

CMMoST 2019

5th INTERNATIONAL CONFERENCE ON

Mechanical Models in Structural Engineering

Alicante, SPAIN

23 - 25 October 2019

Escuela Politécnica Superior

Universidad de Alicante

Full Papers



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

CMMoST 2019

5th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
**Mechanical Models in
Structural Engineering**

Polytechnic School of Alicante

23rd – 25th October 2019



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

COMITÉ DE EDICIÓN

Salvador Ivorra Chorro

Victor Compán Cardiel

Andrés Sáez Pérez

Enrique Hernández Montes

Luisa M^a Gil Martín

Margarita Cámara Pérez

COORDINADORES

Francisco Javier Baeza de los Santos

M. A. Yordhana Gómez Sánchez

Edita: Editorial Club Universitario
C/ Decano, n.º 4 – 03690 San Vicente (Alicante)
www.ecu.fm
original@ecu.fm

ISBN: 978-84-17924-58-4
ISBN papel: 978-84-17924-22-5

Printed in Spain

Organizan:



ugr



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Patrocinan:



PAVASAL

CMMoST 2019

5th INTERNATIONAL CONFERENCE ON

Mechanical Models in Structural Engineering

Polytechnic School of Alicante

23rd – 25th October 2019

PREFACE

Welcome to the Fifth International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering (**CMMoST2019**), celebrated at the Polytechnic School of the University of Alicante (Alicante, Spain), October 23rd to 25th 2019.

CMMoST2019 is a scientific event organized by the Department of Civil Engineering of the University of Alicante in cooperation with the University of Seville and the University of Granada, Spain. The CMMoST conference series are devoted to fostering the continued involvement of the research community in all the areas of Structural Engineering, from identifying innovative applications and novel solution techniques to developing new mathematical procedures or addressing educational issues in technical degrees. Former and successful conferences were held in Granada (2011 and 2013), Seville (2015) and Madrid (2017).

The present volume is a collection of edited papers that were accepted for oral presentation at **CMMoST2019** after peer-review. We warmly thank all the contributors, authors, plenary speakers and sponsors that have made possible this event, and wish this conference will offer you fruitful scientific discussions and a pleasant time in Alicante.

The conference organizers would also like to express their gratitude to the International Scientific Advisory Board for their in support and promotion of the meeting, as well as for their assistance in the revision process of the submitted papers.

Alicante, October 2019

CMMoST2019 Organizing Committee

Salvador Ivorra Chorro, University of Alicante (Spain)

Victor Compán Cardiel, University of Seville (Spain)

Andrés Sáez Pérez, University of Seville (Spain)

Enrique Hernández Montes, University of Granada (Spain)

Luisa M^a Gil Martín, University of Granada (Spain)

Margarita Cámara Pérez, University of Seville (Spain)

Organizing Committee

Salvador Ivorra Chorro. University of Alicante, Spain.

Victor Compán Cardiel. University of Seville, Spain.

Andrés Sáez Pérez. University of Seville, Spain.

Enrique Hernández Montes. University of Granada, Spain.

Luisa M^a Gil Martín. University of Granada, Spain.

Margarita Cámara Pérez. University of Seville, Spain.

Local Committee

Francisco Javier Baeza de los Santos. University of Alicante, Spain.

Francisco de Borja Varona Moya. University of Alicante, Spain.

Antonio Maciá Mateu. University of Alicante, Spain.

Benjamín Torres Gorriz. University of Alicante, Spain.

David Bru Orts. University of Alicante, Spain.

Scientific Committee

Adam J Sadowski. Imperial College, UK.

Adolfo Alonso Durá. Universidad Politécnica de Valencia, Spain.

Antolín Lorenzana Iban. Universidad de Valladolid, Spain.

Chengxiang Yu. Universidad de Castilla La Mancha, Spain.

Dimitrios Vamvatsikos. National Technical University of Athens, Greece.

Dora Foti. Politecnico di Bari, Italy.

Ernest Bernat. UPC Terrasa, Spain.

Francisco Chinesta. ENSAM, France.

Ignacio Lombillo Vozmediano. Universidad de Cantabria, Spain.

Iván Cabrera i Fausto. Universidad Politécnica de Valencia. Spain.

Iván M. Díaz. Universidad Politécnica de Madrid, Spain.

Javier Canales Abaitua. Universidad del País Vasco, Spain.

Juan Manuel Manso Villalaín. Universidad de Burgos, Spain.

Lluís Gil Espert. UPC Terrasa, Spain.

Lluís Torres Llinas. Universitat de Girona, Spain.

Luís Manuel Cortesão Godinho. Universidade de Coimbra, Portugal.

M^a Amaya Pérez del Palomar Aldea. Universidad de Zaragoza, Spain.

M^a Dolores Martínez Rodrigo. Universitat Jaume I, Spain.

M^a Jesús Lamela Rey. Universidad de Oviedo, Spain.

M^a Dolores Gómez Pulido. Instituto Eduardo Torroja CSIC, Spain.

Mark A. Aschheim. Santa Clara University, USA.

Mateusz Bocian. University of Leicester, UK.

Michele Palermo. University of Bologna, Italy.

Miguel Fernández-Ruiz. École Polytechnique Fédérale de Lausanner, France.

Oh-Sung Kwon. University of Toronto, Canada.

Orlando Maeso Fortuny. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Spain.

Santiago Hernández Ibáñez. Universidad de A Coruña, Spain.

Stravoula Pantazapoulou. University of York, Canada.

Vincenzo Gattulli. Università di Roma Sapienza, Italy.

CONTENTS

KEYNOTE LECTURES

FROM REAL-TIME SIMULATION TO STRUCTURAL DYNAMICS HYBRID TWIN. <i>Francisco Chinesta</i>	17
LOS EDIFICIOS EN ALTURA DE LA CIUDAD DE BENIDORM. <i>Florentino Regalado Tesoro</i>	17
DISEÑO PARAMÉTRICO. SU APLICACIÓN AL PROYECTO DE PUENTES. <i>José Romo Martín</i>	17

EXTENDED ABSTRACTS

A METHODOLOGY TO DESIGN INERTIAL MASS CONTROLLERS FOR HUMAN-INDUCED VIBRATIONS. <i>I.M. Díaz, X. Wang, E. Pereira, J. García Palacios, J.M. Soria, C. Martín de la Concha Renedo y J.F. Jiménez-Alonso</i>	21
A STATISTICAL-BASED PROCEDURE FOR GENERATING EQUIVALENT VERTICAL GROUND REACTION FORCE-TIME HISTORIES. <i>J.M. García-Terán, Á. Magdaleno, J. Fernández y A. Lorenzana</i>	37
A TOPOLOGICAL ENTROPY-BASED APPROACH FOR DAMAGE DETECTION OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURES. <i>J.F. Jiménez-Alonso, J. López-Martínez, J.L. Blanco-Claraco, R. González-Díaz y A. Sáez</i>	55
ALTERNATIVE SOLUTIONS FOR THE ENHANCEMENT OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE COLUMNS IN FIRE USING HIGH PERFORMANCE MATERIALS – A NUMERICAL STUDY. <i>A. Espinós, A. Lapuebla-Ferri, M.L. Romero, C. Ibáñez y V. Albero</i>	63
ANÁLISIS PARAMÉTRICO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS DE LOSAS DE HORMIGÓN ARMADO REFORZADAS FRENTE A PUNZONAMIENTO. <i>M. Navarro, S. Ivorra y F.B. Varona</i>	83
APLICACIÓN DE OPTIMIZACIÓN KRIGING PARA LA BÚSQUEDA DE ESTRUCTURAS ÓPTIMAS ROBUSTAS. <i>V. Yepes, V. Penadés-Plà y T. García-Segura</i>	101
APPLICATION OF THE COMPRESSION CHORD CAPACITY MODEL TO PREDICT THE FATIGUE SHEAR STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS WITHOUT STIRRUPS. <i>A. Cladera Bohigas, C. Ribas González, E. Oller Ibars y A. Marí Bernat</i>	115
ASSESSMENT OF MECHANICAL PROPERTIES OF CONCRETE USING ELECTRIC ARC FURNACE DUST AS AN ADMIXTURE. <i>M.D. Rubio Cintas, M.E. Parrón Rubio, F. Pérez García, M.A. Fernández Ruiz y M. Oliveira</i>	123
CARACTERIZACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UN DESLIZADOR ANTE TENSIONES NORMALES VARIABLES Y FRICCIÓN RATE AND STATE REGULARIZADA. <i>J.C. Mosquera, B. González Rodrigo, D. Santillán y L. Cueto-Felgueroso</i>	133
CHANGES IN STRENGTH AND DEFORMABILITY OF POROUS BUILDING STONES AFTER WATER SATURATION. <i>Á. Rabat, R. Tomás y M. Cano</i>	147
CHARACTERIZATION OF WELDED STEEL JOINTS USING MODAL SHAPES. <i>E. Bayo, J. Gracia y J. Jönsson</i>	157

COMPARATIVA NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERÍA A COMPRESIÓN DIAGONAL. <i>D. Bru, B. Torres, F.B. Varona, R. Reynau y S. Ivorra</i>	171
CONDUCTIVE CONCRETE, NANOADDITIONS AND FUNCTIONAL APPLICATIONS. <i>B. del Moral, O. Galao, F.J. Baeza, E. Zornoza y P. Garcés</i>	181
CONSTRUIR Y ROMPER ESTRUCTURAS UN CURSO PRÁCTICO DE INTRODUCCIÓN A LAS ESTRUCTURAS. <i>J. Antuña, M. Vázquez, V. Pascua y C. Olmedo</i>	191
CORRODED B-REGIONS RESIDUAL FLEXURE CAPACITY ASSESSMENT IN REINFORCED CONCRETE BEAMS. <i>J.F. Carbonell-Márquez, L.M. Gil-Martín y E. Hernández-Montes</i>	203
DISEÑO DE EXPERIMENTOS FACTORIAL COMPLETO APLICADO AL PROYECTO DE MUROS DE CONTENCIÓN. <i>D. Martínez-Muñoz, V. Yepes y J.V. Martí</i>	221
DYNAMIC MODEL UPDATING INCLUDING PEDESTRIAN LOADING APPLIED TO AN ARCHED TIMBER FOOTBRIDGE. <i>Á. Magdaleno, J.M. García-Terán, I.M. Díaz y A. Lorenzana</i>	235
DYNAPP: A MOBILE APPLICATION FOR VIBRATION SERVICEABILITY ASSESSMENT <i>J. García Palacios, I. Lacort, J.M. Soria, I.M. Díaz y C. Martín de la Concha Renedo</i>	247
EFFECT OF THE BOND-SLIP LAW ON THE BOND RESPONSE OF NSM FRP REINFORCED CONCRETE ELEMENTS. <i>J. Gómez, L. Torres y C. Barris</i>	257
EFFECTS OF TENSILE STRESSES ON PUNCHING SHEAR STRENGTH OF RC SLABS. <i>P.G. Fernández, A. Mari, E. Oller y M. Domingo Tarancón</i>	275
E-STUB STIFFNESS EVALUATION BY METAMODELS. <i>M. López, A. Loureiro, R. Gutiérrez y J.M. Reinosa</i>	291
ESTUDIO DE LOS DESPLAZAMIENTOS NECESARIOS PARA EL COLAPSO DE ARCOS DE FÁBRICA EN LA EDUCACIÓN. <i>J. Antuña, J.I. Hernado, F. Magdalena, A. Aznar, V. Pascual y A. Blasco</i>	297
EVALUACIÓN DEL DAÑO POR EXPLOSIONES EN PATRIMONIO HISTÓRICO. <i>S. Ivorra, R. Reynau, D. Bru y F.B. Varona</i>	307
EVALUACIÓN EXPERIMENTAL MEDIANTE ANÁLISIS DIGITAL DE IMÁGENES DEL COMPORTAMIENTO DE MUROS DE MAMPOSTERÍA FRENTE A CARGAS CÍCLICAS EN SU PLANO. <i>B. Torres, D. Bru, F.B. Varona, F.J. Baeza y S. Ivorra</i>	319
EVALUATION OF X42 STEEL PIPELINES BASED ON DEFORMATION MONITORING USING RESISTIVE STRAIN GAUGES. <i>H.F. Rojas-Suárez y Á.E. Rodríguez-Suesca</i>	331
EXPERIMENTAL AND NUMERICAL INVESTIGATION ON TRM REINFORCED MASONRY VAULTS SUBJECTED TO MONOTONICAL VERTICAL SETTLEMENTS. <i>E. Bertolesi, M. Buitrago, B. Torres, P.A. Calderón, J.M. Adam y J.J. Moragues</i>	341
EXPERIMENTAL EVALUATION OF 3D STEEL JOINT WITH LOADING IN BOTH AXIS. <i>A. Loureiro, M. López, J.M. Reinosa y R. Gutiérrez</i>	351

EXPERIMENTAL EVALUATION OF HAUNCHED JOINTS. <i>A. Loureiro, M. López, R. Gutiérrez y J.M. Reinos</i>	359
EXPERIMENTAL NUMERICAL CORRELATION OF A PADEL RACKET SUBJECT TO IMPACT <i>A.A. Molí Díaz, C. López Taboada, G. Castillo López y F. García Sánchez</i>	371
FORM FINDING OF TENSEGRITY STRUCTURES BASED ON FAMILIES: THE OCTAHEDRON FAMILY. <i>M.A. Fernández Ruiz, L.M. Gil-Martín, J.F. Carbonell-Márquez y E. Hernández-Montes</i>	389
HEALTH MONITORING THROUGH A TUNED FE MODEL OF A MEDIEVAL TOWER PLACED IN A LANDSLIDE AREA. <i>M. Diaferio, D. Foti, N.I. Giannoccaro y S. Ivorra</i>	399
HIGH PERFORMANCE CONCRETE REINFORCED WITH CARBON FIBERS FOR MULTIFUNCTIONAL APPLICATIONS. <i>O. Galao, M.G. Alberti, F. Baeza, B. del Moral, F.J. Baeza, J. Gálvez y P. Garcés</i>	415
IN THE SEARCH OF MODAL PARAMETERS CONFIGURATION OF PASSIVE AND ACTIVE ISOLATION SYSTEMS, APPLIED TO MOMENT FRAMES. <i>C.A. Barrera Vargas, J.M. Soria, I.M. Díaz y J.H. García-Palacios</i>	429
INFLUENCE OF INFILL MASONRY WALLS IN RC BUILDING STRUCTURES UNDER CORNER-COLUMN FAILURE SCENARIOS. <i>M. Buitrago, E. Bertolesi, P.A. Calderón, J.J. Moragues y J.M. Adam</i>	441
LABORATORY DYNAMIC STRUCTURAL TESTING. METHODS AND APPLICATIONS. <i>J. Ramírez Senent, J.H. García Palacios, I.M. Díaz y J.M. Goicolea</i>	451
MECHANICAL AND DYNAMIC PROPERTIES OF TRM WITH DIFFERENT FIBERS <i>D. Bru, B. Torres, F.J. Baeza y S. Ivorra</i>	469
METODOLOGÍA PARA VALORAR LA SOSTENIBILIDAD CON BAJA INFLUENCIA DE LOS DECISORES. <i>V. Penadés-Plà, V. Yepes y T. García-Segura</i>	481
MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE UN ACUEDUCTO DE MAMPOSTERÍA. <i>S. Ivorra, Y. Spariani, B. Torres y D.Bru</i>	495
MODELLING OF HIGHLY-DAMPED COMPOSITE FLOOR BEAMS WITH CONSTRAINED ELASTOMER LAYERS. <i>C. Martín de la Concha Renedo, I. Díaz Muñoz, J.H. García Palacios y S. Zivanovic</i>	507
MODELOS MULTI-VARIABLE NO-LINEALES PARA PREDECIR LA ADHERENCIA ACERO-HORMIGÓN A ALTA TEMPERATURA. <i>F.B. Varona-Moya, F.J. Baeza, D. Bru y S. Ivorra</i>	521
MODELOS NUMÉRICOS PARA PREDECIR LA ADHERENCIA RESIDUAL ENTRE ACERO Y HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS A ALTA TEMPERATURA. <i>F.B. Varona-Moya, Y. Villacampa, F.J. Navarro-González, D. Bru y F.J. Baeza</i>	539
MOTION-BASED DESIGN OF VISCOUS DAMPERS FOR CABLE-STAYED BRIDGES UNDER UNCERTAINTY CONDITIONS. <i>J. Naranjo-Pérez, J.F. Jiménez-Alonso, I.M. Díaz y A. Sáez</i>	553
NUMERICAL AND EXPERIMENTAL LATERAL VIBRATION ASSESSMENT OF AN IN-SERVICE FOOTBRIDGE.	567

<i>R. García Cuevas, J.F. Jiménez-Alonso, C. Martín de la Concha Renedo, F. Martínez y I.M Díaz</i>	
NUMERICAL MODEL OF VEGETAL FABRIC REINFORCED CEMENTITIOUS MATRIX COMPOSITES (FRCM) SUBJECTED TO TENSILE LOADS. <i>L. Mercedes, E. Bernat y L. Gil</i>	583
NUMERICAL MODELS FOR MAMMOPLASTY SIMULATIONS. <i>A. Lapuebla-Ferri, A. Pérez del Palomar, J. Cegoñino- y A.J. Jiménez-Mocholí</i>	597
ON THE VULNERABILITY OF AN IRREGULAR REINFORCED CONCRETE BELL TOWER. <i>M. Diaferio, D. Foti, N.I. Giannoccaro, S. Ivorra, G. Notarangelo y M. Vitti</i>	611
OPTIMIZACIÓN DE MUROS DE HORMIGÓN MEDIANTE LA METODOLOGÍA DE LA SUPERFICIE DE RESPUESTA. <i>V. Yepes, D. Martínez-Muñoz y J.V. Martí</i>	623
PIEZOELECTRIC LEAD-FREE NANOCOMPOSITES FOR SENSING APPLICATIONS: THE ROLE OF CNT REINFORCED MATRICES. <i>F. Buroni, J.A. Krishnaswamy, L. Rodríguez-Tembleque, E. García-Macías, F. García-Sanchez, R. Melnik y A. Sáez</i>	637
STRONG EQUILIBRIUM IN FEA - AN ALTERNATIVE PARADIGM? <i>E. Maunder y A. Ramsay</i>	651
STUDY OF ACTIVE VIBRATION ISOLATION SYSTEMS CONSIDERING ISOLATOR-STRUCTURE INTERACTION <i>J. Pérez Aracil, E. Pereira González, I. Muñoz Díaz y P. Reynolds</i>	665
THERMAL AND STRUCTURAL OPTIMIZATION OF LIGHTWEIGHT CONCRETE MIXTURES TO MANUFACTURE COMPOSITE SLABS. <i>F.P. Álvarez Rabanal, J.J. del Coz Díaz, M. Alonso Martínez y J.E. Martínez-Martínez</i>	675
THROUGH-BOLTING EFFECT ON STIFFENED ANGLE JOINTS. <i>J.M. Reinoso, A. Loureiro, R. Gutiérrez y M. López</i>	689
VIBRATION TESTING BASED ON EVOLUTIONARY OPTIMIZATION TO IDENTIFY STRUCTURAL DAMAGES. <i>J. Peña-Lasso, R. Sancibrián, I. Lombillo, J. Setién, J.A. Polanco y Ó.R. Ramos</i>	699

KEYNOTE LECTURES

CMMoST 2019
5th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
**Mechanical Models in
Structural Engineering**

Polytechnic School of Alicante

23rd – 25th October 2019

Wednesday, 23rd October



Francisco Chinesta

KEYNOTE LECTURE: FROM REAL-TIME SIMULATION TO STRUCTURAL DYNAMICS HYBRID TWIN.

Full Professor at ENSAM ParisTech, Paris (France)

Thursday, 24th October



Florentino Regalado Tesoro

KEYNOTE LECTURE: LOS EDIFICIOS EN ALTURA DE LA CIUDAD DE BENIDORM.

CEO at FR Ingeniería & Arquitectura, Alicante (Spain)

Friday, 25th October



José Romo Martín

KEYNOTE LECTURE: DISEÑO PARAMÉTRICO. SU APLICACIÓN AL PROYECTO DE PUENTES.

*CEO at FHECOR Consulting Engineers , Madrid (Spain)
Profesor Asociado, Departamento de Mecánica De Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Politécnica de Madrid (Spain)*

Full Papers

CMMoST 2019
5th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
**Mechanical Models in
Structural Engineering**

Polytechnic School of Alicante

23rd – 25th October 2019

A methodology to design inertial mass controllers for human-induced vibrations

Díaz, Iván M.¹; Wang, Xidong²; Pereira, Emiliano³; García-Palacios, Jaime H.⁴; Soria, José M.¹; Renedo, Carlos M.C.¹; Jiménez-Alonso, Javier F.¹

ABSTRACT

The authors have demonstrated that human-induced vibration can be controlled with passive, active and semi active inertial controllers working as a single-input single-output or multi-input multi output configuration. This paper describes a general methodology for designing inertial controller for human-induced vibration that can meet passive, active and semi-active controller and both linear and nonlinear modalities. That is, a feedback-based methodology has been developed in which the control system is separated from the structure in order to be designed as a feedback controller, designing both location and control parameters. The structure excites an inertial system placed on it and this system, placed on the structure, applies forces to it. Thus, the control forces of the inertial mass controller can be configured into the loop to optimize the design parameters. A numerical example is presented to show the potential of the method.

Keywords: Vibration control, Human-induced vibrations, Feedback control, Inertial mass damper.

1. INTRODUCTION

It is quite common nowadays to find vibration serviceability problems in lightweight and slender structures. These structures satisfy ultimate limit state (ULS) criteria but have the potential of attracting complaints coming from excessive human-induced vibrations and the vibration serviceability limit state (VSL) might not be fulfilled. These problems can be found in footbridges, offices, concert halls, gyms, operating rooms, etc. To control human-induced vibrations, passive vibration control, active vibration control (AVC) have been proved as efficient tools, especially when inertial mass controllers (tuned mass dampers, TMDs, active mass dampers, AMDs) are used [1], [2]. Semi-active tuned mass dampers (STMDs), based on magnetorheological (MR) smart dampers have also been used to cancel human-induced vibrations [3], which are especially interesting when several modes are in the excitation range and/or when the mode to cancel has uncertainty or varies over time. When they are carefully designed, their performance can get closed to the one achieved by AVC. Note that inertial mass controllers do not need a reaction reference point since the control forces are due an accelerated inertial mass. This fact makes them really interesting for civil engineering structures and, in particular, for pedestrian structures.

¹Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures, ETSI Caminos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). ivan.munoz@upm.es (Corresponding author)

²School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, (CHINA)

³Department of Signal Processing and Communications, Universidad de Alcalá (SPAIN)

⁴Department of Hydraulics, Energy and Environmental Engineering, ETS Caminos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN)

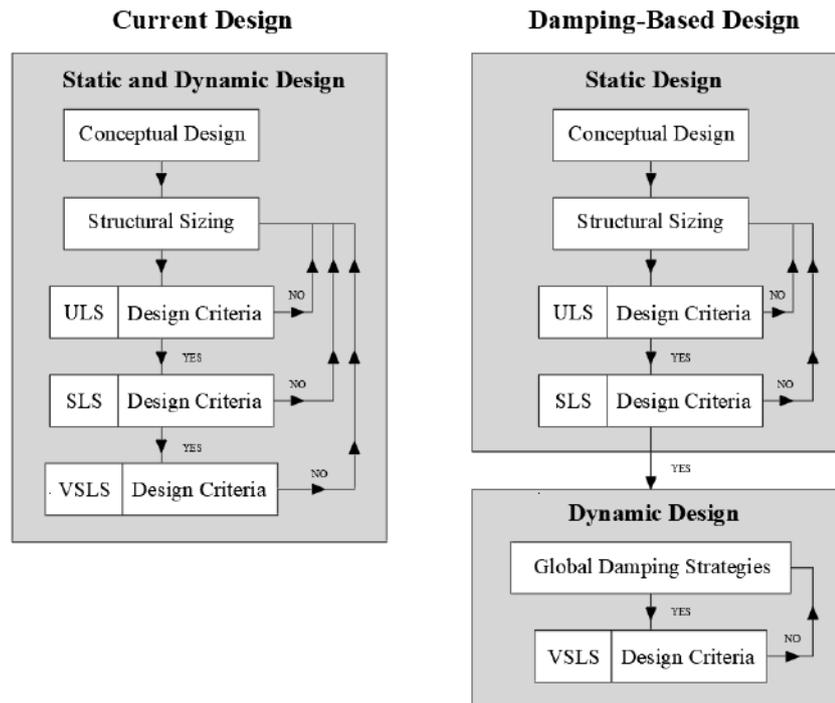


Figure 1. Current design strategies based on structural stiffening (Left) in order to fulfil VLS against DBD approach (Right) which integrates efficiently damping strategies since the design stage in order to fulfil VLS

Recently, the authors have awarded a research grant, project SEED-SD (*Structural efficiency enhancement for bridges subjected to dynamic loading: integrated smart dampers*), focuses on the integration of vibration control systems on structures, both in existing one, to adapt them to changes in the structure and/or loading conditions, or in new designs to optimize the dynamic response of the structure. The latter is the main objective of this project and this paper builds on this issue. Currently, the authors are working on an structural design process [4], called Damping-Based Design (DBC), which design principle is based on setting a minimum structural damping to assure the response under dynamic loads fulfils de VLS (See Fig. 1), once the ULS criteria and the other serviceability limit States (SLS) are also fulfilled. In order to implement this design approach, structural designers must make use of several and different nature damping techniques. Within them, inertial mass controllers offer efficient and adaptive solutions. Therefore, a common methodology to design any kind of inertial controller in the context of human-induced vibration is an interesting tool to help with the integration of these controllers.

Thus, this paper presents a feedback methodology for designing inertial vibration controllers focused on cancelling human-induced vibrations. This methodology, which was firstly proposed in [5] for AVC and that has evolved [6], [7] from this to a more general methodology that can be used for any kind of vibration strategy (including linear and nonlinear, passive and active) in the context of human-induced vibrations. A feedback loop (Fig. 2) for the design of control parameters that accounts for the nature of human excitation and how humans feel the vibration is used. The objective of this feedback-based control methodology is to separate the structure dynamics from the control system, which is treated like a feedback control. In other words, the structure applies forces to any system placed on it and any system placed on the structure applies force to the structure. Thus, the transmitted forces of the inertial mass controllers can be configured/ designed into the loop in order to optimize the design

parameters. Additionally, within the inertial mass controller, the linear and nonlinear part can be split and the designed and non-designed parameters can also be split.

The methodology developed considers several centralised controllers working as a multi-input multi-output control system. That is, the design of both, location and control parameters account for the effects of the other controllers. This is of vital importance when one need to cope with several problematic vibration modes with closed natural frequencies and they are spatially coupled. If this interaction is not considered, the action of a particular controller might destroy the action of other controller. This becomes of more importance indeed when the stability of an AVC system should be analysed, since safety issues play an important role then. Interestingly, the strategy finds simultaneously the optimal placements of a set of inertial mass controllers and the system parameters (control gain matrix for AMDs; damping ratios and tuning frequencies for TMD and STMDs). To make this strategy implementable and focused on human-induced vibrations, practical elements such as input-output frequency weighting, output time weighting, band-pass filters, actuator dynamics, MR damper models and nonlinearities are considered within the design. That is, this methodology is clearly geared to implementability.

Section 2 describes the methodology and its particularisation to active, passive and semi-active inertial controllers. Section 3 shows an example carried out on a floor structure. Finally, some conclusions are given and some future works are suggested.

2. INERTIAL CONTROLLERS AND GENERAL FEEDBACK STRATEGY

The methodology aims to design any inertial controllers for human-induced vibration, using a feedback-based framework, separating the structure dynamics from the inertial controller. Many advantages are derived from this approach: i) tools from control engineering can be used even for passive and semi-active controllers, ii) nonlinearities usually presented in inertial controller can be treated separately and rigorously through using nonlinear tools from control engineering, and iii) ease of strategies comparison (including costs, energy consumption, etc.) for a similar performance and/or similar payload masses.

2.1. General approach

The general control scheme is shown in Fig. 2 in which two main parts can be observed. The first one is the structure dynamics, and the second one is the inertial mass control system. The structure is modelled by n vibration modes and p nodes (i.e., possible locations for controllers, sensing points, and perturbation points). The standard state-space representation is as follows:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_{su} \mathbf{u}_s + \mathbf{B}_{sw} \mathbf{w}_s, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{D}_{su} \mathbf{u}_s + \mathbf{D}_{sw} \mathbf{w}_s,$$

in which \mathbf{u}_s , \mathbf{w}_s , and \mathbf{y}_s are, respectively, the controlled inputs (i.e., the force imparted by the control system), the perturbation forces, and acceleration measured at the locations, where accelerometers can be placed and/or human can feel the vibration. In addition, the matrices \mathbf{A}_s , \mathbf{B}_{su} , \mathbf{B}_{sw} , \mathbf{C}_s , \mathbf{D}_{su} , and \mathbf{D}_{sw} define the complete state-space model of the structure. The state vector is defined as: $\mathbf{x}_s = [x_{s_1}, \dots, x_{s_n}, \dot{x}_{s_1}, \dots, \dot{x}_{s_n}]^T$, where x_{s_1}, \dots, x_{s_n} are the modal coordinates of the structure, and $\dot{x}_{s_1}, \dots, \dot{x}_{s_n}$ are their derivatives.

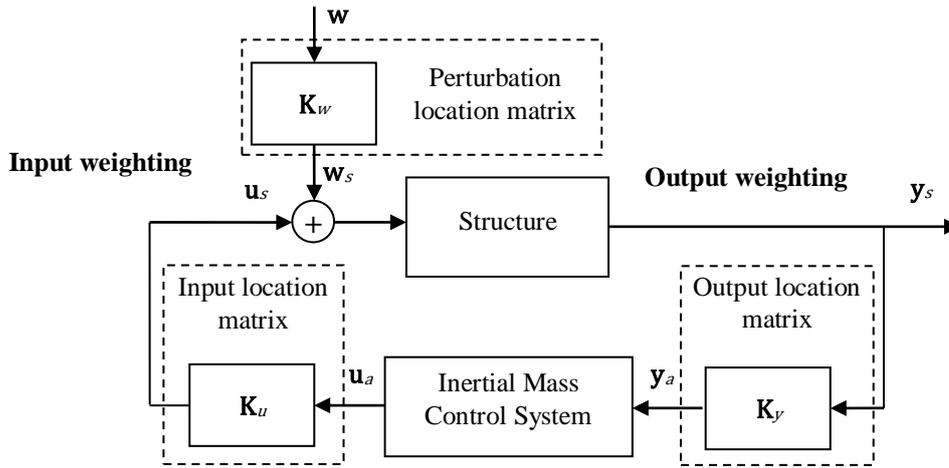


Figure 2. General Control frameworks.

This general control scheme includes three location matrices, which simplify the perturbation model and the way of finding the optimal location of the controllers. These matrices are defined as follows (see Fig. 2):

$$\mathbf{K}_u = \begin{bmatrix} K_{u11} & \cdots & K_{u1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{up1} & \cdots & K_{upq} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_y = \begin{bmatrix} K_{y11} & \cdots & K_{y1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{yr1} & \cdots & K_{yrp} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_w = \begin{bmatrix} K_{w11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_{wpp} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

in which q and r are the number of controllers and sensors, respectively. Note that (a) the j^{th} actuator is placed at the l^{th} node when $K_{ulj} = 1$, (b) the i^{th} sensor is placed at the l^{th} node when $K_{yil} = 1$, and (c) there is a perturbation at the l^{th} node when $K_{wll} = 1$. The control system can be a TMD or STMD (see Fig. 3) or an AMD (see Fig. 4). The methodology consists of optimizing the Inertial Mass Control System (see Fig. 2) and the location matrices by minimizing/maximizing a performance index (PI) indicator that considers the nature of the human loading and the perception to vibration.

It should be remarked that the methodology allows to excite the structure through both, by considering initial conditions of the structure (i.e., \mathbf{x}_s in $t = 0$, where t is the time variable) and/or a perturbation force (\mathbf{w}_s and \mathbf{K}_w). This excitation should account for the structure common loads and the serviceability (considering the recommendable vibration levels for footbridges, offices, concert halls, gyms, or operating rooms are different). In addition, it should also be noted that, although the methodology does not include explicitly the actuator dynamics and AMD filters into the optimization (remind they are included into the feedback design methodology), they might be considered easily as a part of the AMD control law, allowing the optimization of the actuator properties and/or the filters.

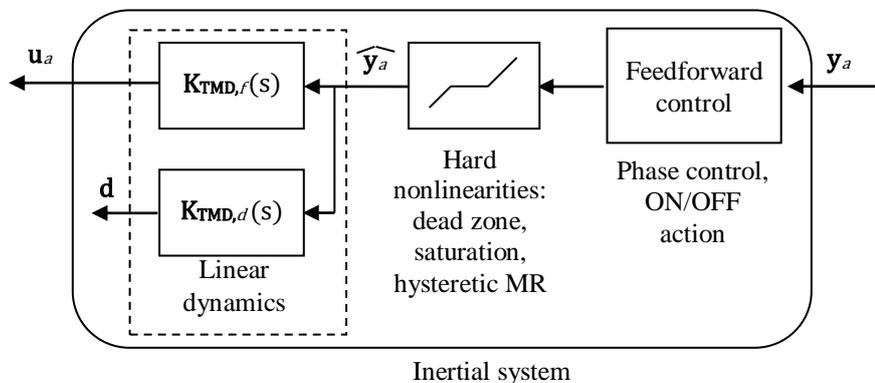


Figure 3. Tuned mass damper system (passive or semiactive) and separation of linear and nonlinear dynamics

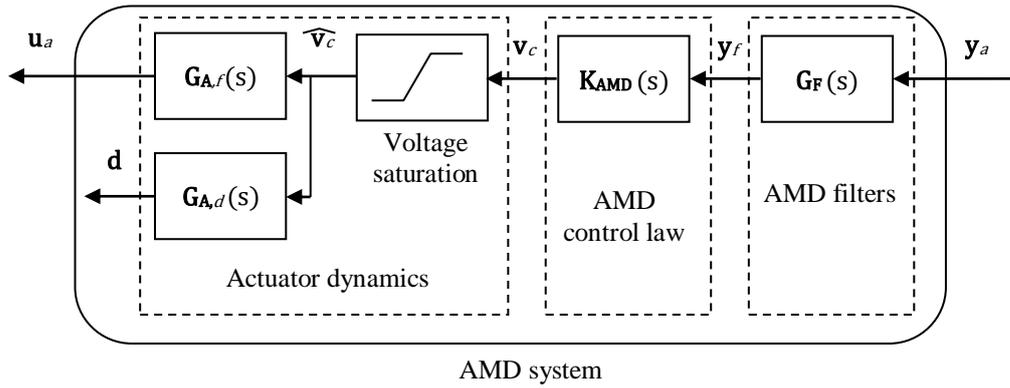


Figure 4. Active mass damper system

2.2. Passive and semiactive approach

A TMD can be modelled as a single-degree-of-freedom system (see Fig. 5), where the force exerted on the structure ($u_{a,j}$) depends on the relative movement between the TMD mass ($m_{t,j}$) and the structure, damping and stiffness. This force can be modified by the present of an MR damper that modified in real time $c_{t,j}$, and/or an actuator phase controlled in such a way the working frequency band of a TMD might be expanded. That is, the phase control is implemented as a feedforward control of the smart device installed (MR or actuator) trying to keep the TMD phases tuned to a harmonic excitation [8].

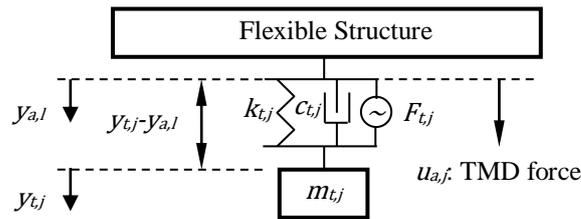


Figure 5. Structure and tuned mass damper system

The simple case of the passive version is explained now in detail. The “linear” acceleration input of the j^{th} TMD located at l^{th} node ($y_{a,l}^2$) is modelled as follows:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{a,l} &= 0 \quad \text{if } |y_{a,l}| < y_{a,min} \\ \hat{y}_{a,l} &= y_{a,l} - y_{a,min} \quad \text{if } y_{a,l} \geq y_{a,min} \\ \hat{y}_{a,l} &= y_{a,l} + y_{a,min} \quad \text{if } y_{a,l} \leq -y_{a,min} \end{aligned} \quad (3)$$

in which $y_{a,min}$ is the minimum structure acceleration in absolute value for the TMD to start working. If the TMD linear stiffness and damping coefficient of the j^{th} TMD are defined as $k_{t,j}$ and $c_{t,j}$, respectively, the transfer function (TF) between the force exerted by the j^{th} TMD, and the linear acceleration of the l^{th} structure node is as follows:

$$\frac{U_{a,j}(s)}{\hat{Y}_{a,l}(s)} = -\frac{m_{t,j}(c_{t,j}s + k_{t,j})}{m_{t,j}s^2 + c_{t,j}s + k_{t,j}} = -m_{t,j} \frac{2\xi_{t,j}\omega_{t,j}s + \omega_{t,j}^2}{s^2 + 2\xi_{t,j}\omega_{t,j}s + \omega_{t,j}^2} = H_{T,fj}(s), \quad (4)$$

in which $\omega_{t,j} = \sqrt{k_{t,j}/m_{t,j}}$ and $\xi_{t,j} = c_{t,j}/2\sqrt{k_{t,j}m_{t,j}}$ are the angular natural frequency and damping

ratio of the j^{th} TMD as an isolated system, respectively, and $U_{a,f}(s)$ and $\hat{Y}_{a,f}(s)$ are the Laplace transform of $u_{a,j}$ and $\hat{y}_{a,b}$, respectively, s being the Laplace variable. The TF between TMD mass displacement (d_j) and the acceleration of the l^{th} structure node can be obtained from Eq. (4) as follows:

$$H_{T,dj}(s) = \frac{D_j(s)}{\hat{Y}_{a,l}(s)} = \frac{1}{s^2 m_{t,j}} H_{T,fj}(s), \quad (5)$$

in which $D_j(s)$ is the Laplace transform of d_j .

The TMD system explained in Figs. 3 and 5 considers the linear dynamics to be designed and and the nonlinear dynamics (dead zone, stroke saturation, MR damper hysteretic model and ON/OFF phase control). Note that the simulation used to obtain the optimum design parameters gives information about the maximum mass displacement of each TMD (d_j), which can be used to select the appropriate TMD or to introduce a constraint associated to the maximum stroke.

Finally, TMDs may be interpreted as systems, where the sensor and the actuator are placed at the same node (i.e., the location matrices \mathbf{K}_u and \mathbf{K}_y are diagonal). Therefore, the $q \times q$ (or $r \times r$, since $q = r$) matrices of the TMD system (see Fig. 3) are as follows:

$$\mathbf{K}_{\text{TMD},f}(s) = \begin{bmatrix} H_{T,f1}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & H_{T,fq}(s) \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{\text{TMD},d}(s) = \begin{bmatrix} H_{T,d1}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & H_{T,dq}(s) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

The proposed methodology tunes the TMD parameters (typically c_t and k_t) and the location matrices \mathbf{K}_u and \mathbf{K}_y (being $\mathbf{K}_u = \mathbf{K}_y^T$ for this particular case), also considering the dead zone and the maximum stroke, as it has been commented above.

The TMD can be easily upgraded to be semiactive incorporating an MR damper that can be controlled in a feedforward configuration applying phase control. If ON/OFF control is considered, this can be treated as a hard nonlinearity [3], [8]. The MR damper model can be accurately considered with a typical hysteretic model that represents quite well the phenomenological behavior of these devices.

2.3. Active approach

AMD system can be split into (a) AMD filters, (b) AMD control law, and (c) actuator dynamics (see Figure 3). Note that the control action is divided in two parts; one is going to be designed as control law, and the other includes filters to make the control law implementable [9]. The following subsections will describe these components.

2.3.1. AMD filters

The flexible structure model showed in Fig. 2 and defined in Eq. (1) considers the system output (\mathbf{y}_s) as the acceleration measured at each node. This acceleration, which is usually obtained by accelerometers, must be conditioned before the ‘‘AMD control law’’ subsystem (Fig. 4). This signal conditioning dynamics can be the corresponding of (a) the hardware used to measure the acceleration, which is usually neglected, (b) a low-pass filter, which is usually included to reduce the risk of spillover problems [10], and (c) a high-pass filter, which is usually used to reduce the risk of stroke saturation due to the effect of DC components of the measured signal and the low-frequency noise. If the cutoff frequencies of these filters are chosen according to the resonant frequency of the

actuator and the frequency bandwidth of the structure, then these cutoff frequencies can be removed from the design criterion.

On the one hand, the cutoff frequencies of the high-pass filters (denoted by ω_{HP}) is the result of a tradeoff between the resonance frequency of actuator, because small values of ω_{HP} increase the risk of stroke saturation, and the first vibration mode of the structure, because higher values of ω_{HP} may reduce the damping imparted by the controller [8]. On the other hand, the cutoff frequencies of the low-pass filters (denoted by ω_{LP}) must be sufficiently high when compared with the maximum frequency of the vibration modes that are expected to be controlled.

The $r \times r$ matrix of the AMD filters (see Figure 4) is as follows:

$$\mathbf{G}_f(s) = \begin{bmatrix} G_f(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & G_f(s) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

2.3.2. Actuator dynamics

The actuator consists of an inertial mass (denoted as m_A) attached to a current-carrying coil moving in a magnetic field created by an array of permanent magnets. The inertial mass is connected to the frame by a suspension system, modelled by a spring stiffness k_A and a viscous damping c_A . Fig. 6a shows an electrodynamic inertial actuator sketch and an example of a commercial one. The $r \times r$ matrices of the shaker linear part are as follows:

$$\mathbf{G}_{A,f}(s) = \begin{bmatrix} G_{A,f}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & G_{A,f}(s) \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{A,d}(s) = \begin{bmatrix} G_{A,d}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & G_{A,d}(s) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

in which TFs $G_{A,f}(s)$ and $G_{A,d}(s)$ are defined as follows [11]:

$$G_{A,f}(s) = \frac{g_A s^2}{(s^2 + 2\xi_A \omega_A s + \omega_A^2)(s + \epsilon)}, G_{A,d}(s) = \frac{1}{s^2 m_A} G_{A,f}(s), \quad (9)$$

in which $g_A > 0$ is the actuator gain parameter, ξ_A is the damping ratio, ω_A is the angular natural frequency, and ϵ models the amplifier dynamics in voltage mode. If current mode for the amplifier is used, the term $(s + \epsilon)$ may be neglected, and the actuator damping ratio will be much smaller.

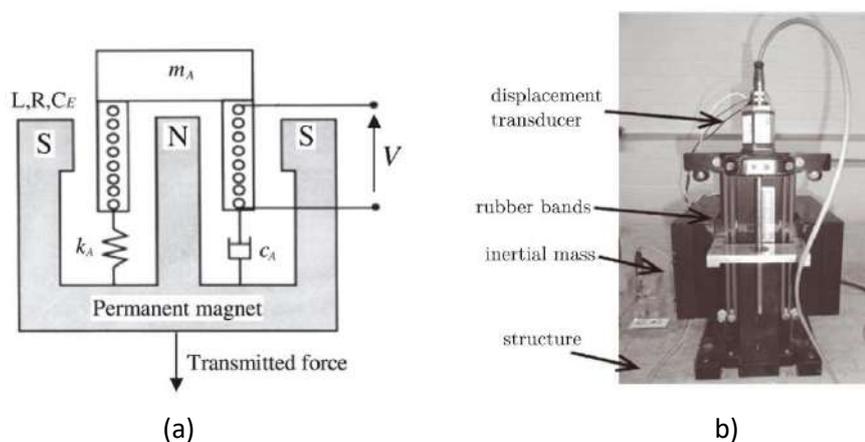


Figure 6. Inertial mass actuator: (a) Sketch of typical electrodynamic inertial actuator; (b) APS Dynamic Model 400 Shaker.

2.3.3. AMD control law

The AMD control law is defined by the following $q \times r$ matrix:

$$\mathbf{K}_{\text{AMD}}(s) = \begin{bmatrix} H_{A11}(s) & H_{A12}(s) & \dots & H_{A1r}(s) \\ H_{A21}(s) & H_{A22}(s) & \dots & H_{A2r}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{Aq1}(s) & H_{Aq2}(s) & \dots & H_{Aqr}(s) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

The matrix $\mathbf{K}_{\text{AMD}}(s)$ allows implementing any linear control law. For example, if each $H_{Aij}(s) = -\gamma_{ij}/s$, this matrix represents the general case of a MIMO Direct Velocity Feedback [8], [11].

2.4. Step-by-step process

The design methodology is divided into the following steps:

- Step 1:** Dynamics identification. Identify the models of: structure, inertial mass controller, electronic equipment, MR damper, etc.
- Step 2:** Filter design. Set the cutoff frequencies and filter types (Butterworth, Chebyshev, etc.) together with their orders.
- Step 3:** Define the performance index (PI) to be minimized/maximized. This PI should consider the human vibration perception and excitation characteristics and be related to a magnitude representative of the structure serviceability: peak value, root-mean-square value, vibration dose value, amongst others.
- Step 4:** Optimization problem setting. That is (a) the ranges of the variables used to compute the PI are defined, and (b) the number of controllers and their possible locations (i.e., the dimension of the location matrices \mathbf{K}_u and \mathbf{K}_v) are defined. The selection of a reduced set of possible locations, which are candidates for the final placement simplifies and makes computationally affordable the next step. This selection can be done from the mode shapes and frequencies of the structure.
- Step 5:** Resolution of the optimization problem. Find the optimal design for the matrices $\mathbf{K}_{\text{TMD}}(s)$ or $\mathbf{K}_{\text{AMD}}(s)$ by using a computational optimization algorithm (gradient-based method, genetic algorithms, etc.).

This process will be carefully applied to an example in Section 3.

3. EXAMPLE OF VIBRATION CONTROL IN A FLOOR

The general design process is particularized for the design of two-TMD, in its passive version, and two-AMD systems for a floor model based on a dining room floor of a primary–secondary school sited in Madrid (Spain).

3.1. Step 1: Dynamics identification

First of all, Fig.7 shows the layout of the floor structure and the general arrangement of beams and columns. A finite element model was created in ANSYS Multiphysics, using shell elements and 449 nodes. It is an almost rectangular floor with the dimension of $25.5 \times 20 \times 0.3$ m. As shown in Fig. 7, the floor is considered as a continuous slab supported by 27 columns. Different connections between the floor and columns are marked with different colours. The yellow lines show the meshing grids of the shell elements. The material properties considered are modulus of elasticity $E = 20 \times 10^9$ N/m²,

Poisson's ratio $\nu = 0.15$, and density $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$. The mode shapes, angular natural frequencies, and modal masses of the first 10 vibration modes can be seen in Fig. 8. The damping ratio of all these modes is assumed 0.01.

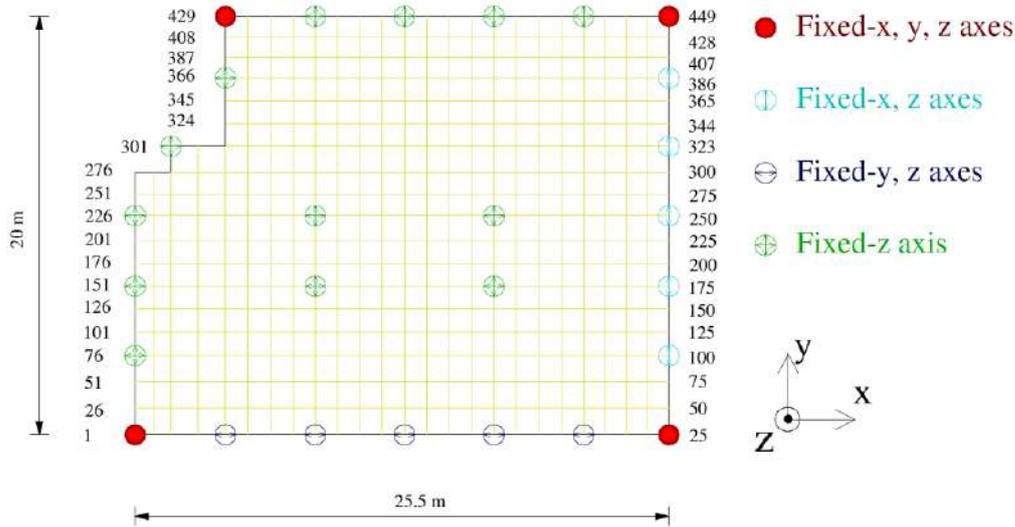


Figure 7. Floor structure considered.

The actuator considered in this work is an APS Dynamics model 400 electrodynamic shaker, which is shown in Fig. 6b. The identified parameters of Eq. (9) are $\omega_A = 13.2 \text{ rad/s}$ (2.1 Hz), $g_A = 12000$, and $\varepsilon = 47.1$. Finally, the TMD model is assumed as Eq. (4), where the mass of each TMD is chosen as 1000 kg.

3.2. Step 2: Filters design

A second-order Butterworth filter is considered for both high-pass and low-pass filters, and the cutoff frequencies adopted are $\omega_{HP} = 2\pi \cdot 2 \text{ rad/s}$ for the high-pass filter and $\omega_{LP} = 2\pi \cdot 20 \text{ rad/s}$ for the low-pass filter. So, the effect of both filters can be considered negligible for the frequency bandwidth of the first 10 vibration modes. The TF $G_F(s)$ of each element of matrix defined in Eq. (8) is as follows:

$$G_F(s) = \frac{\omega_{HP}^2 s^2}{s^2 + (2/\sqrt{2})\omega_{HP}s + \omega_{HP}^2} \cdot \frac{\omega_{LP}^2}{s^2 + (2/\sqrt{2})\omega_{LP}s + \omega_{LP}^2}. \quad (11)$$

3.3. Step 3: Define the PI

The state vector \mathbf{x}_s is considered in order to define the PI. In addition, the initial conditions of the state space mode identified into Eq. (1) are used to define the system perturbation. Moreover, it should be highlighted that the PI does not modify the control loop. Therefore, it does not affect to the stability of the control system.

The human perception depends on the amplitude, frequency, and duration of the vibration. The amplitude and frequency are considered herein by the frequency weighting functions defined in ISO [12]. According to this guide, for z-axis vibration and standing and seating, the frequency weighting function is W_k (denoted here as g_{OFW}), which corresponds with a filter with the frequency response shown in Fig. 9.

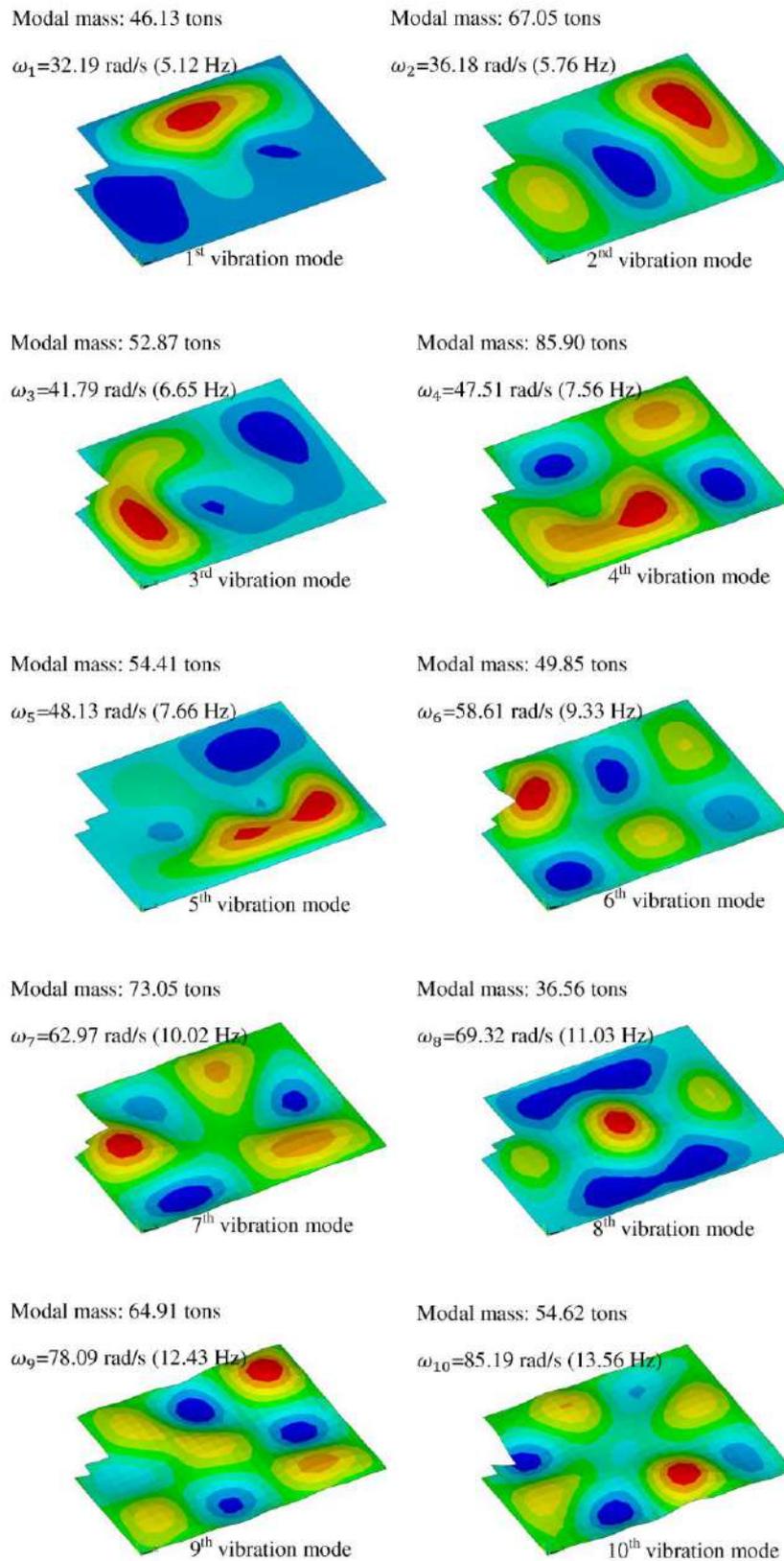


Figure 8. Floor mode shapes, angular natural frequencies, damping ratios, and modal masses.

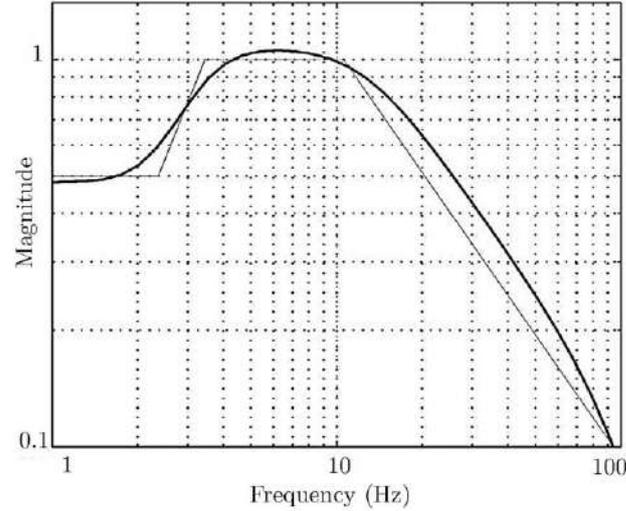


Figure 9. Frequency weighting function g_{OFW} (thicker curve) and its asymptotic definition (thinner curve).

The duration of the vibration, which affects human comfort, is also weighted in the proposed control design by multiplying the system response by an exponential time weighting of the form $e^{\alpha t}$. Note that this $\alpha > 0$ is analogous to add a constraint in the relative stability of the controlled system because the transient response of any linear time invariant system is a function multiplied by a sum of exponential of the form $e^{-\omega_i \xi_i t}$, where $-\omega_i \xi_i$ is the real part of the i^{th} vibration mode. Thus, the persistent states are penalized more heavily as α is increased. The value of α is usually considered as the maximum value of the real part corresponding to open-loop system poles. Thus, the controller must increase the relative stability of the closed-loop system in order to be considered.

The human vibration perception is considered in the controller design by weighting the state vector of the structure \mathbf{x}_s by the following frequency and time weighting:

$$\mathbf{x}_{sw_l} = \left(e^{\alpha t} \mathbf{x}_{s_l}(t) \right) * g_{OFW}(t), \quad l \in [1, \dots, 2n], \quad (12)$$

in which (*) denotes the convolution process, and $g_{OFW}(t)$ is the impulse response function of a system with the frequency response of Fig. 9.

The human excitation is considered like in Hanagan et al. [13], where a nonzero initial condition to the velocity states of the structure is introduced ($\mathbf{x}_s(0) = [0, \dots, 0, x_{s_{n+1}}(0), \dots, x_{s_{2n}}(0)]^T$) in order to approximate the influence of zero initial conditions and a spatially distributed, but temporally impulsive, disturbance force. Each modes is excited according to each likelihood of being excited. To account for this fact, an input weighting is included considering dynamic loading factors (DLF). Thus, based on the DLF analysis in vertical direction by Brownjohn et al. [14], the following input weighting function is applied to weight the initial conditions:

$$g_{IFW}(f) = \begin{cases} 0.02f, & 0 \text{ Hz} < f < 1.2 \text{ Hz} \\ 0.37f - 0.42, & 1.2 \text{ Hz} \leq f < 2.4 \text{ Hz} \\ -0.003f + 0.06, & 2.4 \text{ Hz} \leq f < 20 \text{ Hz} \\ 0, & f \geq 20 \text{ Hz} \end{cases} \quad (13)$$

in which f is the frequency to be weighted. Thus, the initial condition of the modal coordinates is

weighted according to corresponding modal frequencies as follows:

$$x_{n+k}(0) = F_0 \phi_{k,max} g_{IFW}(f_k), \quad k \in [1, \dots, n], \quad (14)$$

in which the value of F_0 is chosen as 2670N, which is a force representative of a heel drop excitation, and f_k is the natural frequency of k^{th} vibration mode. This input weighting function contributes interestingly to achieve optimum solutions, which are independent on the system perturbation adopted.

The proposed PI considers the weighted state vector and the maximum value of each vibration mode shape (i.e., eigenvector). The PI is mathematically defined as follows:

$$PI(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{x}_{sw}^T(\mathbf{z}) \mathbf{Q} \mathbf{x}_{sw}(\mathbf{z}) dt, \quad (15)$$

in which the variable \mathbf{z} includes the parameters of matrices $\mathbf{K}_{TMD}(s)$ (for a TMD system) or $\mathbf{K}_{AMD}(s)$ (for an AMD system), \mathbf{K}_u and \mathbf{K}_y . The matrix \mathbf{Q} is a $2n \times 2n$ positive definite matrix, which is taken as follows:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \phi_{1,max}^2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega_n^2 \phi_{n,max}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \phi_{1,max}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \phi_{n,max}^2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$\phi_{k,max}$ being the maximum value of the k^{th} eigenvector ϕ_k . Note that the displacement states are weighted by the natural frequencies, thus making the displacement states comparable with the velocity states. Note also that the PI is a measure of the total involved vibration energy accounting for the nature of the human perception and nature of human loading. Finally, the value of t_f is the simulation time to obtain the performance index indicator, which must be large enough to achieve the steady state of $PI(\mathbf{z})$ (i.e., the weighted state vector $\mathbf{x}_{sw} \cong \mathbf{0}$).

3.4. Step 4: Define the input variables for the PI

Before finding the value of \mathbf{z} , which minimizes the PI defined by Eq. (15), the number of actuators/sensors and the possible locations are defined. In addition, the selection of possible candidate nodes might be firstly selected in order to reduce the computational cost. This first selection can be done, for example, by design experience or by a mathematical criterion. This example considers the H-infinity norm and H2 norm calculation. The nodes with the largest values of the following norms are chosen as the best candidate points from all the p nodes of the structure:

$$H_\infty(l) = \sum_{m=1}^p \left\| \frac{Y_{sm}(s)}{W_{sl}(s)} \right\|_\infty, \quad l, m \in [1, \dots, p],$$

$$H_2(l) = \sum_{m=1}^p \left\| \frac{Y_{sm}(s)}{W_{sl}(s)} \right\|_2, \quad l, m \in [1, \dots, p], \quad (17)$$

in which $H_\infty(l)$ and $H_2(l)$ represent the sum of the p corresponding norms (H-infinity and H2,

respectively) of TFs, between acceleration response at all considered nodes ($Y_{s_m}(s)$) and the force at the l^{th} node ($W_{s_l}(s)$). Note that given a certain force at these candidate nodes, both H2 norm and H-infinity norm of all the n vibration modes are the highest. Hence, these selected points are the best candidates to place the control system. Thus, the 449 nodes considered initially are reduced to 16 points (see Fig. 10), which lessens the computational cost by 99.88% for control systems consisting of 2 AMDs/TMDs. Then, the number of sensor and actuators are the same ($q = r$), and they are located at the same place.

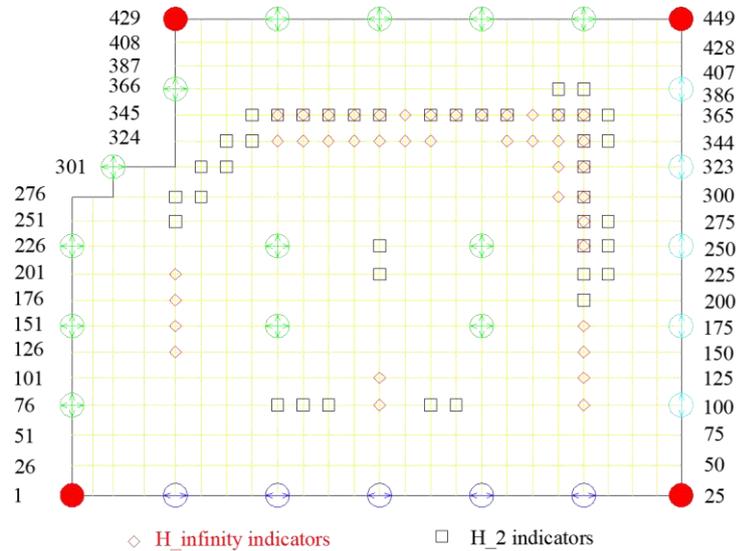


Figure 10. Candidates for placement.

3.5. Step 5: Find the optimal design for the matrices $K_{TMD}(s)$ or $K_{AMD}(s)$, K_u , and K_y

This work uses the MATLAB function *fminsearch* to find the optimal values of $K_{TMD}(s)$ or $K_{AMD}(s)$ for the 16 candidate points obtained in previous design step. Thus, the optimal control design is firstly obtained: 256 optimal solutions.

Each optimal solution calculates the minimum value of Eq. (15). The parameter α (time weighting) is defined by $\alpha = 0.01 \cdot 35.19 = 0.3519$, which is the natural frequency of the first vibration mode multiplied by the considered structural damping for all modes (0.01). Thus, the controlled system must be damped by the control system in order to be considered. In addition, the damper stroke conditions are also considered, 80 mm, which is the maximum allowable stroke of the actuator, APS Dynamics Model 400 Shaker. Thus, if the selected parameters (by *fminsearch*) of $K_{TMD}(s)$ or $K_{AMD}(s)$ do not achieve these conditions, the value of $PI(z)$ is penalized, rejecting this configuration. Finally, the best among all these optimal solutions is chosen (Fig. 11 and Table 1). Interestingly, one of the TMDs goes to cancel the first vibration mode of the floor and the second one is tuned between the second and the third vibration modes. It is also interesting to see that the AMD control matrix is full, which means that centralized control maximizes the performance achieved. Finally, note that two AMDs with a total inertial mass of 70 kg, accelerated by an electrodynamic motor achieves better performance than two TMDs fully passive with a total mass of 2000 kg. Obviously, the AVC system will be much more expensive.

4. CONCLUSIONS

This paper proposes a methodology for the design of inertial mass controllers for human-induced vibrations. Thus, any vibration control system design (active, passive or semiactive) can be carried out

with the presented methodology. Moreover, this work proposes a step-by-step practical guideline in which the vibration control system considers how humans excite a structure and feel the vibrations simultaneously. In addition, the significant dynamics and nonlinearities, such as high-pass filters, low-pass filters, voltage and stroke saturation, which are extremely important for a successful practical implementation, are also considered into the design methodology and the guidelines. The work concludes with an application example of a realistic floor model, for which optimal MIMO TMDs and AMDs are designed, thus showing the aforementioned advantages of the proposed methodology.

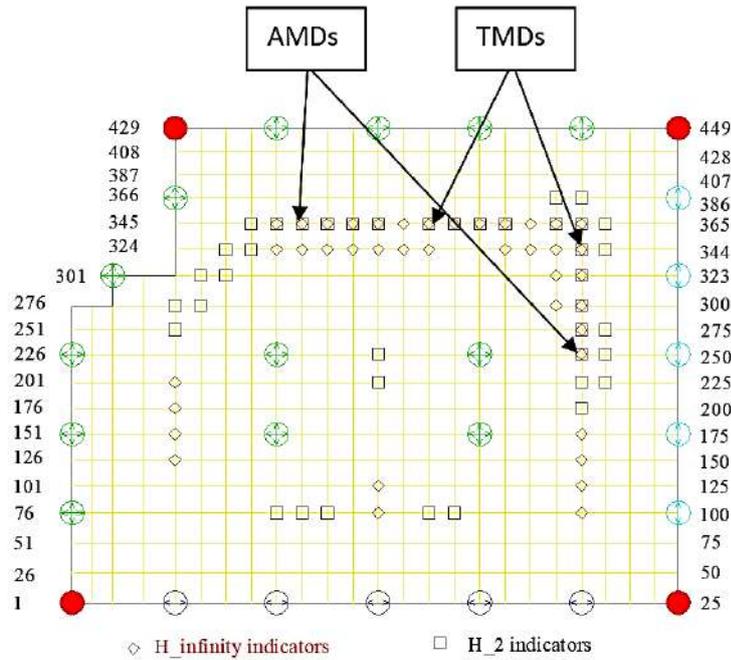


Figure 11. Optimum locations of tuned mass dampers and active mass dampers.

Table 1. Optimal controller designs

	2-TMD system	2-AMD system
Parameters	$\xi_{t,1} = 0.075$ $\omega_{t,1} = 39.323 \text{ rad/s}$ $\xi_{t,2} = 0.096$ $\omega_{t,2} = 31.545 \text{ rad/s}$	$\begin{bmatrix} 3738.3 & 17.8 \\ -1236.0 & 3638.1 \end{bmatrix}$
Locations	$K_{u_{340,1}} = 1$ $K_{u_{355,2}} = 1$ $K_{y_{1,340}} = 1$ $K_{y_{2,355}} = 1$	$K_{u_{246,1}} = 1$ $K_{u_{350,2}} = 1$ $K_{y_{1,246}} = 1$ $K_{y_{2,350}} = 1$
PI (10^{-6})	19.87	9.80

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00). Dr. Iván M. Díaz would like to acknowledge the financial support provided by Fundación José Entrecanales Ibarra to carry out a Research Stay at University of Exeter.

REFERENCES

- [1] Casado, C.M., Díaz, I.M., de Sebastián, J., Poncela, A.V., & Lorenzana, A. (2013). Implementation of passive and active vibration control on an in-service footbridge. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(1), 70-87.
- [2] Díaz, I.M., Pereira, E., Hudson, M.J., & Reynolds, P. (2012). Enhancing active vibration control of pedestrian structures using inertial actuators with local feedback control. *Engineering Structures*, 41, 157-166.
- [3] Soria, J.M., Diaz, I.M., & Garcia Palacios, J.H (2017). Vibration control of a time-varying modal-parameter footbridge: Study of semi-active implementable strategies. *Smart Structures and Systems*, 20(5), 525-537.
- [4] Renedo, C.M.C., Díaz, I.M. (2019) High Performance dynamically-loaded structures: integrating smart dampers. In *Proceedings of the International fib Symposium on Conceptual Design of Structures*, Madrid, Spain, October.
- [5] Pereira, E., Díaz, I.M., Hudson, E.J., & Reynolds, P. (2014). Optimal control-based methodology for active vibration control of pedestrian structures. *Engineering Structures*, 80, 153-162.
- [6] Wang, X., Díaz, I.M., Pereira, E., & Xu, Q. (2015). Optimal TMD-based control for human-induced vibration, In *Proceedings of the 3rd International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering*. Seville, Spain.
- [7] Wang, X., Díaz, I.M., & Pereira, E. (2016). MIMO control design including input-output frequency weighting for human-induced vibrations. In *Proceedings of the 6th European Conference on Structural Control*. Sheffield, UK.
- [8] Moutinho C. (2015) Testing a simple control law to reduce broadband frequency harmonic vibrations using semi-active tuned mass dampers. *Smart Materials and Structures*, 24(5), 9641726.
- [9] Wang, X., Pereira, E., Díaz I.M., García-Palacios, J.H. (2018) Velocity feedback for controlling vertical vibrations of pedestrian-bridge crossing. *Practical Guidelines*. *Smart Structures and Systems*, 22(1), 95.
- [10] Griggs, W.M., Anderson, B.D., Lanzon, A. (2007) A “mixed” small gain and passivity theorem in the frequency domain. *System Control Letters*, 56(9-10), 596.
- [11] Díaz, I.M., Reynolds, P. On-off nonlinear active control of floor vibrations. *Mechanical System and Signal Processing*. 24(6), 1711-1726.
- [12] ISO 2631-1. Mechanical Vibration and shock- Evaluation of human exposure to whole-body vibration- Part 1- General Requirements; 1997.
- [13] Hanagan, L.M., Kulasekere, E.C., Walgama, K.S., Premaratne, K. (2000) Optimal placement of actuators and sensors for floor vibration control. *Journal of Structural Engineering*, 126, 1380.
- [14] Brownjohn, J.M.W., Pavic, A., Omenzetter, P. (2004) A spectral density approach for modelling continuous vertical forces on pedestrian structures due to walking. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1), 65.

A STATISTICAL-BASED PROCEDURE FOR GENERATING EQUIVALENT VERTICAL GROUND REACTION FORCE-TIME HISTORIES

José María García-Terán¹, Álvaro Magdaleno¹, Javier Fernández², Antolín Lorenzana¹

ABSTRACT

Ground reaction forces GRF are influenced by different factors. Because of that, the experimental dynamic response of a lightweight footbridge under pedestrian crossing may differ from the one estimated by simulation. For the loading model to be realistic, the best option is use real recordings. Even though the pedestrian is following a metronome, each footprint is different. This provides a variability that is not taken into account in the loading models normally used. If a big enough extensive database were available, the differences could be statistically characterized and some loading sequences could be computationally generated. A procedure to generate virtual GRF is presented in this paper. Time domain and frequency domain estimators are used in order to compare experimental and virtual GRF histories. As results, some differences will be analyzed and the main conclusions will be drawn.

Keywords: dynamic response, walking induced vibrations.

1. INTRODUCCIÓN

Una actividad tan cotidiana como caminar implica la coordinación de gran parte de los órganos del cuerpo (cerebro, sistema nervioso, ojos, oídos, huesos, músculos, etc.). Para su desarrollo han sido necesarios miles de años de evolución, en cuyo transcurso se han generado importantes transformaciones morfológicas en el ser humano, entre las que se pueden destacar cambios en los huesos de pies, rodillas, cadera y en la orientación de la columna vertebral.

Mecánicamente, el acto de andar tiene como objetivo mantenerse erguido y en equilibrio mientras se vencen las fuerzas gravitatorias y se produce el avance del cuerpo en el terreno. Esto se consigue realizando trasvases sucesivos del peso corporal de un pie a otro, permaneciendo el viandante la mayor parte del tiempo en un equilibrio inestable con un único pie en contacto con el suelo mientras que el otro le adelanta por el aire.

Múltiples autores [1, 2, 3, 4, 5] han estudiado las fuerzas generadas por la interacción entre los pies y el terreno durante el proceso de marcha o carrera [6], conocidas como *GRF* (*ground reaction forces*),

¹ ITAP, University of Valladolid (SPAIN). E-mail addresses: alvaro.magdaleno@uva.es (Corresponding author) teran@uva.es, ali@eii.uva.es

² CMIM. Fundación para el Fomento de la Innovación Industrial. E-mail address: jfernandezm@etsii.upm.es

analizando las variables que influyen en el proceso. Estas variables dependen de factores biológicos, mecánicos y psicológicos que se catalogan en:

- Intrínsecas o asociadas a las personas, que a su vez se clasifican en:
 - Intersubjetivas: que dependen de cada sujeto, como peso, estatura, edad, sexo.
 - Intrasubjetivas: que caracterizan al sujeto en cada instante, como patologías, estado de ánimo, cansancio y consumo de alcohol o fármacos.
- Extrínsecas o asociadas al entorno [7], que a su vez se clasifican en:
 - Instrumentales: asociadas a aparatos y procedimientos de medición.
 - Cinemáticas: según el tipo de marcha (normal o nórdica [8]) y velocidad.
 - De vestimenta: asociadas al calzado, ropa, accesorios.
 - Climatológicas: en función de la existencia de viento, lluvia, nieve.
 - De terreno: dependiendo de su dureza, inclinación, vibración.

La fuerza inducida entre el pie y la superficie de contacto tiene tres componentes perpendiculares entre si: verticales (superior/inferior), longitudinales (anterior/posterior) y laterales (medial/lateral) [9]. En este trabajo, basado en otro anteriormente realizado [10], se analizan únicamente las componentes verticales de las fuerzas de reacción *VGRF* (a partir de ahora se denominarán *GRF*), siendo su objetivo fundamental determinar el procedimientos seguido para su generación virtual, de forma que emulen las producidas por la persona de la que se toman los datos.

El trabajo se ha dividido en tres partes claramente diferenciadas: en la primera se indican los procedimientos seguidos para la adquisición de datos experimentales, procesado y caracterización estadística, tanto de los *GRF* como de las trayectorias de los centros de presión *TCoP* (*trajectories of center of pressure*). En la segunda parte se generan virtualmente fuerzas *GRF* y *TCoP* individuales para cada apoyo podal y pie, de manera que sean estadísticamente equivalentes a las experimentales. En la tercera parte se ensamblan los elementos anteriores para obtener los historiales de *GRF* y de las *TCoP^v* durante el proceso de marcha, verificándose los resultados obtenidos.

Para la obtención de los datos experimentales se han utilizado un par de plantillas instrumentalizadas que facilitan el historial de presiones verticales existentes en cada sensor de cada plantilla en cada pie.

En el procesado de datos se determinan las fuerzas asociadas a las presiones de cada sensor en cada instante, lo que permite obtener su resultante discriminada para cada pie y apoyo podal, y localizar su centro de presión (*CoP*, *center of pressure*) en coordenadas relativas para cada pie. A continuación se determinan el historial de los *GRF* y las *TCoP* experimentales de cada pie y del conjunto de ambos pies.

Posteriormente se aísla cada *GRF* y *TCoP* de cada apoyo podal y pie, una vez localizadas en coordenadas espaciales absolutas los apoyos podales de cada paso. Aislados los *GRF* se determinan algunos parámetros característicos, se eliminan los *GRF* que tengan parámetros atípicos, y se define los patrones estadísticos que permitan determinar su comportamiento. Lo anterior se repite con las *TCoP*.

A partir de los valores obtenidos se generan *GRF^v* y *TCoP^v* distintos para cada pie y apoyo podal virtual. Por último, se ensamblan los *GRF^v* de cada pie (izquierdo/derecho) de forma alternativa, de manera que la marcha virtual obtenida sea estadísticamente equivalente a la experimental, generándose el historial de *GRF^v* y de *TCoP^v* para cada pie aislado y para el conjunto de ambos pies.

El procesado, caracterización y obtención de valores virtuales ha sido desarrollado mediante programación y análisis utilizando como software Maplesoft®, Sigview® y Microsoft Excel®.

2. LA MARCHA

El proceso seguido al andar se divide en distintas fases y subfases, siendo el primer nivel de análisis el ciclo o acciones realizadas por un pie entre los sucesivos contactos de su talón con el suelo. Autores como Perry [11] lo divide en dos fases:

- Apoyo podal: Fase caracterizada por el contacto del pie con el suelo. Comienza en el instante del impacto del talón de un pie con el terreno, y finaliza con el despegue de los dedos de dicho pie del terreno.
- Oscilación o avance aéreo: Fase caracterizada por el desplazamiento aéreo del pie. Comienza en el instante de despegue del suelo de los dedos y metatarsos del pie, y finaliza con el contacto del talón de dicho pie con el terreno.

En función del número de pies que se encuentren en contacto con el suelo el ciclo se divide en cuatro intervalos: dos bipodales, en los que el apoyo se realiza con ambos pies; y dos monopodales, en los que un pie se encuentra en contacto con el terreno mientras que el otro avanza por el aire. Este ciclo se puede dividir a su vez en distintas subfases tal como se muestra en la Fig. 1.

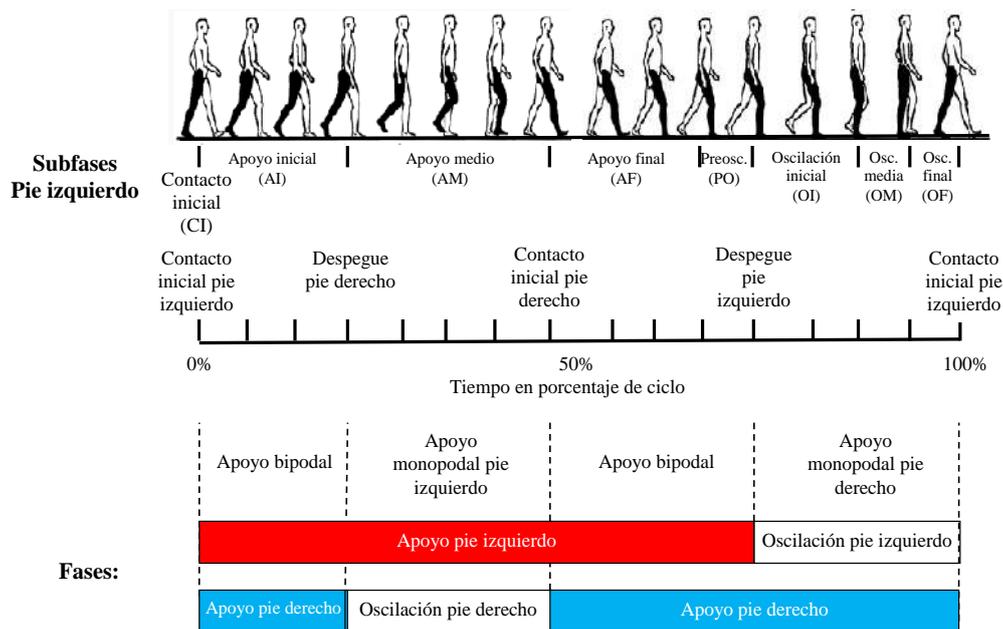


Figura 1. Fases y subfases del ciclo de marcha (Fuente: Racic).

Para definir la marcha también se utiliza el paso o distancia recorrida por el pie durante el movimiento aéreo, de forma que cada ciclo está compuesto por dos pasos, uno con cada pie.

Cada paso se caracteriza por su longitud, frecuencia (número de pasos por unidad de tiempo, medido en pasos por minuto -BPM, bit per minute- o en hercios -Hz-), tiempo (medido en segundos -s- o centésimas de segundo -cs-) y velocidad de marcha (distancia recorrida por la persona en la unidad de tiempo, medida en metros por minuto -m/min- o kilómetros por hora -Km/h-).

3. ADQUISICIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES, PROCESADO Y CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA

3.1. Adquisición de datos experimentales

Para la obtención de los registros experimentales se han usado plantillas instrumentalizadas con 99 captadores piezoeléctricos en cada pie j . Estos informan de la presión $p_{i,j,k}(t_i)$, medida en kPa , generada durante cada apoyo podal k por cada captador i en cada cs . Es de destacar que la captación se realiza cada cs , por lo que el tiempo es variable discreta (t_i). La transferencia de información de las plantillas se realiza mediante el sistema telemétrico Pedar® y su tratamiento con el software Trublu® (Fig. 2).



Figura 2. Sistema telemétrico pedar-insole-shoe (Fuente: <http://www.novelusa.com>).

El trabajo de campo se realizó en junio de 2016 en Valladolid, obteniéndose distintas muestras de marcha. Su objetivo es obtener el historial de presiones de una persona específica al andar, por lo que se decidió controlar al máximo las variables que influyen en el proceso. Las variables intrínsecas diferentes para cada sujeto se eliminan monitorizando una única persona, especialista en el uso de la instrumentación (varón de 35 años, 1,77 m de altura), mientras que las variables específicas del sujeto se controlan realizando los muestreos en un periodo de tiempo corto.

Respecto de las variables extrínsecas se ajustan las instrumentales, utilizando como método de medición únicamente las plantillas; las cinemáticas, induciendo una frecuencia de marcha mediante un metrónomo; las de vestimenta, utilizando la misma ropa y calzado en los muestreos; las climatológicas, realizando las mediciones en un intervalo corto de tiempo de un único día, sin influencia de lluvia ni viento; y las de terreno, realizando el muestreo sobre una superficie dura, nivelada, lisa y sin vibración.

Siguiendo este procedimiento se obtuvieron siete muestras de 30 pasos con cada pie. Las seis primeras realizando la marcha con una frecuencia de paso inducida por un metrónomo, distinta para cada muestra, mientras que en la última se dejó libertad marcha. En cada muestra se generan cerca de seiscientos mil datos de presión. Las gráficas experimentales mostradas a continuación corresponden a los datos de la muestra número 3 en la que la frecuencia de marcha inducida fue de 94 BPM.

3.2. Procesado de datos experimentales

Como ya se ha indicado, los datos experimentales corresponden a la presión en cada sensor, pie e instante $p_{i,j,k}(t_i)$, sin embargo los análisis se realizan tanto con los campos de fuerzas de reacciones en cada apoyo podal $GRF_{j,k}(t_i)$, como con sus trayectorias de los centros de presión $TCoP_{j,k}(t_i)$, por lo que es necesario transformar las presiones.

Para ello los parámetros básicos de análisis e identificadores utilizados en el estudio, son:

- Sensor ($1 \leq i \leq 99$). Identifica cada uno de los 99 sensores de cada plantilla.
- Pie ($j=izq, der$). Identifica cada pie (izquierdo/derecho, Fig. 3 a). El código de colores (rojo-izquierdo, azul-derecho) se mantendrá en todo el estudio.
- Apoyo podal ($1 \leq k \leq 40$). Identifica cada apoyo de cada pie durante la marcha.
- Tiempo ($0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}$). Identifica el instante de estudio durante la marcha.

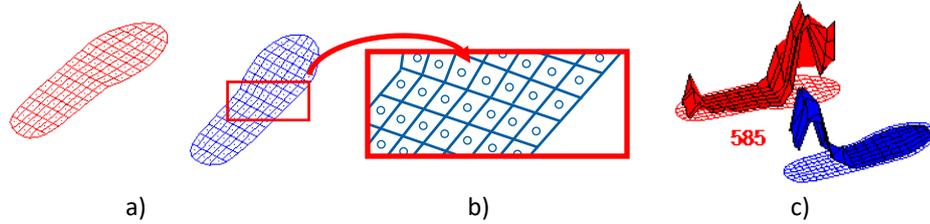


Figura 3. a) Apoyos podales de los pies izquierdo y derecho con las localizaciones de los sensores. b) Ampliación del pie derecho mostrando los baricentros de los sensores. c) Distribución de presiones en los apoyos izquierdo y derecho en el instante $t=585$ cs.

En la Fig. 3 c) se muestran los campos de presiones que aparecen en ambos pies en un instante de apoyo bipodal, estando las presiones máximas localizadas en los metatarsos del pie izquierdo y el talón del pie derecho. Conocida la distribución de presiones experimentales $p_{i,j,k}(t_l)$ y el área $A_{i,j}$ de cada sensor i y pie j , identificando cada apoyo podal k , se determina la fuerza $f_{i,j,k}(t_l)$ en cada sensor mediante la Eq. (1).

$$f_{i,j,k}(t_l) = p_{i,j,k}(t_l) \cdot A_{i,j} \text{ con } 1 \leq i \leq 99, j=izq/der, 1 \leq k \leq 40, 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}. \quad (1)$$

A partir de las coordenadas relativas xg_{ij} , yg_{ij} de los baricentros $g_{ij}(t_l)$ de cada sensor y pie, se determinan la resultante de fuerzas $f_{j,k}(t_l)$ y el $CoP_{j,k}(t_l)$ para cada pie y apoyo podal en cada instante de marcha ($0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}$), definido por sus coordenadas $(xb_{j,k}, yb_{j,k})$ mediante la Eq. (2).

$$\left. \begin{aligned} f_{j,k}(t_l) &= \sum_{i=1}^{99} f_{i,j,k}(t_l) \\ xb_{j,k}(t_l) &= \sum_{i=1}^{99} [f_{i,j,k}(t_l) \times xg_{j,k}] \\ yb_{j,k}(t_l) &= \sum_{i=1}^{99} [f_{i,j,k}(t_l) \times yg_{j,k}] \end{aligned} \right\} \Rightarrow b_{j,k} = b_{j,k}(xb_{j,k}, yb_{j,k}, t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}. \quad (2)$$

Con ellas se determinan el campo de fuerzas de reacciones $GRF_{j,k}(t_l)$ y las trayectorias de los centros de presiones $TCoP_{j,k}(t_l)$ de cada pie en cada apoyo podal e instante de marcha ($0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}$) mediante las Eq. (3).

$$\left. \begin{aligned} GRF_{j,k}(t_l) &= f_{j,k}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}. \\ xb_{j,k}(t_l) \\ yb_{j,k}(t_l) \end{aligned} \right\} \Rightarrow TCoP_{j,k} = TCoP_{j,k}(xb_{j,k}, yb_{j,k}, t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x}. \quad (3)$$

En la Fig. 4 se muestran las gráficas $GRF_{j,k}(t_l)$ con $400 \leq t_l \leq 1400$ que representan las fuerzas (en N) respecto del tiempo (en cs) discriminadas para cada pie ($j=izq./der.$), identificando cada apoyo podal ($5 \leq k \leq 13$). El tiempo considerado es variable discreta, por lo que la continuidad de las gráficas $GRF_{j,k}(t_l)$ se genera uniendo la fuerza existente en cada instante con sus adyacentes.

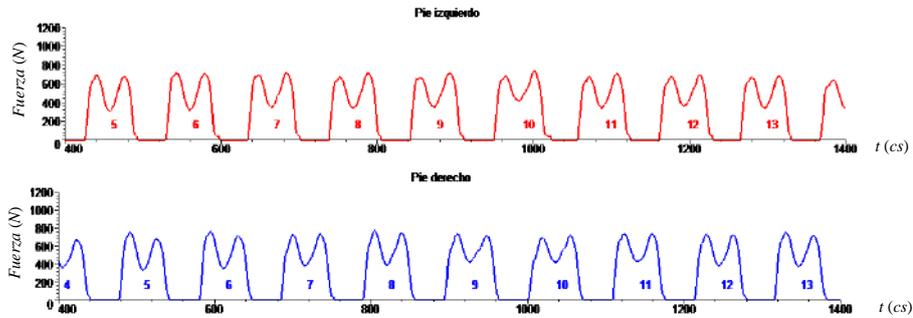


Figura 4. $GRF_{j,k}(t_l) = f_{j,k}(t_l)$ con $400 \leq t_l \leq 1400$.

Si se aíslan los $GRF_{j,k}(t_l)$ y las $TCoP_{j,k}(t_l)$ de cada pie y apoyo plantar en el intervalo de tiempo en el que se produce $t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$, al realizar la comparación para cada pie por separado (izquierdo/derecho) se comprueba que son distintos, aunque con una geometría característica (tipo M para el caso de fuerzas). En la Fig. 5 a) se muestran las $TCoP_{j,k}(t_l)$ de los pies izquierdo y derecho de los apoyos podales $1 \leq k \leq 4$, mientras que en las Fig. 5 b) y c) se muestran los $GRF_{j,k}(t_l)$ para los pies izquierdo y derecho de esos apoyos en el dominio de tiempo ($t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$).

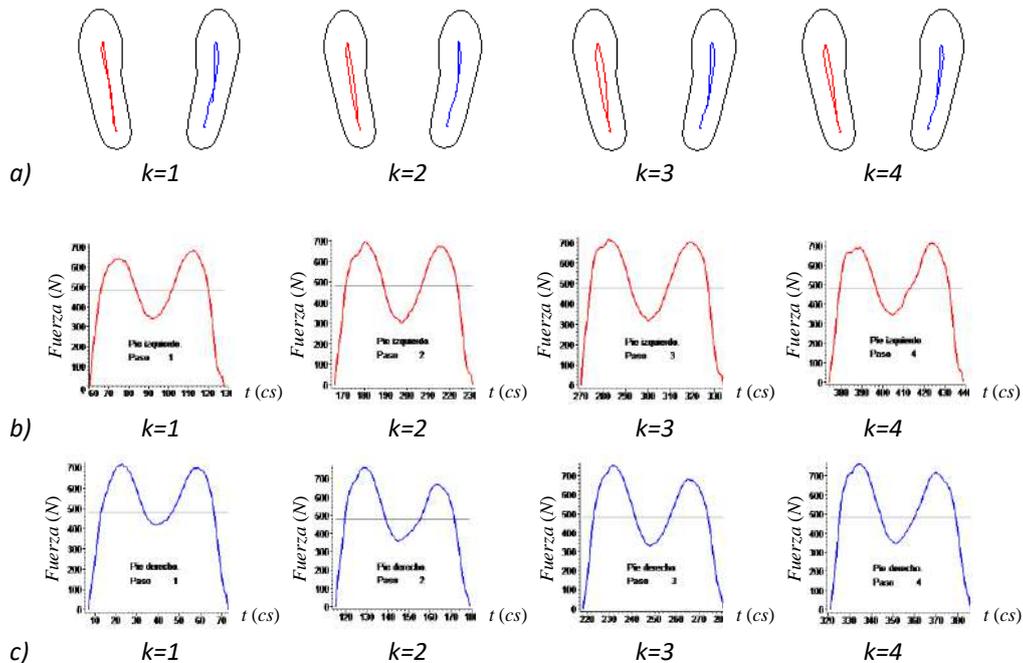


Figura 5. a) $TCoP_{j,k}(t_l)$ con $j=izq,der$; $1 \leq k \leq 4$; b) $GRF_{j,k}(t_l)$ con $j=izq.$; $1 \leq k \leq 4$; $t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$
 ; c) $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con $j=der$; $1 \leq k \leq 4$; $t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$.

En la Fig. 6 se representan las $TCoP_{j,k}(t_l)$ y sus correspondientes $GRF_{j,k}(t_l)$ mediante distintas imágenes: a) $TCoP_{j,k}(t_l)$ para un apoyo podal específico, discriminando cada pie; b) $GRF_{j,k}(t_l)$ situados en sus $TCoP_{j,k}(t_l)$; c) $GRF_{j,k}(t_l)$ situados en sus $TCoP_{j,k}(t_l)$ en una sucesión de apoyos podales durante la marcha.

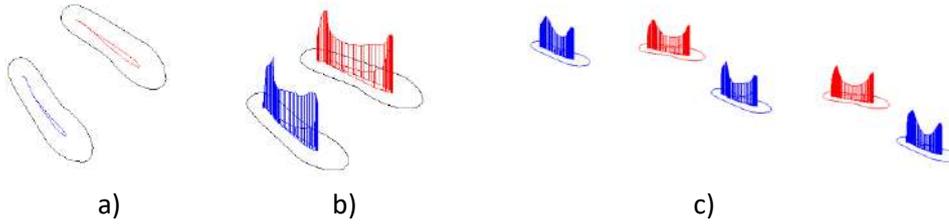


Figura 6. a) $TCoP_{j,k}(t_l)$ de un apoyo podal específico de cada pie. b) $GRF_{j,k}(t_l)$ localizados en las $TCoP_{j,k}(t_l)$ para cada pie c) $GRF_{j,k}(t_l)$ localizados en las $TCoP_{j,k}(t_l)$ de cada pie durante la marcha.

Con los valores obtenidos anteriormente se determinan la resultante del campo de fuerzas de reacción $GRF(t_l)$ y la trayectoria de su centro de presiones $TCoP(t_l)$ para el conjunto de los dos pies durante el tiempo de marcha ($0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x.}$) mediante las Eq. (4).

$$GRF(t_l) = f_{j=izq,k}(t_l) + f_{j=der,k}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x.}$$

$$\left. \begin{aligned} xb(t_l) &= \frac{xb_{j=izq,k}(t_l) \cdot f_{j=izq,k}(t_l) + xb_{j=der,k}(t_l) \cdot f_{j=der,k}(t_l)}{f_{j=izq,k}(t_l) + f_{j=der,k}(t_l)} \\ yb(t_l) &= \frac{yb_{j=izq,k}(t_l) \cdot f_{j=izq,k}(t_l) + yb_{j=der,k}(t_l) \cdot f_{j=der,k}(t_l)}{f_{j=izq,k}(t_l) + f_{j=der,k}(t_l)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} TCoP(xb, yb, t_l) \\ \text{con } 0 \leq t_l \leq t^{m\acute{a}x.} \end{cases} \quad (4)$$

En la parte superior de la Fig. 7 se muestran las gráficas de fuerzas respecto del tiempo. En ellas aparecen las $GRF_{j,k}(t_l)$ de cada pie con el código de colores ya indicado, a los que se añade la línea de color verde correspondiente a las fuerzas resultantes para el conjunto de los dos pies $GRF(t_l)$. En la parte inferior se representan las fuerzas, generadas por cada apoyo podal y pie, localizadas en las trayectorias de sus centros de presión, a las que se añade la línea verde correspondiente a las resultantes de fuerzas del conjunto de los dos pies $GRF(t_l)$, localizadas nuevamente en sus $TCoP(t_l)$, durante la marcha.

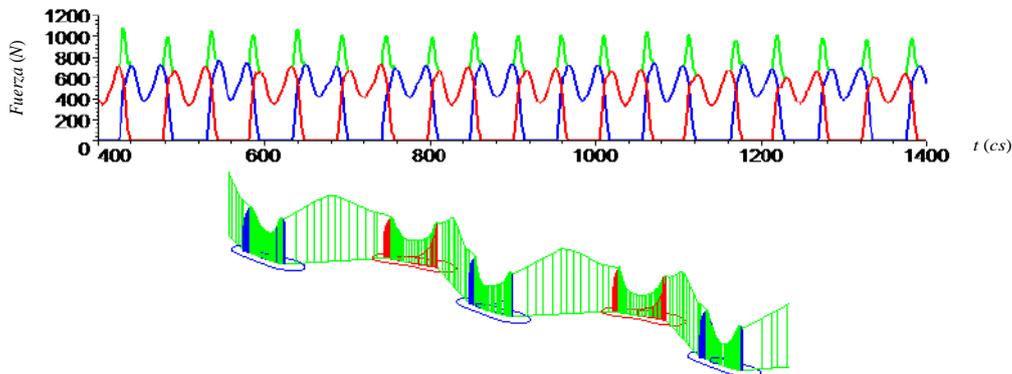


Figura 7. $GRF(t_l) = f_{j=izq,k} + f_{j=der,k}$ y $TCoP(t_l)$ con $400 \leq t_l \leq 1400$.

Analizando la Fig. 6 c), en la que se representan los $GRF_{j,k}(t_l)$ y las $TCoP_{j,k}(t_l)$, se comprueba que ambas son funciones discontinuas dentro de cada apoyo podal, apareciendo únicamente en el dominio y tiempo en el que se producen dichos apoyos. Sin embargo en la Fig. 7, en la que se representan las fuerzas independientes de cada pie y las fuerzas conjuntas de los dos pies, esta última es una función continua que traspasan el dominio del apoyo podal, apareciendo los valores máximos de la $GRF(t)$ en instantes en los que el contacto es bipodal, localizándose en puntos externos a los apoyos podales.

Con vistas a la comparativa entre los valores virtuales y experimentales, y su aplicación en estudios de interacción entre peatón y estructura flexible (no desarrollado en este trabajo), es interesante expresar las fuerzas ejercidas en términos de series de Fourier, ya que los armónicos dominantes pueden inducir efectos resonantes. En la Fig. 8 se muestra la representación en el dominio de las frecuencias para el conjunto de los dos pies $GRF(t)$ obtenidos mediante las Transformadas Rápidas de Fourier FFT correspondientes. Los picos muestran la frecuencia principal (1.9287 Hz) y sus armónicos.

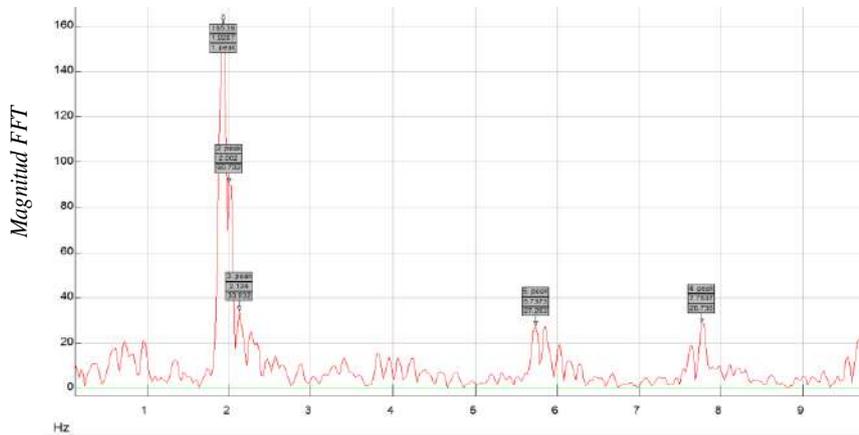


Figura 8. FFT de los $GRF(t_l)$ del conjunto de los dos pies en el dominio de frecuencia.

Para la caracterización estadística tanto de los $GRF_{j,k}(t_l)$ como de las $TCoP_{j,k}(t_l)$ se determinan los intervalos temporales de contacto de los apoyos podales aislados para cada pie ($t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$) mediante las Eq. (5).

$$\left. \begin{aligned} GRF_{j=izq,k}(t_l) &= f_{j=izq,k}(t_l) \\ GRF_{j=der,k}(t_l) &= f_{j=der,k}(t_l) \end{aligned} \right\} \text{con } t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$$

$$\left. \begin{aligned} TCoP_{j=izq,k} &= TCoP_{j=izq,k}(xb_{j=izq,k}, yb_{j=izq,k}, t_l) \\ TCoP_{j=der,k} &= TCoP_{j=der,k}(xb_{j=der,k}, yb_{j=der,k}, t_l) \end{aligned} \right\} \text{con } t_{j,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.}$$
(5)

La Fig. 9 muestra distintas representaciones: a) Nubes de puntos de los $GRF_{j,k}(t_l)$ de la marcha localizados en las correspondientes $TCoP_{j,k}(t_l)$ de cada apoyo podal y pie; b) $GRF_{j=izq,k}(t_l)$; c) $GRF_{j=der,k}(t_l)$; estas dos últimas representadas en el dominio del tiempo. Para la representación se ha realizado un cambio de origen en el tiempo, centrando cada $GRF_{j,k}(t_l)$ en su baricentro ($G_{j,k}$), asociado al área correspondiente a su impulso $t_{Gj,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{Gj,k}^{máx.}$.

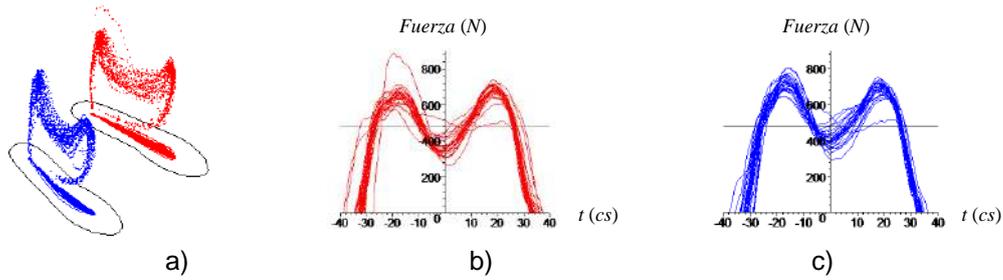


Figura 9. a) Nubes de puntos de las $GRF_{j,k}(t_i)$ localizadas sobre sus $TCoP_{j,k}(t_i)$ de cada pie; b) $GRF_{j=izq,k}(t_i)$; c) $GRF_{j=der,k}(t_i)$. Las dos últimas se representan respecto del tiempo del apoyo podal centrados en sus baricentros $t_{G_{j,k}}^{min.} \leq t_l \leq t_{G_{j,k}}^{max.}$.

Con todo lo anterior se concluye que las variables que influyen en el análisis de las fuerzas de los $GRF_{j,k}(t_i)$ son el tiempo (t_i) y su localización, definida esta última mediante las coordenadas ($xb_{j,k}$, $yb_{j,k}$) de las $TCoP_{j,k}(t_i)$, por lo que el estudio se tendrán en cuenta dichas variables.

En la Fig. 10 se presenta una matriz multivariante en la que aparecen las variables de análisis indicadas. En la diagonal de la matriz se muestran los histogramas correspondientes a las distribuciones de las variables de estudio F , t , xb , yb , mientras que en los demás términos de la matriz aparecen nubes de puntos que relacionan cada par de variables. En las gráficas en las que el dominio es el tiempo, se realiza un cambio de origen para que todas las gráficas comiencen en 0 ($0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{max.}$).

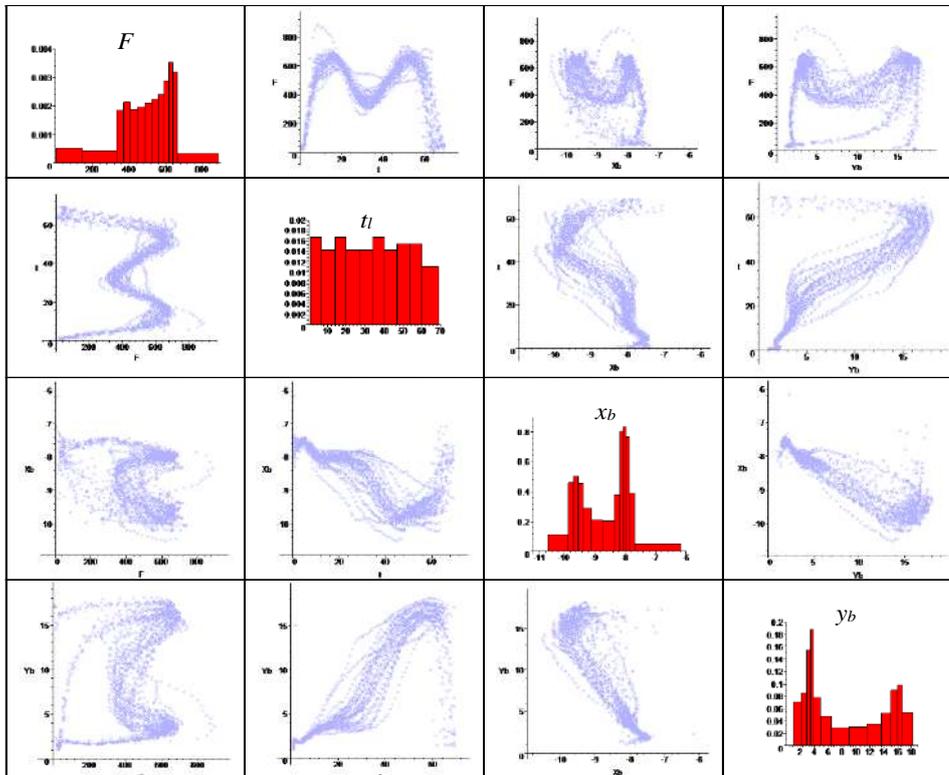


Figura 10. Matriz multivariante. Distribución de las variables F , t , xb , yb , y relaciones de cada par de variables.

Analizando la Fig. 10 se comprueba la existencia de puntos atípicos (*outlier*) en las gráficas. Estos han de ser identificados y las curvas correspondientes eliminadas para evitar su influencia negativa en una caracterización estadística adecuada.

3.3. Caracterización estadística.

Como se ha indicado, para la adecuada caracterización de los $GRF_{j,k}(t_i)$ y las $TCoP_{j,k}(t_i)$ se han de identificar aquellos cuyo comportamiento sea atípico. Con el fin de poder definirlos, se consideran una serie de parámetros ($\theta_{j,k}$) característicos. En el caso de las GRF dichos parámetros son (Fig. 11):

- Tiempo del apoyo podal ($t_{j,k}^{m\acute{a}x.}$).
- Área bajo la $GRF_{j,k}$ o impulso total ($A_{j,k}$).
- Localización ($t_{P1,j,k}$) y fuerza máxima en el apoyo ($F_{P1,j,k}$) en el primer pico singular ($P1_{j,k}$).
- Localización ($t_{P2,j,k}$) y fuerza máxima en el despegue ($F_{P2,j,k}$) en el segundo pico singular ($P2_{j,k}$).
- Área desde el comienzo del $GRF_{j,k}$ hasta el primer pico singular ($P1_{j,k}$) o impulso de frenada ($IF_{j,k}$).
- Área desde el segundo pico singular ($P2_{j,k}$) hasta el final del $GRF_{j,k}$ o impulso de impulsión ($II_{j,k}$).
- Localización temporal ($t_{G,j,k}$) y fuerza ($F_{G,j,k}$) del baricentro de fuerzas ($G_{j,k}$) del impulso total.
- Fuerza de impacto del talón ($F_{IT,j,k}$).
- Intervalo de tiempo entre fuerzas de los picos ($t_{P2,j,k} - t_{P1,j,k}$) y diferencia de fuerzas ($F_{P2,j,k} - F_{P1,j,k}$).
- Localización ($t_{V,j,k}$) y fuerza mínima ($F_{V,j,k}$) en el valle ($V_{j,k}$).

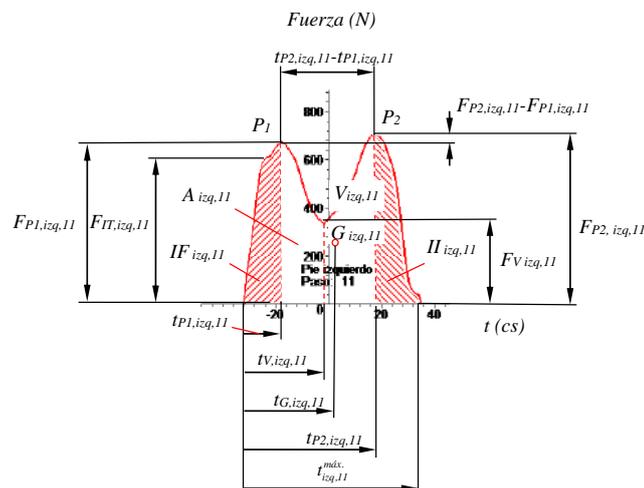


Figura 11. Parámetros característicos ($\theta_{j,k}$) de la $GRF_{izq,11}$ con $t_{Gj,k}^{mín.} \leq t_l \leq t_{Gj,k}^{m\acute{a}x.}$

Utilizando el test de Tukey se identifican tanto los $GRF_{j,k}(t_i)$ como las $TCoP_{j,k}(t_i)$ en los que aparezca algún parámetro característico ($\theta_{j,k}$) atípico. Para ello se determinan el primer y tercer cuartil de cada parámetro característico (Q_{1,θ_j} y Q_{3,θ_j} , respectivamente) cuya diferencia (rango intercuartílico IQR_{θ_j}) multiplicada por un coeficiente ($k'=1,5$) determina el límite de valores atípicos por exceso o defecto, tal como se muestra en las Eq. (6).

$$\theta_{j,k}^{atíp.} < Q_{1,\theta_j} - k' \cdot IQR_{\theta_j} \quad \theta_{j,k}^{atíp.} > Q_{3,\theta_j} + k' \cdot IQR_{\theta_j} \quad (6)$$

El análisis se realiza para cada parámetro característico ($\theta_{j,k}$) de cada $GRF_{j,k}(t_i)$, representándose los valores en un histograma en el que se muestran los límites de los valores atípicos. Al mismo tiempo, se representa un gráfico QQPlot con el que se visualiza si su comportamiento se aproxima al normal, lo que se refrenda mediante el coeficiente de correlación de Pearson correspondiente.

La Fig. 12 muestra los histogramas de frecuencias relativas (f^r) de las $F_{P1,j,k}$, asociado al primer pico singular $P1$ de los apoyos podales de los pies izquierdo y derecho. Se comprueba la existencia de una geometría acampanada simétrica que permite asociarlos a un comportamiento próximo al normal.

A la derecha de los histogramas se muestran las correspondientes gráficas QQPlot y los coeficientes de correlación de Pearson ($r_{P1,j}$) para cada pie, ambos con valores próximos a 1, asociado al comportamiento normal. Estos resultados se repiten en todos los parámetros de los $GRF_{j,k}(t_i)$, verificándose su comportamiento normal.

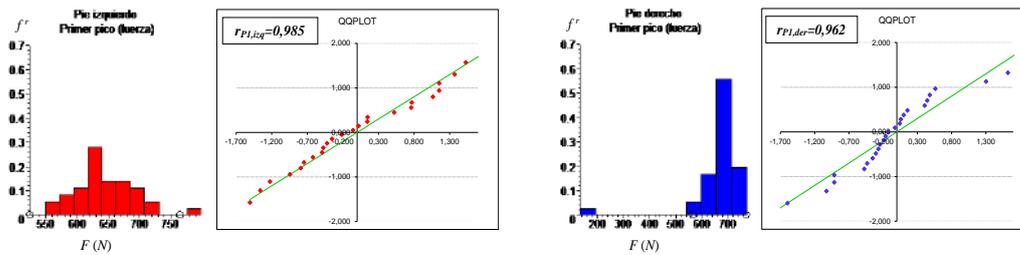


Figura 12. Histogramas de las fuerzas $F_{P1,j,k}$ de las $GRF_{j,k}(t_i)$ y gráficas QQPlot con coeficientes de correlación de Pearson ($r_{P1,j}$) para todos los apoyo podales durante la marcha de cada pie.

Una vez identificados los $GRF_{j,k}(t_i)$ con parámetros atípicos se eliminan del conjunto de datos del análisis, denominándose truncados a los $GRF_{j,k}(t_i)$ no eliminados.

Un proceso análogo al de las fuerzas se lleva a cabo con las $TCoP_{j,k}(t_i)$ de cada apoyo podal y pie. La Fig. 13 muestra las gráficas *BoxPlot* (los ejes indican distancias en cm) correspondientes a las coordenadas $x_{b,j,k}$, $y_{b,j,k}$ de los $CoP_{j,k}(t_i)$ de los distintos apoyos podales de los pies izquierdo (rojo) y derecho (azul) de la marcha, referenciado por el instante en el que se produce el apoyo (en los casos mostrados $t_i=27$ y $t_i=40$ cs) cuando el origen de tiempos es el mismo en todos los apoyos $0 \leq t_i \leq t_{j,k}^{máx.}$, con lo que se identifican las coordenadas atípicas de las $TCoP_{j,k}(t_i)$.

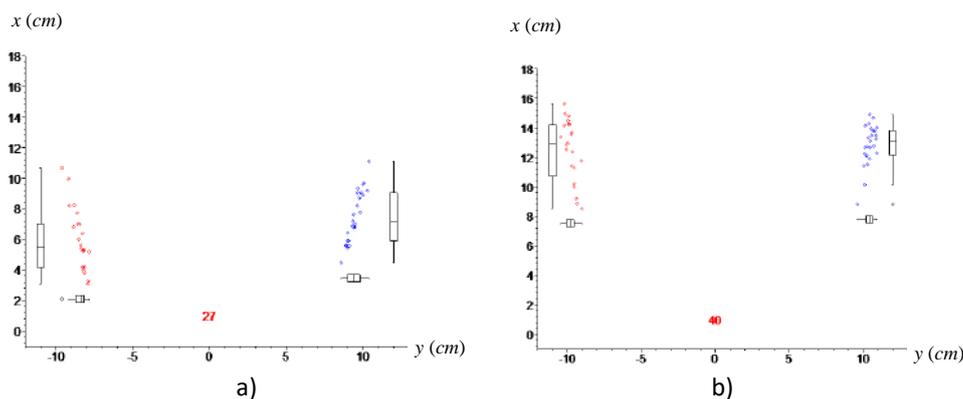


Figura 13. *BoxPlot* de las coordenadas de los $CoP_{j,k}(t_i)$ de los distintos apoyos podales de los pies izquierdo y derecho en los instantes a) $t_i=27$; b) $t_i=40$ cs.

Una vez identificadas las trayectorias que contienen puntos atípicos de los $CoP_{j,k}(t_i)$ se eliminan del conjunto de datos del análisis. Los $GRF_{j,k}(t_i)$ y las $TCoP_{j,k}(t_i)$ truncados serán los utilizados para la obtención de patrones que permitan su caracterización estadística y la generación de los correspondientes virtuales.

La Fig. 14 muestra los valores de fuerzas y trayectorias truncadas. Las figuras a) muestran las localizaciones de las $TCOP_{j,k}(t_i)$ de cada apoyo podal y pie; la figura b) los $GRF_{j=izq,k}(t_i)$; y la figura c) los $GRF_{j=der,k}(t_i)$, representadas las dos últimas respecto del tiempo de actuación de los apoyos podales correspondientes centrando cada $GRF_{j,k}(t_i)$ en su baricentro ($G_{j,k}$) $t_{G_{j,k}}^{min.} \leq t_i \leq t_{G_{j,k}}^{max.}$.

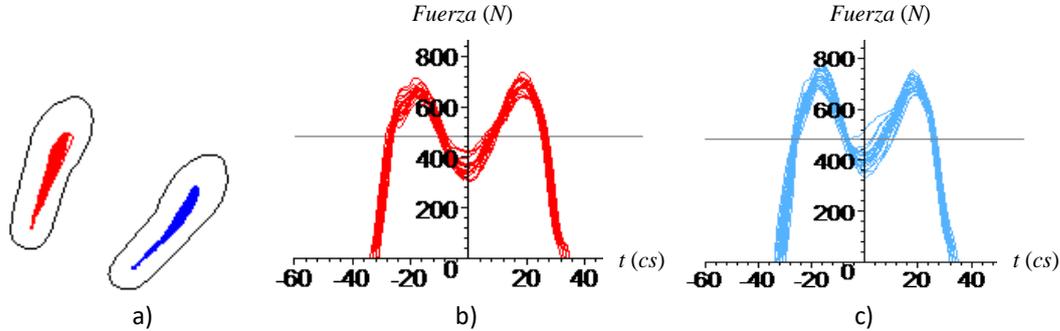


Figura 14. Datos truncados. a) $TCOP_{j,k}(t_i)$ de cada pie; b) $GRF_{j=izq,k}(t_i)$; c) $GRF_{j=der,k}(t_i)$. Las dos últimas respecto del tiempo de los apoyos podales centrados en sus baricentros $t_{G_{j,k}}^{min.} \leq t_i \leq t_{G_{j,k}}^{max.}$.

En los $GRF_{j,k}(t_i)$ truncados se transforma el tiempo del dominio real a otro normalizado $0 \leq t_i \leq 100$, por lo que las curvas de estos $GRF_{j,k}(t_i)$ comiencen y terminen en el mismo instante Fig. 15.

Con estos $GRF_{j,k}(t_i)$ truncados con el tiempo normalizado $0 \leq t_i \leq 100$ se estiman las tendencias centrales, varianzas y desviaciones estándar poblacionales, discriminando para cada pie en cada cs ($\hat{\mu}_{f_j}(t_i)$, $\hat{\sigma}_{f_j}^2(t_i)$, $\hat{\sigma}_{f_j}(t_i)$), mediante las medias, cuasivarianzas y cuasidesviaciones estándar muestrales ($\bar{f}_j(t_i)$, $s_{n-1,f_j}^2(t_i)$, $s_{n-1,f_j}(t_i)$), obtenidas mediante las Eq. (7).

$$\bar{f}_j(t_i) = \frac{\sum_{k=1}^n f_{j,k}(t_i)}{n} \quad s_{n-1,f_j}^2(t_i) = \frac{\sum_{k=1}^n (f_{j,k}(t_i) - \bar{f}_j(t_i))^2}{n-1} \quad s_{n-1,f_j}(t_i) = \sqrt{s_{n-1,f_j}^2(t_i)} \quad (7)$$

Los valores de las medias $\bar{f}_j(t_i)$ se utilizan para definir patrones de comportamiento de la tendencia central \overline{GRF}_j de cada pie, mientras que las cuasidesviaciones estándar muestrales $s_{n-1,f_j}(t_i)$ se usan para obtener la variación respecto de la tendencia central con la que se generan las fuerzas virtuales.

Para comprobar que los $GRF_{j,k}(t_i)$ utilizados en la obtención de los patrones de tendencia central \overline{GRF}_j son adecuados, se ha de verificar que se encuentran dentro de los límites de aceptación, por ello se definen, a semejanza de los procesos utilizados en control de calidad, la tendencia central y los límites de control superior e inferior de aceptabilidad en cada cs ($TC_{GRF_j}(t_i)$, $LCS_{GRF_j}(t_i)$, $LCI_{GRF_j}(t_i)$) mediante las expresiones Eq. (8).

$$TC_{GRF_j}(t_i) = \overline{GRF}_j = \bar{f}_j(t_i) \quad \text{con } 0 \leq t_i \leq 100 \quad (8)$$

$$LCS_{GRF_j}(t_l) = \overline{GRF_j} + 3 \cdot s_{n-1,f_j}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq 100$$

$$LCI_{GRF_j}(t_l) = \overline{GRF_j} - 3 \cdot s_{n-1,f_j}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq 100$$

La Fig. 15 muestra los $GRF_{j,k}(t_l)$ de los apoyos podales truncados en tiempo normalizado $0 \leq t_l \leq 100$, en los que se representan también la tendencia central y los límites de aceptabilidad superior e inferior $TC_{GRF_j}(t_l), LCS_{GRF_j}(t_l), LCI_{GRF_j}(t_l)$. Se aprecia que todos los $GRF_{j,k}(t_l)$ truncados se encuentran dentro de los límites de aceptabilidad.

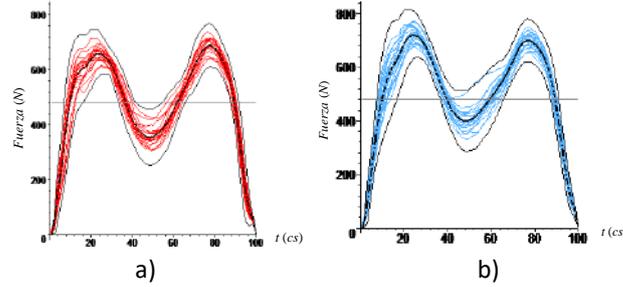


Figura 15. a) $GRF_{j=izq,k}(t_l)$; b) $GRF_{j=der,k}(t_l)$; ambos en tiempo normalizado $0 \leq t_l \leq 100$ con $GRF_{j,k}(t_l)$ truncados indicando $TC_{GRF_j}(t_l), LCS_{GRF_j}(t_l), LCI_{GRF_j}(t_l)$.

Utilizando el mismo procedimiento se estiman las tendencias centrales, varianzas y desviaciones estándar poblacionales de las coordenadas $xb_j(t_l), yb_j(t_l)$ de las $TCoP_{j,k}(t_l)$ de cada pie y cs ($\hat{\mu}_{xb_j}(t_l), \hat{\sigma}_{xb_j}(t_l), \hat{\mu}_{yb_j}(t_l), \hat{\sigma}_{yb_j}(t_l)$) mediante las medias, cuasivarianzas y cuasidesviaciones estándar muestrales ($\overline{xb_j}(t_l), s_{n-1,xb_j}^2(t_l), s_{n-1,xb_j}(t_l), \overline{yb_j}(t_l), s_{n-1,yb_j}^2(t_l), s_{n-1,yb_j}(t_l)$), y los intervalos de tiempo de cada apoyo podal $t_j^{m\acute{a}x}$.

4. GENERACIÓN DE FUERZAS Y TRAYECTORIAS VIRTUALES

Una vez conocidas las tendencias centrales y desviaciones de las fuerzas $\overline{GRF_j}$ y de las coordenadas $\overline{xb_j}(t_l), \overline{yb_j}(t_l)$ de las $TCoP_j(t_l)$ de cada pie en cada cs , se generan de forma virtual $GRF_{j,k}^v(t_l)$, las coordenadas de las $TCoP_{j,k}^v(t_l)$ y la duración los apoyos podales $t_{j,k}^{m\acute{a}x.v}$. Para ello se utiliza las Eq. (9) a partir de una variable aleatoria k' con comportamiento normal estándar.

$$\left. \begin{aligned} GRF_{j,k}^v(t_l) &= \overline{GRF_j} + k' \cdot s_{n-1,f_{j,k}}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq 100, k' \longrightarrow N(\mu=0, \sigma=1) \\ xb_{j,k}^v(t_l) &= \overline{xb_j}(t_l) + k' \cdot s_{n-1,xb_{j,k}}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq 100, k' \longrightarrow N(\mu=0, \sigma=1) \\ yb_{j,k}^v(t_l) &= \overline{yb_j}(t_l) + k' \cdot s_{n-1,yb_{j,k}}(t_l) \text{ con } 0 \leq t_l \leq 100, k' \longrightarrow N(\mu=0, \sigma=1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow TCoP_{j,k}^v(t_l) \quad (9)$$

$$t_{j,k}^{m\acute{a}x.v} = \overline{t_j^{m\acute{a}x}} + k' \cdot s_{n-1,t_j^{m\acute{a}x}} \text{ con } k' \longrightarrow N(\mu=0, \sigma=1)$$

Estas expresiones permiten obtener tantas $GRF_{j,k}^v(t_l)$, $TCoP_{j,k}^v(t_l)$ y $t_{j,k}^{máx.v}$ como se deseen, todas distintas entre sí y semejantes a las experimentales. En la Fig. 16 se muestran cuatro $TCoP_{j,k}^v(t_l)$ y $GRF_{j,k}^v(t_l)$ de cada pie en el dominio de tiempo normalizado ($0 \leq t_l \leq 100$) generadas mediante este procedimiento, con indicación de las curvas $TC_{GRF_j}(t_l)$, $LCS_{GRF_j}(t_l)$, $LCI_{GRF_j}(t_l)$.

Como los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ se han obtenido en el dominio de tiempo normalizado ($0 \leq t_l \leq 100$), se realiza un nuevo cambio de escala para adaptarlos a la duración virtual de cada apoyo podal ($0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$).

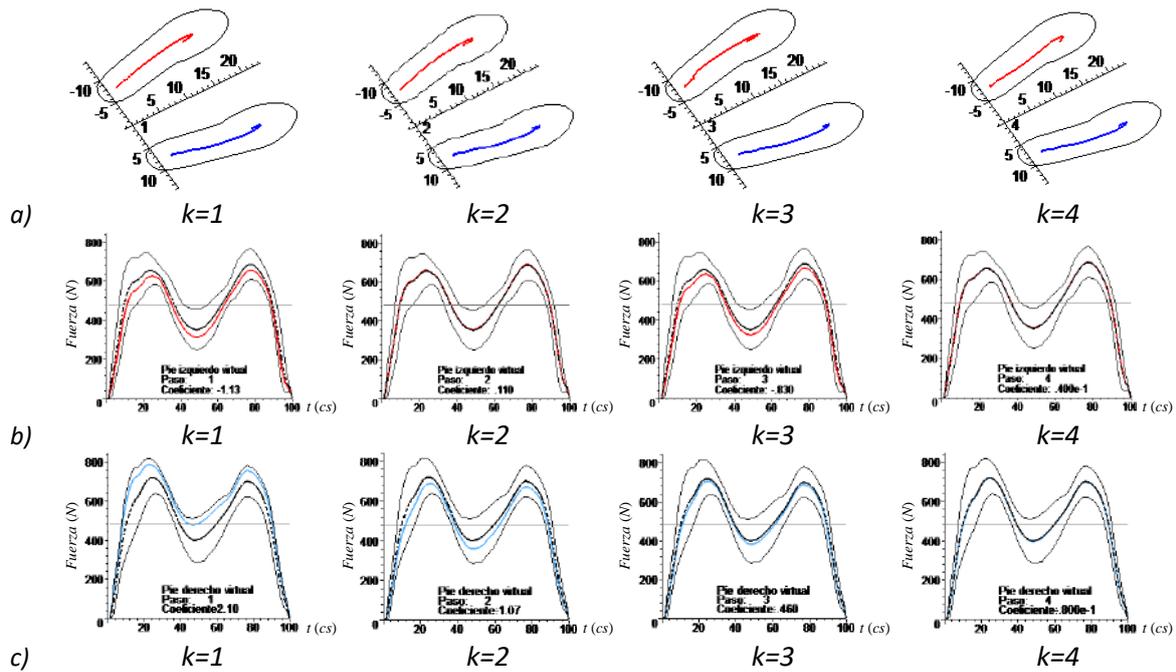


Figura 16. a) $TCoP_{j,k}^v(t_l)$ con $j=izq,der$; $1 \leq k \leq 4$; b) $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con $j=izq,$; $1 \leq k \leq 4$; $0 \leq t_l \leq 100$; c) $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con $j=der$; $1 \leq k \leq 4$; $0 \leq t_l \leq 100$. En los dos últimos con las curvas de $TC_{GRF_j}(t_l)$, $LCS_{GRF_j}(t_l)$, $LCI_{GRF_j}(t_l)$.

A continuación se realiza un proceso para la localización de la magnitud de cada fuerza de los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con ($0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$) en cada punto de las $TCoP_j^v(t_l)$. En la Fig. 17 se muestran cuatro $TCoP_j^v(t_l)$ de los pies izquierdo y derecho y los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con $0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$ correspondientes generados mediante este procedimiento.

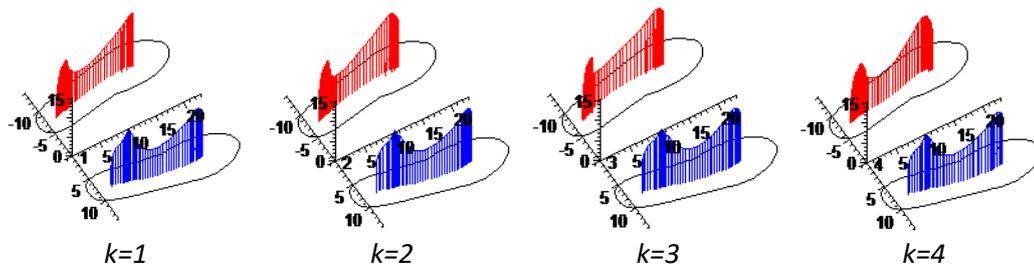


Figura 17. $GRF_{j,k}^v(t_l)$ con $1 \leq k \leq 4$; $0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$ sobre los puntos de sus $TCoP_j^v(t_l)$.

5. MARCHA VIRTUAL

Una vez obtenidos los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ y situadas las fuerzas en los puntos de sus $TCoP_j^v(t_l)$ con $0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$ se deben ensamblar los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ de apoyos podales alternativos de cada pie, de forma que la fuerza máxima generada por el conjunto de los dos pies virtuales durante el apoyo bipodal sea estadísticamente equivalente a la producida durante la marcha experimental.

Para ello es necesario caracterizar estadísticamente el comportamiento de los valores máximos de las fuerzas experimentales máximas $máx.[GRF(t_l)]$ generadas por las fuerzas de los dos pies que, tal como se mostró en la Fig. 7, aparecen en los contacto bipodales. Tras el análisis se comprueba que dicho comportamiento se aproxima al normal, siendo sus características las indicadas en la Eq. (10).

$$máx.[GRF(t_l)] \longrightarrow N(\mu = 996,73 N, \sigma = 58,02 N) \quad (10)$$

A partir de lo anterior el ensamble temporal necesario para producir la marcha virtual se realiza situando $GRF_{j,k}^v(t_l)$ alternos de cada pie ($j=izq, der$). El criterio a cumplir para su definición temporal es que el valor máximo de las fuerzas asociadas a ambos pies durante apoyo bipodal se aproxime a la tendencia central del comportamiento experimental.

Para ello se realiza un proceso iterativo que comienza con la selección de dos GRF^v (uno de cada pie) de forma aleatoria, (p.e.: $GRF_{j=izq,k=1}^v(t_l)$ y $GRF_{j=der,k=1}^v(t_l)$) situándoles en el dominio temporal hasta que se cumpla la condición anteriormente indicada. Este proceso ha de ser preciso, ya que debido a las elevadas pendientes de las curvas correspondientes a las fuerzas de impacto y despegue de los pies, pequeñas variaciones en el solapamiento temporal generan modificaciones importantes en la magnitud de la fuerza máxima asociada.

En la Fig.18 se muestra el proceso utilizado. El solapamiento del apoyo bipodal (Δt) varía de 10 cs a 5 cs, siendo el valor óptimo 7 cs. También se muestran las líneas de tendencia central y las desviaciones estándar $\pm 1\sigma, \pm 2\sigma, \pm 3\sigma$ del máximo de la superposición de fuerzas asociadas a ambos pies.

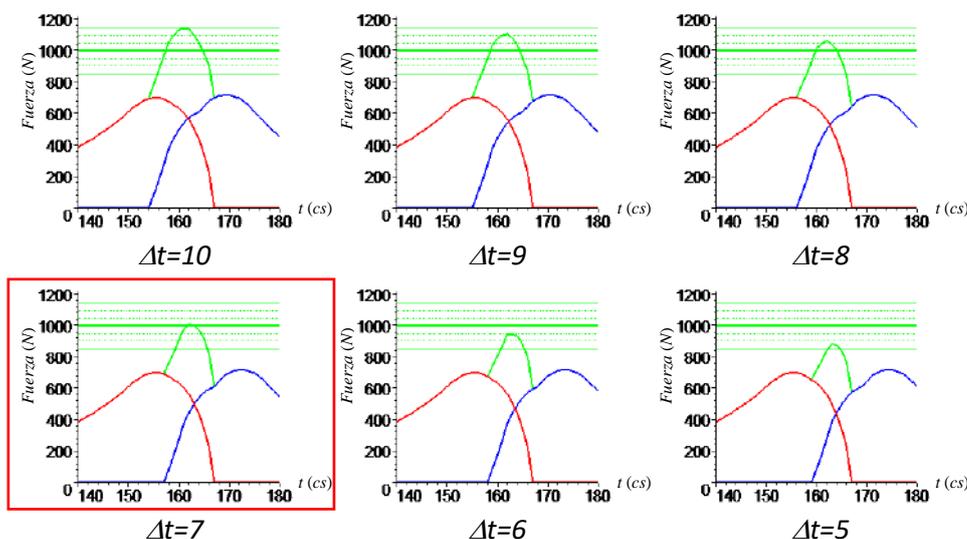


Figura 18. Marcha virtual con tiempo de solapamiento $4 \leq \Delta t \leq 11$.

Este proceso se repite con el $GRF_{j,k}^v(t_l)$ del apoyo podal final y un nuevo $GRF_{j,k}^v(t_l)$ correspondiente al pie alterno. Como las fuerzas de los $GRF_{j,k}^v(t_l)$ están relacionadas con los puntos de las $TCoP_j^v(t_l)$, considerando una longitud de paso equivalente al experimental se obtienen tanto el historial de marcha de las $GRF_{j,k}^v(t_l)$ como el de sus $TCoP_j^v(t_l)$ con $0 \leq t_l \leq t_{j,k}^{máx.v}$, tal como se muestra en la Fig. 19.

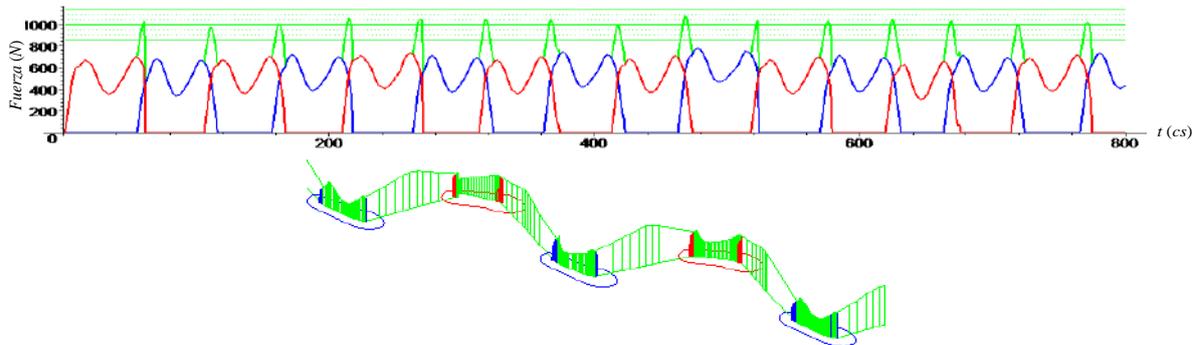


Figura 19. $GRF^v(t_l) = f_{j=izq,k}^v + f_{j=der,k}^v$ y $TCoP^v(t_l)$ con $400 \leq t_l \leq 800$.

En la Fig. 20 se muestran las curvas en el dominio del tiempo de los $GRF^v(t_l)$ para el conjunto de los dos pies de 15 apoyos podales correspondientes a 25 marchas virtuales, comprobándose la similitud de los registros.

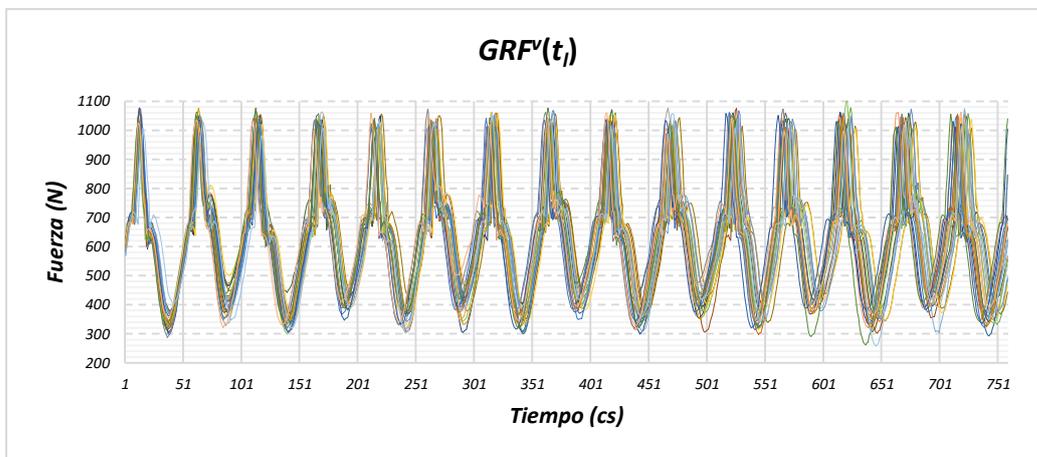


Figura 20. $GRF^v(t_l)$.

En la Fig. 21 se muestra la gráfica de frecuencias del conjunto de los dos pies $GRF^v(t_l)$ para la marcha experimental y cinco marchas virtuales. Se comprueba la similitud de los registros, en los que la frecuencia principal y sus armónicos se encuentran muy próximos.

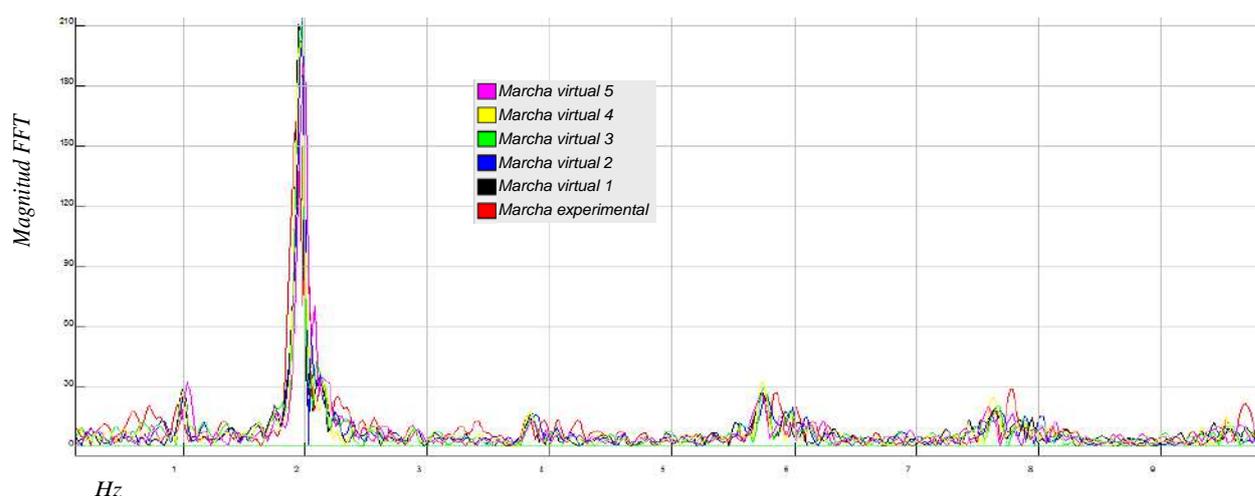


Figura 21. FFT de los $GRF^v(t)$ del conjunto de los dos pies en el dominio de la frecuencia para la marcha experimental y cinco marchas virtuales.

Además de la equivalencia respecto del dominio de frecuencias, se evalúan otros indicadores que caracterizan las vibraciones como el máximo pico, el valor medio, el valor eficaz (*root mean square*, *RMS*) y el factor de cresta. Comparando 25 *GRF* virtuales, generados mediante el procedimiento indicado, con la marcha experimental de referencia, se han obtenido el tanto por ciento de las medias de las diferencias, cuyos valores son 0,82%, 2,88%, 2,79% y 2,17% respectivamente.

6. CONCLUSIONES

A partir de los datos correspondientes al historial de presiones experimentales, obtenidos de los sensores de las plantillas instrumentalizadas, se determinan mediante procesos de programación la fuerza en cada sensor, pie e instante, los *CoP* en cada pie e instante, y los *GRF* verticales y las *TCoP* para cada pie y para ambos pies durante la marcha.

Del estudio de los *GRF* y *TCoP* para cada apoyo podal y pie, tras definir parámetros de comparación significativos, se realiza un análisis estadístico con el que identificar y eliminar los *GRF* y *TCoP* con valores atípicos.

Con los *GRF* y *TCoP* truncados se definen sus tendencias centrales y desviaciones en cada *cs*. Las tendencias se utilizan como patrones, mientras que las desviaciones para determinar la variación con la que, utilizando una variable aleatoria con comportamiento normal, permite la obtención de los correspondientes valores virtuales individuales, estadísticamente equivalentes a los experimentales.

Para generar la marcha se ensamblan en el dominio del tiempo GRF^v de apoyos podales alternativos de cada pie, con el criterio de que la fuerza máxima en el dominio bipodal sea equivalente a la experimental, y se genera los historiales de GRF^v y de las $TCoP^v$ para cada pie aislado, y para el conjunto de ambos pies.

La equivalencia estadística en el dominio del tiempo entre los valores experimentales y virtuales de los *GRF* de cada pie, considerados de forma aislada, se asegura con el procedimiento seguido en su

generación. Además, se realizan comparativas en el dominio del tiempo (mediante distintos indicadores) y en el de la frecuencia para verificar su equivalencia.

Con este procedimiento cada uno de los GRF^V y de las $TCoP^V$ de cada apoyo podal obtenidos para cada pie es distinto en magnitud, localización y duración, pero son estadísticamente equivalentes a los experimentales del individuo analizado, consiguiendo emular las fuerzas transmitidas por el individuo monitorizado al andar, lo que permite su modelización y utilización como cargas en el análisis de sistemas vibrantes.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación parcial del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2014-59321 y del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades a través del proyecto RTI2018-098425. Asimismo se agradece al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte por el contrato predoctoral FPU16/01339.

8. REFERENCIAS

- [1] Fernandez, J. (2015). Acciones humanas sobre estructuras (pp. 213). Tesis. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- [2] Archbold, P., Mullarney, B. (2011). The influence of selected gait parameters on vertical pedestrian. 4th International Conference. (pp. 759-798). Wroclaw: Poland.
- [3] Racic, V., Mark, J., Brownjohn & W. (2011). Stochastic model of near-periodic vertical loads due to humans walking. *Advanced Engineering Informatics* 25, 259–275.
- [4] Thór Ingólfsson, E. (2011). *Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges. Experimental studies and probabilistic modelling*. UK: DTU Civil Engineering Report.
- [5] Racic, V., Pavic, A., Brownjohn, J. (2009) Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review. *Journal of Sound and Vibration* (pp. 1–49). UK.
- [6] Sanderson, D., Cavanang, P. (1987). An investigation of the in-shoe pressure distribution during cycling in cycling or running shoes, *Biomechanics X-B* (pp 903-907). Illinois.
- [7] Collado, S., Pascual, F., Álvarez, A., Rodríguez, L., (2003) Análisis de la marcha. Factores moduladores. *Revista de la Facultad de Ciencias de la Salud*. 1. 1-22.
- [8] Encarnación, A. (2012) *Análisis biomecánico de la marcha nórdica: Efectos de la experiencia y de la velocidad de práctica sobre el patrón de presión plantar, las fuerzas de reacción del suelo y los niveles de impacto*. Tesis. Valencia. Universidad de Valencia.
- [9] Ingólfsson, E., (2011) *Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges. Experimental studies and probabilistic modelling*. DTU Civil Engineering Report. UK.
- [10] García-Terán, J. M., García-Diéguez, M., Magdaleno, A., Fraile, A., (2017) *Statistical analysis of the ground reaction forces on vibrating pavements*. 4th International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering (CMMoST 2017). Madrid. Spain.
- [11] Perry, J. (2010) Gait analysis: normal and pathological function. p 551. US. *Journal of Sports Science and Medicine*.

A TOPOLOGICAL ENTROPY-BASED APPROACH FOR DAMAGE DETECTION OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURES

Jiménez-Alonso, Javier Fernando¹; López-Martínez, Javier², Blanco-Claraco, José Luis³, González-Díaz, Rocío⁴ and Sáez, Andrés⁵

ABSTRACT

In this study, a new method based on topological entropy, the so-called persistent entropy, is presented for addressing the damage detection problem in civil engineering structures. The efficiency of the algorithm is certificated by the stability theorem for persistent entropy. The method, which has been previously used for the classification of DC electrical motors, has been adapted herein to solve the supervised classification damage detection problem. For this purpose, a laboratory footbridge was designed, built and subsequently damaged. Two states of the structure were considered: (i) undamaged and (ii) damaged. Its response under ambient conditions was recorded both numerically and experimentally. Later, its persistent entropy was computed under the different situations. Finally, it was checked that there is a clear relationship between the stiffness of the structure and its persistent entropy. Therefore, the proposed method can be considered as an available tool for the damage detection of civil engineering structures.

Keywords: damage detection, structural health monitoring, topological data analysis, persistent homology, persistent entropy, supervised classification

1. INTRODUCTION

Civil engineering structures play a crucial role in modern societies, to the extent that maintenance plans must be established in order to know the state of conservation of these infrastructures. Among the different method, structural health monitoring (SHM) represents an important tool in management activities [1]. Health monitoring permits to identify early and progressive structural damage. In a broad sense, damage identification can be broken down hierarchically into three categories [1]: (i) damage detection, (ii) damage diagnosis (location, type and severity) and damage prognosis. On the other hand, there are possibly two main approaches for structural health monitoring [1]: (i) the physics-based and (ii) the data-based. The physics-based approach makes use of the inverse problem techniques to update numerical models and attempts to identify damage by comparing the measured data from the structure with estimated data from the updated models. The data-based approach is based on the machine learning field where machine learning algorithms are used to learn the behaviour of the structure from the experience (recorded data). Machine learning algorithms are usually classified as: (i) supervised and (ii) unsupervised learning. Supervised learning

¹ Department of Continuum Mechanics. UPM (SPAIN). Jf.jimenez@upm.es (Corresponding author)

² Department of Engineering. Universidad de Almería (SPAIN). javier.lopez@ual.es

³ Department of Engineering. Universidad de Almería (SPAIN). jlblanco@ual.es

⁴ Department of Applied Math. Universidad de Sevilla (SPAIN). rogodí@us.es

⁵ Department of Continuum Mechanics. Universidad de Sevilla (SPAIN). andres@us.es

refers to the case where data from the undamaged and damaged structure are available to train the algorithms. Unsupervised learning refers to the case where training data are only available from the undamaged conditions. The data-based approach presents as main advantage a lower computational cost and a greater simplicity. This approach, under supervised learning, is usually based on the comparison between two signals [2]. There are several methods for measuring the similarity among signals [3]. To the best of the author's knowledge, these methods may be organized mainly in five groups: (i) distance-based methods; (ii) time-frequency analysis, (iii) wavelet analysis, (iv) global-description distance method and (v) local-feature distance method.

This manuscript focuses on using computational topology [3] as a tool to compute the similarity between signals and thus to assess its possible use as a data-based supervised learning method for damage detection. For this purpose, a topological entropy-based method [3], previously used to classify DC electrical motors under a supervised learning approach, has been implemented herein to identify severe damage in civil engineering structures. As benchmark, a laboratory steel structure has been designed, built and damaged. The performance of the topological entropy-based approach has been assessed numerically and experimentally. The response of the structure (accelerations) in several characteristic points has been recorded for this purpose. The structure has only been excited by ambient vibration. As reference the variation of the modal properties of the structure in terms of the level of damage has been provided. As result of this study, the topological entropy-based approach allows identify the change of the response of the structure associated with the occurrence of a severe damage highlighting its available use as tool for damage detection. Nevertheless, further studies are needed in order to analyse the sensibility of the persistent entropy to the change of the environmental and operational conditions and to extend the use of this technique to other steps inside the structural health monitoring categories, as for instance, the damage localization.

The manuscript is organized as follows; in section 2 some basics about computational topology are introduced. Subsequently, in section 3, the methodology used to damage detection based on the topological comparison of signals is described in detail. Later, in section 4, a numerical and experimental case study is presented in order to check and validate the proposed methodology. Finally, in section 5, some remarkable conclusions are included to finish the manuscript.

2. BASICS OF COMPUTATIONAL TOPOLOGY

A topological space is a powerful tool to describe the connectivity of a space. A topological space can be defined informally as a set of points equipped with the notion of neighbouring (formally endowed with a topology) [4]. A topology on a set of points \mathbf{X} is a family of subsets $T \subseteq 2^{\mathbf{X}}$ which satisfies : (i) if $S_1, S_2 \in T$, then $S_1 \cap S_2 \in T$; (ii) if $S_j (j \in J) \subseteq T$ then $\cup_{j \in J} S_j \in T$; and (iii) $\emptyset, \mathbf{X} \in T$. Thus, the pair (\mathbf{X}, T) of a set \mathbf{X} and a topology T is a topological space E . A topological space may be decomposed into simple pieces of lower dimension (abstract simplicial complex). Each abstract simplicial complex K is represented by: (i) a set V of 0-simplices (called vertices); (ii) for each $k \geq 1$ a set of k – simplices $\sigma = \{v_0, v_1, \dots, v_k\}$ where $v_i \in V$; (iii) each k – simplex has $k + 1$ faces obtained by removing one of the vertices; and (iv) if σ belongs to K , then all the faces of σ must belong to K [3]. Finally, a simplicial complex K is the geometric representation of an abstract simplicial complex K . For the rest of the manuscript, both the abstract simplicial complex and the simplicial complex will be called simplicial complex and denoted as K for the sake of the clarity of the exposition [4].

Homology is an algebraic tool which allows describing a topological space E . The k – Betti number represents the rank of the k – dimensional homology group. In this manner, β_k , counts the number of

k –dimensional holes characterizing E (β_0 is the number of connected components, β_1 is the number of holes in 2D and β_2 is the number of voids in 3D). Persistent homology is a method for computing k –dimensional holes at different spatial resolutions. In order to compute persistent homology, a distance function, which can be obtained constructing a filtration on the simplicial complex, is necessary. In this manner, a filtered simplicial complex is a collection of sub-complexes $\{K(t): t \in \mathbb{R}\}$ of K such that $K(t) \subset K(s)$ for $t < s$ and there is $t_{max} \in \mathbb{R}$ such that $K_{t_{max}} = K$. Persistent homology describes how the homology of K changes along a filtration [4]. The set of intervals representing birth and death times of homology classes is called the *persistence barcode* associated to the corresponding filtration. Instead of bars, a set of points in the plan, called *persistence diagram*, such that a point $(xy) \in \mathbb{R}^2$ (with $x < y$) corresponds to a bar (x,y) in the persistence barcode. Finally, the measurement of the order of the construction of the filtered simplicial complex is performed using the so-called persistent entropy. The persistent entropy may be defined as follows [3]. Given a filtered simplicial complex $\{K:t \in \mathbb{R}\}$ and the corresponding persistent diagram $D = \{a_i = (x_i, y_i): i \in I\}$ with $x_i < y_i$ for all $i \in I$, the persistent entropy H of the filtered simplicial complex may be computed as follows:

$$H = - \sum_{i \in I} p_i \log(p_i) \tag{1}$$

where $p_i = \frac{l_i}{L}$, $l_i = y_i - x_i$ and $L = \sum_{i \in I} l_i$. The maximum persistent entropy corresponds to the case in which all the intervals in the barcode are of equal length, $H = \log n$, being n the number of elements of I . Aversely, the value of the persistent entropy decreases as more intervals of different length are presented.

3. TOPOLOGY COMPARISON OF SIGNALS

The aim of this study is to address the problem of damage detection of civil engineering structures based on the comparison between the shapes of the signals recorded under two different states (undamaged and damaged). For this purpose, the topology of the shape of the signals has been analysed. The method is based on algebraic topology [4]. The method consists of the following steps: (i) the signals are transformed into filtered 1-dimensional simplicial complexes; (ii) the persistent homology of these simplicial complexes is analysed; (iii) subsequently the persistent entropy is computed from the homological groups; and (iv) the relative difference between the persistent entropy of the two considered states is determined as one-dimensional feature that characterize the damage. Figure 1 summarizes the process needed to compute the persistent diagram of a signal.

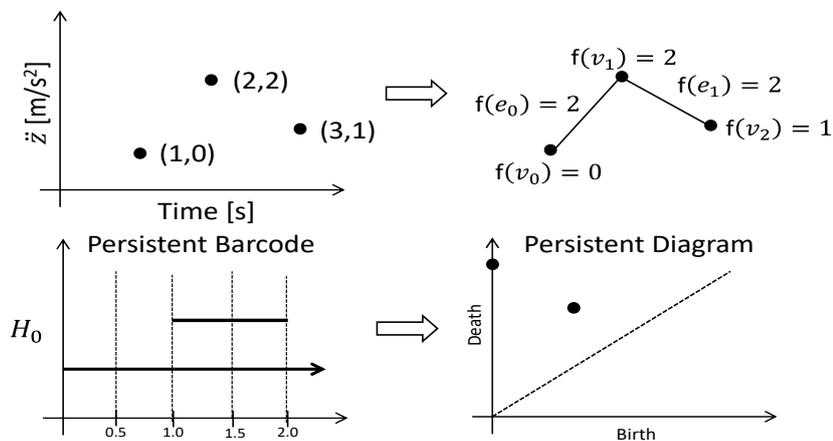


Figure 1. Graphical representation of the topological signal analysis method [3].

4. CASE STUDY: DAMAGE DETECTION OF A LABORATORY STEEL STRUCTURE

As benchmark, a steel laboratory was designed, built and damaged to assess the performance of the topology entropy-based method. The structure consists in two parallel Warren trusses braced laterally by strut elements (Figure 2). The structure has a single span of 6 m of length. The depth of the structure is about 0.30 m. The two lateral Warren trusses are separated 0.60 m. All the elements of the structure are square tube profiles with dimensions 30x30x2 mm (Figure 3).



Figure 2. Laboratory footbridge at the Universidad de Almeria.

A finite element model of the structure was performed in the software Ansys [5]. The numerical models consist of 46 nodes linked by 107 beam elements (BEAM188). The structure is simply supported in its four extreme lower nodes. The mechanical properties considered for the steel material are: (i) density, $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$; (ii) Young's modulus, $E_s = 210000 \text{ MPa}$ and (iii) Poisson's ratio, $\nu_s = 0.3$.

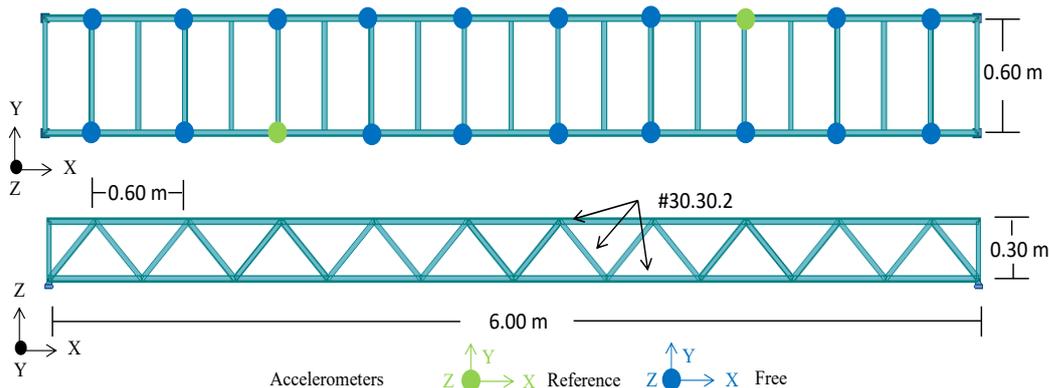


Figure 3. Numerical and experimental ambient vibration test

In order to assess the performance of the topological entropy-based method, the structure was damaged numerically and physically. The persistent entropy of the response of the structure under the two states (undamaged and damaged) was compared. The study was organized in two steps: (i) numerically and (ii) experimentally. Additionally, the modal properties of the structure under the two states were identified both numerically and experimentally.

The stiffness of the upper chord at mid-span was reduced by a severe damage (both numerically and experimentally). An ambient vibration test was performed numerically and experimentally to assess the dynamic behavior of the structure under the two considered states. The dynamic response (accelerations) of the nodes of the upper chords of the structure was recorded. Two points were considered as references. Each ambient vibration test was organized in 18 set-ups with a sampling frequency of 100 Hz and a duration of each step-up of 300 s. Three tri-axial force balanced accelerometers were used for the experimental ambient vibration tests. Figure 3 illustrates the gridline of the ambient vibration tests.

The signal recorded during the ambient vibration tests were processed by an operational modal analysis algorithm [6]. The enhanced frequency domain decomposition algorithm (EFDD) was considered for this purpose. The algorithm has been implemented in the mathematical software Matlab [7]. Table 1 shows the variation of the numerical modal parameters of the laboratory structure (natural frequencies and MAC_{num} ratios [6]) associated with the damage caused. Similarly, Table 2 shows the variation of the experimental modal parameters of the structure associated with the damage caused.

Table 1. Variation of the numerical modal parameters of the laboratory structure associated with the damage caused (being f_{num}^{und} the numerical undamaged natural frequencies of the structure, f_{num}^{dam} the numerical damaged natural frequencies of the structure, Δf_{num} the relative differences between the numerical undamaged and damaged natural frequencies of the structure and MAC_{num} the numerical MAC ratios [6]).

Mode	Description	f_{num}^{und} [Hz]	f_{num}^{dam} [Hz]	Δf_{num} [%]	MAC_{num} [-]
1	1 st Vertical	28.70	5.77	79.90	0.99
2	1 st Lateral	12.41	11.58	6.69	1.00
3	1 st Torsion	29.78	18.55	37.71	0.99
4	2 nd Lateral	25.86	25.47	1.51	1.00
5	3 rd Lateral	40.60	41.11	-1.26	1.00
6	4 th Lateral	56.85	55.93	1.62	1.00

Table 2. Variation of the experimental modal parameters of the laboratory structure associated with the damage caused (being f_{exp}^{und} the experimental undamaged natural frequencies of the structure, f_{exp}^{dam} the experimental damaged natural frequencies of the structure, Δf_{exp} the relative differences between the experimental undamaged and damaged natural frequencies of the structure and MAC_{exp} the experimental MAC ratios [6]).

Mode	Description	f_{exp}^{und} [Hz]	f_{exp}^{dam} [Hz]	Δf_{exp} [%]	MAC_{exp} [-]
1	1 st Lateral	9.75	9.23	-5.33	0.97
2	2 nd Lateral	14.50	11.48	-20.83	0.85
3	3 rd Lateral	16.17	14.40	-10.95	0.91
4	1 st Vertical	20.14	16.55	-17.83	0.95
5	2 nd Vertical	23.74	23.44	-1.26	0.91
6	1 st Torsion	25.14	21.38	-14.96	0.95

The following conclusions can be obtained from the analysis of Table 1 and Table 2: (i) a clear relationship between the reduction of the natural frequencies of the structure and the occurrence of damage (reduction of stiffness associated with the occurrence of damage), (ii) a greater sensitivity of the relative differences than the MAC ratios for damage detection and (iii) the damage does not affect equally all the vibration modes.

Subsequently, the topological entropy-based method was applied to this damage detection problem. The computation of the persistent barcodes, persistent diagram and the persistent entropy was performed using the Matlab package, javaplex [8]. First, the damage detection problem was tackled numerically. Figure 4 illustrates as example the persistent barcodes of the response of the structure at one reference point (Figure 3). The persistent barcodes show the number of connected components of each signal.

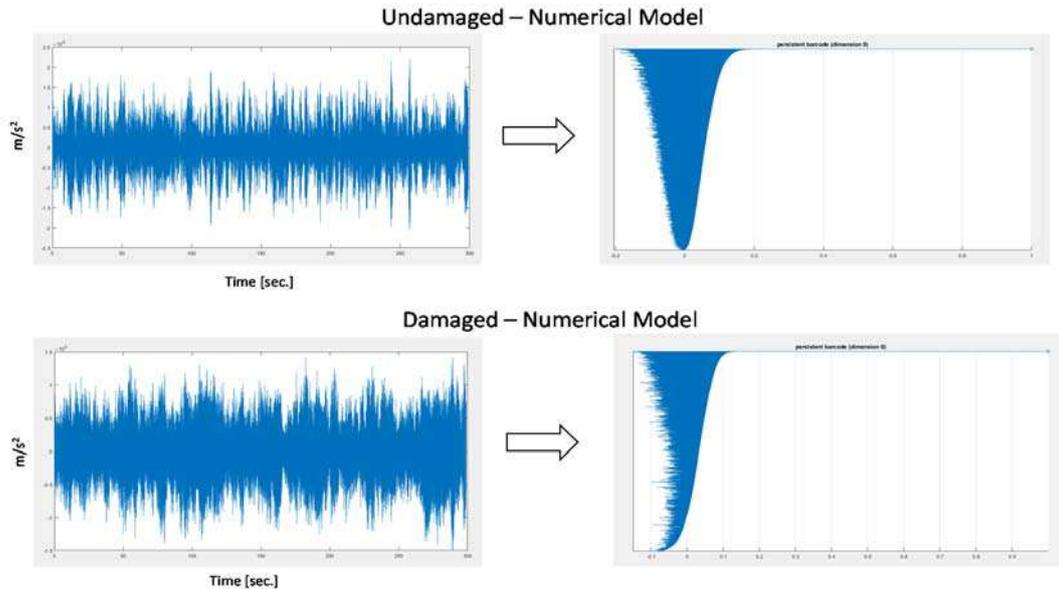


Figure 4. Numerical response of the structure (signal) under ambient vibration and persistent barcode.

Thus, Figure 5 illustrates the persistent entropy, H , according to the lateral (Figure 5.a) and vertical direction (Figure 5.b) of 10 different set-ups at one reference point.

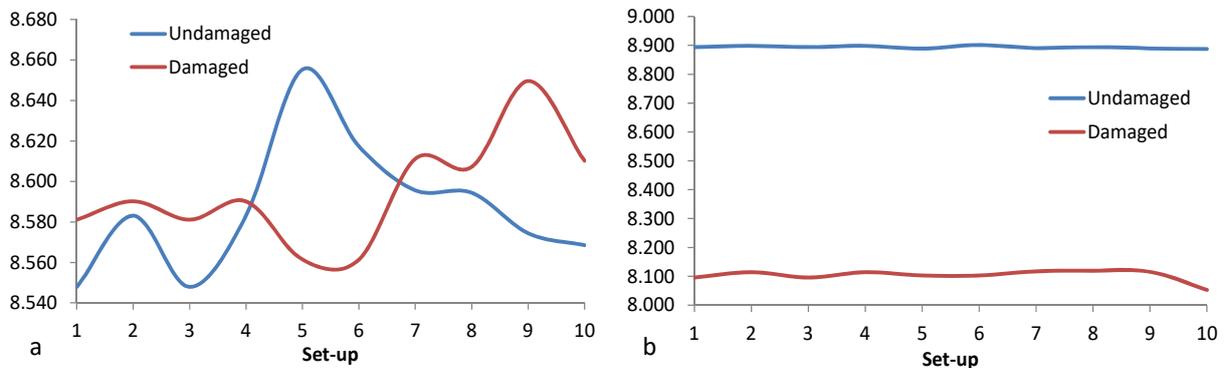


Figure 5. Variation of the persistent entropy for the different set-ups of the numerical laboratory structure: a) lateral direction and b) vertical direction.

As Figure 5 shows the persistent entropy is sensitive to the damage level of the structure. Additionally, Figure 5 illustrates that the variation of the persistent entropy is significant in the direction (vertical direction in this case) where the modification of the stiffness of the structure modifies more its structural behavior.

Finally the same process is repeated considering the experimental response of the structure under ambient vibration conditions. Again the two state of the structure (undamaged and damaged) were tested. The dynamic response of the structure (accelerations) at one reference point was considered in order to define the signals which are going to be compared.

In this manner, Figure 6 illustrates as an example the persistent barcodes of the experimental response of the structure under ambient conditions.

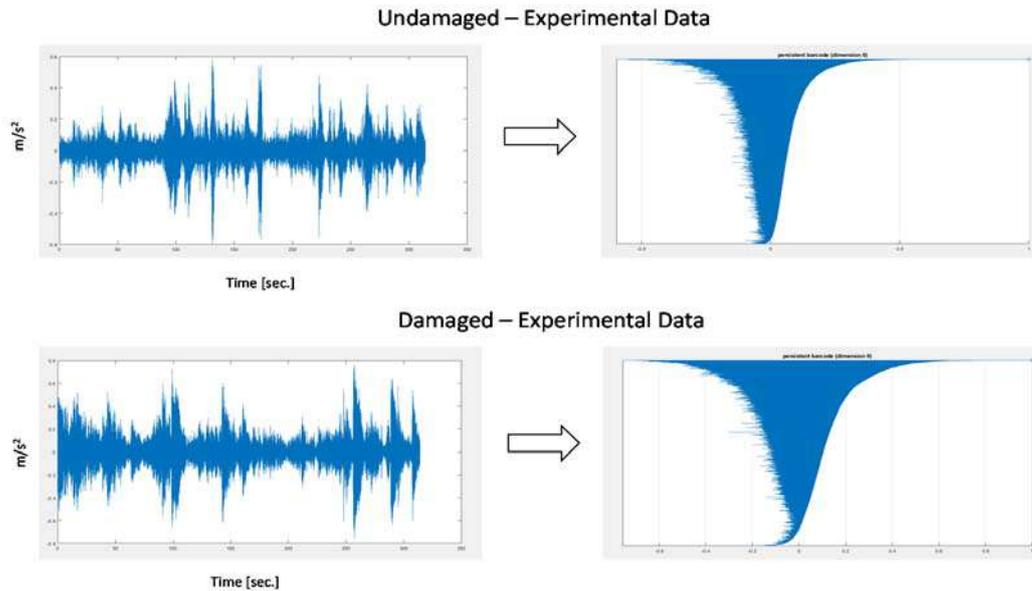


Figure 6. Experimental response of the structure (signal) under ambient vibration and persistent barcode.

Finally, Figure 7 illustrates the persistent entropy, H , according to the lateral (Figure 7.a) and vertical direction (Figure 7.b) of 10 different set-ups.

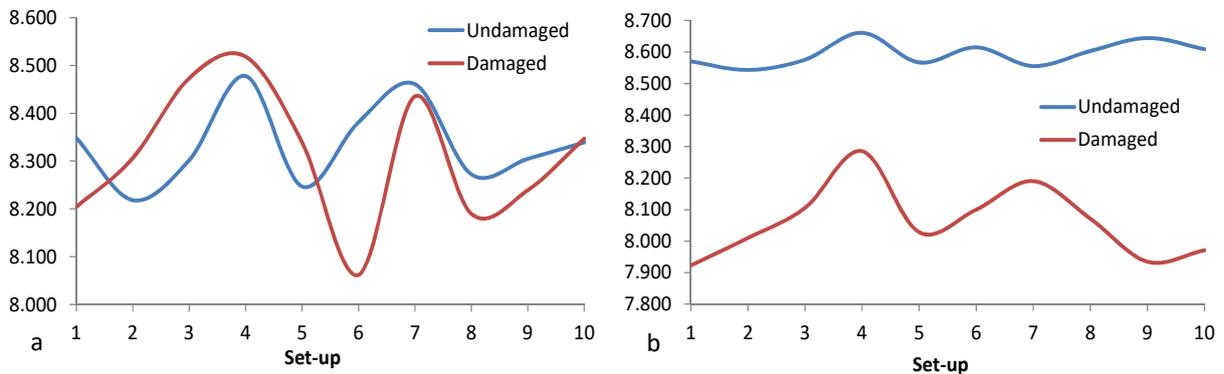


Figure 7. Variation of the persistent entropy for the different set-ups of the experimental laboratory structure: a) lateral direction and b) vertical direction.

As in the numerical case, the persistent entropy presents a clear variation in the vertical direction (Figure 7a) when a severe damage is applied to the structure. Hence, the method proposed may be considered as a potential tool for damage detection of civil engineering structures if a severe damage occurs in the structure. Nevertheless, additional studies are needed to analyze the effect of the change of the environmental and operational conditions on the persistent entropy of the system and to assess if the proposed method may be applied to other categories of the structural health monitoring process, as for example the damage location.

5. CONCLUSIONS

Herein a novel method, based on persistent homology and information theory, is presented and implemented for damage detection of civil engineering structures. The method is based on the comparison of the signals recorded under two different states (undamaged and damaged structure).

In order to characterize more easily the signals, these are transformed into filtered 1-dimensional simplicial complexes. The topology of these simplicial complexes is studied in terms of the persistent homology. The persistence barcodes have been obtained to characterize their shape. Subsequently, the persistent entropy has been computed and used as feature to compare the signals and consequently the damage detection of civil engineering structures. The performance of the method has been analysed comparing the results obtained between the application of the mentioned method and another conventional method (regarded as reference) on a laboratory structure. The study has been performed both numerically and experimentally. According to the numerical analysis, the response of the structure (accelerations) has been simulated numerically, based on a finite element model. According to the experimental analysis, the response of the structure has been recorded under ambient vibration conditions. In both analyses, the response of the structure has been obtained under the two mentioned states. The results of this study show the sensitivity and effectiveness of the method for damage detection. These results highlight its potential to be used as a valuable tool for damage detection of civil engineering structures. Nevertheless, further studies are needed in order to characterize the performance of the method under environmental and operational conditions.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially funded by the Spanish Ministry for Science under research project RTI2018-094945-B-C21.

REFERENCES

- [1] Farrar, C.R. and Worden, K (2007). An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* 365 , 303-315.
- [2] Farrar, C.R., Doebling S.W., and Nix D.A. (2001) Vibration-based structural damage identification. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Science* 359, 131-149.
- [3] Rucco, M., Gonzalez-Diaz, R., Jimenez, M.J., Atienza, N., Cristalli, C., Concettoni, E., Ferrante, A., and Merellia, E. (2017) A new topological entropy-based approach for measuring similarities among piecewise linear functions. *Signal Processing*, 134, 130-138.
- [4] Edelsbrunner, H. and Harer, J.L. (2010). *Computational Topology: An Introduction*. American Mathematical Society.
- [5] ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 19.1 . <http://www.ansys.com>
- [6] Maia, N.M.M., Siva J.M.M. (1998) *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press LTD.
- [7] MATLAB. R2019a. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc. <https://es.mathworks.com>
- [8] Adams, H. and Tausz, A. (2011). *Javaplex Tutorial*.

Alternative solutions for the enhancement of steel-concrete composite columns in fire using high performance materials - a numerical study

Espinós, Ana¹; Lapuebla-Ferri, Andrés¹; Romero, Manuel L.¹; Ibáñez², Carmen; Albero, Vicente²

ABSTRACT

Concrete-filled steel tubular (CFST) columns are being increasingly used in construction, attracting the attention of designers owing to their high load-bearing capacity, which can be accomplished with reduced sectional dimensions. However, the associated high slenderness of such columns may affect their fire performance. Innovative solutions are therefore sought for improving the performance of this typology of composite columns in the fire situation. This paper aims at designing strategies for enhancing the fire resistance of conventional CFST columns through innovative solutions - such as double-tube sections or embedded HEB profiles - in combination with the use of high strength steel (HSS) at the inner profiles and stainless steel (SS) at the outer tube. For that purpose, a numerical model is developed and a comprehensive parametric study is presented, where the interest of using HSS/SS for improving the fire performance of steel-concrete composite columns with innovative sections is evaluated.

Keywords: steel-concrete composite columns, fire resistance, finite element analysis, high strength steel, stainless steel.

1. INTRODUCCIÓN

Los pilares tubulares de acero rellenos de hormigón (CFST) se utilizan cada vez más a nivel internacional como pilares mixtos en la construcción de edificios de gran altura [1]. Sin embargo, en aplicaciones donde la esbeltez de las columnas es elevada, la resistencia frente al fuego de este tipo de pilares mixtos se ve comprometida, tal y como se ha comprobado en investigaciones previas [2]. Por este motivo, se necesitan soluciones innovadoras que permitan proporcionar la respuesta adecuada en situación de incendio.

Una buena estrategia para mejorar la resistencia frente al fuego de pilares CFST convencionales consiste en desdoblarse el tubo de acero exterior en dos perfiles, empleando la mayor parte del material en el perfil interior [3]. Éste resulta térmicamente protegido a través del hormigón circundante, ofreciendo una buena alternativa a la protección pasiva. En este trabajo se buscará, a través de un modelo numérico de elementos finitos, proponer alternativas para mejorar la respuesta frente al fuego de los pilares mixtos acero-hormigón a través de soluciones innovadoras, como son las secciones en doble-tubo (CFDST) o con perfiles HEB embebidos (CFST-HEB).

¹ Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València (ESPAÑA). aespinos@mes.upv.es (Corresponding author), anlafer0@mes.upv.es, mromero@mes.upv.es

² Departamento de Ingeniería Mecánica y Construcción, Universitat Jaume I, Castellón (ESPAÑA). ibanezc@uji.es, valbero@uji.es

Se plantea además emplear materiales de altas prestaciones, como los aceros de alta resistencia e inoxidables. Mediante el uso de los primeros en el perfil interior es posible incrementar la capacidad portante a temperatura elevada de los pilares mixtos sin modificar sus dimensiones externas[4]. Además, la degradación más lenta de las propiedades resistentes del acero inoxidable a temperatura elevada lo hacen interesante para su uso en el tubo exterior.

Los aceros de alta resistencia (HSS) - con límite elástico igual o superior a 420 MPa - permiten el empleo de menor cantidad de material, lo que reduce los costes asociados de fabricación, transporte y ensamblado. En relación a su comportamiento frente al fuego, existe escasa información en la bibliografía y la mayor parte de las investigaciones se centran en aceros de resistencia normal. Por el momento, ningún código de diseño a nivel internacional incorpora recomendaciones sobre este tipo de aceros en situación de incendio. Sólo existen hasta la fecha resultados de Lange-Wohlfel [5], Schneider-Lange [6] y Outinen [7] sobre aceros HSS S460, o de Chen et al. [8] y Chiew et al. [9] para acero HSS S690. Recientemente, Qiang et al. [10] han dado a conocer las propiedades a altas temperaturas de aceros HSS S460, S690 y S960, proponiendo coeficientes de reducción de las propiedades mecánicas de estos aceros a temperatura elevada a partir de resultados experimentales, véase Fig. 1. Tondini et al. [11] llevaron a cabo tres ensayos de resistencia al fuego sobre columnas circulares huecas (CHS) y uno sobre una columna CFST empleando acero de alta resistencia, donde se demostraron las prestaciones superiores de estos aceros.

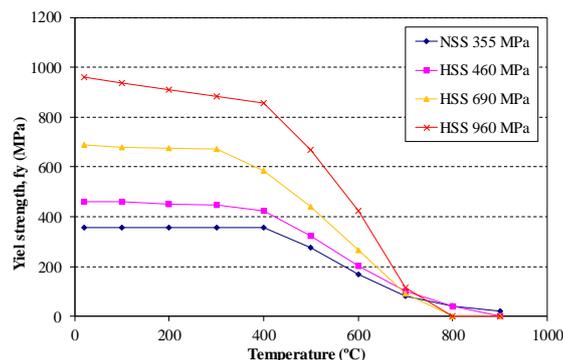


Figura 1. Reducción del límite elástico de diferentes grados de acero con la temperatura.

Las ventajas expuestas de los aceros de alta resistencia abren un nuevo abanico de posibilidades en cuanto a su aplicación en pilares mixtos, donde pueden resultar de gran utilidad para solventar el problema de la limitada resistencia frente al fuego de columnas esbeltas. Utilizando la adecuada combinación de espesores de pared de los tubos interior y exterior o del perfil embebido, junto con las mejores prestaciones que proporcionan los aceros de alta resistencia, sería posible obtener una elevada resistencia frente al fuego sin necesidad de protección externa, con el consiguiente ahorro en costes y tiempos de ejecución.

Por otra parte, los aceros inoxidables son cada vez más utilizados en construcción, dados sus beneficios asociados como la resistencia a la corrosión, elevada ductilidad o acabado estético. Además, la degradación de la resistencia y rigidez del acero inoxidable frente a la exposición a temperaturas elevadas es más lenta que para el acero al carbono (véase Fig. 2), por lo que su capacidad resistente en situación de incendio se ve mejorada.

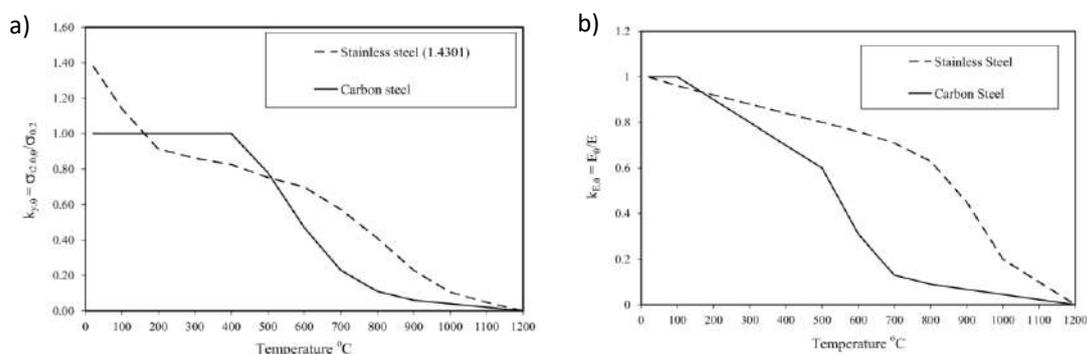


Figura 2. Comparativa de los factores de reducción de resistencia (a) y rigidez (b) a altas temperaturas de los aceros al carbono e inoxidable [12].

En los últimos años, se han llevado a cabo investigaciones para caracterizar las propiedades de este material a temperatura elevada en sus distintos grados y calidades: austeníticos, ferríticos, *duplex* o *lean duplex*. Gracias a estas recientes investigaciones, se dispone de modelos constitutivos y coeficientes de reducción para el acero inoxidable a altas temperaturas, los cuales se han trasladado al Anejo C del EN1993-1-2 [13]. Un modelo más reciente de Gardner et al. [14], basado en la curva de Ramberg-Osgood adaptada a altas temperaturas, se está imponiendo en la práctica, habiendo sido incorporado recientemente a la guía de diseño de Euro Inox/SCI para acero inoxidable en estructuras [15], así como en la última revisión del EN1993-1-2.

En comparación con los aceros al carbono, los aceros inoxidables poseen un coste inicial más elevado, lo que se podría compensar mediante un uso más eficiente del material a través de las soluciones innovadoras planteadas en este trabajo, al conseguir un aumento significativo de la resistencia frente al fuego con una sección más reducida. Autores como Tao et al. [16] y Han et al. [17] han llevado a cabo recientemente investigaciones sobre columnas CFST convencionales (sin perfil de acero interior) donde el tubo exterior estaba fabricado con acero inoxidable, demostrando las prestaciones superiores en situación de incendio de esta solución en comparación con columnas de iguales características fabricadas con tubo de acero al carbono. Una de las soluciones planteadas en este trabajo, que combina la sección CFDST en doble piel con la utilización de acero inoxidable en el tubo exterior, fue propuesta recientemente por Wang et al. [18] en un estudio numérico de pilares cortos a temperatura ambiente, donde se evidenció la mejora tanto de resistencia como de ductilidad lograda a través del tubo exterior de acero inoxidable. Sin embargo, el comportamiento frente al fuego de esta solución aún no ha sido estudiado, lo que constituye el objeto de esta investigación.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Para el desarrollo del modelo numérico tridimensional que se presenta, se ha empleado el *software* de análisis no lineal por elementos finitos ABAQUS [19]. A continuación, se describen las principales características de este modelo numérico. El modelo consta de diferentes partes, ensambladas entre sí: tubo exterior de acero, relleno de hormigón, – tubo de acero o perfil HEB – y las placas de acero. Estas últimas se modelan como elementos rígidos con todos sus nodos acoplados a un nodo de referencia (“*reference point*”) situado en el eje de la columna. La carga axial se aplica en el nodo de referencia de la placa rígida superior.

El tubo exterior de acero, el hormigón de relleno y los perfiles interiores se mallan mediante elementos sólidos tridimensionales de ocho nodos con integración reducida (C3D8R). Por su parte, las placas de los extremos se mallan mediante elementos rígidos tipo lámina bilineales de cuatro nodos (R3D4). En base a los estudios de un análisis de sensibilidad, se emplea un tamaño máximo de elemento finito de 20 mm. La Fig. 3 muestra un ejemplo de la malla de elementos finitos para un pilar tipo, con dos de las secciones innovadoras estudiadas en este trabajo.

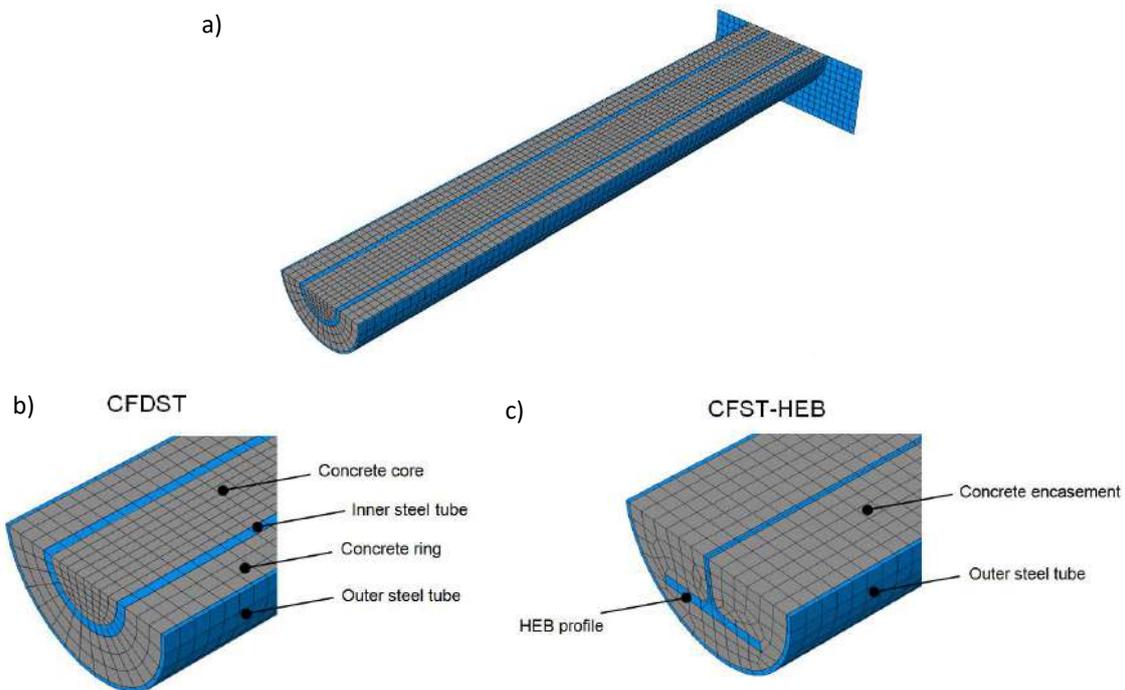


Figura 3. Modelo numérico adaptado para el estudio de secciones mixtas innovadoras: a) Vista general; b) sección CFDST; c) sección CFST+HEB.

En el modelo numérico se tiene en cuenta la imperfección inicial de la columna a través de un análisis modal previo donde se obtiene el primer modo de pandeo de una columna biarticulada, que posteriormente se amplifica mediante un factor igual a $L/1000$, donde L es la longitud de la columna.

La estrategia de simulación empleada es un análisis termo-mecánico secuencialmente acoplado. Este enfoque consiste en llevar a cabo en primer lugar un análisis de transmisión de calor, de donde se obtiene el campo de temperaturas de la columna, seguido de un análisis de tensiones y deformaciones a fin de obtener la respuesta estructural. En el análisis térmico, las columnas se exponen a la curva estándar temperatura-tiempo ISO-834 de manera uniforme a lo largo de toda su longitud. En el análisis mecánico, se aplica la carga axial sobre la cabeza de la columna y se mantiene constante, a la vez que el campo de temperaturas resultante del análisis térmico previo (curvas temperatura-tiempo nodales) se importa como campo predefinido que representa la evolución de la temperatura a lo largo de la columna durante el tiempo de exposición al fuego.

La resistencia térmica en la interfaz entre el tubo de acero exterior y el hormigón de relleno se tiene en cuenta en las simulaciones. Para ello, se define una conductancia (“*gap conductance*”) de $200 \text{ W/m}^2\text{K}$ en esta interfaz.

En cuanto a las propiedades térmicas y mecánicas de los materiales (acero y hormigón), se tiene en cuenta en el modelo numérico su variación con la temperatura. Para representar el comportamiento mecánico del acero, se emplea un modelo isotrópico elasto-plástico que hace uso del criterio de fluencia de von Mises. Como modelo constitutivo para caracterizar el comportamiento uniaxial para el acero de resistencia normal a temperatura elevada se emplea el del EN 1993-1-2 [13]. El coeficiente de Poisson del acero se considera independiente de la temperatura e igual a 0.3. Además, las propiedades térmicas variables con la temperatura – calor específico, conductividad térmica y elongación térmica – se toman del EN 1993-1-2.

Para modelar el comportamiento a altas temperaturas del acero de alta resistencia (HSS), se emplean las mismas ecuaciones constitutivas que para el acero al carbono, proporcionadas por el EN1993-1-2 [13], en combinación con los factores de reducción de resistencia y rigidez a temperatura elevada propuestos por Qiang et al. [10], pues el modelo existente en el EN1993-1-2 sólo es válido para grados de acero hasta S460. Qiang et al. proponen factores de reducción para distintos grados de acero (S460, S690 y S960) basados en resultados experimentales. En cuanto al acero inoxidable, las propiedades térmicas y mecánicas a temperatura elevada se obtienen del Anejo C del EN 1993-1-2 [13].

A fin de caracterizar el comportamiento mecánico del hormigón a temperatura elevada, se emplea en ABAQUS el modelo de plasticidad de Drucker-Prager. Se seleccionan las ecuaciones constitutivas para el hormigón a compresión del EN 1992-1-2 [20]. El comportamiento elástico del hormigón a cada temperatura se define mediante el módulo tangente inicial y el coeficiente de Poisson, cuyo valor se asume igual a 0.2 e independiente de la temperatura.

Finalmente, las propiedades térmicas del hormigón a temperatura elevada se obtienen del EN 1992-1-2 [20]. Para la conductividad térmica se emplea el límite superior, tal y como se recomienda en la Nota 2, epígrafe 3.3.2(9) del EN 1992-1-2 para elementos mixtos acero-hormigón. Se considera un 4% de humedad en las simulaciones, según lo indicado el epígrafe 3.3.2(7) de la misma norma. Se tiene además en cuenta el calor latente de evaporación a través de un valor “pico” en la formulación del calor específico del hormigón entre 100 y 200°C, según lo recomendado en el epígrafe 3.3.2(8) del EN 1992-1-2.

3. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

3.1. Validación del modelo numérico para acero de resistencia normal

La validación del modelo numérico se ha llevado a cabo a través de la comparación de resultados con ensayos experimentales, tanto propios como disponibles en la bibliografía consultada, sobre los distintos tipos de secciones mixtas estudiadas: doble-tubo (CFDST) y CFST con perfil HEB embebido (CFST-HEB). Las principales características de las columnas empleadas para la validación del modelo se muestran en la Tabla 1. El tercer grupo corresponde a columnas donde se ha empleado acero de alta resistencia (HSS).

Tabla 1. Características de las columnas empleadas en la validación del modelo numérico

a) CFDST								
Referencia	D_o (mm)	t_o (mm)	f_{yo} (MPa)	f_{co} (MPa)	D_i (mm)	t_i (mm)	f_{yi} (MPa)	f_{ci} (MPa)
C200-3-30-C114-8-00 [21]	200	3	300	46	114.3	8	377	-
C200-3-30-C114-8-30 [21]	200	3	332	46	114.3	8	403	45
C200-6-30-C114-3-00 [21]	200	6	407	43	114.3	3	343	-
C200-6-30-C114-3-30 [21]	200	6	377	44	114.3	3	329	42
CC2 [22]	300	5	320	38 ⁽¹⁾	125	5	320	-
CC3 [22]	300	5	320	38 ⁽¹⁾	225	5	320	-
b) CFST-HEB								
Referencia	D_o (mm)	t_o (mm)	f_{yo} (MPa)	Perfil embebido	f_{yi} (MPa)	f_c (MPa)		
3A [23]	219.1	5	420	HEB120	375	35		
4A [23]	200	5	510	HEB120	375	35		
c) CFST-HSS								
Referencia	D_o (mm)	t_o (mm)	Armado	f_y (MPa)	f_s (MPa)	f_c (MPa)		
C4 [11]	355.6	12	8 ϕ 18	822	546	55.1		

⁽¹⁾ probeta cúbica

En el primer grupo (CFDST), se dispone de resultados obtenidos a través de campañas experimentales previas llevadas a cabo por el grupo de investigación [21], así como disponibles en la bibliografía, como los de Lu et al. [22] (véase Tabla 1a). De entre los ensayos propios [21], se han empleado cuatro columnas rellenas con hormigón de resistencia normal (C30), dos de ellos con configuración en doble-tubo (C200-3-30-C114-8-30, C200-6-30-C114-3-30) y otros dos con configuración en doble-piel (C200-3-30-C114-8-00, C200-6-30-C114-3-00). De la campaña de Lu et al. [22] se han seleccionado los casos CC2 y CC3, ya que son los dos únicos casos con la geometría de interés en este estudio (perfil circular en ambos tubos, interior y exterior). El primero de ellos se ensayó bajo carga excéntrica (CC2), mientras que el segundo se sometió a carga centrada (CC3).

Para validar las columnas tubulares con perfil HEB embebido (CFST-HEB), se emplean los resultados experimentales de Dotreppe et al. [23], véase Tabla 1b. De esta campaña, se han seleccionado los casos 3A y 4A, el primero, consistente en un tubo de acero hueco circular de dimensiones 219.1x5 mm relleno de hormigón con perfil embebido HEB 120; y el segundo, en un tubo de acero hueco de sección cuadrada de 200x5 mm con el mismo perfil embebido.

La Fig. 4 recoge, para dos de las columnas ensayadas por Romero et al. [21], una comparación entre los resultados de las curvas desplazamiento-tiempo obtenidas a través de las simulaciones numéricas y las registradas en los ensayos experimentales. En la Fig. 5 se muestra la misma comparación para las dos columnas ensayadas por Lu et al. [22] empleadas para la validación. Finalmente, en la Fig. 6 se puede observar la comparación entre las simulaciones y los resultados experimentales en el caso de los ensayos de Dotreppe et al. [23].

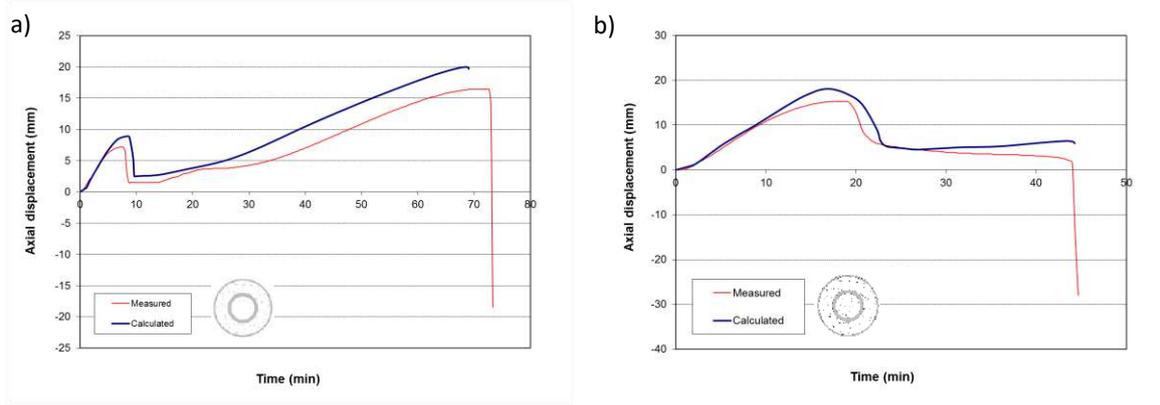


Figura 4. Validación del modelo numérico para secciones CFST por comparación con los resultados de los ensayos de Romero et al. [21]: a) C200-3-30_C114-8-00; b) C200-6-30_C114-3-30.

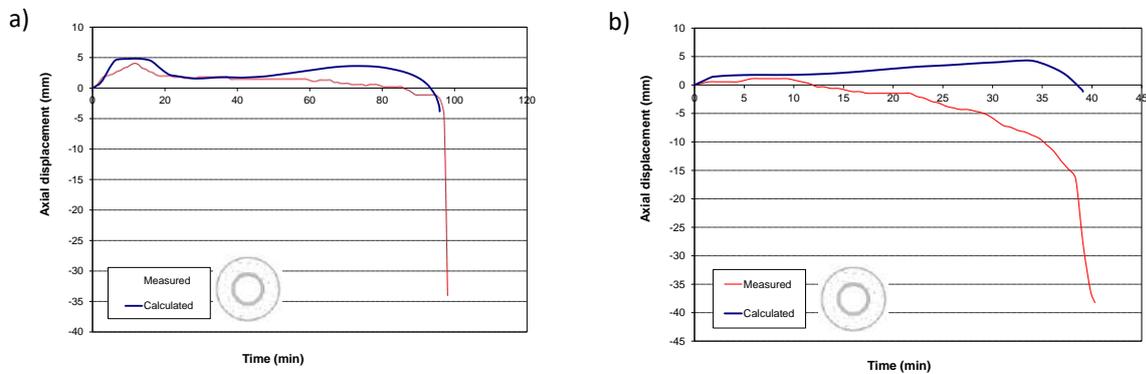


Figura 5. Validación del modelo numérico para secciones CFST por comparación con los resultados de los ensayos de Lu et al. [22]: a) columna CC2; b) columna CC3.

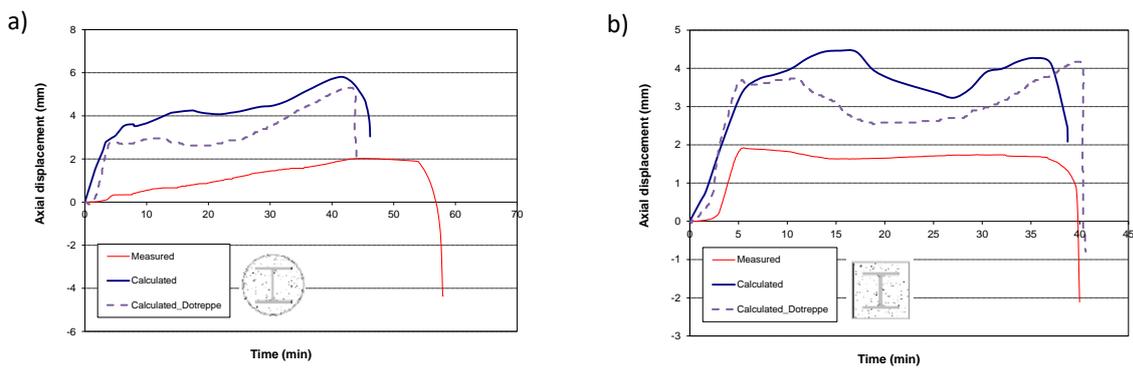


Figura 6. Validación del modelo numérico para secciones CFST-HEB por comparación con los resultados de los ensayos de Dotreppe et al. [23]: a) columna 3A, b) columna 4A.

Se puede observar que la correspondencia entre los resultados numéricos y experimentales es buena, tanto para la comparación con ensayos propios como para la realizada con los obtenidos de la bibliografía consultada. Para todos los casos, la predicción del tiempo de fallo es precisa, si bien el modelo numérico predice un mayor desplazamiento axial que el registrado en el ensayo para los casos de Dotreppe et al. (Fig. 6). Esta discrepancia es atribuible a la limitación de información disponible para reproducir con exactitud las condiciones de ensayo – uniformidad de la exposición al fuego a lo largo de la columna, grado de restricción axial y rotacional en los extremos, desviación de la posición de la carga aplicada respecto de su valor teórico, etc. –. Se observa en la Fig. 6 que Dotreppe et al. obtuvieron la misma discrepancia al comparar con su propio modelo numérico que produjo una respuesta similar a la obtenida en este estudio. En cualquier caso, la predicción del tiempo de resistencia al fuego es adecuada para todas las columnas comparadas, por lo que se considera que el modelo es fiable para representar el comportamiento frente al fuego de los distintos tipos de secciones mixtas innovadoras estudiadas.

3.2. Validación de modelo numérico para acero de alta resistencia

Tras realizar una extensa prospección bibliográfica sobre secciones mixtas con aceros de alta resistencia (HSS), sólo ha sido posible encontrar un único ensayo de resistencia frente al fuego que reúna estas características dado el reciente desarrollo de los aceros de alta resistencia y también el carácter novedoso de las tipologías seccionales estudiadas. El único ensayo de resistencia al fuego encontrado que combina la sección mixta acero-hormigón con el uso de HSS fue realizado por Tondini et al. [11] sobre un pilar mixto de sección CFST (caso C4 en la Tabla 1), donde el tubo exterior fue fabricado con acero de alta resistencia. Este ejemplar se emplea para validar el modelo numérico desarrollado para su uso con HSS. El grado de acero empleado fue S590 y la columna se rellenó con hormigón de grado C30/37 donde se embebieron armaduras longitudinales de refuerzo de acero B450C. Sin embargo, el límite elástico medido en los ensayos de material proporcionó una resistencia del tubo exterior superior a la nominal que alcanzó los 822 MPa. Las resistencias medidas de los materiales, así como las características geométricas de esta columna se resumen en la Tabla 1c.

A fin de simular este caso, se ha implementado en el modelo numérico el modelo de material para el HSS a temperatura elevada descrito anteriormente y se ha empleado para ello las ecuaciones constitutivas del EN1993-1-2 [13] en combinación con los factores de reducción de las propiedades mecánicas propuestos por Qiang et al. [10].

La Fig. 7 presenta una comparación de resultados numéricos y experimentales en términos de la evolución del desplazamiento axial frente al tiempo registrada en el extremo superior de la columna para el caso descrito C4 de Tondini et al. Se puede observar que el modelo numérico predice con exactitud el comportamiento frente al fuego de columnas CFST con acero de alta resistencia, con una buena estimación de la evolución del desplazamiento axial a lo largo del tiempo de exposición al fuego, captando bien la fase de elongación del tubo exterior y su posterior plastificación acompañada del acortamiento de la columna por degradación del material a temperatura elevada, hasta el fallo final.

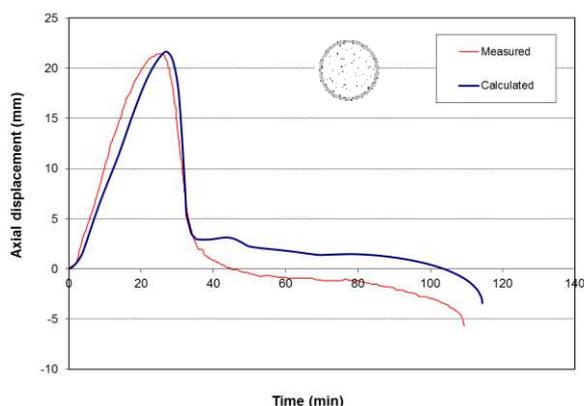


Figura 7. Validación del modelo numérico para HSS por comparación con el resultado de la columna C4 ensayada por Tondini et al. [11] con tubo exterior de acero de alta resistencia.

A modo de resumen de la fase de validación, se presentan en la Tabla 2 los resultados en tiempo de resistencia al fuego obtenidos mediante las simulaciones numéricas, frente a los resultados experimentales. El error relativo se define como el cociente entre el resultado experimental y el numérico. Por tanto, valores superiores a la unidad representan predicciones del lado de la seguridad, mientras que valores por debajo de uno representan resultados no conservadores. La media de los errores de las predicciones es de 1.08 con una desviación típica de 0.10, lo que demuestra que el modelo es conservador y, además, con una baja dispersión de resultados.

Tabla 2. Resultados experimentales frente a numéricos en tiempo de resistencia al fuego y error relativo.

Referencia	Ensayo (min)	Simulación (min)	Error (TEST/NUM)
C200-3-30-C114-8-00	76	69	1.10
C200-3-30-C114-8-30	104	94	1.11
C200-6-30-C114-3-00	48	38	1.26
C200-6-30-C114-3-30	45	44	1.02
CC2	97	96	1.01
CC3	40	39	1.03
3A	56	46	1.22
4A	39	38	1.03
C4	109	114	0.96
Media			1.08
Desv. Típica			0.10

Asimismo, la Fig. 8 muestra gráficamente los resultados de la validación del modelo numérico para todos los casos comparados. Se observa una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales en términos de tiempo de resistencia al fuego, pese a las limitaciones encontradas dada la variedad de secciones analizadas, las diferentes fuentes comparadas y la falta de datos más específicos sobre los detalles de los montajes experimentales en los ensayos de la bibliografía. Las simulaciones numéricas resultan en su mayoría conservadoras (del lado de la seguridad) y próximas a los resultados experimentales con una baja dispersión, por lo que el modelo numérico se considera adecuado para llevar a cabo estudios paramétricos sobre columnas mixtas acero-hormigón con secciones innovadoras que se presenta a continuación.

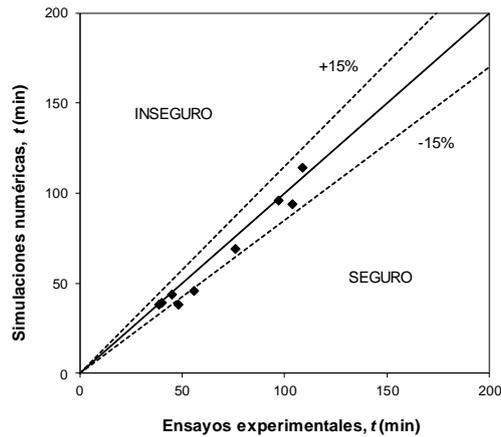


Figura 8. Comparación entre las simulaciones numéricas y los resultados experimentales, para todas las columnas analizadas.

4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

4.1. Planteamiento de los casos a analizar

Se lleva a cabo a continuación un estudio paramétrico para analizar el interés de utilizar las secciones innovadoras propuestas para mejorar el comportamiento frente al fuego de los pilares mixtos acero-hormigón. Se ha empleado una sección CFST (tubo de acero relleno de hormigón) inicial de 273x12.5 mm como referencia y, a partir de ella, se han generado otras dos secciones innovadoras empleando perfiles embebidos (CFDST y CFST + HEB) usando exactamente la misma cantidad de acero. Estas secciones pueden verse en la Fig. 9. Se parte de la premisa de que todas las columnas poseen la misma longitud, resistencia de acero y hormigón y carga aplicada, estando todas ellas expuestas a la curva estándar de fuego ISO-834.

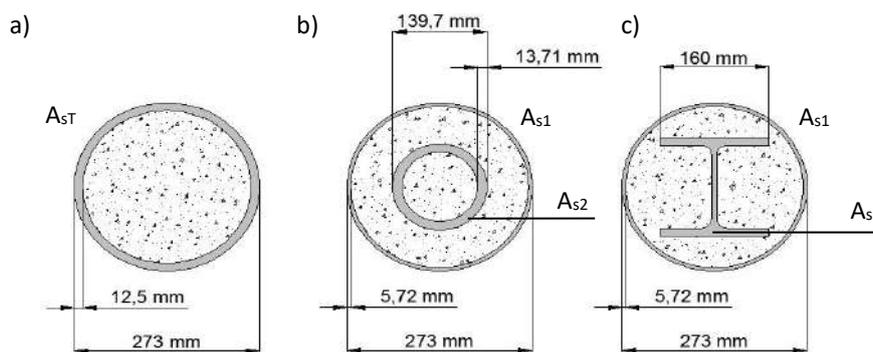


Figura 9. Secciones analizadas en el estudio paramétrico: a) CFST, b) CFDST, c) CFST + HEB. ($A_{sT} = A_{s1} + A_{s2}$)

En este estudio paramétrico, se realizan dos series de simulaciones numéricas. En la SERIE 1, todas las columnas poseen la misma cantidad de acero distribuida en los dos perfiles (interior + exterior) – misma área total de acero –, mientras que en la SERIE 2 todas ellas tienen la misma capacidad portante a temperatura ambiente.

Todas las columnas simuladas se consideran biarticuladas, con una longitud total de 3240 mm, lo que da lugar a una esbeltez relativa de 0.5 para la columna CFST de referencia. El grado del tubo de acero exterior es de S355, mientras que para el hormigón de relleno se emplea un grado C30. Se aplica a todas las columnas una carga axial de compresión centrada de valor 1408.80 kN, que corresponde a un 30% de la capacidad portante de la columna CFST de referencia a temperatura ambiente.

SERIE 1

En el primer grupo de columnas, el grado del tubo de acero interior o del perfil HEB embebido se aumenta progresivamente de S355 a S960, manteniendo el área total de acero. Las propiedades geométricas y mecánicas de las columnas analizadas en esta serie se resumen en la Tabla 3. Nótese que las diferencias en términos de resistencia a pandeo a temperatura ambiente ($N_{b,Rd}$) para aquellas columnas que emplean acero S355 en el perfil interior (CFST, CFDST-01 y CFST-HEB-01) oscilan entre un 3% y un 4%, por lo que se puede considerar que las tres columnas tendrán el mismo comportamiento resistente a temperatura ambiente, a la vez que poseen el mismo aspecto externo (mismo diámetro exterior) y se emplea en ellas la misma cantidad de acero.

Tabla 3. Características de las columnas simuladas en la SERIE 1 (igual área de acero)

Referencia	Perfil exterior	Perfil interior	f_{yo} (MPa)	f_{yi} (MPa)	$\bar{\lambda}$	$N_{b,Rd} / N_{b,Rd(CFST)}$	μ (%)	Tiempo (min)
CFST	273x12.5	-	355	-	0.50	1	0.30	28
CFDST-01	273x5.72	139.7x13.71	355	355	0.59	0.97	0.31	77
CFDST-02	273x5.72	139.7x13.71	355	460	0.63	1.06	0.28	94
CFDST-03	273x5.72	139.7x13.71	355	690	0.69	1.25	0.24	120
CFDST-04	273x5.72	139.7x13.71	355	960	0.76	1.45	0.21	141
CFST-HEB-01	273x5.72	HEB160	355	355	0.60	0.96	0.31	47
CFST-HEB-02	273x5.72	HEB160	355	460	0.63	1.05	0.28	57
CFST-HEB-03	273x5.72	HEB160	355	690	0.70	1.24	0.24	71
CFST-HEB-04	273x5.72	HEB160	355	960	0.77	1.44	0.21	86

Se contempla además la posibilidad de mejorar la resistencia frente al fuego de las columnas empleando acero inoxidable en el tubo exterior. Para ello, la serie anterior se repite reemplazando el tubo de acero al carbono exterior (S355) por otro equivalente fabricado con acero inoxidable. Se seleccionan tubos huecos de acero inoxidable (SS) de grado CP350 (acero inoxidable austenítico grado 1.4301), con un valor de la *proof strength* a 0.2% de 350 MPa. Los detalles de esta nueva serie de columnas (SERIE 1SS) se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Características de las columnas simuladas en la SERIE 1SS (igual área de acero)

Referencia	Perfil exterior	Perfil interior	$f_{0.2\%}$ (MPa)	f_{yi} (MPa)	$\bar{\lambda}$	$N_{b,Rd} / N_{b,Rd(CFST)}$	μ (%)	Tiempo (min)	Mejora
CFDST-SS-01	273x5.72	139.7x13.71	350	355	0.60	0.96	0.31	93	20.78%
CFDST-SS-02	273x5.72	139.7x13.71	350	460	0.64	1.05	0.29	110	17.02%
CFDST-SS-03	273x5.72	139.7x13.71	350	690	0.70	1.24	0.24	136	13.33%
CFDST-SS-04	273x5.72	139.7x13.71	350	960	0.77	1.44	0.21	156	10.64%
CFST-HEB-SS-01	273x5.72	HEB160	350	355	0.61	0.95	0.31	62	31.91%
CFST-HEB-SS-02	273x5.72	HEB160	350	460	0.64	1.05	0.29	72	26.32%
CFST-HEB-SS-03	273x5.72	HEB160	350	690	0.71	1.23	0.24	89	25.35%
CFST-HEB-SS-04	273x5.72	HEB160	350	960	0.78	1.43	0.21	94	9.30%

SERIE 2

En esta segunda serie de simulaciones numéricas (SERIE 2) se iguala la capacidad portante de las columnas a temperatura ambiente (resistencia a pandeo bajo carga axial de compresión centrada), empleando los mismos tipos de sección y grados de acero que en la serie anterior (S355 a S960). Las propiedades geométricas y mecánicas de las columnas de esta serie se resumen a la Tabla 5. Las dimensiones de los perfiles interiores para las distintas columnas estudiadas se varían de manera que se obtenga la misma resistencia a pandeo a temperatura ambiente ($N_{b,Rd}$) que la de la columna CFST de referencia. Esto se consigue en los perfiles CFDST ajustando el espesor del tubo interior. Nótese que para el caso de las columnas CFST-HEB no resulta posible obtener el mismo valor exacto de la carga última, pues para los perfiles HEB se han empleado dimensiones comerciales, aunque esto da lugar, no obstante, a diferencias poco significativas.

Tabla 5. Características de las columnas simuladas en la SERIE 2 (igual capacidad portante a temperatura ambiente)

Referencia	Perfil exterior	Perfil interior	f_{yo} (MPa)	f_{yi} (MPa)	$\bar{\lambda}$	$A_s / A_{s(CFST)}$	μ (%)	Tiempo (min)
CFST	273x12.5	-	355	-	0.50	1	0.30	28
CFDST-05	273x5.72	139.7x15.50	355	355	0.60	1.06	0.30	85
CFDST-06	273x5.72	139.7x11.48	355	460	0.61	0.92	0.30	46
CFDST-07	273x5.72	139.7x7.36	355	690	0.63	0.77	0.30	71
CFDST-08	273x5.72	139.7x5.19	355	960	0.63	0.68	0.30	60
CFST-HEB-05	273x5.72	HEB160	355	355	0.60	1.00	0.31	47
CFST-HEB-06	273x5.72	HEB140	355	460	0.62	0.89	0.31	47
CFST-HEB-07	273x5.72	HEB120	355	690	0.65	0.80	0.29	44
CFST-HEB-08	273x5.72	HEB100	355	960	0.67	0.72	0.29	35

Puede observarse en esta tabla que la cantidad de acero total empleada en la sección decrece conforme se aumenta el grado de acero del perfil interior, hasta un 68% en el caso de la columna CFDST (CFDST-08) en comparación con la columna CFST de referencia. Esto significa que es posible alcanzar la misma capacidad portante a temperatura ambiente con un importante ahorro de material cuando se emplea acero de alta resistencia (HSS) en los perfiles interiores, si bien se deberían evaluar las diferencias en coste que conlleva el empleo de aceros de grados superiores.

Igual que antes, se estudia también esta segunda serie empleando acero inoxidable en el tubo exterior. Los detalles de este nuevo grupo de columnas (SERIE 2SS) se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6. Características de las columnas simuladas en la SERIE 2SS (igual capacidad portante a temperatura ambiente)

Referencia	Perfil exterior	Perfil interior	$f_{0.2\%}$ (MPa)	f_{yi} (MPa)	$\bar{\lambda}$	$A_s / A_{s(CFST)}$	μ (%)	Tiempo (min)	Mejora
CFDST-SS-05	273x5.72	139.7x15.50	350	355	0.60	1.06	0.30	101	18.82%
CFDST-SS-06	273x5.72	139.7x11.48	350	460	0.61	0.92	0.30	59	28.26%
CFDST-SS-07	273x5.72	139.7x7.36	350	690	0.63	0.77	0.30	89	25.35%
CFDST-SS-08	273x5.72	139.7x5.19	350	960	0.63	0.68	0.30	74	23.33%
CFST-HEB-SS-05	273x5.72	HEB160	350	355	0.60	1.00	0.31	62	31.91%
CFST-HEB-SS-06	273x5.72	HEB140	350	460	0.62	0.89	0.31	60	27.66%
CFST-HEB-SS-07	273x5.72	HEB120	350	690	0.65	0.80	0.29	55	25.00%
CFST-HEB-SS-08	273x5.72	HEB100	350	960	0.67	0.72	0.29	46	31.43%

Los resultados de las simulaciones numéricas de las diferentes series de columnas llevadas a cabo en el estudio paramétrico se muestran en las últimas columnas de las tablas anteriores, donde se resumen los valores de los tiempos de resistencia al fuego obtenidos, los cuales se analizan en los siguientes apartados. El incremento porcentual obtenido al reemplazar el tubo exterior de acero por un tubo de acero inoxidable se refleja en la columna “Mejora” de las Tablas 4 y 6.

4.2. Comparación a igualdad de área de acero (SERIE 1)

El efecto de modificar la configuración seccional puede observarse en la Tabla 3, comparando aquellos casos que emplean el mismo grado de acero, por ejemplo, el S355. Como se puede observar, la columna CFST de referencia presenta un tiempo de resistencia al fuego limitado de sólo 28 minutos. La solución con perfil HEB embebido prolonga esta resistencia hasta los 47 minutos (CFST-HEB-01). Por su parte, la solución CFDST aumenta significativamente la resistencia frente al fuego de la columna, llegando a los 77 minutos (CFDST-01). Por lo tanto, se demuestra que una estrategia posible para aumentar la resistencia al fuego de pilares CFST convencionales es desdoblarse el tubo de acero externo en dos tubos con la misma área total, empleando en la medida de lo posible la mayor parte del acero en el perfil interior, térmicamente protegido por el anillo de hormigón, el cual retrasa su calentamiento y por lo tanto la degradación del acero interior a altas temperaturas. Nótese que estas soluciones hacen uso de la misma cantidad total de acero y hormigón a la vez que mantienen las dimensiones externas de las columnas. Los resultados se muestran también en el gráfico desplazamiento axial – tiempo de la Fig. 10.

Como puede observarse en la Tabla 3, la resistencia al fuego de estas soluciones innovadoras se puede aumentar en mayor medida empleando acero de alta resistencia (HSS) en los perfiles interiores. En el caso del CFST-HEB, el tiempo de resistencia al fuego aumenta de 47 a 57 minutos al hacer uso de un perfil interior de grado S460 (CFST-HEB-01 vs CFST-HEB-02). Por otra parte, para la solución CFDST, se logra un incremento notable de 77 a 94 minutos (CFDST-01 vs CFDST-02).

Si la resistencia de los perfiles interiores se incrementa en mayor grado, S690 o S960, el aumento de resistencia al fuego obtenido es aún más significativo. Para el caso de las columnas en doble tubo, se alcanzan tiempos de resistencia al fuego de 120 y 141 minutos (CFDST-03 y CFDST-04), mientras que para las columnas con HEB embebido se alcanzan 71 y 86 minutos (CFST-HEB-03 and CFST-HEB-04). La Fig. 10 muestra una comparativa general para el caso de emplear acero de grado S960 en los perfiles interiores, superpuestos con los resultados de las columnas de referencia con acero S355. El gráfico recoge las curvas desplazamiento axial – tiempo obtenidas de las simulaciones numéricas.

Nótese que, además de prolongar el tiempo de resistencia al fuego de las columnas, su resistencia última a temperatura ambiente aumenta significativamente al emplear aceros de mayor grado en el perfil interior (véase Tabla 3), manteniendo al mismo tiempo las dimensiones exteriores. El incremento en la capacidad de carga puede llegar a alcanzar un 45% en el caso de emplear acero S960 en la sección CFDST (CFDST-04). Por lo tanto, tal y como prueba este estudio numérico, al emplear acero de alta resistencia en el perfil interior, tanto la capacidad portante a temperatura ambiente como a temperatura elevada aumentan significativamente. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la carga aplicada a todas las columnas de la SERIE 1 es la misma, por lo que su grado de utilización bajará conforme se incremente la resistencia del acero, circunstancia que debe tenerse en cuenta en el diseño.

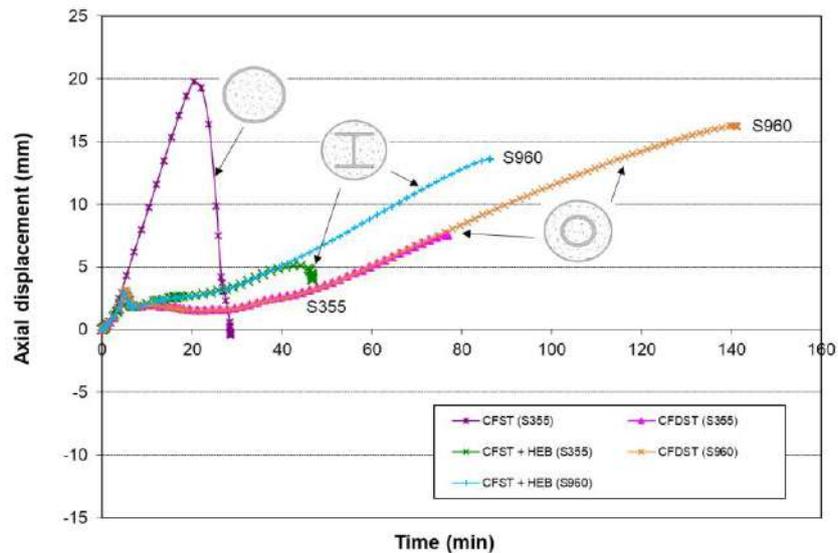


Figura 10. Comparación entre las distintas secciones estudiadas, empleando diferentes grados de acero e igual área total (S355 vs S960).

