2
SOLICITACIONES

PROYECTO DE ESTRUCTURAS

6 FASES:

1) Diseño: elección del sistema y definición geométrica

2) **Modelización: elaboración de modelo físico**

3) **Análisis: cálculo de solicitaciones y deformaciones de los elementos**

4) Dimensionado: elección de secciones que satisfagan requisitos

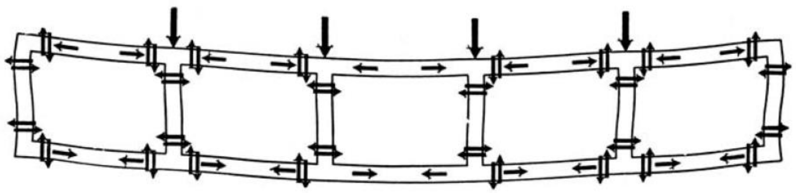
5) Representación

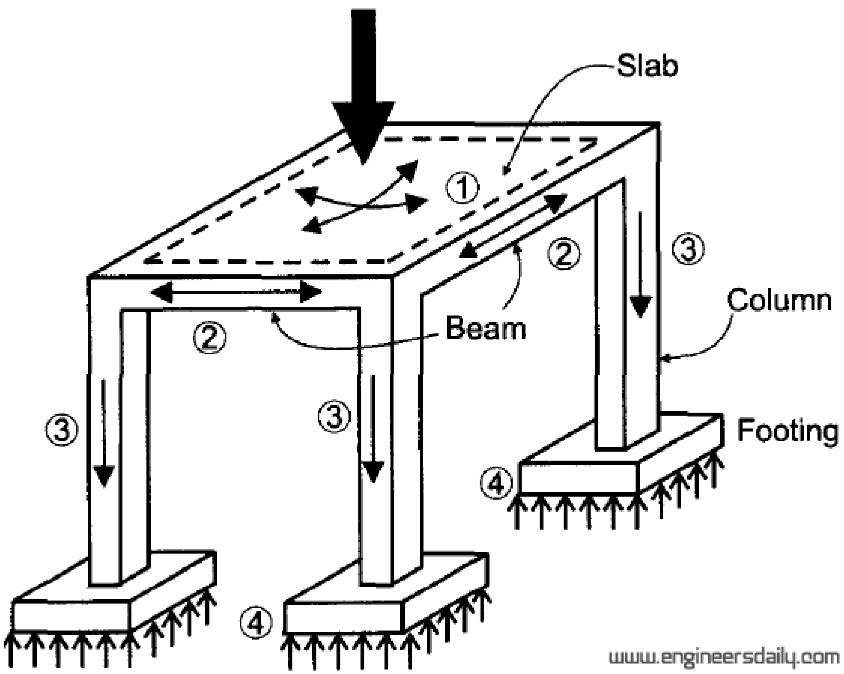
6) Ejecución

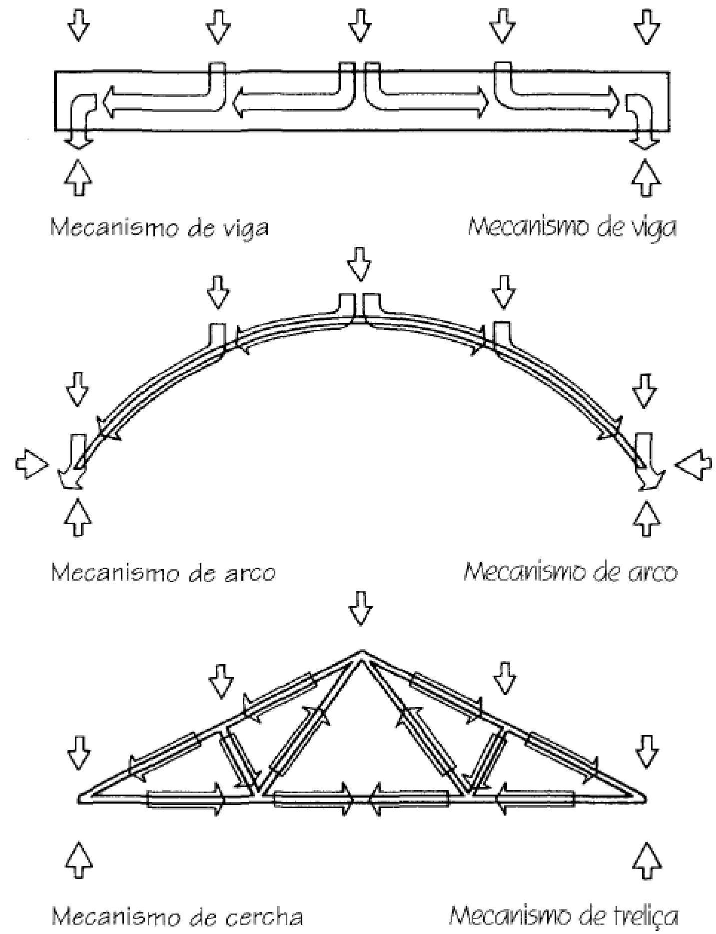
CÁLCULO DE SOLICITACIONES!!

SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

<u>Solicitaciones (o esfuerzos):</u> Fuerzas internas que se generan en cada sección de una barra en equilibrio ante la acción de las cargas externas.
El “camino de las fuerzas” a través de la estructura hasta la cimentación.

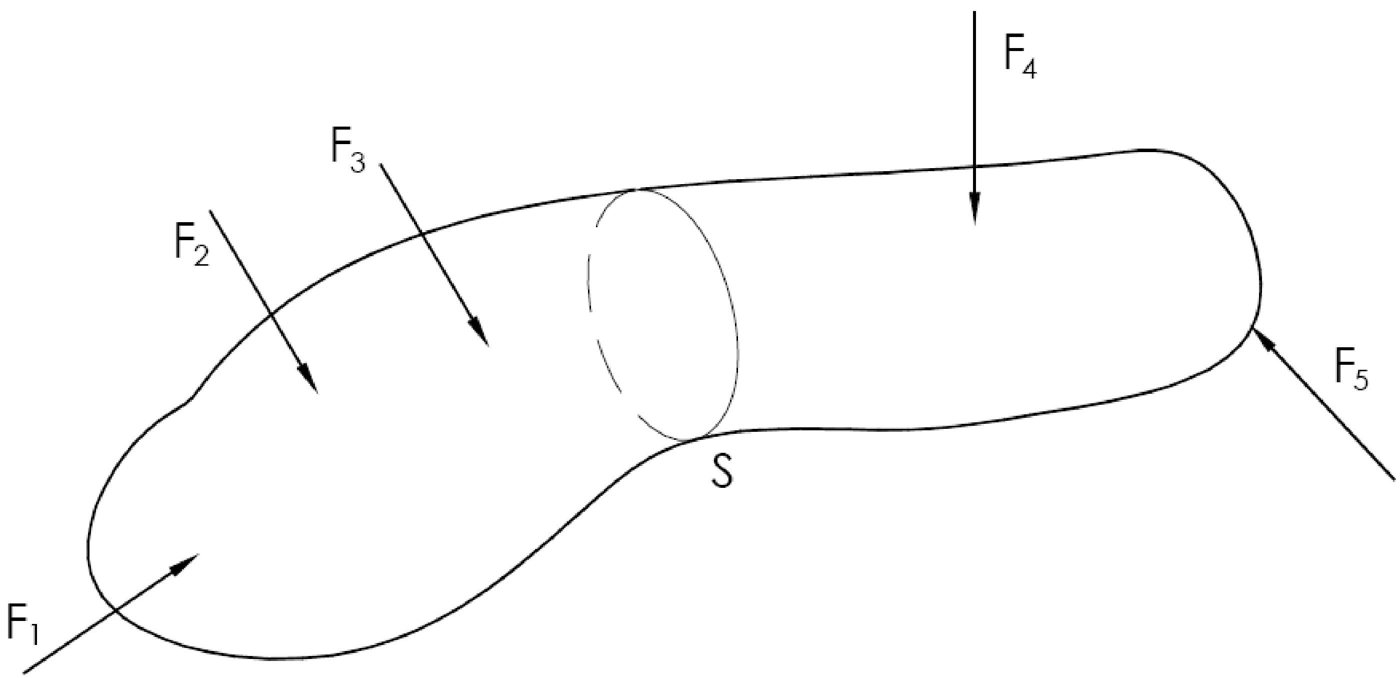






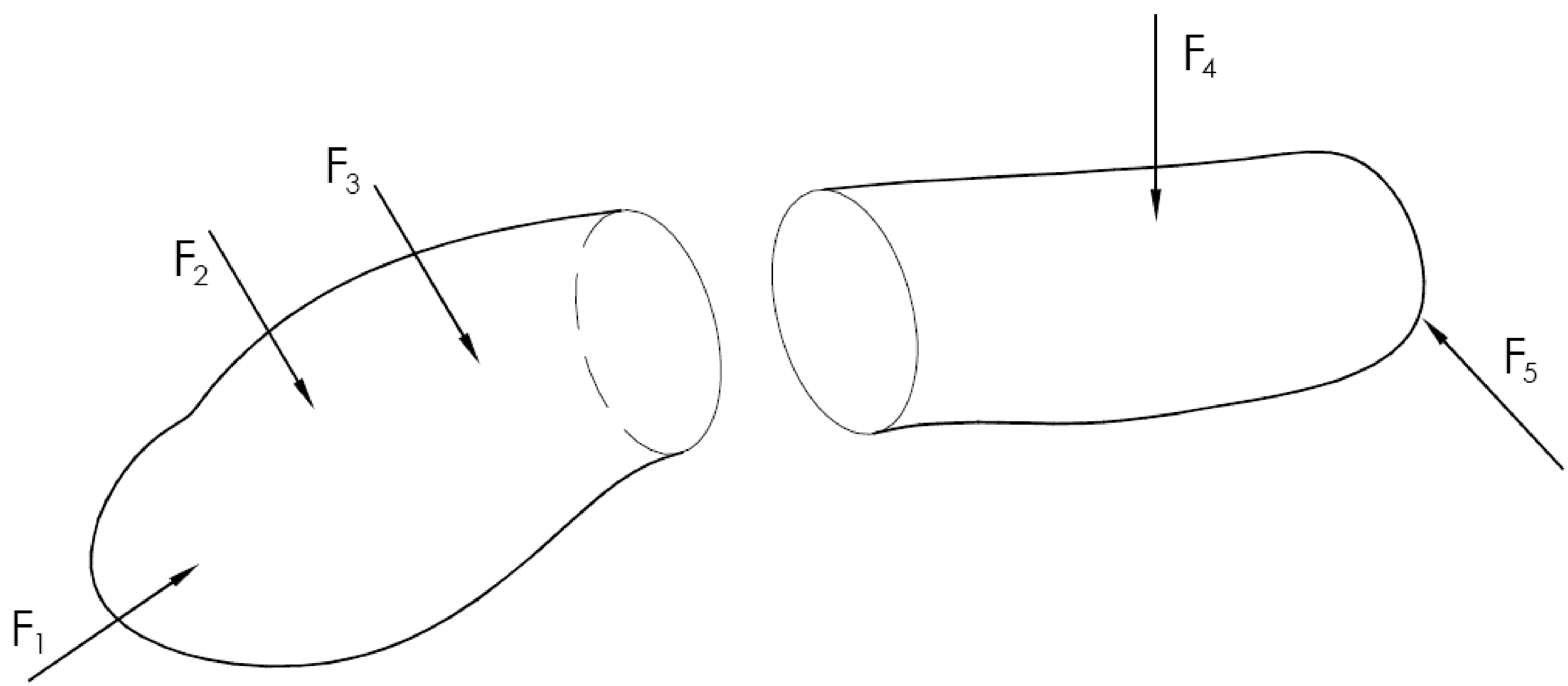
SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

Se tiene un sólido en equilibrio ante las fuerzas F_1 … F_5, que pueden ser tanto fuerzas externas como reacciones, y se quieren calcular las solicitaciones en la sección S



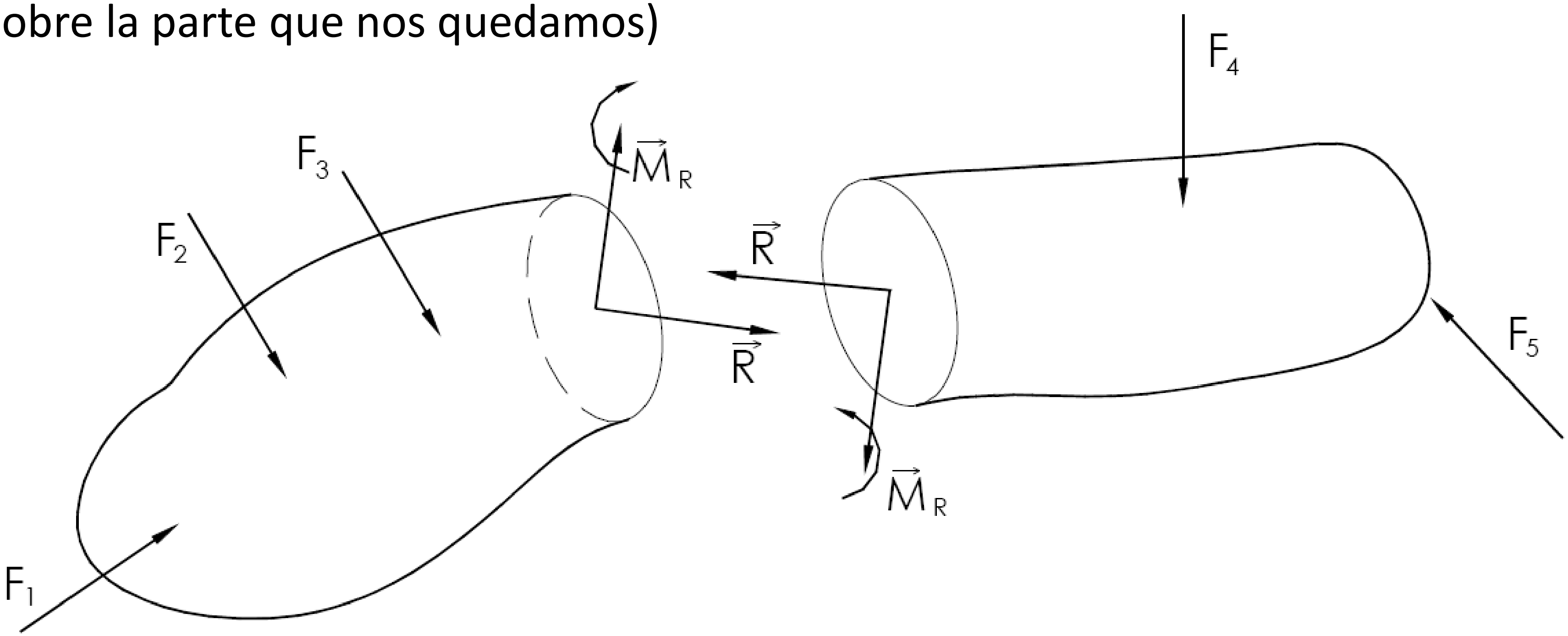
SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

