



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Escuela Internacional de Posgrado

Máster en Profesorado de Enseñanza
Secundaria Obligatoria y Bachillerato,
Formación Profesional y Enseñanzas de
Idiomas

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Problemas métricos en el mundo físico. Áreas

Presentado por:

Sergio Fernández Sánchez

Curso académico 2020/2021



Problemas métricos en el mundo físico.
Áreas

Sergio Fernández Sánchez

Sergio Fernández Sánchez *Problemas métricos en el mundo físico. Áreas.*

Trabajo de fin de Máster. Curso académico 2020/2021.

**Responsable de
tutorización** Luis Miguel Merino González

Máster en Profesorado de
Enseñanza Secundaria
Obligatoria y Bachillerato,
Formación Profesional y
Enseñanzas de Idiomas
Escuela Internacional de
Posgrado
Universidad de Granada



UNIVERSIDAD
DE GRANADA



/ UGR /maes
MÁSTER EN PROFESORADO
ESO – BACHILLERATO – FP – IDIOMAS

Declaración de originalidad del TFM

D. /Dña. Sergio Fernández Sánchez, con DNI (NIE o pasaporte) 75939961-X , declaro que el presente Trabajo de Fin de Máster es original, no habiéndose utilizado fuentes sin ser citadas debidamente. De no cumplir con este compromiso, soy consciente de que, de acuerdo con la Normativa de Evaluación y de Calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada de 20 de mayo de 2013, *esto conllevará automáticamente la calificación numérica de cero [...] independientemente del resto de las calificaciones que el estudiante hubiera obtenido. Esta consecuencia debe entenderse sin perjuicio de las responsabilidades disciplinarias en las que pudieran incurrir los estudiantes que plagien.*

Y para que así conste firmo el presente documento.

En Granada a 9 de mayo de 2022

INTRODUCCIÓN

La capacidad de abstracción, interpretación, creatividad, adaptación, razonamiento o de pensamiento crítico y lógico son una serie de virtudes asociadas y trabajadas mediante el conocimiento matemático, por las cuales el aprendizaje de las Matemáticas conforma una parte fundamental e indispensable en la formación de las personas. Esto motiva el hecho de que las enseñanzas primaria y secundaria obligatoria se hallen configuradas con una asignatura de matemáticas troncal y obligatoria para todos los cursos (con el correspondiente desdoble desde 3º de ESO en adelante entre aplicadas y académicas).

Dedicamos este trabajo al planteamiento y desarrollo de una unidad didáctica de Matemáticas, orientada a un curso específico de la ESO, la cual estará fundamentada mediante el seguimiento de lo establecido por la legislación vigente y desarrollada y examinada haciendo uso de un análisis didáctico, cuyas partes serán explicadas y aplicadas al tema de la unidad. La temática de la unidad didáctica a desarrollar es los problemas métricos en el mundo físico y cálculo de áreas, y los contenidos serán los asociados a la misma.

El presente trabajo se estructura comenzando por una justificación y contextualización de la temática de la UD, las cuales se llevarán a cabo en los capítulos 1 y 2 respectivamente. Posteriormente explicaremos y aplicaremos lo concerniente al análisis didáctico de la unidad, para lo cual emplearemos los cuatro pilares fundamentales del análisis didáctico: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación.

Los primeros 3 análisis se darán en capítulos separados en la parte I del trabajo, destinada a los mismos. El último de los análisis, el de evaluación tendrá lugar en la parte II tras un capítulo destinado a la secuenciación y desarrollo de las sesiones que componen la unidad didáctica, y otro de atención a la diversidad, donde nos centraremos en el contexto previamente aportado. Las fuentes empleadas para la

INTRODUCCIÓN

elaboración del trabajo vendrán recogidas al final del trabajo y serán empleadas debidamente siguiendo la normativa asociada al formato APA.

Adicionalmente vendrán recogidos en anexos recursos empleados en el desarrollo de la unidad didáctica tanto desde una perspectiva instrumental como desde una teórica.

ESQUEMA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	VII
1. JUSTIFICACIÓN - FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	1
1.1. Justificación didáctica	1
1.1.1. Relevancia	1
1.1.2. Problemas métricos en la docencia	2
1.2. Currículo	3
2. CONTEXTUALIZACIÓN	5
2.1. Centro	6
2.2. Aula	6
2.3. Situación global	7
I. ANÁLISIS DIDÁCTICO	9
3. ANÁLISIS DE CONTENIDO	11
3.1. Estructura conceptual, contenidos	11
3.1.1. Campo Conceptual	12
3.1.2. Campo Procedimental	13
3.1.3. Focos Conceptuales	13
3.2. Sentido y Fenomenología	14
3.3. Sistemas de representación	16

ESQUEMA DE CONTENIDOS

4. ANÁLISIS COGNITIVO	21
4.1. Expectativas de aprendizaje (objetivos)	21
4.1.1. Objetivos de etapa	21
4.1.2. Objetivos de curso	23
4.1.3. Objetivos didácticos específicos	24
4.2. Competencias	25
4.3. Limitaciones del aprendizaje	26
4.3.1. Dificultades	26
4.3.2. Errores	27
5. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN	29
5.1. Análisis de las tareas, principios generales, complejidad	29
5.2. Materiales y recursos	31
II. DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	33
6. ESTRUCTURACIÓN	35
6.1. Metodología	35
6.2. Descripción de las sesiones, secuenciación	36
7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	41
8. EVALUACIÓN, ANÁLISIS	43
8.1. Criterios	44
8.2. Instrumentos de evaluación	44
Bibliografía	49
ANEXOS	53
A. Competencias PISA 2012	53
B. Análisis de las tareas	56
C. Actividades y ejercicios	62

CAPÍTULO 1

JUSTIFICACIÓN - FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para comenzar con el presente trabajo nos disponemos en el primer capítulo a desarrollar un marco teórico que englobe los conceptos que en adelante se desarrollarán en la unidad didáctica así como la relevancia del tema escogido en la actualidad y en la historia y su consecuente necesidad de aprendizaje.

1.1. Justificación didáctica

1.1.1. Relevancia

“La historia de las matemáticas como tal resulta en la historia del propio conocimiento humano” (Galán Atienza et al., 2012). Entre sus distintas ramas la función de la geometría, en su papel más elemental como herramienta para afrontar problemas métricos como el cálculo de áreas, volúmenes, longitudes, etc. Su aplicación y utilidad resultaba clara, y esto fomentaba su estudio y refinamiento que se viene dando desde estimadamente el 3000 antes de Cristo, época de la que se registran las primeras referencias de utilización de matemáticas en una cultura, esto dando lugar en las zonas de Egipto, Sumeria y Babilonia.

El término *geometría* etimológicamente tiene origen en el griego, cuyo significado es “medida de la tierra”. Se trata de una descripción precisa del trabajo de los

1. JUSTIFICACIÓN - FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

primeros geómetras que se veían interesados en problemas relacionados con la medida de campos/edificios, el trazado de ángulos rectos para el desarrollo de lindes y esquinas, etc. Se trataba en consecuencia de una geometría empírica y puramente utilitarista, diseñada por y para su aplicación delineante y constructiva.

En el siglo VI antes de Cristo, el matemático Pitágoras sentaría la piedra angular de la futura geometría demostrativa diseñando una teoría axiomática-deductiva en torno a un limitado número de postulados o axiomas, aceptados como evidentes por la formada escuela pitagórica. Un ejemplo de esto sería “una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos”. A partir de estos axiomas se desarrollarían teoremas de gran relevancia como el archiconocido teorema de Pitágoras. Estos postulados en el contexto de la matemática moderna no mantienen su categoría de axioma, sino que son considerados como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios.

Las distintas escuelas griegas, empleando la más refinada geometría demostrativa, añadirían como objeto de estudio polígonos, círculos y figuras tridimensionales asociadas, e introducirían los primeros problemas de construcción en el sentido estricto de la palabra, empleando regla de borde recto y compás.

Las Matemáticas siguieron evolucionando y se fue desarrollando el estudio de sus otras ramas. Fueron reconsideradas como nexo de unión con las otras ciencias hasta la actualidad, en la que su estudio se ve apoyado con los diferentes recursos digitales electrónicos de los que disponemos, que presentan una relación de reciprocidad con la propia matemática. En estas matemáticas ya actuales el papel de la geometría se ha visto trascendido a otros ámbitos, pero su motivación inicial y aplicación fundamental se mantiene indispensable.

1.1.2. Problemas métricos en la docencia

Ya comentada la relevancia histórica del tema a tratar en el mundo, hemos de atender a el cómo trabajarlo y transmitirlo a los alumnos desde un punto de vista didáctico. Cabe destacar que la relevancia del tema no solo se enfoca a aquellos alumnos cuyas aspiraciones profesionales estén ligadas a alguna ciencia, sino que afecta a todos en general debido al impacto y necesidad en problemas de la vida diaria.

Dada esta importancia del tema en la vida cotidiana se persigue que los alumnos finalicen la unidad didáctica habiendo adquirido una serie de **competencias básicas** obtenidas mediante el aprendizaje e interiorización de los **conceptos** y **procedimientos** desarrollados en la unidad y que se hayan visto sus **dificultades** atendidas y sus **errores** solucionados. De todo ello se hablará más adelante, en el transcurso del análisis didáctico.

1.2. Currículo

Un currículo es definido como una “propuesta de actuación educativa”, es decir, “una estrategia de planeación y actuación profesional que permite a los agentes educativos tomar el control de su propia práctica profesional mediante un proceso de indagación-solución constituido por fases de planeación, implementación, de evaluación y de socialización difusión” (Barraza Macías, 2010).

El currículo como relación entre la organización/legislación educativas y la actividad docente del profesor, ha de atender a cuatro cuestiones principales que Rico Romero (1997a) cita como sigue:

1. ¿Qué formación? ¿Con cuál conocimiento?
2. Esa formación, ¿Para qué? ¿Qué aprendizaje persigue?
3. ¿Cómo llevar a cabo la formación?
4. ¿Cuánta fue la formación? ¿Qué resultados se obtuvieron?

“El análisis didáctico introduce un nuevo nivel de reflexión curricular que se centra en la actividad del profesor como responsable del diseñar, implementar y evaluar temas de la matemática escolar que, en correspondencia con las cuatro dimensiones del currículo, propone cuatro componentes básicas fundamentales: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación” (Lupiáñez, 2010).

En el artículo 2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre se define la noción de *currículo* como “la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas y etapas educativas”. Estos elementos vienen enumerados y descritos en el Decreto 111/2016 de 14 de Junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, del cual los extraemos y que emplearemos como referencia:

- a) Objetivos: referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, producto resultante de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas con tal fin.
- b) Competencias: capacidades para la aplicación de forma integrada de contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la

1. JUSTIFICACIÓN - FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos. Las competencias del currículo establecidas de acuerdo al Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre son¹:

- Comunicación lingüística.
 - Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
 - Competencia digital.
 - Aprender a aprender.
 - Competencias sociales y cívicas.
 - Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
 - Conciencia y expresiones culturales.
- c) Contenidos: conjunto de conceptos, procedimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias.
- d) Estándares de aprendizaje evaluables: especificaciones propias de los criterios de evaluación que posibilitan la definición de los resultados de aprendizaje y concretan aquello que el estudiante debe conocer, entender y saber realizar en cada asignatura; han de ser observables, medibles y evaluables y permitir la graduación del logro o rendimiento alcanzado. Su confeccionamiento ha de facilitar y fomentar la implementación y diseño de evaluaciones modelo comparables.
- e) Criterios de evaluación: referentes específicos para la evaluación del aprendizaje del alumno. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumno debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden en consecuencia a aquello que se pretende obtener en cada asignatura.
- f) Metodología didáctica: conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados.

Cada uno de estos elementos serán posteriormente tratados y desarrollados en la parte referente al análisis y desarrollo de la unidad didáctica.

¹Para hablar de competencias más específicas asociadas al campo de las matemáticas, la OCDE las planteó y recogió en el informe Pisa 2012. Esto será comentado en el anexo A.

CAPÍTULO 2

CONTEXTUALIZACIÓN

La unidad didáctica a desarrollar en el presente trabajo estará diseñada para ser impartida al alumnado de segundo curso del IES Blas Infante del municipio de Ogíjares en el curso 2020/2021. En particular, será pensada para el grupo D, grupo con el cual fueron desarrolladas las Prácticas Externas del Máster Universitario en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (MAES).

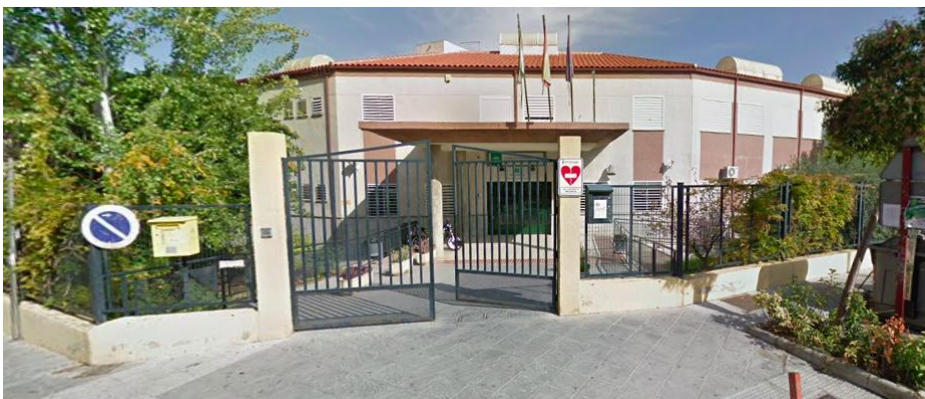


Figura 2.1.: IES Blas Infante, Ogíjares (Granada)

2. CONTEXTUALIZACIÓN

2.1. Centro

El IES “Blas Infante” se ubica en el término municipal de Ogíjares, municipio localizado a 6km al sur de la capital granadina, en las estribaciones de Sierra Nevada y dentro de su área metropolitana. Consta con una población de 13681 habitantes, según los datos de 2014 del Instituto Andaluz de Estadística, y presenta una extensión de 6.9km² a 721m sobre el nivel del mar.

El centro dispone de 45 profesores de diversas especialidades que se distribuyen entre los departamentos de ciencias naturales, música, matemáticas, idiomas y orientación. Acuden en total 478 alumnos, divididos entre 5 cursos de 1º de ESO, 4 de 2º, 3º y 4º, desarrollándose también Programas de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR).

El instituto, inicialmente una sección del IES Bueno Crespo de Ogíjares en 1999 (reubicado más tarde en el municipio de Armilla) fue construido a fin de completar la escolaridad obligatoria de la zona, incorporando nuevas aulas e instalaciones paulatinamente desde su nacimiento debido a la insuficiencia de las mismas desde su origen.

Desde un punto de vista social, hay presente una correspondencia con las dos principales áreas de la zona: un nivel cultural-educativo elevado asociado a zonas urbanas en expansión y un nivel socioeconómico y cultural medio asociado a habitantes de viviendas localizadas en torno a parroquias. El alumnado procede de estas dos áreas principalmente, y manifiesta una gran diversidad cultural, de interés, hábitos varios, etc. Es mayoritariamente nativo con una reducida presencia de otras nacionalidades bien integradas¹.

2.2. Aula

El aula de 2ºD consta de 25 alumnos y alumnas. Se trata de una clase bastante heterogénea con una amplia diversidad en lo referente a rendimientos. Aproximadamente la mitad emplean transporte público para la llegada y salida del centro, otros acuden en bicicleta siguiendo el proyecto STARS para hábitos de desplazamiento sostenibles y seguros que fomenta el centro.