4.2.1. Mejora obtenida mediante el empleo de acero inoxidable en el tubo exterior (SERIE 1SS)

Los resultados de las simulaciones numéricas para la SERIE 1SS (igual área de acero) se muestran en la Tabla 4. La última columna de esta tabla indica la mejora lograda en tiempo de resistencia al fuego (porcentual) al reemplazar el tubo exterior de acero al carbono por otro de las mismas dimensiones fabricado con acero inoxidable.

Como puede observarse, es posible prolongar el tiempo de resistencia al fuego hasta 94 minutos en el caso de CFST + HEB con perfil de acero interior S960 y hasta 156 minutos en el caso de la solución con CFDST. Sin embargo, el incremento relativo respecto al caso equivalente de la SERIE 1 (con tubo exterior de acero al carbono) resulta mayor para las combinaciones que emplean un acero de menor grado en el perfil interior (20.78% para el caso CFDST-SS-01 frente a un 10.64% para el caso CFDST-SS-04, o 31.91% para el caso CFST-HEB-SS-01 frente a un 9.30% para el caso CFST-HEB-SS-04), lo que indica que la mejora proporcionada por el tubo exterior de acero inoxidable resulta más beneficiosa en el caso de pilares mixtos con aceros de resistencia normal en los perfiles interiores.

Para el caso del menor grado de acero (S355), la mejora obtenida a través del uso de acero inoxidable en el tubo exterior se ilustra en la Fig. 11. Para la solución CFDST, el tiempo de resistencia al fuego aumenta de 47 a 62 minutos (31.91%), mientras que para la solución CFST-HEB, se obtiene un incremento de 77 a 93 minutos (20.78%). El aumento de resistencia al fuego logrado respecto a la columna CFST de referencia con tubo exterior de acero al carbono de grado S355 es notable, sin suponer un aumento del área total de acero empleada.

Nótese que es posible lograr un incremento de la resistencia al fuego superior a 90 minutos combinando un tubo exterior de acero inoxidable con un tubo interior de acero al carbono S355 (93 min), lo que da lugar a una mayor mejora en el tiempo de resistencia al fuego que para la mejor combinación del grupo CFST-HEB (86 min), por lo que convendrá tener en cuenta esta alternativa en el diseño.

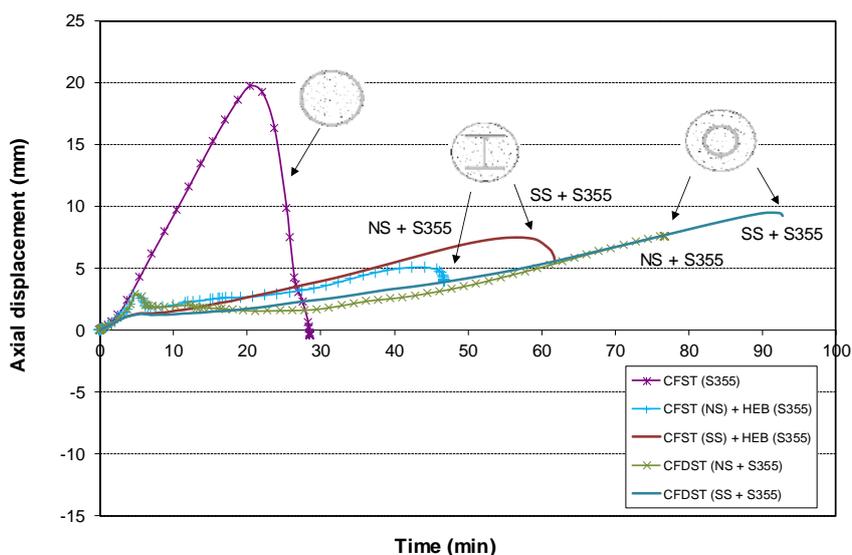


Figura 11. Efecto del empleo de acero inoxidable en el tubo exterior sobre el comportamiento frente al fuego de pilares CFST y CFST + HEB, a igualdad de área total (perfiles interiores S355).

4.3. Comparación a igualdad de capacidad portante a temperatura ambiente (SERIE 2)

Los resultados obtenidos en la segunda serie de simulaciones numéricas (igual capacidad portante a temperatura ambiente) se presentan en la Tabla 5. Como se puede observar, si el grado de acero se mejora, a la par que se mantiene la misma resistencia a pandeo de las columnas a temperatura ambiente, la mejora lograda en términos de resistencia al fuego no es tan evidente, pues las dimensiones resultantes de los perfiles interiores necesarias para obtener la equivalencia en capacidad portante se ven progresivamente reducidas conforme se incrementa el límite elástico del acero. Para el caso de las columnas CFDST, el mayor tiempo de resistencia al fuego se obtiene con la solución que emplea acero S355, seguida por el S690, S960 y finalmente el S460. En cualquier caso, las columnas con acero de mayor límite elástico en el perfil interior hacen uso de una menor cantidad de acero, con el consiguiente ahorro de material. Por lo tanto, si se toma como referencia la capacidad portante de las columnas a temperatura ambiente, se deben tener en cuenta diferentes factores a la hora de decidir cuál es la solución óptima. Las curvas de desplazamiento axial frente al tiempo para los casos con perfil interior de grado S355, comparados con aquellos que emplean acero de alta resistencia S960, se presentan en la Fig. 12, donde el efecto descrito resulta notable.

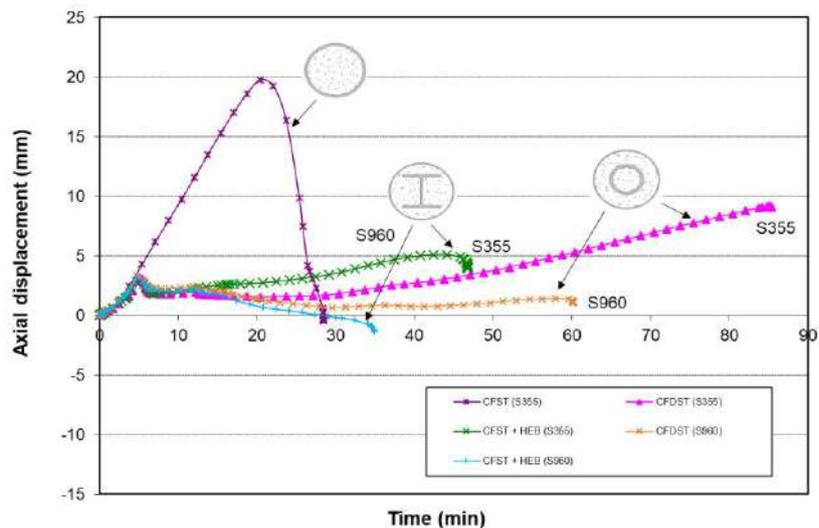


Figura 12. Comparación entre las distintas secciones estudiadas, empleando diferentes grados de acero e igual capacidad portante a temperatura ambiente (S355 vs S960).

4.3.1. Mejora obtenida mediante el empleo de acero inoxidable en el tubo exterior (SERIE 2SS)

Los resultados de la serie de simulaciones numéricas correspondientes a la SERIE 2SS (igual capacidad portante a temperatura ambiente) se presentan en la Tabla 6, donde la última columna muestra la mejora en tiempo de resistencia al fuego obtenida (en porcentaje) al reemplazar el tubo de acero al carbono exterior por otro de iguales dimensiones fabricado en acero inoxidable. La mejor solución en este caso se obtiene con la combinación del perfil de acero interior de grado S355, que alcanza 101 minutos para la opción CFDST, seguida por la combinación con tubo de acero interior de grado S690. Sin embargo, el mayor incremento relativo respecto de la SERIE 2 se obtiene en el caso con acero de grado S460 en el perfil interior, que aumenta su tiempo de resistencia al fuego de 46 a 59 minutos (incremento relativo del 28.26%). Para la solución CFST-HEB, la mejor combinación se obtiene de nuevo con el caso que emplea acero de grado S355 en el tubo interior, seguida por la combinación que emplea acero interior de grado S460, aunque en este caso el incremento relativo obtenido al reemplazar el tubo de acero exterior por acero inoxidable es más significativo tanto para el caso S355 como para el S960. Por lo tanto, no resulta inmediato llegar a una conclusión acerca de cuál es la mejor combinación en este caso, debiendo adoptarse una solución de compromiso para alcanzar el suficiente tiempo de resistencia al fuego sin incrementar en exceso el uso de acero en la sección y el coste asociado de material.

La mejora obtenida empleando tubo de acero inoxidable exterior se muestra en la Fig. 13 para el caso que emplea el menor grado de acero en el perfil interior (S355). Para la solución CFST-HEB, el tiempo de resistencia al fuego se incrementa de 47 a 62 minutos (31.91%) mientras que para la solución CFDST, se obtiene un incremento de 85 a 101 minutos (18.82%). La mejora obtenida en el último caso respecto a la columna CFST de referencia con acero al carbono de grado S355 es destacable y se conserva la misma capacidad portante a temperatura ambiente. Nótese que esta combinación es superior en términos de resistencia al fuego que cualquier otra de la SERIE 2 con perfiles interiores de acero HSS, lo que implica que en caso de mantener la resistencia última a temperatura ambiente inalterada (mismo grado de utilización en fuego), resultaría recomendable emplear un tubo exterior de acero inoxidable combinado con un perfil interior de acero al carbono de resistencia normal (S355).

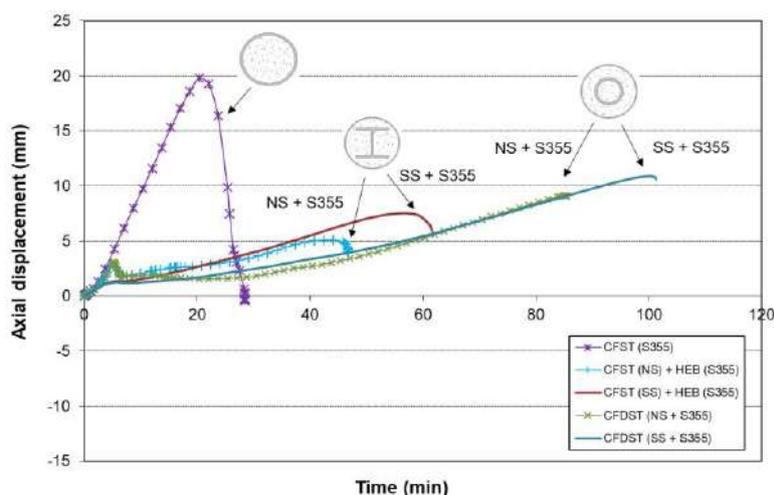


Figura 13. Efecto del empleo de acero inoxidable en el tubo exterior sobre el comportamiento frente al fuego de pilares CFST y CFST + HEB, para la misma capacidad portante a temperatura ambiente (perfiles interiores S355).

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un estudio numérico para evaluar el comportamiento frente al fuego de columnas mixtas acero-hormigón empleando secciones innovadoras a base de perfiles de acero embebidos, con la finalidad de proponer estrategias para la mejora de su resistencia frente al fuego. Se ha desarrollado y validado un modelo numérico adaptado a las diferentes configuraciones seccionales estudiadas. La influencia del tipo de sección, así como del empleo de aceros de altas prestaciones (alta resistencia en el perfil interior o acero inoxidable en el tubo exterior) sobre el tiempo de resistencia al fuego de las columnas se evalúa a través de un estudio paramétrico.

Los resultados del estudio paramétrico demuestran que una buena estrategia para mejorar la resistencia frente al fuego de columnas mixtas tipo CFST consiste en desdoblar el tubo de acero exterior en dos perfiles (interior + exterior), empleando la mayor parte del acero en el perfil interior, el cual resulta térmicamente protegido por el relleno de hormigón en situación de incendio.

Si el límite elástico del acero del perfil interior se incrementa mediante el empleo de acero de alta resistencia, a igualdad de área de acero, la capacidad portante de las columnas tanto a temperatura ambiente como a temperatura elevada mejora significativamente, si bien se ha de tener en cuenta que esta comparación se realiza bajo la misma carga axial aplicada y, por tanto, el grado de utilización se ve reducido con el incremento del grado de acero, lo que ha de tenerse en cuenta en el diseño. Además, las diferencias de coste al emplear acero de alta resistencia en el perfil interior deben ser evaluadas.

Sin embargo, si se mantiene constante la resistencia a pandeo de las columnas a temperatura ambiente (misma capacidad portante en frío), la mejora en términos de resistencia al fuego lograda al aumentar el grado de acero del perfil interior no resulta tan evidente, pues esta equivalencia da lugar a unas dimensiones de los perfiles interiores más reducidas conforme se incrementa el límite elástico del acero interior y por tanto una mayor esbeltez de las columnas. En cualquier caso, al emplear acero de alta resistencia en los perfiles interiores, es posible lograr un importante ahorro de material a través de la reducción de área de acero.

Finalmente, una opción interesante explorada en este artículo consiste en emplear acero inoxidable en el tubo exterior, lo que proporciona un incremento significativo de resistencia al fuego bajo ambos escenarios. Esta solución se presenta como una alternativa al empleo de acero de alta resistencia en el perfil interior, si bien podría ser empleada en combinación con este último para obtener un mayor incremento de la resistencia frente al fuego. Los resultados de este estudio se deberían además evaluar en términos económicos, a fin de poder alcanzar conclusiones definitivas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport de la Generalitat Valenciana por la financiación proporcionada a través del proyecto GV/2017/026.

REFERENCIAS

- [1] Han, L.H., Li, W. & Bjorhovde, R. (2014). Developments and advanced applications of concrete-filled steel tubular (CFST) structures: Members. *Journal of Constructional Steel Research*, 100, 211-28.
- [2] Espinós, A., Romero, M.L., Serra, E. & Hospitaler, A. (2015). Circular and square slender concrete-filled tubular columns under large eccentricities and fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 110, 90-100.
- [3] Romero, M.L., Espinós, A., Portolés, J.M., Hospitaler, A. & Ibáñez, C. (2015). Slender double-tube ultra-high strength concrete-filled tubular columns under ambient temperature and fire. *Engineering Structures*, 99, 536–45.
- [4] Liew, J.Y.R. & Xiong, M.X. (2015). *Design guide for concrete filled tubular members with high strength materials to Eurocode 4*. Singapur: Research Publishing.
- [5] Lange, J., Wohlfeil, N. (2007). Examination of the mechanical properties of the microalloyed grain refined steel S460 at elevated temperatures. *Bautechnik*, 84, 711-720.
- [6] Schneider, R., Lange, J. (2009). Constitutive equations of structural steel S460 at high temperatures. In: *Nordic Steel Construction Conference 2009*, 204-211. Sweden.
- [7] Outinen, J. (2007). Mechanical properties of structural steels at high temperatures and after cooling down. Laboratory of Steel Structures, Helsinki University of Technology. Helsinki, Finland.
- [8] Chen, J., Young, B. & Uy, B. (2006). Behaviour of high strength structural steel at elevated temperatures. *Journal of Structural Engineering*, 132, 1948-1954.
- [9] Chiew, S.P., Zhao, M.S. & Lee, C.K. (2014). Mechanical properties of heat-treated high strength steel under fire/post-fire conditions. *Journal of Constructional Steel Research*, 98, 12-19.
- [10] Qiang, X., Bijlaard, F. & Kolstein, H. (2012). Dependence of mechanical properties of high strength steel S690 on elevated temperatures. *Construction and Building Materials*, 30, 73-79.
- [11] Tondini, N., Hoang, V.L., Demonceau, J.F. & Franssen, J.M. (2013). Experimental and numerical investigation of high-strength steel circular columns subjected to fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 57-81.

- [12] Gardner, L., Insausti, A., Ng, K.T. & Ashraf, M. (2010). Elevated temperature material properties of stainless steel alloys. *Journal of Constructional Steel Research*, 66, 634-647.
- [13] CEN. (2005). EN 1993-1-2, Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-2: General rules - Structural fire design. Brussels, Belgium: Comité Européen de Normalisation.
- [14] Liang, Y., Manninen, T., Zhao, O., Walport, F. & Gardner, L. (2019). Elevated temperature material properties of a new high-chromium austenitic stainless steel. *Journal of Constructional Steel Research*, 152, 261-273.
- [15] Euro Inox/SCI. (2006). Design manual for structural stainless steel (Third Edition). Building Series, vol. 3. Euro Inox and the Steel Construction Institute.
- [16] Tao, Z., Ghannam, M., Song T.Y. & Han, L.H. (2016). Experimental and numerical investigation of concrete-filled stainless steel columns exposed to fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 118, 120-134.
- [17] Han, L.H., Chen, F., Liao, F.Y., Tao, Z. & Uy, B. (2013). Fire performance of concrete filled stainless steel tubular columns. *Engineering Structures*, 56, 165-181.
- [18] Wang, F.C., Han, L.H. & Li, W. (2018). Analytical behaviour of CFDST stub columns with external stainless steel tubes under axial compression. *Thin-Walled Structures*, 127, 756-768.
- [19] ABAQUS. (2014). Abaqus/ Standard version 6.14 user's manual, vols. I – III. Pawtucket, Rhode Island: Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
- [20] CEN. (2004). EN 1992-1-2, Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1.2: General rules – Structural fire design. Brussels, Belgium: Comité Européen de Normalisation.
- [21] Romero, M.L., Espinos, A., Portoles, J.M., Hospitaler, A. & Ibáñez, C. (2015). Slender double-tube ultra-high strength concrete-filled tubular columns under ambient temperature and fire. *Engineering Structures*, 99, 536–45.
- [22] Lu, H., Han, L.H. & Zhao, X. (2010). Fire performance of self-consolidating concrete filled double skin steel tubular columns: Experiments. *Fire Safety Journal*, 45(2), 106-115.
- [23] Dotrepepe, J.C., Chu, T.B. & Franssen, J.M. (2010). Steel hollow columns filled with self-compacting concrete under fire conditions. In: Proceedings of the 3rd Congress of the International Federation for Structural Concrete (FIB) and PCI Conference, Washington DC, USA.

Análisis paramétrico mediante elementos finitos de losas de hormigón armado reforzadas frente a punzonamiento

Navarro, Miguel¹; Ivorra, Salvador²; Varona, Francisco de Borja³

ABSTRACT

In this paper, ABAQUS is used to analyse a series of non-linear numerical models to simulate the punching shear effect on reinforced bolt-retrofitted concrete flat slabs whose bolts are arranged in three different positions around the support. To start with, an initial calibration of a finite element model was carried out with experimental results reported by Adetifa and Polak. Next, a parametric analysis was performed to determine the influence of the retrofitting geometrical parameters. For this purpose, over two hundred models were created with the help of an automation algorithm programmed in Python. Our parametric study shows that a shear-bolt radial layout may be most adequate for retrofitting slab-to-column connections in which the phenomenon of punching shear is likely to occur. Moreover, the distance between the first pair of bolts and the column's face is recommended to be approximately five times the diameter of the shear bolts.

Keywords: finite element modelling; numerical calibration; punching shear; reinforced concrete; structural retrofitting.

1. INTRODUCCIÓN

Los fallos por punzonamiento en forjados de edificación se producen de forma frágil, esto es, de forma brusca y sin previo aviso. Por tanto, sus consecuencias suelen ser mayoritariamente trágicas. Un ejemplo de ello que sucedió en Suiza es descrito por Fernández-Ruiz et al. [1]: Tras un incendio en un aparcamiento, la losa punzonó sobre un pilar, e inmediatamente el colapso se propagó a toda la estructura, ocasionando la muerte de siete bomberos. En este caso concreto, además del fuego, intervinieron otra serie de factores: (i) una sobrecarga no prevista en cubierta, (ii) un cálculo demasiado sucinto a punzonamiento, (iii) la ausencia de armadura transversal, los cuales limitaban notablemente la capacidad a deformación de la estructura. Se expone este ejemplo para indicar que, desde el punto de vista de la seguridad frente al colapso, el punzonamiento representa el mecanismo resistente más importante dentro de una estructura convencional resuelta con losas macizas o forjados reticulares. Por tanto, este fenómeno merece que se aborde con un estudio exhaustivo y pormenorizado de todos los factores que tienen implicaciones en el mismo.

Actualmente, existen diversas investigaciones consistentes en la realización de campañas experimentales para evaluar esta tipología de esfuerzo. Entre ellas destacan las llevadas a cabo por

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). miguel.navarro@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). sivorra@ua.es (Corresponding author)

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). borja.varona@ua.es

Adetifa y Polak [2]. Otros estudios sobre punzonamiento que vale la pena mencionar, son los de Lips et al. [3] y Marzouk y Hussein [4], donde se evalúan diferentes parámetros mecánicos y geométricos que afectan al fallo por punzonamiento.

Por otro lado, también existe una gran variedad de trabajos científicos de modelización numérica y analítica del fenómeno del punzonamiento en losas de hormigón armado. Por ejemplo, Polak [5], Genikomsou y Polak [6]–[8] desarrollaron un modelo numérico capaz de representar de forma correcta el comportamiento experimental registrado para el fenómeno del punzonamiento. Por otro lado, Wosatko [9] estudia y compara dos teorías del daño plástico del hormigón. La primera llamada *Gradient-enhanced damage–plasticity* donde el gradiente evoluciona con la carga, y la segunda, llamada *Rate-dependent damage plasticity*, donde se introduce un parámetro de deformación viscoelástica.

De Borst y Nauta [10], Cervera et al. [11] y Shehata y Regan [12] estuvieron entre los primeros investigadores que estudiaron el fallo a punzonamiento. El último de ellos analizó el modo de fallo mediante el estudio del crecimiento de una pequeña microfisura que posteriormente se propaga hasta la rotura. Uno de los trabajos más recientes al respecto es el dirigido por Shu et al. [13], donde se manifestó la gran influencia en el proceso de los factores; energía de fractura, retención de cortante y la cuantía a flexión.

No obstante, la literatura científica que aborde el estudio de cómo los distintos parámetros del refuerzo del forjado frente a punzonamiento (tipo de refuerzo, disposición, parámetros geométricos y mecánicos del refuerzo, etc.) influyen en el fenómeno del punzonamiento es más bien escasa. Por ejemplo, Menétrey et al. [14] publicaron un primer estudio sobre cómo distintas variables (resistencia del hormigón, cantidad de refuerzo, relaciones geométricas) afectaban a la carga final por punzonamiento, utilizando para ello un modelo axisimétrico con pilar circular. A continuación, Menétrey publicó una síntesis sobre el fallo frente a punzonamiento en forjados armados [15], mostrando resultados experimentales y simulaciones numéricas, que derivaron en un modelo analítico. Por otro lado, Guan [16] estudió la influencia de otro parámetro, en este caso, el tamaño y la localización de huecos respecto a la columna. Belletti et al. [17] compararon predicciones numéricas basadas en un modelo de elementos finitos no lineal creado con capas bidimensionales de armado con resultados experimentales y valores analíticos obtenidos mediante la formulación de las distintas normativas. De hecho, muchos autores han comparado sus resultados, tanto experimentales como analíticos, con las diferentes normativas, como Micael et al. [18], donde se concluye que las principales normativas sobreestiman la capacidad del forjado, sobre todo para valores altos de la resistencia del hormigón.

Este artículo se centra en analizar la influencia de los anteriormente mencionados factores, a través de los cuales será llevado a cabo el estudio paramétrico basado en una estructura de elementos finitos mediante el software ABAQUS, aprovechando la posibilidad que otorga en cuanto a modelos de daño plástico para el hormigón. Las simulaciones numéricas sobre mecanismos de fallo han probado ser de ayuda ahorrando costes en comparación con los estudios experimentales [19], así como un mayor alcance en el estudio y la propuesta de todos los aspectos relacionados con el refuerzo frente a punzonamiento.

Son variados los tipos de refuerzos con los que se puede reforzar un forjado, entre ellos se encuentran, principalmente, láminas elásticas, variaciones en la composición del hormigón y pernos. En este sentido, El-Salakawy et al. [20] estudiaron la influencia de las fisuras en zonas próximas a una columna reforzadas con tiras de fibras de carbono o de cristal. Un estudio parecido llevó a cabo Durucan y Anil [21]. Polak también realizó pruebas, tanto analíticas como numéricas, reforzando forjados mediante pernos de acero [6] o de polímero reforzado con fibra [22], [23]. Otros autores propusieron también nuevas formas de refuerzo en forjados ya construidos, como en [24], [25], donde se describe cómo introducir pernos con resina epoxi en taladros previamente hechos o bien en [26], donde se utiliza un refuerzo alternativo basado en bandas de acero onduladas, cuya capacidad es subestimada por las distintas normativas. También merece especial mención las investigaciones presentadas en [27], [28], que destacan la importancia y capacidad que puede alcanzar el hecho de disponer los pernos con railes o bien mediante placa, respectivamente.

Seguido de esta introducción, la segunda sección de este artículo describe el estudio experimental llevado a cabo por Adetifa y Polak [2], el cual es usado en la metodología presentada para calibrar el modelo numérico de forjado. Este modelo calibrado es comparado en la tercera sección no sólo con los resultados experimentales de [2] sino también con una calibración numérica previa hecha por Genikomsou y Polak [6].

La cuarta sección presenta el estudio paramétrico basado en el modelo calibrado numéricamente. Los parámetros analizados en el estudio paramétrico del fallo frente a punzonamiento son el diámetro de los pernos de refuerzo, el número de ellos, la distancia inicial del primer perno al pilar, la equidistancia entre pernos y por último la disposición en la que se han colocado. También se describirá el proceso seguido para el cálculo de los 243 modelos, mediante programación en Python para ABAQUS, de forma que se automatiza el cálculo de modelos y se reduce el tiempo de mano de obra. La novedad de este artículo radica en dos aspectos principales; el desarrollo de un estudio paramétrico del refuerzo de un forjado armado donde éste es estudiado mediante un modelo tridimensional no lineal y el mencionado carácter innovador de la creación y automatización de modelos mediante código. La quinta y última sección destaca las conclusiones más relevantes y propone algunas nuevas líneas de investigación.

2. DESCRIPCIÓN DE LA CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE REFERENCIA

Para el diseño del modelo numérico base expuesto en el presente artículo y su posterior calibración, se han utilizado los ensayos realizados en la Universidad de Waterloo por Adetifa y Polak [2]. En esos ensayos se estudió el fallo por punzonamiento en conexiones losa-pilar a escala real, incluyendo configuraciones sin refuerzo externo a cortante y configuraciones con refuerzo externo con pernos de conexión. Las dimensiones de los forjados eran de 1800 x 1800 x 120 mm, mientras que la sección transversal del pilar era de 150 x 150 mm. Asimismo, el pilar sobresalía una altura de 150 mm milímetros tanto desde la cara inferior del forjado como desde la cara superior. Las características mecánicas del hormigón, de las barras de acero y del refuerzo se muestran en la Tabla 1.

En ambos forjados se dispusieron sendas mallas de armado longitudinal superior e inferior, ambas con barras 10M (100 mm² de sección transversal por barra). Las barras situadas en la zona de compresión (cara superior) tenían una separación de 200 mm; las barras situadas en la zona de tracción (cara inferior) tenían una separación de 100 mm. Se presentaba por tanto idéntica capacidad a flexión en

ambas direcciones. El recubrimiento para las dos mallas de armado era 20 mm. En cuanto al pilar, tenía un armado con cuatro barras 20M (300 mm² de sección transversal por barra) y cuatro estribos 8M (50 mm² de sección transversal por barra). Su canto útil era de 130 mm. En cuanto a las condiciones de contorno, el forjado estaba simplemente apoyado en sus cuatro caras sobre almohadillas de neopreno, configurando unas luces reales de 1500 x 1500 mm.

Tabla 1. Material properties of the slab tested in [8]

Compressive strength of concrete [MPa]	Tensile strength of concrete [MPa]	Yield strength of steel reinforcement [MPa]
44	2.2	455

En el caso de los especímenes con refuerzo a punzonamiento, éste consistía en una doble línea de pernos frente a cada cara del soporte. La distancia del primer par a la cara del soporte era 45 mm y sucesivas parejas de pernos mantenían separaciones de 80 mm.

La carga se transmitía a través del pilar y en sentido vertical hacia abajo, hasta que se alcanzase el fallo, en este caso por punzonamiento y adoptando un comportamiento frágil. Debe observarse que la configuración experimental está al revés si se compara con una estructura real, para una mayor facilidad en la ejecución del ensayo. Las formas de rotura resultantes se muestran en la figura 1.

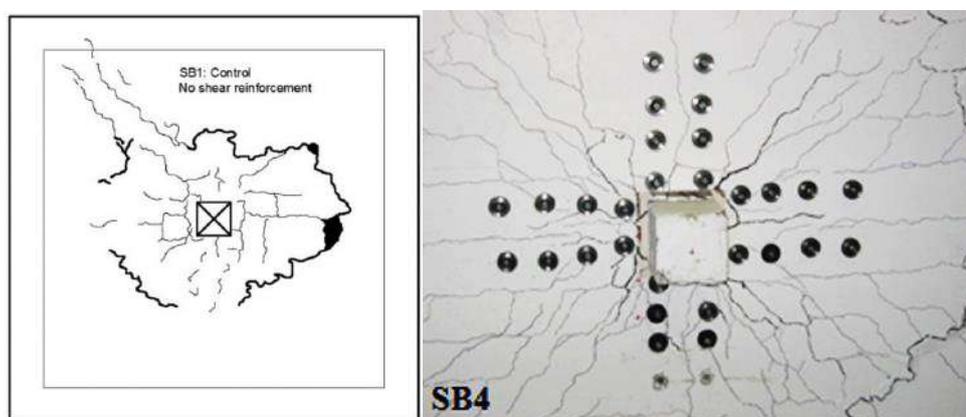


Figura 1. *Punching shear failure modes obtained by Adetifa and Polak [2]: slab-column connection without punching retrofitting (left); slab-column connection with shear bolts (right).*

En los ensayos se registró la relación entre la carga aplicada y el desplazamiento en el centro de la cara inferior del pilar. La curva experimental carga-desplazamiento y los resultados obtenidos en [2] y [6] son representados más adelante, en la tabla 5 y en la figura 7.

3. DEFINICIÓN DEL MODELO NUMÉRICO Y CALIBRACIÓN

3.1. Características del modelo numérico desarrollado

El modelo numérico se ha desarrollado con el software ABAQUS [29]. Este programa es capaz de simular de forma precisa la no linealidad de materiales como el acero o el hormigón, y ha sido usado para simular estructuras de hormigón por autores como Mirza [30], Obaidat [31] y Alfarah et al. [32].

Con el objeto de simular los ensayos experimentales realizados por Adetifa y Polak [2], se ha modelado, al igual que en dicho artículo, una porción de losa con un pilar central sometido a una carga axial en dicho pilar, implicando por tanto un esfuerzo de punzonamiento en la losa. Debido a la simetría tanto en la geometría como en la carga, únicamente se ha modelado un cuarto de la conexión losa-pilar. El cuarto de forjado presenta, por tanto, apoyos simples en sus dos bordes exteriores. En sus bordes interiores se han aplicado las condiciones de simetría pertinentes. El ensayo se realiza mediante control por desplazamiento, aplicando un desplazamiento que se incrementa linealmente a lo largo del tiempo. Todo ello queda recogido en las figuras 2 y 3.

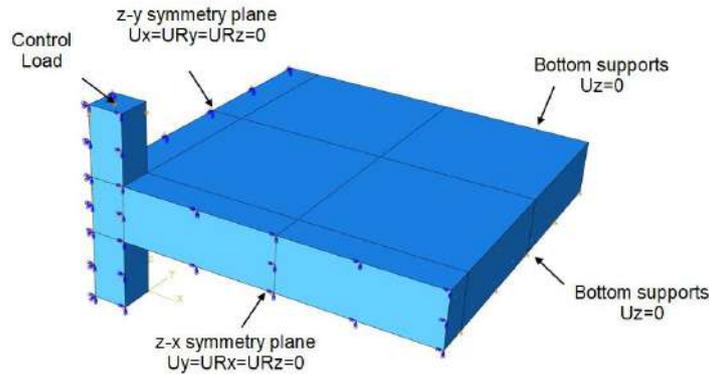


Figura 2. Geometry and boundary conditions of the model.



Figura 3. Shear bolt arrangement in the slab model simulating retrofitted in [2]. Left: general view of the FEM. Right: diagram showing location and spacing of shear bolts.

Para el hormigón se ha empleado el modelo *Concrete Damage Plasticity* de ABAQUS [29]. Este modelo asume que el hormigón presenta dos tipos de mecanismos de fallo, por agrietamiento y por aplastamiento. Este modelo es una modificación del propuesto por Drucker y Prager [33] y está basado en el criterio de Lubliner et al. [34], incorporando los ajustes de Lee y Fenves [35] con la intención de tener en cuenta la evolución de la resistencia en compresión y tracción. Con tensiones principales en diferentes direcciones, la relación tensión-deformación se define en la Eq. (1):

$$\sigma = (1-d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (1)$$

donde d es el escalar asociado al daño en la rigidez, cuyos valores varían desde 0 (sin daño) hasta 1 (completamente dañado), D_0^{el} es la matriz de elasticidad inicial, ε es la deformación unitaria total y ε^{pl} es la deformación unitaria plástica. En la Tabla 2 se recogen los valores que han sido adoptados para los parámetros del modelo *Concrete Damage Plasticity*.

Tabla 2. Parameters considered for the application of the *Concrete Damage Plasticity* model

Dilation angle ψ	Eccentricity ε	Viscosity μ	Shape parameter K_c	Max.compression axial/biaxial
36°	0.1	0.00001	1.16	0.667

El comportamiento constitutivo del hormigón a compresión es el propugnado por el Código Modelo CEB [36], y se representa en la figura 4, donde σ_c es la tensión de compresión, ε_c es la deformación del hormigón, f_{cm} es la resistencia del hormigón a compresión, $\varepsilon_{c,lim}$ es la deformación límite, E_{cm} es el módulo de elasticidad tangente y E_{c1} es el módulo de elasticidad secante. Para el comportamiento uniaxial del hormigón en tracción se ha escogido el modelo constitutivo basado en la energía de fractura propugnado por Hillerborg et al. [37] (figura 5), donde σ_t es la tensión de tracción, ε_c es la deformación del hormigón, w es el ancho de fisura y G_f es la energía de fractura.

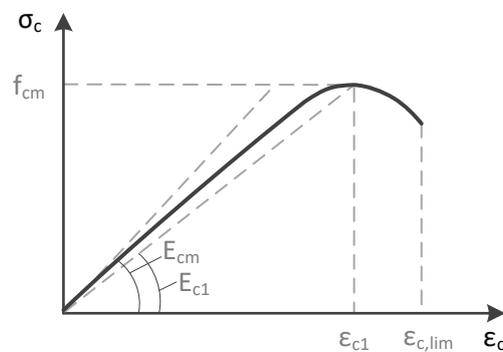


Figura 4. Constitutive compression behaviour of concrete according to Model Code CEB [36].

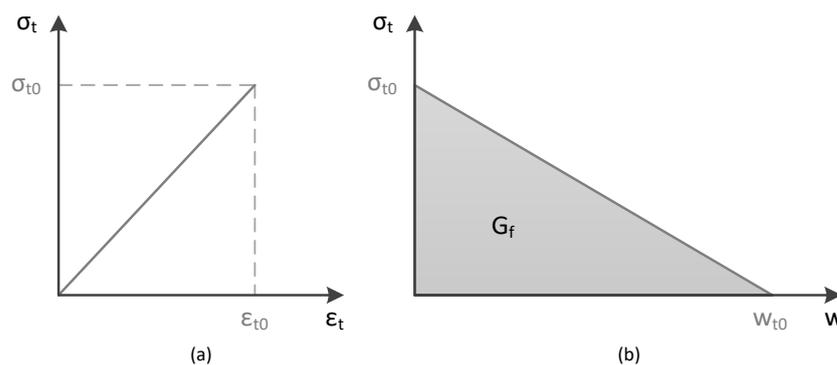


Figura 5. Constitutive tensile behaviour of concrete, according to Hillerborg et al. [37]: (a) before cracking; and (b) softening after cracking.

En el caso del acero corrugado soldable de las mallas de armado longitudinal, se aplica el modelo bilineal del acero propuesto por el Eurocódigo 2 [38], que comienza con una curva elástica hasta que se alcanza el límite elástico del material (f_y), a lo que le sigue una segunda curva hasta rotura (tensión f_s). Además, se ha aplicado el criterio de fallo de Von Mises en el acero. En el caso de los pernos del

refuerzo, éstos se han supuesto perfectamente elásticos, pues nunca llegan a tensiones cercanas a las del límite elástico.

El contacto entre hormigón y acero se ha supuesto perfectamente adherente, práctica habitual en el estudio de piezas de hormigón armado analizadas globalmente, como en anteriores trabajos de Genikomsou y Polak [8] y Wosatko et al. [9].

Para el mallado del hormigón se han utilizado elementos hexaédricos de 8 nodos con integración reducida (C3D8R), mientras que para el acero se han usado elementos truss de 2 nodos con integración reducida (T3D2). La armadura y los refuerzos, por tanto, se han dispuesto de forma distribuida, estableciendo un área de sección uniforme. Al igual que en el caso experimental, el modelo numérico se ha diseñado por el método de control por desplazamiento, esto es, imponiendo una velocidad de desplazamiento constante para la aplicación de la carga. De esta forma se minimizan los problemas de convergencia que implicarían una solución de control por carga.

El citado modelo de Genikomsou y Polak [8] se ha utilizado como modelo de referencia para evaluar la calibración del modelo actual. Mientras que la geometría y las condiciones de contorno de ambos modelos son evidentemente iguales, existen algunas diferencias. Los parámetros del modelo de *Concrete Damage Plasticity* y las propiedades mecánicas del hormigón que han sido adoptadas en el presente artículo y las que fueron adoptadas en [8] se muestran en las Tablas 3 y 4.

Tabla 3. Parameters for *Concrete Damaged Plasticity* model considered in this paper and in the report by Genikomsou and Polak [8]

	Dilation angle ψ	Eccentricity ϵ	Viscosity μ	Shape parameter K_c	Max. compression axial/biaxial
Genikomsou & Polak	40°	0.1	0	1.16	0.667
This work	40°	0.1	0.00001	1.16	0.667

Tabla 4. Concrete properties considered in this paper and in the report by Genikomsou and Polak [8]

	Modulus of elasticity [MPa]	Poisson's ratio	Fracture energy [N/mm]	Tensile strength [MPa]
Genikomsou & Polak	35217	0.2	0.077	2.2
This work	35217	0.2	0.105	3.6

Genikomsou y Polak [8] emplean también un tamaño de malla de 20 mm y elementos C3D8R para el hormigón. Sin embargo, en el caso del armado emplean elementos T3D2 para el acero (armadura discreta, a diferencia de la armadura distribuida aquí presentada).

3.2. Validación del modelo numérico desarrollado

Los resultados experimentales de [2] y las curvas numéricas carga-desplazamiento obtenidas en [8] se representan en la figura 6 y en la Tabla 5, donde también se recogen los resultados del modelo

calibrado presentado en este trabajo. En la figura 6 se recogen dos curvas experimentales de [2]: la SB1 corresponde a una conexión losa-pilar sin refuerzo a punzonamiento; la SB4 corresponde a la conexión losa-pilar con refuerzo externo a punzonamiento descrita en el apartado anterior y modelizada conforme se ha descrito en este apartado.

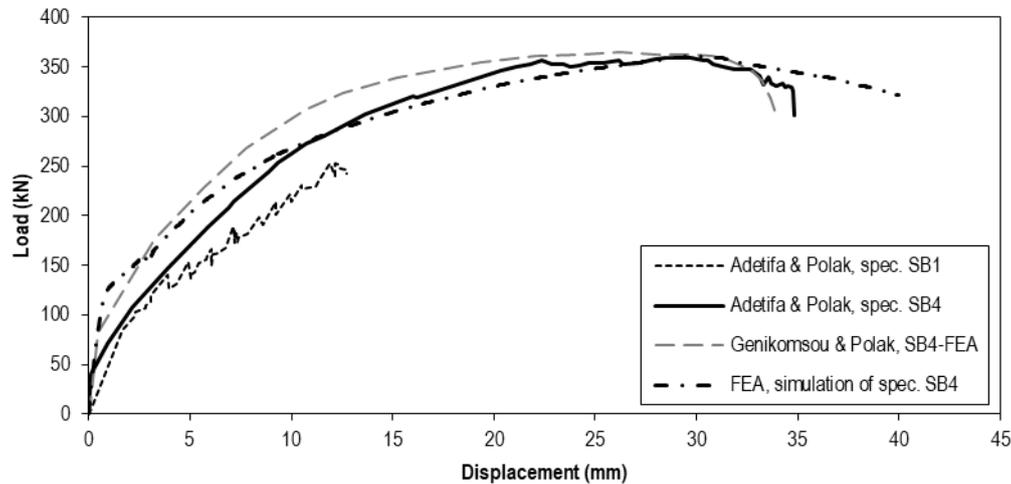


Figura 6. Load–deflection responses obtained in the tests by Adetifa and Polak [2], in the FEA by Genikomsou and Polak [8] and in the current FEA with calibrated parameters of Tables 3 and 4.

Tabla 5. Results of punching shear tests reported in [2] and through FEA of the calibrated numerical model for RC slab with shear bolts.

With no shear reinforcement		With shear reinforcement			
Adetifa and Polak [2], specimen SB1		Adetifa and Polak [2], specimen SB4		Current FEA with calibrated parameters	
Ultimate load (kN)	Associated deflection (mm)	Ultimate load (kN)	Associated deflection (mm)	Ultimate load (kN)	Associated deflection (mm)
253	11.9	360	29.8	361	30.1

Como se muestra en la Tabla 5, el modelo presentado en este documento representa con precisión los resultados de las pruebas experimentales de Adetifa y Polak [2]: el error relativo con respecto a la carga máxima es 0.27% y el error relativo con respecto al desplazamiento máximo es 1.01%. La figura 6 permite apreciar que, para desplazamientos superiores a 10 mm y cargas superiores a 250 kN, el análisis por elementos finitos del modelo presentado en este trabajo exhibe mejor concordancia con los resultados experimentales ([2]) que con la simulación hecha en [8], especialmente en el rango de 25-30 mm, justo antes del fallo. Sin embargo, ambos modelos numéricos también presentan una sobreestimación de la rigidez a bajos niveles de carga. Éste es un fenómeno recurrente en las simulaciones numéricas y se explica porque en las condiciones empíricas reales, las coacciones nunca son del todo perfectas (apoyos fijos de rigidez infinita o empotramientos perfectos). El modelo presentado en este trabajo muestra cómo la rigidez de la conexión losa-soporte en el rango de cargas de 50 a 250 kN está visiblemente sobreestimado, algo que también ocurre en la calibración anterior hecha por Genikomsou y Polak [8], aunque en este caso, los desplazamientos resultantes son aún

mayores para cargas por encima de 300 kN. La diferencia de resultados entre nuestra calibración y la de Genikomsou y Polak es atribuible al parámetro de viscosidad que se ha aplicado en el presente trabajo, así como al valor superior de energía de fractura que se ha adoptado.

4. VARIABLES Y AUTOMATIZACIÓN DEL ANÁLISIS PARAMÉTRICO

4.1. Modelo base y variables objeto de estudio

Como modelo base del estudio paramétrico, con el que comparar el resto de modelos con los diferentes refuerzos, se ha establecido el presentado en la Tabla 6.

Tabla 2. Valores de los parámetros correspondientes al modelo base

Variable	Valor
Tipo de acero	B 500 S
Tipo de hormigón	HA 25
Cuantía de acero a flexión	1.50%
Relación ancho pilar/ancho forjado	0.1
Relación ancho pilar/canto forjado	1.25
Refuerzo frente a punzonamiento	Ninguno

Las variables que en un principio se proponen para distinguir una configuración concreta de refuerzo de otra son las siguientes: diámetro de los pernos (\emptyset), número de pernos, distancia de la primera pareja de pernos a la cara del pilar (DI), separación entre parejas de pernos (EQ) y la disposición de éstos (en cruz, en estrella o en rombo, ver figura 7). Para cada una de estas variables se proponen tres valores distintos, los cuales quedan definidos en la Tabla 7.

Tabla 7. Valores adoptados por cada parámetro

Parámetro	Valor 1	Valor 2	Valor 3
Diámetro de pernos, \emptyset (mm)	8	12	16
Número de pares de pernos frente a cada cara del pilar	2	3	4
Distancia primer par de pernos a la cara del pilar, DI (mm)	$3.5\emptyset$	$5\emptyset$	$6.5\emptyset$
Separación entre pernos, EQ (mm)	$5\emptyset$	$6.5\emptyset$	$8\emptyset$
Disposición pernos	Cruz	Estrella	Rombo

El rango de valores tomados para la distancia del primer perno al pilar y para la equidistancia entre pernos ha sido basado en el que permiten las diferentes normativas, tales como Código Modelo 2010 [36] y Eurocódigo 2 [38]. Existen un total de 243 modelos, equivalente a todas las combinaciones posibles de estos 5 parámetros entre 3 valores. La principal característica de los parámetros elegidos radica en que la distancia del primer perno al pilar y la equidistancia entre éstos adoptan valores en función del diámetro escogido, lo cual repercute en que modelos idénticos con diámetros distintos

tienen una disposición geométrica del refuerzo totalmente distinta. Esto ha sido hecho intencionadamente, pues se considera que el aumento del diámetro, como único cambio, aporta menos información que de la forma descrita.

Cada modelo era sometido, al igual que el modelo base, al método de control por desplazamiento, esto es, imponiendo una velocidad de desplazamiento constante para la aplicación de la carga. De esta forma se minimizaron los problemas de convergencia que implicarían una solución de control por carga. El desplazamiento se produce en el mismo punto que el modelo base, pero con una flecha máxima de 40 mm, ya que se comprobó en una campaña previa de análisis FEM que con 20 mm casi ningún modelo llegaba al fallo.

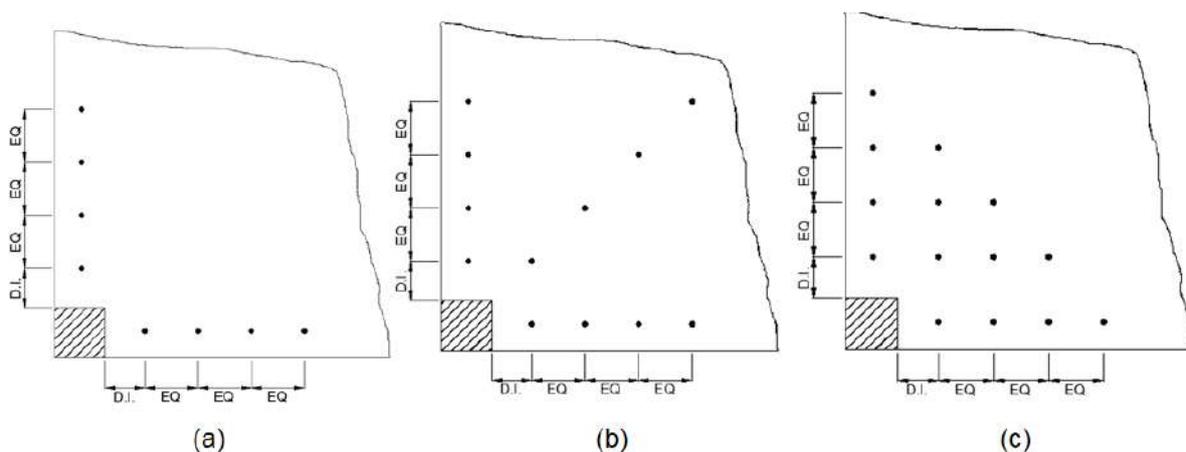


Figura 7. Patrón de cada una de las disposiciones estudiadas para el caso de 4 pares de pernos frente a cada cara de pilar: cruz con un total de 32 pernos (a), estrella con un total de 48 pernos (b) y rombo con un total de 56 pernos (c).

4.2. Automatización del análisis paramétrico

Hoy en día, sobre todo con la aparición de los programas informáticos modernos, la ingeniería y construcción se relaciona y depende, fundamentalmente, de la informática, siendo, cada vez más, una competencia indispensable y de las más valoradas en un ingeniero [39]. El siguiente paso en la evolución, sobre todo en el ámbito de simulaciones de materiales, parece estar orientado hacia la parametrización de las características de los modelos, tanto a nivel de materiales y geometría como de automatización de cálculo. Para ello, se requieren los conocimientos de las dos vertientes antes pronunciadas y, de esa forma, reducir el tiempo invertido en la ejecución de los modelos, especialmente si se trata, como en este caso, de modelizar 243 modelos mediante la variación de cinco parámetros entre tres valores.

En este artículo se expone, como novedad, la implementación de la parametrización del modelo para automatizar el cálculo de todos ellos en vez de forma individual, y ha sido realizado con el editor de texto y código fuente Notepad++ y el lenguaje de programación Python [40], único formato con el que trabaja el software de elementos finitos ABAQUS [29]. Mediante Python se puede programar un código que realice los procesos y pasos en ABAQUS que sean necesarios para el desarrollo en todas las fases; puesta a cálculo y recogida de datos del modelo, así como su parametrización y automatización. Existen dos posibilidades de automatizar el proceso y ahorrar tiempo de ejecución

de modelos, la primera es que se calcule un modelo al finalizar el anterior y, la segunda, es por tandas. Además, una vez el código ha sido escrito y para una mayor facilidad con el usuario, éste puede elegir el rango e intervalos de parametrización. Esto es muy útil y a la vez peligroso en lo relativo a la sobrecarga computacional, debido a que en la segunda forma de automatización es el usuario el que marca el límite y no debe sobrepasar el límite de procesamiento de la computadora usada.

ABAQUS posee una biblioteca inmensa de comandos escritos en Python que son usados en este artículo para la elaboración del código del modelo y su parametrización y automatización. Entre éstos se encuentra el desarrollo de una interfaz de usuario, la cual ha sido implementada para aumentar significativamente la comodidad y el carácter intuitivo de la parametrización y automatización llevadas a cabo. En la figura 9 se muestra la interfaz que se ha programado en Python para automatizar la creación de los modelos numéricos parametrizados en ABAQUS.

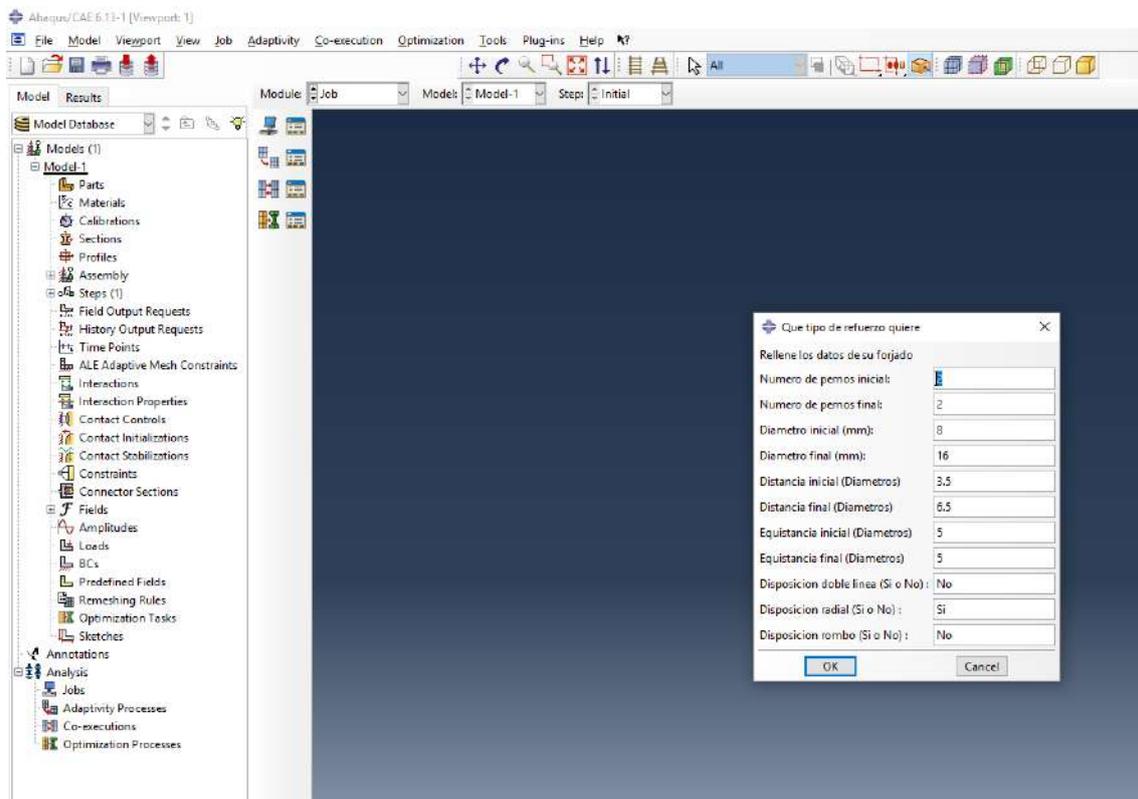


Figura 9. Captura de imagen de la interfaz creada para automatizar la creación de los modelos numéricos parametrizados en ABAQUS.

5. RESULTADOS DEL ANÁLISIS PARAMÉTRICO

En este apartado se muestra el análisis de los resultados más destacables en valor relativo, principalmente, siendo inoportuno e innecesario el análisis de la combinación estricta entre todas las variables. Una vez analizado la influencia de cada parámetro, se mostrará una figura con varias gráficas donde se pueda observar el análisis de una forma más absoluta.

También cabe destacar, que determinados modelos de las disposiciones en estrella y en rombo con pernos de 16 mm de diámetro no han llegado a fallo en los 40 mm de ensayo simulado, por lo que al no haberse determinado el punto de rotura, no se extraerán datos conclusivos a partir de ellos.

La forma de presentar los datos es en forma de tablas multidimensional en las cuales se entrelazan las variaciones de los 5 parámetros. Así, en la Tabla 8 se recogen los resultados de carga última obtenidos, mientras que en la Tabla 9 se recogen los valores de desplazamiento (deflexión) correspondiente a la carga máxima de ensayo.

Tabla 8. Carga última a punzonamiento en función de la geometría de disposición de pernos, distancias *EQ* (entre pernos) y *DI* (entre soporte y pernos), diámetro y número de pares de pernos frente a cada cara de soporte.

		Ultimate load (kN)									
		Diameter Ø8 mm			Diameter Ø12 mm			Diameter Ø16 mm			
		Pairs of bolts			Pairs of bolts			Pairs of bolts			
<i>EQ</i>	<i>DI</i>	2	3	4	2	3	4	2	3	4	
DOUBLE LINE (CRUZ)	3.5-Ø	5-Ø	333.9	347.8	366.8	339.2	370.3	393.5	325.9	328.5	326.4
		5-Ø	329.5	357.9	362.8	316	323.1	320.4	314.8	316.5	318
		6.5-Ø	333.9	319.9	327.9	312.7	313.5	314.2	312.7	311.1	308.5
	6.5-Ø	3.5-Ø	333	356.1	375.1	360.2	391.4	398.5	326.3	325.7	320.6
		5-Ø	335.6	355.5	367.8	317.8	322.3	322.2	314.9	317	317.6
		6.5-Ø	360.2	325.9	313.7	321.2	319.5	319.6	315.8	314.6	313.9
	8-Ø	3.5-Ø	342.7	361.2	388.8	365.6	390.4	395.2	329.2	322.4	323.2
		5-Ø	340.4	363.8	368.8	316.5	317.1	317.4	317.7	315.4	315.7
		6.5-Ø	319.9	324.5	326.4	318.7	317.8	317	314.4	312.2	315.5
RADIAL (ESTRELLA)	3.5-Ø	5-Ø	342.5	381.8	379.6	378.4	415.3	460.7	402.3	428.2	460.3
		5-Ø	358.8	379.5	399.9	377.8	395.7	407.3	324.3	340.2	337.2
		6.5-Ø	361.2	386.4	407.2	371.8	378.4	382.9	316.4	327.5	329.1
	6.5-Ø	3.5-Ø	360.4	389.5	402.5	385.3	418.4	449.4	371.3	395.2	333.5
		5-Ø	365.7	387.1	427.2	382.4	385	398.6	322.6	344.9	341.4
		6.5-Ø	360.6	383.9	386.7	367.4	371.2	379.6	323.3	341.8	381.8
	8-Ø	3.5-Ø	362.2	386.2	418	380.8	416.5	446.5	370.2	375.4	380.7
		5-Ø	365.3	404.6	418.7	370.8	372.1	390.3	341.6	348.5	348.5
		6.5-Ø	362.4	362.4	383.8	367.6	363.5	377.3	329.8	328	343
DIAMOND (ROMBO)	3.5-Ø	5-Ø	337.7	365.4	389.9	357	393.9	429.7	380.8	396.7	413.8
		5-Ø	334.8	375.2	398.5	358.9	410.7	453.3	324.9	351.5	356.8
		6.5-Ø	346.9	378.5	407.7	350.8	406.2	455.3	328.9	344.6	352.6
	6.5-Ø	3.5-Ø	342.7	389.5	405.7	367.5	406.8	460	372.5	379	385.6
		5-Ø	346.4	378	405.4	382.4	421.6	484.5	328	349.8	353.4
		6.5-Ø	337.1	383.1	417.4	348.6	400.2	457	330.2	336.5	344.2
	8-Ø	3.5-Ø	347.3	379.8	413.6	375	427.5	496.2	363.2	374.9	376
		5-Ø	354.4	386.9	420.3	362.1	417.4	476.2	332	339.4	344.4
		6.5-Ø	343.5	390.1	399.3	353	408	433.2	319.6	335.4	343.4
		Lowest	←			Ultimate load			→		Highest

Tabla 9. Desplazamiento bajo carga máxima, en función de la geometría de disposición de pernos, distancias *EQ* (entre pernos) y *DI* (entre soporte y pernos), diámetro y número de pares de pernos frente a cada cara de soporte.

		Ultimate displacement (mm)									
		Diameter Ø8 mm			Diameter Ø12 mm			Diameter Ø16 mm			
		Pairs of bolts			Pairs of bolts			Pairs of bolts			
<i>EQ</i>	<i>DI</i>	2	3	4	2	3	4	2	3	4	
DOUBLE LINE (CRUZ)	5·Ø	3.5·Ø	27.65	23.01	22.98	21.04	23.87	27.84	28.90	31.27	28.26
		5·Ø	25.91	29.22	28.30	28.21	29.21	28.06	28.11	31.35	27.78
		6.5·Ø	27.65	28.56	30.17	27.32	27.04	28.05	28.31	27.86	30.07
	6.5·Ø	3.5·Ø	22.97	21.78	23.28	25.98	29.63	29.13	30.58	28.88	26.85
		5·Ø	26.98	27.90	29.34	28.91	30.62	29.48	28.08	32.53	28.86
		6.5·Ø	25.98	31.23	32.21	30.95	29.37	30.33	33.43	31.37	28.51
	8·Ø	3.5·Ø	26.33	22.34	22.98	27.06	30.51	30.29	31.07	33.17	32.09
		5·Ø	26.34	29.57	28.50	28.17	27.68	28.00	32.91	33.84	32.34
		6.5·Ø	28.98	30.14	29.10	31.54	29.73	29.40	28.29	29.51	32.23
RADIAL (ESTRELLA)	5·Ø	3.5·Ø	19.84	22.79	20.98	20.83	19.73	20.63	26.36	29.51	33.13
		5·Ø	23.88	22.53	21.09	26.63	26.46	27.61	31.16	40.00	32.22
		6.5·Ø	25.40	26.08	28.11	28.09	26.64	26.72	31.38	34.05	30.09
	6.5·Ø	3.5·Ø	24.52	22.34	18.61	22.03	22.74	25.70	27.89	40.00	33.03
		5·Ø	24.28	23.14	22.45	28.87	28.02	32.30	28.78	40.00	36.00
		6.5·Ø	26.02	27.55	26.31	28.85	30.25	31.52	33.99	40.00	40.00
	8·Ø	3.5·Ø	22.02	23.22	21.59	24.65	25.64	28.81	28.22	33.72	40.00
		5·Ø	24.28	25.26	23.90	30.54	30.22	34.97	40.00	40.00	40.00
		6.5·Ø	27.31	25.55	28.54	32.70	29.97	33.87	40.00	40.00	40.00
DIAMOND (ROMBO)	5·Ø	3.5·Ø	23.35	20.61	19.10	22.26	17.55	15.17	24.70	29.29	27.29
		5·Ø	20.35	21.68	19.11	27.17	24.79	21.33	29.78	40.00	36.68
		6.5·Ø	26.99	23.72	21.09	27.09	27.62	25.84	40.00	40.00	40.00
	6.5·Ø	3.5·Ø	23.34	21.47	17.90	22.06	17.72	19.10	30.59	35.18	27.74
		5·Ø	23.24	20.17	17.20	28.87	25.79	23.34	35.70	40.00	34.89
		6.5·Ø	25.38	24.16	22.17	28.80	26.48	26.35	40.00	40.00	37.27
	8·Ø	3.5·Ø	23.43	18.87	16.30	23.67	20.07	19.73	26.37	30.22	27.34
		5·Ø	26.73	20.30	19.18	27.17	25.69	25.05	36.16	40.00	40.00
		6.5·Ø	27.16	26.73	30.21	27.61	28.37	25.29	30.05	40.00	40.00
		Highest	←			Ultimate displacement			→		Lowest

En las Tablas 8 y 9 se emplea una escala de color para poder apreciar cómodamente la progresión de los resultados obtenidos. En la Tabla 8 los resultados más bajos obtenidos para la carga última se representan sombreados en tonos rojos, mientras que los valores más elevados se representan sombreados en tonos verdes. Por lo tanto, puede apreciarse que la configuración de refuerzo con pernos más efectiva es claramente la del rombo, con cuatro pares de pernos de 12 mm de diámetro frente a cada cara de pilar (lo que arroja un total de 48 pernos), con una distancia de 3.5·Ø (42 mm) entre el primer grupo de pernos y la cara del soporte, y separaciones posteriores de 8·Ø (96 mm). Este diseño daría como resultado una capacidad de 496.2 kN frente al fallo por punzonamiento.

Por otro lado, la ductilidad y capacidad de aviso del diseño son propiedades relevantes y puede entenderse que van asociadas a la capacidad de deformación en el agotamiento. En este sentido, la Tabla 9 vendría a contradecir la conclusión parcial obtenida en la Tabla 8, puesto que aquel diseño que poseía la máxima capacidad tiene un desplazamiento asociado pequeño en comparación con otras soluciones y, por consiguiente, menor ductilidad. Una lectura comparada de ambas Tablas 8 y 9 permitiría anticipar que la configuración en estrella ofrece una solución de compromiso intermedia entre valores altos de carga última y valores moderados-elevados de desplazamiento bajo carga máxima. Especialmente notable sería el diseño con pernos de diámetro 12 mm en estrella, disponiendo 4 parejas frente a cada cara de pilar y con separaciones $DI = 5 \cdot \varnothing$ (60 mm) y $EQ = 6.5 \cdot \varnothing$ (78 mm); este caso ofrece una capacidad a punzonamiento de casi 400 kN y un desplazamiento bajo carga máxima asociado superior a 30 mm.

6. CONCLUSIONES

La creación de modelos de elementos finitos en ABAQUS ha servido el propósito de estudiar el comportamiento de distintas configuraciones de refuerzo en conexiones losa-pilar frente al fallo por punzonamiento. Las variables clave de la simulación de propiedades y modos de fallo de los materiales implicados (especialmente, el hormigón) pudieron ser previamente calibradas para demostrar su ajuste a los resultados obtenidos en ensayos experimentales a escala real disponibles en la revisión bibliográfica.

A fin de poder llevar a cabo un análisis paramétrico para estudiar cómo influyen hasta cinco variables de diseño, fue necesario crear y analizar más de 240 modelos numéricos. Esta fase fue llevada a cabo gracias a la creación de una interfaz en Python para poder parametrizar la creación de los modelos en ABAQUS, lo que permitió automatizar el proceso de creación, análisis y recuperación de resultados.

Las principales conclusiones del estudio paramétrico son las siguientes:

- En la práctica habitual, las separaciones entre pernos y la separación entre pernos y columna son proporcionales al diámetro de los pernos de conexión. Ello implica que un diseño que escoja pernos de 16 mm de diámetro se extenderá en una mayor área que diseños afines pero con pernos más pequeños. Como consecuencia, los diseños con un tamaño grande de perno pueden llegar a extenderse más allá del perímetro crítico en torno a los bordes de apoyo contra el pilar. Esta circunstancia tiene como consecuencia que la carga última pueda ser paradójicamente inferior a diseños iguales pero con pernos de menor diámetro.
- Por lo general, un mayor número de pernos conlleva una mayor capacidad a punzonamiento. Sin embargo, si se emplean pernos de 16 mm, el incremento en carga última puede ser menos significativo en las configuraciones en estrella y en rombo, e incluso podría llegar a ser perjudicial en la configuración en cruz. La razón para ello puede estribar en cuál sería el número efectivo de pernos dentro del perímetro crítico. Dado que la configuración en rombo es la de mayor densidad de pernos, es por ello que es la menos afectada.
- En el caso del desplazamiento bajo carga máxima, la adición de un tercer par de pernos frente a cada cara de pilar no tenía por lo general un efecto significativo. Y de hecho, al incrementar a un cuarto par de pernos frente a cada cara, se observó que ello podía dar lugar a una pérdida de capacidad de desplazamiento, especialmente en la configuración en rombo.

- En términos de las separaciones entre la columna y el primer par de pernos (distancia DI), los modelos que exhibieron mayor capacidad última fueron aquellos con un valor de cinco veces el diámetro del perno. Para $DI = 3.5 \cdot \emptyset$, el diseño no llegaba a reforzar efectivamente el perímetro crítico. Y para $DI = 6.5 \cdot \emptyset$ era probable en algunos casos que un número significativo de pernos cayeran fuera del mismo. Por lo que respecta al desplazamiento bajo carga máxima, a medida que DI se incrementa, aquél se reducía debido, probablemente a una insuficiente densidad de refuerzo alrededor de la columna.
- La separación entre parejas de pernos (distancia EQ) no parece tener una influencia decisiva en la capacidad última frente a punzonamiento.
- Las configuraciones en estrella y en rombo poseen mayor densidad de pernos que la disposición en cruz. La geometría en rombo tiene la mayor densidad dentro del perímetro crítico y, por lo tanto, a medida que DI se reduce, la densidad de refuerzo en el perímetro crítico aumenta y el desplazamiento bajo carga máxima se reduce al ser la estructura más rígida. Concretamente, los valores más altos de carga máxima están en general asociados a $DI = 5 \cdot \emptyset$, lo que viene a refrendar las anteriores conclusiones. Sin embargo, es la configuración en rombo la que ofrece menor ductilidad. Por todo ello, la configuración en estrella ofrece una solución de compromiso, con mayor capacidad de carga que la disposición en cruz y mayor capacidad de deformación que la disposición en rombo.
- Aunque el manejo del código en ABAQUS es complicado, pues requiere técnicas y conocimientos profundos tanto desde el punto de vista del ingeniería estructural como desde el punto de vista de la programación informática, esta competencia es extremadamente útil para el desarrollo de modelos, especialmente cuando se pretenden abordar estudios paramétricos que implican un número elevado de alternativas. Aunque haya que invertir una gran cantidad de tiempo en la creación del código, éste se compensa ampliamente al no tener que crear cada modelo uno a uno.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo desean expresar su agradecimiento a la Universidad Politécnica de Valencia, que nos ha permitido emplear su licencia de uso del software ABAQUS. Mención especial merecen el Dr. Vicente Albero y el Dr. David Pons por su asistencia y consejos sobre las capacidades de uso de este software.

REFERENCIAS

- [1] M. Fernández-Ruiz, A. Muttoni, and J. Kunz, "Strengthening of flat slabs against punching shear using post-installed shear reinforcement," *ACI Struct. J.*, vol. 107, no. 4, pp. 434–442, 2010.
- [2] B. Adetifa and M. A. Polak, "Retrofit of slab column interior connections using shear bolts," *ACI Struct. J.*, vol. 102, no. 2, pp. 268–274, 2005.
- [3] S. Lips, M. Fernández-Ruiz, and A. Muttoni, "Experimental investigation on punching strength and deformation capacity of shear-reinforced slabs," *ACI Struct. J.*, vol. 109, no. 6, pp. 889–900, 2012.

- [4] H. Marzouk and A. Hussein, "Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs," *ACI Structural Journal*, vol. 88, no. 6. pp. 701–713, 1991.
- [5] M. A. Polak, "Modeling punching shear of reinforced concrete slabs using layered finite elements," *ACI Struct. J.*, vol. 95, no. 1, pp. 71–80, 1998.
- [6] A. S. Genikomsou and M. A. Polak, "Finite element analysis of a reinforced concrete slab-column connection using ABAQUS," in *Structures Congress 2014*, 2014, pp. 813–823.
- [7] A. Genikomsou and M. A. Polak, "Damaged plasticity modelling of concrete in finite element analysis of reinforced concrete slabs," in *Proceedings of the 9th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, 2016.
- [8] A. S. Genikomsou and M. A. Polak, "Finite element analysis of RC flat slabs with different amount and placement of shear bolts," in *American Concrete Institute, ACI Special Publication*, 2017, vol. 2017-Janua, no. SP 321, pp. 80–98.
- [9] A. Wosatko, J. Pamin, and M. A. Polak, "Application of damage–plasticity models in finite element analysis of punching shear," *Comput. Struct.*, vol. 151, pp. 73–85, 2015.
- [10] R. de Borst and P. Nauta, "Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model," *Eng. Comput.*, vol. 2, no. 1, pp. 35–46, 1985.
- [11] M. Cervera, E. Hinton, and O. Hassan, "Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements," *Comput. Struct.*, vol. 25, no. 6, pp. 845–869, Jan. 1987.
- [12] I. A. E. M. Shehata and P. E. Regan, "Punching in R.C. slabs," *J. Struct. Eng.*, vol. 115, no. 7, pp. 1726–1740, Jul. 1989.
- [13] J. Shu, M. Plos, K. Zandi, M. Johansson, and F. Nilenius, "Prediction of punching behaviour of RC slabs using continuum non-linear FE analysis," *Eng. Struct.*, vol. 125, pp. 15–25, 2016.
- [14] P. Menétrey, R. Walther, T. Zimmermann, K. J. Willam, and P. E. Regan, "Simulation of punching failure in reinforced-concrete structures," *J. Struct. Eng.*, vol. 123, no. 5, pp. 652–659, 1997.
- [15] P. Menétrey, "Synthesis of punching failure in reinforced concrete," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 24, no. 6, pp. 497–507, Dec. 2002.
- [16] H. Guan, "Prediction of punching shear failure behaviour of slab-edge column connections with varying opening and column parameters," *Adv. Struct. Eng.*, vol. 12, no. 1, pp. 19–36, 2009.
- [17] B. Belletti, J. C. Walraven, and F. Trapani, "Evaluation of compressive membrane action effects on punching shear resistance of reinforced concrete slabs," *Eng. Struct.*, vol. 95, pp. 25–39, Jul. 2015.
- [18] M. M. G. Inácio, A. F. O. Almeida, D. M. V Faria, V. J. G. Lúcio, and A. P. Ramos, "Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement," *Eng. Struct.*, vol. 103, pp. 275–284, 2015.
- [19] P. A. Calderón, J. M. Adam, S. Ivorra, F. J. Pallarés, and E. Giménez, "Design strength of axially loaded RC columns strengthened by steel caging," *Mater. Des.*, vol. 30, no. 10, pp. 4069–4080, 2009.
- [20] E. El-Salakawy, K. Soudki, and M. A. Polak, "Punching shear behavior of flat slabs strengthened with fiber reinforced polymer laminates," *J. Compos. Constr.*, vol. 8, no. 5, pp. 384–392, 2004.
- [21] C. Durucan and Ö. Anil, "Effect of opening size and location on the punching shear behavior of interior slab-column connections strengthened with CFRP strips," *Eng. Struct.*, vol. 105, pp.

- 22–36, 2015.
- [22] N. Lawler and M. A. Polak, “Development of FRP shear bolts for punching shear retrofit of reinforced concrete slabs,” *J. Compos. Constr.*, vol. 15, no. 4, pp. 591–601, 2011.
- [23] M. A. Polak and N. Lawler, “Application of FRP for punching shear retrofit of concrete slab-column connections,” in *Advances in FRP Composites in Civil Engineering - Proceedings of the 5th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering, CICE 2010*, 2011, pp. 854–857.
- [24] M. H. Meisami, D. Mostofinejad, and H. Nakamura, “Punching shear strengthening of two-way flat slabs with CFRP grids,” *J. Compos. Constr.*, vol. 18, no. 2, p. 04013047, Apr. 2014.
- [25] J. Kunz, M. Fernández-Ruiz, and A. Muttoni, *Enhanced safety with post-installed punching shear reinforcement*, no. 1. London: Taylor & Francis Group, 2008.
- [26] K. Pilakoutas and X. Li, “Alternative shear reinforcement for reinforced concrete flat slabs,” *J. Struct. Eng.*, vol. 129, no. 9, pp. 1164–1172, 2003.
- [27] T. X. Dam and J. K. Wight, “Flexurally-triggered punching shear failure of reinforced concrete slab-column connections reinforced with headed shear studs arranged in orthogonal and radial layouts,” *Eng. Struct.*, vol. 110, pp. 258–268, 2016.
- [28] H. M. F. Elbakry and S. M. Allam, “Punching strengthening of two-way slabs using external steel plates,” *Alexandria Eng. J.*, vol. 54, no. 4, pp. 1207–1218, 2015.
- [29] “ABAQUS.” 2014.
- [30] O. Mirza and B. Uy, “Behaviour of headed stud shear connectors for composite steel–concrete beams at elevated temperatures,” *J. Constr. Steel Res.*, vol. 65, no. 3, pp. 662–674, Mar. 2009.
- [31] Y. T. Obaidat, S. Heyden, and O. Dahlblom, “The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted RC beams with FEM,” *Compos. Struct.*, vol. 92, no. 6, pp. 1391–1398, 2010.
- [32] B. Alfarah, F. López-Almansa, and S. Oller, “New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures,” *Eng. Struct.*, vol. 132, pp. 70–86, 2017.
- [33] D. C. Drucker and W. Prager, “Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design,” *Q. Appl. Math.*, vol. 10, no. 2, pp. 157–165, 1952.
- [34] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, and E. Oñate, “A plastic-damage model for concrete,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 25, no. 3, pp. 299–326, 1989.
- [35] J. Lee and G. L. Fenves, “Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures,” *J. Eng. Mech.*, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.
- [36] CEB-FIP, *Model Code for Concrete Structures 2010*. 2013.
- [37] A. Hillerborg, M. Modéer, and P. E. Petersson, “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements,” *Cem. Concr. Res.*, vol. 6, no. 6, pp. 773–781, Nov. 1976.
- [38] European Committee for Standardisation, *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Madrid: AENOR, 2013.
- [39] V. Albero, A. Espinos, M. L. Romero, A. Hospitaler, G. Bihina, and C. Renaud, “Proposal of a new method in EN1994-1-2 for the fire design of concrete-filled steel tubular columns,” *Eng. Struct.*, vol. 128, pp. 237–255, 2016.
- [40] G. Puri, *Python scripts for Abaqus*. Kan Sasana Printer, 2011.

APLICACIÓN DE OPTIMIZACIÓN KRIGING PARA LA BÚSQUDA DE ESTRUCTURAS ÓPTIMAS ROBUSTAS

V. Yepes¹, V. Penadés-Pla², T. García-Segura³

ABSTRACT

All the structural problems have an associated variability or uncertainty. In the design of structures there are parameters such as the dimensions of the structure, the mechanical characteristics of the materials or the loads that can have variations with respect to the design value. The goal of the robust design optimization is to obtain the design that is optimum and is less sensitive to variations of these uncertain initial parameters. The main limitation of the robust design optimization is the high computational cost required due to the high number of optimizations that must be made to assess the sensitivity of the objective response of the problem. For this reason, kriging model is applied to carry out the optimization process more efficiently. In this work, it is going to apply the robust design optimization on a continuous pedestrian bridge of prestressed concrete and box section.

Keywords: Post-tensioned concrete; Box-girder bridge; Robust design optimization; RDO; Kriging

1. INTRODUCCIÓN

En todos los problemas estructurales existe una variabilidad o incertidumbre asociada. En el diseño de estructuras hay parámetros de diseño como las dimensiones de la estructura, las características mecánicas de los materiales o las cargas de diseño que pueden tener variaciones respecto al valor de diseño. Lo mismo ocurre a la hora de valorar una función objetivo asociada a la estructura. Por un lado, a la hora de diseñar una estructura el valor nominal utilizado es aquel que tiene una baja probabilidad de ocurrir (por ejemplo, la resistencia característica del hormigón es aquella que tiene una probabilidad del 5% de fallo). Además, se asignan coeficientes de seguridad asociados a una probabilidad de fallo determinada. Por otro lado, a la hora de valorar una función objetivo, como el coste [1,2] o algún impacto medio ambiental [3–5], el valor unitario de esta función suele ser la media. Dado este enfoque, la optimización estructural se convierte en una optimización determinista que desprecia los efectos de la incertidumbre asociada. Esto significa que la estructura tiene un comportamiento óptimo solo bajo las condiciones definidas inicialmente, pudiendo la respuesta variar significativamente cuando los valores se alejan de los valores de diseño [6–8].

Al contrario de este enfoque, el diseño probabilístico ha sido estudiado para obtener diseños en los que la variabilidad de las variables y parámetros de entrada influyan lo mínimo posible en la respuesta

¹ Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (España) vyepesp@cst.upv.es.

² Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (España) vipepl2@cam.upv.es (Corresponding autor).

³ Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universitat Politècnica de València (España) tagarse@upv.es.

de salida. A esto se le conoce como diseño robusto [9]. Actualmente existen dos enfoques para abordar el diseño óptimo probabilístico de estructuras: *Reliability-Based Design Optimization* (RBDO) [10] y *Robust Design Optimization* (RDO) [11]. En la RBDO se estudia la probabilidad de fallo a partir de las variaciones de las variables de entrada. En el RDO se estudia aquel diseño que sea menos sensible a las variaciones de las variables de entrada. Este trabajo se centra en el RDO. El diseño robusto fue propuesto por Genichi Taguchi en la década de 1940, y lo aplicó en problemas de optimización en 1980 [12]. Para valorar la robustez, la media y la desviación típica se consideran para definir todas aquellas variables o parámetros de las cuales se quiere minimizar su efecto, y se estudian la media y la desviación típica de la respuesta calculada.

La principal limitación del diseño óptimo robusto es el elevado coste computacional requerido debido al elevado número de optimizaciones que se deben realizar para valorar la sensibilidad de la respuesta del problema. Por este motivo es necesario encontrar metodologías que permitan realizar el proceso de optimización de forma más eficiente. Los metamodelos permiten generar una aproximación matemática en forma de superficie de respuesta a partir de la valoración de unos puntos dentro del espacio de diseño. Esto permite que, una vez generada la superficie de respuesta, la obtención del valor objetivo dado unas variables de entrada sea mucho más rápida. Estas aproximaciones matemáticas o metamodelos ya se han usado para solventar problemas de proceso de RDO [9,13]. De todos estos metamodelos, el modelo Kriging ha demostrado obtener una gran fiabilidad en la valoración de la respuesta debido a su precisión de predicción en funciones no lineales [14]. Penadés-Plà et al. [15] realizó una comparación entre una optimización heurística convencional y una optimización heurística basada en modelos kriging en la que demostró que las soluciones obtenidas mediante la optimización basada en modelos kriging se acercan mucho a las soluciones obtenidas mediante la optimización heurística convencional con un elevado ahorro de coste computacional.

En este trabajo se va a aplicar la metodología de diseño óptimo robusto sobre un puente continuo de hormigón pretensado y sección en cajón. Para obtener esta meta, primero se va a adoptar la aproximación matemática mediante kriging, y posteriormente se va a utilizar el algoritmo de optimización *Simulated Annealing* para obtener el óptimo robusto. Esto se va a aplicar para obtener el puente más económico (menor coste) y con menor variabilidad en la estabilidad estructural (asociada a la flecha del punto central de vano intermedio)

2. DISEÑO ROBUSTO

El diseño óptimo robusto estudia la variación de la función objetivo generada por la incertidumbre de las variables de diseño. Por lo tanto, el objetivo del diseño óptimo robusto (RDO) es alcanzar aquel diseño que tenga el mejor valor de la función objetivo con la menor variación. Esto implica un problema de optimización multi-objetivo en el cual la media y la desviación típica son las funciones objetivos (Eq. 1).

$$\min \{ \mu_{(x,z)}(\quad), \quad \sigma_{(x,z)}(x \quad) \} \quad (1)$$

donde $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son valores determinísticos de las variables de diseño (en caso de ser valores determinísticos) o la media y la desviación típica (en caso de ser valores probabilísticos o random).

Es habitual que la optimización de dos funciones objetivas en el diseño óptimo robusto lleve a soluciones conflictivas. Esto es porque una pequeña variación de las variables de diseño cerca del área del óptimo puede provocar variaciones elevadas en la valoración de la función objetivo. Esta situación lleva a cabo la obtención de una frontera de Pareto como representación de las soluciones óptimas robustas. La figura 1 muestra un ejemplo de las diferencias entre el diseño óptimo y el diseño óptimo robusto en un espacio de diseño de una variable. La solución A corresponde a la solución óptima, y la solución B corresponde a la solución óptima robusta. Se puede observar que la misma variación de la variable de diseño del punto A causa una mayor variación en la función objetivo que en el punto B.

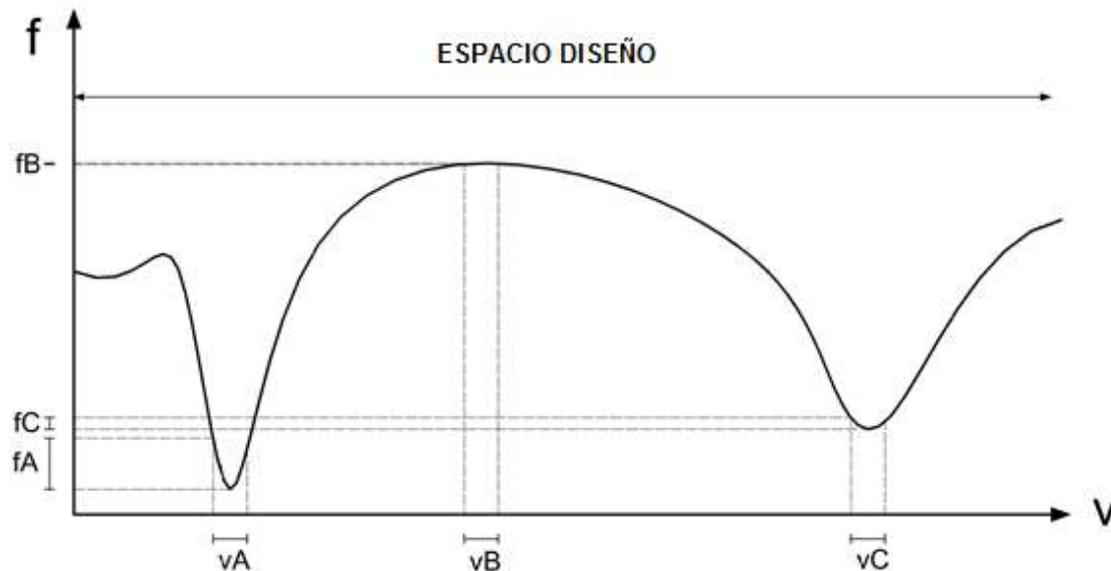


Figura 1. Ejemplo de diseño óptimo robusto

3. DISEÑO ÓPTIMO ROBUSTO USANDO METAMODELOS

3.1. Creación del metamodelo

La base de los metamodelos consiste en construir un modelo matemático aproximado de un modelo de simulación detallado (es decir, un modelo de un modelo), que predice los datos de salida (respuesta objetiva) a partir de los datos de entrada (variables de diseño) en todo el espacio de diseño, de forma más eficiente que los modelos de simulación detallados. El proceso de construcción de un metamodelo se centra en tres partes principales: (a) obtener los puntos iniciales del conjunto de datos de entrada dentro del espacio de diseño, (b) elegir el tipo de metamodelo para construir el modelo matemático aproximado y (c) elegir el modelo de ajuste. Hay un gran número de opciones para llevar a cabo estos pasos [16]. Independientemente de la elección de cada paso, el objetivo principal de la construcción de un metamodelo es obtener un modelo con la mayor precisión posible para predecir la respuesta objetiva.

La elección de los puntos iniciales del conjunto de datos dentro del espacio de diseño se define por el tamaño de la muestra y la posición de los puntos, ya que ambos aspectos influyen en la construcción del modelo. Por un lado, el tamaño de la muestra está fundamentalmente relacionado con el número de variables de diseño. El tamaño de la muestra debe ser mayor con un mayor número de variables de

diseño para la misma precisión del metamodelo, y por lo tanto el costo computacional necesario para construir el modelo será mayor. Por otro lado, una vez definido el tamaño de la muestra, la posición de los puntos debe situarse dentro del espacio de diseño para obtener la mejor información posible. Este proceso se llama Diseño de Experimentos o *Design Of Experiments* (DOE).

El DOE se puede dividir en dos grupos diferentes. El primer grupo agrupa los diseños clásicos, que incluyen los diseños factoriales o fraccionales, los diseños compuestos centrales, los diseños Box-Behnken, los diseños Plackett-Burman, los diseños Koshal y los diseños D-optimal [17]. Estos tipos de diseños tienden a esparcir los puntos de muestra alrededor del borde del espacio de diseño y sólo incluyen unos pocos puntos dentro de él. Los diseños clásicos se utilizan principalmente para construir metamodelos polinómicos. Cuando los puntos de entrada de datos iniciales se utilizaron para construir metamodelos más avanzados, se prefirieron otros diseños, llamados diseños de *space-filling*. Estos tipos de diseños tienden a distribuir los puntos de muestreo por todo el espacio de diseño, por lo que es posible tener en cuenta los fenómenos locales en cualquier región del espacio de diseño. Los diseños de *space-filling* más populares son el muestreo de hipercubos latinos [18], los diseños basados en la distancia [19] y las secuencias de baja discrepancia, que agrupan el muestreo de secuencias de Hammersley [20] y el diseño uniforme [21].

En este trabajo, para generar la muestra, se ha considerado el muestreo de Hipercubo Latino o *Latin Hypercube Sampling* (LHS). La efectividad del hipercubo latino en la estimación de la respuesta objetiva del metamodelo ha sido demostrada en varios trabajos[22,23]. El LHS fue propuesto por McKay et al. en 1979 [18]. Este método determina el número N de intervalos no solapados para cada variable a partir de un número de variables de diseño (v) y un número de puntos del conjunto de datos de entrada inicial (N). Por lo tanto, el espacio de diseño se divide en regiones N^v . Cada punto de muestra se ubicará en una región para que cada punto corresponda a una combinación de diferentes intervalos de cada rango de variables de diseño. De esta manera, cada intervalo de cada rango de variables de diseño sólo se asociará a un punto de muestra. En consecuencia, el LHS garantiza que todas las variables de diseño estén representadas a lo largo de sus respectivas rangos. La Figura 2 muestra un ejemplo con 2 variables de diseño y 8 puntos de datos de entrada iniciales.

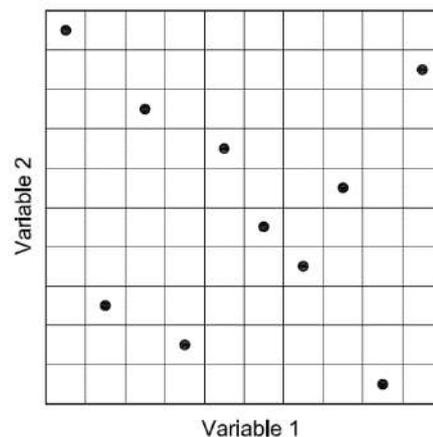


Figura 2. Ejemplo de muestreo de hipercubo latino

Una vez definida la muestra, se obtiene la respuesta objetiva de los puntos iniciales del conjunto de datos de entrada. Toda esta información inicial (entradas y salidas) se utiliza para construir el

metamodelo en todo el espacio de diseño. De esta manera, el metamodelo predice la respuesta objetiva según una función matemática:

$$f(x) = g(x) + \varepsilon \quad (2)$$

donde x son los puntos del conjunto de datos de entrada, $f(x)$ corresponde a la respuesta real (modelo), $g(x)$ representa la respuesta aproximada (metamodelo) y ε representa el error de aproximación. Existen varias formulaciones matemáticas para construir metamodelos con diferentes características [16,24]. Aunque estos metamodelos han sido comparados [23,25,26], no es posible determinar si uno es mejor que los otros, ya que esto depende del problema planteado. Sin embargo, los metamodelos más comunes son la regresión polinómica, las redes neuronales y el kriging [24,27]. El modelo de superficie de respuesta basado en polinomios es a veces difícil de usar en problemas de ingeniería complejos, y el modelo basado en redes neuronales requiere muchos puntos de muestreo y mucho tiempo computacional para el entrenamiento de la red [28]. El modelo de kriging es un metamodelo prometedor, ya que es más flexible que los modelos basados en polinomios y requiere menos tiempo que las técnicas basadas en redes neuronales [25]. Así, este trabajo utiliza la formulación del kriging para construir el metamodelo.

Kriging es un metamodelo que tiene sus orígenes en aplicaciones geoestáticas que involucran datos espacial y temporalmente correlacionados y fue desarrollado por el ingeniero de minas sudafricano llamado Danie Gerhardus Kirge. Más tarde, muchas investigaciones contribuyeron al problema de la predicción espacial óptima, pero el método fue formalizado por Matheron en 1963 [29] quien usó el término kriging en honor a la contribución de Danie Gerhardus Kirge [30]. La idea detrás de kriging es que la respuesta determinista $y(x)$ puede ser descrita como:

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (3)$$

donde $f(x)$ es la función de aproximación conocida, y $Z(x)$ es una realización de un proceso estocástico con media cero, varianza σ^2 y covarianza distinta de cero. El primer término de la ecuación, $f(x)$, es similar a un modelo de regresión que proporciona una aproximación global del espacio de diseño (Eq. 4). El segundo término, $Z(x)$, crea desviaciones locales de modo que el modelo de kriging interpola los puntos iniciales de la muestra (Eq. 5). En muchos casos, $f(x)$ es simplemente un término constante y el método se llama entonces kriging ordinario. Si $f(x)$ se ajusta a 0, lo que implica que la respuesta $y(x)$ tiene una media de cero, el método se denomina kriging simple [31].

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{f(x_i)}{[Z(x_i), Z(x_j)]} R(x, x_j) \quad (4)$$

$$[Z(x_i), Z(x_j)] = R(x_i, x_j) \quad (5)$$

donde la desviación del proceso σ^2 escala la función de correlación espacial $R(x_i, x_j)$ entre dos puntos de datos. En el diseño de ingeniería, la función de correlación gaussiana (Eq. 6) es la función más utilizada [31] que puede definirse con un solo parámetro (θ) que controla el área de influencia de los puntos cercanos [28]. Un bajo θ significa que todos los puntos de la muestra tienen una alta correlación, por lo que el término $Z(x)$ será similar en todo el espacio de diseño. A medida que el valor θ aumenta, los puntos con mayor correlación estarán más cerca, por lo tanto el término $Z(x)$ diferirá dependiendo del punto en el espacio de diseño:

$$R(x) = -\sum_k^m \theta_k^j |x_k^j| \quad (6)$$

Finalmente, cada tipo de metamodelo tiene su método de ajuste asociado. En este caso, la formulación de kriging utiliza la búsqueda del mejor pronosticador lineal imparcial (BLUP). Simpson et al. [24] dieron una revisión detallada de las ecuaciones y métodos de ajuste para los tipos de metamodelos comunes.

3.2. Aplicación del metamodelo para la obtención diseño óptimo robusto

El diseño óptimo robusto se mide por la media (μ) y la desviación típica (σ) de la respuesta objetiva. Para alcanzar estos parámetros estadísticos, se debe realizar el cálculo de un mismo diseño con variación en la incertidumbre del parámetro de diseño. De esta manera, la media se refiere al diseño óptimo, y la desviación típica se refiere al diseño robusto. Por lo tanto, la optimización del diseño óptimo robusto trata de alcanzar la solución que tenga al mismo tiempo el mejor valor medio de la respuesta objetiva y la mínima variación de la respuesta objetiva causada por la incertidumbre de los parámetros de diseño. Esto provoca un elevado coste computacional, prácticamente imposible de alcanzar en los procesos de optimización, ya que para cada iteración se deberían realizar un cálculo probabilístico para obtener la media y la desviación típica, y realizar el cálculo del diseño y la verificación de las restricciones repetidas veces. Por esta razón, el uso de los metamodelos para el problema de diseño óptimo robusto es imprescindible.

Por lo tanto, para definir la superficie del modelo kriging cada punto de la muestra inicial definida por el LHS se calcula un número determinado de veces variando el parámetro de diseño con incertidumbre. De esta forma se obtiene para cada uno de estos puntos un número determinado de respuestas diferentes, con lo que se puede obtener tanto la media (μ) como la desviación típica (σ). A continuación, el modelo kriging se utiliza para la optimización del problema, evitando que en cada iteración se realice el cálculo probabilístico y reduciendo considerablemente el coste computacional.

El problema de la optimización del diseño robusto implica una optimización multiobjetivo. Por lo tanto, esta optimización busca minimizar a la vez la media y desviación típica de la función objetivo (Eq. 1). Todo esto satisfaciendo las restricciones existentes en el problema. Para ello, el algoritmo utilizado para llevar a cabo el problema de optimización es el *Simulated Annealing* (SA) [32] debido a su versátil criterio de aceptación. Muchos trabajos utilizan el SA para llevar a cabo una optimización heurística convencional [33,34]. En este trabajo, la temperatura inicial se calibra siguiendo el método de Medina [35], que propone que la temperatura inicial se reduzca a la mitad cuando el porcentaje de aceptaciones es superior al 40%, y se duplique cuando es inferior al 20%. Después de esto, la temperatura disminuye de acuerdo a un coeficiente de enfriamiento k siguiendo la ecuación $T=k*T$, cuando termina una cadena de Markov. En este trabajo, la calibración reveló que un coeficiente de enfriamiento de 0,8 y una longitud de la cadena de Markov de 1000 son apropiados. El algoritmo termina después de que tres cadenas de Markov no muestran ninguna mejora.

4. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La estructura considerada es un tablero continuo de hormigón para puentes peatonales con tres vanos continuos de 40-50-40 metros de longitud. El ancho del tablero del puente peatonal (B) es de 3 metros. Las otras dimensiones geométricas que definen la sección transversal del tablero del puente

peatonal son variables (Figura 3): canto (h), anchura inferior (b), anchura de la inclinación del alma (d), espesor de la losa superior (e_s), espesor de la sección exterior en voladizo (e_v), espesor de la losa inferior (e_i) y espesor de la losa del alma (e_a). La longitud del enlace (t) se obtiene siguiendo la recomendación de Schlaich y Scheff [36].

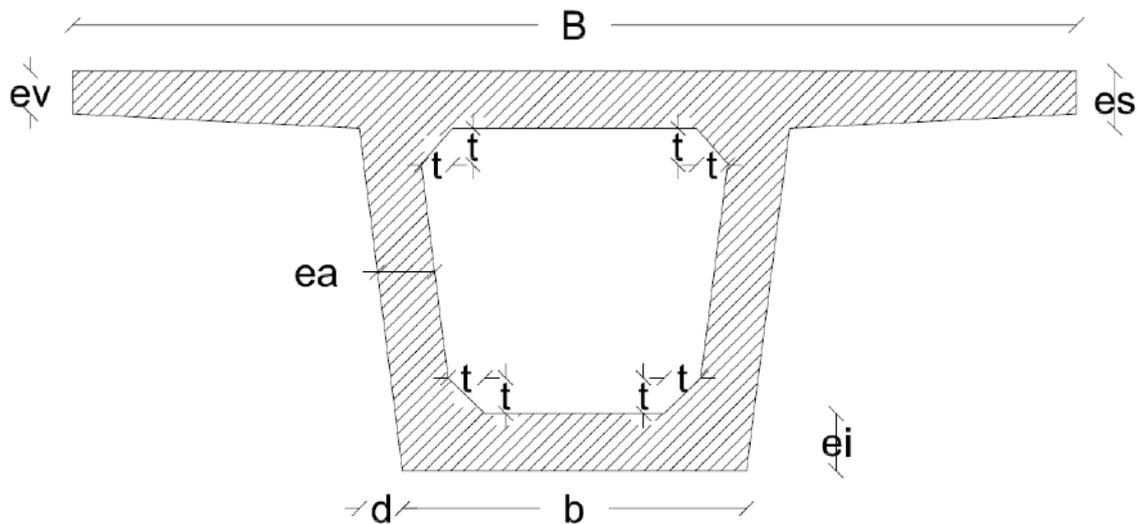


Figura 3. Sección transversal del puente

Además, la resistencia del hormigón (f_{ck}) se considera una variable. El acero pretensado está formado por tendones de 0,6 pulgadas y pretensado a 195,52 kN, y las vainas están distribuidas simétricamente a través de las bandas con una disposición parabólica. La excentricidad máxima se localiza dónde el momento de flexión es el mínimo o máximo (Figura 4), donde la distancia de las vainas a la superficie es de 0,2 metros. Además, la distancia entre los pilares y el punto de inflexión de acero pretensado es del 5% de la longitud de cada vano.

La posición de la armadura pasiva se determina según la figura 5. El refuerzo longitudinal se define por el número de barras por metro y su diámetro, situadas en la losa superior (LRn1, LRØ1), las alas (LRn2, LRØ2, LRn3, LRØ3), las almas (LRn4, LRØ4), la losa inferior (LRn5, LRØ5) y el núcleo interior (LRn6, LRØ6). Además, se considera armadura de refuerzo a flexión. La primera armadura de refuerzo cubre la losa superior de la zona de apoyo (LRØ7) con el mismo número de barras por metro que LRn1, y la segunda armadura de refuerzo cubre la losa inferior en el resto del vano exterior (LRØ8) y el vano central (LRØ9) con el mismo número de barras por metro que LRn5. El refuerzo transversal se define por el diámetro del refuerzo estándar (TRØ1, TRØ2, TRØ3, TRØ4, TRØ5, TRØ6, TRØ7) y la distancia (TRS).

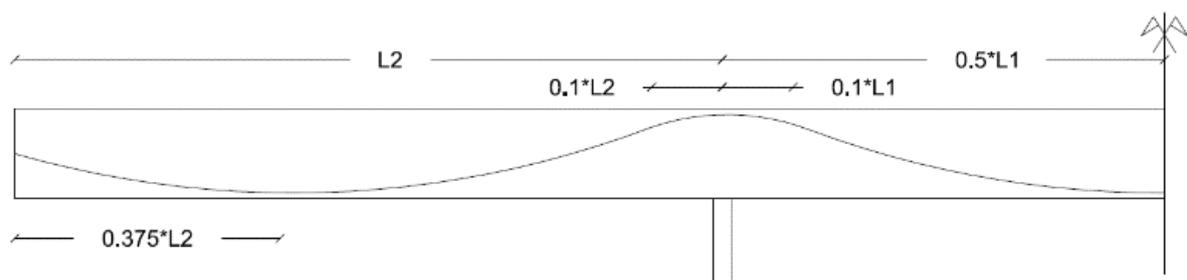


Figura 4. Trazado de cables de acero pretensado

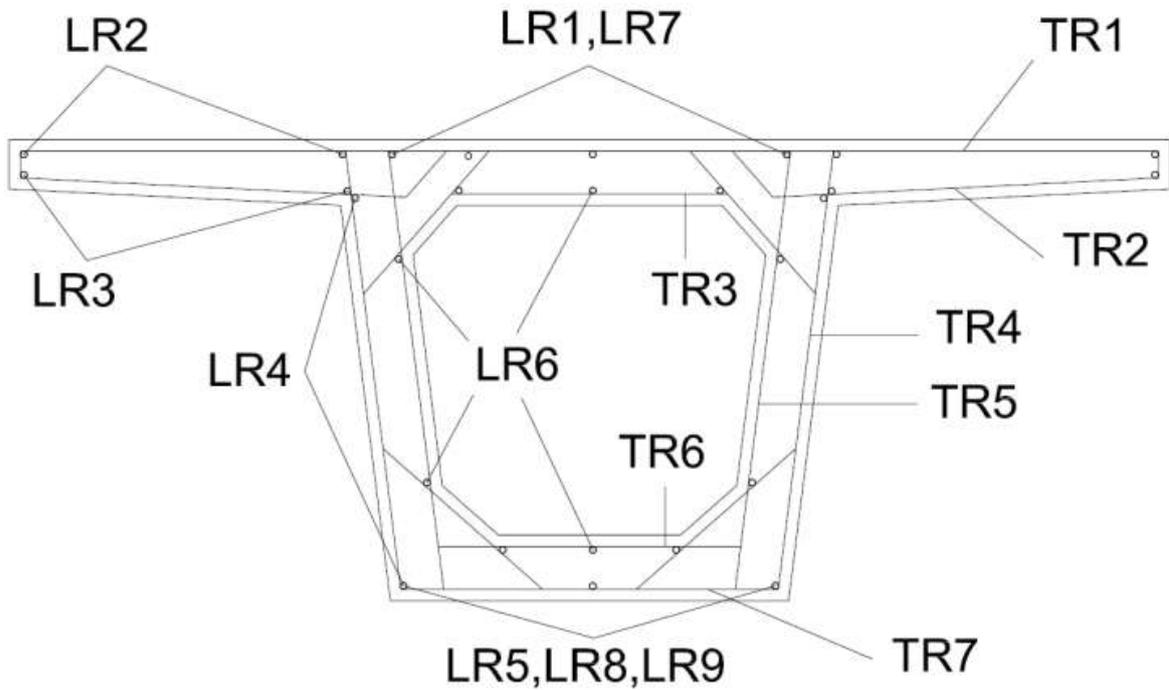


Figura 5. Armadura pasiva

El modelo kriging se ha construido a partir de un LHS de 500 puntos de acuerdo con Penadés-Plà et al. [15], con la función de correlación y regresión la gaussiana y cuadrática respectivamente. En este trabajo, el objetivo es encontrar aquel diseño de puente (características geométricas y resistencia característica), que variando algunas de los parámetros iniciales con incertidumbre, sea óptimo robusto frente a una función objetivo. El parámetro inicial con incertidumbre es el peso propio y el objetivo es encontrar el diseño más económico con menor variabilidad en el comportamiento estructural. Por un lado, el peso propio se ha escogido como parámetro inicial con incertidumbre ya que puede haber variaciones tanto en la densidad del hormigón como en el volumen total de hormigón. Por otro lado, el coste se ha escogido para representar una función objetivo clásica (como podría ser la energía y el CO₂) y el comportamiento estructural se vincula a la flecha en el punto medio del vano central del puente.

Así pues, cada diseño determinado por el LHS se ha calculado 25 veces variando el valor del peso propio de forma uniformemente aleatoria entre 0.9·Peso propio y 1.1·Peso propio (un 10%) [9]. De esta forma se obtienen 25 costes y 25 flechas para cada uno de los diseños del LHS, y por lo tanto es posible obtener la media y la desviación típica de cada una de las funciones objetivo. En este caso de estudio, la optimización multi-objetivo (Eq. 7) se ha reducido a una optimización mono-objetivo (Eq. 8) realizando N optimizaciones diferentes correspondientes a la ecuación A. Estas N optimizaciones diferentes se obtienen asignando N pesos diferentes, donde para w_1 va desde 0 hasta 1 con incrementos de $1/N$, siendo $w_2=1-w_1$.

$$\{ \quad (\quad), \quad (x \quad) \} \quad (7)$$

$$\{ \quad (\quad) \quad (x \quad) \} \quad (8)$$

$$Gi(x \quad) \quad (9)$$

donde $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son valores determinísticos de las variables de diseño (en caso de ser valores determinísticos) o la media y la desviación típica (en caso de ser valores probabilísticos o random).

5. RESULTADOS

Como se ha descrito más ampliamente en el punto anterior, el problema planteado consiste en minimizar la media del coste del puente y la varianza de la respuesta estructural representada por la desviación típica de la flecha en el punto central del vano medio. Para este objetivo, y siguiendo la metodología anteriormente planteada, se ha construido un modelo kriging con 500 puntos iniciales para posteriormente realizar una optimización mediante el algoritmo heurístico *Simulated Annealing*. Esta optimización se ha realizado convirtiendo la optimización multi-objetivo en una optimización mono-objetivo normalizando las dos funciones objetivo (media del coste y desviación típica de la flecha), y asignando pesos relativos a ambos valores. Para una mayor precisión en la frontera de Pareto se han utilizado un vector de pesos de 500 valores, de forma que w_1 va desde 0 hasta 500 con incrementos de $1/500$, y w_2 corresponde a $1-w_1$.

Siguiendo este procedimiento se han obtenido las soluciones mostradas en la Figura 6. El eje X corresponde a la media del coste del puente y el eje Y corresponde a la desviación típica de la flecha en el punto medio del vano central del puente. Se observa que las múltiples optimizaciones realizadas en función de los pesos asignados llegan a muchas soluciones, de las cuales once corresponden a la Frontera de Pareto. La Figura 7 muestra dicha frontera de Pareto.

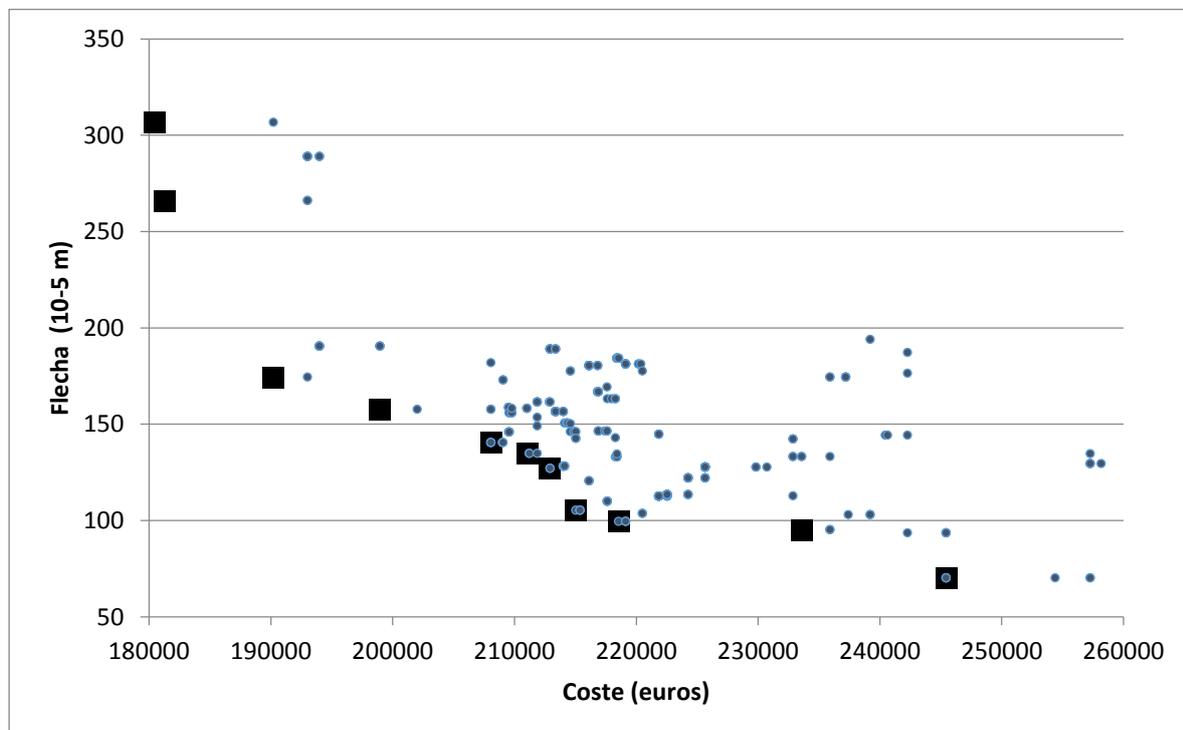


Figura 6. Soluciones optimizadas

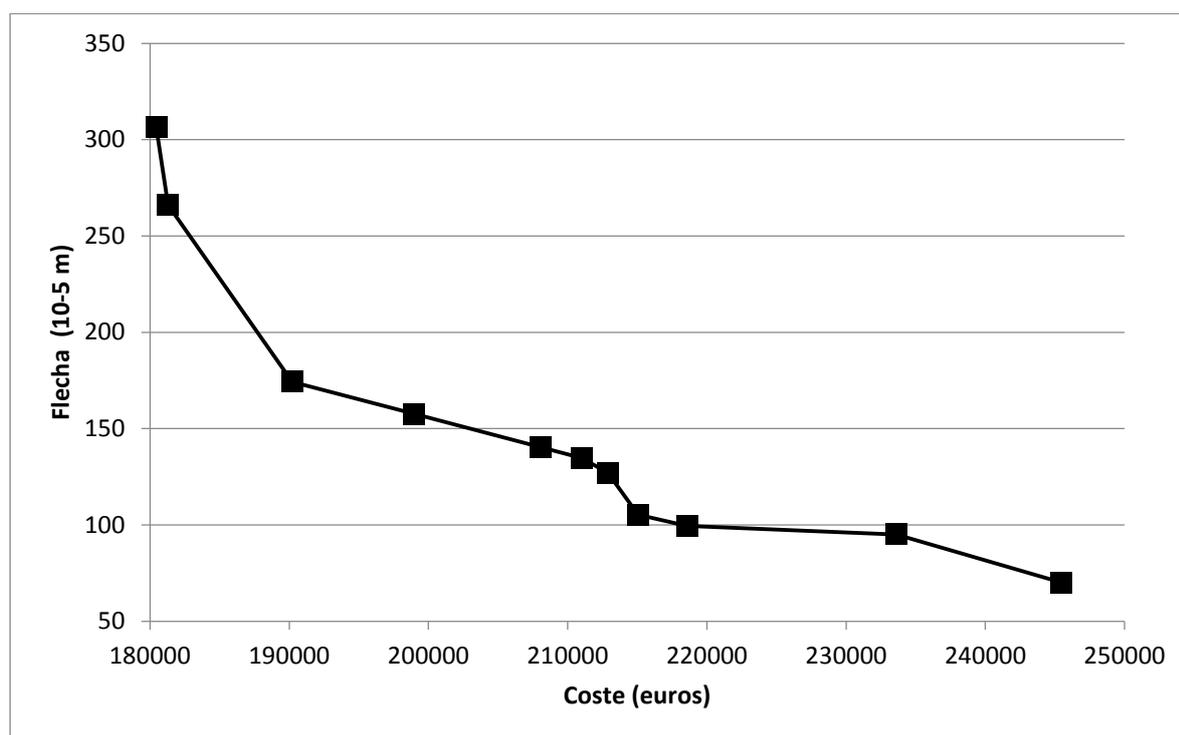


Figura 7. Frontera de Pareto

Una vez obtenida la frontera de Pareto que determina las soluciones óptimas frente a coste y robustas frente al comportamiento estructural, la elección de una de ellas se convierte en un problema de toma de decisiones. Existen multitud de métodos para realizar la toma de decisiones, no obstante, en este caso se han señalado 3 alternativas diferentes (Tabla 1). La alternativa 1 corresponde con la de mejor valor medio del coste (la más barata), la alternativa 3 corresponde con la de mejor valor de desviación típica de la flecha (la que mejor comportamiento estructural tiene), y la alternativa 2 es aquella que más cercana esta al punto positivo ideal normalizado.

Tabla 1. Soluciones de la frontera de Pareto

Alternativa	b	h	d	e_v	e_s	e_a	e_i	f_{ck}	t	μ Coste (€)	σ Flecha (m)
1	1600	1250	0	150	175	375	225	50	225	180441.89	3.07E-03
2	1350	1500	0	150	250	350	250	100	250	208099.77	1.40E-03
3	1350	2000	0	225	275	350	250	100	250	245455.87	7.01E-04

6. CONCLUSIONES

EL diseño óptimo robusto estudia el diseño que sea óptimo y menos sensible a las variaciones de los parámetros inciertos de entrada. En este trabajo se ha querido encontrar el puente peatonal de hormigón pretensado y sección en cajón óptimo frente al coste y robusto frente al comportamiento estructural (obtenido indirectamente mediante la flecha en el punto medio del vano central). Para ello, se ha propuesto una metodología utilizando el LHS y el metamodelo kriging para resolver, de forma eficiente, el problema de cuantificación de incertidumbre de la función objetivo en la optimización.

Para llevar a cabo este propósito, en primer lugar se ha generado una superficie de respuesta del modelo kriging a partir de 500 puntos iniciales dados por el LHS, en los cuales se variaba 25 veces el peso propio de forma que se defina tanto la media como la desviación típica de las funciones objetivo. Una vez definida la superficie kriging que permite predecir tanto la media del coste como la desviación típica de la respuesta estructural, se han realizado 500 optimizaciones con diferentes combinaciones de pesos de ambas funciones objetivo. Esta optimización probabilística hubiera sido prácticamente imposible de realizar sin el uso del modelo kriging debido al gran coste computacional requerido. Finalmente se ha definido la frontera de Pareto definida por los óptimos de Pareto.

Este procedimiento lleva a una serie de soluciones que son óptimas frente al coste y robustas frente al comportamiento estructural. Es por esto, que la elección de una solución u otra depende de las preferencias del decisor, convirtiéndose en un problema de toma de decisiones. En este caso, si se considera tanto la media del coste como la varianza de la respuesta estructural igual de importantes, se obtiene que el diseño óptimo robusto es la sección con: $b = 1350$ mm, $h = 1500$ mm, $d = 0$ mm, $e_v = 150$ mm, $e_s = 250$ mm, $e_a = 350$ mm, $e_i = 250$ mm, $t = 250$ mm y $f_{ck} = 100$ MPa. Este diseño da un puente con un coste de 208099.77 euros y una desviación típica de la flecha del punto medio del vano central de $1.40E-03$ metros.

Esta metodología permite obtener un diseño que sea óptimo frente a una función objetivo convencional (en este caso el coste), y que a la vez sea estable en su comportamiento estructural frente a las posibles variabilidades de los parámetros de diseño. En este caso se ha querido optimizar el coste de la pasarela, y se ha considerado la flecha del punto medio del vano central como referente para la respuesta estructural. Por otro lado, la variable de diseño inicial a la que se le ha asociado la incertidumbre ha sido el peso propio, ya que puede verse afectado tanto por la variabilidad de las dimensiones geométricas como por la densidad considerada del hormigón. No obstante, esta metodología puede ser aplicada para cualquier caso deseado, ya que la problemática del coste computacional de la optimización probabilística ha sido solventada mediante el uso del metamodelo kriging.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Economía y Competitividad español, así como la financiación del FEDER (Proyecto: BIA2017-85098-R).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Yepes V, Martí JV, García-Segura T, González-Vidosa F. Heuristics in optimal detailed design of precast road bridges. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2017;17. doi:10.1016/j.acme.2017.02.006.
- [2] de Albuquerque AT, El Debs MK, Melo AMC. A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithms. *Automation in Construction* 2012;22:348–56. doi:10.1016/J.AUTCON.2011.09.013.
- [3] Zastrow P, Molina-Moreno F, García-Segura T, Martí J V., Yepes V. Life cycle assessment of cost-optimized buttress earth-retaining walls: A parametric study. *Journal of Cleaner Production* 2017;140:1037–48. doi:10.1016/j.jclepro.2016.10.085.

- [4] Kripka M, Yepes V, Milani C, Kripka M, Yepes V, Milani CJ. Selection of sustainable short-span bridge design in Brazil. *Sustainability* 2019;11:1307. doi:10.3390/su11051307.
- [5] Penadés-Plà V, Martí JV, García-Segura T, Yepes V. Life-cycle assessment: A comparison between two optimal post-tensioned concrete box-girder road bridges. *Sustainability (Switzerland)* 2017;9:1864. doi:10.3390/su9101864.
- [6] Martí J V., García-Segura T, Yepes V. Structural design of precast-prestressed concrete U-beam road bridges based on embodied energy. *Journal of Cleaner Production* 2016;120:231–40. doi:10.1016/j.jclepro.2016.02.024.
- [7] García-Segura T, Yepes V, Martí J V., Alcalá J. Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm. *Latin American Journal of Solids and Structures* 2014;11:1190–205. doi:10.1590/S1679-78252014000700007.
- [8] García-Segura T, Yepes V. Multiobjective optimization of post-tensioned concrete box-girder road bridges considering cost, CO2 emissions, and safety. *Engineering Structures* 2016;125:325–36. doi:10.1016/j.engstruct.2016.07.012.
- [9] Jurecka F, Ganser M, Bletzinger K-U. Update scheme for sequential spatial correlation approximations in robust design optimisation. *Computers & Structures* 2007;85:606–14. doi:10.1016/J.COMPSTRUC.2006.08.075.
- [10] Valdebenito MA, Schuëller GI. A survey on approaches for reliability-based optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2010;42:645–63. doi:10.1007/s00158-010-0518-6.
- [11] Doltsinis I, Kang Z. Robust design of structures using optimization methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2004;193:2221–37. doi:10.1016/J.CMA.2003.12.055.
- [12] Taguchi G. *Introduction to quality engineering*. Tokio: Asian Productivity Organisation; 1986.
- [13] Lee K-H, Kang D-H. A robust optimization using the statistics based on kriging metamodel. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2006;20:1169–82. doi:10.1007/BF02916016.
- [14] Jin R, Du X, Chen W. The use of metamodeling techniques for optimization under uncertainty. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2003;25:99–116. doi:10.1007/s00158-002-0277-0.
- [15] Penadés-Plà V, García-Segura T, Yepes V. Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design. *Engineering Structures* 2019;179:556–65. doi:10.1016/J.ENGSTRUCT.2018.11.015.
- [16] Barton RR, Meckesheimer M. *Metamodel-based simulation optimization*. vol. 13, 2006. doi:10.1016/S0927-0507(06)13018-2.
- [17] Myers RH, Montgomery DC, Anderson-Cook CM. *Response surface methodology: Process and product optimization using designed experiments*. Toronto, Canada: Wiley; 1995.
- [18] McKay MD, Beckman RJ, Conover WJ. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* 1979;21:239–45. doi:10.1080/00401706.1979.10489755.

- [19] Johnson ME, Moore LM, Ylvisaker D. Minimax and maximin distance designs. *Journal of Statistical Planning and Inference* 1990;26:131–48. doi:10.1016/0378-3758(90)90122-B.
- [20] Kalagnanam JR, Diwekar UM. An efficient sampling technique for off-line quality control. *Technometrics* 1997;39:308. doi:10.2307/1271135.
- [21] Fang K-T, Lin DKJ, Winker P, Zhang Y. Uniform design: Theory and application. *Technometrics* 2000;42:237. doi:10.2307/1271079.
- [22] Chuang CH, Yang RJ, Li G, Mallela K, Pothuraju P. Multidisciplinary design optimization on vehicle tailor rolled blank design. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2008;35:551–60. doi:10.1007/s00158-007-0152-0.
- [23] Jin R, Chen W, Simpson TW. Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2001;23:1–13. doi:10.1007/s00158-001-0160-4.
- [24] Simpson TW, Poplinski JD, Koch PN, Allen JK. Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations. *Engineering with Computers* 2001;17:129–50. doi:10.1007/PL00007198.
- [25] Li YF, Ng SH, Xie M, Goh TN. A systematic comparison of metamodeling techniques for simulation optimization in decision support systems. *Applied Soft Computing* 2010;10:1257–73. doi:10.1016/J.ASOC.2009.11.034.
- [26] Kim B-S, Lee Y-B, Choi D-H. Comparison study on the accuracy of metamodeling technique for non-convex functions. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2009;23:1175–81. doi:10.1007/s12206-008-1201-3.
- [27] Bäckryd RD, Ryberg A-B, Nilsson L. Multidisciplinary design optimisation methods for automotive structures. *International Journal of Automotive and Mechanical EngineeringOnline* 2017;14:2229–8649. doi:10.15282/ijame.14.1.2017.17.0327.
- [28] Forrester AIJ, Keane AJ. Recent advances in surrogate-based optimization. *Progress in Aerospace Sciences* 2009;45:50–79. doi:10.1016/J.PAEROSCI.2008.11.001.
- [29] Matheron G. Principles of geostatistics. *Economic Geology* 1963;58:1246–66.
- [30] Cressie N. The origins of kriging. *Mathematical Geology* 1990;22:239–52. doi:10.1007/BF00889887.
- [31] Simpson TW, Mauery TM, Korte J, Mistree F. Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization. *AIAA Journal* 2001;39:2233–41. doi:10.2514/3.15017.
- [32] Kirkpatrick S, Gelatt CD, Vecchi MP. Optimization by simulated annealing. *Science (New York, NY)* 1983;220:671–80. doi:10.1126/science.220.4598.671.
- [33] Camp C V., Huq F. CO₂ and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm. *Engineering Structures* 2013;48:363–72. doi:10.1016/j.engstruct.2012.09.004.
- [34] Martí J V., González-Vidoso F, Yepes V, Alcalá J. Design of prestressed concrete precast road

- bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures* 2013;48:342–52.
doi:10.1016/j.engstruct.2012.09.014.
- [35] Medina JR. Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing. *Journal of Watery, Port, Coastal, and Ocean Engineering* 2001;127:213–21.
- [36] Schlaich J, Scheef H. Concrete box-girder bridges. International Association for Bridge and Structural Engineering, Zürich, Switzerland: 1982.

Application of the Compression Chord Capacity Model to predict the fatigue shear strength of reinforced concrete members without stirrups

Cladera, Antoni¹; Ribas, Carlos²; Oller, Eva³ and Marí, Antonio⁴

ABSTRACT

The Compression Chord Capacity Model (CCCM), previously developed by the authors with other colleagues, is a simplified model for the shear strength prediction of reinforced and prestressed concrete members with and without transverse reinforcement, with I, T or rectangular cross-section, which represents a useful tool for structural design and assessment in engineering practice. The principal advantage of the application of a mechanical model is the possibility to extend it to different cases, without the need of empirical calibrations. According to the CCCM, the shear strength depends on the concrete tensile strength. In this communication, the CCCM is extended to assess the fatigue shear strength of RC members just incorporating the equation proposed in Model Code 2010 for the concrete tensile fatigue strength. A good performance of the model was observed when analysing the ratio V_{test}/V_{pred} through a previously published database, showing a low scatter (COV 14.7 %).

Keywords: fatigue, shear strength, reinforced concrete, mechanical model.

1. INTRODUCCIÓN

La resistencia a cortante de elementos de hormigón armado y pretensado es un tema de constante actualidad a nivel de investigación y, en general, es un tema tratado con diferentes enfoques en las normativas vigentes. La complejidad del comportamiento del ELU a cortante, y la cantidad de variables que intervienen, es muy elevada, lo que ha propiciado que la mayor parte de las normativas opten por enfoques de tipo empírico, especialmente en el caso de elementos sin armadura a cortante.

Sin embargo, en los últimos años se han derivado distintos modelos mecánicos que, en versiones simplificadas, permiten su aplicación de forma sencilla. Un ejemplo es el modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones [1] (CCCM). Este modelo, aun considerando que la resistencia a cortante se debe a cuatro contribuciones principales (cabeza no fisurada, tensiones residuales de tracción en la fisura; y si existe armadura a cortante: efecto pasador de la armadura longitudinal y cortante transmitido por la armadura a cortante), parte de la hipótesis de que la contribución más relevante del hormigón es la de la cabeza comprimida, integrando las otras componentes relativas a la contribución del hormigón de forma implícita.

¹ Departamento de Física. Universitat de les Illes Balears (España). antoni.cladera@uib.es (Corresp. author)

² Departamento de Física. Universitat de les Illes Balears (España). carlos.ribas@uib.es

³ Depart. de Ingenieria Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (España). eva.oller@upc.edu

⁴ Depart. de Ingenieria Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (España). antonio.mari@upc.edu

La ventaja principal de la utilización de un modelo mecánico es que éste puede extenderse frente a diferentes circunstancias sin necesidad de ajustes empíricos, sino teniendo en cuenta el comportamiento básico de los materiales. Al depender la resistencia a cortante en el CCCM de la resistencia a tracción del hormigón, f_{ct} , será posible utilizar este modelo para la determinación del cortante máximo a fatiga introduciendo, únicamente, un modelo de reducción de la resistencia a tracción del hormigón por fatiga.

Es preciso remarcar que el proyecto de determinadas estructuras sometidas a un gran número de ciclos, tales como torres eólicas, estructuras offshore o determinados tableros de puentes, entre otras, puede estar fuertemente condicionado por la rotura a cortante. Desde el inicio de la investigación empírica de la rotura por fatiga a cortante en elementos de hormigón sin armadura transversal [2,3], los modos de rotura se han descrito de forma muy clara. A modo de ejemplo, Rombach y Kohl [4] llevaron a cabo recientemente 20 ensayos a fatiga de vigas de hormigón armado sin armadura a cortante, y concluyeron que la mayor parte de las vigas eran capaces de resistir esfuerzos cortantes elevados incluso tras la formación de fisuras de anchura mayor a 1 mm. En esos casos, los autores destacaron que la transferencia del esfuerzo cortante a través de cortante fricción en la fisura no era posible y la cabeza comprimida era la componente principal de la resistencia a cortante en el estado límite último. Esta hipótesis se confirmaba, según Rombach y Kohl, mediante simulaciones con el método de los elementos finitos que predecían que entre el 76% y el 88% de la resistencia a cortante se transmitía, justo antes de la rotura, a través de la cabeza comprimida. Por tanto, a partir de estas observaciones, parece coherente plantear la extensión del CCCM para el caso de fatiga, sin necesidad de introducir ningún cambio en el planteamiento conceptual del modelo.

En esta comunicación se demostrará que incorporando el modelo de fatiga a tracción del hormigón incluido en el Código Modelo en la ecuación de predicción de la resistencia a cortante del CCCM, se obtienen excelentes resultados entre los valores de cargas máximas predichas y las obtenidas experimentalmente, utilizando para ello una base de datos publicada anteriormente por otros autores [5].

2. RESISTENCIA A CORTANTE SEGÚN EL CCCM

El CCCM es un modelo simplificado derivado de un modelo mecánico más general [6], llamado por los autores, el *Multi-Action Shear Model* (MASM) o modelo multi-componente [7]. El MASM considera explícitamente las contribuciones de la cabeza no fisurada de hormigón (cabeza comprimida), el cortante transferido a través de la fisura crítica debido a las tensiones residuales de tracción, y en el caso de disponer de armadura de cortante, el efecto pasador de la armadura longitudinal y la contribución de la armadura a cortante propiamente dicha.

A fin de facilitar el uso práctico del modelo multi-componente, éste se simplificó, dando lugar al denominado “Modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones”, o CCCM [1], por ser ésta la contribución más relevante que forma parte de lo que generalmente se ha conocido como la contribución del hormigón a la resistencia a cortante.

En el CCCM, la fisura crítica a cortante nace originalmente de una fisura de flexión. Esta fisura se desarrolla inclinada en la zona del alma, hasta alcanzar el eje neutro de flexión, y finalmente se propaga, con menos pendiente, hacia la zona más comprimida de la viga por flexión (Fig. 1).

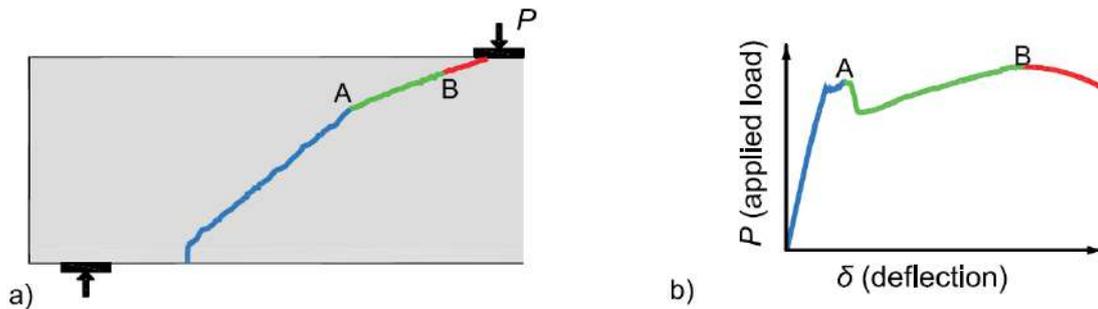


Figura 1. a) Esquema de la trayectoria de una fisura crítica a cortante, siendo A aproximadamente la intersección con el eje neutro. b) Curva esquemática carga/desplazamiento adaptada de [8].

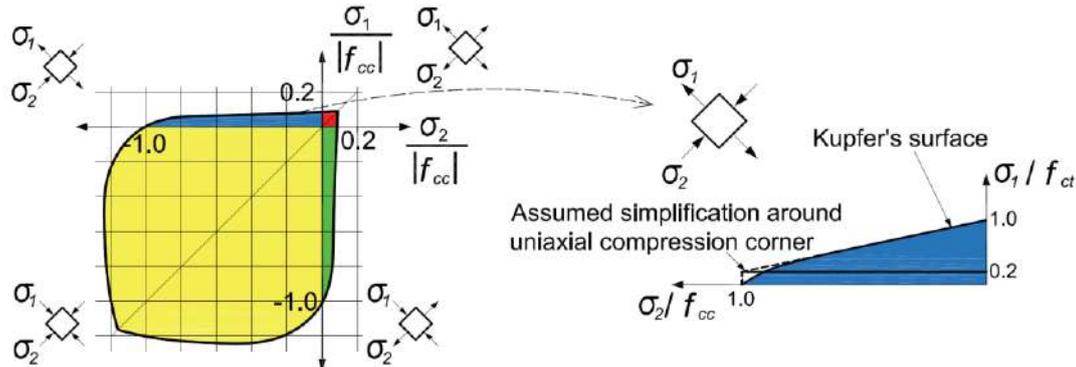


Figura 2. Envoltura de rotura de Kupfer, adaptado de [9].

Conforme la carga aumenta, las fisuras se abren y la contribución del alma se reduce y se concentra en la zona más estrecha de la fisura [7]. Dado que la cabeza de compresiones está sometida a un estado biaxial de tensiones, se asume que la rotura tiene lugar cuando las tensiones principales alcanzan la envoltura de rotura del hormigón propuesta por Kupfer [9] en la rama tracción-compresión (Fig. 2). La rotura tiene lugar, generalmente, para tensiones de compresión inferiores a 0,5 veces la resistencia a compresión, por lo que la rotura depende fuertemente de la resistencia a tracción [10]. La ecuación fundamental para la resistencia a cortante de elementos sin armadura transversal según el CCCM puede escribirse para elementos de hormigón armado de sección rectangular y sin ningún axil aplicado según la Ec. (1).

Tabla 1. Resumen de las ecuaciones del CCCM para vigas rectangulares sin armadura a cortante

Término	Ecuación
Contribución del hormigón	$V_{cu} = 0.3\zeta \frac{x}{d} f_{ck}^{2/3} bd \nless V_{cu,min}$ (1)
Resistencia mínima	$V_{cu,min} = 0.25 \left(\zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{ck}^{2/3} bd$ (2)
Factor	Ecuación
Efecto tamaño y esbeltez	$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.2} \nless 0.45$ (3)
Profundidad relativa eje neutro	$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) \approx 0.75 (\alpha_e \rho_l)^{1/3}$ (4)

El cortante mínimo dado por la Ec. (2) tiene en cuenta que para cantos o cuantías pequeñas (caso de losas macizas, por ejemplo), la contribución del alma debida a las tensiones residuales de tracción en la fisura crítica puede ser mayor que la supuesta en la simplificación hecha al pasar del MASM al CCCM e incorporarla implícitamente en el término V_{cu} .

Las ecuaciones (1) y (2) dependen del término $f_{ck}^{2/3}$, por lo que considerando que la resistencia a tracción de un hormigón convencional, en proyecto, puede considerarse igual a $f_{ct} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3}$, las ecuaciones (1) y (2) pueden reescribirse según:

$$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} f_{ct} b d \leq V_{cu,min} \quad (5)$$

$$V_{cu,min} = 0.833 \left(\zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{ct} b \quad (6)$$

3. FATIGA EN LA RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL HORMIGÓN

El Código Modelo 2010 [11] propone, para hormigón sometido a tracción pura o tracción-compresión con relativamente altas tensiones de tracción, la siguiente curva S/N de comportamiento:

$$\log N = 12 \left(1 - \frac{\sigma_{ct,max}}{f_{ct}} \right) \quad (7)$$

Por tanto, según el Código Modelo 2010 [11], la resistencia a tracción del hormigón disminuye al incrementar el número de ciclos, N (ver Ec. (8) y Figura 3):

$$\sigma_{ct,max} = f_{ct} \left(1 - \frac{\log N}{12} \right) \quad (8)$$

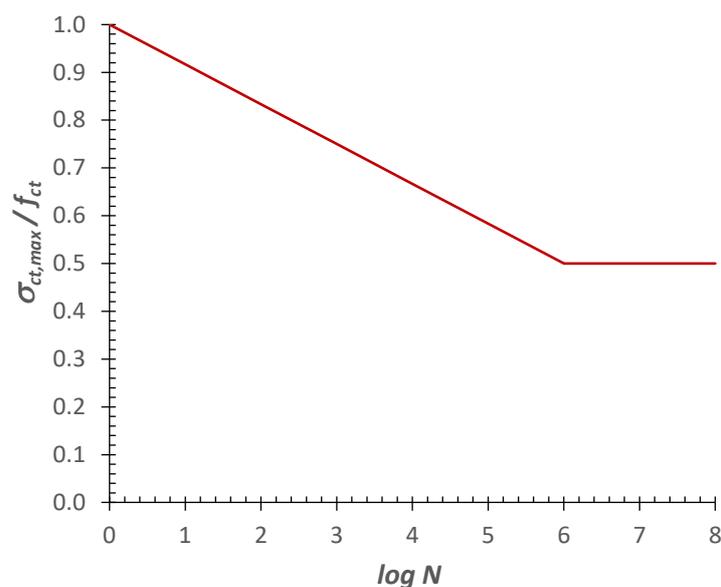


Figura 3. Curva S/N para la resistencia a tracción del hormigón según el Código Modelo 2010 [11].

Nótese que la resistencia a fatiga para el hormigón traccionado se define en términos de un diagrama S/N y no en función de un diagrama de Goodman. Por tanto, el CM2010 no considera la influencia de la amplitud de los ciclos a tracción en la resistencia a fatiga, lo que probablemente sea un aspecto a mejorar en futuras investigaciones. En cualquier caso, el proceso detallado en esta comunicación sería conceptualmente correcto para cualquier otro modelo de resistencia a fatiga del hormigón sometido a tracción. Por otra parte, la curva S/N representada en la Figura 3 incluye un valor asintótico para el valor $\sigma_{ct,max}/f_{ct}$ igual a 0,5, asíntota no presente en la ecuación (8) que es la que aparece exactamente en el Código Modelo. Esta asíntota se ha tenido en cuenta atendiendo a que la mayor parte de investigaciones experimentales llevadas a cabo sobre fatiga a cortante así lo han observado, véase por ejemplo [4,5].

4. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL

Para llevar a cabo la verificación de la propuesta se ha utilizado una base de datos desarrollada y publicada por Fernández-Ruiz et al. [5] de vigas ensayadas a flexión y cortante en las que se produjo una rotura a cortante tras N ciclos de carga. El rango de las principales variables contempladas en los 87 ensayos se resume en la Tabla 2. Es necesario señalar que todas las vigas presentan un canto inferior a 450 mm, por lo que los resultados obtenidos mediante esta base de datos no pueden reflejar el comportamiento obtenido frente al efecto tamaño. Además, en caso de ajustar numéricamente un modelo a esta base de datos, se debería tener mucha precaución ya que las ecuaciones podrían no ser válidas para vigas de cantos elevados, o de baja cuantía de armadura, así como para vigas de hormigón de alta resistencia.

La tabla 3 presenta los datos de ajuste de los resultados experimentales recogidos en la base de datos y la predicción obtenida combinando el modelo CCCM y la disminución de la resistencia a tracción por fatiga según el Código Modelo 2010. Pese a las limitaciones del modelo de fatiga considerado (no tiene en cuenta la amplitud de los ciclos), los resultados obtenidos son muy satisfactorios con un coeficiente de variación igual a 14.7% y un valor del percentil del 5% igual a 0.89. Para llevar a cabo las predicciones del cortante último de rotura necesario para las comparaciones dadas en la tabla 3, el número de ciclos, N , que ha producido la rotura en el ensayo se ha tomado como un dato de entrada, así como la relación entre el cortante máximo y el mínimo mantenida durante el ensayo. De este modo, el modelo permite predecir el cortante máximo que produce la rotura por fatiga en N ciclos. Se trata de un proceso distinto al utilizado en el proyecto de estructuras, pero necesario para poder comparar distintos modelos entre sí.

Tabla 2. Rango de las principales variables en la base de datos considerada [5].

Variable	Min	Max
b_w (mm)	100	400
d (mm)	110	450
f_{cm} (MPa)	14.8	46
ρ_l (%)	0.68	2.9
a/d	3.5	6.4

Tabla 3. Correlación entre valores experimentales y predicciones.

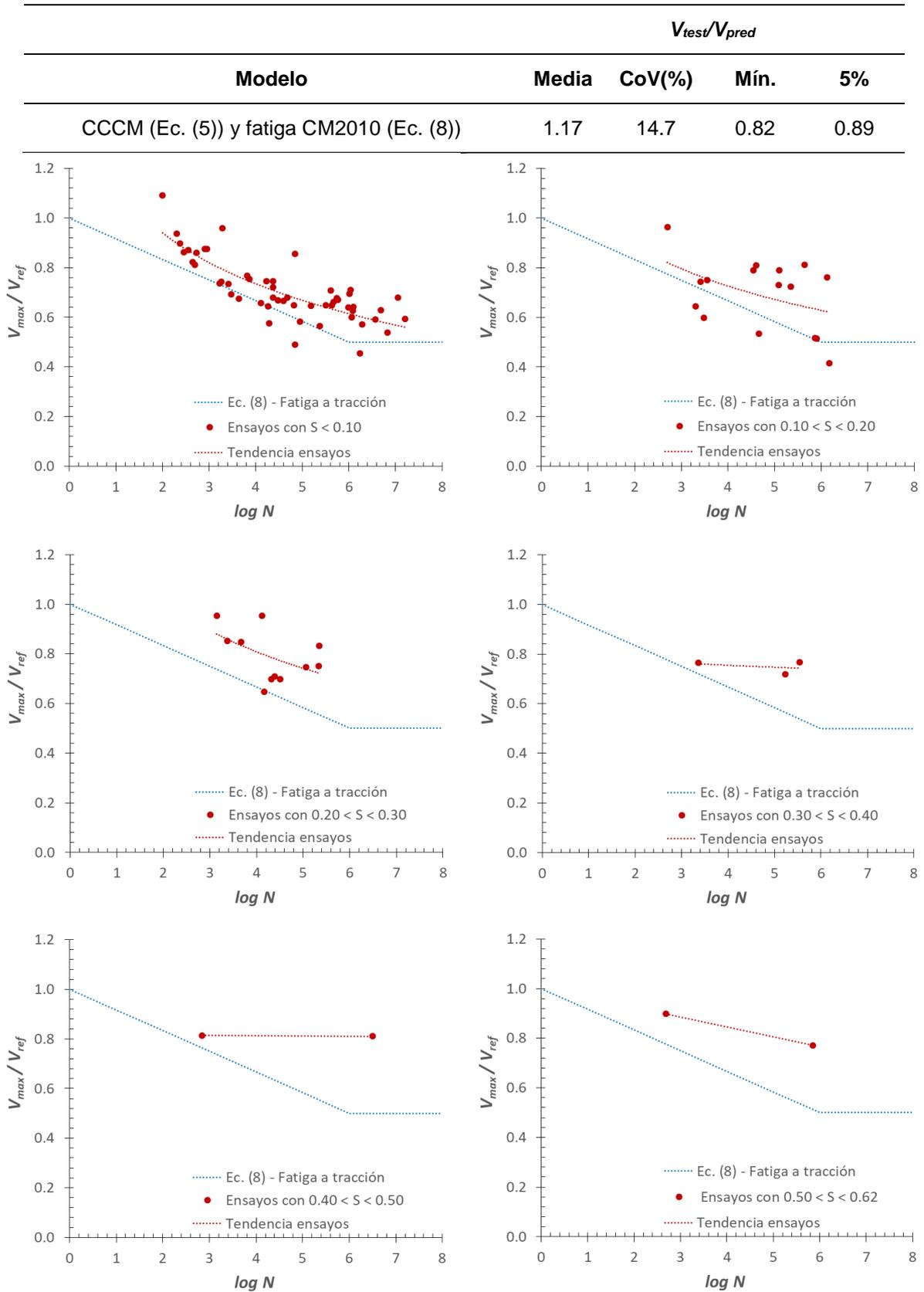


Figura 4. Comparación entre valores experimentales de V_{max}/V_{ref} (puntos rojos, utilizando CCCM para obtención de V_{ref}) y valores predichos (línea azul) en función del $\log N$, para distintos valores de la amplitud ($S = V_{min}/V_{ref}$).

A modo comparativo, y sin pretender iniciar un debate entre distintos modelos, Fernández-Ruiz et al. [5] presentaron un modelo de fatiga a cortante ajustado experimentalmente a esta misma base de datos, y que tomaba como esfuerzo cortante de referencia el dado por la *Critical Shear Crack Theory*. Tal y como puede obtenerse a partir de la referencia [5], en ese caso el coeficiente de variación obtenido era igual a 15.1%, siendo 0.75 el percentil del 5%. Por tanto, en este artículo se ha presentado un modelo que, sin llevar a cabo ningún ajuste empírico sobre la base de datos, ofrece resultados iguales, o algo incluso algo mejores (ver Tabla 3).

En la Figura 4 se presenta gráficamente una comparación entre los resultados experimentales y las predicciones. Los valores experimentales de cortante máximo en los ciclos (V_{max}) se han normalizado teniendo en cuenta, en cada caso, el valor que se obtendría según la CCCM, Ec. (5), si la viga se sometiese a un ensayo cuasi-estático (V_{ref} en figura 4). La curva azul muestra la reducción de resistencia esperada en función del número de ciclos N . Los resultados se han agrupado según distintos valores de ensayo del parámetro $S = V_{min}/V_{ref}$. Valores de S pequeños indican una gran amplitud en el ciclo de carga-descarga, mientras que valores elevados de S indican una menor amplitud. De la gráfica se pueden derivar diversas reflexiones:

- La resistencia a cortante disminuye, sin lugar a dudas, al incrementar el número de ciclos N .
- El número de ensayos para $S > 0.3$ es muy reducido, con únicamente 7 ensayos en la base de datos utilizada. Por este motivo, si bien parece aumentar el nivel de seguridad para valores de S elevados, serían necesarios más ensayos para confirmar este dato en la resistencia a cortante. Es preciso recordar que el modelo de fatiga a tracción utilizado, incluido en el Código Modelo 2010, no tiene en cuenta la amplitud del ciclo de carga.
- El valor asintótico considerado para $V_{max}/V_{ref} = 0.5$, que implica que para ciclos con valores del cortante máximo inferior a 0.5 veces el valor predicho para la resistencia cuasi-estática no se alcance la rotura por fatiga a cortante, parece adecuado, si bien la base de datos no presenta muchos valores de vigas que hayan resistido ciclos superiores a $\log N > 7$.

5. CONCLUSIONES

En esta comunicación se ha presentado la extensión del modelo de resistencia a cortante basado en la contribución de la cabeza de compresiones (o CCCM, de sus siglas en inglés) para el caso de la resistencia de vigas de hormigón sin armadura a cortante sometidas a fatiga. El CCCM considera que la resistencia a cortante se produce cuando en la cabeza comprimida las tensiones principales alcanzan la envolvente de rotura de Kupfer, para un valor de la tensión principal de compresión habitualmente alejado de la máxima resistencia a compresión del hormigón. Por este motivo, la resistencia a cortante puede expresarse, según el CCCM, en función de la resistencia a tracción del hormigón. De este modo, en esta comunicación se ha comprobado que, incluyendo un modelo de fatiga a tracción del hormigón, en particular el modelo incluido en el Código Modelo 2010, las predicciones del CCCM son excelentes para la predicción de la resistencia a fatiga por cortante. En opinión de los autores, esto ha sido posible gracias al origen mecánico del modelo de cortante utilizado.

El modelo de fatiga a tracción del hormigón utilizado es de gran sencillez, y no considera la influencia de la amplitud de los ciclos de carga, por lo que esta influencia no queda recogida en la extensión propuesta para la fatiga a cortante. En cualquier caso, el CCCM podría ser utilizado conjuntamente con otro modelo de fatiga a tracción, con previsibles buenos resultados.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se ha desarrollado en el marco de dos proyectos cofinanciados por la Agencia Estatal de Investigación y Fondos FEDER: BIA2015-64672-C4-3-R y BIA2015-64672-C4-1-R. Los autores desean agradecer a Miguel Fernández-Ruiz el habernos facilitado la base de datos utilizada.

REFERENCIAS

- [1] Cladera A, Marí A, Bairán JM, Ribas C, Oller E, Duarte N. The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams. *Struct Concr* 2016;17:1017–32. doi:10.1002/suco.201500214.
- [2] Chang TS, Kesler CE. Fatigue Behavior of Reinforced Concrete Beams*. *ACI J Proc* 1958;55:245–54. doi:10.14359/11352.
- [3] Chang TS, Kesler CE. Static and Fatigue Strength in Shear of Beams with Tensile Reinforcement. *ACI J Proc* 1958;54:1033–57. doi:10.14359/11493.
- [4] Rombach GA, Kohl M. Fatigue Strength of Reinforced Concrete Beams without Links under Shear Loads. *ACI Struct J* 2016;113:941–50. doi:10.14359/51688924.
- [5] Fernández-Ruiz M, Zanuy C, Natário F, Gallego JM, Albajar L, Muttoni A. Influence of Fatigue Loading in Shear Failures of Reinforced Concrete Members without Transverse Reinforcement. *J Adv Concr Technol* 2015;13:263–74. doi:10.3151/jact.13.263.
- [6] Marí A, Bairán J, Cladera A, Oller E, Ribas C. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Struct Infrastruct Eng* 2015;11:1399–419. doi:10.1080/15732479.2014.964735.
- [7] Arroyo Portero JC, Morán Cabré F, García Meseguer Á. Jiménez Montoya esencial : hormigón armado. 16ª ed., r. CINTER; 2018.
- [8] Carmona JR, Ruiz G, del Viso JR. Mixed-mode crack propagation through reinforced concrete. *Eng Fract Mech* 2007;74:2788–809. doi:10.1016/j.engfracmech.2007.01.004.
- [9] Kupfer HB, Gerstle KH. Behavior of concrete under biaxial stresses. *J Eng Mech Div* 1973;99:853–66.
- [10] Marí A, Bairán J, Cladera A, Oller E, Ribas C. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Struct Infrastruct Eng* 2015;11. doi:10.1080/15732479.2014.964735.
- [11] Fédération Internationale du Béton. fib Model Code for Concrete Structures 2010. vol. 1. Lausanne: Ernst & Sohn; 2013.

Assessment of mechanical properties of concrete using electric arc furnace dust as an admixture

Rubio-Cintas, María Dolores¹; Parrón-Rubio, María Eugenia²; Pérez-García, Francisca³; Fernández-Ruiz, Manuel Alejandro⁴; Oliveira, Miguel José⁵

ABSTRACT

One of the main present challenges that all the countries have to engage with is the environmental degradation due to the human action. Industry generates high quantities of materials rendered useless during the manufacturing process. Electric Arc Furnace Dust (EAFD) is a hazardous industrial waste due to its high content in heavy metals. In this paper, the solidification of EAFD within the hydrated Portland cement matrix is proposed as a possible solution for its stabilization. Four concrete mixes were produced varying the content of EAFD as admixture (0, 5, 10 and 15% by weight of cement). The elastic modulus and the density of each concrete mixture were obtained in order to determine their mechanical properties. Results indicate that concrete mixtures that include EAFD as an admixture show a higher elastic modulus and a lower density in comparison with traditional concrete.

Keywords: concrete; silica fume; electric arc furnace slag; elastic modulus.

1. INTRODUCCIÓN

En la sociedad actual existe una gran problemática debido a que, para crear energía y bienestar, es necesario generar residuos. Prácticamente en todos los procesos industriales se generan residuos de distinta naturaleza. Hasta hace relativamente poco tiempo todos los residuos se depositaban en vertederos controlados o no. Hoy en día y después de muchos estudios el sistema no es capaz de absorber la cantidad de los residuos generados por la acción humana, debiendo buscar otras alternativas como es la valorización de los mismos.

La industria del acero, siendo una de las fuentes que más residuos recicla, genera a su vez residuos tóxicos y no tóxicos que deben por tanto depositarse en vertederos especiales. Entre ellos destacan las

¹ Departamento de Ingeniería Industrial e Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Universidad de Cádiz. (ESPAÑA). mariadolores.rubio@uca.es (Corresponding author)

² Departamento de Ingeniería Industrial e Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Universidad de Cádiz. (ESPAÑA). mariaeugenia.parron@uca.es

³ Departamento de Ingeniería Civil, Materiales y Fabricación. Universidad de Málaga. (ESPAÑA). perez@uma.es

⁴ Departamento de Ingeniería Industrial e Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Universidad de Cádiz (ESPAÑA). Correo electrónico: manuelalejandromartinez@uca.es

⁵ Department of Civil Engineering. Universidade do Algarve, Faro (PORTUGAL). mjolivei@ualg.pt

escorias y los polvos de humo, siendo este último uno de los más problemáticos en su eliminación debido al contenido de metales pesados difíciles de encapsular para evitar su posible lixiviado [1–4].

En la literatura podemos encontrar numerosos trabajos acerca de adiciones minerales al hormigón tales como puzolánicas, de naturaleza caliza, cenizas volantes y humo de sílice. Las normativas actuales regulan el uso de este tipo de adiciones en el hormigón [5,6]. El uso de este tipo de adiciones conlleva la mejora de ciertas propiedades de la mezcla resultante, como pueden ser la trabajabilidad, aumento de la resistencia a compresión y durabilidad [7]. A esto se le une el hecho de la puesta en valor de un deshecho y las reducciones de CO₂ asociadas al mismo.

En la actualidad se está haciendo un gran esfuerzo para desarrollar nuevas adiciones para hormigón basadas en desechos industriales y así solventar los problemas medioambientales implicados en su manipulación. La valorización de estos residuos para su uso en materiales de construcción y así encapsular ese potencial tóxico es una alternativa muy atractiva en comparación con la puesta en vertedero. Justamente este es el caso del Polvo de Humo Ferrítico (PHF). En la literatura podemos encontrar trabajos acerca del uso de PHF para la recuperación de ciertos metales [8], como adición en la ciertos materiales cerámicos [9], en la fabricación de cemento asfáltico [10] y como adición en morteros y hormigón [11,12].

Los autores en un anterior trabajo [11] estudiaron algunas de las propiedades mecánicas de un hormigón incorporando PHF como adición en distintas proporciones, así como su lixiviado. Como resultado se obtuvo una mejora de la resistencia a compresión del hormigón en comparación con un hormigón convencional. En cuando al lixiviado las cantidades de metales que se obtenían estaban en consonancia con la página 36 de la Directiva Official Journal of the European Communities DO L 11 de 16.1.2003, p. 27/48; Directive with the Council Decision of 19/12/2002 2003/33/CE on "Criterion and acceptance procedures waste in landfills". Es también necesario diseñar de forma correcta la dosificación de estas mezclas para obtener la proporción óptima de los componentes del hormigón y así conseguir características como docilidad, resistencia y durabilidad [11,13–15].

Resulta necesario continuar investigando las propiedades mecánicas del hormigón con PHF como adición para su caracterización como material estructural. La principal propiedad para cualquier material en su uso resistente es la medida de su módulo de deformación estático o módulo de elasticidad longitudinal. Este concepto está directamente implicado en la medida de la rigidez de cualquier elemento estructural. Para un material sometido a compresión viene determinado por la pendiente de la curva tensión - deformación ($\sigma - \epsilon$) en su parte elástica, en el campo uniaxial de tensiones [16,17].

En este trabajo se pretende completar el estudio acerca de las propiedades mecánicas del hormigón con PHF como adición iniciado en [11]. Para ello se va a determinar el valor del módulo elástico de varias mezclas de hormigón con distintas cantidades de PHF, además de la densidad del material resultante. La determinación de las características mecánicas de cualquier material estructural resulta fundamental previamente al uso de este en cálculos estructurales y modelos numéricos.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Materiales

En esta sección se van a describir los materiales utilizados en este trabajo. El polvo de humo ferrítico (ver Fig.1) es un material rico en metales proveniente de la fabricación de acero en hornos de arco eléctrico. Este material sólido presenta una alta densidad y está compuesto por partículas finas (entre 50 y 500 μm) con una distribución muy heterogénea [11,18]. Esta amplia distribución del tamaño de las partículas que lo componen es debido a la composición y el origen de la materia prima empleada y del tipo de proceso de fabricación.



Figura 1. Polvo de humo ferrítico. Imagen extraída de [11].

En todas las mezclas se utilizó cemento Portland CEM I 52.5R por estar libre de adicciones para así no enmascarar resultados. La composición química tanto del polvo de humo ferrítico como del cemento empleado se pueden ver en la tabla 1. Para una información más detallada acerca de la composición química del PHF ver [11].

Tabla 1. Composición química del cemento y del polvo de humo ferrítico (PHF) empleados.

Composición química	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO
	%	%	%	%	%
Cemento	16.6 ± 0.5	4.25 ± 0.5	3.02 ± 0.02	67.92 ± 0.5	1.43 ± 0.05
PHF	54 ± 0.5	46.6 ± 0.5			

Para obtener una trabajabilidad adecuada se ha utilizado un aditivo superfluidificante (Glenium ACE-324 de la casa comercial BASF®).

Finalmente, los áridos empleados en la fabricación de las mezclas de hormigón son de origen calizo provenientes de canteras situadas en el Campo de Gibraltar (Cádiz, España). La granulometría de la arena y la grava empleados se puede consultar en [11].

2.2. Dosificación y proceso de fabricación

Se van a realizar 4 tipos de mezclas distintas: un hormigón tradicional (identificado con las siglas TRAD que servirá de base de comparación) y tres hormigones que incluyen PHF como adición en un 5, 10 y 15% (PHF5, PHF10 y PHF15 respectivamente) en relación al peso de cemento. En la Tabla 2 se pueden ver las dosificaciones de cada una de estas mezclas.

Tabla 2. Dosificación de las mezclas estudiadas.

Tipo de hormigón	Agua	Cemento	PHF	Aditivo	Arena 0-4	Grava 4-16
	(ratio a/c)	kg/m ³	% peso cemento	% peso cemento	kg/m ³	kg/m ³
TRAD			0			
PHF5	0.5	325	5	1.2	1016.9	1016.9
PHF10			10			
PHF15			15			

Todas las mezclas se fabricaron en una mezcladora de eje vertical y palas fijas con una capacidad de 80 litros, obteniéndose una consistencia blanda (7.1) según la normativa UNE-EN 12350-2. Una vez que las mezclas fueron vertidas en los moldes se vibraron mediante una mesa vibrados con una frecuencia de 42 Hz de acuerdo con la norma UNE-EN 12390-2. Posteriormente los especímenes se cubrieron con un plástico durante 24 horas y después se introdujeron en una cámara húmeda con una humedad relativa no menor al 95% y una temperatura de $20 \pm 2^\circ$ C. Los especímenes se mantuvieron en dicha cámara hasta su ensayo.

2.3. Ensayos mecánicos

Se realizaron tres probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura para la determinación del módulo de elasticidad (E_c) a 28 días según la normativa UNE-EN 12390-13. Además, previamente a la realización del ensayo del módulo elástico se determinó la densidad de cada una de las probetas.

3. RESULTADOS

3.1. Módulo de elasticidad (E_c)

En la tabla 1 se muestran los valores de los módulos para todas las mezclas estudiadas en este trabajo.

Tabla 3. Módulo de elasticidad de cada una de las mezclas estudiadas.

Tipo de hormigón	E_c	$E_{c,teo}$	$E_c/E_{c,teo}$
	GPa	GPa	
TRAD	36.80	35.62	1.03
PHF5	42.10	41.14	1.02
PHF10	43.26	41.26	1.05
PHF15	37.60	37.37	1

Para realizar la comparación y el análisis de los resultados se ha utilizado la ecuación proporcionada por el Instituto Japonés, citada por Takizaki [19] para estimar los módulos de elasticidad de los hormigones (Eq.1):

$$E_{c,teo} = 2.1 \left(\frac{d_s}{2.3} \right)^{1.5} \left(\frac{f_c}{200} \right)^{0.5} \quad (1)$$

En la Eq.1 $E_{c,teo}$ es el módulo de elasticidad estimado del hormigón en GPa a los 28 días, d_s la densidad del hormigón en kg/m³ y f_c es la resistencia a compresión del hormigón en MPa. La resistencia a compresión de cada una de estas mezclas se determinó en [11] (ver

Tabla 4. Resistencia a compresión de las mezclas fabricada. Valores extraídos de [11].

Tipo de hormigón	f_c		
	7 días (MPa)	28 días (MPa)	90 días (MPa)
TRAD	37.7	39.1	51.3
PHF5	38.3	41.7	45.3
PHF10	41.3	40.2	54.8
PHF15	50.6	51.6	61.8

Tal como se puede ver en la tabla 3, los módulos de elasticidad de las mezclas con adición de polvo de humo ferrítico son mayores que el obtenido en el hormigón tradicional. Es de resaltar el hecho de que, aún cuando siempre se produce un aumento de E_c en relación al hormigón tradicional, en el caso de la mezcla PHF15 se produce una disminución de E_c en relación a las mezclas PHF5 y PHF10. Estos resultados están en consonancia con los mayores valores de resistencia a compresión obtenidos (ver Tabla 4).

En la tabla 3 se indican los módulos de elasticidad estimados según [19] (Eq.1) para las mezclas estudiadas y coinciden razonablemente con los obtenidos experimentalmente, siendo el hormigón con un 15% de polvo de humo ferrítico el que presenta una desviación menor.

3.2. Densidad del hormigón endurecido

La densidad de un hormigón endurecido depende de la que posean los áridos con la que está elaborado. Otras de las características que también influye es la relación a/c aunque en menor escala, debido a que cuanto mayor sea ésta, más poroso será el hormigón, ya que en el fraguado la evaporación del hormigón será mayor.

Para determinar la densidad del hormigón se aplicó la norma EN-12390-7 (ver Eq.2).

$$D = \frac{m}{V} \quad (2)$$

En la Eq.2 D es la densidad respecto a las condiciones de la probeta en kg/m^3 , m es la masa de la probeta en las condiciones y momento del ensayo (en nuestro caso, seco en estufa en kg) y V es el volumen determinado según el método particular empleado en m^3 .

Para determinar el volumen de las muestras la norma señalada anteriormente indica tres métodos:

- Por desplazamiento de agua (método de referencia).
- Mediante cálculo, usando medidas reales para probetas cúbicas.
- Mediante cálculo, considerando las dimensiones anteriores establecidas para los moldes.

En este caso el volumen de la probeta se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$V = \frac{m_a - [(m_{st} + m_w) - m_{st}]}{\rho_w} \quad (3)$$

En la Eq.3 m_a es la masa de la probeta el aire, m_w la masa aparente de la probeta sumergida, m_{st} es la masa del estribo (todas ellas en kg) y ρ_w es la densidad del agua a 20°C (tomada como 998 kg/m^3). En este caso obviamos la masa aparente del estribo (ya que se tara la balanza), por lo que solamente habría que tener en cuenta m_a y m_w . Además, se determinó la masa de la probeta secada en estufa (m_o) para conocer la absorción de las distintas mezclas. Los valores de la masa para el cálculo del volumen se encuentran en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores de la masa de las probetas

Tipo de hormigón	m_a (kg)	m_w (kg)	m_o (kg)
TRAD	0.354	0.221	0.352
PHF5	0.365	0.218	0.350
PHF10	0.365	0.220	0.351
PHF15	0.365	0.220	0.356

Los valores de densidad obtenidos utilizando la Eq.2 y de volumen obtenidos utilizando la Eq.3 se pueden ver en la Tabla 6.

Tabla 6. Volumen y densidad del hormigón endurecido

Tipo de hormigón	V ($\text{m}^3 \cdot 10^{-4}$)	D (kg/m^3)
TRAD	1.329	2640

PHF5	1.475	2370
PHF10	1.453	2410
PHF15	1.479	2410

Con objeto de determinar la absorción de agua de cada probeta se utilizó la relación mostrada en la Eq.4 cuyos resultados se pueden ver en la Tabla 7.

$$Abs = \frac{m_a - m_0}{m_0} * 100 \quad (4)$$

Tabla 7. Absorción de agua del hormigón endurecido

Tipo de hormigón	Abs (%)
TRAD	0.56
PHF5	4.34
PHF10	4.07
PHF15	3.14

Basándonos en los resultados obtenidos, se deduce que la adición de polvo de humo reduce la densidad del material. Este resultado se explica por la granulometría de las partículas de polvo de humo. Éstas son de pequeño tamaño, impidiendo por tanto la inclusión de aire en el interior de la probeta. Esto da lugar a una mayor cantidad de masa con menor peso específico en las probetas con adición de polvo de humo ferrítico que en las probetas convencionales sin adición.

4. CONCLUSIONES

Uno de los grandes retos a los que la sociedad se enfrenta hoy en día es al de combatir el gran deterioro que la actividad humana ocasiona en el medioambiente. Existe una gran problemática ambiental y social que se deriva de la producción, almacenamiento y generación en grandes cantidades de residuos industriales. Este trabajo estudia la posible solución a uno de los problemas que generan los residuos del proceso de fabricación del acero inoxidable, encapsulando los polvos de humo ferrítico resultantes en una matriz cementosa.

Se realizaron mezclas de hormigón con distintas dosificaciones de adición de PHF que oscilan entre el 0% (hormigón referencia) y el 5%, 10% y 15% respecto al peso de cemento. Una vez que dichos residuos están encapsulados dentro de la matriz cementosa se desarrolla el estudio de sus propiedades mecánicas más importantes, así como el lixiviado del mismo por tratarse de un residuo tóxico.

El módulo de elasticidad junto con la densidad del material son en el hormigón los parámetros de diseño más importantes en muchas aplicaciones de construcción. Este concepto está directamente implicado en la medida de la rigidez de cualquier elemento estructural. Para un material sometido a compresión

viene determinado por la pendiente de la curva tensión (σ)-deformación (ϵ), en el campo uniaxial de tensiones. Concluir de este estudio que el polvo de humo adicionado aumenta el módulo de elasticidad del hormigón resultante. Como además la inclusión de este material como adición aumenta la resistencia a compresión del hormigón, se puede relacionar el aumento de E_c con el de f_c .

Finalmente, el hormigón con polvo de humo ferrítico presenta una densidad menor debido a los polvos de humo adicionados. Esto probablemente es debido al tamaño de partícula que impide la oclusión de aire en el material y que provoca una mayor compactación del mismo.

REFERENCIAS

- [1] M. Maslehuddin, F.R. Awan, M. Shameem, M. Ibrahim, M.R. Ali, Effect of electric arc furnace dust on the properties of OPC and blended cement concretes, (2011). doi:10.1016/j.conbuildmat.2010.06.024.
- [2] D. Wang, C. Shi, Z. Wu, J. Xiao, Z. Huang, Z. Fang, A review on ultra high performance concrete: Part II. Hydration, microstructure and properties, (2015). doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.08.095.
- [3] F. Faleschini, M.A. Fernández-Ruiz, M.A. Zanini, K. Brunelli, C. Pellegrino, E. Hernández-Montes, High performance concrete with electric arc furnace slag as aggregate: Mechanical and durability properties, *Constr. Build. Mater.* 101 (2015) 113–121. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.10.022.
- [4] M. Da, S. Magalhães, F. Faleschini, C. Pellegrino, K. Brunelli, Cementing efficiency of electric arc furnace dust in mortars, (2017). doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.09.074.
- [5] EN 197-1, Cement Part 1: Composition, Specifications and Conformity Criteria for Common Cements, Brussels, Belgium: Comité Européen de Normalisation, 2011.
- [6] ASTM C595 / C595M – 16, Standard Specification for Blended Hydraulic Cements, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.
- [7] A.M. Neville, Properties of concrete, (5th edition), Pearson, United Kingdom, 2011.
- [8] M. Al-Harashseh, M. Aljarrah, F. Rummanah, K. Abdel-Latif, S. Kingman, Leaching of valuable metals from electric arc furnace dust—Tetrabromobisphenol A pyrolysis residues, *J. Anal. Appl. Pyrolysis.* 125 (2017) 50–60. doi:10.1016/j.jaap.2017.04.019.
- [9] V.N. Stathopoulos, A. Papandreou, D. Kanellopoulou, C.J. Stournaras, Structural ceramics containing electric arc furnace dust, *J. Hazard. Mater.* 262 (2013) 91–99. doi:10.1016/j.jhazmat.2013.08.028.
- [10] M.A.T. Alsheyab, T.S. Khedaywi, Effect of electric arc furnace dust (EAFD) on properties of asphalt cement mixture, *Resour. Conserv. Recycl.* 70 (2013) 38–43. doi:10.1016/j.resconrec.2012.10.003.
- [11] M.D. Rubio-Cintas, S.J. Barnett, F. Perez-García, M.E. Parron-Rubio, Mechanical-strength characteristics of concrete made with stainless steel industry wastes as binders, (2019). doi:10.1016/j.conbuildmat.2019.01.166.
- [12] M. da Silva Magalhães, F. Faleschini, C. Pellegrino, K. Brunelli, Effects of electric arc furnace dust (EAFD) addition on setting and strength evolutions of cement pastes and mortars, *Eur. J. Environ. Civ. Eng.* (2017) 1–13. doi:10.1080/19648189.2017.1357776.
- [13] M.D. Rubio-Cintas, F. Parrón-Vera, M.A. Contreras-Villar, Method for producing cinder

concretee, n.d.

- [14] A.Herrero; M.A. Parrón, Proceso de obtención de metal a partir de los óxidos metálicos producidos durante la fabricación de aceros inoxidables, An. Ing. Mec. (2000).
- [15] M. Parron-Rubio, F. Perez-García, A. Gonzalez-Herrera, M. Rubio-Cintas, M.E. Parron-Rubio, F. Perez-García, A. Gonzalez-Herrera, M.D. Rubio-Cintas, Concrete Properties Comparison When Substituting a 25% Cement with Slag from Different Provenances, Materials (Basel). 11 (2018) 1029. doi:10.3390/ma11061029.
- [16] [24] Ortiz Berrocal. L., Curso de elasticidad y resistencia de materiales, Universidad Politecnica de Madrid, 1990.
- [17] P.K. Mehta, M. P.J.M, Hormigón: estructura, propiedades y materiales., 1994.
- [18] J.G.M.S. Machado, F.A. Brehm, C.A.M. Moraes, C.A. dos Santos, A.C.F. Vilela, J.B.M. da Cunha, Chemical, physical, structural and morphological characterization of the electric arc furnace dust, J. Hazard. Mater. 136 (2006) 953–960. doi:10.1016/j.jhazmat.2006.01.044.
- [19] M. Takizaki, Strength and elastic modulus of recycles aggregate concrete, Tokio, japan, n.d.

CARACTERIZACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UN DESLIZADOR ANTE TENSIONES NORMALES VARIABLES Y FRICCIÓN RATE AND STATE REGULARIZADA

Mosquera, Juan Carlos¹; González, Beatriz²; Santillán, David³; Cueto-Felgueroso, Luis⁴

ABSTRACT

Earthquakes have been found to stem from stick-slip instabilities on faults. Those may happen on faults that are initially either at stationary contact or creeping. In the former case, a fault at rest needs first to reactivate, i.e., to reach some slip velocity. Unless it become arrested, the earthquake may nucleate and the seismic rupture eventually occurs. The basic principle behind the stick-slip phenomenon has widely been explained through a simple model consisting of a mass-spring slider.

The injection of a pressurized fluid in the vicinity of a fault may cause its reactivation. The increasing pore pressure involves a decrease in the effective normal stresses and even the failure of the stationary contact, according to the Mohr-Coulomb criterion.

In this work, we apply the slider model analogy to study the reactivation of a fault, initially at rest, when the pore pressure gradually increases due to an injected fluid. This process entails the combined effect of the effective normal stress change and the variation of the frictional strength on the fault. We use the rate- and state-dependent model including the Linker-Dieterich term to account for the effect of normal stress gradual variations on the fault frictional behaviour. We analyse the impact of the injection rate on both the frictional strength and the reactivation of the fault and identify a delay between the beginning of injections and the latter. This may explain why in actual locations, seismic ruptures have occurred long after injections ceased.

Likewise, as the slip velocity is initially null, a singularity arises from the classical rate and state formulation. Here we propose a simple regularization method.

We obtain some conclusions on the delayed effect of the injection rate on the fault reactivation as well as on the regularization applied for the frictional law.

Keywords: Coulomb's friction, regularized rate and state, frictional delay, injection-induced seismicity.

¹ Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de estructuras. Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). juancarlos.mosquera@upm.es (Corresponding author)

² Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). beatriz.gonzalez.rodrigo@upm.es

³ Departamento de Ingeniería Civil: Hidráulica, Energía y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). david.santillan@upm.es.

⁴ Departamento de Ingeniería Civil: Hidráulica, Energía y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). luis.cueto@upm.es.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se aborda un aspecto fundamental de la sismicidad inducida por inyección de fluido a presión en la proximidad de una falla en reposo. Se analiza si algún protocolo de inyección puede ocasionar la reactivación diferida de una falla. Se emplea una propuesta de regularización del modelo de fricción "rate and state", a la cual se añaden además los efectos de variación de las tensiones normales efectivas según la formulación de Linker y Dieterich [1].

Se comienza por el estudio del problema canónico con fricción variable, consistente en un deslizador con un muelle sometido a una fuerza tractora y a una tensión normal variable. Se utiliza un método numérico cuasiestático de resolución de la ecuación del movimiento [2]. El modelo incorpora la fricción "rate and state", empleada en sismología para el estudio del deslizamiento de fallas susceptible de generar movimientos sísmicos, en particular muy adecuada en modelos de sismicidad inducida. Se aplica dicho modelo al análisis de situaciones de fallas en contacto estático que, a causa de una inyección de fluido en su cercanía, pueden reactivarse a causa de la variación de tensiones efectivas. Se analizan los rangos de variación de los parámetros característicos del modelo "rate and state" que conducen a situaciones estables o inestables de deslizamiento.

Históricamente se han planteado diversas posibilidades de regularización de este modelo de fricción para velocidad nula, por cuanto la ley general presenta una singularidad [3, 4, 5]. Se incluye una propuesta de regularización de la ley rate and state que dé soluciones admisibles para el caso de contacto estático sin velocidad. Se apoya en otras formulaciones [6,7], así como en los resultados de los ensayos de laboratorio "slide-hold-slide" usados por sismólogos para caracterizar la reactivación de fallas y la nucleación de terremotos.

Finalmente, se extraen conclusiones prácticas sobre la aplicabilidad de la fricción tipo rate and state, sobre el efecto que produce la variación de la tensión normal de contacto en la respuesta friccional, sobre el efecto del ritmo de inyección en la posible reactivación y sobre la repercusión del modo de regularización empleado para la fricción.

2. ESTUDIOS Y EXPERIMENTOS DE FRICCIÓN APLICADOS A LA NUCLEACIÓN SÍSMICA

Se recopilan los aspectos esenciales de la teoría de la fricción y de los experimentos llevados a cabo para caracterizar el comportamiento de las fallas.

2.1. El modelo de deslizador

El modelo simple mostrado en la Fig. 1 ha sido utilizado exhaustivamente para entender el fenómeno stick-slip, la nucleación y la ruptura sísmica. La velocidad tractora, V_0 , se supone constante. La fuerza resistiva de fricción por unidad de área es $\tau(t)$. La velocidad del deslizamiento del bloque es V y las tensiones normales efectivas en el contacto es σ' . La constante K del muelle representa una medida del módulo de deformación transversal del macizo de terreno limitado por la falla; también define la rigidez del aparato de ensayo en el laboratorio. La variable $x(t)$ mide el desplazamiento del bloque, mientras que $\delta_0(t)$ es el desplazamiento del extremo A del muelle.

Bajo la hipótesis de condición de carga cuasiestática, la respuesta friccional de este sistema ideal es:

$$\frac{d\tau}{dt} = K(V_0 - V) \quad (1)$$

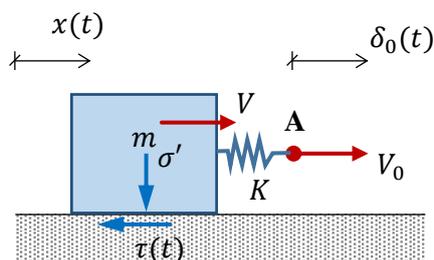


Figura 1. Deslizador elástico de 1 grado de libertad.

2.2. El desarrollo experimental de los modelos de fricción aplicados a sismología

El modelo de fricción de tipo Coulomb establece que entre dos superficies en contacto, la fuerza necesaria para iniciar el deslizamiento es generalmente mayor que para mantenerlo. Esto ha llevado a plantear dos coeficientes de rozamiento, el estático μ_s y el dinámico μ_d , en los modelos de fricción de tipo Coulomb. Es una primera aproximación al estudio del fenómeno stick-slip en el deslizamiento de un oscilador simple sobre una superficie. Ha tenido múltiples aplicaciones en la ingeniería y en simulaciones de variantes matemáticas del problema de deslizamiento con fricción.

El fenómeno stick-slip se produce en procesos de fricción entre dos superficies sólidas deslizantes. Desde los experimentos de Rabinowicz (1958) se han intensificado los estudios sobre los aspectos del comportamiento dinámico asociado al deslizamiento entre sólidos elásticos; e incluso se han extendido a medios poroelásticos. Según sean las aplicaciones prácticas, se emplean diversas leyes de variación para el coeficiente dinámico de fricción μ_d . Este normalmente se considera función solo de la velocidad relativa de deslizamiento, otras veces se hace depender además de variables con dimensión temporal, denominadas variables de estado.

En relación con el fenómeno stick-slip y la amplitud de sus oscilaciones, se ha comprobado que la fricción dinámica depende principalmente de la velocidad de deslizamiento, mientras que la estática depende de la duración del contacto en reposo, así como de la historia de deslizamientos anteriores. En cuanto a estos, la memoria de los que hayan sido mayores que una cierta longitud crítica posiblemente afecta tanto a la fricción dinámica como a la forma de los ciclos stick-slip (Rabinowicz, 1958, Persson et al., 2003).

Los experimentos clásicos para el estudio de la fricción se simulan mediante un modelo de bloque rígido, adosado a un muelle que está sometido a una fuerza de tracción que es función del tiempo [8]. Se ha observado que el coeficiente de fricción estática aumenta logarítmicamente con el tiempo de contacto estático,

$$\mu_s \approx \mu_0 + a \ln\left(1 + \frac{t}{t^*}\right) \quad (2)$$

Durante las últimas décadas (Dieterich, 1979, Putelat, 2010), los experimentos de fricción en diversos materiales con velocidades de deslizamiento comprendidas entre $V = 0.01 \mu\text{m/s}$ y $V = 1 \text{mm/s}$ han dado respuestas en las que μ_d disminuye logarítmicamente al aumentar V (“velocity weakening”):

$$\mu_d \approx \mu_1 + b \ln \left(1 + \frac{V}{V^*} \right) \quad (3)$$

En las expresiones anteriores, a, b, t^* y V^* son valores de referencia, positivos. Las dependencias reflejadas en (2) y (3) parecen deberse a los fenómenos térmicos que conlleva la fricción.

De esta forma, el régimen estacionario con velocidad constante puede conducir a oscilaciones inestables (stick-slip) o bien a un deslizamiento estable, dependiendo de algunas propiedades elásticas de los elementos empleados en el ensayo. También se ha observado que el coeficiente de fricción en régimen estacionario no es una función monótona de V , sino que muestra una respuesta tal que la fricción aumenta con la velocidad, de tipo “velocity strengthening”, a muy bajas y a muy altas velocidades de deslizamiento (Putelat et al., 2010).

Se ha observado también que, tras un cambio súbito en la velocidad de deslizamiento, el coeficiente de fricción μ_d tiende a alcanzar un nuevo valor estacionario μ_{ss} tras una distancia característica D_c . Algunos autores prefieren afirmar que el coeficiente μ_d tiende hacia μ_{ss} al cabo de un tiempo característico del material.

Los experimentos muestran que, aunque el bloque deslice macroscópicamente en régimen estacionario, el fenómeno stick-slip sucede a una escala microscópica. Esto se explica por aspectos como la flexibilidad de ambos cuerpos en contacto y la interacción molecular entre los bordes deslizantes y el material alojado en la interfaz.

Los terremotos son fenómenos resultantes de deslizamientos inestables en procesos stick-slip. Así, la ruptura del terremoto es la fase “slip”, mientras que los períodos intersísmicos de acumulación de deformaciones elásticas constituyen la fase “stick”. Y los fenómenos asociados a la gama de movimientos que suceden antes, durante y después de un seísmo se pueden simular mediante la versátil gama de modelos conceptuales rate and state. Sin duda, suponen una mejora de los modelos discontinuos de fricción de tipo Coulomb.

2.3. El modelo experimental rate and state

Esta ley constitutiva, denominada frecuentemente modelo de Dieterich-Ruina, relaciona la tensión tangencial τ y la tensión normal efectiva σ' en el contacto entre los bordes de una falla. Así definido, el coeficiente de fricción μ es una medida de la capacidad resistente ante tensiones tangenciales:

$$\mu(V, \theta) = \mu^* + a \ln \left(\frac{V}{V^*} \right) + b \ln \left(\frac{\theta V^*}{D_c} \right) \quad (4)$$

En esta expresión, a y b son constantes, propiedades del material. El parámetro μ^* es la fricción nominal, la del sistema que desliza en régimen estacionario a la velocidad de referencia V^* . Su valor es prácticamente independiente del tipo de roca y de la temperatura (Scholz, 1998). Determina la

resistencia tangencial de la interfaz, la cual a su vez tiene que ver con los efectos térmicos, pero no influye en la estabilidad o inestabilidad del deslizamiento con fricción. D_c es la distancia característica de relajación de la variable de estado θ ; es una propiedad de la superficie de contacto y representa la distancia necesaria que debe deslizar el bloque para que se borre el efecto de las variaciones producidas por las velocidades pasadas sobre la rugosidad del contacto; es decir, para que se renueven las condiciones de la interfaz y el coeficiente de fricción evolucione a un nuevo valor estacionario μ_{ss} que, obtenido a partir de (4), resulta:

$$\mu_{ss}(V) = \mu^* + (a - b) \ln\left(\frac{V}{V^*}\right) \quad (5)$$

La expresión (4) se puede obtener a su vez a partir de esta otra relación constitutiva más general [5]:

$$\mu = a \operatorname{asinh}\left[\frac{V}{2V^*} \exp\left(\frac{\mu_0 + b f(\theta)}{a}\right)\right] \quad (6)$$

en la que $f(\theta) = \ln(\theta V^*/D_c)$.

El modelo de Dieterich y Ruina resalta la existencia de dos efectos de segundo orden que modifican el coeficiente μ^* ; dependen de la velocidad de deslizamiento V y de la variable de estado θ , la cual, bajo un punto de vista se asocia a la edad media de los contactos, tiene dimensiones de tiempo y evoluciona de acuerdo con alguna regla. Dieterich (1978) propuso su ley de maduración (aging):

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta V}{D_c} \quad (7)$$

También se utilizan frecuentemente otros modelos, tales como la ley de deslizamiento (slip), propuesta por Ruina (1983):

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\theta V}{D_c} \ln\left(\frac{\theta V}{D_c}\right) \quad (8)$$

En ocasiones también se ha usado la ley de evolución propuesta por Perrin (1995):

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \left(\frac{\theta V}{2D_c}\right)^2 \quad (9)$$

Las expresiones (7) a (9) difieren en su resultado para $V = 0$. El modelo (8) de Ruina establece que la variable θ no evoluciona cuando la interfaz está en reposo, por tanto los contactos tampoco se regeneran, sino que se requiere que haya deslizamiento. En cambio, los modelos de Dieterich y de Perrin predicen una evolución de θ para contacto estático entre bordes de la falla ($V = 0$).

A diferencia del modelo de Dieterich, (8) y (9) muestran una simetría de la ecuación de la fricción con respecto a un incremento o un decremento súbito de la velocidad de deslizamiento. Los tres modelos comparten la hipótesis de que la interfaz se va restableciendo al cabo de una distancia característica

D_c , independiente de la velocidad. La reducción del valor de D_c compromete la estabilidad de la fricción. Aunque es un concepto ligado a una memoria espacial, algunos autores prefieren plantear una memoria temporal (Putelat et al., 2015) para el restablecimiento del contacto.

En el contexto de experimentos tales como los de salto súbito de la velocidad (velocity jump) o los denominados deslizamiento-reposo-deslizamiento (slide-hold-slide), se interpreta el coeficiente estático de rozamiento μ_s como el valor pico que es necesario alcanzar para reanudar el deslizamiento tras una fase de reposo, o tras un cambio repentino en la velocidad de deslizamiento (Dieterich, 1979). En otros contextos se ha definido como el máximo local del coeficiente de fricción estacionaria a muy bajas velocidades de deslizamiento (Putelat et al., 2010).

En lo que respecta a la sismogénesis, la formulación rate and state integra los coeficientes μ_s y μ_d de forma que no resultan fácilmente distinguibles. Se debe a la fluencia del material en la superficie de la interfaz a escala microscópica y al consiguiente incremento del área efectiva de contacto con el tiempo. El coeficiente μ_s necesario para reanudar el deslizamiento después de una etapa de contacto estático (fase stick) aumenta con su duración. Este proceso se suele denominar curado de la interfaz. En el contexto de la sismicidad inducida por inyección, Norbeck y Horne (2018) afirman que el coeficiente de fricción estático se puede aproximar como el valor estacionario existente durante el deslizamiento a bajas velocidades (usualmente denominadas “creep”) durante la fase intersísmica.[9]

Al coeficiente material a se le denomina el “efecto directo”. Se refiere a que tras un deslizamiento estacionario con velocidad constante V_1 , si se produce un incremento súbito hasta un valor V_2 , el coeficiente de fricción experimenta un salto repentino múltiplo de a . Si se mantiene la nueva velocidad tractora, el sistema evoluciona hacia otro estado estacionario en el que asintóticamente se llegaría a un decremento en la fricción proporcional a b , como muestra la Fig. 2.

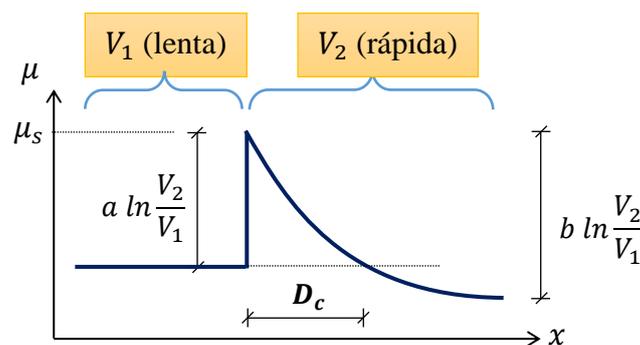


Figura 2. Evolución del coeficiente de fricción tras una perturbación instantánea de la velocidad.

3. Metodología

3.1. Inclusión de la variación de las tensiones normales efectivas

Tanto en los experimentos como en la observación de las fallas, las variaciones de las tensiones normales durante el deslizamiento son un hecho objetivo. Son diversas las causas por las que las tensiones efectivas normales a una falla pueden variar en el contacto, por ejemplo si el medio

circundante es heterogéneo o la falla no es plana. Esto conlleva un cambio en las condiciones que pueden ocasionar la pérdida de su estabilidad.

El efecto de la variabilidad de las tensiones normales efectivas sobre la respuesta friccional de interfaces rocosas ha sido objeto de estudio y caracterización en ensayos de laboratorio Dieterich, 1978; Linker y Dieterich, 1992; Wang y Scholz, 1994; Beeler et al., 1994; Richardson y Marone, 1999; Perffettini et al., 2000; Persson et al., 2003; Hong y Marone, 2005; Kilgore et al., 2012, 2017). Tras sus estudios experimentales, Linker y Dieterich (1992) propugnaron una expresión modificada del modelo constitutivo rate and state [1]. Se han analizado las repercusiones de dicha formulación en contextos tales como el deslizamiento estable y la resistencia de fallas que deslizan a baja velocidad (He et al., 1998; Perffettini et al., 2001; Boettcher y Marone, 2004; Spagnuolo et al., 2016), la nucleación y ruptura sísmicas (Bartlow et al., 2012; Scuderi et al., 2015), el debilitamiento friccional durante movimientos cosísmicos, como por ejemplo la presurización térmica (Bizzarri y Cocco, 2006); la ocurrencia de terremotos lentos en fallas en zonas de subducción (Wei et al., 2018).

A diferencia del planteamiento de Amontons-Coulomb, por el cual la fuerza de fricción es proporcional a la carga normal, algunos experimentos apuntan a que el área de contacto entre superficies es proporcional a dicha carga normal, mientras que la distribución de tensiones en el contacto es independiente de aquella [8]. Además concluyen que el coeficiente de fricción depende de la variación de las tensiones normales efectivas, de los procesos térmicos que se activan en la interfaz y de la velocidad de deslizamiento en el tiempo previo (efecto de memoria). Y en la formulación del modelo rate and state, las variaciones de las variables (tensiones normales, tensiones tangenciales y velocidad, principalmente) respecto del deslizamiento estable repercuten en el valor del coeficiente de fricción (Bhattacharya, 2017).

3.2. El término de Linker-Dieterich para cuantificar el efecto de variación de tensiones normales

El estudio experimental realizado por Linker y Dieterich (1992) fue pionero en valorar este aspecto. Partieron de un estado de deslizamiento estable con velocidad V , tensión normal efectiva σ'_0 y variable de estado θ_0 . Propusieron que una variación súbita de la tensión normal efectiva σ' produce una variación en la tensión tangencial τ , la cual se compone de una parte elástica (una parte instantánea más otra inmediata) más una parte diferida, de valor

$$\Delta\tau = \alpha \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma'_0}\right) \quad (10)$$

en la que α es un factor de escala (coeficiente de Linker-Dieterich), comprendido entre 0 y el coeficiente de fricción estacionario μ_{ss} (Linker y Dieterich, 1992, Perffettini et al., 2001).

Sus ensayos indican que un salto súbito en la tensión normal efectiva produce un cambio repentino en la variable de estado, simétrico para incrementos o decrementos de aquella, de acuerdo con:

$$\theta = \theta_0 \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'}\right)^{\alpha/b} \Rightarrow \left.\frac{\partial\theta}{\partial\sigma'}\right|_{\delta=cte} = -\frac{\alpha}{b} \frac{\theta}{\sigma'} \quad (11)$$

Como efecto diferido, la variable de estado tiende a recuperar su valor estacionario $\theta_{ss} = D_c/V$. El caso $\alpha = \mu_{ss}$ significa que no se produce cambio súbito en la tensión tangencial, sino que su variación es diferida, es decir, se produce durante el deslizamiento. La resistencia a fricción alcanza asintóticamente un nuevo valor estacionario al cabo de una longitud característica de deslizamiento.

Por consiguiente, la variación de las tensiones normales implica que la evolución de la variable de estado contiene un término adicional que resulta de (10). Así, la “aging law” queda expresada así:

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta V}{D_c} - \frac{\alpha \theta}{b \sigma'} \frac{d\sigma'}{dt} \quad (12)$$

La “slip law”:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\theta V}{D_c} \ln\left(\frac{\theta V}{D_c}\right) - \frac{\alpha \theta}{b \sigma'} \frac{d\sigma'}{dt} \quad (13)$$

Y el modelo de Perrin:

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \left(\frac{\theta V}{2D_c}\right)^2 - \frac{\alpha \theta}{b \sigma'} \frac{d\sigma'}{dt} \quad (14)$$

La respuesta del bloque ante una variación súbita de la tensión normal ha sido ampliamente experimentada y simulada numéricamente (Linker y Dieterich, 1992, Hong y Marone, 2005, Kilgore et al., 2012). Dado que las velocidades tractoras son del orden de micras por segundo o incluso varios órdenes de magnitud menores, habitualmente se ha resuelto el modelo cuasiestático, es decir, el formado por las ecuaciones (1), (4) y (12) o (13), según qué evolución se considere, un algoritmo numérico de tipo Euler. En efecto, de (4):

$$d\mu = \frac{a}{V} dV + \frac{b}{\theta} d\theta \Rightarrow dV = \frac{V}{a} \left(\frac{k dt(V_0 - V) - \mu d\sigma}{\sigma} - \frac{b}{\theta} d\theta \right) \quad (15)$$

En la Fig. 3 se muestran los resultados gráficos de una simulación realizada por Hong y Marone [10]. La tensión tangencial al comienzo del ensayo es $\tau_0 = 18$ MPa. La muestra desliza estacionariamente con una velocidad tractora V_0 tal que $V_0 = V^*$. Se provoca un salto súbito en la tensión normal, desde $\sigma_0 = 28$ hasta $\sigma = 32$ MPa. Los parámetros del modelo rate and state utilizados son $a = 0.0073$; $b = 0.0076$; $D_c = 40 \mu m$. El valor del coeficiente de Linker-Dieterich que refleja cuánto de inmediata es la respuesta de las tensiones tangenciales resistivas ante el salto instantáneo de las tensiones normales fue de $\alpha = 0.296$.

Se aprecia cómo los resultados que predice la aging law (Dieterich) rebasan a los de la respuesta obtenida según la slip law (Ruina).

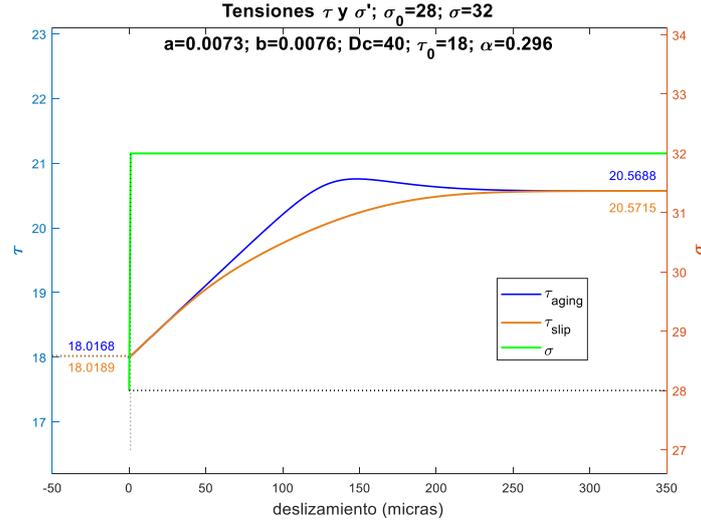


Figura 3. Evolución de la resistencia a fricción tras un incremento súbito de la tensión normal.

3.3. Regularización propuesta para el caso de falla en reposo

La expresión (4) no está definida para velocidad nula; se han planteado algunas regularizaciones (Heslot et al., 1994; Perrin et al., 1995; Rice y Ben-Zion, 1996) para solventar la dificultad matemática que conlleva. En este trabajo se aplica una velocidad de corte V^{th} . Así, esta implementación del modelo rate and state de fricción considera una velocidad umbral V^{th} como elemento de regularización de la ley original propuesta por Dieterich y Ruina. Regulariza la singularidad asociada a $V = 0$ y da resultados satisfactorios para la transición de la fricción estática a la dinámica causada por el fallo friccional debido a un aumento gradual de las presiones de poro.

Yang et al. (2008) propusieron una regularización razonada basada experimentalmente, dada por [6]:

$$\mu(V, \theta) = \mu^* + a \ln\left(1 + \frac{V}{V^*}\right) + b \ln\left(1 + \frac{\theta}{\theta^*}\right) \quad (16)$$

En su análisis del efecto de la rugosidad de la falla en el proceso de nucleación de terremotos, Tal et al. (2018) utilizan un término de velocidad umbral, $V^{th} = 10^{-13} \text{ m/s}$, para evitar la singularidad cuando $V = 0$ en la formulación del modelo estándar de Dieterich-Ruina dado por (3) y (6): [7]

$$\mu(V, \theta) = \mu^* + a \ln\left(\frac{V + V^{th}}{V^*}\right) + b \ln\left(1 + \frac{\theta D_c}{V^*}\right); \quad \frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta(V + V^{th})}{D_c} \quad (17)$$

En línea con dicho planteamiento, en este trabajo se emplea una versión regularizada de acuerdo con:

$$\mu(V, \theta) = \mu^* + a \ln\left(\frac{V + V^{th}}{V^*}\right) + b \ln\left(\frac{\theta V^*}{D_c}\right) \quad (18)$$

en la que $V^{th} \leq V^*$, junto con las leyes de evolución del estado del contacto:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\theta(V + V^{th})}{D_c} \ln \frac{\theta(V + V^{th})}{D_c} - \frac{\alpha\theta}{b\sigma'} \frac{d\sigma'}{dt} \quad (\text{slip})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta(V + V^{th})}{D_c} - \frac{\alpha\theta}{b\sigma'} \frac{d\sigma'}{dt} \quad (\text{aging})$$
(19)

Se considera como situación inicial estacionaria que la falla ha estado largo tiempo en reposo, es decir, $V = 0$, y sin variación de las tensiones normales, por lo cual la ecuación (17) se reduce a:

$$\mu(0, \theta_{ss}) = \mu_0 + a \ln \left(\frac{V^{th}}{V^*} \right) + b \ln \left(\frac{\theta_{ss} V^*}{D_c} \right)$$
(20)

en la cual

$$\theta_{ss} \equiv \theta(0) = \frac{D_c}{V^{th}}$$
(21)

Por simplicidad, se considera adicionalmente que $V^{th} = V^*$, por lo que el estado estacionario inicial de la falla dado por (17) resulta exento del término del efecto directo:

$$\mu(V, \theta) = \mu^* + b \ln \left(\frac{\theta}{\theta^*} \right)$$
(22)

3.4. Reactivación de una falla en reposo a causa de la inyección de un fluido a presión

La inyección de un fluido a presión en las inmediaciones de una falla puede inducir sismicidad, la cual puede suceder con retraso respecto del inicio de aquella [11]. El incremento de la presión de poro reduce las tensiones normales efectivas σ' , lo que puede ocasionar el fallo según el criterio de Mohr-Coulomb. Se considera un caso simple, en que sólo se tiene en cuenta la reducción de las tensiones normales efectivas en el plano de la falla, sin incluir fenómenos poroelásticos. Se representa en un diagrama el punto representativo de las componentes (σ', τ) de la tensión total actuante sobre el plano de la falla. A medida que progresa la inyección, la trayectoria del estado tensional (σ', τ) sigue una línea recta (Fig. 4b). La variación de σ' implica cambios en la variable de estado y en el coeficiente de fricción μ , es decir, en la capacidad resistente a fricción que, calculado a partir del modelo rate and state, aumenta durante la fase de inyección. Esto se traduce, en el diagrama de la Fig. 4b, en que la envolvente de Mohr-Coulomb gira en sentido antihorario. Cuando cesa la inyección, dicha envolvente rota en sentido horario hacia su posición inicial.

3.4.1. Inyección con variación lineal de la presión

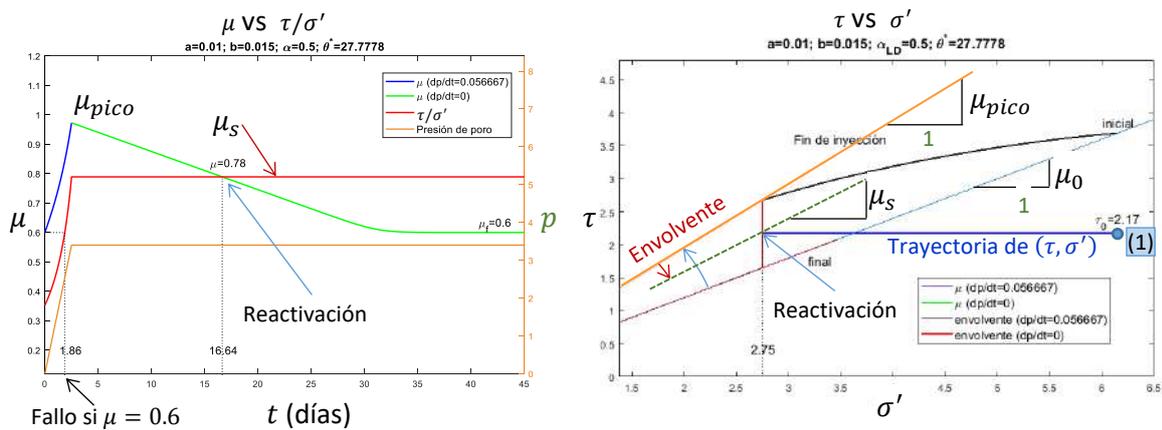
Se considera una caso de inyección con incremento lineal de la presión de poro durante 2.5 días desde cero hasta un valor pico de 3.4 MPa, tras lo cual cesa la inyección. La inyección ocasiona una tasa de variación de la presión de poro de valor $dp/dt = 0.056667$ MPa/h. Se supone que las componentes de la tensión total en un punto de la falla son inicialmente $\sigma_0 = 6.15$ MPa; $\tau_0 = 2.17$ MPa; se emplea la "aging law", con parámetros de fricción rate and state $a = 0.01, b = 0.015, D_c = 10^{-4}$ m, $\mu^* = 0.6, V = V^* = 10^{-9}$ m/s, coeficiente de Linker-Dieterich $\alpha = 0.5$. Por consiguiente $\theta^* = D_c/V^* = 27.7778$. Por tanto, la evolución de la variable de estado es, de acuerdo con (12):

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta}{27.7778} + \frac{1.8889 \theta}{6.15 - 0.056667t} \quad (23)$$

La variable t , que representa el tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección, se expresa en horas.

En la Fig. 4-a se compara la evolución temporal del coeficiente de fricción, μ , con el cociente τ/σ' (fricción aparente). Se observa que al incrementar la presión de poro (línea anaranjada), aumenta el coeficiente de fricción (línea azul) y el cociente τ/σ' (línea roja). Al detenerse la inyección, la presión de poro y el cociente τ/σ' se estabilizan. En cambio, el coeficiente de fricción evoluciona con el tiempo (línea verde) hasta que aproximadamente al cabo de 33 días su valor final, μ_f , se estabilizaría en su valor inicial $\mu_f = \mu_0 = 0.6$. No obstante, a los 16.64 días se produce el fallo, dado por la intersección de las líneas verde y roja. Si no se hubiese tenido en cuenta el efecto rate and state ni de la variación de las tensiones normales efectivas, el fallo de estabilidad se habría producido después de 1.86 días desde el comienzo de la inyección. Este retraso friccional, de aproximadamente 15 días, se debe a la combinación de la variación de las tensiones normales efectivas y de su repercusión en la variación en la resistencia a fricción que experimenta el deslizador.

En la Fig. 4-b se muestra la trayectoria del estado tensional (σ', τ) sobre el diagrama de Mohr-Coulomb. Se indican, para el estado inicial, la línea de fallo (azul) y el punto (1), representativo de las componentes del vector tensión efectiva. A medida que progresa la inyección, dicho punto se va desplazando horizontalmente hacia la izquierda. Simultáneamente, la línea de fallo va rotando en sentido antihorario por efecto de la variación de las tensiones normales efectivas hasta alcanzar la posición mostrada en la figura. La línea curva negra es la trayectoria que describe el punto de la línea de fallo cuya abscisa es la tensión normal efectiva en cada instante. Al cesar la inyección, la recta de fallo rebota y comienza a girar en sentido horario. Dado que en este ejemplo el coeficiente de fricción recupera el valor inicial ($\mu_f = 0.6$), la línea de fallo final (granate) se superpone a la inicial. El retraso friccional se visualiza en este diagrama a través del ángulo que subtiende la línea de fallo de Coulomb en su rotación.



a) Evolución de la fricción.

b) Diagrama de Mohr-Coulomb.

Figura 4. Retraso friccional causado por una inyección de fluido a presión.

En consecuencia, se observa que si se emplea un modelo con coeficiente de fricción constante, ($\mu^* = 0.6$), el criterio de Mohr-Coulomb predice que la reactivación de la falla se produciría a los 1.86 días de haber iniciado las inyecciones. El modelo rate and state estima la reactivación días después de haber finalizado las mismas.

3.4.2. Inyecciones con diversas tasas de variación lineal de la presión

En el ejemplo anterior se observa que, para la tasa de inyección utilizada, la reactivación de la falla se produce varios días después de cesar la inyección; y que el valor del coeficiente de rozamiento asociado, $\mu_s = 0.78$, es menor que el coeficiente de fricción máximo, μ_{pico} , el cual viene dado por el modelo rate and state extendido con la inclusión del término de Linker-Dieterich.

En la Fig. 5 se muestran los resultados de comparar los efectos de inyecciones con diversas tasas de variación de presión, $\dot{p} = dp/dt$ (MPa/h). Se consideran los mismos parámetros del modelo rate and state del ejemplo anterior, si bien con la slip law para describir la evolución de la variable de estado. En la Fig. 5, las líneas muestran los valores de μ_s , el coeficiente de rozamiento asociado a la reactivación; mientras que se representa con símbolos “+” los valores de μ_{pico} que se alcanzan con cada ritmo de inyección. Se observa que para caudales bajos de inyección se reproduce la misma conclusión del ejemplo anterior, es decir, $\mu_s < \mu_{pico}$. En cambio, para tasas de inyección mayores, la reactivación de la falla se produce durante la fase de inyección, por lo cual se superponen los símbolos y las líneas continuas, lo cual implica que $\mu_s = \mu_{pico}$.

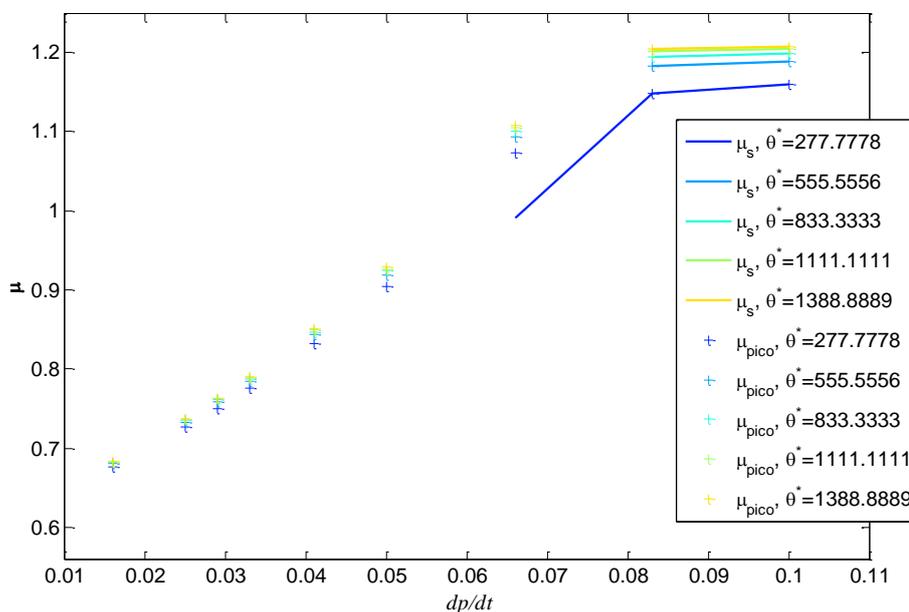


Figura 5. Variación de los coeficientes de fricción μ_{pico} y μ_s (asociado a la reactivación de la falla) para diversas tasas de inyección (slip law con $a = 0.01$; $b = 0.015$; $\alpha = 0.5$; $V^* = 10^{-10}$ m/s).

4. Conclusiones

Se aborda la respuesta friccional de un modelo canónico, constituido por una masa adosada a un muelle que desliza sobre una superficie plana. Se trata de un esquema clásico que, combinado con el modelo de Dieterich-Ruina, denominado “rate and state” de fricción, se ha empleado en sismología para explicar la nucleación, la ruptura sísmica, así como los movimientos asísmicos.

Se ha revisado la aplicabilidad del modelo rate and state a la simulación de experimentos clásicos relacionados con la fricción, en conexión con las fallas. Se observa que el modelo rate and state es versátil en tanto que permite registrar diversas clases de respuesta para un mismo modelo de deslizador, cuando en este se varía alguno de los parámetros de su configuración.

Se ha estudiado de forma simplificada el estado friccional de una falla que, estando en reposo, a causa de la variación del estado tensional en el contacto, puede ser reactivada. Se han incorporado dos modificaciones al modelo de fricción rate and state: por una parte, se ha regularizado para superar las dificultades derivadas de su singularidad para velocidades nulas de deslizamiento; por otra, se ha incluido el término de Linker-Dieterich para tener en cuenta la variación gradual de las tensiones normales efectivas. Estas pueden estar causadas por la inyección de fluidos, que generan cambios en la presión de poro en la falla, los cuales pueden afectar tanto a la evolución de su capacidad friccional como a la fricción resistiva, es decir, la que en cada instante se opone a la tensión tangencial actuante. Los efectos de los cambios de las tensiones actuantes sobre el plano de falla.

Los resultados indican la existencia de un retraso friccional en la reactivación de la falla. Es decir, la falla se reactiva tiempo después del inicio de las inyecciones. Este retraso puede ser de días, incluso podrían ser semanas o meses, en función del ritmo de inyección y de las características del modelo. Los resultados son coherentes con el retraso observado en explotaciones industriales. A diferencia de un modelo de tipo Coulomb con coeficiente de fricción constante, el modelo rate and state es capaz de explicar dicho retraso entre el proceso de inyección y la eventual reactivación de la falla.

5. REFERENCIAS

- [1] Linker, M.F. & Dieterich, J.H. (1992). Effects of variable normal stress on rock friction: Observations and constitutive equations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 97-B4: 4923-4940.
- [2] Gu, Y. & Wong, T. (1991). Effects of loading velocity, stiffness, and inertia on the dynamics of a single degree of freedom Spring-Slider System, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 96(B13), pp. 21677–21691.
- [3] Perrin, G., Rice, J. R. & G. Zheng (1995). Self-healing slip pulse on a frictional surface. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(9), 1461–1495.
- [4] Rice, J. R., & Ben-Zion, Y. (1996). Slip complexity in earthquake fault models. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 93(9), 3811–3818.
- [5] Putelat, T. & Dawes, J.H.P. (2015). Steady and transient sliding under rate-and-state friction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 78, 70–93.
- [6] Yang, Z., H.P. Zang, & M. Marder, (2008). Dynamics of static friction between steel and silicon, *PNAS*, 105, 46, 13264-13268.

- [7] Tal, Y., Hager, B. H. & Ampuero, J. P. (2018). The Effects of Fault Roughness on the Earthquake Nucleation Process. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(1), 437–456.
- [8] Persson, B. N. J., Albohr, O., Mancosu, F., Peveri, V., Samoilov, V. N., & Sivebaek, I. M. (2003). On the nature of the static friction, kinetic friction and creep. *Wear*, 254(9), 835–851. doi:10.1016/s0043-1648(03)00234-5
- [9] Norbeck, J.H., & R.N. Horne, (2018). Maximum magnitude of injection-induced earthquakes: A criterion to assess the influence of pressure migration along faults, *Tectonophysics*, 733, 108-118.
- [10] Hong, T., & Marone, C. (2005). Effects of normal stress perturbations on the frictional properties of simulated faults, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 6, Q03012, doi:10.1029/2004GC000821.
- [11] Nguyen, T.S.; Guglielmi, Y.; Graupner, B. & Rutqvist, J. (2019). Mathematical Modelling of Fault Reactivation Induced by Water Injection. *Minerals*, 9, 282, 1-16.

Changes in strength and deformability of porous building stones after water saturation

Rabat, Álvaro¹; Tomás, Roberto²; Cano, Miguel³

ABSTRACT

Rock materials are used in structural element of emblematic buildings, retaining systems, bridge piers, harbours or as replacement material of architectural monuments. These constructions are commonly in moist environments or in direct contact with water, but standard tests usually determine rock mechanical properties under dry conditions. Furthermore, it is well known that moisture is a key factor in the strength of rocks. The aim of this research was to evaluate the effect of water saturation on strength and deformability of three calcarenite stones from the province of Alicante (Spain). For this purpose, mechanical properties of calcarenites under dry and saturated conditions were measured. The results showed significant reductions of compressive strength and Young's modulus due to water saturation, so it indicates that it is necessary to consider the saturation effect when these stones are exposed to water during its lifetime as well as to incorporate it into the calculation models.

Keywords: porous building stones, mechanical properties, water saturation, uniaxial compressive strength.

1. INTRODUCTION

Nowadays, sedimentary rocks are mainly used as structural material in the construction of singular or outstanding buildings, retaining systems, foundations or as replacement material for the restoration of architectural heritage [1]. Specifically, calcarenite stone extracted from the Bateig quarry (Alicante) is one of the most relevant rock material in the south east of Spain mainly due to its abundance and workability. This stone has been widely used in public works, monument and emblematic buildings like the Valencia City Hall and the Post Office or the restoration of the Almudena Cathedral (Madrid), among others (Fig. 1) [2]. However, despite many of these constructions are usually outdoors or in direct contact with water (e.g. groundwater or sea water), standard tests to obtain strength parameters are carried out in dry rock samples [3]. In addition, several studies showed that uniaxial compressive strength and other mechanical and physical properties of some rocks significantly change when saturated [4]–[11]. In this line, with regard to sandstones, Shakoor and Barefield [4] obtained uniaxial strength reductions of up to 71.6% between dry and saturated sandstones specimens from Ohio. Verstringe et al. [5] also found loss of strength of 40-60% in ferruginous sandstones and attributed it to their clay content and the pore and grain size distribution. On the other hand, concerning the deformability, Kim and Changani [6] measured Young's modulus decreases of 10% in Red sandstones

¹ Department of Civil Engineering. University of Alicante (SPAIN). alvaro.rabat@ua.es (Corresponding author)

² Department of Civil Engineering. University of Alicante (SPAIN). roberto.tomas@ua.es

³ Department of Civil Engineering. University of Alicante (SPAIN). miguel.cano@ua.es

after water saturation and Mann and Fatt [7] found reductions of 8-20% in Berea, Bose and Bandera sandstones.

In the case of limestones, Vásárhelyi [8] observed reductions of more than of 30% on uniaxial strength and elastic modulus in Miocene rocks and Torok and Vásárhelyi [9] obtained strength decreases of more than of 10% in travertines due to water saturation.



Figure 1. Use of Bateig stone: a) Valencia City Hall built with Beige and Diamond varieties; b) Valencia Post Office constructed with Beige and Diamond calcarenites; c) Almudena Cathedral (Madrid) renovated with Beige Bateig; d) Masonry wall built with Blue, Beige and Diamond varieties. Pictures courtesy of Bateig Piedra Natural S.A.

In view of all that has been set out above, in those structural situations in which the building stone can be saturated during its lifetime, it is necessary to evaluate the variations induced in its mechanical behaviour in order to be incorporated into the calculation models.

2. OBJECTIVE

The main objective of this research was to study the effect of saturation on the uniaxial compressive strength and the static Young's modulus of three porous building calcarenite materials from the province of Alicante.

3. MATERIALS AND METHODS

3.1. Rock descriptions and sample preparations

Bateig stones are allochemical calcareous rocks (principally biosparite-biomicroite) that belong to a transgressive unit of Middle-Late Miocene age in the Betic-Balearic domain. Specifically, these stones are constituted by primary sediments belonging to the continental shelf with a no continuous deposition

of benthic, nektonic and planktonic organisms. As a result, these rocks exhibited bioturbation, burrows and flaser bedding and the sediments showed some organic shells (principally foraminera), detrital quartz and phyllosilicates (smectite, mica, palygorskite and chlorite) [12]. Specifically, in this study, three Bateig stone varieties were used: Blue, Beige and Diamond calcarenites (Fig. 2).

Concerning sample preparations, a total of 36 cylindrical specimens 28 mm in diameter and 70-75 mm long of the three biocalcarenite varieties were extracted with a diamond drill from parallelepipedic rock blocks collected from Bateig quarry (Elda, Alicante). Subsequently, for each variety of building stone, half of the samples were dried in an oven at 105 °C for 48 h to prepare dry specimens and the other half were soaked in water for 48 h in a vacuum chamber to obtain fully saturated specimens. Finally, all samples were tested in laboratory in order to determine the physical and mechanical properties under dry and saturated conditions.

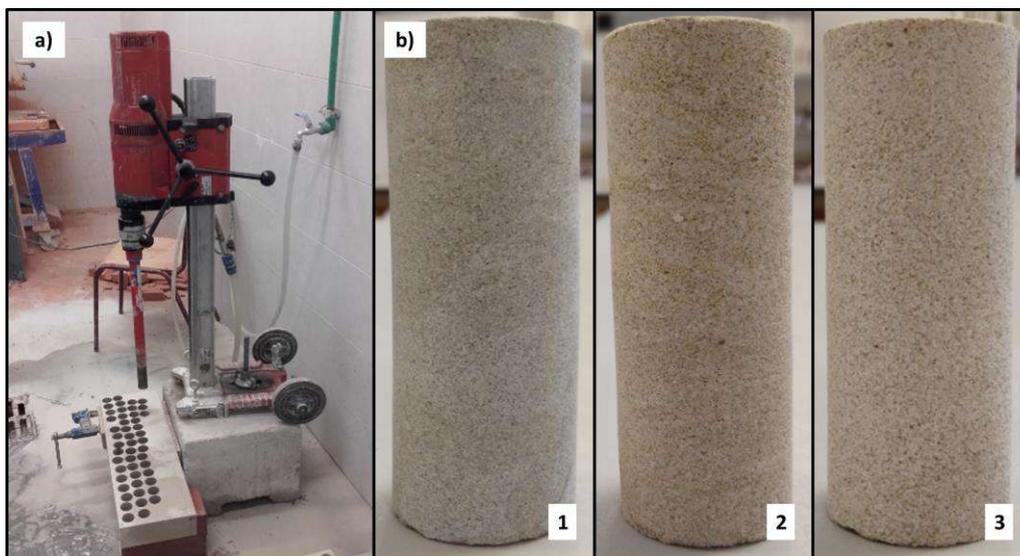


Figure 2. Samples preparation: a) Extraction of rock core samples with a diamond drill rig; b) Rocks used in this study: (1) Blue, (2) Beige and (3) Diamond calcarenites.