Se separa el sólido en dos partes, izquierda y derecha, cortando por la sección S. Cada fuerza externa se va con su parte correspondiente



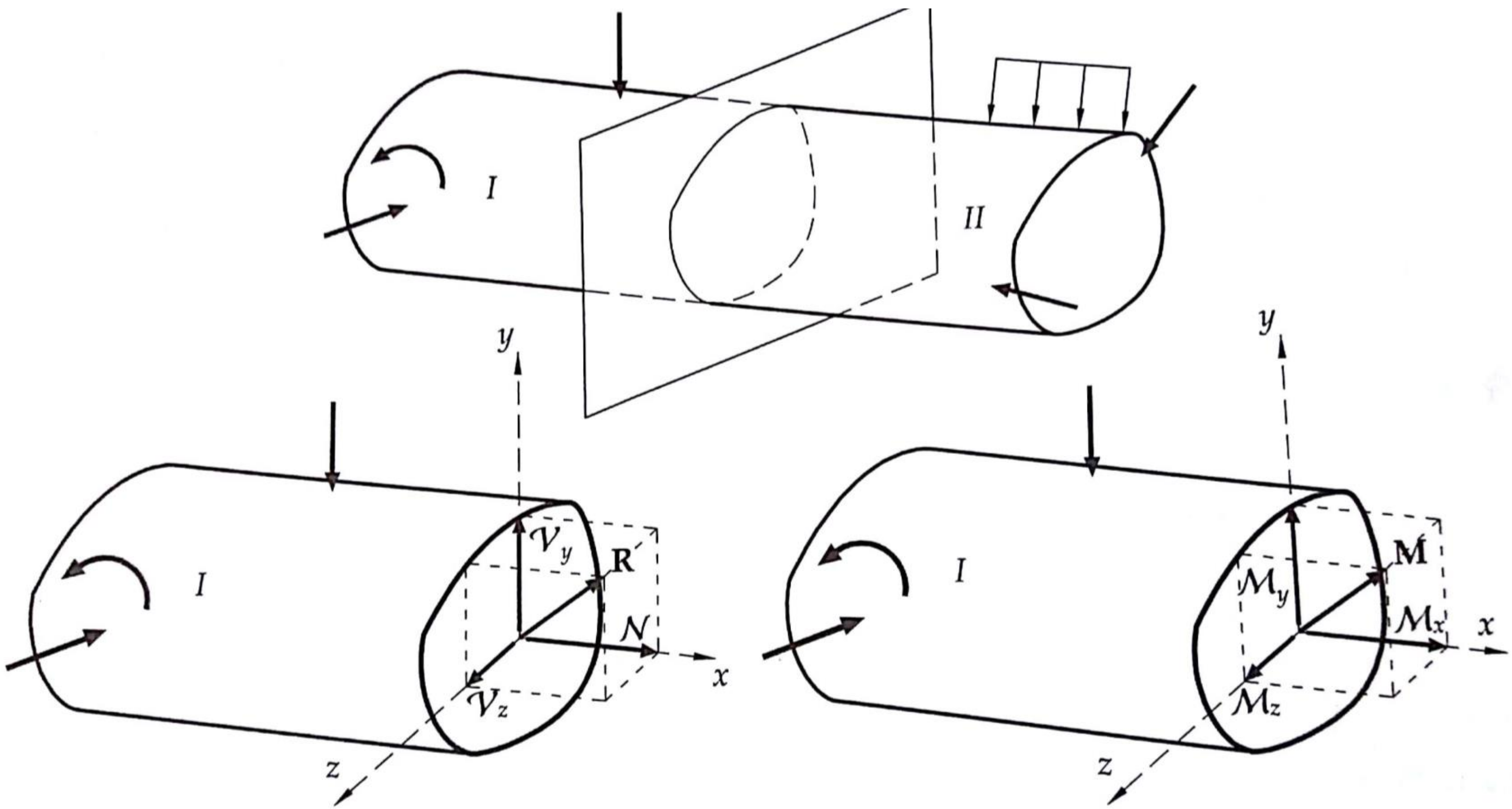
SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

Como las dos partes de la barra se unían rígidamente, para tener en equilibrio cada parte por separado, hace falta ejercer sobre cada cara de la sección una fuerza R y un momento M_R, que no son más que las resultantes de fuerza y momento que había en la otra mitad (el efecto que hacía la parte eliminada sobre la parte que nos quedamos)



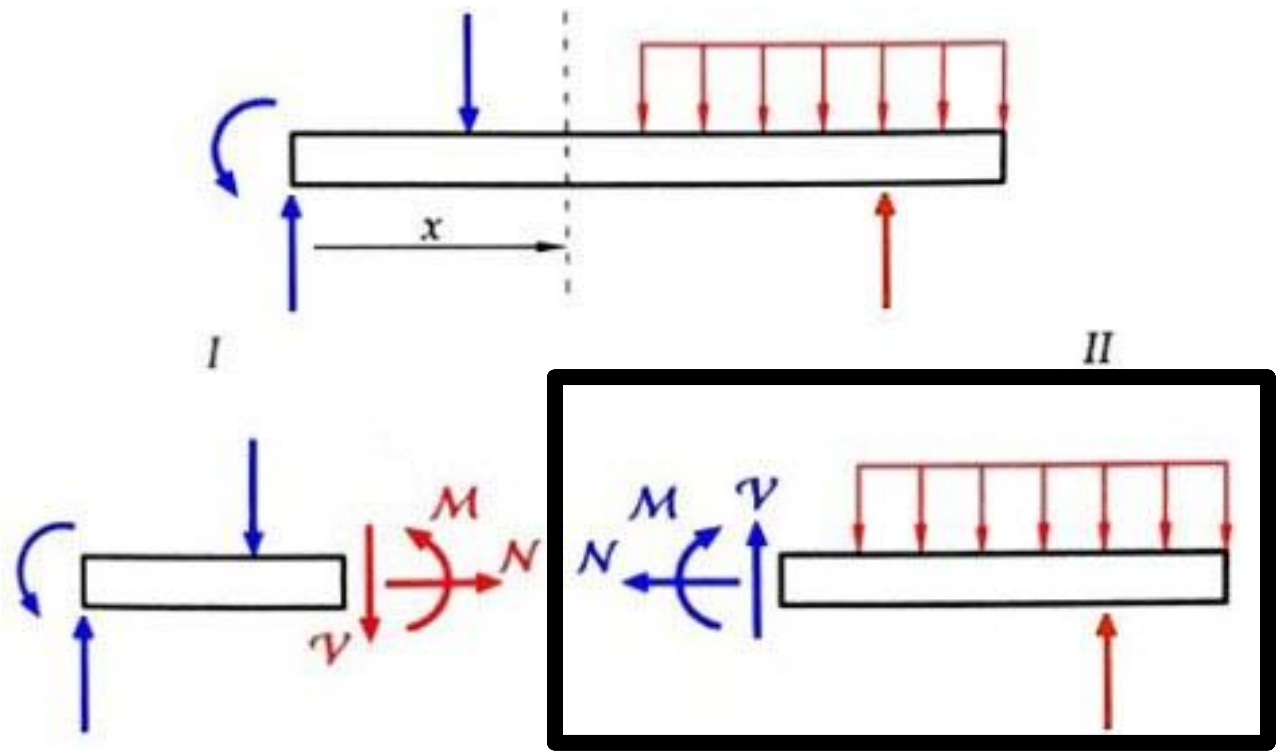
SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

En 3 dimensiones, la fuerza R y el momento M_R los podemos descomponer según los <u>ejes locales</u> y obtenemos 6 solicitaciones:
3 fuerzas (axil **N**, cortantes $\mathbf{V_y}$ **,** $\mathbf{V_z}$)
3 momentos (flectores $\mathbf{M_y}$**,** $\mathbf{M_z}$, torsor $\mathbf{M_x}$)



SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

En 2 dimensiones, 3 solicitaciones:
2 fuerzas (axil **N**, cortante **V**)
1 momento (flector **M**)



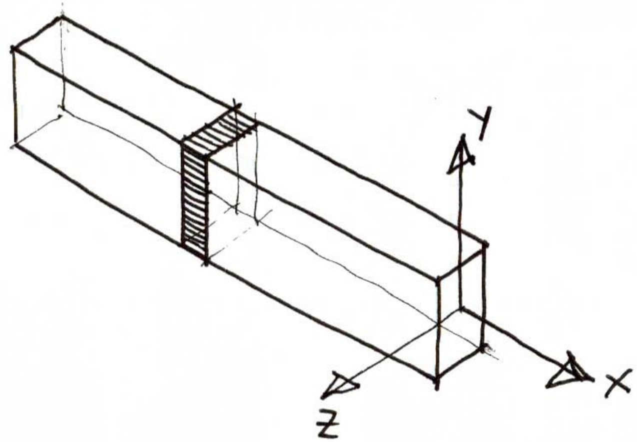
Preferentemente trabajamos con la parte derecha de la estructura y con las fuerzas en la cara izquierda de la rebanada, “leyendo” de izquierda a derecha

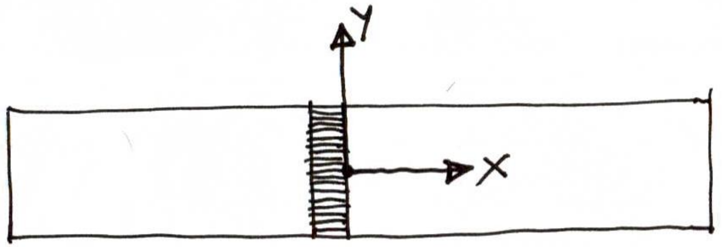
SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

CRITERIO DE SIGNOS

Ejes globales (estructura completa, nudo):

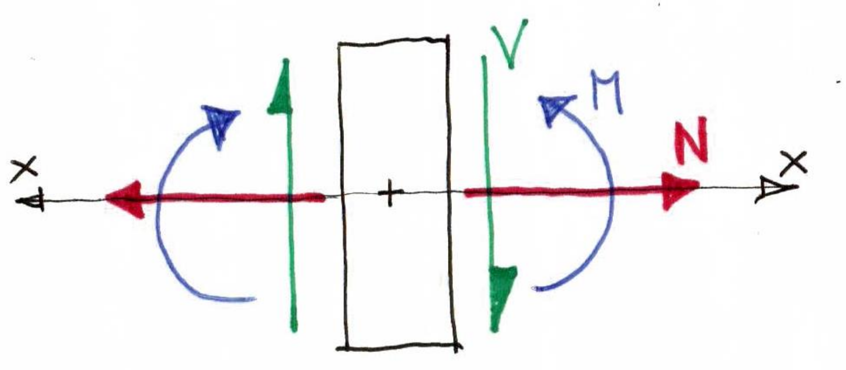
EJES LOCALES (secciones de la rebanada):

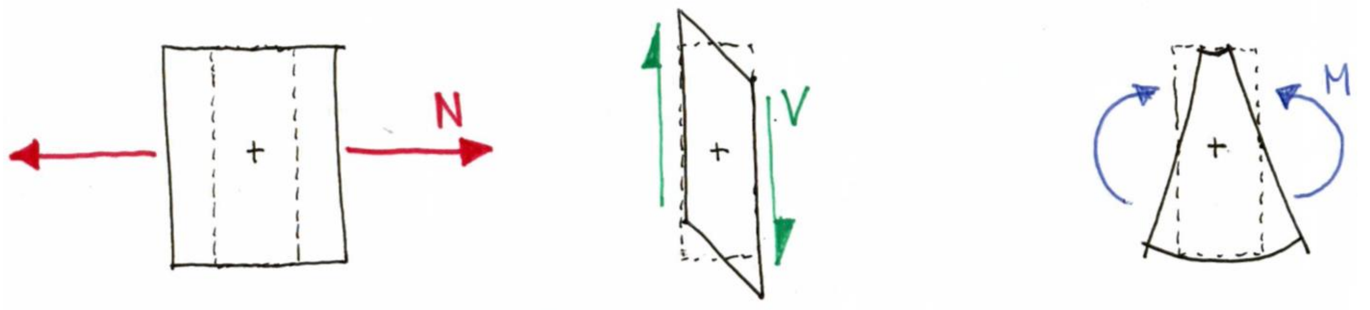




SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

CRITERIO DE SIGNOS: Por convenio
Cada solicitación produce un tipo de deformación de la rebanada a la que asignamos un signo, positivo o negativo. Para producir dicha deformación, son necesarias dos fuerzas/momentos enfrentados, una en cada sección de la rebanada. Este par de fuerzas/momentos necesariamente son opuestos en ejes globales pero se les asigna un solo signo porque producen una única deformación, positiva o negativa

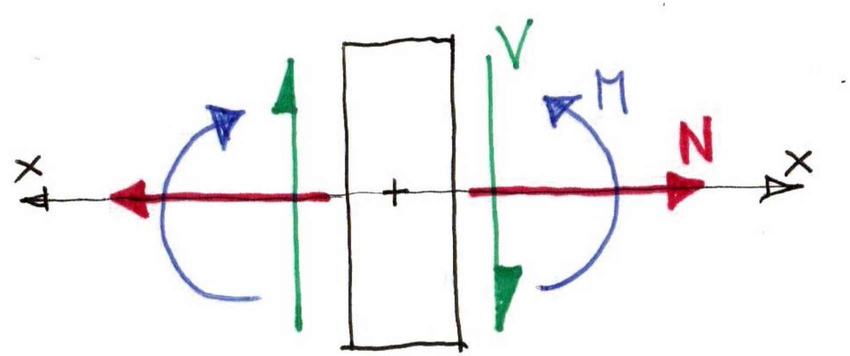


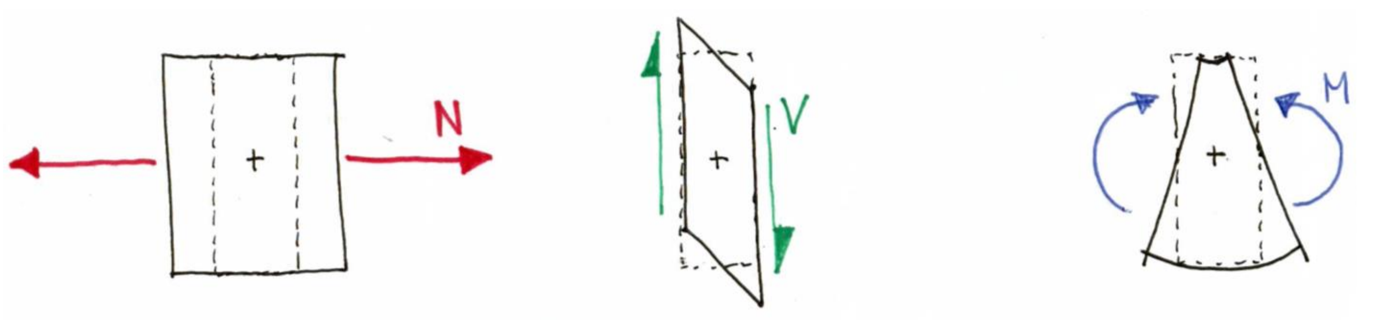


SOLICITACIONES EN SECCIONES DE BARRAS

CRITERIO DE SIGNOS: Por convenio

<u>Signo positivo</u> (de la deformación y por tanto de las solicitaciones):
Axil **N**: tracción
Cortante **V**: distorsión o cizalladura “a izquierdas”
Momento flector **M**: curvatura “de sonrisa”

