R-7564

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM ET GEOMETRICORVM SECTIONES SEPTEM, IN QVIBVS EVIdentissimis demonstrationibus explicatur, qua ratione tota μετεωροσκοπικῆς disciplina intelligi & vsus præstantissimus in explorandis omnibus apparentiis, quæ in cœlesti regione mundi quocunq; tempore conspiciuntur, qui ab artificibus antehac per fabrefacta maximis sumptibus ac difficillima organa absolvebatur, nunc solius Quadrantis Geometrici officio & expeditiùs & eadem certitudine perfici possit: Item quomodo iuxta opticam rationem exquisitæ variarum ac multiplicium magnitudinum dimensiones, vel citra omnem calculi vsum facillimè expediri queant: Præterea quæ sint rationes librationum in ducendis aquis ex suis fontibus etiam per plures montes interpositos in inferiora quæuis constituta loca: Totum insuper artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunq; situ in præfixos scopos ex primis fundamentis extructum: Deniq; multiplices Geographicarum obseruationum modi proponuntur, quorum immensus ac certissimus est vsus, tam peregrinantibus per ignota regionum loca, quàm nauigantibus in Oceano.

Omnia nunc recens conscripta in communem gratiam studiosorum Matheseos, & in lucem edita.

Autore

DANIELE SANTBECH NOVIOMAGO. Authore Damnato cum expurgatione permisso.

Expurgado segun el expurgatorio del año de 1632. en 12. de diciembre del mismo año.
Fray Lucas del Espu.

Expurgado segun el nuebo expurgatorio deste año de 1640 por comission del Sto. tribunal de la Inquisicion desta ciudad de granada
Fr. Juº de Sta. Maria

BASILEAE,
PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM. M. D. LXI.

Del Convento de los Martires de Carmelitas descalços de Granada

B-7564

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM ET GEOMETRICORVM SECTIONES SEPTEM, IN QVIBVS EVIdentissimis demonstrationibus explicatur, qua ratione tota μετεωροσκοπικῆς disciplina intelligi & vsus præstantissimus in explorandis omnibus apparentiis, quæ in cœlesti regione mundi quocunq; tempore conspiciuntur, qui ab artificibus antehac per fabrefacta maximis sumptibus ac difficillima organa absoluebatur, nunc solius Quadrantis Geometrici officio & expeditiùs & eadem certitudine perfici possit: Item quomodo iuxta opticam rationem exquisitæ variarum ac multiplicium magnitudinum dimensiones, vel citra omnem calculi vsum facillimè expediri queant: Præterea quæ sint rationes librationum in ducendis aquis ex suis fontibus etiam per plures montes interpositos in inferiora quæuis constituta loca: Totum insuper artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunq; situ in præfixos scopos ex primis fundamentis extructum: Deniq; multiplices Geographicarum obseruationum modi proponuntur, quorum immensus ac certissimus est vsus, tam peregrinantibus per ignota regionum loca, quàm nauigantibus in Oceano.

Omnia nunc recens conscripta in communem gratiam studiosorum Matheseos, & in lucem edita.

Autore

DANIELE SANTBECH NOVIOMAGO. Authore Damnato cum expurgatione permisso.

Expurgado segun el expurgatorio del año de 1632. en 12. de diciembre del mismo año.
Fray Lucas del espu.to

Expurgado segun el nuebo expurgatorio deste año de 1640 por comission del S.to tribunal de la Inquisicion desta ciudad de granada
Fr. Ju.o de S.ta Maria

BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM. M. D. LXI.

Del Conuento de los Martires de Carmelitas descalços de Granada

gocijs exoriretur, quantæ essent tenebræ in omnibus historijs, tum demum certè exclamarent aliqui, ut ille apud Homerum in cœlum suspiciens:

O socij, neq; enim qua lux eat atq; tenebræ
Scimus, & ignota est nobis uia Solis, ubi ille
Proferat & terris & ubi sua lumina condat,
Consulite in medium.

Necesse est certò intelligere & statuere terræ molem non esse infinitam, sed certis spacijs & metis quæ comprehendi possunt, inclusam, ut sciamus quibus in locis præcipuè floruerit Ecclesia Dei, ubi diuinæ promißiones, quibus temporibus in qua parte generis humani patefactæ sint, in quibus regionibus mutationes maximæ regnorum & imperiorum mundi factæ sint, quæ ad dijudicationem religionum conducunt. Nulla certè historia lucem habet, si non euolutam & explicatam uideamus ante oculos, quantum fieri potest, exquisitè, terrarum, urbium, montium, fluminum, marium, ac insularum descriptionem, tam secundum uerum situm in partibus mundi, quàm certam congruentiam interuallorum, quibus singula loca inter se distant. Ad exquisitam tantarum rerum inuestigationem, & intelligentiam non tantùm uiam aperuit, sed etiam obseruationibus cœlestium φαινομένων, quæ in diuersis terræ tractibus etiam ijsdem momentis temporum uarietatem aliquam sortiuntur, plurimũ adminiculi præstitit ipsa Astronomice. Non mihi si linguæ centum sint oraq; centum enumerare possem multiplicem usum ac utilitatem in omnibus humanæ uitæ negocijs, quas hæc præstantißima Philosophiæ pars adfert. At ut ipsos fontes penitius introspiciant, qui discendi amore flagrant, nouerunt quemadmodum Physice ab euidentibus experimentis exorditur, ita Astronomicen à τηρήσει eorum, quæ τὰ φαινόμενα ab artificibus appellantur, initium ratiocinationis constituere. Obseruationibus per artificiosa instrumenta absolutis, ijs, quæ experientia oblata sunt, φαινομένοις, deinceps accommodat hypotheses exploratis motibus congruentes, ex quibus ratiocinatione Triangulorum sphæricorum & planorum artificiosè extruit canones mediorum motuum, certis tabulis comprehensos, quorum adminiculo ad quæuis præterita & futura tempora ipsis apparentijs consentientia stellarum inerrantium & planetarum loca facillimo calculo licet colligere. Hanc ipsam pulcherrimam & sanè iucundißimam partem Astronomices, quæ tradit rationes explorandi per instrumenta, quorum compositio & structura Geometricis demonstrationibus constituta examinataq; est, apparentes stellarum omnium, etiam exorientium Cometarum, omniumq; quæ in cœlesti regione mundi constituta, quouis tempore conspiciuntur, cursus, uera loca, distantiarum metas, deniq; congruentem omnium in situ adumbrationem, ac quasi uiuentem picturæ designationem ob oculos spectantium constituit, Græci artifices μετεωροσκοπικὴν appellant. At hæc instrumenta, qualia sunt Torquetum, Albion, Armillæ Astrolabicæ Ptolemæi, eiusdem canones, Alpharion & pleraq; alia, quorum nonnulla in inclyta Norimberga munificentia senatus à Regiomontano & Ioanne Schonero extructa conseruãtur, ut summo quidem ingenij acumine à præstantißimis artificibus excogitata, & infallibili Geometricarũ ἀποδείξεων certitudine confirmata sunt, ita præter non mediocrem difficultatem tantam in extruendo sumptuum magnitudinem efflagitant, ut nullius priuatorum facultates his sufficiant. Nos igitur hanc tantam difficultatem in primis considerantes interea temporis, dum his artibus operam nauarem, quantum industria consequi potuimus, ratiocinatione firma, & experimentis non fallacibus deprehendimus totam hanc μετεωροσκοπικῆς disciplinam exercitationemq; in unum idq; paratu facillimum, simplicißimum ac certißimũ instrumentum, nimirum Quadrantem Geometricum artificiosè deriuari ac traduci posse, adeò ut ferè quicquid expediri poßit obseruationibus per superius enumerata organa, id multò simpliciori ac faciliori operatione per Quadrantem absolui posse tam demonstrationibus quàm experientia, ijs qui periculum huius rei facere uoluerint, sine dubio innotescat. Ea demum solida est & certa rerum scientia, quæ patefactis causarum fontibus & oculos & mentem hominis ad euidentem ac infallibilem earundem experientiam quasi manuducit, ut illa quæ ex artificum scriptis cognita explicataq; tenet, in sua integritate constitutis sensibus explorans, rata ac indubitata esse deprehendat. Id sanè in nulla rerum operatione fit euidentius & maiore cum animi uoluptate, quàm in hac μετεωροσκοπικῶν in qua profectò quid præstiterint nostri labores, malim eruditis & harum rerum intelligentibus artificibus expendendum relinquere, quàm alijs sinistræ suspicionis occasionem præbere. Illud certè bona fide conati sumus, non tantum ut submota organorum multitudine, quæ sanè uel melioris indolis ingenia confusa & perturbata à lectione præstantißimæ doctrinæ absterrere possent, tenuioris fortunæ hominibus, sed etiam alijs omnibus, qui recto ueroq; consilio instituendi methodon in his studijs destituuntur, expeditiorem aditum & ingressum patefactum tanquam in clara luce ostenderemus. Cum autem nullam uideremus ab alijs pertractatam institutionẽ, quæ complecteretur integras & ex primis fundamentis extructas ἀποδείξεις earum dimensionum, quibus iuxta opticam rationem quorumuis apparentium locorum longitudines, latitudines, profunditates & interualla explorantur, nos quoq; hac in parte Quadrantis usum amplificare uoluimus. Præterea in exquisitis obseruationibus librationum, quarum usus est in ducendis aquis ex suis

fontibus in quæuis constituta loca cum certum sit imperitum uulgus opificum demonstrationum certitudine destitutum esse, pro ratione temporis & institutì nostri studiosis harum rerum explicatis aliquot exemplis uiam sternere conati sumus. Quod autem ad tractationem de tormentis attinet, etsi futurum uideam, ut insurgant in me sycophantæ, qui, cum nihil aliud quàm calumniari ac bonorum hominum studia pestilenti lingua insectari didicerint, nostros quoq; labores in perniciem rerumpub. & totius humani generis excogitatos esse clamitent, ac cœlum terræ misceant, tamen apud me tantum ponderis non habent, ut artium & ueritatis amantium industriæ ac studio minus interim consultum esse uelim. Difficile, me hercle, est huic hominum generi omnino os occludere & pestiferam calumniandi licentiam è medio tollere, sed tamen, ut boni ac sapientes studium synceritatis in nobis intelligant, atq; calumniantibus respondeatur, ne temerè aut malitiosè rem tantam molitus esse uidear, optarim ut consilij mei rationem diligentiùs secum expendant, priusquam atro calculo nostrum institutum damnent. Ego quidem bono ac simplici ueritatis inuestigandæ studio, cum aliquando accuratius mecum considerassem, utrum eiaculandi illud sphæras è tormentis artificium, quod nostra ætate in usu esse uiderem, fundamentum aliquod ex Geometricis extructum demonstrationibus haberet, uisa est mihi res non indigna ulteriori inuestigatione, ut fontes ipsos & causas experimentorum diligentius perscrutarer. Cum igitur ad structuram ἀποδείξεως animum applicarem, assumptis & ante oculos constitutis, quæ ex obseruationibus artificum occurrebant, experimentis totam eiaculationis rationem, qua sphæræ extorquẽtur in præfixos scopos, tam per ὑποτείνουσαν simpliciter, quàm per κάθετον siue perpendiculum ex alto in subiecta foca instrumentorum adminiculo & certiùs explorari & commodiùs ubiq; ab illo, qui Elementorum Geometricorum potissimùm uerò Triangulorum cognitione sit instructus, qualiscunq; locorum situs offerratur, constitui posse deprehendi. Cuius considerationis occasione factum est, ut, cum multiplices mihi locorum situs offerrentur, ex quibus eiaculationes fieri contingit, plures demonstrationes, quæ ad absoluendas dimensiones altitudinum, distantiarum, aliarumq; magnitudinum ab alijs nusquam explicatas requiruntur, contexerem ac totum artificium ex primis fundamentis extruerem. Ad huiuscemodi rerum inuestigationem solius accensus ueritatis amore, scriptum in priuatum usum conseruaui: uerùm postea cum amicis & Mathematum non ignaris hominibus id innotesceret, hortari non destiterunt, ut in communem gratiam & usum Matheseos studiorum in lucem emitterem. Quanquàm igitur nos uideremus calumniantium furori, nostros labores obiectum iri, tamen obtemperandum esse sapientibus hominibus in re non inhonesta constitui. Est sanè hominis Philosophi in rebus omnibus quatenus humano id ingenio concessum est à Deo, ueritatem perscrutari & ex effectis causas ratiocinari. Cum igitur opificum uulgus Geometricarum ἀποδείξεων luce destitutum, etsi in instrumentorum usu sit exercitatum sæpius cum successu eiaculationes experiri uiderem, causas experimentorum ratiocinatione demonstrationum à nobis collectas & apertos fontes ueritatis amantibus ante oculos constituere operæpretium putaui. Neq; uerò addubito, quin si perspexerint generosæ mentes Elementorum Geometricorũ disciplinam non tam ociosas ac sterriles θεωρίας complecti, quàm rerum maximarum, & quæ ad reipub. multiplicem utilitatem, ad defensionem munitionum & hostium machinas ac molitiones euertendas summa cum dexteritate conuerti ac usurpari possunt, consilia gubernare, atq; rationes rerum agendarum ex ueris fundamentis extructas præscribere, alacriori studio in pulcherrimam, stabilem perpetuò & immotam Mathematum scientiam sint incubituræ & nostros conatus boni consulturæ. Quod si fiat laborum fructum me non inanem percepisse putauero. Quantum Archimedes Syracusanus nobilissimus ille Architectus solida Mathematum scientia instructus non dico splendoris & ornamenti toti patriæ attulerit, difficillimarum, & quæ humanum ferè captum excedunt inuentione rerum, structura uitrei organi, in quo summa cum omnium admiratione stupendos illos corporum cœlestium motus ita ob oculos spectantium constituit, ut tanquam extra se rapti in cœlum uiuas & animatas quasi stellarum agitationes ac impulsus, ortus, occasus ac conuersiones multiplices sese intueri uiderentur, non dico quantum utilitatis toti reipub. extruendis instrumentis præstiterit, tanto ingenij acumine excogitatis ac inuentis, ut promptius & facilius ad stuporem usq; in admirationem raperentur aliorum hominum animi, quàm uel minimam fundamenti aut artificij rationem intelligentia apprehenderent, quorum usus erat partim in leuandis faciliori negocio ponderibus & loco tollendis, quæ uel maximarum uirium motum debilitassent, quemadmodum constat de nauigio, quod in terra totius Agrigentinæ multitudinis robore attrahente fixum & immotum perstitit, instrumenti uerò adminiculo unius duntaxat hominis attrahentis manum sequebatur, partim in artificiosis aquarum deductionibus, sicuti certum est agros Aegyptios certis temporibus recurrente inundatione Nili fluminis obrutos ipsius Archimedis machinis aquis deriuatis, ac in alia loca expulsis exiccatos, sed quantis in periculis in quum deplorato reipub. statu aduersus hostiles molitiones & turbulentas incursationes totam patriam diuturno tempore, tam nouis ac admirabilibus strategematis, quàm stupendo instrumentorum bellicorum apparatu & usu summo cum successu tutatus sit, cum inter cætera instrumento parabolæ in mari Adriatico ad satis longinquum interuallum hostium nauigia exusserit, manifestè testatur in historijs dux Romani exercitus

ercitus Marcellus, qui in difficili & periculosa oppugnatione Syracusarum solius industria ac solertia Archimedis subinde conatus suos debilitatos & uires esse fractas conqueritur, attamen cum tanta uirtutis admiratione religioneq;, ut parta uictoria tanti duntaxat artificis domum ab omni periculo conseruatam uoluerit. Nunc quoq; si principum & gubernatorum animi non essent omnino stultis cupiditatibus perniciosarum rerum perturbati, & crassa ueritatis ignorantia excæcati, aliquorum saltem industriam excitarent, qui nouis inuentionibus rerum, quibus incolumitas ciuitatum, dominij, ac publicæ libertatis, tutius defendi, conseruariq; posset, in periculosis statibus plurimũ præsidij adferrent. Quòd si quis nihilominus insano clamore aut stulta contentione nostræ responsioni obstrepere uoluerit, ut si dicat hasce nostras de tormentis demonstrationes faciliùs à plurimis ad perniciosas molitiones usurpatum iri, quàm ad defensionem simplicem ueritatis cognitionem, illi duntaxat respondemus: etsi rerum optimarũ facultas, cognitioq; à distortis ac planè deprauatis naturis in exitium sui ac plurimorum hominũ detorqueri posit, ac plerunq; soleat, tamen illas per se ideo uitiosas atq; culpandas uideri minimè debere. Atq; hæc responsa sint sycophantibus: nam de bonis & eruditis artificibus non dubium est, quin nostræ sententiæ sint astipulaturi. In postrema parte nostri operis constituimus aliquot ἀποδείξεις Geographicarum obseruationum, quales ab alijs nusquam explicatas esse certum est. In his potissimum operam dedimus, ut studiosos ad ueros fontes duceremus, ex quibus certè, qui non sunt omnino stupido ingenio multiplicem utilitatem percipient. Nam in tota rerum tractatione potissimum in hoc neruos intendimus, ut agnita Geometricarum demonstrationum certitudine, omnes dimensionum rationes & modos, quorum usus esse posit, tam in terrestribus, quàm maritimis locis, ante oculos explicatos haberent studiosi. Itaq;, si qui per incognita & nunquam conspecta terrarum loca certo itinere rectaq; uia progredi cupient, si qui in Oceano aut ignoto mari à uero progressu ui tempestatis depulsi fuerint, quomodo consilium instituendum sit, ut certam possint cursu contingere metam, hinc euidentissimè perspicient. Interim tamen non inficiamur, nos (quod certè nemo præstiterit) hic non omnia simul complexos esse, sed qualescunq; occasiones rerum occurrant, exemplar aliquot præscriptum esse, cuius imitatione, qualis instituenda sit ratiocinatio, non difficulter intelligent, qui nostrarum propositionum fundamentis solidè instructi fuerint. Hosce nostros labores speramus & Deo gratos esse & probaturos omnes sapientes. Itaq; non dubito, quin si optimarum rerum utilitatem, uel aliqua ex parte degustarint homines, qui non omnino abhorrent à consideratione diuinorum operum, maiore inflammati amore ad discendum sese applicaturi sint. Sed ita plerunq; fit, ut Poeta inquit,

Ignoti nulla cupido.

Paucis sanè contingit, nisi naturis generosis, quæ instinctu Dei ad eius sapientiæ inquisitionem, ueluti Naphtha ad ignem rapiuntur, quam abstrusam inter arcana sua, & à conspectu uulgi remotissimam natura abscondit, ut sine præceptorum opera, qui solida fundamenta iecerint, usum ac pulchritudinem rerum persentiscant. Ego certè sentio cum Democrito, ut ueritatem rerum omnium in altissimo puteo demersam, ita intelligentiam sapientiæ, quæ à Mathematis proficiscitur, propterea & difficiliorem & obscuriorem uideri, ne uulgi sordibus ac temeritate contaminata splendorem amittat. Hasce iuuenilium lucubrationum primitias, Clarissime uir, tui nominis auspicio in publicum prodire uolui, ut cum inter ceteros quosdam gubernatores, qui in hac extrema & corruptissima mundi senecta beneficio Dei laboranti ueritati manum porrigere non grauantur, te eum esse uideam, qui pro uirili sapientiæ studiosorum hominum industriam ad gloriam Dei & rectam aliorum institutionem promouere conetur, ac strenuam operam hîc impendat, me uicissim tuas has uirtutes publicæ utilitatis causa agnoscere & quantum fieri potest, celebrare intelligas. Quanquam enim ex aliorum sermone, potissimum uerò optimi iuuenis, Ioannis Geritij, qui tua liberalitate ad uirtutem & literas discendas educatur, tuæ uoluntatis studium erga sanam religionis doctrinam, & optimarum rerum professionem, quas Deus in genere humano extare ad certiorem prouidentiæ suæ testificationem, & earum intelligentium hominum laboribus ad posteritatem tanquàm publicum patrimonium propagari ac transmitti uult, satis intellexerim, tamen certè multo gratius mihi fuit, quòd ipse tuam erga me beneuolentiam ac fauorem non obscuro argumento declarare dignatus sis. Itaq; me uicissim debere publico testimonio tuarum uirtutum ornamenta celebrare & gratitudinem animi erga te mei declarare existimo. Semper ita senserunt homines sani, rerum optimarum gubernatores singulari consilio Dei etiam in maximis confusionibus ad hoc constitui, ut contra plurimorum furores legitimi ordinis iusti defensores ac custodes sint, & exemplo uitæ præluceant alijs, qui ignorantia, aut iudicij imbecillitate impediti minus rerum ueritatem perspiciunt. Quapropter futurum spero, ut alij quoq; rerumpub. administratores tuarum uirtutum exemplis admoniti, de præsenti rerum statu & melioris uitæ institutione ad publicam salutem posthac sapientiùs consilia sua instituant. Nostri certè officij est, quos Deus sua gratia ac prouidentia ad testimonium ueritatis, & doctrinæ propagationem uocauit, ut non tantùm cognitas nobis rerum corruptelas integritate eius intelligentiæ, quæ

in mentibus nostris lucet, coarguamus ac seuerius etiam publicè insectemur, sed etiam alijs ad synceram ipsius Dei agnitionem uiam sternere conemur, & si quæ uirtutes in gubernatoribus emineant, non obscura testificatione comprobemus. Et si autem modestia animi tui perspecta mihi sit, tamen non ingratum tibi fore arbitror, T. Magnificentiæ nomen in hac commemoratione pulcherrimarum rerum celebrari. Quod si ex nostris laboribus, ut speramus, aliqua perueniat utilitas ad exteros ac posteritatem, non dubium est, quin grata & iucunda sit illis futura tui nominis recordatio, qui tanta beneuolentia ueritatis studiosos complectaris, & inuites ut publicæ utilitatis causa optimarum rerum professionem sequantur. Quis nostrum aspiciens pulcherrima sydera Orionis aut Chironis non grata recordatione tantorum artificum ac optimorum uirorum memoriam celebret, qui suis laboribus & monumentis ad euidentiorem diuinorum operum intelligentiam posteritatem instruxerunt? Is demum uerus est iustitiæ ordo, cùm rerum publ. gubernatores, intelligentium ueritatis studia & labores sibi utiles ac gratos esse reuera declarant. Itaq; T. M. oro, ut propter gloriam Dei & publicam multorum utilitatem Philosophiæ studia, quæ sunt uerè necessaria rerum administrandarum instrumenta, tueri & fouere pergas, ac nostras qualescunq; lucubrationes boni consulas, ita futurum spero, ut Deo nostros conatus adiuuante aliàs celebriorem T. M. commendationem instituere liceat. Quod superest, oro Deum æternum Patrem, qui per filium suum Dominum nostrum IESVM CHRISTVM, æternam sibi Ecclesiam colligit in genere humano, ut te seruet incolumem, & consilia tua regat, ut tua gubernatio sit fausta & felix tibi & patriæ. Calendis Iulij, anno salutiferi partus 1562.

INDEX

Propositio prima.

Quomodo Solis ac stellarum elcuationes supra Horizontem quouis tempore Quadrantis adminiculo liceat obseruare.

II. Quibus obseruationibus Meridianæ lineæ situs in quouis Horizonte deprehendatur.

III. Quomodo polus mundi Arcticus per reuolutionem alicuius stellæ semper apparentis explorari possit.

IIII. Qua ratione Solis ac stellarum declinationes ab Aequatore obseruentur.

V. Obseruatio qua deprehenditur quantum circulus obliquus, qui est per medium signorum, ad Aequatorem sit inflexus.

VI. Ex maxima Solis supra Horizontem altitudine quouis die obseruata, quomodo uerus ipsius locus in Ecliptica colligatur.

VII. Quanta sit amplitudo ortus & occasus stellarum metiri.

VIII. De ratione dierum artificialium & eorundem quantitatis supputatione ad quamlibet poli altitudinem.

IX. Qua ratione distantia centri absidem Solis deferentis à terræ centro inueniatur.

X. De ueri temporis Aequinoctij obseruatione.

XI. De ratione ueram annui temporis quantitatem examinandi.

XII. Ratio obseruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

XIII. Qua ratione metiamur Eclipsium magnitudines.

XIIII. Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

XV. De Lunæ parallaxi, quam Latini aspectus diuersitatem uocant.

XVI. Qua ratione ex obseruata quolibet tempore Solis supra Horizontem altitudine certum temporis minutum supputari possit.

XVII. Stellarum & planetarum distantias in cœlo expeditè metiri.

XVIII. Qua ratione artificis stellarum fixarum distantias à terræ centro ac superficie demonstrent.

XIX. De longitudine & latitudine cuiusuis planetæ aut cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uicinarum Ecliptice stellarum.

XX. Qua ratione stellarum fixarum à punctis Aequinoctiorum distantiæ deprehendantur.

XXI. De ortus & occasus Heliaci planetarum obseruatione.

XXII. Quomodo ex aspectu cuius planetæ naturam stellæ fixæ referant agnoscamus.

XXIII. De stellarum magnitudinibus.

XXIIII. Ad quantum distantiæ stellas fixas planetæ occultent.

XXV. Quomodo polus mundi proximè & simplicissimè ex obseruatione stellarum fixarum sine omni instrumento cognoscatur.

XXVI. Qua obseruatione inueniatur polus Zodiaci.

XXVII. De obseruatione Zodiaci & circuli solstitij.

XXVIII. Quomodo stellas fixas semel obseruatas semper agnoscamus.

XXIX. Quomodo ex imaginum Zodiaci aspectu solo stellæ agnoscantur.

XXX. De signis, quibus errantes stellæ à fixis octauæ sphæræ distinguuntur.

XXXI. Ratio qua tempus congressus planetarum cum stellis fixis præscire possimus.

XXXII. Quomodo nouis obseruationibus tota cœli stellati facies explorata describi possit, ut singulæ stellæ repræsentent eam in situ congruentiam ac symmetriam, qua in ipso cœlo constitutæ apparent.

XXXIII. Quomodo ex reuolutione alicuius stellæ fixæ certa nocturni temporis hora possit deprehendi.

XXXIIII. Quomodo certum nocturni temporis momentum per obseruatam apparentis stellæ altitudinem ratiocinemur.

XXXV. Quomodo uera Lunæ latitudo per sinuum tabulas colligatur.

XXXVI. Cuiuslibet Ecliptice circumferentiæ ascensionem rectam supputare.

XXXVII. Cuilibet ascensionis rectæ circumferentiæ conuenientem Ecliptice arcum restituere.

XXXVIII. *Segmentum ascensionis obliquæ propositæ Zodiaci parti conuenicns ad quamlibet poli altitudinem supputare.*

XXXIX. *Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ ascensionis circumferentia finitorem loci, cuius poli eleuatio constiterit, attingat.*

XL. *Quænam Eclipticæ pars constituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, supputare.*

XLI. *Quantitates angulorum, quos Ecliptica cum Meridiano singulis momentis constituit, inuenire.*

XLII. *Quanta sit distantia Zenit (ut loquuntur) à nonagesimo ab ascendente gradu.*

XLIII. *Quotus Eclipticæ gradus quolibet tempore ubiuis terrarum in Horizonte consistat.*

XLIIII. *Dimensio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte constituunt.*

XLV. *Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.*

XLVI. *Quanta singulis temporis momentis ubiq; terrarum Solis supra Horizontem altitudo sit, exquisita supputatione inuenire.*

XLVII. *Distantiam cuiuslibet stellæ à uero Æquatoris ortu uel occasu uersus Austrum uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.*

XLVIII. *Quantæ stellarum declinationes sint, ex sinuum tabulis colligere.*

XLIX. *Quænam Æquatoris pars cum oblata stella finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.*

L. *Cum quota Eclipticæ parte oblata stella cœli culmen conscendat expeditè colligere.*

LI. *Quanta sit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ cuiusuis oblatæ stellæ dinumerare.*

LII. *Circumferentiam Æquatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ stellæ ab Oriente in Occidentem, colligere.*

LIII. *Quanta sit obliquæ ascensionis stellarum circumferentia inquirere.*

LIIII. *Quantæ sint altitudines stellarum ad certa tempora & loca quæsitæ ex sinuum tabulis colligere.*

LV. *Angulum inclinationis planorum Æquatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obseruatione Solis ortus & alicuius stellæ fixæ ad Meridianum accessus, ratiocinari.*

LVI. *De rationibus gnomonum & umbrarum, ac fundamento sciotericorum instrumentorum.*

LVII. *Quantas umbrarum differentias semidiameter Solis constituat.*

LVIII. *De ratione gnomonum & umbrarum.*

LIX. *Quomodo per umbras terræ situs & collatum ad cœli magnitudinem intelligatur.*

LX. *Conclusio de umbris, cui annectitur tabula gnomonica.*

LXI. *De fundamento sciotericorum instrumentorum.*

LXII. *Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia, quàm terræ parallela construantur.*

LXIII. *Ratio inueniendi semidiametros sciotericorum.*

LXIIII. *Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perspecta poli altitudine.*

LXV. *Tertius modus inueniendi semediametros horariorum.*

LXVI. *Constructio horarij plani.*

LXVII. *Structura horarij in superficie uerticali.*

LXVIII. *Vtrunq; præcedentium horariorum aliter, quàm paulò antè constitutum est, absoluere.*

LXIX. *Ratio constructionis horarij plani ex tabulis.*

LXX. *Structura scioterici uerticalis ex tabulis.*

LXXI. *Circumferentiam horarij circuli, id est eius, qui per utrunq; mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam supputare.*

LXXII. *Signum illud Horizontis, quod circulus horæ in sphæra contingit per scientiam triangulorum ratiocinari.*

LXXIII. *Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum horarium interceptum numerandi.*

LXXIIII. *Quomodo ex sphæricis triangulis segmentum uerticalis circuli inter horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.*

Idem

LXXV. *Idem segmentum alia ratione supputare.*

LXXVI. *Ratio dimetiendi eleuationem poli super quamcunq; superficiem, quæ ad Horizontem quidem inclinatur, sed Meridianum ad rectos angulos secat.*

LXXVII. *Quomodo metiendæ sint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ insistunt.*

LXXVIII. *Secundus modus altitudinum quantitates obseruandi.*

LXXIX. *De latitudinum dimensionibus.*

LXXX. *Dimensiones pyramidum & aliorum corporum, quæ in sublimioribus locis consistunt.*

LXXXI. *De metiendis altitudinibus, quarum supremæ tantùm partes appareant.*

LXXXII. *Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.*

LXXXIII. *Quibus dimensionibus distantiæ locorum à conspectis altitudinibus explorandæ sint.*

LXXXIIII. *De rationibus metiendi quorumuis corporum interualla.*

LXXXV. *Quomodo ex sublimioribus locis apparentes in subiectis planis distantias à basibus liceat explorare.*

LXXXVI. *Quibus dimensionibus accliuum montis longitudinem liceat deprehendere.*

LXXXVII. *Metiendi rationes uallium aut fossarum profunditates ex superioribus locis.*

LXXXVIII. *Quanta sit distantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore spacio disiunguntur.*

LXXXIX. *Angulum profunditates, quo duo seiunguntur loca, inuestigare.*

XC. *Quomodo angustiores profunditates quæ ad perpendiculum in terram descendunt, obseruare liceat.*

XCI. *Quibus dimensionibus ex monte apparentes in inferiori superficie locorum distantiæ sint explorandæ.*

XCII. *Quantus sit excessus altitudinis alicuius loci in monte supra libellam alterius in inferiore superficie conspecti.*

XCIII. *Quibus obseruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.*

XCIIII. *Quomodo ex montibus singulorum in inferiore superficie, quæ appareant, locorum situs exquisitè liceat obseruare.*

XCV. *Quomodo ex Triangulorum scientia colligantur rationes metiendi planas superficies.*

XCVI. *Qua ratione sub mensuram cadat superficies triangulo isopleuro comprehensa.*

XCVII. *Cuiuslibet trianguli superficiem metiri, si unà cum tribus lateribus notis aliqua ex perpendicularibus constiterit.*

XCVIII. *Trianguli isoscelij, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum basi constiterit, capacitatem metiri.*

XCIX. *Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innotescat, totam eius capacitatem metiri.*

C. *Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.*

CI. *Quibus rationibus metiamur planas superficies, quæ sunt quatuor lineis comprehensæ.*

CII. *Quam metiendi rationem admittat superficies parallelogrammi quod Rhomboides appellant.*

CIII. *Quomodo superficies figurarum, quæ Trapezia appellantur, liceat metiri.*

CIIII. *Superficiem quadranguli orthogonij metiri.*

CV. *Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, superficiem eius metiri.*

CVI. *Quomodo superficies plurium laterum & angulorum sub mensuram cadant.*

CVII. *Quæ sit ratio librationis cum ex fonte in locum castelli prospectus patet.*

CVIII. *Quæ ratio dimensionis ad librationes requiratur, si montis interpositione fons à castelli loco disiunctus fuerit.*

CIX. *Quæ sit ratio librationis, quando per plures montes ducenda est aqua.*

CX. *Si fons in interiorem aliquem urbis locum sit ducendus, qua dimensione excessus utriusq; altitudinis exquisitè possit explorari.*

CXI. *Vtrum aqua in fodinis à latere perfosso monte educi possit.*

CXII. *Quomodo sit intra constitutum tempus certa quantitas è castello fontis educenda.*

CXIII. *Quomodo per aquam Archimedes inuenerit quantum argenti aureæ coronæ idolo suo consecratæ opificis dolo immistum esset.*

CXIIII. *Ex quo fundamento sit extructum artificium eiaculandi sphæras è tormentis.*

CXV. Obseruationes quædam ad certas collocationes & omnem usum tormenti necessariæ ne à scopo multum aberremus.

CXVI. Quomodo ex singulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs ὑποτείνουσαι tormenti colligatur.

CXVII. In quantam altitudinem ad singulas eleuationes tormentum sphæram excutiat.

CXVIII. Quanta sit distantia tormenti à loco in quem sphæra delabitur ex singulis eleuationibus & hypotenusa colligere.

CXIX. Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

CXX. De multiplici Quadrantis collocatione ad exquisitam axis tormenti eleuationem explorandam.

CXXI. De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

CXXII. Quomodo per regulam cui annexum sit perpendiculum multipliciter eiusdem axis tormenti eleuationem experiamur.

CXXIII. In quantam altitudinem supra basim eleuandum sit tormentum, ut sphæra in locum præfixum per πάθετον descendat.

CXXIIII. Qua ratione sphæræ sint è tormentis emittendæ, ut per hypotenusam in præfixum locum incurrant.

CXXV. Qua ratione, quæ in antegressis propositionibus numerorum adminiculo sunt inuenta, solo perpendiculo in Quadrante absoluantur.

CXXVI. Quomodo sine Quadrante tantum officio regulæ & perpendiculi, ea, quæ sunt hactenus explicata, inueniantur.

CXXVII. Si castrum aliquod in monte constructum ex inferiore loco per πάθετον uel ὑποτείνουσαν tormentis expugnandum sit, qua ratione negocium expediri debeat, subsequitur.

CXXVIII. Si tormenta in montibus constituantur, qua ratione sphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

CXXIX. Qua ratione tormento in monte collocato piceæ sphæræ siue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

CXXX. Quomodo sphæræ ex castris in ædificia intra urbis mœnia constituta sint eiaculandæ.

CXXXI. Quomodo intempesta nocte tormenta sint collocanda, ut in quoscunq; scopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquisitè sphæras eiaculentur.

CXXXII. Ex urbana turri sphæras in castra hostium eiaculari.

CXXXIII. Si tormenta intra urbis mœnia constituta fuerint, quomodo sphæræ sint in castra hostium extorquendæ.

CXXXIIII. Quomodo collocatis post montem tormentis sphæræ in urbem posint extorqueri.

CXXXV. Tormentis ultra flumen constitutis, quomodo sphæræ debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

CXXXVI. De ratione eiaculandi sphæras ex ijs locis, quæ cum præfixis scopis, aut altiorem, aut æqualem situm occupant.

CXXXVII. Quæ sit ratio dimensionis in effodiendis cuniculis sub mœnibus.

CXXXVIII. Quomodo sit aqua ex fossa urbis mœnia ambiente educenda.

CXXXIX. Quomodo latitudinem labentis fluuij liceat metiri.

CXL. Qua metiendi ratione quantitatem scalarum, quæ à fossa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

CXLI. Quomodo inter fodiendum iter debeat instituj, ut certò inueniamus locum, qui ad perpendiculum consistat sub arce in monte constructa.

CXLII. Quomodo situs alicuius urbis sit explorandus, ut interiorum partium cõstitutiones & distantiarum ratio à singulis extra circumiacentibus locis exquisitè innotescat.

CXLIII. Quomodo, cum à recto itinere occurrentibus obstaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CXLIIII. Quanta pars terræ singulis maximi circuli cœlestis gradibus respondeat, certa dimensione explorare.

CXLV. Ratio dimetiendi locorum distantias.

CXLVI. Tertius modus easdem locorum distantias numerandi.

CXLVII. Quomodo angulus positionis (ut uocant) ex data longitudine & latitudine duorum locorum

corum inueniatur.

CXLVIII. Si alterius duorum locorum constet longitudo ac latitudo & ab altero distantia cum angulo positionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

CXLIX. Ratio dimetiendi uerum situm & constitutionem omnium partium cuiuscunq; superficiei terrestris, ad cuius exemplar similis descriptio in alio plano constitui possit.

CL. Quomodo particulares locorum descriptiones generalibus mundi tabulis sint intexendæ.

CLI. Quarumlibet locorum superficies ad libellam metiri.

CLII. Quanta sit differentia altitudinum in diuersis locis respectu summi terræ conuexi, quod inter illa intercipitur.

CLIII. Ratio qua dimetiamur in quibus mundi plagis singula finitoris loca sint constituta.

CLIIII. Qui ratione nauium à littore interualla tam diei tempore quam in densissimis noctis tenebris per faces ardentes exquisitissimè liceat explorare: & uicissim naucleri qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano aut mari apparentium insularum scopulorum, aut littorum distantias à naui ex obseruationibus deprehendere possint.

CLV. Quomodo liceat tam in maritimis, quam terrestribus locis quisnam uentus quolibet momento spiret, obseruare.

CLVI. Quæ sit ratio ingrediundi per subterraneas meatus, ut ubiq; constet, sub quibus terræ locis consistamus.

CLVII. Quibus obseruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra sine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

CLVIII. Quomodo uerus situs superficierum in ædificijs aut mœnibus urbis explorandus sit, ut constet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

CLIX. Quomodo superficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidistent.

FINIS.

SECTIO PRIMA DE OBSERVATIONIBVS ΤΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ PRAEFATIO,

Qua explicatur ratio ordinis ac vſus totius operis.

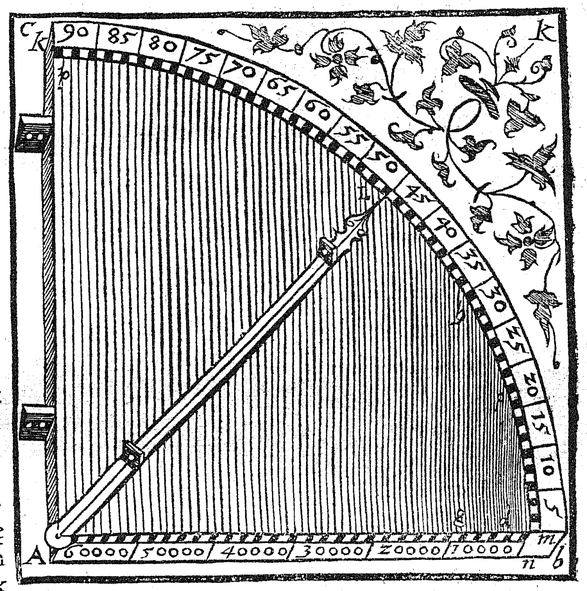
ANTEQVAM explicationem noſtrarum propoſitionum aggrediamur, viſum eſt diſcentes de ordine ac diſtributione totius operis (vt ratio noſtri conſilij euidentius innoteſcat) breuiter admonere. Primùm igitur explicabimus obſeruationes ferè omnium φαινομένων ſolis, lunæ, & ſtellarum inerrantium. His ſubiiciemus præcipuos canones primi motus, quorum ſtructura ex ſphæricis Regiomontanis Triangulis intelligitur, vſus verò ex ſinuum tabulis potiſsimùm abſoluitur. Ex quibus percipient ſtudioſi exquiſitam ac ſanè mirabilem congruentiam calculi cum obſeruationibus. Deinde ſequetur expoſitio de Vmbris & fundamento ſciotericorum inſtrumentorum, quorum conſtructionis aliquot exempla (vt ab artificibus ſunt deſcripta) proponemus. Ac euidentibus demonſtrationibus aperiemus, qua ratione ex ſphæricis Triangulis horaria Verticalis circuli & Horizontis ſegmenta metiri liceat: vt hinc tanquam ex veris fontibus ad varias poli altitudines tabulæ conficiantur, quarum adminiculo expeditè inſtrumenta poſsint abſolui. His conſtitutis, progrediemur ad generales altitudinum, latitudinum & diſtantiarum dimenſiones, quæ optica ratione, ſiue per radium viſiuum expediuntur. Eas omnes rationibus à nobis recens inuentis citra vllum calculi vſum exquiſitiſsimè abſoluemus, quibus deinceps annectitur breuis explicatio de Planis ſuperficiebus, vt earum menſuratio ex primo Triangulorum libro manifeſtè conſtet. Inde exequemur illas dimenſionum obſeruationes, quarum vſus ad librationes in ducendis aquis ſeu per canales, ſeu riuulos, immenſam adfert commoditatem, vt etiam rationes fodiendi in ſubterraneis meatibus faciliori ratiocinatione colligantur, in quibus opificum vulgus cum maximè hallucinetur, tum iacturam ſumptuum non mediocrem ſubinde facit. Hinc vlterius progreſsi totum artificium eiaculandi ſphæras è tormentis ex quocunq; ſitu in præfixa loca aſſumptis obſeruationibus, quæ neceſſariæ ſunt, ex certis & immotis Elementorum Geometricorum fundamentis extruemus. Tandem multiplicia Geographicarum obſeruationum genera patefaciemus, quarum vſus erit non tantùm peregrinantibus per terram ad conſtitutionem anguli poſitionis, itinerarij interualli, & exquiſitæ conſpectarum regionum deſcriptionis, verùm etiam nauigantibus in Oceano, vt omnes Mundi angulos euidentiſsimè intueantur ac perluſtrent: quinetiam diſtantias littorum, inſularum, ac ſcopulorum apparentium certiſsimè poſsint explorare. Quòd autem ad particularem ſingulorũ expoſitionem attinet, hanc viam ingrediemur, vt abſterſa obſcuritatis caligine primò copioſius & explicatius propoſitionis ſententiam euoluamus, deinde præter exempla ἀποδείξεις Mathematicas, ubi res poſtulabit, contexamus.

De ſtructura inſtrumenti, cuius uſus ad obſeruationes multiplicium φαινομένων, quæ in hoc opere explicantur, neceſſarius eſt.

PRiſci Mathematum profeſſores, multiplicibus vſi ſunt inſtrumentis, non tantùm ad obſeruationes τῶν φαινομένων, verùm etiam loco tabularum primi & ſecundi motus, vt ſine ſcrupuloſo calculo celerius ſtellarum loca ipſis apparentijs congruentia certis temporibus conſtituerent. Aſtronomi ad explorandos illarum curſus cõſtruunt Armillas Aſtrolabicas (ut apud Ptolemæum libro quinto μεγάλης συντάξεως, & Regiomontanum in Epitome, & Copernicum lib. 2. cap. 14. videre licet) Torquetum, inſtrumẽtum Parallaticum, quod fit ex tribus regulis in Trianguli figuram connexis, & quadrantem Geometricum, qui ſumitur ex Planiſphærio. Hipparchus per Dioptram, cuius ſtructura in Aſtronomicis hypotheſibus à Proclo erudite explicatur, apparentes ſolis & lunæ diametros obſeruabat. Geographi ad inueſtigandas longitudinum ac latitudinum in diuerſis regionibus differentias, vtuntur Horoſcopijs & Meteoroſcopijs. In aquis ducendis adhibentur Hydroſcopia & Chorobates, de quo Vitruuius, vt ſuo loco dicemus. Et his pauimenta exquiſitè ad planiciem Horizontis ſtrata explorantur. Inter hæc omnia inſtrumentorum genera nul-

lum accommodatius ad omnes apparentiarum obſeruationes, quæ in opere ſequenti exponuntur, & paratu facilius præter quadrantem Planiſphęrij inuenire licet. Quare cum eius vſus præ cæteris ſemper mihi placuerit, ſtructuram eiuſdem noſtris congruentem propoſitionibus, breuiter hîc diſcentibus ante oculos conſtituere operæpretium fuerit. Primùm igitur ex metallo, nempe cupro, aut orichalco tabulam iuſtæ magnitudinis fabricabimus, cuius vtraq; ſuperficies exquiſitè complanata quatuor lateribus includatur. Sed qui metallum elaborare non poſſunt ſolidiſsimum lignum, quale ſit ex buxo, nuce, & fago in locum illius ſubſtituent. Hac ita præparata, propè aliquem angulorum, vbi nimirum eſt concurſus duorum laterum loco centri punctũ aliquod conſtituemus, in quod extractæ ab aduerſis partibus lineæ ad rectum angulum exactè conueniant. Super hoc centro ſecundum eam magnitudinem, quam ſuperficiei longitudo admittit, tres circumferentias circino deſignabimus, quarum vnaquæq; neceſſario ſui circuli quadrantem complectitur. Hoc operis abſoluto, vtramq; interiorem in nonaginta æqualia ſegmenta partiemur, & ex illius ſectionibus quæ centro vicinior eſt, in aduerſas alterius ſectiones rectas extendemus, ea ratione vt hæ limbum conſtituant, qui referat eandem nonaginta ſegmentorum diſtributionem. Singulas deinceps huius limbi partes, ſi tam exiguæ diuiſionis capaces fuerint, in 60 ſcrupulos more Aſtronomico diſtribuemus. Vt autem conſpectior ac euidentior appareat ſegmentorum diſtinctio, viciſsim alia ab alijs atro colore diſcernentur. Cæterùm vt numerus partium vbiq; ſit in conſpectu ex ſingulis limbi ſectionibus, quæ intra ſe comprehendunt quinarum ſegmentorum numerum, in exteriorem quadrantem, ſumpto à baſi initio, rectas lineas educemus. Intra primum ſpacium duabus incluſum lineis conſtituemus numerum 5, intra ſecundum 10 & ſic deinceps æqualibus incrementis progreſsi integrum quadrantem abſoluemus. His ita conſtitutis, inſcriptionem ſinuum perficiemus in hunc modum. Alteram quadrantis lineam, quæ baſis vicem ſuſtineat, ſi congruentem huic diſtributioni magnitudinem ſortiatur, iuxta numerum ſinus maximi à Regiomontano in tabulis conſtitutum in 60000 æqualis diuidemus portiunculas, quibus adlatus, prout vbiq; commodum fuerit à circumferentia exorſi verſus centrum progrediendo numeros ſuos adſcribemus. Ex ſingulis deinde interioris circumferentiæ ſegmentis in baſin πρὸς ὀρθὰς rectæ lineæ, quę ſupplebunt locum ſinuum rectorum, extendentur. Vt autem hoc euidentiùs intelligant diſcentes vniuſcuiuſq; circumferentiæ, quæ aſcendit à baſi vſq; ad conſtituti finem ſegmenti ſinum rectum in tabulis Regiomontani inueſtigabimus, & ſecũdum occurrentem numerum in baſin Quadrãtis, cuius exquiſita iam ſit abſoluta diſtinctio, circini pedes expandemus. Hinc patefiet magnitudo ſinus recti, qui præfixam Quadrantis ὑποφαύσεως ſubtendet. Quare, vt hic in ſuperficie inſtrumenti deſignetur, cõſtituentes vnam circini cuſpidem, in finem ſegmenti, experiemur qua in parte ipſam baſin altera πρὸς ὀρθὰς contingat. Reliquorũ omnium ſinuum eſt eadem conſtitutionis ratio. Ac quidem hîc ſcire licet, nobis ideo huiuſcemodi ſinuum deſcriptionem vtilem videri, vt vſum tabularum in obſeruationibus præſtent. Sed tamen ſiue placuerit vti numeris tabularũ, ſiue hac deſignatione, id tuo, ſtudioſe lector, permittimus arbitrio. In hũc modum abſoluto Quadrante commodum fuerit exquiſitè ipſum ex tabula excindere, reſectis nimirum partibus, quæ totam ambiunt ſuperficiem. Alteri deinde lateri impingemus pinnacidia, in quibus excauata foramina exactè eundem ſitum occupent, ſiue, vt alij loquuntur, in directum conſtituantur, quorum vſus erit inter obſeruandum vt radios ſolares aut viſuos, vt exploremus ſtellarum, aut aliorum corporum eleuationes, tranſmittant. Ad eandem cõmoditatem fabricare

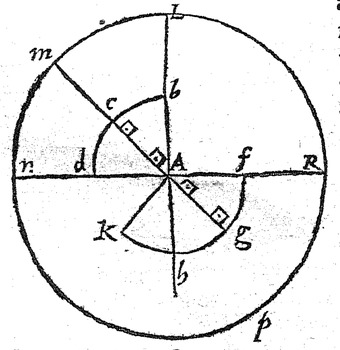
fabricare licebit tenuiorem regulam, quæ quadrantis cẽtro ſtyli cuſpide infixa per totam eius planiciem circumuolui poſsit, & per ſimilia pinnacidia ſignorũ apparentium radios excipiat. Hac ratione ad omnes vſus abſolutam habebimus inſtrumenti ſtructuram, cui tamen interdum adhibendum erit perpendiculum. Hoc autem conſtat tenuiſsimo filo, cui appenſum ſit ὠρομέτριον, ſiue plumbea ſphęrula, vt eius adminiculo centrum & polus Horizontis vbiq; locorum innoteſcant. Tandem vt hæc ab omnibus euidentiſsimè intelligantur, totius inſtrumenti picturam oculis intuentium exponemus. Sit igitur tabella quatuor lateribus cõprehenſa a c k b. In hac conſtituatur centrum a, in quod concurrunt rectæ c a & b a angulum c a b rectum conſtituentis. In recta a c infra c deſignata ſunt ſigna k & p. Et ex his tribus deſcriptæ ſunt circumferentiæ c b, k m, & p n, quarum vnaquæq; circuli quadrans exiſtit, ſed duo interiores ex his in 90 æqualia ſegmenta ſunt diſtributi, quorum initia ſunt m & n. Cum autẽ extractæ ſint rectę lineę ex partibus ipſius p n in aduerſas ipſius k m, conſtituitur limbus p k m n ſimiliter in 90 portiones ſectus, ex quo deinceps educuntur aliæ rectæ lineæ in extremum c b quadrantem, ita vt inter binas intercipiantur 5 ſegmenta, quorum tota circumferentia habet 90: quare in infimo ſpacio prope b conſtituitur numerus 5, in ſequenti 10 & ſic deinceps vſq; in c. Inſuper quadrantis baſis a d diſtributa eſt in 60000 æquales portiunculas, quarum initium numeratur a d verſus a centrũ adſcriptis, vt apparet, numeris. In hanc baſin ex finibus ſegmentorum interioris circumferentiæ ad rectos angulos extenduntur rectæ, quæ vocantur ſinus recti. Vt ergo earum deſignationis ratio intelligatur, conſtituantur particulares circumferentiæ e f & d h, quarum ſinus recti in tabulis Regiomontani inueſtigantibus occurrunt. Si nunc oblatos numeros inquiramus in d a quantas illius ratione magnitudines ſortiãtur, patefiet. Expanſo igitur circino ad minorem quantitatem, ſi conſtituatur cuſpis alterius pedis in f, continget altera ipſam a b in ſigno d πρὸς ὀρθὰς. Quare f d eſt ſinus rectus circumferentię f b. Eadem ratione h g eſt ſinus ipſius h d maioris. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo reliqui ſinus omnes ſint deſignati. Supereſt nunc vt reſecentur partes tabulæ c k b & reliquæ ipſis c a & b a lateribus adhærentes, vt ea exquiſitè complanari poſsint: poſtea ipſi a c infixa ſunt pinnacidia, & a centro mobilis, regula a l, quæ tamen pro ratione vſus auferri ac reſtitui poſsit. Hoc igitur artificio abſolutam habemus quadrantis noſtri fabricam, & omnibus obſeruationibus, quæ infra ſunt deſcriptæ, exquiſitè congruentem.



PROPOSITIO I.

Quomodo solis ac stellarum eleuationes supra Horizontem quouis tempore quadrantis adminiculo liceat obseruare.

Nemini dubium est, quin sol ac stellæ fixæ ab exortu emergentes paulatim altius supra Horizontem eleuentur, donec summum in cæli medio fastigium occupantes, inde simili reuolutione in occiduam Horizontis partem descendant. Obseruationis harum eleuationum ad notanda cæli φαινόμενα multipli cem vsum habent. Quare vt discentes intelligant, quomodo possint eas explorare, scire licet ab artificibus constitutos esse circulos verticales, qui per vertícem loci ac centra stellarum transeuntes, Horizontem ad rectos angulos secent. Est igitur eleuatio solis, aut cuiusuis stellæ nihil aliud, quàm segmentum circuli verticalis inter centrum stellæ & Horizontem interceptum. Cuius dimensionem absoluemus in hunc modum. Apparente sole constituemus quadrantis basin in planam tabellam, quæ Horizontis planicíei æquidistet, quod facilè experiemur, sicut infra demõstratione patefecimus, si à vertice quadrantis perpendiculum suspensum exquisitè in cẽtrum descendat. Deinde in eum situm mouebimus instrumentum, vt sublata mobili regula, solis radij per vtriusq; pinnacidij foramina deferantur. Hîc iam cuspis regulæ in contactu circumferentiæ inquisitam solis eleuationem ante oculos constituet, sed noctis tempore in obseruationibus stellarum fixarum aut planetarum, circumuoluemus instrumentum donec intuentibus eiusdem planæ superficiei applicari videantur, ac regulam attollemus, vt radius visiuus per ipsa pinnacidia delatus, constitutam stellam apprehendat. Easdem verò altitudines non minus exquisitè per illa pinnacidia, quæ instrumenti lateri sunt infixa, officio perpendiculi obseruabimus. Nam simili ratione si radij solis per foramina excipiantur, perpendiculum ex centro demissum secabit illam circumferentiæ partem, cuius à basi distãtia sit æqualis inquisitę eleuationi. Et hîc meminerint studiosi hasce obseruationes solis & stellarum æquales ab artificibus constitui illis, quæ in ipso terræ centro fierent, propterea quòd vniuersali constet experiẽtia terram collatione distantiæ solis & multò magis stellarum inerrantium puncti vicem obtinere: sed in luna, quæ contingat differentia alibi nobis explicabitur. Porrò Ptolemæum ipsum libro 1. Magnæ constructionis cap. 5, hac de re loquentem audiamus: cuius verba sic habent. Ἀλλὰ μὴν ὅτι καὶ σημεῖα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα τῆ γῆ, πρὸς τὸ μέχρι τῆ ἀπλανοῦς καλουμένης σφαίρας ἀπόστημα, μέγα μὴ τυγχάνοντος, τὸ, ἀπὸ παντὸς αὖ τῆ μερῶν, τότε μεγέθη, καὶ τὰ διαστήματα τῆ ἄστρων, κατὰ τὸς αὐτὸς χρόνους ἴσα καὶ ὅμοια φαινόμενα πανταχῆ. καθάπερ οὐ ἀπὸ διαφόρων κλιμάτων αὐτῆ τ αὐτῆ τηρήσεις οὐδὲ τὸ ἐλάχιστον εὑρίσκονται διαφωνοῦσαι. Vt ergo res ipsa fiat euidentior describatur ex a centro, quod terram nobis repræsentet, circulus verticalis n l p, in quo sit L polus Horizontis, m sol, n a k dimetiens Horizontis. Est igitur m n segmẽtum eleuationis quod inquiritur in hunc modum. Constituitur instrumentum m d b versus solem, ac eleuatur a c regula in eam altitudinem, vt radius ex m per foramina pinnacidiorum deferatur. Iam verò cum basis instrumenti a d cõsistat in recta n r, circum a centrũ designati sunt arcus homocentri m n & c d. Quare cum similis sit d c ipsi n m inquisitæ altitudini, fatendum erit ipsam inuentam esse per

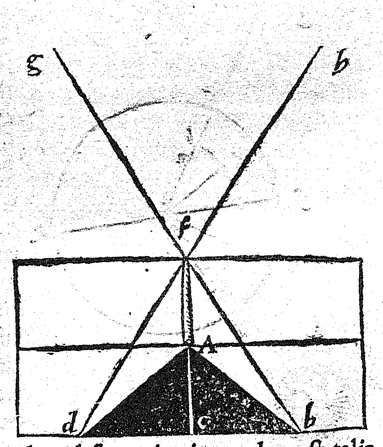


per arcum d c. id quod constituendum erat. Iterum vt inueniamus eandem altitudinem n m, disponatur latus quadrantis A b in rectã A g vt radius solis ex b m eodem modo, quo antea per pinnacidia deferatur, tum basis A d succedet in locum rectæ A k & demittatur perpendiculum ex A centro, quod ipsam quadrantis circumferentiam secet in h signo. Hoc constituto, dicímus k h segmentum æquale esse ipsi d c. vtq; hoc demonstremus adijciatur arcui h g complementum g f. Cum iam idem solis radius in c a g secet rectam n r, erit per 15 primi elementi angulus d a c æqualis ipsi g a f: quare & arcus d c æquatur ipsi g f. Porrò circumferentia h g f est quadrans circuli, similiter & k h g per hypothesin. ergo etiam æqualis. Vtrique autem est communis h g, quo sublato necesse est k h ipsi g f æquale relinqui, sed g f æquatur d c. igitur & k h arcus ipsi d c æqualis cõstituitur. Manifestum est ergo circumferentiam, qua deflectit perpendiculum à basi instrumenti eandem altitudinem solis, aut stellæ nobis patefacere, quam ex sublata regula, dum basis collocatur in planiciem Horizontis, deprehendemus.

PROPOSITIO II.

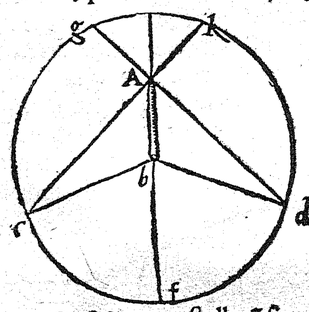
Quibus obseruationibus Meridianæ lineæ situs in quouis Horizonte deprehendatur.

Ad obseruationes sequentium φαινομένων in primis requiritur, vt Meridianæ lineæ situm exquisitè constitutum habeamus. Quare sequitur, vt de eius inuentionis modis tractationem hîc instituamus: quorum primus ac simplicissimus est talis. In plana tabella, quæ ad superficiem Horizontis exactè sit collocata, ad rectos angulos erigitur stylus, cuius vmbra cum ante Meridiem obseruatur, eodem temporis momento per antegressam propositionem solis altitudinem supra Horizontem explorabimus, ac diligenter vmbræ fine notato, expectabimus à Meridie donec frequentibus obseruationibus solem ad eandem cum priore altitudinem deuolutum esse constet. Quo constituto, ducemus ex fine tunc apparẽtis vmbrę in alterum, qui antea notatus est, rectam lineam. Hac in semisses distributa, extendemus à stylo cõstituto aliam rectam exquisitè in ipsam sectionem, quam fore Meridiei lineam inquisitam non est dubium. Quòd si nolis obseruationũ labore fatigari, expanso circino vmbræ pomeridianæ magnitudinem identidem licebit explorare, donec sortiatur æqualem ipsi antemeridianæ longitudinem. Nam hinc manifestum erit solem ad æqualem priori altitudinem descendisse. In reliqui operis processu nulla varietas constituitur. Vt ergo studiosus artis rem euidentius percipiat, erigatur stylus f a in superficie tabulæ ad rectos angulos, & sol ante Meridiẽ in g per summitatem f radium extendat in b. erit igitur vmbra stylia b. Post Meridiem verò ad æqualem priori altitudinem descendens in h radium mittit per f in d: quare tunc vmbra fit a d, quam ipsi a b æqualem esse alibi à nobis demonstratum est. Connectantur iam recta linea vtriusq; vmbrę fines, quæ sit d b. Hæc in semisses distribuatur nempe d c & c b: quare ex a ad sectionem c recta extensa a c, inquisitam Meridiei lineam patefacit. Secundus obseruationis modus est talis.

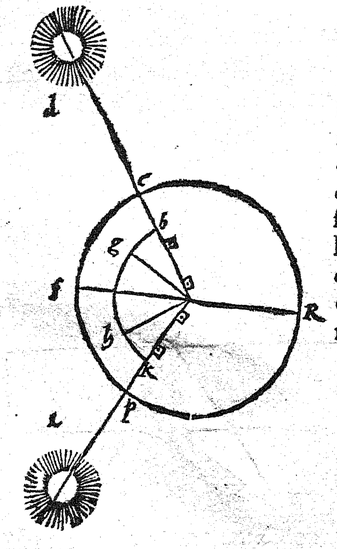


BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

In ſuperficie ad planiciem Horizontis ſtrata ſuper dato centro ad conuenien tem magnitudinem circulus deſignatur. Hinc centro ad rectos angulos ſtylus nfigitur, cuius vmbræ finis ante Meridiem cum exquiſitè ipſam circuli προφέρειαν attingit, in ea notari debet. Hoc operis à Meridie repetitur, ac intra no tatos vtriuſq; vmbræ fines intercepta circumferentia in duo æqualia ſegmen ta diuiditur. Poſtea per centrum huius circuli ad ipſam ſectionem recta pro tarhitur, quæ verum Meridianę lineæ ſitum ante oculos conſtituit. Ergo ſuper



centro b, cui infigitur ſtylus a b deſignatus ſit circulus c k d. Iam antè Meridiem cum radius ſolis ex g per a decurrit in d, vmbra b d exactè ad circumferentiã conſiſtat. Eodem modo à Meridie cum radius ex k per a in c defertur vmbra b c in circumferentiam recipia tur. Hoc conſtituto, partiemur arcum c d in æqualia ſegmenta, quæ ſint c f & d f. Iam per centrũ b ad ipſam f ſectionẽ ducatur recta b f, quæ vera Meridiei linea exiſtit. Tertiò obſer uamus Meridianæ lineæ ſitũ per exortum & occaſm ſolis, atuu ſtellarũ fixarũ in eum modũ, qui ſequitur. In plana Horizon tis ſuperficie ſuper cõſtituto cẽtro cuiuſcunq; magnitudinis circulũ deſcribi mus, intra quẽ ſole oriente planũ inſtrumenti ita collocamus, vt centrũ huius illius cẽtro exquiſitè imponatur, ac circũuoluimus in eum ſitum, vt ſolis radij per foramina pinnacidiorũ, quæ lateri ſunt infixa, rectè ingrediãtur. Quo con ſtituto euidenter apparet qua in parte radius exorientis ſolis ſecet προφέρειαν deſignati circuli. Quare tẽpore ſolis occaſus hanc operationẽ repetentes eam, quæ inter vtramq; ſectionẽ cõprehenditur circumferentiã in æqualia ſegmẽta diſtribuimus. Deinde eadem ratione, qua ſuperius per centrum circuli ad pun ctum ſectionis rectã lineã, quæ verum Meridiei ſitum patefacit, extendimus. Quòd ſi de nocte per obſeruationẽ ſtellæ fixæ eundem petamus ſcopũ, opor tebit ipſam in exortu & occaſu per foramina pinnacidiorũ intueri, atq; in hũc vſum talem aliquã aſſumemus, quæ circa aduerſam Septẽtrioni partẽ conſtitu



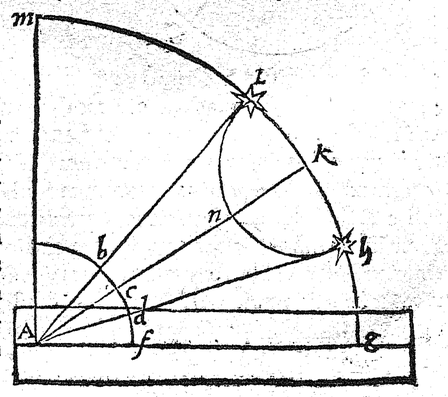
ta, intra tẽpus eiuſdẽ noctis oriri & occide re poſsit, id quod hyberno tẽpore cõmo diſsimè licet obſeruare. Deſcribatur nũc in Horizõtis plana ſuperficie ex a cẽtro circu lus f c r, intra quẽ cõſtituitur quadrãs h a b ita vt per lateris b a pinnacidia ſolis radij in d orientis irrumpant: quare a b recta in cir cumferentiam extenſa eandem ſecat in c ſigno, quod eſt è regione loci ſolis exortus. In hoc ſitu baſis quadrantis eſt in recta a h, quare ſole occidente in l a b latus in rectam a k transferatur, ac baſis in a g, vt iterum radius l a per foramina pinnacidiorũ excipiatur. Quo conſtituto, producatur etiam a k recta vſq; in circuli προφέρειαν, quã hîc in p ſigno cõtingit. Vt ergo ſitus Meridianæ lineæ innoteſcat, ſegmentũ p c partiemur in ſemiſſes p f & f c, & ex f ſectionis puncto rectã extrahemus per a centrũ vſq; in r. Erit igitur f a r vera Meridiei linea.

PROP

PROPOSITIO III.

Quomodo polus Mundi arcticus per reuolutionem alicuius ſtellæ ſemper apparentis explorari poſsit.

Plurimæ obſeruationes cæleſtiũ apparentiarũ ſine exquiſita poli ſupra Horizontem eleuationis cognitione abſolui non poſſunt. Neceſſariũ eſt igitur vt hîc inueſtigemus, quibus rationibus exquiſitiſsimè eius altitudo per quadrantem poſsit explorari. Cõmodiſsimè id operis expediemus per obſeruationem reuolutionis alicuius ſtellæ fixæ ſupra Horizontẽ ſemper apparẽtis, quales potiſsimùm ſunt in his Septẽtrionalibus locis, quæ cõſtituuntur in quadrilatero minoris, & maioris vrſæ. Ac vt rem euidẽtius percipiãt diſcẽtes, ſcire licet omnes ſtellas primi motus raptu per circulos equatori parallelos circũ polos mundi ſemper equali tẽpore circũuolui. Qua de re eruditè Ptolemæus lib. 1, Magnæ conſtructionis in hunc modũ diſſerit. πρὸς δὲ τούτοις ἐπὶ καλεῖνο τὸ καθόλε τὶς ἂν ἐγκύσαιτο δικαίως πολαβεῖν, ὅτι δύο διαφορὰς τῶ πρότερω διπλασίονας εἰσὶν ἢ τῷ ὁρανῷ, μία μὲν ὑφ' ἧς φέρεται πάντα ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς τῆ πρωτοφανοῦς τῆ πρωτογενοῦς ἐπὶ πρωτογάλλοντα ἀλλήλοις κύκλοις, ἢν γραφομένην, σκηνότητα, τοῖς τόποις ἢ πάντα ὁμαλῶς πρωτογένεσις σφαίρας πόλοις. ὧν ὁ μέγιστος κύκλος ἰσημερινὸς καλεῖται· διὰ τὸ μόνον αὐτὸν τῶν μεγίστων ὄντων ἢ ὀρίζοντος, διχᾶ πάντοτε διαιρεῖσθαι, καὶ τὴν κατ' αὐτὸ γινομένην ἢ ἡλίε πρόσφοραν ἰσημερίαν πᾶσι ἀνθρώποις παντα χῆ ποιεῖν. Quod cum ita ſit, neceſſe eſt illos circulos, in quibus reuoluũtur ſtellæ ipſis polis propinquiores pro ratione acceſſus minores fieri. Atq; ea ratione fit vt in ijs locis ſupra quę polus Mundi altius eleuatur, quàm ſint ſtellarũ ab eo diſtantiæ, integri earũ circuli ſupra Horizontem exiſtant, vtq; eas apparere quacunq; in parte ſit neceſſe. Cum ergo vbiq; terrarũ Meridianus circulus, quẽ Ptolemæus μεσημβρινὸν vocat, per Mundi polos procedat, demonſtratur per 17 tertij Triangul. Regiomõtani omnes dictę reuolutionis circulos ab eo in ſemiſſes diſtribui. Itaq; in vna ſectionũ erit infima ſtellæ ſupra Horizontẽ eleuatio, in altera ſuprema, ex quarũ obſeruatione altitudo poli innoteſcit. Cum enim vtrobiq; maneat equalis à polo diſtantia, ſi hęc eleuationũ differentia in ſemiſſes diuidatur, quorũ alter ex ſuprema obſeruatæ altitudinis circũferentia altitudinis tollatur, aut infimæ adijciatur, exquiſita poli eleuatio relinquetur. Talem igitur inſtituemus obſeruationis operationem, vt per antegreſſam propoſitionẽ ſuper inuentã Meridiei lineã inſtrumenti baſin collocantes circũferentia in Septentrionẽ cõuerſa per radiũ viſiuum obſeruemus, quando ſtella præfixa planę ſuperficiei adhærere videatur, ac eodem momento iuxta primã propoſitionẽ eius altitudinem exploremus. Poſt ſpacium tẽporis duodecim horarũ, quia tunc ad eandem inſtrumenti planiciẽ ſtella reuertetur, idẽ operis repetentes alterã experiemur eleuationẽ. Deinde minorę ex maiore ſublata, differẽtiã remanẽtẽ partiemur in duo æqualia ſegmenta, quorũ alterũ annectemus inferiori ſtellę eleuationi. hinc cõſurget inquiſita poli altitudinis circũferentia. Cõſtituamus igitur in Meridianã lineã a g inſtrumẽti baſin a f. Ex eodem a cẽtro deſignetur quadrans Meridiani circuli in Septentrionis parte m g in cuius inferiori parte h collocata ſtella per ſemicirculum h n l in ſuperiorem partem l cõſcendat. Igitur l h

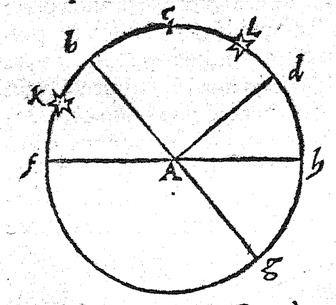


ſegmentum in ſemiſſes l k & k h diſtributum polum mundi in k patefacit, qui inquiritur. Cum ergo apparuerit ſtella in h, eleuata mobilis regula, ut radium viſuum in ſtellam tranſmittat, offertur arcus d f cui ſimilis eſt h g, qui infimam eleuationem ſtellę deſignat. Sed cum eadem ſtella aſcenderit in l, attollitur regula ſupra arcum f b, cui ſimilis eſt ſumma illius altitudo l g. Iam verò ſublato arcu f d ex f b, ſupereſt arcus b d, cui ſimilis l h. Ille igitur diuidatur in æqualia ſegmenta b c & c d: ſiue nunc auferamus b c ex b f, ſiue c d ipſi d f connectamus, idem arcus c f conſurget, ac ſimilis huic eſt k g inquiſita poli altitudo. Et hinc manifeſtum eſt, ſi regulam eleuemus ad altitudinem f c delatum per foramina pinnacidiorum viſus radium ferè loco axis mundi in k polum, vt apparet, excurſurum.

PROPOSITIO IIII.

Qua ratione ſolis ac ſtellarum declinationes ab Æquatore obſeruentur.

Conſtituta poli Mundi ſupra Horizontem altitudine, non difficile fuerit ſolis ac quarũuis apparentium ſtellarum declinationes ratiocinari. Eſt enim declinatio ſegmentum magni circuli per Mundi polos ac ſtellam traducti, quo ea deflectit ab æquatore in Septentrionem aut Meridiem. Iam verò cum inter polum & æquatorem intercipiatur quadrãs Meridiani circuli, manifeſtum eſt illius eleuationem ſupra Horizontem facillimè inueniri poſſe. Eſt enim æqualis (vt poſtea demonſtrabimus) altitudinis poli complemento. Ipſi verò poli altitudini æquatur ſegmentum Meridiani, quod eſt à ſigno ϒ ϰορυφὴν vſq; ad æquatorem. Si ergo nobis obſeruantibus ſtellam, quæ in Meridianum incidérit, offeratur minor altitudo poli cõplemento, idq; in auſtrino à verticali ſigno quadrante, vtriuſq; differentia cõſtituet Meridionalem ſtellæ declinationem, ſinautem maior eiuſdem ſtellę occurrat eleuatio, differentia dicetur declinatio Septentrionalis. Quòd ſi apparuerit ſtella in quadrante Boreali, altitudinis eius & poli arctici differentia, erit complementum arcus, quo arcui illa declinat ab æquatore. At hęc euidentiùs ſequenti ſchemate nobis demonſtranda ſunt.



Ex a centro deſignetur Meridianus circulus f c g, quem diameter Horizontis f a h diuidit in ſemiſſes. In eo conſtituatur c verticale ſignum. a d ſit axis mundi, b a g dimetiens æquatoris, k & l ſint duæ ſtellæ fixæ. Eſt igitur d h altitudo poli, d c complementum, c b diſtantia verticis ab æquatore, b f, æquatoris eleuatio, l h altitudo ſtellæ Septentrionalis, & eiuſdem declinatio l b k f alterius meridionalis, & declinatio k b. Demonſtrandum hîc eſt arcum f b adæquari c d & b c ipſi d h. Primò cum in d ſit polus & in b circulus, manifeſtum eſt arcum d b eſſe quadrantem. Eodem modo cum in c ſit verticale ſignum & in f Horizon, conſtat arcum c f eiuſdem circuli quadrantem eſſe. Ergo vterq; arcus alteri eſt æqualis, nimirum d b ipſi c f. Et vtriq; communis eſt b c intermedius arcus, qui ex æqualibus ſublatus, relinquit arcum f b æqualem ipſi c d. Sed f b eſt eleuatio æquatoris, & c d cõplementum altitudinis poli. Demõſtratum eſt igitur, quod antea cõſtituimus. Eadem ſtabiliemus demonſtratione interuallum æquatoris à vertice adæquari poli altitudini. Conſtat enim ex ijs, quæ paulò antè dixímus, b d eſſe quadrantem, & arcus c h definit ſigni verticalis à Septentrionali Horizontis parte diſtantiam: quare etiã quadrans

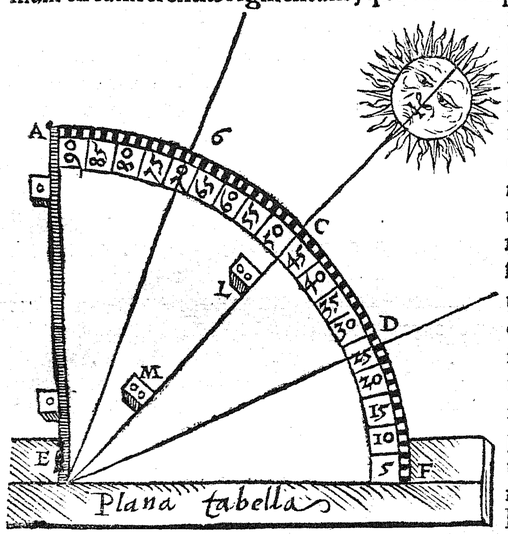
drans erit, & æqualis ipſi b d. Vtriq; etiam communis eſt arcus c d, quo ſublato, neceſſe eſt b c ipſi d h æqualem relinqui. Vt iam veniamus ad inſtitutum, qu[illegible] ſtellæ fixæ meridiana altitudo k f, minor eſt æquatoris eleuatione f b, m[illegible]ifeſtum ſiue tollatur ex f b, ſiue ex c d æqualem vtrobiq; declinationis ar[illegible] relinqui, videlicet, vt æqualis ſit k b differentiæ qua excedit c d ipſam k f. Quòd autem k b vocemus declinationem Auſtrinam, manifeſta ratio eſt, quia in auſtrino Meridiani quadrante infra æquatorem conſtituitur. Contrarium eueniret, ſi k ſtatueretur ſupra b. Tunc enim ipſa f b aut c d ex f k tolleretur, & differentia relicta cum eſſet intra polum arcticum & æquatorem, Septentrionalis appellaretur. Cæterùm ſtella l cum ſit inter verticẽ ac Septentrionem eiuſdem à polo diſtantia: nempe l d relinquitur ex ſubtractione arcus d h ab arcu l h. Quare cum b d ſit quadrans, erit arcus l d complementum arcus l B, qui eſt eiuſdem l ſtellæ ab æquatore Septentrionalis declinatio, id quod nobis demonſtrandum erat. Idem eſſet operationis proceſſus, ſi l appareret infra d, vt exempli gratia in h, tunc arcus d h, qui altitudinis differentiam conſtituit, eſſet complementum ipſius h g, qui declinationem eiuſdem h oſtenderet, quæ à Septentrione appellationẽ quoq; ſortitur, cum inter arcticum mundi polum & æquatorem h conſiſtat.

PROPOSITIO V.

Obſeruatio, quantum circulus obliquus, qui eſt per medium ſignorum, ad Æquatorem ſit inflexus.

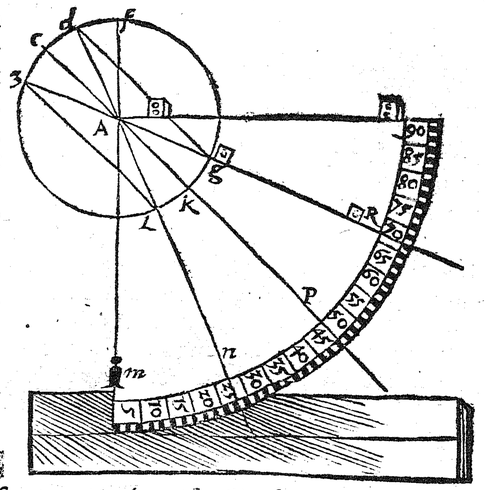
Tantus eſt huius propoſitionis in Aſtronomica ſcientia vſus, vt ſine exquiſita eius cognitione nihil in arte cõſtituere vel obſeruare liceat. Nam omnium ſtellarum fixarũ & planetarum longitudines, latitudines, ac declinationes ad inflexionem circulorum æquatoris & eclipticæ cõferuntur. Atq; hîc obliquus circulus, eſt in quo ſol totius anni ſpacio contra primi motus raptum ab occidente verſus orientem ſui curſus periodum abſoluit. Quare ſimpliciſsimè hîc rationem obſeruandi quantitatem anguli inclinationis zodiaci & æquatoris edocebimus. Claudius Ptolemæus libro μεγάλης συντάξεως cap. 10, ad obſeruationem huius negocij operoſiora & difficiliora inſtrumenta fabricare docet, nos tamen qua ratione eundem ſcopum non minori facilitate quàm certitudine attingamus demonſtrabimus. Sed vt ad rem ipſam accedamus, quadrantis baſin ſuper tabellam aliquam planam Horizonti æquidiſtantem ad rectos angulos ita collocabimus, vt in Meridiani plano exactè conſiſtat, circumferentia ad Meridiem conuerſa. Horum prius (vt inquit Ptolemæus) deprehendemus, ſi ſuſpenſum perpendiculum ab eo ſigno, quod rectà in polum Horizontis tendit, & fulcris ſuppoſitis, vbi res poſtulabit tantiſper obſeruemus, donec erectum circuli planum æquabiliter attingat. Alterum verò, nempe vt inſtrumentum idem cum meridiano planum occupet, ex inuentione meridiei lineæ, quam anteà enarrauimus, percipies. Nec tamen hoc omnino neceſſarium eſt, ſed, ſi uel eidem lineæ æquidiſtet, ſuffecerit, quod facilè cõſequemur, ſi exquiſitè ſignata in pauimento aut tabula Meridiei linea inſtrumentum in obliquum circumducamus, donec illi æquidiſtare videatur. Obſeruabimus igitur aliquot diebus Meridiei tempore antequam ſol in principium cãcri vel capricorni ingrediatur, ad quantam circumferentiæ altitudinem mobilis regula à baſi eleuata, radios ſolis per pinnacidia ingredientes excipiat. Quæ obſeruatio ſi tempore æſtiui ſolſtitij facta fuerit, notabimus diligenter altiudinem ſolis meridianam illius diei, poſt quem proximi minorem deprehenderimus. Quare ſi poli altitudo ſupra tuę obſeruationis locum cognita fuerit, complementum eius ab hac ſuprema ſolis altitudine ſubductum, maximam circumfe-

rentiæ portionem, inter æquatorem & eclipticam interceptam, relinquet. At si fingamus eleuationem poli ignotã eandem obseruationem, vbi solem prope capricornum inuenerimus, repetemus. Et minimam solis altitudinem hyemis tempore obseruatam, cum è priori æstate deprehensa sustuleris, distantia tropicorum cancri & capricorni apparebit. Media huius distantiæ pars maximum circumferentiæ segmentum, quo sol ab æquatore declinat, patefaciet.

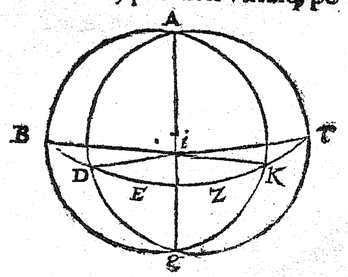


Sit quadrans a e f cuius latera e perpendiculum adhæret, tabella plana e f g, e f meridiana linea, cui inferius quadrantis latus ad rectos angulos insistit. B sit maxima solis altitudo æstatis tempore in meridie, d minima hyemis tempore obseruata. Quare b d segmentum tropicorum distantiam definit. Hæc bifariam secta in c, in qua sol æquinoctij tempore versatur, angulum inclinationis planorum ecliptica & æquatoris b e c, siue c e d manifestum reddit. rtaq; solis lumen per m l fo lamina transmissum, per æquinoctialis diametrum procedere intelligitur, & cum sol fuerit in b vel d per eclipticæ planum radios transmittit. Et manifestum est, si complementum eleuationis poli, siue altitudo æquatoris c f cognosceretur, vnica obseruatione cum sol in b vel d deprehenderetur, negocium absolui posse. Ptolemæus ad hanc obseruationem etiam quadrante vtitur, sed in alio situ. Nam in lapidei parietis aut ligneí quadrati plana superficie quadrantem circuli ita depingit, vt alterum latus erectum ad rectos angulos insistat Horizonti, cui deinceps infiguntur duo æquales & erecti cylindri parui & similiter tornati, alter quidem ipsi centro, alter verò ad inferiorem finem. Hanc superficiem iuxta Meridiei lineam in subiecto plano ita collocat, vt eidem æquidistet, & perpendiculo per cylindros demisso, attentè explorat, vt recta per eosdem cylindros acta linea nusquam ad planum Horizontis inflectatur. Obseruat deinde vmbram in meridie proiectam à cylindro, qui est in centro. Hinc antè oculos constituitur segmentum circumferentiæ, quod indicat solis processum in Meridiano circulo iuxta latitudinem. Si ergo studiosus Astronomicæ disciplinæ hunc obseruandi modum munere sumptum ac labore velit imitari, licebit alterum quadrantis latus à quo numeratur initium partium super Meridianam lineam in plana tabella sic erigere, vt appensum perpendiculum omni ex parte contingat circumferentia in Septentrionem cõuersa. Deinde mobilis regula per planiciem circumuoluatur in Meridie solstitij ac æquinoctij tempore, donec radius solis per foramina deferatur, ac notetur, quo in puncto cuspis circumferentiam contingat. Nam iuxta processum declinationis eodem modo, quo Ptolemæus per inflexionem vmbræ, hîc per motum reguli segmentum Meridiani circuli, inter puncta tropica interceptum experieris: cuius semissis indicabit inclinationem æquatoris ad eclipticam. Sed quo res ipsa melius intelligatur, sit a centro descriptus totus circulus Meridianus b f k l, in a m r quadrantis

drantis plano, quẽ æstiuæ conuersionis tempore regula secet in l, æquinoctij verò in k & hybernæ conuersionis in g. Et extendantur rectæ m a, l a, k a, g a, in signa f, d, c, b, ac connectantur rectæ d g, b l. Erit ergo signum f περὶ κορυφὴν d g dimetiens æstiui tropici, & b l hyberni tropici. Satis euidenter hîc apparet, quomodo sol ex b per a g regulam radiũ transmittat in punctum circumferentiæ r, cum distat à vertice f segmento f b, ex d verò radium d a l diffundat in n. Atq; tunc propius verticí admouetur ad quantitatem segmenti b d, cui simílis est n p r. Manifestum est igitur explorato n p r segmento, distantiam tropicorum b c d & inclinationis eclipticæ ad æquatorem angulum c a b innotescere. Hæc est ratio, qua artifices ferè omnes in obseruanda maxima solis declinatione vsi sunt, attamẽ diuersis temporibus obseruationes factæ nõnihil discrepant. Ptolemæus enim lib. 1, Magnæ cõpositionis cap. 10, 23 gr. & 51, mí. inuenit. Verba illius hęc sunt,



Ἐπὶ δὲ τῶν νοτίων παρατηρήσεων, καὶ μάλιστα τῶν πρὸς τὰς τροπὰς αὐτὰς ἡμῖν ἀνακεκομμένων ὧν πλείονας ποιησόμεθα τὰς ἴσας καὶ τὰ αὐτὰ τμήματα τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου, ⟨ἐπὶ τὰς βορινὰς τροπὰς, καὶ ἐπὶ τὰς χειμερινὰς⟩ σημειώσεως, ὡς ἐπίπαν ἀπὸ τοῦ περὶ κορυφὴν ἀπολαμβάνουσας σημείου. κατελαβόμεθα πλὴν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου περατοῦ, ὧν τὸ νοτιώτατον πρόσφορον, ἢ τὸν ὅλην ἡμιπαξὺ τῶν τροπικῶν, τμημάτων πάντοτε γινομένων μ ζ, καὶ μείζονος μὲν ἢ ἡμισείας τμήματος, ἐλάσσονος δὲ ἡμίσους πεντάτου. λείπεται δὲ συμβαίνειν τὸ αὐτὸ λόγου ⟨καὶ⟩ τοῦ Ἐρατοσθένους, ᾧ καὶ ὁ Ἵππαρχος συνεχάραξε. γίνεται γὰρ τοιούτων ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν περιφέρεια ⟨μοιρῶν⟩ ἐγγιστα, ὅλων ὅλην ὁ μεσημβρινὸς ρ γ. Alemeon paulò minorem declinationem inuenit, nempe 23 grad. & 33 mín. Purbachius autem 17 primi Epitomatís eãdem sese 23 grad. & 29 mín. obseruasse testatur. At Ioannes Vernerus inter nostri temporis mathematicos eximius artifex tantùm 23 grad. & 29 mín. obseruauit. Nicolaus Copernicus inuenit 23 grad. 28 mín. 24 secund. Tandem Ioannes Regiomontanus, & Petrus Appianus diligentíssimis obseruationibus 23 grad. & 30 mín. inuenerunt. Hanc obseruationem plericq; artifices vt veritati maximè consentientem approbarunt. Quare veritatis amantes per instrumentum huiuscemodi obseruationibus quid maximè congruat experimentis explorent. Hoc loco etiam scire licet mutuam æquinoctialis & zodiaci circuli inclinationem æqualem intercipere circumferentiam ei, quæ inter vtriusq; polos comprehenditur. Demonstrationem huius rei Theon Alexandrinus in Græcis commentarijs Ptolemæi nobis talem reliquit. Si intelligamus zodiacum a b g, & æquinoctialem a d g, a signum in verna eius sectione, b signum tropicum æstiuum, & sumamus zodiaci polum in e, æquinoctialis autẽ in z, per quos ducamus maximum circulum b e z t, erit z d arcus æqualis e b arcui. Sunt enim quadrãtes maximorum circulorum &



com-

muni e d ablata, reſtat e z, quæ eſt amborum polorum diſtantia, æqualis arcui inclinationis b d. Quare ſi inclinationem horum circulorum obſeruauerimus, etiam circumferentia inter vtrumq; polum intercepta cognoſcetur. Quod autem b d ſit circumferentia inclinationis eclipticæ & æquatoris, hoc modo demonſtrabitur. Nam ſi coniunxeris rectas, quæ ſunt communes circulorum ſectiones a g, b k, d t, erit i ſphæræ centrum, ideo quia maximi ſunt circuli, quorum dimetientes b k, d t, a g. Et cum circulus b d k t, erectus ſit ad circulos a b g k, & a d g t, per 19 primi Theodoſij, ſunt a b g k, & a d g t circuli ad b d k t circulum erecti. Quare communis eorum ſectio a g erecta eſt ad circulum b d k t, per 19 vndecimi elementorum Euclidis, & etiam ad omnes lineas, quæ ductæ in plano circuli b d k t, communem ſectionem a g tangunt, per conuerſionem ſecundæ definitionis 11. igitur & ad rectas b i, & d i erecta eſt communis ſectio a g. Et quia ſectioni a g circulorum eclipticæ & æquatoris in vtroq; planorum ad rectos ſunt angulos i b & i d, angulus ſub b i d eorundem planorum eſt inclinatio, & in centro ſphæræ conſiſtit. Ergo b d arcus inclinationis planorum zodiaci & æquatoris. Supereſt nunc, cùm maximam eclipticæ & æquinoctialis inclinationem 23 grad. & 30 min. conſtituemus, vt qua ratione reliquarũ omnium zodiaci partium & ſcrupulorum ab æquatore declinationes inueniantur, explicemus. Tu Ioannis Regiomontani quarto de Triangulis ſphæricis libro propoſit. 15, demonſtratur, quòd ſi duo maximi circuli ad ſe inuicem inclinentur, & in vno duo puncta ſignentur, à quibus in alterum duæ ad rectos angulos circumferentia ducantur, ſinus rectos arcuum, quibus ſigna communi ſectione circulorum diſtiterint, eaſdem rationes ad ſinus ſuarum declinationum cuſtodire. Quare eadem eſt ratio ſinus maximi eclipticæ ad ſinum 23 grad. 30 min. quæ cuiuſuis eiuſdem circuli circumferentiæ ad ſuam declinationem extiterit. Si duxeris igitur cuiuslibet zodiaci arcus ſinum rectum in ſinum maximæ ſolis declinationis, & productum per ſinum maximum partitus fueris, ſinus eiuſdem eclipticæ partis declinationis inuenietur. Exẽplum huius ſupputationis hoc aſſumamus. Maximæ ſolis declinationis 23 grad. 30 minut. ſinus rectus ſit 39874, cum ſinus totus fuerit 100000, & inuenienda ſit declinatio 15 grad, arietis, cuius ſinus rectus 25881, ducatur ergo ſinus 39874 in 25881 & productum per 100000 diuidatur, hinc conſurget ſinus 10322, cuius arcus eſt 5, gra, 55, min. 24 ſecundi. Ex hac propoſitione ſequens tabula omnium eclipticæ graduum declinationum ſupputata eſt.

TABVLA

TABVLA DECLINATIONIS OMnium Eclipticæ partium.

Signa ſuperiora.		♈ ♎				♏ ♉				♐ ♊				
G.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.
0		0	0	0		11	30	1		20	12	1		30
1		0	23	22		11	51	3		20	42	16		29
2		0	47	41		12	11	10		20	36	30		28
3		1	11	8		12	32	19		20	48	30		27
4		1	35	24		12	53	19		21	0	0		26
5		1	59	31		13	13	1		21	11	1		25
6		2	24	7		13	13	10		21	21	16		24
7		2	47	7		13	51	5		21	32	1		23
8		3	10	9		14	12	8		21	41	32		22
9		3	34	21		14	32	0		21	51	16		21
10		3	58	13		14	51	4		22	0	0		20
11		4	21	18		15	9	8		22	8	7		19
12		4	45	15		15	28	14		22	17	3		18
13		5	8	6		15	46	37		22	24	22		17
14		5	32	6		16	5	1		22	32	9		16
15		5	55	24		16	22	14		22	39	9		15
16		6	18	14		16	40	5		22	45	31		14
17		6	41	29		16	57	27		22	51	38		13
18		7	4	3		17	14	3		22	57	23		12
19		7	27	15		17	30	24		23	2	1		11
20		7	50	16		17	47	7		23	7	2		10
21		8	12	11		18	3	0		23	11	6		9
22		8	35	16		18	18	13		23	15	7		8
23		8	57	46		18	34	6		23	18	15		7
24		9	20	1		18	49	9		23	21	16		6
25		9	42	4		19	3	2		23	24	7		5
26		10	4	0		19	18	4		23	26	9		4
27		10	25	20		19	32	7		23	27	25		3
28		10	47	17		19	45	39		23	29	2		2
29		11	8	5		19	59	10		23	29	22		1
30		11	30	1		20	12	1		23	30	0		0
		♍ ♓				♌ ♒				♋ ♑			Signa inferiora.	

Facillimus eſt huius tabulæ vſus, ſi quotam eclipticæ partem ſol occupauerit, cognoſcas. Si enim fuerit in ſignorum aliqua parte, quæ in capite tabulæ ſunt notata, deſcendendo in angulo communi (vt vocant) partes, ſcrup. & ſecun. declinationis inuenies. In ſignis inferioribus non eſt mutata ratio, niſi quòd aſcendenti declinationis arcus occurrant. Quòd ſi integris ſolis loci partibus aliquot ſcrupuli fuerint annexi, ex ſubtractione inuentæ declinationis à proximè ſequenti differentia elicienda, ex qua pars (vt appellant) proportionalis educta ſuperiorum ſignorum partibus declinationum adijcienda erit. In inferiorum ſignorum declinationibus colligendis contrario ordine procedes. Exemplum huius tractationis tale aſſumamus. Verus ſolis locus ſit in 28 part. & 6 minut. libræ: cuius declinationem ex hac tabula velim inuenire. 28 partis declinatio eſt 10 part. 47. min. 17 ſecund. quę ſublata ex proximè ſequente, quæ eſt 11 part. 8 ſcrup. 5. ſecund. relinquit differentiam 20 ſcrup. 48 ſecun. quæ diſtribuenda eſt in ſcrupulos 60, vt quantum hinc 6 tribuatur in-

notescat. Post absolutam operationem prodeunt 2 scrup. 4 secun. qui sunt partis proportionalis. Hæc igitur adiuncta superiori declinationi, constituit 10 part. 49 scrup. 21, secun. tanta est proximè præsentis loci solis declinatio. Hinc etiam manifestè cõstat ratio, quomodo cognita alicuius declinationis circumferentia, cui eclipticæ parti ea debeatur, ratiocinari liceat. Nam quę est ratio sinus maximę declinationis ad sinum inferioris, siue cuiusuis minoris, eadem est sinus totius ad sinum arcus ecliptícæ, cui declinatio inuenta attribuitur. Et vicissim maximæ declinationis arcus colligetur, si alicuius arcus eclipticæ declinatio constiterit.

PROPOSITIO VI.

Ex maxima solis supra Horizontem altitudine quouis die obseruata, quomodo uerus ipsius locus in Ecliptica colligatur.

Ex antegressa declinationis tabula & complemento altitudinis poli, siue ex angulo inclinationis planorum æquatoris & Horizontis, quantæ sint maximę singularum declinationum supra Horizontem eleuationes & vicissim ex eleuationum obseruationibus, omnium eclipticæ partium declinationes inueniri possunt. Quo constituto, ex præmissa tabula quibus eclipticæ partibus oblata conueniat declinatio, videre licet. Quare si instrumento Meridianas solis altitudines obseruaueris, quandiu peragrauerit semissem eclipticæ in Septentrionem conuersum, experieris eas maiores semper eleuationis poli complemento. Quare vtriusq; differentia in tabula perquisita è regione, cui zodiaci gradui ea attribuenda sit, ostendet. Sed hîc etiam vt Quadrantum eclipticæ rationem habeas est necesse: quia partes eclipticæ occupantis eundem parallelum, vt æquales declinationum arcus, ita easdem altitudines sortiuntur. Si ergo sol adhuc constiterit inter sectionem vernam & punctum tropici æstiui, cõstituta differentia alicui parti signorum ♈ ♉ & ♊ assignabitur, si ab eodem puncto sol digressus sit, differentiam siue declinationem, quæ idem valet, alicui signorum ♋, ♌, & ♍ adscribet. Quando verò sol expatiatur in semissem eclipticę in austrum deflexum, eleuationes obseruationum minores inueniuntur poli complemento. Quare eodem modo vt certæ alicui partium differentiam oblatam restituas, vtrum hyberni solstitij punctum sol præcedat, an sequatur, est vt consideres. Cæterùm vt simpliciter ex solis eleuationibus Meridianis partes eclipticæ, siue locorum solis occurrant, sequentes tabulas ad altitudinem poli 49 partium ita construximus. Declinationes partium zodiaci Septentrionalium adiecimus poli complemento, & collectæ ex his summæ è regione gradus signorum adscripsimus. & vicissim earum zodiaci partium, quæ in Meridiem deflectunt declinationes ex eodem complemento subtraximus, vt altitudines meridianæ remanerent, sicut in sequentibus tabulis manifestè vides.

TABVLA

TABVLA, QVAE OSTENDIT QVANTAE SINT Meridianæ omnium eclipticæ partium à principio uerni æquinoctij usq; ad autumnale altitudines, ad eleuationem poli 49 partium supputata.

G.	♈ G.	♈ M.	♈ S.	♉ G.	♉ M.	♉ S.	♊ G.	♊ M.	♊ S.	G.
0	41	0	0	52	30	1	61	12	1	30
1	41	23	22	52	51	3	61	42	16	29
2	41	47	41	53	11	10	61	36	30	28
3	42	11	8	53	32	19	61	48	30	27
4	42	35	24	53	53	19	62	0	0	26
5	42	59	31	54	13	1	62	11	11	25
6	43	24	7	54	33	10	62	21	16	24
7	43	47	7	54	53	5	62	32	1	23
8	44	10	9	55	12	8	62	41	32	22
9	44	34	21	55	32	0	62	51	16	21
10	44	58	13	55	51	4	63	0	0	20
11	45	21	18	56	9	8	63	8	7	19
12	45	45	15	56	28	14	63	17	3	18
13	46	8	6	56	46	37	63	24	22	17
14	46	32	6	57	5	1	63	32	9	16
15	46	55	24	57	22	14	63	39	9	15
16	47	18	14	57	40	5	63	45	31	14
17	47	41	29	57	57	27	63	51	38	13
18	48	4	3	58	14	3	63	57	23	12
19	48	27	15	58	30	24	64	2	1	11
20	48	50	16	58	47	7	64	7	2	10
21	49	12	11	59	3	0	64	11	6	9
22	49	35	16	59	18	13	64	15	7	8
23	49	57	46	59	34	6	64	18	15	7
24	40	20	1	59	49	9	64	21	16	6
25	50	42	4	60	3	2	64	24	7	5
26	51	4	0	60	18	4	64	26	9	4
27	51	25	20	60	32	7	64	27	25	3
28	51	47	17	60	45	39	64	29	2	2
29	52	8	5	60	59	10	64	29	22	1
30	52	30	1	61	12	1	64	30	0	0
	♍			♌			♋			

SECVNDA TABVLA COMPLECTITVR altitudines partium à principio Libræ uſq; ad finem Piſcium.

	♎			♏			♐			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.
0	41	0	0	29	29	59	20	47	59	30
1	40	36	38	29	8	57	20	17	44	29
2	40	12	19	28	48	50	20	13	30	28
3	39	48	52	28	27	41	20	12	30	27
4	39	24	36	28	6	41	20	0	0	26
5	39	0	29	27	46	59	19	48	59	25
6	38	35	53	26	26	50	19	38	44	24
7	38	12	53	27	6	55	19	27	59	23
8	37	49	51	26	47	52	19	18	28	22
9	37	25	39	26	28	0	19	8	44	21
10	37	1	47	26	8	56	19	0	0	20
11	36	38	42	25	50	52	18	51	53	19
12	36	11	45	25	31	46	18	42	57	18
13	35	51	54	25	13	23	18	35	38	17
14	35	27	54	24	54	59	18	27	51	16
15	35	4	36	24	37	46	18	20	51	15
16	34	41	36	24	19	55	18	14	29	14
17	34	18	31	24	2	33	18	8	22	13
18	33	55	57	23	45	57	18	2	37	12
19	33	32	45	23	29	36	17	57	59	11
20	33	9	44	23	12	53	17	52	58	10
21	32	47	49	22	57	0	17	48	54	9
22	32	24	44	22	41	47	17	44	53	8
23	32	2	14	22	25	54	17	41	45	7
24	31	39	59	22	10	51	17	38	44	6
25	31	17	56	21	56	58	17	35	53	5
26	30	56	0	21	41	56	17	33	51	4
27	30	34	40	21	27	53	17	32	35	3
28	30	12	43	21	14	21	17	30	58	2
29	29	51	55	21	0	50	17	30	38	1
30	29	29	59	20	47	59	17	30	0	0
	♈			♒			♑			

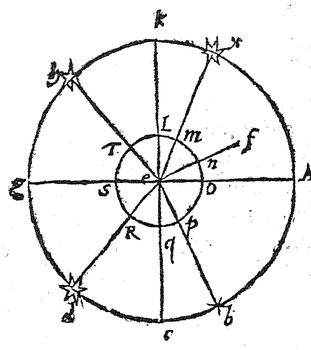
Harum tabularum ſimpliciſsimus vſus eſt, nimirum vt obſeruatas in Meridie per inſtrumentum ſolis altitudines hîc inquiramus, quibus ſemper è regione ad alterum latus certi zodaici gradus adnotantur. Hinc facilè colligitur, quomodo eædem tabulæ reliquarum regionum latitudinibus inſeruiant. Si enim complementum poli alterius regionis minus fuerit 41 gradibus, ſemper differentia obſeruatis altitudinibus adijciatur, & prodibit eiuſdem eclipticæ puncti altitudo 41 grad. latitudini reſpondens. In minoris verò latitudinis locis ſubtracta differentia ex maximis altitudinibus, numerum alteri harum tabellarum conuenientem relinquet. Exempli gratia, ſub altitudine poli 54, partium fingamus meridianam ſolis altitudinem hyeme per quadrantem obſeruatam 12 part. 30 ſcrupulorum. Complementum poli ſiue angulus inclinationis æquatoris & horizontis erit 36 tantarum part. quantas maximus circulus 360 complectitur. Adiecta igitur differentia polorum, ſiue vtriuſq; complementi, quæ eſt 5 gra. partibus 12, & 30 ſcrupulis, conſurgent grad. 17 min. 30, qui in tabula quæſiti reſpondent 30 parti Sagittarij vel 0 Capricorni.

PROP

PROPOSITIO VII.

Quanta ſit amplitudo ortus & occaſus ſtellarum metiri.

Amplitudo ortus vel occaſus eſt circumferentia Horizontis inter locum æquatoris & ſtellam aliquam orientem aut occidentem intercepta. Triplicem verò ſtellarum ortum & occaſum numerari contingit: Aut enim oriuntur & occidunt in ſectionibus Horizontis & æquinoctialis, aut in altera partium, quæ Meridiem vel Septentrionem ſpectat. Verus autem exortus, quem æquinoctialem artifices vocant, in omnibus terrarum locis, ſemper eſt in medio ſemicirculi Horizontis inter Meridiem & Septentrionem cõcluſi. In eo ſphęræ ſitu, vbi Horizontem æquator ad rectos angulos interſecat, omnium ſtellarum amplitudines ortus & occaſus ipſarum declinationibus exquiſitè æquales ſunt. At in reliquis mundi partibus ad alterum mundi polorum deflectẽtibus, longè alia ratio eſt. Semper enim maiores ſunt ſtellarum amplitudines in ijs regionibus, quæ remotius in Septentrionem vel Auſtrum extenduntur, quàm quæ propius ad æquatorem ſitæ ſint. Etiam ſcire licet omnia firmamenti puncta in ijſdem parallelis circulis conſtituta, eiuſdem poli altitudinis reſpectu, ſemper æquales ortus & occaſus amplitudines inter ſe cuſtodire. Quoties igitur placuerit circumferentiam Horizontis ab æquatore ad ortum ſolis vel cuiuſuis ſtellæ fixæ interceptam metiri, inuenta tuæ obſeruationis loci meridiana linea, arcum ab altera interſectionum meridiani & Horizontis, cui ſtellam propinquiorem conſpexeris, ad locum ipſius ortus vel occaſus ductum non aliter quàm ſtellarum in cœlo diſtantias obſeruare ſolemus, de quibus poſtea per quadrantem dimetieris, quo ſublato ex nonaginta partibus amplitudo inquiſita præciſè remanebit. At ſi Meridiei linea non conſtiterit, oriente ſtella ſignum aliquod in linea ex Horizontis centro in ipſam tendente conſiſtẽs obſeruabis. Hoc operis, cum ſtella iterum occiduam finitoris circuli partem attigerit, diligenter repetito, ſi minimam inter loca ortus & occaſus circumferentiam obſeruatam ex 180 circuli partibus extraxeris, ſemiſsis differentiæ veram amplitudinem patefaciet. Quòd ſi talia ſigna, quæ directè in locum ortus vel occaſus vergant, in finitoris plano non appareant, aſſumãtur in eundem vſum alia duo, prædictis locis proximiora, ex quibus eundem finem conſequemur, ſi circumferentias, quibus & inter ſe & à locis ortus & occaſus diſtiterint coniunctas eodem modo ex ſemicirculo ſubduxerimus. Nam reſiduæ circumferentiæ media portio inueniendam amplitudinem in lucem producet. Vnius etiam ſigni obſeruatio huius operis abſolutioni ſuffecerit. Memineris tamen in ſecundo huius obſeruationis modo, hanc rationẽ ſolis amplitudinibus non ſemper exquiſitè ſatisfacere, maximè cum ipſe viciniores zodiaci & æquatoris interſectionibus partes occupauerit. Nam maxima circa ea eclipticæ loca ſolis motus, dierum etiam incrementorum & defectuum differentia ab artificibus obſeruatur. Tantulum erroris licet eruditiores facilè emendent, imperitioribus tamen, vt rem leuis momenti concedendum exiſtimamus. Sed ſi planè nihil à ſcopo velis aberrare, per modum antea explicatum ſolſtitij tempore rem experiri oportebit. Interim ſtellarum fixarum amplitudines per vtrumq; modum obſeruatæ ſemper exiſtunt certiſsimæ. Per ſequẽtem figuram facilius hæc intelligentur. Sit circulus Horizon g k a c, k ortus æquinoctialis, c eiuſdem occaſus, a Meridies, g Septentrio, quæ loca ſi verè cognita fuerint, vnica tantùm obſeruatione res abſoluetur. h & d ſtella à Septentrionis parte in h oriens, in d occidens. in x, & b, alia quæ à Meridiei parte finitorem contingat, s l o q circellus conſtet ex circumuolutione quadrantis circum e centrum. Nam earundem ſtellarum obſeruationes ex eodem loco fieri debent. h k &



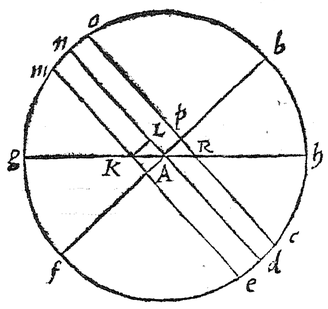
k x sunt duarum fixarum ortus amplitudinis d c & c b earũdem occasus. Iam cognita Horizontis & meridiani boreali intersectione g, propositum sit inuenire, circumferentiam h k, cui æqualis d c, admoto oculo quadrãtis centro constituam ipsius basin in directum (vt dicunt) e g, & radio visus per instrumenti planum in h transmisso arcum s t notatum ex 90 circuli partibus sustulero, arcus t l restabit, cui similis est arcus amplitudinis h k, quia ex eodem centro duo circuli descripti sunt. Eadem planè est d c dimensionis ratio. At fingamus Meridiei lineam ignotam nobis esse, mane stella oriente, signum aliquod notetur, quod sit t in recta h e constitutum, vesperi alterum, quod sit r. Manifestum est hæc signa in easdem mundi partes vergere, in quibus stellæ apparuerunt. Arcus igitur t r ex semicirculo sublatus relinquet t l & r q coniunctos. Et cum t l sit æqualis r q, respondebit huius residuæ circumferentiæ pars dimidia t l, & r q, quæ ipsis amplitudinibus exactè similes sunt. Sed quomodo vnum signum intermedium etiam horum arcuum inuentionibus satisfaciat, videamus. Oriatur à parte Meridiei x stella, & in b occidat, cuius amplitudo ortiua k x, & occidua c b ex ffigno inuenirí debeat. Inueniemus primò magnitudinem circumferentiæ qua x & f distent, m n, secundò arcu distantiæ f & p per n & p obseruabimus. Totus igitur arcus m n p datus erit, cui similis est x b, huius medium a x 90 partibus ademptum k x, cui æqualis c b relinquet. His cognitis, non præter institutum fuerit, si rationes, quibus omnium eclipticæ partium amplitudines ad quamuis poli altitudinem supputantur, vt mutuã congruentiã calculi cum apparentijs intelligatur, studiosis aperiamus. Ioannes Regiomontanus secunda propositione secundi Epitomatis in μεγάλην σύνταξιν Ptolemęi demonstrauit sinum rectum eleuationis æquatoris supra cuiuslibet loci Horizontem ad sinum maximum eam custodire rationem, quam sinus declinationis cuiuslibet dati ecliptícæ puncti ad sinum amplitudinis ortus & occasus eiusdem partis habeat. Quare consequitur, si sinum declinationis datæ zodiaci partes per sinum maximum multiplicemus, & productum per sinum complementi poli diuidamus, quòd consurget sinus, qui circumferentiam prædictæ partis amplitudini conuenientem aperiet. Exemplum assumamus tale. Altitudo poli sit 53 grad. 30 minut. complementum igitur est 36 grad. 30 minut. Hinc supputare velim quanta solis ortiua sit amplitudo, cum occupat 28 grad. & 6 minut. libræ, cuius declinationem ex tabula proximam inueni 10 grad. 49 minut. 21 secun. huius sinus rectus est 18776 partium, sinus 36 graduum & 30 minut. est 59482, sinus totus 100000. Si ducatur ergo sinus totus in sinum declinationis, & productum diuidat per sinum alterum, nempe altitudinis poli complementi, nascitur 31565 sinus, cuius arcus est 18 grad. 24 minut. Atqui tanta est solis ad constitutam poli eleuationem ortiua amplitudo. Hac ratione confecta est sequens tabula ad eleuationem poli 48 part. 40 scrup.

TABVLA

TABVLA AMPLITVDINIS ORTVS ECLIPTICAE ad latitudinem 48 part. & 40 scrupulorum supputata.

Signa	♈ ♎		♉ ♏		♊ ♐		
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.
0	0	0	17	34	31	31	30
1	0	36	18	6	31	51	29
2	1	12	18	38	32	11	28
3	1	49	19	11	32	30	27
4	2	25	19	43	32	50	26
5	3	1	20	15	33	10	25
6	3	37	20	46	33	27	24
7	4	13	21	17	33	43	23
8	4	49	21	48	34	0	22
9	5	25	22	19	34	16	21
10	6	1	22	50	34	33	20
11	6	37	23	19	34	46	19
12	7	12	23	48	35	0	18
13	7	48	24	18	35	13	17
14	8	23	24	47	35	27	16
15	8	59	25	16	35	40	15
16	9	34	25	43	35	50	14
17	10	9	26	11	36	0	13
18	10	45	26	38	36	9	12
19	11	20	27	6	36	19	11
20	11	55	27	33	36	29	10
21	12	29	27	58	36	35	9
22	13	4	28	23	36	41	8
23	13	38	28	47	36	46	7
24	14	13	29	12	36	52	6
25	14	47	29	37	36	58	5
26	15	20	30	0	37	0	4
27	15	54	30	23	37	2	3
28	16	27	30	45	37	4	2
29	17	1	31	8	37	6	1
30	17	34	31	31	37	8	0
	♍ ♓		♌ ♒		♋ ♑		Signa.

Porrò quantas vtilitates hæc amplitudinum solis & stellarum dimensio pariat, non est obscurum. Constat enim ignotis regionibus facillimè poli eleuationem, aut hac constituta verã solis in zodiaco loca, & certos anni dies inueniri posse. Quæ omnia exemplis etiam euidentibus ostendemus. Fingamus iterum cum sol 28 grad. & 6 minut. libræ possideret, obseruatam esse solis amplitudinem ortiuam 18 grad. 24 minut. cuius sinus rectus est 31565, declinationis sinus est 18776 sinus totus 100000. Iam verò cum sint constituti quatuor numeri proportionales, vicissim est eadẽ ratio sinus amplitudinis ad sinum declinationis, quæ est sinus maximi ad sinum complementi eleuationis poli. Quare multiplicato secundo in tertium, & producto per primum diuiso, exurgit sinus rectus 59483 cuius circumferentia est 36 grad. 30 minut. quibus subductis è nonaginta circuli partibus restant 53 partes, 30 scrupul. & tanta est altitudo poli quæ congruit huic amplitudini. Ex sequenti schemate euidentissimè hæc intelligũtur. Sit meridianus circulus f g b h, mundi polus ar-



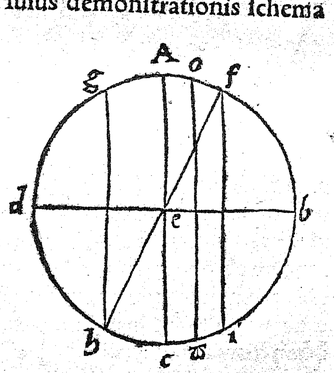
ctícus b,ſ antarcticus g h communis ſectio Meridiani & Horizontis,n a d diameter æquatoris, eſt igitur n g eleuatio æquatoris, oriatur 28 pars & 6 minut.libræ in k,ſigno per quod agatur parallelus m k e, cuius ſinus declinationis eſt k l,k a eſt ſinus amplitudinis ortus 28 partis libræ. Habemus hîc iam triangulum ὀρθογώνιον l k a,cuius duo latera a k & l r per ratiocinationẽ aut obſeruationem nota conſtituímus. Quare per 27 primi trigonon Monteregij, angulus l a k inuenietur.Nam quæ eſt ratio lateris a k ad latus k l, eadem erit ſinus recti anguli k l a ad ſinum rectum anguli l a k.Eſt aũt angulus a l k rectus,quare ſinus ipſius eſt maximus. Et notis tribus quarta quantitas inuenietur per regulam proportionis. Ducas ergo ſinum totum in latus k l,& productum per a k partiaris, hinc naſcetur ſinus rectus anguli l a k. Cuius circumferentia eleuationem æquinoctialis ſupra Horizontem, cui æquale eſt poli complementum, patefaciet.Hac ſublata ex arcu 90 partium poli eleuatio manifeſtè relinquetur. Iterum exoriatur ad partem Septentrionis in ſigno r, per quod ducitur parallelus o p r c,cuius ſinus declinationis a p,oppoſitum eclipticæ punctum:nempe 28 pars arietis:cuius amplitudo ortiua a r obſeruata ſit 16 partium 27 ſcrupulorum, ex qua inuenienda ſit altitudo poli b h. Arcus declinationis huius partis eſt 10 grad.47 minut.17 ſecundi, cuius ſinus eſt 18718,arcus amplitudinis ſinus eſt 28317.Si iam multiplicaueris 18718 in ſinum maximũ 100000, & quod productum fuerit per 28317 partitus fueris, exorietur ſinus 66101, cuius circumferentia eſt 41 part.22 ſcrup. tantum eſt poli complementum, quo ex 90 circuli partibus ſubducto remanebit vera poli altitudo 48 grad. 38 minut.Atq; hoc intelligitur ex triangulo a p r.Ex his etiam manifeſtè conſtat,quomodo cognita alicuius loci eleuatione poli,ex obſeruata ſolis amplitudine verum ipſius in ſignifero circulo locum ratiocinemur. Si enim tabulam,in qua omnium eclipticæ partium amplitudines contineantur, cõfectam habuerimus ſtatim è regione gradus zodiaci obſeruatæ amplitudini reſpondens apparebit. At ſi tabula nulla adfuerit,ex doctrina Triangulorum inſtitutum opus abſoluemus.Conſtat enim ex his rationem ſinus maximi ad ſinum complementi altitudinis poli eandem eſſe, quæ eſt ſinus obſeruatæ ſolis amplitudinis ad ſinum eiuſdem loci declinationis. Quare hîc iterum regula proportionis totum negocium nobis expediet.In priori exemplo obſeruauerit aliquis amplitudinem ortiuam 28 partis libræ & 6 minut.18 grad. 24 minut. cuius ſinus rectus eſt 31565,ſinus complementi eleuationis poli anteà inuentus eſt 59482. Multiplices igitur ſinum amplitudinis in ſinum poli complementi,& productum partiaris per ſinum maximum, hinc conſurget ſinus declinationis eius partis,cuius amplitudo obſeruata eſt,18775,huius arcus eſt 10 grad.49 minut.Et cum antè maxima ſolis declinatio conſtituta ſit 23 grad.30 minut.facilè cuius ecliptícæ partis ſit illa declinatio inuenietur. Quod ad inuentionem certi anni diei attinet, etſi leuius ſit, quàm vt indicari debeat, tamen rudiores ita percipient, ſi eius anni in quo fiant obſeruationes Ephemerin, in qua ſolis ad ſingulos dies loca exactè ſupputata ſint, inſpiciant, atque obſeruatam ex amplitudine aut declinatione ſolis zodiaci partem in ea perquirant.

PROP

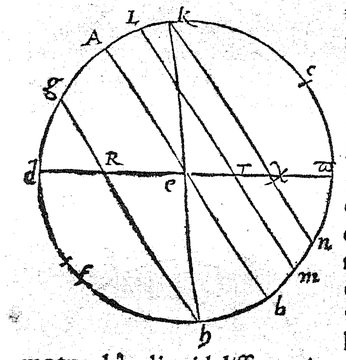
PROPOSITIO VIII.

De ratione dierum artificialium, & eorundem quantitatis ſupputatione ad quamlibet poli altitudinem.

Artificialem diem vocant artifices circumferentiam æquatoris, quæ,dum certum aliquod eclipticæ punctum ab oriente in occidentem voluitur, ſupra horizontem aſcendit. Quare ſi hæc circumferentia ex 360 circuli partibus ſubducatur,noctis quantitas conſtitutum diem ſequentis remanebit. Horum dierum ac noctium etiam iiſdem temporibus pro diuerſa quantitate altitudinis poli ſupra alias atq; alias regiones multiplex varietas eſt. Cuius rei cauſę & demonſtrationes Geometricè explicari poſſunt. Primùm in illis locis, vbi circulus æquator horizontem ad rectos angulos ſecat, omnium dierum & noctium quantitates inter ſe æquales eſſe neceſſarium eſt. Cum enim omnes ſtellæ primi motus raptu ſuper iiſdem polis ab oriente in occidentem circulos æquatori parallelos deſcribant,manifeſtum eſt omnium centra in eadem recta eſſe linea,hoc eſt in axe primi motus, qui per ſuperficiem horizontis eo loci procedit. Hinc ſequitur cùm horizon æquatorem bifariam ad rectos angulos ſecet,quòd etiam reliquos omnes parallelos in ſemiſſes partiatur. Tantus eſt igitur arcus cuiuslibet æquidiſtantis æquinoctiali circuli ſupra horizontem quantus infra:nempe integer ſemicirculus.Eſt igitur idem tempus reuolutionis minorum circulorum,quod æquatoris.Et hinc manifeſtum eſt etiam quouis tempore cum ſol extra Arietis & Libræ puncta diuagatur, tẽpus motus paralleli quo ab ortu vſq; in occaſum ſupra finitorẽ rectæ ſpheræ deuoluitur, ſemiſſem totius circumuolutionis complecti. Huius demonſtrationis ſchema ſit a b c d. circulus circum e centrum deſcriptus: nempe idem qui meridianus. Communis meridiani & horizontis interſectio d e b, b polus arcticus, d antarcticus. Diameter æquatoris a e c, diametri tropicorum Cãcri & Capricorni g h & f i,f h dimetiens ecliptícę. Manifeſtum eſt hîc cùm angulus d e a ſit rectus, etiam reliquos eſſe rectos ad interſectiones eiuſdem d b cum reliquis dimetientibus parallelis.Quare cũ o ϖ,f i & g h chordæ ad rectos angulos à diametro circuli ſecentur, etiam in duas æquales partes diuiſæ ſunt. Iam æqualibus eiuſdem circuli ſinibus æquales circumferentiæ ſubtenduntur. Ergo diurni arcus nocturnis omnino ſunt æquales. Neq; tantùm hæc in ſole ita ſe habent,ſed in omnibus etiam ſtellis fixis & planetis. At in alijs mundi partibus,vbi horizon & æquator ad ſe inclinantur ſemper, quoties ſol extra Arietis aut Libræ punctum fuerit,dierum & noctium non mediocris eſt differẽtia. Nam cum ſol alteram interſectionem æquinoctialis & ecliptícæ peragrat, in omnibus terræ locis diei quantitas noctis tempori adæquatur. Atq; huius rei cauſa eſt, quòd vbiq; terrarũ ſemicirculus æquinoctialis ſupra finitorem appareat,ac ab eodem in ſemiſſes diſtribuatur, præterquàm iis in locis vbi polus horizontis incidit in polum mundi. Reliquorum autem eidem æquidiſtantium circulorum,quorundam maiores circumferẽtiæ,quàm ſint eorum ſemicirculi, ſupra horizontem eleuentur,aliorum à meridiei parte minores conſpiciãtur. Etenim neceſſariò contingit, cùm horizon æquatorem ad inæquales angulos ſecet,vt reliquos etiam circellos eidem æquidiſtantes ad eoſdem angulos di-

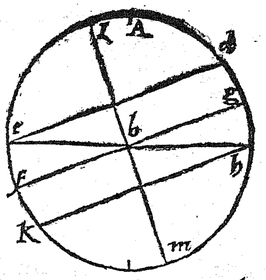


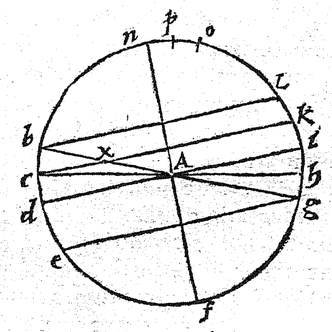
uidat. Quare ſicut ex 18 & 19 Theodoſij colligi poteſt, ſequitur eoſdem ab Horizonte in partes inæquales diuidi, quarum aliæ ſupra finitorem, aliæ infra eundem apparent. Itaq; omnium zodiaci partium, quæ ab interſectione verna eclipticæ & æquatoris vſq; ad oppoſitam, quæ in primo libræ gradu eſt, numerantur, arcus diurni (vt appellantur) excedunt ſuorum circulorum, in quibus æquabiliter ab oriente in occidentem voluuntur, circumferentias, quæ ſub inferiori hemiſphærio latent. At eorum παραλλήλων circulorum, qui ab autumnali ſectione vſq; ad vernam ſtellarum reuolutionibus deſcribi intelliguntur, maiores portiones ſemper in partibus Septentrionis infra Horizontem occultantur, minores ſupra eundem apparent. Fit ergo vt ſtellæ, quæ ab æquatore ad eandem mundi partem æqualibus circumferentijs declinant, æqualibus etiam temporum ſpacijs ſupra Horizontem appareant, & ſub eodem occultentur. Sed quarumcunq; declinationes æquales quidem fuerint, non tamẽ in eadem ab æquatore mundi parte cõſtiterint, ſequitur, vt in boreali plaga illę, quarum declinationes in Septentrionem vergunt, tantum temporis ſupra finitorẽ maneant, quantum reliquæ ad Meridiem declinantes ſub inferiori hemiſphærio lateant, & tantæ ſint harum circumferentiæ motus diurni, quantæ illarum motus nocturni. Sit Meridianus in obliqua ſphęra d k ϖ h, diameter eclipticæ k h, a b æquinoctialis, k n dimetiens tropici cancri, g h capricorni meridiani & Horizontis interſectio d ϖ, c & f poli mundi. Manifeſtum eſt hîc, quod primò aſſeruimus, cum ſol alterum æquinoctij punctum occupauerit, velut hîc e, dies artificiales vbiq; terrarum noctibus adæquari. Cum enim Horizon & æquator maximi ſint ſphæræ circuli, ſequitur vt in duas æquales partes alter alterum diuidat, ſicut hîc videmus dimetientem d ϖ in puncto e a b bifariam partiri. Sed propter ſecundum ſolis motum hîc aliquid differentiæ contingit, quominus dies exquiſitè ſit æqualis nocti. Nam ſol & ſi tempore ortus ſit in e, tamen antequam ad occiduam Horizontis partem perueniat, portionem aliquam eclipticæ contra primi motus raptum ab occaſu in orientem conficiet, quæ aliquanto poſt e ſignum in occidentem deſcendat. Etiam euidentiſsimè conſpicitur, quare reliquarum zodiaci partium ſupra Horizontem obliquum æqualia tempora non exiſtant. Nam diameter Meridiani d ϖ cum a b ad inæquales angulos partiatur, fit vt diametros minorum circulorum eidem æquidiſtantium in partes inæquales ſecet. Videmus igitur ad Septentrionis partem lineas l t & k x maiores eſſe t m & x n. Vnde illarum arcus, qui tempus quo ſupra Horizontem manent, definiunt, harũ arcubus maiores eſſe conſtat. Rurſus cùm tropicorũ dimetientes ſint k n & g h, ſatis apparet k x dimetientis k n partẽ æqualem eſſe r h. Quare quantitas temporis diei, quo cancri primum eclipticæ punctum ab oriente in occidentem rapitur, æquale eſt noctis ſpatio, quo primùm capricorni minutum ab occidentis parte in orientem aſcendit. Idem de reliquis etiam zodiaci partibus & omnibus cæli punctis intelligendum. Conſequitur item ex mutua finitoris circuli & æquatoris inclinatione, in ijs locis, vbi complementum altitudinis poli æquale eſt angulo inclinationis eclipticæ & æquatoris, ſolem cum in principium cancri ingreditur 24 ferè horarum ſpacio ſupra finitorem permanere: & viciſsim cum primam capricorni partem occupat, æquali temporis interuallo ſub Horizonte latitare: ſicut in ſequenti ſchemate



videre

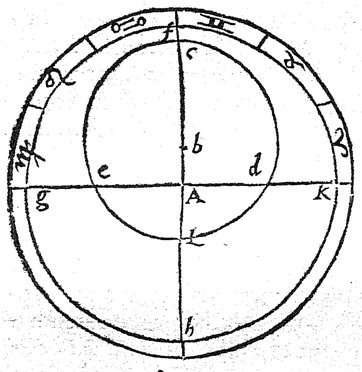
videre licet. Circulus a e ſit meridianus, in quo altitudo poli ſit e l, cuius complementum l a æquale eſt maximæ ſolis declinationi. l m rectus Horizon, ſiue axis æquatoris g f dimetiens, d e diameter tropici cancri, k h capricorni, & e h eclipticę, quæ exquiſitè obliquum Horizontem hîc ingreditur. Manifeſtum eſt igitur, cum ſol in e puncto eſt, eum motum vniuerſi ab ortu in occaſum parallelum æquatori deſcribere, cuius tota diametros d e ſupra finitorem e h apparet, tantùm in e leuiter eundem attingens. Contrarium in principio capricorni fieri videmus, cuius dimetiens h k reſpectu huius poli altitudinis totus ſub terra ſiue infra e h latet, eodem modo oppoſitam Horizontis partem contingens. Tanta eſt igitur maximi dieiquantitas, nempe 24 ferè horarum eo loci, vbi eclipticæ polus in loci verticem incidit. Sed poſtea cum ſol ex altero horum punctorum recedit, dierum incrementa vel defectus apparent. Quòd ſi vlterius ad Septentrionem vel Meridiem progreſsi fuerimus, vbi videlicet poli eleuationis maximæ ſolis declinationis complementum exuperat, neceſſariò ſolem, quoties borealium ſignorum partes pererrat, plurium dierum naturalium tempore ſupra finitorem conſpicuum manere videbimus. Ac contingit ibi, vt polus Horizontis inter polum mundi & eclipticæ conſiſtat. Ergo quantum loci vertex à parallelo, quem zodiaci polus deſcribit, circulo deſtiterit, tantum etiam cancri & capricorni principia ab Horizonte aberunt. Vnde fit, vt cum ecliptica vtrumq; tropicum circulum, cancri quidem ſupra finitorem, capricorni infra eundem contingat, tanta zodiaci circumferentia ſemper ſupra Horizontem emineat, quanta dierum naturalium parallelis ſupra eundem eleuatis ſufficiat, & viciſsim tanta ex oppoſita parte nunquam in conſpectum veniat. Tanta erit igitur maximi artificialis diei quãtitas, quantum fuerit temporis, quo hanc ſemper apparentem eclipticæ partem ſol peragrare poteſt, cui etiam ex aduerſo maximæ noctis tempus ferè reſpondebit. Porrò incrementa maximorum dierum tantò hîc erunt maiora, quantò loci vertex mundi polo propior extiterit. Sit iterum circulus c n h f, circum a centrum deſcriptus, vertex loci ſit in ſigno p, polus mundi n, zodiaci o, dimetiens æquatoris d i, eclipticæ b g, Horizontis c h, tropici cancri l b, capricorni e g. Apparet hîc manifeſtè non vnum tantùm parallelorum circulorũ, quos ſol ad Septentrionis partem deſcribit, ſupra finitorem totum eleuari, ſed plures. Nam inter b c & l k plures alij intercipiuntur, quorum k c poſtremus omnium exiſtit. Atqui ſinguli totius diei naturalis tempore integras reuolutiones ab oriente in occidentem abſoluunt.





Quare pro multitudine æquidiſtantium circulorum, qui inter c & b intercipiuntur, & per eclipticæ partem b x deducuntur, maximi diei artificialis tempus increſcit. Idem de noctium maximarum temporibus, dum ſol oppoſitam circumferẽtiam poſsidet, intelligi velim. Vt autem omnes dierum varietates, quæ fieri poſsint, complectamur, tandem quæ temporis artificialium dierum ratio, & quantitas ſit ijs, qui mundi polum rectè ſupra verticem habent, expediemus. Contingit ijs locis, vt exactè totum æquatorem Horizontis loco habeant. Quare fit, cum æquinoctialis eclipticã in duas æquales portiones (quia

vterq; maximus est circulus) secet, vt eiusdem semicirculus ad Septentrionem declinans, ijs, qui sub arctico polo habitant, semper conspicuus maneat, alter nunquam supra Horizontem emergat: & vicissim sub antarctico habitantibus hic semper appareat, ille nunquam. Constat igitur vnicum tantùm in ijs locis diem artificialem, qui totius anni semissi ferè sit æqualis, apparere, qui subductus ex vera anni quantitate, noctis tempus relinquet. Et quamuis media eclipticæ pars vtrobiq; semper supra Horizontem attollatur, non tamẽ sequitur, diem, ijs qui sub Septentrionis polo habitant, æqualem esse alteri, qui sub opposito polo existentibus contingit. Cuius quidem rei euidentissima est demonstratio, quòd solis motus æqualis, quem medium vocant, in excẽtrico fiat circulo, cuius absis in Septentrionalem Ecliptic æ partem deflectit. Nam hac ratione fieri necesse est, vt diameter eclipticæ per mundi centrum transiens circulum solis excentricum in duas inæquales circumferentias, quarum maior ab æquatore in Septentrionem declinat, minor in Austrum deflectit, partiatur. Cuius rei figura sit talis. Zodiacus circulus sit f g h k, super a mundi centro descriptus, cuius diameter g a k, c e d sit excentricus circum b centrũ ductus, cuius ἀπόγειον siue maxima à terræ centro distantia f signum in prima cancri parte constitutum intelligatur περίγειον oppositam ecliptic æ partem occupare fingatur. In k arietis principium, & in g libræ statuatur. Satis hìc euidenter apparet lineam g k rectè per mundi centrum extensam, minorem circulum c e l d, in duas e c d & e l d inæquales circumferentias dispescere, quarum altera e c d maior vna cum medio eclipticæ plano ad polum arcticum declinat, altera minor e l d ad antarcticum deflectit.



Iam verò motus solis, quo per inæquales excentrici sui portiones mouetur, inæqualis necessariò est. Quare tempus ipsius motus, quo per signa Septentrionalia deuoluitur, longius erit eo, quo ab intersectione eclipticæ & æquatoris autumnali ad vernam siue oppositam deferetur. Hinc apertè colligitur, quantitatem noctis sub Septẽtrionis polo existentibus exactè æqualem esse tempori diei, qui sub antarctico viuentibus illucescit. Nam quantum temporis elabitur, dum sol horum finitorem radijs illustrat, tanto etiam interuallo illorum locus obscuræ noctis caligini inuoluetur. His de differentijs dierum pro diuersitate eleuationis poli sic explicatis, optimo ordine consequitur, vt quibus rationibus artificialium temporum quantitates supputentur, indicemus. Cuius rei cognitio potissimum ex æquatoris circumferentiæ, quam artifices ascensionalem differentiã appellant, dimensione dependet. Per hanc verò intelligunt segmentum æquatoris, quod oritur ex differẽtia Quadrantis & primi motus arcu, quo sol à finiente circulo in Meridianum circumuoluitur. Ac, vt ipsa res euidentius intelligatur, scire licet integram Quadrantis æquatoris circumferentiam supra omnium locorum finitorem intra sex æqualium horarum spatium ab Oriente in Meridiem circumferri. Sed partes eclipticæ extra ęquatorem constitutæ, vt in antegressis demonstrationibus patuit, in simili motu tanti temporis magnitudinem, aut non attingũt, aut longius excedunt. Itaq; contingit, vt interuallum eius motus, quo certa pars eclipticæ ab Oriente in Meridiem rapitur, aut minorem æquatoris circumferentiam Quadrante, aut maiorem sortiatur. Quę igitur ex vtriusq; collatione existit differentia, ab ascensione

ascensione denominationem consequitur. Atq; hæc toti adiecta, aut adempta Quadranti pro ratione declinationis semissem diurni motus ante oculos constituit, qui duplicatus illud temporis interuallum producit, quo primi motus vi constituta pars Eclipticæ ab Oriente in Occidentem rapitur. Manifestum est igitur segmentũ Aequatoris, quo dictus motus absoluitur, ex integro sublatum circulo nocturnæ reuolutionis quantitatem restituere. Simplicissima verò huius circumferentiæ supputandæ ratio in hunc modum absoluitur. Constitutæ partis Eclipticæ inuentis sinibus complementorum declinationis & amplitudinis, si minorem per sinum maximum multiplices, & productũ per maiorem diuidas, restabit sinus eius segmenti, quod ex quadrante circuli sublatũ differentiam ascensionalem relinquat. Si ergo declinatio partis Septentrionalis fuerit, adiecta Quadranti differentia semissem eius circumferentiæ, qua motus diei constat, in lucem producet. Sin autem in Meridiem cõstituta pars declinauerit, inuenta per ratiocinationem differentia ex Quadrante auferatur. Nam hinc eadem ratione inquisitum semissis motus diurni segmentum patefiet. His ita constitutis, superest vt inuenti motus circumferentiam in certam temporis mensuram conuertamus: id quod efficietur in hunc modum. Cum integra circuli Aequatoris circumuolutio exquisitè 24 horarum spatio consumatur, primo in loco statuemus integrum Quadrantem siue 90 partes, quarum circulus 360 complectitur, secundò sex horarum tempus, tertiò collectam ascensionis differentiam, ac multiplicantes secundum numerum in tertium, distribuemus productum in primum, & occurrentibus fragmentis, partiemur ea in scrupulos primos & secundos. Hinc certa nobis inquisiti temporis mẽsura in lucem prodibit. Vt autem exemplo rem ipsam discentes euidentius intelligant, cõstituamus sub altitudine poli 48 partium, 40 scrupulorum inuestigandam esse differentiam ascensionalem tertiæ partis Geminorum, cuius declinatio ex tabulis offertur 20 part. 48 scrupul. 30 secund. Est igitur complementum 69 partium 11 scrupul. 30 secund. cuius sinus rectus 93477. Amplitudo ortiua in tabula inuenitur 32 part. 30 scrup. cuius complementum 57 partium 30 scrup. & sinus rectus 84339. Si ergo hunc, quia minor est, multiplicemus in sinum maximũ, & productum distribuamus in maiorem, offeretur sinus, cuius circumferentia est 64 partium 25 scrup. quia sublata ex integro Quadrante, supersunt 25 part. 35 scrup. Tanta est igitur constitutæ partis Eclipticæ ascensionalis differẽtia. Cùm autem declinatio sit Septentrionalis, adijciemus differ. 90 circuli partibus. Hinc consurgunt 115 part. 35 scrup. quæ definiunt semissem artificialis diei. Est igitur totum 231 part. 10 scrupul. quæ per constitutum calculi modum in tempus conuersæ conficiunt 15 horas, 24 scrup. 40 secund. quibus artificialis dies absoluitur sub constituta poli eleuatione, cum sol tertiam Geminorum partem ingreditur. Constat igitur qua ratione sequens tabula, quæ omnium Eclipticæ partium ascensionales differentias complectitur, ad altitudinem poli 48 partium 40 scrupul. constructa sit.

	Signa superiora.	♈ ♎			♉ ♏			♊ ♐			
G.		G.	M.		G.	M.		G.	M.		G.
0		0	0		13	22		24	44		30
1		0	27		13	47		25	1		29
2		0	54		14	13		25	18		28
3		1	22		14	38		25	35		27
4		1	50		15	4		25	52		26
5		2	16		15	29		26	9		25
6		2	43		15	54		26	23		24
7		3	70		16	19		26	38		23
8		3	37		16	43		26	52		22
9		4	4		17	8		27	7		21
10		4	31		17	33		27	21		20
11		4	58		17	57		27	33		19
12		5	25		18	20		27	45		18
13		5	52		18	44		27	56		17
14		6	19		19	7		28	8		16
15		6	46		19	31		28	20		15
16		7	13		19	53		28	28		14
17		7	40		20	16		28	37		13
18		8	6		20	38		28	45		12
19		8	33		21	1		28	54		11
20		9	0		21	23		29	2		10
21		9	26		21	44		29	7		9
22		9	53		22	5		29	12		8
23		10	19		22	25		29	17		7
24		10	46		22	46		29	22		6
25		11	12		23	7		29	28		5
26		11	38		23	26		29	30		4
27		12	4		23	46		29	32		3
28		12	30		24	5		29	34		2
29		12	56		24	25		29	36		1
30		13	22		24	44		29	38		0
		♍ ♓			♌ ♒			♋ ♑			Signa inferiora.