3.2. Physical and ultrasonic properties

The dry and saturated bulk densities (ρ_d and ρ_{sat} , respectively), true density (ρ_r), open and total porosity (ρ_o and ρ , respectively), and water absorption (W_a) were determined according to UNE Spanish standards [13], [14]. The longitudinal (P) and transverse (S) wave velocities (V_p and V_s , respectively) of the three biocalcarenites in dry and saturated conditions were determined using signal emitting-receiving machine coupled with a computer (Fig. 3). To calculate the corresponding wave velocity of each rock sample, its length (i.e. the distance between transducers) was divided by the travel time of each wave. The P-wave velocity was calculated according to UNE-EN 14579 [14]. The ultrasonic wave velocities (V_p and V_s) and bulk density (ρ_b) were used to determine the dynamic Young's modulus (E_{dyn}) and the dynamic Poisson's coefficient (ν_{dyn}) under dry and saturated conditions by using equations (1) and (2).

$$E_{dyn} = \frac{[\rho_b * V_s^2 * (3 * V_p^2 - 4 * V_s^2)]}{V_p^2 - V_s^2} \quad (1)$$

$$v_{dyn} = \frac{V_p^2 - 2 * V_s^2}{[2 * (V_p^2 - V_s^2)]} \quad (2)$$

3.3. Mechanical properties

A press machine with a 200 kN capacity (Fig. 3) was used for the development of the uniaxial compressive strength (UCS) tests. Additionally, a LVDT transducers system was used to measure the static elastic Young's modulus (E_{st}). The loading rate was adjusted to make sure that the failure samples in dry and saturated states happened between 5-10 min after the start of the test as required by UNE 22950-1 [15] and UNE 22950-3 [16].

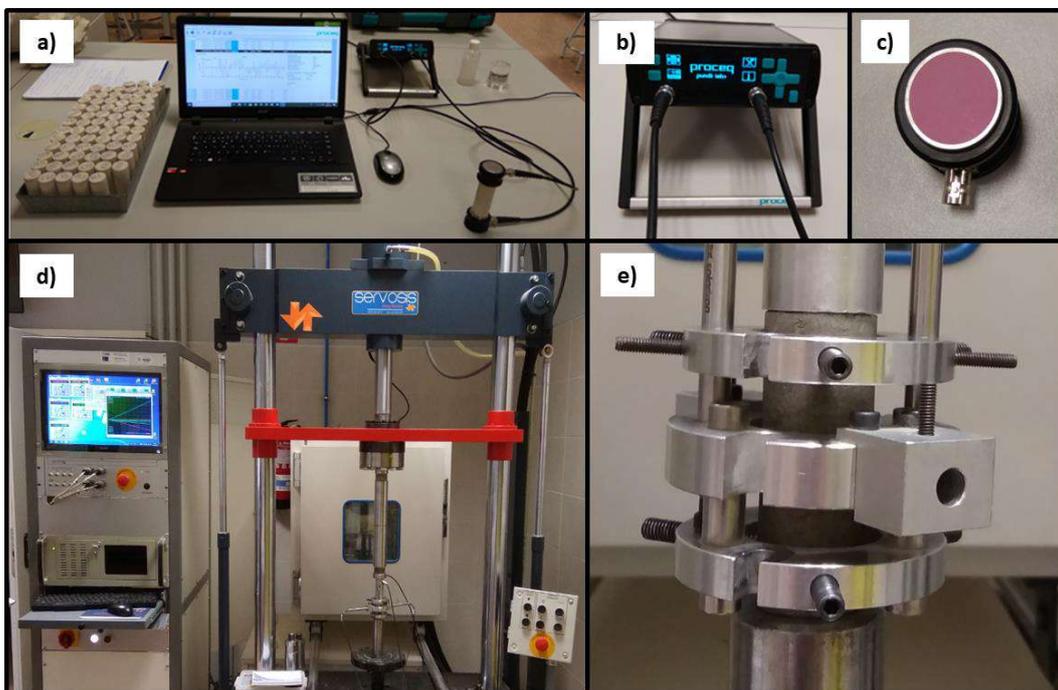


Figure 3. Test equipment used in this study: a) Signal emitting-receiving machine coupled with a computer; b) Detail of emitting-receiving device; c) Detail of 250 kHz transducer; d) Servo-controlled press machine e) Detail of instrument for axial strain measurement.

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1. Physical properties

Dry and saturated bulk densities of Bateig biocalcarenite varieties varied between 2.11-2.29 g/cm³ and 2.32-2.41 g/cm³, respectively. The highest bulk density value corresponded to the Blue calcarenite and the lowest value was found in Diamond variety. In line with this, the Blue variety showed the smallest open and total porosities (i.e. 11.6 and 15.0%, respectively) and water absorption capacity (i.e. 5.1%) while the Diamond biocalcarenite showed the greatest mean values of these parameters (i.e. 20.4, 21.9 and 9.6%, respectively). For its part, Beige variety exhibited intermediate densities and porosities values (but very similar to Diamond variety). The results are summarized in Table 1.

Table 1. Physical properties of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites.

Material	Number of samples	ρ_d (kg/m ³)	ρ_o (%)	ρ_{sat} (kg/m ³)	ρ_r (kg/m ³)	ρ (%)	W_a (%)
Blue	12	2290±7	11,6±0,2	2408±7	2694±7	15,0±0,2	5,1±0,1
Beige	12	2171±14	18,0±0,5	2345±6	2715±12	20,0±0,5	8,3±0,3
Diamond	12	2115±11	20,4±0,3	2324±6	2709±14	21,9±0,4	9,6±0,2

4.2. Ultrasonic wave velocities (V_p and V_s) and dynamic properties (E_{dyn} and ν_{dyn})

Concerning P- and S-wave velocities in dry conditions, the highest values were obtained in Blue calcarenite samples (4.61 and 2.66 km/s, respectively) and the lowest values were measured in Beige calcarenite (3.32 and 2.03 km/s, respectively). Diamond calcarenite exhibited intermediate values (4.17 and 2.41 km/s, respectively). The results are summarized in Table 2.

Table 2. Ultrasonic properties of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites.

	Number of samples	Dry		Saturated	
		V_p (km/s)	V_s (km/s)	V_p (km/s)	V_s (km/s)
Blue	12	4,61±0,02	2,66±0,04	4,87±0,13	2,46±0,04
Beige	12	3,32±0,12	2,03±0,06	3,46±0,08	1,75±0,04
Diamond	12	4,17±0,04	2,41±0,02	4,72±0,04	2,33±0,01

With regard to water saturation effect on ultrasonic velocities, all calcarenites varieties exhibited a moderate increase of V_p (i.e. 5.6, 4.2 and 13.0% in Blue, Beige and Diamond, respectively) and, on the other hand, a decrease of V_s (i.e. 7.2, 13.8 and 3.2% % in Blue, Beige and Diamond, respectively). Similar findings were also observed in various Turkish sedimentary rocks by Karakul and Ulusay [17]. The results are depicted in Fig. 4.

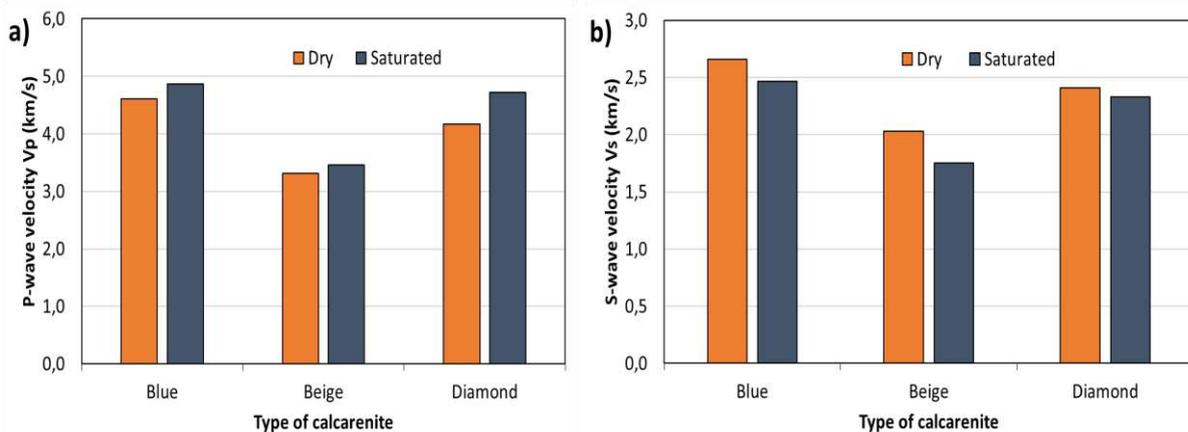


Figure 4. Mean values of: a) P-wave velocity (left); and b) S-wave velocity (right) of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites before and after saturation.

Ultrasonic wave velocities measurements under dry and saturated conditions were used to calculate the dynamic Young's modulus (E_{dyn}) and dynamic Poisson's coefficient (ν_{dyn}) in both states. Concerning dynamic elastic modulus, the highest value was obtained in Blue calcarenite variety (40.49 GPa in dry

condition) and the lowest values was measured in Beige calcarenite variety (21.37 GPa in dry state). Diamond calcarenite showed an intermediate value (30.66 GPa in dry condition). The dynamic Poisson's coefficient of biocalcarenites varied between 0.20-0.25 in dry state. The results are shown in Table 3.

Table 3. Dynamic Young's modulus and dynamic Poisson's coefficient of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites.

	Number of samples	Dry		Saturated	
		ν_{dyn} (-)	E_{dyn} (GPa)	ν_{dyn} (-)	E_{dyn} (GPa)
Blue	12	0,25±0,01	40,49±0,93	0,33±0,01	36,98±1,37
Beige	12	0,20±0,03	21,37±1,36	0,33±0,01	17,57±0,87
Diamond	12	0,25±0,01	30,66±0,42	0,34±0,01	30,73±0,34

With regard to the effect of water saturation on the dynamic Young's modulus, the findings suggested a moderate reduction in Blue and Beige calcarenites (8.7 and 17.8%, respectively) and small changes in Diamond (0.2%) (Fig 5a). On the other hand, an important increase in ν_{dyn} was noticed for all studied stones (Fig 5b). This results are in agreement with those obtained by Kate [18] in sandstones.

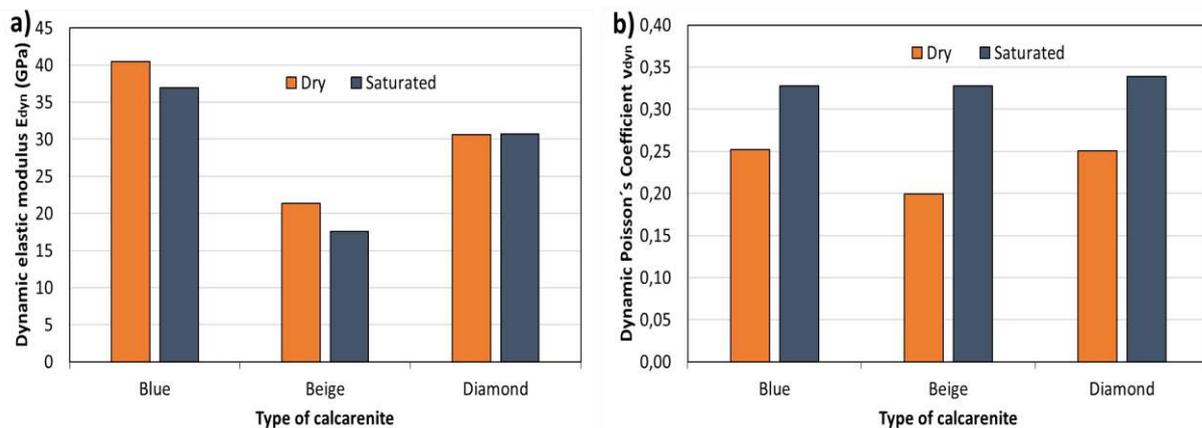


Figure 5. Mean values of dynamic: a) elastic modulus (left); and b) Poisson's coefficient (right) of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites before and after saturation.

4.3. Mechanical properties (UCS and E_{st})

The results indicated that the UCS mean value of Blue calcarenite in dry condition (36.58 MPa) is higher than the others two varieties (21.51 and 26.9 MPa in Beige and Diamond calcarenite, respectively). This is basically in line with the greater density and the smaller porosity of Blue variety. Similar findings were obtained regarding the E_{sta} . Specifically, Beige calcarenite exhibited the lowest mean value in dry condition (7.73 GPa) while Blue and Diamond showed mean values of 25.02 and 19.88 GPa respectively. The results are summarized in Table 4.

Table 4. Unconfined compressive strength and static Young's modulus of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites.

	Dry		Saturated	
	UCS (MPa)	E _{st} (GPa)	UCS (MPa)	E _{st} (GPa)
Blue	36,58±8,06	25,02±4,62	18,70±3,55	11,73±1,10
Beige	21,51±2,95	7,73±1,35	8,20±2,20	2,45±0,28
Diamond	26,90±4,99	19,88±2,76	18,89±3,27	15,39±0,87

In reference to water saturation influence, significant reductions in uniaxial compressive strength (UCS) and static modulus of elasticity (E_{sta}) were observed in all calcarenite varieties. Specifically, UCS decreased up to 49, 62 and 30% for Blue, Beige and Diamond biocalcarenites, respectively (Fig. 6a). On the other hand, E_{sta} decreased up to 53, 68 and 23% for Blue, Beige and Diamond biocalcarenites, respectively (Fig. 6b). Therefore, Blue and Beige varieties exhibited high and similar water sensitivity, while Diamond variety exhibited a smaller (but non-negligible) loss of mechanical properties.

These results are in accordance with those obtained in sandstones and limestones by previously mentioned authors (i.e. [4]–[8]). UCS and E_{st} losses may be due three different causes that may occur at the same time: the reduction of surface energy of the crack borders when the pore is full of water [19], the premature growth of the cracks originated by increasing water pressures within the pores when the sample is fully saturated [20] and the weakening of cementations between the grains by different ways (solution, dispersion, etc.) or the presence of clay minerals [20]. In this line, it is important to remember that Bateig calcarenites have small amounts of phyllosilicates.

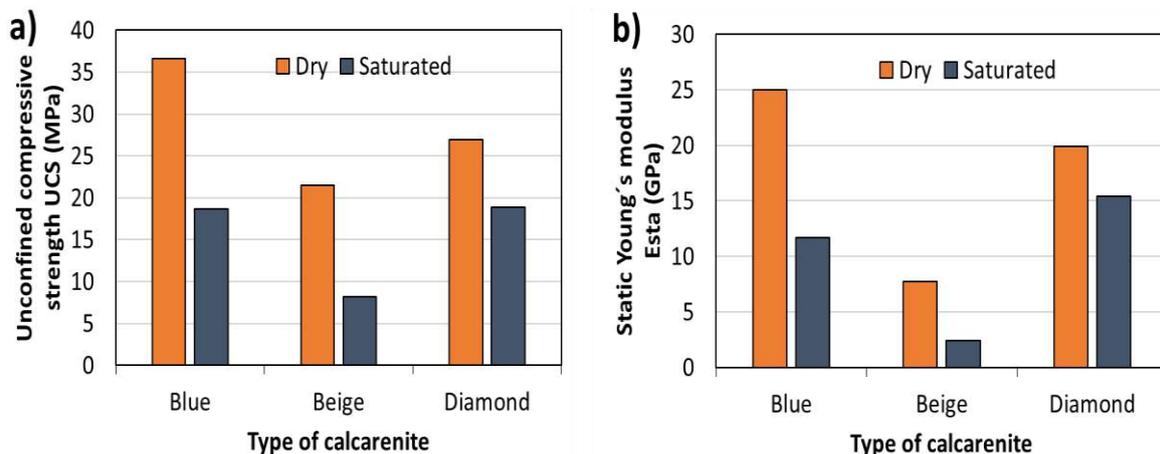


Figure 6. Mean values of: a) uniaxial compressive strength (left); and b) Young's modulus (right) of Blue, Beige and Diamond biocalcarenites before and after saturation.

Regarding the failure patterns of samples, in general, dry specimens exhibited a brittle fracture and principally showed axial splitting failure with cracks located both on the surface and in the inner zones. On the other hand, saturated samples exhibited a more ductile behaviour and they also showed axial splitting failure with tensile-dominated fractures and, to a lesser extent, shear-dominated failure. Frequently, the cracks of saturated samples appeared closer to the surface than cracks of dry specimens.

This fact may suggest that in saturated specimens the water was mainly placed and confined on the surface of the samples and an important degradation of strength and deformability properties occurs in this region. However, the core of samples may contain less moisture and exhibited a lower mechanical deterioration. The failure models of dry and saturated specimens are shown in Fig. 7.

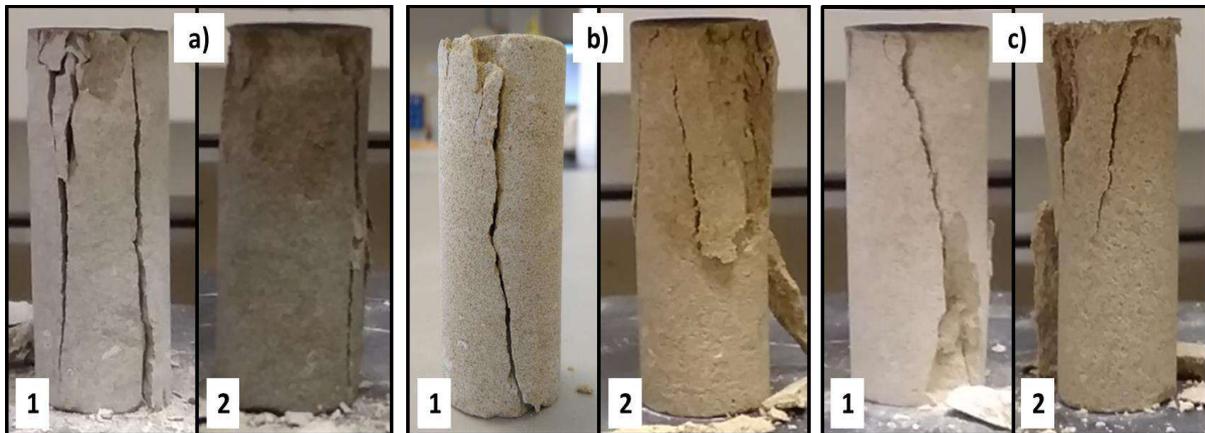


Figure 7. Failure mode of dry (1) and saturated (2) specimens after UCS test: a) Blue, b) Beige, and c) Diamond calcarenites.

5. CONCLUSIONS

This study shows that the physical and ultrasonic properties of Bateig stones are slightly modified due to their water saturation. Specifically, moderate increases of V_p (4.2-13.0%) and slightly reductions of V_s (3.2-13.8%) were found in the calcarenites tested. Consequently, their associated dynamic properties also change. In particular, moderate decreases of E_{dyn} (0.2-17.8%) and substantial reductions of v_{dyn} (30.2-64.4%) were obtained in the studied stones.

However, the most relevant result from this work is the establishment of the changes in UCS and E_{st} between dry and saturated conditions for the three calcarenite building stones examined due to their practical importance. In this line, UCS decreased up to 49, 62 and 30% for Blue, Beige and Diamond varieties, respectively. On the other hand, E_{sta} decreased up to 53, 68 and 23% for Blue, Beige and Diamond varieties, respectively.

This finding shows that the exclusive use of dry values of UCS and E_{st} in design and modelling of calcarenite structural elements may lead to a significant strength overestimation as well as a deformability underestimation and, as a consequence, to an incorrect assessment of the safety or functionality of stone buildings in several situations. Therefore, when structural elements made of these rocks are expected to become saturated during its lifetime it will be necessary to evaluate and consider the effect of saturation to incorporate it into the calculation models.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by the Vicerrectorado de Investigación y Transferencia del Conocimiento of the University of Alicante through Predoctoral grant FPUUA53-2018 and the projects UAUST18-21 and UAEEBB2018-09. The authors thank the company "Bateig Piedra Natural S.A." for providing the rock samples and some pictures used in this work.

REFERENCES

- [1] S. Paixão, K. Mazarelo, and B. Hernandis, "Natural stone as a design material for the development of urban infrastructure: a case study," *Iconofacto*, vol. 8, pp. 77–95, 2012.
- [2] A. Bernabeu, M. A. García del Cura, F. Mingarro, M. C. López de Azcona, S. Ordóñez, and R. Fort, "La Piedra de Novelda: una roca muy utilizada en el patrimonio arquitectónico," *Mater. Construcción*, vol. 52, no. 266, pp. 19–32, 2010.
- [3] X. Shi, W. Cai, Y. Meng, G. Li, K. Wen, and Y. Zhang, "Weakening laws of rock uniaxial compressive strength with consideration of water content and rock porosity," *Arab. J. Geosci.*, vol. 9, no. 5, pp. 1–7, 2016.
- [4] A. Shakoor and E. H. Barefield, "Relationship between unconfined compressive strength and degree of saturation for selected sandstones," *Environ. Eng. Geosci.*, 2009.
- [5] E. Verstrynge, R. Adriaens, J. Elsen, and K. Van Balen, "Multi-scale analysis on the influence of moisture on the mechanical behavior of ferruginous sandstone," *Constr. Build. Mater.*, vol. 54, pp. 78–90, 2014.
- [6] E. Kim and H. Changani, "Effect of water saturation and loading rate on the mechanical properties of Red and Buff Sandstones," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 88, pp. 23–28, 2016.
- [7] R. L. Mann and I. Fatt, "Effect of pore fluids on the elastic properties of sandstone," *Geophysics*, vol. 25, no. 2, pp. 433–444, Apr. 1960.
- [8] B. Vásárhelyi, "Statistical analysis of the influence of water content on the strength of the miocene limestone," *Rock Mech. Rock Eng.*, vol. 38, no. 1, pp. 69–76, 2005.
- [9] Á. Török and B. Vásárhelyi, "The influence of fabric and water content on selected rock mechanical parameters of travertine, examples from Hungary," *Eng. Geol.*, vol. 115, no. 3–4, pp. 237–245, 2010.
- [10] A. Rabat, R. Tomás, M. Cano, M. Pérez, and V. Brotons, "Efecto de la saturación sobre las propiedades mecánicas de materiales pétreos sedimentarios empleados en construcción," in *Congreso Nacional PRE-CONPAT 18 España*, 2018.
- [11] L. N. Y. Wong, V. Maruvanchery, and G. Liu, "Water effects on rock strength and stiffness degradation," *Acta Geotech.*, vol. 11, no. 4, pp. 713–737, 2016.
- [12] S. Ordóñez, M. Louis, M. A. García del Cura, R. Fort, M. C. López de Azcona, and F. Mingarro, "Physical properties and petrographic characteristics of some Bateig stone varieties," in *7th International IAEG Congress*, 1994, pp. 3595–3603.
- [13] AENOR, "UNE-EN 1936. Métodos de ensayo para piedra natural. Determinación de la densidad real y aparente y de la porosidad abierta y total.," *Asoc. Española Norm. y Certificación, Madrid.*, 2007.
- [14] AENOR, "UNE 103-302-94. Determinación de la densidad relativa de las partículas de un suelo.," *Asoc. Española Norm. y Certificación, Madrid.*, p. 4, 1994.
- [15] AENOR, "UNE 22-950-90-1. Propiedades mecánicas de las rocas. Ensayos para la determinación de la resistencia. Parte 1: Resistencia a la compresión uniaxial.," *Asoc. Española Norm. y Certificación, Madrid.*, pp. 1–4, 1990.
- [16] AENOR, "UNE 22-950-90-3. Propiedades mecánicas de las rocas. Ensayos para la determinación de la resistencia. Parte 3: Determinación del módulo de elasticidad (Young) y del coeficiente de Poisson.," *Asoc. Española Norm. y Certificación, Madrid.*, 1990.
- [17] H. Karakul and R. Ulusay, "Empirical correlations for predicting strength properties of rocks from P-wave velocity under different degrees of saturation," *Rock Mech. Rock Eng.*, vol. 46, no. 5, pp. 981–999, 2013.
- [18] J. M. Kate, "Influence of Saturation on Dynamic Elastic Constants of Sandstones," in *Rock Engineering and Technology for Sustainable Underground Construction Eurock 2012-the ISRM International Symposium*, 2012, no. May.
- [19] G. Ballivy and J. C. Colin, "Stockage souterrain: Influence de la nature du fluide sur les propriétés mécaniques de la roche en paroi," in *9th Int. Cong. on Rock Mech.*, 1999, pp. 563–567.

- [20] M. Romana and B. Vásárhelyi, "A discussion on the decrease of unconfined compressive strength between saturated and dry rock samples," *Proc. 11th Congr. Int. Soc. rock Mech.*, vol. 1, pp. 139–142, 2007.

Characterization of welded steel joints using modal shapes

Eduardo Bayo¹, Javier Gracia², Jeppe Jönsson³

¹Departamento de Construcción, Instalaciones y Estructuras. Universidad de Navarra (España). ebayo@unav.es

²Departamento de Construcción e Ing. de Fabricación. Universidad de Oviedo (España). graciajavier@uniovi.es

³Department of Steel Structures. DTU Technical University of Denmark (Dinamarca). jej@byg.dtu.dk

ABSTRACT

The widely used component method proposed in Eurocode 3 Part 1.8 for the characterization of steel joints has limitations that arise from their accuracy and the difficulty to take into account all the interactions between the different components, especially for three-dimensional joints where the method becomes impracticable.

Continuing with the methodology of characterizing steel joints using complete finite element models that are substructured to 12 degree of freedom cruciform elements, we examine in this paper the use of different sets of eigenvectors (based on different boundary conditions imposed on the cruciform element) to assess the stiffness and resistance of the joint. A study of the participation of the eigenvectors in frame analysis shows the modes that contribute to the joint response in displacements and internal forces. Whereas the eigenvectors characterize the stiffness quite well, they do not seem suitable for resistance characterization due to their strong coupling.

Keywords: joints, steel structures, modal shapes, frame analysis, advanced analysis methods.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento de las uniones (articuladas, rígidas y/o semi-rígidas) en estructuras de acero tiene una importante repercusión en los resultados del análisis global de la estructura y en el comportamiento de los elementos estructurales. Normalmente las uniones están siendo incluidas en el análisis estructural mediante muelles rotacionales unidos a las respectivas vigas y pilares [1]. Esta forma aproximada de modelar la unión no incluye su tamaño, y lo que es mas importante, tampoco incluye la interacción del cortante del panel con los momentos de las vigas. El Eurocodigo 3 (EC3) en su parte 1.8 [1] trata de solventar este problema mediante el parámetro de transformación β que exige un proceso de iteración puesto que los esfuerzos en la unión no son conocidos a priori.

Los modelos mecánicos de *componentes* [1] representados por muelles y barras rígidas [2] presentan los inconvenientes de no incluir la flexibilidad a axil y flexión de los pilares (son barras rígidas), y aumentan muy significativamente el numero de barras y grados de libertad (GDL) de la estructura.

¹ Departamento de Construcción, Instalaciones y Estructuras. Universidad de Navarra (España). ebayo@unav.es
(Corresponding author)

² Departamento de Construcción e Ing. de Fabricación. Universidad de Oviedo (España). graciajavier@uniovi.es

³ Department of Steel Structures. DTU Technical University of Denmark (Dinamarca). jej@byg.dtu.dk

Una combinación de elementos finitos y *componentes* ha sido presentada en [3] para el modelo de uniones. Este método aporta precisión y fiabilidad, sin embargo es computacionalmente caro para los análisis no lineales y requiere procedimientos especiales para acoplar la rigidez y resistencia de la unión con los elementos estructurales. Elementos cruciformes 2D de 12 GDL basados en *componentes* fueron inicialmente propuestos en [4], y generalizados para uniones de viga pilar con el mismo o distinto canto [5]. Estos elementos aportan las ventajas de incluir el tamaño de la unión, evitar el parámetro de transformación β , e incluir la flexibilidad del pilar e interacción de esfuerzos en el panel. Su exactitud depende en gran medida de la precisión del propio método de *componentes*.

El común denominador de las técnicas descritas mas arriba es el método de los *componentes* [1]. Este método ha sido utilizado para modelar uniones 2D, sin embargo presenta limitaciones para el modelado de las interacciones de esfuerzos, y esto se complica de una forma inabordable para los casos de la uniones 3D, donde se aúnan las interacciones de un número considerable de esfuerzos (axial, cortantes, flectores y torsión) en los ejes mayor y menor. Modos de deformación fueron inicialmente introducidos en [4] para el análisis de uniones. Recientemente en [6] se ha presentado una forma de obtener la matriz de rigidez del elemento cruciforme de 12 GDL para uniones soldadas a partir de modelos completos de elementos finitos, seguido de un proceso de subestructuración. Los autovalores y modos propios del elemento cruciforme se utilizan en [6] para metamodelar las matrices de rigidez de una forma precisa. En [7] se propone el uso de modos propios en el contexto de elementos viga de pared delgada. En este artículo se presenta una investigación sobre las posibilidades de utilización de los modos propios bajo distintas condiciones de contorno no solo para evaluar la rigidez sino también la resistencia de las uniones.

En el apartado 2 se resume la metodología seguida en [6] para generar la matriz de rigidez del elemento cruciforme de 12 grados de libertad. En el apartado 3 se realiza su descomposición modal: los autovectores se relacionan con los modos de deformación, y los autovalores con su respectiva rigidez. En el mismo apartado se describen los modos generados y su dependencia de las condiciones de contorno del elemento. En el apartado 4 se analiza un pórtico y se ven las contribuciones modales en los desplazamientos de la unión para una serie de tres combinaciones de cargas gravitatorias y laterales. En el apartado 5 se muestran los resultados de las combinaciones modales de esfuerzos en la unión y su influencia en la resistencia. Por último se recogen las conclusiones de esta investigación.

2. MODELADO DE LA UNIÓN

El proceso de modelado se inicia con la realización de un modelo detallado de elementos finitos (EF) como se indica en la Fig. 1. Los modelos de EF se han usado con asiduidad para modelar uniones de acero dando resultados precisos y fiables [8-9]. Se utiliza el programa Abaqus y el elemento de 8 nudos C3D8R que incluye integración reducida para evitar el modo de reloj de arena y el bloqueo por cortante. Las soldaduras se modelan con restricciones cinemáticas del tipo “tie” con la sección de la viga como superficie maestra y la del pilar como sección esclava.

Como se muestra en la Fig. 2 para una unión con IPE330 y poste HEA200, el modelo se extiende a ambos lados, y arriba y abajo para asegurar que los bordes del modelo estén lo suficientemente alejados de la zona de concentración de tensiones y efectos locales. De una serie de simulaciones efectuadas se ha podido comprobar que $h/5$ es una distancia adecuada para esta extensión. El modelo

completo mostrado en la Fig. 1 contiene unos 96,000 GDL. El tipo de material que se considera es lineal con un módulo elástico de 21000 kN/cm² y un coeficiente de Poisson de 0.3.

Con este modelo se procede a la obtención de un elemento cruciforme de 12 GDL que se muestra en la Fig. 2 y que se obtiene mediante un proceso de subestructuración dentro de Abaqus. Para ello se utiliza el tipo de análisis “substructure” en el que los grados de libertad maestros corresponden a las traslaciones y giros en las secciones A, B, C y D que se muestran en la Fig. 1. Los nudos que se muestran con una x en la Fig. 1 se localizan en el centro de gravedad de las secciones, que se desplazan asumiendo la hipótesis de que la sección plana permanece plana después de la deformación.

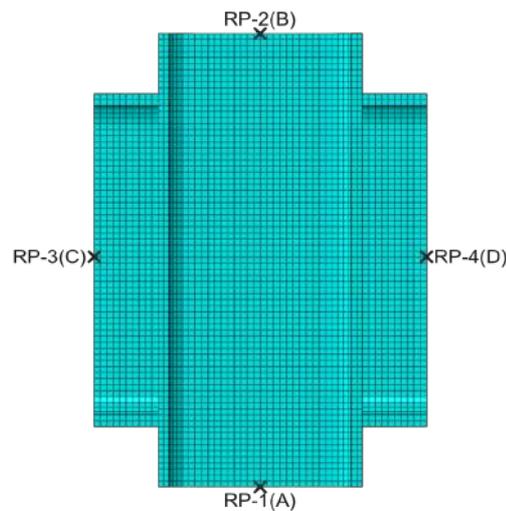


Figura 1. Modelo de elementos finitos y situación de los puntos de subestructuración.

El resultado final es una matriz de rigidez condensada correspondiente al elemento cruciforme mostrado en la Fig. 2. El orden establecido para los grados de libertad es el siguiente: del 1 al 3 corresponden al punto A, del 4 al 6 para el punto B, del 7 al 9 para el C, y del 10 al 12 para el D. La hipótesis de deformación arriba apuntada se materializa mediante la restricción de que las secciones no se deforman en su plano y siguen los desplazamientos y giros de los puntos de referencia.

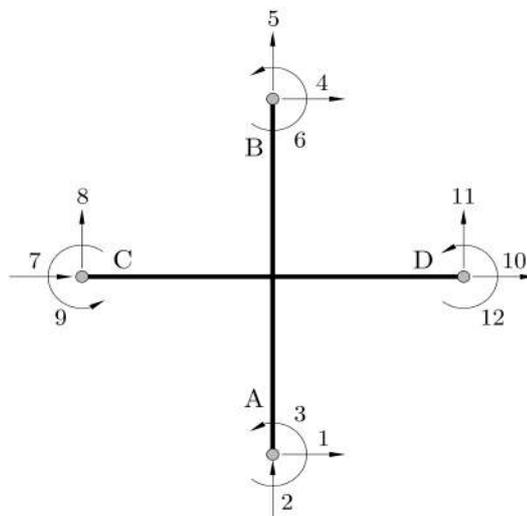


Figura 2. Elemento cruciforme de 12 GDL condensado del de elementos finitos.

3. DEFORMACIONES MODALES PARA DISTINTAS CONDICIONES DE CONTORNO DEL ELEMENTO

3.1. Elemento sin restricciones

La matriz de rigidez condensada se traslada de Abaqus a Matlab para realizar su descomposición modal. La función *eig* de Matlab es utilizada para resolver $K\Phi = \Phi[\lambda]$, donde λ son los autovalores y Φ la matriz de autovectores, que se orto-normaliza de forma que $\Phi^{-1} = \Phi^T$. Se contempla el caso de un pilar HEA200 y una viga IPE330 que se modela por elementos finitos como en la Fig. 1, obteniendo mediante el proceso de condensación su matriz de rigidez de 12x12 correspondiente a la configuración que se indica en la Fig. 2 donde no se aplican restricciones. Las unidades elegidas son kN y m. De la descomposición modal surgen 12 modos: tres de ellos corresponden a los movimientos de sólido rígido y sus autovalores son nulos. Los restantes modos de deformación se pueden clasificar por orden del valor del autovalor, de la siguiente forma: el primero corresponde a la deformación del panel a cortante (Fig. 3 izquierda) aunque, como se verá en las simulaciones del siguiente apartado, también contribuye sensiblemente a los momentos flectores; el segundo corresponde a la flexión de los pilares (Fig. 3 derecha); el tercero a la flexión simétrica de las vigas a ambos lados de la unión (Fig. 4 izquierda); el cuarto se debe a la flexión interna del nudo que mantiene los giros de las caras iguales a cero.

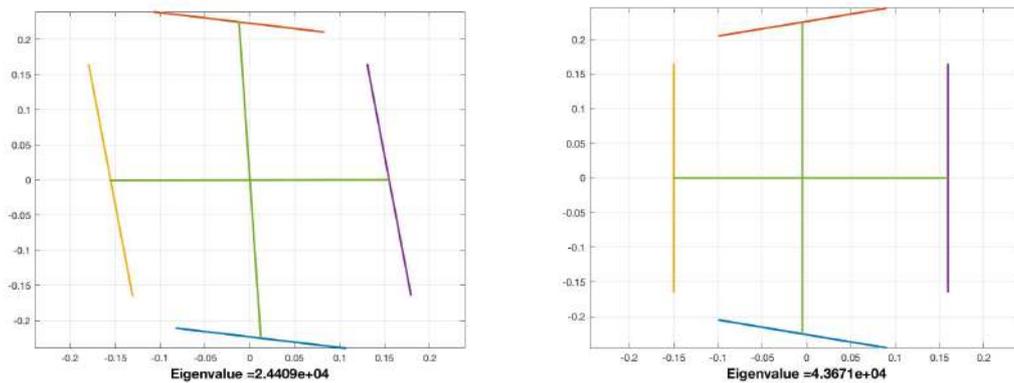


Figura 3. Modo a cortante (izquierda) y modo de flexión de los pilares (derecha).

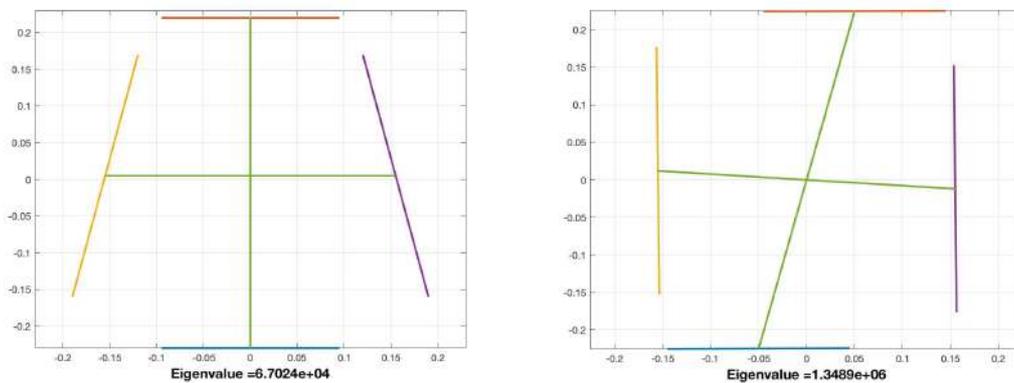


Figura 4. Modo de flexión de las vigas (izquierda) y modo de flexión interna del panel (derecha).

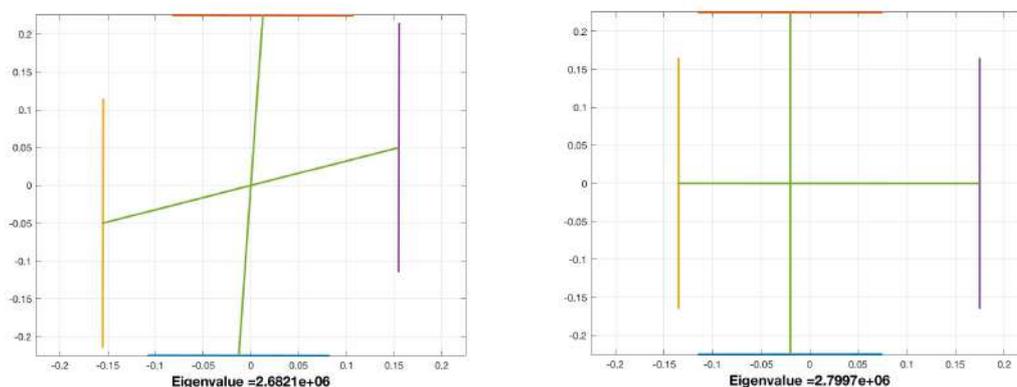


Figura 5. Modo de cortante interno (izquierda) y modo axial en X (derecha).

La Fig. 5 izquierda muestra el siguiente modo por orden de magnitud del autovalor. Este modo corresponde a una deformación a cortante interno del panel que mantiene los giros en las caras iguales a cero prácticamente.

Merece la pena observar que los autovalores correspondientes a los modos 4 y 5 son dos órdenes de magnitud mas altos que los anteriores tres modos, por ello se espera que no contribuyan apreciablemente a la respuesta de la unión (los resultados mostrados a continuación corroboran este hecho). Por último se muestra en la Fig. 5 derecha el primer modo a axial en la dirección X (eje horizontal). Los restantes son el otro modo a axial según X, y los dos modos axiales en la dirección Y. Todos estos tienen el mismo orden de magnitud y están altamente acoplados entre ellos debido al efecto de Poisson. La *Tabla 1* muestra los autovalores de los distintos modos.

Tabla 1. Autovalores del modelo sin restricciones

Cort 1	Flex pilar	Flex vigas	Flex panel	Cort 2	Axial X1	Axial Y1	Axial Y2	Axial X2
2.44E+04	4.37E+04	6.70E+04	1.35E+06	2.68E+06	2.80E+06	4.55E+06	5.03E+06	6.36E+06

En [6] se ha realizado un estudio paramétrico donde se ha estudiado la variación de estos modos en una muestra de 84 casos resultantes de combinar distintos pilares y vigas. Se ha podido comprobar que estos modos conservan su forma con pequeñas variaciones, aunque obviamente los autovalores (rigideces modales) cambian en función del tamaño de los perfiles. Este comportamiento ha servido para desarrollar en [6] un proceso de metamodelado muy preciso para obtener las matrices de rigidez de toda una población de distintos casos a partir de una muestra reducida.

3.2. Elemento con restricciones

En este apartado se pretende mostrar los autovectores correspondientes al elemento cruciforme pero con restricciones que eliminen los modos de sólido rígido. Con ello se pretende ver la configuración de los modos y su relación con las deformaciones que se producen en la unión. Para ello se contempla el elemento cruciforme que se muestra en la Fig. 6 con una articulación en la sección izquierda y un rodillo en la derecha. De esta forma están restringidos los modos de sólido rígido. La Fig. 7 muestra ahora el primer modo que corresponde a la deformación a cortante del panel. Este modo tiene un autovalor muy similar al caso anterior. Sin embargo en la Fig. 7 derecha se muestra la segunda deformada modal que corresponde a una flexión interna de la unión con giros en todas las secciones

que tienen el mismo sentido. Su correspondiente autovalor es similar al primero y esto difiere substancialmente del caso de los modos sin restricciones.

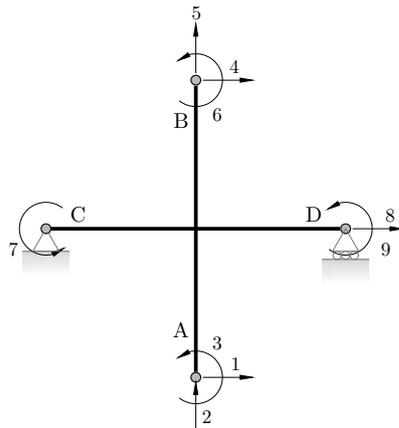


Figura 6. Elemento cruciforme de 9 GDL apoyado en ambos lados.

La Fig. 8 izquierda y derecha, muestran los modos 3 y 4 correspondiente a la flexión del pilar y de las vigas, respectivamente. Estos modos son iguales a los del caso anterior y tienen autovalores idénticos. Por último la Fig. 9 muestra la deformada del modo 5 que esta vez corresponde a la deformada axial en la dirección del eje X; y el modo 6 que está ligado a la flexión interna del nudo y vuelve a ser muy similar al anterior. Los otros tres modos axiales tienen autovalores similares y vuelven a estar muy acoplados debido al efecto de Poisson.

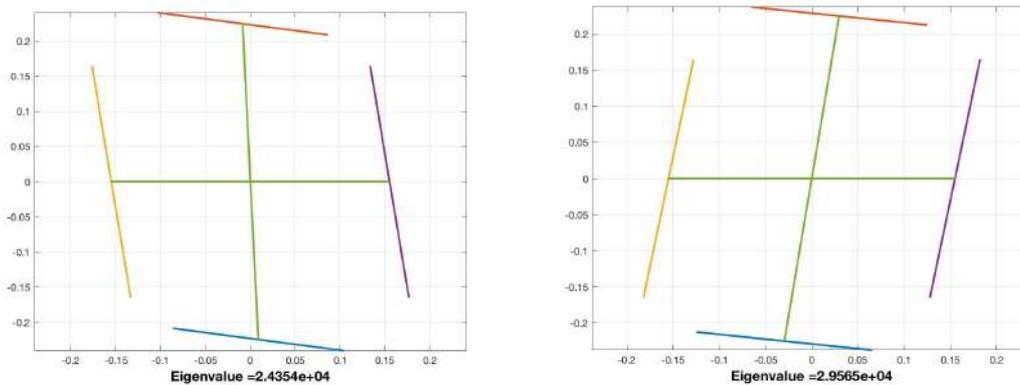


Figura 7. Modo a cortante (izquierda) y modo de flexión del panel (derecha).

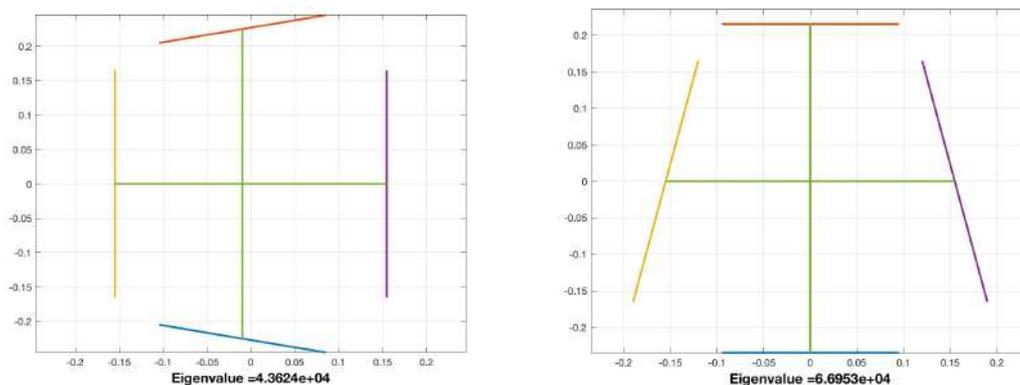


Figura 8. Modo de flexión de los pilares (izquierda) y modo de flexión de las vigas (derecha).

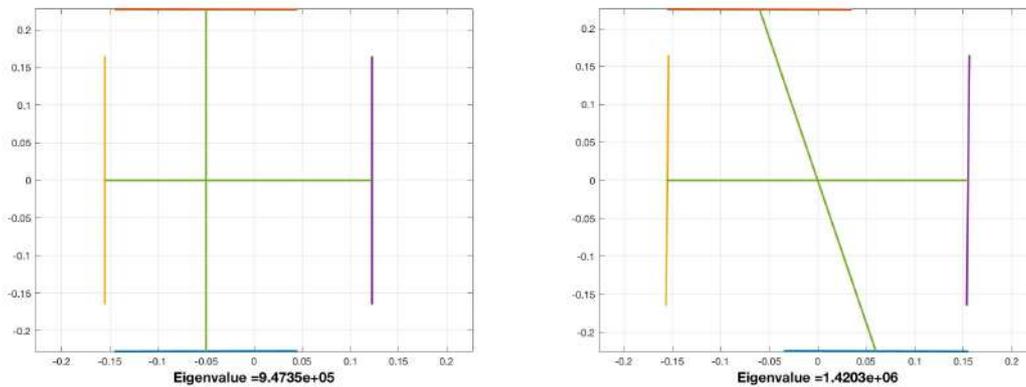


Figura 9. Modo axial en la dirección X (izquierda) y modo de cortante interno del nudo (derecha).

La Tabla 2 muestra los autovalores de los distintos modos.

Tabla 2. Autovalores del modelo con restricciones

Cort 1	Flex panel	Flex pilar	Flex vigas	Axial X1	Cort 2	Axial Y1	Axial X2	Axial Y2
2.44E+04	2.96E+04	4.36E+04	6.70E+04	9.47E+05	1.42E+06	2.52E+06	3.52E+06	6.09E+06

3.3. Comparación de ambas condiciones de contorno

De los apartados anteriores se puede observar que hay modos que no se alteran al cambiar las condiciones de contorno del elemento cruciforme: estos son el modo del panel a cortante y los modos de flexión de vigas y pilares. Sin embargo, los modos internos de flexión y cortante varían apreciablemente como consecuencia de las condiciones de contorno no solo en su forma sino también en la magnitud de los autovalores. Los modos axiales, tanto en el eje X como en el eje Y son parecidos y altamente acoplados entre si debido al efecto de Poisson. El orden varía teniendo los modos en X (eje horizontal) valores mas bajos en un caso y los de Y (eje vertical) en otro.

4. ANALISIS DE PÓRTICOS Y PARTICIPACIONES MODALES DE LOS DESPLAZAMIENTOS DE LA UNIÓN

4.1. Descripción del modelo

En este apartado se pretende ver la influencia de cada uno de los modos de las deformaciones en una unión de un pórtico típico. Para ello se presenta el pórtico de la Fig. 10 que consiste en dos vigas (IPE330) de 4.5 metros de longitud soldadas a dos pilares (HEA200) de 3.5 metros de longitud.

Tabla 3. Valores y combinaciones de carga

I	F ₁ (kN)	F ₂ (kN)	F ₃ (kN)	q ₁ (kN/m)	q ₂ (kN/m)
Carga 1	0	0	-200	-65	-65
Carga 2	20	10	-200	-65	-65
Carga 3	30	15	-200	-20	-20

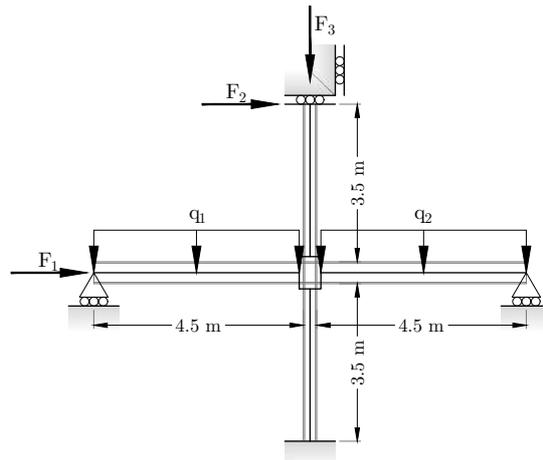


Figura 10. Pórtico considerado en las simulaciones.

Se construye un modelo con MATLAB que incluye el elemento unión condensado de 12 GDL y elementos viga-columna con deformación a axil, flexión y cortante (viga de Timoshenko). El modelo tiene un total de 18 GDL. El pórtico está sometido a cargas gravitatorias y laterales de viento. La Tabla 3 muestra las hipótesis de carga consideradas: la primera hipótesis solo considera cargas gravitatorias; la segunda considera una combinación de cargas gravitatorias y laterales, siendo mas significativa la primera; finalmente, la tercera combina las gravitatorias y laterales siendo estas últimas las más significativas. Esto conduce a una variación de los momentos, axiles y cortantes en la unión.

4.2. Participaciones modales de los desplazamientos de la unión

A partir de los desplazamientos obtenidos en la unión y mediante la matriz de autovectores se calculan las participaciones modales de cada uno de los modos descritos mas arriba para el elemento cruciforme *sin restricciones* (ver Fig. 2):

$$Y = \Phi^T U \quad (1)$$

donde, U es el vector de desplazamientos de los nudos de la unión (12x1). La Tabla 4 muestra las participaciones modales normalizadas del vector de desplazamientos para cada una de las combinaciones de carga.

Tabla 4. Participaciones modales (elemento sin restricciones) de los desplazamientos

	Carga 1	Carga 2	Carga 3
1	0.000	0.622	0.944
2	0.000	0.155	0.235
3	0.999	-0.767	-0.231
4	0.000	0.006	0.009
5	0.000	0.002	0.003
6	0.000	-0.002	-0.003
7	0.019	-0.014	-0.009
8	0.025	-0.019	-0.006
9	-0.027	0.021	0.015

Junto con la Tabla 4, la Fig. 11 muestra un gráfico de barras con las mismas participaciones modales en valor absoluto. Se puede observar que la mayor parte de la respuesta está contenida en los tres primeros modos: en la primera combinación de cargas toda la respuesta está dominada prácticamente por el tercer modo; en la segunda y tercera combinaciones (situaciones mas habituales) se reparten entre los tres primeros modos. Los desplazamientos horizontales y verticales están distribuidos entre los 3 últimos modos que, como se mencionaba mas arriba, están altamente acoplados e influyen en los esfuerzos axiales. Conviene notar que el segundo modo axial en X (modo 9) tiene mas participación que el primero (modo 6) aunque este último tenga un menor autovalor.

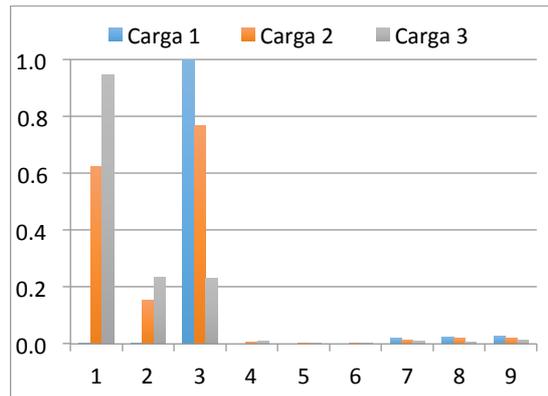


Figura 11. Participaciones modales de desplazamientos a partir del elemento sin restricciones

Se repite el proceso con los autovectores del elemento cruciforme con restricciones (ver Fig. 6). La Tabla 5 y la Fig. 12 muestran las participaciones modales correspondientes para cada una de las combinaciones de carga. Se puede observar en este caso, que la mayor parte de la respuesta está contenida en los cuatro primeros modos, es decir hay un mayor acoplamiento entre ellos que en el caso de los modos del elemento sin restricciones. En la primera combinación de cargas toda la respuesta está contenida prácticamente en el cuarto modo (flexión pura a ambos lados de la unión); en la segunda y tercera combinaciones (situaciones mas habituales) se reparten entre los cuatro primeros modos. Los desplazamientos horizontales y verticales están distribuidos entre los modos 7 y 9 que están altamente acoplados. Otra vez se da el caso de que el segundo modo (modo 9) tiene mas participación que el primero (modo 5) aunque este último tenga un menor autovalor.

Tabla 5. Participaciones modales (elemento con restricciones) de los desplazamientos

l	Carga 1	Carga 2	Carga 3
1	0.000	0.619	0.940
2	0.000	-0.055	-0.084
3	0.000	0.155	0.235
4	0.999	-0.767	-0.231
5	-0.009	0.003	-0.001
6	0.000	-0.006	-0.010
7	-0.035	0.027	0.008
8	0.010	-0.008	-0.006
9	0.031	-0.024	-0.017

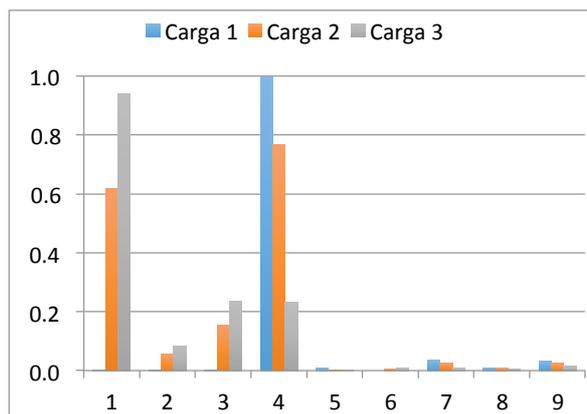


Figura 12. Participaciones modales de desplazamientos a partir del elemento con restricciones

5. PARTICIPACIONES MODALES DE ESFUERZOS EN LA UNIÓN

Se pasa ahora a hallar las participaciones modales de los esfuerzos significativos de la unión: cortante en el panel, y momento flector y axil en el lado izquierdo de la unión. Se calculan estos esfuerzos multiplicando la matriz de rigidez por el vector de desplazamientos. El momento flector y axil son inmediatos, y el esfuerzo cortante se calcula mediante el procedimiento indicado en EC3 Part 1.8 [1] apartado 5.3. El procedimiento para cada esfuerzo se puede expresar de la siguiente forma:

$$S = T K \Phi [Y] \quad (2)$$

Donde, S contiene las contribuciones modales del esfuerzo que se considera; T es la matriz que permite obtener el esfuerzo a partir del vector de los esfuerzos internos del elemento F ; K es la matriz de rigidez; Φ es la matriz de autovectores; y por último $[Y]$ es una matriz que contiene en su diagonal principal los coeficientes de participación de los desplazamientos.

Tabla 6. Participaciones modales de cortante, axil y flector para el elemento sin restricciones

Modo	Cortante			Momento			Axil		
	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 1	Carga 2	Carga 3
1	0.0	-161.5	-242.3	0.0	26.3	39.4	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.6
3	0.0	0.0	0.0	127.3	127.3	37.9	0.0	0.0	0.0
4	0.0	-1.0	-1.5	0.0	3.4	5.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	5.6	8.4	0.0	-0.5	-0.7	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9.6	14.4
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-149.1	-141.1	-89.3
8	0.0	0.0	0.0	-7.7	-7.7	-2.4	0.1	0.1	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	149.0	151.0	104.3
Total	0.0	-156.9	-235.4	119.6	148.8	79.3	0.0	20.0	30.0

La Tabla 6 muestra las participaciones modales para cada uno de los esfuerzos en base a los modos del elemento cruciforme sin restricciones. Las Figs. 13, 14 y 15 (izquierda) muestran los gráficos de barras para el cortante, momento y axil respectivamente. Se puede apreciar que el cortante está unívocamente representado por el modo 1, ningún otro modo participa en el cortante excepto el 5,

pero su participación no llega al 4% para el caso mas desfavorable. El momento flector participa fundamentalmente en los modos 1 (cortante) y 3 (flexión), con una pequeña participación del modo 8 (6%) y, por lo tanto, al contrario del cortante, no se puede decir que haya una participación única de un solo modo. Esto último se repite con el esfuerzo axil que está mayormente compartido por los modos 6, 7 y 9. Se puede ver otra vez (al igual que los desplazamientos) que el modo Axil X1 (modo 6) tiene una participación muy inferior al modo Axil X2 (modo 9) a pesar de que este último tenga un mayor autovalor.

El proceso se repite para los modos obtenidos del elemento con restricciones (apoyado en ambos lados, ver Fig. 6) y los resultados se muestran en la *Tabla 7* y las Figs. 13, 14 y 15 (derecha) muestran los gráficos de barras para cada esfuerzo. La participación modal teniendo en cuenta el número de modos que contribuyen a cada esfuerzo es un poco peor al del caso sin restricciones, en el sentido que involucra mas modos en la respuesta. Se repite por tanto lo mismo que se observó con los desplazamientos. El cortante ahora no solo depende de un modo sino de dos puesto que el segundo modo también participa, aunque en un porcentaje inferior al primero, pero significativo.

Tabla 7. Participaciones modales de cortante, axil y flector para el modelo con restricciones

Modo	Cortante			Momento			Axil		
	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 1	Carga 2	Carga 3
1	0.0	-141.0	-211.5	0.0	23.0	34.5	0.0	0.0	0.0
2	0.0	-19.7	-29.5	0.0	3.2	4.7	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	2.4
4	0.0	0.0	0.0	127.3	127.3	37.8	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-37.7	-17.5	4.6
6	0.0	3.8	5.6	0.0	3.0	4.5	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	-7.7	-7.7	-2.4	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-29.1	-30.7	-22.2
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	66.8	66.7	45.3
Total	0.0	-156.9	-235.4	119.6	148.8	79.3	0.0	20.0	30.0

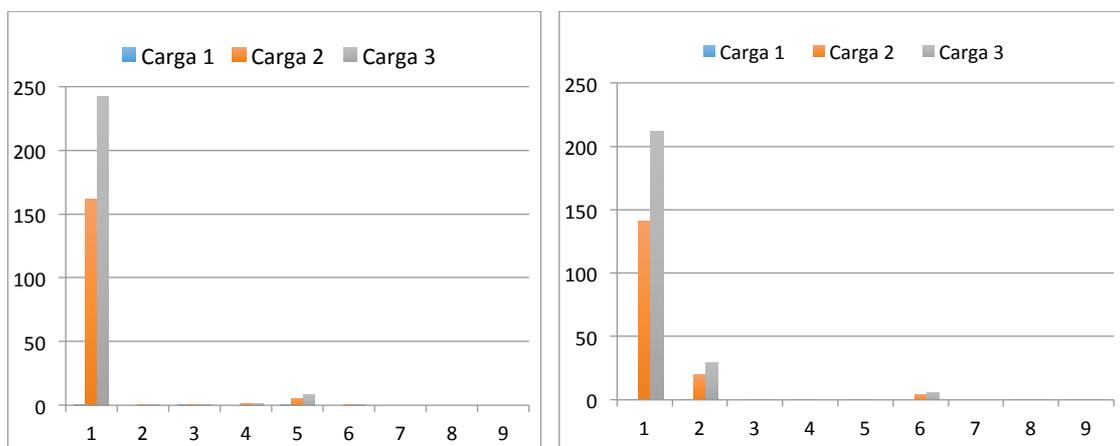


Figura 13. Participaciones modales del esfuerzo cortante: elemento sin restricciones (izquierda) y elemento con restricciones (derecha)

El momento flector participa fundamentalmente en los modos 1 (cortante) y 4 (flexión), con una pequeña participación en el modo 7 (6%) y en el modo 2 (3%). Esto último se repite con el esfuerzo axil que está mayormente compartido por los modos 5, 8 y 9. Se ve otra vez claramente que el modo Axil X1 (modo 5) tiene una participación muy inferior al modo Axil X2 (modo 8) a pesar de que este último tenga un mayor autovalor.

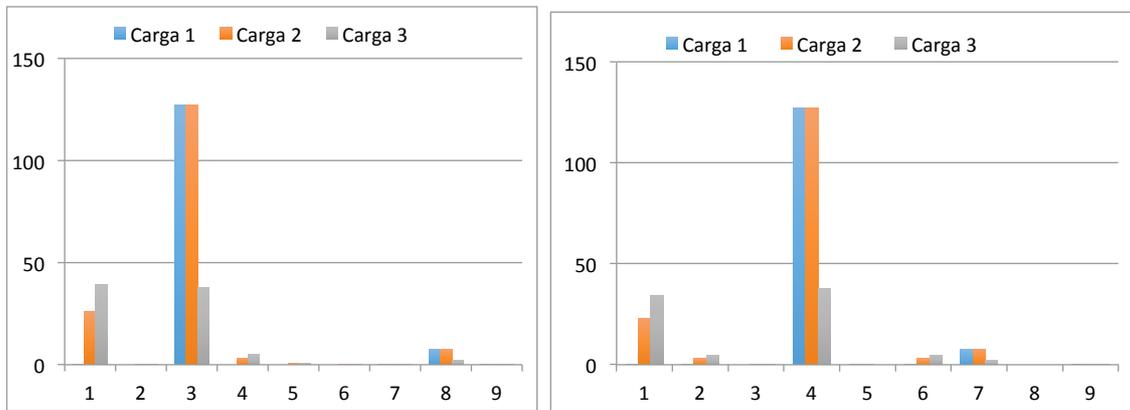


Figura 14. Participaciones modales del momento flector: elemento sin restricciones (izquierda) y elemento con restricciones (derecha)

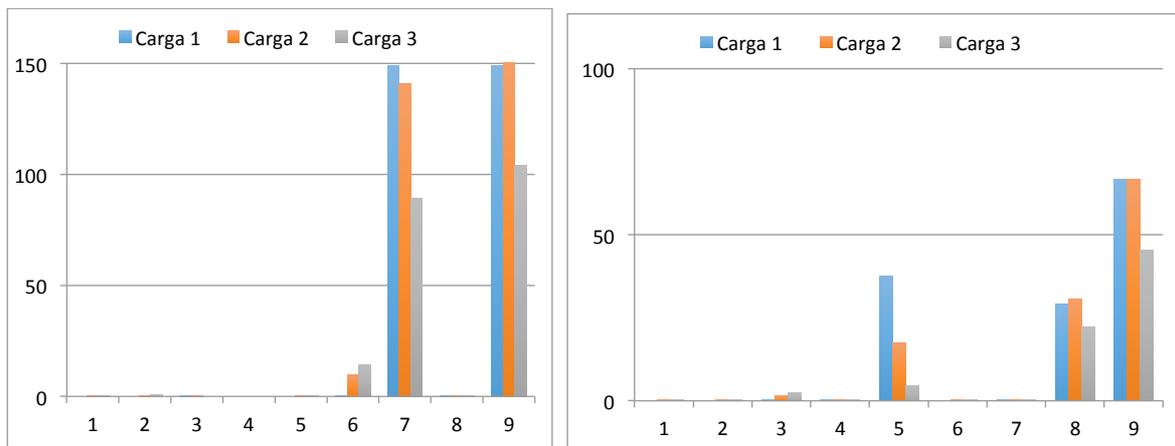


Figura 15. Participaciones modales del esfuerzo axil: elemento sin restricciones (izquierda) y elemento con restricciones (derecha)

De este estudio se desprende que la resistencia de la unión y sus posibles modos de fallo implican un acoplamiento importante entre los distintos modos. Solo el esfuerzo cortante depende de un único modo. Este hecho implica que la posible interacción entre el momento y el axil en una lado de la unión, para los modos sin restricción, dependa de cinco posibles modos: los modos 1, 3, 6, 7 y 9. En el caso del elemento con restricciones la interacción requiere 6 modos: los modos 1, 4, 5, 6, 7 y 8.

Se ha realizado también una descomposición modal para el elemento cruciforme bajo condiciones de empotramiento en el nudo inferior (sección A). Los resultados muestran un acoplamiento incluso mayor que con el elemento biapoyado.

6. CONCLUSIONES

Se ha investigado en este trabajo el uso de los modos propios de la matriz de rigidez de uniones 2D soldadas para caracterizar el comportamiento de la unión. Para ello se han considerado los modos que se generan a partir del elemento cruciforme sin restricciones y con restricciones (apoyos en ambos lados de la unión). A partir de este estudio se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1.- Los modos obtenidos a partir del elemento cruciforme sin restricciones conducen a un menor acoplamiento tanto en los desplazamientos como en los esfuerzos, y por lo tanto son preferibles a los modos obtenidos del elemento con restricciones (apoyado o empotrado).

2.- Considerando el caso del elemento sin restricciones, la respuesta global de la unión en desplazamientos se concentra en los tres primeros modos: cortante del panel del pilar (Cort 1), flexión del pilar y flexión de las vigas (la misma respuesta en el caso de elementos con restricciones requiere los 4 primeros modos).

3.- Al examinar la participación modal en esfuerzos individuales para el elemento sin restricciones, se observa que el cortante del panel se concentra en un solo modo (Cort 1), el momento flector en dos (Cort 1 y flexión vigas), y el axil en tres (modos 6, 7 y 9). Esto último indica que los modos axiales están muy acoplados (debido al efecto de Poisson) y participan todos ellos en la respuesta de los esfuerzos axiales.

4.- Como consecuencia del apartado anterior, se observa que no hay una correspondencia unívoca entre un esfuerzo y su correspondiente modo de deformación, excepto para el cortante en el panel. El acoplamiento modal se complica a la hora de considerar la interacción entre esfuerzos, y hace que los modos propios de la matriz de rigidez, adecuados para su cuantificación, no sean candidatos adecuados para la caracterización de las resistencias de la unión.

5.- Tres de los modos no participan prácticamente en las respuestas tanto de desplazamientos como esfuerzos. Estos son el modo de cortante interno (Cort 2), el modo de flexión interna del panel, y el primer modo axial en X. Es llamativo que este modo, siendo el de autovalor más bajo, es el que menos participa de todos los modos axiales tanto para desplazamientos como para esfuerzos.

6.- En el contexto de análisis avanzados de estructuras (*Direct Design Method*) [10] el método de subestructuración proporciona la exactitud que tales análisis requieren para el diseño automatizado: además de suministrar una rigidez precisa para el análisis global, también proporcionan las condiciones de contorno adecuadas para la comprobación de la estabilidad de los elementos.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se ha podido realizar gracias a la ayuda a la movilidad recibida por el primer autor dentro del programa Salvador de Madariaga del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades con número de referencia PRX18/00094; así como los fondos recibidos del Ministerio de Economía, Industria y Competitividad-Agencia Estatal de Investigación y Fondo Europeo de Desarrollo Regional bajo la ayuda BIA2016-80358-C2-1-P MINECO/FEDER UE

REFERENCIAS

- [1] CEN. Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8 (2005) Design of Joints (EN 1993-1-8)
- [2] SSEDTA (2001). Eurocodes for Composite Structures. Structural Steelwork Eurocodes Development of a transnational approach. Module 4: Joints.
- [3] Wald,F., Gödrich,L., ŠabatkaL., Kabeláč,J., Navrátil,J. (2014). Component Based Finite Element Model of Structural Connections. In *Steel, Space and Composite Structures*. Singapore, 337-344, ISBN978-981-09-0077-9
- [4] Bayo E., Cabrero J.M., Gil B. (2006). An effective component based method to model semi-rigid connections for the global analysis of steel and composite structures. *Engineering Structures*, 28, 97-108
- [5] Bayo E., Loureiro, A. Lopez M., Simões da Silva, L. (2017). General component based cruciform finite elements to model 2D steel joints with beams of equal and different depths. *Engineering Structures*, 152, 698–708
- [6] Bayo E., Gracia J. (2019). Stiffness modelling of 2D welded joints using metamodels based on mode shapes. *Journal of Constructional Steel Research*, 156, 242-251
- [7] Hansen A. B., Jönsson J. (2017). A GBT-framework towards modal modelling of steel structures. *CE/papers Vol. 1*, issue: 2-3, pp: 1822-1830
- [8] Bayo E, Loureiro A, Lopez M. (2015). Shear behaviour of trapezoidal column panels. I: Experiments and finite element modelling. *Journal of Constructional Steel Research*, 108: 60-69
- [9] Augusto H., Simões da Silva L., Rebelo C., Castro J.M. Characterization of web panel components in double-extended bolted end-plate steel joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 116: 271–293
- [10] Rasmussen K.J.R., Zhang H. (2017). Future challenges and developments in the design of steel structures –an Australian perspective. EUROSTEEL 2017, Copenhagen (Denmark). *CE/papers Vol. 1*, pp 81-94

COMPARATIVA NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERÍA A COMPRESIÓN DIAGONAL

Bru, David¹; Torres, Benjamín²; Varona, Francisco B.³; Reynau, Ricardo⁴; Ivorra, Salvador⁵

ABSTRACT.

Las estructuras de fábrica de mampostería son un sistema estructural tradicional con una elevada vulnerabilidad sísmica debida a su reducida resistencia a tracción. Con el fin de mejorar el comportamiento sísmico de muros de mampostería pueden emplearse diversas técnicas, como por ejemplo la aplicación de refuerzos externos. Una alternativa actual serían los morteros reforzados con fibra (FRCM, *Fiber Reinforced Cement Matrix*), que se componen normalmente de una malla bi-direccional (de fibra de vidrio, carbono o basalto) y una matriz cementicia. El empleo de los FRCM en las estructuras de mampostería incrementa su resistencia y mejora su ductilidad. El objetivo de este trabajo es comprobar la eficiencia de esta técnica de refuerzo (FRCM) como mejora de la resistencia a corte producida por los esfuerzos de corte asociadas con las acciones sísmicas. Para ello se presentan los resultados experimentales medidos en ensayos de compresión diagonal en muros reforzados a una o dos caras y con diferentes tipos de malla de refuerzo (vidrio y carbono). Se ha observado un incremento de resistencia y ductilidad, para todos los casos de refuerzo ensayados. Además se han definido modelos numéricos que sean capaces de reproducir los resultados experimentales registrados, con el fin de evaluar la mejora del refuerzo, tanto a nivel de carga como a nivel de ductilidad.

Keywords: MEF, refuerzo TRM, mampostería, compresión diagonal, análisis no lineal.

1. INTRODUCCIÓN.

La fábrica de mampostería ha sido un sistema estructural tradicional habitual en los edificios construidos hasta la década de los 50 del pasado siglo [1]. Estas estructuras poseen una elevada vulnerabilidad sísmica debida a la reducida resistencia a tracción y a la ausencia de elementos de refuerzo a tracción. En concreto, el sistema estructural de fábrica de mampostería más extendido es el muro de carga, el cual presenta además un comportamiento diferente según las cargas actúen en su plano o fuera de él [2]. En el caso de cargas cíclicas actuando en el plano del muro, los modos de rotura que se pueden identificar son aplastamiento del pie, deslizamiento o fisuración diagonal [3].

Con el fin de reducir la vulnerabilidad sísmica de muros de mampostería sin reforzar existen diversas técnicas, una de las cuales es el refuerzo externo de la fábrica [4]. Actualmente, el sistema de refuerzo

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. david.bru@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. benjamin.torres@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. borja.varona@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. r.reynau@ua.es

⁵ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. sivorra@ua.es (corresponding author)

más extendido es el pegado de materiales compuestos en las superficies exteriores de la mampostería. Frente al refuerzo con placas metálicas de acero, las mallas de refuerzo de polímeros reforzados con fibra (FRP, por el acrónimo en inglés, *fiber reinforced polymer*) ofrecen la ventaja de su reducido peso [5-7]. No obstante, estos materiales pueden presentar inconvenientes en determinadas circunstancias: problemas de adherencia en superficies húmedas; deterioro de sus prestaciones cuando se exponen a temperaturas elevadas; incompatibilidad de deformaciones en la interfaz de contacto entre la fábrica y el material de refuerzo debido a la diferencia en rigidez; y problemas de permeabilidad por transporte de humedad. Por ejemplo, Stratford et al. [8] recogen evidencia experimental de fallo por delaminación del FRP en muros reforzados debido al patrón de fisuración producido bajo cargas cíclicas en el plano. Otra técnica de intervención para mejorar el comportamiento de la mampostería frente a cargas dinámicas es el empleo de morteros reforzados con fibra (TRM, por su acrónimo en inglés, *Textile Reinforced Mortar* o también conocidos como FRCM, *Fiber Reinforced Cement Matrix*) [9]. Se sigue empleando un FRP como material de refuerzo pero, en este caso, la resina epoxy empleada para pegar el FRP es remplazada por una matriz cementicia de grano fino. El tejido de refuerzo es habitualmente una malla bi-direccional de fibra de aramida, vidrio, carbono o basalto. El empleo de los FRCM en las estructuras de mampostería incrementa su resistencia y mejora su ductilidad [9]. La ventaja principal de su empleo en comparación con los FRP pegados con resina es la compatibilidad con la superficie reforzada y las buenas condiciones de adherencia, así como el control de los problemas de humedad relacionados con la permeabilidad.

Existen campañas experimentales que han estudiado el comportamiento de muros de mampostería a pequeña escala [10] o a tamaño completo, con o sin refuerzo [11]. Concretamente, Papanicolau et al. [10] estudiaron el incremento en resistencia y ductilidad que aporta el refuerzo con FRCM: viene a concluir que el FRCM es, en términos de resistencia, en torno al 65-70% de efectivo que el refuerzo con FRP; sin embargo, en términos de ductilidad, ésta se incrementa entre un 15 y un 30% gracias al empleo del FRCM. Por otro lado, Deng y Yang [12] ensayaron una configuración con refuerzo completo con FRCM en la superficie de los muros que, frente al FRP con resina, logró controlar de forma más eficaz la propagación de grietas diagonales y, con ello, el fallo por cortante.

El objetivo de este trabajo es comprobar la eficiencia de esta técnica de refuerzo (FRCM) para mejorar la resistencia a corte producida por las sollicitaciones horizontales asociadas con las acciones sísmicas. Como alternativa racional a un ensayo de corte directo de muros reforzados con FRCM, en este trabajo se presentan los resultados experimentales medidos a través de ensayos de compresión diagonal, regulados en normativas internacionales. Estos ensayos permiten reproducir el patrón de fisuración que se obtendría en un ensayo de corte directo. En el refuerzo se han empleado morteros fibro-reforzados junto con mallas de fibras de vidrio y carbono. Los refuerzos se han estudiado tanto a una como a dos caras. Además con los resultados experimentales se han calibrado modelos numéricos de elementos finitos para de evaluar la mejora del refuerzo, tanto a nivel de carga como a nivel de ductilidad.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.

La metodología presentada incluye ensayos de caracterización en laboratorio de los diferentes materiales empleados, los propios ensayos de compresión diagonal para evaluar la resistencia a corte de la mampostería con o sin refuerzo de FRCM, y la definición de los modelos numéricos de cálculo.

2.1. Ensayos y materiales.

Se fabricaron ocho muros de ladrillo macizo, cuyas dimensiones fueron 710×710×230 mm, de acuerdo con la norma de ensayo ASTM E519/E519M-15 (Fig. 1). El ensayo se realiza con el muro inclinado a 45° sometido a una carga que introduce compresión en dirección de la diagonal.

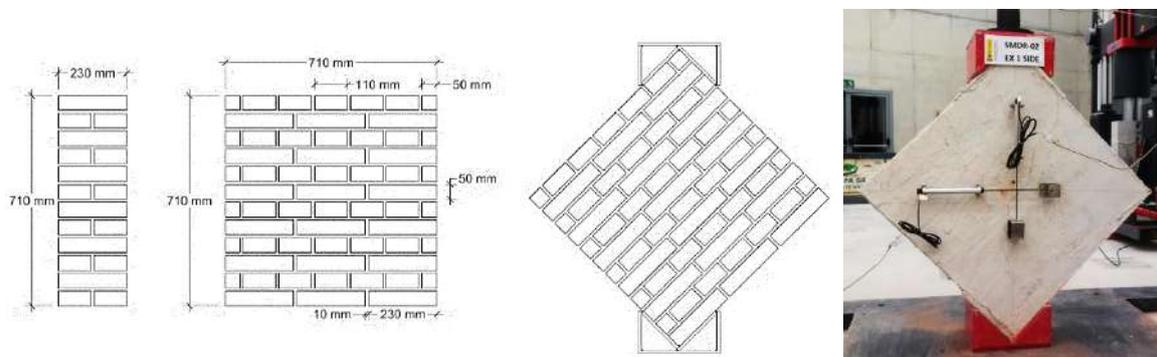


Figura 1. Dimensiones de los muros ensayados y configuración de ensayo de compresión diagonal.

El control del ensayo se realizó por desplazamiento a una velocidad de carga de 0,009 mm/s. Los muros contaban con cuatro captadores de desplazamiento (dos por cara) orientados según las diagonales (Fig. 1). Estos dispositivos permitían realizar el registro de las deformaciones para poder obtener la curva de comportamiento tensión cortante frente a distorsión angular, que se calcularon mediante las Ec. (1) y Ec. (2).

$$\tau = \frac{0.707 P}{A_n} \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{\Delta x + \Delta y}{g} \quad (2)$$

Dónde P es la carga aplicada, A_n es el área neta calculada según la Ec. (3), Δx y Δy son las variaciones de longitud en los captadores, y g su distancia de medida inicial. Para el cálculo del área neta se considera el ancho w y alto h del muro, su espesor t y el porcentaje de huecos en n función del tipo de ladrillo.

$$A_n = \left(\frac{w + h}{2} \right) tn \quad (3)$$

Los materiales empleados en la construcción fueron ladrillos macizos de arcilla y mortero de cal en las juntas. Los ladrillos eran de dimensiones 230×110×55 mm, con densidad igual a 1550 kg/m³ y 15 MPa de resistencia a compresión (según datos del fabricante). Este valor de capacidad resistente fue comprobado según el ensayo UNE-EN 1015-11:2000/A1:2007, certificándose una resistencia media igual a 17.2±2.6 MPa. Por otra parte, se seleccionó el mortero de cal tipo Morcem Cal Muro (suministrado por el Grupo Puma) para ser empleado en las juntas. De acuerdo con el suministrador, su resistencia a compresión era igual o superior a 7.5 MPa.

Con el fin de mejorar la resistencia a corte en su plano, se reforzaron seis muros de fábrica con una capa de mortero reforzado con malla (FRCM, *Fiber Reinforced Cement Matrix*) aplicada a una cara o a dos caras. Se empleó una matriz de mortero tipo Planitop HDM Restauro, reforzado con fibras de vidrio

discretas de 12 mm, suministrado por MAPEI, y se emplearon tres tipos de refuerzo (todos ellos suministrados a su vez por MAPEI):

- Malla de fibra de carbono del tipo C170 a una sola cara.
- Malla de fibra de vidrio del tipo G220 a una sola cara.
- Malla de fibra de vidrio del tipo G220 a dos caras.

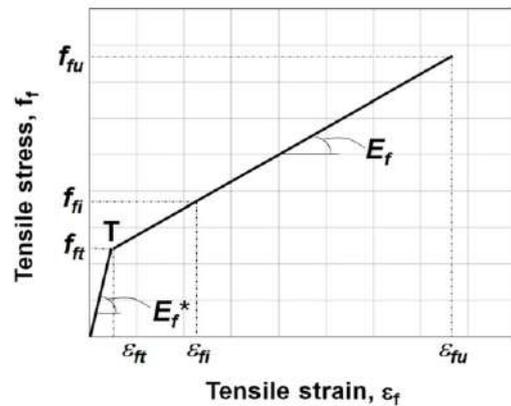
El proceso de ejecución del refuerzo FRCM sobre los muros de mampostería consta de tres fases. En primer lugar, sobre la superficie de la fábrica se coloca una capa inicial de mortero para regularizar la superficie, con un espesor aproximado de unos 5 mm. A continuación, con el mortero fresco, se coloca la malla de refuerzo (de fibra de vidrio o carbono). Por último, se aplica una segunda capa de mortero hasta completar un espesor total máximo de 1 cm, acabándose con llana para regularizar la superficie.

Tabla 1: Propiedades de las mallas de fibra de refuerzo en cada FRCM.

Tipo	Material	Tamaño de malla (mm)	Peso (g/m ²)	Resistencia a tracción (MPa)	Alargamiento en rotura (%)	Módulo elástico (GPa)
C170	Carbono	10×10	170	> 5000	2	252±2%
G220	Vidrio	25×25	225	1276	1.8	72



(a)



(b)

Figura 2. (a) Configuración experimental para ensayo de tracción sobre probetas de FRCM. (b) Comportamiento a tracción de un FRCM según AC434.

Las características principales de los dos tipos de malla se indican en la Tabla 1. La resistencia que adquiere el mortero FRCM reforzado con estos tipos de malla fue medida a través del ensayo de tracción uniaxial sobre probetas de 40 cm de longitud, 10 cm de ancho y 1 cm de espesor, según lo establecido en el Anexo A al documento AC434 “Tensile Testing of Fiber-reinforced Cementitious Matrix (FRCM) Composite Specimens” [13], como se muestra en la Figura 2(a). La velocidad del ensayo fue de 0.2mm/min. La transferencia de cargas de tracción al mortero se realiza por presión de dos chapas metálicas. La deformación de la muestra durante el ensayo de tracción se registró con un LVDT anclado a las chapas metálicas. En la Figura 2(b) se muestra el típico comportamiento a tracción de estos

materiales, en los que una vez se produce la fisuración de la matriz (punto de transición T), la carga es transferida a la malla de fibras generando una segunda rama de endurecimiento según la rigidez de las fibras.

2.2. Características del modelo numérico.

El ensayo a compresión diagonal se simuló en un modelo numérico de elementos finitos definido en SAP2000. Independientemente del tipo de refuerzo considerado (1 o 2 caras o sin FRCM), todos los modelos se definen geoméricamente mediante una única capa de elementos. Es decir, en el caso de muros reforzados, el efecto de las capas de FRCM se incluye en un elemento de superficie que tiene en cuenta a la vez la mampostería y todas las posibles caras reforzadas. Por tanto, se emplearon elementos tipo *Shell-Layered/Nonlinear*. El comportamiento de los elementos se definió para cada una de las direcciones: en las tensiones normales se asumió un comportamiento lineal, mientras que en el caso de las tensiones tangenciales consideró el comportamiento no-lineal del material, según los resultados experimentales obtenidos.

Las condiciones de contorno del modelo reflejaron el efecto de las cuñas que se muestran en la Fig. 3, de forma que los cinco primeros nudos de cada una de las aristas tenían los desplazamientos restringidos: en las tres direcciones, en el caso de los nudos del apoyo inferior, y en sólo dos direcciones, liberando la dirección de carga, en el caso del apoyo superior. SE realizó un análisis en *push-over* no lineal, aplicando un control por desplazamientos verticales en todos los nudos de la cuña superior.

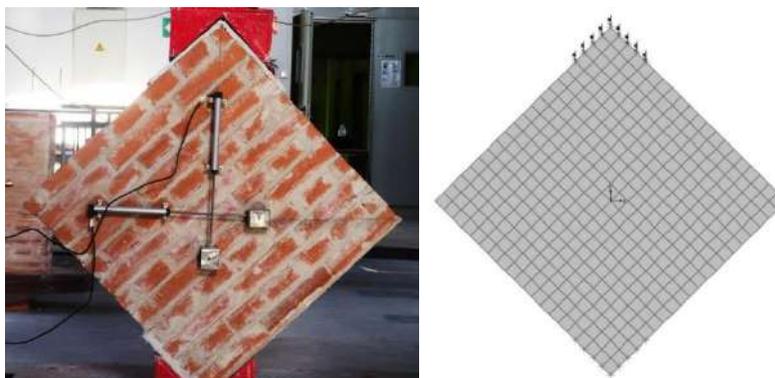


Figura 3. Modelo de elementos finitos en SAP2000 para simular ensayo de compresión diagonal.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

La presentación de resultados se ha organizado en tres partes: las propiedades mecánicas de los refuerzos de mortero con fibras (FRCM), la caracterización experimental del comportamiento a corte de muros reforzados, y por último su modelización numérica.

3.1. Propiedades mecánicas del refuerzo de FRCM.

En primer lugar se presentan los resultados experimentales de las probetas de FRCM. La Figura 4 incluye todas las curvas medidas para los morteros con fibra de vidrio (G220) y carbono (C170). En ambos casos la tensión de tracción está referida a la sección bruta de FRCM. En el caso de los morteros con G220 la resistencia obtenida estuvo entre 2 y 3 MPa, mientras que ascendió ligeramente en el caso de refuerzo con C170, hasta 4 MPa. Ambos valores son superiores al obtenido en el mortero sin malla

de refuerzo que fue de 1.3 MPa. Si bien no siempre se registró la rama de endurecimiento mostrada en el comportamiento mecánico definido en la norma AC434, y recogido en la Figura 2(b). En el caso del refuerzo con C170 sí mostraron cierto endurecimiento todas las muestras, hasta aparecer problemas de deslizamiento de las fibras.

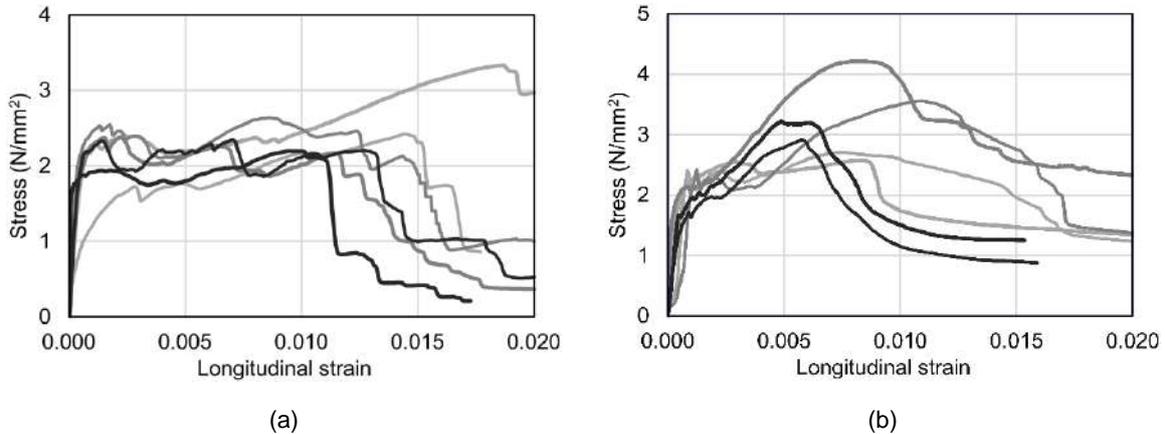


Figura 4. Comportamiento a tracción uniaxial de probetas de FRCM con malla tipo G220 (a) y C170 (b).

3.2. Resistencia al corte de muros de mampostería reforzados con FRCM.

La Fig. 5 recoge las curvas de comportamiento obtenidas en los ensayos de compresión diagonal. Se representa la variación de la tensión tangencial con la distorsión angular de seis probetas reforzadas con G220: dos sin refuerzo (No Ref-01 y No Ref-02), dos con refuerzo en una sola cara (RefV-1c-01 y RefV-1c-02) y otras dos con refuerzo a dos caras (RefV-2c-01 y RefV-2c-02). La resistencia a cortante en la fábrica sin refuerzo estuvo entre 0,35 y 0,5 MPa. El refuerzo a una cara tuvo como efecto un incremento de dicha resistencia ligeramente superior a 0.6 MPa (un incremento medio del 50%). Mientras que en el refuerzo a dos caras, el incremento fue más notable pero con mayor dispersión, estando entre 0.85 y 1.2 MPa, algo más del doble si se compara con la fábrica sin reforzar.

Además del citado efecto sobre la resistencia a corte de los muros, el refuerzo de FRCM también tuvo una significativa mejora en la ductilidad de la mampostería. En este caso se evaluará en términos de la distorsión angular última de las muestras, que en el caso de mampostería sin reforzar estuvo del orden de un 1% aproximadamente. Los incrementos al reforzar con FRCM elevaron esta distorsión última hasta un 2.7% (refuerzo a una cara únicamente) y hasta más del 8% (en caso de reforzar ambas caras). Este aumento de deformación última, en torno a 3 y 8 veces, suele estar limitado en las normas de diseño, para evitar un daño excesivo en la estructura reforzada. Si se considera la deformación medida en el instante de carga máxima, el resultado fue prácticamente independiente del tipo de refuerzo considerado, y en este caso estuvo entre el 0.5% y el 0.7%.

En la Figura 6 se comparan los resultados de refuerzos de FRCM a una única cara empleando mallas de fibra de vidrio o carbono. En este caso, los resultados el cambio de malla de refuerzo a fibra de carbono C170 (RefC-1c-01 y RefC-1c-02) se reflejó en una mejora del comportamiento a corte, tanto en términos de resistencia como de ductilidad. La máxima tensión tangencial soportada por los muros reforzados a una cara con C170, estuvo en el mismo orden de magnitud que el refuerzo con fibra de vidrio a dos caras, con valores de resistencia a corte entre 0.8 y 0.9 MPa. La distorsión última también fue mayor en el caso de las fibras de carbono, y su valor correspondiente a la carga máxima se registró

aproximadamente en el 2%, muy por encima del 0.7% comentado anteriormente para los refuerzos de vidrio.

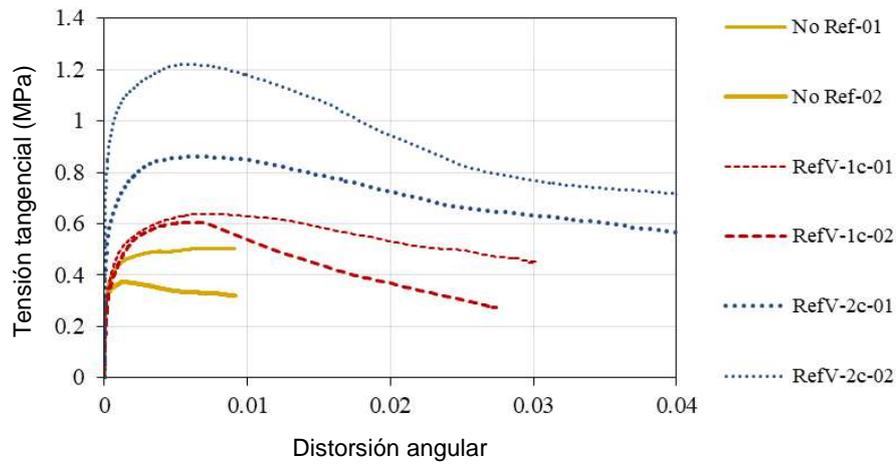


Figura 5. Ensayo de compresión diagonal, curvas tensión deformación de muros reforzados con G220.

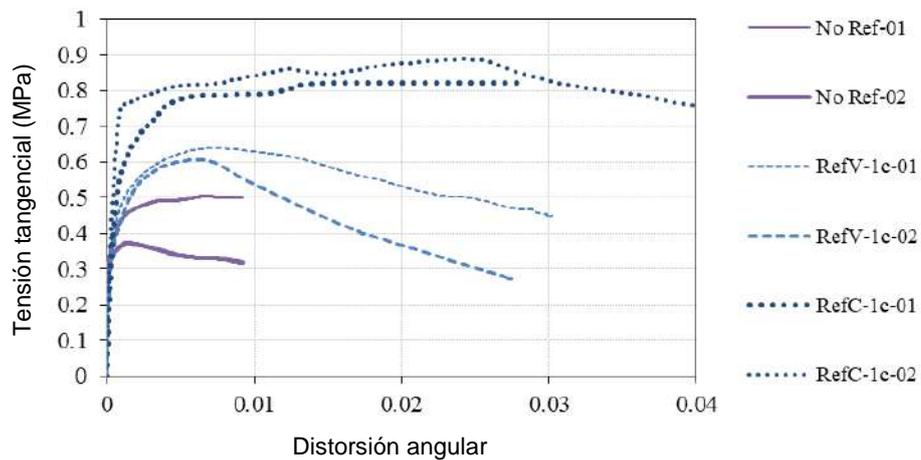


Figura 6. Ensayo de compresión diagonal, efecto del refuerzo a una cara con G220 o C170.

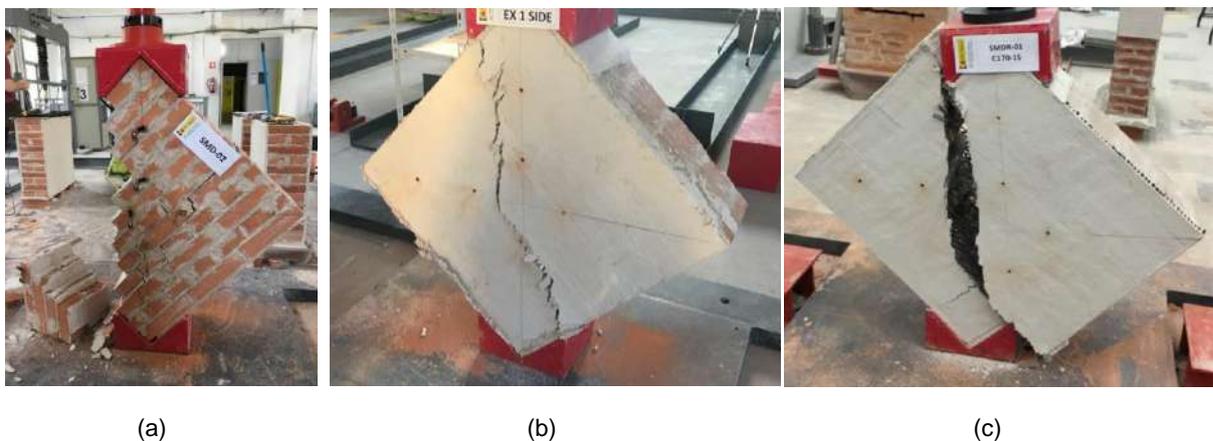


Figura 7. Modo de fallo de muro sin refuerzo (a), refuerzo a una cara de G220 (b) o C170 (c).

Por último, se incluyen varias imágenes en la Figura 7 que muestran el efecto del refuerzo en el tipo de rotura presentado por los diferentes tipos de muro ensayados. La mampostería sin reforzar, rompió

al poco de aparecer las fisuras, provocando la caída de parte, o incluso la totalidad del muro ensayado. Por su parte, el refuerzo con FRM, aunque sea únicamente a una cara, permite garantizar la estabilidad del muro, como puede verse en la Figura 7(b) para un refuerzo con G220, o incluso hasta deformaciones mucho mayores como en la Figura 7(c) con FRM y malla de fibra de carbono C170.

3.3. Modelos numéricos para evaluar el comportamiento a corte de mampostería con FRM.

En la Figura 8 se incluyen los resultados experimentales para el muro de mampostería reforzado a una cara con G220, y los diferentes ajustes que se han debido hacer en el modelo numérico para ajustar la respuesta. La curva experimental incluida es la media de las curvas presentadas anteriormente en la Figura 5. Los resultados del análisis por elementos finitos en SAP2000 fueron procesados mediante las expresiones en Ec. (1) y Ec. (2), de forma que se pudieron representar las curvas de tensión tangencial frente a distorsión angular para su comparación con los registros experimentales. La línea discontinua se corresponde con los resultados del modelo de SAP inicial, es decir, definido como un elemento de área tipo *Layered/Nonlinear*, cuyas propiedades mecánicas se definen a partir de los ensayos de caracterización de la mampostería. En primer lugar, si bien el resultado del modelo estima con cierta precisión la distorsión máxima, la fiabilidad de la resistencia a corte presenta mayor desviación respecto al valor experimental (aproximadamente un 8% menos).

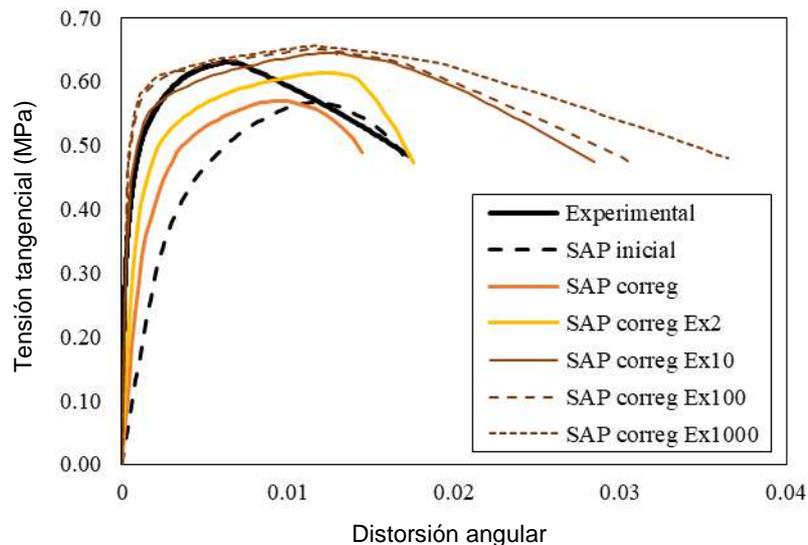


Figura 8. Curvas tensión-deformación obtenidas numéricamente para un ensayo de compresión diagonal en un muro de mampostería con refuerzo a una cara con G220.

Debido a la dispersión típica de la determinación experimental de la rigidez en este tipo de estructuras, se realizó un pequeño análisis de sensibilidad de diferentes parámetros de las leyes constitutivas de los materiales. Se han incluido diferentes curvas en la Figura 8 en función de la variación del módulo elástico de la mampostería. En cualquier caso, las variaciones en resistencia y deformación en rotura no son excesivas. Con un módulo elástico duplicado, la carga máxima resultó prácticamente igual a su valor experimental, con una distorsión angular máxima también similar. A partir de dicho punto, mayores incrementos de rigidez consiguieron una mayor precisión en la estimación de la resistencia, pero a costa de un error cada vez mayor en la deformación en rotura. Por último, la Figura 9 muestra

diferentes estados tensionales durante el proceso de análisis por elementos finitos del modelo de muro reforzado a una cara con FRCM con G220.

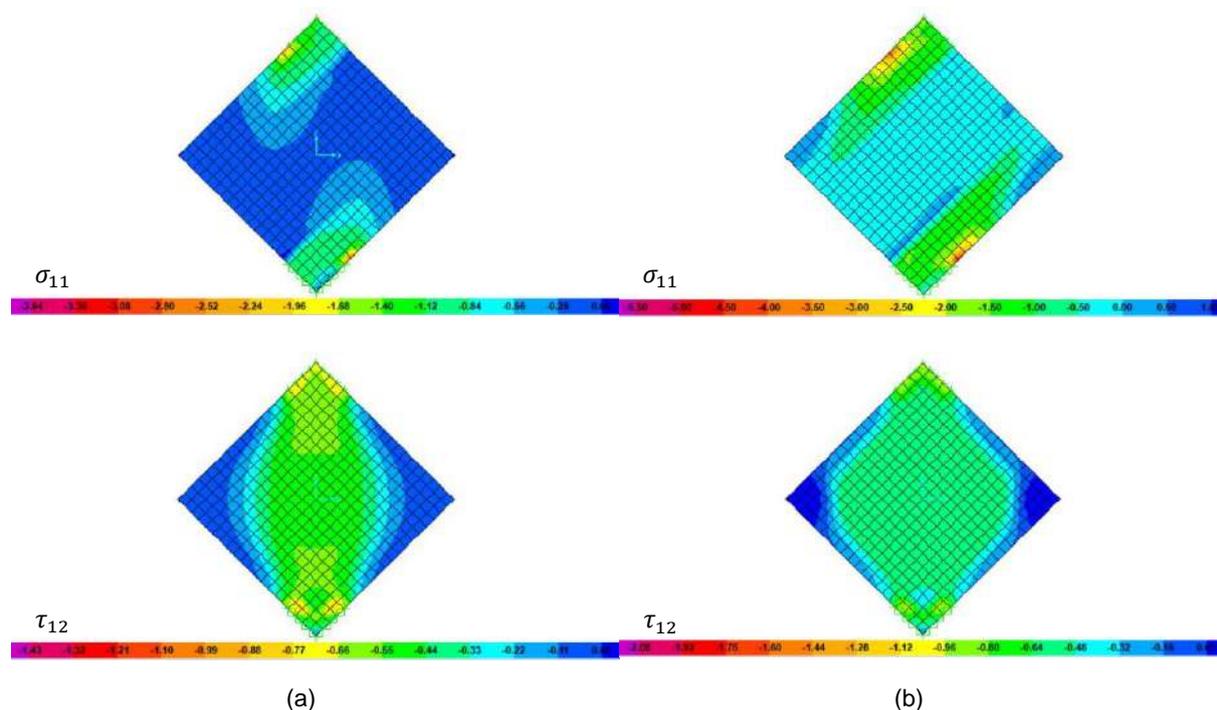


Figura 9. Tensiones normales y tangenciales a baja carga (a) y en el punto de carga máxima (b).

4. CONCLUSIONES.

El presente trabajo presenta diferentes tipos de refuerzo con FRCM (mortero de cemento reforzado con mallas de fibra) para la mejora del comportamiento a corte de muros de mampostería. Se ensayaron refuerzos con mallas de fibra de vidrio y carbono, y se estudió su ejecución a una cara o ambas caras de la mampostería. A la vista de los resultados experimentales se ha cuantificado la mejora de la resistencia a corte de la mampostería, para responder a la problemática derivada de su vulnerabilidad frente a cargas transversales en su plano. Los refuerzos mediante FRCM con malla de fibra de vidrio se observó una mejora de resistencia ligeramente menor al 50%, si el refuerzo se ejecutaba a una cara, llegando casi a duplicarse la resistencia con refuerzo a doble cara. En el caso de usar mallas de fibra de carbono con únicamente una cara reforzada se conseguían los mismos aumentos del 100% de la resistencia. En todos los casos, el efecto de los refuerzos de FRCM se observó en mayor medida en términos de deformación en rotura. Este aumento de ductilidad quedó patente en el control del tipo de fallo que presentaron los muros ensayados.

AGRADECIMIENTOS.

El presente trabajo de investigación ha sido posible gracias a la financiación recibida del Ministerio de Economía y Competitividad, a través del proyecto BIA2015-69952-R. Los autores desean mostrar su agradecimiento a la empresa MAPEI por su apoyo durante la realización de la campaña de ensayos experimentales.

REFERENCIAS.

- [1] D. Bru, R. Reyanu, F.J. Baeza, S. Ivorra. Structural damage evaluation of industrial masonry chimneys. *Materials and Structures* (2018) 51:34, 16 pp.
- [2] G. Magenes and G.M. Calvi. In-Plane Seismic Response of Brick Masonry Walls. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26, (1996) 1091-1112.
- [3] N. Reboul, Z. Mesticou, A. Si Larbi and E. Ferrier. Experimental Study of the in-Plane Cyclic Behaviour of Masonry Walls Strengthened by Composite Materials. *Construction and Building Materials*, 164, (2018) 70–83.
- [4] S. Bhattacharya, S. Nayak and S.C. Dutta. A Critical Review of Retrofitting Methods for Unreinforced Masonry Structures. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 7, (2014) 51-67.
- [5] S. Zhang, D. Yang, Y. Sheng, S.W. Garrity and L. Xu. Numerical Modelling of FRP-Reinforced Masonry Walls Under in-Plane Seismic Loading. *Construction and Building Materials*, 134, (2017) 649-663.
- [6] G. Marcari, G. Manfredi, A. Prota and M. Pecce. In-Plane Shear Performance of Masonry Panels Strengthened with FRP,” *Composites Part B: Engineering*, 38:7-8, (2007) 887-901.
- [7] T.C. Triantafillou. Strengthening of Masonry Structures Using Epoxy Bonded FRP Laminates. *Journal of Composites for Construction*, 2:1, (2013) 50-56.
- [8] T. Stratford, G. Pascale, O. Manfroni and B. Bonfiglioli. Shear Strengthening Masonry Panels with Sheet Glass-Fiber Reinforced Polymer. *Journal of Composites for Construction*, 8:5, (2004) 434-443.
- [9] A. Babatunde. Review of Strengthening Techniques for Masonry Using Fiber Reinforced Polymers. *Composite Structures*, 161, (2017) 246-255.
- [10] C.G. Papanicolau, T.C. Triantafillou, K. Karlos and M. Papathanasiou. Textile-Reinforced Mortar (TRM) Versus FRP as Strengthening Material of URM Walls: in-Plane Cyclic Loading. *Materials and Structures*, 40:10, (2007) 1081-1097.
- [11] F. Wu, H.T. Wang, G. Li, J.Q. Jia, and H.N. Li. Seismic Performance of Traditional Adobe Masonry Walls Subjected to in-Plane Cyclic Loading. *Materials and Structures*, 50:1, (2017) 1-14.
- [12] M. Deng and S. Yang. Cyclic Testing of Unreinforced Masonry Walls Retrofitted with Engineered Cementitious Composites. *Construction and Building Materials*, 177, (2018) 395-408.
- [13] AC434, Acceptance criteria for masonry and concrete strengthening using fabric-reinforced cementitious matrix (FRCM) composite systems, ICC Evaluation Service (2017).

CONDUCTIVE CONCRETE, NANOADDITIONS AND FUNCTIONAL APPLICATIONS

Del Moral, Beatriz¹; Galao, Óscar²; Baeza, F. Javier³; Zornoza, Emilio⁴; Garcés, Pedro⁵

ABSTRACT.

The addition of a carbon material, such as carbon nanotubes (CNTs) or graphite powder (GP) as conductive ingredients transforms the resulting mixture into a conductive material. This yields the possibility of using the new material for other functions different to the structural one, so that it can be considered a multifunctional material, such as the sensing and heating function. Increasing CNTs or/and GP content decreases the resistivity. Once the percolation threshold is reached it makes no sense to increase % because the resistivity is not anymore significantly changed. Then strain-sensing and heating functions can be carried in these conductive cement based materials.

Keywords: Multifunctional, conductivity, CNT, graphite, cement composites, strain sensing, self-heating.

1. INTRODUCTION.

Concrete is considered the construction material par excellence world-wide. However, there is demand for technological advances in response to new requirements [1]. More and more structures are increasing their quality standards, considering not only safety criteria but also sustainability issues. Multifunctional materials are a new generation of composites which provide infrastructures with the ability to develop new functions themselves, different from the usual structural role [2]. That is why they are also called smart materials. One of the main applications of smart materials is structural health monitoring which is possible thanks to their intrinsic self-sensing properties, also known as piezoresistive properties [3].

One of the more promising functional fillers for obtaining self-sensing materials are carbon nanotubes (CNT), due to their excellent mechanical and electrical properties [4]. The composite that results from including CNT into a usual Portland cementitious matrix is able to detect mechanical parameters through measuring the electrical properties of the composite, i.e. the piezoresistive behaviour [5], [6]. The mechanical parameters include strain (or deformation), stress (or external force), crack and damage under static and dynamic conditions, whereas the electrical parameter consists of a rather simplified resistance measurement. This strain-sensing property shown by CNT-cement based composites leads straightaway to a desirable application of reinforced concrete structures: their structural health monitoring (SHM)[7] [8], [9].

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. beatriz.dmd@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. oscar.galao@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. fj.baeza@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. emilio.zornoza@ua.es

⁵ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. pedro.garces@ua.es (corresponding author)

On the other hand, a number of researchers have analysed the feasibility of using conductive multifunctional concrete, with different additions, for pavement deicing [10-11].

This study is within a European project and first objective of it is to carry out a preliminary compatibility tests between the carbon based materials considered in the project, CNT and GP, and the addressed cement matrices. The second objective is the development of conductive multifunctional cement-based materials, for specific applications in the area of civil engineering and architecture. It allows this composite to be used for different applications rather than the structural one (e.g. self-sensing, heating, etc.).

2. MATERIALS AND METHODS.

Prismatic mortar specimens of standard size (dimensions 4cmx4cmx16cm) were fabricated according to the Spanish Standard UNE-EN 196-3:2005. The materials were:

- Portland cement type UNE-EN 197-1 CEM I 52.5R, supplied by Cemex España S.A. with the chemical composition shown in Table 1.
- Carbon nanotubes denominated CNTs (Graphistrength C100, supplied by Arkema. Table 1).
- Pellets of CNTs (CW2-45, supplied by Arkema).
- Gel of CNTs (CW3-2,5, supplied by Arkema).
- Graphite products (ABG1010, APH2939, PNG and SG supplied by Superior Graphite).
- Superplasticizer Sika viscocrete 20-HE, supplied by SIKA.
- Distilled water.

Table 1: Main properties of CNTs (provided by Arkema).

Description	CCVD Multi-wall Carbon Nanotubes	
Appearance	Black powder	
Powder characteristics	Apparent density	50-150 kg/m ³
	Mean agglomerate size	200-500 μm
	Weight loss at 105 °C	< 1%
CNTs characteristics	C content	> 90 wt%
	Free amorphous carbon	Not detectable (SEM/TEM)
	Mean number of walls	5-15
	Outer mean diameter	10-15 nm
	Length	0.1-10 μm

Water based dispersions of CNTs (different wt% respect to cement) were prepared by using a high shear mixer (Robot Coupé) for 10 minutes. After that superplasticizer Sika viscoconcrete 20-HE, supplied by SIKA, was added. Then, a 10 min ultrasound treatment was applied to the dispersion using an ice bath.

Subsequently, dispersions of un-modified and surface modified CNTs have been incorporated to cement by using a planetary mixer. Firstly, dispersions were totally poured into the mixer container and cement was added in three parts of 600 g. Each part was mixed for 2 minutes at slow speed. Finally, when all cement parts had been mixed, paste was mixed for 1 minute at high speed. A water/cement ratio = 0.5 was used in all cases.

Cement pastes were slowly poured into molds on a vibrating table. After 24 h in humid chamber, samples were unmolded. All samples were cured at 100% of relative humidity (RH) and 20 °C for 28 days, according to UNE EN-80-101-88. After 28 days, they were maintained at laboratory conditions before characterization.

Mechanical tests

Mechanical tests were accomplished under laboratory conditions according to European Standard UNE EN 196-1. Flexural and compressive strength tests on prismatic specimens were conducted according to Spanish standard UNE EN 196-1:2005, with a ME-402/20 mechanical testing machine, by Servosis, S.A.

Resistivity tests

After curing, specimens were externally dried and silver electrically conductive paint (Pelco Conductive Silver 187) was applied around the perimeter at four interior planes, which were parallel to the end surfaces. Four copper wires were wrapped around each silver painted perimeter, in order to form four electrical contacts, as needed for the four-probe method. This method consists on applying a fixed electrical current with a AC/DC current source (model Keithley 6220) at the outer electrodes, while the voltage was measured between the inner electrodes using a digital multimeter (Keithley Model 2002). Hence, resistance may be calculated applying the Ohm's law.

Self-sensing tests

Several consecutive loading-unloading cycles (compressive) were applied to each specimen, with a fixed current of 1 mA. Specimens were first loaded up to 1.5 kN and then 5 or 6 cycles were applied up to 6.5 kN (4 MPa) and 13.5 kN (8.4 MPa), with a loading rate of 200 N/s.

Heating tests

Changes in the surface temperature of the specimens were continuously registered by RTD temperature sensors type Pt100, which were connected to a data logger. A FLIR E30 thermographic camera was also used to monitoring the temperature distribution along the specimen's surface.

With direct current, fixed voltage was applied with a digital direct power source. With alternating current, fixed voltage was applied using an alternating power source F5V. In both cases, electric current was measured with digital multimeter Keithley 2002.

All power sources were kept inside a security chamber for safety concerns during tests. Moreover, all cables used were shielded for noise signal reduction and for safety concerns too. No thermal insulator was utilized, therefore the results obtained would have shown a much higher efficiency if so, in which issue the authors are currently working on.

3. RESULTS AND DISCUSSION.

3.1. Compatibility between CNTs and GP with the cement matrices.

As was established previously, the first goal of this study was to carry out a preliminary compatibility tests between the carbon based materials considered in the project, CNT and GP, and the addressed cement matrices.

The incorporation of the three different kinds of CNTs that are designed for water dispersion (C100, CW2-45 and CW3-2,5) to the cement pastes implied different behaviour for each one from the point of view of setting time.

In the case of CW2-45 and CW3-2,5, long setting times have been observed. This behaviour can be related to the high amount of carbomethylcellulose present in them, which also produced losses in the composite's compressive strength. Therefore, these composites cannot be used for the development of the self-sensing and heating functions. Technical data sheet of Arkema limits the gel amount to 10% of the solid mass in the mix. In the aforementioned cement pastes, this equals to a 0.25% by cement mass. In a regular concrete this limitation would be around 0.3 vol%. This proportion would be suitable for enhance the mechanical properties for those concretes, but in our experience the concentration of conductive material is not high enough to guarantee adequate conductivity levels for the heating-deicing application. For example, self-heating concretes would require at least twice this volumetric fraction.

Table 2: Resistivity ($\Omega\text{-cm}$) and mechanical properties of cement paste specimens with different percentages of C100 cured for 28 days at 100% RH.

Dosage	Resistivity (Ωcm)	Compressive strength (MPa)
0% (w/c 0.5)	1716	47.0
0.5% C100 (w/c 0.5)	1639	46.5
1% C100 (w/c 0.5)	1513	45.0
1.25 % C100 (w/c 0.5)	1514	47.0
1.5 % C100 (w/c 0.5)	240	48.5
2% C100 (w/c 0.5)	237	41.5

Concerning the CNTs C100, table 2 shows the resistivity ($\Omega\text{-cm}$) and mechanical properties of cement paste specimens with different percentages of C100 cured for 28 days at 100% RH. First, we observe that the higher the amount of CNTs added, the lower the resistivity monitored. Second, we can observe here that when the concentration of C100 was 1.5%, the resistivity value obtained was 240, which is low enough to develop the sensing and heating function. The increase of the percentage of CNT to 2% did not imply a decrease in the resistivity. On the other hand, the mechanical resistance is more or less

constant up to 1.5%, although there is a drop at 2%. Therefore, from this point on, we have used cement paste with 1.5%C100, since increasing the amount of CNT does not improve the conductivity, it also reduces the compressive strength, and finally, dispersion problems are observed.

In order to know the limits of the carbonaceous additions it is important to find out a property called percolation threshold. Percolation threshold comes when there are enough CNFs density to establish a continuous path of electric current. Figure 1 shows the percolation threshold curves corresponding to cement paste specimens with different percentages of C100 and with different curing times at 100% RH.

The solid lines show the resistivity values of the paste samples with the addition of C100 at different curing times. As can be seen, the percolation threshold occurs at 1.5% of CNT C100. Once the percolations threshold is reached it make not sense to increase % of CNT because the resistivity is not anymore significantly changed.

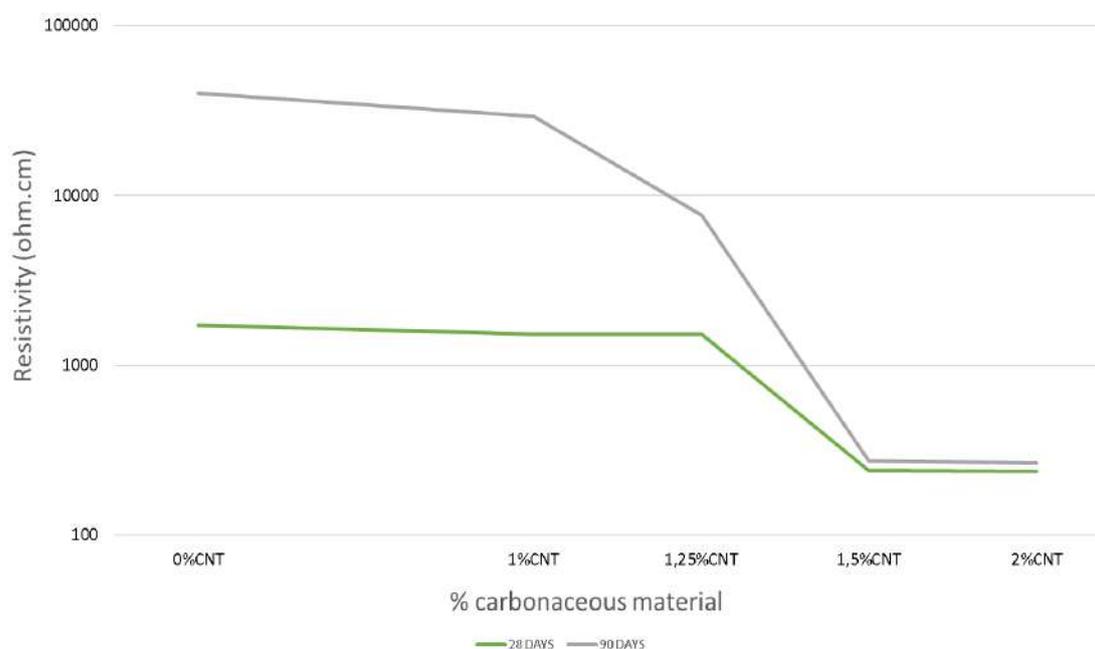


Figure 1. Percolation threshold curves corresponding to cement paste specimens with different percentages of CNT C100. Curing times: 28a and 90 days.

Next, in order to complete the first goal of this study, a preliminary compatibility tests based in the addition of different graphite products (ABG1010, APH2939, PNG and SG supplied by Superior Graphites) to the cement pastes were carried out, see table 3. It was clear that ABG1010 graphite delivered the best results from the perspective of conductivity.

On the other hand, as it was mentioned earlier, we have also worked with mixtures of CNT and graphite powder. Table 4 shows the resistivity of cement paste specimens with mixtures of CNTC100 and 2 types of graphite, ABG1010 and APH2939.

The mixture of 1% C100 + 5% ABG1010 is the one that offers the lowest levels of resistivity. This conductivity level is similar to the one obtained for the 1.5% C100 paste without graphite powder but

the mixing procedure and the cost of the mix with 1% C100 + 5% ABG1010 justify its selection. Nevertheless, from the performance point of view, it is interesting to compare both admixtures in the development of the sensing and heating functions.

Table 3: Resistivity values ($\Omega\cdot\text{cm}$) of cement paste obtained with the addition of different graphite products after 28 days of curing time and 21 days in laboratory conditions (LC).

ABG 1010				
Age	0%	1%	5%	10%
After curing	2608	1568	1682	808
21 days in LC	3502	5016	4038	802
APH 2939				
Age	0%	1%	5%	10%
After curing	2608	1834	2664	1822
21 days in LC	3502	4554	6044	5284
PNG				
Age	0%	1%	5%	10%
After curing	2608	1614	1932	1582
21 days in LC	3502	4914	4696	5454
SG				
Age	0%	1%	5%	10%
After curing	2608	1570	2586	2412
21 days in LC	3502	4428	5840	5238

Table 4: Resistivity ($\Omega\cdot\text{cm}$) of cement pastes of mixture of C100 with the graphite ABG1010 and with the graphite APH2939 ($w/c=0.5$) cured 28 days 100% RH.

Age	0%	1% C100 + 5% ABG1010	1% C100 + 5% APH2939
28 days	1466	276	1324
60 days	5400	256	4654
90 days	40107	249	7320

3.2. Self-sensing tests.

The main objective of this work is the development of conductive multifunctional cement-based materials, for specific applications in the area of civil engineering and architecture. Particularly, interesting smart structural materials are those exhibiting strain-sensing properties, that is, the ability to provide an electrical output that is correlated to their state of strain, also known as piezoresistive property [8-13]. The material's strain sensing capacity is defined as the response on the volumetric electrical resistivity (proportional and reversible) due to its strain state [15] [16].

Figure 2 shows the results for strain-sensing tests for 1.5% of C100 CNT cement paste at 28 days of curing time, with a 1mA DC current, 200 N/s load rate, initial load of 1.5 kN and a maximum load of 6.5 kN. Both stress and fractional change in electrical resistance data versus time are monitored. If a

longitudinal compressive stress is applied, the electrical resistance in that direction is reduced (the contact between CNFs themselves and CNFs and paste becomes closer and closer and consequently the contact electrical resistance also decreases, and vice versa the material recovers the initial state when the stress is removed. Both effects are reversible in the material's elastic range; therefore, the electrical resistance returns to its initial value once the load is removed.

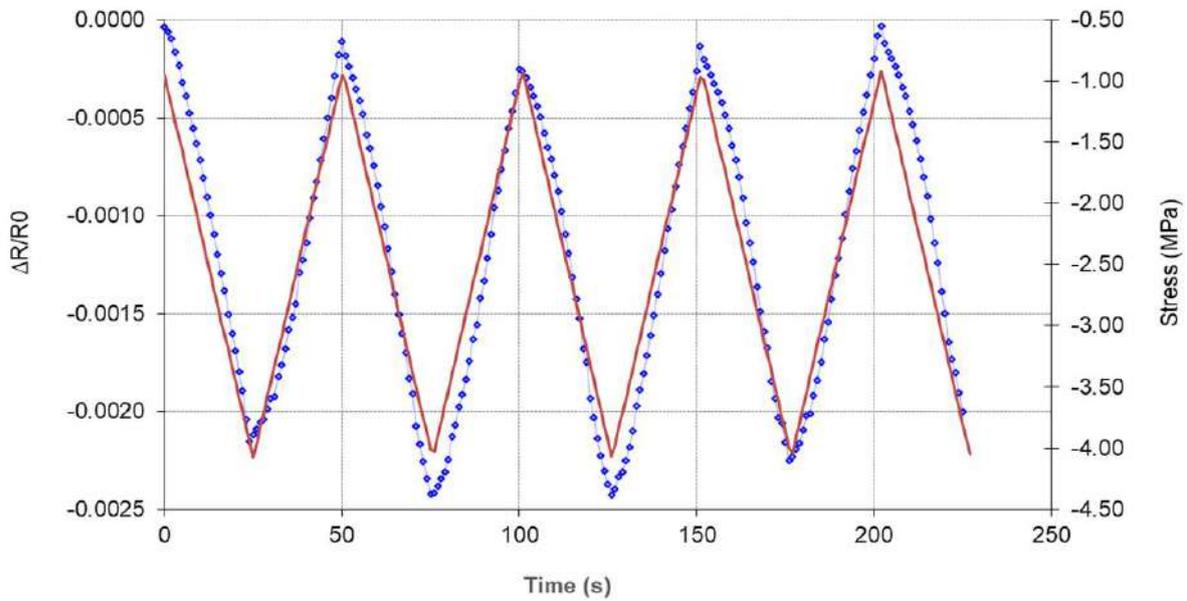


Figure 2. Self-sensing test for 1.5% of CNT C100 cement pastes at 28 days of curing time, with a 1mA DC current, 200 N/s load rate, initial load of 1.5kN. Maximum load of 6.5 kN.

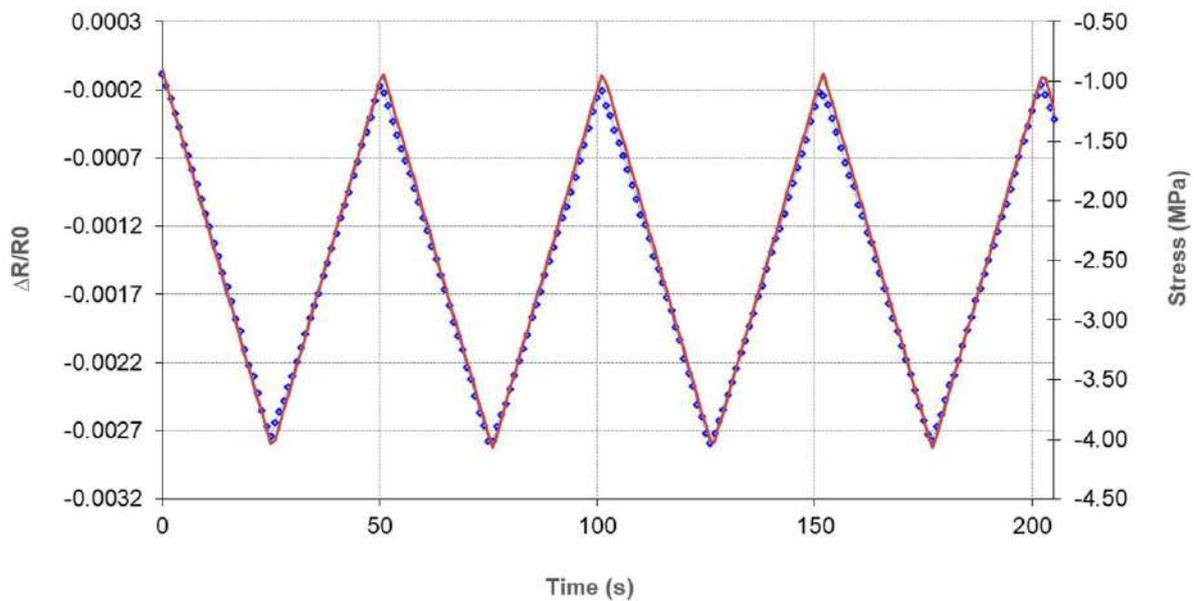


Figure 3. Self-sensing test for 1.0% of CNT C100 and 5% of graphite ABG1010 cement pastes at 28 days of curing time, with a 1mA DC current, 200 N/s load rate, initial load of 1.5kN. Maximum load of 6.5kN

Figure 3 shows the results for strain-sensing tests for 1.0% of CNT C100 and 5% of graphite ABG1010 cement paste at 28 days of curing time, with a 1mA DC current, 200 N/s load rate, initial load of 1.5 kN, and a maximum load of 6.5 kN. It is clear that we are working within the elastic regime because the maximum stress applied in this test is just a 14% of the compressive strength. When the application of the load is initiated, the stress increases (red line) and as a consequence a proportional decrease of the electrical resistance can be observed (blue line). After this first loading step, the load is returned to zero, and so stress and deformation recover their initial values, as well as the electrical resistance or electrical resistivity. Therefore, measuring the resistivity, the state of charge and the structural health can be easily controlled.

Respect to the performance of both types of admixtures (1.5% C100 vs. 1.0% C100 + 5% ABG1010), it can be observed that the relation between variation of resistance and stress is better fitted for the mix that includes both CNT and GP.

It is important to calibrate each sensor, previously to its application. To do so, the slope of the variation of resistivity vs the deformation gives us the so call gage factor, which controls the accuracy of the measurement.

3.3. Heating tests.

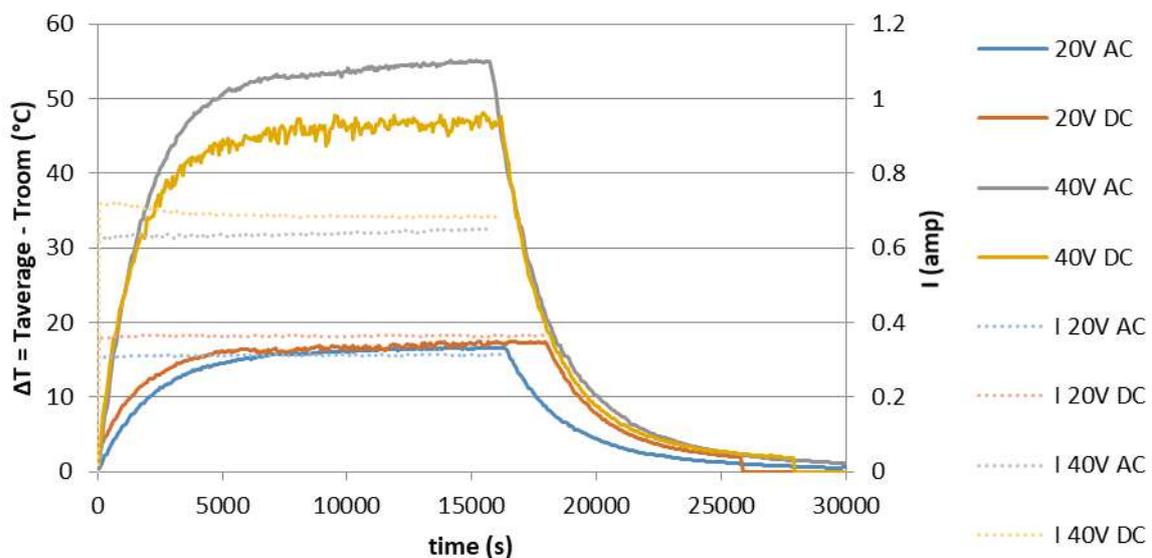


Figure 4. Self-heating behaviour for 1.0% of CNT C100 and 5% of graphite ABG1010 cement pastes at 28 days of curing time. 20V and 40V AC-DC

Figure 4 shows the first approach to test the self-heating behaviour for 1.0% of CNT C100 and 5% of graphite ABG1010 cement pastes. Different AC-DC voltages were applied to a 4x4x16 cm³ specimen. Two Pt-100 temperature sensors, were attached in the centre upper and lower sides of the specimens. In the figures only the mean temperature is shown. The electrical resistance of the sample remains constant with the temperature variation as it can be deduced from the intensity demanded by the specimen to apply each particular voltage (see Figure 4). The temperature increases to reach a constant value in which the electrical power applied is equal to the rate of heat loss to the outside. An increment

of temperature of 15°C was obtained applying 20 volts and an increment of 45-50°C was obtained applying 40 volts, both of them in about 3600 seconds. As it can be observed in the figure, there are small differences in the temperature when applying DC or AC voltages.

4. CONCLUSIONS.

Cement pastes with high addition of CW2-45 and CW3-2.5 presented problems with setting time.

Resistivity levels of cement paste with CNT or mixtures of CNT and GP have offered very promising results in electric conductivity (which could make the sensing a heating functions viable).

Measuring the resistivity of cement paste with CNT or mixtures of CNT and GP, the state of charge and the structural health can be easily controlled.

Applying an electric potential difference through a cement paste with CNT and GP causes the heating of the material. The temperature reached depends on voltages that can be applied, which in turn present small differences in the temperature when apply DC or AC voltages.

REFERENCES.

- [1] D. D. L. Chung, "Functional properties of cement-matrix composites," *J. Mater. Sci.*, vol. 36, no. 6, pp. 1315–1324, 2001.
- [2] P. Garcés, E. Zornoza, L. García, F. J. Baeza, and Ó. Galao, *Hormigones Conductores Multifuncionales*, 1a ed. Editorial Club Universitario, 2010.
- [3] D. D. L. Chung, "Self-monitoring structural materials," *Mater. Sci. Eng. R Reports*, vol. 22, no. 2, pp. 57–78, 1998.
- [4] S. J. Chen, F. G. Collins, A. J. N. Macleod, Z. Pan, W. H. Duan, and C. M. Wang, "Carbon nanotube – cement composites : A retrospect," *IES J. Part A Civ. Struct. Eng.*, vol. 4, no. 4, pp. 254–265, 2011.
- [5] X. Yu and E. Kwon, "A carbon nanotube/cement composite with piezoresistive properties," *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 5, p. 5, May 2009.
- [6] C. Camacho-Ballesta, P. Garcés, and E. Zornoza, "Performance of cement-based sensors with CNT for strain sensing," *Adv. Cem. Res.*, vol. 28, no. 4, pp. 274–284, 2016.
- [7] A. L. Materazzi, F. Ubertini, and A. D'Alessandro, "Carbon nanotube cement-based transducers for dynamic sensing of strain," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 37, no. 1, pp. 2–11, 2013.
- [8] B. Han, S. Ding, and X. Yu, "Intrinsic self-sensing concrete and structures: A review," *Measurement*, vol. 59, pp. 110–128, 2015.
- [9] F. J. Baeza, O. Galao, E. Zornoza, and P. Garcés, "Multifunctional cement composites strain and damage sensors applied on reinforced concrete (RC) structural elements," *Materials (Basel)*, vol. 6, no. 3, pp. 841–855, 2013.

[10] J. Gomis, O. Galao, V. Gomis, E. Zornoza, P. Garcés . “ Self-heating and deicing conductive cement. Experimental study and modeling”. Construction and Building Materials 75 (2015)

[11] O. Galao, L. Bañón, F. J. Baeza, J. Carmona, and P. Garcés, “Highly conductive carbon fiber reinforced concrete for icing prevention and curing,” Materials (Basel)., vol. 9, no. 4, 2016. [1] S. Ivorra, F.J. Baeza, D. Bru, F.B. Varona, Seismic Behavior of a Masonry Chimney with Severe Cracking Condition: Preliminary Study, *Key Eng. Mater.*, vol. 628, pp. 117–122, 2014. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.117.

Acknowledgements. This project has received funding from the European Union’s Horizon 2020 Research and Innovation Programme under grant agreement N°760940.



CONSTRUIR Y ROMPER ESTRUCTURAS un curso práctico de introducción a las estructuras

Joaquín Antuña¹ (ORCID:  <http://orcid.org/0000-0003-2483-5646>), Mariano Vázquez², Valero Pascual³, Carlos Enrique Olmedo⁴

¹Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
joaquinfrancisco.antuna@upm.es

²Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
mariano.vazquez.espi@upm.es

³Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
valero.pascual@upm.es

⁴Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
carlosenrique.olmedo@upm.es

Palabras clave: Ensayos en estructuras, ensayos educativos.

ABSTRACT

The communication presents the experience developed in the last three years in a new subject organized by several professors of the Department of Structures and Building Physics (DEFE) of the Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid (ETSAM) of the Universidad Politécnica de Madrid (UPM) in the degree in Fundamentals of Architecture. In the first semester, the degree has a compulsory experience workshop, which students must take by choosing a workshop among the offers made by each department. The experience discussed corresponds to one of the proposals by the DEFE and is called Build and Break Structures.

The objective of the workshop corresponds to what is stated in the title, is that students propose a solution to a structural problem, carry out the project of that construction, build it and, finally, submit it to the expected loading situation. In the event that it exceeds the expected situation, the load continues to increase until it reaches breakage.

Keywords: structures, construction, test, collapse.

1. INTRODUCCIÓN

Aunque el uso de modelos con fines didácticos es una práctica habitual ya documentada desde hace años [1], y que en el DEFE se ha venido utilizado tradicionalmente, la experiencia que se propone presenta dos particularidades sustanciales. No se trata de trabajar con modelos, sino con estructuras pequeñas. No se trata de replicar a escala una estructura de mayor tamaño, sino de definir un problema de tamaño pequeño, y resolverlo. Y, por otra parte, los alumnos tienen que definir el proyecto, construirlo, prever la manera de ponerlo en carga y, finalmente, llevarlo a la rotura.

El taller se desarrolla a lo largo de 15 semanas a razón de tres sesiones de dos horas a la semana, lo que supone un total de 90 horas de trabajo de los alumnos con presencia del profesorado. El objeto

de cada uno de los trabajos que se proponen a lo largo del taller se concreta en asamblea, así como las condiciones que tiene que cumplir la construcción: Tamaño, material con que se construye, tipo de carga, su magnitud y la forma de aplicarse, así como la cantidad total que debe soportar.

Una condición que los promotores del taller sugieren es que los materiales que se utilicen para la construcción de las estructuras sea, en la medida de lo posible, material reutilizado y, en caso de no ser así, emplear materiales económicos y sencillos de obtener.

El objetivo didáctico fundamental que se persigue es que los alumnos pongan en práctica los conocimientos que, sobre estructuras, ha adquirido a lo largo del bachiller y que no son conscientes de su aplicación práctica y su significado real. Para reforzar esta intención de recordar lo ya estudiado, se plantean varias sesiones teóricas a lo largo del taller en las que profundizar en cuestiones como el equilibrio o las propiedades mecánicas de los materiales.

La propia organización del curso hacer que el programa se vaya concretando a lo largo del taller según se van decidiendo los objetivos de las sucesivas propuestas de Construir y Romper. En la página (<http://habitat.aq.upm.es/gi/mve/mmcyte/>) se incluyen los programas de las pasadas ediciones del taller. En ellas se pueden consultar las actividades realizadas semanalmente, con los enunciados de cada ejercicio de construir propuesto, los proyectos planteados por cada equipo, el resumen del proceso de construcción y el proceso de rotura.

Por último, los participantes en el taller tienen que documentar su trabajo y lo resumen en un documento que incluye información escrita, gráfica (planos del proyecto e imágenes de la construcción y la rotura) y vídeos, tanto del proceso de construcción como el de rotura. Para compartir sus resultados, los participantes utilizan los canales de difusión que utilizan habitualmente, aunque el taller dispone de una página en facebook (<https://www.facebook.com/t1cre/>) y, para el próximo curso, se utilizará el nuevo blog de la asignatura (<https://blogs.upm.es/dcyrep/inicio/>).



Figura 1: Carga hasta rotura de algunas de las construcciones propuestas en el taller: Torre de spaghetti, y varios ejemplos de puente atirantado.

2. ANTECEDENTES

El uso de la experimentación en mecánica en general y, en particular en el campo de las estructuras, como complemento a las lecciones teóricas se ha utilizado tradicionalmente. En 1947 Pippard describió un completo laboratorio en el que los alumnos podrían poner en práctica varios temas habituales en teoría de estructuras: El estudio vigas de celosía tanto desde un punto de vista cualitativo, interpretar las trayectoria de las fuerzas identificando barras comprimidas y traccionadas, como cuantitativo, observando el valor de los esfuerzos en las barras; el estudio del pandeo de barras comprimidas; la flexibilidad de las vigas de alma llena; la resistencia y rigidez de los pórticos de nudos rígidos y de estructuras flexibles; el estudio de estructuras hiperestáticas: tres cables, vigas continuas, pórticos planos o emparrillados; estudio de cables y arcos y ángulo de rozamiento de terrenos y empujes sobre muros de contención.

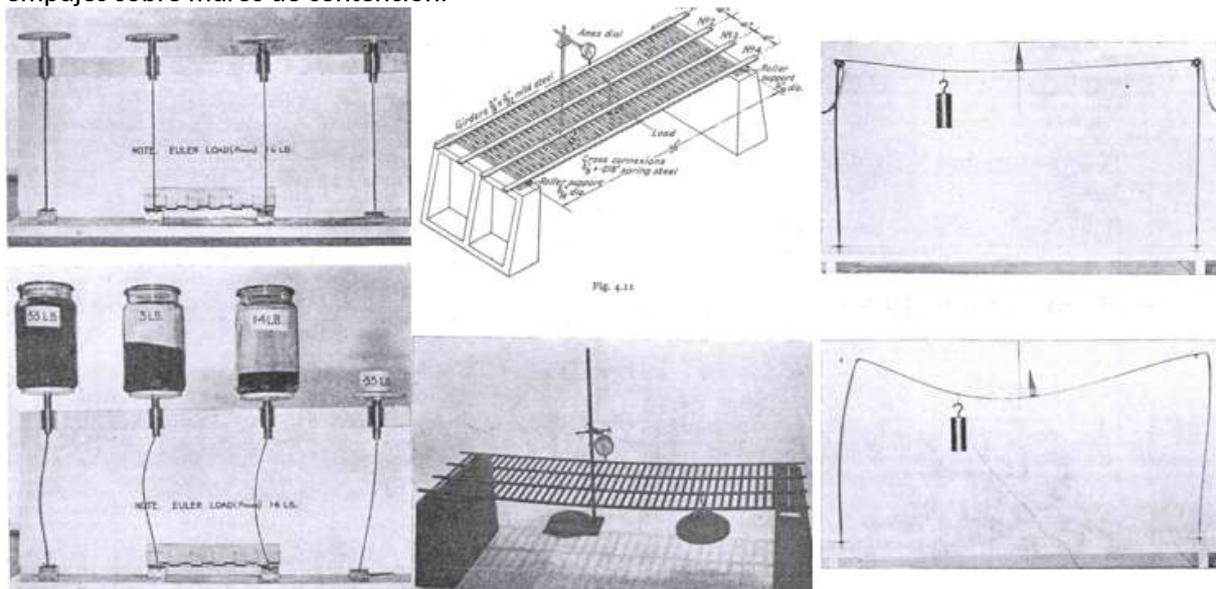


Figura 2: Imágenes de algunos de los ensayos propuestos por Pippard: Pandeo de barras comprimidas; flexión de un emparrillado y flexión en un pórtico rígido.

En la propuesta de trabajo con ensayos de Pippard hay un componente esencial que es el trabajo previo del alumno. Cada ensayo tiene asociados unos cuestionarios que es preciso estudiar y completar previamente al trabajo experimental. Con ese trabajo previo se crea la expectativa que se somete al contraste de la experimentación. Ricardo Aroca, comentaba sobre el trabajo de los docentes que quienes enseñan se pasan el tiempo respondiendo a cuestiones que los alumnos no se han planteado. Esta situación reduce la motivación y dificulta que se mantenga la atención. Es necesario tener expectativas para interesarse por lo que se cuenta. Por ello en educación es una buena estrategia el realizar actividades que tengan como resultado el que los alumnos elaboren expectativas que despierten la atención y animen la investigación.

El trabajo previo a la actividad con modelos consigue crear esas expectativas previas. Por esa razón, en la propuesta de Pippard las instrucciones de cada experimento incluían realizar el análisis de la estructura y la experimentación servía para comprobar los resultados obtenidos. Una de los objetivos que se pretende alcanzar con este enfoque, es tomar conciencia de las simplificaciones que es necesario hacer para crear los modelos analíticos, y ser conscientes de ellas a la hora de interpretar los resultados.

Además, con el trabajo previo se obtiene una aproximación a los órdenes de magnitud de los problemas, lo que nos da una herramienta para juzgar las soluciones obtenidas. La acumulación de este conocimiento es lo que, sin ser conscientes de ello, nos permite tener intuición.

La titulación de arquitecto que se impartía en la ETSAM correspondiente al plan 1974 tenía seis cursos y se impartió hasta el inicio del plan de 1996. En él, la primera asignatura de estructuras tenía el nombre de Estructuras I. Era una asignatura semestral, tenía 10 créditos y se impartía en el cuarto curso a razón de 6 horas semanales durante 30 semanas.

El objetivo fundamental de la asignatura era el equilibrio. Se estudiaba análisis de estructuras sencillas, propiedades de materiales, dimensionado y comprobación, pero el énfasis del curso se ponía en el equilibrio.

La docencia estaba organizada en una parte teórica y otra práctica. Pero la parte teórica se introducía siempre con la presentación del fenómeno físico que se iba a estudiar. En cada una de las 15 semanas se trataba un tema y, a cada uno, correspondía un experimento que se realizaba en el aula al tiempo que se hacía la exposición teórica. De modo que la experimentación y el ensayo de estructuras con el fin de visualizar los temas que se estudiaban formaba parte del planteamiento del curso.

2.1. Concursos de Torres y Vigas

Como complemento se estableció una actividad relacionada con el trabajo en estructuras pequeñas. Esta actividad incorporaba una novedad sobre el planteamiento de Pippard, y que consistía en que los alumnos eran los responsables de la definición de la estructura que se estudiaba, de su construcción y de su ensayo hasta la rotura.

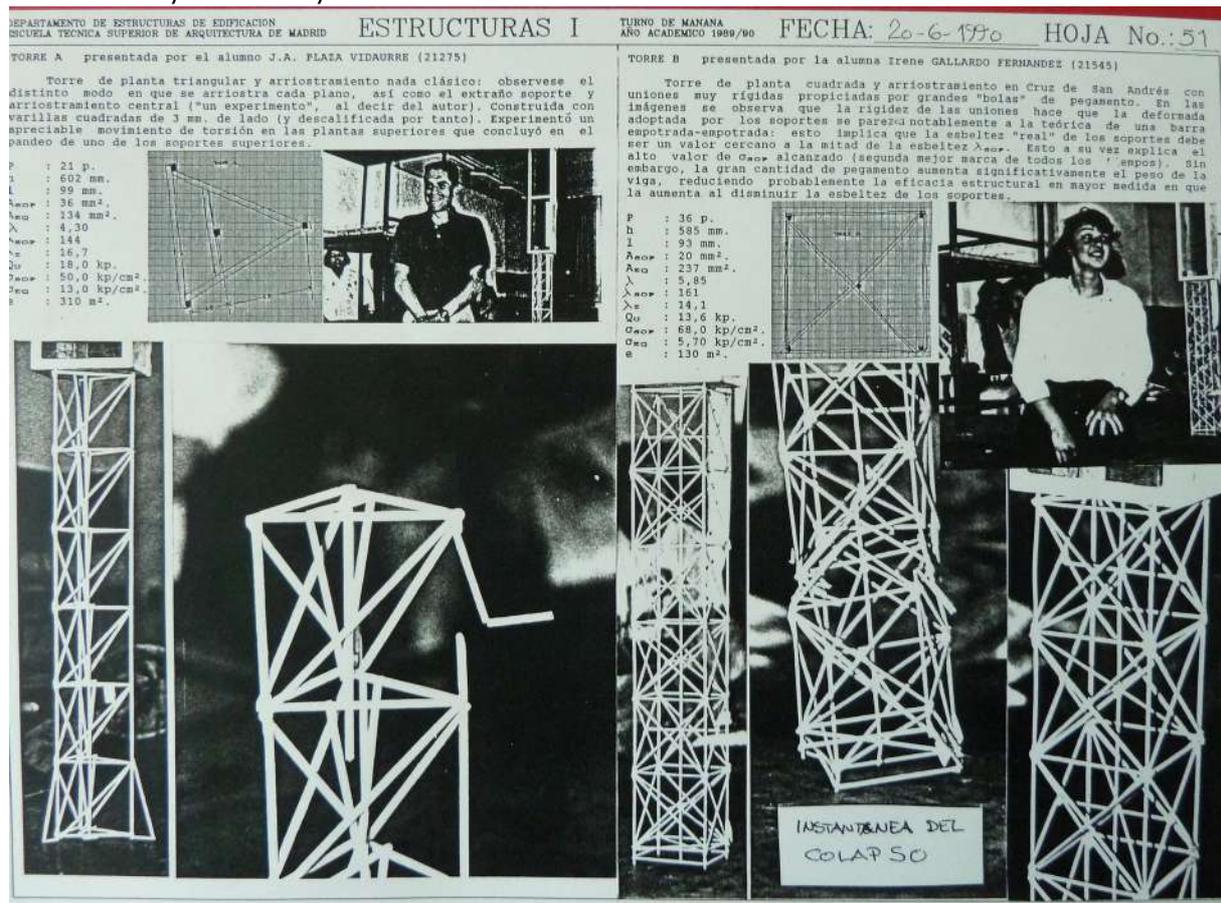


Figura 3: Propuestas con mejor puntuación en la edición del año académico 1989-1990 del concurso "Torres contra depósitos"

Se organizaron lo que se llamaron "Torneo de torres contra depósitos" y "Torneo de vigas contra cargas puntuales".

En los dos casos se definía un problema estructural: En el primero soportar una carga (depósito) a una determinada altura, y en el segundo soportar una carga entre dos puntos de apoyo situados en la misma horizontal a una distancia determinada. La meta perseguida por cada diseño era no solo obtener la estructura que lograra la mayor carga, sino la que lo hiciese con el menor peso posible. Se definía la eficiencia de la estructura en cada caso. Al mismo tiempo, en los dos casos se contaba con una cantidad limitada de material.

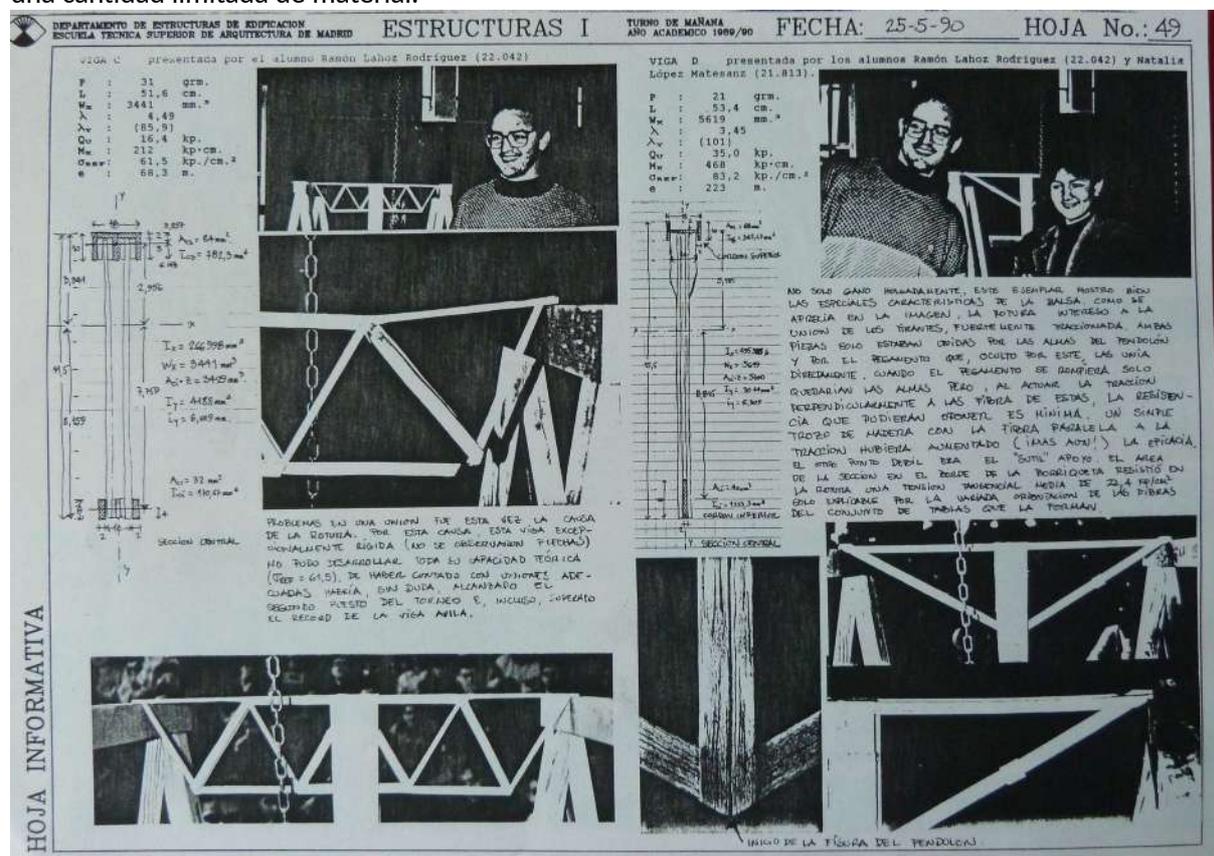


Figura 4: Soluciones con mejores resultados de la edición de 1989-1990 del concurso "Vigas con tra cargas puntuales".

En el caso de las torres se contaba con 16 varillas de madera de balsa, y la eficiencia de la estructura se medía como el producto de la carga que rompía la estructura por la altura al cuadrado dividido entre el peso de la estructura, de modo que la eficiencia en este caso tiene unidades de m², unidades de superficie. En este caso, además, se definía la tensión media como el cociente entre la carga última y el área equivalente que, a su vez, se obtenía como el cociente entre el peso de la torre y el peso específico de la madera de balsa por la altura de la torre. Este valor representaba la tensión media de una barra maciza de la misma altura y de la misma cantidad de material con que estaba hecha la torre. Se establecían por tanto dos cantidades para valorar cada diseño, eficiencia y tensión media:

$$e = \frac{Q \times h^2}{P}, \text{ y } \sigma_m = \frac{Q}{A_m}$$

en donde Q es el valor de la carga que hace colapsar la estructura, h es la altura de la torre, P su peso propio y A_m es el valor del área media de un soporte con la altura de la torre y su peso y suponiendo que ρ es el peso específico del material utilizado, se obtiene como:

$$A_m = \frac{P}{\rho \times h}$$

En el caso del torneo de vigas, la medida de la eficiencia se hacía como el cociente entre el momento flector M que producía la rotura y el peso propio de la estructura. Las unidades de la eficiencia así medida son unidades de longitud. La interpretación sería como el brazo de palanca necesario para que un peso igual al de la estructura produjese el momento flector de la rotura.

$$e = \frac{M}{P}$$

El planteamiento utilizado no valora únicamente la capacidad de carga, sino que tiene en cuenta la habilidad para disponer el material utilizado, de modo que, a igualdad de carga soportada, un proyecto que se hubiese realizado con menos cantidad de material resultaría ganador.

3. EL NUEVO PLANTEAMIENTO: CONSTRUIR Y ROMPER ESTRUCTURAS

Los torneos se desarrollaron anualmente hasta la supresión del plan de estudios del 1974. Con el nuevo plan de 2010, aparece en el primer semestre de los estudios una nueva asignatura de taller obligatoria opcional, esto es, que todos tienen que cursar, pero a elegir entre una variedad de talleres ofertados por los departamentos.

En el año 2016 se presentó por primera vez con el objetivo de ofrecer la oportunidad de que los alumnos pusiesen en práctica los conocimientos de mecánica y estructuras que, en teoría, han estudiado en el bachiller.

1



<http://www.facebook.com/tlcre/>

Construir y romper estructuras

Una semana cargando estructuras hasta su fallo
alla manera di Leonardo da Vinci



Vitruvius Woman DelmenD CerchaC0 CerchaTQ Vitruvius Man

Si el lenguaje no es correcto, entonces no se dice lo que se quiere decir; si lo que se dice no es lo que se pretende, entonces no se hace lo que se tenía que haber hecho; si lo que se tenía que haber hecho queda sin hacerse, entonces la moral y el arte se deterioran; si la justicia se extravía, reina la confusión. Por eso no debe haber arbitrariedad en lo que se dice. Esto es lo más importante de todo.

CONFUCIO



Figura 5: Presentación del taller experimental con la idea que orienta su organización: experimentar para conocer.

La estrategia que se propone en el taller incorpora una nueva variable más a las experiencias anteriores. En el laboratorio propuesto por Pippard tanto los problemas estructurales que se estudiaban como los objetos sobre los que se realizaba la experimentación ya estaban definidos y construidos. En los torneos de “torres contra depósitos” y “vigas contra cargas puntuales”, el problema estructural era parte del enunciado, así como los objetivos a lograr y el material con el que se debía construir la estructura.

El nuevo planteamiento presenta una novedad y es que no hay nada preparado previamente. El taller se organiza de manera colectiva y la definición del problema estructural a resolver se hace colectivamente entre todos los participantes, profesores y alumnos. Además del problema estructural a resolver, se definen el material a utilizar y las limitaciones del proyecto y las condiciones precisas que debe cumplir la estructura que se va a construir.

La intención del taller es doble. Por una parte trabajar prácticamente con los conocimientos que ya han adquirido, tanto sobre estructuras como sobre las propiedades mecánicas de los materiales. Por otra, trabajar un conjunto de competencias transversales y generales que se supone que tienen que alcanzar a lo largo de la titulación, como la capacidad de trabajar en equipo, la comunicación en público, la búsqueda de información y su elaboración y asimilación, o la redacción de documentos similares a los necesarios en la vida profesional. Pero, sobre todo, lo que se pretende es presentar como objetivo fundamental de la investigación de la estructura el poder construir más con menos o, como se dice en la presentación del taller citando a Amos In Tiao Chang:

La investigación de la estructura por contraposición a la de la construcción nos mostrará que básicamente la creación de todas las construcciones arquitectónicas existentes está basada en un simple principio: la provisión del mínimo material disponible a fin de resistir el máximo de cargas posibles. Mientras que los métodos de construcción cambian, los principios estructurales siguen siendo los mismos.[2]

El taller se desarrolla en 15 semanas sin un programa definido, más que la intención de construir y romper estructuras. Aunque la afirmación de que no existe programa tienen algo de retórico, ya que, aunque el objeto preciso que se va a construir no está previsto al comienzo del curso, si lo está lo que tienen que hacerse durante el desarrollo del taller.

De todos los trabajos que se realicen deberán realizar las siguientes tareas:

1. Un proyecto, en el que incluirán una memoria descriptiva del proyecto, con unos planos suficientemente definidos como para que un tercero pueda construirlos.
2. Realizar la presentación pública del proyecto en la que se plantearán cuestiones y posibilidades de mejora que, en cada caso, decidirán si incorporan o no al diseño definitivo.
3. Construir el proyecto, haciendo los modelos parciales necesarios para comprobar la viabilidad de la propuesta.
4. Documentar la construcción, haciendo especial mención a las modificaciones que se hubiesen hecho durante la construcción, justificándolas de manera adecuada.
5. Resultados de ensayos parciales realizados durante la construcción con los que justificar cambios realizados en el proyecto.
6. Ensayo de la estructura para comprobar que alcanza los resultados previsto y, en caso de hacerlo, continuar hasta la rotura.
7. Documentar el proceso de ensayo en forma de vídeos y gráficos que crean necesarios para explicar el proceso de rotura.
8. Memoria resumen del proyecto en que se incluya el proyecto inicial, la descripción del proceso de construcción con la mención a las modificaciones introducidas y su justificación, planos del proyecto finalmente construido, descripción del proceso de carga y unas conclusiones que incluyan una valoración crítica.
9. Vídeo de la actividades realizadas, proyecto, construcción y ensayo.
10. Presentación pública de la memoria definitiva.

Lo que no está definido al comienzo del curso son los problemas estructurales que se quieren resolver. Esta tarea se hace en grupo sobre la base de las preferencias que han mostrado en un test inicial, en que dibujan estructuras que les interesa estudiar.

Esta primera muestra de intereses que muestran en el test preliminar es aparentemente dispar en lo formal, pero las opciones que presentan los alumnos se pueden agrupar en unos pocos problemas estructurales:

- 1.S oportar cargas en altura: torres o edificios de pisos.
- 2.S oportar una carga entre dos puntos separados en horizontal: puentes de diverso tipo: vigas, cables o combinaciones de cables y vigas.
- 3.E estructuras superficiales: forjados, bóvedas o cúpulas.

La elección del material con el que se construirán las estructuras es también libre y es el resultado del acuerdo entre todos los participantes. Los organizadores del taller proponemos que, preferentemente, se empleen materiales reutilizados. Por eso en muchos casos se han hecho estructuras con cartón, preferentemente obtenido de la basura. Y esta es una contribución a sensibilizar a los estudiantes y a otros profesores, de la necesidad de incorporar en la práctica profesional los Objetivos del Desarrollo Sostenible, aunque los organizadores del taller pensamos que la construcción más eficiente es la que nos se hace.

Cuando se llega al acuerdo de que problema estructural resolver, que material utilizar y que condiciones se deben respetar en la construcción se define el enunciado del problema y se inicia el proceso de proyecto, construcción y ensayo.

La experiencia de las cuatro ediciones realizadas nos ha permitido constatar que la dedicación de los estudiantes es intensa. Se trata de una asignatura de 6 créditos que suponen, en teoría, una dedicación total de 162 horas. En quince semanas suponen unas 11 horas semanales incluidas las 6 horas en clase que se cumplen, probablemente con creces. Esa dedicación nos permite suponer que el taller alcanza el objetivo de motivar a los alumnos participantes.

4. RESULTADOS DE LAS TRES PRIMERAS EDICIONES

En los tres últimos años se han realizado 5 ediciones del taller en el que participaron unos 100 alumnos. Trabajando en grupos formados por entre tres y cinco personas construyeron tres estructuras por semestre cada grupo. Algunos de los problemas estructurales se repitieron en algún caso, pero las soluciones y los materiales utilizados en cada caso fueron distintas. Agrupándolos por tipos de estructura se resolvieron los siguiente problemas estructurales:

4.1. Soportar cargas entre dos líneas separadas horizontalmente: Vigas y arcos

4.1.1. Acartonados puentes. El objetivo de este CyR fue construir un puente de cartón (preferiblemente reutilizado) que permita el paso de un “tren” de cargas de 120 mm de ancho y 240 mm de alto. Material, cartón reutilizado.

4.1.2. Puentes atirantados. El objetivo es construir un puente atirantado de 1,6 m de longitud total y no más de 2 kg, apoyado en dos líneas separadas a unos 0,86 m, definiendo un tablero (plano horizontal de apoyo) para sostener un “tren” de cargas iguales (de 120 mm de ancho y 120 mm de alto) cuyo valor útil (o característico) es de 1,2 kN/m²; salvo los tirantes y los materiales para realizar uniones, el resto de piezas será de cartón ondulado (preferiblemente reutilizado)

4.1.3. Puentes y arcos. El objetivo es construir un puente en arco de 1,6 m de longitud apoyado en dos líneas separadas 1,0 m, para soportar un tablero que permita sostener un tren de cargas iguales cuyo valor útil es de 1,2 kN/m²; el diseño deberá permitir el paso de las cargas por un hueco de 120 mm de ancho y 120 mm de alto. Todo el material del arco deberá ser de cartón ondulado, con la única excepción de los tirantes, en caso de que se utilicen y el material para realizar las uniones.

- 4.1.4. Dulces arcos. El objetivo de este Construir y Romper (CyR) fue construir un tablero(plano horizontal de apoyo) para sostener un “tren” de cargas iguales, apoyado en alguna forma en el arco mediante péndolas. El material, terrones de azúcar.
- 4.1.5. Spanish Aerocar de cartón. Estructura inspirada en el transbordador de Torres Quevedo realizada en cartón.
- 4.1.6. Descansadas hamacas. El objetivo es construir una hamaca sobre una plataforma de cartón ondulado de 1,6 m × 0,4 m de superficie, suspendida de unos apoyos separados entre sí una distancia de 1,0 m y capaz de soportar una carga situada a una altura mínima de 25,0 cm. El material será el cartón ondulado (preferiblemente reutilizado).
- 4.1.7. Stairway To Heaven. El objetivo es construir una escalera que salve una altura de 122 cm y comunique la base con una plataforma elevada de 34,0 cm × 32,0 cm de superficie situada a la altura definida. El diseño es libre con la única limitación que tiene que estar contenida en una superficie de 12000 cm² de forma libre. Además la zanca no podrá tener soportes en cuanto su altura supere los 61,0 cm. La escalera deberá tener 20 peldaños, con lo que la altura de cada uno será de 61 mm y su huella será, al menos, de 90 mm. El ancho de la zanca será de 20,0 cm. El material será el cartón ondulado (preferiblemente reutilizado).



Figura 6: Proyecto de estructura con maderitas. Torre de pasta y puente en arco.

4.2. Contención: Muros y presas.

- 4.2.1. Presa conoidal. El objetivo es construir una presa de papel, utilizando cuatro hojas A3 de papel grueso, capaz de contener la presión de un “líquido” de bolas de acero alojado en el vaso de un “embalse”. Material a utilizar papel.
- 4.2.2. Acartonados muros. El objetivo es construir un muro de contención para sostener un “terreno” (“no cohesivo”) granulado sobre el que se apoya además un edificio, justo al lado del borde del muro de contención; el muro se apoyará en subbase por simple contacto con el “suelo”. Material a utilizar cartón.

4.3. Estructura superficial plana.

4.3.1. Suelo de cartón. El objetivo es construir un suelo horizontal de cartón para sostener un carga útil de 2,22 kN/m², apoyado en cuatro soportes de madera por simple contacto.

4.4. Soportar cargas en altura: Torres.

4.4.1. Suculentas torres de sémola de trigo. El objetivo es construir una torre de 1,6 m de altura total y no más de 3 kg de masa propia, apoyada en el suelo del aula, definiendo en cabeza apoyos suficientes para un tablero cuadrado (plano horizontal de apoyo) de 270 mm de lado, sobre el que se dispondrá peso cuyo valor útil (o característico) será de 0,3 kN; salvo los materiales para realizar uniones, el resto de piezas será de pasta de sémola de trigo.

4.4.2. Torres acartonadas. Construir una torre de pisos de 1,2 m de altura y no más de 10 plantas. La superficie del solar sobre el que se construirá la torre es de 240 mm × 240 mm. De toda la superficie posible, la ocupación será como máximo del 40 %, esto es 230400 mm². El material con el que se construirá será el cartón (preferiblemente reutilizado).



Figura 7: Proyecto de hamaca (superior). Torre de catón (inferior izquierda) y torre de pasta (inferior derecha).

4.5. Proyecto libre con un determinado material.

4.5.1. Problemas estructurales con maderitas. Eligiendo entre maderas de diferente formatos (palillos, palillo de madera para brochetas, palillos chinos de madera, depresor lingual, palitos de

madera para helado, ...) plantear un problema estructural y resolverlo con tipo de maderita elegido.

En total se han planteado cuatro problemas estructurales, para los que se han plantado 12 variantes diferentes, además de las propuestas realizadas en el problema de libre elección. Para cada una de ellas, los diferentes grupos (entre cinco y seis según las ediciones del taller) realizaron propuestas distintas.

5. CONCLUSIONES

El formato de taller que se propone presenta una novedad que consiste en que los participantes son los encargados de definir las condiciones del problema que tienen que resolver. Esta nueva situación asegura una mayor motivación porque desde el comienzo la tarea que se realiza responde a una intuición personal. Además, el participar en todo el proceso, desde la concepción del problema hasta su rotura final, obliga a un confrontación permanente con las consecuencias de las propias decisiones. Resulta tremendamente didáctico el contrastar las intenciones declaradas en los proyectos, con las dificultades de la construcción de la propia propuesta.

6. TRABAJO FUTURO

La aparente falta de organización en un taller en que no está previsto lo que se va hacer, contrasta con la sistematización de las tareas que se realizan y que, en las ediciones realizadas, se ha consolidado. Con la experiencia acumulada, es posible redactar un texto de apoyo del taller en que se ordenen y resuman las conclusiones de las experiencias realizadas tanto de los alumnos como de los profesores participantes.

7. AGRADECIMIENTOS

La realización de las diferentes ediciones del taller a contado con la colaboración de varios profesores del Departamento de Estructuras y Física de Edificación además de los autores, otros encargados del curso como Fernando Castañón y Oscar de Abril. José Carlos Méndez del laboratorio de Mecánica del Suelo colaboró en la realización de los ensayos y en la realización del instrumental utilizado.

REFERENCIAS

- [1] Pippard, A.J.S. (1947). The experimental study of structures. London: Edward Arnold & Co.
- [2] In Tiao Chang, Amos. (2011). El Dao de la Arquitectura. Granada: Comares.

Corroded B-regions residual flexure capacity assessment in reinforced concrete beams

Carbonell-Márquez, Juan Francisco¹; Gil-Martin, Luisa María²; Hernández-Montes, Enrique³

ABSTRACT

The assessment of the residual flexure capacity of existing reinforced concrete structures affected by corrosion is a key point for reparation and rehabilitation works. A procedure for the evaluation of the residual flexure capacity of corroded RC members due to steel-to-concrete bond deterioration and steel cross-section reduction taking into account the original reinforcement layout is presented. The approach is based on different models provided in the literature to account for the main corrosion effects.. Some examples are provided.

Keywords: Corrosion; Residual flexure strength assessment; Reinforcement layout; Reinforced concrete; Bond.

1. INTRODUCCIÓN

La corrosión del armado es una de las causas más comunes e importantes de deterioro en estructuras de hormigón armado (HA). Aunque el inicio de la corrosión representa un hito importante a la hora de establecer la vida útil de una nueva estructura, existen muchas estructuras de HA corroídas que continúan en servicio siendo o sin ser reparadas. De esta manera, es de vital importancia el disponer de un método de evaluación de la resistencia residual de estructuras de HA afectadas por corrosión para evitar catástrofes como la ocurrida en el paseo marítimo de Vigo.

En condiciones normales, el hormigón que rodea a la armadura actúa como barrera física ante el contacto con agentes productores de corrosión debido a su alta alcalinidad ($\text{pH} \geq 13$). La pasivización del acero por otra parte asegura la protección química del refuerzo. Mediante este proceso, se produce una capa fina de óxido en la superficie del acero durante la hidratación del hormigón. Esta capa de óxido permanece estable en el ambiente alcalino del hormigón, pero comienza a deteriorarse si el pH baja por debajo de 11 [1]. La pérdida de la pasivización del acero puede ser provocada ya sea por carbonatación del hormigón o por ataque de cloruros, fenómenos que alteran la capa pasiva del acero y dan comienzo a la corrosión. El tipo de corrosión asociada a la penetración de cloruros es local y suele conocerse por el término "pitting" o picadura en castellano. Este tipo de corrosión es de gran importancia en estructuras expuestas a condiciones de hielo-deshielo o a ambientes marinos. Por otra parte, la carbonatación del recubrimiento de hormigón da lugar a un patrón de corrosión uniforme, propio de ambientes urbanos o industriales donde existen mayores concentraciones de dióxido de carbono en el aire fruto de la contaminación [2]. Una vez que la corrosión comienza, aparecen capas

¹ Departamento de Mecánica. Universidad de Córdoba (ESPAÑA). jcarbonell@uco.es (Corresponding author)

² Departamento de Mecánica de Estructuras e I.H. Universidad de Granada (España). mlgil@ugr.es

³ Departamento de Mecánica de Estructuras e I.H. Universidad de Granada (España). emontes@ugr.es

porosas de óxido en la interfaz entre hormigón y acero que intentan rellenar los huecos de la pasta de hormigón más cercanos. Esos productos de corrosión tienen un mayor volumen que el acero original (de 3 a 8 veces más) y, por tanto, inducen presión en el hormigón causando, a su vez, fisuración, astillamiento, fragmentación y/o delaminación del recubrimiento [3]. Otro efecto grave de la corrosión es la reducción de la adherencia existente entre el hormigón y el acero dado que los productos de la corrosión se acumulan justo en la superficie de contacto de estos dos materiales. Dicha afección de la adherencia produce, por su parte, pérdida del anclaje efectivo de las barras de acero en el hormigón. Las numerosas investigaciones llevadas a cabo para estudiar este último fenómeno, muchas de ellas recientes [4–11], sugieren que la tensión de adherencia decrece rápidamente a medida que el grado de corrosión aumenta. En este sentido, en una estructura existente donde el armado ha sido diseñado y provisto con unas longitudes de anclaje determinadas, la disminución de la tensión de adherencia se traduce en una pérdida de capacidad portante que puede llevar a la destrucción de la estructura si no existe ningún tipo de mantenimiento. Otro efecto evidente a tener en cuenta es la pérdida de sección efectiva del armado. Algunos autores como Wang et al. [12] sugieren reducir la sección del acero sin alterar su resistencia mientras que otros [13, 14] mantienen la sección original del acero perjudicando su modelo de comportamiento.

Aunque se han publicado múltiples trabajos relativos al comportamiento de elementos de HA corroídos [15–20], salvo contadas excepciones [21, 22], las vigas empleadas en dichos estudios implican armados longitudinales continuos en todo el elemento estructural, sin considerar en ningún modo algún posible despiece del armado a lo largo de la viga, algo que, por otra parte, es muy habitual en las construcciones reales. El principal problema que aparece en elementos de HA con barras que no son ancladas en los apoyos es que, al tener en cuenta la corrosión, estas barras se encuentran en una situación mucho más desfavorable que las ancladas en los apoyos ya que en dichos puntos aparece un confinamiento adicional que favorece el anclaje [5, 21]. De esta manera, se presenta un procedimiento para evaluar la capacidad residual a flexión de la región B (Bernoulli) de un miembro de HA afectado por corrosión, teniendo en cuenta la reducción de, por un lado, la sección de acero y, por otro, de la tensión de adherencia en la interfaz hormigón-acero. El presente procedimiento tiene en cuenta los detalles del armado tales como el despiece. La normativa que se sigue en el método presentado es la propuesta por el Eurocódigo 2 (EC2) [23].

2. REDUCCIÓN DE LA CAPACIDAD PORTANTE POR CORROSIÓN

A la hora de estimar la reducción de capacidad portante a flexión de la región B de un elemento de HA afectado por corrosión se tienen en cuenta en el procedimiento presentado en este trabajo dos efectos fundamentales: la pérdida de sección de la armadura de tracción de la viga y la pérdida de adherencia entre el hormigón y el acero que hace que la longitud de anclaje real sea inferior a la diseñada.

2.1. Pérdida de sección de acero por corrosión

Desde su inicio, la corrosión de la armadura evoluciona a través de diferentes y complejos estados. Su principal consecuencia es la pérdida de sección de la armadura y, dependiendo de las condiciones a las que esté expuesto el elemento de HA, dicha pérdida puede ser generalizada o localizada [24]. La corrosión por reacción electroquímica (la más común) produce una pérdida uniforme del diámetro de la sección a lo largo de la barra de acero mientras que la corrosión localizada (“pitting”) es mucho más

peligrosa que la anterior forma ya que se producen pérdidas de sección mucho más acusadas que, además, son más complicadas de prevenir y detectar. En este trabajo se considera el modelo que relaciona la pérdida de diámetro en función del nivel de corrosión, χ , propuesto por Andrade et al. [25]:

(1)

El parámetro χ relativo al nivel de corrosión mide el porcentaje de masa perdida respecto a la original. En la Eq. (1), ϕ_0 es el diámetro original de la barra afectada, β es el parámetro de corrosión que vale 2 para corrosión uniforme y de 3 a 10 para corrosión localizada, y Pen es la penetración media del ataque de la corrosión, definido como la pérdida de radio de la barra en función del nivel de corrosión χ :

$$A = \sqrt{\frac{(100 - \chi)}{100}} \cdot A_0 \left[1 - \sqrt{\frac{Pen}{\beta}} \right] \quad (2)$$

donde A_0 es el área original de la barra. Teniendo en cuenta las definiciones dadas en las Eqs.(1) y (2), el área eficaz de acero A_s puede expresarse como:

$$A_s = A \left[1 - \left(\sqrt{\frac{Pen}{\beta}} \right) \right] \quad (3)$$

Si se considera corrosión uniforme, $\beta = 2$, las Eqs. (1) y (3) quedan:

$$A = \sqrt{\frac{(100 - \chi)}{100}} \cdot A_0 \left[1 - \sqrt{\frac{Pen}{2}} \right] \quad (4)$$

$$A_s = \left(\frac{100 - \chi}{100} \right) \cdot A_0 \left[1 - \sqrt{\frac{Pen}{2}} \right]^2 \quad (5)$$

2.2. Pérdida de adherencia entre hormigón y acero debida a la corrosión

Tal y como se ha mencionado anteriormente, existen publicados en la literatura numerosos estudios relativos a la pérdida de adherencia entre hormigón y acero debido al fenómeno de la corrosión. La mayor parte de ellos, partiendo de un modelo de adherencia en estado sano, definen un parámetro de reducción de adherencia en función del nivel de corrosión R de tal forma que la tensión última de adherencia entre hormigón y acero corroído queda determinada por una formula del tipo:

(6)

La tensión última de adherencia τ_{ad} se define, según el EC2 §8.2, como:

(7)

donde f_{ctd} es la resistencia a tracción de diseño del hormigón. En este trabajo, los parámetros η_1 y η_2 se consideran unitarios, correspondiendo a anclaje en zona de buena adherencia y a barras de diámetro inferior a 32 mm.

El modelo adoptado en el procedimiento expuesto en este trabajo es el propuesto por Bhargava et al. [26]. Estos autores proponen dos modelos empíricos para la evaluación de la reducción de adherencia entre hormigón y acero en función del nivel de corrosión basados en un amplio rango de experimentos publicados. El primer modelo está basado en ensayos tipo “pull-out” mientras que el segundo de los modelos está basado en ensayos de flexión. Estos últimos ensayos reproducen mejor el estado tensional alrededor de las barras de acero que los ensayos tipo “pull-out” de ahí que haya sido el adoptado para el presente trabajo. Según este modelo, el coeficiente de reducción R queda:

$$\left\{ \right. \quad (8)$$

2.3. Longitud de anclaje afectada por la corrosión

Por definición, una barra de acero traccionada en hormigón es provista de una determinada longitud de anclaje para poder desarrollar su máxima capacidad a tracción, de tal manera que si el anclaje de la barra es inferior al necesario, la barra deslizará antes de que se alcance su máxima capacidad. De acuerdo con el EC2 §8.4.3-4 [23], considerando anclajes rectos y todos los parámetros α que afectan a la longitud neta de anclaje iguales a 1 (caso más desfavorable), por sencillez y sin falta de generalidad, la longitud de anclaje se define como:

$$l_{bd} = \frac{f_{sd}}{\rho_{st} \cdot \sigma_{sd}} \quad (9)$$

donde σ_{sd} es la tensión de diseño de la barra en estado límite último (ELU) en la posición a partir de la cual se mide la longitud de anclaje. Si las barras se disponen dobladas en sus extremos provistas con patillas, entonces l_{bd} se expresa como:

$$l_{bd} = \frac{f_{sd}}{\rho_{st} \cdot \sigma_{sd}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\rho_{st}} \right) \quad (10)$$

Si tanto el diámetro de la barra como la tensión última de adherencia se ven afectados por la corrosión, entonces para soportar un nivel determinado de tensión σ_{sd} , la longitud de anclaje debe crecer. Así pues, introduciendo las Eqs. (4) y (6) en la Eq. (9), la longitud de anclaje afectada por la corrosión, $l_{bd,corr}$ queda:

$$l_{bd,corr} = \frac{f_{ctd}}{\rho_{st} \cdot \sigma_{sd}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\rho_{st}} \right) \quad (11)$$

3. DECALAJE DE LA LEY DE MOMENTOS FLECTORES DE ACUERDO CON EC2 §9.2.1.3(2)

3.1. Influencia en el diseño

Adoptando para el hormigón la distribución de tensiones rectangular y simétrica sin endurecimiento por deformación para el acero, ambas recogidas en el EC2, la aplicación de la hipótesis de Bernoulli según la cual las secciones planas permanecen planas después de la deformación (válida en las regiones B de elemento), permite establecer el equilibrio en ELU entre las distintas tensiones que aparecen en la sección transversal. Considerando la sección sometida sólo a momento flector e imponiendo condiciones de rotura dúctil ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$, o equivalentemente $x < x_{lím}$, donde se corresponde con la profundidad de fibra neutra del plano límite), la Fig. 1 y las Eqs. (12) muestran el equilibrio en la sección (η y λ adoptan los valores dictados por las Eqs. (3.19) a (3.22) en el EC2 §3.1.7(3)):

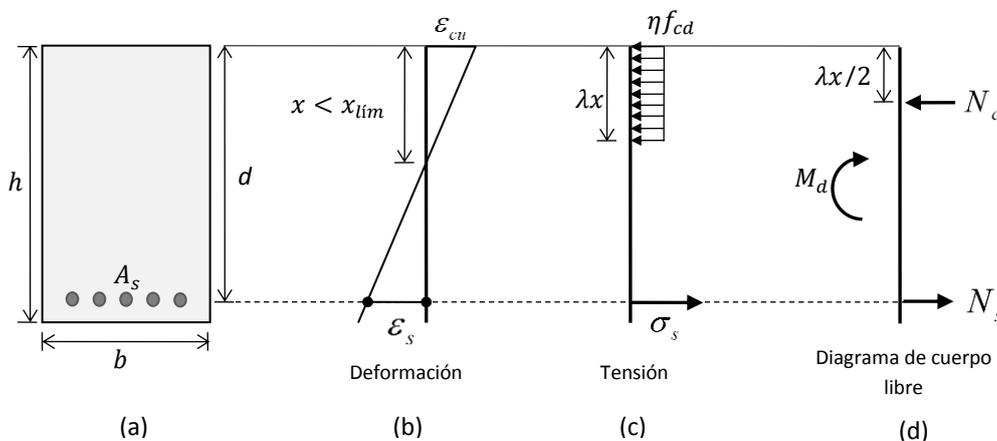


Figura 1. Hipótesis de las secciones planas en ELU de flexión simple y equilibrio en la sección.

$$\begin{array}{l} \sum N \\ \sum M \end{array} \quad \left(d \quad - \right) \quad \left(d \quad - \right) \quad (12)$$

De acuerdo con el EC2 §9.2.1.3(2), al diseñar el refuerzo longitudinal de un elemento de HA sometido a flexión es necesario tener en cuenta el incremento de tracción en el armado debido a la acción del cortante. Dicha acción conlleva desplazar la ley de momentos flectores originales una distancia d de tal manera que el valor del momento flector se vea siempre incrementado. La Fig. 2 muestra tanto el diagrama de momentos flectores originales como el diagrama decalado en una viga simplemente apoyada con una carga distribuida uniforme.

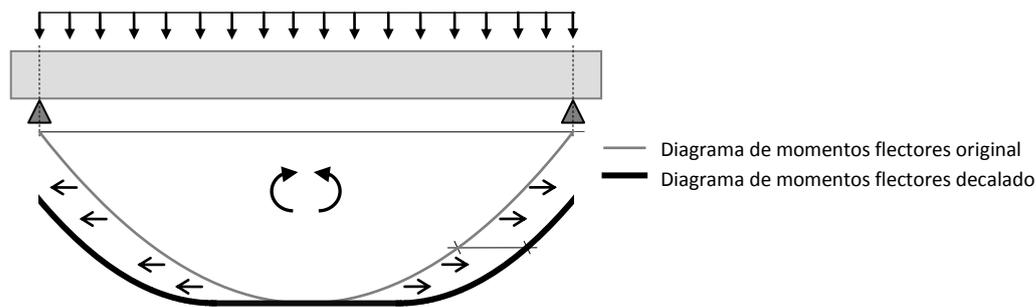


Figura 2. Decalaje del diagrama de momentos flectores en una viga simplemente apoyada sometida a una carga distribuida uniforme

Una vez que el diagrama de momentos flectores ha sido decalado, el armado longitudinal se distribuye empleando una serie de saltos en la cuantía a lo largo de la longitud del elemento, de manera que el empleo de acero sea óptimo. Dicho saltos en cuantía producen un despiece determinado del armado en la pieza de HA, que queda completamente definido una vez que se determinan las longitudes de anclaje para cada conjunto de barras que componen los diferentes saltos de cuantía. Para calcular las longitudes de anclaje mediante la Eq. (9), es necesario primero determinar las secciones de anclaje para cada grupo de barras. La Fig. 3 presenta un ejemplo de una viga similar a la presentada en la Fig. 2 en la que el despiece de armado se ha diseñado con tres saltos cuantías diferentes que se consiguen añadiendo un grupo de barras a los anteriores.

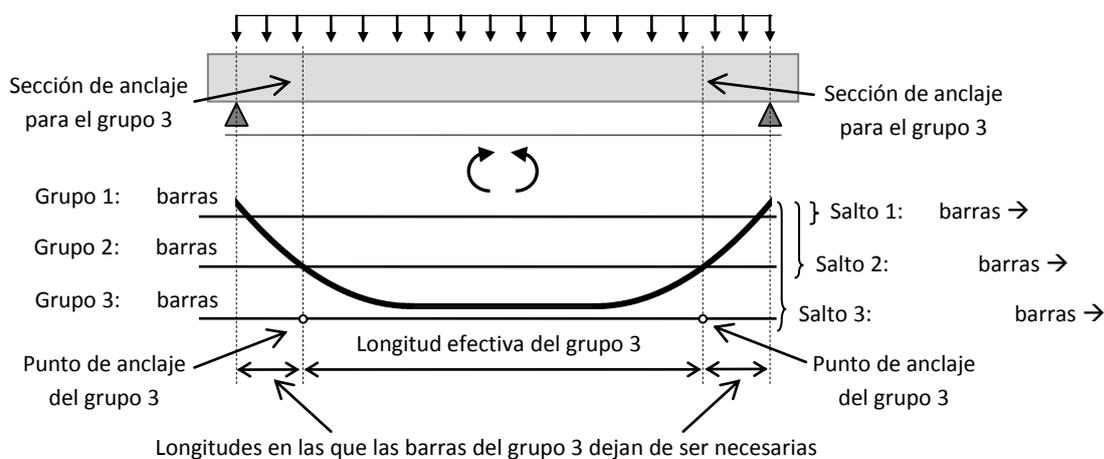


Figura 3. Grupos de barras y saltos de cuantía en el despiece del armado longitudinal de una viga simplemente apoyada sometida a una carga distribuida uniforme

Consideremos la longitud de las barras del último grupo, grupo 3 en la Fig. 3. Puede observarse en la Fig. 3 como las n_3 barras del último grupo dejan de ser necesarias en los tramos de viga que van desde los apoyos hasta las secciones de la viga donde el momento flector (diagrama decalado) es igual al momento flector de diseño obtenido con la cuantía del salto 2, $M_{d,2}$. Esas últimas secciones se corresponden con las secciones o puntos de anclaje de las barras del grupo 3. Así pues, en dichas secciones, las barras en el tercer salto de cuantía (un total de $n_1 + n_2 + n_3$ barras) están sometidas a un momento flector igual a $M_{d,2}$. Dado que la resistencia última a flexión se calcula suponiendo la plastificación del acero, Eqs. (12), la tensión de tracción de las barras implicadas en el salto de

cuantía 3, n_3 , bajo la sollicitación de σ_{sd} puede calcularse como (considerando barras del mismo diámetro):

$$\frac{y_{d,(n_1+n_2+n_3)}b}{s_{s,(n_1+n_2+n_3)}b} = \frac{M_{d,3}}{A_{s,3} \sigma_{sd}} \quad (13)$$

Finalmente, la longitud de anclaje de las barras del grupo 3 puede calcularse empleando la Eq. (9) con σ_{sd} dado por el valor de la Eq. (13). Una vez conocida la longitud de anclaje de las barras del grupo 3, $l_{bd,3}$ la longitud de estas barras ya puede determinarse.

3.2. Influencia en el cálculo de resistencia

Consideremos ahora el problema inverso. Se conocen las propiedades de los materiales y el despiece del armado (longitudes y posiciones de las barras) y se pretende calcular la envolvente de momentos flectores últimos que el elemento es capaz de soportar.

Las longitudes de anclaje de cada grupo pueden determinarse empleando la Eq. (9) previamente calculando σ_{sd} con una ecuación similar a la Eq. (13). En el ejemplo desarrollado anteriormente, dichas longitudes son $l_{bd,1}$, $l_{bd,2}$ y $l_{bd,3}$ (Fig. 4). En el caso de las barras del primer grupo, la longitud de anclaje viene determinada por su geometría, ya que $l_{bd,1}$ será la distancia entre el final de las barras y el punto de apoyo. Una vez, que se conocen las longitudes de anclaje, será preciso calcular la resistencia última a flexión correspondiente a los tres saltos de cuantía de armado ($M_{d,1}$, $M_{d,2}$ y $M_{d,3}$), empleando para ello las Eqs. (12): calculada la fuerza que plastifica el armado del salto de cuantía i , F_{pi} , la posición de la fibra neutra y la resistencia última a flexión se determinan por equilibrio. Particularizando para el salto de cuantía de armado 3, queda:

$$\left(n_3 \frac{A_{s,3}}{s_{s,3}} \right) \frac{y_{d,3} b}{s_{s,3} b} = \frac{M_{d,3}}{A_{s,3} \sigma_{sd}} \quad (d - y_{d,3}) \quad (14)$$

Sigamos prestando atención a las barras del grupo 3. La resistencia última a flexión en la sección donde este grupo de barras es anclado es igual a $M_{d,3}$ dadas las consideraciones expuestas anteriormente, Fig. 3. Por otra parte, la resistencia última a flexión en la sección a mitad de vano de la viga es la correspondiente a la calculada con la cuantía de $n_1 + n_2 + n_3$ barras, es decir, $M_{d,3}$. Si las barras del grupo 3 fuesen ancladas para poder soportar $M_{d,3}$, la tensión σ_{sd} a introducir en la Eq. (9) para calcular la longitud de anclaje sería f_{yd} , quedando:

$$l_{bd,3} = \frac{M_{d,3}}{A_{s,3} \sigma_{sd}} \quad (15)$$

De esta manera, las secciones comprendidas entre unas distancias $l_{bd,3}$ desde el final de las barras (su longitud es conocida) son capaces de soportar $M_{d,3}$ dado que las barras cuentan con anclaje suficiente para poder desarrollar una tensión σ_{sd} , Fig. 4. Así pues, desde dichas secciones

hasta las secciones de anclaje de las barras del grupo 3, la envolvente de momentos flectores que puede soportar la viga decrece cuadráticamente desde $M_{d,3}$ hasta $M_{d,2}$. Sin embargo, por sencillez y del lado de la seguridad, este decremento puede considerarse lineal. Además, como simplificación conservadora, la resistencia a flexión de las barras en su longitud de anclaje se ignora de acuerdo con EC2 §9.2.1.3(3).

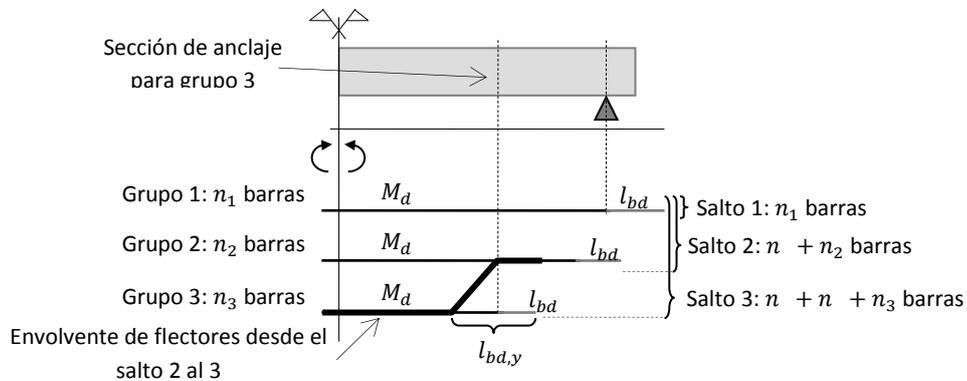


Figura 4. Envolvente de flectores desde el salto de cuantía de armado 2 al 3

Para entender la diferencia entre $l_{bd,3}$ y $l_{bd,y}$ se indica lo siguiente: $l_{bd,3}$ es la longitud de anclaje necesaria para las barras del grupo 3 para poder soportar $(\sigma_{sd,3} < f_{yd})$ sin deslizarse mientras que $l_{bd,y}$ es la necesaria para poder soportar $(\sigma_{sd,3} > f_{yd})$ (implica plastificación del acero) sin que se produzca deslizamiento.

El procedimiento explicado puede aplicarse paso a paso considerando cada uno de los saltos de cuantía de armadura longitudinal. Sin embargo, para determinar completamente la envolvente de flectores es preciso calcular la capacidad última a flexión de las secciones de apoyo (donde se anclan las barras del grupo 1). Para ello, dado que la longitud de anclaje de las barras del grupo 1 viene dada por geometría, el nivel de tensiones que soportan las barras en su sección de anclaje se calcula fijando la longitud de anclaje, quedando:

$$\frac{M_d}{I_{yd}} = \frac{f_{yd} A_{s1}}{d} \quad (16)$$

Así pues, la capacidad última a flexión de las secciones en los apoyos (o secciones extremas, SE), $M_{d,SE}$, dadas las condiciones de anclaje puede calcularse de manera aproximada por equilibrio:

$$M_{d,SE} = \frac{f_{yd} A_{s1} d}{2} \quad (17)$$

Es interesante destacar que $M_{d,SE}$ no agota la viga por fallo por plastificación del acero sino por fallo de anclaje del mismo (deslizamiento de la armadura en el hormigón).

Por último, dado que los diagramas de momentos flectores que soporta la viga se determinan por equilibrio sin tener en cuenta la interacción con el cortante, la envolvente de momentos flectores calculada según el procedimiento descrito necesita ser desafectada por el decalaje. Así pues, la envolvente calculada debe cerrarse una cantidad d , algo equivalente a incrementar esa distancia d cada longitud de anclaje calculada. La Fig. 5 presenta la envolvente de momentos flectores decalada y desafectada por el decalaje.

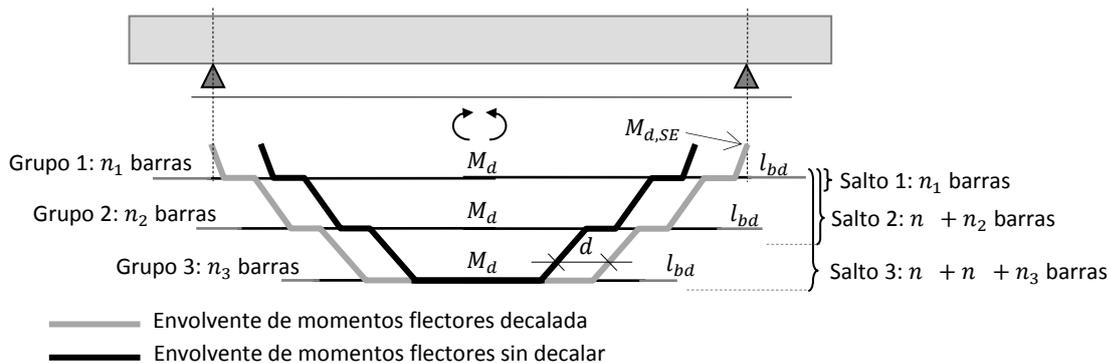


Figura 5. Envolvente de momentos flectores últimos

4. CAPACIDAD ESTRUCTURAL RESIDUAL DE REGIONES B EN ELEMENTOS DE HA CORROÍDOS

El objetivo ahora es calcular la envolvente de momentos flectores de un elemento de HA cuya armadura está afectada por corrosión. De esta manera, tanto el momento último de cada salto de armado como la longitud de anclaje de las barras de cada grupo se verán afectados por la corrosión. Una vez determinada la envolvente, se podrá calcular la carga última que el elemento puede soportar.

A partir de ahora, además de la geometría del elemento, el despiece y diámetro de su armado y las características originales de hormigón y acero, se considera conocida la distribución de la corrosión a lo largo del elemento, es decir, se conoce χ para cada sección. Por último, dentro de su despiece, se considera que el elemento tiene k saltos de cuantía (k grupos de barras). La longitud de las barras del grupo i es l_i , con $i = 1, 2, \dots, k$, correspondiendo $i = 1$ al grupo de barras más largas.

4.1. Determinación de la envolvente afectada por la corrosión

En primer lugar, es preciso calcular la capacidad última a flexión de cada salto de cuantía afectada por la corrosión (reducción del área del armado). Así pues, para el salto de armado i :

$$\Sigma \text{ ————— } (d \text{ —————}) \quad (18)$$

Ahora, para cada salto i de cuantía de armado, es necesario calcular la longitud de anclaje de cada grupo de barras que evite su deslizamiento y les permita desarrollar la tensión necesaria para

soportar $M_{dcorr,i}$. Así pues, para cada grupo de barras, equivalentemente a la Eq. (13) y de forma general, la tensión de tracción de diseño se calcula como:

$$\frac{\sum_j^i}{\sum_j^i} \quad (19)$$

Empleando ahora la Eq. (11) se puede calcular la longitud de anclaje para cada grupo $i \neq 1$ de barras. Por otra parte, será necesario calcular también la longitud de anclaje para cada grupo correspondiente a la sollicitación de $M_{dcorr,i}$, es decir, $l_{bdcorr,yi}$ posición del armado a partir del cual las barras plastificarían afectada por la corrosión. Para ello se emplea una expresión similar a la Eq. (**iError! No se encuentra el origen de la referencia.**) pero con el diámetro de las barras y la tensión de adherencia reducidos por la corrosión:

$$\text{—————} \quad (20)$$

Para el primer grupo de barras ($i = 1$), la longitud de anclaje no puede verse modificada, ya que viene dada por geometría ($l_{bdcorr,1} = l_{bd,1}$). Sin embargo, la afección de la corrosión viene dada por una disminución de la tensión máxima que dicho armado puede desarrollar, con la consecuente disminución en el momento máximo, que ahora será $M_{dcorr,ES}$:

$$\text{—————} \quad (21)$$

$$\frac{r(x)^2}{(d \text{ ———})} \quad (22)$$

Así pues, ya se conocen todos los parámetros necesarios para dibujar la envolvente de momentos flectores afectada por la corrosión. Posteriormente, dicha envolvente será desafectada por el decalaje. Para conocer qué capacidad de carga tiene el elemento estructural, será necesario calcular cuál es la carga máxima (teniendo también en cuenta el tipo) que inscribe la totalidad de su diagrama de momentos flectores dentro de la envolvente calculada. Dada la forma de la envolvente, los diagramas posibles tendrán que pasar por una serie de puntos de la envolvente llamados “puntos candidatos”, que normalmente se corresponden con secciones donde los grupos de barras se anclan. En función del tipo de carga (puntual, distribuida uniforme, distribuida variable, etc.), la ley de momentos flectores responderá a una función matemática que se definirá por completo si se fuerza a pasar por una serie de puntos (los puntos candidatos). Aquella ley cuyo diagrama quede completamente inscrito dentro de la envolvente, será una ley posible y si su carga es máxima, será la que defina la capacidad del elemento. La Fig. 6 muestra un ejemplo de un elemento simplemente apoyado sometido a carga distribuida uniforme (ley de flectores parabólica).

4.2. Inutilización de barras por insuficiencia de anclaje

Aunque a nivel seccional, cada salto de cuantía de armado i tiene una capacidad a flexión igual a M_i , para que dicha capacidad sea efectiva, las barras afectadas deben disponer de una longitud de anclaje suficiente para poder desarrollar la tensión σ_{sd} , Eqs. (11) y (19), o f_{yd} , Eq. (20). Puede ocurrir que a partir de cierto nivel de corrosión χ la longitud total del grupo de barras afectado no sea suficiente para soportar las longitudes de anclaje corroídas $l_{bdcorr,i}$ y $l_{bdcorr,yi}$ (que han crecido debido a la corrosión). Este problema aparece en los siguientes dos casos:

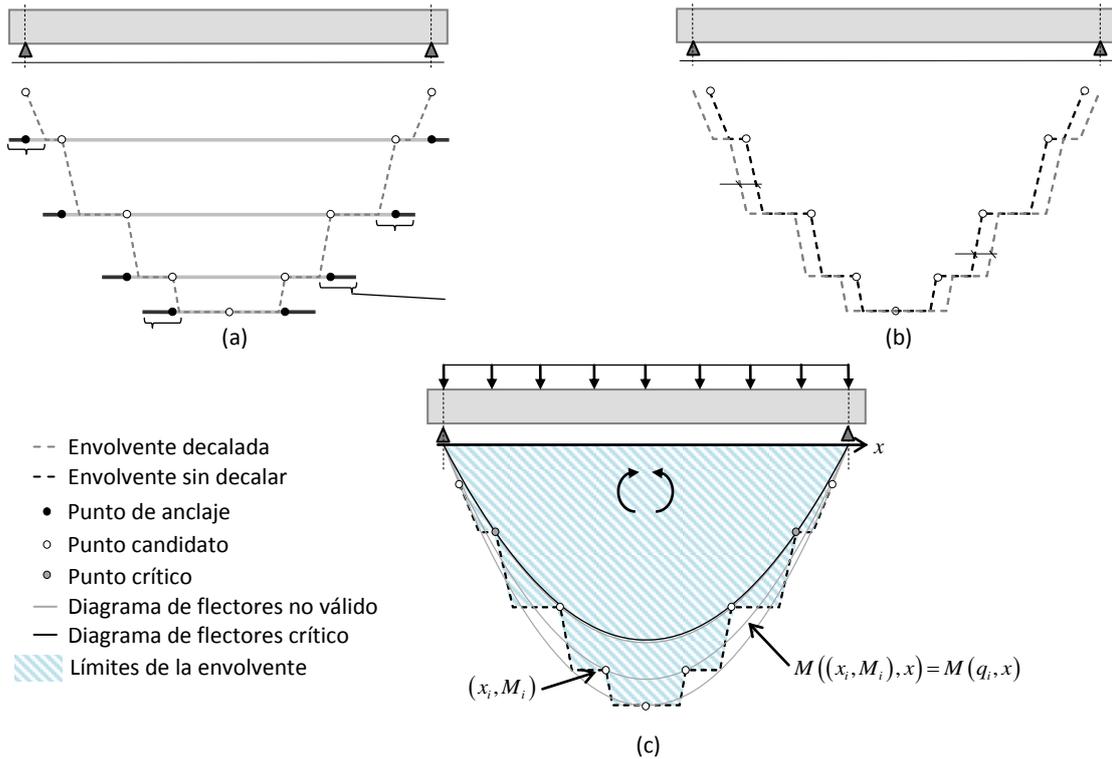


Figura 6. Ejemplo de determinación de capacidad portante de un elemento biapoyado de HA corroído sometido a carga variable uniforme: (a) determinación de envoltura decalada; (b) eliminación del decalaje; (c) determinación del diagrama (carga) crítico.

- a) Si $2(l_{bdcorr,yi} + d) > l_i$: la longitud original del grupo de barras i , l_i , no permite que dicho grupo pueda quedar agotado a flexión una vez se tiene en cuenta la tensión adicional debida al cortante (decalaje), es decir, que la tensión en el acero corroído alcance f_{yd} . Sin embargo, el grupo no queda inutilizado, Fig. 7.

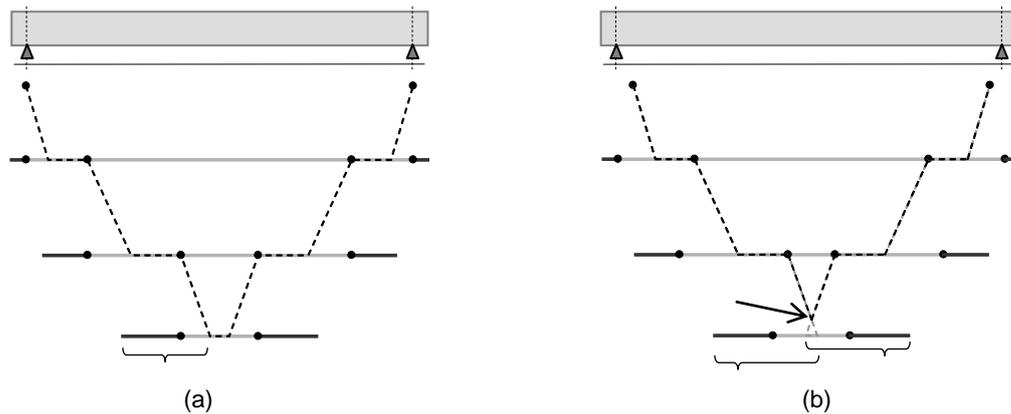


Figura 7. Envolvente resultante cuando $2(l_{bdcorr,yi} + d) < l$: (a) envolvente decalada; (b) eliminación del decalaje: el último grupo de barras no es capaz de soportar la tensión adicional debida al cortante. El máximo momento flector que puede soportar el elemento es menor que M_{pl} .

b) Si $2(l_{bdcorr,yi} + d) < l$: el grupo queda inutilizado ya que no dispone de suficiente longitud de anclaje ni para soportar M_{pl} (Eq. (19)). Es decir, el grupo de barras no puede ni colaborar para soportar M_{pl} , Fig. 8.

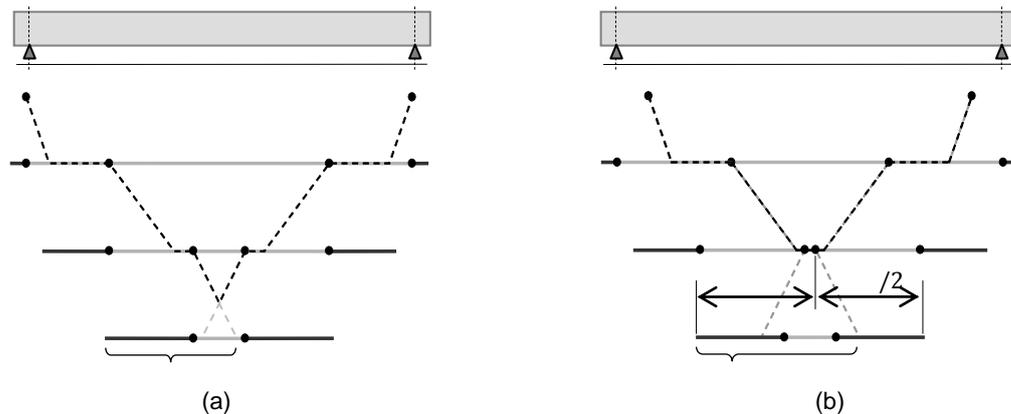


Figura 8. Envolvente resultante cuando $2(l_{bdcorr,i} + d) < l$: (a) envolvente decalada; (b) eliminación del decalaje: el último grupo de barras no es capaz de soportar la tensión adicional debida al cortante. El máximo momento flector que puede soportar el elemento es M_{pl} .

4.3. Ejemplo 1: viga simplemente apoyada

Se plantea un caso en el que una viga simplemente apoyada de 6 m de vano tiene dos niveles de corrosión distintos: un nivel de corrosión general $\chi_g = 5\%$ a lo largo de la viga y un nivel de corrosión inferior en los apoyos $\chi_a = 1\%$. La disposición geométrica y los detalles de la viga se pueden observar en la Fig. 9.

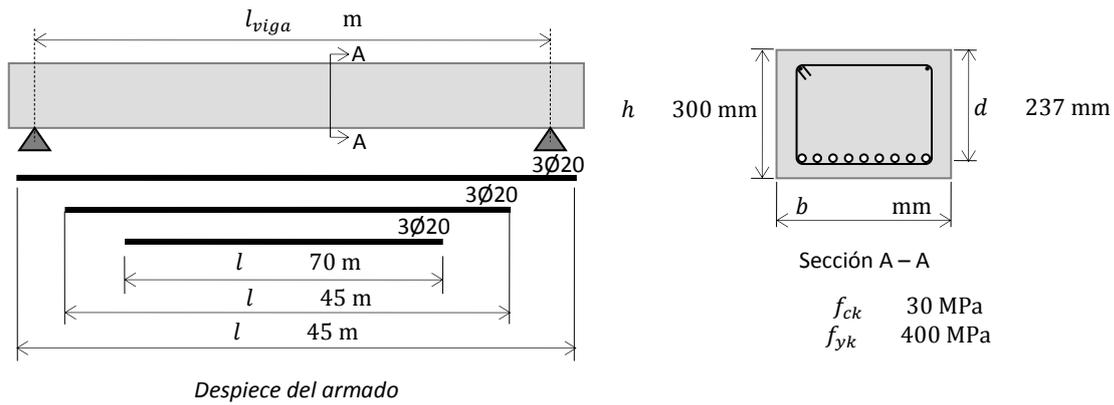


Figura 9. Despiece del armado y detalles geométricos y materiales del ejemplo propuesto.

La *Tabla 1* resume los resultados necesarios para obtener la envolvente decalada de momentos flectores, Fig. 10.

Tabla 1. Comparación de las longitudes de anclaje y de las capacidades últimas a flexión en los casos sanos y corroídos

Parámetro	(%)	Sano	Corroído	Tasa de cambio (%)
$l_{bd,1}$	-	225.00	225.00*	0
$l_{bd,2}$	(mm)	285.92	557.20	94.88
$l_{bd,3}$	5	381.23	742.94	94.88
$l_{bd,y1}$	1	571.84	586.97	2.65
$l_{bd,y2}$	(mm)	571.84	1114.40	94.88
$l_{bd,y3}$	5	571.84	1114.40	94.88
$M_{d,ES}$	1	29.59	29.45	0.47
$M_{d,1}$	(kN·m)	71.37	70.72	0.92
$M_{d,2}$	5	130.10	124.80	4.07
$M_{d,3}$	5	176.19	170.08	3.47

*Fijado por la geometría

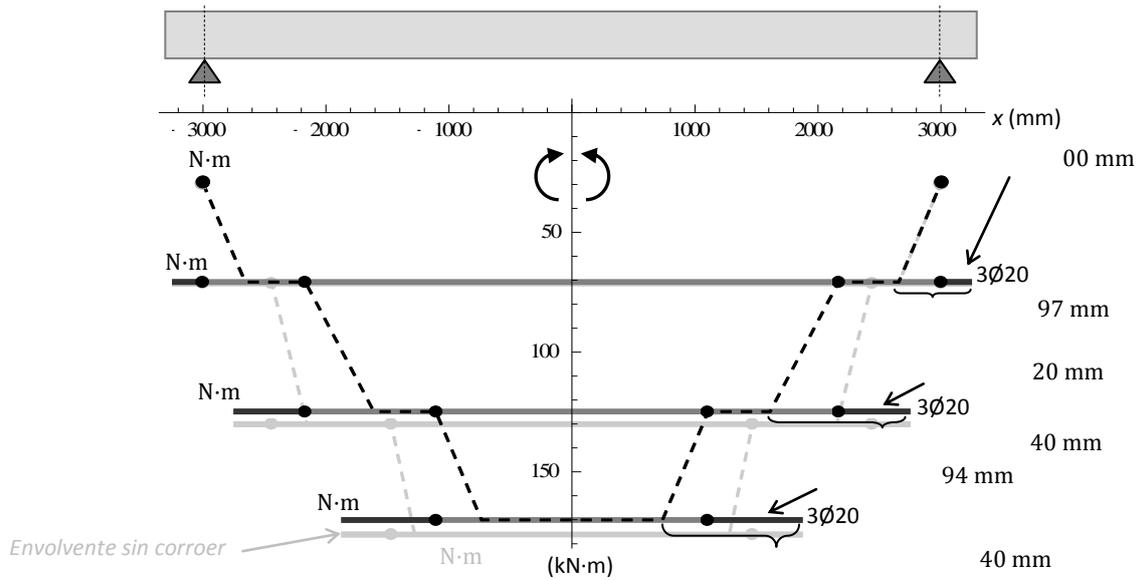


Figura 10. Envolvente de momentos flectores afectada por la corrosión (χ 1%, 5%) (oscura) y sana (clara).

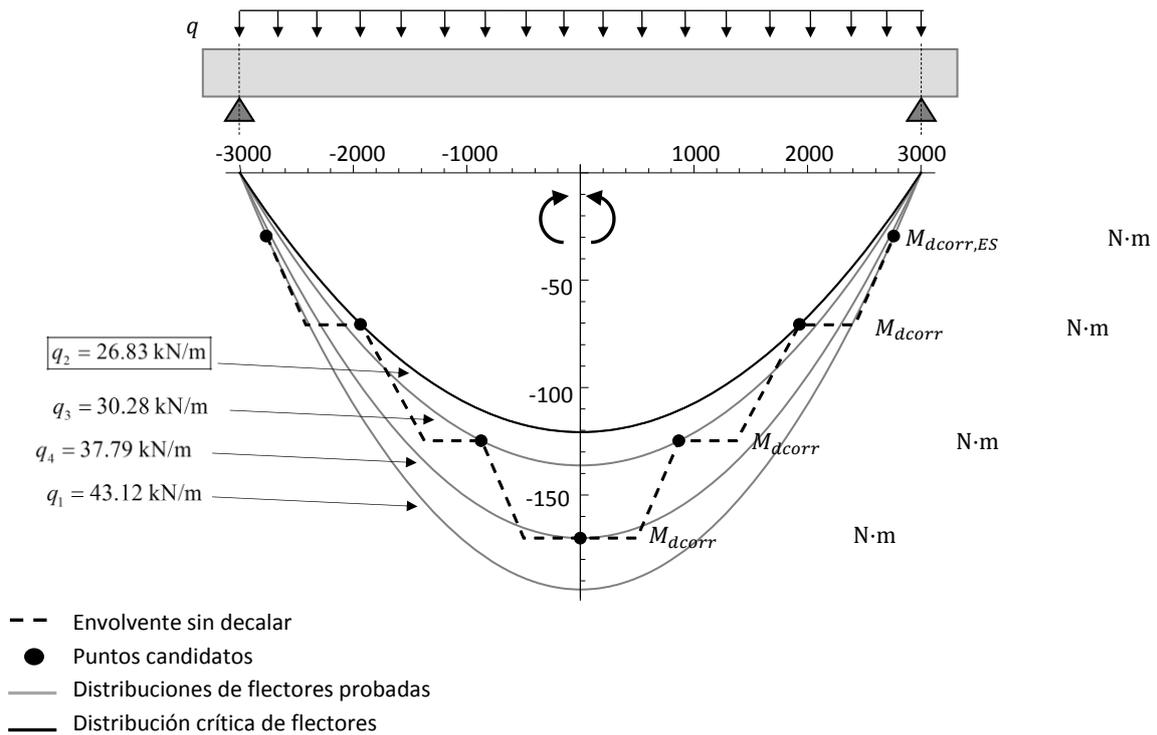


Figura 11. Distintas distribuciones de momentos flectores probadas (gris) y la crítica (negro) correspondientes al ejemplo 1 ($\chi_a = 1\%$, $\chi_g = 5\%$).

Dado que el tipo de carga que se está considerando en el ejemplo es una carga distribuida, su ley de momentos flectores se corresponde con una parábola, la cual necesita tres parámetros o condiciones para quedar completamente definida. Dos de esas condiciones son que el momento flector sea 0 en

los apoyos y la tercera que la parábola pase por alguno de los puntos candidatos en la envolvente. Así pues, todos los diagramas de momentos flectores que cumplen esas tres condiciones se presentan en gris en la Fig. 11. Sólo existe uno que queda completamente inscrito dentro de la envolvente sin decalar, que se corresponde con la máxima carga que puede soportar el elemento, en este caso

kN. La máxima carga correspondiente al estado sano es kN, lo que significa que la corrosión ($\chi_a = 1\%$, $\chi_g = 5\%$) ha producido una caída del 21.98% en la capacidad de carga del elemento.

4.4. Ejemplo 2: viga simplemente apoyada ensayada experimentalmente

El método expuesto es ahora empleado para calcular la capacidad residual de una viga corroída real cuyo ensayo ha sido publicado en [27]. Esta viga pertenece a un programa de investigación a largo plazo comenzado en 1984 en el Laboratorio de Materiales y Durabilidad de la Construcción en Toulouse (Francia). Las vigas fueron expuestas a un ambiente con altos niveles de cloruros soportando cargas de servicio. Tras ciertos periodos de exposición, las vigas han ido siendo agotadas mediante ensayos de flexión de tres puntos. La viga analizada aquí es la B2CL3, ensayada tras 28 años de exposición al ambiente de cloruros. Las dimensiones y el esquema de ensayo pueden observarse en la Fig. 12. Para más detalles, el lector puede consultar la referencia [27].