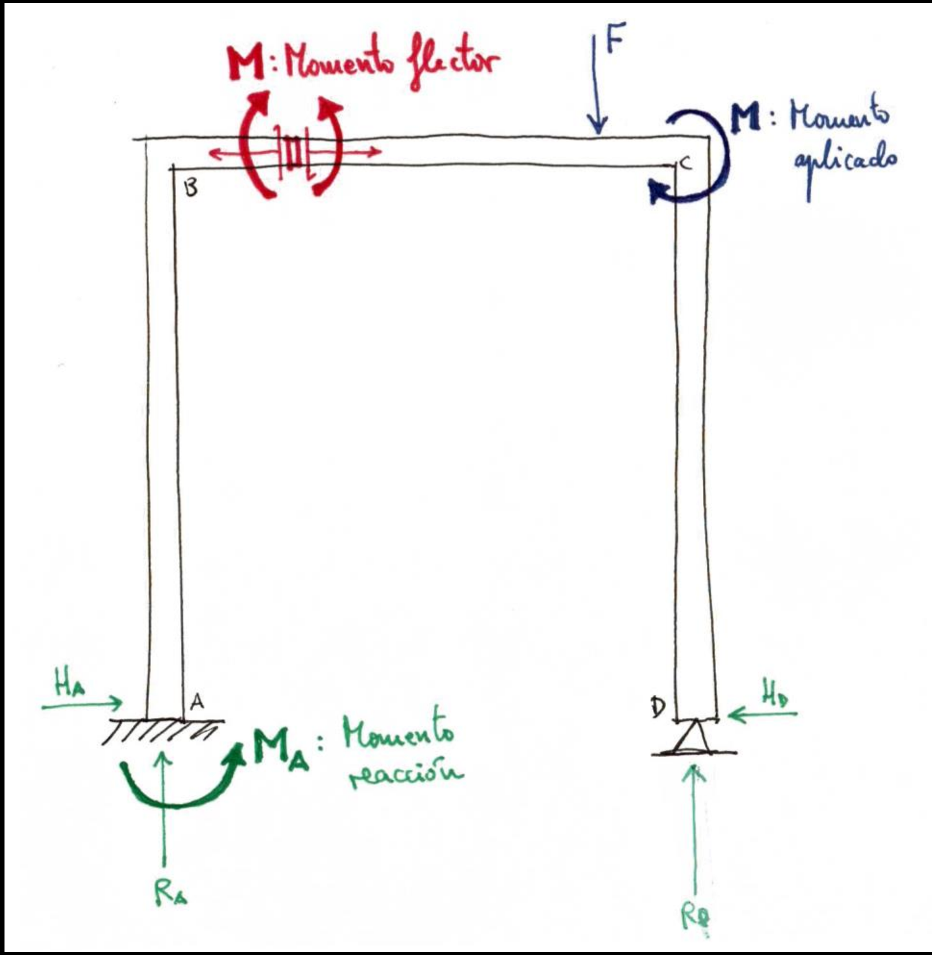




OJO

NO CONFUNDIR:

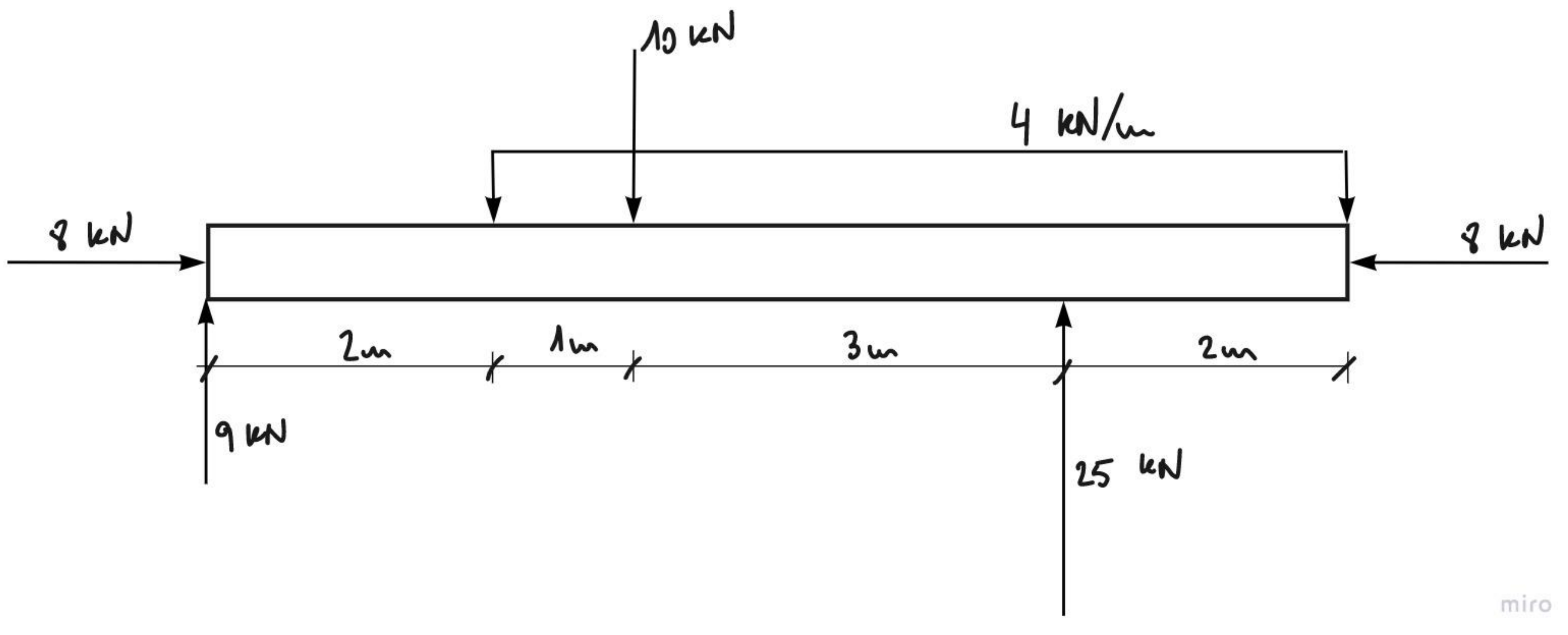
MOMENTO APLICADO → ACCIONES EXTERNAS
MOMENTO REACCIÓN → REACCIÓN EN UN EMPOTRAMIENTO
MOMENTO FLECTOR → SOLICITACIÓN EN UNA SECCIÓN



MOMENTO APLICADO → ACCIONES EXTERNAS
MOMENTO REACCIÓN → REACCIÓN EN UN EMPOTRAMIENTO
MOMENTO FLECTOR → SOLICITACIÓN EN UNA SECCIÓN

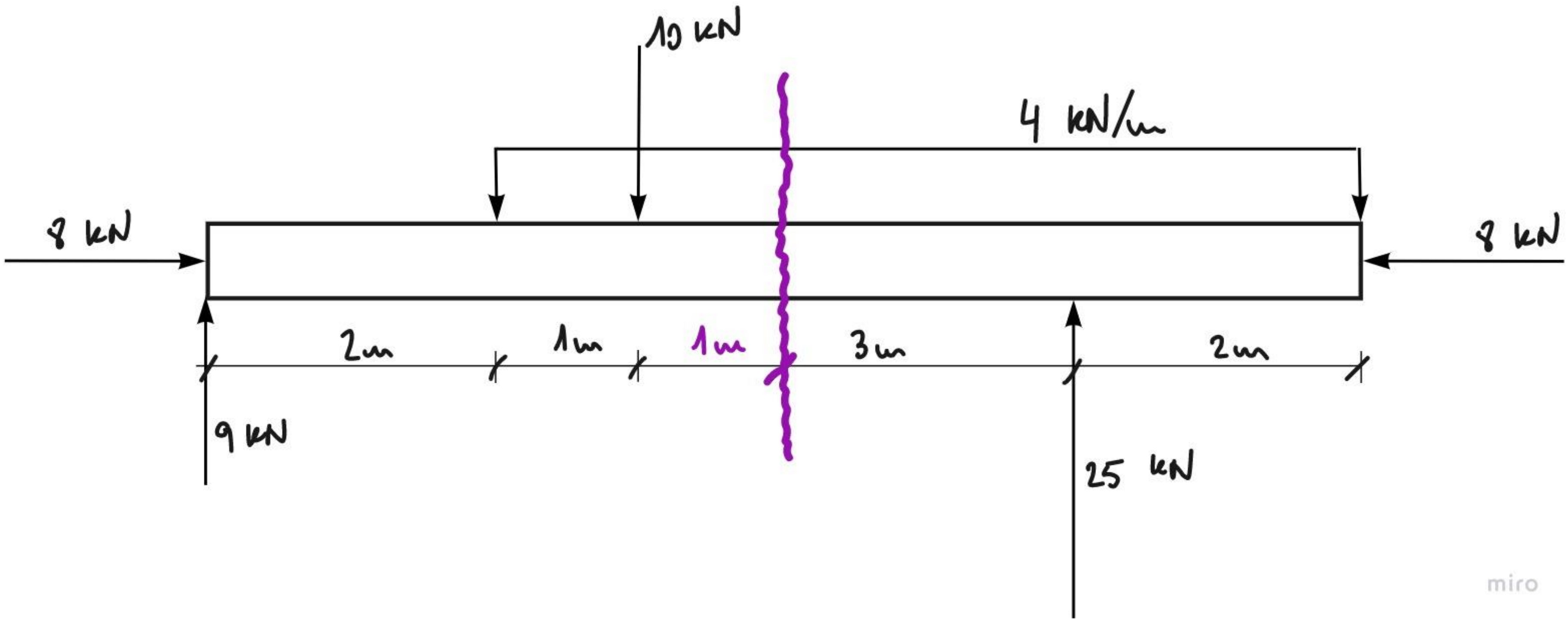
CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

https://www.youtube.com/watch?v=LzCaI85Wv1o&t=4s



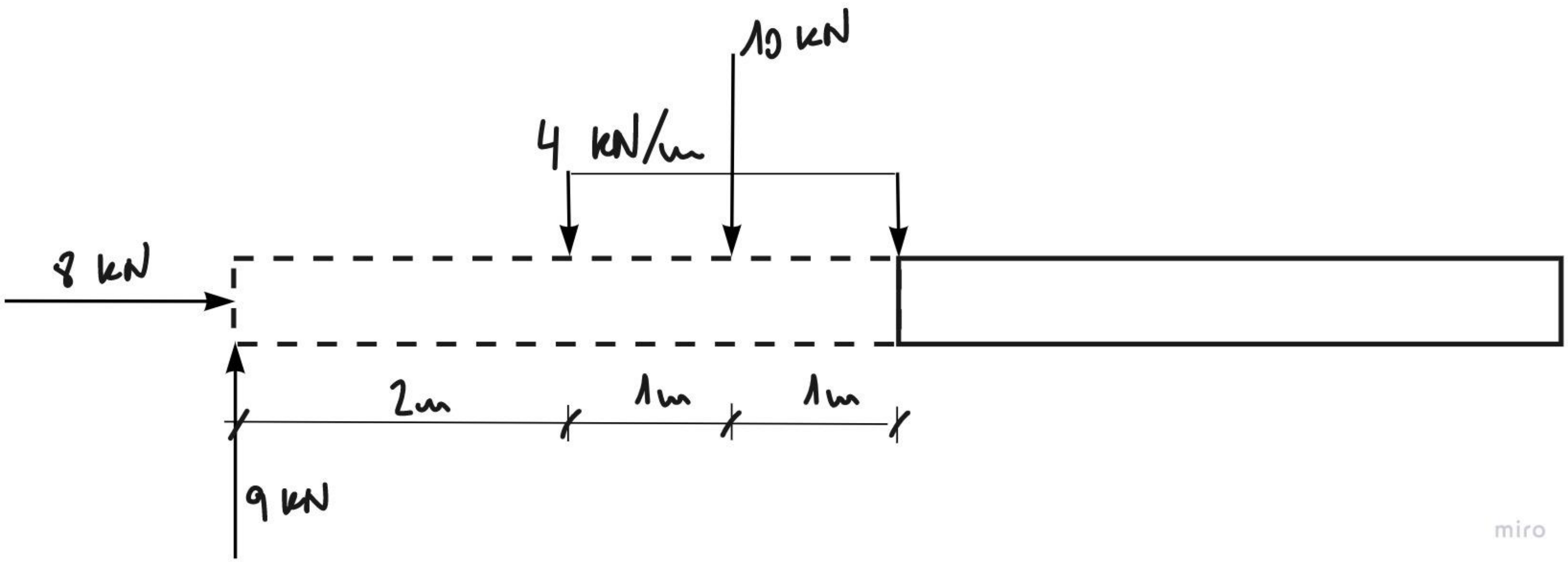
CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