Encontramos en el alumnado:

- 4 alumnos de alto rendimiento.
- 6 alumnos de altas capacidades.

¹Información consultada en (Ogíjares, Ayto, 2021) y (Blas Infante, IES, 2020)

- un alumno con NEAE asociadas al TDAH (trastorno de déficit de atención e hiperactividad).
- Un alumno con NEE asociadas a un TEA (trastorno del espectro autista).
- Un alumno con NEAE por dificultades del aprendizaje en dos áreas:
 - Dificultades de aprendizaje de lectura: dislexia.
 - Dificultades en la resolución de problemas matemáticos.

2.3. Situación global

Situar el presente trabajo en el curso 20/21 implica necesariamente realizar una mención a las excepcionales condiciones consecuencia de la situación de pandemia global que se da en el transcurso del mismo y que implica necesarias modificaciones en la forma en que se imparte la docencia.

La enfermedad infecciosa causada por el coronavirus SARS-CoV-2 comienza a tener eco en los medios en diciembre de 2019 con el brote epidémico en la ciudad de Wuhan, en la provincia de Hubei, China. Tras este primer brote no tardarían en comunicarse casos confirmados fuera del país. Esta expansión del virus provocaría en los gobiernos de los distintos estados del mundo confinamientos, cuarentenas, restricciones en los viajes, cierre de negocios no esenciales, ... Los efector socioeconómicos que la pandemia provocó resultaron indudablemente nefastos.

Naturalmente, esta situación supuso y supone a día de hoy un desafío para el sistema educativo. La mayoría de los gobiernos dispusieron de poco tiempo para prepararse a la llegada del Covid-19 y esto de igual forma sucedería consecuentemente con las instituciones. Estas precisaban de adecuar la docencia a una modalidad online empleando recursos digitales donde no solo se requería de una actuación rápida por parte de las instituciones y personal docente si no que además dejaba más manifestadas las diferencias socioeconómicas presentes en las familias, pues como afirma Daniel (2020), "La pandemia de Covid-19 interrumpió las vidas de estudiantes de diversas maneras, dependiendo no solo de su nivel y año de estudio, si no también del punto alcanzado en sus diferentes programas" .

En el caso del centro en el cual nos situamos en el presente trabajo, se siguen las recomendaciones expuestas en (UN, 2020) así como la legislación vigente en materia de sanidad, realizando una modalidad semipresencial en 3º y 4º, exigiéndose el uso de mascarillas por parte de alumnos y profesores, manteniendo ventanas y puertas abiertas favoreciendo la ventilación de cada una de las aulas, empleando recursos electrónicos como tablets y móviles y plataformas como Google classroom a fin de reducir de esta manera el contacto interpersonal, etc.

Parte I.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE CONTENIDO

Comenzamos el análisis didáctico con el análisis de los contenidos relacionados con el tema a desarrollar en la unidad didáctica. Este análisis se basa en la clasificación y descripción de los elementos que conforman la unidad, que se introducen y se trabajan, así como los procedimientos y estrategias durante la misma. Atendremos a varias formas de clasificar estos contenidos y aplicaremos tales clasificaciones a los relacionados con el tema de problemas métricos en el mundo físico y cálculo de áreas.

3.1. Estructura conceptual, contenidos

Entenderemos por contenido matemático escolar la noción explicada y desarrollada por Rico Romero (2016), que lo define como “un conjunto de conceptos, procedimientos, estructuras y actitudes, procedentes de la tradición académica, que los responsables del currículo seleccionan y organizan y los profesores comunican y enseñan, para que los escolares las aprendan y las utilicen con un tópico matemático escolar determinado”. Clasificaremos los contenidos en 2 campos principales; conceptual y procedimental, donde diferenciamos a su vez 3 niveles dentro de cada uno de estos campos atendiendo a la complejidad de los elementos de los que se ven compuestos .

3. ANÁLISIS DE CONTENIDO

3.1.1. Campo Conceptual

Se recogen en él los objetos de estudio relacionados con el tema a desarrollar y las formas de denotar o referenciar a los mismos. Estos se hallan conectados en torno al tema a desarrollar durante el proceso de aprendizaje. Se definen a continuación sus elementos, indicando someramente ejemplos relacionados con el tema de la unidad didáctica. Una lista más detallada vendrá recogida en la tabla 3.1.

- Nivel de complejidad 1 (Hechos)
 - Términos: vocablos o palabras empleados en la denominación de objetos, nociones, relaciones y operaciones de un tema matemático. Se trata de elementos básicos del tema o anteriores al mismo como lo es un lado, ángulo, longitud o polígono.
 - Notaciones: conforman los símbolos mediante los cuales hacemos presentes conceptos del tema y expresamos sus propiedades, relaciones y operaciones. Un ejemplo de esto sería la notación de $\angle ABC$ para hacer referencia al ángulo formado por los segmentos \overline{AB} y \overline{BC} , así como la propia notación del segmento entre dos puntos A y B como \overline{AB} .
 - Convenios: concertaciones habituales, explícitas o tácitas. Como lo sería a modo de ejemplo el omitir el símbolo de multiplicación “ \times ”.
 - Resultados: enunciados inferidos elementales derivados de los hechos conceptuales previos. Lo sería la caracterización que establece el teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos.
- Nivel de complejidad 2 (Conceptos y relaciones)
 - Conceptos: establecen una clase o conjunto de objetos dentro de otro conjunto más genérico y vienen dados por comprensión o por extensión. Un ejemplo claro de esto sería el concepto de circunferencia, como conjunto de puntos que distan de otro punto una distancia determinada, o el de triángulo rectángulo, como aquél triángulo en el que uno de sus ángulos es recto.
 - Relaciones: establecidas entre conceptos, dan lugar (en la secundaria) a relaciones binarias. Lo son la semejanza de figuras o el paralelismo entre lados.
- Nivel de complejidad 3, estructuras: dan lugar lugar a conceptos más complejos mediante la integración de conceptos, relaciones y transformaciones de los mismos. Los tipos de triángulos, atendiendo a sus ángulos o lados, la clasificación sería una estructura.

3.1.2. Campo Procedimental

Integra los distintos procesamientos, razonamientos, inferencias lógicas, transformaciones y agrupaciones de los elementos del campo conceptual. Sus elementos son los siguientes:

- Nivel de complejidad 1, destrezas: procesamiento secuenciado de contenidos básicos, mediante el uso de convenios y manipulación de las notaciones correspondientes. Son operaciones con los contenidos ya aprendidas, como el cálculo de la mediatriz de un segmento, o el cálculo de áreas y perímetros empleando fórmulas dadas.
- Nivel de complejidad 2, razonamientos: involucran el procesamiento de relaciones e inferencias lógicas entre conceptos, como lo sería el deducir razones de proporcionalidad entre polígonos a fin de obtener longitudes desconocidas de alguno de sus lados.
- Nivel de complejidad 3, estrategias: procesamiento de conceptos y la conexión de razonamientos, vinculados con una o varias estructuras, para responder a una cuestión o problema. Un ejemplo claro de esto sería el averiguar el valor del área de un polígono irregular mediante la descomposición del mismo en figuras conocidas.

3.1.3. Focos Conceptuales

La elección de agrupaciones de los contenidos en torno a ideas que los sinteticen y compendien facilita la estructuración conceptual de los mismos y su análisis, estas ideas agrupadoras es lo que denominamos focos conceptuales. Procedemos a mostrar y describir los focos conceptuales considerados, asociados al tema de problemas métricos y cálculo de áreas:

- *Caracterización e identificación de polígonos/figuras y sus partes.* Comprende los conceptos, notaciones, procedimientos y destrezas asociados al reconocimiento de figuras representadas tanto gráfica como simbólicamente, los elementos que las conforman, estrategias/procedimientos mediante las cuales se trabaja así como la descomposición o composición de los mismos.
- *Problemas geométricos.* Integra conceptos y procedimientos asociados a los propios problemas métricos como lo son aquellos vinculados con las fórmulas que proporcionan medidas (longitudes y áreas), y lo que complementa a las mismas. También se incluye lo relacionado con obtención de objetos geométricos como la mediatriz o bisectriz.

3. ANÁLISIS DE CONTENIDO

- *Generalización de problemas, contextualización.* Asociaría aquello referente a la modelización de situaciones reales. Se trata de una extensión de los problemas métricos a un plano más familiar, cotidiano.

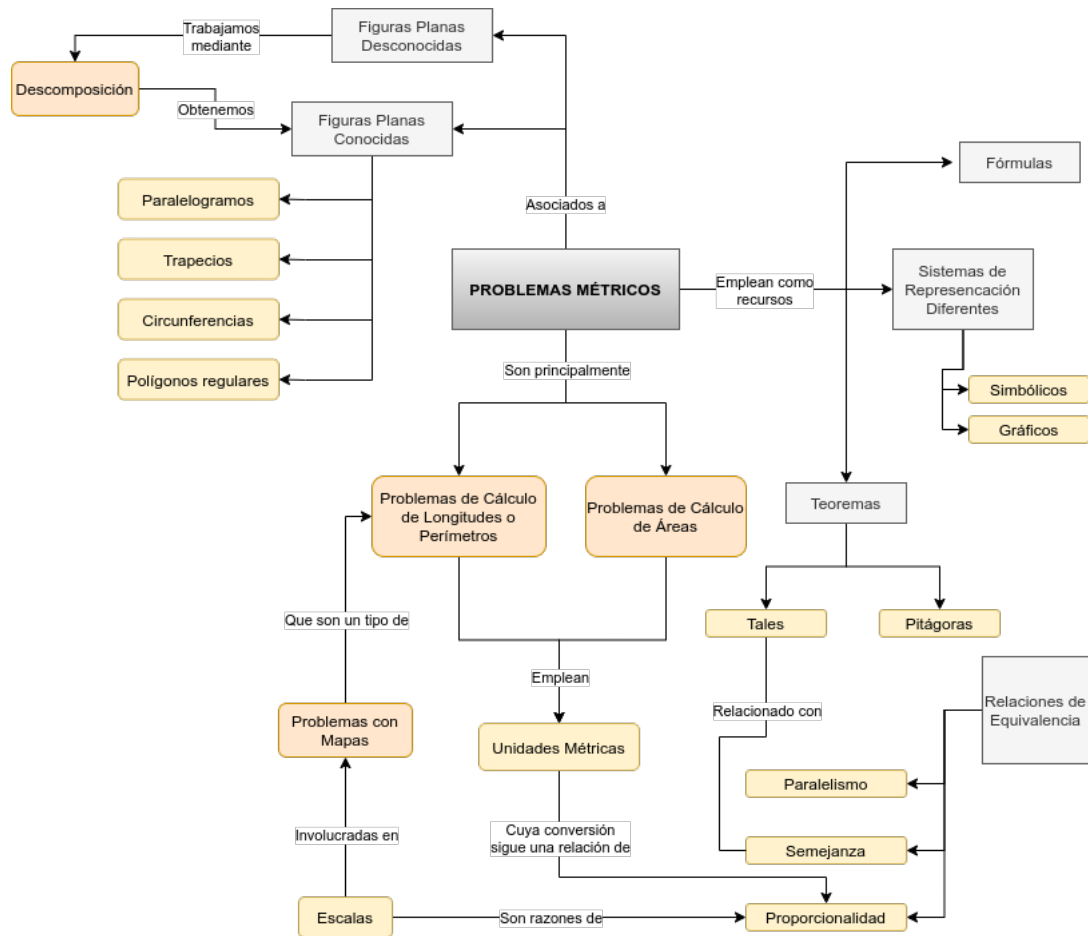


Figura 3.1.: Mapa conceptual de los contenidos de la unidad didáctica.

3.2. Sentido y Fenomenología

Hablar del sentido de un concepto equivale a hablar de aquello con lo cual se identifica, es decir “aquellos términos que compendian, integran y complementan su definición” (Rico Romero, 2016). Un concepto generalmente se establece por medio de la revisión de sus distintas interpretaciones (“sentidos”) y una elección razonada de las que lo ajusten de mejor forma. Por ejemplo en los diccionarios encontraremos definiciones e interpretaciones habituales de los conceptos, esto es, sus sentidos más frecuentes y coloquiales.

Nos centramos en el análisis fenomenológico como vía para establecer el sentido de un concepto o estructura matemática consistente en la identificación de los fenómenos que dan pie al surgimiento del concepto o estructura y que los organiza y que organiza. “La descripción de los fenómenos para los que es un medio de organización ha de considerar la totalidad de los mismos para los que actualmente es así, esto es ha de tomar las matemáticas en su desarrollo actual y en su uso actual, pero también es conveniente que se indique cuáles son los fenómenos para cuya organización fue creado y a qué fenómenos se extendió posteriormente” (Rico Romero, 2016).

El análisis histórico adquiere aquí una importancia que trasciende datos biográficos, anécdotas o curiosidades, pues indaga en las primeras problemáticas de las que, podemos conjeturar con una cierta seguridad, surgieron históricamente los conceptos matemáticos y las formas primitivas de organización de dicho concepto en estructuras.

Algunos conceptos asociados a problemas naturales surgen de fenómenos relacionados con:

- El estudio de la variabilidad o permanencia de una cantidad mediante la asociación en pares de colecciones de objetos.
- Establecer una secuencia de sucesos e indicar la relación de cada uno de ellos con aquellos precedentes en dicha secuencia.
- Problemas de organización de colecciones, acciones de contabilidad para cantidades de una magnitud, o de magnitudes distintas.
- Problemas operatorios relacionados con quitar, juntar, reiterar, comparar, repartir o combinar.
- Problemas métricos, en contextos que requieran exactitud para la obtención de algún producto o en la relación entre distancias y hechos regulares.

Naturalmente el tema escogido está íntimamente asociado a fenómenos del último tipo, vinculados a problemas de medida con motivación la elaboración de productos, diseño arquitectónico, delineante, o cartográfico. Sin embargo también hay presentes relaciones con problemas asociados a la comparación, partición o combinación (de terrenos por ejemplo) y a la organización (equidisposición de elementos, organización de mesas/asientos a fin de mantener distancia de seguridad en pandemia [tema de actualidad]).

Procedemos a estudiar aquellas situaciones en que los conceptos tienen aplicación, son empleados y trabajados. Las situaciones naturalmente aportan sentido a los contenidos matemáticos dados en textos escolares, donde se diferencia y reconoce su contexto y uso, en consecuencia compendiando su definición. El marco del

3. ANÁLISIS DE CONTENIDO

estudio PISA considera cuatro tipos de situaciones para analizar y categorizar las tareas incluidas en pruebas de evaluación. Estas categorías organizan las situaciones consideradas. Son las siguientes:

- Situaciones personales son aquellas donde los problemas se enfocan sobre actividades cotidianas de los escolares, ya sea en primera persona o en su vida familiar. Un ejemplo de ellas serían estimar distancias en un mapa o emplear el software Google Maps para identificar rutas más cortas o tiempos estimados, estimar área de una determinada habitación para colocación de mobiliario, etc.
- Situaciones laborales o escolares son aquellas situaciones centradas en el mundo del trabajo. Incluyen acciones como medir, ordenar materiales de construcción, control de calidad, realizar inventarios, diseño, arquitectura, entre otras. Lo serían la estimación o cálculo de la superficie de un terreno o longitud de un cercado, posicionamiento de cámaras en una instalación, ubicar áreas de servicio o el diseño de edificios, componentes o piezas.
- Situaciones sociales son aquellas que se refieren a la comunidad local, nacional o global, en las que se observan determinados aspectos del entorno. Ejemplos muy apreciables se observan actualmente con la separación de asientos de forma equidistante para mantener distancias de seguridad o para delimitar en el pavimento indicadores para dichas distancias de seguridad.
- Situaciones científicas, que se relacionan con la aplicación de las matemáticas al mundo natural y responden a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología. En este tipo de situaciones los problemas métricos tienen amplio uso en campos como la ingeniería, física o astronomía.