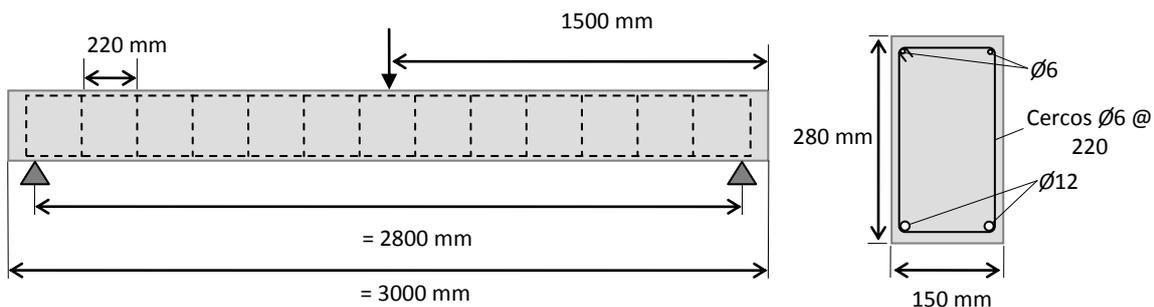


Figura 12. Dimensiones y esquema de ensayo del espécimen B2CL3 correspondiente al ejemplo 2. Adaptado de [27].

El trabajo que publica los resultados del ensayo de la viga B2CL3 [27] proporciona el nivel de corrosión del armado a lo largo de toda la longitud de la viga. En este trabajo se consideran sólo dos valores del nivel de corrosión: un nivel de corrosión general $\chi_g = 14.11\%$ correspondiente a la media del nivel de corrosión entre apoyos y un nivel de corrosión para los apoyos $\chi_a = 4.32\%$ que se corresponde con la media del nivel de corrosión de la armadura desde los apoyos hasta el final de las barras. No se considera corrosión para las barras comprimidas ya que el trabajo tomado como referencia, [27], no proporciona la información relativa. Así pues, la Fig. 13 presenta la envolvente de momentos flectores obtenida resultado del cálculo de las longitudes de anclaje y los momentos de agotamiento afectados por la corrosión. En la misma Fig. 13, teniendo en cuenta el peso propio del elemento, se muestran las dos distribuciones de momentos flectores probadas, quedando sólo una de ellas como posible.

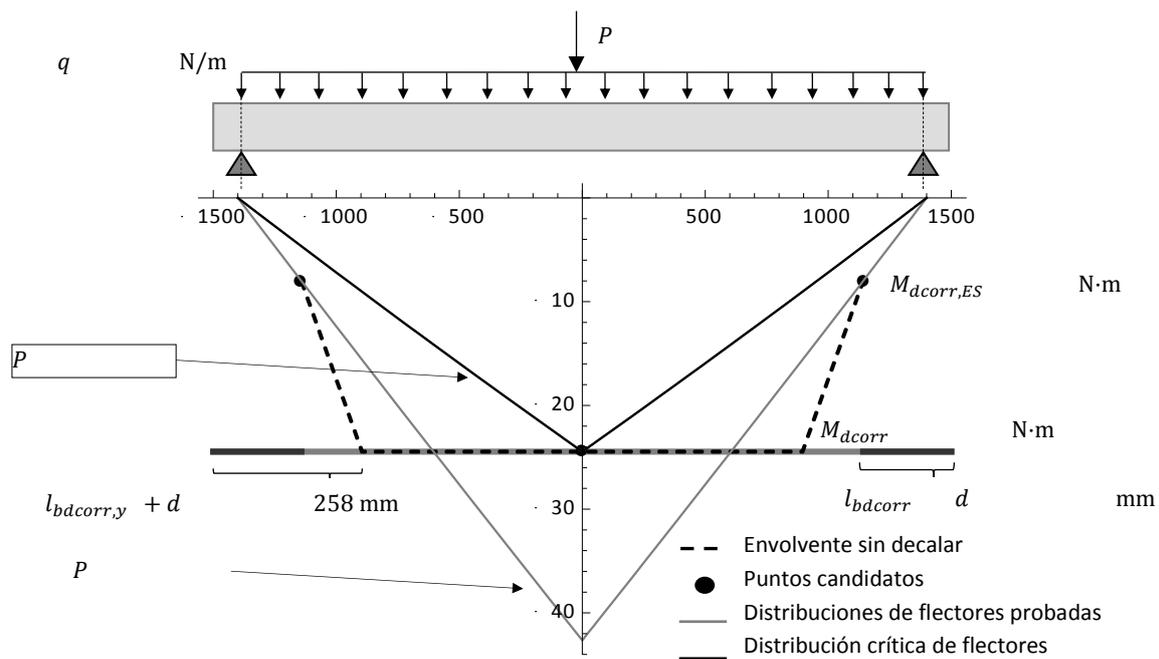


Figura 13. Distintas distribuciones de momentos fletores probadas (gris) y la crítica (negro) correspondientes al ejemplo 2 ($\chi_a = 4.32\%$, $\chi_g = 14.11\%$).

Así pues, mediante el procedimiento propuesto en este trabajo, la carga P máxima que podría soportar el elemento serían 33.55 kN, que producirían el fallo de la viga por agotamiento de las barras de acero inferiores al alcanzar el momento flector en mitad de vano el valor de $M_{dcorr,1} = 24.25$ kN·m.

En los ensayos experimentales, la carga que produjo la cedencia del armado de tracción fue 26.00 kN mientras que la carga última que produjo la rotura del armado fue 30.70 kN. La carga que predice el método propuesto es del orden de las anteriores aunque ligeramente superior. Las desviaciones del valor predicho y los experimentales pueden deberse a la no introducción de la corrosión del armado superior y a que el método no reduce en ningún momento la capacidad del hormigón. La sección resistente para el hormigón no se modifica ni su resistencia a compresión. Sin embargo, la realidad parece indicar que dichos fenómenos deberían tenerse en cuenta ya que, producto de la fisuración debida a la corrosión, estos dos parámetros, sección resistente y la resistencia a compresión se ven sin duda afectados.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método general de evaluación de la capacidad resistente a flexión de regiones B en elementos estructurales de HA afectados por corrosión. El método tiene en cuenta tanto la reducción del diámetro de las barras de acero y la pérdida parcial de adherencia entre hormigón y armado debidos a la corrosión. Además, su principal novedad es que el método tiene en cuenta el despiece de las barras de armado.

Aunque el método reduce la capacidad a flexión de cada salto de cuantía de armado (despiece) debida a la reducción de sección del acero por corrosión, el principal efecto asociado a la corrosión

que el método considera es la caída de adherencia entre el hormigón y acero que, a su vez, conlleva el incremento de las longitudes de anclaje o la disminución de tracción en las barras ancladas cuando la longitud de anclaje es fija. Una vez que se determinan las capacidades de flexión de cada escalón de armado y las longitudes de anclaje necesarias para cada grupo de barras, se traza la nueva envolvente de momentos flectores que el elemento es capaz de soportar. Posteriormente, dado un tipo de carga, se dibuja la máxima distribución de momentos flectores que la envolvente puede albergar, obteniéndose así la máxima capacidad del elemento corroído. En el procedimiento también se tiene en cuenta el decalaje de las leyes de flectores para tener en cuenta las tracciones adicionales debidas al cortante.

Se han presentado un ejemplo teórico para explicar los detalles del método y su eficacia ha sido probada con un ensayo experimental existente en la literatura. Aunque los resultados predichos y experimentales son cercanos, su comparación indica que fenómenos como la reducción de sección resistente o la caída en la resistencia a compresión simple del hormigón debidas a la fisuración por corrosión deberían tenerse en cuenta. Así pues, en futuros trabajos se incluirán dichos fenómenos para poder contrastar los resultados predichos por el método con un mayor número de resultados experimentales. Asimismo, otros modelos de deterioro de la adherencia también serán tenidos en cuenta.

REFERENCIAS

- [1] Apostolopoulos, C. A. (2007). Mechanical behavior of corroded reinforcing steel bars S500s tempcore under low cycle fatigue, *Construction and Building Materials*, 21, 1447–1456
- [2] Berto, L., Vitaliani, R., Saetta, A., & Simioni, P. (2009). Seismic assessment of existing RC structures affected by degradation phenomena, *Structural Safety*, 31, (4), 284–297
- [3] Cabrera, J. G. (1996). Deterioration of concrete due to reinforcement steel corrosion, *Cement & Concrete Composites*, 18, 47–59
- [4] Bhargava, K., Ghosh, A. K., Mori, Y., & Ramanujam, S. (2008). Suggested Empirical Models for Corrosion-Induced Bond Degradation in Reinforced Concrete, *Journal of Structural Engineering*, 134, (2), 221–230
- [5] Prieto, M., Tanner, P., & Andrade, C. (2016). Multiple linear regression model for the assessment of bond strength in corroded and non-corroded steel bars in structural concrete, *Materials and Structures*, 49, (11), 4749–4763
- [6] Lin, H., & Zhao, Y. (2016). Effects of confinements on the bond strength between concrete and corroded steel bars, *Construction and Building Materials*, 118, 127–138
- [7] Castel, A., Khan, I., François, R., & Gilbert, R. I. (2016). Modeling Steel Concrete Bond Strength Reduction Due to Corrosion, *ACI Structural Journal*, 113, (5), 973–982
- [8] Ma, Y., Guo, Z., Wang, L., & Zhang, J. (2017). Experimental investigation of corrosion effect on bond behavior between reinforcing bar and concrete, *Construction and Building Materials*, 152, 240–249
- [9] Lin, H., Zhao, Y., Ožbolt, J., & Reinhardt, H.-W. W. (2017). Bond strength evaluation of corroded steel bars via the surface crack width induced by reinforcement corrosion, *Engineering Structures*, 152, 506–522
- [10] Jiang, C., Wu, Y.-F., & Dai, M.-J. (2018). Degradation of steel-to-concrete bond due to corrosion, *Construction and Building Materials*, 158, 1073–1080

- [11] Zhou, H. J., Zhou, Y. F., Xu, Y. N., Lin, Z. Y., Xing, F., & Li, L. X. (2018). Regression Analysis of Bond Parameters between Corroded Rebar and Concrete Based on Reported Test Data, *International Journal of Corrosion*, 2018, 1–18
- [12] Wang, L., Zhang, X., Zhang, J., Ma, Y., & Liu, Y. (2015). Effects of stirrup and inclined bar corrosion on shear behavior of RC beams, *Construction and Building Materials*, 98, 537–546
- [13] Almusallam, A. a. (2001). Effect of degree of corrosion on the properties of reinforcing steel bars, *Construction and Building Materials*, 15, (8), 361–368
- [14] Du, Y. G., Clark, L. A., & Chan, A. H. C. (2005). Residual capacity of corroded reinforcing bars, *Magazine of Concrete Research*, 57, (3), 135–147
- [15] Castel, A., François, R., & Arliguie, G. (2000). Mechanical behaviour of corroded reinforced concrete beams—Part 1: Experimental study of corroded beams, *Materials and Structures*, 33, (9), 539–544
- [16] Zhu, W., François, R., Coronelli, D., & Cleland, D. (2013). Effect of corrosion of reinforcement on the mechanical behaviour of highly corroded RC beams, *Engineering Structures*, 56, 544–554
- [17] Maaddawy, E., Soudki, K., & Topper, T. (2005). Long-Term Performance of Corrosion-Damaged Reinforced Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 102, (5), 649–656
- [18] Sun, J., Huang, Q., & Ren, Y. (2015). Performance deterioration of corroded RC beams and reinforcing bars under repeated loading, *Construction and Building Materials*, 96, 404–415
- [19] Lim, S., Akiyama, M., & Frangopol, D. M. (2016). Assessment of the structural performance of corrosion-affected RC members based on experimental study and probabilistic modeling, *Engineering Structures*, 127, 189–205
- [20] Ma, Y., Wang, G., Su, X., Wang, L., & Zhang, J. (2018). Experimental and modelling of the flexural performance degradation of corroded RC beams under fatigue load, *Construction and Building Materials*, 191, 994–1003
- [21] Rodriguez, J., Ortega, L., & Casal, J. (1997). Load carrying capacity of concrete structures with corroded reinforcement, *Construction and Building Materials*, 11, (4), 239–248
- [22] Fernandez, I., Herrador, M. F., Marí, A. R., & Bairán, J. M. (2018). Ultimate Capacity of Corroded Statically Indeterminate Reinforced Concrete Members, *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 12, (1), 75
- [23] Comité Europeo de Normalizacion. (2010). *Eurocódigo 2: Proyecto de Estructuras de Hormigon. Parte1-1: Reglas Generales y Reglas Para Edificación. UNE-EN 1992-1-1*, Comité Europeo de Normalización, Bruselas
- [24] Cao, C., & Cheung, M. M. S. (2014). Non-uniform rust expansion for chloride-induced pitting corrosion in RC structures, *Construction and Building Materials*, 51, 75–81
- [25] Andrade, C., Alonso, C., Gonzalez, J. A., & Rodriguez, J. (1989). Remaining service life of corroded structures, *Proceedings of IABSE Symposium on Durability of Structures, Lisbon*, 359–363
- [26] Bhargava, K., Ghosh, A. K., Mori, Y., & Ramanujam, S. (2008). Suggested empirical models for corrosion-induced bond degradation in reinforced concrete, *Journal of Structural Engineering*, 134, 221–230
- [27] Zhu, W., & François, R. (2015). Prediction of the residual load-bearing capacity of naturally corroded beams using the variability of tension behaviour of corroded steel bars, *Structure and Infrastructure Engineering*, 2479, (January 2015), 1–16

Diseño de experimentos factorial completo aplicado al proyecto de muros de contención

Martínez-Muñoz, David¹; Yepes, Víctor²; Martí, José V.³

ABSTRACT

This paper applies a complete factorial design to a five-meter wall to evaluate which variables most influence the response. This method is used for two target functions, CO₂ emissions and the cost of the structure. To do this, 32 evaluations of the structure are performed using a computer program and a statistical analysis is carried out. The results of this analysis show that the most statistically representative factor is the thickness of the wall and the length of the toe is of little importance for both target functions. The result of the models considering only the variables without the interaction results in an R² greater than 95%, so the interaction between variables, although it is proven to exist, is not relevant to the case study. This methodology allows to reduce the complexity of structural problems, reducing the number of variables.

Keywords: concrete, wall, structure, factorial design, design of experiments.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, la preocupación por el medio ambiente, por el consumo de materias primas y por el coste de los procesos ha aumentado en gran medida en nuestra sociedad. La sociedad exige procesos que reduzcan su impacto tanto económico como ambiental, de modo que éstos no comprometan el futuro de las nuevas generaciones. En 1987, el Informe Bruntland define el término desarrollo sostenible como “*desarrollo que satisfaga las necesidades del presente sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades*” [1].

Las exigencias de eficiencia en los procesos también se requieren en el sector de la construcción, ya que éste es uno de los sectores que más contribuye al cambio climático [2]. Por tanto, los técnicos que diseñan y construyen las obras de ingeniería civil y edificación necesitan proyectar sus construcciones para que cumplan con los requisitos que demanda la sociedad. Esta búsqueda de soluciones eficientes, con diferentes objetivos, se aplica especialmente en el campo de las estructuras.

El diseño de estructuras se basa principalmente en la experiencia, realizando un predimensionamiento inicial que posteriormente se comprueba y se va modificando buscando su mejora en función del

¹ Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (ESPAÑA).
damarmu1@cam.upv.es

^{2,3} ICITECH. Dpto. de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil. Universitat Politècnica de València (ESPAÑA). vyepesp@cst.upv.es² (Corresponding author), jvmarti@cst.upv.es³

criterio del proyectista. Este método, penaliza a los técnicos que no tienen experiencia, como pueden ser los alumnos que finalizan sus estudios. Como alternativa a este proceso, aparecen los métodos de optimización, donde, mediante algoritmos, se llega a soluciones cercanas a las óptimas. Se podría plantear encontrar una solución óptima mediante programación matemática [3], pero cuando el número de variables se incrementa en gran medida, el tiempo de cálculo es inviable, como solución a este problema aparecen los algoritmos heurísticos aplicados a la optimización de las estructuras [4]. Estos algoritmos heurísticos se han utilizado en diferentes trabajos para la optimización de estructuras, teniendo como objetivo reducir las emisiones de CO₂ [5], reducir el coste económico [6], [7] o comparar la diferencia de los diseños entre diferentes objetivos de optimización [8]. Los algoritmos heurísticos no garantizan la obtención del óptimo global, pero sí una buena solución, en un tiempo de proceso computacional no excesivo, y que resulta una solución competitiva. Los algoritmos heurísticos más utilizados son: el recocido simulado [9]–[11], los algoritmos genéticos [12], [13], la optimización por enjambres [14]–[16], o las redes neuronales [17], [18]. En algunos trabajos de investigación, se han recopilado las diferentes técnicas heurísticas de optimización [19].

Por otra parte, nos encontramos con los metamodelos, que permiten simplificar algunos problemas que presenta la optimización directa. Además, se han aplicado en la búsqueda de soluciones óptimas en otros trabajos [17], [20]. Para poder simplificar los modelos e incluso como punto de partida para el desarrollo de los metamodelos, se pueden utilizar los diseños de experimentos. En el trabajo de Narendran et al. [21], se recogen diferentes tipos de diseño de experimentos. Estos métodos permiten evaluar qué variables del problema son más relevantes para una determinada función objetivo [22]. Por lo tanto, permiten, no sólo aplicar metamodelos a los problemas complejos para solucionar los problemas de los algoritmos heurísticos, sino servir además de herramienta para los técnicos, al ofrecerles centrar las modificaciones del diseño principal en aquellas variables más representativas y que más contribuyen a mejorar el objetivo buscado.

2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

La estructura que se plantea para llevar a cabo el estudio mediante diseño de experimentos factorial es un muro en ménsula de hormigón armado de cinco metros de altura. Para poder llevar a cabo el método propuesto debemos definir el muro en función de sus variables y precisar los límites inferior y superior (**niveles**) para cada una de éstas. En la Figura 1 se muestra el esquema de la estructura en función de sus variables geométricas y del armado propuesto para el muro, mientras que en la Tabla 1 se describen las variables geométricas y los niveles fijados para cada una de ellas.

Tabla 1. Variables geométricas y niveles asignados

Variable	Ud.	Descripción	Niveles	
			-	+
e	cm	Espesor del alzado	30	150
p	cm	Longitud de la puntera	100	250
t	cm	Longitud del talón	100	250
h	cm	Canto de la zapata	50	150
et	cm	Espesor de tierras en el intradós	0	200

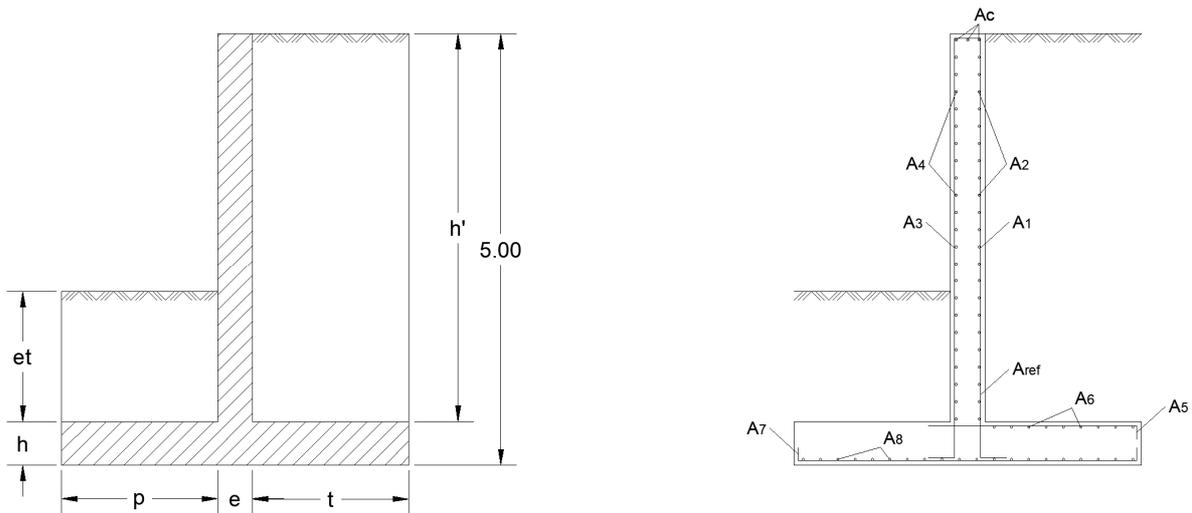


Figura 1. Esquema del muro y armado con variables

Como se observa en la Figura 1, el armado está definido en función de unas variables que se definen en la Tabla 2. Éstas se obtendrán directamente del cálculo de cada uno de los experimentos, en nuestro caso, cada experimento corresponderá con una evaluación de la estructura, como se indicará más adelante.

Tabla 2. Definición de variables de armado

Variable	Descripción
A1	Armado transversal del trasdós
A2	Armado longitudinal del trasdós
A3	Armado transversal del intradós
A4	Armado longitudinal del intradós
A5	Armado transversal superior de la zapata
A6	Armado longitudinal superior de la zapata
A7	Armado transversal inferior de la zapata
A8	Armado longitudinal inferior de la zapata
Aref	Armado de refuerzo del trasdós
Ac	Armado en coronación de muro

Además de las variables geométricas y las de armado, debemos describir las características del terreno y los materiales y los coeficientes de seguridad utilizados en el modelo de cálculo, estos coeficientes, que se muestran en la Tabla 3, corresponden con los de la normativa aplicable [23], [24] en el cálculo de muros en España.

Tabla 3. Definición de los parámetros del terreno, materiales y coeficientes de seguridad

Parámetro	Ud	Valor
Materiales		
Hormigón		HA-30/B/30/IIa
Coeficiente de seguridad del hormigón		1.5
Acero		B500S
Coeficiente de seguridad del acero		1.15
Recubrimientos		
Trasdós e Intradós	mm	30
Superior e inferior de la zapata	mm	50
Lateral de la zapata	mm	70
Terreno		
Densidad aparente	kN/m ³	18
Ángulo de rozamiento	°	30
Cohesión	t/m ²	0
Empuje en el intradós		Pasivo
Empuje en el trasdós		Activo
Tensión admisible	MPa	0.5 MPa
Coeficiente de fricción en la base		0.6

3. METODOLOGÍA

En este trabajo se ha realizado el estudio de las variables geométricas de una estructura mediante un diseño de experimentos factorial completo. Este método consiste en la evaluación de diferentes experimentos, de modo que en función de la variación que se produce del resultado final y un análisis estadístico de estos resultados, se analiza lo estadísticamente significativa que es cada una de las variables que definen el problema

La finalidad de los diseños de experimentos consiste en descubrir qué variables son estadísticamente representativas. La fluctuación de los valores de estas variables va a afectar de forma significativa a los resultados de la función objetivo.

3.1. Diseño factorial

Los diseños factoriales son aquellos en los que en cada ensayo o réplica se estudian todas las posibles combinaciones de cada uno de los niveles de los factores [25]. Esto permite evaluar el cambio de la respuesta cuando se varía el nivel del factor. A esta variación se le denomina efecto del factor, al que normalmente se le llama efecto principal.

Dentro del diseño de experimentos nos podemos encontrar con que la respuesta de un factor no es la misma en función del nivel estudiado de otros factores. Cuando esto ocurre, significa que existe interacción entre factores. En caso de que los factores del modelo sean cuantitativos, la respuesta de estos factores se podría representar con un modelo de regresión como el que se muestra en (1), para el caso de dos factores.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (1)$$

Donde y es la respuesta, y los valores de las diferentes variables β corresponden a los efectos de las variables x que a su vez corresponden con los factores. La variable β_{12} corresponde al efecto de la interacción de las variables x_1 y x_2 y ε es un término de error aleatorio. Si el valor de esta variable es grande en comparación con el resto de las variables β , esto indicará que existe interacción. Esta interacción entre variables se ve reflejada en la representación del modelo de superficie de respuesta como curvatura [25].

3.2. Diseño factorial 2^k

Normalmente, los problemas estructurales tienen un gran número de variables, por lo que el hecho de conocer aquellas variables que son significativas para obtener una solución más económica, menos contaminante o que consuma menos energía es de gran utilidad. Para obtener este resultado, es necesario evaluar el efecto conjunto de un gran número de factores sobre la función objetivo.

Con el fin de utilizar el diseño de experimentos para realizar la evaluación de la importancia de cada una de las variables a nuestro problema estructural de una manera sencilla, utilizamos el diseño factorial 2^k , donde k corresponde con el número de variables del problema. En este tipo de diseño de experimentos se le asigna a cada una de las variables dos niveles, uno inferior y otro superior y se evalúa el efecto de cada una de las variables y la interacción entre ellas.

El diseño de experimentos factorial tiene dos variantes, el diseño completo y el fraccionado. En el primero de los dos, se llevan a cabo todos los experimentos y en el segundo de estos experimentos se reduce el número. En el caso que se presenta, ese número de experimentos se traduce en evaluaciones de la estructura en función de los 2 niveles de cada una de las 5 variables descritas en la *Tabla 1*. El número total de evaluaciones es de 2^5 , por tanto 32 evaluaciones.

Como el número de evaluaciones a llevar a cabo no es excesivamente grande, se opta por un diseño factorial completo que nos permitirá evaluar el efecto de cada uno de los 5 factores y de las interacciones entre ellos.

3.3. Evaluación de las alternativas

Para la evaluación de las alternativas se utiliza el módulo de muros en ménsula de hormigón armado del programa informático CYPE [26] que realiza el dimensionamiento de las armaduras para cada una de las combinaciones de valores del diseño de experimentos.

Las soluciones obtenidas del programa de cálculo pueden cumplir o no los Estados Límite Últimos (ELU) y los Estados Límite de Servicio (ELS) que impone la normativa española. Para este tipo de estructuras los estados límite vienen marcados por la Instrucción de Hormigón Estructural Española [23] (EHE) y por el Código Técnico de la Edificación [24] (CTE). Para penalizar aquellas soluciones que no cumplen las restricciones impuestas por la normativa, se aumenta el resultado inicial de la función objetivo tal como se indica en (2), donde γ_{Ed} es el valor necesario para cumplir los estados límite y γ_{Rd} es el valor obtenido de la evaluación de la estructura.

$$\text{Resultado} = \text{Resultado inicial} \cdot \frac{\gamma_{Ed}}{\gamma_{Rd}} ; \frac{\gamma_{Ed}}{\gamma_{Rd}} \geq 1 \quad (2)$$

El resultado inicial se obtiene al multiplicar el valor de las mediciones de cada uno de los materiales por su coste. En este caso se ha realizado el mismo experimento para emisiones de CO₂ y coste. En las ecuaciones (3) y (4) se muestra cómo se obtienen las emisiones y el coste total, siendo e_i las emisiones de cada una de las unidades, p_i el coste y m_i la medición.

$$CO_2 = \sum_{i=1}^n e_i \cdot m_i \quad (3)$$

$$Coste = \sum_{i=1}^n p_i \cdot m_i \quad (4)$$

Los datos de consumos de CO₂ se han obtenido del trabajo de Yepes et al. [5] y los del coste de los materiales de Molina-Moreno et al. [7], los valores son los que se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores de coste y emisiones para las unidades utilizadas

Unidad	Emisiones (kg CO ₂)	Coste (€)
Kilogramo de acero B500S	3.02	0.58
Metro cúbico de hormigón	224.94	60.80
Metro cúbico de excavación	13.16	3.01
Metro cúbico de relleno	27.20	5.56
Metro cuadrado de encofrado de alzado	31.66	21.61

4. RESULTADOS

En este estudio se ha llevado a cabo la evaluación de un diseño de experimentos con dos funciones objetivo diferentes, las emisiones en kg de CO₂ y el coste en € de un muro de contención de tierras de 5 m de altura. Para ello, se ha utilizado el programa CYPE que permite la evaluación y el dimensionamiento del armado de cada uno de los casos del diseño factorial completo.

4.1. Diseño de experimentos factorial completo

En la *Tabla 5* se muestran las evaluaciones de estructura llevadas a cabo y el resultado de cada una de ellas tanto en coste como en emisiones de CO₂. Como se puede observar el número de evaluaciones son 32, que corresponden con 2⁵ evaluaciones. El análisis estadístico se ha llevado a cabo mediante el software Minitab [27].

Tabla 5. Evaluaciones del diseño de experimentos y resultado en coste y CO₂.

Evaluación	Variables (cm)					Resultado	
	<i>e</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>et</i>	<i>h</i>	€	kg de CO ₂
1	150	100	100	150	150	1164.41	4093.78
2	30	100	250	0	50	516.71	1406.61
3	150	100	250	0	50	1061.17	3555.82
4	150	250	250	150	50	1145.59	3917.43
5	30	250	250	150	150	864.40	2981.37
6	150	100	250	150	50	1109.68	3737.03
7	30	100	100	0	150	461.28	1326.24
8	150	100	100	150	50	1008.70	3294.42
9	30	250	250	150	50	586.21	1690.58
10	150	250	250	150	150	1419.09	5179.65
11	30	250	250	0	150	706.75	2373.25
12	150	100	250	150	150	1377.21	4973.40
13	30	250	100	150	50	496.50	1306.66
14	150	100	100	0	50	958.57	3104.72
15	30	100	250	150	50	1111.82	3153.25
16	150	100	100	0	150	1016.58	3527.68
17	30	100	100	150	50	912.10	2275.14
18	150	250	250	0	50	1079.14	3646.73
19	30	250	100	150	150	646.87	2071.96
20	30	250	100	0	50	814.24	1961.41
21	150	250	100	150	50	1041.09	3456.50
22	150	250	100	0	50	974.64	3185.79
23	150	250	250	0	150	1261.44	4571.53
24	150	250	100	0	150	1043.91	3662.13
25	30	250	250	0	50	529.40	1470.05
26	150	250	100	150	150	1204.42	4285.14
27	30	250	100	0	150	493.23	1484.74
28	30	100	100	150	150	609.28	1888.05
29	30	100	100	0	50	763.36	1729.48
30	150	100	250	0	150	1233.50	4433.93
31	30	100	250	150	150	832.53	2827.25
32	30	100	250	0	150	687.39	2280.34

4.1.1. Análisis estadístico para emisiones de CO₂

Los resultados del análisis de varianza considerando únicamente los factores sin su interacción se muestran en la *Tabla 6*, donde se puede ver que todos los parámetros menos el valor de la longitud de la puntera (*p*) son estadísticamente significativos, ya que su valor de **p** es inferior a 0.05.

Tabla 6. Análisis de varianza para el diseño de experimentos con función objetivo emisiones de CO₂

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	5	46692146	9338429	259.47	0.000
Lineal	5	46692146	9338429	259.47	0.000
<i>e</i>	1	37633507	37633507	1045.65	0.000
<i>p</i>	1	102315	102315	2.84	0.104
<i>t</i>	1	3388557	3388557	94.15	0.000
<i>et</i>	1	1214773	1214773	33.75	0.000
<i>h</i>	1	4352995	4352995	120.95	0.000
Error	26	935750	35990		
Total	31	47627896			

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
189.71	98.04%	97.66%	97.02%

En la Figura 2 se puede observar mediante el gráfico de Daniel y la frontera de Pareto, la importancia de cada una de las variables de una forma más clara. Se observa que el parámetro más significativo es el valor del espesor del muro, seguido por el canto de la zapata y el valor de la longitud de la puntera. Se confirma en estos gráficos que el valor de la longitud de la puntera no es estadísticamente significativo.

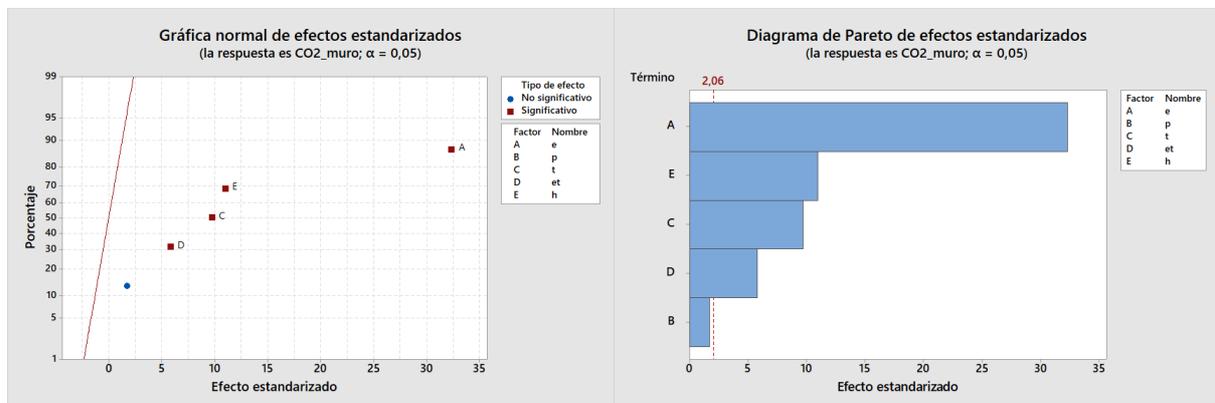


Figura 2. Gráfico de Daniel y Frontera de Pareto para el modelo de emisiones de CO₂ de las variables de estudio sin interacción.

Como se observa en la Tabla 6 el valor de R² es mayor del 95% para el modelo considerando únicamente las variables y no sus interacciones. Aún así se realiza un análisis con las interacciones de primer orden para estudiar si existe alguna interacción entre las variables con la función objetivo de emisiones de CO₂. En la Figura 3 se observa como algunos de los efectos son significativos mediante el gráfico de Daniel, pero si observamos los coeficientes β de la recta de regresión del modelo son mucho menores que los de los efectos principales, teniendo en cuenta que el R² del modelo teniendo en cuenta únicamente los factores, podemos despreciar la interacción.

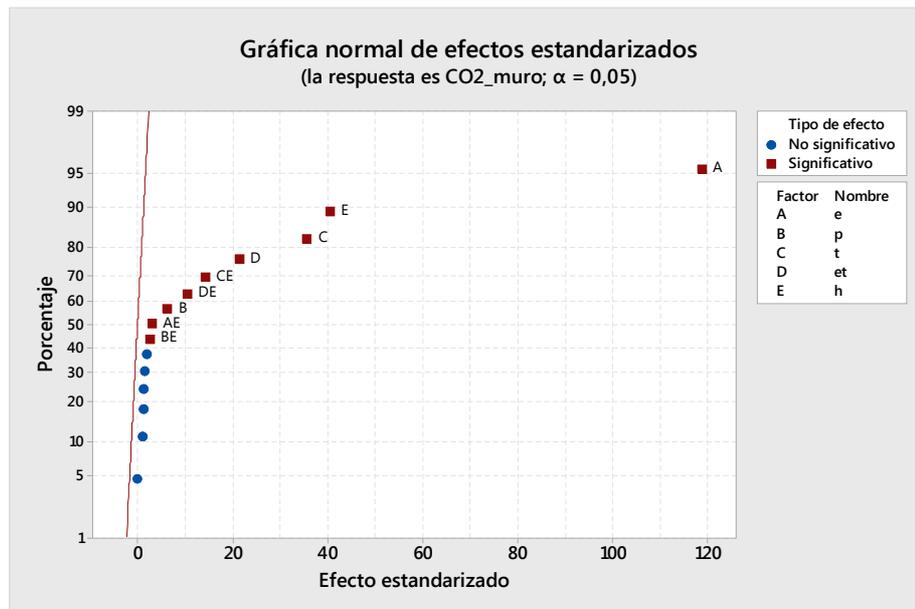


Figura 3. Gráfico de Daniel para el modelo de emisiones de CO₂ de las variables de estudio con interacción de primer orden

4.1.2. Análisis estadístico para coste

Del mismo modo que para el análisis de las emisiones de CO₂, se lleva a cabo el análisis de la varianza para el modelo considerando únicamente las variables, sin su interacción, para estudiar la representatividad estadística de estas. Los valores de obtenidos de este análisis se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7. Análisis de varianza para el diseño de experimentos con función objetivo coste.

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	5	2741140	548228	206.00	0.000
Lineal	5	2741140	548228	206.00	0.000
<i>e</i>	1	2295967	2295967	862.73	0.000
<i>p</i>	1	3228	3228	1.21	0.281
<i>t</i>	1	180516	180516	67.83	0.000
<i>et</i>	1	78750	78750	29.59	0.000
<i>h</i>	1	182678	182678	68.64	0.000
Error	26	69193	2661		
Total	31	2810333			

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
51.59	97.54%	97.06%	96.27%

El valor de **p** para los factores es menor a 0.05 para todos menos para el valor de la longitud de la puntera, de hecho, es mayor que el que se obtiene para el análisis de las emisiones de CO₂, por lo que este factor no es significativo para la explicación del coste de la solución. Además, el valor de R² sigue manteniéndose por encima del 95%, por lo que la predicción con este modelo para el coste obtendría

buenos resultados. En la Figura 4 se muestra la importancia de cada uno de los factores mediante el gráfico de Daniel y la Frontera de Pareto.

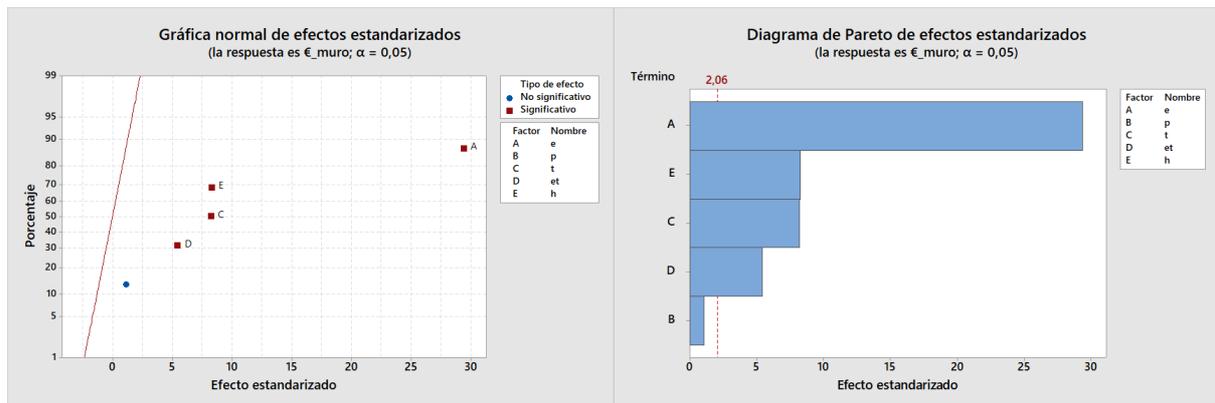


Figura 4. Gráfico de Daniel y Frontera de Pareto para el modelo de coste de las variables de estudio sin interacción.

El efecto del espesor es el más importante para la evaluación del coste y para este caso se observa como los efectos de canto y longitud del talón se encuentran dentro del mismo orden de magnitud. Además, como ya se esperaba del análisis de varianza, la longitud de la puntera no resulta significativa y se encuentra más alejado de la frontera que en el caso del estudio de CO₂. A partir de estos resultados, se realiza un estudio de las variables con las interacciones de primer orden. En la Figura 5 se representan los resultados mediante el gráfico de Daniel.

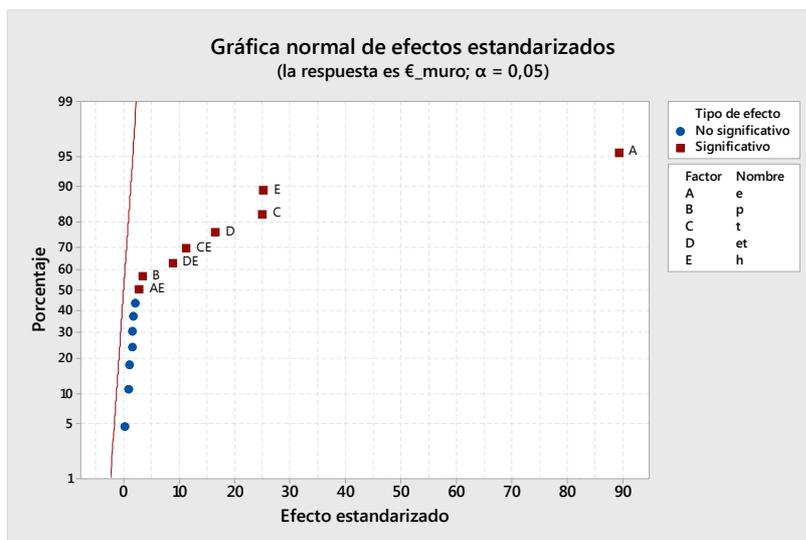


Figura 5. Gráfico de Daniel para el modelo de coste de las variables de estudio con interacción de primer orden

Si consideramos la interacción en el modelo, se observa que las variables que se obtenían anteriormente siguen teniendo un mayor peso. Los efectos de la interacción suponen mejoría en el valor de R², pero la complicación del modelo aumenta en gran medida. Si tenemos en cuenta el valor de R² obtenido para el modelo sin interacción, mayor del 95%, podemos prescindir de la interacción sin que el error sea grande en la predicción.

5. CONCLUSIONES

Los problemas de ingeniería y en particular, los problemas estructurales, son de gran complejidad debido al gran número de variables de diseño que se necesitan. En este trabajo se ha llevado a cabo una metodología para evaluar qué variables son las más representativas en el proyecto de un muro ménsula de hormigón de cinco metros. En primer lugar, se ha parametrizado la estructura en función de sus variables geométricas y se les han asignado los límites de los valores que pueden tomar (niveles). A partir de las combinaciones de los diferentes niveles se han obtenidos sus correspondientes evaluaciones que permiten la medición de las unidades y la valoración de los efectos de cada una de ellas tanto en emisiones de CO₂ como en coste. Aquellas soluciones que no cumplen las restricciones impuestas por la normativa sufren una penalización incrementado el valor de la función objetivo. Por último, mediante un análisis estadístico se ha logrado revelar qué variables son más significativas y su peso.

Tanto desde el punto de vista de las emisiones de CO₂ como del coste del muro, el espesor del muro es la variable que más relevancia tiene para las funciones objetivo utilizadas. Sin embargo, los resultados muestran que la longitud de la puntera no lo es. Además, se han analizado los valores de las interacciones entre las otras variables elegidas, concluyendo que, es cierto que existe una relación entre ellas, aunque no relevante, por el hecho de que al incluirlas en el modelo de análisis no produce una reducción significativa del error en los modelos. Para ambos objetivos se obtienen valores de R² superiores al 95% considerando únicamente las variables sin interacción.

Este método abre una nueva posibilidad dentro del campo de investigación de las estructuras, al permitir evaluar qué variables de diseño son las más significativas para una función objetivo concreta. Con las restricciones, tanto medioambientales como de presupuesto que existen hoy en día, este método ofrece un avance y una mejora en el modo de acercarse a soluciones con menor coste, sin la necesidad de basarse únicamente en la experiencia del profesional. Desde este punto de vista, esta herramienta permite a los técnicos mejorar la eficiencia, simplificando problemas complejos en otros que se pueden resolver de una manera más rápida, y centrándose en las variables clave del diseño.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Economía y Empresa, junto con los fondos FEDER (Proyecto: BIA2017-85098-R).

REFERENCIAS

- [1] World Commission on Environment and Development, "Our Common Future," 1987.
- [2] L. Y. Shen, W. S. Lu, H. Yao, and D. H. Wu, "A computer-based scoring method for measuring the environmental performance of construction activities," *Autom. Constr.*, 2005.
- [3] M. Z. Cohn and A. S. Dinovitzer, "Application of Structural Optimization," *J. Struct. Eng.*, vol. 120, no. 2, pp. 617–650, Feb. 1994.
- [4] C. Blum, J. Puchinger, G. R. Raidl, and A. Roli, "Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey," *Appl. Soft Comput.*, vol. 11, no. 6, pp. 4135–4151, 2011.

- [5] V. Yepes, F. Gonzalez-Vidosa, J. Alcala, and P. Villalba, "CO2-Optimization Design of Reinforced Concrete Retaining Walls Based on a VNS-Threshold Acceptance Strategy," *J. Comput. Civ. Eng.*, vol. 26, no. 3, 2012.
- [6] V. Yepes, J. Alcala, C. Perea, and F. González-Vidosa, "A parametric study of optimum earth-retaining walls by simulated annealing," *Eng. Struct.*, vol. 30, no. 3, pp. 821–830, 2008.
- [7] F. Molina-Moreno, T. García-Segura, J. V. Martí, and V. Yepes, "Optimization of buttressed earth-retaining walls using hybrid harmony search algorithms," *Eng. Struct.*, vol. 134, pp. 205–216, 2017.
- [8] F. Molina-Moreno, J. V. Martí, and V. Yepes, "Carbon embodied optimization for buttressed earth-retaining walls: Implications for low-carbon conceptual designs," *J. Clean. Prod.*, vol. 164, pp. 872–884, 2017.
- [9] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [10] I. Paya-Zaforteza, V. Yepes, F. González-Vidosa, and A. Hospitaler, "On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing," *Meccanica*, vol. 45, no. 5, pp. 693–704, 2010.
- [11] J. V. Martí, F. Gonzalez-Vidosa, V. Yepes, and J. Alcalá, "Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing," *Eng. Struct.*, vol. 48, pp. 342–352, 2013.
- [12] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 1975.
- [13] L. A. Salas and V. Yepes, "A discursive, many-objective approach for selecting more-evolved urban vulnerability assessment models," *J. Clean. Prod.*, vol. 176, pp. 1231–1244, 2018.
- [14] K. N. Krishnanand and D. Ghose, "Glowworm swarm optimisation: a new method for optimising multi-modal functions," *Int. J. Comput. Intell. Stud.*, vol. 1, no. 1, pp. 93–119, 2009.
- [15] T. García-Segura, V. Yepes, J. V. Martí, and J. Alcalá, "Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm," *Lat. Am. J. Solids Struct.*, vol. 11, no. 7, pp. 1190–1205, 2014.
- [16] V. Yepes, J. V. Martí, and T. García-Segura, "Cost and CO2 emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm," *Autom. Constr.*, vol. 49, pp. 123–134, 2015.
- [17] T. García-Segura, V. Yepes, and D. M. Frangopol, "Multi-objective design of post-tensioned concrete road bridges using artificial neural networks," *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 56, no. 1, pp. 139–150, 2017.
- [18] J. R. Martí-Vargas, F. J. Ferri, and V. Yepes, "Prediction of the transfer length of prestressing strands with neural networks," *Comput. Concr.*, vol. 12, no. 2, pp. 187–209, 2013.
- [19] A. M. Law, *Simulation modeling and analysis*, 3rd ed.. Boston [etc.]: Boston etc. : McGraw-Hill, 2000., 2000.
- [20] V. Penadés-plà, T. García-segura, and V. Yepes, "Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box- girder bridge design," *Eng. Struct.*, vol. 179, pp. 556–565, 2019.
- [21] S. T. Narendran, S. N. Meyyanathan, and V. V. S. Reddy Karri, "Experimental design in pesticide extraction methods: A review," *Food Chem.*, vol. 289, pp. 384–395, 2019.
- [22] L. F. dos Santos Souza, D. Vandepitte, V. Tita, and R. de Medeiros, "Dynamic response of laminated composites using design of experiments: An experimental and numerical study," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 115, pp. 82–101, 2019.

- [23] Ministerio de Fomento, "Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)," 2008.
- [24] Ministerio de Fomento, *CTE-DB-SE-C*. 2008.
- [25] D. C. Montgomery, *Diseño y análisis de experimentos*, 2ª edición. México: México : Limusa-Wiley, cop. 2002. 2011., 2002.
- [26] CYPE Ingenieros. "*Software para Arquitectura, Ingeniería y Construcción*". (2018). Alicante.
- [27] Minitab Statistical Software 17.0. (2018). Minitab, LLC. Pennsylvania, USA

DYNAMIC MODEL UPDATING INCLUDING PEDESTRIAN LOADING APPLIED TO AN ARCHED TIMBER FOOTBRIDGE

Alvaro Magdaleno¹, Jose Maria Garcia-Teran¹, Ivan M. Diaz², Antolin Lorenzana¹

ABSTRACT

This paper shows the experimental procedure and numerical methodology used for the dynamic characterization and serviceability assessment abilities (by simulation) applied to a timber pedestrian walkway. The footbridge is a 47 meters long and 3.9 meters wide structure consisting on single wooden arch (3.4 m sag), wooden deck, steel hangers and steel cross-bracings, designed by Media Madera Ingenieros Consultores. With applied research aims, an experimental campaign was carried out in April 2018. Useful data was collected to calibrate the corresponding computational structural and loading models. After that, a serviceability dynamic simulation can be carried out to quantify the vibrations induced by a pedestrian when crossing the bridge. Although there may be some other works with similar objectives and methodology, the peculiarity of this structure is that its first mode shapes are the antisymmetric ones and that it has two close modes within the excitable range by human locomotion activities. The modes were obtained experimentally after a modal analysis by arranging 10 accelerometers on the deck. With the experimental information and the corresponding geometry, the modeling using the finite elements method, together with its updating, is followed. A close match in terms of frequency response functions and mode shapes is achieved. Once the mechanical model is updated, some adjusts must be done in the pedestrian loading model so that the computational dynamic response matches with the real one under a single walking pedestrian crossing at resonance. After all the adjustments done, the computational model is ready to estimate the response of the structure undergoing other pedestrian actions and its serviceability condition when other loading scenarios are applied.

Keywords: modal identification, slender footbridge modeling, serviceability, pedestrian loading.

1. INTRODUCCIÓN

Las modernas tendencias urbanas de mejora de la movilidad junto con consideraciones medioambientales y el desarrollo de los medios de fabricación y simulación estructural están propiciando la aparición de atractivas pasarelas peatonales de grandes luces ejecutadas en madera estructural. Como pasa con cualquier otra estructura ligera, estas pasarelas son susceptibles de vibrar ante determinadas cargas como las inducidas por los propios peatones. Aunque no se espera que la

¹ ITAP, University of Valladolid (SPAIN). E-mail addresses: alvaro.magdaleno@uva.es (Corresponding author) teran@uva.es, ali@eii.uva.es

² Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures, ETSICCP, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). E-mail address: ivan.munoz@upm.es

respuesta dinámica comprometa la seguridad de la estructura, en algunos casos se podrían alcanzar niveles de vibración excesivos, sobrepasando los valores recomendados en las normativas respecto al confort de los usuarios. En estos casos el factor crítico en el dimensionamiento de este tipo de estructuras suele ser el estado límite de servicio respecto a vibraciones (ELSV).

Existen varias normativas [1][2][3][4][5][6][7] y recomendaciones de cálculo [8][9][10][11] en las que se incluyen diversos modelos de carga con los que, en principio, se podría simular la respuesta estructural ante, por ejemplo, el tránsito de un peatón andando, un flujo peatonal o un grupo de corredores. La utilidad de estos modelos simplificados es limitada, fundamentalmente por las fuertes dependencias con fenómenos como la sincronización entre peatones y los efectos de interacción entre los propios peatones y de los peatones con los movimientos perceptibles de la propia estructura [12]. Factores como el desconocimiento del amortiguamiento estructural (que depende de la ocupación de la pasarela y de la amplitud de la propia respuesta dinámica) y la influencia de la masa de los peatones [13][14] hacen que los diseñadores no confíen en los resultados obtenidos por simulación en la etapa de proyecto, posponiendo la evaluación del ELSV a pruebas de carga dinámicas una vez la pasarela entre en servicio.

Aunque las capacidades de los modernos programas de ingeniería asistida por ordenador [15][16] son realmente potentes y a pesar de que las técnicas de construcción se hayan ajustado a lo especificado, es usual que en obras de ingeniería civil haya discrepancias, en cuanto a propiedades mecánicas, entre lo proyectado y lo realmente construido. Esto hace que sirvan de poco las simulaciones que se hayan podido hacer en la etapa de proyecto para verificar el cumplimiento o no del ELSV. No obstante, es posible retocar el modelo computacional para que se ajuste a los resultados experimentales que se hayan podido hacer una vez construida la estructura. Estas técnicas se conocen con el nombre de “*model updating*” o “calibrado computacional” [15]. Sin embargo, a pesar de disponer del modelo calibrado, la simulación realista de tránsitos peatonales [17][18][19][20] sigue siendo un tema que queda fuera del alcance de la mayoría de las ingenierías de cálculo estructural.

Numerosos trabajos de investigación [13][20] estudian la influencia de los peatones pasivos en el comportamiento dinámico de las pasarelas. Sin embargo, conocer la influencia de los peatones activos (andando, corriendo o saltando) es más complejo [19][20].

En este trabajo se presenta el caso particular en el que un solo peatón andando al paso más desfavorable excita de manera resonante el primer modo antisimétrico de una pasarela ligera de madera. Las particularidades de este caso concreto son objeto de estudio en los siguientes apartados. En primer lugar, se describe la estructura existente y, tras una identificación modal, se procede al calibrado del modelo computacional modelado mediante elementos finitos con el software SAP2000 [16]. Seguidamente se realiza el ensayo dinámico consistente en el tránsito peatonal y se comparan los resultados con respecto a varios modelos de carga descritos en las normativas y guías de diseño indicadas anteriormente para, por último, enumerar las principales conclusiones.

2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

La pasarela bajo estudio está ejecutada en madera estructural glulam 28h. Su tipología es de doble arco de 46.5 m de luz y 4.3 m de altura. El tablero es de 3.9 m de ancho con una apreciable curvatura

(a modo de contraflecha) que alcanza una altura de 0.34 m en la zona central. Teniendo en cuenta lo que ocupan las barandillas el ancho útil de paso es de 3 m. El peso total del conjunto es de 43.6 t.

Para su caracterización dinámica se instrumentó mediante 10 acelerómetros, 5 a cada lado del tablero, situados en los dos extremos, en la mitad y en las dos posiciones a un cuarto de los apoyos. En la Fig. 1, donde se muestran las dos primeras deformadas modales del tablero, se indican con números las posiciones de dichos acelerómetros. En la posición 7 se situó una placa de fuerza y mediante acciones peatonales (Fig. 2) se excitaba la pasarela. Con la información registrada se pueden extraer diversos parámetros modales. Concretamente, como se ha anticipado, la Fig. 1 muestra las dos primeras formas modales del tablero, correspondiendo a lo que se podría interpretar como un modo de torsión antisimétrico a 2.30 Hz y a un modo de flexión antisimétrico a 2.37 Hz. Puesto que contienen nodos de vibración en las proximidades del centro del vano, se pueden asemejar a los correspondientes “segundos modos” de una viga biapoyada, de ahí la nomenclatura adoptada en este trabajo, 2T y 2F respectivamente.

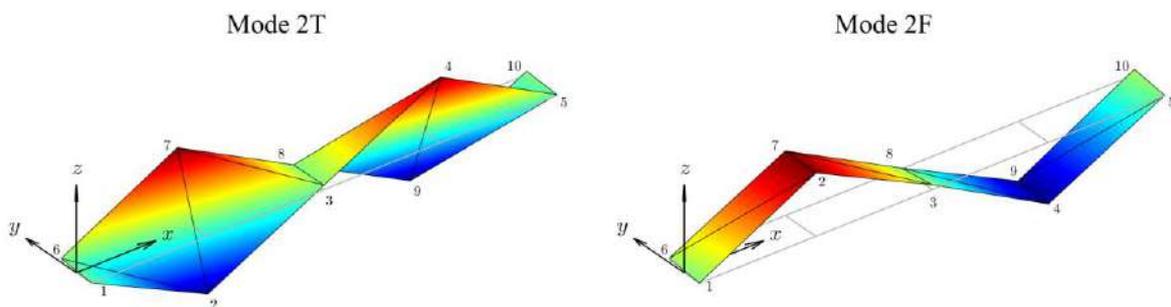


Figura 1. Modos propios identificados con la numeración de los 10 acelerómetros dispuestos en el tablero.



Figura 2. Detalle de cómo se excita de la estructura mediante la placa de fuerza

Como se aprecia, es destacable que son modos muy cercanos tanto en frecuencia como en su forma. Esto sin duda provocará acoplamientos significativos entre ambos que podrían dificultar la correspondencia entre los resultados experimentales y los de simulación. Igualmente, la cercanía de los modos dificultaría, llegado el caso, la instalación de sistemas pasivos de mitigación de vibraciones.

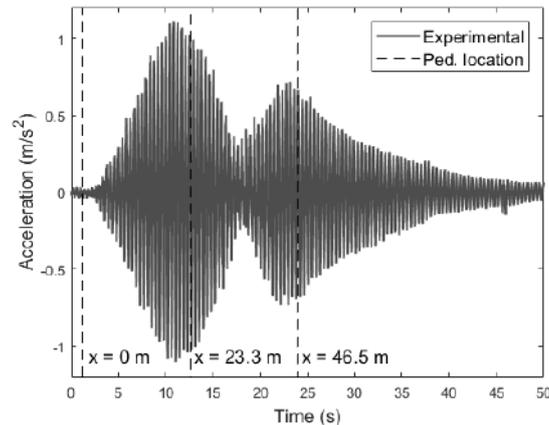


Figura 3. Respuesta experimental de la estructura frente a un tránsito resonante

La Fig. 3 muestra la respuesta en aceleración vertical del punto 7 cuando un peatón de 90 kg entrenado y con ayuda de un metrónomo cruza la pasarela por su línea media con la intención de excitar el modo 2F. Las líneas verticales a trazos marcan puntos clave por donde pasa el peatón: comienza en un extremo en el instante 1.26 s, pasa por la mitad de la pasarela en el instante 12.76 s y termina a los 24.26 s. En la respuesta se pueden distinguir 4 zonas. Hasta aproximadamente 12 s la respuesta es creciente. Luego disminuye durante unos 6 s (segunda zona) y vuelve a crecer hasta que el peatón abandona la pasarela (24 s) (tercera zona), momento a partir del cual la pasarela queda vibrando libremente de forma amortiguada (última zona). Nótese por tanto cómo la forma modal (2F) condiciona enormemente la respuesta ante el tránsito resonante, alejándose del típico comportamiento que aparece cuando el modo que se excita es el tradicional primero de flexión, simétrico de un solo vano.

La última zona identificada en la Fig. 3 (de tipo *free decay*) permite el cálculo del amortiguamiento mediante el método de la envolvente exponencial, un método que consiste en interpolar los máximos relativos de esa zona por una exponencial de la forma $e^{-\omega_i \zeta_i t}$, donde ω_i es la frecuencia propia en rad/s y ζ_i es el factor de amortiguamiento crítico. Aplicando dicho método entre los tiempos 25 s y 50 s, y asumiendo una contribución única del segundo modo ($\omega_{2F} = 2\pi \cdot 2.37$ rad/s) se obtiene un valor de $\zeta_{2F} = 0.60\%$.

También de la Fig. 3 se aprecian aceleraciones superiores a 1 m/s^2 . La mayoría de las normativas [1][2][3][4][5][6][7] consideran que aceleraciones por encima de 0.5 m/s^2 pueden resultar incómodas tanto para los transeúntes (peatones activos) como para los usuarios parados en la pasarela (peatones pasivos). Para valorar con mayor acierto las posibles situaciones de incomodidad, más que fijarse en valores pico, se suele recomendar [4][5][8][9] el uso de otros indicadores como el valor eficaz móvil o *RMS trend* [4]. En la Fig. 4 se representa dicho indicador correspondiente al tránsito de la Fig. 3. Esta curva será de utilidad para comparar los resultados experimentales con los simulados.

El registro de la Fig. 3 corresponde a uno de los mejores tránsitos realizados (peatón de 90 kg, entrenado y con apoyo de un metrónomo) y se considera como referencia de la máxima respuesta que en condiciones reales se puede conseguir. Lo normal será que no se consiga mantener el paso y por tanto la respuesta será menor (y por tanto menos desfavorable respecto al ELSV).

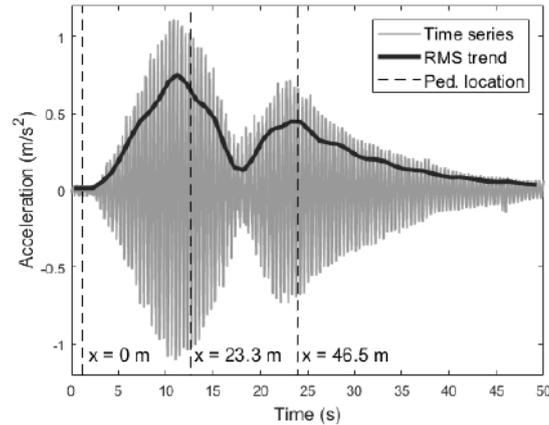


Figura 4. *RMS trend* de la respuesta experimental de la estructura frente a un tránsito resonante

3. MODELADO COMPUTACIONAL Y SU CALIBRADO

Para el modelado mediante elementos finitos [15] se ha usado el programa SAP2000 [16]. Sin incluir herrajes ni elementos no estructurales se han identificado 1388 elementos tipo barra (tanto de madera como de acero) con 7248 grados de libertad totales. La Fig. 5a muestra, a escala, en rojo las partes de madera y en gris las de acero. La Fig. 5b es una fotografía en la que apreciar detalles de algunos elementos estructurales y otros no estructurales (estos últimos no modelados en SAP2000).



Figura 5. Modelado realizado por elementos finitos en SAP2000 (a) de la pasarela de madera (b)

A pesar del cuidado que se ha tenido en el modelado y en la asignación de las propiedades mecánicas de las secciones y de los materiales, los resultados con los datos nominales se separan significativamente de los experimentales. Concretamente las frecuencias para los modos 2F y 2T son aproximadamente un 12% superiores a las experimentales y, además, aparecen cambiadas de orden (primero la 2F luego la 2T). Se hace necesario, pues, realizar un *model updating* a este modelo de elementos finitos.

Para ello se ha procedido manualmente (es decir, sin empleo de algoritmos de optimización) de la siguiente manera. En primer lugar, se ha comprobado una carencia de masa total de la estructura respecto de las estimaciones del fabricante, basadas en la cantidad de material utilizado. Al no haberse modelado ni los herrajes ni las partes no estructurales (tablero, barandillas, etc.) se ha procedido a

incrementar la densidad nominal de la madera (450 kg/m^3) y del acero (7850 kg/m^3) hasta que el modelo tuviera las masas conocidas tanto en madera (38394 kg) como en acero (5113 kg).

Tras el incremento de la masa las frecuencias se aproximan más a las experimentales, pero aun siguen siendo superiores en un 5% y cambiadas de orden. Como en el modelo se consideran todas las uniones como rígidas cuando realmente no lo son del todo, parece razonable disminuir el módulo de elasticidad tanto de la madera (partiendo del valor inicial de $E_{0,g,mean} = 12100 \text{ MPa}$) como el acero ($E_A = 210000 \text{ MPa}$). Además, por la tipología estructural, y como se comprueba fácilmente cambiando alguno de estos parámetros, resulta sencillo cambiar el orden de los modos ya que en la rigidez a flexión (y por tanto la frecuencia del modo 2F) prácticamente no influye el módulo de elasticidad del acero, dispuesto en tirantes, travesaños y arriostramientos, elementos que se sitúan fuera del plano vertical de flexión. En el modo de torsión, en cambio, ambos parámetros influyen de forma similar. De esta forma, y tras modificar a la baja los módulos de elasticidad, se ha conseguido cuadrar las dos frecuencias de interés, resultando asimismo un ajuste razonable de las formas modales. Concretamente los valores de MAC (*modal assurance criterium*), que miden la discrepancia entre las formas modales experimentales y computacionales, resultaron superiores a 0.94 en los 8 puntos medidos en ambos modos. El resultado se muestra en la Fig. 6 y los modos obtenidos por simulación se ilustran en la Fig. 7.

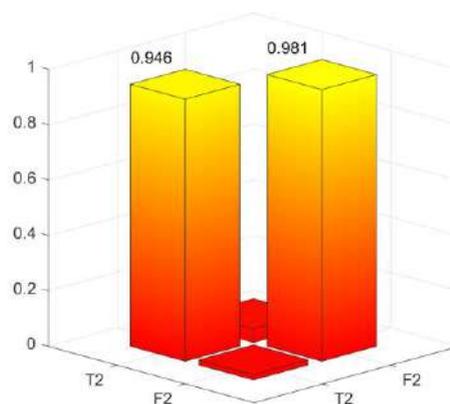


Figura 6. MAC entre los modos experimentales y los simulados

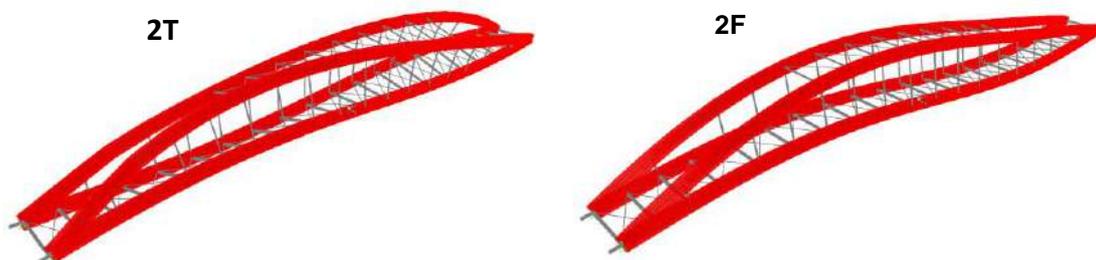


Figura 7. Modos calculados por simulación mediante SAP2000

Por último, aunque se podría haber hecho un análisis modal operacional para estimar los amortiguamientos modales de cada uno de los dos modos de interés, se opta por el modelo de

amortiguamiento proporcional implementado en SAP2000 y para ello se ajustan los correspondientes factores de Rayleigh de tal manera que haya una correspondencia razonable entre las auto-FRFs experimentales y computacionales en el punto 7. La Fig. 8 muestra el ajuste conseguido. Se comprobará adicionalmente, en el *free decay* simulado mostrado en la Fig. 10, que se tiene la misma envolvente exponencial (0.60% de factor de amortiguamiento).

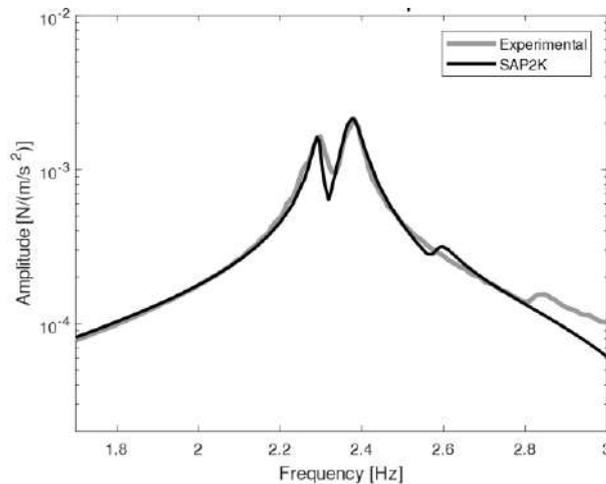


Figura 8. Comparación de la FRF obtenida por simulación con la experimental

4. DEPENDENCIAS CON LA OCUPACIÓN

Tras los resultados obtenidos es interesante hacer unos números sencillos que permitan valorar la posible dependencia de los parámetros modales de la pasarela con la ocupación peatonal de la misma. Considerando una masa estándar de 80 kg por peatón, la presencia distribuida de 44 peatones pasivos (uno por cada metro lineal) supondría una disminución del 3.8% en la frecuencia del modo 2F. Con una ocupación mayor de 140 peatones distribuidos por toda la pasarela la frecuencia se vería reducida un 10% aproximadamente.

Respecto al amortiguamiento, es conocido que la presencia de los peatones lo aumentan significativamente. Concretamente en el caso bajo estudio, la presencia de 4 peatones pasivos (en los puntos 2, 4, 7 y 9) lo duplicarían y 16 lo quintuplicarían [19].

Sin embargo, un solo peatón pasivo situado en el punto más desfavorable ($L/4$) provocaría una disminución de la frecuencia inferior al 0.2% y, siendo un peatón activo móvil, su influencia en el amortiguamiento sería complicada de valorar, pero en ningún caso lo aumentaría significativamente. Esto permite asegurar que en el caso de carga considerado (un solo peatón activo) no son relevantes las posibles modificaciones de la frecuencia y del amortiguamiento. Por lo tanto, para el propósito de este trabajo se considerará que el modelo calibrado obtenido en el apartado anterior no se ve modificado.

5. SIMULACIÓN DEL TRÁNSITO PEATONAL

Numerosas normativas y guías de diseño [6][8][9][11] sugieren las fuerzas que deben ser introducidas en el modelo computacional para estimar las respuestas ante distintos tipos de tránsitos peatonales. En el Eurocódigo 1, Parte 2, *Live loads on bridges* [6], se definen tres modelos de carga, DLM1 para tránsitos aislados como el que es objeto de este trabajo, DLM2 para grupos de peatones y DLM3 para flujos peatonales. DLM1, aplicado a la dirección vertical, consiste en introducir una **fuerza estacionaria** de amplitud 280 N (el 40 % del peso de un peatón tipo de 700N) con una frecuencia coincidente con la de la pasarela en el punto más desfavorable. En el caso que nos ocupa, para un peatón de 90 kg, introducimos la fuerza $360 \cdot \sin(2\pi f_{2F}t)$ (siendo f_{2F} la frecuencia del modo de flexión 2F bajo estudio) aplicada en el punto intermedio entre las posiciones 2 y 7 **durante 23 s (primer modelo de carga)**. El resultado se muestra en la Fig. 9, junto con la respuesta experimental ya presentada en la Fig. 3.

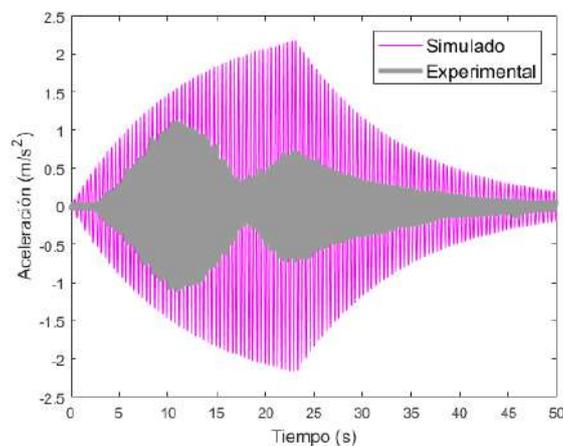


Figura 9. Comparación de la respuesta experimental con la simulada: primer modelo de carga

Este modelo de carga, que podría ser razonable para el típico primer modo de flexión de la pasarela, se muestra poco adecuado para el modo 2F antisimétrico bajo estudio. De la comparación con el tránsito real se aprecia que la respuesta difiere tanto en los valores máximos (que se van a más del doble), como en la forma de la respuesta.

Parece lógico modular la fuerza aplicada por la forma modal del modo cuyos efectos resonantes se tratan de analizar. Esta alternativa (**segundo modelo de carga**), propuesta en [4][15], consiste en aplicar la misma fuerza que en la simulación anterior (**estacionaria**) pero ponderada a lo largo del tiempo que tarda el peatón en cruzar según la siguiente fórmula: $360 \cdot \sin(2\pi f_{2F}t) \cdot \sin(2\pi t/23)$. La Fig. 10 muestra cómo este modelo se asemeja más a la respuesta experimental, si bien se siguen evidenciando ciertas diferencias, sobre todo en la zona central entre los instantes 15 y 20.

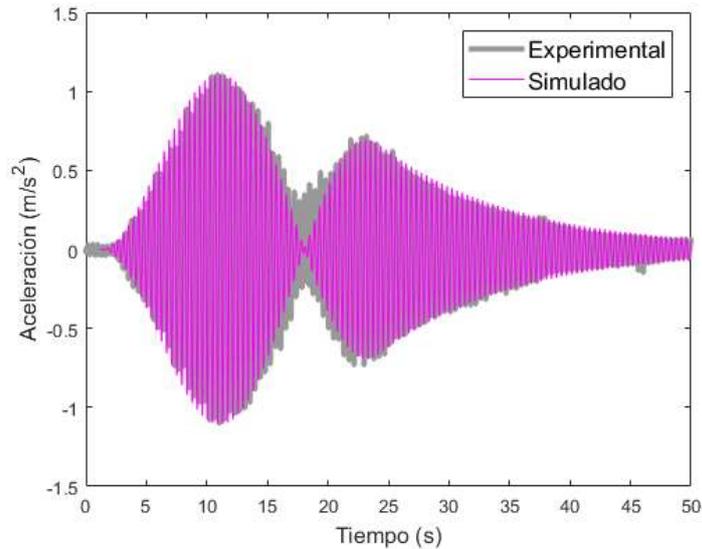


Figura 10. Comparación de la respuesta experimental con la simulada: segundo modelo de carga

Recurriendo a la capacidad de aplicar fuerzas móviles que empiezan a tener determinados entornos de simulación por elementos finitos, como es el caso de SAP2000 [16], se muestra en la Fig. 11 cómo la respuesta simulada prácticamente coincide con la experimental. En este caso la **fuerza sin modular de $360 \cdot \sin(2\pi f_{2F}t)$** se ha considerado **que se desplaza a la largo de la línea central de la pasarela (tercer modelo de carga)**, recorriéndola a **velocidad constante en los 23 s que dura el tránsito**.

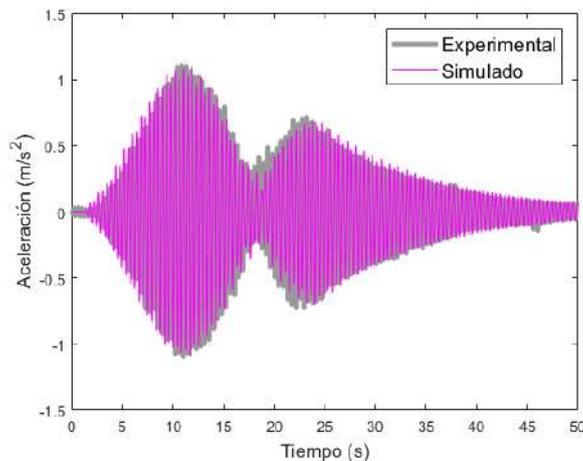


Figura 11. Comparación de la respuesta experimental con la simulada: tercer modelo de carga

En la Fig. 12 se puede ver que, para el segundo y tercer modelos de carga las curvas *RMS trend* se ajustan bastante bien a la experimental. Es conocido que el valor máximo de esta curva, denominado MTVV [5], es un indicador de la respuesta dinámica útil para evaluar el ELSV. En el caso bajo estudio se tiene que el MTVV del tránsito real es 0.72 m/s^2 siendo el del simulado bajo la carga móvil (segundo modelo) de 0.8 m/s^2 y bajo la carga estacionaria modulada (tercer modelo) de 0.75 m/s^2 .

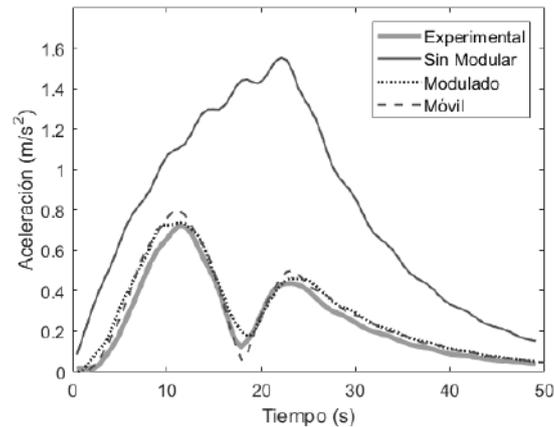


Figura 12. RMS trend de los tres casos de carga analizados y del tránsito real

6. CONCLUSIONES

El trabajo muestra, para una estructura concreta, cómo es posible obtener estimaciones realistas de la respuesta ante un tránsito peatonal. Para ello es necesario disponer del correspondiente modelo de elementos finitos calibrado y de aplicar la acción peatonal de la forma más realista posible. Concretamente se ha comprobado que no es necesario complicarse con modelos de carga móvil, obteniéndose resultados similares (incluso mejores en términos de MTVV) con modelos de carga estacionaria pero modulados por la correspondiente forma modal.

Se ha mostrado cómo incluso con experiencia en el modelado mediante elementos finitos es improbable que haya una correspondencia modal con los resultados experimentales. Se podría haber mostrado igualmente cómo la respuesta dinámica variaría en gran medida con pequeñas variaciones del amortiguamiento considerado. Si en vez de tomar 0.60% se hubiera tomado un valor superior o inferior en un 8% (0.65% o 0.55%) la respuesta hubiese cambiado significativamente, llevando a variaciones del MTVV de más del 25%, evidenciando la sensibilidad de este parámetro. El valor del amortiguamiento estructural, desconocido a priori, condiciona grandemente la respuesta pésima que se pueda llegar a producir. En la etapa de diseño solo se podrán tener estimaciones basadas en valores estimados de amortiguamiento equivalente o en experiencias previas.

Respecto al modelo de la acción peatonal, se ha visto cómo las propuestas simplificadas de las normativas se pueden complementar recurriendo a las capacidades de los modernos entornos de ingeniería asistida por ordenador. Una vez el modelo computacional está calibrado, la aplicación de modelos de carga realistas conduce a resultados muy similares a los experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación parcial del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2014-59321 y del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades a través del proyecto RTI2018-098425. Asimismo, se agradece al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte por el contrato predoctoral FPU16/01339.

REFERENCIAS

- [1] C. Butz, Codes of practices for lively footbridges: state-of-the-art and required measures, Third Int. Conf. Footbridges. (2008).
- [2] Instrucción de acero estructural (EAE-11), Ministerio de Fomento. Gobierno de España, 2011.
- [3] Instrucción de hormigón estructural (EHE-08), Ministerio de Fomento. Gobierno de España, 2008.
- [4] ISO 10137:2007(E). Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations., International Standard Organization (ISO), 2007.
- [5] ISO 2631-1:1997. Mechanical vibration and shock. Evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1: General requirements., International Standard Organization (ISO), 1997.
- [6] UNE-EN 1991-2:2004. Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes., AENOR, 2004.
- [7] UNE-EN 1995-2:2010. Eurocódigo 5: Proyecto de estructuras de madera. Parte 2: Puentes., AENOR, 2010.
- [8] Bulletin 32: Guidelines for the design of footbridges, Fédération Internationale du Béton (FIB), 2005.
- [9] Design of footbridges. Guideline, Human Induced Vibrations on Steel Structures (HIVOSS), 2008.
- [10] Recomendaciones para el proyecto de puentes metálicos para carreteras (RPM-95), Ministerio de Fomento. Gobierno de España, 2003.
- [11] Footbridges. Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading. Technical guide, Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA), 2006.
- [12] B.R. Ellis, T. Ji, Human-structure interaction in vertical vibrations, Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build. 122 (1997) 1–9. doi:10.1680/istbu.1997.29162.
- [13] A. Cappellini, S. Manzoni, M. Vanali, Experimental and Numerical Studies of the People Effects on a Structure Modal Parameters, in: Proc. Soc. Exp. Mech. Ser., Jacksonville, USA, 2012: pp. 17–25. doi:10.1007/978-1-4614-2413-0_3.
- [14] S. Zivanovic, I.M. Diaz, A. Pavic, Influence of walking and standing crowds on structural dynamic properties, in: Proceeding Conf. Expo. Struct. Dyn. (IMAC XXVII), Society for Experimental Mechanics, Orlando, Florida USA, 2009.
- [15] O. Zienkiewicz, R. Taylor, El método de los elementos finitos. Vol. 2: Mecánica de sólidos, CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya), Barcelona, Spain, 2004.
- [16] CSI, SAP2000, (2018).
- [17] H. Bachmann, W. Ammann, Vibrations in Structures: Induced by Man and Machines, Structural, Zurich, Switzerland, 1987.
- [18] M.V. Jiri Maca, Interaction of Human Gait and Footbridges, in: Proc. 8th Int. Conf. Struct. Dyn. (EURODYN 2011), Leuven, Belgium, 2011.
- [19] J. de Sebastian, I.M. Diaz, C.M. Casado, A. V. Poncela, A. Lorenzana, Evaluation of acceleration estimates due to pedestrian loading on an in-service footbridge, Inf. La Construcción. 65 (2013) 335–348.
- [20] S. Živanović, A. Pavić, E.T. Ingólfsson, Modeling Spatially Unrestricted Pedestrian Traffic on Footbridges, J. Struct. Eng. 136 (2010) 1296–1308. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000226.

DYNAPP: A MOBILE APPLICATION FOR VIBRATION SERVICEABILITY ASSESMENT

Jaime H. García-Palacios¹; Isaac Lacort², José M. Soria³; Iván M. Díaz³; Carlos M. C. Renedo³

ABSTRACT

Human loading may induce significant vibrations in some types of structures such as long-span floor slabs or light-weight pedestrian bridges, affecting their vibration serviceability limit state. In many cases, this limit state is not taken into account properly within the structural design process or this is not fulfilled during its life span. Finding the source of the problem may be an awkward task and a monitoring campaign to check this behavior may be expensive. In this paper, a dynamic analysis mobile phone tool named DynApp has been developed in Android. This allows the user to make in one go the measurements and the identification of the resonant frequencies of the structure avoiding engineers to carry out dynamic analysis of structure with tedious setups (accelerometers, long cables, acquisition systems, power suppliers, etc.) and difficult-to-use specialized software.

DynApp guides practitioners/engineers easily through frequency and time domain tests and helps them to make a decision shortly about the serviceability Comfort Class. This tool is also used in master classes for teaching the background content.

Keywords: Vibration serviceability; dynamic testing; structural identification; vibration control; teaching innovation.

1. INTRODUCTION

Actually, the development of materials, the computational tools and the technological advances make more frequent to find lightweight structures where the users can feel the vibration. This may become an undesirable phenomenon depending on several factors as, the type of the structure, the activity developed, the time over the vibrating slab, the position of the user, etc. The vibration serviceability limit state establishes some limits according to these issues in order to assure a proper serviceability Comfort Class. Depending on the used standard, different parameters are measured, and limits may vary, but the considered criteria are essentially the same and leads to similar results.

Vibration perceived by a user is an environmental parameter that acquires importance with the development of a society, as it had previously happened with pollution or noise. The industry has been adapted to a more demanding market over the time. A clear example is car manufacturers where the reduction of noise and vibration is associated with comfort, technology and leading industries. However, civil structures are not replaced every decade to fulfill our new requirements. Even more,

¹ Department of Hydraulics, Energy and Environmental Engineering, ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN) (Corresponding autor)

² Math and Computer Science student, ETS Ingenieros Informáticos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN).

³ Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures, ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN).

many structures have suffered changes to be adapted for different demands that may infer vibration serviceability problems. Therefore, structures that were designed in the past may not meet the current required standards. This makes necessary to have tools to evaluate the actual comfort index of existing structures.

Nowadays, the structural design requires to accomplish with the Ultimate Limit States (ULS) where the collapse of the structure is evaluated, and the Service Limit States (SLS), where the structure is evaluated to meet technical requirements for use. One of the last added SLS is the Vibration Service Limit State (VLS) as seen in [1-3], which define the standards that must be fulfilled over existing structures. VLSs must be taking into account in the design of modern and complex projects. Uncertainties in civil engineering constructions may have a large importance in the final user perceived comfort. Actually, on-site measurements are required to assure that an in-service structure is meeting the VLS. Therefore, a real structure, a measurement campaign, and the necessary knowledge is required to carry on with the process.

Usually, dynamic identification of an existing structure requires expensive campaigns with specialized technicians, the placement of expensive measurement equipment, with long cables, electric generators etc.

Besides, it should be taken into account that, if humans feel the vibration, the MEMS sensor inside of our actual mobile phones are also capable to record accelerations with sensitivity enough [4]. DynAPP is a mobile application [5] that, using this capability, easily allows to evaluate the VLS. The use of this software is cheap and simple, and it only requires one cell phone and an experienced user to choose the hot locations for the structural feelings.

At the same time, younger engineers require a more advanced training to cope with these new situations. DynApp helps them to understand, in a practical way, complex concepts associated with the structural dynamic analysis and it is used as a teaching tool at master level. The process involved from the in-site measurement to get the comfort level requires a multidisciplinary knowledge that should be clearly understood by a master student to compete in a market connected to their future job opportunities [6-9].

Important concepts in the time and frequency domain, as well as the Fourier Analysis to transform among them are relevant. These include, signal acquisition, where frequency sampling, sensitivity are key values, signal processing, with the necessary filtering understanding, and finally the calculation of the required index to evaluate the comfort [10-12].

2. DynApp Description

DynApp is an application developed in Android to fulfill all the aforementioned requirements. In fact, some commercial applications can be used for part of the processes involved, but no one is able to complete all the steps. There is also a lack of information in the way that existing apps are doing some necessary intermediate steps. Most of them, present nice results, but from our programming experience the accelerometers in Android, require making some assumptions that they are not explained. These assumptions may become important to make a proper evaluation of the possible limitations and error estimators involved in the whole process.

Figure 1 shows the front end of the application on the left and contents of the data folder on the right.

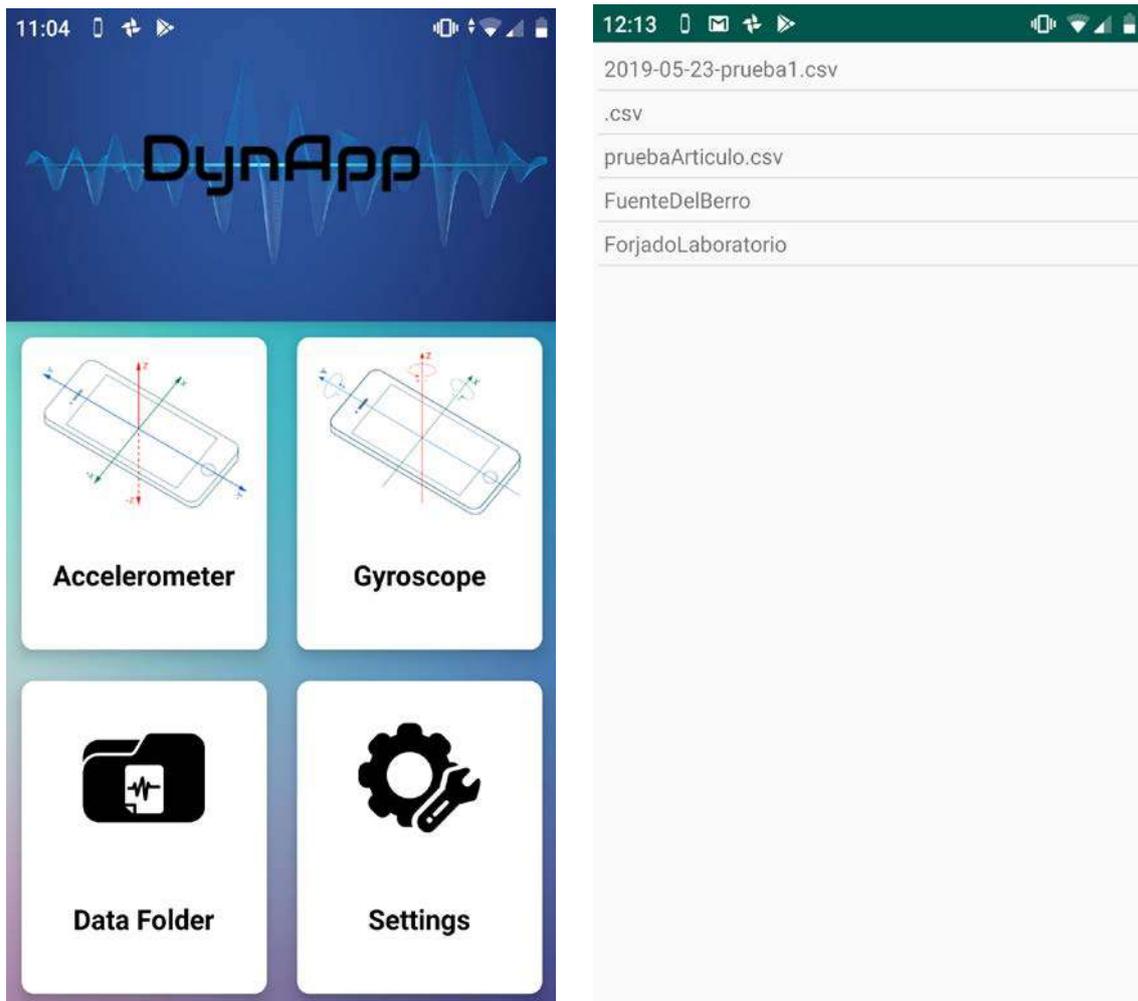


Figure 1. Application front end (left) and Data Folder screen (right)

The following list and figure 1 describe orderly the processes done with DynApp:

1. Establishing the settings for the actual Project, where the name of the project is defined, as well as the associated folders to store the records, pictures and another relevant information. In this case there are two folders available FuenteDelBerro and ForjadoLaboratorio.
2. Recording the acceleration for a prescribed time using the three-axis acceleration. This step has been optimized in order to reduce the number of processes involved to use the maximum capabilities of the phone. Figure 2 shows the recording of a signal on a structure where some hits have been applied. This is the case of the graphical recording. In the right menu is possible to change the vertical and horizontal scale as well as start the measurement recording. Finally, a button to access the analysis of a previous recorded signal is also included.
3. Analyzing the series to get the recording parameters, giving values as mean frequency, the maximum and minimum time differences between two consecutive records, the duration of the series, etc.

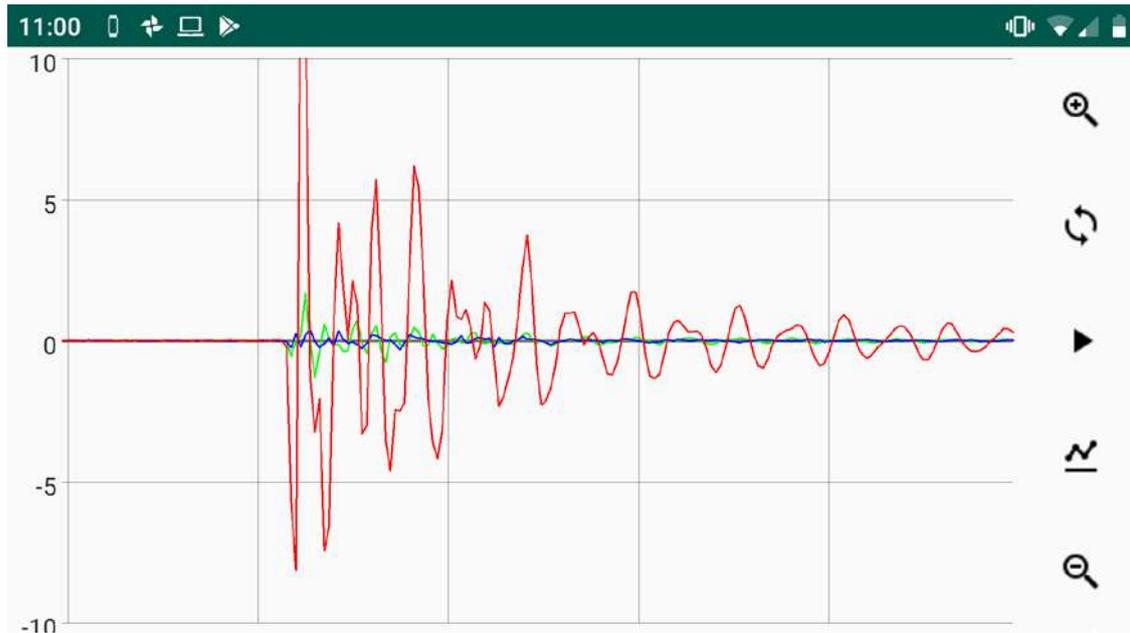


Figure 2. Time history series recording

4. Interpolating a constant series with the records with a given fixed frequency. The fixed frequency is recommended according to the capabilities of the phone used.
5. Generating a report of the new series characteristics.
6. Generating interactive graphs with the time history series for each axis and all them together. It is possible to make zoom at any recorded time to check for specific values.
7. Extracting a properly proceeded frequency spectrum of the signal and identifying the main resonances of the structure.
8. Recording some tests (loading cases) to check the structure serviceability (such as heel-drops, a pedestrian or group of pedestrian walking or running with the help of a metronome, also installed in the used mobile phone) are recorded.
9. The acceleration recording is frequency weighted according to [1] in order to take into account the effects of how humans feel vibration.
10. From the weighted acceleration, the main predictors defined in current codes or guidelines are derived [1-3]. These are the acceleration peak, the root-mean-square (RMS) acceleration of the whole test, the crest factor, the 1s-running RMS and its maximum value (usually known as Maximum Transient Vibration Value, MTVV) and the vibration dose value, among others. From these parameters, and the traffic class assigned to each loading case, the Comfort Class is obtained.
11. From heel drop tests and band-pass filtered signals around each resonance, modal free decaying analysis and modal damping ratios are extracted. This valuable information allows carrying out numerical dynamic analysis, in particular, using the Finite Element Method.

After the recording the application shows the screen in Figure 3 (left) with a menu to expand the information associated to the different steps followed. Some of these data is shown in the right part of the same figure.

There are also some steps that can be done with a series to improve the results. Figure 4 summarizes the main possible steps to process the signal

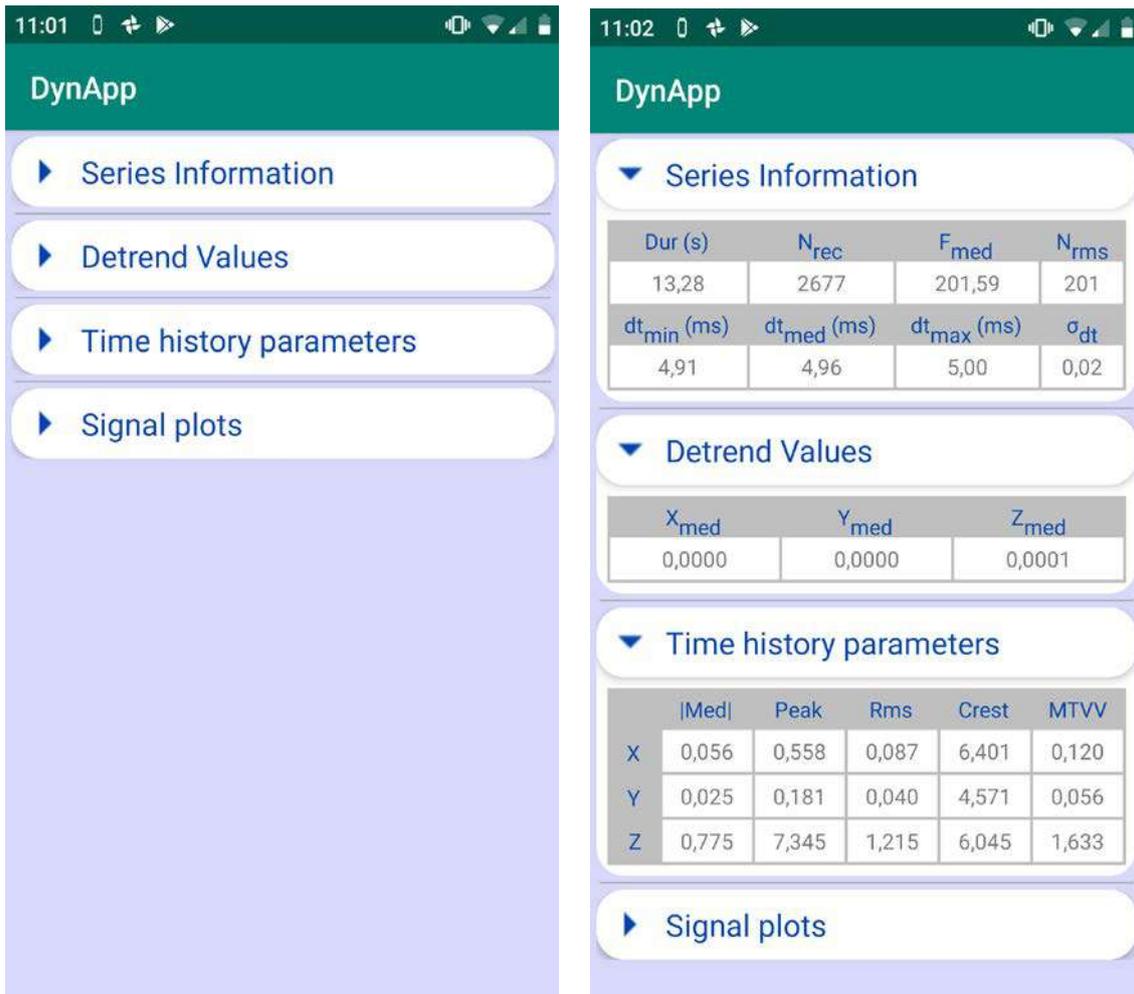


Figure 3. Service screen analysis. Main screen (left) & some options results shown (right)

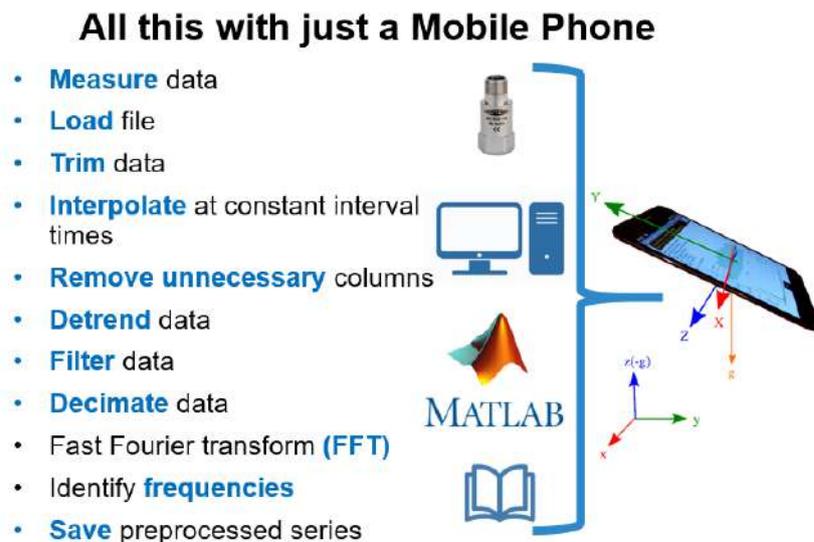


Figure 4. Possible processes to improve the acquired signal before analyzing the service

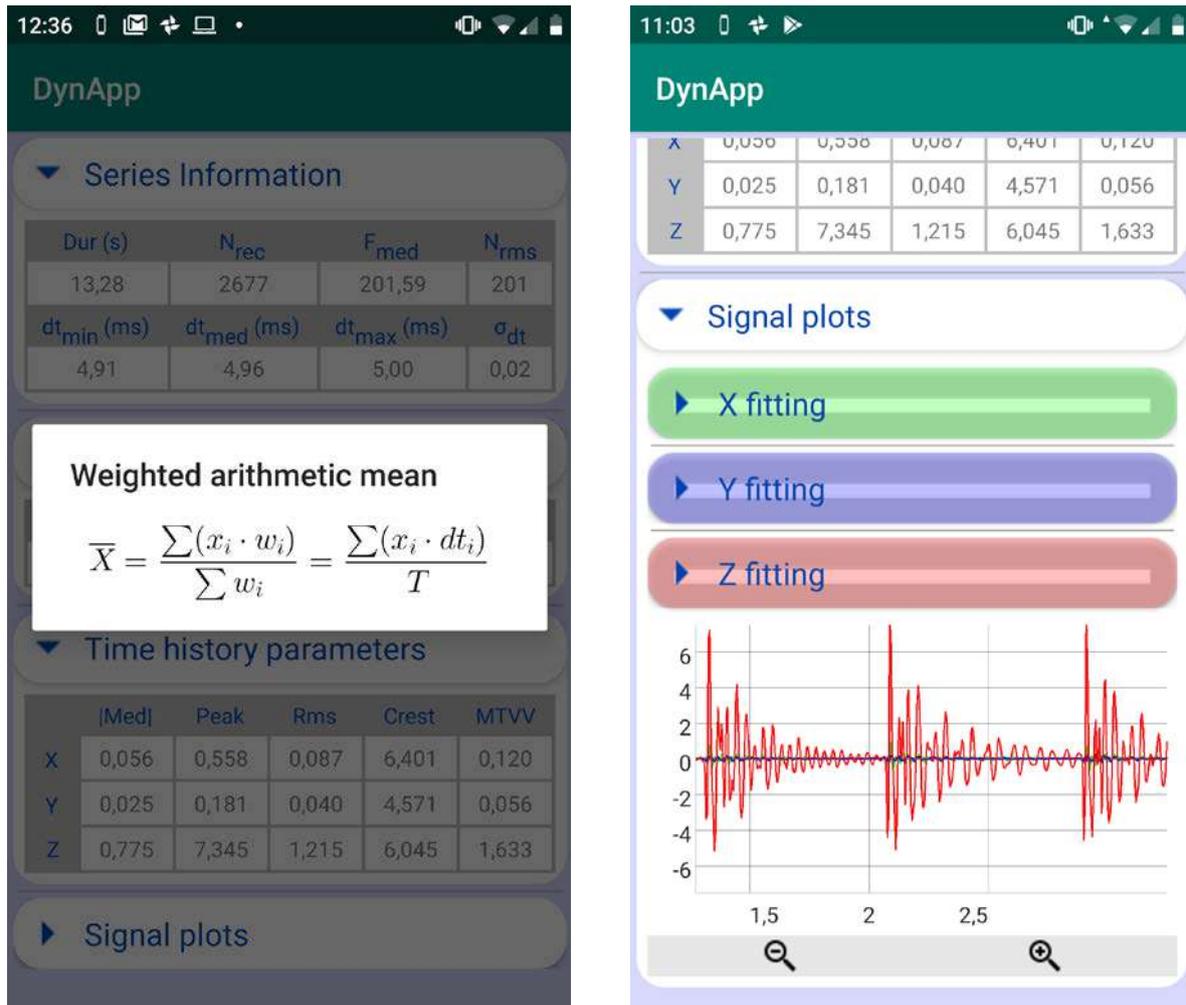


Figure 5. Detail on the available help (left) and expanded option to see the signal series (right)

In figure 5 (left), the help associated to the parameter Xmed is shown when the user pushes on the corresponding variable in the table head of the Detrend Values section. In this case, the original series is used and the obtained mean of the series takes into account that the recording does not have a regular time interval. The analysis of this fact was shown in figure 3 (right) where it can be seen that mean frequency during recording was 201.59 Hz with a minimum and a maximum time difference between two consecutive samples of 4.91 and 5.00 milliseconds respectively. The mean sampling interval and variance of the series in milliseconds is also given. This fact justifies the development of this app because is important to know the quality of the recorder signal at the measurement location. From the author knowledge, there is no any current app able to cope with this analysis. Finally, figure 5 (right) shows the graphical representation of the series. The graph is interactive and allows to make zoom into any area easily in order to be comfortably used in a smartphone screen.

Therefore, DynApp guides practitioners/engineers easily through frequency and time domain tests and helps them to make a decision shortly about the serviceability Comfort Class. All this work should be undergone by experienced users, with this DynApp installed in their mobile phones. The help of some non-experienced users could be required to apply the loading cases. The complete analysis depends on

the structural type, length, number of measuring points, number of tests, etc., but for the main vibrating location, the whole evaluation can be carried out in minutes.



POLITÉCNICA



**Grupo
Ingeniería
Estructural**

Student's Notebook / Cuaderno del alumno

Experimental Structural Analysis
/Análisis Experimental de Estructuras

Student's Notebook – Delivery No. 6: Vibration Serviceability Analysis

Carry out an evaluation report (oral presentation format) of the Vibration Serviceability of a slender pedestrian bridge.



- 1) Choice a slender footbridge in which you expect noticeable vibrations.
- 2) Download:
 - a. DynApp
 - b. An application to move with a selected rhythm, metronome ([example](#)).
- 3) Identify the fundamental natural frequency of the structure. Some heel drops or isolated jumps may help.
- 4) Perform and record several service tests (individuals, groups and streams, if possible) synchronized (to the fundamental natural frequency with the help of a metronome) and freely.
 - a. Walking
 - b. Jogging
 - c. Jumping
- 5) Obtain vibration predictors and discuss the serviceability.

Acceleration ranges	0	0.5	1	2.5
Range 1	Max			
Range 2		Mean		
Range 3			Min	
Range 4				

Table 2.1: Acceleration ranges (in m/s²) for vertical vibrations

Acceleration ranges	0	0.1	0.15	0.3	0.8
Range 1	Max				
Range 2			Mean		
Range 3				Min	
Range 4					

Table 2.2: Acceleration ranges (in m/s²) for horizontal vibrations

The acceleration is limited in any case to 0.10 m/s² to avoid "lock-in" effect

Figure 6. Example of delivery for master students

This tool is also used in master classes for teaching content related to dynamic analysis of structures and vibration serviceability limit state. It is worthwhile to comment that DynApp is continuously improved by adding new capabilities, more efficient ways of processing and better user-friendly layout.



Figure 7. Pictures illustrating tests carried out by students

Actually, a full series of test have been carried out and results compared with high sensitivity equipment (PCB-B31 accelerometers) connected to a National Instruments commercial acquisition equipment (a compactRio platform). The comparisons have done into Matlab software. The results are quite good for structures where vibration can be felt by humans. In these situations, the capabilities of the integrated mems accelerometers into current smartphones have shown to have enough sensitivity. However, they might not be used for stiffer structures less prone to vibrate.

Finally, within the application is possible to send the data to our server in order to have an automated backup copy of any measurement. Within the application, a link to an extended help is provided. There are also some recommendations to carry out the experimental tests. In this way, the help files are in our server and can be easily improved with the feedback of the app users.

3. Student deliveries

There are two courses where master students are using this application “Experimental Analysis of Structures”, and “Dynamic and Seismic Analysis of Structures”. Both of them combine theoretical knowledge with practical implementation with measurements in laboratory and over existing structures. In this way, the student understand the purpose of carrying out a measurement and the importance of the different aspects of the measurements process in the results. The location used to

make the measurement, the difference between using one phone or another, the importance of the signal preprocessing or the time measuring spam become crucial. All these aspects are related to the underneath theory in order to make them better understand the whole process. In fact, some of them get very curious about the possibilities of the application to be used in structural dynamics.

Figure 6 shows one example of the deliveries that a student have to do during the course. In figure 7 some students, working in groups, are measuring a footbridge jumping at the resonant frequency with the help of a metronome at the maximum modal displacement location. The frequency was obtained in a previous measure few minutes before.

4. Conclusions

An interesting mobile app, DynApp have been developed for advanced dynamic testing and vibration serviceability of civil structures. This tool allows evaluating any kind of structure where vibration is felt by human users. A single experienced user can determine within minutes and the only help of his mobile phone if the vibration serviceability comfort level is fulfilled. In cases of reasonable doubt, he can carry out extra measurements with the help of untrained people according to the recommendations in the standards. The complete analysis depends on the structural type, length, number of measuring points, number of tests, etc., but once the main vibrating location is found, the necessary tests can be easily done. This makes the decision on the necessity or not of further studies very cheap, without the need to move heavy and expensive monitoring equipment.

This tool is used in master classes for teaching content related to dynamic analysis of structures and vibration serviceability limit state. The use of this tool requires the understanding of many concatenated processes, from planning of the measurement campaign, to final report. This makes the perfect excuse to introduce the necessary theoretical knowledge with the practical work.

The ability of sending the data to our own server allows to use extra Matlab processes that are automated for a final detailed report. These tools are also used with the students to test the importance of the involved parameters in the final process, as well as, to the teachers of proposing individual tasks. This learn by doing applied to the complex theoretical background is greatly acknowledged by the students involved in the learning process.

It is worthwhile to comment that DynApp is continuously improved by adding new capabilities, more efficient ways of processing data and better user-friendly layout. The students have shown excellent feedback regarding the use of DynApp.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the Educational Innovation Project Técnicas Experimentales de análisis dinámico: caracterización dinámica y cancelación de vibraciones (IE1819.0407). They also want to acknowledge the master students for using and check DynApp. The authors would like to acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00). Finally, Carlos M. Renedo would like to thank Universidad Politécnica de Madrid for the financial support through a PhD research grant.

REFERENCES

- [1] ISO 10137 (2007). Bases for Design of Structures. Serviceability of buildings and walkways against vibrations. Geneva: International Organization for Standardization.
- [2] EN 1990:2002/A1:2005 (2005). Eurocode – Basis of structural design. Application for bridges.
- [3] SÉTRA (2006). Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading. Technical guide. Paris: Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety.
- [4] Felbusch, A., et al. (2017). Vibration analysis using mobile devices (smartphones or tablets). X International Conference on Structural Dynamics, EURO-DYN 2017. Procedia Engineering, vol. 199, pp. 2790-2795.
- [5] García-Palacios, J.H., Díaz, I.M., et al. (2018). Learning dynamic analysis of structures using handy and affordable equipment. On the way of smart structures. IV International Conference on Structural Engineering Education, Madrid.
- [6] Renedo, C.M.C., et al. (2019). Understanding frequency domain analysis through numerical experiments. International Conference of Educational Innovation in Building, Madrid.
- [7] Sáez-Pérez, M.P. (2018). Innovación docente y profesión. Competencias y metodologías activas en áreas técnicas. Advances in Building Education, vol. 2(3), pp. 45-64.
- [8] Gutierrez, A.B., et al. (2018). Incorporación de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje en la toma de medidas de confort y transmisión de calor. Advances in Building Education, vol. 2(2), pp. 90-104.
- [9] Gutierrez, A.B., et al. (2017). Implementación TIC en la docencia universitaria: estudio de los esfuerzos en vigas. Advances in Building Education, vol. 1(1), pp. 37-46.
- [10] Chen, D., et al. (2019). A novel smartphone-based evaluation system of pedestrian-induced footbridge vibration comfort. Advances in Structural Engineering, vol. 22(7), pp. 1-13.
- [11] Matarazzo, T.J., et al. (2018). Crowdsensing framework for monitoring bridge vibrations using moving smartphones. Proceedings of the IEEE, vol. 106(4), pp. 577-593.
- [12] Díaz, I M. et al. (2019). A mobile tool for teaching advanced dynamic analysis. Advances in Building Education, vol 3(1), pp. 72-82, doi:<https://dx.doi.org/10.20868/abe.2019.1.3885>
<http://polired.upm.es/index.php/abe/article/view/3885>.

Effect of the bond-slip law on the bond response of NSM FRP reinforced concrete elements

Gómez, Javier,¹; Torres, Lluís²; Barris, Cristina³

ABSTRACT

The Near-Surface Mounted (NSM) technique with Fibre Reinforced Polymer (FRP) reinforcement as strengthening system of concrete structures has been broadly studied during the last years. In this methodology, it is widely accepted that the bond behaviour between FRP and concrete, usually defined by a local bond-slip law, is a crucial factor for the efficiency of the FRP strengthening system.

This paper studies the effect of the bond-slip law shape on the load capacity, the effective bond length, the slip of the joint, and the shear stress distribution along the bonded length, which are essential parameters on the strengthening design. A numerical procedure based on finite differences method to solve the governing equations of the FRP-to-concrete joint is developed and validated. Then, a parametric study is performed. The effect of the shear bond strength, slip at the bond strength, maximum slip and friction branch, on the parameters previously described is discussed.

Keywords: CFRP, NSM, bond behaviour, finite differences method, concrete.

¹EMCI. University of Girona (Spain). javier.gomez@udg.edu (Corresponding author)

²EMCI. University of Girona (Spain). lluis.torres@udg.edu

³EMCI. University of Girona (Spain). cristina.barris@udg.edu

1. INTRODUCTION

The use of Fibre Reinforced Polymer (FRP) materials for strengthening existing concrete structures has been widely studied during the last years because of the great advantages of these materials compared to the conventional ones [1]. Two of the most used strengthening techniques are Externally Bonded Reinforcement (EBR), based on bonding an FRP laminate on the structure surface with an adhesive, and Near Surface Mounted (NSM), which consists on cutting a groove on the structure and after filling it with the adhesive, inserting the laminate.

A number of research works has been done in order to obtain the solutions for the differential equations governing the bonded joint. For the EBR technique, Yuan *et al.* proposed an analytical solution which solved the differential equation using a local bilinear bond-slip law in [2] and a trilinear bond-slip one with an exponential descending branch in [3]. For the NSM strengthening system, Mohamed Ali *et al.* adapted Yuan's analytical solution for NSM in [4]. Even though these authors proposed closed form equations to calculate the global bond behaviour, these are difficult to implement and are only suitable for specific local bond-slip laws.

During the last years, a number of studies provide solutions for the global bond behaviour of the EBR strengthening technique [5–9], although less attention have been paid to the NSM strengthening systems [10,11]. Regarding only the local bond behaviour of NSMS FRP-to-concrete joints, many bond-slip laws for NSM strengthening systems have been proposed in the literature, with different shapes and stages. Some examples are the models proposed by Borchert *et al.* [12], Zhang *et al.* [13], Sena *et al.* [11] and Seracino *et al.* [14]. The work carried out in [12] proposed a four-stages bond-slip law, in [13] a unique equation was suggested, in [11] the authors proposed a two-stage bond-slip with non-linear branches and in [14] the bond-slip law was considered as a bilinear function. In Fig. 1, a comparison between the aforementioned bond-slip laws is shown, using the parameters mentioned by their authors.

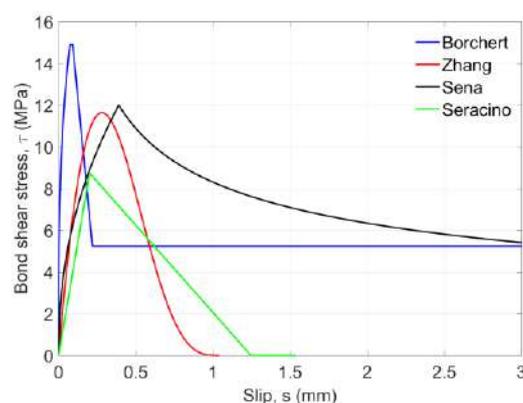


Figure 1: Comparison of some of the current bond-slip models for the NSM strengthening technique.

From this comparison, a wide range of local bond-slip laws can be identified. The effect of their differences on the global bond response is not always straightforward, thus, development of

numerical tools that allow obtaining and comparing the response for different models is of main interest.

The aim of this paper is to study the effect of the shape of the local bond-slip law on the global bond behaviour, and to carry out a parametric study to evaluate the effects of the bond-slip parameters on the bonded joint behaviour for the NSM strengthening technique.

2. LOCAL BOND-SLIP LAW

In this paper, six different bond-slip models (Fig. 2, Table 1) based on two of the most widely accepted bond-slip laws (the Bilinear law, BL, [14] and Borchert law, BO,[12]) are considered. The present study has been focused on the combination of their parameters in order to observe their effect on the global response of the bonded joint. From the Bilinear model, three variants are studied: i) the Linear Descending (LD) model, which does not consider the elastic branch, ii) a Two Stages bond-slip law with a Non-Linear Ascending branch (TSANL) model, with the aim to study the effect of the ascending branch shape, and iii) a Bilinear plus Friction stage (BLF) model, with the purpose to obtain the effect of friction in a bilinear bond-slip law. On the other hand, from Borchert model, one modification is proposed, consisting in suppressing the bond shear strength plateau.

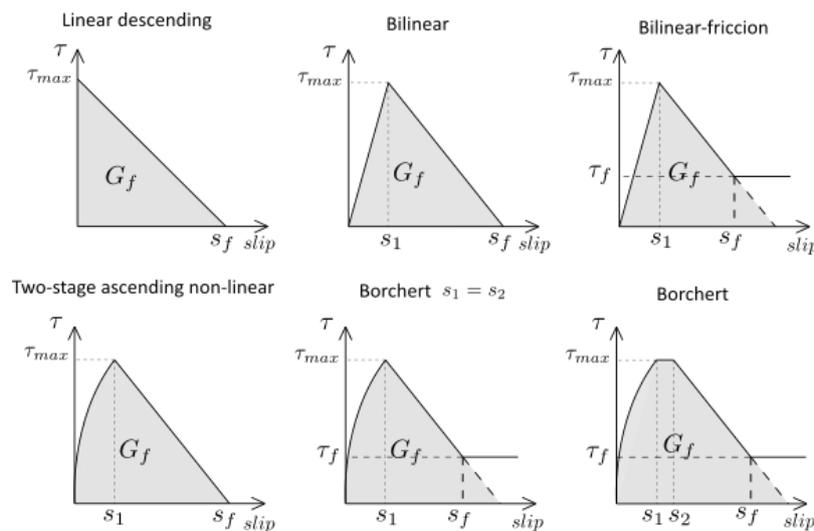


Figure 2: Bond-slip models used.

3. NUMERICAL INTEGRATION OF THE BOND-SLIP LAW

The numerical procedure developed in this study aims to solve the governing equations of the NSM FRP-to-concrete bonded joint for any type of bond-slip law.

The numerical method, based on the finite differences procedure, divides the bonded length into small increments, Δx , defining the position, x , of the points at which the equations will be assessed. Starting from the loaded end and moving towards the free end, the procedure calculates, for every studied point, the slip and the load transmitted by the area between two different sections.

Table 1: Equations of the bond-slip models used in the parametric study.

Bond-slip model	Equation
Linear Descending (LD)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} * \frac{(s_f - s)}{s_f}, & s > 0 \text{ and } s \leq s_f \\ 0, & s \geq s_f \end{cases}$
Bilinear (BL)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} * \frac{s}{s_1}, & s < s_1 \\ \tau_{max} * \frac{(s_f - s)}{(s_f - s_1)}, & s > s_1 \text{ and } s \leq s_f \\ 0, & s \geq s_f \end{cases}$
Bilinear-friction (BLF)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} * \frac{(s_f - s)}{(s_f - s_1)}, & s > s_1 \text{ and } s \leq s_f \\ \tau_f, & s \geq s_f \\ \tau_{max} * \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha, & s < s_1 \end{cases}$
Two-Stage Ascending Non-Linear (TSANL)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} * \frac{(s_f - s)}{(s_f - s_1)}, & s > s_1 \text{ and } s \leq s_f \\ 0, & s \geq s_f \\ \tau_{max} * \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha, & s < s_1 \end{cases}$
Borchert ($s_1 = s_2$) (BOS1S2)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} - \frac{(\tau_{max} - \tau_f)}{(s_f - s_1)} * (s - s_1), & s > s_1 \text{ and } s \leq s_f \\ \tau_f, & s \geq s_f \\ \tau_{max} * \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha, & s < s_1 \end{cases}$
Borchert (BO)	$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max}, & s \geq s_1 \text{ and } s \leq s_2 \\ \tau_{max} - \frac{(\tau_{max} - \tau_f)}{(s_f - s_1)} * (s - s_1), & s > s_2 \text{ and } s \leq s_f \\ \tau_f, & s \geq s_f \end{cases}$

As it is known, the differential equation governing the bonded, shown in Eq. (1), relates the local bond behaviour $\tau(s)$ with the global response of the joint:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} - \frac{\tau(s)}{E_f * t_f} = 0 \quad (1)$$

where E_f is the FRP Young modulus, t_f is the FRP thickness, and $\tau(s)$ is the local bond-slip law of the joint. Initially, the process defines a slip at the loaded end, which is used to calculate ϵ_{FRP} , ϵ_c and τ using the bond-slip law at the loaded point. Using Eq. (2) the load P at every section along the FRP can be calculated:

$$P(1, i) = P(1, i - 1) - \tau(1, i - 1) * L_{per} * \Delta x \quad (2)$$

In Eq. (2), L_{per} is the perimeter of the FRP laminate, and Δx , the distance between studied points. The subscript “ i ” indicates the current studying point, and the subscript “ $i-1$ ” refers to the previous studied point, towards the loaded end. From the load profile obtained in Eq. (2), the strain distribution in the concrete and the FRP can be calculated. Then, the slip profile is calculated as:

$$s(1, i) = s(1, i - 1) - (\varepsilon_{FRP} - \varepsilon_c) * \Delta x \quad (3)$$

The convergence condition is that the FRP strain (ε_{FRP}) at the free end has to be less than a minimum tolerance, set to be a close value to zero. In case that the tolerance is higher than the minimum acceptable value, another iteration is needed, then the load at the loaded end is increased until convergence is achieved. At this point, the next step will be calculated, increasing the slip at the loaded end and repeating the iteration process again.

4. NUMERICAL VS. ANALYTICAL SOLUTION

In order to verify the numerical procedure developed, a comparison with the analytical solution available for some specific laws is presented in this section. For the sake of simplicity, only the analytical solution for the bilinear bond-slip law proposed by Yuan *et al.* [2] is taken as a reference, considering a bond shear strength (τ_{max}) of 15 MPa, a slip at the bond shear strength (s_1) of 0.1 mm and a maximum slip (s_f) of 1.13 mm. The parameters of the bond-slip law were chosen according to experimental results in the literature. Following the same criteria, four different situations using realistic test parameters are simulated by modifying the bonded length ($L_b = 200$ and 400 mm) and the FRP thickness ($t_f = 1.4$ and 3 mm). The results, presented in Fig. 3, show the good agreement between the analytical and the numerical solutions, and therefore the suitability of the developed procedure.

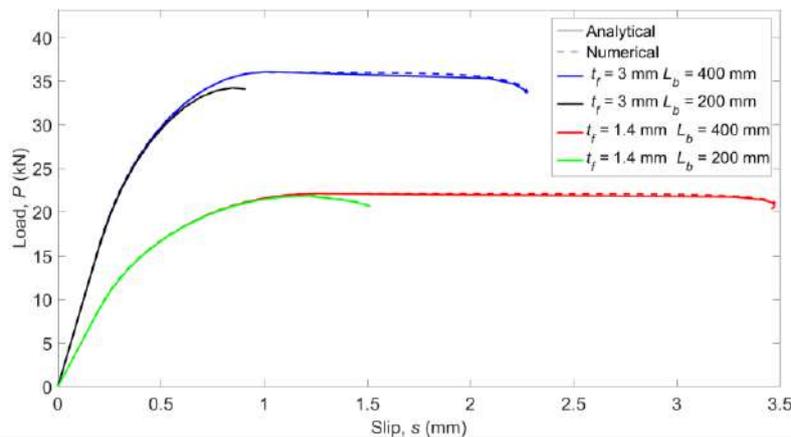


Figure 3: Comparison between the analytical and the numerical models.

5. BOND RESPONSE FOR DIFFERENT BOND-SLIP LAWS

The main objective of this section is to study the influence of the local bond law on the global behaviour of the structural element, using the numerical model described in Section 3, and the bond-slip laws introduced in Section 2.

5.1. Parameters to study

The values of the parameters that define the different local bond-slip laws, as well as the properties of materials and characteristics of specimens are described in Table 2. All the values defined have been chosen according previous experimental campaigns found in the literature [12–15], with the aim to simulate as much realistic as possible conditions.

Table 2: Parameters of the present study.

Parameters	Value
Mechanical properties of the materials	
Young modulus of the laminate [E_f]	150 GPa
Young modulus of the concrete [E_c]	33 GPa
Young modulus of the adhesive [E_a]	10.7 GPa
Characteristics of the specimens	
Bonded length [L_b]	200 mm
Thickness of the laminate [t_f]	1.4 mm
Width of the laminate [b_f]	10 mm
Thickness of the groove [t_g]	5 mm
Height of the groove [h_g]	15 mm
Area of the concrete block [A_c]	200 mm x 200 mm
Parameters of the bond-slip law	
Bond shear strength [τ_{\max}]	15 MPa
Friction bond shear stress [τ_f]	0.35 τ_{\max}
Slip at the bond shear strength [s_1]	0.1 mm
Slip at the end of the τ_{\max} plateau [s_2]	0.8 s_1 [12]
Fracture energy [G_f]	8.5 N/mm

Another parameter that is crucial for the simulations is the fracture energy (G_f), typically defined as the area under the bond-slip law. In those bond-slip laws with a friction branch, G_f is calculated according to Haskett *et al.* [16], as the area under the ascending and descending stages of the bond-slip law, without taking into account the friction stage, as illustrated in Fig. 4.

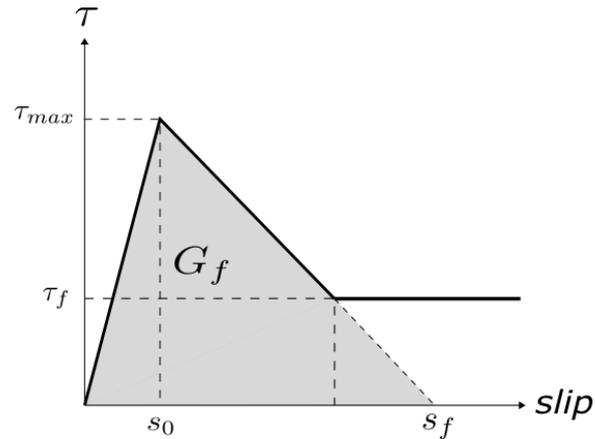


Figure 4: Fracture energy obtained from the bond-slip law.

The comparison between the bond-slip laws used in this study is shown in Fig. 5. It can be observed that the bond shear strength is set to be 15 MPa, and the corresponding slip, s_1 , 0.1 mm, except for the LD model, which does not consider s_1 .

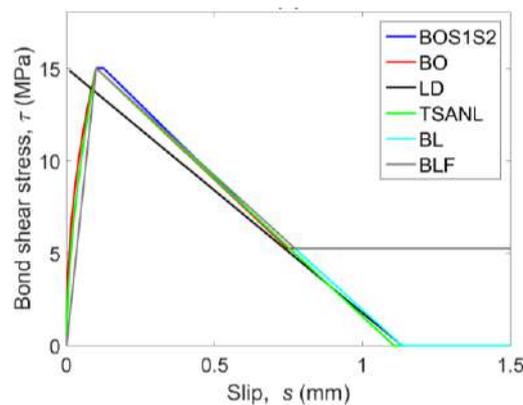


Figure 5: Comparison of the bond-slip models.

5.2. Load-slip response

The comparison of the load-slip curves obtained from each bond-slip law is shown in Fig. 6. Overall, two main tendencies can be observed. The first one (Fig. 6a), followed by LD, TSANL and BL models, achieves a maximum load, which remains constant as the slip in the loaded end increases until failure. In the second one (Fig. 6b), followed by BO, BOS1S2 and BLF models, the load increases up to the situation when the bonded joint reaches the maximum load, where a sudden decrease takes place followed by residual (friction) bond force. The main reason of having these two different load-slip tendencies is attributed to the friction branch of the local bond-slip law.

Focusing on the initial part of the load-slip curve, it can be seen that the LD model shows the highest stiffness, because the ascending branch of the bond-slip law has an infinite stiffness. Besides, it can be observed that bond-slip models with a non-linear ascending branch (BO, BOS1S2 and TSANL) exhibit a stiffer branch of the load-slip curve than BL and BLF models, caused by the fact that the area under the ascending branch is greater in those cases with non-linear tendency.

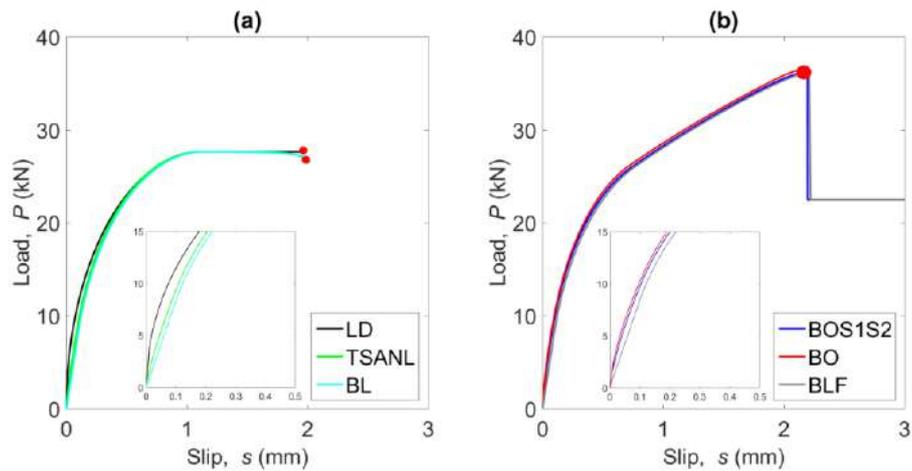


Figure 6: Comparison of the load-slip curves, (a) shows LD, TSANL and BL models, and (b) shows BO, BOS1S2 and BLF models.

5.3. FRP strain, bond shear stress and slip along the bonded length

Following the numerical procedure described in Section 4, the FRP strain, bond shear stress and slip can be obtained from the different bond-slip laws. Fig. 7 shows the response along the bonded length for the different laws (loaded end at $x = 0$ mm, free end at $x = 200$ mm) evaluated at imminent failure (marked with a red dot in Fig. 6).

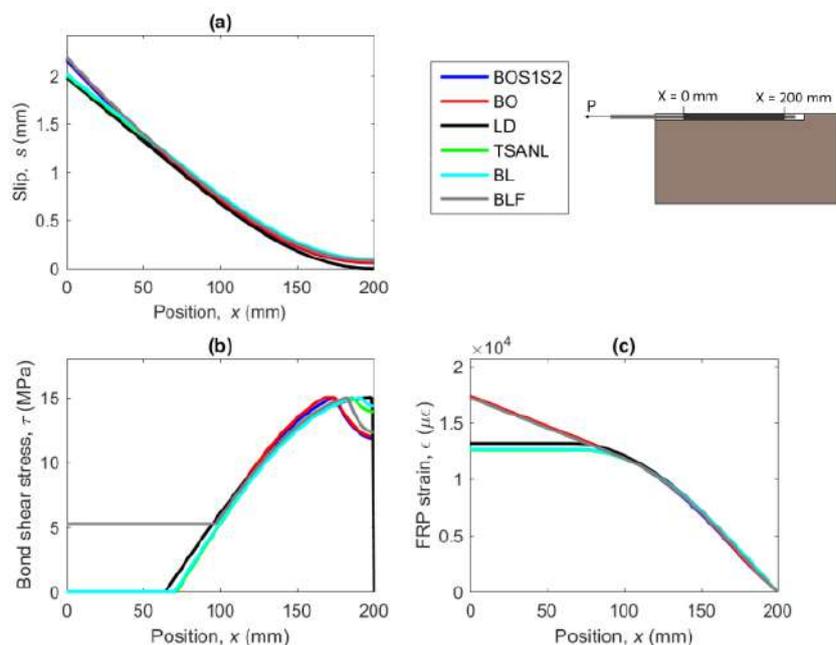


Figure 7: (a) FRP slip, (b) bond shear stress and (c) FRP strains along the bonded length for the different bond-slip models.

From Fig. 7a it can be observed that the shape of the bond-slip law has a small effect on the slip profile along the FRP. It can be seen that BOS1S2, BO and BLF exhibit slightly higher values for the slip

at the loaded end. Furthermore, the slip at the free end remains as 0 for the LD model, contrarily to the rest of models, which show a small value of slip, meaning that this point is starting to be damaged.

An evident difference between the models with and without friction effect can be observed in the bond stress distribution along the bonded length (Fig. 7b). It can be observed that models that take into account the friction effect still transmit bond shear stress after the softening stage, whilst the other models exhibit a complete damage stage, where no load is transmitted. Hence, for friction bond-slip models, the increase of the area under the bond shear stress profile allows the joint to carry more load even though the zone near the loaded end is damaged. Besides, focusing on the free end of the bonded joint, it can be seen that LD, TSANL and BL models have more points under the softening stage than BOS1S2, BO and BLF models, which have more points under the elastic stage.

In Fig. 7c the FRP strain distribution along the bonded joint is shown. In models not including friction effects, the strain profile reaches the maximum value at the location where the bond stress equals to zero in Fig. 7b. On the other hand, strain values on the FRP do not stabilize for BOS1S2, BO and BLF models, because of the load keeps increasing after the loaded end surpasses the softening stage.

6. PARAMETRIC STUDY

In this section the effect of the bond-slip law parameters on the ultimate load (P_{\max}) and the effective bonded length (L_{eff}) is studied. L_{eff} is defined here as the bonded length needed to support the maximum stabilized load, therefore, it is only applicable to bond-slip models without friction branch. Computationally, the calculation of L_{eff} is measured from the first point that achieves s_f until the point that has less than 5% of the maximum FRP strain.

The studied parameters in this section are: i) the bond shear strength (τ_{\max}), ii) the slip at the bond shear strength (s_1), and iii) the maximum slip (s_f).

6.1. Effect of the bond shear strength (τ_{\max})

A range for the bond shear strength between 10 MPa and 20 MPa has been considered in this subsection, being $s_f=1.13$ mm, $s_1=0.1$ mm and $\tau_f=5.25$ MPa.

Using the numerical model, the load-slip curve, and the slip, bond shear stress and strains profile along the FRP can be obtained. For the sake of brevity, only the BL response is shown in Fig. 8. In this case, the curves are represented for the situation where the slip at the loaded end arrives at s_f . It is clearly seen that the maximum load increases with the bond shear strength (Fig. 8a). This is because an increase of the bond shear strength implies an increase of the fracture energy, thus, a higher load is needed to damage the bonded joint.

In Fig. 8b the slip profile of the FRP for the instant when the slip at the loaded end is equal to s_f , and the load achieves its maximum load is shown. It can be observed that less bonded length is activated as the bond shear strength increases.

In Fig. 8c the bond stress profile is represented. It can be easily seen that as τ_{max} increases, the bond shear profile becomes narrower because every point in the bonded length can transmit more bond shear stress.

Focusing on Fig. 8d, it can be observed that as the bond shear strength (τ_{max}) increases, the strain in the loaded end increases as well. It is worth noticing that as the bond shear strength capacity increases, the activated bonded length needed to carry the load.

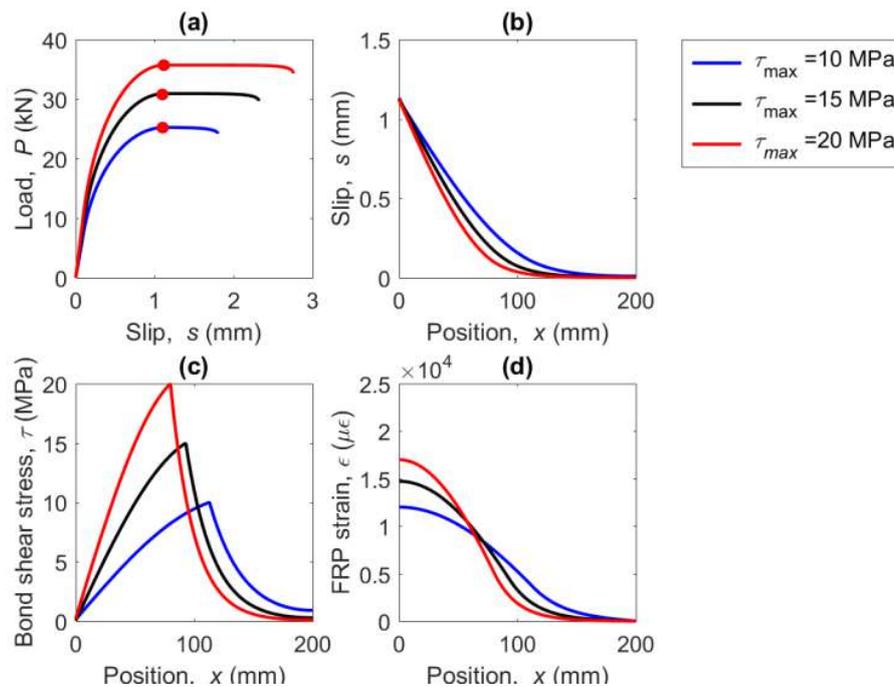


Figure 8: Load-slip curve (a), slip along the FRP (b), bond shear stress along the FRP (c) and strains along the FRP (d) for three values of bond shear strength and a bilinear bond-slip law.

The trends of the load-slip curve and slip, bond stress and strain profiles observed in the BL model, are also observed in the other bond-slip models.

In Fig. 9 and Table 3, the increase of the ultimate load is depicted in function of the increase of the bond shear strength, previously normalized with the initial value (the subscript 0 indicating the first value of the parametric study). In general terms, an increase of the ultimate load with the bond strength close to linearity can be observed for all the models. This is due to the fact that increasing τ_{max} without changing the value of s_f causes an increase of the fracture energy (G_f), leading to a situation where more load is needed to damage the bonded joint.

Moreover, it can be seen that LD, BL and TSANL models show very similar results, meaning that these models are analogously affected by the increase of the bond shear strength. These models show an increase of P_{max} of 41% when τ_{max} is 20 MPa. Finally, BOS1S2, BO and BLF, show lesser effect on the ultimate load than the other models, because of the friction branch, which remains constant for all the cases. Although these models increase their G_f , the total area of the bond-slip law is smaller than in the non-friction cases. Focusing on the friction bond-slip models, it can be seen that the BLF model

is slightly less affected than BOS1S2 and BO models, caused by the fact that Borchert models have a non-linear ascending branch. The increase of P_{max} in these models is up to 30% when τ_{max} is 20 MPa.

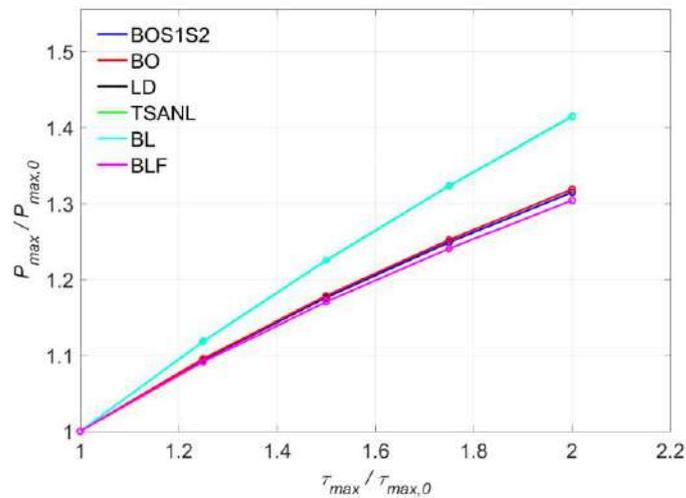


Figure 9: Variation of P_{max} versus τ_{max} .

Table 3: Values of ultimate load (P_{max}) obtained from the variation of the bond shear strength (τ_{max}). (first row taken as reference for ratios)

		BOS1S2		BO		LD		TSANL		BL		BLF	
τ_{max} [MPa]	$\frac{\tau_{max}}{\tau_{max,0}}$	P_{max} [kN]	$\frac{P_{max}}{P_{max,0}}$										
10.0	1	37.10	1.00	37.45	1.00	25.23	1.00	25.23	1.00	25.23	1.00	37.10	1.00
12.5	1.25	40.67	1.09	41.02	1.09	28.21	1.18	28.21	1.18	28.21	1.12	40.49	1.09
15.0	1.5	43.71	1.17	44.12	1.17	30.90	1.22	30.90	1.22	30.90	1.22	43.41	1.17
17.5	1.75	46.42	1.24	46.88	1.25	33.38	1.32	33.38	1.32	33.83	1.32	46.02	1.24
20.0	2	48.87	1.31	49.38	1.32	35.68	1.41	35.69	1.41	35.68	1.41	48.38	1.30

The influence of the bond shear strength on the effective bonded length of models without friction is shown in Fig. 10, with a decrease in its value as τ_{max} increases. If the bond strength increases, every section of the bonded length can support more stress, hence, less bonded length is needed to transfer the load. It is worth noticing that the three models behave in a very similar way, indicating that assuming either the one stage model, the bilinear model or the model with a non-linear ascending stage, does not provide a difference on the effective bonded length for different bond strengths.

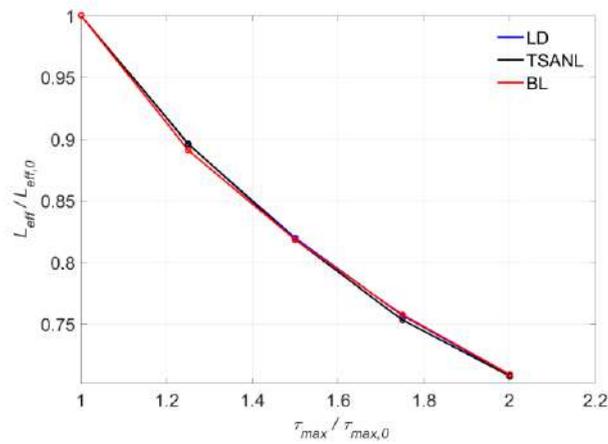


Figure 10: Variation of L_{eff} versus τ_{max} .

6.1. Effect of the slip at the bond shear strength (s_1)

A range for s_1 between 0.1 mm and 0.5 mm has been considered, being $G_f = 8.5$ N/mm and $\tau_{max} = 15$ MPa. In BO model, the value of s_2 has been changed so that the difference between s_2 and s_1 remains the same. The Linear Descending (LD) model is not included because the slip at the bond shear strength is 0, and if this point is shifted horizontally, it will become a Bilinear (BL) model.

The results are plotted in Fig. 11 in terms of increment of the ultimate load with respect to the increment of s_1 . As observed, for the BL model no effect on the ultimate load is obtained for a substantial increment of s_1 , because τ_{max} and s_f are constant, and therefore, the fracture energy (G_f) remains the same. Moreover, the ultimate load using the BLF model decreases as the s_1 increases. Even though the fracture energy (G_f) as was defined in subsection 5.1 remains constant for all the s_1 values, the area under the three stages (elastic, softening and friction) decreases as can be seen in Table 4. However, the maximum load decrease only arrives up to 3% of the initial load.

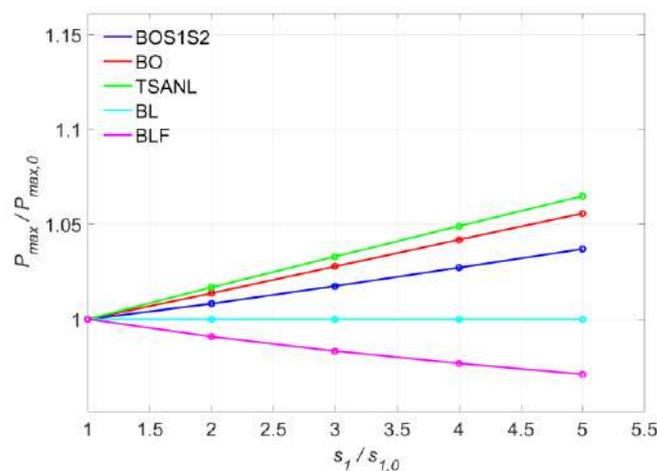


Figure 11: Variation of P_{max} versus s_1 .

It is also seen that bond-slip models that have a non-linear ascending branch exhibit an increase on the ultimate load (P_{max}), caused by the increase of area from the shifting of s_1 .

It should be noticed that in comparison with the BLF model, the area under the Borchert models increases even though they have a friction branch as well, due to the shifting of the non-linear ascending branch. BO, BOS1S2 and TSANL models show an increasing tendency when s_1 increases. In BOS1S2 and BO cases, the increase of the fracture energy is mitigated by the decreasing difference between G_f and the total area under the bond-slip law. This effect is more pronounced in Borchert models where it can be seen that in BO, the variation of s_1 has a higher influence on the ultimate load than in BOS1S2 model. In Table 4 can be observed that total area under the bond-slip law increase more for the BO model.

The TSANL model is more affected by the modification of s_1 than the other models, since it does not have a friction branch and the total area under the bond-slip law will not decrease with the shifting of s_1 , and the increase of the fracture energy will not be mitigated. BOS1S2 BO BLF

Table 4: Total area under the bond-slip law and for the BLF, BO and BOS1S2 models.

s_1 [mm]	$\frac{s_1}{s_{1,0}}$	BOS1S2	BO	BLF
		Total area under bond-slip law [N/mm]	Total area under bond-slip law [N/mm]	Total area under bond-slip law [N/mm]
0.10	1	10.75	10.67	10.48
0.20	2	11.08	10.99	10.39
0.30	3	11.41	11.30	10.29
0.40	4	11.75	11.62	10.20
0.50	5	12.08	11.94	10.11

Fig. 12 shows the variation of the effective bonded length with s_1 for TSANL and BL models. The effective bonded length (L_{eff}) increases as s_1 increases. Since higher slips are obtained in the elastic stage, longer bonded length will be activated and L_{eff} will increase.

Moreover, the BL model is more sensitive to the variation of s_1 , in comparison with the TSANL model, because the change in the non-linear ascending branch of the TSANL model slightly increases the area under the elastic branch, improving the resistance of the joint under in this stage. This way, the increase of slip caused by the s_1 shifting is mitigated by this increase of resistance.

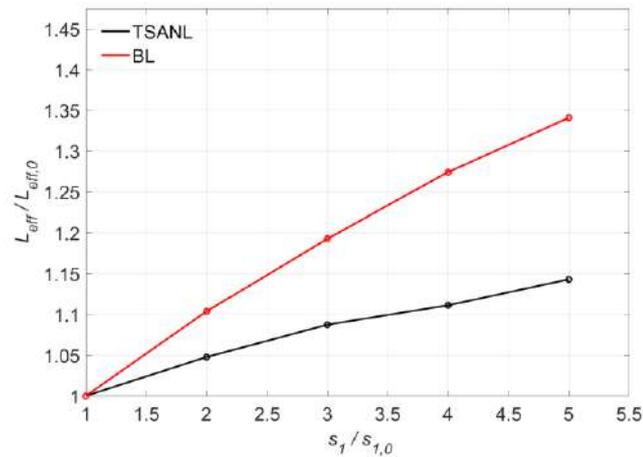


Figure 12: Variation of L_{eff} versus s_1 .

6.2. Effect of the maximum slip (s_f)

Fixing the values of the bond shear strength (τ_{max}) and the slip at the bond shear strength (s_1) at 15 MPa and 0.1 mm, respectively, and setting the fracture energy (G_f) at the same values obtained in Section 6.1, the values of the maximum slip (s_f) can be obtained. Because the bond-slip models have different shapes, the maximum slip, which satisfies the conditions of τ_{max} , s_1 and G_f , will be different for each bond-slip law, as seen in Table 5.

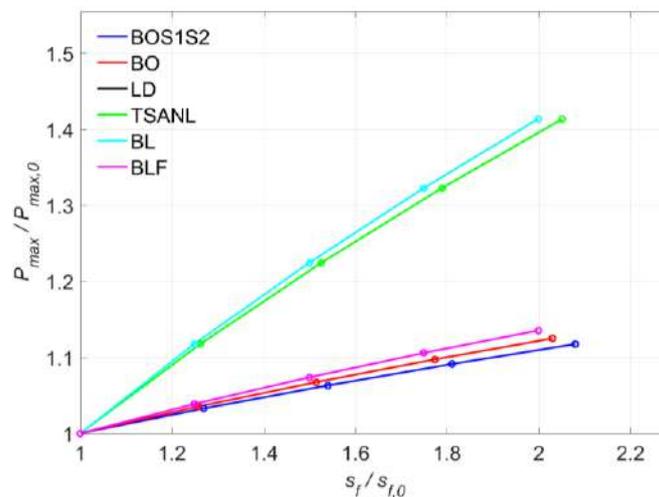


Figure 13: Variation of P_{max} versus s_f .

Overall, in Fig. 13 it can be seen that all the models show an increasing tendency of P_{max} because as s_f increases, G_f increases as well. The LD model presents exactly the same curve as the BL, since in both cases G_f is the same. Moreover, as indicated in previous subsections, models without friction branch as LD, TSANL and BL are more sensitive to the increase of s_f because the shifting of the slip affects directly to G_f , P_{max} increases up to 41% when s_f is the highest value. It is worth noticing that the TSANL is slightly less sensitive because the area under the elastic branch is higher than in LD and BL

models, causing that the increment of s_f affects proportionally less to G_f and P_{max} , around 13% when s_f is the maximum value. As for the models with friction branch, BOS1S2, BO and BLF, the increase of P_{max} caused by the shifting of s_f is diminished for the effect of the friction branch in the total area as indicated in previous subsections.

Table 5: Values of s_f and P_{max} for every bond-slip model.

BOS1S2		BO		LD		TSANL		BL		BLF	
s_f [mm]	P_{max} [kN]										
0.69	42.10	0.65	41.34	0.75	25.24	0.72	25.24	0.75	25.24	0.45	40.44
0.88	43.47	0.84	42.79	0.94	28.21	0.90	28.21	0.94	28.21	0.94	42.00
1.07	44.74	1.03	44.12	1.13	30.90	1.10	30.90	1.13	30.90	1.13	43.42
1.26	45.93	1.22	45.36	1.32	33.38	1.28	33.39	1.32	33.38	1.32	44.71
1.45	47.04	1.41	46.50	1.51	35.67	1.47	35.68	1.51	35.67	1.51	45.91

Fig. 14 shows that L_{eff} increase with the increase of s_f for all models. A higher s_f allows the bonded joint to have higher slips while transferring load, and consequently, more bonded length is activated. LD model exhibits the highest influence of s_f and BL model is the less affected model.

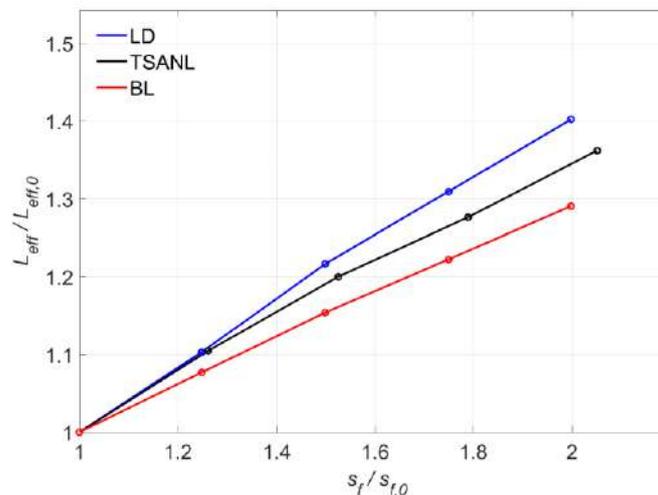


Figure 14: Variation of L_{eff} versus s_f .

6.3. Effect of the friction branch (τ_f)

Only BO, BOS1S2 and BLF (with friction branch) models are included in the study. The bond-slip law parameters are set to $\tau_{max}=15$ MPa, $s_1=0.1$ mm and $G_f=8.5$ N/mm. The bond shear stress of the friction branch ranges between 10% and 40% of τ_{max} , therefore τ_f will vary between 1.5 MPa and 6 MPa.

Fig. 15 and Table 5 show the variation of P_{max} while τ_f increases. It can be seen that all of the models have a very similar rising tendency, for example, when τ_f is 6 MPa, P_{max} increases around 35%.

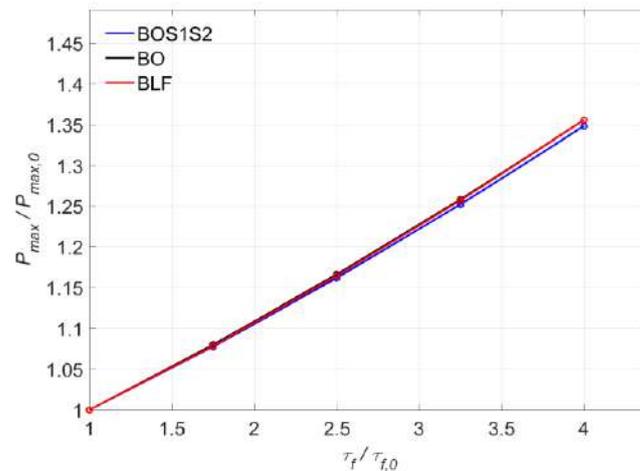


Figure 15: Increase of the ultimate load (P_{\max}) caused by the increase of the friction branch (τ_f).

Table 6: Values of ultimate load (P_{\max}) obtained from the variation of the friction branch (τ_f).

		BOS1S2		BO		BLF	
τ_f [MPa]	$\frac{\tau_f}{\tau_{f,0}}$	P_{\max} [kN]	$\frac{\tau_f}{\tau_{f,0}}$	P_{\max} [kN]	$\frac{\tau_f}{\tau_{f,0}}$	P_{\max} [kN]	$\frac{\tau_f}{\tau_{f,0}}$
1.50	1.00	33.99	1.00	34.14	1.00	33.68	1.00
2.62	1.75	36.63	1.08	36.87	1.08	36.32	1.08
3.75	2.5	39.49	1.16	39.81	1.16	39.22	1.16
4.87	3.25	42.56	1.25	42.95	1.26	42.33	1.26
6.00	4.00	45.83	1.34	46.27	1.36	45.65	1.36

7. CONCLUSIONS

A study of the effect of the local bond-slip law shape and its parameters on the global bond response of NSM FRP reinforced concrete elements has been presented. A numerical method is developed in order to being able to introduce several bond-slip laws into the govern equations.

From the comparison between the results of the different bond-slip laws, the following conclusions are obtained:

- In models not including a friction branch after softening, a maximum value of load is attained, which stabilizes for a certain value of the bonded length. In contrast, in models with friction component, the load continuously increases up to a certain slip beyond which only the friction component remains. Furthermore, models with non-linear ascending branch show a stiffer initial load-slip response. small
- The non-linear ascending branch effect on the maximum load is practically negligible. Small differences of P_{\max} are observed between BL and TSANL models, and BOS1S2 and BLF models, respectively.

- The shape of the bond-slip law has a small effect on the slip profile along the FRP. However, the bond stress and slip distribution at ultimate state along the bonded length is strongly affected by the friction branch.

From the parametric study carried out, the following conclusions can be drawn:

- As the bond shear strength increases, the ultimate load grows, and on the contrary, the effective bonded length decreases.
- Parameter s_1 has a small effect on the ultimate load and an increasing effect on the effective bonded length.
- The maximum load and the effective bonded length increase with the maximum slip. Moreover, bond-slip laws without friction branch are much more sensitive to the shifting of the maximum slip.
- As the bond shear stress on the friction branch increases, the maximum load increases as well.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the support provided by the Spanish Government (MINECO), Project Ref. BIA2017-84975-C2-2-P. The first author acknowledges the University of Girona for conceding the IFUdG grant (IFUDG2018).

8. REFERENCES

- [1] Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. vol. 14. (2001). International Federation for Structural Concrete. Lausanne, Switzerland.
- [2] Yuan, H., Teng, J. G., Seracino, R., Wu, Z. S., & Yao, J. (2004). Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints. *Engineering Structures*, 26, 553-565.
- [3] Yuan, H., Lu, X., Hui, D., & Feo, L. (2012). Studies on FRP-concrete interface with hardening and softening bond-slip law. *Composite Structures*, 94, 3781-3792.
- [4] Mohamed Ali, M. S., Oehlers, D. J., Griffith, M. C., & Seracino, R. (2008). Interfacial stress transfer of near surface-mounted FRP-to-concrete joints. *Engineering Structures*, 30, 1861-1868.
- [5] Chen, J.F., & Teng J.G. (2001). Anchorage Strength Models for FRP and Steel Plates. *Journal Of Structural Engineering*, 127, 784-791.
- [6] D'Antino, T., & Pellegrino, C. (2014). Bond between FRP composites and concrete: Assessment of design procedures and analytical models. *Composites Part B: Engineering*, 60, 440-456.
- [7] Ferracuti, B., Savoia, M., & Mazzotti, C. (2006). A numerical model for FRP-concrete delamination. *Composites Part B: Engineering*, 37, 356-364.
- [8] Lu, X. Z., Teng, J. G., Ye, L. P., & Jiang, J. J. (2005). Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. *Engineering Structures*, 27, 920-937.

- [9] Biscaia, H., Chastre, C., & Silva, M. (2013). Linear and nonlinear analysis of bond-slip models for interfaces between FRP composites and concrete. *Composites Part B: Engineering*, 45, 1554-1568.
- [10] De Lorenzis, L., & Teng, J. G. (2007). Near-surface mounted FRP reinforcement: An emerging technique for strengthening structures. *Composites Part B: Engineering*, 38, 119-143.
- [11] Sena-Cruz, J., & Barros, J. A. O. (2004). Bond between Near-surface mounted carbon-fiber-reinforced polymer laminate strips and concrete. *Journal of Composites for Construction*, 8, 19-27.
- [12] Borchert, K., & Zilch, K. (2008). Bond behaviour NSM in service. *Structural Concrete*, 9, 127-142.
- [13] Zhang, S. S., Teng, J. G., & Yu, T. (2013). Bond-slip model for CFRP strips near-surface mounted to concrete. *Engineering Structures*, 56, 945-953.
- [14] Seracino, R., Raizal Saifulnaz, M. R., & Oehlers, D. J. (2007). Generic Debonding Resistance of EB and NSM Plate-to-Concrete Joints, 11, 62-70.
- [15] Haskett, M., Oehlers, D., & Mohamed Ali, M. (2008). Local and global bond characteristics of steel reinforcing bars. *Engineering Structures*, 30, 376-383.

Effects of tensile stresses on punching shear strength of RC slabs

Fernández, Pablo G.¹; Marí, Antonio²; Oller, Eva³; Domingo, Magí⁴

ABSTRACT

RC slabs can be subjected to transverse loads and tensile in-plane forces, as it occurs in top slabs of continuous bridges under negative moments. Tensile forces can reduce the shear or punching capacity of the slab, aspect not yet studied. A theoretical and experimental investigation has been carried out, in which 10 slabs have been tested under a point load and different degrees of tensile force. The results of five axisymmetrically supported slabs of 1.65x1.65x0.12m are presented. Numerical predictions were made with FEA software ABAQUS and, in addition, the Compression Chord Capacity Mechanical Model CCCM, was extended to account for the effect of in-plane tensile forces. The experimental results showed that the ultimate punching load diminished linearly with the applied tensile force applied and that, after yielding of longitudinal reinforcement such reduction was higher.

Keywords: *Punching shear, tensile force, slabs, test, mechanical model*

1. INTRODUCCIÓN

El fenómeno del punzonamiento en losas, que es una rotura de carácter frágil, puede darse bajo la aplicación de presiones concentradas debidas bien a cargas externas o a las reacciones en apoyos aislados. En algunas ocasiones, las losas pueden estar sometidas, además de a los esfuerzos de flexión, cortante y torsión, a esfuerzos de tracción en su propio plano. Este es el caso de tableros de puentes en la zona de momentos negativos, sometidos a punzonamiento bajo las cargas concentradas de los vehículos, o bien forjados de edificación sometidos a cargas horizontales debidas, por ejemplo, a empujes de tierras, que son transmitidas mediante un flujo de compresiones oblicuo hacia los pilares generando tracciones en la dirección perpendicular (efecto diafragma).

Son numerosos los estudios realizados sobre la resistencia a punzonamiento de placas de hormigón armado y pretensado, una síntesis de los cuales puede encontrarse en las referencias [1], [2], [3], [4], y [5], entre otras. A pesar de ello, no existe prácticamente ninguna investigación realizada sobre losas sometidas a la acción combinada de cargas verticales y tracciones en su plano, ni existe un tratamiento adecuado en las normativas y códigos de diseño más usuales [6], [7], [8]. Sí existen estudios de la influencia de las tracciones en la resistencia a cortante de vigas [9], [10], [11], [12] [13], y el Eurocódigo EC2, [6], modificó la fórmula de Zsutty incluyendo un término para tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales. No obstante, todas estas formulaciones no son aplicables directamente al caso de

¹ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) (España). pablo.gonzalo.fernandez@upc.edu

² Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC (España). antonio.mari@upc.edu (Corresponding author)

³ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC (España). eva.oller@upc.edu

⁴ Master student. UPC (España). magi.Domingo@outlook.com

losas, donde el trabajo bidireccional y la presencia de estados triaxiales de tensiones alrededor de las cargas o apoyos son esenciales.

Por ello, en la Universidad Politécnica de Catalunya (UPC) se está llevando a cabo un estudio teórico y experimental, en el contexto del proyecto de investigación titulado “Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil” [14], en el que se pretende estudiar, en este tema concreto, la influencia de las tracciones en su plano sobre la carga última de cortante y punzonamiento en losas de hormigón armado.

El estudio del fenómeno se aborda desde tres enfoques diferentes: 1) una campaña de ensayos de punzonamiento y cortante de losas bajo cargas puntuales y diversos niveles de tracciones en su plano, sobre 10 losas cuadradas de hormigón armado 2) Simulaciones numéricas por elementos finitos en régimen no lineal mediante el software de elementos finitos ABAQUS [15], [16] y la extensión del modelo mecánico “Compression Chord Capacity Model” CCCM [17], [18], [19] elaborado en la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) y en la Universitat de les Illes Balears (UIB), para incorporar el efecto de las tracciones en el plano medio de la placa en la carga última de punzonamiento y cortante.

En esta ponencia se describen los trabajos teóricos y experimentales realizados así como los resultados y conclusiones obtenidos en 5 de las 10 losas ensayadas, en concreto las que rompieron por punzonamiento. La resistencia de las otras 5 losas, ensayadas también bajo carga puntual, pero apoyadas en dos bordes paralelos y sometidas a rotura por cortante, no son objeto de esta ponencia.

2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

La campaña experimental ha consistido en ensayar 10 losas cuadradas de hormigón armado de 1,65x1,65x0,12 m, bajo una carga puntual aplicada en su centro. Cinco de estas losas, objeto de esta ponencia, se apoyaron en 8 puntos distribuidos según los vértices de un octógono, buscando aproximarse a la simetría de revolución y la rotura por punzonamiento. La distancia del centro al eje de cada apoyo es de 765 mm. Existe una losa con mayor cuantía de armadura que el resto, para tratar de estudiar la influencia de esta variable en el fenómeno estudiado. Las dimensiones y el armado de las losas responde al deseo de reproducir unos ensayos ya realizados en su momento por Adetifa y Polack [20], posteriormente estudiados numéricamente por Genikomsou y Polack [21], y por Ivorra et al [22], dada la considerable información disponible.

Las losas llevan embebidas barras de postensado para poder introducir las tracciones, en diferentes grados, mediante el uso de gatos hidráulicos. En el extremo embebido de la barra se dispone una placa de anclaje, de forma que la transmisión de las tracciones de la barra al hormigón se realiza por un doble efecto, la adherencia entre las barra roscada y el hormigón y el efecto mecánico de la placa. De esta forma se consigue crear un estado de tensiones de tracción lo más uniforme posible en el tercio central de la placa, que es donde tendrá lugar la rotura por punzonamiento. En el extremo libre de las barras de pretensado, fuera de la placa, se colocan unos acopladores de rosca que se conectan a otras barras que son las que recibirán directamente la tracción de los gatos. De esta manera, estas barras de tesado son reutilizables para el ensayo de las siguientes losas.

Una vez alcanzado el nivel de tracción deseada, se aplica la carga vertical en su centro hasta la rotura por punzonamiento. Las dimensiones y esquema de armado de las losas pueden verse en la Fig. 1.

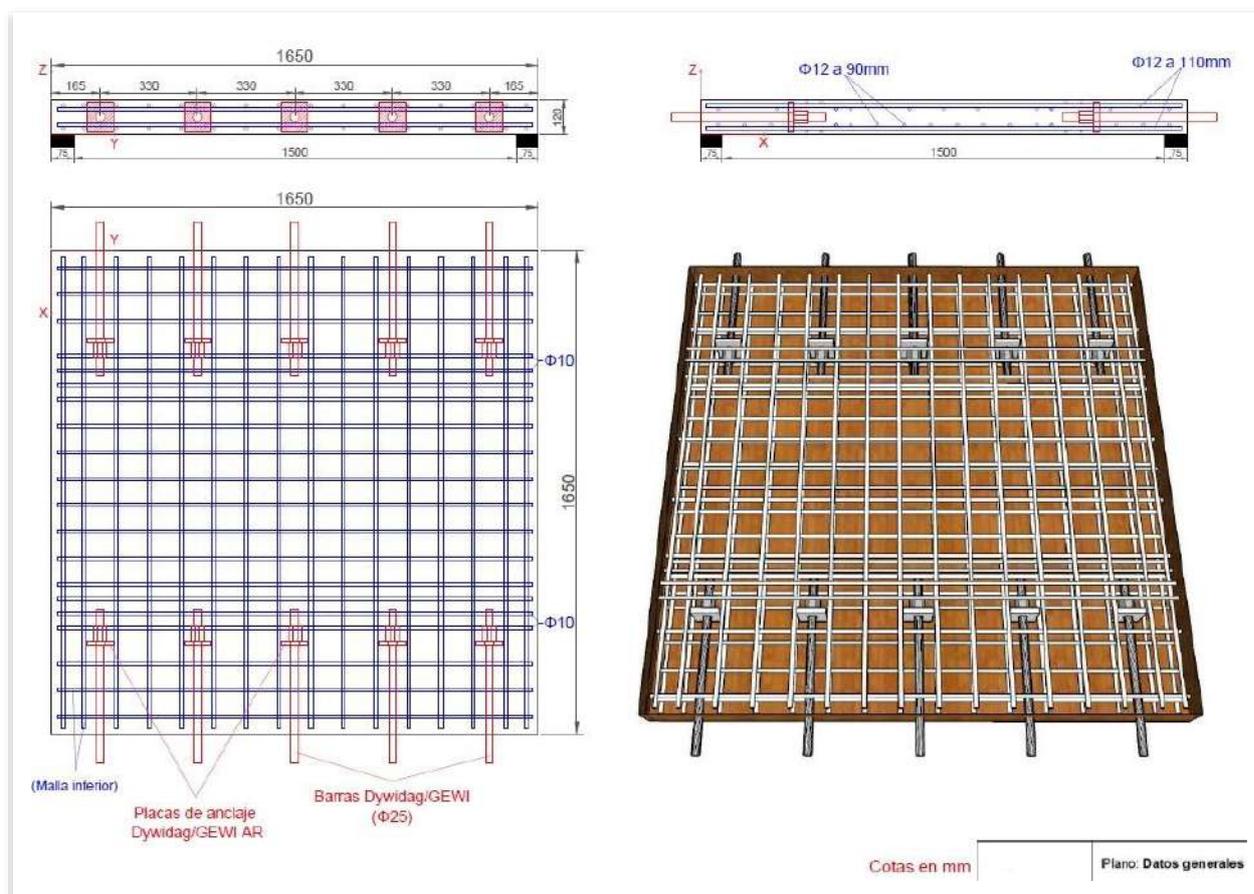


Figura 1. Esquema de carga y armado. en planta de las losas.

En la Tabla 1 se muestra el armado y la fuerza de tracción a la que está sometida cada losa. T_{fis} es la fuerza de tracción que teóricamente produciría la fisuración de la losa. Para las losas con mayor cuantía de armadura (losas tipo B), $T_{fis_B}=784$ kN, mientras que para en resto de losas (losas tipo A), $T_{fis_A}=719$ kN.

Tabla 1. Armaduras, fuerza de tracción y resistencia del hormigón de cada losa.

LOSA	Armadura longitudinal		Armadura transversal		Tracción (T/T_{fis})	Características del Hormigón		
	Superior	Inferior	Superior	Inferior		f_{cm}	f_{ctm}	E_{cm}
1	1810 mm ²	1810 mm ²	1244 mm ²	1810 mm ²	0	37,8 MPa	2,93 MPa	28707 Mpa
2	1810 mm ²	1810 mm ²	1244 mm ²	1810 mm ²	1,1	37,4 MPa	3,32 MPa	27544 Mpa
3	1810 mm ²	1810 mm ²	1244 mm ²	1810 mm ²	0,8	36,5 MPa	2,95 MPa	29139 Mpa
4	1810 mm ²	1810 mm ²	1244 mm ²	1810 mm ²	1,4	36,8 MPa	3,07 MPa	29020 Mpa
5*	3217 mm ²	3217 mm ²	1244 mm ²	1810 mm ²	0,5	37,1 MPa	3,10 MPa	28213 MPa

* Las armaduras longitudinales de esta losa eran de 16mm de diámetro.

Se ha diseñado y construido un marco cerrado metálico, de dimensiones 2500 mm x 2850 mm (ver Fig. 2) sobre el que se han apoyado los gatos para tesar las barras.

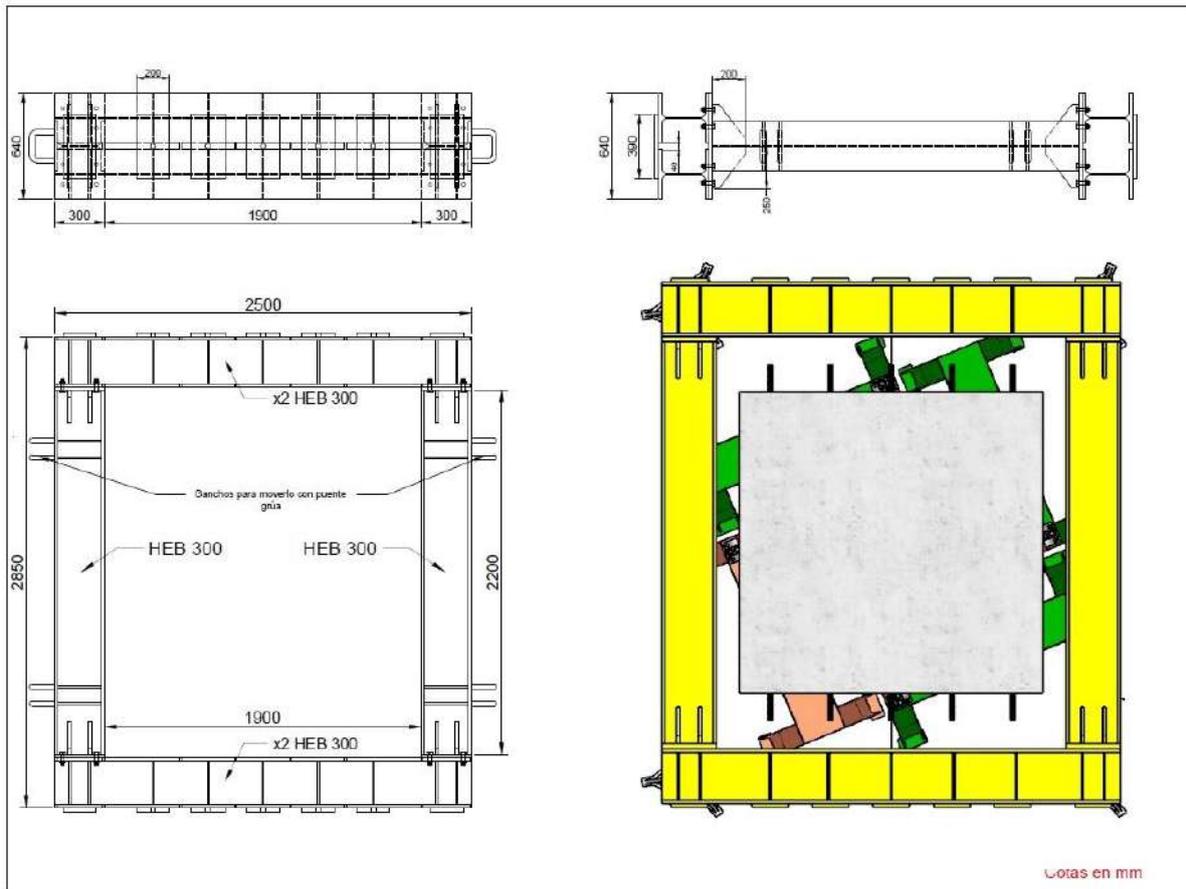


Figura 2. Marco metálico y posición en su interior de la placa apoyada en 8 puntos para su ensayo.

El montaje global del ensayo (set-up) puede verse en la Fig. 3. En ella se observa que las dimensiones del pórtico de carga del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC (LATEM) han permitido acomodar geoméricamente, aunque con poca holgura, las piezas a ensayar.

El hormigón “objetivo” planteado fue HA 30/F/10/IIa y se realizaron ensayos de caracterización de su resistencia a compresión, resistencia a tracción y módulo elástico, en varias fechas, antes y durante los ensayos, con el objetivo de obtener una curva de evolución de resistencias. Los valores medios del día del ensayo se muestran en la Tabla 1. Las armaduras pasivas fueron de acero B500SD y se realizaron ensayos de caracterización de la curva tensión-deformación de barras de diversos diámetros. Los resultados obtenidos fueron: para las barras de 12mm de diámetro, $f_y= 535\text{MPa}$ y $f_u= 633\text{MPa}$. Para las barras de 16mm de diámetro, $f_y= 535\text{MPa}$ y $f_u = 629\text{MPa}$. Se utilizaron barras de tesado Diwydag de 25 mm de diámetro con $f_{py}= 750\text{MPa}$ y $f_{pu}=1050\text{MPa}$.

La instrumentación se diseñó para conocer los siguientes parámetros: 1) deformación de las armaduras, mediante galgas extensométricas, en 8 barras longitudinales y 8 barras transversales, próximas a la zona de punzonamiento 2) carga vertical aplicada 3) reacciones en los 8 apoyos, mediante células de carga 4) desplazamiento vertical de la losa en el centro y descenso de apoyos, mediante transductores de desplazamiento 5) Carga en las barras de tesado mediante células de carga huecas colocadas en su anclaje. 6) Deformación en las caras superior e inferior del hormigón en dirección longitudinal y

transversal. Por otra parte, se dispuso una cámara de alta resolución en la zona inferior de la losa, para captar la fisuración en los sucesivos escalones de carga.

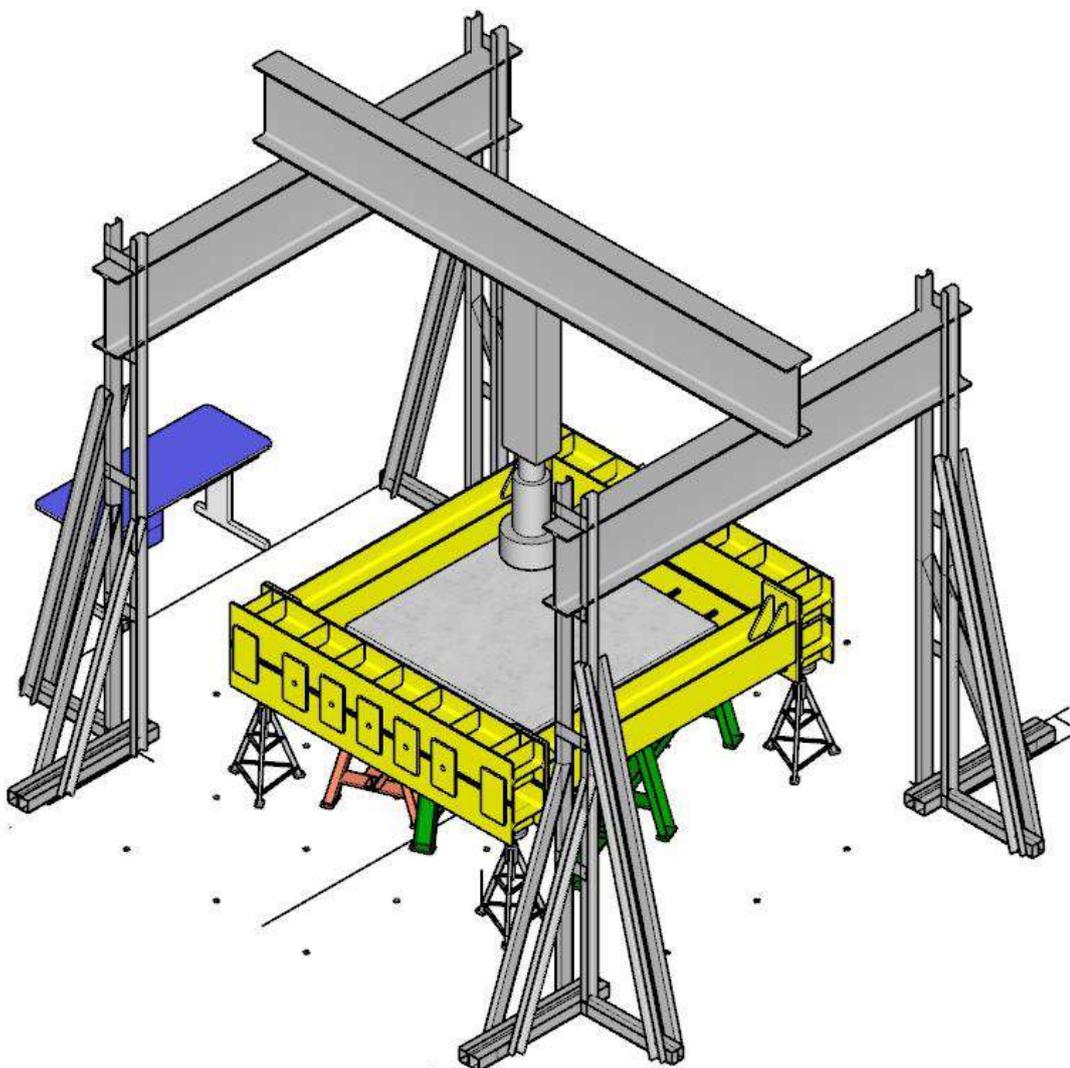


Figura 3. Montaje global (set-up) del ensayo de punzonamiento.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Previamente a la campaña experimental se realizó una simulación numérica de los ensayos, utilizando el programa ABAQUS y un modelo de daño plástico, con el objetivo fundamental de disponer de una aproximación de la carga y el desplazamiento máximo esperables y, en general, del comportamiento bajo carga creciente (carga-desplazamiento, patrón de fisuras, etc). Se realizaron estudios paramétricos previos para establecer criterios sobre el tamaño idóneo de la malla. Por otra parte, se calibró el modelo numérico con los resultados de la losa de referencia (con tracción nula) y se obtuvieron los parámetros asociados al daño (dilatancia, comportamiento post-pico, etc) de gran relevancia para captar adecuadamente el efecto tamaño y, por tanto, la carga última. La Fig. 4 muestra las curvas carga-

desplazamiento y la relación entre la carga máxima y la obtenida para la losa de referencia, obtenidas numéricamente, para diversos niveles de tracción.

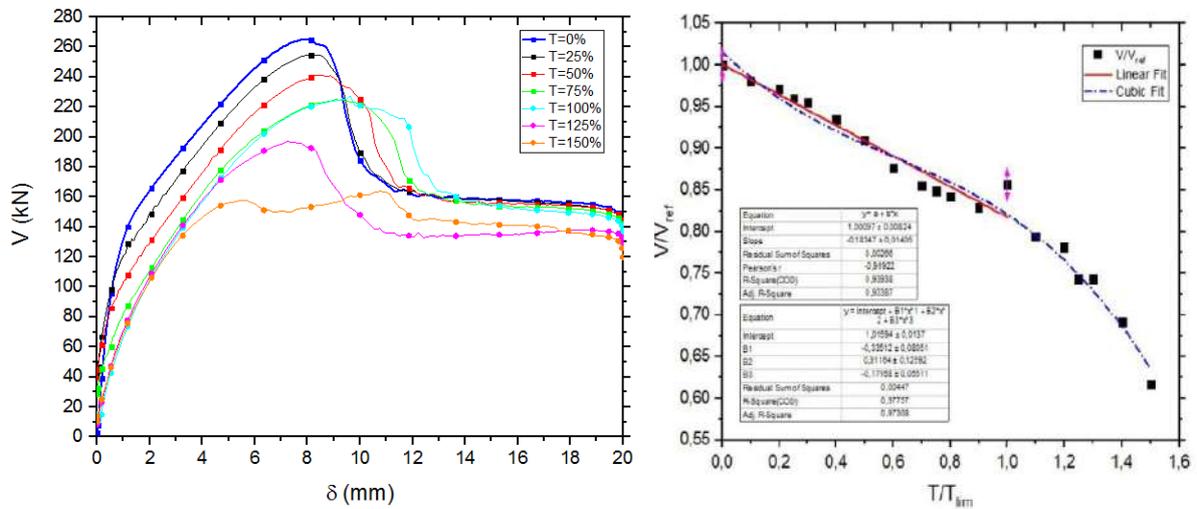


Figura 4. Carga-desplazamiento y reducción de resistencia para distintos niveles de tracción.

En la Fig. 4 se observa que la carga máxima disminuye conforme aumenta la tracción y que esta reducción es casi perfectamente lineal. No obstante, a partir de cierto valor de la fuerza de tracción ligeramente superior a T_{fis} (la fuerza de tracción que teóricamente fisuraría la losa, $T_{fis}=b \cdot h \cdot f_{ctm}$) esta reducción es mayor. Este aumento de pérdida de capacidad se considera asociada a la plastificación de la armadura principal de flexión en la dirección de la tracción, pues se suman las tracciones debidas al cortante y a la fuerza externa. La Fig. 5 muestra el mapa de fisuras (representadas por el daño plástico) para los dos casos extremos: la losa de referencia ($T=0$) y la losa sometida a la máxima fuerza de tracción ($T=1.5 T_{FIS}$). Se observa a el cambio de la superficie crítica de rotura, perdiendo la axisimetría y adaptándose más a las direcciones de las armaduras.

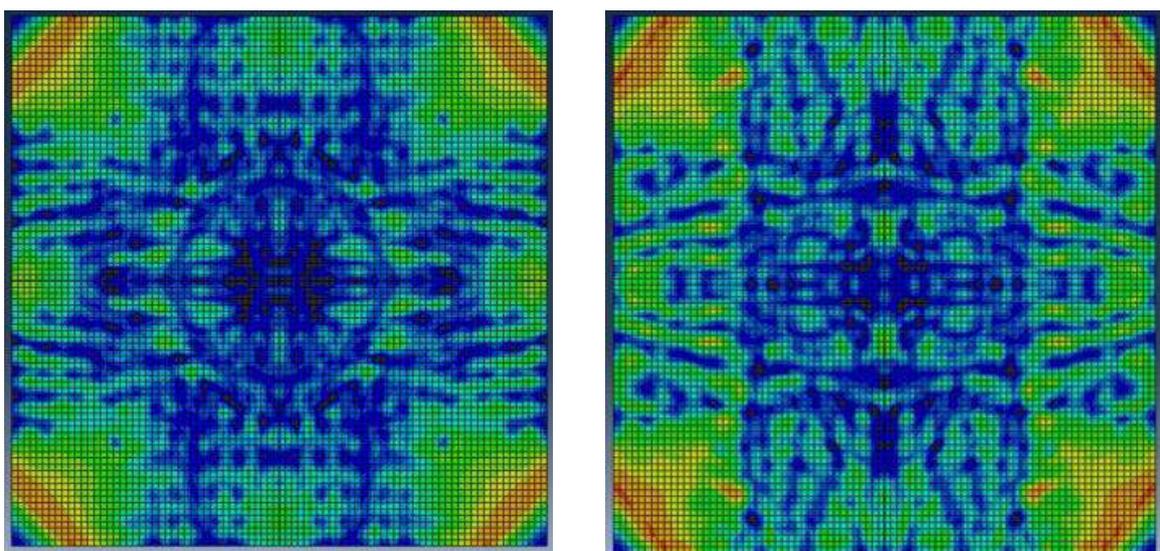


Figura 5. Fisuración obtenida numéricamente en la losa sin tracción (izquierda) y con máxima tracción.

4. MODELO MECÁNICO DESARROLLADO

4.1. Resistencia a punzonamiento en placas sin tracciones en su plano

El modelo mecánico desarrollado es una extensión del “Compression Chord Capacity Model” [18] que originalmente se desarrolló para vigas sometidas a flexión-cortante, posteriormente se extendió a punzonamiento de losas bajo carga normal su plano centrada (sin tracciones) [19] y en este trabajo, se ha extendido al caso de cargas de tracción aplicadas en su plano.

El modelo se fundamenta esencialmente en la consideración de que la fisura crítica, que se desarrolla a partir de una fisura de flexión, apenas transfiere tensiones tangenciales en la zona traccionada por flexión, en Estado Limite Último, debido a la considerable abertura de fisuras. En tal caso, las tensiones tangenciales se concentran en la cabeza de compresión que, además, está sometida a tensiones radiales y circunferenciales de compresión, así como a tensiones verticales de confinamiento transmitidas por la carga (o el pilar en su caso). Ello conduce a un estado triaxial de tensiones en la cabeza comprimida en la zona próxima a la carga, aumentando su resistencia, aspecto que distingue esencialmente el comportamiento a cortante en vigas del comportamiento a punzonamiento de losas. Las ecuaciones que gobiernan la resistencia a punzonamiento se obtienen suponiendo una distribución parabólica de tensiones tangenciales en la cabeza comprimida, suponiendo que la fisura crítica siempre nace del contacto de la carga con la losa y acaba en la cara traccionada donde se alcanza el momento de radial de fisuración.

Planteando el equilibrio de fuerzas y momentos de una rebanada diferencial de losa, y relacionando esfuerzos con tensiones en la cabeza comprimida, se obtienen las siguientes ecuaciones de la carga última de punzonamiento para losas sin armadura de cortante [18]:

$$V_{Rd} \leq V_{cu} = 0.3\zeta \left(1.125 \frac{x}{d} + 0.425 \right) f_{ck}^{2/3} u_{crit} d \quad (1)$$

donde x/d es la profundidad de la fibra neutra en flexión, que viene dada por:

$$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) \approx 0.75 (\alpha_e \rho_l)^{1/3} \quad (2)$$

siendo $\alpha_e = E_s/E_c$ y ρ_l la cuantía geométrica de armadura longitudinal de tracción. En la Eq. (2) no se ha considerado la contribución del hormigón traccionado entre fisuras o tensorrigidez.

Cuando la armadura de flexión plastifica antes del punzonamiento (cosa que es posible pues la losa es internamente hiperestática), el cortante que puede ser resistido viene dado por:

$$V_{Rd} \leq V_y \approx 2\pi m_y \approx 2\pi \rho f_{yd} d^2 \left(1 - \frac{\rho f_{yd}}{2f_{cd}} \right) \quad (3)$$

En cualquier caso, los anteriores valores deben ser mayores a un cortante mínimo [18], de valor:

$$V_{c\min} = \left[\zeta (1.125k_c + 0.375) + \frac{10}{d_0} \right] f_{cm} u_{crit} d \quad (4)$$

donde $k_c = x/d \leq 0.2$ y $d_0 = \max(d; 100\text{mm})$. Este valor recoge los casos en que la cuantía de armadura o el canto son muy reducidos, casos en los que el cortante resistido a través de la fisura crítica en el

alma, v_w , es comparable al resistido por la cabeza comprimida, dado que x/d es muy pequeña y el cortante v_w es inversamente proporcional al canto útil, d .

4.2. Extensión del modelo al caso de punzonamiento en placas con tracciones en su plano.

Para tener en cuenta el efecto de las tracciones en su plano en la carga última, deben identificarse cómo afectan dichas tracciones al comportamiento de la losa y en qué ecuaciones debe incluirse la fuerza de tracción. Estos efectos son, como mínimo, los siguientes:

- 1) El ancho de fisura aumenta, por lo que el efecto del engranamiento de áridos disminuye y, por lo tanto, el cortante resistido en el alma, v_w . Este hecho no hace sino incidir más en la hipótesis básica del modelo sobre la escasa contribución del alma.
- 2) El ángulo θ de inclinación de las fisuras es más vertical por efecto de las tracciones longitudinales por lo que tanto la $\cot\theta$ como el perímetro crítico de punzonamiento disminuyen. Este efecto, no obstante, no se ha tenido en cuenta en este desarrollo por considerarse de menor relevancia.
- 3) La presencia de una tracción reduce la profundidad de la fibra neutra, la cual deja de ser independiente del momento y del axil aplicados.
- 4) Para un momento M_{Ed} dado, la fuerza de tracción disminuye la compresión en la cabeza, por lo que se reduce la capacidad de transmitir tensiones tangenciales en ésta.
- 5) El esfuerzo axil de tracción aumenta las tensiones de tracción en las armaduras, razón por la que es posible que, a partir de un cierto valor de la tracción externa, la armadura de flexión plastifique en la dirección longitudinal antes de lo que haría si no hubiese tracciones, es decir antes que la armadura en la dirección perpendicular a éstas.

La profundidad del eje neutro en presencia de tracciones, x , de acuerdo con Marí et al. [9] viene dada en función de la profundidad del eje neutro sin tracciones, x_0 , por la expresión:

$$x = x_0 \left(1 - 0.1 \frac{T_{Ed} \cdot d_s}{M_{Ed}} \right) \quad (5)$$

donde N_{Ed} y M_{Ed} son la fuerza de tracción y el momento que solicitan la sección considerada y d_s es el canto útil.

La influencia del esfuerzo axil en el valor de la compresión se tiene en cuenta haciendo intervenir la tracción en las ecuaciones de equilibrio de la rebanada, tal como muestra la Fig. 6 y, por tanto en las tensiones en la cabeza.

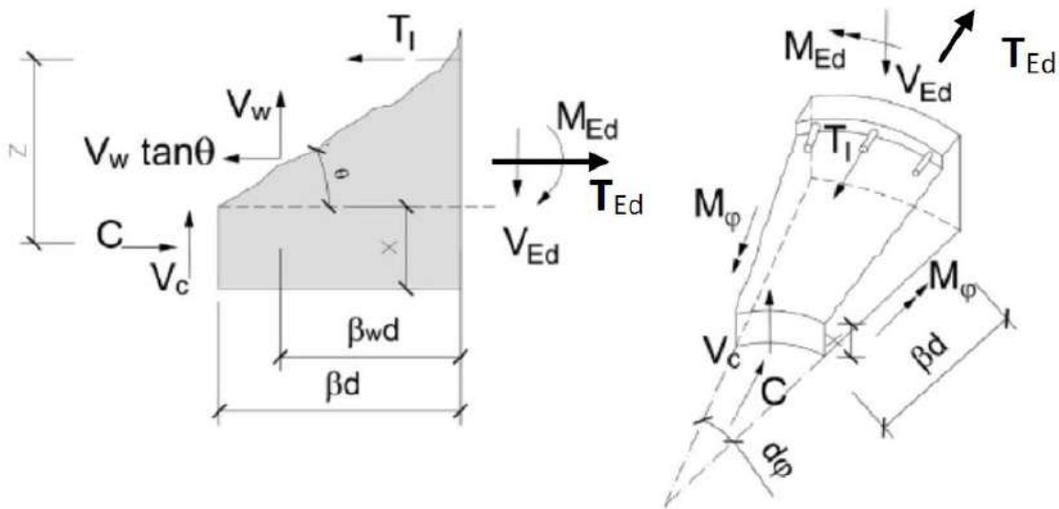


Figura 6. Fuerzas que equilibran la rebanada radial diferencial, incluyendo las tracciones en el plano.

$$C = T_i + V_w \cdot \tan \theta - T_{ED} \quad (6)$$

$$V_{ED} = V_c + V_w \quad (7)$$

$$Cz + m_\theta \cdot d\theta \cdot \beta d = m_{cr} \cdot \frac{r_{crack}}{r_{crit}} + V_c \beta d + V_w \beta_w d (\tan \theta + \cos \theta) - 0,5 T_{ED} z \quad (8)$$

donde el término diferencial $m_\theta d\theta \cdot \beta d$ debido al momento tangencial puede ser despreciado. La distancia βd es la proyección horizontal de la fisura crítica en la parte traccionada de la losa, que se considera $0.85d$, como en cortante. V_w es la resultante vertical de las tracciones residuales a través de la fisura crítica, que resultan muy pequeñas cuando el ancho de fisura es grande. Se considera un brazo mecánico horizontal de estas tracciones, de valor $2/3d$. Entonces, adoptando como brazo mecánico en flexión $z = d-x/3$, la tensión normal en la dirección radial en el punto crítico de la cabeza comprimida situado a una distancia $\lambda = 0.425x$ del eje neutro [18], es:

$$\sigma_r(\lambda) = \frac{2\lambda C}{xz} = \frac{2\lambda(m_{cr} \frac{r_{crack}}{r_{crit}} + V_c \beta d + V_w \beta_w d (\tan \theta + \cot \theta) - 0,5 T_{ED}) (d - \frac{x}{3})}{x(d - \frac{x}{3})} \quad (9)$$

La ecuación fundamental del modelo es la que permite obtener la tensión tangencial en el punto crítico de la cabeza comprimida donde el daño es máximo, es decir donde la combinación de tensiones principales antes alcanza la envolvente de rotura de Kupfer, y viene dada, en forma adimensional, por

$$v_c = \frac{V_c}{f_{ct} b d} = 0.682 \zeta \frac{x}{d} \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_1} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_1^2}} = 0.682 \zeta \frac{x}{d} R_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{R_t} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{R_t^2}} \quad (10)$$

donde R_t es el cociente entre la tensión principal de tracción y la resistencia a tracción en el punto de rotura, que viene proporcionado por la ecuación de la envolvente de Kupfer en la rama compresión tracción:

$$\frac{\sigma_1}{f_{ct}} + 0,8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}} = 1 \rightarrow R_t = \frac{\sigma_1}{f_{ct}} = (1 - 0,8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}}) \quad (11)$$

La solución a la Eq. (10), que debe hacerse iterativamente, pues R_t depende de las tensiones principales y éstas no se conocen a priori pues dependen de la tensión tangencial, que es lo que se busca,

proporciona las siguientes gráficas, en función de los distintos valores de tracción T/T_{fis} , siendo T_{fis} la fuerza de tracción que fisura la sección.

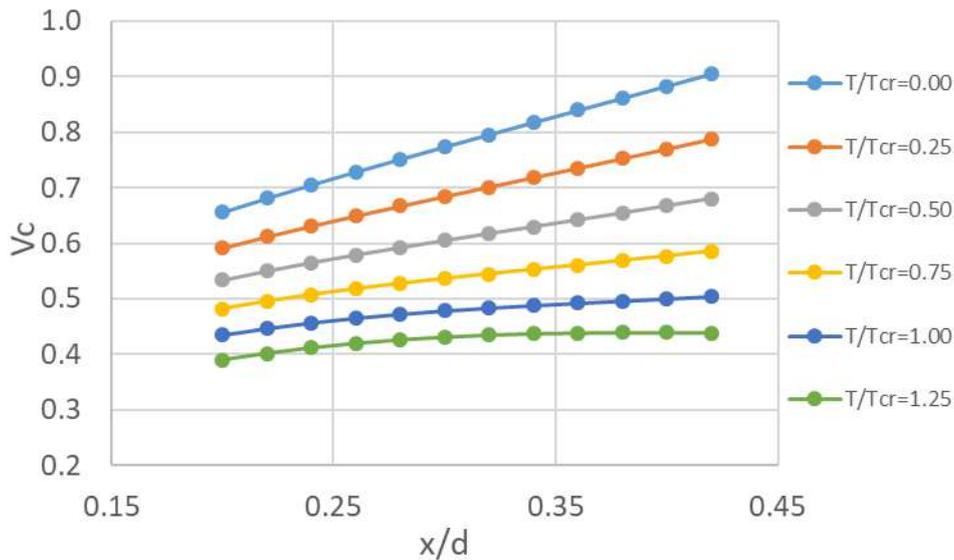


Figura 7. Aproximación lineal a la carga de punzonamiento para diversos valores de T/T_{fis} .

Estas curvas se pueden aproximar linealmente, con poco error, mediante la expresión:

$$V_c = \zeta \left(1.125 - 0.85 \frac{T}{T_{fis}} \right) \frac{x}{d} + 0.425 \quad (12)$$

Se observa que, a mayor fuerza de tracción, menor es el cortante adimensional resistido por la cabeza.

En el caso de placas con tracciones en una sola dirección, la Eq. (12) solo se aplica a la parte del perímetro crítico afectado por la tracción (perpendicular a ella) que es aproximadamente la mitad del perímetro total. Por otra parte, la tracción T_{Ed} y el momento por unidad de anchura m_{Ed} de la Eq. (5), que proporciona la profundidad de la fibra neutra, se pueden expresar como:

$$t = \frac{T}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{T_{fis}}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{f_{ct} \cdot 2a \cdot d}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} f_{ct} \cdot d \quad (13)$$

$$m = m_{fis} = \frac{f_{ct} h^2}{6} = \frac{f_{ct} d^2}{6} \left(\frac{h}{d} \right)^2 \cong 0.2 f_{ct} d^2 \quad (14)$$

donde T_{fis} y M_{fis} son, respectivamente, la tracción y el momento de fisuración (obtenidos independientemente) y se ha supuesto que $h/d=1.1$. Entonces, la Eq. (5) se puede reescribir como:

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} \left(1 - 0.1 \frac{td}{m} \right) = \frac{x_0}{d} \left(1 - 0.1 \frac{T}{T_{fis}} \frac{f_{ct} \cdot d^2}{0.2 f_{ct} \cdot d^2} \right) = \frac{x_0}{d} \left(1 - 0.5 \frac{T}{T_{fis}} \right) \quad (15)$$

Entonces, el cortante resistido a lo largo del perímetro crítico, se puede obtener como semisuma del cortante resistido en las caras no traccionadas y las caras traccionadas, , dadas por las Eq. (1) y Eq. (3), respectivamente

$$v_{ctot} = \frac{v_{c0}}{2} + \frac{v_c}{2} = \frac{V_{c0} + V_c}{2 f_{ct} m_{crit} d} = V_{c0} - 0.425 \zeta \frac{T}{T_{cr}} \frac{x}{d} \quad (16)$$

donde x/d viene dado por la Eq. (15) y ζ es el factor de efecto tamaño, dado por:

$$\zeta = \frac{2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.2}}{\sqrt{1+\frac{d_0}{200}}} \leq 0.45 \tag{17}$$

En caso de que plastifiquen las armaduras, debe aplicarse la Eq. (3). En este caso, la presencia de tracciones se tiene en cuenta definiendo una resistencia ficticia del acero, en la dirección de las mismas, de valor:

$$f_y^* = f_y - \frac{T}{A_s} \tag{18}$$

que debe ser utilizado en la Eq. (3) como resistencia del acero.

La Eq. (16) muestra cómo la resistencia a punzonamiento se reduce linealmente con la razón T/T_{fis} . Cuando la armadura en la dirección de la tracción plastifica se aplica la Eq. (3) pero con la resistencia del acero reducida, por lo que la reducción es mayor.

5. COMPARACIÓN DE RESULTADOS E INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LOS MISMOS.

A continuación, se exponen brevemente los resultados obtenidos experimentalmente y se comparan con las predicciones realizadas. Todos los ensayos se dieron resultados relativamente próximos a las predicciones aunque a mayor carga de tracción ($1,4 \cdot T_{fis}$) la desviación era mayor. Buscando una explicación a este resultado anómalo, se ha estudiado la carga vertical que producen las armaduras al deformarse y soportar la tracción exterior al mismo tiempo (efecto tirante). A mayor tracción, menor rigidez y mayor flecha, por lo que también el efecto tirante es mayor, pudiendo ser este efecto el causante de la divergencia entre el resultado del test y la predicción. Siguiendo el esquema de la Fig. 8, $P_{tirante} = 2 \cdot T \cdot \sin \alpha$ se ha descontado este valor de la carga última obtenida. Los resultados de los ensayos se resumen en la siguiente tabla, donde ya está descontado el efecto tirante:

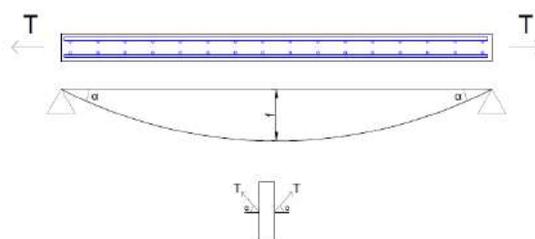


Figura 8. Efecto tirante de las armaduras longitudinales

Tabla 2. Resultados obtenidos en los cinco primeros ensayos

Ensayo	Tracción (T/T_{fis})	P_u	δ_u	P_u/P_{u0}
1	0	249,1 kN	9,01 mm	1
2*	0,5	240,4 kN	8,29 mm	0,89
3	0,8	215,2 kN	10,4 mm	0,86
4	1,1	198,4 kN	10,1 mm	0,79
5	1,4	182,4 kN	12,5 mm	0,73

* Las armaduras longitudinales de esta losa eran de 16mm de diámetro. Además, al no disponerse de losa de referencia para este armado, se ha considerado el valor obtenido con ABAQUS, tras ajustar el modelo a los resultados del ensayo 1, para P_{u0} (271,16 kN).

Las curvas carga desplazamiento obtenidas en estos ensayos son las siguientes:

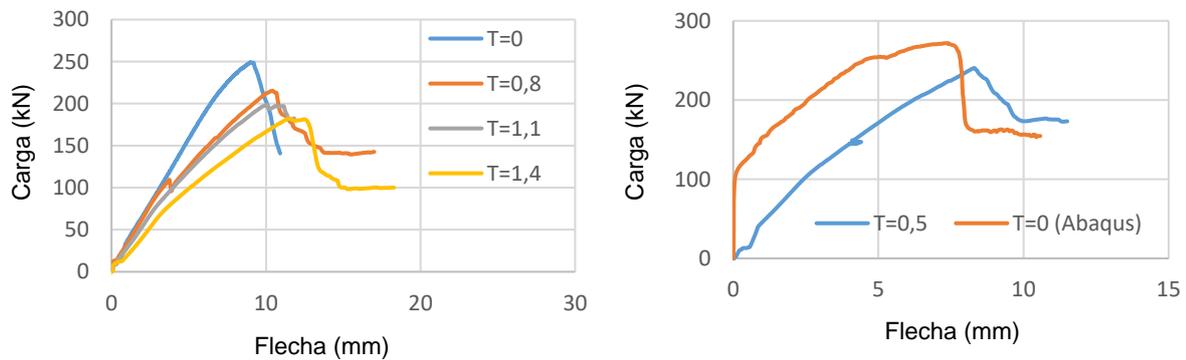


Figura 9. Curvas carga-desplazamiento obtenidas en el laboratorio para las losas con $\phi 12$ longitudinal (izquierda) y $\phi 16$ (derecha).

Para los test 4 y 5, en el que se aplicó una tracción a la losa superior a T_{fjs} , antes del momento de la rotura las galgas extensiométricas situadas en la armadura longitudinal presentaban valores de deformación superiores a la ϵ_y de las armaduras.

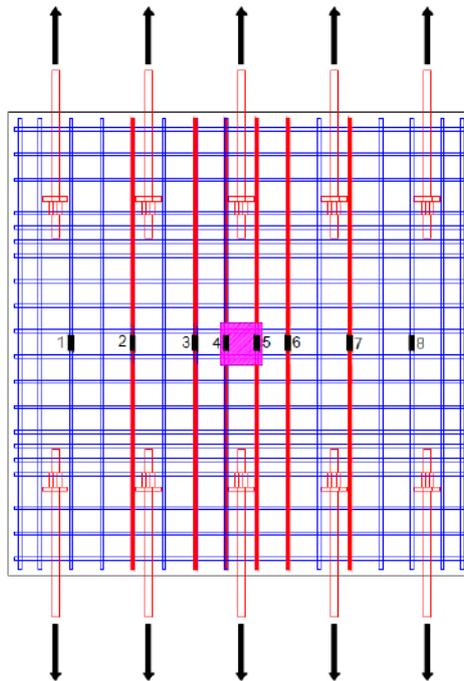


Figura 10. Instrumentación de la armadura longitudinal en la sección central de la losa. Las galgas 2,3,4,5,6 y 7 registraron plastificación de la armadura antes de alcanzar la carga de rotura.

El estado de la cara inferior de algunas de ellas en el momento de la rotura puede verse a continuación:



Figura 11. Estado de la cara inferior de las losas en los test 1 (derecha) y test 3 (izquierda). La tracción está aplicada en vertical en la imagen.

Por último se presentan la Tabla 3 y la Fig. 11, comparando los resultados experimentales con las predicciones hechas por la CCCM.

Tabla 3. Comparación de los resultados experimentales y las predicciones mediante la CCCM y ABAQUS

Ensayo	T/T _{fis}	P _u lab	P _u CCCM/P _{u,lab}	P _u FEM/P _u lab	P _u CCCM/P _{u0} CCCM	P _u FEM/P _{u0} FEM	P _u lab/P _{u0} lab
1	0	249,1	0,915	1,016	1	1	1
2*	0,5	240,4	0,941	1,026	0,904	0,909	0,886
3	0,8	215,2	0,912	0,988	0,861	0,840	0,864
4	1,1	198,3	0,929	1,008	0,809	0,790	0,796
5	1,4	182,4	0,946	0,950	0,757	0,685	0,732

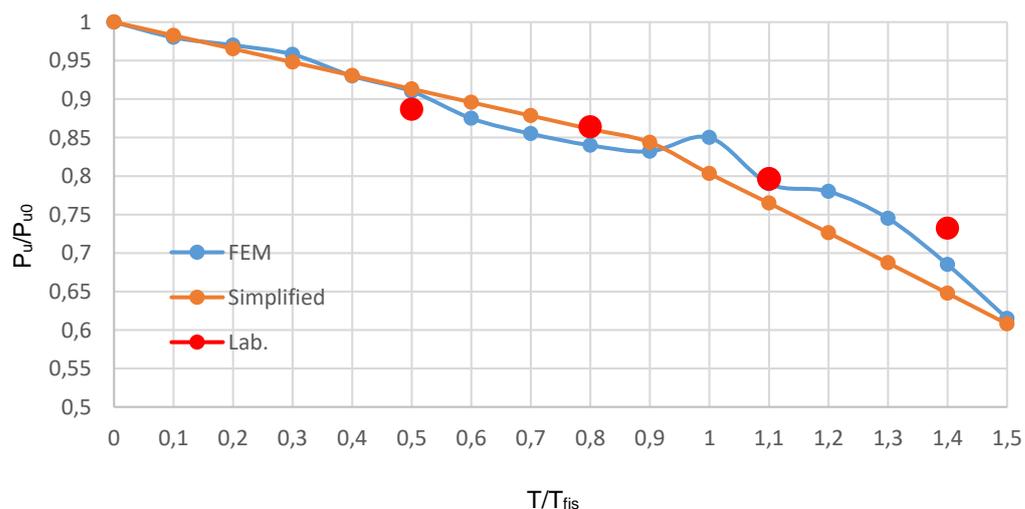


Figura 12. Comparación entre los resultados del laboratorio y las predicciones de ABAQUS y la CCCM.

6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

Se ha estudiado la resistencia a punzonamiento de losas de hormigón armado apoyadas con simetría de revolución y cargadas puntualmente en el centro, solicitadas, además, por un esfuerzo axial de tracción en su plano medio. El objetivo fundamental del estudio ha sido cuantificar la influencia de la tracción en la resistencia a punzonamiento de la losa, lo que se ha abordado desde las perspectivas experimental y teórica, tanto mediante la utilización de modelos numéricos como de modelos mecánicos. Las conclusiones más importantes extraídas, para los casos estudiados, son las siguiente:

- La tracción en el plano medio de la losa reduce moderadamente la carga última a punzonamiento. Así, para una tracción igual a la fuerza que fisuraría la losa ($T=T_{fis}$), la reducción de carga última es de un 20% aproximadamente y para una carga $T=1.5 T_{fis}$ esta reducción es del 35% aproximadamente
- La reducción de carga última es lineal con la tracción aplicada, si bien, a partir de un valor aproximado de $T=T_{fis}$, la reducción es mayor, de forma que ésta se puede aproximar mediante una función bilineal con cambio de pendiente en $T=T_{fis}$. Ello es debido a que una vez fisurada la losa, la tracción exterior la resiste prácticamente en su totalidad la armadura paralela a la tracción, la cual plastifica para cargas menores que en caso de no existir tracción.
- La rigidez de la losa también disminuye por efecto de la tracción, de forma que la flecha máxima en el centro de vano debida a la carga transversal aumenta con T/T_{fis} , si bien este aumento no es lineal.
- La fisuración se ha producido alrededor de la carga aplicada, siguiendo los direcciones de las armaduras ortogonales. El perímetro crítico se encuentra muy cerca de la placa de carga, aproximadamente a 0.5-1 veces el canto útil del borde de la misma. Las tracciones modifican los patrones de fisuración, aumentando las fisuras en la dirección transversal y modificando el perímetro crítico, de ser axisimétrico a ser rectangular.
- No se aprecia un efecto favorable al disponer mayor cuantía de armadura, más allá de que se aumenta la T_{fis} de la losa
- La simulación numérica realizada, una vez calibrado el modelo para la losa de referencia ($T=0$), ha reproducido con gran precisión el comportamiento de la losa bajo distintos niveles de tracción. En concreto el modelo ha reproducido muy fidedignamente la carga última (error medio menor del 3%), los patrones de fisuración, el tipo de rotura y, con algo menor precisión las deformaciones medidas.
- Se ha adaptado el modelo mecánico "Compression Chord Capacity Model", desarrollado para vigas y posteriormente para placas, para tener en cuenta las tracciones en su plano. Las expresiones obtenidas para la carga última de punzonamiento proporcionan una variación lineal de dicha carga en función de la tracción aplicada
- A partir del valor $T=T_{fis}$, las tensiones en la armadura aumentan considerablemente, por lo que éstas plastifican para cargas menores que en caso de $T=0$, por lo que la reducción de carga última es mayor que para $T<T_{fis}$.
- Los resultados del modelo mecánico reproducen con notable precisión la carga última de punzonamiento en función de la tracción, sí como el efecto de la plastificación de la armadura para altos niveles de tracción. Ello muestra la bondad del modelo para la ingeniería práctica, dado que combina rigor conceptual con sencillez de aplicación.

Como continuación de esta investigación se están llevando a cabo ensayos sobre placas apoyadas en dos lados paralelos para simular roturas por cortante (no por punzonamiento), que sería más habituales en voladizos de puente bajo cargas puntuales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Ciencia e Innovación y de los Fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER) a través del proyecto “Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil” BIA2015-64672-C4-1-R. Así mismo desean agradecer el apoyo del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC y de todos los técnicos que han contribuido a la realización de esta campaña experimental y sin cuya ayuda no habría sido posible

REFERENCIAS

- [1] Regan, P.E., Braestrup M. W. (1985). Punching shear in reinforced concrete-a state-of-art report, CEB Bulletin d'Information 168. Lausanne, Switzerland.
- [2] Fédération Internationale du Béton, FIB. (2001). Punching of structural concrete slabs. Bulletin No 12, Lausanne, Switzerland.
- [3] Broms, C. E., 1990. Punching of Flat Plates - A Question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect. *ACI Structural Journal*, 87 (3), 292-304.
- [4] Muttoni, A. (2008). Punching Shear Strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement, *ACI Structural Journal*. 105(4), 440-450.
- [5] Kueres, D., Siburg, C., Herbrand, M., Classen, M., Hegger, J. (2017) Uniform Design Method for punching shear in flat slabs and column bases. *Engineering Structures*, 136, 149-164.
- [6] European Committee for Standardization (2002). Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1: General Rules and Rules for Buildings.
- [7] ACI Committee 318. (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute. Farmington Hills, MI, USA.
- [8] Fédération Internationale du Béton. (2010). FIB Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst and Sohn (2013)
- [9] Marí, A., Cladera, A., Bairán, J. (2017) Effects of axial forces and prestressing on the shear strength of structural concrete members. In VII Congreso de ACHE, A Coruña.
- [10] Fernández-Montes, D., González Valle, E., Díaz Heredia, E. (2015). Influence of axial tension on the shear strength of floor joists without transverse reinforcement, *Struct. Concr.* 16 207–220
- [11] Sorensen, K., Loset, O., Olsen, T.O. (1981) Investigation of the influence of axial tensile forces on the transverse shear strength, Oslo.
- [12] Haddadin, M.J., Hong, S.T., Mattock, A. H. (1971). Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force, *J. Struct. Div.*.

- [13] Jørgensen, H.B., Hoang, L.C., Fabrin, L.S., Malgaard, J. (2013). Influence of High Axial Tension on the Shear Strength of non-shear RC Beams, in: Proc. Int. IABSE Conf. Assessment, Upgrad. Refurb. Infrastructures.
- [14] Ministerio de Ciencia e Innovación de España. (2015-2019) Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil. Proyecto de investigación BIA2015-64672-C4-1-R, 2015-2019. IP A. Marí y J. Bairán
- [15] Dassault Systèmes Simulia Corp. (2014). Abaqus Analysis User's Manual Volume 2: Analysis.
- [16] Domingo, M. (2018). Resistencia a punzonamiento en losas de tableros de puentes de hormigón armado en zonas sometidas a momentos negativos (published Master thesis). Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universitat Politècnica de Catalunya.
- [17] Marí, A., Bairán, J., Cladera, A., Oller, E. (2016) Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete structures based on a mechanical model, *Journal of Structural Engineering*. 142 (10)
- [18] Cladera, A. Marí, A., Bairán, J., Ribas, C., Oller, E., Duarte, N. (2016) The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams, *Structural Concrete*. no 2014 DOI: 10.1002/suco.201500214
- [19] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., Bairán, JM. (2018) A punching-shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement, *Eng. Struct.*, 16, 413–426
- [20] Adetifa, B., Polak, M.A. (2005) Retrofit of Slab Column Interior Connections Using Shear Bolts. *ACI Struct. Journal*, 102 (2), .
- [21] Genikomsou, A.S., Polak, M. A. (2015). Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Eng. Structures*, 98 (2015) 38-48.
- [22] Navarro, M, Ivorra, S. et al. (2017) Análisis por elementos finitos de losas de edificación sometidas a punzonamiento. In Congreso internacional de estructuras, ACHE, A Coruña, Junio 2017.

E-stub stiffness evaluation by metamodels

López, Manuel¹; Loureiro, Alfonso²; Gutiérrez, Ruth M³; Reinoso, José Manuel⁴

ABSTRACT

Joints behavior have an important role in the analysis of frames with bolted steel connections. Stiffness and strength are the most important parameters in the characterization of the moment rotation curve that describe semirigid connection behavior. One of the most popular method to evaluate those parameters is the component method that use analytical expressions to evaluate them, sometimes these expressions are complex and inaccurate. In this article, from a previous parametric study with finite element models, a metamodel is generated with Kriging to predict the stiffness of the E-stub that is component that appears in three dimensional joints. This methodology has showed that is simple and enough accurate to evaluate joint components stiffness.

Keywords: Metamodels, Kriging, E-stub, Semi-Rigid joints, Stiffness

1. INTRODUCCIÓN

En el cálculo tradicional de estructuras metálicas las uniones se suelen idealizar a perfectamente rígidas o articuladas. Sin embargo su comportamiento real es semirrígido con todas las implicaciones de diseño y seguridad que esto conlleva. Además es bien conocido que la consideración de la semirrígidez nos lleva a estructuras más optimizadas, por lo tanto más económicas, debido principalmente al menor coste de las conexiones semirrígidas frente a las rígidas y a unos perfiles de vigas con ratios de aprovechamiento más uniformes en toda la longitud de los mismos [1,2]. Normativas como el Eurocódigo [3] dan las herramientas necesarias para la utilizar las ventajas de este comportamiento semirrígido utilizando el método de los componentes.

Para el modelado de la semirridez de las uniones se debe conocer el comportamiento momento-rotación de la misma. Los tipos de modelos que predicen este comportamiento se podrían agrupar en experimentales, empíricos, analíticos, mecánico, numéricos y metamodelos. En la representación multilineal de este comportamiento rotacional de la unión, los parámetros fundamentales son la rigidez inicial y resistencia [2].