1) Cortar la estructura por la sección de interés



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

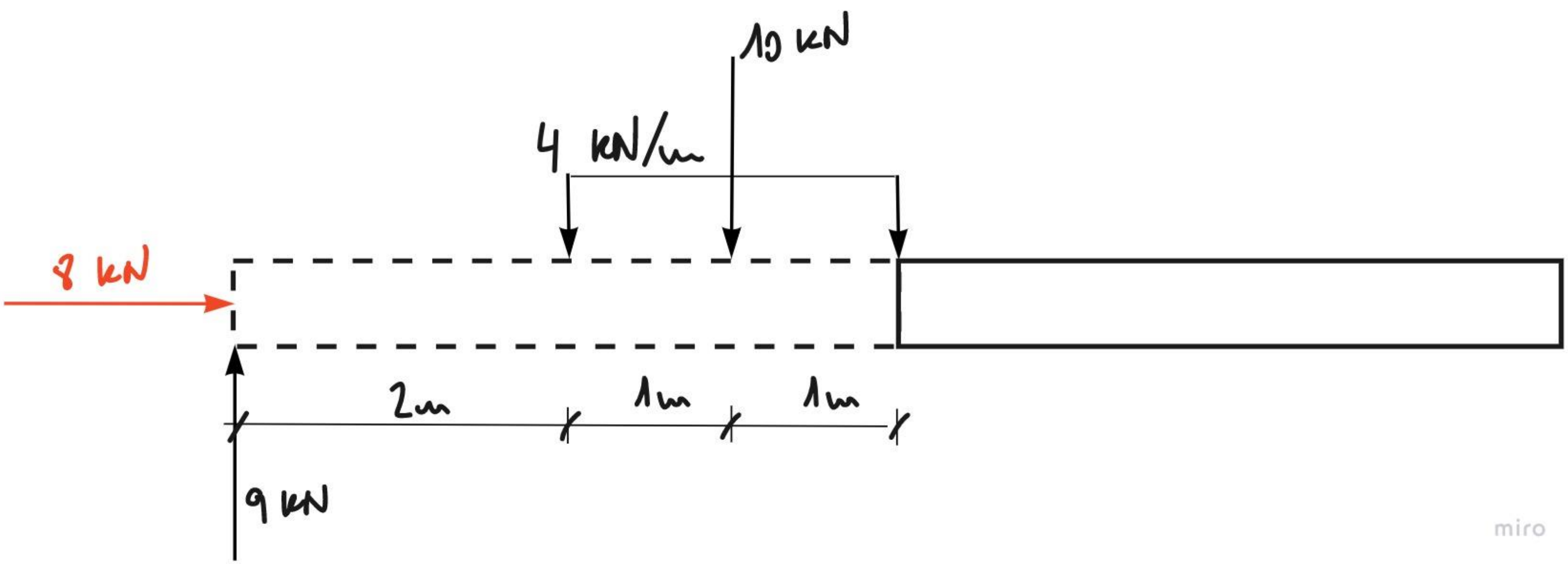
2) Nos quedamos con una mitad de la estructura y las cargas de la mitad eliminada (momentos aplicados, cargas puntuales y porciones de cargas repartidas)



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

3) Cálculo del **axil N**:

   3.1) Seleccionar las fuerzas de directriz paralela a la barra

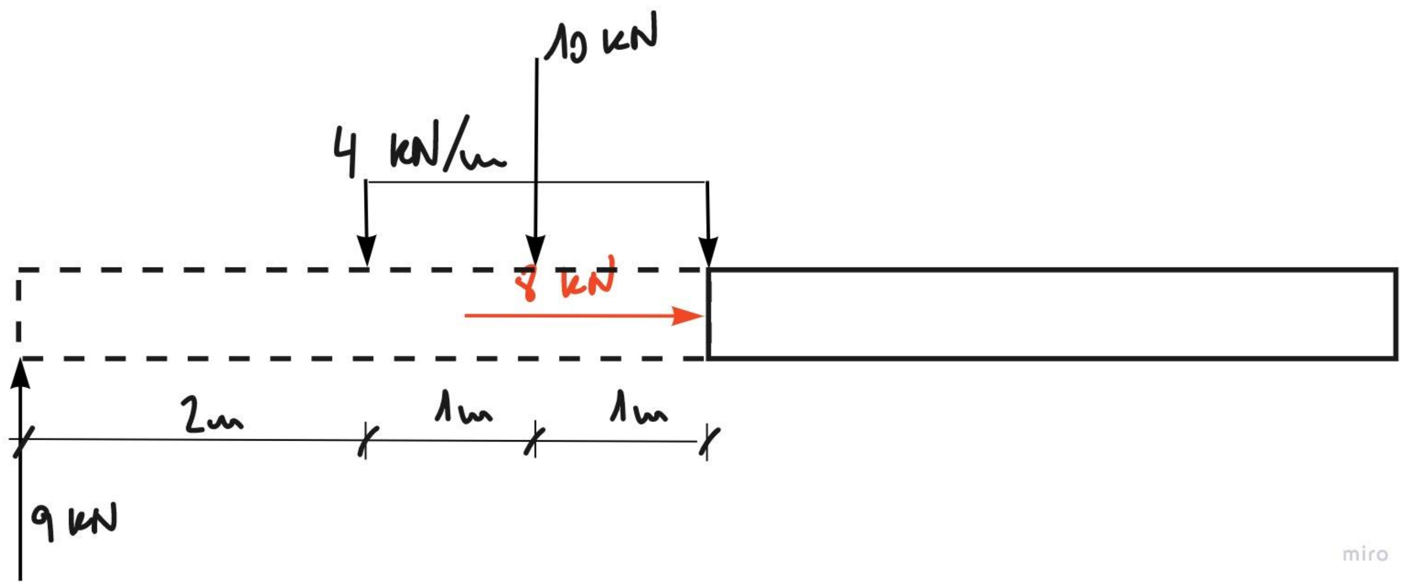


CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

3) Cálculo del **axil N**:

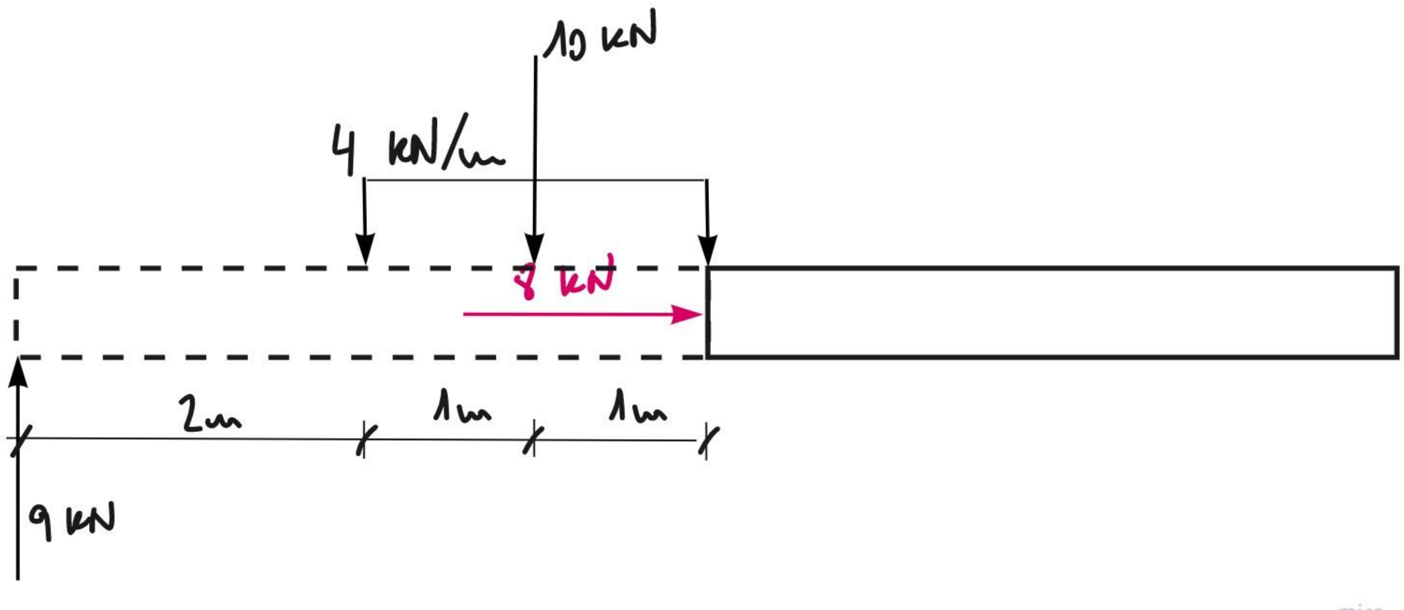
3.1) Seleccionar las fuerzas de directriz paralela a la barra

3.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

3) Cálculo del **axil N**:
   3.1) Seleccionar las fuerzas de directriz paralela a la barra
   3.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas
   3.3) Su resultante es el **axil N**



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

3) Cálculo del **axil N**:

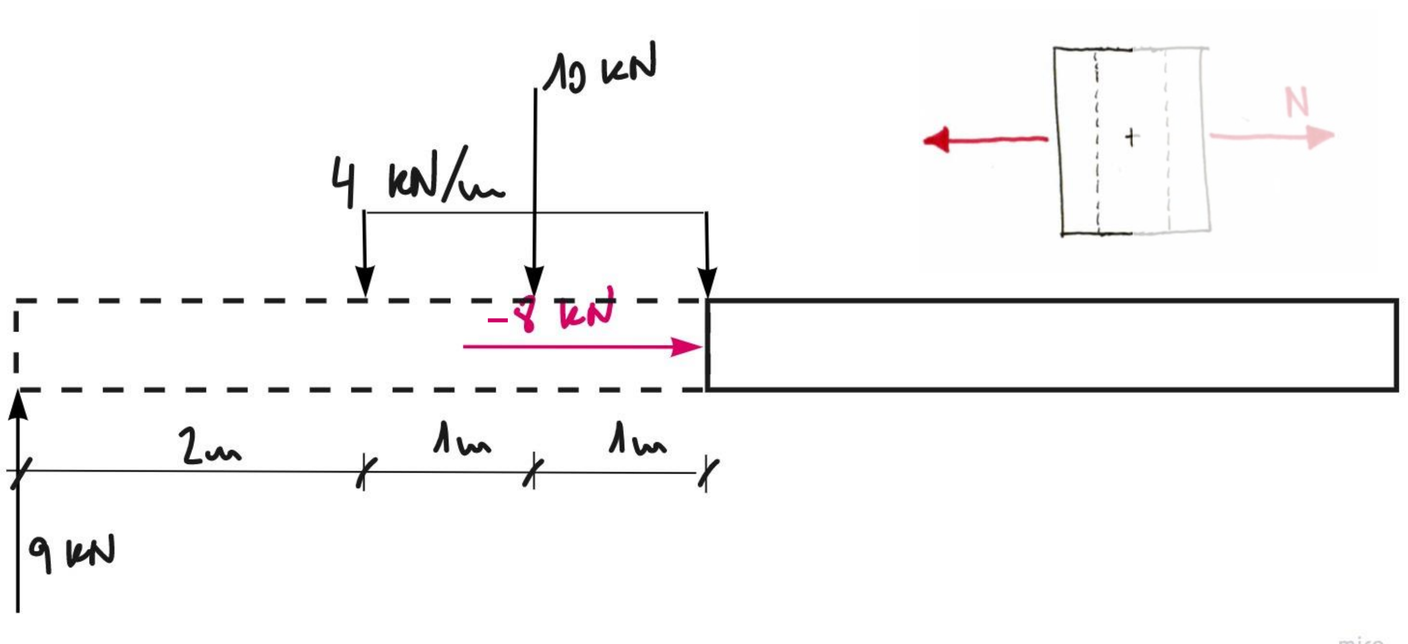
3.1) Seleccionar las fuerzas de directriz paralela a la barra

3.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas

3.3) Su resultante es el **axil N**

3.4) Su signo depende de si coincide con el esquema correspondiente a la cara izquierda de la rebanada (+) o si va en sentido contrario (-);

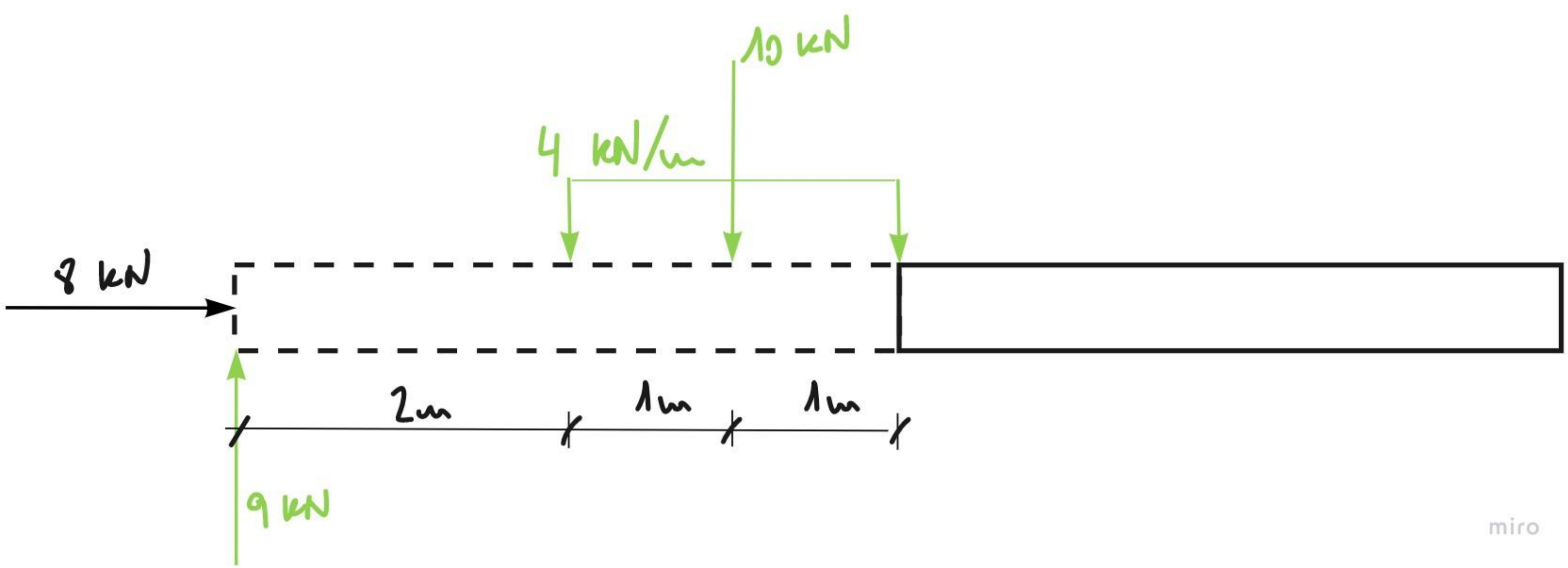
NO DEPENDE DE LOS EJES GLOBALES!!!!



