



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

## Ley de Stokes. Técnicas Experimentales Básicas. Grado en Física y Doble Grado en Física y Matemáticas.

Sándalo Roldán-Vargas  
*Departamento de Física Aplicada, Facultad de Ciencias,  
Universidad de Granada, 18071 Granada, Spain\**

### 1. RESUMEN

Con esta experiencia reproduciremos, al menos parcialmente, la práctica número 13 del libro de prácticas, cuyo guión tomaremos como material de consulta. Al contrario de la versión de laboratorio de la práctica 13, en esta versión de la práctica no utilizaremos esferas de metal sólidas cayendo en el seno de un líquido viscoso sino que usaremos gotas líquidas de agua cayendo en un seno de aceite de oliva, aprovechando la densidad ligeramente superior del agua respecto al aceite. El objetivo esencial de la práctica consistirá en determinar la viscosidad del aceite mediante tres procedimientos diferentes, incluyendo un estudio de la deformabilidad de las gotas de agua.

### 2. MATERIALES

Para llevar a cabo esta práctica necesitaremos:

1. Un vaso alargado transparente con altura en torno a 15 cm (el típico vaso de tubo).
2. Aceite de oliva (genérico) con el que rellenar el vaso. El aceite debería ser reutilizable para cocinar después de finalizar la práctica, teniendo cuidado de retirar antes el agua (por ejemplo en caso de usar ese aceite para freír).
3. Una regla calibrada con una sensibilidad de al menos 1 mm cuya longitud total sea, al menos, la del vaso.
4. Un cronómetro (podemos usar el cronómetro de un teléfono móvil o el de un ordenador personal).
5. Cámara para tomar capturas fotográficas o vídeos. Podemos usar la cámara de un teléfono móvil pero teniendo en cuenta que las capturas de imágenes se harán mientras cronometramos el tiempo de descenso, de ahí que tal vez no podamos usar el mismo móvil para cronometrar la caída (punto 4) y capturar las imágenes simultáneamente. Una opción en este último caso sería la de utilizar el móvil para las capturas fotográficas y el ordenador personal para cronometrar.
6. Un cuentagotas o una pajita, o cualquier otro utensilio que nos permita depositar (o introducir) las gotas de agua sobre (o en) el aceite. Buscaremos que las gotas producidas por el utensilio utilizado no sean uniformes en tamaño.

### 3. MÉTODOS

El método será similar al usado en la práctica del laboratorio.

1. Trazaremos dos marcas en el vaso a dos alturas separadas una distancia de 10 cm (usando la regla), procurando que la marca superior se encuentre a una distancia de la superficie del aceite como para permitir que la gota tarde un tiempo prudencial en llegar a esa primera marca. Esta distancia podría ser de unos 3 cm o superior (dependiendo de la longitud total del vaso del que dispongamos). La gota, de hecho, alcanzará su velocidad límite

casi desde el momento de empezar a decantar dentro del seno de aceite, siendo esta velocidad límite suficientemente pequeña como para ser medida con fiabilidad (debido a la escasa diferencia de densidad entre el agua y el aceite).

2. Depositaremos una gota de agua en la superficie del aceite o bien la introduciremos en el interior del aceite (pero cerca de la superficie). Esto lo haremos usando el cuentagotas o la pajita. Si depositamos la gota sobre la superficie del aceite, es posible que la gota quede pendiendo de dicha superficie, por lo que deberemos darle un leve impulso inicial (con la punta de un cuchillo por ejemplo) para que se descuelgue de la superficie y comience a caer.

3. Cuando la gota llegue a la primera marca comenzaremos a cronometrar, deteniendo el cronómetro cuando la gota llegue a la segunda marca. Con este tiempo, y conocida la distancia de separación entre marcas, obtendremos la velocidad límite de cada gota.