Para la obtención de la rigidez de una unión o de partes de la misma, los metamodelos ofrecen una alternativa a métodos tradicionales como el modelo mecánico del método de los componentes, extrayendo información de resultados experimentales o también de modelos de elementos finitos. En este ámbito los las redes neuronales ya ha sido utilizadas con éxito por varios autores para predecir el

¹ Universidad de A Coruña (SPAIN). manuellopez@udc.es (Corresponding author)

² Universidad de A Coruña (SPAIN). a.loureiro@udc.es

³ Universidad de A Coruña (SPAIN). ruth.gutierrez@udc.es

⁴ Universidad de A Coruña (SPAIN). j.reinoso@udc.es

comportamiento de uniones [4,5]. Otra técnica comúnmente utilizada para la creación de metamodelos es el método de Kriging [6] que ya ha sido utilizado en este ámbito por diversos autores [7,8].

En este artículo se presenta un metamodelo desarrollado con el método de Kriging para la obtención de la rigidez de un modelo de elementos finitos utilizado en la predicción de la rigidez del E-stub [9], componente que aparecen las uniones tridimensionales con chapa adicional. El modelo es capaz de predecir la rigidez de una forma precisa con un coste computacional mucho menor que un modelo de elementos finitos y de una forma más simple que una expresión analítica.

2. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

En este artículo se ha utilizado los resultados de rigidez obtenidos en un análisis paramétrico del componente E-stub [9]. En este caso el elemento estudiado se corresponde con un pilar donde se ha soldado una chapa adicional para la sujeción del eje menor y una sola línea de tornillos, tal como se puede ver en la Fig. 1 que representa la mitad de este componente llamado E-stub. En la rigidez de este modelo de elementos finitos (Fig 1) tres componentes tendrían influencia en la rigidez y serían: el propio componente E-stub, alma y chapa adicional a tracción y tornillos a tracción. Entre las diferentes partes del modelo se han utilizado contactos duros y el tipo de elemento es sólido.

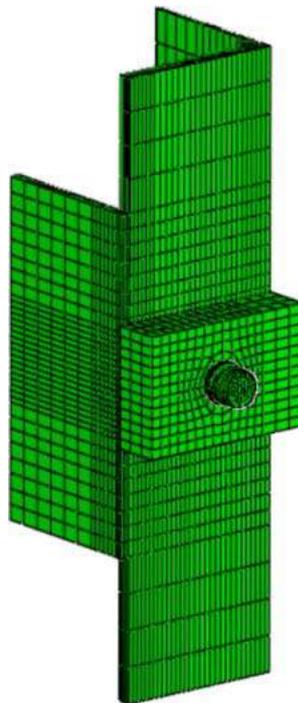


Figura 1. Modelo de elementos finitos [9].

Los detalles geométricos del estudio se presentan en la Tabla 1 de acuerdo a lo representado en la Fig. 2, donde hay dos tipologías de perfil típicas en estructuras europeas como son el perfil HEA y HEB, las chapas adicionales tienen espesores de 8, 15 y 20 mm. Los tornillos son de M16 y M20 que son diámetros habituales en la práctica, hay que tener en cuenta que en el modelo de elementos finitos se han modelizado las arandelas. La dimensión w es la distancia entre los tornillos y L es la altura de la chapa adicional que está soldada entre las alas del perfil de la columna. El último elemento modelizado es una placa que simula la chapa de testa en una viga, esta fue modelizada con un gran espesor para que no tuviera efecto relevante en la rigidez del conjunto [9].

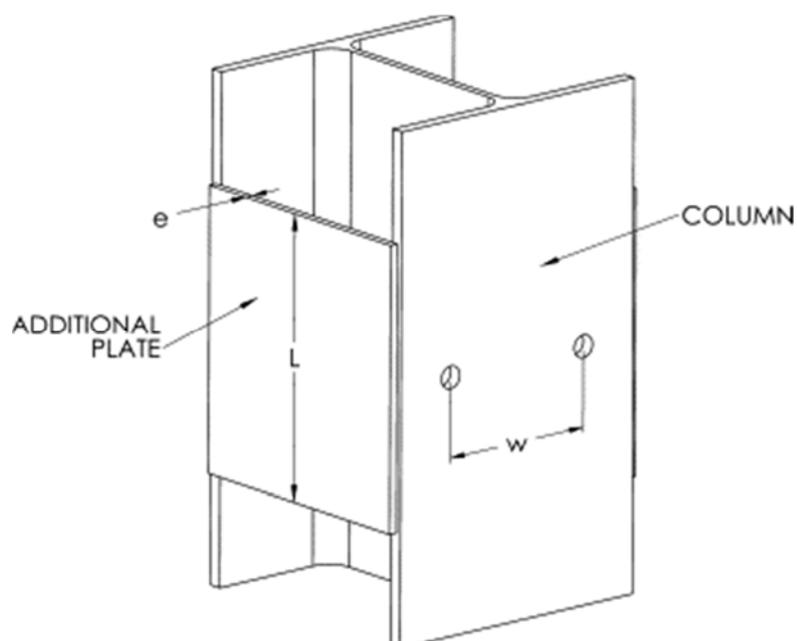


Figura 2. Dimensiones del modelo estudiado [10].

Los materiales utilizados fueron acero S275 con comportamiento plástico para los pilares, chapas adicionales y placa. La calidad de los tornillos fue 10.9.

Tabla 1. Características del experimento

Columna	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo
HEA200	8	90	200	10.9TR20
HEA200	15	90	200	10.9TR20
HEA200	8	110	200	10.9TR20
HEA200	15	110	200	10.9TR20
HEA200	20	110	200	10.9TR20
HEA200	15	120	200	10.9TR20
HEA200	20	120	200	10.9TR20
HEA240	8	120	240	10.9TR20
HEA240	20	120	240	10.9TR20
HEA240	8	160	240	10.9TR20
HEA240	15	160	240	10.9TR20
HEA240	8	180	240	10.9TR20
HEA240	15	180	240	10.9TR20
HEA240	20	180	240	10.9TR20
HEA280	15	160	280	10.9TR20
HEA280	20	160	280	10.9TR20
HEA280	8	180	280	10.9TR20
HEA280	20	180	280	10.9TR20
HEA280	8	200	280	10.9TR20
HEA280	15	200	280	10.9TR20
HEA200	8	120	200	10.9TR16
HEA200	15	120	200	10.9TR16
HEA200	20	120	200	10.9TR16
HEA240	15	120	240	10.9TR16

HEA240	20	120	240	10.9TR16
HEA280	8	160	280	10.9TR16
HEA280	20	160	280	10.9TR16
HEA280	8	200	280	10.9TR16
HEA280	15	200	280	10.9TR16
HEB180	8	100	180	10.9TR16
HEB180	15	100	180	10.9TR16
HEB180	20	100	180	10.9TR16
HEB300	15	150	300	10.9TR20
HEB300	20	150	300	10.9TR20
HEB300	8	180	300	10.9TR20
HEB300	20	180	300	10.9TR20
HEB300	8	200	300	10.9TR20
HEB300	15	200	300	10.9TR20

3. METAMODELADO

Dado que el modelado por el elemento finitos tiene un coste computacional alto y las expresiones analíticas suelen ser complejas, el desarrollo de un metamodelo para la obtención de la rigidez siempre tiene sentido. Para el desarrollo del mismo los pasos a seguir son básicamente 3: diseño de experimentos, metamodelado y validación de metamodelo.

En el diseño de experimentos tiene que ser una solución de compromiso puesto que cuanto más casos se sean seleccionados más precisión tendrá y también más coste computacional. En este caso, el estudio paramétrico ya está realizado por lo tanto debemos adaptarnos a los datos publicados [9]. De estos datos se han seleccionado 38 casos para el desarrollo del modelo (Tabla 1) uniformemente distribuidos, se toma 75% de los casos para desarrollo del modelo y 25% para validación.

En la construcción del metamodelo se usa la técnica de Kriging, que es una conocida técnica geoestadística [11]. Los metamodelos generados usan 6 variables diseño para la obtención de la rigidez que son: h (canto del pilar), b (ancho del pilar), tf (espesor del ala del pilar), r (radio de acuerdo), w (distancia entre tornillos), d (diámetro del tornillo) y e (espesor de la chapa adicional). El modelo de regresión es lineal y el de correlación es de Gauss.

En la Tabla 2 se muestran los resultados de la validación del metamodelo donde el error es la comparación entre la rigidez del modelo de elementos finitos con la rigidez arrojada por el metamodelo. Analizando los resultados podemos ver que el error absoluto medio en los puntos de validación es el siguiente 1.61% y el error máximo 5.95% lo que nos indica que el metamodelo es capaz de reproducir el comportamiento del modelo de elementos finitos en cuanto a rigidez con un coste computacional mucho menor.

Tabla 2. Resultados de la validación del metamodelo

Perfil	e (mm)	w (mm)	l (mm)	Tornillo	K_{FEM} (kN/m)	$K_{Metamodelo}$ (kN/m)	Error (%)
HEA200	20	90	200	10.9TR20	844	819	2.99%
HEA200	8	120	200	10.9TR20	473	473	-0.05%
HEA240	15	120	240	10.9TR20	689	690	-0.13%
HEA240	20	160	240	10.9TR20	701	730	-4.12%

HEA280	8	160	280	10.9TR20	464	467	-0.60%
HEA280	15	180	280	10.9TR20	504	503	0.36%
HEA280	20	200	280	10.9TR20	663	648	2.32%
HEA240	8	120	240	10.9TR16	585	585	0.04%
HEA280	15	160	280	10.9TR16	484	483	0.11%
HEA280	20	200	280	10.9TR16	624	609	2.34%
HEB300	8	150	300	10.9TR20	1511	1421	5.95%
HEB300	15	180	300	10.9TR20	1275	1283	-0.63%
HEB300	20	200	300	10.9TR20	1364	1346	1.33%

4. CONCLUSIONES

Este trabajo nos ha permitido validar el metamodelado con Kriging para la predicción de la rigidez de uno de los componentes de una unión tridimensional atornillada como es E-stub. El metamodelo obtenido permite el cálculo de la rigidez del conjunto con un coste computacional mucho menor que el modelado por elementos finitos y de una forma más sencilla que una ecuación analítica. Por lo tanto, esta técnica podría ser aplicada con éxito a los diferentes componentes de la unión.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Economía y Competitividad y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional bajo el proyecto BIA2016-80358-C2-2-P MINECO/FEDER UE.

REFERENCIAS [CALIBRI, 11PT, NEGRITA, MAYÚSCULA, ALINEADO A LA IZQUIERDA]

- [1] Cabrero, JM., Bayo, E. (2005) Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections. *Eng Struct*, 27 (8), 1125-1137
- [2] Faella, C, Piluso, V, Rizzano, G. (2000) Structural steel semirigid connections: Theory, design and software. New directions in civil engineering. Boca Raton (Florida): CRC Publishers.
- [3] CEN (2005) Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8).
- [4] Jadid, MN., Fairbairn, DR. (1996) Neural-network applications in predicting moment-curvature parameters from experimental data. *Eng Appl Artif Intel*. 9(3), 309–19.
- [5] Anderson, D., Hines, EL., Arthur, SJ., Eiap, EL. (1997) Application of artificial neural networks to the prediction of minor axis steel connections. *Comput Struct*. 63(4), 685–92.
- [6] Nielsen, HB., Lophaven, SN., Søndergaard J. (2002). DACE - A Matlab Kriging Toolbox. Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU. [Computer programme].
- [7] Díaz, C., Victoria, M., Querin, O.M., Martí, P. (2012). Optimum design of semi-rigid connections using metamodels. *J. Constr. Steel Res.*, 78, 97-106.
- [8] Bayo, E., Gracia, J. (2019). Stiffness modelling of 2D welded joints using metamodels based on mode shapes. *J. Constr. Steel Res.*, 156, 242-251.
- [9] Loureiro, A., López M., Gutiérrez, R., Reinoso, JM. (2013). Experimental and numerical analysis of E-stubs in three dimensional joints: a new analytical formulation for the stiffness calculation. *Engineering Structures*, 53, 1–9.

- [10] Loureiro, A., López, M., Gutiérrez, R.,Reinosa, JM. (2013). *A new analytical formulation for the E-Stub strength calculation in three dimensional steel joints with additional plates welded to the weak axis*, *Engineering Structures*, No. 56, 2263-2272.
- [11] Krige DG. (1951) A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand. PhD thesis, University of the Witwatersrand.

Estudio de los desplazamientos necesarios para el colapso de arcos de fábrica en la educación

Joaquín Antuña¹, José Ignacio Hernando², Fernando Magdalena³, Antonio Aznar⁴, Valero Pascual⁵, Ana Blasco⁶

¹Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
joaquinfrancisco.antuna@upm.es

²Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
joseignacio.garcia@upm.es

³Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
Fernando.magdalena@upm.es

⁴Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
Antonio.aznar@upm.es

⁵Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
valero.pascual@upm.es

⁶Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (España).
Ana.blasco@alumnos.upm.es

ABSTRACT

The aim is to show the use of models in teaching the behaviour of masonry structures in architecture, when the focus is on the movements more than in the stresses, forces and resistance. The fact that in masonry building structures collapses occurs in many cases due to the displacements of supports more than resistance failure, make necessary to familiarize students with the movements necessary for the collapse to occur. Students need to identify patterns of cracks that appear when different types of movements appear and, how much movement displacements have to increase. Students make models of arches, identify loads that act and explain the way it is in equilibrium. Then they test the arch moving one of the supports in different directions. This way they can draw the "limit movements" of the support before the collapse appears, getting a deeper knowledge of arches behaviour.

Keywords: education, model, test, masonry, structures..

1. INTRODUCTION

El empleo de modelos con fines educativos es una práctica ampliamente extendida en las escuelas técnicas. Pippard [1] presentó un modo de preparar un taller experimental con fines educativos en el que presentaba diversos modelos de estructuras en los que los alumnos podían realizar ensayos prácticos como complemento a las lecciones teóricas. El objetivo fundamental era "ver" físicamente los resultados obtenidos mediante los análisis teóricos propuestos en el estudio de los diferentes temas. Entre los modelos que proponía estaba un arco formado por dovelas (Fig. 1). La experimentación propuesta estaba destinada a comprobar el comportamiento resistente del arco. El arco estaba formado por dovelas yuxtapuestas sin ningún mortero o adhesivo entre ellas, de modo que podría separarse. La práctica propuesta consistía en visualizar el proceso de colapso mediante el aumento de la carga que se suspendía de una dovela. Se observaba que se iban formando rótulas

sucesivamente hasta que se producía el colapso del arco. Se comprobaba que la carga de colapso era la que efectivamente se había calculado y se podía visualizar la manera en que se producía. El objetivo era obtener la carga máxima que el arco era capaz de soportar. El ejercicio se repetía sucesivamente aplicando la carga en todas las dovelas. De ese modo se obtenía el valor de la carga mínima que haría colapsar el arco y la posición en que debía colocarse para que sucediese.

El caso propuesto está centrado en la resistencia del arco. Se trataba de un problema planteado por una necesidad real de garantizar la capacidad resistente de la gran cantidad de puentes de fábrica existentes en las carreteras y ferrocarriles del Reino Unido ante el aumento progresivo de las acciones a que estaban sometidos. El objetivo fundamental era determinar la carga máxima que podía soportar un arco determinado y los ensayos propuestos por Pippard pretendía familiarizar a los estudiantes con el fenómeno resistente de los arcos de fábrica y la manera de determinar su capacidad de carga.

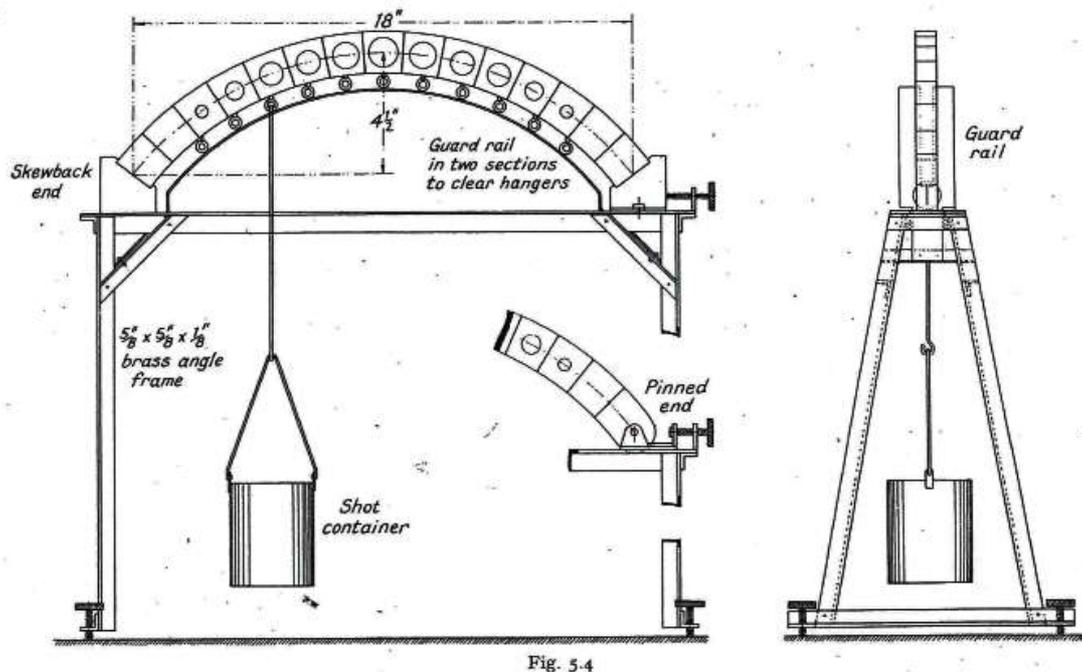


Figura 1. Ensayo de arcos propuesto por Pippard en 1947 [1].

En edificios de fábrica, y a pesar de no haber cambios significativos en las acciones, se producen roturas y colapso. Sin tener en cuenta los fallos debidos a sismo, la causa de los daños no es, en general, un aumento del valor de las acciones, ya que su magnitud no varía. La causa de la rotura está en el aumento inadmisibles de los desplazamientos, generalmente en los arranques de arcos y bóvedas debidos a diferentes razones. Las acciones en los edificios no varían sustancialmente a lo largo de su vida útil. Incluso en el caso de un cambio de uso, las acciones variables pueden aumentar ligeramente, pero en proporción al peso propio el incremento es pequeño y solo afecta a los

forjados de piso. En el caso de las cubiertas, las acciones esperables son las mismas que en el momento de la construcción y no variarán con el tiempo.

A la hora de establecer el grado de seguridad de una estructura de este tipo, tiene relevancia el saber cuanto puede aumentar la carga que está soportando hasta que se produzca el colapso, pero además, conocer el valor de los desplazamientos de los arranques antes de que se desmorone la construcción es sumamente relevante porque nos da una idea de los alejados que estemos de esa situación. Además, los movimientos pueden deberse a modificaciones de las acciones en algunos casos, pero, en general, se producirán para el mismo estado de cargas, siendo estas menores que las de colapso.

La determinación de los movimientos necesarios para el colapso de una obra de fábrica es una cuestión importante para determinar su grado de estabilidad y, sin embargo, no es algo a lo que se haga referencia habitualmente. Ni en la práctica profesional ni en el ámbito educativo.

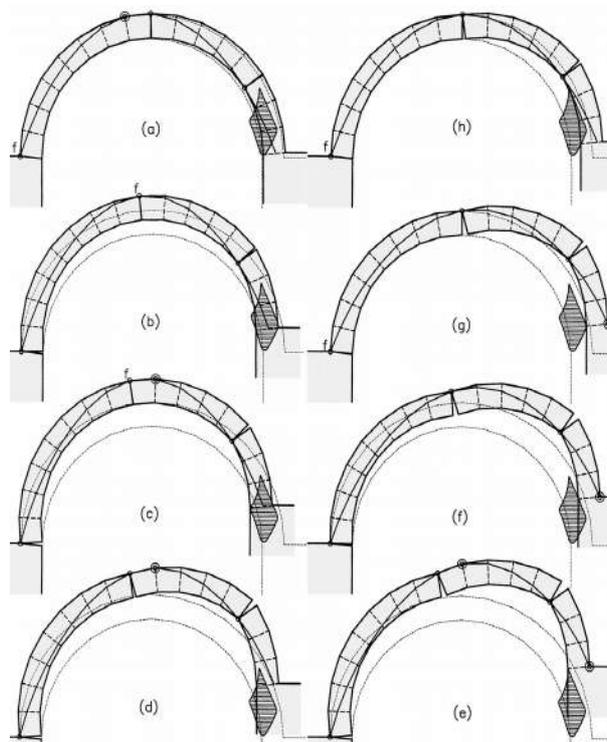


Figura 2. Desplazamientos posibles en un arco de medio punto según Smars [2] .

El origen de la investigación está en el trabajo de Smars [2] en que muestra los desplazamientos posibles de uno de los arranques de un arco de medio punto, con un número impar de dovelas, sometido a su peso propio y con una esbeltez de 10, obtenidos mediante el ensayo repetido del arco (Fig. 2). Con el fin de incorporar a la docencia el estudio de los movimientos posibles en estructuras de fábrica proponemos una serie de actividades destinadas a alumnos tanto de grado como de máster habilitante o en máster de estructuras --estas son las titulaciones que se ofrecen en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid (ETSAM) de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM). El objetivo fundamental es complementar el enfoque estático en el estudio de estructuras de fábrica con el estudio de la cinemática del colapso. Para ello se proponen la utilización conjunta de

herramientas analíticas y ensayos en arcos de pequeño tamaño. Como herramientas analíticas se utilizan preferentemente aplicaciones de software libre como Geogebra y los macros ArcoTSAM disponibles en Octave compatible con MatLab desarrollados durante los últimos 20 años por los autores y otros profesores del Departamento de Estructuras y Física de Edificación (DEFE) de la ETSAM de la UPM [3].

2. OBJETIVOS

El objetivo fundamental del procedimiento docente que se propone es mejorar la comprensión del comportamiento mecánico de los arcos de fábrica, suponiendo que se comportan como bloques indeformables. El procedimiento propuesto se centra en explorar los movimientos que tienen que producirse para el colapso más que en estudiar las acciones necesarias para ello. Se supone que el valor de las cargas no varía y únicamente se producen desplazamientos en los apoyos. Para ello se propone combinar el estudio analítico con el trabajo experimental.

2.1. Estudio analítico

Se propone estudiar la estabilidad del arco, obteniendo las líneas de empuje máximo y mínimo e investigando además la carga que produciría el colapso del arco.

Para realizarlo se propone el uso de diversas herramientas: el software de dibujo paramétrico Geogebra [4] y la aplicación ArcoTSAM realizada por los autores [5, 6 y 7]. El objetivo que se persigue con ello es obtener las condiciones de equilibrio en los diferentes estados previos al colapso y en los que se han formado una o varias rótulas en el arco como consecuencia de los desplazamientos producidos en los arranques. La observación y asimilación de la evolución de la distribución de esfuerzos en el arco al producirse los movimientos permite, en estados intermedios, prever la evolución futura de un arco real (Fig. 3).

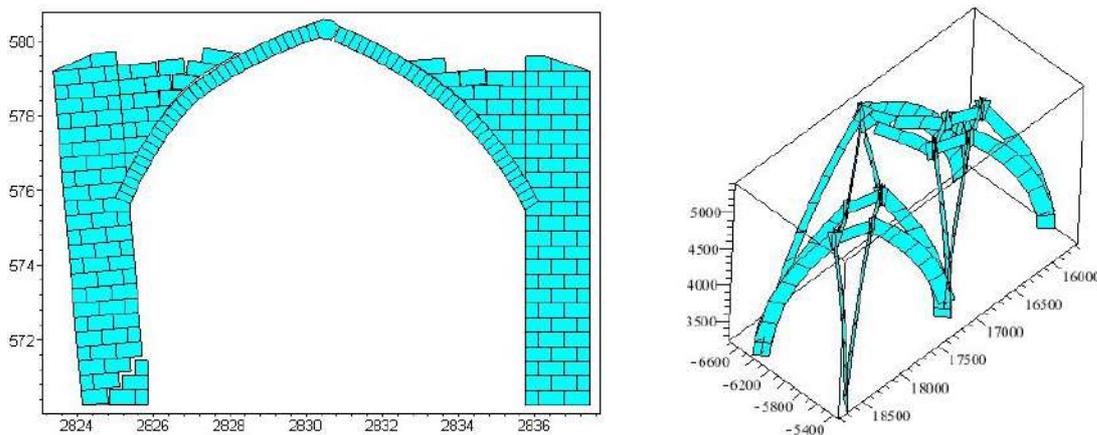


Figura 3. Análisis estático de un arco (Izqda.) y de una bóveda de crucería (Drcha.) mediante ArcoTSAM en que se obtiene el valor de la carga máxima que puede soprotar [3, 7].

Como complemento del análisis estático, se investigará otra propiedad de los arcos de fábrica. Para una proporción determinada, obtener la máxima esbeltez que puede tener ese arco para ser estable, la esbeltez límite. Se tratará de aquella en la que las líneas de empujes máximo y mínimo coinciden (Fig. 4).

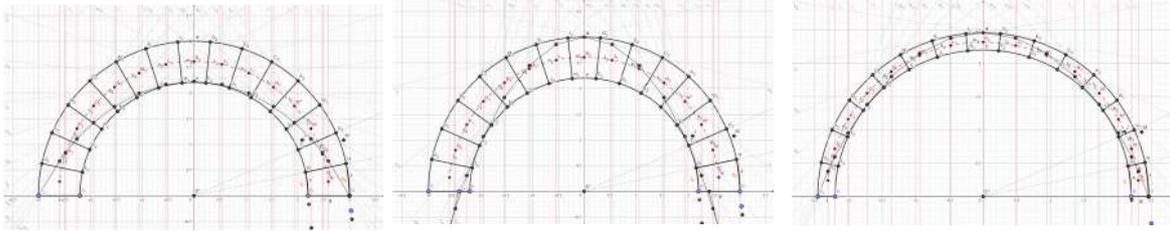


Figura 4. Estudio de un arco en que se obtienen las líneas de empuje máximo (Drcha.) mínimo (cntr.), así como la esbeltez límite (Izqd.).

2.2. Estudio experimental

El objetivo que se persigue con los ensayos es, además de conseguir definir la “superficie límite” en la que se puede mover el extremo del arco sin que se produzca el colapso, “visualizar” los movimientos y la manera en que el arco cambia de forma y sigue siendo estable. En el proceso se produce sucesivamente la apertura de las juntas entre dovelas haciendo que una gire como respecto a otra formando una “rótula” (Fig. 5).

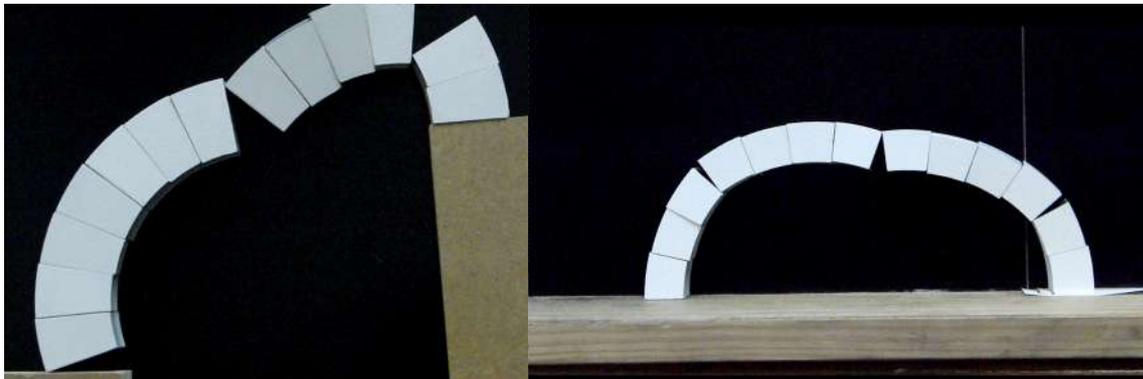


Figura 5. Ensayo de dos arcos de diferente esbeltez en que se puede ver la formación de “rótulas” para diferentes movimientos.

Además, para cada arco que se estudie se construirá uno con una esbeltez superior a la límite obtenida. El objetivo es doble, por una parte comprobar que el arco no es viable, ya que al descimbrarlo se produciría el colapso y por otra investigar la manera de hacer que el arco sea viable, colocando pesos en la posición adecuada hasta que sea estable.

3. DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO

El objetivo para cada arco que se estudie se construirá uno con una esbeltez superior a la límite obtenida. El objetivo es doble, por una parte comprobar que el arco no es viable, ya que al descimbrarlo se produciría el colapso y por otra investigar la manera de hacer que el arco sea viable, colocando pesos en la poso del ensayo es verificar los movimientos que puede experimentar el arranque de un arco formado por dovelas. Los arcos se hacen con dovelas de madera que se disponen sobre una cimbra para facilitar su montaje. El arco se coloca sobre una plataforma con un soporte móvil para uno de los extremos del arco. El dispositivo se coloca delante de un tablero reticulado que permite medir los movimientos previos al colapso. El soporte móvil permite movimientos en línea recta de uno de los extremos en la dirección que se elija. Realizando los desplazamientos en diferentes direcciones sucesivamente se van definiendo los puntos en que se produce el colapso en la dirección elegida. Con la serie de puntos obtenidos al desplazar el apoyo en varias direcciones sucesivamente se va dibujando un contorno que cierra un área que llamaremos "superficie límite" y en el que se encuentran los puntos en que puede desplazarse el extremo del arco y que siga siendo estable. Para ayudar a fijar el límite de desplazamiento, los ensayos se graban con una cámara de alta velocidad, con lo que se puede fijar el lugar preciso del desplazamiento en que se produce el colapso, así como el proceso de formación de rótulas sucesivamente hasta alcanzarlo. La formación sucesiva de "rótulas" permite corregir el trazado de la línea de empujes del arco al quedar definidos sucesivamente nuevos puntos por los que tiene que pasar.

Además De realizar el ensayo, el modelo estudiado se analizará mediante ArcoTSAM para obtener los desplazamientos teóricos que se pueden alcanzar (Fig. 6).

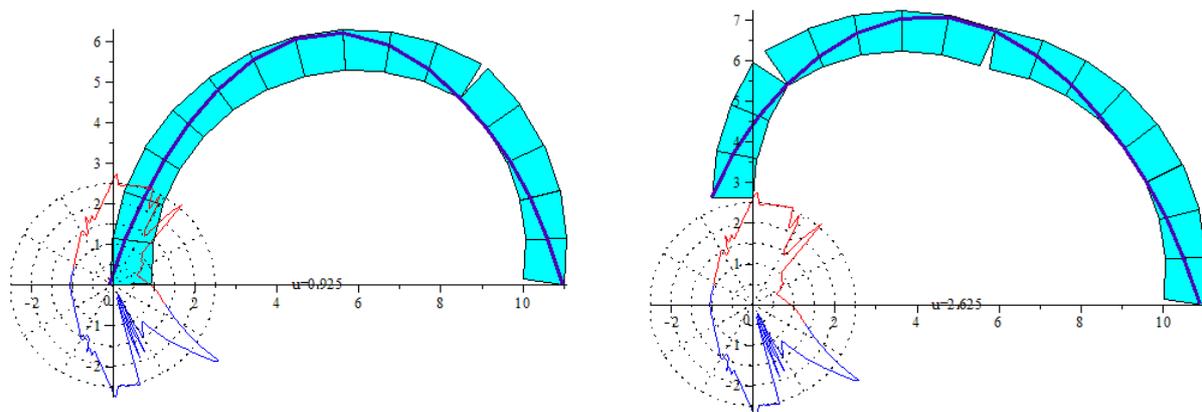


Figura 6. Movimientos posibles en un arco de medio punto obtenidos con ArcoTSAM tomando como referencia el vértice inferior derecho de la dovela del arranque izquierdo. El contorno de las líneas azul y roja determina la "superficie límite" que encierra los posibles movimientos del punto de referencia.

4. ACTIVIDADES PROPUESTAS

El estudio experimental del arco de fábrica que se propone como parate de una práctica docente incluye varias actividades: identificar una obra de fábrica para analizar; realizar el dibujo de su estructura cuantificando el valor de las acciones previstas; establecer las condiciones de equilibrio; construir el modelo de la estructura en bloques de madera; analizar con ArcoTSAM los movimientos posibles de la estructura; realizar el ensayo del modelo y, finalmente, elaborar un informe de la actividad.

El alumno, de acuerdo con el profesor, elegirá una obra de fábrica en que una parte de ella se pueda estudiar como arcos de fábrica formados por bloques indeformables. Una vez elegida, deberá dibujar y cuantificar las acciones que actúan, el peso propio, el peso de los forjados que apoyan en la parte que se analiza y el valor de las acciones variables que se prevean. Una vez identificadas las acciones y dibujada la estructura, deberá realizar una simplificación admisible de la acciones como fuerzas con su módulo y punto de aplicación. Con ello, podrá estudiar las condiciones de equilibrio del arco, determinando el valor de los empujes máximo y mínimo, así como posibles trazados de las líneas de empujes.

A continuación construirá el modelo haciendo las dovelas y bloques necesarios, además de la cimbra necesaria para poder montar el arco para su ensayo. Para ello, en la ETSAM, se han utilizado tableros de contrachapado cortados mediante una fresadora ().

Utilizando ArcoTSAM se estudiarán los movimiento posibles del arco obteniendo la “superficie límite” en que se pueden mover los apoyos del arco antes del colapso.

Con los resultados obtenidos se tendrá una previsión de los movimientos posibles, así como una idea de la sucesión de rótulas que se formarán en el arco a medida que se produzcan los movimientos en los apoyos. Entonces se realizará el ensayo del arco eligiendo sucesivamente diferentes direcciones y obteniendo para cada una el movimiento máximo admisible. De ese modo se podrá obtener una nueva “superficie límite” de movimientos posibles.

Por último, con los resultados obtenidos deberá realizarse un informe en que se valoren de manera crítica los datos obtenidos.

4.1. Informe del ensayo

El objetivo que se pretende es aumentar el conocimiento que el alumno tiene del funcionamiento mecánico de las estructuras de fábrica. La actividad que se propone plantea varias tareas desde enfoques diferentes que combinan el estudio analítico y la aproximación experimental con la finalidad de que se puedan obtener conclusiones individualmente. Por otra parte, las actividades están diseñadas de modo que no solo se estudien los casos canónicos ampliamente difundidos en libros de texto. Gracias al empleo del software ArcoTSAM se pueden analizar casos definidos por el alumno, bien imaginarios o bien obtenidos de la realidad. Por otra y gracias a al uso de máquinas de corte digital, se pueden obtener de modo económico y rápido los elementos para construir modelos de las estructuras estudiadas analíticamente para su ensayo.

El trabajo del alumno finalizará con la realización de un informe en el que se resuman las tareas realizadas y que incluirá, al menos, los siguientes apartados:

- 1) Descripción geométrica de la construcción analizada
- 2) Identificación de las acciones que actúan, peso propio y acciones variables.

3) Análisis de equilibrio obteniendo las líneas de empujes máximo y mínimo así como la esbeltez límite.

4) Construcción del modelo.

5) Ensayo del modelo y análisis de los desplazamientos admisibles utilizando ArcoTSAM.

6) Conclusiones.

Mediante el uso de diferentes tipos de herramientas se pretende familiarizar al alumno con la manera habitual de afrontar cualquier estudio, en el que tiene que obtener información por diferentes medios y procedimientos con el fin de tomar una decisión. En este caso se trataría de hacer consideraciones sobre las condiciones de estabilidad y seguridad de una estructura de fábrica a partir de los datos geométricos. Se trata de una formación válida tanto para el ámbito profesional como el de investigación.

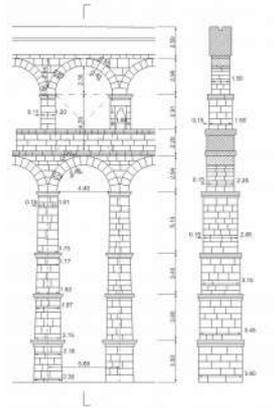
Por otra parte, con los resultados obtenidos se pretende obtener un catálogo de diferentes edificios estudiados con el mismo procedimiento. Con ello se obtiene tanto un documento de ayuda para los propios estudiantes que participan en la actividad, como un manual para el estudio de las obras de fábrica, al ver las conclusiones del estado en que se encuentran edificios construidos.

En la página siguiente se muestra un borrador de la página resumen del informe del ensayo.

Descripción del edificio

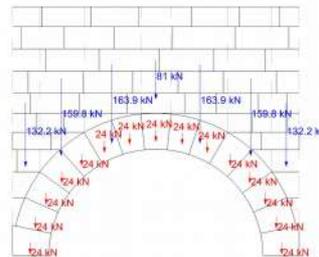
Estudio de la estabilidad de un arco del acueducto de Segovia.

Se estudiará la estabilidad del arco del primer nivel de un tramo del acueducto, contando con el peso del muro dispuesto sobre el arco.

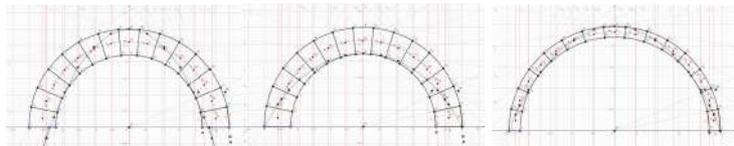


Definición de la estructura que se analiza

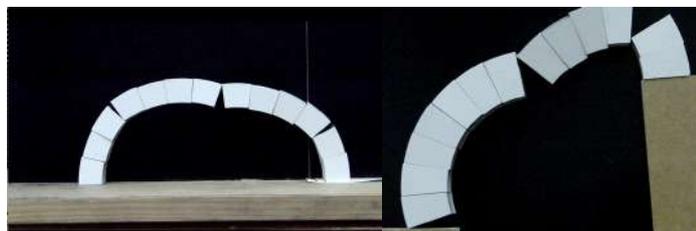
Peso propio del arco y del muro superior.



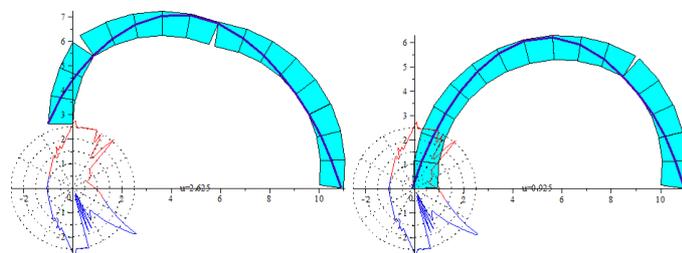
Análisis del arco



Construcción y ensayo del modelo



Análisis de los desplazamientos posibles



Conclusiones

5. CONCLUSIONES

La actividad propuesta contribuye a que los alumnos asimilen el funcionamiento de las estructuras de fábrica. Permite además que se familiaricen con diversas herramientas con las que obtener resultados complementarios que ayudan a la comprensión de un fenómeno complejo que no se trata habitualmente en los planes de estudios de arquitectura e ingeniería como son las obras de fábrica.

La actividad docente que se propone permite que el alumno se familiarice con la forma en que las estructuras de fábrica se equilibran, observando que la formación de “rótulas” y las fisuras asociadas a ellas con un fenómeno consustancial a su funcionamiento. Permite que el alumno pueda predecir la evolución futura de una estructura de fábrica y, mediante el uso de las herramientas utilizadas, tenga más datos para valorar los alejados que está una estructura real del colapso.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo que se presenta es el resultado del proyecto de innovación educativa IE1819.0306 seleccionado y financiado por la UPM en la convocatoria 2018-2019. Además, ha contado con la colaboración de José María del taller de maquetas de la ETSAM .

REFERENCIAS

- [1] Pippard, A.J.S. (1947). *The experimental study of structures*. London: Edward Arnold & Co.
- [2] Smars, P. (2000). *Etude sur la stabilité des arcs et voûtes. Confrontation des méthodes de l'analyse limite aux voûtes gothiques en Brabant*. PhD. Thesis. Katholieke Universiteit Leuven.
- [3] Fernando Magdalena Layos, Joaquín Antuña Bernardo, Antonio Aznar López, José Ignacio Hernando García. (2017). Utilización del software ArcoTSAM para el aprendizaje del comportamiento de las estructuras de fábrica. *Innovación educativa en edificación*. 1(2);12-25. Available from: DOI:10.20868/abe.2017.2.3558.
- [4] Geogebra. <https://www.geogebra.org/>
- [5] Antuña, J., Hernando, J. I., Magdalena, F., Aznar, A. “Displacements Needed for collapse in Masonry Arches,” *IABSE Symposium 2019 Guimarães. Towards a Resilient Built Environment - Risk and Asset Management*, pp. 12-25, 2019.
- [6] Antuña, Joaquín, Hernando, José Ignacio, Calle, Alejandro, Aznar, Antonio. Learning use of test on reduced models of arches: Displacements needed for collapse. In Payá Zaforteza I, Bernabeu Larena A. (eds) *IV Int. Conference on Structural Engineering Education*, 2018, 20-22 June 2018 Madrid. Madrid: Asociación Española de la Ingeniería Estructural, ACHE; 2018. p. 237-246.
- [7] Magdalena, F., Antuña, J., Aznar, A., Hernando, J. I. “Using ArcoTSAM software as a learning tool in the behaviour of masonry structures,” *Advances in Building Education*, Vol. 1, no. 2, pp. 12-25, 2017.

EVALUACIÓN DEL DAÑO POR EXPLOSIONES EN PATRIMONIO HISTÓRICO

Ivorra, Salvador¹; Reynau, Ricardo²; Bru, David³; Varona, Francisco B.⁴

ABSTRACT.

En ocasiones, estructuras de especial relevancia que forman parte del patrimonio histórico de una ciudad se encuentran expuestas a acciones dinámicas que no fueron consideradas en su diseño y que hoy en día son objeto de numerosos estudios para mejorar el conocimiento acerca de las mismas. Muchos de los daños que sufren estas construcciones históricas son debidos a acciones sísmicas, siendo necesario una específica técnica de reparación dependiendo de la tipología estructural. Además, otras acciones como puede ser el paso de vehículos ferroviarios o por carretera puede llegar a introducir elevados niveles de vibración en las proximidades de la estructura. Por último, también pueden existir vibraciones debidas a cargas explosivas, por ejemplo para realizar excavaciones en roca, ataques terroristas o incluso eventos pirotécnicos. Concretamente, la estructura que ocupa el presente artículo es el Palacio de Altamira y su entorno situado en la localidad de Elche (Alicante). El palacio de Altamira fue construido a finales del siglo XV y está situado a orillas del río Vinalopó, en la Plaza del Traspalacio en el centro de la ciudad. A partir de los registros de aceleraciones, realizados durante varios eventos pirotécnicos próximos a la edificación, se observó que en general los valores medidos en la cubierta del Palacio Altamira superan considerablemente los límites de admisibilidad en cuanto a niveles de vibración tanto de la componente horizontal como la vertical para rangos de frecuencia de entre 1 y 10 Hz.

Keywords: Explosión, patrimonio, análisis dinámico, construcción histórica, vibración estructural.

1. INTRODUCCIÓN.

El patrimonio arquitectónico que se ha conservado hasta nuestros días está expuesto a una serie de acciones dinámicas que no se tuvieron en cuenta en su diseño. En ocasiones, la ingeniería estructural intenta evaluar la fiabilidad de dichas estructuras ante estos eventos no previstos en su diseño. La mayor parte de los daños sufridos hoy en día por las construcciones históricas están relacionados con acciones sísmicas, que requieren de medidas de refuerzo específicas en función de la tipología estructural para garantizar su estabilidad en caso de terremoto [1-2]. En cualquier caso, el entorno urbano en que se sitúan las expone a otras acciones dinámicas mucho más frecuentes, como son las vibraciones debidas al tráfico rodado o ferroviario, ya sea subterráneo o en superficie. Por último existe otro tipo de fuente de vibraciones como podrían ser las inducidas por explosiones. En este tipo se

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. sivorra@ua.es (corresponding author)

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. r.reynau@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. david.bru@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. borja.varona@ua.es

incluyen tanto las generadas durante la excavación en obras subterráneas próximas [3-4], como posibles ataques deliberados con dispositivos explosivos [5-7].

En el presente trabajo se ha estudiado el Palacio de Altamira en Elche (Alicante), en cuyo entorno anualmente se celebran una serie de eventos pirotécnicos con motivo de las fiestas patronales. Por tanto, la acción dinámica causante de las vibraciones en las construcciones a monitorizar han sido las explosiones derivadas de eventos pirotécnicos [8]. Estos eventos son denominados tradicionalmente como mascletá debido que un conjunto de petardos (masclets en valenciano) se hace explotar de una forma rítmica tanto de forma aérea como terrestre. Estas explosiones se transmiten al suelo y a través de él se transmiten a las construcciones colindantes, la vibración podrá llegar de igual forma a través de la onda expansiva de la misma, si bien esta será de menor intensidad dada la naturaleza de la explosión. Esta transmisión será tanto mayor o menor dependiendo de las características geotécnicas del terreno en el que se disparan. La transmisión es diferente en el caso de explosiones realizadas sobre terrenos rocosos o terrenos más blandos [9]. En resumen, el objetivo de este estudio es el análisis de la sensibilidad de la construcción citada frente a las vibraciones sufridas, y el posible daño que éstas generen a medio o largo plazo.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.

La estructura objeto de estudio es el Palacio de Altamira (Figura 1) o Alcázar de la Señoría y su entorno (otros espacios protegidos como la Basílica de Santa María, los huertos del Chocolatero y de Bajo del Palmeral, Casa de la fiesta...) situado en la localidad de Elche (Alicante). El palacio de Altamira, construido a finales del siglo XV, está situado a orillas del río Vinalopó, en la Plaza del Traspalacio. No obstante, es probable que fuera construido sobre una obra anterior del siglo XII o XIII, que formaría parte de las defensas de la ciudad, entonces amurallada. Su planta es poligonal, y sus elementos más representativos son la torre mayor de sección cuadrada y los torreones cilíndricos que protegen sus esquinas. Actualmente está restaurado y en perfecto estado de conservación albergando el Museo Arqueológico y de Historia de Elche.



Figura 1. Vista general del Palacio de Altamira (ELCHE, Alicante)

2.1. Características y distribución de las cargas pirotécnicas.

Junto al Palacio tiene lugar cada año, durante los días del 11 al 15 de agosto, eventos pirotécnicos con motivo de las fiestas municipales. Estos eventos pirotécnicos suponen explosiones (se disparan entre 85 y 120 kg de pólvora en diferentes configuraciones) siendo éstas unas acciones dinámicas que generan vibraciones sobre la estructura y que son el objeto de evaluar. La Figura 2 muestra en un plano

de planta de la plaza la ubicación exacta de las zonas de lanzamiento (disparo) en color naranja. En color rojo se indican las zonas de vallado a las que no puede acceder el público. Este es el plano está realizado por la Oficina Técnica del Ayuntamiento para marcar las zonas de evacuación y la ubicación de los servicios de emergencia durante el evento. La zona indicada como A está situada sobre la propia plaza, en terreno firme. La zona B se sitúa sobre la cubierta del Museo Arqueológico y de Historia de Elche.

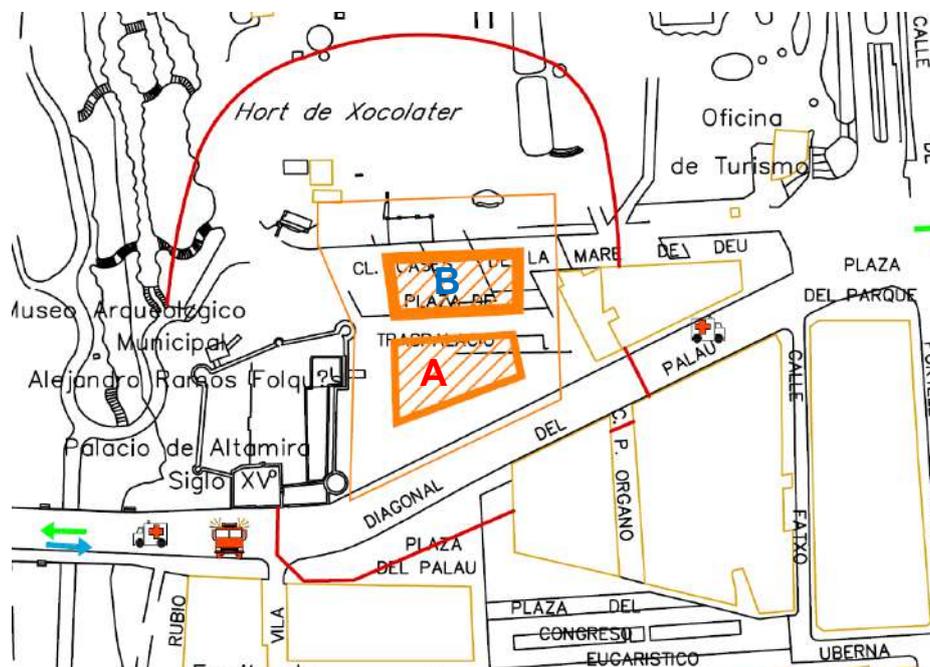


Figura 2. Plano de evacuación durante las mascletás. Zonas de disparo en naranja.

En los eventos analizados se disparan entre 85 y 120 kg de pólvora en diferentes configuraciones, tanto a modo de petardos, como cohetes aéreos de mayor o menor calibre. El ritmo de este evento se suele configurar en una serie de fases, con una duración total de entre 6 y 7 minutos (360-420 s), pudiéndose desglosar en cuatro partes:

- *Inicio*: conjunto de efectos tanto sonoros como visuales con que se comienza
- *Cuerpo*: es la parte central de la mascletá, suele ir creciendo en intensidad y volumen de sonido.
- *Parte Aérea*: descarga de truenos aéreos de intensidad mayor. Siempre se puede visualizar bien y en ocasiones va acompañado de colores.
- *Terremoto*: parte en la que los petardos de mayor potencia estallan a una altura muy próxima al suelo, con una frecuencia de explosión elevada.

En la Figura 3 se puede ver la distribución de cargas en la zona A, formada principalmente por cohetes aéreos y los usados en el terremoto. Los petardos se disponen a una determinada altura del suelo a partir de unas pértigas que sostienen unas cuerdas de las cuales cuelgan los petardos. Estos se disparan de forma consecutiva uno tras otro generando una onda expansiva contra el suelo. Los cohetes terrestres están dispuestos en menor cantidad y se disparan a menor frecuencia que los situados en la zona de terremoto, que contiene elementos de más potencia.



Figura 3. Zona A de disparo, terremoto y cohetes aéreos.

En la Figura 4 se incluye la parte correspondiente a la zona B, que se encuentra directamente sobre el forjado de cubierta del Museo Arqueológico. Es importante observar en esta figura que entre la zona A y la zona B se encuentran prácticamente a la misma cota, si bien la transmisión de vibraciones de la zona A a la B está condicionada por el hueco existente entre ambas, pues la zona B es la parte superior de un forjado y no del propio terreno, lo cual condiciona completamente la transmisión de vibraciones entre zonas.



Figura 4. Zona B de disparo sobre la cubierta del museo arqueológico, cohetes aéreos.

2.2. Metodología experimental.

Se ha realizado la monitorización durante dos eventos pirotécnicos diferentes. Para el estudio dinámico de todas y cada una de las estructuras se utilizaron 6 acelerómetros sísmicos piezoeléctricos PCB Piezotronics uniaxiales, modelo 393B31 con una sensibilidad de 10.000 mV/g y un rango de medida de 0.1 a 200 Hz. 0.000001 g rms y 2 acelerómetros sísmicos piezoeléctricos PCB Piezotronics uniaxiales, modelo 393B12 con una sensibilidad de 10V/g y un rango de medida de 1 a 10.000 Hz. Hz). 0.000008 g rms y rango de medida de 0.5 g pico. Además se emplearon tarjetas de adquisición de datos Kyowa PCD-320 y fuentes de alimentación y acondicionamiento de señales de 4 canales para sensores ICP, modelo 482A22 de PCB Piezotronics. En la Figura 5 se pueden ver dos ejemplos de colocación de Iso acelerómetros sobre las almenas del Palacio en configuración uniaxial o triaxial.



Figura 5. Detalle de ubicación de los sensores: (a) Triaxial sobre la almena del Palacio Altamira. (b) Uniaxial sobre la almena del Palacio Altamira. (c) Uniaxial sobre el tramo de muralla.

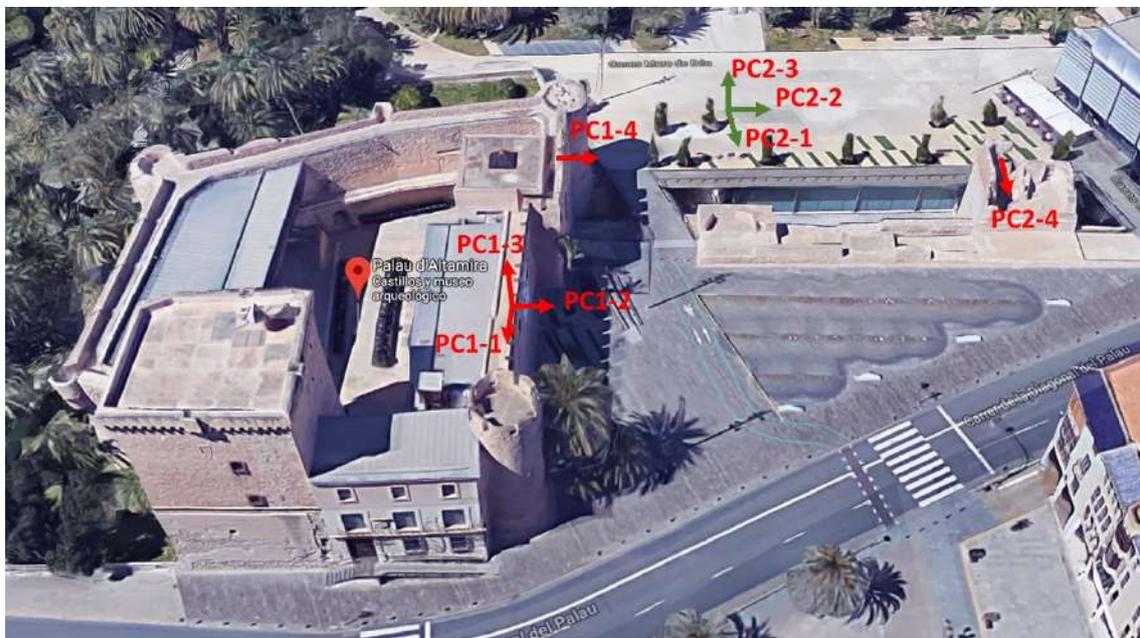


Figura 6. Localización y orientación de los acelerómetros el primer día de ensayo.

Con el fin de disponer de información lo más relevante posible en varios puntos del Palacio Altamira y poder contrastar estos valores con los indicados por las diferentes normativas, se realizaron dos registros en días diferentes durante la celebración de las eventos pirotécnicos disponiendo los sensores

tanto en coronación de varias almenas (día 1) como en el acceso del propio Palacio (día 2). Las Figuras 6 y 7 muestran la localización y orientación de cada uno de los acelerómetros empleados en el primer y segundo día, respectivamente.



Figura 7. Localización y orientación de los acelerómetros el segundo día de ensayo.

2.3. Límites admisibles de vibración.

La normativa utilizada para el análisis de los niveles de vibraciones transmitidas al Palacio Altamira y al museo, generadas por explosiones y fenómenos transitorios (de corta duración) han sido la UNE 22381:1993 [4], DIN 4150-3:2016-12 [10] y BS 7385-2:1993 [11]. Según la norma española la estructura quedaría clasificada dentro del Grupo III: Estructuras de valor arqueológico, arquitectónico o histórico que presenten una especial sensibilidad a las vibraciones por ellas mismas o por elementos que pudieran contener. En la norma alemana entra dentro del tipo 3, al ser una estructura de una construcción catalogada. Sin embargo la norma británica no hace referencia a edificios históricos o protegidos y plantea un nivel de vibración para situaciones transitorias en construcciones ligeras, no reforzadas y estructuras residenciales. Los límites de admisibilidad de vibraciones para construcciones de tipo 3 no vienen reflejados en esta norma, como sí lo hacen las normas anteriores para ese tipo de construcciones.

Todas las normativas indicadas en el punto anterior hacen referencia a límites de vibración en función de la frecuencia a la que se plantee esa esa vibración. Establecen valores de velocidad máxima de pico de la vibración (DIN 4150-3 y BS 7385:2) o velocidad máxima de pico o desplazamiento en función de la frecuencia (UNE 22381:1993). Con el fin de homogeneizar estos valores las dos gráficas incluidas en la Figura 8 muestran estos valores en términos de aceleración de pico límite en función de la frecuencia.

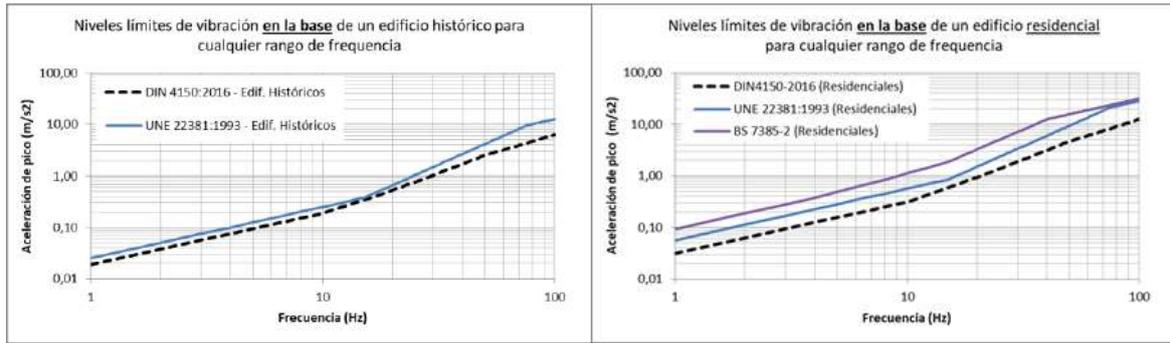


Figura 8. Aceleraciones límite en la base de una construcción indicadas en diferentes normativas. (a) Edificios históricos. (b) Edificaciones residenciales.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

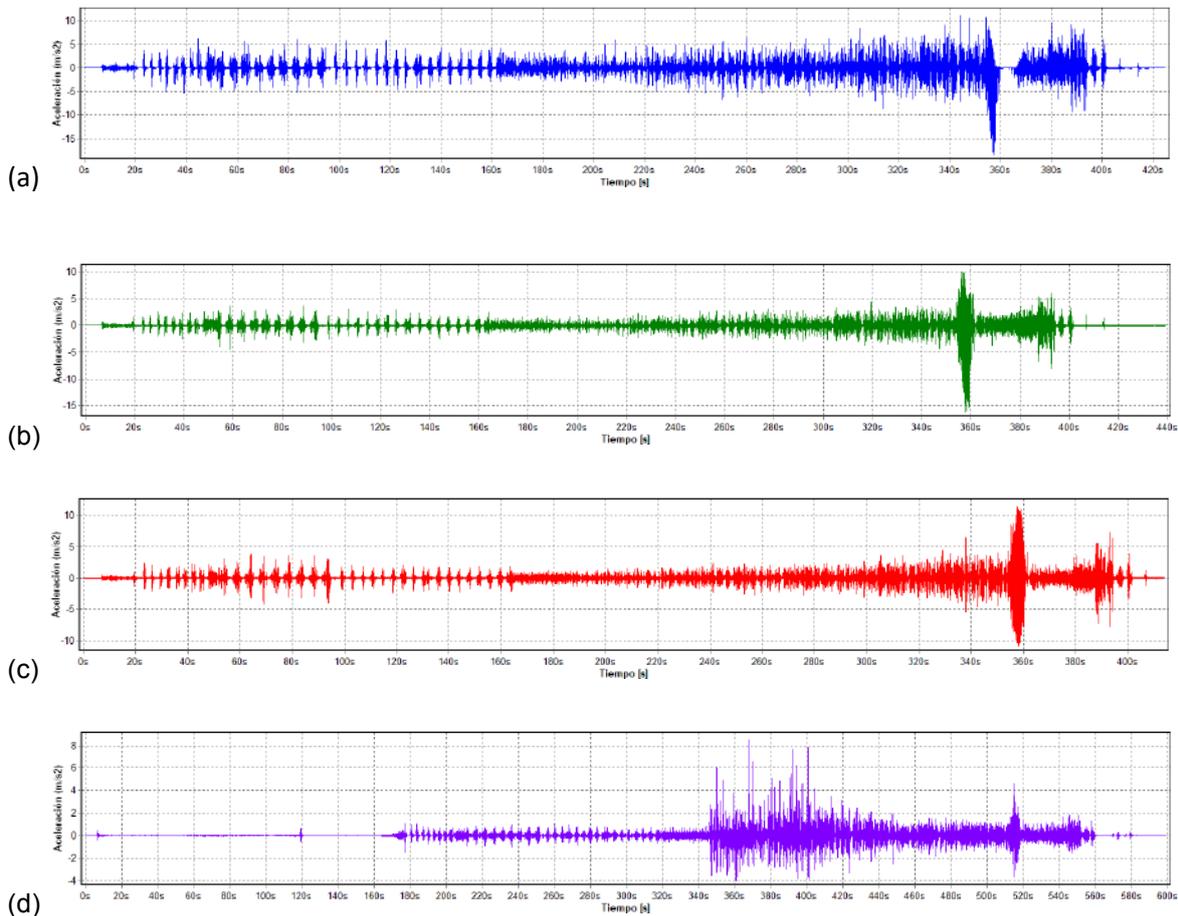


Figura 8. Aceleraciones registradas el primer día en el triaxial situado sobre la almena del Palacio en cada dirección: (a) vertical, (b) horizontal, y (c) longitudinal. (d) Acelerómetro sobre la muralla.

Durante los dos días de ensayo se registraron las aceleraciones en los puntos y direcciones detalladas anteriormente. La Figura 8 recoge algunos ejemplos de los acelerogramas correspondientes al primer día, tanto en el triaxial colocado en las almenas del Palacio, como en otro acelerómetro horizontal sobre la muralla. A la vista de estos registros temporales pueden diferenciarse las cuatro partes de una

mascletà definidas anteriormente (inicio, cuerpo, terremoto y final), Figura 9. A la vista de las señales temporales presentadas, los valores de pico de la aceleración para cualquier rango de frecuencias se presentaron de forma muy significativa al final del evento pirotécnico, en la parte del terremoto. Las tablas 1 y 2 recogen las aceleraciones máximas y mínimas registradas durante ambos eventos. En el caso del registro del primer día, los máximos se midieron entre los 340 y 380 s una vez iniciado el mismo. Estos valores son los que marcarán los resultados del análisis. Como puede observarse, tanto en diferentes puntos del Palacio como en el museo se han registrado aceleraciones por encima de 1g, siendo mayores las medidas en el Palacio de Altamira.

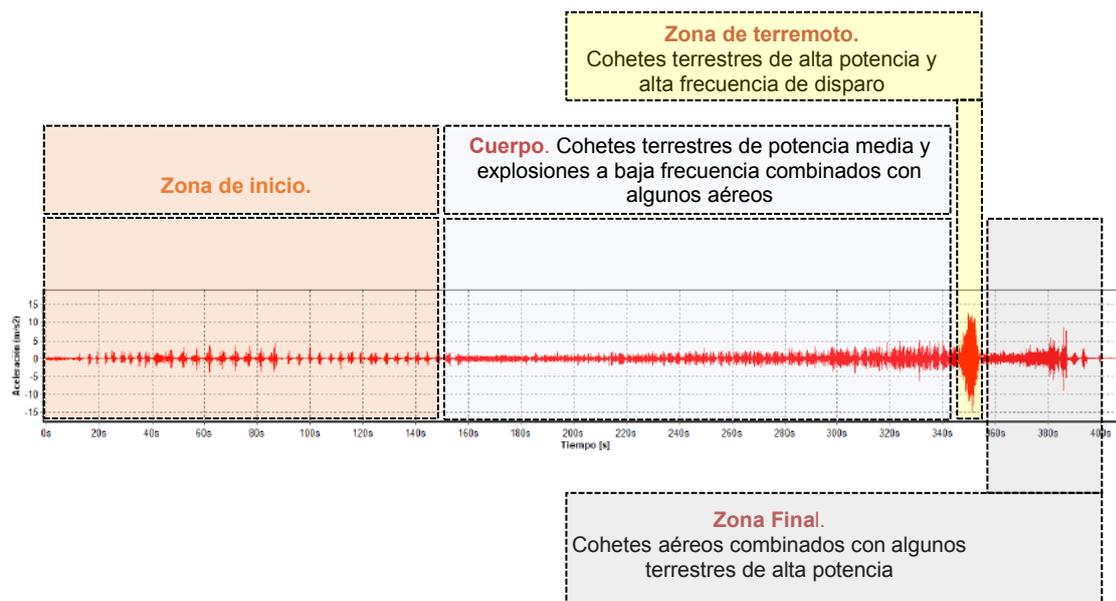


Figura 9. Características de cada una de las fases de una *mascletà*.

Tabla 1: Aceleraciones máximas y mínimas (m/s^2) registradas durante el evento pirotécnico del día 1.

TRIAX-V-PC1- almena-Palacio	TRIAX-H-PC1- almena-Palacio	TRIAX-L-PC1- almena-Palacio	UNIAX-H-PC1- almena-Palacio	TRIAX-V-PC2- museo	TRIAX-H-PC2- museo	TRIAX-L-PC2- museo	UNIAX-H-PC2- muralla
11,13	11,50	10,05	9,05	5,46	3,94	12,12	8,51
-18,49	-11,01	-16,25	-7,45	-4,93	-4,07	-4,83	-4,03

Tabla 2: Aceleraciones máximas y mínimas (m/s^2) registradas durante el evento pirotécnico del día 2.

TRIAX-V-PC1- suelo-Palacio	TRIAX-H-PC1- suelo-Palacio	TRIAX-L-PC1- suelo-Palacio	UNIAX-PC1- suelo-muralla	TRIAX-V-PC2- museo	TRIAX-H-PC2- museo	TRIAX-L-PC2- museo	UNIAX-H-PC2- muralla
11,98	11,66	10,60	4,96	10,49	3,34	3,70	4,21
-14,11	-13,89	-11,77	-3,55	-7,51	-3,55	-4,41	-3,46

A partir de los valores límites de los niveles de aceleración indicados en las diferentes normativas expuestas, se procedió a analizar cada uno de los registros con las particularidades correspondientes a cada uno de ellos (base o cubierta de la construcción).

La Figura 10 muestra las aceleraciones rms en función del rango de frecuencias para diferentes puntos de medida sobre las almenas y en la base del Palacio. Además se han incluido las curvas correspondientes a diferentes límites según las normativas anteriormente explicadas, debiendo considerarse que se trata de una construcción patrimonial protegida. A la vista de los resultados obtenidos, los niveles de aceleración que se presentan sobre el Palacio de Altamira, fueron en todos los casos superiores a ambas normativas para rangos de frecuencia inferiores a 10 Hz para construcciones del tipo III (monumentos y construcciones protegidas), por consiguiente, atendiendo a las indicaciones de estas normativas los efectos de estos niveles de vibración deben ser considerados perjudiciales para conservar la integridad del mismo. Para determinados rangos de frecuencia, inferiores a 10 Hz, fueron incluso superiores a los permitidos por la normativa española en casos menos restrictivos como las construcciones del grupo II, y para valores inferiores a 3 Hz incluso a construcciones del Grupo I.

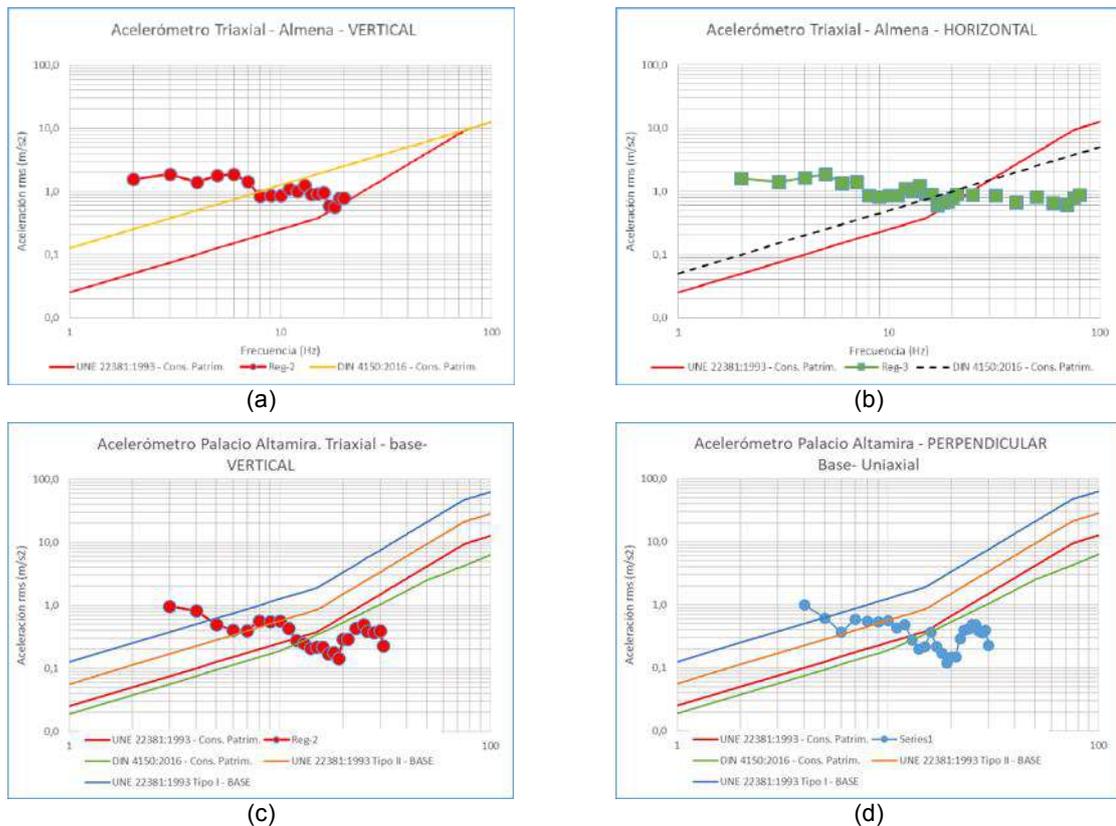


Figura 10. Niveles de aceleración en función del rango de frecuencias registrados en las almenas (a) y (b), y en la base (c) y (d) del Palacio Altamira, y límites según diferentes normativas.

Por su parte, el efecto sobre la estructura del museo fue diferente entre ambos eventos. La Figura 11 muestra el mismo análisis para un acelerómetro colocado en la misma ubicación dentro del museo y con la misma orientación. Como puede observarse las diferencias entre ambas *masclètàs* pueden generar que se sobrepasen o no los límites permitidos para construcciones protegidas en las normas DIN 4150:2016-12 y UNE 22381:1993. Es también importante destacar que los dispositivos pirotécnicos disparados sobre la cubierta presentaban explosiones aéreas, siendo su incidencia reducida. Por otra parte el terremoto disparado en la zona A tuvo una menor incidencia en esta zona debido a que la transmisión a través del suelo se redujo por diferencia de cota de más de 3 m entre cimentación de la estructura y la zona de disparo del terremoto.

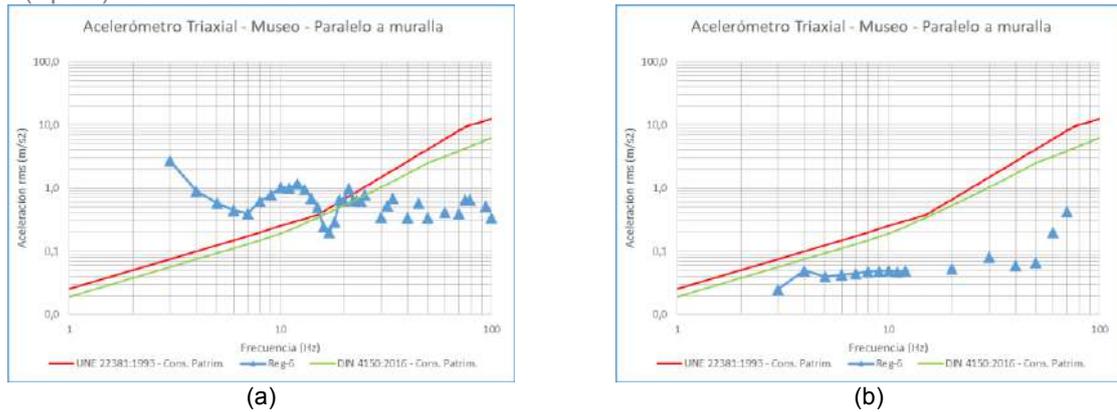


Figura 11. Niveles de aceleración en función del rango de frecuencias registrados en el interior del Museo durante el primer evento (a) o el segundo (b), ambos en la misma dirección y localización.

Por último, el caso de las aceleraciones medidas sobre la muralla resultó similar al del museo. La Figura 12 incluye los análisis de vibraciones en función de la frecuencia para ambos eventos, con resultados muy distintos. Los valores registrados el primer día en el paño de muralla superaron los límites admisibles según la DIN 4150:2016, en cuanto a niveles de vibración en la zona instrumentada. En este caso los valores elevados estaban vinculados al terremoto (340 -360 s), a pesar que se detectaron vibraciones de baja intensidad (aceptables) durante todo el cuerpo de la *masclètà* debido a su proximidad e intensidad.

Se confirma la diferencia entre los terremotos de ambos eventos, siendo menor la intensidad en el segundo de ellos, Figura 11(b). Al igual que el museo, este tramo de muralla se apoya en un tramo alejado de la zona de impacto del terremoto. Además de encontrarse el tramo de muralla muy confinado por elementos de hormigón armado, reduciendo los niveles de vibración registrados. Por tanto, teniendo en cuenta esta variabilidad entre *masclètàs*, y atendiendo a las indicaciones de las normativas indicadas, los efectos de estos niveles de vibración podrían ser perjudiciales para conservar la integridad de la muralla, principalmente al tratarse de una estructura de tapial fácilmente disgregable en su situación actual.

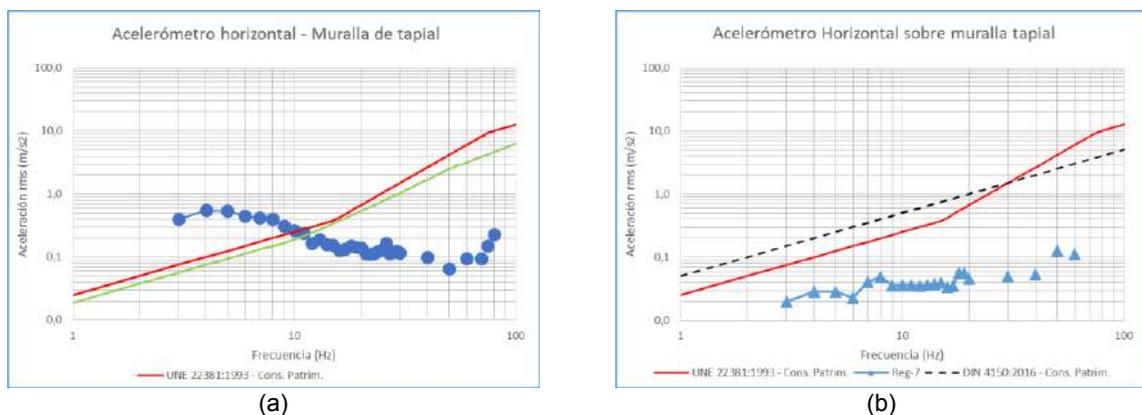


Figura 11. Niveles de aceleración en función del rango de frecuencias registrados sobre la muralla durante el primer evento (a) o el segundo (b), ambos en la misma dirección y localización.

4. CONCLUSIONES.

Se han registrado los niveles de vibración existente en 2 puntos del Palacio de Altamira (uno triaxial y otro unidireccional), en la base del edificio y en coronación de las almenas en dos eventos pirotécnicos diferentes. Asimismo se han registrado estos niveles y en 1 punto del museo (triaxial) y en 1 punto de la muralla (unidireccional) durante dos eventos pirotécnicos diferentes.

Para el análisis de los resultados se ha considerado la norma alemana DIN 4150-3:2016-03 Structural vibration - Effects of vibration on structures, normativa de referencia a nivel internacional y reconocida para considerar los efectos de las vibraciones sobre las estructuras. De igual forma se ha utilizado la norma española UNE 22381:1993 Control de vibraciones producidas por voladuras. Esta norma recoge tres tipos de construcciones de forma general, correspondiendo el presente caso al grupo III: Estructuras de valor arqueológico, arquitectónico o histórico que presenten una especial sensibilidad a las vibraciones pro ellas mismas o por elementos que pudieran contener.

La normativa alemana es ligeramente más restrictiva que la española situando los límites en todos los casos por debajo del Grupo III para el caso de vibraciones con frecuencias inferiores a 10 Hz. La normativa alemana recoge limitaciones de vibraciones en coronación del edificio que no recoge la española.

A la vista de los resultados obtenidos, los niveles de aceleración que se presentan sobre el Palacio de Altamira, son en todos los casos superiores a ambas normativas para rangos de frecuencia inferiores a 10 Hz para construcciones del tipo III (monumentos y construcciones protegidas), por consiguiente, atendiendo a las indicaciones de estas normativas los efectos de estos niveles de vibración son perjudiciales para conservar la integridad del misma. Para determinados rangos de frecuencia, inferiores a 10 Hz, son incluso superiores a los permitidos por la normativa española para construcciones del grupo II y para valores inferiores a 3 Hz incluso a construcciones del Grupo I.

REFERENCIAS.

- [1] S. Ivorra, F.J. Baeza, D. Bru, F.B. Varona. Seismic behavior of a masonry chimney with severe cracking condition: A preliminary study. *Key Eng. Mater.* 628 (2015) 117–122.
- [2] D. Bru, S. Ivorra, F.J. Baeza, Seismic behavior of a masonry chimney retrofitted with composite materials: A preliminary approach, *Int. J. Saf. Secur. Eng.* 7 (2017) 486–497. doi:10.2495/SAFE-V7-N4-486-497.
- [3] J.W. Jordan, D.J. Sutcliffe, J.A. Mullard. Blast vibration effects on historical buildings. *Australian J. Struct. Eng.* 10 (2009) 75–84.
- [4] AENOR UNE 22381:1993 Control of vibrations made by blastings. 1993.
- [5] J.M. Pereira, P. Lourenço. Risk assessment due to terrorist actions on public transportation networks: a case study in Portugal. *Int. J. Protec. Struct.* 5 (2014) 391–415.
- [6] T.W.Y. Lua, P. Mendis, T. Ngo, L. Zhang, D. Mohotti, M. Sofi. Blast studies on bridges – A State of the art review. *Elec. J. Struct. Eng.* 14 (2014) 7–19.

[7] G. Williams, C. Holland, E.B. Williamson, O. Bayrak, K.A. Marchand, J. Ray. Blast-resistant highway bridges: design and detailing guidelines. WIT Transactions 60 (2012) 143–151.

[8] F.J. Baeza, S. Ivorra, D. Bru, F.B. Varona.. Dynamic evaluation of a historic fountain under blast loading. Procedia Engineering 199 (2017) 3308-3313.

[9] Kramer, S. (2014). Geotechnical earthquake engineering (Pearson new international ed., Prentice-hall international series in civil engineering and engineering mechanics). Harlow, Essex: Pearson Education Limited.

[10] DIN 4150-3:2016-12: Vibrations in buildings – Part 3: Effects on structures. 2016.

[11] BS 7385-2:1993: Evaluation and measurement for vibration in buildings — Part 2: Guide to damage levels from groundborne vibration. 1993.

EVALUACIÓN EXPERIMENTAL MEDIANTE ANÁLISIS DIGITAL DE IMÁGENES DEL COMPORTAMIENTO DE MUROS DE MAMPOSTERÍA FRENTE A CARGAS CÍCLICAS EN SU PLANO

Torres, Benjamín¹; Bru, David²; Varona, Borja³; Baeza, F. Javier⁴; Ivorra, Salvador⁵

ABSTRACT.

El presente artículo se centra en el comportamiento estructural de muros de mampostería con hueco de ventana sometidos a cargas cíclicas en su plano. Para ello, se realizó una campaña experimental a escala real donde se fabricaron muros de 3 x 2 metros con un hueco central, siguiendo para ello las recomendaciones de las normas españolas para diseño sísmico. Con el objetivo de mejorar la resistencia y ductilidad, un muro se ha reforzado a dos caras mediante el sistema *Textile Reinforced Mortar* (en adelante TRM). El comportamiento de los muros ha sido analizado en términos de resistencia, ductilidad, comportamiento cíclico, degradación de rigidez y capacidad de disipación de energía. Todos los ensayos fueron monitorizados empleando sensores LVDT, así como la técnica de correlación de imagen. Los resultados muestran que el TRM aumenta la resistencia mecánica, el desplazamiento último, disipa más cantidad de energía y controla la propagación de la fisuración.

Keywords: Carga cíclica, TRM, mampostería, refuerzo estructural, muro.

1. INTRODUCCIÓN.

En ocasiones, estructuras de mampostería que forman parte del patrimonio histórico se encuentran expuestas a acciones dinámicas que no fueron consideradas en su diseño y que hoy en día son objeto de numerosos estudios para mejorar el conocimiento acerca de las mismas. Sin embargo, estas estructuras presentan una elevada vulnerabilidad sísmica, motivada fundamentalmente por su baja resistencia a tracción y la falta de técnicas eficaces de refuerzo que permitan incrementar su ductilidad [1, 2]. Concretamente, uno de los elementos estructurales de mampostería más habituales en construcciones históricas son los muros de carga, los cuales muestran un comportamiento muy diferente si las cargas actúan contenidas en su plano o fuera del mismo. Para cargas cíclicas en el plano del muro, el habitual modo de fallo de estos elementos se presenta en forma de grietas inclinadas, acompañado en ocasiones de deslizamiento relativo entre la pasta del mortero y el ladrillo [3-4]. En el caso de muros con huecos, la situación se vuelve más crítica todavía, pues el hueco para alojar ventanas o puertas, supone una discontinuidad y una debilidad.

Diferentes soluciones han sido estudiadas y se han planteado como técnicas de refuerzo con el objetivo de reducir la vulnerabilidad sísmica en muros de mampostería, como por ejemplo el empleo de

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. benjamin.torres@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. david.bru@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. borja.varona@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. fj.baeza@ua.es

⁵ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. sivorra@ua.es (corresponding author)

materiales compuestos, como FRP (*Fiber Reinforced Polymers*) [5-6]. El interés en esta solución radica en su pequeña influencia en las propiedades dinámicas, junto con una mejora de la capacidad estructural con un peso muy reducido. Sin embargo, FRP presenta algunos inconvenientes como su exposición a altas temperaturas, problemas de permeabilidad en presencia de agua y la adherencia con superficies húmedas, entre otros.

Recientemente, TRM ha aparecido como una alternativa para el refuerzo sísmico de muros de mampostería [7]. Este material está formado por mallas de fibra de vidrio, carbono o basalto, embebida en un mortero de cemento de elevada ductilidad. Su principal ventaja radica en una mejor compatibilidad con la mampostería, así como una mejora considerable de la resistencia y ductilidad [8].

El objetivo de este artículo es evaluar el efecto del refuerzo en el comportamiento cíclico de muros de mampostería con huecos de ventana. Para ello se han ensayado muros a escala real de 3X2X0.24 mxmxm, sin reforzar y reforzados con TRM. El refuerzo TRM aplicado pertenece a un producto de la casa comercial *MAPEI*, y consiste en fibras de vidrio embebidas en mortero de cal de elevada ductilidad. El comportamiento de los mismos ha sido evaluado en términos de resistencia y ductilidad, degradación de rigidez y capacidad de disipación de energía. Además, se ha caracterizado la influencia del TRM en el desarrollo y evolución de las grietas, cuya abertura se ha registrado empleando captadores de desplazamiento LVDT. Los resultados han permitido cuantificar el grado de mejora de la solución de refuerzo TRM en la respuesta sísmica. La capacidad mecánica en términos de resistencia incrementó un 204% con respecto a la solución sin refuerzo y el desplazamiento último de la solución reforzada fue casi un 400% superior.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.

En este artículo se muestran los resultados experimentales de dos ensayos realizados a muros de mampostería con hueco de ventana sometidos a cargas cíclicas, para evaluar su comportamiento en el caso de eventos sísmicos. Previamente, uno de ellos fue reforzado mediante TRM para evaluar el incremento de capacidad de esta solución.

2.1. Materiales y probeta.

La Figura 1 muestra la geometría general de los muros ensayados. Sus dimensiones son de 3x2x0.24 m y presenta un hueco central de 1x0.8 m. El hueco fue construido empleando tres vigas superiores paralelas de madera de 1.5 metros de longitud y de 150 x 75 mm de sección transversal. Este diseño ha sido realizado siguiendo las indicaciones de la normativa española NCSE-02 [8].

Las probetas fueron fabricadas con ladrillo macizo de dimensiones 230x110x55 mm y con una resistencia a compresión de 15 MPa, obtenida a partir del ensayo UNE EN 1015-11:2000/A1:2007 [9]. Se empleó un mortero de cal, de la casa comercial Grupo Puma. Este mortero contiene principalmente cal hidráulica natural con puzolanas naturales, árido fino y otros aditivos. La resistencia a compresión, de acuerdo con la información que proporciona el fabricante es de 7.5 MPa. Con el objetivo de mejorar el comportamiento cíclico, uno de los muros se ha reforzado empleando TRM en sus dos caras. El refuerzo empleado en esta investigación consiste en una malla de fibra de vidrio, con un gramaje de 220 g/m² embebido entre capas de un mortero de cal de alta ductilidad (*Planitop HDM Restauero*) suministrado por la casa comercial *Mapei*. Las principales características de la malla de fibra de vidrio

se observan en la Tabla 1. Según el proveedor, el mortero empleado es un mortero de dos componentes, premezclado, de alta ductilidad, reforzado con fibra, de cal hidráulica y a base de eco-puzolana con una resistencia a la compresión superior a 15 MPa a una edad de 28 días.



Figura 1. Geometría de los muros.

La malla fue dispuesta siguiendo dos orientaciones, tal y como se define en la Figura 2. La totalidad de la superficie del muro fue reforzada con una malla continua orientada según las principales direcciones del muro (0° y 90°) mientras que en las cuatro esquinas del hueco se dispuso una malla adicional siguiendo las direcciones principales de tensión ($\pm 45^\circ$). La Figura 3 muestra una vista general de los dos muros ensayados junto con todos los elementos metálicos auxiliares para aplicar la carga gravitatoria vertical y la carga cíclica lateral.

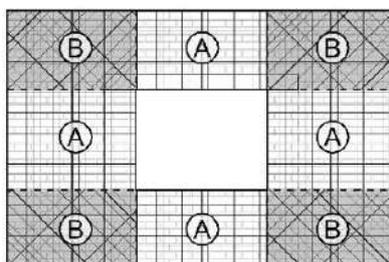


Figura 2. Distribución del refuerzo TRM. Malla G220 orientada según 0° , 90° (A) y $\pm 45^\circ$ (B).



Figura 3. Muros sin reforzar y reforzados con TRM.

2.2. Ensayo experimental.

El ensayo experimental se realizó siguiendo el esquema indicado en la Figura 1, empleando diferentes elementos metálicos para anclar el elemento a la losa de cimentación y aplicar los dos tipos de carga. Cada muro fue directamente fabricado sobre un perfil UPN, el cual se encuentra anclado a la losa de cimentación de 1 m de canto. Los desplazamientos laterales de los puntos B y C estaban impedidos mediante el empleo de anclajes metálicos. En los puntos A y D se anclaron dos chapas metálicas conectadas mediante cuatro barras para controlar los desplazamientos impuestos en las dos direcciones. La carga horizontal se aplicó en el punto D, empleando un actuador hidráulico con una capacidad máxima de 750 KN. Por otro lado, se aplicaron cargas gravitatorias antes de iniciar el ensayo para simular la carga gravitatoria equivalente a un edificio de tres plantas, aproximadamente. Para ello, una carga total de 150 KN fue aplicada empleando cuatro barras Dywidag32.

Los desplazamientos aplicados fueron incrementándose progresivamente hasta alcanzar su valor máximo al final del ensayo. Cada ciclo de desplazamiento fue repetido en dos ocasiones antes de incrementar la amplitud. Los valores de cargas y deformaciones fueron monitorizados empleando una tarjeta de adquisición HBM Spider 8. Además, 4 LVDT fueron anclados a la estructura tal y como muestra la Figura 1.

2.3. Correlación de imágenes.

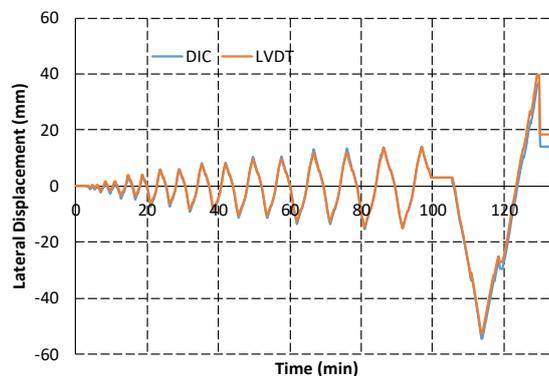


Figura 4. Comparación de desplazamientos medidos con LVDT y con DIC.

Una de las caras del muro fue monitorizada empleando la técnica de correlación digital de imagen (DIC). DIC es una técnica fotográfica de medición sin contacto que se emplea con resultados muy satisfactorios para medir deformación y desplazamientos [10]. La posición de cada punto en la imagen puede ser identificado aplicando un algoritmo de correlación empleando un patrón de intensidad estocástica en la superficie del objeto, lo que se conoce con el nombre de speckle. La resolución de esta técnica es relativa al tamaño del speckle, a su calidad y al tamaño del área de interés. Para esta investigación, se empleó una cámara Canon de 16 MP y un software comercial de correlación de imagen. En este caso, sólo se empleó una cámara porque se considera que los desplazamientos fuera del plano del muro son despreciables con respecto a los desplazamientos en su plano. Realizando una secuencia de imágenes y a través del procesado de imagen, se obtiene información del campo de desplazamientos y

deformaciones del elemento, así como la distribución de las fisuras y grietas. La Figura 4b muestra los desplazamientos aplicados en la parte superior del muro medidos con LVDTs y con DIC [10-11].

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

Dos muros de mampostería con hueco de ventana fueron ensayados bajo cargas cíclicas contenidas en su plano, para evaluar la eficiencia del TRM como refuerzo sísmico de elementos de mampostería. Su comportamiento estructural fue monitorizado empleando diferentes técnicas, LVDTs y DIC, con el fin de analizar resultados desde los puntos de vista de resistencia, ductilidad, degradación, disipación de energía y patrón de fisuración.

3.1. Respuesta histerética: Resultados carga-desplazamiento.

El comportamiento estructural de los muros fue evaluado a partir de la relación entre los desplazamientos aplicados en la parte superior del muro y las cargas necesarias para conseguirlos. En este caso, los desplazamientos han sido representados como *drift*, es decir, como el desplazamiento relativo entre la parte superior e inferior del muro. La Figura 5 muestra los ciclos de histéresis para los dos muros, hasta intervalos de -35 y 30 mm para el muro reforzado y -9 y 9 mm para el muro sin reforzar. Es importante destacar la simetría de los desplazamientos en ambas direcciones.

La respuesta inicial de ambas estructuras fue similar, pero el muro reforzado sufrió una rápida degradación una vez inició la fisuración. En cuanto al muro reforzado, sus desplazamientos fueron muy superiores. Como promedio, las cargas máximas alcanzadas por el muro reforzado al final del ensayo fueron 212% y 195% superiores que las alcanzadas en el muro sin reforzar (Figura 5). Basado en estas figuras, el refuerzo empleado permitió incrementar la disipación de energía, así como la ductilidad de la estructura.

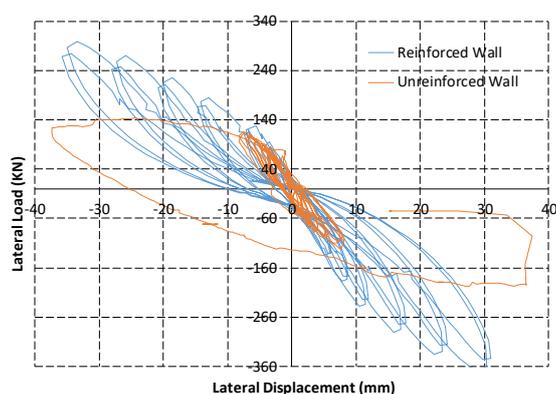


Figura 5. Respuesta histerética carga-desplazamientos para los muros reforzados y sin reforzar.

3.2. Envoltentes de carga.

La Figura 6 muestra las envolventes de carga en función del drift para los dos muros, considerando la máxima respuesta en cada ciclo de carga. En este caso, la variación de rigidez de cada muro podría ser obtenido como la relación entre la carga y el desplazamiento alcanzado, es decir, la pendiente de esta

curva. Aunque ambos muros mostraron comportamientos muy diferentes, ambos mostraron un comportamiento estructural idéntico en ambas direcciones de desplazamiento.

En primer lugar, el muro sin reforzar resistió una carga máxima de 120 kN aproximadamente con un drift de -9 mm. Para mayores desplazamientos, se observa un cambio brusco en su comportamiento estructural. Alcanzado este valor de desplazamiento, el muro pasó a comportarse como dos partes relativamente independientes entre sí debido a la formación de una grieta horizontal a lo largo del muro. Esto tuvo como consecuencia que la parte superior del muro se desplazaba sobre la inferior, esta grieta continuaba abriéndose pero entre ambas partes del muro no existía redistribución de esfuerzos. No aparecieron nuevas grietas y la estructura no siguió dañándose. Por esta razón, una vez alcanzado 9 mm de *drift* el ensayo se modificó a un *push-over*. Tal y como se observa en la Figura 6, a partir de un drift de -9 mm, la fuerza permanece relativamente constante ya que sólo debe vencer el rozamiento entre la parte superior e inferior del muro. Al final del ensayo (en torno a un desplazamiento de -30mm), la abertura de esta grieta alcanza los 25 mm y se observó un pequeño decremento de carga. Tras este primer *push-over*, se realizó otro similar pero en la otra dirección. En este caso, el comportamiento fue muy similar aunque se alcanzaron mayores niveles de carga (en torno a 180 kN).

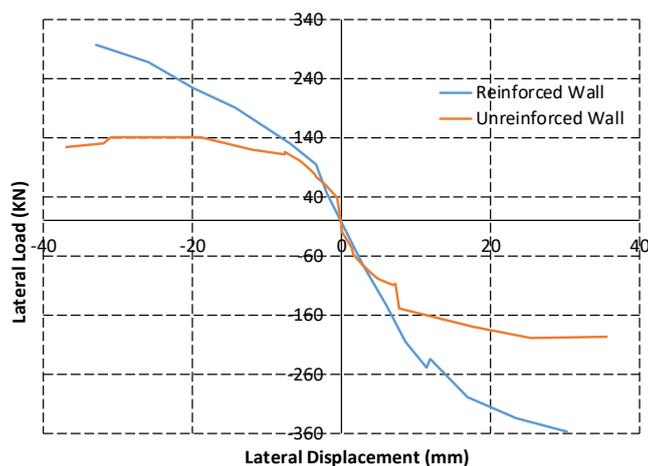


Figura 5. Envolturas de carga-desplazamiento.

Por otro lado, el muro reforzado mostró cargas máximas de 300 kN y -379 kN para valores de desplazamiento de -33 mm y 30 mm, respectivamente. En este caso, la capacidad de la estructura fue superior gracias al empleo del refuerzo TRM a dos caras. En base a los resultados obtenidos, se ha observado que:

- El empleo del TRM incrementa la resistencia del muro en un 240% en promedio en ambas direcciones.
- Ambas probetas presentan un comportamiento lineal durante los primeros ciclos de carga donde no se ha observado daño. Para el muro reforzado, el tramo línea se produce en un intervalo de desplazamientos de [-5, 8] mm. A partir de este nivel de desplazamientos, el comportamiento se vuelve no lineal hasta el final del ensayo, mostrando una elevada

ductilidad. Por otro lado, el comportamiento lineal en el muro sin reforzar tiene lugar en un intervalo de desplazamiento entre $[-2,2]$ mm.

- El comportamiento general de ambos muros fue similar para pequeños desplazamientos (régimen lineal) pero el comportamiento no lineal y la ductilidad fueron muy diferentes. El muro sin reforzar no mostró ductilidad, incluso con pérdida de rigidez que implica disminuciones de carga al final del ensayo.
- En el muro reforzado, tras la fisuración se observó un comportamiento muy dúctil hasta el final del ensayo, proporcionando una elevada adherencia entre la malla de fibra de vidrio, el mortero de cal y la estructura de mampostería. En ningún caso se observó delaminación entre la mampostería y el refuerzo TRM.
- A pesar de que el TRM aumentó la resistencia del elemento, no introdujo ninguna modificación de la rigidez inicial del elemento para bajos niveles de desplazamiento.

3.3. Disipación de energía.

La disipación de energía en cada ciclo de carga fue obtenida usando la regla trapezoidal para determinar el área encerrada en la curva carga-desplazamiento de la Figura 5. Esta pérdida de energía ha sido representada en la Figura 7 como la disipación en cada ciclo (Figura 7a) o como energía acumulada (Figura 7b).

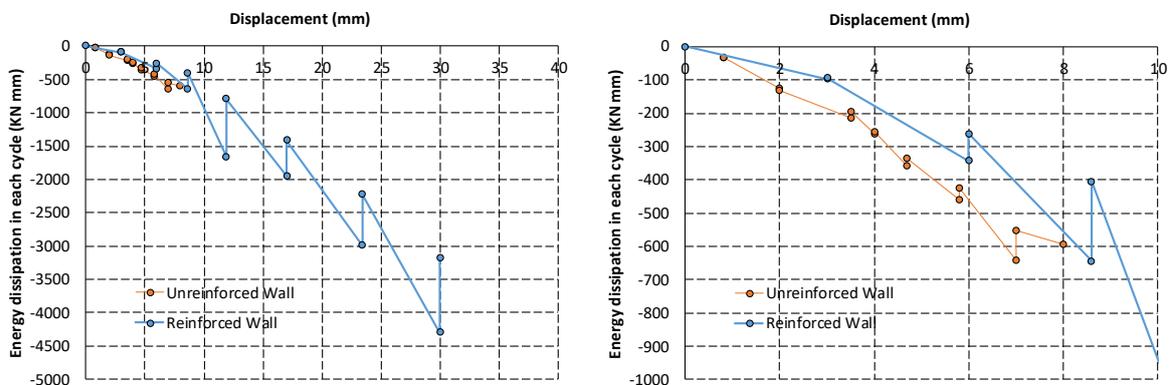


Figura 7. Disipación de energía en función del drift aplicado en cada ciclo y energía acumulada.

En general, en la primera repetición de cada ciclo de desplazamiento impuesto se disipó más cantidad de energía que en la segunda repetición (Figura 7a), ya que se disipa una mayor cantidad de energía cuando se desarrollan las fisuras en la primera repetición. Además, cuando las pérdidas en la primera y segunda repetición están muy próximas se debe a un mayor comportamiento elástico del muro. Esto puede ser observado para desplazamientos por debajo de 1 y 3 mm en los muros sin reforzar y reforzados, respectivamente.

Por otro lado, a medida que aumentan la amplitud de los ciclos se observa una mayor disipación de energía. A partir de 7-8 mm, se observa una reducción de la energía disipada en el muro sin reforzar que se asocia a una pérdida repentina de resistencia ya comentada en un apartado anterior.

Como se explicó anteriormente, el muro sin reforzar se dañó para niveles de desplazamiento menores. Además, para estos niveles de desplazamiento, el muro sin reforzar disipó más energía (dañándose) que el muro reforzado ya que éste todavía se encontraba en régimen elástico y por tanto disipando poca cantidad de energía. Sin embargo, al final del ensayo y considerando la ductilidad de cada muro, el muro reforzado disipó un 529% más de energía que el muro sin reforzar (Figura 7b).

3.4. Degradación de rigidez.

Con el objetivo de evaluar la degradación estructural de ambos muros, la rigidez correspondiente a un determinado nivel de desplazamiento fue calculada como la rigidez secante al 70% de la máxima carga en el ciclo en el que fue evaluado [12]. La rigidez fue obtenida para ambas direcciones y se observó una tendencia muy similar en ambas. La Figura 8 muestra las variaciones de rigidez a medida que aumenta la amplitud de los desplazamientos.

Tal y como se confirmó a partir de la inspección visual, no hubo daño en las primeros ciclos elásticos. Tras una primera fase elástica, empezó a aparecer las primeras fisuras que afectaron a su comportamiento, el cual se observa en la pérdida repentina de rigidez cuando aumentan los desplazamientos. Aunque la rigidez inicial fue similar para ambos muros, a medida que aumenta el daño la rigidez del muro sin reforzar disminuye drásticamente. Sin embargo, en el muro reforzado esta pérdida se produce de forma más gradual.

Tras los niveles de desplazamiento alcanzados de [-9,9] mm, el muro sin reforzar ha perdido un 90% de su rigidez inicial. Sin embargo, para este nivel de desplazamiento el muro reforzado ha perdido únicamente el 31% de su rigidez inicial. De hecho, tras sufrir desplazamientos tres veces mayores [-35, 30]mm, el muro reforzado todavía responde con un 50% de su rigidez inicial.

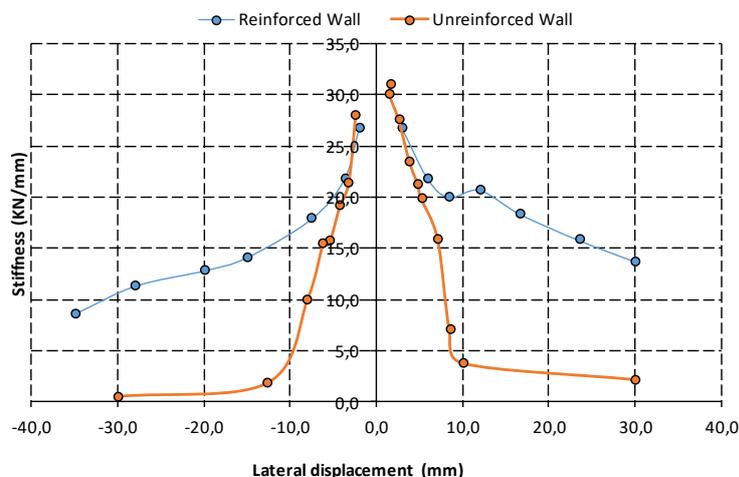


Figura 8. Degradación de rigidez en función del drift.

3.5. Evolución de la fisuración y comparación entre LVDT y DIC.

Las mediciones registradas por los LVDTs en función de la fuerza aplicada al muro se representan en la Figura 9. En cada gráfica se observa la pareja de LVDT situados sobre una misma diagonal del hueco de ventana. Tal y como se observó de forma visual, para pequeños valores de carga no aparecieron fisuras, aunque a medida que aumentó el nivel de carga fueron apareciendo. En estas Figuras, los valores positivos de carga indican empujes al muro (hacia la izquierda).

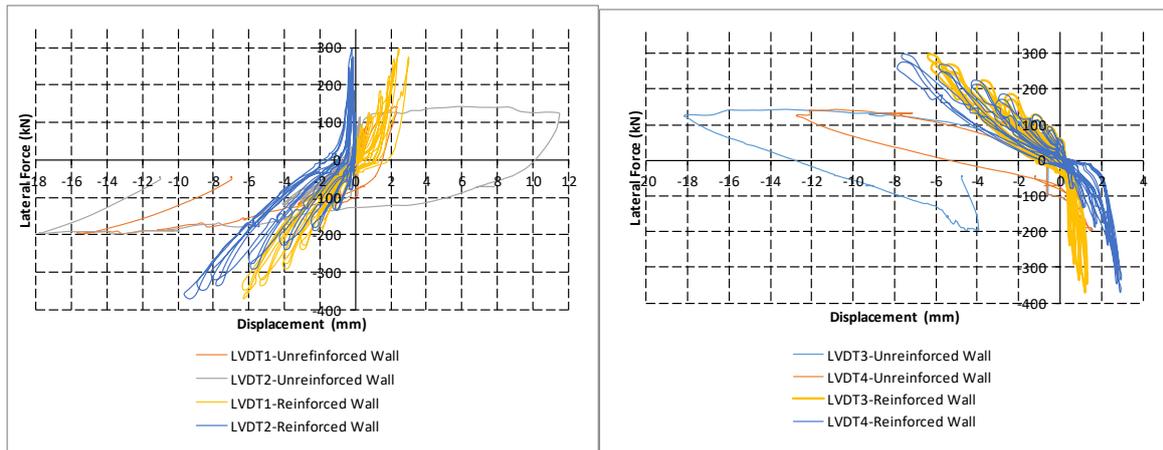


Figura 9. Fuerza lateral aplicada al muro en función de los desplazamientos de los LVDT de las esquinas. (a)- LVDT1 y LVDT2. (b)- LVDT3 y LVDT4.

A la vista de los resultados, valores positivos de fuerza general compresiones (desplazamientos negativos) en las esquinas del LVDT1 y LVDT2, mientras que general tracciones (desplazamientos positivos) en las esquinas opuestas (LVDT3 y LVDT4).

El desarrollo de las fisuras a nivel local en las esquinas del hueco de ventana puede ser identificado a partir de los cambios de pendiente en las curvas carga-desplazamiento (Figura 10). Las aberturas máximas de las fisuras en el muro sin reforzar llegaron a ser de 18 mm, mientras que en el muro reforzaron no llegaron a 9 mm.

4. CONCLUSIONES.

En este artículo se ha evaluado la eficacia del refuerzo TRM para ser aplicado en muros de mampostería sometidos a cargas cíclicas en su plano. En este caso, la aplicación se ha realizado sobre muros con hueco central de ventana, por representar una discontinuidad y una debilidad en cuanto su comportamiento estructural. Las principales conclusiones extraídas son:

- El muro reforzado incrementa su capacidad mecánica en un 204% con respecto al muro sin reforzar.
- El muro reforzado muestra un comportamiento mucho más dúctil. El desplazamiento último alcanzado por el muro reforzado es de 35 mm, frente a los 9 mm del muro sin reforzar.

- Para pequeños desplazamientos, el muro sin reforzar disipa más energía que el muro reforzado, debido al daño que sufre el muro para pequeños desplazamientos. Sin embargo, a medida que aumentan los desplazamientos impuestos, el muro reforzado disipa una mayor cantidad de energía.
- La rigidez inicial fue muy similar para ambos muros, del orden de 30 KN/mm. El daño en el muro sin reforzar supuso una pérdida de rigidez del 90% para un nivel de drift de 9 mm. Sin embargo, el TRM permitió garantizar la estabilidad del muro, manteniendo al menos el 40% de su rigidez inicial para desplazamientos de 30 mm.
- Finalmente, el TRM ha modificado la distribución y propagación de fisuración. En el caso del muro sin reforzar, las fisuras han evolucionado a lo largo de las juntas entre mortero y ladrillo, concentrándose en las esquinas del hueco. En el caso del muro reforzado, el TRM ha permitido que la fisuración esté más controlada y distribuida, comportándose con una mayor ductilidad.

AGRADECIMIENTOS.

El presente trabajo de investigación ha sido posible gracias a la financiación recibida del Ministerio de Economía y Competitividad, a través del proyecto BIA2015-69952-R.

Los autores desean mostrar su agradecimiento a la empresa MAPEI y GRUPO PUMA, por su apoyo durante la realización de la campaña de ensayos experimentales.

REFERENCIAS.

- [1] S. Ivorra, F.J. Baeza, D. Bru, F.B. Varona, Seismic Behavior of a Masonry Chimney with Severe Cracking Condition: Preliminary Study, *Key Eng. Mater.*, vol. 628, pp. 117–122, 2014. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.117.
- [2] D. Bru, S. Ivorra, F.J. Baeza, Seismic behavior of a masonry chimney retrofitted with composite materials: A preliminary approach, *Int. J. Saf. Secur. Eng.*, vol. 7, pp. 486–497, 2017. doi:10.2495/SAFE-V7-N4-486-497.
- [3] N. Reboul, Z. Mesticou, A. Si Larbi, E. Ferrier. Experimental study of the in-plane cyclic behaviour of masonry walls strengthened by composite materials. *Constr. Build. Mater.*, vol. 164, pp. 70–78, 2018.
- [4] Y. Endo, L. Pelà, P. Roca, F. da Porto, C. Modena. Comparison of seismic analysis methods applied to a historical church struck by 2009 L'Aquila earthquake. *Bull. Earthq. Eng.*, vol. 13, pp. 3749–3778, 2015. doi:10.1007/s10518-015-9796-0.
- [5] S. Zhang, D. Yang, Y. Sheng, S.W. Garrity, L. Xu, Numerical modelling of FRP-reinforced masonry walls under in-plane seismic loading, *Constr. Build. Mater.* 134 (2017) 649–663. doi:10.1016/j.conbuildmat.2016.12.091
- [6] T.C. Triantafillou, Strengthening of masonry structures using epoxy-bonded FRP laminates, *J. Compos. Constr.* 2 (1998) 96–104. doi:10.1061/(ASCE)1090-0268(1998)2:2(96).

- [7] S.A. Babatunde, Review of strengthening techniques for masonry using fiber reinforced polymers, *Compos. Struct.*, vol. 161 (2017) 246–255. doi:10.1016/j.compstruct.2016.10.132.
- [8] E. Ministerio de Fomento, NCSE-02. Norma de construcción sismorresistente: parte general y edificación, 2004.
- [9] AENOR, Methods of test for mortar for masonry —Part 11: Determination of flexural and compressive strength of hardened mortar, 2007. doi:10.1603/en11207
- [10] A. Strauss, P. Castillo, K. Bergmeister, B. Krug, R. Wan-Wendner, M. Marcon, J. Matos, J.R. Casas, Shear performance mechanism description using digital image correlation, *Struct. Eng. Int.* 28 (2018) 338–346.
- [11] J. Stoerzel, N. Randl, A. Strauss, Monitoring shear-induced degradation of reinforced and pre-tensioned concrete members, *IABSE Symp. Rep.* 105 (2015) 1–10. doi:10.2749/222137815818358394.
- [12] B. Torres, E. Bertolesi, P.A. Calderón, J.J. Moragues, J.M. Adam, A full-scale timber cross vault subjected to vertical cyclical displacements in one of its supports, *Eng. Struct.* 183 (2019) 791–804. doi:10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.01.054.

Evaluation of X42 steel pipelines based on deformation monitoring using resistive strain gauges

Rojas-Suárez, Holman Fernando¹; Rodríguez-Suesca, Angel Eduard²

ABSTRACT

In this research, the use of resistive strain gauges for deformation monitoring and damage assessment in API-X42 steel pressure pipelines subject to ground displacement loads was studied. Steel pipeline segments under bending actions with variable operating pressures were analysed by finite element modelling. Experimental models of API-X42 steel pipeline segments for typical operating pressures were tested in order to evaluate the effectiveness of the placement topologies of resistive strain gauges as well as the reliability of the detection algorithm of maximum strains under conditions of plastic behaviour and buckling. First experimental results indicate that there are advantages of resistive strain gauges for plasticity measurements. Nevertheless, limitations in the common detection algorithm analysed were found.

Keywords: steel pipeline, deformation monitoring, resistive strain gauge, failure detection.

1. INTRODUCTION

Colombia has an extensive network of hydrocarbon transport pipelines made up of more than 9000 km of oil and gas pipelines. Among the most relevant are the Caño Limón-Coveñas oil pipeline, the Alto Magdalena oil pipeline, the Colombia oil pipeline, the Central pipeline and the Transandino pipeline. There is also a large secondary distribution network, as well as many other crude oil pipelines are being built. Many of these pipelines cross areas whose geomorphological and tectonic conditions generate large earth thrust on said pipelines, that can lead to failure owing to plastic deformation or fracture [1]. Although this type of failure seldom occurs, the adverse effect this has on the environment is vast. This is compounded by the negative economic impact that of a high loss of revenue in the operation of the pipelines.

In recent years, it has been found that traditional methods of analysis and design of pipelines based on stress limit criteria are not the most appropriate, especially for displacement-controlled actions, such as those originated in landslides, geological faults and other displacement control loads. Therefore, it is currently required systems of deformation monitoring and real-time damage assessment with greater effectiveness and reliability to ensure compliance with the different strain limits established in the so-called strain-based design methods [2].

¹ Department of Mechanical and Mechatronic Engineering. National University of Colombia (COLOMBIA). hfrojass@unal.edu.co

² School of Civil Engineering, Pedagogical and Technological University of Colombia (COLOMBIA). Department of Structural Mechanics. University of Granada (SPAIN). angel.rodriquez@uptc.edu.co (Corresponding author)

To mitigate the risk of pipeline failure, there are several methods and tools for monitoring and inspection of gas and oil pipelines [3]. These include the inertial mapping with ILI tools (In-Line Inspection) [4], the detection with distributed optical fiber [5] and the localized detection with strain gauge arrangements [6]. Periodic monitoring is usually carried out with inertial mapping equipment, which travels inside the pipeline, recording thickness, position of the central axis and the deformations, registered by curvatures. Subsequently, these records are compared with previous measurements, determining displacements and critical strains for the pipeline integrity in order to determine if there are any maintenance or repair issues which need resolving. Measurements with inertial mapping tools are made periodically and are expensive, which is a great disadvantage. In addition, the detected strains are only associated with curvatures caused by bending of the pipeline, therefore strains by tension and compression cannot be detected. In areas of greater land movement hazard, a more continuous and consistent monitoring of the pipeline deformations is required in order to be able to quickly and efficiently identify any possible risks; in turn averting any potential environmental catastrophe. By means of fixed sensors such as strain gages, all deformation components for bending, tension, compression and torsion can be measured. There are different gauge technologies such as vibrating wire strain gauges, fiber optic strain gauges and resistive strain gauges. Each of them has advantages and disadvantages depending on the installation reliability, the admissible range and the cost.

In order to make correct and timely decisions in the operation of hydrocarbon pipelines subjected to natural loads by land displacement, it is necessary to study the reliability of each type of strain gauges in the monitoring of plastic behaviour and buckling conditions. Similarly, it is necessary to establish the appropriate installation topology of strain gauges in order to detect the maximum deformations around the circumference of each section of instrumented pipeline in accordance with the strain limits established by codes and recommendations. This paper shows the first results of experimental flexure tests on pressure pipeline segments instrumented with resistive strain gauges' arrangements in order to evaluate the effectiveness and reliability of the monitoring throughout the plastic range and the buckling. These tests were based on and compared with simulations of ultimate pipeline conditions by means of finite element models. Tests were carried out on segments of API-X42 steel pipeline, which was subjected a variable internal pressure and pure bending until failure.

2. MATERIAL CHARACTERIZATION

In order to correctly define the properties of the pipeline material for the finite element model and analytical evaluation, tensile tests on several samples were carried out with measurements of longitudinal and transverse deformations extracted from different pipeline segments. Main properties of API-X42-steel samples were established by means of resistive strain gauges and electronic extensometers. Fig. 1 shows the test results of one of the samples. The stress-strain curve reaching the plastic zone is presented in Fig. 1a, as well as the longitudinal and transverse deformations in the elastic region are detailed in Fig. 1b. Equally, Table 1 shows the average mechanical properties obtained for the pipeline material and the comparison with those stipulated by the API standard [7]. These lab results showed that the X42-steel strength is significantly higher than that defined by the manufacturer.

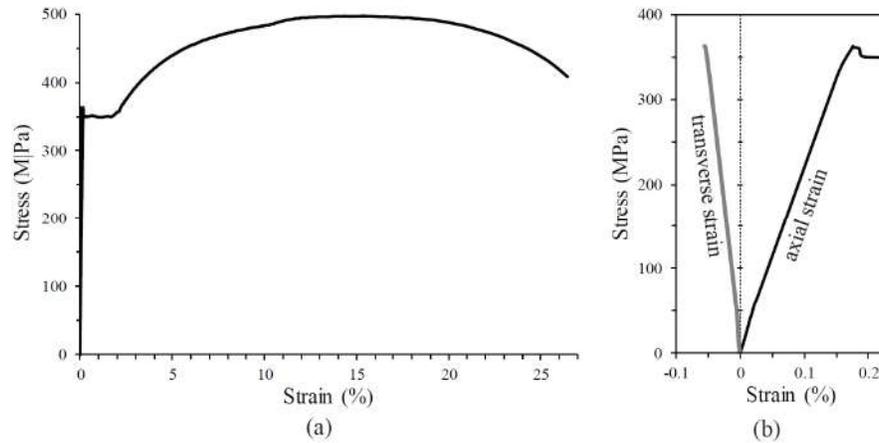


Figure 1. Stress-strain curve of API-X42 steel: a) full axial behaviour, b) axial and transverse strains in elastic range

Table 1. Mechanical properties of API-X42 pipeline steel

Property	Experimental	API specification
Yield strength (Mpa)	350,1	290
Ultimate strength (Mpa)	490,8	415
Young modulus (Gpa)	210,4	210
Poisson ratio	0,315	0.3

3. NUMERICAL MODELLING

A finite element model of a segment of API-X42 pipeline was elaborated with the purpose of evaluating the actions and critical stresses in a buried condition, in addition to evaluate gauge placement topologies under severe loading conditions. The model of the pressure pipeline segment was made in the software Ansys Workbench, in which a non-linear behaviour of the material was considered. The constitutive model was defined by means of the stress-strain relationship of the API-X42 steel (Fig. 1) and other properties determined in the material tests (Table 1).

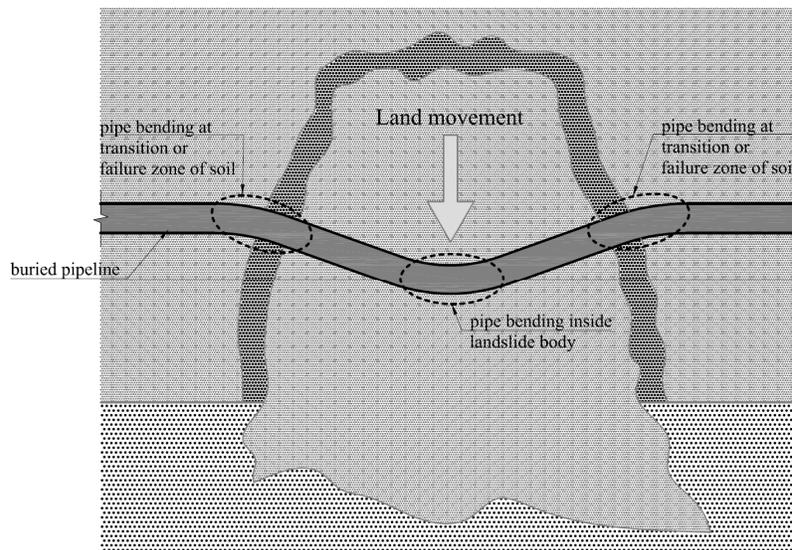


Figure 2. Scheme of pipeline subjected to large land displacements



Figure 3. Models of pipeline segment with idealized loading conditions: a) simple ends with center-point loading, b) fixed ends with two-point loading

Buried oil and gas pipelines may be subject to the action of combined tensile, compressive, bending, and torsional stresses. Nevertheless, these combinations depend on each site and the geomorphological conditions of the surrounding soil in the pipeline, hence accurate simulation of these conditions can prove difficult to recreate. Based on a typical deformation model of a pipeline subjected to large lateral thrusts caused by land displacement (see Fig. 2) [1], [8], several loading arrangements of the pipeline segments were proposed in order to simulate the most frequent conditions in a buried hydrocarbon transporting pipeline [9], [10]. With the intention of facilitating experimentation, two critical situations of bending in a buried pressure pipeline were idealized by simplified loading conditions: Condition A, simple ends with center-point loading; and Condition B, fixed ends with two-point loading, as shown in Fig. 3.

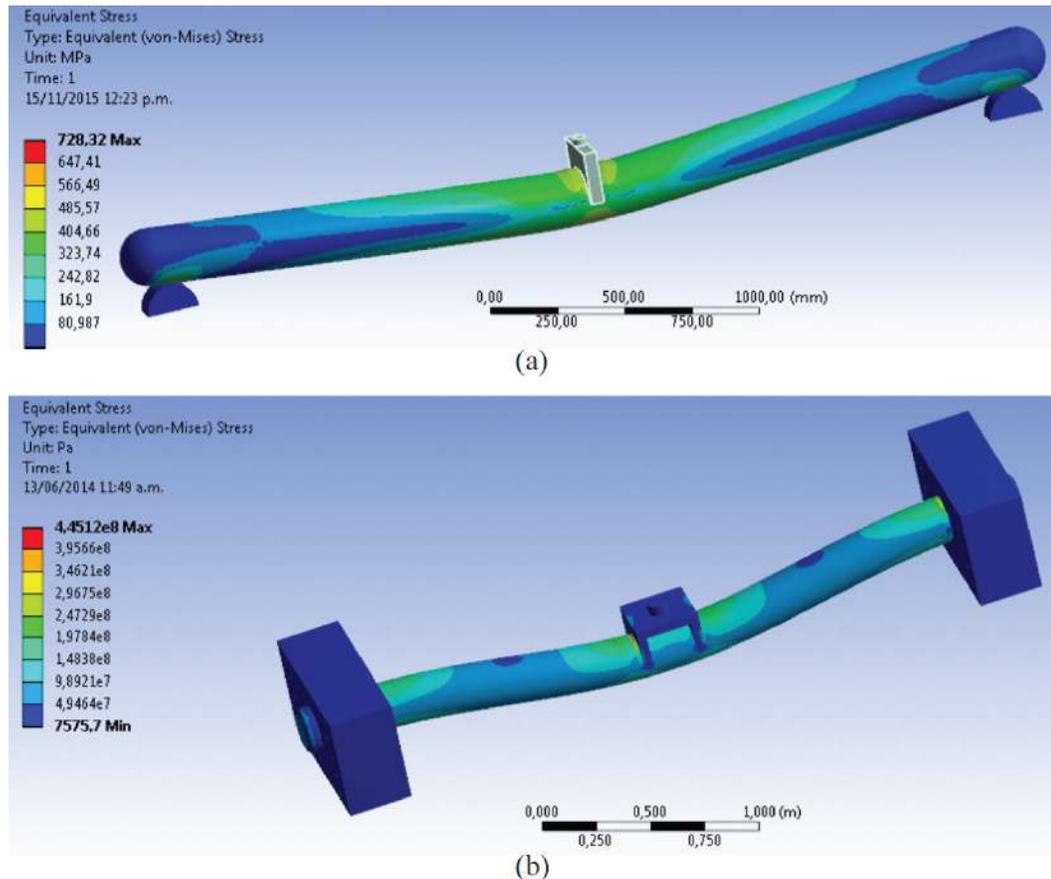


Figure 4. Stress in a pipeline models subjected to bending and pressure for 150 mm deflection level. a) Simple ends with center-point loading, b) fixed ends with two-point loading

For each condition, several analyses with variations of the deflection levels was carried out for values of typical fluid pressure in oil pipelines. In Fig. 4 the Von-Mises stresses generated for the loading conditions of Fig. 3, a deflection of 150 mm and an internal pressure of 2.5 MPa are shown. With the analysis of stresses and strains obtained from the modelling, it was possible to estimate the points of maximum deformations as well as the force necessary to generate plastic deformations. Thus, several topologies of location of the deformation sensors were considered in accordance with the algorithms for the determination of maximum strains in order to achieve an optimization of sensors in each pipeline segment.

4. EXPERIMENTAL TESTS

Experimental models of pipeline segments of 3.4 m length and 8 inches in diameter were manufactured to be tested with each established loading configuration (Fig. 3) and different levels of internal pressure. The pipeline models to be tested were made from API-X42 schedule 40 steel pipes. Caps of the same pipe material were welded at each end of the pipe in order to apply constant fluid pressures.

The test assembly was carried out in a testing frame equipped with a hydraulic jack of 500 kN capacity. A manual pressure pump of 10 MPa capacity was used to generate the internal pressure of fluid in the pipeline segments, which was controlled by a pressure sensor located at one end of the pipe. A load cell and a linear displacement transducer LVDT with a range of 300 mm were used to record force and vertical displacement in the center of the pipeline segments. Simple semicircular steel supports were used for loading condition A (Fig. 3a) while conversely concrete supports with steel collars were used to simulate loading condition B (Fig. 3b). Special pieces were manufactured to apply the established forces in the contour of the pipe circumference. Fig. 5 shows the test setup implemented for each of the two aforementioned loading configuration (a) and (b).

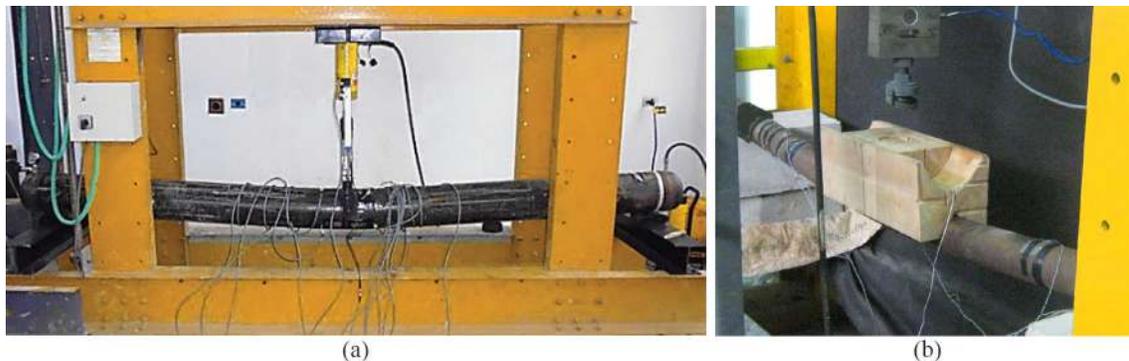


Figure 5. Test setup for each loading configuration

Uniaxial resistive strain gauges for metal of 120 ohm and 20 millimeters in length were used to monitor the pipeline segments. As a means to evaluating the effectiveness of resistive strain gauges in order to monitor the pipelines under plastic behaviour and buckling conditions, a strain gauge placement arrangement was proposed, based on the results of finite element modelling and a previous experimental test on a pipeline segment.

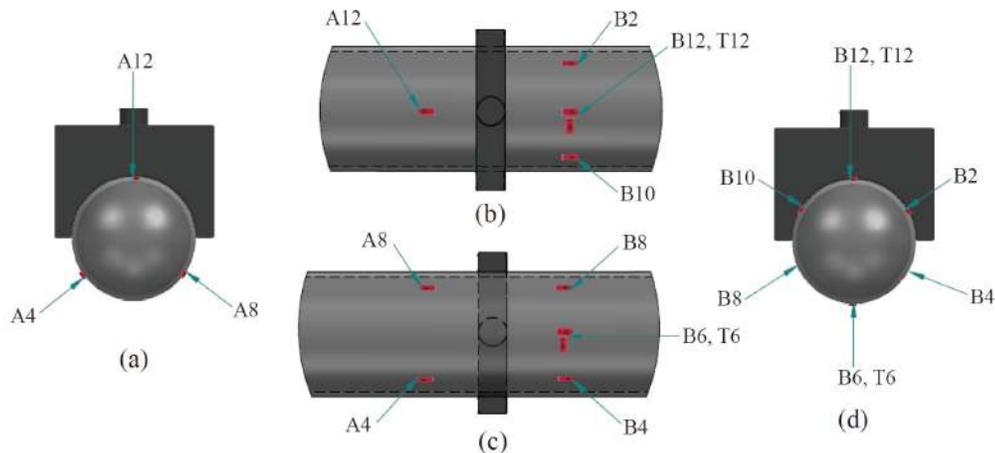


Figure 6. Strain-gauges arrangement on critical pipeline zone. Views: a) left side (gauge ring A), b) top, c) bottom and d) right side (gauge ring B)

The typical strain gauge topology in pipeline monitoring consists of a ring-shaped array of 3 longitudinal strain gauges spaced at an angle of 120° around the circumference of a critical pipeline section. In this study, 11 strain gauges placed in each pipeline bending zone (Fig. 6), adjacent to the pipeline sections of greatest bending moment, was the optimal arrangement established for the evaluation. Consequently, 9 strain gauges arranged in the direction of the axis of the pipe and 2 strain gauges arranged tangentially (strain gauges T12 y T6) were installed in the critical zones of the pipeline segments. Figure 6 shows the defined strain-gauges arrangement installed on sections adjacent to the center of the pipeline segments; a ring of 3 strain gauges on the left side of the critical section (gauge ring A12-4-8) and a ring of 6 strain gauges to the right (gauge ring B12-2-4-6-8-10).

Previous pressurization and depressurization tests in each pipeline segment were carried out to establish stress levels as well as to verify the functionality of the strain gauges in the linear range of material.

In order to evaluate the influence of pressure on the pipe flexural strength, eight constant pressures ranging from 0 to 10 MPa were considered. Hence, an experimental pipeline model for each constant level of internal fluid pressure was tested under the application of incremental vertical load until the failure. The tests were controlled by the deflection in the center of the pipe segment. The pressures to apply in the tests intended to reproduce stress conditions of pipelines in operation, given the fact that pressure is one of the variables that are able to be manipulated.

5. RESULTS

Fig. 7 shows the strain and stress values to which an API-X42 pipeline is subjected under operating pressures. These values were obtained from the pressurization and depressurization tests of one of the pipeline segments. The tangential and longitudinal strains shown in Fig. 7 correspond to the records of strain gauges T12 and B12, which are comparable to the measurements obtained with the other strain gauges installed in this established arrangement. There were greater tangential strains with respect to the measures longitudinally, so stresses in the longitudinal direction were 27% of

those measured in the tangential direction. It was observed an adequate linearity, with very little hysteresis of the signal, as well as an excellent return to the initial zero for each record. Pipelines under maximum operating pressures can reach stress levels of 30% of the material strength, resulting in significant values that can influence the behaviour of the pipeline subjected to large bending stresses.

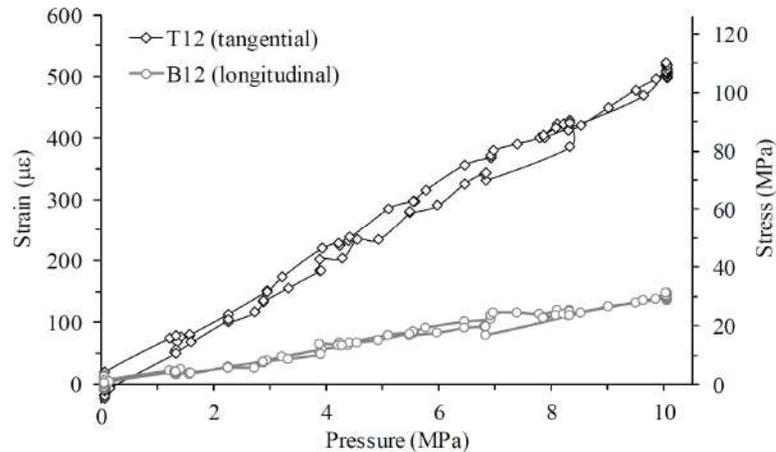


Figure 7. Strain and stress vs internal pressure for pressurization and depressurization tests of a API-X42 pipeline segment

The main results of the flexure test for one of the pipe segments tested for the loading condition A and a pressure of 10.2 MPa are presented in Fig. 8. Fig. 8a shows the load-deflection behaviour of the pipeline segment, while Fig. 8b shows the curves of variation of longitudinal strain vs time obtained by the established strain gauge arrangement in the center of the pipeline segment. These curves, commonly known as strain-time monitoring curves, are considered to be the only empirical data available in the monitoring of instrumented pipelines. In this test, strain values of up to 17650 $\mu\epsilon$ were measured, therefore the adequate performance and reliability of the resistive strain gauges for large deformation ranges was confirmed. It was observed that the resistive strain gages remained attached to the pipe surfaces despite buckling, therefore the plastic deformations could still be measured at high levels of pipe damage.

From the aforementioned, the wide range of deformation measurement of the resistive strain gauges with respect to other types of available strain gauges is highlighted. Vibrating wire strain gauges only have a maximum measuring range of about 5000 $\mu\epsilon$, while fiber optic strain gauges can reach 10000 $\mu\epsilon$. This type of non-flexible strain gauges cannot continue to be measured in conditions of large deformations and less in buckling conditions (on wrinkles) given that they require a flat surface for installation. Similarly, measurements in the tangential direction for pressure monitoring cannot be easily performed with vibrating wire or optical fiber strain gauges because they are rigid.

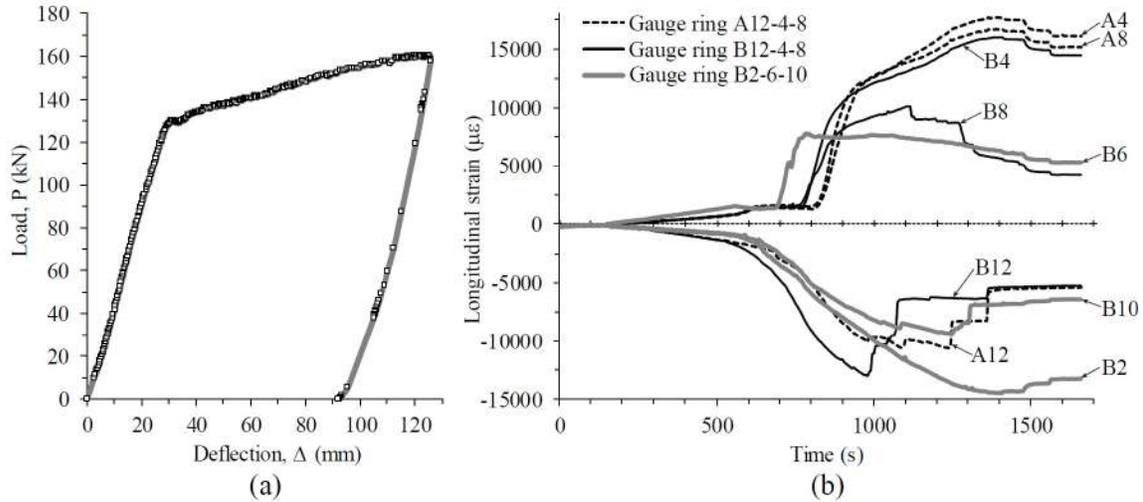


Figure 8. Flexure test results of a pipeline segment (loading condition A, pressure = 10.2 MPa): a) imposed load vs deflection, b) strain-time monitoring curves

Fig. 9 shows the variation of the maximum strains in the instrumented section of the pipeline segment with respect to the central deflection (Δ), given as a function of the yield deflection (Δ_y). These curves were determined from each 3-strain-gauge array that formed the established strain measurement arrangement. It was found that a single 3-strain-gauge ring is not wholly accurate in enabling to define the maximum strains in a pressure pipeline, particularly when it comes to pipelines subjected to combined stresses. It was found that the error in the measurements of maximum deformations in the plastic range of a pressure pipeline with a single 3-strain-gauge ring is about 30% compared to using the proposed 9 longitudinal strain-gauge arrangement.

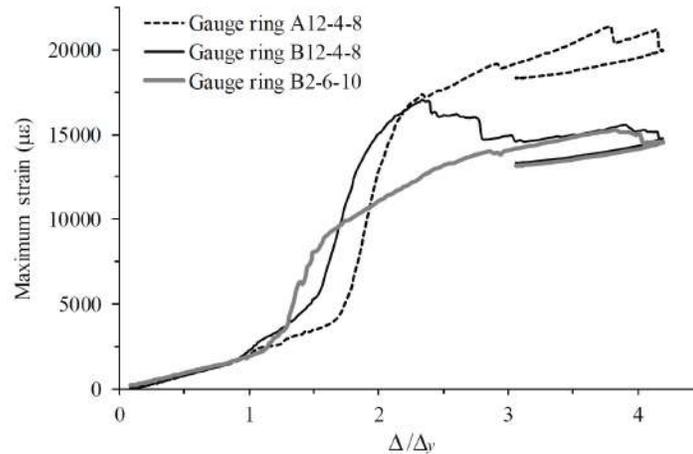


Figure 9. Maximum strain obtained by each 3-gauge-ring array (loading condition A, pressure = 10.2 MPa)

6. CONCLUSIONS

Due to Colombia's geomorphology and tectonics, buried pipelines for hydrocarbon transportation present a large number of faults during operation due to actions caused by trusts and movements of unstable soils. The imposed forces generate bending, shear, tensile, compression, torsion or a

combination of these on these infrastructures. These actions can lead to different failure mechanisms, ranging from plastic deformations that cause buckling, to fractures that generate hydrocarbon leaks and consequently the contamination of ecosystems. To this effect, it is paramount importance that reliable monitoring systems are put in place in order to give timely warnings of an imminent failure, in real time. In this research, the use of resistive strain gauges for monitoring and damage assessment of API-X42-steel pressure pipelines subject to ground displacement was thoroughly studied. Based on the first experimental evidences obtained in this research, the following conclusions can be drawn:

- The use of additional resistive strain gauges in the tangential direction for pressure monitoring of pipelines in areas of ground displacement is advisable. The pressure turns out to be an essential variable in a fitness for service (FFS) assessment [11] when there is a damage or defect in the pipeline. From measurements with resistive strain gages in a pipeline, values and variations of pressure can be appropriately obtained.
- The detection of the yielding in a steel pipeline can be delayed by: the distance of the set of strain gauges to the point of first yielding; the type of strain gauge placement arrangement; and the pressure and their variations.
- It was observed that the resistive strain gauges have the capacity to detect an anomaly with better reliability because they remain measuring in crucial ranges for the failure detection.
- The proposed arrangement of 9 longitudinal and two tangential strain gauges proved to be an adequate arrangement for the most accurate detection of maximum deformations in pressure pipelines. This arrangement is feasible with resistive strain gages due to the installation conditions and the reduced cost compared to other technologies.
- The algorithm for calculating the maximum deformation analysed has a good approximation for conditions where the pure bending stresses are far greater than the rest of the stresses that can be generated in the pipeline. However, it is necessary to locate the strain sensors with some criterion based on stress analysis in order to closely estimate the points where the greatest deformations produced by the ground-pipeline interaction can occur.
- In actual applications of hydrocarbon transport pipeline operation, the installation of the strain gauges is sometimes carried out after the pipe has had a history of deformation, therefore it is not known with certainty if this is already in the plastic zone. For this and other cases, the use of the common detection algorithm of maximum deformations is not entirely reliable, hence it is necessary to implement new models and methodologies for the pipeline evaluation through strain monitoring.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the School of Civil Engineering of the Pedagogical and Technological University of Colombia for the loan from the structures laboratory; the Mechanical and Mechatronic Engineering Department of the National University of Colombia for the research guidance and the loan of the universal testing machine; and the companies Tecnicontrol S.A. and Technical Qualified Personnel of Colombia for the software and device supplies and the research advice.

REFERENCES

- [1] Suarez, J., (2009), Deslizamientos en áreas urbanas y en obras de ingeniería, in *Deslizamientos: Análisis geotécnico*, vol. 1, no. Geotecnia, Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, UIS, p. 588.
- [2] Liu, B., Liu, X.J., & Zhang, H., (2009). Strain-based design criteria of pipelines. *J. Loss Prev. Process Ind.* vol. 22, no. 6. pp. 884–888.
- [3] Kishawy, H.A. & Gabbar, H.A., (2010). Review of pipeline integrity management practices. *Int. J. Press. Vessel. Pip.* vol. 87, no. 7. pp. 373–380.
- [4] Barbian, A. & Beller, M., (2012), In-Line inspection of high pressure transmission pipelines : state-of-the-art and future trends, in *18th World Conference on Nondestructive Testing*, no. April, pp. 1–21.
- [5] Zhang, S., Liu, B., & He, J., (2019). Pipeline deformation monitoring using distributed fiber optical sensor. *Meas. J. Int. Meas. Confed.* vol. 133. pp. 208–213.
- [6] Dewar, D., McClarty, E., Boven, G. Van, & Tong, A., (2016), Technical and operational guidelines when using strain gauges to monitor pipelines in slow moving landslides, in *Proceedings of the 2016 11th International Pipeline Conference*.
- [7] American Society of Mechanical Engineers, (2009), *ASME B31.4 Pipeline transportation systems for liquid hydrocarbons and other liquids*. p. 140.
- [8] Lee, E.M., Fookes, P.G., & Hart, A.B., (2016). Landslide issues associated with oil and gas pipelines in mountainous terrain. *Q. J. Eng. Geol. Hydrogeol.* vol. 49, no. 2. pp. 125–131.
- [9] Feng, W., Huang, R., Liu, J., Xu, X., & Luo, M., (2015). Large-scale field trial to explore landslide and pipeline interaction. *Soils Found.* vol. 55, no. 6. pp. 1466–1473.
- [10] Höhler, S. & Brauer, H., (2014). Assessment of HFI line pipe for strain - based design via full-scale testing. *Tech. J. Pip. Syst. Integr. Effic.* no. Special 02. pp. 16–21.
- [11] Yaorong, F., Helin, L., Pingsheng, Z., Baiping, D., Baodian, M., & Zhihao, J., (2001). Failure analysis and fitness-for-service assessment for a pipeline. *Eng. Fail. Anal.* vol. 8, no. 4. pp. 399–407.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL INVESTIGATION ON TRM REINFORCED MASONRY VAULTS SUBJECTED TO MONOTONICAL VERTICAL SETTLEMENTS

Elisa Bertolesi¹; Manuel Buitrago², Benjamin Torres³, Pedro A. Calderón⁴, Jose M. Adam⁵, Juan J. Moragues⁶

ABSTRACT

The present work is aimed at studying the efficiency of Textile Reinforced Mortar materials (TRM) for repairing ancient curved structures. To this scope, a timbered masonry cross vault was constructed and tested at the ICITECH laboratories of the Universitat Politècnica de Valencia (Spain). The experimental investigation comprised the testing of the vault and its following repairing by means of TRM materials. During the first test, the collapse was characterized by the formation of a deep crack along the elliptic diagonal arch connecting two opposite supports. The TRM strengthening comprised an extrados layer composed by a 25x25 mm glass grid embedded into two approximately 5 mm thick layers of a mortar matrix. A direct comparison of the experimental results obtained showed the positive effect of the TRM strengthening on the global structural behaviour of the vault. The TRM strengthening was able to increase the peak loads and prevent the formation of cracks along the extrados surface of the structure. Also, a 3D macro-modelling FE strategy was adopted to study the behaviour of the structure during the tests. The models were developed by means of the FE commercial software Abaqus. The masonry support as well as the TRM retrofitting were simulated by means of shell elements. Finally a satisfactory agreement was obtained between the experimental and the numerical results.

Keywords: Full-scale timbered vault, Experimental investigation, Numerical Analysis, Cyclical settlement, Textile Reinforced Mortar (TRM) material.

1. INTRODUCTION

Masonry cross vaults are part of the architectural construction heritage of the whole Mediterranean area. They have been built during the centuries using different materials, shapes and construction techniques. In particular, masonry cross vaults have been used with a covering function in churches and historical palaces. Some remarkable examples of such impressive structures are presented in Figure 1. Despite their quite widespread adoption during the past centuries, the scientific knowledge about their structural behaviour is still at an embryonic stage. A first attempt to explain their structural behaviour has been conducted by Willis [1] and later by Viollet-le-Duc [2] and Sabouret [3]. Their primary aim was intended to focus on the identification of the structural function of each element composing a masonry vault and in particular, of ribs. As a matter of facts, masonry cross vault

¹ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. elber4@upv.es

² ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. mabuimo1@upv.es
(Corresponding author)

³ Department of Civil Engineering, University of Alicante. San Vicente Del Raspeig. Apartado 99, 03080, Spain.
benjamin.torres@ua.es

⁴ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. pcaldero@upv.es

⁵ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. joadmar@upv.es

⁶ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. jmorague@upv.es

could be ideally subdivided into two main categories: groin vaults and ribbed vaults. The main difference between them is represented by the presence of ribs.



Figure 1: Examples of the cross vaults of St. Giles Cathedral in Edinburgh (Scotland).

As reported in [4], Romanesque builders slightly modified the groin vault's building technique to solve the difficulties related to their construction adding diagonal ribs as a partial bearing stiffener of the webbing. The solution helped to increase the span of the vaults, to further reduce their thickness and to add an lightweight aesthetic effect as well. This modification was rapidly adopted and ribbed vaults became quite popular during the past centuries. Considering how quickly they spread and the quantity of historical buildings nowadays certifying their adoption, the structural role of ribs has always call the attention of researches. A first explanation of the role of ribs imputes to voussoir ribs the role of a stone-centering system which replaced the traditional wooden ribs for transverse arches and groins. This finding confirms the idea that ribs have been used to sustain the masonry webs both before and after the vault is built. In addition, the disconnection between stone-voussoir ribs and masonry webbing helped to point out the capacity of masonry vaults to adapt to changes in loads highlighting the crucial role played by equilibrium in their stability. Given the scarce theoretical background at disposition of the masons who built these structures, it is reasonable to assume that they adopted rules of thumb to estimate the limit state of the structure. The impossibility to know the structural design principles employed during the past centuries justifies why the function of the different elements in a masonry cross vault is still debated. It is also clear that such structures do not match the requirements of the current guidelines and therefore the prediction of their structural behaviour became crucial especially in seismic prone areas. One of the most use approach is represented by the so-called "equilibrium approach". It has been adopted mostly to analyse the structural behaviour of masonry arches and to predict their load bearing capacity. This approach, rigorously formulated by Heyman [5], postulated that an arch is able to stand as long as a thrust line can be found that fits within its section. Subsequently, various researches tried to extend the same approach to the analysis of masonry vaults introducing the idea of a thrust network instead of a thrust

line. Although this latter research line has become very popular in the recent years, the pioneer in this topic was O'Dwyer [6]. Indeed, several authors analysed further the possibility to extend its funicular analyses to tri-dimensional structures. In this framework, Thrust Network Analyses (TNA) [7] represents advanced developments of the work proposed by Heyman. This family of strategies allows the estimation of the collapse load, the active failure mechanism and the thrust network by means of a standard linear programming problem, which maximizes the failure multiplier under equilibrium constraints and the admissibility of internal actions. More recently, continuum-based approaches (FEM) and Discrete Element Strategies (DEM) have been proposed to study the behaviour of masonry vaults. One of the most critical drawbacks of FEM strategies is related to the prohibitive computational cost when dealing with complex geometries. As a matter of fact, one of the most fascinating approach is represented by the so-called micro-modelling strategy. This approach allows simulating the constituent materials separately making possible to describe most of the peculiar aspects of masonry, for instance its orthotropic behaviour. However, due to the high number of FEs involved into the simulation, this kind of approach is often not suitable when analysing full-scale masonry vaults. On the other hand, DEM resulted particularly suited on this regard. Indeed, using DEM approaches, masonry structures can be modelled as a combination of rigid blocks connected by non-linear interfaces. DeM's major advantage in dealing with masonry is that it can lump all the nonlinearities at the level of the mortar joints. This assumption is highly acceptable for old unreinforced masonries but could be a significant limit for reinforced structures. In this framework, the experimental testing of full-scale masonry vaults plays a crucial role towards a better understanding of the behaviour of such structures. In particular, only in scale prototypes have been tested with respect to in plane or out of plane supports' distortions. Even less experimental investigations have been carried out to understand the behaviour of masonry vaults when subjected to soil-induced movements. In order to cover this lack of knowledge, the present work discusses the experimental and numerical investigations developed at the ICITECH laboratories of the Universitat Politècnica de Valencia (Valencia, Spain) with respect to a masonry timbrel vault unreinforced and reinforced with Textile Reinforced Materials (TRM) and subjected to a vertical settlement in one of its supports.

2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION

2.1 Set-up and monitoring apparatus

This section is intended to describe the experimental campaign developed in one of the laboratories of the ICITECH (Valencia, Spain). The investigation comprised the unreinforced and TRM (Textile Reinforced Mortar materials) reinforced testing of a full-scale masonry cross vault subjected to a monotonically increased settlement in one of its supports [8]. It is worth mentioning that, the geometry of constructed vault was inspired by the ones partially collapsed in the Church of San Lorenzo de Castell de Cabres (Spain). The masonry cross vault herein analysed has been constructed following a peculiar procedure. Indeed, timbrel vaults are commonly built laying down bricks in a flat position ($230 \times 110 \times 26 \text{ mm}^3$) and interposing various layers of mortar materials. In detail, the vault comprised four lateral arches composed of four layers of bricks and three layers of mortar, whereas the webbing was constructed with two layer of bricks placed perpendicularly and one layer of mortar. This type of structure are known as timbrel vaults. They were first used in the Catalan region of Spain and are characterized by a peculiar construction technique characterized by two or more layers of

tiles laid flat and held together by thick layers of mortar. It is important to underline that, the peculiar disposition of different materials is able to help the layered masonry to work as a homogeneous unit, in spite of the differences related to the stiffnesses and strengths of the constituent materials. The final masonry arrangement of the tested vault is visible in Figure 2(a). As showed in Figure 2(a), the vault rested on four concrete supports, labelled herein as S1, S2, S3 and S4. A mechanical system composed by two steel plates and bearing balls allowed the application of different boundary conditions to each vault support. In detail, supports S2 and S4 were free to move along the horizontal plane only, support S3 was completely fixed, whereas support S1 was similar to supports S2 and S4 but with an imposed displacement applied. The concrete bases were placed at the corners of a 4×4 m square connected by four 3.6 m diameter semi-circular lateral arches. The arches were approximately 1.8 m high and the total height of the structure considering the concrete bases reached 2.51 m. Furthermore, all the supports of the vault have been connected by means of a steel bracing frame composed by HEB 140 profiles hinged to the bases of the vault. The system was designed to prevent the development of possible premature diagonal failures of the vault and to simulate the partial lateral constraint effect produced by adjoining vaulting systems. The experimental investigation comprised the application of a monotonically increasing downward vertical displacement in support S1 to mimic a soil-induced settlement of one vault 'support. The settlement histories applied to the vault before and after the application of the strengthening are depicted in Figure 2(b) and Figure 3(b). The laboratory investigation was organized in three phases: (i) construction and testing of the timbrel vault with a maximum imposed displacement of 40 mm, (ii) repairing and application of a 10 mm thick layer of Textile Reinforced Mortar materials (TRM) on the extrados of the vault (iii) testing of the repaired vault with a maximum imposed displacement equal to 80 mm. In both cases, the settlements were applied by means of two mechanical jacks located at the bottom of the steel base of support S1 and manually synchronized in order to avoid the application of undesired rotations.

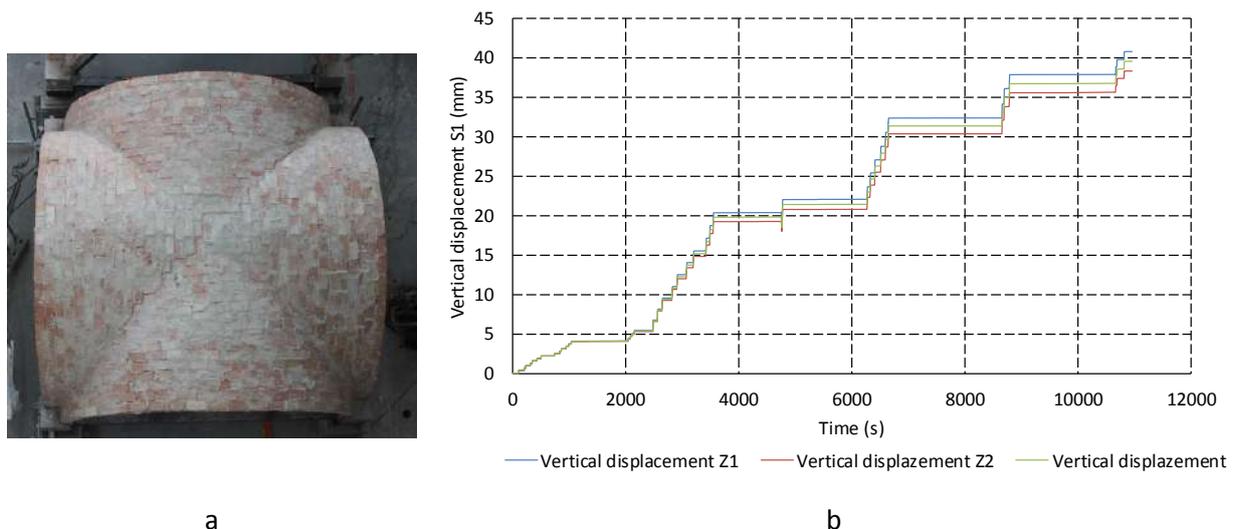


Figure 2: Timbrel masonry vault tested (a) and displacement histories applied to the structure (b).

The behaviour of the vault has been described in terms of: the evolution of the reaction forces in all the supports, (ii) the widening of cracks and the corresponding changes in vault behaviour and (iii) the history of the displacements applied to support S1.

Vertical reactions were obtained averaging the deformations read by three strain gauges ($-120^{\circ}/0^{\circ}/120^{\circ}$) placed on the steel tubes forming the mechanical support apparatus. Similarly, displacements and strains of the parts of the vault where the cracks are expected to form were monitored by means of: (i) Linear Variable Displacement Transducers (LVDTs) and (ii) Fibre Optic Sensors (FOSs).

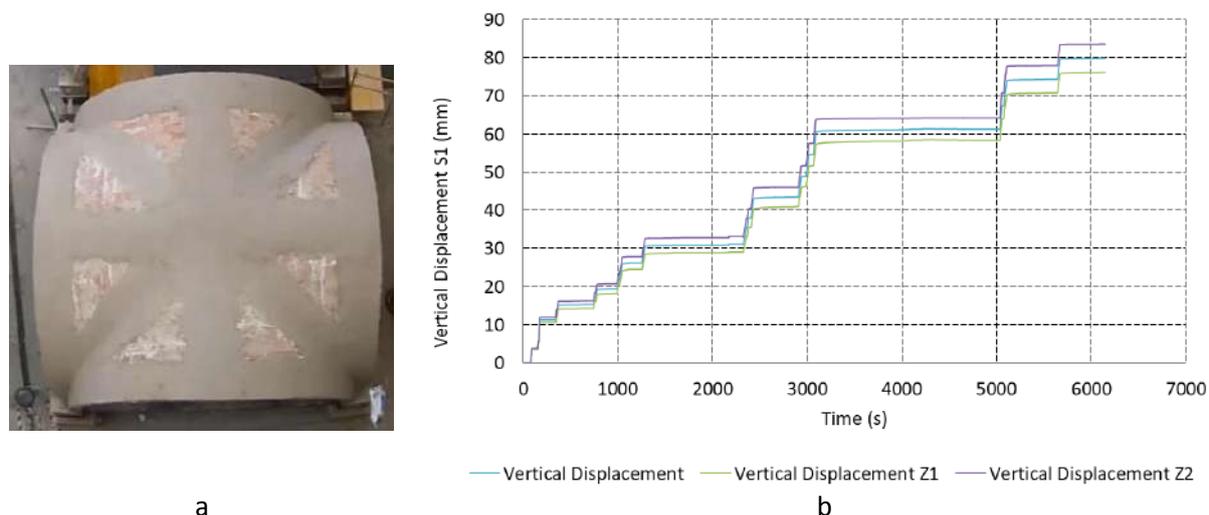


Figure 3: Textile Reinforced Mortar (TRM) material applied on the tested vault (a) and displacement histories applied to the structure (b).

As mentioned above, the masonry vault was repaired and strengthened by means of a 10mm thick extrados layer of Textile Reinforced Mortar (TRM) material. The strengthening is composed by a balanced 25 mm spaced glass textile interposed between two 5 mm thick layers of mortar matrix. The repairing of the vault followed three phases: (i) injection of the cracks to restore the original bearing capacity of the masonry support, (ii) application of a first 5 mm thick layer of mortar, (iii) application of the textile network and finally (iv) covering of the glass textile by means of a final 5 mm thick layer of mortar. The configuration of the strengthening applied at the extrados of the vault is visible in Figure 3(a).

2.2 Experimental results

This section is devoted to the discussion of the experimental results obtained at the end of the laboratory campaigns. In Figure 4 are reported the force-displacement curves obtained testing the unreinforced and TRM reinforced masonry vault for all the monitored supports.

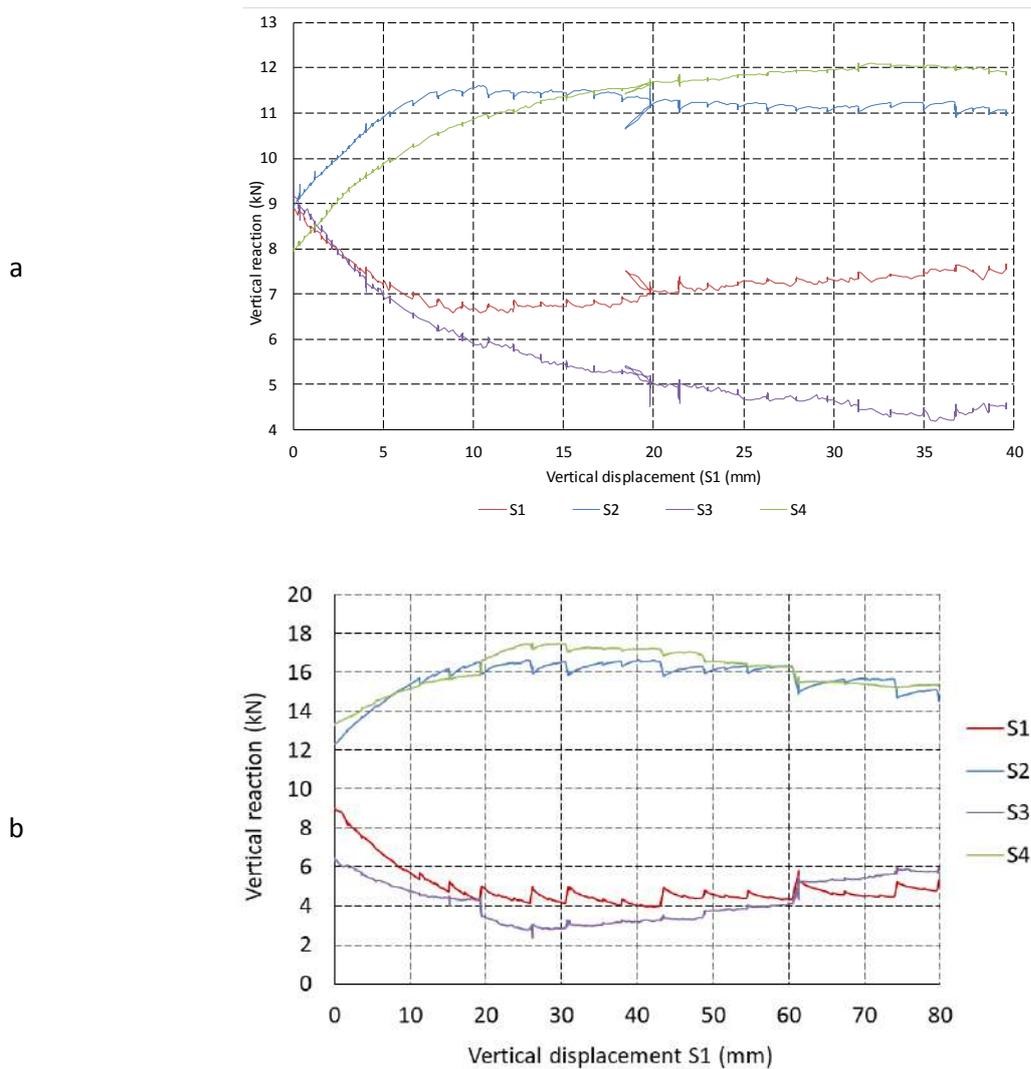


Figure 4: Comparison of the experimental results obtained before the strengthening (a) and after the repairing (b).

As clearly visible, the application of the TRM is able to restore the original load-bearing capacity of the masonry vault as well as to improve its behaviour during the soil settlement. As a matter of fact, although the vault during the first phase of the test experienced a damage mechanism involving the formation of a curved hinged crack along the diagonal arch S2-S4, the reinforced vault behaviour is characterized by an initial approximately linear branch from 0 to 10 mm. This finding, together with the increasing of the peak forces experienced during the test, suggest that the TRM material was able to extend the elastic behaviour of the vault as well as to improve its capacity to withstand possible distortions of the supports. It is worth mentioning that the ultimate displacement found testing the unreinforced vault is almost an half with respect to the TRM strengthened case. Figure 5 depicts the failure mechanism observed when testing the unreinforced vault. As it is possible to notice, the crack pattern comprised the formation of a diagonal hinge connecting supports S2 and S4. Similarly, the TRM strengthened structure experienced the formation of damages in the same position. At the end of the test, no detachment of the TRM was observed, neither the tensile rupture of the strengthening.

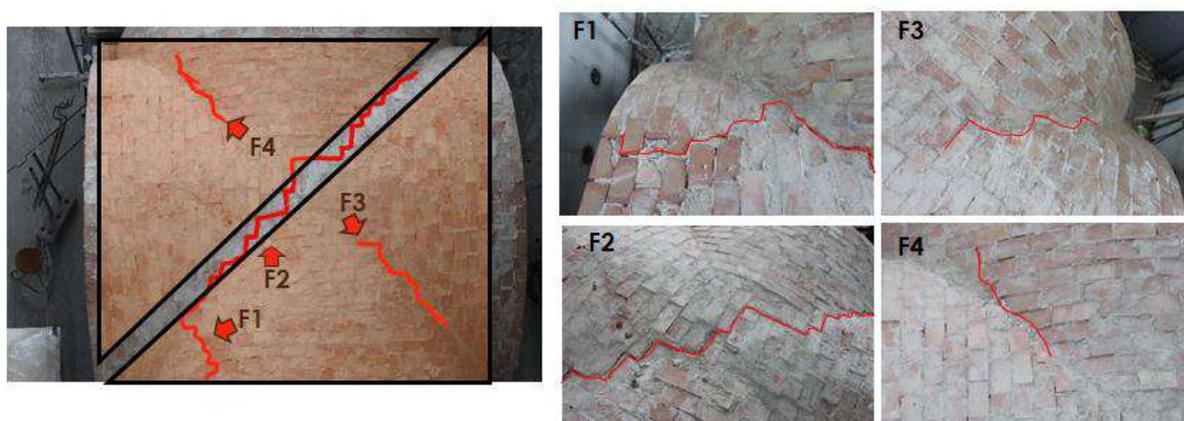


Figure 5: Comparison of the experimental failure mechanisms obtained at the end of the first test.

3. NUMERICAL ANALYSES

This section is devoted to the discussion of the numerical models carried out to analyse the behaviour of the masonry vault subjected to soil settlement. Also, the effectiveness of TRM strengthening as repairing solution was investigated. To this scope, a tri-dimensional FE model developed by means of the commercial software Abaqus 6.14 [9] was adopted. The FE model is composed of four noded shell elements (S4) reproducing both the lateral arches and the masonry webbing. In Figure 6 is depicted the mesh adopted to perform the numerical simulation of the unreinforced vault. The mesh is composed by a total of 11917 nodes. The simulation was performed reproducing the extrados surface of the masonry vault and assigning to the lateral arches and masonry webbing different thicknesses. The mechanical properties of the masonry assemblage were tuned according to a series of laboratory tests developed to characterize the masonry support and described in detail in [8]. The tensile and compressive behaviour of the masonry substrate were modelled by means of the Concrete Damage Plasticity (CDP) [9] model already implemented into the software. Furthermore, the steel bracing frame placed at the base of the structure was modelled by means of equivalent spring element having the same axial stiffness.

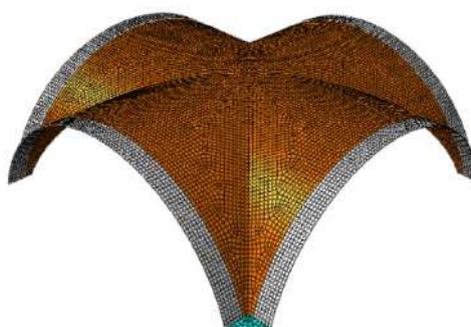


Figure 6: FE model developed considering the unreinforced vault.

A comparison between experimental and numerical results is showed in Figure 7a. Figure 7b depicts the crack pattern obtained at the end of the simulation. As clearly visible, the numerical model is able to capture with accuracy the experimental behaviour of the vault. A slightly higher difference is

encountered with respect to the force-displacement curve observed in supports S2 and S4. This is probably due to the behaviour of the vault, which started to rotate around support S3 and developed an asymmetric behaviour. This kind of behaviour could be justified by the heterogeneity of the materials and the not perfect geometry of the vault. Independently from the asymmetric behaviour of the vault, the crack patten was characterized by the formation of a diagonal hinge connecting supports S2 and S4. A satisfactory agreement is obtained when comparing the experimental crack pattern with the numerical one, as visible in Figure 7b.

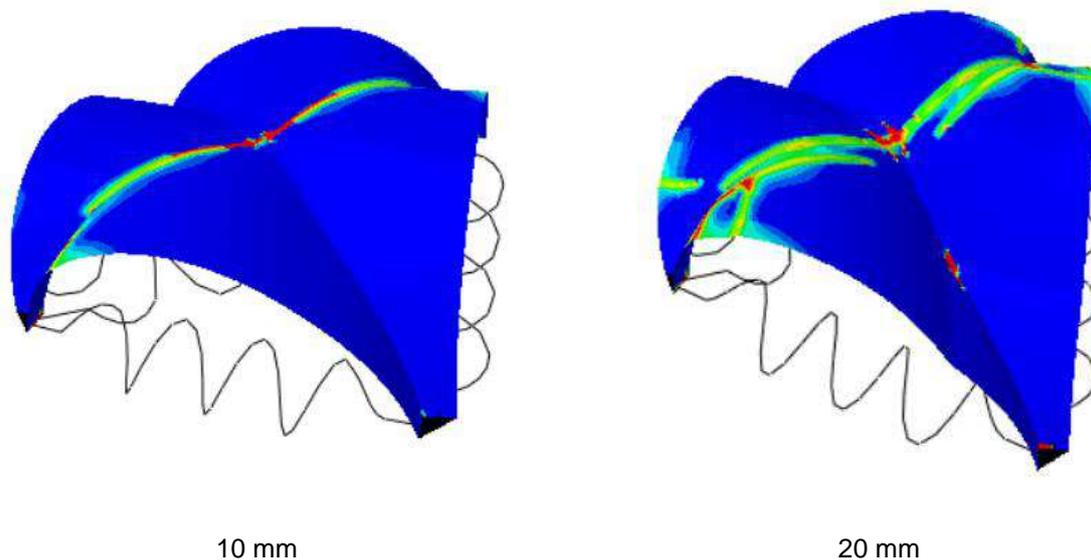
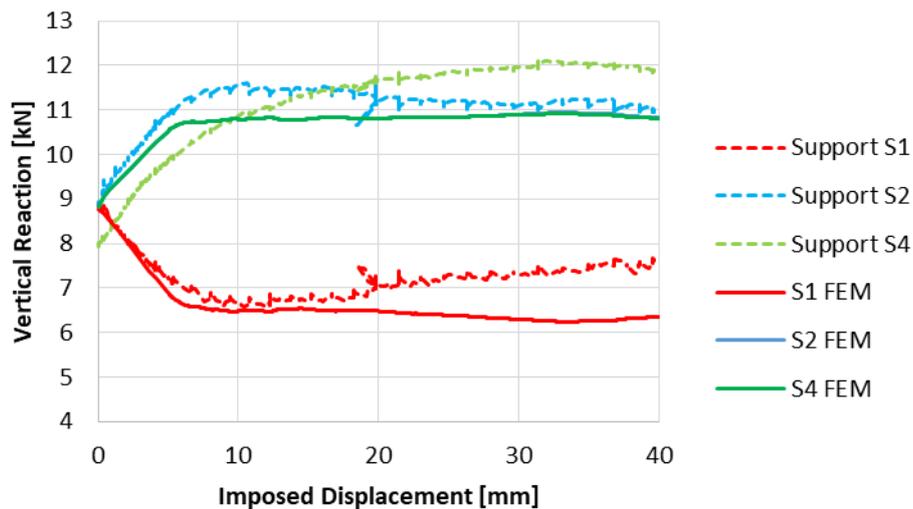


Figure 7: Comparison between the experimental and numerical results considering the unreinforced masonry vault.

The FE model previously described was also used to analyse the effect of the TRM strengthening on the vault. The new mesh was obtained adding the TRM strips on the extrados of the masonry wall and assuming a perfect bond between the masonry substrate and the TRM material. The mechanical properties of the strengthening were calibrated according to the results obtained by a series of

laboratory investigations performed on the mortar matrix. Elastic properties and tensile strength of the glass grid were assumed equal to the mechanical properties provided by the producer.

In general a good agreement was found between experimental and numerical results indicating that the proposed approach represents a quite good balance between accuracy and numerical efficiency. In particular, the model is able to predict the formation of the cracks with a satisfactory level of details.

4. CONCLUSIONS

The paper presents the experimental and numerical results obtained considering an unreinforced and TRM reinforced masonry vault tested at the ICITECH laboratories. From an experimental point of view, the same masonry timbered vault was tested as built and after the application of one layer of TRM. The application of the reinforcement helped to restore the original load bearing capacity of the structure. Also, stiffness, peak forces and ductility were improved by the application of the strengthening. From a numerical point of view, a simple 3D macroscopic numerical strategy was adopted in the present paper to study the effect of the TRM when applied on curved masonry substrates. As visible from the comparison, the numerical strategy was able to predict the structural behaviour of the unreinforced and repaired vault. Furthermore, a satisfactory agreement was obtained between the crack patterns obtained at failure.

REFERENCES

- [1] Willis, R. (1842). On the construction of the vaults of the Middle Ages. *Royal Institute of British Architects*.
- [2] Huerta Fernández S. (2009). The Debate about the structural behaviour of gothic vaults: from Viollet-le-Duc to Heyman. *Proc Third Int Congr Constr Hist Brand Univ Technol Cottbus, Ger 20th–24th May 2009 p. 1558*.
- [3] Sabouret V. (1928). Les voûtes d'arêtes nervurées. Rôle simplement décoratif des nervures. *Le Génie Civil, 92, 205-209*.
- [4] Bertolesi, E., Adam, J.M., Rinaudo, P. & Calderón, P.A. (2019). Research and practice on masonry cross vaults – a review. *Engineering Structures, 180, 67-88*.
- [5] Heyman J. (1966). The stone skeleton. *Int J Solids Struct, 2(2), 249-279*.
- [6] O'Dwyer D. (1999). Funicular analysis of masonry vaults. *Comput Struct, 73, 187-197*.
- [7] Fraternali F. (2010). A thrust network approach to the equilibrium problem of unreinforced masonry vaults via polyhedral stress functions. *Mech Res Commun, 37, 198-204*.
- [8] Torres B., Bertolesi E., Moragues J.J., Calderón P.A. & Adam J.M. (2019). Experimental investigation of a full-scale timbered masonry cross vault subjected to vertical settlement. *Construction and Building Materials, 221, 421-432*.
- [9] ABAQUS™. Theory manual, version 6.6; 2006.

Experimental evaluation of 3D steel joint with loading in both axis

Loureiro, Alfonso¹; López, Manuel²; Reinoso, José Manuel³; Gutiérrez, Ruth⁴;

ABSTRACT

The current European standard of steel structures (Eurocode 3) establishes the necessity of taking into account the rigidity and resistance of joints in the overall calculation of the structure. This normative uses the method of the components for obtaining the elastic characteristics of the joints, as rigidity and resistance. In the case of 3D joints the comportment of one of the axis is influenced by the loads in the other one. The level of stress in the minor axis influences the rigidity of the major axis, and vice versa.

In the present work, two tests of an external 3D joint with additional plates in the weak axis is conducted, and the influence of the weak axis loading in the major axis stiffness is evaluated. The moment-displacement curves for the major axis are shown, and the values of global initial stiffness in both tests are compared.

Keywords: 3D joints, experimental evaluation, interaction between minor and major axis.

1. INTRODUCTION

Conventional design of steel frameworks is usually carried out under the assumption that joints are either fully rigid or ideally pinned. Modern design codes recognise the concept that the actual joints exhibit a behaviour that is intermediate between these two extreme cases. Eurocode 3 (EC3) [1] includes procedures and formulations to define both the stiffness and resistance of the semi-rigid joints starting from their geometrical and mechanical properties.

The rotational behaviour of the joint can be described by means of the in-plane moment-rotation curve. This curve defines three main properties: rotational stiffness, moment resistance and rotation capacity. Many studies are aimed at obtaining these moment-rotation curves or the associated properties so that they can be incorporated into the global frame analysis. Three main approaches may be followed: experimental, numerical and analytical.

EC3 provides an analytical procedure, called component method, which allows one to evaluate the stiffness and resistance characteristics of the joint by assembling all the constitutive components. In recent years, contributions to this research field have been continuous, but this method is not applicable for characterizing the comportment of three dimensional joints, and so, the effort in this new research field is growing. Cabrero and Bayo [2, 3] have studied the comportment of 3D joints under proportional loading. Loureiro et al. [4] have presented experimental and numerical results of 3D joints under non-proportional loading. The stiffness and resistance of E-stubs in 3D joints have been analysed

¹ University of A coruña (SPAIN). a.loureiro@udc.es (Corresponding author)

¹ University of A coruña (SPAIN). m.lopez@udc.es

³ University of A coruña (SPAIN). j.reinoso@udc.es

⁴ University of A coruña (SPAIN). ruthut@udc.es

by Loureiro et al. [5, 6]. Gibbons et al. [7] have presented the results of experimental results of 3D semirigid steel joints, and Costa et al. [8] have made experimental tests of 3D joints with beam to column bolted connections.

Unfortunately, all the works in the 3D researching leads to the conclusion that the component method established in the current version of EC3 is not able to have account for the interaction between the loading level in both axes in the case of 3D joints as those studied in this work. So, with the aim of evaluating the influence of the loading in minor axis on the global stiffness of the major axis, this paper presents the results of the experimental tests of two 3D joints with additional plates in the weak axis. The paper shows the influence of the loading in the minor axis of the joint on the stiffness of the major axis, by means of the moment-displacement curves.

2. EXPERIMENTAL RESEARCH

2.1. Description of the tests

This experimental investigation comprises two tests of the three-dimensional joint proposed in Figure 1. The three-dimensional joint analysed in this paper is characterized by the presence of the additional plates in the weak axis. The additional plates act as stiffeners for the major axis joint and contributes to the resistance of the column web in tension, compression and shear. As it can be observed, the major and minor axis connections consist of extended end-plates. The minor axis connections are bolted to the additional plates welded to the column flanges.

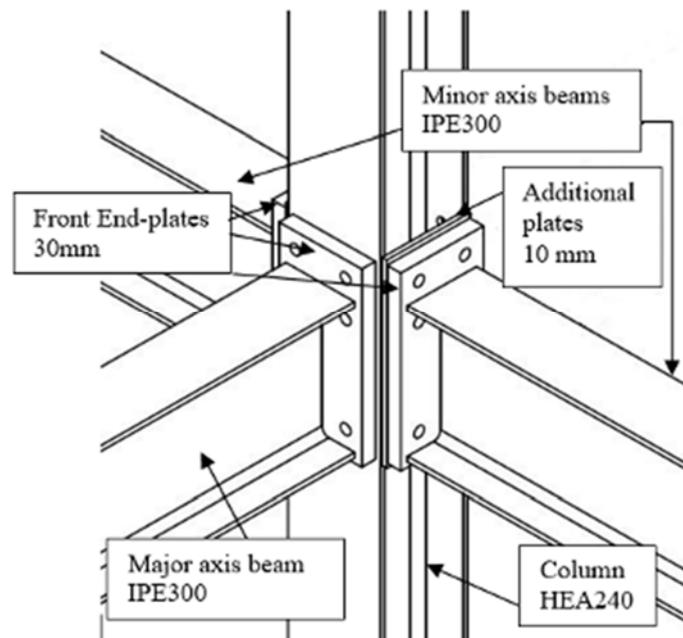


Figure 1. 3D joint configuration.

The specimen are based on IPE and HEA hot rolled sections. Both minor and major axis connections consist of IPE 300 section beams connected to a HEA 240 column using extended end-plates and two tensile bolt rows. The additional plates of the minor axis are 10 mm thick. End-plates of the beams are 30 mm thick in all cases, with the objective of assure that they have a very high stiffness. TR16 bolts of quality 10.9 in clearance holes are employed. The bolts are designed as bearing type, category D in EC3; thus, they are hand-tightened up to a torque value of 125 Nm (approximately 30% of that required for preloaded bolts) to ensure the snug-tight condition.

The geometry of the tested frame is shown in Figure 2. The column is fixed supported at both ends and the load is applied to the free end of each beam. The distance between the loading point in the beams and the column is 1 meter. The instrumentation comprises displacement sensors and load cells with the aim of evaluate the global moment-displacement relationship of the major axis of the frame. The displacement sensors are located exactly under the loading points. All instrumentation is connected to a System 7000 data acquisition equipment controlled by StrainSmart[®] software. A detail of the displacement sensors and load cells can be seen in Figures 3 and 4 respectively.

Hot rolled sections and plates are specified in grade S275 steel. The material properties of the different elements of the tested frame are shown in Table 1.

Table 1. Mechanical characterization of materials

element	E(N/mm ²)	f _y (N/mm ²)
HEA240	208000	301
IPE300	208000	312
Additional plates	209000	296
Front plates	209000	287



Figure 2. Test arrangement of the joint

The aim of the tests is to see the influence of the minor axis loading in the behaviour of the global major axis stiffness for the joint configuration shown in Figure 2. Two test have been done. In the first one (Test 01), the major axis is loaded until a maximum load of 40 KN, without loading in the minor axis. In the second one (Test 02), firstly symmetrical loading (30 KN) is applied in both beams of the minor axis and then the load in the major beams is increased again until 40 KN, while the minor axis remains loaded. These values of loading in both axis have been evaluated from the results provided by a previously developed numerical model, with the aim of assuring that both axis remains in the elastic zone, and no plastic deformations appear in the joint. As said before, this loading procedure allows us to determine the influence of the minor axis load in the initial global stiffness of the major axis.

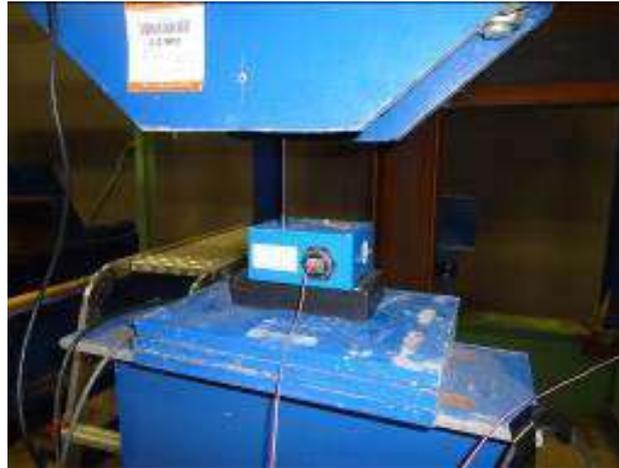


Figure 3. *Detail of the displacement sensors.*



Figure 4. *Detail of the load cells.*

2.2. Tests results

As explained above, two tests have been developed. In both tests, the important measurements are the level of loading in both axis, and the vertical displacement of the major axis beam just under the loading points. The tests are symmetrically loaded and so the mean value of both displacements of the beams has been calculated. The hydraulic cylinders have exactly the same internal pressure, and so, the lectures of their loading forces are the same. The global initial stiffness values of the strong axis have been obtained by means of the moment-vertical displacement relationship.

Figure 5 shows the moment-displacement curve of the mayor axis beam in the Test 01, in which the minor axis remains unloaded. Figure 6 shows the moment-displacement curve in the Test 02, when the minor axis has been previously loaded until 30 KNm. The graphics show the initial stiffness values, $S_{j,ini}$, obtained through linear regression analysis of the curves.

Table 2 shows the initial stiffness values of the major axis in both tests, and the relation between them. It can be seen that the rigidity of the strong axis increases when the minor axis is loaded. In this case, the increment of the major axis stiffness is about 1.77 %. From previous FEM analysis, it can be said that this stiffening effect is primarily due to the tensioning effect of the column flanges by the load acting on the minor axis. Figures 7 and 8 show the complete finite element model of the frame and a detail of the deformed shape and Von Misses stresses in the joint when both axis are loaded.

Table 2. Stiffness comparison

	$S_{j,ini}$ (KNm/mm)		$\Delta S_{j,ini}$ (%)
	Test 01	Test 02	
External frame	8.6618	8.8151	1.77

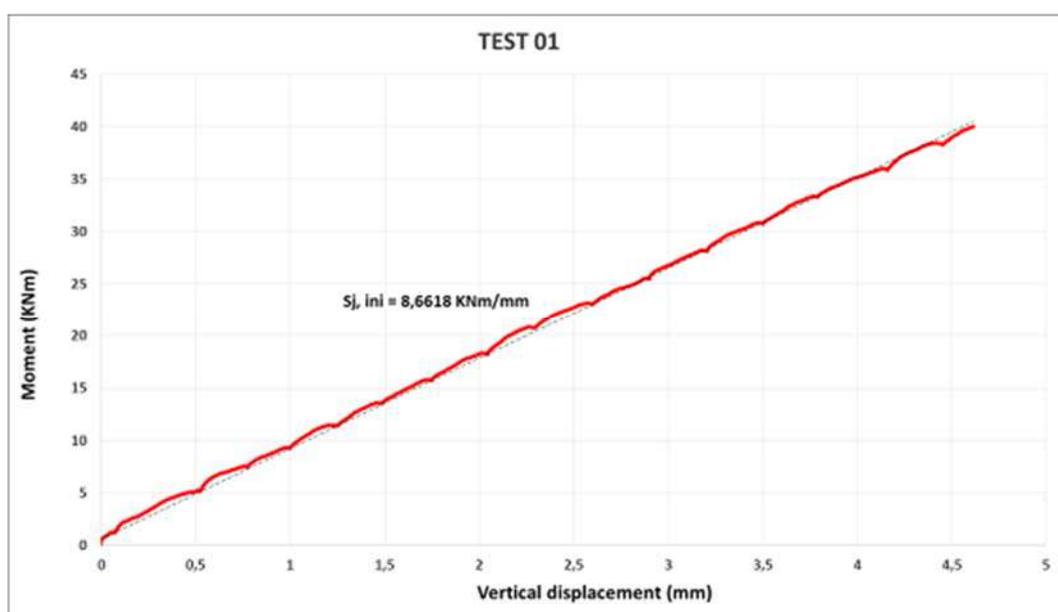


Figure 5. Moment-Displacement diagram for major axis without loading in the minor axis.

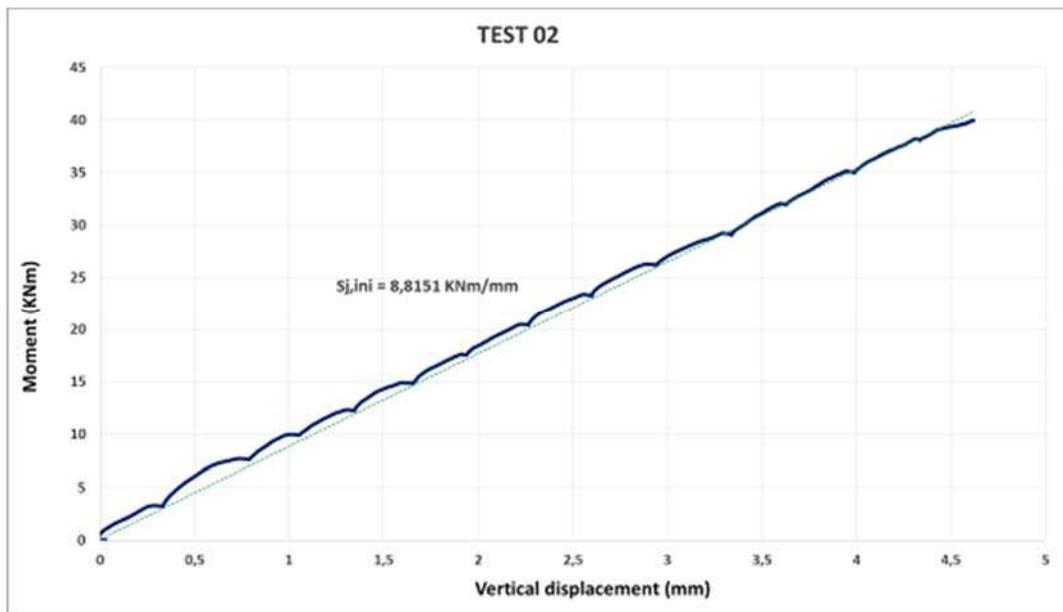


Figure 6. Moment-Displacement diagram for major axis with loading in the minor axis.

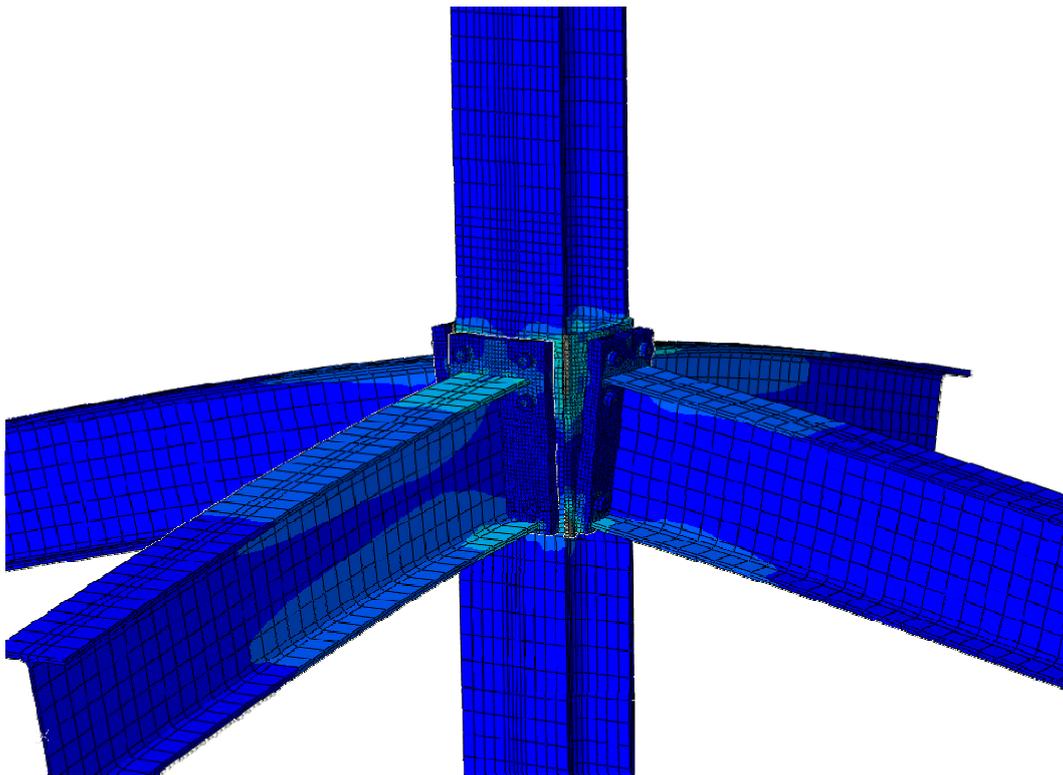


Figure 7. Complete FEM of the joint.

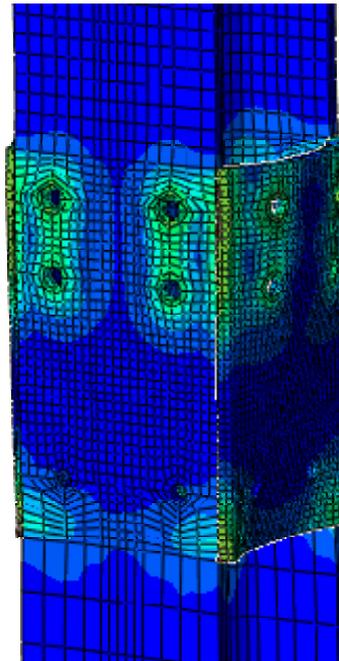


Figure 8. Detail of the deformed shape and Von Mises stresses in FE model of the joint.

3. CONCLUSIONS

This paper focuses on the experimental study of a type of three-dimensional node with semi-rigid joints in both axes. Both the major and minor axis connections consist of extended end-plates, and the connection of the weak axis is made by additional plates welded to the flanges of the column.

The proposed joint has been studied by means of experimental tests in order to analyse the behaviour of an internal frame configuration, as well as to assess the interaction between minor and major axes; that is, the effect of the minor axis load on the initial global stiffness of the major axis of the joint.

Experimental results show coupling effects between the major and minor axis joints. The minor axis load stiffens the column flanges in bending and the additional plates in tension. This results in an increase of the initial stiffness of the major axis joint that should be accounted for in the global analysis of the structures. But further research is needed with the aim of quantify the increment of the major axis stiffness versus the level of loading in the minor axis. The objective is to obtaining calibrated FEM with the aim of carrying out a parametric study with the aim of including the stiffening effect due to the additional plates and the interaction of both axis for components like the column flange in bending and the system formed by the column web and the additional plates in tension, compression and shear. The results of this study will be used for a posterior metamodelling of the joints by means of Kriging method and/or Neuronal networks.

ACKNOWLEDGEMENTS

The financial support provided by the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad and Fondo Europeo de Desarrollo Regional under contract BIA2016-80358-C2-2-P MINECO/FEDER UE is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] CEN, Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8). 2005.
- [2] Cabrero JM, Bayo E. "The semi-rigid behaviour of the three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I: Experimental evaluation". *Journal of Constructional Steel Research* 2006; 63: 1241-53.
- [3] Cabrero JM, Bayo E. "The semi-rigid behaviour of the three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation". *Journal of Constructional Steel Research* 2006; 63: 1254-67.
- [4] Loureiro A, Moreno A, Gutiérrez R, Reinosa JM. "Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading". *Engineering Structures*, no. 38, pp. 68 – 77, 2012
- [5] Loureiro A, López M, Gutiérrez R, Reinosa JM. "Experimental and numerical analysis of E-stubs in three dimensional joints: a new analytical formulation for the stiffness calculation". *Engineering Structures*, no. 53, pp. 1 – 9, 2013
- [6] Loureiro A, López M, Gutiérrez R, Reinosa JM. "A new analytical formulation for the E-Stub strength calculation in three dimensional steel joints with additional plates welded to the weak axis". *Engineering Structures*, no. 56, pp. 2263-2272, 2013
- [7] Gibbons C, Kirby P.A., Nethercot D.A., "Experimental behaviour of 3-D column subassemblages with semi-rigid joints". *Journal of Constructional Steel Research*, no. 19, Issue 3, pp. 235-246. 1991
- [8] Costa R, Valdéz J, Oliveira S, Simoes L, Pérez B. "Experimental behaviour of 3D end-plate beam-to-column bolted steel joints". *Engineering Structures*, no. 188, pp. 277-289, 2019

Experimental evaluation of haunched joints

Loureiro, Alfonso¹; López, Manuel²; Gutiérrez, Ruth³; Reinoso, J. Manuel⁴

ABSTRACT

In recent years, several researchers have been working hard for improving the knowledge with respect to the comportment of the steel joints, with special effort in obtaining the rigidity of the different components of the joints, with the aim of introducing this rigidity in the method of the components according with EC3. But the method of the components has important limitations for the type of joints analyzed in the present work and so, as a first step in the proposal of an alternative method of evaluating the stiffness of the joints, the authors show the results of 4 tests of haunched joints of facade with different typologies with regards to the stiffening of the column web.

In all cases, the specimens have been subjected to a pointed load at the end of the beam, and rotations and displacements have been measured.

Keywords: haunched joints stiffness, experimental evaluation.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha producido un importante avance en el conocimiento del comportamiento de las uniones de acero. Prueba de este progreso es la inclusión de un apartado específico para el análisis de uniones en el EUROCÓDIGO 3 [1] y [2]. El método elegido para la determinación de la rigidez de las uniones es el denominado método de los componentes. Como su nombre indica, este método requiere la división de la unión en varios componentes cuya rigidez individual se calcula de forma analítica, y posteriormente se ensamblan como un conjunto de muelles interconectados en serie y en paralelo, dando lugar a la obtención de la rigidez rotacional total de la unión. Evidentemente, la correcta caracterización de cada uno de los componentes es de vital importancia en este método, y por este motivo diversos autores han dedicado un gran esfuerzo al desarrollo de metodologías conducentes a la obtención de la rigidez de dichos componentes. Uno de los que presenta una mayor influencia en la rigidez de la unión, es el panel del pilar sometido a esfuerzo cortante. Así, Bayo et al. [3] y López et al. [4] han estado trabajando en el estudio del comportamiento a cortante del panel trapezoidal del pilar, para el caso de uniones asimétricas soldadas. Así mismo, Loureiro et al. [5] han estudiado el comportamiento a cortante del panel rectangular del alma del pilar con doble rígidozador,

¹ University of A Coruña (SPAIN). a.loureiro@udc.es (Corresponding author)

² University of A Coruña (SPAIN). m.lopez@udc.es

³ University of A Coruña (SPAIN). j.reinoso@udc.es

⁴ University of A Coruña (SPAIN). ruthut@udc.es

para uniones simétricas soldadas. Por otro lado, con respecto a otro tipo de componentes, Liang et al. [6] han realizado un estudio comparativo sobre el comportamiento a tracción de uniones soldadas T-stub para acero de alta resistencia atornilladas pretensadas. Para el caso de cargas fuera del plano, Gil et al. [7] presentan los resultados de un estudio para la caracterización de la rigidez y resistencia de uniones de acero con torsión en el eje mayor.

Por otra parte, una vez caracterizada la unión, es muy importante la introducción de su rigidez en el análisis general, como ya se ha demostrado por autores como Frye y Morris [8] que analizan el comportamiento de pórticos de acero con conexiones flexibles, Chen [9] con su análisis práctico para el diseño de pórticos semirrígidos y Faella et al. [10] que han estudiado conexiones semirrígidas de acero estructural. Igualmente, Elflah et al. [11] estudian el comportamiento estructural de seis especímenes de acero inoxidable a escala completa, incluyendo uniones de chapa de testa, uniones con angulares superior e inferior, y uniones con angular superior, inferior y de alma. También Szafran et al. [12] muestra los resultados del análisis de uniones estructurales a gran escala de una torre de celosía de 40 m de altura.

Sin embargo, a medida que se avanza en el estudio de este campo, se observa que el método de los componentes muestra dificultades significativas en su implementación en el cálculo general de la estructura. Alguno de sus inconvenientes son la incapacidad para captar la interacción entre los diferentes grados de libertad de la unión, la dificultad para determinar la rigidez de ciertos componentes, la imprecisión debida a la inclusión de la rigidez de la unión como un muelle rotacional, la imposibilidad de aplicar el método a la gran variedad de tipologías de uniones existentes, etc. Concretamente, en lo que se refiere al tipo de unión estudiado en este artículo, el método de los componentes es de difícil aplicación, ya que las uniones reforzadas con un cartabón inferior no están específicamente recogidas en la normativa.

Por todo ello, con el afán de arrojar luz sobre el comportamiento de este tipo de uniones, y también con el fin de tener una base empírica cuyos resultados sirvan para un posterior calibrado de modelos de elementos finitos, este artículo presenta los resultados de cuatro ensayos de diferentes uniones de fachada rigidizadas con un cartabón inferior. Estas uniones están formadas por columnas HEA 200 y vigas IPE 300 con diferentes configuraciones en lo que respecta al número y disposición de los rigidizadores del alma del pilar.

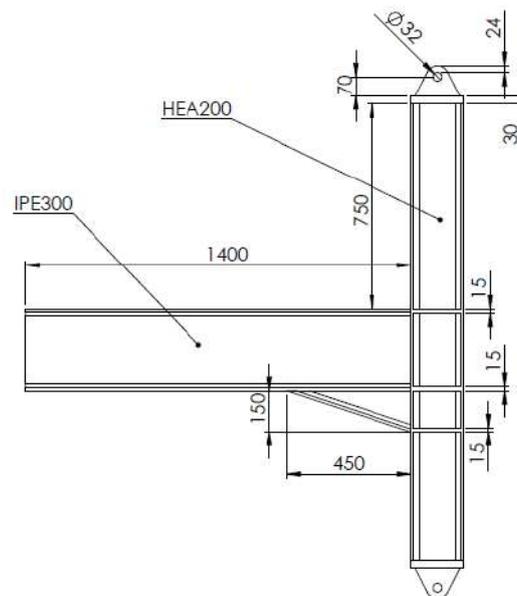
2. PLANTEAMIENTO DE LOS ENSAYOS

Tal y como se ha indicado anteriormente, se han llevado a cabo 4 ensayos diferentes, con el fin de barrer las configuraciones más representativas y comunes de uniones soldadas de acero con cartabón inferior de refuerzo. En todos los casos el cartabón está fabricado a partir del mismo perfil IPE 300 de la viga. En la Tabla 1 se indican las diferentes configuraciones de las uniones ensayadas. Como se puede apreciar, la diferencia entre unas y otras radica en la cantidad y en la configuración de los rigidizadores de alma del pilar.

Tabla 1. Configuración de los ensayos

Ensayo	Columna	Viga	Rigidizador inclinado	Rigidizadores Horizontales
Test_01	HEA 200	IPE 300	0	3
Test_02	HEA 200	IPE 300	1	2
Test_03	HEA 200	IPE 300	0	2
Test_04	HEA 200	IPE 300	0	0

Las Figuras 1 a 4 muestran los croquis con los detalles correspondientes a los 4 ensayos realizados. En dichos croquis se pueden ver las medidas que definen la configuración del nudo, como dimensiones del cartabón, espesores de rigidizadores, etc.

**Figura 1.** Croquis del Test_01.

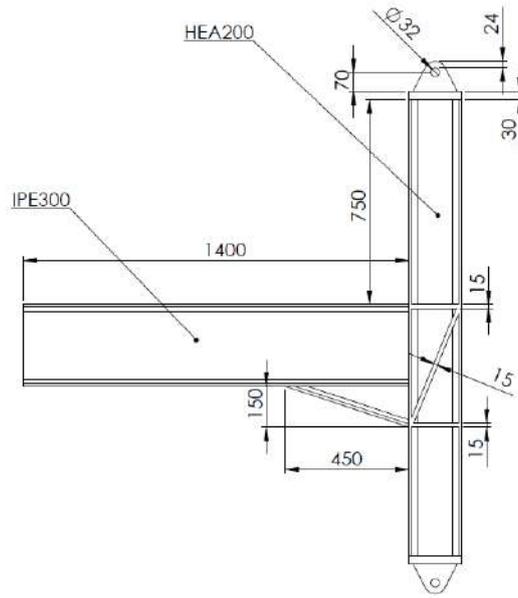


Figura 2. Croquis del Test_02.

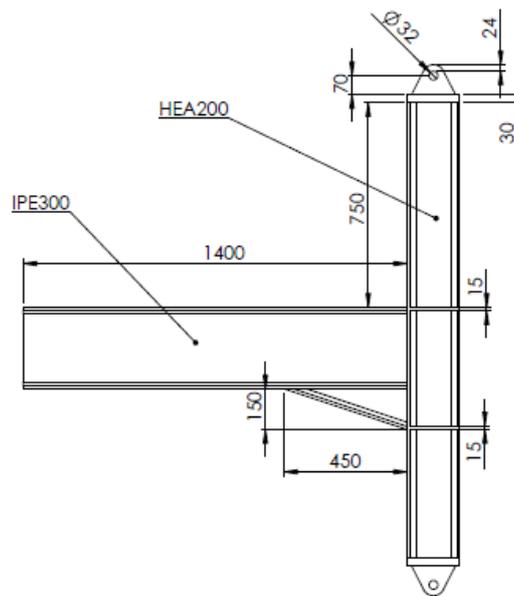


Figura 3. Croquis del Test_03.

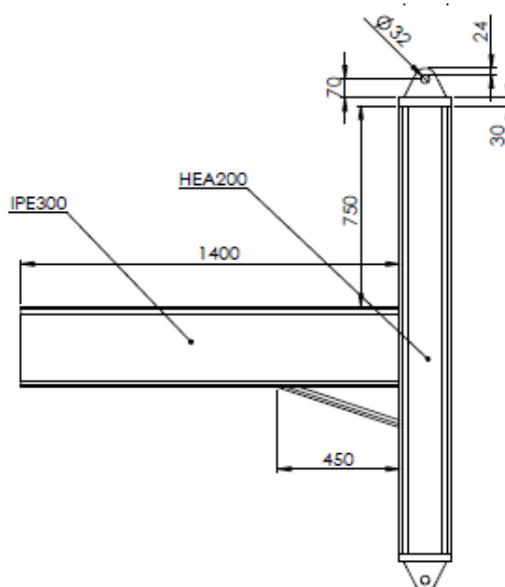


Figura 4. Croquis del Test_04.

Como se ha señalado anteriormente, en todos los casos las columnas están formadas por perfiles laminados en caliente HEA 200 y para las vigas se han escogido perfiles IPE 300 con cartabón inferior de refuerzo. El modelo 1 se ha reforzado con 3 rigidizadores horizontales, uno a la altura del ala superior de la viga, otro a la altura del ala inferior y, finalmente, un tercer rigidizador a la altura del ala del cartabón. De este modo, el alma del pilar está dividido en 2 paneles rectangulares entre los diferentes rigidizadores. El segundo modelo ensayado tiene un rigidizador inclinado en el alma del pilar y dos rigidizadores horizontales, uno de ellos en la parte superior y el otro en la parte inferior de la unión. La tercera unión ensayada consta de dos rigidizadores horizontales, uno de ellos a la altura del ala superior de la viga y el otro a la altura del ala inferior del cartabón. Finalmente, la unión 4 no utiliza ningún tipo de rigidizador en el alma del pilar. En todos los casos, el espesor de los rigidizadores es de 15 mm. El material utilizado es un acero S275 tanto para las vigas como para los rigidizadores, cuyas características, extraídas de la información proporcionada por el fabricante, se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Características mecánicas de los materiales

Elemento	f_y (MPa)	f_u (MPa)
<i>Pilares</i>	326	467
<i>Vigas/cartabones</i>	321	457
<i>Rigidizadores</i>	318	462

3. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

Como se puede observar, se ha cubierto una amplia gama de posibilidades para determinar la influencia de los rigidizadores en el comportamiento de este tipo de uniones. En todos los casos, la longitud total de la columna es de 1870 mm, y la longitud total de la viga es de 1400 mm, tal y como se puede apreciar en las Figuras 1 a 4. Los ensayos se han realizado en el Laboratorio de Análisis Estructural de la Escuela Politécnica Superior de la Universidad de A Coruña. Para ello se ha utilizado un pórtico autoportante con capacidad para la aplicación de carga a través de 4 cilindros hidráulicos individuales, aunque en este caso sólo ha sido preciso utilizar un único pistón. Las Figuras 5 a 8 muestran las fotografías correspondientes a los cuatro ensayos realizados.



Figura 5. *Ensayo de la unión 1.*



Figura 6. *Ensayo de la unión 2.*



Figura 7. *Ensayo de la unión 3.*



Figura 8. *Ensayo de la unión 4.*

La realización de los ensayos tiene como finalidad última la obtención de las curvas momento rotación de las uniones. Para ello se ha llevado a cabo la medición de las rotaciones de la unión mediante la utilización de 3 inclinómetros: dos inclinómetros horizontales ubicados en la columna y un inclinómetro vertical situado en la viga, como se muestra en la Figura 9. Los inclinómetros superior e inferior colocados en la columna miden la rotación del pilar debido a su giro como sólido rígido

adicionado a la rotación por flexión. El inclinómetro vertical situado en la viga mide su rotación en esa sección. El giro de la unión se obtiene restando a la lectura del inclinómetro vertical de la viga, el promedio de las lecturas de los dos inclinómetros horizontales del pilar. El proceso de carga se ha llevado a cabo mediante un cilindro hidráulico situado a una distancia de 1 m medida desde el ala del pilar. La intensidad de la carga aplicada se mide por medio de una célula de carga situada entre el cilindro hidráulico y la parte superior del pórtico.

Adicionalmente se ha colocado un sensor de hilo para la medición del desplazamiento en la parte inferior de la viga, en la vertical al punto de aplicación de la fuerza, como medida redundante para verificación de los resultados. La Figura 10 muestra un detalle de la colocación del pistón, la célula de carga y el sensor de hilo.

En todos los ensayos se ha llevado a cabo un primer paso consistente en un proceso de precarga y descarga, y a continuación se comienza el ensayo en sí, hasta alcanzar la carga final.

La toma de datos ha sido llevada a cabo por medio de un equipo de adquisición de datos System 7000 de VISHAY, controlado mediante el software StrainSmart®.

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo de estos ensayos es la determinación de las curvas momento-rotación de las diferentes uniones, y su comparación. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 11.

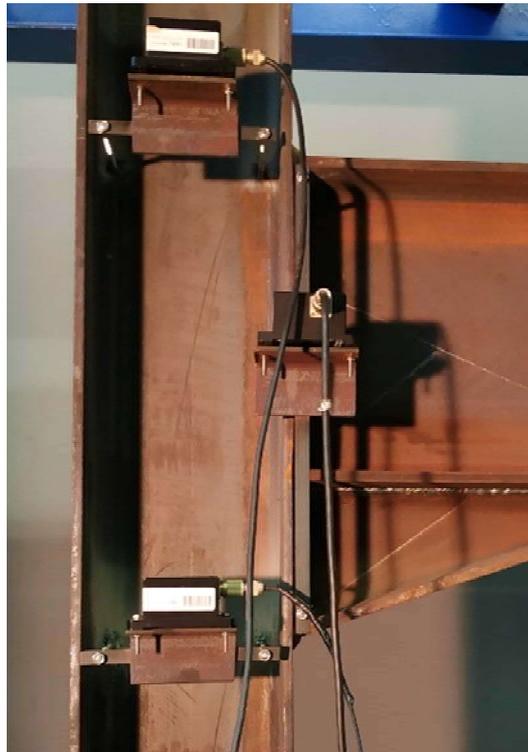


Figura 9. Detalle de los inclinómetros en el ensayo de la unión 1.



Figura 10. Detalle mostrando la posición del sensor de hilo y el conjunto del pistón y la célula de carga.

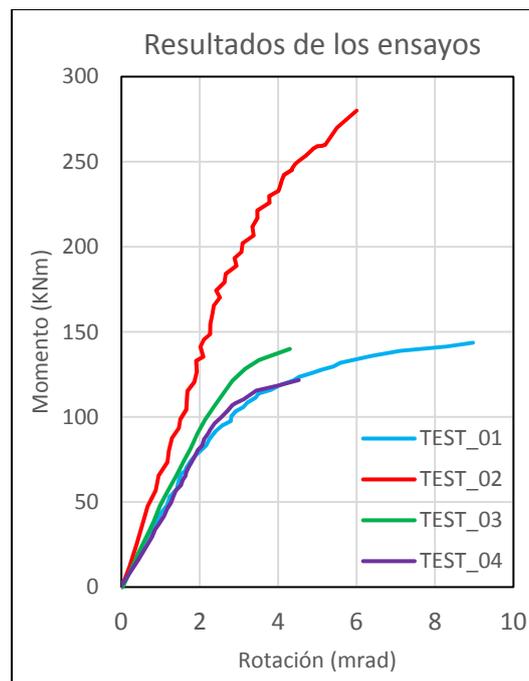


Figura 11. Gráficas Momento-Rotación para los diferentes ensayos.

Como se puede ver a la luz de las gráficas de la Figura 11, los rigidizadores horizontales apenas modifican la rigidez de la unión. Sin embargo, la adición del rigidizador inclinado en el alma del pilar incrementa sustancialmente dicha rigidez, tal y como era de esperar. Ello muestra la gran importancia que tiene el panel del alma del pilar a cortante en la caracterización de este tipo de uniones, tal y como ya ha sido puesto de manifiesto en trabajos como [3] [4] y [5]. Se aprecia como en todos los

casos, las curvas presentan un comportamiento lineal inicial, de cuya pendiente se ha obtenido la rigidez inicial de la unión. La intensidad de la carga aplicada en los ensayos ha sido llevada más allá de la rama lineal, sobrepasando la rodilla elasto-plástica en todos los casos excepto en el ensayo 2, debido a la gran resistencia que presenta esta unión. Para una mejor comprensión de los resultados obtenidos, la Tabla 3 muestra de un modo cuantitativo la rigidez inicial de todas las uniones ensayadas, así como el incremento de rigidez de cada una de ellas con respecto a la unión 4 sin rigidizadores. Se puede observar que la adición de rigidizadores horizontales apenas incrementa la rigidez de las uniones 3 y 1. Sin embargo, la unión 2, que posee un rigidizador inclinado, incrementa su rigidez un 75.8 %, y según se aprecia en la Figura 11, en el ensayo correspondiente se habían alcanzado ya los 280 KNm, y todavía no se había llegado al final de la rodilla elasto-plástica. Ello significa que la resistencia de la unión también se incrementa considerablemente. De tal modo, que aunque no es objeto de este estudio el análisis de la resistencia, sí se puede comentar que fácilmente dicho incremento ronda el 100 %.

Tabla 3. Rigidez inicial de los ensayos

Modelo	$K_{i,Test}$ (KN/mrad)	Incremento de rigidez (%)
Test 1	43.40	5.3
Test 2	72.09	75.8
Test 3	42.64	3.4
Test 4	41.23	---

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se han diseñado y ensayado cuatro uniones de acero soldadas, correspondientes a una configuración de unión de fachada con vigas reforzadas mediante cartabón inferior. Las cuatro uniones han sido sometidas a cargas controladas, y se ha medido la rotación de las mismas con el fin de determinar las curvas Momento-Rotación de las uniones, cuyas gráficas y características se han indicado en el texto precedente.

Los resultados obtenidos muestran que los rigidizadores horizontales en el alma del pilar no proporcionan apenas incremento de rigidez a la unión. Sin embargo, el refuerzo inclinado del alma del pilar incrementa considerablemente tanto la rigidez como la resistencia de la unión.

La información obtenida servirá de base para la calibración de modelos de elementos finitos, con el fin de llevar a cabo estudios paramétricos de cara a la caracterización de este tipo de uniones. Un trabajo exhaustivo y extenso en este sentido, permitirá la creación de una amplia base de datos para la posterior utilización de modelos de meta-modelado, como el método de Kriging, para la obtención automática de la rigidez de la unión.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer el soporte financiero recibido del Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional bajo el contrato BIA2016-80358-C2-2-P MINECO/FEDER, UE.

REFERENCIAS

- [1] CEN. Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1993-1-1), 2005.
- [2] CEN. Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8), 2005.
- [3] Bayo E, Loureiro A, Lopez M, Shear behaviour of trapezoidal column panels. I: Experiments and finite element modelling. *Journal of Constructional Steel Research* 2015; 108: 60-69
- [4] Lopez M., Loureiro A., Bayo E. Shear behaviour of trapezoidal column panels. II: Parametric study and cruciform element. *Journal of Constructional Steel Research* 2015; 108: 70-81
- [5] Loureiro A., Lopez M, Bayo E. Shear behaviour of stiffened double rectangular column panels: Characterization and cruciform element. *Journal of Constructional Steel Research*, 2016; 117: 126–138
- [6] Liang, G., Guo, H., Liu, Y., Yang, D., Li, S. A comparative study on tensile behavior of welded T-stub joints using Q345 normal steel and Q690 high strength steel under bolt preloading cases. *Thin-Walled Structures* 2019; 137, pp. 271-283
- [7] Gil, B., Goñi, R., Bijlaard, F., Bayo, E. Major axis steel joint under torsion: Stiffness and strength characterization. *Engineering Structures* 2019; 180, pp. 586-602
- [8] Frye MJ, Morris GA. Analysis of flexible connected steel frames. *Canadian Journal of Civil Engineers*, 1975; 2: 119-136
- [9] Chen WF. Practical analysis for semi-rigid frame design. World Scientific Publishing Company; 2000.
- [10] Faella C., Piluso V., Rizzano G. *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. CRC Publishers, 2000
- [11] Elflah, M., Theofanous, M., Dirar, S., Yuan, H. Structural behaviour of stainless steel beam-to-tubular column joints. *Engineering Structures* 2019; 184, pp. 158-175
- [12] Szafran, J., Juszczak, K., Kamiński, M. Experiment-based reliability analysis of structural joints in a steel lattice tower. *Journal of Constructional Steel Research* 2019; 154, pp. 278-29

Experimental numerical correlation of a padel racket subject to impact

Molí Díaz, Adrián Antonio¹, López Taboada, Carlos¹, Castillo López, Germán¹, García Sánchez, Felipe¹

¹Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación. Universidad de Málaga (ESPAÑA).
eammolliadrian@gmail.com, clopezt@uma.es, gcastillo@uma.es, fqsanchez@uma.es

ABSTRACT

Paddle rackets are structures subjected to impacts that must combine characteristics such as lightness, rigidity and durability. The answer to these requirements is a multi-material structure (composite materials of fiberglass and carbon, and high-tech foams).

The objective of this work is to develop a finite element model of the paddle racket that allows the designer to have objective criteria of the behavior that a new racket will have before manufacturing it. This work has been developed on the MARVEL model of the SHARK PADEL S.L. company.

A methodology has been developed to estimate the properties of the used materials, depending on the manufacturing process. An explicit finite element nonlinear model has been elaborated to simulate the impact behaviour of the racket.

The validation of the developed model has been carried out through static and low speed impact tests.

The developed model has allowed to analyze the influence of the change of materials comparing the engineering parameters obtained with the players' sensations.

Keywords: explicit non lineal analysis, composites, impact behaviour, padel racket.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVO

Los artículos deportivos son cada vez más sofisticados y requieren de soluciones de alta tecnología para la mejora de sus prestaciones. Un ejemplo de ello son las palas de pádel, que deben aunar características como ligereza, rigidez y durabilidad.

La respuesta a estos requerimientos es una estructura multimaterial, formada por materiales compuestos, principalmente fibra de vidrio y carbono, resinas poliméricas y espumas de alta tecnología. Los fabricantes se enfrentan a multitud de variables durante la fase de diseño (forma, materiales, distribución de agujeros, ...) que dotan a la pala de unas características propias y que no son capaces de evaluar hasta que los jugadores las prueban. Es en ese momento cuando, en función de las sensaciones de cada tipo de jugador, se valida la calidad de la pala y el perfil de jugador al que irá dirigida. Este procedimiento prueba-error supone un elevado coste material y alarga el periodo de desarrollo de un nuevo producto.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de elementos finitos que permita definir parámetros ingenieriles del comportamiento de la pala, que traduzcan las sensaciones de los jugadores,

para posteriormente poder evaluar su comportamiento al variar cualquiera de los parámetros de diseño. Para ello, por un lado, es necesario estimar las propiedades de los materiales compuestos de forma que se tengan en cuenta las condiciones reales de fabricación, y por otro es necesario simular el impacto de la pelota.