3.3. Sistemas de representación

Dedicamos el presente apartado al empleo y descripción de la representación y los distintos sistemas de la misma, como recurso didáctico fundamental y básico, que es inherente al desarrollo del aprendizaje humano y empleado desde sus orígenes (tengamos como ejemplo la existencia de pinturas rupestres de hace más de 70000 años).

“Dentro del campo de la filosofía del conocimiento, la noción de representación constituye un concepto clave que establece una relación entre sujeto y objeto. Esta relación constituye un objeto de estudio relevante en aquellas disciplinas que abordan indagaciones sobre el conocimiento humano y sus procesos de comprensión e interiorización debido al aliciente auxiliar que ofrece la múltiple representación de conceptos. En el ámbito de las matemáticas, constituyen representaciones aquellas notaciones simbólicas o gráficas, o bien expresiones verbales, mediante las que se

hacen presentes y se nombran los conceptos y procedimientos en esta disciplina, así como sus características, propiedades y relaciones más relevantes” (Rico Romero, 2016).

Las distintas representaciones se organizan en función de sus características y propiedades, entre otras, en sistemas de representación de distinta naturaleza. Cada uno constituye un conjunto estructurado de simbologías, grafismos y notaciones que viene asociado con una serie de reglas y convenios que permiten la expresión de determinados aspectos y propiedades de un concepto matemático, lo cual adapta y posibilita el uso del mismo para determinadas funcionalidades y se puede extender a diferentes contextos.

- Representaciones gráficas, más visuales, exponen conceptos por extensión, lo serían la representación de polígonos, circunferencias, poliedros o cuerpos de revolución en los ejes cartesianos, el mostrar un polígono y las longitudes de sus lados, un mapa, etc.
- Representaciones simbólicas, que incitan más a la abstracción, exponiendo explícitamente los conceptos o procedimientos mediante notación matemática por comprensión, lo son las unidades de longitud o superficie, el dar un polígono por sus vértices y longitudes de aristas, las notaciones $\angle AB$, $\triangle CDE$ para hacer referencia al ángulo formado por los vértices A , B y al triángulo formado por los C , D y E respectivamente, etc.

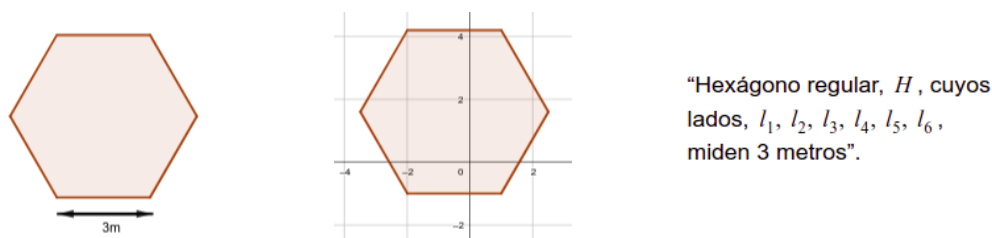


Figura 3.2.: Ejemplo representaciones gráficas y simbólicas de un hexágono regular.

Dentro de un mismo sistema de representación se pueden dar lo que se denominan como *procesamientos*, paso de una representación a otra, ambas perteneciendo al mismo sistema de representación. Dos ejemplos de este tipo de transición entre representaciones serían el girar figuras mostradas gráficamente o descomponerlas en otras subfiguras, ambas serían representaciones gráficas, o realizar un cambio de unidad métrica, simplificar, ambas acciones serían procesamientos entre representaciones simbólicas. Otras acciones posibles se basan en el paso de un sistema de representación a otro, son las conocidas como *conversiones*. Algunos ejemplos de estas serían el *matematizar* una figura observada (R.Gráfica \rightarrow R.Simbólica) o representar una serie de puntos/vértices y lados gráficamente (R.Simbólica \rightarrow R.Gráfica).

3. ANÁLISIS DE CONTENIDO

Cabe hacer mención escueta al concepto de matematización o *modelización matemática*, esta se trata de una forma de representación de la realidad, de una conversión de lo observado en los sistemas de representación introducidos anteriormente que favorecen al estudio matemático de los fenómenos registrados. Esta modelización tiene relevancia clara en la actualidad, su aplicación, clara, todo. Algunos ejemplos de modelización matemática lo es el estudio de propagación de enfermedades, la dinámica de poblaciones, descripción del movimiento de cuerpos, meteorología, redes neuronales, etc. Un elemento relativamente reciente que ha resultado favorecedor como asistente es el empleo de herramientas de cálculo o software, muchas de las cuales pueden ser fácilmente explicadas a alumnos de secundaria, retomaremos este tema en el punto 5.2.

CAMPO CONCEPTUAL			
Nivel de complejidad 1			
Términos	Notaciones	Convenios	Resultados
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Punto ▪ Lado ▪ Ángulo ▪ Cara ▪ Recta ▪ Polígono ▪ Poliedro ▪ Unidad ▪ Longitud ▪ Área ▪ Volumen ▪ Figura 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ a y b catetos de un triángulo rectángulo, c la hipotenusa ▪ "P" perímetro, "A" área de una figura ▪ \overline{AB}, segmento que une los vértices A y B ▪ $\angle ABC$ para el ángulo formado por \overline{AB} y \overline{BC} ▪ $\triangle ABC$ para denotar el triángulo de vértices A, B y C ▪ "O" para denotar el centro de una circunferencia, "r" para el radio ▪ "\parallel" para denotar paralelismo ▪ \sphericalangle para denotar el ángulo recto ▪ π el número pi ▪ $^\circ$ para denotar grados de un ángulo ▪ magnitudes al cuadrado \cdot^2 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Omisión del símbolo "\times" de la multiplicación ▪ $\sqrt{\cdot}$ se nombra "raíz de...", no como "raíz cuadrada de..." ▪ Los ángulos se trabajan en grados ▪ Si un triángulo mostrado es rectángulo, entonces se indica su ángulo recto ▪ Un triángulo rectángulo se dibuja apoyado en uno de sus catetos ▪ Áreas medidas en unidades cuadradas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fórmulas de áreas de polígonos ▪ Teorema de Pitágoras ▪ Teorema de Tales ▪ 2 polígonos semejantes con razón "k" de proporcionalidad verificarán que sus áreas mantienen una razón de proporcionalidad de "k^2"
Nivel de complejidad 2		Nivel de complejidad 3	
Conceptos	Relaciones	Estructuras	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lugar geométrico ▪ Tipos de polígonos ▪ Tipos de poliedros ▪ Cuerpos de revolución ▪ Cateto, hipotenusa ▪ Arista, vértice, apotema ▪ Tipos de ángulos ▪ Circunferencia y sus partes ▪ Mediatriz de un segmento ▪ Bisectriz de un ángulo ▪ Tipos de triángulos ▪ Ternas pitagóricas ▪ Planos y mapas ▪ Escala 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Semejanza ▪ Proporcionalidad ▪ Paralelismo ▪ Perpendicularidad ▪ Composición ▪ Descomposición 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas ▪ Tipos de triángulos por ángulos y lados ▪ Identificación de triángulos rectángulos en figuras planas ▪ Triángulos semejantes ▪ Relaciones angulares en polígonos y en la circunferencia ▪ Descomposición de polígonos o poliedros 	

Tabla 3.1.: Campo conceptual del tema de la unidad didáctica. Se muestran ejemplos

3. ANÁLISIS DE CONTENIDO

CAMPO PROCEDIMENTAL		
Nivel de complejidad 1	Nivel de complejidad 2	Nivel de complejidad 3
<p>Destrezas</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ División de un segmento en partes proporcionales ▪ Calcular la bisectriz de un ángulo ▪ Calcular la mediatriz de un segmento ▪ Cálculo de longitudes de lados empleando resultados conocidos ▪ Calcular perímetros ▪ Hallar el área de un polígono regular ▪ Cálculo de áreas y volúmenes aplicando fórmulas explicadas ▪ Realizar conversiones entre unidades de longitud, área o volumen ▪ Hacer conversiones en base a una razón de semejanza 	<p>Razonamientos</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cálculo de áreas de figuras planas recurriendo a la descomposición y la recomposición ▪ Calcular una sección del área de una figura plana ▪ Establecer relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes para obtener datos desconocidos a priori ▪ Obtención de una longitud de un segmento mediante la relación de dos triángulos rectángulos 	<p>Estrategias</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aplicaciones del teorema de Pitágoras a distintos problemas contextualizados para su resolución ▪ Descomponer un polígono o poliedro en otros más simples cuyas fórmulas son conocidas ▪ Calcular el perímetro y área de polígonos de figuras circulares en problemas contextualizados ▪ Calcular dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc

Tabla 3.2.: Campo procedimental del tema de la unidad didáctica. Se muestran ejemplos de cada uno de los elementos descritos en la subsección 3.1.2

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS COGNITIVO

Dentro del análisis didáctico, el análisis cognitivo centra su atención en el estudio de la complejidad de los contenidos analizados previamente como objeto de aprendizaje del alumnado. En él se han de tener en cuenta los objetivos que se persiguen mediante el aprendizaje de los contenidos, las competencias que se planean adquirir en el transcurso de dicho aprendizaje y los posibles errores y dificultades que se puedan presentar en el proceso.

4.1. Expectativas de aprendizaje (objetivos)

Entenderemos por expectativas de aprendizaje al nivel logrado por parte del alumno tras la finalización de la unidad didáctica a desarrollar. Incidir en las expectativas de aprendizaje pasa por la explicación y desarrollo de una serie de objetivos tanto generales como específicos ligados a la unidad que procedemos a exponer.

4.1.1. Objetivos de etapa

Establecido en la legislación vigente, en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, se indica que la enseñanza secundaria obligatoria (ESO) tiene por finalidad “lograr que los alumnos y alumnas adquieran los elementos básicos de la cultura,

4. ANÁLISIS COGNITIVO

especialmente en sus aspectos humanístico, artístico, científico y tecnológico; desarrollar y consolidar en ellos hábitos de estudio y de trabajo; prepararles para su incorporación a estudios posteriores y para su inserción laboral y formarles para el ejercicio de sus derechos y obligaciones en la vida como ciudadanos”, es decir, sentar unas bases para el devenir personal, mental y profesional de los alumnos.

De acuerdo con la legislación previamente mencionada, nos disponemos a indicar una serie de objetivos de etapa, de todo el ciclo educativo que perseguiremos en el desarrollo de la unidad didáctica, estos objetivos son extraídos del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, que empleamos como referencia:

- a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

4.1.2. *Objetivos de curso*

Las matemáticas en el mundo, su papel como elemento cultural patrimonial, ligado al desarrollo intelectual, científico y tecnológico contribuye a su vez a la determinación de actitudes y conducta de los jóvenes, y precisa del mantenimiento de su divulgación y conservación en el aprendizaje de nuevas generaciones. Vemos necesario el establecimiento de una serie de principios básicos, objetivos más particulares a los previamente comentados en 4.1.1, que incidan en la necesidad de estimular y fomentar la adquisición de competencias asociadas al desarrollo matemático de los alumnos.

Extraemos de la legislación vigente, en concreto de la Orden del 14 de Junio de 2016 como referencia, una serie de objetivos relacionados con lo explicado anteriormente. Se muestran a continuación aquellos que presenten una mayor relación con esta unidad didáctica:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor; utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.), tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar información de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

4. ANÁLISIS COGNITIVO

4.1.3. Objetivos didácticos específicos

Derivados de los objetivos explicados y mostrados en 4.1.1 y 4.1.2 consideraremos una serie de objetivos adicionales, más específicos con la unidad didáctica a desarrollar en los capítulos siguientes. Estos objetivos se centran en la temática ligada a la unidad didáctica y tiene en consideración la finalidad del aprendizaje y manipulación de los contenidos de la unidad.

Los objetivos específicos considerados son los siguientes:

- O1.** Hacer uso del lenguaje simbólico para representar y trabajar datos.
- O2.** Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.
- O3.** Conocer y saber emplear las fórmulas de área y perímetro de figuras planas para obtener sus medidas.
- O4.** Conocer los teoremas de Pitágoras y Tales y saber aplicarlos en problemas métricos.
- O5.** Conocer el concepto de escala y saber aplicarlo para la resolución de problemas métricos asociados a mapas.
- O6.** Representar figuras gráficamente, o esbozadas mediante un dibujo a partir de los datos dados.
- O7.** Matematizar un enunciado dado.
- O8.** Conocer y hacer uso de diferentes sistemas de representación de información, y conocer medios de conversión entre sistemas.
- O9.** Desarrollar la visión espacial, ser capaz de simplificar figuras planas y discretizarlas.
- O10.** Resolver problemas asociados al cálculo de áreas y de longitudes contextualizados.
- O11.** Desarrollar la creatividad e ingenio mediante el diseño de figuras y actividades.
- O12.** Desarrollar actitudes sociales de trabajo en equipo caracterizados por el respeto, inclusión, tolerancia y eficiencia.

4.2. Competencias

Se entiende por competencia la aptitud presente por parte de un individuo para desenvolverse en un aspecto determinado de la realidad. Una expectativa de aprendizaje que presente un efecto a largo plazo en la vida cotidiana, debido al hecho de tener una determinada relevancia práctica en la misma se denomina *competencia* por parte de los expertos e instituciones. Es con este nombre que se han incorporado y recogido en la normativa curricular a fin de establecer una serie de facultades prácticas esperables de obtener por parte de los alumnos durante el proceso de aprendizaje.

Más concretamente, la competencia es un concepto que “sirve para y se manifiesta con la acción, se aprende y desarrolla de diversas maneras y se muestra y ejerce en un contexto” (Lupiáñez, 2010)

La vigente Orden ECD/65/2015, de 21 de enero por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato expone una serie de competencias clave a partir de las cuales consideramos aquellas que se persiguen en la UD y procedemos a citar:

- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.

Consideraremos de igual forma las competencias recogidas en el marco teórico de PISA 2012¹, consideradas más específicamente en el campo de las matemáticas:

- (C)** Comunicar.
- (LS)** Emplear lenguaje simbólico, formal y técnico.
- (HM)** Emplear herramientas matemáticas.
- (M)** Elaborar estrategias para resolver problemas y matematizar.
- (R)** Representar.
- (RA)** Razonar y argumentar.

Relacionamos en la tabla 4.1 las competencias indicadas con los objetivos específicos desarrollados en 4.1.3.

¹Se incidirá más detenidamente en el anexo A

4. ANÁLISIS COGNITIVO

OBJETIVOS	COMPETENCIAS					
	(C)	(LS)	(HM)	(M)	(R)	(RA)
O1	✓	✓	✓		✓	
O2				✓	✓	✓
O3	✓			✓		✓
O4		✓	✓	✓		✓
O5		✓	✓	✓		
O6			✓		✓	
O7	✓	✓			✓	✓
O8		✓	✓		✓	
O9			✓	✓		
O10		✓		✓		✓
O11	✓		✓			✓
O12	✓					✓

Tabla 4.1.: Correspondencia presente en los objetivos específicos indicados y las competencias PISA 2012 que se trabajan en la persecución de cada objetivo.