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

4) Cálculo del **<u>cortante V</u>**:

   4.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

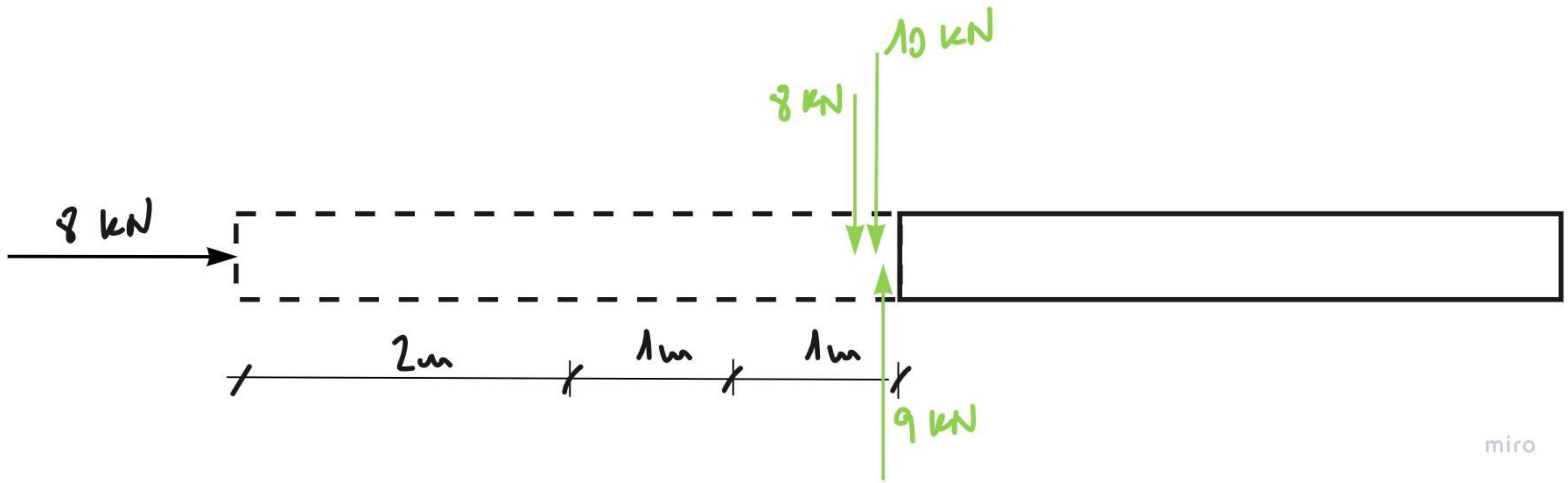


CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

4) Cálculo del **cortante V**:

4.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

4.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas



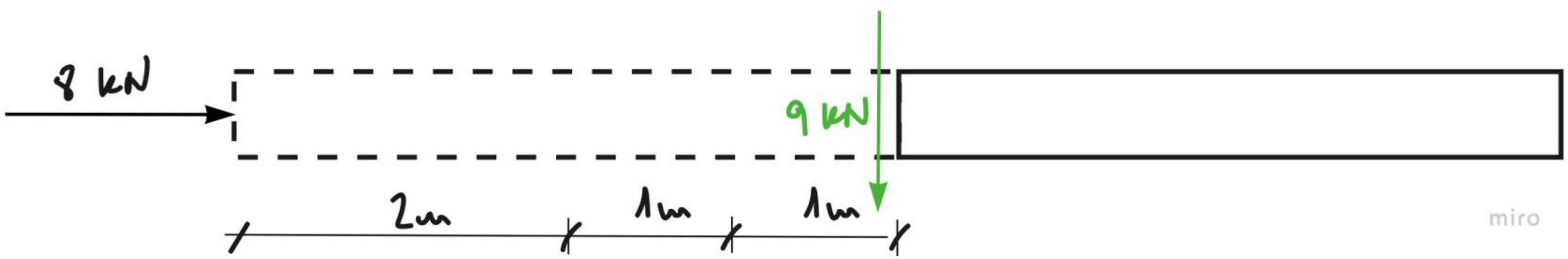
CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

4) Cálculo del **cortante V**:

   4.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

   4.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas

   4.3) Su resultante es el **cortante V**



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

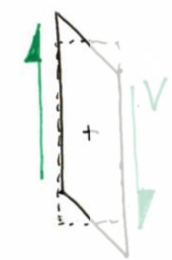
4) Cálculo del **cortante V**:

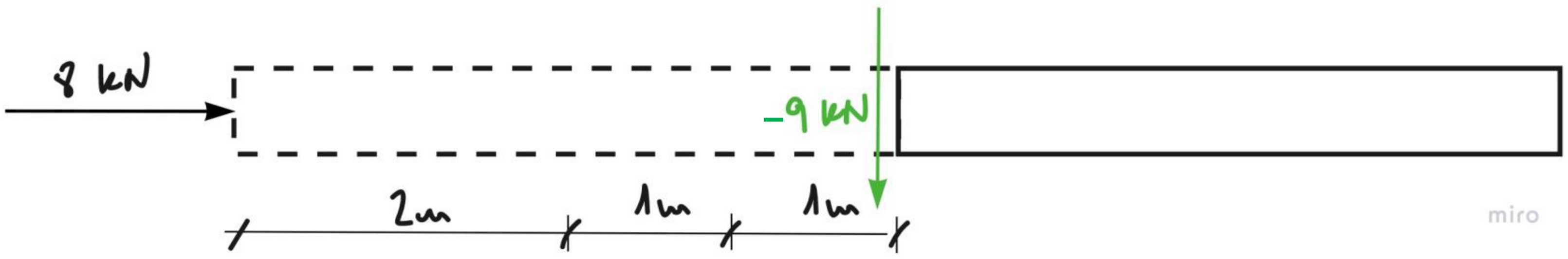
4.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

4.2) Trasladarlas ("chafarlas") hasta la cara de la sección, calculando sus resultantes parciales si fueran repartidas

4.3) Su resultante es el **cortante V**

4.4) Su signo depende de si coincide con el esquema correspondiente a la cara izquierda de la rebanada (+) o si va en sentido contrario (-); NO DEPENDE DE LOS EJES GLOBALES!!!!

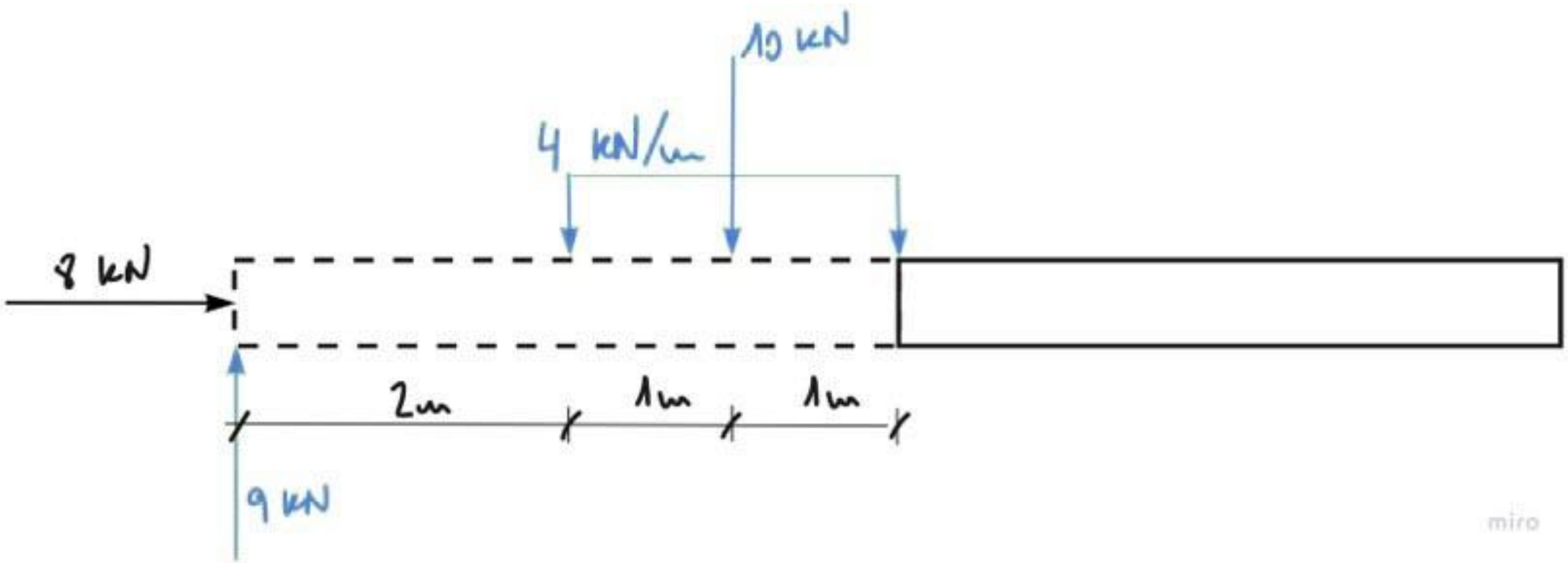




CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

5) Cálculo del **momento flector M**:

5.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

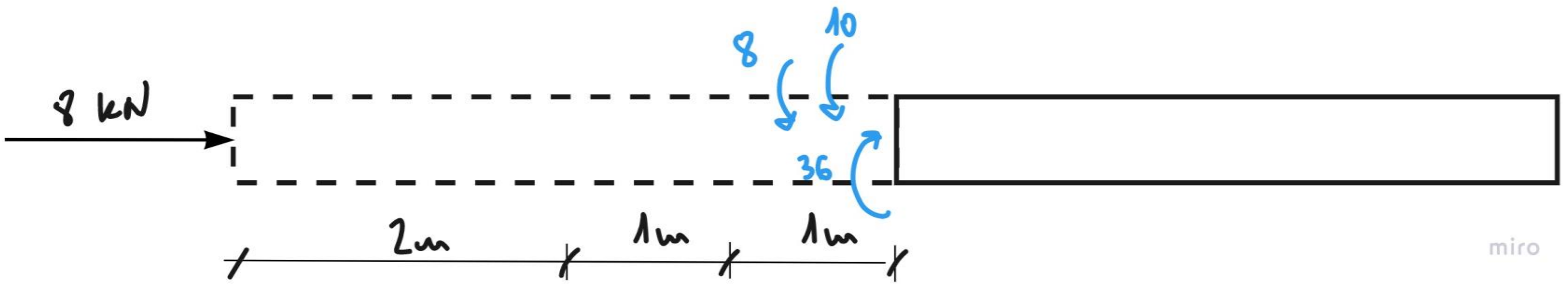


CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

5) Cálculo del **momento flector M**:

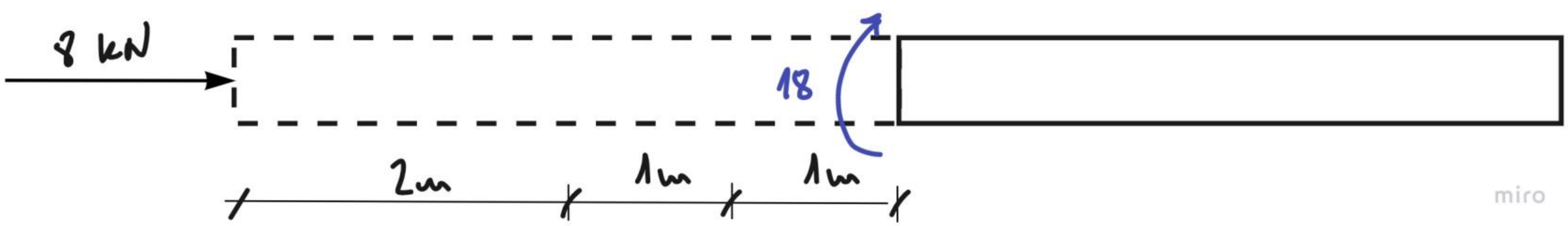
   5.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

   5.2) Trasladarlas (multiplicarlas por su distancia) hasta la cara de la sección, calculando previamente sus resultantes parciales si fueran repartidas



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

5) Cálculo del **momento flector M**:
   5.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra
   5.2) Trasladarlas (multiplicarlas por su distancia) hasta la cara de la sección, calculando previamente sus resultantes parciales si fueran repartidas
   5.3) Su resultante es el **momento flector M**



CÁLCULO DE SOLICITACIONES EN UNA SECCIÓN

5) Cálculo del **momento flector M**:

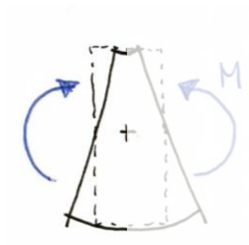
5.1) Seleccionar las fuerzas de directriz perpendicular a la barra

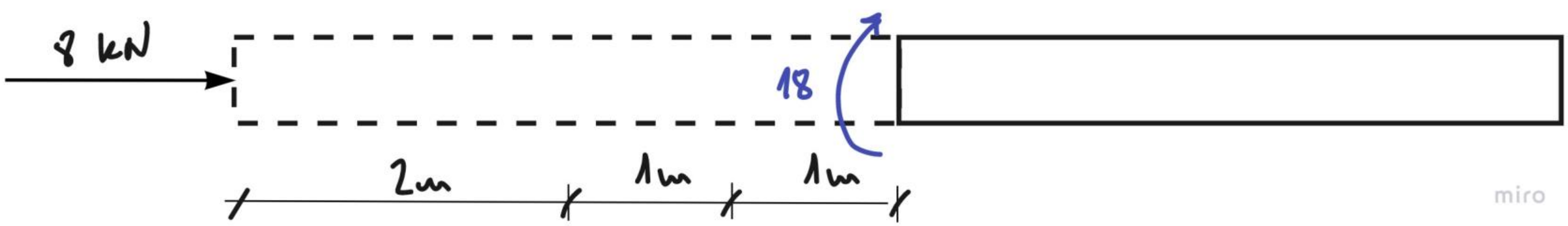
5.2) Trasladarlas (multiplicarlas por su distancia) hasta la cara de la sección, calculando previamente sus resultantes parciales si fueran repartidas

5.3) Su resultante es el **momento flector M**

5.4) Su signo depende de si coincide con el esquema correspondiente a la cara izquierda de la rebanada (+) o si va en sentido contrario (-);

NO DEPENDE DE LOS EJES GLOBALES!!!!



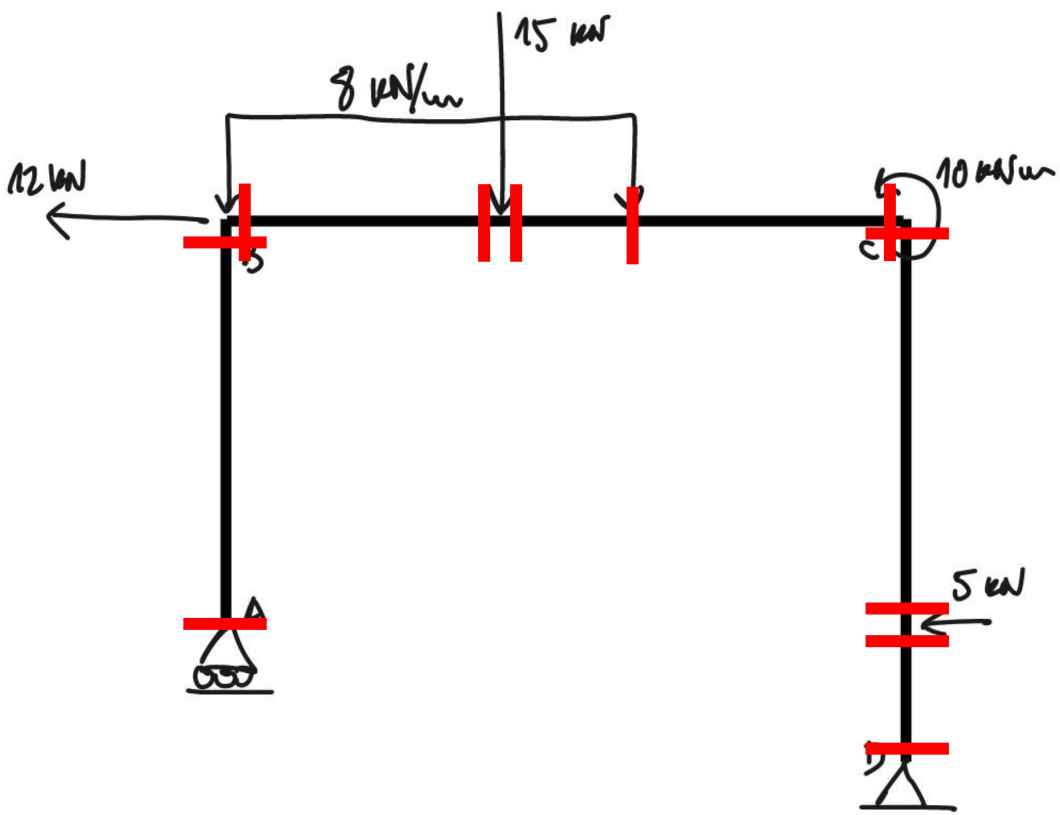


DIAGRAMAS DE SOLICITACIONES

Para dimensionar una estructura, en teoría habría que conocer las solicitaciones en todas las secciones de todas las barras. Sin embargo, basta con conocer los valores en unas pocas secciones específicas, puesto que luego los valores intermedios constituyen funciones continuas con formas conocidas.