1.1. La pala de pádel

De acuerdo con [1], una pala de pádel está formada (Fig.1) por una empuñadura (o grip), que es la zona de sujeción de la pala, y contiene el cordón; y el cuerpo de la pala, que se compone de:

- Corazón o cuello de la pala.
- Puente: aporta rigidez a la pala, se diseña de manera que se reduzcan las posibles vibraciones.
- Perfil o marco: parte externa que envuelve a la pala. Aporta rigidez.
- Superficie de golpeo.
- Punto dulce: punto de mayor rendimiento. Su posición depende del tipo de pala.



Figura 1. Partes principales de una pala de pádel. Fuente [1].

La forma de la pala es uno de los factores que más influye en su comportamiento. La Fig.2 muestra los tipos más habituales:

- Diamante: el peso y el punto dulce están desplazados hacia la parte superior de la pala, confiriendo gran potencia al golpe. En contrapartida el punto dulce es pequeño por lo que su uso está dirigido a jugadores profesionales.
- Lágrima: Son las palas más polivalentes, con características intermedias.
- Redonda: el peso está centrado lo que le confiere mayor manejabilidad.

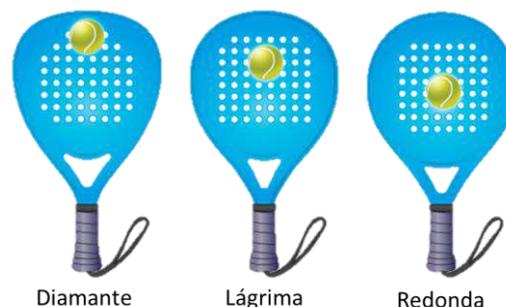


Figura 2. Tipos de pala en función de su forma y posición del punto dulce. Fuente [1].

En cuanto a los materiales utilizados, estos dependen fundamentalmente de la zona en la que se aplican y del comportamiento deseado. Fundamentalmente estos son:

- Fibras de carbono y de vidrio.
- Núcleos de espuma para la zona de golpeo.
- Resinas epoxi.

El peso de la pala es una variante fundamental en su comportamiento ya que influye notablemente en la potencia que le podemos imprimir a la pelota en el golpeo. En general, el peso de las palas oscila entre 340 y 380 gr.

1.2. Estimación de las propiedades de los materiales compuestos.

Las láminas elementales de material compuesto presentan un comportamiento ortótropo. Definiendo los ejes naturales de la lámina tal y como se indica en la Fig.3, y utilizando la notación contractada propuesta por TSAI [2], el comportamiento elástico de una lámina definida en sus ejes de ortotropía vendrá dado por la Eq. (1).

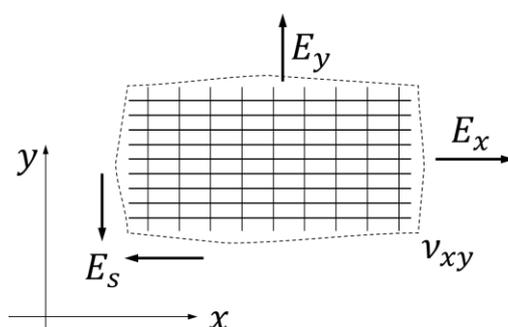


Figura 3. Ejes de ortotropía y propiedades elásticas de la lámina elemental.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{xx} & Q_{yx} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde:

$$Q_{xx} = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}} ; Q_{yy} = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}} ; Q_s = E_s \quad (2)$$

siendo E_x e E_y los módulos de elasticidad en las direcciones x e y respectivamente, E_s el módulo de cizalladura en el plano xy , ν_{xy} y ν_{yx} los coeficientes de Poisson en el plano xy , que deben seguir la Eq. (3).

$$\nu_{xy} = \nu_{yx} \frac{E_x}{E_y} \quad (3)$$

Por otro lado, la ortotropía del material también se refleja en el comportamiento a rotura, haciendo necesaria la utilización de criterios de fallo como el de TSAI-WU [2] Eq. (4):

$$F_{xx} \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot F_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + F_{yy} \cdot \sigma_y^2 + F_{ss} \cdot \sigma_s^2 + F_x \cdot \sigma_x + F_y \cdot \sigma_y \leq 1 \quad (4)$$

donde:

$$F_{xx} = \frac{1}{X \cdot X'} ; F_{yy} = \frac{1}{Y \cdot Y'} ; F_x = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'} ; F_y = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'} ; F_{ss} = \frac{1}{S^2} ; F_{xy} = F_{xy}^* \sqrt{F_{xx} \cdot F_{yy}} ; -\frac{1}{2} \leq F_{xy}^* \leq \frac{1}{2} \quad (5)$$

En Eq. 4 y 5:

- X, Y son las tensiones de rotura a tracción, respectivamente, en los ejes x , e y .
- S es la tensión de rotura a cizalladura.
- El superíndice prima indica tensiones de rotura en compresión
- F_{xy}^* es un término de interacción que requiere la realización de ensayos biaxiales.

Dado que las propiedades mecánicas de los materiales compuestos no dependen únicamente de las materias primas empleadas, si no que dependen también de los porcentajes de cada una de las fases, lo que es función, fundamentalmente, de los procesos de fabricación empleados; es necesario conocer las propiedades del material procesado.

Por lo tanto, la caracterización mecánica completa de una lámina requiere realizar ensayos de tracción y compresión en los ejes naturales del material (x, y), ensayos de cizalladura en el plano xy y ensayos biaxiales.

En casos en los que no es posible realizar la caracterización del material mediante ensayos, las propiedades del compuesto pueden estimarse, a partir de las propiedades de los constituyentes y sus proporciones en volumen, haciendo uso de las ecuaciones de la micromecánica.

Los modelos micromecánicos más sencillos son el modelo paralelo y el modelo serie, Eq. 6 y 7, que proporcionan los límites superior e inferior, respectivamente, de la propiedad que se desea estimar.

$$P = V_f P_f + (1 - V_f) P_m \quad (6)$$

$$\frac{1}{P} = \frac{V_f}{P_f} + \frac{(1 - V_f)}{P_m} \quad (7)$$

En las Eq. 6 y 7 P es la propiedad que se desea determinar para el compuesto, P_f es esa propiedad para la fibra y P_m es esa misma propiedad para la matriz y V_f es el porcentaje en volumen de fibra.

La metodología que seguiremos en este estudio es la propuesta por Tsai [2]. A partir de datos experimentales de láminas compuestas comerciales y aplicando la regla de mezclas modificada Tsai estima las propiedades de los constituyentes que no pueden ser medidas o ensayadas. Con los datos experimentales, más los estimados Tsai genera la base de datos de materiales incluida en la hoja de cálculo Think Composites [3]. A partir de dicha base de datos se selecciona la lámina elemental cuyos constituyentes sean lo más próximos a los del material objeto de estudio. Teniendo en cuenta el V_f que obtenemos mediante nuestro proceso de fabricación se estiman las propiedades de la lámina elemental empleando las leyes de micromecánica.

1.3. Simulación numérica del impacto.

A la hora de resolver un problema dinámico mediante el método de los elementos finitos es necesario hacer una discretización temporal. Para ello pueden utilizarse dos métodos: implícito y explícito.

Los métodos implícitos se basan en calcular las variables incógnitas planteando las ecuaciones dinámicas en el mismo instante que se buscan resolver. Como consecuencia se plantea un sistema de ecuaciones algebraicas acoplado que requieren un proceso iterativo para cada incremento de tiempo lo que puede suponer elevados costes computacionales que crecen cuadráticamente con el tamaño del

problema. Si a este hecho le añadimos no linealidades como las inherentes a la degradación del material o a las condiciones de contacto en un problema de impacto, las condiciones de convergencia son difíciles de garantizar [4].

Este problema queda resuelto utilizando la integración explícita. Esta técnica se basa en establecer las ecuaciones dinámicas en un instante, t_n , previo al que se quieren calcular las variables incógnita, t_{n+1} . El algoritmo de resolución se basa en el esquema de diferencias centrales, así para el problema de impacto, la posición, las fuerzas y las aceleraciones se definen en el instante, t_n , y las velocidades se definen en el instante, $t_{n+1/2}$ [4].

Este hecho, junto con el empleo de matrices de masas concentradas proporcionan un algoritmo de cálculo elemento por elemento que no precisa ni ensamblar ni resolver el sistema global de ecuaciones en cada paso con lo que el coste computacional se reduce drásticamente. Sin embargo, como contrapartida, para garantizar su estabilidad requiere que el paso de tiempo sea inferior a un valor crítico establecido por la condición de Courant, Eq. (8) [4].

$$\Delta t < \Delta t_{crit} = \frac{h}{c} = \frac{2}{w_{max}} \quad (8)$$

Eq. (8) c es la máxima velocidad de las ondas, h el tamaño de elemento y w_{max} la máxima frecuencia propia del sistema.

Este requisito obliga a realizar una discretización temporal con incrementos de tiempo inferiores al tiempo que tarda una onda de tensión en recorrer el elemento finito más pequeño (es por tanto dependiente del tamaño de elemento). Este método es aconsejable en problemas con grandes aceleraciones y tiempos de análisis pequeños, tal y como ocurre en el estudio de impacto del presente trabajo.

2. LA PALA DE PÁDEL MARVEL.

El objeto sobre el que se centra este trabajo es, a requerimiento de su fabricante, una pala redonda, fabricada bajo la denominación "MARVEL", por la empresa malagueña SHARK PADEL S.L (Fig. 4). Esta pala está elaborada con:

- Tejido de carbono sarga 2×2 de 3K y 200 gr/m^2 .
- Braiding carbono/vidrio de 40 mm y 39.8 gr/m .
- Tejido de vidrio equilibrado 220 gr/m^2 .
- Espuma EVA.
- Resina epoxi multipropósito para laminación por contacto manual.

La distribución y cantidad de los componentes depende de la zona de la pala (Fig. 5):

1. Empuñadura: Lámina de tejido de carbono y braiding.
2. Perfil o marco: braiding.
3. Superficie de golpeo: tres láminas de fibra de vidrio [0/90] y núcleo de espuma EVA.
4. Corazón: laminado mixto de tejido de fibra de carbono y vidrio.



Figura 4. Palas Marvel de Shark Pádel S.L. Izquierda: pala terminada. Derecha: tres de los especímenes, en bruto, ensayados en este trabajo.

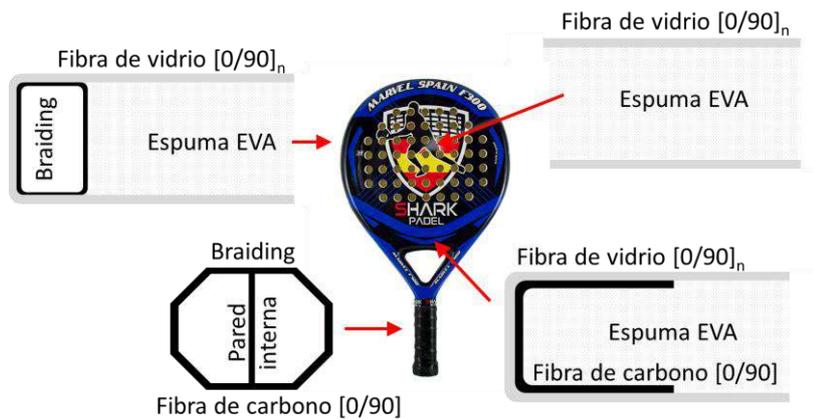


Figura 5. Arquitectura de la pala Marvel de Shark Pádel S.L.

El laminado se realiza de forma manual sobre dos semimoldes de silicona, véase Fig. 6.

Laminadas las dos zonas de golpeo y corazón (Fig. 6a), se coloca el núcleo de EVA en el molde. Alrededor del núcleo se coloca el braiding, previamente impregnado de resina, con una bolsa en su interior a través de la que se introducirá aire a presión para darle forma (Fig. 6b).

Una vez cerrado el molde (Fig.6c y 6d), se introduce el molde en una estufa de curado y se inyecta aire a presión en la bolsa interior del braiding haciendo que este se expanda hasta alcanzar las dimensiones de la cavidad formada por el molde y la preforma de espuma.

Tras el ciclo de curado correspondiente, se obtiene una pala en bruto (Fig.4b). Finalmente se colocan las serigrafías deseadas, se realizan los taladros y se coloca el grip (Fig. 4a).

2.1. Caracterización y evaluación de las propiedades de los materiales

2.1.1. Núcleo de espuma EVA.

El núcleo utilizado es una espuma EVA que presenta un comportamiento viscoelástico. Se han realizado ensayos de compresión a distintas velocidades de deformación $\dot{\epsilon}$ (s^{-1}) sobre probetas cilíndricas de 50 mm de diámetro y espesor el del núcleo de la pala, extraídas mediante corte de la plancha original:

- Ensayos a baja velocidad ($22 \cdot 10^{-3} \div 132 \cdot 10^{-3} s^{-1}$) empleando una máquina universal de ensayos servo mecánica Servosis ME-405/10, con una célula de carga de 1 kN.

- Ensayos a media velocidad ($79 \div 105 \text{ s}^{-1}$) empleando una máquina de caída de dardo Instron CEAST 9350, con una célula de carga de 2,25 kN.

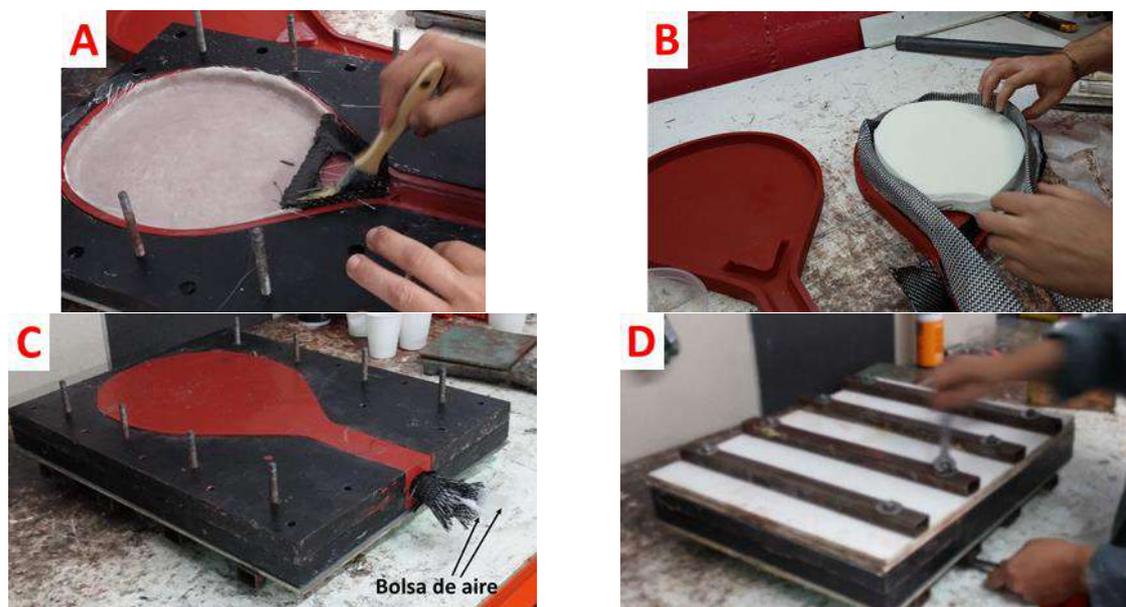


Figura 6. A) Laminado manual sobre molde de silicona. B) Colocación núcleo y Braiding. C) Detalle bolsa de aire. D) Molde cerrado.

En la *Tabla 1*, se pueden ver los resultados obtenidos. Se observa una importante diferencia entre los resultados obtenidos a velocidad cuasi estática y velocidades medias, verificándose el comportamiento viscoelástico de la espuma.

Tabla 1. Módulo de elasticidad en compresión de la espuma EVA, en función de la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ (s^{-1}).

$\dot{\epsilon}$ (s^{-1})	E_x (MPa)	
	Media	Desviación
$22 \cdot 10^{-3}$	0,111	0,003
$132 \cdot 10^{-3}$	0,1107	0,0004
79	0,417	0,008
105	1,59	0,02

2.1.2. Láminas elementales de compuesto.

Ante la imposibilidad de extraer probetas representativas de cada una de las partes de la pala, y obtener sus propiedades mediante ensayos, se ha seguido el siguiente esquema para estimar las constantes elásticas y de rotura de las láminas elementales (Fig. 7).

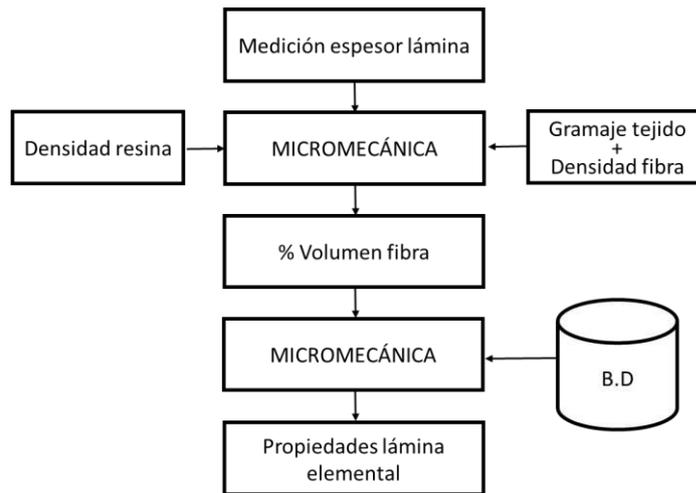


Figura 7. Diagrama de Flujo estimación propiedades elementales de la lámina.

Mediante microscopía óptica se ha determinado el espesor elemental de cada una de las láminas elementales. A partir del espesor y teniendo en cuenta las densidades de las fibras y de la resina, así como el gramaje del tejido (datos aportados por el fabricante) y bajo la hipótesis de porcentaje de vacíos nulo, es posible estimar el porcentaje de fibra en volumen (V_f), Eq. (9):

$$V_f (\%) = \frac{\text{gramaje}}{e_l \times \rho_f} \times 100 \quad (9)$$

Siendo:

- *gramaje* la densidad superficial de la fibra seca.
- e_l el espesor de una lámina de material compuesto.
- ρ_f la densidad de la fibra seca.

A partir de la base de datos de propiedades de materiales que proporciona la hoja de cálculo Think-Composites [3], se selecciona el material cuyos constituyentes sean iguales al material objeto de estudio.

Dicha base de datos proporciona, entre otras características, las propiedades elásticas y de rotura del material compuesto, obtenidos mediante ensayos. Sin embargo dichas propiedades corresponden al material con un V_f que depende del proceso de fabricación.

A partir de dichos datos y utilizando la regla de mezclas modificada propuesta por Tsai [2], se han estimado las propiedades elásticas y de rotura del material en función del V_f . La *Tabla 2* muestra los valores obtenidos.

2.1.3. Braiding.

En el caso del braiding el proceso ha sido más complejo ya que el dato que se dispone del fabricante es únicamente la masa lineal del tejido seco, suma de la fibra de carbono (FC) y de vidrio (FV).

Separando ambos tipos de fibra, mediante pesada se ha obtenido el porcentaje en peso de cada una de las fases: 40 % FC y 60 % FV.

Teniendo en cuenta los porcentajes de fibra en volumen determinados en el apartado 2.1.2 para la FC y para la FV (29 y 25 % respectivamente) y las densidades de fibra seca (1770 kg/m^3 y 2530 kg/m^3

respectivamente), se han obtenido las propiedades elementales de cada una de las dos láminas que forman el braiding (Tabla 3).

Tabla 2. Estimación de propiedades de la lámina elemental de los tejidos de fibra de carbono y vidrio

Propiedad	Lámina de tejido	
	Carbono	Vidrio
$E_x = E_y$	32.5 GPa	12.2 GPa
E_s	2.6 GPa	1.9 GPa
ν_{xy}	0.04	0.09
$X = Y$	299 MPa	296 MPa
$X' = Y'$	414 MPa	228 MPa
S	73 MPa	222 MPa
V_f	29 %	25 %
densidad	1270 kg/m ³	1430 kg/m ³
espesor	0.39 mm	0.33 mm

Tabla 3. Estimación de propiedades de la lámina elemental de las láminas que forman el braiding.

Propiedad	Lámina unidireccional (UD)	
	Carbono	Vidrio
E_x	59.5 GPa	20.25 GPa
E_y	5.3 GPa	4.04 GPa
E_s	2.6 GPa	1.9 GPa
ν_{xy}	0.28	0.26
X	621 MPa	590 MPa
X'	562 MPa	328 MPa
Y	40 MPa	93 MPa
Y'	246 MPa	354 MPa
S	68 MPa	216 MPa
Densidad	1270 kg/m ³	1430 kg/m ³
Espesor	0.099 mm	0.121 mm

Por otro lado, se ha observado que, tras la expansión del braiding dentro del molde, los ángulos de orientación de las láminas son de la forma $[30_{FC}/-30_{FV}]$ con respecto a la dirección longitudinal del mismo.

3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.

3.1. Introducción.

Se han realizado dos modelos de elementos finitos: uno estático lineal y otro de impacto. El modelo estático lineal sirve para validar, desde un punto de vista de rigidez, la modelización tanto geométrica como de los materiales empleados. A partir del modelo estático se ha puesto a punto el modelo de impacto de baja velocidad. Ambos modelos comparten la geometría y materiales de la pala.

El cálculo estático se ha realizado mediante un cálculo lineal, mientras que el cálculo de impacto se ha realizado mediante un cálculo explícito no lineal (SOL 700 de MSC-NASTRAN) [5].

3.2. Geometría.

La definición geométrica del modelo se ha realizado a partir del modelo CAD 3D utilizado por el fabricante (Fig. 8a).

Una vez importada la geometría en PATRAN [6], se ha simplificado eliminando todo detalle no estructural que dificulte la generación del modelo de elementos finitos (Fig. 8b).

El modelo se ha definido mediante elementos de superficie, salvo en la zona de golpeo donde se han empleado elementos sólidos (3D).

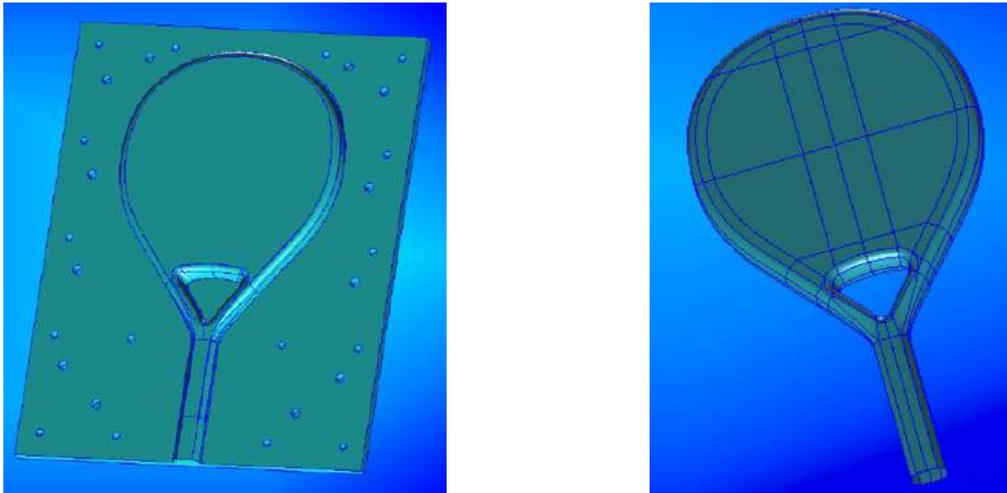


Figura 8. Modelizado de la pala Marvel. Izquierda: modelo CAD facilitado por el fabricante. Derecha: Modelo NASTRAN obtenido a partir del anterior.

3.3. Condiciones de contorno.

3.3.1. Modelo estático lineal.

Las condiciones de contorno impuestas tratan de replicar los ensayos que servirán para validar el modelo.

Para la realización de los ensayos se ha diseñado un útil que permite el posicionamiento de la pala con respecto al punto de aplicación de la carga, así como el empotramiento del mango, quedando la pala en voladizo (Fig. 9). El útil diseñado es utilizado tanto para los ensayos estáticos como dinámicos.



Figura 9. Utillaje para ensayos estáticos y dinámicos. En la figura ensayo dinámico.

La carga se aplica de forma puntual en el centro de la placa, midiéndose los desplazamientos en diferentes puntos de la placa (Fig. 10) mediante LVDTs.

La empuñadura se empotra impidiendo todos sus grados de libertad. Uno de los puntos de medida se establece en el empotramiento para garantizar que funciona como se pretende, véase Fig. 10, punto 5.

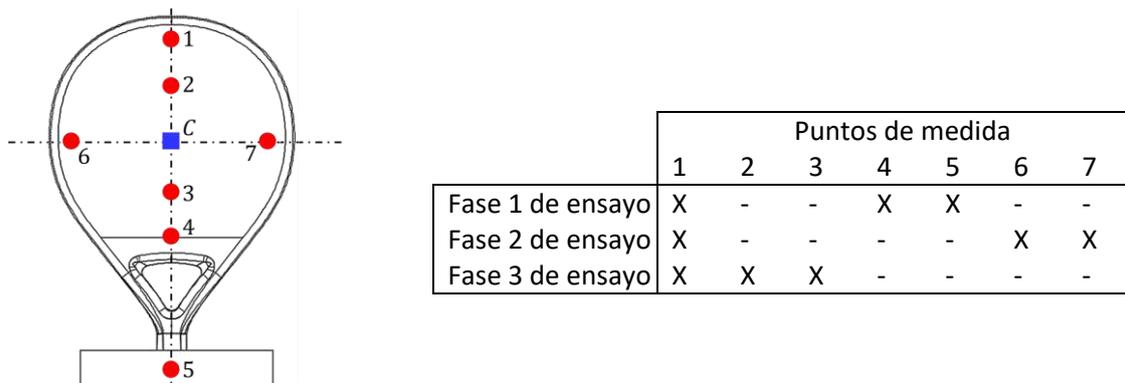


Figura 10. Izquierda: Posicionamiento de aplicación de la fuerza (punto C) y de los puntos de medida de desplazamiento vertical, mediante LVDTs (puntos numerados). Derecha: Fases de ensayo.

3.3.2. Ensayos de impacto.

Las condiciones de apoyo son idénticas a las impuestas para el ensayo estático. Para simular el impacto, se ha definido una bola de acero de 20 mm de diámetro, con una densidad tal que la masa total de la bola sea igual a la masa de caída libre que se empleará en los ensayos.

Para disminuir el tiempo de cálculo, se ha posicionado la bola en el instante justo anterior a comenzar el impacto. Definida una energía de impacto y para la masa de caída libre impuesta, se determina la velocidad del impactor en el momento inicial del impacto, imponiendo dicha velocidad como velocidad inicial a la bola. El impacto se produce en el centro de la placa (Fig. 11).

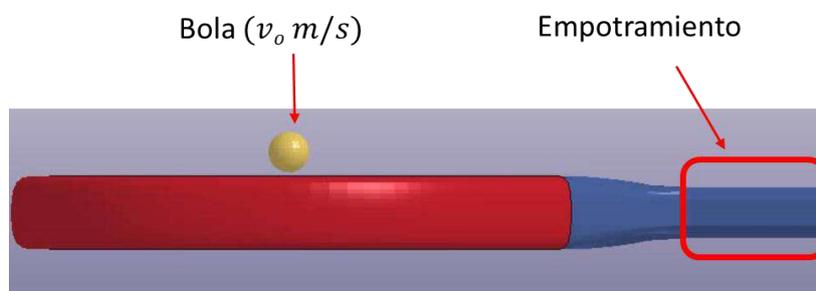


Figura 11. Condiciones de contorno del ensayo de impacto.

3.4. Mallado.

Los elementos empleados son de dos tipos en función de la zona a modelizar:

- Núcleo de EVA e impactor: elementos hexaédricos de 8 nodos (CHEXA8) con 3 gdl por nodo.
- Superficies: elementos tipo shell de 4 nodos (CQUAD4) con comportamiento de placa y membrana.

El tamaño del elemento óptimo se ha definido a partir de un estudio de convergencia de malla. Para ello en el caso del modelo estático como criterios de convergencia se han tomado el desplazamiento vertical medido en el punto 1 (Fig.10) y el índice de fallo de Tsai-Wu (Fig. 12a y b). El modelo seleccionado finalmente tiene 30694 elementos.

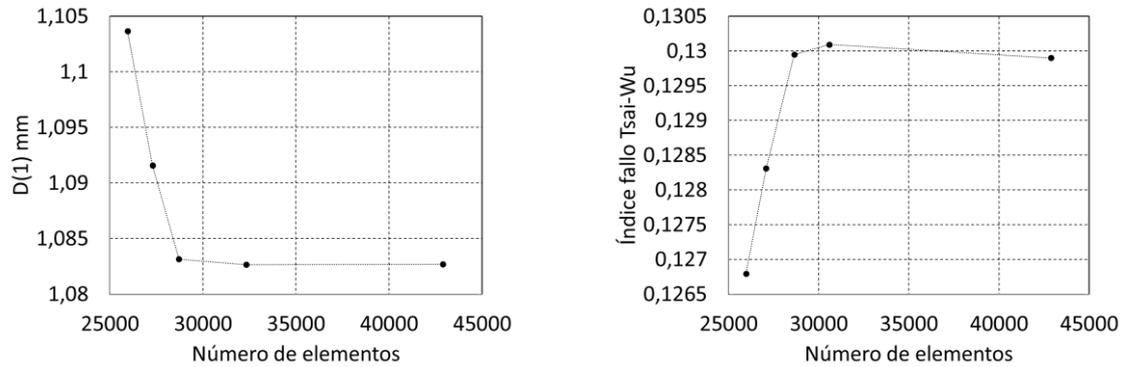


Figura 12. Análisis de convergencia de malla, caso estático. Izquierda: respecto del desplazamiento del punto 1 (Fig. 10). Derecha: respecto del índice de fallo de Tsai-Wu.

En el caso de impacto a baja velocidad se ha definido como criterio de convergencia la fuerza máxima de contacto. La Fig. 13 muestra los resultados obtenidos, alcanzándose la convergencia para 33567 elementos.

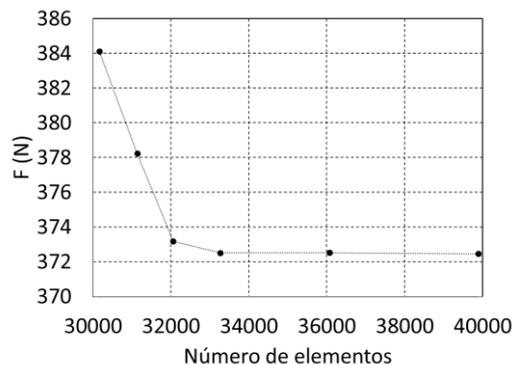


Figura 13. Análisis de convergencia de malla (Ensayo de impacto).

4. TÉCNICAS EXPERIMENTALES.

4.1.1. Ensayos estáticos.

La aplicación de carga se realiza mediante una máquina universal de ensayos servo mecánica Servosis ME-405/10 dotada con una célula de carga de 1 kN, a velocidad de desplazamiento constante hasta alcanzar una fuerza máxima de 50 N.

La medición de los desplazamientos se lleva a cabo mediante el desplazamiento del travesaño de la máquina (punto de aplicación de la carga) y tres LVDTs, uno de ellos de 4 mm de recorrido y una precisión de 1 μ m, y los otros (marca Solartron) de ± 2.5 mm de recorrido y precisión de 2.5 μ m.

El posicionamiento de los puntos de medida se indica en la Fig. 10. Dada la imposibilidad de medir todos los puntos simultáneamente se han realizado los ensayos en tres fases tal y como se indica en la Fig. 10.

En cada posición de medida se han ensayado tres palas, y para cada una de ellas se aplica la carga en ambas caras de golpeo.

En la Fig. 14 se pueden ver superpuestas las curvas fuerza-desplazamiento del punto 1, de todas las palas ensayadas.

Observaciones:

- Comportamiento lineal durante la carga.
- Histéresis provocada por la espuma y por el comportamiento no lineal de las palas.
- Cierta dispersión entre palas y, dentro de ellas, entre las dos caras de golpeo, resultado compatible con la fabricación manual que introduce un comportamiento heterogéneo entre las palas.

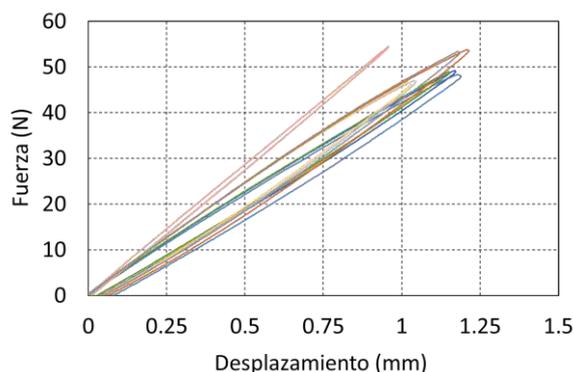


Figura 14. Fuerza centrada, posición de medida 1 (véase Fig. 10) , todas las palas.

La Fig. 15 muestra el comportamiento simétrico de las palas durante el ensayo. En esta figura se representan las diferencias entre los resultados en los puntos 6 y 7 (Fig. 10) para tres de los ensayos realizados. Se puede ver como ambos puntos muestran un comportamiento muy similar.

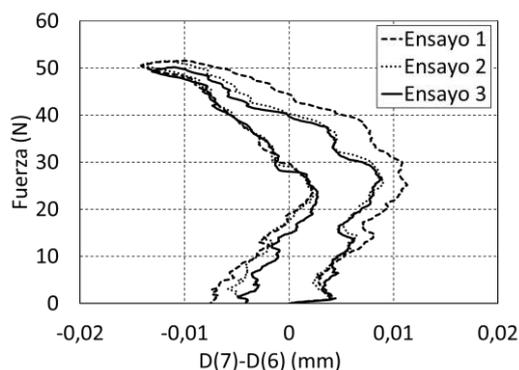


Figura 15. Fuerza centrada. Diferencia de desplazamiento entre los puntos 6 y 7 (Fig. 10).

4.1.2. Ensayos de impacto.

Los ensayos de impacto han sido realizados en una máquina de caída de dardo INSTRON CEAST 9350, provista de una célula de carga de 22kN, en su rango del 10 %.

El percutor, de cabeza semiesférica, va montado sobre un carro de masa m_{imp} que se deja caer desde una altura predeterminada en función de la energía de impacto deseada y que va guiado hasta impactar en el centro de la pala. Al alcanzar la pala, el percutor genera sobre ella una sollicitación impulsiva de flexión, cuya respuesta es registrada en forma de curva fuerza-tiempo. Para evitar un segundo impacto, la máquina está equipada con un sistema anti-rebote (Fig. 16) que bloquea al percutor después del primer impacto.

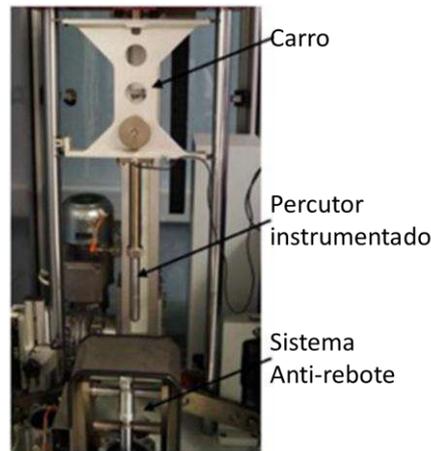


Figura 16. Carro móvil de la máquina de ensayo INSTRON CEAST 9350.

A partir de la señal fuerza de contacto-tiempo, $F(t)$, conociendo la masa del impactor, m_{imp} , y la velocidad inicial en el instante de inicio del impacto, $v(0)$, es posible obtener, mediante integración, las curvas velocidad-tiempo, $v(t)$, desplazamiento-tiempo, $u(t)$, y energía absorbida-tiempo, $E_a(t)$, Eq. (10), (11) y (12) [7]:

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{m_{imp}} \cdot \int_0^t F(t) dt \quad (10)$$

$$u(t) = \int_0^t \left[v(0) + \frac{1}{m_{imp}} \cdot \int_0^t F(t) dt \right] dt \quad (11)$$

$$E_a(t) = \int_0^t F(t) \cdot \left[v(0) + \frac{1}{m_{imp}} \cdot \int_0^t F(t) dt \right] dt \quad (12)$$

Las condiciones de impacto introducidas han sido: masa de 2,41 kg y altura de 0,1 m. Lo que da lugar a una velocidad de impacto de 1,42 m/s y una energía de impacto de 2,36 J. La frecuencia de adquisición empleada ha sido de 500 kHz con un tiempo de adquisición de 40 ms.

En la Fig. 17a se pueden ver, superpuestas, las curvas fuerza-tiempo de contacto de una de las palas ensayadas, en ambas superficies de golpeo. Se observa una buena repetibilidad en el comportamiento de la pala. Se observa la misma tendencia en la energía absorbida por la pala (Fig. 17b).

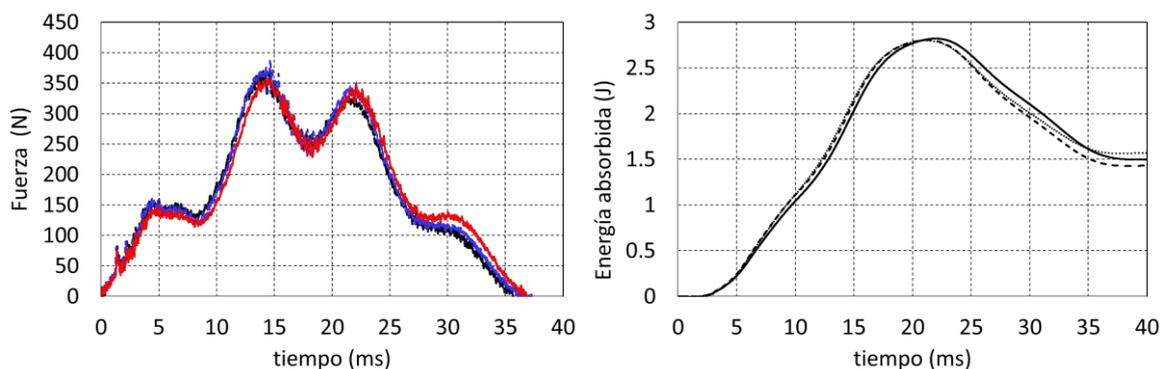


Figura 17. Curvas F vs. t (izquierda) y Energía absorbida vs. t (derecha), para tres ensayos sobre la pala I.

A partir de los resultados de ensayo de las tres palas ensayadas y las dos superficies de golpeo de cada pala, se ha obtenido que la fuerza máxima de contacto es de $366 \pm 14 \text{ N}$, el tiempo de contacto es de $37 \pm 1 \text{ ms}$ y la energía absorbida por las palas es de un $49 \pm 5 \%$ de la energía de impacto.

5. CORRELACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL.

5.1.1. Ensayos estáticos.

Con el objeto de comparar los datos de rigidez, obtenidos de forma experimental y numérica, y eliminar la posible influencia del útil de apoyo, se ha representado la diferencia entre los desplazamientos de los puntos 1 y 5 (Fig. 10) para los resultados experimentales más extremos, frente al desplazamiento obtenido del punto 1 en el modelo numérico.

El resultado, que se aprecia en la Fig. 18, indica que el modelo numérico tiene una rigidez entre el 76% y el 95%, aproximadamente, de las rigideces mostradas por los especímenes ensayados.

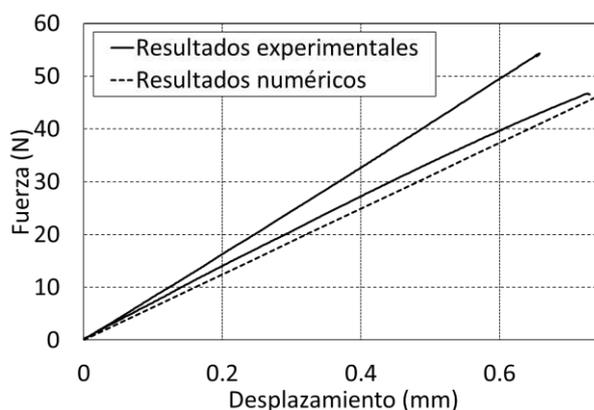


Figura 18. Curvas diferencia de desplazamiento extremo-empotramiento vs. fuerza para los casos ensayados extremos frente el mismo resultado para el modelo numérico.

La Fig. 19 muestra los resultados experimentales y numéricos del comportamiento de la superficie de golpeo.

Debido al comportamiento viscoelástico de la espuma EVA, y a la falta de datos en este sentido, se han comparado los resultados experimentales obtenidos con resultados numéricos calculados a partir de dos módulos de elasticidad diferentes el material del núcleo.

Se han considerado $E = 0,4 \text{ MPa}$ correspondiente a una velocidad de 79 s^{-1} (ver Tabla 1) y $E = 0,24 \text{ MPa}$, valor estimado para la velocidad ensayada.

Tal y como se puede ver en la Fig. 19, al aumentar la velocidad de deformación, la espuma EVA aumenta su rigidez, alejándose los resultados numéricos de los experimentales.

La buena correlación observada permite validar el modelo numérico desarrollado.

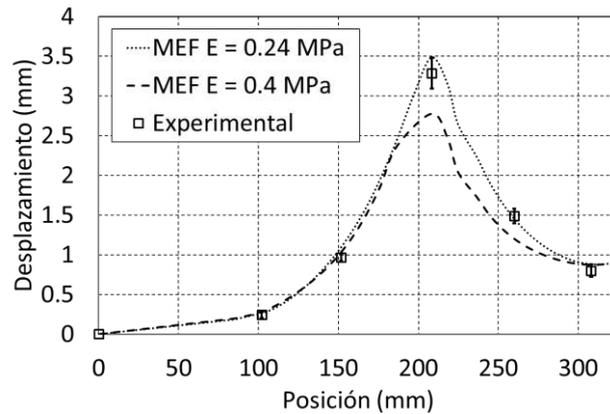


Figura 19. Desplazamientos en la superficie de golpeo.

5.1.2. Ensayos de impacto.

La Fig. 20 muestra la correlación numérico experimental entre los ensayos experimentales y el modelo numérico. Los resultados numéricos muestran una buena concordancia con los resultados experimentales.

La fuerza de contacto máxima obtenida es de 366 N , frente a los $366 \pm 14\text{ N}$ obtenidos experimentalmente. En cuanto al tiempo de contacto, el obtenido mediante el modelo numérico ha sido de $34,5\text{ ms}$, frente a los $37 \pm 1,1\text{ ms}$ obtenidos experimentalmente. Esta diferencia puede ser explicada, en parte, por la excesiva rigidez de la espuma introducida en el modelo numérico. En cualquier caso, la correlación puede ser considerada como muy buena.

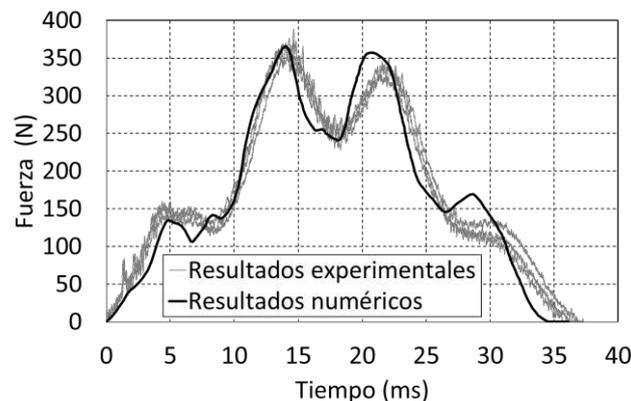


Figura 20. Correlación numérico-experimental. Curvas de impacto fuerza-tiempo.

5.1.3. Extensión de los resultados numéricos a otras palas del mismo fabricante

Una vez validado el modelo numérico mediante los resultados mostrados hasta aquí, se han analizado numéricamente el comportamiento de otras dos palas diferentes del mismo fabricante cuyas diferencias estriban en la composición del laminado de la superficie de golpeo.

Se trata de las palas denominadas GREEN, que combina las fibras de vidrio y carbono en la superficie de golpeo, y la WASP, realizada, íntegramente, en fibra de carbono.

La Fig. 21 muestra los resultados obtenidos para estas palas en comparación a los obtenidos para la pala MARVEL.

Se observa que la introducción de láminas de carbono hace aumentar la fuerza máxima de impacto y reduce el tiempo de contacto. Esto implica un incremento de rigidez de la zona de golpeo, lo que se traduce por parte de los jugadores de pádel en un aumento del control y mayor potencia de impacto.

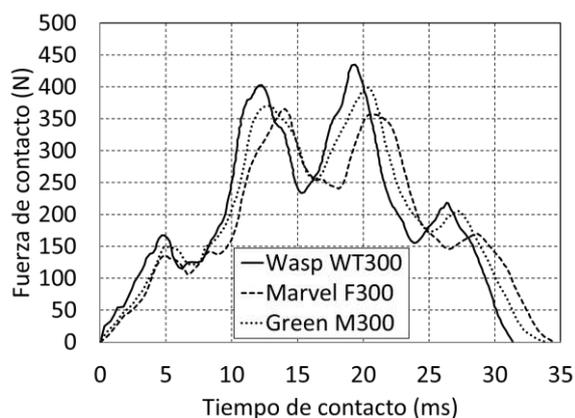


Figura 21. Simulación de impacto. Curvas fuerza-tiempo..

6. CONCLUSIONES.

En este trabajo se ha desarrollado un modelo de elementos finitos que permite predecir el comportamiento de la pala de pádel MARVEL del fabricante SHARK PADEL S.L.

Con este objetivo, se ha puesto a punto una metodología que permite estimar las propiedades de los materiales compuestos empleados teniendo en cuenta el proceso de fabricación. El modelo de elementos finitos se ha puesto a punto a partir del modelo geométrico proporcionado por el fabricante y de la estimación de las propiedades de los materiales empleados.

Mediante la correlación con ensayos estáticos se ha validado el modelo tanto desde el punto de vista geométrico como de propiedades de los materiales. Una vez validado el modelo, se ha correlacionado con los ensayos de impacto, obteniéndose una buena correlación.

El modelo desarrollado se ha aplicado sobre otras palas del mismo fabricante poniéndose de manifiesto su diferente comportamiento en función de la composición de la pala.

Como conclusión general se puede afirmar que se dispone de un modelo numérico que permite analizar la modificación de los materiales empleados, pudiéndose estimar su influencia en el comportamiento final de la pala.

La correlación entre los aspectos analizados y las sensaciones del palista necesitaría de un trabajo estadístico de campo con un significativo número de jugadores por tratarse éste de un aspecto muy subjetivo.

El modelo actual debe ser mejorado para tener en cuenta el comportamiento viscoelástico de las espumas empleadas, incluir los agujeros de la superficie de golpeo y así poder evaluar mejor la respuesta de la pala y su durabilidad.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la empresa SHARK PADEL S.L. la participación en esta colaboración, aportando no sólo su conocimiento, sino también los materiales empleados.

Queremos, así mismo, agradecer al Subprograma Estatal de Infraestructuras Científicas y Técnicas y de Equipamiento que, dentro del marco del Programa Estatal de Fomento de la Investigación Científica y Técnica de Excelencia del Plan Estatal de Investigación Científica y Técnica y de Innovación 2013-2016 (proyectos UNMA 13-1E-1901 y UNNMA 15-CE-3571) han permitido la dotación de parte del equipamiento de ensayo necesario para la realización de este estudio.

REFERENCIAS

- [1] D. Mora Serrano, “Como elegir la pala de pádel adecuada.” [Online]. Available: <https://www.webconsultas.com/ejercicio-y-deporte/material-deportivo/como-elegir-la-pala-de-padel-adecuada-14616>.
- [2] Stephen W.Tsai, *Composites Design*, 4th ed. Dayton, Paris and Tokyo: THINK COMPOSITES, 1988.
- [3] *Notice d'utilisation des logiciels (MIC-MAC, GENLAM, LAMRANK, MATFIX)*. THINK COMPOSITES.
- [4] J. M. Goicolea, “ESTRUCTURAS SOMETIDAS A IMPACTO.”
- [5] *MSC NASTRAN 2014. Explicit Nonlinear (SOL 700) User's Guide*. MSC Software Corporation, 2014.
- [6] *Patran 2014. User's Guide*. MSC Software Corporation, 2014.
- [7] INSTRON-CEAST, “Visual IMPACT. Instruction Manual.” .

FORM FINDING OF TENSEGRITY STRUCTURES BASED ON FAMILIES: THE OCTAHEDRON FAMILY

Fernández-Ruiz, Manuel Alejandro¹; Gil-Martín, Luisa María², Carbonell-Márquez, Juan Francisco³; Hernández-Montes, Enrique²

ABSTRACT

Tensegrity structures are composed by pre-stressed pin-jointed compression (struts) and tension (cables) members that are self-equilibrated. They have had a great development in the last years owing to their ingenious forms, lightweight, deployability and controllability. A challenge related to the design of tensegrity structures is the determination of the force densities during the form-finding process that leads to a stable tensegrity.

In this work, the octahedron tensegrity is used as a source of new tensegrity forms. A family of tensegrity structures is a group of them that share a common connectivity pattern. A set of force densities that achieve an equilibrium shape of tensegrities based on the octahedron family was computed analytically. Several examples are shown.

Keywords: tensegrity; octahedron family; double expanded octahedron; form finding

1. INTRODUCCIÓN

Las tensegridades (inicialmente introducidas por Fuller [1]) son estructuras autoequilibradas formadas por elementos traccionados (cables) y elementos comprimidos (barras) unidos en una serie de nudos articulados (nodos). Este tipo de estructuras ha tenido en los últimos años un gran desarrollo debido a su bajo peso, a sus formas ingeniosas así como a su controlabilidad y capacidad de plegado. Las tensegridades están presentes en un amplio número de campos de conocimiento como la ingeniería civil [2], la biología [3] y la robótica [4]. Uno de los aspectos clave en el diseño de tensegridades es la búsqueda de la configuración de sus elementos que da lugar a una forma en equilibrio, proceso denominado “búsqueda de forma”.

El Método de la Densidad de Fuerzas (MDF), dada su versatilidad, es uno de los métodos más utilizados para la búsqueda de formas de equilibrio de mallas [5,6]. El MDF está basado en el concepto de densidad de fuerza q , que se define, para cada elemento de la malla, como el ratio entre fuerza y

¹ Departamento de Ingeniería Industrial e Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Universidad de Cádiz (ESPAÑA). Correo electrónico: manuelalejandros.fernandez@uca.es (Corresponding author)

² Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica. Universidad de Granada (ESPAÑA). Correo electrónico: mlgil@ugr.es; emontes@ugr.es

³ Departamento de Mecánica. Universidad de Córdoba (ESPAÑA). Correo electrónico: jcarbonell@uco.es

longitud. En la literatura se pueden encontrar un gran número de trabajos sobre la búsqueda de formas de equilibrio de tensegridades basados en el MDF [7,8].

Uno de los grandes retos dentro del diseño de tensegridades es el cálculo de las densidades de fuerza (de cada uno de los elementos de la tensegridad) que dan lugar a una solución de equilibrio. Hay un gran número de trabajos publicados relacionados con procesos numéricos de búsqueda de forma basados en el MDF [7–9]. Sin embargo, son escasos los trabajos publicados sobre tratamientos analíticos relacionados con procesos de búsqueda de formas de equilibrio [10–12]. Los métodos analíticos se basan en el cálculo simbólico de las densidades de fuerza de cada elemento que dan lugar a una forma de equilibrio de la tensegridad. Para ello, y con objeto de poder manejar las matrices resultantes, es necesario simplificar el problema considerando un número reducido de distintas densidades de fuerza para lo cual el diseñador se suele basar en condiciones geométricas tales como la simetría.

Una familia de tensegridades es un grupo de las mismas que comparten un patrón de conectividades. Basándose en este concepto, los autores presentaron la familia del octaedro [13]. Esta familia está compuesta por tres tensegridades: el octaedro, el octaedro expandido y el octaedro doblemente expandido. Como característica común, cada uno de los miembros de una misma familia contiene a los miembros inferiores como formas plegadas. De hecho, la garantía de pertenencia a una misma familia del octaedro expandido y del octaedro doblemente expandido es que el primero es la forma plegada del segundo, que es un miembro superior.

En este trabajo se presentan nuevas tensegridades obtenidas a partir de la familia del octaedro. Partiendo del octaedro doblemente expandido definido en [13] y considerando un mayor número de densidades de fuerza se han obtenido nuevas formas de equilibrio del octaedro doblemente expandido. A partir de un cálculo analítico se han determinado nuevas relaciones entre densidades de fuerza para las cuales la tensegridad esté en equilibrio y se ha realizado un estudio de la estabilidad de las nuevas tensegridades.

2. PROCESO DE BÚSQUEDA DE FORMA DE TENSEGRIDADES UTILIZANDO EL MDF

El MDF, introducido por Schek [6], es un método general de búsqueda de formas de equilibrio para redes de elementos articulados. El equilibrio de una malla con n nodos libres, n_f nodos fijos y m elementos se calcula asignando determinados valores de densidades de fuerza a cada elemento de la malla. Los nodos libres son aquellos nodos que se pueden mover libremente por el espacio hasta encontrar la posición de equilibrio, mientras que un nodo fijo tiene asignada una posición invariable actuando como un apoyo. La matriz de conectividad \mathbf{C}_s ($m \times (n+n_f)$) muestra la conectividad entre los distintos nodos que conforman la red. Dicha matriz puede definirse de forma automática utilizando las secuencias topológicas descritas en [14]. Si un elemento j conecta los nodos i y k entre sí (con $i < k$), los elementos i -ésimo y k -ésimo de la j -ésima columna de \mathbf{C}_s adoptan los valores 1 y -1 respectivamente, como se puede ver en la Eq. (1).

$$\mathbf{C}_s(j, r) = \begin{cases} +1 & \text{si } i(j) = r \\ -1 & \text{si } k(j) = r \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

Schek [6] propuso la partición de \mathbf{C}_s en dos matrices \mathbf{C} ($m \times n$) y \mathbf{C}_f ($m \times n_f$) siempre y cuando los nodos fijos se numeren al final ($\mathbf{C}_s = [\mathbf{C} \ \mathbf{C}_f]$). Sean los vectores $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ($\in \mathbf{R}^n$) y $\mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f, \mathbf{z}_f$ ($\in \mathbf{R}^{n_f}$) los vectores de coordenadas nodales según las direcciones x, y y z correspondientes a los nodos libres y fijos, respectivamente. Si se definen los vectores $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y$ y \mathbf{P}_z como los vectores que contienen las fuerzas nodales aplicadas en los nodos libres en las direcciones x, y y z , se puede comprobar que las ecuaciones de equilibrio de la red de elementos articulados se pueden expresar como [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f &= \mathbf{P}_x \\ \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{y} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f \mathbf{y}_f &= \mathbf{P}_y \\ \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f \mathbf{z}_f &= \mathbf{P}_z \end{aligned} \quad (2)$$

En la Eq. (2) la matriz \mathbf{Q} ($m \times m$) es la matriz diagonal del vector \mathbf{q} ($\in \mathbf{R}^m$) que contiene las densidades de fuerza de cada uno de los elementos de la malla.

En el caso particular de las tensegridades no existen cargas externas ni nodos fijos (se trata de estructuras autoequilibradas). En este contexto, las ecuaciones de equilibrio de la Eq. (2) quedan así:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} \mathbf{x} &= 0 \\ \mathbf{D} \mathbf{y} &= 0 \\ \mathbf{D} \mathbf{z} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

La matriz $\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$ en la Eq. (3) es la denominada *matriz de densidad de fuerzas*.

3. ESTABILIDAD Y DEFICIENCIA DE RANGO

El signo de la densidad de fuerza asociada a un elemento de la malla indica si dicho elemento está comprimido ($q < 0$) o traccionado ($q > 0$). Si en la malla todos los elementos tienen densidades de fuerza del mismo signo, el sistema de ecuaciones de equilibrio de la Eq. (2) se resuelve fácilmente debido a que en este caso la matriz \mathbf{D} es invertible o no singular. Sin embargo, en el caso de las tensegridades la matriz \mathbf{D} siempre es singular (por lo tanto, no invertible) ya que hay tanto elementos traccionados (cables, $q > 0$) como comprimidos (barras, $q < 0$). Esto es así debido a la propia construcción de la matriz \mathbf{D} , ya que la suma de los elementos de cada fila o columna es igual a cero y, por tanto, siempre va a tener al menos una deficiencia de rango igual a 1.

Con objeto de garantizar que una tensegridad se desarrolle en el espacio de dimensión d , la correspondiente matriz de densidad de fuerzas \mathbf{D} ha de tener una deficiencia de rango de al menos $d+1$ [8,10]. Esta condición se consigue imponiendo que el polinomio característico asociado a la matriz \mathbf{D} (ver Eq. (4)) tenga $d+1$ raíces nulas. En consecuencia, en una tensegridad tridimensional ($d=3$) los coeficientes a_3, a_2, a_1 y a_0 del polinomio característico mostrado en Eq. (4) deben de ser iguales a 0 (Eq. (5)). El coeficiente a_0 se elimina de la Eq. (5) debido a que la matriz \mathbf{D} siempre va a tener una deficiencia

de rango igual a 1. La Eq. (5) constituye un sistema de ecuaciones en términos de las densidades de fuerza de los elementos de la tensegridad. Dicho sistema puede ser resuelto analíticamente imponiendo una serie de relaciones entre las barras y cables de la tensegridad [10,12,13].

$$p(\lambda) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} a_3(q_1, \dots, q_m) &= 0 \\ a_2(q_1, \dots, q_m) &= 0 \\ a_1(q_1, \dots, q_m) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

La matriz de rigidez tangente de la tensegridad \mathbf{K} es la suma de las matrices elástica (\mathbf{K}_E) y geométrica (\mathbf{K}_G). Se puede comprobar que, considerando el tensor de deformaciones de Green-Lagrange, la matriz de rigidez geométrica es $\mathbf{K}_G = \mathbf{I}_D \otimes \mathbf{D}$ donde \mathbf{I}_D es la matriz identidad de orden d y el símbolo “ \otimes ” representa el producto de Kronecker. La configuración de la tensegridad será estable (una vez restringidos sus movimientos –desplazamientos y rotaciones- como sólido rígido) si la energía de deformación presenta un mínimo, lo que es matemáticamente equivalente a que la matriz \mathbf{K} sea semidefinida positiva (es decir, todos los autovalores \mathbf{K} son positivos a excepción de $d(d+1)/2$ nulos correspondientes a movimientos de sólido rígido) [15]. Para el caso de desplazamientos correspondientes a mecanismos (definidos como aquellos desplazamientos no triviales y diferentes a los movimientos como sólido rígido que no alteran las longitudes de los elementos de la tensegridad), la matriz de rigidez elástica, \mathbf{K}_E , es nula y, por tanto, $\mathbf{K} = \mathbf{K}_G$. En este caso la estructura será estable si la matriz de densidades de fuerzas, \mathbf{D} , es semidefinida positiva (esta condición se denomina “estabilidad de pretensado” en el contexto de las tensegridades).

Se dice que una tensegridad es superestable si es estable y verifica la condición de “estabilidad de pretensado” [16,17]. Se puede comprobar [15–17] que si se cumplen las siguientes condiciones, la tensegridad es superestable:

1. El rango de la matriz geométrica definida como $\mathbf{G} = (\mathbf{U}\mathbf{u}, \mathbf{V}\mathbf{v}, \mathbf{W}\mathbf{w}, \mathbf{U}\mathbf{v}, \mathbf{U}\mathbf{w}, \mathbf{V}\mathbf{w})$ es $(d^2+d)/2$. Siendo \mathbf{u} , \mathbf{v} y \mathbf{w} los vectores de diferencias de coordenadas en x , y y z respectivamente y $\mathbf{U} = \text{diag}(\mathbf{u})$, $\mathbf{V} = \text{diag}(\mathbf{v})$ y $\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{w})$.
2. La deficiencia de rango de la matriz de densidad de fuerza \mathbf{D} es exactamente $d+1$.
3. La matriz de densidad de fuerza \mathbf{D} es semidefinida positiva.

Una detallada definición de las matrices \mathbf{K} y \mathbf{G} se puede encontrar en [13,15,18].

4. LA FAMILIA OCTAEDRO: EL OCTAEDRO DOBLEMENTE EXPANDIDO

La familia del octaedro la integran un grupo de tensegridades que comparten un determinado patrón de conectividad común [13]. El primer componente de la familia es el octaedro (ver Fig. 1.a), que está compuesto por 6 nodos y 15 elementos (3 barras y 12 cables). El segundo componente de la familia es el octaedro expandido (ver Fig. 1.b), que tiene 12 nodos y 30 elementos (6 barras y 24 cables). Finalmente, el tercer componente es el octaedro doblemente expandido (ver Fig. 1.c), compuesto por

24 nodos y 60 elementos (12 barras y 48 cables). Esta última tensegridad ha sido recientemente definida por los autores en [13].

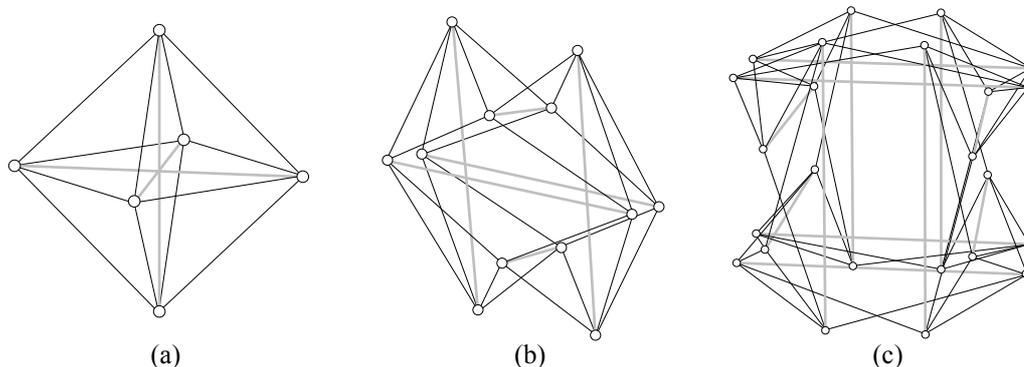


Figura 1. Octaedro (a), octaedro expandido (b) y octaedro doblemente expandido (c). Las líneas negras son cables y las grises barras. Figura adaptada de [13].

Cada componente de la familia proviene de la expansión del miembro anterior (con la excepción del octaedro, considerado la tensegridad inicial de la familia). El propio nombre de “octaedro expandido” (tensegridad muy conocida y ampliamente estudiada en la literatura especializada) indica que proviene de la expansión del octaedro. Esta expansión se realiza de tal forma que cada nodo, cable y barra se duplican al pasar de un miembro inferior a otro superior.

La conectividad entre los nodos de un miembro de la familia del octaedro se puede visualizar de forma clara y sencilla a través de su gráfico de conexiones definido en [13]. El gráfico de conexiones es un plano compuesto de celdas rómbicas conectadas entre sí. En este caso todos los componentes de la familia del octaedro comparten el patrón en forma de diamante definido en [19] según el cual, los cables forman rombos con una barra en una de sus diagonales. Los gráficos de conexiones son de gran ayuda para la definición de la matriz de conectividad \mathbf{C} (ver Fig. 2). En la Fig. 2 las flechas indican la existencia de nodos idénticos en el gráfico de conexiones.

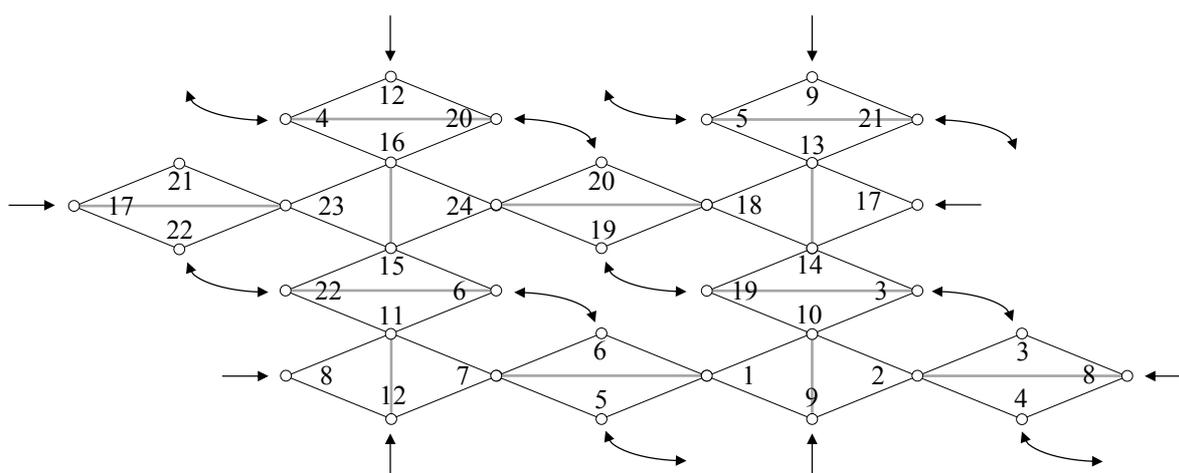


Figura 2. Gráfico de conexiones del octaedro doblemente expandido. Las líneas negras son cables y las grises barras. Figura adaptada de [13].

Otra de las características de la familia del octaedro es que un miembro de la misma contiene a los anteriores como formas plegadas. Se define como forma completa a aquella tensegridad en la cual todas las coordenadas de los nodos en la posición de equilibrio son diferentes. Por el contrario, en la forma denominada plegada, varios nodos de la tensegridad en la posición de equilibrio comparten la misma posición en el espacio [10]. Por tanto, ambos el octaedro y el octaedro expandido son formas plegadas del octaedro doblemente expandido.

Para obtener la forma de equilibrio del octaedro doblemente expandido (Fig. 1.c) la matriz de conectividad $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{60 \times 24}$ se obtiene a partir del gráfico de conexiones de la Fig. 2. Los autores en [13] sólo consideraron dos valores de densidades de fuerza: q_1 para cables (líneas negras en Fig. 2) y q_2 para barras (líneas grises en Fig. 2). Se obtiene así la matriz de densidades de fuerza $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{60 \times 60}$. Una vez calculador el polinomio característico $p(\lambda)$ de la matriz $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{24 \times 24}$ el sistema de ecuaciones de la Eq. (5) se puede resolver de forma analítica. Se obtienen así las posibles relaciones entre q_1 y q_2 que hacen que la matriz \mathbf{D} tenga al menos $d+1$ valores propios nulos (en este caso $d=3$, en tres dimensiones). Para los distintos valores de las densidades de fuerza, la configuración de equilibrio se obtiene a partir del sistema de ecuaciones de la Eq. (3).

En el caso del octaedro doblemente expandido se puede comprobar que, entre otras, se obtienen las siguientes tres soluciones: $q_2 = -2q_1$, $q_2 = -3/2q_1$ y $q_2 = -4/3q_1$. La primera solución ($q_2 = -2q_1$) corresponde a un octaedro con todos sus elementos cuadruplicados ya que el proceso de plegado se repite dos veces entre el tercer miembro (octaedro doblemente expandido) y el primero (octaedro). La segunda solución ($q_2 = -3/2q_1$) corresponde a un octaedro expandido con todos sus elementos duplicados. Finalmente, la tercera solución corresponde al octaedro doblemente expandido (forma completa). Además, aparecen otras soluciones que corresponden a estados intermedios de plegado entre cada una de las tres tensegridades anteriores (ver [13]).

5. NUEVAS TENSEGRIDADES BASADAS EN LA FAMILIA DEL OCTAEDRO

La idea de emplear el patrón de conectividades de una familia de tensegridades como base para la búsqueda de nuevas tensegridades fue introducida por los autores [13]. Otros autores habían expandido el octaedro adicionando cables y barras en procesos de expansión más o menos aleatorios [20] con objeto de obtener estructuras modulares y desplegadas. Un ejemplo de este tipo de estructuras es la pasarela “TorVergata” en Roma [20] (Fig. 3).

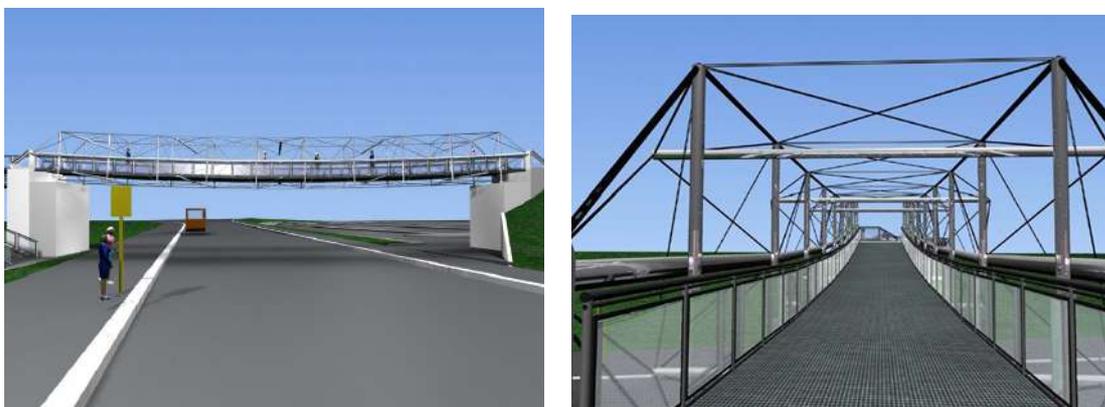


Figura 3. Pasarela modular basada en tensegridades. Figura adaptada de [20].

Los autores pretenden obtener nuevas tensegridades de la familia del octaedro. Una alternativa para ello es tratar de extender las reglas de crecimiento ya conocida entre los tres primeros miembros de la familia para obtener una tensegridad de orden superior (un cuarto miembro de la familia). Otra manera de obtener nuevas tensegridades es, para el caso particular del octaedro doblemente expandido, considerar un mayor número de densidades de fuerza diferentes, lo que hace que el sistema de ecuaciones de la Eq. (5) tenga un mayor número de incógnitas.

En este trabajo se van a considerar tres valores de densidades de fuerza en el octaedro doblemente expandido. Se va a asignar un valor de q_1 para un grupo de cables (líneas negras continuas en Fig. 4), q_2 para los cables restantes (líneas negras discontinuas en Fig. 4) y q_3 para las barras (líneas grises en Fig. 4). Las matrices de conectividad obtenidas a través de los gráficos de conexiones mostrados en las Figs. 2 y 4 son idénticas. La diferencia aparece en las matrices \mathbf{Q} , ya que en el caso de la Fig. 2 solamente se han considerado dos valores de densidades de fuerza mientras que en la tensegridad de la Fig. 4 son tres los valores considerados.

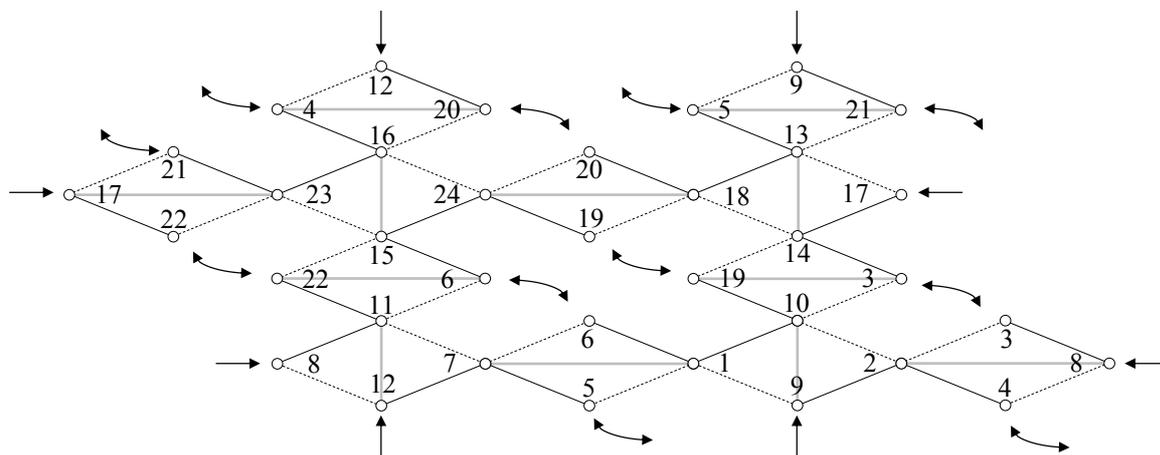


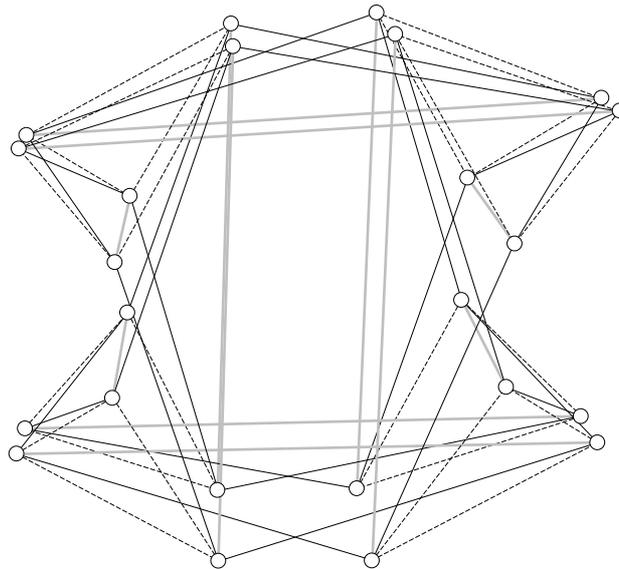
Figura 4. Gráfico de conexiones del octaedro doblemente expandido considerando tres valores de densidad de fuerza. Las líneas negras son cables y las grises barras.

Una vez definidas las matrices \mathbf{C} y \mathbf{Q} correspondientes al gráfico de conexiones de la Fig. 4 se obtiene la matriz de densidad de fuerzas como $\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$ y se calcula su polinomio característico. Se seleccionan los coeficientes a_3 , a_2 y a_1 del polinomio característico y se monta el sistema de ecuaciones de la Eq. (5). Las expresiones de los coeficientes a_3 , a_2 y a_1 en función de los coeficientes de densidad de fuerza no se han incluido en el texto debido a su longitud. Una vez resuelto el sistema de forma analítica y estudiadas las posibles soluciones se puede concluir que la única combinación de coeficientes de densidades de fuerza para la cual se obtiene una tensegridad superestable corresponde a la solución de la Eq. (6).

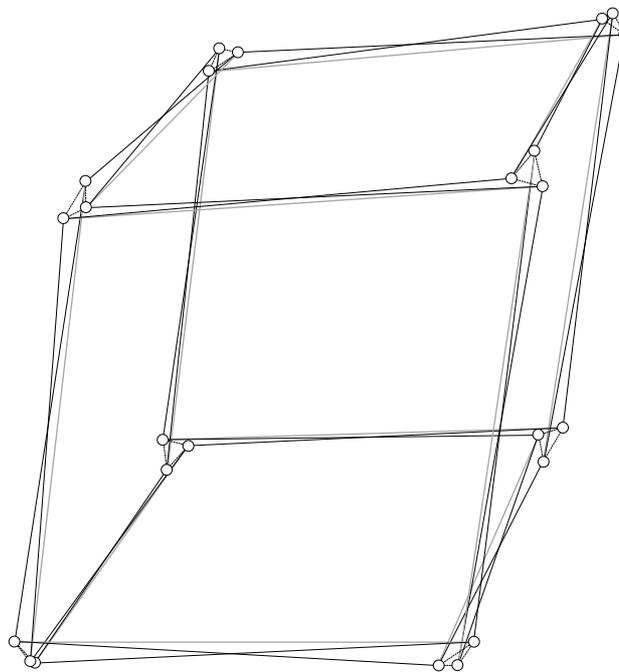
$$q_3 = -\frac{2(3q_1q_2 + q_2^2)}{3(q_1 + q_2)} \quad (6)$$

Se comprobar fácilmente que si q_1 y q_2 son positivos (cables) el valor de q_3 obtenido a partir de la Eq. (6) siempre será negativo (barras comprimidas).

Una vez fijados los valores de las densidades de fuerza q_1 y q_2 es posible calcular el valor de q_3 a partir de la Eq. (6) para obtener una nueva tensegridad de la misma familia. En este trabajo se han considerado dos tensegridades, cuyos coeficientes de densidad de fuerza son: i) $q_1=0.8q_2$ y $q_3=-1.26q_2$ (a partir de la Eq. (6)) e ii) $q_1=10q_2$ y $q_3=-1.88q_2$ (Eq. (6)). Resolviendo la Eq. (3) se obtienen las tensegridades de la Fig. 5.a y 5.b respectivamente.



(a)



(b)

Figura 5. Tensegridades basadas en el octaedro doblemente expandido considerando tres valores distintos de densidad de fuerza. a) $q_2=1$, $q_1=0.8 q_2$ y $q_3=-1.26 q_2$ b) $q_2=1$, $q_1=10 q_2$ y $q_3=-1.88 q_2$

Se puede comprobar que las tensegridades de la Fig. 5 son superestables ya que cumplen las tres condiciones enumeradas en el Apartado 2..

6. CONCLUSIONES

El octaedro doblemente expandido es una nueva tensegridad presentada recientemente por los autores en [13]. Esta tensegridad es un miembro superior de la familia del octaedro, ya que se ha obtenido a partir de un patrón de conectividades común y su forma plegada corresponde a tensegridades inferiores de la misma familia. Las densidades de fuerza de los elementos que forman el octaedro doblemente expandido se calcularon de forma analítica considerando dos valores de densidades de fuerza, uno para los cables y otro para las barras comprimidas.

En este trabajo se ha presentado la familia del octaedro como una fuente de nuevas tensegridades con un mismo patrón de conectividades. Se ha analizado el octaedro expandido considerando tres valores distintos para los coeficientes de densidades de fuerza, obteniendo así nuevas tensegridades pertenecientes a la familia octaedro. Se ha comprobado que sólo una de entre las posibles soluciones da lugar a una tensegridad superestable. El hecho de que se puedan obtener distintas tensegridades estables independientemente del nivel de pretensado y de las características de los materiales a partir de un único patrón de conectividades es muy interesante para el desarrollo de estructuras desplegadas y/o modulares.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado con una ayuda del Programa de Fomento e Impulso de la actividad Investigadora de la Universidad de Cádiz.

REFERENCIAS

- [1] R.B. Fuller, *Synergetics - explorations in the geometry of thinking*, Macmillan, London, UK, 1975.
- [2] B. Adam, I.F.C. Smith, Active tensegrity: A control framework for an adaptive civil-engineering structure, *Comput. Struct.* 86 (2008) 2215–2223. doi:10.1016/j.compstruc.2008.05.006.
- [3] D.E. Ingber, The Architecture of Life, *Sci. Am.* 278 (1998) 48–57.
- [4] A. Graells Rovira, J.M. Mirats Tur, Control and simulation of a tensegrity-based mobile robot, *Rob. Auton. Syst.* 57 (2009) 526–535. doi:10.1016/j.robot.2008.10.010.
- [5] K. Linkwitz, H.J. Schek, Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv.* 40 (1971) 145–158. doi:10.1007/BF00532146.
- [6] H.J. Schek, The force density method for form-finding and computation of general networks, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 3 (1974) 115–134. doi:10.1016/0045-7825(74)90045-0.
- [7] H.C. Tran, J. Lee, Advanced form-finding of tensegrity structures, *Comput. Struct.* 88 (2010) 237–246. doi:10.1016/j.compstruc.2009.10.006.
- [8] J.Y. Zhang, M. Ohsaki, Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures, *Int. J. Solids Struct.* 43 (2006) 5658–5673. doi:10.1016/j.ijsolstr.2005.10.011.
- [9] G.G. Estrada, H.-J. Bungartz, C. Mohrdieck, Numerical form-finding of tensegrity structures, *Int.*

- J. Solids Struct. 43 (2006) 6855–6868.
- [10] E. Hernández-Montes, M.A. Fernández-Ruiz, L.M. Gil-Martín, L. Merino, P. Jara, Full and folded forms: a compact review of the formulation of tensegrity structures, *Math. Mech. Solids*. 23 (2018) 944–949. doi:10.1177/1081286517697372.
- [11] N. Vassart, R. Motro, Multiparametered form-finding method: application to tensegrity systems, *Int. J. Sp. Struct.* 14 (1999) 89–104.
- [12] L.Y. Zhang, Y. Li, Y.P. Cao, X.Q. Feng, A unified solution for self-equilibrium and super-stability of rhombic truncated regular polyhedral tensegrities, *Int. J. Solids Struct.* 50 (2013) 234–245. doi:10.1016/j.ijsolstr.2012.09.024.
- [13] M.A. Fernández-Ruiz, E. Hernández-Montes, J.F. Carbonell-Márquez, L.M. Gil-Martín, Octahedron family: The double-expanded octahedron tensegrity, *Int. J. Solids Struct.* In press (2019). doi:10.1016/j.ijsolstr.2019.01.017.
- [14] E. Hernández-Montes, R. Jurado-Piña, E. Bayo, Topological Mapping for Tension Structures, *J. Struct. Eng.* 132 (2006) 970–977. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2006)132:6(970).
- [15] J.Y. Zhang, M. Ohsaki, *Tensegrity Structures. Form, Stability, and Symmetry*, Springer, 2015.
- [16] J.Y. Zhang, M. Ohsaki, Stability conditions for tensegrity structures, *Int. J. Solids Struct.* 44 (2007) 3875–3886. doi:10.1016/j.ijsolstr.2006.10.027.
- [17] R. Connelly, Tensegrity structures. Why are they stable?, in: M.F. Thorpe, P.M. Duxbury (Eds.), *Rigidity Theory Appl.*, Kluwer Academic / Plenum Publishers, 1998: pp. 47–54.
- [18] L.M. Gil-Martín, M.A. Fernández-Ruiz, E. Hernández-Montes, A necessary discussion on the stiffness matrices used in tensegrity structures, *J. Appl. Eng. Sci.* 15 (2017) 383–388. doi:10.5937/jaes15-14766.
- [19] A. Pugh, *An introduction to tensegrity*, University of California Press, 1976.
- [20] A. Micheletti, Modular Tensegrity Structures: The “Tor Vergata” Footbridge, in: M. Frémond, F. Maceri (Eds.), *Mech. Model. Methods Civ. Eng.*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012: pp. 375–384. doi:10.1007/978-3-642-24638-8_25.

HEALTH MONITORING THROUGH A TUNED FE MODEL OF A MEDIEVAL TOWER PLACED IN A LANDSLIDE AREA

Diaferio, Mariella¹; Foti, Dora²; Giannoccaro, Nicola Ivan³; Ivorra, Salvador⁴

ABSTRACT

The present paper deals with the analysis of the dynamic behaviour of a medieval tower placed in a landslide area. All the available documents have been analysed, a geometrical survey was performed and a visual inspection, in order to verify the actual conditions of the tower with respect to the effects of the landslide and the degradation of the structural materials, was conducted too. Interesting conclusions have been obtained about the integrity state of the tower and the proposed procedure could be generalized to predict the behaviour of the tower under other kinds of unexpected environmental events.

Keywords: Operational Modal Analysis, historical building, health monitoring, finite element model.

1. INTRODUCTION

Among the buildings belonging to the architectural heritage, masonry structures represent its main part. One of the most important characteristics of the masonry structures is their low ductility, which can lead to a rather fragile global behaviour; as a consequence, masonry structures are particularly vulnerable to dynamic actions. Of course, the evaluation of their vulnerability is an important information and many researchers devoted their studies to this aspect. Mainly these studies proceed by the definition of a reliable numerical model of the structure in order to carry out a subsequent evaluation of its vulnerability and the definition of possible retrofitting interventions, if required [1-5].

In the present research the interest is centred on the medieval town of Craco, located on a hill not far from the city of Matera, in the South of Italy; Craco is now considered a phantom town due to different landslides, which affect the settlement of the town. Now there is no active landslide, but they can easily be reactivated, as demonstrated by the events that of the years 1962 and 1991, which led to the necessary evacuation of the inhabitants of Craco.

All buildings suffered high collapse phenomena except the medieval tower of Craco [6], which is the only building that still stand. In fact, the tower is built on a rocky ridge, but all around the landslide has dragged many buildings. The structure, of Normand origin, was built for defensive aims. Therefore, it was built on the highest point of the hill. Around it then, the town was built; that is now the historical

¹ Department. of Sciences in Civil Engineering and Architetture, Politecnico di Bari (ITALY). E-mail : mariella.diaferio@poliba.it

² Department of Sciences in Civil Engineering and Architetture, Politecnico di Bari (ITALY). E-mail : dora.foti@poliba.it

³ Department of Innovation Engineering, University of Salento (ITALY). E-mail : ivan.giannoccaro@unisalento.it

⁴ Department of Civil Engineering, University of Alicante, (SPAIN) E-mail : sivorra@ua.es

center of Craco. The scenario that presents itself nowadays is that of a village completely abandoned due to damage to houses and buildings caused by serious landslides developed in the South-Western part between 1959 and 1972 [7].

The Norman tower of Craco, instead, suffered minor damages caused by the landslide (Fig. 1). It was realised by masonry walls without any floors, the roof can be considered as rigid. Inside the tower during the 1949, a reinforced concrete tank was realised.

For all described above, and for its peculiarity of presenting two structures one inside the other, it has been chosen as case-study for defining a numerical model which will be well utilized to design and obtain information on possible structural interventions on it.



Figure 1. Medieval tower at the upper area of Craco (Matera, Italy).

In fact, the present paper proposes, through modal analysis and visual inspection, to evaluate the real behaviour of the Norman tower and to determine the effective stability of the structure in relation to a possible evolution of the landslide. Due to the uncertainties related to the properties of the material and the characteristics of the structural elements that make up the tower (i.e. the size and type of material of the structural walls, the presence of a tank inside the tower, a possible degree of connection of the part lower tower and adjacent structures, etc.), the complete definition of a numerical model that is able to estimate the structural behaviour of the tower is not easy to be reconstructed.

It was necessary to use non-destructive techniques due to the instable situation governing the area, and to the historic character of the tower under exam. The dynamic tests, in fact, have been performed under the actions induced by wind, as the whole city of Craco is evacuated. The experimental campaign made use of 16 piezoelectric accelerometers installed at different levels of the tower. The accelerometers data have been elaborated with techniques of Operation Modal Analysis (OMA) [7-10], in order to extract the real frequencies and the mode shapes of the structure.

Moreover, the analysis was carried out by a Finite Element numerical modelling defined by means of Strauss software [11]. A simulation has been developed of a possible vertical yielding of a part of the

foundation closed to the landslide face. In this way it was possible to estimate how the structure would react if the landslide affects the foundation ground.

Slender structures such as towers are very suitable to this type of experimental investigation [12-14], like explained in the Italian Code [15], because, if subjected to low vibrations, generally they produce very clear signals. Sometimes, on the contrary, difficulties arise due to the geometry of old masonry towers and buildings, which are often not accessible to the upper levels [16]. However, monitoring these levels is preferable as the response vibrations are clearer and stronger.

This technique, which uses non-destructive tests to obtain information on the behavior of buildings, is therefore very useful for those buildings that have a cultural value such as the case study of the medieval tower of Craco [17, 18].

The paper has been divided in four parts. In the first a thorough investigation was conducted from the geomorphological and geological point of view of the area of Craco, with the aim of determining the main causes of the collapses suffered by the historic center; in particular, to define the reasons according to which the tower is one of the few structures remaining unharmed following landslides. Subsequently, in the second part, the method used for the dynamic tests of the tower is described, with reference to the type of instrumentation used and to the setting of the experimental test plan. In the third part, instead, the passages and the choices that have determined the realization of the 3D numerical model with finite elements are described, which, as already mentioned, is essential to understand the real behavior of the structure. The preliminary FE model of the tower was developed based on the data obtained from the visual inspection and from the archive research - definition of the tower dimensions and the type of structural and non-structural materials that make it up - which allow to acquire an appropriate knowledge of the mechanical characteristics of these materials. Finally, the data obtained from the test campaign will then be compared, in the fourth part, with the previous dynamic characteristics evaluated by means of the FE model so as to be able to achieve a possible update of the model to obtain closer values of the first natural frequencies. This will be useful to have a model of the tower even closer to reality, on which further studies can be carried out on the behavior of the structure in relation to the evolution of the landslide, in order to safeguard the tower from structural damage caused by landslides or other types of events that may compromise its stability.

2. PRELIMINARY ANALYSIS FOR LANDSLIDE RISK IN CRACO AREA

Craco (Matera, Italy) is located in a hilly area comprised between the rivers Agri and Cavone, which, further to the East, flow into the Gulf of Taranto.

The ancient inhabited center rises on the top of a hilly ridge that reaches the maximum elevation of 390 m.s.l.m. and extends in the direction NO-SE between the incisions of the Salandrella torrents to the North-East and Bruscata to the South-West. The landscape, typical of the clayey hills of the Matera area, is characterized by modest and isolated hills (*calanchi*), on the peaks of which the oldest inhabited areas of the area are found.

There are numerous mass movements that affect the whole area, but the particular development they take along the South-western slope of Craco is evident. This accentuated landslide appears to be closely related to the presence of a large movement, which can be traced back to a Deep Gravitative Slope Deformation. The continuous reactivations of this landslide complex along the slope, which from Craco

degrades towards the Bruscata stream, have always threatened the stability of the town until it reaches the drastic decision of abandonment. In fact, the ancient country is currently uninhabited by virtue of laws that have required its evacuation, following the progressive deterioration of the conditions of stability in the area.

The propensity for landslides derives from the lithological composition and the geomorphological structure of the area. The upper part is made up of conglomerates, interspersed with sand, erodible and very permeable; while the underlying layers are mainly composed of relatively permeable sandy clay, which forms the bed of the water table. The swelling and plasticity of the clay on the contact surface causes the conglomerates and rubble to slide downstream in decay, triggering landslides.

The rapid evolution of landslides reactivated between the sixties and the seventies of the twentieth century, which caused collapses and large structural movements, is at the origin of two evacuation orders: the first in 1962 and the second in 1991 with the transfer of the inhabitants mostly towards the nearby valley.

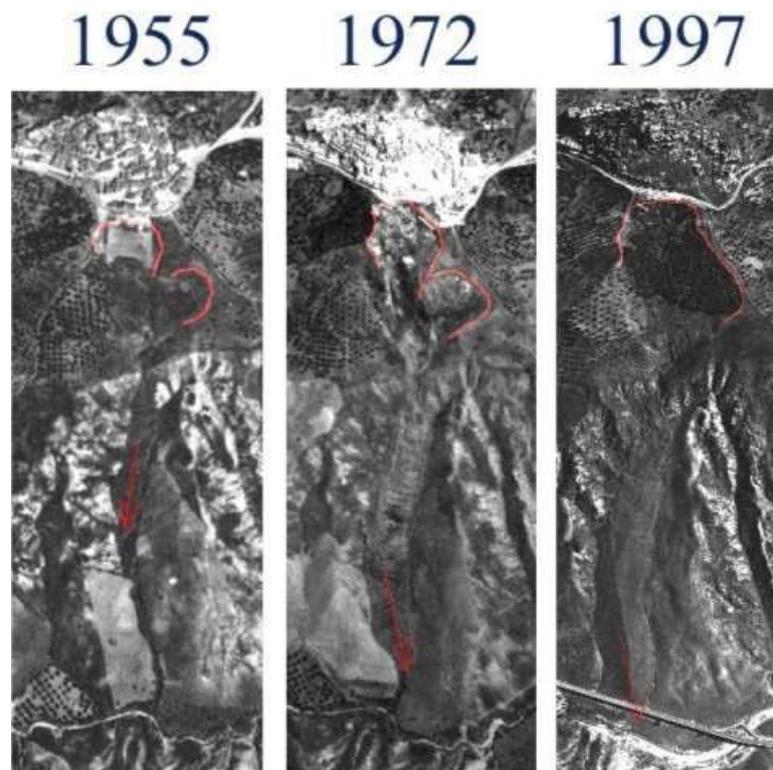


Figure 2. Landslide in the historic center in three different years; in red the detachment niches are highlighted and the arrows indicate the progress of the casting.

Based on the multi-temporal geomorphological analysis, currently all major landslides can be classified as quiescent, i.e. forms of instability that can be reactivated in the presence of triggering factors.

As it is possible to note from the historical analysis of the failures (Figure 2), the landslide of the historical center, also currently quiescent, shows, in its evolution, the typical characters of a retrogressive and multi-directional phenomenon, as the main landslide crown has progressively shifted towards the top of the ridge (about 50 m between 1955 and 1972) affecting ever larger areas of the

ancient town, while the second crown has progressed towards the North-East; today the two areas form a single large basin. The retrogressivity character, related to the distribution of landslide activity, is also attributable to the other large quiescent landslides in the area, in fact the historical evidence collected during the reactivation of the main landslide, report observations regarding the areas of attraction of the two large lateral niches, which over time have damaged ever higher portions of inhabited areas. Furthermore, from the direct observations made during the survey campaigns, stress fractures have been identified, both inside the town and along the road SS. 103, in correspondence with the schools and especially near the convent, where recent fractures are observed due to the disruptions present in the northern slope, below the roadside.

The Norman tower, object of study, is one of the few structures remained unharmed by the effects of the landslide, until today (Figure 3). The building, dating back to medieval times, rises in the highest part of the hill on which the town stands, and the historic center was built around it.

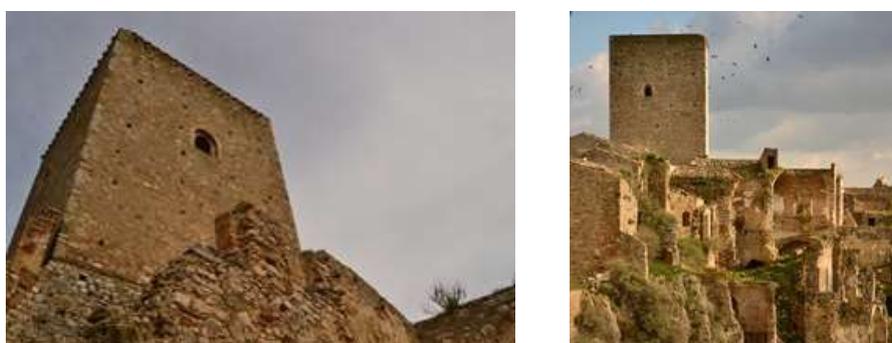


Figure 3. *The Normand tower of Craco.*

The defensive character of the tower is underlined by its robust appearance and by a quadrangular structure in compact masonry of 11x11 m size, with an architrave opening on the east side at the first level which allows access and arched openings on the second level (12.5 m), one for each side, with the exception of the one facing North. Cracks arranged in three rows at the height of the crown (triangular in the lower rows and quadrangular in the third row) mark the horizontal closure placed at 20 m from the ground level; while the basement has a truncated pyramid shape.

From the relief of the thickness of the wall (about 2.15 m at the base and about 1.70 m in the upper part) and from the visual inspection of the two sides, external and internal, it is assumed a two-pitch masonry with a sand-interposed core. Externally the masonry base consists of a set of irregular river stones and shows conditions of advanced decay; the upper part of the tower, apparently in good condition, consists of sandstones of varying sizes, with the exception of the cantons where cut stone blocks prevail, used for the double rings of the arched openings.

The presence of a reinforced concrete tank inside the tower built in 1949, supposes some interactions even if it is not connected at all with the masonry walls of the tower, especially during the vibrations of the tower. Also, by considering the uncertainties related to the properties of the material and a possible degree of connection of the lower part tower and the adjacent structures, it is clear that a numerical model that is able to estimate the structural behavior of the tower cannot be easily defined.

3. THE DYNAMIC MONITORING OF THE NORMAND TOWER OF CRACO

The geometrical survey and the visual inspection have been followed by the monitoring phase. The experimental study consisted in ambient vibration tests and recordings of acceleration time-histories in specific points of the tower.

3.1. Test setup and acquisition system

The monitoring system consists of several elements properly connected:

- 1) acquisitions units: piezoelectric accelerometers, PCB 393B31 with a sensitivity of 1000 mV/g and frequency range [0.1-200] Hz. Appropriate rectangular blocks were designed and realized in order to ensure the perfect orthogonality of the accelerometers in each point of application, directly applied to the masonry: the accelerometers were inserted with screws on the threads realized on the perpendicular faces of the blocks (Fig. 4a),
- 2) data acquisition system (DAQ): The control units consist in acquisitions modules, each one is divided into 3 channels; for each DAQ two modules were used, so overall there are 6 channels (Fig. 4b)
- 3) co-axial cables with low impedance and with a length variable from 4.0 m to 15.0 m;
- 4) a laptop where an oportune code based on Labview software is installed.

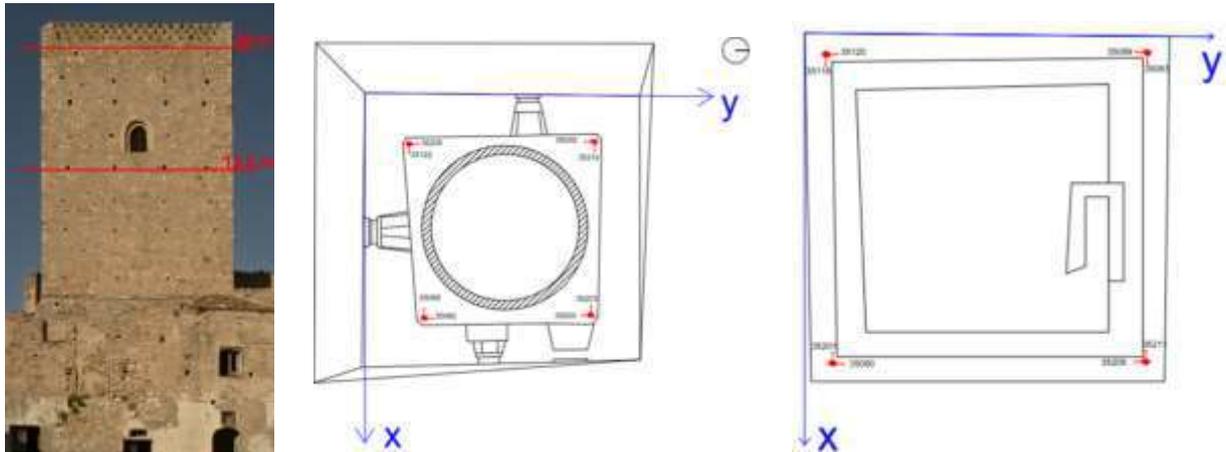
The piezoelectric accelerometers have been installed on two levels, first level and second level respectively at 12.5 and 20 meters, the only ones accessible from a narrow staircase (Fig. 5a). The difficulty to install more accelerometers at other levels was principally due to the presence of the r.c. cistern inside the tower. Figs. 5b and 5c show the plan view at a quote of 12.5 m and 20 meters (terrace level), respectively, the position of the accelerometers, their code and orientation (red arrows) with respect to a xy reference system and to the magnetic north (line in the circle). It is possible to notice the presence of the cistern inside the tower, very close to the structural walls. Totally 16 accelerometers (8 for level) have been used for the experimental setup and their symbol and coordinates are synthetized in Table I; the accelerometers on the terrace have been placed 1 meter over the ground.

The experimental tests have been carried out on 4 June 2014 considering four consecutive repetitions of 15 minutes in environmental conditions, for evaluating the repeatability of the phenomenon, with a sampling frequency of 1028 Hz, acquiring the samples of the 16 synchronized acquisition channels.



a)

b)

Figure 4. a) connection of piezoelectric accelerometers; b) acquisition modules (DAQ).

a)

b)

c)

Figure 5. a) levels of acquisition; b) plan view and accelerometers placed at 12.5 m c) plan view and accelerometers placed at 20 m**Table 1.** Accelerometers coordinates and direction

Symbol	Accelerometer coordinates and direction			
	x [cm]	y [cm]	z[cm]	Direction
35205	200	176	1250	y
35122	200	176	1250	x
35035	187	911	1250	-y
35212	187	911	1250	x
35203	885	900	1250	-x
35204	885	900	1250	-y
35098	900	235	1250	-x
35092	900	235	1250	y
35211	1110	1150	2100	-x
35208	1110	1150	2100	-y
35090	1120	96	2100	y
35201	1120	96	2100	-x
35119	72	72	2100	x
35120	72	72	2100	y
35089	57	1157	2100	-y
35083	57	1157	2100	x

3.2. Analysis of the environmental data

The four experimental tests, from now identified as Test 1, Test 2, Test 3, Test 4, have been preliminary analyzed by checking the time histories of the 16 accelerometers in order to identify their eventual

uncorrected working and anomalies. After a preliminary check the accelerometers indicated with 35211 and 35208, placed at the second level, gave strange time histories due, probably to external phenomenon or interferences, and the corresponding data have not be considered in analysis. The acquisition sampling frequency is 1028 Hz for a total time of 15 minutes, so for the post processing an undersampling of 8 times has been introduced getting an effective sampling frequency of 128 Hz.

In Figs 6-7 some examples of time histories of the accelerometers placed in the corresponding points at first and second level, along x axis (Fig.6) and y axis (Fig.7), respectively, for the Test 3. There is to consider that the y axis is multiplied per 10 between the plots at first and second level (range respectively $\pm 10^{-3}$ g and ± 0.01 g), so there is an order of magnitude between the oscillation at first or second level.

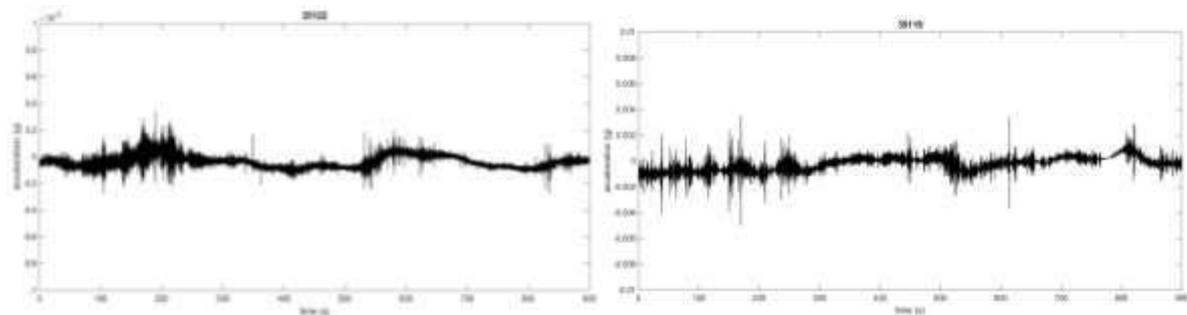


Figure 6. Test 3 x axis: a) Time histories of 35122 (first level); b) Time histories of 35119 (second level)

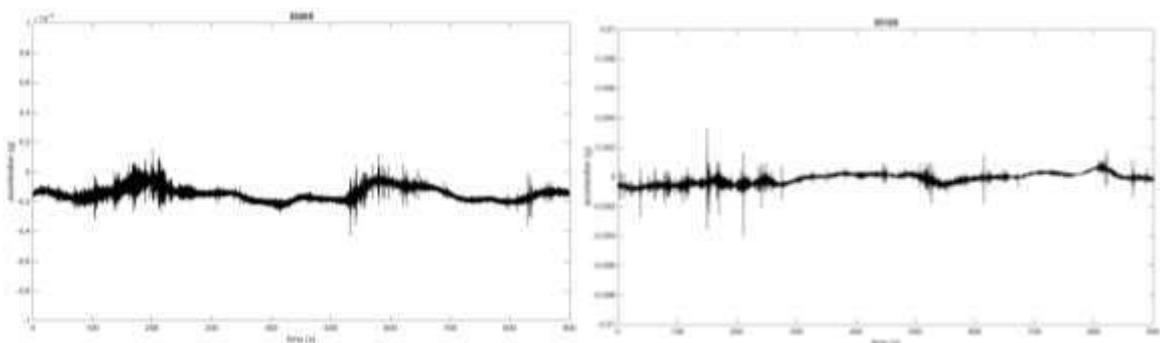


Figure 7. Test 3 y axis: a) Time histories of 35205 (first level); b) Time histories of 35120 (second level)

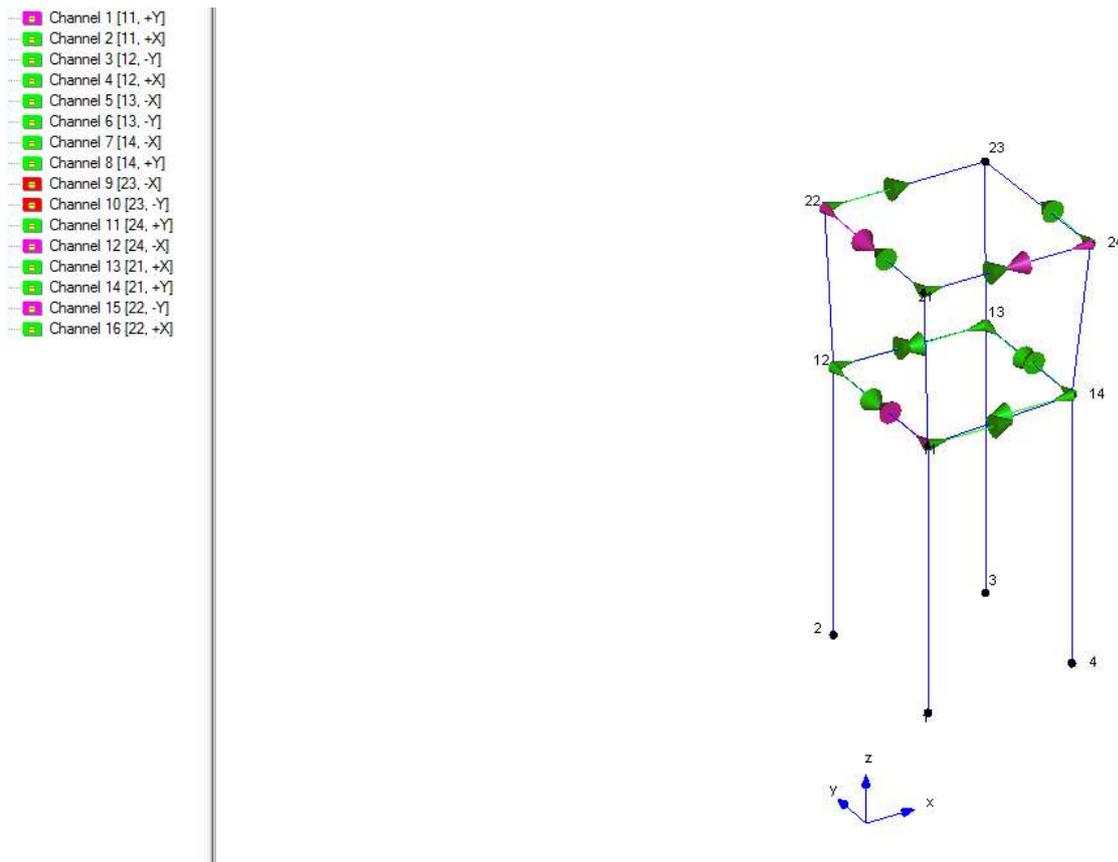


Figure 8. Artemis model of the tower

The specific software ARTeMIS [19] was used for the preliminary extraction of the modal parameters. Two different OMA methods were used for each analysis: Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD), which operates in the frequency domain, and the Stochastic Subspace Identification (SSI) using Unweighted Principal Components (UPC), which operates in the time domain.

In Fig. 8 the Artemis model with the considered 14 accelerometers, noting that channel 9 and 10, corresponding to the accelerometers indicated with 35211 and 35208 not properly working, have been removed from the analysis. In Fig. 8 is also reported the reference system xyz previously introduced. In Fig. 9 the SSI identification for the Test 3, where more frequencies appear but that have not been considered for the specific type of the mode (local) also considering the results of the model introduced in the following paragraph.

The identified frequencies by using the SSI method for all the four environmental tests are summarized in Table 2. It is evident the good repeatability of the identified frequencies for all the environmental tests; moreover, similar results were obtained also adopting the EFDD technique. The corresponding modes for the first 3 frequencies are depicted in Fig.10; the description of the modes' characteristics is also reported in the last column of Table 2.

As indicated in Table 2, the first mode related to the first identified frequency corresponds to a flexional mode along y axis, while the second mode, also a flexional one, is mainly oriented toward the

x axis; the third mode is a torsional one. In Fig.10, the modes are represented and it is evident that the main oscillation is referred to the structure part included between the height of 12.5 and 21 meters, the two levels monitored with the accelerometers; the different oscillations of the two levels had been also noted and underlined in analysis of the time histories (Figs 6 and 7).

In order to carry out a statistical analysis of the results obtained through the operational modal analysis for the four experimental tests, in Table 3 the minimum value, the maximum value and the mean value of the first 5 identified frequencies for the 4 tests. The mean value will be considered the target value for comparing the characteristics of the structure model.

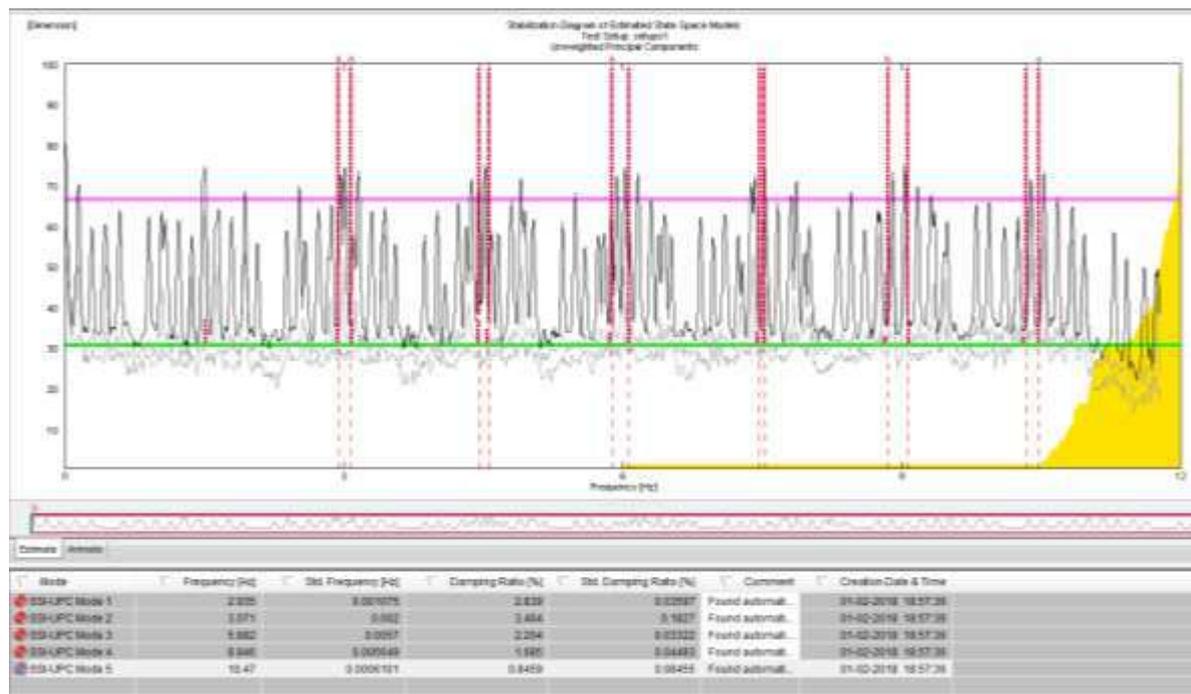


Figure 9. SSI identification results for Test 3

Table 2. Estimated frequencies from experimental environmental tests

Frequency number	Test 1 [Hz]	Test 2 [Hz]	Test 3 [Hz]	Test 4 [Hz]	Mode type and direction
1	2.97	3.02	2.93	3.04	Flexional along y
2	3.06	3.15	3.07	3.25	Flexional along x
3	5.97	6.02	5.88	6.06	Torsional
4	8.02	8.98	8.84	8.87	Flexional along y
5	10.5	-	10.47	-	Flexional along x

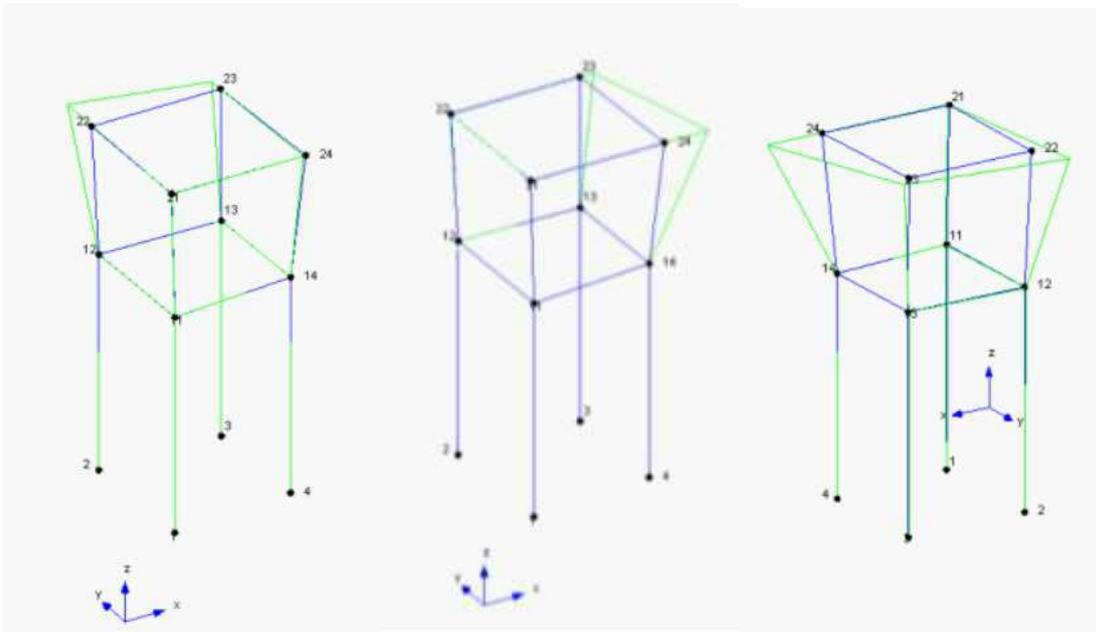


Figure 10. Modes related to the first 3 identified frequencies.

Table 3. Statistical analysis of the first 5 identified frequencies for the 4 tests

Frequency number	Minimum [Hz]	Maximum [Hz]	Mean [Hz]
1	2.93	3.04	2.99
2	3.06	3.25	3.13
3	5.88	6.06	5.98
4	8.02	8.98	8.68
5	10.47	10.5	10.48

4. THE FE MODEL OF THE NORMAND TOWER OF CRACO AND COMPARISON WITH THE IDENTIFIED MODES

It has been realized a tridimensional model with finite element (FE model) by using Straus software [7]; some simplifications have been adopted, such as considering a plane slab with a thickness of 75 cm instead neglecting the multiform slots having ornamental function, and so on.

For modeling the structure 10818 quadrangular elements (type Quad4) have been used with a uniform distribution along all the tower height, maintaining the length of each quadrangular plane element of about 30 cm; moreover 12134 nodes and 48 vertexes have been used for modeling the tower geometry. Finally, in the model 2060 beams elements have been inserted, having the function of springs for the connection of the building with the extern.

The structure is placed on a rock land quite resistant and not directly notched by the landslide; so it has been chosen to model the tower fixed at the basis, imposing the translations to be null in the main directions. The different boundary conditions that characterize the North-West and South-East

side with the contact with other small structures have been modelled with local elastic springs represented by beams elements placed perpendicularly to the tower till the height of 4.7 meters, covering the contact area between the tower and the adjacent structures. The beams elements have been designed through the concept of ‘axial equivalent stiffness’ and have the following geometrical characteristics: length L 30 cm, circular section area A 5 cm², elastic modulus E 240000 MPa and a stiffness k defined by (1) equal to 400000 N/mm² (Fig. 11).

$$k = \frac{EA}{L} \quad (1)$$

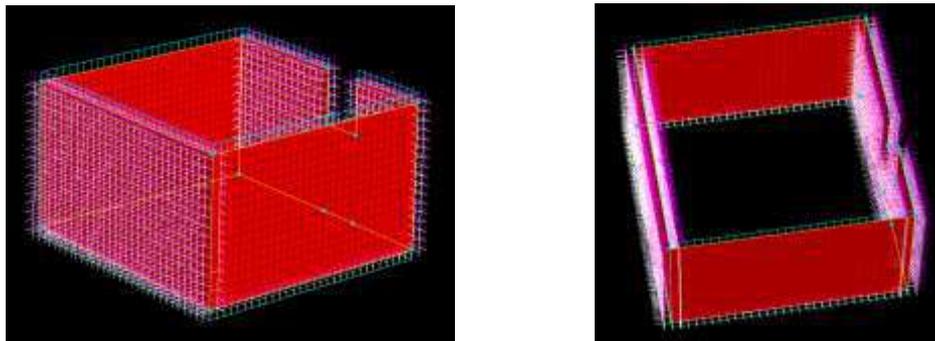


Figure 11. Details of FE model: beams elements having springs function on both the facades

The full model is depicted in Fig.12 from 3 different point of view. In the model, as it is evident from Fig. 12, also the internal concrete tank has been modelled, with opportune simplifications, with a cylinder with plane triangular elements Tri3 type. Also the tank was considered fixed at the basis. The tower masonry walls have been modelled taking the real geometrical and mechanical properties into account: in Fig. 12 the different colors are representative of different value of the thickness at different heights. Until the height of 12.5 meter, the thickness is almost constant 215 cm, then it assumes a value of 170 cm until the superior covering slab where the thickness is equal to 85 cm. The mechanical properties used for the masonry of the FE model are the following: Elastic Modulus E= 1050 MPa (estimated from the index of construction quality), Poisson Modulus $\nu = 0,2$, specific masonry weight $w = 19 \text{ kN/m}^3$.

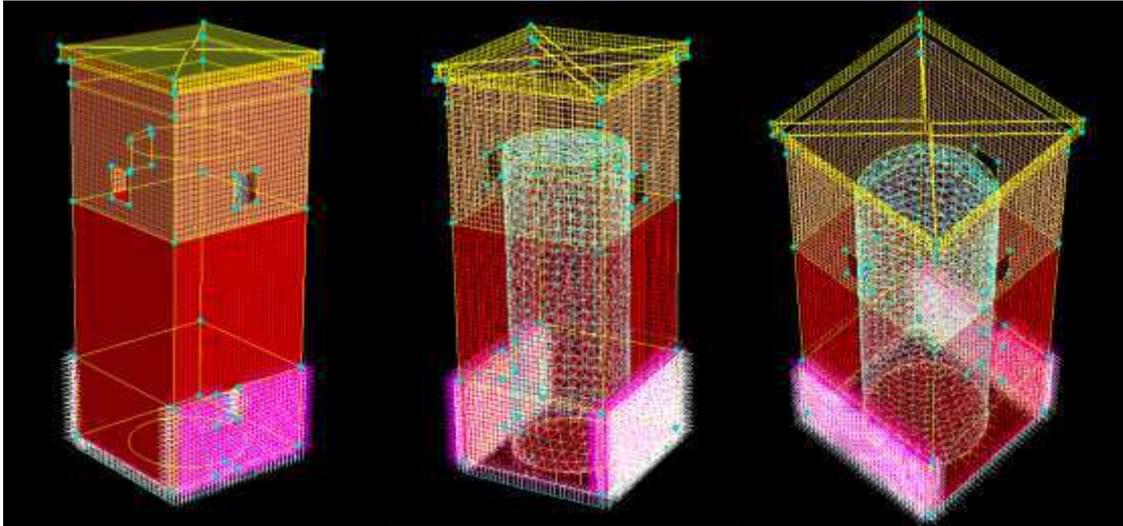


Figure 12. FE model a) Sud-Est view; b) North-West view c) Sud-West view

After completing the model, a modal analysis has been carried out in order to calculate the model frequencies. In Table IV the obtained results for the first 5 numerical frequencies, with the indication of their Modal Mass and of their participation factor (PF) with respect to the directions x,y,z are reported, while in Fig. 13 the graphical representation of the first five modes are shown.

Table 4. Modal analysis results of the FE model

	Frequency [Hz]	Modal Mass	PF-X (%)	PF-Y (%)	PF-Z (%)
1	2.96	776.5	0.005	60.37	0
2	3.14	635	47.8	0.006	0.367
3	5.49	870	0.005	0.044	0
4	8.43	643.9	0.001	11.97	0
5	10.61	388.5	11.29	0.005	0.046

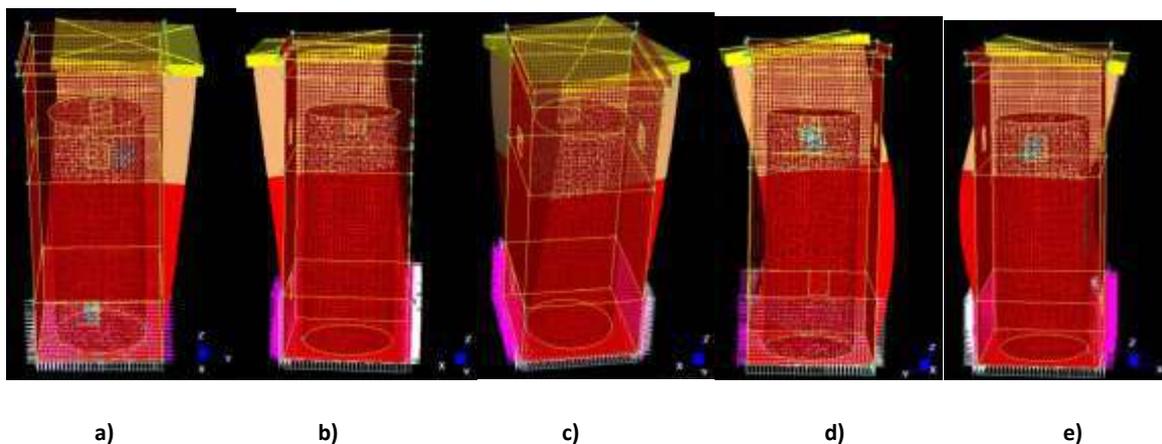


Figure 13. FE model modes: a) first mode b) second mode c) third mode d) fourth mode; e) fifth mode.

From Table 4 and Fig. 13 it is evident that the first two modes are bending modes, the first one directed toward y direction (North-South), the second x direction (East-West), the third is a torsional one, and

fourth and fifth are bending modes respectively along y and x. The quadrangular geometry of the tower justifies the close values of the first two frequencies; anyway the sides placed along x axis have a bigger stiffness due to the small structures connected to the tower, mainly along x direction. This justify the fact that the first frequency is related to a mode along y-axis.

4.1. Comparison between model and experimental modal parameters and tensional analysis of the validated model

The comparison between the FE model frequencies and the identified experimental frequencies is shown in Table 5; it is evident that the model fits very well the identified frequencies and the differences between the mean value and the theoretical value, expressed by the variable d_i , is very low for all the first identified frequencies. Moreover, also the identified mode shapes are very similar to the experimental ones permitting to be confident about the accuracy of the numerical model.

Table 5. Modal analysis results of the FE model

	FE Model frequency [Hz]	Experimental frequencies [Hz]			Comparison d_i
		Mean	Minimum	Maximum	
1	2.96	2.99	2.93	3.04	0.03
2	3.14	3.13	3.06	3.25	-0.01
3	5.49	5.98	5.88	6.06	0.49
4	8.43	8.68	8.02	8.98	0.25
5	10.61	10.48	10.47	10.5	-0.13

So, a final analysis has been carried out to verify the safety level with reference to a hypothetical subsidence to the basis and evaluating the structure reaction such as the foundations ground was touched by a landslide.

It has been considered a subsidence equal to 2.5 cm at the tower basis, in correspondence with the south side, which is the one closer to the landslide front, and a subsidence allocated from 0 to 2.5 cm to the east and west side of the structure, in such a way to make the displacements more homogenous.

The tensional analysis has been carried out with the Von Mises criterium.

In Fig.14 are shown the critical curves related to the tensional state referred to the imposed subsidence. It is evident that in the zone closer to the subsidence there is a higher stress; this situation should correspond in the reality to strong structural damages and serious threats to the building stability, nevertheless the considered small amount of subsidence. So, in order to define the level of danger with respect to the advance of the landslide front, it should be necessary a constant monitoring of the territory, foreseeing a structural reinforce of the tower to safeguard an historical building of Italian architectonic heritage.

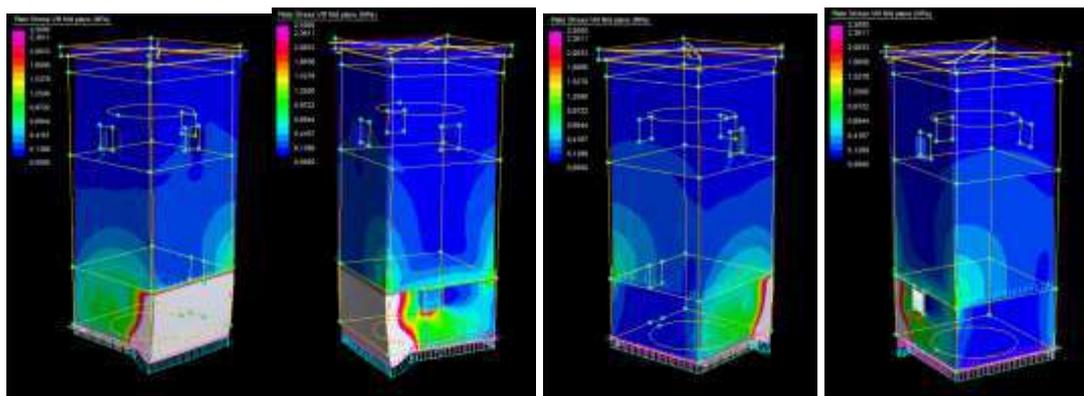


Figure 14. Critical curves and tensional state: a) South-East b) South-West c) North-West d) North-East

5. CONCLUSIONS

The Norman tower has been one of few buildings in Craco that was subjected to minor damages from the landslide effects that concern the majority of the city bedrock.

In this work, it has been analyzed the structural behavior of the tower by using non-destructive techniques in order to define an accurate model able to reproduce the real tower behavior and defining eventual retrofitting actions. The dynamic analysis of the structure, by means of the identification of modal properties, frequencies and modal parameters, has permitted to validate a numeric FE model very close to the real behavior of the considered tower.

The model validation has excluded the hypothesis of interaction between the tower and the internal cistern.

It is not easy to predict the evolution of the landslide, that at the moment seems to be inactive; anyway a continuous monitoring could be opportune in such a way to get quickly relative movements of the landslide.

ACKNOWLEDGEMENTS

PRIN 2015: “Mitigating the impacts of natural hazards on cultural heritage sites, structures and artefacts (MICHe)” is acknowledge for the financial support to the research.

REFERENCES

- [1] D. Foti, M. Diaferio, N. I. Giannoccaro, and S. Ivorra (2016) Structural identification and numerical models for slender historical structures, *Civil and Environmental Engineering: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications Volume 1*, 31 January 2016, 196-222.
- [2] C. Modena, M.R. Valluzzi, R. Tongini Folli, L. Binda (2002). Design choices and intervention techniques for repairing and strengthening of the Monza cathedral bell-tower, *Construction and Building Materials*, 16(7), 385–395.
- [3] A. Formisano, F.M. Mazzolani, G. Florio, R. Landolfo (2010). A quick methodology for seismic vulnerability assessment of historical masonry aggregates, in: *Proc. of the COST Action C26 Final Conference “Urban Habitat Constructions under Catastrophic Events”*, Federico M. Mazzolani, Chair, Naples, 16-18 September 2010, CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 577- 582.

- [4] S. Ivorra, V. Brotóns, D. Foti, M. Diaferio (2016). A preliminary approach of dynamic identification of slender buildings by neuronal networks. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 80, 183-189.
- [5] M. Diaferio, D. Foti, N.I. Giannoccaro (2015). Identification of the modal properties of a building of the Greek heritage. *Key Engineering Materials*, 628:150-159. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.150
- [6] E.M. Tronci, D. Pietrosanti, G. Cordisco, M. De Angelis (2017). Vibration analysis of the civic tower in Rieti. *Procedia Engineering*, 199, 2268-2273.
- [7] M. Bentivenga, M. Coltorti, G. Prosser (2004). Il movimento gravitativo profondo di Craco (Basilicata Ionica). *Il Quaternario, Italian Journal of Quaternary Sciences*, 17(2/2), 613-625.
- [8] D. Foti, V. Gattulli, F. Potenza (2014). Output-only modal identification in unfavourable testing conditions and finite element model updating of a seismically damaged building, *Computer Aided Civil And Infrastructure Engineering*, 29(9):659-675.
- [9] D. Foti, M. Diaferio, N.I. Giannoccaro, M. Mongelli (2012). Ambient Vibration Testing, Dynamic Identification and Model Updating of a Historic Tower, *NDT&E International*. 47:88-95.
- [10] D. Foti, S. Ivorra, D. Bru, G. Dimaggio (2012). Dynamic Identification of a Pedestrian Bridge using OMA: Previous and Post-Reinforcing, In: B.H.V. Topping, (Editor). *Proceedings of the Eleventh International Conference on Computational Structures Technology*. Dubrovnik, 4-7 sept. 2012, STIRLINGSHIRE: Civil-Comp Press, ISBN: 978-1-905088-54-6, doi: 10.4203/ccp.9.9
- [11] STRAUS 7, v 2.3.3, Strand7 Pty Ltd (AUS).
- [12] M. Diaferio, D. Foti, M. Mongelli, N.I. Giannoccaro, P. Andersen (2011). Operational Modal Analysis of a Historical Tower in Bari. In: *Conference Proc. of the Society for Experimental Mechanics Series, "IMAC XXIX"*. 7 (2011) 335-342, doi: 10.1007/978-1-4419-9316-8_31, 31Jan.-3 Feb. 2011, Jacksonville, Florida, USA.
- [13] M. Diaferio, D. Foti, C. Gentile, N.I. Giannoccaro, A. Saisi (2015). Dynamic testing of a historical slender building using accelerometers and radar, In: *Proc. of the 6th International Operational Modal Analysis Conference*, May 12-14, 2015, Gijón, Spain, paper ID 153, pp.129-130, ISBN: 978-84-617-3880-9.
- [14] M. Lepidi, V. Gattulli, D. Foti (2009). Swinging-bell resonances and their cancellation identified by dynamical testing in a modern bell tower, *Engineering Structures*, 31(7): 1486–1500.
- [15] DPCM 02.09.2011. Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al DM 14/01/2008. (In Italian).
- [16] D. Foti, S. Ivorra, M.F. Sabba' (2012). Dynamic Investigation of an Ancient Bell Tower with Operational Modal Analysis. *The Open Construction and Building Technology Journal*, 6:384-391, doi: 10.2174/1874836801206010384.
- [17] D. Foti (2015). Non-Destructive Techniques and Monitoring for the Evolutive Damage Detection of an Ancient Masonry Structure. *Key Engineering Materials*, 628:168-177. Trans Tech Publications, Switzerland.
- [18] A. Balduzzi, R. Casnedi, U. Crescenti, M. Tonna (1982). Il Plio-Pleistocene nel sottosuolo del bacino pugliese (Avanfossa Appenninica). *Geologica Romana*, 1982. (in Italian)
- [19] Artemis Modal Pro v4.5 (2016). *Structural Vibrations Solutions*. Aalborg, Denmark.

High performance concrete reinforced with carbon fibers for multifunctional applications

Galao, Oscar¹; G. Alberti, Marcos²; Baeza-Brotos, Francisco³; Moral, Beatriz⁴; Baeza, F.Javier⁵; Gálvez, Jaime⁶; Garcés, Pedro⁷

ABSTRACT

To the author's knowledge, this study represents the first research whose aim is to obtain a multifunctional carbon fibre high-performance concrete (MCFHPC). It will be attained through use of self-compacting concrete (SCC) and/or high-strength concrete (HSC). Multifunctionality will be achieved if low resistivity is obtained. In this study, several percentages of different types of carbon fibres (CF) were used to produce MCFHPC. Self-compacting concrete (SCC) was obtained, but conductivity was similar to control. Nevertheless, ultra-high compressive strength was obtained (higher than 100 MPa). To reduce cost, lower quantities with same dosages were fabricated as mortars with a different CF dispersion method and very low resistivity was obtained, with only 1% vol. CF. Self-sensing and heating properties were corroborated by preliminary results. Now, the efforts of this study are devoted to obtain the same MCFHPC in a standard concrete mixer with standard concrete quantities.

Keywords: Multifunctional, Self-compacting concrete, Ultra-high performance concrete, conductivity.

1. INTRODUCTION

According to the Spanish Standard for structural concrete, EHE-08 [1], self-compacting concrete (SCC) is defined as one that, as a result of a studied dosage and the use of specific superplasticizing additives, is compacted by the action of its own weight, without the need of vibration energy or any other compaction method, presenting no segregation, blocking of coarse aggregate, bleeding, or grout exudation. This concrete brings great advantages over traditional concrete (placing, safety and health, environmental, finishes, completion deadlines, costs, productivity, etc.) [2]. In spite of being developed in the 80s, it is in the last decade, with the advances in superplasticizer additives and the advance in the knowledge of the material, when its use has exponentially extended in very diverse construction works. The study of dosages is crucial for proper material behaviour. The high content of cement and fines can

¹ Civil Engineering Department. University of Alicante (SPAIN). oscar.galao@ua.es (Corresponding author)

² Civil Engineering Department: construction. E.T.S de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). marcos.garcia@upm.es

³ Civil Engineering Department. University of Alicante (SPAIN). fbaeza.brotos@ua.es

⁴ Civil Engineering Department. University of Alicante (SPAIN). beatriz.dmd@ua.es

⁵ Civil Engineering Department. University of Alicante (SPAIN). fj.baeza@ua.es

⁶ Civil Engineering Department: construction. E.T.S de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). jaime.galvez@upm.es

⁷ Civil Engineering Department. University of Alicante (SPAIN). pedro.garces@ua.es

cause shrinkage cracks [3] as well as increase the cost of the product. The addition of fibres to SCC has been shown to have important advantages, especially in terms of improving fibre orientation, producing significant increases in residual strengths of the material [4]–[9].

The addition of various types of fibres to conventional concrete with the aim of improving its mechanical properties has been developing for almost a century, with various patents of cements reinforced with glass fibres and steel fibres in the first quarter of the 20th century. Among the fibres used in this field, according to the American Concrete Institute (ACI) in its 544 committee [10], are glass fibres (with significant durability problems due to the alkalinity of concrete), steel fibres (with very good mechanical performance), synthetic fibres (carbon fibres [11], polyethylene, polyvinyl, nylon and polypropylene, mainly) and natural fibres (coconut). As shown in Figure 1, in terms of the amounts used, Zollo [12] divided among low, medium and high range, which indicates an increasing difficulty in the mixing, pouring and hardening of this type of concrete. The same figure also indicates those cases that will require specific implementation techniques.

Some of these fibres are, per se, electricity conductive (steel fibres, carbon fibres, etc.). Cement-based materials, dielectric if not doped, become electricity conductors to a greater or lesser extent, referred to by the current scientific community as "multifunctional conductive cement-based materials" [13]–[17]. Multifunctionality consists in taking advantage of the structural material itself to perform other non-structural functions, without the need of any external device. In this way the cost is reduced, the design is simplified, the durability is improved, the functional volume increases, since the function is carried out by the entire structure, and the degradation of the mechanical properties that normally occurs when using embedded devices is minimized. Functional properties include, self-strain sensing and self-damage [18]–[25], heating [26]–[29], vibration reduction [30]–[33], electromagnetic wave shielding (EMI) [34]–[36], or electrochemical extraction of chlorides and cathodic protection [15], [37], [38], among others.

Self-sensing property can be defined as the response on the volumetric electrical resistivity due to its strain state. The material's response to a longitudinal compressive stress is the reduction in its electrical resistivity. On the contrary, a tension stress implies an increase on the resistivity. Both effects are proportional and reversible in the material's elastic range. This application of cement composites is interesting for structural service state monitoring, room occupancy control or vehicle weighing.

The sensitivity is usually measured using the gage factor (GF), which can be defined as the fractional change on the electrical resistance per strain unit. This parameter can be calculated according to Eq. (1).

$$GF = \frac{\Delta R/R_0}{\Delta l/l_0} = \frac{\Delta R/R_0}{\varepsilon} \quad (1)$$

Where:

ΔR : change on electrical resistance;

R_0 : initial electrical resistance;

Δl : specimen's deformation;

l_0 : initial length;

ϵ : strain.

Carbon materials have high thermal conductivity, although lower than metals, low thermal expansion coefficient and high resistant to corrosion [39]–[41], which makes them excellent candidates for thermal applications (heating of buildings or pavement deicing). Carbon fibres are one these materials, which addition to concrete can increase its conductivity and so become an electrically conductive cement composite [42].

There are many publications related to pastes (water and cement) and mortars (water, fine aggregate and cement) doped with various carbon-based conductive materials [12], [29], [35], [39]–[41], [43]–[57]. However, publications concerning concretes doped with carbonaceous materials are much scarcer [12], [21], [26], [58]–[60]; Most studies have been carried out with other types of fibres with the aim of increasing mechanical properties [61]. In the field of SCC doped with carbon fibres the studies of Yakhlaf and Safiuddin are relevant. In 2013 [62] they studied the fresh state of the mix and in 2018 [63] they analyzed mechanical properties and microstructure. However, no electrical property was checked.

One of the most problematic aspects of the incorporation of FC in cementitious matrices is its dispersion. For both structural and multifunctional applications, it is essential to achieve a random and homogeneous distribution. Carbon fibres during their manufacturing process end up forming agglomerations or bundles of fibres. Therefore, it is necessary to disperse them in order to maximize the specific reinforcement surface and optimize the benefits they generate, while improving the electrical conductivity of the composite. The addition of carbon fibres in the composite deteriorates its workability. This will require greater water/cement ratios and/or an increase of superplasticizer [64]. As a criterion to verify the degree of fibre dispersion, the one proposed by Chung [42] can be used for additions below the percolation threshold (minimum amount of fibres needed to build a continuous conductive path through the material, that is, to ensure the contact between fibres without any discontinuities throughout the entire material, which implies that adding higher amounts of FC does not show significant decrease in the resistivity of the material), based on the fact that better level of dispersion will produce lower electrical resistivity, in the case of conductive fibres.

Silica fume is a well-known byproduct of the metallurgical industry made of silica or ferrosilica alloys (more than 85% of amorphous SiO_2 , very reactive with $\text{Ca}(\text{OH})_2$). Its average particle size is around 0.1 and 0.2 μm . Silica fume, used in quantities up to 15% by mass of cement (either as an addition or replacement) improves fibre dispersion, thanks mainly to its small particle size. It also improves mechanical performance and concrete durability [42]. Spanish regulations, however, limit their use to 10%.

As an alternative in this research, the combine use of FC with carbon nanotubes (CNT) or carbon nanofibers (CNF) could provide higher conductivity [65], [66], which implies higher efficiency.

2. OBJECTIVE

The main objective of this study is to obtain a multifunctional high-performance concrete, that is to say, a SCC and/or a high-strength concrete with low electrical resistivity, which will allow this composite to be used for different applications rather than the structural one (e.g. self-sensing, heating, etc.).

3. MATERIALS AND METHODS

3.1. Materials and specimen fabrication

The materials used were cement type CEM I-52.5R, two types of siliceous sand (0.0 – 0.3mm and 0.3 – 1mm) supplied by GOMEZ VALLEJO, SA, Elkem undensified silica fume, water, superplasticizer supplied by SIKA and different types of chopped carbon fibres (different length, different surface oxidation, etc.), supplied by Zoltek. Several percentages of different CF were also used (0, 0.25, 1 and 2%, with respect to the total volume of concrete). These initial mixes (denoted as Period-1) were fabricated in a standard rotary 80 litres concrete mixer. Cylindrical specimens of 15x30 cm, cubical specimens of 15x15x15 cm and 4x4x16 cm specimens were fabricated.

More recently (denoted as Period-2), in order to reduce costs, concretes were fabricated in a standard mortar mixer, with the same dosages (except CF, which were in all cases 1% vol. 6 mm chopped carbon fibres, type PX35CF0250-02, supplied by Zoltek), so less than 2 litres were required for each mix. In this case, 4x4x16 cm³ specimens were fabricated according to Spanish Standard UNE EN 196-1 for mechanical tests in mortars. All specimens were cured in humidity chamber for 28 days. A different CF dispersion method was used in this case.

3.2. Methods

3.2.1. Mechanical tests

Mechanical tests were accomplished in laboratory conditions according to European Standard UNE EN 196-1. Flexural and compressive strength tests on prismatic specimens were conducted according to Spanish standard UNE EN 196-1:2005, with a ME-402/20 press machine, by Servosis, S.A.

3.2.2. Resistivity tests

After curing specimens were externally dried and silver electrically conductive paint (Pelco Conductive Silver 187) was applied around the perimeter at four interior planes which were parallel to the end surfaces. Four copper wires were wrapped around each silver painted perimeter, in order to form four electrical contacts, as needed for the four-probe method. This method consists on applying a fixed electrical current with a AC/DC current source (model Keithley 6220) at the outer electrodes, while the voltage was measured between the inner electrodes using a digital multimeter (Keithley Model 2002). Hence, resistance may be calculated applying the Ohm's law.

3.2.3. Self-sensing tests

Several consecutive loading-unloading cycles (compressive) were applied to each specimen, with a fixed current of 1 mA. Specimens were first loaded up to 1.5 kN and then 5 or 6 cycles were applied up to 6.5 kN (4 MPa) and 13.5 kN (8.4 MPa), with a loading rate of 200 N/s.

3.2.4. Heating tests

Changes in the surface temperature of the specimens were continuously registered by RTD temperature sensors type Pt100, which were connected to a data logger. A FLIR E30 thermographic camera was also used to control the temperature distribution along the specimen's surface.

In direct current, fixed voltage was applied with a digital direct power source. In alternating current, fixed voltage was applied using an alternating power source F5V. In both cases, electric current was measured with digital multimeter Keithley 2002.

All power sources were kept inside a security chamber for safety concerns during tests. Moreover, all cables used were shielded for noise signal reduction and for security concerns too. No thermal insulator was utilized, therefore the results obtained would have shown a much higher efficiency if so, in which issue the authors are currently working on

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1.1. Mechanical tests

After 120 days in laboratory conditions 3 Period-1 specimens with 4x4x16 cm dimensions were tested. Flexural strength tests results are shown in *Table 1*. High flexural strength were obtained for all specimens, increasing with the CF content.

Table 1. Flexural strength results

Vol. CF (%)	Flexural strength (kN)	Standard Deviation
0	6.29	0.20
0.25	6.39	0.54
1.00	6.56	0.51
2.00	7.35	0.41

The two halves of each specimen should then have been tested to determine the compressive strength, but the press reached its maximum load (180 kN, i.e. 112.5 MPa) and then stopped without breaking the specimen. One of each specimen type were tested with identical results.

No specimen from Period-2 has already been mechanical tested.

4.1.2. Resistivity tests

Resistivity tests with specimens from Period-1 showed similar resistivity as control specimens, independently of the CF dosage.

Period-2 specimens (with a different CF dispersion method and only 1% CF vol. used) showed high conductivity, as shown in Figure 1 left. Resistivity decreased as the specimens lost water in laboratory conditions after 28 days curing time. This figure also shows on the right side the variation of weight with time, showing the natural drying process of specimens.

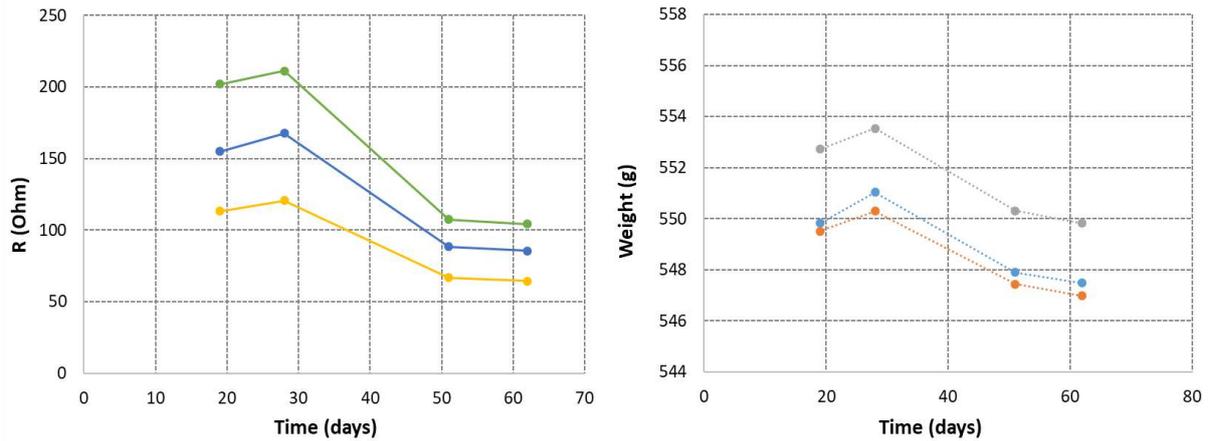


Figure 1. Electrical resistance (left) and weight (right) versus time, of 3 different specimens, fabricated with Period-2 specimens.

4.1.3. Self-sensing tests

The high electrical conductivity allowed us to assume a good piezoresistive behaviour. To confirm the former, several self-sensing tests were performed. As can be observe in Figure 2, a good correlation between electrical and mechanical behaviour was obtained. Specimens were tested at the age of 65 days, applying 1 mA DC current, at 200 N/s loading rate from an initial load of 1.5 kN up to 6.5 kN (left) and 13.5 kN (right) maximum load. These very first results are very promising in terms of finding a multifunctional high-performance concrete.

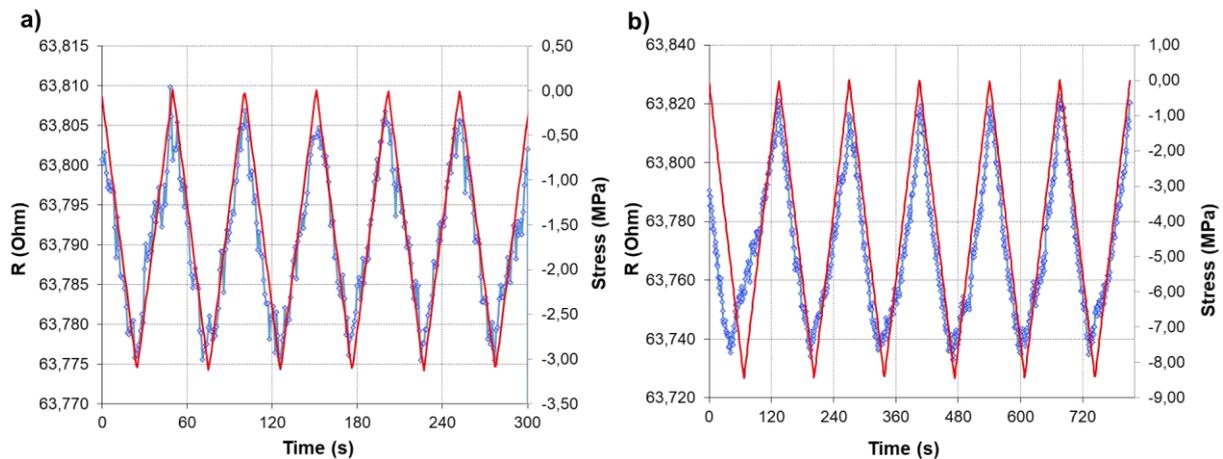


Figure 2. Self-sensing tests at 65 days, with 1 mA DC current, 200 N/s load rate, initial load of 1.5 kN. a) Maximum load of 6.5 kN; b) Maximum load of 13.5 kN.

4.1.4. Heating tests

Figure 3 show the very first approach to test the self-heating behaviour of the composite. Different DC voltages were applied to a 4x4x16 cm, 65 day-old specimen. Two Pt-100 were attached in the centre upper and lower sides of the specimens. A third Pt-100 controlled the ambient temperature (blue

dashed line). An increment of temperature of 20°C was obtained applying 50 DC volts in about 35 minutes.

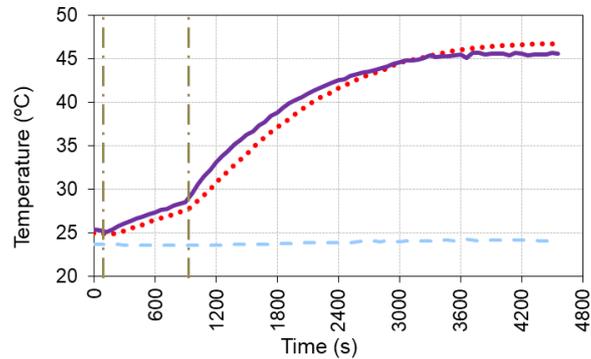


Figure 3. Heating test at 65 days, with DC voltage fixed at 10V up to 60 seconds, 30V up to 900 seconds and 50V up to the end of the test.

A very promising result was also obtained with AC current. As shown in Figure 4, an increment of temperature of 17°C was obtained applying 30 AC volts in about 2 hours with only 168 mA. This test was modelled applying Fourier’s (Eq. 2) and Newton’s (Eq. 3) laws.

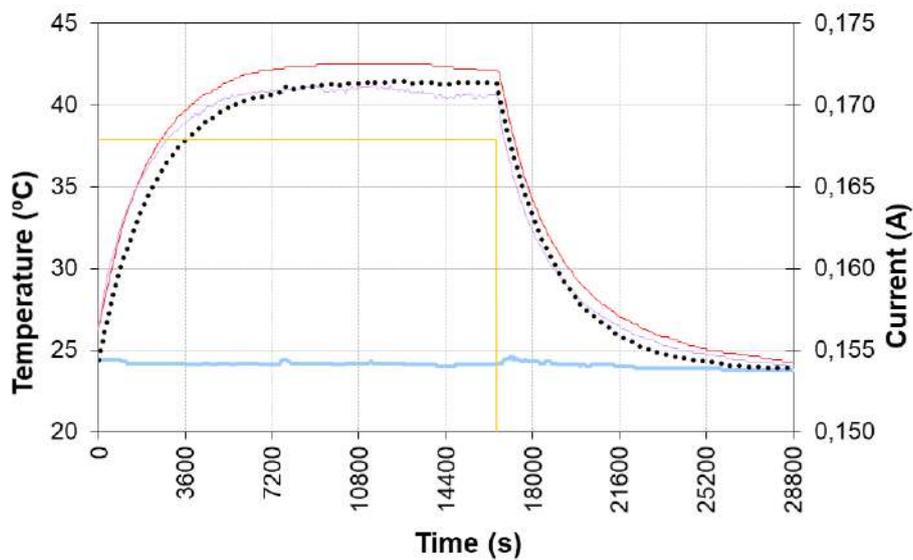


Figure 4. Heating test at 70 days, with AC voltage fixed at 30V. Dotted black line represents the modelization.

$$q_x = -k \frac{dT}{dx} \tag{2}$$

Where:

q is the local heat flux density,

k is the material's thermal conductivity and

dT/dx is the temperature gradient in the x-direction.

$$\frac{Q}{A} = h \cdot \Delta T \quad (3)$$

Where:

Q is the heat transferred per unit time,

A is the area of the object,

h is the heat transfer coefficient and

ΔT is the temperature variation between the object's surface and the ambient.

Besides Pt-100 temperature sensors, a thermal camera was used to check the sensors data and also the temperature uniformity along the specimen, as shown in Figure 5.

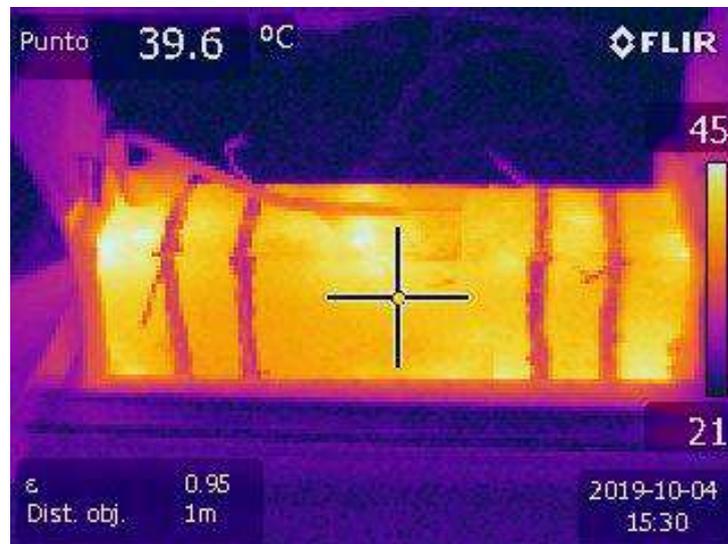


Figure 5. Thermographic image during a heating test

5. CONCLUSIONS

Carbon fibres were added to concrete in order to obtain a multifunctional high-performance concrete. With the first mixes a high-strength and self-compacting concrete was obtained, but no increment in the electrical conductivity was observed. Following this, the same dosages but smaller quantities of

materials and a different CF dispersion method was used. In this particular case high electrical conductivity was observed and, correspondingly, a very good self-sensing and heating behaviour was obtained. Now the aim of this study is to check the liability of fabricating the same multifunctional and high-performance concrete with standard concrete mixer quantities, as the results shown appears to clearly show.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the University of Alicante and its “PROGRAMA PROPIO DEL VICERRECTORADO DE INVESTIGACION Y TRANSFERENCIA DE CONOCIMIENTO PARA EL FOMENTO DE LA I+D+I EN LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE 2018” (Ref: GRE 2018-05A) for its economic support on this research.

REFERENCES

- [1] Ministerio de Fomento, “Comisión Permanente del Hormigón. Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Spanish Code on Structural Concrete EHE-08).” Ministerio de Fomento, Madrid (Spain), 2008.
- [2] M. Burón, J. Fernández, and L. Garrido, “Hormigón autocompactante. Criterios para su utilización,” *Hormigón*, no. 887, pp. 52–64, 2006.
- [3] E. Rozière, S. Granger, P. Turcry, and A. Loukili, “Influence of paste volume on shrinkage cracking and fracture properties of self-compacting concrete,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 29, no. 8, pp. 626–636, Sep. 2007.
- [4] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, “Comparison between polyolefin fibre reinforced vibrated conventional concrete and self-compacting concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 85, pp. 182–194, Jun. 2015.
- [5] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, “Fracture mechanics of polyolefin fibre reinforced concrete: Study of the influence of the concrete properties, casting procedures, the fibre length and specimen size,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 154, pp. 225–244, Mar. 2016.
- [6] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, and V. Agrawal, “Reliability of polyolefin fibre reinforced concrete beyond laboratory sizes and construction procedures,” *Compos. Struct.*, vol. 140, pp. 506–524, Apr. 2016.
- [7] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, “On the prediction of the orientation factor and fibre distribution of steel and macro-synthetic fibres for fibre-reinforced concrete,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 77, pp. 29–48, Mar. 2017.
- [8] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, and E. Reyes, “Numerical modelling of the fracture of polyolefin fibre reinforced concrete by using a cohesive fracture approach,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 111, pp. 200–210, Feb. 2017.
- [9] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, and L. Pinillos, “Structural Cast-in-Place Application of Polyolefin Fiber-Reinforced Concrete in a Water Pipeline Supporting Elements,” *J. Pipeline Syst. Eng. Pract.*, vol. 8, no. 4, p. 05017002, Nov. 2017.
- [10] “ACI 544.1R-96: Report on Fiber Reinforced Concrete (Reapproved 2009).”
- [11] M. A. Ali, A. J. Majumdar, and D. L. Rayment, “Carbon fibre reinforcement of cement,” *Cem. Concr. Res.*, vol. 2, no. 2, pp. 201–212, Mar. 1972.
- [12] R. F. Zollo, “Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development,” *Cem. Concr.*

- Compos.*, vol. 19, no. 2, pp. 107–122, Jan. 1997.
- [13] D. D. L. Chung, “Electrical Conduction Behavior of Cement-Matrix Composites,” *J. Mater. Eng. Perform.*, vol. 11, no. 2, pp. 194–204, 2002.
- [14] D. D. L. Chung, *Review functional properties of cement-matrix composites*, vol. 36, no. 6. Kluwer Academic Publishers, 2001, pp. 1315–1324.
- [15] P.-W. Chen and D. D. L. Chung, “Improving the electrical conductivity of composites comprised of short conducting fibers in a nonconducting matrix: The addition of a nonconducting particulate filler,” *J. Electron. Mater.*, vol. 24, no. 1, pp. 47–51, Jan. 1995.
- [16] D. D. L. Chung, “Cement-matrix structural nanocomposites,” *Metals and Materials International*, vol. 10, no. 1. pp. 55–67, 2004.
- [17] D. D. L. Chung, “Cement-matrix composites for smart structures,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 9, no. 4, pp. 389–401, 2000.
- [18] O. Galao, F. Baeza, E. Zornoza, and P. Garcés, “Carbon Nanofiber Cement Sensors to Detect Strain and Damage of Concrete Specimens Under Compression,” *Nanomaterials*, vol. 7, no. 12, p. 413, Nov. 2017.
- [19] O. Galao, F. J. J. Baeza, E. Zornoza, and P. Garcés, “Strain and damage sensing properties on multifunctional cement composites with CNF admixture,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 46, pp. 90–98, 2014.
- [20] F. J. Baeza, O. Galao, E. Zornoza, and P. Garcés, “Multifunctional cement composites strain and damage sensors applied on reinforced concrete (RC) structural elements,” *Materials (Basel)*, vol. 6, no. 3, pp. 841–855, 2013.
- [21] R. N. Howser, H. B. Dhonde, and Y. L. Mo, “Self-sensing of carbon nanofiber concrete columns subjected to reversed cyclic loading,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 20, no. 8, p. 085031, Aug. 2011.
- [22] B. Han, S. Ding, and X. Yu, “Intrinsic self-sensing concrete and structures: A review,” *Measurement*, vol. 59, pp. 110–128, 2015.
- [23] S. Wen and D. D. L. Chung, “Self-sensing of flexural damage and strain in carbon fiber reinforced cement and effect of embedded steel reinforcing bars,” *Carbon N. Y.*, vol. 44, no. 8, pp. 1496–1502, 2006.
- [24] M. S. Konsta-Gdoutos and C. A. Aza, “Self sensing carbon nanotube (CNT) and nanofiber (CNF) cementitious composites for real time damage assessment in smart structures,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 53, 2014.
- [25] J. L. Vilaplana, F. J. Baeza, O. Galao, E. Zornoza, and P. Garcés, “Self-sensing properties of alkali activated blast furnace slag (BFS) composites reinforced with carbon fibers,” *Materials (Basel)*, vol. 6, no. 10, pp. 4776–4786, 2013.
- [26] O. Galao, L. Bañón, J. F. Baeza, J. Carmona, and P. Garcés, “Highly Conductive Carbon Fiber Reinforced Concrete for Icing Prevention and Curing,” *Materials (Basel)*, vol. 9, no. 4, p. 281, 2016.
- [27] M. Hambach, H. Möller, T. Neumann, and D. Volkmer, “Carbon fibre reinforced cement-based composites as smart floor heating materials,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 90, pp. 465–470, 2016.
- [28] J. Wu, F. Yang, and J. Liu, “Carbon Fiber Heating Wire for Pavement Deicing,” *J. Test. Eval.*, vol. 43, no. 3, p. 20130344, May 2015.
- [29] O. Galao, F. J. Baeza, E. Zornoza, and P. Garcés, “Self-heating function of carbon nanofiber cement pastes,” *Mater. Construcción*, vol. 64, no. 314, p. e015, May 2014.

- [30] V. T. Giner, F. J. Baeza, S. Ivorra, E. Zornoza, and O. Galao, "Effect of steel and carbon fiber additions on the dynamic properties of concrete containing silica fume," *Mater. Des.*, vol. 34, pp. 332–339, 2012.
- [31] A. L. Materazzi, F. Ubertini, and A. D'Alessandro, "Carbon nanotube cement-based transducers for dynamic sensing of strain," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 37, no. 1, pp. 2–11, Mar. 2013.
- [32] V. T. Giner, S. Ivorra, F. J. Baeza, E. Zornoza, and B. Ferrer, "Silica fume admixture effect on the dynamic properties of concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 25, no. 8, pp. 3272–3277, 2011.
- [33] F. Ubertini *et al.*, "Novel nanocomposite technologies for dynamic monitoring of structures: a comparison between cement-based embeddable and soft elastomeric surface sensors," *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, no. 4, p. 45023, 2014.
- [34] X. Fu and D. D. L. Chung, "Submicron carbon filament cement-matrix composites for electromagnetic interference shielding," *Cem. Concr. Res.*, vol. 26, no. 10, pp. 1467–1472, 1996.
- [35] E. Zornoza, G. Catalá, F. Jiménez, L. G. Andi6n, and P. Garcés, "Electromagnetic interference shielding with Portland cement paste containing carbon materials and processed fly ash," *Mater. Construcci6n*, vol. 60, no. 300, pp. 21–32, 2010.
- [36] D. D. L. Chung, "Carbon materials for structural self-sensing, electromagnetic shielding and thermal interfacing," *Carbon N. Y.*, vol. 50, no. 9, pp. 3342–3353, 2012.
- [37] L. Bertolini, F. Bolzoni, T. Pastore, and P. Pedeferri, "Effectiveness of a conductive cementitious mortar anode for cathodic protection of steel in concrete," *Cem. Concr. Res.*, vol. 34, no. 4, pp. 681–694, Apr. 2004.
- [38] A. Pérez, M. A. Climent, and P. Garcés, "Electrochemical extraction of chlorides from reinforced concrete using a conductive cement paste as the anode," *Corros. Sci.*, vol. 52, no. 5, pp. 1576–1581, May 2010.
- [39] P. Garcés, J. Fraile, E. Vilaplana-Ortego, D. Cazorla-Amor6s, E. G. G. Alcocel, and L. G. G. Andi6n, "Effect of carbon fibres on the mechanical properties and corrosion levels of reinforced portland cement mortars," *Cem. Concr. Res.*, vol. 35, no. 2, pp. 324–331, Feb. 2005.
- [40] P. Garcés, E. Zornoza, E. G. G. Alcocel, O. Galao, and L. G. G. Andi6n, "Mechanical properties and corrosion of CAC mortars with carbon fibers," *Constr. Build. Mater.*, vol. 34, pp. 91–96, Sep. 2012.
- [41] P. Garcés, L. G. Andi6n, I. De la Varga, G. Catalá, and E. Zornoza, "Corrosion of steel reinforcement in structural concrete with carbon material addition," *Corros. Sci.*, vol. 49, no. 6, pp. 2557–2566, Jun. 2007.
- [42] D. D. L. Chung, *Multifunctional Cement-Based Materials*. Buffalo, New York, USA, 2003.
- [43] A. Katz and A. Bentur, "Mechanical properties and pore structure of carbon fiber reinforced cementitious composites," *Cem. Concr. Res.*, vol. 24, no. 2, pp. 214–220, Jan. 1994.
- [44] J. Cao and D. D. L. Chung, "Improving the dispersion of steel fibers in cement mortar by the addition of silane," *Cem. Concr. Res.*, vol. 31, no. 2, pp. 309–311, 2001.
- [45] G. Catalá, E. V Ramos-Fernández, E. Zornoza, L. G. Andi6n, and P. Garcés, "Influence of the Oxidation Process of Carbon Material on the Mechanical Properties of Cement Mortars," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 23, no. 3, pp. 321–329, Mar. 2011.
- [46] X. Fu and D. D. L. Chung, "Effect of curing age on the self-monitoring behavior of carbon fiber reinforced mortar," *Cem. Concr. Res.*, vol. 27, no. 9, pp. 1313–1318, Sep. 1997.
- [47] J. L. L. Vilaplana, F. J. J. Baeza, O. Galao, E. G. G. Alcocel, E. Zornoza, and P. Garcés, "Mechanical properties of alkali activated blast furnace slag pastes reinforced with carbon fibers," *Constr.*

- Build. Mater.*, vol. 116, pp. 63–71, 2016.
- [48] A. Pérez, M. A. Climent, and P. Garcés, “Electrochemical extraction of chlorides from reinforced concrete using a conductive cement paste as the anode,” *Corros. Sci.*, vol. 52, no. 5, pp. 1576–1581, May 2010.
- [49] M.-Á. Climent, J. Carmona, and P. Garcés, “Graphite–Cement Paste: A New Coating of Reinforced Concrete Structural Elements for the Application of Electrochemical Anti-Corrosion Treatments,” *Coatings*, vol. 6, no. 3, p. 32, Jul. 2016.
- [50] B. del Moral, O. Galao, C. Anton, M. A. A. Climent, and P. Garcés, “Usability of cement paste containing carbon nanofibres as an anode in electrochemical chloride extraction from concrete,” *Mater. Constr.*, vol. 63, no. 309, pp. 39–48, 2013.
- [51] M. Zhang and A. P. Jivkov, “Micromechanical modelling of deformation and fracture of hydrating cement paste using X-ray computed tomography characterisation,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 88, pp. 64–72, Mar. 2016.
- [52] F. Ubertini, S. Laflamme, and A. D’Alessandro, “Smart cement paste with carbon nanotubes,” in *Innovative Developments of Advanced Multifunctional Nanocomposites in Civil and Structural Engineering*, Elsevier, 2016, pp. 97–120.
- [53] J. Wu and D. D. L. Chung, “Pastes for electromagnetic interference shielding,” *J. Electron. Mater.*, vol. 34, no. 9, pp. 1255–1258, 2005.
- [54] Y. Xu and D. D. . Chung, “Reducing the drying shrinkage of cement paste by admixture surface treatments,” *Cem. Concr. Res.*, vol. 30, no. 2, pp. 241–245, Feb. 2000.
- [55] M. Pigeon, R. Pleau, M. Azzabi, and N. Banthia, “Durability of microfiber-reinforced mortars,” *Cem. Concr. Res.*, vol. 26, no. 4, pp. 601–609, Apr. 1996.
- [56] S. Ivorra, P. Garcés, G. Catalá, L. G. Andión, and E. Zornoza, “Effect of silica fume particle size on mechanical properties of short carbon fiber reinforced concrete,” *Mater. Des.*, vol. 31, no. 3, pp. 1553–1558, Mar. 2010.
- [57] J. Kaufmann, F. Winnefeld, and D. Hesselbarth, “Effect of the addition of ultrafine cement and short fiber reinforcement on shrinkage, rheological and mechanical properties of Portland cement pastes,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 26, no. 5, pp. 541–549, Jul. 2004.
- [58] D. Gao, M. Sturm, and Y. L. Mo, “Electrical resistance of carbon-nanofiber concrete,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 9, p. 95039, 2009.
- [59] C. Y. Tuan and S. Yehia, “Evaluation of electrically conductive concrete containing carbon products for deicing,” *ACI Mater. J.*, vol. 101, no. 4, pp. 287–293, 2004.
- [60] Q. Zhang and H. Li, “Experimental investigation of road snow-melting based on CNFP self-heating concrete,” in *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2011, vol. 7978, p. 797825.
- [61] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, “On the mechanical properties and fracture behavior of polyolefin fiber-reinforced self-compacting concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 55, pp. 274–288, 2014.
- [62] M. Yakhlaf, M. Safiuddin, and K. A. Soudki, “Properties of freshly mixed carbon fibre reinforced self-consolidating concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 46, pp. 224–231, Sep. 2013.
- [63] M. Safiuddin, M. Yakhlaf, and K. A. Soudki, “Key mechanical properties and microstructure of carbon fibre reinforced self-consolidating concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 164, pp. 477–488, Mar. 2018.
- [64] F. J. Baeza, “Función de percepción de la deformación en matrices cementicias conductoras

mediante adición de fibras de carbono,” Universidad de Alicante, 2011.

- [65] S.-J. Lee, I. You, G. Zi, and D.-Y. Yoo, “Experimental Investigation of the Piezoresistive Properties of Cement Composites with Hybrid Carbon Fibers and Nanotubes,” *Sensors*, vol. 17, no. 11, p. 2516, Nov. 2017.
- [66] F. Azhari and N. Banthia, “Cement-based sensors with carbon fibers and carbon nanotubes for piezoresistive sensing,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 34, no. 7, pp. 866–873, Aug. 2012.
- [67] H. Okamura and M. Ouchi, “Self-compacting high performance concrete,” *Prog. Struct. Eng. Mater.*, vol. 1, no. 4, pp. 378–383, Jul. 1998.
- [68] O. Galao, L. Bañón, F. J. Baeza, J. Carmona, and P. Garcés, “Highly conductive carbon fiber reinforced concrete for icing prevention and curing,” *Materials (Basel)*, vol. 9, no. 4, 2016.

In the search of modal parameters configuration of passive and active isolation systems, applied to moment frames

Barrera Vargas, Christian A.¹; Soria, José M.¹; Díaz, Iván M.¹; García-Palacios, Jaime H.²

ABSTRACT

The use of seismic base isolation is a very good strategy to reduce the seismic design forces in structures, additionally, damages can be avoided and the possible collapse of the structure prevented.

Passive isolation is the seismic base isolation system more frequently used. It allows to reduce the excitation force transmitted to the structure through the base. Normally this kind of system is designed to control the excitation forces for a given frequency. However, for changing magnitudes outside the design frequency, the passive system loses efficiency and can generate unwanted behaviour. The active control used in isolation systems allows to increase the roll-off at high frequencies whereas the risk of resonant behaviour is drastically reduced.

In this paper, the dynamics of the base isolation system will be studied, for this it was done an analysis of sensibility parametric, that determines how the changing in the frequency or damping of an isolation elastomeric influences in the response frequency of the structure. With the values of stiffness and damping for an isolation elastomeric, are assumed that is the same values of stiffness and damping to an active base isolation system, and so be able determines the ideal gain of this type of system. These parameters will be used to obtain the reduced response of both, passive and active systems, of a given seismic signal and will be compared for 3 different types of structures.

Keywords: Vibration Control; Active and Passive Vibration Isolation System; Framed Buildings; Earthquakes

1. INTRODUCTION

The seismic base isolation consists in decoupling completely the main structure from the foundation or support, this can be done by including devices in the base of the main structure that are able of dissipating energy through deformation. Having these types of devices the magnitude of the energy is reduced and controlled. This dissipation is more significant and frequently in seismically active regions.

There is a large amount of research on passive base isolation [2 - 3], while in some countries the use of these devices is standardized, as is the case with the ASCE 07 standard [4]. The main advantage of a base isolation system is the reduction in the seismic acceleration that enters the main structure when compared with a system without base isolation. To some extent, this change in acceleration reduces

¹ Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures, ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN) e-mail christian.barrera.vargas@alumnos.upm.es

² Department of Hydraulics, Energy and Environmental Engineering, ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN)

the design forces in the structure, favoring the control of horizontal displacements of the structure itself and the reduction of the structural elements, creating significant savings in costs and materials.

An active base isolation avoid the resonance and improve the roll-off, this is possible because the active system can be generating a control force by means of an actuator. This force is obtained through by the velocity feedback signal of the structure that is controlled and multiplied by the system's gain. The active system is able to measure, in real time, the disturbing signal that excites the structure and responds in such a way that a control law could be achieved.

In this research a base isolation type elastomeric is studied to determine the value ratio of tuning, frequency and damping that reduce the response of vibration of a structure. The same values of stiffness and damping of passive system are used in the active system to determine the gain values that improve the behaviour of the structure. Finally, both systems, passive and active, are model and applied to three building of 6, 9 and 12 stories (height of 15.0m, 22.5m and 30.0m respectively) under the effect of seismic signal of El Centro earthquake.

2. BASE SEISMIC ISOLATION

A seismically isolated structure at its base can be studied as a system of two degrees of freedom, where the modal parameters of stiffness (K_2) and damping (C_2) correspond to the properties of the isolation system and the mass (m_2) of the isolation system is negligible. This configuration corresponds to a passive type isolation system (see figure 1a). To generate an active type isolation system, it is enough to incorporate a force (f_a) to our system generated by an actuator with a control law based in the velocity feedback of the signal of the main structure with a signal directly amplified by the gain (g) of the actuator itself (see figure 1b) [1].

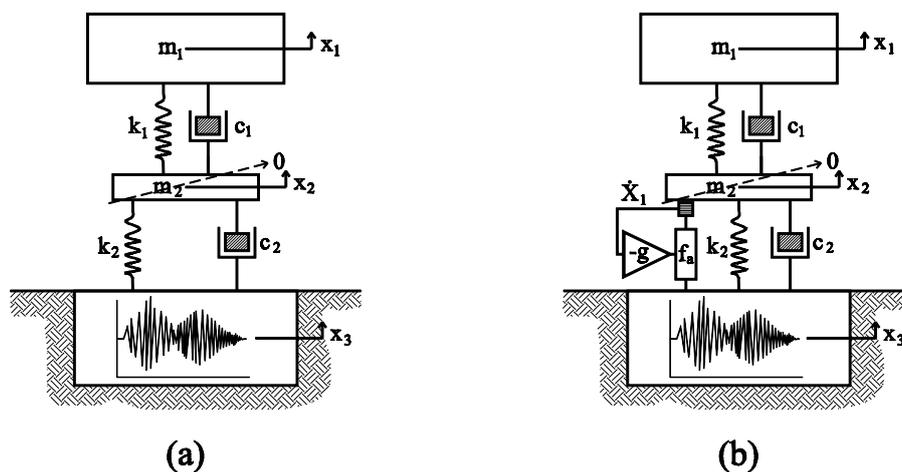


Figure 1. In the left, the configuration to a passive base isolation system and the right, the configuration to an active base isolation system.

Where: K_i and C_i are the stiffness and effective damping of each degree of freedom. m_1 is the mass of the structure and m_2 is the mass of the isolation system, that compared with m_1 , is considered like zero. x_i is the displacement of each degree of freedom under the motion of the base.

2.1. Passive Isolation

The dynamic of the system with passive base isolation (Figure 1a), is defined in the time domain by equation (1) and (2), where equation (1) corresponds to the equation of motion of the main structure including the force transmitted by the passive base isolation, while equation (2) represents the motion of the passive isolation taking into account the force transmitted by the structure and the base.

$$m_1\ddot{x} + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (1)$$

$$c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_3) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (2)$$

The transfer function in the Laplace domain that relates Output Z1 to Input Z3 is described in (3), where Z1 is the response displacement of the structure and Z3 the disturbance displacement on the structure.

$$\frac{Z_1(s)}{Z_3(s)} = \frac{\frac{(sc_2+k_2) \cdot (sc_1+k_1)}{(sc_2+k_2+sc_1+k_1)}}{\left[(s^2m_1+sc_1+k_1) - \frac{(sc_1+k_1)^2}{(sc_2+k_2+sc_1+k_1)} \right]} \quad (3)$$

Simplifying the expression:

$$\frac{Z_1(s)}{Z_3(s)} = \frac{(sc_2+k_2) \cdot (sc_1+k_1)}{s^2m_1 \cdot (sc_2+k_2+sc_1+k_1) + (sc_2+k_2) \cdot (sc_1+k_1)} \quad (4)$$

In order to study the tuning parameters of the passive base isolation system, the design requirements of seismically isolated structures of the code ASCE-07 [2] are used as a reference. In this code the design displacement of elastomeric base system is given by the following equation:

$$D_D = \frac{gS_aT_D}{4\pi^2B_D} \quad (4)$$

Where D_D is the displacement x_2 .

In equation (4) it can be seen that there is a relationship between the period or frequency and the damping (B_D). Studying the behaviour of that relationship, it can be seen that, for low tuning frequency, the deformation of elastomeric itself is higher, but if the value of the damping increases the displacement decreases (figure 2).

In figure (3) can be seen that when tuning the passive isolator to a frequency lower than the frequency of the structure, the reduction in the amplitude of the transmissibility function is higher, but as shown in figure (2), at lower frequencies the deformation of the passive isolator increases, generating a problem of large global displacements for the system. If the isolator is tuning in the same frequency of the structure is probable that the frequency of the seismic signal generate an effect of resonance, if the effective stiffness of the system (structure with isolator) is $\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s}$, where k_i is the stiffness of isolator and k_s is the stiffness of structure, assuming that k_i is equal to k_s , the stiffness k_e is equal to $k/2$, that in frequency is the same to $1/\sqrt{2}$, equal to 0.7071 like is possible see in figure 3.

However, in figure (4) it can be observed that when tuning the isolator to a frequency of 70% of the frequency of the structure, the value of the damping has no significant relevance for the frequency. This make it the desirable control solution.

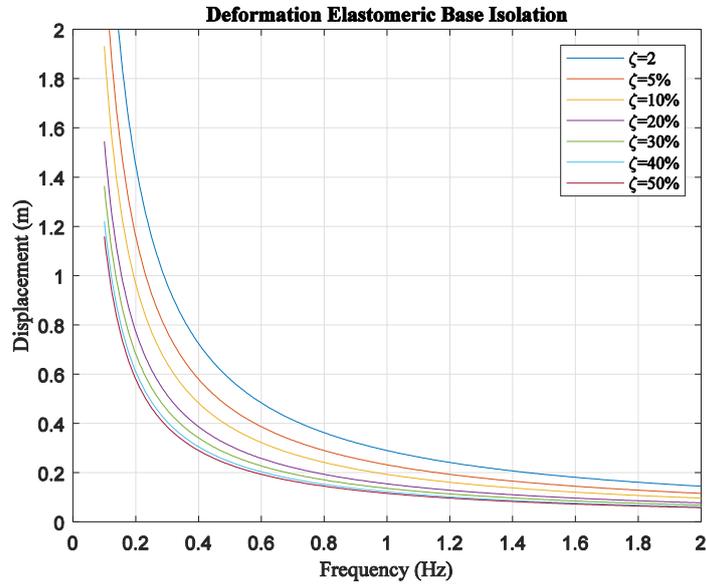


Figure 2. Relation between displacement and design frequency of passive base isolation for different values of damping.

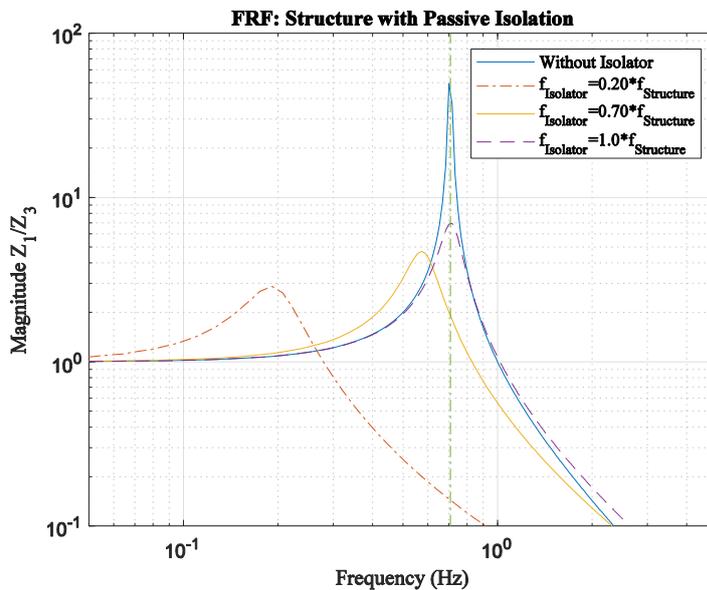


Figure 3. Frequency response function changing the frequency values of base isolation with respect to the structure frequency ($m_1=1$ kg, $f_1=1.0$ Hz, $\zeta_1=0.01$, $\zeta_2=0.20$).

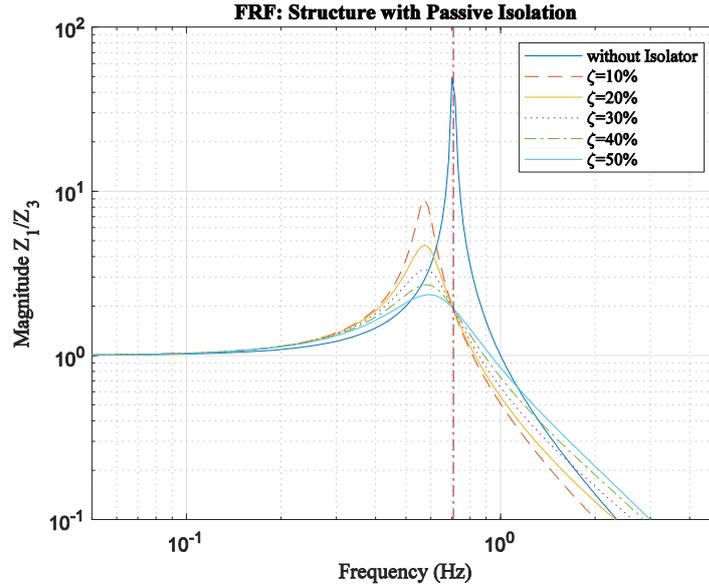


Figure 4. Frequency response function changing the damping values of base isolation ($m_1=1$ kg, $f_1=1.0$ Hz, $\zeta_1=0.01$, $f_{\text{isolator}}=0.70$ Hz).

2.2. Active Isolation

The dynamic of a system with active base isolation (figure 1b) is similar to the passive base isolation. The only different is the incorporation of the actuator force (f_a) in the equation of motion (6).

$$m_1 \ddot{x} + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (5)$$

$$c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_3) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = f_a \quad (6)$$

f_a is the force exerted by the actuator, defined by equation (7).

$$f_a = g \dot{x}_1 \quad (7)$$

This process is known as the velocity feedback, but for now it will focus on analyzing the behaviour of the active system and its transmissibility function for different gain values, the actuator is considered to be ideal, that is, this is modelled a gain.

In figure (5) it has been assigned values of gain equivalent to a damping between 10% and 50%. In this case, is possible to observe that the behaviour of a structure with an active isolation system without damping has better behaviour when compared with the passive isolation system.

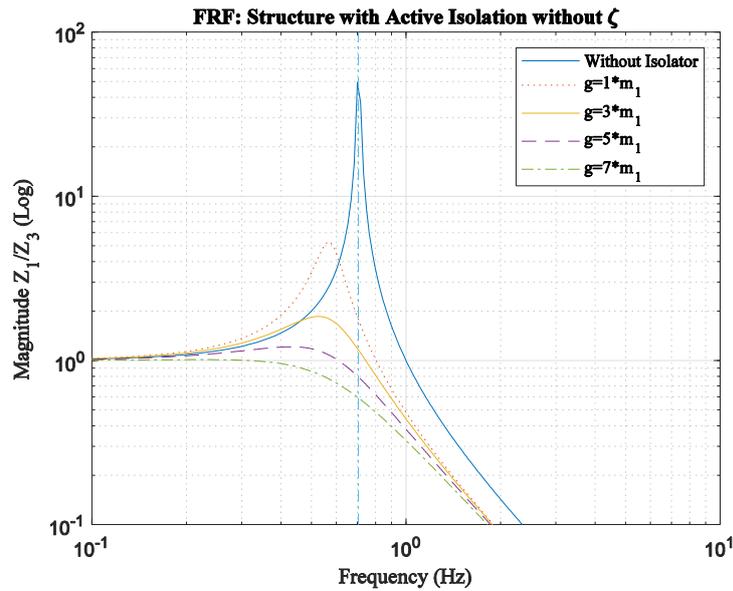


Figure 5. Frequency response function changing the gain of active base isolation to obtain the same damping ratio ($m_1=1$ kg, $f_1=1.0$ Hz, $\zeta_1=0.01$, $f_2=0.70$ Hz).

3. CONTROL THROUGH BASE ISOLATION SYSTEM IN STRUCTURES

Based on the results and behaviour of passive and active isolation systems shown in previous section, three buildings of 6, 9 and 12 stories have been studied, and have been analyzed under the seismic action from El Centro Earthquake (see figure 6). The modal analysis for each structure is simplified, considering a shear building. Table 1 shows the modal properties of the three buildings, and figures (9, 10 and 11) show accelerations with passive and active control.

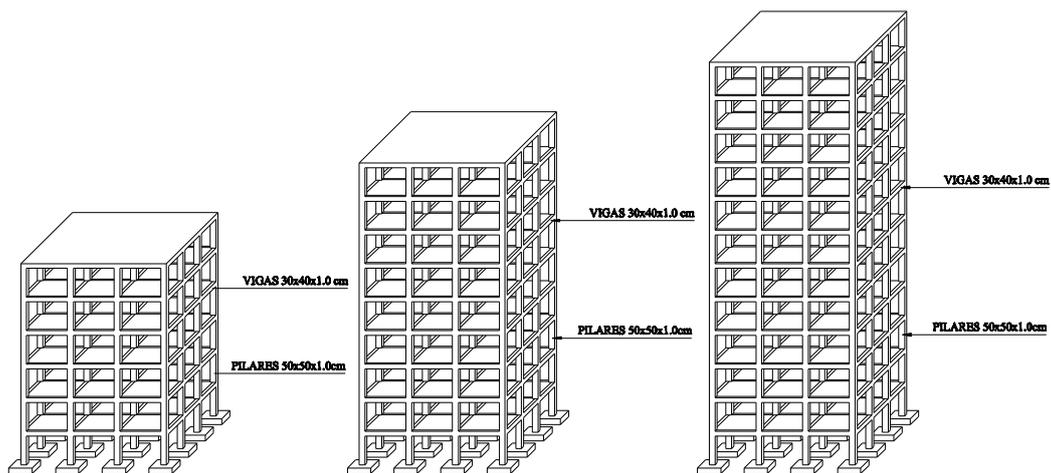


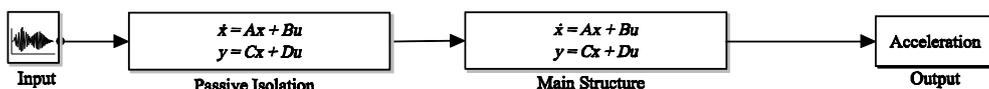
Figure 6. Three buildings with moment frame like system of resistance to seismic forces, 15.0m, 22.5m and 30.0m of high.

Table 1. Characteristics and modal properties of each Structure.

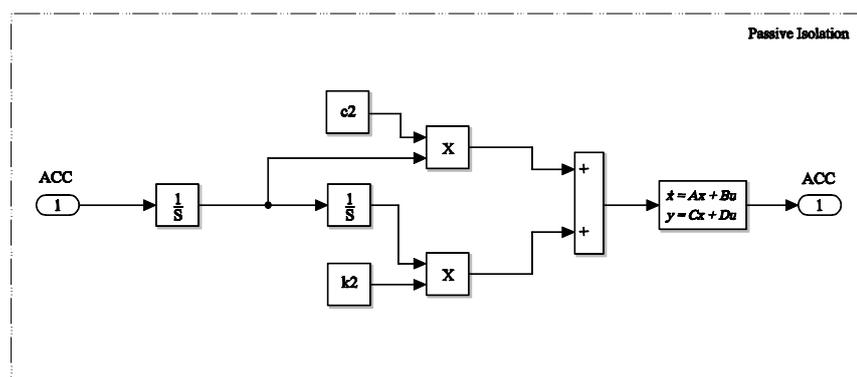
No Stories	Height (m)	Modal Mass (kg)	Flexion modes (Hz)		
			1st Mode	2nd Mode	3rd Mode
6	15.0	95342.96	1.37	8.53	23.82
9	22.50	144553.04	0.63	3.94	11.01
12	30.0	193763.12	0.36	2.25	6.31

The modal parameters of the passive and active isolator have been obtained in each of the three types of structures. These parameters have been obtained based on the tuning criteria explained in section 2, for the 70% of the frequency of the main structure and a damping ratio of 0.20 (see table 2).

The original perturbing force, corresponding to the time history of accelerations from “El Centro Earthquake”, is modified using state space equation in an open and close loop system for each type of isolator (figure 7 and 8).

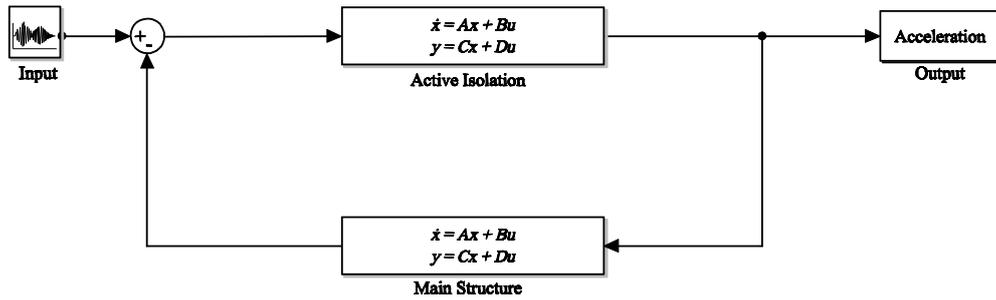


(a).

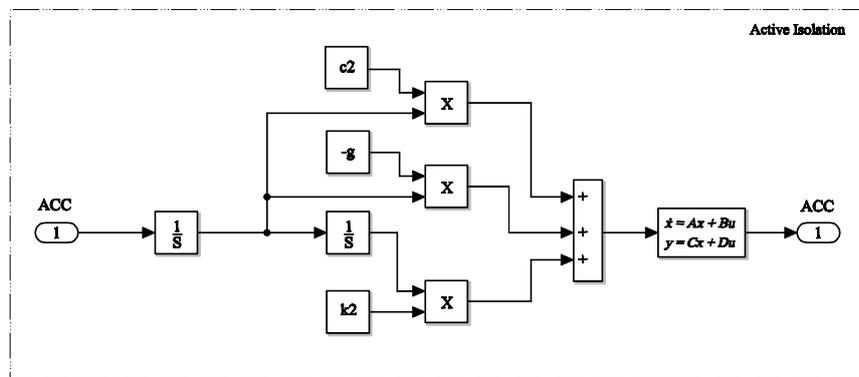


(b).

Figure 7. Open loop system with passive isolation and the main structure.



(a)



(b)

Figure 8. Closed loop system with active isolation and the main structure.

Where the state vector is (8) and the output vector is (9) for the passive isolation system.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{c}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \frac{1}{m} u(t) \quad (8)$$

$$y(t) = [-k/m \quad 0 \quad 0 \quad 0]x(t) + [1/m]u(t) \quad (9)$$

and (10) is the state vector for the active isolation, whereas the output vector is the same than (9).

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{g}{m} - \frac{c}{m} & \frac{c}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \frac{1}{m} u(t) \quad (10)$$

Table No 2. Characteristics and modal properties of each Isolator.

Type of Isolator	Type of Structure	Stiffness (kg/m)·10 ⁵	Damping (kg/s)·10 ⁵	Gain ·10 ⁵
Passive	6 Floors	34.66	2.299	0
	9 Floors	11.14	1.605	0
	12 Floors	4.89	1.232	0
Active	6 Floors	34.66	2.299	0.95
	9 Floors	11.14	1.605	1.44
	12 Floors	4.89	1.232	1.93

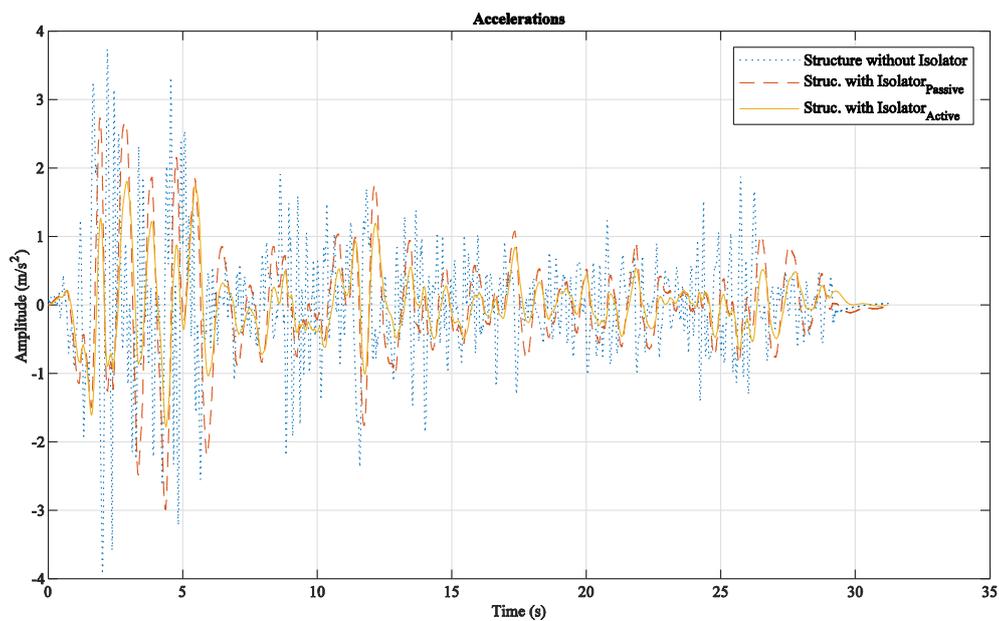


Figure 9. Response of structure without control, with passive control and active control for building with 6 stories.

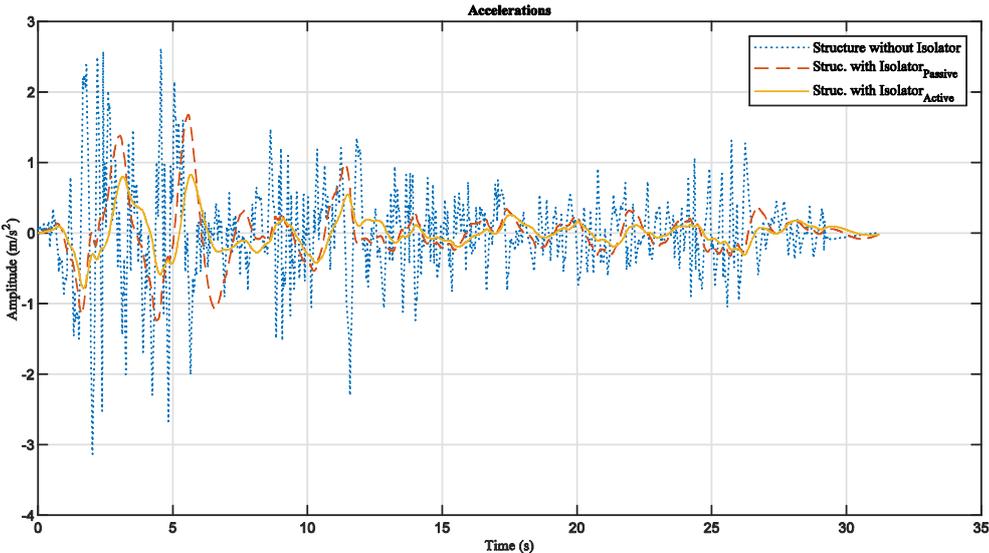


Figure 10. Response of structure without control, with passive control and active control for building with 9 stories.

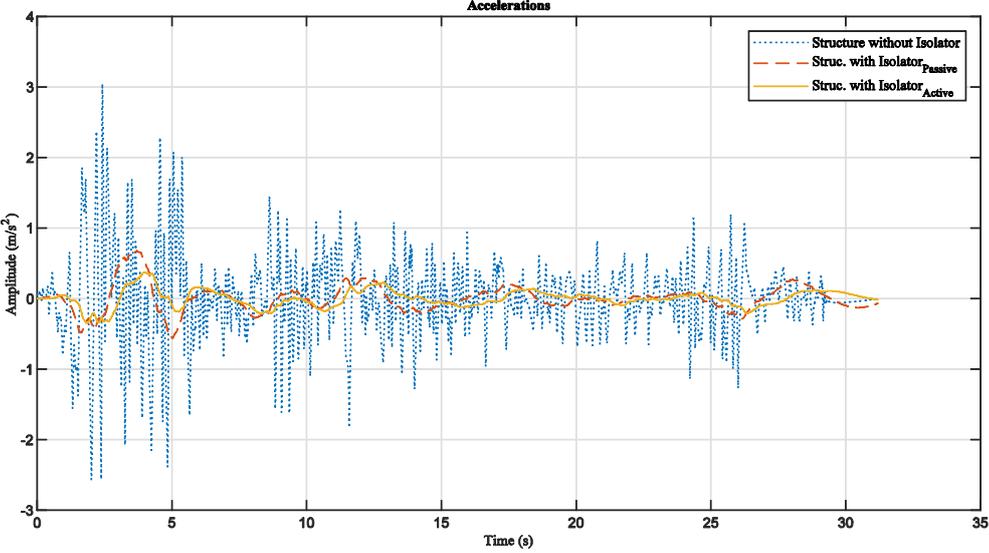


Figure 11. Response of structure without control, with passive control and active control for building with 12 stories.

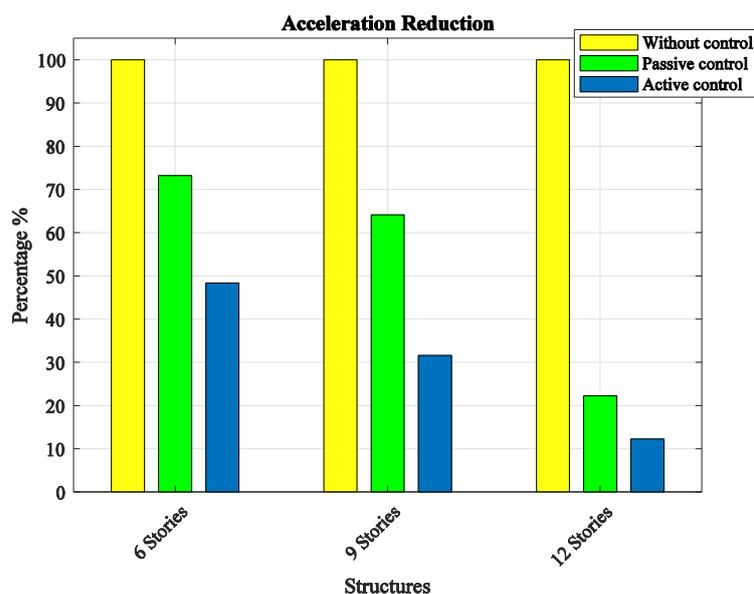


Figure 12. Percentage of acceleration reduction for each structure.

4. CONCLUSIONS

In this paper, a detailed description of the behaviour of passive and active isolator systems have been carried out and the following conclusions can be drawn:

- The use of base seismic isolation devices in structures reduces the excitation force during the earthquake, decreasing the structural damage and possible collapse.
- The seismic isolation system requires a tuning frequency lower than the frequency of the structure, but if the frequency is too low, the isolator may become too flexible.
- Depending on the tuning frequency ratio between the seismic isolator and the main structure, the damping plays an important role to control the response of the main structure.
- For low tuning frequencies of the isolator, it is possible to control the displacement associated with the isolator using high damping ratios.
- The damping increase in the seismic isolation system can reduce the deformation of the system.
- The active seismic isolation system could obtain a better behaviour than the passive isolation one, because the active system can generate an extra damping through the actuator force. Besides, using the correct control law, it is possible to introduce the force associated with the actuator at a specific time to reduce the resonance of the main structure, and deactivate this force when it is not necessary.
- This research is the first step to design an active control in structures able to obtain the accelerations of the main structure and the frequency of the earthquake to generate a response to avoid a possible resonant effect.

REFERENCES

- [1] SAMCO “Final Report 2006 F05 Guidelines for Structural Control”.
- [2] A.H. Haeri, K. Badamchi and H. Tajmir Riahi (2019) “Proposing a new hybrid friction-yielding-elastomeric bearing” *Journal of Vibration and Control*
- [3] Chia-Ming Chang, Syuan Shia and Cho Yen Yang (2017) “Design of Buildings with Seismic Isolation Using Linear Quadratic Algorithm”. X International Conference on Structural Dynamics, EURODYN 2017.
- [4] ASCE/SEI 7-16 “Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures”
- [5] Chia-Ming Chang, Zhihao Wang, Billie F Spenser “Application of Active Base Isolation Control” Dept. of Civil and Environmental Engineering Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, 61801, USA.
- [6] Hadj Mohamed Ounis, Abdelhafid Ounis, Nassim Djedouil “ A new approach for base isolation design in building codes” *Asian Journal of Civil Engineering*.
- [7] Chia-Ming Chang, Billie F. Spencer “An Experimental Study of Active Base Isolation Control for Seismic Protection”

Influence of infill masonry walls in RC building structures under corner-column failure scenarios

Buitrago, Manuel¹; Bertolesi, Elisa²; Calderón, Pedro A.³; Moragues, Juan J.⁴; Adam, Jose M.⁵

ABSTRACT

Extreme events may cause local damage to building structures, and this can be most serious when one or more columns fail. Several studies were carried out for the failure of interior or end columns. The major advances in this direction come from numerical studies and testing of scaled substructures. However, some of the alternative load paths can not be evaluated by testing substructures. In this study, a complete and real-scale RC building structure was carried out by ICITECH of the Universitat Politècnica de València to assess its progressive collapse behaviour under corner-column failure scenarios without and with the consideration of infill masonry walls. Before testing, as a reference for the experimental tests, a finite element model was developed in ABAQUS considering a dynamic analysis and material and geometrical non-linearities. This paper analyses the results predicted by the numerical simulation: alternative load paths, displacements and damage of the RC structure.

Keywords: extreme events, FEM, masonry, progressive collapse, RC structures.

1. Introduction

Extreme events (i.e. terrorist attacks, vehicle impacts, explosions, etc.) may cause local damage to building structures, and this can be most serious when one or more columns fail, leading to the progressive collapse of the entire structure or a large part of it [1]. Since the beginning of the 21st century there has been growing interest in the risks derived from extreme events, especially after the attacks on the Alfred P. Murrah Federal Building in Oklahoma in 1995 and on the World Trade Center in New York in 2001. The accent now is on achieving resilient buildings that can arrest progressive collapse after such an event, especially when they form part of critical infrastructures, have a large number of occupants, or are public buildings (e.g. hospitals, shopping centers, theaters, etc.), with the intention of preventing injuries and deaths [2–6].

To date, several studies have been carried out where the failure of interior or end columns have been studied [7–9]. However, the failure of corner columns has hardly been addressed, despite the vulnerability and major probability of an eventual progressive collapse triggered by a corner-column failure:

¹ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. mabuimo1@upv.es
(Corresponding author)

² ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. elber4@upv.es

³ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. pcaldero@upv.es

⁴ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. jmorague@upv.es

⁵ ICITECH, Universitat Politècnica de València. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain. joadmar@upv.es

- In a building structure, corner columns are the most exposed to extreme events, such as those due to terrorist attacks, vehicle impacts, or extreme environmental actions.
- The most advanced current standards consider corner columns as critical elements, whose sudden failure must be evaluated in the design phase of the structure.
- When a corner column fails, it is more difficult to find alternative loading paths.

The greatest advances in this direction come from numerical studies and testing of scaled substructures in the laboratory (e.g. [10,11]). However, some of the alternative load paths can not be evaluated by testing substructures, and results from numerical simulations are not reliable without the contrast with experimental and real results.

The research partially presented in this conference paper aims to fill the existing gap. In this study, dynamic and non-linear numerical models were performed to predict the behaviour of an experimental test. This test consisted of a real 3D building structure carried out by the ICITECH of the *Universitat Politècnica de València* (UPV). In this way, the novelty of the research and this conference paper remains in the assessment under real conditions of any alternative load path against corner-column failure scenarios. This study also includes an analysis of the influence of infill walls to arrest the progressive collapse of RC structures in corner-column failure scenarios.

2. A brief description of the building and the experimental test

A real-scale RC building was designed with only research purposes. This building had two floors of 2.8m height, four bays with 5.0m span length, flat-slabs 20cm thick and columns of 30x30cm². Prescriptions of Eurocode 2 [12] were adopted and a category of use corresponding to high occupancy buildings (C1, C2 o C3) [13] was chosen. In addition to the self-weight of the structure, a dead load of 2kN/m² and a uniformly distributed live load of 3kN/m² were considered in the design of the structure.

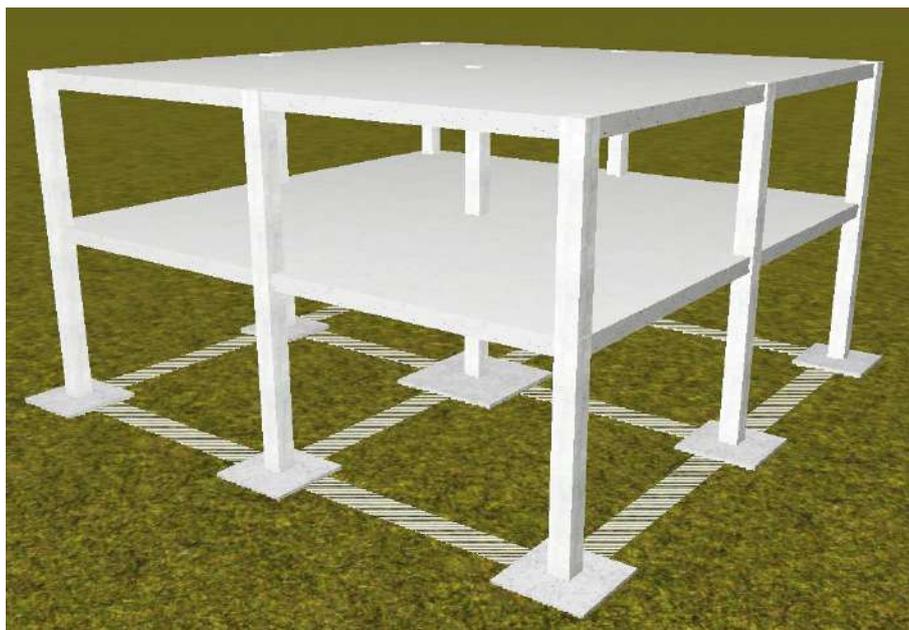


Figure 1. 3D view of the design.

The building, under accidental actions, was verified following EC-1, part 1-7 [2], for a consequence class 2b (Upper Risk Group). At this point, the building was designed using the simplified methodology of the tying forces and elements (horizontal and vertical ties). A discussion about the origins and the validity of the tying simplified methodology is discussed in [6]. As a result, the design of the building was only slightly modified with respect to the design without accidental actions. This is a common trend when considering flat-slabs, as pointed out in [6]. Fig. 2 shows an example of horizontal ties working after an internal-column loss.

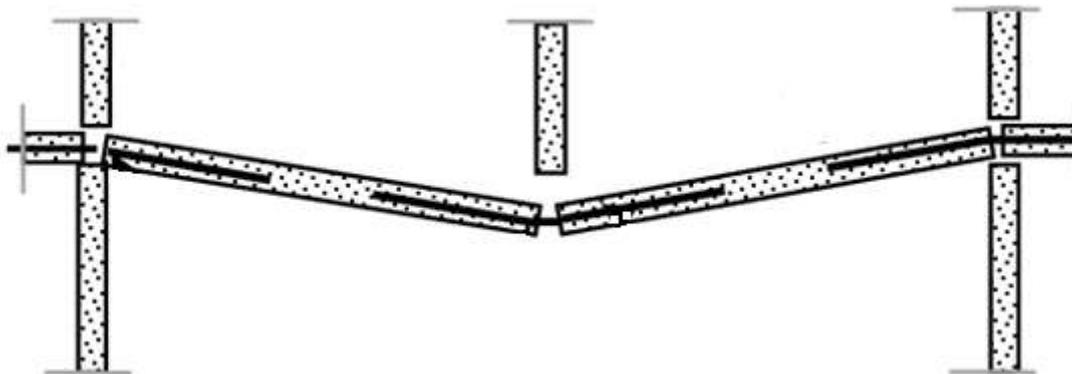


Figure 2. Example of horizontal ties working after an internal-column loss.

Two experimental tests for two different failure scenarios were considered in this study. In both cases, a corner-column loss was considered, selecting two opposite corners columns to avoid the influence of a damaged structure in the second test. These columns were steel-based (HE-300B profile) prepared with a mechanism to reproduce a sudden failure. Only the structure of the building was tested for the first failure scenario, whereas infill masonry walls were also introduced for the second failure scenario. These masonry walls were only reproduced in the first floor and in those modules with more influence in the defined corner-column failure scenario. Fig. 3 and Fig. 4 show the real building prepared for the first and the second failure scenarios, respectively.



Figure 3. Building and definition of the first failure scenario.



Figure 4. Building and definition of the second failure scenario.

Finally, and before testing the structures without and with infill masonry walls, the building was verified using the alternative load path method with the notional removal of the corner-columns selected (See Section 3). Results are presented in Section 4 and were used as a reference during the experimental tests.

3. Finite Element Model

A nonlinear dynamic finite element (FE) analysis was carried out in this work using ABAQUS Software [14] and considering material and geometrical non-linearities. The FE model included the RC structure, those steel columns prepared for the failure scenarios and the infill masonry walls (only in the second failure scenario).

RC and steel columns were modelled as BEAM elements (B33) with an elastic behaviour, considering that cracking in the concrete columns should be reduced. SHELL elements (S4R) were used for flat slabs and the infill masonry walls. For the floors, different areas with different amount of reinforcement were considered according to the structure design. A concrete damage plasticity model was adopted to reproduce the non-linear behaviour and damage of the concrete, adopting those expressions given by EC-2 [12]. As a first approach, results for the model with infill masonry walls were not predicted due to the variability of the results according to the unknown mechanical properties and connections with the RC structure. This model will be performed as a future work based on the

experimental tested mechanical properties of the materials and the results obtained from the test under the second failure scenario. Table 1 shows the parameters considered in this preliminary study.

Table 1. Mechanical properties of steel and concrete elements*.

Property	Value	
	Steel	Concrete
Modulus of Elasticity [MPa]	210000	33000
Poisson's Ratio	0.3	0.2
Compressive strength [MPa]	---	38
Tensile strength [MPa]	---	2.9

*Values should be modified in future works according to the experimental results

The lower nodes of the concrete columns of the ground floor had restricted displacements and rotations, whereas those corresponding to the steel columns had restricted displacements and free rotations. Fig. 5 shows a 3D view of the FE model.

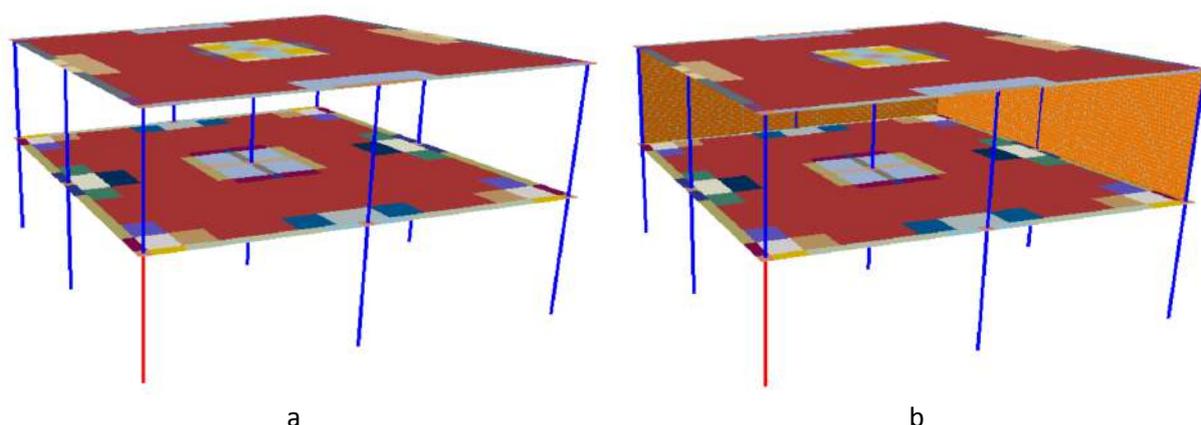


Figure 5. 3D view of the FE model without (a) and with infill masonry walls (b).

The self-weight was applied automatically with densities of 25kN/m^3 and 78.5kN/m^3 for concrete and steel, respectively. Dead load (DL) and live load (LL) were applied as a uniformly distributed mass on the slab. The accidental load combination was used in the analysis (i.e. $1.2\text{DL} + 0.5\text{LL}$) in accordance with GSA [3]. This load was also reproduced experimentally.

The gravity acceleration was introduced gradually over time using a ramp function within $t = 0.0\text{s}$ and $t = 1\text{s}$, similarly to Buitrago et al [15]. This was followed by an interval of stabilization and the introduction of the accidental events at $t = 1.0\text{s}$. The response of the structure was computed until $t = 2.0\text{s}$. As explained before, local failure scenarios followed the conventional notional member removal approach used traditionally for permanent structures to assess whether the structure can develop alternative load paths after accidental events [3,4,16–19]. Predicted results of the FE model are presented in Section 4 and were used as a reference for the experimental tests.

4. Predicted results without infill masonry walls

This Section presents the predicted results for the first failure scenario where there is no infill masonry walls in the structure. This is a common trend when considering structures under progressive collapse, in which secondary elements as infill masonry walls are not considered. Future works will analyse that this could conduct to not appropriate results since the secondary elements play an important role in arresting progressive collapse. Actually, infill masonry walls are considered as an important alternative loading path in accidental scenarios [1].

Fig. 6 and Fig. 7 show the time-dependent vertical displacement obtained in the centre of the bay attached to failed column and in the upper point of this column for the first failure scenario, respectively. As it is shown, the RC structure achieve an important deflection after the accidental event within $t = 1.0s$ and $t = 2.0s$. This response, as can be seen from the deformed shape, is governed by two main alternative load paths: a) bending; and b) Vierendeel action. Other alternative load paths, as membrane or arch action, were not mobilized in this case. Arch action can be mobilized when an external or internal column is lost, whereas membrane action is usually activated after the bending action, with high rotations at joints and a stiff horizontal restraint.

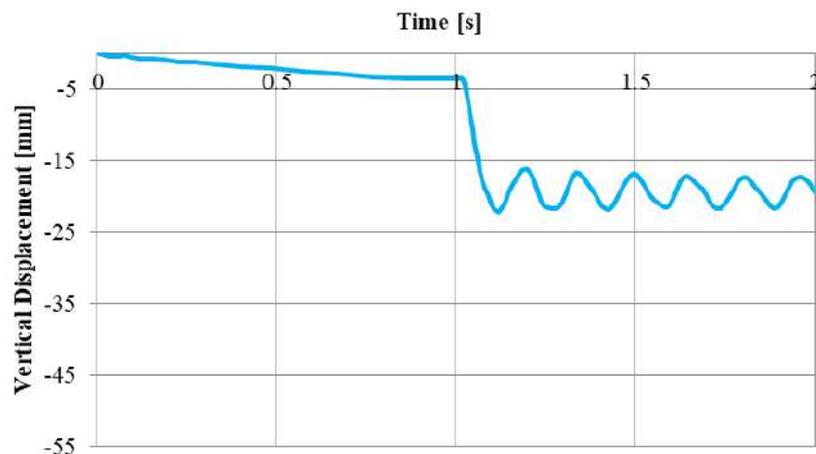


Figure 6. Position and time-dependent results (vertical displacement) in the center of the bay attached to the failed column.