4.3. Limitaciones del aprendizaje

La utilidad del análisis de los objetivos y competencias asociados a una serie de conocimientos a impartir exhibe el mismo peso que las posibles complicaciones que surjan durante el transcurso de las explicaciones o de su mismo estudio. Es por ello que el análisis de estas complicaciones, que denominamos *limitaciones del aprendizaje*, resulta de gran interés en el análisis cognitivo que se desarrolla en el capítulo actual.

El análisis de los errores tiene dos objetivos principales, que son la superación del error mediante su eliminación o exploración de sus potencialidades (Abrate et al., 2006). Procederemos indicando una serie de dificultades y errores asociados relacionados con el tema a desarrollar en la unidad didáctica con objetivo el primero de los anteriormente descritos; la superación de los mismos.

4.3.1. Dificultades

Entendemos por dificultades como aquellas complicaciones surgidas en el proceso de comprensión e interiorización de una serie de contenidos o procedimientos que dan lugar a errores. Atender a las posibles dificultades que vayan surgiendo y tratarlas debidamente supone en consecuencia una manera efectiva de impedir la aparición de errores asociados.

Asociadas a los problemas métricos y al cálculo de áreas se han considerado las siguientes dificultades:

- D1. Interpretación y empleo de resultados matemáticos.
- D2. Identificación de figuras planas/elementos de figuras.
- D3. Trabajo simbólico.
- D4. Conversión de sistemas de representación.
- D5. Trabajo en equipo.

4.3.2. Errores

Indicamos finalmente una serie de errores relacionados con la temática de la unidad didáctica. Estos errores como se ha comentado anteriormente se hayan en relación con las dificultades previamente expuestas pues tienen como origen a las mismas.

Los errores que se han considerado asociados a las dificultades expuestas en 4.3.1 son:

- D1. E1. No saber aplicar las fórmulas de cálculo de medidas.
 - E2. Confundir las fórmulas de área o perímetro de figuras planas en un problema métrico.
 - E3. No saber aplicar el teorema de Pitágoras o de Tales.
- D2. E1. Confundir elementos característicos de figuras planas.
 - E2. No recordar la clasificación de ciertas figuras planas (por ejemplo triángulos).
 - E3. No identificar correctamente figuras planas dadas como datos de un problema.
- D3. E1. No saber matematizar un enunciado.
 - E2. Cometer errores aritméticos en ecuaciones de primer o segundo grado.
 - E3. Asociar un concepto a un símbolo específico.
- D4. E1. No ser capaz representar gráficamente de manera correcta o realizar un esbozo de datos dados.
 - E2. Confundir áreas y longitudes.
 - E3. Confundir unidades métricas diferentes u operarlas.
 - E4. Invertir el sentido de proporcionalidad en una conversión.

4. ANÁLISIS COGNITIVO

D5. E1. Trabajar de manera desestructurada, sin cohesión.

E2. Tolerar la inactividad de miembros del grupo.

Notemos como los objetivos como metas del aprendizaje han de guardar relación con los errores en el sentido de que estos últimos implican la no consecución de un objetivo en su totalidad. La tabla 4.2 indica la relación entre los objetivos específicos indicados en 4.1.3 y los errores mostrados en 4.3.2.

ERRORES	OBJETIVOS											
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12
D1.E1	✓		✓	✓						✓		
D1.E2			✓									
D1.E3				✓						✓		
D2.E1		✓				✓		✓				
D2.E2		✓				✓		✓				
D2.E3		✓				✓	✓	✓				
D3.E1	✓				✓		✓	✓		✓		
D3.E2	✓							✓				
D3.E3	✓						✓	✓				
D4.E1		✓				✓		✓	✓		✓	
D4.E2			✓							✓		
D4.E3					✓			✓				
D4.E4					✓			✓		✓		
D5.E1												✓
D5.E2												✓

Tabla 4.2.: Errores descritos en 4.3.2 y objetivos específicos afectados.

ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

Centramos nuestra atención en el presente capítulo en la descripción de los medios por los cuales el profesor pretende lograr las expectativas de aprendizaje descritas en el capítulo 4. Para ello estudiamos respuestas a cuestiones referentes al diseño, organización y análisis de *tareas y actividades*. Cada una de estas cuestiones vienen referidas a un *organizador del currículo* que definiremos como “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Hablamos así de organizadores de currículo” (Rico Romero, 1997b).

5.1. Análisis de las tareas, principios generales, complejidad

Procederemos en primer lugar con el análisis de las tareas y actividades, y describiendo una serie de atributos y organizadores de currículo que tendremos en cuenta de cara al diseño de las tareas y la secuenciación de las mismas que detallaremos, para el caso de esta unidad didáctica en el capítulo 6. Una tarea matemática en el ámbito escolar es vista como una propuesta en la que el profesor “planifica como oferta intencional para el aprendizaje o como instrumento para evaluación del aprendizaje” (Rico Romero, 2016). Cabe destacar la diferencia entre los conceptos de tarea y actividad, pues mientras que la actividad guarda relación con la propia acción que realiza el alumno, la tarea se ve ligada al objetivo, finalidad que se persigue por parte de aquél que la diseñara mediante la realización de actividades.

5. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

Las tareas escolares atienden a los contenidos del tema en que se desarrollan, y persiguen la consecución de unos objetivos didácticos y adquisición o desarrollo de unas competencias específicas (capítulo 4), es por ello que buscamos tareas que destaquen los contenidos conceptuales y procedimentales que emplean los estudiantes, al igual que los significados de los mismos, al igual que tareas con una contextualización realista, llamamos a cada uno de estos tipos de tareas *tareas significativas* y *tareas en situación auténtica*.

En lo referente al análisis de las tareas que realizaremos en aquellas que componen la unidad didáctica a desarrollar en el capítulo 6 estudiaremos los siguientes datos que las describen (extraídos de Rico Romero (2016))

- *Meta o finalidad*: expectativa de aprendizaje trabajada.
- *Formulación de la tarea*: Modo en que la tarea es presentada a la clase.
- *Materiales y recursos*.
- *Tipo de agrupamiento*: Disposición de los estudiantes de cara a la realización de la tarea.
- *Interacción*: Disposición de consulta por parte de los alumnos con el profesor, compañeros u otros recursos.
- *Situación de aprendizaje*: Contexto en que se propone la acción.
- *Temporalización*: Estimación del tiempo de realización de la tarea.
- *Complejidad*: Dificultad de la tarea, dentro de la misma distinguimos 3 niveles principales, identificadores de la complejidad de una tarea.
 - *Tareas de reproducción*: Ejercicios relativamente familiares y mecánicos.
 - *Tareas de conexión*: Precisan del establecimiento de conexiones explícitas o implícitas entre los contenidos explicados o del empleo de diferentes representaciones de los mismos.
 - *Tareas de reflexión*: Más exigentes, precisan de competencias más complejas integrando un mayor número de elementos en la realización de las mismas.
- *Significatividad*.

5.2. Materiales y recursos

Los diferentes recursos de los cuales se disponga actúan como instrumentos mediadores en el transcurso de las actividades de enseñanza y aprendizaje. El empleo de materiales y recursos variados fomenta la participación activa del alumno, que es precisamente lo que se persigue, lo que se necesita por parte del alumno, esto es, que actúe. El “hacer” se considera el primer paso en el proceso de aprendizaje significativo por parte del alumno, en consecuencia muchos educadores han buscado y diseñado medios que favorezcan la actuación del alumno, su implicación activa. Es por ello que es popular el empleo de los conocidos como *materiales manipulativos*, que como su nombre indica, promueven el aprendizaje del alumno mediante la manipulación de los objetos que pueden ser físicos (tangram, geoplano, lego, etc) o digitales (aplicaciones).

Distinguimos materiales de recursos en el sentido que los recursos son considerados como materiales de los que se dispone, pero no diseñados específicamente con una finalidad didáctica. Dentro de los múltiples objetivos didácticos que se persiguen con el empleo de materiales y recursos Flores et al. (2013) distingue principalmente:

- a) Materiales para comprender un concepto, promoviendo la resolución de problemas, actividades en las que el alumno genere imágenes mentales, representaciones distintas, etc. Favoreciendo en consecuencia la comprensión e interiorización del concepto.
- b) Materiales para ejercitar destrezas, que favorecen y concentran la acción del alumno durante la actividad por una vía de actuación.
- c) Materiales para ejercitarse en un ambiente lúdico.

En las tareas a realizar en la unidad didáctica que se desarrollará a continuación emplearemos principalmente los siguientes materiales y recursos, de los cuales dispone el centro en el cual se ve contextualizado este trabajo:

- Pizarra y tiza
- Libro de texto
- Libreta
- Lápiz o bolígrafo
- Recursos digitales: tablets, ordenador, móviles.
 - Google Classroom
 - Geogebra

5. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

- Genially
- CamScanner
- Liveworksheets
- Calculadora digital
- Proyector
- Calculadora

Parte II.

DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

CAPÍTULO 6

ESTRUCTURACIÓN

Procedemos con el desarrollo de la unidad didáctica del presente trabajo detallando las sesiones y tareas que las componen. Dedicaremos este capítulo a realizar una descripción de las mismas y de su secuenciación, el análisis de instrucción de las tareas queda recogido en el anexo B.

6.1. Metodología

Se ha optado por la propuesta de empleo de 7 sesiones para el desarrollo de esta unidad didáctica en las cuales se abordarán tareas introductorias y de conexión, y se emplearán recursos que posibiliten la retroalimentación para la puesta en práctica de modificaciones en las sesiones o empleo de material auxiliar como fichas de repaso. Se emplearán principalmente las siguientes metodologías a lo largo de las sesiones:

- *Lección magistral/lección magistral participativa*, principalmente para la explicación de contenidos o revisión/corrección de ejercicios, la variable participativa posibilita la intervención del alumno en la construcción del aprendizaje así como el desarrollo de las capacidades comunicativas y de razonamiento del alumno.

6. ESTRUCTURACIÓN

- *Aprendizaje cooperativo*, mediante la puesta en práctica de tareas grupales que lo posibilitan, que favorecerán el desarrollo de actitudes sociales y comunicativas y consolidará la clase.
- *Trabajo individual*, mediante tareas a realizar en horario de clase y con la asistencia o no del profesor, que favorecerá la responsabilidad del alumno y el aprendizaje de forma autónoma del mismo.
- *Gamificación*, al emplear mecánicas propias de juegos en el desarrollo de algunas tareas favorece la motivación y predisposición del alumnado a realizarlas y aprender.
- *Flipped Classroom*, mediante la realización de las tareas y actividades en el transcurso de la sesión y la disposición de material auxiliar online.
- *Aprendizaje basado en problemas*, implementado en algunas de las tareas de la UD, mejorará la capacidad resolutoria del alumno y su pensamiento crítico.
- *Design thinking*, mediante tareas que fomenten la creatividad del alumno, éste fortalecerá el dominio de los contenidos aprendidos al aplicarlos a tareas de diseño.

6.2. Descripción de las sesiones, secuenciación

Nos disponemos a detallar las sesiones que componen la unidad didáctica y describiremos las tareas que las componen.

Sesión 1

Comienza la primera sesión con un recordatorio (20') de los contenidos vinculados al tema de la unidad didáctica (figuras planas, clasificación triángulos, elementos de figuras, teoremas de Pitágoras y Tales, ...). Esto se realizará siguiendo una dinámica de clase magistral participativa, interactuando con los alumnos a modo de observar si conocen dichos contenidos y si se debe incidir más en los mismos durante las explicaciones siguientes.

Posteriormente se realizará a modo de clase magistral la explicación concerniente a las unidades métricas, el uso de las mismas, y posteriormente áreas y perímetros de paralelogramos y triángulos, exponiendo los resultados y aplicándolos a ejemplos ilustrativos (20'). Finalmente en el tiempo restante realizarán una ficha interactiva (tarea 1) en la que identificarán y clasificarán figuras explicadas, y repasarán las fórmulas asociadas. Esta será realizada individualmente con la asistencia del profesor

en caso de dudas y subida al classroom de Google en la tarea correspondiente creada en el mismo. Si el profesor observa una duda o confusión generalizada ésta será expuesta y explicada a la totalidad de la clase.

En la tarea del classroom donde se ha de entregar la tarea 1 los alumnos también encontrarán material auxiliar (videos, apuntes e indicación de páginas del libro de clase) relacionado con lo explicado en la sesión.

Tarea Extra 1 (Crucigrama métrico): Resolución de un crucigrama con términos y nociones relacionadas con los contenidos del tema.

Sesión 2

Al inicio de la sesión se realiza un repaso de lo realizado en el día anterior (5'), en él también se da pie al planteamiento de cuestiones asociadas a lo explicado o a los ejercicios, y tendrá lugar al inicio de la mayoría de las sesiones.

Tras el repaso se procederá con la realización de la relación de ejercicios, tarea 2, asociados a la primera parte del tema (50'), en la cual hay también presentes problemas contextualizados, marcados con “*”. La realización de estos ejercicios se hará de forma individual con la asistencia del profesor para dudas. El profesor también observará el ritmo general de la clase e irá resolviendo en pizarra en gran grupo algunos de los ejercicios (ejercicios con mecánicas diferentes) para que los alumnos puedan comprobarlos, o entenderlos mejor en caso de necesidad. Al finalizar la sesión los alumnos realizarán captura de lo que hayan hecho y será subida al classroom a la tarea pertinente.

Sesión 3

Se realiza nuevamente un repaso de los contenidos previamente explicados en las anteriores 2 sesiones y se consultan dudas relacionadas con los ejercicios (5 - 10'). Posteriormente se hace un comentario sobre la discretización de figuras a modo de debate con la clase, se les exponen figuras y pregunta si son capaces de ver las partes que la componen y la importancia de ver dichas partes para poder ver la figura como composición de otras figuras más simples cuyas áreas podemos calcular (10').

Se realiza la tarea 3, consistente en discretizar figuras indicando las medidas de las figuras descompuestas (10'), esta será realizada individualmente. Tras la finalización del tiempo indicado se realizará una puesta en común en pizarra¹.

¹Los alumnos indicaran sus soluciones pero el profesor será quien realice los esbozos en pizarra. Esto es debido a la normativa Covid establecida para el curso 20/21.

6. ESTRUCTURACIÓN

Se explica a modo de clase magistral las áreas y perímetros de polígonos regulares, trapecios y de circunferencias, exponiendo ejemplos ilustrativos (30'). En lo referente a polígonos regulares y trapecios, se incidirá en la obtención de las fórmulas mediante una discretización de las figuras empleando triángulos.

Sesión 4

Se visibiliza una nueva tarea en el classroom de Google, consistente en una relación de ejercicios y problemas (tarea 4) que involucran todos los contenidos explicados en la unidad didáctica (30'), aparecen problemas marcados con “*” al igual que en la tarea 1 así como algunos problemas marcados con “**” que no realizarán aún.

Posteriormente a modo de clase magistral participativa (10 - 15'), el profesor explicará el concepto de escala, incidiendo en el hecho de que se trata de un caso particular de semejanza, y explicará su aplicación a los mapas y realizará en pizarra ejemplos ilustrativos. Tras esto los alumnos disponen de las nociones necesarias para realizar los problemas “**”. Una vez finalizada la sesión los alumnos realizarán capturas de lo realizado en clase y lo subirán a la tarea del classroom pertinente, donde también encontrarán material auxiliar relacionado con los contenidos trabajados.