4. Durante el proceso de decantación de cada gota tomaremos al menos una captura fotográfica en primer plano, en la que además de la gota aparezca un fragmento de la regla, que, previamente, habremos colocado en vertical fuera del vaso. Procuraremos que la gota y la regla se encuentren a la misma distancia del objetivo de la cámara para que no haya efectos de profundidad de campo que desvirtúen el tamaño de la gota. Notemos además que aquí no consideraremos los leves efectos de distorsión que pueda crear el vaso como lente potencial a la hora de desvirtuar el tamaño de la gota. Estas imágenes nos permitirán, por tanto, asignar un tamaño a cada gota estudiada.

En los enlaces que se proporcionan a continuación podemos ver dos vídeos con parte del proceso para dos gotas de distintos tamaños (notemos que en el segundo vídeo debemos prestar atención por tratarse de una toma a distancia y una gota pequeña):

1- Vídeo gota grande

2- Vídeo gota pequeña

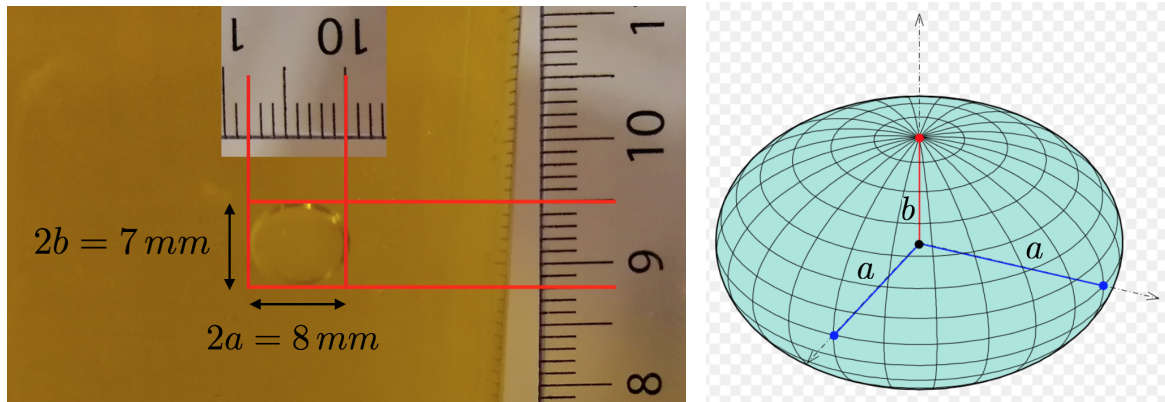
Para asignar unas dimensiones a cada gota analizaremos la captura fotográfica (paso 4) tal como muestra la Figura 1, en la que se presenta una captura fotográfica que muestra el "diámetro" (medido en vertical) de una gota durante su proceso de decantación.



**Figura 1.** Longitud de una gota medida en vertical durante su proceso de decantación (izquierda). Detalle cercano de la imagen de la izquierda donde se muestra claramente el "diámetro vertical" de la gota, que, en este caso, es de 7 mm (derecha).

En esta versión de la práctica, añadiremos una corrección debida al achatamiento de la gota en la dirección vertical, que será medible para el caso de gotas grandes. En este caso, además de medir la longitud vertical de la gota a través de la captura fotográfica (Figura 1), mediremos la longitud horizontal de la gota, utilizando la misma captura fotográfica y recortando un fragmento de la imagen de la regla que colocaremos sobre la imagen en horizontal, respetando este recorte las longitudes del calibrado de la regla. Con este procedimiento caracterizaremos las dimensiones de la gota mediante un elipsoide de semiejes  $a$ ,  $a$  y  $b$  (siendo este último el semieje vertical). La

Figura 2 muestra las dos longitudes ( $a$  y  $b$ ) para la gota de la Figura 1, así como un elipsoide ideal de referencia.



**Figura 2.** Longitudes vertical y horizontal de la gota (izquierda). Elipsoide de revolución de semiejes  $a$ ,  $a$  y  $b$  (derecha). Notemos que en la imagen de la izquierda, el semieje perpendicular al plano de la imagen será también  $a$ , por simetría de revolución respecto al eje vertical de la gota.

