Problemas de la Práctica VII. Enunciados y soluciones.

Juan de Dios Luna del Castillo

UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Todo el material para el conjunto de actividades de este curso ha sido elaborado y es propiedad intelectual del grupo **BioestadisticaR** formado por:
Antonio Martín Andrés
Juan de Dios Luna del Castillo,
Pedro Femia Marzo,
Miguel Ángel Montero Alonso,
Christian José Acal González,
Pedro María Carmona Sáez,
Juan Manuel Melchor Rodríguez,
José Luis Romero Béjar,
Manuela Expósito Ruíz,
Juan Antonio Villatoro García.

VII. 1 Se desea comparar la velocidad de eliminación de un fármaco en varones y mujeres. De una muestra de 15 varones sanos se obtuvieron los tiempos de eliminación (supuestamente Normales) dando una media de 5,5 h y una desviación estándar de 1,7 h. Se realizaron los mismos cálculos para una muestra de 11 mujeres sanas de edades similares a las de los hombres, con resultados de 6,1 h y 1,5 h para la media y la desviación típica respectivamente. **a)** ¿Puede deducirse de estos datos una eliminación más rápida en hombres o en mujeres? **b)** Si se considera interesante una diferencia media de 0,5 h, ¿cuántos individuos deberán integrar las muestras para obtener significación al 5% el 90% de las veces en que se realice un test si existe tal diferencia?

Solución Calculadora y con Tablas:

(Esta solución está aquí sólo a efectos ilustrativos, se recomienda al alumno que intente y verifique la solución con R)

$$\begin{cases} \text{Varones: } n_1 = 15 \text{ ,, } \bar{x}_1 = 5{,}5 \text{ ,, } s_1 = 1{,}7 \text{ ,, } x_1 \to N(\mu_1;\sigma_1) \\ \text{Mujeres: } n_2 = 11 \text{ ,, } \bar{x}_2 = 6{,}1 \text{ ,, } s_2 = 1{,}5 \text{ ,, } x_2 \to N(\mu_2;\sigma_2) \end{cases}$$

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ para variables Normales + muestras independientes $\Rightarrow$ **R.7.2.a**.

- Como $F_{exp} = \dfrac{\text{Var. grande}}{\text{Var. pequeña}} = \left(\dfrac{1{,}7}{1{,}5}\right)^2 = 1{,}28 < F_{10\%}(14;\ 10) \Rightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (Varianzas =) $\Rightarrow$ **Caso i)**
- $s^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \dfrac{14\times 1{,}7^2 + 10\times 1{,}5^2}{15+11-2} = 2{,}6233$
- $t_{exp} = \dfrac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{s^2 \dfrac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}} = \dfrac{|5{,}5-6{,}1|}{\sqrt{2{,}6233\times\dfrac{15+11}{15\times 11}}} = 0{,}93$ con $gl = n_1+n_2-2$ = 15+11–2 = 24.
- $30\% < P < 40\% \Rightarrow H_0(P > 30\%)$ $\Rightarrow$ no hay evidencias (ni siquiera indicios) de que la velocidad media de eliminación varíe con el sexo.
- ¿Es H_0 fiable? $\Rightarrow$ para los valores $\beta = 10\%$ y $\delta = 0{,}5$ que indican el apartado **b)**: (**R.5.8.a.*ii***) IC de dos colas al error 2β = 20% $\Rightarrow$:

  $\to$ $t_{20\%}$ (24 *gl*) = 1,318.

  $\to$

  $$\mu_2 - \mu_1 \in (6{,}1-5{,}5) \pm 1{,}318\sqrt{2{,}6233\times\frac{15+11}{15\times 11}} \Rightarrow \text{de} -0{,}25 \text{ a } +1{,}45 \text{ (al 80\% de confianza)}$$

  .

  $\to$ **R.5.8.c.*ii***: Como $+\delta = +0{,}5 \in$ IC $\Rightarrow$ la conclusión por H_0 es <u>no fiable</u> $\Rightarrow$ aumentar los n_i.

b) $\alpha = 5\%$, $\beta = 10\%$, $\delta = 0{,}5$: tamaño de muestra (**R.7.2.d.i – 2ª expresión**):

- $t_{5\%}$ (24 *gl*) = 2,064 y $t_{20\%}$ (24 *gl*) = 1,318.
- $n = 2s'^2\left(\dfrac{t_\alpha + t_{2\beta}}{\delta}\right)^2 = 2\times 2{,}6233\times\left(\dfrac{2{,}064+1{,}318}{0{,}5}\right)^2 \approx 241 = n_1 = n_2$.

Solución con R:

Las variables involucradas en el problema son, la velocidad de eliminación de un fármaco en hombres y la velocidad de eliminación del mismo fármaco en mujeres, a las que llamaremos x_1 y x_2 respectivamente. Los datos que proporciona el problema aparecen a continuación.

$$\begin{cases} \text{Varones: } n_1 = 15 \text{ ,, } \bar{x}_1 = 5{,}5 \text{ ,, } s_1 = 1{,}7 \text{ ,, } x_1 \to N(\mu_1;\sigma_1) \\ \text{Mujeres: } n_2 = 11 \text{ ,, } \bar{x}_2 = 6{,}1 \text{ ,, } s_2 = 1{,}5 \text{ ,, } x_2 \to N(\mu_2;\sigma_2) \end{cases}$$

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ del\ tiempo\ de\ eliminación\ del\ fármaco\ en\ hombres\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv \text{"}Media\ del\ tiempo\ de\ eliminación\ del\ fármaco\ en\ mujeres\text{"}$$

Del enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse normales.
Con referencia a las muestras hemos de decir que son independientes ya que cada individuo aporta un único valor a la comparación ya que si es hombre aportará un dato a la muestra de hombres y si es mujer aportará un dato a la muestra de mujeres.

Por tanto, tendremos que hacer un test de comparación de dos medias, muestras independientes variables aleatorias normales. Para ello ejecutaremos el comando *test.t* del paquete BioestadísticaR. Ejecutaremos la versión de ese comando con datos agregados.

Hay que recordar que si no tenemos instalado BioestadisticaR habrá que instalarlo primero. En cualquier caso antes de llamarlo por primera vez recuérdese que habrá que ejecutar la instrucción: *library(BioestadisticaR)*.

Aparece en el recuadro siguiente la orden que ejecutaremos y el conjunto de resultados que proporciona *test.t*.

```
> test.t(n1=15, m1=5.5, s1=1.7, n2=11, m2=6.1, s2=1.5)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
-----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  15
  Media: m =  5.5
  Desviación típica: s =  1.7
  Error estándar de la media: sem =  0.4389

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 4.5586 ,  6.4414 )
  Precisión obtenida: 0.9414


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
-----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  11
  Media: m =  6.1
  Desviación típica: s =  1.5
  Error estándar de la media: sem =  0.4523

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 5.0923 ,  7.1077 )
```

```
  Precisión obtenida: 1.0077


# t-test para 2 Muestras Independientes
#---------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: 1 ,  2

[1] Para grupo =  1
    n =  15
    m =  5.5
    s =  1.7
    sem=  0.4389
    95 %-IC(m)= ( 4.5586 ,  6.4414 )

[2] Para grupo =  2
    n =  11
    m =  6.1
    s =  1.5
    sem=  0.4523
    95 %-IC(m)= ( 5.0923 ,  7.1077 )

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var[1]/var[2])
    Fexp =1.2844, gl1 = 14, gl2 = 10, p = 0.7022

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp = 0.9332 , g.l. = 24 ,  p = 0.36
    95%-IC(m1-m2) = (-1.927, 0.727)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 0.952 , g.l. = 23.08 ,  p = 0.351
    95%-IC(mu1-mu2) = (-1.9035, 0.7035)
```

En el recuadro superior aparece mucha información, alguna de ellas, repetida en estas circunstancias. Más allá de los datos de cada una de las muestras que nos proporciona *test.t* el primer resultados que si resulta muy de interés es el del test de homogeneidad de varianzas, que da un F_{exp}=1.28 (14;10)g.l. P=0.7022, lo que nos indica, al ser P>0.20, que podemos aceptar que las varianzas poblacionales son iguales, a los efectos de coger el test de comparación de dos medias lo que nos llevará a usar la t-Student para muestras independientes.