Hac tabula ad inuentionem quantitatis dierum vtemur hoc modo. Si partes Ecliptícæ quarum diurni motus circumferẽtias inquirimus, in signis supra tabulam positis fuerint, ad sinistram descendendo eas inueniemus, quibus è regione in angulo communi (vt loquuntur) inquisitæ differentię consistunt. Quòd si in inferioribus signis sint, ad dextram ascendendo gradus inquirantur. Reliquum operis absoluitur, vt superius indicauimus. Porrò exempli gratia proponamus ex hac tabula inueniendam esse quantitatem diei, quo sol 12 partem Tauri occupat. Differentia ascensionalis sub Tauri signo è regione 12 grad. inuenitur 18 grad. 20 scrupul. qui 90 grad. adiuncti (quòd pars sit signi Septentrionalis) 108 part. 26 scrup. cõstituunt. Cùm autem 15 partes respondeant vni horæ, vt 90 sex horis per easdem diuisæ 108 producunt 7 horas ac supersunt 3 quæ efficiunt 12 minut. Deinde 20 scrupul. multiplicati per 4 & productum diuisum per 60 efficiunt 1 minut. & 20 secund. His collectis, semisses diei consurgit nempe 7 hor. 13 minut. 20 secund. & totus dies horas 14 minut. 26 secund. 40. Quare noctis quantitas est horar. 9 minut. 33 secun. 20. Eandem diei quantitatem sine dubio inueniemus si obliquam ascẽsionem huius partis Tauri 21 grad. 14 minut. ab opposita nempe Scorpij, quæ est 237 gr. 54 minut. subtraxerimus, relinquentur enim 226 grad. & 40 minut. quorum pars media 108 part. 20 scrup. quæ antea etiam inuenta erat, si iterũ hinc subduxeris 90 differentia ascensionalis restabit.

HINC

HINC EVIDENTER APPARET QVA RATIONE sequens tabula omnium dierum quantitatem ferè complectens, ad 48 grad. 40 minut. poli altitudinem sit constructa.

Signa superiora	♈				♉				♊				
G.		H.	M.	S.		H.	M.	S.		H.	M.	S.	G.
0		12	0	0		13	46	56		15	17	52	30
1		12	3	36		13	50	16		15	20	8	29
2		12	7	12		13	52	44		15	22	24	28
3		12	10	56		13	57	4		15	24	40	27
4		12	14	40		14	0	32		15	26	56	26
5		12	18	8		14	3	52		15	29	12	25
6		12	21	44		14	7	12		15	31	4	24
7		12	25	20		14	10	32		15	33	4	23
8		12	28	52		14	13	44		15	34	56	22
9		12	32	32		14	17	4		15	36	56	21
10		12	36	8		14	20	24		15	38	28	20
11		12	39	44		14	23	36		15	40	24	19
12		12	43	20		14	26	40		15	42	0	18
13		12	46	56		14	30	52		15	43	28	17
14		12	50	32		14	32	58		15	45	4	16
15		12	54	8		14	36	8		15	46	40	15
16		12	57	44		14	40	4		15	47	44	14
17		13	1	20		14	42	8		15	48	56	13
18		13	4	48		14	45	4		15	50	0	12
19		13	8	24		14	48	8		15	51	12	11
20		13	12	0		14	51	4		15	52	14	10
21		13	15	28		14	53	52		15	52	56	9
22		13	20	4		14	56	40		15	53	36	8
23		13	22	32		14	59	20		15	54	16	7
24		13	26	8		15	2	8		15	54	56	6
25		13	30	36		15	4	56		15	55	44	5
26		13	33	4		15	7	28		15	56	0	4
27		13	36	32		15	10	8		15	56	16	3
28		13	40	0		15	12	40		15	56	32	2
29		13	43	28		15	15	20		15	56	48	1
30		13	46	56		15	17	52		15	57	4	0
		♍			♌				♋				Signa inferiora.

Signa superiora.	♑			♒			♓			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	8	2	56	8	42	8	10	13	4	30
1	8	3	12	8	44	40	10	16	32	29
2	8	3	28	8	47	20	10	20	0	28
3	8	3	44	8	49	52	10	23	28	27
4	8	4	0	8	52	32	10	26	56	26
5	8	4	16	8	55	4	10	30	24	25
6	8	5	4	8	57	52	10	33	52	24
7	8	5	44	9	0	40	10	28	38	23
8	8	6	24	9	3	20	10	40	56	22
9	8	7	4	9	6	8	10	44	32	21
10	8	7	46	9	8	56	10	48	0	20
11	8	8	48	9	11	52	10	51	36	19
12	8	10	●	9	14	56	10	55	12	18
13	8	11	4	9	17	52	10	58	40	17
14	8	12	16	9	20	56	11	2	16	16
15	8	13	20	9	23	52	11	5	52	15
16	8	14	56	9	27	4	11	9	28	14
17	8	16	32	9	30	8	11	13	4	13
18	8	18	0	9	33	20	11	16	40	12
19	8	19	36	9	36	24	11	20	16	11
20	8	21	12	9	39	36	11	23	52	10
21	8	23	4	9	42	56	11	27	28	9
22	8	25	4	9	46	16	11	31	4	8
23	8	26	56	9	49	28	11	34	40	7
24	8	28	56	9	52	48	11	38	16	6
25	8	30	48	9	56	8	11	41	52	5
26	8	33	4	9	59	28	11	45	20	4
27	8	35	20	10	2	56	11	49	4	3
28	8	37	36	10	6	16	11	52	48	2
29	8	39	52	10	9	44	11	56	24	1
30	8	42	8	10	13	4	12	●	0	0
	♐			♏			♎			Signa inferiora.

At dierum quantitates in ijs regionibus, vbi eleuatio poli complementum maximæ solis declinationis excedit, alia numerandi ratio est. Nam constituta Eclipticę parte, quæ supra Finitorem loci semper eminet, ex tabulis Theoricæ solis quantum temporis sol in ea sit permansurus, supputare oportebit. Hanc verò Eclipticæ partem commodissimè inueneris, si complemento altitudinis poli (ac si declinationis alicuius circumferentia sit) Zodiaci arcum ex tabula conuenientem elicias, cuius complementum duplicatum propositam Eclipticæ portionem ostendet. Quare temporis interuallum, quo sol hanc partem occupabit, maximi diei longitudinem in lucem proferet. Sit igitur, exempli gratia, locus aliquis sub altitudine poli arctici 81 part. 2 scrup. 14 secun. erit complementum huius 8 part. 57 scrupul. 46 secun. cui in tabula declinationis 23 Arietis gradum respondere video. Hunc arcum vbi subtraxerimus ex 90 partibus, restabunt 67 partes exactè, quarum duplum producit 134 partes æquales, quæ in 7 Virginis parte finiuntur. Tandem superest, vt quotannis intra quantum temporis spatium sol hanc circumferentiam à 23 Arietis ad 7 Virginis peragrare possit, inueniamus. Habes igitur quibus rationibus sequens tabula maximorum artificialium temporum ab Aequatore per singulos gradus ad maximam vsq; poli altitudinem confecta sit,

Eleuatio

Eleuatio poli.	Dies maximi.			Dies maximi.			Eleuatio poli.
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
1	12	3	28	13	33	35	25
2	12	6	56	13	38	0	26
3	12	10	24	13	42	24	27
4	12	14	0	13	46	16	28
5	12	17	28	13	51	36	29
6	12	20	56	13	56	16	30
7	12	24	48	14	1	12	31
8	12	28	0	14	6	8	32
9	12	31	36	14	11	12	33
10	12	35	12	14	16	24	34
11	12	38	48	14	21	52	35
12	12	42	24	14	27	20	36
13	12	46	8	14	33	4	37
14	12	49	44	14	37	36	38
15	12	53	28	14	44	56	39
16	12	57	20	14	51	12	40
17	13	1	4	14	57	44	41
18	13	4	36	15	4	24	42
19	13	8	56	15	11	20	43
20	13	12	48	15	18	40	44
21	13	16	48	15	26	8	45
22	13	21	4	15	34	8	46
23	13	25	4	15	42	24	47
24	13	29	20	15	51	4	48
				16	0	8	49

Eleuatio poli.	Dies maximi.		
G.	H.	M.	S.
50	16	9	44
51	16	19	52
52	16	30	32
53	16	41	52
54	16	54	8
55	17	7	4
56	17	21	4
57	17	36	16
58	17	52	48
59	18	10	48
60	18	30	56
61	18	53	20
62	19	18	24
63	19	48	40
64	20	24	24
65	21	10	32
66	22	20	40

Eleuatio poli.	Arcus semper apparens.	
G.	G.	M.
67	22	52
68	40	0
69	52	0
70	61	26
71	70	26
72	78	22
73	84	56
74	92	12
75	96	20
76	105	16
77	111	20
78	117	6
79	122	46
80	128	22
81	133	50
82	139	6
83	144	22
84	149	36
85	154	42
86	159	50
87	164	52
88	169	58
89	174	58
90	180	0

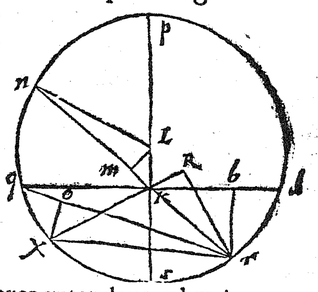
Dies maximi.		
D.	H.	M.
24	1	40
42	1	16
54	16	25
64	13	46
74	0	0
82	6	39
89	4	58
96	17	0
104	1	4
110	7	27
116	14	22
122	17	6
127	9	55
134	4	58
139	31	36
145	6	43
151	2	6
156	3	3
161	5	23
166	11	23
171	21	47
176	5	29
181	21	58
187	6	39

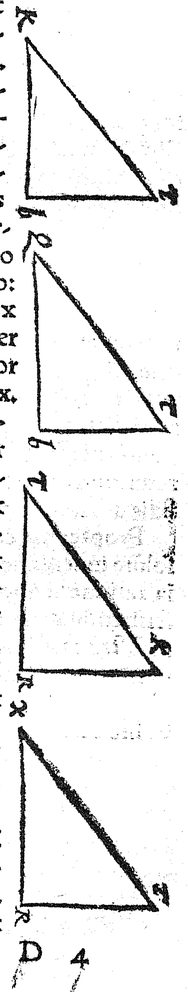
PROPOSITIO IX.

Qua ratione distantia centri absidem solis deferentis à terræ centro inueniatur.

Quoniam hîc de solis apparentis tractationem instituimus, visum est studiosis Astronomices aperire, qua ratione fiat, vt qui per instrumenta solis motus obseruatur, æqualibus temporum interuallis inæqualis appareat. Etenim ex frequentibus obseruationibus artifices satis exploratum solis habẽt cursum siue ad terræ cẽtrum, siue ad superficiem conferatur, inæqualem esse: præterea apparentem ipsius diametrum, aliàs sub maiori, aliàs sub minori angulo obseruantibus offerri. qua de re inferius plura. Hanc motus diuersitatem alij referũt in Epicyclium homocentro mundi infixum, alij eccentroteten circulo, qui solem deferat, assignãt. Sed vtrum horum sit, nunc temporis disputandum non est, tantùm hîc nouerint discentes æquabilem solis cursum centro mundi attribui non posse. Vt ergo huius apparentis diuersitatis rationem intueantur, considerabimus quomodo eccentrotes illa solis, ac summi ipsius à terra fastigijs quantitas triangulorum adminiculo possit deprehendi. Si enim id rectè possimus ratiocinari, siue per dimensiones explorare, quanta sit distantia centri æqualis solis motus à centro terræ, facilè quouis tempore alterius, nempe apparentis motus diuersitatem constituemus. Cum autem paucæ huius rei obseruationes ab artificibus accuratè factæ extent, non est indigna res cõsideratione, vt exquisitiùs nostro tẽpore solis cursum instrumẽtis examinemus. Quòd si Copernicus videatur rem acu tetigisse, ac omnem difficultatem, quæ à Ptolemæi tempore hucusq; in constituendo cælestium corporum motu nata erat, submouisse

submouisse, non temerè à præstantissimo artifice discedendum erit. Sed tamẽ amantem veritatis instrumentorum adminiculo calculum ipsius examinare decet. Ac vtrem ipsam percipiant discentes, scire licet ex tribus solis locis accuratè exploratis, & elapso inter ea temporis interuallo veram solis eccentroteten constitui posse. Ἀποδεῖξιν verò eruditè summus artifex Ioãnes Regiomontanus in Epitome contexit, quem nos etiam hoc loco sequimur. Igitur exempli gratia super l centrum designemus eccentricum solis circulum p q s d, quem per absidis lineam p l k s in semisses diuidamus. Et infra l centrum constituamus centrum terræ in signo k. Erit igitur p absis, cuius à signo k distantia p k & l k inquisita eccentrotes. quam vt inueniamus, cõstituantur tria solis loca per instrumentum exquisitè obseruata in punctis n q x, ex quibus ducantur rectæ lineæ in signum t, quæ sint n t, q t, x t. Præterea aliæ trahantur, nempe n l, x r, q d, q x. Et perpendiculares extendantur l m in n t, x o in q t, t r in x r & t b in q d. His constitutis manifestum est ex angulo n k q, qui est motus apparentis inter primæ & secundæ obseruationis loca, rationem k t ad t b patefieri. Nam in trigono rectangulo k b t angulus t k b per 15 primi Elementorum æquatur ipsi n k q. Porrò ex circumferentia n q, quæ designat spacium æqualis motus à tempore primæ obseruationis ad tempus secundæ, innotescit angulus n t q, & antea constitutus est exterior angulus t k b. Quare angulus t q k non latebit. Igitur in triangulo orthogonio t b q per 30 primi Regiomontani constabit ratio laterís q t ad latus t b. Ac paulò ante innotuit ratio k t ad t b: quare ratio q t ad k t non latebit. Insuper cum angulus n k x constet ex motu apparente, qui inter primam ac tertiam obseruationem intercipitur, patefit ratio k t ad t r. Nam trigoni orthogonij k r t angulus r k t per 15 primi æquatur ipsi n k x. Cæterùm ex æquali motu primi ac tertij temporis, quem definit circumferentia n x cum inueniatur angulus n t x ipse r x t angulus non latebit. Ergo constat ratio x t ad r t. Sed antea patefacta est ratio k t ad r t. Quare ipsius x t ratio ad k t manifesta fiet. Præterea cum inuenta sit ratio k t, ad q t, cognoscetur etiam ratio q t ad x t. Ad hæc circumferentia q x data est ex æquali motu secundæ ac tertiæ obseruationis. Igitur q x chorda nota fiet in partibus, quarum p l 100000 partes complectitur. Ex eadem constat angulus q t x. Quare in trigono rectangulo x o t nota est ratio x t lateris ad o t & x o latera. Igitur eadem mensura x o & o t, qua constat x t explorata sunt. Sublata igitur recta o t ex q t, relinquitur q o. Hinc trigoni rectãguli q o x notis q o, & x o lateribus, per 26 primi Regiomontani q x, recta per eandem mensurã cognoscetur. Eadem verò antea nota fuit per mẽsuram partiũ ipsius p l. Quare per mensuram earundem partiũ metiemur q t & k t. hinc colligetur circũferentia q x t. Tota igitur circũferentia n x t patefiet vnà cum chorda n t, cuius pars k t nota est. Quare differẽtia vtriusq; nempe n k non latebit. Quod aũt fit





ex t k in k n vnà cum quadrato k l æquale est quadrato ipsius p l, hinc ipsa l k inquisita eccentrotes innotescit, quę coniuncta ipsi p l totam p l k absidis à terrę centro distantiam notam reddit. Vt autem ratiocinemur distantiam p absidis ab n primæ obseruationis loco in trigono rectangulo l m k inuestigabimus latus l m, aut in k, quia totus arcus n x t notus est, & ex duobus lateribus deinceps per 27 primi Regiomontani angulum m k l ratiocinabimur. Constat igitur manifestè qua ratione construenda sit ἀποδεῖξις, vt per obseruata Solis tria loca veram eccentroten, ac certum absidis locum in Ecliptica ratiocinemur, vt si calculus ab experimentis aberret, in integrum restitui possit. Claudius Ptolemæus solis absidem suo tempore in 5 Geminorũ parte 30 scrupulo immobilem consistere putabat. Sed eius motus ad hæc nostra tempora satis euidentibus obseruationibus deprehensus est, cum vltra primam Cancri partem & 40 scrupul. ab eo loco processerit. Cur autem Ptolemæus in ea sententia fuerit, rationem ingeniosissimè nobis explicauit summus vir Hieronymus Cardanus. Cùm enim eccentrici circuli propterea constituantur, quia planetæ aliâs altiores, aliâs humiliores nobis appareant, id quod non tantùm ex apparẽte corporis magnitudine, sed etiam ex eclipsibus luminarium licet deprehendere: item quod in superioribus locis tardiùs in inferioribus velocius moueantur, ac in planetis, qui in epicyclo voluuntur, maximas æquationes increscere necessarium sit, quando centrum propius ad terram accedit, & vicissim decrescere, quando remotiùs ab eadem euagatur, sequitur exiguam motus absidis differentiam duabus potissimùm de causis latêre. Nam quæ ex eclipsibus solis colligitur mutatio partim ob luminis magnitudinem, partim eclipseos instabilitatem nullo modo deprehendi potest. In eclipsibus lunę vmbræ terræ magnitudo ad distantiam 5 partium ab absside parum aut nihil immutatur. Quare per hanc obseruationem motus solis absidis minimè probare potuit, nec etiam facilè ex consideratione ipsius cursus intra exiguum temporis spacium. Sed etiam motus absidis intra partes 5 nullam parit differentiam, quæ aspectu possit discerni. Ex quibus manifestè constat, cum Ptolemæus tantùm obseruationis 500 annorum haberet, non potuisse ipsum Solis absidi motum assignare. Noluit autem summus artifex ea constituere, quæ nec demonstrari, nec vlla sensus euidentia comprobari possent. Sed reliquorum planetarum motus cum exquisitiùs ex collatione solis deprehendi possent, cuius distantia quidem à stella exactissimè nota erat, etsi radix minus exquisitè haberetur, tum quia remotionis diuersitas manifesta esset, quę etiam ex minima absidis differentia contingit, in ijs absidis mutatio latêre non potuit.

Propter has causas Ptolemæus reliquorum planetarum absides moueri nõ solùm inuenit, verum etiam demonstrauit, Solis autem absidem moueri nulla ratione demonstrare potuit. Neq; hoc peritissimi artificis ignorantiæ adscribendum est, cùm obseruationibus destitueretur, sine quibus aliquid certi in Astronomica scientia constituere impossibile est; nunc autem plures propter tantum temporis elapsum interuallum artificum industria factæ extant. Cum autem rex Alphonsius videret cõstitutas à Ptolemæo absidum radices, vt hîc describuntur,

Absis

Absis Saturni in Scorpionis P. M.	Scorpionis P. M.		Differen. P. M.
14 10	17	54	3 44
Absis Iouis in Virginis 2 9	28	7 Leonis	4 2
Absis Martis in Cancri 16 40	19	43 Cancri	3 3
Absis solis in Geminorum 5 30	5	56 Geminorum	0 26
Absis Veneris in Tauri 16 10	5	56 Geminorum	19 46
Absis Mercurij in Libræ 1 10	5	10 Libræ	4 0
Secundum Ptolemęum.	Secundum Alphonsium		

Ad tempus Nabuchodonosoris, & suas exactius supputatas, ad idem vellet referre principium ex constituta Ptolemęi hypothesi & naturalibus rationibus eundem motum & stellis fixis & absidibus attribuit. Cum autem centrũ epicycli Veneris statueretur iuxta partem extremam Sagittarij, inuenit maximam remotionem partium 47, scrup. 32, quę maior est quàm Ptolemęus constituerat. Quare in alium etiam locum Veneris absidem transferre coactus est iuxta quod punctum, ex cõstituto solis motu, licet non precisè, tum ipsius absidem esse cognosceret. Propterea cum non precisè scopum attingere posset & Veneris motus cum medio motu solis maximè conueniret, & differentem in absidibus locum, qui deprehendi posset, non haberet, nec à verisimili ratione alienum videretur Veneri eundem locum statuere, ad postremã Geminorum partem solis absidem transtulit. In eandem ipsum sententiam impulit instatutum Ptolemęi, qui Nabuchodonosoris tempore solis absidem in 5 Geminorum parte constituerat, & quod Alphonsius Nabuchodonosore annis 1998, diebus 96 posterior sit, in quo tẽpore motu octauę sphęrę, quem Ptolemęus in annis 100 vna parte constare voluit, Veneris absis ad Solis absidem transfertur. Ergo tam ratione quàm experimẽto Solis absidem mobilem posuit, & ad Veneris absidem traduxit, & in annis 1119, diebus 249, quibus prima Ptolemæi obseruatio Alphonsij radicem antecessit, eidem 23 ferè partes adiecit.

PROPOSITIO X.

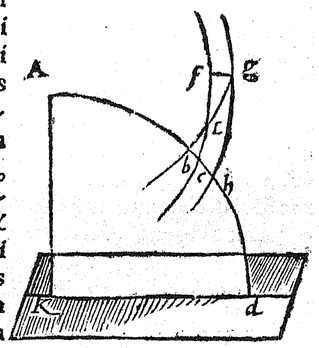
De ueri temporis Æquinoctij obseruatione.

Magna erat antiquorum artificum diligentia (vt apud Theonem in Græcis commentarijs μεγάλης σωφρέως videre licet) in explorando exquisitè veri Aequinoctij tempore, non tantùm ad certam anni currentis quantitatem definiẽdam, verum etiam ad emendatum solis motum constituendum. Ad obseruationes autem adhibebant organa sumptibus ac arte constructa. Sed nostro seculo pauciores Aequinoctiorum obseruationes ab artificibus annotatas habemus: vna inter cæteras, quæ facta est Thubingæ anno 1538 decimo die Martij, quam tamen in explorandis temporis scrupulis nihil à scopo aberrasse vix credi potest, omnium exquisitissima videtur. Vt ergo studiosi veritatis rem ipsam & quantum ab experimentis tabularum calculus absit, diligentius explorent, non est indignum consideratione, vt inuestigemus qua ratione Quadrãtis adminiculo Aequinoctij temporis obseruationem cõmodissimè liceat absoluere. Explicatum est nobis anteà, quomodo ex obseruata solis ortiua aut occidua amplitudine verum ipsius in Ecliptica locum ratiocinemur, cuius hîc

vſus ad certam æquinoctij temporis horam colligendã accommodadiſſimus eſt. Etenim in locis ab æquatore verſus Septentrionem remotioribus amplitudinum circumferentiæ declinationum ſegmenta longiori excedunt interuallo. Itaq; contingit, vt verus ſolis locus ex obſeruata per inſtrumentum amplitudine, certius ac facilius, quàm ex declinatione colligaſ. Ac vt res ipſa fiat euidentior, ſcire licet, ipſas ortus & occaſus amplitudines eandem cum declinatione rationem in ſitu obtinere: videlicet vt in declinatione, quæ eſt verſus Septentrionem, ſol oriatur & occidat citra ſectiones Aequatoris & Horizontis, ac contrarium accidat, quando ſol in ſemiſſem Eclypticæ, qui in Auſtrum deflexus eſt, expatiatur. Ex his manifeſtè conſtat, ſi intra illius temporis interuallum, quo ab Oriente in Occidentem reuoluitur ſol, vtranq; declinationem ſortiatur, nimirum vt à Septentrione per ſectionem Aequatoris & Eclipticæ in Auſtrum digrediatur, aut è conuerſo: neceſſariò euenire vt manè citra punctũ Horizontis, quod ſtringit Aequinoctialis, emergat, ſed veſperi vltra oppoſitum ex diametro punctum occumbat, aut contrà. Cuius rei per inſtrumenta periculum facient certius ac facilius, qui habitant in locis, vbi maior eſt inclinatio Horizontis ad Aequatorem. Iam verò cum ſuperius à nobis demonſtratũ ſit, qua ratiocinatione ex obſeruata ſolis ortus & Aequinoctialis differẽtia certum ipſius in Eclyptica ſitum colligamus, facilè apparet, ſi & occaſus locum exploremus, quomodo ſegmentum illud circumferentiæ Eclypticæ, quod cõtra motum primæ reuolutionis ab Occidente verſus Orientem quolibet die conficiat, in lucem prodeat. His ita conſtitutis, explorabimus aliquot dierum tempore, intra quod Aequinoctium euenire omnino oporteat, amplitudines exortus & occaſus ſolis ea, quam ſuperius ratione declarauimus. Atq; diligenter illud reuolutionis tempus annotabimus, in quo per inſtrumentum declinationis mutationem factam eſſe deprehenderimus.

Si ergo hanc declinationis mutationem intra ſpacium diurnę reuolutionis contigiſſe obſeruatum fuerit, ſolis ingreſſum in punctũ Aequinoctij de die factum eſſe conſtabit. Contrarium intelligas, ſi eadem mutatio fiat intra tempus quod eſt ab occaſu ad ortum ſolis. Quare vt huic ſolis ingreſſui in punctum Aequinoctij, ſiue ſectionem Aequatoris & Eclypticæ certum temporis momentum aſſignemus, ſpacium dictæ reuolutionis, ſiue diurnum ſiue nocturnum fuerit, cum circumferentijs Eclipticę, quarum altera ex declinationis mutatione ſit inuenta, altera ex diſtantia loci ſolis à dictæ ſectionis puncto per obſeruationem Aequinoctij tempus antegreſſam ſit collecta, conferemus in hunc modum. Eſt enim eadem ratio totius Eclipticæ ſegmenti ex mutatione declinationis ſolis deprehenſi ad conſtitutum primi motus tempus, quo is ab Oriente in Occidentẽ circumuoluitur, aut è conuerſo. quæ eſt diſtantia ſolis loci ab Eclipticæ ſectione, qui per antecedentem obſeruationem colligitur ad illud temporis ſpacium, quod inter eam obſeruationem & momentum veri Aequinoctij intercipitur. Quare multiplicantes ſecundum in tertium, quod producitur partiemur in primum. Hinc inquiſitum certi ingreſſus ſolis in conſtitutam Aequatoris & Eclipticæ ſectionem momentum innoteſcet. Atq; hac ratione primùm inſtitutæ quæſtionis ſolutionem per obſeruationem ortus & occaſus ſolis expediuimus: ſequitur nunc vt etiam conſideremus qua ratiocinandi via per eleuationes ſolis in Meridiano circulo, eundem ſcopum attingamus. Nec difficilis fuerit huius obſeruationis cõſideratio, ſi memineris qua ratione, ſuperius ex ſolis eleuatione Meridiei tẽpore obſeruata, verum ipſius in Eclyptica locũ deprehenderimus. Eo loci oſtendimus Meridianas ſolis altitudines, quandiu occupat ſemiſſem Eclipticæ Borealem, ſi per inſtrumentum obſeruentur, ſemper maiores deprehendi, quàm ſit inclinatio circuli Aequatoris

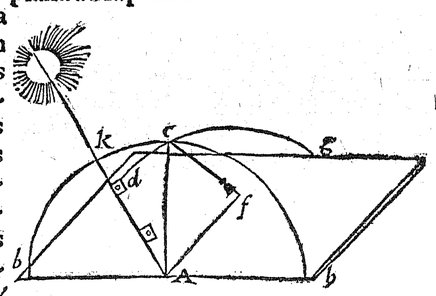
toris ad horizontem ac contrarium experientibus offerri, quando ſol Auſtrinam Eclipticæ partem peragrat. Ex quibus manifeſtum eſt, ſi in Meridie explorata ſolis eleuatio tanta exquiſitè occurrat, quanta eſt inclinatio horizontis & Aequatoris, ſiue quantum eſt altitudinis poli complementum, eo ipſo obſeruationis momento ingreſſum ſolis in Aequinoctij punctum abſolui. Si verò tempus Aequinoctij verni expectetur, aut certò futurum ſit à Meridie diei conſtituti, eleuatio ſolis Meridiana minor inuenietur inclinatione ſphæræ, ſed in ſequentis diei Meridie eandem pro ratione declinationis excedet. Ex vtraq; harum eleuationum cum differentes conſtituantur ſolis declinationes, etiam vterq; ſolis locus, nimirum & quem antecedente Aequinoctij tempus diem, & quem ſequente poſsideat, facilè innoteſcit. Quare vtriuſq; diſtantia ab Aequinoctij puncto, & tota denicq; motus circumferentia, quàm in Eclyptica ſol à tempore alterius obſeruationis ad alterum conficiat, latère non poteſt. Vt ergo certum Aequinoctij momentum ratiocinemur conſtituentes totam circumferentiam ex vtriuſq; loci ſolis differentia collectam in primum locum, & in ſecundum primæ reuolutionis tempus, quod conſtat 24 horis & in tertium loci prioris obſeruationis à ſectione verna Eclipticæ diſtantiam reliquum operis iuxta tenorem regulæ proportionis abſoluemus. Hinc verum æquinoctij tempus inuenietur, quod à Meridie antegreſſæ obſeruationis diei numerabitur, aut ex 24 horarum ſpacio ſublatum, temporis differentiam, quę inter Aequinoctiũ & Meridiem ſequentis diei intercipitur, relinquet. Cæterùm quo tempore futurum expectabitur autũnalis Aequinoctij tempus, neceſſarium fuerit, vt obſeruata ſolis altitudo in Meridie ipſum antecedente poli complemento maior inueniatur, in ſequenti verò minor. Ex harum eleuationum differentia cum circumferentia Eclipticæ, quam ſol totius circũuolutionis tẽpore peragrat, ac vtriuſq; obſeruationis loci ab autũnali ſectione diſtãtia innoteſcat, eodem modo quem antea explicauimus, iuxta regulam proportionis certũ Aequinoctij tẽporis momentũ ratiocinabimur. Vt aũt rudiores manifeſtius rem ipſam percipiant, huius poſterioris obſeruationis exemplum in ſubiecto ſchemate proponemus. Cõſtituatur ergo inſtrumentũ a k d in plano Meridiani circuli verſus Auſtrũ ac circũferẽtiam a d ſecet Aequinoctialis f c in ſigno c, & Eclipti



ca g b in ſigno b vt autũnalis Aequatoris & Eclipticę ſectio fiat in l. In Meridie, qui proximè ſolis ingreſſum in l antecedit, obſeruatus ſit per Quadrantẽ ſol in b, ex quo loco verſus Orientẽ intra ſpaciũ 24 hora. quibus abſoluitur dies naturalis, proceſſerit vſq; in g punctũ Eclipticæ, cuius declinationẽ Auſtrinã deſignet circũferentia f g, & æqualis ſiue primę reuolutionis arcũ Aequatori parallelũ g h, qui ſtringat Meridianum in h. His conſtitutis, dicimus certũ ingreſſus ſolis in l punctum autũnalis Aequinoctij tẽpus per ratiocinationem cõſtitui poſſe. Cum enim in Meridie Aequinoctiũ antecedente locus ſolis deprehenſus ſit in b, innoteſcit eiuſdem eleuatio in circulo Meridiano d b, ſed d c eſt inclinatio ſphæræ, ſiue altitudo Aequinoctialis ſupra finientem circulum, quæ cognoſcitur ex complemento eleuationis poli, vt antea nobis demonſtratum eſt. Hac igitur ſublata ex d b, relinquitur Septentrionalis loci ſolis declinatio b c, qua deprehenſa iuxta doctrinam Triangulorum anteà explicatam, patefit diſtantia loci ſolis ab autũnali ſectione quæ eſt b l. Iterum Meridiei tempore Aequinoctij momentum ſequẽtis, cum centrum ſolis

delatum sit in g, ac Meridianum stringat in h, offertur in eodem eleuatio d h, qua sublata ex c d supereſt Austrina loci solis declinatio c h, cui æqualis est f g, quia g h parallelus est æquinoctiali f c. Cum ergo teneamus ipsam f g per eandem Triangulorum scientiam colligemus distantiam loci solis in g ab l. Ex coniunctis autem b l & g l constituitur tota b l g circumferentia, quàm centrum solis confecit intra spacium totius primi motus periodi. Fit igitur vt eadem sit ratio totius segmenti b g ad tempus primi solis motus periodi, quæ est partis b l ad spacium temporis, quo sol ex b versus Orientem in l æquinoctij punctum mouetur. Ex quatuor harum quantitatum innotescunt tres. ergo per regulam proportionis quarta, quæ verum æquinoctij temporis momentum complectitur, in lucem prodibit. Ex eodem schemate discentes facilè perspicient, qua ratione ex obseruata per declinationes motus solis differentia certum æquinoctij verni tempus colligatur. Porrò cum in his antegressis modis ab obseruationibus ad ratiocinationem progressum fieri oporteat, vt certò præfixum nobis scopum assequamur, subnectemus hîc aliud artificium, quo citra omnẽ vsum calculi studiosi idem operis expedire possint. Vtq; rem ipsam faciliùs percipiant, scire licet illas superficies, quæ in planiciem æquinoctialis circuli exquisitè incumbunt, aut eidem æquidistant, quamuis in terra vtriusq; situs nulla obseruantibus differentia offeratur, ac Septentrionem spectant, à solis radijs duntaxat illustrari, quãdo semissem Eclipticæ Borealem occupat. Contrarium experimur eodem tempore in aduersa superficie quæ polum antarcticum spectat, nimirum vt interea nullos solis radios excipiat, donec per autumnalem sectionem Eclipticę in Austrum ab equatore reuertatur. Ex quibus manifestum est ipso æquinoctij die, siue cum alterius sectionis punctum sol ingreditur, radios ipsius ab vna superficie in alteram continuò transferri. Si ergo huius translationis siue mutationis radiorum solis momentum liceat experiri, aut certò deprehendere verum æquinoctij tempus constitutum habebimus. Itaq; si fiat hoc nocturno tempore, manifestum est hac obseruatione institutum negocium absolui non posse. Hoc igitur constituto, si verum æquinoctium in tempus diei incurrat, inuestigandum erit nobis deinceps, in quem situm oporteat Quadrantem collocari, vt certò huius rei periculum faciamus. Primùm hîc opus est exquisita distinctione temporis & antemeridiani & pomeridiani per obseruationem Meridianæ lineæ, quæ anteà nobis explicata est. Hac ratione consequemur, vt solo Quadrante loco totius superficiei semicirculi vtamur, in hunc modum. Eo die, quo futurum expectabitur æquinoctij tempus, ante solis ortum collocabimus Quadrantem in eum situm, vt exactè sit in plano Quadrantis Aequatoris circuli, qui inter locũ ipsius exortus & cæli medium intercipitur. Ad hanc collocationem rectè instituendam opus est diligenti obseruatione Meridiei lineæ, communis horizontis & æquatoris sectionis, & inclinationis sphæræ in quo loco futura sit obseruatio. Vt hoc euidentius appareat super tabellam planam ad horizõtis superficiem exquisitè stratam designabimus Meridianam lineã, quam deinceps per aliam rectam πρὸς ὀρθας secabimus, quæ nobis designabit communem æquatoris & circuli finientis sectionem. Hoc constituto, superficiem Quadrantis ita imponemus tabellæ, vt centrum exquisitè congruat ipsi recto angulo sectionis ductarum linearum, qui est inter Orientem ac Meridiem, id quod certò futurum est, si basis Quadrantis in sectionem Aequatoris, & alterũ latus in Meridiei lineam exactè conueniant. Supereſt tandem, vt Quadrantis alterũ latus à constituto tabellæ plana sic eleuemus, eandem Aequatoris sectionẽ basi occupante, vt exactè constituat angulum inclinationis æquatoris & finientis circuli. Id operis facilè expediemus, si in alio plano ad quantitatem semidiametri Quadrantis

drantis nostri circumferentiam designemus, aliquanto maiorem eleuationis poli complemento, quod illic officio circini excepti, hîc distinguemus. Quòd si id molestum videatur, excipiemus in Quadrante magnitudinem sinus recti inclinationis Aequatoris & horizontis, cui æquale faciemus perpendiculum, aut rectum aliquem stylum, cui hoc adhæreat. Duobus igitur modis certam experiemur quadrantis eleuationem, vt inclinationi sphæræ congruat. Aut enim applicabimus centrum designatæ circumferentiæ centro Quadrantis & basin illius Meridianæ lineæ, & attollemus punctum huius, vbi finis est 90 partis exquisitè supra distinctum poli complementum. Aut stylum antea constitutum sub eodem 90 partis pũcto officio perpendiculi ita collocabimus, vt subiectam Meridiei lineam πρὸς ὀρθας contingat. Talis ergo situs erit instrumenti, vt Aequatoris Quadranti, qui est inter Orientem ac Meridiem exactè congruat, ac idem planum reuera possideat. Exploraturi igitur certũ Aequinoctij temporis momentum emergente sole versus Orientem mobilis regulæ pinnacidia dirigemus, vt cõstet an solis radij per ea ingrediantur. Quod si fiat, certum erit eo momento Aequinoctium celebrari, sin minus, reliquo tempore quo sol ab ortu versus cæli medium rapitur, subinde eandem regulam per instrumenti planiciem circumuoluemus, donec experiamur, quòd radij per ipsa pinnacidia irrumpant. Hoc vbi deprehenderimus, cuspis regulæ in circũferentia indicabit Aequinoctij temporis à Meridie distantiã, si pro singulis segmentis 15 part. integram horam substituamus. Quòd aũt sol hoc tempore verum Aequinoctij punctũ ingrediatur, manifestum est, quia centrum illius nisi cõstituatur exquisitè in planũ Aequinoctialis circuli radios directè per vtriusq; pinnacidij foramina transfundere non potest. Manifestũ est ergo, qua ratione tempus Aequinoctij ante Meridiem possit explorari. Cum aũt nulla ratione constet, an hoc intra id temporis futurum sit, considerandum nobis est, si in alterũ semidiurni motus semissem inquisitum tempus incidat, quomodo in eundem vsum instrumẽtum sit collocandum. Cõmodissimè hîc idem negocium expediemus, si aduersam Quadrantis superficiem in alteram partem æquinoctialis planiciei, quæ inter Meridianum & Occidentem cõcluditur eodem artificio, quod paulò antè expositum est, transferamus. Nam hîc eodem modo per circumuolutionem regulæ excipiendis solis radijs accommodatam ingressum eius centri in æquinoctialis circuli planum experiemur. Cæterùm ne res ipsa discentibus obscurior videatur, designato schemate euidentiùs eam ante oculos constituemus. Sit ergo tabella plana ad superficiem horizontis strata b d g h, per quam ducta sit Meridiana linea a f. Hanc πρὸς ὀρθας secet b a h communis æquatoris & horizontis sectio, super quam designetur semicirculus b c h ad quantitatem lateris instrumenti a b. Et hunc in semisses partiamur per rectam c a, vt Quadrans b a c sit in ea parte æquinoctialis, quæ ab Oriente horizontis parte & Meridiano comprehenditur, & alter c a h, qui cæli medio & Occidente finientis circuli parte complectitur. Vt ergo veram vtriusq; Quadrantis eleuationem experiamur, quam hîc ita constituimus, vt ipsius sphæræ congruat inclinationi, ad sectionem c collocabimus circumferentiam d c g designatam super æquali magnitudine ipsi b a, in qua c g sit eleuationis poli complemento æqualis. Eandem eleuationem explorabimus si fuerit c f per-



pendiculum æquale ſinui recto eiuſdem complementi, ac in Meridianam lineam a f πρὸς ὀρθὰς incidat. Hoc conſtituto, poſt ſolis exortum regula mobilis a k per infixa pinnacidia radios ipſius ex l delatos tranſmittet. Hinc manifeſtum erit centrum Solis l in eadem eſſe recta linea, cum k a, quæ cum ſit in Aequinoctiali plano, conſtat illud alteram ſectionem Eclipticæ & Aequatoris occupare. Itaq; non dubium eſt, quin verum in l fiat Aequinoctium. Cum autem b c h ſemicirculus Aequinoctialis planum occupans, ſectus ſit per rectam c a in ſemiſſes, erit ipſa a c in Meridiani plano. Quare per ſegmentum k c patefit diſtantia temporis Aequinoctij à Meridie. Si ergo intra illud ſpacium temporis, quo ſol ab Oriente in Meridiem voluitur, nuſquàm ipſius radij per pinnacidia deferantur, nec Meridiana eleuatio congruat inclinationi ſphæræ, poſt Meridiem officio regulæ in Quadrante c a h ſimilem obſeruationem repetemus. Hęc de explorando Aequinoctij tempore ſcripta ſufficiant.

PROPOSITIO XI.

De ratione ueram anni temporis quantitatem examinandi.

AD communem rerumpub. vtilitatem non mediocriter conducit, vt tempus annuæ reuolutionis Solis in Ecliptica quantum fieri poteſt exactiſsimè cognoſcatur. De huius temporis quantitate omnibus ferè ſeculis, etiam diligentiſsimorum artificum ac priſcorum diſcrepantes ſententiæ ſunt inuentæ. Quare ſingulis ferè annorum centurijs ex recentiorum artificum obſeruationum collationibus, veram anni quantitatem ratiocinari operæpretium fuerit. Hoc quomodo fiat inferiùs explicatur. Vt autem totius negocij rationem ad faciliorem ſequẽtium intelligentiam paulò altiùs repetamus, cognoſcendum eſt olim primò Thebæos Aegypti populos longè aliud anni tempus ex Lunæ motu, quàm ab Hebræis ante diluuium fuiſſet obſeruatum, conſtituiſſe. Dehinc apud Græciæ populum Thales Mileſius, qui vnus ex ſeptem ſapientibus cõmemoratur, alio modo anni quantitatem diuulgauit: poſt quem Eudoxus & Hipparchus, rationem Aegyptiorum imitati, primi omnium maximè propinquum reuolutioni Solis anni tempus cõſtituerunt. Tandem inter Latinos C. Iulius Cæſar induſtria & officio Soſigenis tunc temporis Aſtronomorum præſtantiſsimi, proximè ad rei veritatem anni menſuram 365 dierum & ſex horarum promulgauit: vnde factũ eſt, vt quarto quolibet anno dies integer excreſceret, quem poſt 24 Februarij conſtituit, atq; hinc is annus biſextilis appellationem ſortitus ſit. Porrò triplici modo annui temporis magnitudinem metiri ſolebant. Nam Thebit Benchorat, Chorę filius, tempus reditionis Solis ad eandem ſtellam fixam obſeruabat. Claudius Ptolemæus reuerſionem Solis ad idem Tropici, aut Aequinoctij pũctum dinumerabat. Tandem recẽtiores nempe rex Alphonſius, Regiomontanus, & Hieronymus Cardanus omnium noſtri tẽporis Philoſophorũ facilè princeps, cuius etiã honoris gratia libenter mentionem facimus, multò verius ac certius tẽpus reſtitutionis Solis ad idem Eclipticæ fixæ punctum tam in longitudine quàm latitudine, per circumferentiam maximi circuli à polis Eclipticę fixæ in Solis cẽtrum ductam, atq; ibidem fixam, donec Sol in idem punctum reuertatur, nullam ex hoc differentiam ſtatuentes, quòd Sol ſub mobili Ecliptica à fixa dimotus, nunc in Septentrionalem, nunc in Meridionalem partem deflectat, ad definiendam anni quantitatẽ aſſumpſerunt. Porrò Cardanus longè aliter triplicem Solis motum, quàm reliqui recentiores, conſtituit. Aſſerit enim Solem motu vniuerſi primò ab Oriente in Occidentem in 24 horis ſuper mundi polis, ſecundò ab Occidente in Orientem ſuper mobilis Eclipticæ polis, iuxta Alphonſij ſententiam intra 49000 annorum ſpatium, quòd longiſsimum tempus eſt, aut in annis 4056 diebus

diebus 330 minut. 46, ſecun. 50, quod breuiſsimum eſt iuxta opinionem Thebit, aut teſte Cicerone in 1300, aut ſecundum Platonem in 36000 annis circumuolui, quo motu cum ex orbe etiam toto fiat, non ſolum abſis ad diuerſa loca progreditur, aut retrocedit, verum etiam Ecliptica mobilis ad alios atque alios angulos Aequinoctij orbem interſecat. Nec verum putat ſolos abſidem deferentes, vt plurimi exiſtimant, ita moueri. Vltimò verò Solem excentrico orbe aut ſphærula ita ab Occidente ſub mota Ecliptica ad Orientem deferri, vt in 365 diebus, 6 horis, minus pauciſsimis tẽporis minutis eõdem reuertatur. Neq; tantùm totũ ſolis orbem ſub Eclipticæ motu ab Occidente in Orientem regredi, ſed etiam vniuerſam cælorũ machinã non minus tardè ſimul ad Orientem retrocedere, quàm in occaſum velociter deferri. Vnde conſecutum eſt, vt cum plurimi hunc motum in orbium planetarum, ac Lunæ deſcriptione neglexerint, aut ignorauerint, poſt magnum temporis interſtitium error maximus & vix explicabilis excreuerit. Nam cum Sol, cæteriq; planetæ eandem ad mobilem Eclipticam perpetuò ſeruent habitudinem, manifeſtum eſt eos neceſſariò illius motu, nec tantum abſiduũ deferẽtes moueri, imò cùm totus orbis planetarius ſimul moueatur, hos orbes imaginarios potiùs, quàm re vera ſic appellandos. Sed opinionem Thebit cum experimẽtis non conſentire certum eſt. Nam ſpica Virginis, quæ Ptolemæi tempore ab Aequatore in Auſtrum nullo gradu, minut. 31 declinabat, nunc vlterius ad eandem mundi plagam, part. 8 minut. 25 receſsit. Quare in 1404 annis declinationem 7 partibus, 54 minut. increuiſſe oportebit. At dimetiẽs parui circuli ſecundum opinionem Thebit tantùm eſt 8 grad. 37 ſcrup. ſecund. 26. Ergo cum 1404 paulò plus, nempe 52 conſtituant, quàm ſit tertia pars de 4056. oportuiſſet tãtùm caput Arietis per 130 partes parui circuli delatum eſſe. Atqui hęc differentia 8 ferè circuli magni partes implere non poteſt. Etiam Lunæ locus declarat ſtellas ab Aequatore plus 5 partibus receſsiſſe. Conſtat igitur tum ex Planiſphærio, tum ex planetarum motibus, ſtellas per maiorem differentiam, quàm ſint partes quinq; moueri. Claudius Ptolemęus, antè annos 1422, hoc eſt, poſt tempus natiuitatis Chriſti Seruatoris 138 diligentiſsimis obſeruationibus tempus reuolutionis Solis 365 dierum, horar. 5 minut. 55 ſecun. 12 inuenit, ita vt in annis 300 vnus biſextus prætermitteretur. Nam ſi exactè reſiduũ tempus à diebus eſſet 6 horarum, inter annos 300 eſſent biſextiles 75, at hîc deſunt minu. 4 ſecun. 48. Quare ſi multiplices 4 minut. & 48 ſecund. in 300, producetur dies integer. Minuta enim 1200 horas 20 & ſecund. 14400 4 conſtituunt. Verùm hæc anni menſura, cum noſtri temporis obſeruationibus non conſentit, Ptolemæus enim velociorem motum, quàm experientia teſtetur, ſtellis fixis aſsignauit, nec initium anni ab aliquo Eclipticæ fixæ loco, ſed Aequinoctij puncto ſumpſit: motum etiam abſidis excentrici Solis propter obſeruationũ inopiam deprehendere non potuit. Al Bategnius Mahometus anni tempus dierum 365, horarum 5, minut. 45, ſecund. 36 tantùm inuenit, ita vt ex 100 annis, in quibus 25 biſexti fierent, vnus excíperetur. Nam ſcrup. 14 & ſecun. 24 per 100 multiplicata, diem vnum conficiunt. Sed hæc opinio cum ſtellarum fixarum motui 100 annos attribuat, noſtro tempore ab experimentis aberrat. Tandem Aſrael, qui tabulas motuum planetarum Alphonſio cõpoſuit, Georgius Peurbachius, Ioannes Regiomontanus, & Ephemeridum ſcriptores, pro vera noſtri temporis annorum quantitate dies 365, horas 5, minut. 49, ſecun. 15, tertia 58, quart. 51, quinta 12 aſsignarunt. Quòd ſi hanc anni quantitatẽ veram eſſe fateremur, in annis 136 ſupereſſent horæ 24, minut. 19, ſecun. 46, tert. 36, quart. 24, atq; ita conſequeretur, vt, ſi ex annis 136 vnus biſextus auferre-

tur, atq; ex 9928 loco 73 biſextorum excipiendorum 74 tollerentur, motum Solis emendatum haberemus. Nam etſi differentia minut. 3 ſecun. 42 tert. 17 quart. 12 relinquatur, tamen ea in 3871920 annorum tempore demũ 1 diem abſoluit. Porrò, quò facilius intelligantur ſequentia, ſcire licet eos, qui nobis hanc motuum diſtinctionem tradiderunt, & ſphæræ ſtellarum fixarum triplicem motum conſtituiſſe. Primum, qui ſingulis diebus ab Oriente in Occidentem ſuper polis mundi fixis perficiatur: Secũdum qui fit ab Occidente iterum in Orientem ſuper polis Eclipticæ immobilibus in 49000 annis, ita vt pars vna in 136 annis & 90 conficiatur: Tertium quem trepidationis motum appellarunt, per circumferentiam parui circuli, cuius centrum in Ecliptica nonæ ſtatuitur, & dimetientem partium 18 maximi circuli habet, & in 7000 annorum ſpatio abſoluitur. Hac etiam de cauſa fit, vt Solis maximæ ab Aequinoctij orbe declinationes varientur, & tanta in velocitate & tarditate motus ſtellarũ fixarum differentia appareat. Hoſce duos ſolis motus, tanquam alicuius ducis totis orbibus non ſecus ac diurnum planetæ omnes cõſequuntur. Porrò Claudius Ptolemæus duas exactiſsimas ingreſſus Solis in primum autumnalis Aequinoctij punctum obſeruationes nobis reliquit, quarum prima 8 cap. lib. 3. ſic deſcribitur. Exquiſitiſsimam fecimus anno decimoſeptimo Adriani, ſeptimo die menſis Athus, ingreſſus Solis in primum autũnalis Aequinoctij punctum, obſeruationem, horis duabus æqualibus à meridie, poſt Nabuchodonoſoris coronationem annis 879 diebus 66 horis duabus: ab Alexandri morte annis 455 diebus 66 horis 2 & ab Octauij principatu annis 161, diebus & horis ijſdem. Secunda autem ſecundo ſic recitatur. Tertio Antonini anno, nono die menſis Athir, vna hora poſt Solis ortum, vidimus Solem in primo autumnalis Aequinoctij puncto, qui fuit annus ab Alexandri morte 463. Primùm hîc conſideremus, quos annos Ptolemæus intelligi velit. Differentia motus Solis à Nabuchodonoſore ad primam obſeruationem eſt partium 211 minut. 25 quam in annis 879 diebus 66 horis duabus excreuiſſe narrat. Et motus Solis vnius anni, qui exactè conſtabat 365 diebus, erat 359 part. 45 minut. 24 ſecun. 45 tert. 21 quart. 8 quint. 35 ſextorum. Hunc motum ſi duxeris in 879 annos, dies 66 horas 2 vltra integras reuolutiones 879 exorientur part. 211, minut. 25. Quare manifeſtè conſtat annos Aegyptios intelligendos eſſe, cum eandem motus differentiam Ptolemæus ipſe conſtituerit. Et cum hi 879 anni conſtent ex 424 qui intercipiuntur inter tempus coronationis Nabuchodonoſoris & mortem Alexandri: item ex 294 qui à morte Alexandri ad Octauij principatum elapſi ſunt, & ex 161, qui inter Auguſtum & 17 Adriani interſunt, ſequitur omnes hos intermedios Aegyptios eſſe. Porrò cum ſecundam obſeruationem tertio Antonini anno factam eſſe teſtatur, & ab Alexandri morte 463 atq; hîc prius eodem tempore 455 annos acceperit, differentia eſſe annorum 8 ſolarium, non Aegyptiorum, euidentiſsimis argumentis Cardanus comprobat. Erat huius obſeruationis dies apud Romanos 24 Septembris, idem verò apud Aegyptios nonus menſis Athus, quia ex illis annis cum 8 effluxiſſent, neceſſarium erat, vt menſis initium duos dies præoccuparet, quibus biſexti duo anni Aegyptijs abundabant. Hinc apertè conſtat obſeruationem hanc anno 140 ſalutis currente factam eſſe: & cùm ſit hîc tertius Antonini annus, conſequitur ipſum vel in fine 137 vel in principio 138 regnum occupaſſe. Conſtat enim ex obſeruatione tertij cap. libri quinti, non potuiſſe poſt plures dies, quàm 38 ab initio anni 138 ſalutis Antonino imperium acceptum eſſe. Nam 7 Februarij 139 anni, ſecundus Antonini annus erat. His conſtitutis ex prima Ptolemæi obſeruatione, & illa ingreſſus Solis in vernam

vernam Aequinoctij partem, quæ anno 1536 Thubingæ 10 Martij exactè in Meridie facta eſt, facillimum fuerit certam annui temporis magnitudinem, & verum Solis motum ratiocinari. Cùm igitur prioris obſeruationis tempore abſis Solis 5 Geminorum partem poſſideret, neceſſe eſt, vt verni Aequinoctij tempus diebus 187 alteram præceſſerit, ita vt 21 Martij horis 2 à Meridie euenerit. Et cum Alexandria Thubinga 1 hora 28 minut. remotius in Orientem vergat, ſequitur, vt illic tempus Aequinoctij vernalis anno 1536 10 die Martij, hora 1 minut. 28 poſt meridiem fuerit. Differentia temporis inter primam obſeruationem Ptolemæi & alteram hanc, quæ Thubingæ facta eſt, annorum 1404 tempus complectitur, in quibus ingreſſus Solis in Aequinoctium vernum præceſſit diebus 11 hor. 0 min. 32. Si iam diſtribuerimus horas 11 dierum, quæ ſunt 264 & 32 minut. in annos 1404, extrahentur ex ſex horis ſingulorum annorum 11 minut. 18 ſecun. 17 tertia 26 quart. 9 quinta 50 ſext. Quare emendata anni quantitas conſtabit 365 diebus 48 minut. 41 ſecundi 42 tertijs 33 quart. 50 quint. 10 ſextis, cum quibus præter integras reuolutiones Aequatoris aſcendunt part. 87 minut. 10 ſecund. 26 proximè. Hæc anni longitudo noſtri temporis obſeruationibus optimè congruit. Ad quam etiam proximè accedit ea, quæ ex ingreſſibus Solis in tropica ſigna ſupputatur. Conſtituerunt quidam in feſto natiuitatis Domini, anno 34 quo paſſus eſt, hoc eſt 25 die Decembris, obſeruatum eſſe Solis ingreſſum in punctum hyberni ſolſtitij, ſed poſt annos 1474 alij eiuſdem ſolſtitij tempus 13 die Decembris contigiſſe obſeruarunt. Interſtitium temporis, quo Sol in annis 1440 eandem partem præoccupauit, 12 dierum numeratur. Si igitur in annos 1440 tantum temporis partiamur, conſurgent præciſè 12 minuta ex 6 horis ſingulis annis ſubducenda. & ſi ex annis 120 ſiue 30 biſextis vnus intermitteretur, perfectum anni tempus 365 dierum & 48 ſcrupul. relinqueretur, quod antegreſſæ obſeruationi maximè propinquum eſt. Hinc motus Solis ad noſtra tempora correctiſsimè inſtitueretur. Sed ex aſſumpta priore anni quantitate, quæ maximè veritati conſentanea videtur, conſtruxit Cardanus duas tabulas, quarum vna eſt reuolutionum annorum, altera aſcendentium, ſiue horoſcoporum.

Tabula reuolutionum annorum.

			D.	H.	M.	S.
1	P.	B.	A. 0	5	48	41
2			A. 0	11	37	23
3			M. 0	6	33	54
1			A. 0	5	48	41
2	P.	B.	M. 0	12	22	36
3			M. 0	6	33	54
1			M. 0	18	11	18
2			M. 0	12	22	36
3	P.	B.	M. 0	6	33	54
1	B.		A. 0	5	48	41
2			A. 0	11	37	23
3			A. 0	17	26	6
4			M. 0	0	45	12
8			M. 0	1	30	25
12			M. 0	2	15	38
16			M. 0	3	0	51
20			M. 0	3	46	4
40			M. 0	7	32	8
60			M. 0	11	18	12
80			M. 0	15	4	16
100			M. 0	18	50	20
200			M. 1	13	40	40
300			M. 2	8	31	1
400			M. 3	3	21	20
500			M. 3	22	11	41
1000			M. 7	20	23	25
2000			M. 15	16	46	51
3000			M. 23	13	10	17
4000			M. 31	9	33	43
5000			M. 39	5	57	9
10000			M. 78	11	54	19

Tabula ascendentium annorum.

P.	M.	S.	
87	10	26	1
174	20	53	2
261	31	20	3
348	41	47	4
75	52	14	5
163	2	41	6
250	13	8	7
337	23	35	8
64	34	2	9
151	44	29	10
303	28	58	20
95	13	27	30
246	57	56	40
38	42	25	50
190	26	54	60
342	11	23	70
133	55	52	80
285	40	21	90
77	24	51	100
154	49	42	200
232	14	33	300
309	39	24	400
27	4	15	500
54	8	31	1000
108	17	2	2000
162	25	34	3000
216	34	5	4000
270	42	36	5000
181	25	13	10000

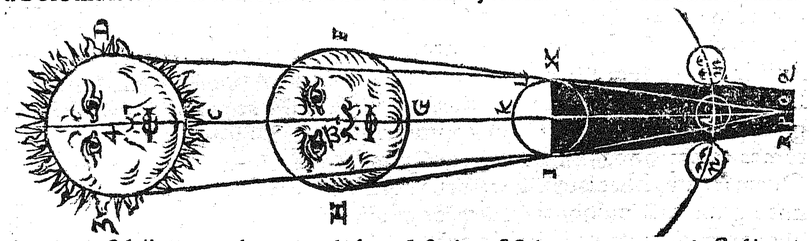
Harum tabularum vſum ſequentibus exemplis explicat. Anno 1398 natus eſt præſtantiſsimus vir Franciſcus Philelphus die 24 Iulij, horis 6, minut. 50 à meridie, mortuus verò anno 1481, vnde totius vitæ tempus fuit 83 annorũ. Iam ex his tabulis inuenietur tempus reuolutionis anni, quo mortuus eſt, & quotus Aequatoris gradus cum horoſcopo aſcẽderit. E regione 80 partium numerantur horæ 15, minut. 4, ſecun. 16, & cum ſuperſint adhuc tres, & genituræ annus ſit ſecundus poſt biſextum, ex minori tabula, vbi eſt P. B. 2 capiantur horæ 6, minut. 33, ſecund. 54, quibus omnibus coniunctis, exurgent horæ 21, minut. 38, ſecun. 10 ex tempore genituræ auferendæ. Quare reuolutionis tempus erat die 24 Iulij anni 1481 horis 2, minut. 22, poſt Solis ortum. In ſecunda tabula annis 80 adiacent partes 133, min. 55, ſecun. 52, & tribus reſpondent 261 part, minut. 31, ſecund. 20: ex his coniunctis ſi ſubduxeris totum circulum

culum, reſtabunt part. 35, min. 27, ſecund. 12, horoſcopi aſcenſioni adijciendæ. Secundum exemplum geneſeos ſit Gualterij Corbettæ, qui natus eſt anno 1495, die Iunij tertio, hora 12 horologij. Annus reuolutionis, in quo vita defunctus eſt: nempe 1535, ætatis 42 erat. E regione 40 annorum inueniuntur horæ 7, minut. 32, 8 ſecund. & cum annus natiuitatis ſit tertius poſt biſextum in tabula, vbi P. B ad 3 ponitur, reſpondent reliquis duobus annis, horæ 12, minut. 22, ſecund. 36. His omnibus collectis, prodeunt horæ 19, minut. 54, ſecund. 44, ex propoſito genituræ tempore tollendæ. Iterum in altera tabula è directo annorum 40, habentur part. 246, minut. 57, ſecund. 56, reliquis duobus adhærent part. 174, ſcrupul. 20, ſecun. 53. Ex his omnibus tollatur circulus integer, & remanebunt part. 61, minut. 18, ſecund. 49, quibus ſi adijciantur partes horoſcopi exurgent part. 140, minut. 30, cum quibus prima Virginis Eclipticæ pars, in qua tunc temporis Saturni corpus reſidebat, aſcendit. Vnde factum eſt, vt eo anno cooperante directione violentiſsima hæmoptoi occubuerit.

PROPOSITIO XII.

Ratio obſeruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

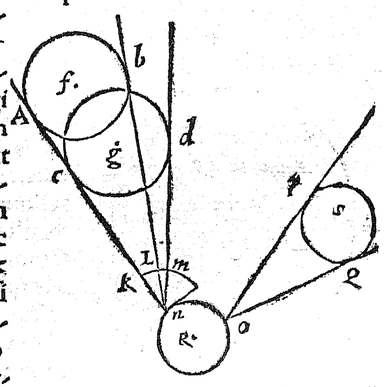
MAximè ad Eclipſium dimenſiones rectè inſtituendas obſeruatio, cognitioq; diametrorum Solis & Lunæ diuerſis temporibus apparentium requiritur. Nam pro ratione conſpectarum dimetientium quantitatem diſtantiæ, horum planetarum à terræ centro, item vmbræ terræ, & Eclipſium magnitudines increſcere aut deficere oportebit: id quod in Optica ſcientia eruditè artifices demonſtrarunt. Nam cum duo corpora, quorum minus lumen à maiori recipit, propiùs inter ſe conuenerint, neceſſe eſt illius maiorem partem huius radijs illuminari, & vmbræ quantitatem pro ratione acceſſus decreſcere. Quod cum ita ſit, manifeſtum eſt Lunæ Eclipſes, cum Sol oppoſitum abſidis occupauerit, longè minores fieri, quàm eo in ſummo eccentrici faſtigio exiſtente: etiam coitus tempore maiorem Lunæ portionem, quàm oppoſitionis à Sole illuſtrari. At maioris euidentiæ cauſa, ſchema huius rei cum demon-



ſtratione ſubijciatur: duo circuli b c d & h g f ſphæram corporis Solis nobis repræſentent, i k l terram, dum Sol fuerit in a, nempe remotiori à terra loco, proijcitur vmbra i r x q, ſed dum propius acceſſerit in ϖ, efficitur vmbra i p o x, quam manifeſtè conſtat minorem eſſe priore. Lunæ corpus ſit m & n, quæ dum fuerit in m, primam vmbræ maioris partem attingit, in n iterum ab eadem egreditur. At ſi fingamus maiorem vmbram ablatam, circa centrum tamen, quod eſt in medio n m, minoris vmbræ deſcriptum circulum, erit etiam ille minor priori. Siue igitur tranſiret Luna per vmbrarũ centrum, ſiue per ſimiles arcus, defectus eius nihilominus inæquales eſſent. Cuius rei non eſt alia cauſa, niſi inæqualitas circumferentiarũ vmbræ, per quam Luna Eclipſis tẽpore trãſit. Hic Solis & Lunæ ad terræ centrũ acceſſus, & ab eodem

receſſus nobis cauſas aperit, cur diuerſis temporibus non eiuſdem quantitatis appareant, ſed intra dies aliquot qualem cunq; magnitudinis differentiam ſortiantur. Nam, ſicut in Optica diſciplina demonſtratur, eadem corpora ſub maioribus angulis aſpectui oblata, apparent maiora, ſub minoribus minora. Iam verò quantò corpus aliquod propiùs nobis fuerit, tantò etiã pyramidis, quàm ab extremitatibus ſuperficiei apparentis lineæ in oculum concurrentes conſtituunt baſin maiorem fieri, & ſub maiori angulo videri oportebit. Hinc veteres Aſtronomi concluſerunt Solis corpus in excentrico circulo, aut in epicyclo concentrico immerſo, cuius dimetientis ſemiſsis ſit æqualis diſtantiæ inter centra mundi & excentrici interceptæ, totius anni ſpatio circumuolui. Huius excentrici abſidem, ſiue ſummum à terra faſtigium noſtro tempore diligentes motuum inquiſitores, in primam Cancri partem & 40 ſcr. progreſſam eſſe deprehenderunt. In quo loco Solis dimetiẽtem omnium minimam apparere neceſſe eſt. Ex hoc puncto paulatim deſcendens, propiùs ad mundi centrum deflectit, & pro acceſſus quantitate apparẽs diameter vſq; ad abſidis oppoſitam partem, in qua maxima videtur, incrementum aſſumit. Quare ſi Lunæ eclipſis contingat, Sole in prima Cancri parte, & 40 ſcrup. exiſtente, neceſſariò maximam terra vmbram proijceret, & maiorem, quàm alijs in locis, luminis Solis portionem ipſi Lunæ eriperet: ſed in oppoſita parte contrariũ eueniret. Quoties autem Sol aliàs Eclipticæ partes peragrat, pro quantitate diſtantiæ ipſius à terræ centro, eiuſdem & terreſtris vmbræ dimetientes mutantur. Ex eadem etiam cauſa euenire neceſſarium eſt, vt Lunæ à terra diſtantia non ſemper eadem maneat. Quare Hipparchus ante Ptolemæi tempora ad hypotheſes Lunæ motus, concentricum & epicyclum aſſumpſit. Nam cum in abſide epicycli eſſet, minor apparebat, ac remotior erat, in oppoſito verò maior, quia propiùs ipſi terræ imminebat. Poſt quem Ptolemæus Alexandrinus, cum ſuis obſeruationibus rationem motus Hipparchi claudicare deprehendiſſet, excentricum Lunæ cum epicyclo ſtatuere coactus eſt. Nam quoties à Sole quadratis radijs contingeretur, maximam inter medium & verum Lunæ motum differentiam deprehendit. Vnde concluſit centrum epicycli tempore quadraturæ propiùs ad terram, quàm in coitu, aut oppoſitione Solis accedere, & epicyclum omnino in excentrico circumuolui. Diſtantiam verò inter cẽtrum mundi & excentrici 10 part. 19 minut. inuenit. Hanc quidem orbium conſtitutionem & centrorum diſtantias Ptolemæi tempore cum experimentis obſeruationum conſenſiſſe credendum eſt: at noſtro ſeculo, cum tãtum temporis ſit elapſum, hanc Lunæ motus cõſtitutionem peritiſsimi artifices cum apparentijs minimè congruere deprehenderunt. Primus omnium Ioannes Regiomontanus lib. 5 Epitomes cap. 22 hoc animaduertit, quãuis nihil conſtituerit immutandum eſſe. Quem ſecutus Nicolaus Copernicus, hanc veterem Lunę Theoriam firmiſsimis argumentis impugnauit, atq; longè aliam noſtri temporis obſeruationibus conſentientem exquiſitè demonſtrauit. Gemma Friſius de Matheſeos ſtudijs optimè meritus, ſuas obſeruationes cum numeris tabularum cõferens, 20 minut. eas à ſcopo aberrare deprehendit. Scribit enim ſe anno 1542 15 die Decembris ſub noctem Lunæ dimetientem 30 tantum ſcrupul. obſeruaſſe, quæ niſi veteres Theoriæ fallerent 50 ſcrupul. fuiſſet. Nam circa proximam terræ circuli ſui partem ipſam verſari tabularum numerus indicabat, ita vt ab ipſo terræ centro 39 partibus diſtitiſſet, quantis aliàs 65 abeſt. Quare ſub maiori angulo neceſſariò ſecundum Opticæ demõſtrationis rationem apparuiſſet. Conſequitur etiam ex communi & veteri Lunæ Theoria tempore quadraturæ, quando nimirum dimidia aut δίχοτομος eſt, dimetientem ipſius duplo maiorem, quàm coniunctionis aut oppoſitionis tempore apparituram: cum tamen

men vniuerſalis omnium temporum experientia manifeſtè huic repugnet hypotheſi. Hanc quidam, vt manifeſta defendant mẽdacia, ſic illudere tentant, vt aeris, per quem rerũ imagines in oculos deferuntur, craſsiores interdum vapores viſum fallere reſpondeant. At ne quis exiſtimet eundem errorem etiam in obſeruationibus per inſtrumenta quantumuis magna factis nobis obrepere, cum & iterum Lunam in horizonte lumine plenam cõſpexeris, & poſtea iterũ cum ad cæli culmen aſcenderit, ipſius diametrũ per Quadrãtem metiaris, & ſi duas has obſeruationes nullo diſcrepare minuto videris, aeris craſsitudinẽ nihil hinc rei impedimenti attuliſſe noueris. Neq; tamen negari poteſt craſsiora in aere denſiori rerũ ſimulachra, ac ob id maiora videri, vt etiam ſtellarum diſtantiæ, item luminarium dimetientes circa horizõtem maiores, quàm in meridie apparent, ſed obſeruationes, quæ per inſtrumenta quantumuis magna fiunt, hanc apparentiarum diuerſitatem non admittunt. Hanc vtiliſsimam ac neceſſariam admonitionem huic loco interſerendam eſſe putaui, ne ſtudioſa inuentus tabulis duntaxat contenta, in errorem dilaberetur. Vt autem ad rem ipſam accedamus, ſcire licet, veteres Aſtrorum obſeruatores multiplices rationes ac modos apparentes luminarium dimetientes obſeruandi excogitaſſe. Alij enim per Aſtrolabium, alij ſicut eſt videre apud Ptolemæum lib. 5 περὶ μεγάλης συντάξεως, διὰ ὑδρομελιῶν, id eſt aquaticas dimẽſiones, quas per clepſydras factas eſſe cõſtat, alij per tempora Aequinoctia, vt Proclus & Cleomedes ſcribunt, Solis & Lunæ diametros obſeruabant. His tamen omnibus modis, quia inconſtantes & fallaces deprehenſi ſunt, repudiatis, Claudius Ptolemæus artificum Aſtronomiæ princeps, Dioptram Hipparchi, quam Proclus in Aſtronomicis hypotheſibus, & Theon Alexandrinus in Commentarijs ſuis, ex regula quatuor cubitorum, cum duobus ſpecillis fabricare docent, ad has obſeruationes prætulit: Quas nos etiam æquè certò ac expeditè per Quadrantem fieri poſſe edocebimus. Quoties igitur alterius luminaris dimetientem metiri volueris, inſtrumenti centro oculo applicato, notentur partes circumferentiæ in Quadrante, per quas radij viſus exactè Solis aut Lunę apparentes extremitates comprehendant: nam harum diſtantiæ angulum, ſub quo Sol, aut Luna apparuerit, extemplo patefaciet. Vt autem res ipſa diſcentibus euidentiùs innoteſcat, ex r centro deſignemus circumferentiam terreſtrem n o ac conſtituamus primùm ſphæram Solis in remotiorem f locum, deinde in g propiorem. Igitur in loco n per inſtrumentum Solem obſeruãti in f, cum viſus radij contingant eum in a & b punctis, offertur in Quadrante ſegmentum k l. Sed in g Sole conſtituto, cum à radijs viſiuis attingatur in c & d, efficitur ſegmentum apparentiæ k m, quod maius eſt k l. Eadem ratione ſi Lunam collocemus in s, quàm ſanè facilius obſeruare licet, intuentibus eam ex o ſigno innoteſcit angulus p o q. His obſeruationibus ſi frequenter vſi fuerimus, quantum hypotheſes cum apparentijs congruant, aut ab ijſdem diſſentiant, exactiùs indicare licebit.

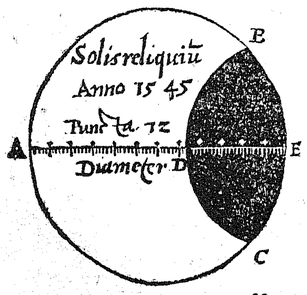


PROPOSITIO XIII.

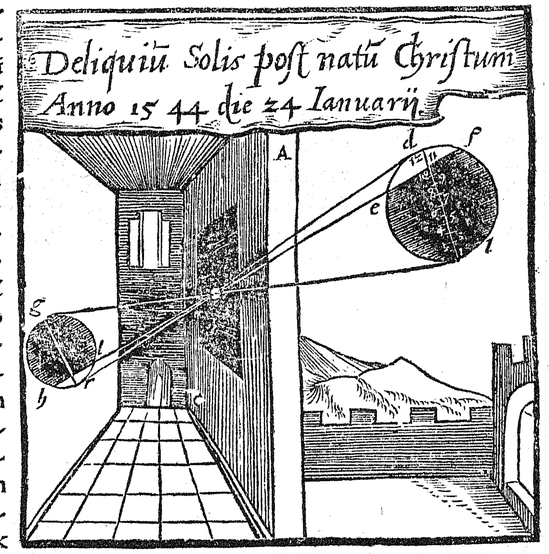
Qua ratione metiamur Eclipſium magnitudines.

OPtimo ordine conſequitur, vt cum proximè rationem dimetiendi Solis ac Lunæ apparentes diametros explicauerimus, modum, quo & facilli-

mè & certissimè magnitudines defectuum horum planetarum obseruari possint, hîc describamus. Cuius rei tractatione sanè vix alia in tota Astronomia veritatis amantibus ingenijs iucundior esse potest. Solæ certissimæ & admirabiles Eclipsiũ prędictiones ab artificibus multis retrò seculis ac diu antè quàm euenerint descriptæ, apud rudiorem plebeculam Astronomicæ scientię fidem pepererunt. Verum nostri instituti hîc non est, vt quibus rationibus futuri luminarium defectus artificiosè supputentur, explicemus. Etenim satis copiosè & eruditè ab alijs artificibus hæc res est pertractata, cuius sapientiæ amore, si quis accendatur, Ptolemæi μεγάλην συνταξιν, item tabulas Prutenicas Erasmi Rheinoldi Saluelden sis, aut Georgij Peurbachij diligenter euoluat. Inter omnes verò nullas emendatiores, & quæ experimentis melius consentiant habemus, quàm Nicolai Copernici artificis ad miraculum vsq; in scientia motuum cælestium excellentis. Hîc enim suas obseruationes, cum antiquorum artificũ scriptis conferens, ex elapso longioris temporis spatio plurima nobis emendauit, quæ veteres propter tẽporis angustiam nullo modo deprehendere potuerunt. Post hunc proximè correctissimas motuum tabulas insignis vir Ioãnes Vernerus Norimbergensis construxit. Sed regis Alphonsij, Ioannis Stophleri ni, etiam Purbachij tabulæ, tum in tempore, tum in magnitudine deliquiorũ supputandis non parum à scopo aberrant. Age igitur, si placuerit experiri, aut examinare, quisnam ex omnibus proximè ad rei veritatẽ accedat, & experientiæ congruentem calculum exhibeat, cum paulò antè deliquij tempus, per modum præcedentis propositionis alterius luminarium, cuius Eclipsis futura sit, diametrum diligenter obseruaueris, & tempus quo maxima planetæ pars obscuratur, notaueris, sæpius reliquam portionem deliquij expertem à medio circumferentiæ in partem oppositam accuratè per Quadrantẽ dimetiaris. Quòd si tum totius dimetientis & vltimò cõspectę partis magnitudines inter se conferis, facilè deficientis luminaris vnciæ, aut sectiones duodecimæ apparebunt. Subductis enim partibus posterioris obseruationis ex tota dimetiente sectiones obscuratæ partis restabunt. Quæ fuerit hîc ratio totius dimetiẽtis ad portionem deliquio affectam, ea erit 12 partium æqualium ad digitos (vt vocant) Eclipticos. Multiplices ergo quantitatem minutorum Eclipseos per 12 & productum numerum in totam partiaris diametrum, hinc exibunt vnciæ Eclipticæ, siue sectiones 12. Si aliqua fragmenta post diuisionem restiterint, per 60 multiplicentur, & productum per eandem diametrũ diuidatur. Exempli gratia, sit Eclipsis Solis, quam Gẽma Frisius Louanij anno 1545 obseruauit b d c apparens Solis diameter a e, quàm 31 min. constare deprehendit: medio autem deliquij tempore pars reliqua adhuc conspicua a d fuit minut. 19, igitur altera portio quæ est Eclipseos d e constat minut. 12. Fingamus iam totam a e distributam esse in sectiones 12 æquales, quas vncias Ecliptícas appellant, ex quo debeamus ratiocinari quot vncias complectatur d e. Ductis 12 min. in 12 vncias, exurgunt 144, quæ diuisæ per 31 producunt 4 vncias, & $\frac{20}{31}$. Hæc fragmenta constituũt scrup. 38, secun. 39, tert. 21 &c. In reliquis eadem metiendi ratio obseruatur. In Luna etiam sine calculatione defectus vnciæ facilè deprehendi possunt. Si enim in plano ductam lineam secundum obseruatam totius dimetientis minutorum multitudinem, primùm in partes æquales secueris, & obscuratæ partis magnitudinem notaueris, iterum totam diametrũ in partes 12 æquales partiaris, ibi deliquij vncię manifestę



manifestè apparebunt. Interim hîc silentio prætereundum nõ est difficultatem non mediocrem in obseruatione, tam Solis diametri, quàm deliquij oboriri posse. Nisi enim propè horizontem constiterit, aut radij ipsius raris nubibus, aut vaporibus debilitentur, certum est oculos tanti luminis splendorem ferre non posse. In huiusce modi casu Erasmus Reinholdus Saluelden sis in Cõmentarijs, quos in Peurbachij Theoricas conscripsit, ingeniosissimè aliam rationẽ excogitauit, qua tam exquisitè, ac si ipsi in cælo coram adessemus, absq; vlla visus offensione deliquij magnitudinem metiri licet, in hunc modum. Paulò antè Eclipseos tempus clausis omnibus ferè cubiculi fenestris per rotundum aliquod foramen in tabellam planam transmissum Solis lumen excipitur, cuius schema creta, aut carbone circumscribituriterum medio deliquij tempore tabella æquali spatio à foramine remota, reliqua luminis pars notatur. postea dicta per mediam figuram diametrum in 12 æquales sectiones diuidimus, & extemplò erepti luminis vnciæ conspiciuntur. Noueris autem cùm in cælo superior Solis pars defectum patitur, in tabula inferiorem luminis portionem ablatam videri, & è conuersò, vt in Optica disciplina eruditè demonstratũ est. Schema Solis sit d e f, tabula a b c, per cuius b foramen antè Eclipsis initiũ transmittantur radij d f, & l g, sed cum maxima Solis obscuratio apparet, tantùm radij d k, & f h cum intermedijs videntur, circulus luminis in tabula exceptus, g h i k, cuius arcus i g h, similis est f e l, & angulus g b h, equalis f b l per 15 primi Elementorum Euclidis. Quare manifestè hîc apparet, cùm Solis inferior pars Eclipsin patiatur, quare excepto lumini superior adempta videatur. Tandem secta diametro luminis g k



in 12 portiones æquales, g r segmentum vncias defectus indicabit. Hac obseruandi ratione scribit Gemma Frisius se anno 1544 Louanij Solis Eclipsin 10 vnciarum deprehendisse, cum medium tempus defectus nono Calendas Februarias, hora 8 minut. 53 plus minus antè medium diem esset. Apparebat etiam contra cõmunium tabularum calculandi modum inferioris Solis partis defectus. Ex huiusce modi deliquiorum obseruationibus plurima in tabulis motuum cælestium deprauata artifices emendare possunt. Ac regionum longitudines exquisitè hinc deprehenduntur. Quantas præterea vtilitates adferant, nemo satis explicare potest. Si tandem hîc studiosis Astronomicis, quibus demõstrationibus artifices Eclipsium dimensionibus adiuti, Solis, Lunę, & terræ Sphærarum magnitudines ratiocinentur, breuiter exposuero, huius tractationis finem faciam. Euidentissimis demonstrationibus constat motuũ cælestium exploratoribus maximam Lunę à terra distantiam esse partium 64 scrupul. 10, qualium terræ semidiameter est vna, & Solis remotissimum spaciũ earundem 1210 esse. Lunæ semidiameter constat 17 minut. 33 secund. Hinc se-

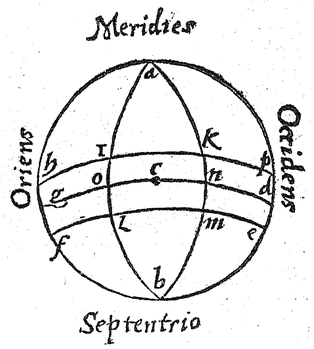
missem dimetientis Solis venabimur, si distantiam ipsius per semidiametrum Lunæ multiplicatam in partes 64' min.10 diuiserimus, partium 5,minut. 30 de 1210. Adhæc si partiaris terræ semidiametrum in secunda resolutam 3600 per minut.17,secund.33,inuenies qualium Lunæ diameter constituitur 1, taliũ terræ diametrum esse 3 & 24.Item distributis 5 part. & 30 minut.in 17 min. 32 secun.inuenietur Lunæ diameter à Solis diametro superari 18 & 48, sic dimetiens terræ in dimetiente Solis 5 & 30 ferè cõtinetur. Si multiplicentur iam cubicè 18,48, videbis Solem Luna maiorem 6644 & semisse ferè. iterum si colligatur cubus 3 & 24,prodibunt 39 & 15,ferè toties terræ Sphęra Lunam quantitate superat. Vltimi numeri nempe 5 & 30 cubus supputatur 166,40, 30. Quare constat Solem terræ molem excedere centies, septuagies proximè. Si quis altius huius rei fontes perscrutari voluerit,is quintum Magnæ Constructionis Ptolemæi librum,& quartum Nicolai Copernici de Reuolutionibus orbium cælestium non oscitanter euoluat.

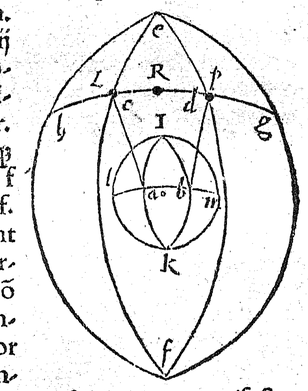
PROPOSITIO XIIII.

Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

NVlla est maior in tota Geographia,quàm in exquisita longitudinis locorum inuentione difficultas. Definitur autem hæc longitudo circumferentia Aequatoris circuli inter duos Meridianos,quorum alter per insulas Canarias transit,alter per locum constitutum procedit,intercepta. Veteres tantùm per obseruationes Eclipsium Lunarium,quæ aut rarò eueniunt,aut cõspiciun tur,hanc obseruabant. Alij nostro tempore per horologia automata, aut arenaria,quæ licet exactissimè constructa sint,tamen nauigantibus ferè solis vtilia esse possunt,eandem inuestigare tentarunt. Inter omnes modos, nullus adhuc certior inuentus est, quàm qui ex Lunæ motu hoc negocium absoluit: Quem potissimùm Petrus Appianus in lucem produxisse visus est. Ioannes Vernerus Norimbergensis,Sacellanus Caroli v. qui Paraphrases & Cõmentarios simul in Claudij Ptolemæi Geographiã conscripsit,diligenter eundem explicauit. Horontius Fineus Delphinas tantùm ex applicatione Lunæ ad Meridianum circulum longitudinem inquirit. Inter omnes verò,nemo melius ac certius, quàm Gemma Frisius nobis totam huius inuentionis rationem explicauit. Nos hîc etiam nullum instrumentum commodius huic obseruationi per omnes modos,quàm Quadrantem adhiberi posse ostendemus. Primùm igitur,quomodo ex Eclipsium obseruationibus, longitudo loci ignota inuestiganda sit,proponemus. Inferius quomodo temporis minuta exactè ex obseruatione altitudinis alicuius stellæ fixæ supra loci Finitorẽ supputare debeamus,explicatur. Cuius obseruationis vsus hîc maximè cum Luna primam vmbræ terræ partem ingreditur,necessarius est. Præterea oportebit tempus initij eiusdem Eclipsis ad cognitum alicuius loci Meridianum ex tabulis exquisitis numeratum in promptu habere. Tum ex collatione vtriusq; temporis:nempe quod initio Eclipseos,in tuæ obseruationis loco respondeat, & quod ex tabulis ad notam longitudinem supputatis colligitur,longitudinis differentiam deprehendes hoc modo. Si tempus ex tabulis supputatum à tua obseruatione nullo discrimine differre videris,indubitatò noueris vtrumq; locorum sub eodem Meridiano constitutum esse:sin minus,subducta minori tempore de maiori, differentia relicta in partes & scrupul. Æquatoris conuertenda erit,ita vt pro spacio vnius horæ 15 grad. & 4 scrupul. vnum gradum dinumeres. Et si compereris numerũ temporis tabularum maiorem, quàm sit tuæ obseruationis,manifestum erit hunc Meridianum minorem longitudinem, quàm illum occupare. Vnde subducta Meridianorum distantia ex vlterioris loci longitudine,

dine,quæsitum huius ab insulis Fortunatis,siue Africæ promõtorio, quod Viride caput recentiores appellant,interuallum remanebit. Contrarium iudicabis,quoties tabularum tempus minus deprehenderis. Iam quò tota tractatio facilius intelligatur,sequentes figuras adscripsimus. Sit Meridianus per Insulas Fortunatas d verum Occidentis punctum Transiẽs a g b d, à polus Antarcticus, g huic oppositus,Aequator circulus d g. Sint duo loca ad partem Septentrionis l m, & alia vltra Meridiem i k. Deductis iam Meridianis a k b,& a i b,vnà cum parallelis Aequatori f e & h p, manifestum est locorum k & n longitudines definiri circumferentia Aequatoris n d, cui similes sunt suorum parallelorum arcus m e,& k p. Sed locorum, quæ sunt in l & i, longitudines determinat arcus d o, cui similes etiam sunt suorum æquidistantium circumferentiæ i p & l e. His intellectis sit alterũ schema,e h f, in medio sphæra terræ i l k, in qua locus a sit Orientalis, b Occidentalis, quorum Meridiani supra vertices sint e p f & e l f, quibus in terra respondent i b k & i a k æquinoctialis in cælo circulus h r g, cui subiectus est per terram l b m.

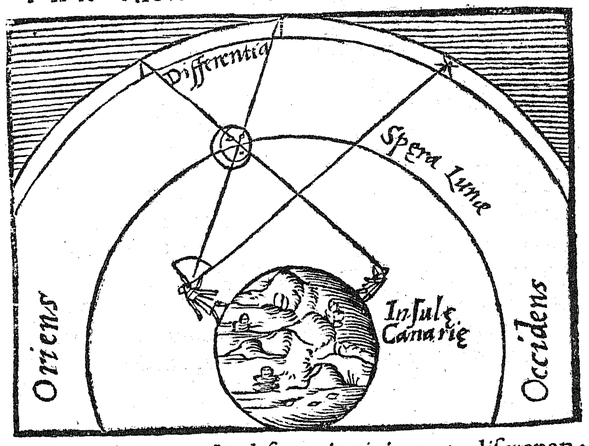




Iam eiusdem obseruati in diuersis locis deliquij tempus,aut erit idem aut differens,si æquale vtrobiq; fuerit, illa loca sub eodem Meridiano consistent,si inæquale diuersas longitudines sortiẽtur. Aut igitur fiet Eclipsis antè Meridianum vtriusq; loci versus Orientem,vt in h, vt Meridianus e l f propius ad locum Eclipsis accedat, quàm e p f. Quare cum ex vtroq; Eclipsi tempore constent arcus g h,& h l,differentia l p non latebit. Si ergo vnius innotescat longitudo,alterius quoq; nõ latebit. Aut post vtriusq; Meridiem ad Occidentem,vt in g:atqui tum e p f Eclipsi propinquior erit,ac similiter ex differẽtia temporis alterius innotescet longitudo inquisita,aut inter vtrumq; apparebit, vt in r manifestum est, hinc partes siue distantias vtriusq; Meridiani ab Eclipsis loco coniunctas: nempe l r & r p, longitudinalem, vt vocaut a & b locorum differentiam patefacere. Aut sub alterius tantum a vel b Meridiano Eclipsis efficietur. Vtcunq; tamen res euenerit,semper obseruationes in Orientalibus locis factæ, Occidentales tempore superabunt. Semper enim citius stellę in regionibus ad Orientem sitis supra horizontem emergunt, & ad cęli culmen ascendunt,quàm in reliquis ad occasum collocatis. Quare necessarium est temporis obseruationes sola supputatione differre, cum Luna eodem momento vniuerso deficiat orbi. In hunc vsum propter rudiores ad Meridianum Leysningensem in Misnia,qui longitudinem habet 30 grad.20 minut. Petrus Appianus sequentibus annis ad 70 vsq; futuras Eclipses supputauit. Prima apparebit anno 1562,die 15 Iulij,horis 16,minut.17. Secunda 1563,die 5 Iulij, hora 9,minut.37. Tertia 1565,die 7 Martij,hora 13,minut.51. Quarta 1566, die 28 Octobris,hora 5,minut.8. Quinta 1567,die 17 Octobris, horis 15, minut.6. Sexta 1569,die 2 Martij,hor.16,minut.58. Septima 1570,die 20 Februarij, horis 7,minut.17. Octaua 1570,die 15 Augusti,hora 9 minut.35. Vt autem per

exemplum rem melius intelligas, anno 1559 constituamus quendam obseruasse Colonię Agrippinę Lunę eclipsin 16 die Septembris, hora 5, minut. 14, secund. 32 à meridie, eadem etiam deprehensa est in Misnia sub Meridiano Leysningensi hora 5, minut. 42, post meridiem eiusdem diei. Et quia tempus hoc maius est, quàm Coloniæ sit obseruatum, sequitur Meridianum Leysningensem, vlterius in Orientem tendere Colonienſi. Differentia vtriusq; temporis est, minut. 27, secund. 28. Iam 24 minut. constituunt 6. grad. reliqua tria minut. 45 minut. Aequatoris, & pro 28 secun. assumo 7 minut. Ex quibus omnibus collectis fiunt 6 grad. 52 minut. differẽtia longitudinis inter Coloniam & Leysningum. His subtractis de 30 part. & 20 scrup. relinquitur Colonienſis longitudo 23 part. 28 scrupul. Iterum versa vice cognitis vtriusq; loci longitudinibus, & quo tempore initium Eclipsis sit alteri appariturum, quota hora & minuto reliquo sit idem futurum ratiocinamur. Assumamus Eclipsin Lunę quę apparebit anno Domini 1570, die Augusti 15, Leysningensibus quidem hora 9, minut. 35. Differentia longitudinis anteà inuenta est 6 part. 52, scrupul. Aequatoris, quibus etiam temporis interuallum 27 scrupul. 28, secun. respõdere inuentum: & cum ab hoc loco in Occidentem vergat Colonia, subducantur è minut. 35, scrupul 2. 7, secund. 28, restabunt 7 minut. 32 secund. Erit igitur initium Eclipsis Colonię, hora 9, minut. 7, secund. 32. His subiungemus rationem, qua primùm Petrus Appianus adminiculo duplicis trigoni rectanguli eadem locorum longitudines artificioſè solebat obseruare. Quam dimetiendi rationem multò expeditiùs ac faciliùs per Quadrantem absolui posse ex sequentibus patefiet. Quoties igitur huius obseruationis in aliquo ignoto orbis terrarum loco periculum facere volueris, cum ex dimensione altitudinis alicuius stellæ fixæ certum temporis minutum deprehenderis, eodem statim momento per Quadrantem Lunæ & eiuscemodi stellæ, quæ nullam aut exiguam ab Ecliptica latitudinem habeat, & simul ipsam Lunam proximè præcedat, aut consequatur, apparentem distantiam metiaris. Quo facto ex tabulis Astronomicis, verum Lunæ motum ad tuæ obseruationis tempus, & eum locum, cui radices tabularum sunt constitutæ, vnà cum vera eiusdem à stella fixa distantia supputabis. Hoc operis cum absolueris, minus interualli segmentum subduces de maiori, & differentiam remanentem, quæ παράλλαξις, siue aspectus diuersitas iure dici potest, in Lunæ motum, quem in vna hora obseruationis tempore absoluit, partiaris: hinc consurget tempus, quo Luna cum prædicta stella coniuncta fuerit, aut coniungetur. Tandem temporis interuallum, quod ex hac supputatione inuentum fuerit, in partes & scrupulos Aequatoris ita conuersum, vt in Eclipseos obseruatione explicatum est, pro diuersa ratione longitudini, quàm Meridianis loci, ad quem radices tabularũ supputatæ sunt occupauerit, adijcies, aut ab eodem subduces. Nam si segmentum circuli, quo Lunam à stella per instrumẽtum distare obseruaueris, minus extiterit, certum erit hunc locum vlterius in Orientem vergere. Quare partes & scrupuli inuẽti cognitæ longitudini adiungantur: at si maius deprehensum fuerit, contrarium iudicato. Iam supereſt, vt aliquo schemate rem euidentius lectori ob oculos constituamus. Secunda ratio, qua per Lunæ motum, easdem locorum longitudines inuestigamus, est talis. Diligenter obserues stellam aliquam fixam, quæ ab altera Ecliptícæ parte Septentrionali, vel Austrina eandem cum Luna latitudinem obtineat, cuius longitudini, si Luna vlterius in Orientem processisse videbitur, distantiã ab eadem adijcies: sin minus, ex eiusdem longitudine subduces, & verus Lunę motus relinquetur. Quòd si nullam huiuscemodi stellam offenderis, ex dimensione distantiæ fixarum duarum à Luna eiusdem verus locus, vnà cum temporis minuto, vt postea in obseruationibus stellarum fixarum

rum explicabimus, ex acte supputabis: aut si sphæram solidam stellis fixis insignitam habueris, facilius idem opus expedies. Inuento iam Zodiaci loco, in quo obseruationis tẽpore Luna fuerit, ex tabulis motuũ cælestium ad notæ longitudinis Meridianũ exquisitè constructis, eiusdem tẽporis Lunę motus inueniatur.



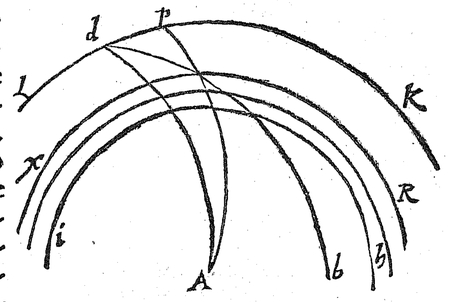
Tùm si nullam deprehenderis tabularum & obseruationis in motu discrepantiam, sine dubio eiusdem Meridiani lõgitudinem vterq; locus possidebit. Sed si motus obseruationis superauerit eum, qui ex tabulis sit collectus, necessariò locus hîc occidentalior erit: sin minus, longius ad Orientem mundi plagam collocatum esse certò iudicabis. Dehinc vtriusq; motus differentiam per magnitudinem motus horarij, qui ex argumenti calculo, vt communes Theoricę docent, vel ex totius diei motu crassiori modo colligitur, distribuas: ita enim temporis interuallum, quo vtriusq; loci Meridiani distiterint, patefiet. Hoc tempus in partes & scrupulos Aequatoris conuersum, cognitæ loci longitudini, si hîc Occidenti propinquior fuerit, adijcietur: at si Orientaliorem partem occupauerit, ab eadem subducetur, atq; ita vera tui loci longitudo innotescet. Maximè verò ad huius obseruationis perfectionem necessarium est, vt παραλλάξεως Lunæ rationem habeamus, quam vel ex tabulis in eum vsum confectis, vel ex finibus per triangulorum Sphæricorum scientiam inuenire licet. Si enim negligeretur, fieri posset, vt in longitudine regionum metienda interdum 8 gradibus à scopo aberrares. Nam Luna etiam sub Meridiano constituta, interdum in longitudine 17 minutorum aspectus diuersitatem habet, quibus plus 34 minutorum temporis respondent, quæ longitudinem 8 grad. & 30 scrupul. conficiunt. Sed ne hoc loci minus exercitatus in Matheſi lector, tanquàm in scopulum impingat, faciliorẽ modum, quo sese ex hoc negocio possit expedire, ostendemus. Quibus igitur παραλλάξεως supputatio, aut incognita, aut minus molesta fuerit, expectent donec Lunam, circa Cancri aut Capricorni principium existentem ad cæli culmen ascendere cõspexerint: nam nulla quæ sentiri possit in longitudine Lunæ parallaxis apparebit, quia mediam Ecliptícæ circumferentiæ supra horizontem extantis in Meridiano consistat. Sed quando Luna aliorum Zodaici signorum partes peragrat, aut vbi μεσουρανεῖ, vel ἀμφίκυρτος apparet, locum cæli, in quo nullam aspectus diuersitatem sortiatur, agnoscet per suspensum aliquod è manu perpendiculum, si vtrumq; Lunæ cornu eodem modo videbitur erectum. Nam tùm manifestè constabit ipsam in nonagesimo Ecliptícę gradu, qui ab ascendente numeratur, consistere. Vnde nullam aspectus diuersitatem in longitudine patietur. Quòd si cornu superius ad Orientem inclinatum apparuerit, Luna inter horoscopum & 90 partem erit, atq; tunc παράλλαξις veram longitudinẽ superabit. Si verò idem cornu in occasum propendere videris, 90 ab Oriente partem præterijsse noueris. Quare cùm aspectus diuersitatem obseruationis tuæ tempore cognoueris, diligenter rationem habeas in vtro Ecliptícæ circumferentiæ supra Finito-

rem existentis Quadrante apparuerit. Si enim Luna inter 90 partem & ascendentem conspexeris, παράλλαξιν ex inuenti motus longitudine subduces, sin inter 90 & Occidentem eandem deprehenderis, obseruati motus longitudinẽ cum parallaxi copulabis. Ita verum Lunæ motum consequeris. Huius obseruationis exemplum à Gemma Frisio annotatum habemus. Scribit ille anno post natum Christum 1540, pridie idus Iunij, hora 10 pomeridiana, exactè sese Lunam cum spica Virginis primæ magnitudinis stella, in eadem Ecliptícæ longitudinis parte coniunctam deprehendisse, quia vtriusq; distantiam ab illa, quæ in fronte Scorpij media est, æqualem, nempe 39 partium obseruassel. Hæc etiam stella, quemadmodum spica ab Ecliptica in Austrum declinabat, aliâs incerta consideratio hęc fuisset. Aliud huc argumentum accedebat, quod linea per apices, siue extremitates cornuum Lunæ ducta, recta in spicam extenderetur. Iam etiam per experientiam & tabulas Nicolai Copernici constat huius obseruationis tempore spicæ locum ab Aequinoctij verni puncto 197 partibus, 29 scrupul. destitisse: nam in 17 grad. & 29 Libræ minuto erat. Ad eiusdem temporis minutum ex Copernici tabulis supputauit, Lunæ distãtiam ab Aequinoctij verni puncto, quam inuenit 196 part. 48 scrupul. Cum iam manifestum sit Lunę motum, qui Louanij per instrumentum deprehensus est, maiorem esse eo, qui huic tempore Cracouiæ in Polonia respondebat, sequitur Meridianum Louanienſem fortunatis insulis propinquiorem esse Cracouiensi. Differentia vtriusq; motus colligitur 41 scrupul. Hinc per anomaliam, siue argumentum Lunæ, quod erat 4 signorum physicorum, 33 grad. & 5, ferè minut. colligitur horarius Lunę motus, 32 scrup. & semissis. Ergo 41 scru. Lunæ motus, conficiunt tempus 1 horę & 15 minut. quo Cracouia orientalior est Louanio. Et quia Alexandria orientalior, est Cracouia 1 hora, vt asserit idem Nicolaus Copernicus, colligitur Louanium ab Alexandria in occasum tendere hor. 2 & quadrante, qui efficit tres partes cum dodrante, quę ablatę ab Alexandrię longitudine, quę est 60 part. 30 scrup. relinquunt Louanij longitudinem 26 partium cum dodrante. Hæc in longioribus distantijs locorum longitudines inueniendi certissima, quę haberi potest, ratio est.

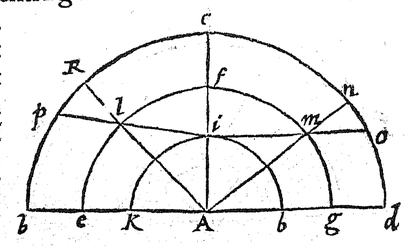
PROPOSITIO XV.

De Lunæ parallaxi, quam Latini aspectus diuersitatem uocant.

CVm in antegressa propositione ad veri Lunæ motus obseruationem παραλλάξεως cognitionem necessariam esse ostenderimus, visum est hîc copiosius, & quid illa sit, & quomodo ab artificibus obseruata sit, explicare. Est autem parallaxis alia longitudinis, alia latitudinis. Parallaxis longitudinis est circumferentia Ecliptícæ inter duos maximos circulos, quorum vnus per polos Ecliptícæ & locum stellæ verum procedit, alter per eosdem polos & locũ stellæ apparentem, intercepta. Sed diuersitas aspectus latitudinis est arcus magni circuli per polos Zodiaci transeuntis conclusus inter duos alios circulos Ecliptícæ æquidistantes, quorum vnus per locum stellæ verum ducitur, alter per locum eius visum. Porrò, inquit Purbachius, id quod de his circulis Ecliptícæ æquidistantibus intercipitur, inter circulos magnos per polos Zodiaci transeuntes, simile est diuersitati aspectus in longitudinem. Vnde fit, vt diuersitas aspectus sit quasi linea diagonalis eius quadranguli, cuius latera sunt diuersitates aspectus in longitudine & latitudine. Vt autem facilius tota res intelligatur, sequens schema hîc subiecimus. Sit Ecliptica h g i, h principium Arietis, punctum a polus Ecliptícæ, b signum πρὸ κυφλῶ, c locus planetę verus: nempe Solis aut Lunæ, d locus apparens. Per hæc duo loca ex puncto verticis b ducatur circumferentia magni circuli b c d: cum ergo d punctum repræsentans

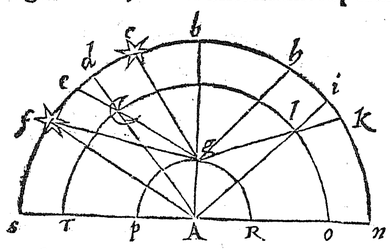


præsentans locum stellæ apparentem longius distet, tam ab h Arietis principio, quàm ab Ecliptícæ puncto c, dicetur parallaxis Zodiaci in longitudine & latitudine. Quare circumferentia e c, vel d p erit parallaxis longitudinis, & d e vel p c latitudinis. In Ecliptica verò f g arcus, qui e c & d p arcubus similis est, longitudinis differentiam ostendet: quia omnes superijsdem polis sint descripti. Hinc manifestum est, longitudinis parallaxin semper terminari duobus circulis per Zodaici polos diductis, quorum alter per stellæ centrum: nempe verum locum procedit, alter per locum conspectũ siue apparentem. Sed diuersitas aspectus latitudinis, concluditur inter duos circulos Ecliptícæ parallelos, vt sunt r c x, & k p l. Porrò in hac parallaxeon tractatione diligenter obseruãdum est, nullam in longitudine aspectus diuersitatem apparere, quoties stella supra verticem constituta fuerit, aut in nonagesimo ab ascendente gradu. Quoties igitur stella inter nonagesimum Ecliptícę gradum, & orientem fuerit, dicetur parallaxis Orientalis, sed cùm inter eũdem & Occidentem apparuerit, Occidentalem appellabis. Causę verò huius παραλλάξεως in Luna & Sole euidentes sunt, quòd terræ semidiameter ad distãtiam Solis & Lunæ, quæ omnium stellarum sine dubio terræ proxima est, satis manifestam habeat rationem, quæ tamen in superioribus planetis & stellis fixis non ita facilè sensu deprehendi potest. Necessarium est igitur, vt ex terræ superficie obseruatus Lunæ motus ab eo, qui ex centro deprehenderetur, aliquo discrimine dissideat, nisi ipsa omnino vertici immineat. Distantia verò superficiei terræ à suo centro ab artificibus deprehensa est 859 & ½ miliarium Germanicorum, quibus respondent Italica 6872. Supputationes ¹¹ tamen ex Astronomicis tabulis factę nobis ita planetarum motus exhibent, ac si in terrę centro consisteremus omnes. Ex sequenti figura manifestius hæc intelligẽtur.



Circulus superficiei terrę sit k i h, ex a centro descriptus, e f g circulus altitudinis Lunæ, b c d circulus, in quo Lunæ παράλλαξις obseruatur: hi omnes fingantur esse in plano eius circuli, qui per horizontis polos procedit, locus verticis sit c, ex i. obseruetur Luna primum in m, deinde in l. Ex centro terræ a ducta linea per m, incidit in n, sed ex i per n in o. Quare aspectus diuersitas erit n o. Eodem modo linea ex a per l transiens in r incidet, sed ex i per l in p extendetur. Si autem Luna conspiceretur in f, nullam aspectus diuersitatem fore manifestum est. His explicatis, qua ratione artifices parallaxeos magnitudinem experiantur, ostendemus. Cum Luna circa punctum Tropici Cancri vel Capricorni fuerit, & in maxima sua latitudine, obserues eius, cum ad cæli medium ascenderit, altitudinem supra horizontem, qua ex nonaginta partibus subtracta, distantia à vertice remanebit. Ad eiusdem temporis momentum ex verò Lunę motu exactè supputato, ipsius ab Ecliptica latitudo, & deinceps declinatio inquiratur, ex quibus innotescet circumferentia, qua verè à vertice respectu mundi centri distiterit. Dehinc cum subduxeris minorem numerum de maiori, parallaxis

inquiſita reſtabit. Exemplum huius obſeruationis Claudius Ptolemæus nobis tale reliquit. Alexandriæ, quæ in Aegypto olim celeberrima vrbs erat, vbi poli eleuatio eſt 30 part. 58 minut. Lunæ παράλλαξιν obſeruauit, cum circa tropicum hybernum, nempe in 3 parte, & 9 minut. Capricorni verſaretur, quo tempore nonageſimus ab horoſcopo gradus vix aliquam ſenſui manifeſtam à Meridiano diſtantiam habebat. Luna ferè maximam verſus Septentrionem latitudinem conſecuta erat, quam inuenit 4 part. 49 ſcrupul. Declinatio loci Lunæ, nempe tertij gradus & 9 minut. Capricorni, erat tunc temporis 23 partiũ 49 ſcrupul. Dimenſus eſt per ſuas regulas diſtantiam Lunæ à vertice 50 part. 55 minut. Vnde aſpectus diuerſitatem hoc modo deprehendit. Complementum altitudinis poli, ſiue eleuatio Aequatoris, ſi ſubduxeris 30 part. 58 ſcrup. ex Quadrante circuli, relinquitur 59 grad. 2 minut. ex quibus ſi tollas declinationem loci Lunæ, reſtãt 35 part. 13 ſcrupul. quibus ſi coniungas latitudinem Lunæ, conſurgent 40 part. & 12 ſcrup. Tanta ſcilicet erat vera Lunę ſupra horizontem altitudo, quæ nonagínta partibus adempta, reſtituit 49 part. & 48 ſcrup. quæ vera à vertice diſtantia erat. Et quia hæc minor eſt 50 part. 55 ſcru. per regulas obſeruatis, ab iiſdem ſublata, reddit 1 part. & 7 ſcrupul. pro eius temporis Lunæ παραλλαξι. Cæterùm alia quoq; ratione licet eaſdem Lunæ parallaxes explorare. Obſerues diligenter, cum Luna circa punctum Capricorni fuerit, ipſam cum aliqua ſtellarum fixarum ad cæli culmen aſcendentem, eodem momento per Quadrantem eiuſdem & ſtellæ fixæ interuallum, ſiue ſegmentum dimetiaris. Cognoſcas etiam eiuſdem ſtellæ Lunæ ex tabulis declinationem ab orbe medio, & ſiutraq; declinatio fuerit Auſtrina, vel Borea, ſubtracta minori de maiori, vera earum diſtantia relinquetur. Sed ſi altera harum ab Aequatore vergat in Auſtrum, altera in Septentrionem, vtriuſq; declinationem coniungas, & hac ratione veram etiam diſtantiã habebis. Quanta hæc fuerit maior aut minor ſegmento priùs obſeruato, tantam eo tempore Lunæ aſpectus diuerſitatem eſſe noueris. Experieris etiam ſi Luna longius quàm ſtella in Septentrionem declinet, diſtantiam vtriuſq; apparentem minorem, quàm vera ſit, futuram, ſed ſi auſtralior quam ſtella fuerit, apparentis interualli ſegmentum, veram diſtantiam ſuperabit. Supereſt nunc, vt ſequenti ſchemate ſecundũ parallaxeos obſeruandæ modum euidentius explicemus, & qua ratione ex eadẽ parallaxi Lunę à terræ centro diſtantia inueniatur, expediamus. Sit terræ ſemicirculus p g r ex a centro deſcriptus, Lunæ circulus t l o, circulus in quo parallaxis obſeruatur g b n, ad quem terra puncti rationem obtineat, b locus verticis, ſiue polus horizontis, f & c duæ ſtellę fixæ, ☾ Luna, cuius parallaxis ex g puncto deprehenditur e d, lineæ a f & a d includentes ſegmentum f d veram Lunæ & inferioris ſtellæ diſtantiam repræſentant, quam calculo ex tabulis inuenire oportebit, ſed g f & g e lineæ comprehendentes ſegmentum e f apparentem Lunæ, & eiuſdem ſtellæ diſtantiam patefaciunt: & quia Luna eſt ſuperior f, ſegmentum e f minus eſt quàm ſit f d. Subducto igitur arcu f e ex f d parallaxis e d innoteſcit. Iterum lineæ ex centro mundi ductæ a d & a c complectentes ſegmentum d c, verùm Lunæ & ſuperioris ſtellæ interuallum aperiunt. Et quia Luna eſt inferior ſtella c, apparens diſtantia, quæ per inſtrumentum obſeruatur, nempe c e, maior eſt vera. Subtracto igitur d c ſegmento ex e c, iterum eadem remanebit παράλλαξις e d. Sequitur iam, vt ex obſeruatione



uatione Ptolemæi ſuperius deſcripta, quanta eo temporis momento Lunæ à terræ centro & ſuperficie fuerit diſtantia ratione Geometrica & Arithmetica ob oculos conſtituamus. Fuerit igitur, exempli gratia, Luna eo tempore in l, cuius παράλλαξιν ſegmentum i k conſtituat. Linea a l i verum Lunæ locum oſtendat, erit hic vera Lunæ à vertice diſtantia b i, quæ inuenta eſt 49 partiũ, 48 ſcrupul. Sed apparens per regulas obſeruata, erat b k. Hinc inueſtiganda nobis erit linea l a, in quam ex g perpendicularis ducatur g m. Circumferentia i k anteà ex obſeruatione oblata erat 1 partis, 7 ſcrupul. quarum totus circulus habet 360. Sinus rectus huius arcus eſt 1948, cum ſinus maximus conſtituitur 100000. Cum aũt arcus h k ſenſui oblatus, vix ſit maior i k, erit angulus h g k vnius grad. & 7 minut. cui per 29 primi elementorum Euclidis æqualis eſt angulus g l m. Erit ergo linea g m reſpectu huius anguli 1948. Et cum l g m ſit trigonus rectangulus ſubducto arcu 1 grad. & 7 minut. ex 90, reſtat angulus m g l 88 part. 53 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 99981, nempe l m. Prętęrea vera Lunæ à vertice diſtantia erat 49 part. 48 ſcrupul. Hinc angulus g a m innoteſcit, cuius complementum 40 part. 12 ſcrupul. conſtituit angulum a g m. Huius ſinus rectus eſt 64545, quo definitur quantitas lineæ a m. Hinc altera g m conſtituitur 76379. Eſt igitur ſemiſsis dimetientis terræ rectum angulum a m g ſubtendens 100000. Hoc conſtituto, per ratiocinationẽ regulæ proportionis colligemus quantitatẽ lineę l m. Diſpoſitis ergo numeris in hunc modum 1948, 76379, 99981, ſi ſecundum in tertiũ multiplicatum partiamur in primum, exorientur partes 3920148 quibus abſoluitur linea l m. Ex coniunctis igitur a m & l m conſurgit tota a l. Paulò antè conſtituta eſt a m 64545. Quare tota a l eſt 3984693 part. quantas a g 100000 complectitur. Quòd ſi hinc ſcire velis, quot partes contineat a l, quarum a g eſt vna, partiaris 3984693 in 100000. Hinc emergunt part. 39 ac ſuperſunt fragmenta 84693, quæ faciunt 50 ſcrupulos. Porrò ex menſura dimetientis terræ, de |100000| qua poſtea ſcribemus, quot miliaria Germanica vel Italica, hæ partes conficiant, facillimè ſupputare licet.

PROPOSITIO XVI.

Qua ratione ex obſeruata quolibet tempore Solis ſupra horizontem altitudine certum temporis minutum ſupputari poſsit.

EXquiſita minutorũ temporis ſupputatio, cum in Eclipſium tum exorientium Cometarũ, multorumq; aliorũ φαινομενων obſeruationibus omnino neceſſaria eſt. At ſcioterica inſtrumẽta, niſi & exactè fabrefacta, & magnę quãtitatis fuerint, vmbris ſuis temporũ minuta exactè indicare nõ poſſunt. Quare modũ, quo certiſsimè hæc artifices ex ſola altitudinis Solis obſeruatione numerorũ adminiculo deprehendãt hîc interponã. Albategnius Mathematicus, qui verò nomine Mahometus Aracẽſis appellatur, & poſt ipſum Ioannes Regiomõtanus & Petrus Nõnus in opere ſuo de Crepuſculis demõſtrarunt ſinũ rectũ altitudinis Solis, cum conſtiterit in meridie alicuius certi diei, eã obtinere rationẽ ad ſinũ verſum ſemiſsis huius arcus Aequatoris, qui totius diei tempore ſupra horizontẽ aſcẽdit, quã ſeruat ſinus rectus altitudinis Solis quouis diei tẽpore inuẽtę ad exceſſum, quo ſinus verſus arcus ſemidiurni ſinũ verſum diſtãtię Solis à meridie exuperat. Quãdo igitur huius rei periculũ facere voles deprehenſa per obſeruationes in principio operis explicatas Solis altitudine, ex tabulis Theoricarũ planetarũ vel Ephemeride exactè ſupputata ſolis locus eius diei, in quo fiat obſeruatio inquiraẽ. Deinde quantã in Meridie altitudinẽ poſsideat, & ſemiſsis diurni tẽporis ex pręcedẽtibus propoſitionibus facilè patefiet. Ergo inuentis omniũ circumferentiarum ſinibus, multiplices obſeruatæ

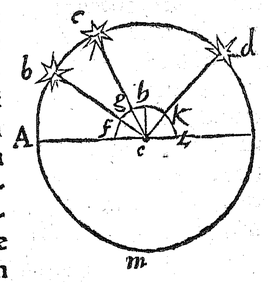
altitudinis ſinum rectum in ſinum verſum arcus ſemidiurni, ac numerum productum per ſinum rectum altitudinis Solis Meridianæ partiaris. Exibit enim numerus, quo ſinus verſus ſemidiurni arcus, à ſinu verſo diſtantię Solis à Meridie differat. Quare ſi hanc differentiam ſinui verſo circumferentiæ ſemidiurnæ ademeris, ſinus verſus diſtantiæ Solis à cæli medio remanebit. Quem ſi de maximo ſinu ſubtraxeris, relinquetur ſinus rectus complementi eiuſdem diſtantiæ, quo de Quadrante circuli ſublato, arcus inquiſitæ diſtantiæ prodibit. Hunc arcum in tempus conuerſum habebis, ſi pro vno gradu 4 ſcrupu. & pro 51 horam integram numeraueris. Quòd ſi dubites quomodo, ſi arcus ſemidiurnus Quadrantem circuli exceſſerit, eius ſinus verſus inueniatur, ſubduces eundem ex ſemicirculo, & relictæ circumferentiæ ſinum verſum ex tota circuli dimetiente, hinc remanebit ſinus verſus arcus propoſiti. Vtrum verò ſit tempus diei antè meridiem, an pòſt, ex Meridianæ lineæ diſtinctione facilè deprehendes. Sed quò res facilius intelligatur, exemplum huius obſeruationis ſubijciã. Anno 1558 Coloniæ Agrippinæ, vbi eleuatio poli eſt 51 grad. per Quadrantẽ antè meridiem obſeruaui Solis altitudinem, cum 15 Geminorum gradum occuparet, 36 part. præciſè. Complementum altitudinis poli eſt 39 part. declinatio huius partis 22 grad. 39 minut. 9 ſecun. quare altitudo meridiana 61 part. 39 ſcrupul. & 9 ſecun. cuius ſinus rectus 88008, ſinus 36 grad. 58778. Arcus ſemidiurnus eſt, grad. 121, qui ſublatus eſt ex 180 relinquit 59, cuius ſinus verſus inuenietur, ſi ſinum rectum arcus complementi ſinui toti addideris. Sinus 37 part. eſt 51503, qui toti adiunctus producit 151503. atqui hic eſt ſinus verſus 121 grad. Eundem inuenies ſi ſubtraxeris 51503 de 100000, & reſiduum 48497 de 200000. ſi multiplices ergo 151503 per 58778 producentur 8905043334, qui numerus diuiſus per 8808, producit 101184. ſi hunc auferas 151503, & reſtat 50319, ſinus verſus diſtantiæ Solis à meridie, cuius cõplementi ſinum habebis, cum hunc ex 100000 ſubduxeris. Eſt igitur ſinus complementi 49681, cui reſpondet arcus 29 grad. 48 minut. quibus de Quadrante circuli ſubductis, reſtat 60 grad. 12 minut. Atqui tanta eſt Solis à Meridie diſtantia ex conſtituta eleuatione collecta. Porrò circumferentia 60 partium, reſpondet 4 horarum tempori, & 12 ſcrupul. 48 ſecund. quibus ex 12 horarum interuallo, ſiue diei naturalis ſemiſſæ ablatis, reſtant horæ 7, ſcrup. 59, ſecun. 12, à media nocte, vſq; ad tempus præſentis obſeruationis.

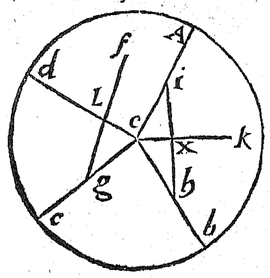
PROPOSITIO XVII.

Stellarum & planetarum diſtantias in cælo expeditè metiri.

BReuiſsimas ſtellarum fixarum & planetarum ab inuicem diſtantias, ſicut etiam locorum terreſtrium minima interualla per partes duntaxat maximorum, quos ſphæræ capiunt, circulorum metiri licet. In obſeruationibus longitudinum & latitudinum, tam planetarum, quàm Cometarum, vt inferiùs explicabitur, in metiendis luminarium quouis tempore apparentibus diametris, in emendatis regionum deſcriptionibus abſoluendis infinitos vſus huius problematis cognitio præſtabit. In circulis quidem primi mobilis, & ſuperiorum planetarum diſtantiæ veræ ſimiles ſunt arcubus Quadrantis, qui inter viſus radios concluduntur. Sed nunc ad rem ipſam veniamus. Cùm propoſitum fuerit aliquot ſtellarum diſtantias Quadrante dimetiri, oculo exquiſitè centro inſtrumenti applicato, diligenter notentur gradus, per quos radij viſus in propoſitas ſtellas tendentes procedunt. Statim hîc in Quadrante circumferentia inter radios viſiuos concluſa, ſegmentũ ſtellæ, quo conſpectæ cæleſtis circuli diſtant, patefaciet. Sequens figura, hæc omnia euidentiùs antè oculos cõſtituet. Sit igitur in ſphæra ſtellarum fixarum maximus circulus a b c d m, Quadrantes f

tes f h, h l, e centrum vniuerſi ſine terra, tres ſtellæ fixæ, b, c, d. Si primùm metiri velis diſtantiam b c oculo in e conſtituto, primus radius viſiuus per locum f in b, ſecundus per g in c excurrit. Manifeſtũ eſt iam cùm terra velut centrum appareat, & circum idem centrum duo circuli deſcripti ſint, ſegmentum b c ſimile eſſe f g. Quòd ſi diſtantia aliquarum ſtellarum maior eſſet Quadrante, vt eſt b d, obſeruabimus diligenter, an in eodem circulo aliqua interme dia conſiſtant, vt hic c, vtriuſq; ab eadem diſtantiam coniungemus, & prodibit tota b d arcus. At fingamus nullam in eodem circulo apparere, commodiſsimè hîc feceris, ſi tantùm vnica obſeruatione per ſemicirculum vtaris: nam hic remotiſsimus etiam interuallis reſpondet. Per Quadrantem verò idem explorare hac conditione licebit, ſi à plano circuli, in quo ſtellæ ſunt, nihil deflectat. Hoc ſubiecta aliqua tabella fieri poterit. Poſtquàm igitur per initium graduum ſtellam b conſpexeris, notetur locus in ſubiecta tabula, quem nonageſimi gradus finis attingit, ac circumuoluatur, donec per aliquem gradum altera d ſtella appareat. Coniuncta deinde 90 partibus partę circumferentiæ, quæ inter locum paulò antè notatum & ſecundæ obſeruationis ſignum clauditur, totum arcum b d inuentum pronuntiabimus. Alij eoſdem interuallorum arcus per triangulos ὀρθογωνίους inquirunt, ſed laborem ea res adfert, vt poſteà ex regula oculo prætenſa & latere rectũ angulum ſubtendente, vnà cum ſinu maximo, ſinum anguli diſtantiæ inquiſitæ ſupputare cogantur. Si quis tamen huius obſeruationis modum ſcire velit, ex conſtituto ſchemate intelliget. Sit circulus cæleſtis a b c ex e centro deſcriptus, a, b, c, d, ſtellæ, d, c, diſtent minori arcu, quàm ſit Quadrans, a b diſtantia 90 gradus excedat. e g f inſtrumentum duplicis trianguli rectanguli, quod pòſt in locum i e h ſtatuitur f g, & i h regulæ mobiles ſunt, ad rectos angulos e k & l e incumbentes. Remouentur autem ab e centro ſiue oculo aſpicientis, eò vſq;, vt per medium & finem alterum regulæ tranſuerſę, ſiue vtrumq; terminum ſtellæ oculo appareant. Ita hîc ex e per l & g, d, c, item per i h, a b diſtantias licet explorare fingamus, ergo qualium tota e k eſt 1200, talium l g eſſe 300, & l e 500, ac multiplicetur vterq; numerus quadratè tum producentur 90000 & 250000. Ex his coniunctis nempe 340000 extrahitur radix quadrata, proximè 583, quæ reſpondet toti ſinui. Deinde ex tribus 583, 300, & 10000 inuenitur finis l g lateris 51457: cuius circumferentia eſt 30 part. 58 minut. Tanta eſt c d diſtantia. Conſtituimus autem i x æqualem x h. Quare angulum i e x tantùm duplicabimus, vt conſtet totus a e b angulus. Porrò ſi æqualis fuerit angulus l e g ipſi x e h, ſegmentum a b erit 61 part. 56 minut. Sed idem in Quadrante citra vſum calculi appareret.



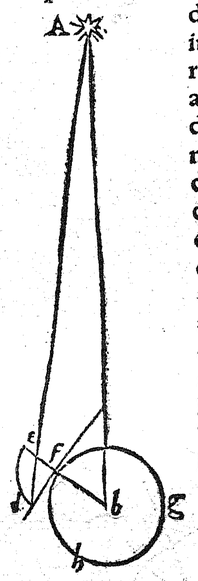


PROPOSITIO XVIII.

Qua ratione artifices, ſtellarum fixarum diſtantias à terræ centro ac ſuperficie demonſtrent.

STellarum fixarum à terræ centro ac ſuperficie tanta eſt diſtantia, vt certa dimenſione per inſtrumenta explorari non poſsit. Sed ſi terræ dimetiens ad eam obtineret tam euidentem rationem, vt ſenſu deprehendi poſſet, de-

monſtrationem liceret extruere: cuius adminiculo certa eius diſtantiæ magnitudo deprehenderetur. Hieronymus Cardanus in libris de Subtilitate rerum per obſeruationem vmbræ ab erecto ſtylo in planiciem proiectæ huius interualli dimenſionem abſoluit. Nos igitur, quomodo per Quadrantem id fieri poſsit, experiamur. Apparente ſtella, quæ tantùm luminis effundat, vt erectus in plano ſtylus notabilem proijciat vmbram, erigemus Quadrantem ſuper tabellam planam horizontis ſuperficiei parallelam ad rectos angulos, & conſtituti propè centrum ſtyli vmbram in baſi obſeruabimus, ac magnitudinem vtriuſq; inter ſe conferemus. His conſtitutis, ad ſtructuram ἀπὸ ἀξεως progrediemur. Ex centro b deſignemus ambitum terræ h f g, cui imponatur plana tabella d f c vnà cum Quadrãte d e f ad rectos angulos erecto. Stella fixa ſit in a ſigno, quæ radium a e d extendat per ſummitatem erecti ſtyli f e in punctum d. Ac ipſi e f occurrat ex centro b recta b f, quæ eſt ſemiſsis dimetientis terræ, vt eadem recta linea ſit b f e. Tandem connectantur recta linea a & b ſigna. His conſtitutis, dicimus, diſtantiã a ſtellæ ab ipſo terræ centro b ratiocinando inueniri poſſe. Cum enim perpendicularis ſit e ipſi d f c triangulus e f d eſt ὀρθογώνιος, cuius d f baſis ex magnitudine apparentis vmbræ innoteſcit, & e f conſtat quantitate erecti ſtyli. Quare angulus d e f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, relinquitur exterior angulus a e b. Porrò angulus a e b eſt complemẽtum anguli eleuationis a ſtellę ſupra finientem circulum, qua explorata illud innoteſcit. Trianguli igitur e a b notis angulis a e b & e b a, vnà cum latere e b, quod conſtat ex terræ ſemidiametro per 4 ſecundi Regiomõtani innoteſcet a b latus. Conſtat igitur a ſtellę ab ipſo terrę centro diſtantia, ſi conſtitutam admittamus hypotheſin: nimirum vt vmbra d f ſit notabilis, & f b ſemidiametri terræ ad a b aliqua ratio quæ ſub ſenſum cadat, intelligatur: id quod demonſtrandum erat. Ad hanc obſeruationem Cardanus circulum ex metallo fabrefactum adhibet, cuius centro ad rectos angulos ſtylus infigitur, quod explorat perpendiculis vndiquaq; ei adhærentibus, ac vmbra notata per eandem demonſtrationem negocium abſoluit.

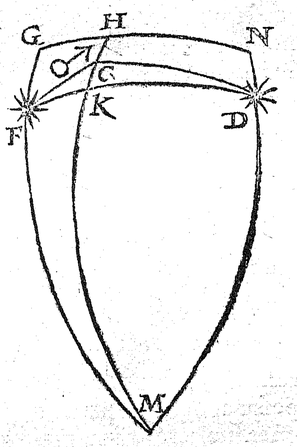


PROPOSITIO XIX.

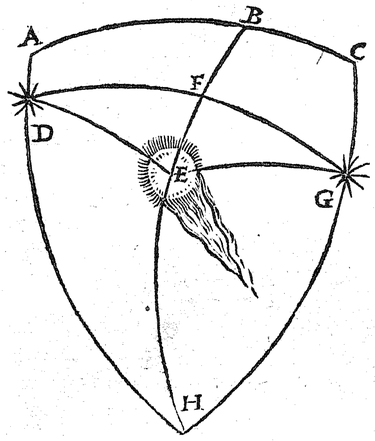
De longitudine & latitudine cuiuſuis Planetæ, aut Cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uiciniorum Ecliptícæ ſtellarum.

SEcundus ſtellarum ac planetarum motus ſuper polis obliqui circuli, qui eſt per medium ſignorum, abſoluitur. De quo Claudius Ptolemæus lib. 1. μεγάλης συντάξεως in hunc modum ſcribit. ἡ δὲ ἑτέρα καθ' ἣν ἄλλην ἀστέρων σφαῖραν, ἤτοι τὰ ζῳοφόρα τῇ πρωτοκινήτῳ φορᾷ ποιοῦντα τινὰς μετακινήσεις πρὸς πόλους ἑτέρους καὶ ἀπ' αὐτῶν τοῖς τῆς πρώτης προσαγωγάς. & paulo pòſt. ἐκ δὲ τῆς ἐφεξῆς καὶ συνεχείας τηρήσεως τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἀστέρων διατηροῦντα φαίνεται, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ τὰ πρὸς τοὺς οἰκείους τῇ πρώτῃ φορᾷ τόπους ὡσαύτως ἰδιώματα, τὰ δὲ πλείω καὶ τῶν σελήνην καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινας ποιεῖσθαι ποικίλας μὲν, οὐ κύκλους ἀλλήλαις, πάσας ἢ ὡς πρὸς τὸν καθόλου κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὑπολειπόμενα μέρη τῶν συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ ὥσπερ ἐπὶ μιᾶς σφαίρας πολυγωνίων ἄστρων. Vt ergo ſtudioſus Aſtronomices intelligat, quibus in circulis hũc diuerſum

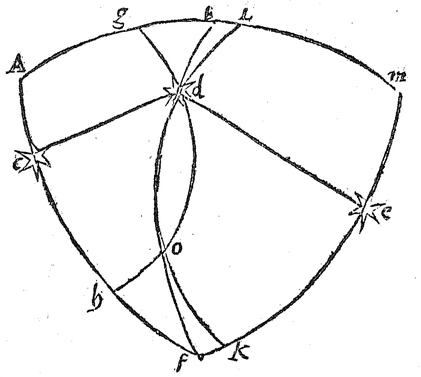
ac contra nitentem primę reuolutioni motum metiantur artifices, quid ſit longitudo ſtellæ explicandum eſt. Definitio ergo longitudo ſtellæ arcus Ecliptícæ, qui à principio Arietis primi mobilis, vbi verna Zodaici & Aequatoris eſt interſectio, vſq; ad illam Eclipticæ partem, quam alius circulus per polos eiuſdem, & centrum ſtellæ tranſiens, ſecat. Ptolemæus quidem in principio quinti libri Magnæ conſtructionis ad huiuſcemodi longitudinum & latitudinũ obſeruationes faciendas, inſtrumentum Aſtrolabium ex armillis ſeu orbibus fabricare docet. Alij artifices Torqueti, alij radij Aſtronomici ſtructuram in eundem vſum deſcripſerunt. At ſanè nullum huic negocio commodius, ac conuenientius Quadrante inſtrumentum inueniri poteſt. Vt ad rem veniamus, antè omnia ex Ptolemæi conſilio per Eclipſium obſeruationes Solis & Lunæ motus emendatos habeamus. Secundò tabulis, in quibus ſtellæ fixę ſecundum veras longitudines & latitudines exquiſitè deſcriptæ ſint, opus erit. Exploraturus ergo alicuius planetæ aut Cometæ verum in Zodaico locũ, duas ſtellas fixas benè cognitas cum eo triangulum conſtituentes obſerues, quarum diſtantias à planeta & à ſe inuicem, cùm dimenſus fueris, vera earum loca ex tabulis prædictis addiſcas. Vtrum verò planeta ſuperiorem illis, an inferiorem locum poſsideat citra inſtrumentum, vel ſolo viſu diſcernes. His conſtitutis per triangulorum ſphæricorum ſcientiam verum planetæ locum ratiocinari licet. Obſeruationem ſtellæ Martis, vir de Matheſeos ſtudijs optimè meritus Gemma Friſius nobis reliquit. In ſequenti figura ſint f & d duæ ſyderis Capricorni ſtelle propè ortum caudæ collocatæ: quarum f prior Ptolemæo numeratur viceſima quarta, d poſterior, viceſima quinta eius cõſtellationis, g n Eclipticæ arcus, qui differentiam longitudinis duarum fixarum comprehendit, m polus Zodiaci, Meridionalis, ex punctis g & n duo Quadrantes magni in polum m dimittantur, nempe g m & n m. Diſtantia Martis à priori ſtella f ſit f c, à poſteriori c d, & ipſarum ſtellarum obſeruata diſtantia f d. h ſignificat locum longitudinis Martis in Eclíptica, ex quo etiam in polum Quadrans magnus gra. deſcendit, h c Martis latitudinem complectitur. Eſt autem g n portio vnius gradus & 41 minut. f c 57 minutorum, d c vnius gradus, & 6 minut. latitudinem g f Ptolemæus inuenit 2 grad. 10 min: at d n 2 grad. Primùm aſſumamus triangulum ſphæricum f m d, cuius tria latera nota ſunt f d per obſeruationem 1 grad. 44 minut. f m & d m ſunt reſidui arcus latitudinum f g, & n d. Quare ſi ſubtrahas f m 2 grad. 12 minut. de 90 remanebit arcus f m 87 grad. 50 min. & d m 88 grad. tantùm. Quare per vltimam quarti Regiomontani, angulos omnes metiemur. Hac ratiocinatione angulus d f m 87 gra. cum ſextante inuenitur. Iterum proponatur trigonus ſphæricus f d c, cuius omnia latera cùm nota ſint, per 34 quarti trigonorum Regiomontani angulus c f d inuenietur 35 grad. 56 minut. hic coniunctus d f m totum c f m 123 grad. & 6 min. conſtituit. Iam in c f m trigono cùm duo latera notum angulum comprehendentia dentur per 28 quarti Regiomontani latus c m inuenitur 88 gradus & 20 ſcrupul. qui ſubducti ex Quadrante relinquunt 1 partem & 40 ſcrupulos, veram q; latitudinem. Tandem tria latera trigoni m c f conſtituta angulum f m c per 34 eiuſdem Regiomontani aperient. Ergo ſegmẽtum g h 40 minut. eſt,



Si nunc prioris ſtellæ fixæ longitudo ſit 15 grad. Aquarij & 40 min. erit Martis locus in Zodiaco 16 grad. 20 minut. Atqui ex tabulis Alphonſij 18 grad. & 38 minut. Aquarij occupare colligitur. Hinc error tabularum 2 grad. 18 minut. deprehenſus eſt. Iterum fingamus ut in ſequẽti ſchemate planetã aliquem, aut Cometã infra duas ſtellas apparere, paulũ mutata ratio erit. Sint g & d duæ ſtellæ fixæ, quarũ longitudinis differẽtia in Ecliptica ſit a c, latitudines verò a d, & c g in e Cometa vel planeta. Tres quadrantes ad rectos angulos in Eclipticam incidentes h a, h b, h c. Hîc iam inuenien di ſunt arcus a b, & b e. Primum diſtantiæ d g, d e, & e g, ſicut anteà explicauimus, inſtrumẽto metiendæ ſunt. Vtriuſq; etiam ſtellę fixę longitudo & latitudo ex ſolida aliqua ſphæra, aut tabulis exquiſitè ſupputatis, cognoſcẽda eſt. Hinc omnes arcus d h, g h, d g, g e, & d e patefient. Aſſumo hîc primò trigonum d g h, ex cuius omnibus notis lateribus per 34 quarti angulus g d h numerabitur. Iterũ ex inuentis tribus lateribus trianguli d e g, angulus e d g ſupputetur, qui ſublatus à toto g d h, h d e angulum relinquit. Quare per 28 quarti triangulorum notus trianguli d e h duobus lateribus datum angulum compræhendentibus, latus e h manifeſtum erit. Hoc ſublato ex quarta circuli h b, vera latitudo e b remanebit. Deinde ex tribus d h e trigoni arcubus cognitis per 34 quarti d h e angulus habebitur, quem a b ſegmentum Eclipticæ ſubtendit. Atqui hoc modo vera longitudo Cometæ reſpectu d & g ſtellarum cognoſcitur vera longitudo. Hîc apparet ea commoditas, vt ſi planeta in arcu g conſiſteret, vt eſt l, eandem longitudinem, quam g habet, poſſideret. Quare addita latitudine c g, diſtantiæ g l, etiam latitudo eiuſdẽ c l appareret. Nec prætermittendum eſt omnia hæc in ſolida ſtellarum fixarum ſphæra ſatis exquiſitè fabrefacta, commodius ſine calculo experiri poſſe. Cum enim diſtãtias planetæ à duabus fixis benè notis Quadrante dimenſus fueris, & diligenter an ſit illis ſuperior, an inferior notaueris, fige alterum circumpedem in ſtellæ centrum, & ſecundum diſtantiam eius à planeta obſcurum, qui poſtea deleri poſſit, arcum in ſuperficie ſphæræ depingat, ſimiliter ex altera fixa alium deſignes. In altera horum arcuum ſuperiore nimirum, aut inferiore, interſectione planetã exiſtere oportebit, id quod viſu diſtinguendum eſſe diximus. Quòd ſi omnes longitudinem circuli per Eclipticam in ſphæra deſcripti, & in ſuos gradus ſinguli exquiſitè diuiſi fuerint, extemplo tam longitudo, quàm latitudo planetæ apparebit, ſin minus in ſphera hi circuli videãtur, in eundem vſum adhibebis æneum ſemicirculum, quem Eclipticæ polis infigas, vt per locum planetæ circumuolutus longitudinem ac latitudinem antè oculos conſtituat. Nam in ea Ecliptica parte quam ſecat ſemicirculus, verum alterum diſtinctionis punctum occupans eſſe planetæ non longitudinem eſt dubium: ſegmentũ verò, quod inter locum planetæ & interſectionem Eclipticæ prædictam intercipitur, inquiſitam latitudinem patefacit, ac facilius idem expedire licet, ſi circino acceptam planetæ ab Eclipticæ loco, qui longitudinem indicat, diſtantiam in aliquem maximorum circulorum transferas. Nam eodem modo quo antè latitudinis ſegmentum deprehendes. Quæ figuram huius rei deſiderant, hanc



hanc exempli loco habeant. Sint duę fixę c & e, quorum arcus differentiæ longitudinis in Ecliptica a m polus, d planeta. Ex centro c ſecundũ quantitatem rectę c d deſcribitur circuli ſegmentum g d h, ſecundò ex e ad magnitudinem d e alterius circuli arcus ducitur l d k. Hi duo ſeſe interſecant in d ſigno ſuperius & o inferius, erit ergo verus planetę locus in d o. Si ergo ex f per d ſemicirculus tranſeat in b ſigno Eclipticam ſecabit, atq; ibi locus planetę longitudinis cõſtituimus. Hîc verò nos ſapienter admonuit Gemma Friſius, qua ratione totus motus Cometę loca in ſphęra liceat depingere, ſi enim obſeruaueris iuxta antegreſſam obſeruationem & longitudinis & latitudinis Cometę loca, caput ipſius ibi deſignetur, ac ſemicirculus, qui ſphęrę congruat, Solis & Cometę vera loca complectatur. Quantum hîc cæleſtis circuli arcum totius Cometę longitudo occupauerit, tantum etiam ex aduerſo Solis à centro Cometę cauda in oppoſitam partem reflectitur. Nam diligenter Appianus annotauit ſemper Cometarum caudas in contrarium à Sole partem extendi. De motu eorum multiplici, cùm non tantùm ab ortu in occaſum primi motus vi rapiantur, ſed aliàs in conſequentia, aliàs in antecedentia ſigna inſita vi deferantur, plura alij ſcripſerunt. Georgij Trapezuntij ætate, quidam in Orientis angulo apparens, maxima velocitate in ortum ferebatur. Anno à Chriſto nato 1533 alius contra ſignorum ordinem ex Geminis in Taurum & deinceps in Arietem mouebatur. Alius anno 1240 in Oriente apparuit, qui crines in medium vſq; cæli extendens, intra ſex menſes vix eſt extinctus. Haly etiam ſe quendam vidiſſe aſſerit, qui ex decimaquinta parte Scorpionis contra ſignorum ordinem velociſsimè vſq; in 15 Virginis gradum agebatur. Aliud exemplum motus Cometæ inuenitur in monimentis Iacobi Zigtieri, qui deſumpſit hoc ex obſeruationibus Ioannis Regiomontani, cuius verba ſunt hæc. Idibus Ianuarijs, anno Domini milleſimo quadringenteſimo ſupra quintum & ſeptuageſimum, viſus eſt nobis Cometa ſub Libra cum ſtellis Virginis, cuius caput tardi erat motus, donec propinquus eſſet ſpicæ, nunc incedebat per crura Bootis, verſus eius ſiniſtram. A qua diſcedendo die vno naturali portionem circuli magni quadraginta graduũ deſcripſit. Vbi cum eſſet in medio Cancri, maximè diſtabat ab orbe ſignorum ſexaginta ſeptem gradibus, & tunc inter duos polos Zodiaci & Aequinoctialis ibat, vſq; ad intermedia pedum Cephæi, deinde per pectus Caſsiopeiæ ſuper Andromedę ventrem. Poſt digrediendo per longitudinem Piſcis Septentrionalis, vbi valdè remittebatur motus eius, appropinquabat Zodiaco, tranſiens ipſum iuxta medium Arietis, donec cum ſtellis Ceti occaſus Heliacus illum nobis occultauit in vltimis diebus Februarij. Hoc motu ſuo circuli magni portionem deſcripſit, quo in Septentrionem, & cum hoc contra ſignorũ ſucceſsionem ferebatur à Libra in Arietem. In fine & principio tardè mouebatur, in medio verò apparitiones velociſsimè, vno die ferè per quatuor ſigna à fine Virginis in principium vſq; Geminorum. Cauda verò eius minus mobilis continuè reſpiciendo ſtellas Geminorum, eas circumibat, nunquam ab eis per totum apparitionis tempus deuians. Ideoq; in prima emerſione ad Occidentem illam extendebat, quoniam illic ſtellę Geminorum putarentur. In fine



verò Cometa ſub Ariete locato, propter Solis vicinitatem tantum in Occidente apparuit, cauda Orientem verſus protenſa, quia in hoc ſitu ſtellæ Geminorum ponebantur. In medio verò apparitionis caudam vertebat ad Meridiem, illic tunc erant ſtellę Geminorum, & contingebat eadem nocte, vt ſtatim poſt Solis occaſum cauda Orientem reſpiceret. Appropinquante medio noctis, reſpexit Meridiem, poſt medium noctis verò Occidentem. Antè Solis exortum indicabat locum Septentrionis. Hæc caudæ diuerſitas in ſitu ex motu diurno oriebatur, qui ſemper eſt ex conſequentia primi mobilis ab Oriente in Occidentem. Motu autem proprio extremitas caudæ quamuis tardius, quàm caput Cometę, ſemper tamen etiam ad Occidentem contra ſignorum ſucceſsionem deſcribens parallelum, à principio Libræ, vſq; ad medium Tauri mouebatur: vadens ſub pedibus vlulantis per Vrſam maiorem propinquando Perſeo: per quem circa Pleiades ad caudam Arietis ibat in medio ferè Tauri. Vndè patet, tam caput quàm caudam Cometæ verſus Occidentẽ, nunquam verò verſus Orientem proceſsiſſe, non ſolum motu diurno, ſed etiam proprio, atq; hæc de motu & conuerſione Cometarum hîc ſcripta ſufficiant.

