18

DISPOSICIONES Y REGLAS

PARA EL MANEJO DE LAS

TABLAS DE LOGARITMOS

DE CALLET Y DE SCHRÖN,

ORDENADAS POR LOS PROFESORES

de la

ACADEMIA MILITAR PREPARATORIA

DEL DISTRITO DE GRANADA.

GRANADA.

Imprenta de Paulino Ventura Sabatel,
Mesones, 52,
1884.

DISPOSICIONES Y REGLAS

PARA EL MANEJO DE

LAS TABLAS DE LOGARITMOS

DE CALLET Y DE SCHRÖN

EN EL CÁLCULO ARITMÉTICO,

ÚTILES PARA LOS QUE SE DEDICAN

AL ESTUDIO DE LA ARITMÉTICA

SEGÚN EL TEXTO DE J. A. SERRET,

ORDENADAS POR LOS PROFESORES

de la

ACADEMIA MILITAR PREPARATORIA

DEL DISTRITO DE GRANADA.

GRANADA.

Imprenta de Paulino Ventura Sabatel,
Mesones, 52.
1884.

DISPOSICIONES Y REGLAS

PARA EL MANEJO DE

LAS TABLAS DE LOGARITMOS

DE CALLET Y DE SCHRÖN

EN EL CÁLCULO ARITMÉTICO,

ÚTILES PARA LOS QUE SE DEDICAN

AL ESTUDIO DE LA ARITMÉTICA

SEGÚN EL TEXTO DE J. A. SERRET,

ORDENADAS POR LOS PROFESORES

de la

ACADEMIA MILITAR PREPARATORIA

DEL DISTRITO DE GRANADA.

GRANADA.

Imprenta de Paulino Ventura Sabatel,
Mesones, 52.
1884.

Convencidos por la experiencia adquirida en el curso anterior de la necesidad de ampliar las explicaciones referentes al manejo de las *Tablas de logaritmos,* damos á luz el presente trabajo, que sin pretensiones, ofrecemos á los alumnos que se dedican al estudio de la Aritmética.

El autor Serret, supone cierta práctica en la materia, adquirida anteriormente al conocimiento de su texto; pero es muy de notar que en la mayor parte de los discípulos que vienen á nuestras clases, ó aquella no existe, ó es muy rudimentaria. Así es, que al tener que manejar el libro de las tablas de logaritmos, escrito en antiguo francés, se les ofrecen dificultades en la traducción y en la versión del estilo, impidiéndoles el ver con la claridad necesaria tan importante aplicación.

Inspirados en estas consideraciones, nos hemos propuesto presentar la explicación del *Manejo de las tablas* con sencillez y precisión, á fin de llenar el objeto que nos mueve á escribir estas páginas.

DISPOSICIONES Y REGLAS

PARA EL MANEJO DE

LAS TABLAS DE LOGARITMOS

DE CALLET Y DE SCHRÖN

EN EL CÁLCULO ARITMÉTICO.

Disposición de las Tablas de Logaritmos de Callet, en la parte correspondiente á su empleo para el cálculo aritmético.

Las Tablas de Logaritmos de Callet en la parte correspondiente al cálculo aritmético, presentan dos disposiciones diferentes respecto á su orden y construcción, las cuales dán lugar á dos operaciones ó métodos distintos y fundamentales, según sea el valor del número cuyo logaritmo se desea encontrar. De aquí la división en tablas de *Simple* y de *Doble entrada,* nombres que se han adoptado para cada una de las dos diferentes disposiciones antes mencionadas.

Las de *Simple entrada,* se las conoce también bajo la denominación de *Tablas del primer millar,* porque comprenden en la mayor parte de las Tablas de Logaritmos conocidas, á los que corresponden á los números del primer millar, si bien Callet la extiende hasta 1200.

La tabla que se llama de *Doble entrada,* admite dos disposiciones diferentes, puesto que como veremos, se descompone en dos partes su manejo, según que los números dados estén comprendidos entre 1020 y 10800 y entre 10200 y 108000. Por lo tanto, para el mayor orden en nuestro estudio, dividiremos las Tablas de doble entrada, en *Sencilla* y *Compuesta de doble entrada.*

TABLA DE SIMPLE ENTRADA.

De las dos mencionadas, es la que reune mayor sencillez; se encuentra colocada en primer lugar, ocupando las cinco primeras páginas de la parte del volumen de tablas de que tratamos, encabezada con el epígrafe *Table des Logarithmes des nombres depuis un jusqu'a cent huit mille.*

Contiene los números naturales desde 1 hasta 1200 como llevamos dicho, dispuestos por su orden en varias columnas, en cuya parte superior se vé la letra *N*, abreviatura de la palabra *número*. A la derecha de estas columnas, se hallan otras que llevan también escrita en su parte superior la sílaba *Log.*, que significa *logaritmo.*

En esta tabla y en cada una de las cinco páginas que según llevamos dicho comprende, á la izquierda de cada una de las columnas encabezadas *N*, se vé otra iniciada con (") indicación de segundos, ocupadas por los números 10, 20, 30, 40, 50 y 60, á distancias unos de otros, iguales al espacio necesario para colocar verticalmente diez números en las columnas encabezadas *N*. Además, en las columnas que llevan la abreviatura *Log.* está ésta acompañada, la de la primera ó sea la de la izquierda, por el número *0'*; la de la 2.ª, 1'; la de la 3.ª, 2' y así sucesivamente hasta 19', que va unida á la mencionada abreviatura de encabezamiento, en la última columna de esta tabla ocupando el lugar veinte entre ellas, ó sea la de la derecha de la quinta y última página. La columna mencionada de segundos y el número de minutos que acompañan á la abreviatura *Log.*, no pertenecen á los logaritmos aritméticos, y por lo tanto, no nos son necesarias en este estudio.

Deberíamos haber prescindido del párrafo anterior, porque según acabamos de indicar, la explicación que lo motiva, no corresponde á nuestro objeto y sí al de la Trigonometría; pero no queremos dejar confusos los límites entre esta parte y la que nos es indispensable de las tablas de que tratamos, para servirnos de ellas cumplidamente en el estudio de la Aritmética.

Además, debe llamar la atención, la analogía y acertada disposición de esos *números, segundos* y *minutos* de que hacemos mérito, para principiar á comprender la ventaja que reportará tan estudiado y exacto conjunto, cuando se llegue al cálculo trigonométrico.

Volviendo á lo importante de nuestro estudio, observamos en esta tabla, que cada columna de *números,* está inmediatamente seguida por su derecha de otra de logaritmos, y que cada uno de estos, va colocado á la derecha, y en la misma línea horizontal del número á que pertenece. Se ha suprimido la característica en todos los logaritmos, porque sujeta á una ley general que debe estar ya demostrada, se conoce á la simple inspección del número dado, recordando que *la característica del logaritmo de un número cualquiera, se compone de tantas unidades como órdenes de unidades ó cifras tiene el número propuesto ménos una.* Además, es conveniente suprimirla porque evita al calculador parte de la confusión á que está sujeto, al tener ante su vista tal aglomeración de números como las tablas ofrecen, siendo muy fácil tomar equivocadamente, uno inmediato por el correspondiente.

TABLA DE DOBLE ENTRADA.

TABLA SENCILLA DE DOBLE ENTRADA.

Ésta es un poco más complicada que la que acabamos de explicar, se extiende desde 1020, hasta 10800. A la tercera columna de la izquierda encabezada *N,* se le dá el nombre de *número* y contiene los números naturales desde 1020 hasta 10800. La inmediata por su derecha marcada *0,* contiene los logaritmos pertenecientes á estos números, de manera que el conjunto de ambas columnas, forma la composición de esta tabla, y desde luego, la de los logaritmos de los números desde 1020 hasta 10800.

A la izquierda de la columna *N,* se ven otras dos columnas encabezada la primera por O^{1} y la siguiente por la série natural de los números hasta 21^{d}. A la derecha de la columna *O* se ven otras encabezadas por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y *Dif et p;* estas últimas, nos servirán en unión de las que hemos dicho forman el conjunto de la tabla que estamos estudiando, para la composición de la *tabla compuesta de doble entrada,* y las anteriores sirven para la aplicación trigonométrica.

Si se observa la columna marcada *0,* se verá á su izquierda, como también formando otra columna, ciertos números aislados de tres cifras cada uno, que aumentan sucesivamente en una unidad y que no están colocados á distancias iguales unos de otros. A la derecha de esta misma columna, van colocados números compuestos de cuatro cifras, que no dejan claro entre uno y otro; de manera que podría creerse que ciertos logaritmos no tienen más que cuatro cifras, mientras que otros tendrían siete.

Esta disposición no da lugar á equivocaciones, porque cada número aislado se considera como escrito por debajo de sí mismo tantas veces como sea necesario hasta encontrar debajo de sí al que le sigue en valor numérico, correspondiendo por lo tanto á cada uno de los números de cuatro cifras que están en la misma columna á la derecha, con lo cual lograremos suponer, que cada línea está completa de sus siete cifras; de aquí que, cuando no se encuentren á la derecha de un número sus siete cifras de la mantisa, escribiremos las cuatro de la columna *O* á la derecha en la misma horizontal que el número dado, y á su izquierda, el período de tres cifras inmediato superior.

En pasando de 10.000, estos períodos aislados de la columna *O,* constan de cuatro cifras.