Los resultados de la t-Student son: t_{exp}=0.93, 24g.l., P=0.3600, lo que nos indica que no hay evidencias suficientes contra la hipótesis nula y por tanto hemos de aceptarla. Al no haber especificado un valor de α en el enunciado del problema la conclusión anterior se ha tomado usando la regla automática de decisión.

Podemos afirmar que no encontramos evidencias suficientes para decir que el tiempo medio de eliminación del fármaco es diferente en hombres y mujeres. Además, siguiendo la Regla Automática de Decisión, esa aceptación sería fiable. Sin embargo, como se nos plantea el cálculo de un tamaño de muestra en el apartado b) del problema lo haremos y discutiremos ese resultado en términos de la fiabilidad de la aceptación de la hipótesis nula que acabamos de hacer.

b) Siguiendo los datos que nos da el problema, lo que se nos pide es un tamaño de muestra para, realizando el test a un nivel de error α=5%, detectar una mínima diferencia de interés δ=0.5 horas con una probabilidad de detectarla cuando realmente exista de un 90% lo que nos dice que deseamos tener un error β=10%.

Podemos usar R para ese cálculo con la instrucción que aparece a continuación y obtendremos los resultados que siguen:

```
> test.t(n1=15, m1=5.5, s1=1.7, n2=11, m2=6.1, s2=1.5, delta=0.5, potencia = 0.90)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  15
  Media: m =  5.5
  Desviación típica: s =  1.7
  Error estándar de la media: sem =  0.4389

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 4.5586 ,  6.4414 )
  Precisión obtenida: 0.9414


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  11
  Media: m =  6.1
  Desviación típica: s =  1.5
  Error estándar de la media: sem =  0.4523

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 5.0923 ,  7.1077 )
  Precisión obtenida: 1.0077


# t-test para 2 Muestras Independientes
#---------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: 1 ,  2

[1] Para grupo =  1
    n =  15
    m =  5.5
    s =  1.7
    sem=  0.4389
    95 %-IC(m)= ( 4.5586 ,  6.4414 )

[2] Para grupo =  2
    n =  11
    m =  6.1
    s =  1.5
    sem=  0.4523
    95 %-IC(m)= ( 5.0923 ,  7.1077 )

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var[1]/var[2])
    Fexp =1.2844, gl1 = 14, gl2 = 10, p = 0.7022

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
```

```
    texp = 0.9332 , g.l. = 24 ,  p = 0.36
    95%-IC(m1-m2) = (-1.927, 0.727)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 0.952 , g.l. = 23.08 ,  p = 0.351
    95%-IC(mu1-mu2) = (-1.9035, 0.7035)


# Estudio de la potencia: delta= 0.5 -> [-0.5, 0.5], potencia = 90%
    80%-IC(mu1-mu2) = (-1.4315, 0.2315)
     -(--[-)-|---]---    potencia < 90%

    Leyenda:   --(---)--    --[---|---]--
                IC- IC+    m0-d   m0  m0+d

# Estimación del tamaño muestral para detectar una diferencia delta=0.5 con potencia=
90%
(1) Considerando las varianzas homogéneas:
    (n1 = n2)  >=  241  casos en cada grupo

(2) Considerando las varianzas heterogéneas: r= s[1]/s[2] = 1.1333 , (g.l.'= 23.74 )
    n1 >=  250  casos en el grupo [1]
    n2 >=  220  casos en el grupo [2]
```

Repite *test.t* todos los cálculos anteriores lo que nos dice que podríamos haber ejecutado la orden con las especificaciones del tamaño de muestra y hubiéramos resuelto los dos apartados de na vez que es quizás la forma más rigurosa de llevar a cabo el contraste de hipótesis.

En cualquier caso para responder al apartado b) sólo miraremos los dos últimos bloques, aquellos etiquetados como "#Estudio de la potencia:……." y "#Estimación del tamaño muestral…….".

En el primero de los bloques se da la información para ver si la decisión por la hipótesis nula que hemos tomado es o no fiable. Para ello la función test.t nos proporciona en primer lugar el conjunta de valores de la alternativa que deseamos que el test detecte, que serán todos los que disten de 0 una cantidad de 0.5 horas o más, o sea, todas las diferencias de medias por debajo de -0.5 y por encima de +0.5. Tras ello calcula un intervalo de confianza para la diferencia de medias al error 2β, que sería en este caso un intervalo de confianza con una confianza del 80% o lo que es lo mismo con un erro del 20%; ese intervalo resulta ser (-1.4315; 0.2315) de forma que, si en ese intervalo está incluida, al menos, una de las alternativas de interés, eso significa que con el tamaño de muestra que tenemos no tenemos potencia suficiente y que esa potencia es menor que la deseada que en este caso es del 90%. Como -0.5 está incluido en el intervalo al 2β estamos en esa situación con lo que nuestra conclusión es que la aceptación de la hipótesis nula que hemos hecho en el apartado a) no es fiable debiendo aumentarse el tamaño de muestra. DE esto informa la función *test.t* y lo acompaña con un pequeño gráfico que permite leer los resultados de manera rápida y segura.

Visto que habremos de calcular un nuevo tamaño de muestra *test.t* nos calcula el tamaño de muestra, para las especificaciones que estamos utilizando, tanto para el caso de varianzas iguales, que es el nuestro, como el de varianzas distintas. Por ello nos dice que si deseamos detectar una diferencia de 0.5 horas(por arriba o por abajo) entre los tiempos medios de eliminación del fármaco de hombres y mujeres, haciendo el test a un error α=5%, y deseando detectar esa diferencia cuando realmente exista con una probabilidad de 0.90, necesitaremos dos muestras de 241 personas cada una. El tamaño de muestra grande que nos ha salido es debido a que se desea hacer el test con una potencia muy alta, 90%, pero además la diferencia que se desea detectar es muy pequeña (sólo 0.5 horas). Desde luego que, si hubiéramos calculado, directamente, el tamaño de muestra necesario al salirnos 241 personas por muestra, hubiéramos razonado diciendo que con los 15 y 11 que no teníamos potencia suficiente para detectar el δ=0.5 y que la decisión tomada por H_0 no es fiable, estando en la misma situación descrita en el intervalo anterior. Esto es debido a que el método expuesto antes del intervalo al 2β y este del tamaño de muestra son equivalentes y el del tamaño de muestra tiene la ventaja de que con el resultado ya sabemos hasta dónde tenemos que ampliar la muestra. Sin embargo, en diferentes situaciones el cálculo del tamaño de muestra no está disponible mientras que el cálculo del intervalo de confianza si se da de manera automática, por ello explicamos esa manera de decidir si la decisión por la hipótesis nula es o no fiable.

VII. 2 Dentro de un estudio en el que se pretendía medir el valor de la proteína relacionada con la paritirina (PTH-RP) en el diagnóstico de la hipercalcemia asociada al cáncer, se tomó un grupo de 12 individuos sanos y otro de 16 individuos con neoplasias sólidas e hipercalcemia. Los resultados obtenidos (que se suponen Normales) fueron:

Sanos:	n = 12 ,	$\bar{x} = 4{,}2$ pmol / 1 ,	s = 1,6 pmol/l ,
Neoplasias Sólidas:	n = 16 ,	$\bar{x} = 16{,}9$ pmol / 1 ,	s = 12,5 pmol/l ,

a) ¿Existen diferencias entre las medias de individuos sanos y de individuos con neoplasias sólidas?

b) ¿En cuánto difieren tales medias? Suponga que las variables aleatorias en ambas poblaciones son normales.