Cùm autem ſciam non omnes ſtudioſos Matheſeos exquiſitam deſcriptionem ſtellarum ſecundum vera loca, quæ conſtitutis motuum obſeruationibus congruat habere, viſum eſt hîc tabulas expeditas, ac vſu faciles ſubnectere, quæ complectuntur illarum motus ſtellarum ad annum 1558 exquiſitè ſupputatos, quæ maiorem non fortiantur latitudinem, quàm ſint maximæ remotiones planetarum ab Ecliptica.

ARIES

ARIES ♈

Longitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.		Signa octauæ ſphęræ. / Nomina ſtellarum.
2	0	B	5	45	6	Pisces.	Prima in lino Piſcium
2	0	B	3	45	6		Secunda in lino
2	10	B	2	15	4		Tertia ſplendida in lino
2	46	A	1	10	4		Quarta in lino ſplendida
13	30	A	2	0	6		Zorealior iuxta linum.
14	0	A	1	0	4		Quinta in lino ſplendida.
14	20	A	5	0	6		Auſtrina duarum exiguarum propè linum.
17	30	A	2	20	4		Antecedens trium, poſt flexum Piſcium
19	20	A	4	40	4		Media trium, poſt flexum Piſcium (reali
21	10	B	1	45	5		Auſtrina triũ, quæ ſunt poſt eam, quę in lino Bo-
21	30	A	1	40	4		In Borealí lino Piſcium
21	40	B	5	20	3		Media triũ, quæ ſunt poſt eã, quæ in lino Boreali
27	30	B	5	30	5	Aries.	Ceruix Arietis
27	40	B	7	20	3		Præcedens cornu Arietis
28	20	A	4	10	4		Iuba Ceti

TAVRVS. ♉

Longitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.		Signa octauæ ſphæræ. / Nomina ſtellarum.
2	30	B	6	0	5	Taurus.	Auſtralior in rictu Arietis
3	40	A	6	20	4		Capilli Ceti
8	0	A	5	0	4		Extremum poſterioris pedis
8	40	B	6	0	6		Lumbus Arietis
9	0	A	1	30	5		Poplus Arietis
10	40	B	1	30	5		Poſterior cruris Arietis
12	20	B	4	50	5		Radix caudæ Arietis
14	50	B	1	40	4		Præcedens in cauda Arietis
16	20	B	2	30	4		Media trium in cauda
17	0	A	7	15	4		Sequens in ſectione Tauri
17	20	A	6	0	4		Borealior ſectionis Tauri
18	0	B	1	50	4		Vltima caudæ Arietis
23	10	B	4	30	5		Ex Virgilijs
23	20	B	3	40	5		Ex Virgilijs
24	40	B	3	20	5		Ex Virgilijs
24	40	B	5	0	5		Præcedens in collo Tauri (Tauri
28	0	B	0	40	5		Auſtralior antecedentium quadrilateri in collo
29	0	B	5	0	5		Borealior antecedentium quadrilateri
29	30	B	7	20	5		Sequens in collo Tauri
30	0	B	1	0	6		Ex Suculis
3	0	A	5	15	3		

GEMINI. ♊

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Taurus	Nomina Stellarum.
1	20	A	4	15	3		Ex Suculis
2	40	B	4	0	5		Auſtralior in ore Borealí Tauri
2	40	B	5	0	5		Borealior ſequens quadrilateri in collo Tauri
2	50	A	3	0	3		Oculus Borealis Tauri
2	50	A	5	50	3		Ex Suculis
2	50	B	7	30	5		Borealior duarum in aure Boreali Tauri
3	0	B	3	0	5		Auſtralior ſequentium quadrilateri in collo Tauri
3	40	A	5	10	1		Oculus Tauri Auſtralis
6	40	A	4	0	4		Radix cornu Borealis Tauri
7	30	A	4	0	4		Radix cornu Auſtralis
11	0	A	3	30	5		Borealior in cornu Auſtrali Tauri
11	0	A	2	0	5		Extra formam Tauri
12	0	A	5	0	4		Auſtralior in cornu Auſtrali Tauri
11	20	A	1	45	5		Extra formam Tauri
16	40	A	5	0	4		Extremum cornu Borealis Tauri
16	40	A	2	0	5		Extra formam Tauri (reali Tauri
17	0	B	0	40	5		Prima illarum, quæ ſunt extra formam ſub cornu Bo
18	40	A	2	30	3		Cornu Auſtrale Tauri
18	0	B	1	0	5		Secunda illarum quæ ſub cornu Borealí Tauri
20	0	A	6	20	5		Extra formam Tauri
							Hic in 19 gradu incipit via lactea, ac finitur in 30 gradu Geminorum
22	0	B	1	20	5		Tertia ſequens ex his, quæ ſub cornu Borealí Tauri
22	40	A	3	45	5		Summitas clauę Orionis
23	20	B	3	20	5		Quarta ſequens ex his
24	20	B	1	15	5		Quinta ſequens ex his
25	10	A	0	40	4		Extra formam Geminorum
25	40	A	4	15	5		Sequens in pede Geminorum
27	30	B	5	50	4		Extra formam Geminorum
27	30	A	1	30	4		Poples præcedentis Gemin.
28	30	A	1	15	4		Extremum pedis præcedentis Geminorum

CANCER. ♋

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Nomina ſtellarum.
3	0	A	7	30	3	Extremitas ſiniſtri pedis ſequentis Geminorum
4	0	B	1	30	3	Siniſtrum genu præcedent. Gemin.
6	10	A	2	15	5	Extra formam Geminorum
7	0	A	3	30	4	Extremitas pedis dextri præcedent.
9	5	A	2	30	3	Siniſtrum genu ſequentis Geminorum
9	40	B	7	20	4	Brachium ſiniſtrum præcedentium Geminorum
12	40	B	2	40	5	Dextrum latus ſequentis Geminorum
12	40	A	0	30	3	Siniſtra axilla ſequentis Geminorum
12	0	B	5	30	4	Occiput præcedentis Geminorum
15	0	B	4	50	4	Humerus eius dexter
17	10	A	4	30	5	Extra formam Geminorum
17	10	B	3	0	5	Siniſtrum latus præcedentis Geminorum
17	20	A	3	20	5	Extra formam Geminorum
17	40	B	2	40	4	Humerus ſiniſter præcedentis Geminorum
17	40	B	6	15	2	Hercules, ſiue caput ſequentis Geminorum
19	20	A	1	20	5	Extra formam Geminorum
21	40	A	2	40	4	Extra formam Geminorum
23	40	B	1	0	5	Poſterior pes Borealis Cancri
28	10	A	7	30	4	Poſterior pes Auſtralis Cancri
28	40	B	1	15	4	Borealior præcedentium Quadrilateri
29	0	A	1	10	4	Auſtralior præcedentium Quadrilateri

LEO. ♌

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.		Nomina Stellarum.
2	20	A	0	10	4		Auſtralior ſequentium Quadrilateri
4	0	B	2	40	4		Aſinus Borealior ſequentium Quadrilateri
5	0	B	4	50	5		Extra formam Cancri
7	30	A	5	30	4		Auſtrina forficis
8	0	B	7	15	5		Extra formam Cancri
10	10	A	2	20	4		Extra formam Cancri
12	10	A	5	40	4		Extra formam Cancri
12	10	B	7	30	4	Leo.	Os Leonis
15	10	A	3	40	6		Vola dextra Leonis
18	20	A	0	0	5		Genu dextrum Leonis
18	20	A	4	10	4		Vola ſiniſtra Leonis
21	0	A	0	15	5		Cuſpis cordis Leonis
21	40	B	4	30	3		Collum Leonis
23	40	B	0	10	1		Regulus, ſiue cor Leonis
23	30	A	4	15	4		Genu ſiniſtrum Leonis
24	30	A	1	50	4		Pectus Leonis
28	0	B	4	0	6		Prior in ventre Leonis

VIRGO. ♍

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo		Nomina ſtellarum.
0	10	A	0	10	4		Maxilla ſiniſtra Leonis
3	10	B	2	20	6		Auſtralior ventris Leonis
4	0	B	5	20	6		Borealior ventris Leonis
8	10	A	1	30	5		Extra formam Leonis
8	30	B	1	10	4		Extra formam Leonis
9	0	A	2	40	5		Extra formam Leonis
11	20	B	5	50	3		Poſterior cruris Leonis
12	40	B	1	15	4		Poſterior poplitis Leonis
15	40	A	0	50	4		Cubitus Leonis
16	20	B	4	15	5		Auſtralior capitis Virginis
18	0	B	5	40	5	Virgo.	Septentrionalior capitis Virginis
18	30	A	3	12	5		Vola poſterior Leonis
20	0	B	0	10	3		Extremitas alæ Borealis Virginis
21	10	B	5	30	5		Auſtralior faciei Virginis
29	15	B	1	10	3		Præcedens 4 alæ ſiniſtræ

LIBRA. ♎

Longitudo G.	Longitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.		Nomina Stellarum.
4	10	B	2	50	3		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra Virginis
5	40	A	3	30	5		Extra formam Virginis
8	10	B	2	50	5		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra
10	0	A	3	30	5		Extra formam
12	0	B	1	40	4		Poſtrema ex quatuor alæ ſiniſtræ
13	15	A	3	20	5		Extra formam (rum cruris Virginis
17	20	B	3	20	5		Septentrionalior earum quæ præcedunt quadrilate-
17	40	A	2	0	1		Spica Virginis
18	10	A	7	10	6		Extra formam
18	15	B	0	10	6		Auſtralis earum quæ antecedunt cruris quadrilaterũ
19	0	A	3	0	5		Auſtralis ſequentium quadrilateri cruris
21	0	B	1	30	4		Antecedens quadrilateri cruris Virginis
22	40	A	1	30	5		Genu ſiniſtrum Virginis
27	20	B	7	30	4		Media quæ eſt in ſyrmate
28	20	B	2	40	4		Auſtrina earum

SCORPIO ♏

Lõgitudo. G.	Lõgitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.		Nomina Stellarum
1	0	B	0	30	4		Siniſter pes Virginis
4	0	A	7	30	3		Extra formam Libræ
8	0	B	2	30	5		Septentrionalior in lance Meridionali
9	0	B	0	40	2		Splendidior in Auſtrina lance
11	15	B	1	40	4		Media lancis Auſtrinæ
12	20	B	1	15	4		Lancis Auſtrinæ præcedens
18	50	B	3	45	4		Media in lance Septentrionali
21	20	B	0	20	5		Extra formam Libræ
22	50	A	1	30	4		Extra formam Libræ
23	30	B	4	30	4		Septentrionalior in lance Septentrionali
24	40	B	0	30	6		Extra formam Libræ
24	40	B	6	40	4		Extra formam
26	40	A	1	40	3		Lucida ſequens frontis Scorpij
26	40	A	5	0	3		Vltima ſplendidarum in fronte
27	20	B	1	20	3		Splendida in fronte Scorpij
27	20	B	0	30	4		Auſtrina in pede Scorpij
28	0	B	1	40	4		Pes Scorpij
29	50	A	6	30	5		Pes alius

SAGITTARIVS. ♐

Lõgitudo G.	M.	P	Latitudo G.	M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
1	40	A	3	45	3	Lucida in corpore Scorpij
1	40	A	6	40	5	Quæ ſequitur in pede Scorpij
1	40	B	3	10	5	Quæ eſt in medio trium ſiniſtræ tibiæ Ophiulci
1	40	B	0	45	4	Planta Ophiulci
2	40	B	5	20	5	Septentrionalior trium in ſiniſtra tibia Ophiulci
3	20	B	0	40	5	Calcaneus ſiniſter Ophiulci
3	40	A	4	0	2	Antares, ſiue cor Scorpij
5	30	A	5	30	3	Quæ ſequitur ex tribus ſplendidis in corde Scorpij
						Hic in 5 parte eſt initium partis uiæ lacteæ finis in 15 Sagittarij.
12	10	B	7	30	3	Dextrum genu Ophiulci
14	0	B	2	15	4	Præcedens quatuor in dextro pede Ophiulci.
15	20	B	1	30	4	Quæ ſequitur de quatuor in dextro pede Ophiulci
16	0	B	0	20	4	Sequens tertia pars Ophiulci
16	30	A	1	10	5	Extra formam Scorpij
16	30	A	6	10	5	Extra formam
16	50	B	0	45	5	Vltima de quatuor in pede Ophiulci
17	40	B	2	15	3	Dextra tibia Ophiulci
18	10	B	1	30	5	Calcaneus Ophiulci
						Hic in 23 parte conſtituitur aliud initium partis uiæ lacteæ productum ad 4 partem Capricorni.
27	40	B	2	50	4	Borealior arcus Sagittarij
28	40	A	6	30	3	Capulus enſis Sagittarij.
30	0	A	1	30	3	Auſtrina arcus Sagittarij

CAPR

CAPRICORNVS. ♑

Lõgitudo G.	M.	P.	Latitudo G.	M.	Magnitudo.		Nomina ſtellarum.
0	30	A	6	20	3		Cuſpis ſagittæ Sagitarij
4	0	A	3	30	4		Haſta cuſpidis
6	10	B	0	45			Nebuloſa in Sagittario
6	20	A	3	10	3		Siniſter humerus Sagittarij
6	40	B	2	10	4		Antecedens in capite Sagittarij
7	20	A	6	45	3		Poſtrema ſub axilla Sagittarij
8	40	B	1	30	4		Media in capite
8	40	A	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
10	10	B	2	0	4		Vltima capitis Sagittarij
11	0	A	2	30	5		Scapula Sagittarij
12	20	B	2	50	5		Auſtrina in ſcapula
13	20	B	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
13	40	A	1	50	5		Humerus dexter Sagittarij
13	50	B	6	30	4		Septentrionalis ſcapularum Sagittarij
15	50	A	2	50	4		Cubitus dexter Sagittarij
16	20	B	5	30	6		Obſcura in ſcapulis Sagittarij ſequens tres
18	20	A	4	50	5		Septẽtrionalis lateris antecedẽs de 4 in radice caudę
18	40	B	2	0	6		Auſtrina duarum in ſiniſtro ſcoptulo
19	50	A	4	50	5		Quæ ſequitur in Boreali latere radicis caudæ
19	50	A	5	50	5		Præcedens Auſtrini lateris in radice caudæ
20	30	B	5	50	5		Septentrionalior duarum in ſiniſtro ſcoptulo
20	40	A	6	30	5		Sequens Auſtrini lateris in radice caudæ
27	10	B	0	40	5		Antecedens trium ſub oculo dextro Capricorni
28	20	B	5	0	3		Auſtrina trium in ſequenti cornu Capricorni
28	20	B	7	20	3		Septentrionalis triũ in ſequẽti cornu Capricorni
28	40	B	6	40	6		Media trium in ſequenti cornu
29	40	B	1	45	6		Antecedens duarum in rictu Capricorni
29	50	B	1	36	6		Sequens earum
30	0	B	0	45	6		Auſtrina trium quæ ſunt in rictu

Capricornus

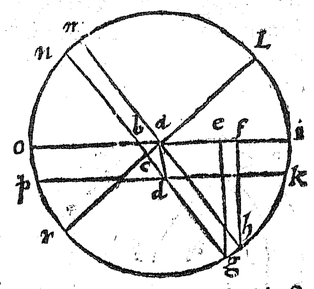
Insigniorum aliquot stellarum uera loca remotius ab Ecliptica distantium hac tabula ostenduntur.

Signa	Lõgitudo			Latitudo		Magnitudo	Nomina Stellarum.
	G.	M.	P	G.	M.		Ala Pegasi
♈	3	10	B	12	30	2	Vmbilicus Pegasi
♈	8	50	B	26	0	2	Caput Algol
♉	20	40	B	23	0	2	Dextrum latus Persei
♉	25	50	B	30	0	2	Pes Orionis
♊	10	50	A	31	30	1	Sinister Orionis humerus
♊	15	20	A	17	30	2	Hircus Aurigæ
♊	16	0	B	22	30	1	Cingulus Orionis
♊	18	20	A	24	50	2	Dexter humerus Orionis
♊	23	0	A	17	0	1	Dexter humerus Aurigæ
♋	23	50	B	20	0	2	Canis ardens vel canicula
♋	8	40	A	39	10	1	Apollo, siue caput Geminorum antecedens
♋	14	20	B	9	30	2	Canis minor, Procyon
♋	20	30	A	16	10	1	Splendida Hydræ
♌	21	0	A	20	30	2	Ceruix Leonis
♌	23	10	B	8	30	2	Dorsum Leonis
♍	5	10	B	13	40	2	Cauda Leonis
♍	15	30	B	11	50	1	Arcturus inter pedes Bootis
♎	18	0	B	31	30	1	Maior coronæ Borealis
♏	5	40	B	44	30	2	Luminosior lancis Septentri.
♏	13	10	B	8	50	2	Caput Serpentarij
♐	15	50	B	36	0	3	Vultur cadens in lira
♑	8	20	B	62	0	1	Vultur volans
♑	24	50	B	29	10	2	Fomahant in Aquario
♒	21	0	A	23	0	1	Cauda Cygni
♓	0	10	B	60	0	2	Dorsum Pegasi
♓	17	40	B	19	40	2	Crus Pegasi.
♓	23	10	B	31	0	2	

PROPOSITIO XX.

Qua ratione stellarum fixarum à punctis æquinoctiorum distantiæ deprehenduntur.

AD huius propositionis vsum absoluendum in primis requiritur, vt exquisitè poli eleuationem supra obseruationis tuæ finitorem cognoscas: Ac assumas stellam aliquam, quæ non longè deflectat ab Ecliptica: nam faciliorem admittet operationem, quàm aliæ procul aberrantes. Dehinc vbi sereno cœlo stellam in Meridianum circulum incidisse conspexeris, assumpto quadrante, diligenter semel atque iterum altitudinem eius supra Horizontem, aut à vertice distantiam dimetiaris, & si altitudo sic inuenta, minor fuerit poli stellæ complemento ab eodem subtracta, declinationem stellæ ab Aequatore Austrinam restituet, sed si distantiam à vertice poli eleuatio excesserit, illa ex hac subducta segmentum declinationis Borealis relinquet, atque hoc modo per suos canones operatur Ptolemæus. Exemplo subiecto euidentius tota res intelligetur. Ioannes Vermerus Norimbergensis, vt Mathematicę artifex disciplinę peritissimus, ita in obseruationibus motuum stellarum vigilantissimus anno Domini 1514, die 16 Decembris Norimbergæ, vbi polus arcticus supra Finitorem eleuatur 49 partibus, 23 scrup. 30 secund. per Canones Ptolemæi spicæ Virginis primæ magnitudinis stellæ distantiam à vertice 57 part. 53 scrupul. dimensus est. Cum hac minor sit eleuatio poli 8. grad. 29 minut. 39 secund. habemus declinationem stellæ Meridionalem inuentam latitudo huius stellæ ab Ecliptica ex Claud. Ptolemæi tabulis inuenitur 2 par. 0 minut. Huc etiam requiritur maxima Solis declinatio, quæ nostro tempore 23 grad. 30 minut. ab artificibus deprehensa est. His constitutis, ne quid erres figuram huic obseruationi congruentem ad absoluendam ratiocinationem depingas, vt sequitur. Ex a centro secundum quantitatem a r designetur circulus Meridianus r m l g, i a o linea Aequatorem repræsentet, m a h Ecliptícam, cuius m pũctum est principium cancri, h capricorni. Septentrionalis Ecliptícæ polus l, Austrinus r, circumferentia latitudinis Austrinæ h g, g n æquidistet m h. Arcum declinationis stellæ referat i k & k p æquidistet i o, segmentum i k h maximam Solis declinationem repręsentat. sinus i h circumferentiæ sit f h & i g sinus e g, & i k sinus a d. constituti sunt ergo duo trigoni rectanguli æqualium angulorum, f h a & e b g. Quare per quartam sexti elementorum Euclidis, quæ est ratio f h ad a h, eadem erit e g ad g b. Circumferentia i h est 23 partium, 30 scrupulorum: cuius sinus rectus 39874, & i g 25 partium, 30 scrupulorum, cuius sinus 43051. Si multiplices igitur e g, hoc est 43051 in a h 100000 consurgunt 4305100000, quæ partes diuisæ in f h, scilicet 39874 constituunt lineam b g 107967: iterum assumantur duo trianguli f h a & a d b æquianguli: Quare per quartam sexti Elementorum eandem rationem habet f h ad h a, quam a d ad b d. Ducas igitur a d 14766 in a h 100000, & productũ 1476600000 in f h 39874 partiaris: hinc egrediuntur 37031 d b lineæ, qua subducta ex b g 107967 supersunt 70936 lineæ d g. Præterea cum ex h k m semicirculo subduxeris duplam circumferentiam ipsius h g, restat n k g 176, cuius semissis r g est 88 partium, & sinus c g 99939. Ex hoc ablato d g

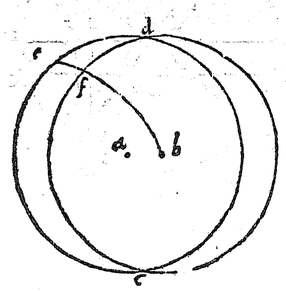


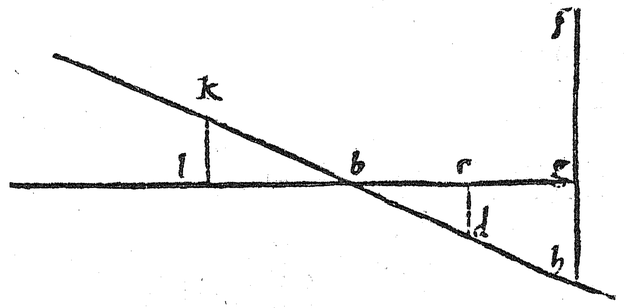
70936, relinquitur 29003 ipſius c d. Supereſt tandem, vt inueniamus quot partes contineat c d, quarum c g eſt 100000. Ductam igitur c d 29003 in 100000, per c g 99939 diſtribuo. Hinc mihi proueniunt 29020, quarum partium circumferentia eſt 16 grad. 53 ſcrupul. Tanta eſt ſpicæ Virginis ab interſectione Autumnali diſtantia ex hac obſeruatione per ratiocinationem collecta.

PROPOSITIO XXI.

De ortus & occaſus Heliaci planetarum obſeruatione.

DE multiplici ortu & occaſu ſtellarum ſatis quidem copioſè in libellis ſphæricis tractatur, quare nobis hîc tantùm eſt propoſitum de ratione ortus & occaſus heliaci planetarum tractationem inſtituere. Hæc ortus & occaſus ſpecies potiſsimum ratione luminis Solis conſtituitur. Nam tres inferiores planetæ, quando velocius Sole mouentur, cum propius acceſſerint, ipſius radios ingredientes noſtro conſpectui ſubtrahuntur, atque hi occaſu matutino occidere & ortu veſpertino oriri dicuntur. Cæterùm tres ſuperiores, nec matutino occaſu occidere, nec veſpertino ortu ex Solis radijs propter motus tarditatem emergere poſſunt, tantùm manè oriuntur, & veſperi occidunt. Operæpretium eſt igitur, vt perquiramus quanta neceſſariò ſingulorum planetarum conſtituatur diſtantia, vt manè ante Solis ortum, aut veſperi poſt occaſum conſpiciantur. Multa quidem huc requiruntur, quæ rei difficultatem non mediocrem adferunt. Nam diuerſis temporibus apparentes planetarum magnitudines nunc propter acceſſum ad terræ centrum propinquiorem incrementa ſumunt, nunc propter longiores ab eodem receſſus ſub minori angulo apparent, quin etiam inclinationes Horizontum non exiguam varietatem habent. Interim ſcire licet apparitionem aut occultationum diſtantias fruſtra inquiri, niſi arcus viſionis, (qui nihil aliud eſt, quàm ſegmentum maximi circuli, qui per ſignum ὑπὲρ γῆν, & Solis centrum ducitur, inter Horizontem & Solem interceptum) dimenſio ſit antegreſſa. Horizontis circulus ſit d f c, cuius polus b, d e c Zodiacus, & polus eius a, b f e ſegmentum circuli maximè ex b polo in e centrum Solis ſub Horizonte ductum, f locus ſtellæ in Horizonte. Circumferentia e f dicitur arcus viſionis ſtellæ, e d apparitionis aut occultationis, tam in ortu, quam occaſu diſtantia. Progrediamur hinc ad inuentionem arcus viſionis in hunc modum. Diligentior ſereno cœlo, potiſsimum quando Sol cancri tropico propinquiores partes peragrat, ſtellæ primò ex Solis radijs egredientes, aut in eoſdem incidentis diſtantiam ab eodem ſecundum ſignorum ordinem, non neglecta interim latitudinis Auſtrinæ, vel Septentrionalis ratione dimetiaris. Hinc ſecundum doctrinam Claudij Ptolemæi, libro decimotertio magnæ Conſtructionis explicatam arcus viſionis inueſtigabimus. Inuenit ipſe ſub altitudine poli 33 grad. 18 ſcrupul. Saturnum principio apparitionis in prima Cancri parte à Sole deſtitiſſe 14 grad. Iouem 12 gradibus 45 minut. Martem 14 grad. 30 minut. cum latitudine 12 ſcrupul. Venerem veſpertinam 5 gradibus 40 minut. Mercurium 11 part. 30 ſcrupul. Ex his diſtantijs ſingulorum planetarum arcus viſionis ſupputauit eo modo, vt ſequitur. Sit Horizontis circulus l b g, zodiaci k b h, circulus ex Horizontis polo in h Solis





Solis cẽtrum deſcendens f g h ln b ſit ſtella rectè ſub Ecliptica citra omnem latitudinem, altera in l habeat latitudinẽ Auſtrinam, altera in c Borealem. Sit hîc propoſitum ratiocinari arcum viſionis Saturni g h. Per traditionem Libri 2 capitis 11 angulus Horizontis & principij Cancri, nempe h b g offertur 51 grad. 30 ſcrupul. quorum totus circulus continet 360. Igitur ſinus rectus eſt 78260, qui multiplicatus per ſinum rectum 14 partium 24192 conſtituit 1893265920, & hic diſtributus in totum reddit 18932, cuius ſinus arcus eſt 10 partium, 54 ſcrupul. 30 ſecund. Vt etiam exemplum habeas planetæ ab Ecliptica deflectentis aſſumamus Venerem, cuius latitudinem Septentrionalem in eodem ſitu Ptolemæus deprehendit 1 partis, cuius ſinus eſt 1745, vt in præſenti ſchemate c d. Vt hîc inueniamus b d, cuius ratio ad c d, eſt ſicut 62441 ad 78260. Diſpoſitis igitur numeris in ordinem, vt ſequitur 78260 |1745| 62441, & ſecundo in tertium multiplicato & producto in primum diſtributo exurgit ſinus 1391, cuius arcus 48 ſcrupul. 5 part. 40 ſcrupul. coniunctus totum b h 6 part. 28 ſcrup. conſtituit. Hinc g h eſt 5 partium 4 ſcrup. Eodem modo arcus viſionis Mercurij g h inuentus eſt 10 partium, Iouis 10 & Martis 11 part. 30 ſcrupul. Ex his arcubus conſtructa eſt tabula occultationum & apparitionum quinque planetarum ſub eleuatione poli prædicta ad omnium ſignorum principia. Quòd ſi volueris ad huius imitationem ad aliam poli eleuationem ſimilem extruere in primis, vt nos in canonibus primi motus explicauimus, vel ſecundum rationem 11 cap. libri ſecundi μεγάλης συντάξεως angulorum, quos Ecliptica ſignorum principia cum Horizonte conſtituunt, quantitates inuenias, quorum ſinus recti primum ſibi locum in operis proceſſu vendicant, ſecundum, ſinus maximus, arcus viſionis ſinus, tertium. Habita inſuper latitudinis ratione, quando ſecundum in tertium multiplicatum in primum partitus fueris, ſinus apparitionis aut occultationis innoteſcet.

TABVLA ORTVS ET OCCASVS quinq; Planetarum.

	♄ Ortus matutinus		♃ Ortus matutinus		♂		ortus uesperti nus ♀		Occasus matutinus		Ortus uesperti nus		occasus matutinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	29	28	19	33	29	0	15	31	4	25	24	10	12	24
1	26	26	18	21	27	11	13	48	4	29	21	15	12	18
2	22	10	14	15	22	14	10	39	7	38	17	10	13	37
3	17	18	11	44	18	15	8	38	8	58	14	9	14	19
4	14	8	9	44	16	7	7	5	8	59	12	53	16	39
5	13	8	9	7	15	8	6	53	10	46	12	8	20	23
6	12	15	9	0	14	12	6	57	11	9	12	10	23	50
7	13	1	9	7	15	8	7	11	11	26	12	41	23	49
8	13	47	9	44	16	7	7	56	12	27	14	8	20	44
9	16	36	11	44	18	15	9	18	9	28	16	19	16	19
10	21	16	14	14	22	14	12	47	8	29	20	15	14	7
11	26	46	18	11	27	11	15	28	7	43	24	38	12	14

	Occasus uespertinus ♄		♃		♂		ortus matut. ♀		Occasus uespertinus		ortus matutinus		occasus uespertinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	13	46	9	28	14	12	3	36	2	27	22	43	12	9
1	14	7	9	38	15	8	4	9	3	30	21	23	12	12
2	15	5	10	16	16	7	5	14	8	47	22	28	14	44
3	17	9	11	44	18	15	10	12	10	44	18	48	19	48
4	14	48	13	32	22	14	17	45	11	30	15	18	23	25
5	22	0	15	23	27	11	23	40	7	43	13	18	26	37
6	22	32	16	7	29	0	22	27	6	40	12	29	25	38
7	21	20	15	23	27	11	15	14	6	17	12	10	20	35
8	18	35	13	32	22	14	7	1	5	12	12	16	17	41
9	16	36	11	44	18	15	2	18	2	18	12	15	12	30
10	14	40	10	16	16	7	1	36	1	14	14	25	11	32
11	14	0	9	38	15	12	2	43	1	31	18	22	11	47

Hinc quolibet conſtituto tempore ad quamcunq; poli eleuationem, an planeta antè Solis ortum, aut poſt eiuſdem occaſum cõſpiciatur, ſupputare licet. Inquiſito enim angulo horizontis & Eclipticæ ſinum eius diuiſoris loco ſtatuas, & cum viſionis arcus ſinum duxeris in totum, & productum in ſinum anguli prædicti diuiſeris, exorietur ſinus diſtantiæ, qua primum appareret planeta, ſi hæc maior fuerit, quàm diſtantia Solis à planeta ſecundum ordinem ſignorum, manifeſtum erit ipſum videri non poſſe: ſin minor apparere concludas. Sub altitudine poli 48 partium Sole 2 partem 26 Geminorum minutum occupante, ſtella Mercurij cum 19 parte & 43 ſcrupul. Tauri ſupra horizontem aſcendat, eſt igitur angulus horizontis & Eclipticæ 22 graduum 41 ſcrup. cuius ſinus rectus 38563, & cum arcus viſionis ſit 10 partium, ſinus eius 17364 in totum multiplicatus, cum in primum diuiditur, exoritur 45028, ſinus cuius arcus 26 partium, 46 minutor. Tantam oportet hîc eſſe Solis diſtantiam, vt Mercurius in ortu videatur. Si nunc à 19 grad. 43 minut. Tauri 26 grad. 46 minut. ſecundum ordinem ſignorum numerauerís, finem in 16 grad. 29 minu. Geminorum incidere videbis. Diſtantia Solis & Eclipticæ partis vnà cum Mercurio in horizonte conſtitutæ tantum eſt 12 grad. 46 minut. Quare manifeſtum eſt hoc tempore Mercurium videri non poſſe. Eadem ratione comperies, an paulò poſt Solis occaſum videatur. Occidebat Mercurius cum 9. grad. 4 minut. Tauri, & cum Sol conſtituatur 2 parte 26 Geminorum ſcrupulo, certum eſt eum neq; poſt occaſum conſpectum iri.

PROPOSITIO XXII.

Quomodo ex aſpectu cuius Planetæ naturam ſtellæ fixæ referant, agnoſcamus.

STellæ candidiſsimæ & ſplendidæ ſunt naturæ Iouis, ſplendidiſsimę buxeę ſunt Venereæ, cãdidæ pallentes, & debilioris luminis, Lunares. Rubeæ, fuſcæ, ſiue ſint ſplendidæ, ſiue non, Martiales. Claræ, ſplendidæ valde, & modicè rubentes, Solares. Plumbeæ omnes ſiue ſplendidæ ſint, ſiue non, Saturninæ. Splendidæ, cinerei coloris, Mercuriales. Obſcuræ, ſunt naturæ Saturni & Lunę. Nubiloſæ omnes & maculoſæ, Lunæ & Martis.

PROPOSITIO XXIII.

De Stellarum magnitudinibus.

VT cognoſcamus qua ratione intelligant artifices ſtellarũ diuerſas eſſe magnitudines, & quomodo hę debent obſeruari: ſcire licet ſtellas primę magnitudinis, vt ſunt Venus & Iupiter, habere diametrum minutorum 8, Saturnus, Mars & omnes ſtellæ magnitudinis ſecundæ dimetientem habent 6 minut. quæ ſunt magnitudinis tertiæ, minut. 4, quę ſunt quartæ, minut. 3, vt etiam eſt Mercurius. Quæ ſunt quintæ magnitudinis diametrum habent 2 minut. & quæ magnitudinis ſextæ, minut. 1, Saturnus etiam, Iupiter & Mars in abſidis oppoſito, creſcunt 1 minut. & eodem decreſcunt in abſide. Quando Venus eſt in abſide dimetientem oſtendit minut. 7, ſed in oppoſito, minut. 10, Sol in abſide excentrici apparet, ſub minut. 31, at in oppoſito minut. 33 & Luna in abſide ſub minut. 31, ſed in oppoſito ſub 35, atq; ita maior apparet Sole, quando in loco proximi ad terram acceſſus eſt. Atq; hinc etiam corporales cõgreſſus Planetarum & fixarum agnoſcere licet ex cõiunctione ſemidiametrorum, exemplum Cardanus hoc conſtituit. Sit Luna in parte 19, minut. 25 Capricorni in longitudine media, vbi ſemidiameter eſt minut. 16, ſecund. 30, in parte 19, ſcrupul. 8, conſtituitur Borealior ſiniſtri ſcoptuli Sagittarij: differentia vtriuſq; longitudinis eſt ſcrupul. 17. Et cum Lunæ ſemidiameter ſit 16 ſcrup. 30 ſecun.

ſemidiameter ſtellæ, quæ eſt magnitudinis quintæ, ſit 1 ſcrupul. ſi coniungãtur ſemidiametri exurget quantitas 17 ſcru. 30 ſecund. quæ maior eſt 17 min. differentiæ, ſcilicet longitudinis. Dicendum ergo ſtellas ſeſe mutuò contingere. Porrò hos contactus ad vnguem ſcire, præſertim exorientium ſtellarum, aut in cæli medio exiſtentium nemo facilè poteſt niſi per experientiã. Nam huiuſcemodi præciſionem, vt rectè dixit Ioannes Regiomontanus in opere Directionum primi mobilis, nullum capit inſtrumentum.

PROPOSITIO XXIIII.

Ad quantam diſtantiæ Stellas fixas planetæ occultent.

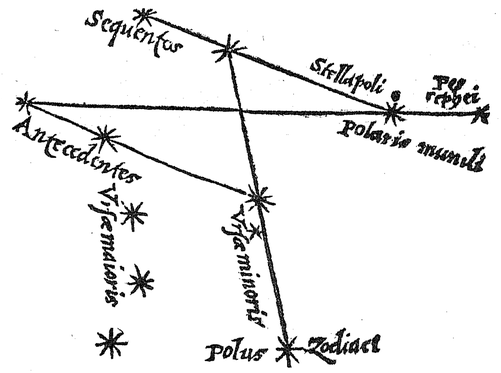
OMnes ſtellas noſtro conſpectui adimit Sol: ſed in exortu admittit Venerem vt videri poſsit, donec ſupra terram ad qualemcunq; altitudinem eleuetur: quandoq; etiam vnà cum Sole in medio cœli conſpicitur, id quod aliqui miraculi inſtar ſunt admirati. Lunam verò tegit manifeſtè vſq; ad diſtantiã quindecim partium, interdum etiam ad viginti, fixas ſtellas omnes, quæ primę ſunt magnitudinis, Luna ad interuallum vnius partis, eas verò, quæ ſecundæ magnitudinis ſunt, ad tres partes occultat, niſi cælo valde ſereno & ea vacua exiſtente, reliquas autem longius tantùm in occaſu vel exortu. Planetas nunquam è conſpectu aufert: nam Iupiter & Venus nihil ſplendoris in ipſo etiam contactu perdunt. Saturnus & Mars, etſi multum obſcurentur, tamen omnino non teguntur. Mercurium vltra duas partes non abſcondit omnino. Contingit hoc non propter Mercurij lumen: ſed quia Luna, quoties eidem copulatur neceſſariò exiguæ magnitudinis videatur. Iupiter & Venus ſtellas omnes ſecunda quantitate minores in cõtactu occultant: quæ ſecundæ quidem magnitudinis ſunt, offiſcantur plurimum, quę primæ licet debilioris luminis eſſe videantur, in quãtitate earum tamen nulla apparet diminutio. Saturnus & Mars propè Iouem aut Venerem hebetiores apparẽt, decrementi tamẽ aut occultationis nullum admittũt indicium. Mercurius aũt cum Ioue & Venere, licet exiguus admodum appareat, tamen nullo modo ſub radijs euaneſcere videtur. Nullus etiam planeta ſui generis, alium omnino poteſt è conſpectu ſubmouere. Iupiter interim & Venus fixas minimas ad diſtantiam 8 part. obſcurant. Saturnus & Mars cum Bebenijs ſiue ſtellis fixis primę magnitudinis lumine contendunt, & quanuis ſuperentur, hebetiores tamen non euadunt, cum ſtellis ſecundæ quantitatis etiam decertant, & cum lumine ſplendidiores videãtur, eas tamen radijs non tegunt, ſed paulò hebetiores reddunt. Si propè Saturnũ aut Martem fuerint ſtellæ magnitudinis tertiæ, aut quartæ obſcurantur plurimũ, ſed propè eoſdem quintæ & ſextæ prorſus euaneſcũt. Mercurius nullas occultat, & viciſsim non occultatur, à ſtellis primæ magnitudinis tamen offuſcatur. Porrò ſtellarum omnium in noſtro climate apparentiũ pulcherrima eſt Canicula, & ſplendidiſsima, quæ in ore Canis maioris exiſtit: maxima omnium eſt Canopus, licet nobis non appareat, ſed quãuis Caniculam vincat magnitudine, ſplendore tamen ab eadem magno vincitur interuallo.

PROPOSITIO XXV.

Quomodo Polus mundi proximè & ſimpliciſsimè ex obſeruatione ſtellarum fixarum, ſine omni inſtrumento cognoſcatur.

EXplicauimus quidem breuiter, quomodo per inſtrumentum ex obſeruatione circũuolutionis alicuius ſtellę fixæ ſupra Finitorem ſemper apparentis mundi polus exquiſitiſsimè cognoſcatur, id quod ad obſeruationes omniũ φαινομένων maximè neceſſarium eſt: nunc etiam quomodo proximè ſine inſtrumento certiùs tamen quàm ſoleant obſeruare nautæ & agricolæ eundem inueniamus

inueniamus, ex traditione Cardani ſubijciemus. Ad Septentrionem in Vrſa maiori conſpiciuntur ſtellæ ſeptem, ex quibus quatuor ſchematis quadranguli ſpeciem oſtendunt, reliquæ tres in figuram caudæ inflectuntur. Harum omnes ſunt magnitudinis ſecundæ, præter Borealiorem quadrilateri antecedentem, quæ minor etiam ſex reliquis eſt deſignata, & eſt magnitudinis tertię, paulò reliquis minor. Omnes ſimul exprimunt figuram currus cum temone flexo. In recta linea duarum ſequentium ab exteriori parte verſus incuruationem Temonis, eſt ſtella Polaris magnitudinis tertiæ, naturæ Saturni & Veneris, diſtans ab ipſo mundi Polo partibus 4, ſcrupu. 9, & conſiſtit in 19 parte, min. 48 Geminorum, & appellatur Cauda minoris Vrſæ. Ita autem rectè in eadem linea, cum prædictis duabus quadrilateri conſiſtit, vt per inſtrumentum obſeruanti in eodem ferè circulo maximo, cum ijſdem iacère videatur. Etſi autem non vſq; adeò magnæ quantitatis videatur, tamen quia circumiacentes omnes valde ſunt exiguę, quaſi ſola locum occupare videtur. Hæc circum Polum tempore 24 horarum æqualium circumuoluitur, in cuius locum intra ſpaciũ 1000 annorum ingredietur, ita vt loco Poli cõſpiciatur. Eidem alia ſtella quartæ magnitudinis valde eſt propinqua, diſtans à Polo tantùm noſtro tempore ſcrupul. 50, quàm rectè ſtellam Poli nominamus, alteram quę remotior eſt, ſtellam Polarem. Sequitur figura huius obſeruationis.



PROPOSITIO XXVI.

Qua obſeruatione inueniatur Polus Zodiaci.

ZOdiaci Polus ſemper eſt proximus duabus ſtellis, quæ ſunt in triangulo Draconis ſextæ magnitudinis, & vix apparẽtibus. Cõſyderes igitur ſtellam polarem, propè quam in Vrſa minore, præter ſeptem ſtellas Vrſæ maioris animaduertas duas alias ſecundę magnitudinis, quarum ſuperior eſt in eadem recta duarum antecedentium quadrilateri prædicti, quæ ſunt propè Temonem. Ex prima igitur quadrilateri verſus Septentrionem, per ſuperiorem duarum Vrſæ minoris imaginatione deducas lineam rectam vſq; ad Draconem, quæ ſubſiſtet ad duas ſtellas in eo conſtitutas, & vix (vt dictum eſt) apparentes. Hæ proximæ ſunt Zodiaci Polo, diſtantes ab eodem partibus 2, ſcrupul. 30, nec ab eo digrediuntur vnquam, nec eidem appropinquant. Ex hoc igitur ſchemate manifeſtum eſt Polum Zodaici paulò longius per lineam rectam à Borealiore ſequentium diſtare, quàm polares mundi ab Auſtraliore ſequentium diſtet, quàm polaris mundi ab Auſtraliore ſequentium diſtet. Obſerues etiam quomodo pes Cephei in eadem recta linea, cum ſtella Polari & Auſtraliore antecedentium quadrilateri conſiſtat.

PROPOSITIO XXVII.

De obſeruatione Zodiaci & circuli Solſtitij.

AGnita poli Zodiaci ſtella verſus Auſtrum in oppoſitam partem conuertas faciem, per quam partem imagineris duci circulum maximum totum cælum bifariam ſecantem, cuius ſemiſſes ſupra Finitorem apparet ſemper. In hoc eſt Zodiacus pluribus & frequentioribus ſtellis inſignitus, quàm vlla pars cæli, in quo ferè ſemper aliquis apparet planeta. Dehinc imaginaberis lineam, aut circumferētiam circuli ex polo Zodiaci per mundi polum procedentem, quæ totum cælum in duas æquales portiones diſpeſcat. Et conſyderes vtrum Cancri, an Capricorni initium ſupra horizontem appareat: nam horum alterū neceſſariò videbitur cum ſint oppoſita ſigna. Quoties igitur fuerit primū Cancri punctum ſupra terram, erit etiam pars Tropici coluri per illud punctum ducta in conſpectu: idem etiam de Capricorni ſigno velim intelligas, id quod non difficulter deprehendes, ſi aſcendentem Eclipticæ partem, aut temporis nocturni momentum obſeruaueris. Et ſi principium Cancri ſupra terram apparuerit, ab Orientali coluri circuli parte primo Geminorum capita magis Septentrionalia conſpicies, huic procedenti ab eadem parte verſus Auſtrum Canis minor, ſiue Procyon offeretur, inde Canicula, quæ eſt ſplēdidior Canis maioris, & hæc magis in Meridiem inclinatur. Ab Occidentali eiuſdem circuli parte verſus Septētrionem offendes, primò dextrum humerum Aurigæ, inde Orionis conſtellationem à capite ad pedes, tanquàm prędicto circulo æquidiſtantem, ita vt pedes verſus Auſtrum, caput verſus Septentrionem extēdantur: poſtremò ſex Stellas glomeratas, è quibus duę ſunt magnitudinis in naui valdè Auſtrales. Ab Orientali verò coluri circuli, quę per initium Capricorni ducitur parte, primò ſtellam Vulturis cadentis inuenies, dein ſtellam vlterius in Auſtrum tendentem, quę vocatur Vultur volans: vltimò ſecundę magnitudinis ſtellam, quę eſt in genu Sagittarij benè Auſtralis, ita vt parum ſupra terram maneat. Ab Occidentali verò huius coluri parte, nulla inſignis magnitudinis ſtella conſpicitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Quomodo ſtellas fixas ſemel obſeruatas ſemper agnoſcamus.

SExpotiſsimùm ſigna, quibus ſtellas fixas ab inuicem diſtinguunt artifices, obſeruare docent. Primò magnitudinem, quia nōnullę ſunt primę magnitudinis, nonnullę ſecundę, alię tertię, alię quartę, alię quintę, alię ſextę, quę omnium inter has minimè apparent. Quę pręter has minoris quantitatis ſunt vix obſeruari poſſunt. Secundò colorē: nam quędam videntur albę, quędam pallentes, quędam buxeę, quędam plumbeæ, quædam aureæ, alię rubeę. Tertiò ſplendorem: nam alię plurimum, alię mediocriter, alię valdè parum, alię nihil omnino ſplendent, quapropter etiam nebuloſę, licet magnę inter eas ſint, appellantur. Quartò obſeruamus configurationes viciniorū ſtellarum. Inter has alię rectam lineam, alię triangulum, alię quadrangulum & alias etiam figuras cōſtituunt. Vt cingulus Orionis cōſtat tribus magnis & ſplendidis ſtellis, quę ita in rectā lineam cōſtituuntur, vt cinguli ſpeciem repręſentent, ſimiliter Hœdi ſunt duę paruę ſtellę ita coniunctę, vt vnam quaſi longam referant. Ita Pleiades à multitudine cōglomerata facillimè agnoſcuntur, eodem modo ſeptē ſtellę maioris & minoris Vrſę, ex tribus quę figuram incuruatę caudę, & reliquis quatuor quadrangulum ſchema exprimentibus addiſcūtur. Quintum ſignum eſt ſcintillatio: nā quędam frequētiſsimè micāt, vt Procyon, quędam rariſsimè vt Regulus, quędam mediocriter, vt pes & humerus Orionis. Sextū ſignū eſt ſtellarū ſitus tam in Zodaico, quàm in mundi cardinibus. Nam ſtellę fixę propter

pter maximā motus octauę ſphęrę tarditatē per multos annos ijſdem locis ſupra Horizontē aſcendunt, ad cæli medium uoluuntur, & ſub Horizontem demergūtur. Vnde ex earū ſitu ſemel deprehenſo facilè quiuis, qui non ſit omnino nullius memoriæ, ipſas retinere & alio tēpore cōſpectas agnoſcere poteſt. Similiter ex ipſarū à planetis diſtātia facilè agnoſcūtur, videlicet ſi antares ſtella Saturno poſterior fuerit 12 part. cognito Saturno, quā ſtellā ab ipſo 12 gra. in orientē tendere maximè ſplendere cōſpexeris eā cordis Scorpij eſſe indubitatò noueris. Cōſultiſsimū tamē in omnibus fuerit adhibita ſphęra ſtellifera, quę ad ſingulos mundi cardines & propoſiti tēporis conſtitutionē exquiſitè diſpoſita ſit, per has rationes & obſeruationes altitudinū & locorū ſtellas obſeruare.

PROPOSITIO XXIX.

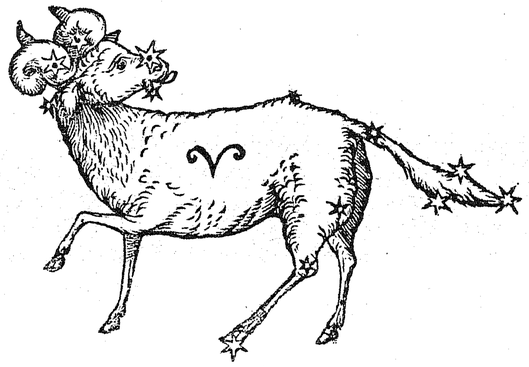
Quomodo ex imaginum zodiaci aſpectu ſolo ſtellę agnoſcuntur.

COgnitis iam & obſeruatis pręcipuis octauę ſphęrę ſtellis, ſequitur, vt etiā ad obſeruationes imaginū cœleſtiū, quas ſtellæ nobis repræſentant, progrediamur. Cōmodiſsimū hîc fuerit, vt exordiamur ab obſeruatione figurarū zodiaci, quas ante omnes nouiſſe expedit, nā cū harū ſtellis, quę nō longius ab Ecliptica diſtant, planetę corpore cōiungi poſſunt. Ad huiuſmodi obſeruationes maximè requiritur, quoties ſphęris ſtelliferis caruerimus, vt omnes zodiaci figuras cū ſuis ſtellis, ſicut in ipſo cœlo apparēt, depictas habeamus. Hîc iam ſcire licet duas in cœlo ſtellas eſſe, quarū ſemper altera, eo quòd in oppoſitis locis cōſtituantur, ſupra Horizontē ſtatuatur, quarū vna eſt aldebara, altera antares, ambę regiæ, quas à reliquis frequēti obſeruatione ita diſtinguere diſcas, vt ſtatim apparētes eas ſine errore agnoſcas. Dehinc ex præmiſſis tabulis nomina, ſitus, & magnitudines ſtellarū zodiaci inquiſitas diligēter adhibitis & idem tidem cōſultis picturis obſerues procedendo ab altera harū cognitarum, quæ apparuerit ſecundū ſucceſsionē ſignorū ad orientē finitoris partem. Obſerues etiā diligēter 27 illas valde ſplendidas, quę extra zodiacū collocātur vnà cum ſex vrſę maioris & duas vrſę minoris, quas in capite obſeruationis polorū Aequatoris & zodiaci adſcripſimus. Et cū ad Horizontē deſcēderis, iterū à loco prioris obſeruationis, nimirū ſtellę regię cōtra ſignorū ordinē figuras ad occidentē deſcēdentes eadē omnino ratione, qua antea vſus es, obſeruabis. Memineris tamē hîc diligēter, vt lineas ex polo zodiaci ad ipſas ſtellas ductas imagineris. Poteris etiā per inſtrumentū illarū à polo zodiaci diſtātias, an cū tabulis cōueniant experiri, ita certius argumētū inuentę ſtellę cōſequeris, pręſertim ſi alijs ꝓxima nō fuerit, ſed tribus aut quatuor partibus ab ijs diſtiterit. Primùm aūt memorię cōmendes eas, quę ſunt nobiliores aut magnitudine, vt eſt canicula, aut multitudine, vt pleiades & ſuculæ, paruitate vt hœdi, ſimilitudine vt aſini, loco, vt ſcapula Capricorni, quę pręciſè in ipſa eſt ecliptica. Et dextrū genu Ophiulci, quod in extremo zodiaci conſtitutū initiū prębet viæ lacteę. Etiā eas obſerues, quę ſunt nebuloſę, vt pręſepe, & quę dignitate pręſtant, vt regulus & ſpica, quę magnitudine fortitudinis & forma inſigni, vt totū ſydus Orionis, quod facillimè cognoſci poteſt: vt dixit Poeta: *Orion magni pars maxima cœli:*

Hac obſeruādi ratione pauciſsimis diebus omnes ſtellę & aſteriſmi cœli, qui ſupra finientē loci, in quo fiūt obſeruationes, apparēt, ſine magno negocio cognoſci poſſunt. Porrò, vt eorū etiam ſuccurramus induſtriæ, qui tabulis caret, omnes imaginū zodiaci ſtellas, quę formā cōplectūtur, exquiſita deſcriptione ſuis aſteriſmis intexā, vt ex mutua collatione cōgruentię in ſitu ac poſitione à ſtudioſis, qui attētè eas inquirēt in cœlo facilè agnoſcātur. Atqꝫ in has imaginū picturis nō ſolùm quantū ex correctiſsimis tabulis didicimus, verā ſtellarum in ſitu ſymmetriā cōſtituimus, verumetiam ſingulas magnitudinū differentias certis diſcretas ſignis ante oculos conſtituimus, eo modo qui hîc apparet.

Vt ergo ueram iconum positionem explicemus, scire licet artifices omnes Arietis constellationi primum locum attribuisse. Hæc autem Higinij tempore proximè intersectioni uernæ Æquatoris & Ecliptícæ consistebat, sed elapso multorum annorum spatio ad hæc nostra tempora longius indè in consequentes partes processit. Caput ipsum conuertit in ortum, ac constituitur infra sydus cœleste, quod Triangulum appellant. Cæterùm formam duntaxat ingrediuntur stellæ 13, quarum magnitudinis tertiæ duæ, quartæ quatuor, quintæ sex, sextæ una. Ex his, præter duas extremas, quarum una est in poplite, altera in extremo posterioris pedis ab Ecliptica in Septentrionem deflectunt.

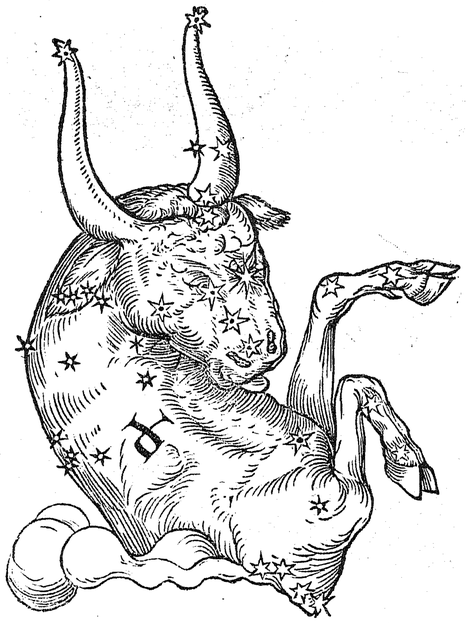
SEQVITVR IMAGO ARIETIS.



Tauri

Tauri sydus imperfectum est. Nam posterior medij corporis pars deest, ut non inerudité scripserit Ouidius: Posteriora latent. Reliqua anterior per medium ab Ecliptica secatur. Post caudam Arietis in sectione uersus Austrum quatuor stellæ conspiciuntur. In tergo sunt Virgiliæ Græcis πλειάδες appellatæ, infra caput Medusæ. Caput ita flectit, ut frons occasum respiciat, & caput orientem. Cornu Septentrionali altero pede insistit Erichtonius. Totum uerò constituitur ex stellis 32, præter eam quæ in extremo cornu Septentrionali: una ex his primæ magnitudinis in oculo lucens à Romanis Palilicium appellata. Tertiæ magnitudinis sunt sex, quartæ undecim, quintæ tredecim, sextæ una.

SEQVITVR IMAGO TAVRI.

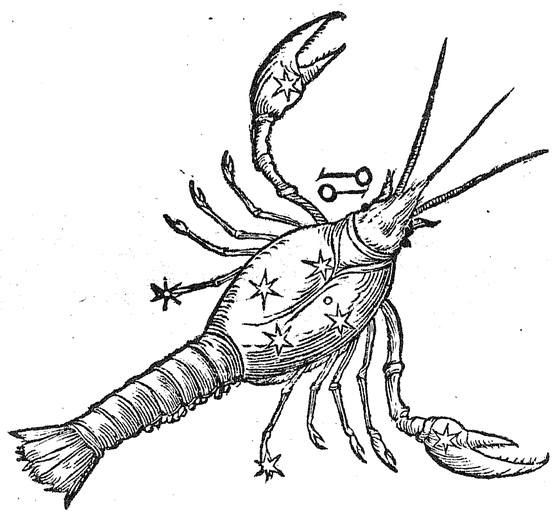


Geminorum pedes in Occasum uersus cornua Tauri extenduntur, capita uerò, quæ appellantur Castor & Pollux magis Orientem spectant, ac in Septentrionem ab Ecliptica deflectunt. Tota uerò constellatio constat stellis 18, quarum magnitudinis secundæ duæ, tertiæ quinq, quartæ nouem, quintæ duæ. Ac omnes stellæ, quæ numerantur à principio usq ad sinistrum genu sequentis Geminorum in Septentrionem deflectunt, reliquæ in Austrum.

SEQVITVR IMAGO GEMINORVM.

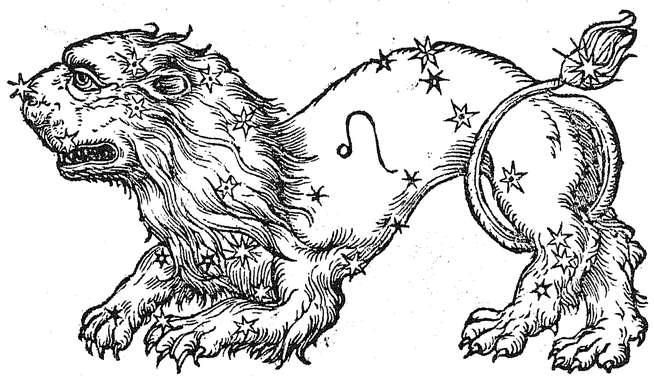
Constellatio Cancri in medio ab Ecliptica secatur, constat autem exiguis stellis, ex quibus duæ in testa asini appellantur, ac una in pectore nebulosa, præsepe. Magnitudinis quartæ sunt septem, quintæ una,

SEQVITVR IMAGO CANCRI.



Caput Leonis occaſum ſpectat, ac maior pars corporis ab Ecliptica in Septentrionem deflectit: nam ultra ſectionem Eclipticæ pedes duntaxat in Auſtrum extenduntur. In corde, ſiue pectore eſt ſplendida ſtella, quam Regulum ac Baſiliſcum uocant primæ magnitudinis. Totum ſydus conſtat ſtellis 27, quarum altera primæ magnitudinis fulget in extremo caudæ. Secundæ magnitudinis ſunt duæ, tertiæ ſex, quartæ octo, quintæ quinq;, ſextæ quatuor.

SEQVITVR IMAGO LEONIS.

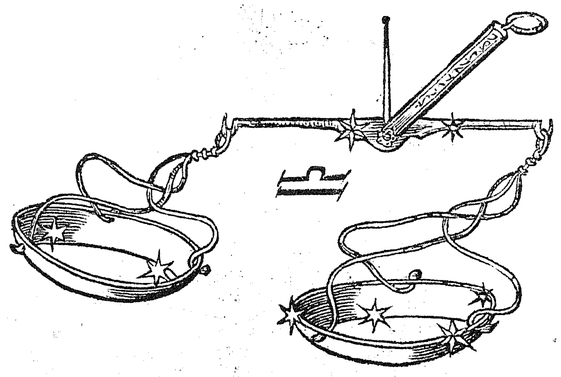


Totum Virginis ſydus in Septentrionem ferè deflectit, conſtituitur caput poſt Leonis caudam Eclipticę propius, in ſiniſtra manu, quam in Auſtrum porrigit, ſplendidam geſtat ſtellam, quæ ſpica nominatur. Supra corpus Virginis ulterius in Septentrione apparet Bootis, inter cuius pedes ſtella ſplendida, quæ Arcturus nominatur. Conſtat autem 26 ſtellis, quarum 1 magnitud. una tertię 6, quartæ 6, quintæ 11, ſextæ duæ.

SEQVITVR IMAGO VIRGINIS.

Propter nimiam magnitudinem conſtellatio Scorpij in duas imagines diſtribuitur, quarum antecedens appellationem Libræ ſortitur, quæ apud Ptolemæum Chelæ dicuntur. Hæc tota in Septentrionem deflexa, ſub Virginis pedibus conſtituitur. Conſtat autem ſtellis octo, quarum magnitudinis ſecundæ duæ, quartæ quatuor, quintæ duæ.

SEQVITVR IMAGO LIBRAE.



Scorpionis conſtellatio maiore ſui parte in Auſtrum deflectit, quatuor in fronte lucidæ occaſum ſpectant, dextram corporis partem in Septentrione pede premit Ophiuchus, cauda magis in ortum circumflectitur. Conſtat ſtellis 21, quarum ſecundæ magnitudinis 1, tertiæ 13, quartæ 5, quintæ 2.

SEQVITVR IMAGO SCORPII.

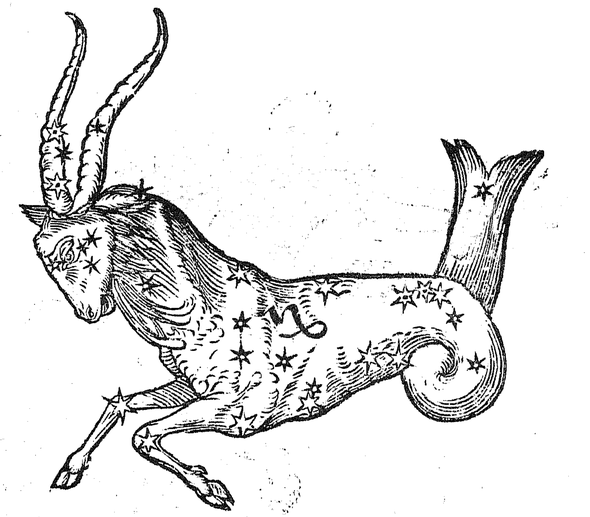
Sagittarius Centauri ſpecie pingitur, ſagittam uerſus Occaſum dirigens in caudam Scorpionis toto ferè corpore in Auſtrum conuerſus, excepto capite & ſtellis aliquot exiguis in contactu, quæ in Septentrionem uergunt. Conſtat ſtellis 31, quarum magnitudinis 2, duæ, tertiæ 9, quartæ 9, quintæ 8, ſextæ duæ, nebuloſa una.

SEQVITVR IMAGO SAGITTARII.

Poſt con-

Poſt contactum Centauri ſequuntur cornua Capricorni una cum capite in Septentrionem deflexa. Inde reliqua pars corporis ab Ecliptica ſecta in Auſtrum uertitur, reflexa in Septentrionem cauda. Conſtituitur autem ſtellis 28, quarum magnitudinis tertiæ 4, quartæ 9, quintæ 6, ſextæ 6.

SEQVITVR IMAGO CAPRICORNI.



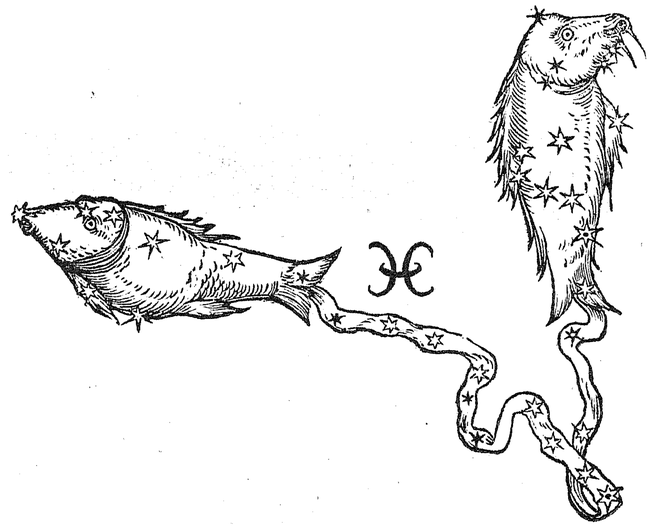
In medio corpore Aquarius ſecatur ab Ecliptica, ut ſuperior pars in Septentrionem, inferior in Auſtrum deflectat. Siniſtram manum in Occaſum ſupra tergum Capricorni porrigit. Vrna in exortum effundit aquam, quæ ſtatim ultra Eclipticam in Auſtro uerſa in Occaſum refluit. Vltima in aqua ſtella ſplendida ore Piſcis, qui ſolitarius figuratur, abſorbetur. Conſtat ſtellis 42, quarum primæ magnitudinis 1, tertiæ 9, quartæ 18, quintæ 13, ſextæ 1.

SEQVITVR IMAGO AQVARII.

Poſtremum

Poſtremum Piſcium ſydus exiſtit, quorum alter in Occaſum ſpectans Aquarium in Septentrione ex cauda linum educit, quod ultra Eclipticam in Auſtrum productum & nodo contractum ac ligatum, iterumq; in Septentrionem reflexum annectitur caudæ, alterius piſcis, cuius caput eſt infra humerum ſiniſtrum Andromedæ.

SEQVITVR IMAGO PISCIVM.



PROPOSITIO XXX.

De ſignis quibus errantes ſtellæ à fixis octauæ ſphæræ diſtinguuntur.

FAcillima ratio, qua ad cognitionem ſtellarum fixarum introducimur, conſtat ſignorum, quibus erraturæ ſtellæ à ſe inuicem & à fixis octaui cœli diſtinguũtur obſeruatione. Triplici autem ſignorum diſcrimine à ſtellis fixis planetæ differre cognoſcuntur. Primò quòd ſtellarum fixarum aliàs rarius, aliàs frequentius ſcintillare obſeruemus, planetas verò nunquam. Secundò, quòd inerrantium ſemper à ſe inuicem æqualis diſtantia deprehendatur, ſed planetarum (quia infinitis partibus velocius fixis ſtellis moueãtur) ab ijſdem octauæ ſphæræ ſtellis diuerſis temporibus obſeruatę diſtantię ſemper manifeſtam differentiam ſortiantur. Tertiò quòd illis, qui frequentibus obſeruationibus fuerint aſſuefacti, planetæ, vel primo aſpectu ſtellis fixis inferiores appareãt, ſed fixæ longæ à terræ ſuperficie altiores conſpiciantur. Etiam inter ſe planetæ ſatis euidenti diſcrimine differre videntur. Primò Sol & Luna, quomodo à reliquis omnibus ſtellis differant, nemo, niſi communis ſenſus expers, ignorare poteſt. Stella Saturni, Martis magnitudini aſpicientibus æqualis videtur, diſtinguitur tamen ab eodem, quòd plumbei coloris & minus ſplendida, & altiorem cœli regionem occupare videatur, etiam inſpecta Ephemeride vtriuſq; locus differre cognoſcitur. Iupiter ſtellæ Veneris omnium aliarum ſimillimus deprehenditur, ſed minus ſplendoris obtinet, & quantitatis minoris videtur, nec Solem, vt Venus ſemper comitatur, quæ nunquam à Sole antè aut retro longius 48 partibus digreditur, etiam ex motuum tabulis vter horum orientalior ſit, inueniri poteſt. Agnito igitur Ioue, qui omnes alias ſtellas præter Venerem excellit, non difficulter ipſa etiam Venus cognoſcetur. Stella Martis ſubobſcura, cum rubore quodam micare, & ſcintillare videtur, à Ioue autem & Venere plurimum rubere, magnitudinis defectu, & obſcuritate diſcrepare obſeruatur. Venus omnium, quæ in cœlo conſpiciuntur, ſtellarum & maxima & ſplendidiſsima eſt: ita vt ſola tantùm luminis effundat, quo corporum vmbræ euidenter diſtingui poſſunt, neque Lunæ propinquitate offuſcatur, ſed in ipſius contactu ſplendidior apparet. Mercurij ſtella ſemper ipſi Soli propinqua, nec ab eodem vltra 28 partes diuagatur, exiguæ magnitudinis, non candida ſed luminoſa exiſtit.

PROPOSITIO XXXI.

Ratio, qua tempus congreſſus planetarum cum ſtellis fixis præſcire poſsimus.

AD huius congreſſus prædictionem in primis requiritur, vt quolibet tempore, vel ex motuum tabulis, vel ex certiſsima Ephemeride verum planetæ locum inuentum habeas. Deinde ex zodiaci tabula ſuperius deſcripta longitudinem & latitudinem ſtellæ, cuius congreſſum cum planeta nouiſſe diligenter inquiras, & quo tempore planeta ad eandem zodiaci partem & minut. pertingat, conſideres. Quo inuento, ſi vtriuſque ſtellæ eandem latitudinem calculo oblatam videris, congreſſus corporalis dicetur, ſed ſi diſcrepante latitudine vtranq; in longitudine tãtùm coire perſpexeris, longitudinis congreſſus appelletur. Vtrum verò hæc prædictio experientię cõſentiat, non difficulter aſpectu iudicare licet: nam cum zodiaci poli locum diligenter notaueris, ſi ex eo lineam rectam, aut ſegmentum circuli per ſtellam & planetam ſimul tranſire videris, vtriuſq; loci eandem eſſe longitudinem non dubitabis.

Et quanuis

Et quauuis ſuperiorum planetarum tam apparens, quàm vera coniunctio ſit eadem, in inferioribus tamen παράλλαξεως ratio præſertim in Luna & Mercurio diligentiſsimè eſt obſeruanda. Nam in Mercurio coniunctionum loca interdum 10 ſcrupulis differre videntur. Lunæ diuerſitas interdum ad quantitatem integrè partis increſcit. Nam ſiue citra ſiue vltra nonageſimam ab aſcendente zodiaci partem conſtiterit, nunquam in ea parte exquiſitè, quàm linea ex mundi centro per centrum lunæ ad zodiacum extenſa, deſignat, in ſuperficie terræ conſiſtentibus apparere poteſt. Cum enim in Oriente fuerit, partem veri motus exceſsiſſe conſpicitur: ſed in Occidente verum locum antecedere iudicatur. Quare diligenter ad tempus propoſitum ex tabulis motuum cœleſtium Nicolai Copernici, aut Ioannis Verneri, aut Eraſmi Rheinoldi, quę omnium ſunt exactiſsimæ, Lunæ locum ſupputare oportebit. Eodem modo etiam cognoſcitur quando fixa zodiaci ſtella radios planetæ oppoſitos, quadratos, trinos, aut hexagonos, ſiue iuxta ſententiam Ioannis Regiomontani, qui omnes eos in Eclipticam deducit, ſiue opinionem Ioannis Blanchinij, qui in omnibus exceptis tetragonis, obſeruationem latitudinis requiri vult, ingrediatur. Obſeruationem nobis hîc excellentiſsimus noſtri temporis philoſophus Hieronymus Cardanus talem reliquit. Anno 1538 die decimotertio Aprilis, inuenit verum ſtellæ Iouis locum in parte 26 minut. 23 Tauri cum latitudine auſtrina part. 0 ſcrupul. 46. Quæritur ergo in tabulis ſtellarum zodiaci, an vltra 26 part. 23 minut. Tauri aliqua ſtella inueniatur, quæ latitudinem ab Ecliptica partis 0, minut. 46, aut paulò minorem obtineat, ſiquidem Iupiter verſus Septentrionem aſcendat, & latitudo minuatur. Hîc nulla propinquior inuenitur, quàm præſepe in parte 29 minut. 58 Cancri per obſeruationem Cardani in latitudine Septentrionali part. 0 ſcrupul. 20 conſiſtens. Hanc zodiaci partem ſtella Iouis ex motuum tabulis anno 1540 die octauo Iunij egrediebatur, eodem tempore deflectens ab Ecliptica via in Septentrionem parte 0, minut. 26. Quare differentia latitudinis tantùm eſt 6 ſcrupul. qui comprehenduntur à ſemidiametris Iouis & ſtellæ prædictæ. Dicendum igitur in ſequenti nocte coitionem corpoream fuiſſe. Vnde etiam his, quibus in angulo contingebat, nebuloſa tempeſtas effecta eſt. Hinc manifeſtum eſt, quàm rarò fiant planetarum cum ſtellis fixis, præterquàm Lunæ corporei congreſſus. Nam hæc non tantùm propter motus velocitatem, ſed etiam ſemidiametri magnitudinem ſtellis fixis ſæpius cõmiſcetur. Vnde frequẽtiores etiam cœli mutationes & euidentiores euenire quotidiana docet experientia.

PROPOSITIO XXXII.

Quomodo nouis obſeruationibus tota cœli ſtellati facies explorata deſcribi poſsit, vt ſingulæ ſtellæ repræſentent eam in ſitu congruentiam ac ſymmetriam, qua in ipſo cœlo conſtitutæ apparent.

VEteres artifices mirabili induſtria ac artificio totam cœli ſtellati faciem, vſi obſeruationibus per inſtrumentum Armillarum factis, ita depinxerunt, vt ſingulas ſtellas ſphærico corpori imponentes, in eum ſitum ac ordinem diſtribuerent, qui cœleſtium corporum ſymmetriæ ac diſtantijs exquiſitè congrueret. Ex his alias animantium imaginibus, quarum formæ huic ſimilitudini ac poſitioni optimè conuenirent, intexebant: reliquas verò paſsim diſperſas, neque conſtitutioni alicuius imaginis congruentes proximè quaſi extra ordinem formis annumerabant. Hac ſolertia cõſequebantur eum vſum ac fructum, vt non tantùm exiſteret iuſta in conſtitutione proportio, ac ſin-

gularum magnitudinis exquisita distinctio, verumetiam singulæ certis denominationibus ab alijs discretæ, facilius agnoscerentur, ac posteritati communicarentur. Atque hac ratione Claudius Ptolemæus 1022 stellas manifestiores à se instrumento exploratas ac in tabulas artificiosè distributas posteritati reliquit. Sed, vt in his rebus fieri solet, inscitia ac negligentia describentium multis in locis errata ac corruptelæ irrepserunt. Quare vtilissimum laborem humano generi nostro tempore artifices subirent, si ea loca, quæ in tabulis Ptolemæi deprauata sunt, instrumentorum adminiculo stellarum situs explorantes, in integrum restituerent. Vtinam verò Gemma Frisius, vt promiserat, studiosis Matheseos hoc operis absoluisset. Equidem eleganter exponit, quomodo per radium Astronomicum obseruationes hæ fieri possint, sed nos eadem commoditate per Quadrantem, vt quilibet huius artificij studiosus rem ipsam experiri debeat, ante oculos constituemus. Hîc autem ea commoditas offertur, vt sine vlla longitudinis, aut latitudinis obseruatione quocunque anni tempore ac loco stellas omnes in nostro hemisphærio apparentes, quæ sint alicuius magnitudinis per Quadrantem obseruatas sphærico corpori exquisitè fabrefacto secundum verum situm, quo in cœlo constituuntur, imponere liceat. In hunc vsum optimè fecerimus, si dimetientem sphærici corporis trium aut quatuor pedum assumamus. In superficie eius corporis designabimus circulum maximum obscura linea, vt postea deleri possit, more Astronomico in 360 æqualia segmenta distributum, cuius vsus erit, vt exploratas instrumento stellarum distantias ipsi superficiei rectè applicemus. Primùm igitur, per Quadrantem obseruabimns, vt superius explicatum est, duarum quarumuis stellarum interualli segmentum, quas secundum similem eius magnitudinem in designato circulo deprehensam, quam circino facilè licet explorare, in superficie sphæræ constituemus. Deinde alterius alicuius ab vtraque harum metiemur interuallum, ac iuxta eam rationem superficiei imponemus, quæ in obseruationibus Planetarum & Cometarum longitudinum est exposita. His per idem artificium dimensionis succedet quarta, deinceps quinta, & reliquæ omnes donec certis obseruationibus exploratæ congruentem symmetriæ cœlesti situm sortiantur. Vt autem operationi sua constet certitudo interdum stellarum, quæ fuerint obseruatæ distantias omnium à se inuicem cum sitibus descriptarum in superficie sphæræ conferemus. Aut interdum vnius stellæ, quæ constituenda erit, à septem aut octo alijs designatis experiemur interualla, quæ si in idem punctum concurrant, nullum inter operandum errorem incidisse, certum erit. Cæterùm hîc memineris certa opus esse memoria conspectarum stellarum, vt ne si eædem repetantur, totius operis confusio ac perturbatio oriatur. In magnitudinum quoque distinctionibus non minorem adhibere oportet industriam, quantum ad faciliorem operis absolutionem attinet, interdum per Quadrantem experiemur quænam stellæ in eodem maximi circuli segmento consistant. Hunc situm occupant illæ, quæ per eandem instrumenti planam superficiem intuentibus apparent. Quòd si eędem stellę similem positionem obtineant in sphęrico corpore, non dubium est, quin rectè sint collocatæ. Id autem hîc explorabimus æneũ circulum, aut Quadrantem congruentem conuexo sphęrę accõmodantes. Manifestum est igitur, quo artificio omniũ stellarũ, quæ in nostro apparent hemisphærio vera pictura ac constitutio in sphærico corpore absolui debeat. Superest deinceps, vt expendamus quibus rationibus facillimè harũ stellarũ longitudines, latitudines, ac declinationes ante oculos cõstituantur. In hũc vsum primò per Quadrantem metiemur 3 aut 4 stellarũ, quę in eandem mundi partem vergant eleuationes in Meridiano circulo, hinc earũ declinationes eo modo, quẽ in princ

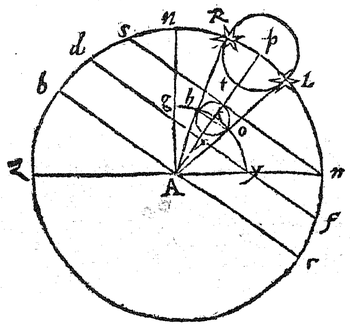
ipio operis exposuimus, innotescent, sed complementa earum à Polo interualla patefacient. Quare iuxta magnitudinem vniuscuiusq; complementi siue interualli maximi circuli segmentum circino designabimus. In eo signo, in quo singula concurrent, Polum ipsius sphæræ constitutum intelligemus, & in opposito ex diametro pũcto alterum. Excipiemus deinde circino designati in superficie circuli Quadrantem, secundum cuius quantitatem super inuento Polo circulum maximum designabimus, qui Aequinoctialis vicem sustinebit. Hinc statim apparebunt omnium stellarum declinationes. His constitutis, ad designandam Ecliptícam progrediemur in hunc modum. Explorantes Lunam propè initium alterius Tropici, nempe Cancri aut Capricorni, cum aliqua stella constituta in cæli culmen ascendentem, aut per vmbram styli in superficie Horizontis πρὸς ὀρθὰς erecti in Meridianam lineam proiectam, aut per planiciem instrumenti in eandem collocati, si vtraq; ei videatur applicari, per Lunæ cursum ex tabulis collectum, cognoscemus ipsius stellæ fixæ & ascẽsionem rectam & distantiæ magnitudinem ab Eclipticę verna sectione iuxta partes Aequinoctialis. Quare ducentes ex Polo per cõstitutam stellam circulum in Aequatorem, numerabimus à sectione vtriusq;, quę deprehensa fuerit ascensionem rectam. Hinc innotescit punctũ vernæ sectionis in Aequatore. Quare & opposita sectio nempe autumnalis, vnà cum intermedijs Cancri & Capricorni locis in Aequatore patefiunt. Atq; hoc operis absoluto, facillimum fuerit iuxta artificium sphæricum, Eclipticam vnà cum suis polis cõstituere. Hinc manifestè constat, quomodo statim omnium stellarum longitudines ac latitudines citra vlteriorem inquisitionem antè oculos constituantur. Cæterùm si quis voluerit inuerso ordine hoc negocium expedire, nimirum vt primò in sphęrico corpore circulos designet, ac deinceps singularum stellarum vera loca in longitudine ac latitudine eo ordine, quo Planetarum ac Cometarũ situs suprà inquisiuimus, siue circino, siue per scientiam Triangulorum sphæricorum, inuestiget, per me quidem id licebit, cum vtraque obseruationis ratio existat certissima.

PROPOSITIO XXXIII.

Quomodo ex reuolutione alicuius Stellæ fixæ certa nocturni temporis hora possit deprehendi.

EXplicabimus hîc deinceps, quomodo ex reuolutione alicuius stellæ fixæ, quæ supra Horizontem semper appareat, certa nocturni temporis hora possit deprehendi. Vtq; tota res facilius intelligatur, repetẽda sunt aliqua eorum, quæ in vestibulo huius operis sunt exposita, in eum vsum, vt per obseruationem declinationis, manifestè constet, quænam stellæ supra Horizontẽ perpetua circumuolutione agantur. Nam, vt expositum est, nunquam illæ stellæ infra Horizõtem descendunt, quarum declinationis circumferentię eleuationis Poli complementum excedunt, sed quarum declinatio dicto complemento, est æqualis, tantùm leuiter Horizontem stringunt. Vt ergo facillima obseruatione negocium absoluatur, exquisitam alicuius stellæ semper apparẽtis declinationem officio Quadrantis, vt in principio demonstratum est, explorare oportet: quo constituto, innotescit eiusdem à Polo mundi distantiæ segmentum, atq; hoc constituit semissem dimetientis eius circuli, in quo primi motus vi circum mundi Polum stella reuoluitur. Manifestum est igitur, si huius reuolutionis circulo alium exquisitè congruentem in Quadrante constituerimus, futurum vt ex centro stellam obseruanti appareat semper illud circumferentię segmentum, quo illa distiterit à Meridiano. Quare si veri loci Solis & huius stellæ ascensiones rectę constiterint, qua ratiocinatione temporis differentia

sit elicienda non erit obscurum. Primùm enim constabit ex apparenti à Meridiano stellæ distantia, quænam pars Aequatoris in medio cæli consistat. Et ex oppositi loci Solis ascensione recta vtriusq; patefiet differentia, qua in tempus conuersa more Astronomico, quanta Solis à media nocte sit distantia ratiocinamur. Sed hæc euidentiùs exponemus paulo pòst, cum ex obseruatione altitudinis stellæ fixæ certum temporis momentum colligemus. Superest igitur vt hîc structuram eius circuli, qui constitutæ stellæ reuolutioni congruat, expendamus. Si ergo exploratam habuerimus ex obseruatione declinationis à polo stellæ distantiam, in ipso Quadrante similiter eandem considerabimus, ab eo puncto, qui Poli respondeat altitudini. Huius distantiæ sinum rectum duplicantes ipsi puncto in Quadrante vice Poli designato prætendemus. Super hanc chordam in medio puncto ad quantitatem semisis circulum designabimus, cuius plana superficies ipsius Quadrantis planiciem πρὸς ὀρθὰς secet, vt nimirum neutram in partem ad eandem inclinet. Dispositò igitur Quadrante super tabellam planam ad Horizontis superficiem stratam in Meridiana linea, circumferentia in Septentrionem conuersa, erit designatus circulus in situ congruenti constitutæ stellæ reuolutioni, ac radij visus ex centro Quadrãtis emissi, ad hunc circulum semper aliqua in parte stellam deprehendent. Qua diligenter obseruata, eiusdem à Meridiano distantia patefiet. At ne hîc obscuritas verborum aliquam pariat difficultatem designato schemate rem euidentiùs ante oculos constituemus. Super a centrum designemus Meridianum circulum b p c, quem secet Horizon z a m. Superior pars secetur in semisses m n & n z per rectam n a. Per idem a centrum ducatur Aequinoctialis b a c, & à signo b numeretur circumferentia b p æqualis z n, siue n m. Erit ergo p Polus mundi, ex quo descendat in centrum a axis p k a, eiusdem eleuatio est p m & complementum n c. Quod ergo de stellarum declinationibus dictum est, his exemplis intelliget-ur: constituamus primò stellam in d, cuius declinatio b d, cui æqualis statuatur in inferiore loco c f, quam manifestum est minorem esse Poli complemento c m. Itaq; stella ex d per reuolutionem paralleli circuli Aequatori infra Horizontem in f descendit. Sit alia stella in h, & declinatio h b sit æqualis Poli complemento, tum euidenter stellam ex h infra m deuolui non posse apparet. Tertiò constituamus aliam in l, cuius declinatio l c complementum Poli c m exuperat. Itaq; hæc suprà Horizontem perpetuo motu circumuoluitur in circello Aequatori parallelo l f r, cui debeamus hîc in terra alium congruentem fabricari. Vt hoc operis absoluamus, Quadrantem a g x super Meridianam lineam a x m versus Septentrionem collocantes, notetur in circumferentia signum k, per quod axis mundi p a procedit. Iam verò ex altitudine n l obseruata, patefit distantia stellæ l à Polo, quæ est l p, cui similis sit in Quadrante k r inferior, & h k superior. Segmento h r subtendatur chorda h k r, & in medio designetur circellus h x r ad quantitatem semissis k r, cuius planum sit erectum ad planam superficiem Quadrantis. Hoc constituto circellus h x r, est in simili situ cum ipso r x l. Quare visus radij ex a centro per circumferentiam propioris circuli emissi in remotiorem r f l incidunt. Sit ergo stella reuoluta ex l in f, tum radius visiuus circulum h r in f delatus, attingit in x signo. Est autem similis f stellæ à cæli medio



medio r distantia ipsi x h, quæ in Quadrante apparet. Si ergo constiterit Aequatoris pars, quæ cum f Meridianum ingreditur ex f r constabit punctum Aequatoris, quod Meridianum occupat cum r. Reliquum operis, quomodo sit absoluendum ex differentia ascensionum rectarum, quarum altera sit loci Solis oppositi, altera cæli medij exemplo sequentis propositionis intelligetur.

PROPOSITIO XXXIIII.

Quomodo certum nocturni temporis momentum per obseruatam apparentis stellæ altitudinem ratiocinemur.

IN præcedenti propositione crassiori Minerua per reuolutionem alicuius stellæ fixæ supra Horizontẽ semper apparentis horas noctis inueniri posse declarauimus: verùm quia hoc modo temporũ minuta, non tam exquisitè inueniantur, nisi maxima cum difficultate, qua ratione artifices exactissimè eundem finem ex eleuatione alicuius fixæ stellæ supra Horizontem, & tabulis sinuum consequantur, deinceps expediemus. Maximè enim in obseruationibus τῶν φαινομένων exactissima munitorum temporis cognitio necessaria est. Nihil hîc nobis officij aut vsus ex Quadrante sperandum est, præter alicuius stellæ supra Horizontem altitudinis dimensionem. Primò cum alicuius insignioris fixæ stellæ altitudinem dimensus fueris, inquirere oportebit eiusdem declinationem, ascensionem rectam, altitudinem Meridianam, & declinationis complementum. Deinde etiam complementum altitudinis Poli, & Solis ascensionem rectam in promptu habeas. Multiplices inde altitudinis Meridianæ sinum in totum, & productum per sinum complementi altitudinis Poli diuidas: & quod extractum fuerit, seorsim conserues. Secundò sinum altitudinis stellæ supra Horizontem in totum ducas, productum per sinum complementi altitudinis Poli partiaris, quod hinc eduxeris à paulo antè reseruato numero subtrahere debes (nam posterior hic numerus semper à maiore superatur) residuum ducas in totum, atq; iterum productum in sinum complementi declinationis stellæ diuidas in Quotiente occurret inuentum tertium. Hoc si minus inueneris sinu toto, ab eo abstrahas, cuius residui arcu è 90 sublato, portio circumferentiæ, qua stella à Meridiano distat, remanebit. Quòd si tertium inuentum maius fuerit sinu toto, hîc sublatus ex illo differentiam relinquit, cuius arcui 90 partes adijcies. Porrò si stella tibi in Orientis plaga apparuerit, quam hîc distantiam inueneris, ex ipsius ascensione recta tollere debes, sinautem in Occidentis plaga eandem conspexeris, distantiam prædictam ascensioni rectæ copulabis, vt hinc verum Aequatoris gradum Meridianum possidentem ratiocineris. Quòd si tum ascensio recta eius Ecliptice gradus, qui Meridianum possidet, minor inueniatur, quàm sit ascensio recta loci Solis oppositi: certum erit mediam, siue 12 noctis horam nondum præterijsse. Quare subducta minori ascensione à maiori distantia loci Ecliptice Soli ex diametro oppositi, à Meridiano apparebit. At si ascensio loci, qui in Ecliptica Soli ex aduerso est, parte Aequatoris, quæ in Meridiano sit, minor deprehendatur, differentia vtriusq; tempus, quo Sol à media nocte loci obseruationis versus ortũ processerit, indicabit. Nam 15 gradus Aequatoris 1 horam, & 1 grad. 4 minuta significãt. Obscura satis & difficilia hæc viderentur, nisi per exemplum manifestius eadem explicaremus. Anno 1559 Nouiomagij, vbi Geldriæ metropolis est, cum Sol nonum Tauri gradum peragraret, nocte altitudinem spicę Virginis primæ magnitudinis stellæ supra Horizontem 23 grad. per Quadrantem obseruauimus, ex qua supputare velim quota tunc temporis hora noctis fuerit. Vera spicæ longitudo desumpta nobis erat ex tabulis Cardani 16 grad.

18 minut. Libræ. Altitudo eius in Occidentis plaga obseruationis tempore 24 grad. apparebat, cuius sinus rectus est 40673, declinatio 8 grad. 16 minut. complementum 81, grad. 44, sinus rectus huius arcus 98970, altitudo spicæ Meridiana 32 grad. 44 minut. & sinus 54072, ascensio recta 194 grad. Altitudo Poli est 49 partium, cuius complementum 41 & sinus 65605. Loci Solis recta ascensio 36 grad. 35 minut. & loci huic oppositi 216 grad. 35 minut. Primò si ducas sinum altitudinis stellæ maximæ, qui est 54072 in sinum maximũ 100000, habebis 5407200000, qui diuisus per sinum complementi altitudinis Poli 65605 producet 82420 & $\frac{35900}{65605}$. Secundò si multiplices sinum altitudinis spicæ supra Horizontem, qui est 40673 in totum, exorietur 4067300000, qui per sinũ cõplementi Poli 65605 diuisus, producit 61996 & $\frac{52420}{65605}$. Sed neglectis his fragmentis, quæ parum erroris adducũt, posteriorem numerum priori adimam, tum residuus 20424 inuenietur. Hic multiplicatus in sinum maximum, profert 2042400000, qui diuisus per 98960, nempe stellæ complementi declinationis sinum, 20638 & $\frac{6352}{9896}$ constituit. Et cùm hic sit minor sinu toto, ab eodem sublatus, 79362 relin quit, cuius arcus 52 grad. 32 minut. 90 ademptus, arcum distantiæ spicæ à Meridiano 37 grad. 28 minut. restituit. Iam verò cum stella in Occidentis plaga apparuerit, ascensioni eius rectæ arcum 37 grad. 28 minut. proximè inuentum adijcio, hinc consurgunt 231 partes cum 28 scrupu. Constat igitur punctum Aequatoris, quod obseruationis tempore Meridianum possidebat. Ascensio recta loci Soli ex diametro oppositi, quem Barbari Nadir vocant, est partium 216 scrupul. 35, qua sublata ex Aequatoris arcu medium cæli occupante, relinquitur differentia 14 part. 53 scrupul. Cum ergo vna pars Aequatoris ex 360 quatuor scrupulorum temporis spatio ascendat, efficient 14 part. temporis, 56 scrupul. & 53 qui supersunt, constituent 3 scrupul. & 32 secun. Ex his collectis cõsurgit tempus à media nocte 59 minut. & 32 secun. quod huic congruit obseruationi.

SECTIO SECVNDA, DE CANONIBVS PRIMI MOTVS.

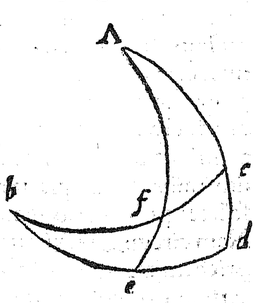
HACTENVS explicauimus, quantum industria consequi potuimus, obseruationes ferè omnium φαινομένων ita, vt quæ pluribus instrumentis, nempe Armillis, Torqueto, Radio Astronomico, & Astrolabio absoluũtur, ea omnia facilius per Quadrantem expediri posse manifestis demonstrationibus constet. sequitur nunc vt versa vice consideremus, quomodo per sinuum tabulas congruentem calculum ipsis apparentijs ad quoduis tempus constitutum liceat exhibere. Si enim obseruationes præterito tempore factæ, fuerint exquisitè per ratiocinationem triangulorum planorum ac sphæricorum, ad quoduis futurum tempus alias prædicere licebit. Id quod eruditè demonstrarunt in Epitome Ptolemæi summi artifices Georgius Peurbachius & Ioannes Regiomontanus. Petrus Apianus ex assumptis illorum demõstrationibus calculum instituit, & praxin earundem studiosis simpliciter exhibuit. Nos verò, vt veritatis amantes & vsum triangulorum & tabularum sinuum, ac quomodo calculus congruat obseruationibus, euidentius perspiciant, hos artifices sequemur, vt eos qui veros fontes nobis aperuerunt. Atq; hîc duntaxat præcipuos primi motus canones delegimus, vsi aliquibus in locis Apiani exemplis, quia propter tẽporis breuitatem alium calculum

calculum experiri non licuit. Præterea structuram propositionum quibusdam in locis pro ratione nostri instituti indicauimus, nũc ad rem ipsam veniamus.

PROPOSITIO XXXV.

Quomodo uera Lunæ latitudo per sinuum tabulas colligatur.

PRimò videamus, quomodo Lunæ latitudo ab Ecliptica sit ratiocinanda per triangulos ac sinuum tabulas. Primùm ex vera Ephemeride, aut motuum tabulis veri Lunæ loci & eiusdem eccẽtrici sectionum in Ecliptica, quarum vna caput, altera cauda Draconis appellatur, petita cognitio requiritur. Deinde per 15 quarti Regiomontani negocium absoluemus. Est enim eadem ratio sinus totius ad sinum maximæ latitudinis, quæ est sinus minoris Quadrante circumferentię ad sinum suæ latitudinis. Videndum igitur vtri puncto sectionis, nempe capitis an caudæ Luna propior fuerit, sinum huius distantiæ multiplicantes in sinum maximæ latitudinis, productum partiemur in totum. Hinc sinus latitudinis inquisitæ prodibit. Sit igitur exempli gratia b caput Draconis, b d Quadrans Ecliptícæ, b f c deferentis Lunæ, a Polus Ecliptícæ, a c d Quadrans circuli transiens per maximam Lunæ latitudinem, c d in signum Ecliptícæ d πρὸς ὀρθὰς, ac sit angulus c b d 5 partium, Lunæ locus in f per quod punctum agatur circumferentia a f e. Erit igitur vera Lunæ latitudo f e. Iam autem demonstratum est à Regiomõtano eandem esse rationem sinus b c ad c d, quę est b f sinus ad f e: quare multiplicantes sinum b f in c d, productum distribuemus in b c. Hinc sinus latitudinis f e patefiet. At experiamur, quomodo calculus ex hac demonstratione instituatur. Segmentum c d semper est 5 partium, cuius sinus 8715, sed b f constituamus 60, cuius sinus 86602. Hic multiplicatus in alterum si diuidatur in sinum maximum, producit 7551, quarum partium sinus est 4 grad. 20 minut. Tantam esse dicimus latitudinem f e, quæ erat inuenienda. Hinc non difficile fuerit ratiocinari, quomodo vice versa ex data Lunæ latitudine eiusdem ab altera sectione eccentrici distantia colligatur.



PROPOSITIO XXXVI.

Cuiuslibet Ecliptícæ circumferentiæ ascensionem rectam supputare.

NIhil aliud per ascensionem rectam intelligũt artifices, quàm circumferentiam Aequatoris, quæ concluditur inter punctum mutuæ ipsius & Ecliptícæ intersectionis, & circulum magnum, qui ex mundi Polis per illam Ecliptícæ partem, cuius ascensio recta inquiritur, in ipsum Aequatorem ad rectos angulos sphæricos ducitur. Hinc sequitur, cum circulus Solstitiorum & Aequinoctiorum Ecliptícam & Aequatorem in quatuor æqualia segmenta distribuat, singulos illius Quadrantes à mutuis intersectionibus numeratos suis ascensionibus rectis adæquari, ita vt primo Cancri puncto ex Aequinoctiali quarta circuli statuatur, & ascensio Ecliptícæ semissis (quia per 19 tertij Regiomontani omnes circuli magni in sphæra in æquales partes sese diuidunt) Aequatoris semicirculum contineat. Quare cum vnius Ecliptícæ Quadrantis partium ascensiones supputatæ fuerint, quomodo etiam aliarũ omnium ascensiones inueniantur, patefiet. Constat punctis eandem ab orbe medio declinationem sortitis æquales ab altera sectionum, cui propiora fuerint, circum-

ferentias Aequinoctialis competere. Nam ſegmentum Aequatoris inter ſectionem autumnalem, & arcum declinationis 30 partis Cancri interceptum, æquale eſt alteri inter ſectionem vernam & arcum declinationis 30 partis Tauri concluſo. Si igitur complementum aſcenſionis 30 gradus Tauri aſcenſionis 90 partium adieceris, prodibit aſcenſio recta 30 partis Cancri. Exempli gratia 30 Tauri gradus aſcenſio recta eſt 57 grad. 47 minut. qui ex 90 ſubducti relinquunt complementum 32 grad. 13 ſcrupulorum, qui iterum Quadranti coniuncti, conſtituunt 122 grad. 13 ſcrupul. nempe circumferentiam aſcenſionis 30 partis Cancri. Eadem via reliquarum Eclipticæ partium aſcenſionis vltra principium Cancri ad initium vſq; Libræ, ſine repetitione ſupputationis inquiruntur. Sed nunc modum has circumferentias minores Quadrante numerandi ſubijciemus. Propoſitæ partis Eclipticæ à ſectione verna numeratæ complementa declinationis & à primo ſectionis puncto diſtantiæ perquiras, & horum alterius ſinum, qui minor fuerit, in maximum ſinum multiplices, & productum per maiorem partiaris. hinc prodibit ſinus προσφέρειας, cuius complementum declinationem quæſitam patefaciet. Sit verbi gratia propoſitum rectam aſcenſionem 21 Tauri partis ſupputare, cuius complementum 39, & ſinus rectus 62932. Declinatio huius partis 18 grad. 3 minut. & complemẽtum 71 grad. 57 minut. huius ſinus eſt 95078, ductis ergo 62932 in 100000, & producto diuiſo in 95078, exurgunt 66199 quarum partium arcus 41 grad. 27 minut. ex 90 ſublatus relinquit aſcenſionem 48 grad. 33 minut. Nec ratio diſſimilis eſt reliquarum Eclipticæ partium, quæ vltra 30 Virginis gradum, ſcilicet poſt ſectionem autumnalem numerantur, aſcenſiones ſupputandi. Nam circumferentiarum quæ ſunt inter hanc ſectionem & principium Capricorni, aſcenſiones inueniuntur non alio modo, quàm partium, quæ ſunt ab Arietis principio, vſq; ad primam partem Cancri, niſi quod illis ſemper 180 gradus adijciantur. Cum autem multiplex ſit harum aſcenſionum in Aſtronomia ſcientia vſus, tabulam earundem, quæ tam ſphæræ rectæ, quàm reliquis omnibus conueniat, ad omnes Eclipticæ partes, quæ ſunt à ſectione verna vſq; ad finem 30 gradus Virginis ſubſcribemus.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓
	♈		♉		♊		♋		♌		♍
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	0	55	28	50	58	50	91	6	123	15	153	4
2	1	50	29	48	59	53	92	11	124	17	154	1
3	2	45	30	46	60	56	93	17	125	19	154	58
4	3	40	31	44	61	59	94	22	126	21	155	55
5	4	35	32	42	63	2	95	28	127	23	156	52
6	5	30	33	40	64	5	96	31	128	24	157	48
7	6	25	34	38	65	9	97	38	129	26	158	45
8	7	20	35	36	66	13	98	43	130	27	159	41
9	8	16	36	35	67	17	99	48	131	29	160	37
10	9	11	37	34	68	21	100	53	132	29	161	33
11	10	6	38	33	69	25	101	58	133	29	162	29
12	11	1	39	32	70	29	103	3	134	30	163	25
13	11	57	40	31	71	33	104	8	135	30	164	21
14	12	52	41	30	72	37	105	13	136	30	165	17
15	13	47	42	30	73	42	106	18	137	30	166	12
16	14	43	43	30	74	47	107	22	138	29	167	8
17	15	39	44	30	75	52	108	27	139	29	168	3
18	16	35	45	30	76	57	109	31	140	28	168	59
19	17	31	46	31	78	2	109	35	141	27	169	54
20	18	27	47	31	79	7	111	39	142	26	170	49
21	19	23	48	32	80	12	112	43	143	25	171	44
22	20	19	49	33	81	17	113	47	144	24	172	40
23	21	15	50	4	82	22	114	51	145	22	173	35
24	22	12	51	36	83	27	115	55	146	20	174	30
25	23	9	52	37	84	33	116	58	147	18	175	25
26	24	5	53	39	85	38	118	1	148	16	176	20
27	25	2	54	41	86	43	119	4	149	14	177	15
28	25	59	55	43	87	49	120	7	150	12	178	10
29	26	56	56	45	88	54	121	10	151	10	179	5
30	27	53	57	47	90	0	122	13	152	7	180	0

PROPOSITIO XXXVII.

Cuilibet aſcenſionis rectæ circumferentiæ conuenientem Eclipticæ arcum reſtituere.

HAec propoſitio præcedentem conuertit, ita vt qui eam intellexerit, hanc etiam facilius aſſequatur. Ratio tamen ſupputationis hîc alia inuenitur. Aut enim vna cum rectæ aſcenſionis arcu eiuſdem declinatio cognoſcitur, aut ſolius aſcenſionis προσφέρεια proponitur. Si declinationis ſegmẽtum etiam detur, multiplicet ipſius ſinum per maximum ſinum, & quod productum fuerit, in ſinum maximæ Solis declinationis partiaris. Hinc tibi ſinus Eclipticæ partis prodibit, quæ cum ſegmento aſcenſionis datæ in rectæ ſphęrę ſitu ſupra Horizontem emergit. Exemplum antecedens repetamus. Arcus aſcenſionis rectæ ſit 48 partium, 33 ſcrupulorum, cuius declinatio 18 partium, 3 ſcrupul. detur, & ſinus rectus 30984, hic multiplicatus per ſinum totum conſtituit 3098400000, qui diſtributus in ſinum maximæ Solis declinationis 39874 producit 77704 ſinum 51 partium. Hæ numeratæ ab interſectione verna finiuntur in 21 Tauri gradu. Quòd ſi detur ſola rectæ aſcenſionis circumferentia ſine declinatione, ſinum illius complementi, ſi Quadrante minor fuerit, per maximæ declinationis ſinum multiplices, & productum in ſinum maximum diuidas, cuius arcus è nonaginta ſubductus, relinquet alium, cuius ſinus, modò aſcenſionis rectæ ſinu minor extiterit, per maximum multiplicatus, in ſinum maiorem diuidatur: ſi autem ſinus ille aſcenſionis datę ſinu maior fuerit, operationem conuertas. Hinc exorietur tibi ſinus Eclipticæ partis aſcenſioni propoſitæ reſpondentis. Exemplum præcedens iterum aſſumamus. Complementum aſcenſionis datæ eſt 41 grad. 27 minut. cuius ſinus rectus 66196 per ſinum maximæ declinationis 29874 multiplicatus, producit 2639499304, hic diuiſus in 100000 profert 36394 cum fragmentis $\frac{99304}{100000}$ & hic ſinus eſt 15 partium, 18 ſcrupulorum, & complementum 74 graduum, 42 min. & ſinus rectus 96455. Et quia hoc minor eſt ſinus aſcenſionis propoſitę, multiplices 74953 in 100000, hinc exoriũtur 7495300000, quę diuiſę in 96455, producunt 77707, quarum partium circumferentia eſt 51 graduum, hinc ſubtractis 30 gradibus dodecatemorij Arietis, relinquitur 21 pars Tauri. Quotieſcunq; verò arcus Aequatoris maior extiterit 90 partibus, attamen 180 minor, ſubductus ex ſemicirculo relinquet complementum, cuius Eclipticę arcum ſimili modo ſupputatum, ſi ex circuli Zodiaci ſemiſſe abſtuleris, ſegmentum Eclipticę huic aſcenſioni reſpondens apparebit. Sed ſi aſcenſionis arcus mediam circuli partem exceſſerit, hinc erunt ſubtrahendę 180 partes, & cum reſiduo eadem via procedes, quam anteà oſtendimus, ac inuento Zodaici ſegmento 180 adijcies.

PROPOSITIO XXXVIII.

Segmentum aſcenſionis obliquæ propoſitæ Zodiaci parti conueniens ad quamlibet Poli altitudinem ſupputare.

EXpedita nunc aſcenſionum rectarum tractatione, quę facilior exiſtit, ſequitur vt rationem ſingularum Eclipticę partium aſcenſiones obliquas inueniendi proponamus. Vt autem ſtudioſi intelligant quidnã artifices aſcenſionem obliquam vocent, ſcire licet, quemadmodum in rectæ ſphæræ ſitu arcum Aequatoris cum certa Eclipticę parte aſcendentem rectam aſcenſionem appellant, ita circumferẽtiam eiuſdem Aequatoris, cum aliqua Eclipticæ parte

parte in obliquo ſphæræ ſitu ſupra Horizontem emergentem obliquam vocant, Contingit autem in omnibus ſphæris obliquis, ſemper minores Aequatoris portiones cum punctis Eclipticæ Borealibus ſupra Finitorem aſcendere, & quanto maior obliquitas fuerit, tanto etiam pro ratione aſcenſionis ipſas decreſcere, ita vt in diuerſis locis, quæ obliquam ſphæram ſortiuntur, eædem Eclipticæ partes cum ijſdem Aequatoris arcubus non aſcendant. Contrarium Auſtrinis partibus habita ratione altitudinis arctici Poli euenire neceſſarium eſt. Sed in omnibus locis, quæ vtrumq; mundi Polum in Horizonte habent ijſdem Eclipticæ partibus omnino æquales aſcenſionum circumferentiæ manent. Quibus verò ſupra Finitorem antarcticus Polus eleuatur, illis verſa vice ſigna Eclipticæ Septentrionalia maiores aſcenſionum arcus ſortiuntur, & Auſtrina viciſsim minores, quæ omnia vel vnico intuitu in ſphęra ſolida perſpicere licet. Inter omnes propoſitiones nulla facilior exiſtit, qua obliquæ aſcenſionis inuentio cognoſcitur, ſi modò aſcenſionalis differentiæ, & aſcenſionis rectę cognitio, quam ſuprà explicuimus, antegreſſa ſit. Vt ad inſtitutum veniamus, ſi punctum Eclipticæ, cuius aſcenſio obliqua inueſtigatur, ab Aequatore in Septentrionem declinauerit, differentiam ipſius, vt vocant, aſcenſionalem, per quam longitudo dierum ſupputatur, ab eiuſdem aſcenſione recta auferes: ſed ſi idem punctum in Auſtrinam partem deflexerit, differentiam aſcenſioni rectę adijcies, ita vtriuſq; obliqua aſcẽſio cognita prodibit. Sit huius rei exemplum tale. In regione ſupra quam Polus arcticus eleuatur 48 partibus, 40 ſcrupulis, inueſtigandus ſit arcus aſcenſionis obliquę 26 partis Geminorum, cuius aſcenſio recta inuenitur 85 part. 38 ſcrupul. & eiuſdem aſcenſionalis differentia 29 part. 30 ſcrupul. quibus ſubtractis ab illis, relinquitur obliquę aſcenſionis circumferentia 56 part. 8 ſcrupulorum. Cæterùm adiectis 29 grad. 30 ſcrupul. gradibus 85 minut. 38 vnà cum ſemicirculo, prodibit aſcenſio obliqua puncti ex diametro oppoſiti, ſcilicet 26 Sagittarij 295 partium 8 ſcrupul. Eodem modo ſequentes tabulę, quę omnium Eclipticę graduum aſcenſiones obliquas complectuntur, ad eleuationem Poli 48 part. 40 ſcrupul, conſtructæ ſunt.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍		Signa Septentrionalia.
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	
1	0	28	15	5	33	51	61	29	98	48	140	7	
2	0	56	15	36	34	37	62	37	100	10	141	30	
3	1	23	16	9	35	22	63	44	101	32	142	53	
4	1	50	16	40	36	8	64	52	102	54	144	16	
5	2	19	17	13	36	54	65	59	104	15	145	39	
6	2	47	17	47	37	44	67	10	105	37	147	1	
7	3	15	18	20	38	32	68	20	106	59	148	24	
8	3	44	18	55	39	22	69	31	108	21	149	47	
9	4	12	19	28	40	10	70	41	109	43	151	10	
10	4	40	20	2	41	0	71	51	111	5	152	32	
11	5	9	20	37	41	52	73	4	112	27	153	55	
12	5	37	21	14	42	45	74	18	113	50	155	18	
13	6	6	21	49	43	38	75	30	115	12	156	39	
14	6	34	22	26	44	31	76	44	116	35	158	2	
15	7	3	23	1	45	23	77	57	117	57	159	25	
16	7	32	23	39	46	20	79	13	119	20	160	48	
17	8	1	24	16	47	16	80	30	120	43	162	10	
18	8	30	24	54	48	12	81	45	122	6	163	33	
19	8	59	25	31	49	8	83	2	123	29	164	55	
20	9	28	26	9	50	5	84	18	124	52	166	18	
21	9	58	26	49	51	5	85	36	126	16	167	40	
22	10	27	27	29	52	5	86	54	127	39	169	2	
23	10	58	28	11	53	6	88	12	129	2	170	25	
24	11	27	28	51	54	6	89	30	130	25	171	47	
25	11	57	29	31	55	5	90	48	131	49	173	9	
26	12	28	30	14	56	8	92	8	133	12	174	30	
27	12	59	30	56	57	12	93	28	134	35	175	53	
28	13	30	31	40	58	15	94	47	135	58	177	16	
29	14	1	32	22	59	19	96	7	137	21	178	38	
30	14	32	33	5	60	22	97	27	138	44	180	0	

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	181	22	222	39	263	53	300	41	327	38	345	59
2	182	44	224	2	265	13	301	45	328	20	346	30
3	184	7	225	25	266	32	302	48	329	4	347	1
4	185	30	226	48	267	52	303	52	329	46	347	32
5	186	51	228	11	269	12	304	55	330	29	348	3
6	188	13	229	35	270	30	305	54	331	9	348	33
7	189	35	230	58	271	48	306	54	331	49	349	2
8	190	58	232	21	273	6	307	55	332	31	349	33
9	192	20	233	44	274	24	308	55	333	11	350	2
10	193	42	235	8	275	42	309	55	333	51	350	32
11	195	5	236	31	276	58	310	52	334	29	351	1
12	196	27	237	54	278	15	311	48	335	6	351	30
13	197	50	239	17	279	30	312	44	335	44	351	59
14	199	12	240	40	280	47	313	40	336	21	352	28
15	200	35	242	3	282	3	314	37	336	59	352	57
16	201	58	243	25	283	16	315	29	337	34	353	26
17	203	21	244	48	284	30	316	22	338	11	353	54
18	204	42	246	10	285	42	317	15	338	46	354	23
19	206	5	247	33	286	56	318	8	339	23	354	51
20	207	28	248	55	288	9	319	0	339	58	355	20
21	208	40	250	17	289	19	319	50	340	32	355	48
22	210	13	251	39	290	29	320	38	341	5	356	16
23	211	36	253	1	291	40	321	28	341	40	356	45
24	212	59	254	23	292	50	322	16	342	13	357	13
25	214	21	255	45	294	1	323	6	342	47	357	41
26	215	44	257	6	295	8	323	52	343	20	358	10
27	217	7	258	28	296	16	324	38	343	51	358	37
28	218	30	259	50	297	23	325	23	344	24	359	4
29	219	53	261	12	298	31	326	9	344	55	359	32
30	221	16	262	33	299	38	326	55	345	28	360	0

Ex ijſdem tabulis etiam deſcenſiones facillimè inueniuntur. Nam ſi arcus Eclipticæ à verna ſectione initium ſumpſerit, ex oppoſitæ partis aſcenſione ſemiſsis circuli ſubductus, deſcenſionis ſegmentum relinquet. Eundem etiam ſcopum attinges, ſi eiuſdem arcus aſcenſionalem differentiam rectæ aſcenſioni adieceris, aut ab eadem ſubtraxeris pro ratione Poli ſupra Finitorem loci eleuati. Sit verbi gratia 30 partis Arietis deſcenſio inuenienda, aſſumes 30 partis Libræ aſcenſionem, quæ eſt 221 graduum, 16 minut. hinc ablatus ſemicirculus relinquit 41 partes & 16 ſcrupulos.

PROPOSITIO XXXIX.

Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ aſcenſionis circumferentia Finitorem loci, cuius Poli eleuatio conſtiterit, attingat.

QVamuis ex obliquę aſcēſionis tabulis facillimè partes Eclipticę videantur, cum quibus ſingulæ Aequatoris circumferentię ſupra Horizōtem aſcendant, tamen vt peritioribus etiam ſatisfaciamus, qui ſubtiliores inquirūt rationes, quomodo per numeros eædem inueniantur, expediemus. Laboriosiſsimam huius propoſitionis tractationē nō tamē iniucundam Appianus erudītè explicat. Facilius quidem hoc operis abſolues, ſi oblatæ aſcēſionis circumferentiæ à proxima interſectione Eclipticę & Aequatoris initiū numeraueris. Quoties igitur obliqua offertur aſcēſio nō ſecus acſi recta eſſet, ex antegreſsis

propoſitionibus arcum Eclipticæ, qui cum in recta ſphæra conſcendit, inquiras. Huius inuenti arcus declinationem ab Aequatore ſupputabis. Dehinc illius Aequatoris circumferentiæ, quam tibi velut aſcenſionem rectam propoſuiſti, ſinum rectum ducas in totum, & productum per ſinum Eclipticæ arcus ſimul aſcendentis diuidas, & Quotientis arcum ex ſemicirculo tollas, modò arcus Eclipticæ finiatur in ſemicirculo aſcendente, hoc eſt inter principium Capricorni & oppoſitum punctum Cancri ſecundum ſignorum ordinem, ſed ſi finis arcus Eclipticę inter principium Cancri & Capricorni fuerit, arcũ Quotientis conſeruabis. Quod autem ex altero huius ſupputationis modo fuerit oblatum, dicetur inuentum primum. Deinde multiplices ſinum altitudinis Poli per ſinum declinationis arcus Eclipticæ propoſiti, & productum in ſinũ totum partiaris, arcus Quotientis (vt loquũtur) erit inuentum ſecundum. Ad hæc proponas tibi ſinum complementi huius inuenti ſecundi, & ſinum complementi altitudinis Poli, quorum minorem in maximum ſinum multiplicatũ in maiorem diſtribuas. arcus Quotientis erit inuentum tertium. Hoc ipſum ſi ſubtrahas ab inuento primo, & ſinum reſidui ducas in ſinum complementi ſecundi inuenti, atq; diuidas in totum, deinde Quotiẽtis arcum ſubtrahas à 90, ſinum quoq; reſidui tibi proponas, cum ſinu inuenti ſecundi, minorem ex ijs in ſinum totum ducas & productum in maiorem diuidas, tandem Quotientis arcus quæſtioni ſatisfaciet, ſi ipſum adieceris arcui Eclipticæ, qui propoſitæ aſcenſioni in recta ſphęra reſpondet, quando finis huius arcus Eclipticæ inter principia Cancri & Capricorni fuerat, aut ſubtraxeris eidem, quando arcus ille inter principium Cancri & Capricorni ſecundum ordinem ſignorum fuerit. Vt autem pleniùs res, quæ ſatis obſcura videtur, intelligi poſsit, exemplum ipſius diligenter animaduertas. Proponitur arcus Aequatoris ab Arietis principio numeratus 35 partium, 32 ſcrup. ad eleuationem Poli 48 grad. qui cum Eclipticę arcum aſcendentem inuenire debeas. Primò inquiritur ſegmentum Eclipticę cum hoc Aequatoris arcu in recta ſphæra aſcendens hoc modo. Ducitur ſinus complementi, quod eſt 54 grad. 28 minut. datę aſcenſionis ſcilicet 81377 in ſinum maximæ Solis declinationis 39874, & productum per totum diuiditur, hinc conſurget ſinus 32448. cuius arcus 18 grad. 56 minut. & complementum 71 grad. 4 minut. Si huius ſinus, vnà cum ſinu aſcenſionis rectę ſcilicet 58117 proponatur, & minor in totum ducatur, & productum in maiorem diuidatur, proueniet 61441, cuius arcus 37 grad. 55 minut. qui eſt arcus Eclipticę à principio Arietis reſpondens arcui Aequatoris, qui cum in recta ſphęra aſcendit. Vlterius inquiritur huius Eclipticę arcus ab Aequatore declinatio, & quia eſt 37 grad. 55 minut. attingit 7 gradum & 55 min. Tauri, cuius declinatio ita ſupputatur. Multiplicatur ſinus 37 gra. 55 minut. in ſinum maximę Solis declinationis, ſcilicet 39874, & productum in ſinum totum diſtribuetur, hinc prodit 24499, cuius arcus 14 grad. 11 minut. declinatio videlicet propoſiti Eclipticę puncti. Inſuper ſinus arcus aſcenſionis rectę Aequatoris 58117 in totum multiplicatus per ſinũ arcus Eclipticæ, illi in recta aſcenſione reſpondentis diuiditur, & exoriuntur partes 94589, quarum arcus 71 grad. 4 minut. Et quia hic finitur in media parte Eclipticę aſcendente, ſubducuntur 71 grad. 4 min. ex ſemicirculo, ac ſuperſunt grad. 108, minut. 56. Atqui hoc eſt inuentum primum. Deinde ſinus altitudinis Poli 48 grad. 74314 in ſinu declinationis datę partis Eclipticæ ſcilicet 14 grad. 11 min. 24499 multiplicatus diuiditur in totum & exoriuntur 18206 partes, quarum arcus 10 gra. 29 min. dicitur inuentum ſecundum. Inſuper ſinus complementi altitudinis Poli, quia minor exiſtit, ſi ducatur in ſinum totum & productum in ſinũ complementi ſecundi inuenti 79 grad. 29 minut. 98330 diſtribuatur, prodibunt in Quot

in Quotiente 68049, quarum partium arcus 42 grad. 53 minut. appellatur Inuentum tertium. Hoc à primo inuento 180 grad. 56 minut. ſubtracto, reſtant 66 grad. 3 minut. quorum ſinus 91390 cum ducitur in ſinum complementi ſecundi inuenti 79 grad. 31 minut. 98330, & productum in ſinum totum diuiditur, prodeunt in Quotiente 89864, quarum partium arcus 63 grad. 59 minut. è 90 ſubtractus, reſtituit 26 grad. & 1 minut. Tandem propoſito ſinu 26 grad. 1 minut. ſcilicet 43863 & ſinu inuenti ſecundi 18206 hic minor in totum multiplicatus per 43863 diſtribuitur. Hinc prodeunt in Quotiente 41506, cuius arcus grad. 24, 31 minut. ſi iuxta modum operandi præſcriptum arcui Eclipticæ 37 graduum 55 minut. adijciatur, cum ſit in ſemiſſe aſcendentis Eclipticæ, prouenient 62 grad. 26 minut. Eclipticæ, qui cum arcu aſcenſionis 35 grad. 32 min. ſub eleuatione Poli 48 grad. ſupra Horizõtem aſcendunt. Incidunt autem 62 grad. & 26 minut. in ſecundam partem Geminorum & 26 minut. Nec ſilentio hîc prætereundum eſt, in reliquis tribus quartis à Cancro ad Libram, à Libra ad Capricornum, & à Capricorno ad Arietem, interdum alios operandi modos euenire, quos per ſe facilè quiuis intelliget, qui hanc rationem benè fuerit aſſecutus.

PROPOSITIO XL.

Quæ nam Eclipticæ pars conſtituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, ſupputare.

IN huius quæſtionis ſolutione, neceſſe eſt, vt æqualium horarum tempus, quo Sol à Meridie diſtiterit, aſſumas. Hoc in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum, ſi ante Meridiem Solem inueneris, ab aſcenſione ipſius recta tolles, ſin à Meridie diſcedentem conſpexeris, aſcenſioni adijcies, atq; hinc recta medij cæli aſcenſio cognoſcitur. Et ſi deinceps gradum Eclipticæ, qui cum Meridianum tangat, cognoſcere velis, repetenda fuerit operatio 37 propoſitionis, ſicut in exemplo patefiet. Quidam natus eſt anno 1540, die 11 Iulij horis 15, minut. 30 à Meridie, Sol eo tempore ſub horoſcopo conſtitutus 28 part. 45 minut. Cancri occupabat, cuius aſcenſionem rectam ex tabula 120 partium, 56 ſcrupul. inueni, & 15 horis cum 30 ſcrupulis, reſpondent 232 part. 30 ſcrupul. hę coniunctæ faciunt 353 part. 26 minut. Hinc aſcenſionis arcui quærendus eſt Eclipticæ gradus, qui cum in recta ſphæra aſcendat, & cum ſemiſſem circuli excedat, ſubtractus ex toto reſtituit 6 partes 34 ſcrup. complementum huius 83 part. 26 ſcrup. cuius ſinus 99343, ſinus maximæ Solis declinationis 39874. hic per illum multiplicatus conſtituit 3961202782, qui diuiſus in totũ 100000, conſtituit 39612 & arcus huic reſpondens 23 grad. 20 minut. eſt, cuius complementum 66 partium, 40 ſcrupul. & ſinus 91821. Multiplico tandem 11435 in totum, & productum in 91821 partior: huic naſcuntur 12453, quarum partium arcus 7 grad. 9 minut. His ex ſemicirculo ſubiatis, reſtant 172 grad. & 51 min. quibus ſemicirculo coniunctis, prodeunt 352 grad. 51 minut. atq; hi diuiſi per 30 conficiunt 11 dodecatemoria, ſiue ſigna, 22 partium 51 ſcrupul. Erat igitur 22 Piſcium pars & 51 minut. in medio cæli tempore huius γενέσεως.

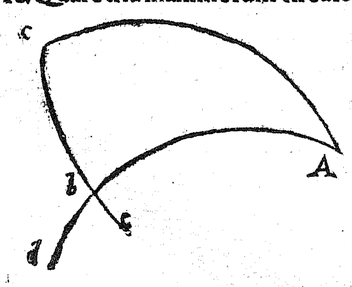
PROPOSITIO XLI.

Quantitates angulorum quos Ecliptica cum Meridiano ſingulis momentis conſtituit, inuenire.

SCire licet hoc loco ex cognitione vnius angulorũ, ad quos Ecliptica quouis tempore Meridianum interſecat, reliquos etiam tres facillimè inueniri. Noueris etiam in primo Zodiaci Quadrante, qui eſt à principio Arietis ad

finem Geminorum, inueniri angulum Septentrionalem Orientalem, in secundo à primo Cancri puncto, vsque in finem Virginis angulum dici Orientalem Australinum, in tertio ab initio Libræ ad primum Capricorni punctum dici Meridionalem Orientalem, & vltimo assignari Septentrionalem Orientalem. Huius quæstionis praxis instituitur in hunc modum. Constituto Ecliptícæ Quadrante, in quo punctum, cuius angulum inquiris, consistit, quære gradum Aequatoris, qui cum in recta sphæra Horizontem contingit, & distantia puncti à proxima Aequatoris intersectione notata, huius complementi sinum per maximæ declinationis sinum multiplices, & productum in totum distribuas. Hinc arcus egredietur, qui ex 90 sublatus, angulum quęsitum restituat. Inquiratur, verbi gratia, quantum constituat angulum cum Meridiano 2 pars Geminorum & 26 scrupul. Circumferentia rectæ ascensionis huius partis est 60 grad. 21 minut., cuius complementi 29 partium, 39 minutor. sinus rectus 49470 in sinum maximæ declinationis 39874 ductus in sinum totum diuiditur. Hinc sinus exurgit 19726, cuius arcus 11 grad. 37 scrupul. ex Quadrante subductus restituit 78 grad. 37 minut. anguli, scilicet Borealis Orientalis, & hic subtractus ex semicirculo relinquit alterum ipsius lateri adhærentem 101 grad. 23 scrupul. Eundem etiam angulum faciliori negocio licet inuenire, nimirum si distantiæ puncti Ecliptícę à proxima intersectione, & eiusdem ascensionis rectæ sinus inter conuleris, & minorem ex his in totum multiplicatum per maiorem diuidas. Hinc enim sinus egrediens circumferentiam anguli quæsiti patefaciet, in primo quidem Quadrante Borealem Orientalem, in secundo Orientalem Meridionalem, in tertio etiam Orientalem Meridionalem, in quarto iterum Oriẽtalem Borealem. Idem hîc exemplum retineamus. Distantia propositæ partis Ecliptícæ à proxima, scilicet Arietis & Aequatoris intersectione grad. 62 minut. 26 numeratur, cuius sinus 88647, ascensio recta est 60 grad. 51 minut. cuius sinus 86906, quia altero minor est, in totum multiplicatus, per maiorem diuiditur. hinc prouenit sinus 98036, cuius arcus 78 grad. 37 minut. eandem anguli quantitatem superius inuentam ostendens. Si demonstrationes harum propositionum, & aliquot sequentium Lector studiosus requirat, diligenter libros Regiomontani de Triangulis sphæricis, præcipuè quartum euoluat. Nobis hîc non est propositum singula ad viuum resecare, quin potius aliquid studiosorum industriæ relinquendum existimamus.

Vt tamen aliquem huius rei gustum percipiant Lectores, quomodo proxima propositio ex sphæricis Triangulis Regiomontani sit extructa videamus. In contextu ad inuentionem anguli Ecliptícæ & Meridiani assumuntur tantùm sinus duarum circumferentiarum, nimirum ascensionis rectę & distantię 2 Geminorum partes, & 26 scrupul. ab intersectione verna, cui proxima existit. Iam constat Aequatorem ad rectos angulos Meridianum dissecare. Quare tria maximorum circulorum segmenta, scilicet 2 grad. 26 minut. Geminorum ab Aequinoctij puncto, distantia eiusdem partis ascensio, & declinatio sphęricum trigonon rectangulum constituũt, vt in hac figura manifestè patet. Communis Aequatoris & Zodiaci intersectio fiat in a, punctum sit b 2 graduum, 26 scrupul. Geminorum, cuius ab a distantia est b a, eiusdem ascensio recta c a, & declinatio c b: nẽpe segmẽtum Meridiani inter vtrũq; circulũ interceptũ. Angulus a c b est rectus,



rectus, & hîc angulus d b e, cui æqualis est interior a b c, est inueniendus. Propositio 25 libri 4. Triangulorum Regiomontani docet in sphæricis trigonis vnicum habentibus rectum angulum ex cognitione duorum laterum, reliquos angulos & tertium latus inueniri posse. Atq; hîc duo latera nempe a c & b a cognita sunt. Quare ex eadem propositione inueniemus angulum c b a hoc modo, vt in explicatione sequitur. Sinum lateris oppositi angulo quæsito per sinum Quadrantis extende, productumq; per sinum lateris rectum subtendentis partiaris, exibit enim sinus anguli quæsiti, cuius arcus tabula sinuum quęsitus anguli propositi quantitatem patefaciet. Vides igitur cur sinus 60 grad. 51 minut. in totum sit multiplicatus, & in sinum lateris a b distributus. Nam a c latus angulo c b a quęsito opponitur, & a b rectum angulum a c b subtendit. Hoc modo quilibet mediocriter ingeniosus, reliquarum primi mobilis propositionum structuram facilè perspiciet. Nobis hîc exemplo rem declarasse sufficit.

PROPOSITIO XLII.

Quanta sit distantia Zenit (ut loquuntur) à nonagesimo ab Ascendente gradu.

HVius propositionis vsus ad instituendam aliquot sequentium aliarum praxin conducit. Quare hîc eam breuissimè exponemus. Ex antegressis propositionibus inuento Ecliptícæ & Meridiani angulo maiori, qui Oriẽtem spectat, sinum eius in sinum complementi altitudinis Meridianę ductum per totum diuidas, ex quo egredientis sinus arcus propositę quęstioni satisfaciet. Exempli gratia, statuatur in Meridiano 16 grad. & 40 scrup. Arietis, angulus vtriusq; intersectionis inuenitur 67 part. 23 minut. cuius sinus 92309; ducitur in sinum complementi altitudinis Meridianę, scilicet 66174, & productum diuiditur in sinum totum. Hinc exit 61084, cuius arcus 37 partium 39 scrup. distantiam inquisitam patefacit.

PROPOSITIO XLIII.

Quotus Ecliptícæ gradus quolibet tempore ubiuis terrarum in Horizonte consistat.

DIligenter etiam hanc primi motus propositionem explicauit Apianus: quò fit, vt nos aliam rationem hîc effingere superuacaneum existimemus. Sed qua ratione sit inuenta, qui sphæricos Regiomontani triangulos, sicut etiam paulò antè indicauimus, intellexerit, facilè perspiciet. Nos igitur hîc ipsam praxeos rationẽ proponemus. Primò inquiritur nonagesimi ab Ascendente gradus numerati à cęli medio interuallum, hoc modo. Multiplicatur sinus distantiæ partis medium cæli occupantis ab intersectione Zodiaci & Aequatoris, cui proxima astiterit, per sinum maximę Solis declinationis, & qui productus est in sinum maximum distribuitur. Hinc sinus declinationis mediį cęli ab Aequatore innotescit. Secundò inuenitur angulus Meridiani & Ecliptícę, qui recto minor fuerit, & ad partem Orientis, si propositis maximę declinationis & mediį cęli declinationis complementorum sinibus, minor ex his per totum multiplicatus in maiorem diuidatur, arcus Quotientis est quantitas eius anguli. Insuper cum sinus distantię verticis à parte mediį cęli ducitur in sinum anguli iam inuenti & productus in totum diuiditur, sinus arcus distantię verticis à nonagesimo ab Ascendente gradu innotescit, qui arcus semper ad rectos angulos sphęricos in circulum maximum ex polis Zodiaci per verticem capitis procedentis cadit. Deinceps inuestigatur quãtum 90 ab Horoscopo gradus à cęli medio distiterit, & propositis sinibus arcus cõplementi

distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu, & complementi distantiæ verticis à cæli medio, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Hinc tibi sinus egredietur, qui arcum Eclipticæ inter cæli medium & Occidentem Finitoris partem interceptum patefacit. Et si hunc subtraxeris è 90 grad. restabit arcus distantiæ 90 gradus ab Ascendente à supremo cæli. Si deinde partem Eclipticæ Occidenti ex diametro oppositam sumpseris, gradus supra Horizontem ascendens apparebit. Quòd si medij cæli punctum fuerit in semisse Eclipticæ descendentis, adijcies arcum Quotientis cæli medio, & prodibit gradus Ascendentis, cui oppositus in Occidētis Finitoris parte consistit. Si verò Quotientis arcum subduxeris è nonaginta, & residuum ex cæli medij parte, restabit 90, tam ab Oriente quàm Occidente gradus, qui semper est summus Eclipticæ supra Finitorem apparentis. Exemplo res euidentius intelligitur. Constituatur 15 pars 40 scrupul. Arietis in cæli medio. Sinus distantiæ ab intersectione proxima est 28680, quem ducas in sinum maximæ declinationis, & producto in totum diuiso, inuenies 11435, cuius arcus 6 part. 34 scrupul. est cæli medij declinatio. Et cum multiplicatur sinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 in totum, & productus in sinum complementi declinationis cæli medij 99343 diuiditur, consurgit 92312, cuius arcus 67 partium 25 minut. angulum Eclipticæ & Meridiani Orientalem Septentrionalem patefacit. Dehinc multiplices hunc Quotientem per sinum distantiæ verticis à cæli medij puncto, scilicet 66174, & productum in sinum perfectum diuidas. Hinc prodibit 61084 sinus, cuius arcus 37 partium, 39 minut. significat distantiam verticis à 90, qui computatur ab Ascendente gradu. Porrò si duxeris sinum altitudinis cæli medij, qui sinus est complementi distantiæ verticis à cæli medio, in totum, & productum in sinum complementi distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu diuiseris, inuenies 94691, cuius arcus 71 partium, 15 scrupul. quem si contra ordinem signorum à cæli medio numeraueris, incidet in quintam partem 25 minut. Aquarij, quæ tum in Occidua Finitoris parte consistit. Huic opponitur ex diametro 5 pars 25 min. Leonis in Ascendente numerum constituta. Si hîc subtraxeris 71 gradus, 15 minut. ex 90 remanebunt 18 gradus 45 minut. distantiæ 90 ab Ascendente gradus à cæli medio versus Orientem. Et cum adieceris 15 Arietis parti 40 scrupul. 18 grad. 45 minut. incidet finis in 4 partem Tauri, 25 minut. quæ est 90 ab Ascendente.

PROPOSITIO XLIIII.

Dimensio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte constituunt.

CVm ascendentem Eclipticæ partem inueneris, quærendus est angulus, quem Zodiacus præcisè in gradu Ascendentis cum Meridiano versus Orientem efficit. Hinc quando cognoscere volueris angulum, quem Ecliptica in ipso Ascendentis cum Horizonte puncto constituit, propositis sinibus complementi declinationis huius Eclipticæ partis, & eleuationis Poli supra Finitorem, minorem ex his per totum multiplicatum in sinum maiorem partiaris, arcus hinc exeuntis sinus dicitur angulus communis, maximè si punctum Eclipticæ ascendens, cuius angulum cum Horizonte inquiris, fuerit in aliquo signo descendente. Nam tunc adijcies angulum communem angulo, quem facit idem punctum in cæli medio cum Ecliptica & Meridiano. Hac summa ex semicirculo subducta, restabit angulus, quem prædictum Eclipticę punctum cum Horizonte constituit. Et si proposita Zodiaci pars fuerit ex semisse

semisse Eclipticæ ascendente, angulum communem ex angulo Meridiani subduces, & restabit angulus Eclipticæ & Horizontis quæsitus. Sit igitur 5 pars 25 minut. Leonis in Ascendente, cuius declinatio est 18 grad. 58 minut. & complementum 71 grad. 2 minut. cuius sinus 94570, sinus complementi maximæ declinationis 91706, hic minor ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in 94570, hinc prodit sinus 96971, cuius arcus 75 grad. 52 minut. ostendit angulum, quem facit 5 pars 25 minut. Leonis cum Meridiano. Præterea multiplicatur sinus eleuationis poli 48 grad. 74314, cum sit minor in totum, & productum in sinum complementi declinationis puncti propositi 94578 distribuitur. Hinc exit sinus 79581, cuius arcus 51 grad. 48 minut. dicitur angulus communis. Et cum Leo sit in semisse Eclipticæ descendente, nimirum inter principia Cancri & Capricorni, adijcitur angulus communis angulo medij cæli 75 grad. 52 minut. & proueniunt 127 grad. 40 minut. quibus è semicirculo ablatis, supersunt 52 gradus, 20 min. anguli Eclipticæ & Horizontis. quando 5 pars, 25 minut. Leonis in Horizonte constituitur sub altitudine Poli 48 graduum. Hîc etiam diligenter memineris, quando Eclipticæ punctum in Horizonte constitutum fuerit ex semisse Ascendente, scilicet inter principium Capricorni & finem Geminorum, vt est 2 pars 26 scrup. Geminorum, vt inuenias angulum huius partis & Meridiani, qui est 78 grad. 37 minut. & sinum altitudinis Poli 48 graduum, scilicet 74314, vt minorem in sinum totum multiplices, & productum in sinum complementi declinationis Solis 93544 diuidas. hinc exit 79335, cuius arcus 52 grad. 30 minut. anguli communis ab angulo medij cæli subductus, relinquit angulum Horizontis & Eclipticæ Orientis partis 26 grad. 7 minut. Idem etiam angulus facilius potest inueniri, quando medij cæli gradus cognitus fuerit. Nam inuento angulo quem Ecliptica cum Meridiano efficit, sinus huius rectus in sinum distantię verticis à parte medij cæli ducitur, & productus in totum diuiditur. Complementum arcus hinc prodeuntis sinus est angulus Eclipticæ & Horizontis, quicumq; etiam in Ascendente gradus constiterit. Sit iterum in cæli medio 15 pars 40 scrupul. Arietis, cuius angulus, quem cum Meridiano constituit, est 67 partium, 23 scrupul. & sinus 92309, qui ducitur in sinum distantię verticis à cæli medio, quę est 41 partium 26 scrup. puta 66174, & diuiditur in sinum maximum. Hinc egreditur sinus 61084, cuius arcus complementum 25 parti 21 min. patefacit quãtitatem anguli, quem Ecliptica, tam ex parte Orientis, quàm Occidentis cum Horizonte facit.