Tarea extra 2 (Ejercicios * * *): Ubicados al final de la relación, se trata de ejercicios más complejos, opcionales que pueden tratar de realizar los alumnos.

Sesión 5

La sesión comenzará con un repaso general (5 - 10') y consulta de dudas referentes a los ejercicios y problemas de relaciones anteriores. Tras el repaso se realizará la tarea “Taller de Figuras y Problemas”, consistente en la división de la clase en grupos reducidos de 2 - 3 alumnos (aquellos que se encuentren en pupitres colindantes), que habrán de diseñar una figura plana compuesta, con objetivo discretizarla para obtener su perímetro y área, y un problema métrico asociado al tema de la unidad didáctica. Los alumnos tratarán de hacerlo complejo y una vez lo hayan realizado será subido al classroom de Google a la tarea pertinente. Los ejercicios más significativos serán recogidos por el profesor en una relación “Student-made” que será empleada en cursos posteriores.

Tarea Extra 3 (Escape Room): En grupos de 4 - 5 alumnos realizarán el Genially “Detén la cuenta atrás”, al que se puede acceder en el siguiente enlace². En la realización de la tarea, los alumnos pondrán en práctica numerosos conceptos matemáticos

²<https://view.genial.ly/6066e65bcc9790cde59f13a/presentation-deten-la-cuenta-atras>

y de pensamiento lateral, y se valdrán del trabajo en equipo para optimizar y facilitar el proceso de desarrollo de las cuestiones que se le planteen a lo largo de las pruebas.

Sesión 6

Se inicia la sesión con un comentario profesor-alumnos de los contenidos explicados y de las dificultades que hayan contemplado, así como de cualquier duda aún presente (5 - 10').

Tarea "Blitzkrieg" (45 - 50'), el profesor irá mostrando en el proyector de manera secuenciada una serie de ejercicios o problemas relacionados con los contenidos explicados. Estos ejercicios son semejantes a los que puedan aparecer en el examen. Una vez expuesto el enunciado, se deja un periodo de 3 - 10' (depende del ejercicio) para que traten de resolverlo individualmente. El primer alumno que haya obtenido la respuesta correcta dará instrucciones al profesor sobre el procedimiento por el cual ha hallado la solución, y el profesor lo irá ilustrando en pizarra. Si el procedimiento está bien explicado y es correcto, el alumno recibirá un punto (máximo 3). En caso de que dos alumnos hayan terminado primeros a la vez se optará por que intente explicar el razonamiento seguido el alumno que tenga un menor número de puntos. Cada punto obtenido en el blitzkrieg supondrá 0.2 puntos adicionales a las calificaciones obtenidas en la prueba escrita.

Sesión 7

La sesión final consistirá en una realización de una prueba escrita en la que los alumnos trabajarán los contenidos explicados a lo largo de las sesiones de la unidad didáctica. Los ejercicios del examen serán similares a los trabajados en las relaciones/tareas anteriores.

Aquellos alumnos que hayan terminado la prueba escrita con tiempo de sobra podrán continuar con la tarea extra 3, procurando no molestar al resto de compañeros que continúan con la prueba.

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

La universalidad de la educación requiere de la toma de conciencia las características de la clase en la que se lleva a cabo una unidad didáctica, la cual presentará en mayor o menor medida una cierta heterogeneidad en lo referente a ritmos de aprendizaje, capacidades, rendimiento, etc. Es por ello que se ha de prestar una especial atención más individualizada a aquellos grupos de alumnos que presenten necesidades educativas particulares, a conseguir una *escuela inclusiva*, es decir, “crear las condiciones que faciliten los procesos de mejora y dar la oportunidad a los docentes de innovar en sus prácticas diarias para construir una educación para todos” (Frutos et al., 2012). Dedicamos este capítulo a mencionar de manera somera una serie de consideraciones en lo referente a la atención a la diversidad enfocada en la clase a la que va dirigida la unidad didáctica.

En la Orden de 15 de enero de 2021 que centra su atención en aspectos de atención a la diversidad la define como “el conjunto de actuaciones y medidas educativas que garantizan la mejor respuesta a las necesidades y diferencias de todos y cada uno de los alumnos y alumnas en un entorno inclusivo, ofreciendo oportunidades reales de aprendizaje en contextos educativos ordinarios”. Se toman por principios generales de actuación:

- La consideración y respeto a la diferencia.
- La personalización e individualización de la enseñanza, dando respuesta a las diferentes necesidades educativas del alumno mediante un enfoque inclusivo.

7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- La detección e identificación de dichas necesidades educativas, lo más temprano posible a fin de impedir lo máximo posible complicaciones en su proceso de aprendizaje.
- La igualdad de oportunidades en la etapa en general.
- La equidad y excelencia como indicadores de la igualdad de oportunidades y calidad educativa brindada.

Enfocándonos ahora en la clase en la que será impartida la presente unidad didáctica, debido a la diversidad ya explicada en lo referente a ritmos de aprendizaje, serán preparadas tareas de repaso, de refuerzo, así como de ampliación y ejercicios lúdicos con materiales manipulativos.

Prestamos especial atención a los alumnos que presentan NEE y NEAE mediante medidas relacionadas con la forma de explicar, la evaluación de las actividades y la observación y seguimiento del trabajo continuo y comprensión del alumno. Para el alumnado con TDAH se le ubicará en una localización cercana al profesor de forma que se favorezca la supervisión y atención por parte del docente así como la transmisión de instrucciones dadas. Tanto en el caso del alumnado citado anteriormente como aquél con NEE asociadas a un TEA, se prestará atención especial al trabajo en clase de las actividades y ejercicios de las tareas, y no se le dará peso al período de entrega de los mismos. El alumnado con dislexia dispondrá una mayor ayuda en lo referente a la representación gráfica y se hará énfasis en la comunicación verbal de las explicaciones o consultas de dudas.

CAPÍTULO 8

EVALUACIÓN, ANÁLISIS

El concepto de evaluación puede ser entendido de varias formas, suele ser meramente definida como la valoración de unos determinados conocimientos, actitudes o rendimientos, atribuyendo un valor asociado a los mismos. Esta vía de definición cuantitativa suele concebir la evaluación como una fase, de control, enjuiciamiento, sin embargo también es considerada como una herramienta que arroja una retroalimentación entre la población estudiantil y el personal docente, favorece la mejora de la docencia. “La búsqueda de alternativas a la solución de problemas es el reto fundamental de la evaluación como proceso para el mejoramiento de la calidad de la educación. Para ello es necesario crear un clima organizacional donde se facilite y propicie la práctica evaluativa” (Mora Vargas, 2004).

Entre las funciones de la evaluación como proceso o herramienta de valoración de conocimientos aprendidos, Zambrano et al. (2017) consideran principalmente:

- **Función pedagógica:** Descrito anteriormente, hace referencia al objetivo de mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- **Función social:** Pues certifica la preparación de los estudiantes mediante la consecución de los objetivos y expectativas de aprendizaje para insertarse en estudios posteriores o en el mundo laboral.

8. EVALUACIÓN, ANÁLISIS

8.1. Criterios

Los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables nos indican qué evaluamos exactamente y en base a que, ayudan en la valoración del logro de los objetivos y desarrollo de competencias, “describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en contenidos como en competencias, respondiendo a lo que se pretende conseguir en la asignatura. Los estándares especifican y concretan los criterios de evaluación y definen lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura en aspectos muy concretos.” (Rico Romero, 2016)

Para la selección de criterios y estándares de evaluación nos adaptaremos al marco legal establecido en el marco legal vigente, en concreto el Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre, la Orden de 14 de julio y la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero. Recogemos todo ello en las tablas 8.1- 8.3.

8.2. Instrumentos de evaluación

Entendemos por *instrumento de evaluación* como cualquier herramienta o técnica que permita al docente evaluar el proceso de enseñanza en base a los criterios y estándares de aprendizaje considerados por el mismo. En la unidad didáctica a desarrollar se emplean como instrumentos de evaluación la observación externa, la revisión de tareas, el empleo de cuestionarios, el uso de rúbricas y la realización de prueba escrita.

Criterios	Est. Aprendizaje	Niveles de Logro			
		1	2	3	4
Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas					
1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.	Indica la solución del problema y las cuentas realizadas. No explica el proceso planteado y ejecutado.	Expresa verbalmente el proceso seguido para la resolución de un problema de forma vaga, somera, ambigua y con ausencia de detalles.	Expresa verbalmente el proceso seguido para la resolución de un problema de manera adecuada, concisa y sin ambigüedad.	Expresa verbalmente el proceso seguido para la resolución de un problema de manera correcta y clara, explicando los detalles con rigor y precisión.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).	Identifica con frecuencia los elementos que se trabajan para la resolución de problemas asociados al tema. Plantea los problemas de manera mecánica y es incapaz de resolver variaciones del problema si no han sido previamente realizadas.	Identifica los elementos trabajados para la resolución de problemas asociados. Plantea problemas de manera mecánica, es incapaz de resolver variaciones del problema no explicadas, pero comprende los datos extraídos del enunciado y el contexto.	Comprende los datos extraídos del problema y su contexto, y los asocia a los contenidos matemáticos estudiados. Es capaz de comprobar si una solución es correcta y sería capaz de plantear la resolución de pequeñas variaciones del problema.	Comprende los datos extraídos del problema y su contexto, y los asocia a los contenidos matemáticos estudiados. Comprueba si los pasos y resultados guardan sentido en el contexto del problema y puede comprobar si la solución obtenida es correcta. Plantea y razona variaciones del problema correctamente.
	2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.				
Bloque 3: Geometría					
1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.	1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc. 1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.	Con frecuencia identifica figuras básicas y conoce clasificaciones de figuras y elementos característicos de las mismas.	Identifica y clasifica las figuras atendiendo a los elementos que intervienen en los criterios de clasificación. Se equivoca con frecuencia aplicando las propiedades de los polígonos regulares.	Identifica y clasifica figuras planas atendiendo a sus elementos característicos. Conoce las propiedades características y sabe aplicarlas.	Identifica y clasifica figuras planas a la perfección atendiendo a sus elementos característicos. Conoce y entiende las propiedades características y sabe aplicarlas.

Criterios	Est. Aprendizaje	Niveles de Logro			
		1	2	3	4
	1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.				
2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.	2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.	Resuelve problemas pero presenta dificultades empleando recursos auxiliares. En ocasiones confunde las técnicas geométricas a emplear.	Emplea herramientas tecnológicas y técnicas geométricas, pero no está habituado y le conlleva pérdidas de tiempo y errores aritméticos.	Emplea correctamente herramientas tecnológicas y técnicas geométricas, que tiene comprendidas y mecanizadas.	Conoce y emplea herramientas tecnológicas y técnicas geométricas. Razona cómo emplearlas y cuál emplear de forma óptima.
3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.	3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.	Conoce el teorema de Pitágoras y sabe aplicarlo con frecuencia para calcular áreas de polígonos regulares, aunque presenta dificultades en la identificación de lados del triángulo rectángulo. Es incapaz de aplicarlo en contextos reales.	Conoce el teorema de Pitágoras y sabe aplicarlo para calcular áreas de polígonos regulares. Es incapaz de aplicarlo en contextos reales.	Conoce el teorema de Pitágoras y sabe aplicarlo para calcular áreas de polígonos regulares y de problemas contextualizados realizados previamente.	Conoce el teorema de Pitágoras y sabe aplicarlo para calcular áreas de polígonos regulares y de problemas contextualizados. Comprende y visualiza la presencia de triángulos rectángulos en este tipo de problemas.

Tabla 8.2.: Criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y niveles de logro. (2/3)

Criterios	Est. Aprendizaje	Niveles de Logro			
		1	2	3	4
4. Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.	Conoce y resuelve ejercicios matemáticos asociados al concepto de semejanza con frecuencia. Es incapaz de visualizar razones de semejanza en problemas contextualizados.	Conoce y entiende el concepto de semejanza. Resuelve problemas contextualizados explicados previamente en clase de manera mecánica.	Conoce y entiende el concepto de semejanza. Razona situaciones de semejanza en problemas contextualizados y con frecuencia es capaz de resolverlos correctamente.	Conoce y entiende el concepto de semejanza. Visualiza y razona perfectamente situaciones de semejanza en problemas contextualizados y es capaz de resolverlos a la perfección.
	4.2. Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza.				
6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.	6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.	Resuelve con frecuencia de manera mecánica problemas métricos en contextos reales.	Resuelve de manera mecánica problemas métricos en contextos reales, expresándose con frecuencia de manera adecuada.	Resuelve y razona adecuadamente problemas métricos en contextos reales expresándose tanto geométrica como algebraicamente de manera adecuada.	Emplea con rigor el lenguaje geométrico y aritmético para la resolución de problemas métricos. Calcula áreas y volúmenes perfectamente comprendiendo cada uno de los procedimientos empleados y los explica si es necesario en su razonamiento.

Tabla 8.3.: Criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y niveles de logro. (3/3)

Bibliografía

- Abrate, R., Pochulu, M., and Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo. *Villa María: Universidad Nacional de Villa María*, pages 21–31.
- Aptibyte LLC (2020). Crossword labs. <https://crosswordlabs.com/>. [Software en línea].
- Barraza Macías, A. (2010). *Elaboración de Propuestas de Intervención Educativa*. Universidad Pedagógica de Durango.
- Blas Infante, IES (2020). Proyecto educativo 20/21. <http://iesblasinfanteogijares.es/documentos/proyecto-educativo-2020>. Consultado 04-05-2021.
- Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, Consejería de Educación (2016a). Decreto 111/2016 de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la comunidad autónoma de andalucía. Consultado 11-05-2021.
- Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, Consejería de Educación (2016b). Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación secundaria obligatoria en la comunidad autónoma de andalucía, se regulan determinados aspectos de atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado. (144). Consultado 17-05-2021.
- Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, Consejería de Educación (2021). Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de educación secundaria obligatoria en la comunidad autónoma de andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado

Bibliografía

- y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas. Consultado 19-05-2021.
- Boletín Oficial del Estado, Consejería de Educación (2014). Real decreto 1105/2014 de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato. Consultado 17-05-2021.
- Boletín Oficial del Estado, Consejería de Educación (2015). Orden ecd/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Consultado 17-05-2021.
- Boyer, C. B. and Merzbach, U. C. (2011). *A history of mathematics*. John Wiley & Sons.
- Daniel, J. (2020). Education and the covid-19 pandemic. *Prospects*, 49(1):91–96.
- Flores, P., Gómez, P., and Marín, A. (2013). Apuntes sobre análisis de instrucción. módulo 4 de mad.
- Frutos, A. E., Ruiz, A. B. M., Sánchez, J. J. M., Rus, T. I., and Martín, M. S. (2012). La atención a la diversidad: la educación inclusiva. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 15(1):135–144.
- Galán Atienza, B. et al. (2012). La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen.
- Genially Web S.L. (2021). Genially. <https://www.genial.ly/>. [Software en línea].
- Lupiañez, J. L. (2010). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. PhD thesis, Universidad de Granada.
- Mora Vargas, A. I. (2004). La evaluación educativa: Concepto, períodos y modelos. *Actualidades investigativas en educación*, 4(2).
- Ogíjares, Ayto (2021). Ogíjares - ayuntamiento de ogíjares. <http://ayuntamientodeogijares.es/ogijares/> <http://ayuntamientodeogijares-es-ogijares/ogijares/>. Consultado 04-05-2021.
- Organisation for Economic Co-operation and Development, OCDE (2003). The Pisa 2003 Assesment Framework: Mathematics, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.
- Organisation for Economic Co-operation and Development, OCDE (2012). The Pisa 2012 Assesment Framework: Mathematics, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.
- Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, pages 61–94.