Solución con calculadora y con tablas:

(Esta solución está aquí sólo a efectos ilustrativos, se recomienda al alumno que intente y verifique la solución con R).

$$\begin{cases} \text{Sanos:} & n_1 = 12 \text{ ,, } \bar{x}_1 = 4{,}2 \text{ ,, } s_1 = 1{,}6 \text{ ,, } x_1 \to N(\mu_1;\sigma_1) \\ \text{Neoplasia:} & n_2 = 16 \text{ ,, } \bar{x}_2 = 16{,}9 \text{ ,, } s_2 = 12{,}5 \text{ ,, } x_2 \to N(\mu_2;\sigma_2) \end{cases}$$

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ para variables Normales + muestras independientes $\Rightarrow$ **R.7.2.a**:

- $$F_{exp} = \frac{\text{Var. grande}}{\text{Var. pequeña}} = \left(\frac{12{,}5}{1{,}6}\right)^2 = 61{,}04 \geq F_{10\%}(15;11) = 2{,}17 \Rightarrow \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Rightarrow \text{Varianzas} \neq$$
  $\Rightarrow$ **Caso ii)**

- $A = \dfrac{s_1^2}{n_1} = \dfrac{1{,}6^2}{12} = 0{,}2133$,, $B = \dfrac{s_2^2}{n_2} = \dfrac{12{,}5^2}{16} = 9{,}7656 \Rightarrow f = \dfrac{(0{,}2133+9{,}7656)^2}{\dfrac{0{,}2133^2}{11}+\dfrac{9{,}7656^2}{15}} = 15{,}7$

- $t_{exp} = \dfrac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{A+B}} = \dfrac{|4{,}2-16{,}9|}{\sqrt{0{,}2133+9{,}7656}} = 4{,}02 \ (15{,}7\ gl) \Rightarrow H_1(P \approx 0{,}001) \Rightarrow$ hay fuertes evidencias significativas ($P \approx 0{,}001$) de que las proteínas están elevadas en los enfermos (pues $\bar{x}_1 = 4{,}2 < \bar{x}_2 = 16{,}9$).

b) **R.5.8.a** $\Rightarrow$ IC al error α = 5% (tradicional) + **R.7.2.c** para la fórmula del IC:

- $\mu_2 - \mu_1 \in (16{,}9-4{,}2) \pm 2{,}126\sqrt{0{,}2133+9{,}7656} = 5{,}98 \text{ a } 19{,}42 \ (\text{al } 95\%)$.

- Arriba, como 15,7 está más cercano de 15,5 que de 15 o 16 $\Rightarrow$

$$t_{5\%}(15{,}7\ gl) \approx \left\{t_{5\%}(15) + t_{5\%}(16)\right\}/2 = (2{,}131 + 2{,}120)/2 = 2{,}126.$$

Solución con R:

Las variables involucradas en el problema son, PTH_RP en individuos sanos y en personas con cáncer sólido e hipercalcemia, a las que llamaremos x_1 y x_2 respectivamente. Los datos que proporciona el problema aparecen a continuación.

$$\begin{cases} \text{Sanos:} & n_1 = 12 \text{ ,, } \bar{x}_1 = 4{,}2 \text{ ,, } s_1 = 1{,}6 \text{ ,, } x_1 \to N(\mu_1;\sigma_1) \\ \text{Neoplasia:} & n_2 = 16 \text{ ,, } \bar{x}_2 = 16{,}9 \text{ ,, } s_2 = 12{,}5 \text{ ,, } x_2 \to N(\mu_2;\sigma_2) \end{cases}$$

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ de\ PTHRP\ en\ sanos\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv \text{"}Media\ de\ THRP\ en\ acientes\ con\ cáncer\ e\ hipercalcemia\text{"}$$

enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse normales.
Con referencia a las muestras hemos de decir que son independientes ya que cada individuo aporta un único valor a la comparación ya que si es sano aportará un dato a la muestra de sanos y si es un enfermo aportará un dato a la muestra de pacientes con cáncer e hipercalcemia.

Por tanto, tendremos que hacer un test de comparación de dos medias, muestras independientes variables aleatorias normales. Para ello ejecutaremos el comando *test.t* del paquete BioestadísticaR. Ejecutaremos la versión de ese comando con datos agregados.

Hay que recordar que si no tenemos instalado BioestadisticaR habrá que instalarlo primero. En cualquier caso antes de llamarlo por primera vez recuérdese que habrá que ejecutar la instrucción: *library(BioestadisticaR)*.

Aparece en el recuadro siguiente la orden que ejecutaremos y el conjunto de resultados que proporciona *test.t*.

```
> test.t(n1=12, m1=4.2, s1=1.6, n2=16, m2=16.9, s2=12.5)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  12
  Media: m =  4.2
  Desviación típica: s =  1.6
  Error estándar de la media: sem =  0.4619

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 3.1834 ,  5.2166 )
  Precisión obtenida: 1.0166


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
```

```
  Tamaño muestral: n =  16
  Media: m =  16.9
  Desviación típica: s =  12.5
  Error estándar de la media: sem =  3.125

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( 10.2392 ,  23.5608 )
  Precisión obtenida: 6.6608


# t-test para 2 Muestras Independientes
#----------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: 1 ,  2

[1] Para grupo =  1
    n =  12
    m =  4.2
    s =  1.6
    sem=  0.4619
    95 %-IC(m)= ( 3.1834 ,  5.2166 )

[2] Para grupo =  2
    n =  16
    m =  16.9
    s =  12.5
    sem=  3.125
    95 %-IC(m)= ( 10.2392 ,  23.5608 )

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (var[2]/var[1])
    Fexp =61.0352, gl1 = 15, gl2 = 11, p < 1e-04

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp = 3.4819 , g.l. = 26 ,  p = 0.0018
    95%-IC(m1-m2) = (-20.1975, -5.2025)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 4.0203 , g.l. = 15.65 ,  p = 0.001
    95%-IC(mu1-mu2) = (-19.4088, -5.9912)
```

En el recuadro superior aparece mucha información, alguna de ellas, repetida en estas circunstancias. Más allá de los datos de cada una de las muestras que nos proporciona *test.t* el primer resultados que si resulta muy de interés es el del test de homogeneidad de varianzas, que da un F_{exp}=61.04 (15;11)g.l. P<0.0001, lo que nos indica, al ser P<0.20, que hemos de rechazar la hipótesis nula de que que las varianzas poblacionales son iguales, por lo que tendremos que aplicar el test de Welch.

Los resultados del tewst de Welch son: t_{exp}=4.02, 15.65g.l., P=0.001, lo que nos indica que hay que rechazar la hipótesis nula y podemos decir que la media de PTHRP en personas sanas no es igual que la media de PTHRP en personas con cáncer e hipercalcemia; es más dicho esto como la media muestral de los pacientes con cáncer e hipercalacemia es superior a la media muestral de PTHRP en personas, podremos ir más allá y decir que la media de PTHRP en pacientes con cáncer e hipercalcemia es superior a la media de PTHRP en personas sanas. Esta decisión por H_1 es siempre fiable.

b) Rechazada la hipótesis nula tiene sentido dar un intervalo de confianza para la diferencia poblacional de medias que nos proporciona también la función *test.t*. En el caso del test de Welch la diferencia de medias estará comprendida, con una confianza del 95%, entre (-19.41 ; -5.99), lo que quiere decir que la media de PTHRP en las personas sanas es, entre 19.41 y 5.99, unidades más baja que en los pacientes con cáncer e hipercalcemia, afirmando esto con una confianza del 95%.

VII. 3 Se estudió la PRL basal en dos grupos: uno de 10 mujeres y otro de 8 varones que dieron los resultados que siguen. Si la variable PRL no puede considerarse Normal: **a)** ¿Son iguales los niveles de hormona en ambos sexos? **b)** Responder a la pregunta anterior como si $n_1 + n_2$ fuera mayor que 30 (aunque no sea cierto) y establezca una comparación entre ambos resultados.