TABLA COMPUESTA DE DOBLE ENTRADA.

Cuando dos números son décuplos el uno del otro, tienen la misma mantisa; por lo tanto, la reunión de las dos primeras columnas de que acabamos de hablar, con otras que indicaremos, dá los logaritmos de los números comprendidos entre 10200 y 108000.

Para encontrar los logaritmos de los números indicados y que no estén terminados por cero, se hace necesario recurrir á las columnas marcadas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Estas columnas contienen las cuatro últimas cifras de la mantisa de los logaritmos de los números no terminados en cero y comprendidos entre 10200 y 108000.

Así pues, la columna *0*, contiene las cuatro últimas cifras de la mantisa de los logaritmos de los números comprendidos en los límites anteriores que terminan en cero; pero debemos recordar que cuando un número es décuplo de otro, la mantisa no varía, por lo tanto, en la columna *0*, encontraremos también toda la mantisa de los números que terminando en cero, están comprendidos entre 10200 y 108000.

Los números aislados de que ya hemos hecho mención, y que van colocados á la izquierda en la columna *0*, dependen también de los números que encabezan las otras columnas. La columna marcada *1*, contiene las cuatro últimas cifras de los logaritmos de todos los números terminados en uno; la marcada *2*, las de los números terminados en dos; la marcada *3*, la de todos los números terminados en tres y así sucesivamente hasta nueve, considerando en todos los casos, el valor de los números propuestos, comprendido entre los límites ya mencionados. Se obtiene por este procedimiento, una tabla compuesta de doble entrada en la cual se consulta la columna marcada *N*, y cuando se han encontrado en ella las cuatro primeras cifras del número cuyo logaritmo se busca, se correrá la vista en la prolongación horizontal de la línea que forman las mismas, hasta que se encuentre la columna en cuya parte superior esté escrita la cifra igual á la última del número dado: entonces tendremos halladas las cuatro últimas cifras del logaritmo que se busca. En cuanto á las tres primeras, están expresadas por el número aislado que se encuentra en la columna marcada *0*, más próximo por la parte superior.

La última columna de la derecha contiene la diferencia en-

2

tre cada logaritmo y el siguiente, y las partes de estas diferencias; es decir, sus productos por $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{10}$ etc., hasta $\frac{9}{10}$ Estos productos forman tantas pequeñas tablas como diferencias hay. Cada pequeña tabla se encuentra colocada inmediatamente por debajo de las diferencias cuyas partes indica; pero como son muy numerosas al principio de las tablas estas diferencias, tendrían que estar colocadas confundiéndose si no hubiese más que una columna, puesto que no habría espacio suficiente para colocar entre dos pequeñas tablas, la de valor numérico intermedio, dados los pequeños espacios, que en el orden numérico se verifican dichas diferencias. Para evitar este inconveniente, se han colocado desde luego en dos columnas; la primera de estas diferencias, ocupa la de la izquierda; las dos siguientes, sin salirse de la línea horizontal donde deben estar colocadas, ocupan la segunda, ó sea la de la derecha; las dos diferencias que siguen, se encuentran en la primera columna; las dos siguientes, en la segunda, y así sucesivamente.

En las cuatro primeras páginas *de la tabla de doble entrada*, no se han colocado las pequeñas tablas mencionadas de estas diferencias, más que de dos en dos; así que, cuando se trate de tomar alguna parte de una de las diferencias que no esté acompañada de la tabla de sus partes, será preciso tomar la misma parte en la tabla precedente y añadir *uno*, si esta parte es mayor que 0,4 ó bien habiendo tomado esta parte en la precedente y en la siguiente, se añadirá *uno* á la que dá la precedente si la que dá la siguiente es mayor que dos.

Diferencias de construcción que existen entre las tablas de Callet y Schron para conocer el manejo de ambas en el cálculo aritmético.

1.ª La tabla de *simple entrada* en las de Schron comprende los números desde 1 hasta 1000.

2.ª Puede suceder, que, el aumento de una unidad de la tercera cifra de la mantisa de un logaritmo, ó la cuarta si el número dado es mayor que 10000, tenga lugar en el trascurso de una línea horizontal, para lo cual Callet coloca el número aislado que ha variado en una unidad en la línea inmediatamente inferior, dejando en la línea horizontal considerada, las cuatro últimas cifras de la mantisa, que según sea la última del número dado no les afecta dicho aumento, y en la misma horizontal del número aislado, ya en su nuevo lugar, coloca las cuatro últimas de la mantisa, que según sea la última del número dado, les afecta dicho aumento. Schron, no interrumpe el completo emplazamiento de períodos de cuatro cifras en cada línea horizontal y lo que verifica en el caso que estudiamos, es colocar el número aislado que varía en una unidad, en el lugar inmediatamente inferior, señalando por medio de asteriscos los períodos de cuatro cifras de la mantisa que han quedado en la línea inmediata superior, y á los cuales corresponde el aumento de una unidad, en el período aislado de tres ó cuatro cifras ya colocado inmediatamente por debajo.

3.ª Callet no indica haber tomado un logaritmo por exceso en menos de media unidad del sétimo orden decimal, mientras que Schron lo hace, indicando esta circunstancia, por medio de un trazo colocado debajo de la última cifra de cada período de á cuatro, donde aquella condición se realiza.

4.ª En las pequeñas tablas de *diferencias,* Callet no evalúa las partes alícuotas de dichas diferencias en décimas, y Schron lo verifica.

Manejo de las tablas de logaritmos.

Primera cuestión.

Dado un número cualquiera, encontrar su logaritmo por medio de las tablas.

Antes de resolver esta cuestión, hemos de advertir, que siendo infinita la variedad que en su colocación ofrecen las cifras que concurren á formar los diferentes órdenes de unidades de los números, cuya série sabemos es ilimitada, puede presentársenos el caso de un número que fuera *cero* en su parte entera, *cero* también la cifra de alguno ó de algunos de sus primeros órdenes decimales, y cifras significativas los demás; en este caso, tendremos presente, que cualquiera que sea el lugar que ocupe en la série decimal la primera cifra significativa por la izquierda, debe prescindirse de los ceros, considerando al número solo por sus cifras significativas, pero teniendo después cuidado de dar á su logaritmo la característica de valor numérico y signo correspondiente. Por lo tanto, para buscar por ejemplo el logaritmo del número 0.00364, tomaremos tan sólo de las tablas, la parte de valor significativo del número propuesto considerado como entero; esto es, de 364, que buscándole en la columna *N*, nos dá para mantisa de su logaritmo 56110138; si recordamos ahora lo dicho anteriormente sobre características, veremos que le corresponde un 3 con signo negativo, porque el número dado es menor que la unidad.

Si el número cuyo logaritmo nos proponemos buscar, tuviese uno ó varios ceros seguidos ó precedidos de cifras significativas, se consideran los ceros como tales cifras significativas.

Primer caso.—*Cuando el número que se nos dé, sea menor que 1200 empleando las tablas de Callet, ó menor que 1000 manejando las de Schron.*

En este caso, se encontrará el número en las tablas de *simple entrada ó de primer millar* entre los números naturales que se hallan colocados en la columna *N*. El número que esté á su derecha en la misma línea horizontal y la columna siguiente encabezada *Log.*, será la mantisa de su logaritmo, teniendo cuidado de colocar en primer término á la izquierda y separada por una coma, la característica correspondiente, la cual es siempre igual á $\pm$ 1, $\pm$ 2, $\pm$ 3, $\pm$ 4, etc... según que la primer cifra significativa del número propuesto ocupe el 1.°, 2.°, 3.°, 4.°... etc. lugar á la izquierda ó á la derecha con respecto á la cifra de sus unidades. Se emplea el signo + cuando el número dado es mayor que la unidad, y el signo — cuando es menor. Debemos recordar que en lugar de las características—1,—2,—3,—4,... etc., conviene colocar sus complementos aritméticos 9, 8, 7, 6... etc., con el fin de obtener logaritmos en un todo positivos.

EJEMPLOS.

$$\text{Números} < 1000 \text{ ó } 1200 \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \text{Log. } 364 \ldots\ldots & = 2.56110138. \\ \quad \text{»} \quad 36{,}4 \ldots\ldots & = 1.56110138. \\ \quad \text{»} \quad 3{,}64 \ldots\ldots & = 0.56110138. \\ \quad \text{»} \quad 0{,}364 \ldots\ldots & = \bar{1}.56110138. \\ \quad \text{»} \quad 0{,}0364 \ldots & = \bar{2}.56110138. \end{array} \right\} (1).$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Log. } 0{,}364 = \bar{1}.56110138. & \text{Log. } 0{,}0364 = \bar{2}.56110138. \\ \text{C.}^{\text{to}} \text{ a. Log. } 0{,}364 = 9.43889862. & \text{C.}^{\text{to}} \text{ a. Log. } 0{,}0364 = 8.43889862. \end{array} \Big\} (2).$$

SEGUNDO CASO.—*Cuando el número dado esté comprendido entre 1020 y 10800 empleando las tablas de Callet, ó entre 1000 y 10800 manejando las de Schron, ó haciendo este caso más general, diremos: cuando el número propuesto tenga cinco órdenes de unidades á lo más, no teniendo ménos de cuatro, y cuatro de ellos representados por cifras significativas.*

Se buscará el número propuesto en la tabla colocada inmediatamente después de la del *primer millar,* y habiéndolo encontrado en la columna encabezada *N,* se consultará en su misma línea horizontal á la derecha, la columna siguiente marcada *0.* Si en dicho lugar se encuentran siete cifras formando número, se tendrá desde luego la parte decimal ó mantisa del logaritmo correspondiente al número propuesto, pero si en el lugar mencionado, no hay más que un número compuesto de cuatro cifras, estas serán las cuatro últimas de las siete que han de componer la mantisa del logaritmo que se busca; para encontrar las tres restantes, observemos que hay á

(1) Obsérvese que cuando á un número se le multiplica ó divide por una potencia cualquiera de 10, la mantisa es constante, variando sólo la característica.