- Rica, E. G. F. C. (2014). *Matemática: Un enfoque con base en la resolución de problemas*. Grupo Fénix CR.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en pisa. *pna*, 1(2):47–66.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., Gómez, P., et al. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. el caso de los números naturales. *Suma*, 58:7–23.
- Rico Romero, Luis y Moreno Verdejo, A. (2016). *Elementos de Didáctica de la Matemática para el Profesor de Secundaria*. Ediciones Pirámide.
- Rico Romero, L. (1997a). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Síntesis.
- Rico Romero, L. (1997b). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Horsori.
- UN (2020). Policy brief: Education during covid-19 and beyond. https://www.un.org/development/desa/dspd/wp-content/uploads/sites/22/2020/08/sg_policy_brief_covid-19_and_education_august_2020.pdf. Consultado 06-05-2021.
- Zambrano, C. A. T., Guerrero, F. E. B., and Samaniego, J. F. B. (2017). ¿ cómo evaluar los aprendizajes en matemáticas? *INNOVA Research Journal*, 2(6):35–51.

A. Competencias PISA 2012

El informe PISA (Programme for International Student Assessment) es un estudio que elabora la OCDE con una frecuencia de 3 años desde el año 2000 en el cual se mide el rendimiento académico de los alumnos de alrededor de 15 años en matemáticas, ciencia y lectura. Para la realización de esta prueba se utilizan muestras de entre 4,500 y 10,000 estudiantes por país, de manera que se puedan realizar inferencias adecuadas para la totalidad del mismo.

La evaluación de las matemáticas, aunque presente desde el año 2000, tuvo especial énfasis en 2003 y 2012, hecho que volverá a ocurrir de nuevo en el próximo informe PISA de 2022 (inicialmente previsto para 2021, pero pospuesto a causa del Covid-19), en el cual la competencia matemática será de nuevo la materia principal de evaluación. Además, se incluirán por primera vez preguntas referentes al pensamiento computacional de los alumnos.

En palabras de la OCDE, en lo referente a las matemáticas, “el examen PISA está diseñado para conocer las competencias matemáticas, [...] para manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades”. Desde una perspectiva más concreta, las bases de la evaluación propuesta por PISA se pueden dividir en tres puntos interconectados. Las preguntas deben integrar estos tres aspectos de manera amplia, para así asegurar que de manera efectiva se evalúa la “alfabetización matemática” del estudiantado. Estos tres puntos básicos son los siguientes:

- a) El razonamiento matemático y los procesos de resolución de problemas. Este factor implica que el individuo sea capaz, desde una perspectiva matemática, de sopesar situaciones concretas, escoger estrategias adecuadas para enfrentarlas, obtener conclusiones coherentes y lógicas, y exponer soluciones e

identificar cómo sería posible aplicarlas. Desde la perspectiva de PISA, razonando matemáticamente los alumnos y alumnas pueden llegar a conclusiones totalmente objetivas, en las que puedan confiar con total certeza por ser lógicamente ciertas. PISA señala la importancia del desarrollo de este razonamiento matemático tanto desde la dimensión inductiva como desde la deductiva.

- b) El conocimiento del contenido matemático. Este punto hace referencia a la importancia de que en la evaluación se ponga de manifiesto si los estudiantes comprenden el contenido matemático y son capaces de aplicarlo en la resolución de problemas en contextos concretos.
- c) Los contextos en los que se ubican las preguntas de evaluación, con la visión puesta en la adquisición de habilidades imprescindibles para el siglo XXI. Este apartado hace referencia a los ambientes del mundo real en los que se respaldan las cuestiones evaluativas. Hay que señalar que la “alfabetización matemática” ayuda a conocer el papel de las matemáticas en el mundo, así como a emitir juicios lógicos bien fundamentados. Es por esto que el documento Marco establece la necesidad de que la evaluación presente mensajes cuantitativos socialmente relevantes, empleando para ello un lenguaje enriquecido.

El concepto de competencia matemática del cual parte PISA es aquel vinculado a la capacidad de analizar, razonar y comunicarse eficazmente (competentemente) ante problemas matemáticos de diversa índole, variando situacionalmente, y que requieran de formulación, interpretación, resolución o diseño, incluyendo conceptos matemáticos de cualquier tipo (probabilísticos, cuantitativos, geométricos, ...). En el informe PISA 2003 se define la competencia matemática como “...una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivos”. En el informe PISA 2012 se consideran las siguientes:

1. *Comunicación.* La alfabetización matemática implica comunicación. El individuo percibe la existencia de algún desafío y es estimulado a reconocer y comprender una situación problemática. La lectura, decodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos permite al individuo formarse un modelo mental de la situación, lo cual es un paso importante para comprender, aclarar y formular un problema. Durante el proceso de solución, los resultados intermedios pueden tener que ser resumidos y presentados. Más adelante, una vez encontrada la solución, aquél que la haya obtenido puede tener que presentarla, y quizás realizar una explicación o justificación.
2. *Matematización.* La alfabetización matemática puede implicar la transformación de un problema definido en el mundo real a una forma estrictamente mate-

mática (lo que puede incluir la estructuración, conceptualización, formulación de hipótesis y/o modelo), o interpretar o evaluar un resultado o modelo matemático en relación con el problema original. El término "matematización" se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales implicadas.

3. *Representación*. La alfabetización matemática implica con mucha frecuencia representaciones de objetos y situaciones matemáticas. Esto puede implicar la selección, interpretación, traducción y uso de una variedad de representaciones para capturar una situación, interactuar con un problema o presentar el propio trabajo. Las representaciones a las que se hace referencia incluyen gráficos, tablas, diagramas imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos.
4. *Razonar y argumentar*. Una capacidad matemática a la que se recurre a lo largo de las diferentes etapas y actividades asociadas a la alfabetización matemática se denomina razonamiento y argumentación. Esta capacidad implica procesos de pensamiento lógico que exploran y relacionan los elementos del problema para hacer inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación que se da, o proporcionar una justificación de las afirmaciones o soluciones a los problemas.
5. *Elaborar estrategias para resolver problemas* La alfabetización matemática requiere con frecuencia idear estrategias para resolver problemas matemáticos. Esto implica un conjunto de procesos de control crítico que guían al individuo para reconocer eficazmente formas de formulación y resolución de problemas. Esta habilidad se caracteriza por seleccionar o idear un plan o estrategia para utilizar las matemáticas para resolver problemas derivados de una tarea o contexto, así como guiar su ejecución.
6. *Utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico*. Consiste en comprender, interpretar, manipular y utilizar expresiones simbólicas dentro de un contexto matemático (incluyendo expresiones y operaciones aritméticas) regidas por convenciones y reglas matemáticas. También implica comprender y utilizar construcciones formales basadas en definiciones, reglas y sistemas formales y también utilizar algoritmos con estas entidades.
7. *Emplear herramientas matemáticas*. La última competencia matemática que sustenta la alfabetización matemática en la práctica es el utilizar herramientas matemáticas. Las herramientas matemáticas abarcan herramientas físicas, como los instrumentos de medición, así como calculadoras y herramientas informáticas cada vez más extendidas. Esta capacidad implica conocer y ser capaz de utilizar diversas herramientas que pueden ayudar a la actividad matemática, y conocer las limitaciones de dichas herramientas, que también pueden desempeñar un papel importante en la comunicación de los resultados.

B. Análisis de las tareas

Tarea 1: Ficha Interactiva Identificación y Clasificación	
Metas	Aprender a reconocer e identificar triángulos y paralelogramos, así como las fórmulas respectivas de perímetro y áreas, y su aplicación. Objetivos: O ₂ , O ₃ .
Formulación	Los alumnos dispondrán del enlace a la ficha interactiva a través del classroom una vez activada la tarea por el profesor.
Materiales y Recursos	Se emplearán dispositivos digitales con acceso a internet, smartphones a ser posible. En caso de que el alumno no disponga de uno le será brindada una tablet del instituto. Se hará uso del proyector en caso de que el profesor quiera realizar alguna indicación con respecto a la ficha interactiva.
Agrupamiento	El trabajo se realizará de forma individual.
Interacción	Los alumnos dispondrán de la ayuda del profesor para la consulta de dudas, y se les permitirá el ayudar a sus compañeros manteniendo la distancia de seguridad.
Temporalización	10 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea pretende fomentar el conocimiento de las fórmulas a emplear a lo largo de la unidad didáctica y de identificación de las figuras sobre las cuales conocemos dichas fórmulas.
Superación de Limitaciones	El estudiante estará trabajando con conceptos que ya conocía lo que facilita la resolución de la tarea, pero puede presentar dificultades con el empleo de las fórmulas e identificación de los elementos que intervienen en ellas. Esta tarea trata de abordar esto.
Significatividad	Dado que se trata de una tarea de reproducción, ésta no resulta especialmente significativa más allá de facilitar la interiorización de contenidos.
Complejidad	La tarea es de reproducción, pues se están trabajando conceptos explicados previamente que resultan familiares al alumno, esto sumado a la interactividad de la ficha así como la mecánica paso a paso de los ejercicios hacen de la tarea una de muy baja complejidad.

Tabla 1.: Análisis de la tarea 1.

Tareas 2 y 4: Relaciones de Ejercicios y Problemas	
Metas	Familiarizarse con la aplicación y puesta en práctica de los contenidos explicados. Objetivos: O1, O3, O4, O5, O7, O8, O9, O10.
Formulación	El profesor les entregará la relación impresa o en formato electrónico (pdf).
Materiales y Recursos	Libreta, bolígrafo, lápiz, calculadora, ordenador, proyector y algún dispositivo digital para la subida de ejercicios al classroom virtual.
Agrupamiento	El trabajo se realizará de forma individual.
Interacción	Los alumnos dispondrán de la ayuda del profesor para la consulta de dudas, y se les permitirá el ayudar a sus compañeros manteniendo la distancia de seguridad.
Temporalización	50 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea fomenta la interiorización de los contenidos explicados y permite evaluar la comprensión de los mismos. Realizar correctamente la tarea implica conocer los contenidos de la unidad didáctica y saberlos aplicar.
Superación de Limitaciones	El estudiante afrontará una serie de ejercicios diversos y, mientras algunos pueden resultar más sencillos, otros (los “*”) pueden suponer dificultades de cara a la matematización y planteamiento del ejercicio. La correcta resolución o la orientación en caso de dudas supondrá la superación de estas dificultades.
Significatividad	Los estudiantes parten de conocimientos básicos explicados y en algunos casos se enfrentarán a problemas contextualizados o más generales (los “* * *”), esto supondrá un reto para los alumnos debido a la necesidad de razonar sobre dichos conocimientos.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad media-alta debido a la alta variedad de ejercicios presentes y a la alta complejidad de algunos de ellos. Se trata de una tarea de conexión.

Tabla 2.: Análisis de las tareas 2 y 4.

Tarea 3: Discretización de Figuras	
Metas	Familiarizarse con la partición y descomposición de figuras y desarrollar la visualización espacial sobre las mismas. Objetivos: O6, O8, O9.
Formulación	El profesor les entregará la ficha impresa o en formato electrónico (pdf).
Materiales y Recursos	Libreta, bolígrafo, lápiz.
Agrupamiento	El trabajo se realizará de forma individual.
Interacción	Los alumnos dispondrán de la ayuda del profesor para la consulta de dudas, y se les permitirá el ayudar a sus compañeros manteniendo la distancia de seguridad.
Temporalización	10 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea nos permite lograr los siguientes objetivos propuestos: fomentar el uso del pensamiento divergente, aprender a descomponer áreas en formas más elementales, entender que un problema puede abordarse de maneras diversas.
Superación de Limitaciones	El estudiante habrá de hacer uso de su visión espacial para la resolución de la tarea, este puede presentar bloqueos debido a esto mismo en caso de no haberla trabajado anteriormente. Por ello la orientación en caso de dudas y resolución en grupo final fomentará la superación de esta adversidad.
Significatividad	El estudiante habrá de hacer uso de su visión espacial para la resolución de la tarea, la realización de la misma supondrá un desarrollo de esta capacidad, la cual ofrece aplicaciones de interés en la vida cotidiana.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad media-baja, se trata de una tarea de conexión empleada para su posterior aplicación en tareas y ejercicios posteriores. Pese a ser una tarea básica, esta presenta una complejidad media debido a lo comentado en los puntos anteriores.

Tabla 3.: Análisis de la tarea 3.

Tarea 5: Taller de Figuras y Problemas	
Metas	Trabajar los contenidos del tema y desarrollar la creatividad. Objetivos: O3, O4, O5, O6, O8, O9, O10, O11, O12.
Formulación	El profesor les explicará la tarea verbalmente, y anotará los puntos importantes de la misma en pizarra. Igualmente en el classroom dispondrán de un espacio destinado a la subida de la tarea donde se especifica que se ha de hacer.
Materiales y Recursos	Libreta, bolígrafo, lápiz, dispositivo digital para la subida de la tarea.
Agrupamiento	El trabajo se realizará en grupos reducidos de 2-3 alumnos.
Interacción	Los alumnos compartirán ideas y propuestas relacionadas con la tarea y discutirán acerca de las mismas y de la organización seguida. Se dispondrá de la ayuda y orientación del profesor para cualquier duda relacionada con la tarea.
Temporalización	50 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea tiene como objetivo el desarrollo creativo del alumno así como la manifestación del dominio de los contenidos aprendidos.
Superación de Limitaciones	Debido a la generalidad con que se plantea la tarea, los alumnos pueden presentar dificultades relacionadas con cómo diseñar los ejercicios y figuras. Disponen entonces, como se ha mencionado anteriormente, del profesor para la orientación en lo concerniente a la tarea.
Significatividad	La tarea presenta una alta significatividad no sólo debido a que esta fomenta la creatividad del alumno, si no a que en el diseño de figuras y problemas los alumnos manifiestan control sobre los contenidos explicados, es de hecho la más alta manifestación de dominio sobre los contenidos abordados.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad media-alta. Se trata de una tarea de reflexión pues los alumnos pueden emplear los contenidos aprendidos y extenderlos a otros ámbitos dependiendo la originalidad manifiesta en los ejercicios diseñados.

Tabla 4.: Análisis de la tarea 5.

Tarea 6: Blitzkrieg	
Metas	Trabajar los contenidos del tema y desarrollar la creatividad. Objetivos: O3, O4, O5, O6, O8, O9, O10, O11, O12.
Formulación	El profesor mostrará los enunciados en el proyector.
Materiales y Recursos	Libreta, bolígrafo, lápiz, ordenador y proyector.
Agrupamiento	El trabajo se realizará individualmente.
Interacción	Los alumnos realizarán los ejercicios individualmente e indicarán verbalmente el procedimiento seguido a la clase.
Temporalización	45 - 50 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea tiene como objetivo la puesta en práctica de los contenidos explicados a lo largo de la unidad así como el desarrollo de la competencia relacionada con la comunicación oral de resultados.
Superación de Limitaciones	Los alumnos realizarán ejercicios familiares o variaciones sencillas de los mismos, es por ello que la principal dificultad no reside en la realización de los ejercicios sino en la comunicación de las estrategias y procedimientos empleados. El profesor tratará de crear una atmósfera que propicie un buen estado de ánimo en el alumnado y la confianza del mismo en expresarse con tranquilidad.
Significatividad	La significatividad de la tarea recae en la evaluación que los alumnos pueden hacer sobre ellos mismos, pues los ejercicios serán similares a los que más adelante encontrarán en la prueba escrita, y en la puesta en práctica de la capacidad de comunicar ideas, que presenta alta significatividad social.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad baja, pues se realizan de manera secuenciada ejercicios la mayoría ya vistos en las anteriores sesiones.