Mujeres:	5,6	14,3	12,0	9,0	10,5	5,2	11,7	5,2	10,3	6,6
Hombres:	5,4	5,4	9,6	5,7	6,9	4,9	8,4	9,8		

Solución con calculadora y con tablas:

(Esta solución está aquí sólo a efectos ilustrativos, se recomienda al alumno que intente y verifique la solución con R).

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ de\ PRL\ en\ Mujeres\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv \text{"}Media\ de\ PRL\ en\ Hombres\text{"}$$

Del enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse no normales.

Con referencia a las muestras hemos de decir que son independientes ya que cada individuo aporta un único valor a la comparación ya que si es mujer aportará un dato a la muestra de mujeres y si es un hombre aportará un dato a la muestra de pacientes de hombres.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ independientes + no Normales + muestras pequeñas $\Rightarrow$ Wilcoxon (independientes) de **R.7.4.b.*i***

En negrita los datos de los Hombres, subrayados los empates:

Datos = **4,9** <u>5,2 5,2</u> **<u>5,4 5,4</u>** 5,6 **5,7** 6,6 **6,9** **8,4** 9,0 **9,6** **9,8** 10,3 10,5 11,7 12,0 14,3

Orden = 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

Rango = **1** 2,5 2,5 **4,5** **4,5** 6 **7** 8 **9** **10** 11 **12** **13** 14 15 16 17 18

$n_1 = 8$,, $n_2 = 10$,, $R_{exp} = R_1 = 1 + 4{,}5 + 4{,}5 + 7 + 9 + 10 + 12 + 13 = 61$,, $R_2 = 110$

($R_1 + R_2 = 61 + 110 = 171 = 18 \times 19/2$)

H_0 ($P > 10\%$) $\Rightarrow$ no hay evidencias de que los niveles medios de hormona en hombres y mujeres sean diferentes ($P > 10\%$), por lo que con los datos actuales hay que aceptar que son iguales.

b) R.7.4.b.*ii*:

$$\mu = \frac{(n_1+n_2+1)n_1}{2} = \frac{(8+10+1)\times 8}{2} = 76$$

$$\sigma^2 = \mu \times \frac{n_2}{6} = 76 \times \frac{10}{6} = 126{,}6667$$

$$z_{exp} = \frac{|R_{exp}-\mu| - 0{,}5}{\sigma} = \frac{|61-76|-0{,}5}{\sqrt{126{,}6667}} = 1{,}288 \Rightarrow 19\% < P < 20\% \Rightarrow H_0\,(P > 19\%) \Rightarrow$$ bis antes.

Solución con R:

Las variables involucradas en el problema son, PRL en mujeres y hombres, a las que llamaremos x_1 y x_2 respectivamente.

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$

Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ de\ PRL\ en\ Mujeres\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv \text{"}Media\ de\ PRL\ en\ Hombres\text{"}$$

Del enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse no normales.

Con referencia a las muestras hemos de decir que son independientes ya que cada individuo aporta un único valor a la comparación ya que si es mujer aportará un dato a la muestra de mujeres y si es un hombre aportará un dato a la muestra de pacientes de hombres.

En este test las hipótesis son, realmente, las siguientes:

$$\mu_1 \equiv \text{"}La\ distribución\ de\ PRL\ en\ mujeres\ no\ tiende\ a\ dar\ valores\ más\ altos\ o\ más\ bajos\ que\ en\ hombres\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv \text{""}La\ distribución\ de\ PRL\ en\ mujeres\ tiende\ a\ dar\ valores\ más\ altos\ o\ más\ bajos\ que\ en\ hombres\text{""}$$

Ejecutemos una serie de sentencias para llevar a cabo el test de Wilcoxon con muestras independientes. Como los datos no están dispuestos en un data.frame que es lo que necesitamos al invocar al Wilcox_text de la librería (coin), los dispondremos en él con los siguientes comandos:

```
# Instalamos y cargamos la libreria coin

install.packages(coin)

library(coin)

# Se graba en el vector prl la prolactina en mujeres y hombres por ese orden

prl<-
c(5.6,14.3,12.0,9.0,10.5,5.2,11.7,5.2,10.3,6.6,5.4,5.4,9.6,5.7,6.9,4.9,8.4,9.8)

prl

# Se crea un vector/factor con el sexo correspondiente a cada uno de los valores
de le Prolactina

# "m" será el códigoc de Mujer y "h" será el código de Hombre
```

```
sexo                                                                    <-
c("m","m","m","m","m","m","m","m","m","m","h","h","h","h","h","h","h","h")

sexo

# se crea el data.frame datos

datos<-data.frame(sexo,prl)

datos
```

Como el test de Wilcoxon que necesitamos es el exacto, ya que la seuma de ambos tamaños de muestra es 10+8=18<30, ejecutaremos la función wilcox_test de la librería coin, con la condición distribution="exact". A continuación, figura la orden y los resultados del test.

```
> #Se ejecuta el de test de Wilcoxon para muestras independientes exacto
> wilcox_test(prl~sexo,data=datos,distribution="exact")

        Exact Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  prl by sexo (h, m)
Z = -1.3342, p-value = 0.1943
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

En primer lugar, obsérvese que el valor de P=0.1943 (la probabilidad de un resultado tan extraño o más como el que se ha obtenido, en términos de la suma de rangos de la muestra de menor tamaño, supuesta cierta la hipótesis nula de que los valores de Prolactina en mujeres no tienden a estar por debajo ni por encima de dichos valores en hombres). Con ese valor, y ya que no se ha dado al valor de α al que se realizaría el test, emplearemos la regla automática de decisión y diremos que no hay evidencias de que los niveles medios de hormona en hombres y mujeres sean diferentes (P > 15%), por lo que con los datos actuales hay que aceptar que son iguales.

Ejecutaremos el test asintótico sólo como un ejemplo y para hacer un comentario adicional.

```
> wilcox_test(prl~sexo,data=datos)

        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  prl by sexo (h, m)
Z = -1.3342, p-value = 0.1822
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

Obviamente el valor del estadístico de contraste será el mismo que el del test exacto. Mientras que el valor de P para el asintótico es P=0.1822, menor que el del test exacto, aunque la conclusión sería la misma, y menor al del test exacto, cosa que suele ocurrir con frecuencia y es que los tests asintóticos son más liberales, dan significación con más facilidad que los exactos.

No se olvide que en nuestro ejemplo el test apropiado es el exacto.

II. 4 Ante la sospecha de una diferencia sistemática entre dos laboratorios A y B a la hora de determinar la cantidad de albúmina sérica, expresada en g/100ml, se ha realizado una experiencia consistente en la extracción de sangre a 10 pacientes. Para cada muestra de sangre se midió tal proteína en ambos laboratorios y los valores y las diferencias entre laboratorios (A–B) fueron las siguientes:

A	90.6	88.7	92.2	90.0	91.5	93.0	91.0	93.0	88.1	93.1
B	90.0	88.0	91.4	89.1	91.2	92.5	91.5	91.7	87.7	92.3
d_i	0.6	0.7	0.8	0.9	0.3	0.5	-0.5	1.3	0.4	0.8

a) Suponiendo que fueran Normales las medidas de ambos laboratorios, ¿puede afirmarse que ambos laboratorios difieren en la determinación de la albúmina?
b) Dé un intervalo de confianza para la diferencia media.
c) ¿Cuántos individuos se necesitarían para poner de manifiesto, con un error del 5%, una diferencia de 0,2 unidades, en el 90% de los casos?
d) En caso de que la diferencia entre las medidas de los laboratorios no pueda considerarse Normal, ¿qué podría afirmarse sobre la sospecha planteada en b)?
e) Responder a d) como si fuera $n > 25$ (aunque no sea cierto).