(2) Aquí se vé que un logaritmo con característica negativa, se convierte en otro de característica positiva con el empleo del complemento aritmético.

la izquierda de las últimas encontradas, un margen ó espacio en blanco que no está ocupado por la colocación del grupo de tres cifras que veremos más próximo hácia la parte superior, por evitar aglomeración de números; pues bien, este número de tres cifras más próximo por encima, son las tres que faltaban para obtener la mantisa del logaritmo buscado. Escribiendo por lo tanto este número á la izquierda del de cuatro cifras que primeramente hemos encontrado, se conseguirá un número compuesto de siete cifras como se desea, y al cual, por último, se le adiciona la característica que le corresponda.

EJEMPLOS.

Sea hallar el logaritmo de los números 5496 y 5497.

1.º Número 5496.—Al costado derecho y en la línea horizontal de la columna encabezada *0*, encontramos escrito el número 7400467 en ambas tablas, teniendo pues de una vez la mantisa del logaritmo buscado, no nos falta más que colocarle la característica 3, que es la que le corresponde.

2.º Número 5497.—Haciendo uso del procedimiento del ejemplo anterior, no encontraríamos más que el número 1257 en la columna encabezada *0*, pero practicando lo dicho en la explicación última, siguiendo el margen en blanco de la misma columna, vemos en la parte superior más próxima, colocado el número 740, y como le corresponde 3 de característica, el valor del logaritmo será 3.7401257.

Si el número dado tuviese cinco órdenes de unidades, siendo siempre menor que 10800, operaríamos de la misma manera.

Tercer caso.—*Cuando el número dado esté comprendido entre 10200 y 108000 empleando las tablas de Callet, y entre 10000 y 108000 manejando las de Schron, ó haciendo este caso más general; cuando el número propuesto tenga seis órdenes de unidades á lo más, no teniendo menos de cinco, y cinco de ellos representados por cifras significativas.*

Componiéndose el número dado de cinco ó seis órdenes de unidades representando siempre un valor mayor que 10000 y menor que 108000 y teniendo por lo tanto cinco cifras significativas, separaremos con una coma la de la derecha, y consideraremos tan solo por ahora, el número que nos ha quedado á la izquierda de cuatro cifras; operando como en el caso anterior, encontraremos estas cuatro cifras en la columna *N* y siguiendo con la vista la horizontal á la derecha, hasta encontrar un grupo de cuatro cifras colocadas en la columna encabezada por la quinta cifra, de la cual hemos hecho abstracción, habremos obtenido las cuatro últimas cifras de la mantisa, valiéndonos para encontrar las tres primeras, del procedimiento indicado en el caso anterior sobre la columna encabezada *0*.

EJEMPLOS.

Sea hallar el logararitmo de los números 42403 y 104326.

1.º Número 42403.—Consideraremos por un momento tan solo el número 4240, que lo buscaremos en la columna *N*, y veremos que no hay ningún número escrito de tres cifras en la misma línea horizontal del margen izquierdo de la columna *0;* pero siguiendo el mismo procedimiento que en los casos anteriores, para hallar estas tres cifras que serán las primeras de la mantisa, encontraremos un poco más arriba del mencionado margen, el número 627; en seguida recorreremos la línea horizontal del número 4240, y deteniéndonos en la columna encabezada 3, leeremos el número 3966 en este lugar de detención, pudiendo decir desde luego, que la mantisa del logaritmo pedido es 6273966 y colocando la conveniente característica, tendremos la resolución del caso que nos ocupa en el logaritmo 4.6273966.

2.º Número 104326. Practiquemos en un todo como en el caso anterior, pues si bien al separar la última cifra, nos queda un número de cinco cifras, su valor numérico es menor que 10800, límite del alcance de las tablas en la columna *N*. Buscaremos en dicha columna el número 10432 y veremos que las cuatro primeras cifras de la mantisa son 0183, que operando igual que en el caso anterior, en la columna marcada 6, encontramos las cuatro últimas en el número 9256; siendo por lo tanto el logaritmo del número propuesto 5.01839256.

No nos debe extrañar el haber encontrado el anterior logaritmo con ocho cifras en su mantisa, pues debemos recordar que un número á partir de 10000 á 10800, tiene cuatro en vez de las tres cifras aisladas de la columna *0*, que en los ejemplos anteriores hemos obtenido. En aquellos hemos buscado en las tablas por la columna *N*, números menores que 10000, mientras en el presente hemos pasado este límite.

Cuarto caso.—*Cuando el número propuesto se componga de seis cifras significativas, ó más bien, cuando esté comprendido entre 108000 y 1000000.*

Para la resolución de este caso, se separará por una coma su primera cifra de la derecha que por un momento se considerará expresando décimas y nos quedará un número compuesto de cinco cifras, del cual buscaremos el logaritmo como en el caso anterior, pero debemos considerar, que este no será exactamente el logaritmo que se busca, porque en el número propuesto, hemos prescindido de la cifra de las unidades; pero si recordamos lo que debe estar demostrado de que *el incremento que recibe el logaritmo de un número, es igual, al aumento del número considerado multiplicado por la diferencia tabular*, veremos que tenemos que añadir al logaritmo encontrado, el producto que se obtenga de multiplicar la cifra de las unidades que al principio de la operación habíamos separado por una coma, por la diferencia tabular. Para ello, veánse las diferencias que siguen inmediatamente después de la columna marcada 9, y que según digimos antes, están dispuestas en una ó dos columnas; elíjase en una cualquiera de estas la diferencia que esté más próxima en la prolongación de la línea que ocupen las cuatro primeras cifras del número dado, y se encontrará por acertada construcción como ya digimos, por debajo de esta diferencia, una pequeña tabla que contiene las partes decimales desde 1 hasta 9 décimas. Se toma de estas partes la misma en valor numérico á la cifra separada del número propuesto, y se añade al logaritmo ya encontrado, el número colocado á su derecha en línea horizontal.

EJEMPLOS.

Sean los números 617433 y 204804.

1.º Número 617433.—Para encontrar el logaritmo correspondiente á este número, buscaremos el de 61743 que es 7905877 sin comprender la característica. La diferencia más próxima de la línea 6174 es 71, y consultando en la pequeña tabla que se halla debajo de 71, vemos que á tres décimas, corresponden 21, que sumándolas con 7905877, dan por resultado 7905898, y colocando la correspondiente característica, obtendremos en 5.7905898 el logaritmo pedido.

Debemos observar que no hay ningún inconveniente en separar por una coma una ó varias cifras de la derecha del número propuesto, y en suponer á estas por un instante como decimales, puesto que la característica que se adiciona luego al logaritmo, le repone en su verdadero valor.

En cuanto á las diferencias correspondientes á cada una de las cifras que hemos separado á la derecha del número, vemos, que si empleamos las tablas de Schron, se encuentran estas evaluadas en décimas, mientras que las de Callet, no reunen esta circunstancia; pero debemos tener presente, que solo buscamos siete cifras en las mantisas de los logaritmos, y que al añadir á la que primeramente hemos encontrado correspondiente al número de cifras de la izquierda separadas por una coma en el número propuesto, las partes que nos dan la cifra ó cifras separadas á la derecha por la diferencia correspondiente en la suma, encontraremos un valor decimal para la mantisa expresado en más de siete órdenes, por lo cual será preciso eliminar los que sobren á dicho número evaluando por exceso, si la primera cifra de la derecha á la sétima, esto es, la octava, es igual ó mayor que 5. De lo dicho se desprende, que el mismo resultado obtendremos en este caso y los que siguen, siempre que tengamos que hacer uso de las tablas de diferencias, empléense las de Schron ó las de Callet; sabiendo además que estas últimas, estan evaluadas por exceso, cuando las correspondientes décimas en las de Schron, son en valor numérico iguales ó mayores que 5.

2.° Número 204804.—Para este ejemplo, operando como en el caso anterior, separaremos la cifra de las unidades del número indicado por una coma, y hallaremos la mantisa correspondiente al número 20480 que es 3113300; si buscamos la diferencia tabular más próxima, veremos que es 212 y encontraremos que á 4 décimas corresponden 85, número que sumamos á la mantisa encontrada y colocándole la correspondiente característica, tenemos á 5.3113385 como logaritmo del número propuesto. Si el número dado fuese mayor que 1020000 y menor que 108000, se hallaría del mismo modo su logaritmo.