Las secciones críticas son:

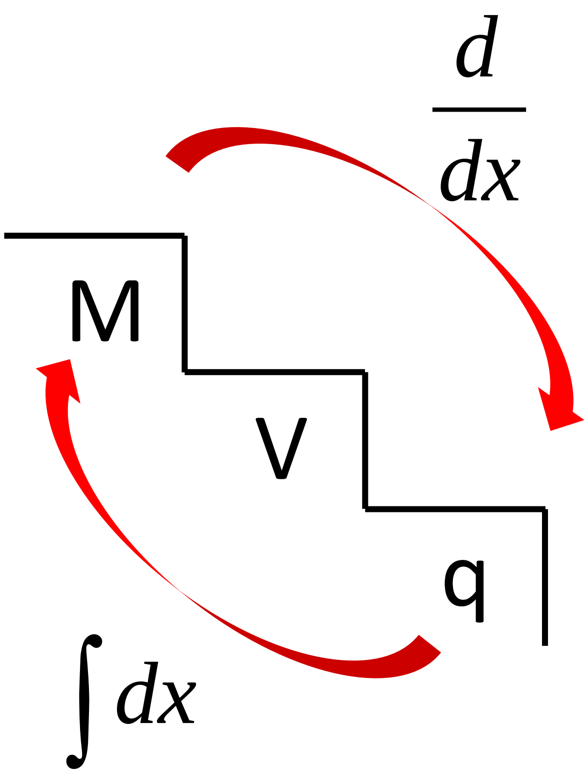
- Inicio o final de barra
- Puntos de aplicación de fuerzas puntuales o momentos
- Punto de comienzo o final de una carga repartida
- Puntos de cortante nulo (a posteriori)

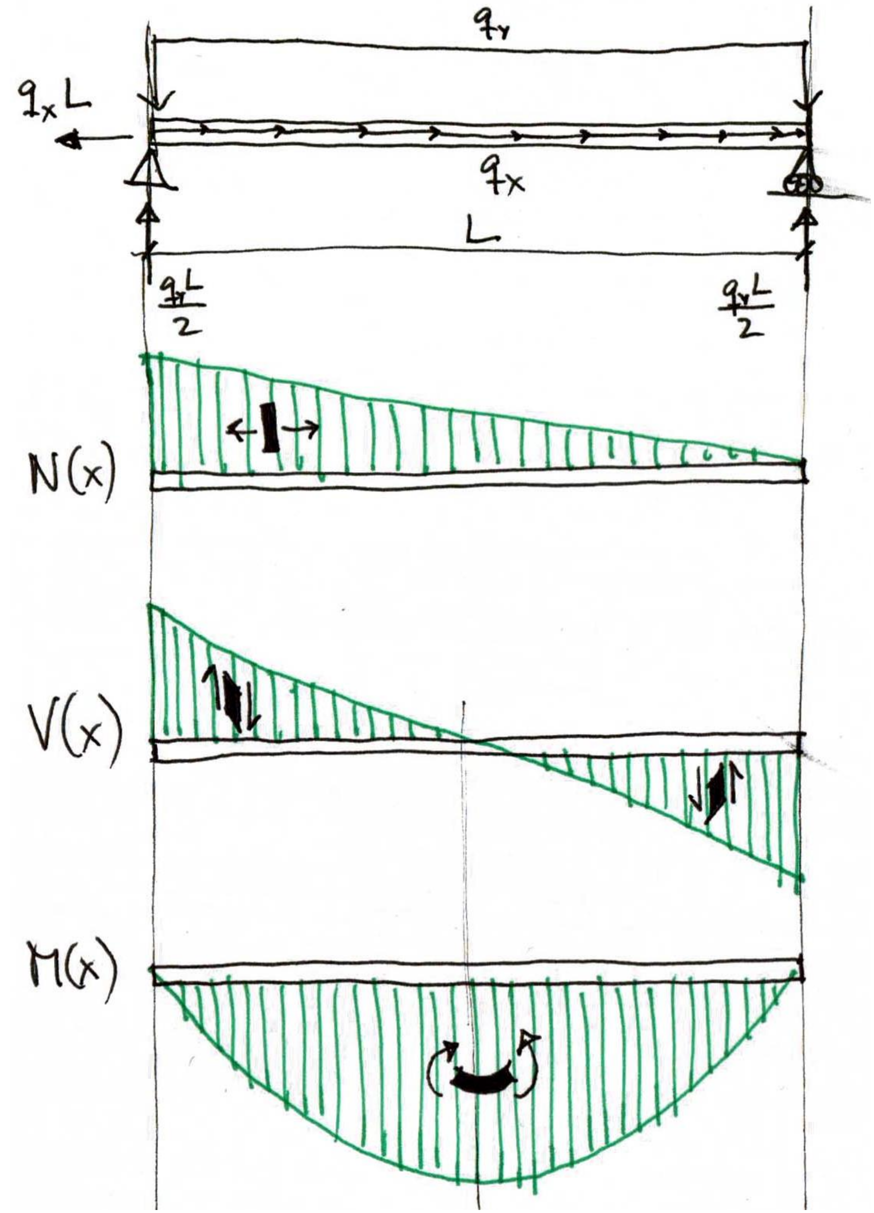


RELACIÓN ENTRE SOLICITACIONES Y DE ESTAS CON LAS CARGAS

Existe una relación de pendientes encadenadas (derivación-integración) entre los valores absolutos de:

- M y V
- V y q

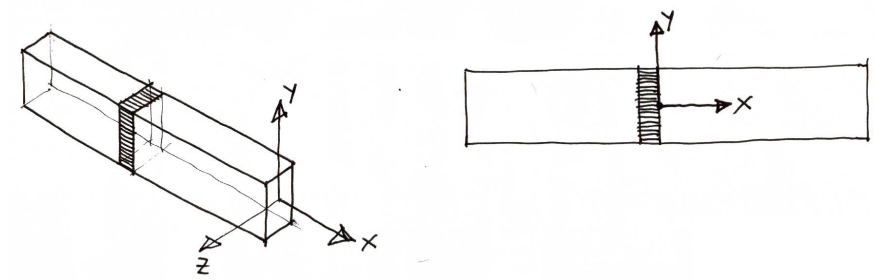


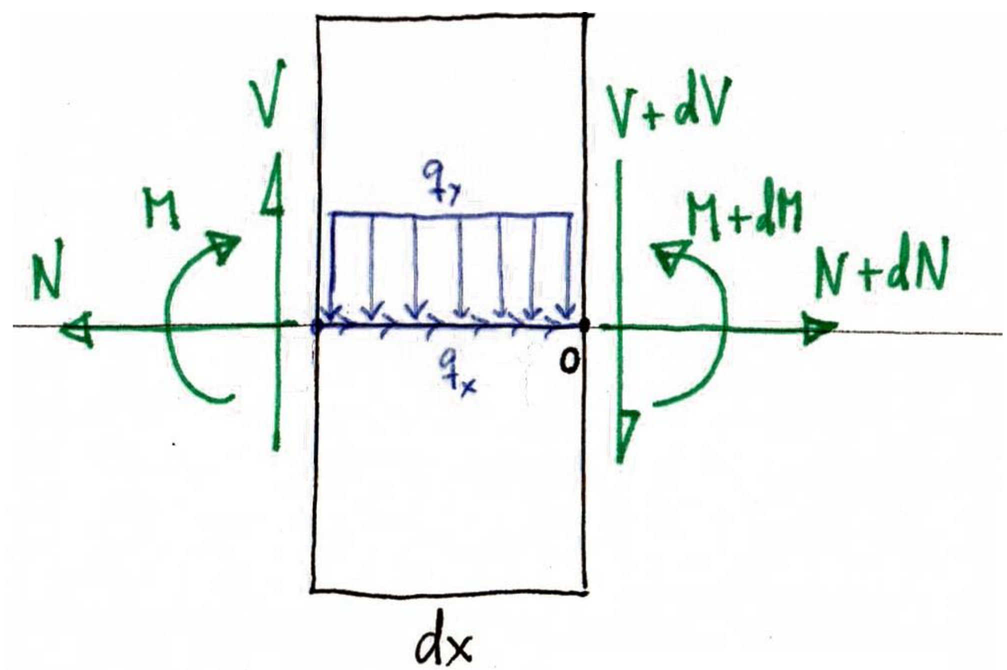


DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA

Para demostrar la relación entre pendientes, se toma una rebanada de viga a unas cargas repartidas tanto verticales (q_y) como horizontales (q_x, típico de vigas inclinadas), asumiendo que el valor positivo de las cargas verticales es el gravitatorio, hacia abajo.

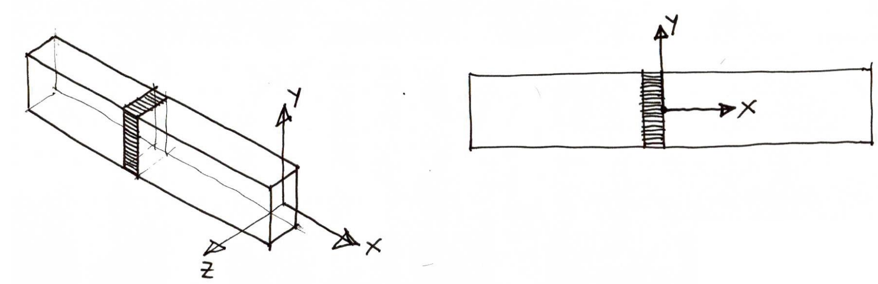


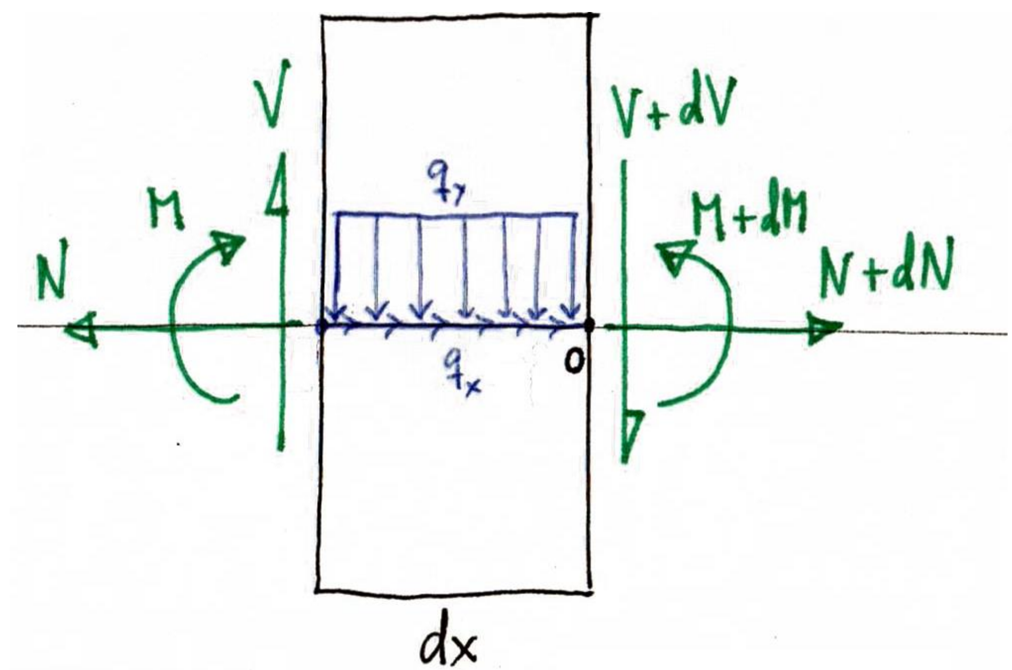


DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA

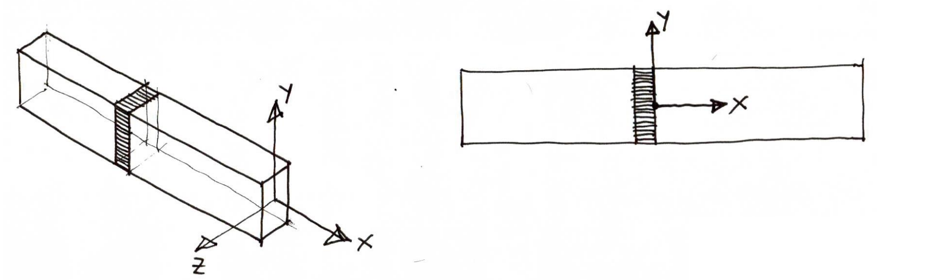
Al cortar la rebanada, en ambas caras se generan unas solicitaciones. Como la rebanada tiene una longitud muy pequeña pero no nula (diferencial ≡ dx), las solicitaciones en la cara izquierda y derecha no son exactamente iguales; se supone que las de la derecha son ligeramente distintas, siendo los pequeños incrementos iguales a diferenciales de solicitación (dN, dV y dM)





DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

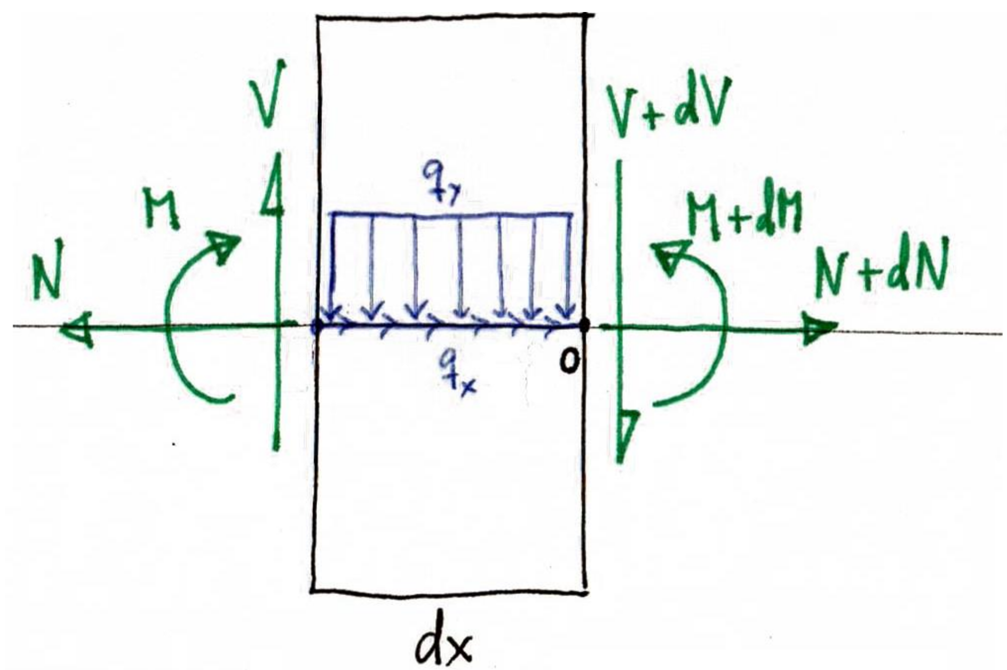
ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA



Como la estructura completa está en equilibrio, así lo estará cualquiera de sus partes, y por tanto la rebanada también está en equilibrio.
Consecuentemente, se le puede aplicar las tres ecuaciones de la estática:

$\sum F_x = \sum F_y = \sum M_o = 0$

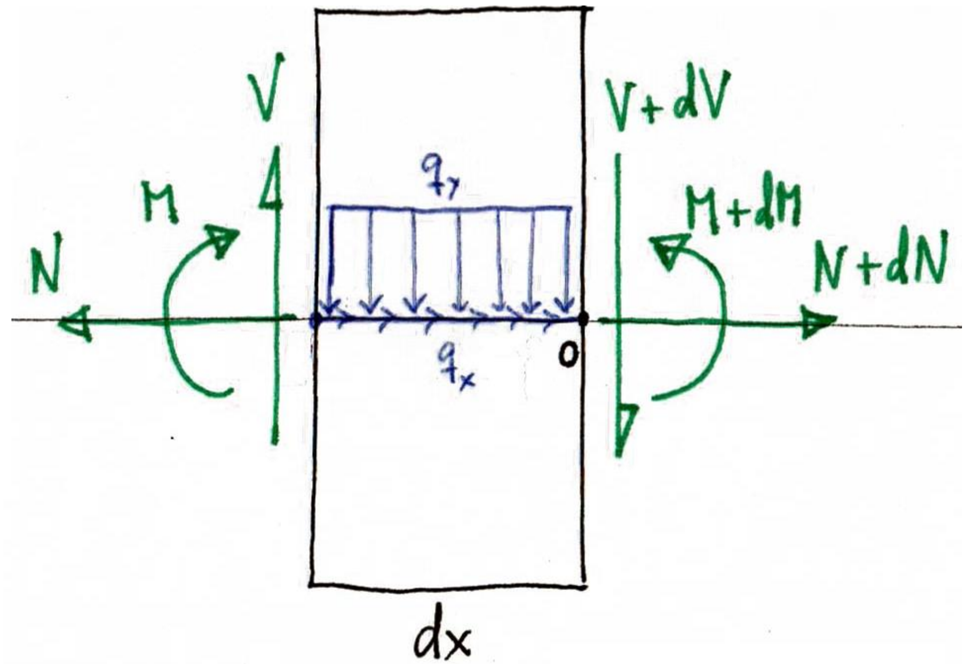
Para el sumatorio de momentos se toma el punto O por comodidad



DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA

Del sumatorio horizontal se concluye que:



*Si existe carga axial repartida, el valor absoluto de esta carga es igual a la pendiente (derivada) de la gráfica de axiles**

* Esta relación no forma parte de la "cadena de la flexión", está desacoplada de V y M y solo se muestra típicamente en vigas inclinadas

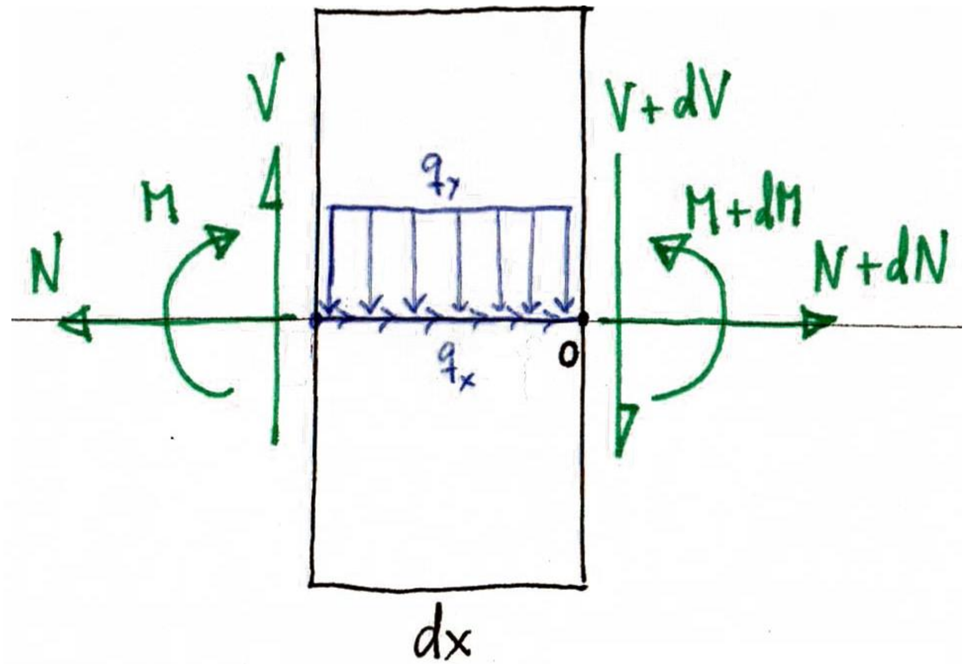
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -N + \left(N + dN\right) + q_x \cdot dx = 0 \Rightarrow \frac{dN}{dx} = -q_x$$

DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA

Del sumatorio vertical se concluye que:

El valor absoluto de la carga vertical es igual a la pendiente (derivada) de la gráfica de axiles



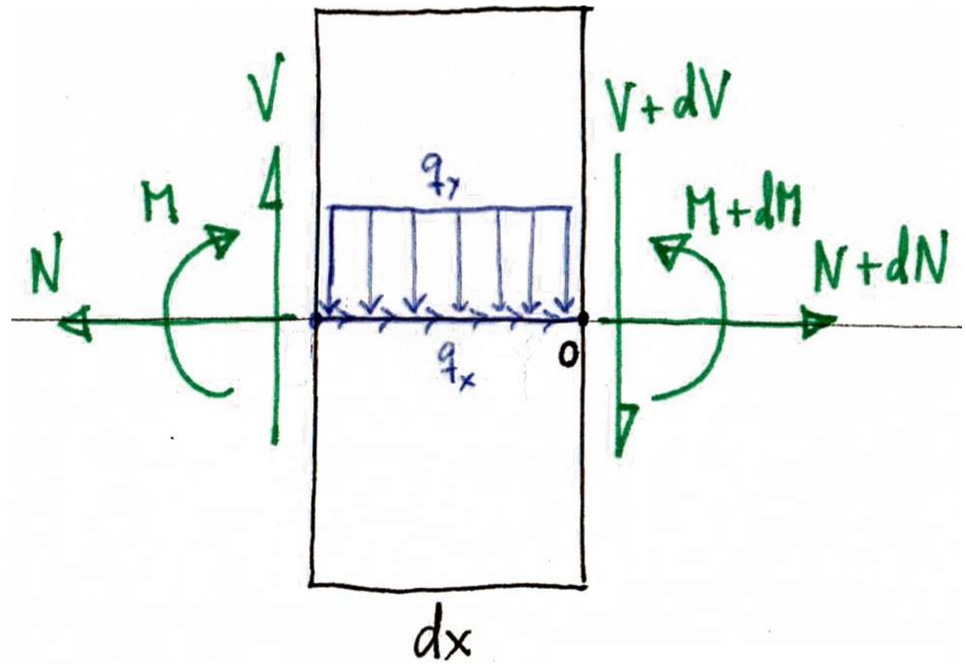
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +V - \left(V + dV\right) - q_y \cdot dx = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = -q_y$$

DEMOSTRACIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE SOLICITACIONES Y CARGAS

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA REBANADA

Del sumatorio de momentos (donde se desprecia un diferencial de segundo orden respecto al de primer orden) se concluye que:

El cortante es igual a la pendiente (derivada) de la gráfica de momentos



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow -M + \left(M + dM\right) - V \cdot dx + q_y \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dM - V \cdot dx + \frac{q_y}{2} \underbrace{dx^2}_{\approx 0} = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = V$$

RESUMEN DE RELACIONES DE PENDIENTE

1) La pendiente de la gráfica de axiles en cada punto es el valor (absoluto) de la carga longitudinal repartida

$$\frac{dN}{dx} = -q_x$$

2) La pendiente de la gráfica de cortantes en cada punto es el valor (absoluto) de la carga transversal repartida

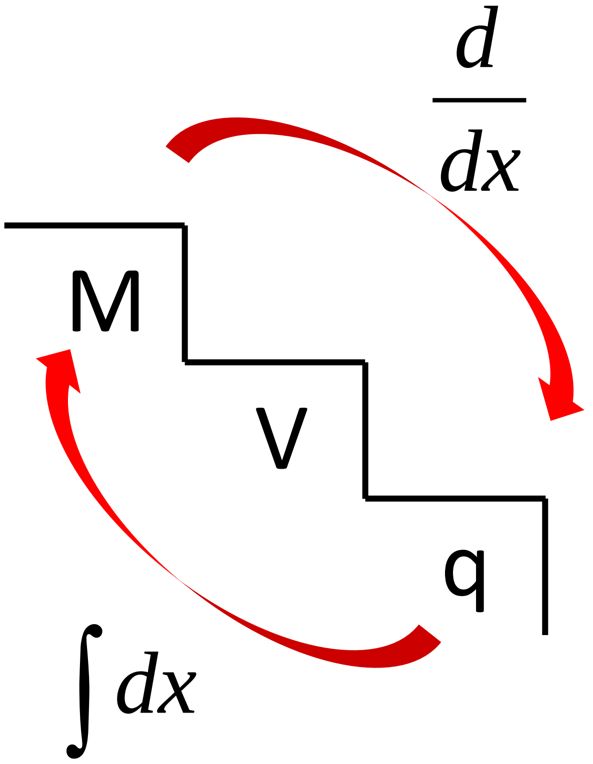
$$\frac{dV}{dx} = -q_y$$

3) La pendiente de la gráfica de momentos en cada punto es el valor del cortante

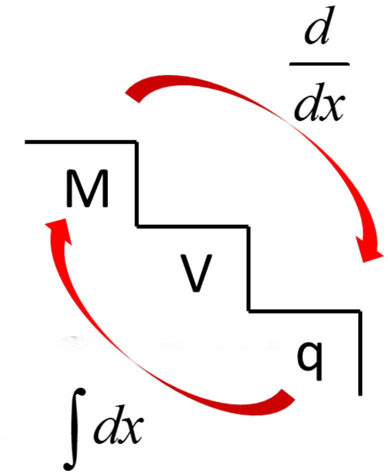
$$\frac{dM}{dx} = V$$

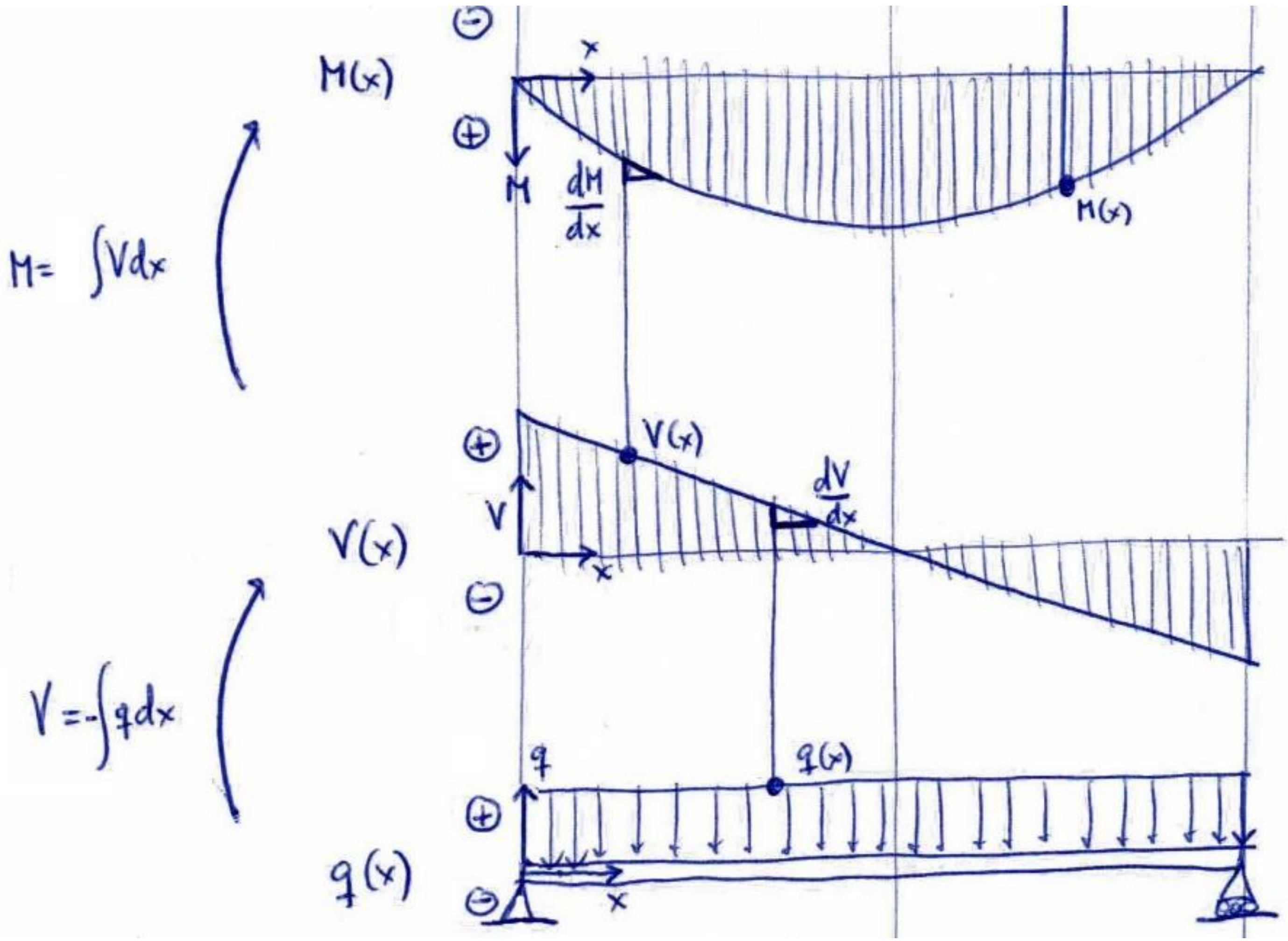
“ESCALERA DE LA FLEXIÓN”