Solución con calculadora y con tablas:

(Esta solución está aquí sólo a efectos ilustrativos, se recomienda al alumno que intente y verifique la solución con R).

a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ de\ albumina\ en\ Laboratorio\ A\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv Media\ de\ albumina\ en\ Laboratorio\ B\text{"}$$

Del enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse normales y por tanto su diferencia lo será.

Con referencia a las muestras hemos de decir que son apareadas ya que de cada concentración de proteínas tenemos dos valores, uno para cada laboratorio.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ apareadas + Normales $\Rightarrow$ t_Student(apareadas)

Si $d \rightarrow$ Normal: H_0: $\mu_A = \mu_B$ *vs.* H_1: $\mu_A \neq \mu_B$ (apareadas) (**R.7.2.b**)

$$n = 10 \ ,, \ \bar{d} = \frac{5{,}8}{10} = 0{,}58 \ ,, \ s_d^2 = \frac{1}{9}\left\{5{,}38 - \frac{5{,}8^2}{10}\right\} = 0{,}224 \Rightarrow$$

$$t_{exp} = \frac{|\bar{d}|}{\sqrt{s_d^2 / n}} = \frac{|0{,}58|}{\sqrt{0{,}224/10}} = 3{,}88 \ (9\ gl) \Rightarrow H_1(P < 1\%)$$

$\Rightarrow$ hay evidencias ($P < 1\%$) de que A mide más que B en promedio, pues $\bar{d} > 0 \Rightarrow \bar{x}_A > \bar{x}_B$.

b) R.7.2.c: $\mu_d = \mu_A - \mu_B \in \bar{d} \pm t_\alpha \sqrt{s_d^2 / n} = 0{,}58 \pm 2{,}262 \times \sqrt{\frac{0{,}224}{10}} =$ de $0{,}24$ a $0{,}92$

al 95% de confianza, pues $t_{5\%}$ (9 *gl*) = 2,262.

c) No tiene sentido pues la conclusión por H_1 es fiable. Por practicar (**R.7.2.d.*ii* – 2ª expresión**):

$$\alpha = 5\% \ , \ \beta = 10\% \ , \ \delta = 0{,}2 \Rightarrow n = n \ = \ \left(\frac{t_\alpha + t_{2\beta}}{\delta}\right)^2 s_d'^2 = \left\{\frac{2{,}262 + 1{,}383}{0{,}2}\right\}^2 \times 0{,}224 = 74{,}4 \Rightarrow n = 75$$

d) H_0: $\mu_A = \mu_B$ *vs.* H_1: $\mu_A \neq \mu_B$ en no Normales + apareadas $\Longrightarrow$ Wilcoxon (apareadas) (**R.7.4.c.*i***).

- En negrita las diferencias de signo negativo, subrayados los empates:

$\lvert d_i \rvert$ =	0,3	0,4	<u>0,5</u>	<u>**0,5**</u>	0,6	0,7	<u>0,8</u>	<u>0,8</u>	0,9	1,3
Orden =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rango =	1	2	3,5	**3,5**	5	6	7,5	7,5	9	10

- $n = 10,\ R_{exp} = R(-) = 3{,}5 \Rightarrow H_1\left(P < 5\%\right)$: A mide más que B, pues R (+) > R (–).

e) R.7.4.c.*ii*: $\mu = \dfrac{n(n+1)}{4} = \dfrac{10 \times 11}{4} = 27{,}5$; $\sigma^2 = \mu \times \dfrac{2n+1}{6} = 27{,}5 \times \dfrac{21}{6} = 96{,}25 \Rightarrow$

$$z_{exp} = \frac{\lvert R(-) - \mu \rvert - 0{,}5}{\sigma} = \frac{\lvert 3{,}5 - 27{,}5 \rvert - 0{,}5}{\sqrt{96{,}25}} = 2{,}395 \Rightarrow 1\% < P < 2\% \Rightarrow H_1\left(P < 2\%\right) \to \text{bis}$$

antes.

Solución con R:

a) Si llamamos x_1 a la medida de la albúmina del Laboratorio A y la llamamos x_2 a la medida de la albumina del Laboratorio B, deseamos probar si las medias de ambas variables aleatorias son iguales o no.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ Es el test que vamos a realizar, siendo

$$\mu_1 \equiv \text{"}Media\ de\ albumina\ en\ Laboratorio\ A\text{"}$$
$$\mu_2 \equiv Media\ de\ albumina\ en\ Laboratorio\ B\text{"}$$

Del enunciado del problema sabemos que las dos variables pueden considerarse normales y por tanto su diferencia lo será.

Con referencia a las muestras hemos de decir que son apareadas ya que de cada concentración de proteínas tenemos dos valores, uno para cada laboratorio.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$ *vs.* H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ apareadas + Normales $\Longrightarrow$ t_Student(apareadas)

Prepararemos los datos y haremos el test de la t_Student para muestras apareadas. Todas las instrucciones y su solución figuran a continuación.

Crearemos em primer lugar las dos variables con los datos de cada uno de los laboratorios y después llevaremos a cabo la t-Student para muestras apareadas.

```
> laba<-c(90.6, 88.7,    92.2,    90.0,    91.5,    93.0,    91.0,    93.0,    88.
1,       93.1)
> laba
 [1] 90.6 88.7 92.2 90.0 91.5 93.0 91.0 93.0 88.1 93.1
> labb<-c(90.0,  88.0,    91.4,    89.1,    91.2,    92.5,    91.5,    91.7,    87.
7,       92.3)
> labb
 [1] 90.0 88.0 91.4 89.1 91.2 92.5 91.5 91.7 87.7 92.3
> test.t(m1=laba, m2=labb)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  10
  Media: m =  91.12
  Desviación típica: s =  1.7894
  Error estándar de la media: sem =  0.5658

Estimación:
  95 %-IC(µ):  ( 89.84 ,  92.4 )
  Precisión obtenida: 1.28


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  10
  Media: m =  90.54
  Desviación típica: s =  1.7405
  Error estándar de la media: sem =  0.5504

Estimación:
  95 %-IC(µ):  ( 89.2949 ,  91.7851 )
  Precisión obtenida: 1.2451


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  10
  Media: m =  0.58
  Desviación típica: s =  0.4733
  Error estándar de la media: sem =  0.1497

Estimación:
  95 %-IC(µ):  ( 0.2414 ,  0.9186 )
  Precisión obtenida: 0.3386


# t-test para dos muestras relacionadas
# ---------------------------------------

# Información muestral
[1] Variable pre:
    n =  10
    m =  91.12
    s =  1.7894
    sem=  0.5658
    95 %-IC(mu)= ( 89.84 ,  92.4 )

[2] Variable post:
    n =  10
```

```
    m =  90.54
    s =  1.7405
    sem=  0.5504
    95 %-IC(mu)= ( 89.2949 ,  91.7851 )

# Correlación pre-post
    r =  0.9644

# Normalidad de la diferencia (Test de Shapiro-Wilk)
    W =0.913, g.l. =10, p =0.3019

# Diferencia pre-post
    n =  10
    m =  0.58
    s =  0.4733
    sem=  0.1497
    95 %-IC(m)= ( 0.2414 ,  0.9186 )

# Valor de la diferencia media a contrastar: m0 =  0
    texp = 3.8753 , g.l. = 9 ,  p = 0.0038
    95%-IC(m1-m2) = (0.2414, 0.9186)
```

De todos los resultados nos quedaremos con aquellos que hacen referencia al tests de la t-Student y al intervalo de confianza para la diferencia de medias.

Como se ve al final de todos los resultados t_{exp}=3.88, 9g.l., P=0.0038. Con ese nivel de significación podremos rechazar la hipótesis nula de igualdad de ambas medias, concretamente podremos decir que por término medio lo medido por el laboratorio A difiere de lo medido por el laboratorio B em una cantidad que está comprendida entre 0.24 unidades y 0.92 unidades más. Con esto hemos contestado a los apartados a) y b).

b) El cálculo de un nuevo tamaño de muestra no tiene sentido ya que se ha obtenido significación em el contraste de hipótesis que nos ocupa. No obstante, se ejecutará el programa para calcular el tamaño de la muestra para ejemplificar y para comentar sobre el resultado obtenido.