QUINTO CASO.—*Cuando el número propuesto conste de siete ó de ocho cifras significativas.*

Sepárense las cinco primeras de la izquierda y búsquese como en el tercer caso, el logaritmo de dicho número separado compuesto de cinco cifras; hállese la diferencia tabular más próxima que se multiplica por el grupo de cifras separadas por una coma á la derecha del número propuesto; suprímanse á la derecha de este producto obtenido, tantas cifras como contenga el multiplicador; las que queden, se suman á la mantisa ya encontrada, y la suma obtenida con la característica correspondiente, nos dará el logaritmo pedido. Se pueden utilizar las pequeñas tablas colocadas por debajo de cada diferencia para obtener el producto mencionado, con lo cual se alcanza más prontitud y la misma exactitud en la resolución.

EJEMPLOS.

Sean los números 4796504 y 89004386.

1.° Número 4796584.—Aplicando á este número lo dicho anteriormente, separaremos las cinco primeras cifras de la izquierda por una coma obteniendo el número 47965, al cual como en el caso tercero, encontraremos por mantisa de su logaritmo el número 6809244; la diferencia tabular que le corresponde es 91, que la multiplicaremos por 0,84, que nos dá de producto 76,44, suprimiendo las dos últimas cifras 0,44; sumando 76 á la mantisa anteriormente encontrada, y colocando la correspondiente característica, será 6.6809320 el logaritmo del número propuesto.

Como hemos dicho anteriormente, puede evitarse la ejecutada multiplicación, por las causas siguientes. En efecto; 0,84=0,8+0,04 y encontramos en la pequeña tabla que está por debajo de 91, que 73, corresponde á 0,8 y que 36, á 0,4; es decir, que $91\times0,8=72,8$ y que $91\times 0,4=36$; según esto, $91\times0,04=3,6$; de donde $91\,(0,8+0,04)=91\times0,84=72,8+3,6$ igual á 76,4=76 que es el mismo que el anterior resultado. La operación ha consistido en suprimir la última cifra de la parte de la diferencia que corresponde á las centésimas del número dado, y aumentar la que pertenece á las décimas.

2.º Número 8.9004386.—Separaremos por una coma las cinco cifras de la izquierda del número propuesto, y obtendremos el número 89004, al cual corresponde en su logaritmo como mantisa el 9494095, y siendo la diferencia tabular más próxima 49, la multiplicaremos por 0,386 que nos dará de producto 17,914, suprimiendo luego los decimales de este producto y evaluando por exceso, añadiendo la parte entera 18 á la mantisa antes encontrada, y dándole la característica correspondiente, tendremos en 7.9494113 el logaritmo del número propuesto. Como en el ejemplo anterior y de aplicación ventajosa en la práctica, podríamos haber encontrado el número 17 que hemos añadido á la primera mantisa encontrada directamente por las pequeñas tablas colocadas debajo de las diferencias, y por lo tanto, sin recurrir á la verificada multiplicación. En efecto; 0,386=0,3+0,08+0,006 encontrándose en la pequeña tabla por debajo de 49, que á 0,3 corresponde 15; á 0,8, 39, y á 0,6, 29; es decir, que $49\times0,3=14,7$, $49\times0,8=39,2$, $49\times0,6=29,4$ y según esto, $49\times0,08=3,92$; $49\times0,006=0,294$, de donde $49(0,3+0,08+0,006)$ ó $49\times0,386=14,7+3.92+0,294=18,914$ que despreciando la parte decimal y evaluando por defecto, nos queda para añadir á la mantisa encontrada, el número 18, igual al que hemos añadido por el procedimiento anterior.

SEXTO CASO.—*Constando el número dado de siete, ocho ó nueve cifras significativas, las seis primeras están comprendidas entre 102000 y 108000.*

Se encontrará el logaritmo buscado como en el caso anterior, pero si el número propuesto constase de nueve cifras significativas, será preciso separar con la coma, las seis de la izquierda en vez de las cinco que separábamos en el caso anterior.

EJEMPLOS.

Sean los números 5674329, 89764325 y 107459889.

1.º Número 5674329.—En un todo como el primer ejemplo del caso anterior.

2.º Número 89764325.—En un todo como el segundo ejemplo del caso anterior.

3.º Número 107459889.—Si queremos encontrar el logaritmo correspondiente á este número, se dispondrá de manera que por la colocación de una coma, nos resulte á la izquierda del expresado número, el 107459, al cual buscándole su logaritmo, encontramos ser 03124279; la diferencia tabular que le corresponde, es 404, la cual tenemos que multiplicar por 0,889, y del producto que nos resulte despreciando la parte decimal evaluada por exceso, si el valor de las décimas es cinco ó mayor que este número, se añadirá la parte entera á la mantisa encontrada, pero sabiendo que en la práctica produce más prontitud en el cálculo el empleo de las pequeñas tablas de las diferencias, estudiaremos la colocada por debajo de la 404, que es la que en este ejemplo corresponde, y vemos que á 0,8 conviene 323, que á 0,08, 32,3 y á 0,009, 0,364; si verificamos la suma 323+32,3+0,364=355,664, veremos que la parte decimal se aproxima más á 1 que á 0, por lo que la suprimimos aumentando una unidad á la parte entera 355 que nos dará 356, la cual añadida á la mantisa encontrada y buscando la característica correspondiente, tendremos que en 8.03124635, se verifica este ejemplo.

Sétimo caso.—*Cuando el número propuesto esté compuesto de nueve cifras significativas, de las cuales las seis primeras representan un número mayor que 108000.*

Elegiremos un número de dos ó tres cifras, por el cual dividiendo ó multiplicando el número dado, se obtenga un cociente ó producto que convierta este caso en el anterior; entonces la suma ó la diferencia del logaritmo del número elegido y del cociente ó del producto pedido, será el logaritmo del número buscado.

La elección del divisor ó del multiplicador mencionados, no ofrece dificultad. El divisor está siempre representado por las dos ó tres primeras cifras del número dado, y el multiplicador por las otras dos ó tres que se obtienen al dividir 101,000 por las tres primeras cifras del mismo número.

EJEMPLOS.

Sean los números 360435279 y 465003879.

1.° Número 360435279.—Para la resolución del presente ejemplo, emplearemos los dos procedimientos de división y de producto de que acabamos de hablar. Empleando el método de división, elegiremos á 36 por divisor de 360435279 y obtendremos un cociente igual á 10012091, buscaremos el logaritmo de este número, y encontramos ser por el caso anterior, igual á 7.0052479 y pasando á la tabla de *simple entrada* ó de *primer millar*, buscaremos el logaritmo de 36, que es igual á 1.55630250; añadiéndolo al que hemos encontrado anteriormente, obtendremos el logaritmo del número propuesto, en 8.55682729.

Haciendo ahora uso en el mismo número del método por multiplicación, dividiremos 101000 por 360 y obtendremos de cociente 280, número por el cual multiplicaremos al propuesto y tendremos un producto igual á 100921878120; buscaremos el logaritmo de este número por el caso anterior, esto es, constando sólo de las nueve primeras cifras, suprimiendo las tres últimas 120, las cuales no pueden producir una unidad de error en el noveno orden de la mantisa, que es el que podría afectar al octavo, último que se considera en los logaritmos de esta especie de números, y hallamos ser igual á 11.00398532; buscamos luego el logaritmo de 280 que es 2.44715803 y lo restamos del anterior, con lo cual obtenemos por último resultado y como logaritmo del número propuesto á 8.55682729 valor numérico en un todo igual al obtenido por el método anterior.

2.º Número 465003879.—Para hacer más práctico este caso, emplearemos en este ejemplo la disposición del cálculo en ambos métodos.

POR DIVISIÓN.

```
465003879|46
 050      |10108779
  403
   358
    367
     459
      45
```

N. . . 10108779

L. . . 101087 00469531

Para 0,7 301

Para. 0,09. 38,7

10108779 = 004698707

L. . . . . 10108779 = 7.00469871

L. . . . . 46 = 1.66275783

L. del n.º prop.to = 8.66745654

POR MULTIPLICACIÓN.

```
101000|465
 0800 |217
 3350
 0095
```

```
   465003879
  ×      217
  3255027153
  465003879
 930007758
100905841743
```

N. 100905841743

L. 100905. 00391269

Para. . 0,8 344

Para. . 0,04. 17,2

Para. . 0,001 0,43

100905841 . . . = 0039163063

L. 100905841743 = 11.00391631

L. . . . . 217 = 2.33645973

L. del n.º prop.to = 8.66745658

Vemos que las resoluciones nos dan los mismos resultados, diferenciándose tan sólo en la última cifra de la mantisa, lo cual dá un error en menos de una diezmillonésima, en atencion á haber despreciado las tres últimas cifras de la derecha del número obtenido en el segundo método, por la multiplicación del número dado, por el cociente de la división de 101.000

por 465, pudiéndose decir que hemos obtenido el mismo resultado.

OCTAVO CASO —*Hallar el logarítmo que corresponde á una fracción ordinaria, y á un número mixto.*

Como una fracción expresa la division de su numerador por su denominador, aplicaremos para hallar su logaritmo, el principio demostrado en las propiedades fundamentales de los logaritmos con respecto al logaritmo de un cociente, para lo cual, restaremos el logaritmo del denominador del de su numerador, y la diferencia obtenida, nos dará el logaritmo buscado. Pero como toda fracción ordinaria y propia tiene su numerador de menor valor numérico que su denominador, verificándose lo mismo con el valor numérico de sus logaritmos, se nos presentará el caso de practicar una resta de sustraendo mayor que el minuendo. Para obviar este inconveniente, se hace preciso aumentar en una ó varias unidades á la característica del numerador de la fracción propuesta, y lo que comunmente se emplea para obtener resultados más exactos y sencillos, es aumentar en 10 unidades á dicha característica, ó más bien, al logaritmo del numerador de la fracción, se le aumenta el complemento aritmético de su denominador. Siguiendo uno ú otro de estos dos métodos, obtendremos el logaritmo de la fracción, bajo una forma positiva.