PROPOSITIO XLV.

Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.

HAec conuersa precedentis propositionis dici potest. Nam quod illic ad inquisitionem anguli Horizontis & Eclipticę adijcitur, hîc detrahitur, & vicissim quod hîc aufertur, illic assumitur. Quare tota res exemplo facilius innotescet. Sit igitur constitutum inquirere anguli Eclipticę & Horizõtis quantitatem, cum 5 pars, & 25 scrupul. Leonis in Occidente consistit. Primò inuenietur angulus quem hîc efficit Ecliptica cum Meridiano 75 partium 52 scrupul. Deinde angulus communis inquiritur hoc modo. Sinus altitudinis Poli, 48 partium, est 74314. Et hic cum sit minor multiplicatur in totum, & productus distribuitur in sinum complementi declinationis 5 part. 25 minut. Leonis, scilicet 94570, hinc exurgit sinus 78581, cuius circumferentia 51 part. 48

ſcrup. conſtituit angulũ cõmunem ex quo inueniri poteſt angulus, tam Orientalis, quàm Occidentalis. Cum aũt Leo ſit pars Eclipticæ ſemiſsis deſcẽdentis, cõmunem angulum ſubduces ex angulo Meridiani & Eclipticę, qui cõſtat 75 par. 25 ſcrup. Supereſt igitur angulus Eclipticæ & Horizõtis Occidentalis 24 part. 4 min. Aliud exemplum ſumatur ex ſemiſſẽ Eclipticæ aſcendente, nimirũ 2 par. 26 min. Geminorũ. Hæc pars Eclipticæ cum Meridiano conſtituit angulum 78 part. 37 minut. Deinde ad inquiſitionem anguli communis aſſumitur ſinus eleuationis Poli 48 part. nempe 74314, & ſinus complementi declinationis propoſitæ partis 93544: ex his ducitur ſinus altitudinis Poli in totum, & productus in alterum ſinum diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 79442, cuius arcus 52 part. 36 minut. efficit communem angulum. Si hunc adieceris angulo Meridiani & Eclipticæ, inuenies 131 part. 13 ſcrupu. anguli Eclipticæ & Horizontis occidui, qui Septentrionem ſpectat, qui ſublatus ex 180 partibus, reſtituit alteri angulo, qui Meridiem ſpectat, 48 partes 47 ſcrupulos. Et hunc inueniri oportebat.

PROPOSITIO XLVI.

Quanta ſingulis temporis momentis, ubiq; terrarum Solis ſupra Horizontem altitudo ſit, exquiſita ſupputatione inuenire.

IN principio operis explicauimus, quomodo per Quadrantem Solis ſupra Horizontem altitudines metiendæ ſint, verùm hîc qua ratione quantum ſingulis momentis ſupra cuiuslibet loci, cuius tamen eleuatio Poli conſtiterit, Horizontem eleuetur, certa calculatione inuenire docebimus. Conſtituta certi diei hora, ac minuto, diligenter ex tabulis vel Ephemeride accuratè ſupputata, verum Solis motum deprehendas, quo cognito, eiuſdem ab orbe medio declinationem inuenias, & hac ex nonaginta partibus ſubducta, ſinum rectum reſidui per ſinum differentiæ aſcenſionalis multiplices, & productum in maximum diuidas: hinc tibi ſinus exibit, qui adiectus ſinui complementi declinationis, ſinum operationis perfectum conſtituet. Præterea tempus, quo Sol à Meridiano diſtiterit, in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum ex Quadrante circuli tollas, & reſidui ſinum rectum ex toto ſinu ſubducas. Hinc tibi conſtabit ſinus verſus temporis propoſiti, quem duces id ſinum complementi declinationis Solis, & productum in maximum diſtribues. Abſoluta deinde operatione exeuntem ſinum ſinui operationis perfecto adimes, & relictum in ſinum complementi altitudinis Poli multiplicabis, & qui collectus fuerit, eum in maximum partieris. Ex hac operatione ad conſtitutum temporis momentum ſinus altitudinis Solis ſupra Finitorem tibi innoteſcet. Interim diligenter hîc memineris, hanc quidem operandi rationem abſolutam eſſe, quando Sol in ſignis Septentrionalibus extiterit, ſed cum Auſtrinam Eclipticæ partem pererrauerit, ſinus differentiæ aſcenſionalis per regulam proportionis conuerſus, à ſinu complementi declinationis eſt ſubtrahendus, ex quo tibi ſinus operationis perfectus remanebit. Exemplum huius tractationis ex ſuperiori obſeruatione repetamus. Inquiſiuimus anteà ex obſeruatione altitudinis Solis, quam anno 1559 Coloniæ Agrippinæ fecimus, cum Sol 15 Geminorum partem peragraret, verum illius temporis momentum, quod ex accurata ſupputatione deprehendimus, conſtare quatuor horis, 0 ſcrupul. 48 ſecund. quibus Sol à Meridiano diſtabat. Hinc verſa vice inuenire velim, ſi fortaſſe non obſeruaſſem, quanta Solis eo momento ſupra Finitorem Colonienſem fuerit eleuatio. Declinationem 15 Geminorum partis 22

tis 22 grad. 39 minut. 9 ſecund. conſtare ſupputaui, complementum huius eſt 67 gradus, 20 minut. 51 ſecund. & ſinus rectus 92278. Differentiam aſcenſionalem inueni 31 part. 1 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 51528. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis 92278, & exurgebant 4754900784, quem in ſinum totum diſtribui, & inueni 47549, ſinus hic ſi adijcitur ſinui complementi declinationis, & prodit 139827. Deinceps tempus quatuor horarum, & 48 ſecund. in partes Aequatoris tranſmutatum, efficit arcum ſexaginta graduum, 12 ſcrupul. cuius complementum 29 grad. 48 minut. & ſinus 49697, qui ſublatus ex ſinu maximo relinquit 50303. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis, & inueni 4641860234, quem partitus ſum in maximum, & exiuit 46418, ſinus quem ſubduxi ex ſinu operationis perfecto, qui eſt 139827, & relictus eſt 93405. Hunc etiam duxi in ſinum Poli complementi, ſcilicet triginta nouem part. qui eſt 62932, & productus eſt 5878163460, quem diſtribui in ſinum totum, & egreſſus eſt 58781, cuius circumferentia eſt triginta ſex partium exactè. Ita vides, quomodo calculationes obſeruationibus & obſeruationes calculationibus exquiſitè ferè reſpondeant: nam anteà ex obſeruatione altitudinis triginta ſex partiũ, tempus quatuor horarum, 0 ſcrupul. 48 ſecund. ſupputaueram. Sunt plures etiam modi, quibus idem negocium non minori facilitate ac certitudine poſsimus expedire. Nam ſi inueneris partem Eclipticæ in Orientali Finitoris parte conſtitutam, & quantum angulum cum Horizonte faciat diſtantiam motus Solis ab eadem numerabis, cuius ſinum rectum in ſinum anguli Eclipticæ & Horizontis duces, & productum in ſinum totum diſtribues, circumferentia ſinus hinc exeuntis altitudinem Solis quæſitam patefaciet. Memineris hîc etiam iſdem temporibus, quibus Sol à Meridiano diſtiterit, tam ante quàm poſt Meridiem eaſdem eleuationes competere. Nam eadem eſt altitudo Solis ſupra Finitorem hora vndecima ante Meridiem, quæ eſt prima poſt eandem: item decima, quæ eſt ſecunda, eiuſdem tamen diei. Tertius modus eſt, vt cognitis altitudinis poli complemento, & declinatione Solis, & quanto tempore Sol à Meridiano diſtiterit, primum ducas ſinum complementi Solis declinationis in ſinum diſtantiæ à Meridiano, & productum in ſinum totum partiaris, ſinus Quotientis indicat arcum diſtantiæ Solis ab ortu Aequatoris: hunc ſinum conferas cum ſinu declinationis, minorem multiplices per totum, & eum qui producitur in ſinum maiorem diuidas. Quòd ſi Sol Eclipticæ partem Septentrionalem occupauerit, arcum hinc inuenti ſinus complemento altitudinis Poli adijcies, ſed ſi partem Zodiaci Auſtrinam Sol peragrauerit, inde ſubduces. Quicquid ex hac additione vel ſubtractione prouenerit, dicetur angulus operationis. ſi hic Quadrans circuli fuerit, altitudinem Solis quæſitam habebis, at ſi angulus hic maior nonaginta gradibus fuerit, ſubductus ex ſemicirculo verum operationis angulum relinquit, ſinum deinde huius anguli ducas in ſinum Quotientis primi, & productum in ſinum totum diſtribuas, arcus hinc exeũtis ſinus quæſitam Solis altitudinem patefaciet. Quartus modus eſt, vt conſtituta cæli medij ab ortu vel occaſu, cui propius fuerit, diſtantia, eiuſdem etiam ſupra Finitorem altitudinem conſideres, & minorem ex his per totum ſinum multiplicatum in maiorem partiaris, & prodeuntem in ſinum diſtantiæ Solis ab Aſcendente multiplices, ac productũ in totum diuidas. Quotientis arcus optatã oſtendet altitudinem. Quòd ſi principiũ Cancri vel Capricorni medium cæli occupauerit, conſiderabis ſinus altitudinis meridianę & diſtantiæ Solis ab Oriente vel Occidente. ex his minorẽ multiplicabis in totum

& productum in maiorem diuides. Sinus hinc egredientis arcus etiam altitudinem Solis inquisitam producet. Noueris autem quod arcus primi Quotientis metiatur angulum, quem Horizon eodem momento cum Ecliptica constituit. Quintus modus est talis: Sol hic omnibus conspicuus, aut distat à Meridiano præcisè 90 partibus, atqui tum semper est hora sexta, aut pluribus his, vt si ante sextam, quartam, vel quintam, scire velis altitudinem, aut denique paucioribus ab eodem distat, vt semper contingit post horam sextam. Eandem intelligas rationem temporis pomeridiani. Si igitur altitudinem horæ sextę precisè inquisiueris, ducas sinum eleuationis Poli in sinum declinationis Solis, & productum diuidas in sinum totum, hinc altitudinis inquisitę sinus innotescet. Porrò si distantia Solis à Meridiano Quadrante circuli minor fuerit, multiplices sinum illius in sinum complementi altitudinis poli, & productum in sinum totum partiaris, arcus Quotientis ex circuli Quadrante sublatus, restituit arcum primum. Præterea huius arcus primi sinum rectum conferas cum sinu eleuationis Poli: minorem ex his in totum multiplicatum in maiorem distribuas, & exibit sinus arcus, cuius complemento adiecta Solis declinatio, si in parte Septentrionis fuerit, aut ab eodem subducta, si in Austrum Sol deflexerit, quando minorem circuli Quadrante arcum produxerit, ostendet arcum secundum, sed cum 90 partes excesserit, subtrahetur ex 180, & residuus arcus dicetur secundus. Tandem sinum arcus primi multiplices in sinum arcus secundi, & productum in totum diuidas, hinc arcus Quotientis petitam altitudinem patefaciet. Iterum si ad datum tempus distantia Solis à cæli medio nonaginta partes superauerit, subduces eam ex semicirculo, & residui sinum in sinum complementi altitudinis Poli multiplices, & productum in totum diuidas arcus Quotientis è nonaginta subtractus, reddet arcum primum. Huius primi arcus sinum, cum sinu eleuationis Poli conferas, & minorem ex his in totum ducas, & quod exortum est, in maiorem diuidas: ex Quotientis arcu declinationis complementum sustollas, & remanebit arcus secundus. Postremò si duxeris arcus primi sinum in sinum arcus secundi, & productum in totum partitus fueris, ex Quotientis arcu veram altitudinem obtinebis. Interdum contingit, vt arcus secundus sit exactè nonaginta partium, & tum veram altitudinem habes, nec vlteriori opus est inquisitione. Nec silentio prætereundum est, quando Sol principium Arietis aut Libræ occupauerit, vt multiplices sinum complementi distantiæ Solis à Meridie, in sinum complementi eleuationis Poli, & productum in sinum totum partiaris, tum Quotientis arcus eleuationem Solis petitam in lucem proferet. Exempla harum rationum industrius Lector sibi ipse fingere potest, ne in hac tractatione prolixiores simus. Obserues hîc etiam, quęcunq; de Sole scripsimus, nimirum arcum diurnum, eleuationem supra Finitorē, & id genus alia, etiam in stellis fixis eundem vsum obtinere.

PROPOSITIO XLVII.

Distantiam cuiuslibet Stellæ à uero Aequatoris ortu uel occasu uersus Austrum, uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.

DIximus alibi, quid sit verus Aequatoris ortus & occasus. Iam verò circulus ille magnus à vertice per Aequinoctiorum puncta, quæ sunt in ortu & occasu

& occasu ductus, dicitur circulus verticalis, à quo plerunq; solet hæc Solis & stellarum distantia numerari, & si idem sic quoq; appelletur cum distantia à Meridiano versus ortum vel occasum supputatur. Præterea verticalis circuli nomen sortitur, quicunq; circulus maior ex vertice cælesti per centrum Solis, aut stellæ quocunq; loco constitutæ ad Horizontem descendit, vt in vestibulo huius operis explicauimus. Hîc autem distantia in Horizonte veri ortus Aequatoris, aut verticalis circuli per hunc ducti à circulo per centrum Solis transeunte appellatur distantia Solis Horizontalis ab ortu. Cum autem numeratur in Horizonte distantia Meridiani à circulo altitudinis siue verticalis, dicitur distantia Solis Horizontalis Austrina versus ortum. Atq; hæc distantia à pleriscq; artificibus Arabum idiomate dicitur Azimuth, quam Appianus Latinè vertendam esse dicit, quorsum Germanicè **wo hinaus**. Diligenter autem nobis hanc propositionem explicauit, & vtilem fecit idem Appianus: nos igitur quæ sit eius praxis hîc consideremus. Primùm ad constitutum tempus inquiritur angulus, quem Ecliptica cum Horizonte ab Orientis parte constituit, vnà cum gradu in Ascendente constituto & altitudine Solis supra Horizontem. Dehinc numeratur segmentum Eclipticæ inter Ascendentem & Solis centrum interceptum. Huius segmenti complementum inquiras, & eiusdem sinum rectum cum sinu complementi altitudinis Solis conferas, & minorem ex his per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus Quotientis producet Finitoris circumferentiam, quæ inter punctum, vbi Ecliptica secat Horizontem, & locum verticalis circuli, qui ex vertice per centrum Solis ductus est, concluditur. Si ergo compereris gradum Ascendentis declinare in Septentrionem eiusdem ortiuam amplitudinem ab inuenta circumferentia subduces, sed si in Austrum deflexerit, amplitudinem Ascendentis inuentæ circumferentiæ adijcies, & hinc voti compos fies. Exemplum huius rei tale proponitur. Sit altitudo Solis supra Horizontem 44 grad. 52 minut. & in Ascendente 5 pars Leonis, 25 minut. distantia centri Solis ab Ascendente 62 grad. 59 minut. Angulus Horizontis & Eclipticæ inuenitur 52 grad. 21 minut. Sinus ergo complementi distantiæ Solis ab Ascendente 45424 ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Solis supra Horizontem, scilicet 70875. Hinc egreditur 64090, cuius arcus 39 gradus, 54 minut. ex Quadrante circuli subductus, restituit 50 gradus 6 minut. arcum nimirum Horizontis inter punctum Eclipticæ ascendentem & circulum Solis verticalem interceptum. Insuper inquiritur arcus amplitudinis 5 partium, 25 minut. Leonis in hunc modum. Ducitur sinus declinationis huius partis 18 gradus, 58 minut. scilicet 32465 in totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Poli 66913, & exoritur in Quotiente 48563, cuius arcus est 29 gradum 4 minut. amplitudinis 5 partis, 25 minut. Leonis sub eleuatione Poli 48 part. Et quia pars Leonis est in semicirculo Eclipticæ Septentrionali, subducenda est amplitudo ipsius à prius inuenta Solis Horizontali distantia, quæ ab intersectione Horizontis & Eclipticæ numerata est, quæ inuenta est grad. 50, minut. 8, & restabunt 21 grad. 4 min. nimirum Azimuth Solis ab ortu Aequinoctiali versus Meridiem. Hæc quidem regula in vniuersum certa est, quando Solis altitudo supra Horizōtem maior est, eiusdem altitudine in circulo verticali, qui per ortum & occasum Aequinoctiorum procedit. Quòd si altitudo Solis ad tēpus propositū minor fuerit, quàm sit altitudo eiusdem in circulo verticali, certū est tunc Solem esse in aliquo signorū Septentrionalium, & tum subtrahes seruatam circumferentiā ex inuēta amplitudine, restabit distantia Solis ab Horizontalis Septentrionalis, hoc est, arcus ab ortu

Aequatoris verſus Septentrionem numeratus. Quoties verò gradus Eclipti cæ aſcendens fuerit Auſtrina, adijcies amplitudinem aſcendentis ad ſeruatam circumferentiam, & prodibit diſtantia Solis horizontalis meridionalis, id eſt quæ ab exortu Aequinoctiali verſus Meridiem ſupputatur. Hinc ſubijcit etiã aliam rationem eandem diſtantiam Horizontalem inueniendi, quæ etiam ad omnes ſtellas fixas & erraticas poſsit accommodari. Ducitur ſinus complementi declinationis Solis in ſinum diſtantiæ illius à Meridiano, ſ. in Aequatore, ſemper pro 1 hora 15 grad. numerando, productum diuiditur in ſinum totum, & Quotiens ſeorſim conſeruatur. Deinde confertur is cum ſinu complementi altitudinis Solis, ex quibus minor ducitur in totum, & productus diuiditur in maiorem, Quotientis arcus ex 90 ſubtractus, relinquit diſtantiam Solis Horizontalem quæſitam. Exemplum ſequitur huiuſmodi: Cum Sol 2 part. 26 minut. Gemin. occuparet, hora 9 ante Meridiem, declinatio eius erat 20 grad. 42 minut. cuius complementum 68 grad. 18 min. & ſinus rectus 93544, qui ducitur in ſinum diſtantiæ Solis à Meridiano, quæ eſt 45 grad. (quòd hora 9 diſtantia Solis à meridie ſit 3 horarum) ſcilicet 70710, & productus diuiditur in ſinum totum, in Quotiente emergit 66145, ſinus qui deinceps ducitur in ſinum totum, & productus diuiditur in ſinum complementi altitudinis Solis, quam 9 hora obtinebat. hæc erat 44 grad. 52 min. & complementum eius 45 grad. 8 minut. & ſinus 70876, in Quotiente prodit 93316, cuius arcus 68 grad. 56 minut. Si hunc ex Quadrante ſubduxeris reſtabit 21 grad. 4 min. diſtantia Solis quæſita. Intelligas tamen arcum Horizontis, qui ad tempus propoſitum à puncto Aequinoctialis & Horizontis uſq; ad circulum verticalem è vertice per centrum Solis ad Horizontem ducitur. Atqui hic modus inquirendæ diſtantiæ, tam in Sole quàm in planetis & ſtellis fixis locum habet. Tertius modus quo eandem inquirit, eſt talis. Sinus complementi diſtantiæ Solis à puncto interſectionis Horizontis & Aequatoris cum ſinu cõplementi altitudinis Solis ſupra Finitorem cõfertur, ex his minor ducitur in totum & productus diuiditur in maiorem. Arcus hinc prodeuntis ſinus è Quadrante circuli ſubductus, relinquit diſtantiam Solis Horizontalem ab exortu Aequatoris. Exemplum hoc proponitur: altitudo Solis inuenta eſt 44 grad. 52 min. cuius complementum 45 grad. 8 minut. huius ſinus eſt 70875. Diſtantia verò Solis ab ortu Aequatoris in hoc loco eſt 48 partium, 35 minut. cuius complementum 41 part. 25 minut. Huius ſinus rectus 66145, cum ſit minor altero ducitur in ſinum totum: & ſi productus diuidatur in maiorem, exurget 93326, cuius arcus 68 part. 56 minut. ex 90 ſublatus, relinquit 21 part. 3 minut. Secundus inueſtigandi modus declinationis ſtellarum, quæ ſunt in circulo tranſeunte per tropica puncta Cancri & Capricorni, eſt talis. Si latitudinem oblata ſtella Septentrionalem ſortiatur in ſemicirculo per initium Cancri ducto, maximam Solis declinationem, cum ſegmento latitudinis coniunges. Hinc declinatio inquiſita conſtabit, in eodem ſemicirculo, ſi ab Ecliptica in Auſtrum ſtellæ deflexerint ad latitudinem inclinationi Aequatoris & Eclipticæ, æqualem nullam omnino declinationem habebit, ſed exquiſitè locum in Aequatore occupabit. Quòd ſi Auſtrina latitudo minor fuerit dicta circulorum inclinatione, illa ex hac ſublata, relinquetur declinatio Septentrionalis: ſinautem conſtituta latitudo inclinationem illam excedat, vtriuſq; differentia dicetur Auſtrina ſtellæ declinatio. Porrò ſi aliqua ſtella occupauerit ſemicirculum per tropicum punctum Capricorni ductum, totius operationis proceſſus conuerſo ordine erit inſtituendus.

PROP

PROPOSITIO XLVIII.

Quantæ ſtellarum declinationes ſint, ex ſinuum tabulis colligere.

STellarum declinationes ab Aequinoctiali circulo, pro ratione partiũ Zodiaci, quas occupant, diuerſis modis inueſtigantur. Nam alio modo inquiruntur earum declinationes, quæ ſunt in aliqua parte circuli per polos Zodiaci & Aequinoctiorum puncta circumducti, alio verò earum, quæ partem circumferentiæ occupant per initia Cancri & Capricorni tranſeuntis. Quæ verò paſsim extra hos circulos diſperſæ conſpiciuntur, adhuc variatam rationẽ ſortiuntur. Vt autem à primo modo exordiamur, ſi ſtellam aliquam in circulo per initia Arietis & Libræ procedente conſpexeris, multiplicabis eiuſdem latitudinis ſinum in ſinum complemẽti maximæ Solis declinationis & productum diſtribues in maximum ſinum. Huius Quotientis arcus oblatæ ſtellæ declinationem producet. Tertius modus illarum, videlicet ſtellarum, quæ in locis intermedijs conſtituuntur, plus negocij requirit. Nam hîc primò omnium conſiderandum, vtrum oblata ſtella propiùs accedat ad principium Cancri, an Capricorni, idq; ſecundum ſucceſsionem ſignorum, an contra: & inuentæ diſtantiæ ſinum multiplices in ſinum maximæ Solis declinationis, & productum diuidas in totum. Hinc ſinus exeuntis arcus ex Quadrante circuli ſublatus, relinquit circũferentiam primam, cuius complementi ſinum vbi contuleris, cum ſinu complementi maximæ Solis declinationis, duces minorem ex his in totũ, & productum in maiorem diuides. Sinus Quotientis ex 90 partibus ſubductus, ſecundam circumferentiam reddit, quæ appellationem ſortietur ab illa Zodiaci parte, in qua ſtella collocata fuerit, & ſi conſtiterit in parte Septentrionis, dicetur ſecunda circumferentia Septentrionalis. Hanc autem ſtellæ latitudini adijcies, ſi vtraq; Septentrionalis fuerit, aut minorem ſubtrahas à maiori, ſi latitudo ſtellæ & altera Zodiaci pars diuerſis appellentur nominibus. Quicquid ex huiuſcemodi additione coaluerit, aut ſubtractione reliquum fuerit, argumentum declinationis appellabitur. Sed maioris differentiæ cauſa, ſi ex additione confletur, appellationem argumenti, ſi ex ſubtractione relinquatur maioris numeri denominationem cõſeruabit. Inſuper multiplicabis ſinum complementi primæ circumferentiæ in ſinum declinationis argumẽti, & productum diſtribues in totum. Quotiẽtis arcus declinationem ſtellæ inquiſitam patefaciet, quæ etiam argumenti nominis cõmunionem ſuſcipiet. Interim hîc memineris, vt ſi nihil in argumento reſtiterit, declinationem etiam nullam eſſe noueris. Exempli gratia, quartam ſtellam Agitatoris, Apianus ſecundum Alphonſi Regis hypotheſes, conſtituit in longitudine part. 19 minut. 59 Geminorum, & in latitudine Septentrionali 26 part. 0 minut. Huic longitudini propter motum abſidum Planetarum & ſtellarum fixarum ab eiuſdem Alphonſi tempore, vſq; ad annum 1517, adiectæ partes 2 & 37 minut. eandem conſtituunt in partem 22, minut. 35 Geminorum. Cuius latitudinem fixam & immotam, vnà cum artificibus retinemus. Eſt igitur huius ſtellæ ſecundum obliqui circuli ordinem à primo Cancri puncto diſtantia 7 part. 25 ſcrupul. cuius ſinũ 12908, ſi multiplices in ſinum maximę Solis declinationis 38974 & productũ in totum partiaris, emergit 5147, cuius circumferentia 2 part. 57 ſcrup. eſt prima. Inſuper ſinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 multiplicetur in totum, & productus numerus diuidatur in ſinum complemẽti primæ circumferentiæ 99867. Hinc prodit 91829, cuius arcus ſcilicet 66 part. 41 minut. complementum eſt circumferentia ſecunda & Septentrionalis, propter ſigni ſui declinationem. Præterea hæc circumferentia ſ. 23 part. 19 ſcrup. adiecta ſtellæ latitudini, quę eſt 20 part. cum eiuſdem partis appellationẽ habeant,

profert argumenti declinationis partes 43 ſcrup.19. Supereſt tandem vt multiplices primæ circumferentiæ complementi ſinum, ſcilicet 99867 in ſinum argumenti declinationis, ſcilicet 68603, & productum in totum diſtribuas: ex quo reſultabit ſinus 68512, cuius arcus 43 part.15 minut. inquiſitam declinationem oſtendit. Et cum argumentum ſit Septentrionale, eodem nomine appellabitur & declinatio. Eandem etiam declinationem alia ratione licet inuenire, & aliquorum iudicio cõmodiore forſan. Inſtituitur autem huiuſcemodi operis proceſſus in hunc modum. Conſiderandum eſt primò, vtrum oblata ſtella Zodiaci ſemiſſem poſsideat, & vtri Aequinoctiorum puncto vicinior fuerit, cuius diſtantia è Quadrante circuli ſublata, complemẽti ſinum ducas in ſinum complementi ſtellæ latitudinis. Et producto in totũ diuiſo in Quotiente proueniet ſinus, cuius arcus complementum erit circumferentia prima. Adhæc ſinum latitudinis ſtellæ multiplices in totum, & productum diuidas in ſinum primæ circumferentiæ. In Quotiente prodibit ſinus circumferentiæ ſecundæ, quam maximæ Solis declinationi adijcies, ſi nomen latitudinis nõ differat ab Eclipticæ ſemiſſe. Ex his conflatur ſumma, quæ dicitur argumentum declinationis. Hoc eius Eclipticæ ſemiſsis, in quo oblata ſtella conſtiterit, appellationem conſequitur. Sed ſi latitudo ſtellæ aliam denominationem habuerit, quam ſemiſsis Eclipticæ, quem occupauerit, ac circumferentia ſecunda minor fuerit, maxima Solis declinatione, illa ab hac eſt ſubducenda, & reſidua pars dicetur argumentum declinationis, quod denominabitur à ſemiſſe Eclipticæ. Si autem ſecunda circumferentia maximam Solis declinationem exceſſerit, hanc auferas ab illa. Differentia relicta argumẽtum declinationis erit, quod denominationem latitudinis ſortietur. Tandem multiplices argumenti ſinum in ſinum primę circumferentiæ, & productũ in totum diſtribuas. Quotientis arcus declinationis ſegmẽtum in lucem proferet. Exemplum eiuſdem quartæ Agitatoris ſtellæ, quæ ſupra dextrum ſcoptulum cõſiſtit, hîc repetitur. Huius ſtellæ complementum diſtantię ſecundum Eclipticæ ductum à ſectione verna eiuſdem, & Aequatoris, eſt 7 part.25 ſcrup. cuius ſinum ſi duxeris in ſinum complementi latitudinis, qui eſt 93969, & productum diuiſeris in ſinũ maximum, prodibit 12129, cuius arcus 6 part.58 ſcrup. complementum 83 par. 2 ſcrup. conſtituit circumferentiam primam. Porrò cum ſinus latitudinis ſtellæ multiplicatur in totum, & productum diſtribuitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, prodit in Quotiente 34456 ſinus, cuius circumferentia 20 part.10 ſcrup. hîc dicitur ſecunda. Cum autem ſtella poſsideat ſemiſſem Eclipticæ Septentrionalem, & in eandem partem deflectat latitudo, ex maximę Solis declinationis, & ſecundæ circumferentiæ ſumma conſurgit argumẽtum declinationis Septentrionale 45 part. 40 ſcrup. Huius argumenti ſinus nimirum 69046 cum ducitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, & productum diuiditur in totum, exoritur 66536, ſinus cuius arcus 43 part.15 minut. oblatę ſtellę declinationem patefacit.

PROPOSITIO XLIX.

Quæ'nam Æquatoris pars, cum oblata ſtella Finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.

QVando ex præmiſſa propoſitione ſtellæ declinatio fuerit inuenta, eiuſdem complementi ſinum proponas tibi vnà cum ſinu primę circumferentiæ, quem duces in totum, & productum diſtribues in alterum. Quotientis arcus erit aſcenſionis radix, & ſi fuerit ſtella in primo Zodiaci Quadrante, eius radicis complementum aſcenſionis arcum oſtendet: ſi in ſecundo Quadrãte, qui eſt à principio Cancri ad finem Virginis, eadem ſtella inuenietur, radicem ipſam,

ipſam adijcies 90 partibus, ſi fuerit inter principium Libræ & finem Sagittarij, radicis complementum adijcias ſemicirculo: ſi fuerit inter principium Capricorni & finem Piſcium, radicem addas 270 circuli partibus, & aſcenſio recta prodibit. Quartæ Agitatoris ſtellæ inuenta eſt declinatio 43 part.15 ſcrup. cuius complementum 46 part.45 ſcrup. cuius ſinus diuiſoris locum ſubibit. Primæ circumferentiæ complementum erat 6 part.58 ſcrup. & ſinus eius 12129, quem ſi multiplices in totum & productum diſtribuas in alterum ſinum, inuenies 16652 ſinum, cuius circumferentia 9 par.35 minut. eſt aſcenſionis inquiſitæ radix, quæ ex 90 circuli partibus ſublata, relinquit aſcenſioni oblatæ ſtellæ 80 part.25 ſcrup. Aequatoris, quæ pars cum ipſa cæli culmen attingit.

PROPOSITIO L.

Cum quota Eclipticæ parte oblata ſtella cæli culmen conſcendat, expedite colligere.

VT inuenias illam Eclipticæ partem, quæ cum oblata ſtella cæli medium attingit, ex antegreſsis propoſitionibus eiuſdem aſcenſionem rectam, & quæ ipſi Eclipticæ pars in recto Horizonte reſpondeat, inquiras. Id quod hac ratione fiet: multiplices ſinum aſcenſionis rectæ complementi in ſinum maximæ declinationis, & productum in totum partiaris. Quotientis arcus complementum ſeorſim conſeruabis, cuius ſinus erit diuiſor. Dehinc ſinum aſcenſionis rectæ duces in totum, & productum diſtribues in diuiſorem. Ex hoc ſinus prodeuntis circumferentia punctum Eclipticæ, qui cum oblata ſtella in cæli culmine conſtiterit, producet. Quòd ſi arcus aſcenſionis rectæ Quadrantem circuli exceſſerit, complementum eius in opere ſubſtituas, & inuẽtam circumferentiam contra obliqui circuli ductum à principio Libræ dinumeres. Si integrum ſemicirculum aſcenſio exceſſerit, ſecundum ſignorum ſucceſsionem ab initio Libræ procedas: ſi eadem maior fuerit 270 partibus inuẽtam circumferentiam à prima Arietis parte contra ſignorum ordinem computabis. Quartæ Agitatoris ſtellæ aſcenſio recta eſt inuenta 80 part.25 ſcrupul. cuius complementi, ſcilicet 9 part.35 ſcrup. ſinus rectus cum ducitur in ſinum maximæ declinationis, & productum diuiditur in totum, exurgit ſinus 6639, cuius arcus eſt 3 part.49 minut. Eſt igitur huius complementi ſinus diuiſor 99778. Præterea ſi multiplicaueris aſcenſionis rectæ ſinum 98604 in totum, & productum in diuiſorem diſtribueris, naſcetur in Quotiente 98823 ſinus, cuius arcum ſi ab interſectione verna Eclipticæ & Aequatoris ſecundum partiũ ſucceſsionem numeraueris, finem in 21 part.12 ſcrup. Geminorum deprehendes, quæ cum prędicta ſtella Meridianum circulum ingreditur.

PROPOSITIO LI.

Quanta ſit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ, cuiuſuis oblatæ ſtellæ, dinumerare.

MEmineris hîc illis tantùm ſtellis amplitudinem ortiuam & occiduam competere, quarum declinatio ſit minor complemento eleuationis Poli: ſicut alibi etiam demonſtrauimus. Nam ſi illa fuerit ęqualis huic, ſtella tantum leuiter continget Horizontem: ſin maior fuerit, ſtella continuis motibus ſupra Finitorem loci circumuoluetur. Nullam igitur amplitudinis partem ſortiuntur ſtellæ in illis locis, ſub quorum Finitorem nunquam demerguntur. Vt ſuperius tractata Agitatoris ſtella, cuius declinatio 43 part.15 ſcrup. conſtat. Hanc, conſtituta Poli altitudine 48 part.20 ſcrup. ipſius complementum 41 part. 40 ſcrup. ſuperat exceſſu 1 partis 35 ſcrup. Nunquam igitur huius loci

attingit Horizontem. Constituta igitur stellæ declinatione, quę sit minor Poli complemento, sinum illius multiplices in totum, & productum partiaris in sinum complementi eleuationis Poli, si modò ipsum declinationem excesserit, sin minus operationem conuertas in contrariam partem. Hinc tibi sinus amplitudinis inquisitę prodibit. Vt autem exemplum hîc aliquod habeamus, constituit Apianus Mercurij stellam in 10 grad. 12 minut. Tauri, cuius latitudo fuerit 3 grad. 20 minut. ac declinatio 11 part. 59 scrup. cuius sinus rectus cum multiplicatur in totum & productum distribuitur in sinum complementi altitudinis poli, prodit in Quotiente 31238 sinus, cuius circumferentia 18 par. 12 scrup. quæsitam amplitudinem patefacit, quę tam in parte Occidentis, quàm Orientis Septentrionalis dicitur.

PROPOSITIO LII.

Circumferentiam Æquatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ stellæ ab Oriente in Occidentem metiri.

QVemadmodum anteà de Sole demonstrauimus rationem supputationis diurni temporis: ita nunc in reliquis stellis inuestigabimus temporis quantitatem, quo ab Oriente in Occidentem primi motus raptu in circulis Aequatori parallelis circumferuntur. Primum inuentis oblatæ stellæ amplitudine & declinatione, complementi amplitudinis sinum multiplices in totum, & productum diuidas in sinum complementi declinationis. Et Quotientis circumferentia è Quadrante circuli sublata, remanebit ascensionalis differentia. Si igitur stellæ declinatio fuerit Septentrionalis, differentiam hanc adijcies 90 partibus, sin Meridionalis ex ijsdem subduces. Hinc semisis inquisitæ circumferentię consurget, cuius duplum in horas & scrupulos conuersum, totius circumuolutionis tempus quæsitum producet. Exempli gratia loci Mercurij, quem in antecedente propositione occupabat, declinatio est 11 part. 59 scrup. & complementum 78 part. 1 scrupul. cuius sinus rectus cum in totum ducitur, & productus numerus in sinum complemẽti amplitudinis distribuitur, exoritur sinus 97114, cuius arcus 76 part. 12 minut. è 90 sublatus, restituit ascensionalem differentiam, quæ est 13 part. 48 minut. Et cum Mercurius in Septentrionem declinet, hæc 90 partibus coniuncta conficit 103 part. 48 scrup. semisis motus, quo in superiori hemisphærio ab Oriente in Meridiem conscendit. Duplum huius est 207 part. 36 scrup. Quare tempus totius motus superioris constat 13 horis, 48 minut.

PROPOSITIO LIII.

Quanta sit obliquæ ascensionis Stellarum circumferentia, inquirere.

EX antegressa propositione facillimè hæc absoluitur. Nam si in Austrum stella deflexerit, ascensionis ipsius rectæ circumferẽtiæ differentiam ascensionalem adijcies: si in Septentrionem declinauerit, hanc ex illa subduces. Ac ita sine omni negocio propositæ stellæ obliqua ascensio occurret. Cum in superiori exemplo stella Mercurij in Septentrione constituatur, & ascensio eius recta constet 39 part. 37 minutor. Ex hac subtracta ascensionalis differentia, relinquit part. 25, scrup. 49 Aequatoris. Tanta est in hoc situ obliqua Mercurij ascensio. Iam verò cum quota Eclipticæ parte eadem stella in obliquo Horizonte consistat, ex obliquarum ascensionum tabulis facillimè cuiuis innotescit.

PROP

PROPOSITIO LIIII.

Quantæ sint altitudines Stellarum ad certa tempora & loca quæsitæ, ex sinuum tabulis colligere.

IN vestibulo huius operis ostendimus, quomodo ex obseruata alicuius stellæ supra Finitorem loci altitudine, verùm temporis momentum ratiocinemur: hîc vice versa qua ratione ex oblato tempore stellarum altitudines inueniantur, explicabimus. Primò sinum distantiæ propositæ temporis, qua stella distiterit à Meridiano, multiplices in sinum declinationis cõplementi, & productum distribuas in sinum maximum. Hinc tibi sinus egredietur, cuius circumferentia dicetur prima, cuius complementi sinum conferes cum sinu declinationis stellæ. Ex his minorem ducas in totum, & productum diuidas in maiorem. Et si hinc prodeuntis sinus arcum eleuationi Poli adieceris, habebis circumferentiam secundam. Tandem multiplices circumferentiæ primæ complementi sinum, in circumferentiæ secundæ complementi sinum, & productũ partiaris in totum. Nam hinc tibi sinus altitudinis quæsitę prodibit. Exempli gratia, assumamus spicam Virginis, ex cuius altitudine anteà inquisiuimus certum nocturni temporis momentum, verum hîc ex eiusdem stellę à Meridiano distantia ipsius altitudinem vicissim colligamus. Huius stellæ distantia à Meridiano inuenta nobis erat 37 part. 28 scrupul. cuius sinus est 60829, declinatio verò 8 partium & 16 scrupul. ferè cuius sinus est 14378, cuius complementum est 81 part. 44 scrupul. & sinus 98960. Cum igitur multiplicatur huius complementi sinus in sinum distantiæ à Meridiano, exurgit 6019637840, qui diuisus in totum restituit 60196. Atq; huius circumferentia 37 part. 1 scrupul. est prima, & complementum 52 part. 59 scrupul. cuius sinus 70846. Quare sinum declinationis cum sit minor altero, si ducamus in totum, consurgit 1437800000, qui numerus distributus in sinum complementi primæ circumferentiæ, restituit 18007, cuius arcus est 10 part. 23 scrup. Hinc adijciemus Poli altitudini, quæ constituta nobis erat, 46 part. & prodibit circumferentia secunda 59 part. 23 scrupul. cuius complementum est 30 part. 37 scrupul. & sinus 50929, quem multiplicauimus in sinum complementi circumferentiæ primæ, & prodijt 4066476934. Si hîc diuidatur in totum, exurget sinus 40664, cuius arcus ex sinuum tabulis inuenitur 24 partium, qualium totus circulus habet 360. Tãta igitur est ad propositum tempus huius stellæ altitudo, cui etiam obseruatio nostra exquisitè respondet.

PROPOSITIO LV.

Angulum inclinationis planorum Æquatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obseruatione Solis ortus & alicuius stellæ fixæ ad Meridianum accessum, ratiocinare.

ET si in principio rationem obseruandi angulum inclinationis Zodiaci & Aequatoris iuxta sententiam Ptolemæi descripserimus, visum est tamen hîc alium modum à Petro Appiano ingeniosissimè excogitatum, quo intra paucos dies eiusdem anguli quantitatem quouis anni tempore deprehendamus, subnectere. Nam sicut anteà demonstrauimus, obseruationes Ptolemæi tantùm Solstitiorum temporibus accommodari possunt. Neq; hîc ab alijs artificibus, præterquàm solo Appiano exactiores obseruandi rationes inuentas esse constat. Ac sæpenumero contingit, vt annis aliquot Solstitiorum tempora, propter nubilosum aerem non possint deprehendi. Vt igitur ad institutum

veniamus,fixam aliquam ſtellam obſeruabis (etiam neglecta eiuſdem longitudinis & latitudinis ratione) Meridianum circulum attingentẽ, quo tempore in prõptu habebis Clepſydram,aut aliud horologium in eum vſum,vt temporis differentiam inter obſeruationem propoſitæ ſtellæ & exortum Solis interceptam exquiſitè dimetiaris. Deinde per Quadrantem eiuſdem Solis ortus amplitudinem obſeruabis. Poſt dies aliquot per eandem ſtellam temporis differentiæ, exortus Solis, & amplitudinis obſeruationes eodem modo quo antè repetas. Neq; diſsimilis eſt obſeruandi ratio Sole in Occidente conſtituto:tantùm hîc memineris,vt quotcunq; dies interceſſerint, obſeruationes hæ fiant Sole eundem Eclipticæ Quadrantem peragrante. His conſtitutis, minoris temporis differentiam ſubduces è maiori,& reſiduam partem ſeorſim conſeruabis. Inſuper his amplitudinibus ex ſinuum tabulis, vt anteà oſtendimus, & ſuas declinationes & aſcenſionales differentias ſupputabis: & cum vtriuſq; temporis differentiam maiori differentiæ aſcenſionali addideris, ex collecta ſumma ſubtrahes differentiam aſcenſionalem minorem. Tum illa pars,quæ ex ſubtractione reſtiterit, erit aſcenſio recta inter obſeruata Solis loca. Nunc iam ad inuentionem ſolutionis propoſitæ quæſtionis progredieris in hunc modum. Cum habeantur duorum Solis locorum declinationes, & inter ea comprehenſa aſcenſio recta ſinum complementi minoris declinationis multiplica bis in ſinum aſcenſionis rectæ,& productum in maximum diuides, ex quo emergentis ſinus erit circumferentia prima. Huius complementi ſinum confer res cum ſinu declinationis minoris,& minorem ex his duces in totum, & productum diſtribues in maiorem. Dehinc Quotientis arcum adimas declinationi maiori,& reſidua portio dicetur ſecunda circumferentia. Iam ſequitur,vt ſinus complementorum primæ & ſecundæ circumferentiæ inter ſe multiplices & productum in totum diuidas,ex quo prodeuntis ſinus arcum de quarta circuli parte tollas, & remanebit arcus Eclipticæ inter primam & ſecundam obſeruationem interceptus. Adhæc multiplices primæ circumferentiæ ſinum in totum,& productum diſtribuas in ſinum huius arcus Eclipticæ, ſiue diſtantiæ locorum Solis,& exorietur ſinus circumferentię tertiæ. Huius ſinum iterũ ducas in ſinum complementi maioris Solis declinationis, quæ in altera obſeruationum fuerit inuenta & productum in totum partiaris. Superest tandem, vt hinc exurgentis ſinus arcum ex quarta circuli parte ſubducas, & relinquetur arcus maximæ Solis declinationis. Exemplum huius propoſitionis tale conſtituit. A temporis momento, in quo ſtella ſub Meridiano fuit obſeruata vſq; ad exortum Solis per Clepſydram inuenta ſit vna hora & 40 ſcrup. Poſt 45 dies per ſimilem eiuſdem ſtellæ obſeruationem vſq; ad exortum Solis elapſa ſit temporis differentia 3 horarum 30 ſcrupul.12 ſecun.ex qua dum ſubtrahitur 1 hora cum 40 ſcrup.remanet 1 hora,50 ſcrup.12 ſecun.quę differentia in partes Aequatoris conuerſa,producit partes 27,33 ſcrup.quã differentiã ſeorſim conſerues. In priori Solis ortus obſeruatione oblata eſt eiuſdem amplitudo 9 part.51 ſcrupul.cuius declinatio inuenitur 6 part.34 ſcrupul. & aſcenſionalis differentia 7 part.22 ſcrupul.In poſteriori obſeruatione apparebat amplitudo 31 part.53 ſcrup.quare declinatio erit 20 part.42 ſcrupul.& aſcenſionalis differentia 24 part.49 ſcrup. quæ cum ſit maior altera, adijcitur parti ſeorſim conſeruatæ & conſurgunt partes 52,ſcrup.22,ex quibus ſubducitur altera differentia aſcenſionalis,& ſuperſunt 45 partes tantùm. Tanta eſt rectę aſcenſionis circumferentia inter duo Eclipticæ puncta, in quibus obſeruatus eſt Sol, intercepta. Iam nunc cõſtitutis vtriuſq; amplitudinis declinationibus & aſcenſione recta,multiplicatur ſinus complementi minoris declinationis 99343 in ſinum aſcenſionis rectæ,ſcilicet 45 part.70710 & productum diſtribuitur in totum,

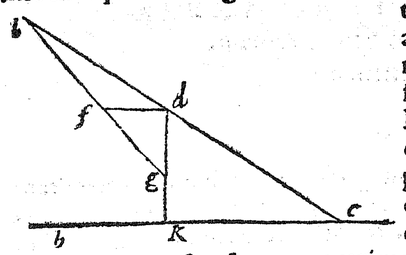
totũ. Hinc naſcitur ſinus 70245 cuius circumferẽtia 44 part.38 ſcrup. dicitur prima. Dehinc minoris declinationis ſinus ducitur in totum, & productum diuiditur in ſinum complementi primæ circumferentiæ,ex quo egreditur ſinus 16070,cuius arcus 9 partium 15 minut.ſubtractus ex maiori declinatione alterius obſeruationis,quæ eſt 20 part.42 ſcrup.relinquit ſecundam circumferentiam 11 part.27 ſcrupul.Huius complementum eſt 78 part. 33 ſcrup. & ſinus rectus 98009, qui multiplicatur in ſinum complementi primæ circumferentiæ,qui eſt 71161 & productum diuiditur in ſinum totum.tunc prodit in Quotiente 69744,cuius arcus 44 grad,13 minut.ademptus quartæ circuli, reddit 45 grad.47 minut.Tanta eſt Eclipticæ pars, quæ inter vtriuſq; obſeruationis puncta concluditur.Iterum ducitur ſinus primæ circumferentiæ in totum, & productum diuiditur in ſinum inuentæ partis Eclipticæ. hinc exurgit 98012, ſinus,cuius circumferentia dicitur tertia. Poſtremò omnium ducitur hic ſinus in ſinum maioris declinationis complementi,& productus numerus in totum diſtribuitur, ex quo naſcitur ſinus 91696, cuius circumferentia 66 part. 30 ſcrup.ex Quadrante circuli ſurrepta,reſtituit 23 part.30 ſcrup. Atq; tantus eſt prædictus angulus inclinationis Aequatoris & Zodiaci tam laborioſè inquiſitus.Cæterùm hîc noueris exemplum hoc docendi cauſa duntaxat præſcriptũ eſſe,vt ſtudioſi intelligerent huius inuentionis rationem, & ipſi per accuratas obſeruationes diligentius rei veritatem explorarent. Nam quę hîc ſunt aſſumptę hypotheſes proximè ad obſeruationes accedunt:non tamen omnino exquiſitè.Hactenus primi motus problemata maximè neceſſaria & vtilia breuiter quidem pro ratione noſtri inſtituti explicauimus,quorum fundamenta maximè in ſphæricis triangulis conſiſtunt,quę ſi rectè intellexerint diſcentes, facilè ipſi ſuo Marte plura excogitare, & vlterius ſine cortice (vt aiunt) natare poterunt.

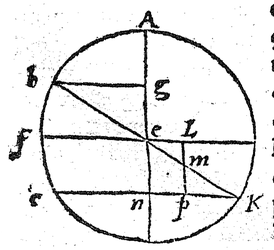
SECTIO TERTIA, DE RATIONIBVS GNOMONVM AC VMBRARUM ac fundamento Sciotericorum inſtrumentorum.

PROPOSITIO LVI.

POSTQVAM in antegreſsis propoſitionibus explicatæ ſunt rationes obſeruandi ea, quę ab artificibus vocantur τὰ φαινόμενα,ac vice verſa expoſiti canonis primi motus, quibus cõgruentem ad certa tempora ipſis apparentijs calculum inſtituimus:non abs re fuerit,ſi de rationibus vmbrarum,ac earum magnitudinum demõſtrationibus,pro diuerſa Solis aut Lunę ſupra Finitorem eleuatione tractationem hîc inſtituamus. Ex his non tantùm intelligent amãtes veritatis,quę ſit ratio mutationis in vmbrarũ quantitatibus,& earundem ad erectos gnomones,ſiue quęuis corpora Horizonti ad perpendiculum inſiſtentia proportio: ſed etiam quis earum ſit vſus in erudita Aſtronomices parte, quæ ab artificibus Meteoroſcopice appellatur. id quod ex ſequentibus propoſitionibus euidentius intelligetur. Vmbrarũ,alias vocant rectas,alias verſas. Recta vmbra eſt, quam corpus ad rectos angulos Horizonti,aut eidem parallelo plano inſiſtens, in ipſius ſuperficiem planam, vel eidem æquidiſtantem proijcit. Verſam vmbram appellant, quę proijcitur ab aliquo corpore Horizontis planę ſuperficiei æquidiſtante in planũ alterius

Finitori ad rectos angulos incumbentis. Hîc ſcire licet eandem eſſe rationem ſinus recti altitudinis Solis quouis tempore ad ſinum complementi, quæ eſt corporis ad perpendiculum erecti ad ſuam vmbram, item eandem eſſe ſinus complementi ad ſinum altitudinis, quæ fuerit corporis Finitori æquidiſtantis ad vmbram verſam. Hinc manifeſtum eſt per regulam proportionis ex obſeruata Solis altitudine, quantitatem vtriuſq; vmbræ, & viciſsim ex magnitudine vmbræ Solis altitudinem ſupra Finitorem facillimè ſupputari poſſe. Quare conſequitur Sole 45 altitudinis gradum occupante, quia ſinus altitudinis & complementi ſint ęquales, omnes vmbras ſuis corporibus adęquari. Sed cum Solis altitudo hanc metam exceſſerit, etiam erectorum corporum altitudines ſuas vmbras ſuperant, & vmbræ verſæ pro ratione acceſſus Solis ad verticem continuè in maiorem longitudinem extenduntur. Præterea conſtat, Sole tropicis punctis vicíniores partes peragrante, vmbras meridianas minímas differentias ſortiri, ſed eodem circa Aequinoctiorum puncta verſante, aliquot diebus in meridie maximas earum differentias conſtitui. Quo corpus luminoſum propius ad terram acceſſerit, eo maius incrementum vmbræ aſſumunt, etiam ſi in eadem verticalis ſuperficiei altitudine cõſtiterit. Conſtat etiam tam ſub recta ſphæra habitantibus, quàm inter Aequatorem & alterum tropicorũ, vmbras rectas in Meridie quandoq; flecti in Auſtrum, quandoq; in Septentrionem. Nam in recta ſphæra cum Sol ab interſectione Eclipticæ & Aequatoris verna in ſigna Septentrionalia procedit ſemper in Meridie vmbrę in Auſtrum flectuntur, & è conuerſo cum ex primo Libræ puncto in Auſtrina Eclipticæ dodecatemoria digreditur, vmbras Meridianas in Septentrionem incidere neceſſariũ eſt. Quoties verò in altera Aequatoris & Zodiaci interſectione tempore meridiei Sol cõſtiterit, nullas tunc vmbras fundi ſine dubio conſtat. Idem ſub tropicis punctis habitantibus ſemel in anno tantùm euenire certum eſt. In reliquis regionibus extra Solſtitiorum puncta cõſtitutis vmbrę meridianæ verſus eum polum proijciuntur, qui ſupra Finitorem eleuatur. Omnia hæc ex ſequentibus figuris luce clarius innoteſcent. Sphæra Solis ſit in b, h c tabula Horizõti ęquidiſtans, ſuper quã ad rectos angulos erigatur regula d k, radius Solis ex ſuperiori parte b per ſummũ regulę d tranſiens, in c finitur. Erit ergo vmbra regulæ k c, quam rectam appellamus. Iterum ſit alia regula priori ad rectos angulos infixa, f d, per cuius extremum f radius Solis procedens, in g partẽ extenditur, hinc fit vmbra g d, quam verſam ſemper vocari memineris. Quam appellationẽ ideo ſortita eſt, quòd verſo modo ſe habeat ad vmbram rectam, aut quia verſam rationem ad ſinum vmbroſum (vt loquuntur) obſeruare videatur, nempę quã vmbroſum ad vmbram ſuam rectam. His cõſtitutis ſit circulus altitudinis a f e k, ex c centro deſcriptus, Horizõtis ſit dimetiens f c l ęquidiſtans inferiori lineę e k: nam propter exiguã terræ ſemidiametri magnitudinis rationẽ ad ſemidiametrum orbis diſtantiæ Solis nullus error conſequetur, ſi hanc ab illa vtcunq; diſiunxerimus. Regula c n ad rectos angulos e k ſit infixa, Sol ſit in b, cuius ſinus altitudinis b d, regula c l in Horizontis planicie, & l p ad rectos angulos cõtingat. Radius Solis per vtriuſq; c n & l c extremitates procedẽs in k





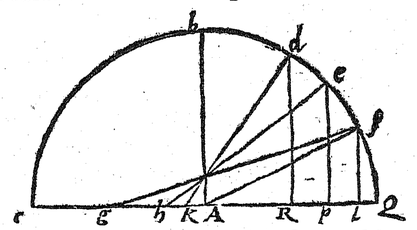
in k punctum incidit. Erit igitur n k vmbra recta, l m vmbra verſa. Complementũ altitudinis Solis a b, cuius ſinus rectus b g & eidem per 34 primi Elementorum Euclidis d c æqualis. Hîc iam neceſſario trigoni b d c, c n k, & c l m ſunt ęquianguli. Nam cum anguli d, n, l ſint recti, ac inſuper angulus n c k interiori & oppoſito ad eandem partem c b d, & alteri c m l per 29 primi Elementorum ſit ęqualis, erunt etiam reliqui acuti inter ſe æquales. Cum igitur trigoni omnes ſint ęqualium angulorum per quartam ſexti Euclidis latera ęquales angulos ſubtendentia, eaſdem inter ſe rationes cuſtodient. Quare quæ eſt ratio b d ad d c, ea eſt c n ad n k, & l m ad c l. Cõſtat igitur euidenter quomodo ex data Solis ſupra Horizõtem altitudine beneficio regulæ proportionis vtriuſq; vmbræ magnitudinem ſupputare poſsis. Multiplices ſinum complemẽti eleuationis Solis per altitudinem corporis ad perpendiculum erecti, & productũ in ſinum rectum altitudinis Solis partiaris, ita vmbræ rectę quantitas cognoſcetur. Sed vt eiuſdem erectæ ſuperficiei vmbrã verſam inuenias, ducas ipſius magnitudinem in ſinum altitudinis Solis, & inuentum numerum per ſinum complementi diſtribuas, tum vmbræ verſæ quantitas innoteſcet. Obſeruata ſit exempli gratia Solis altitudo 25 par. cuius ſinus rectus eſt 42261 ſinus complementi 65 part. 90630. Sit altitudo alicuius erectæ ſuperficiei 12 part. æqualium. Multiplicabis ergo 12 part. in 90630, ac cõſtituentur 1087560 quæ diſtributæ in 42261 producũt vmbram 25 part. & 44 ſcrup. Iterum multiplices 12 in 42261, hinc oriuntur 507132 partes, quæ diuiſæ in 90630 faciunt quantitatem vmbrę verſæ 5 part. ſcrup. 36. Hinc verſa vice quomodo per eandem demonſtrationem ex magnitudine vmbræ verſæ aut rectæ Solis altitudinem ratiocinemur, oſtendendum. Cum enim tres ἀρθογώνιοι trigoni b d c, c n k, & c l m æquales angulos obtineant, conſequitur ex inuentione anguli e k n, aut l c m Solis altitudinem notam fieri. Quare ſi multiplicaueris c n & n k lineas quadratè, conſurget quadratũ c k, & hinc exacta radix ipſius c k magnitudinem producet. Quam rationem hîc habuerit c k ad c n, eandem ſeruabit ſinus maximus ad ſinum anguli c k n, cui b c d adęquatur. Duces ergo ſinum totum in c n lineam, & productum in c k diſtribues. Inuenies enim b d ſinum rectum Solis altitudinis. Eodem modo cum angulus l c m ſit æqualis b c d, ex duobus quadratis c l & l m linearum coniunctis extracta radix c m patefacit. Quare multiplicata linea l m per ſinum totum, & producto diuiſo in c m etiam ſinus rectus eleuationis Solis b d innoteſcit. Idem per tabulam Gnomonicam quam inferiùs ſubijciemus Georgij Peurbachij faciliùs expedire licet. Semper ille latus alterum rectum angulum ambientium 1200 partiũ conſtituit. Quoties igitur vmbra recta maior fuerit ſuperficie erecta, à qua proijcitur, multiplices huius magnitudinem per 1200, & productum numerũ in vmbræ longitudinem diſtribuas, hinc exurget numerus, qui in tabula quæſitus, angulum eleuationis Solis oſtendat. Sed ſi corpus vmbram ſuam quantitate exceſſerit, multiplices eam per 1200, & productum in magnitudinẽ corporis partiaris. Hinc prodibit numerus, cuius angulus ex Quadrante circuli ſublatus, Solis altitudinem ſupra Finitorem relinquet. Ex his demonſtrationibus tabulam, quæ ex quantacunq; Solis altitudine rationes vmbrarum ad ſua corpora, & hinc viciſsim Solis eleuationem quocunq; tempore aperiat, conſtructam ſubiecimus.

Tabula quantitatis utriuſcp umbræ rectæ & uerſæ in partibus quarum umbroſum (ut uocant) eſt 12, ad ſingulas altitudinis Solis partes ſupputata.

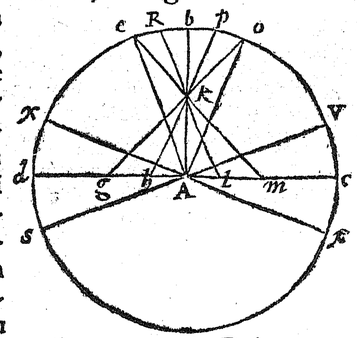
altit. ☉.op.	Vmbra recta	altit. ☉.op.	Vmbra recta.	altit. ☉.op.	Vmbra recta	altit. ☉.op.	Vmbra verſa
G. G.	P. M.	G. G.	P. M.	G. G.	P. M.	G. G.	P. M.
0 90	Vmbra inf.	30 60	20 47	60 30	6 56	0 0	0 0
1 89	695 44	31 59	19 58	61 29	6 39	1 89	0 25
2 88	343 39	32 58	19 12	62 28	6 23	2 88	0 50
3 87	228 57	33 57	18 29	63 27	6 7	3 87	1 16
4 86	171 37	34 56	17 47	64 26	5 51	4 86	1 41
5 85	137 9	35 55	17 8	65 25	5 36	5 85	2 7
6 84	114 10	36 54	16 30	66 24	5 21	6 84	2 32
7 83	97 44	37 53	15 52	67 23	5 6	7 83	2 58
8 82	85 28	38 52	15 21	68 22	4 51	8 82	3 23
9 81	75 46	39 51	14 49	69 21	4 36	9 81	3 49
10 80	68 3	40 50	14 18	70 20	4 22	10 80	4 14
11 79	61 44	41 49	13 48	71 19	4 8	11 79	4 40
12 78	56 27	42 48	13 20	72 18	3 54	12 78	5 5
13 77	51 39	43 47	12 52	73 17	3 40	13 77	5 31
14 76	48 8	44 46	12 26	74 16	3 26	14 76	5 56
15 75	44 46	45 45	12 0	75 15	3 13	15 75	6 22
16 74	41 51	46 44	11 35	76 14	3 0	16 74	6 47
17 73	39 15	47 43	11 11	77 13	2 46	17 73	7 13
18 72	36 54	48 42	10 48	78 12	2 32	18 72	7 38
19 71	34 51	49 41	10 26	79 11	2 20	19 71	8 4
20 70	32 58	50 40	10 4	80 10	2 7	20 70	8 29
21 69	31 16	51 39	9 43	81 9	1 54	21 69	8 55
22 68	29 42	52 38	9 22	82 8	1 41	22 68	9 20
23 67	28 16	53 37	9 3	83 7	1 28	23 67	9 46
24 66	26 57	54 36	8 43	84 6	1 16	24 66	10 11
25 65	25 44	55 35	8 24	85 5	1 53	25 65	10 37
26 64	24 37	56 34	8 6	86 4	0 50	26 64	11 2
27 63	23 35	57 33	7 48	87 3	0 38	27 63	11 28
28 62	22 34	58 32	7 30	88 2	0 25	28 62	11 53
29 61	21 40	59 31	7 13	89 1	0 12	29 61	12 19
30 60	20 47	60 30	6 56	90 0	0 0	30 60	12 44

Nunc

Nunc, qua ratione fiat, vt, quoties Solis eleuatio ſupra Finitorem minor fuerit 45 partibus, omnes vmbræ ſua corpora magnitudine excedant, cõtra cum altius beſſe aſcenderit, vmbrarum longitudines ante meridiem decreſcant, & poſt continuè ad Solis occaſum vſcp incrementum aſſumant. Sed dum 45 altitudinis gradum attingit, vmbrarum & corporum magnitudines inter ſe exquiſitè ſint æquales, videamus. Semicirculus altitudinis c b q, cuius centrum a, quod terram repræſentet, diameter Horizontis c a l, verticis punctum b, m a ſtylus ad rectos angulos Horizontis plano inſiſtens, altitudo Solis in f minor ſit beſſe, e ſit exactè 45 partium, d eaſdem ſuperet. Sinus rectus arcus f g, ſit f l, & eiuſdem cõplementi l a, dum Sol igitur fuerit in

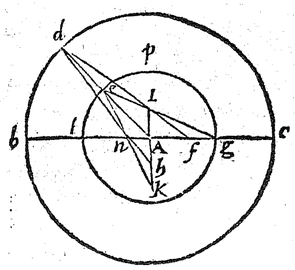


f, radium extendens per m in g, erit vmbra ſtyli g a, dum in e, h a, ſed in d, k a, quæ eſt inter has omnes minima. Hîc autem conſiderare licet, quantum ad Solis altitudinem explorandam attinet. triangulos f a l, & f g l æquales eſſe. Nam etſi radius ex Sole ductus in baſin a minor hîc videatur, tamen differentia huius ab illo, qui in finem vmbræ extẽditur, ſenſu nulla deprehendi poteſt. Quare ſunt æquales ſtatuendi radij f a & f g. Porrò cùm æquidiſtet m a ipſi f l, erunt m g a, & f g L ſiue f a l trigoni æquianguli, idem de reliquis etiam intelligi velim. Quare per quartam ſexti elementorum latera æquales angulos ſubtendentia inter ſe eaſdem rationes cuſtodient. Cum igitur f q circumferentia minor ſit 45 partibus, erit ſinus complementi maior f l, & eadem eſt ratio l a ad f l, quæ eſt g a ad a m. Quare g a vmbram maiorem eſſe m a neceſſarium eſt. Porrò ſit arcus e q 45 partium, cuius ſinus rectus e p æqualis ſinui complementi. Eſt igitur vmbra h a æqualis m a. Tertiò arcus d q 45 partes excedat, hîc ſinus complementi b d, cui æquatur a r, minor eſt ſinu altitudinis d q. Quare etiam vmbræ a k minor erit m a. Porrò quemadmodum hîc ante meridiem Sol ab Horizontis contactu paulatim in Meridiem aſcendit, qua ratione fit, vt complementa continuè decreſcant, ita poſt meridiem, cum deſcendit, complementa augeri neceſſarium eſt. Hinc manifeſtum eſt in illis locis, vbi maxima Solis altitudo 45 altitudinis gradum nũquam accèdere poteſt, ſemper vmbrarum longitudines ſua corpora ſuperare. Cæterùm quod de locis ſub recta ſphæra conſtitutis ſuperius diximus, hac figura oſtendemus.



Sit meridiani ſemicirculus d b c, cuius a centrum, c polus arcticus d antarcticus, dimetiens Aequatoris b a, e a Eclipticæ pars Auſtrina, a o Septentrionalis, k a ſtylus ad perpendiculum erectus, cuius vmbræ meridianę toto anno obſeruãtur. Cum Sol tempore meridiei fuerit in communi ſectione circulorum Aequatoris & Zodiaci, ſcilicet in b, nullam k a vmbram apparere ſequitur, quia ad perpẽdiculum deſcendunt radij in ſubiectam planiciem per rectam b a. Sed ſi conſtituamus Solem occupare tropicum Cancri, qui eſt in o, vmbra meridiana a g verſus Polum antarcticum d extendetur. In eandem partem incidunt omnes Solis radij per k extremitatem procedentes, vt eſt p h, quamdiu Sol circumferentiam b o non egreditur. Et è conuerſo, cum Sol in tropico Capricorni conſtiterit, radius e k

in m punctum, versus c Polum arcticum dimittitur, vt vmbra a m versus c dirigatur, id quod semper in meridie contingit, donec Sol aliquam circumferentiæ b o particulam accesserit. Vnde radium etiam r k in l versus eundem Polum incidere videmus. Nec difficulter intelligi potest, quare supra verticem habitantium, sub altero punctorum Solstitiorum, semel in anno tantùm Sol consistat, sicut hîc in t a p & a v s Finitoribus euidenter apparet, vbi vmbras in meridie eo tempore nullas fieri certum est. Nam radius Solis o a ad rectos angulos in Horizontis a t p planum descendit. Eodem modo habitantibus sub e tropico hyberno, quorum Horizon est s a v Solstitij hyberni tempore Solis radius e a ad perpendiculum in meridie incidit. Quod autem corpus luminosum in remotioribus distantijs minores efficiat vmbras, quàm in propioribus, & si vtrobiq; eandem supra Finitorem altitudinem obtineat, maximè ex obseruationibus earundem eleuationum Solis & Lunæ patefactum est. Cuius rei demonstratio ex sequenti schemate, & experientia per vmbras Solis ac Lunę innotescit. Sint duo altitudinis circuli t p g & b d c ex eodem centro a descripti, Horizon b a g, cui regula l a ad perpendiculum erecta infigitur. Cõstituamus primò Solem in d altitudine, cui similem circũferentiam in minori circulo inuenies, si ex a centro rectam in d extendas, quæ secat interiorem in e puncto. Est igitur vmbra, dum Sol in d fuerit a f. Sed collocemus Lunam in e, tum radius e l in g partem descendit. Hinc apparet a g, vmbra multò maior a f. Si ergo Luna in e constitueretur, manifestè appareret, radios eiusdem vsq; ad fines l & n, vbi inuicem sese intersecant, intra Solis radios concludi. Hinc etiam colligitur, quòd si magna esset inter centra mundi, ac deferẽtis absidem Solis distantia, futurum vt diuersis temporibus in ijsdem altitudinibus Sole constituto vmbrarum magnitudines inter se differre viderentur, nunc autem differentia aliqua notari vix potest. Porrò qua ratione fiat, vt Sole Solstitiorũ punctis propinquas partes peragrante, aliquot diebus vmbrarum, quæ meridiei tempore conspiciuntur, tam exiguæ existant differentiæ, & contra circa Aequinoctiorum partes eodem Sole existentes, illæ tam magnæ & euidentes appareant, facillimè deprehendes, si differentias declinationum, quas sortiuntur puncta Aequinoctiorum locis propinqua, longè maiores esse animaduertas ijs, quibus Ecliptícæ partes tropicis vicinæ differunt. Exempli gratia, prima Arietis pars declinat ab Aequatore 23 minut. 22 secun. sed prima pars Cancri ab eodem declinat 23 par. 29 scrupul. 22 secundis, quibus subductis ex maxima Solis declinatione, relinquitur differentia 38 secund. quæ multò minor est 23 scrup. 22 secund. Sit igitur sub recta sphæra locus, vbi tempore Aequinoctij in meridie Solis altitudo est 90 partium præcisè, sequenti die si tempore meridiei Sol vnum gradum confecerit, inuenietur altitudo 89 part. 36 scrup. 38 secund. cui circumferentiæ tabula vmbrarum attribuit, minut. 7 secun. 19 tertia 36. Sub eadem sphæræ situ cum Sol in maxima declinatione fuerit, altitudo meridiana est 66 part. 30 scrup. cui ex tabula conueniunt 5 part. 13 scrup. 30 secun. Pro sequentis diei altitudine meridiana adijciantur huic partes differentiæ declinationis vnius gradus Cancri, & prodibit arcus 66 grad. 30 min. 38 secund. cui respondet vmbra 5 partium 13 scrupul. 20 secund. 30 tertiorum. Vtriusq; vmbræ differentia 9 secun. 30 tertiorum.

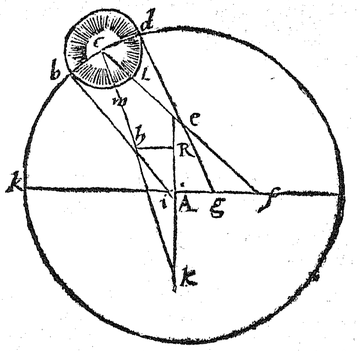


PROP

PROPOSITIO LVII.

Quantas umbrarum differentias semidiameter Solis constituat.

NOn oscitanter in supputandis Solis altitudinibus ex dimensione vmbrarum tam rectarum, quàm versarum obseruandum est semper tanta parte à scopo calculum aberrare, quantam semisis dimetientis Solis in cælo occupare videatur. Nam vmbræ in planam Horizontis superficiem projectæ, non centri Solis, sed altissimæ partis, ex qua radius per summum erecti corporis in planum descendit, eleuationem patefaciunt. Sed quæ ex vmbris versis altitudines capiuntur semper ferè Quadrante vnius partis, quarum totus circulus habet 360, minores inueniuntur. Contingit hæc differentia non ex dimensionis aut calculi incertitudine, sed ex radijs Solis, quos non tantùm ex centro, sed etiam ex toto ambitu, siue superficie, sicut Eclipseos tempore experimur vndequaq; effundit. Vndè fit, vt omnium corporũ vmbræ rectę & versę semper minores sint illis, quas radij ex solo centro procedentes cõstituerent. Hinc manifestum est in tabulis cylindrorum, quibus temporum partes distinguuntur, & Solis altitudines obseruantur, numerum Quadrante minorem constituendum esse. In reliquis Planetis prẽter Solem & Lunam in stellis etiam fixis, quarum altitudines per gnomonem, aut triangulum capiuntur, quoniam vt puncta nobis appareant, diuersa ratio est. Ergo cum teste Peurbachio diameter Solis in abside eccentrici sui, sub angulo 31 scrupulorum appareat, & in opposito loco sub angulo 34 scrupul. contingit, vt non solum radij ex medio superficiei Solis, sed etiam ex summis & infimis punctis in terram deferantur, quod ex sequenti schemate facilius intelligitur. Circulus altitudinis Solis k d f, & Horizon k a f, cuius a centro ad rectos angulos duplex gnomon e h a sit impositus, centrum solis c, ex quo ad quantitatem diametri c d semicirculum solis descripsi d l b, vera solis altitudo est k c, d suprema solis pars, quę radium per extremũ punctum in g extendit, hinc fit apparens vmbra g a. Si tantùm ex solis centro radij emitterentur, vmbra huius altitudinis esset f a, qui terminatur radio c e f. h r projscit vmbram versam r i, quia radius infimæ solis partis b per h in i decidit. Sed si ex centro c per h extẽderetur vmbra versa ipsius h r esset r k. Quare ex inuentione anguli e g i cõsequimur altitudinem k d, & ex quantitate anguli a h r, siue h i k eleuatio infimæ solis partis b supputatur. Hinc si vtriusq; altitudinis differentiam in duas æquales circumferentias partiaris, quarum alteram ex superiori eleuatione subducas, aut inferiori adijcias, vera cẽtri solis altitudo patefiet. An hæc vera sint facillimè experieris, vbi per Quadrantem eodem temporis momento solis altitudinem dimensus fueris. Nam in hoc instrumento, sicut etiam in Astrolabijs, cùm radij per angusta foramina transmittantur, talis differentia non percipitur. Quòd si hanc per Quadrantem vel Astrolabium deprehensam solis altitudinem, nihil ab illa, quàm ex vtriusq; vmbrę differentia supputasti, differre videris, omnino de rei veritate ne dubites. Semper etiam manifestè experieris eleuationum differentiam ex magnitudine vmbrę versę & rectę collectam semissem partes, quarũ circulus habet integer 360 excedere, quia nũquam solis diameter sub minori, quàm 31 scrupul. angulo appareat. Ex his quàm sit facilè citra quoduis aliud



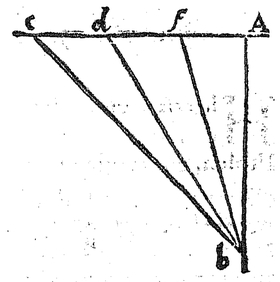
instrumentum apparentem solis dimetientem, quæ eleuationis vtriusq; differentia comprehenditur colligere manifestè vides. Hîc tamen diligentissimè operam naues, vt intra domesticos parietes clausis reliquis fenestris, præter vnam angustiorem radios solis excipias, vt vmbrę exquisitè distinctè appareant. Quòd si nunc dubitaueris quantanam esset vmbra, quę radio ex solis centro emisso distingueretur, multiplices sinum complementi altitudinis centri solis in sinum altitudinis erectæ super Horizontis planũ superficiei, & productum per altitudinis centri sinum partiaris, hinc veræ vmbræ quantitas manifesta fiet.

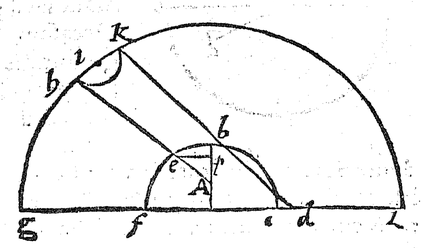
PROPOSITIO LVIII.

De ratione Gnomonum & Vmbrarum.

QVæcunq; hactenus de inuentione altitudinis solis ex dimensione vmbrarum adminiculo tabulæ sinuum explicauimus, multò facilius per gnomonem & eiusdem tabulam à Georgio Peurbachio constructam expediri posse ostendemus. Ne tamen hîc nouum instrumentum fabricare cogaris, quomodo Quadrans Geometricus idem negocium absoluere possit, expediemus. Quoties enim mobilis regula ad latus superius, à quo perpendiculum suspensum non deflectat, ita erigitur, vt basi Quadrantis ad rectos angulos insistat, vnà cum basi exquisitum gnomonem constituet. Hîc etiã exactius cum basis in minimas particulas, scilicet 100000 sit distincta, vmbræ ratio ad suam superficiem innotescit. Constat etiam quam rationem habeat regula ad suam vmbram, eandem omnes superficies ad perpendiculum erectas ad eiusdem temporis vmbras conseruare. Quare ex obseruatione huius vmbræ & cognitione altitudinis aliorum ædificiorum vel arborum vmbras supputare licet, & è conuerso, ex dimensione vmbrarum altitudines exquisitè deprehendere. Vt igitur omniũ vmbrarũ magnitudines ex vnius duntaxat obseruatione consequaris, multiplicatas per huius vmbræ quantitatem altitudines in longitudinem regulę distribuas, statim hîc quęsita mensura prodibit. Exemplum huius rei tale habeas. Cum regula, quæ æqualis est toti sinui, ad perpendiculum erecta esset, obseruata est vmbræ finis, à centro Quadrantis distantia partium 5000, quarum sinus totus est 100000, altitudo cuiusdam turris est palmorum 600, quæ ducta in 5000 constituit 3000000, & hic numerus diuisus in 100000 producit vmbrę magnitudinem 30. Iterum versa vice ductis 30 in 100000, & producto in 5000 distributo, producitur vera altitudo 600. Eodem modo longitudines reliquarum omnium vmbrarum & altitudinum magnitudines supputantur. Superest nunc, vt quaqua ratione citra tędiosas laterum multiplicationes & radicum Quadratarum extractiones ex tabula gnomonis anguli altitudinum inueniãtur, explicemus. Semper inquisitiones angulorum τριγόνων ὀρθογωνίων, requirunt tabulas quę numerum contineant, qui sinus recti alicui trium angulorum subtensi vicem gerat. Hîc si data sint duo latera rectum angulum ambientia, vtrumq; seorsim quadratè multiplicare oportebit, & ex coniunctis numeris radicem quadratam extrahere, vt linea rectum angulum subtendens, manifesta fiat. Quanta fuerit huius ratio ad alterum reliquorum laterum, tanta sinus maximi ad sinum anguli, quem hoc latus subtendit. Atqui hoc modo ex sinuum tabulis angulorum quantitates inueniuntur. Sed si tabula contineat numerum, qui alterius rectum cõstituentium linearum vicem subeat, vnica multiplicatione & diuisione totum negocium expeditur. Nam quę fuerit ratio maioris lineæ ad minorem, eadem est maximi tabulæ numeri ad alterum, qui patefacit angulum, cui minus latus subtenditur. In hunc vsum quomodo Peurbachius ex sinibus rectis tabulam gnomonicam

construxerit videamus. Sit gnomon aliquis c a b, cuius vtrumque laterum angulum a rectum ambientium, sit 1200 partium æqualium. Erit ergo acutorum c & b angulorum vterque quadraginta quinq; partium, quarum totus circulus est 360. Ex angulo c b a ducantur rectæ b d & f b. Distantia d ab a sit 600 partium, f 400 earundem. Hinc anguli d b a, & f b a, quarum quantitates inueniri debent, minores esse constat c b a. Hîc inquiramus angulum f b a, quadratum f a est 1600, sed a b 14400, ex quibus collectis educitur radix 1264, scilicet latus f b. Quam hoc rationem habet ad 100000 eam seruat f a ad sinum rectum anguli f b a subtendentem. Si nunc secundum in tertium multiplicatum in primum distribueris, inuenies sinum 31645, qui ostendit octodecim gradus, vigintisex scrupul. hunc numerum Purbachius in tabula sub 400 partibus collocauit. Idem reliquorum omnium angulorum inueniendorum modus est. Hinc quotiescunque cuiusuis orthogonij trianguli cognitis duabus lineis rectum continentibus acutorum angulorum quantitates inuenire volueris, minorem in 1200 partes ducas, & productum per maiorem diuidas, numerus hinc exurgens in tabula quæsitus, angulum minori prætensum lateri producet. Porrò vt ad institutum redeamus,



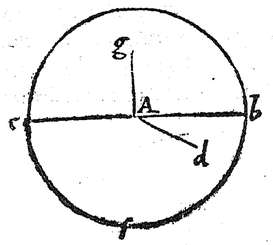


sit altitudinis semicirculus g k l, cuius centrum a, centrum Solis i, k eiusdem suprema pars, h infima. Erectus quadrans sit b a c, cuius mobilis regulæ a b vmbra in d extenditur. Si magnitudinem c d in sinum a c transtuleris, quanta sit facilè apparebit. Angulum b d a, qui producet in lucem k g altitudinem ex tabula Gnomonica inuenies, si a b multiplicatam per 1200, in d a distribuas. Exempli gratia, quarum partium a b est sexaginta, earum nonaginta a d vmbra continere deprehenditur. Ductis sexaginta in 1200, & producto in nonaginta distributo, exurgunt 800, qui numerus in tabula ostendit 33 gradus, 41 minut. 24 secun. Similiter etiam stylus e p ad rectos angulos b a contingens, vmbram versam proiecit in a. Iam angulus e a p ostendit puncti h à vertice distantiam, quæ ex nonaginta subducta altitudinem eiusdem relinquit. Neque silentio prætereundum est veteres per vmbras æquinoctiorum temporibus latitudines regionum, siue poli eleuationes inquisiuisse. Plinius scribit libro secundo, cap. septuagesimo secundo, item Vitruuius libro nono, vmbram æquinoctialem Romæ continere partes octo, quarum gnomon habet nouem. Ducam ergo partes octo, in 1200, & productum 9600 in nouem diuidam, & hinc exoriẽtur 1066 2/3. Hæ partes in tabula ostendunt gradus 41, scrupul. 37, secund. 37, tertia 12. 3 Vitruuius Alexandriæ vmbram part. 3, quarum gnomon habet 5, assignauit. Quare tribus partibus multiplicatis in 1200 & 3600, quæ excrescunt in p 5 diuisis, exoriuntur 720, quæ indicant angulum 30 grad. 57 scrupul. 50 secund.

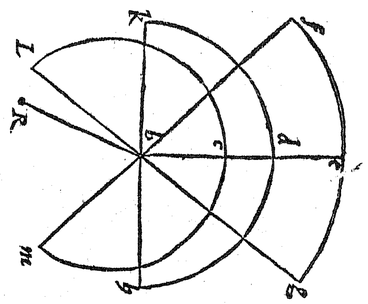
PROPOSITIO LIX.

Quomodo per umbras terræ ſitus, & collatio ad cæli magnitudinem intelligatur.

Hic etiam videre licet, quàm abſtruſis receſſibus latentem de terræ ſitu & collatione ad cælorum magnitudines veritatem vmbrarum beneficio Ptolemæus artificum princeps ratiocinatus ſit. Verba ipſius libro primo τῆς μεγάλης συντάξεως cap. quarto, Græcè ſic habenti: ἑπτὰ μὲν ἀπ' αὐτὴν τὴν ἰσημερινὴν ἔχει τὴν θέσιν ἡ γῆ, πρὸς ἄρκτους ὄν, ἢ πρὸς μεσημβρίαν ἀπέκλινε, πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, τὸ μηκέτι μὲν πρὸς ἄκριβειαν ἐν ταῖς ἰσημερίαις ταῖς ἀναφορικαῖς τῶν γνωμόνων σκιὰς ταῖς διὰ μεσημβρίας γίνεσθαι τῆς τῶν παραλλήλων ἧς ὁρίζονται τὰ πεπερασμένα, ὅπερ ἀντίκειται παντάχῃ θεωρεῖσθαι πρακτέον, id eſt: Niſi terra ſub ipſo æquatore conſtituta eſſet, ſed ad vrſos aut Meridiem ad alterum polorum deflecteret, iam non amplius ne ad ſenſum quidem in æquinoctialibus diebus & Orientales gnomonum vmbræ & Occidentales in eandem rectam lineam inciderent, ſuper æquidiſtantes Horizonti ſuperficies, quod manifeſtè vbiq; ſequi conſpicitur. Hoc quomodo fiat ſequenti ſchemate videamus. Sit planum Horizontis circuli c a b d, cuius à centro ad rectos angulos g a gnomon ſit infixus, cuius g vertex, c ſignum Orientis Solis, b Occidentis. Iam autem Aequinoctij tempore, dum Sol mane ex c emergit, vmbram iacit gnomon in rectam lineam a b verſus Occaſum. Veſperi cū in b demergitur, eiuſdem gnomonis vmbra in rectam a c verſus Orientem proijcitur. Teſtis hîc eſt omnium temporum & locorum perpetua experientia, vtramquè gnomonis vmbram, quæ tam Oriente, quàm Occidente Sole conſpicitur, in vnam eandemq; rectam lineam b a c conuenire. Hoc fieri nulla ratione poſſet, niſi terræ centrum ἀκριβῶς intra planum Aequatoris circuli conſtitueretur, quia hæ vmbræ alias ἐπ' εὐθείας non congruerent, ſed ad angulum, ſicuti rectæ a b, a d angulum b a d in plano Horizontis conſtituunt. Videamus etiam, quomodo ſequenti capite eiuſdem libri ex vmbrarum obſeruationibus collationem terræ ad ſphæram ſtellarum fixarum inſtituerit. Nam hinc eruditè ratiocinatur terram ad immenſam cœli machinam collatam inſtar puncti apparere. Inquit enim: ὁ μὲν ἀλλὰ καὶ κατ' ἐκεῖνο παραλειπτέον, τὸ, ὅτι γνώμονας τοὺς ἐν ὁπουοῦν μέρει τῆς γῆς τιθεμένους. ἔτι δὲ τὰς ἐν τῷ κοίλῳ σφαίρᾳ κοίλας, τὸ αὐτὸ διαστήματι τῷ ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ διαιρεῖν τὰς διοπτεύσεις, καὶ τὰς τῶν σκιῶν προσαγωγὰς, ὅπως ὁμολογῶσι ταῖς ὑποθέσεσι τῶν φαινομένων, ὡς ἂν εἰ ὅλη αὐτὴ ἡ γῆς μέσον σημεῖον γινόμενον ἐτύγχανον. id eſt: Nec illud prætereundum eſt, quòd gnomones, & centra armillarum ſphæricarum, in quacunque terræ parte conſtituantur, tantundem re vera valeant, quantum in ipſo terræ centro, & conſeruent conſiderationes & vmbrarum circumductiones adeò eiuſdem rationis & apparentiarum hypotheſibus conuenientes, ac ſi in medio terræ puncto fierent. Hæc ille. Cum igitur terra ad circulum Solis altitudinis, tam exiguam rationem habeat, longè minorem ad ſphæram ſtellarum fixarum obtinebit. Ex hoc loco ſatis etiam conſtare videtur vmbrarum rationem ſaltem ijs temporibus toto terrarum orbe fuiſſe celeberrimam & vſitatiſsimam, quæ nunc eruditis vix cognita eſt. Nam olim diei partes, adeoq; horæ, quas καιρικὰς nominabant, vbique gentium penes vmbrarum magnitudines, incrementa & defectus diſtinguebantur. Hanc doctrinam vocabant γνωμονικὴν, quia erectus gnomon,



gnomon in plano, in quo circum gnomonem variæ horarum lineæ deſignatæ erant, earum diſcrimina indicabat. Poſtea ingenioſi artifices, quorum animos totius humani generis vtilitas accendebat, varia in hunc vſum inſtrumenta feliciſsimè excogitarunt: quorum alia horoſcopa vaſa, alia ſcioterica horologia dicebantur. Celebratur etiam in Sacris literis horologium Achas Regis Iuda patris Ezechiæ. Nec dubitandum eſt, quin ſapientiſsimi Aegyptiorum reges, qui primos obeliſcos Solis nomini conſecratos in Aegypto conſtituerunt, & ingentes pyramidum moles extruxerunt, his Aſtronomicis vtilitatibus maximopere inuitati fuerint, etſi poſtea, vt fieri ſolet, ſtulta & prodiga æmulatio acceſſerit. Quòd autem hæc vmbrarum doctrina & exquiſitiſsimæ earundem obſeruationes vbique gentium in vſu fuerint, etiam ſecundus huius operis liber abundè teſtatur, in quo Ptolemæus climata & parallelos omnes tum penes longiſsimorum dierum, tum penes vmbrarum interualla, quia harum rerum obſeruationes maximè obuiæ eſſent, diſtinxit. Verùm multis iam ſeculis vbiq; ferè gnomonices vſus neglectus eſt, poſtquàm præclara noſtra ἀυτόματα horologia, quæ rotulis quibuſdam artificioſè conſtructis ita circumaguntur ponderibus, vt diem integrum ciuilem, ſiue νυχθήμερον in viginti quatuor horas æquales, ſiue ἰσημερινὰς, quæ nunc rectius vulgares, quàm inæquales illæ καιρικὰι dici poſſunt, diſtribuant. Nam cum veteres diuiderent omnes dies artificiales in duodecim æqualia interualla, neceſſariò factum eſt, vt hora ſolſtitialis diurna quantitatem temporis Aequinoctialis horæ ſuperaret, & hæc viciſsim brumalem horam excederet. Et ſi autem valde conſentaneum videatur, antequàm fabrica horum nobilium ἀυτομάτων, quibus humana vita in his tam rigentibus & nebuloſis climatis difficillimè caritura eſſet, publicaretur, tamen ex Albategnij Aſtronomicis ſcriptis euidenter intelligitur, quòd ipſius tempore in Aſia horæ καιρικαὶ adhuc vulgò fuerint vſitatæ. Floruit autem Albategnius centum ferè annis, poſtquàm per Carolum Magnum imperium à Græcis ad Germanos translatum eſſet. Vt autem rudiores faciliùs illa, quæ ex Ptolemæo citauimus, perſpicere poſsint, ſequentem figuram intueantur. Eſto ad planum Horizontis f b g, in centro b erectus gnomon b k, cuius vertex r. Et inuentam lineam Meridianam b d e ſecet πρὸς ὀρθὰς linea Aequinoctialis k b h in quam Aequinoctij tempore conueniunt vmbræ Orientales & Occidentales. Similiter ex eadem recta linea conſpiciuntur Solſtitialis exortus & brumalis Occaſus, tum etiam brumalis ortus & Solſtitialis Occaſus. Vt ſi fuerit exortus Solſtitialis in recta l b, erit in b g ἐπ' εὐθείας brumalis Occaſus, & ſi brumalis exortus in b f recta, erit Solſtitialis Occaſus in b m recta. Deſcripſerit autem vertex gnomonis in æſtiuo Solſtitio lineam quandam l c m, & in vtroque Aequinoctio k b h, in bruma verò f e g, in ſignis c d e per Meridianam lineam procedentes. Similes ſunt igitur quolibet die harum linearum partes ante Meridiem verſus Occaſum, partibus poſt Meridiem in ortum tendentibus, vt pars l c ſimilis eſt c m, item partes k d & f e, partibus d h & e g, imò etiam ſingularum horarum à Meridiana linea æqualiter diſtantium interceptæ partes eodem die inter ſe & ſimiles & æquales exiſtunt. Poſtremò ſimiliter anguli antemeridiani æquales angulis



postmeridianis, vt exempli gratia, angulus f b e angulo e b g. Hæc ita regulariter apparere nullo modo possent, si terra extra vniuersi centrum collocata esset, nec puncti rationem obtineret. Nam aliàs gnomonum vmbræ pro altitudines non distinguerent. Hęc eruditè explicat Erasmus Rhemmoldus in Commentarijs Ptolemæi.

PROPOSITIO LX.

Conclusio de Vmbris, cui annectitur tabula Gnomonica.

HAec breuiter de vmbrarum rationibus perstringere visum fuit, vt studiosi mediocriter saltem huius doctrinæ vtilitatem degustarent. Plura quidem ab artificibus de his scripta extant: ne tamen hìc omnia cumulare videar, aliorum ingenio quædam expendenda relinquam. Sequitur nunc, vt tabulam Georgij Peurbachij, cuius paulò antè structuram explicauimus, non solùm propter dimensiones vmbrarum, sed etiam facillimam angulorum, quos difficiliori labore ex sinuum tabulis supputamus, inuentionem, quæ in mensuris Geometricis non pœnitendum vsum aufert, subnectamus.

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	0	0	0	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12
1	0	2	52	4	48	40	9	30	32	14	4	52	18	28	42	22	39	38
2	0	5	44	4	51	30	9	33	19	14	7	34	18	31	17	22	42	4
3	0	8	36	4	54	21	9	36	6	14	10	16	18	33	51	22	44	30
4	0	11	28	5	57	12	9	38	53	14	12	58	18	36	25	22	46	56
5	0	14	20	5	0	2	9	41	40	14	15	39	18	38	59	22	49	22
6	0	17	12	5	2	53	9	44	27	14	18	20	18	41	33	22	51	47
7	0	20	3	5	5	44	9	47	14	14	21	1	18	44	7	22	54	13
8	0	22	55	5	8	34	9	50	0	14	23	42	18	46	41	22	56	39
9	0	25	47	5	11	24	9	52	47	14	26	23	18	49	15	22	59	4
10	0	28	39	5	14	15	9	55	34	14	29	4	18	51	49	23	1	30
11	0	31	31	5	17	5	9	58	21	14	31	45	18	54	23	23	3	56
12	0	34	23	5	19	55	10	1	7	14	34	26	18	56	57	23	6	21
13	0	37	15	5	22	46	10	3	54	14	37	7	18	59	31	23	8	47
14	0	40	7	5	25	36	10	6	41	14	39	48	19	2	5	23	11	12
15	0	42	59	5	28	26	10	9	28	14	42	29	19	4	39	23	13	38
16	0	45	50	5	31	17	10	12	14	14	45	10	19	7	12	23	16	4
17	0	48	42	5	34	7	10	15	0	14	47	51	19	9	45	23	18	29
18	0	51	34	5	36	57	10	17	47	14	50	32	19	12	18	23	20	53
19	0	54	26	5	39	48	10	20	33	14	53	13	19	14	51	23	23	18
20	0	57	18	5	42	38	10	23	19	14	55	54	19	17	24	23	25	42
21	1	0	10	5	45	28	10	26	5	14	58	34	19	19	57	23	28	7
22	1	3	1	5	48	18	10	28	52	15	1	14	19	22	30	23	30	32
23	1	5	53	5	51	8	10	31	38	15	3	54	19	25	3	23	32	56
24	1	8	45	5	53	58	10	34	24	15	6	34	19	27	36	23	35	20
25	1	11	37	5	56	48	10	37	10	15	9	14	19	30	9	23	37	45
26	1	14	29	5	59	38	10	39	57	15	11	54	19	32	42	23	40	9

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	1	17	20	6	2	28	10	42	43	15	14	34	19	35	15	23	42	34
28	1	20	12	6	5	18	10	45	29	15	17	14	19	37	48	23	44	58
29	1	23	4	6	8	8	10	48	15	15	19	54	19	40	20	23	47	22
30	1	25	56	6	10	58	10	51	1	15	22	34	19	42	52	23	49	45
31	1	28	47	6	13	48	10	53	47	15	25	14	19	45	24	23	52	9
32	1	31	39	6	16	38	10	56	33	15	27	54	19	47	56	23	54	32
33	1	34	31	6	19	28	10	59	19	15	30	34	19	50	28	23	56	56
34	1	37	23	6	22	17	11	2	5	15	33	14	19	53	0	23	59	19
35	1	40	14	6	25	7	11	4	50	15	35	53	19	55	32	24	1	43
36	1	43	6	6	27	57	11	7	36	15	38	32	19	58	4	24	4	6
37	1	45	58	6	30	46	11	10	21	15	41	11	20	0	36	24	6	30
38	1	48	49	6	33	36	11	13	6	15	43	50	20	3	8	24	8	53
39	1	51	41	6	36	26	11	15	51	15	46	29	20	5	40	24	11	17
40	1	54	34	6	39	15	11	18	36	15	49	8	20	8	12	24	13	40
41	1	57	25	6	42	5	11	21	21	15	51	47	20	10	43	24	16	1
42	2	0	17	6	44	55	11	24	6	15	54	26	20	13	14	24	18	25
43	2	3	9	6	47	44	11	26	51	15	57	5	20	15	45	24	20	47
44	2	6	0	6	50	34	11	29	36	15	59	44	20	18	16	24	23	10
45	2	8	51	6	53	24	11	32	21	16	2	23	20	20	47	24	25	32
46	2	11	43	6	56	13	11	35	6	16	5	0	20	23	18	24	27	55
47	2	14	34	6	59	2	11	37	51	16	7	41	20	25	49	24	30	17
48	2	17	26	7	1	52	11	40	36	16	10	20	20	28	20	24	32	39
49	2	20	18	7	4	41	11	43	21	16	12	59	20	30	51	24	35	2
50	2	23	9	7	7	30	11	46	6	16	15	37	20	33	22	24	37	24

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	2	26	1	7	10	19	11	48	51	16	18	15	20	35	53	24	39	47
52	2	28	52	7	13	9	11	51	35	16	20	53	20	38	24	24	42	9
53	2	31	44	7	15	58	11	54	20	16	23	31	20	40	54	24	44	30
54	2	34	36	7	18	47	11	57	5	16	26	9	20	43	24	24	46	52
55	2	37	27	7	21	36	11	59	50	16	28	47	20	45	54	24	49	13
56	2	40	19	7	24	25	12	2	35	16	31	25	20	48	24	24	51	34
57	2	43	10	7	27	14	12	5	19	16	34	3	20	50	54	24	53	56
58	2	46	2	7	30	3	12	8	3	16	36	41	20	53	24	24	56	17
59	2	48	53	7	32	52	12	10	17	16	39	19	20	55	54	24	58	38
60	2	51	45	7	35	41	12	13	31	16	41	57	20	58	24	25	1	0
61	2	54	36	7	38	30	12	16	15	16	44	35	21	0	54	25	3	21
62	2	57	28	7	41	18	12	18	59	16	47	13	21	3	24	25	5	22
63	3	0	19	7	44	7	12	21	43	16	49	51	21	5	54	25	8	4
64	3	3	10	7	46	58	12	24	27	16	52	28	21	8	24	25	10	25
65	3	6	2	7	49	45	12	27	11	16	55	5	21	10	54	25	12	45
66	3	8	53	7	52	34	12	29	55	16	57	42	21	13	23	25	15	6
67	3	11	44	7	55	23	12	32	39	17	0	19	21	15	52	25	17	26
68	3	14	36	7	58	11	12	35	23	17	2	56	21	18	21	25	19	46
69	3	17	27	8	1	0	12	38	7	17	5	33	21	20	50	25	22	6
70	3	20	18	8	3	48	12	40	51	17	8	10	21	23	19	25	24	27
71	3	23	10	8	6	36	12	43	35	17	10	47	21	25	48	25	26	47
72	3	26	1	8	9	25	12	46	18	17	13	24	21	28	17	25	29	7
73	3	28	52	8	12	13	12	49	1	17	16	1	21	30	46	25	31	27
74	3	31	43	8	15	1	12	51	44	17	18	38	21	33	15	25	33	48

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
75	3	34	35	8	17	50	12	54	27	17	21	15	21	35	44	25	36	8
76	3	37	26	8	20	38	12	57	10	17	23	52	21	38	13	25	38	28
77	3	40	17	8	23	26	12	59	53	17	26	29	21	40	41	25	40	47
78	3	43	8	8	26	14	13	2	36	17	29	5	21	43	9	25	43	6
79	3	45	59	8	29	2	13	5	19	17	31	41	21	45	37	25	45	25
80	3	48	50	8	31	50	13	8	2	17	34	17	21	48	5	25	47	4
81	3	51	42	8	34	38	13	10	45	17	36	53	21	50	33	25	50	3
82	3	54	33	8	37	26	13	13	28	17	39	29	21	53	1	25	52	23
83	3	57	24	8	40	14	13	16	11	17	42	5	21	55	29	25	54	43
84	3	0	15	8	43	2	13	18	54	17	44	41	21	57	57	25	57	1
85	3	3	6	8	45	50	13	21	37	17	47	17	22	0	25	25	59	20
86	3	5	51	8	48	38	13	24	20	17	49	53	22	2	53	26	1	39
87	4	8	48	8	51	25	13	27	2	17	52	29	22	5	21	26	3	58
88	4	11	39	8	54	13	13	29	44	17	55	5	22	7	49	26	6	17
89	4	14	30	8	57	1	13	32	27	17	57	41	22	10	16	26	8	35
90	4	17	21	8	59	49	13	35	9	18	0	17	22	12	43	26	10	53
91	4	20	11	9	2	37	13	37	52	18	2	52	22	15	10	26	13	12
92	4	23	2	9	5	24	13	40	34	18	5	27	22	17	37	26	15	30
93	4	25	53	9	8	12	13	43	16	18	8	2	22	20	4	26	17	48
94	4	28	44	9	10	59	13	45	58	18	10	37	22	22	31	26	20	6
95	4	31	35	9	13	47	13	48	40	18	13	12	22	24	58	26	22	24
96	4	34	26	9	16	34	13	51	22	18	15	47	22	27	25	26	24	42
97	4	37	17	9	19	22	13	54	4	18	18	22	22	29	52	26	27	1
98	4	40	8	9	22	9	13	56	46	18	20	57	22	32	19	26	29	19
99	4	42	58	9	24	57	13	59	28	18	23	32	22	34	46	26	31	37
100	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12	26	33	55

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	26	33	55	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39
1	26	36	12	30	17	30	33	43	23	36	54	2	39	50	2	42	32	12
2	26	38	29	30	19	38	33	45	22	36	55	52	39	51	43	42	33	45
3	26	40	46	30	21	46	33	47	21	36	57	42	39	53	24	42	35	18
4	26	43	3	30	23	54	33	49	20	36	59	32	39	55	5	42	36	51
5	26	45	20	30	26	2	33	51	18	37	1	22	39	56	46	42	38	24
6	26	47	36	30	38	10	33	53	16	37	3	12	39	58	27	42	39	57
7	26	49	54	30	30	18	33	55	14	37	5	1	40	0	8	42	41	33
8	26	52	11	30	32	26	33	57	12	37	6	50	41	1	49	42	43	3
9	26	54	27	30	34	33	33	59	10	37	8	39	40	3	30	42	44	36
10	26	56	44	30	36	40	34	1	8	37	10	28	40	5	11	42	46	9
11	26	59	1	30	38	47	34	3	6	37	12	17	40	6	52	42	47	42
12	27	1	18	30	40	54	34	5	4	37	14	6	40	8	32	42	49	15
13	27	3	34	30	43	1	34	7	2	37	15	55	40	10	12	42	50	47
14	27	5	50	30	45	8	34	9	8	37	17	44	40	10	52	42	52	10
15	27	8	6	30	47	51	34	10	58	37	19	33	40	13	32	42	53	51
16	27	10	22	30	49	22	34	12	56	37	21	22	40	15	12	42	55	23
17	27	12	38	30	51	29	34	14	54	37	23	10	40	16	52	42	56	55
18	27	14	54	30	53	36	34	16	51	37	24	58	40	18	32	42	58	37
19	27	17	10	30	55	43	34	18	48	37	26	46	40	20	12	42	59	59
20	27	19	26	30	57	50	34	20	45	37	28	34	40	21	52	43	1	31
21	27	21	42	30	59	55	34	22	42	37	30	22	40	23	32	43	3	3
22	27	23	58	31	2	2	34	24	39	37	32	10	40	25	12	43	4	35
23	27	26	13	31	4	8	34	26	36	37	33	58	40	26	52	43	6	7
24	27	28	28	31	6	14	34	28	33	37	35	46	40	28	31	43	7	39
25	27	30	43	31	8	20	34	30	30	37	37	34	40	30	10	43	9	10
26	27	32	58	31	10	26	34	32	27	37	39	22	40	31	49	43	10	41

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	27	35	13	31	12	32	34	34	24	37	41	10	40	33	28	43	12	12
28	27	37	28	31	14	38	34	36	21	37	42	58	40	35	7	43	13	43
29	27	39	43	31	16	44	34	38	17	37	44	46	40	36	46	43	15	14
30	27	41	58	31	18	49	34	40	18	37	40	53	40	38	25	43	16	45
31	27	44	13	31	20	54	34	42	9	37	48	20	40	40	4	43	18	16
32	27	46	28	31	22	59	34	44	5	37	50	7	40	41	43	43	19	47
33	27	48	43	31	25	4	34	46	1	37	51	54	40	43	22	43	21	18
34	27	50	57	31	27	9	34	47	57	37	53	41	40	45	1	43	22	49
35	27	53	11	31	29	14	34	49	53	37	55	28	40	46	40	43	24	20
36	27	55	25	31	31	19	34	51	49	37	57	15	40	48	19	43	25	51
37	27	57	39	31	33	24	34	53	45	37	59	2	40	49	59	43	27	22
38	27	59	53	31	35	29	34	55	41	38	0	49	40	51	36	43	28	53
39	28	2	7	31	37	34	34	57	36	38	2	36	40	53	14	43	30	23
40	28	4	11	31	39	39	34	59	31	38	4	25	40	54	52	43	31	53
41	28	6	35	31	41	44	35	1	26	38	6	10	40	56	30	43	33	23
42	28	8	49	31	43	48	35	3	21	38	7	56	40	58	8	43	34	53
43	28	11	3	31	45	52	35	5	16	38	9	42	40	59	46	43	36	23
44	28	1	16	31	47	56	35	7	11	38	11	28	41	1	24	43	37	53
45	28	15	29	31	50	0	35	9	6	38	13	14	41	3	2	43	39	23
46	28	17	42	31	52	4	35	11	1	38	15	0	41	4	40	43	40	53
47	28	19	55	31	54	8	35	12	56	38	16	46	41	6	18	43	42	23
48	28	22	8	31	56	12	35	14	51	38	18	32	41	7	56	43	43	53
49	28	24	21	31	58	16	35	16	46	38	20	18	41	9	33	43	45	23
50	28	26	34	32	0	20	35	18	41	38	22	4	41	11	10	43	46	53

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	28	28	47	32	2	24	35	20	35	38	23	50	41	12	47	43	48	22
52	28	31	0	32	4	27	35	22	29	38	25	35	41	14	24	43	49	51
53	28	33	13	32	6	30	35	24	23	38	27	20	41	16	1	43	51	20
54	28	35	26	32	8	33	35	26	17	38	29	5	41	17	38	43	52	49
55	28	37	39	32	10	36	35	28	11	38	30	50	41	19	15	43	54	18
56	28	39	51	32	12	39	35	30	5	38	32	38	41	20	52	43	55	47
57	28	42	3	32	14	42	35	31	59	38	34	20	41	22	29	43	57	16
58	28	44	15	32	16	45	35	33	53	38	36	5	41	24	6	43	58	45
59	28	46	27	32	18	48	35	35	47	38	37	50	41	25	43	44	0	14
60	28	48	39	32	20	51	35	37	41	38	39	35	41	27	20	44	1	43
61	28	50	51	32	22	54	35	39	35	38	41	20	41	28	57	44	3	12
62	28	53	3	32	24	57	35	41	28	38	43	5	41	30	33	44	4	41
63	28	55	15	32	26	59	35	43	21	38	44	50	41	32	9	44	6	10
64	28	57	27	32	29	1	35	45	14	38	46	35	41	33	45	44	7	39
65	28	59	39	32	31	3	35	47	7	38	48	19	41	35	21	44	9	8
66	29	1	50	32	33	5	35	49	0	38	50	3	41	36	57	44	10	36
67	29	4	1	32	35	7	35	50	53	38	51	47	41	38	33	44	12	4
68	29	6	12	32	37	9	35	52	46	38	53	31	41	40	9	44	13	32
69	29	8	23	32	39	11	35	54	39	38	55	15	41	41	45	44	15	0
70	29	10	34	32	41	13	35	56	32	38	56	59	41	43	21	44	16	28
71	29	12	45	32	43	15	35	58	26	38	58	43	41	44	57	44	17	56
72	29	14	56	32	45	17	36	0	18	39	0	27	41	46	33	44	19	24
73	29	17	7	32	47	18	36	2	10	39	2	11	41	48	9	44	20	52
74	29	19	18	32	49	19	36	4	2	39	3	55	41	49	44	44	22	20
75	29	21	29	32	51	20	36	5	54	39	5	39	41	51	19	44	23	48
76	29	23	40	32	53	21	36	7	46	39	7	23	41	52	54	44	25	16
77	29	25	50	32	55	22	36	9	38	39	9	6	41	54	29	44	26	44

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
78	29	28	0	32	57	23	36	11	30	39	10	49	41	56	4	44	28	12
79	29	30	10	32	59	24	36	13	22	39	12	32	41	57	39	44	29	40
80	29	32	20	33	1	25	36	15	14	39	14	15	41	59	14	44	31	7
81	29	34	30	33	3	26	36	17	6	39	15	58	42	0	49	44	32	34
82	29	36	40	33	5	27	36	18	58	39	17	41	42	2	24	44	34	1
83	29	38	50	33	7	28	36	20	50	39	19	24	42	3	50	44	35	28
84	29	41	0	33	9	29	36	22	42	39	21	7	42	5	34	44	36	55
85	29	43	10	33	11	29	36	24	33	39	22	50	42	7	9	44	38	22
86	29	45	19	33	13	29	36	26	24	39	24	33	42	8	44	44	39	49
87	29	47	28	33	15	29	36	28	15	39	26	16	42	10	18	44	41	16
88	29	49	37	33	17	29	36	30	6	39	27	59	42	11	52	44	42	43
89	29	51	46	33	19	29	36	31	57	39	29	41	42	13	26	44	44	10
90	29	53	55	33	21	29	36	33	48	39	31	23	42	15	0	44	45	37
91	29	56	4	33	23	29	36	35	39	39	33	5	42	16	34	44	47	4
92	29	58	13	33	25	29	36	37	30	39	34	47	42	18	8	44	48	31
93	30	0	22	33	27	29	36	39	21	39	36	29	42	19	42	44	49	58
94	30	2	31	33	29	29	36	41	12	39	38	11	42	21	16	44	51	32
95	30	4	40	33	31	29	36	43	2	39	39	53	42	22	50	44	52	50
96	30	6	49	33	33	28	36	44	52	39	41	35	42	24	24	44	54	16
97	30	8	58	33	35	27	36	46	42	39	43	17	42	25	58	44	55	42
98	30	11	6	33	37	26	36	48	32	39	44	59	42	27	32	44	57	8
99	30	13	14	33	39	25	36	50	22	39	46	41	42	29	6	44	58	34
100	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39	45	0	0

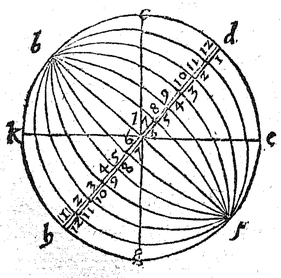
PROP

PROPOSITIO LXI.

De fundamento Sciotericorum instrumentorum.

His de vmbrarum rationibus sic explicatis, nihil hîc præter institutum facturi videbimur, si non minus breuem quàm vtilem & iudicandam de artificio construendi scioterica instrumenta ex veris fontibus petitam tractationem instituamus: vt multiplicem & certè admiratione dignum vmbrarũ vsum studiosa iuuentus altius & penitius introspiciat. Explicabimus enim generale fundamentum omnium instrumẽtorum, quæ vmbris suis certas noctis & diei horas ostendunt. In primis igitur scire licet in sphæra cælesti duo circulorum genera ab artificibus esse constituta, quorum alterum maiorum scilicet totam sphæram exactè in semisses distribuit, alterum minorũ semper eandem in portiones inæquales diuidit. Sunt autem minores omnes, qui extra Aequinoctialem ad partem Septentrionis aut Meridiei constituti, & eidem æquidistantes, super mundi polis tanquam centris primi motus raptu æquabiliter circumuoluuntur. Ex his sunt duo tropici Cancri & Capricorni circuli, circulus arcticus, & omnes illi quos stellæ fixæ & Sol diurni temporis motu ab Oriente in Occidentem circumuolutæ describunt: & si motus Solis si scrupulosius rem ipsam examinemus, spiralem lineam tum à puncto Capricorni ad intersectionẽ vernam Ecliptícæ & Aequatoris, tum ab eadem ad tropicam partem Cancri, & hinc digrediens aliam iterum designet. Nihil tamen obstiterit, quominus crassiore Minerua dicamus Solem tot circulos Aequatori parallelos, quot inter vtrumq; punctum tropicum & Aequinoctialem dies sunt intermedij, designasse. Sed cum horum consideratio non vsq; adeò ad institutum nostrum conducere videatur, ad tractationem alterius generis accedamus. Inter maiores circulos, vt nullus dignitate motus est præstantior, quàm Aequinoctialis, quem Ptolemęus ἰσημερινὸν appellat, ita ad certas temporum differentias vbiq; locorum distinguendas alius accommodatior eo inueniri non potest. Est autem idem circulus, vt alibi diximus, quem sol, quoties alterutrũ Aequinoctij punctum occupat, æquabili reuolutione primi motus ab Oriente in Occidentem designat, distributus ab artificibus in partes 360 æquales, quarum vnaquæq; iterum in 60 scrup. secta est. Vnde consequitur, vt singulæ 15 partiũ huius circuli vbiq; terrarum in ascendendo 24 eius temporis partem sortiantur, in quo tota cælestis machina ad idem punctum, à quo digressa erat, reuoluitur. Atq; hinc fit, vt omnibus terrarum sitibus ad distinctiones temporum exquisitissimè solus hic circulus conueniat. Hunc Aequatorem & omnes eidem parallelos, 12 eiusdem generis circuli per vtrumq; mundi polum traducti, ad rectos angulos in 24 æqualia segmenta partiuntur, ita vt singuli 15 partibus maximè inter se distent. Porrò hinc consequi videmus, vt hi 12 circuli, quos Horarios appellamus quoscunq; alios Aequatori non æquidistantes, nempe Horizontem, & eum, qui per verticem loci ductus ad rectos angulos Finitorem secat, in portiones omnino inæquales distribuat. Nam ex his illæ partes, quæ polis propinquiores sunt, contractiores inueniuntur, quæ verò Aequatori viciniores existunt, remotiora & distinctiora sortiuntur interualla. Atq; ita necessarium est, vt in planis superficiebus, quæ Horizonte aut verticali circulo æquidistant, designationes æqualium temporum inæquales distantias comprehendant. Sed quo rem ipsam, quæ sine instrumentorum inspectione satis obscura videtur, facilius assequaris, fingas te sub Aequatore in rectæ sphæræ situ consistere, vbi vterq; mundi polus exactè ipsum occupat Horizontem, & circulus verticalis in eodem cum Aequinoctiali plano conspicitur. Atq; hîc imagineris semicirculum Meridianum designare horã 12 exactè, & semicirculum Ho-

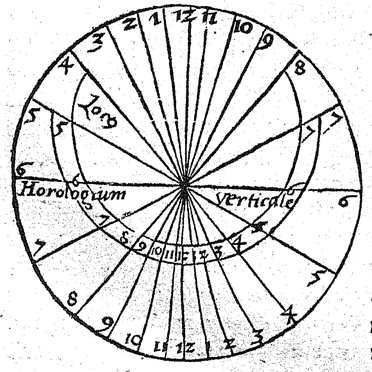
rizontis inter Meridianum, & Orientem interceptum indicem esse horę 6 matutinæ, & alterum semicirculum inter Meridianum & Occidentem cõclusum horæ 6 vespertinæ. Iterum fingas circulum per mundi polos ductum, cuius semissis inter Orientem & Meridiem ad 15 partes supra Finitorem eleuatur, qui indicabit horam 7 matutinã. ab hoc sursum imaginatione versus Meridianũ conscendas, & quatuor alios circulos per eosdem polos procedentes æqualibus interuallis, nimirum 15 graduum inter se distantes, effingas. Ex his proximus erit horæ 8 matutinę, secundus 9, tertius 10, quartus 11 index, & hinc proximè circulum Meridianum attinges: eodem modo circulos 5 à Meridiano versus Occidentem descendentes excogitabis. His ita constitutis, si obseruaueris totam solis reuolutionem, quæ absoluetur à semicirculo Orientali, nimirum horæ sextæ per omnes intermedios vsq; ad semicirculum Horizontis Occidentalem: manifestè videbis, quomodo secundus semicirculus ab Orientali, cum in eo Sol fuerit, vmbram longissimè extendat in Occidentem, tertius minus, quartus adhuc propinquius, & sic deinceps vsq; ad semicirculum Meridianum, in quo Sol constitutus, ad perpendiculum in terræ superficiem proijcit vmbram. Nec dissimilis est ratio pomeridiani temporis: Nam omnes semicirculorum vmbræ eodem modo in Oriẽtem extenduntur, & primò quidem vmbrarum distantiæ minores, deinde paulatim maiores fieri conspiciuntur. Cum autem hi circuli sola imaginatione constent, ipsorum loco axis cõstituitur, qui extensus in vtrunq; mundi polum cum prædictis circulis excurrit, & easdem vice illorum vmbras efficit, quia cum singulis eorum planam superficiem constituit. His rectè intellectis, constituamus 12 semicirculos horarios, vnà cum altero polorum supra Horizontem eleuari, ita vt semicirculus horę 6 ab altero semicirculo Horizontis disiungatur, id quod vbiq; locorum euenire necessarium est, vbi polus supra Finitorem attollitur, & tantùm Aequatoris superficies etiam à vertice deflectit, & quadrans alter horæ matutinæ vnà cum polo eleuatur, alter cum antarctico infra Horizontem deprimitur, ac tres semicirculi in Oriente sese intersecant, nimirum circulus Aequinoctialis, Horizon, & semicirculus horæ sextæ matutinæ. Quicunq; hęc assequi potest, facillimè etiam intelliget, cur ęstatis tempore, quando Sol ab Aequatore in Septentrionem digreditur, citius ipse attingat Horizontem, quàm semicirculi horæ sextæ quadrantem, & è conuerso hyemis tempore, cum in Austrum deflectit, cur prius quartam circuli horæ sextæ, quàm Orientalem Horizontis partem occupet: vnde dierum artificialium quantitates hîc diminui, illic incremẽta sumere videmus. Vt autem industrius lector aliquanto facilius hæc percipiat, sequentem figuram adiecimus. Ducatur ex l cẽtro meridianus k c e g, sit Aequator d l h, obliquus Horizon k l e, polus arcticus supra Horizontem eleuatus b, antarcticus f, circulus verticalis c l g, in Horizõtis l puncto cum Aequatore, & horario circulo b l f cõcurrens. reliqua ex figura quilibet per se facilè intelliget. Noueris etiã sub Aequatore lineas horarias omnes esse parallelas, cũ axis mundi terræ superficiei sit parallelus, sed extra situm Aequatoris, vbi axis in Septentrionem



eleuatur, lineæ horariæ sensim disiunguntur, & vbi stylus sub Aequatore, hoc est, in linea horæ sextæ infigitur terræ, concurrunt versus Austrum. Præterea scire licet sub tribus hisce circulis, nimirum Horizonte, Aequinoctiali & eo, qui per verticem transit, fingi quasdam planas superficies ab ipsis circulis exquisitè comprehensas & circundatas, quæ non secus à 12 horarijs circulis in 12 partes

partes diuiduntur, quàm circumferentiæ, quibus circumscribuntur. Nam plana superficies ab Aequinoctiali comprehensa vnà cum extrema circumferentia similes & æquales sortitur distributiones. Eodem modo cum circumferentia Horizontis in segmenta inter se valde inæqualia secetur, etiam plana superficies, quam includit, inæquales diuisiones suscipit. Idem etiam de plana superficie, quæ ad rectos angulos in Horizonte erecta, Septentrioni vel Austro recta opponitur, intelligendum, cum easdem sectiones habeat, quas circulus verticalis, qui in exortu & occasu Aequatoris πρὸς ὀρθας Horizontem secat. Hinc manifestum est, Sciotericon instrumentum exquisitè ad eleuationem Aequinoctialis erectum, hoc est cuius plana superficies tantum ab Austrina parte attollitur, quantum Aequinoctialis supra Horizontem, pro singulis horarum distinctionibus designationes æqualibus distantes interuallis habere. Etenim huiuscemodi circulus in instrumento, si modò ad exquisitam altitudinem fuerit eleuatus, & Meridianæ lineæ concinnè accommodatus, in plana Aequinoctialis superficie decumbit. Et hîc licet animaduertere, vt imagineris polum esse in vertice, & Aequinoctialem circulum esse eundem cum Horizonte, ita vt quemadmodum Aequator ab horarijs circulis diuiditur in 24 partes æquales, hîc circulus Horizontis in easdem distribuatur, & in hoc situ 24 horariorũ circulorum quadrantes supra terram eminẽt, ex signo quidem verticis omnes vt centro procedentes, & in 24 sectiones horarias Aequatoris desinentes. Nam axis mundi perpendiculariter ex centro Horizontis & Aequinoctialis egrediens in signum verticis, siue poli excurrit: vnde necesse est ibi distinctiones horarum in superficie terræ, cum lineæ horarię ducantur secundum diuisiones Aequatoris, idem cum Horizonte planum occupantis, inter se omnino æquales esse. At Sciotericon Horizontis obliqui, cuius axis non πρὸς ὀρθας in eius superficie erigitur, nec eidem ęquidistat, quodq; nulla sui parte ad Horizontem inclinatur, sed exquisitè in eiusdem superficie conquiescit, aut eidem æquidistat, inæquales vnà cum ipso Horizontis circulo distributiones horarum suscipit. Necessarium est enim, vt horarum declinationes ad Aquilonem & Austrum strictiora habeãt interualla, quàm ad Orientem vel Occidentem, idq; in omnibus climatibus, vbi ad rectos angulos Horizontem non intersecat Aequator, nec vterq; horum in eadem plana superficie cõsistit, vt sub ipsis polis nunc fieri diximus. Vbi verò dicti circuli sese πρὸς ὀρθας intersecant, ibi hora sexta in ipsius terrę superficie maximum occupat spaciũ, & horarum discrimina continuis decrementis vsq; ad Meridianum minora fiunt. Extra Aequatorem verò horarum discrimina paulatim fiunt contractiora, & lineę ad communem punctum, ex quo axis educitur, cõcurrunt, interuallum tamẽ vtriusq; horę, quę sextam præcedit, & cõsequitur reliquis interuallis vmbrarum metas ad reliquas horas cõcludentibus longè maius existit. Insuper Sciotericon perpendiculare, quod exquisitè ortum & occasum Aequatoris spectat, eadem sortitur temporum discrimina, quæ circulus verticalis, nimirum vt superiùs & inferiùs longè sint angustiora, quàm ex aduerso Orientis & Occidentis: & quanto circulus hic remotius ab Aequatore in Septentrionem deflectit, tantò sunt horarum interstitia, quę Meridiei propinquiores sunt, arctiora, cum è conuerso discrimina horarum matutinarum & vespertinarum maxima sumant incrementa, adeò vt sub eleuatione poli 70 partium designationes horarum quintę & sextę duplò ferè aut triplò maius interuallum comprehendãt, quàm eędem in Aequatore intercipiant. Id quod non aliunde contingit, quàm quòd circulus verticalis ab Aequatoris plana superficie longiùs declinat, vt necesse sit Quadrantes horarios ex parte Meridiei in verticali circulo minora segmenta, quàm in Aequatore concludere. Sed in mutuis intersectionibus Aequatoris

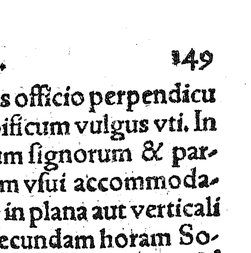
& verticalis circuli, quę in ea Horizontis parte fiunt, vbi linea horę sextę notatur, horarum intercapedines non magno discrimine differunt, nisi statim post lineam horæ septimæ, vbi vtriusq; superficies longius disiunguntur, ac horarū distantiæ in verticali circulo signatæ paulatim contrahuntur, & minores ijs fiunt, quæ è regione in Aequatore signantur. Vulgares instrumentorum constructores & opifices hæc fundamenta prorsus ignorant, nec fontes huius doctrinæ ex Astronomia inquirunt, tantùm ex præscriptis regulis & præceptis dependentes, sed propter industrios lectores hæc præmisimus, quibus bene intellectis, non erit difficile infinitas varietates, quæ in Sciotericis instrumentis excogitari possunt, ex veris principijs & demonstrationibus extruere. In summa totum Sciotericorum fundamentum consistit præcipuè in ratione inæqualium sectionum verticalis & Horizontis circuli, quas efficiunt 12 æqualium horarum circuli, qui Aequinoctialem in superiori hemisphærio in 12 æquales portiones diuidunt. Quare sub Aequinoctiali circulo, vbi superficies verticalis & Aequatoris in eodem plano consistunt, vmbrarum lineæ æqualia tempora designantes, æqualibus etiam spacijs dirimuntur, cum è contra in horarijs Horizonti æquidistantibus, in quibus vtriusq; horæ sextę semicirculi cū ipso coincidunt Horizonte, maximæ sint interuallorum differentiæ. Nam ibi axis, qui horas ostendit πρὸς ὀρθας planę superficiei Meridiem exquisitè respicienti infigitur, & quę per centrum circuli procedit linea, terrę plano parallela, vtramq; horam sextam nimirum matutinam & vespertinam designat. Quæ verò hanc ad rectos angulos secat, ad perpendiculum in terram tendens, horę 12 vicem gerit: reliqua deinceps æqualium temporum spacia, quę sunt inter 6 & 12 exactè sunt inter se æqualia. Memineris hîc interim in superficie ad Austrum erecta nullas vmbras, quę horarum discrimina patefacere possint, notari, quamdiu Sol ab Aequatore in Septentrionem declinat, nec vicissim in Septentrionali superficie, dum Sol in Austrina parte commoratur, aliquas distinguí posse. Non aliter iudicabis de superficiebus in nostris regionibus, & omnibus alijs extra sphęrę rectę situm constitutis, ad eleuationem Aequatoris erectis. Contrarium eius quod anteà diximus, sub vtroq; polo euenire necessarium est, vbi Horizon ab Aequatore non differt, sed vterq; vnum & idem planum concludit, & verticalis ab Aequatore remotissimè distat, ita vt Horizontem & omnes eidem æquidistantes superficies horarij circuli in 24 æqualia segmenta partiantur, verticalem verò in maximè inæqualia. Hinc non erit difficile cuiuis æstimare & ratiocinari, quomodo in omni Horizonte, tam recto quàm obliquo æqualium horarum lineę mutuas intersectiones cum 12 horarijs circulis contingant, siue 24 semicirculis, qui Aequatoris superficiem in totidem æquales partes distribuūt. In superficiebus terrę ad perpendiculum insistentibus, & in Austrum cōuersis eędem horarum lineę extensę simili modo ad mutuos contactus verticalium & prędictorū horariorum excurrunt. Subiecimus hîc exemplar scioterici verticalis, in quo licet animaduertere vmbras paulatim ab hora 6 ex Occidente, donec Sol 12 horam attingat, in Meridiem per inferiorem semicirculum circumferri, & hinc Sole in Occidentem descēdente, vmbras in Orientē ascendere. Ex eodem ratio sectionum & tēporum distantię apparent. Cæterùm hîc nouerint discentes, alijs etiam instrumētis, vt



quadrantibus, cylindris, alijsq; viatorijs pensilibus, quibus officio perpendiculi ex obseruata Solis altitudine horæ deprehenduntur, opificum vulgus vti. In his maximè rationem habemus ascensionum oppositorum signorum & partium supra Horizontem. Verùm hæc non possunt esse tam vsui accommodata, nec tanta certitudine tempora distinguere, quàm quæ in plana aut verticali superficie designantur, cùm à 10 ad 12, & hinc iterum ad secundam horam Solis ascensiones & descensiones non tam euidenti discrimine differant. Et rectè hoc considerauit Munsterus, quo nemo accuratiùs doctrinam de Sciotericis instrumentis pertractauit, horarium illud, quod vulgò Cōpassum appellatur, habens lineę meridianæ indicem magnetinū nobilitate & vsus cōmoditate omnes cylindros, anulos, quadrata, & quadrātes præcellere, in quibus tantùm ex altitudine Solis non ex remotione aut digressione eius ab Oriente horaria tēpora obseruātur. Diximus aūt superiùs, quomodo veteres ad obseruationes temporum Gnomonica doctrina vsi sunt, verùm recentiores artifices eodem gnomone longè cōmodiori ratione vtūtur. Cōstituunt enim ipsum inuersum ad angulum mediæ noctis, catheto in Austrum extenso, quem Vitruuius per vmbram in Septentrionem conuertit: ita vt ὑποτείνουσα axis locum subeat, basi & catheto gnomonem cōstituentibus. Ex hoc semidiametros circulorum Aequatoris, verticalis & Horizontis certa ratione commensuratas, lineas contingentiæ, horarum distributiones, & id genus alia Sciotericorum designationes necessaria hoc artificio inquirunt artifices, vt ante omnia harū rerū demonstrationes Mathematicas veras causas, & fundamenta diligentissimè perspiciant.

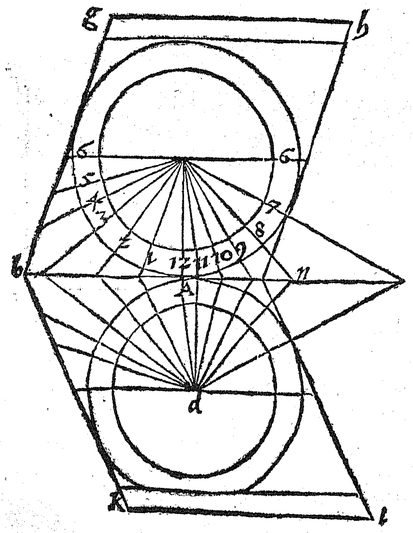
PROPOSITIO LXII.

Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia, quàm terræ parallela construantur.



Sit trigonus ὀρθογώνιον f k c, cuius f c latus est in plano verticali πρὸς ὀρθας in terram ductū, k c in superficie Horizontis, aut eidem æquidistante, quæ duo rectumangulum f c k cōprehendunt, c d sit in Aequinoctiali superficie. In plano tantùm duas superficies f c & c k repræsentare possumus, sed superficies d c & f k minimè. Porrò illæ superficies in quibus sunt f c & k c cōtinent duos horarū circulos non tamen perfectos, quorum dimetientes nusquam terrarum sunt æquales, nisi tantùm in illis parallelis, vbi polus supra Horizontem 45 partibus eleuatur. Vndè consequitur æquinoctialem eandem eleuationem obtinere, vt necesse sit tam planum, quàm verticale sciotericon eandem descriptionis & cōstructionis rationē sortiri. Vterq; enim acutorum angulorum in triangulo est æqualis, nimirum 45 part. In alijs autem locis, vbi altitudo poli excedit altitudinem Aequatoris, sicut in tota est Germania, semidiameter verticalis scioterici, pro ratione maior est semidiametro Horizontalis. Atq; huiusmodi semidiametrorum quātitas facilè hac ratione inueniri potest, si in circuli Quadrante infimo loco sursum numerata poli eleuatione ad idem punctum ex centro semidiametrum eduxeris, quæ hypotemisæ vicem sustineat, & super Quadrātis semidiametrum perpendicularem erexeris, quæ cum hypotemisa & basi triangulum rectangulum constituat quemadmodum ex figura Gnomonis satis euidenter innotescit. Maximum huius trianguli latus, quod hypotemisam appellamus, in omnibus hisce instrumentis axis, siue indicis horarum locum occupat. Quādo verò in superficiem Aequinoctialem axis ad rectos angulos incidat, non erit difficile semidiame-

trum Aequatoris inuenire, si in constituto triangulo ex hypotemisa orthogoniè in rectum angulum lineam dimiseris, vbi vterque semidiameter nimirum verticalis & Horizontis ad angulum rectũ conueniunt. His ita cõsideratis, ex tribus semidiametris tres circulos designabimus, vnum in superficie perpendiculari, alterum in plana basi pro Horizontali Sciotérico. Hos per tertium interpositum, nimirum Aequatorem in partes 24 æquales sectum, in partes inæquales diuidemus in hunc modum. Duę superficies exquisitè planæ, quarum altera sit verticalis, altera Horizontis circuli, ad rectum angulum exactè coniungantur, in quibus etiam ad rectum angulum concurrentes lineæ ducantur, ad quantitatem semidiametrorum verticalis & Horizontis, & fines harum linearum per aliam, quæ Hypotemisæ axis, & indicis horarum officio fungatur, connectantur. Dehinc ex centro recti anguli in hypotemisam πρὸς ὄρθας extendatur linea, quę superficiem Aequinoctialis circuli repræsentet. Vt autem res euidentius intellígatur, schema sequens adiecimus. Sint duæ superficies g h b n & k l b n, in linea b c ad rectum angulum a coniunctæ, circulus verticalis f a 6, ex f centro designatus, a d k Horizontis circulus ex d centro ad quantitatem d a circumductus, & f a πρὸς ὄρθας in terram sine a incidant. Connectantur nunc recta linea f & d fines siue centra, quæ vicem gerit axis siue horarum indicis, tam in verticali, quàm plana superficie. In hanc ex angulo f a d πρὸς ὄρθας excurrat alia linea a e, quæ repræsentabit semidiametrum Aequatoris, ad cuius magnitudinem inter duas constitutas superficies ducatur tertius circulus, qui dicetur Aequinoctialis in eodem plano, cum b c linea consistens, quæ ab artificibus vocatur linea contingentiæ. Nam non solùm tres planæ superficies in hac conueniunt, sed etiam tres circuli in ipsis superficiebus descripti, hanc in puncto a contingunt. His constitutis, secabimus Aequinoctialem circulum in 24 æqualia segmenta: nam tot sunt diei naturalis horæ, & erit a e linea horæ 12, quemadmodum f a in circulo verticali, & d a in Horizõte eandem designant. Hîc obseruandum est, quemadmodum in linea contingentiæ ad punctum a ex centris trium circulorum horę 12 lineę concurrunt: ita etiã reliquarum omnium horarum correspondentes lineas ex ijsdem cẽtris in eadem linea contingentię ad easdem partes conuenire. Sequitur deinceps, vt ex e centro Aequinoctialis per singula semicirculi sectionum puncta in lineam cõtingentię b c rectas educamus, quarum contactibus cum b c diligenter notatis, ad eosdem ex verticalis circuli f centro rectę lineę extendantur, & obseruatis in circumferentia partibus, per quas hę lineę productæ sunt, Horariũ verticale omnibus numeris absolutum habebis. Eodem artificio Sciotericon planum, siue Horizontale conficiendum est, vt eductis videlicet ex centro Horizontis d ad mutuos contactus linearum Aequatoris & cõtingentię rectis, quas circumferentiæ Horizontis partes hę transeant, annotes. Atq; ex his initijs rationem constructionis

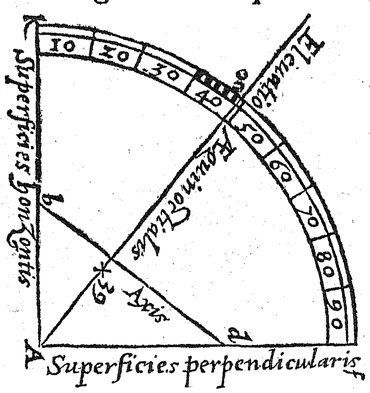


structionis sequentiũ Sciotericorũ, quę infrà describemus, ad vnguem intelliges. Nec silentio prętereũdum est, quòd centrũ verticalis circuli, vbi locus est stili, siue horarũ indicis, repręsentet nobis polum Septentrionalem, in quẽ 12 Horarij circuli concurrunt: vnde sequitur, vt omnes horarũ lineę in hoc cẽtro tanquam in polo conueniant. Eodem modo centrum Horizõtis refert polum antarcticũ, in quo est punctũ secundi Horariorũ circulorum concursus, vt etiã in idem centrũ Horarias lineas cõfluere sit necesse. Cęterùm in cõcauis & connexis superficiebus nulla lineę cõtingentię, aut Horariarum linearum dimensione opus est, cùm hîc ipsissima cęli figura, vnà cum 12 circulis Aequatorẽ in æquales portiones secantibus, & in loco stili, vbi est polus antarcticus, conuenientibus exquisitissimè exprimatur, id quod in sphęra materiali vix euidentius cõtemplari possis. Quod autem planorũ Sciotericorum descriptiones in eadem cum Aequatore fiant superficie fortasse aliquibus scrupulum inijceret, cum superius dixerimus Aequatorem intra superficies verticales, & Horizontis cõstitutum esse, verùm quantũ ad constructionis rationem attinet, nullam ea res differentiã pariet. Nam siue Aequatorem ad iustam altitudinem eleues, siue in eandem planam superficiem inclines, eundem scopum attinges, cum lineæ Horariæ ad easdem partes lineę contingentię æquè concurrant. Atq; hoc euidentissimè videre licet, si chartam ex parte Aequinoctialis ita eleueaueris, vt interim à linea contingentię non remoueatur. Hactenus de veris demonstrationibus & fundamentis, quibus instrumentorum Sciotericorum doctrina innititur, satis perspicuè & copiosè tractasse mihi videor: sequitur nunc vt deinceps de ipsa praxi, quantum præsens institutum requirere videatur, aliquid explicemus.

PROPOSITIO LXIII.

Ratio inueniendi semidiametros Sciotericorum.

PRimùm omnium ad constructionem Sciotericorum requiritur exquisitissima inuẽtio semidiametrorum, ad quarum magnitudinem circuli sunt ducendi, quibus inuentis vel minimo negocio tota res expediri potest. Inueniuntur autem hoc modo. In plana superficie designetur circuli quadrans f g k, cuius a k latus sit basis, & f a latus ipsi ad rectum angulum incidat. Hunc Quadrantem in 90 partes æquales accuratè partiaris, & à puncto k versus f eleuationem Aequinoctialis supra Horizontem, aut quod eodem recidit, ab f puncto deorsum numeres altitudinem poli supra eundem locum, finem huius circũferentiæ signes puncto g ad quem ex a centro reducas semidiametrum a g, quæ repræsentat nobis Aequatoris superficiem. Hanc semidiametrum πρὸς ὄρθας secet alia recta in quocunque puncto volueris, quod hîc sit t, quæ vtrunq; extensa contingat f a in signo d, & k a in b. Habes hîc iam semediametrum verticalis circuli d a, & Horizontis b a. Hîc autem obseruandum est, quòd pro ratione quantitatis instrumentorum, quæ conficere volueris, liceat axim b d, ad alias atque alias partes ipsius g a transferre, modò operam dederis, vt semper axis Aequinoctialis lineam g a ad rectos angulos dispescat. Respondet autem k f Quadrans quartæ circuli Meridiani in Austrum

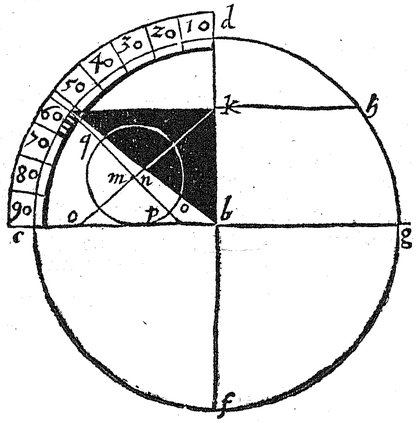


conuerſę, vt f ſit ſignum verticale, k Horizontis, & circumferentia f gregionis latitudini reſpondeat, & k g Aequinoctialis eleuationi.

PROPOSITIO LXIIII.

Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perſpecta poli altitudine.