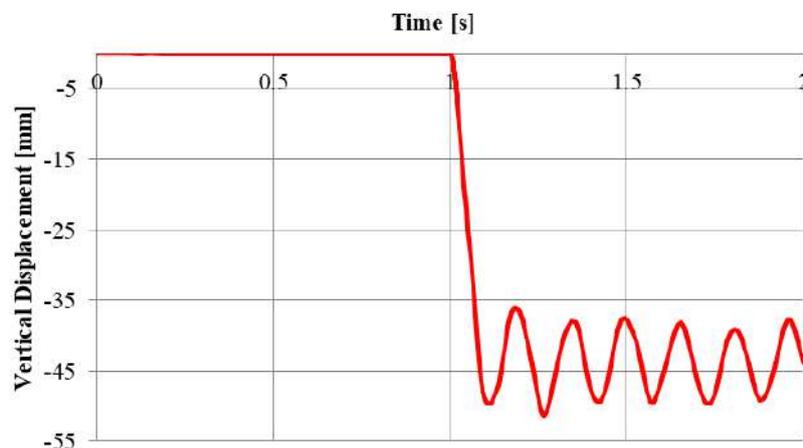


Figure 7. Position and time-dependent results (vertical displacement) in the upper point of the failed column.

Fig. 8 and Fig. 9 show the predicted damage (cracking) on the upper and lower part of the RC slabs, respectively. The most important cracked areas are represented as grey areas. As can be seen, this damage is localized in zones near the joints between slabs and columns, where negative bending moments are important after the accidental event. Damage is also localized in the bottom part of the slabs near the failed column due to the flexural stresses introduced by the Vierendeel action. As an example of what occurred in the experimental test, Fig. 10 shows a photography of some cracks produced on the slabs near to the column-slab joint attached to the failed column after the accidental event.

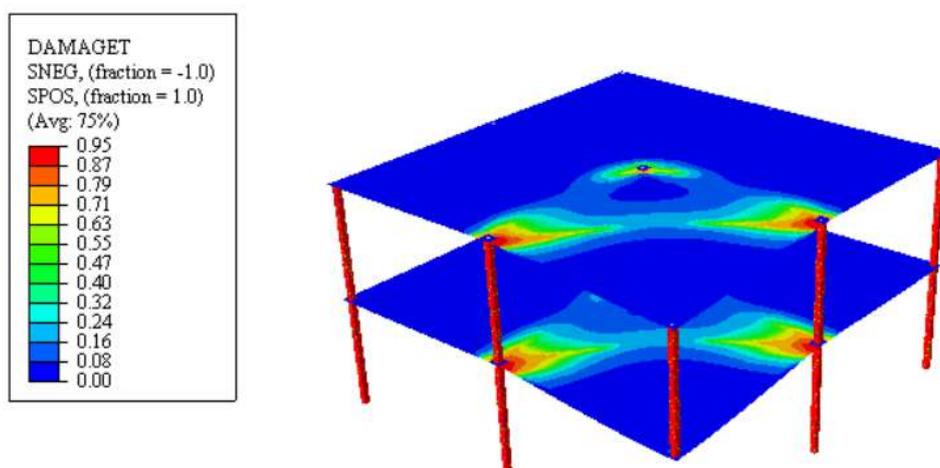


Figure 8. Predicted tensile damage of the upper part of RC slabs in the first failure scenario (deformed shape magnified 10 times) at 2 s.

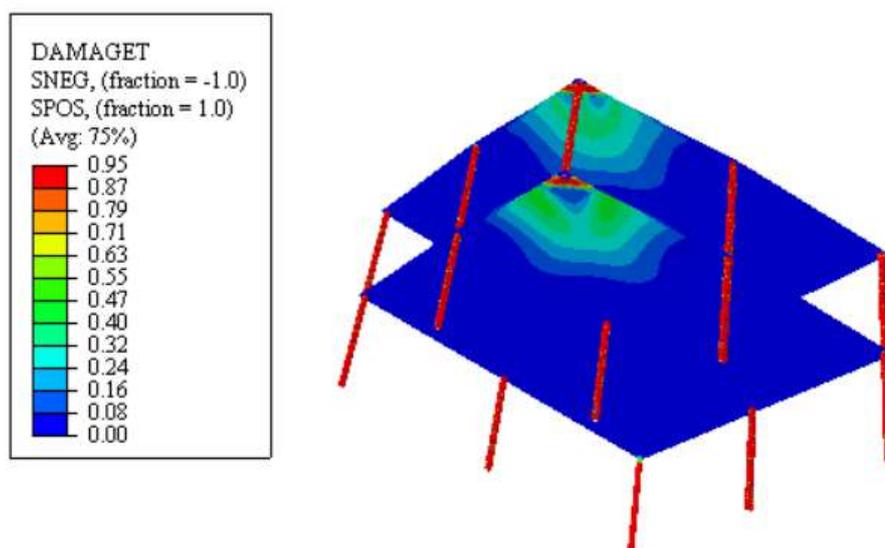


Figure 9. Predicted tensile damage of the lower part of RC slabs in the first failure scenario (deformed shape magnified 10 times) at 2 s.



Figure 10. Cracks on the slabs near the joint column-slab attached to the failed column after the accidental event in the experimental test.

With the inclusion of the infill masonry walls, we expect that the maximum vertical displacement and concrete damage are much lower than those predicted by the FE model without infill walls, as occurred in the experimental test (reduction about 80%-90% of the maximum vertical displacement).

5. Conclusions and future works

A real-scale RC building structure was carried out by ICITECH of the UPV to assess its progressive collapse behaviour under corner-column failure scenarios without and with the consideration of the infill masonry walls. Before testing, as a reference for the experimental tests, a FE model was developed to predict the most important results and the general behaviour of the RC structure. This FE analysis consisted on a dynamic nonlinear numerical analysis performed in ABAQUS. From the results obtained, the following conclusions can be drawn:

- The design following the simplified methodology of the tying forces and elements [2] did not require any additional reinforcement detail for the horizontal ties. This is a normal trend when considering flat-slabs.
- After a sudden column removal, the RC structure was able to withstand the accidental action with the activation of some alternative load path.
- The accidental event produced some important deflections and damage on the RC structure. However, after the accidental event, the integrity of the structure was maintained and it was able to arrest effectively the possibility of propagating and triggering a progressive collapse.
- Bending and Vierendeel actions were the most important alternative load paths under corner-column failure scenarios. As it is confirmed by experimental testing, infill masonry walls were another important alternative load path, highly reducing displacements and damage of the RC structure. Other alternative load paths, as arch or membrane actions, were not activated. Arch action is not present in corner-column losses, whereas membrane action needs high rotations on column-slabs joints and stiff horizontal restrains, which is not the case of this experimental test and numerical simulation.

As future works, analysis with dynamic nonlinear numerical simulations fitted to the experimental results without and with infill masonry walls will be developed to precisely analyse the different

alternative load paths and the influence of introducing the infill masonry walls on the structural behaviour against progressive collapse. This analysis will be extended to other cases through parametric analysis and other types of RC buildings.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to express their gratitude to the *Fundación BBVA* for the funding provided by “Becas Leonardo a Investigadores y Creadores Culturales 2017” program, to the Spanish Ministry of Economy, Industry and Competitiveness for the funding provided through project BIA2017-88322-R-AR, and also for the invaluable cooperation of the *Levantina, Ingeniería y Construcción S.L.* (LIC) company.

REFERENCES

- [1] Adam JM, Parisi F, Sagaseta J, Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21 st century. *Eng Struct* 2018;173:122–49. doi:10.1016/j.engstruct.2018.06.082.
- [2] EN 1991-1-7. Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-7: General actions - Accidental actions 2006.
- [3] GSA. General Services Administration. Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major organization projects 2013.
- [4] DoD. Department of Defense. Design of buildings to resist progressive collapse (UFC 4-023-03) 2009.
- [5] BS 5975. Code of practice for temporary works procedures and the permissible stress design of falsework 2011.
- [6] Russell JM, Sagaseta J, Cormie D, Jones AEK. Historical review of prescriptive design rules for robustness after the collapse of Ronan Point. *Structures* 2019;20:365–73. doi:10.1016/j.istruc.2019.04.011.
- [7] Sasani M, Sagioglu S. Gravity load redistribution and progressive collapse resistance of 20-story reinforced concrete structure following loss of interior column. *ACI Struct J* 2010;107:636–44.
- [8] Xue H, Gilbert BP, Guan H, Lu X, Li Y, Ma F, et al. Load Transfer and Collapse Resistance of RC Flat Plates under Interior Column Removal Scenario. *J Struct Eng (United States)* 2018;144:1–15. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002090.
- [9] Peng Z, Orton SL, Liu J, Tian Y. Experimental Study of Dynamic Progressive Collapse in Flat-Plate Buildings Subjected to Exterior Column Removal. *J Struct Eng* 2017;143:04017125. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001865.
- [10] Ma F, Gilbert BP, Guan H, Xue H, Lu X, Li Y. Experimental study on the progressive collapse behaviour of RC flat plate substructures subjected to corner column removal scenarios. *Eng Struct* 2019;180:728–41. doi:10.1016/j.engstruct.2018.11.043.
- [11] Kai Q, Bing L. Experimental study of drop panel effects on response of reinforced concrete flat slabs after loss of corner column. *ACI Struct J* 2013:845–56.
- [12] EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings 2004.

- [13] EN 1991-1-1. Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-1: Densities, self-weight, imposed loads for buildings 2003.
- [14] ABAQUS v16.4. Abaqus, Theory manual 2016.
- [15] Buitrago M, Sagaseta J, Adam JM. Effects of sudden failure of shoring elements in concrete building structures under construction. *Eng Struct* 2018;172:508–22. doi:10.1016/j.engstruct.2018.06.052.
- [16] Olmati P, Sagaseta J, Cormie D, Jones AEK. Simplified reliability analysis of punching in reinforced concrete flat slab buildings under accidental actions. *Eng Struct* 2017;130:83–98. doi:10.1016/j.engstruct.2016.09.061.
- [17] Qian K, Li B. Performance of Three-Dimensional Reinforced Concrete Beam-Column Substructures under Loss of a Corner Column Scenario. *J Struct Eng* 2013;139:584–94. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000630.
- [18] Dat PX, Tan KH. Experimental Response of Beam-Slab Substructures Subject to Penultimate-External Column Removal. *J Struct Eng* 2015;141:1–12. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001123.
- [19] Sagaseta J, Ulaeto N, Russell J. Structural robustness of concrete flat slab structures. *ACI Struct J* 2017;315:273–98.

Laboratory dynamic structural testing. Methods and applications

Ramírez Senent, José¹; García Palacios, Jaime H.²; Díaz, Iván M.³; Goicolea, José M.³

ABSTRACT

Regardless of the advances in simulation power of computers and material constitutive models, there is an agreement with the need of structural experimental testing. In particular, great effort has been made to understand the performance of structures under exceptional loads such as earthquakes or impacts.

Several methods have been used in structural testing: quasi-static testing, shake tables and hybrid simulation. In the latter, only some parts of the structure are experimentally tested, whereas the others are numerically simulated. Test progresses as the results of the physical test are fed into the model and its outputs are imposed on the physical substructure.

In this work, a review of these methods is presented comparing their strengths, weaknesses and areas of application. Emphasis is put on hybrid simulation and application possibilities to areas different than Seismic Engineering are suggested; for instance: testing of vibration damping devices under crowd induced forces or problems such as fluid or vehicle-structure interaction.

Keywords: Dynamic testing, Hybrid simulation, Substructuring, Pseudo-dynamic testing

1. INTRODUCTION

Thanks to the advances in simulation power of computers and in material constitutive models, there has been an undoubted improvement in the quality of numerical dynamic analysis of structures; however, there is still a strong need for experimental testing, particularly, when studying severe loading cases in which structures are likely to undergo non-linear deformations. A clear example of these scenarios are earthquakes, being Seismic Engineering the root discipline around which the testing methods discussed in this work originated.

Three techniques have been widely used to perform seismic testing of structures [1,2]; i.e.: quasi-static testing, shake table testing and hybrid simulation, with its several variants such as: conventional pseudo-dynamic testing [3], pseudo-dynamic testing with substructuring [4], real-time hybrid simulation [5] and the effective force method [6]. The first two are quite well established and mature

¹ Vzero Engineering Solutions, S.L. (SPAIN), ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos UPM (SPAIN).
jrsenent@hotmail.com (Corresponding author)

² Ingeniería Civil: Hidráulica, Energía y Medio Ambiente. ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos UPM (SPAIN). jaime.garcia.palacios@upm.es

³ Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETS Ingenieros Caminos Canales y Puertos UPM (SPAIN). ivan.munoz@upm.es ; jose.goicolea@upm.es

approaches, whereas in hybrid simulation, despite the fact that it has been used for more than four decades now, there are continuous advances and developments; not only in Seismic Engineering, but also in other areas such as Mechanical, Aeronautical or Aerospace Engineering. Other structural testing techniques such as operational modal analysis (OMA), experimental modal analysis (EMA) or centrifuge machine tests will not be dealt with in this work.

The remainder of this paper is organized as follows. In section 2 a brief description of quasi-static method is given, section 3 deals with shake table testing, paying special attention to its critical subsystem; i.e.: the control system. Section 4 describes hybrid simulation in more detail, with its previously mentioned modalities, giving considerations on test set-ups, numerical time stepping algorithms, substructuring approaches and areas of application. In section 5, some classical applications of hybrid simulation are briefly reviewed, together with an outline of other potential ones. Finally, some conclusions are provided in section 5.

2. QUASI-STATIC TESTING

In quasi-static tests, the structure under test (SUT) is subjected to a predefined time history of displacements or forces (cyclic or monotonic) at given locations by means of hydraulic actuators commanded by servovalves. Displacements or loads on the SUT are imposed at low speed in comparison to those the specimen would experience in the real event [1,2].

Fig. 1 shows a schematic arrangement for quasi-static testing in a three-storey building. Typically, these set-ups consist on a strong floor where SUT is installed and a wall to react actuators forces. In order to minimize reaction wall deformation effects, displacement transducers are commonly installed in auxiliary support structures. Very often, actuators count with rod and body swivels to relieve them from side-loads and optimize load application onto the SUT.

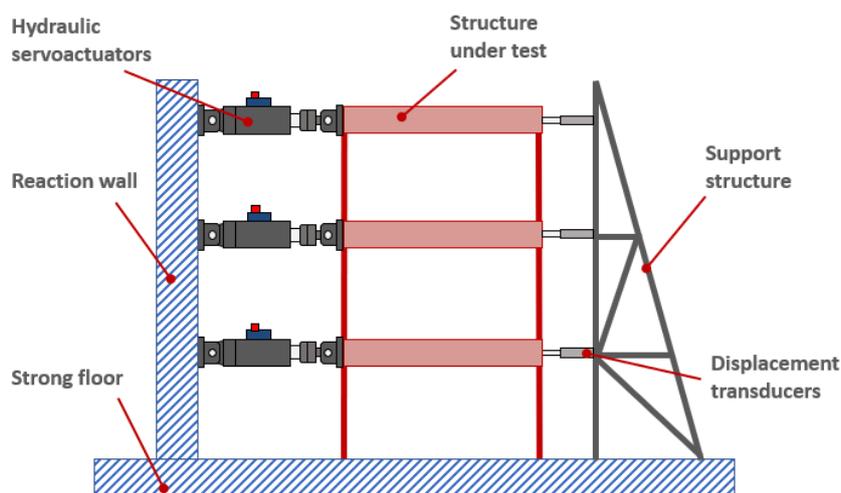


Figure 1. *Quasi-static test set-up.*

The fact that loads are slowly imposed on the SUT has several implications. Firstly, velocity and frequency range of operation demands for servoactuators are reduced; therefore, standard cylinders, with polymeric bearings are commonly employed. The reduced load application speed implies a reduction in flow rates demanded by the actuators; consequently, servovalves needed are simple with

modest frequential performance requirements and hydraulic power unit (HPU) needed to provide the demanded flow rate can be of reduced size.

Control system required to perform this type of tests is also quite simple due to the low operation velocities and frequencies. Normally, standard proportional-integral-derivative (PID) controllers, using displacement or force transducers as feedback signals, are used with proportional and integral actions enabled. Since these tests are carried out at reduced speeds, the quality of time history tracking and recorded measurements is usually very good.

Quasi-static tests can be performed with full-scale specimens or single elements imposing unidirectional or multidirectional loads. Their aims are to characterize structural properties or performances of the SUT, for instance, under load reversals such as the ones taking place in earthquakes or low cycle fatigue as well as to obtain data that later can be used in numerical models. These tests do not capture dynamic behavior of the specimen and therefore cannot be used with SUTs which exhibit rate-dependent effects; nevertheless, they are widely used in many engineering fields because of the valuable information they provide.

3. SHAKE TABLE TESTING

In shake table testing, full-scale or scaled SUTs are installed on a rigid platform (shake table) which is able to move in one or several DoF (Degrees of Freedom) according to prescribed acceleration profiles such as accelerograms. These platforms are usually powered by hydraulic servoactuators set up in a configuration capable of reproducing the desired motion DoFs [7].

There are multiple morphologies of shake tables depending on their specific purposes. The simplest one corresponds to uniaxial motion and, excluding special applications such as multiple shake tables or table-on-table configurations [8], the most complex features six DoF (three translations and three rotations) usually employing more than six actuators; therefore leading to, difficult to control, over-constrained Multiple Input-Multiple Output (MIMO) set-ups [9]. Fig. 2 illustrates examples of one, two, three and six DoF shake table concepts.



Figure 2. (a) one DoF, (b) two DoF, (c) three DoF and (d) four DoF shake table concepts. Courtesy of Vzzero Engineering Solutions, S.L.

Sizes of shake tables range, in their standard configuration, from one to five meters and payloads may be as high as 50 t. Due to the high forces developed by the servoactuators and their frequency content, an independent foundation with some kind of vibration isolation system (airmounts, metallic springs or polymeric layers), is usually required to isolate the source of unwanted vibration constituted by the testing system from the rest of the building [10].

A key factor in the success of this kind of testing facilities is the correct design of the shake table. On the one hand, the platform must be as rigid as possible, so that its dynamics do not interact with those of the specimen; that is: its natural modes do not fall within the operational frequency range of the system and the boundary conditions to which the specimen is intended to be subjected, are correctly reproduced. On the other, the table must be as light as possible to optimize servoactuators size while being able to withstand operational loads observing infinite-life criteria. Both circumstances lead to carry out exhaustive Finite Element Method (FEM) studies during the design process, in which representative SUTs must be incorporated. Fig. 3 illustrates typical outputs of these studies, showing first specimen mode shift.

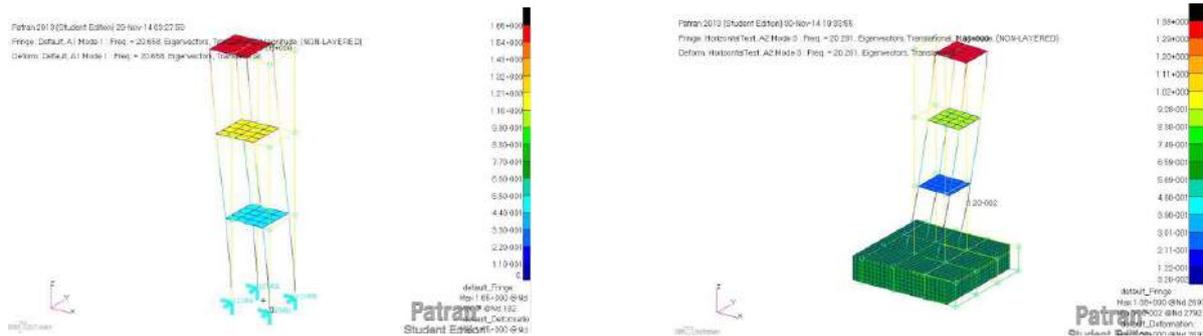


Figure 3. Typical FEM studies carried out during shake table design.

The actuation systems required for shake table systems are way more complex than those used for quasi-static tests, being the main reasons the velocity and frequency range requirements. These two facts imply increased demands for both actuators and servovalves. The former must allow for accurate dynamic operation while providing the required (high) loads. For this reason, they are usually equipped with advanced elements such as low friction hydrodynamic or hydrostatic rod bearings and adjustable backlash swivels, both of which minimize non-linearities, thus improving system controllability. The latter must deal with high flow rates at high frequencies; therefore three-stage servovalves are commonly used in these facilities. Due to the high loads and velocities demanded, it is clear that HPUs in these installations feature a high-power consumption.

The most challenging subsystem in a shake table is, however, the control system, especially in MIMO configurations. A commonly adopted approach for the control problem is the usage of two nested controllers; i.e.: the Inner Loop Controller (ILC) and the Outer Loop Controller (OLC).

OLC is in charge of overall system identification, adaptive DoF compensation and solution of inverse and direct kinematics relationships. Fig. 4 shows a block diagram illustrating the main components of a shake table control system using this approach.

The iterative algorithm shown in the block diagram takes the form in Eq. (1).

$$\mathbf{v}_{\text{DoF}}(\omega)^{N+1} = \mathbf{v}_{\text{DoF}}(\omega)^N + \mathbf{Z} [\mathbf{a}_{\text{DoF,ref}}(\omega) - \mathbf{a}_{\text{DoF}}(\omega)]\mathbf{K} \quad (1)$$

Where \mathbf{Z} is the impedance matrix of the system, \mathbf{K} is a matrix of correction gains, \mathbf{v}_{DoF} is the vector of DoF drives and $\mathbf{a}_{\text{DoF,ref}}$ is the vector of desired DoF accelerations and \mathbf{a}_{DoF} is the vector of achieved accelerations, all expressed in frequency domain. The impedance matrix is identified at the beginning

of each test by outputting low level, uncorrelated random stimuli for each DoF and recording accelerometers response, adequately combined by means of direct kinematics relationships and may be updated during the test to account for the changing behavior of SUT, especially when undergoes non-linear deformation [7].

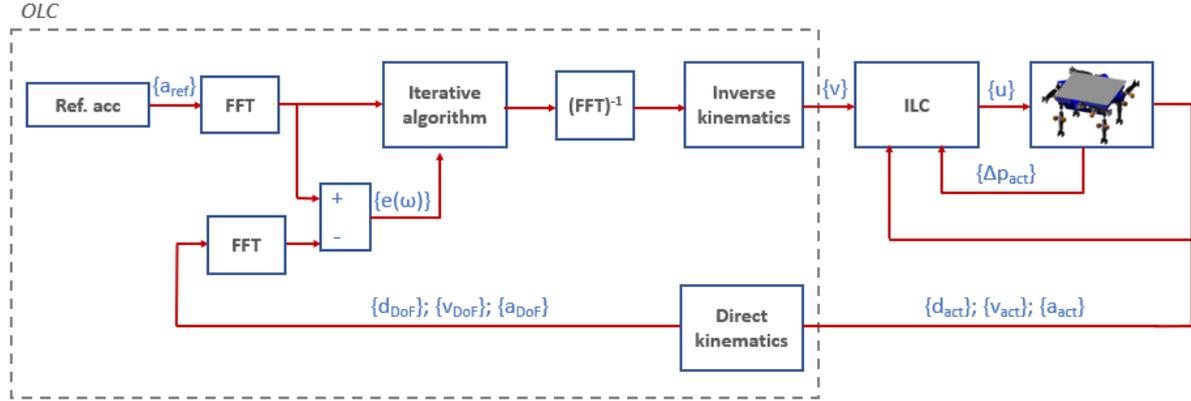


Figure 4. Shake table control system block diagram

ILC is in charge of single actuator control and receives the commands synthesized by the OLC. Several control strategies such as PID control, state space schemes or Three Variable Control (TVC) have been used for shake table control, being the main issues the high non-linearity of the hydraulic actuation system (Fig. 5), see Eq. (2), Eq. (3) and Eq. (4) describing time evolution of pressures in cylinder's chambers, servovalve flows and equation of motion for a single actuator respectively [11].

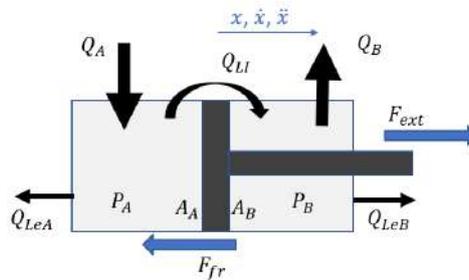


Figure 5. Hydraulic actuator variables and sign criteria

$$\frac{(V_{0A} + A_A x)}{\beta_A} \dot{P}_A + A_A \dot{x} = Q_A - Q_{LI} - Q_{LeA}; \quad \frac{(V_{0B} - A_B x)}{\beta_B} \dot{P}_B - A_B \dot{x} = -Q_B + Q_{LI} - Q_{LeB} \quad (2)$$

$$Q_A = \begin{cases} 0; & \text{if } y_{sp} = 0 \\ f(y_{sp}) \operatorname{sgn}(P_S - P_A) \sqrt{|P_S - P_A|}; & \text{if } y_{sp} > 0 \\ f(y_{sp}) \operatorname{sgn}(P_A - P_R) \sqrt{|P_A - P_R|}; & \text{if } y_{sp} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$Q_B = \begin{cases} 0; & \text{if } y_{sp} = 0 \\ f(y_{sp}) \operatorname{sgn}(P_B - P_R) \sqrt{|P_B - P_R|}; & \text{if } y_{sp} > 0 \\ f(y_{sp}) \operatorname{sgn}(P_S - P_B) \sqrt{|P_S - P_B|}; & \text{if } y_{sp} < 0 \end{cases}$$

$$m_p \ddot{x}_p = P_A A_A - P_B A_B - F_f + F_{ext} \quad (4)$$

Where A and B denote actuator chambers (extension and retraction), A_A and A_B are wet areas, P_A and P_B pressures, V_{OA} and V_{OB} dead volumes, β_A and β_B effective Bulk moduli, Q_A and Q_B main flow rates, Q_{LeA} and Q_{LeB} external leakage flow rates, Q_{Li} internal leakage flow rate, y_{sp} servovalve spool position, P_S and P_R supply and return pressures respectively, m_p piston mass, F_f friction force and F_{ext} external force on piston rod. Displacement is represented by x and its time derivatives are denoted with successive upper dots.

Other approach for shake table control consists in using the Minimal Control Synthesis (MCS) algorithm [12] which tries to match the output of a non-linear system to that of a reference system and counts with the attractive advantage of not requiring a pre-test system identification. This approach can be implemented at each servoactuator control loop level, provided it is accessible, or at OLC level [2]. In both cases, MCS algorithm follows the structure shown in Fig. 6.

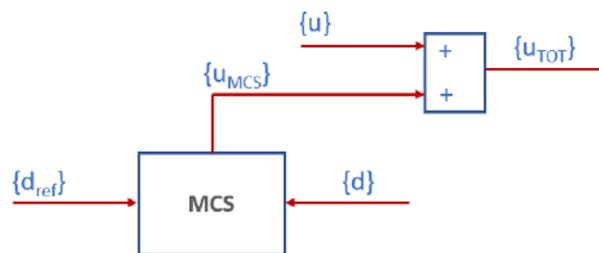


Figure 6. MCS algorithm application block diagram

Despite the fact that shake table testing yields the true dynamic response of SUTs, testing of full-scale structures is very often unpractical or impossible due to the prohibitive investment that such large tables would imply in terms of civil works, mechanical and hydraulic actuation systems; nevertheless, some large shake tables have been built in Japan and the U.S. [2,7]. Hence, shake table testing is usually reserved to scaled SUTs, with the difficulties associated to scale laws application [13], or real size components. Regarding component testing, a remarkable and relatively recent application of shake tables is RTHSTT (Real Time Hybrid Shake Table Testing) as it will be seen in next section.

4. HYBRID SIMULATION

In Hybrid Simulation, one or several parts of the SUT (usually the one(s) whose behavior is less understood and/or likely to undergo inelastic deformations) is experimentally tested, while the remainder of the structure is numerically modelled. In a typical test-even though there are different formulations-the displacements at the interface of both domains are calculated by means of a numerical time stepping algorithm and are applied to the experimental structure through hydraulic actuators; restoring forces are then measured and fed back to the numerical model, which calculates displacements to impose on SUT at next time step to proceed with the test. One key point of Hybrid Simulation is that the division of total system into both numerical and experimental subsystems does not need to be performed only along geometrical boundaries, but can also be based on stiffness, damping and inertial properties [14].

If hybrid tests are performed in an expanded time scale; i.e.: at reduced load application speeds, inertial and rate-dependent dissipative properties of the experimental structure need to be accounted for

numerically. On the other hand, if tests are carried out at real speeds, which usually happens with reduced size experimental substructures, inertial and rate-dependent dissipative features are identified in real time by force measurements. In the former group of tests, simple set-ups and actuators similar to those shown on Fig. 1 are used. In the latter, dynamic actuators and a complex control system must be used, but the required power is low, since only small components need to be subjected to dynamic loading.

Consequently, Hybrid Simulation can count, in principle, with the advantages of both quasi-static and shake table; that is, dynamic behavior of full-scale SUTs can be reasonably well captured (when certain structural and material conditions are met) while keeping investment in testing equipment and infrastructure within reasonable limits. Different variants of Hybrid Testing are reviewed in next sections.

4.1. Pseudo-dynamic testing

Pseudo-dynamic testing was first introduced by Hakuno [15] and first implementation was carried out by Takanashi [3]. This approach can provide dynamic structural response if the following conditions are met: (a) SUT can be accurately modelled by a set of lumped masses and (b) structure does not exhibit rate-dependent effects.

The idea behind of this approach is to subject certain points of the SUT (nodes) at each time, in a quasi-static manner, to displacements calculated by a numerical time marching algorithm. The numerical scheme makes use of the known external forces value and values of structural restoring force measured by transducers at that time step, to solve equations of motion, Eq. (5) yielding displacement vector to impose to the structure at the next time step.

$$M\ddot{x}_{n+1} + C\dot{x}_{n+1} + r_{n+1}(\dot{x}_{n+1}, x_{n+1}) = f_{n+1} \quad (5)$$

Where M and C represent mass and viscous damping matrices respectively, r_{n+1} is the vector of restoring forces developed by the structure, f_{n+1} is the vector of external forces acting on the structure and x_{n+1} is the vector of nodal displacements evaluated at instant t_{n+1} . Differentiation with time is denoted by successive upper dots. A diagram describing this testing method is shown on Fig. 7.

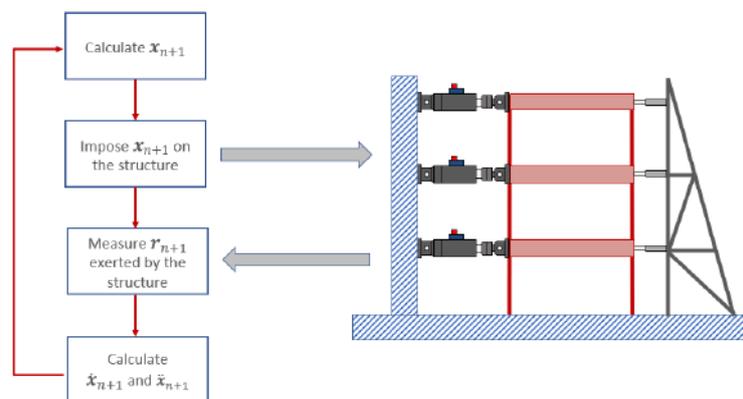


Figure 7. Pseudo-dynamic testing method generic schematic diagram

The numerical scheme used for the solution of the equations of motion is of capital importance, both in terms of accuracy and stability, for the successful performance of pseudo-dynamic tests. Newmark based integration algorithms have been widely used [16], see Eq. (6) and Eq. (7) which give expressions of velocities and displacements according to this method.

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \dot{\mathbf{x}}_i + \Delta t[(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{x}}_i + \gamma\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}] \quad (6)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \Delta t\dot{\mathbf{x}}_i + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{x}}_i + \beta\ddot{\mathbf{x}}_{i+1} \right] \quad (7)$$

Integration schemes defined by the family of methods defined in Eq. (6) and Eq. (7) can be explicit or implicit depending on the values of parameters γ and β . Explicit methods have the advantage that displacements at a certain time step can be calculated as a function of variables in previous time step while with implicit methods iteration of some kind must be performed, which may have negative effects on the structure such as overshooting and non-smooth trajectories until final desired position is achieved [17]. On the other hand, explicit methods are only stable for values of Δt less than a critical time-step T_{min}/π where T_{min} is the minimum period of the structure.

In order to damp out higher frequency modes, which are prone to rapid error accumulation, while retaining lower modes contribution, a modified version of the Newmark method; i.e.: the Hilber Alpha method [18] has been used to solve a shifted version of the equations of motion, see Eq. (8) and Eq. (9), using the expressions for displacements and velocities given by Eq. (6) and Eq. (7).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{n+1} + (1 + \alpha)\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_{n+1} + \alpha\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_n + (1 + \alpha)\mathbf{r}_{n+1} + \alpha\mathbf{r}_n = (1 + \alpha)\mathbf{f}_{n+1} + \alpha\mathbf{f}_n \quad (8)$$

$$-\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0, \quad \beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha^2), \quad \gamma = \frac{1}{2}(1 - 2\alpha^2) \quad (9)$$

The dissipative features of the scheme increase when α decreases and classical Newmark method is recovered when α equals 0.

Nakashima [19] developed the Operator Splitting (OS) method which aims at combining the advantages of explicit and implicit methods. For that purpose, Eq. (6) and Eq. (7) can be recast using a predictor and a corrector term, see Eq. (8) and Eq. (9).

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \dot{\mathbf{x}}_{i+1}^* + \Delta t\gamma\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}; \quad \dot{\mathbf{x}}_{i+1}^* = \dot{\mathbf{x}}_i + \Delta t(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{x}}_i \quad (8)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{i+1}^* + \Delta t^2\beta\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}; \quad \mathbf{x}_{i+1}^* = \mathbf{x}_i + \Delta t\dot{\mathbf{x}}_i + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{x}}_i \quad (9)$$

And restoring forces estimated by the linear expansion in Eq. (10).

$$\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{r}_{n+1}^* + \hat{\mathbf{K}}[\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_{i+1}^*] \quad (10)$$

Where \mathbf{r}_{n+1}^* is the vector of restoring forces corresponding to $\dot{\mathbf{x}}_{i+1}^*$ and $\hat{\mathbf{K}}$ is an estimate of the tangent stiffness of the structure which can be taken as the initial structure stiffness. By substituting Eq. (8) and Eq. (9) in Eq. (10) a linear system of equations is obtained which allows for $\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}$ calculation, see Eq. (11).

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}}_{n+1} = \bar{\mathbf{f}}_{n+1} \quad (11)$$

The test proceeds as follows: at the beginning of time step t_{n+1} predictors \mathbf{x}_{i+1}^* and $\dot{\mathbf{x}}_{i+1}^*$ are calculated making use of variable values at previous time step. Then, displacements \mathbf{x}_{i+1}^* are imposed on the structure and \mathbf{r}_{n+1}^* are measured. Finally, accelerations $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}$ are calculated by means of Eq. 11 and displacements \mathbf{x}_{i+1} and velocities $\dot{\mathbf{x}}_{i+1}$ are calculated via Eq. (8) and Eq. (9). Versions of this algorithm with a fixed number of iterations can also be implemented [20].

Many researchers have studied the origin and effect of the unavoidable errors present in Pseudo-dynamic testing [21]. Besides the intrinsic errors due to structural discretization and numerical scheme, which should be assessed with numerical analysis techniques, those arising from electrical noise, AD and DA conversion, resolution and accuracy of measurement and control instruments, load relaxation in wait periods, support motion and friction among others, enter the numerical solution process and may be carried over subsequent solution steps. These errors can lead to incorrect simulation results or even instabilities during a test; in particular, due to their systematic components; i.e. systematic undershooting is equivalent to adding energy to the higher modes of the structure [22]

While most of these errors can usually be minimized by correct instrumentation, hardware and control strategy selection, others like load relaxation could also be considered intrinsic to the way tests are carried out. This is the reason why Continuous PsD testing was developed. In this modality of Pseudo-dynamic testing, the hold and stabilization periods used in its conventional counterpart for displacement imposition are eliminated, thus allowing for continuous actuator motion reducing relaxation issues and increasing signal to noise ratio [17].

4.2. Pseudo-dynamic testing with substructuring

Full advantage of the hybrid nature of Pseudo-dynamic testing can be attained when performing substructured tests. In this technique, one or more parts of the structure (usually the ones not sufficiently well understood) are physically tested while the remainder of the structure is numerically modelled. Since these tests are not performed at real event speed, the integration of a numerical model accounting for the inertial and dissipative properties of the experimental substructure is also required for the correct execution of the test and actual restoring forces of the physical specimen are read and incorporated in the loop. Consequently, numerical algorithms that best fit both domains characteristics can be selected. An example of a four storey shear building substructured Pseudo-dynamic test set up is shown in Fig. 8.

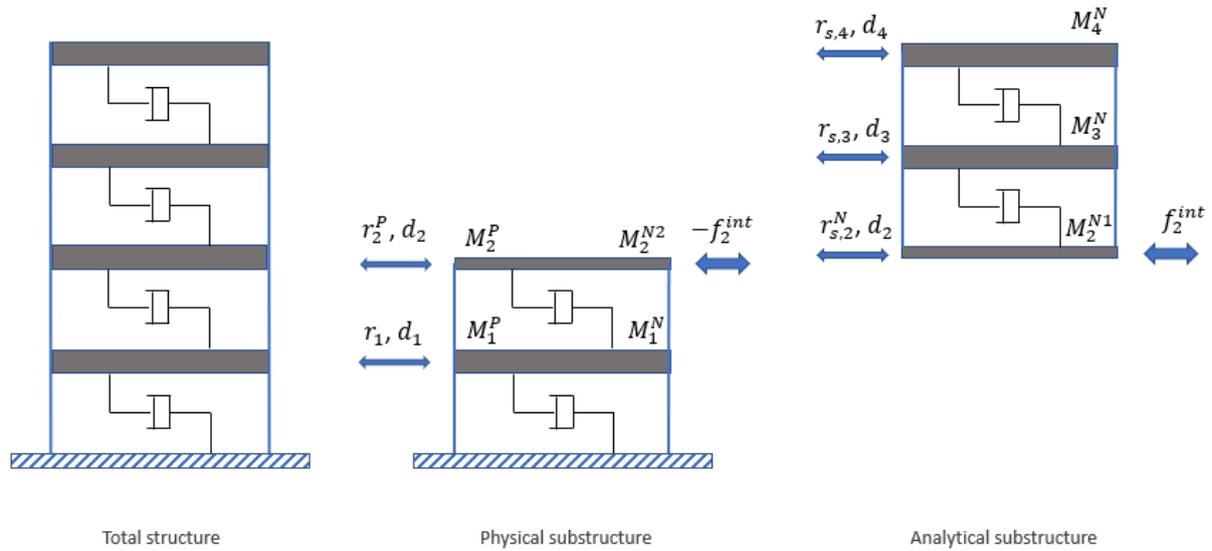


Figure 8. Pseudo-dynamic testing with substructuring on a four storey shear building

In what follows, the Coupled Subdomain Approach [14], will be described in more detail. First, it is assumed that the behavior of the structure can be appropriately described by the following set of spatially discretized equations of motion, see Eq. (12).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{r}_s = \mathbf{f} \quad (12)$$

In which the meaning of the terms is the same as those in Eq. (5). These equations can be written in the form shown in Eq. (13).

$$(\mathbf{M}^N + \mathbf{M}^P)\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C}^N + \mathbf{C}^P)\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{r}_s^N + \mathbf{r}_s^P = \mathbf{f} \quad (13)$$

Where superscripts N and P make reference to the numerical and physical subsystems. Matrices and vectors in Eq. (13), can be cast in a partitioned manner as shown in Eq. (14) and Eq. (15).

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_N \\ \ddot{\mathbf{x}}_I \\ \ddot{\mathbf{x}}_P \end{Bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_N \\ \dot{\mathbf{x}}_I \\ \dot{\mathbf{x}}_P \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{r}_s^N = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_{s,N} \\ \mathbf{r}_{s,I}^N \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{r}_s^P = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_{s,I}^P \\ \mathbf{r}_{s,P} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{M}^N = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{NN}^N & \mathbf{M}_{NI}^N & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{IN}^N & \mathbf{M}_{II}^N & \mathbf{M}_{IP}^N \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{PI}^N & \mathbf{M}_{PP}^N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{II}^P & \mathbf{M}_{IP}^P \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{PI}^P & \mathbf{M}_{PP}^P \end{bmatrix} \quad (15)$$

In which subscripts refer to the DoFs belonging to the numerical (N), physical (P) and interface (I) of both domains and superscripts to the subdomain in which quantities are accounted for. Now, proceeding according to the domain decomposition method, both subsystems are dealt with as separate domains coupled by the interaction forces present at their interface DoFs, see Eq. (16) and Eq. (17).

$$\begin{bmatrix} M_{NN}^N & M_{NI}^N \\ M_{IN}^N & M_{II}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_N \\ \ddot{x}_I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{NN}^N & C_{NI}^N \\ C_{IN}^N & C_{II}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_N \\ \dot{x}_I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{s,N} \\ r_{s,I} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_N \\ f_I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ f_I^{int} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} M_{II}^N & M_{IP}^N \\ M_{PI}^N & M_{PP}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_I \\ \ddot{x}_E \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{II}^{N2} & C_{IP}^N \\ C_{PI}^N & C_{PP}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_N \\ \dot{x}_I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_I^P \\ r_P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_I^P \\ r_E \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -f_I^{int} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

These systems of equations must be solved satisfying compatibility and equilibrium conditions, which leads to Lagrange multipliers problems with relatively complex domain interaction solution algorithms in which generally, interface velocity continuity is imposed. See [17] for more details.

4.3. Real-time hybrid simulation

One major drawback of Pseudo-dynamic testing with substructuring is its inability of capturing dynamic behavior of the SUT; i.e.: rate-dependent effects such as those manifested by secondary structures (fluid, magneto-rheological and pendulum dampers, etc.) or by the SUT itself. To be able to cope with velocity sensitive substructures, Real-time hybrid simulation was developed [5].

When employing this testing technique, only numerical substructure is solved by means of a time marching algorithm, see Eq. (16). Restoring forces developed by the numerical structure are directly measured by load transducers and include static, dissipative and inertial components, as these tests are carried out at actual deformation velocities. Therefore, numerical solution of Eq. (17) is not required, and structural response is obtained by pure dynamic testing without modelling assumptions [14]

An example of Real time hybrid simulation test set up for the same four storey building discussed previously is shown in Fig. 9.

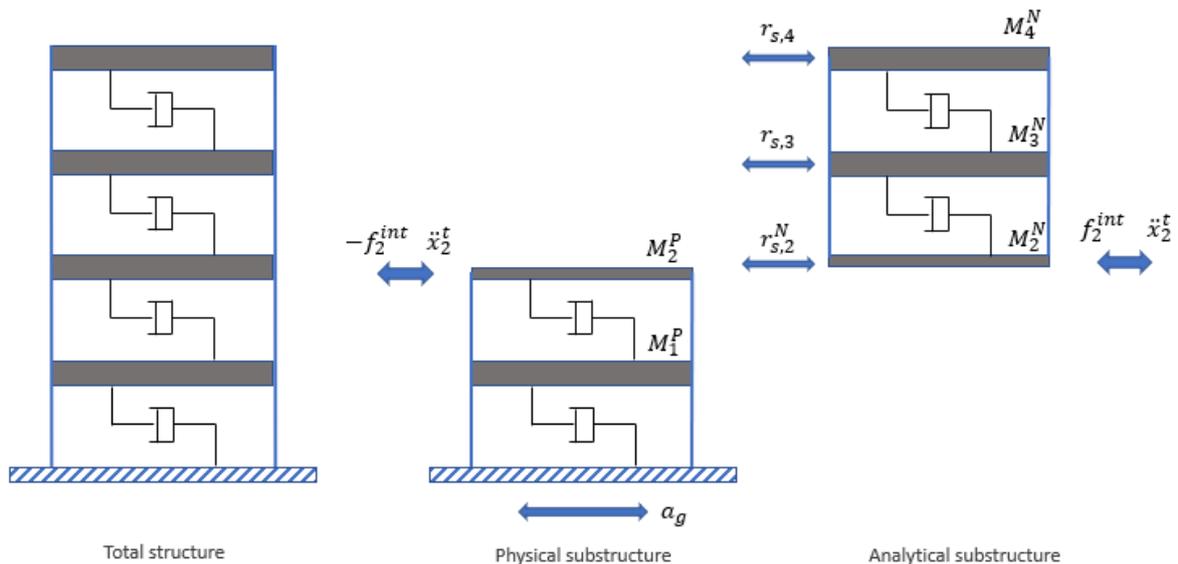


Figure 9. Real time hybrid testing on a four storey shear building

In this case, the set of ordinary differential equations that needs to be solved numerically are shown in Eq. (18).

$$\begin{bmatrix} M_2^N & 0 & 0 \\ 0 & M_3^N & 0 \\ 0 & 0 & M_4^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2^t \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -C_3^N & 0 \\ 0 & C_3^N + C_4^N & -C_4^N \\ 0 & -C_4^N & C_4^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2^t \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{s,2}^N \\ r_{s,3} \\ r_{s,4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_3^N \dot{x}_2^t \\ -M_4^N \dot{x}_2^t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_2^{int} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Where superscript t and hats denote absolute and relative to the second storey motions respectively. This example corresponds to a test set up in which ground acceleration is imposed to the physical substructure by means of a shake table. Taking into account that $r_{s,2}^N = r_{s,3} + r_{s,4}$, the last two equations can be integrated measuring \dot{x}_2^t from the physical structure and f_2^{int} to be imposed by means of an actuator can be factored out from the first equation. Tests of this nature have been extensively performed [23].

A remarkable difficulty found in Real-time Hybrid Simulation is that of delay of servoactuators, or more generally, transfer systems, in imposing the required reference profiles on the SUT. It has been shown that this delay is equivalent to introducing negative damping in the system even leading to instabilities in the test [24]. To overcome delays, several techniques have been used. As significant approaches it is worth noting polynomial extrapolation, phase lead compensators or model-based delay cancellation techniques. See [25] for more details.

4.4. Effective Force testing method

The Effective Force testing method was first devised by Dimig [6]. The basic idea of this approach is to exert on each of the (lumped) masses of the SUT the inertial forces they would experience in the real loading event, that is, the product of the mass times the ground acceleration. Fixed base test set-ups similar to those discussed in section 2 and subsection 4.1 of this work are commonly used for multi-storey mock-ups testing when using a total approach; i.e.: without substructuring.

By imposing the actual forces (known beforehand) on the masses, the need of solving equations of motion disappears and the real dynamic response of the SUT is retrieved directly. However, this sort of test requires advanced control systems able to impose loads accurately, especially at frequencies close to SUT resonant frequencies [6] and cope with servoactuator interactions in MIMO systems.

Substructuring approaches can also be employed in Effective Force testing method, making use of servoactuators and shake tables, as discussed above.

4.5. Applications of Hybrid Simulation in structural systems

In this subsection, classical applications of Hybrid Simulation in several branches of engineering as well as some possible applications are outlined. It is noted here that applications in Electronic Engineering in which Hybrid Simulation is commonly known as Hardware in the Loop (HIL) simulation are excluded from this work, since no transfer systems-that is, systems of mechanical actuation-are involved.

4.5.1. Civil Engineering

Pseudo-dynamic testing method originated within the field of Earthquake Engineering. A typical application in this field is the testing of multi-storey buildings subjected to uniaxial or multiaxial ground excitation, with or without substructuring [1]. In the latter case, non-linear geometric transformations required to translate displacements from actuators to SUT space have been used [21]. Other expanded

time-scale applications, which make use of substructuring, include physical testing of bridge isolators with coupled numerical models of the remainder of the bridge [17], reinforced concrete frames or columns of various shapes. Non-planar extensions to these applications have also been implemented [26].

In order to adequately predict structural dynamic response in SUTs with rate dependent behavior caused by secondary systems mounted on structures [14], real time substructured tests of MR dampers, sloshing dampers and tuned mass dampers have been carried out. Some of these involve the joint use of dynamic servoactuators and shake tables. Other dynamic substructuring seismic applications related to soil-pier-structure interaction involving shake tables and actuators have been proposed.

The particular features of real time hybrid simulation make it attractive to explore its application in testing active vibration control devices such as those in study for footbridges under a wide variety of crowd induced vibration scenarios. Control laws employed in approaches described in [27] could be evaluated and pre-tuned in a hybrid setup consisting in two serial actuators in which the former simulates the motion of the vibration control device (VCD) installation point and the latter, the VCD itself. Forces exerted by the VCD on the SUT, sensed by a load cell, are transferred to the numerical model residing in a real-time computer which calculates installation point displacement, by means of a time stepping integration algorithm, accounting for prescribed external forces as well. Calculated displacement reference is then sent to a real-time controller in charge of ensuring accurate kinematic reference tracking of the actuator simulating footbridge motion. A concept of the Single Input-Single Output (SISO) version of the proposed test setup is shown in Fig. 10.

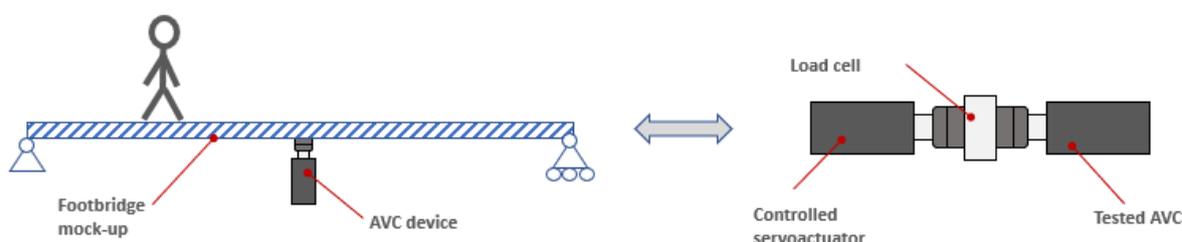


Figure 10. Suggested concept for Active VCD testing

Another appealing application of hybrid simulation in Civil Engineering structures is the evaluation of long span bridges behavior under the action of aerodynamic and traffic loads of variable intensity, nature and speed. Two approaches can be considered here: firstly, substructured tests of critical components and secondly, tests of scaled models; since full-scale testing would be possible in very few occasions. In both approaches, one of the key aspects of successful execution is the accuracy of the aerodynamic model. An additional difficulty in the second approach is the need to find an optimal number and location of actuators able to reproduce with sufficient accuracy overall structural response, due to the inherent distributed mass nature of this type of structures. Some applications of these tests would be, aside of assessment of component or structural performance under exceptional loads, studies of allowance of high-speed train traffic pass.

4.5.2. Automotive Engineering

In Automotive Engineering Hybrid Simulation has found application in testing components such as tires, suspensions, transmissions, or agricultural drives coupled to a chassis numerical model and subjected to ground, driver and environmental actions. This modality is sometimes known as Component in the Loop (CIL) testing [25]. In formula one industry, a tire coupled simulator, colloquially known as four poster test rig, exerts road actions on the complete vehicle by means of four vertical hydraulic actuators, while a system of three actuators simulates aerodynamic downforce and moments output by a real time mathematical model running in parallel [28].

Other applications of hybrid simulation have been implemented in the field of passive safety and were aimed at estimating seat belt anchorages resistance in the event of a crash using existing test rigs used to perform static tests prescribed by usual regulations [29]. This approach could also be used for other normative tests such as those specified for seat backs and head restraints, roof crush or side intrusion.

4.5.3. Aerospace and Aeronautical Engineering

In Aerospace Engineering, Hybrid Simulation has been used to perform Coupled Load Analysis (CLA) of spacecrafts which are vibrated by shake tables interacting in real time with a numerical simulation of the launcher [30].

Some examples of applications in Aeronautical Engineering such as testing of lag dampers used in helicopter rotor instabilities have been implemented [25]. Other applications oriented to aeroelastic behavior prediction or maneuver assessment under a wide range of operational and environmental conditions could be considered. These implementations would be based in software developments taking advantage of the already existing static and dynamic test rigs.

5. CONCLUSIONS

In this work, a brief description of the three approaches employed for dynamic assessment of structural systems; i.e.: quasi-static testing, shake table testing and hybrid simulation, has been given. Even though these testing methods originated in the field of Seismic Engineering, their application has been extended to other areas such as Automotive, Aeronautical and Aerospace Engineering.

In quasi-static testing, the structure under test is subjected to predefined time stories of load or displacement at some of its points by means of hydraulic servoactuators. Equipment required to perform these tests is inexpensive yet offering the capacity to test full-scale specimens, good quality measurements and control performances. Although this method does not capture dynamic behavior, it is still widely used to characterize behavior of structures in load reversals or under low cycle fatigue.

Shake tables are rigid platforms, powered by actuators, able to move in one or more degrees of freedom on to which structures under test are installed. Even though shake tables are able to reproduce true structural dynamic response, limitations in their size lead very frequently to tests of scaled specimens with the associated difficulties. Equipment required is complex and expensive due to the accurate dynamic performances demanded to shake tables. A key component of these testing systems is the control system which must deal with strong non-linearities inherent to hydraulic actuation systems and

those related to specimen behavior. Adaptive control features are also required to cope with variations of mechanical properties of structures as the test is executed.

In hybrid simulation, the structure whose dynamic behavior needs to be evaluated is divided into a numerical part (with a well understood behavior) and physical substructures (difficult to model numerically). This separation does not need to be only along geometrical boundaries, but can also be performed based on inertial, dissipative and stiffness properties. In order to emulate total dynamic structural response, numeric and experimental domains are coupled. The test proceeds as data from physical testing is fed into the numerical model and the outputs of the latter are imposed on the physical system. The different variants of hybrid testing according to criteria of system substructuring, rate of imposed loads and controlled variables, have been succinctly discussed in this paper: pseudo-dynamic tests without and with substructuring, real time hybrid tests and the effective force method. Thanks to the hybrid approach, and as long as certain requirements are met, good estimates of complete structural dynamic behavior can be obtained without the need of large testing facilities.

Finally, some common applications of hybrid simulation in Civil, Automotive, Aerospace and Aeronautical Engineering fields have been outlined and some potential ones related to active vibration control devices and fluid-structure and vehicle-structure interaction have been proposed.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00). The authors would also like to express their gratitude to Vzzero Engineering Solutions, SL for providing various images.

REFERENCES

- [1] Molina-Ruiz, F.J., Verzeletti, G., Magonette, G.E., Bono, F., Renda, V. & Zapico-Valle, J.L. (1999). Ensayo sísmico de estructuras. *Física de la Tierra*, 11, 285-305.
- [2] Williams, M.S. & Blakeborough, A. (2001). Laboratory testing of structures under dynamic loads: an introductory review. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A.*, 359, 1651-1669.
- [3] Takanashi, K., Udagawa, K., Seki, M., Okada, T. & Tanaka, H. (1975). Non-linear earthquake response analysis of structures by a computer-actuator on-line system (part 1 detail of the system). *Transcript of the Architectural Institute of Japan*, 229, 77-83.
- [4] Dermitzakis, S.N. & Mahin, S.A. (1985). Development of substructuring techniques for on-line computer controlled seismic performance testing. In Report UCB/EERC - 85/04, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- [5] Nakashima, M., Kato, H. & Takaoka, E. (1992). Development of real-time pseudo dynamic testing. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 21, 79-92.
- [6] Dimig, J., Shield, C., French, C., Bailey, F. & Clark, A. (1999). Effective force testing: a method of seismic simulation for structural testing. *Journal of Structural Engineering*, 125,1028-1037.

- [7] Bairrão R. (2008), Shaking Table Testing. In: Bursi O.S., Wagg D. (eds) *Modern Testing Techniques for Structural Systems*. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 502. Springer, Vienna.
- [8] Innovative Shake table configurations.
https://www.mts.com/en/forceandmotion/geociviltesting/MTS_2013802?article=1
- [9] Ayres, R., Underwood, M.A. & Keller, T. (2013). Controlling 6 DoF systems with multiple exciters. *Sound & Vibration*, 47, 6-11.
- [10] Ramírez-Senent, J., Marinas-Sanz, G., García-Palacios, J.H. & Díaz, I.M. (2018). Efficient sizing of isolated foundations for testing Systems. In *Proceedings of the 1st Conference on Structural Dynamics-DinEst 2018* (pp. 105-109).
- [11] Merrit, H.E. (1991). *Hydraulic Control Systems*. Wiley.
- [12] Stoten, D.P. & Gómez, E.G. (2001). Adaptive control of shaking tables using the minimal control synthesis algorithm. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.*, 359, 1697-1723.
- [13] Bairrão R. & Vaz, C. T. (2000). Shaking table testing of civil engineering structures-the LNEC 3D simulator experience. In *12th World Congress on Engineering Structures* (pp. 2129-2137).
- [14] Shing, P.B. (2008) *Real-Time Hybrid Testing Techniques*. In: Bursi O.S., Wagg D. (eds) *Modern Testing Techniques for Structural Systems*. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 502. Springer, Vienna.
- [15] Hakuno, M., Shidawara, M. & Hara, T. (1969). Dynamic destructive test of a cantilever beam controlled by an analog-computer. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, 1969, 1-9.
- [16] Newmark, N.M. (1959). A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85,67-94.
- [17] Pegon, P. (2008) *Continuous PsD Testing with Substructuring*. In: Bursi O.S., Wagg D. (eds) *Modern Testing Techniques for Structural Systems*. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 502. Springer, Vienna.
- [18] Hilber H. M., Hughes T. J. R. & Taylor R. L. (1977). Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 5, 283-292.
- [19] Nakashima, M., Kaminosono, T., Ishida, M. & Ando, K. (1990). Integration technique for substructure pseudodynamic test. In *Proceedings of the 4th U.S. National Conference on Earthquake Engineering* (pp. 515–524). Palm Springs, FL, USA.
- [20] Shing P.B., Spacone E. & Stauffer E. (2002). Conceptual design of fast hybrid test system at the university of Colorado. In *Proceedings of the 7th U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, MA, USA.
- [21] Thewalt, C. R. & Mahin, S. A. (1987). Hybrid solution techniques for generalized pseudodynamic testing. In Report UBC/EERC-87/09, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, USA.
- [22] Mercan, O. & Ricles, J.M. (2005). Evaluation of real-time pseudodynamic testing algorithms for seismic testing of structural assemblages. In Report No. 05-06, National Center for Engineering

Research on Advanced Technology for Large Structural Systems, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, PA, USA.

- [23] Reinhorn, A., Sivaselvan, M.V., Liang, Z., Shao, X., Pitman, M. & Weinreber, S. (2005). Large Scale Real Time Dynamic Hybrid Testing Technique – Shake Tables Substructure Testing. In Proceedings of the 1st International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering (AESE 2005) (pp. 457-464). Nagoya, Japan.
- [24] Horiuchi, T., Nakagawa, M., Sugano, M. & Konno, T. (1996). Development of a real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation. In Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering, International Association for Earthquake Engineering, Tokyo, Japan.
- [25] Wagg D., Neild S. and Gawthrop P. (2008), Real-Time Testing with Dynamic Substructuring. In: Bursi O.S., Wagg D. (eds) Modern Testing Techniques for Structural Systems. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 502. Springer, Vienna.
- [26] Thewalt, C.R. & Mahin, S.A. (1995). Non-planar pseudodynamic testing. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 24, 733-746.
- [27] Casado, C.M., Díaz, I.M., de Sebastián, J., Poncela, A.V. & Lorenzana, A. (2013). Implementation of passive and active vibration control on an in-service footbridge. *Structural Control and Health Monitoring*, 20, 70-87.
- [28] 7- & 8-post advanced ride simulators for performance & race vehicle testing. <https://www.servotestsystems.com/vehicle-component-test/7-8-post-ride-simulation-motorsport-performance.html>.
- [29] Carneiro, J.O., de Melo, F., J., Q., Pereira, J.T. & Teixeira (2005). Pseudo-dynamic method for structural analysis of automobile seats. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K Journal of Multi-body Dynamics*, 219.
- [30] Füllekrug, U. (2001). Utilization of multi-axial shaking tables for the modal identification of structures. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*. 359, 1753–1770.

MECHANICAL AND DYNAMIC PROPERTIES OF TRM WITH DIFFERENT FIBERS

Bru, David¹; Torres, Benjamín²; Baeza, F. Javier³; Ivorra, Salvador⁴

ABSTRACT.

To perform the structural analysis of masonry walls reinforced with composite materials based in textile fiber reinforced mortars (TRM) it is necessary to know the mechanical characteristics of TRM materials. This work presents the experimental campaign developed on mortar plates reinforced with of glass and carbon fiber meshes. Several 4x4x16 mm mortar specimens has been tested under compression and bending forces to obtain the maximum capacity in tension and in compression. The technique has been validated with the simultaneous application of the ultrasound technique to evaluate evolution with the maturation, both of the modulus of elasticity and the Poisson's coefficient. Finally, TRM plates of 400x100x10 mm have been manufactured. These plates have been tested using an Erudite MkIV electronic resonant frequency test system to determine the transverse resonant frequency and, through them, the dynamic modulus of elasticity and the damping factor of the TRM material. This analysis has been carried out at different ages. Finally, the stress-strain curves have been evaluated after 56 days. A combination of different reinforcements with fiberglass and carbon has been tested. With these results, it has been possible to evaluate the maximum capacity in tension and in compression of this material as well the modulus of elasticity and damping factor. These values are necessary to define any type of reinforcement in masonry walls.

Keywords: Textile Reinforced Mortar (TRM), Fiber Reinforced Cement Matrix (FRCM), amortiguamiento, comportamiento dinámico, propiedades mecánicas.

1. INTRODUCCIÓN.

En la actualidad gran parte de los morteros utilizados en la construcción de nuevas edificaciones están basados en la utilización de morteros en base cemento. Sin embargo, dentro del campo de la rehabilitación estructural de edificaciones de mampostería, es habitual el empleo de morteros en base cal [1-2], para utilizar materiales parecidos en su comportamiento físico-químico a los materiales que constituyen la estructura original. Por otro lado, con el objeto de mejorar la resistencia a tracción de materiales frágiles como el hormigón, está siendo habitual el empleo tanto de fibras de carbono como de vidrio, para el refuerzo estructural [3]. Sin embargo, dichos refuerzos están basados en resinas tipo poliéster, vinilester, etc..., lo que genera una impermeabilización de la superficie donde se aplica dicho material. En este sentido, dicha propiedad no resulta adecuada para el empleo en fábricas de ladrillo, o edificaciones con muros de mampostería [4-5]. Por estos motivos, hoy en día la línea de trabajo se basa

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. david.bru@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. benjamin.torres@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. fj.baeza@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. sivorra@ua.es (corresponding author)

en el empleo en la rehabilitación de edificios históricos de mampostería, de morteros de cemento o de cal con adición de micro fibras, junto con mallas de refuerzo para mejorar la resistencia a tracción y su ductilidad.

La caracterización mecánica de dichos morteros se realiza habitualmente mediante pruebas estáticas en laboratorio, determinando tanto su resistencia a compresión como a flexión, y correlacionando dichos resultados con el módulo de elasticidad. Sin embargo, dichas pruebas son de carácter destructivo y no es posible analizar la evolución en el tiempo de dichas propiedades. Por este motivo, cobra una importancia especial el uso de técnicas de caracterización no destructivas, y en especial la correlación entre las propiedades estáticas y dinámicas [5]. Por otro lado, el uso de los morteros de refuerzo suelen utilizarse junto con mallas de vidrio o carbono. En este sentido cobra una especial importancia el análisis de las propiedades estáticas, así como su posible correlación con las propiedades dinámicas.

Por este motivo, en el presente artículo, se analizan las propiedades estáticas y dinámicas de morteros en base cal, reforzados con microfibras y con mallas de fibra de vidrio o carbono. En este sentido se analizan tanto la resistencia a compresión, flexión y tracción del mortero a diferentes edades. Así como las propiedades dinámicas asociadas al amortiguamiento del material, módulo elástico dinámico y coeficiente de Poisson dinámico.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.

El principal objetivo del presente trabajo fue la caracterización de las propiedades mecánicas (estáticas y dinámicas) de matrices cementicias reforzadas con distintos tipos de mallas de fibras. Para ello se fabricaron diferentes geometrías de probetas para evaluar la evolución temporal de algunas propiedades, tal y como se detalla a continuación.

2.1. Materiales y preparación de muestras.

Por un lado, se ha utilizado un mortero bicomponente fibrorreforzado y presdosificado, a base de cal hidráulica (NHL) y Eco-Puzolana, arenas naturales, aditivos especiales y polímeros sintéticos en dispersión acuosa de elevada ductilidad. Por otro lado, como material continuo de refuerzo, se han utilizado tres tipos de fibras bidireccionales: a) Fibra de vidrio G120 ; b) Fibra de vidrio G220; c) Fibra de carbono C170. En ambos casos la fibra de vidrio es de tipo álcali resistente (A.R.) y se ha preimpregnado en resina. Para el caso de la fibra de carbono se analizó el comportamiento en caso de su aplicación en seco sin preimpregnación. En la Tabla 1, se muestran las características de los tejidos de refuerzo facilitadas por el fabricante.

Tabla 1: Características y propiedades mecánicas de las mallas de refuerzo.

Material	Dimensión malla (mm ²)	Gramaje (g/m ²)	Resistencia a tracción (MPa)	Deformación última (mm/mm)	Módulo elástico (MPa)	Espesor equivalente (mm)
G220	25x25	225	1275.8	1.8	72000	0.035
G120	12.7x12.7	125	1275.8	1.8	72000	0.024
C170	10x10	170	>5000	2	252000	0.048

La elaboración de las muestras consistió en la preparación de dos tipologías diferentes de probetas. Por un lado probetas $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ y por otro probetas de dimensiones $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$. En ambos casos se dosificaron los materiales según las características del fabricante, siendo el contenido del material polimérico de 0.2 kg/kg cemento. Las amasadas se realizaron en amasadora mecánica a bajas revoluciones durante 5 minutos para asegurar una completa homogeneidad de la pasta. Para el vibrado de las muestras de $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ se procedió según lo establecido en la norma UNE-EN 196-1 [6]. Para el caso de las probetas de $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$ el proceso de vibración se realizó mediante vibración manual en dos capas. En el caso de introducir mallas de refuerzo, la malla se dispuso entre la primera y la segunda fase de vibrado, Figura 1. Finalmente, el curado de las probetas se realizó en un ambiente con humedad relativa del 98% y 20°C durante 28 días, y posteriormente se mantuvieron las probetas en un ambiente a 65% de humedad relativa y condiciones de temperatura del laboratorio.



Figura 1. Fabricación de las probetas de FRCM: colocación de malla sobre capa inicial de mortero (a) y segunda capa de mortero (b).

Los ensayos correspondientes a la caracterización estática en probetas de $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ se realizaron a 28, 56, 90 y 120 días, y para las probetas de $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$ a 56 días. Por otra parte, las medidas para la caracterización dinámica en probetas $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ se hicieron a 14, 28, 56, 90 y 120 días, y para las probetas de $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$ a 14, 28, 56 días respectivamente.

2.2. Ensayos estáticos.

El procedimiento de determinación de la resistencia a flexión y a compresión de las probetas de dimensiones $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ para las diferentes edades evaluadas en el presente documento se ha llevado a cabo con la normativa UNE-EN_1015-11 [7]. Es decir, se ha realizado el ensayo a flexión mediante una carga puntual en el centro de la probeta a velocidad 40 N/s, y con las dos mitades resultantes se ha procedido a realizar el ensayo a compresión mediante superficie de apoyo de $4 \times 4 \text{ cm}^2$ a velocidad 260 N/s, de tal forma que en ambos ensayos la ruptura se produjera entre 30-90 s.

Para el caso de las probetas de dimensiones $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$ la determinación de la resistencia a tracción y de los diferentes módulos elásticos, se ha realizado según lo establecido en el anexo A del documento AC434 [8], a una velocidad de 0.2mm/min. En la Figura 2 se muestra un ejemplo de los dispositivos utilizados para la caracterización estática. Se destaca que para el ensayo a tracción la transferencia de cargas al laminado se realiza por presión de dos chapas metálicas [9].



Figura 2. Ensayo a tracción en probetas de FRCM: (a) montaje experimental, (b) patrón de fisuración.

2.3. Ensayos dinámicos.

La caracterización dinámica se realizó mediante dos técnicas diferentes en función de la geometría de la probeta. Para el caso de probetas 40x10x1 cm³, se siguió la metodología incluida en la norma ASTM E-1875 [10]. De esta forma puede obtenerse el módulo elástico a transversal según la Ecuación 1:

$$E = 0.9465 \cdot \left(\frac{m \cdot f_f^2}{b} \right) \cdot \left(\frac{L^3}{t^3} \right) \cdot \left[1 + 6.585 \cdot \left(\frac{t}{L} \right)^2 \right] \quad (1)$$

siendo m la masa (g); f_f la frecuencia de resonancia a flexión (Hz); y b , L y t las dimensiones (ancho, longitud y espesor) de la probeta (mm). Además se puede evaluar el factor de amortiguamiento ξ (%) mediante la Ecuación 2, a partir de las frecuencias f_L y f_H cuya intensidad es 0.707 veces la correspondiente a la frecuencia de resonancia f_f .

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{f_H - f_L}{f_f} \right) \cdot 100 \quad (2)$$

Para el caso de probetas 4x4x16 cm³ se aplicó la norma ASTM D-2845 [11], en la que el módulo de elasticidad longitudinal E (Ecuación 3) y el coeficiente de Poisson ν (Ecuación 4) se obtuvieron en función de la densidad del material ρ , y la velocidad de propagación de las ondas P y S, V_P y V_S respectivamente.

$$E = \rho \cdot V_S^2 \cdot \frac{3 \cdot V_P^2 - 4 \cdot V_S^2}{V_P^2 - V_S^2} \quad (3)$$

$$\nu = \frac{V_P^2 - 2 \cdot V_S^2}{2 \cdot (V_P^2 - V_S^2)} \quad (4)$$

En la Figura 3 pueden verse sendos ejemplos de cada metodología. Los ensayos mediante el método de ancho de banda en probetas delgadas, Figura 3(a), se hicieron con un equipo Erudite MKIV suministrado por CNS Farnell. Por otra parte, los ensayos de velocidad de paso de ultrasonidos, Figura 3(b), se realizaron con un equipo Proceq Pundit Lab Plus. En todos los casos, las medidas tanto de peso, datos geométricos y resultados, se repitieron 3 veces por muestra determinándose el valor promedio y la dispersión.

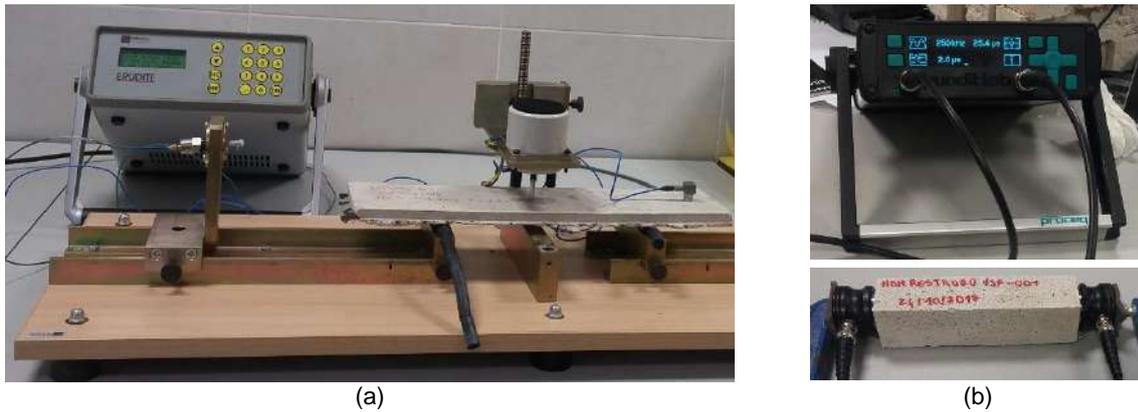


Figura 3. Ensayos dinámicos para determinar las propiedades transversales (a) y longitudinales (b).

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

La presentación y discusión de resultados para ver la diferencia de comportamiento entre las tres mallas de refuerzo empleadas se ha dividido en ensayos estáticos y dinámicos.

3.1. Propiedades mecánicas estáticas.

La Tabla 2 incluye los resultados obtenidos para la caracterización de las propiedades mecánicas del mortero usado como matriz del FRCM. La caracterización del material para los ensayos de compresión y flexión a 28 días muestra un valor promedio de 9.42 MPa y 5.41 MPa, con coeficientes de variación del 2.0% y del 0.09% respectivamente.

Tabla 2: Resistencias a compresión y flexión del mortero a distintas edades (media \pm coeficiente de variación).

Edad (días)	Resistencia a compresión (MPa)	Resistencia a flexión (MPa)
28	9.42 \pm 21.0%	5.41 \pm 0.1%
56	14.05 \pm 1.7%	6.06 \pm 9.7%
120	14.41 \pm 26.2%	6.71 \pm 17.8%

La Figura 4 muestra los resultados de todos los ensayos a tracción realizados con las probetas de 40x10x1 mm³. De forma general, la tensión sobre el material se ha referido a la sección bruta de mortero para el caso de muestras sin malla de refuerzo, Figura 4(a), y al área de fibra en el caso de probetas de FRCM con malla de refuerzo, Figuras 4(b), (c) y (d). En primer lugar, se observó un comportamiento bilineal o trilineal, habitual en el caso de probetas reforzadas con fibras, tal y como se define en la normativa AC434 [8], Figura 5, así como ha sido certificado por diversos autores [5, 12]. El primer tramo se corresponde con el comportamiento lineal a tracción del mortero y la fibra antes de la aparición de fisuras. El segundo tramo, normalmente horizontal, se corresponde con el proceso de aparición de fisuras a lo largo de la probeta. El tercer tramo se inicia una vez finalizada la transferencia de tensiones del mortero a las fibras longitudinales durante el segundo tramo, pudiendo presentar cierto endurecimiento en función de las propiedades relativas entre fibra y matriz.

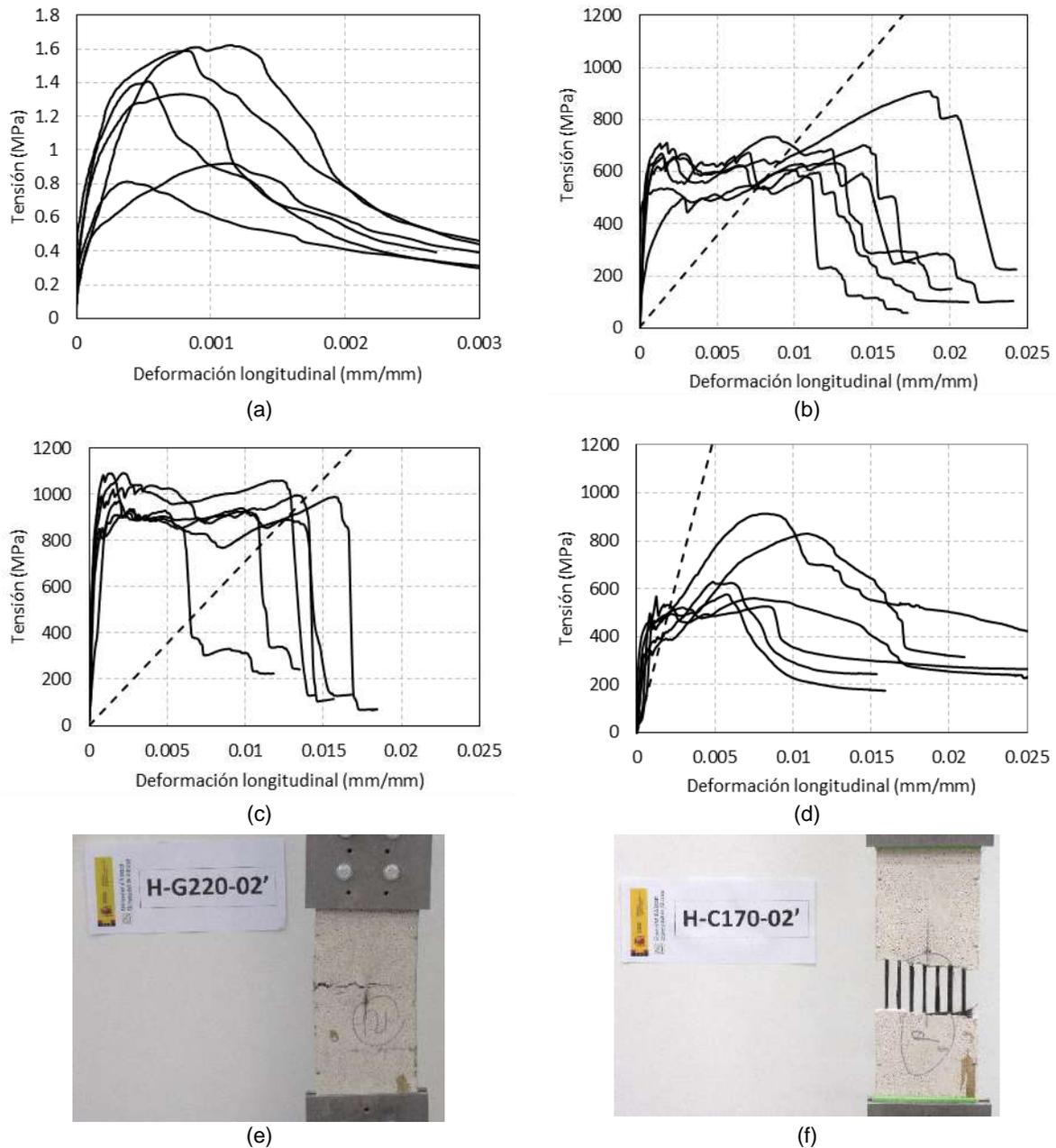


Figura 4. Curvas tensión deformación de los ensayos a tracción de FRCM: (a) mortero sin refuerzo, (b) G220, (c) G120 y (d) C170. En las muestras con malla de refuerzo la tensión hace referencia a la sección de fibra. Tipos de rotura a tracción: rotura local (e) y deslizamiento de malla (f).

A modo de resumen de estos resultados, la Tabla 3 recoge los valores medios y coeficientes de variación de la resistencia a tracción y los dos módulos elásticos definidos en la Figura 5 según la norma AC434 [8]. Analizando cada tipo de FRCM en particular, para el caso de las probetas sin reforzar, Figura 4(a), puede observarse como el material presenta un comportamiento cuasi-frágil, con un valor máximo de la resistencia a tracción promedio de 1.28 MPa y una deformación de rotura próxima al 1‰. Si se compara este resultado con los obtenidos con la resistencia a flexión, se observa que esta última es 4.7 veces superior a la resistencia a tracción.

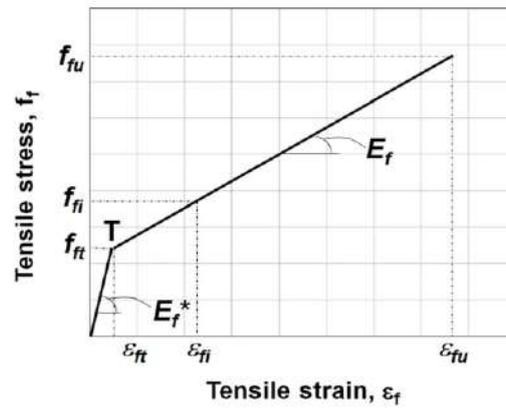


Figura 5. Comportamiento a tracción de un FRCM, curva tensión deformación según AC434 [8].

Por otro lado, en las probetas reforzadas, Figuras 4(b), (c) y (d), la deformación de rotura fue lógicamente muy superior, unas diez veces, al mortero sin malla. Respecto a las propiedades incluidas en la Tabla 3, se registraron para todas las mallas tensiones de rotura por debajo de los valores teóricos proporcionados por el fabricante y recogidos anteriormente en la Tabla 1. Concretamente, para las mallas G120, G220 y C170, se obtuvieron valores del 80%, 56% y 13.5% respectivamente, respecto al valor de rotura teórico. Para el caso de la malla G120 los resultados son muy próximos, y la diferencia del 20% pudo deberse a un fallo en la transmisión de cargas del mortero a la malla por temas de adherencia. Para el G220 la caída del 44% de la resistencia a tracción, se debe principalmente a la luz de malla ($25 \times 25 \text{ mm}^2$), es decir, la mayor separación de los cordones respecto a la malla G120, genera una concentración de tensiones en los cordones extremos, y el fallo local de estos como se muestra en la Figura 4(e). Entre las posibles causas de este tipo de rotura podría mencionarse la existencia de irregularidades en la adherencia, o flexiones por la propia geometría de la probeta que se transformen en excentricidades en la aplicación de la carga. Para el caso de la malla C170, se detectó un problema de deslizamiento por falta de adherencia entre la malla y el mortero, como se muestra en la Figura 4(f), siendo la tensión máxima muy inferior a la teórica. Finalmente se observó un cambio en la tensión de fisuración del mortero (punto T en el esquema teórico de la Figura 5) para los casos con y sin malla de refuerzo. De hecho, se observó que la tensión de fisuración de los FRCM con malla de fibras se situó en el intervalo entre 2 y 2.5 MPa, mientras que en caso de no incluir ningún tipo de refuerzo descendió hasta los 1.0 y 1.6 MPa.

Tabla 3: Resistencias a tracción y módulos elásticos de FRCM (media \pm coeficiente de variación).

Refuerzo	Resistencia a tracción (MPa)	E_f^* (MPa)	E_f (MPa)
Sin malla	$1.28 \pm 26.6\%$	$6078 \pm 28.8\%$	-
G220	$713.4 \pm 14.7\%$	$4870 \pm 20.0\%$	$34009 \pm 22.7\%$
G120	$1023.8 \pm 6.4\%$	$5129 \pm 35.1\%$	$23091 \pm 23.8\%$
C170	$672.8 \pm 23.7\%$	$4902 \pm 82.0\%$	$60874 \pm 48.9\%$

Por último, a la hora de evaluar la rigidez de las muestras se diferenció entre el módulo elástico antes y después del punto de transición, Figura 5. Se obtuvieron los valores correspondientes al módulo elástico inicial E_f^* , considerando la recta secante entre el origen y el 60% de la tensión pico, previa a la caída de

resistencia. En segundo lugar, se determinaron los valores del módulo elástico asociados al tramo de endurecimiento E_f , en cuyo caso se seleccionaron dos puntos aleatorios de dicho tramo recto. Es necesario remarcar que el valor del módulo elástico inicial E_f^* se expresa respecto de la sección bruta de mortero, mientras que el módulo elástico del tramo de endurecimiento E_f considera únicamente el área de la malla de fibra. Los resultados incluidos en la Tabla 3 mostraron que el efecto del aporte de las fibras es prácticamente despreciable para el caso de E_f^* [12]. Además, debido al elevado valor del coeficiente de variación, la variación media del módulo elástico entre los diferentes esquemas de refuerzo se pudo deber más a un proceso de microfisuración por retracción durante el proceso de almacenamiento de las probetas, que a la influencia del tipo de tejido empleado como refuerzo. En relación a E_f , se observó un problema de pérdida de eficiencia similar al comentado para la resistencia a tracción, es decir, los módulos experimentales estuvieron muy por debajo de los valores teóricos esperados. En este caso se pudo observar como para el uso de fibra de vidrio, G220 y G120, se alcanzaron unas tasas de rendimiento del 47% y 32% del valor teórico respectivamente. Y para el caso de C170, se alcanzó un valor del 24% del valor facilitado por el fabricante para la fibra de carbono. Este dato refuerza lo comentado en el fallo por deslizamiento ilustrado en la Figura 4(f), y que condicionó las prestaciones de los FRCM con fibras de carbono cuyas tasas de rendimiento fueron inferiores al 30%.

3.2. Caracterización dinámica.

En primer lugar se van a presentar los resultados correspondientes al mortero de cemento usado como matriz, medido con probetas de $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ mediante ensayos de velocidad de paso de ultrasonidos. Los resultados obtenidos a distintas edades se han recogido en la Tabla 4. El valor característico obtenido a los 28 días de edad, fue un módulo elástico de 11853 MPa, con un coeficiente de Poisson igual a 0.22, con variaciones por debajo del 11%. Con respecto a la evolución temporal de ambas propiedades se observó un aumento del módulo de elasticidad y una disminución del coeficiente de Poisson.

Tabla 4: Módulo de elasticidad longitudinal y coeficiente de Poisson obtenidos mediante ensayos de velocidad de paso de ultrasonidos con probetas de mortero de $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ (media \pm coeficiente de variación).

Edad (días)	Módulo de elasticidad (MPa)	Coficiente de Poisson
14	9341 \pm 10%	0.26 \pm 13.1%
28	11853 \pm 11%	0.22 \pm 7.9%
56	14665 \pm 2%	0.16 \pm 2.9%
90	14777 \pm 10%	0.16 \pm 10.0%
120	15872 \pm 9%	0.16 \pm 4.3%

En segundo lugar se incluyen los resultados de los ensayos dinámicos obtenidos en probetas de $40 \times 10 \times 1 \text{ cm}^3$ mediante el método del ancho de banda. Los valores calculados de módulos de elasticidad y factores de amortiguamiento se han recogido en las Tablas 5 y 6, para las probetas sin refuerzo y con diferentes mallas de fibra respectivamente. En el caso de las probetas con sólo mortero (Tabla 5), sin malla de refuerzo, a 28 días se obtuvo un valor promedio del módulo elástico igual a 6671 MPa con un

1.19% de coeficiente de amortiguamiento. Al incluir el refuerzo de fibra (Tabla 6), el módulo elástico aumenta ligeramente alrededor de los 8000 MPa, para todos los tipos de malla ensayados. Mientras que el factor de amortiguamiento ascendió ligeramente para la malla de carbono (1.41 %), y se redujo para las dos mallas de vidrio (1.05-1.09%). La mejora del módulo elástico pudo ser debida a una ligera excentricidad de la malla durante el proceso de montaje. Sin embargo, debe destacarse que el resultado muestra ligeras diferencias respecto al obtenido durante el ensayo de tracción estática, debida principalmente a la presencia de microfisuras (por retracción del material) que afectaron a los valores de los módulos elásticos, aumentando la dispersión de los resultados. Por otro lado, respecto al amortiguamiento de las probetas reforzadas frente a las sin refuerzo, las diferencias comentadas no resultaron importantes por lo que puede considerarse despreciable el efecto del amortiguamiento de estos materiales en el mortero analizado.

Tabla 5: Módulo de elasticidad transversal y factor de amortiguamiento obtenidos mediante ancho de banda con probetas de mortero de 40x10x1cm³ sin malla de refuerzo (media ± coeficiente de variación).

Edad (días)	Módulo elástico (MPa)	ξ (%)
14	6285 ± 10%	1.31 ± 28%
28	6671 ± 18%	1.19 ± 11%
56	7259 ± 17%	0.99 ± 7%

Tabla 6: Módulo de elasticidad transversal y factor de amortiguamiento obtenidos mediante ancho de banda con probetas de FRCM de 40x10x1cm³ y diferentes mallas de refuerzo (media ± coeficiente de variación).

Edad (días)	G220		G120		C170	
	Módulo elástico (MPa)	ξ (%)	Módulo elástico (MPa)	ξ (%)	Módulo elástico (MPa)	ξ (%)
14	8009 ± 1%	1.05 ± 6%	8300 ± 8%	1.09 ± 29%	7977 ± 14%	1.41 ± 23%
28	9286 ± 13%	1.10 ± 25%	9904 ± 13%	0.92 ± 14%	8968 ± 15%	1.17 ± 27%
56	10137 ± 13%	0.99 ± 8%	10642 ± 11%	0.88 ± 11%	9592 ± 15%	1.09 ± 19%

En relación a la evolución temporal de las propiedades se observaron tendencias similares a las discutidas anteriormente. Existió un aumento del módulo de elasticidad con el tiempo, cuya velocidad fue disminuyendo, de forma similar a lo visto para el módulo longitudinal medido en probetas de 4x4x16 cm³. Por el contrario, se ha observado una disminución del factor de amortiguamiento con el tiempo, al igual que pasaba con el coeficiente de Poisson. Ambas variaciones fueron muy similares en todas las muestras, independientemente de la existencia y tipo de malla de refuerzo.

4. CONCLUSIONES.

En el presente trabajo se ha analizado el comportamiento en el tiempo de un mortero de cal bicomponente con adición de fibras dispersas y continuas, tanto para probetas 4x4x16cm³ como para probetas 40x10x1 cm³. Particularmente se han analizado las propiedades asociadas al módulo elástico

longitudinal y transversal, el coeficiente de amortiguamiento y el coeficiente de Poisson. Además, se ha evaluado la variación de la resistencia a flexión compresión y tracción del mortero, con y sin fibras continuas de vidrio o carbono con diferentes gramajes.

En particular, se ha podido determinar un incremento positivo con el tiempo, tanto de los parámetros resistentes como del módulo elástico. Además, se ha observado una disminución progresiva del coeficiente de amortiguamiento y del coeficiente de Poisson. Por otro lado, se ha certificado los problemas de adherencia en el uso de fibras sin preimpregnar, y la mejora de la ductilidad de los morteros reforzados con fibras largas continuas, llegando a mejorar en 10 veces su capacidad respecto al mismo material con fibras dispersas.

Finalmente, en relación a los módulos elásticos dinámicos y estáticos, puede observarse como existe una mejor correlación en el caso de comparar módulos elásticos transversales en probetas 40x10x1 cm³, que en el caso de relacionar el módulo elástico longitudinal con el transversal a partir de probetas 4x4x16 cm³, llegándose a alcanzar un factor de relación de 2.

AGRADECIMIENTOS.

El presente trabajo de investigación ha sido posible gracias a la financiación recibida del Ministerio de Economía y Competitividad, a través del proyecto BIA2015-69952-R.

Los autores desean mostrar su agradecimiento a la empresa MAPEI por su apoyo durante la realización de la campaña de ensayos experimentales.

REFERENCIAS.

[1] Aragón Torre, G., Suarez Vivar, L., Martín Esteban, A., Ortega López, V., Aragón Torre, A. (2016). Técnicas de diagnóstico para determinar el módulo de elasticidad de un mortero monocapa. Congreso Euro-Americano sobre "Patología de la Construcción, Tecnología de la Rehabilitación y Gestión del Patrimonio – REHABEND2016, Burgos, España; mayo 2016.

[2] D. Bru, R. Reyanu, F.J. Baeza, S. Ivorra. Structural damage evaluation of industrial masonry chimneys. *Materials and Structures* (2018) 51:34, 16 pp.

[3] D. Bru, S. Ivorra, F.J. Baeza, Seismic behavior of a masonry chimney retrofitted with composite materials: A preliminary approach, *Int. J. Saf. Secur. Eng.* 7 (2017) 486–497. doi:10.2495/SAFE-V7-N4-486-497.

[4] Triantafillou, T.C. (2016). Strengthening of Existing Masonry Structures: Concepts and Structural Behavior. *Textile Fibre Composites in Civil Engineering*, 15, 361-374.

[5] L. Estevan, F.J. Baeza, D. Bru, S. Ivorra. Stone masonry confinement with FRP and FRCM composites. *Construction and Building Materials* (in press)

[6] AENOR, UNE-EN 196-1. Métodos de ensayo de cementos. Parte 1: Determinación de resistencias mecánicas. (2018)

- [7] AENOR, UNE-EN 1015-11. Métodos de ensayo de los morteros para albañilería. Parte 11: Determinación de la resistencia a flexión y a compresión del mortero endurecido. (2000)
- [8] AC434, Acceptance criteria for masonry and concrete strengthening using fabric-reinforced cementitious matrix (FRCM) composite systems, ICC Evaluation Service (2017).
- [9] F.G. Carozzi, A. Bellini, T.D'Antino, G. de Felice, F. Focacci, I. Hojdys, L. Laghi, E. Lanoye, F. Micelli, M. Panizza, C. Poggi. Experimental investigation of tensile and bond properties of Carbon-FRCM composites for strengthening masonry elements. *Composites part B: Engineering*. 128:1 (2017), 100-119.
- [10] ASTM E-1875: Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Sonic Resonance. (2013)
- [11] ASTM D-2845: Improved correlation between the static and dynamic elastic modulus of different types of rocks. (2008)
- [12] Arboleda, D., De Caso y Basalo, F., Nanni, A. (2016). Comportamiento mecánico de FRCC (Matriz cementicia reforzada con tejido) compuesto de capas multiples. Congreso Euro-Americano sobre "Patología de la Construcción, Tecnología de la Rehabilitación y Gestión del Patrimonio – REHABEND2016, Burgos, España; mayo 2016.

METODOLOGÍA PARA VALORAR LA SOSTENIBILIDAD CON BAJA INFLUENCIA DE LOS DECISORES

V. Penadés-Plà¹, V. Yepes², T. García-Segura³

ABSTRACT

The goal of achieving sustainable structures involves a set of criteria that are usually opposed. This leads to the need to create a decision-making process. In every decision-making process there are subjective assessments that depend on the decision-maker. This is why decision-makers become an important part of the process because of their subjective assessment. This paper proposes a methodology in which the subjective assessment of the decision-maker in the assessment of sustainability in structures is reduced. Different processes are applied to reduce uncertainty in decision-making processes. In the first place the analysis of main components is applied, in the second place the optimization based on kriging, and finally the AHP method. All this is applied to a continuous concrete deck of beams for pedestrian walkways to achieve sustainable designs, reducing the complexity in making decisions on the most sustainable solution.

Keywords: Post-tensioned concrete. Box-girder bridge; Sustainability assessment; Kriging; Principal Component Analysis; Decision-making; Robust design

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de los proyectos de ingeniería ha sido tradicionalmente obtener estructuras con el menor coste posible. No obstante, en los últimos años, la preocupación por los aspectos medio ambientales y sociales en la sociedad ha generado que exista una tendencia hacia la construcción de estructuras sostenibles. Esta tendencia ha sido apoyada en diferentes trabajos [1–5] que proporcionan criterios para el desarrollo de los tres pilares principales de la sostenibilidad: pilar económico, pilar medio ambiental y pilar social [4,6]. Así pues, el diseño de estructuras sostenibles implica evaluar una serie de criterios que cubran todas las perspectivas de sostenibilidad, principalmente agrupadas en estos tres pilares principales. Por lo tanto, es necesario normalizar y asignar una importancia relativa a cada criterio, lo cual implica proceso de toma de decisiones [7,8]. Los métodos de toma de decisiones multi-atributos (*Multi-Attribute Decision-Making, MADM*) se han utilizado en la evaluación de la sostenibilidad en diferentes tipologías constructivas. Algunos trabajos han realizado un estado del arte de diferentes MADM utilizados y criterios considerados en los problemas de evaluación de la sostenibilidad de las estructuras [9,10]. Algunos de estos métodos de toma de decisiones se han aplicado para evaluar un índice de sostenibilidad de diferentes estructuras o elegir la estructura más sostenible entre diferentes alternativas [5,11–14].

¹ Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (España) vipepl2@cam.upv.es (Corresponding autor).

² Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (España) vyepesp@cst.upv.es.

³ Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universitat Politècnica de València (España) tagarse@upv.es.

Los principales pasos en el proceso de toma de decisiones para la valoración de la sostenibilidad son: (1) la elección de los criterios que representen adecuadamente la sostenibilidad, (2) la proposición de las diferentes alternativas, (3) la evaluación de las alternativas según los criterios (los cuales pueden ser cuantitativos o cualitativos), normalización y asignación de pesos relativos, y finalmente (d) la selección de la mejor alternativa. Una vez propuestos los criterios y las alternativas, la evaluación de los criterios cualitativos y la asignación de la importancia relativa de los diferentes criterios implican evaluaciones subjetivas. Esto causa que la evaluación de la sostenibilidad podría ser diferente en función de las preocupaciones de los decisores. Por esta razón, la creación de una metodología que logre una estructura sostenible que satisfaga los diferentes intereses de los responsables de la toma de decisiones sería de gran valor. Por lo tanto, es necesario estudiar cómo estas diferentes perspectivas de los diferentes decisores afectan al diseño de las estructuras.

Para este fin se ha utilizado el análisis de componentes principales (ACP) [15], la optimización basada en kriging [16] y el método AHP [17] para buscar soluciones sostenibles, eliminando la relación entre criterios dependientes y asegurando la obtención de una solución sostenible frente a las diferentes perspectivas de los responsables de la toma de decisiones. El ACV se utiliza para evitar la evaluación de un grupo de criterios con un alto índice de correlación. De esta forma, los criterios con un alto índice de correlación se agrupan en componentes principales, evitando inflar (positiva o negativamente) la valoración sostenible de las alternativas. La optimización basada en Kriging se utiliza para obtener la alternativa más sostenible según cada perspectiva diferente. Debido al gran número de optimizaciones que se deben realizar para llevar a cabo este estudio, la optimización basada en kriging es la más adecuada debido a su alta velocidad de cálculo [18]. Finalmente, el método de toma de decisiones AHP se utiliza para generar muchos pesos relativos aleatorios consistentes para estudiar la variabilidad de cada una de las alternativas frente todas las diferentes perspectivas posibles. Además, el problema de la dependencia de criterios, destacado en varios trabajos [19,20], se resuelve gracias a la independencia lineal de los componentes principales.

En este trabajo, el primer objetivo es estudiar la influencia de la incertidumbre en los problemas de toma de decisiones y obtener las alternativas sostenibles que mejor representen los diferentes intereses de los decisores. El segundo objetivo es determinar la alternativa sostenible que mejor satisfaga las diferentes perspectivas, independientemente de los intereses de los responsables de la toma de decisiones. Para ello, se ha considerado la evaluación de la sostenibilidad de una pasarela peatonal continua de tres vanos de hormigón con sección en cajón. Esta estructura fue elegida por su gran comportamiento estructural, baja carga muerta y condiciones de construcción. Para ello, se consideró un conjunto de criterios para cubrir todas las perspectivas de sostenibilidad del puente, teniendo en cuenta todo su ciclo de vida. De esta manera, se puede realizar una evaluación completa de la sostenibilidad.

2. DESCRIPCIÓN DEL PUENTE

La estructura considerada es un tablero continuo de hormigón para puentes peatonales con tres vanos continuos de 40-50-40 metros de longitud. El ancho del tablero del puente peatonal (B) es de 3 metros. Las otras dimensiones geométricas que definen la sección transversal del tablero del puente peatonal son variables (Figura 1): canto (h), anchura inferior (b), anchura de la inclinación del alma (d), espesor de la losa superior (e_s), espesor de la sección exterior en voladizo (e_v), espesor de la losa

inferior (e_i) y espesor de la losa del alma (e_a). La longitud del enlace interno (t) se obtiene siguiendo la recomendación de Schlaich y Scheff [21] (Eq. 1).

$$t = \max \left\{ \frac{e_i}{2}, e_a \right\} \quad (1)$$

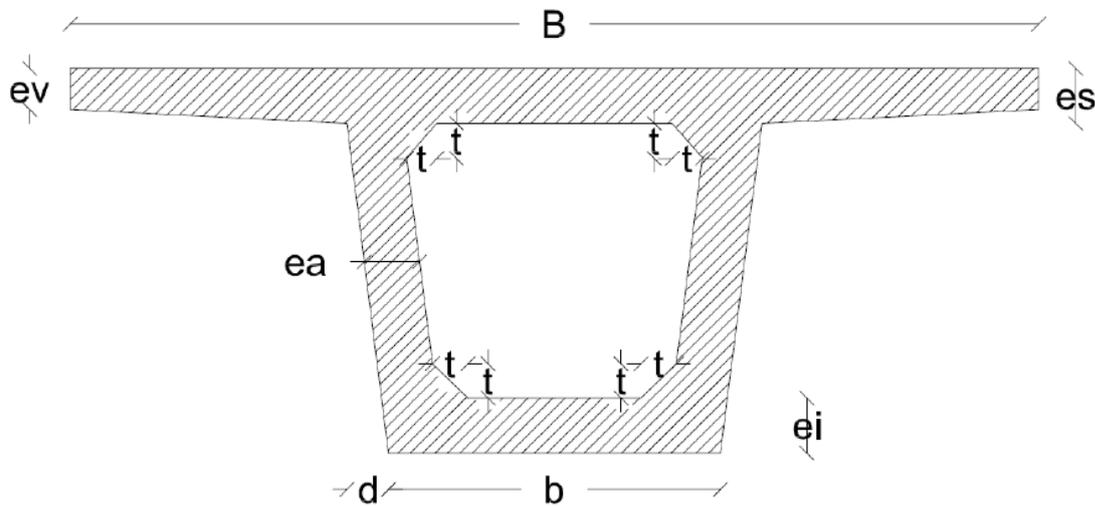


Figura 1. Sección transversal del puente

Además, la resistencia del hormigón (f_{ck}) se considera una variable. El acero pretensado está formado por tendones de 0,6 pulgadas y pretensado a 195,52 kN, y las vainas están distribuidas simétricamente a través de las bandas con una disposición parabólica. La excentricidad máxima se localiza dónde el momento de flexión es el mínimo o máximo (Figura 2), donde la distancia de las vainas a la superficie es de 0,2 metros. Además, la distancia entre los pilares y el punto de inflexión de acero pretensado es del 5% de la longitud de cada vano.

La posición de la armadura pasiva se determina según la figura 3. El refuerzo longitudinal se define por el número de barras por metro y su diámetro, situadas en la losa superior (LRn1, LRØ1), las alas (LRn2, LRØ2, LRn3, LRØ3), las almas (LRn4, LRØ4), la losa inferior (LRn5, LRØ5) y el núcleo interior (LRn6, LRØ6). Además, se considera armadura de refuerzo a flexión. La primera armadura de refuerzo cubre la losa superior de la zona de apoyo (LRØ7) con el mismo número de barras por metro que LRn1, y la segunda armadura de refuerzo cubre la losa inferior en el resto del vano exterior (LRØ8) y el vano central (LRØ9) con el mismo número de barras por metro que LRn5. El refuerzo transversal se define por el diámetro del refuerzo estándar (TRØ1, TRØ2, TRØ3, TRØ4, TRØ5, TRØ6, TRØ7) y la distancia (TRS).

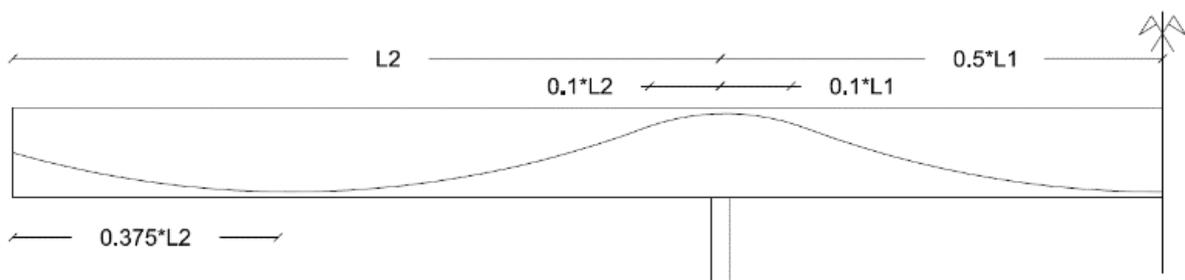


Figura 2. Trazado de cables de acero pretensado

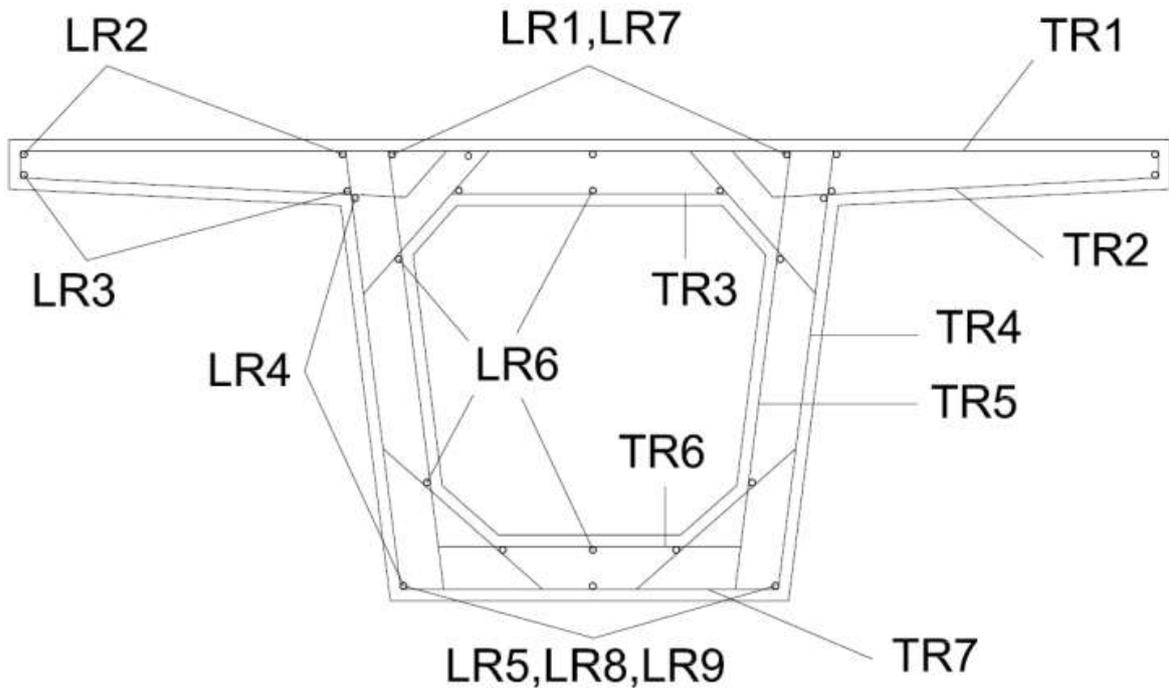


Figura 3. Armadura pasiva

3. METODOLOGÍA

En esta sección se explica la metodología utilizada para llevar a cabo este trabajo.

3.1. Criterios y evaluación del ciclo de vida

El objetivo de este trabajo es alcanzar el diseño más sostenible para un puente peatonal de hormigón con sección en cajón según ocho variables: Siete variables geométricas (h , b , e_v , e_s , e_a , e_i , d) que definen la sección transversal del puente y la resistencia del hormigón (f_{ck}). Para ello, el primer paso es definir aquellos criterios que abarcan todas las perspectivas de la evaluación de la sostenibilidad a lo largo de todo su ciclo de vida. La Figura 4 muestra todos los criterios considerados.

Se ha utilizado una revisión previa de los criterios utilizados para la evaluación de la sostenibilidad de los puentes [9] como base para la selección de los criterios considerados en este trabajo. La revisión muestra un alto consenso para evaluar el aspecto económico, en el que el coste total es el criterio más utilizado. En este trabajo se ha valorado la parte económica a partir de la información proporcionada por la base de datos del BEDEC [22]. La revisión del aspecto medioambiental muestra que es común utilizar uno o dos criterios para definir el impacto medio ambiental (normalmente el CO_2 y la energía). Sin embargo, para obtener un perfil ambiental completo, es necesario considerar un conjunto de criterios que representen un impacto medio ambiental completo [23]. Para ello, se ha utilizado el método de evaluación de impacto ambiental ReCiPe [24], utilizando la información proporcionada por la base de datos Ecoinvent [25] y procesada mediante el software OpenLCA. De esta manera, se ha obtenido una valoración medio ambiental completa considerándose todos los impactos ambientales [26–28]. Por último, la revisión muestra que el aspecto social es el más confuso.

Existe poco acuerdo en la definición de los criterios que mejor representan el aspecto social. Se han utilizado criterios como el tiempo de desvío, el polvo y el ruido en diferentes trabajos [4,29,30]. La mayoría de estos criterios están asociados a las diferentes actividades de construcción y mantenimiento a lo largo del ciclo de vida del puente. Por esta razón, se considera el tiempo de inactividad como criterio único que engloba todos los criterios que surgen durante las actividades de construcción y mantenimiento.



Figura 4. Criterios de sostenibilidad

Al final de la evaluación del puente, cada criterio tiene unidades diferentes. Por lo tanto, para la evaluación de la sostenibilidad global del puente, es necesario normalizar estos criterios para su posterior agregación. Para ello, se ha aplicado una normalización lineal a los diferentes criterios. Para facilitar la agregación de los criterios para llevar a cabo la evaluación de sostenibilidad global, el mejor valor normalizado de cada criterio será 0 y el peor será 1. Por lo tanto, en el caso de que el mejor valor de los criterios sea el más bajo, se utilizará la ecuación 2. De lo contrario, si el mejor valor es el más alto, se utilizará la ecuación 3.

$$\frac{c - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}} \quad (2)$$

$$\frac{c_{\max} - c}{c_{\max} - c_{\min}} \quad (3)$$

Además, se define una muestra inicial de puentes peatonales. Para ello se utilizó el muestreo de hipercubo latino según Penadés-Plà et al. [18]. El hipercubo latino fue propuesto por McKay et al. en 1979 [31]. Este método determina un número N de intervalos no solapados para cada variable, dividido según una distribución uniforme, a partir de una serie de variables de diseño (v) y un tamaño de muestra (N). Por lo tanto, el espacio de diseño se divide en regiones N^v. Este método garantiza que cada punto de la muestra se encuentre en una de estas regiones, por lo que cada intervalo de cada rango de variables de diseño sólo es ocupado para un punto de la muestra. En consecuencia, el hipercubo latino garantiza que todas las variables de diseño están representadas por sus respectivos rangos. En este trabajo, se ha considerado un tamaño de muestra inicial de 500 puentes peatonales. Estos puentes tienen ocho variables (la resistencia del hormigón y siete variables geométricas). La resistencia del hormigón (f_{ck}) oscila entre 35-100 MPa. El canto (h) oscila entre 1,25 y 2,5 metros, la anchura de la losa inferior (b) entre 1,2 y 1,8 metros, la anchura de la inclinación del alma (d) entre 0 y

0,4 metros, el espesor de la losa del alma (e_a) entre 0,3 y 0,6 metros y el resto de los espesores de losa (e_v , e_s , e_i) entre 0,15 y 0,4 metros.

3.2. Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales (ACP) es un procedimiento estadístico que permite convertir un conjunto de posibles criterios correlacionados en un conjunto de variables linealmente independientes llamadas componentes principales [15]. Este trabajo utiliza el ACP para disminuir los cinco criterios originales en un conjunto de componentes principales. Esto evita valorar excesivamente (positiva o negativamente) algunos puentes debido a su alta correlación de los criterios sostenibles.

El primer paso en el ACP es obtener el total de la varianza explicada por las componentes principales para cada criterio original (Tabla 1). Esto es representado por las comunalidades después de la extracción. Algunos autores [32,33] indican que para un tamaño de muestra superior a 300 las comunalidades después de la extracción deben ser superiores al 50%. La segunda columna de la tabla 1 muestra que todos los criterios tienen comunalidades muy superiores al 50%, explicándose prácticamente todo el problema con las componentes principales.

Tabla 1. Comunalidades

	Initial	Afer extraction
Coste	1	0.999
Human Health	1	0.999
Ecosystem	1	0.978
Resources	1	0.973
Tiempo de inactividad	1	0.999

En la tabla 2 se muestra la varianza total que puede explicarse por cada componente principal. La primera componente principal es el que explica la mayor variabilidad del análisis. La segunda tiene la segunda mayor variabilidad explicada, y así sucesivamente. En este caso, la primera componente principal explica el 59.070% del análisis, la segunda el 39.88%, y a partir de la tercera menos de un 1%. La suma de las dos primeras componentes principales hacen un total de 98.95%, es decir, casi la totalidad. Existen dos enfoques diferentes para determinar el número de componentes principales a considerar. Por un lado, Kaiser [34] declaró que todas las componentes principales que tienen un valor propio superior a uno deben ser consideradas. Por otro lado, el número de componentes principales que deben considerarse son aquellas que explican más que una porción específica de la variabilidad del análisis. En este caso, las dos primeras componentes principales tienen valores propios superiores a uno y explican más del 95% de la variabilidad del análisis.

Tabla 2. Varianza total explicada

Componente principal	Autovalores iniciales			Suma de cargas al cuadrado de la rotación		
	Total	% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado
1	2.953	59.070	59.070	2.953	59.070	59.070
2	1.994	39.880	98.950	1.994	39.880	98.950
3	.050	.998	99.948			
4	.002	.035	99.982			
5	.001	.018	100.000			

Finalmente, se obtuvo la correlación entre los criterios originales y los componentes principales. De esta manera, el valor de las tres primeras componentes principales puede calcularse como una combinación lineal de los criterios originales. La tabla 3 muestra la matriz de componentes principales, en la que se muestran las correlaciones entre todas las variables originales de cada componente principal. Algunos autores [32] afirman que las cargas significativas son aquellas con una correlación superior a 0,4, y que las cargas inferiores a 0,4 pueden ser excluidas.

Tabla 3. Matriz de componente

	Componente	
	1	2
Cost		0.935
Human Health	0.988	
Ecosystem	0.965	
Resources	0.986	
Downtime		0.976

3.3. Optimización basada en kriging

El propósito de los metamodelos es construir un modelo matemático aproximado de un modelo simulado detallado, que predice la respuesta a partir de las variables de diseño. Una vez establecido el modelo matemático aproximado, todos los cálculos realizados con metamodelos son mucho más eficientes que los del modelo simulado detallado. Penadés-Plà et al. [18] compararon una optimización heurística convencional con una optimización heurística basada en kriging utilizando un algoritmo de recocido simulado mostrando una reducción del tiempo utilizando en la optimización heurística basada en kriging superior al 90% en comparación con la optimización heurística convencional. Además, la mayor parte del tiempo consumido por la optimización heurística basada en kriging se debió al cálculo del tamaño inicial de la muestra. Todo ello alcanzando soluciones similares a la optimización heurística convencional.

El objetivo de este trabajo es estudiar la influencia de la incertidumbre en la toma de decisiones y obtener las alternativas sostenibles que mejor representen las diferentes perspectivas de sostenibilidad. Para ello, se ha propuesto un problema de optimización que representa el puente más sostenible según las diferentes perspectivas de sostenibilidad. El puente más sostenible se ha definido como un índice de agregación (índice de sostenibilidad) en el que se han asignado diferentes pesos relativos a cada componente principal (que está correlacionado con las variables originales), como se

muestra en la ecuación 4. De esta manera, se puede obtener el puente más sostenible de acuerdo a cada perspectiva. En este trabajo se han generado 1000 perspectivas diferentes al azar. Por lo tanto, se han definido y se han llevado a cabo 1000 problemas de optimización diferentes. Debido al alto costo computacional requerido para cubrir todas estas optimizaciones, el modelo kriging es la mejor opción debido a su alta eficiencia computacional.

(4)

(5)

donde $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son las variables de diseño.

De esta forma, se generan un total de 1000 conjuntos de peso relativo aleatorio (w_1, w_2). Cada uno de estos conjuntos de pesos relativos proporciona un índice de sostenibilidad diferente para cada puente de acuerdo con la ecuación 4, variando la superficie kriging generada. Por lo tanto, la optimización de cada uno de estos conjuntos de pesos relativos da el puente más sostenible de acuerdo con cada conjunto de peso relativo. Esta optimización tiene como objetivo obtener el puente más sostenible (Eq. 4) satisfaciendo las restricciones (Eq. 5) que garantizan los estados límite de servicio y los estados límite últimos (ELU y ELS). Además, se verifican los requisitos geométricos y de constructibilidad, siguiendo la normativa española para este tipo de estructuras [35,36], así como los Eurocódigos [37,38]. De esta manera, se obtuvieron un total de 1000 diseños de pasarelas peatonales sostenibles de acuerdo a 1000 diferentes perspectivas de sostenibilidad.

3.4.AHP

Una vez obtenido el conjunto de puentes sostenibles, los responsables de la toma de decisiones deben elegir uno de acuerdo con sus preferencias. El método AHP fue desarrollado por Saaty en la década de 1970 [39], convirtiéndose en uno de los métodos de toma de decisiones más populares debido a su facilidad de uso. Muchos trabajos han utilizado el método AHP para diferentes problemas de toma de decisiones [5,6,40]. En este trabajo se han considerado tres componentes principales que representan todos los criterios de sostenibilidad, por lo que el método AHP es válido para este estudio. El peso relativo de cada componente principal se obtiene mediante la comparación por pares. Saaty [17] propuso una escala fundamental para llevar a cabo la comparación entre los diferentes criterios (Tabla 4).

Tabla 4. Escala fundamental de Saaty

Intensidad	Definición	Explicación
1	Importancia igual	Ambos elementos contribuyen por igual
3	Importancia moderada	Un elemento es moderadamente favorecido sobre el otro
5	Importancia fuerte	Un elemento es fuertemente favorecido sobre el otro
7	Importancia muy fuerte	Un elemento es muy fuertemente favorecido sobre el otro
9	Importancia extrema	Un elemento es extremadamente favorecido sobre el otro

Una vez que el responsable de la toma de decisiones ha realizado las comparaciones por pares, se evalúa la consistencia de la matriz de toma de decisiones. Esto se hace para detectar contradicciones en la evaluación de los responsables de la toma de decisiones. La consistencia se obtiene por medio

del índice de consistencia, IC (Eq. 6), donde λ_{\max} es el vector propio máximo y N es la dimensión de la matriz de toma de decisiones. Un índice de consistencia de 0 significa una consistencia total. Después de esto, se calcula el ratio de consistencia, CR (Eq. 7), con valores aceptables por debajo del 10%.

$$\text{IC} = \frac{\text{CI}}{\text{CI}_{\text{max}}} \quad (6)$$

$$\text{CR} = \frac{\text{CI}}{\text{CI}_{\text{max}}} \quad (7)$$

Una vez verificada la consistencia, se obtienen las ponderaciones para cada criterio de esta matriz de toma de decisiones (Eq. 8).

$$(8)$$

La comparación por pares que se ha explicado anteriormente se refiere únicamente a la evaluación de un único responsable de la toma de decisiones. Si diferentes tomadores de decisiones participan en el mismo problema de toma de decisiones, cada tomador de decisiones creará una matriz de toma de decisiones diferente que genera diferentes pesos relativos para los criterios y, en consecuencia, un índice final de sostenibilidad diferente, lo que provoca la selección de una alternativa diferente. En este trabajo se estudia cómo esta incertidumbre afecta a diferentes muestras en el mismo problema de toma de decisiones. Con este fin, se han generado 1.000 responsables de la toma de decisiones aleatorias para tener en cuenta todas las diferentes preferencias de los responsables de la toma de decisiones.

4. RESULTADOS

En este trabajo, el procedimiento descrito en el apartado 3 ha conducido a una única solución, que se elige independientemente de las preferencias de los responsables de la toma de decisiones. Esta solución es el puente más sostenible según los criterios iniciales considerados. De esta manera, es posible reducir un gran conjunto de soluciones a las más sostenibles, facilitando la selección final por parte del decisor, o incluso evitándola. Además, independientemente de la decisión final del responsable de la toma de decisiones, el puente elegido será un puente sostenible. En este trabajo, el hipercubo latino generó un conjunto inicial de 500 puentes peatonales de hormigón de sección en cajón. A continuación, se obtuvo un gran conjunto de puentes sostenibles que cubren todas las perspectivas de la sostenibilidad mediante el ACP y la optimización basada en kriging. Finalmente, se generaron 1000 decisiones aleatorias usando el método AHP, y cada una de estas decisiones conduce a un puente de acuerdo a las preferencias. En este caso, este proceso permite reducir los primeros 500 puentes peatonales de sección en cajón aleatorios a una solución que se consideran el más sostenible independientemente de las preferencias de los responsables de la toma de decisiones. Este puente peatonal sostenible corresponde a aquel cuyas variables de sección son $b=1,2$ m, $h=1,25$ m, $d=0$ m, $ev=0,15$ m, $es=0,15$ m, $ea=0,35$ m, $ei=0,15$ m, y $fck=60$ MPa. Esta solución tiene un coste de 164179.89 euros, un tiempo de inactividad nulo debido a procesos de mantenimiento, y un impacto medio ambiental correspondiente a 5551.51 puntos de HH, 2331.24 puntos de E, y 7627.06 puntos de R.

Además, cada puente peatonal de viga de caja tendrá 1000 índices de sostenibilidad diferentes según los 1000 responsables de la toma de decisiones aleatorias. Por lo tanto, es posible obtener la media de todos estos para ver el valor de sostenibilidad global. Así pues, además de la solución anterior se pueden obtener la clasificación de las soluciones optimizadas por índice de sostenibilidad. En la tabla 5 se muestran las 3 soluciones más sostenibles siguiendo los criterios de este trabajo.

Tabla 5. Mejores soluciones sostenibles

	b	h	d	ev	es	ea	ei	fck	t	Coste	Human Health	Ecosystem	Resource	Tiempo Inactividad
Solucion 1	1200	1250	0	150	150	350	150	60	150	164179.89	5551.51	2331.24	7627.06	0
Solucion 2	1200	1250	50	150	150	350	150	60	150	164495.24	5566.22	2346.01	7608.06	0
Solucion 3	1200	1400	0	150	150	350	150	60	150	170393.64	5870.69	2463.36	8173.19	0

5. CONCLUSIONES

En el sector de la construcción, existe una tendencia actual hacia la mejora de la sostenibilidad debido al gran impacto de las estructuras en el contexto económico, medioambiental y social. Sin embargo, la evaluación de la sostenibilidad es un proceso complejo que implica un gran número de alternativas, criterios y responsables de la toma de decisiones que hacen una evaluación subjetiva de la importancia de los diferentes criterios en función de sus perspectivas o intereses. Por esta razón, este trabajo muestra una metodología que puede reducir la participación del tomador de decisiones, e incluso evitarla, para la selección de la alternativa más sostenible. De esta manera, la alternativa final puede considerarse una solución sostenible, independientemente de los intereses del responsable de la toma de decisiones.

Esta metodología se ha aplicado para la selección de una pasarela peatonal de hormigón de sección en cajón teniendo en cuenta la evaluación de su ciclo de vida completo. Para ello, se definió en primer lugar un conjunto de criterios que representaban el objetivo de sostenibilidad y se calculó un conjunto aleatorio de puentes. Para evitar la alta correlación de algunos criterios, se utilizó el ACP. Luego, se aplicó la optimización basada en kriging para alcanzar el puente más sostenible de acuerdo con 1000 pesos relativos aleatorios. De esta manera, se cubren todas las perspectivas de sostenibilidad. Finalmente, se generaron 1000 decisores aleatorias utilizando el método AHP para seleccionar los puentes preferidos de acuerdo con las diferentes perspectivas del decisor. Cada uno de estos decisores aleatorios escoge el puente más sostenible de acuerdo con sus intereses, reduciendo el conjunto de alternativas elegibles. Después de este proceso, las 500 alternativas de la muestra inicial se redujeron a una sola solución sostenible. De esta manera, en este caso la participación del decisores se evita. La solución obtenida se considera la más sostenible independientemente de los criterios del decisor. Además, se puede obtener un ranking de las soluciones más sostenibles de acuerdo con los criterios utilizados.

En el caso de este trabajo, todas las perspectivas tienden a la misma solución. Esto se debe al número bajo de criterios y que existe una relación entre ellos. No obstante, esta metodología es igualmente válida para casos mucho más complejos en los que intervienen un número mayor de criterios y altamente contradictorios. En estos casos esta metodología incluso es más útil debido a la dificultad para un decisor de valorar una gran cantidad de criterios. Por lo tanto, la metodología propuesta

resulta más válida cuanto más complicada es el proceso de toma de decisiones, reduciendo así la gran dificultad que entrañe este tipo de procesos con una gran valoración de componentes subjetivas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Economía y Competitividad español, así como la financiación del FEDER (Proyecto: BIA2017-85098-R).

REFERENCIAS

- [1] García-Segura T, Yepes V. Multiobjective optimization of post-tensioned concrete box-girder road bridges considering cost, CO2 emissions, and safety. *Engineering Structures* 2016;125:325–36. doi:10.1016/j.engstruct.2016.07.012.
- [2] Zastrow P, Molina-Moreno F, García-Segura T, Martí J V., Yepes V. Life cycle assessment of cost-optimized buttress earth-retaining walls: A parametric study. *Journal of Cleaner Production* 2017;140:1037–48. doi:10.1016/j.jclepro.2016.10.085.
- [3] García-Segura T, Yepes V, Alcalá J, Pérez-López E. Hybrid harmony search for sustainable design of post-tensioned concrete box-girder pedestrian bridges. *Engineering Structures* 2015;92:112–22. doi:10.1016/j.engstruct.2015.03.015.
- [4] Gervásio H, Simões Da Silva L. A probabilistic decision-making approach for the sustainable assessment of infrastructures. *Expert Systems with Applications* 2012;39:7121–31. doi:10.1016/j.eswa.2012.01.032.
- [5] Pan N-F. Fuzzy AHP approach for selecting the suitable bridge construction method. *Automation in Construction* 2008;17:958–65. doi:10.1016/j.autcon.2008.03.005.
- [6] Aghdaie MH, Zolfani SH, Zavadskas EK. Prioritizing constructing projects of municipalities based on AHP and COPRAS-G: A case study about footbridges in Iran. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering* 2012;7:145–53. doi:10.3846/bjrbe.2012.20.
- [7] Hwang CL, Yoon K. *Multiple attribute decision making: Methods and Applications*. 1981.
- [8] Zavadskas E., Kaklauskas A, Turskis Z, Tamošaitienė J. Multi-attribute decision-making model by applying grey numbers. *Institute of Mathematics and Informatics, Vilnius* 2009;20:305–20.
- [9] Penadés-Plà V, García-Segura T, Martí J, Yepes V. A review of multi-criteria decision-making methods applied to the sustainable bridge design. *Sustainability* 2016;8:1295. doi:10.3390/su8121295.
- [10] Sierra LA, Yepes V, Pellicer E. A review of multi-criteria assessment of the social sustainability of infrastructures. *Journal of Cleaner Production* 2018;187:496–513. doi:10.1016/J.JCLEPRO.2018.03.022.
- [11] Yehia S, Abudayyeh O, Fazal I, Randolph D. A decision support system for concrete bridge deck maintenance. *Advances in Engineering Software* 2008;39:202–10. doi:10.1016/j.advengsoft.2007.02.002.
- [12] Kripka M, Yepes V, Milani C, Kripka M, Yepes V, Milani CJ. Selection of sustainable short-span bridge design in Brazil. *Sustainability* 2019;11:1307. doi:10.3390/su11051307.

- [13] García-Segura T, Penadés-Plà V, Yepes V. Sustainable bridge design by metamodel-assisted multi-objective optimization and decision-making under uncertainty. *Journal of Cleaner Production* 2018;202:904–15. doi:10.1016/J.JCLEPRO.2018.08.177.
- [14] Salas J, Yepes V, Salas J, Yepes V. VisualUVAM: A decision support system addressing the curse of dimensionality for the multi-scale assessment of urban vulnerability in Spain. *Sustainability* 2019;11:2191. doi:10.3390/su11082191.
- [15] Hotelling H. Relations between two sets of variates. *Biometrika* 1936;28:321–77. doi:10.2307/2333955.
- [16] Cressie N. The origins of kriging. *Mathematical Geology* 1990;22:239–52. doi:10.1007/BF00889887.
- [17] Saaty RW. The analytic hierarchy process—what it is and how it is used. *Mathematical Modelling* 1987;9:161–76. doi:10.1016/0270-0255(87)90473-8.
- [18] Penadés-Plà V, García-Segura T, Yepes V. Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design. *Engineering Structures* 2019;179:556–65. doi:10.1016/J.ENGSTRUCT.2018.11.015.
- [19] Begicevic N, Divjak B, Hunjak T. Comparison between AHP and ANP: Case Study of strategic planning of E-learning implementation. *Development* 2007;1:1–10.
- [20] Görener A. Comparing AHP and ANP: An application of strategic decisions making in a manufacturing company. *International Journal of Business and Social Science* 2012;3:194–208.
- [21] Schlaich J, Scheef H. Concrete box-girder bridges. International Association for Bridge and Structural Engineering, Zürich, Switzerland: 1982.
- [22] Catalonia Institute of Construction Technology. BEDEC PR/PCT ITEC material database 2016.
- [23] Laurent A, Olsen SI, Hauschild MZ. Limitations of carbon footprint as indicator of environmental sustainability. *Environmental Science & Technology* 2012;46:4100–8. doi:10.1021/es204163f.
- [24] Goedkoop M, Heijungs R, Huijbregts M, Schryver A De, Struijs J, Zelm R Van. ReCiPe 2008. A life cycle impact assessment which comprises harmonised category indicators at midpoint and at the endpoint level. Netherlands: 2009. doi:10.029/2003JD004283.
- [25] Ecoinvent Center. Ecoinvent v3.3 2016.
- [26] Penadés-Plà V, Martí J V., García-Segura T, Yepes V, Penadés-Plà V, Martí J V., et al. Life-Cycle Assessment: A Comparison between Two Optimal Post-Tensioned Concrete Box-Girder Road Bridges. *Sustainability* 2017;9:1864. doi:10.3390/su9101864.
- [27] Pons JJ, Penadés-Plà V, Yepes V, Martí J V. Life cycle assessment of earth-retaining walls: An environmental comparison. *Journal of Cleaner Production* 2018;192:411–20. doi:10.1016/j.jclepro.2018.04.268.
- [28] Navarro IJ, Yepes V, Martí J V., González-Vidosa F. Life cycle impact assessment of corrosion preventive designs applied to prestressed concrete bridge decks. *Journal of Cleaner*

- Production 2018;196:698–713. doi:10.1016/J.JCLEPRO.2018.06.110.
- [29] Sabatino S, Frangopol DM, Dong Y. Sustainability-informed maintenance optimization of highway bridges considering multi-attribute utility and risk attitude. *Engineering Structures* 2015;102:310–21. doi:10.1016/j.engstruct.2015.07.030.
- [30] Chen Z, Abdullah AB, Anumba CJ, Li H. ANP experiment for demolition plan evaluation. *Journal of Construction Engineering and Management* 2013;140:51–60. doi:10.1061/(ASCE)CO.
- [31] McKay MD, Beckman RJ, Conover WJ. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* 1979;21:239–45. doi:10.1080/00401706.1979.10489755.
- [32] Field A. *Discovering statistics using SPSS (2nd Edition)*. London, England: Sage; 2005.
- [33] Kaiser HF. An index of factorial simplicity. *Psychometrika* 1974;39:31–6. doi:10.1007/BF02291575.
- [34] Kaiser HF. The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement* 1960;20:141–51. doi:10.1177/001316446002000116.
- [35] Ministerio de Fomento. EHE-08: Code on structural concrete. Madrid, Spain: 2008.
- [36] Ministerio de Fomento. IAP-11: Code on the actions for the design of road bridges. Madrid, Spain: 2011.
- [37] European Committee for Standardisation. EN 1991-1-5:2003. Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-5: General actions - Thermal actions. Brussels, Belgium: 2003.
- [38] European Committee for Standardisation. EN1992-2:2005. Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 2: Concrete Bridge-Design and detailing rules. Brussels, Belgium: 2005.
- [39] Saaty TL. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: 1980.
- [40] Chou J-S, Pham A-D, Wang H. Bidding strategy to support decision-making by integrating Fuzzy AHP and regression-based simulation. *Automation in Construction* 2013;35:517–27. doi:10.1016/j.autcon.2013.06.007.

MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE UN ACUEDUCTO DE MAMPOSTERÍA

Ivorra, Salvador¹; Spairani, Yolanda²; Torres, Benjamín³; Bru, David⁴

ABSTRACT.

En la actualidad, dentro del patrimonio formado por las infraestructuras de ingeniería civil históricas se pueden encontrar un gran número de estructuras de mampostería. En muchos casos, la falta de mantenimiento ha generado un gran deterioro de las mismas, lo que puede llegar a comprometer su estabilidad, especialmente si están situadas en zona sísmica. Las estructuras de mampostería resultan especialmente vulnerables frente a acciones sísmicas al presentar una reducida resistencia a tracción, y en mayor medida conforme la durabilidad de los materiales llega a comprometerse por el simple paso del tiempo. Los morteros reforzados con fibra (FRCM, Fiber Reinforced Cement Matrix) se presentan como una alternativa de intervención para mejorar el comportamiento de la mampostería frente a cargas dinámicas [3]. El FRCM se compone habitualmente de una malla bidireccional de fibra de vidrio, carbono o basalto, y una matriz cementicia. El empleo de los FRCM en las estructuras de mampostería incrementa su resistencia y mejora su ductilidad. La ventaja principal de su empleo en comparación con los FRP pegados con resina es la compatibilidad con la superficie reforzada y las buenas condiciones de adherencia, así como el control de los problemas de humedad relacionados con la permeabilidad. En el presente trabajo se ha realizado un análisis preliminar del comportamiento estructural de un acueducto situado en la localidad de Aspe (Alicante). Esta simulación se ha realizado como paso previo al cálculo de un posible refuerzo mediante FRCM si fuera necesario para asegurar la estabilidad sísmica de la estructura. Mediante un láser escáner se registró una nube de puntos que permitió el levantamiento tridimensional, a partir del cual se definió la geometría del modelo de elementos finitos. Además, el modelo se ha realizado con elementos tipo Shell layered que permiten definir una combinación de comportamientos lineales y no lineales en función del tipo de esfuerzo y su dirección.

Keywords: Comportamiento sísmico, patrimonio, análisis dinámico, construcción histórica, reparación.

1. INTRODUCCIÓN.

Las estructuras de fábrica de mampostería sin ningún tipo de refuerzo suelen ser especialmente sensibles frente a esfuerzos cortantes inducidos por acciones como el viento o el sismo [1]. Gran parte del patrimonio arquitectónico que se ha conservado hasta nuestros días está construido con este tipo de materiales. Y en muchos casos se encuentra expuesto a una serie de acciones dinámicas (como las mencionadas anteriormente) que no se tuvieron en cuenta en su diseño [2]. En el caso concreto del

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. sivorra@ua.es (corresponding author)

² Departamento de Construcciones Arquitectónicas. Universidad de Alicante. yolanda.spairani@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. benjamin.torres@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante. david.bru@ua.es

comportamiento sísmico, los sistemas estructurales de mampostería, bien sea de piedra o ladrillo, suelen presentar una alta vulnerabilidad, como pueden ser los casos de muros [3], o elementos más esbeltos como chimeneas [4] o campanarios [5]. Para mejorar la respuesta estructural frente a terremotos, hoy en día se pueden emplear sistemas de refuerzo basados en materiales compuestos, que en algún caso como los morteros reforzados con fibras presentan una mejor compatibilidad con el sustrato de mampostería [6]. A la hora de realizar el análisis de fiabilidad estructural, cobra especial importancia las técnicas de caracterización tanto de la geometría actual del elemento, como de la distribución de materiales, y por tanto de propiedades mecánicas a lo largo de la estructura. En el primer caso, como alternativas a las técnicas de topografía tradicionales, han aparecido diferentes opciones para obtener una restitución tridimensional del elemento estudiado, que acompañadas de unas adecuadas técnicas no destructivas pueden permitir la correcta caracterización de la estructura [7]. De esta manera, los datos de partida del modelo de cálculo se adecuarán lo máximo posible al estado real.



(a) acueducto de la Coca



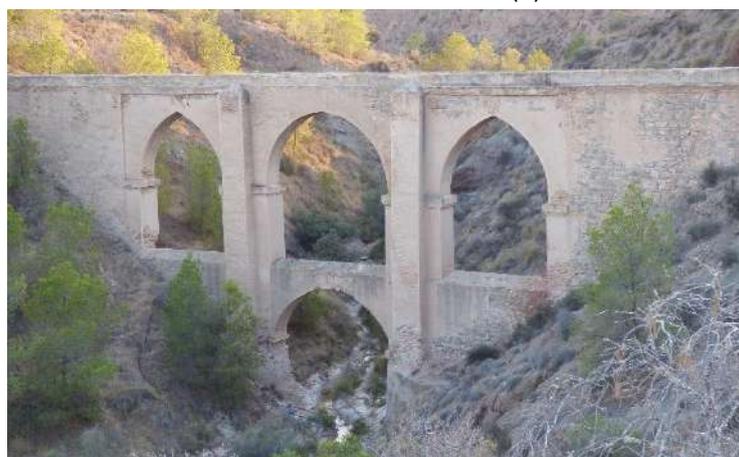
(b) acueducto de Rabosero



(d) acueducto de Carboneras



(d) acueducto de los Cinco Ojos



(e) acueducto de los Cuatro Ojos

Figura 1. Vista general de los diferentes acueductos estudiados.

En el presente trabajo se han estudiado una serie de estructuras de mampostería correspondientes a unos acueductos construidos en el siglo XVIII entre las localidades de Aspe y Elche. La Figura 1 muestra los cinco acueductos objetos del presente estudio, en los que puede apreciarse diferencias tanto en la configuración estructural, como en el estado actual de conservación. El objetivo principal ha sido una evaluación preliminar del comportamiento sísmico de las estructuras. Para ello se ha presentado la metodología seguida para la obtención de la geometría del modelo, las características de los materiales empeladas en su definición y el análisis estructural considerando, además del peso propio de la mampostería, las acciones laterales de viento y sismo. Los modelos numéricos empleados se han diseñado de forma que permiten la implementación de forma sencilla de un posible refuerzo estructural mediante materiales compuestos, en caso de ser necesario.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.

De forma general se va a plantear la metodología seguida en el análisis de las cinco estructuras mostradas anteriormente, aunque la discusión de resultados posterior se centrará en el análisis del modelo concreto del acueducto de los Cuatro Ojos.

2.1. Metodología para el análisis numérico.

Las diferentes fases para la definición del modelo numérico desde la toma de datos in-situ hasta el análisis de la respuesta sísmica de cada estructura incluyen:

- *Restitución tridimensional:* mediante el uso de un escáner láser se obtiene una nube de puntos que define la geometría del conjunto.
- *Toma de datos in-situ:* en esta fase se debe realizar una visita a la estructura para definir el estado actual de las diferentes partes de la mampostería, así como la distribución de elementos con diferentes características a lo largo de la estructura.
- *Definición del modelo:* a partir de la nube de puntos obtenida anteriormente se define la geometría real del modelo numérico. En este caso se han empleado elementos de área tipo *Shell*. En caso de existir problemas importantes de desplome, dichas irregularidades geométricas se podrían haber importado directamente al software de cálculo desde los modelos geométricos. Además en esta fase se debe reflejar la distribución de propiedades mecánicas en las diferentes partes de la estructura, y en su caso la minoración de las mismas en función de las patologías y degradación observadas in situ.
- *Análisis dinámico:* en este caso se optó por un análisis sísmico mediante espectros de respuesta. Además se define el empuje lateral de viento y las diferentes combinaciones entre ambas acciones y la componente de peso propio de la mampostería.

La figura 2 muestra dos vistas laterales correspondientes a los alzados del acueducto de los Cuatro Ojos obtenidos mediante un equipo de escáner láser tipo Leica ScanStation C10. Esta geometría se transforma en elementos de superficie tridimensionales en Autocad, para luego importarla directamente en el software de cálculo SAP2000, y así generar la geometría mostrada en la Figura 3. El mallado del modelo se realizó directamente en SAP2000, y para el caso mostrado en la Figura 3 el modelo estaba conformado por 2992 puntos y 2755 áreas, estando las dimensiones de malla entre 0.63 y 0.01 m² aproximadamente.

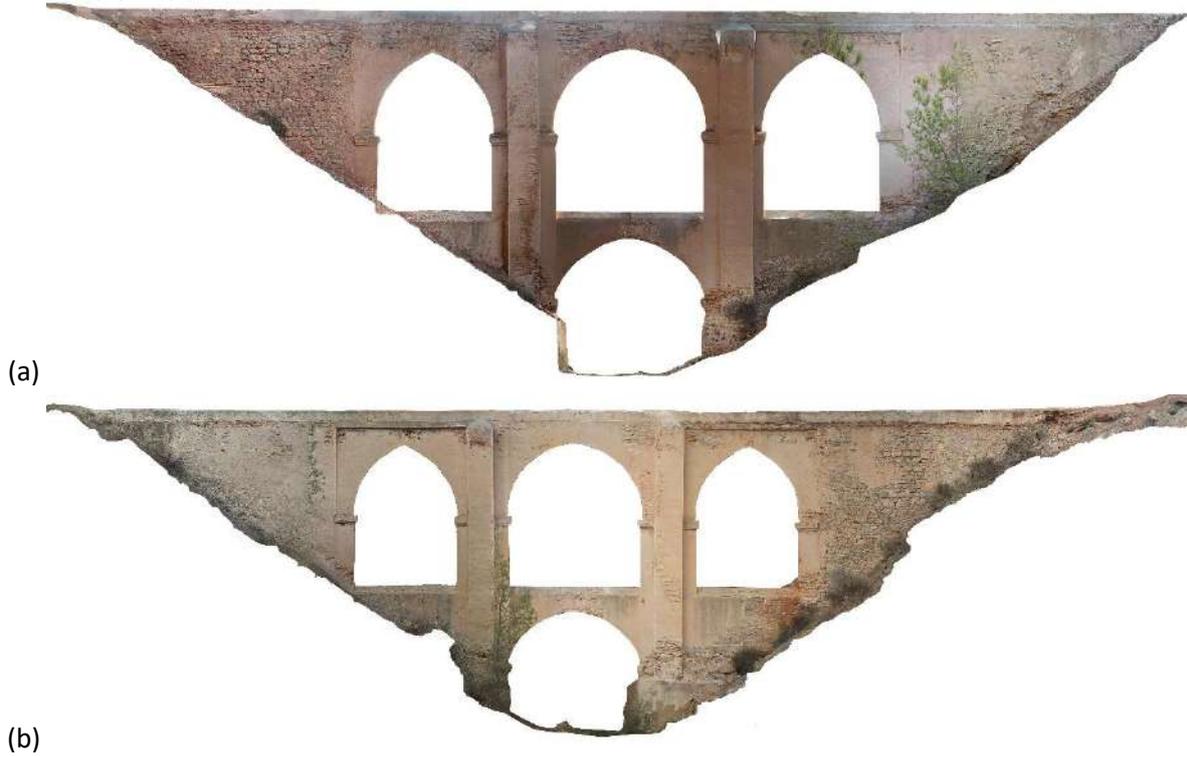


Figura 2. Modelo geométrico obtenido mediante escaneo tridimensional del acueducto de los Cuatro Ojos: (a) alzado aguas arriba y (b) alzado aguas abajo.

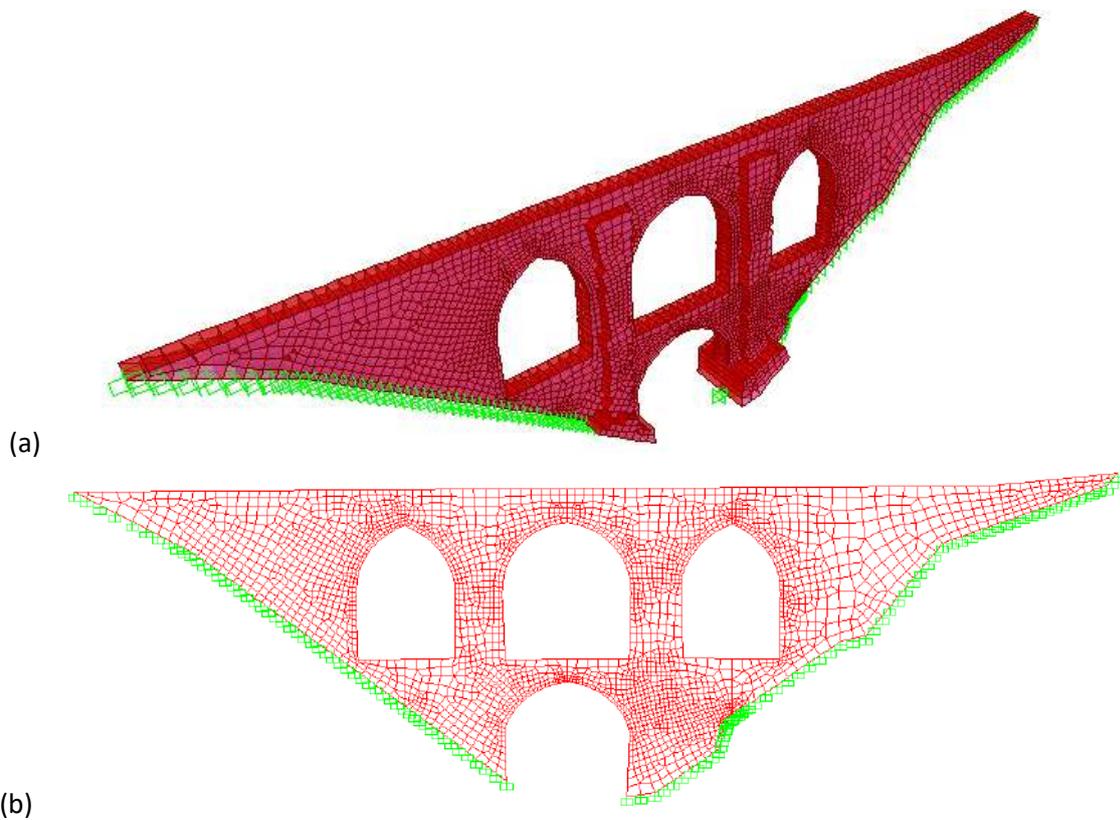


Figura 3. Modelo numérico del acueducto de los Cuatro Ojos: (a) vista extruida con shells de diferente espesor; (b) alzado aguas abajo.

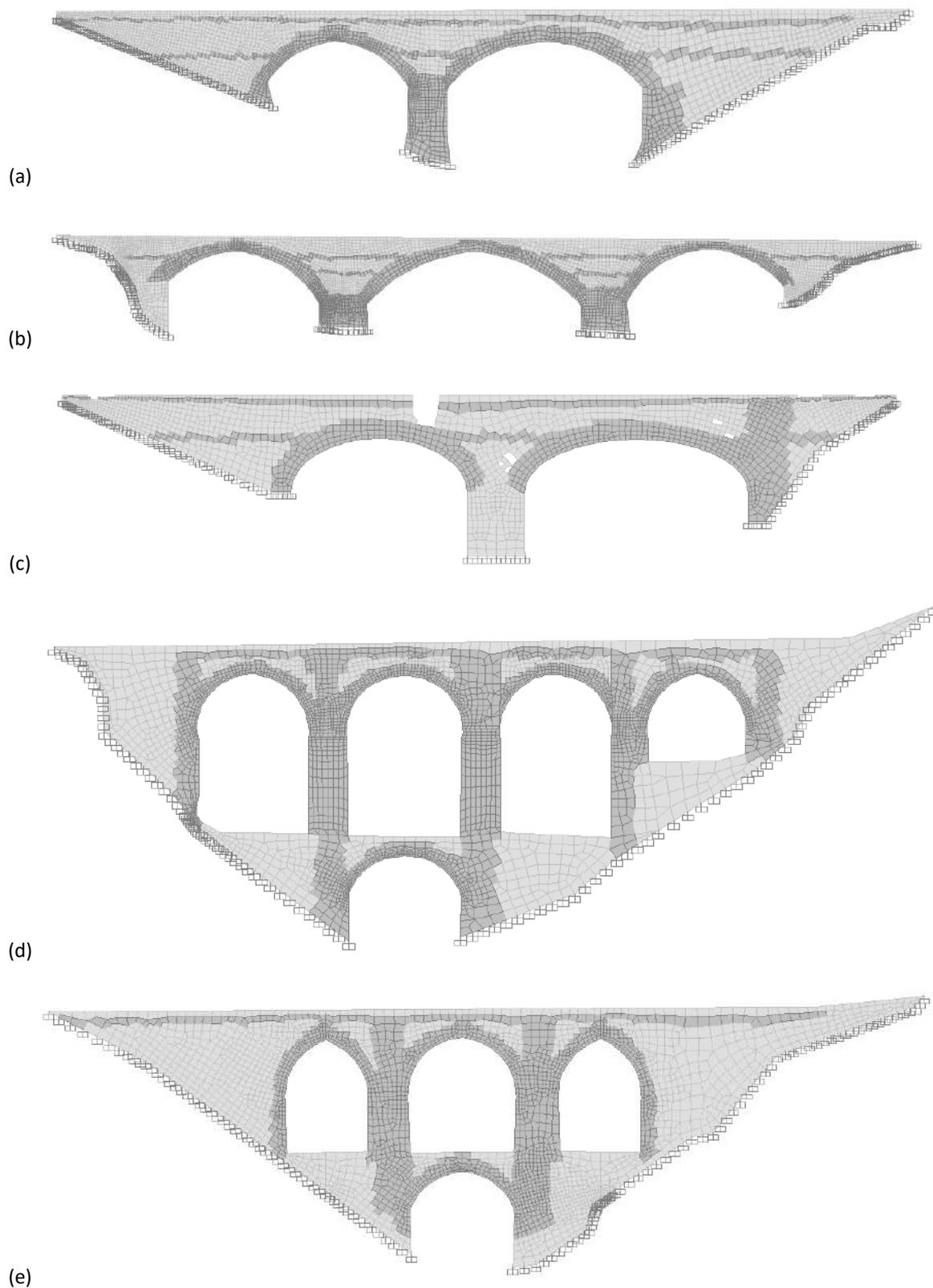


Figura 4. Distribución de materiales en las diferentes estructuras: (a) acueducto de la Coca, (b) acueducto de Rabosero, (c) acueducto de Carboneras, (d) acueducto de los Cinco Ojos y (e) acueducto de los Cuatro Ojos. En color oscuro se muestran las mamposterías de mejor calidad.

En la Figura 4 se han representado las diferentes distribuciones de materiales en las cinco estructuras estudiadas. Como puede verse, es habitual la combinación de un material de mejor calidad, bien mampostería de ladrillo o piedras de forma regular, dispuesta a lo largo de los arcos o en zonas de pilas, con otro material, generalmente mampostería hecha con piedras irregulares en las zonas de relleno. Respecto a las propiedades concretas de cada material se han considerado tres tipos diferentes de mampostería según se realizase con ladrillos cerámicos, rocas regulares, o rocas irregulares. Las propiedades físico-mecánicas de cada una de ellas se han resumido en la Tabla 1. Al tratarse de un análisis preliminar, y no disponer de datos experimentales (in situ o con ensayos de laboratorio de los materiales reales), se han adoptado directamente los valores de resistencias medios de los rangos recomendados en una recomendaciones del gobierno italiano para reducir la vulnerabilidad sísmica del patrimonio construido [8].

Tabla 1: Propiedades físico-mecánicas de los diferentes tipos de mampostería considerados.

Material	f_{ck} (N/mm ²)	τ (N/mm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	γ (kN/mm ³)
Ladrillo	3.2	0.2	1500	600	18
Mampostería irregular	1.4	0.2	870	350	19
Mampostería buena calidad	3.2	0.2	1740	660	21

En los casos que presentaban notable degradación de los materiales, con cambios relevantes de la sección resistente en algunas zonas concretas de la estructura, la distribución de propiedades del material (presentada anteriormente en la Figura 4) se modificó para penalizar la capacidad mecánica de dichas secciones, tal y como se ilustra en la Figura 5. La detección y caracterización de estas discontinuidades en la rigidez estructural cobran mayor importancia a la hora de abordar el análisis sísmico de la estructura.

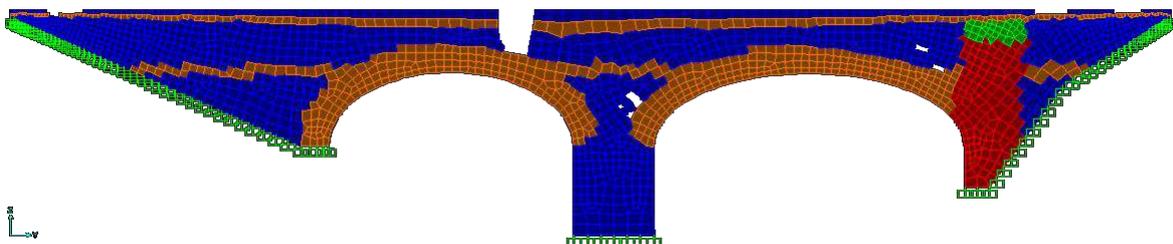


Figura 5. Zonas con propiedades minoradas en el apoyo derecho del acueducto de Rabosero.

Una vez definida la distribución de materiales en la estructura, el modelo numérico se diseñó empleando elementos tipo *Shell*, en concreto la opción *Shell- Layered/Nonlinear*, que permite la superposición de dos capas en el mismo elemento, que modelizan de forma independiente leyes de comportamiento diferentes frente a tensiones normales y tangenciales, respectivamente. En la Figura 6 se incluyen las tres curvas de comportamiento correspondientes a la respuesta de cada tipo de mampostería a tensiones normales. En todas ellas se ha supuesto una resistencia nula de la

mampostería a tracción. De esta forma el fallo del material viene controlado por la curva de comportamiento del material bajo tensiones tangenciales, incluida en la Figura 7.

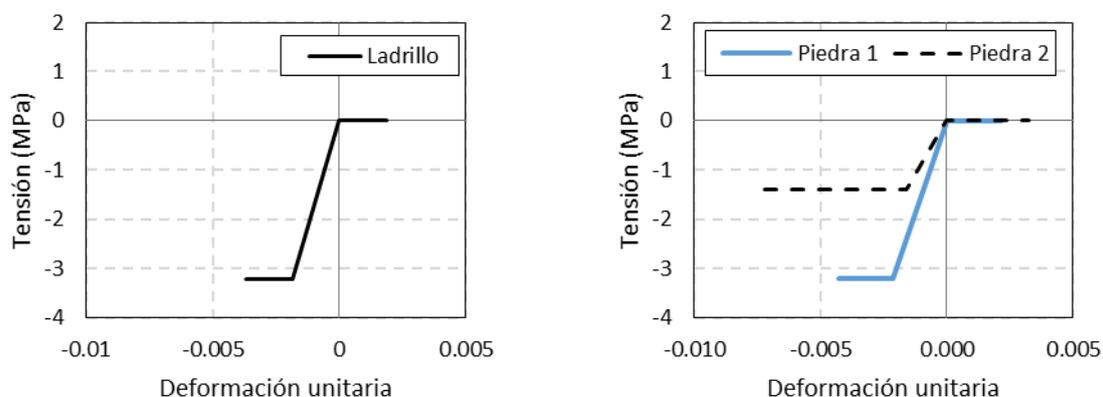


Figura 6. Comportamiento frente a tensiones normales, curvas tensión-deformación de diferentes tipos de mampostería de ladrillo o piedra de diferente calidad.

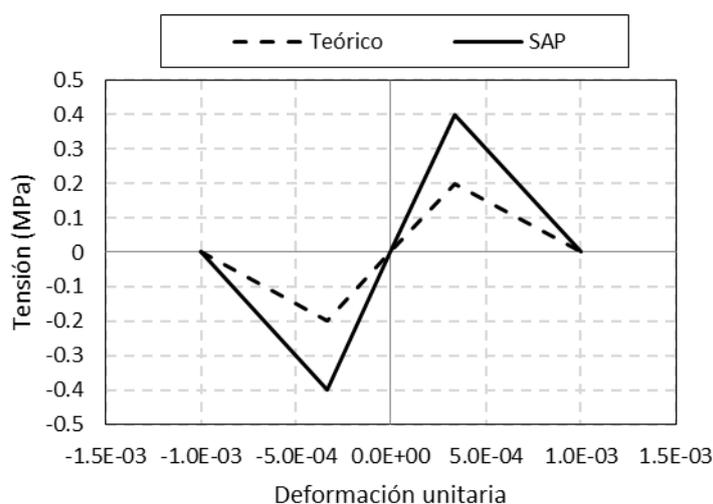


Figura 7. Zona B de disparo sobre la cubierta del museo arqueológico, cohetes aéreos.

Por tanto, las propiedades de los materiales seleccionados en cada una de las estructuras, tal y como se mostró en la Figura 4 han sido las siguientes:

- *Acueducto de la Coca*, Figura 5(a), combinación de mampostería de ladrillo en arcos y pila, con anchos de 0.79 m y 1.74 m respectivamente, y mampostería de piedras de baja calidad (tipo 2 en Figura 6) con 0.79 m de ancho en el resto.
- *Acueducto de Rabosero*, Figura 5(b), combinación de mampostería de ladrillo en arcos y pilas, con mampostería de piedras irregulares (tipo 2 en Figura 6) en el resto. Espesor principal de 0.79 m en arcos y muro, aumentado hasta 1.29 m en las pilas de ladrillo y 1.79 en los estribos de piedra.

- Acueducto de Carboneras, Figura 5(c), combinación de mampostería de ladrillo en arcos, con mampostería de piedras irregulares en el resto. Espesores variables entre 2m y 0.84 m en función de la erosión del material.
- Acueducto de los Cinco Ojos, Figura 5(d), mampostería de ladrillos en pilas y arcos, con un espesor de 2.71 m en pilas centrales, 1.80 m en pilas laterales y 1.10 m en arcos. El resto de la estructura es de mampostería de piedra de buena calidad (tipo 1 en Figura 6) con el mismo espesor de los arcos, 1.10 m.
- Acueducto de los Cuatro Ojos, Figura 5(e), mampostería de ladrillos en pilas con un espesor de 2.58 m, que se ensancha hasta 4 m en la base, y de 1.20m de espesor en los arcos. El resto de la estructura es de mampostería de piedra de buena calidad (tipo 1 en Figura 6) con espesor 1.20 m.

El cálculo de la acción sísmica se ha hecho mediante el espectro de respuesta elástico de la normativa española NCSE-02. Se ha asumido una aceleración básica de 0.13g, correspondiente al municipio de Aspe, un terreno tipo III característico del cauce que salvan las estructuras, y un coeficiente de importancia especial, dado el carácter patrimonial de los acueductos. Una vez considerados estos factores, el valor de la aceleración de cálculo correspondiente fue de 2.015 m/s², generándose el espectro de aceleraciones mostrado en la Figura 8, para un coeficiente de amortiguamiento del 5%.

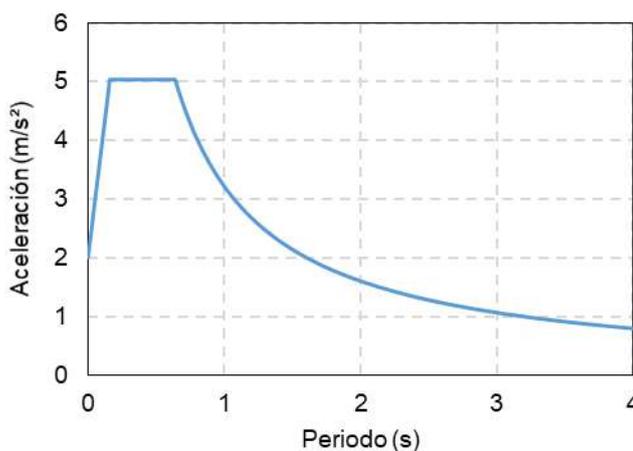


Figura 8. Espectro de respuesta para un terreno tipo III en Aspe, y un factor de amortiguamiento de 5%.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

En primer lugar se realizó un análisis no lineal, considerando las propiedades de los materiales indicadas anteriormente, para obtener el estado de tensiones y deformaciones de la estructura bajo la acción exclusiva del peso propio de los distintos elementos de mampostería que lo conforman. En la Figura 9 se han incluido los resultados de tensiones obtenidos para dicho análisis no lineal de la hipótesis de peso propio de la estructura. Se han representado tanto las tensiones normales en dirección vertical como las tensiones tangenciales en el plano de la estructura. Las máximas compresiones registradas en la base de la estructura fueron del orden de 0.54 MPa, por debajo de la resistencia considerada para la

fábrica de mampostería (3.2 MPa). Mientras que las tensiones tangenciales llegaron hasta valores máximos de ± 0.16 MPa, bastante próximos a la resistencia al corte del material (0.2 MPa).

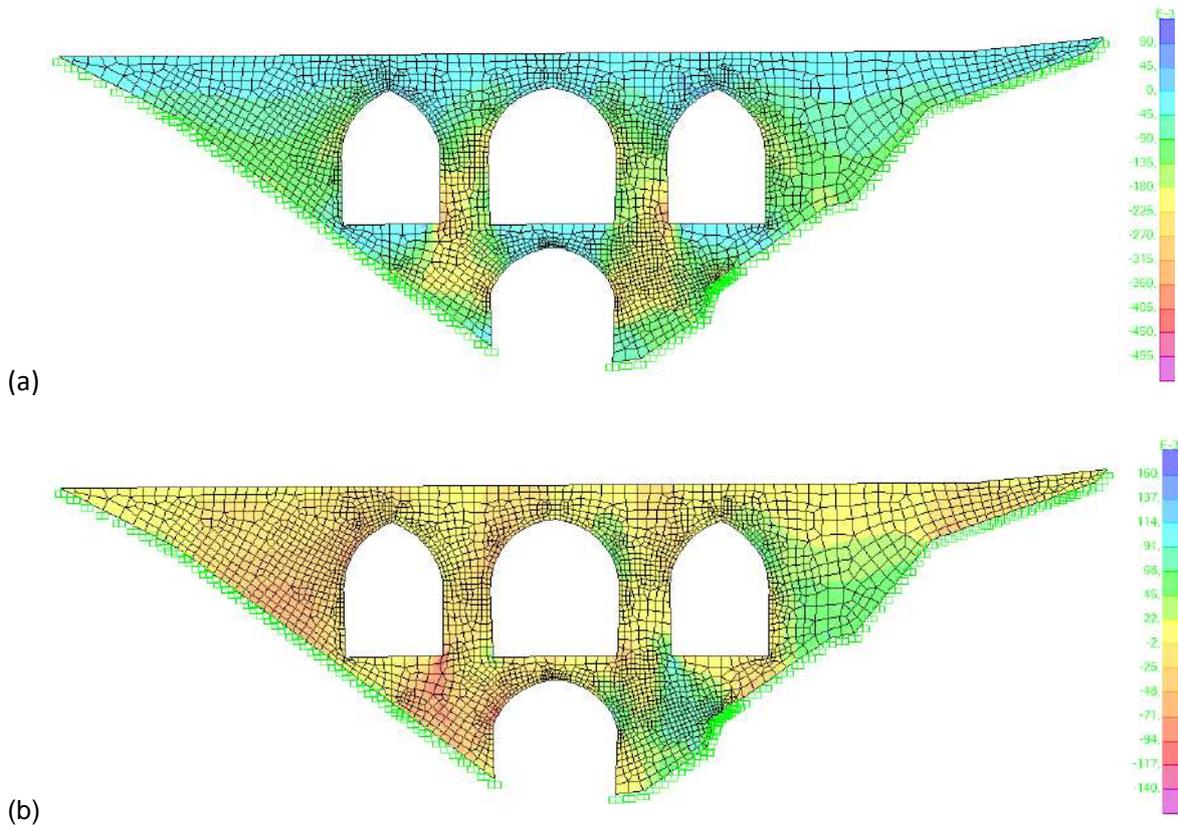


Figura 9. Tensiones obtenidas en el análisis numérico (MPa). Supuesto de peso propio, (a) tensiones normales verticales y (b) tensiones tangenciales.

Posteriormente, los resultados del caso no lineal de peso propio se emplearon como condición inicial para los posteriores análisis de viento y sismo (y el correspondiente análisis modal previo). En ambos casos se consideró la dirección más desfavorable de sendas acciones, orientada perpendicularmente al plano del acueducto. En la Figura 10 se representa una imagen de la estructura deformada bajo la acción combinada del peso propio y el empuje de viento. El máximo desplazamiento vertical fue de 1.5 mm aproximadamente, y el desplome calculado a partir del movimiento de la parte superior del acueducto alcanzó un valor de 1.4 mm.

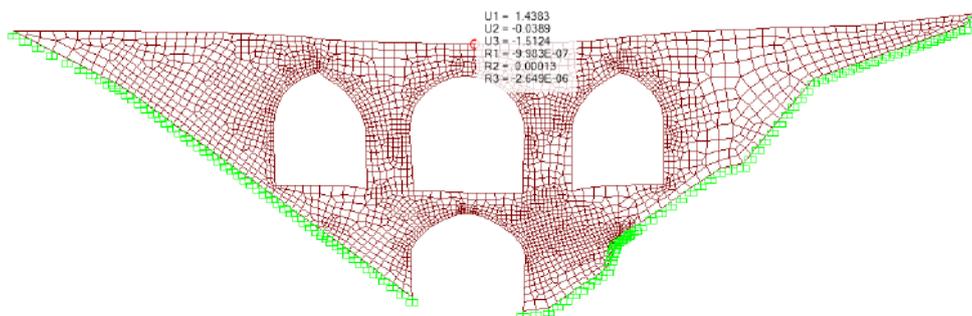


Figura 10. Movimientos de la estructura en la combinación de acciones gravitatorias y empuje de viento perpendicular al plano del acueducto.

Por último, la situación más desfavorable de las consideradas, sería la acción de un sismo de forma transversal a la estructura. Las correspondientes distribuciones de tensiones se han incluido en la Figura 11. La representación de tensiones normales en dirección vertical, Figura 11(a), se limita a las tensiones de tracción, que llegaron hasta valores de 1.65 MPa, concentrados en algunos puntos de las pilas centrales del acueducto, superando la capacidad a tracción estimada. Por otra parte se representan las tensiones tangenciales asociadas a la dirección del sismo, Figura 11(b), con valores máximos de 0.14 MPa, en el entorno del encuentro de los arcos laterales y las pilas, pudiendo relacionarse con el cambio de rigidez entre ambos elementos.

Cabe recordar, que el análisis realizado se basa en unos parámetros mecánicos correlacionados a partir de la calidad de la mampostería, y el estado actual observado durante las visitas a la misma. Y por tanto, a falta de ensayos específicos que pudieran esclarecer la resistencia actual de la fábrica, los resultados presentados deben considerarse como un análisis preliminar, a la hora de plantear la necesidad de una reparación de la estructura y su posible refuerzo estructural para soportar el efecto de los sismos que deberían considerarse según la normativa sísmica vigente actualmente.

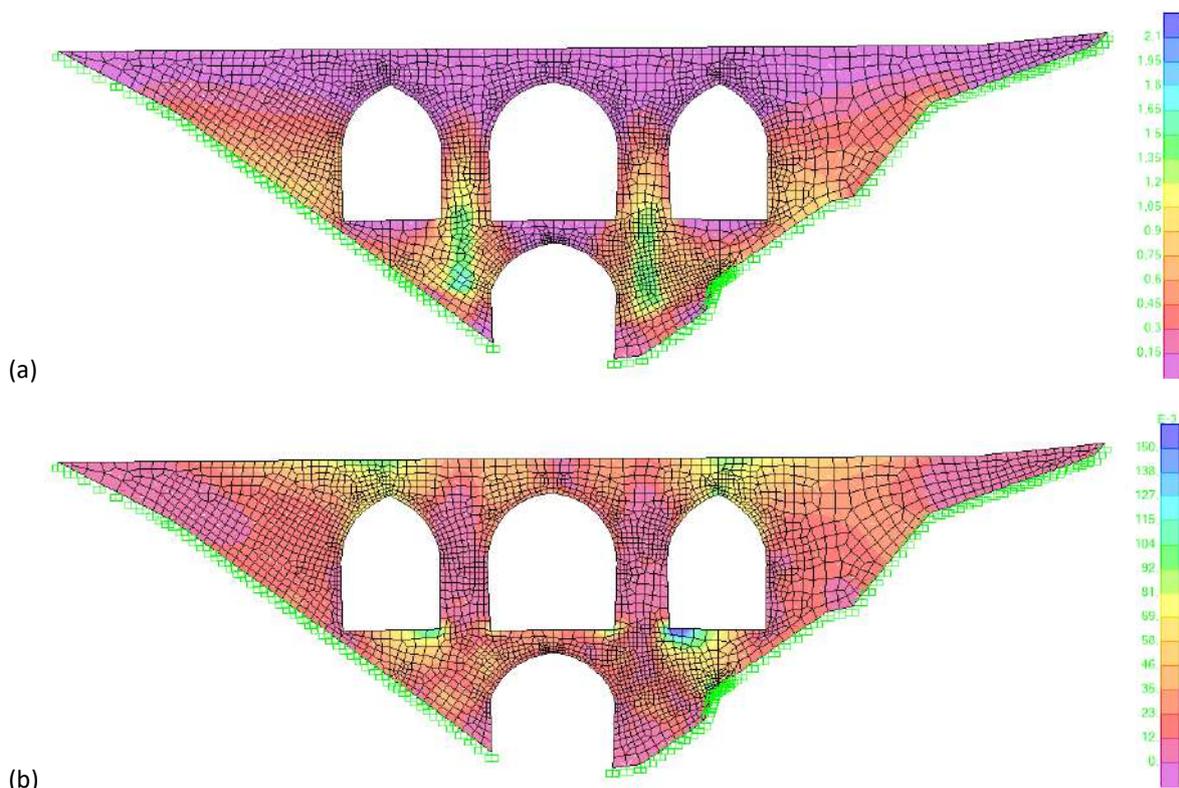


Figura 11. Tensiones obtenidas en el análisis numérico (MPa). Combinación de sismo transversal y peso propio, (a) tensiones normales verticales y (b) tensiones tangenciales.

4. CONCLUSIONES.

Se ha realizado un estudio del comportamiento estructural de varios acueductos situados en la localidad de Aspe. A partir de técnicas de restitución tridimensional se ha caracterizado su geometría, y se han supuesto unas propiedades mecánicas a partir de la inspección visual realizada en cada estructura. Además de la metodología de trabajo y definición de las propiedades mecánicas que posibilitan el

análisis no lineal del comportamiento del material, se han presentado en mayor detalle los resultados obtenidos para el Acueducto de los Cuatro Ojos bajo el efecto de acciones transversales como el viento y el sismo. A pesar del carácter preliminar del análisis, dada la incertidumbre en los parámetros mecánicos asumidos, se han observado los siguientes aspectos relacionados con la seguridad estructural y la vulnerabilidad sísmica del acueducto.

En primer lugar, las estructuras son estables bajo la acción única de su peso propio, aunque el nivel de tensiones tangenciales en algunos puntos se aproxime a la cohesión esperada de la mampostería, y aun considerando la degradación presentada en algunas zonas de la misma. Sin embargo, durante el cálculo sísmico se obtuvieron niveles de tensiones superiores a la resistencia del material, que pueden comprometer la integridad estructural. Para mejorar la respuesta sísmica podrían plantearse sistemas de refuerzo mediante morteros reforzados con mallas de fibras, que mejorarían tanto la durabilidad del material, como su resistencia y ductilidad en caso de sismo.

REFERENCIAS.

- [1] S. Ivorra, F.J. Baeza, D. Bru, F.B. Varona, Seismic Behavior of a Masonry Chimney with Severe Cracking Condition: Preliminary Study, *Key Eng. Mater.*, vol. 628, pp. 117–122, 2014. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.117.
- [2] Y. Endo, L. Pelà, P. Roca, F. da Porto, C. Modena. Comparison of seismic analysis methods applied to a historical church struck by 2009 L'Aquila earthquake. *Bull. Earthq. Eng.*, vol. 13, pp. 3749–3778, 2015. doi:10.1007/s10518-015-9796-0.
- [3] Reboul N, Mesticou Z, Si Larbi A, Ferrier E. Experimental study of the in-plane cyclic behaviour of masonry walls strengthened by composite materials. *Constr. Build. Mater.*, vol. 164, pp. 70–78, 2018.
- [4] D. Bru, S. Ivorra, F.J. Baeza, Seismic behavior of a masonry chimney retrofitted with composite materials: A preliminary approach, *Int. J. Saf. Secur. Eng.* 7 (2017) 486–497. doi:10.2495/SAFE-V7-N4-486-497.
- [5] M. Diaferio, D. Foti, F. Potenza, Prediction of the fundamental frequencies and modal shapes of historic masonry towers by empirical equations based on experimental data, *Eng. Struct.*, vol. 156, pp. 433–442, 2018. doi:10.1016/j.engstruct.2017.11.061.
- [6] S.A. Babatunde, Review of strengthening techniques for masonry using fiber reinforced polymers, *Compos. Struct.*, vol. 161, pp. 246–255, 2017. doi:10.1016/j.compstruct.2016.10.132.
- [7] F.J. Baeza, S. Ivorra, D. Bru, F.B. Varona, Structural Health Monitoring Systems for Smart Heritage and Infrastructures in Spain, in E. Ottaviano et al. (eds.), *Mechatronics for Cultural Heritage and Civil Engineering, Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering*, vol. 92, pp. 271–294, 2018. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68646-2_12.
- [8] Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei trasporti del 14 gennaio 2008. http://www.protezionecivile.gov.it/resources/cms/documents/LineeGuida_BBCC_2010_11_26_1.pdf.

MODELLING OF HIGHLY-DAMPED COMPOSITE FLOOR BEAMS WITH CONSTRAINED ELASTOMER LAYERS

Renedo, Carlos M. C.¹ ; Díaz, Iván M.¹ ; García Palacios, Jaime H.² and Živanović, Stana.³

ABSTRACT

Floor vibrations caused by human activities is an issue to consider mainly caused by new construction tendencies towards longer, lighter and less damped composite floor systems. Furthermore, the removal of full height partitions and heavy furniture elements have also contributed to reduce both, mass and damping, increasing the potential for annoying floor vibration. As a result, Vibration Serviceability Limit State has become the main limit state to overcome at the design stage.

The response of dynamically loaded structures is especially dependable on structures dissipation capacity, commonly modelled as structural damping. This inverse relation between damping and dynamic response behaves exponentially. That is why increasing the structural damping in low damped structures from the design stage, is the most efficient way to face the vibration issue. This is the main idea behind the concept of Damping-Based Design.

In this paper, a highly-damped composite floor system is achieved through constraining an elastomer sandwiched layer between the concrete slab and the steel beam. Therefore, additional energy dissipation is provided through viscoelastic shear deformation between concrete and steel, increasing the overall damping of the structure, and thus, enhancing its dynamic response. In this context, the authors have developed a simplified and engineering-based FE model, in a fully-extended and commercial software for structural analysis as SOFiSTiK. Hence, a new simple engineering approach has been developed for easily assessing the enhanced performance of these systems, contrasting the limited results provided by other authors about this topic.

Keywords: Floor vibration, Damping, Energy dissipation, Elastomer, Shear deformation.

1. INTRODUCTION

Nowadays there is an increased demand for lighter, slender and longer-span floor systems, mainly due to architectural and cost constraints. (M. Willford, 2006)[1]. Larger column-free spaces in office and commercial retail buildings provide them great spatial flexibility, which eases their success in the real estate market. Additionally, modern office layouts have experienced a reduction of loads, mainly due to the removal of full-height partitions and heavy furnishing elements as bookshelves and cabinets (T. H. Nguyen, 2011)[2]. This scenario together with the advances in high-strength materials has contributed to the extended use of new and more light-weight composite floor systems. However,

¹ Department of Continuous Mechanics and Theory of Structures. ETSI Caminos Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. (SPAIN). carlos.martindelaconcha@upm.es (Renedo, Carlos M. C.)

² Department of Hydraulics, Energy and Environmental Engineering. ETSI Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. (SPAIN)

³ College of Engineering, Mathematics and Physical Sciences. University of Exeter. (UNITED KINGDOM)

this structural optimization of floor systems has led to an overall and drastic reduction of both, mass and structural damping. Hence, modern floor systems have resulted to be “lively” structures, suffering from vibration problems induced by human activities (Y. G. Mohamed Fahmy, 2013)[3] ; (W. D. Varela, 2011)[4].

Currently, due to span and stiffness considerations, critical frequency ranges of modern floor systems may match with the third harmonic of the pedestrian walking force, commonly within 5 to 8 Hz, which makes them susceptible to resonant build-up responses under repeated footfalls (I. Saidi, 2011)[5] Furthermore, modern office floor systems, once finished and occupied, have low damping values between 1.5 and 3 % (R. C. Battista, 2019)[6] However, the major restriction which makes necessary to perform a dynamic analysis at the design stage, are the strict vibration comfort levels required for these spaces ($0.02 - 0.04 \text{ m/s}^2$) as humans are even more sensitive to vibrations in calm environments (A. L. Smith, 2007)[7].

In this context, human induced vibrations have become an essential consideration in the design of composite floor systems. To sum up, nowadays the Vibration Serviceability Limit State (VSLS) is, in most of the cases, the sizing limit state when designing composite floor systems (M. Willford, 2006)[1].

Typically, two main design strategies have been applied in recent years to overcome the vibration issue since the design stage: the modification of the structural stiffness, and the adjustment of the system mass (J. J. Connor, 2003)[8]. The first one is mainly implemented in order to avoid certain frequency ranges that could lead to undesired dynamic responses, and to avoid likelihood of resonant behaviors. In practice this usually means to perform structural stiffening. Obviously, increasing stiffness is accompanied by an increase in the mass, so that significant frequency changes are difficult to achieve unless structural layout and/or type is also changed. The second one consists of increasing the modal mass associated to a problematic vibration mode, so its resonant response is reduced proportionally. Nevertheless, both strategies lead to massive, poorly optimized and oversized structures with high carbon footprint.

These strategies fail in their purpose because they are not acting on the key parameter which governs the dynamic response: the structures energy dissipation capacity, commonly modelled as structural damping. If designers were able to increase this energy dissipation capacity, they could get rid of these classical design approaches, and adopt modern strategies, fully used in other engineering fields. Thus, the future design of structures prone to vibrate will go forward a design approach based on acting on the structural damping (C.M.C. Renedo, 2019) [9]. This design approach has been defined as Damping-Based Design (DBD). DBD consists of a new way of designing structures in which the design principle states a minimum structural damping, to assure that the dynamic response under dynamic loading fulfils certain serviceability conditions e.g. VSLS. In order to implement this new design approach, structural designers must make use of several and different nature damping techniques, here defined as Global Damping Strategies (GDS).

In summary, DBD is a new design approach that integrates efficiently GDS into the structural design process in order to take full advantage of these technologies by means of resizing the structures and making them lighter, slender and more comfortable (C.M.C. Renedo, 2019) [10].

A variety of GDS to mitigate floor vibration have been implemented with different levels of success. This paper studies specifically, the influence of a dissipative damping strategy based on the integration of Embedded Viscoelastic Materials (VEMs) into the design process of composite floor systems. This technology consists of a composite beam with a VEM layer sandwiched between the top flange of the steel floor beam, and the concrete slab, for a proportion of span near each support, where the shear stresses at sectional level are the greatest. In this system, damping is achieved through a hysteretic energy dissipation at the VEM, coming from a viscoelastic shear deformation between concrete and steel (J. E. Ruzicka, 1961) [11].

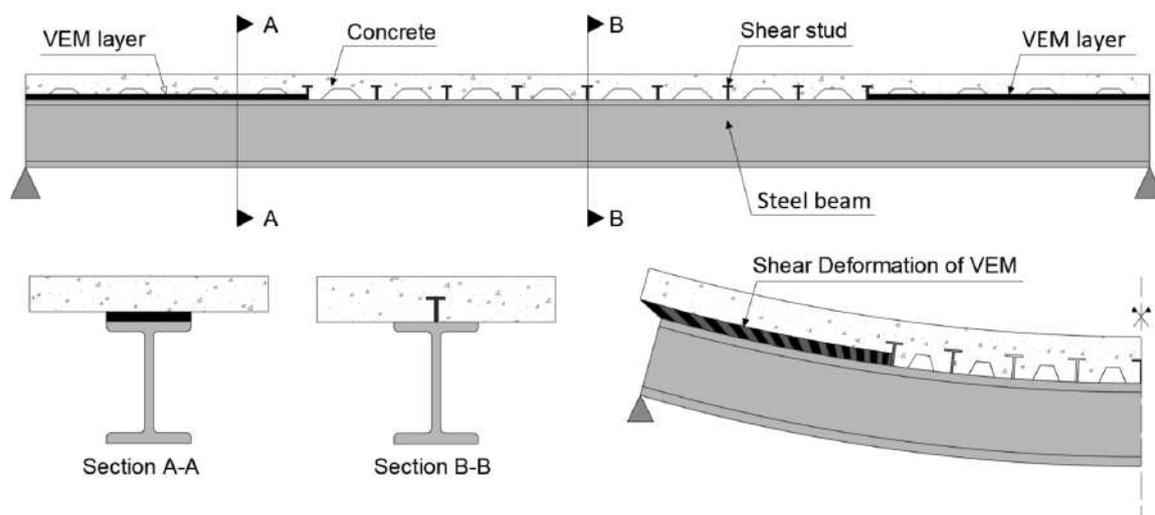


Figure 1. *Highly-damped composite floor system (above). Different sections at different locations of the beam (below-left). Viscoelastic shear deformation mechanism to dissipate energy (below-right).*

The earliest version of this systems was “Resotec” developed by Arup in collaboration with Richard Lees Steel Decking. However, even though Willford et al (2006) [1] provided a good description of the system and its enhanced performance, their results have been poorly contrasted since then. For this reason, this article aims to propose an engineering-based Finite element model (FEM) developed in a commercial structural analysis program as SOFiSTiK. The main advantage of this simplified model is its capability for easy assessing the enhanced dynamic response of this highly damped composite floor systems, without the need for more complex models to reproduce the viscoelastic behavior.

This model is the first step for further, more reliable and fully extended DBD of highly-damped composite floor systems, in order to mitigate floor vibration since the design stage.

2. VISCOELASTIC BEHAVIOUR MODELLING

Previously to develop a simplified model of a composite beam with an integrated sandwiched VEM layer, many considerations had to be done. The most important one is the way of modelling the mechanical behavior of the constrained elastomeric layer, in the most simple and accurate way.

2.1. Dynamic behaviour of viscoelastic materials

Before describing the aforementioned simplified model, the dynamic behaviour of viscoelastic materials must be briefly introduced. Commonly, to assess the “short-time” response of a viscoelastic

polymer, it is useful to measure the developed strain (or stress) resulting from subjecting it to a sinusoidal stress (or strain). In these cases, the steady state is eventually reached in which the resulting stress is also harmonic, having the same angular frequency but retarded in phase by a certain angle δ as can be seen in Figure 2 (D. Roylance, 2001) [12].

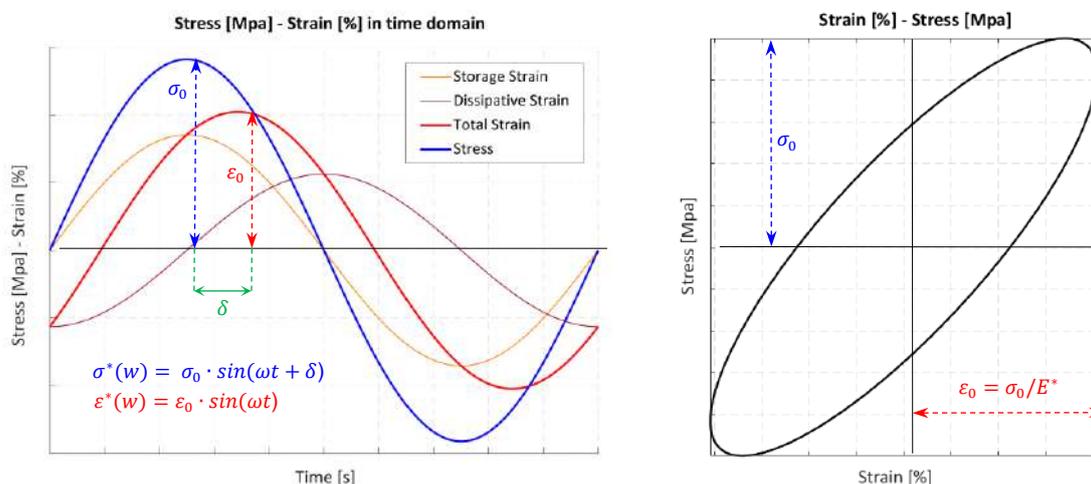


Figure 2. Strain-Stress Dynamic behaviour of a viscoelastic material under harmonic loading. Time domain behaviour (left). Viscoelastic hysteresis cycle due to response phase lag (right).

In this context, the relation between strain and stress cannot be defined elastically. Moreover, As the resulting response is retarded in phase, it can be decomposed into two different components: one in phase with the input disturbance usually called the “Storage” or “Elastic” component, and another one out of phase 90 degrees called “Dissipative” or “Viscous” component (Figure 2). As a result of this decomposition, it turns to be easier to describe this stress-strain relation in the complex plane, making use of the concept of “Complex Deformation Modulus” E^* . The following equations (1) to (4) are derived from Figure 2 (E. Riande, 2000) [13].

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \text{Im}(e^{i\omega t}) \quad (1)$$

$$\sigma^*(\omega) = \sigma_0 \cdot \text{Im}(e^{i(\omega t + \delta)}) \quad (2)$$

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + i E''(\omega) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\delta} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos(\delta) + i \sin(\delta)) \quad (3)$$

$$\tan(\delta) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (4)$$

As described in equations (1) to (4), the relation between $\varepsilon^*(\omega)$ and $\sigma^*(\omega)$ is set in terms of $E^*(\omega)$, a complex number, which its real part $E'(\omega)$ is usually called the “Storage Modulus”, and which its imaginary part, $E''(\omega)$ is commonly known as “Dissipation Modulus”.

In summary, the two main properties that define the viscoelastic dynamic behaviour are the complex modulus $E^*(\omega)$, and the $\tan(\delta)$ known as “Loss Factor”. It is important to note that these two properties mainly vary with the excitation frequency ω and with the temperature, depending on the type of material (Figure 3) (A. Valiente, 2000) [14].

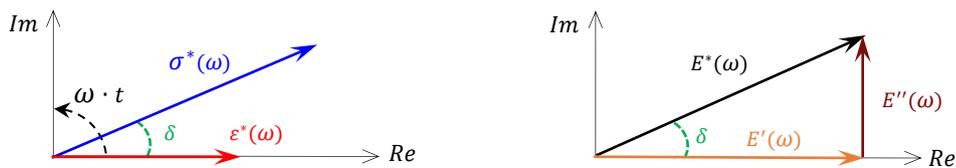


Figure 3. Stress-Strain relation in the complex plain (left). Complex, Storage and Dissipation Modulus of the viscoelastic in the complex plain (right).

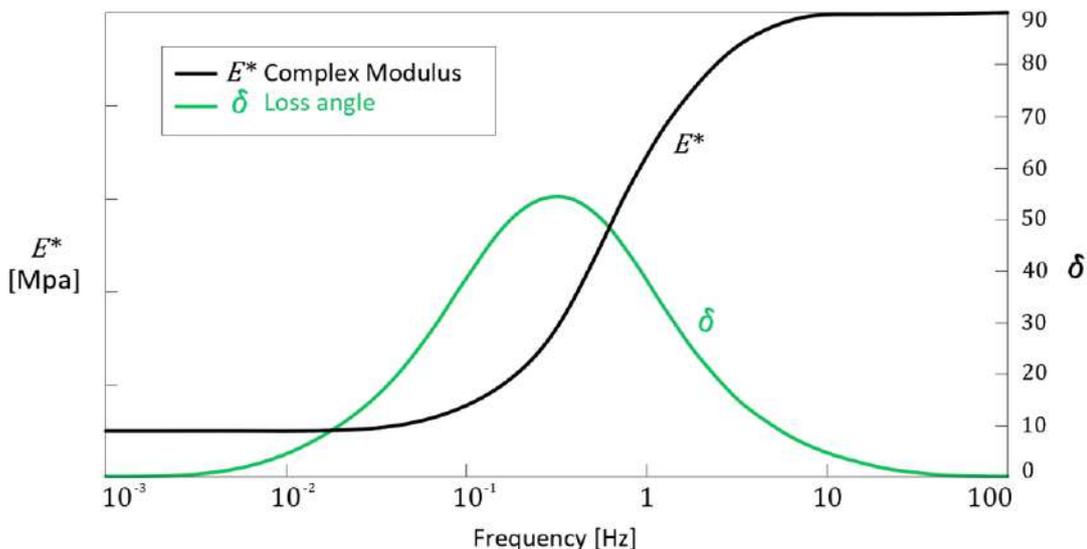


Figure 4. $E^*(\omega)$ and $\delta(\omega)$ in frequency domain (A. Valiente, 2000) [14].

Once the typical dynamic behaviour of VEMs has been presented, the simplified mechanical model proposed to represent the elastomer layer is described in detail.

2.2. Mechanical viscoelastic models

Mechanical models based on springs and dashpots connected in series or in parallel result to be a powerful way of modelling the uniaxial behaviour of a viscoelastic material. There is a broad range of mechanical models with different degrees of complexity and accuracy, nevertheless, the four models shown in Figure 5 are the most representative (X. Q. Zhou, 2015) [15].

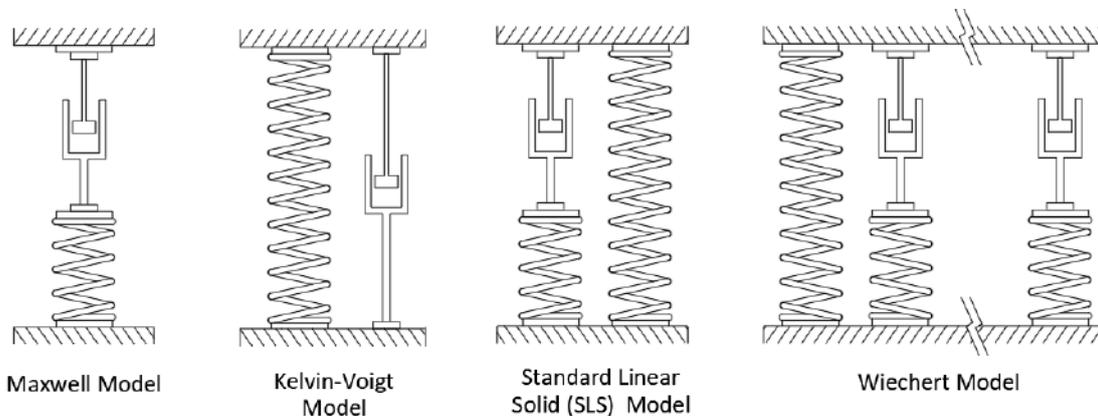


Figure 5. Four different mechanical models that represent the dynamic behaviour of a viscoelastic material.

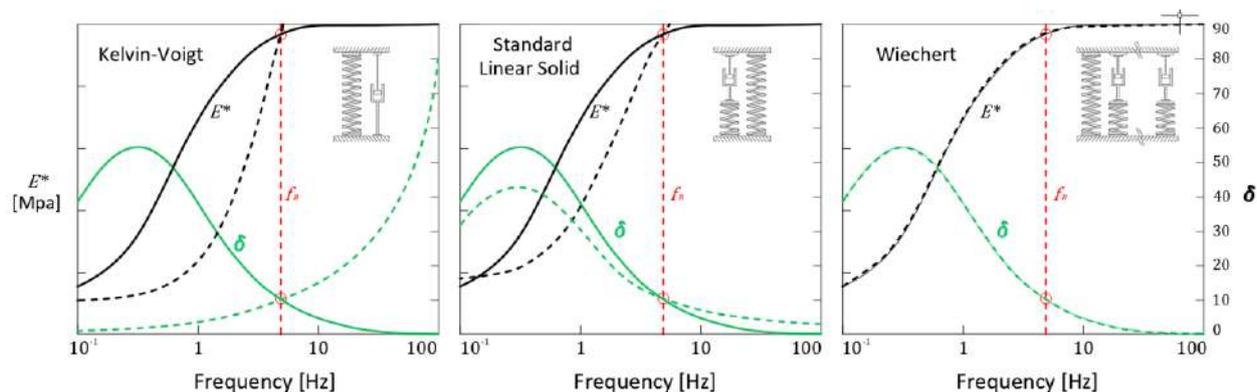


Figure 6. Representative calibration of the different viscoelastic models. Dashed line – Calibrated model. Continuous line – Real material properties. Kelvin-Voigt model (Left). SLS model (Middle). Wiechert model (Right).

- The first two models, Maxwell and Kelvin-Voigt are the simplest ones. They provide two parameters to be calibrated, the spring constant (K) and the dashpot viscosity (η), which enable to perform easily a fitting of E^* and $\tan(\delta)$ at a specific circular frequency ω . However, they cannot reproduce realistic viscoelastic behaviour throughout the whole frequency domain (A. Valiente, 2000) [14].
- The SLS model is the first model able to reproduce a “realistic” viscoelastic behaviour along the whole frequency domain. Thanks to its three parameters, it can replicate the maximum observed in $\tan(\delta)$ at a certain frequency, and the curvature observed in $E^*(\omega)$ along the frequency domain. Nevertheless, a more complex non-linear optimization problem must be solved in order to achieve an acceptable calibration of the model for the whole frequency spectrum. (Y. M. de Haan, 2001) [16].
- Finally, the Wiechert model is commonly used to faithfully recreate the viscoelastic behaviour, along the whole frequency spectrum, making use of as much fitting parameters as needed. (L. Y. Lu, 2011) [17].

2.3. Proposed Kelvin-Voigt Model

At this point, it is capital to understand that in most cases the floor vibration problem is due to an excessive resonant response of the floor system. As a result, the dynamic analysis of a floor system at the design stage is commonly based on assessing its dynamic response under resonance conditions. The elastomeric modelling problem is then reduced to just model its dynamic properties at a specific frequency, the natural frequency of the structure. In this context, the simplest mechanical models as Kelvin-Voigt result to be accurate enough to be implemented, avoiding more complex strategies that would include tricky and complicated calibration processes.

In view of the above, the Kelvin-Voigt model is finally chosen to reproduce the dynamic performance of the VEM layer at resonant conditions. This simple model is characterized by the following constitutive equation:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \cdot \eta + \varepsilon \cdot K = \sigma \quad (5)$$

And the VEM properties are related to the model parameters as follows:

$$E'(\omega) = K \quad (6)$$

$$E''(\omega) = \eta \cdot \omega \quad (7)$$

$$E^*(\omega) = \sqrt{K^2 + (\eta \cdot \omega)^2} \quad (8)$$

$$\tan(\delta) = \frac{\eta \cdot \omega}{K} \quad (9)$$

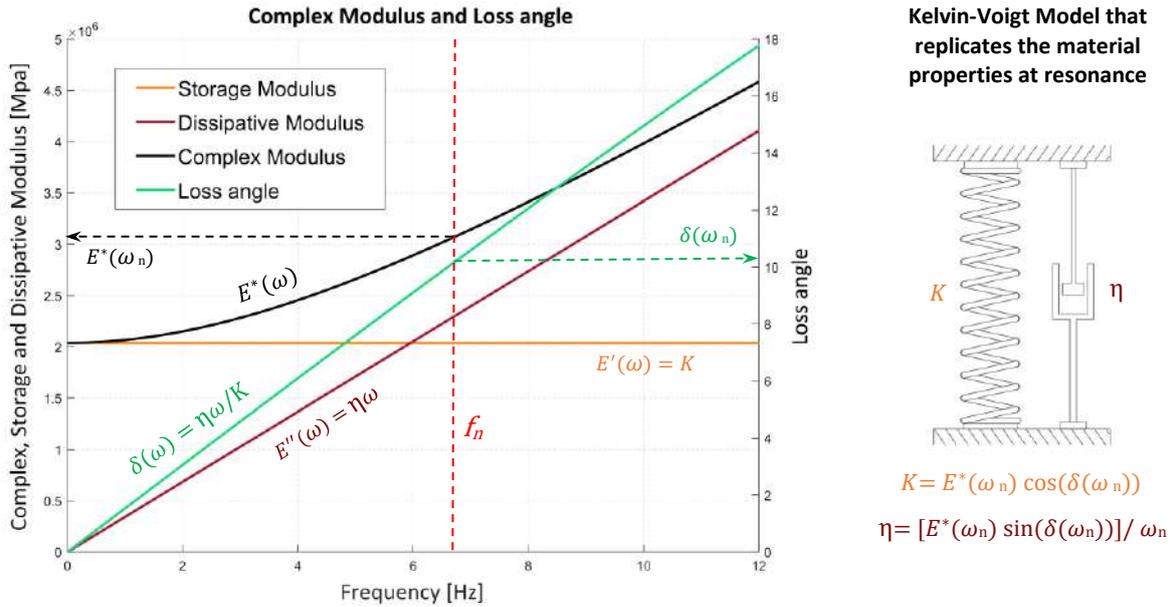


Figure 7. Calibration process of the Kelvin-Voigt viscoelastic model

The calibration of the Kelvin-Voigt model at resonance (Figure 7) results to be quite simple as it just implies to solve the system of equations composed of equations (8) and (9). These equations are particularized for the natural frequency of the floor system ω_n , K and η act as unknowns, and with $E^*(\omega_n)$ and $\tan(\delta(\omega_n))$ as independent terms. Finally, making use of the concepts explained above, K and η are calculated as follows:

$$K = E^*(\omega_n) \cdot \cos(\delta(\omega_n)) \quad (10)$$

$$\eta = \frac{[E^*(\omega_n) \cdot \sin(\delta(\omega_n))]}{\omega_n} \quad (11)$$

The final step is to integrate this mechanical model into a finite element (FE) model, in order to reproduce the viscoelastic shear deformation of the VEM layer (D. Roylance, 2001) [12].

3. ENGINEERING-BASED FE MODEL OF THE FLOOR SYSTEM

One of the main goals of this paper is to develop a useful engineering-based FE model, able to reproduce accurately the dynamic performance of a highly-damped composite floor system. This model has been developed in SOFiSTiK, a pretty extended and versatile structural analysis software.

The proposed model consists of a composite steel-concrete beam, composed of a double-T commercial steel beam, and a concrete slab on top of it. Both elements have been modelled with shell elements, known as QUAD elements in SOFiSTiK. Furthermore, in order to simplify the steel-concrete connection, both the concrete slab and the top flange of the steel section, have been defined with QUAD elements arranged eccentrically above and below the defined nodes (See Figure 8).

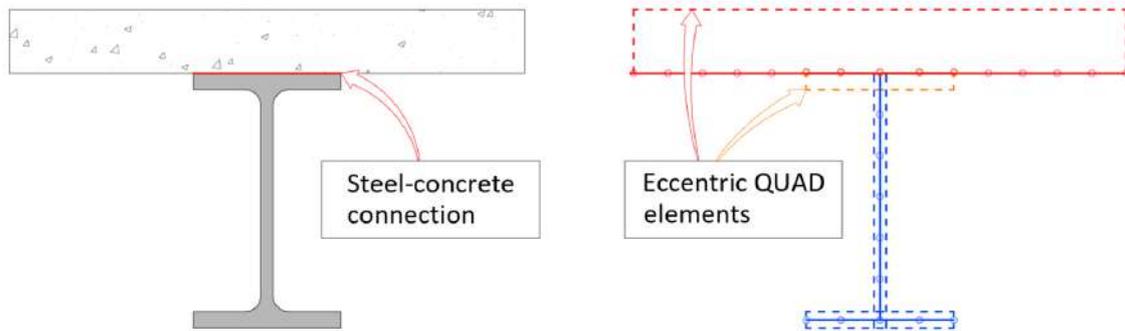


Figure 8. Steel-Concrete modelled with QUAD elements arranged eccentrically for the concrete slab and the top flange of the web.

In order to complete the modelling, the viscoelastic Kelvin-Voigt model must be integrated into the FE Model. This has been done, creating spring and dashpot elements in horizontal direction between the nodes of the concrete slab and the nodes of the top steel flange. The stiffness K_e and the viscosity η_e of these longitudinal elements must recreate the Complex Shear Modulus of the VEM at resonance, $G^*(\omega_n)$. In consequence, a second transformation which considers the contributing Area A_e of each Kelvin-Voigt system and the thickness of the VEM layer t_v must be applied (Figure 9). This is mainly done in order to work with forces and displacements instead of stresses and strains, see equations (11) to (13).

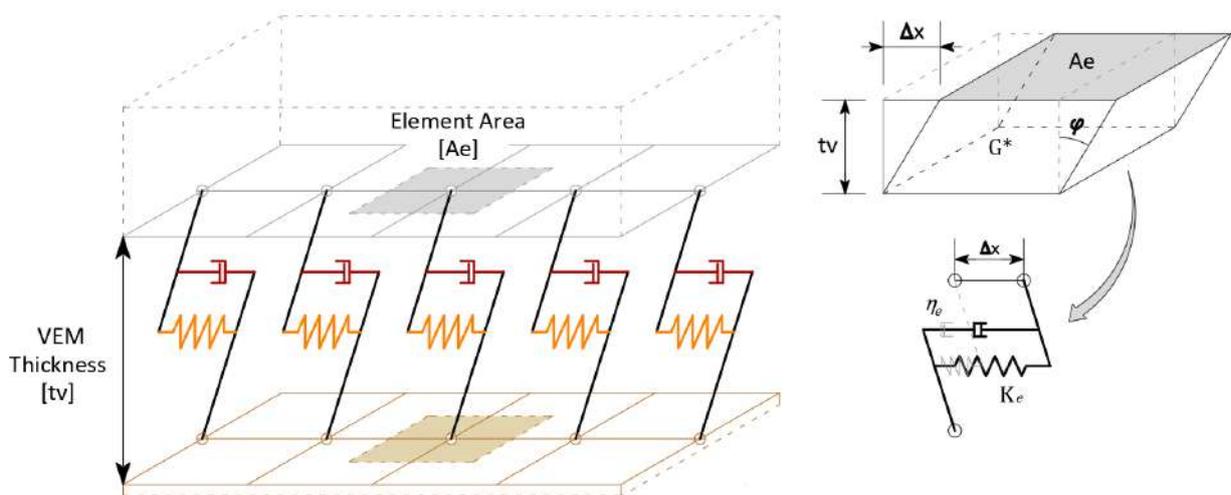


Figure 9. Integration of the sandwiched VEM layer as multiple longitudinal Kelvin-Voigt models.

$$G = \frac{\tau}{\varphi} = \frac{F/A_e}{\Delta x/t_v} = \frac{F \cdot t_v}{\Delta x \cdot A_e} \rightarrow F = \left(\frac{G \cdot A_e}{t_v} \right) \cdot \Delta x \quad (11)$$

$$K_e = \frac{[G^*(w_n) \cdot \cos(\delta(w_n))] \cdot A_e}{t_v} \quad (12)$$

$$\eta_e = \frac{[G^*(w_n) \cdot \sin(\delta(w_n))/w_n] \cdot A_e}{t_v} \quad (13)$$

In order to accurately model the dynamic behaviour of such a floor system, it is necessary to reproduce the vertical stiffness of the sandwiched VEM layer between concrete and steel. In this respect, a secondary set of vertical spring elements has been created with a stiffness value equivalent to three times the complex longitudinal modulus of each spring-dashpot set. This statement equates to assume that the complex Poisson modulus of the VEM layer is 0.5 which results to be a good approximation when talking about this kind of elastomeric materials (R. L. Willis, 2000) [18].

It should be noted, that the natural frequencies of the FE model are much more sensitive to the stiffness of the vertical spring elements, than to the longitudinal stiffness of the spring-dashpot systems that reproduce the dissipative mechanism.

3.1. Model Limitations

As a result of several simplifications made throughout the whole modelling process, the final FE model have the following limitations.

- This model is mainly prepared for assessing the dynamic performance under harmonic vibration conditions as the integrated Kelvin-Voigt model can just be calibrated at a specific frequency. Nevertheless, some other vibratory phenomena as free-decay or step release can also be studied, as they are usually governed by one specific vibration mode.
- This model has been conceived to mainly study floor vibration resulting from vertical resonant episodes, especially due to the first vertical vibration mode.
- An important simplification of the model is that the dissipative action, only occurs in longitudinal direction. However, with this assumption the vertical dissipative component due to vertical relative deformation between concrete and steel is not considered.

4. HIGHLY-DAMPED COMPOSITE FLOOR SYSTEM: APPLICATION EXAMPLE

This section aims to evaluate the developed FE model in order to compare the obtained results with those listed in the literature about this topic. For this purpose, an application example has been created. This example consists of a composite beam displayed in Figures 10 and 11, with a fully-composite central stretch equivalent to the 50 % of the overall length.

The VEM properties chosen for this article, have been the ones listed by Willford. Hence, it has been assumed that at resonant conditions, $\tan(\delta(\omega_n))$ is equal to 0.65 and $E^*(\omega_n)$ to 1 Mpa.

In order to assess the influence of the sandwiched VEM layer, the properties of this benchmark structure, will be compared with those coming from the same structure but fully-composite along its whole length, without sandwiched VEM layer.

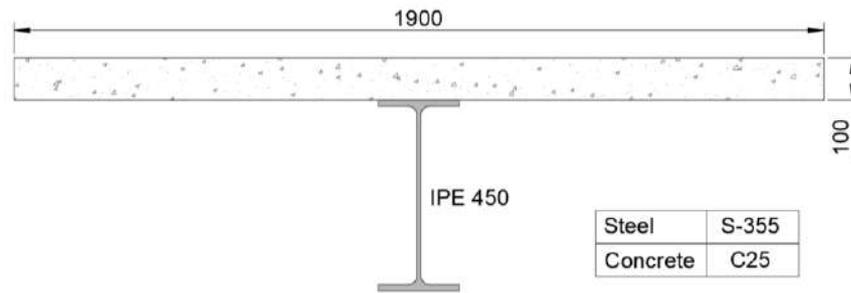


Figure 10. Section dimensions of the studied Composite floor beam. Dimensions in mm.

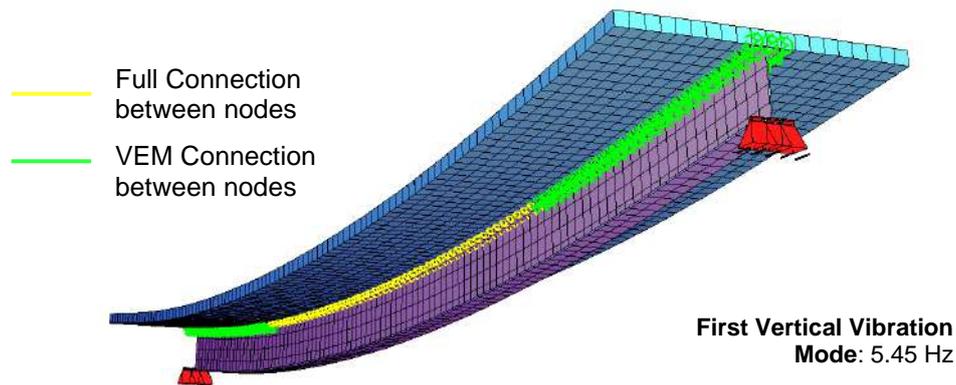


Figure 11. Simplified Engineering-based developed FE Model. First vertical Vibration Mode.

In this respect, three main properties have been analysed: the structure natural frequency, the structural damping, and the vertical stiffness at mid span.

Firstly, vertical natural frequencies are expected to decrease due to a certain reduction of the vertical stiffness. Moreover, the frequency response function (FRF) or dynamic amplification factor at mid span between the vertical displacement and the input force, is supposed to decrease because of an increase of the structural damping of the system (See Figure 14). In more detail, the FRF has been obtained from a sinusoidal chirp input force, with an amplitude of 3 kN, and slowly time-varying frequency from 3 to 8 Hz along 200 seconds, and the displacement at mid span (see Figure 12). As expected, this natural frequency reduction due to the VEM layer integration agrees with Willford results. Interestingly the maximum value of the amplification factor is reduced by a factor of nearly two.

Secondly, for assessing the additional damping provided by the viscoelastic mechanism it has been decided to perform a step-release test with a punctual load at mid span of 50 kN. That means to apply instantaneously a permanent load over the structure in order to measure its dynamic response until it reaches the new equilibrium state. Hence, theoretically a step-release test is actually a free decay test with a different equilibrium state (the statically deformed state of the system under the given load) (A. K. Chopra, 1995) [19]. Results from these tests are shown in Figure 13. It is important remark that the amplitude of vibration plotted represents, the amplitude of vibration with respect to the deformed equilibrium state of the system. Finally, regarding the structural damping assigned to the fully-composite structure, it has been decided a typical value of 0.9 % implemented as Rayleigh damping.

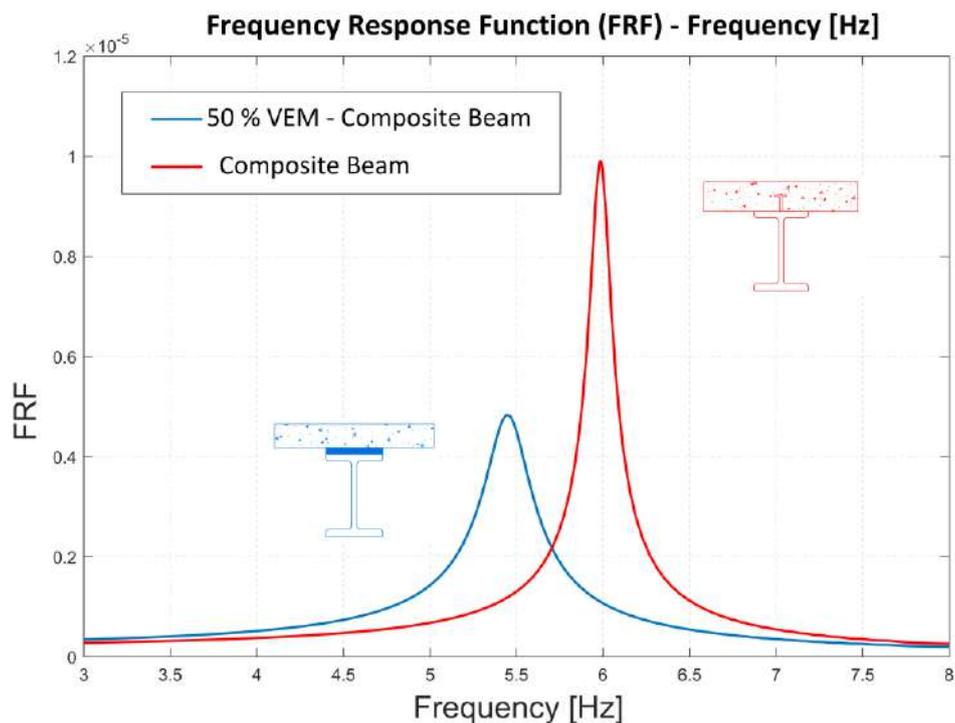


Figure 12. Frequency Response Function (FRF) of the two cases with different 50% VEM - Composite Beam and Fully-Composite Beam.

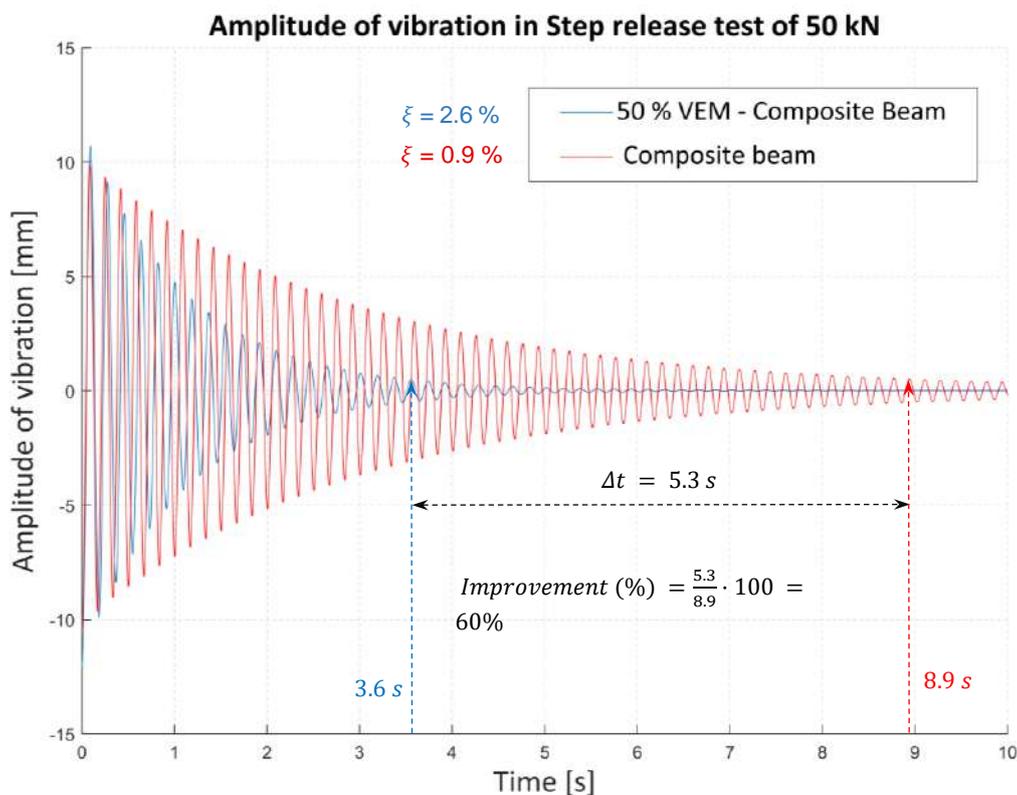


Figure 13. Step-Release test for both cases with 50% VEM-Composite Beam and for fully-composite beam. Amplitudes at mid span point with respect to the deformed equilibrium state of the system.

The additional structural damping delivered by this viscoelastic damping mechanism (Figure 12) for this example is about 1.7 %. Despite this fact, Willford usually provide values of about 2.2 %, nevertheless, this difference could be based on the different structural layouts studied. As a conclusion, it could be stated that the purposed model is accurate enough and validates Willford conclusions. What is more, defining the settling time as the time at which the 95% of the initial amplitude has been dissipated, Figure 13 shows that this value is reduced from 8.9 seconds to 3.6 seconds, which means a 60 % of improvement.

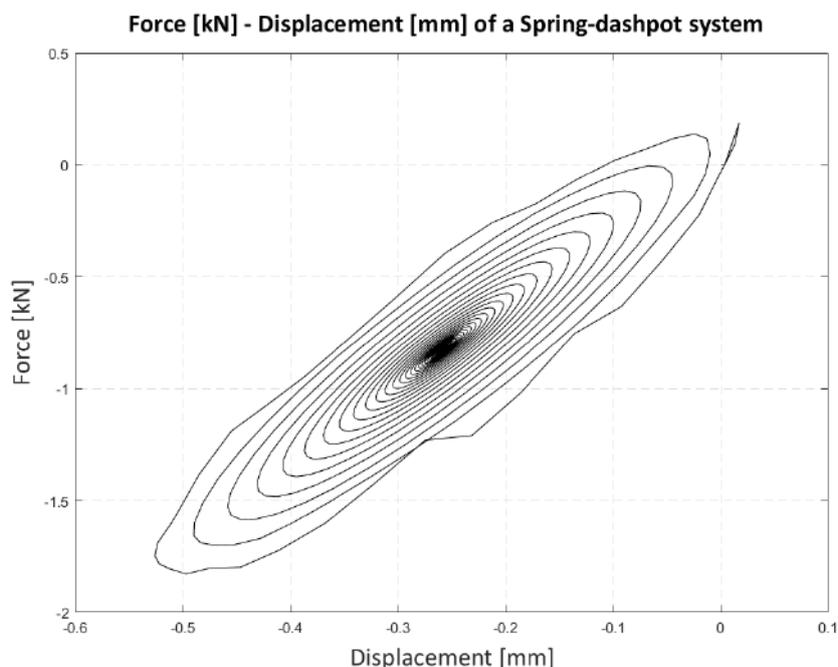


Figure 14. *Dissipative behaviour of a longitudinal spring-dashpot set between concrete and steel. This is the damping mechanism in which this article is based.*

The last property studied is the vertical stiffness at mid span point. This characteristic is capital in order to successfully integrate this damping strategy in an optimized DBD approach. This means that when the VSLs has been overcome, the deformability SLS becomes the new sizing limit state of the floor system. Hence, the trade-off between the increase in damping and the decrease in stiffness should be carefully considered in the design stage.