Si el número propuesto fuese mixto, se pondrá el entero, en forma de fracción por el procedimiento de reducir un entero á la especie del quebrado que le acompaña, con lo cual se tendrá un número fraccionario cuyo logaritmo se indagará como en el caso anterior, sin necesidad de aumentar la característica del numerador, pues se nos presenta éste de mayor valor numérico que el del denominador, pudiéndose por lo tanto verificar la resta.

EJEMPLOS.

Sean los números $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{13}$,, $8\frac{14}{75}$,, $3\frac{27}{112}$

1.° Número $\frac{5}{7}$ Se halla el logaritmo de 5 que es igual á 0.69897000; aumentándole en diez unidades, tendremos 10.69897000 y restándole el logaritmo de siete, que es igual á 0.84509804, obtendremos en la resta, 9.85387196 que es el logaritmo del número propuesto. También por lo dicho en la explicación de este caso, al logaritmo 0.69897000 se le puede añadir el complemento aritmético de 0.84509804 que es 9.15490196 y tendremos 9.85387196 logaritmo del número propuesto igual al que hemos obtenido por el método anterior. Podríamos haber verificado la resta sin aumentar la característica del logaritmo del numerador, pero entonces el que obtendríamos se nos presentaría en forma negativa.

Hemos procedido aumentando diez unidades á la característica del numerador ó el complemento aritmético del denominador, con el objeto de que efectuada la sustracción, el resultado aparezca sin el signo ménos, teniendo presente este aumento al final de la operación, para corregir el logaritmo buscado. El logaritmo negativo así transformado, se llama *complemento logarítmico de la fracción respectiva.*

2.° Número $\frac{9}{13}$. Se hallará el logaritmo de nueve que es igual á 0.95424251 se le aumentará en 10 unidades, lo que nos dará 10.95424251 ó el complemento aritmético del logaritmo de 13, que siendo igual á 8.88605665 producirá 9.84029916; si del primer resultado restamos el logaritmo de 13, obtendremos el número 9.84029916, que será el logaritmo del número propuesto, igual en un todo al obtenido haciendo uso del aumento del complemento aritmético del denominador.

3.° Número $8\frac{14}{75}$. Reduciendo el número entero á la especie del quebrado que le acompaña, tendremos $\frac{614}{75}$, caso de los ejemplos anteriores; del logaritmo de 614 que es 2.78816837 restaremos el de 75, que es 1.87506126, siendo la diferencia 0.91310711 logaritmo del número en cuestión.

4.° Número $3\frac{27}{112}$. Calculando como en el ejemplo anterior, obtendremos la fracción $\frac{363}{112}$ igual al número propuesto, y operando de la misma manera que en los ejemplos anteriores, en 2.55990663—2.04921802=0.51068861 se tendrá el logaritmo que buscábamos.

NOVENO CASO.—*Hallar el logaritmo de un número decimal.*

Si el número propuesto fuera un decimal sin particularidad alguna, se buscaría su logaritmo como si fuese un número entero, dándole una característica conveniente.

Si el número propuesto fuese una fracción decimal periódica pura con parte entera, lo convertiríamos en un número mixto, cuya parte entera sería la de la fracción propuesta y la fraccionaria, por numerador el período, y por denominador, un número compuesto de tantos nueves, como cifras tiene el periodo; con esta trasformación, estaríamos en el caso de buscar el logaritmo de un número mixto.

Si el número dado fuese una fracción decimal periódica pura sin parte entera, por un procedimiento parecido al anterior, le convertiríamos en fraccionario y en su logaritmo encontraríamos el que se busca.

Podria presentarse la fracción decimal propuesta, bajo la forma de periódica mixta con parte entera; en este caso, consideraremos por un instante la parte entera y la no periódica de la decimal como un número entero, al que le agregaremos una fracción ordinaria correspondiente á la decimal periódica pura, y nos hallaremos en el caso de buscar el logaritmo de un número mixto; pero teniendo cuidado de disminuir la característica en tantas unidades como órdenes ó cifras tiene la parte no periódica, pues por haberla convertido en enteros, la hemos hecho mayor en una cantidad igual á una potencia de 10 indicada por los lugares que hemos corrido la coma.

Si en el número propuesto fuese cero su parte entera, y ceros también los órdenes anteriores al último correspondientes á la parte decimal no periódica, se correrá la coma hasta separar la primera cifra significativa, ó sea la anterior á la parte periódica, y pudiéndose ya presentar esta trasformación en forma de número mixto, no nos ofrecerá dificultad la indagación de su logaritmo. Pero debemos tener presente, que no teniendo el

4

número propuesto parte entera, la característica de su logaritmo debe ser negativa, afectando á un valor numérico compuesto de tantas unidades como lugares hemos corrido la coma para hacer la expresada trasformación, puesto que por ella habíamos dado al número propuesto un aumento igual á una potencia de 10, indicada por los lugares que había corrido la coma. Con el fin de que aparezca este logaritmo todo positivo, supliremos según lo dicho en el primer caso, la característica negativa por su complemento aritmético.

EJEMPLOS.

Sean los números 46,3244,,8,364364,,0,364364,,8,6364364,, 0,06364364.

1.º Número 46,3244.—Hallaremos el logaritmo del número 46,3244, cuya mantisa es 6658101; la característica sería cinco, si el número fuera entero, pero como solo se compone de decenas, tendremos en 1.6658101 el logaritmo pedido.

2.º Número 8,364364. El número propuesto es igual á $8\frac{364}{999}$ y obteniendo este número mixto, aplicaremos lo que dijimos en el caso anterior y tendremos: $8\frac{364}{999}=\frac{8356}{999}$ y encontrando la diferencia de logaritmos correspondientes, 0.9224329 será el logaritmo del número propuesto.

3.º Número 0,364364.—Este número es igual á $\frac{364}{999}$ y por lo tanto empleando el método para buscar el logaritmo á una fracción, tendríamos en 9.5615359 su logaritmo.

4.º Número 8,6364364. El número dado, corriendo la coma un lugar á la derecha, queda convertido en una fracción decimal periódica pura, después de haberlo hecho diez veces mayor, circunstancia que debemos tener presente para compensar este aumento al llegar al último resultado.

Por lo tanto, 8,6364364 se convierte en $86,364364=86\frac{364}{999}$ $=\frac{84278}{999}=$log. 84278—log. 999=4.9257142—2.9995655=

1.9261487 pero como al número propuesto lo hemos hecho diez veces mayor, debemos disminuir este logaritmo en la misma cantidad para que represente el valor verdadero; por lo tanto en 0.9261487 tenemos la resolución de este ejemplo.

5.º Número 0,06364364.—Corriendo la coma en este número según hemos dicho al principio de este caso, obtendremos el número $006{,}364364 = 6\frac{364}{999} = \frac{6358}{999}$ y aplicando lo dicho á la indagación de los logaritmos para los números fraccionarios, obtendremos en 0.8037550, el logaritmo de la fracción $\frac{6358}{999}$, pero ésta, es cien veces mayor que la fracción decimal propuesta, por lo que tenemos que hacer al logaritmo encontrado, cien veces menor, lo cual nos daría una característica negativa con un valor numérico de dos unidades, pero que empleando lo dicho en el primer caso sobre complementos aritméticos de características negativas para presentar los logaritmos todo positivos, en 8.8037550 tendremos el logaritmo que se buscaba.

SEGUNDA CUESTIÓN.

Dado un logaritmo, encontrar el número al cual corresponde haciendo uso de las tablas de Schron y de Callet.

Para resolver esta cuestión, recordaremos que la característica no hace más que indicar los órdenes de unidades de que consta la parte entera del número que buscamos, y no nos ocuparemos de ella, hasta que hayamos encontrado las cifras que entran en la composición de dicho número, para separar á su izquierda *tantas más una, como unidades tiene la característica del logaritmo propuesto.* Este principio nos servirá en el caso de que la característica sea positiva; pero si fuese negativa, nos indicará *que la cifra significativa de la izquierda del número buscado, debe ocupar un lugar decimal á partir de la coma, representado por las unidades de que se compone la característica.*

En todos los casos que vamos á estudiar, propondremos los ejemplos con características positivas, porque en la *primera cuestión,* hemos trasformado los logaritmos de característica negativa, en otros de forma positiva con ayuda del complemento aritmético, por ser así más prácticos para nuestro cálculo; pero indicamos el último principio del párrafo anterior, por si se nos ocurriera desde luego la cuestión con un logaritmo de característica negativa, y quisiéramos hallar directamente el número correspondiente sin haberlo antes trasformado en otro de forma positiva.