Dejando a un lado la relación del axil con la carga axial, que no forman parte del mecanismo de flexión, se tiene una relación encadenada entre M-V-q que se puede representar en la “Escalera de la flexión”, que más adelante se completará con escalones análogos referidos a las deformaciones

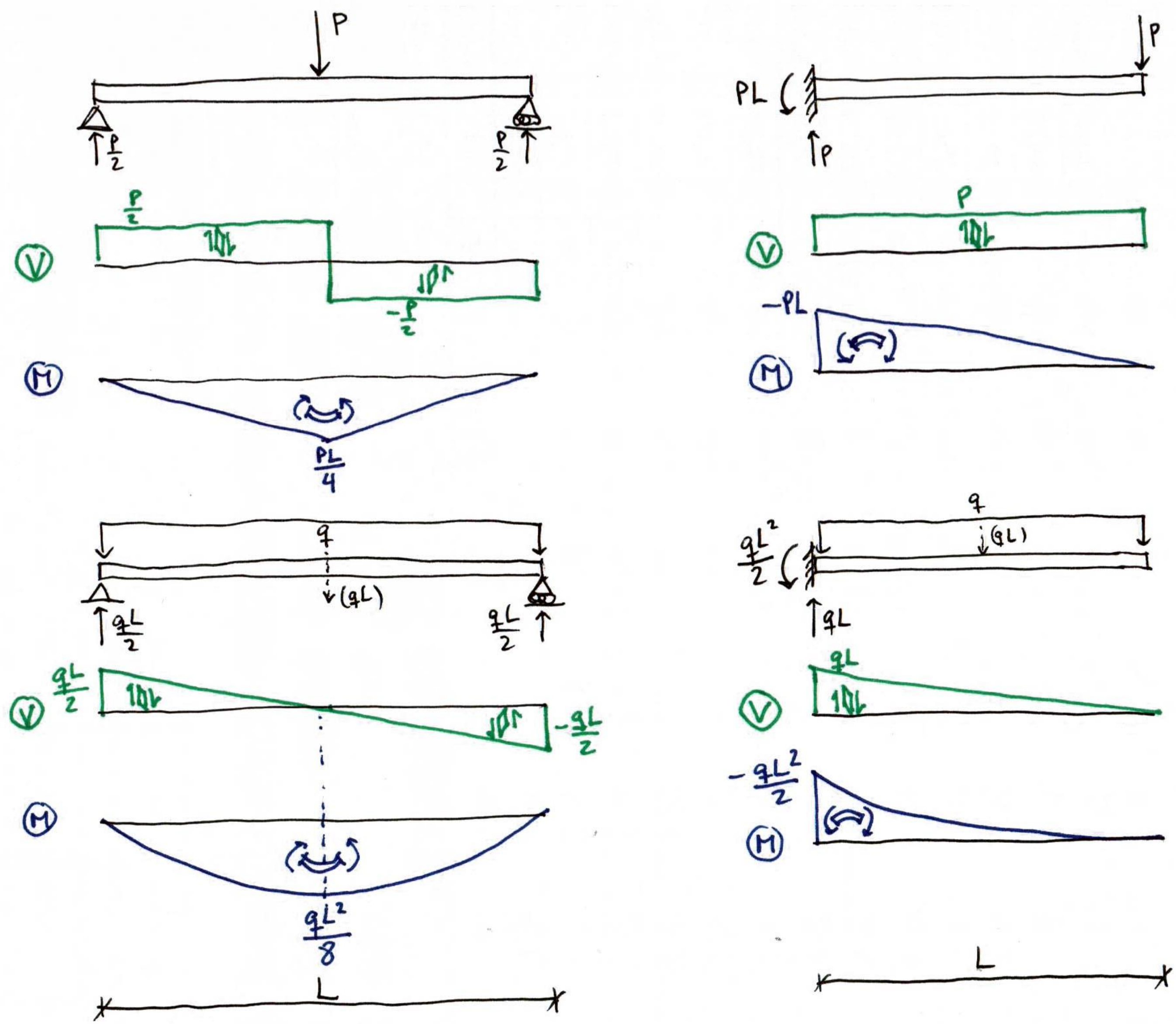


“ESCALERA DE LA FLEXIÓN”





VALORES USUALES: VIGA BIAPOYADA Y EN VOLADIZO



TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

Una barra puede tener, en una sección dada, cualquier combinación posible de las tres solicitaciones (N, V y M). Algunas de estas combinaciones son más usuales que el resto y al comportamiento que generan se les denomina específicamente:

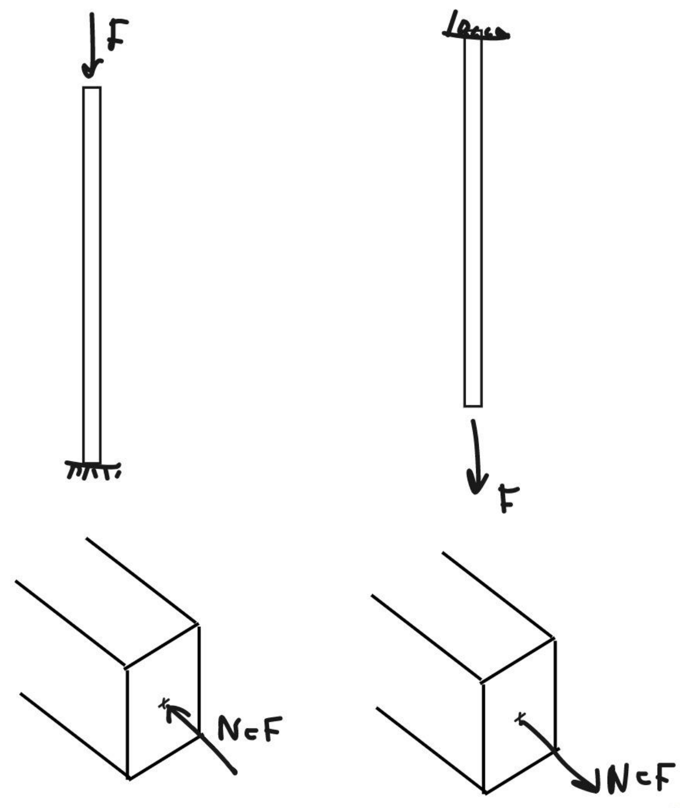
Comportamiento	N	V	M
Axil puro (compresión/tracción)	X		
Cortante puro (cizalladura)		X	
Flexión pura			X
(No suele ocurrir)	X	X	
(No suele ocurrir)	X		X
Flexión simple		X	X
Flexión compuesta (flexocompresión/flexotracción)	X	X	X

TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

AXIL PURO

<u>Compresión</u>
Pilares con cabeza articulada
Pilares en estructuras arriostradas

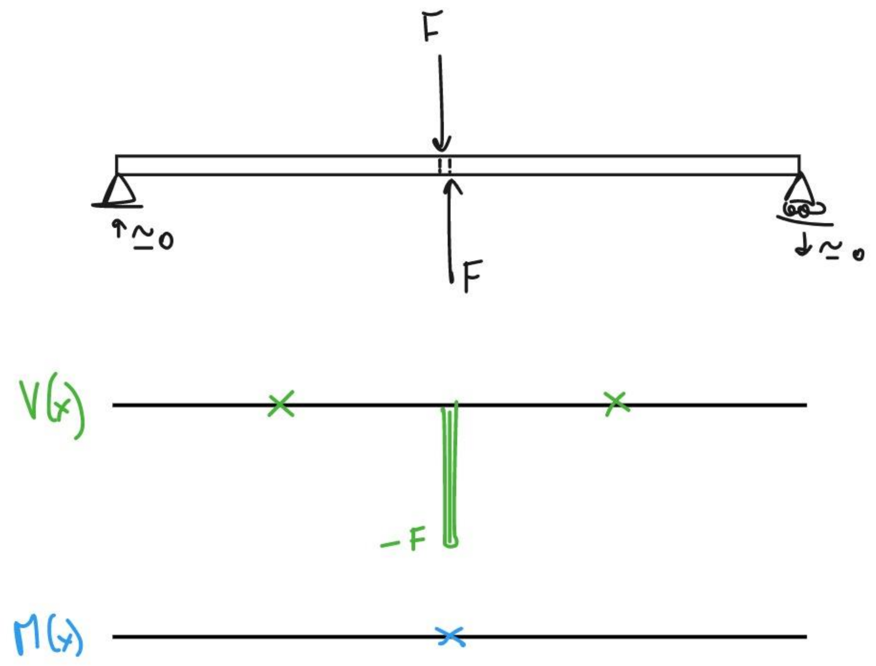
<u>Tracción</u>
Tirantes
Diagonales de arriostramiento

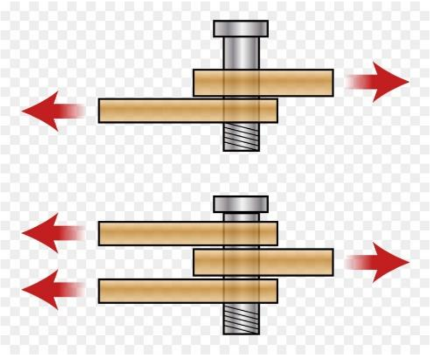


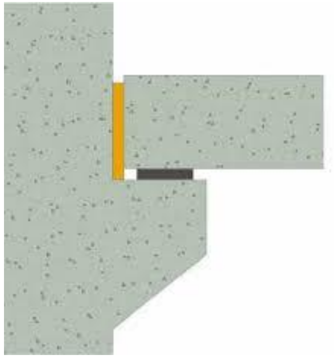
TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

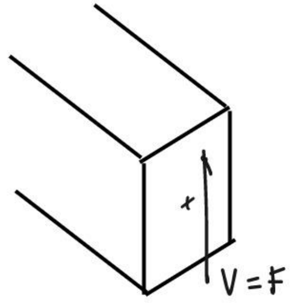
CORTANTE PURO

Tornillos
Pasadores en juntas
Ménsulas muy cortas





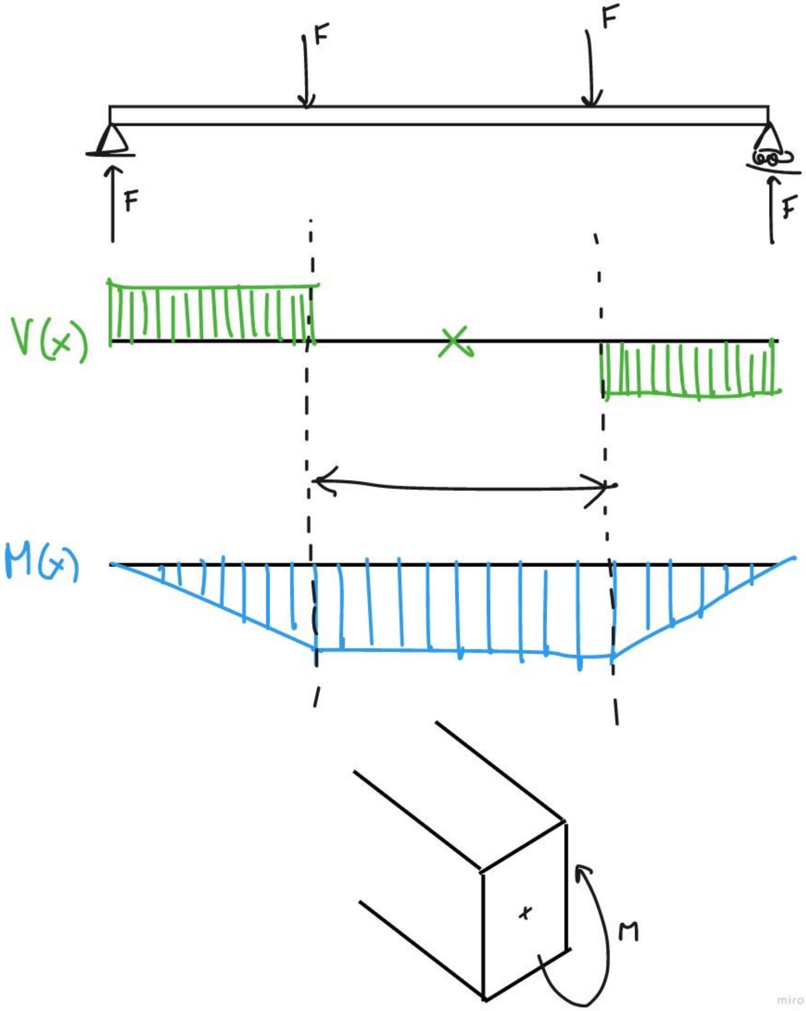




TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

FLEXIÓN PURA

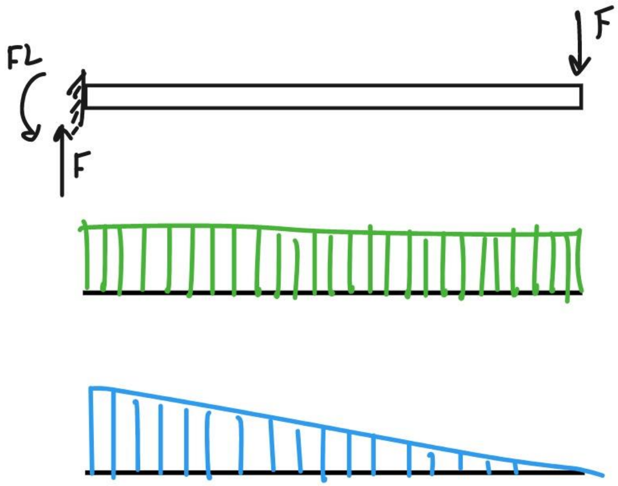
Únicamente en experimentos

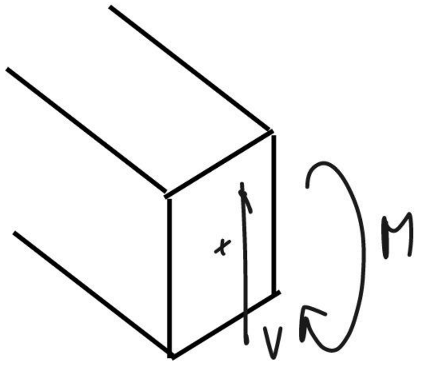


TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

FLEXIÓN SIMPLE

Casi la totalidad de vigas





TIPOS DE COMPORTAMIENTO SEGÚN SOLICITACIONES

FLEXIÓN COMPUESTA

Pilares en estructuras no arriostradas
Algunas vigas en edificios con
Arriostramiento asimétrico