#### 4. FUNDAMENTO TEÓRICO

Como sabemos, la velocidad límite  $v_{lim}$  se alcanza cuando llegamos a un equilibrio de fuerzas entre el peso de la gota, el empuje de Arquímedes y la fuerza de fricción de Stokes (ver libro de prácticas). En este caso, si no consideramos la corrección de Ladenburg debida al influjo de las paredes del vaso sobre la gota, suponemos una gota esférica de diámetro  $D$ , y nos encontramos en condiciones de flujo laminar (bajo número de Reynolds), llegamos a la ecuación 10 del libro de prácticas:

$$v_{lim} = \frac{(\delta - \rho)g}{18\eta} D^2, \quad (1)$$

o bien:

$$\eta = \frac{(\delta - \rho)g}{18v_{lim}} D^2, \quad (2)$$

donde  $\delta$  y  $\rho$  son las densidades del agua y del aceite respectivamente,  $g$  es la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre y  $\eta$  la viscosidad del aceite. Como valores para las densidades tomaremos:  $\delta = (0.99 \pm 0.01) \text{ gcm}^{-3}$  y  $\rho = (0.91 \pm 0.01) \text{ gcm}^{-3}$ . Como valor de  $g$  tomaremos el obtenido en la práctica del péndulo mediante el método de las 50 oscilaciones (con su error correspondiente). En lo que se refiere al número de Reynolds  $R$ , lo podemos evaluar para cada gota mediante la ecuación 2 del libro de prácticas:

$$R = \frac{\rho v_{lim} D}{\eta} \quad (3)$$

Para aquellas gotas suficientemente grandes como para determinar una diferencia medible entre su longitud vertical y su longitud horizontal (Figura 2), utilizaremos una aproximación más cercana al problema exacto del elipsoide considerando una esfera cuyo diámetro efectivo  $D_{ef}$  dé lugar a un volumen igual al que tendría el elipsoide. Por una parte, el volumen del elipsoide sería:

$$V_{elipsoide} = \frac{4\pi}{3}aab = \frac{4\pi}{3}a^2b \quad (4)$$

En la Figura 2:  $a = 8/2$  mm y  $b = 7/2$  mm. Si llamamos  $\beta = a/b$  (en el ejemplo de la Figura 2,  $\beta = 8/7$ ), podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$V_{elipsoide} = \frac{4\pi}{3\beta}a^3 \quad (5)$$

Igualando este volumen al de una esfera de diámetro eficaz  $D_{ef}$  resultaría:

$$V_{esfera} = \frac{\pi}{6}D_{ef}^3 = V_{elipsoide} = \frac{4\pi}{3\beta}a^3, \quad (6)$$

y de ahí:

$$D_{ef} = \frac{2}{\sqrt[3]{\beta}}a \quad (7)$$

Con este nuevo diámetro podemos recalcular la viscosidad, tal como aparece en la ecuación 2:

$$\eta = \frac{(\delta - \rho)g}{18v_{lim}}D_{ef}^2 \quad (8)$$

## 5. RESULTADOS

A continuación pasamos a describir tres procedimientos para obtener, entre otras magnitudes, la viscosidad del aceite.

### 5.1. Determinación de la viscosidad y el número de Reynolds mediante promedio

Analizaremos un total de 20 gotas, procurando que éstas sean de tamaños diferentes. Lo ideal es que la gota más grande analizada tenga al menos el doble del diámetro de la más pequeña.

Para cada una de esas gotas determinaremos su velocidad límite  $v_{lim}$ , su longitud vertical  $D$  (como se muestra en la Figura 1, a partir de una captura fotográfica para cada gota), su viscosidad (usando la ecuación 2) y su número de Reynolds (usando la ecuación 3). Con estos valores (y sus correspondientes errores) construiremos una tabla con cuatro columnas ( $D$ ,  $v_{lim}$ ,  $R$  y  $\eta$ ) y 20 filas (una fila por cada gota). La tabla vendrá ordenada de arriba hacia abajo por el valor de  $D$  (de menor a mayor). Al construir la tabla es lógico que haya gotas con igual tamaño. No importa que algunos tamaños se repitan.