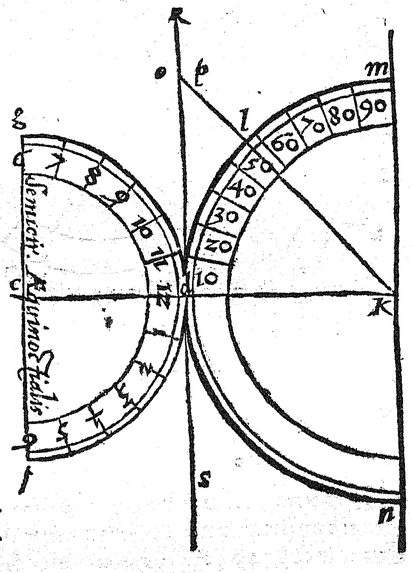
Hic modus etiam non minus facilè quàm certo docet nos inuentionem dimetientium horariorum, ſiue plana, ſiue verticalia, pendula, aut inclinata fuerint. Et quo rem ipſam ſtatim aggrediamur, in dato plano ducatur circulus c d f g ex b cẽtro, quem duabus diametris d f & c g ad rectos angulos ſeſe interſecantibus in quatuor æquales quadrantes diuidas, ex quibus vnũ nimirum c d in 90 partes more Aſtronomico partiaris. Et obſeruata poli altitudine eandem in circumferẽtia d c ex d ſigno verſus c numeratam characterę l notes, & ex centro b ad datum punctum l recta producatur b l. Præterea datæ circumferentię d l ęqualis excipiatur d h in Quadrante d g, & ſigna l h per rectam l k h lineã connectantur. Atq; hęc in pũcto k à ſemediametro d b bifariam ſecetur. Igitur per 3 tertij Elementorum Euclidis, etiam ad rectos angulos diuiditur, ita vt l k perpendicularis ſit ipſi d b, & triangulus l k b rectangulus. Hinc conſequitur, vt circulus d c f g repræſentet nobis Meridianum, & Quadrans d c quartam eius Septentrionalem, & b centrum mundi, recta d f Horizontem, c g circulum verticalem Meridiano πρὸς ὀρθας incidentem. Porrò trigoni l k b perpendicularis l k eſt ſinus rectus, ſiue media linea duplam polaris altitudinis circumferentiam ſubtendens, & baſis k b ſinus arcus complementi, nimirum l c, quod ſemper eſt æquale ipſius Aequatoris ſupra Horizontem altitudini. Hypotemiſa l b ex l mundi polo in b centrum progrediens axem eiuſdem refert, cuius vmbra in iſs horarijs, quæ ex triangulo l k b conſtruũtur, tempora diſtinguit. Nunc autem datę rectę lineę l k æqualis conſtituatur in ſemidiametro b c, quę ſit b p, & ex puncto k in punctum p recta linea extendatur k p, ſecans l b in ſigno n. Quare per quartam primi Elementorum Euclidis triangulus k b p ęqualis, & ſimilis triãgulo l k b. Prętęrea ex ſigno l in hypotemiſam k p gnomonis officio ducatur perpendicularis l m, & recta n b bifariam in o ſigno ſecetur, & interuallo n o ex centro m deſignetur circulus n o p. Iam obſeruandum eſt hunc circulum, officium & vſum Aequinoctialis horarij præſtare poſſe, quod ſcire operæpretium eſt ad conſtructionem quorundam propendentium & lateralium ſciotericorum, quæ ex hoc inſtrumento fabrefiunt. Cum igitur ſemidiameter p q rectam k p πρὸς ὀρθας ſecet, ſequitur circulum q o p in quatuor quadrantes exactè diuiſum eſſe, cuius circuli ſemidiameter ex eiuſdem centro educendi catheti, horarium indicis magnitudinem oſtendit. Exemplum pręcedens, quod latitudini Colonienſi conuenit, hîc repetiuimus. Idem de ſimilibus iudicium eſto,



PROPOSITIO LXV.

Tertius modus inueniendi ſemidiametros Horariorum.

TErtius modus, quo inueniuntur ſemidiametri horariorum planorum verticalium, & Aequinoctialium, eſt talis. In plana ſuperficie ducitur oblonga linea, vt eſt in hoc ſchemate r s, quam in c ſigno ſecet altera orthogonalis c k, & c k centro ad quantitatem k d; deſignatur ſemicirculus m d n, quem ducta dimetiente m k n, quæ ipſi r d s ſit parallela, concludas. Deinde quadrantem m d initio ſumpto à d ſigno in nonaginta partes ęquales diſtribuas, quo facto à puncto d verſus m numerabis altitudinem poli arctici ſupra locum conſtitutum, aut eleuationem Aequinoctialis ab m verſus d (nam vtraq; circumferentia in eandem partem deſinit) & per finem ex k centro rectam in r d s lineam extendes, & partem vtriuſq; contactus o ſigno notabis. Præterea fixo circini pede in m ſigno, & altero extenſo in centrum k, in linea k o propè punctum o interſectionem aut notam facias, quam characterę p ſignabis. Habes hîc iam conſtitutam totam diametrũ Aequatoris, quæ eſt k p. Deſcripto igitur ad quantitatem ſemiſſis p k lineæ ſemicirculo g d f in recta c k, ſecabis eundem in 12 partes æquales, & per puncta ſectionum in rectam r s lineas deduces, tum erit m d n ſemicirculus Horizontalis horarij, ex cuius k centro ad ſingulos contactus linearum Aequinoctialium & r s rectæ horarias lineas extendes. Vt etiam conficias horarium verticale, collocabis fixum circini pedem in ſigno d, & alterum in k, & interſectionem eodem modo, vt paulò ante in r s p ſigno notabis, & iterum ſecũdum magnitudinem ſemiſſis k p ſemicirculũ Aequinoctialem g d f deſcribes, reliqua iuxta rationem anteà præſcriptam abſolues.

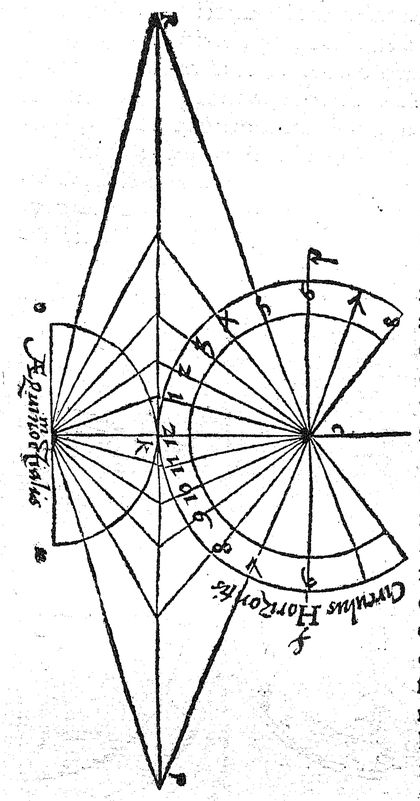


PROPOSITIO LXVI.

Conſtructio Horarij plani.

HActenus quantum ad demonſtrationes, & ſolidam cognitionem doctrinæ de omnibus Sciotericis inſtrumentis conſequendam attinet, ſatis copioſè & perſpicuè tractauimus: ſequitur vt praxin & eorundem conſtructionem hîc deinceps explicemus. Vt autem exordiamur à ratione ſtructuræ ſcioterici plani, ſcire licet horarium in plano deſcribere, nihil aliud eſſe, quàm Aequinoctialis æquales horarum diſtinctiones in ſuperficiem planam Horizonti ęquidiſtantem transferre, id quod hac ratione licet expedire. In plana ſuperficie, cuius longitudo triplo ferè ſit maior latitudine, ducatur recta linea r p, quæ bifariam ſecetur in k ſigno, quo facto, alia hanc ad rectos angulos in formam crucis diſpeſcat, quæ ſit m c. In hac ab vtraq; parte ſemicirculus deſcribatur, quorum alter vicem ſubit Aequatoris, alter Horizontis. Ex antegreſsis propoſitionibus horum ſemicirculorum dimetientes inueniendæ ſunt: nam ſemidiameter Aequatoris ex quadrante ſumatur iuxta quantitatẽ t a, & lineæ

Horizontis ad ipſius b a magnitudinem. Hos ſemicirculos concludes duabus lineis ipſi r p æquidiſtantibus, quæ ſunt o n & d f. Igitur linea tranſuerſa in c duos hoſce ſemicirculos in quatuor quadrãtes ſecat. Sciotericon Horizontis ſub eleuatione poli 51 partium, 30 ſcrup. Notetur autem cẽtrum Aequinoctialis circuli charactere m, & centrum Horizontis c. His conſtitutis circumferẽtiam Aequinoctialis ſemicirculi in 12 æqualia ſegmenta partiaris, & ex centro m per ſingularum ſectionum pũcta officio regulę aut gnomonis rectas lineas in ipſam r p deducas, & punctis contactuum ſuis ſignis notatis, etiam ex centro Horizontis c ad eadem puncta in linea r p rectas deſignabis, & ſi nunc obſeruaueris in quibus punctis hæ lineæ circumferentiam Horizontis ſecuerint, facilè horarum interualla in circulo Horizõtis apparebunt. Erit igitur linea k c horæ 12 ſcilicet cum Sol eſt in Meridie, c f horæ 6 matutinæ, d c eiuſdem horæ veſpertinæ, reliquæ intermediæ ſuas denominationes à punctis contactuum eadem ratione ſortiũtur: nam in Quadrante d k proxima lineæ meridianæ c k deſignabit horam primam, ſequẽs ſecundam, & ſic deinceps. Quando verò vnum Horizontis circuli ſemiſſem hoc modo in ſpatia horarum diſtinxeris, alteram etiam in ſimiles circumferentias ſecabis, productis nimirum ſemidiametris, aut ſingulis horarum lineis per centrum in oppoſita puncta, quæ eaſdem appellationes conſequuntur, quamuis in noſtris regionibus, quæ ſub altitudine 48 49 50, aut 51 partium conſtitutæ ſunt, non opus ſit vltra duas horas, ſcilicet 5 & quartam in altero ſemiſſe deſignare. Sed in Scotia & Nouergia, vbi polus arcticus ſupra Horizontem eleuatur 55 partibus, etiam horã tertia matutina, & nona veſpertina æſtatis tempore vmbrę conſpiciuntur. Quòd ſi iterum cupias horas integras diuidere in ſcrupulos ſiue temporis minuta, ſingulas circuli Aequatoris partes in 60 minuta diſtribues, & eodem modo ex m centro per ſectionum puncta in r p lineam rectas extendes, reliqua deinceps hîc, vt conſcripſimus, abſolues. Tandem ad totius inſtrumẽti complementum ſtylum ex ligno aut metallo ſatis craſſum & firmum, ne facilè inflectatur, eo artificio c centro infigas, vt æquabiliter à d & f punctis diſtet, & tantum eleuetur ſupra lineam Meridiei c k, quantum in figura Quadrantis d a linea diſtat ab a d, ſcilicet vt ſtylus ſit in loco axis mundi, & fines extenſi in vtrumq; polum excurrant. Inſtrumento in hunc modum conſtructo, ſupereſt vt exquiſitè adminiculo compaſsi, aut inuentione lineæ Meridianæ, quam in veſtibulo huius operis deſcripſimus, linea horæ 12, Meridiano æquidiſtet operam demus.

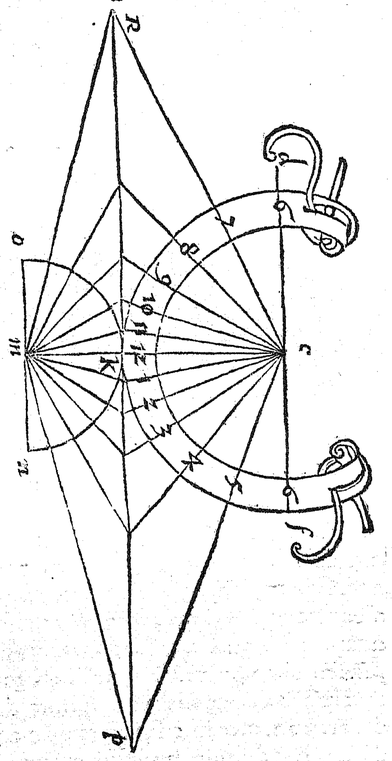


PROP

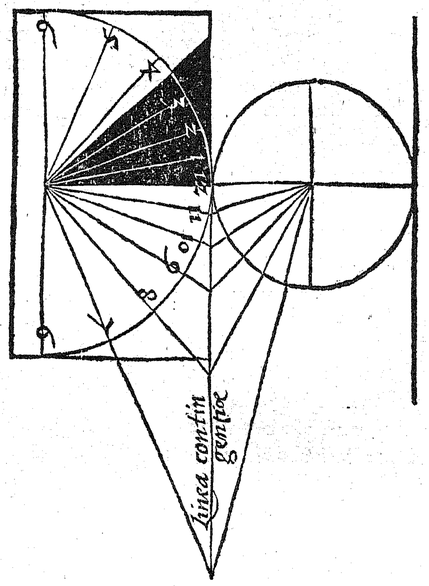
PROPOSITIO LXVII.

Structura Horarij in ſuperficie uerticali.

QVod in ſuperficie verticali deſcribitur ſciotericon, ita vt Meridiem aut Septentrionem exactè reſpiciat, non aliam habet compoſitionis rationem ab Horizontali, niſi quod ſemidiameter circuli maioris conſtituatur ex figura ad quantitatem a d catheti, & horarum numerus diuerſa ratione inſcribatur, & d ſignum locum occaſus Aequatoris, f eiuſdem exortum reſpiciat, ſi ad Auſtrum inſtrumentum conuerſum fuerit, & k in centrum terræ extenſa decurrat. Ex quo ſequitur k c eſſe catheton, ſiue ad perpendiculum in terræ ſuperficiem deſcendere, & ſtylum c centro infixum, qui æqualiter ab f & d remouetur, tantum à catheto c k diſtare, quãtum in figura Quadrantis a t diſtat ab ipſa a b baſi. Nam ſemper hoc in collocatione ſtyli diligentiſsimè eſt obſeruandum, cum axis mundi locũ ſubire debeat, vt extremitates recta in polos tendant. Ac conſiderandum eſt in huiuſcemodi inſtrumento, tantùm 12 horas inſcribi, quia omnis ſuperficies ad perpendiculum erecta, tantùm à Sole irradiatur ad quantitatem ſemicirculi, qui cõtinet tempus 12 horarum, licet vmbra vtriuſq; horæ ſextæ tam matutinæ quàm veſpertinę, difficillimè poſſunt apparere. Hunc defectum facillimè ſupplere licet, vt omnes etiam maximi diei horas numerare poſsis, ſi in duabus oppoſitis ſuperficiebus, quarum altera verum Septentrionem, altera verum Meridiẽ ſpectet, duo eiuſdem generis horaria depinxeris. Si igitur in ſuperficie polum arcticum ſpectante ſciotericon d k f deſignetur, k in punctum verticale ſignum tendet, c in ipſum terrę centrum, & ſtyli extremitas in polum mundi arcticum, ita vt à puncto verticali tãtum diſtet, quantum altera extremitas, quæ eſt in ſuperficie Meridionali ab oppoſito verticí puncto remouetur. Nam ſi vnus ſtylus in vtraq; ſuperficie, tam Auſtrũ, quàm Septentrionem ſpectante horarum fuerit index, neceſſarium eſt ibi, vt axis mundi locum ſubeat. Quare ſi tenuem aliquam laminam, in cuius vtraq; ſuperficie horarium verticale ſit deſignatum, ad perpendiculum erexeris, & ferreum ſtylum iuxta eleuationem poli per centrum tranſmiſeris, omnium horarum indicem habebis. Memineris tamen in ſuperficie Septentrionali, vltra quatuor horas in noſtro climate, nimirum primas duas matutinas, & vltimas veſpertinas deſignari non debere, quæ ſpacium non aliud occupant, quàm 6 & 7 matutina, ita 5 ac 6 veſpertina, eodem modo, quo in horario plano temporum ſpatia circini officio, vltra 6 horam transferuntur.



Sequitur alia figura ex Horontio, quæ idem oſtendit, quod ſuperior, cui triangulus gnomonis loco eſt impoſitus.



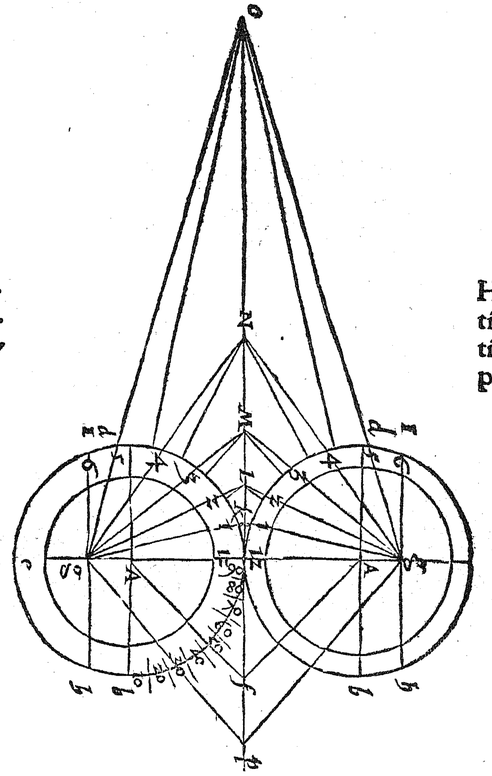
PROPOSITIO LXVIII.

Vtrumcȝ præcedentium Horariorum aliter, quam paulò ante conſtitutum eſt, abſoluere.

HOrontius Fineus Delphinas vtrumcȝ præcedentium Horariorum alia quadam ratione non minus tamen artificioſa, quàm ſuperior ſit, confice re docuit, quam ſi cui libet varietatis cauſa cognoſcere, hîc in promptu habere poteſt. In dato verticali, aut Horizontali plano deſignatur circulus horarius, aut Aequator b c d e ex a centro, quem duabus dimetientibus b d & c e, in a centro ſeſe ad rectos angulos ſecantibus in quatuor quadrantes diuidas: quarum dimetientium c e in recta linea Meridiani collocetur, vt exactè repræſentet horam 12. Dehinc b c Quadrantem in 90 partes æquales, & c d in 6, partiaris & per datum c ſignum, ducito lineam contingentiæ c f, quæ ſit b d parallela, atcȝ in c ſigno, cum c e rectos efficiat angulos. Inſuper in Quadrante b c à ſigno b verſus c ſupra locum conſtitutum poli altitudinem in vſum Horarij plani numerabis, ſed in vſum verticalis poli complementū. Per finem huius circumferentiæ ex a centro rectam & obſcuram lineam a f produces vſcȝ in datam contingentiæ lineam, quarum contactus notetur f ſigno. Porrò datæ rectæ a f conſtituas æqualem in Meridiana c e, à ſigno quidem c verſus e, quæ ſit c g, erit autem g centrum, & erecta c g diameter futuri inſtrumenti. Quare per datum g centrum ducito parallelam d b, quę ſit h i, hęc initium horæ 6 matutinæ, & finem 6 veſpertinæ oſtendet. Reliquas horarum lineas deſcribes hoc modo. Ex a centro per ſingulas ſectiones Quadrantis c d duces obſcuras lineas, quæ tranſuerſam c f in ſignis k l m n o contingant, & ad eadem contactuum ſigna ex g centro lineas apparentes extendes, quæ vnà cum Meridiana c g, & vtriuſcȝ horæ 6 H 1 6 pomeridianarum horarum interualla

interualla diſtinguunt, quorum adminiculo reliquarum horarum diſtinctiones, prout aliæ aliis reſponderint, non ſecus annotabis, quàm ſupra admonuimus. Supereſt tandem, vt conuenientem horarum indicem, ſcilicet triāgulum

Horarium planum ad eleuationem poli 47 part. 30 ſcrup.



Horarium verticale ad eleuationem poli 47 part. 30 ſcrup.

c g p, aut ſtylum ipſi g p æqualem, qui ſit inſtar axis mundi in hoc inſtrumento erigas. Tum recta a c, quæ eſt ſemidiameter horarij verticalis, oſtēdit quantum in Horizontali eleuari debeat trianguli perpendicularis & Horizontalis ſemidiameter, ſiue recta c a, & quātum verſa vice prominere debeat ipſa perpendicularis in verticalibus inſtrumentis. Reliqua iuxta præcedentium traditionem abſoluuntur.

PROPOSITIO LXIX.

Ratio conſtructionis Horarij plani ex tabulis.

IN data plana ſuperficie iuſtę magnitudinis circulum deſignabis, quē ducta per centrum dimetiente, in ſemiſſes diſtribues, quorum alterā, cui horarias lineas inſcribere volueris, biſariā ſeces, & à puncto ſectionis rectam in centrū extendas, quæ horę 12 vmbrā ſuſcipiet: hoc pacto habebis ſemicirculū in duos quadrantes diuiſum, quorū alterū in 90 partes æquales partiaris ſingulis adſcriptis ſuis numeris 10, 20, 30, & ſic deinceps vſcȝ ad 90. Dehinc in tabellam, quā infra ſubiecimus, altitudini tui poli conuenientē ingrediaris, ibi iuxta numerū ſingulis horis adſcriptū in quadrāte circuli horariæ diſtātiæ ſegmentū capias, & per obſeruatū circūferentię ſiue ex centro rectas educas, quę erit index vmbræ ad horā propoſitā. Hoc modo deinceps reliquarū quatuor horarū ſpacia

in circũferentia diuiſi Quadrãtis ſemper ex centro per puncta ſectionũ ductis rectis diſtinguere potes. Hoc opere expedito, ad ſingula interualla horarũ in Quadrante diuiſo notata circinum expandes, & eadem in alterum Quadrantem, qui nullas partium diſtinctiones habet, transferas, vt ſic integrum ſemicirculum abſoluas, ad ſingulas circumferentias eodem modo rectis lineis ex centro eductis. Tandem quæ ſuperſunt ad abſoluendum operis complementum, veluti de horis in altero ſemicirculo deſignandis, & erigendo ſtylo ex præcedentium propoſitionum tractatione petas licebit.

Tabula ad conſtructionem Horariorum planorum ſub eleuationibus poli arctici.

Horæ ante merid.	Horæ poſt merid.	42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	10	10	10	15	10	40	10	50	11	0	11	8	11	20
10	2	21	6	21	30	21	50	22	10	22	30	22	50	23	15
9	3	33	40	34	0	34	30	35	0	35	30	36	0	36	32
8	4	48	50	49	30	50	0	50	40	51	10	51	40	51	10
7	5	68	0	68	24	68	55	69	10	69	30	70	0	70	15
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Gradus altitudinis poli arctici.

		49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	30	11	40	11	50	11	58	12	6	12	13	12	22
10	2	23	35	23	55	24	51	24	27	24	45	25	0	25	18
9	3	37	0	37	25	37	50	38	15	38	40	38	55	39	20
8	4	52	36	53	0	53	30	53	48	54	10	54	25	54	50
7	5	70	30	70	50	71	10	71	20	71	30	71	45	71	55
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

PROPOSITIO LXX.

Structura Scioterici uerticalis ex tabulis.

QVando Horarium verticale, cuius ſuperficies exquiſitè ſit in Auſtrum cõuerſa, ex ſequentibus tabulis delineare volueris, perpendiculo, quod nihil à plano declinet, ex quacunq; parte dimiſſo æquidiſtantem in eadem ſuperficie lineam ducas, quæ in terræ planum non ſecus, ac linea perpendiculi πρὸς ὀρθὰς incidet, & vmbræ Meridianæ locum occupabit. Hanc deinceps alia tranſuerſa linea ad rectos angulos diſpeſcas, tum in communi ſectione quæ erit centrum circulo concurrent quatuor recti anguli. Ex hoc centro infra tranſuerſam, qui inferiores angulos concludat, ſemicirculum duces. Hæc trãſuerſa vtriuſq; horæ ſex, nimirum veſpertinæ & matutinæ vmbras ſuſcipiet. Reliquarum horarum lineas ex aliqua ſequentium tabularum, quæ propoſitæ poli altitudini inſeruiat, non aliter deſignabis, quàm in præcedentis Horarij conſtructione præſcriptum eſt. Nam cum obſeruaueris poli eleuationem, inuenies

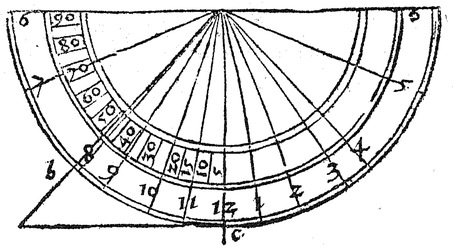
uenies in tabula circumferentias horarum, quibus ſingulæ à Meridiei linea diſtiterint, quas eadem ratione in Quadrante, qui partium diſtinctiones habuerit, à Meridiana linea numerare debes, & ductis per fines ex centro ſemicirculi rectis ſex horarum lineas deſignatas habebis, quas deinceps ſuis numeris notare poteris. Cæterùm ſi poli altitudo non habuerit integras partes præciſè, ſed cum partibus connexos aliquot ſcrupulos, neceſſarium erit alio modo ex tabulis horarum numeros inuenire, ſi modò propius ad rem ipſam velis accedere. Vt igitur adminiculo tabularum, quarum altera maiori eleuationi, altera minori, quam tibi ſit propoſita, inſeruiat, intermediæ alicui altitudini aliã conuenientem conficias, ſubduces propoſitam eleuationem ex proxima maiori, aut ex illa proximè minorem, & inuenta vtriuſq; differentia, obſerues etiam diſcrimen circumferentiarum eiuſdem horæ, quarum altera præcedenti altera ſequenti eleuationi reſpondeat, ex quo iuxta quantitatem differentiæ alterius altitudinis in tabulis & eius, quæ propoſita ſit, partem (vt vocant) proportionalem educes. Quam ſi adieceris arcui minoris altitudinis, aut pro diuerſa ratione ſubduxeris ex arcu maioris altitudinis, numerum propoſitæ horæ in ſcioterico plano reſpondentem inuenies. Et viceuerſa in Horario verticali partem proportionalem inuentam ex numero minoris eleuationis ſubtrahes, aut iuxta mutatam differentiæ rationem maioris altitudini adijcies, vt tibi verus propoſiti temporis numerus prodeat. Inuenies autem partem proportionalem hoc modo, vt ſi eiuſdem temporis differentia inter duas quæ in tabulis inueniantur poli altitudines fuerit 40 ſcrupul. differentia autem propoſitę poli altitudinis & proximè maioris minutorum 20, ſumes tertiam partem ex 40 ſcrupul. quæ eſt 13 ſcrupul. 20 ſecun. Nam ſicut 60 minut. adæquantur 40 minut. ita etiam 20 tertiæ parti ex 40. Non diſſimili ratione & via reliquarum omnium horarum intercapedines inuenire licet.

Tabulæ uerticalium Sciotericorum.

Horæ ante merid.	Horæ post merid.	Circumferentiæ poli arctici. 42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	17	11	5	10	54	10	43	10	32	10	22	10	10
10	2	23	13	22	53	22	33	22	12	21	51	21	29	21	6
9	3	36	37	36	11	35	44	35	7	34	50	34	20	33	45
8	4	52	9	51	42	51	15	50	46	50	16	49	45	49	15
7	5	70	11	69	53	69	35	69	10	68	54	68	35	68	10
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

		Circumferentiæ eleuationum poli arctici. 49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	9	57	9	45	9	35	9	25	9	10	8	58	8	45
10	2	20	45	20	25	19	58	19	35	19	10	18	50	18	25
9	3	33	20	32	45	32	12	31	40	31	5	30	30	29	50
8	4	48	40	48	5	47	30	46	50	46	12	45	55	44	35
7	5	67	50	67	20	66	55	66	30	66	0	65	30	64	55
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Schema verticalis Horarij supra cuius lineam meridianam, stylus horarum index eleuatur quantitate circumferentiæ c b.



PROPOSITIO LXXI.

Circumferentiam Horarij circuli, id est eius, qui per utrumcp mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam, supputare.

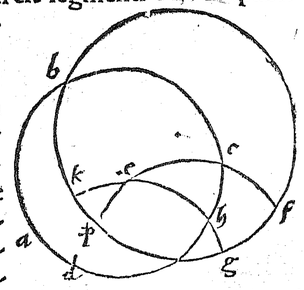
CVm in præcedenti capite, quomodo simplicissimè ex tabulis Horaria tam plana quàm verticalia ad varias poli altitudines conficienda sint, explicauerimus: scire volet forsan industrius lector, qua ratione hæ tabulæ sint constructæ, & ad alias poli eleuationes similes supputari debeãt. Ad hanc rem conducit Horariorum circulorum arcus inter polum mundi arcticum & Horizontem conclusos inuenire. Fit autem hoc modo. Si num complementi altitudinis poli ducas in sinum distantiæ Solis à Meridie, & productum in totum distribuas,

distribuas, & sinus hinc egredientis arcum ex Quadrante subducas. Iterum propositis sinibus huius complemẽti, & altitudinis poli, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Quem hinc sinum inueneris, is ostendet arcum circuli magni per Solis centrũ, & vtrumcp mundi polum procedentis inter polum arcticum & Horizontem comprehensum. Exemplum. Sub altitudine poli 48 partium, aliquis inuenire velit circumferentiam Horarij circuli, cuius à Meridiano distantia est horarum 3, inter polum arcticum & Horizontem conclusam. Complementum altitudinis poli est 42 partium & sinus rectus 66913, qui ducendus est in sinum 3 horarum. Efficiunt autem tres horæ 45 partes, & absoluta operatione egreditur sinus 74314, cuius arcus 28 part. 14 scrupul. complementum est 61 partium, 46 scrup. Et cum sinus huius circumferentiæ sit maior sinu altitudinis poli, multiplicatur hic 74314 in totũ, & productus cum in sinum maiorem distribuitur, prodit sinus 84349, cuius arcus est 57 part. 31 scrup. Atcp tanta est circumferentia, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO LXXII.

Signum illud Horizontis, quod circulus Horarius in sphæra contingit, per scientiam Sphæricorum triangulorum ratiocinari.

ACcedemus nunc ad ipsam rem, vt intelligas quo artificio ipse nouas tabulas planorum Horariorum conficere possis. Quando ex præcedenti propositione arcum Horarij circuli, qui est à polo mundi vsq; ad Horizontem inueneristi, duces sinum eius in sinum distantiæ Solis à Meridie, siue Sol in Oriente, siue in Occidente à Meridiano constiterit, & productum in totum distribues. Hinc tibi sinus exibit eius circumferentiæ Horizontis, quæ inter Meridianum & circulum Horarium cõcluditur. Manifestum est autem, quòd fundamentum huius propositionis consistat in 15 propositione lib. 4 Triangulorum Regiomontani, ex qua declinationes omnium Ecliptícæ partium non dissimili ratione supputantur. Sit ergo circulus Horizontis a b c d, circulus Horarius p e c f, k e h Meridianus, e polus mundi arcticus, p k b Aequinoctialis, cuius circumferentia b k definit angulum p e k, cui æqualis est oppositus c e h. Dantur autem latera e c & e h, quæ extendantur sub Horizontẽ, vt fiant Quadrantes e f & e g, quibus coniunctis per arcum f g, constat ipsum æqualem esse k p propter æqualitatem angulorum c e h & k e p. Iam per 15 quarti Triangulorum, quæ est ratio sinus e f ad sinum f g circumferentiæ, quæ antea constituta est nobis 45 partium, eadem est sinus e c ad sinum c h circumferentiæ. Ex his cogniti sunt tres sinus, quare c h arcus sinus rectus latêre non poterit. Igitur in ordine sinus totus, qui est segmenti e f, occupabit locum primum, nempe diuisoris, secũdum f g sinus, qui est 70710, tertium sinus e c, qui est 84349. Si ergo multiplicaueris secundũ in tertiũ inuenies 5964317790, qui distributus in totum producit 59643 sinum, cuius arcus est 36 part. 37 minut. Tantum etiam in plana superficie Horizonti æquidistanti distabit linea horæ nonæ ante meridiem, & linea horæ tertię pomeridianæ à linea meridiana. Similis est ratio inuentionis reliquarum omnium circumferentiarum ad quamcunq; poli altitudinem. Eandem Horizontis circumferentiam ex 25 quarti Triangulorũ non minus expeditè licet inuenire. Habemus enim hîc in trian-



gulo e h c duo latera e c & e h cognita, cum igitur angulus e h c ſit rectus, procedimus in hunc modum. Complementum lateris e c eſt 32 part. 29 ſcrupul. cuius ſinus rectus 53705, complementum e h eſt 42 partium, & ſinus 66913. Si iam multiplices 53705 in ſinum Quadrantis, inuenies 5370500000, qui diuiſus in 66913 producit 80260. Huius circumferentia ex tabulis offertur 53 part. 23 min. quibus ex 90 ſublatis, reſtat complementum 36 part. 37 ſcrup. Eundem igitur finem per hanc & alteram propoſitionem conſecuti ſumus.

PROPOSITIO LXXIII.

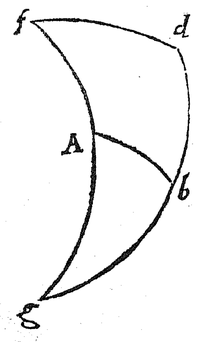
Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum Horarium interceptum numerandi.

MVltiplices ſinum diſtantiæ temporis à Meridie in ſinum complementi altitudinis poli, & productũ diuidas in totum. Sinum huius arcus complementi conferas cum ſinu cõplementi diſtantiæ temporis à Meridie, ex quibus minorem ducas in totum & productũ diſtribuas in maiorẽ, tum complementi arcus Quotientis oſtendet tibi circũferentiam Horizontis quæſitã. Aſſumamus hîc iterum exempli gratia horam 9, cuius diſtantia à Meridie eſt 45 part. & ſinus 70710, complemẽtum poli 42 part. cuius ſinus 66913 ducitur in 70710, & productus cum diuiditur in totũ, prodit 47306, cuius arcus 28 part. 40 ſcrup. ex Quadrante ſublatus, relinquit arcum 61 par. 46 ſcrup. cuius ſinus 88102 collatus cum ſinu complementi diſtantiæ temporis à Meridie 70710, cum ſit maior hoc diuiſoris locum ſubibit, & minor ducitur in totum, tum producto diuiſo in maiorẽ, exit ſinus 80259, cuius arcus 53 part. 22 ſcrup. ex Quadrante ſubductus, reſtituit 36 part. 38 ſcrup.

PROPOSITIO LXXIIII.

Quomodo ex Sphæricis triangulis ſegmentum uerticalis circuli inter Horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.

INuentis circumferentijs horarum in circulo Horizontis non eſt difficile etiam ſegmenta eorundem temporum in circulis verticalibus ſupputare. Sit ergo polus mundi g, ex quo in Aequatore incurrit quadrans Meridiani g d, & alter quadrãs Horarij circuli, qui à Meridiano diſtet 3 horis in eũdem Aequatorem incidat, qui ſit g f. Pars circuli verticalis inter hos quadrantes intercepta a b, quæ nobis eſt inuenienda. Propter tempus igitur 3 horarũ, erit arcus Aequatoris inter verticalem & Meridianũ conclusus, nimirum f d 45 gra. Iam verò ſignũ b eſt πρὸς ὀρθας, in quo arcus a b ſecat d g πρὸς ὀρθας. Triangulus igitur a b g eſt ὀρθογώνιον. Alibi nobis demonſtratum eſt arcum b d adequari poli ſupra Finitorem altitudini. Sed hanc notam eſſe cõſtituimus: quare complementum b g non latebit, & arcus f d notus conſtituit angulum f g d. Cũ ergo trigoni rectanguli a b g notum ſit latus b g, vnà cum acuto angulo a g b, per 27 quarti Regiomõtani reliqua latera inuenientur. Eſt enim ratio ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b g recti, eadem, quę eſt ſinus cõplementi anguli b ad ſinum complemẽti arcus b a g. Ex his quatuor tres ſinus ſunt noti ex hypotheſi. Sinus igitur complementi anguli g a b nõ latebit, deinde & ipſe angulus patefiet. Vt ergo πρᾶξιν ob oculos conſtituamus, inueſtigabimus ex tabulis arcuum ſinus. Sinus anguli a g b offertur 70710, & a b g anguli eſt ſinus maximus 100000. Statuamus autem altitud



altitudinem poli 48 part. cui æquatur b d complementum arcus g b, cuius ſinus eſt 74314. vt ergo inueniamus ſinum cõplementi anguli g a b, ordinandi ſunt numeri in hunc modum 100000, 70710, 74314, ex multiplicatione ſecundi in tertium conſurgit 5254742940, qui diſtributus in primum reſtituit 52547, abiectis fragmentis huius arcus ex tabulis offertur 31 grad. 42 min. tantum eſt complementum anguli g a b, quare angulus ipſe eſt 56 grad. 58 minu. Hinc deinde relegamur ad propoſi. 26 quarti. Ex ea cõſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli b a g, ad ſinum anguli a b g, quę eſt ſinus complemẽti anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b. Ex his 4 iterum innoteſcũt 3. Complementum igitur ipſius a b non latebit. Cum enim angulus b a g ſit inuẽtus 58 grad. 18 min. erit ſinus 85081, & ſinus anguli a b g eſt totus nempe 100000, ſed complementum anguli a g b eſt 45 grad. æquale nimirum illi, cuius ſinus eſt antea conſtitutus 70710. Iam ex multiplicatione ſecundi in tertium fit 7071000000, qui numerus in primũ diuiſus profert 83109 abiectis fragmentis, cuius arcus ex tabulis proximè offertur 56 & 13, tantum eſt complemẽtum lateris a b, quomodo ex quadrante ſublato, emergit ipſum latus a b 33 grad. 47 minut. id quod hactenus eſt inquiſitum.

PROPOSITIO LXXV.

Idem ſegmentum alia ratione ſupputare.

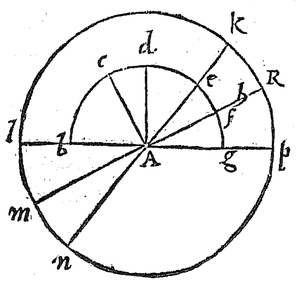
SInum cõplementi tẽporis diſtantię à Meridie per ſinũ eleuationis poli multiplicatũ in totũ partiaris, & quotiẽtis arcus cõplementi ſinu cum ſinu complementi altitudinis poli collato, minorẽ in totũ ductũ iterum per maiorem diuidas. Deinde ſinum hinc inuentum multiplices in ſinum diſtantię temporis à Meridie, & producto in maximũ ſinũ diſtributo, offeretur tibi ſinus arcus verticalis quæſiti. Multiplicemus ergo ſinum altitudinis poli 74314 in ſinũ cõplementi diſtantiæ tẽporis à Meridie 70710, & productũ partiamur in totũ, tum exurget 52547 cuius arcus 31 par. 42 ſcru. & cõplementum 58 par. 18 ſcru. quarum ſinus eſt 85081, ſinus complementi altitudinis poli, nimirũ 42 partium eſt 66913, qui cum ſit minor præcedenti ducitur in totum, & productus in illum, vtpote maiorem diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 78646, quem ſi iterum multiplices in ſinum diſtãtiæ temporis à meridie, & productum in maximum diuidas, inuenies ſinum arcus 33 part. 47 minut. eundem videlicet, qui ex præcedenti propoſitione oblatus erat.

PROPOSITIO LXXVI.

Ratio dimetiendi eleuationem poli ſupra quamcunq; ſuperficiem, quæ ad Horizontem quidem inclinatur, ſed Meridianum ad rectos angulos ſecat.

QVemadmodum ad conſtructionẽ Sciotericorũ, quæ Horizõti equidiſtãt, altitudinis poli obſeruatio requiritur, eadem ratione ſi in ſuperficiebus ad Horizõtis planũ inclinatis, quę tamẽ Meridiani planũ πρὸς ὀρθας interſecent, ſicut interdum tecta ędificiorũ, vt quatuor mundi cardines reſpiciãt, artificioſè cõſtruuntur, angulos horarios deſignare debeamus, eleuationem poli mundi ſupra eaſdẽ explorare oportebit. Hoc quomodo ſolius quadrantis offi cio expedire liceat, videamus. Cõſtituatur baſis quadrãtis ſuper oblatã ſuperficiẽ, in eo quidẽ ſitu, vt Meridianæ lineæ æquidiſtet, & ad circũferentiam inſtrumẽti eo loco perpendiculum appendas, ex quo in ipſum centrũ exactè defera tur. Ibi extẽplo circũferentia, quæ à loco perpẽdiculi ad finẽ 90 gr. numeratur, altitudinẽ oblatæ ſuperficiei ſupra Horizontẽ patefaciet, qua ſubducta ex eleuatione poli ſupra eũdem Horizõtẽ (nã illã anteà inuẽtã habere oportebit) ſi minor fuerit, altitudo poli ſupra oblatã ſuperficiẽ remanebit. Vt aũt huius rei

demonſtrationem intelligas, ſequentem figuram adſcripſimus. Ex a centro vniuerſi deſignetur Meridianus circulus n l k, cuius mutua cum Horizonte interſectio ſit in linea l a g, polus mundi k, & eiuſdem altitudo ſupra Horizontem k p. Superficies quædam ad Horizontem inclinata h a m, ſupra quam eleuatur polus quantitate k r circumferentiæ, quæ hîc eſt inuenienda. Delinetur etiam ſemicirculus ex a centro b d g, qui bifariam ſecetur in d ſigno, quod verticale eſt. Sunt igitur d g & b d quadrantes, ſit etiam quadrans c f, qui ſuper oblatam ſuperficiem h f a conſtituatur. Demõſtrabimus hîc ſegmentum c d æquale eſſe f g. Conſtat primum perpendiculum in a centrum, niſi ex d loco incidere non poſſe. Nam ſignum verticis centrum Horizontis & vniuerſi in eadem recta conſiſtunt linea. Iam circumferentia c f æqualis eſt d g ex hypoteſi, quia vtraq; circuli quadrantem æquat. Communis autem vtriq; d f. Si iam ab æqualibus æqualia ſubtrahantur, per communem ſententiam, quæ reſtant æqualia remanebunt. Quare ſubtracta d f ex c f, & iterum ex d g, reſtabit f g, ipſi c d æqualis. Iam autem f g ſimilis eſt r p, quia ſunt ex eodem centro deſcriptæ circumferentiæ, ergo etiam cognita. Et ſubducta r p ex k p, remanebit k r, altitudo nimirum poli ſupra oblatam ſuperficiem h f a. Quomodo nunc vlterius arcus Horarij huic ſuperficiei ſint inſcribendi, ex antegreſſis propoſitionibus inuenire licet.



SECTIO QVARTA, DE GENERALIBVS MAGNITVDINVM DIMENSIONIBVS.

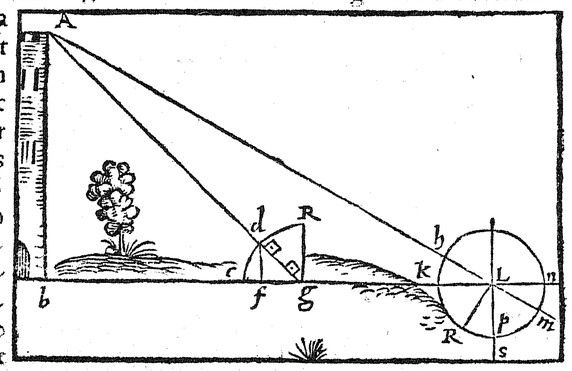
PROPOSITIO LXXVII.

Quomodo metiendæ ſint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt.

CONTEXEMVS hîc deinceps generales dimetiendi rationes, quibus inſtructi etiam illi, quibus Elementorum Geometriæ nulla fuerit cognitio, omnium ferè altitudinum, longitudinum, & diſtantiarum magnitudines explorabunt. In hunc vſum alij varia conſtruxerunt inſtrumẽta, nimirum Annulos, Quadratum Geometricum, Radium Aſtronomicum, & Gnomones. nos verò, vt multiplicem Quadrantis vſum euidentius diſcentes intelligant, nonnihil variata ratione ſimplicius ac facilius etiam ſine adminiculo numerorum omnes dimenſionum rationes inquiſitis demonſtrationũ fontibus abſolui poſſe oſtendemus. Ergo vt ad inſtitutum veniamus, primum inueſtigabimus, quomodo eorum corporum altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt, deprehendi poſsint. Id facillimè efficiemus, ſi vſq; ad baſin altitudinis præfixę pateat acceſſus. Conſtituemus enim officio perpendiculi baſin inſtrumenti, vt exquiſitè libellam occupet, tum intuenti per mobilis regulę pinnacidia ſupremam obiecti partem offeretur circumferentia, cuius ſinus rectus ad ſinum complementi eam conſeruat rationem, quam altitudo inquiſita ad interuallum inter eiuſdem baſin & locum obſeruationis cõcluſum.

[Conſtat

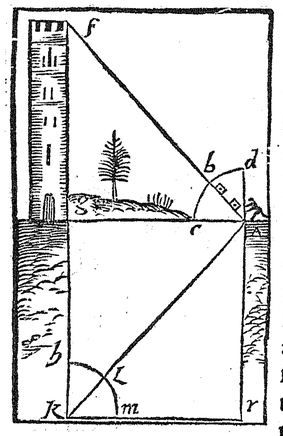
Conſtat hinc manifeſtè, quòd ſi fuerit ſinus obſeruationis æqualis ſinui complementi etiam diſtantiam à baſi præfixę altitudini adæquari. Quare ex ſola illius dimenſione quæſtioni ſatisfactum fuerit. Sin alia fuerit ratio ſinus obſeruationis ad ſinum complementi, cum ſemper ex quatuor magnitudinibus, quæ ſunt proportionales tres innoteſcant per canonem proportionis quartam inueniemus. At hîc ſcire licet alia etiam obſeruandi ratione eandem circumferentiam deprehendi poſſe, nimirum ſi per illa pinnacidia, quæ alteri Quadrantis lateri inſiſtunt obiectam altitudinem intueamur. Nam alterum latus eodem ſegmento eleuabitur à demiſſo excentro perpendiculo. Ex ſequenti figura manifeſtius hæc intelliguntur. Conſtituamus ergo nobis obſeruandam eſſe altitudinem a b, quæ πρὸς ὀρθὰς inſiſtit ipſi b l rectæ, ex g puncto, vt circumferentia c d, ſupra quam eleuatur regula d g, dum radius viſus per d in a tranſmittitur, ſit æqualis complemento d r, cuius ſinui recto æqualis eſt ipſa g f, & d f eſt ſinus arcus c d, qui neceſſario ipſi g f eſt æqualis. Hoc conſtituto dicimus æqualem eſſe diſtantiam baſis b à loco obſeruationis g ipſi a b altitudini. Deſignati ſunt enim duo trigoni rectanguli, nimirum a b g & d f g, quorum duo anguli ad b & f ſigna per hypotheſin ſunt recti, & alter acutorum a g b eſt vtriq; communis. Ergo per 32 primi Elementorum reliquis b a g reliquo f d ædequatur. Hinc per 4 ſexti Euclidis, latera, quæ circũ æquales ſunt angulos, nimirum a b, b g, d f, & f g ſunt proportionalia. Sed paulò ante ſtatuimus æqualem f g ipſi f d. Aequalis igitur eſt g b ipſi b a, id quod demonſtrari oportebat. Eadem ratione demonſtratur in quamcunque partem ipſius b l inſtrumentum transferatur ſinum complementi ad ſinum anguli obſeruationis eandem rationem cuſtodire, quam obtineat diſtantia ab ipſo b ſigno ad altitudinem b a inquiſitam. Iterum collocemus inſtrumẽtum in remotiorem locum à b ſigno, nimirum in l. Erit ergo circumferentia, ſub qua eadem b a altitudo ſecundò obſeruatur, k h. Et ſuper l centrum deſignetur circulus k m r, qui inferius ſecetur à perpendiculo l s in ſigno p. In hoc ſumatur in ſignum ex quo per centrum l iterum obſeruetur altitudo a. Diſtantia autem r ab m puncto conſtat integro Quadrante. Producta b l recta eundem circulum ſecet in n puncto. Dicimus hîc circumferentiam r p, quę inter contactum perpendiculi, & r ſignum intercipitur, adæquari ipſi k h. Cum enim duę rectę h l m & k l n ſecent ſe in puncto l, erit per 15 primi Elementorum angulus k l h, æqualis ipſi n l m. Hinc etiam circumferentia k h æquatur m n. Cum autem recta b n, quę in libella conſiſtit, diſpeſcat circulum h m r in ſemiſſes, ſequitur vt perpendiculum l s ſemicirculum k p n in Quadrantes diuidat. Ergo ſegmentum k m æquatur p n. Et vtriq; communis eſt p m, quo ſublato, relinquitur r p æquale m n. Sed antea demonſtratum eſt m n æquari k h. Ergo & r p adæquatur k h, id quod demõſtratione ſtabiliendum erat. Manifeſtũ eſt ergo, ſiue obſeruentur altitudines per pinnacidia lateri l m infixa, ſiue per ea, quę ſunt in mobili regula, ſemper offerri illam circumferentiam, cuius ductu inquiſitas altitudinum quantitates ratiocinari liceat.



PROPOSITIO LXXVIII.

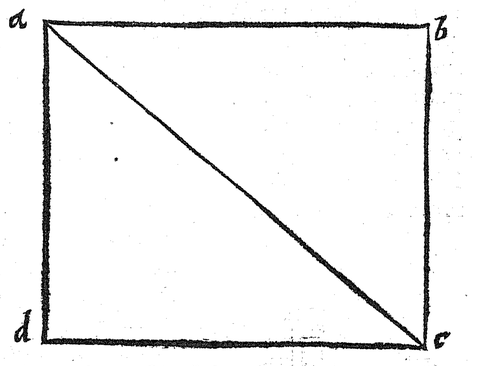
Secundus modus altitudinum quantitates obseruandi.

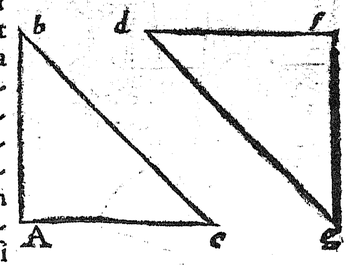
His aliam subnectemus rationem, qua facilius earundem altitudinũ quantitates liceat obseruare, si modò visus ad basin apparentis loci non fuerit à latere intercluſus. Licebit hîc pro arbitrio ad quantam voluerimus distãtiam ab obiecta loci altitudine recedere. Tum inuenta per antegressam propositionem circumferentia, quę prefixę altitudini obtenditur, progrediemur in eum vsq; locum, ex quo distantiam loci obseruationis à basi apparente sub angulo complementi liceat intueri. Eius interuallum à predicta basi inquisitę magnitudini exactè dicimus adequari, id quod ex sequenti demonstratione euidentius eluescit. Sit ergo metienda nobis altitudo g f, quę ad perpendiculum erecta sit super ipsam k h g, & conspiciantur ex a signa f & g sub circumferentia b c, cuius complementum b d a g sit distantia loci obseruationis à basi. Hinc cum progressi fuerimus in k appareant g & a signa sub circumferentia l h, quę sit equalis complemento b d. Dicimus hîc ipsam k g, quę est in terra distantia k ab ipso g signo exactè equalem esse g f. Designauimus enim duos trigonos ὀρθογωνίους a f g, & g k a, quorũ duo anguli ad g signum sunt recti, & alter acutorum g k a æquatur ipsi a f g. Ergo tertium g a k, ipsi f a g æquari est necesse. Quare, cum equalibus angulis subtendatur idem latus a g per 26 primi Elementorum reliqua latera sunt reliquis lateribus equalia, nimirum a k ipsi a f & k g ipsi f g, id quod demonstrari oportebat. Porrò ex his manifestum est, si ad g basin omnino accessus non detur, quomodo nihilominus equalem in terra magnitudinem ipsi g f liceat deprehendere. Vt hoc demonstratione confirmemus, ducantur ex signis a & k rectæ, quæ in r ad rectum angulum concurrant, tum dicimus ipsam a r & inueniri posse & ipsi g k adequari. Illam ita deprehendemus, si obseruata k a recta, vnum atq; idem signum, vt hîc r constituimus intueamur ex a sub angulo g k a & ex signo k idem r inspiciamus sub angulo g a k. hinc nobis ipsa a r recta innotescit. Cum enim trigoni a r k anguli sint æquales angulis trigoni a g k, & æqualibus a g k, & a r k angulis idem latus a k pretendatur, sequitur per 26 primi Elementorum reliqua latera reliquis adequari, nimirum k r ipsi g a, & a r, g k. Sed ipsam g k demonstrauimus æqualem esse ipsi g f. Ergo ipsa r a eidem g f æqualis constituitur, id quod demonstrandum erat. Eaſdem altitudinum quantitates adhuc alia via licet obseruare. Obseruabimus enim instrumento, vt in antegressis propositionibus circumferentiam illam, quę prefixi loci altitudini obtenditur, sub cuius complemento eiusdem altitudinis summitatem, & aliud quoddam in terra signũ intuebimur. Ex hoc loco per rectam lineam, in qua signum fuerit conspectum progressi, subinde instrumento explorabimus, in quo pũcto huius lineę summam altitudinis partem, & locum primę obseruationis liceat intueri, sub angulo recto hoc inuento, dicimus eius interuallum, quo distiterit à primę obseruationis puncto inquisitę altitudini æquale constitui. Sit exempli gratia constitutum metiri altitudinem a b quę ad perpendiculum insistat b c, quæ est distantia loci primæ obseruationis c a sit visus radius, quo deprehenditur angulus a c b. Et per eandem terrę superficiem, in qua est b c, ducatur recta c d, quæ efficiat angulum



a c d

a c d æqualem ipsi c a b. Ex a descẽdat recta in signum d πρὸς ὀρθὰς, tum demonstrabimus ipsam c d æqualem esse altitudini a b. Cum enim duo sint trigoni rectanguli d a c & a b c, cuius alter acutorum, nimirum a c d constituitur equalis alteri c a b, per 32 primi Elementorum duo trigoni sunt æquianguli. Et æqualibus angulis a d c & a b c idẽ latus a c prætenditur. Quare per 26 primi Elemẽtorum reliqua latera sunt reliquis lateribus æqualia a d ipsi b c & a b d c. Quartam his dimetiendi altitudinum quãtitates rationem subijciemus. Si enim ex præmissis explorata nobis fuerit circumferentia, quę prefixę obtenditur altitudini, inuestigabimus eo, quo superficierum longitudines explorantur, modo, quem alibi explicamus distantiam basis ab ipso obseruationis loco. Quo absoluto, prefigemus nobis in terra spacium aliquod rectilineum, à quo digressi vsq; ad æqualem inuentæ longitudinem distantiæ, quanta eius pars sub deprehensa paulò ante circumferentia appareat, obseruabimus. Nam id conspectæ per instrumentum altitudini æquari asseueramus. Sit constituta altitudo b a, quę ad distantiam a c obseruata sit sub angulo b c a, cui in trigono rectangulo d f g sit equalis angulus d g f, & f g ipsi a c, tum manifestè constabit reliquum latus d f altitudini b a adequari. Si enim exploratam habuerimus f g æqualem c a ea ratione obseruandi, quam in dimensione longitudinis superficierum terrestrium, aut latitudinis fluminum explicamus, & acutus angulus d g f sit equalis b c a per 26 primi Euclidis f d recta ipsi b a efficitur æqualis.



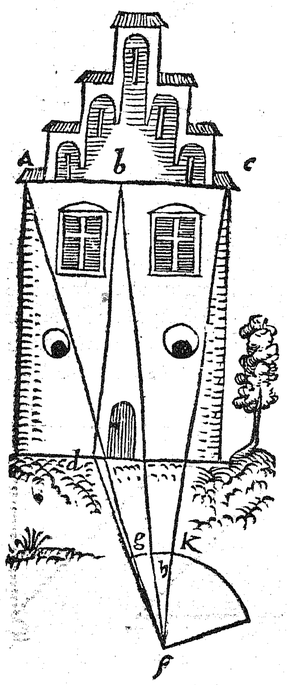


PROPOSITIO LXXIX.

De latitudinum dimensionibus.

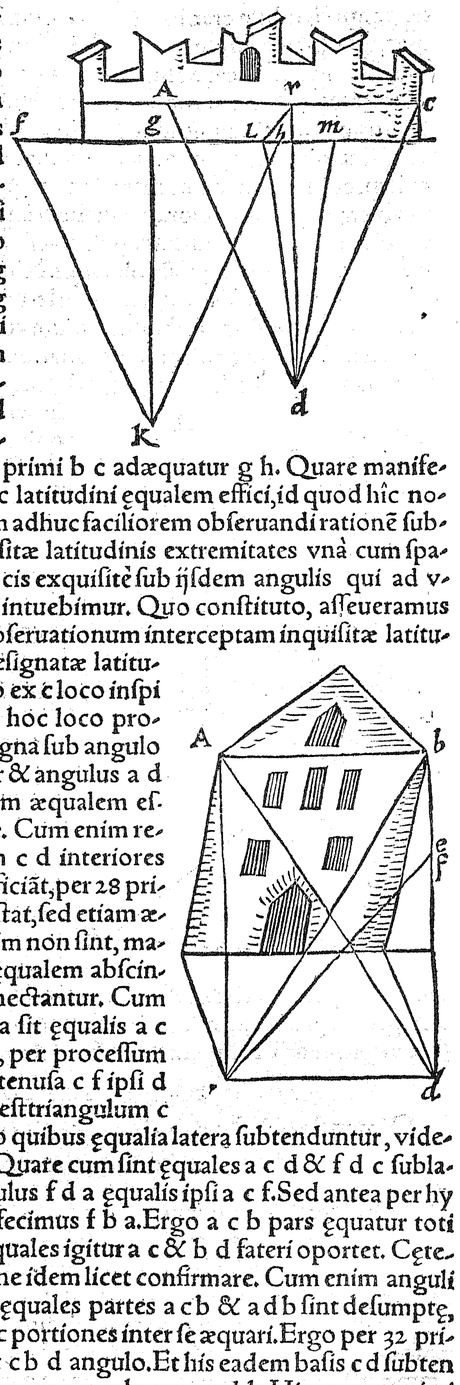
Sequitur vt deinceps latitudinum metiendarum rationes explicemus. Hîc scire licet earum latitudinum, quæ cum obseruãtis loco in eadem altitudine consistant, quantitates ijsdem explorari dimensionibus, quibus in altitudinibus deprehendendis vsi sumus. Quare nouam de his tractationẽ contexere nihil opus fuerit. Igitur ad eas latitudinum magnitudines explorandas progrediemur, quæ in sublimioribus locis constituuntur. Id quod expediemus in eum, qui sequitur, modum. Primùm instrumento obseruabimus altitudinem apparentis latitudinis supra locum obseruationis vnà cum distantia eiusdem à basi. Ac inuentas magnitudines quadratè multiplicabimus, tum ex summa eorum quadratorum collecta extrahemus, hinc nobis innotescit interuallum inter obseruationis punctum & inquisitam latitudinem interceptum. Si ergo per Quadrantem exploratum habuerimus, sub quanto præfixa altitudo angulo apparuerit, per canonem proportionis quæstionis solutionẽ expediemus. Nam quę est ratio eius lineæ, quę ex centro Quadrantis in chordam obseruato prætensam angulo πρὸς ὀρθὰς incurrit, ad ipsam eadem est radicis ex consti-

tutis paulò ante quadratis collectę ad inquisitam altitudinem. Cur aũt sublimiores latitudines alia dimensionum ratione, quam illas, quæ cum observationis loco libellam occupant, explorare oporteat, non est obscurum. Nam superiores in apparentibus superficiebus magnitudines, cum sub minoribus angulis conspiciantur, vt remotiore ab oculis interuallo absint, est necesse. Cum ergo non sit eadem distantia loci observationis à basi obiectæ altitudinis & sublimiore latitudine, per ratiocinationem, aut alias observationes eam explorandam esse constat. Vt ergo manifestius ipsa res pateat, figuram subijciemus.

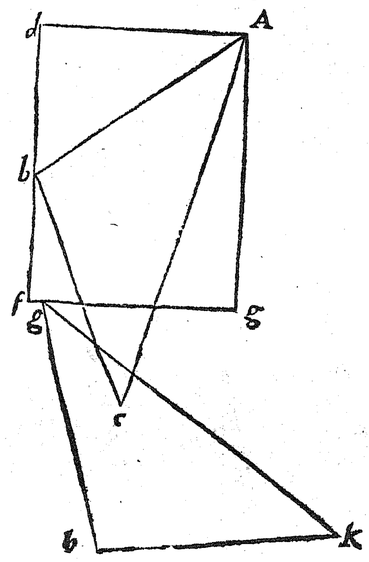


Sit ergo nobis in prefixo ędificio metienda latitudo c a, cuius altitudo supra basin est b d, & distantia ab ipso observationis signo f ipsa b f. Ex f in d πρὸς ὀρθας agatur f d. Deniq; appareat a c magnitudo sub angulo a f c, qui vtrunq; visus radijs a f & f c comprehenditur. Hinc ad circumferentiam prætendatur chorda g k, cui ex f centro occurrit f h, quę pars est ipsius b f, a c verò & g k intelligimus esse parallelas. Cùm ergo trianguli orthogonij d b f duo latera b d & d f nota constituamus, per processum penultimæ Elementorum b f hypotemisa innotescit. Et cum a c & g k sint æquidistantes per 29 primi Euclidis æquianguli efficiuntur trigoni b f c & h f k, item a f b & g f h. Ergo per 4 sexti Euclidis eadem est ratio f h ad h k, quæ est f b ad b c. Et eadem f h ad g h, quæ f b ad b a. Quare per 12 quinti Elementorum eadem est ratio f h ad g k, quę est f b ad a c. Ex his quantitatibus innotescunt f b & g k chorda. Sed f h circino in Quadrante, aut ex sinuum tabulis facilè deprehenditur. Ergo per 19 primi Triangul. a c latere non potest. Cum ergo demonstratum sit, quomodo per ratiocinationem, quæ ex proportionibus quantitatum existit, latitudines inueniri possint, non inutile fuerit, si inuestigemus qua ratione liceat in terra æquales ijsdem magnitudines sine adminiculo numerorum per observationes tantùm explorare. Explicauimus alibi quo dimetiendi modo æqualem in terra longitudinem prefixæ altitudini, constituto eodem à basi interuallo, liceat obseruare, hinc nobis innotescit distantia loci observationis ab inquisitæ latitudinis linea, si dimensi fuerimus extremæ huius longitudinis partis ab eodem observationis signo interstitium. Si ergo in quacunq; plana superficie rectilineum aliquod spacium sub eodem angulo, quo obseruata apparuerit latitudo, ad eandem distantiam inspexerimus, constabit quæstioni satisfactum esse. Nam id præscriptæ latitudini exquisitè adæquari necessarium fuerit. Sit ergo ex d loco obseruata latitudo a b c in sublimiori superficie, sub angulo a d c, cuius basi l πρὸς ὀρθας d l occurrat, vt b l sit perpendicularis in eandem ducta, quæ connectantur recta d b, & hęc sit ad rectos angulos ipsi a c. Et constituatur ad alteram partem angulo l d b æquales l d m. Porrò m & d signa recta connectantur. Et ad quantitatem m d recta k g πρὸς ὀρθας in ipsam f m deducatur. Deinde per obseruationē deprehensus sit angulus f k h æqualis ipsi a d c, & d a c ipsi k f l, tum asseueramus ipsum f h inquisitæ a b c latitudini adæquari. Cum enim trianguli orthogonij b l d acutus angulus l d b, sit æqualis alterius trigoni rectanguli

guli m l d angulo l d m, æquatur etiam l b d ipsi l m d angulo, quibus idem latus l d subtenditur. Ergo per 26 primi Elementorum, reliqua latera efficiuntur reliquis lateribus æqualia, nimirum l b ipsi l m & b d ipsi m d. Sed æqualem huic constituimus g k. Quare g k æquatur ipsi b d. Porrò cum angulus f per hypothesin æqualis sit a, quibus æqualia g k & d b latera subtẽduntur, tum g & b sint recti per eandem 26 primi æquatur f g ipsi a b. Constat etiam per 32 primi Elementorum cum anguli f & k sint æquales ipsis a & d reliquũ h angulum reliquo c æqualem constitui. Ergo per eandem 26 primi b c adæquatur g h. Quare manifestum est totam f g h inquisitę a b c latitudini æqualem effici, id quod hîc nobis erat demonstrandum. His etiam adhuc faciliorem obseruandi rationē subnectere placet. Tantùm hîc propositæ latitudinis extremitates vnà cum spacio in terra rectilineo ex duobus locis exquisitè sub ijsdem angulis qui ad vtranq; partem rectum constituant, intuebimur. Quo constituto, asseueramus longitudinem itineris inter loca obseruationum interceptam inquisitæ latitudinis quantitati adæquari. Ergo designatæ latitudinis a & b fines vnà cum d signo ex c loco inspiciantur sub angulo recto a c d. Ex hoc loco progressi in d obseruemus c à & b signa sub angulo c d b, qui priori sit æqualis, similiter & angulus a d b ipsi a c b, cum ipsam c d rectam æqualem esse dicimus a b latitudini inquisitæ. Cum enim rectę a c & b d incidentes in ipsam c d interiores angulos duobus rectis æquales efficiãt, per 28 primi Euclidis parallelas eas esse constat, sed etiam æquales esse necessariũ fuerit. Si enim non sint, maiorem fingamus d b ipsa a c, cui æqualem abscindamus d f & c f signa rectæ connectantur. Cum ergo trigoni rectanguli c d f recta sit æqualis a c lateri, & vtriq; cõmunis c d basis, per processum 47 primi Euclidis, æquatur hypotenusa c f ipsi d a. Igitur per 5 sexti æquiangulum est triangulum c d f ipsi a c d, & æqũales anguli, sub quibus æqualia latera subtenduntur, videlicet angulus f c d, angulo a d c. Quare cum sint æquales a c d & f d c sublatis hinc æqualibus, remanebit angulus f d a æqualis ipsi a c f. Sed antea per hypothesin angulum a c b æqualem fecimus f b a. Ergo a c b pars æquatur toti a c f, id quod fieri non potest. Aequales igitur a c & b d fateri oportet. Cęterùm faciliore etiam demonstratione idem licet confirmare. Cum enim anguli a c d & b d c sint recti, ex quibus æquales partes a c b & a d b sint desumptę, sequitur remanentes b c d & a d c portiones inter se æquari. Ergo per 32 primi Elementorum c a d æqualis est c b d angulo. Et his eadem basis c d subtenditur. Quare per 26 primi Elemẽtorum c a adæquatur d b. Hinc per 33 primi eorundem Element. a b & c d æquales esse concludimus. Id quod demonstra-



tione aperiendum erat. Hactenus earum latitudinum dimensiones explicauimus, quæ planæ Finitoris superficiei sunt parallelæ: sequitur nunc, vt inuestigemus, quomodo liceat obliquiores, quę in libellam incidunt, magnitudines explorare. Hanc ad rem conducent nobis antegressæ propositiones. Nam constitutis obliquæ magnitudinis finibus, obseruabimus eos per instrumentum, vt cõstet sub quanto appareant angulo ex præfixa nobis meta. Si inde admini culo precedentium demonstrationum quanto huius metæ locus interuallo ab sit ab vtroque fine exploratum habuerimus, reliquum operis iuxta ratiocinationẽ 49 primi Regiomontani, aut facilius ac simplicius in plana terrę superficie per 7 primi Euclidis absoluemus. Nihil enim aliud facto opus fuerit, nisi vt inclinato in planum instrumento, obseruemus duo signa, quorum sit æqualis ab obseruationis loco distantiæ, finium conspectæ longitudinis à præfixa meta interuallis. Quo constituto necessarium fuerit signorum interstitium inquisitæ magnitudini adæquari. Quod si præfixæ magnitudines in ea apparentis superficiei latera inciderint, quę rectũ angulum ambiant per 47 primi Elementorũ licebit idem operis expedire. Sit ergo in superficie d a f g ad perpẽdiculum erecta, metienda nobis obliqua magnitudo a b ex c loco. Primùm hîc obseruamus angulum b c a, inde per præmissas b c & a c distantias. Quoniam ex his cõstant trianguli b a c duo latera b c & a c datum b c a angulum ambientia per 49 primi Regiomõtani reliquum latus a b colligetur. At loco extremitatum a & b in inferiore superficie conspecta sint iterum g & h signa, sub angulo g h æquali b c a, ita vt interuallum g a k sit equale a c & h a k ipsi b c, tum necessarium fuerit per 4 primi Elementornm interstitium g h æquari b a inquisitæ magnitudini. Sed eandem b a licebit adhuc alia ratiocinatione inuenire.



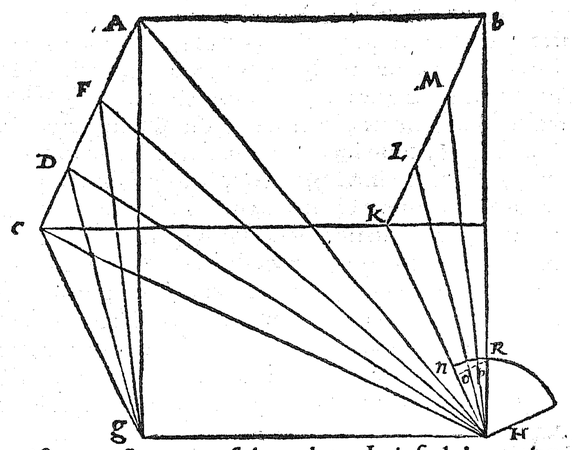
Cùm enim incidat a b in latera f d & a d quæ in d signo ad rectum angulum conueniũt, trigonus b d a orthogonius efficitur. Quare si dimensi fuerimus, vt in antegressis propositionibus explanauimus b d & a d latera per 47 primi Elementorum a b colligemus, id quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO LXXX.

Dimensiones Pyramidum & aliorum corporum, quæ in sublimioribus locis consistunt.

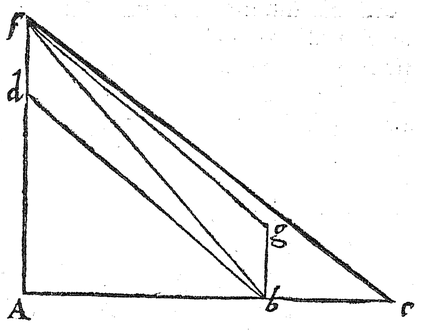
COnsiderabimus etiam quibus dimensionum modis sublimiores altitudinum partes, vt pyramidum & aliorum corporum, quæ ornatus causa construuntur, simplicissimè explorari possint, vt hinc industrius architectus ex inferiore plano singularum in apparenti superficie partium magnitudines iuxta exquisitam symmetriam obseruatas adumbrare, aut æquales alibi constituere possit. Quantum verò ad explorandas latitudines attinet, id alibi nobis pertractatum est, nunc tantùm in inquisitione particularium altitudinum occupabimur. Atq; hîc scire licet facillimè nobis omnes earum obseruationes expediri posse,

posse, si modò supremæ in oblata superficie altitudinis dimensio fuerit antegressa. Nam hoc constituto, cum inferiores magnitudines explorare decretũ fuerit, tantùm inclinata mobili regula diligenter obseruabimus, quibus in partibus, dum per pinnacidia præfixæ quantitatis fines intuemur, secuerit sinum rectum eius anguli, sub quo maxima apparuerit altitudo. Ex his manifestè constabit eandem esse rationem portionis sinus recti inter sectiones obseruationum conclusæ, ad inquisitam altitudinis partem, quæ est sinus totius ad totam exploratæ altitudinis quãtitatem. Quare per canonem proportionis, cum tres magnitudines sint notæ, quarta in lucem prodibit. Cæterùm hîc meminisse oportet, vt vbiq; à basi altitudinis præfixæ æquali absimus interuallo, si enim propius accesserimus eadem magnitudo exploratæ altitudini, sub maiori angulo ὑπὸ τῶν ὀπτικῶν apparebit, sin longius recesserimus sub minori. Idem euenire necessarium est, cùm visus radij obliquè, hoc est non ad rectos angulos in eãdem superficiem inciderint. Nam partes remotiores, etsi cum alijs sępe eandem obtineant quantitatem, sub minoribus tamen angulis conspiciuntur. Atq; hac ratione contingit, vt ex vnico tantùm loco, tanquam centro singulas altitudines, in quas obliqui ad superficiem radij deferuntur, obseruare non conducat. At huic difficultati commodiori ratione obuiam ire licet, si æquidistantem præfixæ superficiei basi in plano lineam duxerimus. Ex hac protrahemus rectas, quæ sibi inuicem æquidistantes in perpendiculares metiendarũ altitudinum πρὸς ὀρθὰς incurrãt. Has omnes inter se ęquales esse constat. Quare sub ijsdem angulis eędem magnitudines vbiq; apparebunt, & exploratæ altitudinis quantitatem reliquis omnibus eadem ratione accommodare licebit. His constitutis, duplici via conspectarum altitudinum quantitates assequemur, aut iuxta canonem proportionis, vt paulò ante admonuimus, aut ex obseruatione spacij rectilinei in plana superficie, quod exploratæ sit altitudini æquale. Constituta enim ab eodem spacio æquali distantia, quæ ad obseruationes vsurpata fuerit, per singulas sinus recti sectiones, prout cõspectis altitudinum partibus assignatæ sint, rectas lineas extendemus. Tùm extemplò omnes cõspectarum partium magnitudines, quantæ fuerint in apparenti superficie, innotescent. Atq; hæc est expeditissima ac facillima cõspectarum in altitudinibus partium quantitates explorandi ratio. Interim hîc discentes nouerint fieri tamen posse, vt ex vno tantùm loco omnes obseruationes absoluantur, modò vbiq; totius ad basin vsq; altitudinis quantitas constiterit. Sed hanc longiori inquisitione per dimẽsionem distantię & anguli altitudinis explorare oporteret. Statuamus ergo erectam superficiem a b c k, cui basis k c & eidẽ παράλληλα g h. Ex h signo πρὸς ὀρθὰς recta extendatur in k, quæ sit distantia loci obseruationis à basi. Et appareat explorata altitudo k b sub circumferentia n k, cui sinus rectus n o r subtendatur. In ipsa k b metien-



da ſit quantitas m l, quæ conſpiciatur ex parte ſinus recti o p. Id efficiemus ſi conſtiterit eandem eſſe rationem n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Primò cum c r n, & b k πρὸς ὀρθας in eandem k h baſin deſcendant, cõſtat eas per 28 primi Euclidis eſſe parallelas, in quas omnes incidentes lineæ angulos interiores & ex aduerſo oppoſitos efficient æquales, videlicet angulum k b h ipſi n r h, k m h, ipſi n p h &c. Et quorum baſes ex aduerſo cõſiſtunt eundem angulum apud h cõmunem habent. Ergo ijdem ſunt æquianguli, & quæ circum æquales ſunt angulos proportionalia habentur latera. Igitur eſt eadem ratio k l ad n o, l m ad o p, & m b ad p r, & per 11 quinti k b ad n r. hinc per 16 quinti eadem eſt n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Ex his cognoſcuntur tres o p, n r & k b. Quarta igitur l m non latebit. Eodem modo licet inuenire k l & m b partes. Iterum altitudinis a c obſeruandę ſint partes d f & c d. Conſtituemus igitur à c æqualem diſtantiam ipſi k h, quæ ſit c g. Cum iam angulus a c g ſit rectus, in altitudine a c ſub ijſdem angulis ex g obſeruantibus offerentur æquales magnitudines conſpectis ex h partibus ipſius k b. Quare ſinus recti, qui æqualibus angulis in g prætenduntur, eaſdem habebunt ad ſimiles quantitates rationes. Ergo eadem ratione per collationem ſinuum, qui æqualium ſunt angulorũ in g ad ſinum, ſub quo fuerit tota k b conſpecta magnitudines partium c d & d f colligentur. At manifeſtum eſt, cuius antea mentionem fecimus, ſingulas obſeruatarum magnitudinum facilius in alia ſuperficie poſſe explorari. Si videlicet in ea ſtatuerimus æqualem triangulum ipſi b k h, & per obſeruata ſinus ſegmeuta, vt hic o p rectas in baſin anguli k h b extenderimus. Cæterùm nunc deinceps videndum nobis eſt, an ex h per ratiocinationem altitudinis eiuſdem k b eiuſdem ſinus n r liceat in ipſa c a veras partiũ, vt d f & c d magnitudines explorare. Primò conſtat interuallum à baſi h c longius eſſe h k. Quare in a c altitudine partes, quæ ex h conſpiciuntur, non ſunt æquales ijs, quæ in b k ſub ijſdem angulis apparerent. Nam angulus a h c minor eſt k h b, quare ſinum etiam variari neceſſe eſt. Conſtat igitur ex h in vtraq; b k & a c magnitudine eadem ratione partes intermedias explorari non poſſe. Interim paulùm variata ratione ex h licebit partes f d & d c ratiocinari. Si videlicet conſtiterit a c altitudo, cuius hîc certam ad b k rationem non aſsignamus. Inde per antegreſſas demõſtrationes conſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli a h c ad a c, quæ eſt ſinus anguli f h d ad ipſam f d partem. Idem ſtatuendum eſt de reliquis c d & f a partibus. Porrò cùm nihil obſtet, quominus eundem finem varijs rationibus conſequamur, alias adhuc eaſdem magnitudines explorandi demonſtrationes contexemus. Ac deinceps inueſtigabimus, quomodo ſine dimenſione totius altitudinis ſupra baſin præfixa ſegmenta liceat obſeruare. Id quod efficiemus in eum, qui ſequitur, modum. Ex conſtituto loco primùm inſtrumento obſeruabimus vtrumq; angulum, quibus extremitates præfixę magnitudinis ſuperiores apparent. Inde regreſsi, ad quantum voluerimus interuallum, ſuperioris iterum partis angulum, quo locum obſeruationis exceſſerit, metiemur. His cõſtitutis, quomodo præfixa innoteſcat magnitudo, ex ſequenti demonſtratione euidentius intelligetur. Ac ſcire licet tãtùm hac parte explorata, per præmiſſas ἀπολείψεις totam vſq; ad baſin altitudinem vice verſa colligi poſſe. Conſtituamus ergo altitudinis a f ignotæ metiendam eſſe partem d f. id quod efficiemus, ſi ex b loco conſpectis d & f extremitatibus, innotuerint anguli f b a & d b a. Deinde ex b retrocedentes in c ex ſolius f ſigni conſpectu deprehenderimus angulum f c a. Nam his ita conſtitutis trianguli b f c relinquetur angulus f b c ſi ipſum f b a exploratum ex duobus rectis ſuſtulerimus. Cum ergo ſit & angulus f c b notus,

notus, & b c baſin in terra liceat metiri, per 32 primi Triãgulorum quantũ ſit f b latus ratiocinabimur. Iam verò in triangulo d f b angulum d b f, aut ex obſeruatione finium f d, aut ex ſubtractione ipſius d b a ex f b a colligemus. Cum autẽ trigonus d a b ſit ὀρθογώνιος, cuius alter acutorum d b a cõſtet, reliquus a d b non latebit. Et hîc ſublatus ex duobus rectis, reſtituit exteriorem f d b angulum. Quare per 4 ſecũdi Regiomontani f d latus innoteſcet, quod explorare oportebat. His confirmatis, manifeſtum per antegreſſas ἀπολείψεις ex dimenſione partis f d & angulorum f b d, & d b a reliquum totius altitudinis ad baſin d a facillimè inueniri poſſe. Sed etiam ſcire licet, id quod ſæpius demonſtratum eſt, linearum f b & hinc deinceps d f magnitudines ſine ratiocinatione propoſitionum deprehendi poſſe, ſi videlicet æquales in alia ſuperficie triangulos ipſis f b c & f b d conſtituerimus. Porrò hîc inueſtigare placet, qua ratione fieri poſsit, vt ſimpliciter etiã per alteram obſeruationem æquale ſpacium præfixę magnitudini in plano deprehendamus. Id quod non minus expeditè licet abſoluere, ſi ad eandem obſeruationis lineam per obſeruationes æquiangulum ſtatuerimus trigonon. Exempli gratia cum in b obſeruatus ſit angulus f b d & hinc deinceps, vt ſuperius patuit, innoteſcant reliqui f d b & d f b, extendemus in ſubiecto plano ex b rectam lineã verſus g, ita vt æqualis fiat angulus f b g, ipſi d f g quod obſeruatione experiemur. Dehinc explorabimus inſtrumento, in qua parte huius rectę f & b ſigna appareãt ſub angulo æquali f d b, vt hîc in g ſigno cõſtituimus. Quibus exploratis, dicimus b g rectam inquiſitæ f d magnitudini adæquari. Cum enim duo anguli b & g trigoni b f g ſint æquales viciſsim duobus d & f alterius d b f trigoni angulis, & ijſdem g & d idem latus f b ſubtendatur, per 26 primi Elementorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus æqualia. Conſtat ergo ex dimenſione b g rectæ æqualem ipſi f d magnitudinem inuentam eſſe, id quod hîc demonſtrari oportebat.

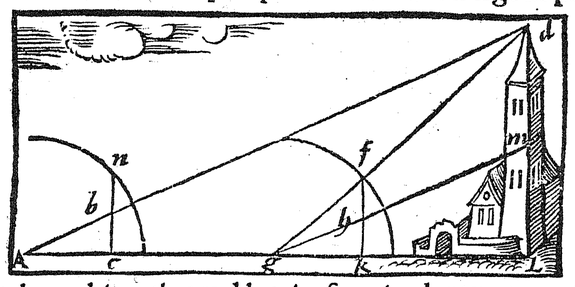


PROPOSITIO LXXXI.

De metiendis altitudinibus, quarum ſupremæ tantùm partes appareant.

SImpliciſsimas metiendarum altitudinum rationes præmiſsis demonſtrationibus explicauimus: ſequitur nũc, vt alias etiam paulò operoſiores, quæ videlicet numerorum ratiocinatione abſoluuntur, pertractemus. Ac maximè hîc operam dabimus, vt diſcentes intelligant, quæcunq; vel radijs, vel alijs quibuſuis dioptris adſcribuntur, multò facilius & abſolutius Quadranti congruere: vtq; rem ipſam ſtatim perſequamur, ſcire licet duabus obſeruationibus ſuperius apparentis partis, quæ in eadem recta linea conſiſtant, inſtitutã quæſtionem ſolui. Cum enim ex his offerantur duo anguli, quibus præfixa altitudo obtenditur, manifeſtum erit, qua in parte radius viſus, qui minorem ex his deſinit, ſinum rectum maioris interſecet. Quo cõſtituto, dicimus eandem eſſe rationem ſuperioris ſegmenti ad totum maioris anguli ſinum, quæ eſt differentia inter obſeruationum loca interceptę ad totam diſtantiam, quæ eſt à remotiore loco vſq; ad baſin inquiſitę altitudinis. Ex his igitur per canonem pro-

portionis innoteſcit vtrunq; interuallum inter loca obſeruationum & baſin altitudinis concluſum. Quare per alterum obſeruationis angulum, qua ratiocinationis via inquiſita altitudinis magnitudo ſit colligenda, ex antegreſſis demonſtrationibus non eſt obſcurum. At ne hîc diſcentes impingant, ἀποδόξιν huius rei contexere operæprecium fuerit. Sit ergo in præfixo ædi-



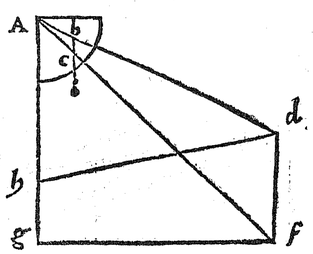
ficio metiendus nobis cathetus d l, cuius ſuperior duntaxat pars d eſt in conſpectu. Fiat autem prima obſeruatio ſigni d ex g. hinc conſtituitur angulus d g l, cui ſinus rectus f k ſubtendatur. Ex g per eandem rectam, quæ ex l g educitur, vſque in a retrocedenti iterum appareat d ſub angulo d a l, vt obſeruationis linea a d ſinum rectum n c, quem eundem eſſe ſtatuimus cum f k, ſecet in d ſigno. Hîc nobis demonſtrandum eſt ſegmentum n b ad totam n c eandem habere rationem, quam obtinet a g diſtantia inter obſeruationum loca concluſa, ad totam a l rectam. Atque vt hanc ἀποδόξιν commodius extruamus, ducatur ex ſigno g per trigeſimamprimam primi Elementorum parallela g m ipſi a d, quæ ſecat ſinum rectum f k in h puncto, hinc efficitur, vt h k ſit æqualis b c. Conſtat enim per vigeſimamnonam primi Elementorum angulum m g l æqualem eſſe angulo b a l, & vterque a c b & g k h per hypotheſin eſt rectus. Quare cum a c & g k ſint æquales (nam vtraque adæquatur ſinui eiuſdem complementi) conſequitur trigonum a c b æquari trigono g k h, & h k lineam ipſi b c. Iam verò cum παράλληλαι ſit g m ipſi a d, erunt partes linearum trigoni d l a, quæ ſectæ ſunt per g m rectam, proportionales per ſecundam ſexti Elementorum. Ex eadem conſtat rationem f h ad h k æqualem eſſe ipſius d m, ad m l. Sed ipſius d m ad m l ratio æquatur a g ad g l rationi. Sequitur ergo per vndecimam quinti Euclidis rationem f h ad h k æqualem effici rationi g a ad g l. Et per coniunctam rationem eandem eſſe f h ad f k totam ipſi a g ad a l. Quare cum n c & f k ſtatuantur æquales, ex quibus æqualia ſegmenta b c & h k deſignantur, reſidua pars b n æquatur f h. Non dubium eſt igitur eandem eſſe rationem n b ad n c, quæ eſt a g ad a l. Sed ipſam a g licet in plana terræ ſuperficie metiri, & ſegmenta n b & b c deprehenduntur ex a b, quę ſecat ſinum rectum n c in b. Si ergo multiplicemus a g in n c, & productum diſtribuamus in ſegmentum n b, ipſa a l diſtantia patefiet. Hîc iam manifeſtum eſt duplici ratiocinatione catheti d l quantitatem colligi poſſe. Cum enim cõſtent rectæ a g & a l vtriuſque differentia g l non latebit. Si ergo quæſito velimus ſatisfacere per ratiocinationem g l, per quartam ſexti Elementorum id expedire licebit. Conſtat enim per eandem triangulos ὀρθογωνίους g k f & g l d eſſe æquiangulos, cum eundem d g l acutum habeant communem. Eadem eſt ergo g k ad k f & ipſius g l ad l d. Eodem modo colligemus ex a c, b c, & a l inuentis eandem l d magnitudinem. Id quod hîc nobis demonſtrandum erat.

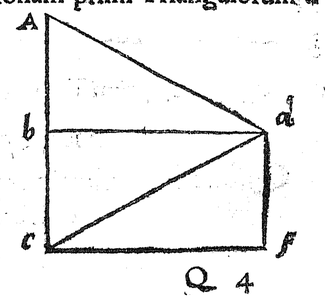
PROP

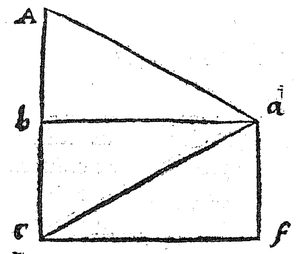
PROPOSITIO LXXXII.

Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.

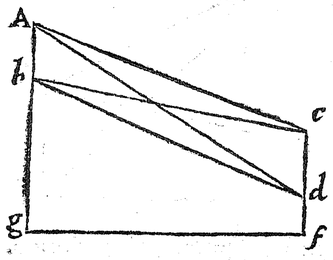
His non inutile fuerit vt ſubnectamus, quibus obſeruãdi modis ex editioribus locis aliorum corporum altitudines liceat explorare. Nec enim ea cõmoditas ſemper occurrit, vt per duas in ſubiecto plano dimenſiones hunc ſcopum attingamus. Primùm igitur inueſtigabimus, vt exploranda ſit quantitas inferioris altitudinis ex alio ſuperiore loco. Id quod efficiemus commodiſſimè ſi inſtrumento obſeruauerimus angulum, ſub quo aſpectæ altitudinis fines apparuerint. Quo conſtituto, ſuſpenſo ad latus quadrantis perpendiculo, vt viſus radium vtrunq; ſecet, apparebunt per 4 ſexti Elementorum duo trigoni æquianguli, ex quorum proportione inquiſita colligetur altitudo, vt ex ſequenti demonſtratione euidentius innoteſcit. Statuamus ergo in eandem baſin g f maiorem altitudinem a g, minorem d f, cuius quantitas ex a ſit exploranda. Et appareant d f fines ſub angulo f a d. hîc in Quadrante notabimus, aut per mobilem regulam, aut expanſis ex a centro filis, ſitum radiorum viſus a d & a f. Quos inſuper ſecabimus demiſſo b c perpendiculo ad quamcunq; partem voluerimus. Erit ergo triangulus b a c æquiangulus ipſi f a d. Nam b c & d f ſunt perpendiculares & parallelæ. Quare angulus a b c eſt æqualis ipſi a d f, & a c b ipſi a f d. Hinc per quartam ſexti Elementorum latera, quæ circum æquales angulos, ſunt proportionalia. Sed latera trigoni a c b expanſo circino facilè patefient, a f verò ex angulo g a f, & quantitate lateris g a, vel g f per ratiocinationem 29 primi Triangulorum. Cum ergo ſit eadem ratio a c ad c b, quæ eſt a f ad f d, ex quibus magnitudinibus tres ſunt inuentæ, per canonem proportionis f d altitudo inquiſita in lucem prodibit. At eandem f d magnitudinem adhuc alio ratiocinio placet inueſtigare in hunc modum. Obſeruatis ex a finibus d & f ſub angulo f a d, infra ſignum a, ex quacunq; ipſius a g parte fuerit opportunum, vt hîc in h conſtituimus, iterum intuebimur d & a ſigna, vt conſtet quantus ſit angulus a h d, ſub quo d & a appareant: hoc conſtituto, ipſum latus a d per 4 ſecundi Regiomontani ratiocinabimur. Conſtat enim in triangulo a d h angulus a h d, ſed & h a d, ſi angulo c a b reſiduum g a f, qui facilè colligitur ex reſiduo circumferentiæ, quod inter c & baſin Quadrantis concluditur. a h verò demiſſo perpendiculo licet metiri. hinc ipſum a d latus patefiet. Cæterùm ipſam f a rectam, eadem, quæ paulò ante præſcripta eſt, ratione metiri oportebit. Inuentis ergo triangulis a f d, angulo f a d vnà cum duobus a f & a d lateribus, per quadrageſimamnonam primi Triangulorum d f quæſita magnitudo patefiet. At vice verſa ex minore f d altitudine obſeruanda nobis ſit c a ſublimior. Primam hîc obſeruationem ex d faciemus, vt ex conſpectu c & f ſignorum innoteſcat angulus c d f, & ex intuitu c & a, reliquus c d a. His conſtitutis ſi ipſam d f, aut c f notam habuerimus, ipſa c a non latebit. Etenim per 29 primi Triangulorum propter angulum c d f deprehenſum

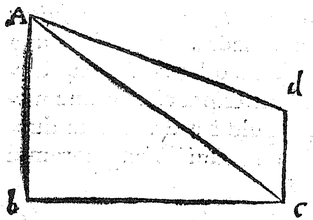






& alterum ex lateribus rectũ angulum ambientibus cognitum ἐπιπέδῳ c d innoteſcit. Cum autem alibi conſtitutum ſit a c & d f eſſe παράλληλας in quas c d recta incidit, cõſtat per 29 primi Elementorum angulum a c d æqualem eſſe c d f. Sed ipſe c d f per obſeruationem eſt notus. Quare trigoni c a d inuentis a c d & a d c angulis noto c d lateri incumbentibus, per 4 ſecundi Regiomontani a c latere non poterit. At eandem a c adhuc compendioſiore via inueſtigabimus. Si enim ex d æquidiſtantem ipſi f c in a c extenderimus, quæ eidem in b πρὸς ὀρθὰς occurrat, obſeruabimus duntaxat angulum a d b, quo nimirum locus a ſitum c excedere conſpicitur. Primò conſtat b d æqualem eſſe c f, quare hac deprehenſa etiam illa cognoſcitur. Hinc per 29 primi Regiomontani ipſa a b altitudinis differentia patefiet, cui ipſam d f notam, ſi iunxerimus tota a c altitudo conſurget. Porrò hîc meminiſſe oportet ſæpius vſu venire, vt ex alijs locis non totius altitudinis præfixæ fines, ſed pars aliqua ſublimior, duntaxat in conſpectu ſit. Quamobrem etiam inueſtigabimus qua metiendi ratione conſpectam illam partem liceat explorare. Sit ergo maior altitudo a g, minor f c, cuius ſuperior pars c d duntaxat, ex locis a & b appareat. Ex a quidem ſub angulo d a c, eodem in loco ex conſpectu b & d offeretur angulus b a d, & ex b c angulus b a c. Inſuper cũ ex b intuemur a & c innoteſcit angulus a b c, cum a & d, ipſe a b d. Si ergo demiſſo perpendiculo exploraverimus ipſam a b demonſtrabimus a c & a d latera inueniri poſſe. Etenim triãguli a c b deprehenſi ſunt anguli b a c & a b c, qui noto b a lateri inſident. Quare per 4 ſecundi Triangulorũ ipſum a c ratiocinabimur. Eadem ἀναλόγως cum trigoni b d a innoteſcant anguli a b d & b a d, a d latus patefiet. Sed ante angulum d a c exploratum eſſe conſtituimus. Ergo per 49 primi Triangulorum c d pars altitudinis inquiſita in lucem prodibit. Si nunc tandem oſtenderimus, quomodo vice verſa ex inferiore altitudine, quæ tantùm aſpectum admittat in ſupremam ſublimioris loci partem, vtriuſq; magnitudinis differentia ſit ratiocinanda, huius tractationis finem faciemus. Igitur ex minoris altitudinis c d baſi & ſupremo d ſigno ſublimioris b a magnitudinis duntaxat appareat a ſummum faſtigium. Primũ hîc ex c intuenti a & d ſigna offertur angulus a c d, ita ex d aſpicienti a & c innoteſcet angulus a d c. Quare explorato c d latere, per 4 ſecun. Triangul. colligetur a c ἐπιζευγνυσα, quæ rectum a b c angulum ſubtendit. Sed & angulus a c b innoteſcit ex complemento ipſius a c d. Ergo per 29 primi Triangul. a b in lucem emerget.



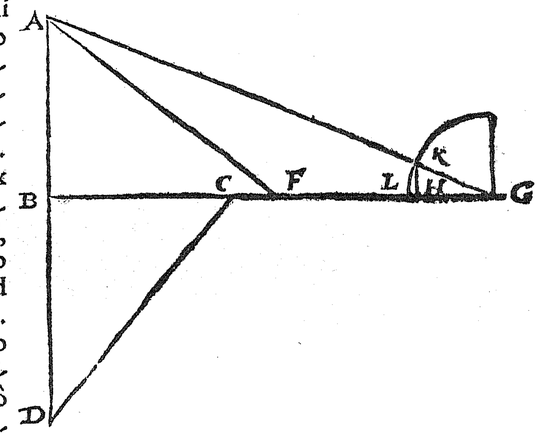


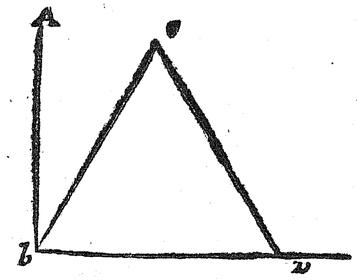
PROPOSITIO LXXXIII.

Quibus dimenſionibus diſtantię locorum à conſpectis altitudinibus explorandæ ſint.

Hactenus

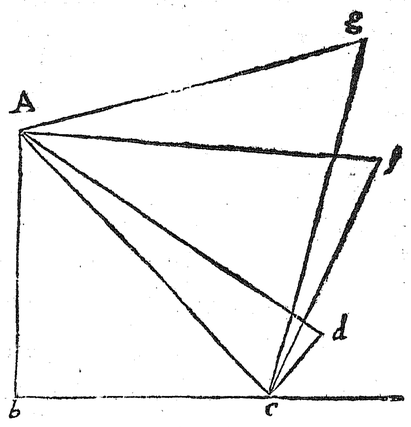
HActenus varias ac multiplices metiendarum altitudinum rationes explicauimus: nunc inuerſo ordine per obſeruatas earundem quantitates baſium interualla, quibus à locis obſeruationum, aut alio quouis ſitu, ex quo ſummitates conſpici poſsint, diſtiterint, inueſtigabimus. Prima ac ſimpliciſsima harum dimenſionum ratio officio 26 primi Elemẽtorum abſoluetur. Nam obſeruata per inſtrumentum circumferentia, quæ cognitæ obtenditur altitudini, ſi rectilineum aliquod ſpacium in terra eiuſdem quantitatis, iterum ſub ea intueamur, conſtabit huius obſeruationis locum eodem interuallo remotum eſſe à præfixo ſcopo, quo baſis altitudinis conſpectæ à conſtituto loco diſtiterit. Per ratiocinationem verò, ſi conſtitutum ſit eandem longitudinem interualli colligere, commodiſsimus fuerit vſus 4 ſexti Elementorum. Nam quę eſt ratio exploratæ altitudinis ad inquiſitam loci ab ea diſtantiam, eadem efficitur ſinus recti, qui ſubtenditur ei angulo, qui ad præſcriptum locum eidem altitudini præfigitur, ad ſinum rectum anguli cõplementi. Sit ergo nobis explorata altitudo b a, à cuius baſi b metiẽdi ſint f & g ſigno rum diſtantiæ. Ac quo primùm inueniamus b f, deſignemus rectilineum ſpacium b c æquale ipſi a b. Conſpiciatur autem a b ex f ſub angulo b f a. & inſtituatur proceſſus ex b in d, ex quo ſigno appareant b & c fines ſub angulo b d c, qui ſit æqualis ipſi b f a. Hinc aſſeueramus ipſam b d æqualem eſſe b f inquiſitæ diſtantiæ. Nam primò angulos a b f & d b c rectos conſtituimus. Et alter acutorum a f b, eſt ęqualis b d c, quibus æqualia latera, a b & b c prætenduntur. Ergo per 26 primi Euclidis b d adæquatur b f, id quod demõſtrandum erat. Nunc ad ſecundam obſeruationis rationem tranſeamus, cuius adminiculo inuenienda nobis ſit b g diſtantia. Appareat autem a b ſub circumferentia l k, cui ſubtenditur ſinus rectus k h, tum h k eſt ęqualis ſinus complementi. Manifeſtum eſt hîc triangulos a b g & k h g eſſe æquiangulos, cum b & h ſint recti, & vtriq; communis a g b. Quare per 4 ſexti Euclidis eadem eſt ratio k h ad h g, quę eſt a b ad b g. Ex his magnitudinibus tres innoteſcunt. Nam k h per obſeruationem conſtat & h g per ſinum cõplementi & a b per hypotheſin. Ergo b g latêre non poteſt. His demonſtrationibus ſatis conſtat, quomodo ex conſpectis altitudinibus à baſibus locorum interualla ſint exploranda: ſupereſt nunc vt inquiramus, qua ratione eaſdem quãtitates ſine obſeruationibus anguli, cui ipſæ altitudines prętenduntur, liceat metiri. Vt hunc ſcopum attingamus, plurimum nobis conducet vſus trianguli iſopleuri. Si enim ipſam baſin, cuius inquiritur diſtantia, vnà cum altero ſigno bis conſpexerimus ſub angulo 60 partium, conſtabit ſignorum intercapedinem inquiſito æquari interuallo, vtq; euidentius id oculis intueamur, figuram ſubijciemus. A baſi altitudinis ignotæ a b metienda ſit diſtantia b d, ergo ex d fiat obſeruatio locorum b & c ſub angulo, qui conſtat ex triente duorum rectorum. Sub eodem angulo ex c inſpiciantur b & d, hoc conſtituto, dicemus c d interuallum ipſi b d rectæ æquale effici. Cum enim





per 32 primi Elemẽtorum trigoni b c d tres anguli duobus rectis ſint æquales, ex quibus c & d collecti beſſem conſtituent, reliquum c b d, trienti etiam æquari oportet. Quare triangulus b c d per 6 primi Euclidis eſt ἰσόπλευρον. Atq; ita conſtat ex dimenſione lateris c d ipſa b d inquiſita diſtantia. Hac dimetiendi ratione licebit vti, quoties ex ipſis locis in baſes altitudinum proſpectus pateat: verùm, ſæpenumero contingit, vt diſtantiarum itinera ædificijs aut montibus ſint obſtructa, quominus ex conſpectu baſis rem abſoluere poſsimus. Quare nobis hîc aliud conſilium eſt inquirendum, cuius ductu per aliam viam eundem finem conſequamur. Huic noſtro inſtituto commodiſsimè iterum inſeruient trianguli ἰσόπλευροι & æquicrurij, & ſi quolibet triangulorum genere hîc vti poſsimus. Ergo cum inueſtigare voluerimus cuiuſcunq; loci à præfixæ altitudinis baſi interuallum, aſſumpto inſtrumento obſeruabimus apparentem eius partem, & aliud quoddam in plana terræ ſuperficie ſignum, vt in antegreſſa propoſitione ſub triente ex duobus rectis. Ex hoc loco per deſignatam in plano rectam digrediemur ad eam vſq; diſtantiam, vt eadem conſpectæ altitudinis pars, & prioris obſeruationis locus iterum ſub triente appareant. Conſtabit hinc obſeruationum interuallum æquale eſſe hypotenuſæ, quæ ſubtenditur recto angulo ab altitudine apparente & inquiſita à baſi diſtantia complexo. Hoc abſoluto, ſi obſeruauerimus acutum angulum, cui altitudo conſpecta prætenditur, applicabimus has dimenſiones, vt alibi nobis explicatum eſt, planæ terræ ſuperficiei, videlicet, vt ſpacium aliquod rectilineum ſub æquali acuto, qui antea fuerit obſeruatus, angulo intueamur, rectum ſubtendente pari linea exploratæ hypotenuſæ. His conſtitutis, metiemur quantitatem eius lateris, quod ex obſeruato angulo πρὸς ὀρθὰς in ſpacium rectilineum incurrit. Nam id inquiſitæ oportebit æquari diſtantiæ. Cæterùm hîc ſcire licet ſubinde moleſtum aut difficile experientibus futurum propter nimiam hypotenuſæ longitudinem, aut ipſum locorum ſitum, ſi ipſam ex ἰσοπλεύρῳ conemur obſeruare. Quamobrem hinc ad iſoſcelum triangulum conſiderationem transferemus. Hîc intuebimur ſub acuto angulo apparentem altitudinis partem, & aliud quodcunq; in plano ſignum. Per eandem rectam hinc digrediemur eouſq;, vbi iterum ſub eodem angulo appareat eadem altitudo, & prioris obſeruationis locus. Hinc per 38 primi Regiomontani eam, quę rectum angulum ſubtendit, cõſtituemus notam. Eandem verò hypotenuſam non difficilius inueniemus ex triangulo ὀρθογωνίῳ ſi priore obſeruatione facta, per aſsignatam rectam ad tantum loci interuallum digrediamur, vt alterum locum & conſpectę altitudinis partem ſub recto angulo liceat intueri. Tum per 29 primi Regiomontani hypotenuſam colligemus. Supereſt nunc vt ſubiectis figuris demonſtremus. Per obſeruationem altitudinis a b metienda ſit diſtantia b c. Ex c appareant a & g ſigna ſub angulo a c g, qui ſit 60 partium, quarum ſemicirculus continet 180. Sub pari angulo a g c conſpiciantur a & c. his conſtitutis per præmiſſam dicimus c & g locorum interuallum ipſi a c rectæ adæquari. Conſtat enim angulum a reliquis g & c ſigillatim æqualem conſtitui. Ergo per ſextam primi Elementorũ g c ipſi a c magnitudine reſpondet. Cum iam trianguli orthogonij a b c hypotenuſa c a conſtet, facilè ex c loco obſeruabimus acutum angulum a c b. Quare ſi in alia plana ſuperficie rectilineum aliquod ſpacium obſeruauerimus ſub angulo ęquali a c b & hypotenuſa recti anguli fuerit ęqualis exploratę a c rectæ,

rectę, manifeſtũ erit latus illud, quod alteri acuto, videlicet æquali b a c ſubtendetur, ęquale reddi b c interuallo. Iterum intueamur ſub acuto angulo a c f, cuius quantitatem pro arbitrio licet cõſtituere a & f ſigna. Et ęqualis huic ſtatuatur a f c ſub quo appareãt a & c ſigna, tum efficitur triangulus c a f æquicrurius. Nam per ſextam primi Euclidis æqualibus angulis a c f & a f c æqualia c a & f a latera ſubtenduntur. Ergo per 38 primi Regiomontani, cum c f baſin in terra liceat explorare, a c non latebit. Tandem ex d loco appareant ſigna c & a ſub angulo a d c recto, & obſeruetur

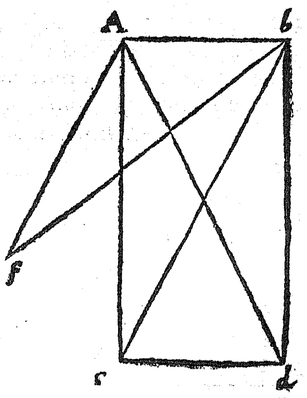


a c d acutus per inſpectionem a d. tum per dimenſionem explorato c d latere, per 29 primi Regiomontani a c hypotenuſa innoteſcet, hinc ad inuentionem b c diſtantiæ eadem via progrediemur, quã paulò ante oſtendimus, aut per eandem 29 primi Regiomontani ipſam colligemus, id quod demonſtratione ratiocinari oportebat.

PROPOSITIO LXXXIIII.

De rationibus dimetiendi quorumuis apparentium corporum interualla.

EXplicabimus nunc ſimpliciſsimas dimenſiones interuallorum, quibus apparentia quęuis loca inter ſe diſtiterint. In hunc vſum maximè nobis inſeruient antecedentium propoſitionum demonſtrationes. Per eas enim loci obſeruationes ab vtraq; meta, quę fuerit nobis præfixa, diſtantiæ obſeruabuntur, inde conſpecto per inſtrumentum angulo, cui inquiſitum locorũ interuallum prędigitur, per ratiocinationem 49 primi Regiomontani reliquum operis abſoluemus. At ſcire licet, vt in antegreſsis exemplis oſtẽdimus, has obſeruationes ſimpliciter alicui planæ ſuperficiei, vt innoteſcat æqualis, inquiſitæ locorũ diſtantiæ magnitudo, applicari poſſe. Cæterùm ęqualem huic magnitudinem ex aduerſo etiam deprehendemus, ſi vtrumq; terminũ bis cum alio ſigno, ſub ijſdem angulis, qui rectũ conſtituant, aſpexerimus, cuius rei demonſtrationem alibi cum de metiendis latitudinibus ageremus, contextam reliquimus. Et quãuis hęc per ſe ſatis manifeſta ſint, tamen ne rudioribus aliquis ſcrupulus relinquatur, figuram ſubijcere non pigebit. Conſtitutum ſit ergo metiri diſtantiam locorum a & b ex f ſigno. Primùm obſeruato angulo a f b per antegreſſas propoſitiones metiemur lõgitudines a f & f b. Inde per 49 primi Regiomontani reliquum a b interuallum ratiocinabimur. Sed eaſdem obſeruationes, vt ſæpius antehac explicatum eſt, alij applicare ſuperficiei licebit, videlicet, vt à ſpacio rectilineo conſtituamus ęquales interualla a f & b f, quę in eo-

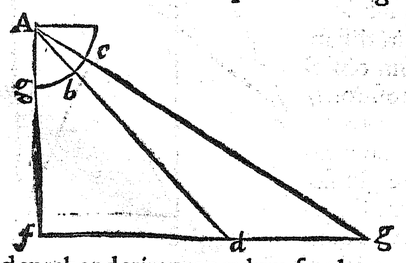


dem puncto concurrant ſub angulo a f b, tùm per 4 primi Elemẽtorum eam lineam, quę ſub hoc angulo apparuerit ęqualem effici a b neceſſarium fuerit. Iterum per alias obſeruationes exploranda ſit ęqualis magnitudo ipſi a b diſtantię. Primùm ergo ex c intuebimur a b ſub angulo a c b, & b d ſub angulo b c d, qui collecti rectum conſtituant. Hinc in d progreſsi obſeruabimus iterum a b ſub angulo a d b, qui ſit ęqualis ipſi a c b, & a c ſub altero a d c, qui adęquatur ipſi b c d. hinc & totũ b d c angulum toti a c d ęqualem eſſe conſtat. Inde per dimenſiones explorata c d inuẽta fuerit a b magnitudo inquiſita. Cuius demõſtrationem alibi explicatam reliquimus. Ex his quoq; manifeſtum eſt, cum angulus c a b ſit rectus, ex ſola dimenſione c a & anguli a c b in alia ſuperficie, vt iam oſtendimus exrepetitis obſeruationibus ęqualem ipſi a b magnitudinem explorari poſſe, quæ nos hîc admonuiſſe ſufficiat.

PROPOSITIO LXXXV.

Quomodo ex ſublimioribus locis apparentes in ſubiectis planis diſtantias à baſibus liceat explorare.

CVm varias ac multiplices rationes explorãdi locorum altitudines ex inferiori ſuperficie deſcripſerimus, conſultum videtur, vt viceuerſa inueſtigemus quomodo ex ſublimioribus ędificijs, aut turribus apparentium locorũ diſtantias à baſibus liceat obſeruare. Sed hîc meminiſſe oportet, cum ferè contingat ex vnico tantùm altitudinis loco, nimirum eminentiore obſeruationes abſolui, tam multiplices metiendi modos hîc contexi non poſſe, præterea admodum remotas locorum diſtantias incertius hinc colligi, cum exquiſitam altitudinis conſtitutæ rationem ad eaſdem propter uiſus imbecillitatem difficilius deprehendamus, attamen quid ipſa res permittat, conſiderandum hîc nobis eſt. Inprimis exquiſitè huius altitudinis, ex qua fient obſeruationes, magnitudinem aut demiſſo perpendiculo, aut antegreſsis dimenſionibus exploratam habere oportet. Hoc conſtituto per 29 primi Triangulorum, negocium abſoluemus in hunc modum, vbi ad perpendiculum exactè ſuſpenderimus alterum latus inſtrumenti, eleuata mobili regula per *διώπτρα* infixa apparentem locum intuebimur. Hinc nobis conſtabit alter acutorum in trigono rectangulo, cui videlicet inquiſita ſubtenditur diſtantia, quare deprehenſo catheto & illa innoteſcet. Si ergo fuerit angulus obſeruationis æqualis reliquo acuto, etiam quæſitam loci interuallum æquale aſſumptę altitudini efficietur. Eodem modo conſtat ſemper eandem eſſe rationem ſinus complementi ad ſinum huius anguli explorati, quæ eſt altitudinis propoſitæ ad conſpectum loci interuallum. Ex his vel cuiuis manifeſtum eſt noſtras hîc obſeruationes tantùm iis locorum diſtantiis congruere, quæ non alium ſitum poſsideant, quàm baſis altitudinis, hoc eſt, vt cum ea in libella conſiſtant, quamuis exigua deflexio manifeſtum errorem non pariant. Sit ergo cõſtitutum ex aſſumpta altitudine f a faſtigio a diſtãtias locorum d & g ab f baſi explorare. Primùm applicato inſtrumenti latere a g ipſi a f catheto, cum viſus dirigitur in d & g innoteſcũt anguli f a d & f a g ex ſegmentis g b & g c. Quare cum angulus a f g ſit rectus, & a f perpendicularis nota per 29 primi Triãgulorum f d & f g latera ratiocinabimur. Quòd ſi hîc deprehenderimus angulum f a d æqualem ipſi f d a, id eſt, ſi offerretur circumferentia

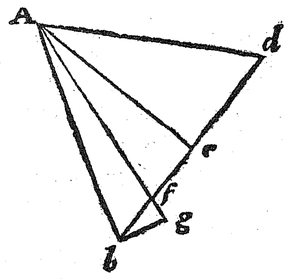


cumferentia g b 45 partium, quarum totus Quadrans habet 90, ſinus vtriuſq; æquari conſtabit. Quare cum ſit eadem ratio ſinuum inter ſe, quæ eſt ipſorum laterum ad quæ referuntur, ipſam d f æqualem effici f a altitudini ſequetur. De reliquis ſinuum rationibus & diſtantiarũ ad altitudines idem ſentiendum. Cæterùm hîc nobis obſeruare licet, quòd ſi altitudo a f exigua eſſet, & interuallum g f admodum remotum aliquanto certius ex triangulo a d g & a d explorato, quàm ex triangulo f a g ratiocinari poſſe, quia ipſum a d latus & propius & longius reſpectu d g, quàm a f ad eandem magnitudinem exiſtit, idq; non *ἀκριβείας*, ſed viſus imbecillitate, qua longiorem f g diſtantiam, non tam exquiſitè aſſequimur. Conſpecto igitur ex a, g loco, cum habeatur angulus f a g, & interior f a d conſtet, vtriuſq; differentia d a g cognoſcetur. inſuper cum ſit angulus f rectus, alter acutorum a d f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, reſtituitur angulus a d g. Trianguli ergo a d g, cum duo anguli d & a ſint noti, ſupereſt, vt aliquod ex lateribus colligamus, quod hîc ſit a d. Huius quantitatem per ratiocinationẽ 26 primi Regiomontani metiemur. Tandem igitur per 4 ſecundi Triangulorum d g colligemus, qua annexa ipſi f d exploratæ, tota f g diſtãtia inquiſita innoteſcet. Porrò hîc manifeſtum eſt, id quod paulò ante aſſeruimus, ipſa d & g loca ab ea, quam baſis f occupat libella, ſi hac obſeruandi ratione placuerit rem expedire, aut nihil aut parum deflectere debere. Si enim aut altius aut inferius conſtituerentur, ipſę diſtantiarũ lineæ in f *πρὸς ὀρθὰς* non incurrerent.

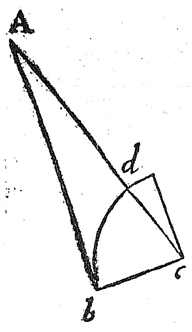
PROPOSITIO LXXXVI.

Quibus dimenſionibus accliuam montis longitudinem liceat deprehendere.

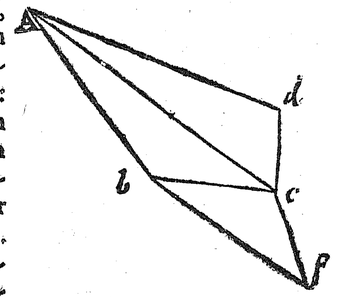
SEquitur vt hîc deinceps inueſtigemus, quibus obſeruandi rationibus accliuam alicuius montis longitudinem liceat explorare. Primò quidem id facilè expediemus, ſi ad ipſam præfixæ magnitudinis rationem pateat acceſſus, per triangulos iſopleuros, ęquicrurios, & orthogonios. Videamus ergo quem vſum ad huius problematis ſolutionem triangulus iſopleuros præſtare poſsit. Dicimus hîc obſeruandum eſſe ex infima præfixæ longitudinis parte ſummũ ipſius faſtigium & aliud quoddam in plana ſuperficie ſignum exquiſitè ſub inſtrumenti ſegmento 60 partium, quarum totum continet 90. hinc nobis innoteſcit aliqua portio lateris inquiſiti trianguli. Quare facilè per eandem rectam ad eam vſq; loci diſtantiam procedere licebit, ex qua idem longitudinis faſtigium & conſtitutum ſignum ſub eodem 60 partium ſegmento intueamur. Quocunq; in loco id cõtigerit, eius interuallum à puncto prioris obſeruationis inquiſitæ longitudini adæquari noueris. At maioris facilitatis cauſa per ſolam obſeruationem catheti eiuſdem iſopleuri, qui ſemper ex quolibet æqualium angulorum in aduerſum latus excurrens, exquiſitè in ſemiſſes idem diſtribuit, hoc operis abſoluere licebit. Hunc ſine dubio inueniemus, ſi per eandem rectam, in qua fuerit conſpectum ſignum, eouſq; progrediamur, vbi fines inquiſitæ magnitudinis ſub integra Quadrantis circumferentia apparuerint, huius loci diſtantiam ab antegreſſę obſeruationis ſigno exactè ſemiſſem inquiſiti lateris iſopleuri conſtituere certum eſt. Quare duplum eius integram longitudinis præfixæ quantitatem in lucem proferet. Sit ergo in obiecto monte accliua longitudo b a, quam in inferiori plano libeat explorare. Primùm ex b radice appareat a faſtigium, & inferius f ſignum ſub angulo a b f, qui ſit partiũ 60. hinc per eandem b f rectam progreſsi vſq; in d, conſpiciantur a & f ſub angulo a d f æquali a b f. Tum aſſerimus diſtantiam locorũ b & d æqualem



esse inquisitæ b a longitudini. Cum enim per 32 primi Element. 3 anguli b, a, d constituant duos rectos, ex quibus vterq; b & d triętem absumit, tertio a etiam tantùm relinquitur. Est ergo triangulus a b d isopleuros. Quare ex dimensione interualli b & d quæsita magnitudo b a innotescit. His demonstratis videamus, quomodo ex obseruatione catheti eundem scopum liceat cõsequi. Constituto igitur angulo a b f, per eãdem b f rectam progressi in c, appareant ex eo loco b & a sub angulo a c b recto, tum dicimus b & c distantiam semissem esse totius b d. Cum enim angulus a c b sit rectus perpendicularis est a c ipsi b d. Sed eandem latus isopleuri, cui insidet, inæqualia segmẽta diuidit. Nam duo latera b a & a d ex hypothesi sunt æqualia, & angulus a b d ipsi a d b. Quare per 26 primi Elemẽtorum c d adæquatur b c. Est ergo b c semissis b d quod demonstrandum erat. Porrò ex æquicrurio trigono eandem magnitudinem inueniemus, si distantiam duorum signorum, cuius quantitatem pro arbitrio statuemus, sub duobus duntaxat æqualibus angulis obseruauerimus. Exempli gratia, idem fastigium a & signum g ex b loco appareat sub eodem angulo a b g, sub quo ex g, a & b, vt est a g b: tum explorata per dimensionem b g distantia, per ratiocinationem 38 primi Regiomontani b a latus colligetur. At consideremus etiam, quomodo duntaxat adminiculo lateris instrumenti similes montium longitudines liceat metiri: quam ad rem maximè nobis inseruiet vsus trianguli orthogonij. Si enim alterum latus Quadrantis præfixæ longitudinis lineæ πρὸς ὄρθας imposuerimus, & per mobilis regulæ pinnacidia supremum fastigium intueamur, innotescet acutus angulus, cui ipsa magnitudo subtenditur. Exempli gratia, inquisitę montis b a longitudini ad finem b impositum sit latus instrumenti c b ad angulum a b c rectũ, tum visus radius ex c in a procedens, cum secet circumferentiam in d, ex segmento d b innotescit acutus angulus a c b. Quare latere c b cognito per 29 primi Regiomontani ipsa b a longitudo colligetur. Hanc obseruandi rationem satis exquisitam esse constat, quoties b a intra mediocrem quantitatem constiterit, ne visus in a debilior fiat propter remotius interuallum. Interim hîc silentio prætereundum non est, quo dimetiẽdi artificio eadem magnitudines explorare oporteat, quando accessus intercluſus fuerit, ex remotioribus interuallis. Ad cuius rei inuestigationem præcipuè vtemur adminiculo quartæ secundi Regiomontani. Per hanc enim primò inuestigabimus interuallum loci obseruationis à præfixæ longitudinis inferius apparente fine. Secundò per eandem colligemus quantitatem radij visus ex eodem obseruationis loco in summum longitudinis fastigium incurrente, vnà cum angulo, quo ad prædictum inclinatur interuallum. Quæ res vt euidentius intelligatur, demonstrationem contexere oportebit. Sit ergo metienda nobis accliua in monte longitudo b a ex c loco, quia ad infimam ipsius b partem aditum non patêre constituimus. hinc c b fit distantia loci obseruationis ab infima longitudinis parte, & c a radius visus, quo primum ex c sub angulo a c b obseruatur a b inquisita longitudo: vt ergo deprehendamus quantitatem b c ex c obseruentur signa b & f, vt constet angulo b c f, & ex f intueamur b & c, vt inueniatur angulo b f c. Hoc constituto, si exploremus magnitudinem lateris



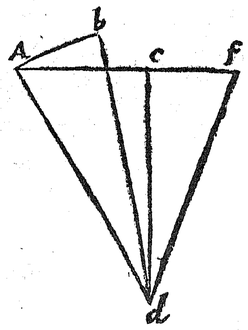
nem lateris c f per 4 secundi Regiomontani, ipsum b c interuallum ratiocinabimur. Eadem ratione metiemur latus a c. Nam per conspectum a & d ex c loco patefit angulus a c d: ex d verò dum intuemur a & c innotescit angulus a d c. Quare c d per dimensionem in terra deprehenso, per eandem quartam secundi a c colligetur. Sed angulum etiã a c b per antegressam obseruationẽ notum effecimus. Ergo per 49 primi Regiomontani a b inquisitæ longitudinis quantitatem in lucem proferemus. Cæterùm vt rudioribus hîc etiam consultum sit, scire licet exploratis ea ratione, quam præscripsimus, triangulorum b c a, b c f, & c a d angulis, & singulorum vno latere, obseruationes alij planæ superficiei, iuxta eandem symmetriam (vt alibi nobis explicatum est) applicari posse. Ita facilliori negocio, b c, c a, & hinc tandem b a colligentur.



PROPOSITIO LXXXVII.

Metiendi rationes uallium ac fossarum profunditates ex superioribus locis.

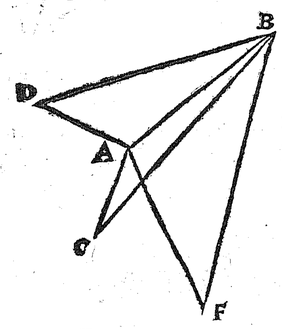
IN antegressis demonstrationibus vbiq; ferè pertractauimus eas metiendi rationes, quibus in sublimioribus locis constitutæ magnitudines explorantur: nunc vice versa inquirendum nobis est, an apparẽtes in inferiore situ quantitates ex mõtibus, aut altiore aliqua superficie eadem commoditate liceat deprehendere. In cuius rei inuestigatione vsitatas nobis hactenus in cõtexendis ἀπολείψεσιν rationes vbiq; persequemur. Vt ergo institutum negocium simpliciter explicemus, primùm omnium ex superioribus locis profunditates vallium & fossarum alicuius loci situm ambientium ratione inuestigabimus. Per eas verò intelligimus perpendiculares ex infimo apparentis profundi loco vsque in libellam superius constituti situs ascendentes. Quæstionis huius solutionem igitur, ita nobis licebit expedire, si à latere obseruationis loci per 4 secũdi Regiomontani, decliuam ipsius in profundum longitudinem & quanto ad libellam angulo inclinet exploremus. Ex subnexa figuratione manifestius hæc innotescent. Ex sublimioribus ergo locis a & f descendentes longitudines concurrant in profundo d, quorum designatæ f a libellæ perpendicularis occurrat d c, cuius magnitudo hîc nobis exploranda sit. Ad hoc assumemus à latere interuallum, cuius a & b fines rectis lineis ipsi d annectantur. Prima hîc obseruatione ex a dum intuemur b & d offertur angulus b a d, secunda ex b cum aspicimus a & d patefit angulus a b d. Quare si dimensionibus (quod facillimum est) exploraverimus a b latus, per ratiocinationem quartam secundi Regiomontani innotescet longitudo ex a in d profundum descendens. Deinde superest, vt obseruemus angulum c a d acutum. Cum igitur per hypothesin angulus a c d sit rectus ratiocinio 29 primi Regiomontani c d profunditatem inquisitam in lucem proferemus.



PROPOSITIO LXXXVIII.

Quanta sit distantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore spacio disiunguntur.

ANtecedentem profundi inquisitionem nunc sequitur demõstratio obseruandi locorum apparentium distantiam, quæ altiori cauitate sunt disiuncta. Hanc ferè ex ijsdem fundamentis cum superiore, nimirũ ex 4 secundi Regiomontani extructam proferemus. Nam duabus duntaxat obseruationibus hoc operis absoluemus, vt ex sequenti figura patefiet. Inter loca b & a intercedat profunditas a f b. Distantiam eorum comprehendit a b recta, quæ nobis hîc inquiritur. Ab vtroq; latere ipsius a designentur rectę a c & a d, quarum vtriusq; adminiculo ipsam a b licet ratiocinari. Primùm ex a loco per conspectum c b offertur angulus c a b, & ex b d ipse d a b. Eodem modo patefiũt anguli a d b & a c b. Quare ex vtroq; laterum c a & a d per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani a b cognoscetur. Si hinc præcisè vtriusq; altitudinis a & b differentiam placeret inuenire, obseruandum esset quanto angulo b a ad libellam a loci inclinet, tum reliquum operis per 29 primi Regiomontani absolueretur.



PROPOSITIO LXXXIX.

Angulum profunditatis, quo duo seiunguntur loca, inuestigare.

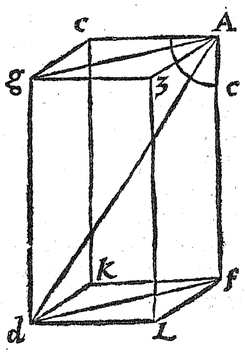
QVi præmissas demonstrationes rectè intellexerit non difficulter inueniet angulum profunditatis, quo apparentia superius loca seiungũtur. Tantùm enim hîc opus fuerit obseruatione anguli, quem vtriusq; distãtia cum descendente in profundum longitudine complectitur. Inde per 49 primi Regiomõtani ratiocinationem absoluemus. Sit enim exempli gratia, in prę misso schemate angulus profunditatis a f b inuestigandus. Per antegressas ἀπολήψεις inuentæ sunt a b & a f lineæ. Quare ex conspectu b & f obseruato f a b angulo per ratiocinium 49 primi Regiomontani ipsum a f b colligemus, id quod ostendendum erat.

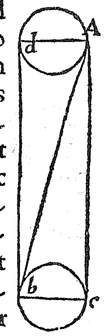
PROPOSITIO XC.

Quomodo angustiores profunditates, quæ ad perpendiculum in terram descendunt, obseruare liceat.

PRæmissas metiendi profunditates ἀπολήψεις non omnibus terræ cauitatibus propter angustiam locorum applicare licet. Nam sæpenumero tantum interuallum non offertur, vt ex diuersis locis idem in profundo signum liceat intueri. Quare ne hîc spe frustrati videamur, ad eundem scopum alia via contendere oportebit. Atq; hîc scire licet nos æqualem in tota cauitate, quæ præceps in terram descendat, latitudinem constituere. Nam huius ratiocinatione inquisitam profunditatis quantitatem colligemus. Vt ergo rem ipsam percipiant discentes, applicabimus alterum latus instrumenti exquisitè ipsius meatus catheto, & sublata regula obseruabimus, qua in parte, postquàm aduersus in inferiore latitudine finis fuerit conspectus, circumferentiam instrumenti secet. Hinc nobis innotescet angulus trigoni orthogonij, cui subtensa fuerit

fuerit ipsa latitudo obseruata. Quòd si meatus fuerit quadrangularis, vtemur potius transuersa latitudine, cuius euidentior erit ratio ad inquisitam profunditatem, quàm altera in lateribus constituta: sinautem exquisitè congruerit circulari figuræ inquisita diametro, eodem modo negocium absoluemus. Sit ergo quadrangularis meatus g c a h, qui præceps in terram descẽdat vsq; in partem d k f l. Huius metienda sit profunditas a f: vt hoc efficiamus constituendum est latera superioris quadranguli g c a h πάντα-λῃ esse lateribus inferioris d k f l & æqualia. Hoc constituto, concinnè accommodato instrumenti latere a c ipsi a f catheto, cum radius visus in d aduersam partem procedit, secatur circumferentia in b. Quare ex b c innotescit angulus d a f. Sed angulus d f a est rectus. Ergo d f transuersa inuenta, per 29 primi Triangulorum a f colligetur. Illa verò constat ex transuersa g a, cui per hypothesin est æqualis: nam duo latera g h & h a sunt æqualia d l & l f, & angulus g h a, ipsi d l f. Quare g a explorata, a f cathetum inueniri posse constat. Cæterùm ex lateribus g c & c a eandem a f profunditatem liceret inuestigare, sed cum ipsa g a maiorẽ ad illam obtineat rationẽ, hunc obseruandi modum sequi cõsultius fuerit. Nũc simílem dimensionẽ profunditatis in rotundo meatu experiamur. Sit ergo præceps meatus a d, b c, cuius superior a d cauitas exquisitè inferiori adæquatur. Exploranda nobis hîc erit profunditas a c. Primùm ergo ex a loco, eodem modo vt superius, obseruabimus aduersam inferioris latitudinis b partẽ, hinc innotescit acutus angulus b a c & ipse b c a per hypothesin est rectus. Quare latere b c explorato, c a facilè inuenietur. Sed ex hypothesi æqualis est d a ipsi b c, & illam superius facilè metiri licet, aut ex nota circumferẽtia iuxta artificium circuli, quo Archimedes proximè dimetientis ad ipsam colligit rationem, aut facilius ducto per medium filo d a, quod in semisses totum circulum distribuat.

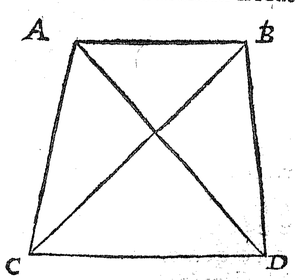




PROPOSITIO XCI.

Quibus dimensionibus ex monte apparentes in inferiori superficie locorum distantiæ sint explorandæ.

INuestigabimus hîc deinceps quibus obseruandi rationibus apparentes in inferiore superficie locorum distantiæ ex montibus sint explorandæ. Ad cuius rei consyderationem non mediocrem nobis vsum quarta secundi Triangulorum præstabit. Assumemus igitur in monte, vbi opportunum fuerit, aliquod loci interuallum, ex cuius vtroq; fine præfixam locorum distantiã liceat intueri. Dehinc duabus obseruationibus negocium expediemus, vt sequitur. Sit ergo superius in mõte assumptum aliquod spacium a b, ex quo debeamus explorare interuallum locorum c & d quæ in inferiore superficie consistunt. Ducãtur etiam rectæ lineæ ex a & b in c d, nimirum a c, b c, a d, b d. Primùm ex b dum intuemur a, c, & d, innotescunt anguli a b c & c b d. Iterum ex a dum obseruantur c, d, & b offeruntur anguli c a d & d a b. Ex his etiam patefiant toti anguli a b c d & c a b. Ratiocinabimur ergo ex triangulo b c d inquisitam locorum di-

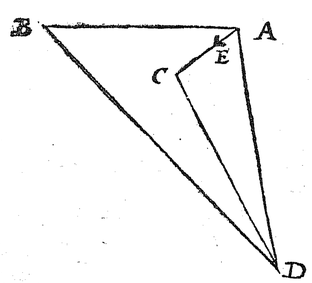


ſtantiam c d. Cum enim trigoni a d b inuenti ſint anguli d a b & a b d & a b ſpacium in monte liceat explorare, per 4 ſecundi Regiomontani b d latus colligetur. Iterum in trigono a c b cum dentur anguli c a b & a b c vnà cum a b latere, per eandem 4 ſecundi metiemur ipſam b c rectam. Cum ergo trianguli b c d inuenta ſint duo latera b c & b d conſtitutum c b d angulum complectentia per 49 primi Regiomontani c d inquiſitum locorum interuallum patefiet. Eadem ratione ex triangulo a c d ipſum c d cognoſcemus. Cum enim duo noti anguli c a b & a b c dato a b lateri inſideant, per eandem 4 ſecun. a c latus ratiocinamur. Et ex trigono a d b cum innoteſcant eius anguli d a b & a b d explorato a b ſpacio incumbentes, a d recta non latebit. Sed antea nobis inuētus eſt angulus c a d. Quare eodem modo, vt ſuperius per 49 primi Triangul. c d locorum interuallum inuenietur. Quòd ſi has obſeruationes alij planæ ſuperficiei accommodare voluerimus (vt ſæpius antehac admonuimus) ſine ratiocinatione propoſitionū Regiomontani negocium abſoluemus.

PROPOSITIO XCII.

Quantus ſit exceſſus altitudinis alicuius loci in monte ſupra libellam alterius in inferiore ſuperficie conſpecti.

VIdeamus hîc deinceps quibus obſeruandi modis exceſſum altitudinis conſtituti alicuius in ſuperiore montis parte loci ſupra libellam alterius cuiuſuis in inferiore apparentis ſuperficie metiri poſsimus. Et ſi verò alibi obſeruationes libellæ id fieri poſſe oſtenderimus: tamen ibi cum ſæpius repetitis ſit opus dimenſionibus, multò ſimplicius ac facilius ad eundem ſcopum hîc collimamus. Vt ergo inſtitutum explicemus, primò duabus obſeruationibus ex conſtituto ad hoc in monte ſpacio exquiſitè vtriuſque nobis præfixi loci interuallum auxiliante 4 ſecundi Triangul. colligemus. Hoc operis abſoluto, diligenter intuebimur, quanto circuli ſegmento demiſſum ex loco montis perpendiculum, ab explorata nobis interualli linea deflexerit. Inde per ratiocinationem vigeſimænonæ primi Triangulorum inquiſitæ altitudinis exceſſus innoteſcet. At euidentius hæc ſubnexa ἐκθέσεσι ſunt explicanda. Statuamus ergo in monte ſpacium quoddam a b & in inferiore ſuperficie apparentem locum d, per quem deſignemus libellam d c, ſupra quā eleuetur locus a quantitate perpendicularis a c, quæ nobis hîc eſt inueſtiganda. Connectamus ergo rectis lines b, a, & d ſigna, vt triangulus conſtituatur, cuius dimenſione liceat præfixum ſcopum attingere. Primùm hîc ex a, cum obſeruamus b & d, offertur angulus b a d, eodem modo in b colligitur angulus a b d, & a b rectam in monte licet metiri.



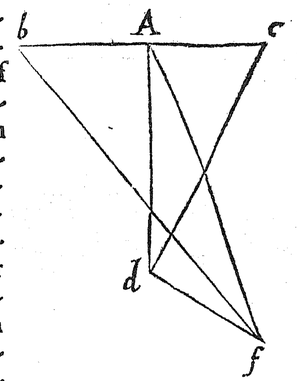
Quare per quartam ſecundi Triangulorum ipſam a d, quæ præfixam locorum diſtantiam comprehendit, ratiocinabimur. Hoc conſtituto, ex a demittemus perpendiculum a b, quod exactè incidit in cathetum a c. Cum ergo ſitus a c & a d conſtet, facilè, admoto inſtrumento, metiemur angulum acutum c a d. Sed angulus a c d eſt rectus, quia comprehenditur perpendiculari in libellam incidente. Hinc per vigeſimamnonam primi Triangulorum concludimus a c inquiſitæ altitudinis exceſſum nos ratiocinari poſſe. Eandem verò in alia

in alia ſuperficie facilius inueniemus, ſi in ea æquinangulum ſtruxerimus trigonum ipſi a d c, cuius ὑποτείνουσα æqualis efficiatur a d.

PROPOSITIO XCIII.

Quibus obſeruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.

SEquitur vt hîc vlterius inueſtigemus, quibus metiendi rationibus fluminum latitudines etiam ex altiſsimis montibus liceat explorare. Vt commodius id operis abſoluamus à conſtituto montis loco adminiculo vigeſimænonę primi Regiomontani colligemus diſtantias finium, qui apparentem latitudinem includunt: inde per inſtrumentum obſeruantes, quanto illæ ad ſe inuicem angulo inclinent, per quadrageſimamnonam primi Regiomontani inquiſitæ latitudinis quantitatem ratiocinabimur. Conſtituamus ergo ſuperius in monte locum a, ex quo labentis fluminis latitudo d f appareat. Cuius quantitatem obſeruationibus in ſublimiore ſpacio metiri debeamus. Primò vtrumque latitudinis finem d & f rectis lineis cum a connectamus. Et per eundem a locum deſignemus ſpacium rectilineum b c, quod ad vtramque d a & f a πρὸς ὀρθας exiſtat. Deinceps extremitas b copuletur cum fine f, & c cum d. His conſtitutis ad inquiſitionem d f præfixæ latitudinis progrediemur. Primùm in triangulo orthogonio d a c metiemur inſtrumento acutum angulum a c d: tum a c latere ſuperius explorato, per vigeſimamnonam primi Triangulorum a d patefiet. Eadem ratione per obſeruationem anguli a b f trigoni orthogonij b a f, innoteſcet a f recta. Inde per inſtrumentum deprehenſo f a d angulo, ratiocinatione 29 primi Regiomontani inquiſitam latitudinis d f magnitudinē in lucem proferemus. Id quod demonſtratione nobis concludendum erat.

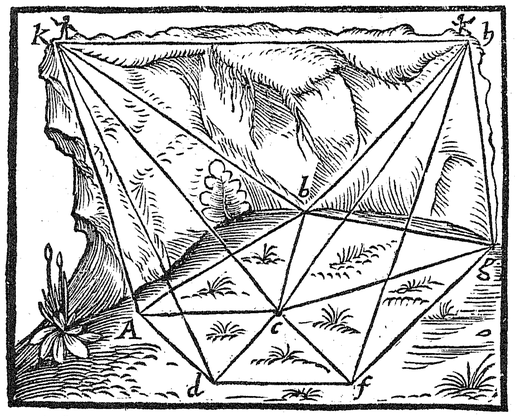


PROPOSITIO XCIIII.

Quomodo ex montibus ſingulorum in inferiore ſuperficie, quæ appareant, locorum ſitus exquiſitè liceat obſeruare.