Aclararemos lo dicho con un ejemplo: el logaritmo de 51087 es igual á 4.7083104, por lo cual, haciendo en este ejemplo aplicación de la cuestión que nos ocupa, hallaríamos por número correspondiente á 4.7083104 el 51087, más si el logaritmo anterior se nos presentase ahora con la característica negativa como en $\bar{4}.7083104$, hallaríamos también como número del logaritmo propuesto, al encontrado 51087, pero la característica al ser negativa, nos indica el valor decimal que corresponde á la primera cifra del número obtenido, que por el principio mencionado, podemos aplicar en este ejemplo, dándonos como número correspondiente á 0,00051087.

Primer caso.—*Cuando el logaritmo propuesto se encuentre entre los del primer millar en las tablas de Schron y entre los de 1 y 1200 en las de Callet, esto es, en las tablas de simple entrada.*

Se buscará la mantisa del logaritmo propuesto en las columnas encabezadas *Log.* de la mencionada tabla, y obtenida, se tendrá á su izquierda en la horizontal, el número que le corresponde, al cual tendremos que modificar según sea el valor de la característica del logaritmo propuesto, y bajo los principios que le son aplicables, con el fin de obtener el número que se busca en su verdadero valor.

EJEMPLOS.

Sea hallar los números correspondientes á los logaritmos 2.04139269 y 1.25527251.

1.° Logaritmo 2.04139269.—Se buscará en la *tabla de simple entrada* y en las columnas encabezadas *Log.*, la mantisa del logaritmo propuesto que es 04139269, y encontrada, veremos á su izquierda en la misma horizontal y en la columna *N*, el número 110, que por ser dos la característica, es sin ninguna modificación el número del logaritmo propuesto.

2.° Logaritmo 1.25527251.—Operando en un todo como en el anterior ejemplo, encontraremos el número 180 correspondiente á la mantisa del logaritmo propuesto, pero modificándole por indicarnos la característica que debe constar de decenas y unidades, alcanzaremos el número verdadero en 18,0 ó 18.

Este ejemplo nos confirma que cuando un número es décuplo de otro, tienen ambos la misma mantisa, diferenciándose tan sólo en la característica.

Segundo caso.—*Cuando el logaritmo propuesto se encuentre entre los de la tabla sencilla de doble entrada.*

En este caso, se buscarán las tres primeras cifras de la mantisa del logaritmo propuesto, entre los números aislados que se hallan colocados en la columna marcada *0*, en la tabla de *doble entrada*, y habiéndolas encontrado, se buscarán las cuatro últimas cifras del logaritmo, entre los números de cuatro cifras que están en esta misma columna en su margen derecho y por la parte inferior. Encontradas estas cuatro últimas cifras, correremos por la izquierda la línea horizontal que forman hasta encontrar un número colocado en la columna encabezada *N*, y este será el número pedido después de aplicarle la modificación que indique la característica del logaritmo propuesto.

EJEMPLOS.

Sea hallar los números correspondientes á los logaritmos 3.7400467 y 3.7401257.

1.° Logaritmo 3.7400467.—Buscando en la *tabla sencilla de doble entrada* y en la columna de números aislados el que sea igual á 740, y luego descendiendo en la misma columna por los números de cuatro cifras colocados sin interrupción en el margen derecho hasta encontrar las cuatro restantes 0467, tendremos las cifras completas de la mantisa que correspondieron según el procedimiento empleado en la *primera cuestión*, al número 5496, colocado en la misma horizontal de la línea que forman las cuatro cifras últimamente encontradas y en la columna encabezada *N*. Este será pues el número correspondiente, sin ninguna modificación, pues siendo tres la característica del logaritmo propuesto, nos indica que el número que se busca debe tener cuatro órdenes de unidades como efectivamente tiene. Si en el logaritmo propuesto fuera dos su característica, y la misma mantisa, el número correspondiente sería 549,6; si uno, con la mantisa invariable, 54,96; siguiendo esta ley para todos los demás casos.

2.° Logaritmo 3.7401257.—Buscaremos como en el caso anterior en la columna *0*, el número 740, luego en la série de números de cuatro cifras de la misma columna bajando, el número 1257, y siguiendo con la vista la horizontal de este número hasta encontrar la columna de números, en este lugar tendremos el buscado 5497 sin sufrir modificación alguna, porque la característica del logaritmo propuesto, nos indica que el número debe tener cuatro órdenes de unidades.

TERCER CASO.—*Cuando el logaritmo propuesto se encuentre entre los de la tabla compuesta de doble entrada, ó sus cuatro últimas cifras no formen parte de las colocadas en la columna 0.*

No encontrándose en este caso las cuatro últimas cifras del logaritmo propuesto, entre las colocadas en el margen derecho de la columna marcada *0.*, después de encontradas las tres primeras como en el caso anterior, descenderemos por la columna del margen derecho hasta hallar las cuatro que se le aproximen más por defecto; desde este punto, se seguirá la línea horizontal á la derecha hasta encontrar las cuatro últimas cifras mencionadas, y el número del encabezamiento de la columna vertical en que estén éstas, será la quinta cifra del número deseado; las cuatro primeras, se hallarán en la misma línea horizontal donde figuren las cuatro que anteriormente buscamos hacia la izquierda y en la columna encabezada *N*.

EJEMPLOS.

Sea hallar los números correspondientes á los logaritmos 2.7456680 y 0.7419312.

1.° Logaritmo 2.7456680.—Buscaremos como en los ejemplos de los casos anteriores el número 745 en la columna *0*, después, en la misma columna y hácia la parte inferior de los números de cuatro cifras, veremos que no se encuentra el 6680, pero que el que más se le aproxima por defecto, es 6212; seguiremos su horizontal á la derecha, y encontraremos á 6680 colocado en la columna marcada 6 y esta será la quinta cifra del número propuesto; las cuatro primeras, las tendremos en la misma horizontal de las 6680 colocadas en la columna encabezada *N*, siendo estas 5567; por lo que, 55676 son las cinco cifras que forman el número que se busca, al cual solo falta darle el valor en sus diferentes órdenes, según sea el de la característica, y como esta es 2, el número deberá tener tres órdenes de unidades enteras, por lo tanto 556,76, es el número correspondiente al logaritmo propuesto.

2.° Logaritmo 0.7419312.—Operando en un todo como en el ejemplo anterior, veremos que las cuatro últimas cifras están colocadas en la columna 9, que será la quinta cifra del número que indagamos, siendo las cuatro primeras 5519 y aplicando por lo tanto al número encontrado 55199 la modificación conveniente por la característica del logaritmo propuesto, tendremos en 5,5199 la resolución definitiva de este segundo ejemplo.

CUARTO CASO.—*Cuando el logaritmo propuesto no forme parte de los contenidos en las tablas de Callet y Schron.*

Si de un logaritmo de esta naturaleza queremos hallar el número correspondiente, se buscará en las tablas como en el caso anterior el logaritmo que más se le aproxime por defecto, que restado, del propuesto, nos dará un resto; y considerando luego el principio que debe ya estar demostrado, de *que el incremento que recibe un número encontrado por las tablas, es* *igual al aumento que sufre el logaritmo propuesto respecto del que encontramos en las tablas dividido por la diferencia tabular más próxima,* se buscará dicha diferencia y se dividirá por el resto hallado, y el cociente que obtengamos, será la sexta cifra del número propuesto. En vez de verificar esta división, podemos encontrar la sexta cifra de una manera más sencilla, haciendo uso de las pequeñas tablas de cada diferencia, pues si en cada una de estas se encuentran los productos de la difeferencia correspondiente por los nueve primeros números, recordando la analogía de la multiplicación con la división, podremos en este caso tomar los que en la anterior fueron productos, por dividendos ó diferencias de logaritmos; los que antes fueron multiplicandos, esto es, cada una de las diferencias, divisores; obteniendo por lo tanto los cocientes que buscamos, en los números que fueron multiplicadores, que no son otros que los nueve primeros números. Ahora bien, en las partes de las diferencias de la pequeña tabla colocada por debajo de la diferencia tabular correspondiente, buscaremos el resto obtenido, ó el que se le aproxime más por defecto ó exceso, diferenciándose tan solo en una unidad; en uno ú otro de ambos casos, la cifra de la izquierda, será la sexta del número pedido.

EJEMPLOS.

Sean los logaritmos 4.6347947 y 0.8093457.

1.° Logaritmo 4.6347947.—Para encontrar el número correspondiente á este logaritmo, operaremos en un todo como en el caso anterior hasta convencernos que el número 7947, no se encuentra en las tablas, lo cual nos indica que no podemos hallar tan prontamente como en los casos anteriores, el número correspondiente, y que no formando parte de los comprendidos en las columnas encabezadas *N*, será mayor que 10800. Para resolver este ejemplo, recordando lo que llevamos dicho en la explicación del caso que nos ocupa, buscaremos la mantisa que encontrándose en las tablas, se aproxime más por defecto á 6347947, esta es 6347895 que corresponde al número 43131, cuyas cinco cifras serán las de la izquierda, de las seis que debe tener el número que buscamos. Para obtener la sexta, que es la que nos falta, recordando el principio establecido en la explicación de este caso, buscaremos la diferencia tabular más próxima, que es 101, y en las partes de las diferencias colocadas debajo de ella, veremos si se encuentra 52, diferencia entre las dos mantisas citadas; al no hallarla, tomaremos la inferior más próxima, que es 51, que como corresponde á la cifra 5, diremos que esta es la sexta cifra del número en cuestión. Estudiando ahora la característica para dar al número su verdadera expresión en sus diferentes órdenes de unidades, diremos que en 43131,5 tenemos resuelto este ejemplo. El mismo resultado hubiéramos obtenido para encontrar la sexta cifra del número deseado, dividiendo la diferencia de los logaritmos 52, por 101 diferencia tabular.