De la tabla extraeremos un valor medio para la viscosidad y el número de Reynolds promediando los valores de las 20 gotas. Estos valores medios deberán llevar su error correspondiente. Compararemos el valor de la viscosidad media con los valores de la tabla del apéndice. Comprobaremos, además, que el número de Reynolds medio obtenido es, de hecho, pequeño, apoyando la hipótesis de flujo laminar en la que se basa la ecuación 2.



### 5.2. Determinación de la viscosidad por mínimos cuadrados

Usando los datos de la tabla anterior, representaremos gráficamente la velocidad límite  $v_{lim}$  frente a  $D^2$ . Esto nos dará un conjunto de 20 puntos con sus correspondientes errores. Según la ecuación 1, debemos esperar una relación lineal entre  $v_{lim}$  y  $D^2$ , dando lugar a una recta cuya pendiente  $m$  es:

$$m = \frac{(\delta - \rho)g}{18\eta} \quad (9)$$

Haremos un ajuste lineal por mínimos cuadrados de  $v_{lim}$  frente a  $D^2$  usando los 20 puntos, obteniendo una recta óptima cuya pendiente nos permitirá obtener de nuevo un valor para  $\eta$ , usando la ecuación anterior. Presentaremos este valor con su error correspondiente y lo compararemos con el valor de la viscosidad media obtenido en el apartado 5.1, discutiendo la posible diferencia (si ésta fuera significativa) o la similitud (si la diferencia no fuera significativa). Por último, discutiremos la bondad del ajuste analizando el valor obtenido para  $\chi^2$ .

### 5.3. Determinación de la viscosidad incluyendo el efecto de la deformación de la gota

En este último apartado seleccionaremos de entre las 20 gotas estudiadas aquellas cuyo tamaño sea lo suficientemente grande como para apreciar una diferencia medible entre su eje horizontal y su eje vertical. Usando la estrategia expuesta en la Figura 2, determinaremos para cada una de estas gotas  $a$  y  $b$  y, con ellos,  $\beta$  y  $D_{ef}$  (ecuación 7).

Con el valor de  $D_{ef}$  obtenido para cada una de estas gotas grandes, obtendremos de nuevo la viscosidad asociada a cada una de estas gotas usando la ecuación 8 (incluiremos el error correspondiente a cada una de las viscosidades obtenidas). De nuevo, obtendremos la viscosidad media con su correspondiente error, promediando los valores de estas gotas grandes. Compararemos esta viscosidad media con los resultados obtenidos en los apartados 5.1 y 5.2, discutiendo críticamente las posibles diferencias. Es posible que algunas de las gotas grandes tengan el mismo valor de  $\beta$  y  $D_{ef}$ . De nuevo, no importa que esos valores se repitan de algunas gotas a otras (todos ellos contribuirán de forma individual al promedio).

## APÉNDICE: VISCOSIDAD DEL ACEITE DE OLIVA

En la tabla siguiente se recogen valores para la viscosidad de un aceite de oliva genérico para distintas temperaturas. Notemos en primer lugar que los valores de la viscosidad en la tabla vienen expresados en centipoises (donde 1 poise (P) = 0.1 Pa·s). Notemos, además, que la viscosidad del aceite es muy sensible a la temperatura. Por tanto, y dado que cada pareja realizará sus experimentos con distintos aceites a distintas temperaturas, la tabla busca servirnos de referencia de amplio rango para comprobar que los resultados obtenidos son plausibles.

Temperature		Viscosity
$^{\circ}C$	$^{\circ}F$	Centipoises
5	41	155
10	50	130
15	59	105
20	68	84
25	77	69
30	86	56
35	95	44
40	104	38

**Tabla 1.** Tabla con viscosidades del aceite de oliva a distintas temperaturas (la tabla ha sido tomada con fines pedagógicos de *The Extra-Virgin Olive Oil Handbook*, Ed. Claudio Peri, John Wiley & Sons (2014)).

---

\* Electronic address: sandalo@ugr.es

El autor de este guión agradece su financiación a la Comisión Europea:  
Marie Skłodowska-Curie Individual Fellowship No. 840195-ARIADNE