HActenus ex montibus omnium, quæ in inferiore ſitu conſpiciuntur magnitudinum obſeruationes executi ſumus: nunc inſtar coronidis ſubijciemus, quibus dimenſionibus verum ſitum & conſtitutionem omnium inferius apparentiū locorum iuxta exquiſitam ſymmetriam liceat explorare. Ac ſanè hac in re operā dabimus, vt inquiſitis demonſtrationibus ſingularum conſpectæ ſuperficiei partium deſcriptionē non minore certitudine abſoluamus, quàm ſi inferius in ipſis locis (vt alibi explicauimus) ſigillatim obſeruationes faceremus. Quantū verò attinet ad conſtitutionē ſymmetriæ proxima quæque loca rectis lineis ita connectemus, vt tota ſuperficies triangulis contexta maximè cōgruentem ipſis locorū ſitibus & interuallis picturam ac adumbrationem repræſentet. Porrò ad omnes dimenſiones abſoluendas vnicū duntaxat

in monte ſpacium rectilineum conſtituemus, ex cuius magnitudine cõſpecta triangulorum latera ratiocinemur. Sed ne longiore verborũ contextu res ipſa obſcurior fiat, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Deſignemus ergo in



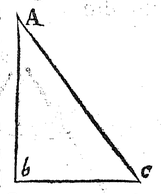
inferiori ſuperficie loca a,b, g,f,d, c, quorum proximiora per rectas lineas ſigillatim (vt hîc apparet) ſint cõnexa: Horum veros ſitus iuxta exquiſitam ſymmetriam interuallorum, quibus inter ſe diſtant conſtitutum ſit explorare in duobus ſublimioribus mõtis locis k & h. Ducantur ergo ex k rectę lineę, quę ſint radij viſus in loca b, c,f,d, & a: & ex h in b,c,f,g. His ita conſtitutis, dicimus ſingula trigonorũ latera quę in deſignatis locis coeunt, & præfixam nobis ſuperficiem abſoluunt, ex locis k & h, ſi notum conſtituerimus k h ſpacium rectilineum, obſeruationibus deprehendi poſſe. Aſſumamus enim, exempli gratia, triangulum a c b, cuius ſingulis lateribus inuentis, de exquiſito locorum a,b,& c ſitu non dubitabimus. Cum ex k intuemur a & b innoteſcit angulus a k b, cum a & c ipſe a k c, deniq; c b, tertius c k b angulus offertur. Sequitur inde, vt trigoni a k b per antegreſſam propoſitionem a k & b k latera ratiocinemur, id quod facilè expediemus cum h k ſpacium notũ aſſumamus. Etenim ex ea ſatis cõſtat, quomodo per triangulum orthogonium loci obſeruationis à ſingulis, quæ in inferiore ſitu conſiſtunt, ſignis interualla ſint metienda. Quoniam igitur triangulo a b k dantur duo latera a k & b k exploratum a k b angulum complectentia per 49 primi Triangulorum reliquum a b latus metiemur. Eodem modo per antegreſſam propoſitionem inuẽto latere k c, cùm obſeruatus ſit angulus c k b cognoſcetur recta b c. Reliqui ergo laterís a c non eſt difficilis inuentio cum a k & c k notum a k c angulum comprehendentia, ſint conſtituta. Quare trigoni a b c cum a b, b c, & c a latera ſint deprehenſa, verum a, b, c locorum ſitum exploratum eſſe demonſtrauimus. Iterum ex h ſit explorãdus locorum c,f,g ſitus. Per antecedentem metiemur rectas diſtantiarum loci h à præfixis ſignis, quę ſunt h c, h f, h g: inde explorabimus inſtrumento angulos c h g, c h f, & f h g. Tum per eandem 49 primi ſingula c g, c f, & f g latera patefient. Conſtat ergo ſitus locorum c,f,g. Eadem ratiocinandi via reliquorum trigonorum latera inquiremus. Ex his manifeſtum eſt, totam propoſitæ ſuperficiei deſcriptionem ſatis exquiſitè abſolui, ſi duntaxat exploratis loci obſeruationis diſtantijs à conſpectis ſuperficiei ſignis, obſeruemus angulos, quibus triangulorum latera ſubtenduntur. Hanc demonſtrationem copioſius explicare volui, vt diſcentium induſtriæ, quantum fieri poteſt, ſuccurram.

PROPOSITIO XCV.

Quomodo ex Triangulorum ſcientia colligantur rationes metiendi planas ſuperficies.

HActenus explicata ferè ſunt omnia, quæ ad multiplices linearum dimenſiones requiri poſſe videntur. In his præcipuè operam dedimus, vt induſtrij artifices

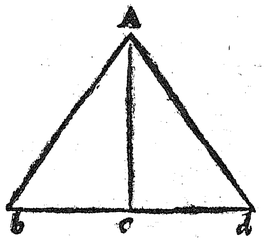
ſtrij artifices, & qui non omnino à Mathematis abhorreant, certis & immotis ἀφορμὰς ἔξεως fundamentis inſtructi, & noſtris maiore cum fructu vti, & ſic vbi occaſio poſtulauerit, quæ in alijs locorum ſitibus, quales infiniti occurrere poſſunt, obſeruanda ſint, non difficulter ratiocinentur. Iam verò ſequitur, vt pro inſtituti noſtri ratione quomodo ex obſeruatis planæ ſuperficiei lateribus tota eius capacitas explorari poſsit, breuiter perſtringamus. Id quod non difficilius, quàm antegreſſas demonſtrationes ex ijſdem elementis Triangulorũ extrui poſſe, perſpicuè diſcentes intelligent. Omnes enim planas ſuperficies in quotcunq; opus fuerit, triangulos reſoluemus, vt ſigillatim eorum quantitate perſpecta, totius capacitatem cõuenienter abſoluamus. Quare vt in huius rei conſideratione faciliorem diſcentium ingenijs methodon perſequamur, ſingulos alterius generis trigonos in ὀρθογωνίους per inquiſitos perpendiculares ſecabimus. Conſtat enim τρίγωνον ὀρθογώνιον exquiſitè complecti ſemiſſem παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου. Cum ergo per 16 primi Regiomontani, quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum non lateat, manifeſtum eſt facillima ratione ſemiſſem inueniri poſſe. Prima igitur inquiſitio eius ſuperficiei, nobis inſtituetur, quæ lateribus trigoni rectanguli fuerit complexa. Conſtitutis hîc lineis, quæ comprehendunt rectum angulum, multiplicabimus ſemiſſem vnius in totam magnitudinem alterius, aut tota in alteram ducta, cõflatum numerũ in æquales partes diſtribuemus. Igitur, exempli gratia, ſtatuamus trigoni rectanguli a b c, cuius duo latera rectum angulum a b c ambientia, nimirum a b & b c cognoſcantur, inueniendam eſſe aream, ſiue interiorem capacitatem. Et a b ſit 8 partium b c, 7. Cum ergo multiplicatis 8 in 7 conſurgant 56, conſtituitur ſemiſsis 28 part. Item ſi duxerimus 7 in 4 idem numerus offertur. Quare hoc ratiocinãdi modo totam trigoni a b c capacitatem habemus inuentam. Atq; hîc ſcire licet eandem ratiocinij formam omnibus trigonis orthogonijs, ſiue quæ rectũ angulum cõprehendunt latera, fuerint inter ſe æqualia, ſiue inæqualia, ex æquo congruere. At non tantùm ſi dentur latera, quæ rectum angulum complectuntur, inquiſitam ſuperficiem metiemur, verùm etiam ſi vnum ex lateribus cum altero acutorum conſtiterit. Nam hoc conceſſo, per 29 primi Regiomontani reliqua latera patefiunt. Quòd ſi detur ὑποτείνουσα, vnà cum altero latere rectũ angulum ambientium, reliquum per 26 primi Triangulorum inueſtigabimus. Ita ſemper ratiocinamur duo latera, quæ rectum comprehendunt. Quare per præmiſſam rationem area, ſiue quantitas ſuperficiei latère non poteſt. Hæc cum facilè à diſcentibus intelligantur, exemplis euidentius explanari nihil opus fuerit.



PROPOSITIO XCVI.

Qua ratione ſub menſuram cadat ſuperficies triangulo iſopleuro comprehenſa.

CVm in antegreſſa propoſitione facillima dimetiendæ ſuperficiei ratio ſit nobis explicata: ſequitur vt pedetentim ad alias difficiliores progrediamur. Conſideremus ergo deinceps, quomodo ſuperficies trianguli iſopleuri ſub menſuram cadat. Verbi gratia, deſignemus iſopleurum a b d, ex cuius lateribus vnum duntaxat datum ſit. Nam reliqua cum ſint æqualia, etiam innoteſcunt. Et ex angulo b a d deſcendat perpendicularis a c in oppoſitum latus b d, tum facilè inuenietur incluſa ſuperficies. Conſtat enim per 34 primi Triangulorũ perpendiculari a c, quoduis ex lateribus potentia ſeſquitertium

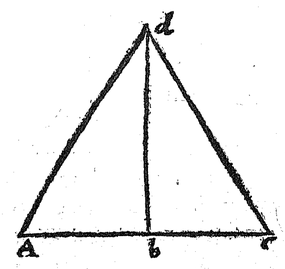


esse. Vnde per eiusdem corollarium quantitas eius innotescit. Iam verò ex ratiocinatione penultimæ primi, & ex communibus animi notionibus certum est ipsam a c basin b d inæqualia segmenta, nimirũ b c & c d partiri. Quare tota b d per hypothesin constituta, semissis b c, aut c d non latebit. Ex his manifestum est trigonos rectangulos a c d & a c b esse æquales, & coniunctos exquisitè parallelogrammum rectangulum constituere. Hinc per 16 primi Regiomontani notis b c & a c lateribus, totam areæ capacitatẽ colligemus.

PROPOSITIO XCVII.

Cuiuslibet trianguli superficiem metiri, si unà cum tribus lateribus notis, aliqua ex perpendicularibus constiterit.

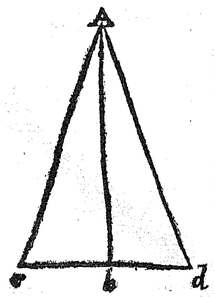
ASsumemus hîc qualemcunq; triangulum, cuius superficiẽ explorari posse dicimus, si vnà cum tribus lateribus datis aliqua ex perpendicularibus innotescat, vtq; hoc exemplo euidentius intelligatur, constituamus triangulum qualemcunq; c a d, cuius notis lateribus c a, a d, & c d, detur etiam perpendicularis d b, tum asserimus totam eiusdem trigoni capacitatem certa dimensione posse explorari. Cum enim d b sit perpendicularis ipsi a c, manifestum est triangulum a b d esse orthogonium, cuius duo latera, videlicet a d & d b sunt nota. Quare per 26 primi Regiomontani basin a b colligemus. Ergo cum innotescant a b & b d latera rectum angulum a b d ambientia, ex multiplicatione semissis a b in totam b d, tota superficies trigoni b a d patefiet. Insuper in trigono rectangulo c b d, cum ex hypothesi constet b d c, inueniemus ipsam b c, ex subtractione b a ex tota a c. Nam hæc est vtriusq; differentia. Quare eodem modo, quo altera constat, per multiplicationem semissis b c in b d totam, aut semissis b d in c b totam ratiocinabimur superficiem triangulo c b d complexam. Ex coniunctis ergo superficiebus c b d & a b d tota c a d conflatur, id quod hîc demonstrandum erat.



PROPOSITIO XCVIII.

Trianguli isosceli, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum basi constiterit, capacitatem metiri.

VIdeamus hîc deinceps, qua ratiocinandi via metienda nobis sit capacitas trianguli isosceli, cuius alterum ex æqualibus cruribus, vnà cum basi innotescat. Exempli gratia, trigoni æquicruri a c d detur alterum ex æqualibus lateribus, nimirum a c vnà cum basi c d. hinc totam c a d planam superficiem inueniri posse asserimus. Ducatur autem perpẽdicularis a b in oppositum latus c d. Hoc constituto, manifestum est triangulos c b a & a b d esse orthogonios, quorum latus cõmune a b per 36 primi Triangulorum colligemus. ex ratiocinatione penultimæ primi Elementorum, aut ex communibus animi notionibus vtraq; c b & b d est semissis totius c d basis,

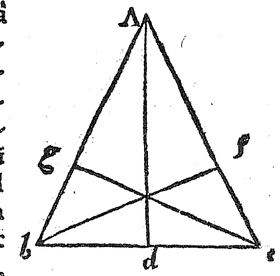


d basis, aut ex eadem 36. Quare c d nota segmentum c b non latebit. Ex his etiam euidenter constat triangulos c b a & d b a compositos parallelogrammum rectangulum constituere. Quare ex multiplicatione c b, aut b d in totã a b integra superficies c a d inquisita consurgit.

PROPOSITIO XCIX.

Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innotescat, totam eius capacitatem metiri.

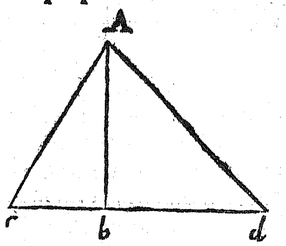
TRigoni æquicrurij b a c, detur latus a b vnà cum angulo a b c, aut duntaxat perpendiculari a d. Si detur angulus a b c per 29 primi colligentur latera a d & b d rectum a d b angulum complectentia. Sinautem prætermisso a b c angulo detur cathetus a d, per 26 primi b d innotescet. Cũ ergo ex præmissa propositione constet totum b d a trigonum toti a d c trigono æquari, & inuenta sint a d & b d latera per 16 primi superficies b a c in lucem nota prodibit. Eãdem etiam inueniemus, si tantùm detur c g cum a c aut b c, aut angulus g a c. Sed constet tantùm angulus g a c vnà cum c g catheto, tum per 29 primi Triangulorum a g nõ latebit. & per 35 primi angulus g b c patefiet. Quare per eandem 29 b g nota in lucem prodibit. Si multiplicemus ergo b g in semissem g c cõsurget superficies b g c. Eodem modo si c g in semissem g a tota planicies a g c constabit. Ex coniunctis ergo planis a g c & b g c, totum b a c planum inuenitur. Ex catheto b f per eandem ratiocinationem ipsa b a c capacitas inueniri posset.

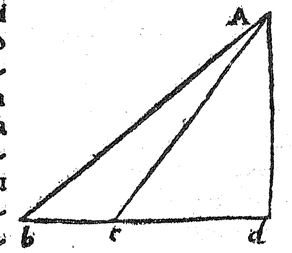


PROPOSITIO C.

Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.

SIt tandem qualiscunq; triangulus, videlicet a c d, cuius omnia latera innotescant, dico interiorem capacitatem sub dimensionem cadere. Vtq; hoc euidentius demonstremus, ducatur ex angulo c a d perpendicularis a b in oppositum latus. Sed vtrum ei occurrat intra trigonum an extra, 42 & 31 primi trigonorum patefacient. Primò quidem statuatur nobis intra triangulum, vt anguli c & d sint acuti. His constitutis, per 43 primi Regiomõtani, inuenientur segmenta c b & b d, & per 46 eiusdem perpendicularis a b. Cognitis ergo trigoni rectanguli c b a lateribus c b & b a rectũ angulum ambientibus, ex multiplicatione c b in semissem b a cõsurget tota superficies a b c. Eadem ratiocinandi via constabit superficies a b d. Ex cõiunctis ergo planis c b a & a b d conflatur totum a c d planum, quod inquisitum est. Porrò nunc exemplum assumamus trianguli, cuius perpendicularis extra eundem constituatur. Sit ergo metienda nobis superficies trianguli a b c, cuius angulum a c b obtusum constituimus, vt perpendicularis ex a descendens, lateri b c vlterius producto in d signo occur-



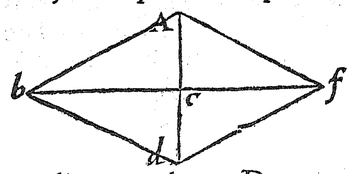


rat. His constitutis, per 43 primi Regiomontani innotescunt segmentũ c d & tota b d recta. Quare per 26 primi eiusdem, a d in lucem emergit. Constat ergo ex multiplicatione a d in semissem b d totam b d a superficiem colligi. Sed etiam trigoni rectanguli c d a constitutis c d & a d lateribus eadem ratione patefiet superficies c d a. Manifestum est igitur parte c d a ex toto b d a plano sublata, vtriusq; differentiam nimirum b c a relinqui, id quod ἀποδεῖξαι stabiliendum erat.

PROPOSITIO CI.

Quibus rationibus metiamur planas superficies, quæ sunt quatuor lineis comprehensæ.

QVantum ad dimensiones planorum, quæ tribus duntaxat lateribus circumscribuntur, absoluendas attinet, in antegressis propositionibus satis superq; pertractauimus: sequitur nunc, vt progrediamur ad inquisitionem superficierum, quæ quatuor lineis includuntur. Inter quas simplicissima ac facillima est, quam Græci τετράγωνον appellant, Latini Quadratum. Cõstat autem hoc schema quatuor æqualibus lateribus ad rectos angulos inter se connexis. Si ergo huius figuræ aliquod latus innotuerit, per primam primi Regiomontani ex multiplicatione eius in sese tota quadrati area resultabit, quod cum facillimè intelligi possit, vlteriore explicatione non opus fuerit. Proximè sequitur figura παραλληλόγραμμα ὀρθογωνία, cuius superficiei dimensionem ex 16 primi Regiomontani petas licebit. Nos duntaxat eas figuras inuestigabimus, quas ille reliquit intactas. Ex his primò nobis occurrit παραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον non tamen ἰσογώνιον, qualem figuram Latini vocant Rhombum. Est autem Rhombus figura, quæ constat quatuor æqualibus lateribus, quę non complectuntur quatuor angulos inter se æquales, sed tantùm eos, qui sunt ex aduerso, per 34 primi Elementorum. Et hîc diametri, quæ totum in semisses distribuunt, sese inuicem πρὸς ὀρθας & in æqualia segmenta partiuntur. Si ergo superficiem Rhombi constitutum sit metiri, oportebit vnum ex lateribus cum altero angulorum, aut dimetientium cognitum esse. Deinde negocium absoluemus, vt in sequenti exemplo videre licet. Constituamus igitur Rhombum a b d f, qui ductis ex aduersis angulis dimetientibus b c f & a c d in semisses diuidatur. Hæ πρὸς ὀρθας sese inuicem secant in c puncto. His cõstitutis, si metiri velimus ipsam superficiem inuestigabimus vnum aliquod ex lateribus cum altera dimetiẽtium, aut aliquo angulorum. Detur ergo primùm latus a b, vna cum dimetiente b f. Quoniam hîc latera b a & a f trianguli b a f sunt æqualia, & b f innotescat ex antegressis demonstrationibus inuenietur perpendicularis a c, sed b c & c f segmenta sunt æqualia, id quod facilè confirmare licet. Nam per 34 primi Elementorũ anguli a b f, a f b, d b f & b f d inter se sunt æquales. Eodem modo in trigonis a b d & a f d æqualibus demonstratur angulum b a c æqualem esse f a c. Quare anguli a c b & a c f sunt recti, quibus æqualia latera b a & a f subtenduntur. Ergo b c adæquatur c f. hinc per multiplicationem b c in a c consurgit area b a f & eundem æquatur b d f. Quare duplum illius totam b a f d superficiem constituit. At detur tantùm angulus b a f vna cum latere b a, tum per 38 primi Regiomontani patefiet latus b f & perpendicularis a c. Quare cum paulò ante sit demonstratum b c complecti semissem totius b f, ipsa b a f area non latebit, cui æqualem esse ostẽdimus b d f. Duplum igitur alterius horum trigonorum totam b d f a superficiem, quæ nobis inquirebatur,

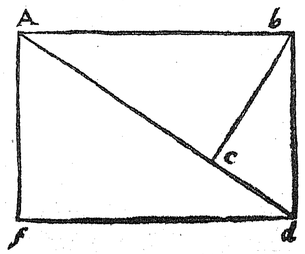


quirebatur, notam proferet. Non dissimilem ratiocinationem institueremus, si duntaxat cum vno latere constaret angulus a b d, aut dimetiens a d.

PROPOSITIO CII.

Quam metiendi rationem admittat superficies parallelogrammi, quod Rhomboides apppellant.

RHomboides parallelogrammum appellamus figuram quadrilateram, cuius oppositа duntaxat latera sunt æqualia. Huius etiam dimensionis rationem non difficilem esse constat, si vnà cum datis lateribus angulus sub ijs comprehensus, aut altera dimetientium innotescat. Nam vtraq; harum totam figuram per 34 primi Elementorum in semisses distribuit. Ex his ratiocinabimur perpendicularem, quæ ex constituto angulo in aduersum latus deducitur. Quare semissem figuræ in trigonos orthogonios distributum habebimus. Supereſt nunc, vt subiecto schemate rem euidentius demonstremus. Sit ergo parallelogrammum a b d f, cuius latus f a sit æquale b d oppositо, & a b ipsi f d. Secetur id in semisses a b d & a f d per dimetientem a d. Et ex angulo b incurrat in eandem perpendicularis b c. His constitutis, si dentur latera a b & b d vnà cum angulo a b d, aut dimetiente a d, totam a f d b superficiem licebit metiri. Primùm constet angulus a b d: tum per 49 primi Regiomontani a d colligetur. Cognitis ergo trigoni a b d tribus lateribus, per 43 primi Regiomontani patefient segmenta a c & d c & per 46 eiusdem b c perpendicularis. Trianguli igitur a c b datis a c & c b rectum angulum a c b ambientibus lineis tota superficies ex multiplicatione b c in semissem a c patefiet. Eadem etiam ratione superficies b c d colligetur. Ex his constat tota a b d, quæ cum sit semissis per 34 primi Elementorum totius parallelogrammi, duplum eius totam a b d f superficiem notam producet. Quòd si in principio constiterit a d facilius, vt patet, res absoluetur. Non dissimilis ratiocinandi modus instituetur, si data fuerit dimetiens, quę duceretur ex b in f, aut manente a d inuestiganda nobis esset perpendicularis, quæ ex angulo a f d in eandem a d, rectam incidit.



PROPOSITIO CIII.

Quomodo superficies figurarum, quæ Trapezia appellantur, liceat metiri.

IN antegressis propositionibus, satis nobis explicatum est, quà ratiocinandi via superficies quadrilaterorum schematum, quorum tamen opposita latera sunt παράλληλα metiendæ sint: sequitur nunc, vt de ijs figuris tractemus, quę trapezia appellantur. Ea verò sunt quadrangula, quorum latera ad vtranque partem, nec sunt παράλληλα, nec æqualia. quo fit, vt in multiplicia genera pro diuersitate laterum & angulorum distribuantur. Nam ex his quędam constituũt segmentum isoscelij trianguli, videlicet si producta basi parallela, ab vtroque crure abscindat æquales magnitudines. Constituuntur enim duo duntaxat æqualia latera, quæ productis inæqualibus parallelis, vna ex parte ad acutos, altera ad obtusos angulos connectuntur. Quare id genus quadranguli isosceliũ non temerè appellabimus. Aliud genus trapezij constituitur ex duobus lateribus æquidistantibus, quæ ab vna parte per rectam lineam πρὸς ὀρθας copulan-

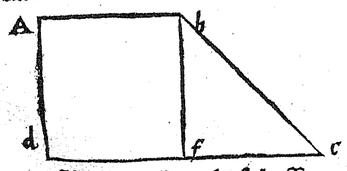
tur,ab altera verò diuersa ac inæquali. Ergo nobis hoc ὀρθογώνιον quadrangulum appellabitur. Ab his diuersa genera vocabimus amblygonia, quia nullis constant parallelis,vel lateribus,vel angulis æqualibus. Sed linearum concursus partim ad acutos,partim ad obtusos, & reliquis inæquales fit angulos. Videamus ergo primùm quo metiendi modo exploranda sit nobis superficies quadranguli isoscelij:quale hîc designauimus b a d g,cuius duo latera d a & g b sunt parallela, reliqua verò b a & d g duntaxat æqualia. Hanc superficiem, vt facilius dimensionem admittat, ductis ex a & d finibus in oppositum latus b g perpendicularibus a c & d f in parallelogrammum rectãgulum & duos æquales trigonos,qui sunt

orthogonij secabimus. His constitutis, absoluemus negociũ in eum modum, qui sequitur. Primò datis omnibus huius trapezij lateribus, inuestiganda nobis est quantitas alterius perpendicularis. Vt hoc efficiamus scire licet per 29 primi Elementorum quadrangulum a d c f esse parallelogrammum, & consequenter æqualia,quæ opponuntur latera per 34 primi eorundem Elemen. videlicet a d,ipsi c f & a c ipsi d f. Quo constituto, asserimus b c adæquari segmento f g, quæ coniuncta efficiunt differentiam a d & b g rectarum. Trianguli enim orthogonij a c b laterum a c & b c quadrata sunt æqualia quadrato b a per 47 primi Element. ita quadrata d f & f g æquantur ipsius d g quadrato per eandem. Cum igitur recta b a statuatur æqualis ipsi d g, quadratum b a æquatur quadrato d f. Sed quæ eidem æquãtur,inter se etiam sunt æqualia per communem animi notionem. Quadrata igitur ex a c & b c æqualia sunt quadratis ex d f & f g, & quadratum ex a c æquatur quadrato d f. Nam rectas a c & d f æquales esse demonstratum est. Reliquum igitur quadratum ex b c adæquatur quadrato ex f g, & consequenter b c ipsi f g rectæ. Manifestum est ergo,si distribuerimus differentiam laterum a d & b g in semisses,nos vtramq; b c & f g rectam inuenturos. Hinc sublato quadrato b c ex quadrato ipsius b a quadratum a c remansurum, ex quo deinceps radice extracta,ipsa a c recta innotescet. Ex his manifestum est superficiem b c a adæquari superficiei d f g. Quare multiplicata b c in a c tota quantitas vtriusq; consurget, & eadem a c ducta in a d, constabit tota superficies παραλληλογράμμου a d f c. hinc ex coniunctis partium planis absoluetur totum b a d g trapezium isosceles.

PROPOSITIO CIIII.

Superficiem Quadranguli orthogonij metiri.

COnsyderemus hîc deinceps qua metiendi ratione nobis explorandi sit superficies trapezij orthogonij,quale hîc a b c d cõstituimus, cuius duo latera a b & d c sunt πλάγια. Et fines horum a & d πρὸς ὀρθας connectuntur recta d a. Vt ergo metiamur superficiem a b c d,secabimus ipsam in παραλληλόγραμμου, & trigonum orthogoniũ in hunc modum. Per tertiam primi Elementorum abscindemus ex d c maiore æqualem a b,



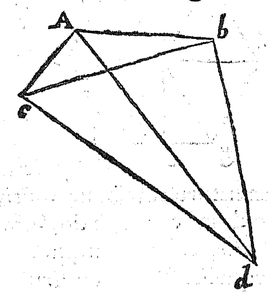
quæ sit d f, & b & f fines recta copulabimus. Hinc constat a b f d esse parallelogrammum & d f c trigonum orthogonium. Cum enim latera a b & d f sint παράλληλα & æqualia, per 33 primi Elementorum b f erit æqualis a d, & hinc consequenter angulus b f d rectus: nam a d f per hypothesin rectũ effecimus. Est igitur & exterior b f c rectus. Cum

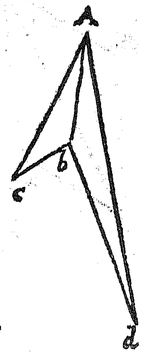
Cum ergo parallelogrammi innotescãt latera per hypothesin, superficies ipsa latêre non potest. Porrò trigoni orthogonij b f cõstant latera b f & f c. Nam b f demonstratum est æquale esse a d & f c est differẽtia laterum a b & d c. Quare,vt alibi ostendimus ex multiplicatione b f in semissem f c tota superficies b f c consurget. Si hanc igitur iungamus superficiei parallelogrammi tota a b c d orthogonij trapezij absoluta nobis erit.

PROPOSITIO CV.

Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, superficiem eius metiri.

SEquitur nunc vt tertij demum generis quadranguli, quod amblygonij nomen sortitum est, aream inuestigemus. Id quod non difficulter expediemus,si in duos ipsum triangulos sectum habuerimus. Nam ex vtriusq; lateribus inquisitis planis,si ea coniunxerimus,tota quadranguli superficies resultabit. Cuius rei,vt exempla aliquot videantur operæpretium fuerit. Sit ergo trapezium amblygonium c a b d,cuius notis quatuor lateribus cum aliquo angulorum, aut latere subtendente,totam nos superficiem metiri posse dicimus. Detur ergo primùm angulus c a b, cui subtendatur latus c b,quod totam figuram in duos secat triangulos,videlicet c a b & c d b. Illius ergo magnitudinem inueniemus per 49 primi Regiomõtani. Hinc notis trigoni c a b omnibus lateribus per ratiocinationem superius nobis explicatam superficies ipsa patefiet. Eodem modo cum innotescant latera trigoni c d b, cum vtriq; c b sit communis,ipsa area non latebit. Ex coniunctis ergo superficiebus c d b & c a b tota superficies c a b d trapezij resultabit. Eodem modo licebit totam figuram secare in duos triangulos a b d & a c d per rectam a d: quæ si cognita fuerit eodem processu,quo paulò ante vsi sumus,rem absoluemus. Iterum constituamus trapezium quadrilaterum c a d b,è cuius angulo a,vsq; ad concursum linearum c b & d b recta producta, ipsum in duos triangulos partitur,videlicet c b a & a b d. Quòd si nũc cum lateribus notis detur angulus a c b,aut a d b,aut a b recta, quæ vtrũq; subtendit,per antegressam ἀπόδειξιν, vtriusq; trianguli superficiẽ inueniri posse constabit. His ergo cõiunctis,inquisita trapezij area patefiet. Ex his euidenter constat qualescunq; trapeziorum formæ offerantur, quomodo per interiorem rectam in duos secari possint triangulos, vt figillatim vtriusq; perspecta superficie, tota ex ijs componi possit.



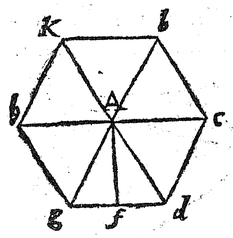


PROPOSITIO CVI.

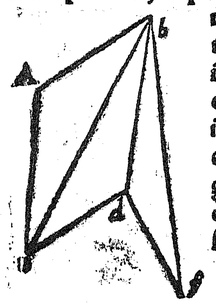
Quomodo superficies plurium laterum & angulorum sub mensuram cadant.

SVpereſt nunc tandem,vt illorum schematũ superficies inuestigemus, quæ ex pluribus & lateribus & angulis construuntur,ex quibus alia vocãtur regularia alia irregularia. Regularia sunt,quæ ex lateribus & angulis æqualibus constant,& cum circulo ipsis inscripto,aut circumscripto idem centrum obtinent, Irregularia verò,quorum & anguli sunt inæquales & latera. Illorum sim-

plex ac facillima ratio dimenſionis exiſtit: ſi videlicet ex conſtituto centro in quodlibet æqualium laterum rectam extendamus, quæ in ſemiſſes idipſum exquiſitè diſtribuat, deinde ipſam in mediam totius ambitus partem multipli cemus. Hinc ſuperficies inquiſita reſultabit. Porrò ipſius centri ſitum hoc modo inueniemus, vt ſi numerus laterum par fuerit, è quolibet angulorum in oppoſitum rectam extendamus, quam deinceps in æqualia ſegmenta partiamur. Facillimè id efficiemus, ſi ex alio quopiam angulo ſimiliter in oppoſitum rectam pertraxerimus. Nam in eo puncto, quo ſeſe interſecant centrum conſtitui oportebit. Quòd ſi numerus laterum fuerit impar, ducemus ex duobus angulis rectas in oppoſita latera, quæ ſimiliter in æquales portiones ipſa diuidant. Communis earum ſectio (vt in quarto Euclidis demonſtratur) in ipſo conſtituitur centro. Hinc fit, vt illa pars rectæ, quæ inter centrum & medium oppoſiti lateris intercipitur, in ſemiſſem totius ambitus multiplicanda veniat, vt inquiſita ſuperficies innoteſcat. Cuius rei ἀποδ ξιν in hexagono ſchemate intueamur. Sit igitur ſchema ſex æqualium laterum k b c d g h, quod ductis in oppoſitos angulos rectis lineis in ſex iſoſcelia triangula (vt apparet) diſtribuitur.



Horum baſes efficiũtur ipſius ſchematis latera. Ex communi linearum ſectione centrum a innoteſcit, ex quo ducatur perpendicularis a f in latus g d, hoc ideo ſecatur in ſemiſſes, quia d g eſt chorda circumſcribendi circuli, in quam perpendicularis incidere non poteſt, niſi eandem in æqualia ſegmenta diuidat per 3 tertij Elementorum. In hanc multiplicata perpendicularis per 41 primi Euclidis rectangulum conſtituit duplum trigono g a d: ſi ergo ducatur in ſemiſſem eiuſdem baſis, cõſurget exquiſita ipſius trigoni area. Iam verò cum latera hexagoni ſint æqualia, & perpendiculares in ea ex cẽtro incurrentes inter ſe æquentur, quod ex 4 & 26 primi Element. confirmari poteſt: ſequitur, vt dicta perpendicularis per totum multiplicata ambitum, rectangulum producat, quod ſit duplum ipſius hexagoni. Quare ſi duntaxat in ſemiſſem totius ambitus, aut è conuerſo multiplicetur, exquiſitè ipſius hexagoni area prodibit. Porrò ſi offeratur ſchema irregulare, quale eſt a b f d c, ſecabimus ipſum per interiores lineas in triangulos, quorum ſuperficie ſigillatim inuenta, tota figuræ area facilè componetur. Ductis igitur ex b rectis lineis in c & d diſtributum erit totum ſchema in triangulo c a b, c d b, & b d f, quorum ſuperficies per eas, quæ nobis alibi ſunt explicatæ propoſitiones inueſtigabimus. Ex his coniunctis conſurget area totius a b f d c ſchematis inquiſita. Hæc de ſuperficierum dimenſione ſcripta ſufficiant.



SECTIO

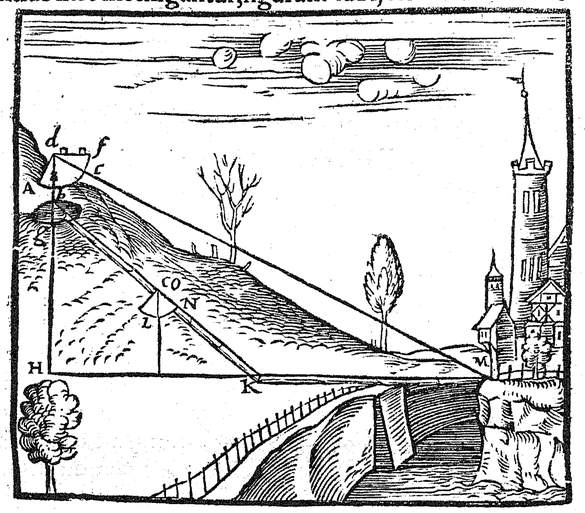
SECTIO QVINTA, DE RATIONE LIBRATIONIS, CVIVS VSVS EST IN DVCENDIS AQVIS.

PROPOSITIO CVII.

Quæ ſit ratio librationis, cum ex fonte in locum caſtelli proſpectus patet.

ET artificioſa ac certa ratione aquas ex ſuis fontibus in conſtituta nobis loca educamus, in primis exquiſitis dimẽſionibus, quæ per inſtrumenta fiunt, ſitus locorum explorare oportet. Vitruuius ad has abſoluendas vtitur Dioptris & Chorobate. Sed hunc, vt rationi cõſentaneum eſt, propter euidentiorem certitudinem illis præfert. Etſi enim obſeruandi ratione vtrobiq; infallibili demonſtratione ſtabiliantur, tamen rudes Elementorum Geometriæ opifices, cum per Dioptras rem expediunt, procliuius ac ſæpius, aut negligentia, aut viſus imbecillitate impediti, à ſcopo aberrant. Cum autem rationes dimetiendi, quibus in multiplicibus locorum ſitibus obſeruandis opus ſit, explicatas non reliquerit, pro ratione noſtri inſtituti qualemcunq; conſiderationem de his inſtituemus. Cæterùm obſeruationes ſta proponemus, vt intelligatur quomodo eadem opera ac facilitate, tum Dioptris, tum Chorobati accõmodari poſsint. Ac, vt euidentius à diſcentibus ipſa res intelligatur, ſcire licet cum aqua recto ac continuo fluxu, aut per libellam, aut per loca infra eandem deflexa in præfixa receptacula delabatur, dimenſionum rationes eò præcipuè nobis referendas, vt manifeſtè conſtet tam ſitus fontis, quàm eius loci, in quem aqua recipietur. Cuius rei cognitio non tãtùm requirit exactam vtriuſq; altitudinis collationem, verumetiam quanto finitoris circuli ſegmento alter locus ab altero diſtiterit obſeruationẽ. Quando hæc exquiſitis rationibus cõſtituta habuerimus: non difficile fuerit totius meatus, quem aqua percurret, longitudinem (vt certa canalium aut fiſtularum quantitas nobis innoteſcat) ratiocinari. Ex omni verò Dioptrarum genere (ita enim appellantur inſtrumenta Geometrica, quibus è longinquo diſtantiarum altitudinum, & profunditatum dimenſiones abſoluuntur) nullum Quadrante perfectius & præſenti negocio accommodatius adhiberi poteſt. Quare, vt rem ipſam aggrediamur, primò ſimpliciſsimam rationem explicabimus, qua metiri liceat eiuſcemodi fontis ſitum, ex quo proſpectus etiam pateat in locũ caſtelli aquam ſuſcepturi. Manifeſtum eſt hîc facillimum eſſe modum obſeruandi quantum vnius loci altitudo ſitum alterius excedat. Si enim propè fontem conſtituerimus, aſſumpto inſtrumento, per alterius lateris διωγια, vt Proclus vocat, ſiue pinnacidia præfixum caſtelli locum intuebimur: tum perpendiculum è centro demiſſum parte circumferentiæ, quam attigerit differentiam ſitus locorum, ſi aliqua fuerit, oſtendet. Nam ſi id exquiſitè occupauerit alterũ latus inſtrumenti, ſine dubio conſtabit vtrumq; locorum in eadem altitudine conſiſtere. Si nautem latus hoc à perpendiculo ſurſum deflexerit, cõſtituemus obſeruatum locum inferiorem eſſe fontis ſitu. Sed perpendiculo nulla parte circumferentiam attingente, manifeſtum erit locum caſtelli in altiori conſtitutione apparere. Quare per lineam Horizontis plano παραλληλον aqua deduci nullo modo poterit, niſi arte queat in altum extorqueri. Cæterùm hîc cum de ijs locis, quæ infra libellam ex fontis ſitu ductam, tractationem inſtituamus, videndum nobis erit qua arte exceſſus altitudinis, & totius meatus longitudo

deprehendi posſint. Horum vtrunque efficiemus commodiſsimè per dimenſionem æquationis locorum ad libellam, quæ alibi nobis explicata eſt. Vt autem euidentius hæc intelligantur, figuram ſubijciemus. Conſtituamus ergo



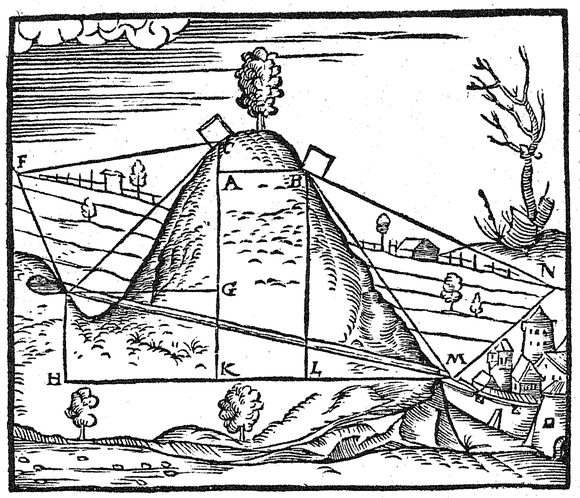
fontem extra vrbem in ſigno g, ex quo deducenda ſit aqua per fiſtulas in punctum m, quod eſt in mœnibus vrbis. Vtrum ergo m inferiorem ſitum poſsideat quã g, etſi viſu diſcerni poſsit, tamen inſtrumento certius deprehenditur. Collocetur igitur Quadrans in d, vt obſeruationis linea ſit, quę ex d in m ſignum extenditur d m. Sit etiam Quadrans circuli d f b, ſimiliter a b c. Perpendiculum ex centro demiſſum d g. His ita cõſtitutis, manifeſtum eſt Quadrantis d b latus eſſe in recta linea, quæ ducitur ex ſigno ἐπὶ κορυφὴν, & d f circuli finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtare. Quare ſi obſeruationis linea incideret in rectam d f, eadem eſſet altitudo locorum g & m. Si verò in d c, quæ à recta d f deorſum inflectitur, neceſſariò m infra g conſtitueretur. Et cum perpendiculum circumferentiam Quadrantis a b c ſecet in ſigno b, erit pars b a, quæ ab eodem deflectit æqualis f c. Nam b c vtrique circuli quartæ eſt cõmunis, qua ex æqualibus ſublata, per communem animi ſententiam, differentiæ, quæ relinquuntur, æquales remanebunt. Ergo quod differentiæ altitudinis locorum prætenditur ſegmentum æquale inuenitur in vtroq; ſitu inſtrumenti, nimirum ſiue alterum latus ſtatuatur in d f, ſiue in d c inclinetur. Porrò cùm manifeſtum ſit m inferiorem occupare locum ipſo g, ducantur ex his ſignis rectæ lineæ, quæ πρὸς ὄψεις concurrant ſub terra in h. Erit ergo g h altitudinis, ſiue ſitus locorum g & m differentia, & h m breuiſsimæ diſtantiæ linea, iuxta cuius magnitudinem meatus excauari poſſet. Harum linearum quantitates exactè metiemur, ſi g & m loca ad libellam æquauerimus. Conſtabit ergo & ſitus differentia, & totius itineris, per quod aqua duceretur, longitudo. Quoniam verò commodum non eſt, vt aqua ſtatim ex præcipitio deſcendat, velut ex b in h: ſed per huiuſcemodi rectam lineam, quæ ad Horizontem inclinatur ad acutum angulum, ſupereſt, vt huius etiam quantitatem colligamus, & quomodo inter fodiendum rectè & certò ſequeuda ſit, conſtituamus. Incidat ergo obliquus huiuſcemodi meatus in rectam h m in ſigno k, cuius ab h interuallum quacumque licet conſtituere. Hîc angulus obliquitatis g k h, vnà cum meatu b k ex datis duobus lateribus g h & h k innoteſcit, cum angulum g h k ex hypotheſi rectum eſſe dixerimus. Quare alter acutorum,

acutorum h g k non latebit. Huius anguli adminiculo efficiemus, vt à recto itinere b k, nihil fodiendo aberremus. Nam ſumpto fodiendi initio propè g ſignum, & inſtrumento in eadem plana ſuperficie cum g m collocato, tãtum eleuabimus ſuperius Quadrantis latus à ſuſpenſo perpendiculo, vt concluſa inter vtrumque circumferentia æqualis videatur ei, quæ prætenditur angulo h b k: tum manifeſtum erit centro Quadrantis communem ſectionem linearum h g & k g occupante & perpendiculo incidente in rectam g h, alterum illius latus rectam b k poſsidere. Quare inter fodiendum à recta linea, quæ ex Quadrantis latere ita conſtituto educitur, nullo modo declinandum. Cuius rei certum erit argumentum, ſi in ipſo itinere præſcripta diſtantiæ perpendiculi ab inſtrumenti latere circumferentia vbique eadem apparuerit. Nam perpendiculum rectam lineam, vbique ad eoſdem angulos ſecat. Exemplum huius rei videre licet in c ſigno, quod in recta g k conſtitutum eſt. Cum perpendiculum hîc ſit c l, æqualis eſt angulus l c a, ipſi h g k angulo. Exploratum igitur habemus, quo artificio ex g recta via ſit aperienda vſque in k.

PROPOSITIO CVIII.

Quæ ratio dimenſionis ad librationes requiratur, ſi montis interpoſitione fons à caſtelli loco diſiunctus fuerit.

SImpliciſsima ac facillima dimenſionis ratione, quæ ad aquæ librationes requiritur, hoc modo nobis explicata: ſequitur, vt paulatim difficiliores, quę ex multiplici locorum ſitus, ſiue conſtitutionis varietate emergunt, aggrediamur. Ac primùm hîc deinceps ratione inueſtigabimus, quomodo negocium ſit expediendum, ſi inter fontem, cuius aqua fuerit deriuanda, & præſtitutum caſtelli locum alicuius montis poſitio intercedat. Etenim hîc diligentius inuigilandum eſt, niſi temerè omnis operæ & ſumptuum iacturæ periculum facere voluerimus, vt exquiſitis obſeruationibus altitudinem ſitus ipſius fontis, & loci caſtelli exploratam habeamus. Id quod ſatis exactè licebit experiri, ſi prius in montis cacumine planam illam ſuperficiem inueniamus, quæ & fontis & caſtelli loco communis extiterit. Exemplum huius rei alibi oſtendimus per duas planas tabellas, quæ in eum ſitum conſtituantur à lateribus, vt per alterius ſuperficiem conſpiciatur locus fontis, per alterius ipſum caſtellum, ita tamen vt vtraque ab vno eodemq; plano non deflectat. Inuenta igitur per accuratas obſeruationes in montis ſummitate ea linea, quæ communem locorum ſuperficiem occupat, facillimè horum punctorum, in quibus tabulæ collocatæ fuerint altitudines, ſupra apparentia loca deprehendentur. Ex quarum collatione ſituum differentia manifeſtè innoteſcet. His ita conſtitutis, verſus quam mundi plagam locus fontis à ſitu caſtelli declinauerit officio Magnetini indicis obſeruabimus, & totius itineris per quod aqua deferetur, longitudinem ratiocinabimur. Supereſt nunc, vt deſignato ſchemate rem ipſam certius ac euidentius explicemus. Statuamus ergo fontem in ſigno d, ex quo deducenda ſit aqua in m. Inter hæc loca mons conſtituatur d c b m. Primum hîc nobis explorandum eſt, vtrum in altiori ſitu conſiſtat d an m. Vt hoc efficiamus, ad ſummitatem montis à lateribus in ſignis b & c collocentur planæ tabulæ in eum ſitum, vt in eadem ſuperficie appareant. Ex b verò per idem planum conſpiciatur locus m, & ex c fons in d. Ducatur etiam ex m puncto recta verſus d, vt tamen Horizontis circuli plano ſit παράλληλα, cui perpendicularis occurrat ex b in l ſigno. Eodem modo ab altero latere ex c deſcendat perpendicularis in æquidiſtantem finitori, quæ ex d

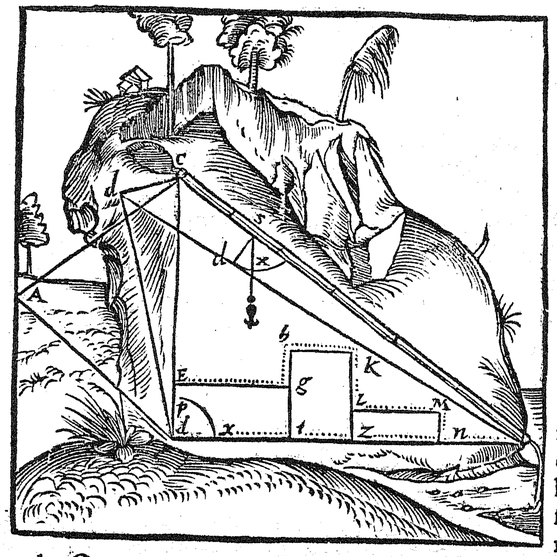


sit protracta, quarum contactus sit in g puncto. Insuper ex b adrectos angulos occurrat linea in c g, idq; in puncto a, quam Horizõti παράλληλον esse certum est. His ita constitutis, per dimensiones experiemur differentiam altitudinis locorum d & m, in hunc modum. Cõstituto in m instrumẽto diligenter obseruabimus tabellam, quę est in b & aliud quoddam in inferiori loco signum, vt hìc intelligimus n. Et connexis per rectam lineam m & n partibus, innotescit angulus b m n, cui latus ipsum b n prætenditur. Simili ratione, si fecerimus obseruationem ex n locorum b & m, apparebit angulus b n m. Quare per 32 primi Elementorum tertius angulus m b n non latebit. Insuper cum lateris m n dimensionem in terra liceat absoluere, per 4 secundi Regiomontani magnitudinem lateris m b colligemus. Cum hoc deprehenderimus, iterum assumpto instrumento, trigoni ὀρθογωνίου l b m angulum acutum b m l obseruabimus. Et hoc inuẽto, per 29 primi Triangulorum b l & l m latera patefient. Simili obseruationis ratione ex fontis loco d primum latus d c per notum latus f d trianguli d f c colligemus. Deinceps ex acuto angulo c d g innotescent latera c g & d g. His cõfirmatis, per dimensionem æquationis ad libellam explorabimus situs locorum c & b. Ex hac constabunt magnitudines c a & a b linearum. Quare etiam manifestum erit, vtrum altiorẽ situm possideat c an b. Sed altiorem hìc c locum statuamus ipso b quantitate c a. Hinc nobis apparebit differẽtia altitudinis d & m locorum. Cum enim a consistat in eadem altitudine cum b, & tota c g per dimensiones sit inuenta, apparebit etiam profunditas g infra a, nimirũ a g. Præterea deprehensa est altitudo l sub b. Proinde si maior fuerit b l ipsa a g, altior erit situs g, quàm l. Sed antea ex hypothesi in eadem altitudine collocauimus d cum g, & m cum l. Quare necessariò sequetur, m inferiorem possidere locum, quàm d. Atq; ita manifestũ erit aquam ex d in m delabi posse. Cùm hoc sit demõstratum, sequitur vt inuestigemus totius itineris ex d in m longitudinem. Id autem expediemus in hunc modum. Ex d perpendicularis descendat, cui πρὸς ὀρθὰς vlterius producta m l occurrat in h. In hanc etiam decidat vlterius extensa a g in signo k. Cum ergo b a & k l rectè constituantur in libella etiam sunt παράλληλοι. Quare perpendiculares in has incidentes a k & b l sunt æquales. Hinc sublata a g ex a k, relinquetur g k altitudinis locorum d & m differentia, cui adęquatur d h. Et cum ex hypothesi a b, d g, & h m sibi inuicem æquidistent, ęqualis erit g d ipsi h k & a b ipsi k l. Illarũ verò magnitudines vnà cum l m per obseruationes paulò ante sunt inuentæ. Constant igitur singulæ h k, k l, & l m, ex quarum summa tota h m recta innotescit. Hinc in triangulo ὀρθογωνίῳ d h m constitutis lateribus d h & h m, reliquum latus d m non latebit. Totius ergo meatus aquę longitudinem hoc pacto inuentã habemus. Supereſt nunc, vt inueniamus, quomodo inter fodiendum meatus hic, nimirum d m exquisitè possit obseruari. Vt autem ratio huius negocij certò nobis constet, opus est, vt inuestigemus in quam mundi plagam d m deflectat, & quantitatem acuti anguli h d m exactè dimetiamur. Quod ad primum attinet, cum antea ex hypothesi constitutum sit planas tabellas, quæ sunt in locis c & b, vnà cum d & in signis eandem superficiem possidere, manifestum erit si dimẽsi fuerimus magnetini indicis adminiculo, ex d versus, quam cæli partem declinauerit tabella c, etiam ipsius in loci deflexionem haberi. Secundò angulum h d m notis d h & h m lateribus, auxiliante 27 primi Regiomontani notum constituemus. Quare eadem ratione, qua in antegressa propositione vsi sumus, rectam, quæ ex latere Quadrantis à perpendiculo ad quantitatem circumferẽtiæ, quæ prętenderetur angulo h d m eleuato extenditur, inter fodiendum sequemur. Atqui hoc nobis explorandum erat.

PROPOSITIO CIX.

Quæ sit ratio librationis, quando per plures montes ducenda fuerit aqua.

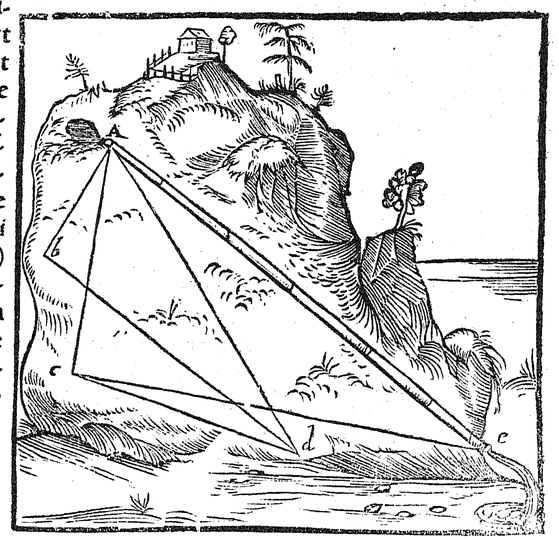
QVo pluribus obstaculis & impedimentis locorum interualla fuerint obstructa, eò difficiliores in librationibus dimensionum rationes effici necessarium est. Sed tamen industrij artificis opera absolui posse certa demonstratione ostendemus, idq; variata ratione, quàm ea, qua in antegressa propositione vsi sumus. Neq; enim vbiq; sola visus obseruatione per constitutas tabellas, vt paulò ante explicatum est, communem vtriq; locorum situi superficiem licet deprehendere. Et quo rem aggrediamur, perspecto fontis loco, & constituto, in quod sit aqua recipienda, castello, primùm in dimensione differentię situs vtriusq; occupabimur, vt manifestè constet sine iactura sumptuum rem absolui posse. Huius obseruationis modum ita instituemus, vt à deprehenso eius loci, in quem defluxura sit aqua, Meridiana plano in neutram partem deflectentes, si commodè fieri poterit eousq; progrediamur, vbi fontis locus in conspectum veniat. In huiuscemodi loci situ admodum multiplex varietas occurrere potest. Aut enim exquisitè occupabit libellam cum præfixo castelli loco, aut infra, aut supra eandem consistet. Iterum aut citra perpendicularem, quæ ex fonte in rectam progressionis lineam incurrit, aut in eadem aut vltra consistet. Præterea occurrentibus obstaculis fieri potest, vt rectam in progrediendo lineam obseruare non possimus. Sed à recto itinere ad certos angulos deflectendum sit, vt eodem reuertamur. In his omnibus quid fieri expediat exemplis euidentius, quàm longo verborum contextu innotescet. Sit ergo locus castelli r, fons in c, r d meridiana linea, in quam ad rectos angulos incurrat recta c d, perpendicularis c b, metiatur altitudinem loci c supra d & r. Et ex signo b ducatur recta in r, & altera ex b in d. Igitur tres rectas b d, d r, & r b, constituimus in eodem plano, quod exquisitè in libella consistat. Etiã ex c & d signis educantur rectæ lineæ, quæ in a concurrant in inferiori superficie. Et in recta r d erectę sint perpendiculares m n, k z, h t, & f d, vt nimirum differẽtia altitudinis loci m supra r sit m n, & k, k z, ipsius h, h t, & f, f d. Ex m verò πρὸς ὀρθὰς in k z extendatur in l, ex k in h ipsa k h, & in recta h t ex g signo in f, ipsa g f. His ita constitutis ad dimensionem c r & anguli d c r progredimur in hunc modum. Cum ex r loco progredienti, primùm occurrat altitudo m n, metiemur quantitates m n & n r per obseruationem libellæ. Eodem modo inueniemus magnitudines m l, l k, k h, h g, g f, & f d. Et cum parallelæ sint m l, k h, & g f, ipsi d r (nam ad eosdem angulos in perpen-



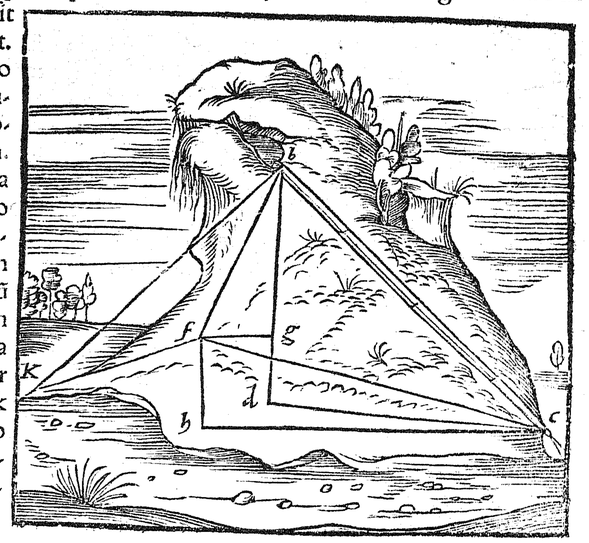
diculares incidunt) ex ſumma collectarum conſtat tota n d, quæ ſub terra latet, vt hinc manifeſtum ſit f ad perpendiculum ſupra d conſiſtere. Quod aũt ex c πρὸς ὀρθὰς incurrat in d, recta c d, id circumferentia quadrantis p x licet obſeruare, nimirũ ſi baſis d x collocetur in rectam d r, & per alterum latus d p appareat locus c. Hoc cõſtituto ex d procedimus in planam ſuperficiem in ſigno a. hîc duabus obſeruationibus (vt ſæpius oſtendimus) innoteſcẽt anguli c a d & a d c. Quare per 32 primi Elementorum, tertius a c d angulus non latebit. Et quantitatem a d in ſubiecta planicie metiemur. Hinc per 4 ſecundi Regiomontani c d latus colligemus. Ergo trianguli orthogonij c d r conſtitutis lateribus r d & d c per proceſſum penultimæ primi Elementorum tertium latus c r ratiocinando inueniri poteſt. Atq; hoc modo totius aquæ meatus longitudinem habemus inuẽtam. Inſuper trianguli orthogonij c b d acutum angulum c d b metiemur, ſi baſin inſtrumenti ita in libellam cum recta d r conſtituerimus, vt exquiſitè per ſuperficiem planam locus c conſpiciatur. Quare hypotenuſa recti anguli d c inuenta per 29 primi Regiomontani altitudinis differentia, quæ dato angulo prętenditur, nimirum c b non latebit. Et cum ad eandem c d πρὸς ὀρθὰς extendatur r b, triãgulus r b c, eſt ὀρθογώνιος, cuius duo latera b c & c r, cum ſint nota, per 27 primi Regiomontani, angulus acutus b c r cognoſcetur. Et hunc, vt in antegreſsis propoſitionibus oſtendimus, & hîc circumferẽtia t x demiſſo perpendiculo figurauimus, inter fodiendum exquiſitè obſeruabimus. Vt autem percipiamus in quam mundi partem c r meatus inclinet, aſſumpto inſtrumento explorabimus in plana terræ ſuperficie trianguli c d r orthogonij acutum angulum d c r, quem ex notis lateribus per 27 primi Regiomontani ratiocinari oportet.

Hac dimenſionis ratione nobis ita conſtituta, aſſumemus & alteram figurationem nonnihil diuerſam in hunc modum. Statuamus ergo fontem in a, caſtellum in f, vt dimetienda nobis ſit tota f a. Et quo voti compotes fiamus, per rectam lineam faciemus progreſſum ex f in d, vtrum hæc in Meridiano conſiſtat, an non, nihil refert, tantùm hîc in eadem altitudine collocamus d & f ſigna, & d ſit citra perpendicularem, quæ ex a in f d, vlterius productã extenderetur, ita tamen, vt ex d obſeruanti in conſpectu ſit a. Deſcendat autem perpendicularis ex a, vſq; ad altitudinem d & f locorum, quæ ſit in c: ex quo in d & f excurrant rectæ lineæ c d & c f, quæ ſunt in eodem plano, cum d f libellam occupante. Inſuper in ſubiecta planicie conſtituatur b ſignum, cuius diſtantiam ab a per inſtrumentum ex d obſeruabimus, eodem modo ex b interuallum d & a locorum explorabimus. His conſtitutis, progrediemur ad inquiſitionem longitudinis f a & anguli d a f. Primum in progreſſu ſi f & d loca

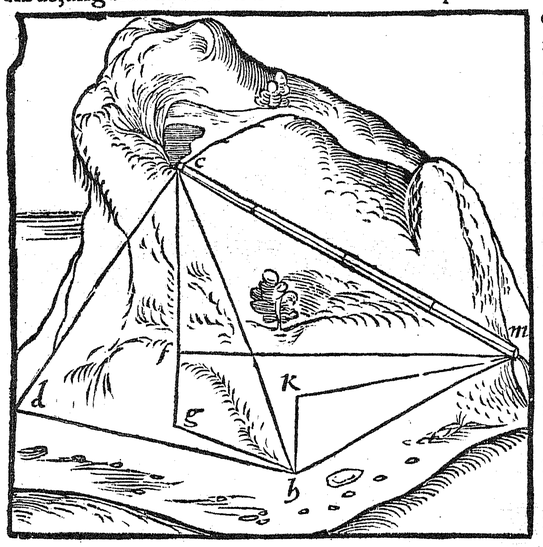
loca interpoſitis montibus fuerint diſiuncta, vt per rectam f d nõ pateat tranſitus, ex dimenſione perpendiculariũ, quæ inter aſcendendum ex differentijs altitudinum occurrunt, & obſeruatione libellæ (vt in præcedenti exemplo patefactũ eſt) magnitudinẽ f d explorabimus, & collocato in aliqua parte rectæ lineæ d f ex d per inſtrumentum idem ſignũ & a intuẽti offeretur circumferentia diſtantiæ, quæ nimirum prętenditur angulo a d f. Deinde, vt paulò ante conſtitutum eſt, ex



duabus obſeruationibus in planicie factis innotuerunt anguli a b d & b d a, quibus ex ſemicirculo ſublatis tertius b a d notus relinquetur. Et b d lateris dimenſionem in eodem plano abſoluemus. Hinc per ſæpius allegatã 4 ſecundi Regiomontani quantitas a d cognoſcetur. Et antea per obſeruationem libellæ f d magnitudo patefacta eſt cum angulo a d f. Ergo per 49 primi Regiomontani latus f a cum reliquis angulis inuenietur. Et cum c d ſigna ſint in libella conſtituta Quadrantis baſi in rectam d c per inſtrumentum intuenti a circumferentia, quæ prętenditur angulo c d a apparebit. Quare trianguli a c d rectanguli nota etiam recti anguli hypotenuſa d a, perpendicularis a c, quę nimirum differẽtiam altitudinis a & d locorum comprehendit, latêre non poteſt. Et cum in eandem πρὸς ὀρθὰς incurrat ex f ipſa f c, triangulus c f a eſt ὀρθογώνιος, cuius duobus lateribus c a & a f notis, patefiet angulus c a f, cuius directu inter fodiendum, quouſq; ſit via inclinanda, conſtabit. Et angulus d a f in quam mundi plagã ſit deflectendum oſtẽdit. Atqui hoc nobis explorandum erat. Iterũ ſtatuamus hanc figurationem in hunc modum. Sit locus fontis in b, caſtelli in c ſigno, ex quo fiat progreſſus paulatim aſcendendo vſq; in f, quod vltra fontis ſitũ cõſtituatur. Vlterius in ſubiecta planicie appareat k ſignũ, quod per rectas lineas, nimirũ k b & k f, ipſis k & b pũctis copuletur. Deſcendat autem perpen-

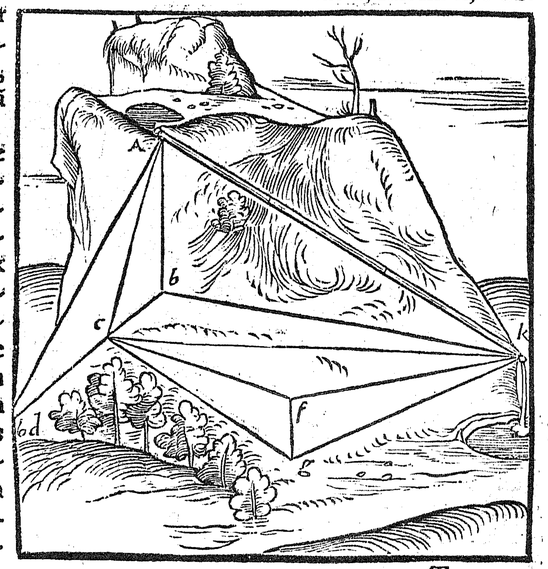


dicularis ex f, cui ex loco c per libellam occurrat recta c h, vt altitudinem f supra c metiatur f h. Eodem modo designetur cathetus ex b, in quem πρὸς ὀρθὰς incidat ex c recta c d. Et hîc erit altitudinis differentia b d. Cæterùm pars eiusdem catheti, quæ eminet supra f, sit b g. Et in signo g ex f ad rectos angulos producatur recta f g. Cum ergo progressus instituatur ex c in altiorem locum, qui est f, vt in præmissis exemplis, totius f c magnitudo patefiet. Et per obseruationem libellæ altitudo f h cognoscetur. Porrò in aliqua parte rectæ f c constituto signo per dimensionem offeretur angulus b f c. Similiter ex f obseruanti k in vlteriori planicie & b innotescet angulus k f b, & ex k intuenti f & b offeretur angulus b k f. Iam verò basin f k trianguli f b k in terræ superficie licet metiri. Quare per 4 secundi Regiomõtani f b latus notum emerget. Hinc constitutis f b & f c lateribus notum angulum b f c comprehendentibus, per 49 primi Regiomontani b c latus, vnà cum angulo c b f inuenietur. Porrò, vt inueniamus altitudinẽ b supra f, statuemus basin instrumenti in libellam, siue in rectam f g, tum inspicienti locum b offeretur acutus angulus b f g. Et paulò ante ex ratiocinatione innotuit recti anguli hypotenusa f b. Quare cathetus b g non latebit. Cum autem ex hypothesi in eadem altitudine consistant d & h signa, & differentia situs b supra f, & ipsius f supra d sit deprehensa, ex summa coniunctarum b g & f h constabit tota b d. In hanc cum ad rectos angulos incurrat c d, sequitur, vt inuentis b d & b c lateribus, angulus acutus d b c non lateat. Id quod demonstratione cõficiendum



erat. Iterum collocemus alium fontis locum in c, & castellũ in m, vt totus aquæ meatus sit c m. Et instituatur progressus ex m vsq; in h ex quo pateat prospectus loci c per rectam h c, vt infra libellam descendamus. Differentiã altitudinis m & h designet perpendicularis h k. Si iam recta connectantur k & m signa, erit ipsa k m in libella. Ex c demittatur perpendicularis vsq; ad æqualem altitudinem ipsius h: tum recta, quæ cõiungit g & h signa in libella consistet. In eandem c g perpendicularem ex m iuxta eiusdem altitudinem πρὸς ὀρθὰς protrahatur m f recta, vt nimirum differentia altitudinis c & m locorum contineatur c f recta. Porrò ex c & h signis educantur rectæ lineæ in inferiorem superficiem, quæ concurrãt in d puncto. His per hypothesin datis, vt in præmissis exemplis fecimus, procedemus ad inquisitionem meatus, & angulorũ, qui ad rem absoluendam requiruntur. Descendenti ex m in h, vbi primum occurrit conspectus loci c, innotescit tota longitudo m h, vnà cum recta, quæ differentiam situs comprehendit, h k. Et constituto instrumenti centro in h, obseruanti c, & signum aliquod in recta h m positum patefiet angulus c h m. Per similem obseruationem d & c ex h offeretur angulus d h c, & ex d, angulus c d h. Cum autem latus

tem latus d h in subiecta planicie dimensionem admittat, c h magnitudo cognoscetur. Quare cum trianguli c h m detur angulus notis lateribus comprehensus, tertium c m latus ratiocinatione colligetur. Et quia trigonis c g h est ὀρθογώνιον, cuius hypotenusa recti anguli abit, si basi Quadrantis in rectam h g cõstituta, obseruauerimus acutum angulum c h g, c g cathetus offeretur, qui altitudinem loci c supra h comprehendit. Porrò in eadem altitudine consistentibus f & k, æqualis erit k h ipsi f g. Ergo ablata g f ex tota c g, remanebit c f, quæ situũ c & m differentiam patefacit. Hinc trigoni c f m rectangulí datis f c & c m lateribus, angulus f c m non latebit. Deinde cum nota sint omnia trianguli c m h latera ex dimẽsione anguli h c m in quam partem deflectat c m deprehendemus. Hactenus ad obseruationes tãtùm vna progressionis linea vsi sumus: sequitur nunc, vt occurrentibus in recto itinere impedimentis, qua ratione eundem scopum assequi liceat, deinceps consideremus. Atq; hîc scire licet inquisitionem huius negocij commodiorem ac faciliorem fore, si quoties à recto tramite declinãdum fuerit, obseruata digressionis quantitate, quomodo sit in eundem reuertendum, quantum fieri poterit, exploremus. Cæterùm in ipsis diuerticulis, quam rationem situs ad libellam conferuent, minimè negligendum est. Etenim nisi hoc constiterit, angulus inclinationis meatus ad perpendicularem exquisitè non poterit deprehendi. Quare diligenter inuigilandum est, vt inter progrediendum obseruata linearum deflexione, eius loci situm, ex quo fit obseruatio fontis, cum eo, in quem aquam deferetur, conferamus. Hoc constituto, non difficile fuerit distantiam obseruationis ab initio processus dimetiri. Si enim dimensi fuerimus longitudinem itineris ab hoc initio in eam vsq; partem, ex qua versus fontem cursum reflectere possimus, angulum huius reflexionis instrumento deprehendemus, cuius quantitatem pro loci ratione licet constituere. Quare si etiam reflexionis lineam exquisitis dimensionibus explorauerimus, per 49 primi Triangulorum, quæ dato angulo prætenditur, linea patefiet. Habebimus ergo longitudinem interualli inter obseruationis locum & initium processus interceptam hac ratione exploratam. Sed ne obscuritas rei nimiam difficultatem pariat, quantum licebit, figura eam illustrabimus. Sit locus fontis a, castelli k, c obseruationis, vt totum iter processus, quo in antegressis exẽplis vsi sumus, designet k c recta, per quã nullus pateat transitus. Quare ex k ita postulante occasione processus instituatur vsq; in g versus sinistrã. Ex hoc puncto cursum reflectemus in c, ex quo situs fontis in conspectum veniat. Ex a descendat perpendicularis, quæ sit a b, vsq; ad altitudinem k c, quæ statuimus hîc in eadem altitudine cõnexis c b k signis per rectas lineas. Et aliud signũ d constituatur in inferiori superficie, ex quo fiat obseruа-



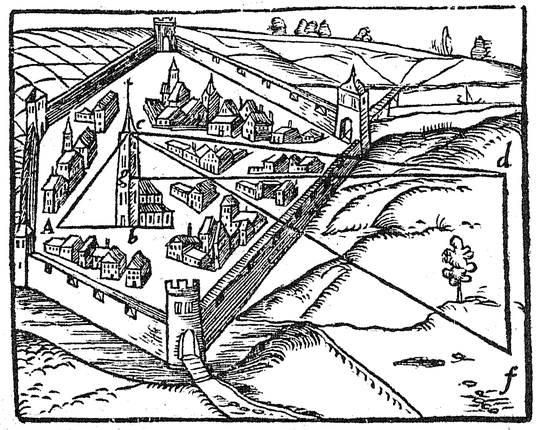
tio a & c,& ex c ipsorum a & d.Supra g etiam erigatur perpendicularis g f ad altitudinem k & c locorum.Nam rectas k g & c g infra libellam inclinatas nobis exhibebit.Quarum ergo cum sit progressus ex k in g per obseruationem libellæ patefit tota k g cum differentia altitudinis f g. Deinde cum ex g iterum instituatur versus c,instrumento deprehendi potest angulus k g c.Et in progressu exploratur quantitas g c,quare per 49 primi Triangulorum, recta c k,quæ dato prætenditur angulo,nota prodibit.Sed vtrum c altiorem situm habeat k & c ad ipsam f g deprehendetur. His constitutis, reliqua absoluemus eodem modo,quo in præmissis vsi sumus exemplis.Nam trigoni rectanguli a b c acutus angulus a c b si basis Quadrantis in rectam c b collocetur, apparet.Cæterum ex obseruationibus,quæ factæ sunt in c & d,patefiunt anguli a d c & d c a.Quare c a latus,quod est triangulis d a c, & b a c commune,non latebit.hinc deinceps a b cōstabit.Ad inuestigationem lateris a k trianguli a c k,paulò plus operæ requiritur.Nam ex inuentis tribus trigoni c g k lateribus,inueniendus erit angulus g c k per 47 primi Regiomontani. Deinde si inclinauerimus planum Quadrantis in superficiem triangulo c k g comprehensam,& à recta,quæ extenditur ex c in g,numerauerimus circumferentiam huius anguli, apparebit in quam partem deflexerit c k recta. Sed hac constituta, per similem obseruationem innotescet angulus a c k. Quare notis a c & c k lateribus per 49 primi Regiomontani latus a k inuenietur. Totius ergo meatus quantitatem habemus exploratam. Sed in quam partem inclinet ex angulo c a k constabit. Et cum in eundem situm posuerimus b & k ex constitutis b a & a k lineis,angulus acutus b a k patefiet.Ex his nō difficulter intelligent medio criter ingenioſi,quid in alijs locorum sitibus, vt infiniti occurrere possunt,efficiendum sit.

PROPOSITIO CX.

Si fons in interiorem aliquem urbis locum sit ducendus, qua dimensione excessus utriusq; altitudinis exquisitè possit explorari.

COnstituamus nunc etiam ex fonte,qui remotius distet ab vrbis mœnibus deducendam esse aquam per fistulam,aut canalem in interiorem aliquem vrbis locum. Vt ergo rectè hîc consilium instituatur, manifestum est diligenter explorandam esse instrumento rationem situs vtriusq; loci, vt nimirum certò constet locum castelli,quod sit intra vrbem,infra libellam fontis esse constitutum.Nos igitur operam dabimus,vt excessum vtriusq; altitudinis,quantum fieri potest,exactè metiamur.Commodissimè id operis absoluemus, si ex constituto vrbis loco & altero deinde ipsius fontis eiusdem turris fastigij supra vtrumq; locum instrumento obseruemus altitudinem. Alteram huius altitudinis obseruationem,quæ videlicet intra vrbem est,facillimè (vt superius explicatum est) adminiculo 4 sexti Elementorum absoluemus.Alteram verò, quæ est extra vrbem,per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani, & deinde 29 primi eiusdem expediemus. Cōstituemus enim ab ipso fontis loco ad certum spacium signum aliquod, è quo similiter in ipsum turris fastigium prospectus pateat.Cum ergo primam facimus obseruationem ex fontis loco & turris fastigij & collocati in terra signi per circumferentiā instrumenti innotescit vnus angulorum trigoni. Eodem modo cum obseruationē repetimus in loco signi eiusdem fastigij & fontis alter angulorum offertur, qui duo incumbunt noto spacio rectilineo. Quare trigoni reliqua latera inuenientur, quorum alterum est commune

est commune trigono rectangulo,cuius cathetus altitudinis præfixi turris fastigij supra fontem complectitur differentiam,quam facilè deinceps ratiocinabimur:si angulum,cui illa prætenditur instrumento, habuerimus exploratum. Cum ergo ex his constet eiusdem fastigij supra duo loca certa altitudo, ac veri situs ratio,eorum quoq; in situ differentia non latebit. Sed hæc euidentius lectori ante oculos constituere operæpretium fuerit. Sit igitur,exempli gratia, locus intra vrbem in a, & fons extra in d, ex quo in illum aqua deducenda sit, vt cōmodius id efficiatur, sit intra vrbem altitudo alicuius turris,aut ędificij b c in cuius fastigiū c prospectus pateat, tam ex a, quàm d.Incurrat autē per libellam recta ex a in b, quæ sit a b, & alia ex d in g,quę sit d g,ac signa d & a cōnectantur rectis cum c fastigio.Deinde extra vrbem assumatur notum aliquod spaciū rectilineum



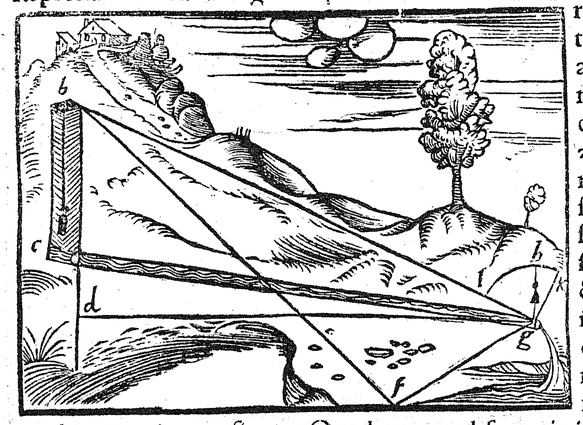
d f,cuius f finis cum c etiam coniungatur. His constitutis, ostendendum est, quomodo vtriusq; a & d loci altitudinis ac situs differētia exploretur. Primò hîc manifestum est triangulum c b a esse ὀρθογώνιον, cuius c b cathetus altitudinem situs c supra b comprehendit.Si ergo per instrumentum (vt superius explicatum est) obseruemus angulum c a b & basin a b in terra metiamur, per 29 primi Regiomontani,deinceps c b,aut alia ratione per 4 sexti Elementorum ratiocinabimur.Eodem modo constat triangulum c g d esse ὀρθογώνιον & altitudinem c supra d,c g catheto comprehendi.vt ergo hunc liceat ratiocinari,primùm in triangulo d c f,si ex d intueamur instrumento c & f signa innotescet angulus c d f. eodem modo si ex f aspiciamus c & d signa,offeretur angulus c f d. Sed antea per hypothesin f d latus innotuit. Quare per 4 secundi Regiomontani c d latus colligemus. Ac deinde explorato acuto angulo c d g per 29 primi Regiomontani c g catheti absoluemus dimensionem. Ex his manifestum est, quòd si fuerit c g cathetus minor c b etiam altiorem esse situm d, quàm a. Sublato igitur c g ex toto c b, vtriusque differentia g b relinquetur,quæ erat inquisita. Quare constat aquam ex d in a facilè deduci posse.

PROPOSITIO CXI.

Vtrum aqua in fodinis à latere perfosso monte educi possit.

OCcurrente in aurifodinis aqua, quam instrumentis plerumq; solent exhaurire,experiemur etiam,an maiore cōmoditate perfosso à latere monte in inferiorem superficiem possit deriuari. Vt autem huius negocij ratio manifestius nobis constet,exquisitis dimensionibus explorandum erit,vtrū aqua profundiorem locum occupet,an exterior terrę superficies in quam fuerit deducenda.Id quod facillimè expediemus in hunc modum. Ex superiori meatus foramine perpendiculum in aquam demittemus,quo totam illius altitudinem deprehendamus.Hoc operis expedito,in inferiorem aut subiectū montis summitati locum descēdemus,cuius situm ratione supremæ partis perpen-

diculi duabus obſeruationibus inſtrumento explorabimus. Ex cuius collatione cum perpendiculi quantitate vtriuſcȝ altitudinis differentia manifeſtè innoteſcet. Cęterùm, vt euidentius hæc ſubiecto ſchemate demonſtremus, operæpretium fuerit. Sit igitur aqua monti incluſa in ſigno c, locus in quem deriuari debeat g, & meatus c g. Differentiam altitudinis c & g, quæ nobis inueſtigãda eſt, deſignet recta c d, cui πρὸς ὀρθας occurrat g d recta altitudo b, in quo ſigno conſtituimus ipſius meatus ingreſſum, ſupra g ſit recta b d, & profunditas aquæ infra b deſignetur recta b c, cuius collationem hîc cum b d conſiderare oportet. His conſtitutis ex loco g fiat per Quadrantem obſeruatio ipſius b, & alterius cuiuſdam ſigni, nimirum f in inferiori plano conſtituti: tum apparebit angulus b g f. Si iterum in f ſimilem obſeruationem locorum b & g repetiuerimus, conſtabit angulus b f g. Et per quartam ſecundi Triangul. vbi nobis certa dimenſione conſtiterit f g, reliquum latus b g non ignorabitur. Deinceps explorabimus angulum b g d, cui altitudinis differentia b d prætẽditur in hunc modum. Inſtrumẽti baſin erigemus ſuper rectam b g ad finem: tum à circumferentia demiſſo, vt recta in centrum tendat, perpendiculo, apparebit quanto ſegmento reliquum latus à ſigno πρὸς νοτφλὼ diſtiterit, cui demonſtrauimus alibi adæquari alterum, quo baſis eleuatur ſupra libellam. Atcȝ id nobis in Quadrante l k g deſignat h k. Conſtat ergo trigoni rectanguli d b g, acutus angulus b g d. Quare cum etiam detur hypotenuſa recti anguli b g, per 29 primi Triangulorum inuenientur reliqua latera b d & d g. Quòd ſi iam perpendiculum ex b in c demiſſum, minus fuerit b d recta, conſtabit rem expeditè abſoluí poſſe: ſin minus alia via eam aggredi oportet. Sed hîc nobis, exempli gratia, minor conſtituitur b c, quàm b d. hinc deprehendemus totius meatus ex c in g longitudinem per 47 primi Elementorum, ſi b c ſubduxerimus ex b d. Nam hinc remanebit differentia c d, & paulò ante nobis inuenta eſt d g baſis. Deinde ex acuto angulo d c g, vt in antegreſsis exemplis oſtendimus, quomodo inter fodiendum paulatim ex c verſus g ſit iter inclinandum, pateſiet. Vt autem agnoſcamus in quam mundi partem meatus c g deflectat, primum obſeruabimus ex b adminiculo Magnetis quo inclinet ſignum g. Hinc cum c ad perpendiculum conſiſtat ſub b, in eodem plano verticali ſtatuuntur & in eandem plagam vergunt c g & b g.



PROPOSITIO CXII.

Quomodo ſit intra conſtitutum tempus certa quantitas aquæ, è caſtello fontis educenda.

CVm hîc tractationem de aquis obiter ingreſsi ſimus, non inutile aut iniucundum diſcendi ſtudioſis fuerit, ſi conſideremus qua ratione per numeros certò liceat ratiocinari, vt ipſi etiam conſentiat experientiæ, intra conſtitutum

tutum temporis interuallum quanta pars aquæ ſit effluxura, ſi aliquot caſtelli, in quod fons influit, fiſtulis obſtructis, reliquæ aperiantur. Et viciſsim conſtitutæ certæ aquæ quantitati, quantum temporis ad effluxum aſsignetur. Vt recta ratiocinatione id colligamus, quanto temporis ſpacio ſingulæ fiſtulæ ſeparatim certam generis menſuram effundant, ſtatuendum erit. Deinde per canonem Gebri, ſiue vt alij vocant artem rei & cenſus, negociũ abſoluemus in eum modum, qui ſequitur. Caſtello cuipiam 36 menſuras cuiuslibet quantitatis capienti infigantur fiſtulæ a, b, c, d: quarum a totam aquam exhauriat duabus horis, b tribus, c ſex, d 8. & obſtructis fiſtulis a & c, quæratur quantum aquæ effundant reliquę duæ b & d intra ſpatiũ Quadrãtis horæ. Cum ergo 3 horis b effundat 36, cõuenient 1/2 tres, & d cum eaſdem exhauriat 8 horis, tribuentur 1/2 horę, 1 1/2 quæ cũ tri 4 bus cõiũctę efficiũt ſimul 4 1/2. Sed viciſsim inquiramus 4 quãto 8 tẽpore b & d ſimul apertæ 4 1/2 reddant. 8 Vt hoc inueniamus primùm inquirimus quanto tempore ſimul 8 effundant 36, pro quo ſtatuimus 1. Bz. Cum iam effundat b 36 menſur. 3 horis ſtatuetur 1. Bz. tẽporis 12 Bz. & cum d conſumat horas 8 cõuenient 1. Bz. 4 1/2 Bz. Sed ſumma quæ colligitur ex 12 Bz. & 4 1/2 Bz. nimirum 33 Bz. æquatur 2 menſur. 36. Quare 1. Bz. producit 2 horas cũ 2/11. 2 Tanto tem 2 pore b & d ſimul effundunt 36 menſuras. Vtrũ hoc verum "ſit, licet experiri per regulam proportionis. Nam ſi 3 horis effluunt 36 menſ. 2 2/3 exibunt 26 2/3. Et ſi d 8 horis reddit 36, in 2 2/3 dabit 9 9/11. Sed harũ ſumma "reſtituit 36. "Conſtat igitur nos verum colle" giſſe nu" merum. Et cum 36 effundantur ſimul apertis b & d, tempore duarum horarum cum 2/3 elabentur 4 1/2 vnius quadrantis ſpacio. Ita viceuerſa ex tempore collegi" mus certam 8 menſuræ quantitatem, & ex hac temporis effluxus interuallum. Eadem calculandi ratione tantùm apertis a & b totam aquam effluere in vna hora cum 1/2 ſed ex a & eidem euenire in 1 1/2, & a d 1 3/7. Verùm omnibus ſimul apertis, 5 eadem aquæ quantitas effluit 2 8/11 horæ. 5 Id quod hinc manifeſtum eſt. Nam intra tantum temporis ſola a 9 effundit 16 menſuras, b 10 2/3, c 5 1/3 & d 4, quarũ ſumma reſtituit 36. Idem experiri licet in reliquis συζυ 3 γίαις 3, vt b c, c d, a c d, d b c, &c.

PROPOSITIO CXIII.

Quomodo per aquam Archimedes inuenerit quantum argenti aureę coronæ idolo ſuo conſecratæ artificis dolo immiſtum eſſet.

VItruuius hiſtoriam cõmemorat de Archimede, qui poſtulante rege Hierone, aquæ adminiculo explorauit, vtrum aurea corona idolo ſuo propter victoriam partam conſecrata, opificis dolo argenti aliquid admiſtum haberet. Ad cuius rei inquiſitionem primùm vaſi aqua repleto maſſam auri puri grauitate ponderi fabrefactæ coronæ æqualem immerſit, aqua effluente collecta. Deinde repleto vaſi ęquale pondus argenti puri excepta aqua redundante immiſit. Tertiò explorauit quantum aquę, immiſſa corona, efflueret. Ita conſiderata proportione effluxarum aquę partium, quantum argenti in aurea corona lateret, ratiocinatus eſt. Sed cum Vitruuius rationem huius calculi explicatam non reliquerit, inueſtigabimus hîc, quomodo illud Archimedis inuentum nobis liceat imitari. Id quod facillimè expediemus per canonem Gebri. Statuamus ergo pondus coronæ fuiſſe trium librarum, qua vaſi immerſa, efflu xerint 67/100 aquæ, per eiuſdem ponderis maſſam auri puri immiſſam, excepta ſit 1/20 aquę 4 20 & per alteram argenti puri 3/20 redundarint. Ergo corona eſt conſtru 4 0 cta 3 Bz. auri, in cuius locum ſubſti 7 tuitur 1. Bz. argenti. Hinc ad inuentio-

nem æquationis procedimus. Cum 3 libræ auri puri effuderint 1/3 aquæ, conue niẽt 3-1.Bz. lib.3 — 1.Bz. Et immerso argẽti põdere, cum effluxe40rint, 3/3 aquæ, attribuẽtur 1 Bz. 120 3 Bz. lib. ex quarum ſumma per additionem colli 7 gẽtur 63†339 Bz. Hæc fra 21/7 gmenta adæquantur 67/2520 aquæ per hypotheſin, ſiue obſeruationem, quæ per multiplicatio 420 nem in crueẽ, quę fit hoc modo 63†339Bz. χ 67/420 reducũtur ad huiuſcemodi denominationes 26460†142380Bz & 168840. Si nunc ab his æqualibus ſubtraxerimus æqualia, reſiduæ partes erunt æquales. Ergo vtrinq; auferantur 26460: tum reliquentur æquales partes. Hinc manifeſtũ eſt, cum radices relictæ, tantùm ſemel contineãtur in 142380 numero, 1. Bz. efficere vnam libram argenti. Quare 2/3 ipſius coronæ ſunt auri, & reſidui pars argenti. Id quod inueniendum nobis 3 erat. Sed vtrum hoc conſentiat experientiæ per canonem proportionis licet experiri. Nam ratione 2 librarum auri effluet 1/3 aquæ, & ratione 1. lib. argen. 1/7 aquę, quorum ſumma fragmẽtorum reſtituit 60/67 aquę. Et tantum aquæ ef 7 fudit immiſſa corona. Conſtat ergo nos verum 420 numerum hoc modo aſſecutos.

Cùm deeſſent characteres numerorum Coſsicorum conſtituimus in ſuperioribus exemplis loco radicis Coſsicæ ſignum Bz.

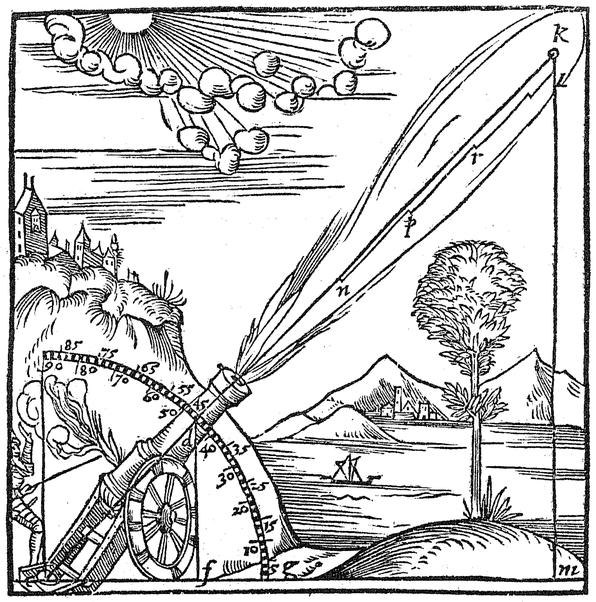
SECTIO SEXTA, COMPLECTENS ABSOLVTVM ARTIFICIVM EIACVLANDI SPHAERAS TORMENTARIAS.

PROPOSITIO CXIIII.

Ex quo fundamento ſit extructum artificium eiaculandi ſphæras è tormentis.

CVM de multiplici tormentorũ vſu tractationem hîc inſtituamus, forſan obiecerit aliquis hoc tempore, quę ſcribam, artificium vulgò ſatis perſpecta & vſitata eſſe: huic reſpõſum volumus lõgè aliud eſſe rem ſimpliciter ἤδη τὸ ὅτι intelligere & vſurpare, quàm eãdem μετὰ τὸ διότι, ſiue ex primis fundamẽtis inueſtigare. Cõſtat enim aliquos ex opificibus magna cum dexteritate experientia duce ſuas operas abſoluere, verũ certas ac euidentes cauſas, ex quibus omnia tanquã ex veris fontibus deriuantur, acie ingenij perſpicere non poſſunt. Nos igitur cum in hoc opere Quadrantis vſum potiſsimũ explicemus, ad quem propriè ratio artificioſè ſphęras tormentarias eiaculandi pertinet, & in conflictibus noſtro tempore maximè ad hanc rem vſurpetur: cõſtituimus hîc non tantùm ſimplicem ipſius vſum declarare, ſed etiam demonſtrationes experimentorũ ex immotis Geometriæ Elementis extructas ſtudioſę iuuentuti in lucem proferre, de quibus an alij ante nos conſcripſerint, ingenuè profiteor me ignorare. Quantum ad abſolutum vſum attinet, ſicut alijs omnibus in rebus, ita hîc quoq; experientię multum cõcedimus. Nam etſi ἀπὸ ἐξέσεως θεωρίαι veluti Parcarum tabulę, immutabiles permaneant: tamẽ inter experiundum multis de cauſis non pauca errata incidunt. Aut enim inſtrumenta non ſunt exquiſitè ad normam cõſtructa, aut in dimenſionibus hinc rei neceſſarijs obſeruandis exploratores περὶ τὴν ὑποθέσιν aberrant, aut in vera collocatione machinarum negligentiores ſunt, quàm res ipſa permittat. Sed nos, quæ ſint in ſingulis propoſitionibus obſeruanda ſuis locis diligenter annotabimus, ſi hîc

hîc pręmiſerimus illam Euclidis propoſitionẽ, in cuius fundamento (exceptis obſeruationibus) tota huius tractationis ſumma ferè conſiſtit. Ea verò 6 libro Element. Græcè ſic deſcribitur: Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀναλόγων εἰσὶν αἱ πλευραὶ, αἱ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, καὶ ὁμόλογοι ἐκεῖναι ταῖς ἴσαις γωνίαις ὑποτείνουσαι πλευραί. id eſt, Aequiangulorum triãgulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, & ſimilis rationis, quæ æquales angulos ſubtẽdunt latera. Huiuſmodi duos trigonos, nimirum æquiangulos in eiaculationibus ſphęrarũ è tormentis inueniri declarabimus. Ex his alter triangulus ὀρθογώνιος conſtituitur ex tribus lineis, quarum prima eſt hypotenuſa tormẽti, ſeu via, quam ſphęra è principio, ſeu loco ſuo violentiſsimo motu expulſa in illud punctum vſq;, ex quo verſus terram delabitur, percurrit. Hanc verò exquiſitiſsimè adequari rectę lineę conſentaneum non eſt, quãuis vtriuſq; differentia non ſit magna. Neq; enim violentus ille motus quo ſphęra impulſa defertur, in tẽporis momento ita abrumpitur, vt ſtatim ex præcipitio ſphęra in terrã deuoluatur, ſed paulatim in itinere elangueſcit, donec tãdem in fine curſus omnino deficiat & euaneſcat. Atq; hac ratione fit, vt in ipſo fine decurſus ſphęra non exactè ſupremam catheti altitudinem, quæ ex eleuatione tormenti in Quadrante colligitur, attingat, ſed paulò inferius in eundem incidat. Quãuis igitur non exactè rectam lineã ſphęra percurrat, tamen in ipſis eleuationibus tormẽti, vt hypotenuſam loco rectæ lineæ accipiamus & cõſtituamus eſt neceſſe. Sed qua ratione hoc fiat, & quomodo hęc differentia percipiatur, inferius demõſtrabimus. Secunda linea eſt, quam ſphæra metitur cum deficiente violento motu, natiuo impetu in terram ad rectos angulos delabitur. Hanc exactiſsimum trigoni rectanguli catheton conſtituere infallibilis omnium temporum experientia ſatis atteſtatur: id quod etiam Claudius Ptolemęus primo libro μεγάλης συντάξεως pulchrè his verbis comprobat: κἀκεῖνο δὲ μόνον προχειρότατον ἂν εἰς τοῦτο τοιοῦτον καταλήψιν γένοιτο, τὸ, σφαιροειδοῦς, καὶ μέσης τοῦ παντὸς (ὡς ἔφημεν) ἀφωρισμένης τῆς γῆς ὑπάσιν ἁπλῶς ποιοῖς μέρεσιν αὐτῆς, τὰς τε προσνεύσεις, καὶ τὰς πρὸς βάρος ἐχόντων σωμάτων φοράς, λέγω δὴ τὰς ἰδίας αὐτῶν, πρὸς ὀρθὰς γωνίας πάντοτε καὶ πανταχοῦ γίνεσθαι τῇ τοῦ ἅψεως ἐπιφανείᾳ κεκλιμένῃ ὑπεναντίως. Tertia verò linea trigoni, nimirũ baſis ipſa conſtat illa diſtantia, quæ inter locum tormenti & cathetum, vbi rectum angulum vna comprehendunt, intercipitur, quæ Horizontis planæ ſuperficiei ſemper æquidiſtat. Secundus triangulus in Quadrante conficitur ex ſinu toto, ſinu recto eius circumferentiæ, ad cuius altitudinem machina eleuatur, & ſinu ipſius complementi, qui partem alterius trianguli βάσεως conſtituit, quemadmodum etiam ſinus maximus partem hypotenuſæ. Sinus rectus eleuationis tormenti maioris trianguli catheto æquidiſtat. Hæc in ſequenti figura demonſtrata, euidentius intelligentur. Demonſtrabimus igitur, quæ ſit horum τριγώνων ὀρθογωνίων ratio, quorum cõſideratione ad rectã tormentorum conſtitutionem maximè vtimur. Sit ergo tota, quam ſphæra percurrit hypotenuſa c l, quæ ſi exquiſitè recta conſtaret linea eſſet ipſa c k, verùm quia vis expultrix in hoc itinere paulatim elangueſcit, adeò, vt ſimul in ipſo motu nonnihil deſcendat, ſphæra infra k punctum in cathetum k m, quæ ratione d g circumferentiæ conſtituitur, incidit, id quod hîc fiat in ſigno l. Quæ ſit autem ratio deſcenſus in motu dum vis expellens paulatim imminuitur, in ſignis n p r l manifeſtè conſpicitur. Porrò ex l ſigno, in quo violenti motus vis ſubitò euaneſcit, ſphæra in ſubiectam baſin ad rectos angulos natiuo impetu delabitur in m punctũ: id quod immutabili omniũ temporũ experientia veriſsimum eſſe conſtat. Erit igitur diſtantia tormenti à loco delapſę ſphæræ c m. Cõſtituimus hîc etiã ex hypotheſi Quadrantis baſin c g in Horizontis plana ſuperficie conſiſtere, & in eandem rectã lineam cum g m incidere, &



centrum ſphæræ d ſignum exquiſitè præteriſſe. Qua ratione ſint hæc exploranda paulò poſt aperiemus. Conſtat igitur d f ſinum rectum circumferentię eleuationis d g πρόκλιτον eſſe k m perpendicularí. Inſuper aſſumamus c k rectam loco c l hypotenuſæ. Habemus hîc iam duos trigonos rectãgulos, quorum vnus c k m, alter c f d, cum d f ipſi k m æquidiſtet: nam d f eſt ſinus arcus c d, & c f æqualis ſinui complementi, & angulus k c m vtríq; eſt communis. Quare duo reliqui anguli c d f & c k m inter ſe æquales erunt. Eſt igitur per 4 ſexti Elementorum eadem ratio lateris c f ad f d, quæ eſt c m ad m k. Et his ita conſtitutis, manifeſtum eſt ſatis exquiſitè inueniri poſſe c k & k m, verùm c l & l m non ita facilè deprehenduntur, attamen quomodo k l differentia proximè inueniatur, inferius oſtendemus. Porro hîc conſiderandum eſt, quoties ſphæra ſit extorquenda, vt per cathetum in ſubiectum locum deferatur, vt centrum tormẽti exactè eleuetur iuxta lineam c k, ne inferius inclinetur ad c l hypotenuſam veram. Nam hac ratione futurum eſt, vt perpendicularem l m ſphæra rectius decurrat, ne vltra aut citra præſcriptum terminum deuoluatur.

PROPOSITIO CXV.

Obſeruationes quædam ad certas collocationes & omnem vſum tormenti neceſſariæ, ne à ſcopo multum aberremus.

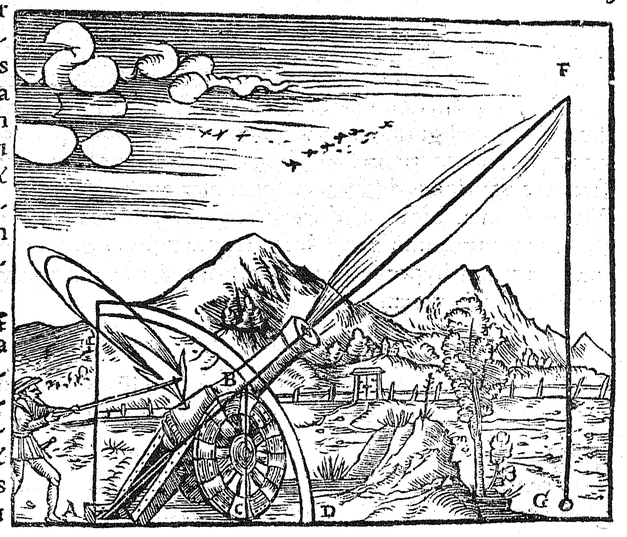
CVm demonſtrauerimus præcipuum vſum tormentorum ex conſideratione trianguli ὀρθογωνίου extructum eſſe, ſequitur etiam, vt explicemus quænam obſeruationes hîc neceſſariæ ſint, vt ne obliqua aut diſtorta collocatione tormẽti huius trianguli ſtructura perturbetur. Nam in hoc præcipuè incumbendum eſt, vt ex certa eleuatione tormenti ad Quadrantem & eiuſdem diſtantia à loco delapſæ ſphæræ hypotenuſam ex ſinuum tabulis inuenias. In primis hùc requiritur, vt baſis Quadrantis exquiſitè occupet planam Horizontis ſuperficiem: id quod facillimè (ſicut alibi demonſtrauimus) expedire licet, ſi perpendiculum ex ſuprẽmitate ſuſpenſum alterum latus, quod eſt erectum exactè contingat. Hoc ita conſtituto, dicimus axem tormenti, ſiue lineam,

neam, quæ per mediam cauitatem tormenti & centrum ſphęræ tranſit, ſemper ad præfixam circumferentiam eleuandum, ex qua omnia trianguli orthogonij latera ratiocinando colligemus. Expeditè hoc operis abſoluitur, ſi in tormenti ſuperficie circulus eo artificio deſignetur, vt cauitati ex qua ſphęra egreditur, exactè æquidiſtet. Secetur hîc in Quadrantes ea ratione, vt ſuprema ſectio, tormento finitoris plano æquidiſtante verticali puncto reſpondeat, quæ ad latera fuerint intermediæ, finitoris planæ ſuperficiei. Ex his manifeſtè conſtat, ad quantamcunq; altitudinem, machina fuerit à terra eleuata, ſemper intermedias ſectiones cum axe æqualem in Quadrante eleuationem occupare. Inſuper ab his ſectionibus ad infimam tormenti partem ducantur rectæ lineę, quarum ſingulæ à ſuis initijs denominationem ſortientur. Quare ſi intermediæ ſectionis lineam ita ad certam Quadrantis circumferentiam eleuaueris, vt longius producta in centrum Quadrantis extendatur, exactiſsimè tormentum erit collocatum. Sed hæc quomodo fiant inferius copioſius explicabimus. Supereſt deinde, vt in ſingulis eiaculationibus idem ſit pondus ſphærarum, quæ emittuntur, & eadem vis pulueris tormentarij.

PROPOSITIO CXVI.

Quomodo ex ſingulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs παραλήψεσι tormenti colligatur.

HActenus ea deſcripſimus, quæ ad ſequentium tractationem maximè neceſſaria videbantur, ſequitur nunc, vt progrediamur ad ſingulorum propoſiti nobis trianguli laterum inueſtigationem. Et cùm in primis neceſſaria ſit cognitio lineæ rectum angulum ſubtendentis, ab huius inquiſitione exordiemur. Quando igitur intermediæ ſectionis linea (ſicuti præſcripſimus) ad certam Quadrantis circumferentiam fuerit eleuata, diligentiſsimè obſeruandus erit locus in quem ſphæra primùm fuerit delapſa, cuius diſtantiam à Quadrantis centro dimetieris, quæ trianguli orthogonij baſin conſtituit. Ex hac non difficili ratiocinatione reliquorum laterum quantitates aſſequeris. Nam cum demõſtratum ſit per 4. ſexti Elementorum, eandem eſſe rationem ſinus arcus complementi ad ſinum totũ, quæ eſt huius diſtantiæ ad hypotenuſam tormenti, multiplicabis ſecundam magnitudinem in tertiam, & productã diſtribues in primã. hinc quanta neceſſariò innoteſcet. ſit igitur axis tormenti a b eleuatus ad circumferentiam b d, quę eſt 41 part. 24 ſcrupul. & ſphęra violẽto motu expulſa, in g punctum delapſa inueniatur. Igitur ex dimenſione a g lineę conſtat vnum ex lateribus trigoni rectanguli a f g. Deinde arcus b d ſinus rectus b c, & complementi ſinus a c, vnà cum ſinu



toto a b innoteſcunt. Multiplicabis igitur a g in a b, & productum in a c diſtribues. Cum arcus b d ſit 41 part. 24 ſcrupul. erit complementum 48 part. 34 ſcrup. cuius ſinus rectus, nimirũ a c eſt 75011. Diſtantia g a ſit iuuenta 600 paſſ. Quare poſt abſolutam operationem prodibit linea f a ferè 800 paſſ.

PROPOSITIO CXVII.

In quantam altitudinem ad ſingulas eleuationes tormentum ſphæram excutiat.

INuenta nobis hac ratione tormẽti hypotenuſa, ex iiſdem fontibus magnitudinem perpendicularis educemus, cuius cognitionem etiam ſæpenumero vtilem & neceſſariam eſſe docet vſus. Nam ſi conſtitutum fuerit ea ratione ſphæram extorquere, vt per cathetum in præfixum locum deijciatur: opus erit, vt huius altitudinem cum ſinu recto eius anguli, ſupra quem machina eleuatur, diligenter conferas, qua de re inferius plura: nunc ad rem veniamus. Conſtituta nobis eſt circumferentia altitudinis tormenti d b 41 part. 24 ſcrupul. cuius b c ſinus rectus ex tabulis iuuenitur 66131, ſed hypotenuſa a f conſtat 800 paſſ. Cum igitur ſit eadem ratio a b ad b c, quæ eſt a f ad f g, ex quibus tres magnitudines ſunt notæ, quarta etiam f g non latebit. Ex multiplicatione b c in a f conſurgit 52904800, qui numerus diſtributus in ſinum totum a b reſtituit 529 & $\frac{4800}{100000}$. Tantæ magnitudinis proximè eſt perpẽdicularis f g. Eandem etiã quantitatem inuenies ex penultima primi Elementorum. Cum enim inuenti lateris f a πλευρὰ γώνου adæquetur πλευραγώνοις laterum g a & g f rectum angulum ambientium, & ex his alterum ſit notum, ſequitur, vt hoc ex illo ſublato, tertij lateris πλευράγωνου remaneat. Quadratum f a eſt 640000, & a g 360000, quo ex illo ſubtracto, reſtat Quadratum lateris f g 280000. Ex hoc radix quadrata extracta, nimirum 529 & paulò plus, ipſius catheti magnitudinem f g patefacit, qui ſecundum exactam circuli rationem ex circumferentia d b colligitur. Sed cum violentus motus, quo ſphæra per totam hypotenuſam defertur, circa finem maximè imminuatur, ſequitur, vt ſphæra non exactè in ſupremam catheti f altitudinem incurrat, ſed aliquanto inferius in eundem incidat. Et ſi differentiam hanc aliquo modo metiri volueris, prefigas tibi certum alicuius loci ſcopum, ex cuius altitudine & tota hypotenuſa iuxta exquiſitam circuli rationem angulum eleuationis tormenti inueſtiges. Nam hac ratione futurum eſt, vt finis hypotenuſæ exactè incidat in præfixum ſcopum. Hinc manifeſtum eſt ex impulſu ſphæræ ſtatim appariturum eſſe locum paulò inferiorem ſumma perpendicularis altitudine, quæ ex circumferentia eleuationis colligitur. Cæterùm hæc aliis curioſius perſcrutanda relinquam, cum ſola ferè experientia huiuſcemodi difficultates explicet. Quò fit, vt noſtras propoſitiones duntaxat ad exquiſitam circuli rationem accõmodemus. Manifeſtum eſt hîc etiam diſcentibus, qua ratione fiat, vt eiuſdem tormenti catheti, pro magnitudine angulorum ſupra quos axis eleuatur, ſemper immutentur, cum tamen hypotenuſa vbiq; retineat eandem quantitatem. Nam ſemidiametri in circulo vicem gerit.

PROPOSITIO CXVIII.

Quanta ſit diſtantia tormenti à loco, in quem ſphæra delabitur, ex ſingulis eleuationibus & hypotenuſa colligere.

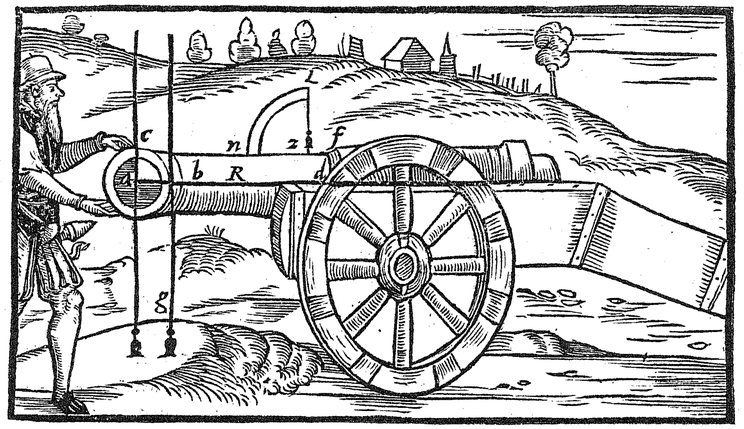
DEmonſtrauimus iam, qua ratione ex magnitudine rectæ lineæ, quæ inter centrum Quadrantis & locum delapſę ſphæræ intercipitur, vnà cum angulo eleuationis aut inclinationis tormenti, illa, quæ rectum angulum ſubtendit, &

dit, & perpendicularis colligantur: hîc viceuerſa ex conſtituta hypotenuſa & perpendiculari, aut complemento anguli eleuationis quanta ſit diſtantia tormenti à loco delapſæ ſphæræ, vbi cum catheto ſemper ad rectum angulum concurrit, perueſtigabimus. Ac primo iuxta 47 primi Elementorum ex hypotenuſa & catheto eam inquiremus in hunc modum. Quadratum hypotenuſæ eſt 640000, catheti 280000. Hoc igitur ex illo ſubtracto, ſupereſt quadratũ diſtantiæ 360000, cuius radix inuenietur 600. Sed cum pro diuerſa quantitate complementi anguli eleuationis etiam diſtantiæ creſcant, aut decreſcant, videamus quomodo ex ſinu complementi maioris eleuationis, & hypotenuſa quæſtionem ſoluere liceat. Conſtituamus igitur axem tormenti ad eleuationem 60 part. cuius complementum eſt 30 & ſinus rectus 50000. Iam verò ex multiplicatione 800 in 50000 conſurgit 40000000, qui numerus diſtributus in ſinum totum, reſtituit 400 paſſus. Igitur hæc diſtantia minor eſt altera 200 paſſ. Atqui tanta eſſet a g linea, ſi d b circumferentiam conſtitueremus 60 part. Rationem ſupputationis non difficulter intelliges. Nam eadem eſt ratio a b ad a c, quæ eſt a f ad a g. Quare multiplicatur f a in a c & productum diuiditur in a b. Non diſsimili ratione colliges ad quaſcunq; alias eleuationes baſium & perpendicularium quantitates.

PROPOSITIO CXIX.

Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

VT certas tormenti eleuationes diſcentes intelligant & commodius experiantur, operæpretium fuerit, vt exquiſitis rationibus conſtitutum habeant, quomodo axis in libellam ſit collocandus, id quod ſine omni difficultate licet explorare, ſi perpendiculo ſuperiori Quadrãtis lateri appenſo quod ab eodem in neutram partem deflectat (vt alibi etiam oſtendimus) baſin in tormenti ſuperficiem conſtitueris. Sed tamen ad commodiorem vſum, velim vt propè extremam cauitatem, ex qua ſphæra egreditur, exquiſitè circulus deſignetur, qui ita ſecetur in Quadrantes, vt ſuprema ſectio reſpõdeat τῷ σημείῳ τῆ κορυφῆ, & intermediæ τῷ παραλλήλῳ τῷ ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα constituantur. Ex ſingulis harum ſectionum per ſuperficiem tormenti ducãtur rectæ lineæ, quæ denominationem à ſuis initijs ſortientur. Atq; ſuperioris lineæ vſus erit, vt Quadrantis baſin ſuſtineat, quoties perpendiculi adminiculo certam axis eleuationem (vt paulò poſt apertius explicabimus) experiri volueris. Si autem ad Quadrantem in terra conſtitutum placeat axem eleuari mediarum ſectionum lineis, quæ cum illo ſemper eandem occupant altitudinem, vtaris. Cæterùm, vt rationem inueniendi has ſectiones in deſignato circulo facilius intelligas, Quadrantis vſu in libellam axe conſtituto, obſeruabis ſuperiorẽ perpendiculi contactum, quod centro cauitatis ſiue axis exquiſitè prætenditur. Ab hoc in deſcripto circulo deorſum numerabis vtriuſq; 90 partes, quantarum totus circulus contineat 360. Nam in finibus harum partium occurrunt ea puncta, quæ finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtant, & eundem poſsident cum axe tormenti ſitum. Quare rectæ lineæ ex his eductæ, cum machina ex libella eleuatur, eandem altitudinem cum axe occupabant. Sed puncta mediarũ ſectionum ſimplicius etiam ſine diſtributione circuli in partes obſeruabis, ſi in eodem ſitu manente, machina alterius perpendiculi contactum vtrumq; ad exteriorem ſuperficiem notaueris. Nam inter contactus duarum perpendicularium, quarum altera per centrum tranſit, altera tantùm exteriorem contingat ſuperficiem, Quadrans circuli exquiſitè concluditur. Ne videantur hæc aliqua obſcuritate diſcentes remorari, euidenti demonſtratione ſtabilire non pigebit. Cõſtituatur enim axis tormenti d a, quem in eum ſinum collocare debeas,



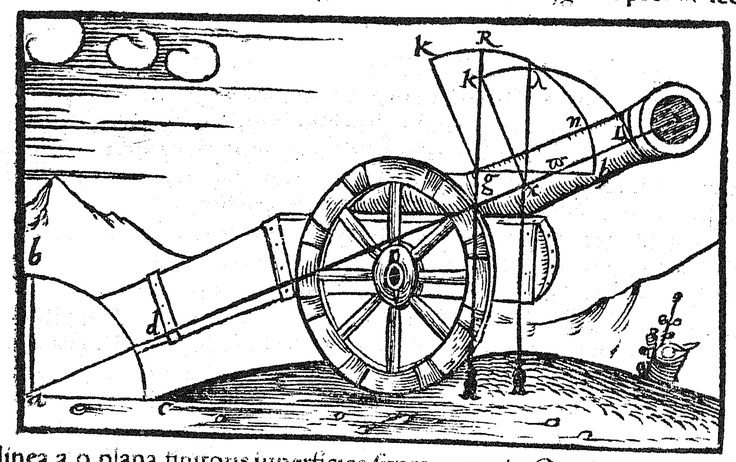
vt finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtet, ſiue in libella quieſcat. Centrum cauitatis ſit a. Superiori machinæ ſuperficiei ita inſiſtat inſtrumenti baſis r n, vt perpendiculum exactè erecto lateri adhæreat, quod ſit l r. Aliud deinde perpendiculum prætendatur à cẽtro, quod ſuperius attingit machinam in c puncto, quod exquiſitè reſpondet ſigno verticali, à quo, ſi deorſum numeraueris quartam circuli partem, quæ finiatur hîc in b, offendes etiam illud ſignum, ex quo producta recta b d, finitoris plano æquidiſtat. Sed recta linea, quæ educitur ex c, nimirum c f, omnium quæ in ſuperficie tormenti ſunt eſt ſuprema, cui baſis inſtrumenti impoſita, ſemper officio perpendiculi oſtendet, quãtum axis à libella deflectat, aut ſub quanto illum ſecet angulo, vt poſtea apparebit. Porrò certum etiam habebis argumentum, quòd axis occupet libellam, ſi perpendiculum tam ſuperius quàm inferius æquabiliter cauitatis circumferẽtiam attingat, cuius rei euidentior eſt ratio, quàm vt explicatione indigeat. Diximus etiam intermediæ ſectionis punctum b ſine deſignato circulo facilius inueniri poſſe ſolo perpendiculo. Tranſeat ergo altera perpendicularis linea per a centrum, altera verò extremam circumferẽtiam leuiter attingat in b: tum dicimus punctum contactus b 90 partibus à verticali c ſigno diſtare, ſiue ſegmentum c b quadranti circuli adæquari. Occurrat enim ſemidiametro c a perpendicularis in centrum, quæ ſit k b a, vt circumferentiam ſecet in b: tum b c ſit quarta circuli: cum ergo rectę c a & b g ad rectos angulos in eandem ſuperficiem longius extenſæ incurrant, ſunt παράλληλαι. Sed in παραλλήλαις recta incidens per 29 primi Elementorum efficit exteriorem angulum æqualem interiori oppoſito ad eaſdem partes. Quare m angulus b a c ſit rectus, erit æqualis huic exterior, & interior deinceps c b a. Cum ergo ſit angulus a b c rectus, neceſſariò exiſtet in b ſectione per 18 tertij Elementorum, quam perpendiculum contingit. Id quod demonſtratione explicandum erat. Inuentis ergo hac ratione ſectionibus c & b educendæ erunt ex ipſis rectæ lineæ c f & b d, cum qua ſemper æqualem habet altitudinem in quolibet ſitu axis ipſe. Si ergo Quadrantem in terram conſtitueris, ſemper ad conſtitutam circumferentiam eleuabis b d lineam. Atque hac ratione nos inſtrumentum collocabimus ad euidentiorem ſequentium demonſtrationum explicationem. Sed quomodo conſtituto Quadrante in rectam f c, axis eleuari, aut inclinari debeat, deinceps perſequemur.

PROP

PROPOSITIO CXX.

De multiplici Quadrantis collocatione ad exquiſitam axis tormenti eleuationem explorandam.

VT euidentius & facilius ſequentium propoſitionum demõſtrationes extruamus in ſingulis axis eleuationibus Quadrãtis baſin in planam terræ ſuperficiem, quæ tamen in ſitu non declinet à libella, collocamus. Sed nõ ignoramus quàm moleſtum & ſæpenumero difficile foret, ſi in terra ſemper illud ſignum eſſet inueſtigandum, cui centrum inſtrumenti imponeretur, vt in rectam lineam incideret, quæ ab axe vlterius in rectum extenſo conſtituitur. Sæpius etiam occurrit ea loci conſtitutio, vt baſis, cui machina inſiſtere debeat, non ſit exquiſitè plana & Horizontis ſuperficiei παράλληλα. Quare nobis hîc vigilanter eſt conſyderandum qua inſtrumenti collocatione artifices vbiq; locorum commodiſsimè & certiſsimè ſingulas axis altitudines experiantur. In antegreſſa propoſitione quomodo ex ſuperiore perpendiculi contactu ſummæ altitudinis linea in ſuperficie tormẽti inueniatur, explicauimus, cuius vſus ad præſentis negocij demonſtrationem commodiſsimè applicabitur. Si enim inſtrumenti baſin concinnè huic lineæ ad rectos angulos impoſueris, & tormentum in quancunq; altitudinem eleuaueris, dico demiſſum ex ſupremo circumferentiæ in centrum Quadrantis perpendiculum, tanto ſegmento exquiſitè à fine partis nonageſimæ deſtiturum, quantus ſit angulus eleuationis axis tormenti ſupra ſuam baſin. Idem etiam manifeſtè experieris, in quancunq; ſuperficiei partem Quadrantem tranſtuleris, modo rectam in ea lineam poſsideat. Sed nos maioris cõmoditatis & certitudinis cauſa ſupremæ lineæ ſitum baſis inſtrumenti loco aſsignamus. Hac ratione ſic conſtituta, ſemper exquiſitiſsimè axem tormenti ſupra cõſtitutos angulos eleuabis, ſi perpendicularem in centrum deſcendentem obſeruaueris, donec ab altero inſtrumenti, quod erectum eſt, latere tanto deflexerit interuallo, quantum reſpondeat oblatæ altitudini. Vt autem hoc indubitata demonſtratione cõfirmemus, euidentem huius rei figuram ſubiiciemus. Sit igitur axis tormenti a l, g n ſupremæ ſectio-



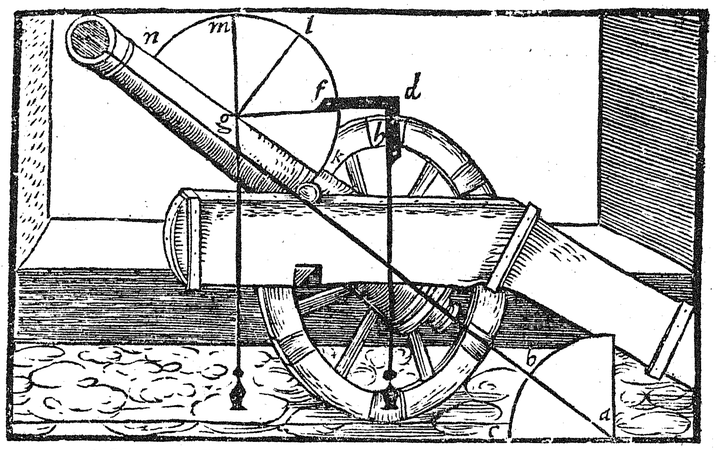
nis linea, a p plana finitoris ſuperficies, ſupra quam in Quadrante a b c axis eleuatur ad circumferentiam c d. Hîc iam inueſtigandum nobis eſt, an cõmodè fieri poſsit, vt per alias Quadrantis collocationes eandem axis altitudinem experiamur. Ad huius rei demõſtrationem pertexendam ſtatuatur baſis eiuſdem Quadrantis, aut eidem æqualis in ſupremę ſectionis lineam g n: tum per-

pendiculo per centrum g exquisitè transmisso, quod à superiori parte circumferentiam attingat in r, dicimus segmentum k r adæquari d c. Vt autem huius demonstrationis complementum absoluamus, perpendicularis lineæ r g in centro g ad rectos angulos occurrat h g, eidem æqualis. Quare si fines harum linearum designata circumferentia connectantur, erit r h segmentum quarta pars circuli, & æqualis toti k n. vtriq; est communis circumferentia r n, qua sublata relinquitur r k æqualis n h. Insuper cum duo sint eiusdem magnitudinis Quadrantes a b c, & r g h, quorum latera vnius sunt παράλληλα lateribus alterius, nimirum r g ipsi b a (Nam vtrunq; πρὸς ὀρθὰς incidit in basin a c p) & g h ipsi a c, quas recta linea secat a p, constituitur per 29 primi Elementorum angulus exterior l p h æqualis interiori & opposito d a c. Et cum g n æquidistet x λ, in quas incidit recta h g, per eandem 29 erit angulus l p h æqualis interiori n g h. Est igitur n g h æqualis d a c & circumferentia n h ipsi d c. Sed antea demonstratum est n h adæquari k r. Concludimus ergo segmentum k r exquisitè adæquari d c segmẽto altitudinis. id quod demonstratione stabiliendum erat. Ac, vt euidentius tota res discentibus innotescat, tormentò eundem situm occupante, instrumenti basin transferamus in axem ipsum x l, vt simul etiam descendat perpendiculum in centrum x. Iterum hîc asseueramus distantiam perpendicularis, vbi circumferentiam contingit (vt hîc in λ apparet) à fine partis nonagesimæ æqualem esse d c altitudini. Primum in confesso est duas λ x & r g lineas esse παράλληλας, cum ad rectos angulos productę in basin descendant. Quare per 29 primi Elementorum angulus r x l, æqualis est angulo g r x, & per eandem cum æquidistent k g & r x latera, in quę recta linea incidit r g, ęquatur angulus g r x angulo k g r. Manifestum est igitur angulum r g k æquari r x l, & circumferentiam k r circumferẽtiæ r λ. Quare negari non potest r λ æqualem esse d c. Atqui hoc demonstratione constituendum erat.

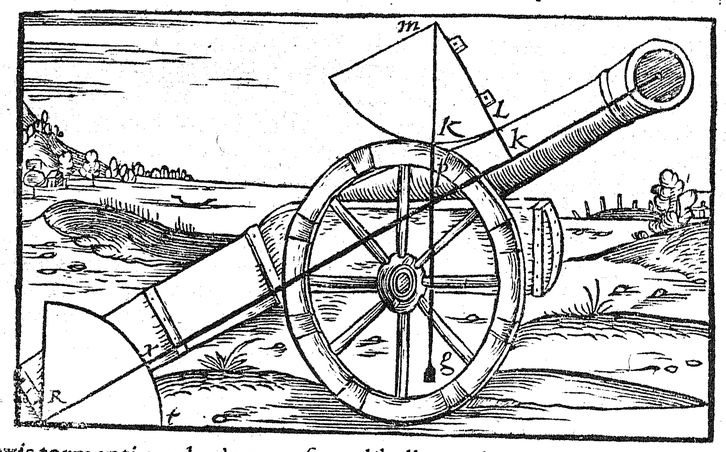
PROPOSITIO CXXI.

De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

His subnectemus, & alios duos Quadrantẽ collocandi modos, quibus eandem axis tormenti eleuationem experiemur. Alterum horũ expediemus adminiculo gnomonis & perpendiculi in hunc modum. Constituentes basin Quadrantis in supremæ sectionis lineam circumferentia versus terram cõuersa, attentè explorabimus, qua in parte eam secet superius latus gnomonis, quando cuspis in centrum exquisitè dirigitur alterum latus occupante perpendiculo. Hoc constituto, certum est segmentum circumferentiæ, quod inter sectionem gnomonis & basin Quadrantis intercipitur, æquale esse circumferentiæ, quæ inter axem tormenti & libellam supra quam eleuatus est, concluditur. Cæterùm, vt res ipsa euidentius intelligatur, ἀπόδειξις erit contexenda. Sit igitur axis tormenti a b g, qui supra libellam siue planiciem Horizontis a c eleuetur in Quadrante ad quantitatem circumferentiæ b c. In superioris linea sectionis k n constituatur basis Quadrantis k g, ita vt circumferentia l k a signum spectet. Sit autem gnomon h d f, cuius d h latus occupet perpendiculum d r, ac alterius d f cuspis in g centrum dirigatur, ita vt circumferentia l k secetur in f signo. His constitutis, dicimus f k segmentum adæquari b c, quæ est eleuationis axis circumferentiæ. Vt hoc euidentius demonstretur, super g centrum ad quantitatem g l designemus alterum l m n Quadrantem, ita vt coniuncti simul k l g, & g l n in eadem superficie semicirculum



micirculum absoluant. Et ex circumferentia l n demittatur per centrum g perpendicularis m g. Cum igitur latus gnomonis d h ad perpendiculum cõsistat, erit alterum d f in libella, cui vlterius in g extenso occurrit perpendicularis m g, vt necesse sit angulum f g m esse rectum. Quare circumferentia f m constat absoluto circuli Quadrante. Sed & l k per hypothesin est Quadrans. Igitur l k & m f sunt æquales. vtriq; autem est commune l f segmẽtum, quo ablato, per communem sententiam necesse est segmentum f k æquale relinqui alteri l m. In antegressa propositione demonstratum est l m adæquari b c eleuationis circumferentiæ. Cum ergo per communem sententiam quæ eidem sunt æqualia, etiam inter se sint æqualia, manifestum est f k adæquari b c: id quod hîc demonstrari oportebat. Eandem eleuationis circumferẽtiam adhuc alia ratione constat explorari posse in hunc modum. Alterum latus instrumenti, cui sunt infixa pinnacidia, si ad rectos angulos imponatur superioris lineę sectionis perpendiculum è centro per superficiem demissum tanto ab eo latere segmento distabit, quanta fuerit circumferentia supra quam axis tormenti eleuetur, id quod euidentiore demõstratione explicandum est. Sit igi-



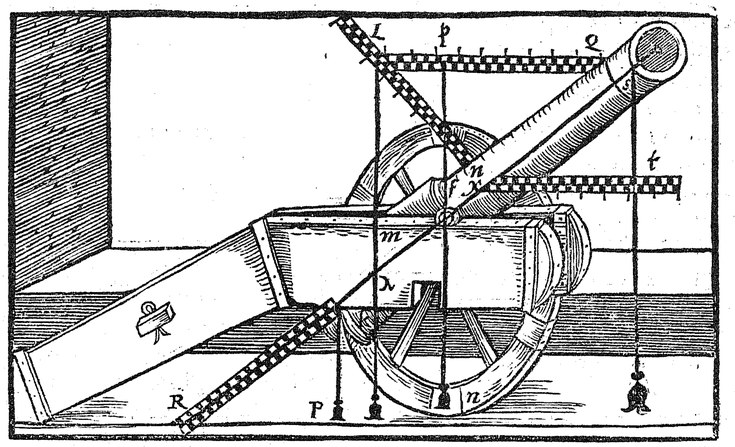
tur axis tormenti r z k eleuatus supra libellam ad quantitatem circumferentiæ x t. Ac lineæ sectionis supremæ p l imponatur latus Quadrãtis in l ad rectos angulos. Deinde perpendiculum m g ex m centro per planiciem de-

missum circumferentiam secet in k signo. Hoc cõstituto dicimus l k segmentum adæquari x t eleuationis circumferentiæ. Vt hoc demõstretur, m l latus vlterius extendatur in axem, cui occurrat in k signo. Eundem secat perpendiculum in z signo. Quoniam igitur p l & k z sunt parallelæ, erit etiam angulus m k z rectus per 29 primi Elementorum. Sed etiam angulus r g z est rectus, quia perpendiculum incidit hîc in libellam. Vterq; igitur triangulus r g z & m k z est ὀρθογώνιον. Cùm autem lineæ r k & m g secent sese in z signo certum est angulos πρὸς κορυφὴν r z g & m z k esse æquales per 15 primi Elementorum. Quare per 32 primi eorundem Elementorum tertius z r g ipsi z m k adæquatur. Cum igitur sit æqualis (vt hîc constituimus) vterq; Quadrãs, certum est segmentum x t adæquari alteri k l. Quòd si Quadrans alter non sit æqualis alteri, tamen vtriusq; segmentum simile constitui oportebit. Atqui hoc demonstratione stabiliendum erat.

PROPOSITIO CXXII.

Quomodo per regulam, cui annexum sit perpendiculum, multipliciter eiusdem axis tormenti eleuationem experiamur.

SEquitur nunc, vt videamus qua ratione sine Quadrantis vsu solius regulæ, cui perpendiculum sit annexum, adminiculo, tam ex superiore quàm inferiore parte certam axis tormenti eleuationem liceat explorare. Id quod facillimè posse fieri euidenti demonstratione discentibus ante oculos cõstituemus. Vt igitur ad constitutum quemlibet angulum axis attollatur, regulãm mediocriter longam in minima, quantum fieri potest, segmenta distinctè partiemur. Si hac placuerit vti inferius, videlicet prope finem tormenti ad libellam, ita vt illa constituatur in axe, in trigono rectangulo sinus maximi locum occupabit, & sinum anguli eleuationis præfixæ perpendiculum ab eius summitate in planiciem Horizontis demissum, ac basis ipsa comprehenditur recta linea, quæ est inter contactum perpendiculi, & sectionem regulę cum libella. Hinc manifestum est, vt axis supra certum angulum eleuetur, operępretium esse, vt ratiocinando perpendiculi quantitatem colligamus per 29 primi Regiomontani. Deinde reliquum operis absoluetur si constituta in axe regula, cuius summitati iuxta collectam magnitudinem perpendiculum sit appensum, in eam altitudinem eleuetur, vt infima pars eius contingat libellam. Hunc situm axe occupante certum est ipsum eleuatum esse à libella ad quãtitatem anguli constituti. Atque hoc modo negocium expeditur in planicie Horizontis: sed triplici collocatione superius in lineis per superficiem tormenti designatis eadem regula cum perpendiculo ad eandem axis eleuationem constituendam, vel explorandam licet vti, ita vt perpendiculum tam hypotenusæ quàm catheti locum subeat, sed regula vbique baseos vicem, quę fuit in inferiori triangulo, sustineat. At hæc cum oculis subiecta facilius intelligantur, ad structuram ἀκριβείας progrediemur. Sit igitur axis tormenti r x s eleuandus supra libellam r n ad datum angulum, quem hîc constituimus k r p. Quomodo verò hîc explorari debeat, collocata notę magnitudinis regula r k in axe, si per 29 primi Regiomontani quantum esse debeat perpendiculum huic angulo prætendendum ratiocinemur, quale hîc est k p innotescit. Cum enim k p ad rectum angulum in r n decidens, eam rationem habuerit ad r k, quam sinus anguli k r p constituti ad sinum totum, certum est axem rectè eleuatum esse. Nunc transferamus regulam r k, aut aliam æqualem (eundem tormento situm occupante) in supremæ lineam sectionis n q, cui in n signo ad rectos



rectos insistat angulos, ac ipsi r p basi trianguli orthogonij r p k statuatur æqualis n l: tum ab l puncto demisso perpendiculo, quod secet m q, in m signo, dicimus trianguli ὀρθογωνίου m n l m n basin æqualem effici k p catheto trianguli r p k, & l m perpendiculum ipsi r k hypotenusæ. Vt ergo hoc demonstremus, vlterius extendatur perpendicularis l m in x, vt nimirum secet axem in λ signo. Duabus igitur lineis in λ sese intersecantibus, erit per 15 primi Elementorum angulus f λ x, æqualis ipsi l λ x, cui etiam propter æquidistantiam linearum λ s & m q, item k p & λ x, quæ nobis alibi est demonstrata, per 29 primi eorundem Elementorum æquatur l m n & alteri r k p. Sed vterq; l n m & r p k est rectus. Iam autem angulo l m n prætensum latus l n per hypothesin æquatur basi r p, quæ subtendit æqualem r k p angulum. Constat igitur per 26 primi Elementorum latus m n æquari k p perpendiculo, ac l m ipsi k r. Atq; hinc manifestum est, si propositum sit axem ad angulum k r p, siue alium quemuis datum eleuare, facillimè negocium expediri posse, si per 29 primi Regiomontani collecta k p catheti magnitudine æqualem ipsi statuamus in m q aliam rectam, vt hîc est m n: & in regula πρὸς ὀρθὰς prope finem erecta accipiamus æqualem trianguli orthogonij basi, vt hîc est n l, quo constituto, attentè exploremus inter eleuandum, donec perpendiculum ab l summitate demissum exquisitè incidat in alterum m finem, aut sumpta in regula l n æquali r p & æquali perpendiculo l m ipsi r k regulæ constituto eleuemus tantisper machinam, donec finis m cõtingat supremam lineam q m. Eandem eleuationem constituere aut explorare adhuc alia licet ratione. Cum enim iuxta magnitudinem regulæ & anguli eleuationis constituti per 29 primi Triangulorum reliqua trigoni orthogonij latera ratiocinati fuerimus, æqualem in mediæ sectionis linea datæ constituemus hypotenusę, cuius inferiori fini regulam applicantes, quæ notatam habeat æqualem basi magnitudinem, ac alteri nempe superiori fini perpendiculum appendentes, eleuabimus tormentum in eam altitudinem, donec ad rectos angulos ipsum perpendiculum pernotatum in regula signum transeat: tum manifestum erit angulum, quo ad se inuicem inclinant regula & mediæ sectionis linea, æqualem esse illi, quo basis eleuatur supra libellam. Sit igitur in mediæ sectionis linea x s æqualis r k hypotenusæ datæ, & ipsi r p basi notetur in regula æqualis x t, quę applicetur ipsi x signo: tum perpendiculum ab s demissum, quod angulum s x t constituent æqualem ipsi k r p, vt per t ad rectos angulos transeat, æquale dicimus esse k p catheto. Cum enim duæ perpendi-

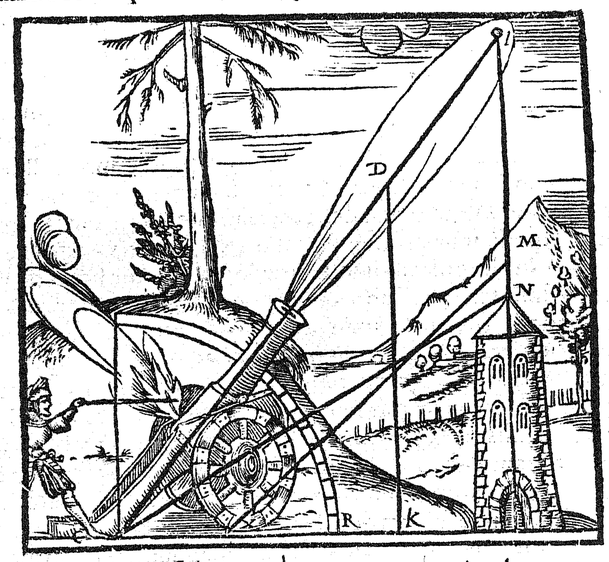
culares lineæ s t & k p ſint παράλληλαι, ac incidant in x t & r p ad rectos angulos, etiam ipſæ r p & x t ſibi inuicem æquidiſtant. Sed eaſdem ſecat axis s r. Quare per 29 primi Elementorum angulus s x t æquatur ipſi k r p. Cum ergo x t ſit æqualis k p, etiam s t æquatur k p, id quod ad æqualitatem angulorum s x t & k r p requiritur. Eadem regula ac perpendiculo vti licebit in ſuperioris linea ſectionis. Nam ſi deſignetur ibi æqualis datæ linea hypotenuſæ, cuius ſuperiori parti applicata regula, in qua ſit æqualis notata baſi magnitudo, demittat perpendiculum in finem deſignatæ rectæ, quod æquale ſit catheto, angulus cui ipſum prætenditur perpendiculum æqualis erit inclinationi axis ad libellam. Sit igitur æqualis in regula magnitudo p q baſi r p & q f in tormento ipſi r k, & in perpendiculo p n pars f p ipſi k p catheto: tum ipſum p q f angulum æqualem eſſe dicimus ipſi k r p inclinationi axis ad libellam. Id enim ex 5 ſexti Elementorum ſatis euidenter innoteſcit, cum ſingula vnius triangulorum latera ſint æqualia viciſsim lateribus alterius trigoni. Cæterùm & alia demonſtratione idem confirmari poteſt. Cum enim, vt alibi conſtituimus, παράλληλαι ſint t s & f q lineæ, & perpendiculum ſecet axem in t, erit angulus p f q æqualis p t s, cui æquatur per 15 primi Elementorum r t n, & eidem r k p. Cum igitur duo latera p f & q f ſint æqualia duobus r k & k p lateribus, & illa complectantur angulum p f q æqualem ipſi r k p, certum eſt per 7 primi Element. reliquos angulos ſub quibus æqualia latera ſubtẽduntur ſibi inuicem æquari. Angulus igitur p q f æqualis eſt ipſi k r p. Atq; hac ratione eandem axis ſupra libellam experimur eleuationem. Sed altera cum regula nimirum ad rectos angulos deſignatæ q m rectæ infigitur, in hunc vſum commodior fuerit.

PROPOSITIO CXXIII.

In quantam altitudinem ſupra baſin eleuandum ſit tormentum, ut ſphæra in locum præfixum per κάθετον deſcendat.