2.° Logaritmo 0.8093457.—Manejando las tablas, veremos que las cuatro últimas cifras de la mantisa de este logaritmo, no figuran en ellas, por lo cual buscaremos el logaritmo que se le aproxime más por defecto, que es 8093442 correspondiente al número 64468; para encontrar la sexta cifra de este número, veremos que la diferencia tabular más próxima es 68, buscando en las partes colocadas debajo de ella la diferencia de los logaritmos indicados, igual á 15, vemos que no figura entre ellas, pero sí 14, inferior en una unidad que corresponde al número 2 sexta cifra que se deseaba. Por lo tanto, 6,44682 es el número correspondiente al logaritmo propuesto.

Quinto caso. —*Cuando el resto obtenido en el caso anterior procedente de la diferencia de los dos logaritmos no se encuentre, diferenciándose por exceso ó defecto en una unidad á lo más, y queramos para alcanzar más aproximación obtener el número que se busca con siete ú ocho cifras.*

Practicaremos en un todo como en el caso anterior, hasta el punto de buscar en las pequeñas tablas de diferencias, la parte que por defecto se aproxime más al resto en cuestión, la cual nos dará á su izquierda, una cifra que será la sexta del número buscado; restaremos del resto considerado, la parte de diferencia encontrada en la pequeña tabla, lo que nos dará un segundo resto, á la derecha del cual, se escribirá un cero; buscaremos el décuplo del segundo resto en la misma tabla de las partes, eligiendo la que se le aproxime más por defecto y la cifra colocada á la izquierda de esta parte, será la sétima del número que se busca. De la misma manera podríamos encontrar un tercer resto, con el que operando lo mismo, obtendríamos la octava cifra; pero cuando tengamos necesidad de encontrar el número con ocho cifras, es mejor escribir tres ceros á la derecha del primer resto y dividirle así modificado por la misma diferencia: el cociente de la indicada división, constará de tres cifras, las cuales se escribirán á la derecha de las cinco primeramente encontradas.

EJEMPLOS.

Sean los logaritmos 3.5648243 y 0.5705295.

1.° Logaritmo 3.5648243.—Para encontrar el número que le corresponde, buscaremos en las tablas el logaritmo de mantisa que más se le aproxime por defecto, que es 5648199, correspondiente al número 36713, cuyas cifras son las cinco primeras del número que se busca. La diferencia entre ambos logaritmos es 44, la tabular más próxima 118, y la parte de esta diferencia que se aproxima más por defecto á 44, es 35, que corresponde al número 3; por lo que 3, será la sexta cifra del número que se busca. La diferencia entre 44 y 35, es 9, que se convierte en 90 colocándole un cero á su derecha, número que no se encuentra en las partes de la diferencia 118, pero la que se aproxima más por defecto, es 83, correspondiente al número 7, que será la sétima cifra del número que buscamos. Las dos cifras de la derecha del número buscado, son pues 37, con las cuales, colocadas al lado de las cinco primeramente encontradas y aplicando la modificación que nos indique la característica, tendremos en 3671,337 el número que corresponde al logaritmo propuesto.

Este procedimiento se funda en que, para todos los casos en que el logaritmo dado no figure entre los de las tablas, debemos aumentar al número encontrado por el logaritmo de las tablas más próximo por defecto al propuesto que no figura en ellas, el cociente de la división de la diferencia de estos logaritmos por la diferencia tabular; dicho cociente en este caso, está indicado por $\frac{44}{118}=0,3+\frac{44-35}{118}=0,3+\frac{9}{118}=0,3+0,07=0,37$

que son las mismas cifras encontradas anteriormente.

Si considerando el mismo logaritmo, deseamos obtener su número con ocho cifras, entonces no operaremos con los restos como en el caso anterior para indagar la octava cifra, sino que buscaremos desde luego las tres que faltan á las cinco primeras, añadiendo tres ceros al primer resto, que nos dará el número 44000: dividido este por la diferencia tabular 118, obtendremos como por el procedimiento anterior, las mismas dos primeras cifras encontradas en las tres que hallamos en el número 372. Siendo por lo tanto el valor del número deseado 3671,3372.

2.° Logaritmo 0.5705295.—Empleando para este ejemplo un procedimiento en un todo igual al primero del ejemplo anterior, le encontraremos como logaritmo más próximo por defecto, al 5705196, el cual corresponde al número 37198 que forma las cinco primeras cifras del que buscamos. La diferencia de logaritmos es 99, la tabular correspondiente 117, la parte de esta diferencia que se aproxima más por defecto á 99 es 94, que corresponde á la cifra 8, sexta del número que vamos formando; el segundo resto es cinco, convertido en 50 por haberle colocado un cero y buscando en las partes de la misma diferencia tabular, la que más se le aproxima por defecto, veremos que es 47, correspondiente al número 4, sétima y última cifra del número buscado, el cual obtendremos en su verdadero valor según la trasformación que le impone la característica, en 3,719884.

Sexto caso.—*Cuando la mantisa del logaritmo propuesto, constando de ocho cifras, sea menor que 03342376 valor inmediatamente superior á la última mantisa que figura en ambas tablas de logaritmos.*

Para comprender la particularidad de este caso al presentarse la mantisa del logaritmo propuesto con ocho cifras, recordaremos solamente que los números mayores que 10,000 tienen en sus períodos aislados de la columna *0*, cuatro cifras en vez de las tres que obteníamos desde 1020 al indicado número, pudiendo por lo tanto comprender que por el manejo sencillo de las tablas, esto es, sin la aplicación de las pequeñas de las diferencias, encontraremos para números de las mantisas en este momento propuestas, seis cifras en vez de las cinco obtenidas en los casos anteriores.

Si deseamos encontrar el número del logaritmo pedido con ocho ó nueve cifras, no tendremos que hacer más, que lo verificado en el caso anterior para el primer resto, añadiéndole dos ceros si queremos obtener el número con ocho cifras, y tres si con nueve.

EJEMPLOS.

Sean los logaritmos 4.01357246 y 0.03327697.

1.° Logaritmo 4.01357246. — Observaremos consultando las tablas, que la mantisa de este logaritmo no se encuentra en ellas, por lo cual, siguiendo el procedimiento de los dos casos anteriores, tomaremos la que se le aproxime más por defecto que es 01357027 correspondiente al número 103174; hallaremos la diferencia de ambos logaritmos que es 219, y escribiendo á su derecha dos ceros si queremos al número que buscamos con ocho cifras, ó tres, si le queremos obtener con nueve, serán para ambos casos 21900 y 219000 los números que tendremos que dividir por la diferencia tabular más próxima que es 421, y así, obtener dos cifras en el cociente de la primera, y tres en el de la segunda, cuyos cocientes añadiremos á las seis primeramente halladas. Dichos cocientes son respectivamente 52 y 520, los que colocados á la derecha de las seis cifras encontradas, y ordenándolas por el valor de la característica, obtendremos el número que buscábamos en 10317,452 y 10317,4520 que son las dos soluciones que puede tener este caso.

2.° Logaritmo 0.03327697.—El logaritmo que se le aproxima más por defecto, es 03327494 correspondiente al número 107963. Hallada la diferencia de los dos logaritmos que es 203, añadiremos á su derecha dos ó tres ceros y obtendremos los números 20300 y 203000, los cuales dividiremos por la diferencia tabular más próxima 403, obteniendo por cocientes respectivos á los números 50 y 503 que colocados á la derecha de las seis primeras cifras encontradas y ordenadas en sus diferentes órdenes de unidades por el valor numérico de la característica, obtendremos con ocho ó nueve cifras el número correspondiente al logaritmo propuesto en los 1,0796350 y 1,07963503.

Sétimo caso.—*Cuando la mantisa del logaritmo propuesto sea mayor que 03342376 límite inmediato superior á la última mantisa que figura en ambas tablas.*

Para la resolución de este caso, elegiremos en la *tabla de simple entrada* ó de *primer millar* una mantisa tal, que sumada ó restada de la mantisa del logaritmo propuesto, la suma ó la diferencia nos ponga en el caso anterior. Se buscará el número al cual pertenece el resultado hallado que se multiplicará ó dividirá por el que en la tabla de *simple entrada* corresponda á la mantisa anteriormente elegida, y el producto ó el cociente, serán el número encontrado para el logaritmo propuesto.

La elección de la mantisa mencionada en la *tabla de simple entrada* para sumarla ó restarla de la del logaritmo propuesto, no ofrece dificultad. Para elegir la mantisa que ha de *sumarse* á la propuesta, se procede de la siguiente manera: se resta el logaritmo dado del logaritmo de 101 ó de 10,1 según convenga, obteniéndose 2 ó 1 de característica, y por mantisa 00432137; del resultado de esta sustracción, se toma el logaritmo que se le aproxime más por defecto. En cuanto á la mantisa que se elegirá en el procedimiento por *resta*, será la que se aproxime más por defecto á la del logaritmo en cuestion.

EJEMPLOS.