Tabla 5.: Análisis de la tarea 6.

Tarea Extra 1: Crucigrama Métrico	
Metas	Aprender y recordar los términos explicados. Objetivos: O2, O3, O4, O5.
Formulación	El profesor activará la tarea en el classroom, donde podrán acceder al link del crucigrama.
Materiales y Recursos	Dispositivo digital para el acceso al enlace.
Agrupamiento	El trabajo se realizará individualmente.
Interacción	Los alumnos realizarán los ejercicios individualmente aunque se permitirá el ayudarse mutuamente manteniendo la distancia de seguridad.
Temporalización	5 - 10 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea tiene como objetivo reconocer los conceptos que se trabajarán, ser capaz de nombrarlos e interiorizarlos.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad baja, se trata de una tarea de reproducción muy básica.

Tabla 6.: Análisis de la tarea extra 1.

Tarea Extra 3: Escape Room: Detén la Cuenta Atrás	
Metas	Trabajar los contenidos del tema y desarrollar la creatividad. Objetivos: O3, O4, O5, O6, O8, O9, O10, O11, O12.
Formulación	El profesor activará la tarea en el classroom, donde podrán acceder al link del crucigrama.
Materiales y Recursos	Libreta, bolígrafo, lápiz, calculadora, dispositivo digital.
Agrupamiento	El trabajo se realizará en pequeños grupos de 3-5 alumnos.
Interacción	Los alumnos interactuarán entre ellos para organizar tareas a realizar dentro de la gymkana y optimizar/facilitar las pruebas.
Temporalización	30 minutos.
Logro de Expectativas	Esta tarea tiene como objetivos principales el trabajo en equipo, desarrollo de pensamiento lateral, y el repaso de contenidos previos.
Superación de Limitaciones	Los alumnos realizando esta tarea se pueden ver abrumados debido a la amplia diversidad de pruebas y formas de proceder. Precisarán buscar una forma de organizarse y valerse del equipo.
Significatividad	La significatividad de la tarea recae en la puesta en práctica del trabajo en equipo y en la amplia variedad de pruebas y la naturaleza de las mismas. En consecuencia se ponen en práctica no sólo competencias matemáticas si no también sociales.
Complejidad	La tarea presenta una complejidad alta, se trata de una tarea de reflexión donde los alumnos afrontan pruebas con las que no se hallan familiarizados.

Tabla 7.: Análisis de la tarea extra 3.

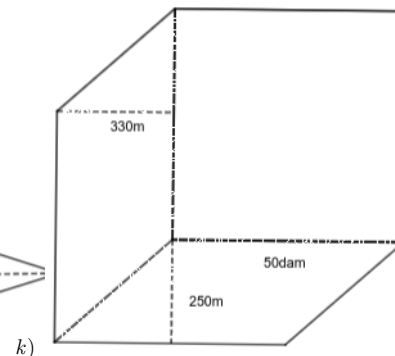
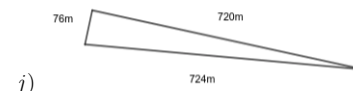
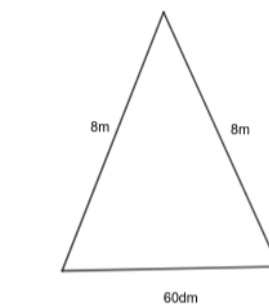
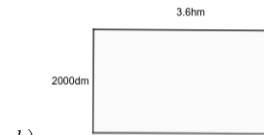
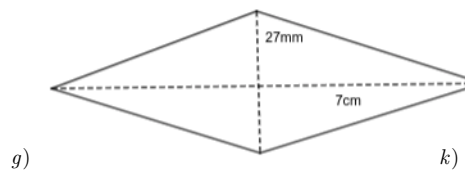
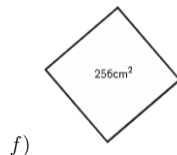
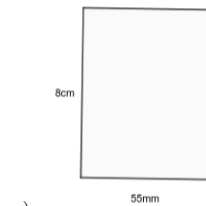
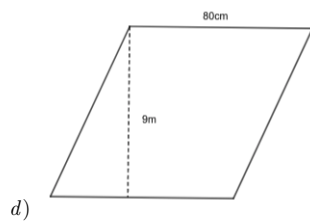
C. Actividades y ejercicios

Relaciones de ejercicios y prueba escrita



Ejercicio 1. Obtén el perímetro y área de las siguientes figuras planas:

- a) Triángulo equilátero de lado 7.
- b) Rombo de diagonales 7cm y 8cm.
- c) Romboide de base 5cm y altura 9cm.



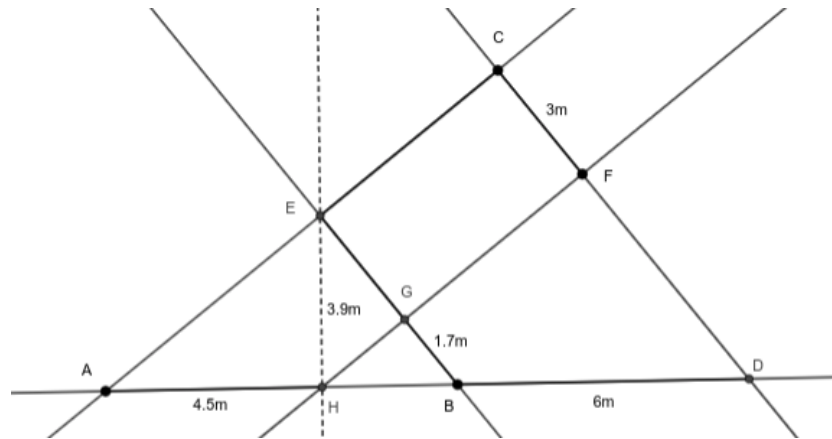
Ejercicio 2. Realiza (si es posible) las siguientes operaciones expresando el resultado en términos de una sola unidad métrica para cada apartado:

- a) $7km + 800m + 75000dm$
- b) $5m + 2,3dm + 0,3dam + 3cm$
- c) $7km + 5áreas + 34dam$
- d) $0,002km - 3,14m + 50,3dm$
- e) $500dm^2 + 3,4m^2 + 0,02dam^2$
- f) $54ha + 74m^2 - 50000cm^2$
- g) $3ha + 74hm - 3600m^2$

Ejercicio 3. (*) Se quiere colocar un viga de $87dm$ de longitud en el techo de una habitación rectangular de $8,3m$ de largo y $3m$ de ancho. ¿Es posible? ¿Cuánto mide en total el borde del techo de la habitación? ¿Y su superficie?

Ejercicio 4. (*) Un ganadero dispone de una finca rectangular de dimensiones $100 \times 300m$ que desea cercar. Para ello quiere colocar dos vallas de acceso de $3m$ cada una, y el resto de valla de espino. Sabiendo que el metro de valla de entrada cuesta $8€$ y el decímetro de valla de espino 30 céntimos, ¿Cuánto dinero habrá de invertir el ganadero para el cercado de su finca?

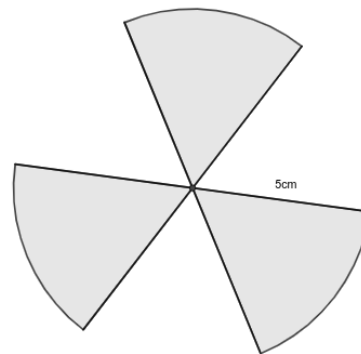
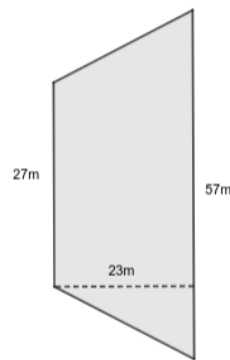
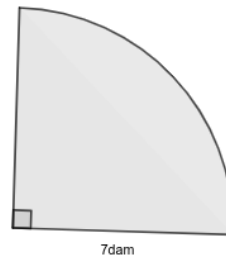
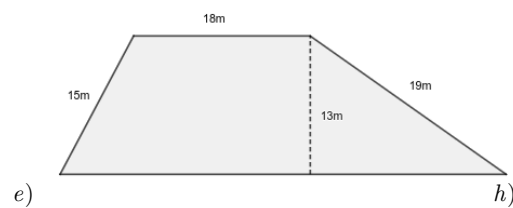
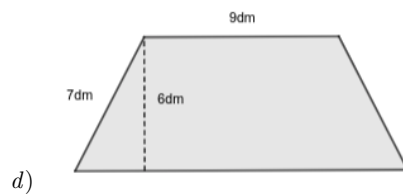
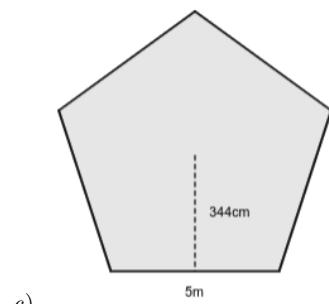
Ejercicio 5. Dada la imagen siguiente, Calcula el área del polígono formado por los vértices ABE y del formado por $EGFC$.



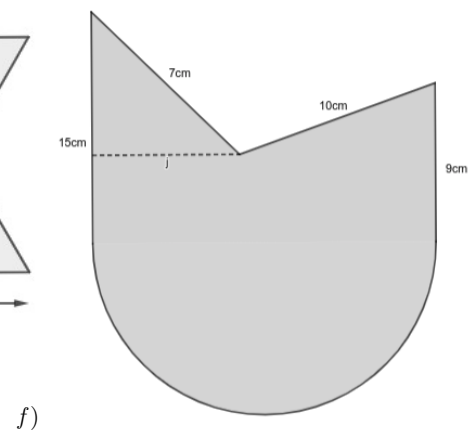
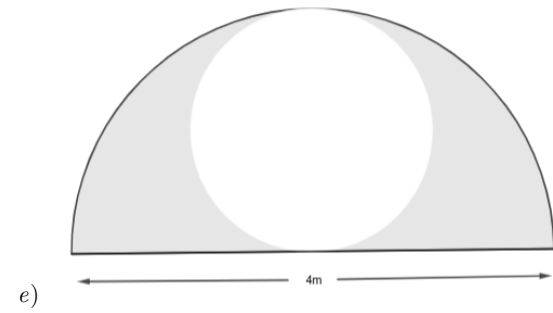
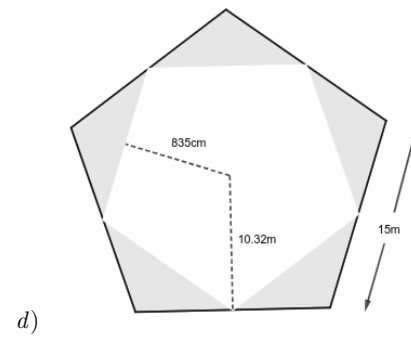
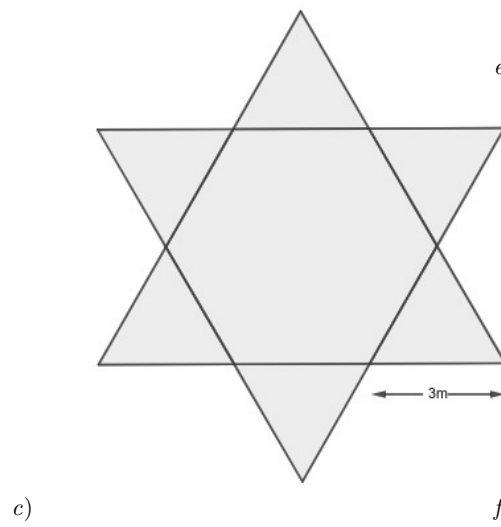
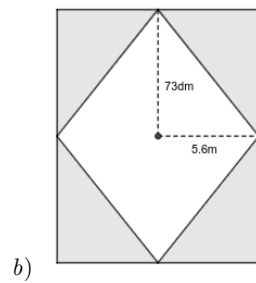
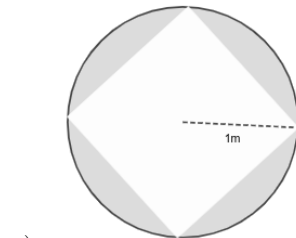
Ejercicio 6. (*) El palacio de Rorcraw consta de 4 habitaciones rectangulares de dimensiones $20 \times 12m$ y dos romboidales de diagonales $25m$ y $15m$. Se quiere cubrir los suelos de las habitaciones mencionadas con baldosas de precio $10€$ el metro cuadrado. ¿Cuánto dinero se necesita para satisfacer la demanda de baldosas necesitadas?

Ejercicio 1. Calcula el área y perímetro de las siguientes figuras planas:

- a) El hexágono regular de lado 12m.
 b) El octógono regular de lado 20cm y apotema 24cm.



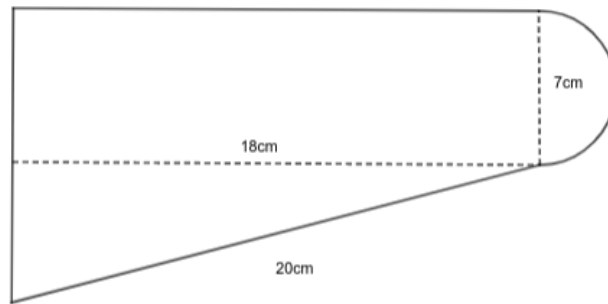
Ejercicio 2. Calcula el área sombreada de las siguientes figuras planas:



Ejercicio 3. ()** Completa la siguiente tabla:

Dibujo	Medida Real	Escala
3cm	27m	
	8km	1:100000
5cm		1:200
	70m	5:25000
	5dam	2:40000
0.9cm	180000m	
15cm		1:500000

Ejercicio 4. ()** Observamos el siguiente circuito a escala 1:50000,



- ¿Cuál es la distancia total recorrida en una vuelta al circuito?
- Si las ruedas de un bólide miden 60cm de diámetro, ¿Cuántas vueltas darán al realizar una vuelta al circuito?

Ejercicio 5. (*) Un bote de spray mide 17cm de alto y tiene un radio de 4cm. ¿Cuánto mide la superficie de una etiqueta que cubra todo el contorno lateral del bote?

Ejercicio 6. (*) ¿Qué relación guardan las apotemas del hexágono regular y dodecágono regular que presentan igual longitud en sus lados?