CVm igitur ſint explicatæ rationes eleuationum ac inuentiones omnium lincarum orthogonij trianguli, in cuius fundamẽto ferè totum artificium rectè eiaculandi ſphæras tormentarias conſiſtit: ſequitur nunc, vt ad principalem rationem πράξεως deinceps progrediamur. Et cum duo tantùm ſint eiaculationum modi, nimirum vt ſphæra in præfixum locum, aut per κάθετον deſcendat, aut per ὑποτείνουσαν in eundem excutiatur, de priori modo primò tractationem inſtituemus. Quãdo igitur ὑποτείνουσα tormẽti ex aliquot obſeruationibus tam exquiſitè quàm fieri poſsit, inuenta fuerit, diligenter opera danda, vt tormentum quàm proximè ad præfixum locum admoueatur. Hoc cõſtituto, per diligentes obſeruationes præfixi loci altitudinem, & eiuſdem à tormento dimetiaris interuallum. id qua ratione fiat ex antegreſsis propoſitionibus deprehendes. Ex his duabus lineis inuentis, vel per tabulam Gnomonicam Peurbachij, vel tabulam ſinuum, ſicut alibi explicauimus, quantitatem anguli, quem ſubtendit linea altitudinis præfixi loci, ſupputabis. Eadem ratione ex hypotenuſa tormenti, & eiuſdem à loco diſtantia earundem linearum inclinationis angulum deprehendes, quem ſi videris maiorem angulo prius inuento, certum habebis indicium, negocium expediri poſſe, ſin minus, aut tormentum erit propius admouendum, aut ſi hoc commodè fieri non poſsit, per hypotenuſam oportebit rem tẽtare, aut à labore omnino deſiſtere. Idem etiam facilius percipies, ſi tantùm ex altitudine loci & diſtãtia per quadrageſimamſeptimam primi Elementorum lineam rectum angulum ſubtendentem inueneris, &

ris, & eandem cum hypotenuſa tormenti contuleris. Si enim hæc maior fuerit illa, etiam certò conſtabit rem eo modo abſolui poſſe, ſin minus aliam viam ingrediemur. Conſtat igitur ex his rationibus, quomodo experiamur an finem propoſitum conſequi poſsimus. Niſi enim hoc certò præuiderimus, ſæpenumero fruſtra laborem conſumemus. Cæterùm quærat aliquis, ſi in prima diſtantia rem fieri non poſſe perſpexerimus, quàm propè ſit accedendum, vt locum conuenientem inueniamus: reſpondemus hîc ex omnibus illis interuallis ſcopum attingi poſſe, in quibus anguli inclinationis tormenti exceſſerint angulos oblatæ loci altitudini reſpondentes, id quod ex hypotenuſis recti anguli colligemus, ſicut antea præſcriptum eſt, ita vt proximiora ſemper occupemus interualla. Quòd ſi curioſè volueris inquirere remotiſsimum locum operi conuenientem, inuentæ loci præfixi altitudini aliquot partes adijcies, ex qua ſumma deinceps & hypotenuſa tormenti per 3 huius tractationis propoſitionem diſtantiam deprehendes. Iam verò ſi conſtituerimus exploratum nobis eſſe locum, in quo ſuperet hypotenuſa tormenti lineam ſubtendentem rectum angulum, quem ambiunt altitudo loci & diſtantia, conſiderãdum erit, quomodo ſit exquiſitè tormentum à baſi eleuandum, aut à perpendiculari verſus terram inflectendum. Indicauimus antea qua ratione ex ſinuum tabulis ſit inueniendus angulus inclinationis hypotenuſæ tormenti & diſtantiæ à loco præfixo. Numerabis igitur huius anguli circumferentiam in Quadrante ad quam ita diſpones tormentum, vt ipſius axis, ſiue linea, quæ per centrum ſpheræ & tormenti pertranſit eam exquiſitè occupet altitudinem, cuius rei modos & rationes multiplices indicauimus in præmiſsis propoſitionibus. Deinde opus eſt, vt eadem in tormento linea quantum fieri poſsit exquiſitè conſiſtat in eadem plana ſuperficie cum loco præfixo, id quod ſola viſus obſeruatione facillime conſequemur. Ex ſequenti ſchemate tota res euidentior erit.



Conſtituamus igitur ſphæram è tormento excutiendam, vt ex altiori loco delabatur in locum n, ex quo deducatur in ſubiectum planum κάθετος n o, diſtantia tormenti ab eo loco ſit c o, hypotenuſam c l notam cõſtituimus. Primò inueniamus ex lineis n o & c o per obſeruationem notis, ipſam c n, quæ ſubtendit rectum angulum c o n per penultimam primi Elementorum.

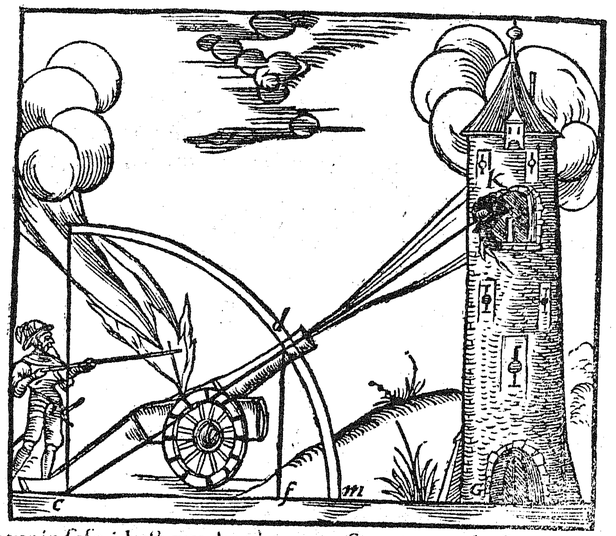
Dicimus igitur neceſſarium eſſe, ſi ex c loco ſphæra ſit eiſcienda, vt ex præcipitio in n delabatur, vt c l ſit maior, quàm c n, & vt angulus l c o ſit maior angulo n c o. Cum enim duo ſint trigoni rectanguli c o l & c o n, quibus eſt communis baſis c o, & l o κάθετος maior ſit ipſo n o, erit etiam quadratum l o maius quadrato n o. ſed duo quadrata c o & l o per penultimam primi Elementorum adæquãtur quadrato c l, & per eandem quadrata c o & n o ſunt æqualia quadrato c n, & hæc duo ſunt minora illis. Ergo & quadratum n c minus eſt ipſius l c quadrato. Et per cõſequens l c linea maior n o. Idem etiam ſimplicius demonſtratur per 21 primi Elemẽtorum. Nam per hanc duo latera c n & n o minora ſunt duobus c l & l o, & angulus c n o maior eſt angulo c l o. Quare cum duo acuti anguli in ὀρθογωνίῳ triangulo conſtituant rectum, neceſſariò ſequitur angulum l c o maiorem eſſe altero n c o. Manifeſtum eſt igitur ſi tormentum ſphæram tantùm excuteret in d, cum c d ſit minor ex hypotheſi c n propius machinam admouendam. Nam aliàs ſphæra non deferretur in locum conſtitutum, ſed in ſubiectam ſuperficiem delaberetur in ſignum r. At fingamus tormenti vim tantum poſſe pertingere in d, & quærendus ſit proximus locus in c o plana ſuperficie, ex quo vis machinæ poſsit globum extorquere in κάθετον l o. Aſſumamus punctum aliquod in l o paulò ſupra n quod ſit in m ſigno, ex quo ducamus rectam m p in ſubiectum planum, quæ ſit æqualis c d, incidat autem in punctum p, erit igitur inuenienda diſtantia p o. In trigono rectangulo p m o nota ſunt duo latera p m ex hypotheſi & m o ex obſeruatione. baſis igitur o p per 26 primi Regiomontani non latebit. Quare ſi machina proueheretur in p ſphæra κάθετον attingeret in m. His intellectis videamus quomodo per exemplum res explicari debeat. Conſtituamus igitur totam vim tormenti poſſe deferre globum per c l, quæ ſit 1000 paſſuum, diſtantia verò c o ſit 600, altitudo n o 100. Quæritur hîc primum, an vis tormenti poſsit extorquere globum aut ignem eouſq; vt in aliqua parte contingat l n cathetum. Primum multiplico c l quadrate, hinc conſurgit 1000000, deinde quadratum 600 eſt 360000, quo ſublato ex prio ri, remanet quadratum catheti 640000, cuius radix eſt 800 paſſuum, quæ cum 100 exuperet, non eſt de euentu dubitandum. Conſtat igitur in hac conſtitutione ſphæram ex aere delabi per 700 ferè paſſuum interuallum, donec attingat punctum n. Iam verò ſupereſt, vt inueſtigemus quantitatem circumferentiæ f r in quadrante ad quam debet eleuari media tormenti linea c f, id quod facillimè expediemus per ſinuum tabulas. Ex lineis l c & c o inquiritur angulus c l o in hunc modum. in primo loco ſtatuitur l c, id eſt 1000, deinde 600, tertiò ſinus totus 100000. Iam ex multiplicatione ſecundi in tertiũ conſurgit 60000000, qui numerus in primum diſtributus, reſtituit 60000 ſinum. Huius circumferentia ex tabulis inuenitur 36 part. 52 ſcrup. cuius complementum eſt 53 part. 8 ſcrupul. tanta eſt circumferentia f r, quæ erat inuenienda. Iterum ſtatuamus vim tormenti minorem eſſe, qualis eſt c d linea, cui aſsignemus 500 paſſus, ſi nunc eadem maneat diſtantia c o: tum manifeſtum eſt ſphæram in terram eſſe delapſuram, nec ad optatum ſcopum peruenturam, ad quancunq; altitudinem machina eleuetur, ſi hîc relinquatur eadem eleuationis circumferentia ſphæra decidet in k ſignum, & cum angulus c d k ſit 36 part. 52 ſcrupul. erit c k diſtantia ferè 300 paſſuum. Verùm inquiramus nunc ſignum p, hoc eſt, quantum eſſet antrorſum prouehenda machina, vt tamen incidat ſphæra in aliquam catheti partem, videlicet in m & ſtatuamus n m 20 paſſuum. Conſtat igitur m o paſsibus 120, cuius quadratum 14400 ſublatum ex quadrato 250000, reſtituit 235600, ex quo numero ſubtracta radix quadrata conſtat ferè 485 paſsibus, quibus ex 600 ſublatis, reſtant 115 paſſus,

paſſus, qui metiuntur lineam c p. Tantum igitur ſpacij proueheretur machina, vt ſphæra in m ſignum incideret. Quòd ſi iterum quæſiueris ad quantam circumferentiæ altitudinem tormentum attolli deberet, ſi in p collocaretur, ordinatis in hunc modum numeris, vt ſequitur, 500, 120, 100000 ſi multiplices ſecundum in tertium prodibit 12000000, quem numerum ſi diuidas in primum emerget tibi ſinus 24000, cuius circumferentia eſt 13 partium 53 minut. quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CXXIIII.

Qua ratione ſphæræ ſint è tormentis emittendæ, ut per hypotenuſam in præfixum locum incurrant.

QVi rectè aſſecutus eſt antegreſſam propoſitionem, hanc etiam facillimè intelliget. Hæc autem vtriuſq; differentia diligenter nobis eſt conſideranda, quòd illic potiſsimum habeamus rationem totius hypotenuſæ, videlicet, vt ſummam ipſius altitudinem in aere ad ſingulas eleuationes aut inclinationes tormenti, quam ſphæra metitur uſq; ad ſubiectum locum animaduertamus: Hîc verò non tam finem hypotenuſæ, aut catheti magnitudinem, quàm violentiorem ſphæræ impetum in hypotenuſæ decurſu obſeruemus, cùm ſolus hîc finis ſit propoſitus, vt arces in præfixis locis conſtitutæ quãtum fieri poſsit, maximè diſſiciantur. Quamobrem hîc diligẽter inuigilandum eſt, vt tormenta propius locis admoueantur, ne in decurſu ſphęrę prope finem hypotenuſæ, vbi motus eſt multò languidior, in prefixum ſcopum incurrentes, eundem leuius concutiant. In huius negocij conſideratione, quemadmodum in reliquis omnibus, duæ tantùm res non oſcitanter nobis ſunt perpendendę, ſcilicet an finem propoſitum poſsimus conſequi, & quibus rationibus. Primum igitur perſpiciendum eſt per exquiſitas dimenſiones, an ea linea, quam ex conſtituto loco vſq; in prefixum ſcopum ſphæra percurſura ſit, magnitudine hypotenuſam tormenti excedat, an ab eadem ſuperetur. Niſi enim hoc conſtiterit, ſubinde futurum eſt, vt laborem & ſumptum fruſtra conſumas. Hanc lineam facillimè inuenies ex 47 primi Elementorum, ſi modò fuerint antegreſſæ dimenſiones altitudinis prefixi ſcopi ſupra locum tormenti & eiuſdem baſis à tormento diſtantiæ. Nam ex ſumma quadratorum quæ ex his lineis ſeparatim in ſeſe multiplicatis cõſurgunt, extracta radix 1.13. inquiſitam magnitudinem producit, ſi hęc minor fuerit hypotenuſa tormenti ſecurè licebit rem expedire. Supereſt nunc, vt perſequamur inuentionem anguli inclinationis tormenti in Quadrante, vt prefixum ſcopum exquiſitè emiſſa ſphęra contingat. cum inueneris altitudinem ſcopi, & eiuſdem baſis à tormento diſtantiam, totum negocium ex ſinuũ tabulis abſolues. Nam quæ fuerit ratio lineæ, quam ſphęra percurret ad altitudinem ſcopi eadem erit ſinus maximi ad ſinum eius circumferentiæ, ſupra quam tormentum eleuari debet. Quare ſi multiplicaueris ſinum totum in altitudinem inuentam, & productum numerum partitus fueris in prędictam itineris lineam, exurget ſinus anguli inclinationis tormenti & baſis. Itaq; nihil reſtat, niſi vt hypotenuſa tormenti exquiſitiſsimè collocetur in eadem plana ſuperficie cum prefixo ſcopo. Vt autem hanc tractationem diſcentes intelligant facilius, non pigebit eam figura & exemplo illuſtrare. Conſtituamus igitur in planæ ſuperficiei c g loco c tormentum aliquod in tantam quidem altitudinem à baſi eleuandum eſſe, vt ſphęram extorqueat in k ſcopum. Ex hypoteſi nihil hîc deprehendimus notum præter ſolam hypotenuſam, ſed ex dimenſionibus primùm inueniuntur lineæ k g quæ eſt altitudinis ſcopi, & c g eiuſdem baſis à tormento diſtantiæ. Vtraq; harum



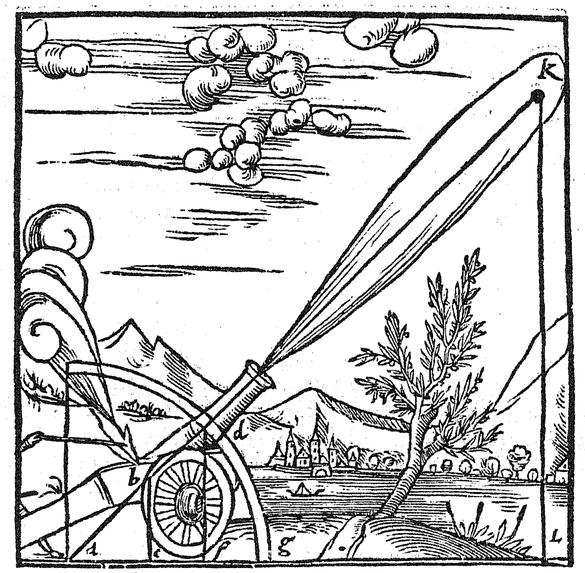
multiplicetur in ſeſe, id eſt quadratè: tum ex ſumma productorum per 47 primi Elementorum conflatur quadratum lineæ rectum angulum c g k ſubtendentis c k, ex quo radix educta ipſam c k lineam patefacit, quæ ſi minor fuerit explorata hypotenuſa, certum eſt negocium expediri poſſe. His conſtitutis ſupereſt, vt procedamus ad inuentionem circumferentiæ d m, ad cuius altitudinem axis tormenti c d attolli debet. Cum d f ſit perpendicularis ipſi c g, quod in principio demonſtrauimus, per 4 ſexti Elementorum eſt eadem ratio c k ad k g, quæ eſt c d ad d f, quæ linea eſt ſinus rectus propoſitam circumferentiam ſubtendens. Ex his tres ſunt notæ, nimirum c d, c k & k g. Quarta igitur d f per regulam proportionis innoteſcet, per quam ex tabulis & ipſa circumferentia d m inuenietur. Exemplum huius rei tale proponimus. Tormenti hypotenuſa ſit paſſuum 900, g k altitudo 100 & c g diſtantia 300. Quadratum g k eſt 10000 & c g 90000, ex quibus collectis conſurgit quadratum c k 100000, ex quo radix 1. Bꝛ. extrahitur 316. Quare manifeſtum eſt ſphæram ex loco c violentiſsimo impetu in k ſcopum incurſuram, ſi ad iuſtam circumferentiam in Quadrante tormentum fuerit eleuatum. Ad illius inuentionem progrediemur in hunc modum. In primo loco ſtatuatur c k linea, quæ inuenta nobis eſt 316, ſecundo k g nimirum 100, vltimò ſinus maximus 100000, iam ex multiplicatione ſecundi in tertiũ fit 10000000, qui numerus in primum diſtributus, reſtituit 31645 ſinum, cuius arcus ex tabulis inuenitur 18 part. 27 ſcrupul. Tantus erit igitur angulus inclinationis tormenti & baſis. Sed hunc quoq; per radium viſiuum non difficulter explorant artifices. Memineris hîc etiam nos altitudinis baſin g & locum c exquiſitè in libella conſtituiſſe: ſed in alijs ſitibus locorum, quomodo eundem ſcopum attingamus, alibi explicatum eſt.

PROPOSITIO CXXV.

Qua ratione, quæ in antegreſsis propoſitionibus numerorum adminiculo ſunt inuenta, ſolo perpendiculo in Quadrante abſoluantur.

IN antegreſsis propoſitionibus, quomodo artificium ſphęras tormentarias eiaculandi ſimpliciſsimè ex veris & immotis Geometriæ fundamentis ſit extructum,

extructum, ita tamen, vt numerorum adminiculo ſingulorum ὀρθογωνίου τριγώνου laterum quantitates colligantur, explicauimus: verùm hac ratione tantùm illis cõſultum eſſe video, qui harum artium elementa mediocriter aſſecuti ſunt. Quare ſimpliciorem hîc viam aperiemus, qua expeditius & citra omnẽ vſum calculi perpendiculi officio omnium nobis propoſiti trianguli linearum magnitudines inueniantur. Atq; hîc iterum primò ad inquiſitionem hypotenuſæ progrediemur. Quam verò ſuperius tormenti & Quadrantis collocationem præſcripſimus, hîc firmam & immotam retinebimus. Sit igitur axis tormenti a d eleuatus ad circumferentiam d g, & ſphæra delapſa inueniatur in l ſigno (vt a k ſit hypotenuſa) cuius à Quadrantis centro diſtantia l a, trianguli nimirum a k l, baſis per dimenſionem terreſtrem facillimè innoteſcit. Nunc ab a cẽtro verſus g in baſi a g dinumeres tot partes æquales, quot paſſibus ſiue menſuris totam a l conſtare deprehendiſti. Ad finem harum partium demittas perpendiculum, ita vt axem tormenti a d ſecet in b ſigno. His ita conſtitutis, per 2 ſexti Elementorum, conſtabit quomodo reliqua trianguli a l k latera a k & k l inueniãtur. Ea verò Græcè ſic habet: Ἐὰν τριγώνου πρὸς μιᾷ τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Cum igitur vtraq; linearum b c & k l ad rectos angulos in ſubiectam baſin a l incidant, ſunt παράλληλαι per 28 primi Elementorum. Ergo per præmiſſam trianguli a l k cum latera ſint proportionaliter ſecta per b c lineam proportionis omnium linearum inter ſe patefiunt. Iam verò trianguli a b c omnia latera innoteſcunt, ſi a b & b c in ſubiectam baſin expanſo circino tranſtuleris. Nam quot partibus ipſius a g adæquentur manifeſtum erit. Cum igitur notæ ſint proportiones omnium laterum trigoni a b c ad omnia latera trigoni a l k, & data ſit baſis a l per 6 primi Regiomontani reliqua latera a k & k l cognoſcentur. Qualium igitur partium a c eſſet 600, talium a b eſſet 800, & b c 529, quod exemplum antea cõſtituimus. Iam nunc ſtatuamus ex inuenta hypotenuſa a k & baſi a l axem tormenti eleuandum eſſe, vt per cathetum in l ſignum ſphæra decidat. Hîc ab a centro in baſi a g numerabis partes diſtantiæ à loco præfixo & in a d ſemidiametro partes hypotenuſæ tormenti,

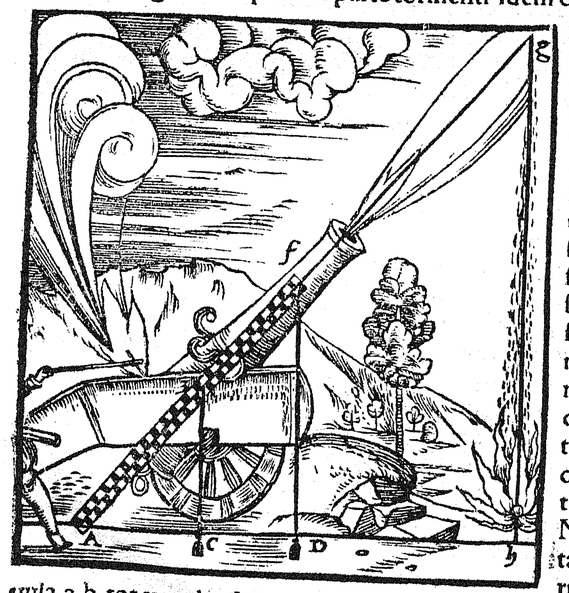


quam cõſtat in eum ſitum diſponendam eſſe, vt ex b fine perpendiculum ſuſpenſum, in finem partium, quæ inuentæ diſtantiæ in baſi reſpondent, exactè deſcendat. Nam tum ſemidiameter in extremitate d circumferentiã, ad quam axis tormenti ſit eleuandus, extemplò indicabit.

PROPOSITIO CXXVI.

Quomodo ſine Quadrante tantùm officio regulę & perpendiculi, ea, quæ ſunt hactenus explicata, inueniantur.

DEmonſtrabimus nunc etiam ex conſideratione trigoni rectanguli ad omnem tormẽtorum vſum & certas eorundem collocationes Quadrantem neceſſariò non requiri, ſed huic negocio regulam oblongam & exquiſitam, cui perpendiculum ſit annexum abundè ſatisfacere. Et certè minori labore & difficultate per hanc rationem totam rem licet expedire. Nec minor eſt huius rei certitudo, cum ex ijſdem fundamentis extruantur omnia. Regulam igitur longam trium aut quatuor cubitorum in æquales ſectiones, quotcunq; volueris, diſtribuas, cui ex altera parte perpendiculum appendas. Conſtituamus ergo primùm huius regulæ adminiculo colligendam eſſe tormenti hypotenuſam, id quod efficiemus hoc modo. Ad quamcunq; altitudinem volueris à baſi regula cum axe tormenti ſimul eleuetur, & in eo ſitu expulſa ſphæra, diligenter locum in quem primum deuoluta fuerit inueſtiges, vt ipſius à tormento diſtantiam inde colligas. Tum regula in eodem ſitu permanente, ex ea tot æquales portiones circino excipies, quot paſſibus aut pedibus diſtantiam tormenti à loco delapſæ ſphæræ conſtare deprehenderis. Has ſectiones aut partes à centro, id eſt eo puncto, vbi regula terræ innititur, in ſubiecta baſi verſus perpendiculum dinumerabis. Quo facto, in finem partium idem perpendiculum traduces, & notata huius & regulæ mutua interſectione, inquiſitam tormenti hypotenuſam inuentam eſſe pronuntiabis. Quomodo verò ex conſtitutione regulæ in ſuperiore parte tormenti idem opus perficiatur, qui antegreſſas propoſitiones rectè intellexerit non difficulter ratiocinabitur. Ex ſubiecto ſchemate res euidentius innoteſcet. Ad altitudinem perpendiculi d f, eleuetur axis tormenti a f, deinde expulſa ſphæra per hypotenuſam a g deuoluatur in h ſignum, cuius ab axe diſtantia h a per dimenſiones in terra facillimè innoteſcit, a b f regula in certas ſectiones diſtributa. His conſtitutis tripliciter inuenies quantitates laterum a g & g h. Nam ſi totã a h per certas partes dimenſus fueris, circino excipies in regula a b tot æquales ſectiones, quot his partibus reſpõdeant, quas ab a cẽtro verſus d dinumerabis. Incidat aũt finis harum ſectionum in c ſignum, à quo



erigatur

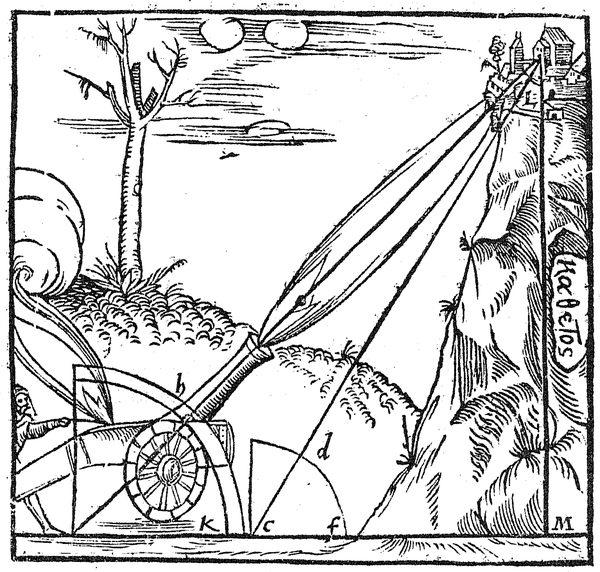
erigatur perpendiculum c b, ita vt regulam in b puncto interſecet. Hinc cõſurgit trigonus rectangulus a b c, cuius b c latus catheto g h ęquidiſtat, cum vtraq; linearũ b c & g h in ſubiectam baſin a h ad rectos angulos decidant. Conſtat igitur per proceſſum 2 ſexti Elementorum triangulorum a b c & a g h latera eſſe proportionalia. Nam cum ſit eadem ratio g b ad b a, quæ eſt h c ad c a, erit etiam coniunctim eadem ratio g a ad a b, quæ eſt h a ad a c. Etiam trigoni a b c omnia latera ſunt nota: nam b c facilè innoteſcit, ſi a b lateri admoueatur. Hinc conſtat ratio baſis a h ad a g, quarum hæc per certam menſuram eſt deprehenſa. Quare hîc iterum concludimus eodem modo, quo ſuperius per 6 primi Regiomontani a g hypotenuſam & g h cathetum latêre non poſſe. Quemadmodum igitur numerus c a ſectionum ęquatur numero partium a h, ita etiam a b adæquabitur a g, & b c, g h. Eaſdem etiam a g & g h magnitudines inuenies, ſi ad lineam diſtribueris in tot æquales portiones, quot ex dimenſione ipſius a h collectæ fuerint. Nam ſi a d baſin trianguli a f d admoueas hypotenuſę f a ſtatim vtriuſq; differentia apparebit, quam circino exceptam viciſsim baſi applices. Quot partibus æqualibus hæc adęquetur, etiam manifeſtè conſpicietur. Igitur ex baſis a d & prædictæ differentiæ ſumma conſurget tota f h hypotenuſa, cuius partium numerus a g quantitatẽ aperiet. Nec diſsimili ratione perpendicularis h g inuenietur. Poteris eaſdem lineas adhuc tertia ratione deprehendere. Cum trianguli f a d hypotenuſa ex ſectionibus per hypotheſin ſit nota, ex mutua applicatione laterum a d baſis & f d perpendicularis innoteſcent. Et cum per dimenſionem in terra inuenia tur latus a h & triangula f a d & g h a ex proportionalibus inter ſe cõſtructa ſint lineis, per regulam proportionis a g & g h latera cognoſcentur. Multiplices igitur numerum a h in a f & productum diſtribuas in a d: hinc tibi a g hypotenuſa prodibit. Eodem modo ducas a h in f d & productum diuidas in a d. hinc tibi cathetus g h innoteſcet. Sed iam conſtitutum ſit ex cognitione hypotenuſæ & diſtantiæ in quantam altitudinem axis tormenti ſit eleuandus à baſi, inueſtigare. Simpliciſsimè hîc rem expedies, ſi in regula a b f & baſi a c d ab a centro numeraueris tot ſectiones, quot numero partium hypotenuſæ & baſis exquiſitè reſpondeant. Quo facto, in finem partiũ baſis, qui hîc vobis eſt in c conſtitutus, dimittas perpendiculum, & regulam attollas eouſq;, vbi videris finem ſectionum, quæ numero partium hypotenuſæ reſpondent, exquiſitè lineam perpendiculi attingere. Cæterùm hæc cum ſint ex eiſdem elementis conflata, ex quibus ſuperiora, obiter ita perſtrinxiſſe ſatis eſt, nunc iterum quadrantis vſum aggrediamur.

PROPOSITIO CXXVII.

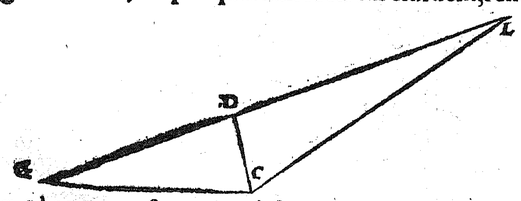
Si caſtrum aliquod in monte conſtructum ex inferiore loco per κάθετον uel ὑποτείνουσαν tormentis diruendum ſit, qua ratione negocium expediri debeat, ſequitur.

EXplicauimus hucuſq; ferè totum fundamentum, cui ſphæras tormentarias eiaculandi artificium innititur, ſed quæ nunc deinceps perſequemur, ad rationem dimenſionis multiplicium linearum pertinent, quæ diſtantias, altitudines, aut baſes comprehendunt, pro varia locorum conſtitutione, quæ ſæpenumero occurrunt. Ac primùm hîc conſtituamus arcem aliquam in monte conſtructam ex inferiore loco tormentis expugnandam, id quod rariùs quidem fit per κάθετον, ſæpius verò & commodius per ὑποτείνουσαν. Sed cum ad inuentionem hypotenuſæ opus ſit cognitione καθέτου καὶ βάσεως, qui hîc magna ex parte ſub terra concurrunt, & ex horum περιγράφοις,

Ἀναστάσεως πτρἀγωνον conflatur, inueſtigabimus rationem, qua poſsimus has lineas dimetiri, aut his prætermiſsis per alium triangulum idem operis expediemus. Sit igitur conſtitutum ex g loco ſphæras eiaculari in l ſcopum, ex quo per montem deducatur perpendicularis l m. Ad hanc extendatur baſis g m, ita vt ad rectum angulum vtraq; concurrat, harum linearum magnitu-



dines inueniendę ſunt ex g & circũferentia eleuationis tormenti h k, eſt enim triangulum g l m rectangulum. Vt igitur inuenias l m & g m lineas, primò ſtatuatur inſtrumentum in c ſigno, & mobilis regula eleuetur in tantam altitudinem, vt per pinnacidia cõſpiciatur l ſcopus, quam hîc metiatur f d circumferentia. Ex hoc loco retrocedas in g, vt tamen ab exquiſita baſi g m nihil deflectas, & iterum ſublata regula per pinnacidia l ſcopum obſerues, cuius obſeruationis altitudinem h k circumferentia deſignet. His ita conſtitutis, ex prima obſeruatione conſtat inuentum eſſe angulum l c m, qui ſublatus de ſemicirculo, reſtituit angulum g c l. Et ex ſecundæ obſeruationis circumferentia k h innoteſcit angulus l g c, ſiue l g m, qui idem eſt. Deinde g l c trigoni per dimenſionem in terra conſtat g c latus, quod comprehenditur locorum differentia primæ & ſecundæ obſeruationis. Tandem igitur concludimus, cum triangulus l g c tres angulos habeat notos cum latere g c per 52 primi Regiomontani, aut per quartam ſecundi eiuſdem, reliqua latera g l & l c inueniri poſſe. Exempli gratia trianguli g l c, g c baſis conſtet 600 paſsibus, &



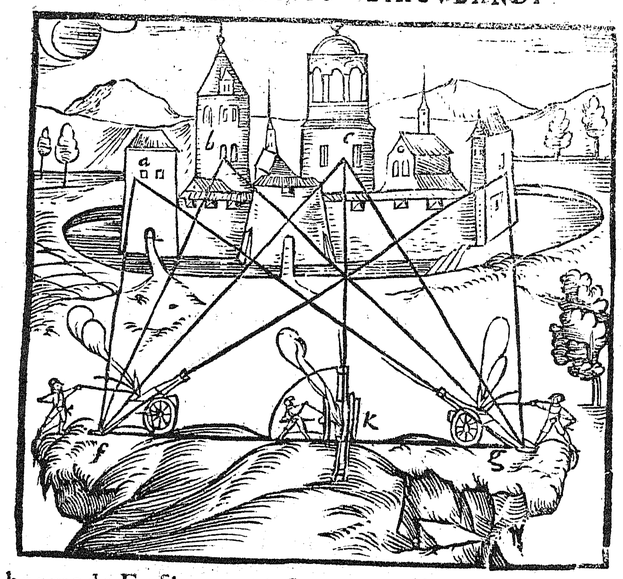
primæ obſeruationis circumferentia d f ſit 30 partes, quibus ex ſemicirculo ablatis, reſtat angulus g c l 100 part. ſecundæ obſeruationis circumferentia h k ſit 30 part. quæ prętenditur angulo l g c. Erit igitur tertius angulus g l c 50 part. Iam nunc omnibus trigoni g l c notis angulis, ad inquiſitionẽ lateris g l procedamus primo per 52 primi Regiomontani in hunc modum. Igitur ex angulo g c l in oppoſitum latus g l ducatur perpendicularis d c, quæ per trigeſimam primam prim-

primi Regiomõtani, cadit hîc intra trigonum. Et cum angulus d g c ſit 30 partium, cuius ſinus 50000 erit alter acutus g c d 60 part. & ſinus rectus 86602. Ad inuentionem lateris g d conſtituentur numeri in hunc ordinem 100000, 186602, 1600, & abſoluta operatione emerget g d 519 $\frac{61200}{100000}$. Iterum vt inueniatur perpendicularis d c, ſtatuentur numeri hoc modo 100000 |50000|600. Poſt abſolutam operationem exorietur latus d c 300. His inuentis progredieris ad inuentionem lateris d l trigoni d l c. Sinus anguli d l c eſt 76604. Quare numeri ordinabuntur hoc modo, cum alter acutorum d c l ſit 40 part. 76604|64278|300, & operatione perfecta, inuenietur d l latus 251 $\frac{55796}{100000}$. Quare ex ſumma coniunctarum g d & d l conſtabit tota g l linea 771 & aliquot fragmentis. Eandem g l inueniemus iterum per primam ſecundi Regiomontani in hunc modum. Cum angulus g c l conſtet 100 part. erit ſinus 98480. Quare numeri collocentur hoc ordine 76604|98480|600, & operatione ad finem perducta totum g l latus emerget 771 $\frac{26316}{76604}$. Cum autem trigonorum ὀρθογωνίων c l m & g k m innoteſcant latera c l & g l vnà cum angulis l c m & l g m per 29 primi Regiomontani ratiocinari licet cathetum l m cum baſibus c m & g m, quibus inuentis, facillimum fuerit ex collatione hypotenuſæ cuiuslibet tormenti & eius itineris, quòd ſphæræ percurrent (in quacunq; parte ipſius g m machina conſtituatur) ſiue per rectam lineam in præfixum ſcopum, ſiue per cathetum in eundem, quomodo res expediri debeat. Nam ad quamlibet diſtantiam tormenti ab m loco per vigeſimamſextam primi Regiomontani totius itineris magnitudinem ratiocinabimur. ſi id vis tormenti poſsit emetiri citra iacturam ſumptus ac laboris, rei periculum facere licebit.

PROPOSITIO CXXVIII.

Si tormenta in montibus conſtituantur, qua ratione ſphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

NVnc quoties artifices ex montibus ſphæras eiaculantur in præfixa loca, quomodo rem ipſam expediant, hoc loci conſiderandum eſt. Interdum hîc contingit, vt ſcopi in arcibus aut turribus præfixi in eadem conſiſtant altitudine cum loco tormenti, in quo ſitu ſphæra per libellam decurrit, ſiue lineam Horizontis plano æquidiſtantem. Huius igitur opus erit exacta dimenſione, vt certò conſtet, vtrum hęc tormenti hypotenuſam excedat, an non: hoc negocij ſine omni difficultate expedies, etiam ſi in inferiorem planiciem non deſcenderis in hunc modum. Ex commodiſsimo vbi tormentum ſtatueretur, loco præfixum ſcopum & aliud quoddam ſignum in montis ſuperficie collocatum per quadrantem intuearis, quorum diſtantię angulum diligenter obſerues. Dehinc progrediaris in illum locum, vbi ſignum conſtitutum apparet, in quo ſimpliciter eandem obſeruationem repetas, ita tamen, vt præfixum ſcopum & primæ ſtationis locum per inſtrumentum inſpicias, & angulum diſtantiæ, ſiue poſitionis (vt vocant) etiam notes. Habes hîc iam triangulum, qualecunq; ſit non refert, cuius duo anguli per obſeruationes ſunt noti, & vnum ex lateribus cõmodiſsimè per dimenſionem in terra deprehendi poteſt. Quare per quartam ſecundi Regiomontani reliquorum laterum magnitudines facilè inueniri poſſe cõcludimus. Ex ſequenti figura euidentius ipſa res intelligetur. Sint igitur conſtituti quatuor ſcopi a b c d, qui ex locis f k g tormentis ſunt infeſtandi. Ad hoc in primis opus eſt dimenſione linearũ f a, f b, f c, f d, & reliquarum ſimiliter, quæ ex g & k locis in eoſdem ſcopos deducuntur, quam



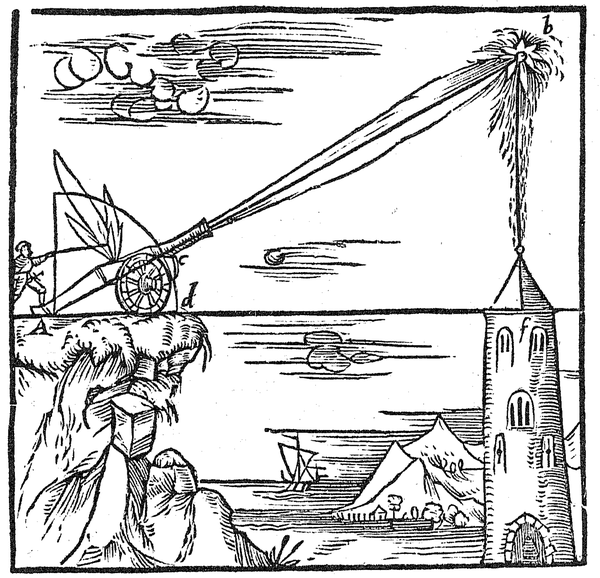
absolues hoc modo. Ex f loco per instrumẽtum aspicias a,b,c,d,& signum aliquod in g constitutum. Hinc anguli distantiarum d f g,& c f g &c. omnes innotescunt. Iterum ex g loco eodem modo, quo antè, intuearis d, c, b, a,& primæ stationis f locum. Hinc etiam anguli distantiarum d g f,a g f & reliqui statim inueniuntur. Multos hîc iam trigonos constitutos habes, quibus omnibus est communis basis f g linea, sed qua ratione sit hęc metienda, non est cur ego hîc admoneam. Omnium autem horum triangulorũ anguli sunt noti, vt, exempli gratia, trianguli f d g, duo anguli d f g,& f g d per obseruationes sunt inuenti, qui ex semicirculo ablati, tertium f d g notum relinquunt: & basis ipsa f g nota constituitur. Reliqua igitur latera f d & d g latere non possunt. De reliquis omnibus idem esto iudicium. Supereſt nunc, vt ex collatione videas, an vis tormenti has lineas exequi possit: ne frustra rem & laborẽ consumas. Constat igitur ratio, qua sphæras eiaculentur artifices, vt in præfixos scopos per libellam, aut altiora itinera incurrant.

PROPOSITIO CXXIX.

Qua ratione tormento in monte collocato, piceæ sphæræ, siue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

ANtegressa propositio huic maximè inseruit, vt ex mõtibus ignem aut piceas sphæras ita in altum extorqueas, vt ex præcipitio in inferiora loca, quæcunq; fuerint præfixa, deuoluantur. Nam inuẽta linea distantiæ, & cognita tormenti hypotenusa, quantus esse debeat angulus eleuationis ex præmissis facilè perspicies. Sed exemplo hanc rem manifestius explicemus. In f turrim constitutum sit emittere sphæram piceam, vt ex præcipitio b in ipsam delabatur, hîc consistente in a tormento, ex præcedente propositione inuenienda est a f distantia. Quare eam notam esse hîc constituimus, vnà cum hypotenusa tormenti a b ex hypotesi. Et cum angulus a f b sit rectus, facilè circumferentiam eleuationis d c deprehendes.

PROP

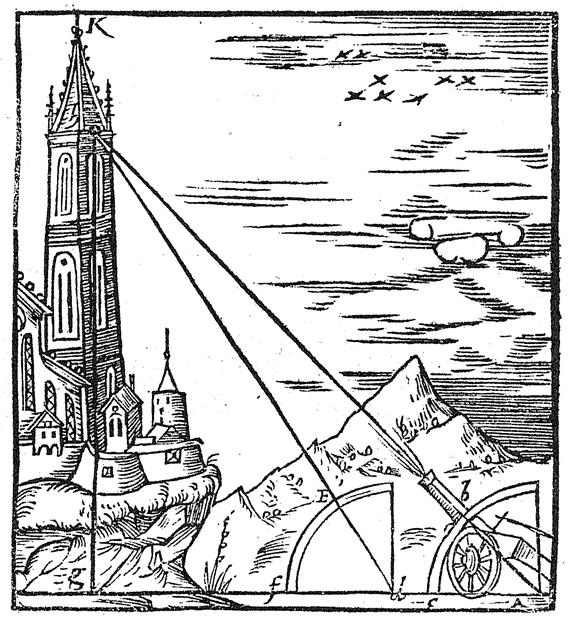


PROPOSITIO CXXX.

Quomodo sphæræ ex castris in ædificia intra urbis mœnia constituta sint eiaculandæ.

HIs constitutis, sequitur vt expediamus quomodo sphæræ tormẽtarię sint extorquendæ, vt in præfixa vrbis loca deferantur, quæ tamen intra mœnia constituantur. Cum autem hîc sit manifestum distantiam tormenti à loco præscripti catheti per terram nullam dimensionem admittere, alia via & ratione rem eandem aggrediemur: idq; adminiculo quartæ propositionis secundi Regiomontani in hunc modum. Quando tormentum eo loci collocaueris, ex quo proximè & commodissimè sphæras eiaculari possis, assumpto instrumento angulum altitudinis præfixi scopi diligenter obseruabis. Dehinc retrocedes ad certum loci interuallum, ita tamen, vt à primæ obseruationis recta linea in neutram partem deflectas, & iterum circumferentiã, quæ καθέτῳ præfixi loci obtenditur, dimetiaris: tum interuallo vtriusq; obseruationis locorũ per exquisitas dimensiones explorato, dicimus totius itineris lineã, quam sphęra decurret, per quartam secundi Triãgulorum inueniri posse. Id qua ratione fiat ex sequentis schematis demonstratione manifestius innotescet. Sit igitur constitutum in prefixum h scopum sphęras eiaculari ex d loco, vt in eundem per hypotenusam d h incurrat. Manifestum est hîc si accessus daretur ad g infimum catheti h g locum facillimè ipsam d h inueniri posse. Sed cum in terra d g dimensionem non admittat, primùm ex d signo obseruatur instrumento h locus, ex qua obseruatione innotescit e f circumferentia eleuationis tormenti. Deinceps ex d retrorsum instituitur processus in a locum: ita vt a d linea coeat in eandem rectam cum d g, ex quo iterum h signum conspicitur, sub angulo h a g Iam nunc constitutum habemus triangulum h a d, cuius a d basis per dimensionem in terra sine omni negocio deprehenditur, quæ duos angulos sustinet, quorum d a h ex secunda obseruatione inuenitur, sed alter a d h, cum fuerit h d g angulus ex semicirculo sublatus, restituitur. Quare tertius angulus a h d extemplo notus emergit. Supereſt nunc, vt per quartã secundi

Regiomontani ipſa d h hypotenuſa inueſtigetur in hunc modum. Cum ſinus rectus anguli a h d ad baſin a d eandem rationem conſeruet, quam ſinus anguli h a d ad lineam ipſum reſpicientem d h, ex regula proportionis totum negocium abſoluetur. Multiplicetur ergo ſinus anguli d a h in a d lineam, & productum diſtribuatur in ſinum anguli a h d. Hinc tibi tota d h hypote-



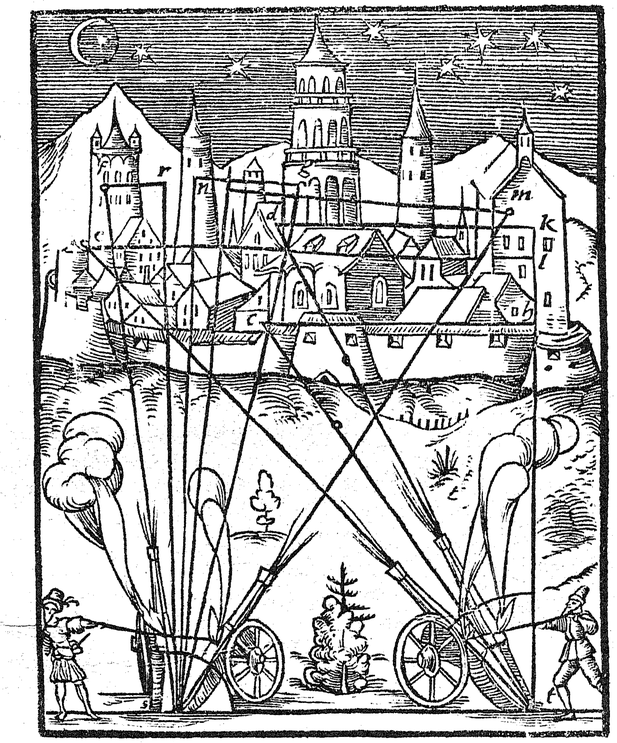
nuſa cognita prodibit, quæ ſi minor fuerit vi tormenti totam rem facillimè licet expedire. Neq; hîc opus eſt inuentione perpendicularis h g, aut baſeos d g, cum altitudinis arcus f e ex prima obſeruatione innotuerit. Sed iam fingamus occaſionem poſtulare, vt ſphæra picea, ſiue ignis eiaculandus ſit in altum, vt per κάθετον in h locum deuoluatur. Hîc requiretur nota magnitudo d g βάσεως, quam vigeſimamnonam primi Regiomontani ſubminiſtrabit. Nam trigoni rectanguli h d g per obſeruationem cognoſcitur alter acutorum angulorum, vnà cum hypotenuſa recti anguli d h, quæ ſemper minor eſſe debet ipſius vi tormenti, antea per hypotheſin cognita. Tandem 27 primi Triangulorum circumferentiam eleuationis tormenti, quæ neceſſariò (ſicut anteà demonſtrauimus) in hoc ſitu maior eſt ipſa f e, in lucem producet. Hîc ſcire licet eãdem ferè demõſtrationem eſſe huius propoſitionis & illius, in qua rationem oppugnandi arces in montibus conſtructas tradidimus, ſed craſſiore Minerua hæc explicare volui: vt cõmodius etiam diſcentibus inſeruirem.

PROPOSITIO CXXXI.

Quomodo intempeſta nocte tormenta ſint collocanda, ut in quoſcunq; ſcopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquiſitè ſphæras eiaculentur.

NOn eſt exigua cõmoditas, quòd eadem facilitate & certitudine in denſiſſimis noctis tenebris quælibet præfixa urbis loca ſphæris tormentariis liceat expugnare, qua in media & clariſsima diei luce. Ac ſanè minimo negocio, ſi attentius tecũ expenderis, tota res abſoluitur. Etenim cum ad exquiſitas eiaculationes

culationes maximè neceſſaria ſit cognitio diſtantiæ tormenti à baſi præfixi ſcopi, & eius itineris, quod ſphæræ dimetientur, cõmodiſsimè hæ duæ partes in clara luce perfici poſſunt. Verùm, vt axis tormẽti in tãtam altitudinem exactè ad quadrantem eleuetur, vt in eandem rectam lineam cum præfixo nobis ſcopo coeat, ex antegreſsis propoſitionibus facillimè intelligitur. vt tamẽ euidentius huius negocij totam rationem diſcentes perſpiciant, explicatius & copioſius, quædam hîc euoluenda videntur. Igitur quęcunq; loca nocte, aut etiã die cum nebulæ conſpectum eorum oculis intercipiunt, tormentis infeſtare conſtitueris, exquiſitiſsimis dimenſionibus in clara luce (ſicut antea præſcriptum eſt) quãtum ab ijs locis, in quibus machinæ collocandæ ſunt, ea diſtiterint, & ſupra eadem eleuentur, experiaris, vt hinc deinceps ſingulorum colligas hypotenuſas. Quo expedito, collocabis quadrantem in eum ſitum, vt cum præfixo loco in eadem plana cõſiſtat ſuperficie, ſecundum cuius ductum in ſub ecta baſi rectam lineam deſignabis. Eodem modo in reliquis locis negocium expedies. His ita confirmatis, ſi axis tormenti iuxta diſtantiam & inuentam antea hypotenuſam ſupra deſignatam lineam attollatur, quocunq; tempore id contigerit, eadem ratione res ſuccedet. Ac ſi ex vno eodemq; loco plures tibi ſcopos feriendos conſtitueris, per circumferentiam ducti circuli deſignatas lineas optimè diſtingues. Conſtituamus ergo de nocte ex aduerſa parte feriendos eſſe



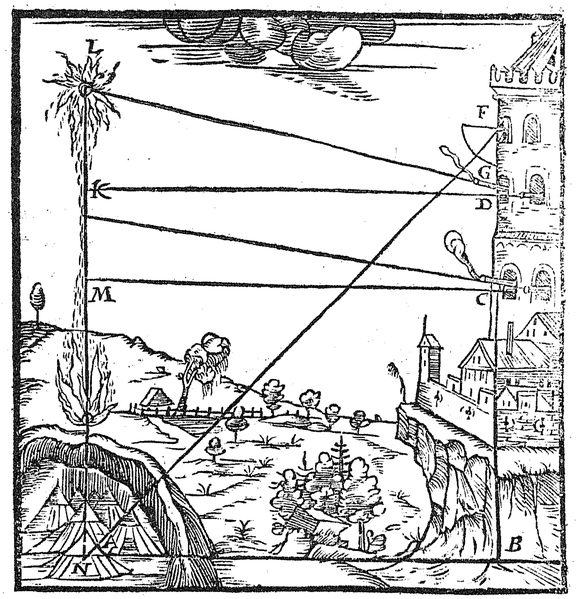
ſcopos, e, f, c, d, n, quorum ſinguli ſuis cõſtant triangulis: vt locus e triangulo e t l, ita vt e t ſit hypotenuſa, e l cathetus, & l t eiuſdem baſis, ſiue à tormento diſtantia, cuius partem aliquam prope t in terra ſignandam eſſe dicimus. Eodem modo reliquorum triangulorũ baſes, nimirũ s r, n s, t h, & c k per partes ordine deſignabis, quas deinceps (ſicut in cõſtituto ſchemate perſpicitur) du-

ctis ex centris s & t circũferentijs, aut adscriptis singularum nominibus distinguere licet. Hîc iam constituimus ex basibus & cathetis per antegressas propositiones singulorum inuentas esse hypotenusas, quæ facta collatione breuiores sint ijs tramitibus, quos vires tormentorum exequũtur. His ita expeditis, eodem modo quo de die, axes tormentorum ad inuentas ex hypotenusis & cathetis circumferentias eleuabis. Nec dissimili ratione rem tentabis, si ignem aut sphæras piceas ex perpendiculo in subiecta loca volueris deuolui. Cæterùm ipsa res cum ex his satis manifesta sit, ad sequentium tractationem progrediamur.

PROPOSITIO CXXXII.

Ex urbana turri sphæras in castra hostium eiaculari.

EXploremus nunc deinceps, quomodo ratio sit instituenda, vt ex turribus vrbanis in castra hostium sphæræ per καθέτους deijciantur. Nec enim alia ratione licet rem expedire, quoties hostium sedes firmissimis propugnaculis à fronte ita septæ aut munitæ fuerint, vt ab hac parte extra omnem periculi metum cõsistant. In primis huc requiritur exquisita dimensio eius itineris, quo castra distiterint à basi huius loci, ex quo sphæræ sint eiaculandæ. Hoc operis satis cõmodè & exactè absolueris, modò suprema loci altitudo nõ omnino exigua fuerit, ita vt manifestã ad ipsius distantiæ lineam obtineat rationem quam oculorum prospectus cõprehendere, aut satis assequi possit. Quo constituto, per 29 primi Regiomõtani oblatam quæstionem explicabis in hunc modum. Ex suprema loci, ad quam pateat accessus, altitudine assumpto instrumento angulum interualli inter castra præfixa, & basin huius loci intercepti exquisita dimensione obseruabis. Quo inuento, etiam obseruationis tuæ loci altitudinem supra basin inuestigare oportebit. Habes hîc iam triangulum ὀρθογώνιον cuius alter acutorum angulorum per obseruationem, & perpendicularis linea innotescunt. Est autem eadem ratio (vt sæpius ostendimus) sinus anguli complementi ad inuentam altitudinem, quæ est sinus anguli obseruationis ad distantiam locorum inquisitam, ex quibus magnitudinibus tres quidem innotescunt. Quarta igitur per rẽgulam proportionis latêre non potest. Quando hæc locorum distantia ita fuerit deprehensa, vigilantissimè considerandum est, vt cum in editioribus locis tormenta constituantur, & sphæræ sint in altum extorquendæ, vt in eleuationibus axium (non secus quàm in terra) libramenti rationem habeas. Nam æquè hîc necessarium est, vt axes attollantur supra lineam παράλληλον τῷ δι᾽ ἀμ τῶν ἐμπτώσιν ἐπαφῆς διηκβαλλομένῳ ἀκλινεῖ ὠπιδίῳ, sicut ex sequenti schemate manifestius elucescit. Sint igitur ex locis d & c eiaculandæ sphæræ piceæ, vt per κάθετον l n in subiecta castra deuoluantur. Primum ex superiore turris altitudine f sub angulo h f g obseruetur locus n & ex f signo descendat perpendicularis in n b subiectam basin f b, quam dimisso perpendiculo, aut ex certa dimensione cognitam habere oportebit. Erit igitur basis n b distantia, cuius magnitudo per obseruationem inquiritur. Iam verò constat τριγώνου ὀρθογωνίου, n f b vnum latus, nimirum f b, cum altero acutorum angulorum, scilicet n f b. Quare per vigesimamnonam primi Regiomontani, basis n b latêre non potest, cui ex locis c & d per trigesimamprimam primi Elementorũ agantur æquidistantes lineæ c m & d k, in l n catheton, quas inter se æquales esse constat. Super has dicimus eleuandos esse axes tormentorum, qui sunt in rectis lineis d l & c k iuxta quãtitatem anguli ex hypotenusis & recta n b adminiculo tabularum sinuum collecti, vt exactè sphæræ delabantur in n castra. Sed quomodo in eleuationibus libramentum, quod consistit in lineis c m & d k posit obseruari, id alibi copiosè demonstrauimus:



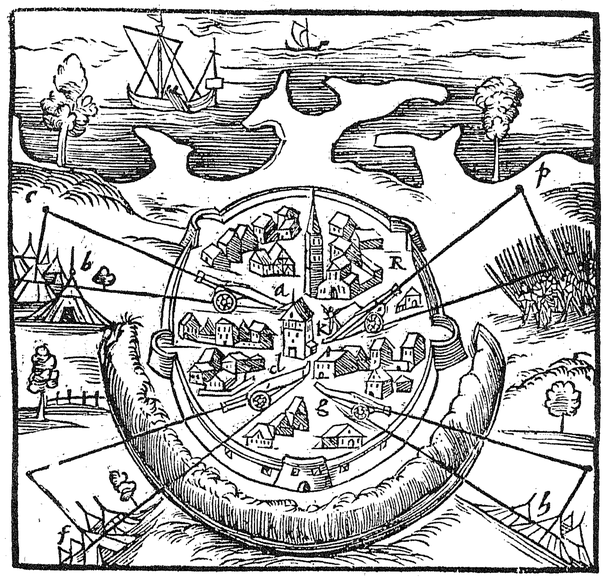
uimus: nimirum, vt suspenso ad quadrantem perpendiculo, quod in basin ad rectos angulos decidat, subiectam in plano superficiem constituas, vt illi æquidistet. Manifestum est hinc, si linea distantiæ æqualis esset tormenti hypotenusæ, axem non esse supra libellam eleuandum, sed exquisitè in eandem collocandum.

PROPOSITIO CXXXIII.

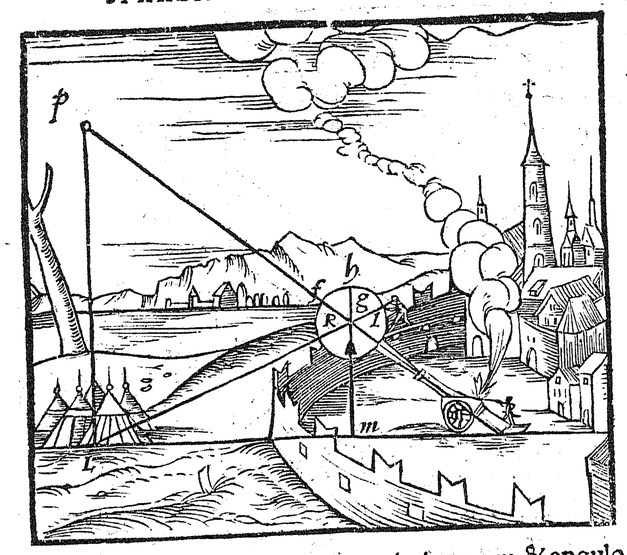
Si tormenta intra urbis mœnia constituta fuerint, quomodo sphæræ sint in castra hostium extorquendæ.

HOc loci considerandum est nobis qua ratione fieri possit, vt constitutis intra mediam vrbem tormentis sphæras artificiosè eiaculeris, vt in castra hostium exquisitè deuoluantur, id quod commodissimè & tutò sanè licet expedire. Nec enim illi, qui sunt in castris, indicio fumi aut ignis, ex quibus locis excutiantur sphæræ, certò possunt deprehendere. Sed hoc negocium exactam in primis requirit eius itineris dimensionem, quod inter locum constitutæ machinæ & castra, aut aliud præfixum signum concluditur. Igitur in huius inuentione tota præsentis tractationis summa consumetur: nam hypotenusam tormenti antea ex hypothesi notam esse constituimus. Vt autem hoc operis commodius absoluatur, inuestigandus erit in mœnibus locus, qui consistat in eadem cum præfixis castris & axe tormenti plana superficie, quæ ad rectos angulos adminiculo perpendiculi supra Horizontẽ sit erecta. Hunc sine omni difficultate deprehendes, si planã tabellam in eum situm constitueris, vt radio visus à superficie illius nihil declinante, & castra, & constitutus machinę locus aspiciantur. Ex cuius inuentione cõstabit (vt vocant) angulus positionis. huius obseruationis vsus est, vt illam mundi partem designes, in quam sit axis tormenti constituendus. Per hanc obseruationẽ loco sic inuento, veteris ad inuestigationem lineę inter castra & locũ tormenti interceptę: idq; in hunc modum. Ex constituto loco diligenter obserues per quadrantem ipsius alti-

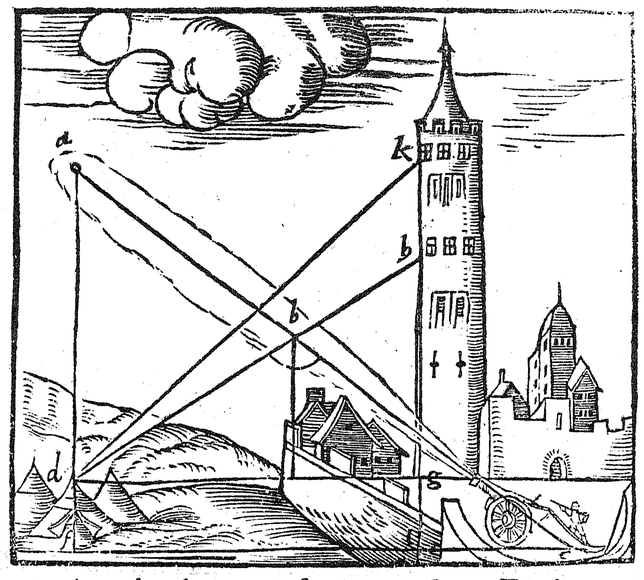
tudinem, tam ſupra ſcopum tibi præfixum, quàm ſitum tormenti. Id autem efficies, ſicut alibi demonſtrauimus, per primam ſecundi Regiomontani, vel ea ratione, qua ſuperficies terræ ad libellam æquari oſtendimus. Sed hîc optimum fuerit per deſcriptionem circumiacentium locorum, quam alibi explicauimus, diſtantias caſtrorum ab ipſis mœnibus multo antè exactè conſtitutas habere, quæ poſtea ad omnes occaſiones promptiſsimè vſui eſſe poſsint. Exemplo facilius rem ipſam intelligent diſcentes. Conſtituantur ergo intra



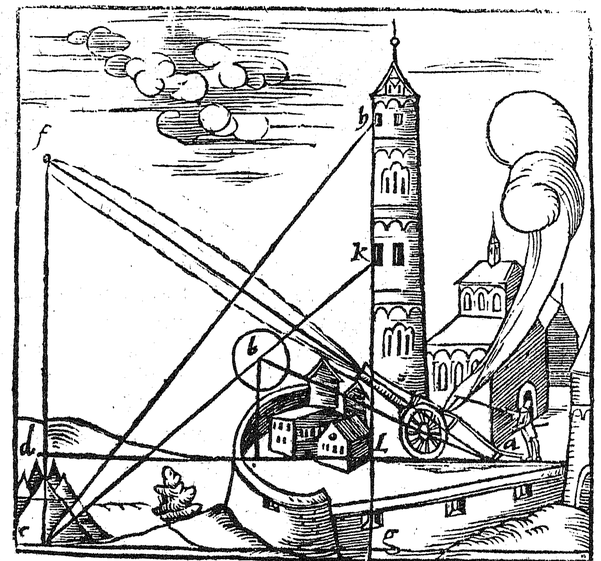
vrbis mœnia tormenta in locis a, d, g, k, ita vt ex a ſphæræ expulſæ in b deuoluantur ex d in f, g in h, & k in l: manifeſtum eſt hîc opus eſſe dimenſione linearum a b, d f, g h, & k l, quæ comprehendunt diſtantias inter præfixa loca & tormentorum ſitus interceptas, idq; non tantùm, vt circumferentias in quadrante, ſupra quas axes machinarum eleuari debeant, metiri poſsis: verumetiam, vt in quas mundi partes ſint deflectendi, ne extra planas ſuperficies finitori πεδὸρδας inſiſtentes, collocentur, quæ ſingulis diſtantiarum lineis, tanquam baſibus ſuſtineantur, certiſsimè conſtet. Vt autem melius ipſa res intelligatur, aſſumamus triangulum k p l, cuius vnum latus, ſcilicet rectum angulum ſubtendens k p ex hypotheſi notum cõſtituimus, ſed baſis k l, cum magna ex parte ſub terra occultetur, inquiri debet. Memineris hîc etiam nos k & l in eandem altitudinem cõſtituere, & ex r loco, qui eſt in mœnibus, tam l ſignum præfixum, quàm k ſitum tormenti poſſe videri. Sed huius rei demonſtrationem, vt cõmodius explicemus, aliam figuram deſignabimus. Primum nobis hîc inueniendus eſt r locus intra vrbis mœnia, ex quo per ſuperficiẽ planæ tabellæ f h g, cui ex ſuprema parte perpendiculum appendimus, vt illa ſupra Horizontem ad rectos angulos collocetur, commodè inſpiciatur tam l, quàm k loca, & l quidem per rectam g l, k verò per f k lineam. Inuento igitur r puncto, perpendicularis dimittatur in l k baſin, quæ ſit r m. Hanc dicimus inueniri poſſe ſi r & k loca (ſicut alibi oſtendimus) ad libellam æquueris, aut poſt k locum per duas obſeruationes, auxiliante prima ſecundi Regiomontani, quemadmodum ſuperius manifeſtè videre licet. Iam verò



verò trianguli r m k conſtituto vno latere, nimirum r m, & angulo r k m per alteram obſeruationem cognito, etiam baſis m k latêre non poteſt. Porrò cum r m ſit perpendicularis ipſi l k, erit etiam triangulus r l m ὀξυγώνιον, cuius vnum laterum, ſcilicet r m eſt notum, & alter acutorum angulorum, nimirum l r m per obſeruationem deprehenditur. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani baſis l m facillimè inuenietur. Ex coniunctis autem l m & m k tota l k conſtituitur. Diſtantia igitur inter præfixum ſcopum & k locum tormenti cognoſcitur. Tota verò k p tormenti hypotenuſæ aequatur. Ergo per vigeſimamſeptimam primi Regiomontani angulus eleuationis non latebit. Et hoc tandem conſiderandum eſt, vt axis tormenti collocetur in eandem ſuperficiem cum r ſigno. Cęterùm, vt exactius cognoſcas, vtrum locus l eandem occupet altitudinem quàm k, conſultius id fuerit multo antè per accuratas obſeruationes experiri. Quòd ſi hoc neglectum fuerit, difficilius quidem intra vrbem negocium perficietur: attamen qua ratione id fieri poſsit, non inutile fuerit, vt conſideremus. Primùm ergo collocemus caſtra in altiorem ſuperficiem, quàm ſit locus tormenti intra vrbem: vt in ſequenti figura perſpicitur. Sit conſtitutum ex c loco ſphæras eiaculari, vt ex præcipitio in d incidant. Vt hoc commodè fieri poſsit, opus eſt dimenſione lineæ c f, quæ tota ferè ſub terra latet. Ad hoc aſſumo altitudinem cuiuſdam vicinæ turris, ſcilicet k l, ex cuius altitudine ſumma k per inſtrumentum obſeruetur ſignum d. Hinc innoteſcit angulus d k g. Iterum ſi infra k ex h loco intueatur d, offeretur angulus d h g, qui ſublatus ex ſemicirculo, reſtituit angulum d k h. Iam verò trianguli k d h inuentis duobus angulis, & vno laterum ſcilicet k h, quod demiſſo perpendiculo facillimè licet dimetiri, conſtituto per 52 primi Regiomontani, aut per quartam ſecundi eiuſdem reliqua latera innoteſcent. Deinde aſſumas triangulum rectangulum d h g, cuius ex ſecunda obſeruatione alter acutorum angulorum, nimirum d h g innotuit, & per quartam ſecundi latus rectum angulum ſubtendens h d. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani d g baſis inueniri poteſt, cui æquidiſtat, & æqualis eſt f l linea. Sed l c linea ex dimenſione in terra facilè deprehenditur, & ex ſumma cõiunctarum f l & l c tota f c cõſtituitur. Et cum trigoni rectanguli d f c inuenta ſint duo latera, ſcilicet d c & c f, per vigeſimamſeptimã primi



Regiomontani angulus eleuationis f c d cognoſcetur. Tandem, vt axis tormenti collocaretur in eandem ſuperficiem cum d loco præfixo, conſtitutum eſt b ſignum, ex quo tam c quàm d commodè videri poſsit. vtriuſq; verò altitudinis differentiam, quæ conſtat d f, item æquali g l non difficile fuerit metiri, ſi k g ex k l auferas. Sed iterum inuerſo ordine collocemus caſtra in inferiorem locum, & tormenti ſitum in ſuperiorem, tum paululum mutata ratio erit. Sint ergo caſtra in c, tormenti ſitus in a, ex quo ducatur recta linea a d,



ita vt in libella conſiſtat, & ſupra c locum finiatur. Ad huius inuentionem tota referetur demonſtratio. Differentiam altitudinis in vtroque loco deſignant perpendiculares lineę d c & l g, hypotenuſa tormẽti a f, cathetus f c. Hîc iterum

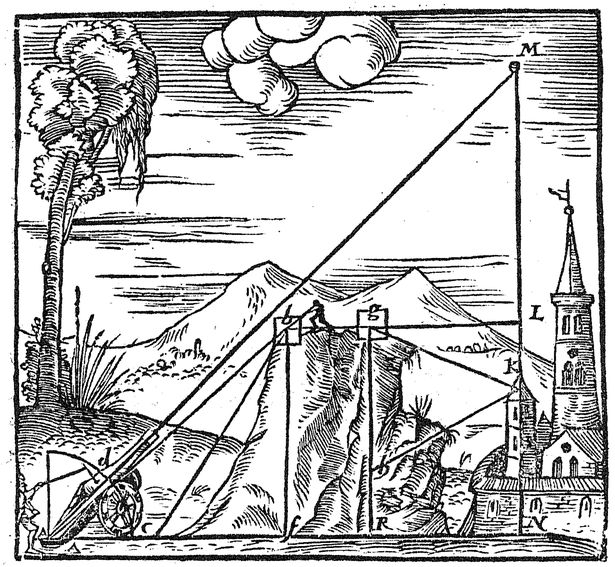
rum ad dimenſionis rationem vſurpetur vicinæ turris altitudo h l, quæ extendatur vſq; in g ad altitudinem æqualem c, & ex ſignis h, k ducantur rectæ in c. Ex prima obſeruatione cõſtat angulus c h g. ex ſecunda verò c k g, qui ſubductus ex 180 part. circuli, relinquit angulum c k h, ſed latus h k trianguli h c k metitur perpendiculum. Ergo per quartam ſecundi Triangulorum c k latus innoteſcit. Iam nunc trigoni rectanguli c k g conſtat vnũ latus cum acuto angulo c k g per ſecundam obſeruationem. Quare laterum c g & k g rectum angulum ambientium magnitudines 29 primi Regiomõtani notas producet: ſi iam ſubtraxeris k l ex k g, altitudinum differentia g l patefiet. Porrò æqualis eſt c g ipſi d l per 33 primi Elementorum, quæ copulata l a lineæ totam d a conſtituit. Et cum a f hypotheſis inuentam eſſe conſtituat, angulus eleuationis f a d non latebit: b ſignum vtriuſq; obſeruationis locum hîc iterum deſignat, vt axis tormẽti in eandem ſuperficiem deflectatur. Ita vides eandem demonſtrationem vtriq; locorum conſtitutioni ſatisfacere.

PROPOSITIO CXXXIIII.

Quomodo collocatis poſt montem tormentis, ſphæræ in urbem poſsint extorqueri.

ETſi caſtra propugnaculis à fronte ſatis muniri poſsint, vt citra periculum ſphæras in vrbem liceat eiaculari, tamen occaſione oblata, ſi poſt montem conſtituta fuerint tormenta, etiam commodiſsimè rem expediri poſſe oſtendemus. Tota ferè linea diſtantiæ, quæ inter loca tormentorum in hoc ſitu & præfixos ſcopos intercipitur, ſatis profundè ſub terra deliteſcit, ſed tamen eius magnitudinem inueniri poſſe infallibili demonſtratione declarabimus. Primò omnium in ſumma montis ſuperficie, ex qua proſpectus pateat in præfixa loca, breuiſsimam diſtantiæ lineã per duas obſeruationes (vt ſuperius explicauimus) exquiſitiſsimè dimetiaris. Hoc in loco relicto ſigno retrocedas per rectam lineam in eam vſq; partem, ex qua locum in quem tormentum collocabitur in vna eademq; ſuperficie certiſsimè conſpicias. Id operis non difficulter abſolues, ſi duas planas tabellas, ita in eandem rectam lineam conſtitueris, vt per vnius, quæ vrbem ſpectat, planam ſuperficiem præfixum ſcopum intuearis, per alterius verò, locum, in quem tormenta conſtituentur. Diſtantiam harum tabellarum facilè metiri licet, ſi loca earum, modò ſuperficies interualli inæqualis fuerit, ad libellam æquaueris. His conſtitutis ſupereſt, vt exquiſitis dimenſionibus obſerues quanta ſit diſtantia loci tormenti à baſi perpendicularis, quæ ex poſterioris tabellæ loco in ipſam deducitur. Id autem experieris per duas obſeruationes auxiliante quarta ſecundi Regiomontani, vt ſæpius oſtendimus. Ex his dimenſionibus cognoſcuntur tres lineæ, quarum ſumma totam inquiſitæ diſtantiæ magnitudinem conſtituit. Hîc iam vlterius conſiderandum eſt, an axis tormenti poſsit in tantam altitudinem eleuari, vt ſupra montis ſuperficiem ſphæræ poſsint extorqueri, id quod non difficulter deprehendes, ſi angulum eleuationis tormenti, qui ex hypotenuſa & oblata diſtantia colligitur, cum eo contuleris, qui ex altitudine poſterioris loci obſeruationis in montis ſuprema ſuperficie, & eiuſdem à loco tormenti interuallo conſtituitur. Semper enim hîc neceſſarium erit, vt hunc minorem habeas illo, niſi omnem operam & ſumptum fruſtra volueris conſumere. Tandem, vt axem tormenti exactè conſtituas in eandem planam ſuperficiem cum loco præfixo in poſterioris obſeruationis loco ſignum relinquas, cuius intuitu vel indicio facillimè id expedies. Nam hoc eandem occupare ſuperficiem ex hypotheſi antea cõſtitutum eſt. Inuenta igitur linea diſtantiæ, & communi

ſuperficie ſecurè negocium licebit experiri. Sed ex ſequenti figura omnia manifeſtius intelligentur. Sit ergo conſtitutum ex a loco ſphæras eiaculari, vt in k ſcopum deuoluantur. An hoc commodè fieri poſsit experiri licet ex dimenſione diſtantiæ a n, in quam ducta eſt ad rectos angulos k n, quæ præfixi loci eſt perpendicularis linea, ſed a n rectę adæquantur tres lineæ, nimirũ g l, b g,



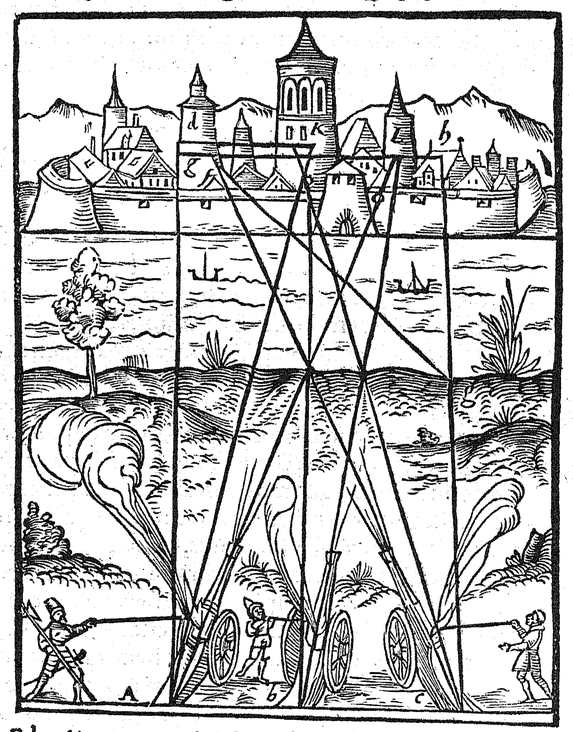
& a f cum eidem æquidiſtent. Primum ex montis ſumma ſuperficie per inſtrumentum intuearis & k præfixum ſcopum, & aliud in montis latere ſignũ, quod ſit h. hinc innoteſcit angulus h g k. ſimilem obſeruationem ſi repetiueris in h, ita vt k & g ſigna inſpicias, offeretur angulus g h k, ſed lineam h g in montis ſuperficie licet metiri. Cognitis ergo trianguli g k h duobus angulis cum vno latere, quarta ſecundi Regiomontani g k lineam ſubminiſtrabit. Conſtituimus autem g l lineam in directum ipſius b g, cui r g perpendicularis occurrit in g puncto. Quare angulus r g l eſt rectus. ſi nunc conſtituamus quadrãtem intra angulum r g l ac inſpiciamus per regulam pinnacidia k ſignum offeretur angulus k g l, eiuſdem trigoni rectanguli. Cum ergo conſtet g k per 29 primi Regiomontani g r latus notum conſtituetur, cui æquidiſtat & æqualis eſt r n. Ex g ſigno retrocedas in b, quem locum in eo ſitu eſſe conſtituimus, vt per eandem planam ſuperficiem, quæ libellam ad rectos ſecet angulos, radius viſus tam in a, quàm in g deferatur, b g lineę dimenſio ſecurè experitur, cui æqualis f r. His ita cõprobatis, relicto in b ſigno, deſcendendum erit in infetiorem planiciem, vt experiaris f a lineæ magnitudinem. Duabus obſeruationibus hanc rem expedies, quarũ prima fiat hic in c, ex qua innoteſcit angulus b c f, qui ſublatus ex ſemicirculo reſtituit angulum a c b. Secunda ſit in a, quæ producit angulum b a c. Sed a c obſeruationũ diſtantia per dimenſionem in terra cognoſcitur. Quare per primam vel quartam ſecundi Regiomontani a b latus trianguli a c b patefiet, & hoc cõmune eſt trigono rectangulo a b f, cuius alter acutorum angulorum ex obſeruatione inuentus eſt. Ergo 29. primi Regiomontani baſin f a notam conſtituit, & ex ſumma coninnectarum f a, f r, & k n tota a n conflatur, quę inueniẽda erat. Iam autem cognita hypotenuſa tormenti a m, angulus eleuationis a m n per 27 primi Regiomontani

montani patefiet. Cæterùm, vt antea admonui, vigilanter eſt obſeruandum, an ex hac eleuatione ſphæra poſsit extorqueri, ne infra b ſignum in montem incurrat. Quare angulus b a f conferendus eſt cum angulo m a n, qui ex conſtituta hypotenuſa, & diſtantia n a deprehenſa colligitur, vt ſemper hic magnitudine vincat illum. Tandem exquiſitè collocetur axis tormenti ſupra f a lineam, quæ eſt in communi ſuperficie cum præfixo k ſcopo.

PROPOSITIO CXXXV.

Tormentis ultra flumen conſtitutis, quomodo ſphærę debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

COmmodiſsimè etiam fieri poteſt, vt collocatis vltra fluuiũ vrbem prætерlabentẽ tormentis, in quæuis præfixa loca ſphęras eiacularis. Sed quibus obſeruationibus dimenſionem interualli inter cathetũ prefixi loci & tormentum concluſi liceat abſoluere, etiam neglecta latitudinis fluuij quantitate, hoc loci nobis conſiderandum eſt. Primùm in ſuperficie maximè plana, vbi proximus detur acceſſus, aſſumpto inſtrumẽto, præfixum ſignum inſpicias. Dehinc retrocedas per eandem rectam lineam ad quãtam volueris loci diſtantiam, vt eandem obſeruationem repetas. Si nautem ſuperficies oblata fuerit inæqualis, eam ad libellam æquari oportebit, vt diſtantia inter obſeruationum loca intercepta exquiſitè innoteſcat. His cõſtitutis 52 primi, vel prima, vel quarta ſecundi Regiomontani negocium abſoluet. Nam ex obſeruationibus noti ſunt duo anguli, quos baſis nota ſuſtentat. Quare reliqua latera non latebunt. ſed per exemplum melius ipſa res intelligetur. Sint ergo prefixi in vrbe ſcopi, in quos



ſphæras exactè velis eiaculari k, l, & f, ex conſtitutis in terra locis a, b, c. Si ergo ex a in k eiaculeris, erit linea diſtantię, quæ cum præfixi loci catheto ſub terra

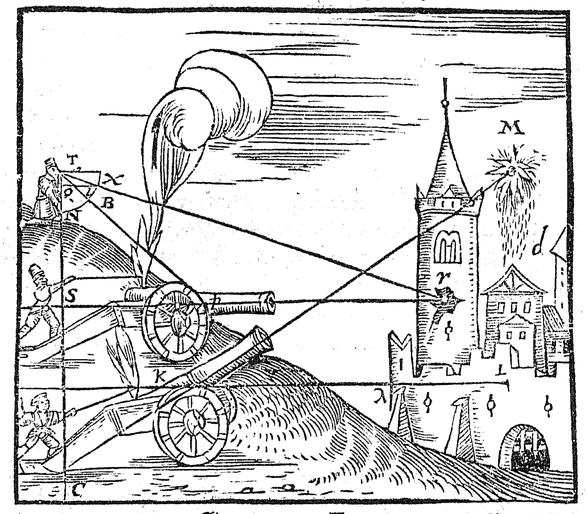
concurrit a d, si in l, erit a g. Sinautem ex b in l, erit linea distantiæ b k. Sed si ex c in f, distantiam comprehendet c h linea. Videamus nunc qua ratiocinatione possint harum linearum magnitudines colligi. Ad hoc nobis assumatur c f h triangulus. Primum hîc statuatur in g instrumẽtum, vt sublata regula per pinnacidia intuearis f signum. Ex hoc loco regrediaris in c, ita vt à recta linea c h in neutram partem deflectas: ex quo eandem obseruationem loci f repetas. Iam ex prima obseruatione oblatus est angulus f g h, qui sublatus ex semicirculo, relinquit angulum c g f, ex secunda obseruatione innotuit angulus f c g. Sed obseruationum distantiam hîc notam constituimus, cum in terra facil limè deprehendatur. Cum ergo trianguli c g f constituta basis c g duos sustineat notos angulos, per 4. secundi Triangulorum c f & g f latera patefient. Quòd si nunc hypotenusa tormẽti longè maior fuerit c f latere, ex c loco rem licebit experiri, sine cognitione distantiæ. Sed vim tormenti minorem esse, aut in tanto itinere nimis langueſcere statuamus. Erit ergo consultius, vt proximè admoueatur g loco, ita vt g f ex triangulo c f g cognitam minorem habeas, quàm sit hypotenusa tormenti. Et hîc angulus eleuationis f g h ex prima obseruatione cõstat. Quòd si hinc distantiæ g h, aut totius c h, quæ tamen ad eiaculationes per hypotenusam necessaria non est, nisi ad eiaculationes per cathetum inuestigare volueris, facilè id efficies ex trigonis rectangulis c f h, & f g h. Nam vtriusq; constat vnum latus, cum altero acutorum, quare reliqua latera non latebunt. Eadem vteris demonstratione in locis a & b. At constitutum sit ex g sphæras emittere, vt per cathetum in f descendant. Hîc cõstat linea rectum angulum subtendens f g cum acuto angulo f g h. Quare 29 primi Regiomontani g h basin aperiet. Et quantum hæc angulum cõstituat cum hypotenusa tormenti vigesimamseptimam primi Regiomontani indicabit, quem sanè maiorem esse oporteret angulo f g h. Si machina collocaretur in c, distantia c h ex trigono f c h innotesceret.

PROPOSITIO CXXXVI.

De ratione eiaculandi sphæras ex ijs locis, quæ cum præfixis scopis aut altiorem aut æqualem situm occupant.

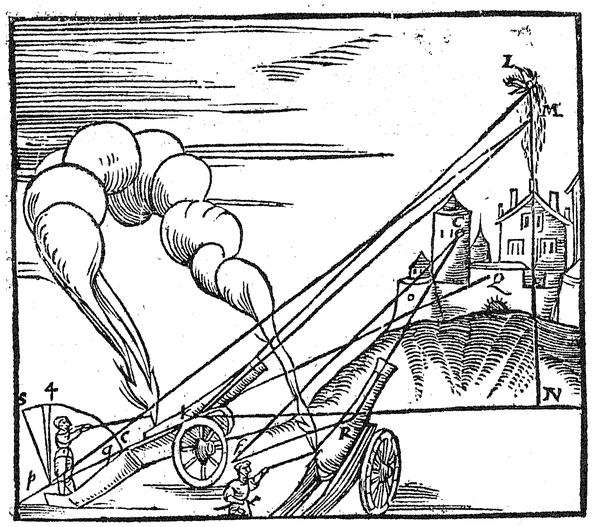
SAepenumero multiplices locorũ situs occurrunt, ex quibus in scopos prefixos sphæræ sunt eiaculandæ. Nec enim vbiq; est ea loci constitutio, vt superficies sit exquisitè plana, & simul in libella conquiescat. Attamen quæcunq; hîc offeratur occasio, semper ingenioſi artifices industria opus est, vt exquisitis dimensionibus exploret itinerum magnitudines, quas emetientur sphæræ, nisi sumptuũ & laborum iacturam subinde velis expectare. In illis quidem eiaculationibus, quę per ὑποτείνουσαν absoluuntur, facilius ac certius rem expedire licet, quàm cum ex perpendiculo in subiecta loca sphærę deuoluuntur. Quare generalem hîc dimensionis rationem cõstituemus, qua diligenter intellecta & obseruata, qui alicuius sint ingenij, quomodo in alijs infinitis locorũ sitibus res ipsa sit tentanda, ne infelicem sortiatur exitum, facili ratiocinatione colligent. Ac primùm hîc eam loci superficiem assumamus, cuius partes superiores altitudinem prefixi loci excedant, sed inferiores infra eiusdem situm constituãtur. In hac collocandum sit tormentum, vt sphęra per libellam in scopũ decurrat, cuius itineris magnitudinem, ideo cognitũ vtilem esse noueris, vt ex eiusdem collatione cum hypotenusa tormenti exactè deprehendas quãto cum impetu in constitutum locum sphęra sit incursura, neq; fallaris languidiore & segniore motu, quo defertur in fine cursus. Quo constituto, primã ex loco tormenti obseruationem aggredieris, in qua necesse est visus radiũ ita per pinnacidia transmitti, vt perpendiculum alteri quadrãtis lateri exquisitè adhęreat. Ex hoc loco retrocedas

retrocedas ad quantamcunq; volueris loci distantiam, vt iterum instrumento obserues, & primę obseruationis locũ & scopum præfixum. Deinde opus erit, vt obseruationũ loca ad libellam metiaris, & simul cognoscas qua in parte secuerit sinum rectum obseruationis secundę radius visus, qui in primę obseruationis locum extenditur. Hoc cõstituto, dicimus lineam distantiæ, quę ex prefixo scopo in perpendicularem loci posterioris obseruationis πρὸς ὀρθὰς deducitur, à visus radio eadem ratione sectam esse cum sinu recto eiusdem obseruationis, qui nimirum inter cathetum & dimensionis lineam cõcluditur. Proinde cum sit eadem ratio segmenti primi ipsius sinus ad segmentum secundum, quę est distantię locorũ vtriusq; obseruationis in libella, ad interuallum quod inter prioris obseruationis locum & signum prefixũ intercipitur, ex 19 primi Triangul. totum negocium absoluetur. Cõstabit hinc tota magnitudo itineris, quod per libellam sphæra decurret. Et hac inuenta, si per κάθετον sphæras eiaculari debeas, antegressas propositiones consulas. Cęterùm, vt euidentius rem intelligant discentes, figuram subijciemus. Sit ergo superficies loci è regione vr-



bis, quę paulatim ex λ altius assurgat in n. Et in loco p collocãdum sit tormentum, vt per libellam sphęras eiaculetur in præfixum r scopum. Primò omnium hîc manifestum est p r distantię magnitudinẽ esse metiendam, vt exquisitè explores an hanc emetiri possit vis tormenti. Quare cum expertus fueris p locũ tormenti in eadem altitudine consistere cum r, retrorsum ascendas in n locũ. Tum obseruanti ex t ipsum r offeretur angulus distantię n t x, & intuenti p locum constituatur angulus n t b. Iam verò segmento n x subtendatur sinus rectus x q. Et cum segmẽtum n b sit minus radius visus hunc sinum in z secat. Porrò ex t descendat perpendicularis t c, cui ad rectos angulos occurrat longius extensa r p recta in signo ſ. His ita cõstitutis, dicimus eandem esse rationem q z ad z x, quæ est s p ad p r. Etenim cum duæ rectæ, nimirum x q & r s ad rectos angulos incidant in perpendicularem t c, constituuntur ipsæ per vigesimamoctauam primi Elementorum παράλληλοι. Quare duo τρίγωνοι ὀρθογώνιοι t q x & t s r sunt æquianguli, cum alterum acutorum, nimirum q t x habeant communem: & per quartam sexti Elementorum latera, quæ ijsdem angulis subtenduntur, sint proportionalia. Insuper hi trigoni secantur à recta linea t p, in signis z & p. Hinc per secundam sexti Elementorum concludimus eandem esse rationem φ z ad z x, quæ est s p ad p r. Ex his quan-

titatibus trés notas eſſe dicimus. Nam φ x eſt ſinus rectus arcus n x: cuius media ſectio z innoteſcit ex ſegmento n b, quod eſt obſeruationis loci x. Sed s p diſtantia pateſit ex dimenſione æquationis locorum n & p ad libellam. Quarta igitur magnitudo p r per decimamnonam primi Regiomontani in lucem prodibit. Iterum conſtituamus ex k eiaculandas eſſe ſphæras piceas, vt in d locum ex præcipitio delabantur. Sit autem linea diſtantiæ, quæ cum præfixi ſcopi catheto πρὸς ὀρθὰς concurrit k l tormenti hypotenuſa k m. Opus erit hîc inquiſitione anguli l k m. quem dimetieris ex lineis l k, quæ antegreſſa dimenſionis ratione conſtat, & k m per hypotheſin conſtituta, idq; adminiculo 27 propoſitionis primi Regiomontani. Sed tamen hîc altitudinem d l conferendam eſſe cum perpendiculari, quæ ex m deſcendit in l, vt hæc ſemper illa ſit maior, nemo non intelligit. His ita confirmatis, conſtituamus alteram loci ex aduerſo vrbis ſuperficiem, quæ paulatim vergat deorſum. In hac dimenſionum ratio, quæ ad eiaculationes requiruntur, nonnihil variata apparebit. Et manifeſtum eſt in huiuſcemodi ſitu ſphæras non per libellam, ſed κατὰ τὸν ὑποτείνουσαν, aut κάθετον tranſmitti. Si ergo per ſolam ὑποτείνουσαν locum præfixum velis infeſtare aut concutere, per duas obſeruationes auxiliante quarta ſecundi Triangulorum tota res expeditè abſoluetur. neq; hîc requirítur, vt baſis trianguli aut inſtrumenti in libramento conſiſtat, ſed explorato itineris totius decurſu, cuius collationem cum vi tormenti inſtituis, ſola viſus obſeruatione exquiſitam axis conſtitutionem deprehendes. Cæterùm ſi per κάθετον volueris ignem eiacularí, qui ex duabus obſeruationibus conſtituitur triangulus, etiam hîc nobis vſui eſſe poterit, ſi quantitatem anguli, quo ſupra libellam baſis eleuetur, abſolutè dimetiaris. Huius adminiculo colligetur linea diſtantiæ, quæ ex aſſignato tormenti loco ad perpendicularem præfixi ſcopi ad rectos angulos excurrit: ſicut ex ſequenti demonſtratione & figura manifeſtè apparet. Statuamus terræ ſuperficiem, quæ à mœnibus deſcendat q p. Sed



ex r loco ſphæræ ſint eiaculandæ in c præfixum ſcopum. Quare dimetienda erit tota r c itineris quantitas, quod ſphæræ decurrent. Prima obſeruatio loci c fiat ex r, ſecunda ex f. Hinc diſtantia r f ex dimenſione in terra innoteſcit, & anguli c f r, & f r c. Proinde per quartam ſecundi Triangulorum latus r c trianguli f r c pateſiet. Quare ſi tormenti ὑποτείνουσα maior fuerit r c, ſecurè licebit

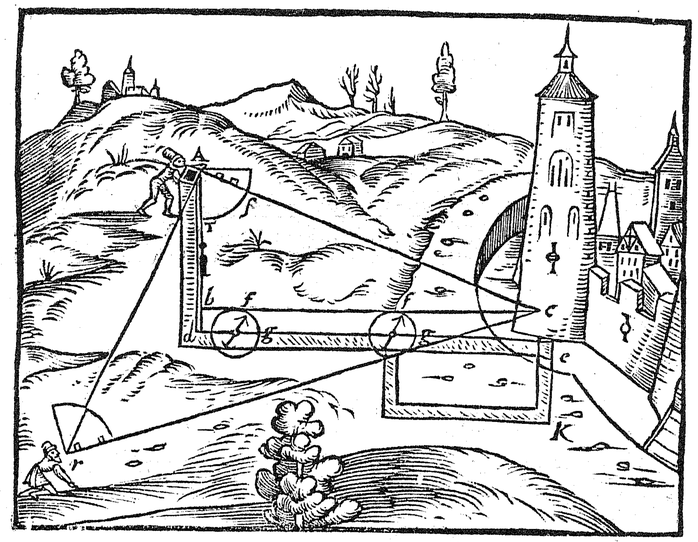
licebit ex r eiaculationes experiri. Manifeſtum eſt autem baſin huiuſcemodi trianguli in quamcunq; partem poſſe transferri ad inueniendam r c magnitudinem. Iterum collocetur machina in k, ex quo loco ſphæræ piceæ ſint extorquendæ, vt ex præcipitio in m ſcopum deuoluantur. Sit autem ὑποτείνουσα tormenti k l, κάθετος l n & baſis n k, quæ nobis hîc eſt inuenienda, vt conſtet angulus eleuationis l k n. Fiat ergo prima obſeruatio loci m ex k. Inde innoteſcit quantitas anguli m k q, quo ex ſemicirculo ſublato, reſtat augulus p k m. Secundam obſeruationem conſtituimus in p, ex qua in lucem prodit angulus m p k. Diſtantiam locorum p & k per dimenſionem in terra licet deprehendere. Proinde ex quarta ſecundi Triangulorum conſtabunt reliqua latera, ſcilicet k m & p m trianguli p k m. Conſtat hinc, ſi deprehenderis k m latus breuius eſſe tota vi tormenti tutò rem expediri poſſe. Cæterùm ad certam axis tormenti eleuationem etiam opus eſt dimenſione anguli n k q, qui adiunctus priùs inuento angulo q k m, totum m k n producet. Conſiderandum eſt igitur quantum ſuperficies q p decliuis libramentum excedat, id quod manifeſtè conſtabit, ſi quadrantis baſin q p lineæ, vt ad rectos angulos conſiſtat, impoſueris, & ſimul obſeruaueris perpendiculi, quod recta in centrum deſcendat, cum circumferentia contactum, quod hic ſit t p, & quæ declinat à perpendiculo circumferentia t s. Hanc à nobis demonſtratum eſt alibi æqualem eſſe circumferentiæ, ſupra quam baſis p q eleuatur. Iam verò cum baſis ὀρθογωνίου τριγώνου k n ex hypotheſi libramentum occupet, erit per 29 primi Elementorum æqualis huic inuentæ circumferentiæ, ea quæ angulo n k q prætenditur, ſed antea cõſtitutus eſt nobis angulus m k q. Totus ergo m k n non latebit. Et cum innotuerit m k linea per 29 primi Triangulorum baſis n k nota prodibit. Inſuper trigoni rectanguli l k n inuentis duobus lateribus, ſcilicet l k per hypotheſin, & k n baſi, per vigeſimamſeptimã primi Regiomontani angulus l k m, qui eſt eleuationis ipſius axis, notus emerget. Atq; hoc eſt, quod demonſtrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVII.

Quæ ſit ratio dimenſionis in effodiendis cuniculis ſub mœnibus.

INueſtigabimus etiam quibus dimenſionibus opus ſit, vt recto itinere ſub quouis apparente intra vrbis mœnia loco cuniculi effodiantur. Et primò exquiſitis obſeruationibus totius meatus quantitatem, qui videlicet in perpendicularem præfixi nobis loci ad rectos angulos deducitur, facillimè deprehendemus. Deinde Magnetis adminiculo, ne in alteram partem ab eodem deflectamus, licebit efficere. Cæterùm, vt exactè tãtam in fodiendo altitudinem obtineamus, quanta preſenti negocio cõueniat, & occurrentibus in recto tramite impedimentis, in quam partem declinandum ſit, vt cõmodè in preſcriptã viam redeamus, ex ipſo locorum ſitu & conſtitutione accuratiori cõſideratione colligendum eſt. Et quãuis in huiuſcemodi locorum ſitibus multiplex admodum varietas offerri poſsit, tamen hîc ſimplicem rationem conſtituemus, cuius ductu & quaſi indice quid alibi ſit efficiẽdum induſtrij artifices non difficulter ratiocinari poſsint. Vt autẽ ad rem ipſam propius accedamus, duabus obſeruationibus magnitudinem totius tramitis, quem in fodiendo perſequemur, auxiliante 4 ſecundi Regiomõtani inueniemus in hunc modum. Ex conſtituto foſſionis loco aſſumpto inſtrumẽto exquiſitè obſeruabimus angulum diſtantiæ alterius cuiuſdam in terra ſigni & præfixi ſcopi. Similem obſeruationem repetemus in loco apparentis ſigni, ita vt in cõſpectum veniat & ſcopus & foſſionis locus. Hinc etiam angulus diſtãtiæ innoteſcet. Quare per 32 primi

Elementorũ tertij anguli quantitas non latebit. Sed magnitudinem interualli, quod inter foſsionis locum & præſcriptũ nobis ſignum intercipitur, per dimenſionem in terra ſine negocio explorabimus. Qua inuenta, innoteſcet etiã quantitas eius lineę, quę ex foſsionis loco vſq; in præſcriptum excurrit ſcopum. Supereſt igitur, vt demiſſo perpendiculo ex quadrantis centro angulum inclinationis, qui catheto & hac linea comprehenditur conſideremus. Hoc cõſtituto, innoteſcit baſis trianguli orthogonij, quæ nimirum ex præſcripto ſcopo πρὸς ὀρθὰς in hunc cathetum extenditur. Atqui hęc totius meatus effodiendi, qui recto itinere ſub centrum ſcopi deducit, magnitudinem in lucem profert, cuius indicio manifeſtè conſtabit, ne vltra præſcriptum terminum præteruehamur, néue citra eundem conſiſtamus. Vt tamen conſtitutum meatum rectè ingrediamur, ne errore ſeducti à vero itinere declinemus, Magnetini indicis vſu conſequemur. Diligenter enim ex foſsionis loco per inſtrumẽtum obſeruabimus circuli ſegmentum quo à certa mundi plaga ſitus præſcripti loci diſtiterit. Tum vigilanter operam dabimus, vt in toto itinere inter fodiendum Magnetis index eundem ſitum oſtendat, quod fiet ſi diſtantiæ huius ſegmentum vbiq; idem permanſerit. His ita exploratis ſicubi à vero itinere obſtantibus offendiculis, aut in alteram partem digrediundum fuerit, aut occaſione ita poſtulante, altius fodiendum, quomodo regreſſus inſtituendus ſit pro magnitudine diuerticuli, vt in ſequenti ſchemate demonſtrabimus, facillimè licet intelligere. Et cum ipſa res per ſe obſcurior videri poſsit, quantum fieri poteſt, figura eam illuſtrabimus. Sit igitur, exempli gratia, intra vrbis mœnia c ſco-



pus præfixus, ad cuius perpendicularem vſque ſub terra excauandus ſit meatus d l, quem intelligimus hîc exquiſitè libellam occupare. Sed antequam ad initium d perueniatur, ex ſuperiori a parte, quæ in ſuperficie terræ ad perpendiculum ſupra d conſiſtit, effodienda eſt cauerna a d, cuius profunditatem ex conſideratione ſitus loci æſtimandam eſſe dicimus. Et cum d l quantitatis dimenſio ſit omnino neceſſaria, quomodo hęc deprehendatur, primùm conſiderabimus. Ex conſtituto a loco per quadrantem obſeruabimus c ſcopum & aliud quoddam in terra ſignũ, nimirũ r. Hinc innoteſcit angulus r a c eiuſdem triãguli. Secunda fiat obſeruatio locorũ a & c ex ipſo r, tum patefiet angulus

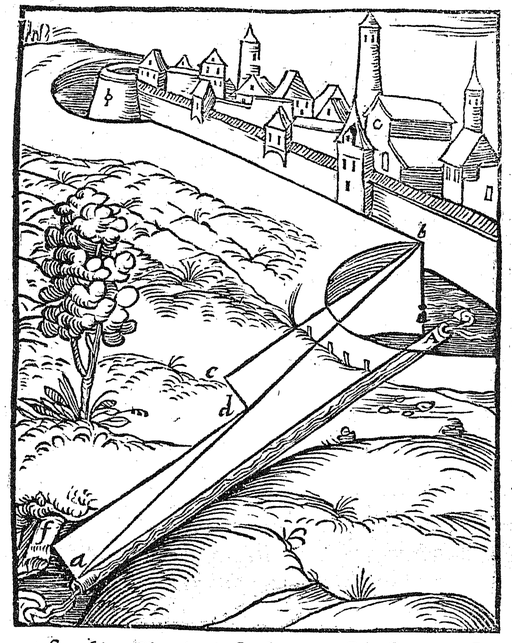
a r c.

a r c. Quarè per 32 primi Elementorũ, tertius a c r angulus non latebit, quem ſubtendit baſis a r, quę dimenſionẽ in terra facilè admittit. Ergo per 4 ſecundi Regiomontani reliqua latera r c & a c cognoſcentur. Hoc conſtituto, occurrat ex c in rectã a d ad rectos angulos in ligno b ipſa c b. Triangulus igitur a b c erit ὀρθογώνιον, cuius angulum b a c inueniemus, ſi perpendiculũ ex a centro demiſerimus, quod circumferentiam inſtrumenti attingit in τ, cũ eandem ſecet viſus radius in s. Conſtat hinc angulus c a b per ſegmentum s τ. Et cum in trigono ὀρθογωνίῳ conſtet alter acutorum cum vno laterum per 29 primi Regiomontani b c baſis inuenietur. Hęc autem ad eoſdem angulos incurrit in rectam a d, ad quos ipſa l d, quę παράλληλος lineis clauduntur. Proinde per 33 primi Elementorũ ęqualis eſt b c ipſi d l. Cæterùm ex eodem b a c triangulo conſtat altitudo ipſius a ſupra c locum. Iam verò cùm totius meatus b l longitudo nobis ita ſit deprehenſa, exploranda erit ex a quantitas circumferentiæ, qua ſitus præfixi c ſigni ab indice magnetis deflexerit, quàm hîc conſtituimus f g. Manifeſtũ eſt igitur ſi ex d ita recta proceſſerimus, vt ſemper idem f pũctum index Magnetes exquiſitè ſpectet, futurum, vt à recto d l itinere in neutram partem declinemus. Porrò quãtitas totius d l antea nobis deprehenſa, facilè indicabit vbi ſubſiſtendum ſit, vt perpendicularem ex c deductã exquiſitè attingamus. Sed fingamus cum in γ peruentũ fuerit, obſtante impedimento in alteram partem diſgrediendum, vt hîc conſtituimus ex γ in h. Iterum adminiculo magnetis curſum reflectemus per ęquidiſtantem ipſi d l, quę ſit h k, cuius longitudinem diligenter obſeruabimus, ne exuperet complementum ipſius d γ, quod hîc eſt d l. Vt autem regrediamur in rectam d l, ex dimenſione diuerticuli ipſius γ h manifeſtè conſtabit, vt hîc eſt k l, quam ipſi æqualem & παράλληλον conſtituimus. Atq; hoc modo etiam progreſsi ſumus ad πάθετον c præfixi ſcopi, id quod demonſtrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVIII.

Quomodo ſit aqua ex fouea urbis mœnia ambiente educenda.

NEq; preter inſtitutũ fuerit, ſi vlterius hîc rationem inquiramus, qua commodiſsimè fieri poſsit, vt oblata ex loci ſitu occaſione, aquã vrbis mœnia aut alium munitiorem locũ cingentem per cæcos ſub terra meatus exhauriamus, ac aliò deriuemus. Et ſi autem ex conſideratione ſitus loci, vtrum deduci poſsit aqua artifices ſine difficultate colligant, tamen hîc certis dimenſionibus explorabimus non ſolùm exquiſitam locorũ ſitus conſtitutionem, verũetiam ipſorum meatuũ quantitatem, & in quas mundi plagas deflectant, ne inter fodiendum à recto itinere aberremus. Cum aũt ſit omnino neceſſariũ, vt aquam per decliuiora loca educamus, opus erit diligenti collatione altitudinis ipſius aluei cum loco, in quem ſit aqua decurſura, niſi ſumptũ & laboris iacturam temerè velis experiri. Si ergo conſtiterit hunc eſſe inferiorem illo, ſecurè licebit rem expedire. In primis ipſa res poſtulat, vt aluei profunditatem exploremus, qua conſtituta, in eum vſq; locum à ripa deſcendamus, qui infra eam æqualem occupet altitudinem. Sed hunc ſatis exactè deprehendemus, ſi per dimenſiones, vt alibi oſtendimus, ipſam terrę ſuperficiẽ ad libellam æquauerimus. Hinc etiã ipſius loci à ripa diſtantia innoteſcet, cum angulo acuto, cui vtriuſq; altitudinis differẽtia prætenditur. Ergo totius etiã meatus ſubterranei longitudo patefiet. Cæterùm in quã mundi plagã hic declinet officio indicis Magnetini, vt in antegreſſa propoſitione demõſtrauimus, licet experiri. Supereſt nũc, vt deſignato ſchemate euidẽtius hęc declaremus. Sit ergo decliuis terrę ſuperficies b g, vt omnino manifeſtè cõſtet in ea inueniri locũ, in quẽ ex a alueo deriuari poſsit aqua, Cõſtituitur nobis hic in g ſigno, quod neceſſariò aut ęqualem oc-



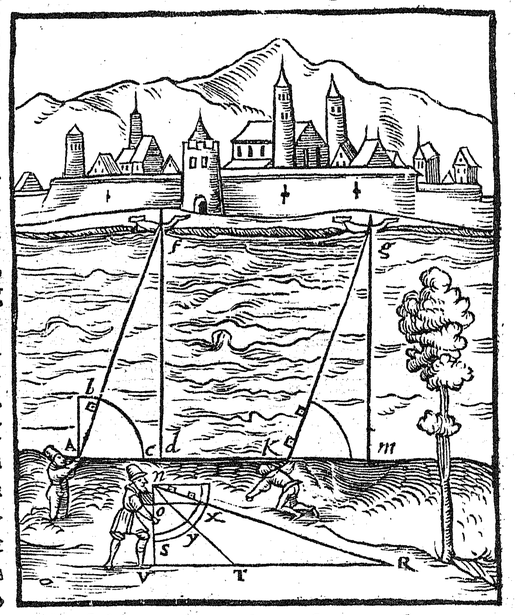
cupabit altitudinẽ cum a, aut ipſo inferiorẽ. Sed b punctũ qd̃ eſt in extremitate ſuperficiei aquę ad perpendiculũ ſupra a cõſiſtere intelligimus. Si iam a ſortiatur eũdem ſitum cũ g, eadem altitudine conſtituitur b ſupra a & g. Quare explorata profunditate b a, ſi per rectam b d g proceſſerimus, eò vſq; vbi b videatur exuperare tãto exceſſu, loci ſitum, inuentũ habebimus locũ g, in quem videlicet aqua educi poſsit. Licebit tamen, vt manifeſtum eſt, in humiliorem locum, quàm ſit g deſcendere, vt maiore impetu aqua decurrat. Sed iam conſiderandum eſt nobis qua ratione dimenſionis g ſignũ inueniatur, vt ſine dubio cõſtet eandem eſſe profunditatẽ loci g infra b, quę eſt ipſius a infra eundem. Vt exquiſitè hoc deprehendamus, inſtituatur proceſſus ex b in d. Differẽtiam ſitus horum ſignorum, quę conſtat recta d c, inſtrumento obſeruabimus, cũ videlicet deprehenderimus in eadem altitudine c & b, vt alibi demonſtratum eſt. Hac ſubtracta ex magnitudine b a, relinquetur differentia, qua d excedit locum g. Igitur vlteriùs retrocedendum eſt, vt in eadem recta, quę ex b cõtinuata educitur, exceſſus hic quem g f metitur per obſeruationẽ offeratur. Cõſtat igitur ex ſumma coniunctarum d c & g f linearum collectam eſſe magnitudinẽ æqualem ipſi b a. Itaq; g locus hoc modo eſt inuentus. Quo explorato, non difficile fuerit totius meatus ſubterranei, nimirum a g longitudinem ratiocinari. Cũ enim b a ex hypotheſi πρὸς ὀρθας incidat in rectã a g, triangulus a b g eſt ὀρθογώνιϭ, cuius b a latus dimenſione profunditatis notũ cõſtituimus, & b g in terrę ſuperficie licet metiri. Notis ergo duobus trigoni rectanguli lateribus per 26 primi Regiomõtani tertiũ a g patefiet. Eandem verò a g quantitatẽ etiam ſine vſu b a cõſequemur. Nam cũ b a & f g perpendiculares ſint ipſi a g, etiã ſunt παράλληλαι. In has incidit recta b g. Quare per 29 primi Element. æqualis eſt angulus b g f ipſi a b g angulo. Sed ille deprehendi poteſt, tam ex lateribus d g & g f, quã inſtrumẽto in terra cõſtituto. Ergo b g latere inuẽto innoteſcit etiã a g per 29 primi Triang. Vt tamẽ inter fodiẽdũ à recto itinere g a nihil aberremus, ex g magnetis indicio explorabimus, in quã mũdi partẽ b ſignũ declinet.

PROPOSITIO CXXXIX.

Quomodo latitudinem labentis fluminis liceat metiri.

MAgnam alij difficultatẽ conſtituunt in metienda fluminis latitudine, aut quauis alia magnitudine, quæ in Horizontis planicie ſita eſt, propterea quòd humani corporis ſtatura, qua vice catheti vtimur tam ſit exigua, vt in trigono rectangulo acutiſsimus fiat angulus, qui radio viſiuo & apparenti latitudine cõprehenditur: maximè verò ſi conſpectæ magnitudinis finis admodum remotus

remotus fuerit, adeò vt vix vlla notari poſsit differẽtia inter hypotenuſam recti anguli & baſin. Itaq; fit, vt cathetus certum non adferat argumentum, cuius ductu inquiſitam magnitudinem liceat ratiocinari. Quare ſcalas erigunt in ripa, vt euidentiorem ſortiatur altitudinem cathetus & rationem ad reliqua trigoni orthogonij latera. Nos verò paululum mutata ratione nullius quãtitatis dimenſionem facilius expediri poſſe demonſtrabimus, idq; per 26 primi Elementorum. Nam vnica duntaxat obſeruatione iuxta fluminis ripam cõſtituemus aliud locorum interuallum, quod exquiſitè ſit æquale conſpectæ fluminis latitudini, aut alij quorũuis ſignorum in finientis circuli planicie apparenti diſtantiæ. Vt ergo rem intelligant diſcentes, quoties propoſitum fuerit labentis fluuij explorare latitudinem aſſumpto inſtrumento diligenter obſeruabimus officio perpendiculi & mobilis regulæ, aut pinnacidiorum alterius lateris, ſub quanto magnitudo inquiſita appareat angulo. Quo conſtituto in obliquum circumducemus inſtrumentum iuxta longitudinem ripæ, aut alterius diſtantiæ, quæ ſit in Horizontis planicie, ac ſignum aliquod ſub inuento intuebimur angulo, cuius diſtantiam à perpendiculo in obſeruationis locum demiſſo æqualem exquiſitè dicimus conſtitui inquiſitæ fluminis latitudini. Nulla igitur opus eſt hîc ratiocinatione, cum oblatum ſpacium in terra facillimè liceat metiri. Quòd ſi totam interualli in terra conſpecti magnitudinem nobis explorare per dimenſionem alicuius partis duntaxat officio regulæ proportionis eundem ſcopum aſſequi licebit. His rationibus non tantùm fluminis latitudinem, verumetiam (quantacunq; ſit) apparentem in Horizontis planicie longitudinem, aut diſtantiam locorum certiſsimè licet metiri. Sed hæc, vt perſpicua fiant, ac euidentiora diſcentibus, demonſtratione ſtabilire & pictura illuſtrare non pigebit. Sit igitur latitudo fluminis metienda d f, aut m g. Vt hoc operis expediamus in d ſigno erigatur perpendicularis a d, cui admoto inſtrumento, vt apparet, conſpiciatur locus f ſub angulo f a d, qui ex circumferentia b c facillimè innoteſcit. Eũdem angulum experiemur in m loco, ſi æqualis fuerit latitudo m g ipſi d f & excitetur cathetus k m æqualis a d, dum per lateris pinnacidia g locũ intuemur, demiſſo in terram perpendiculo k m, quod circumferentiam ſecet in l ſigno. His conſtitutis, duabus rationibus explorabimus d f & m g magnitudines. Primò in planiciẽ terrę n r, quę ſit iuxta ripam, conſtituatur perpendicularis n v æqualis a d aut k m, cui applicetur eodem modo quadrans n p s, in quo ſumatur s p ſegmentum æquale ipſi b c, tum radio viſus per ſignum p in r locum incidente, dicimus r u diſtantiam æqualem eſſe d f. Cum enim vtraque perpendicularis n u & a d per hypotheſin in planiciem Horizontis deſcendat, vterque triangulus n v r, & a d f ſit ὀρθογώνιϭ. Et alter

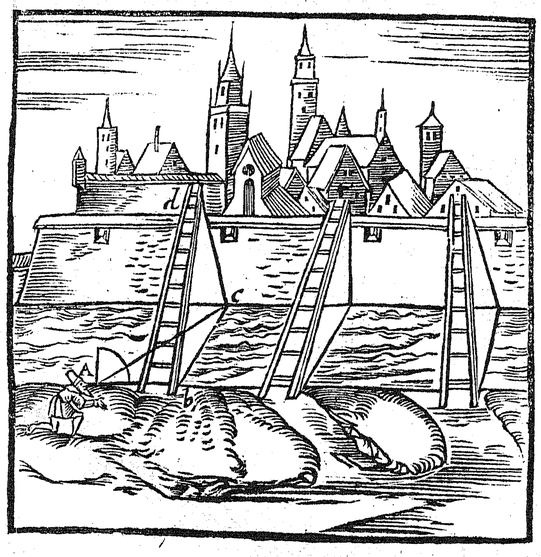


acutorum r n v eſt æqualis alteri d a f. Quare cum perpendicularis n v ſit æqualis ipſi a d, per vigeſimamſextam primi Elementorum r n eſt æqualis d f inquiſitæ fluminis latitudini, quæ minimè latere poteſt, cum r n facillimam in terra dimenſionem admittat. Cæterùm ſi nolimus totum r n metiri interuallum, etiam ex obſeruatione alicuius duntaxat partis, qualis hîc eſt t v quantitatem illius ratiocinari licebit. Extendatur enim ex n in t ſignum recta, loco radij viſiui, quæ circumferentiã inſtrumẽti ſecet in r ſigno, & ſinum rectum p g arcus s p in l. Quo conſtituto, ſecta ſunt proportionaliter r n, & v n latera trigoni r n v à ſinu recto p g, per ſecundã ſexti Euclidis: quia cum vtraq; p g & t v ad rectos angulos in n v incurrant, etiã ſibi inuicẽ æquidiſtant. Per eandem verò ſecundã ſexti, eadem eſt ratio g l ad l p, quæ eſt v t ad t r. Quare per cõiunctam rationem, vt eſt g l ad totam g p, ita v t ad totã v r. Sed quantitates g l & l p per ſcientiam triangulorum, aut filo in quadrante facillimè inueniuntur. Conſtat igitur etiam ex dimenſione ſolius v t totam v r diſtãtiam & æqualem hinc latitudinem d f inueniri poſſe. Cæterùm quod antegreſſa ratio, qua totam v r metimur, ſit omnium certiſsima, quantacunq; etiam offeratur diſtantia, manifeſtum eſt. Nam ſi in longa ac remota admodum latitudine d f radius viſiuus minus exquiſitè deprehendat angulum d a f, idem quoque fiet in dimenſione v r, vt omnino, quæ ſub æqualibus angulis videantur, inter ſe æquari ſit neceſſe.

PROPOSITIO CXL.

Qua metiendi ratione quantitatem ſcalarum, quæ à foſſa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

QVi antegreſſę propoſitionis demonſtrationem rectè intellexerit, facilè videbit, quomodo magnitudines ſcalarum, quę extenduntur à foſſa in vrbis mœnia, aut in aliam quamcunq; erectam ſuperficiem, liceat explorare. Sunt enim ipſe ſcalæ vice ὑποτεινούσης in trigono rectangulo, cuius baſin eodem modo, quo latitudinem fluminis metiemur: ſed alterum acutorum angulorum, ſi in baſin collocemus inſtrumẽtum, ac perſpiciamus ſub quanto circumferentię ſegmento catheτus appareat. Reliquũ operis deinceps abſoluemus per 29 primi Regiomõtani. Vt autem res eui dẽtius intelligatur, ad demonſtrationem cõtexendam, figurã deſcribemus. Sit ergo triangulus ὀρθογώνιον d c b, & angulus c rectus, cuius ὑποτείνουσα b d magnitudinem ſcalarum, quæ à citeriori parte foſſæ b vſq; in extremitatem mœnium d extendũtur d c cathetus in mœnibus & b c baſis, ex cuius dimenſione cum angulo d b c quãtitatẽ d b colligemus in hũc modũ.



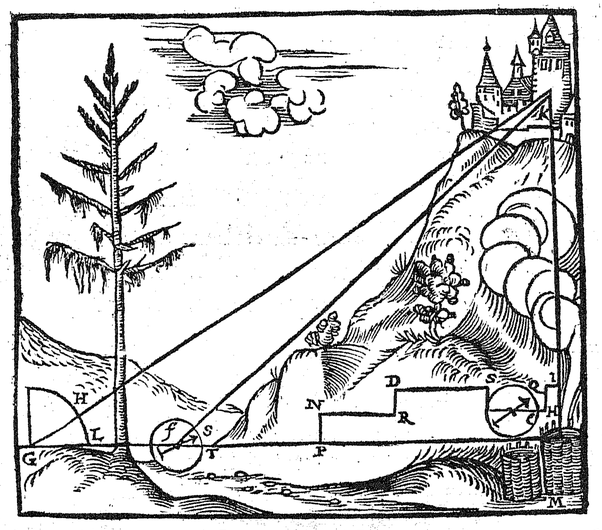
luxta

luxta præcedentem propoſitionem erigemus in b ſigno perpendicularem a b, tum a cum c connexo, per Quadrantem offertur angulus c a b per quem conſtat ipſa b c. Deinde collocabimus inſtrumentum in b c, vt obſeruemus angulum d b c, quo conſtituto, per 29 primi Trigonorum inquiſitam b d magnitudinem ratiocinabimur. Eodem modo reliquarum omnium, quãtæcunq; ſint, ſcalarum magnitudines inuenientur.

PROPOSITIO CXLI.

Quomodo inter fodiendum iter debeat inſtitui, ut certò inueniamus locum, qui ad perpendiculum conſiſtat ſub arce in monte conſtructa.

COnſiderabimus hîc deinceps, qua ratione conſilium debeat inſtitui, quoties conſtitutum fuerit fodiendo per certum iter locum infra terram inueſtigare, qui ad perpendiculum conſiſtat ſub medio arcis in monte conſtructę. Id quod adiuti Geometricis dimenſionibus non difficulter abſoluemus magnetini indicis adminiculo, præſertim ſi rectum, hoc eſt, qui nullis ſit interruptis diuerticulis, meatum velimus excauare. Si enim ita rem ſimpliciter expedire placeat, per duas obſeruationes duntaxat, iuxta quartam ſecundi Regiomontani, & deinceps 29 primi eiuſdem totius longitudinem meatus & catheti altitudinem, qui ex præfixo loco in finem itineris deſcendit, ratiocinabimur. Cuius rei exemplum ſuperius in eiaculatione ſphærarum è tormento patefactum eſt. Sed tamen, vt res intelligatur euidentius, quando conſtitutus fuerit in radice montis inquiſiti meatus ingreſſus ſiue initium, per eandem rectam lineam inſtrumenti vſu retrocedemus ad qualemcunq; diſtantiam, vbi terræ planicies offeratur inſtituendis accommodata obſeruationibus. Prima igitur obſeruatione offeretur angulus, cui præfixus obtenditur cathetus in propiore acceſſu. Secunda obſeruatione, ſi recto hinc diſcedamus itinere, patefiet alter angulus in remotiore diſtantia, cui idem cathetus prætenditur. Vtriuſq; igitur obſeruationis locorũ notato in planicie interuallo, metiemur hypotenuſam, quæ ſubtendit rectum angulum, qui fit ex concurſu catheti & inquiſiti meatus. Ac alter inſuper acutus angulus conſtat. His ita diligenter exploratis, cum innoteſcat totius meatus quantitas, facilè videbunt artifices, ne inter fodiendum à vera longitudine aberrent, hoc eſt, néue citra perpendiculum præfixi loci conſiſtant, aut vlterius excurrant. Nihil inde ſupereſt ad operis complementum, niſi, vt explorantes magnetis adminiculo prope meatus ingreſſum in quam mundi partem deflectat locus in arce præfixus, vbiq; infra terram obſeruemus certum itineris ductum ac ſitum, donec perueniamus ad metam ex obſeruationibus collectam. Hæc quidem eſt ſimpliciſsima conſiliį inſtituendi ratio, ſed nunc in itinere occurrentibus obſtaculis, quomodo ſit per diuerticula deflectendum, vt tamen hinc in rectam viam redeamus, operæpretium eſt, vt conſideremus. Hoc non difficulter expediemus per lineas parallelas & æquales, quas ex obſeruationibus rectorum angulorum conſtituemus. Cæterùm hæc cum oculis intuentium, expoſita facilius intelligantur, quàm multiplici verborum contextu, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Sit ergo præfixus in arce locus k, ex quo perpendicularis extracta per montem ad rectos angulos in inferiorem planiciem g m deſcendat in m ſigno, cuius pars in t infra terram occultata propter montis poſitionem deſignet hîc totius meatus excauandi longitudinem, quam vt exquiſitè metiamur, extendatur eadem recta, per f vſq; in g & f, g ſigna connectantur cum k. His conſtitutis, primùm inſtrumento metiemur anguium k f m: eodem modo in g lo-



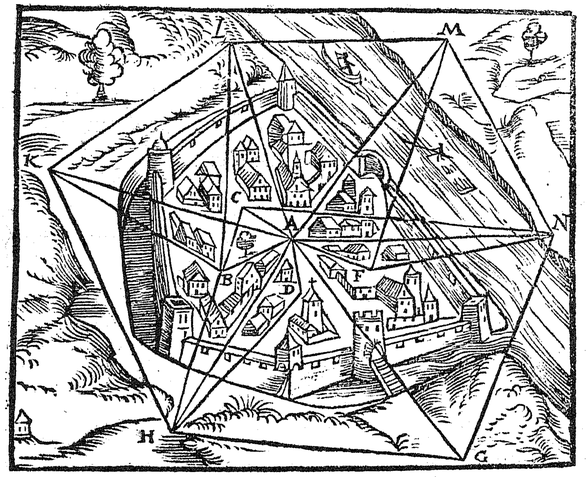
cum retrocedentes per circumferentiam in Quadrante h l explorabimus angulum k g m. Iam autem k f m angulo ex duobus rectis sublato, restat angulus g f k. Cum ergo latus f g dimensionem admittat in terra per quartam secundi Triangulorum f k hypotenusam recti anguli f m k colligemus, & per vigesimamnonam primi ex angulo k f m totum iter f m, ac cathetum k m ratiocinabimur. Totus autem meatus m t recta constat. Quare si auferatur segmentum f t ex f m remanebit certa meatus t m longitudo, quæ erat inquisita. Nunc vlterius considerandum est, in quam mundi partem f m deflectat, vt fodiendo recta perueniamus ad perpendicularem k m. Cõmodissimè id efficiemus ex obseruatione loci k, si collocantis instrumentum indicis magnetini in f exploremus, quanto deflectat angulo superficies sub eodem plano cum triangulo k f m consistens ab indice, quemadmodum hîc constituimus s f t. Si ergo hunc vbiq; inter fodiendum exquisitè retineamus, manifestum est iuxta collectam t m longitudinem progressos, in m constitutum ac inquisitum sub arce signum incidisse. Nunc etiam videamus, quomodo si à recto itinere f m digrediendum fuerit, per diuerticula tamen eodem liceat reuerti. Fingamus igitur cum peruentum fuerit ex t in p digrediundum esse. Vt hoc commodius fiat, constituemus per Quadrantem in p signo angulum n p m rectum, ac p n rectam efficiemus fodiendo cuiuscunque velimus quantitatis. Inde vsque in n digressi constituemus ibi simili modo in n angulum p n r rectum, tum excauantes iuxta ductum alterius lateris meatum n r, habebimus ipsum æquidistantem ipsi p m rectæ per 19 theorema primi Elementorum. Eadem ratione efficiemus angulum n r d rectum. Si hinc per rectam lineam digrediamur ex r in d erit ipsa r d parallela n p. Ita sit parallela d s ipsi p m, s t, d r, t h, d s, ac p m. In ipsa t h etiam constituimus instrumentum magnetis, cuius index q deflectat à c, quantum s à t. Sic æquidistet h q ipsis t, q i p m, & i m, n p, ita vt rectæ n p, d r, cui æquatur s t, & h q, coniunctæ sint æquales i m, item n r, d s, t h, & q i connexę constituant magnitudinem p m. Hinc manifestum erit per diuerticula nos rectè in m signum rediisse, quod exquisitè constat ad perpendiculum sub k loco præfixo.

PROP

PROPOSITIO CXLII.

Quomodo situs alicuius urbis sit explorandus, ut interiorum partium constitutionis & distantiarum ratio à singulis extra circumiacentibus locis exquisitè innotescat.

EXplorabimus hîc quibus dimensionum rationibus totius vrbis situs ita deprehendi possit, vt quarumuis interiorum partium collocationes & interualla, quibus non solùm à se inuicem verumetiam à singulis extra mœnia circumiacentibus locis distant, certissimè inueniantur. Manifestum est autem has distantiarum lineas magna ex parte sub terra delitescere, cum interpositis ædificijs & mœnibus vbiq; ferè prospectus intercipiatur. Sed tamen ne secretissimum quidem angulum inueniri posse, cuius altitudinis differentia, quam aliorum respectu locorum sortiatur, distantiarum metæ, & quãto Horizontis circuli segmento ad certam mundi plagam ab eodem declinet, obseruari nequeat, euidentibus demonstrationibus ostendemus. Quam multiplicem commoditatem ea res adferat, experientur illi, quibus aquæ ex fontibus in certas vrbis partes deriuandæ sint, & qui castrorum obsidionis tempore à certis mœnium locis, aut turribus, è quibus sphæras eiaculari debeant, distantias exploratas habere cupient. Etsi enim alibi demonstrauerim, qua ratione ex turribus apparentium castrorum situs & interualla deprehendi possint, tamen cum huiusce modi occasiones vbiq; non offerantur, licebit hîc non solùm tutius, sed etiam expeditius easdem obseruationes absoluere. Ad totam huius negocij tractationem simplicissimè duo loca assumemus, quorum alterum extra vrbis mœnia, alterum intra constitutum esse oporteat. Ex accurata consideratione situum, & interualli inter ea cõclusi, reliquorum obseruationes sine omni difficultate expediemus. Vtq; hoc euidentius intelligatur, extra vrbis mœnia, vbi commodissimus apparuerit locus, signum aliquod constituemus, à quo per rectissimam viam progressus pateat in aliquam vrbis partem. Huius itineris longitudinem exquisitissimis dimensionibus explorare oportebit. His ita constitutis, cuiusuis alterius loci distantiam ab eadem interiore vrbis parte, quibuscunq; etiam fuerit obstructionibus aut impedimentis intercluſa, in hunc modum obseruabimus. Cum designata fuerit à constituto signo illius processus, qui in præfixam vrbis partem extenditur, linea, Quadrante assumpto explorabimus quantitatem anguli, quo apparentis loci situs ab ea distiterit. Deinde non minus accurata dimensione magnitudinem distantiæ inter hoc signum & præscriptum locum interceptæ inquiremus. Qua inuenta, per 49 primi Regiomontani reliquum operis absoluemus. Eadem ratione ad reliquorum apparentium locorum ab eadem vrbis parte distantias explorandas progrediemur. Quòd si aliqua in sitibus altitudinum differentia fuerit, ex obseruatione libellæ licet deprehendere. Cæterùm quo summam totius rei euidentius discentes percipiant, figuram subijciemus. Sit ergo in constituta vrbis parte locus a, ex quo recta pateat progressus extra mœnia vsq; in signum g. Intra eandem vrbem in alijs locis designentur c, b, d, f. Extra vrbem in circumiacentibus locis collocentur signa h, k, l, & m, ita vt prospectus pateat ex g in h, h in k, k in l, l in m, m n, & n g. Sint autem primò exploranda interualla h, k, l, m, n, à sola præfixa vrbis parte a, quæ constant hîc lineis a h, a k, a l, a m, & a n. Vt hoc operis absoluamus, totius itineris ex a in g longitudinem exquisitis dimensionibus explorari oportere constituimus. Quo concesso, primùm ad obseruationem h a rectæ progredimur. Cum enim ex g prospe-



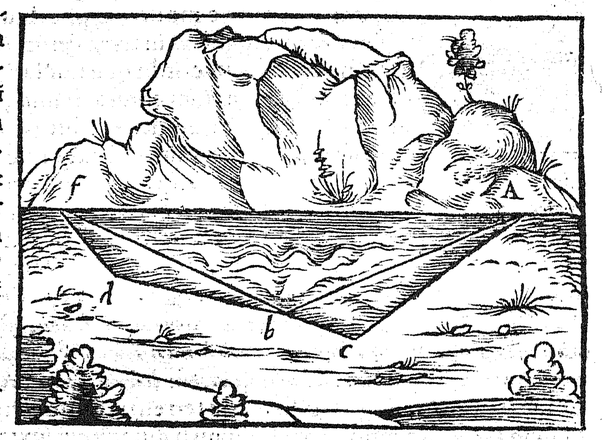
ctus pertingat in h, angulum a g h instrumẽto licet metiri. Sed & h g signorũ nteruallũ interræ superficie deprehendimus. Quare cum antea a g sit per hypothesin data per 49 primi Regiomontani reliquum latus a h, trianguli h a g cognoscitur. Et cum per eandem inueniantur anguli h a g, & a h g manifestè constabit, etsi tota ferè h a sub interpositis mœnibus & ædificijs lateat, quanto circuli segmento sit visus radius reflectendus a g h recta, vt exquisitè in eam mœnium partem dirigatur, quæ per eandem rectam in a tendat. Eodem modo in a patefiet, vbinam pars rectæ, quæ ex a in h procedit, consignanda foret. Simili obseruatione per dimensionem quantitatis h k & anguli k h a, innotescit distantia k a vnà cum reliquis angulis a k h & h a k. Atq; hinc manifestum est, quomodo ex obseruatione antecedentium linearum, proximè sequentium magnitudines inueniantur. Nam iterum ex inuentis a k & k l ratiocinamur ipsam a l. Sic reliquas deinceps m a & n a. Non dissimili obseruandi ratione efficiemus, vt reliquarum interiorum partium, nimirum c, b, d, f, ab exterioribus signis h, k, l, m, n interualla innotescant. Sit enim, exempli gratia, inuenienda nobis distantia b ab h. Primò connectantur recta linea b & a puncta. Cum ergo paulò ante sit inuenta quantitas a h & quanto ab ipsa a g angulo declinet facilè per instrumẽtum obseruabimus angulum b a h, sed ipsam b a rectam intra vrbem licet metiri. Quare per 49 primi Regiomõtani reliquum latus h b in lucem emergit, & per eandem ex angulo h b a versus quam partẽ procedat illa portio ipsius b h, quæ intra vrbem designari potest, manifestè patet. Eodem modo si copulentur recta linea a & d cognoscitur distantia ipsius d à reliquis omnibus circũiacentibus signis. Sic etiam cõstat magnitudo interualli c n, producta c a recta. His ita cõsyderatis, sine negocio apparebit, quęnã sit ratio situũ, quę existere possit ex differẽtijs altitudinũ, si loca singula cum alijs cõferre voluerimus. Sit enim, verbi gratia, nobis explorandũ quę sit ratio altitudinis ipsius a loci ad singula, quę exterius eũ circumstãt, h, k, l, m, n signa. Tum primò omniũ ex obseruatione libellæ situ ipsius a respectu g deprehendemus: deinde sequentiũ omniũ punctorũ altitudines cũ eodẽ g cõferemus, ita etiam innotescit quã habẽt rationẽ in situ ad ipsum a. Si enim a fuerit infra situ g, & g infra h vtrãq; differẽtiã cõiungemus, vt pateat totus excessus h supra a. Quòd si h fuerit infra g ex differẽtia altitudinũ, a & h consequemur eundem scopũ. Ita poterimus cõferre situm k & sequentiũ ad h, aut g. Nec diuersa ratione explorabimus reliquorũ c, b, d, f situ ad quæuis exteriora signa,

signa. Cum enim fuerit deprehensus a & h situs, & experiri liceat situ d ad a, etiam ad ipsum h patefiet. Idem sentiendum est de situ interiorum omniũ partium ad quæuis exteriora puncta.

PROPOSITIO CXLIII.

Quomodo cum à recto itinere occurrentibus obstaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CVm sæpenumero in recto itinere progressus occurrentibus aut montibus, aut fluminibus intercipiatur, non absre fuerit, si aliquam hîc considerationem instituamus, qua certò liceat deprehendere, vt cum per diuerticula deflexerimus, in rectam viam reuertamur. Ad hoc in primis opus fuerit, vt in ipso processus loco angulum positionis eius metæ, in quam contendere velimus, exquisitè constituamus. Qua ratione id efficiendum sit, id alibi nobis explicatum est. Hoc ita constituto, obseruabimus primùm in ea itineris parte à qua declinandum fuerit, quantitatem anguli ipsius digressionis. Dehinc in processu totius diuerticuli longitudinem accuratè metiemur, vnà cum angulo reflexionis eius lineæ, quæ in rectam prioris itineris dirigitur. Quanta hæc futura sit ex obseruatione horum angulorum & dimensione notæ declinationis lineæ per 4 secundi Triangulorum experiemur. Sed cum facilius exemplis hæc intelligantur, quàm longiore verborum contextu, figuram subijcere non pigebit. Sit ergo progressus institutus ex a signo per rectam lineam in f, cuius verũ situ respectu eiusdem a per angulum positionis antea constare præsupponimus. Per hanc autem nullus pateat ingressus, nisi proximè per rectarũ linearum diuerticula, nimirũ a c, c b, b d, & d f. Connectantur ergo rectis lineis b f a signa, quæ sint b a, & b f. Primùm hîc designata propè a portione aliqua ipsius f a, per instrumentum obseruentur anguli f a b, & b a e. Hinc cum vlterius instituitur processus ex a in c, innotescit tota c a. & cum ex c fit reflexus in b deprehenditur angulus b c a. In vlteriori processu obseruatur longitudo c b. Quare dupliciter licet inuenire ipsam b a, nimirum aut ex duobus lateribus notis certũ b c a angulum comprehendentibus, per 49 primi Triangulorum, aut etiam ignorato vel neglecto b c latere, ex constitutis b c a, & b a c angulis inuento lateri c a insidentibus, per 52 primi Triangulorum. His ita constitutis, cum peruẽtum fuerit in b signum, ex inspectione a & f instrumento percipiemus angulum f b a. Similiter ergo per eandem 52 primi patefiet reliquum latus b f trianguli b f a. Ex eodem b puncto considerata diuerticuli b d magnitudine inuestigabimus angulum f b d. Cum ergo detur latus f b, quod etiam triangulo d f b est commune, reliqua linea reflexionis ex d versus f per 49 primi antea citatam in lucem prodibit. Quantus autem sit reflexus ipsius d f à



b d ex inquisitione anguli f d b cognoscetur. Constat igitur nos ex diuerticulis a c,c b,b d,& d f in rectam a f cursum reflexisse. Cæterùm quantum sit interuallum f ab a signo ex datis f b & b a lateribus constitutum f b a angulum complectentibus, per eandem 49 primi inuestigamus. Quòd si ex b nondum apparuerit locus f pro arbitrio, aut loci opportunitate ipsam f b reflectemus ab a b, obseruatis tamen angulis f b a & f b d. Quare cum fuerit in d peruentum ex apparente f signo, offeretur angulus f d b. Hinc nota b d recta, reliquæ d f,& b f inuenientur, id quod demonstratione conficiendum erat.

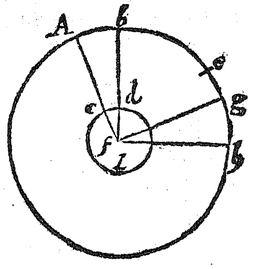
SECTIO SEPTIMA, DE OBSERVATIONIBVS GEOGRAPHICIS.

PROPOSITIO CXLIIII.

Quanta pars terræ singulis maximi circuli cælestis gradibus respondeat, certa dimensione explorare.

IN hac vltima sectione multiplices Geographicarum obseruationum rationes ac modos explicabimus, quarum vsus non solùm peregrinantibus in terra verumetiam nauigantibus in Oceano vtilissimus erit. In qua tractatione operępretium fuerit, vt primùm omnium considéremus, quibus obseruationibus artifices magnitudinem ambitus sphæræ terrestris experiri soleant, cuius cognitio ad exquisitę numerādas quorumuis locorum distantias necessaria est. vtq; rem ipsam penitius introspiciant iuniores, nouerint ex sententia Ptolemæi & omnium artificum consentientibus testimonijs terræ molem cum aqua conglobatam secundum vniuersas sui partes ad sensum proximè ad figuram sphęricam accedere. Verba Ptolemęi libro μεγάλης συντάξεως cap. 2. sunt hæc: ὅτι δὲ καὶ ἡ γῆ σφαιροειδής ὅτι πᾶσι ἄδηλον, ὡς καθ' ὅλας μοίρας λαμβανομένη, μᾶλις' ἂν ὕστως καταπονήσαιμεν. ἥ τ' ἥλιον γὰρ πάλιν καὶ τὴν σελήνην, καὶ οὐ ἅμας ἀνίσχοντας ὁμοίως ἰδεῖν, ὁ ἴδιον τὸ αὐτὸ πᾶσι τοῖς ὑπ' ἐπὶ γῆς ἀνατέλλουσάς τε καὶ δυνούσας, ἀλλὰ πρωτέροις μὲν ἀεὶ τοῖς πρὸς ἀνατολὰς οἰκοῦσιν, ὑστέροις δὲ τοῖς πρὸς δυσμάς. &c. Quo constituto, si alicuius duntaxat terrestris circumferentiæ segmenti quantitatem certa dimensione exploratam habuerimus, iuxta exquisitum circuli artificium totius ambitus absoluemus magnitudinem. Erudite autem huius dimensionis rationem ex obseruatione altitudinis poli supra duo loca, quæ sub eodem Meridiano consistant, extruxerunt artifices. Si enim locus primæ obseruationis propius ad Aequatorem accesserit altero, per instrumentum explorata poli altitudo maior hîc inuenietur, quàm illic. Vtriusq; verò altitudinis differentia indicat segmentum Meridiani circuli inter constituta loca intercepti, quod eandem conseruat rationem ad totam circumferentiam, quam illorum distantia locorum ad totum ambitum terræ, qui est sub eodem plano Meridiani circuli. Ex his magnitudinibus tres explorari possunt facillimè. Quare per canonem proportionis institutam quæstionē soluemus. Hoc constituto per artificium circuli colligemus etiam terræ centri à circumferentia, siue superficie distantiam. Nam iuxta Archimedis demonstrationem eadem est ratio totius circuli ad semissem dimetientis proximè, quæ 22 ad 7. Sed hæc in sequenti schemate demonstrata facilius intelligentur. Sit ergo Meridianus

Meridianus circulus a g h super f centro vniuersi descriptus, qui intra se contineat ambitum terræ c d l sub eodem plano. In eo sumatur locus c, Augusta Vindelicorum, qui iuxta experiētiam Petri Appiani cum d situ Erphordię sub eodem Meridiano consistit. Et ex f centro extendantur rectæ per c & d in a & b signa, quæ sunt ὑπὲρ κορυφὴν. In e sit polus mundi. Si nunc ab a numeres quadrantē in g & à b in h, in quę ex f rectas extēdas, erit f g Horizō loci c & f h loci d. His cōstitutis, in d per instrumentū obseruāti altitudinē poli offeretur arcus e h, sed in c loco obseruāti eandē offeretur e g. Est igitur vtriusq; differētia g h, cui æquale dicimus esse segmētū a b. Cū enim a g sit Quadrans, & b h eiusdem circuli, vterq; vt alteri adæquetur est necesse. Sed vtriq; cōmunis est b g circūferentia, qua sublata, relinquitur a b, ipsi g h æquale. Cū igitur ex eodem cētro f designati sint circuli c d l, & a b h, segmentum c d est simile a b, ac eadē ratio c d ad c d l, quæ est a b ad totū a h b circulum. Constat aūt ex obseruatione poli altitudinis a b, & ex dimensione itineris c in d segmentū c d. Quare totus c l d ambitus non latebit. Sunt autem artificum hac de re variæ obseruationes. Nam Eratosthenes, Macrobius, & Theodosius philosophi constituunt ex suis obseruationibus totum c l d ambitum continere 252000 stadia, ita vt vni ex 360 circuli segmentis cōueniant 700. Ex obseruationibus Appiani idem ambitus complectitur 5400 miliaria Germanica. Si hinc velimus iuxta circuli artificium ratiocinari distantiam terræ centri à superficie, collocatis in hunc ordinem numeris 22, 7, 5400, per canonem proportionis offeretur quantitas dimetientis 1719 $\frac{2}{7}$, cuius semissis est 859 $\frac{1}{7}$ Germanicorum miliarium. Velim autem, vt aman" tes veritatis repetitis " obseruationibus rem ipsam diligentius explorent, nec aliorum artificum opinionibus hîc securè confidant.