La función que se ejecutará será: `test.t(m1=laba, m2=labb, delta=0.2, potencia=0.90),`

obteniéndose un conjunto de resultados de los que nos quedaremos con los dos últimos grupos.

```
# Estudio de la potencia:
    El test es significativo, se omite el análisis de la potencia.

# Estimación del tamaño muestral para detectar una diferencia delta=0.2 con pot
encia=90%
    n >=  75  casos
```

En el penúltimo grupo se observa que el programa no lleva a cabo la ejecución de la rutina de si la aceptación de la hipótesis nula es fiable o no ya que efectivamente en el test se ha rechazado la hipótesis nula, por tanto, no tiene sentido plantearse un incremento del tamaño de muestra.

A pesar de ello se ha calculado el tamaño de muestra y se ha obtenido que para detectar un δ=0.2, haciendo el test a un α=5%, con una potencia del 90%, se necesita un tamaño de muestra mayor o igual que 75. Ese tamaño parece demasiado grande y en principio contradictorio con el resultado de 10 que tenemos y con el que hemos conseguido rechazar la hipótesis nula. Es decir, hemos conseguido rechazarla con menos individuos de los que necesitaba y ello o puede ser debido más que a que la diferencia entre las medias es superior a 0.2 como se puede ver sin más que consultar el intervalo antes llevado a cabo.

c) Responderemos al aparatado d) calculando el test de Wilcoxon para muestras apareadas en la versión exacta ya que n<25. A continuación, figura la ejecución de la orden y además sus resultados que comentaremos.

```
> wilcoxsign_test(laba ~ labb, distribution="exact")
Exact Wilcoxon-Pratt Signed-Rank Test
data:  y by x (pos, neg)
stratified by block
Z = 2.4495, p-value = 0.01172
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

Obsérvese que P=0.0117 lo que indica que puedo rechazar la hipótesis nula o lo que es lo mismo que puedo decir que en el laboratorio A se tienden a dar valores de albúmina mayores o menores que en el laboratorio B. Ahora bien, observando el signo e la cantidad experimental (positivo) que se corresponde con una mayor cantidad de diferencias positivas (A-B) lo que nos dice es que el laboratorio A tiende a tener valores mayores que el B, todo esto una vez que ya se ha rechazado la hipótesis nula.

d) Suponiendo, por ejemplificar, que n>25, vamos a ejecutar el test de Wilcoxon para muestras apareadas `pero en su versión asintótica. Los resultados figuran en el siguiente recuadro.

```
> wilcoxsign_test(laba ~ labb)

        Asymptotic Wilcoxon-Pratt Signed-Rank Test

data:  y by x (pos, neg)
         stratified by block
Z = 2.4495, p-value = 0.01431
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

Como se puede observar, el valor de P es es diferente al del test exacto. Por lo demás todos los comentarios de allí son aplicables aquí. No se olvide que esta parte sólo se ha hecho por ejemplificar.

VII. 5 Usando los datos del archivo **osteo**, contéstese si los hombres y las mujeres diabéticos (variable sexo) a los que representa la muestra que está en la base de datos, difieren por término medio en la densidad de masa ósea en el cuello del fémur(szcue), en el triángulo de Ward(sztri) y entre las lumbares 2 y 4(szl24). Estímese mediante un intervalo, a una confianza del 95%, la diferencia entre las medias de hombres y mujeres para las tres densidades de masa ósea. Contéstese a la primera pregunta empleando el test de Wilcoxon con muestras independientes para cada una de las zonas. Compárense los resultados obtenidos empleando los tests paramétricos y los no paramétricos.

Solución con R:

En primer lugar, hemos de leer el archivo osteo.sav. Aunque hay varias maneras aquí de adoptará la importación desde RStudio del archivo osteo.sav.

Hecho esto, pasaremos a realizar el test de comparación de medias para hombres y mujeres en cada una de las tres zonas, cuello del fémur, triángulo de Ward y entre las lumbares 2 y 4. Suponiendo en primer lugar que las variables siguen distribución Normal.

Emplearemos en ese caso el test de la t-Student de para muestras apareadas. Los resultados obtenidos se agruparán en la tabla que figura más abajo.