Sean los logaritmos 0.14537962 y 2,32079435.·

1.° Logaritmo 0.14537962.—La aplicación del caso explicado para el ejemplo presente, se verifica empleando el procedimiento de la *suma*, restando el logaritmo propuesto del correspondiente á 10,1, igual á 1.00432137, lo cual nos dá de diferencia 0.85894175; buscando en la *tabla de primer millar* el logaritmo que más se aproxime á este por defecto, encontramos ser 0.85853720 que corresponde al número 7,22; si sumamos ahora el último logaritmo buscado con el propuesto, nos dará 1.00391682 y pasando á la *tabla compuesta de doble entrada* para buscar en los grupos aislados de cuatro cifras de la columna encabezada 0, esto es en los logaritmos de los números mayores que 10,000, el logaritmo que se le aproxime más por defecto, encontraremos á 0.00391269 que corresponde al número 100905, y si restamos del logaritmo que hemos obtenido por la suma hallada el últimamente encontrado, tendremos por diferencia, ó mejor dicho, por *resto* á 413, al que añadiremos dos ceros y dividiremos por la diferencia tabular más próxima 430, con el fin de encontrar según dijimos en el caso anterior, dos cifras que nos falta añadir al número 100905, lo que verificado, nos dará el número 10,090596, al cual dividiremos por 7,22, siendo el cociente 1,39758947 que es el número que buscábamos.

Si queremos resolver este ejemplo empleando la *resta* en vez de la suma, operaremos de la manera siguiente: Se busca en la *tabla de simple entrada* el logaritmo que más se aproxime por defecto al propuesto 014537962, que nos dará á 0.14301480 correspondiente al número 1,39, y restando del logaritmo propuesto el hallado, obtendremos por diferencia 0.00236482, de la cual buscaremos el logaritmo que más se le aproxime por defecto en los números mayores que 10.000, y veremos que es 0 00236480 correspondiente al número 100546; si restamos este logaritmo último del indicado por la diferen·

cia anteriormente hallada, encontraremos por *resto* 2, al cual añadiremos dos ceros y le dividiremos por la diferencia tabular más próxima con el fin de obtener otras dos cifras para el número últimamente encontrado; como dá de cociente cero, esta será la cifra que pondremos á la derecha del citado número 1.005460, el cual multiplicado por 1,39, se convierte en 1,39758940 que es el que deseábamos encontrar.

Vemos que empleando uno ú otro procedimiento, los resultados son casi iguales, pues se diferencian únicamente en la cifra del último orden decimal, error menor que una diez millonésima, cantidad tan pequeña que permite aceptar la igualdad en los resultados obtenidos.

2.° Logaritmo 2.32079435.—Este ejemplo le resolveremos también por los dos procedimientos, planteando y exponiendo el cálculo, con el fin de que se estudie más claramente el caso.

Por Suma.

L. 10,1=1.00432137
Mª L. p.to= 32079435

Diferenc.ª=0.68352702
L. a. def.o=0.68304704=n.° 4,82

S.c. L.p to=1.00384139
L. a. def.o=1.00383951=n.°10,0888

Resto =. . . .188
D. t.
18800 | 430 | n.°10088843 | 4,82
1600 | 43 | 04488 | 2093120954
310
1504
0583
1010
04600
2620
2100
172

N.° L. 2.32079435=209,3120954.

Por Resta.

L. p.to=2.32079435
L. a. def.o=2.32014629=n.° 209

Diferenc.ª=0.00064806
L. a. def.t=0.00064662=n.°1,00149

Resto =. . . . 144
D. t.
14400 | 434 | n.° 1.0014933
1380 | 33 | × 209
78
9 0134397
200 29866
209,3120997

N.° L. 2.32079435=209,3120997

En las dos resoluciones anteriores vemos que los resultados convienen, á excepción de los órdenes que pasan de cien milésimas, lo cual nos demuestra un pequeño error que se hace despreciable; ó mejor aún, evaluando en ambos resultados en menos de media cien milésimas, obtendremos por número del logaritmo propuesto á 209,31209.

Octavo caso.—*Cuando el logaritmo propuesto es enteramente negativo.*

En este caso se buscará dicho logaritmo en las tablas como si fuese positivo, y encontrado el número á que pertenece, será el denominador de una fracción á la cual se dá por munerador la unidad, obteniéndose de esta manera una fracción ordinaria, correspondiente al logaritmo negativo propuesto. Si la fracción resultante fuese reducible, se la reducirá á su más simple expresión.

Si deseásemos obtener en forma decimal el valor de la fracción que proviene de un logaritmo negativo dado, añadiremos á dicho logaritmo tantas unidades mas una, como hay en su característica, lo cual nos dará un nuevo logaritmo, del que buscando el número correspondiente, correremos la coma tantos lugares á su izquierda como unidades se añadieron al propuesto. En este resultado obtendremos el número buscado bajo la forma pedida.

EJEMPLOS.

Sean los logaritmos—1.57978369 y—0.27875360.

1.° Logaritmo—1.57978369.—Prescindiremos del signo— y buscaremos como si fuese positivo la mantisa que encontraremos en la *tabla de simple entrada* que corresponde al número 38,0, y según lo dicho en la explicación anterior, será el denominador de una fracción ordinaria que tendrá la unidad por numerador. Por lo tanto, el número buscado es $\frac{1}{38,0}$ ó $\frac{10}{380.}$

Si deseamos obtener el número buscado en este ejemplo en forma decimal, añadiremos dos unidades al logaritmo propuesto, lo que da 2—1.57978369=0.42021631. El número que corresponde á este logaritmo es 2.63158063. Pero debemos recordar que hemos añadido dos unidades al logaritmo propuesto, haciéndole cien veces mayor; de manera que será preciso hacer al número hallado cien veces menor; al efecto, correremos la coma dos lugares hácia la izquierda. Así la fracción decimal equivalente al logaritmo negativo propuesto, es 0,0263158063.

2.° Logaritmo—0.27875360.—Buscaremos el número correspondiente á este logaritmo como si fuese positivo, igual á 1,9, número que formará el denominador de una fracción que tendrá á la unidad por numerador; por lo tanto, en $\frac{1}{1,9}$ ó bien en $\frac{10}{19}$ tendremos el número buscado.

Si queremos hallar este número en forma decimal, practicando como en el párrafo anterior, resultará que es igual á 0,526317178.

Noveno caso.—*Cuando el logaritmo propuesto tiene la característica negativa y la mantisa positiva.*

En este caso se operará como en el anterior, esto es, buscando el número que corresponde á la mantisa del logaritmo dado, que por presentársenos bajo una forma positiva no ofrecerá ninguna dificultad, pero tendremos después cuidado de colocar la coma en el número hallado, de modo que la primera cifra significativa decimal, sea del orden indicado por la característica del logaritmo propuesto.

Lo mismo verificaríamos si el logaritmo dado, en vez de estar separada su mantisa de la característica por un punto como hasta aquí lo hemos verificado, lo fuera por una coma, presentándose todo el logaritmo en forma positiva; entonces no tendríamos más, después de hallado el número, que poner á su izquierda tantos ceros como fuesen necesarios para dar á la coma el lugar correspondiente.

Si se nota en la fracción decimal que obtenemos, la forma de *periódica pura*, se podrá sustituir por una fracción ordinaria que tenga por numerador el período y por denominador un número compuesto de tantos nueves como cifras tenía el período. Pero si se presentase bajo la forma de *periódica mixta*, se sustituirá por una fracción ordinaria que tendrá por numerador la suma de la parte no periódica, multiplicada por tantos nueves como cifras tiene el período con el período, y por denominador un número compuesto de tantos nueves como cifras tiene el período seguido de tantos ceros, como lugares haya entre la coma y el primer período.

EJEMPLOS.

Sea el logaritmo $\bar{3}.8100375$.

Buscaremos para hallar el número correspondiente á este logaritmo en las tablas, una mantisa igual á la propuesta, la cual vemos correponde al número 64571, pero siendo la característica $\bar{3}$, la primera cifra significativa, debe ser del tercer orden decimal, es decir, del orden de las milésimas, de manera que el número decimal correspondiente al logaritmo dado es 0,0064571.

Si hubiésemos obtenido como número del logaritmo propuesto á 0,8484848 sustituiríamos este valor por la fracción ordinaria $\frac{84}{99}$. Si en vez de un número decimal como el anterior, hubiese sido de la forma 0,4384848 le sustituiríamos por

$$0{,}43+\frac{84}{99}=\frac{43}{100}+\frac{84}{9900}=\frac{43\times 9900}{100\times 9900}+\frac{84\times 100}{9900\times 100}=\frac{43\times 99+84}{9900}=\frac{4341}{9900}=\frac{3\times 1447}{3\times 3300}=\frac{1447}{3300}.$$

Terminada la explicación de los nueve casos que se presentan en cada una de las dos partes en que hemos dividido nuestro trabajo, debemos hacer notar que los pequeños errores que se han observado en la resolución de los ejemplos del *sétimo caso* de ambas cuestiones, provienen de haber admitido como cierto el principio de proporcionalidad de incrementos de logaritmos al de los números, y no sucede así, pues mientras un número recibe un incremento doble, el del logaritmo es menor que el doble, y cuando el del número es en un medio, el del logaritmo es mayor que el medio, pero estos errores, son en cantidades muy pequeñas.

Granada Marzo 1884.