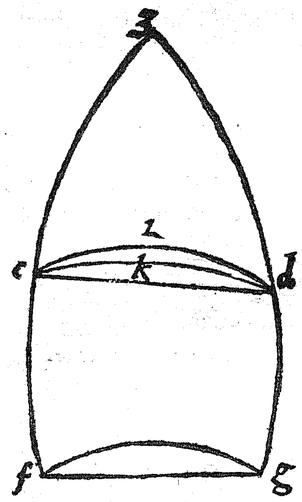


PROPOSITIO CXLV.

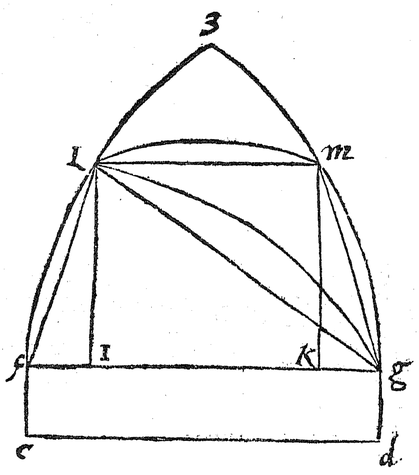
Ratio dimetiendi locorum distantias.

EXplicauimus alibi qua ratione locorum longitudines & latitudines inueniri debeant, quarum cognitio ad supputandas eorundem breuissimas distantias, quæ semper maximorum circulorum segmentis comprehenduntur, omnino necessaria existit. Has distantias numerandi rationem visum est hîc copiosius pertractare, propterea quòd in Geographia non mediocrem ea res vtilitatem pariat. Primùm omnium scire licet locorum constitutiones, aut situs, quorum inquiruntur interualla, esse multiplices. Aut enim duo, quæ offeruntur loca in eandem mundi partem, nimirum Septētrionis vel Meridiei ab Aequatore declinant, aut altero constituto in Septentrione, alter in Meridiem deflectit. Iterum si in eadem mundi parte cōstiterint, aut sub eodem sunt Meridiano, differentibus tamen latitudinibus, aut æquales sortiuntur latitudines sub differentibus Meridianis, ita vt in eodem collocentur parallelo: aut loco differentes Meridianos & parallelos occupant. Eandem etiam varietatem de ijs locis, quæ vtrumq; ab Aequatore in diuersas partes declinant, non est difficile intelligere. His constitutis, manifestum est nullas locorum distantias expeditius inueniri posse, quàm quæ sub eodem Meridiano constituuntur: si quidem antea certam maximæ terræ circumferentiæ dimensionem demonstrauerim, qua constat vni ex 360 æqualibus circuli partibus competere 15 miliaria Germanica. Exempli gratia sub eodem Meridiano constituit Orontius Fineus Lutetiam Parisiorum & Narbonam prouinciam. Latitudo Parisiensis

est 48 partium 30 scrupul. Narbonæ prouinciæ 42 partium. Quare hac ab illa subtracta, restat vtriusq; loci differentia 6 part. 30 scrupul. quę respondent miliaribus Germanicis 97 cum semisse. Idem Petrus Appianus sub eodem Meridiano collocat Augustam & Erfordiam, nimirum in longitudine 28 partiũ, 31 scrupul. Latitudo Augustæ est 48 partium, 20 scrupul. Sed Erfordiæ 51 partium, 10 scrupul. differentia vtriusq; latitudinis 2 part. 50 scrupul. quæ conuersa in Germanica miliaria, constituit 42. Tanta est Augustæ & Erfordiæ distantia. Hinc viceuersa facillimum fuerit distãtiam cognitam in partes circuli conuertere: vt ex vnius cognita latitudine, alterius etiam latitudo sine negocio innotescat. In præsenti exemplo distantia inuenta est 42 miliar. quæ restituit partes 2, scrupul. 50. Et cum vlterius in Septentrionem tendat Erfordia, cuius latitudo nota constituitur 51 part. 10 scrupul. quàm Augusta, hæc differentia ab illius latitudine subtracta, restituit 48 partes, 20 scrup. aut notæ latitudini Augustanæ eadem differentia adijciatur, & prodibit Erfordiensis latitudo 51 part. 10 scrupul. His cognitis, videamus quomodo locorum interualla, quę sub æquali poli altitudine sita sunt, inueniantur. Et hîc obseruandum est huiusce modi locorum interstitia ex segmento maximi circuli adminiculo dimetientis eius paralleli, quem locus vterq; possidet, inuestiganda esse. Hoc quomodo fiat ex sequenti schemate euidentius apparebit. Sint duo loca c & d in eodem parallelo c l d consistentia, quorum distantia ex maximi circuli segmento c k d sit inuenienda. Differẽtiam vtriusq; longitudinis in Aequatore subtendit chorda f g. ducantur nunc ex signis f & g per loca c d Quadrantes, qui in b polo arctico cõcurrant. Considerandum est iam, quòd segmentum c d parallelę simile sit segmento f g Aequatoris. Nam vtrumq; differentiã longitudinis, quæ inter duos Quadrantes Meridianorum intercipitur, comprehendit. Quare similia segmenta subtendentes lineæ, similes erunt & proportionales. Constat autem segmentum aliquod Aequatoris subtendentẽ ad simile segmentum paralleli subtendentem eam habere rationem, quam habet dimetiens illius ad dimetientem huius. Ergo recta f g ad rectam c d eam habet rationem, quam diameter Aequatoris ad diametrum paralleli dati. Ex his autem tres quantitates sunt notæ: videlicet diameter Aequatoris, & chorda f g, quæ subtendit differentiam longitudinis, & duplum sinus arcus complementi latitudinis, quod dimetientis locum subit. Ergo per regulam proportionum quarta quantitas, nimirum chorda c d innotescet. Atque hîc scire licet in operatione nobis eundem vsum præstare sinus, quàm chordæ. Nam eadem est ratio sinuum inter se, quæ chordarum æqualia aut similia segmenta subtendentium. Si multiplicaueris ergo sinum semissis differentiæ longitudinum in sinum complementi latitudinis, & productum in totum partitus fueris, sinus distantiæ locorum exibit. Exempli gratia, constituit Appianus Viennam Austriæ & Augustam sub latitudine 48 partium, 20 scrupu. Longitudo Viennæ est 35 partium, 8 minut. Augustæ 28 part. 31 scrupul. differentia vtriusq; 6 partium, 37 minut. cuius semissis 3 part. 18 min. & sinus rectus 5756 multiplicatur in sinum latitudinis complementi 41 part. 40 scrupul. qui est 66479, tum productus in totum diuisus, reddit 3826, cuius arcus 2 part. 12 scrupul.

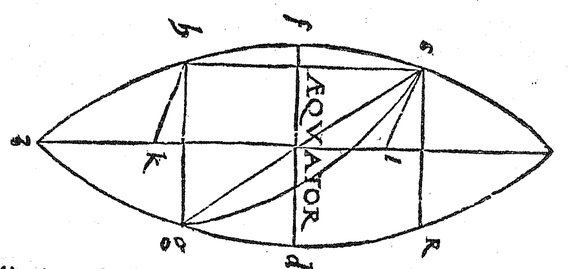


scrupul. & duplum 4 part. 24 scrupul. quæ conficiunt veram vtriusque loci distantiam 66 miliar. Germanicorum. Eodem modo Lutetia Parisiorum & Remensis Campaniæ metropolis habent altitudinem poli arctici 48 part. 30 minut. Longitudo Parisiensis est 23 part. Remensis 25. Quare differentia 2 partium, cuius semissis sinus est 1745. Complementum latitudinis est 41 partium, 30 minut. & sinus rectus 66262, qui ductus in primum constituit 115627190, & hic diuisus in totum, restituit 1156, cuius circumferentia 40 scrupul. Ergo totius distantiæ arcus est vnius partis, 20 scrupul. qui conficit 20 milia Germanica. Sequitur nunc deinceps, vt inquiramus modum, quo facillimè & certissimè inueniantur eorum locorum interualla, quæ sub differentibus loco Meridianis & parallelis collocantur. Assumantur duo loca in signis l & g, quorum longitudinis differentiam in Aequatore subtendit c d recta, ex quo ducantur quadrantes Meridianorũ per ipsa loca in b polum arcticum, qui sint a b & c b. Erit latitudo loci g circumferentia g d, & loci l circumferentia l c. Ducatur etiam recta vnà cum segmento maximi circuli ex l in g, quod hîc distantiam locorum l & g comprehendit. Præterea ex signis g & l trahantur chordæ, quę subtendant in suis parallelis segmenta differentiæ longitudinum, & sint g f, & l m. Differentiam vtriusq; latitudinis cõprehendunt arcus l f & m g, quibus etiam chordæ surę subtendantur. Et ex signis l & m per 12 primi Elemẽtorum Euclidis demittãtur cathe-



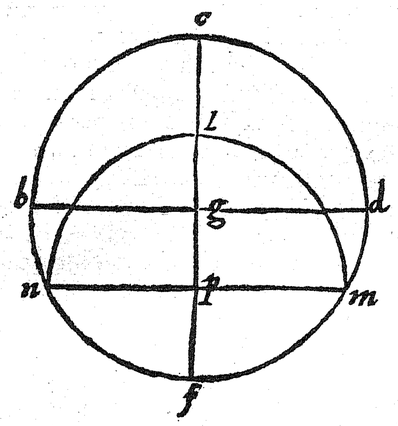
ti in ipsam f g rectã, quam contingant in punctis i & k. Cõstituuntur nunc ex hypothesi locorũ l & g tam lõgitudines, quàm latitudines notę. Quare arcus differentiæ latitudinũ m g, & l f, qui sunt ęquales, vnà cum suis subtẽsis dãtur. Insuper ostendimus superius quomodo ex recta c d cognita inueniãtur chordę f g & l m in suis circulis similia segmẽta subtendentes. Hinc quadrangulũ l m i k, per 29 primi Elementorũ demonstratur esse parallelogrãmum: & opposita latera, nempe l i, ipsi m k & l m rectæ i k, per 34 primi Elementorum æqualia. His confirmatis, dicimus primum rectas f i & k g, quæ cõiunctę constituunt differentiam, qua f g excedit ipsam l m, æquales esse. Nam triãguli l f i quadrata laterũ l i & f i æqualia sunt quadrato f l per penultimã primi Elementorũ, & per eandem triãguli m k g quadrata laterũ rectũ angulum ambientium m k & k g ęquãtur quadrato rectũ angulum subtẽdentis m g. Adhæc cũ l f recta sit ęqualis ex hypothesi m g: earũ quadrata necessaria erũt æqualia: & per cõmunẽ sententiã, quę eisdẽ sunt ęqualia, etiã inter se sunt æqualia. Quare sequitur l i & i f ęqualia esse quadratis linearũ, m k & k g. Et ex his cũ etiã sint ęquales l i & m k earũdẽ quadrata sibi inuicẽ ęquãtur. vnde sequitur quadratũ f i quadrato k g ęquari, & radicẽ f i radici k g. Quare vtraq; cõprehẽdit semissem differẽtię, qua f g superat rectã l m: id quod oportebat demõstrare. Praxis totius negocij absoluitur hoc modo. Subducas rectã l m ex f g & remanẽtis differentię semissem iterũ ex tota f g tollas. Hinc tibi basis orthogonij triãguli l i g consurget. Præterea si inuentæ differentiæ semissem quadratè multiplicaueris, & productum ex quadrato f l chordæ subtraxeris, remanebit quadratũ

l i catheti, ex quo radix l i facilè innoteſcet. Iam in orthogonio triangulo l i g nota ſunt duo latera rectum angulum ambientia: quare per quadrageſimamſeptimam primi Elementorum latus l g rectum augulum ſubtendens non latebit. Tandem ex ſinuum tabulis ſegmentum diſtantiæ locorum l & g innoteſcet. Conſtituamus maioris euidentiæ cauſa Auguſtam Rhetiæ in l, Hieruſalem Iudææ, ſiue Paleſtinæ in g. Longitudo Auguſtæ eſt 28 part. 31 ſcrupul. latitudo 48 partium, 20 ſcrupul. Longitudo Hieruſalem eſt 66 partium, 0 minut. latitudo 31 partium 40 minut. Differentia longitudinis vtriuſq; 37 part. 29 ſcrupul. quam in Aequatore ſubtendit chorda c d. Differentia vtriuſque latitudinis, ſcilicet m g & l f 16 partium, 40 ſcrupul. cuius ſemiſsis eſt 8 partium, 20 ſcrupul. & ſinus 14493, qui duplicatus conſtituit chordam l f, aut m g 28986. His conſtitutis, progrediamur ad inueſtigationem chordarum l m & f g. Semiſsis differentiæ longitudinum eſt 18 part. 44 ſcrupul. cui ſubtenditur 32116 ſinus. Complementum 48 partium, 20 minut. eſt 41 part. 40 minut. & ſinus 66479, qui multiplicatus in præcedentem conſtituit 2135039564, & hic diuiſus in totum, reddit ſemiſſem chordæ l m 21350. Eſt ergo tota 42700. Complementum 31 part. 40 ſcrupul. eſt 58 part. 20 ſcrupul. & ſinus rectus 85111, qui multiplicetur etiã in 32116, & cõſurget 2733424876, qui diſtributus in totum, reſtituit medium chordæ f g 27334. Tota ergo f g eſt 54668. Si nunc ſubduxeris rectam l m ex recta f g, remanebit differentia 11968, cuius ſemiſsis 5984 adiecta l m, aut ſubtracta ex f g, producit ipſam i g 48684, & eadem ſemiſsis lineam f i patefacit, cuius Quadratum eſt 35808256. Hoc ſubtractum ex Quadrato f l, quod eſt 840188196, reſtituit Quadratum l i 804379940, & Quadratum i g, eſt 2370131856, ex quibus coniunctis naſcitur Quadratum l g per penultimam primi Elementorum 3174511796, cuius radix eſt 56341, & ſemiſsis huius 28170, cuius circumferentia inuenitur ex ſinuum tabulis 16 part. 22 minut. Duplum huius eſt 32 part. 44 minut. ſcilicet ſegmentum l g, quod reſpondet Germanicis miliar. 491. Sequitur deinceps, vt etiam illorum locorum, quæ in diuerſas ab Aequatore mundi partes declinant, diſtantias inueniendi rationem ſubijciamus. Ex his alia ſortiuntur æquales ab Aequatore latitudines, alia differentes. Quòd ſi nunc vtriuſq; loci detur inæqualis latitudo, non erit difficile ex præcedenti figura collatis ſegmentis parallelorum & ſubtenſis chordis trigoni rectanguli hypotenuſam ſegmentum diſtantiæ ſubtendentem inuenire. Cuius rei figuram nullam ſubijcimus, cum ipſa res per ſe ſatis manifeſta ſit. Sed ſi offerantur duo loca, quorum paralleli æqualiter ab Aequatore diſtiterint, chordam ſegmenti diſtantiæ inueniemus in hunc modum. Offerantur duo loca s & g



ſub Meridianis c s b & c d b, qui in polis mundi c & b concurrant. Et ex ſignis s & g ducantur chordæ s r & g h, quæ in ſuis circulis ſubtendunt differentiam longitudinis vtriuſque loci. Duplum vtriuſq; latitudinis ſubtendat chorda s h, ſegmentum diſtantiæ s g. Ex polo c in b deſignetur axis mundi c b,

c b, qui cum tranſeat per centrum Aequatoris f d, etiam tranſibit per centra datorum παραλλήλων, ſicut ex 22 tertij Triangulorum Regiomontani colligitur. Conſtituamus igitur centrum paralleli s r in l, & paralleli h g in ſigno k. Ex his ducantur ſemidiametri l s & k h. Demonſtrabimus hîc angulum h trianguli s h g eſſe rectum. Nam planæ ſuperficies parallelorum, quæ per g & s pũcta ducuntur, ſub Meridiano c f b, in rectum s l & h k diſſecantur. Quare cõmunes earundem ſectiones per decimamſextam vndecimi Elementorum ſunt parallelæ, & recta s l æquidiſtat, & æqualis eſt rectæ h k, cum ſint æqualium circulorum ſemidiametri. Iam verò parallelas & æquales rectæ lineæ ad eaſdem partes contingentes per trigeſimamtertiam primi Elementorum inter ſe ſunt æquales & parallelæ. Aequidiſtat igitur & æqualis eſt s h ipſi l k. Porrò axis l k in planas παραλλήλων ſuperficies πρὸς ὀρθὰς incidit, per octauam vndecimi Elementorum. Quare angulus h trigoni s h g rectus eſt, id quod oportebat demonſtrari. Si igitur chordas s h & h g quadratè multiplicaueris: naſcetur quadratum hypotenuſæ s g per penultimam primi Elementorum, ex quo deinceps extracta radix s g ſegmentum diſtantiæ vtriuſque loci ex ſinuum tabulis patefaciet. Sit, exempli gratia, vtriuſq; loci ab Aequatore f d diſtantia 15 partium, cuius complementum 75 part. & differentia longitudinis 10. Aſſumantur autem ex tabulis ſinuum pro chordis circumferentiarum ſinus recti: nam per quartam ſexti Elementorum eandem inter ſe rationem cuſtodiunt in triangulo s h g. ſemiſſes laterum, quas tota. Sinus rectus ſemiſsis differentiæ longitudinum eſt 8715, qui multiplicatur in ſinum complementi latitudinis, qui eſt 96592. Hinc conſurgit 841799280, qui diuiſus in totum, reddit 8417, nimirum ſemiſſem chordæ h g, qui ſi multiplicatur quadratè, exoritur 70845889. Sinus rectus 15 partium eſt 25881, cuius quadratum offertur 669826161. Ex coniunctis his quadratis emergit quadratum ſemiſsis rectæ s g, 740672050, cuius radix eſt 27215, cui in tabulis ſinuum prætenditur circumferentia 15 part. 47 ſcrup. Quare totum ſegmentum s g eſt 31 partium 34 ſcrupul. quæ conficiunt miliaria Germanica 473. Hactenus explicauimus omnium facillimas locorum diſtantias ſupputandi rationes, nunc ſi cui ſcire libet, quomodo eædem inueniantur ex trapezijs æquicruribus iuxta traditionem Munſteri, ex ſequentibus obſeruet licebit. Aſſumpſit autem Auguſtam Rauracorum, cuius diſtantiam ab Hieruſalem Paleſtinæ ex dimetiente trapezij quadranguli inquirit. Cuius duo latera æquicruria conſtituunt latitudinum differentiæ, reliqua verò ſegmenta differentiæ longitudinum in parallelis. Neceſſarium eſt igitur, vt primò omnium quantitatem circumferentiarum, quibus in parallelis circulis longitudinum differentiæ conſtant, inuenire doceamus. Has non difficile fuerit inuenire, ſi demonſtrauerimus quemcunque maximorum circulorum, qui in ſphæra deſcribi poſſunt, ad datum quemlibet ipſi παραλλήλων eam obtinere rationem, quam ſinus totus habet ad ſinum complementi diſtantiæ eiuſdem paralleli ab ipſo circulo maximo. Quod vt facilius intelligatur deſignetur circulus maximus, qui ſit alicuius loci Meridianus c b d f. ſemicirculus etiam b c d repræſentet Aequatorem. Nam ad planam Meridiani ſuperficiem πρὸς ὀρθὰς erectus intelligi poteſt, ita vt vtriuſque dimetiens in ſectione b g d ſit. Eidem æquidiſtet minor ſemicirculus n l m, cuius centrum p, & dimetiens n p m. Tranſmittatur etiam ex c per centra Aequatoris & paralleli g p axis mundi in f polum, qui ſit c f, & ad rectos angulos b g d ſectionis lineam in g diſpeſcat. Nam centra & polí omnium παραλλήλων circulorum in eadem recta ſunt linea, ſicut ex corollario vigeſimæſecundæ propoſitionis libri tertij Triangulorum Regiomontani manifeſtè patet. Conſtat igitur per ſinuum



definitionem b g esse sinum maximum siue Quadrantis circuli, & n p sinum rectum arcus n f, qui est complementum distantiæ paralleli ab Aequatore. Iam verò dimetientes circulorum, vel quæ ex centris ducuntur lineæ eam inter se custodiunt rationem, quam ipsorum circuli inter se habent. Aequinoctialis igitur b c d ad παράλληλον n l m eam habet rationem, quam recta b g ad rectam n p. Easdem etiam rationes similia segmenta circulorum, nimirum partes ad partem, & scrupulus ad similem scrupulum conseruant. Ex quatuor hisce quantitatibus notæ sunt 3, nempe sinus totus b g, sinus complementi distantiæ paralleli ab Aequatore, & circulus eiusdem Aequatoris. Quare ex proportionum regula quarta quantitas innotescet. Constituamus, exempli gratia, distantiam paralleli n l m ab Aequatore partium 40, & propositum sit inuestigare quantitatem circumferentiæ n l quam habet respectu b c. Complementum 40 partium est 50, cuius sinus rectus 76604, qui ducitur in 90 partes, & exurgunt 6894360, quæ distributæ in sinum totum restituunt 68 partes 56 scrupul. 36 secund. Atqui tot partes habet circumferentia n l, quarum maximi circuli Quadrans habet 90. Eodem artificio sequentes tabulæ constructæ sunt, quarum exemplo in aliis etiam partibus eædem circumferentiæ supputari possunt.

TABVLA

TABVLA QVAE CONVERTIT PARTES CIRculorum parallelorum in partes Æquatoris: & aliàs dicitur tabula conuersionum gradus extra Æquinoctialem in gradus Æquinoctialis.

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
0	30	59	59	0
1	0	59	59	1
1	30	59	58	1
2	0	59	57	1
2	30	59	56	1
3	0	59	55	2
3	30	59	53	2
4	0	59	51	2
4	30	59	48	2
5	0	59	43	3
5	30	59	43	3
6	0	59	39	3
6	30	59	36	3
7	0	59	33	4
7	30	59	29	4
8	0	59	24	4
8	30	59	20	5
9	0	59	15	5
9	30	59	10	5
10	0	59	5	6
10	30	58	59	6
11	0	58	53	6
11	30	58	47	6
12	0	58	41	7
12	30	58	34	7
13	0	58	27	7
13	30	58	20	7
14	0	58	13	8
14	30	58	5	8
15	0	57	57	8
15	30	57	49	9
16	0	57	40	9
16	30	57	31	9
17	0	57	22	9
17	30	57	13	10
18	0	57	3	10
18	30	56	53	10
19	0	56	43	10
19	30	56	33	11
20	0	56	22	11
20	30	56	11	11
21	0	56	0	11
21	30	55	49	12
22	0	55	37	12
22	30	55	25	12
23	0	55	13	12
23	30	55	1	13
24	0	54	48	13
24	30	54	35	13
25	0	54	22	13
25	30	54	9	14
26	0	53	55	14
26	30	53	41	14
27	0	53	27	14
27	30	53	13	15
28	0	52	58	15
28	30	52	43	15
29	0	52	28	15
29	30	52	13	16
30	0	51	57	16
30	30	51	41	16
31	0	51	25	16
31	30	51	9	17
32	0	50	52	17
32	30	50	36	17
33	0	50	19	17
33	30	50	1	18
34	0	49	44	18
34	30	49	26	18
35	0	49	8	18
35	30	48	50	18
36	0	48	32	18
36	30	48	13	18
37	0	47	55	19
37	30	47	36	19
38	0	47	36	19
38	30	46	57	20
39	0	46	37	20
39	30	46	17	20
40	0	45	57	20
40	30	45	37	21
41	0	45	16	21
41	30	44	56	21
42	0	44	35	21
42	30	44	14	22
43	0	43	52	22
43	30	43	31	22
44	0	43	9	22
44	30	42	47	22
45	0	42	25	22
45	30	42	3	22

Partes latitud.	Minut. æquat.	Differentia. Secund. æquat.	
46	41	40	23
46	41	18	23
47	40	55	23
47	40	32	23
48	40	8	23
48	39	45	24
49	39	21	24
49	38	58	24
50	38	34	24
50	38	9	24
51	37	45	24
51	37	21	25
52	36	56	25
52	36	31	25
53	36	6	25
53	35	41	25
54	35	16	26
54	34	50	26
55	34	24	26
55	33	59	26
56	33	33	26
56	33	6	26
57	32	40	26
57	32	14	27
58	31	47	27
58	31	21	27
59	30	54	27
59	30	27	27
60	30	0	27
60	29	32	27

Partes latitud.	Minut. æquat.	Differentia. Secund. æquat.	
61	29	5	28
61	28	37	28
62	28	10	28
62	27	42	28
63	27	14	28
63	26	46	28
64	26	18	28
64	25	49	28
65	25	21	29
65	24	52	29
66	24	24	29
66	23	55	29
67	23	26	29
67	22	57	29
68	22	28	29
68	21	59	29
69	21	30	29
69	21	0	29
70	20	31	30
70	20	1	30
71	19	32	30
71	19	2	30
72	18	32	30
72	18	2	30
73	17	32	30
73	17	2	30
74	16	32	30
74	16	2	30
75	15	31	30
75	15	1	30

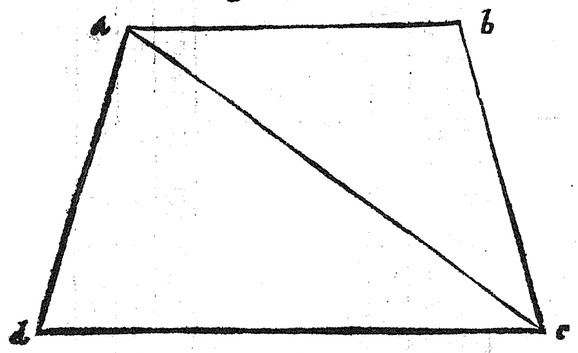
Partes latitud.	Minut. æquat.	Differentia. Secund. æquat.	
76	14	30	30
76	14	0	31
77	13	29	31
77	12	59	31
78	12	28	31
78	11	57	31
79	11	26	31
79	10	56	31
80	10	25	31
80	9	54	31
81	9	23	31
81	8	52	31
82	8	21	31
82	7	49	31
83	7	18	31
83	6	47	31
84	6	16	31
84	5	45	31
85	5	13	31
85	4	42	31
86	4	11	31
86	3	39	31
87	3	8	31
87	2	37	31
88	2	5	31
88	1	34	31
89	1	2	31
89	0	31	31
90	0	0	
0	0	0	

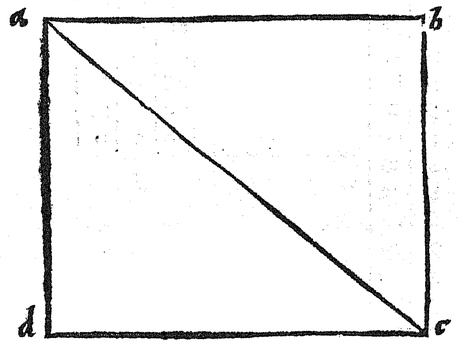
SEQVITVR

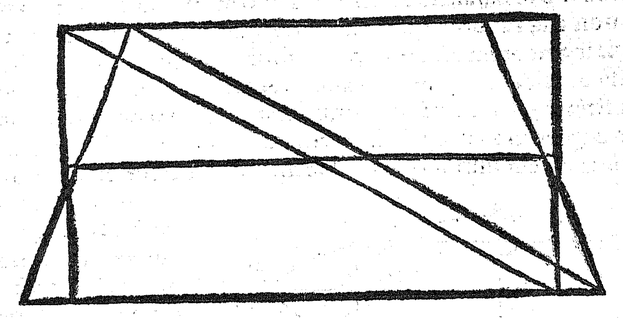
SEQVITVR TABVLA, QVAE CONVERTIT partes longitudinum in circulis parallelis in miliaria Germanica.

Partes latitud.	Miliaria	Minuta.
1	14	59
2	14	59
3	14	58
4	14	58
5	14	56
6	14	55
7	14	33
8	14	51
9	14	47
10	14	46
11	14	43
12	14	40
13	14	37
14	14	33
15	14	29
16	14	25
17	14	21
18	14	16
19	14	11
20	14	6
21	14	0
22	13	54
23	13	48
24	13	42
25	13	36
26	13	29
27	13	22
28	13	15
29	13	7
30	12	59
31	12	52
32	12	43
33	12	35
34	12	26
35	12	17
36	12	8
37	11	59
38	11	49
39	11	39
40	11	29
41	11	19
42	11	9
43	10	58
44	10	47
45	10	36
46	10	25
47	10	14
48	10	2
49	9	50
50	9	38
51	9	27
52	9	14
53	9	2
54	8	50
55	8	38
56	8	23
57	8	10
58	7	57
59	7	43
60	7	30
61	7	16
62	7	2
63	6	48
64	6	34
65	6	20
66	6	6
67	5	52
68	5	37
69	5	16
70	5	8
71	4	53
72	4	38
73	4	23
74	4	8
75	3	51
76	3	38
77	3	22
78	3	7
79	2	52
80	2	36
81	2	21
82	2	5
83	1	50
84	1	34
85	1	18
86	1	3
87	0	47
88	0	31
89	0	16
90	0	0

His cognitis ad exempli tractationem progrediamur. Augusta Rauracorum iuxta sententiam Ptolemæi in longitudine habet partes 28, minut. 0, in latitudine partes 47, minut. 20. Hierusalem verò, vt superius constituimus, habet partes longitudinis 66 minut. 0, latitud. part. 31 minut. 40. Describamus nunc figuram trapezij Quadranguli, ex cuius dimetiente vtriusq; loci distantiam inueniamus. Augustam constituamus in a, Hierusalem in c. Segmẽtum differentiæ longitudinum in Augustano parallelo sit a b, cui simile est segmentum d c paralleli Hierosolymitani a d & b c sunt æqualia segmẽta, quæ cõprehendunt differẽtiam latitudinum, quæ est 15 partium, minut. 40. Ex superioribus tabulis, cũ differentia longitudinum sit 38 partium, colligitur segmentum d c 32 part. 2 min. & a b 25 part. 45 min. Et cum hîc duo latera sint inæqualia, necessarium fuerit, si voluerimus dimetiẽtem a c inuenire, vt ex hac figura Quadrãgulum rectangulum constituamus: id quod hac ratione licet expedire. Subducta recta b a ex d c remanẽtis differentiæ semissem adijcies a b, aut subtrahes ex d c. Nam ex vtroq; prodibit eadem quãtitas. Hinc habebis adæquatam a b ipsi d c. Tandem ex differentia latitudinum & æquato latere per penultimam primi Elementorum inuenies dimetientem a c. Vt autẽ ad exemplum redeamus, differentia segmentorum vtriusque paralleli est 6 part. 36 scrupul. cuius semissis 3 part. 18 scrupul. adiecta partibus 25, scrupul. 45, constituit 29 part. 3 scrupul. quarum est Quadratum 843. Differentia latitudinum multiplicata quadratè constituit 245 part. 26 scrupul. Ex his duobus quadratis nascitur quadratum a c 1088 part. 26 minut. cuius radix est ferè 33 partium, quæ multiplicatæ per 15 conficiunt 495 miliaria Germanica. Tanta est rectissima prædictorum locorum inuenta distantia. Quòd si placuerit eandem a c magnitudinem expeditius sine vsu quadratorum & extractione radicum solo circino deprehendere, facillimè idipsum ex finibus Quadrantis efficies. Nam officio præcedentium tabularum adæquatis trapezij quadranguli lateribus, dinumerabis ex centro in vno sinuum numerum partium, qui respondeat lateri d c, in altero verò eum, qui conueniat a d, & notatis vtriusq; numeri finibus ad eorundem distantias circini pedes expandes, quo facto, transferes ipsum in eodem situ in basin, aut eathetũ Quadrantis, & statim manifestè ipsius a c quantitas innotescet. Præterea, vt euidentius perspicias, quomodo trapezium Quadrangulum Geometricè in ὀρθογώνιον transformetur, sequentem figuram subiecimus.





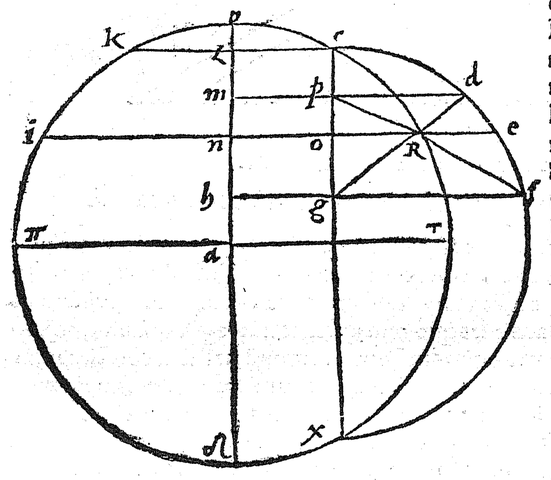


PROPOSITIO CXLVI.

Tertius modus eadem locorum distantias numerandi.

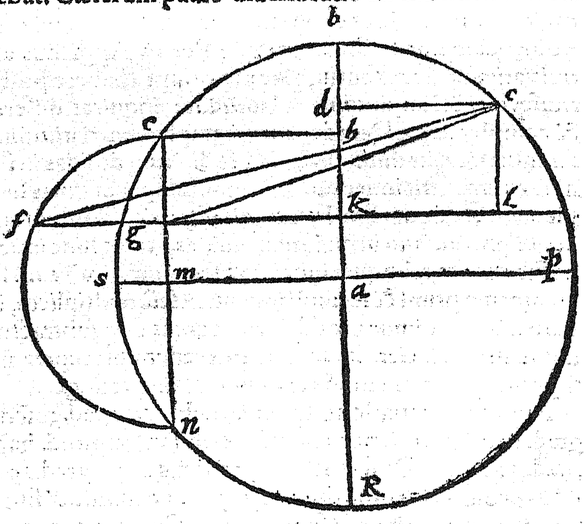
FAciliores locorum distantias supputandi rationes hoc modo descriptas habemus, quibus alias etiam æque certas licet paulò difficiliores, vt multiplicem sinuum & triangulorum vsum, qui varietate delectantur, euidentius perspiciant, subnectere placuit. Et quò rem ipsam statim aggrediamur, prætermissis ijs locis, quæ eandem longitudinẽ, aut latitudinẽ habent, constituamus duo loca sub diuersis meridianis & parallelis, quæ tamẽ in eandem ab Aequatore partẽ declinant, inquirantur primò omniũ sinus recti & versi latitudinũ, item sinus recti & versi differẽtiæ longitudinũ in parallelo: qua ratione id fieri debeat ex antegressis videre licet. His cognitis, subducas sinũ versum minoris latitudinis ex sinu verso maioris, vt remaneat vtriusq; differentia. Deinde conferẽdus erit sinus versus differẽtiæ longitudinis, qui est in parallelo minoris latitudinis cũ differentia sinuũ versorũ prius inuenta. & si ille minor fuerit, ex ea subtractus, relinquet partem, quam multiplicabis quadratè, quo facto, subduces sinũ rectũ minoris latitudinis ex sinu recto maioris & residuã portionem similiter quadratè multiplicabis. Tertium quadratum constituet sinus rectus differentiæ longitudinum in maiori parallelo, qui minorem etiam latitudinem habet. Ex his tribus quadratis nascetur vnum quadratum, cuius radix chordam, quæ segmentum distantiæ locorum subtendit, in lucem producet. Constituamus iterum in eodem parallelo locum, cuius differentia longitudinis ab altero sinus versus maior sit differentia sinuum versorum vtriusq; latitudinis, hîc erit ipsa differentia ex sinu verso longitudinis in parallelo subtrahenda. & residuæ partis erit quadratum primum, differentia sinuum rectorum vtriusq; latitudinis constituet secundum, & sinus rectus differentiæ longitudinum in parallelo prædicto conficiet quadratum tertium. Ex aggregato trium huiusce modi quadratorum emerget radix, siue chorda, quæ distantiam vtriusq; loci inquisitam subtendit. Assumamus etiam duo loca, quorum alter ab orbe medio in Septentrionem, alter in Austrum declinet. Hic iterum erit vsus inuentionis sinuum rectorum & versorum vtriusq; latitudinis, & differentiæ longitudinum in altero παραλλήλῳ. Et si constituerimus locum Austrinum maiorem habere longitudinem & latitudinem, quàm Septentrionalis habeat, procedendum erit hoc modo. Sinum versum latitudinis loci Septentrionalis subduces ex summa, quæ conflatur ex sinu verso latitudinis Austrinæ, & sinu verso, qui est differentiæ longitudinum in parallelo. ad eandem partem, & residuæ portionis quadratum dicetur primum. Quadratum secundum cõstabit ex aggregato sinuum rectorum vtriusq; latitudinis. Tertium ex sinu recto differen.

tiæ longitudinum in parallelo Auſtrino. Tandem ex ſumma horum triũ quadratorum non alia ratione, quàm ſuperius tradita eſt, egredietur radix ſiue chorda, quæ ſegmentum diſtantiæ propoſitorum locorum ſubtendit. Ex his non eſt difficile aſſequi, quomodo eadem locorum diſtãtia inuenienda eſſet, ſi locus Auſtrinus eſſet Occidentalior, hoc eſt, minorem occuparet longitudinem, quàm Septentrionalis. Ne hîc interim difficultate rei laborent diſcentes, euidentiſsimam demonſtrationem ſubiecimus. Ducatur ex a centro Meridianus circulus π b τ x. Huius & Aequatoris cõmunis interſectio ſit in linea b d ad rectos angulos. Cõſtituamus locum r, cuius latitudo ſit b r. Sit alter locus d, cuius latitudo b c, differentiam longitudinis vtriuſq; in parallelo c f x repreſentet c d, qui deſcriptus eſt centro s, cuius æqualis eſt ab Aequatoris plano diſtantia c l, qui ſinus rectus eſt b c, nempe latitudinis huius paralleli, & eiuſdem ſinus verſus b l: nam k c eſt duplum circumferentiæ b c. Sinus rectus latitudinis maioris eſt r n, & eiuſdem ſinus verſus n b. Ex d loco deſcendat perpendicularis in planũ circuli b τ d. Erit ergo d p ſinus rectus arcus c d, & c p eiuſdem ſinus verſus m p, an ſit æquidiſtãs l c, & ad angulum rectum d p contingens, c g x diameter ad rectos angulos n r ſinum in o ſecat. Ducta iam ex p in r recta, erit linea p r ſubtendens rectũ angulum p o k. Chorda vtriuſque loci diſtantiæ eſt d r, quæ hîc inuenienda eſt. Primùm ex datis latitudinibus c b & r b dantur ſinus recti l c, r n, & verſi b l & b n. Subtracto nunc b l ex b n, relinquitur l n cui æquidiſtat, & æqualis eſt c o. Lineæ verò c p & d p cognoſcentur hoc modo. Cum eandem rationem habeat b a ad c s, quam ſinus rectus differentiæ longitudinis in Aequatore ad ſinum rectum d p: nam ẽ d eidem angulo prætenditur, & c s ſit rectus ſinus complementi c τ notus, d p latêre non poterit. Hinc etiam quam rationem habet ſinus rectus differentiæ longitudinum ad ſinum verſum, eandem obtinet d p ad c p. Quare ipſa etiam c p cognoſcetur. His inuẽtis ſubducto c p ex c o reſtat p o, & ſublato ſinu minoris latitudinis c i ex n r, ſupereſt o r. & per 47 primi Elementorum Euclidis inuenitur p r, ſcilicet ex radice Quadratorũ p o & o r. Et cum d p linea plano circuli b τ d ad rectos angulos inſiſtat, per 18 vndecimi Elementorum erit angulus d p r rectus. Quare per penultimam primi Euclidis ex Quadratis linearum d p & p r extracta radix d r hypotenuſam patefaciet, cuius arcus eſt vera locorũ d & r diſtantia. Supereſt, vt exemplo rem ipſam experiamur. Cõſtituamus Auguſtam Rhetiæ in r, & Hieruſalem olim nobiliſsimam Syriæ vrbem in l. Longitudo Auguſtæ eſt 28 partium, 31 ſcrupul. & Hieruſalem 66 partium, o minut. differentia vtriuſq; 27 grad. 29 minut. Latitudo Auguſtę 48 grad. 20 minut. & Hieruſalem 31 grad. 40 minut. differentia 16 grad. 40 minut. Sinus rectus 48 gra. 20 minut. 74702, lineæ r n, complementum horum eſt 41 grad. 40 minut.



cuius

cuius ſinus rectus 66479 ex toto ſinu ſubtractus, relinquit 33521, nempe lineam b n. Sinus rectus 31 grad. 40 ſcrup. c b 52497 complementum huius c τ 58 grad. 20 minut. & ſinus 85111, qui ex toto ſublatus, relinquit 14889 b l. Sinus rectus 37 grad. 29 min. qui conſtituunt differentiã longitudinis in Aequatore, 60853, qui multiplicatus in ſinum 85111 producit 5179259683, & hic diuiſus in totum 100000 conſtituit 51792, tanta eſt linea d p. Complementum 37 gr. 29 min. eſt 52 gr. 31 min. & ſinus rectus 79353, hic ſubtractis ex 100000 reſtituit 20647, per quem multiplicatus 51792 producit 1069349424, & hic diuiſus per 60853 facit 17572, partes lineæ c p. Inſuper ex b n, quę eſt 33521, ſubduxi b l 14889 & relictæ ſunt 18632, lineæ l n, ſiue o c. Ex hac iterum ſubtraxi c p, ſcilicet 17572 & remanebant 1060 lineę p o. Tandem ſinui recto maioris latitudinis ademi ſinum minoris, ſcilicet ipſis 74702, 52497, & reſtabant 22205 partes, quæ metiuntur lineam o r. Quadratũ lineę d p eſt 2682411264, o r 497503025, & p o 1123600. Ex his cõiunctis ſurgit quadratũ 3181037889, cuius radix 56400. Tanta eſt chorda, quæ ſubtendit arcum diſtantiæ r d. Semiſsis huius chordæ 28200, cuius arcus ex ſinuum tabulis inuenitur 16 part. 23 ſcrupul. qui duplicatus conſtituit 32 partes. 46 ſcrup. Hinc ſequitur cum 1 gra. maximi terræ circuli conſtituat 15 miliaria Germanica, quòd producent 32 gr. & 46 ſcru. 491 miliaria Germanica & ſemiſsis vnius. Tanta eſt rectiſsima per mõtes, ſcopulos & paludes Auguſtæ Rhetiæ & Hieruſalem diſtantia. Iterũ in eodem ſemicirculo Aequatori parallelo c f x conſtituamus alium locũ remotiorem in f, cuius diſtantia ab r priori loco ſit inueſtiganda, & hanc ſubtendit chorda r f. Hîc etiam ex differentia longitudinis & collatione ſinuum eodem modo quo paulò ante p d & c p, inuenientur f g & g c, l h ęquidiſtat, & æqualis eſt c g, cui adiecta b l linea, tota b h innoteſcit. Nota fuit etiam antea b n linea, qua ſubtracta ex b h, relinquitur n h, cui ęqualis & parallela o g. Etiã propter datas latitudines cognoſcuntur c l, & n r. Quare ſubducta minori ex maiori, reſtat o r. Iam in trigono rectangulo g o r inuenta ſunt duo latera g o & o r, quare tertium latus rectũ angulum ſubtẽdens, per 27 primi Regiomontani latêre non poterit, & per eandem cum f g inuentus ſinus ſubiecto plano ad rectos angulos inſiſtat, r f rectũ r g f angulum ſubtendens manifeſta fiet, quam inuenire oportebat. Cæterùm paulò diuerſa ratio eſt inueniendi locorum interualla, quæ in diuerſas ab Aequatore partes declinant, quam ex ſequẽti figura non eſt difficile intelligere. Sit Meridianus circulus per locũ c ex a centro ductus n b c p. Huius & Aequatoris cõmunis interſectio b a r. eſt ergo latitudo loci c arcus b c, eiuſdẽ ſinus rectus d c & verſus b d. Dimetiens Meridiani & axis Aequatoris s a p, ſit alter locus ab Aequatore



in Meridiē declinans f in parallelo e f n, cuius latitudo b e, & ſinus rectus e h verſus h b, differentia longitudinis in parallelo e f, cuius ſinus rectus f g & verſus e g inueniūtur ex collatione ſemidiametrorum, ſicut antea oſtēdimus. Iam inuentæ g e æquidiſtat & æqualis eſt h k. Quare b k tota conſtat. Item e h æquidiſtat & æquatur g k, & d c ipſi k l. Quare ex coniunctis g k, & k l tota g l cognoſcitur. Sublato etiam ſinu verſo b d ex b k, reſtat d k, cui æquidiſtat c l. Inuentis hîc trigoni g l c rectanguli duobus lateribus g l & l c rectū angulum ambientibus, ipſa etiam ὑποτείνουσα g c non latebit. Angulus etiam g trigoni f g c rectus eſt, cuius lateribus f g & g c inuentis, tertium f c per 26 primi Regiomontani non latebit. atqui hoc vtriuſq; loci diſtantiam ſubtendit. Igitur exempli gratia duorum c & f locorum diſtantiam, cui ſubtenditur f c chorda, inueniendam eſſe conſtituamus. Sit autem c in parte Septentrionali, f in Auſtrina: ita vt b r ſit Aequatoris diameter. Differentia longitudinum ſtatuatur 42 part. 23 ſcrupul. Sed declinatio e b Auſtrina ſit 20 part. b c Borealis 3 part. 20 ſcrupul. Eſt ergo ſinus e h 34202, & d c 5814, quibus adæquatur tota g l linea 40016. Sinus differentiæ longitudinum eſt 67408, qui multiplicetur in ſinum complementi Auſtrinæ declinationis, & productum diuidatur in totum, ex quo emerget f g linea 63342. Complementum longitudinis eſt 47 part. 37 minut. & ſinus 73865, qui ex toto ſublatus, relinquit ſinum verſum longit. different. 27135. Quare diſpoſitis in ordinem numeris 67408, 21635, 63342, poſt abſolutam operationē prodibit e g lineę quantitas 24558. Inſuper ſinus complementi e b circumferentiæ ex toto ſublatus, relinquit b h ſinum verſum 6031. Quare tota b k conſtat 30589. Complementum Septentrionalis declinationis eſt 86 part. 40 ſcrupul. cuius ſinus 99830 ex toto ſubtractus, relinquit b d ſinum verſum 170. qui ſublatus ex b k, reſtituit d k, cui adæquatur c l 30419. Inuentæ ſunt igitur magnitudines linearum f g, g l, & c l, ex quarum quadratis conflatur quadratum f c chordæ inquiſitæ. Quadratum c l, eſt 925315561, f g 4012208964 & g l 1601280256. Summa horum quadratorum conſtituit 6538804781, cuius radix offertur 80862. Tanta eſt f c chorda, cuius ſemiſsis eſt 40431, quæ ex tabulis educit circumferentiam 23 part. 51 ſcrupul. Duplum huius eſt 47 part. 42 ſcrupul. proximè, quod inuenire oportebat. Eadem ratione ſtellarum diſtantias, quarum tam longitudinis, quàm latitudinis loca conſtiterint, metiri licet. Eundem etiam ſcopum alia ratione, quàm nos, ex ſinuum tabulis Petrus Appianus aſſequi docet, quem, ſi qui varietate delectentur, hinc in promptu habere poſſunt. Primò cognitis vtriuſq; loci & longitudine & latitudine, inquiras differentiam longitudinum & complementa. Deinde ſinum complementi latitudinis minoris in ſinū differentiæ longitudinis ducas, & productum diuidas in ſinum totum, arcus qui hinc exurgit, erit inuentum primum. Inſuper aſſumas huius inuēti ſinum complementi, vnà cum ſinu latitudinis minoris, & minorem per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus hinc inuentus à maiori latitudine ſubtractus, relinquet inuentum ſecūdum. Poſtremò ſinus vtriuſq; complementorum primi & ſecundi inuenti in ſeſe multiplices, & productum in totū partiaris. Hinc ſinus prodibit, cuius arcus è 90 ſubtractus, veram locorum diſtantiam patefaciet. Exemplum præcedens hîc repetamus, vt videas vtramq; ſupputandi rationem ad eandem metam pertingere.

Auguſta Rhetiæ longitudinem habet 28 grad. 31 ſcrup. & latitudinem 48 grad. 20 minut. Hieruſalem Iudææ ciuitas longitud. habet 66 grad. latitud. 31 grad. 40 minut. Differentia longitudinis eſt 37 grad. 29 minut. cuius ſinus eſt 60853. complementum huius 41 grad. 40 minut. & ſinus 79353, latitudo maior 48 grad. 20 minut. & ſinus 74702. Complementum 41 grad. 40 minut. & ſinus

ſinus 96479, latitudo minor 31 grad. 40 ſcrupul. ſinus 52497. Cōplementum 58 grad. 29 minut. ſinus 5111. Ducam igitur ſinum complementi latitudinis minoris, ſcilicet 5111 in ſinum differentiæ longitudinis 60853 & productum diuidam in totum. Hinc proueniunt 51792 quarum partium arcus 31 grad. & 12 minut. ſcilicet inuentum primum. Huius complementum eſt 58 grad. 48 minut. & ſinus 85536, in quem diſtribuo ſinum latitudinis minoris 52497 per totum multiplicatum & prodeunt in Quotiente 61374. Harum partium arcus ſcilicet 37 grad. 52 minut. à maiori latitudine ſubtractus relinquit inuentum ſecundum. Tandem ſinus complementorum vtriuſq; arcus inuēti, ſcilicet 98336, & 85536 in ſeſe ducti, & hinc in ſinum totum diſtributi conſtituunt 84113 ſinum cuius arcus 57 partium 16 ſcrupul. è 90 ſublatus, relinquit 32 grad. 44 minut. diſtantiæ Hieruſalem & Auguſtæ. Quòd ſi contigerit alterum locorū habere latitudinem Septentrionalem, alterum Auſtrinam, duces ſinum complementi latitudinis Septentrionalis in ſinum differentię longitudinis, & productum in totum diuides. Hinc exorietur inuentum primum, cuius ſinum complementi cum ſinu latitudinis Borealis conferas, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem diuidas, & Quotientis circumferentiam adijcias Auſtrinæ latitudini. Hinc tibi conſurget inuentum ſecundum, cum his duobus procedes eadem via, quæ antè præſcripta eſt.

PROPOSITIO CXLVII.

Quomodo angulus poſitionis (vt vocant) ex data longitudine & latitudine duorum locorum inueniatur.

HInc ſequitur, vt etiam explicemus, quomodo cognitis duorum locorum, tam longitudinibus, quàm latitudinibus, in quam mundi partem alter ab altero declinet, inueniatur. Quādo cognita fuerit duorum locorum diſtantia, aut ex præcedenti modo ſupputata, ducas ſinum complementi latitudinis minoris in ſinum differentiæ longitudinis, productum diuide in totum, & Quotiente cum ſinu diſtantiæ locorum collato, minorem ducas in totum, & productum in maiorē diuidas. Hinc arcus egredietur, qui angulum poſitionis oſtendet, ſcilicet quantum locus alter à Meridie verſus Orientem vel Occaſum, ſimiliter à Septentrione verſus ortum vel occaſum deflectat. Hinc cognoſcimus, vt etiam indice eorum locorum ſitus oſtendamus, quæ nunquam viderimus. Exemplum retineamus idem. Diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ inuenta eſt 32 part. 44 ſcrup. Multiplices nunc ſinum differentiæ longitudinis 60853 in ſinum complementi latitudinis minoris 85111 & productum in totum diſtribuas. Hinc fit 51792, quem, cum ſit minor, in totū ducas, & productum in ſinum diſtantiæ inuentæ partiaris, prodibit hinc ſinus 95783, cuius arcus 73 partes 18 ſcrup. diſtantia Hieroſolymæ à Meridiano verſus Orientem.

PROPOSITIO CXLVIII.

Si alterius duorum locorum conſtet longitudo ac latitudo, & ab altero diſtantia cum angulo poſitionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

HVic propoſitioni ſubnectit aliam, qua duobus locis propoſitis, quorum alterius tantùm latitudo vnà cū longitudine cognoſcatur, alterius vtraq; ignoretur, ſed angulus poſitionis, vnà cum diſtantia ab altero conſtet, eleuatio poli & longitudinis differentia inueniatur. Ducitur ſinus diſtantiæ in ſinum anguli poſitionis, & productum diuiditur in totum, ex quo prodibit ſinus arcus primi, cuius complementi ſinum, ſi minor extiterit ſinu complementi di-

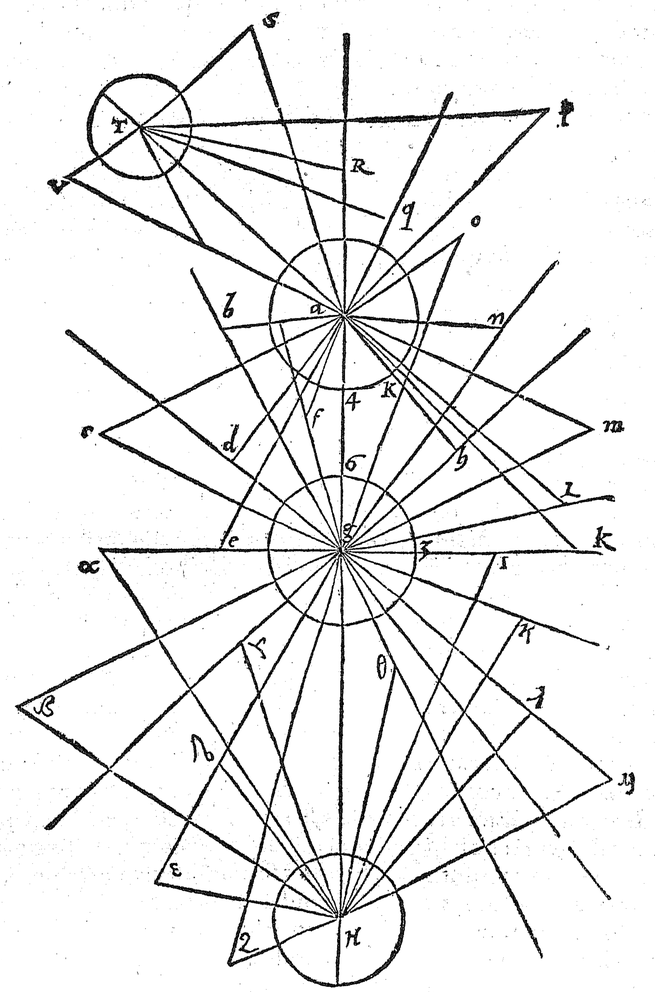
ſtantiæ locorum in totum ducas,& productum in ſinum complementi diſtantiæ diuidas. Ex contrario etiam contrarium ſequitur Quotientis ſinus arcum ex 90 ſubducas,& reſiduus ex nota latitudine ſublatus,relinquit arcum ſecundum. Sed ſi locus ignotus Borealior extiterit, reſiduo latitudinem cognitam adijcies, & hinc etiam habebis arcum ſecundum. Inſuper ducitur ſinus arcus ſecundi in ſinum complementi arcus primi,& productum in totum diuiditur. Sinus hinc prodeuntis arcus latitudinem ignoti loci quæſitam patefacit. Deinde propoſito ſinu complementi inuentæ latitudinis,& ſinu arcus primi, minorem ducas in totum, & productum diuide in maiorem. Sinus hinc exeuntis circumferentia differentiam longitudinis producit. Nunc ſi in Orientem tendat ignoti loci ſitus,inuentam differentiam cognitæ longitudini adijcies,ſi in Occidentem vergat ab eadem ſubduces, ita tibi vera ignoti loci longitudo innoteſcet. Eſt longitudo Meridiani per Auguſtam Rhetiæ ducti, ab illo qui per Canarias inſulas tranſit,eſt 28 partium,31 ſcrupul. latitudo loci antea conſtituta eſt 48 part.20 minut. diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ numeratur 491 miliar. Germanicorũ. Hinc inuenienda eſt tam longitudo quàm latitudo Hieruſalem. Sinus diſtantiæ 53975 in ſinum anguli poſitionis 73 grad.18 minut. 95783 ductus, cum diuiditur in totum conſtituit 51792,cuius arcus 31 grad.12 minut. dicitur primus. Iterum ſinum complementi diſtantiæ 84113 per totum multiplicatum in ſinum complementi arcus primi partiaris. Hinc egreditur ſinus 98336,cuius arcus 79 grad.32 minut. 90 gradibus ademptus, relinquit 10 grad.28 minut. quibus ſubtractis ex nota latitudine, quæ vlterius in Septentrionem extenditur,ſuperſunt 37 partes 52 ſcrup. arcus ſecundi. Inſuper ſinus arcus ſecundi 61374 per ſinum arcus primi multiplicetur, & productus diuidatur in totum,hinc prodibit 52497 ſinus arcus 31 grad. 40 minut. altitudinis poli ipſius Hieruſalem. Deinde ſinum rectum arcus primi 51792 per totũ multiplicatum in ſinum complementi latitudinis inuentæ diuidas, & egredietur ſinus 60853 cuius arcus 37 grad.29 minut. indicat differentiam longitudinis Auguſtæ & Hieruſalem,quam ſi adieceris longitudini Auguſtanæ 28 partiũ, 31 ſcrupul. prouenient 66 partes longitudinis Hieroſolymitanæ. Quare ſemper ad Meridianum huius loci duabus horis & 30 ſcrup. citius pertingit Sol, quàm ad Auguſtenſem. Diligenter hîc attendas, quoties angulus poſitionis extiterit 90 partium à Meridie, vt ducas ſinum complementi intercapedinis in ſinum latitudinis notæ,& productum in ſinum perfectum diſtribuas,atque ſinus hinc inuentus arcum ignotæ latitudinis producet. Deinde ſinum complementi huius inuentæ latitudinis cum ſinu intercapedinis conferas, & minorem ex his in ſinum maximum ducas,& productum per maiorem diuidas. Hinc tibi ſinus rectus arcus differentiæ longitudinis egredietur.

PROPOSITIO CXLIX.

Ratio dimetiendi uerum ſitum & conſtitutionem omnium partium cuiuſcunq; ſuperficiei terreſtris, ad cuius exemplar ſimilis deſcriptio in alio plano conſtitui poſsit.

EXplicabimus hîc deinceps commodiſsimam rationem dimetiendi veros ſitus & conſtitutiones in quauis terræ ſuperficie apparentium locorum, quam artifices regionum deſcriptionem appellare ſolent. Differt autẽ à Chorographia,ſiue Topographia,quòd non tantùm particularia quædam loca ſeorſim & abſolutè conſideret, verumetiam eorundem ad ſe inuicem proportionem intueatur,ita vt omnium etiam minutiſsimarum partium, velut vrbiũ, villarum,portuum,fontium,riuulorum, & aliorum, quæ huc referuntur, ſitus & diſtantias exquiſitiſsimè obſeruet ac deſcribat. Quantum verò in huiuſcemodi

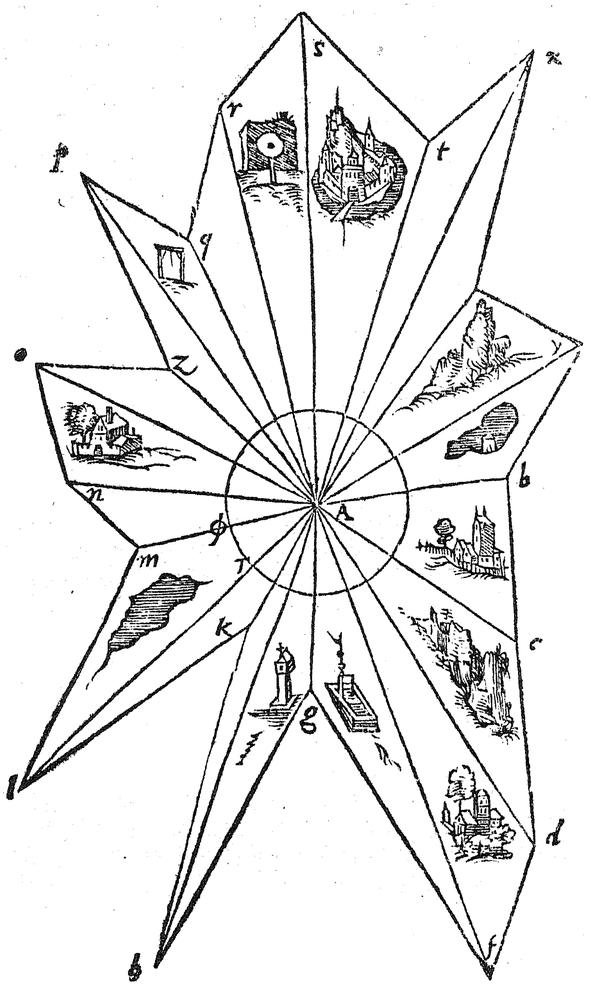
modi locorum deſcriptionibus imperiti pictores, qui rationem dimenſionis ignorant,& proportionum conſyderationem in his omnibus negligunt, à ſcopo aberrent,ſatis experientia atteſtatur. Quamuis autem variæ & multiplices huiuſmodi dimenſionum rationes extent,nulla tamen inter omnes ſimplicior ac certior inueniri poteſt,quàm illa,quæ quadrantis vſu abſoluitur. Nam ſi per angulos poſitionum hoc opus tentaueris,offerentur multæ difficultates & errandi occaſiones,præſertim in obſeruatione lineæ Meridianæ, quam per magnetem non ſatis exquiſitè licet inuenire. Cõſtituemus hîc igitur primùm ſimpliciſsimam rationem,qua ſine vlla cœli aut diſtantiarum obſeruatione exquiſitiſsimè locorum deſcriptiones abſoluantur. Primò quoties hoc operis aggredieris,locus aliquis ſublimior,ex quo reliqua circumiacentia loca commodiſsimè videantur,inquiri debet. Quo inuento, per quadrantem duorum locorum, ſumpto vbicunq; volueris initio, circularem diſtantiam, non aliter quàm ſtellarum in cælo obſeruãtur interualla,dimetieris. Eodem modo reliquorum omnium circumiacentium locorum diſtantias per circumferentias obſeruabis. Et inuentis omnium interuallorum arcubus in plana alicuius tabulæ vel chartæ ſuperficie,conſtituto in ea centro, quod loci tuæ obſeruationis vicem gerat,iuſtæ magnitudinis circulum duces,in cuius circumferẽtia, quæ ſit iuxta vulgarem Mathematicorum rationem in 360 partes diſtributa adſcriptis ſingulorum locorum nominibus,eorundem obſeruatas diſtantias numerabis, & per extremitates obſcuras lineas,quæ poſtea deleri poſsint,extendes. Hoc facto,in aliquem locorum ex his,quæ iam obſeruaſti,digredieris, & initio ſumpto à loco præcedentis operationis iterum circumſtãtium locorum interualla per circumferentias eodem modo quo antè obſeruabis. Dehinc in linea huius ſecundi loci punctum aliquod,cuius diſtantiam à centro prioris circuli, quantamcunq; volueris,aſſumere licet, deſignabis, quod nimirum ſecundæ operationis loco ſtatuatur. Ex hoc delineabis circulum cuiuſcunq; magnitudinis, in cuius circumferentia ſecundæ obſeruationis omnes inuentas locorum diſtantias iuxta modum præcedentem iterum numerabis: & ex centro per fines harum ſectionum protractis rectis lineis,harum contactus cum lineis primæ operationis diligenter notabis. Hinc manifeſtè videbis locorum omnium, quæ bis ſub aſpectum venerunt,quam habeant ſecundum veram ſymmetriam conſtitutionem. Ex hoc loco,nimirum ſecundæ obſeruationis in alium progredi licebit, vbi ex ſimilibus obſeruationibus reliquorum apparentium locorum ſitus & collocationes exquiſitè deprehendes. Tãtum hîc memineris, vt totius ſuperficiei loca ſingula, quæ deſcribere volueris, bis in conſpectum veniant, ſiue hoc ex duobus, ſiue pluribus locis fieri poſsit, hîc nihil refert. Ex huiuſcemodi obſeruationibus ſæpè repetitis etiam magnæ regionis tota conſtitutione,& in hac fluminum proceſſus & ſinus fontium & riuulorũ ductus ſitus minutiſsimarum etiam partium ſecundum veram proportionem exactiſsimè deſcribemus. Vt autẽ induſtrius lector huiuſcemodi deſcriptionis aliquod exemplar habeat, ſequentem figuram ſubiecimus. Noueris etiam in præſenti figura locorum ſitus non in ſectionibus,ſed in mutuis contactibus linearum, quæ literis ſignantur à nobis conſtitui. Porrò vnde conſtet hanc locorum deſcriptionem eſſe certam non difficile eſt intelligere: cum enim ex vno loco tanquam centro alia duo conſpiciantur, ſemper intelligimus ex his trigonum rectilineum conſtitui,cuius angulorum ex prima obſeruatione nobis vnus innoteſcit,alter ex ſecunda. Vnde tertius per 32 primi Elemẽtorum Euclidis latêre non poteſt. Quando inſuper duorum locorum interuallum in plana alicuius tabulæ ſuperficie per rectam lineam deſignatur,cui aliæ duę ſecundum obſeruatas angulorum quantitates applicantur, neceſſariò per 7 primi Elemento-



rum in vno puncto conuenient. Constat ergo huiuscemodi triangulum in tabula designatum æquales angulos cum eo quod in superficie terræ ex trium locorum connexis rectis lineis constitutum intelligitur, obtinere. Etenim cum triãgulus omnes treis habeat angulos duobus rectis æquales, consequitur omnium triangulorum collectos angulos æquales esse. Quoties igitur vnius trigoni duo anguli fuerint æquales duobus angulis alterius, cõstituimus per communem animi notionem reliquum angulum reliquo adæquari. Hinc per quartam sexti Elementorum æqualium angulorum latera easdem inter se rationes custodiunt. Non dubium est igitur, quin triangulus in tabula ex huiuscemodi obseruationibus constitutus, easdem rationes laterum, angulorum, & distantiarum obtineat, quas trium locorum respondentia interualla inter se custodiunt. Manifestum est igitur in tabula trium locorum signa rectè esse collocata. Quod autem de tribus locis demõstratum est, de reliquis omnibus eodem modo intelligendum est, cùm semper ex tribus punctis trigonus rectilineus constituatur. Præterea quamuis terræ superficiem non planam, sed sphæricam esse

esse constet, tamen hîc locorum triangulos ex rectis lineis constare asseuerabimus, ideo quòd in tanta locorum distantia, quantam visus in terra cõsequi potest, nullam inter sphæricos & rectilineos trigonos differentiam sensus percipiat. Sit, exempli gratia, constitutum trium locorum a, g, k situs secundum veram symmetriam describere. Ex prima obseruatione innotescit angulus g a k, ex secunda a g k. Ducas ergo in plana superficie cuiuslibet magnitudinis lineam, quę locorum a & g distantiam repræsentet. Et descriptis ex a & g centris duobus circulis, angulos distantiarum per obseruationem deprehensos in ijs dinumeres. Sit autem primæ obseruationis, per quam inspexeris ex a g & k signa, circumferentia 4 b. Secundæ verò 6, 3, qua conspecta sint a & k loca. Tandem ex a & g centris per fines harum circumferentiarum, scilicet r & 3 extendantur rectæ lineæ in eam vsq; partem, vbi vtraq; concurrat, quæ nobis hîc in k constituitur. Tria igitur puncta a, g, k recte collocata esse per antegressam demonstrationem concludimus. Eodem modo, reliquorum omnium locorum, quæ suis characteribus hîc sunt consignata, veras constitutiones in eadem superficie absolues. Secundus modus hinc non dissimilis est, quo ex obseruationibus in vno loco factis & dimensionibus distantiarum circumiacentium omnium locorum descriptionem absoluere licet. Fit autẽ hac ratione. Inuento editiori loco, ex eo tanquam centro omnium apparentium locorum, quæ describere volueris, distantias circulares, non aliter quàm superius præscriptum est, per quadrantem obseruabis. Deinde cum singulorum interualla in terrę superficie à centro loci obseruationis exquisitè dimensus fueris, circulum ad quamcunque magnitudinem in tabula designabis, cuius centrum repræsentabit locum, ex quo factæ sint obseruationes. Et diuisa tota circumferentia in ea segmenta, quæ ex operatione fuerint inuenta, per fines singulorum extendes rectas lineas ad quantitatem interuallorum, quibus singula loca ab obseruationis centro distiterint, hoc est, vt sint in tot æquales partes distributæ, in quot ipsæ locorum distantiæ fuerint diuisæ. Atq; hinc manifestè concludimus in finibus partium locorum situs esse constituendos. Tota verò huius rei demonstratio consistit in sexto theoremate sexti Elementorum Euclidis. Constituimus enim hîc duo triangula, quorum vnius duo latera eãdem inter se rationem custodiunt, quam duo alterius, & anguli sub his lateribus comprehensi sunt æquales, vnde æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebũt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Atq; hinc manifestum est trigonon in tabula, qui sit hoc artificio designatus, eandem rationem laterum, angulorum, & distãtiarum obtinere, quam re ipsa tria loca ita terræ superficie constituta inter se habent. Huiuscemodi descriptionis figuram habes talem.

Singula, quæ hîc describenda sunt loca, suis literis cõsignauimus. Sed exempli gratia, statuamus hîc per vnam obseruationem describendam esse trium locorum a, m l constitutionem. Per instrumentum inspicienti m & l signa offeretur circumferentia $\phi\tau$, siue angulus m a l. Deinde ex a centro ducantur rectæ a m & a l, quas intelligimus in tot æquales sectiones esse distributas, quot respondeant partibus, quibus loca m & l signis notata ab a loco distiterint. Quare præmissa demonstratio hanc signorum m a l collocationem rectam esse confirmat. Idem de reliquis omnibus locis intelligas.

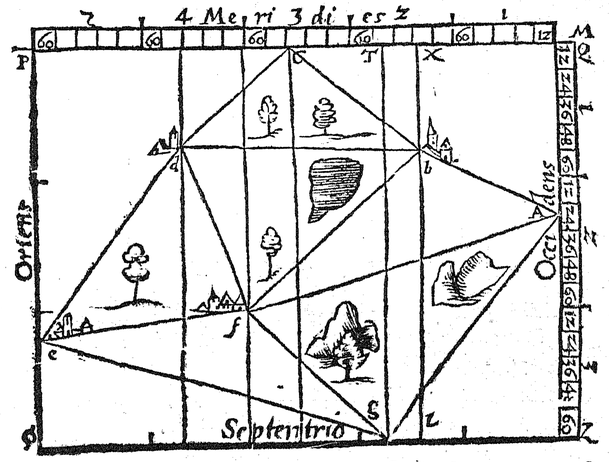


PROPOSITIO CL.

Quomodo particulares locorum descriptiones generalibus mundi tabulis sint intexendæ.

POstquàm particulares locorum descriptiones ita nobis sint explicatæ, non inutile fuerit, si breuiter hîc perstringamus, quomodo cõmodissimè generalibus mundi tabulis easdem liceat intexere, vt quantum fieri possit, exquisitius loca singula suis Meridianis & parallelis distinguantur. Vt hoc commodius efficiamus, necessarium fuerit iuxta Cosmographicum artificium tabularum structuram ante oculos constituere. Atque hîc eam rationem sequemur, qua per rectas lineas maximè congruentes sphærici corporis symmetriæ descriptiones absoluuntur. Id quod euidentius experiemur, si rectæ lineę, quibus longitudinum differentiæ comprehenduntur, ad Meridianas lineas, quæ vtrinq; à lateribus signantur, eam rationem habuerint, quàm segmenta τῶν παραλλήλων

παραλλήλων ad Meridianos circulos quibus includuntur. Hoc ita constituto, si æquidistantes longitudinũ lineas ad quantitatẽ interceptæ latitudinis segmenti recta disiungamus, quę in puncto sectionum, quibus in semisses distribuuntur, πρὸς ὀρθὰς eas contingat, & reliquas deinceps extremitates alijs connectamus, absolutam tabulæ structuram habebimus. Quæ sit autem ratio segmentorum longitudinis in parallelis ad Meridianum, aut quemui: maximorũ circulorum, id alibi explicatum reliquimus. Cum ergo nobis constet, qua ratione tabulæ fabrefieri debeant, non difficile fuerit, constituta iuxta veram symmetriam regionis loca ijsdem includere. In hunc vsum obseruabimus duo loca inter quæ maxima fuerit ab Oriente in Occidentem distantia, vt hinc vtriusq; longitudinis differẽtia innotescat. Dehinc ex obseruatione maximi interualli ab Austro in Septentrionem differentiam latitudinis, quæ in hac descriptione remotissima loca complectitur, colligemus. Tum per extrema hęc loca rectas παράλληλας ducemus, quibus iuxta obseruatam longitudinum differentiam suas magnitudines ex tabula, quæ conuertit gradus & scrupul. τῶν παραλλήλων in partes Æquatoris assignabimus. Has ita extremis Meridianorum lineis includemus, vt non solùm per ea loca, inter quæ maxima longitudinum distantia interceſſerit, extendantur, sed etiam vtrobiq; ad æquidistantes lineas interius æquales inclinationum angulos efficiant. Quo absoluto, si longitudinum παραλλήλοις, & à lateribus Meridianis lineis, suos numeros per partes & scrupulos adscripserimus, reliquorum omnium, quę in tabula collocata fuerint, locorum longitudines & latitudines constabunt. Id quod manifestè apparebit, si per ipsa loca & similes partes longitudinum in parallelis rectas transmiserimus. Superest, vt hoc subiecto schemate manifestius demonstremus. Sit ergo nobis instrumento obseruatus secundum exquisitam symmetriam situs locorum a, b, c, d, f, g, k, quæ rectis lineis hîc connexuimus, vt ipsa descriptionis ratio eũ dentius appareret. Et constitutum sit ea generali tabulæ includere, vt singulorum & longitudinis & latitudinis distantiæ innotescant. Intelligatur locorum a & k inter Orientem & Occidentem maxima distantia, quorum longitudines, vt alibi demonstratum est, ex ☾ motu obseruandas esse dicimus. Inter loca c & g maxima latitudinis differentia intercedat, quã non difficile fuerit, vt alibi explicauimus, obseruare. Hanc nobis designet recta t g, quę parallelas p q, & φ z per loca c & g transeuntes, disiungit, quarum magnitudines ex differentia longitudinum a & k, & latitudinibus q & z, colligimus. Has ita ordi-

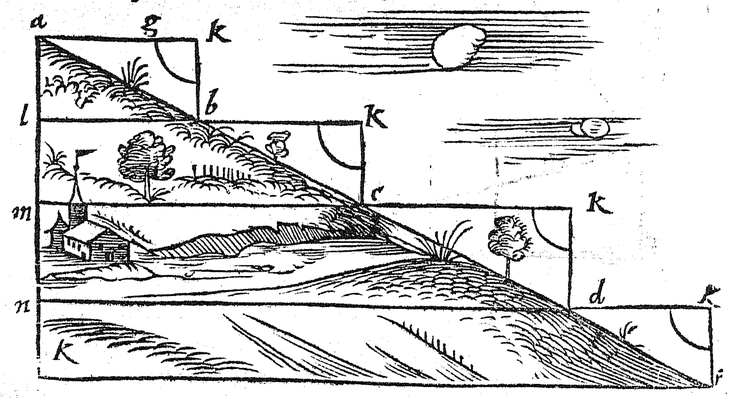


nabimus, vt meridiana linea p φ, quæ per k deducitur, sub eodem angulo inclinetur ad παραλλήλος p q, & φ z, quo q z meridianus, qui per a transit ad easdem inflectitur. Dehinc in similes portiones distribuemus p q & φ z adscriptis numeris. Sed p φ & q z inæquales. Hoc absoluto, reliquorum omnium locorum, qui constituta nobis descriptione comprehenduntur, longitudo & latitudo, sine vlterioribus obseruationibus constabit, si per singula rectas lineas, quæ distent similibus partibus παραλλήλων ab ipsis p φ & q z meridianis extendamus. Vt exempli gratia, in hac figura inuenienda nobis sit longitudo, ac latitudo loci b, ducemus per ipsum b, rectam x l, ita vt finis x simili distantia, quæ est x q, absit à q, qua l a z. Eadem ratione deprehendimus longitudines ac latitudines d & k locorum, vt ex ipsa figura manifestum est.

PROPOSITIO CLI.

Quorumlibet locorum superficies, per libellam metiri.

QVoniam superficies terrestrium locorum non vbiq; Horizontis plano æquidistant, opus erit artificiosa dimensione, si illas ad libellam volueri-mus adæquare. Tunc verò intelligimus superficiem ad libellam constitutã esse, quando loca singula in finitoris plano exquisitè conquiescunt, aut eidem æquidistant. Cum igitur fuerit oblata superficies montibus, aut collibus interrupta, aut in alteram partem decliuis, facillimè eandem adæquabimus, si quantitates altitudinum, quibus loca sese inuicem excedant, dimensi fuerimus. Hoc autem satis exactè per quadrãtem expediemus, quando assumptis duobus locis, perpendiculum ex centro dimissum ita in terram inciderit, vt alterũ instrumenti latus exactè contingat, per alterum verò radius visus in constitutum locum deferatur. Constat enim in huiusce modi situ (sicut alibi demõstrauimus) superius latus instrumẽti finitoris planæ superficiei æquidistare. Erit igitur magnitudo perpendiculi, quæ ex centro in terram descẽdit, æqualis altitudinis locorum differentiæ. Quòd si plura loca fuerint oblata, tantùm similes operationes repetantur. Atq; hinc manifestè patet, quomodo altissimorum etiam montium supra valles altitudines metiri possimus. Et quo res melius intelligatur, constituamus superficiem ad libellam æquandam a b c d f, in qua dimetienda



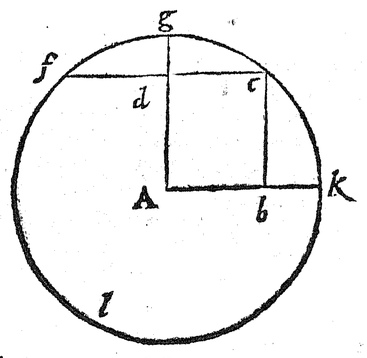
sit altitudo a supra f, nimirũ linea a k, quam ex quatuor obseruationibus in locis b c d f deprehendemus. Nam ex b loco, cum visus per k g procedit in a, perpendiculum k b metitur lineã a l. Nam vtriusq; est eadem magnitudo per 33 primi Element. Eodem modo c k adæquatur l m & k d ipsi n m & k f ipsi n k. Cum igitur singulæ partes partibus lineæ a k æquentur, etiam per cõmunem animi notionem totum toti æquale cõstituitur. Ex coniunctis igitur obseruationum

seruationũ lineis resultat magnitudo, quæ sit ipsi a k æqualis. Hoc quidem artificio cõmodissimè dimetimur excessus altitudinũ in illis superficiebus, quæ sunt in eodem Horizonte terrestri, nimirũ quæ tantum extẽduntur ad duo aut tria miliaria. Diligentissimè verò hoc obseruandum esse in ducendis fontibus, aut riuulis non ignorant artifices. Quòd si locorum distantia fuerit valde magna, non inueniemus certius aut facilius altitudinum differentiã, quàm ex segmento maximi circuli, quibus illa distiterint: idq; adminiculo sinuum tabularum, sicut ex sequenti propositione licet perspicere.

PROPOSITIO CLII.

Quanta sit differentia altitudinum in diuersis locis respectu summi terræ puncti, quod inter illa intercipitur.

QVantus sit vsus tabularum sinuum hic euidentius videre licet. Cæterùm, vt ad institutum veniamus, sciendum est necessariò illa loca, quæ magno distant interuallo, aliam dimẽsionis rationem postulare, quàm ea, quæ proximè sunt coniuncta. Cuius rei causa est manifesta, quod terræ superficies ex sententia Ptolemæi & omnium Mathematicorum, vt alibi etiam mentionẽ fecimus, proximè ad figuram circuli accedat: id quod in exiguo spacio non ita potest deprehendi, ita vt aspectus indicet esse planam. Hoc constituto, inueniemus eleuationum differentiam in locis multum distantibus ex sinu verso mediæ partis eius circumferentiæ, qua constituta loca distiterint. Vt autem exemplo rem certius intelligant studiosi, assumamus Danubium, qui inter Vlmam fontibus ipsius proximam & Byzantium Thraciæ, iuxta cuius longitudinem, seu Meridianum ferè in Pontum Euxinum exoneratur. Horũ locorum distantia ab artificibus est inuenta 300 miliarium Germanicorũ. Tam ingentem terræ conuexitatẽ superat ac transcendit, quæ à recta linea tanquam subtendente circũferentiam in extremitate terræ inter hęc duo loca interceptam eleuatur ferè 14 miliaribus Germanicis, hoc est plus vicesimaquarta parte totius interualli, quod est inter Vlmam & Byzantium. Qua ratione hoc ratiocinemur, ex subiecta figura manifestum est. Constituamus in superficie terræ maximum circulum f k l ex centro terræ a, qui in signo c transeat per fontes Danubij, & per eiusdem ostia in f. Et quoniam horum locorum interuallum constat 300 milia erit circumferentia f c 20 partium, quarũ totus circulus habet 360. Hanc vero subtendit recta f c, cui ex centro a ad rectos angulos occurrit a d recta in d signo, eaq; producta, attingit circumferentiam in g signo. Manifestum est igitur d g metiri summam altitudinem conuexitatis terræ, quæ est inter fontes & ostia Danubij. Atque hæc est nobis inuenienda. Ducatur ergo ex signo c recta c b, ita vt æquidistet d a. Quare circumferentia c g f secta est in semisses in g signo per 3 & 30 tertij Elementorum, & recta d a per 34 primi æqualis rectæ c b, quæ per eadem est semissis rectæ subtendentis duplum circumferentiæ c k. Porrò segmentum g c k quadrans est totius circumferentiæ circuli, cum angulus g a k sit rectus. Et cum circumferentia f g c constituta sit 20 partium, semissis ipsius g c erit earundem partium 10 & complementum c k 80. Igitur ex sinuum tabulis, quæ



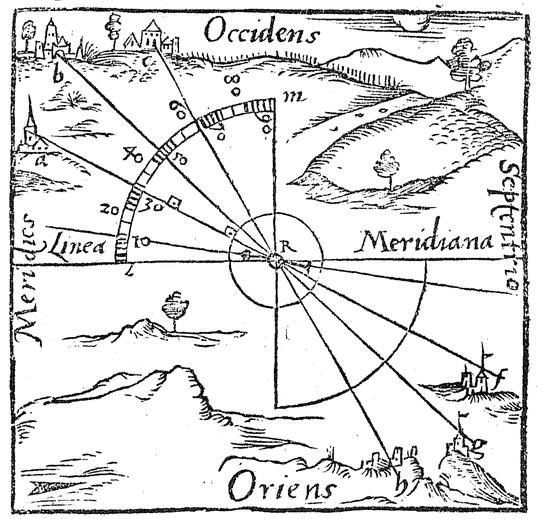
ſemidiametro aſsignant 100000 partes, ſimilium inuenietur c b 98480. Si iam conſtituerimus totam a g conſtare 859 miliaribus Germanicis per regu lam proportionis in hunc modum conſtitutis numeris 100000, 1984801859, prodibit numerus pro a d linea 845, & reliqua d g, quæ inuenitur ex ſubtractione d a ex g a, 14 miliarium Germanicorum ſicut ante conſtituimus. Vel ex ſententia Ptolemæi, qui ſemidiametrum terræ conſtituit 28636 ſtadiorum, & ſingulis maximi circuli partibus 500 adſcribit, talium d a erit 28201, & reliqua d g 435 ſtadiorum, & totum itineris ſpacium ferè conſtat vna myriade ſtadiorum. Conſtat igitur, ſi idem in reliquis locis experiri velimus, totum negocium abſolui, ſi diſtantiæ totius mediam circumferentiam ex quadrante ſubtraxerimus, & complementi ſinum rectum ex toto. Hinc enim ſinus verſus remanebit.

PROPOSITIO CLIII.

Ratio, qua dimetiamur in quibus mundi plagis ſingula finitoris loca ſint conſtituta.

DEmonſtrauimus quidem alio in loco quomodo inuenta Meridiei linea ex Solis vmbris, ſingula, quæ intra Horizõtem appareant, loca in certas mundi plagas ſint diſtinguenda: verùm is modus, cum vbiq; non poſsit quouis tempore vſurpari, vel propter nubiloſum aerem, qui ſubinde nobis abſcondit Solis ſplendorem, vel temporis anguſtiam, vt eiuſdem magnitudinis vmbræ, & ante & poſt Meridiem non poſsint obſeruari, viſum eſt hîc aliam rationem explicare, qua magnetis adminiculo Meridiei linea conſtituta, quolibet tempore, tam in marinis quàm terreſtribus locis verum ſitum & conſtitutionem omnium φαινομένων reſpectu mundi partium extemplo deprehendamus. Ad huiuſmodi obſeruationes faciendas quarta circuli pars nobis omnino ſatisfaciet, ſi modò circum idem punctum, aut centrum eam duxeris, donec in eundem locum reſtituta fuerit. Quod autem ad inuentionem Meridianæ lineæ attinet, quæ in primis hîc requiritur, ſcire licet indicem illum in compaſſo, qui magnetis idiotropiam gerit, ferè nouem partibus à Meridiani plana ſuperficie declinare, vna quidem cuſpide verſus Occidentem, altera verſus Orientem. Quare ſi per quadrantem huius rei periculum facere volueris, operam dabis, vt magnetis index lineam illam, quæ ex centro in nonam circumferentiæ partem extenditur, tam exquiſitè poſsideat, vt ab eadem in neutram partem deflectat. In hoc ſitu manifeſtum eſt quadrantis baſin, quæ nimirum ad eam partem eſt, vbi initium partium deſignatur, Meridiei lineam occupare, alteram verò quæ nonageſimæ partis finem claudit, communem Horizontis & Aequatoris ſectionem. Primùm igitur conſtituamus quadrantem hoc artificio vt exquiſitè ſit in occidua mundi plaga, quę in Auſtrũ vergit, tum circumducta mobili regula, ſi per pinnacidia cõſpexeris inter media loca, quę in eadem finitoris parte fuerint, ſtatim circumferentiæ, quibus à Meridie & Occidente diſtiterint, apparebunt. Deinde circũduces inſtrumẽtum, vt latus illud, quod Occidentis lineã occupabat, transferatur in illam Meridianæ lineę partem, quę in Septentrionem tendit. In huiuſcemodi cõſtitutione per ſimiles obſeruationes videbimus ſitus omniũ locorũ, quę inter Occidentẽ & Septentrionem fuerint intercepta. Ex hoc loco circũuolues inſtrumentũ in illã mũdi partẽ, quę eſt inter Septentrionẽ & Orientẽ, & hinc iterum in vltimã partem, quę eſt inter Orientẽ & Meridiem, in quibus eadem planè obſeruãdi ratione, quę paulò ante eſt preſcripta, locorũ ſitus deprehendes. Neq; verò neceſſariũ eſt, vt ſemper à Meridie in Occidentẽ inſtrumentũ circũducas, verũ à qualibet mũdi parte pro tuo arbitrio initiũ ſumas: nos tantũ docẽdi gratia rẽ hoc modo propoſuimus.

propoſuimus. In obſeruationibus cœleſtium φαινομένων, quomodo hinc circulos verticales, in quos ſtellæ fuerint delatæ, & earum diſtantias à Meridiano colligamus, cuiuis mediocriter ingenioſo, non eſt obſcurũ intelligere. Qui in fodinis metallicis laborant, circumferentiam totius circuli ferè ſemper in duodecim partes diſtribuunt, neq; exactiorem diſtributionem requirunt. Qui maris nauigant in eundem vſum pyxidem habent, in qua magnetis index orbi adhærens dependet, quem in 12 aut 16, aut ad ſummum 32 cuſpides diuiſerunt. Nos verò longè exactiores faciemus obſeruationes, cum circumferentiam circuli in 360 ſectiones diſtributam habeamus. Vt autem manifeſtius rem intelligant diſcentes, figuram adijciemus.



Conſtituamus igitur ex r centro inueniendos eſſe ſitus locorum a b c & f g h, cum latus inſtrumenti l r poſsideat lineam Meridianam, neceſſariò ſpectat m r Occidentem. Quare ſi per pinnacidia inſpexeris locum a, circumferentia l d oſtendet ferè 29 partes, quibus à Meridie locus ille diſtat, b verò 44, & c 60. Si harum circumferentiarum ſingulas ex 90 partibus ſubtraxeris, remanebunt eorundem locorum à vero Occidente diſtantiæ. Vt locus a diſtat ab Occaſu 61 partibus, b 46, c 30 exactè. Ex hoc loco circumduximus inſtrumentum in partem mundi, quæ eſt inter Septentrionem & Orientem, vbi per ſimiles obſeruationes ſitus locorum f, g, h, deprehendes. Et cum tota res per ſe facillima ſit, ad ſequentium tractationem progrediemur.

PROPOSITIO CLIIII.

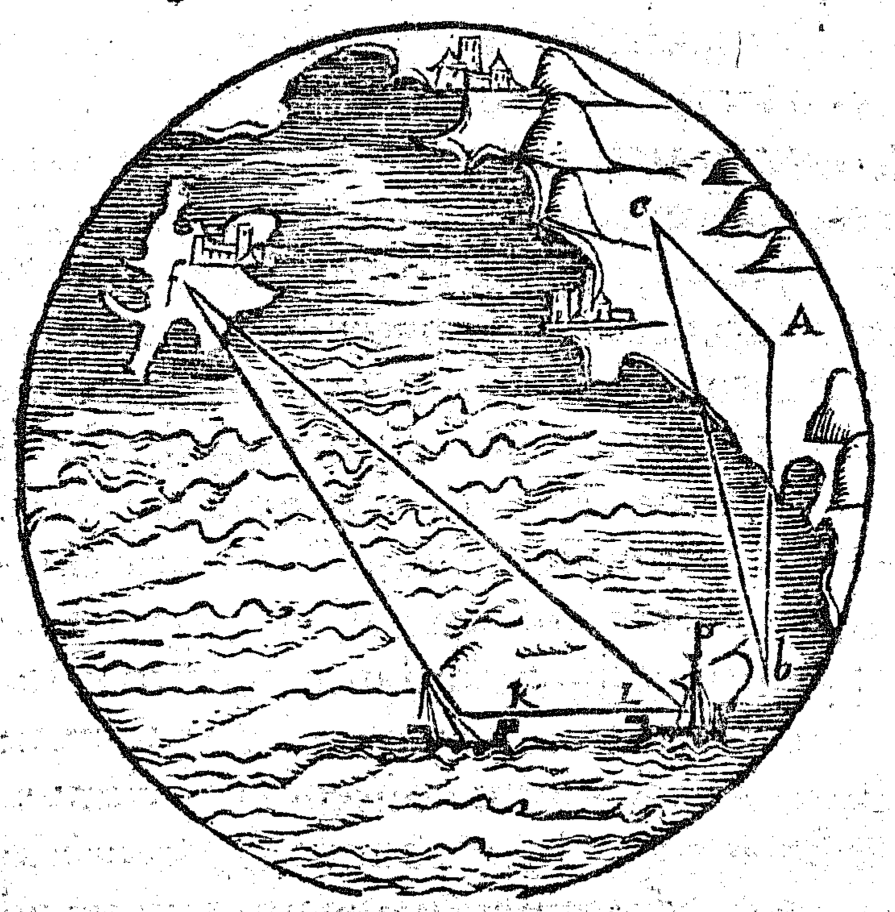
Qua ratione nauium à littore interualla, tam diei tempore, quàm in denſiſsimis noctis tenebris per faces ardentes exquiſitiſsimè liceat explorare: & uiciſsim naucleri, qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano, aut mari apparentium inſularum, ſcopulorum, aut littorum diſtantias à naui ex obſeruationibus deprehendere poſsint.

HActenus varias ac multiplices dimẽſionum rationes explicauimus, quarum obſeruationes in terra duntaxat abſoluuntur: nunc etiam videamus

qua ratione consilium sit instituendum, si nauigantes in mari vel Oceano per dimensiones explorare debeamus cuiuslibet apparentis, siue in medijs fluctibus, siue in terra loci à nauigio distantiam. Item quomodo certissimè, qui sunt in littore, nauium, insularum, ac scopulorum, qui modò sint in conspectu ab eo deprehendant interualla. Assumptis igitur obseruationibus & extructa demonstratione manifestè constabit hîc citra omnem difficultatem rem expediri posse ad quantamcunq; distantiam radius visiuus locum aliquem possit apprehendere, diurno quidem tempore per obseruationem trium locorum, sed in medijs noctis tenebris per faces ardentes, quæ diuersis in locis constitutæ, exquisitissimum nobis exhibebunt triangulum, cuius exploratis duobus angulis ac vno latere, per quartam secundi Regiomont. reliqua licebit ratiocinanari. Consideremus ergo primùm, quis sit operandi modus, si in littore velimus experiri alicuius insulæ, scopuli aut nauis interuallum. Quòd si de die fuerit nauis in conspectu, assumemus in littore spacium aliquod rectilineũ, quod sit sexdecim, aut viginti stadiorum, in cuius altero fine signum aliquod, vt euidenter conspiciatur, constituendum est. Eodem modo collocabitur signum apparens in principio dicti spacij, siue itineris, vbi nimirum est locus obseruationis, cuius à nauigio inquiritur distantia. Hoc constituto, eodem temporis momento per instrumentum iuxta vtrumque constituti itineris finem, explorare oportebit angulum distantiæ nauis & alterius signi. Deinde per ratiocinationem, quantacumque etiam fuerit, nauis distantia ab vtroque signo colligetur. Nocturno tempore loco signorum, quæ sunt iuxta vtrumque finem itineris, collocabimus faces ardentes, ex quarum conspectu similem obseruationem repetentes eundem scopum attingemus, si tertia fax in nauigio accensa apparuerit. Huiuscemodi obseruationes, quæ per conspectum ignis absoluuntur, sine dubio constat esse omnium exquisitissimas. Nam radij visui in flamma vtrobique coeuntes, exactissimum constituunt angulum, cuius ratiocinatione inquisitum latus trianguli colligitur. Nullam quoq; certiorẽ dimensionis rationem inueniri posse constat, quàm si latus vnum trianguli in planiciem terræ inclinemus, præsertim in explorando longiori interuallo. Si enim assumptum in littore spacium fuerit viginti stadiorum, certum est nullum in Horizontis planicie corpus, tam remotè apparere posse, quin eius distantia euidentissimam ad illud spacium rationem sortiatur. Nam si fieri posset, vt oculorum prospectus in plana Horizontis superficie ad spacium decem miliarium Germanicorum pertingeret, cum 125 passus vnius stadij absoluant magnitudinem & 5000 passus constituant miliare Germanicum, manifestum est spacium in littore viginti stadiorum vigesies multiplicatum, tam longi itineris, vt sunt decem miliaria longitudinem exactissimè patefacturum. Hîc autem lubet admonere veritatis amantes, vt cum terræ molem aquæ cõiunctam secundum vniuersas sui partes sphæricam esse constet ad sensum, atque ideo fiat, vt cum à quouis angulo ad alium nauigamus versus littora ac montes altiores, paulatim eorum magnitudines sensui increscere videantur, tanquam è mari emergerent, cum anteà (vt Ptolemæus loquitur) ὑπὸ τῶν κυρτότητα τοῦ ὑδατῶ ἀποφανέιας latuissent, diligentius explorent in locis maritimis per huiuscemodi obseruationes, quid maximè consentiat experientiæ. Macrobius Eratosthenem secutus, vni segmento cœlestis circuli ex 360 æqualibus assignat 700 stadia: ex quo Geometricè demonstrari potest oculorum prospectum in planicie vltra 4 [1]/[2] miliaria ferri non posse. Sed tamen vtrum hæc sententia ad rei veritatem [2] proximè accedat artificis est diligentius explorare. nos hîc rem indicasse satis est. Nunc ad institutum redeamus, vt consideremus quomodo vicissim nauigantes in Oceano, aut mari commodissimè experiantur quantum

tur quantum itineris absunt à littore, scopulo, aut insula apparenti. Eiusdem quidem ἀποδέξεως vsum ad hanc operationem assumemus, sed difficiliore negocio trianguli constituendi basin metiemur in pelago. Duas igitur huius negocio trianguli constituendi basin metiemur in pelago. Duas igitur huius basis explorandæ rationes extruemus. Prima est, si duæ naues in æquore vnà cursum teneant, ac eodem tendant, vt eo tempore, quo insula, aut littus fuerit in conspectu, ejectis anchoris vtraq; nauis firmetur ad quantamcunq; distantiam, & ascendat aliquis in summitatem mali, qui exploret instrumento angulum, cui prætenditur interuallum vtriusq; nauis, tum per 29 primi Regiomontani, si cognita fuerit ipsius mali longitudo, inquisitum patefiet interuallum. Eodem momento in vtraq; naui constituatur signum, à quo in alterum prospectus pateat. Dehinc obseruantes in vtroq; signo alterius à littore conspecto distantiam per circumferentiam Quadrãtis, experientur duos trigoni angulos, ex quibus per eandem quartam secundi Regiomontani inquisitum ratiocinabimur interuallum. Secunda ratio est, vt si vnica duntaxat nauis in pelago fuerit, per quam placeat eandem loci apparentis colligere distantiam, certo in loco proram conuertamus claui adminiculo versus aliquem mundi angulum, in quem ad longitudinem cuiuscunq; itineris recto cursu contendere velimus. Quo constituto, in puppi assumpto instrumento obseruabimus apparentis loci ac prorę angulum distantiæ. Ex hoc loco recto itinere nauigantes vsque ad illud locorum interuallum, quod pro arbitrio constitutum fuerit, similem obseruationem repetentes, explorabimus in prora quanto circumferentiæ segmento puppis à conspecto loco distare videatur. Absolutis hisce obseruationibus, innotescunt duo anguli constituti trigoni. Sed latus illud quod emensa nauis est, à loco primæ obseruationis vsque ad locum secundæ explorabimus iuxta rationem Vitruuij, quam explicat libro 10, cap. 14. Dehinc per quartam secundi Regiomontani reliqua trigoni latera colligemus. Cæterùm ne quicquam hîc desideret studiosus lector, verba Vitruuij adscribere non pigebit. Nauigationibus verò similiter paucis rebus commutatis eadem ratione efficiuntur. Nanque traijcitur per latera parietum axis, habens extra nauem prominentia capita, in quę includuntur rotæ diametro pedum quaternum & sextantis, habentes circa frontes affixas pinnas aquã tangentes. Item medius axis in media naui habet tympanum cum vno denticulo extanti extra suam rotunditatem. Ad eum locum collocatur loculamentum habens inclusum in se tympanum peræquatis dentibus quadringentis conuenientibus denticulo tympani, quod est in axe inclusum: præterea ad latus affixum extantem extra rotunditatem alterum dentem. Vnum insuper in altero loculamẽto cum eo confixo inclusum tympanum planum ad eundem modum dentatum, quibus dentibus denticulus, qui est ad latus fixus tympano, quod est in cultro collocatum, in eos dentes, qui sunt plani tympani singulis versationibus singulos dentes impellendo in orbem, planum tympanum verset. In plano autem tympano foramina fiant, in quibus foraminibus collocabuntur calculi rotundi. In theca eius tympani (siue loculamentum est) vnum foramen excauetur, habens canaliculum qua calculus liberatus ab obstantia, cum ceciderit in vas æreum, sonitum significet. Ita nauis cum habuerit impetum aut remorum, aut ventorum flatum, pinnæ, quæ erunt in rotis, tangentes aquam aduersam vehementi retrorsus impulsu coactę, versabunt rotas. Eę autem inuoluendo se agent axem, axis verò tympanum, cuius dens circumactus singulis versationibus singulos secundi tympani dentes impellendo, modicas efficit circuitiones. Ita cũ quatercenties ab pinnis rotæ fuerint versatæ, semel tympanum planum circumagent impulsu dentis, qui ad latus est fixus tympani in cultro. Igitur circuitio

tympani plani quotieſcunque ad foramen perducet calculos, emittet per canaliculum. Ita & ſonitu & numero indicabit miliaria ſpacia nauigationis. Hec ille. His præmiſsis ad ſtructuram ἀκρολεξίως progrediemur. Sit igitur, exempli gratia, in pelago nauis b, quę ex locis a & c in littore videri poſsit, quæ ſigna rectis lineis connectantur, vt fiat triangulus c a b, cuius c b latus eſt in planicie Horizontis iuxta littus, a b, & c b radij viſiui. Si ergo fuerit dies, faciliimè negocium per cōſpectum horum ſignorum abſoluetur, ſed nocturno tempore in locis c, a, & b, collocentur faces ardentes. Hoc conſtituto, ſi eodem temporis momento quo aliquis in c per inſtrumentū ex conſpectu a & b metiatur angulum diſtantiæ a & b, alius eandem obſeruationem experiatur in a ex conſpectu c & b, manifeſtum eſt, duos trigoni c b a angulos offerri, nempe a c b, & c a b, qui cum noto ſpacio rectilineo in littore a c incumbant, per quartam ſecundi Regiomōtani colligemus a b & c b latera, quæ erant inquiſita.



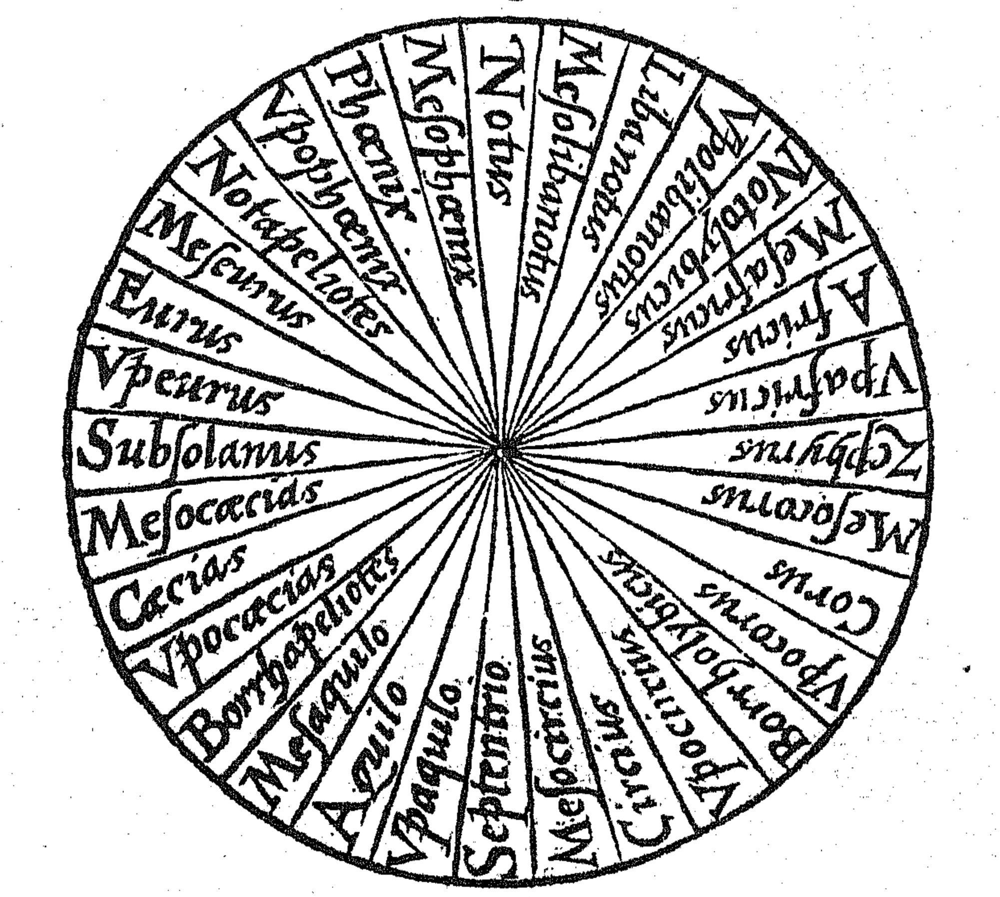
Nunc vice verſa conſideremus quomodo naucleri in mari experiantur alicuius inſulæ aut littoris apparentis interuallum à nauigio: id quod iuxta dictam rationem primò efficiemus per duas naues. Sit igitur inſula in f, nauis vna in h, & altera in g, quibus in locis eiectis anchoris ad abſoluendas operationes vtraque firmetur, iam ſigna f, h, & g rectis lineis connectantur, vt f h & f g ab vtraque naui deſignet interualla, & illarum diſtantiam g h. Quo conſtituto, oportebit eodem momento in h ex conſpectu f & g obſeruari angulum f h g, & in g alterum f g h. Deinde in h aut g ſi fuerit erectus iuſtæ magnitudinis malus per vigeſimamnonam primi Regiomōtani (vt ſæpius alibi oſtendimus) licebit metiri interuallum h g. Quare per quartam ſecūdi Regiomontani, vt antea h f & g f diſtantiæ inquiſitæ patefient. At nunc fingamus vnicam duntaxat eſſe nauem in h, cuius adminiculo placeat eandem h f diſtantiam inueſtigare. Cum ergo fuerit puppis in h, dirigatur clauo ipſa prora k, qui poſtea retineatur in emetiendo itinere immotus, ad certum aliquem mundi angulum, qualem hîc conſtituimus g, tum in h ex conſpectu f & k obſeruetur angulus f h g, ſiue f h k, qui eſt idem. Si ergo k fuerit conuerſa ad g, & clauus retineatur immotus, à recto itinere h g non deflectet nauigium, ſi remorum, aut impetu venti impellatur. Vt tamen certiorem habeamus rationem in hoc itinere ſequendo, ſubinde licebit explorare magnetis angulum poſitionis in h conſtitutum. Eſto igitur, vt prora peruenerit in g, & puppis in l, tum in g ex conſpectu l & f offeretur angulus f g l, qui idem eſt cum f g h propter eandem recti curſus lineam h g, cuius quantitate obſeruata per rationem Vitruuij paulò ante explicatam ex quarta ſecundi Regiomontani, vt antea, licebit h f & g f facillimè ratiocinari.

PROPOSITIO CLV.

Quomodo liceat tam in maritimis, quàm terreſtribus locis, quiſnam uentus quolibet momento ſpiret, obſeruare.

Qui

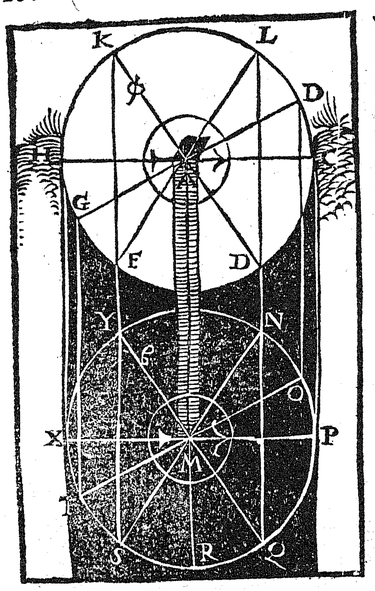
QVi rectè fuerit aſſecutus eam propoſitionem, qua docetur magnetini indicis adminiculo, qua ratione obſeruare liceat in quo mundi cardine quilibet locus in Horizontis planicie conſpectus, conſiſtat, ex quonam mundi angulo ventus quilibet ſpiret non difficulter videbit. Ac, ne res prolixior fiat, tabellam ſubijciemus, quæ 32 ventos, quibus vtuntur naucleri ſuis nominibus deſcriptos complectatur, deſignatis etiam mundi cardinibus, à quibus ſingulorum diſtantias intueamur. In hac depictam Meridiei lineam obſeruationis tempore per magnetem ipſi Meridiano applicabimus, vt verum ſinguli in mundo ſitum venti obtineant. Deinde ſuper centrum deſignati circuli erigemus volubile flabellum obſeruantes in quam partem impellatur à vento. Sed cum nulla ſit huius rei difficultas, figuram ante oculos conſtituemus.



PROPOSITIO CLVI.

Quæ ſit ratio ingrediendi per ſubterraneos meatus, ut ubiꝗ conſtet, ſub quibus terræ locis conſiſtamus.

SEquitur deinceps, vt conſiderationem aliquam inſtituamus, qua manifeſtè conſtet, ſi per ſubterraneos meatus ingrediamur, ſub quibuſdam terræ locis vbiꝗ conſiſtamus. Id quod magnetini indicis adminiculo expeditiſsimè fieri poſſe demōſtrabimus. Ac, quo rem euidentius explicemus, ſcire licet precipuè nos in hoc incubituros, vt ex accurata ſuperioris terræ plani deſcriptione conſtituamus, qua ratione in profundioribus cauitatibus illa loca deprehendantur, quæ ad perpendiculum exterioribus terræ partibus ſubijciantur. Hinc colligemus diſtantiarum magnitudines, rationem ſituum, qua in certas mundi plagas loca ſingula diſtribuuntur, non minori facilitate ac certitudine in altiſsimis meatibus, quàm clara luce in apparenti terræ ſuperficie. Ergo in primis operam dabimus, vt in ſuperiore meatus parte, qua in terram ingreſſus pateat, conſtituto ſigno, tanquam centro, apparentium in exteriori ſuperficie locorum verum ſitum & conſtitutionem iuxta exquiſitam ſymmetriam eo, quem alibi explicauimus, modo deprehendamus. Atꝗ hîc diſtantiarum quantitates certis definitas menſuris annotare commodiſsimum fuerit. His conſtitutis, obſeruata magnetis officio Meridiei linea, ſi ad perpendiculum ſub conſtituto ſigno in inferiorem terræ cauitates deſcenderimus, aſſumptam exterioris plani deſcriptionem eidem exquiſitè accommodabimus. Ex ſequēti ſchemate euidentius hæc intelligentur. Sit ergo meatus ad perpendiculum in terram deſcendens a m, cuius ſuperior pars a, tanquam centrum conſtituitur,



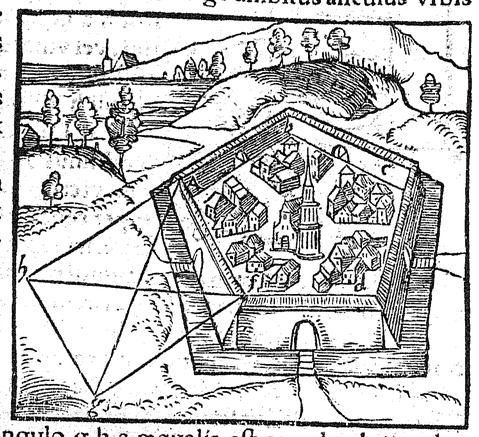
vt eius intuitu tota capacitas exterioris ſuperficiei, quæ clauditur circulo h l c g, explorata ac deſcripta inferiori, & eidem exquiſitè iuxta perpendiculares lineas ſubſtitutæ, nimirũ x y p t inſeruiat & accõmodetur. In illa igitur primò per magnetini indicẽ deſignetur Meridiana linea h a c, cui inferius in m exquiſitè ſubeſt x m p. Et conſtituantur in circumferentia ſigna b,l,k,g,f,d, vt eorum à c & h punctis interualla per obſeruationes ſint nota. Collocauimus autem in iiſdem dimetiẽtibus facilitatis cauſa, b g, l f, & k φ d ſigna. Singulis horum pũctorum in inferiori ſuperficie alia ſupponantur, nimirum ipſi b, o, l, n, k φ, y ϵ, g t, & f s, quæ deductis etiã perpendicularibus cõnectantur. His ita conſtitutis, dicimus ſingula hæc, quę in altiori ſuperficie infra terram intelligũtur ſigna, & eorũ ab m interualla deprehendi poſſe. Nam primò conſtituimus iuxta exquiſitam ſymmetriam exteriorem ſuperficiem obſeruationibus exploratã eſſe. Quare cum ſingula inferiora ſigna eundem inter ſe cuſtodiant ſitum, & æqualia ſuperioribus interualla, ſequitur, vt deprehenſa Meridiei linea x m p, ipſa loca o, n, y, & t iuxta obſeruatam ſuperius deſcriptionem inueniãtur. Exempli gratia, in inferiori plano inueniendum nobis ſit ϵ ſignum, quod perpendiculariter ſub φ cõſiſtit. Obſeruabimus hîc primum angulum h a k, cui æqualem ſtatuemus x m y, indeſi ab m per ipſam m y rectam eouſq; proceſſerimus, vt interuallum ab y ſuperſit æquale φ k, aut ab m ipſi a φ manifeſtè conſtabit in ϵ peruentum eſſe. Hinc etiã manifeſtum eſt, quomodo viceuerſa deſcriptionem inferioris ſuperficiei ſuperiori, ſi ea fortè non fuerit explorata, accommodare liceat. Nam verſus quemcunq; locum proceſſerimus ex m, obſeruata diſtantia, & Meridiei linea, exterius intra Horizontis circuli planum quonam iter ſit inſtituendum, vt perpendicularem inferioris loci inueniamus, perſimiles antegreſſas obſeruationes certò deprehendetur. Cæterùm hæc cum per ſe ſatis euidentia ſint, longiorem hîc demonſtrationẽ cõtexere ſuperſedebimus.

PROPOSITIO CLVII.

Quibus obſeruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra ſine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

COnſyderabimus inſuper quibus rationibus totũ alicuius vrbis ambitum etiã ex locis remotioribus duntaxat in terra liceat explorare. Quod operis non difficulter abſoluemus, ſi partibus illis ſigillatim aſſumptis, quæ in eadem recta linea conſiſtunt, ad quantamcunq; diſtãtiam æquales in plana terrę ſuperficie magnitudines cõſtituerimus. Duabus ad hoc obſeruationibus conſpectorum finium & duorum, quæ ijs ex aduerſo deſignentur, ſignorum vtemur. Nimirum, vt ex loco alterius ſigni præfixæ magnitudinis fines, ac aduerſum ſignum exquiſitè appareant ſub recto angulo, & econuerſo, ita tamen, vt etiam particulares anguli, ſub quibus aſpicientur conſtitutæ quantitatis fines, & alterius horum ab aduerſo ſigno diſtãtia, vtrobiq; ſint æquales. His ita conſtitutis,

ſtitutis, manifeſtum erit nobis rectangulum παραλλόγραμμον deſignatum eſſe, cuius ea, quæ ſunt ex aduerſo latera, eandem obtinere magnitudinem eſt neceſſe. Eſt igitur ſignorum interuallum ex quibus obſeruationes factæ ſunt, æquale magnitudini inquiſitæ. Eodem obſeruandi modo ſequentem magnitudinem & deinceps reliquas omnes, quibus integer ambitus abſoluitur, in plana ſuperficie licet metiri. Sequitur nũc, vt deſignato ſchemate euidentius rem ipſam diſcentibus ob oculos conſtituamus. Sit ergo ambitus alicuius vrbis a b c d f, in quibus ſignis, vt manifeſtum eſt, duæ magnitudines ad certum angulum cõcurrunt. Primùm ex his metienda nobis ſit f a: idq; in hunc modum. Ex remotiori h loco appareat ſignum g cum finibus f & a ſub angulo recto g h a. è conuerſo ex g conſpiciatur ſignum h & ijdem f & a fines ſub eodem angulo. Ac ea ratione, vt particulatim angulus a g f ſit æqualis ipſi f h a. Hoc conſtituto, dicimus g & h ſignorũ interuallum inquiſitæ f a magnitudini exactè adæquari. Etenim in trigono rectangulo g h a æqualis eſt angulus h g a alterius trigoni h g f angulo g h f. Nam ex vtroq; recto g & h ablati ſunt æquales f h a & a g f anguli. Sunt ergo hi duo trigoni iſogonij, quibus eadem baſis, videlicet h g ſubſternitur. Quare per 26 primi Elementorum æqualis eſt h a ipſi g f, & eædem ſunt parallelę, quia ipſi g h ad rectos angulos inſiſtunt. Ergo per 33 primi Euclidis æqualis eſt g h ſignorum interuallum ipſi f a inquiſitæ magnitudini. Atq; ita manifeſtum eſt g h a f eſſe rectangulum parallelogrammum: ſicut alibi quoq; demonſtratum nobis eſt. Eadem verò ratione licebit explorare magnitudines f d, d c, c b, & b a. Conſtat igitur totũ ambitum ex parallelis & æqualibus in aduerſis locis exquiſitè poſſe deprehendi. Cæterùm hîc ſcire licet haſce magnitudines per alia trigonorum genera etiam explorari poſſe, quorum vſus potiſsimum tunc adhibebitur, quando exterior ſuperficies terræ non ſatis plana fuerit, quo minus conſtitutis hîc obſeruationibus congruat. Sed qua ratione conſilium tunc inſtituendum ſit, induſtrio artifici expendendum relinquimus.

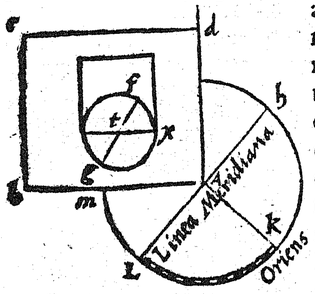


PROPOSITIO CLVIII.

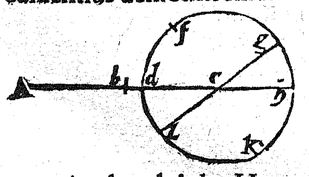
Quomodo uerus ſitus ſuperficierum in ædificijs aut mœnibus urbium explorandus ſit, ut conſtet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

INueſtigabimus hîc deinceps quibus obſeruandi modis vera cõſtitutio alicuius ſuperficiei in ædificijs, aut alijs corporibus explorari poſsit, vt exquiſitè conſtet, quanto Horizontis circuli ſegmento à certa mundi plaga diſtet, ſiue quanto ad Meridiani planum angulo inclinet. Cuius rei cognitio ipſis architectis non mediocriter conducit, ſi quando conſtitutum fuerit ſuperficiem ad certã mundi plagam dirigere, aut ſitum alterius explorare. Sed hîc vulgus non parum à ſcopo aberrat. Præterea demõſtrabimus non tantùm quomodo

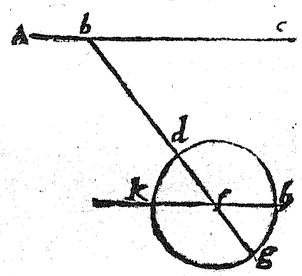
in proximioribus locis hoc negocij expedire liceat, verumetiam ex remotioribus interuallis, si modò partes aliquę superficiei commodè videri possint, vt etiam discentes intelligant, qua ratione situs mœnium alicuius vrbis exactè queant deprehendere. Primùm ergo videamus quomodo res absolui possit in alicuius ædificij superficie, qualem hîc designauimus a b c d. Hæc ipsi b a ad perpendiculum insistit, cuius situm vt inueniamus, designetur ad punctum a Meridiana linea h a l, quam vel obseruatione indicis magnetini, vel vmbræ solaris deprehendemus. Hinc cõstituto in a centro, describemus segmentum circuli h k l m, videlicet vt in ipsam b a rectam desinat. Deinde ex a in k ducta semidiametro, secabimus arcũ l h in semisses l k & h k, quorum vterq; existit quadrans circuli, quia recta l h per centrum a extenditur. Et ipsum l k in 90 æqualia segmenta partiemur. His constitutis, non tãtùm innotescet in quam mundi plagam vergat a b cum tota superficie incumbente, verumetiam quanta circumferentiæ parte distet à singulis Horizontis locis. Cum enim h a l sit linea Meridiana, designabit a k ortum æquinoctialem. Quare segmentum m l complectitur distantiam inquisitã superficiei à Meridiano, & m l k ab ortu Aequatoris. Si ergo m l minor fuerit circuli quadrante, cõstabit situm superficiei esse inter Meridiem & occasum Aequatoris. Vt autem hoc innotescat, exceptam circino m & l distantiam transferemus in sectum l k quadrantem. Ibi statim apparebit quãtitas segmenti l m, quod coniunctũ ipsi l k quadranti, totam m l k, nimirũ distantiam ab Oriente patefaciet. Ex his non difficile fuerit eiusdem superficiei ab Occidente & Septentrione interualla metiri. Videamus etiam quomodo in altiore loco huius superficiei eũdem situm possimus explorare. Ac designemus in ea rectam r p, quę γνώμονα sit ipsi b a. Vt ergo situm huius inueniamus, licebit hîc officio indicis magnetini constituere lineam Meridianam f g, quæ secat ipsam r p in signo t. Hoc constituto, assumemus t tanquam centrum, circum quod ducemus circulum g r f p. Erit igitur segmẽtum g r distantia partis t r à Meridie, & p f ipsius t p superficiei partis interuallum à Septẽtrione. Porrò facilè metiemur hæc segmẽta, si vnum ex quadrantibus in 90 partes (vt paulò ante admonuimus) distribuerimus. Cęterũ eundem situm & aliarum deinceps superficierum pluribus modis placet deprehendere. Et primùm id efficiemus, si ex cõstituta superficie rectam lineam duxerimus per planam aliquam superficiem in libella constitutam, aut Horizonti parallelam eousq;, vt cõgruentem obseruationi longitudinẽ sortiatur. In hac constituto vbicunq; voluerimus cẽtro, circulum designabimus quem transmissa per cẽtrum Meridiei linea partiemur in semisses. Hîc iam eodem modo, quo antè apparebunt segmenta, quibus à singulis mũdi plagis producta superficiei linea distiterit. Sed hęc per exemplum euidentius demonstremus.

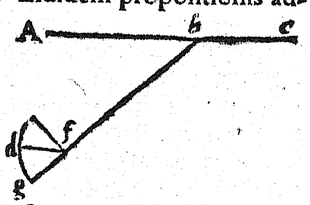


Sit ergo basis erectę ad perpendiculum superficiei, cuius velimus explorare situm, a b. Vt hoc efficiamus, extendenda nobis erit a b per superficiem terrę, si fuerit ad libellam ęquata, aut planam aliquam tabellam: quod hîc fiat vsq; in h punctum. Nunc iam in recta b h constituto in c centro ad quantitatem c h circumducemus circulum h l d g. Hoc constituto, aut per magnetẽ, aut per vmbram in eo

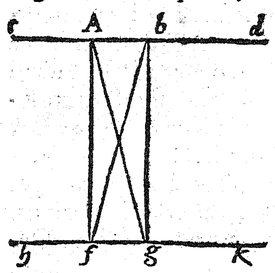


circulo explorabimus Meridiei lineam, quę sit g l. Hæc cum per centrũ c extendatur, dispescit figurã in semisses, qui rursum in ęqualia segmenta distributi puncta ortus & occasus Aequatoris ostendunt, qualia nobis hîc sunt f & k. In quo puncto recta b h circulum secat, constituatur nobis d signum. Si nũc intelligamus ortum in k, & occasum in f, statim patefiẽt segmenta, quibus d & h signa à qualibet mundi plaga distant. Nam l d erit distãtia d à Meridiano, & d f complementum eiusdem ab occasu, h g ipsius h à Septẽtrione &c. Cum ergo nobis exploratum sit, quanto sub angulo secet Meridiei linea g l rectam h d, quæ vlterius producta excurrit per b in a, etiam manifestũ est, quomodo secet eandem rectam in b & a signis, per 29 primi Element. Nam meridianæ lineæ, quæ procedunt per b & a signa, sunt ipsi g c l parallelæ. Per eandem 29 primi Element. adhuc alia via attingemus eundem scopum, si constitutę superficiei in plano Horizonti æquidistante, aut libellam occupante exquisitæ parallelam traxerimus, quam deinceps per obseruatam Meridiei lineam secemus. Deinde constituto in signo sectionis centro circulum describamus (vt superius ostendimus) & complementum operis eadem ratione absoluamus. Vtq; rudioribus ingenijs succurram, exemplum subijcere non pigebit. Designemus ergo in oblata superficie rectam a c, quę consistat in libella. Huic in aduerso plano parallelam cõstituamus k h, cuius inuento ad mundi plagas situ, illius etiam situs non latebit. Secet ergo Meridiei linea d f g per dictas rationes obseruata, ipsam k h in f signo, tum designato secundum quantitatem f h circulo h g k d, segmentum g h verum ipsius f h situm euidentissimè patefaciet. Atq; hunc eundem esse cum situ superficiei a c asserimus. Vt hoc demonstrare liceat extendatur Meridiei linea g f d, vsq; in superficiem a c cui occurrat in b signo. Hoc constituto, dicimus angulum d b c æqualem esse g f h, per 29 primi Euclidis. Nam ex hypothesi parallelæ sunt a c & k h rectæ, in quas incidit eadem Meridiei linea g d b. Quare si in b constituto centro super rectam a c semicirculum duceremus segmentum, quod subtenderetur angulo d b c, simile esset ipsi g h. Si ergo deprehenderimus situm alicuius lineæ oblatæ superficiei æquidistantis, etiam situs huius non latebit. Eiusdem propositionis adminiculo, nonnihil variata ratione per quadrantem eundem finem cõsequemur, si designatam in plano Meridiei lineam vsq; in oblatam superficiem extenderimus, & in illam huic parallelam deducamus. Nam facilè admoto quadrante experiemur, sub quanto hæ angulo concurrant. Exempli gratia, in superficiem a c ex aduerso incurrat Meridiei linea g b, in quam deducatur ipsi a c parallela d f per 31 primi Element. Constituto nunc cẽtro quadrantis in f per segmẽtum ipsius d g apparet angulus d f g. Sed per antegressam ἀπόδειξιν æqualem huic esse constat angulũ a b f. Cũ ergo deprehenderimus per segmentũ d g situ ipsius d f, etiã æquidistãtis huic a c situs non latebit. Superest nunc, vt etiã ex remotioribus interuallis apparentiũ superficierũ situs explorari posse domonstratione stabiliamus. Hanc nos potissimũ ex fundamẽto 29 primi Euclidis, vt superiores extruemus, si primũ in cõstituto locorũ spacio prefixę superficiei parallelã designari posse cõclusum fuerit. Vt igitur hoc operis absoluamus, in cõstituta





ſuperficie duo ſigna in eadem altitudine conſtituta notabimus, quod facilè nobis hinc conſtabit, ſi per inſtrumentum intuentibus ex æqualibus interuallis ſub eodem circuli ſegmento apparuerint. Hoc conſtituto, ſubinde repetitis obſeruationibus inueſtigabimus in terra illud locorum ſpacium, ex cuius vno fine viciſsim alterum cum prędictis ſignis ſub integra quadrantis circumferentia liceat intueri. Hoc dicimus conſpectæ ſignorum diſtantiæ parallelum eſſe. Quare per antegreſſas propoſitiones vtriuſq; ſitus eadem obſeruatione cognoſcetur. Sequitur, vt hæc demonſtratione euidentius explicemus. Igitur



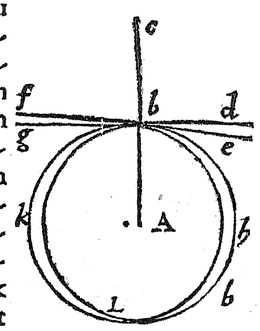
in apparenti ſuperficie c d, ſiue ſit in mœnibus vrbis, ſiue in remotiore ædificio, conſpiciantur ſigna a & b. Ex horum obſeruatione in longiore diſtãtia deſignanda ſit parallela f g. Vt hoc negocij abſoluamus, ſtatuendum nobis eſt ex f puncto a b & g ſigna ſub tota Quadrantis circumferẽtia apparere, & viciſsim ex g a b & f ſub eadem conſpici, ita vt etiam angulus a f b ſit æqualis ipſi a g b, & b f g ipſi a g f. Hoc conſtituto, parallela erit f g ipſi a b. Etenim in trigonis f a g & f b g cõſtituti ſunt per obſeruationes anguli a f g & f g b recti, & a g f & b f g acuti æquales in eadem baſi f g. Quare cõſtat rectas f a & g b eſſe parallelas & æquales. Cum ergo fines earum connectat recta a b per 33 primi Elementorum æquidiſtat a b ipſi f g, id quod demonſtrandum erat. Per antegreſſas igitur ἀποδείξεις, in quibus vſi ſumus 29 primi Euclidis, ſi obſeruauerimus quanto ſub angulo Meridiei linea ſecet rectam f g, ipſius a b lineæ & eiuſdem ſuperficiei ſitus, conſequenter non latebit.

PROPOSITIO CLIX.

Quomodo ſuperficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidiſtent.

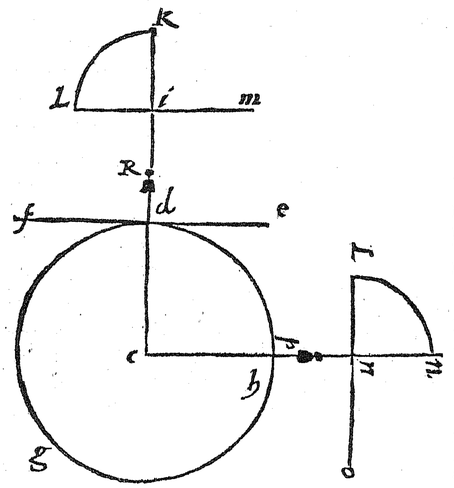
SAepenumero in obſeruationibus τῶν φαινομένων, ſicut etiam in multis propoſitionibus annotauimus, requirit vſus, vt planę ſuperficies corporum ſic collocentur, vt exactè Horizontis plano æquidiſtent. Hoc quidem ſimpliciter quomodo per quadrantem experiamur, antea explicatum eſt: ſed hic locus etiam poſtulare videtur, vt quoniam non omnes huius rei cauſam & demõſtrationem intelligãt, copioſiorem tractationem inſtituamus. Non eſt alia certior huius rei obſeruatio, quàm illa, quæ per vſum perpendiculi abſoluitur. Hanc etiam non oſcitanter vulgus fabrorum in ædificijs extruendis obſeruat, vt Horizonti quàm fieri poſsit exquiſitiſsimè (nam idem vtriuſq; artificiũ eſt) ad rectos angulos inſiſtant. Eodem modo Claudius Ptolemæus lib. 1. Magnæ conſtructionis cap. 10, vbi rationem obſeruandæ inclinationis planorum Aequatoris & Zodiaci tradit, procedendum eſſe ſcribit. Vult enim, vt circulus per quem fiet obſeruatio erectus ſit ad planum Horizontis, ſupra columnã eidem plano æquidiſtantem. Cuius verba ſi quis requirat, hæc ſunt: ὅρ᾽ ἀεὶ τὴ γὴν μόνον τῆς ἀσφαλῶς ὡδὶ τ᾽ παρ᾽ ἕκαστα χρείαν, ὧν συλίσκα σωμέβα, καὶ καπασάσαντες γν ὑπὲρ τῶ τ᾽ συλίσκα βάσιν γν ἀκλινεῖ πρὸς τὸ τ᾽ ὁρίζοντ⊙ ἐπίπεδον ἱδιάφ, πρὰφυλάξομεν ὅπως τὸ ἐπίπεδον τῶ κύκλω πρὸς μὲν τὸ τ᾽ ὁρίζοντ⊙ ὀρθὸν ᾖ, ὡς δὲ τ᾽ μεσημβρινὰ πρὰλληλον, τούτων δὲ τὸ μὲν πρότερον διὰ καθετίς μεθοδούντων, κειμενμένε μὲν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἑκάμέρου πολίσματος τῶ πρόσνδυσιν. id eſt: Hunc quidem ad ſingulos vſus accõmodabimus: ſi enim

enim ſupra mediocrem columnam ſub dio, cuius baſis in pauimento nihil ab Horizontis plano declinante conſiſtat, poſuerimus. Deinde obſeruemus, vt plana ſuperficies circulorum ad Horizontis planum erecta ſit, & Meridiano æquidiſtet. Horum prius ita expedietur, ſi perpendiculum ab eo ſigno, quod nobis verticale futurũ ſit, ſuſpenſum tantiſper obſeruemus, donec iuxta commune vtriuſq; planum dependens, diametri centrum attingat. Hæc ille. Ita eadem opera vna ſuperficies ad rectos angulos ſupra finitorem erigitur, & altera eidem æquidiſtans conſtituitur. Vitruuius etiam aliquot librationum modos, & præcipuè illum, qui per chorobaten fit, lib. 8, cap. 6 diligenter annotauit. Quidam in hunc vſum ex ligno aut ferro triangulum iſoſceles fabricantur, & ab angulo, qui ab æquicrurijs lateribus comprehenditur, bifariam ſecto perpendicularem ad baſin dimittunt, quę eandem in duas æquas partes diſpeſcit. Hinc annexo perpendiculo ſuperiori angulo, aut paulò inferius ipſi catheto, obſeruant idem tantiſper, donec nihil à perpendiculari deflectat, quo ſuperficies Horizonti parallelas explorant. Nihil tamen obſtat, quominus per quadrantem idem operis eadem facilitate & certitudine abſoluamus. Nam quando duo quadrantis ſemidiametri rectum angulum exquiſitè comprehendant, neceſſariò ſequitur, vt cum perpendiculum ſuperiori lateri rectè adhæret, inferius Horizontis plano æquidiſtet. Conſtat igitur, quando baſis quadrantis in hoc ſitu exquiſitè planam alterius corporis ſuperficiem attingit, ipſam quoq; Horizontis plano æquidiſtare, & cum perpendiculum ab erecto ſinu declinat, etiam ſubiectum fundamentum declinare. Sed nunc cauſas huius rei contemplemur. Principiò aſſumimus ſententiam Ptolemæi, quæ eſt primo libro Magnæ conſtructionis, cap. 6, vbi dicit: omnia grauia corpora natiuo impetu ipſum terræ centrum petitura eſſe, niſi à ſuperficie ipſius ſuſtinerentur, quia & recta linea ad centrum tendens, ad rectos exiſtit angulos ei plano, quod ſphęram terræ tangit in puncto, quo eadem linea ſecat terræ conuexum: cuius rei nobis talem reliquit demonſtrationem Theon Alexandrinus. Conſtituatur ſphæra terræ, ad quam graue quiddam natiuo motu & abſque vlla deflexione delatum, in ſublimi quidem rectam c b deſignet, ſed in conuexa terræ ſuperficie b punctum. Intelligatur etiam per punctum planum ad rectam c b immobile ſphæram terrę contingens, cuius centrum a ſtatuatur, & copuletur recta b a per quam deductum planum ſectione ſua in extremitate ſphæræ circulum per primam Theodoſij conſtituet, ſed in plano illo ad c b rectam immobili efficiet rectam lineam per tertiam vndecimi Elementorum. Deſignetur ergo circulus in ſphæra b k l, & in plano recta g b d. Et cum planum non ſecet ſphæram, nec recta in eo ſecat circulum. Quare recta



g b d circulum b k l contingit, & recta a b ipſi g d lineæ ad rectos incidit angulos. Iterum aliud planum per rectam a b ductum efficiat in extremitate ſphæræ circulum b l h, & in plano ad rectam c b immobili rectam lineam f b e. Quare per eadem iterum vt antè recta a b ad rectos angulos exiſtit f b e. Quoniam igitur recta a b duabus rectis g d & f e ſeſe interſecantibus exiſtit ad rectos angulos ſuper communi ipſarum ſectione b, ideo & ad planum per ipſas ductum erecta eſt. Quod quidem planum eſt illud ipſum, quod ad c b eſt immobile, ideo & a b ad idem planum eſt erecta. A ſigno igitur b in vtramq; partem eidem plano ad rectos angulos incidunt rectæ

a b & b c. Quare a b c est vna eademq; recta linea. Proinde nisi graue illud in b signo excuteretur à soliditate terræ, per rectam lineam b a nativo impetu ad terræ centrum delaberetur, vt locum sibi maximæ proprium occuparet. Ex hoc manifestè constat punctum verticis centrum Horizontis, & centrum terræ vbique locorum in eandem rectam coire lineam. Cum iam demonstratum sit perpendiculum suspensum in linea, quæ ad rectos angulos per centrum Horizontis ad centrum vniuersi tendit, cõsistere, manifestum est quamcumq; planam superficiem ad eosdem angulos contigerit, eandem exquisitè Horizonti æquidistare. Hoc ex sequenti figura facillimè perspicietur. Sit terra circulus d g h ex c vniuersi centro designatus, planum Horizontis f d e. In sublimi quadrantis instrumentum k l i, cui ex k supremo puncto annexum est perpendiculum k r, lateri k i adhærens, & in recta consistens, quæ ex k per d Horizontis centrum in c tendit, l i m plana superficies, cui basis quadrantis incumbit. Iam vterq; angulorum k i l, & k d f est rectus. quare per vigesimamoctauam primi Elementorum l i m ipsi f d e lineæ æquidistat, & hinc etiam superficies, in quibus consistunt, fiunt parallelæ. Idem etiam experieris ad quamcunq; circumferentiæ partem instrumentum collocaueris, velut hîc à latere in p.



FINIS.

BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM, ANNO SALVTIS HVMANAE, M. D. LXI.