Para rellenar esa tabla tendremos que generar a la variable sexo como un factor ya que así lo requiere test.t de BioestadisticaR. El conjunto de las instrucciones y los resultados ligados a ellas, aparecen a continuación y queda para el alumno el extraer los resultados y extraer las conclusiones oportunas.

```
> library(haven)
> osteo<-read_sav("F:/BioestadísticaR/Archivos_prácticas/osteo/osteo.sav")
> view(osteo)
Error in view(osteo) : could not find function "view"
> #attach(osteo)
> #Suponiendo normalidad de las variables
> test.t(m=szcue, grupos=sexo)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  54
  Media: m =  -0.8783
  Desviación típica: s =  1.34
  Error estándar de la media: sem =  0.1824

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( -1.2441 ,  -0.5126 )
  Precisión obtenida: 0.3658


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  40
  Media: m =  -1.2823
  Desviación típica: s =  1.0754
  Error estándar de la media: sem =  0.17

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( -1.6262 ,  -0.9383 )
  Precisión obtenida: 0.3439


# t-test para 2 Muestras Independientes
#----------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: m ,  h

[1] Para grupo =  m
    n =  54
    m =  -0.8783
    s =  1.34
    sem=  0.1824
    95 %-IC(m)= ( -1.2441 ,  -0.5126 )
```

```
[2] Para grupo =  h
    n =  40
    m =  -1.2823
    s =  1.0754
    sem=  0.17
    95 %-IC(m)= ( -1.6262 ,  -0.9383 )

# Pruebas de normalidad (test de Shapiro-Wilk)
[1] Para grupo =  m ,  W =0.9743, g.l. =54, p =0.2961
[2] Para grupo =  h ,  W =0.9589, g.l. =54, p =0.1541

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var[1]/var[2])
    Fexp =1.5528, gl1 = 53, gl2 = 39, p = 0.1527

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp = 1.5681 , g.l. = 92 ,  p = 0.1203
    95%-IC(m1-m2) = (-0.1077, 0.9155)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 1.6201 , g.l. = 91.37 ,  p = 0.1087
    95%-IC(mu1-mu2) = (-0.0913, 0.8991)

> test.t(m=sztri, grupos=sexo)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  54
  Media: m =  -0.7294
  Desviación típica: s =  1.2839
  Error estándar de la media: sem =  0.1747

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( -1.0799 ,  -0.379 )
  Precisión obtenida: 0.3504


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  40
  Media: m =  -1.12
  Desviación típica: s =  1.0806
  Error estándar de la media: sem =  0.1709

Estimación:
  95 %-IC(μ):  ( -1.4656 ,  -0.7744 )
  Precisión obtenida: 0.3456


# t-test para 2 Muestras Independientes
#--------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: m ,  h

[1] Para grupo =  m
    n =  54
    m =  -0.7294
```

```
    s =  1.2839
    sem=  0.1747
    95 %-IC(m)= ( -1.0799 ,  -0.379 )

[2] Para grupo =  h
    n =  40
    m =  -1.12
    s =  1.0806
    sem=  0.1709
    95 %-IC(m)= ( -1.4656 ,  -0.7744 )

# Pruebas de normalidad (test de Shapiro-Wilk)
[1] Para grupo =  m ,  W =0.9761, g.l. =54, p =0.3511
[2] Para grupo =  h ,  W =0.9474, g.l. =54, p =0.0617

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var[1]/Var[2])
    Fexp =1.4117, gl1 = 53, gl2 = 39, p = 0.2621

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp = 1.5577 , g.l. = 92 ,  p = 0.1227
    95%-IC(m1-m2) = (-0.1074, 0.8885)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 1.5982 , g.l. = 90.44 ,  p = 0.1135
    95%-IC(mu1-mu2) = (-0.0949, 0.876)

> test.t(m=szl24, grupos=sexo)

Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  54
  Media: m =  0.8126
  Desviación típica: s =  0.1502
  Error estándar de la media: sem =  0.0204

Estimación:
  95 %-IC(µ):  ( 0.7716 ,  0.8536 )
  Precisión obtenida: 0.041


Intervalo de confianza bilateral para la media de una VA normal
----------------------------------------------------------------
Información muestral:
  Tamaño muestral: n =  40
  Media: m =  0.8002
  Desviación típica: s =  0.1263
  Error estándar de la media: sem =  0.02

Estimación:
  95 %-IC(µ):  ( 0.7598 ,  0.8407 )
  Precisión obtenida: 0.0404


# t-test para 2 Muestras Independientes
#----------------------------------------
# Información muestral
  Niveles de agrupacion: m ,  h
```

```
[1] Para grupo =  m
    n =  54
    m =  0.8126
    s =  0.1502
    sem=  0.0204
    95 %-IC(m)= ( 0.7716 ,  0.8536 )

[2] Para grupo =  h
    n =  40
    m =  0.8002
    s =  0.1263
    sem=  0.02
    95 %-IC(m)= ( 0.7598 ,  0.8407 )

# Pruebas de normalidad (test de Shapiro-Wilk)
[1] Para grupo =  m ,  W =0.9787, g.l. =54, p =0.4486
[2] Para grupo =  h ,  W =0.9504, g.l. =54, p =0.0785

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var[1]/var[2])
    Fexp =1.4136, gl1 = 53, gl2 = 39, p = 0.2602

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: m0 =  0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp = 0.4208 , g.l. = 92 ,  p = 0.6748
    95%-IC(m1-m2) = (-0.0459, 0.0706)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp = 0.4318 , g.l. = 90.46 ,  p = 0.6669
    95%-IC(mu1-mu2) = (-0.0444, 0.0691)

>
> #Sin suponer la normalidad de las variables
> # se necesita que la variable de agrupación sea un factor
> fsexo <- factor(osteo$sexo, labels=c("Hombre", "Mujer"))
> osteo<-data.frame(osteo,fsexo)
>
> wilcox_test(osteo$szcue~osteo$fsexo)

        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  osteo$szcue by osteo$fsexo (Hombre, Mujer)
Z = 0.17795, p-value = 0.8588
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0

> wilcox_test(osteo$sztri~osteo$fsexo)

        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  osteo$sztri by osteo$fsexo (Hombre, Mujer)
Z = -2.1195, p-value = 0.03405
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0

> wilcox_test(osteo$szl24~osteo$fsexo)

        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  osteo$szl24 by osteo$fsexo (Hombre, Mujer)
Z = 1.9767, p-value = 0.04808
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

VII. 6. Usando los datos del archivo del archivo **sdpe**, conteste a las siguientes preguntas: 1) En los niños de 10 años ¿Difieren, en promedio, los niños de las niñas en el pulso basal (pulse 0´)? ¿En cuánto difieren? 2) En los niños de 10 años ¿Hay diferencias, en promedio, entre la presión sistólica basal (sbp 0´) la presión sistólica tras 1 minuto de acabar el ejercicio físico? ¿En cuánto se puede cifrar esa diferencia? Conteste a las cuestiones 1 y 2 primero, suponiendo que las variables aleatorias son normales y después sin suponerlo y establezca una comparación entre dichos resultados.

Solución con R:

En el cuadro siguiente aparece el script preparado para resolver el problema.

```
# Lectura del archivo sdpe.sav o en alguno de los otros formatos
# Lectura con la librería foreign , la lectuta más accesible
library(foreign)
read.spss("C:/Users/juandedios/Downloads/sdpe.sav", to.data.frame=TRUE)
# Lectura del archivo sdpe.sav o en alguno de los otros formatos
# Lectura con la librería haven, la lectuta pinchando en el ImportDataset
library(haven)
sdpe <- read_sav("C:/Users/juandedios/Downloads/sdpe.sav")
View(sdpe)

# A la derecha el data.frame sdpe tiene n=65345 casos y 25 variables
# La descripción de este archivo se puede ver en el documento de Descripción
y Metadatos......

#Una práctica saludable es chequear el tipo de datos que hay en el data.frame
que hemos creado
sapply(sdpe,class)
#Cambiemos las variables de la frecuencia cardiaca, que son del tipo
Character, al tipo numeric
# Cambiemos pulse0 como ejemplo de como se cambia una
pulse0<-as.numeric(pulse0)
class(pulse0)
#Para hacerlo de golpe, en sdpe ocupan los lugares 14:17
sdpe[14:17] <- lapply(sdpe[14:17], as.numeric)
#Lo mismo haremos para las variables de la 18:25
sdpe[18:25] <- lapply(sdpe[18:25], as.numeric)
# La variable gender será etiquetada como factor
gender<-as.factor(gender)
#cambienos el tipo de la s variables 11:13 a numéricas
sdpe[11:13] <- lapply(sdpe[11:13], as.numeric)
#Cambiemos el sexo y la categorización del bmi según la WHO a factores
sdpe$zcategoryWHO <- factor(sdpe$zcategoryWHO)
sdpe$gender <- factor(sdpe$gender)

#
#Hemos hecho las reconversiones para poder trabajar con los datos y resolver
```

```
el problema.



# En primer lugar seleccionaremos en un data.frame específico los alumnos de 10 años.
# Con ellos trabajaremos
sdpe10<-subset(sdpe,agebin==10)
# Se ha creado el data.frame denominado sdpe10 que tiene n=5004 casos y 25 variables
#Para poder usarlo más adelante lo salvaremos

setwd("F:/BioestadísticaR/Practica VII")
save(sdpe10, file="sdpe10.RData")



##########################################################################
# Solución a las preguntas del problema                                  #
##########################################################################

# 1) En los niños de 10 años ¿Difieren, en promedio, los niños de las niñas en el pulso basal (pulse 0´)? ¿En cuánto difieren?
library(BioestadisticaR)
test.t(m=sdpe10$pulse0, grupos=sdpe10$gender)



# 2) En los niños de 10 años ¿Hay diferencias, en promedio, entre la presión sistólica basal (sbp 0´) la presión sistólica tras 1 minuto de acabar el ejercicio físico? ¿En cuánto se puede cifrar esa diferencia?
# El test de muestras apareadas no admite datos faltantes por eso quitamos todos los caso con algún faltante.
#na.omit(sdpe10)
#t.test(sdpe10$SBP0, sdpe10$SBP1, paired=TRUE)
test.t(m1=sdpe10$SBP0, m2=sdpe10$SBP1)

#3) Resolvamos el apartado 1 por el método de Wilcoxon aproximado para muestras independientes
library(coin)
wilcox_test(sdpe10$pulse0~sdpe10$gender, data=sdpe10)

#4) Resolvamos el apartado 2 por el método de Wilcoxon aproximado para muestras apareadas
#library(coin)
wilcox.test(sdpe10$SBP0, sdpe10$SBP1, paired=TRUE)
```

Como se ve es un conjunto de instrucciones muy largo y ello porque está dividido en dos partes: 1ª) Hasta el epígrafe Solución a las Preguntas del Problema; antes de este epígrafe se han leído los datos, se ha "limpiado" el archivo, convirtiendo a numéricas las variables con las que se pueden calcular las medias y a factor la variable gender. Además hemos seleccionado a los niños y niñas de 10 años para obtener el data.frame sdpe10.RData.

Tras todo esto sean puesto las instrucciones para hacer cada uno de los apartados del problema. En el primer apartado se puede comparar el pulso basal en chicas y chicos y como el pulso es una variable numérica se trataría de hacer un test de comparación de dos medias (el alumno escribirá las hipótesis) con muestras independientes, una muestra de chicos y otra de chicas; como cada persona aporta un único dato a cada una de las muestras, pues tendremos la situación del test de comparación de dos medias con muestras independientes. Con respecto a la normalidad de las variables, no es necesaria ahora puesto que los tamaños de muestra, como se puede sospechar del tamaño que tiene el data.frame sdpe10 son mayores que 60.

El apartado 2 se resuelve con un test de comparación de dos medias (para las variables sbp0 y sbp1) con muestras apareadas. Lo dicho sobre la normalidad se puede repetir ahora.

El apartado 3 y el 4 se hacen como el 1 y el 2 pero con el test de Wilcoxon aproximado correspondiente.

Los resultados figuran a continuación.