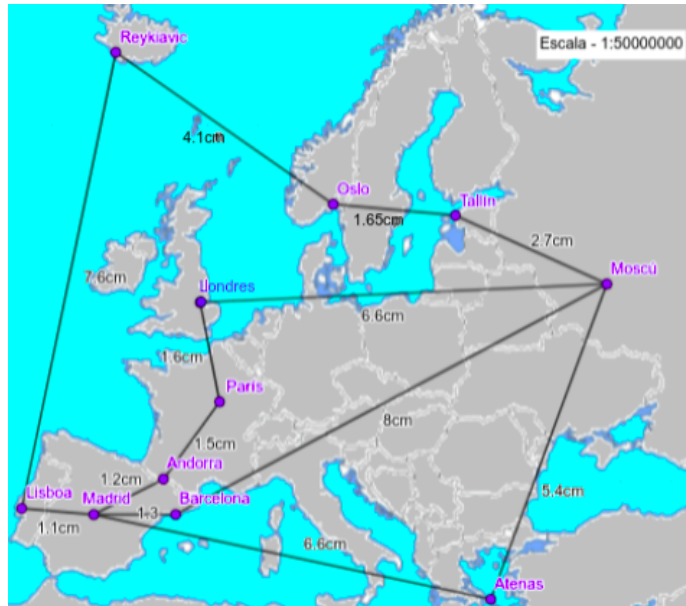
Ejercicio 7. (*)** ¿Puede un pentágono regular descomponerse en 5 triángulos rectángulos de manera semejante al hexágono regular? Razona la respuesta.

Ejercicio 8. (*)** Partiendo de la fórmula del triángulo, deduce la conocida fórmula de cálculo de área de polígonos regulares de n lados.

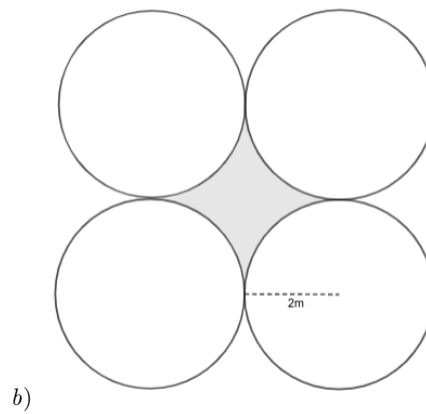
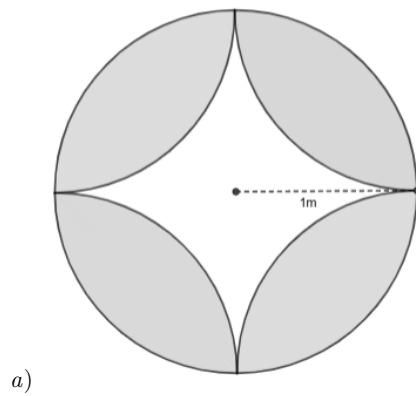
Ejercicio 9. (*)** 2 amigos realizan en sus vacaciones una serie de viajes por Europa secuenciados de la siguiente forma:

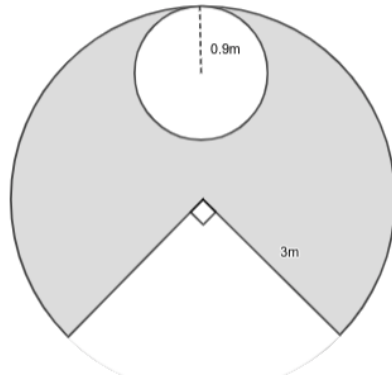
- Amigo A:
 Madrid $\xrightarrow{(c)}$ Andorra $\xrightarrow{(c)}$ París $\xrightarrow{(c)}$ Londres $\xrightarrow{(a)}$ Moscú $\xrightarrow{(t)}$ Atenas $\xrightarrow{(a)}$ Madrid
- Amigo B:
 Barcelona $\xrightarrow{(c)}$ Madrid $\xrightarrow{(c)}$ Lisboa $\xrightarrow{(b)}$ Reikiavik $\xrightarrow{(a)}$ Oslo $\xrightarrow{(b)}$ Tallinn $\xrightarrow{(t)}$ Moscú $\xrightarrow{(a)}$ Barcelona

Con (c) , (t) , (a) , (b) indicando si el viaje ha sido realizado en coche, tren, avión o barco respectivamente. Sabiendo que las velocidades medias de cada uno de los transportes es 110km/h el coche, 900km/h el avión, 35km/h el barco y 300km/h el tren, ¿Qué amigo ha pasado más tiempo en total viajando en transportes? Ayúdate del mapa siguiente:

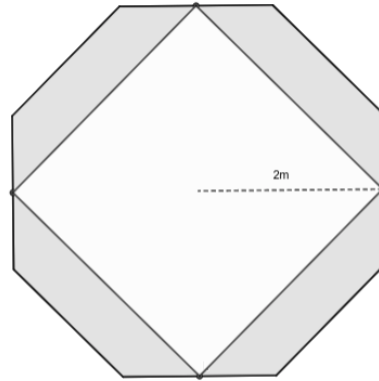


Ejercicio 10. (*)** Calcula la superficie sombreada de las siguientes figuras planas:





c)

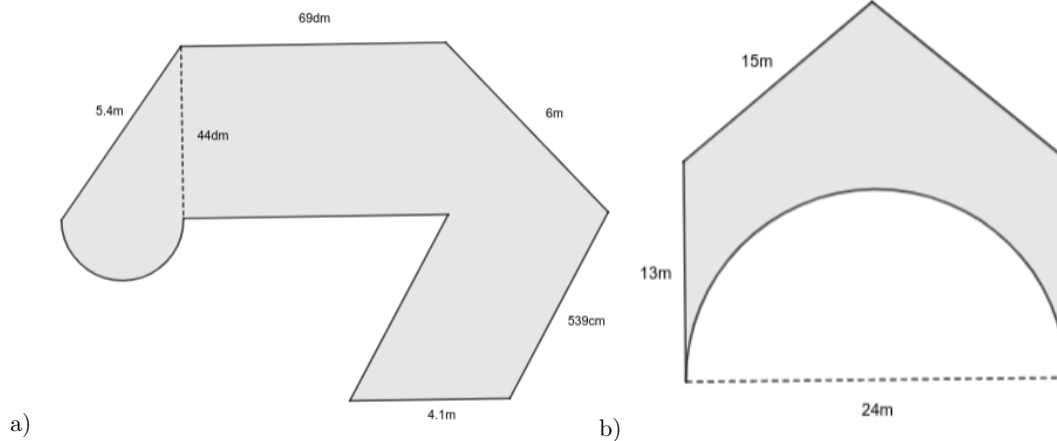


d)

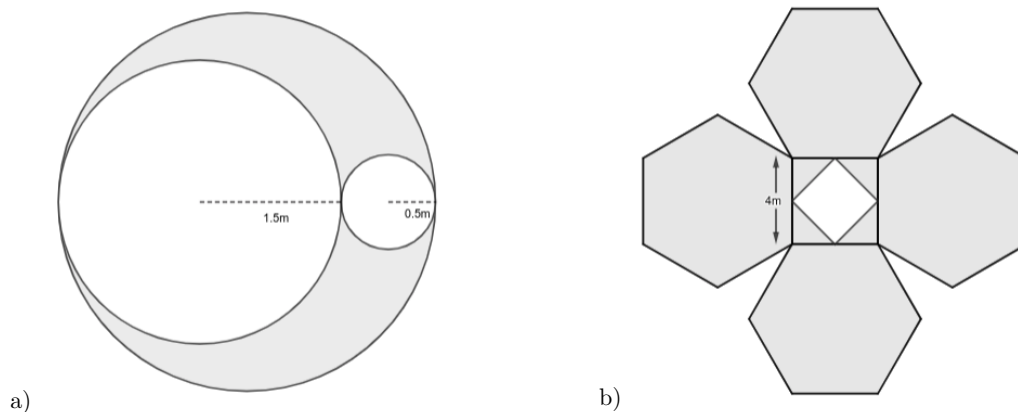
Ejercicio 1 (1.2 pts). Indica de forma explícita las fórmulas de área y perímetro de las siguientes figuras:

- | | | |
|--------------|-----------------------|----------------------------------|
| a) Triángulo | c) Circunferencia | e) Rombo |
| b) Romboide | d) Trapecio isósceles | f) Polígono regular de n lados |

Ejercicio 2 (3 pts). Calcula el perímetro y área de las siguientes figuras:

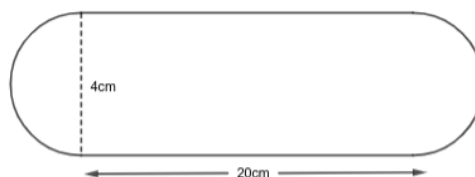


Ejercicio 3 (3 pts). Calcula la superficie sombreada de las siguientes figuras:

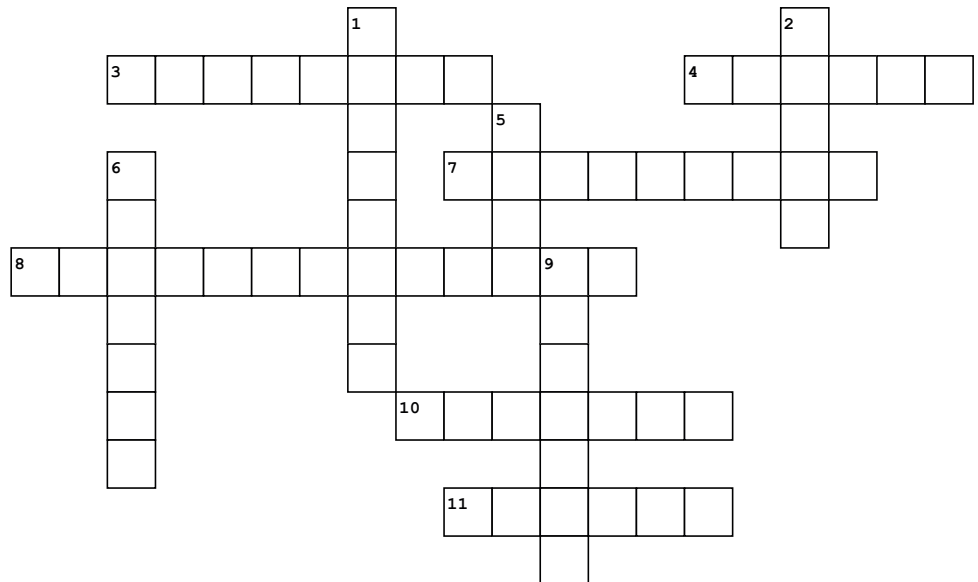


Ejercicio 4 (1.3 pts). El precio de una baldosa es de 2.5€ el medio cuadrado. Sabiendo que queremos cubrir de baldosas una habitación rectangular de 7m de ancho y 9m de largo, ¿Cuánto se gastará en baldosas para cubrir la habitación?

Ejercicio 5 (1.5 pts). En una carrera de atletismo la pista tiene las dimensiones mostradas en el siguiente dibujo a escala 1:800. La carrera se compone de 9 vueltas a la pista. ¿Cual es la distancia total recorrida en la carrera? Si el ganador finaliza en 10 minutos, ¿Cual habrá sido su velocidad media?



Crucigrama Métrico

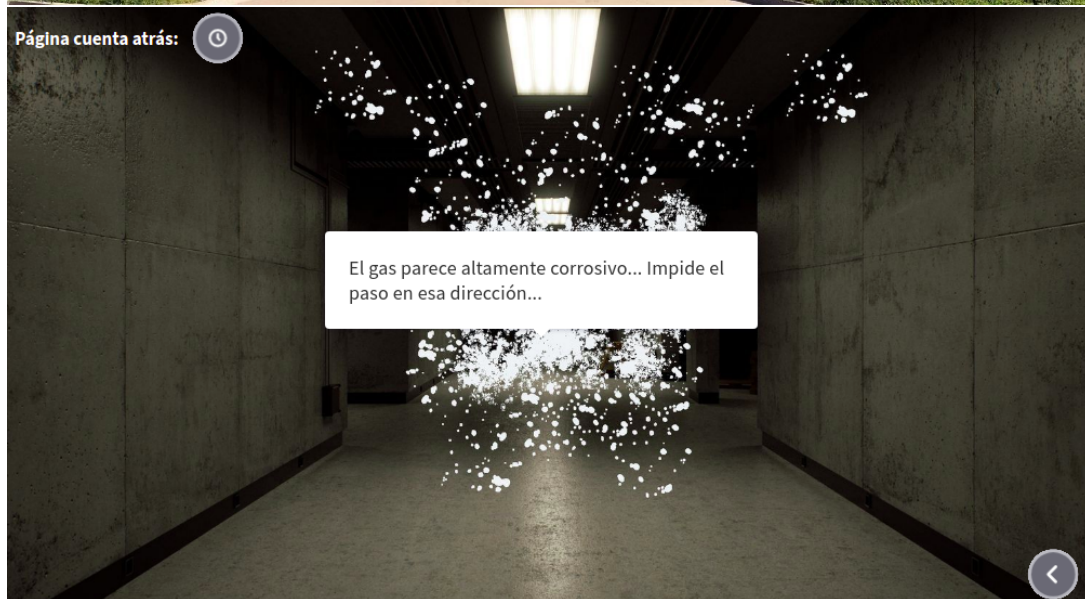
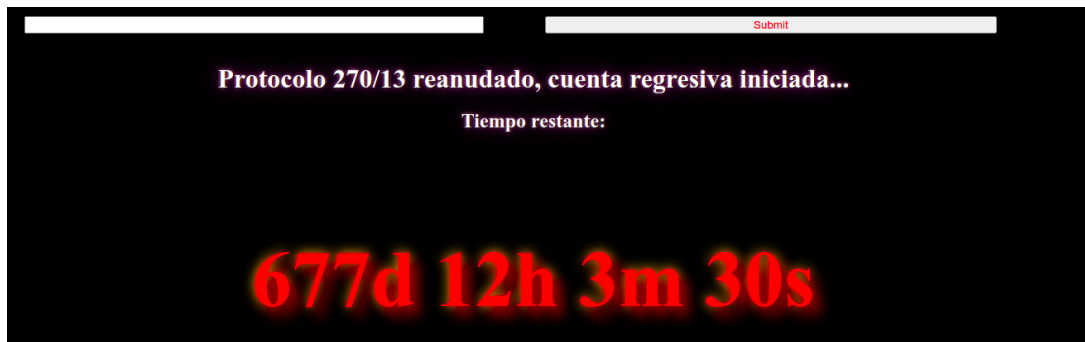


Across

- 3. Polígono de 8 lados
- 4. Nombre que reciben los lados de un polígono
- 7. Polígono de 3 lados
- 8. Polígono de 4 lados paralelos 2 a 2
- 10. Resultado matemático demostrado a partir de otros resultados ya demostrados
- 11. Razón de proporcionalidad empleada en mapas

Down

- 1. Figura geométrica plana y cerrada de 3 o más lados rectos
- 2. Unidad métrica equivalente a 1.6km
- 5. Superficie en el plano
- 6. Expresión matemática para realizar un cálculo determinado
- 9. Se dice del problema en el que la solución está relacionada con una medida de longitud o superficie



Diario de E. Lumez: Hoy se le ha vuelto a olvidar la contraseña del motor al novato, por meterme un poco con él se la he dado en clave. Le he dicho que es un número que verifica que cuando lo multiplicas por el número anterior a él obtienes 4 veces el número 3813. Espero que no me pasara de gracioso con él, además, se trata de algo sencillo para cualquier matemático...

71

Problema: Averigua la contraseña para inhabilitar el gas corrosivo y que así puedas acceder al resto de habitaciones.



Problema


¿Que término falta en la siguiente serie?

2 3 5 7 ... 13 17 19

11 10

15 9

72 21 + + -





Problema: ¿Cual de las ciudades europeas mostradas en el esquema es la que se encuentra a menor distancia de Praga?

* Anota tanto el nombre en minúsculas de la ciudad como su distancia, posiblemente pueda emplearse como código en algún lugar...