```
###########################################################################
#######

> # Solución a las preguntas del problema
#

> #########################################################################
#########

>

> # 1) En los niños de 10 años ¿Difieren, en promedio, los niños de las niñ
as en el pulso basal (pulse 0´)? ¿En cuánto difieren?

> library(BioestadisticaR)

Warning message:

package ‘BioestadisticaR’ was built under R version 4.1.1

> test.t(m=sdpe10$pulse0, grupos=sdpe10$gender)


# t-test para 2 Muestras Independientes

#---------------------------------------

# Información muestral

  Niveles de agrupacion: boy ,  girl


[1] Para grupo =  boy

    Datos faltantes: 107

    n₁ =  2307

    m₁ =  90.1955

    s₁ =  12.9326

    sem₁ =  0.2693

    95%-IC(μ₁)= (89.6675, 90.7235)
```

```
[2] Para grupo =  girl
    Datos faltantes: 86
    n2 =  2504
    m2 =  90.0655
    s2 =  12.831
    sem2 =  0.2564
    95%-IC(μ2)= (89.5627, 90.5683)

# Pruebas de normalidad (test de Shapiro-Wilk)
[1] Para grupo = boy, W = 0.9918 , g.l. = 2307 , p < 1e-04
[2] Para grupo = girl, W = 0.9949 , g.l. = 2307 , p < 1e-04

# Test de homogeneidad de varianzas. Fexp = (Var1/var2)
   Fexp =1.0159, gl1 = 2306, gl2 = 2503, p = 0.6988

# Diferencia de medias (grupo[1] - grupo[2])
  Diferencia a contrastar: μ0 = 0

a) Test de Student (varianzas homogéneas)
    texp =0.3497, g.l. =4809, p = 0.7265
    95%-IC(μ1-μ2) = (-0.5987, 0.8587)

b) Test de Welch (varianzas no homogéneas)
    texp =0.3496, g.l. =4770.48, p = 0.7266
    95%-IC(μ1-μ2) = (-0.5989, 0.8589)


>
>
> # 2) En los niños de 10 años ¿Hay diferencias, en promedio, entre la pres
ión sistólica basal (sbp 0´) la presión sistólica tras 1 minuto de acabar e
l ejercicio físico? ¿En cuánto se puede cifrar esa diferencia?
> # El test de muestras apareadas no admite datos faltantes por eso quitamo
s todos los caso con algún faltante.
> #na.omit(sdpe10)
> #t.test(sdpe10$SBP0, sdpe10$SBP1, paired=TRUE)
> test.t(m1=sdpe10$SBP0, m2=sdpe10$SBP1)

# t-test para dos muestras relacionadas
# ---------------------------------------
```

```
# Información muestral
[1] Variable pre: sdpe10$SBP0
    Datos faltantes:191
    n1 = 5004
    m1 = 110.5375
    s1 = 10.6371
    sem1 =  0.1504
    95%-IC(μ1)= (110.2427, 110.8323)

[2] Variable post: sdpe10$SBP1
    Datos faltantes:274
    n2 = 5004
    m2 = 129.9154
    s2 = 14.9574
    sem2 =  0.2114
    95%-IC(μ2)= (129.5009, 130.33)

# Correlación (pre, post):  r(sdpe10$SBP0,sdpe10$SBP1)
    r =  0.4279

# Normalidad de la diferencia (Test de Shapiro-Wilk)
    W =0.9984, g.l. = 4677, p = 1e-04

# Diferencia pre-post;sdpe10$SBP0-sdpe10$SBP1
    Datos faltantes: 327
    n = 4677
    m = -19.3536
    s = 14.1376
    sem = 0.2067
    95%-IC(μ)= (-19.7589, -18.9484)

# Valor de la diferencia media a contrastar: μ0 = 0
    texp =93.6203, g.l. =4676, p < 1e-04
    95%-IC(μ1-μ2) = (-19.7589, -18.9484)
>
> #3) Resolvamos el apartado 1 por el método de Wilcoxon aproximado para mu
estras independientes
```

```
> library(coin)
Loading required package: survival
Warning message:
package 'coin' was built under R version 3.6.3
> wilcox_test(sdpe10$pulse0~sdpe10$gender, data=sdpe10)

        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  sdpe10$pulse0 by sdpe10$gender (boy, girl)
Z = -6.9201, p-value = 4.514e-12
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0

>
> #4) Resolvamos el apartado 2 por el método de Wilcoxon aproximado para mu
estras apareadas
> #library(coin)
> wilcox.test(sdpe10$SBP0, sdpe10$SBP1, paired=TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  sdpe10$SBP0 and sdpe10$SBP1
V = 292444, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Los comentarios que se pueden hacer son:

Para la comparación del pulso basal (frecuencia cardiaca basal) se hj encontrado:

1) Test de Welch (varianzas no homogéneas)

texp =0.3496, g.l. =4770.48, p = 0.7266

95%-IC(μ_1-μ_2) = (-0.5989, 0.8589)

Lo que no nos permite rechazar la hipótesis nula y además quedarnos tranquilos (P=0.7266), con lo cual podemos decir que no podemos rechazar la hipótesis nula de igualdad de ambas medias. Además, si se ve el intervalo de confianza al 95% para la diferencia de ambas medias, se ve que difieren entre -0.6 latidos y 0.9 latidos) lo cual es una diferencia pequeña por lo que si no decimos que sean iguales si que podemos decir que la diferencia es tan pequeña que prácticamente las dos medias nos parecerían iguales. Recuérdese además que el tamaño de muestra es muy grande, Las muestras de chicos y chicas están por encima de 2000 y si con esos tamaños de muestra no conseguimos rechazar la hipótesis nula es que debe ser cierta o, mejor, que las diferencias entre ambas medias sean muy pequeñas.

3) En este apartado se pide que se haga lo mismo que en 1) pero por un método no paramétrico. Los resultados son:

```
        Asymptotic Wilcoxon-Mann-Whitney Test

data:  sdpe10$pulse0 by sdpe10$gender (boy, girl)
Z = -6.9201, p-value = 4.514e-12
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

Ahora el valor de P es 4.514e-12=$4.514x10^{-12}$ que es una cantidad muy pequeña y cuando se encuentra uno con una cantidad así, le basta con poner P<0.001. Con esa cantidad hemos de concluir en el rechazo de H_0. Este resultado es contradictorio con el 1), sin embargo el apartado 1) resulta más informativo pues allí aparece un intervalo de confianza para la diferencia de medias que nos ayuda a matizar mucho mejor los resultados del test; por último hemos de comentar que con tamaños de muestra grandes los resultados del test de Wilcoxon suelen ser muy liberales, puesto que la asignación de rangos es una asignación muy liberal (da significativo con más probabilidad de lo que debería), de ahí que en estos casos sean preferidos los métodos paramétricos pues para tamaños de muestra grande me dan estimaciones mediante intervalos de confianza muy precisos y eso nos permite concluir más rigurosamente el contraste de hipótesis.

2) y 4) quedan estos apartados para que los alumnos lo resuelvan como se ha hecho en 1) y 3) aunque allí las muestras eran independientes y aquí son muestras apareadas.