As a result, the vertical stiffness lost experienced by the highly-damped composite beam is nearly to a 15 %, for a punctual load applied at mid span. This value shows a moderated stiffness lost that transforms this damping system into a high potential technology quite suitable to be integrated into a DBD approach.

5. CONCLUSIONS

In recent years floor vibration has become a capital issue to consider at the design stage of long span floor systems. This is mainly caused by the increasing tendency towards longer, lighter and slender composite floor systems with less structural damping. Hence, in most cases the VSLs has become the sizing limit state when designing this kind of structures.

In this context, a new design approach called DBD has been developed in order to overcome this issue. The DBD is mainly based on increasing the structural damping by means of integrating different damping strategies since the design stage of the structure. As a result, the vibration issue is overcome, no longer being the VSL the sizing limit state. This enables to resize the structures optimizing their material usage and weight, reducing thus, their carbon footprint.

This paper has studied the performance of one of these damping strategies proposed in 2006 by Willford et al [1]. This is mainly based on designing highly damped floor systems by means of constraining a layer of VEM between the concrete slab and the steel beam of a composite system. This technology delivers additional energy dissipation in terms of viscoelastic shear deformation between concrete and steel. Hereupon, the authors have developed a simplified FE model in a commercial software for structural analysis (SOFiSTiK) in order to provide a simple engineering approach of the problem.

In this respect, an application example consisting of a 50 % VEM - Composite beam has been assessed and compared to another fully-composite beam with same dimensions. Three main structural properties have been considered: the structure first vertical natural frequency, the structural damping and the beam vertical stiffness at mid span. Finally, after having compared the obtained results with those provided by Willford, it has been concluded that this specific damping strategy results to be a high potential technology to be integrated into a DBD approach, for further optimization of composite floor systems.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00). Carlos M. C. Renedo would like to thank Universidad Politécnica de Madrid for the financial support through a PhD research grant. Finally, Iván M. Díaz would like to acknowledge the financial support provided by Fundación José Entrecanales Ibarra to carry out a Research Stay at University of Exeter.

REFERENCES

- [1] Michael Wilford, Peter Young and William H. Algaard. 2005. "A constrained layer damping system for composite floors." *The Structural Engineer. February*: 31-38.
- [2] T. H. Nguyen, I. Saidi, E. F. Gad, J. L. Wilson and N. Haritos. 2011. "Performance of Distributed Multiple Viscoelastic Tuned Mass Dampers for Floor Vibration Applications." *Advances in Structural Engineering. 5*: 547-562.
- [3] Y. G. Mohamed Fahmy and Ahmed Nagy M. Sidky. 2013. "An experimental investigation of composite floor vibration due to human activities. A case study." *Housing and Building Research Center Journal*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.hbrcj.2012.12.001>
- [4] W. D. Varela and R.C. Battista. 2011. "Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks". *Engineering Structures. 33*: 2485-2494.
- [5] I. Saidi, E. F. gad, J. L. Wilson and N. Haritos. 2011. "Development of passive viscoelastic damper to attenuate excessive floor vibrations". *Engineering Structures. 33*: 3317-3328.
- [6] R. C. Battista and W. D. Varela. 2019. "A MSDA system for reducing the dynamic response of multimode floor structures to human walking". *Smart Structures and Systems. 23 (5)*: 467-478.

- [7] A. L. Smith, S. J. Hicks and P. J. Devine. 2007, “Design of Floors for Vibration: A New Approach” *The Steel Construction Institute*, Silwood Park, Ascot, Berkshire, U.K.
- [8] J. J. Connor. 2003. *Introduction to Structural Motion Control*. New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall. Pearson Education, Inc.
- [9] C. M. C. Renedo, Iván M. Díaz. 2019. “Designing a footbridge with an integrated TMD: Improvement assessment” Paper presented at the annual meeting of Congreso de métodos numéricos, Guimaraes, Portugal, July.
- [10] C. M. C. Renedo, Iván M. Díaz. 2019. “High Performance dynamically-loaded structures: integrating smart dampers.” Paper presented at the annual meeting of the International *fib* Symposium on Conceptual Design of Structures, Madrid, Spain, October.
- [11] J. E. Ruzicka. 1961. “Damping Structural Resonances Using Viscoelastic Shear-Damping Mechanisms – Part 1 – Design Configurations.” *Journal of Engineering for Industry*. November 1961: 403-413.
- [12] D. Roylance. 2001. *Engineering Viscoelasticity*. Massachusetts Institute of technology. Department of Materials Science and Engineering.
- [13] E. Riande, R. D. Calleja, M. G. Prolongo, R. M. Masegosa and C. Salom. 2000. *Polymer Viscoelasticity – Stress and Strain in Practice*. Marcel Dekker, Inc, New York, Basel.
- [14] A. Valiente Cancho. 2000. *Comportamiento Mecánico de los Materiales, Elasticidad y Viscoelasticidad*. García-Maroto Editores S. L.
- [15] X. Q. Zhou, D.Y. Yu, X. Y. Shao, S. Q. Zhang and S. Wang. 2015. “Research and application of viscoelastic vibration damping materials: a review.” *Composite Structures*. 136: 460-480.
- [16] Y. M. de Haan and G. M. Sluimer. 2001. “Standard linear solid model for dynamic and time dependent behaviour of building materials.” *HERON*. 46 (1): 49-76.
- [17] L. Y. Lu, G. L. Lin and M. H. Shih. 2012. “An experimental study on a generalized Maxwell model for nonlinear viscoelastic dampers used in seismic isolation.” *Engineering Structures*. 34: 111-123
- [18] R. L. Willis, L. Wu and Y. H. Berthelot. 2000. “Determination of the complex Young and shear dynamic moduli of viscoelastic materials.” *Journal of Acoustical Society of America*. 109 (2): 611-621.
- [19] A. K. Chopra. 1995. *Dynamic of Structures, Theory and Application to Earthquake Engineering*. University of California Berkeley. Pearson Education, Inc. Prentice Hall, One Lake Street, Upper Saddle River.
- [20] DYNA (Dynamic analysis) Manual, Version 2018-6. Software version SOFiSTiK 2018. Obershleissheim, Germany.
- [21] AQUA (Definition of materials and sections) Manual, Version 2018-6. Software version SOFiSTiK 2018. Obershleissheim, Germany.
- [22] Verification Manual – Design Code Benchmarks. Version 2018-6. Software version SOFiSTiK 2018. Obershleissheim, Germany.

Modelos multi-variable no-lineales para predecir la adherencia acero-hormigón a alta temperatura

Varona, Francisco de Borja¹; Baeza, F. Javier²; Bru, David³; Ivorra, Salvador⁴

ABSTRACT

La evolución del comportamiento adherente entre las armaduras y el hormigón tras la exposición a temperaturas elevadas extremas es uno de los fenómenos menos investigados en el contexto de la tecnología del hormigón. Las normativas de diseño abordan la evolución de un número de propiedades térmicas y mecánicas, pero no llegan a proponer un modelo para describir la pérdida de adherencia en situación de incendio. Este trabajo pretende recoger de la forma más exhaustiva posible todas las campañas experimentales sobre adherencia a alta temperatura de las que se tiene noticia hoy en día. La revisión del estado del arte ha permitido la construcción de una base de datos experimentales sistemáticamente recopilados. Esta información ha sido entonces empleada para la construcción de dos modelos de predicción multi-variable para predecir el comportamiento adherente. El segundo de estos modelos se basa en la formulación del Código Modelo 2010 aplicable a temperatura ambiente y permite su generalización para altas temperaturas. Finalmente, la base de datos experimentales es también empleada para contrastar los modelos aquí propuestos con otros previamente propuestos en la revisión bibliográfica.

Keywords: adherencia acero-hormigón; alta temperatura; hormigón de alta resistencia; hormigón reforzado con fibras; ensayo de arrancamiento.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento del hormigón a alta temperatura ha sido exhaustivamente investigado durante todo el siglo XX. Una de las referencias más antiguas data de 1920 [1]. Los efectos de la exposición del hormigón a alta temperatura se resumen a continuación [2]: (i) secado del agua libre capilar entre 20 y 100 °C, con una ligera pérdida de la resistencia a compresión; (ii) hasta los 300 °C puede darse el caso de un leve incremento de la resistencia a compresión en el caso de hormigones secos y de corta edad; (iii) en el rango de 150-180 °C se comienza a producir la deshidratación del gel CSH (Calcium-Silicate-Hydrate), mientras que la deshidratación de la portlandita tiene lugar entre los 400 y 600 °C; (iv) por todo ello, en el intervalo de 300-650 °C tiene lugar una notable pérdida de propiedades mecánicas; (v) en el caso de áridos cuarcíticos tiene lugar una transformación cristalina de α -cuarzo a β -cuarzo en torno a los 570 °C, que conlleva una notable expansión volumétrica responsable del peor comportamiento de este tipo de áridos frente a otros tipos; (vi) la calcinación

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). borja.varona@ua.es (Corresponding author)

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). fj.baeza@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). david.bru@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). sivorra@ua.es

de la caliza en los hormigones con este tipo de áridos tiene lugar entre los 600 y 900 °C; (vii) hacia los 700 °C la deshidratación del gel CSH es casi completa; (viii) la velocidad de deterioro de las propiedades mecánicas es más lenta por encima de los 650 °C; (ix) en torno a los 1200 °C se produce la desintegración de algunos tipos de áridos y la desintegración completa de la pasta de cemento se produce en torno a los 1350 °C.

La investigación sobre el comportamiento del hormigón expuesto a temperaturas elevadas cobró cierta relevancia en los años 60 y 70 del pasado siglo, en paralelo al desarrollo de la energía nuclear [2]. A finales de los años 70 se incrementó el interés en cómo afectaban las altas temperaturas a los hormigones de alta resistencia (HAR), cuya estructura más compacta los hacía más sensibles al fenómeno de desconchamiento explosivo (*explosive spalling*) [3]–[8]. Las causas de este fenómeno se han enumerado en numerosas investigaciones: (i) velocidad de calentamiento [2]; (ii) incompatibilidad de deformaciones térmicas entre los distintos componentes de la estructura (pasta de cemento, árido, armaduras de acero), con sus distintos valores de coeficientes de dilatación y sometidos a gradientes térmicos variables [9], [10]; (iii) incremento de la presión interna de poro debida a la generación de vapor de agua en la deshidratación de los componentes de la matriz cementicia (gel CSH y portlandita) [2] y también por la generación de CO₂ en la calcinación de la caliza cuando se emplean áridos calizos [11].

El diseño de las estructuras de hormigón está regulado por distintas normativas internacionales, como el Código Modelo 2010 [12], el Eurocódigo 2 [13], [14] y la ACI-318 [15]. Estas normativas contemplan la aplicación de métodos tanto simplificados como avanzados (basados en curvas y tablas que describen la evolución de distintas propiedades a alta temperatura). Aunque se consideran un buen número de propiedades térmicas y mecánicas, la evolución de la pérdida de adherencia a alta temperatura no es una de ellas. En comparación con otros fenómenos, la adherencia acero-hormigón en situación de incendio es uno de los menos investigados en el siglo de historia de campañas experimentales.

2. RESUMEN DEL ESTADO DEL ARTE

Este trabajo resume en primer lugar el estado del arte concerniente a la adherencia a alta temperatura. Con toda la exhaustividad que ha podido desempeñarse, se han encontrado diecisiete referencias bibliográficas sobre estudios experimentales del comportamiento de la adherencia entre armaduras y hormigón a altas temperaturas (*stressed* o *unstressed tests*) o tras el enfriamiento desde temperaturas elevadas (*residual tests*).

La revisión bibliográfica se ilustra en la Tabla 1, en las que además se enumeran las variables más significativas que influyen en el comportamiento adherente y que distinguen una campaña de otra. Algunas de estas comunicaciones científicas propusieron además ecuaciones para estimación de la adherencia a altas temperaturas. En su mayor parte, dichas ecuaciones se basaban en ajustes numéricos restringidos a los propios datos experimentales de la correspondiente campaña y sin cruzarlos con campañas previas. Estos modelos se resumen en la Tabla 2.

Tabla 1. Resumen del estado del arte, parte 1

Reference	Strength grade	$f_{c,cube,20^\circ C}$ [MPa]	Fibres	Volume fraction	Type of aggregate	Admixture	Admixture content	Specimen geometry
Milovanov and Salmanov (1954)	NSC		-	0%	?	-	-	Prism. 140 mm
Kasami et al. (1975)	NSC		-	0%	S NC	-	-	?
Reichel (1978)	NSC		-	0%	S	-	-	Prism. 150 mm RC
Diederichs and Schneider (1981)	NSC HSC	54	-	0%	S	-	-	Cyl. 172 mm
Hertz (1982)	NSC	20	-	0%	S C	-	-	Conical 150 mm
Morley and Royles (1983)	NSC	35	-	0%	?	-	-	Cyl. 126 mm
Ahmed et al. (1992)	NSC		-	0%	C	-	-	Prism. 150 mm
Haddad and Shannis (2004)	HSC	66-73	-	0%	C	NP	0-25%	Cyl. 82 mm
Haddad et al. (2007)	HSC	77-104	- S S+PP BCS A+BCS	0% 2% 2% 2%	B	-	-	Prism. 100 mm RC
Bingöl and Gül (2009)	NSC	25-45	-	0%	S	-	-	Cyl. 100 mm
Arel and Yazici (2014)	NSC	29-75	-	0%	C	- SF	- 11%	Cub. 150 mm
Varona et al. (2015)	NSC HSC	30-89	- S PP S+PP	0% 0.25% 0.33% 0.58%	C	- SF	- 10%	Cyl. 100 mm 125 mm
Ergün et al. (2016)	NSC	22-48	-	0%	C	FA	16-25%	Cyl. 150 mm
Lublóy and Hlavička (2017)	NSC HSC	46-75	- S PP	0% 0.45% 0.11%	S LW	-	-	Cyl. 120 mm
Varona et al. (2018)	NSC HSC	19-98	PP S+PP	0.16% 0.27% 0.41% 0.52%	C	- SF	- 10%	Cyl. 125 mm
Lee et al. (2018)	NSC	21	-	0%	S	-	-	Cyl. 102 mm
Yang et al. (2018)	NSC	48	-	0%	S	-	-	Cub. 200 mm RC

Strength grade: normal strength concrete, NSC; high strength concrete, HSC. Fibres: steel, S; polypropylene, PP; brass coated steel, BCS. Type of aggregate: calcareous, C; siliceous, S; basalt, B; non-conventional, NC; lightweight, LW. Admixture: silica fume, SF; fly ash, FA. Specimen geometry: including reinforcing bars, RC.

Tabla 1. Resumen del estado del arte, parte 2

Reference	Length to diameter	Cover to diameter	Type of bar	Age at testing [d.]	Heating	Max. T [°C]	Time at max. T [h]	Cooling	Type of test
Milovanov and Salmanov (1954)	15	3.00	P R	28 (?)	E	450	?	N	RU
Kasami et al. (1975)	?	?	P	90	E	300	2160	N	RU
Reichel (1978)	32.14	4.86	P R	28 (?)	F	600	-	N	RU
Diederichs and Schneider (1981)	5.00	4.88	P R W	150 600	E	800	3	No	S U
Hertz (1982)	6 9.38 12.5	2.5 4.19 5.75	R	?	E	800	2	N	RU
Morley and Royles (1983)	2.00	3.44	P R	90	E	750	1	N	S RU
Ahmed et al. (1992)	12.50	5.75	R	7 35	E	600	1 2	N I	RU
Haddad and Shannis (2004)	8.33	1.78	R	40	E	800	1	N	RU
Haddad et al. (2007)	7.5	2	R	35	E	700	2	N	RU
Bingöl and Gül (2009)	7.5 12.5 20	5.75	R	28	E	700	3	N I	RU
Arel and Yazici (2014)	5	2.86 3.93 5.00	R	28	E	500	3	N	RU
Varona et al. (2015)	5 4.17	4.5 4.71	R	60	E	825	1.25	N	RU
Ergün et al. (2016)	12.50 15.63 20.83	3.25 4.19 5.75	P R	90	E	800	0.75	N	RU
Lublóy and Hlavička (2017)	3.33	4.5	R	28	E	800	2	N	RU
Varona et al. (2018)	4.17	4.71	R	60	E	825	1.25	N	RU
Lee et al. (2018)	5.35	4.85	R	28	E	800	2	N I	RU
Yang et al. (2018)	2	4.50	R	60	E	800	3	N	RU

Type of bar: plain, P; ribbed, R; prestressing wire, W. Heating: electrical furnace, E; fire exposure, F. Cooling: natural air cooling, N; water immersion, I. Type of test: residual unstressed, RU; stressed at high temperature, S; unstressed at high temperature, U.

Haddad y Shannis [16] propusieron dos modelos basados en sus propios ensayos de arrancamiento sobre probetas de hormigón de alta resistencia (*high strength concrete*, HSC): uno de dichos modelos

era aplicable a hormigones con adición de puzolana natural al cemento y el otro modelo era aplicable a un caso general, que se presenta en la Tabla 2 a través de la Eq. (1), en la que la adherencia residual normalizada (*normalised residual bond strength, NRBS*) es función de la resistencia a compresión normalizada (*normalised residual compressive strength, NRCS*) tras la exposición a temperaturas elevadas. Los ensayos llevados a cabo sobre hormigones fibro-reforzados de alta resistencia por Haddad et al. [17] permitieron desarrollar el modelo analítico de la Eq. (2) en el que T es la temperatura de exposición y k es un coeficiente que adopta los siguientes valores: 152 en el caso de hormigón sin fibras; 170 en el caso de hormigón con fibras de acero *hook-end* y también en el caso de hormigones con mezcla de fibras de acero *hook-end* y de polipropileno; 159 en el caso de hormigones con mezcla de fibras de acero *hook-end* y de acero recubiertas de bronce (*brass coated steel, BCS*); y 149 en el caso de hormigón reforzado con fibras BCS.

De los modelos analíticos de la Tabla 2, los desarrollados por Aslani y Samali [18] en 2013 son los únicos que se han basado en una recopilación de datos experimentales previamente publicados por otros autores, concretamente las referencias [11], [16], [17], [19]–[22]. En este trabajo se propusieron dos modelos de distinta complejidad: uno simplificado recogido en las Eq. (3) y (4) y otro ligeramente más avanzado recogido en la Eq. (5). El primer modelo está restringido al intervalo de temperaturas entre 20 y 800 °C y depende del tipo de enfriamiento, de la temperatura T de exposición y de la longitud de adherencia l_b . El otro modelo de la Eq. (5) depende de la resistencia a compresión $f_{c,T}$ en probeta cilíndrica tras la exposición a una temperatura T y de la resistencia a compresión original a temperatura ambiente $f_{c,20}$ °C. La ecuación es aplicable en el rango 100 hasta 800 °C y para el cociente ($f_{c,T} / f_{c,20}$ °C) los autores aportaron un conjunto de ecuaciones válidas bien para hormigón de resistencia convencional (*normal strength concrete, NSC*), HSC, hormigones con áridos calizos y hormigones con áridos ligeros.

El modelo de Arel y Yazici [23], basado en sus ensayos sobre NSC y HSC se recoge en la Eq. (6), en la que P_t es la fuerza de arrancamiento en kN sobre una barra de 14 mm de diámetro nominal, c es el recubrimiento de hormigón, y $f_{c,28}$, $f_{ct,28}$ y $E_{c,28}$ son, respectivamente, la resistencia a compresión, la resistencia a tracción del ensayo de hendimiento y el módulo de elasticidad del hormigón a 28 días de edad y a temperatura ambiente. De forma similar, Ergün et al. [24] se basaron en sus ensayos sobre NSC sin fibras para desarrollar la formulación de las Eq. (7) y (8). El mismo planteamiento siguieron Varona et al. [25], aunque en este caso la campaña experimental abarcaba hormigones NSC y HSC con y sin fibras; los dos modelos de la Tabla 1 corresponden a NSC (Eq. (9)) y HSC (Eq. (10)) y se basan en resultados de hormigones con una pequeña adición de fibras de polipropileno para el control del desconchamiento explosivo. En las Eq. (9) y (10), $\tau_{b,max,T}$ es la resistencia máxima a adherencia tras exposición a la temperatura T , $f_{c,cub,T}$ es la resistencia a compresión en probeta cúbica tras exposición a T y $f_{c,cub,20}$ °C es la resistencia a compresión en probeta cúbica a temperatura ambiente. Finalmente, Yang et al. [26] se basaron en sus resultados experimentales sobre probetas de arrancamiento con barra ligeramente corroída para desarrollar un modelo de predicción de adherencia que pudiera adaptar la ley de adherencia del Código Modelo 2010 [12], representada en la Fig. 1. El efecto de la pérdida de sección inducida por la corrosión se traslucía únicamente en modificar ligeramente los valores de deslizamiento relativo (*relative slip*) que caracterizan la ley local de adherencia de la Fig. 1. Sin embargo, la adherencia máxima no pareció verse afectada por los niveles de corrosión y los autores dieron para esta magnitud la formulación de la Eq. (11) en la que el coeficiente β puede tomarse como 3.5 a temperaturas de hasta 400 °C y como 2.5 en el rango de 600 a 800 °C.

Tabla 2. Modelos analíticos para la adherencia acero-hormigón a alta temperatura

Reference	Equation	Source
Haddad and Shannis (2004) [16]	$NRBS = 0.0104 \cdot (NRCS)^{2.02}$ [1]	[16]
Haddad et al. (2008) [17]	$NRBS = k \frac{1 - (-0.0035 \cdot \sqrt{T} - 0.52)^2}{1 + (-0.0035 \cdot T - 0.52)^2}$ [2]	[17]
Simplified method, natural air cooling:		
	$NRBS = \begin{cases} 100 - 0.033 \cdot T - 1 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 & 30 \text{ mm} < l_b \leq 100 \text{ mm} \\ 100 - 0.082 \cdot T - 2 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 & 100 \text{ mm} < l_b \leq 160 \text{ mm} \\ 100 - 0.06 \cdot T - 7 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 & 30 \text{ mm} \leq l_b \leq 160 \text{ mm} \end{cases}$ [3]	
Simplified method, cooling by water immersion:		
Aslani and Samali (2013) [18]	$NRBS = \begin{cases} 100 - 0.015 \cdot T - 1 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 & 30 \text{ mm} < l_b \leq 100 \text{ mm} \\ 100 - 0.090 \cdot T - 2 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 & 100 \text{ mm} < l_b \leq 160 \text{ mm} \\ 100 - 0.047 \cdot T - 7 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 & 30 \text{ mm} \leq l_b \leq 160 \text{ mm} \end{cases}$ [4]	[11], [16], [17], [19]–[22]
Alternative model:		
	$NRBS = \begin{cases} 105.38 \cdot \left(\frac{f_{c,T}}{f_{c,20^\circ C}} \right) - 2.55 & 30 \text{ mm} < l_b \leq 100 \text{ mm} \\ 52.73 \cdot \left(\frac{f_{c,T}}{f_{c,20^\circ C}} \right) + 41.69 & 100 \text{ mm} < l_b \leq 160 \text{ mm} \\ 79.05 \cdot \left(\frac{f_{c,T}}{f_{c,20^\circ C}} \right) + 18.62 & 30 \text{ mm} \leq l_b \leq 160 \text{ mm} \end{cases}$ [5]	
Arel and Yazici (2014) [23]	$P_t = 68.4 - \frac{7520}{84 + f_{c28} + f_{ct28} + E_{c28} + c} - 0.0258 \cdot T$ [6]	[23]
Deformed steel bar with yield strength of 420 MPa:		
Ergün et al. (2016) [24]	$NRBS = 102.3 - 0.00268 \cdot T - 8.21 \cdot 10^{-5} \cdot T^2$ [7]	[24]
Deformed steel bar with yield strength of 500 MPa:		
	$NRBS = 90.5 - 0.0352 \cdot T - 6.29 \cdot 10^{-5} \cdot T^2$ [8]	
Normal strength concrete:		
Varona et al. (2018) [25]	$\tau_{b,max,T} = 0.354 \cdot f_{c,cub,T} - 0.15$ with $\frac{f_{c,cub,T}}{f_{c,cub,20^\circ C}} = 1 + 0.000248 \cdot T - 1.54 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 \not\leq 0$ [9]	[25]
High strength concrete:		
	$\tau_{b,max,T} = 0.393 \cdot f_{c,cub,T} - 3.43$ with $\frac{f_{c,cub,T}}{f_{c,cub,20^\circ C}} = 1.01 - 0.000103 \cdot T - 1.06 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 \not\leq 0$ [10]	
Yang et al. (2018) [26]	$\tau_{b,max,T} = \beta \cdot \sqrt{f_{c,cub,T}}$ with $f_{c,cub,T} = f_{c,cub,20^\circ C} - 0.05 \cdot T$ [11]	[26]

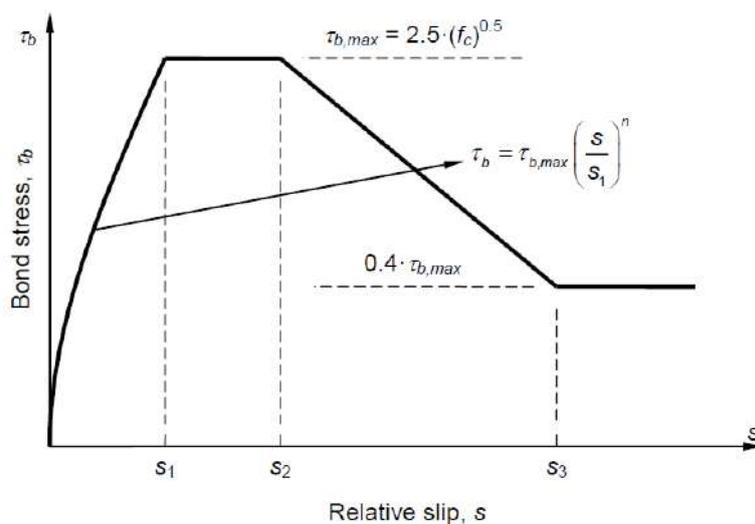


Figura 1. Ley local de adherencia entre acero y hormigón, de acuerdo con el Código Modelo 2010 [12].

3. BASE DE DATOS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

La Tabla 2 resume las variables más significativas que afectan la evolución de la adherencia a alta temperatura y que han podido ser recopiladas en base a la revisión del estado del arte en lo que respecta a campañas experimentales. Estos resultados experimentales han sido incorporados a una base de datos y se representan en la Fig. 2 como función de la temperatura de exposición. El eje vertical representa la adherencia residual normalizada (*NRBS*), es decir el cociente entre la resistencia adherente tras exposición a temperatura T y la resistencia adherente a temperatura ambiente, expresado como porcentaje. El número total de puntos disponibles es 466.

La característica más notable de la Fig. 2 es la enorme dispersión de resultados, especialmente por encima de los 600 °C. Esta dispersión podría ser achacable al hecho de que la adherencia sea función no sólo de la temperatura sino de otras variables específicas que distinguen unos ensayos de otros. Estas otras variables podrían ser: la resistencia a compresión original (a temperatura ambiente), el contenido y tipo de fibras, el contenido y tipo de adición, el tipo de árido, la geometría de la probeta de ensayo de arrancamiento y sus dimensiones, la longitud efectiva de adherencia entre barra y hormigón, el recubrimiento de la barra, el tipo de barra, la edad a la que se realizó el ensayo, el tipo de calentamiento, la duración de la meseta de estabilización térmica a máxima temperatura, el procedimiento de enfriamiento y el tipo de ensayo. Un ejemplo de esta base de datos se recoge en la Tabla 3. A pesar del número de variables, es preciso tener en cuenta que no todos los autores registraron su valor en sus artículos, con lo que al final la base de datos se restringe a 8 variables independientes y 3 variables dependientes. Las variables independientes son las siguientes:

- Tipo de fibra (t_f): esta es una variable de tipo categórico que toma los valores 0 (sin fibras), 1 (fibras de acero), 2 (fibras de polipropileno) y 3 (fibras híbridas).
- Contenido de fibras, expresado a través de la fracción volumétrica (v_f) en porcentaje.

- Resistencia a compresión del hormigón a temperatura ambiente ($f_{c,20\text{ }^\circ\text{C}}$). Esta variable no fue registrada en alguna de las referencias de la Tabla 1.
- Cociente entre la longitud efectiva de adherencia entre barra y hormigón y el diámetro nominal de la barra (l_b/d).
- Cociente entre el recubrimiento de la barra y su diámetro (c/d).
- Edad (age) en el momento de ensayo (a) en días.
- Cociente entre la duración de la meseta de estabilización térmica (en h) y el cuadrado de la dimensión mínima de la probeta de arrancamiento (en dm^2). Dado que se trata de dos variables con notable dispersión de una campaña a otra y que el cociente da una idea del daño producido a la probeta en el proceso de calentamiento, se decidió plantear esta variable con el fin de determinar si este aspecto de la metodología experimental tenía influencia o no.
- Temperatura máxima de exposición (T) en $^\circ\text{C}$.

Las variables dependientes son las siguientes:

- Adherencia residual normalizada ($NRBS$), como porcentaje.
- La resistencia a compresión tras la exposición a alta temperatura ($f_{c,T}$) en MPa, siempre que los autores reflejaban esta propiedad en sus registros experimentales.
- La resistencia adherente máxima original a temperatura ambiente ($\tau_{b,20\text{ }^\circ\text{C}}$) en MPa.

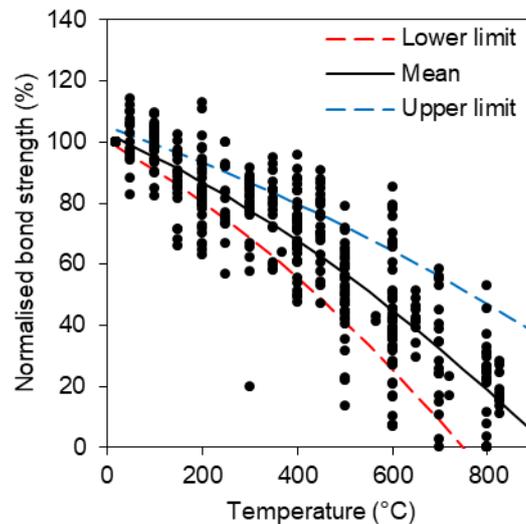


Figura 2. Adherencia residual como función de la temperatura de exposición: 466 puntos de datos experimentales y curva de regresión lineal con su intervalo de confianza del 95%.

Los resultados experimentales recopilados en la base de datos permitieron desarrollar un análisis de regresión no-lineal para $NRBS$ con la T como única variable independiente, como se representa en la Fig. 2. Este análisis da como resultado la Eq. (12):

$$NRBS = A_0 + B_0 \cdot T + C_0 \cdot T^2 \quad (12)$$

donde $NRBS$ es adherencia residual normalizada en porcentaje, T es la máxima temperatura de exposición en °C, $A_0 = 102.6 \pm 2.5$, $B_0 = -0.070 \pm 0.016$ y $C_0 = (-4.344 \pm 2.022) \cdot 10^{-5}$. Los coeficientes A_0 , B_0 y C_0 incluyen su valor medio y los límites superior e inferior del intervalo de confianza del 95%. El coeficiente R^2 de este análisis es 0.808 y el notable rango de dispersión a altas temperaturas que se refleja en la Fig. 2 es consecuencia del hecho de tratar de explicar la evolución de la adherencia como función de una única variable.

Tabla 3. Ejemplos de entradas de la base de datos experimentales

Reference	Fibre type	Fibre VF [%]	$f_{c,20\text{ }^\circ\text{C}}$ [MPa]	l/d	c/d	Age [days]	Plateau/size ² [h/dm ²]	T [°C]	$f_{c,T}$ [MPa]	$\sigma_{b,20\text{ }^\circ\text{C}}$ [MPa]	$NRBS$ [%]
Varona et al. (2015) (A)	0	0.00	27.47	5.00	4.50	60	1.25	20	27.47	19.33	100
Varona et al. (2015) (A)	0	0.00	27.47	5.00	4.50	60	1.25	450	21.19	19.33	70.15
Varona et al. (2015) (A)	0	0.00	27.47	5.00	4.50	60	1.25	650	9.80	19.33	29.64
Varona et al. (2015) (A)	0	0.00	27.47	5.00	4.50	60	1.25	825	4.02	19.33	11.02
Varona et al. (2015) (B)	1	0.25	27.91	5.00	4.50	60	1.25	20	27.91	16.09	100
Varona et al. (2015) (B)	1	0.25	27.91	5.00	4.50	60	1.25	450	22.12	16.09	86.39
Varona et al. (2015) (B)	1	0.25	27.91	5.00	4.50	60	1.25	650	11.99	16.09	46.18
Varona et al. (2015) (B)	1	0.25	27.91	5.00	4.50	60	1.25	825	5.00	16.09	15.23

4. ANÁLISIS DE REGRESIÓN MÚLTIPLE

El análisis de regresión múltiple parte de las 8 variables independientes de la Tabla 3 y se toma como variable dependiente la adherencia residual normalizada $NRBS$. Previo a este análisis la base de datos fue ligeramente truncada porque la resistencia a compresión original a temperatura ambiente no estaba recogida en todas las referencias bibliográficas y porque además se eliminaron de la fuente unos pocos resultados *outliers*. Uno de estos es fácilmente apreciable en la Fig. 2 a la temperatura de 300 °C en la que un experimento predijo una adherencia residual en el entorno del 20%. Una vez depurada la base de datos, el número de ellos se redujo de 466 a 388. A la hora de plantear una regresión múltiple se aconseja que el número de puntos por variable independiente esté entre 20 y 50. Considerando las 8 variables independientes (t_f , v_f , $f_{c,20\text{ }^\circ\text{C}}$, l_b/d , c/d , α , meseta/tamaño² y T) la base de datos permitiría tener 48 puntos por variable, lo que parece adecuado.

En la realización del análisis de regresión múltiple se seleccionó además un método de eliminación hacia atrás para comprobar si era posible reducir el número de variables independientes por posibles irrelevancias estadísticas en su influencia sobre el fenómeno. De esta forma se analizaron tres modelos: el modelo 1 con las 8 variables; un modelo 2 con 7 variables (eliminando la variable meseta/tamaño²); y un tercero con 6 variables (en el que se eliminó además la $f_{c,20\text{ }^\circ\text{C}}$). El criterio de eliminación consistía en eliminar una variable si su significancia estadística era igual o superior al 10%. En el modelo 3, la significancia estadística mayor de las 6 variables fue 2.7%, por lo que se concluye que, desde el punto de vista puramente estadístico y en función de los datos

experimentales disponibles, la evolución de la adherencia puede ser explicada por la temperatura de exposición y otras cinco variables. Este modelo resultante se recoge en la Eq. (13):

$$NRBS = A_1 + B_1 \cdot T + C_1 \cdot T^2 + D_1 \cdot t_f + E_1 \cdot v_f + F_1 \cdot \frac{l_b}{d} + G_1 \cdot \frac{c}{d} + H_1 \cdot a \quad (13)$$

donde $A_1 = 108.7 \pm 6.5$, $B_1 = -0.067 \pm 0.015$, $C_1 = (-4.096 \pm 2.003) \cdot 10^{-5}$, $D_1 = 3.67 \pm 1.90$, $E_1 = -7.60 \pm 4.05$, $F_1 = 0.657 \pm 0.224$, $G_1 = -2.38 \pm 1.20$ y $H_1 = -0.045 \pm 0.053$.

El coeficiente R^2 del análisis múltiple con 6 variables fue de 0.84, lo cual no parece una mejora sustancial con respecto al más sencillo modelo previo de una sola variable. Dos ejemplos gráficos de este modelo multi-variable se recogen en la Fig. 3a y 3b. La primera corresponde a hormigón sin fibras a una edad de 28 días con $l_b/d = 5$ y $c/d = 5$ y representa la curva media de predicción y su intervalo de confianza del 95%. El segundo ejemplo de la Fig. 3b corresponde también a hormigón sin fibras, pero a una edad de 40 días y con $l_b/d = 8$ y $c/d = 2$. En ambas Fig. 3a y 3b se contrastan las curvas de predicción con los resultados experimentales correspondientes a los respectivos rangos de las variables independientes (edades de entre 35 y 40 días, valores de l_b/d entre 7.5 y 8.3 y valores de c/d entre 1.78 y 2.28 en el caso de la Fig. 3b).

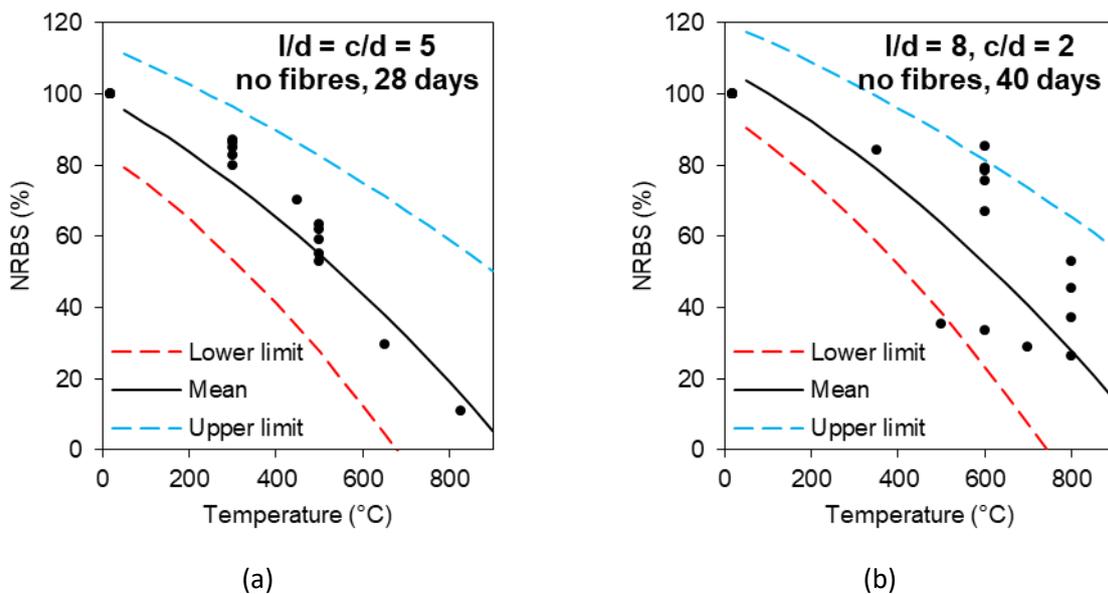


Figura 3. Aplicación del modelo de regresión múltiple para explicar la adherencia acero-hormigón tras la exposición a alta temperatura.

Puede apreciarse que el modelo de múltiples variables (*multiple variable model*, MVM) es capaz de adaptarse a distintas situaciones de partida pero, desgraciadamente, su intervalo de confianza es notablemente disperso, incluso más que el del modelo de una sola variable (*single variable model*, SVM) representado en la Fig. 2 y recogido en la Eq. (12). Por ejemplo, el límite inferior del SVM predeciría una pérdida completa de la adherencia a una temperatura de en torno a 750 °C, independientemente de otros factores (edad, contenido de fibras, etc.), mientras que la media del SVM pronosticaría una NRBS de 25.7% a 750 °C. Por otro lado, si se estudia el caso de hormigón sin

fibras con 28 días de edad y $l_b/d = c/d = 5$, el límite inferior del MVM muestra en la Fig. 3a una pérdida completa de adherencia en el entorno de 675 °C aun cuando la media del MVM predice una NRBS de 34.9% a esa temperatura. Eso ocurre porque el intervalo de confianza se ha expandido.

A continuación, los modelos SVM y MVM son comparados con otros modelos analíticos de la adherencia acero-hormigón recogidos en la Tabla 2 (Eq. (1) hasta Eq. (11)). Todos los modelos serán aplicados a los distintos experimentos de la base de datos en función de los parámetros de entrada correspondientes. Los valores de adherencia predichos por los distintos modelos analíticos serán comparados con la medida real experimental, obteniendo un conjunto de estadísticos del error de predicción. La mayor parte de modelos de la Tabla 2 se basan en hormigones sin fibras. Conviene además remarcar que el modelo de Aslani y Samali [18] era el único que se basaba en una revisión del estado del arte de 2013, sin que hubiera aún referencias de resultados sobre hormigones fibro-reforzados. Por consiguiente, la base de datos para esta comparativa entre modelos analíticos se restringirá exclusivamente a fuentes experimentales de hormigones sin fibras (bien NSC o HSC) o bien hormigones con una pequeña inclusión de fibras de polipropileno monofilamento para el control del desconchamiento explosivo. Además, como alguno de los modelos depende de la evolución de la resistencia a compresión a alta temperatura, la base de datos para la comparativa se basará en registros que sí tomaron nota de la evolución experimental de esta propiedad. Por último, el modelo analítico de Arel y Yazici [23] (Eq. (6)) no se va a comparar con los demás porque está intrínsecamente limitado a barras de 14 mm de diámetro nominal y porque depende de propiedades mecánicas del hormigón que no se han medido en la mayoría de registros experimentales. Los estadísticos de error que se van a calcular son los siguientes: el error medio absoluto (*mean absolute error, MAE*), el error porcentual absoluto medio (*mean absolute percentage error, MAPE*) y la raíz del error cuadrático medio (*root mean square error, RMSE*). Los registros de error se recogen en la Tabla 4. Se hacen a continuación varias observaciones adicionales concernientes a la forma de aplicar los modelos de otros autores. En el caso del modelo de Aslani y Samali [18] se han empleado las ecuaciones generales válidas para el rango completo de longitud adherente ($30 \text{ mm} \leq l_b \leq 160 \text{ mm}$). En el caso del modelo de Yang et al. [26] el valor del coeficiente β es 3.5 hasta 400 °C y 2.5 entre 600 y 800 °C; para valores de temperatura entre 400 y 600 °C se ha aplicado interpolación lineal. Finalmente, con carácter general, cuando los modelos dependen de la evolución de la resistencia a compresión a alta temperatura, en su aplicación se han adoptado los valores experimentales de esta propiedad, en vez de los modelos analíticos propuestos por los autores.

Tabla 4. Medidas de error en la aplicación de los modelos a la base de datos experimentales

Model	MAE	MAPE	RMSE
Haddad and Shannis (2004) [16], Eq. (1)	17.8	29.7%	21.7
Haddad et al. (2008) [17], Eq. (2)	36.2	53.4%	39.5
Aslani and Samali (2013) [18], Eq. (3)-(4)	9.4	19.5%	13.0
Aslani and Samali (2013) [18], Eq. (5)	9.3	21.8%	12.4
Ergün et al. (2016) [24], Eq. (7)-(8)	11.1	21.0%	13.5
Varona et al. (2018) [25], Eq. (9)-(10)	47.1	64.3%	84.9
Yang et al. (2018) [26], Eq. (11)	110	160.2%	152
Single variable model (SVM), Eq. (12)	8.4	17.4%	11.5
Multiple variable model (MVM), Eq. (13)	8.2	16.8%	10.8

A juzgar por los resultados de la medida de error que se reflejan en la Tabla 4, el modelo más fiable parece ser el modelo multivariable (MVM) de la Eq. (13) presentada en este trabajo. De los modelos previamente propuestos por otros autores, el más adecuado parece ser el dado por la Eq. (5) propuesta por Aslani y Samali que presenta un $RMSE$ de 12.4, muy similar al $RMSE$ del modelo MVM (10.8). Por el contrario, los modelos analíticos con peor comportamiento resultan ser los de Varona et al. [25] y de Yang et al. [26] y la explicación parece radicar en el hecho de que dichos modelos están diseñados para predecir el valor absoluto de la adherencia $\tau_{b,T}$ y no el de su versión normalizada $NRBS$. Además, en ambos casos, las ecuaciones ponen la adherencia máxima en función de la evolución de la resistencia en probeta cúbica a alta temperatura ($f_{c,cub,T}$), para la cual se han empleado medidas reales de probeta cilíndrica en vez de las ecuaciones originales de sus autores. La relación entre estas dos propiedades (adherencia acero-hormigón y resistencia compresión) es analizada específicamente en la siguiente sección de este trabajo.

5. RELACIÓN ENTRE LA ADHERENCIA Y LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN

El hecho de que la base de datos experimentales contenga no sólo los resultados sobre la evolución de la adherencia a alta temperatura sino también los de la resistencia a compresión, hace posible estudiar la relación entre ambas. Esto es especialmente relevante porque la formulación propuesta por el Código Modelo 2010 [12] determina la máxima resistencia adherente (a temperatura ambiente) como función de la raíz cuadrada de la resistencia a compresión. Véase esta formulación en la Eq. (14):

$$\tau_{b,20^{\circ}C} = k_b \cdot \sqrt{f_{c,20^{\circ}C}} \quad (14)$$

donde k_b es un coeficiente que depende de las condiciones de adherencia: $k_b = 2.5$ con buenas condiciones de adherencia y $k_b = 1.25$ en otras circunstancias. La posible correlación entre los valores experimentales tras exposición a temperaturas elevadas puede ser analizada gracias a los 397 datos experimentales disponibles en la base, y se representa gráficamente en las Fig. 4a y 4b. Las rectas de regresión lineal para la relación entre adherencia a alta temperatura ($\tau_{b,T}$) y resistencia a compresión a alta temperatura ($f_{c,T}$) se recogen y representan en la Fig. 4a (para el caso de adherencia como función directa de $f_{c,T}$) y en la Fig. 4b (para el caso de adherencia como función de la raíz cuadrada de $f_{c,T}$ en la línea de lo propuesto en el Código Modelo 2010).

Pueden apreciarse unos valores muy bajos del coeficiente R^2 en ambos ajustes. De hecho, el R^2 correspondiente a una relación análoga a lo propuesto en el Código Modelo 2010 (Fig. 4b) es el peor de los dos (0.4285 frente a 0.4516). Esta baja correlación puede ser atribuible a que la ley local de adherencia que propone el Código Modelo 2010 corresponde a unas condiciones precisas del cociente de longitud de adherencia entre diámetro de barra ($l_b/d = 5$) y de recubrimiento respecto a diámetro de barra ($c/d \geq 5$). Por ejemplo, valores bajos de c/d podrían provocar un fallo prematuro por fisuración (*splitting*) antes de que llegara a desarrollarse el arrancamiento. En relación con la longitud adherente, ésta debería ser no superior a 5 veces el diámetro de la barra si se pretende que el ensayo experimental reproduzca una buena aproximación a la ley local de adherencia (ver Fig. 1). El efecto de los cocientes l_b/d y c/d se muestra en las Fig. 5a y 5b en las que se recogen únicamente los experimentos en los que $c/d > 3.5$ y $l_b/d \leq 7.5$. El número de puntos experimentales en esta

ocasión se limita a 162 y se circunscriben aproximadamente al rango de validez de la formulación del Código Modelo 2010. La dispersión es notablemente inferior a la de las Fig. 4a y 4b y los coeficientes R^2 para explicar la adherencia como función de una única variable (la resistencia a compresión $f_{c,T}$) han aumentado ligeramente, aunque aún muestran valores bajos.

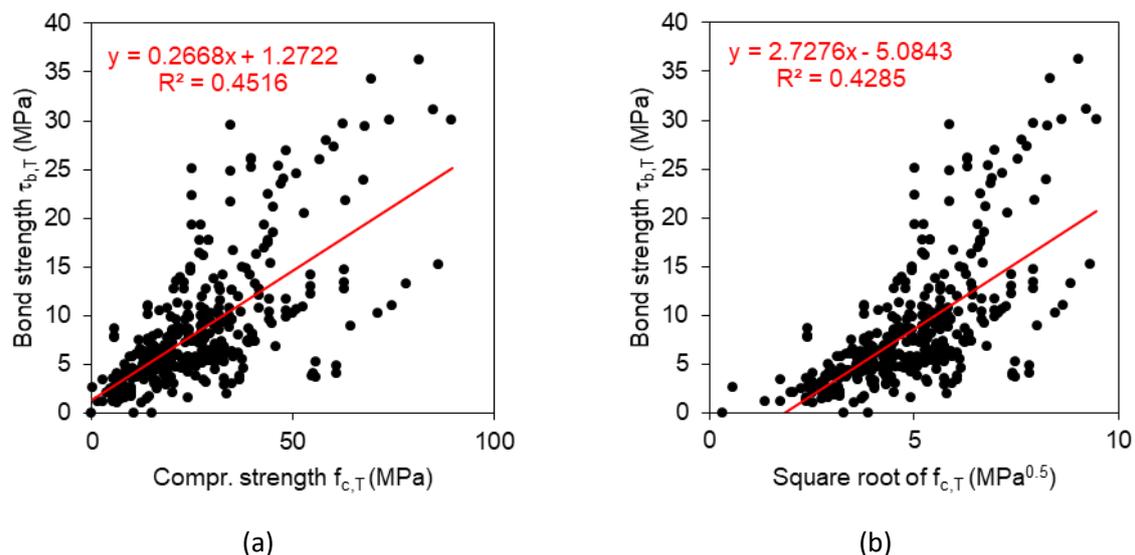


Figura 4. Correlación a altas temperaturas entre la resistencia adherente y la resistencia a compresión (a) o la raíz cuadrada de la resistencia a compresión (b), basada en 397 puntos experimentales.

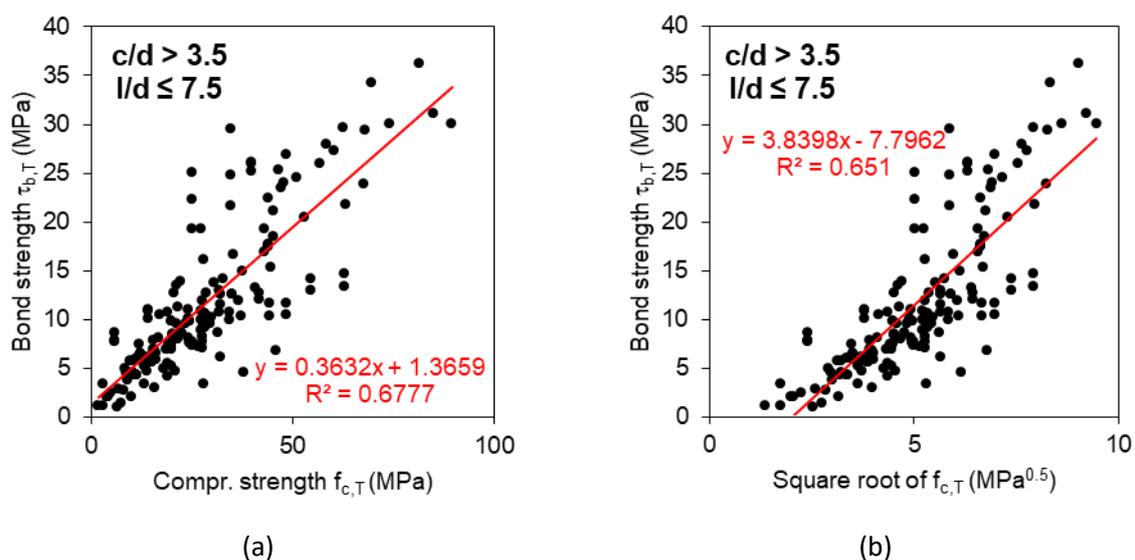


Figura 5. Correlación a altas temperaturas entre la resistencia adherente y la resistencia a compresión (a) o la raíz cuadrada de la resistencia a compresión (b), basada en 162 puntos experimentales en el rango de aplicación de la ley local de adherencia del Código Modelo 2010 [12].

De forma similar a lo planteado en la sección anterior, se plantea la posibilidad de que la dispersión de las Fig. 5a y 5b pueda ser debida a que la adherencia a alta temperatura no sea función única y exclusiva de la resistencia a compresión a alta temperatura, sino que puedan influir otros factores.

De esta forma se va a plantear una regresión no-lineal de múltiples variables para tratar de explicar la adherencia a través de la Eq. (15):

$$\tau_{b,T} = k_{b,T} \cdot (f_{c,T})^n \quad (15)$$

donde $k_{b,T}$ es el coeficiente que define las condiciones de adherencia tras la exposición a una temperatura elevada T y el exponente n puede adquirir los valores $n = 1$ (una correlación similar a la de la Fig. 5a), $n = 0.5$ (una correlación similar a la de la Fig. 5b y a la del Código Modelo 2010) o bien ser objeto de un ajuste no-lineal. El coeficiente $k_{b,T}$ tiene una función análoga a la del coeficiente β del modelo de Yang et al. [26] en la Eq. (11), sólo que ahora sería función de la temperatura de exposición T , del tipo de fibra t_f , de la fracción volumétrica v_f del contenido de fibras, de la edad a del hormigón, del cociente l_b/d y del cociente c/d . El coeficiente $k_{b,T}$ se calcularía mediante la Eq. (16):

$$k_b = A_3 + B_3 \cdot T + C_3 \cdot t_f + D_3 \cdot v_f + E_3 \cdot \frac{l_b}{d} + F_3 \cdot \frac{c}{d} + G_3 \cdot a \quad (16)$$

Dado que el número de variables independientes es 6 y que el número de datos experimentales disponible es 162, hay entonces 27 medidas por variable, lo que entra dentro del rango aconsejado en la práctica habitual. Se han ejecutado tres ajustes: (i) una regresión múltiple con el exponente $n = 0.5$ (en la línea de lo representado en la Fig. 5b); (ii) una regresión múltiple con el exponente $n = 1$ (en la línea de lo representado en la Fig. 5a, que parecía ofrecer mejor correlación); y (iii) una regresión no-lineal múltiple con el exponente n tratado como una incógnita más a obtener por regresión, de forma similar a los coeficientes A_3 hasta G_3 . Los resultados se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Resultados de las regresiones para ajustar la adherencia $\tau_{b,T}$ según las Eq. (14) y (15)

	Power $n = 0.5$	Power $n = 1$	Power $n = 0.583 \pm 0.091$
A_3	0.945 ± 0.879	$-(0.0392 \pm 0.1784)$	0.546 ± 0.733
B_3	$-(0.00208 \pm 0.00035)$	$-(8.51 \pm 7.16) \cdot 10^{-5}$	$-(0.00134 \pm 0.00070)$
C_3	$-(0.310 \pm 0.166)$	$-(0.0645 \pm 0.0314)$	$-(0.236 \pm 0.137)$
D_3	1.62 ± 0.86	0.0653 ± 0.1531	1.00 ± 0.81
E_3	$-(0.362 \pm 0.086)$	$-(0.0609 \pm 0.0171)$	$-(0.268 \pm 0.110)$
F_3	0.562 ± 0.235	0.125 ± 0.048	0.437 ± 0.213
G_3	0.0284 ± 0.0076	0.00476 ± 0.00150	0.0217 ± 0.0085
R^2 factor	0.876	0.821	0.879

Los modelos de una sola variable para $\tau_{b,T}$ en función de $f_{c,T}$ se recogen en las Fig. 5a y 5b y muestran coeficientes R^2 iguales a 0.678 (con $n = 1$) y 0.651 (con $n = 0.5$). Por consiguiente, a la luz de los resultados de la Tabla 6, los modelos multi-variable sobrepasan la capacidad de predicción, con coeficientes R^2 por encima de 0.80. Este hecho parece demostrar que el enfoque de múltiples variables es perfectamente válido para explicar la evolución de la resistencia adherente a alta temperatura y generalizando la formulación del Código Modelo 2010. Aún más relevante es el hecho de que, en el caso de la regresión no-lineal que trata el exponente n como una variable más del

ajuste, se obtiene un resultado $n = 0.583$ que es muy próximo al original del Código Modelo 2010 ($n = 0.5$) aun cuando en el enfoque de una sola variable era el valor $n = 1$ el que ofrecía mejor correlación.

Es posible proponer la siguiente explicación física al modelo dado por las Eq. (15)-(16). La resistencia a adherencia máxima tras la exposición a una temperatura alta T no sólo se ve deteriorada por la reducción de la resistencia a compresión del hormigón a esa temperatura T , sino también porque la exposición de la región de adherencia a temperaturas elevadas produce una merma de las condiciones o calidad de la adherencia respecto de las originales a temperatura ambiente, lo que puede ser atribuible a la microfisuración ocasionada por los gradientes térmicos en la zona y las incompatibilidades de deformación entre el acero y los componentes de la matriz de hormigón. Los signos de las variables A_3 hasta G_3 representan el efecto que tienen las distintas variables en la calidad de la adherencia: efecto beneficioso con factores >0 y efecto perjudicial cuando los factores son <0 . Así, la temperatura, el tipo de fibra y la longitud de adherencia tienen un efecto perjudicial en las condiciones de adherencia. Por el contrario, la fracción volumétrica de fibra, el recubrimiento de hormigón y la edad del mismo tienen un efecto beneficioso.

Tal y como se ha comentado al final de la sección anterior, los modelos analíticos de Varona et al. [25] y de Yang et al. [26] eran los que trataban de predecir el valor absoluto de la adherencia a alta temperatura ($\tau_{b,T}$) en vez de su evolución a través del valor normalizado $NRBS$ respecto del original a temperatura ambiente, que era el objeto del resto de modelos analíticos de la Tabla 2. El modelo de Yang et al. se basaba directamente en la ecuación del Código Modelo 2010 (con $n = 0.5$), mientras que el modelo de Varona et al. proponía una relación lineal entre $\tau_{b,T}$ y $f_{c,T}$ (con $n = 1$). Los 162 puntos experimentales que han servido para el ajuste del modelo de las Eq. (15)-(16) son ahora empleados para comparar los estadísticos de error del modelo propuesto en este trabajo (*multi-variable model* adaptando el *Model Code 2010*, MVM-MC) y los de los modelos de Varona et al. (Eq. (9) y (10)) y de Yang et al. (Eq. (11)). Los resultados de la comparación se muestran en la Tabla 6 y permiten apreciar que el modelo que mejor se comporta es el MVM-MC presentado aquí, seguido de cerca por el propuesto en Varona et al. [25].

Tabla 6. Errores obtenidos en la aplicación de los modelos de predicción de $\tau_{b,T}$

Model	MAE	MAPE	RMSE
Varona et al. (2018) [25], Eq. (9)-(10)	3.07	29.9%	4.41
Yang et al. (2018) [26], Eq. (11)	6.76	93.5%	7.82
MVM-MC, Eq. (15)-(16) with $n = 0.583$	2.03	23.0%	2.71

6. CONCLUSIONES

La evolución de la adherencia acero-hormigón altas temperaturas no es una propiedad que esté actualmente recogida en las normativas de diseño para hormigón estructural y es, además, uno de los fenómenos menos investigados en el contexto de la tecnología del hormigón. Este trabajo pretende ofrecer en primer lugar una exhaustiva revisión del estado del arte en cuanto a trabajos experimentales para construir una base de datos de ensayos reales y, en segundo lugar, la aplicación de esta base de datos para poder desarrollar modelos de predicción y contrastarlos con otros intentos previamente recogidos en referencias bibliográficas.

Las principales conclusiones de la revisión del estado del arte son las siguientes:

- La exposición a temperaturas elevadas deteriora la adherencia acero-hormigón. La mayor parte de autores sostienen que la evolución de la adherencia a alta temperatura es proporcional en cierto grado a la de la resistencia a compresión del hormigón.
- Todos los ensayos experimentales usaron el ensayo de arrancamiento, con alguna modificación en geometría, dimensiones, etc. En la mayor parte de casos, la geometría de las probetas de ensayo de arrancamiento fue cilíndrica.
- No todos los ensayos experimentales trataron de reproducir las condiciones para reproducir empíricamente la ley local de adherencia propuesta por el Código Modelo 2010 [12], especialmente en lo concerniente a la longitud de adherencia y al recubrimiento. A pesar de ello, varios autores han tratado de emplear los resultados experimentales para construir ecuaciones que generalicen la aplicación de la formulación del Código Modelo 2010.
- La mayor parte de modelos analíticos trataron de predecir la evolución de un valor normalizado de la adherencia a alta temperatura (es decir, respecto de la original a temperatura ambiente), en vez del valor real de dicha adherencia.

La base de datos experimentales que se ha construido contiene once variables: temperatura de exposición, resistencia a compresión a temperatura ambiente, tipo de fibra, contenido de fibra, cociente entre la longitud de adherencia y el diámetro de la barra, cociente entre el recubrimiento y el diámetro de la barra, cociente entre la duración del tiempo de exposición a máxima temperatura entre el cuadrado del tamaño de la probeta, valor de la resistencia adherente normalizada, valor absoluto de la resistencia adherente a alta temperatura y valor absoluto de la resistencia a compresión a alta temperatura. Esta base de datos ha permitido la construcción de dos modelos de predicción de múltiples variables. Uno de ellos logra predecir la evolución en términos del valor normalizado de adherencia residual a alta temperatura con respecto al original a temperatura ambiente y otro pensado para obtener el valor de la adherencia máxima de la ley local de adherencia, generalizando el enfoque del Código Modelo 2010 para temperaturas elevadas. Este segundo modelo permite ofrecer una interpretación física del fenómeno de la pérdida de adherencia a alta temperatura que sería consecuencia no sólo de la reducción de la resistencia a compresión del propio hormigón, sino también de un deterioro de las condiciones de adherencia fruto de la exposición a temperaturas elevadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo desean expresar su agradecimiento a la Generalitat Valenciana, cuya financiación ha hecho posible el desarrollo de las investigaciones en el contexto de la ayuda GV/2018/015.

REFERENCIAS

- [1] F. C. Lea, "The effect of temperature on some of the properties of materials," *Eng.*, vol. 110, no. 3, pp. 293–298, 1920.
- [2] Z. P. Bazant and M. F. Kaplan, *Concrete at High Temperatures: Material Properties and*

Mathematical Models. Harlow, Essex: Longman Group, Ltd., 1996.

- [3] Y. Anderberg and S. Thelandersson, "Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures - 2. Experimental investigation and material behaviour model," *Bull. Lund Inst. Technol.*, no. 54, pp. 1–84, 1976.
- [4] C. Castillo and A. J. Durrani, "Effect of transient high temperature on high strength concrete," *ACI Mater. J.*, vol. 87, no. 1, pp. 47–53, 1987.
- [5] V. Kodur, "Fire performance of high-strength concrete structural members," *Constr. Technol. Updat.*, p. 4, 1999.
- [6] B. Persson, "Fire resistance of self-compacting concrete, SCC," *Mater. Struct.*, vol. 37, no. 9, pp. 575–584, Nov. 2004.
- [7] K. K. Sideris, "Mechanical characteristics of self-consolidating concretes exposed to elevated temperatures," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 19, no. 8, pp. 648–654, Aug. 2007.
- [8] N. Anagnostopoulos, K. K. Sideris, and A. Georgiadis, "Mechanical characteristics of self-compacting concretes with different filler materials, exposed to elevated temperatures," *Mater. Struct.*, vol. 42, no. 10, pp. 1393–1405, Dec. 2009.
- [9] D. Foti, "Prestressed slab beams subjected to high temperatures," *Compos. Part B Eng.*, vol. 58, pp. 242–250, 2014.
- [10] C. G. Bailey and E. Ellobody, "Whole-building behaviour of bonded post-tensioned concrete floor plates exposed to fire," *Eng. Struct.*, vol. 31, no. 8, pp. 1800–1810, Aug. 2009.
- [11] A. E. Ahmed, A. H. Al-Shaikh, and T. I. Arafat, "Residual compressive and bond strengths of limestone aggregate concrete subjected to elevated temperatures," *Mag. Concr. Res.*, vol. 44, no. 159, pp. 117–125, 1992.
- [12] International Federation for Structural Concrete (fib), *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Berlin: Ernst & Sohn, 2013.
- [13] European Committee for Standardisation, *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Madrid: AENOR, 2013.
- [14] European Committee for Standardisation, *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design*. Madrid: AENOR, 2011.
- [15] ACI (American Concrete Institute), *ACI 318M-11: Building code requirements for structural concrete and commentary*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2011.
- [16] R. H. Haddad and L. G. Shannis, "Post-fire behavior of bond between high strength pozzolanic concrete and reinforcing steel," *Constr. Build. Mater.*, vol. 18, no. 6, pp. 425–435, 2004.
- [17] R. H. Haddad, R. J. Al-Saleh, and N. M. Al-Akhras, "Effect of elevated temperature on bond between steel reinforcement and fiber reinforced concrete," *Fire Saf. J.*, vol. 43, no. 5, pp. 334–343, 2008.
- [18] F. Aslani and B. Samali, "Predicting the bond between concrete and reinforcing steel at elevated temperatures," *Struct. Eng. Mech.*, vol. 48, no. 5, pp. 643–660, 2013.
- [19] U. Diederichs and U. Schneider, "Bond strength at high temperatures," *Mag. Concr. Res.*, vol. 33, no. 115, pp. 75–84, 1981.
- [20] K. Hertz, "The anchorage capacity of reinforcing bars at normal and high temperatures," *Mag. Concr. Res.*, vol. 34, no. 121, pp. 213–220, 1982.
- [21] P. D. Morley and R. Royles, "Response of the bond in reinforced concrete to high temperatures," *Mag. Concr. Res.*, vol. 35, no. 123, pp. 67–74, 1983.

- [22] A. F. Bingöl and R. Gül, "Residual bond strength between steel bars and concrete after elevated temperatures," *Fire Saf. J.*, vol. 44, no. 6, pp. 854–859, 2009.
- [23] H. Ş. Arel and Ş. Yazıcı, "Effect of different parameters on concrete-bar bond under high temperature," *ACI Mater. J.*, vol. 111, no. 6, pp. 633–639, Dec. 2014.
- [24] A. Ergün, G. Kürklü, and M. S. Başpınar, "The effects of material properties on bond strength between reinforcing bar and concrete exposed to high temperature," *Constr. Build. Mater.*, vol. 112, pp. 691–698, Jun. 2016.
- [25] F. B. Varona, F. J. Baeza, D. Bru, and S. Ivorra, "Evolution of the bond strength between reinforcing steel and fibre reinforced concrete after high temperature exposure," *Constr. Build. Mater.*, vol. 176, pp. 359–370, Jul. 2018.
- [26] O. Yang, B. Zhang, G. Yan, and J. Chen, "Bond performance between slightly corroded steel bar and concrete after exposure to high temperature," *J. Struct. Eng.*, vol. 144, no. 11, pp. 04018209-1–10, Nov. 2018.

Modelos numéricos para predecir la adherencia residual entre acero y hormigón reforzado con fibras a alta temperatura

Varona, Francisco de Borja¹; Villacampa, Yolanda²; Navarro-González, Francisco J.³; Bru, David⁴; Baeza, F. Javier⁵

ABSTRACT

El mecanismo de adherencia entre el acero corrugado y el hormigón es fundamental a la hora de abordar el estudio de la capacidad estructural del hormigón armado. Aunque este mecanismo puede verse comprometido en situación de incendio, es probablemente uno de los fenómenos menos estudiados en el campo de la tecnología del hormigón y no está contemplado en las normativas de diseño. En este trabajo se presenta una revisión exhaustiva de los datos experimentales disponibles, centrándose especialmente en el hormigón reforzado con fibras. Los datos permiten caracterizar la evolución de la adherencia en función de tres variables: la temperatura máxima de exposición, el tipo de fibra y su fracción volumétrica. Se parte inicialmente de un análisis lineal de regresión múltiple, tras el cual se ejecutan una serie de modelos numéricos no-lineales. Dichos modelos se han construido empleando un enfoque basado en el método de los elementos finitos combinado con la formulación del método de Galerkin. Los modelos numéricos se han desarrollado para diferentes grados de complejidad de malla. Las medidas de error resultantes al aplicar las técnicas anteriores son a continuación comparadas con el objeto de proponer un modelo de predicción adecuado. Finalmente, el modelo seleccionado se validará para diferentes valores de entrada de las variables independientes. Esta última fase sirve de base a una discusión sobre cómo afectan dichas variables independientes a la evolución de la adherencia entre acero y hormigón reforzado con fibras tras su exposición a altas temperaturas.

Keywords: adherencia acero-hormigón; alta temperatura; hormigón reforzado con fibras; modelos numéricos no lineales.

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón armado se emplea como material estructural desde la segunda mitad del siglo XIX. Históricamente, una de las principales razones para su éxito fue su excelente comportamiento en situación de incendio, especialmente en comparación con otros materiales estructurales de aquella era, como la fundición y el acero. Aún hoy en día, el hormigón posee mejor comportamiento estructural que el acero, prueba de lo cual son algunos recientes y dramáticos incendios: la Torre Windsor en Madrid (2005) y la Torre Grenfel en Londres (2017).

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). borja.varona@ua.es (Corresponding author)

² Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Alicante (ESPAÑA). villacampa@ua.es

³ Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Alicante (ESPAÑA). francisco.navarro@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). david.bru@ua.es

⁵ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). fj.baeza@ua.es

El comportamiento del hormigón a alta temperatura ha sido exhaustivamente investigado durante todo el siglo XX. Una de las referencias más antiguas data de 1920 [1]. Los efectos de la exposición del hormigón a alta temperatura se resumen a continuación [2]: (i) secado del agua libre capilar entre 20 y 100 °C, con una ligera pérdida de la resistencia a compresión; (ii) hasta los 300 °C puede darse el caso de un leve incremento de la resistencia a compresión en el caso de hormigones secos y de corta edad; (iii) en el rango de 150-180 °C se comienza a producir la deshidratación del gel CSH (Calcium-Silicate-Hydrate), mientras que la deshidratación de la portlandita tiene lugar entre los 400 y 600 °C; (iv) por todo ello, en el intervalo de 300-650 °C tiene lugar una notable pérdida de propiedades mecánicas; (v) en el caso de áridos cuarcíticos tiene lugar una transformación cristalina de α -cuarzo a β -cuarzo en torno a los 570 °C, que conlleva una notable expansión volumétrica responsable del peor comportamiento de este tipo de áridos frente a otros tipos; (vi) la calcinación de la caliza en los hormigones con este tipo de áridos tiene lugar entre los 600 y 900 °C; (vii) hacia los 700 °C la deshidratación del gel CSH es casi completa; (viii) la velocidad de deterioro de las propiedades mecánicas es más lenta por encima de los 650 °C; (ix) en torno a los 1200 °C se produce la desintegración de algunos tipos de áridos y la desintegración completa de la pasta de cemento se produce en torno a los 1350 °C.

El fenómeno de desconchamiento del hormigón a altas temperaturas es uno de los fenómenos que más preocupación suscita. Este fenómeno consiste en una progresiva separación de las capas más externas de un elemento de hormigón durante su calentamiento. El proceso puede darse de forma lenta y progresiva pero también puede suceder violenta y repentinamente. En este último caso el fenómeno se conoce como desconchamiento explosivo (*explosive spalling*) y es habitual en el caso de microestructuras densas y compactas como, por ejemplo, en los hormigones de alta resistencia y en los hormigones autocompactantes [3]–[6]. También puede darse en el caso de incendios virulentos, con velocidades de calentamiento elevadas [2]. En este sentido, cabe mencionarse notables catástrofes como la del incendio del Eurotúnel del Canal de la Mancha en 1996, el incendio del túnel Tauern (Austria) en 1999 y el incendio del túnel del Mont Blanc (Francia) en 1999. En estos ejemplos, la exposición a altas temperaturas en unas condiciones confinadas y con cargas de combustibles extremas, provocaron una rápida subida de la temperatura que causó daños muy severos al hormigón con desconchamiento explosivo que, a su vez, expuso al calor capas internas de la estructura, comprometiendo su capacidad portante. El desconchamiento también se asocia a las incompatibilidades de deformaciones producidas por los gradientes térmicos distintos de los diferentes componentes de una estructura de hormigón armado: la pasta cementicia, los áridos, las armaduras pasivas y las armaduras activas [7], [8], cada uno de los cuales exhibe una evolución diferente de sus coeficientes de dilatación térmica. Otra causa desencadenante del desconchamiento es el incremento de la presión interna en los poros asociada a l vapor de agua proveniente de la deshidratación del gel CSH y de la portlandita. Y, por último, otro causante del desconchamiento que se sugiere en [9] es la calcinación de CaCO_3 en el rango de 600 a 900 °C cuando se emplean áridos calizos; esta reacción química genera CO_2 , cuya expulsión también contribuye al incremento de la presión interna de poro.

En las últimas dos décadas, la investigación se ha centrado en la caracterización del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras expuestos a altas temperaturas. Las fibras de polipropileno, que se derriten en el entorno de los 170 °C, son eficaces para el control del desconchamiento del hormigón. Su fusión deja en su lugar una red capilar adicional a la del propio hormigón, la cual sirve

de válvula de escape para reducir la presión interna de poro cuando comience a producirse la deshidratación de los componentes del hormigón a temperaturas superiores [10], [11]. De esta forma, el objetivo principal de las fibras de polipropileno no es tanto el refuerzo estructural como la mejora de la resistencia frente al fuego. Por otro lado, también es posible emplear fibras de acero con el objeto de controlar la pérdida de propiedades residuales tras la exposición a altas temperaturas [12], [13]. Sin embargo, algunos autores [11] avisan de que el aparente beneficio de la incorporación de fibras de acero puede no ser tan obvio, puesto que también contribuyen a acelerar el calentamiento del hormigón (dado que el acero posee una notable conductividad térmica frente al hormigón) y también pueden contribuir a una propagación interna de micro-fisuras debido a la incompatibilidad de deformaciones térmicas entre las fibras y la matriz. El uso de fibras híbridas de acero y polipropileno se ha investigado en comunicaciones relativamente recientes [10], [11], [14]–[17] y las evidencias experimentales sugieren un efecto sinérgico entre ambos tipos de fibra, que contribuye a mejorar las propiedades del hormigón a alta temperatura.

El diseño de estructuras de hormigón está regulado en normativas tales como el Código Modelo 2010 [18] y el Eurcódigo 2 [19]. En estos reglamentos se proponen dos enfoques simplificados hasta métodos más avanzados basados en tablas o curvas que muestran la evolución de la resistencia a compresión del hormigón y otras propiedades térmicas y mecánicas a altas temperaturas. Asimismo, también se recogen las bases para métodos numéricos más avanzados. Sin embargo, estos reglamentos no recogen prescripciones relativas al comportamiento adherente. La capacidad estructural de un elemento de hormigón armado o pretensado depende en gran medida de la calidad de la adherencia entre las armaduras y el hormigón. Este mecanismo puede verse comprometido en situación de incendio debido a que pueden desarrollarse importantes gradientes térmicos en el seno del elemento estructural, fruto de la diferencia entre la conductividad térmica del acero y del hormigón. La adherencia a altas temperaturas es probablemente uno de los fenómenos menos investigados en el contexto de la tecnología del hormigón. La evolución de la adherencia entre armaduras de acero y hormigones reforzados con fibras ha sido estudiada y comentada en [20]–[23]. El objetivo de esta comunicación es analizar las evidencias experimentales que se comunican en esas cuatro referencias bibliográficas, con el fin de construir un modelo de predicción de la adherencia en hormigón fibro-reforzado tras la exposición a alta temperatura, como función de varias variables. El modelo de predicción será construido empleando un enfoque basado en el método de los elementos finitos combinado con la formulación del método de Galerkin.

2. METODOLOGÍA

Esta sección consta de dos partes. En primer lugar se describen brevemente las cuatro campañas experimentales sobre adherencia entre acero y hormigón fibro-reforzado tras exposición a temperaturas elevadas. Las variables independientes serán seleccionadas en base al análisis de estas referencias. La segunda parte de esta sección presentará el modelo numérico que constituirá la base del modelo predictivo.

2.1. Estudios experimentales

Los datos que servirán para estudiar la evolución de la adherencia a alta temperatura provienen de las siguientes campañas de ensayos experimentales:

- Haddad et al. (2008) [20]. En esta campaña se ensayaron probetas de hormigones de alta resistencia, con geometría prismática (10×10×40 cm), las cuales incluían armado interno longitudinal y transversal. Las dosificaciones incluyeron los siguientes tipos de fibras: fibras de polipropileno (PP), fibras de acero *hook-end* y fibras de acero recubierto de bronce (BCS) de muy pequeño diámetro (0.15 mm) y corta longitud (6 mm). Se prepararon cuatro dosificaciones: Ref-1-A, con fibras de acero; Ref-1-B con fibras híbridas de acero y PP; Ref-1-C con fibras híbridas de acero y BCS; y Ref-1-D con fibras BCS. Las temperaturas ensayadas fueron 350, 500, 600 y 700 °C, las cuales fueron mantenidas durante 2 horas para conseguir una estabilización térmica homogénea de las probetas.
- Varona et al. (2015) [21]. En esta campaña se ensayaron probetas de hormigones de resistencia convencional y de alta resistencia. La geometría de las probetas para ensayo de arrancamiento (*pull-out test*) fue cilíndrica, con el fin de facilitar un calentamiento homogéneo de las mismas. Sus dimensiones se ajustaron a las del ensayo según RILEM según se describe en [24]. Las probetas con barra corrugada de 10 mm de diámetro tenían un diámetro de 10 mm y se emplearon para hormigones convencionales, mientras que en el caso de los de alta resistencia se emplearon probetas de 120 mm de diámetro con barra corrugada de 12 mm. En todos los casos, la altura de los cilindros era igual al diámetro. Los ensayos incluyeron hormigones con fibras de acero *hook-end* y fibras PP (con diámetro de 0.035 mm y longitud de 12 mm). Se prepararon tres dosificaciones: Ref-2-A era un hormigón de resistencia convencional con fibras de acero; Ref-2-B era un hormigón de alta resistencia con fibras de polipropileno; y Ref-2-C era un hormigón de alta resistencia con fibras híbridas de acero y PP. Las temperaturas objetivo de 450, 650 y 825 °C se mantenían durante 75 minutos en la fase de calentamiento para favorecer la estabilización térmica de las probetas.
- Lublój y Hlavička (2017) [22]. En este caso se ensayaron probetas de hormigón de alta resistencia. El diámetro y altura de las mismas era 120 mm y 100 mm, respectivamente. Se prepararon dos hormigones fibro-reforzados: Ref-3-A con fibras de acero; y Ref-3-B con fibras de polipropileno (con diámetro de 0.032 mm y longitud de 18 mm). Las temperaturas objetivo fueron 50, 150, 300, 500, 600 y 800 °C y se mantuvieron durante 2 h en la fase de estabilización.
- Varona et al. (2018) [23]. Esta campaña es similar a la llevada a cabo en [21], pero únicamente se contempló el caso de barras corrugadas de 12 mm de diámetro nominal (embebidas en probetas cilíndricas de 120 mm de diámetro y 120 mm de altura). Además de fibras de polipropileno, se ensayaron dos tipos de fibras de acero *hook-end*: uno con diámetro de 0.75 mm y relación de aspecto 47 (tipo S1) y otro con diámetro de 0.35 mm y relación de aspecto de 86 (tipo S2). Se prepararon tres dosificaciones de hormigones reforzados con fibras de resistencia normal: Ref-4-A, con fibras PP; Ref-4-B con fibras híbridas de PP y S1; y Ref-4-C con fibras híbridas de PP y S2. Adicionalmente, se prepararon otras tres dosificaciones de hormigones de alta resistencia reforzados con fibras: Ref-4-D con fibras PP;

Ref-4-E con fibras híbridas de PP y S1; y Ref-4-F con fibras híbridas de PP y S2. La exposición a alta temperatura contempló las siguientes máximas de 450, 650 y 825 °C, que fueron mantenidas durante 75 minutos en la fase de estabilización.

Más información sobre las campañas referenciadas se incluye en las Tablas 1 y 2. Además de la temperatura máxima de exposición, en estas tablas se identifican 8 posibles variables independientes.

Tabla 1. Campañas experimentales. Variables independientes 1 a 4

Reference	Variable 1 Strength $f_{c,20\text{ °C}}$ (MPa)	Variable 2 Type of fibre	Variable 3 Volume fraction	Variable 4 Bar diameter (mm)
Ref-1-A	89.8	S	2%	20
Ref-1-B	85.5	S+PP	2%	20
Ref-1-C	93.7	S+BCS	2%	20
Ref-1-D	103.6	BCS	2%	20
Ref-2-A	31.0	S	0.25%	10
Ref-2-B	84.9	PP	0.33%	12
Ref-2-C	89.5	S+PP	0.58%	12
Ref-3-A	63.6	PP	0.11%	12
Ref-3-B	75.1	S	0.45%	12
Ref-4-A	29.0	PP	0.16%	12
Ref-4-B	19.1	S+PP	0.41%	12
Ref-4-C	24.6	S+PP	0.41%	12
Ref-4-D	89.0	PP	0.27%	12
Ref-4-E	97.6	S+PP	0.52%	12
Ref-4-F	83.4	S+PP	0.52%	12

Tabla 2. Campañas experimentales. Variables independientes 5 a 8

Reference	Variable 5 Bond length to diameter (ratio)	Variable 6 Concrete cover to diameter (ratio)	Variable 7 Age at test (days)	Variable 8 Time at max. temperature
Ref-1-A to D	7.5	2	35	2 hours
Ref-2-A	5	4.5	60	75 min.
Ref-2-B & C	4.17	4.71	60	75 min.
Ref-3-A & B	3.33	4.5	28	2 hours
Ref-4-A to F	4.17	4.71	60	75 min.

En todos los casos la adherencia se midió tras el enfriamiento de las probetas desde la máxima temperatura de exposición hasta la temperatura ambiente (en torno a 20 °C). El enfriamiento fue en condiciones naturales (no forzadas por inmersión o rociado con agua). La tensión adherente acero-hormigón τ_b se obtuvo mediante la Eq. (1):

$$\tau_b = \frac{P}{\pi D l_b} \quad (1)$$

donde P es la máxima fuerza de arrancamiento, D es el diámetro nominal de la barra corrugada y l_b es la longitud de adherencia efectiva.

2.2. Modelos numéricos de ajuste

La metodología del análisis numérico presentado en este trabajo se basa en la formulación de Galerkin del método de los elementos finitos [25], [26] y permite obtener modelos predictivos para la relación entre aquellas variables que se hayan definido a priori. Como suele ser habitual en el empleo del método de los elementos finitos, se comienza generando un modelo geométrico de nudos y elementos, de forma que éste queda definido por los valores de las variables en los nudos de los elementos [27]. De esta forma, para cada elemento finito definido en un hiper-cubo, se genera un modelo numérico. La formulación de Galerkin para el método de elementos finitos mejora la eficiencia computacional de los algoritmos frente a otras metodologías basadas en modelizaciones geométricas, tal y como se justifica en [28], [29]. La malla de elementos está caracterizada por un índice de complejidad, que puede definirse como el número de elementos definidos a lo largo de cada arista del hiper-cubo de trabajo. El número total de nudos es pues una función del índice de complejidad. El empleo de la formulación de Galerkin y la consiguiente mejora en coste de computación permite estudiar las interrelaciones entre un mayor número de variables, sin que el incremento del grado de complejidad tenga un impacto relevante en el tiempo de ejecución del software.

La adherencia tras exposición a alta temperatura será la variable dependiente del estudio. En lo que respecta a las variables independientes, la fundamental es la temperatura objetivo o máxima de exposición. Las campañas experimentales descritas en anterior apartado son consistentes entre sí y permiten identificar 8 variables independientes adicionales que se han presentado en las Tablas 1 y 2. Sin embargo, el número de variables independientes a ser consideradas en un ajuste con modelos numéricos depende fuertemente del número de datos disponibles. Este número es calculado a continuación.

- Cada una de las cuatro referencias Ref-1-A hasta Ref-1-D aporta valores de adherencia a las siguientes temperaturas: 20, 350, 500, 600 y 700 °C (5 objetivos). Por lo tanto, el número de puntos disponibles es $4 \times 5 = 20$.
- Cada una de las tres referencias Ref-2-A hasta Ref-1-C aporta valores de adherencia a las siguientes temperaturas: 20, 450, 650 y 825 °C (4 objetivos). Por lo tanto, el número de puntos disponibles es $3 \times 4 = 12$.
- Cada una de las dos referencias Ref-3-A y Ref-1-B aporta valores de adherencia a las siguientes temperaturas: 20, 50, 150, 300, 500, 600 y 800 °C (7 objetivos). Por lo tanto, el número de puntos disponibles es $2 \times 7 = 14$.
- Finalmente, cada una de las seis referencias Ref-4-A hasta Ref-4-F aporta valores de adherencia a las siguientes temperaturas: 20, 450, 650 y 825 °C (4 objetivos). Por lo tanto, el número de puntos disponibles es $6 \times 4 = 24$.

Esto da un total de $20+12+14+24 = 70$ puntos experimentales disponibles. Eso quiere decir que el número de variables independientes a considerar no debería ser mayor que 3, puesto que suele recomendarse no emplear menos de entre 15 y 25 datos por variable. Ya que la temperatura objetivo es la principal variable independiente, queda por escoger otras dos posibles variables. Los puntos de datos se muestran en la Fig. 1 como función de la temperatura de exposición máxima. Dado que este estudio se centra en hormigones fibro-reforzados, el contenido de fibras a través de su fracción volumétrica es una opción evidente. La tercera variable independiente a considerar sería el tipo de fibras, puesto que ésta variable tiene un impacto concreto en el comportamiento y resistencia del hormigón expuesto a altas temperaturas (la forma en que afectan las fibras de polipropileno es radicalmente distinta a la asociada a las fibras metálicas). Así pues, se seleccionan las siguientes variables independientes:

- Variable 1: tipo de fibra. Se trata de una variable categórica con tres valores discretos: 1 (fibras de acero); 2 (fibras de polipropileno); y 3 (fibras híbridas).
- Variable 2: fracción volumétrica del contenido de fibras. Es una variable numérica, expresada como porcentaje.
- Variable 3: temperatura máxima de exposición. Es también un valor numérico, expresado en °C.

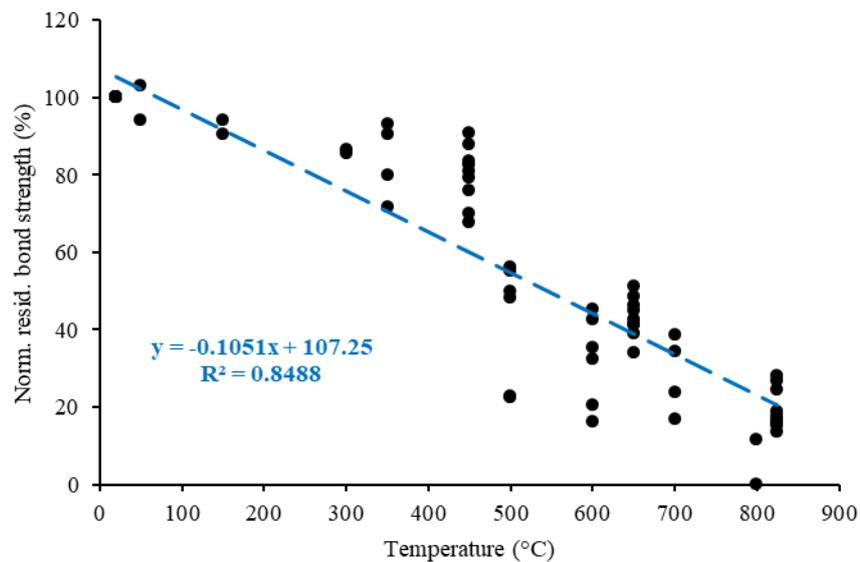


Figura 1. Datos experimentales disponibles (70 puntos) y recta de regresión lineal como función exclusiva de la temperatura.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Este apartado está dividido en dos secciones. En la primera parte se aplican los análisis de regresión que se han descrito en la metodología al problema de adherencia a altas temperaturas, basado en los datos experimentales disponibles. También se muestran las medidas de error obtenidas con cada técnica con el fin de seleccionar el modelo más apropiado. En la segunda sección se presentan las

curvas de diseño que se proponen para caracterizar la evolución de la adherencia con la temperatura, las cuales están basadas en el modelo seleccionado en la sección anterior.

3.1. Análisis de regresión y medidas del error

La primera técnica de regresión que se ha considerado es el análisis lineal de una sola variable independiente (la temperatura de exposición). Los 70 puntos experimentales disponibles se muestran en la Fig. 1. El eje vertical es la resistencia de adherencia residual normalizada, es decir, el porcentaje entre la adherencia tras el calentamiento, comparada con la adherencia original a temperatura ambiente. A continuación se ejecutó una regresión lineal multi-variable, adoptando las tres variables independientes: temperatura, tipo de fibra y fracción volumétrica. El resultado se muestra en la Eq. (2):

$$\frac{\tau_{b,T}}{\tau_{b,20^{\circ}\text{C}}} = \frac{1}{100} (99.59 - 0.1061T + 3.877FT - 0.5588VF) \quad (2)$$

donde $\tau_{b,T}$ es la resistencia residual a adherencia tras exposición a la temperatura T ; $\tau_{b,20^{\circ}\text{C}}$ es el valor de resistencia a adherencia a temperatura ambiente; T es la temperatura máxima de exposición en $^{\circ}\text{C}$; FT es el tipo de fibra (1 en el caso de fibras de acero, 2 en el caso de fibras PP y 3 en el caso de fibras híbridas); y VF es la fracción volumétrica del contenido de fibras expresado como porcentaje. El coeficiente R^2 obtenido en este ajuste fue 0.857, ligeramente superior al obtenido con la regresión lineal de una sola variable (ver Fig. 1). Finalmente, se aplicó el ajuste mediante modelos numéricos basado en la formulación de Galerkin del problema del método de elementos finitos. En este caso particular, el espacio de soluciones es un hiper-cubo de cuatro dimensiones, dado que hay 4 variables –las tres independientes más la dependiente. El índice de complejidad de los modelos que se ejecutaron se ajustó a los siguientes valores: 40, 50, 60, 70 y 80. La resolución del mallado del hiper-cubo se controla precisamente mediante este índice de complejidad C , de forma que la resolución estuvo en el rango de $40^3 = 64,000$ nudos hasta $80^3 = 512,000$ nudos. Además del valor del coeficiente R^2 , se han contemplado los siguientes parámetros de medida de error, calculados mediante las Eq. (3) hasta Eq. (7):

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |R_i - P_i|}{N} \quad (3)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{|R_i - P_i|}{R_i}}{N} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - P_i)^2}{N}} \quad (5)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - P)^2}{N - V}} \quad (6)$$

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i^2}} \tag{7}$$

donde: R_i son los valores reales experimentales de la variable dependiente; P_i son los valores predichos por el modelo correspondiente para la variable dependiente; N es el número de datos disponibles (en este caso, $N = 70$); V es el número de variables independientes; MAE es el error medio absoluto (*mean absolute error*); $MAPE$ es el error medio absoluto porcentual (*mean absolute percentage error*); $RMSE$ es el *root mean square error*; ε es una medida de error similar al $RMSE$ pero que penaliza en función del número de variables independientes que se hayan considerado; y δ es una versión normalizada del error ε .

La Tabla 3 ilustra cómo se comporta cada una de las técnicas de regresión aplicadas, en base a los valores de R^2 y los estimadores de error presentados. El error $MAPE$ no se contempló finalmente porque hubo datos experimentales que tomaban valor nulo o muy próximo a cero. El comportamiento comparado entre las técnicas de regresión se representa gráficamente en la Fig. 2.

Tabla 3. Valores del R^2 y diferentes estimadores de error en los análisis de regresión aplicados.

Type of analysis		R^2	MAE	$RMSE$	ε	δ
Linear regression		0.8488	9.35	12.6	12.9	0.183
Linear multiple regression		0.8575	9.00	12.2	12.5	0.178
Finite element method	C = 40	0.9863	2.91	3.79	3.87	0.055
	C = 50	0.9885	2.61	3.47	3.54	0.050
	C = 60	0.9898	2.40	3.26	3.34	0.047
	C = 70	0.9902	2.31	3.21	3.28	0.047
	C = 80	0.9904	2.27	3.17	3.24	0.046

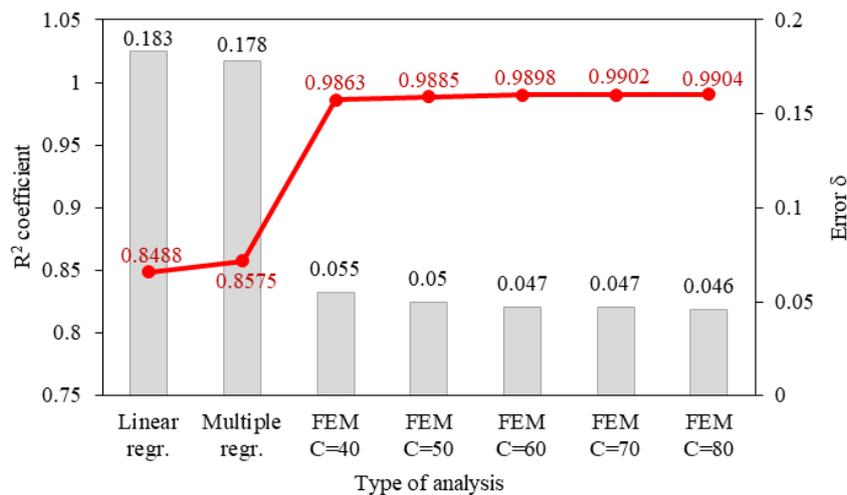


Figura 2. Coeficiente R^2 y parámetros de estimación del error de regresión.

3.2. Aplicación del modelo numérico

La validación o aplicación del modelo numérico se ejecutó para los siguientes valores de las variables independientes:

- Variable 1, que codifica el tipo de fibra. Se consideran sus tres valores discretos: $v_1 = 1$ (fibras de acero), $v_1 = 2$ (fibras de polipropileno); $v_1 = 3$ (fibras híbridas).
- Variable 2, que corresponde a la fracción volumétrica como porcentaje. Se contemplan los siguientes valores: $v_2 = 0.25\%$, $v_2 = 0.5\%$, $v_2 = 1\%$, $v_2 = 1.5\%$ and $v_2 = 2\%$.
- Variable 3, que corresponde a la temperatura máxima de exposición. Además de la temperatura ambiente (20 °C), se fijan temperaturas entre 100 y 800 °C a intervalos de 50 °C.

La aplicación del modelo numérico de complejidad $C = 60$ se ilustra en la Fig. 3 para hormigones reforzados con fibras de acero, en la Fig. 4 para hormigones reforzados con fibras PP y en la Fig. 5 para hormigones reforzados con fibras híbridas.

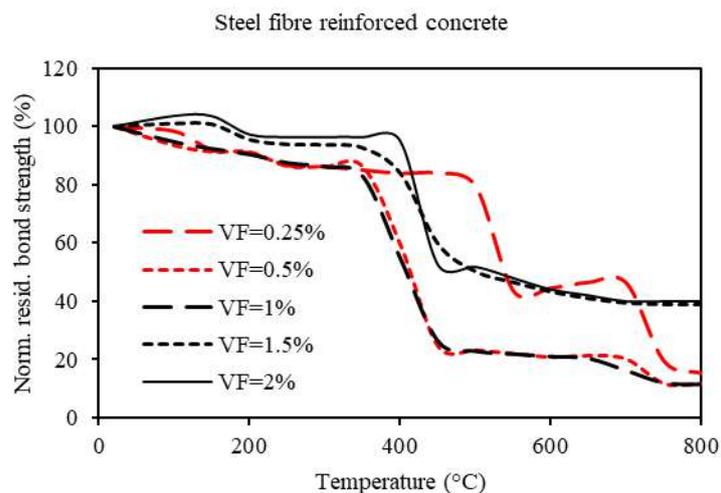


Figura 3. Aplicación del modelo numérico a hormigones reforzados con fibras de acero.

Independientemente del contenido de fibras, en la Fig. 3 se puede apreciar que los hormigones reforzados con fibras de acero son capaces de mantener su resistencia adherente original hasta temperaturas en el entorno de los 400 °C. Por encima de 500 °C, el contenido de fibra influye en la resistencia adherente. Fracciones de 1.5% y 2% permitirían controlar una adherencia residual en el entorno del 40% hasta los 800 °C, mientras que dosificaciones con menor contenido de fibras la pierden hasta por debajo del 20%. En el rango de 500 a 700 °C se aprecia un resultado inesperado y extraño, como es el de que los hormigones con la fracción de fibras más pequeña parecería que se comportan igual que los de los contenidos más elevados (del 1.5% y 2%). Este resultado no es fácil de explicar y podría ser una consecuencia de un mal-condicionamiento de los datos experimentales de partida.

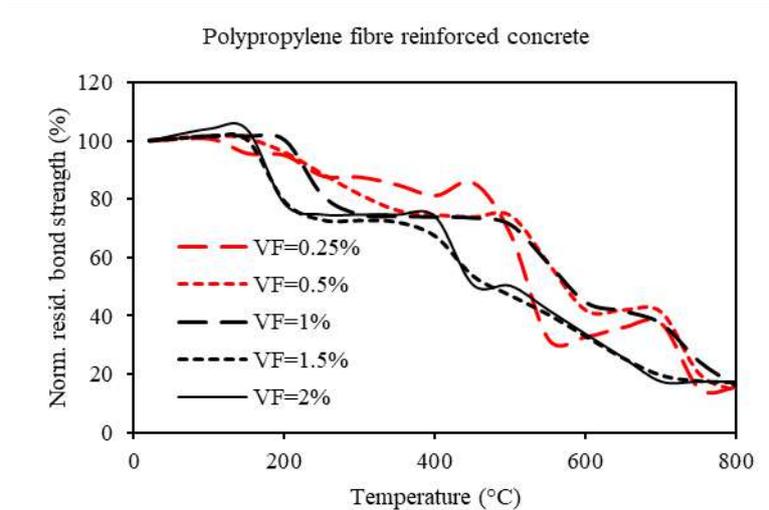


Figura 4. Aplicación del modelo numérico a hormigones reforzados con fibras de polipropileno.

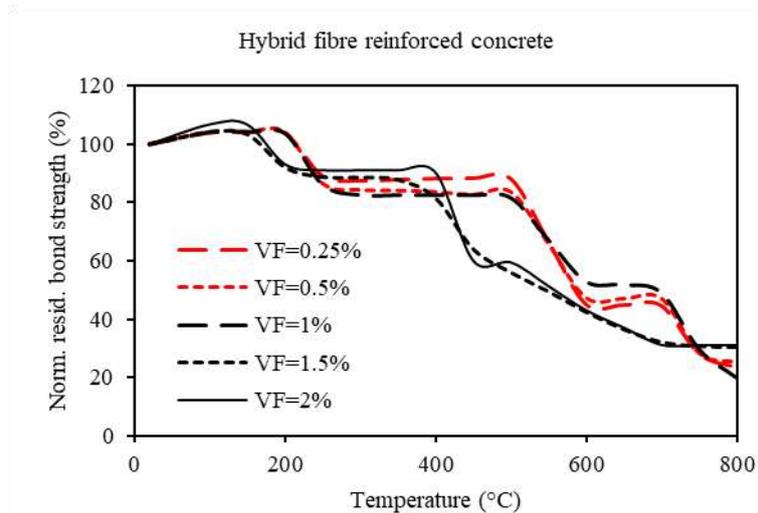


Figura 5. Aplicación del modelo numérico a hormigones reforzados con fibras híbridas.

La evolución de la adherencia con la temperatura en el caso de los hormigones con otros tipos de fibra es menos abrupta que en el caso de los de fibra de acero (ver Fig. 4 y Fig. 5). Tanto con fibras PP como con fibras híbridas y en el rango de 400 a 700 °C, contenidos de fibras moderados en el entorno del 1% parecen ofrecer mejores resultados en la adherencia residual que contenidos superiores de hasta el 2%. En el caso de las fibras de polipropileno, este resultado parece lógico, puesto que su fusión a 170 °C produce una red capilar en la matriz cementicia. Aunque el efecto de esta red es beneficioso desde el punto de vista del control del desconchamiento, un exceso de fibra puede debilitar en exceso la microestructura del hormigón tras su desaparición. Este fenómeno puede ser entonces también aplicable al caso de las fibras híbridas, puesto que, con contenidos totales superiores al 1%, podría comprometer la sinergia entre las de acero y las de polipropileno. Tras la exposición a temperaturas de hasta 800 °C, el modelo numérico pronostica que los

hormigones con fibras de acero son los que mejor adherencia residual ofrecen (en torno al citado 40%), seguidos por los hormigones con fibras híbridas (en torno al 30%).

4. CONCLUSIONES

Los resultados experimentales aportados en cuatro campañas de investigación han sido empleados para construir modelos de predicción del comportamiento adherente entre acero y hormigón tras la exposición a temperaturas elevadas. Los datos disponibles han sido organizados en una base de datos y su número ha permitido aplicar técnicas numéricas de simulación basadas en la formulación de Galerkin del método de los elementos finitos. Se han podido ensayar distintos índices de complejidad de los modelos y uno de ellos ha sido seleccionado para su aplicación, basado en la evolución de las medidas de estimación de error.

La aplicación numérica ha permitido extraer algunas conclusiones sobre el efecto que tiene el tipo de fibra y su contenido en la evolución de la adherencia residual armadura-hormigón. En el caso de las fibras de acero, el contenido de fibras parece tener un efecto beneficioso hasta el entorno de los 800 °C. Sin embargo, en el caso de los hormigones reforzados con fibras de polipropileno, la adherencia podría estar comprometida por encima de contenidos de fibra del 1%, lo que parece ser atribuible a la fusión del polipropileno a 170 °C. En el rango de temperaturas entre 400 y 600 °C, los hormigones reforzados con fibras híbridas parecen ser los que muestran el mejor comportamiento en términos de la adherencia residual acero-hormigón. En este mismo caso, contenidos totales de fibras híbridas por encima del 1% no parecen mejorar los resultados.

Algunos resultados inesperados requieren de futuros análisis, lo que está condicionado necesariamente, con la disponibilidad de nuevas campañas experimentales. Sin embargo, a medida que nuevos datos sean aportados al estado del arte, la metodología que se presenta en este trabajo es adecuada para la construcción de modelos fiables y de predicción de un fenómeno tan complejo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo desean expresar su agradecimiento a la Generalitat Valenciana, cuya financiación ha hecho posible el desarrollo de las investigaciones en el contexto de la ayuda GV/2018/015.

REFERENCIAS

- [1] F. C. Lea, "The effect of temperature on some of the properties of materials," *Eng.*, vol. 110, no. 3, pp. 293–298, 1920.
- [2] Z. P. Bazant and M. F. Kaplan, *Concrete at High Temperatures: Material Properties and Mathematical Models*. Harlow, Essex: Longman Group, Ltd., 1996.
- [3] C. Castillo and A. J. Durrani, "Effect of transient high temperature on high strength concrete," *ACI Mater. J.*, vol. 87, no. 1, pp. 47–53, 1987.
- [4] V. Kodur, "Fire performance of high-strength concrete structural members," *Constr. Technol.*

Updat., p. 4, 1999.

- [5] K. K. Sideris, "Mechanical characteristics of self-consolidating concretes exposed to elevated temperatures," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 19, no. 8, pp. 648–654, Aug. 2007.
- [6] N. Anagnostopoulos, K. K. Sideris, and A. Georgiadis, "Mechanical characteristics of self-compacting concretes with different filler materials, exposed to elevated temperatures," *Mater. Struct.*, vol. 42, no. 10, pp. 1393–1405, Dec. 2009.
- [7] D. Foti, "Prestressed slab beams subjected to high temperatures," *Compos. Part B Eng.*, vol. 58, pp. 242–250, 2014.
- [8] C. G. Bailey and E. Ellobody, "Whole-building behaviour of bonded post-tensioned concrete floor plates exposed to fire," *Eng. Struct.*, vol. 31, no. 8, pp. 1800–1810, Aug. 2009.
- [9] A. E. Ahmed, A. H. Al-Shaikh, and T. I. Arafat, "Residual compressive and bond strengths of limestone aggregate concrete subjected to elevated temperatures," *Mag. Concr. Res.*, vol. 44, no. 159, pp. 117–125, 1992.
- [10] G. F. Peng, S. H. Bian, Z. Q. Guo, J. Zhao, X. L. Peng, and Y. C. Jiang, "Effect of thermal shock due to rapid cooling on residual mechanical properties of fiber concrete exposed to high temperatures," *Constr. Build. Mater.*, vol. 22, no. 5, pp. 948–955, 2008.
- [11] Y. Ding, C. Azevedo, J. B. Aguiar, and S. Jalali, "Study on residual behaviour and flexural toughness of fibre cocktail reinforced self compacting high performance concrete after exposure to high temperature," *Constr. Build. Mater.*, vol. 26, no. 1, pp. 21–31, 2012.
- [12] F. P. Cheng, V. K. R. Kodur, and T. C. Wang, "Stress-strain curves for high strength concrete at elevated temperatures," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 16, no. 1, pp. 84–90, 2004.
- [13] A. Lau and M. Anson, "Effect of high temperatures on high performance steel fibre reinforced concrete," *Cem. Concr. Res.*, vol. 36, no. 9, pp. 1698–1707, 2006.
- [14] C. S. Poon, Z. H. Shui, and L. Lam, "Compressive behavior of fiber reinforced high-performance concrete subjected to elevated temperatures," *Cem. Concr. Res.*, vol. 34, no. 12, pp. 2215–2222, 2004.
- [15] F. B. Varona, F. J. Baeza, D. Bru, and S. Ivorra, "Influence of high temperature on the mechanical properties of hybrid fibre reinforced normal and high strength concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 159, pp. 73–82, 2018.
- [16] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, M. F. Cánovas, and I. R. Osorio, "Polyolefin fiber-reinforced concrete enhanced with steel-hooked fibers in low proportions," *Mater. Des.*, vol. 60, pp. 57–65, Aug. 2014.
- [17] N. Ganesan, P. V. Indira, and M. V. Sabeena, "Behaviour of hybrid fibre reinforced concrete beam–column joints under reverse cyclic loads," *Mater. Des.*, vol. 54, pp. 686–693, Feb. 2014.
- [18] International Federation for Structural Concrete (fib), *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Berlin: Ernst & Sohn, 2013.
- [19] European Committee for Standardisation, *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design*. Madrid: AENOR, 2011.
- [20] R. H. Haddad, R. J. Al-Saleh, and N. M. Al-Akhras, "Effect of elevated temperature on bond between steel reinforcement and fiber reinforced concrete," *Fire Saf. J.*, vol. 43, no. 5, pp. 334–343, 2008.
- [21] F. B. Varona, F. J. Baeza, S. Ivorra, and D. Bru, "Experimental analysis of the loss of bond between rebars and concrete exposed to high temperatures," *Dyna*, vol. 90, no. 1, pp. 78–86, 2015.

- [22] E. Lublóy and V. Hlavička, “Bond after fire,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 132, pp. 210–218, Feb. 2017.
- [23] F. B. Varona, F. J. Baeza, D. Bru, and S. Ivorra, “Evolution of the bond strength between reinforcing steel and fibre reinforced concrete after high temperature exposure,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 176, pp. 359–370, Jul. 2018.
- [24] A. Windisch, “A modified pull-out test and new evaluation methods for a more real local bond-slip relationship,” *Mater. Struct.*, vol. 18, no. 105, pp. 181–184, 1985.
- [25] M. Hatami, *Weighted Residual Methods*, 1st ed. Academic Press, 2017.
- [26] O. Zienkiewicz, R. Taylor, and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed. Butterworth-Heinemann, 2013.
- [27] Y. Villacampa, F. J. Navarro-González, and J. Llorens, “A geometric model for the generation of models defined in Complex Systems,” in *Ecosystems and Sustainable Development VII*, 2009, pp. 71–82.
- [28] F. J. Navarro-González and Y. Villacampa, “A new methodology for complex systems using n-dimensional finite elements,” *Adv. Eng. Softw.*, vol. 48, pp. 52–57, Jun. 2012.
- [29] F. J. Navarro-González and Y. Villacampa, “A finite element numerical algorithm for modelling and data fitting in complex systems,” *Int. J. Comput. Methods Exp. Meas.*, vol. 4, no. 2, pp. 100–113, Jun. 2016.

Motion-based design of viscous dampers for cable-stayed bridges under uncertainty conditions

Naranjo-Pérez, Javier¹; Jiménez-Alonso, Javier Fernando²; Díaz, Iván M.³; Sáez, Andrés⁴

ABSTRACT

Passive damping devices are widely installed to control the vibration level of stay cables of bridges induced by wind action. The design of passive damping devices must ensure the performance for the all the life-cycle of the structure. In this sense, the design should consider the changes of the pre-fixed parameters and environmental conditions. For this purpose, the motion-based design method under uncertainty conditions is used in this study to carry out the design of a viscous damper. Following this approach, the design requirements are established according to the maximum accepted motions of the structure and the damper device is optimized. In order to validate the method, a benchmark structure is considered. The uncertainty conditions are numerically simulated following a probabilistic approach. As simulation method, the Latin Hypercube is employed. The reliability index is used as reference parameter for the probabilistic assessment.

Keywords: motion-based design, probabilistic approach, reliability, viscous damper, wind-induced vibrations.

1. INTRODUCTION

Cables of cable-stayed bridges are structures prone to vibrate due to wind-induced vibrations. In order to control the dynamic response caused by these vibrations, mechanical passive control systems have been widely used [1, 2]. The objective of this kind of control systems is to install a device which increases the damping of the cable, reducing the amplitude of the dynamic response. Different methods and criteria to design passive control systems have been reported [3]. The first optimum design of passive dampers located near the anchorage was proposed by Kovacs [4] who focused on the effect of a viscous damper installed in a taut cable. The universal curve provided by Pacheco *et al.* [5] represents the modal damping of a taut cable in relation to the damping coefficient of the viscous damper. The use of this curve is limited to the lower natural frequencies of the cable. The analytical expression of this curve was proposed by Krenk [6] who performed a numerical analysis in terms of the solution of a complex eigenvalues problem. Yoneda and Maeda [7] calculated the optimum damping coefficient of a viscous damper and the associated damping ratio of the cable based on the analytical model of a cable.

¹ Department of Continuum Mechanics and Structural Analysis. Universidad de Sevilla (SPAIN). jnaranjo3@us.es (Corresponding author)

² Department of Continuum Mechanics and Structures, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). jj.jimenez@upm.es

³ Department of Continuum Mechanics and Structures, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid (SPAIN). ivan.munoz@upm.es

⁴ Department of Continuum Mechanics and Structural Analysis. Universidad de Sevilla (SPAIN). andres@us.es

Although these results are in good agreement and can be employed for the preliminary design of the damper, this study addresses the optimum design of the viscous damper via the solution of a motion-based design problem. This method was first proposed by Connor for the particular case of tall buildings subjected to wind and earthquake excitation [8]. The main advantage of this method is that the size of the installed viscous damper is optimized, as the amplitudes are reduced to meet the standards and not to the maximum allowable reduction. This methodology has been successfully applied by the authors to the optimum design of tuned mass dampers (TMD) for vibration phenomena of footbridges under pedestrian loads [9] and mechanical dampers (viscous, friction and elastomeric) for cables under wind-induced action [10]. The motion-based design methodology allows transforming the problem into a minimization problem subjected to constraints.

The objective of this study is to design a viscous damper based on the motion-based design problem taking into account the uncertainty of the force of the cable. Hence, the design of the viscous damper is not addressed to fulfil the value imposed by the standards but to have a probability of failure below or close to a threshold. Instead of the probability of failure, current guidelines take as reference parameter the reliability index β [11]. The reliability index and the probability of failure are calculated from the probabilistic distribution function of the serviceability limit state function. In order to obtain this probabilistic distribution function, the uncertainty of the axial force is considered and simulated following a probabilistic approach where it is assumed as random variable. Due to the nonlinear behaviour of the cables, a sampling technique is employed to estimate the distribution function. In particular, it is estimated applying the Latin Hypercube simulation method.

The organization of the paper is as follows. First, the damper-cable interaction model is presented. The definition of the viscous damper and the expressions of the wind-induced forces and wind velocities are detailed. Then, the motion-based design optimization problem considering the reliability is explained. Finally, in order to validate the motion-based design method under uncertainty conditions, a viscous damper is designed to reduce the wind-induced vibrations of the longest cable of the Alamillo bridge, in Seville (Figure 1). The result allows installing a damping device whose damping coefficient is less than classical solutions without loss of safety. In addition, the reliability (or the probability of failure) is ensured to be above the threshold. At the end, the main concluding remarks of this paper will be drawn.

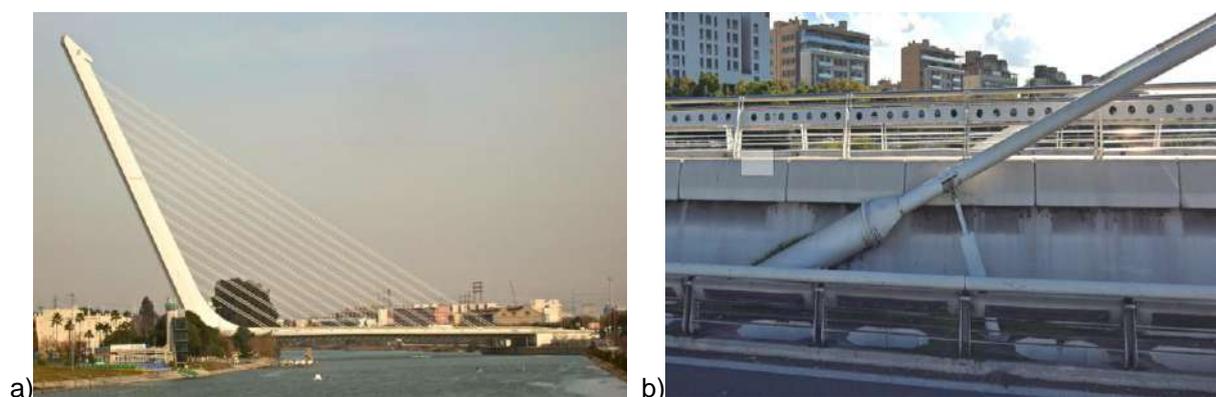


Figure 1. a) Overall view of the Alamillo bridge and b) Viscous damper installed in the longest cable.

2. DAMPER-CABLE INTERACTION MODEL

In order to simulate numerically the behaviour of the damper-cable system, a FE model is built. One of the key aspects when modelling a cable is the bending stiffness. According to the results of [12–14], the bending stiffness of the cable has been considered in this study. The FE model of the cable is built using a 3D beam element (BEAM188) of the software ANSYS [15]. This considered element is a nonlinear two-node beam element with six degrees of freedom at each node. The stress-stiffness option is taken into account herein performing a large strain analysis.

To mitigate the vibration phenomena, a passive damper is implemented in the FE model. In particular, a viscous damper is taken into account for this purpose due to its common use in real practical applications. The viscous dampers are able to dissipate a large amount of energy through a fluid-filled cylinder and a one-directional piston. A linear behaviour of the constitutive law of the viscous damper has been assumed. The viscous damper can be characterized by its damping force F_v , which is opposed to the movement of the cable. The definition of F_v depends on the damping coefficient, c [sN/m], and the relative velocity of the damper, \dot{u} [m/s], as it is expressed below:

$$F_v = -c \cdot \dot{u} \quad (1)$$

The element COMBIN14 of the software programme ANSYS was selected to model the viscous damper. This element is defined from the damping coefficient, c .

Finally, the numerical model is finished via the implementation of the wind forces. The expressions of the forces are derived assuming that the cable is a cylinder immersed in a turbulent flow which is characterized by the mean wind velocity, U [m/s], and the fluctuating velocities $u(t)$ [m/s] and $v(t)$ [m/s] (Figure 2). The former is the longitudinal velocity and the latter is the transverse velocity.

Under the assumptions of quasi-steady model and that the turbulence components are small with respect to U , the forces can be decomposed into a mean and a fluctuating component [16]. Therefore, the drag and lift forces, $F_D(t)$ and $F_L(t)$ [N] respectively, can be derived from a linearized approximation as [17]:

$$F_D(t) = F_D + f_{Du}(t) + f_{Dv}(t) \quad (2)$$

$$F_L(t) = F_L + f_{Lu}(t) + f_{Lv}(t) \quad (3)$$

where F_D is the mean wind drag force, $f_{Du}(t)$ and $f_{Dv}(t)$ are the forces induced by the turbulence component in the drag direction, F_L is the mean lift force and $f_{Lu}(t)$ and $f_{Lv}(t)$ are the forces induced by the turbulence component in the lift direction. The three drag components can be calculated as follows:

$$F_D = 0.5\rho U D C_D \quad (4)$$

$$f_{Du}(t) = \rho U u(t) D C_D \quad (5)$$

$$f_{Dv}(t) = 0.5\rho U v(t) D (C'_D - C'_L) \quad (6)$$

Analogously, the three lift components have the expressions:

$$F_L = 0.5\rho U^2 D C_L \quad (7)$$

$$f_{Lu}(t) = \rho U u(t) D C_L \quad (8)$$

$$f_{Lv}(t) = 0.5\rho U v(t) D (C_D + C'_L) \quad (9)$$

These six expressions above depend on the density of the air, ρ [kg/m³], the drag coefficient, C_D , the lift coefficient, C_L and the outer diameter of the cable, D [m]. The parameters C'_D and C'_L are the derivative of C_D and C_L with respect to the angle α at the neighbourhood of β , respectively (Figure 2) [17]. As the section of the cable is assumed to be circular, the variation of these parameters with respect to the angle is nil due to the symmetry. Hence, $C'_L = C'_D = 0$.

Finally, the wind velocities are computed. The numerical simulation of the wind velocity signals can be carried out following several methods. In this study, the wave superposition spectral-based method has been considered for this purpose [18, 19]. This method allows determining numerically the wind velocity as a superposition of trigonometric functions with phase angles set randomly. The power spectral density function of the turbulent wind velocity and the coherence function, which considers the spatial variability of the wind velocity, are used to derive the amplitude of the trigonometric functions. The former is adopted according to the Eurocode 1 [20]. The latter is defined from the relationship proposed by Davenport [21]. The application to simulate the wind action programmed in the package Matlab [22] has been used herein.

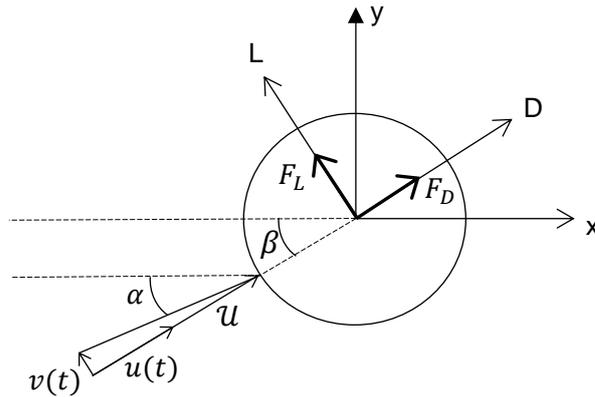


Figure 2. Reference coordinate system, components of the drag and lift forces and wind velocity components.

3. MOTION-BASED DESIGN OF VISCOUS DAMPER UNDER UNCERTAINTY CONDITIONS

Viscous dampers can be designed through the implementation of the motion-based design method [8, 9]. Under this approach, the design requirements are established according to the maximum accepted motions of the structure. Thus, this method allows conducting the design problem as an optimization problem where an objective function is minimized subject to several constraints. The design variable of the minimization problem is the parameter that characterizes the viscous damper, i.e. the damping coefficient, c . The formulation of the minimization problem can be expressed as follows:

$$\text{minimize } f(\boldsymbol{\theta}) \quad (10)$$

$$\text{subject to } \begin{cases} \boldsymbol{\theta}_l < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_u \\ g_k(\boldsymbol{\theta}) \leq g_k^* \quad k = 1, 2, \dots, j \end{cases} \quad (11)$$

where $\boldsymbol{\theta}$ is the vector with the parameters to be found (in this case, only one parameter), $\boldsymbol{\theta}_l$ is the vector with the lower bounds of the parameters, $\boldsymbol{\theta}_u$ is the parameters upper bound vector, $g_k(\boldsymbol{\theta})$ is the k^{th} inequality constraint, g_k^* is the threshold of the k^{th} inequality constraint and j is the number of inequality constraints. In this study, the inequality constraint is defined in terms of the reliability index, β . Probabilistic reliability methods are used to compare the reliability index, β , with its target value, β_t .

$$\beta \geq \beta_t \quad (12)$$

In order to take advantage of the material properties, usually the design is carried out in such a way that the value of the reliability index is minimized to be as close as possible to the target value. The recommended value of the reliability index, β_t , for the serviceability limit state is found in the Eurocode

[23] for a reference period of one year and for fifty years. However, the value for a n -year design can be extrapolated using the following expression:

$$\Phi(\beta_n) = [\Phi(\beta_1)]^n \quad (13)$$

being β_n and β_1 the value of the target reliability index for a n -year and a 1-year design, respectively, and Φ the standard normal cumulative distribution function. In the case of stay-cables, the design is conducted for a life time of 100 years. Therefore, in this study the value of the target reliability index is $\beta_{100} = 0.95$. It is assumed that the expressions of the forces explained above are for a period of 100 years.

The value of β is derived from the limit state function, g , which may be defined under the assumption of g following a log-normal distribution as:

$$g = R/D \quad (14)$$

where R is the resistance of the structure (the maximum allowable response) and D is the demand (the maximum response induced by wind actions). Eq. (14) allows expressing the probability of failure of the limit state as $p_f = \text{Prob}[g < 1]$. The reliability index is calculated for a log-normal distribution as:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\text{mean} \left(\ln \frac{R}{D} \right)}{\sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln D}^2}} \quad (15)$$

where σ_{\ln} denotes the standard deviation of the log-normal distribution of the variable. The failure probability can be rewritten in terms of β as $p_f = \Phi(-\beta)$. Therefore, for a period of 100 years, the probability of failure must be below the threshold $p_{f_{100}} \leq \Phi(-0.95) = 0.17$. The value of R is adopted following the recommendations of the FHWA guidelines [24] whose compliance criteria of the vibration limit state in terms of the outer diameter of the cable are shown in Table 1. Note that for this particular case, R does not follow a distribution since it is a unique value. Therefore, the standard deviation $\sigma_{\ln R}^2 = 0$.

Table 1. User tolerance limits in terms of the outer diameter of the cable, D [24].

Design level	Value [m]
Preferred	$0.5D$
Recommended	$1.0D$
Not to exceed	$2.0D$

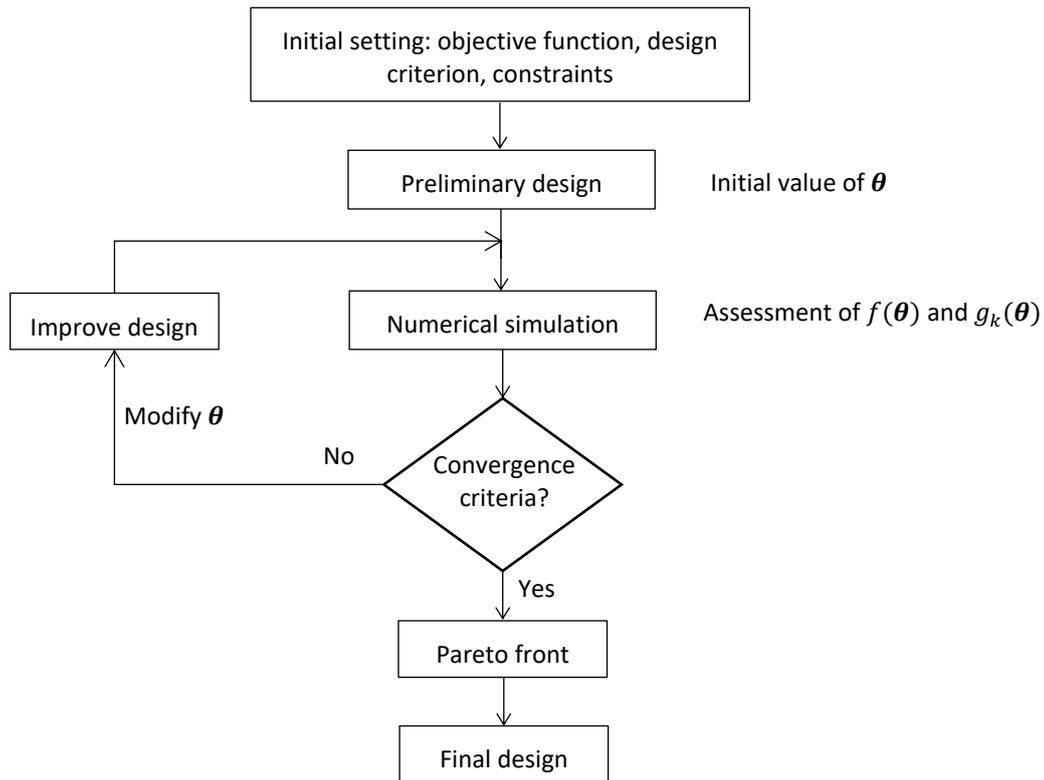


Figure 3. Flowchart of the motion-based design optimization problem.

In this manner, the design of the viscous damper is optimized in order to guarantee the compliance of the requirements based on the motions of the structure with a good level of reliability. The general flowchart of a based-motion design process is shown in Figure 3. First, the objective function, the design parameters and the constraints are established. Subsequently, the preliminary design can be addressed. As result, an initial value of the parameters is obtained. Then, a FE model is built and the response of the system consisting of the structure and the damper is assessed. This evaluation of the dynamic response leads to a first estimation of the objective function. If the convergence criteria of the motion-based design have been reached, the final design is achieved. On the contrary, the parameters must be modified and a new improved design is developed and evaluated. This process is repeated iteratively until the motion-based design requirements are met. The convergence criteria are usually set in terms of the maximum number of iterations and the tolerance of the objective function. As result of the motion-based design procedure, the value of the parameter that minimizes the objective function and meets the constraints is obtained.

The performance of this method is validated in this study through the design of a viscous damper. A real cable of a cable-stayed bridge is considered for the analysis.

4. CASE STUDY

The validation of the motion-based design method is carried out in this study via the design of a viscous damper to mitigate the wind-induced vibrations. As benchmark structure, the Alamillo bridge (Seville)

is considered. This cable-stayed bridge has a length of 200 m and its main characteristic is the absence of back-stays. This absence is addressed through the inclination of the pylon of 32° to the vertical. The connection of the pylon to the deck is made with 13 pairs of stays separated by 12 m.

From the dynamics tests performed in 2004 [25], it was reported that the longest stay cables were prone to be affected by vibration phenomena due to rain-wind induced forces and turbulent wind excitation. Hence, the objective of this study is to control the dynamic response of one of these longest stay cables. In particular, the longest stay cable is analysed under turbulent wind forces and rain-wind combination. The following steps are conducted. First, a FE model of the cable is built and the numerical natural frequencies are obtained. The sensitivity of the cable to wind-induced vibrations is analysed based on the natural frequencies. Subsequently, a transient analysis is performed to obtain the dynamic response and the fulfilment of the vibration requirements according to the FHWA guidelines [24] is verified. As this requirement is not met, a viscous damper designed following the motion-based method is implemented.

4.1. FE model and numerical modal analysis

The software package ANSYS [15] is used to build the FE model of the cable. The mechanical and geometrical properties of the analysed cable are given in Table 2. The mesh consisted of 100 equal length elements. The modal analysis was carried out taking into account both the initial stress and stress-stiffening effects. The numerical natural frequencies given in Table 3 were obtained as result of the numerical modal analysis.

From the results shown in Table 3, it can be observed that the cable, as reported in previous research, is prone to suffer vibration phenomena due to both the effect of turbulent wind action (there are natural frequencies below 1 Hz [26]) and the rain-wind induced vibrations (the first six natural frequencies are below 3 Hz [24]). In order to avoid the rain-wind induced problems, the advanced guidelines propose that the damping ratios of the vibration modes whose natural frequencies are below 3 Hz are greater than a reference value. In particular, the FHWA guidelines [24] proposal has been adopted in this study. This approach is based on guaranteeing that the Scruton number for all the vibration modes is above 10:

$$Sc = \frac{m\xi_i}{\rho D^2} > 10 \quad (16)$$

where Sc is the Scruton number, ρ is the density of the air, m is the mass per unit length, ξ_i is the damping ratio of the vibration mode i and D is the outer diameter of the cable. Hence, the damping ratios of the vibration modes must meet the following condition:

$$\xi_i > \frac{10\rho D^2}{m} \quad (17)$$

The mentioned experimental tests show that the experimental damping ratios of the cable did not fulfil this condition. Therefore, a viscous damper should be installed to increase the damping ratios.

Table 2. Geometrical and mechanical properties of the cable.

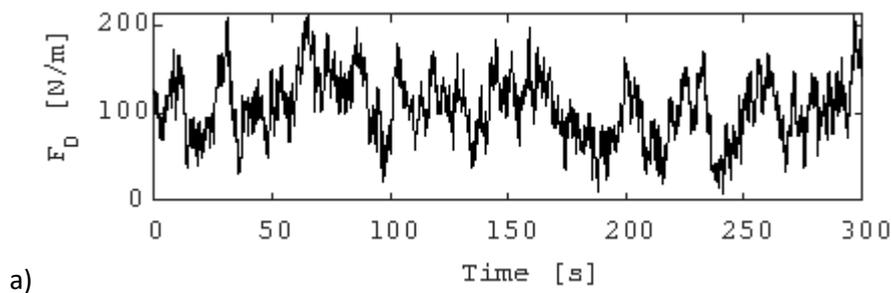
Parameter of the analyzed cable	Value
Length	292 m
Effective area	0.00838 m ²
Outer diameter	0.20 m
Mass	60 kg/m
Initial axial force	4.13E6 N
Young's modulus	160E9 Pa
Angle with the deck	26°

Table 3. Numerical natural frequencies of the cable.

f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	f_5 [Hz]	f_6 [Hz]
0.449	0.898	1.348	1.798	2.249	2.699

A transient analysis is conducted to assess the dynamic behaviour of the cable under turbulent wind forces and check the serviceability limit state. If it is not met, the viscous damper must be designed to control the two mentioned problems.

The wind velocity is simulated considering the wave superposition spectral-based method. The duration of the signals and the time step were established in $T = 300$ s and $\Delta t = 0.005$ s according to Park *et al.* [27]. The following parameters were adopted for the simulations: basic wind velocity $v_b = 26$ m/s and an environment type III [19]. The mean and the fluctuating wind velocities were obtained at ten different heights of the cable resulting from dividing the cable into equal-length segments. Once the wind velocity was simulated, the forces induced by the wind can be derived (Eq. (2) and Eq. (3)). The density of the air, the drag coefficient and the lift coefficient are assumed to be $\rho = 1.23$ kg/m³, $C_D = 1.2$ and $C_L = 0.3$, respectively. Figure 4 shows one simulation of the two components of the wind-induced forces at the third height out of ten in which the cable was divided.



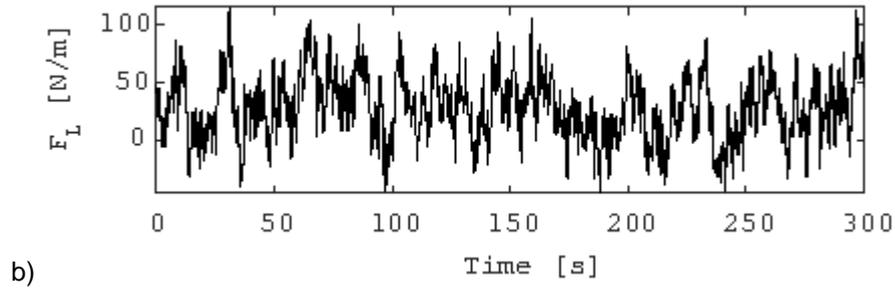


Figure 4. a) Wind-induced drag force at the third height h_3 and b) wind-induced lift force at the height h_3 .

4.2. Numerical probabilistic simulation of uncertainty and assessment of limit state

The uncertainty associated to the axial force of the cable is simulated through a probabilistic approach. For this purpose, the axial force is considered as a random variable. Following the results of previous research, the axial force of stay cables variate within a range of $\pm 10\%$ [27]. The Latin Hypercube simulation method is used to obtain the distribution function of the reliability index β under wind-induced actions. A key aspect of this simulation method is the number of simulations, N , required. Although empirical relationships between the expected p_f and N have been proposed, such as N equals to one or two orders more than the inverse of p_f , a convergence analysis was performed.

The convergence analysis was performed in two different configurations, without and with viscous damper. For the second configuration, the damping coefficient of the viscous damper has been determined considering the optimum damping coefficient of the Pacheco's universal curve [5]. To obtain its value, the following expression can be used:

$$c_{opt} = 0.10 \cdot \frac{mL\omega_1}{x_c/L} \quad (18)$$

being m the mass per unit length of the cable, L the length of the cable, ω_1 the first natural frequency of the cable and x_c the point where the viscous damper is implemented. According to Caetano [1], this point is recommended to be $x_c = 0.03L$. The result is $c_{opt} = 164000$ sN/m. For both configurations, the design criterion of called "Recommended" in Table 1 is selected. It can be observed in Figure 5 that for 100 simulations the value of the parameter β is stabilized. In addition, it can be noticed that the serviceability limit state for the without configuration is not fulfilled as the value of β is negative and, hence, it is lower than the expected value at 100 years: $\beta_{100} = 0.95$. For this reason, it is necessary to install a viscous damper to control the dynamic response of the stay cable. However, it is seen that if the damper is defined from the Pacheco's curve, the serviceability limit state is met but it is not the optimum solution as it is not taken advantage of the properties of the cable ($\beta = 2.76 \gg 0.95$). Therefore, the damping coefficient of the viscous damper should be minimized.

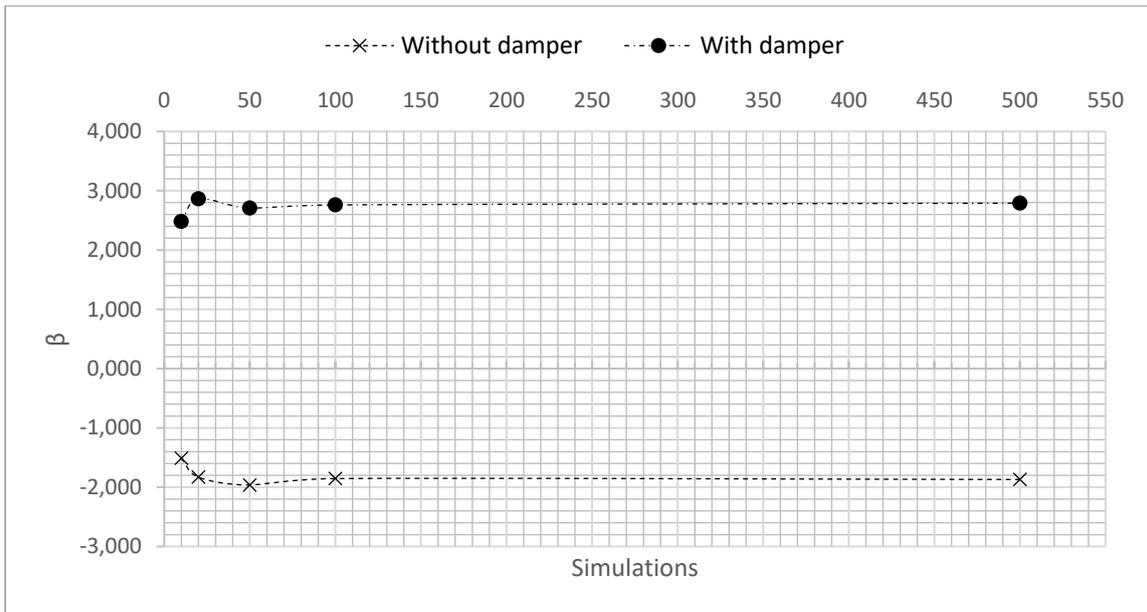


Figure 5. Convergence analysis of the reliability index β for the configuration without damper.

4.3. Motion-based design of the viscous damper under uncertainty conditions

The viscous damper is implemented at the above mentioned point (at a distance of $x_c = 0.03L$ from the anchor). The design is carried out following the proposed motion-based design method under uncertainty conditions. A reduction of the search domain was set in order to improve the efficiency of the algorithm and guarantee that the damping coefficient maintains a physical significance. In the case this study is concerned, there is only one parameter ($\theta = [c]$). The search domain of c guarantees that the maximum dynamic response of the cable and the rain-wind induced vibrations are avoided.

The boundary constraint of the parameter is established in the following manner. The lower bound is set to avoid rain-wind induced vibrations from the limit of the damping ratio of the cable in terms of the Scruton number (Eq. (17)). The analytical expression of the Pacheco’s universal curve proposed by Krenk *et al.* [6] allows deriving the damping coefficient from the damping ratio. In this case, the minimum value is $c_{min} = 48500$ sN/m. The upper bound is defined as the optimum damping coefficient of the Pacheco’s curve.

As optimization algorithm, the gradient-based ‘interior-point’ as implemented in the software package Matlab [22] is considered. Although this algorithm may fall into a local minimum, its selection to solve the problem is justified from the point that the distribution function is convex and its efficiency to obtain the convergence. The maximum number of iterations is set to 15. The formulation of the motion-based design optimization problem is:

$$\text{find } \theta = c \quad \text{such that} \quad \text{minimize } f = c \quad (19)$$

$$\text{subject to } \begin{cases} c_{min} < c < c_{max} \\ \frac{\beta_{100}}{\beta} - 1 \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

As result of the minimization problem, the damping coefficient of the viscous damper is obtained. The minimization problem had a duration of $t = 3.57 \cdot 10^5$ s. Table 4 shows the results of the motion-based design problem. It can be observed that the damping coefficient has been minimized guaranteeing that the reliability index is above the expected value at 100 years ($\beta_{100} = 0.95$). For comparison purposes, the reliability indexes obtained from both implementing a viscous damper whose damping coefficient is calculated from the Pacheco's universal curve and without viscous damper are shown as well. Although the value of β could be minimized, it can be noticed the improvement achieved by the motion-based design method with respect to the classical solution. Hence, this method allows meeting the serviceability limit state formulated in terms of the reliability index and obtaining results that better fit to the actual requirements of the structure.

Table 4. Comparison between the Pacheco's optimum solution and the optimized solution (number of simulations = 100).

	Without damper	Pacheco's optimum	Motion-based design
Damping coefficient, c	-	164000 sN/m	91030 sN/m
Reliability index, β	-1.855	2.760	1.014
Probability of failure, p_f	0.968	0.003	0.155

5. CONCLUSIONS

In this study, a motion-based design under uncertainty conditions has been conducted. In particular, it has been applied to the design of a viscous damper installed in a cable of a cable-stayed bridge in order to reduce the rain-wind induced vibrations. The motion-based design is formulated as a constrained single-objective minimization problem. The objective function to be minimized is the damping coefficient of the viscous damper and the two following constraints are implemented: first, the upper and lower bounds of the damping coefficient in order to maintain a physical significance and improve the efficiency of the algorithm; second, the inequality constraint expressed in terms of the reliability index to guarantee that the reliability index is greater than the expected value at a 100-year design. The uncertainty associated with the variation of the axial force of the cable was simulated numerically following a probabilistic approach. The Latin Hypercube method was used for this purpose.

The performance of this method has been validated for the design of a viscous damper of a real cable-stayed bridge. The results show that the damping coefficient can be minimized from classical solutions without loss of safety since the serviceability limit state is fulfilled. In addition, the reliability has been validated following a probabilistic approach to simulate the variation of the axial force.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by the Ministerio de Economía y Competitividad of Spain and the European Regional Development Fund under project RTI2018-094945-B-C21. The financial support is gratefully acknowledged. J Naranjo Pérez was supported by the research contract from the Universidad de Sevilla Ref: USE-17047-G. The authors acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00).

REFERENCES [CALIBRI, 11PT, BOLD, CAPITAL LETTER, LEFT ALIGNMENT]

- [1] de Sá Caetano, E. (2007). Cable vibrations in cable-stayed bridges. IABSE.
- [2] Ito, M. (1991). Cable-stayed bridges: recent developments and their future. In proceedings of the seminar, Yokohama, Japan, 10-11 December 1991. Elsevier Science Ltd.
- [3] Domaneschi, M. & Martinelli, L. (2014). Refined optimal passive control of buffeting-induced wind loading of a suspension bridge. *Wind and Structures*, 18, 1, 1–20.
- [4] Kovacs, I. (1982). Zur frage der seil-schwingungen und der seildämpfung. *Bautechnik*, 59, 10.
- [5] Pacheco, B.M., Fujino, Y. & Sulekh, A. (1993). Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper. *Journal of Structural Engineering*, 119, 6, 1961–1979.
- [6] Krenk, S. (2000). Vibrations of a taut cable with an external damper. *Journal of Applied Mechanics*, 67, 4, 772–776.
- [7] Yoneda, M. & Maeda, K. (1989). A study on practical estimation method for structural damping of stay cables with dampers. *Doboku Gakkai Ronbunshu*, 410, 455–458.
- [8] Connor, J.J. (2003). Structural Motion Control. Pearson Education, Inc.
- [9] Jiménez-Alonso, J.F. & Sáez, A. (2017). Robust optimum design of tuned mass dampers to mitigate pedestrian-induced vibrations using multi-objective genetic algorithms. *Structural Engineering International*, 27, 4, 492–501.
- [10] Naranjo-Pérez, J., Jiménez-Manfredi, J., Jiménez-Alonso, J. & Sáez, A. (2018). Motion-based design of passive damping devices to mitigate wind-induced vibrations in stay cables. *Vibration*, 1, 2, 269–289.
- [11] Holický, M. (2009). Reliability analysis for structural design. African Sun Media.
- [12] Mehrabi, A.B. & Tabatabai, H. (1998). Unified finite difference formulation for free vibration of cables. *Journal of Structural Engineering*, 124, 11, 1313–1322.
- [13] Cheng, S., Darivandi, N. & Ghrib, F. (2010). The design of an optimal viscous damper for a bridge stay cable using energy-based approach. *Journal of Sound and Vibration*, 329, 22, 4689–4704.
- [14] Hoang, N. & Fujino, Y. (2007). Analytical study on bending effects in a stay cable with a damper. *Journal of Engineering mechanics*, 133, 11, 1241–1246.
- [15] Ansys Inc. (2018). Ansys Mechanical 19.0.

- [16] Hong, S. (2009). Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge. Porto: Universidade do Porto.
- [17] Solari, G. (1994). Chapter: Gust-excited vibrations. In *Wind-excited vibrations of structures*, Springer, 195-291.
- [18] Cremona, C. & Foucriat, J.C. (2002). *Comportement au vent des ponts*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.
- [19] Jurado Camacho, D. (2017). *Simulación estocástica de cargas para análisis dinámico de estructuras en ingeniería civil*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- [20] EN 1991-1-4. (2005). Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-4: General actions - Wind actions.
- [21] Davenport, A.G. (1968). The dependence of wind loads on meteorological parameter. *Wind effects on Building and Structures*, 19–82.
- [22] MATLAB Inc. (2018). MATLAB R2017b.
- [23] EN 1990:2002. (2002). Eurocode 0: Basis of structural design.
- [24] *Wind-Induced Vibration of Stay Cables*. (2007). Publication number: FHWA-HRT-05-083. Federal Highway Administration.
- [25] Casas, J.R. & Aparicio, A.C. (2010). Rain–wind-induced cable vibrations in the Alamillo cable-stayed bridge (Sevilla, Spain). Assessment and remedial action. *Structure and Infrastructure Engineering*, 6, 5, 549–556.
- [26] Simiu, E. & Scanlan, R.H. (1996). *Wind effects on structures: Fundamentals and application to design*. John Willey & Sons Inc., 605.
- [27] Park, S. & Bosch, H.R. (2014). *Mitigation of Wind-Induced Vibration of Stay Cables: Numerical Simulations and Evaluations*. United States: Federal Highway Administration. Office of Infrastructure Research and Development.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL LATERAL VIBRATION ASSESSMENT OF AN IN-SERVICE FOOTBRIDGE

Cuevas, Rocío G.¹; Jiménez-Alonso, Javier F.²; Renedo, Carlos M.C.²; Martínez, Francisco²; Díaz, Iván M.²

ABSTRACT

This paper describes the experimental and numerical lateral vibration assessment of La Paz footbridge (LPF) as part of a research project of pedestrian structures located in Madrid. LPF is a cable-stayed structure with main span of 85m and total length of 127.8m. A preliminary analysis predicted a first lateral mode close to 0.9Hz, which is within the critical range and, consequently, a further analysis was required. The numerical assessment was performed in the frequency domain and the pedestrian action was defined using the HIVOSS guide. The experimental evaluation consisted in both the modal testing of the structure to validate the numerical model, and interaction pedestrian tests. The numerical model is in accordance with the tests and thus the footbridge dynamics is accurately determined. However, the interaction pedestrian tests are not sufficient to evaluate the LPF performance under dense traffic conditions.

Keywords: Footbridges, lateral vibration, experimental testing, lock-in phenomenon.

1. INTRODUCTION

1.1. Objective

The objective of this paper is to evaluate the vibration serviceability of La Paz footbridge (LPF), as part of a broader project which includes the vibration assessment of a total of eight footbridges, located in the East section of the M-30 motorway in Madrid.



Figure 1. General View of La Paz footbridge.

¹ Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures. E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (SPAIN). r.gcuevas@alumnos.upm.es (Corresponding author)

² Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures. E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (SPAIN).

The prediction of the dynamic response of pedestrian structures has become an issue of increasing importance. During the last decades, the construction of slender footbridges has become a growing trend, leading to numerous problems in the vibration serviceability. Furthermore, the urban development has resulted in an increase in the use of pedestrian structures and the consequent need to review and adapt these structures to the new traffic demand.

Madrid is a modern metropolitan capital that has expanded during the last fifty years; especially in the 60's and 70's when internal migration caused the initial development of the city suburbs. At the beginning of the 70's, in order to solve the new problems that arose in transport and urban mobility, the M30 motorway was built; and consequently a series of bridges were also built in order to link the new residential areas with the city centre. LPF, built in 1976, was the only one of these first structures designed exclusively for pedestrian use. During the 80's and 90's, Madrid development slowed down in favour of the metropolitan area. However, in the last decades, Madrid suburbs have experienced a strong demographic growth as a result of foreign migration. As a result, between 2000 and 2010, seven new footbridges were built in the East section of the M-30 motorway as a response to the recent population expansion. Figure 2 shows the population density distribution in Madrid Metropolitan Area [11] and the location of the footbridges in the East section of the M-30 motorway. It can be observed that the structures work as the pedestrian link between the highly populated east suburbs and the centre of the capital.

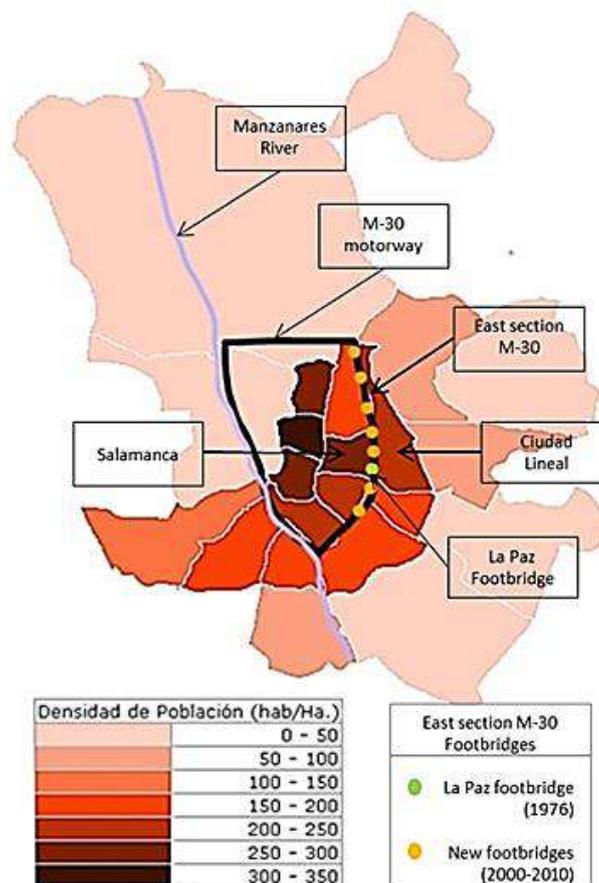


Figure 2. Population Density Distribution of Madrid Metropolitan Area [11]. Footbridges in the East section of the M-30 motorway location.

With regards to LPF, it is a cable-stayed bridge, quiet slender, that might be sensitive to human-induced vibrations, especially considering the bridge geometry, to lateral actions. Furthermore, LPF is the connection between the residential suburb of Ciudad Lineal and the central district of Salamanca, which at the present are densely populated areas. Hence, the expected pedestrian traffic in the footbridge has increased considerably since the structure was built in 1976 making it necessary to check the current comfort levels, particularly the possible development of the lock-in phenomenon.

In addition, the second objective of this paper is to explain a methodology for the numerical and experimental evaluation of the dynamic response of in-service footbridges, which can help design the future maintenance and prevention plans of this type of structure.

1.2. La Paz Footbridge description

The footbridge was built in 1976. Two papers published in “Hormigón y Acero” magazine [4] [5] provide project information about the bridge geometry. The footbridge is a cable-stayed structure with a main central span of 85m and total length of 127.8m. It has two towers (or pylons) from which cables support the bridge deck in six points, resulting thus seven spans of 21m + 17m + 17m + 17.8m + 17m + 17m + 21m, as shown in Figure 3. The bridge deck, made of prestressed concrete, is a trapezoidal box section of 2.6m width and 1.2m height. The deck section detail is shown in Figure 4. For vertical reactions, the deck is hanging from the pile, but for horizontal reactions the deck is supported by the piles with the lateral apparatus of neoprene-teflon.

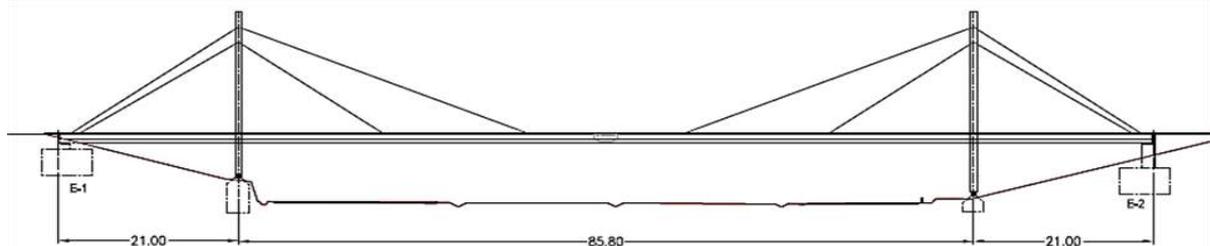


Figure 3. La Paz footbridge. Longitudinal section.

As a result of the slight inclination of the cables from the pile head to the lateral of the deck and considering the lateral actions, the footbridge lateral dynamic behavior can be seen as a beam of three spans of 21m + 85.8m + 21m, which means that it is a very slender structure, highly susceptible to human-induced lateral vibrations and to the lock-in effect. It was therefore decided to focus the study in the lateral vibration assessment of LPF, given LFP geometry.

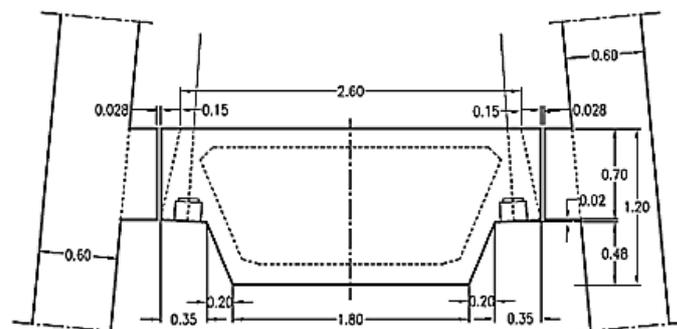


Figure 4. La Paz footbridge. Deck section and support detail.

2. METHODOLOGY FOR THE EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL ASSESMENT OF IN SERVICE FOOTBRIDGES

Figure 5 illustrates schematically, the methodology for the numerical and experimental evaluation of the dynamic response of in-service footbridges, which is explained in detail throughout this paper.

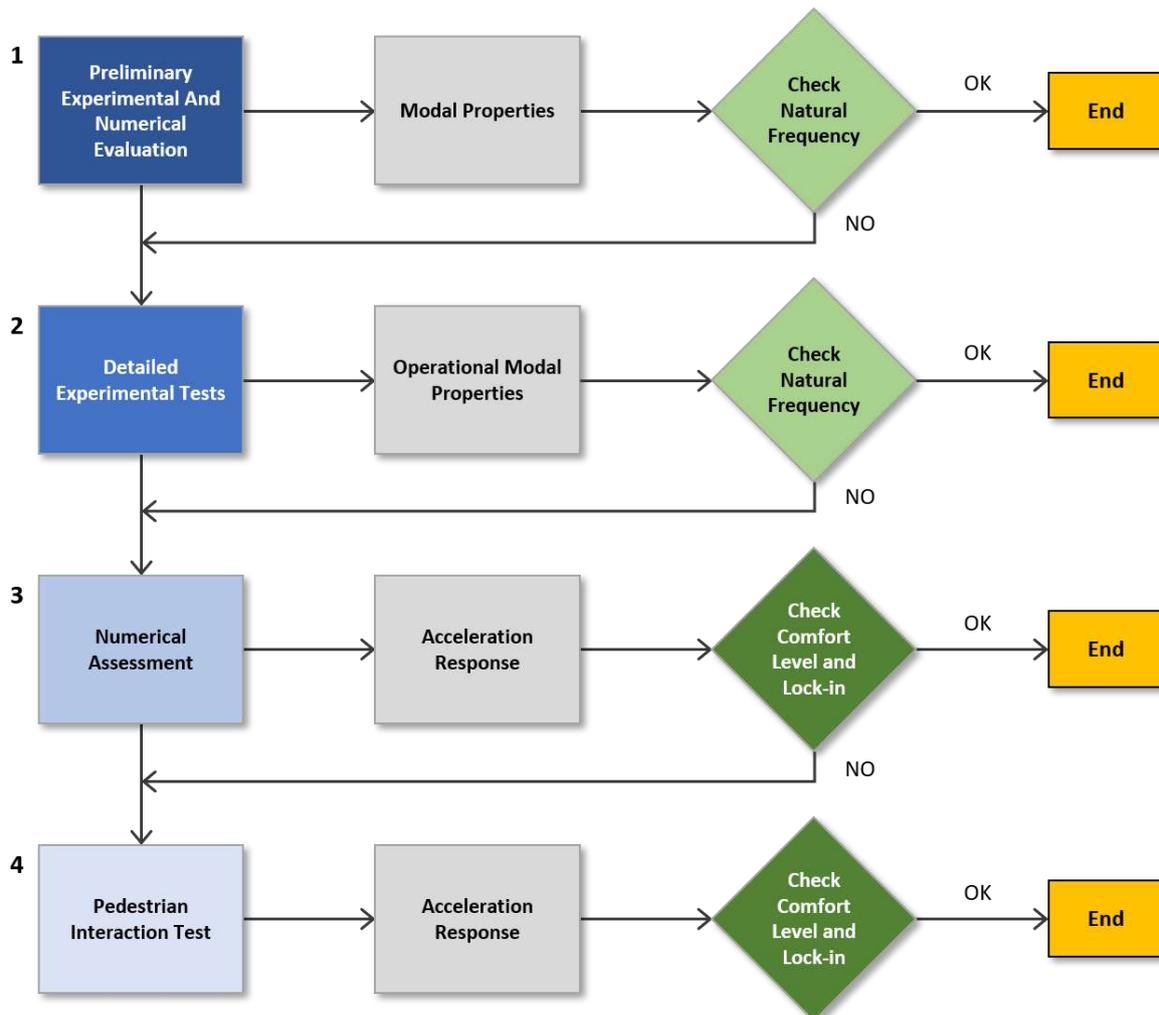


Figure 5. Scheme of the methodology for the experimental and analytical assessment of in service footbridges

3. PRELIMINARY EXPERIMENTAL AND NUMERICAL EVALUATION

The preliminary evaluation of the dynamic behaviour of the structure includes a series of preliminary tests and the numerical model of the structure. The objective is to obtain preparatory information about the footbridge susceptibility to human-induced vibrations and conduct a further analysis if required.

3.1. Preliminary experimental tests

The preliminary experimental tests consist of measuring with a mobile phone the lateral accelerations of the footbridge at mid of the main span. These data are used to determine the modal characteristics of the structure as a first approach [7].

3.1.1. Description

The tests were carried out using a Xiaomi Redmi Note 4 mobile phone. The raw accelerometer data contains the triaxial acceleration experienced by the device. The accelerometer type is LSM6DS3 (range of acquisition +/-2g, sampling rate 100Hz).

Two series of tests were performed. They consisted in applying a lateral excitation. In the first series, a random lateral excitation was applied in order to identify the natural frequencies of the lateral modes. In the second series, once the fundamental frequency was identified, a harmonic lateral excitation at the natural frequency was applied so as to determine the modal damping and modal mass associated to this mode.

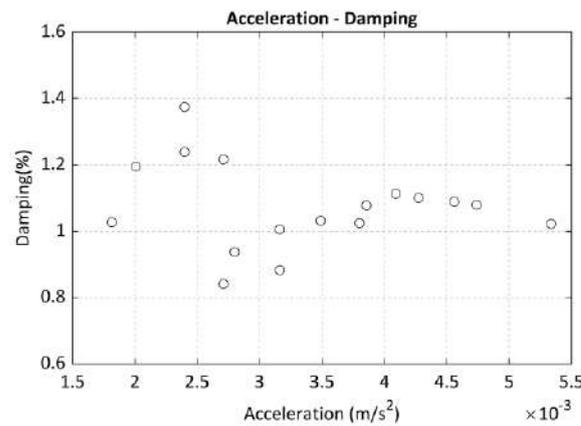


Figure 6. Experimental modal damping using a 10 cycle exponential function.

3.1.2. Data post-process

The data obtained were post-processed in MATLAB. The acceleration time history data were digitally filtered using four-order band-pass filter with cut-off frequencies between 0.1Hz and 3Hz. Then, the data was analysed in the frequency-domain in order to identify the natural modes of vibration. The frequency of the first lateral mode was determined to be 0.9481Hz, which is within the critical range considered by most of the design guides [1][2][3]. Next, the damping ratio of this mode was identified with the logarithmic decrement method. After Figure 6 was generated, it was assumed to be 1%, that clearly agree with commonly recommended values given in the design guides for prestressed concrete structures [1][2][3].

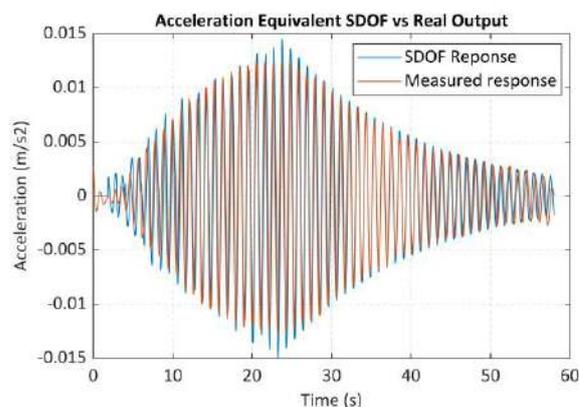


Figure 7. Resonant build-up response adjustment. Footbridge (red) and equivalent SDOF (black) with an estimated modal mass of 85000Kg.

The modal mass was estimated by using the data recorded in the second series of tests, which consisted in applying a harmonic excitation at mid of the span at the natural frequency of the fundamental lateral mode. Once the natural frequency and damping ratio are set, the build-up obtained under a harmonic excitation at resonant frequency is inversely proportional of the associate modal mass, which was identified to be between 80-85t [6]. Figure 7 shows the measured and modelled response.

3.2. Preliminary numerical model of La Paz Footbridge

The footbridge was also evaluated by a numerical model using the structural analysis program SAP2000 [9]. The model provides additional information about the footbridge dynamics that can be very useful for the planning of LPF experimental campaign.

The numerical model of LPF is a simplified model that only studies the footbridge response to lateral actions. Hence, from this point of view the structure behaves as a continuous beam of three spans of 21m + 85.8m + 21m. The footbridge deck is modelled as a frame element supported in two lateral abutments and intermediately, in the two piles. The deck section is a concrete trapezoidal box.

The geometry is taken from the project drawings, as shown in Figure 4. The section area is 0.93m², and the total mass of the deck is 285.6t. The numerical model considers constant modal damping of 1%, valid in the frequency range of the study and in line with the value obtained in the preliminary experimental test. As a first approach, the displacement in the three axes is restrained in the four supports.

3.3. Results and conclusions

The preliminary experimental tests predict the following modal parameters of LPF first lateral mode:

- Frequency=0.9481Hz,
- Modal damping=1%; and
- Modal mass=80-85t

On the other hand, the preliminary numerical model of LPF predicts a first lateral mode with:

- Frequency=0.948Hz; and
- Modal mass=84.2t

The numerical model of the footbridge is therefore validated by the experimental test, as the dynamic characteristics of the structure calculated numerically match the parameters obtained experimentally. In addition, the mode shape of the first lateral mode is a lateral *sine* wave of the central span, with inflexion points at 4.5m from the piles. This means that half a wave length is equal to 76.8m, which is the effective length of the central span.

It can be concluded that the preliminary evaluation stage gives preparatory information about the modal characteristics of the structure that can be used to determine whether the footbridge is susceptible to human-induced vibrations and if thus a deeper evaluation of the footbridge is needed. The results of the preliminary analysis of LPF, show that the frequency of the first lateral mode is

within the critical range considered by most of the design guides [1] [2] [3], and that therefore a further analysis is required. Additionally, the modal damping corresponds to the value that most of the design guides recommend for this type of structures.

4. DETAILED EXPERIMENTAL IDENTIFICATION TESTS

The detailed experimental identification tests include ambient and pedestrian tests. The ambient testing process involves recording the structural vibrations caused by the normal pedestrian traffic, the wind load and the vehicles underneath. The operational modal analysis technique allows us to extract the modal parameters of the structure. In this study, it is used to validate the information obtained in the preliminary evaluation phase of the structure and to complete it. In particular, it is used to check experimentally the mode shape of the first lateral mode and the effective length of the main span. In addition, the pedestrian tests measure the dynamic response of the footbridge when a given pedestrian load is acting. It is useful to evaluate the acceleration level the footbridge can experience. They are carried out to study the vibration serviceability of the structure.

4.1. Description of the detailed experimental tests

The vibration of the footbridge was monitored with a total of twenty high-sensitivity accelerometers (PCB Piezotronics, type 393B12, sensitivity 10v/g and range of acquisition +/-5m/s²). Thirteen were disposed horizontally and seven vertically. Figure 9 shows the test set up. They were connected by cables to the data acquisition system CompactRIO, which transferred the collected data to the laptop with a sampling rate of 5200Hz.

Two series of tests were performed. In the first series, the response to the ambient excitation was recorded during a time period of 40minutes = 2400s. The second series were pedestrian tests. The lateral excitation was the action of one, two and three synchronised pedestrians, sway at 0.94Hz at mid-span. The mean weight was 720N/person. The structural response was registered during 7minutes=420s.

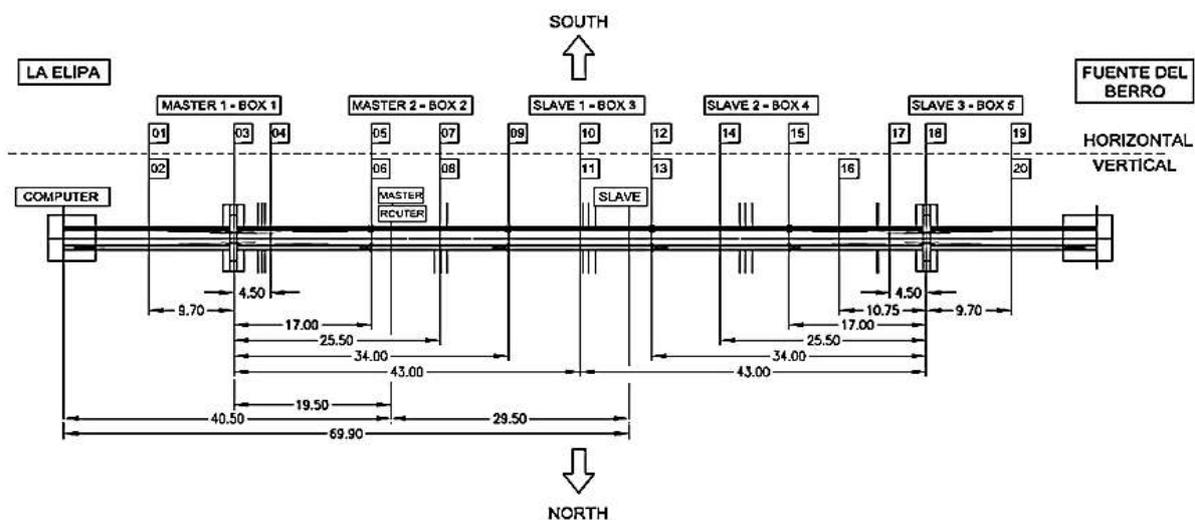


Figure 8. Detailed experimental identification tests. Instrumentation plan.

4.2. Data post-process

The data were post-processed in MATLAB [10]. The acceleration time history data was digitally filtered using a four-order low-pass filter with a cut-off frequency of 60Hz, and decimated by an order of 50. The final sampling frequency resulted to be 104Hz. As next step, the data were analysed using the Stochastic Subspace Identification [8]. The frequency of the first mode resulted to be 0.9311Hz. The modal displacements and the mode shape of the first lateral mode were also determined from the experimental data. As it is shown in Figure 9, there is some horizontal displacement of the deck in the piles' supports (accelerometers 3 and 18). The mode shape of the central span is a lateral *sine* wave, with inflexion points at approximately 4.5m distance from the piles (accelerometers 4 and 17) and, consequently, the effective length of the central span takes the value of 76.8m, as the numerical model had predicted.

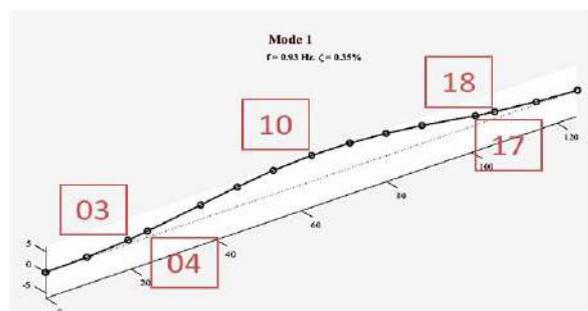


Figure 9. Ambient tests. Mode shape of the first lateral mode of natural frequency 0.931Hz.

The magnitude of the structural response at the mid-span (accelerometer number 10), was quantified for each scenario by calculating the values of the peak acceleration. The results are summarized in Table 1.

Table 1. Ambient tests. Acceleration results (m/s^2)

Test	$A_{peak}(m/s^2)$
Ambient	0.014
1 pedestrian_resonant	0.070
3 pedestrians_resonant	0.127

4.3. Results and conclusions

The ambient vibration tests results were partially in accordance with the preliminary evaluation of LPF. The mode shape, including the position of the inflexion points, agreed with the numerical simulation, but the horizontal displacement of the deck in the pile-support evidenced the poor conservation of the Neoprene-Teflon supports. The natural frequency was slightly inferior, with a value of 0.931Hz instead of 0.948Hz predicted in the preliminary phase.

In consequence, it was considered necessary to check the structural numerical model introducing the real boundary conditions of the footbridge according to the supports' horizontal displacement values obtained in the ambient test. The tuned version of the numerical model predicted the following modal parameters of LPF first lateral mode:

- Frequency=0.937Hz,
- Modal mass=85.1T, and
- Modal shape equal to a *sine* lateral wave with inflexion points in the former position

The peak acceleration value obtained in the 3p_resonant test was within the range of the medium comfort level considered by most of the design guides [1][2][3], suggesting that an additional analysis of the footbridge was required.

After having validated the modal parameters of LPF and given the acceleration values got in the pedestrian tests, the numerical assessment of LPF was carried out to check the vibration serviceability of the footbridge. Table 2 shows the summary of LPF modal characteristics that were determined by the different methods.

Table 2. Summary of LPF first lateral mode characteristics

Analysis	f ₁ (Hz)	M ₁ (T)
Preliminary experimental test	0.9481	80-85
Preliminary numerical model	0.948	84.2
Ambient vibration test	0.931	(--)
Tuned numerical model	0.937	85.1

5. NUMERICAL ASSESMENT

The numerical assessment of LPF is performed in the frequency domain. The structural response is evaluated using a single equivalent SDOF system, in which the structure is characterized through its modal properties that have been determined previously. The stochastic stream of n pedestrians is defined by using the idealised stream of n' perfectly synchronised pedestrians that is modelled as a harmonic deterministic load, as it is defined in the HIVOSS guide [1]. As a result, the analysis provides the maximum resonant acceleration response at the centre of the footbridge.

5.1. Pedestrian load

HIVOSS guide considers five pedestrian traffic classes, from TC1 to TC5, depending on the traffic density. The amplitude F_0 of the equivalent harmonic load of n' perfectly synchronised pedestrians uniformly distributed on the footbridge central span, takes the following expression:

$$F_0 = P \cdot n' \cdot \Psi \quad (1)$$

In Eq. 1; F_0 is expressed in N/m, P is the amplitude of the resonant component of a single pedestrian force and takes the value of 35N; Ψ is a coefficient equal 1 when the footbridge natural frequency is between 0.7 and 1.0Hz. The perfectly synchronised pedestrians n' on the loaded footbridge length L , is defined as follows:

$$n' = \frac{10.8 \cdot \sqrt{\xi \cdot n}}{L} \quad \text{if} \quad \text{density } d < 1.0p/m^2 \text{ (TC1 to TC3)} \quad (2)$$

$$n' = \frac{1.85 \cdot \sqrt{n}}{L} \quad \text{if} \quad \text{density } d \geq 1.0p/m^2 \quad (\text{TC4 and TC5}) \quad (3)$$

In Eq. 2 and 3; n' is expressed in m^{-1} , ξ is the structural damping ratio and n is the number of pedestrians.

5.2. Response evaluation

The structural response is evaluated using an equivalent SDOF system, which has the same natural frequency, mass and damping as the real structure. The modal properties of the first lateral mode that are considered for the evaluation of the structural response are as follows:

- Frequency $f_1=0.937\text{Hz}$;
- Modal damping $\xi_1=1\%$;
- Modal mass $M_1=84.2\text{t}$; and
- Mode shape lateral *sine* wave being the effective length $L_d=76.8\text{m}$.

The pedestrian load is uniformly distributed on the central span that has a length of $L=85.8\text{m}$. Eq. 1 can be written in generalized coordinates as follows:

$$F_0^* = \left(\int_0^{L_d} \sin \frac{\pi x}{L_d} dx \right) \cdot F_0 = \frac{2}{\pi} L_d \cdot F_0 \quad (4)$$

In the frequency domain analysis, the resonant structural response is obtained through the system's complex frequency response function of the particular mode, which takes the following value expressed in m/N :

$$|H(f_1)| = \frac{1}{8\xi_1 M_1 \pi^2 f_1^2} = 1.713 \cdot 10^{-5} \quad (5)$$

Hence, the maxima acceleration response, a_{max} (m/s^2), is calculated as follows:

$$a_{max} = 8\pi^2 f_1^2 \cdot |H(f_1)| \cdot F_0^* \quad (6)$$

The magnitude of the structural response in the footbridge mid-span is calculated for every traffic class that is defined in the HIVOSS guide. The results of the numerical assessment of LPF are summarized in Table 3.

5.3. Check of criteria for lateral lock-in

The HIVOSS guide considers the Arup's formula to determine the number of pedestrians that can provoke the lateral lock-in, which are the total pedestrians N_L that could cancel the total structural damping. N_L is defined as follows:

$$N_L = \frac{8\pi \cdot \xi_1 \cdot M_1 \cdot f_1}{K} \quad (7)$$

In Eq.7, f_1 , ξ_1 and M_1 , have the same values consider in 5.2; K is a constant that has been measured experimentally. K takes the value of 300 Ns/m when the natural frequency is within the interval 0.5 to 1.0Hz. Hence $N_L = 66$ pedestrians.

Another approach to calculate the critical number of pedestrians that provoke the lock-in instability is to set the trigger acceleration amplitude from which the phenomenon develops. The HIVOSS guide defines it between 0.1 to 0.15 m/s^2 . Under these considerations, N_L results to be between 15 and 33 pedestrians, respectively, resulting this criterion to be more restrictive than the Arup's formula.

5.4. Results and conclusions

The results of the numerical assessment of LPF are summarized in Table 3, including the associated comfort level. It can be observed that LPF only presents maximum degree of comfort with very weak traffic (TC1). Furthermore, the structure is susceptible to the lock-in effect under medium pedestrian traffic (less than 66 people), that is between the traffic classes TC2 and TC3. Consequently, Eq.6 is not appropriate to calculate the structural response from TC3 to TC5, as once the lock-in effect has developed, the dynamic response is affected by the auto-induced components of the pedestrians' action, rising quickly above the expected values. It is assumed that the comfort level associated to traffic class TC3 (82 pedestrians) could be minimum, and that over the traffic class TC4 (163 pedestrians) the footbridge could be in unacceptable discomfort.

Table 3. Numerical assessment. Acceleration results and comfort class

Traffic class	d (p/m ²)	N	F_0 (N/m)	a_{max} (m/s ²)	Comfort class	Degree of comfort
TC1	0.092	15	1.7	0.10	CL1	Maximum
TC2	0.2	33	2.5	0.15	CL2	Medium
TC3	0.5	82	3.9	NA	CL3	Minimum
TC4	1.0	163	9.6	NA	CL4	Discomfort
TC5	1.5	245	11.8	NA	CL4	Discomfort

It can thus be concluded that human-structure is an important phenomenon that should be considered in the design and assessment of light footbridges. Once the structure acceleration is sufficient to provoke the lock-in effect, and in order to be able to evaluate the footbridge degree of comfort, it would be necessary an expression of the auto-induced component of the pedestrian load that represents the pedestrian-structure phenomenon.

6. PEDESTRIAN INTERACTION TESTS

The pedestrians interaction tests were planned to measure the dynamic acceleration response of the footbridge, induced by the continuous flow of pedestrians. The analysis of the collected data permits the evaluation of the dynamic response caused by loads that are already known. In this study, the analysis of the collected data is used to cross-check the numerical response calculated previously.

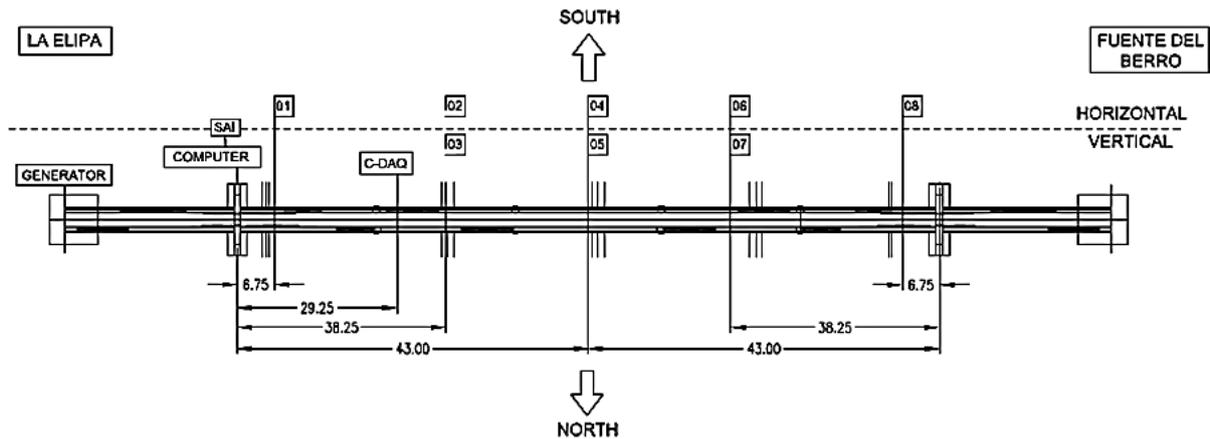


Figure 10. Pedestrian Interaction tests. Instrumentation plan.

6.1. Description of the pedestrian interaction tests

The vibration of the footbridge was monitored with a total of eight high-sensitivity accelerometers (PCB Piezotronics, type 393B12, sensitivity 10v/g and range of acquisition +/-5m/s²). Five were disposed horizontally and three vertically. The sensors were connected by cables to the data acquisition system CompactDAQ. The CompactDAQ system transfers the collected data to the laptop with a sampling rate of 1651Hz.

The tests were performed thanks to the collaboration of 30 volunteers. The volunteers represented a diverse group of people of different ages, weights and occupations, and can hence be considered a random distribution of the gait parameters (pace frequency, velocity etc.). The mean weight of the pedestrian group was 712N with a range of 560N. The mean age of the group was 43 years with a range of 55 years.



Figure 11. 30 pedestrians test.

Two load scenarios were performed. The first test consisted of a continuous flow of 30 pedestrians. The volunteers were asked to circulate during several minutes between the two piles, regularly and freely spaced, without intention of synchronisation. The idea was to reproduce a pedestrian load uniformly distributed in the main span, as it is shown in Figure 11, and the steady state of lateral vibration of the footbridge.

The structural response was registered during 500s. In the second test, 15 pedestrians were asked to walk in a group, circulating between the two piles during several minutes, without intention of synchronisation. The response was recorded during 500s. Figure 12 is a picture of the test.



Figure 12. 15 pedestrians test

6.2. Data post-process

As done in the ambient test, the data were post-processed in MATLAB [10]. They were digitally filtered using four-order low-pass filter with a cut-off frequency of 60Hz, and they were decimated by 16. As a result, the sampling frequency was 103Hz. Then, the data were analysed in the frequency-domain to calculate the footbridge response.

6.3. Results and conclusions

The magnitude of the structural response is quantified for each test by calculating the values of the peak acceleration. The results are summarized in Table 4.

Table 4. Pedestrian interaction tests. Acceleration results (m/s^2) and Comfort levels

Test	$a_{peak}(m/s^2)$	Comfort class	Degree of comfort
15 pedestrians	0.077	CL1	Maximum
30 pedestrians	0.12	CL2	Medium

Comparing the acceleration values obtained in the pedestrian interaction tests (Table 4) with the results of the numerical assessment of LPF (Table 3), it can be concluded that the experimental results are slightly inferior but in accordance with the numerical evaluation, as the maxima accelerations are within the same range and therefore the same comfort classes.

However, the 30 pedestrians test with a measured acceleration of $0.12m/s^2$, does not show the beginning of the pedestrians-structure interaction as the numerical method predicts. The difference

can be explained by the fact that the experimental value is a peak value that is not perceptible by a sufficient number of pedestrian. The Arup's criteria seems to be more appropriate in this case, although further experimental studies are needed to assess the performance of LPF under dense pedestrian load and the development of the lock-in effect.

7. CONCLUSIONS

This paper describes a methodology for the numerical and experimental evaluation of the dynamic response of in-service footbridges as a previous step to the design of the structures' maintenance plan. The methodology is applied to the experimental and numerical lateral vibration assessment of La Paz footbridge. The structure is part of the pedestrian path that connects two densely populated areas of Madrid. The pedestrian traffic crossing the footbridge has increased since the structure was built in 1976 and, consequently, it is necessary to check the current comfort levels, particularly the lateral vibrations as LPF is a slender structure to the horizontal actions, very vulnerable to the lock-in phenomenon.

The characteristics of the first lateral vibration mode are calculated using both numerical and experimental methods that are in accordance. The numerical assessment of LPF is performed in the frequency domain, considering an equivalent SDOF system in which the structure is characterized through the modal properties that have been determined previously. The stochastic stream of n pedestrians is defined by using the HIVOSS guide [1]. The analysis results show that LPF only presents maximum degree of comfort with very weak traffic (TC1). In addition, the structure is susceptible to the lock-in effect under medium pedestrian traffic (less than 66 people). However, it is not possible to evaluate the footbridge degree of comfort once the structure acceleration is sufficient to provoke the pedestrians-structure interaction phenomenon, as the current design recommendations do not include an expression for the auto-induced component of the pedestrian action.

Finally, the numerical evaluation is experimentally validated by interaction pedestrian tests as the experimental results are slightly inferior but within the same range and therefore the same comfort classes. However, the people-structure interaction was not developed in the pedestrian tests and, in consequence, further experimental campaigns are needed to evaluate LPF performance under dense traffic conditions.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities through the project SEED-SD (RTI2018-099639-B-I00). Further, the authors also thank Jaime Garcia Palacios, professor at Polytechnic University of Madrid, for his help and support during this experimental work and the volunteers who participated in the tests presented in this study.

REFERENCES

- [1] HIVOSS. Human induced vibrations of steel structures. (2008). RFS2-CT-2007-00033.

- [2] SÉTRA. The Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety. Assessment of lateral behaviour of footbridges under pedestrian loading. (2006) Technical guide SÉTRA, Paris, France.
- [3] BSI. British Standards Institutions. UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures – part 2: Traffic loads on bridges (2004). BS NAEN 1991-2.
- [4] Fernández Casado, C., Troyano, L.F., & Manterola, J. (1979). Pasarela colgada en la Avenida de La Paz (Madrid). *Hormigón y Acero. Asociación Técnica Española del Pretensado*, 130,131,132, 345-348
- [5] Fernández Casado, C., Troyano, L.F., and Manterola, J. (1977). Pasarela colgada en la Avenida de La Paz (Madrid). *Hormigón y Acero. Asociación Técnica Española del Pretensado*, 124, 87-103
- [6] Brownjohn, J.M.W. and Pavic, A. (2007). Experimental methods for estimating modal mass in footbridges using human-induced dynamic excitation. *Engineering Structures*, 29, 2833-2843.
- [7] Díaz, I M. et al. (2019). A mobile tool for teaching advanced dynamic analysis. *Advances in Building Education*, vol 3(1), pp. 72-82.
- [8] Magalhães, F. and, Cunha, Á. (2010). Explaining operational modal analysis with data from an arch bridge. *Mechanical systems and signal processing 25 - Elsevier*, 1431-1450.
- [9] Computers and Structures, Inc. (CSI). SAP2000 v19.0.0. <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>
- [10] Mathworks. MATHLAB R2018b. <https://es.mathworks.com/products/matlab-online.html>
- [11] Madrid City Council Web site. <https://www.madrid.es/portal/site/munimadrid>

Numerical model of vegetal fabric reinforced cementitious matrix composites (FRCM) subjected to tensile loads

Mercedes, Luis¹; Bernat, Ernest^{2,3}; Gil, Lluís²

ABSTRACT

The fabric reinforced cementitious matrix (FRCM) have proven to be a strengthening system with a promising future, due to its ease of application and its ability to dissipate energy through a pattern of multicracking. In this study, numerical models of FRCM of different vegetable fibers (flax, hemp, sisal and cotton) were elaborated. For this numerical analysis, the model based on the plastic damage of the concrete of the Abaqus structural analysis software was used. The lower modulus of elasticity that the cotton and sisal fibers presented in comparison with the matrix, made it necessary to use a cracking tensile reduction coefficient to reproduce the experimental and analytical results obtained in these cases. In the case of the hemp-FRCM and flax-FRCM, the results were significantly close to the experimental and analytical results. The numerical models presented in this study represent a useful calculation tool for the analysis of vegetable fibers FRCM.

Keywords: FRCM, vegetal fibres, numerical model, tensile behavior.

1. INTRODUCCIÓN

El mortero reforzado con tejidos (Fabric Reinforced Cementitious Matrix: FRCM) es un material compuesto formado por una malla embebida en una matriz inorgánica de mortero, que surge como una opción alternativa a la matriz orgánica del FRP (Fibre Reinforced Polimers), pues al tener menos emisiones toxicas, mayor resistencia al fuego, permeabilidad al vapor del agua, entre otras ventajas, los investigadores lo ven como un posible sustituto del FRP, en el campo de reforzamiento y rehabilitación de estructuras.

Debido a las ya numerosas investigaciones orientadas analizar este tipo de material [1][2][3][4], en los últimos años ha sido de muy interés el desarrollo de herramientas de cálculo que sean capaces de reproducir los numerosos estudios experimentales realizados sobre el FRCM.

Uno de los principales problemas que presenta el sistema de FRCM es la interacción malla-matriz. Pues la posibilidad de deslizamientos entre la malla y la matriz por falta de fricción son uno de los fallos más comunes en estos tipos de compuestos, por lo que el uso de los modelos comúnmente utilizados para simular el hormigón armado se ve limitado por estos tipos de fallos.

¹ LITEM Laboratory for Technological Innovation of Structures and Materials. Polytechnic University of Catalonia, (Spain). Luis.enrique.mercede@upc.edu

² Department Strength of Materials. Polytechnic University of Catalonia, (Spain).

³ Serra Húnter Fellow

A pesar de lo anterior, hay estudios como el presentado por Donnini et al. [5] que utiliza un modelo variacional para obtener información sobre el comportamiento mecánico de los compuestos de FRCM, en particular en la interfaz entre el hilo y la matriz. Los modelos numéricos presentados en este estudio fueron capaces de reproducir el comportamiento del FRCM durante ensayos de adherencia en el caso de un refuerzo con tejidos constituido por hilos sin revestimiento de resina. Este modelo también permitió establecer una longitud de unión efectiva de aproximadamente 200 mm, pues la carga máxima no aumenta al aumentar más la longitud de adherencia entre malla y matriz.

Por otro lado, Grande y Milani [6] presentaron un estudio numérico dedicado a investigar la influencia de diferentes fenómenos sobre el mecanismo resistente de los sistemas de FRCM. Éste prestó especial atención al daño progresivo de la capa de mortero superior (capa que no está en contacto con el elemento a reforzar) que afecta tanto al mecanismo local de transferencia de tensión de corte entre el refuerzo y la capa de mortero superior como a la respuesta global del sistema de refuerzo. Para este objetivo, los autores propusieron un modelo de resorte simple pero efectivo donde cada componente del sistema de FRCM (mortero, tejido, soporte e interfaz de tejido-mortero) se modela a lo largo de resortes con comportamiento lineal o no lineal.

Luego otro estudio de Grande et al. [7] explica la interacción entre el refuerzo y la matriz de mortero en el nivel de la interfaz, al considerar los fenómenos de desunión y fallo de tracción del mortero, que generalmente afectan el mecanismo resistente de los FRCM. Sin embargo, este modelo presenta la dificultad de que es necesario conocer la energía de fractura, por lo que se deben realizar pruebas experimentales capaces de proporcionar esta información antes de usar el modelo.

También Carozzi et al. [8] presentan dos modelos numéricos útiles para reproducir la interface tejido-mortero-ladrillo. En el primer modelo, basado en un enfoque analítico-numérico, solo el compuesto de FRCM se considera y modela por medio de elementos finitos 1D que interactúan con el mortero por medio de interfaces que muestran un comportamiento no lineal de tensión-deslizamiento deducido de los datos experimentales. El segundo modelo es un enfoque de elementos finitos totalmente en 3D, que utiliza elementos rígidos de 8 nodos interconectados por interfaces inelásticas que muestran un ablandamiento. Al final se demostró que ambos modelos fueron capaces simular completamente los ensayos experimentales, a excepción del ladrillo reforzado a doble cara con una longitud de anclaje igual a 150 mm. En este caso, se experimenta una falla de tracción de los hilos, donde el modelo analítico-numérico demuestra como consecuencia una pequeña excentricidad inevitable de la carga durante el experimento.

En otro estudio presentado por Carloni et al. [9] se utilizaron también modelos tridimensionales no lineales para estudiar el comportamiento de adherencia de FRCM de PBO con el hormigón. El enfoque numérico asumió leyes constitutivas lineales para los materiales y leyes no lineales de contacto para las diferentes interfaces consideradas. El modelo numérico desarrollado en este documento es capaz de reproducir diferentes modos de fallo observados en los ensayos de adherencia de la interfaz hormigón-FRCM.

Por otro lado, los compuestos de FRCM presentan dos inconvenientes técnicos aún a superar: las elevadas rigideces de mallas de fibras sintéticas comúnmente utilizadas dificultan la disipación de energía frente a sollicitaciones dinámicas, lo que resulta en una concentración de tensiones sobre la

estructura existente, y la obtención estas fibras sintéticas usadas supone un elevado coste económico y ambiental.

Atendiendo a lo anterior, el aprovechamiento de los recursos naturales y los materiales sostenibles es un tema que cada día adquiere mayor interés de la comunidad científica, la alternativa de usar fibras vegetales como refuerzos de polímeros y morteros, son un ejemplo de ello [10][11][12][13][14]. Las propiedades mecánicas que han mostrados fibras como el lino, cáñamo, sisal, jute, plátano, entre muchas otras, junto con su bajo costo, baja densidad, reciclabilidad y biodegradabilidad, han hecho de las fibras vegetales una potente alternativa frente a fibras sintéticas [15].

A pesar de los ya numerosos estudios orientados al análisis de FRCM de fibras vegetales, actualmente los autores no han hallado estudios orientados al análisis numérico de FRCM de fibras vegetales (fibras menos rígidas que la sintéticas).

Este estudio representa la continuación de un estudio experimental y analítico presentado anteriormente por los autores [14]. Por lo tanto, el objetivo principal de este estudio es desarrollar modelos numéricos capaces de reproducir el comportamiento experimental y analítico de las fibras vegetales FRCM. En éste se modelaron cuatro tipos de compuesto de FRCM (cáñamo, lino, sisal y algodón), donde en el caso del FRCM de algodón fue necesario modificar el modelo de tensión uniaxial del mortero y usar un coeficiente de reducción de la tensión de fisuración (usado también en el modelo de FRCM de sisal) para reproducir su comportamiento experimental.

2. MODELO NUMÉRICO DEL FRCM A TRACCIÓN

Para la elaboración de este análisis numérico se utilizó el software de análisis estructural Abaqus [16]. Esto por la gran variedad de modelos complejos que dispone, y a los diferentes estudios que han utilizado este software para el análisis de FRCM y hormigón armado [17][18].

Uno de los modelos numérico más utilizados para la simulación de FRCM a tracción es el modelo basado en el daño plástico del hormigón [19][20]. Este modelo comúnmente utilizado para el análisis del hormigón armado, es uno de los modelos más complejos que presenta Abaqus. Una de sus principales características es que presenta dos módulos de elasticidad, uno correspondiente a la zona elástica, y otro de descarga que depende de un coeficiente de daño en función del grado de fisuración o plastificación alcanzado.

El modelo es un modelo continuo basado en plasticidad por daño para el hormigón. Se supone que los dos mecanismos principales de falla son la fisuración por tracción y el aplastamiento por compresión del material de hormigón. La evolución de la superficie de rendimiento (o falla) está controlada por dos variables de plastificación ε_t^{pl} y ε_c^{pl} , vinculadas a los mecanismos de falla bajo tracción y compresión, respectivamente. Estas se definen como las deformaciones plásticas equivalentes a la tracción y compresión, respectivamente.

Este modelo asume que la respuesta a tracción y compresión uniaxial del hormigón se caracteriza por una plasticidad dañada, como se muestra en la Figura 1.

Bajo tracción uniaxial, la respuesta de esfuerzo-deformación sigue una relación elástica lineal hasta que se alcanza el valor de la tensión de fisuración σ_{t0} . La tensión de fisuración corresponde a la aparición

de microfisuras en el material. A partir de este punto la tensión de tracción que transmite el material no desaparece, sino que va decreciendo paulatinamente a medida que la deformación aumenta. Este comportamiento simula la interacción entre el refuerzo y el hormigón (malla y mortero para el caso del FRCM), y además aporta estabilidad numérica mejorando la convergencia. El punto más destacable es la aparición de una variable de daño d_t , cuyo valor mínimo es 0 (material intacto) y cuyo valor máximo es 1 (material totalmente dañado). Este valor marca la pendiente de la rama de descarga, así si E_0 es el módulo de elasticidad del material elástico, el módulo de la rama de descarga pasa a ser $(1-d_t)E_0$.

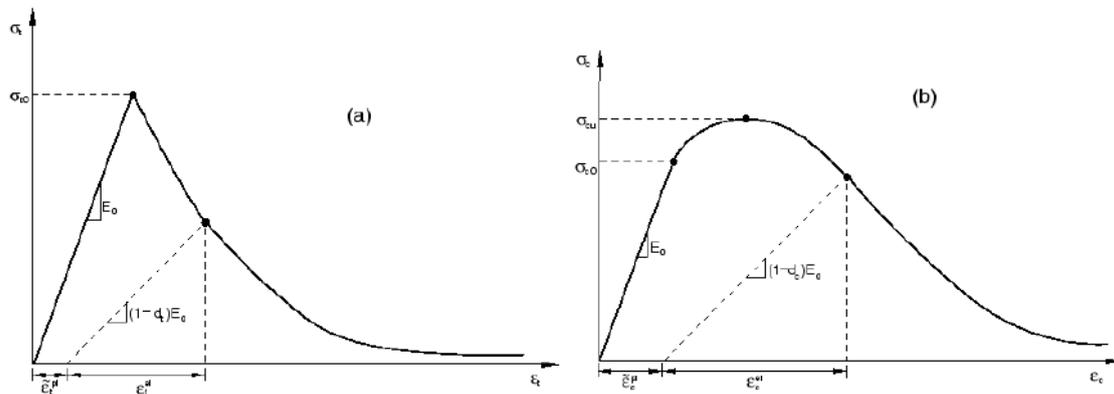


Figura 1. Modelo uniaxial [16]: (a) tracción, (b) compresión

Bajo compresión uniaxial, la respuesta es lineal hasta el valor de esfuerzo inicial σ_{c0} . En el régimen plástico, la respuesta se caracteriza típicamente por el endurecimiento por tensión seguido por el debilitamiento por tensión más allá de la tensión final σ_{cu} . Esta representación, aunque algo simplificada, captura las características principales de la respuesta del hormigón (mortero en el caso de esta investigación). Al igual que en el caso de compresión hay un parámetro de daño d_t que varía entre 0 y 1 que reduce la rigidez de la rama de descarga.

Para este caso de estudio solo se utilizó el modelo de daño a tracción, pues se consideró despreciable aporte del modelo de daño a compresión al modelo sometido solo a tracción uniaxial.

2.1. Modelo de especímenes de FRCM

Se modelaron 4 especímenes de FRCM, uno por cada tipo de fibra vegetal utilizada en un estudio experimental realizado por los autores (cáñamo lino, algodón, sisal) [14]. A continuación, se describe la forma de modelado de estos especímenes.

Primero se definió la geometría del espécimen en base a la geometría de los especímenes fabricados en [14]. Estos fueron de 200mm (longitud libre de los especímenes de FRCM ensayados a tracción) de largo, 50mm de ancho y 10mm de espesor. Esta geometría se definió como un elemento sólido deformable.

Para simular las mallas de fibras vegetales se crearon elementos tipos “truss”. Estos son miembros estructurales largos y delgados que pueden transmitir solo fuerza axial. Estos se utilizan para modelar estructuras delgadas y en forma de línea que admiten la carga solo a lo largo del eje o la línea central del elemento, y no se admiten momentos ni fuerzas perpendiculares a la línea central.

Los elementos tipo “truss” fueron utilizados en este caso para reducir los elevados costes computacionales que significaría el uso de elementos tridimensionales, así como también problemas de convergencia. En este mismo sentido debido a la buena adherencia que mostraron las mallas de fibras vegetales cubiertas por epoxi con la matriz cementicia en [14], fue considerada la malla como embebida en la matriz (sin considerar ningún tipo de deslizamiento en la interacción malla-matriz).

En cada espécimen se utilizaron 4 elementos tipo “truss” (elementos utilizados en otros estudios para estos fines [21]). Estos simulaban los cuatro mechones longitudinales de cada malla de fibras vegetales embebida en los especímenes de FRCM [14]. Los hilos en dirección de la trama no fueron simulados, pues el ensayo era uniaxial, y no consideraba el aporte de adherencias de los hilos colocados en dirección de la trama.

Se definieron dos tipos de materiales, uno correspondiente al sólido deformable que representaba la matriz cementicia, y el otro correspondiente al elemento tipo “truss” que representaba los mechones en dirección de la urdimbre de las mallas de fibras vegetales.

Las propiedades de la matriz cementicia y de las fibras vegetales necesarias para definir las propiedades del material de los modelos numéricos (obtenidos de ensayos experimental en [14]) se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. *Propiedades de matriz cementicia y fibras vegetales [14]*

Propiedades	Mortero	Cáñamo	Lino	Sisal	Algodón
Resistencia a tracción (MPa)	4.61	520.76	630.83	111.45	91.95
Módulo de elasticidad (GPa)	8.92	38.74	36.01	4.87	0.93
Deformación pico (%)	0.06	1.30	1.66	2.15	7.81
Área (mm²)	500.00	6.28	6.28	39.25	28.26

Para definir el material de la matriz cementicia se eligió el modelo antes mencionado de daño plástico. En este fue necesario definir primero el comportamiento elástico de la matriz cementicia, donde se definió como modulo elástico el módulo de elasticidad obtenido del ensayo experimental de los especímenes de mortero sin malla, presentados en el estudio experimental [14]. Y el coeficiente de Poisson fue asumido igual a 0.2 (sugerido por la EHE [22]).

En caso de la zona plástica de la matriz cementicia fue necesario definir los siguientes parámetros:

Angulo de expansión: es el ángulo de dilatación medido a alta presión de confinamiento. Este controla una cantidad de la deformación volumétrica plástica desarrollada durante el corte plástico y se asume constante durante la flexibilización plástica. Para la elección de este parámetro primero se utilizó el valor de 13 (utilizado en otro estudio [18]), pero debido a la dificultad de convergencia con este valor, se probaron otros valores, donde el valor de 31 fue el valor que más facilito la convergencia de los modelos.

Excentricidad: es un parámetro que define la velocidad a la que la función se aproxima a la asíntota (el potencial de flujo tiende a ser una línea recta, mientras que la excentricidad tiende a cero). La

excentricidad predeterminada sugerida por Abaqus es de 0.1, lo que implica que el material tenga casi el mismo ángulo de dilatación en un amplio rango de valores de presión de confinamiento.

Parámetro de forma de la superficie de plastificación K : es la relación de la segunda tensión invariante en el meridiano de tracción, a la del meridiano de compresión, en el rendimiento inicial para cualquier valor dado de la presión invariante p , de modo que la tensión principal máxima sea negativa, esta debe cumplir la condición $0.5 < K \leq 1.0$, donde el valor predeterminado es igual a $2/3$.

Relación entre la tensión a compresión máxima uniaxial y biaxial: es la relación entre la tensión de rendimiento de la compresión biaxial inicial y la tensión de rendimiento de la compresión uniaxial inicial. Su valor predeterminado es igual a 1.16

Regularización viscoplástica: Los modelos de materiales que exhiben un comportamiento suavizante y una degradación de la rigidez a menudo conducen a graves dificultades de convergencia en los programas de análisis implícito, como Abaqus. Una técnica común para superar algunas de estas dificultades de convergencia es el uso de una regularización viscoplástica de las ecuaciones constitutivas, lo que hace que la rigidez tangente constante del material suavizante se vuelva positiva durante incrementos de tiempo suficientemente pequeños.

El uso de la regularización viscoplástica con un valor pequeño para el parámetro de viscosidad (pequeño comparado con el incremento de tiempo característico) generalmente ayuda a mejorar la tasa de convergencia del modelo en el régimen de reblandecimiento, sin comprometer los resultados. Para la elección de este valor se probaron los valores de 0.001, 0.002 y 0.003, donde el valor de 0.003 fue el único que permitió la convergencia del modelo.

Una vez definidas estas propiedades se procedía a calcular las curvas de esfuerzo-deformación de la matriz y las variables de daños correspondiente. Debido a que los especímenes estaban sometidos a tracción directa, solo se tomó en cuenta el rango plástico del comportamiento a tracción del mortero. Para calcular estas variables de daño se utilizó el procedimiento publicado por [18]. A continuación, se describe este procedimiento:

1. Los datos de entrada son: la resistencia de compresión (f_{cm}) y a tracción (f_{tm}), y el módulo de elasticidad del mortero (E_m) obtenidos experimentalmente en [14], y el tamaño de malla l_{eq} el cual fue igual a 5mm (seleccionado después de utilizar diferentes tipos de mallado).
2. Se calcula la energía de rotura (G_f):

$$G_f = 0.073 f_{cm}^{0.18} \quad (1)$$

1. Se calcula la apertura de fisura crítica (w_c):

$$w_c = \frac{5.14 G_f}{f_{tm}} \quad (2)$$

2. Se construye la zona de comportamiento plástico del mortero sometido a tracción uniaxial a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\sigma_t(w)}{f_{tm}} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] e^{-c_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \quad (3)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{tm} + \frac{w}{l_{eq}} \quad (4)$$

Donde w es el ancho de fisura.

3. Se calcula los parámetros de daño a tracción (a_t y b_t). Donde a_t será igual a 1, pues f_{tm} y f_{t0} tienen el mismo valor:

$$a_t = 2 \left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}} \right) - 1 + 2 \sqrt{\left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}} \right)^2 - \frac{f_{tm}}{f_{t0}}} \quad (5)$$

$$b_t = \frac{0.453 f_{ck}^{2/3}}{G_f} l_{eq} \quad (6)$$

4. Finalmente se calculan las variables de daño a tracción (d_t)

$$d_t = 1 - \frac{1}{2 + a_t} \left[2(1 + a_t) \exp(-b_t \varepsilon_t^{c_k}) - a_t \exp(-2b_t \varepsilon_t^{c_k}) \right] \quad (7)$$

En la Figura 2 se muestra el diagrama de esfuerzo-deformación calculado a partir del procedimiento menciona anteriormente.

Luego de calcular e introducir los datos de esfuerzo-deformación de la zona plástica y las variables de daños del mortero en Abaqus, y concluida la definición de los materiales, se procedía a establecer las condiciones de contorno.

Para esto se fijó (restricción de desplazamiento en todas las direcciones) unas de las caras transversales del modelado del mortero (sólido deformable), y se le impuso un desplazamiento en la cara opuesta

equivalente la capacidad de deformación del tipo de malla simulada (en el caso del algodón fue necesario aumentar el desplazamiento impuesto para alcanzar la tensión de rotura de la malla).

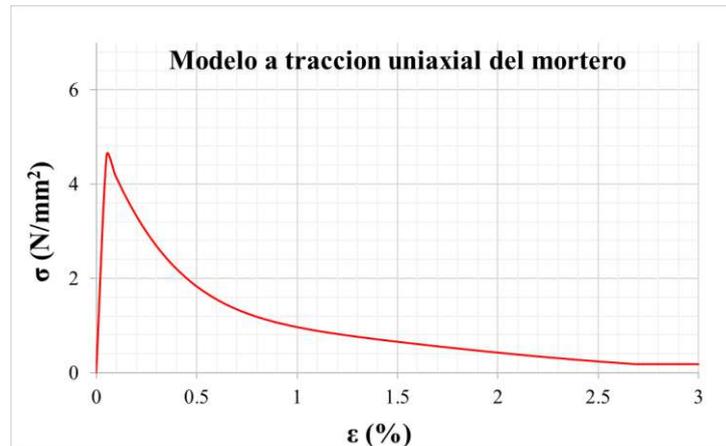


Figura 2. Modelo a tracción uniaxial del mortero

Luego se definió el mallado del modelo, el tamaño de cada elemento fue de 5mm tanto en los elementos tipos “truss” como en el sólido deformable. A raíz de este mallado se obtuvieron un total de 800 elementos para el sólido deformable y 160 elementos para los elementos tipo truss.

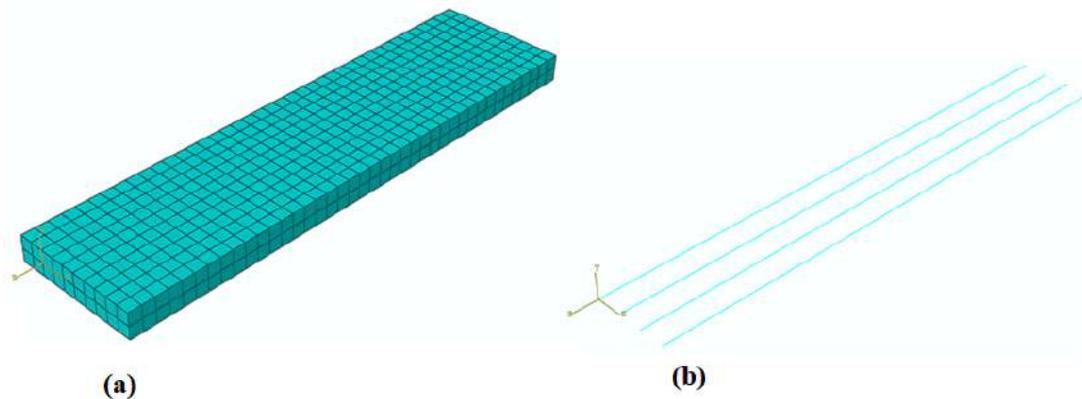


Figura 3. Mallado de FRCM: (a) Sólido deformable, (b) Elemento tipo truss

Una vez definida la malla se procedía realizar el análisis estructural.

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Para identificar la ruptura en los modelos de FRCM de fibras vegetales se tomó como criterio de fallo la tensión de rotura de cada malla (ver Tabla 1).

En la Figura 4 muestra las tensiones soportada por el mortero cuando se alcanza la tensión de rotura de la malla. En ésta se observa como la matriz que menos daños sufre es la de cáñamo, seguida por la de lino, sisal y algodón. Este orden corresponde al mayor desplazamiento aplicado para cada caso, que a su vez dependió de la capacidad de deformación de la malla.

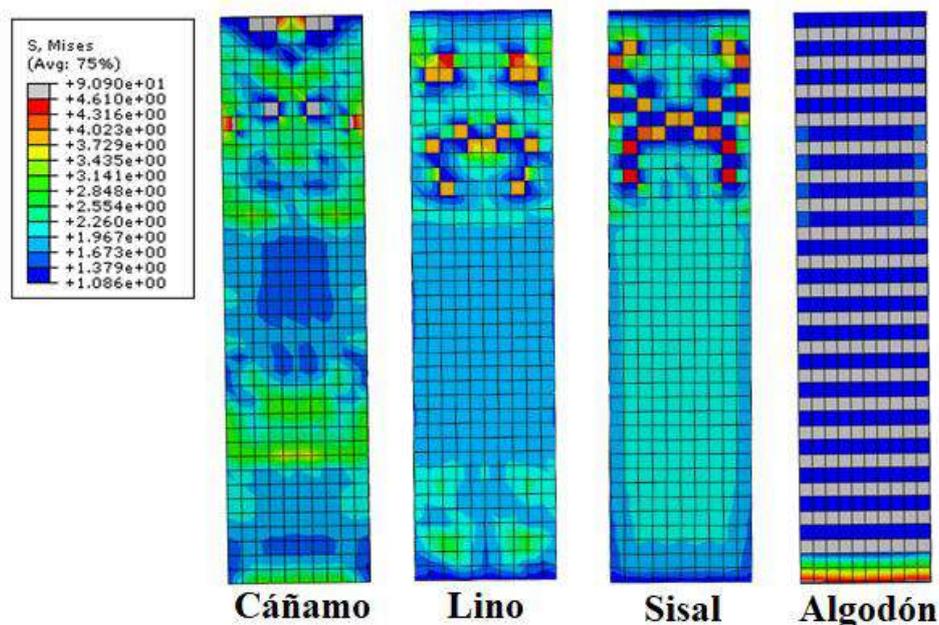


Figura 4. Fallos de modelos de FRCM

Los resultados de cada uno de los modelos se presentan en la Tabla 2. En esta se muestran los resultados de tensión de fisuración (σ_{mc}) y última (σ_{cu}), obtenidas para cada modelo a partir de la relación entre la fuerza de reacción (obtenido por Abaqus) y el área de sección bruta del FRCM (500 mm²) para la tensión de fisuración, y el área de sección transversal de la malla para el caso de la tensión última. Juntos con éstas también se presenta el porcentaje de variación con respecto a los resultados experimentales (Δ_{exp}) y analíticos (Δ_a).

Tabla 2. Resultados de modelos numéricos de FRCM

Fibras	Cáñamo	Lino	Sisal		Algodón		
Modelo	1	1	1	2	1	2	3
σ_{mc} (MPa)	4.97	4.90	5.08	3.81	5.73	5.75	4.31
Δ_{exp} (%)	-9.71	11.92	30.82	-1.89	104.69	105.30	53.98
Δ_a (%)	3.03	2.13	52.42	14.32	76.35	76.88	32.66
σ_{cu} (MPa)	575.39	668.03	120.36	90.27	145.66	140.54	105.40
Δ_{exp} (%)	3.81	desp	desp	desp	51.83	46.48	9.86
Δ_a (%)	10.50	5.94	7.98	-19.01	58.32	52.75	14.56
E_I (MPa)	9.25	9.25	9.31	6.98	8.42	8.25	6.19
Δ_{exp} (%)	-56.99	-32.64	-44.37	-58.28	35.36	32.63	-0.53
Δ_a (%)	-0.77	-0.45	8.28	-18.79	0.35	-1.67	-26.25
E_{III} (MPa)	35.49	34.24	4.89	3.67	1.75	0.76	0.57
Δ_{exp} (%)	-23.14	desp	desp	desp	231.13	44.27	8.21
Δ_a (%)	14.31	-36.76	-12.77	-34.58	230.64	44.06	8.05

desp= ensayos experimentales que fallaron por desprendimiento del mortero

También se muestran los módulos de elasticidad de la zona 1 (E_I) y 3 (E_{III}) obtenidos a partir de las pendientes de estas zonas en los diagramas de esfuerzo-deformación (ver Figura 5). En cálculo de E_I se

utilizó el área de sección transversal bruta del FRCM, y para el cálculo de E_{III} el área de sección transversal de la malla.

El porcentaje de variación para la tensión última, y módulo de elasticidad de la zona 3, no fue calculado en los casos de resultados experimentales donde hubo desprendimiento de mortero, debido a que este tipo de fallo no fue considerado en los modelos numéricos, ni en los analíticos.

El número de modelo indica los modelos realizados por cada tipo de fibras. Para el caso del cáñamo y el lino solo fue utilizado un modelo, debido a que los resultados obtenidos con este se aproximaron bastante a los resultados experimentales y analíticos. Sin embargo, en el caso del sisal fue necesario un segundo modelo y en el de algodón un segundo y un tercer modelo.

Como se muestra en la Tabla 2 y la Figura 7, en el caso del algodón se observa un comportamiento diferente al obtenido experimental y analíticamente. Pues en el caso del modelo numérico se observa una caída muy brusca de las tensiones una vez alcanzada la tensión de fisuración, y una pendiente de recuperación de tensiones muy pronunciada.

La caída brusca de tensiones puede deberse al bajo módulo de elasticidad del algodón (esta caída también es apreciable en los datos experimentales), lo cual evita la pronta recuperación de las tensiones, y la pendiente más pronunciada se debe a que el modelo de comportamiento uniaxial asumido del mortero ya está muy debilitado debido a la capacidad de deformación de la malla.

Para este caso fue necesario modificar el modelo uniaxial del mortero (Figura 5), suponiendo una tensión de fisuración constante al llegar al 60% de degradación de la tensión de fisuración (ver Figura 6 Figura 5 y 6). Esto supuso que el aumento progresivo de las tensiones en el algodón se vea afectado por la rigidez del mortero que siguió soportando carga hasta la tensión de rotura de la malla (Figura 6: modelo 2).

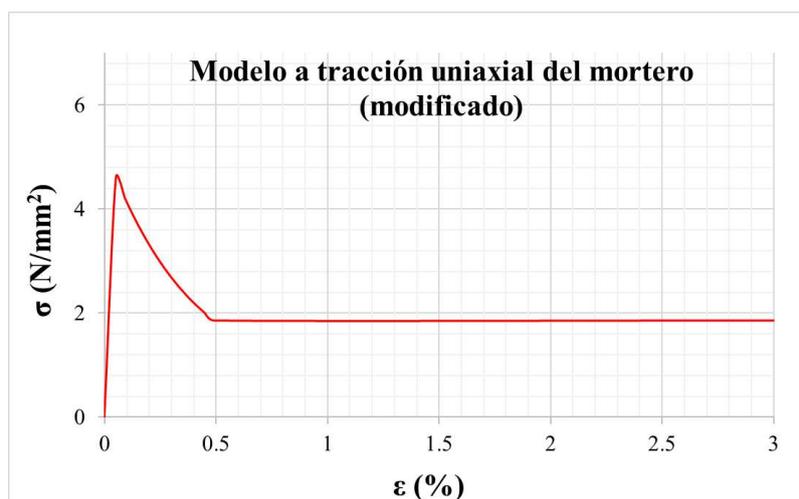


Figura 5. Modelo a tracción uniaxial modificado

En el caso del algodón (modelo 1 y 2) y del sisal (modelo 1), las tensiones de fisuración y última fueron bastantes superiores a las tensiones obtenidas experimental y analíticamente. Por lo que fue necesario utilizar el coeficiente de reducción de tensión de fisuración (0.75) utilizado en el estudio analítico

presentado en [14] para los casos en que el módulo de elasticidad de la malla es menor que el de la matriz (ver Figura 6).

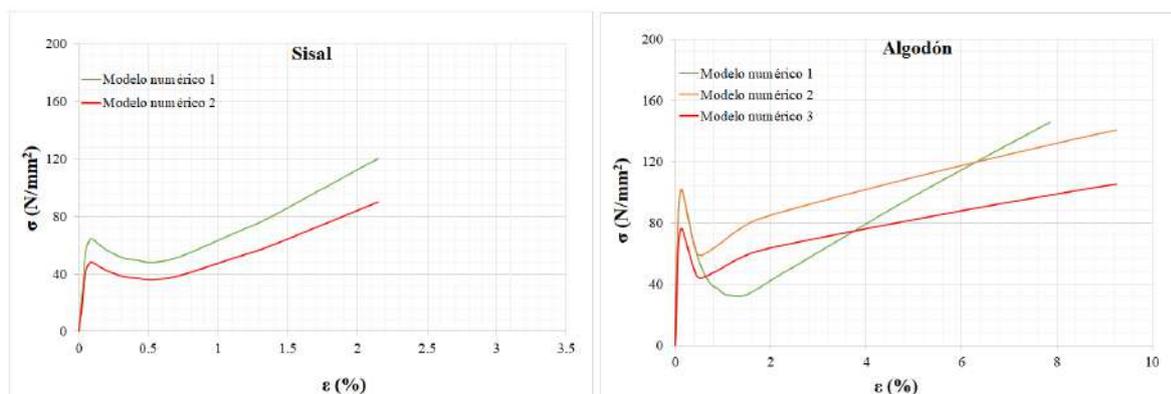


Figura 6. Modelos modificados de FRCM de sisal y algodón

Los resultados presentados en la Tabla 2, son mejor apreciados en los diagramas de esfuerzo-deformación de la Figura 7. En esta se muestra la comparación de los modelos numéricos con los resultados experimentales y analíticos.

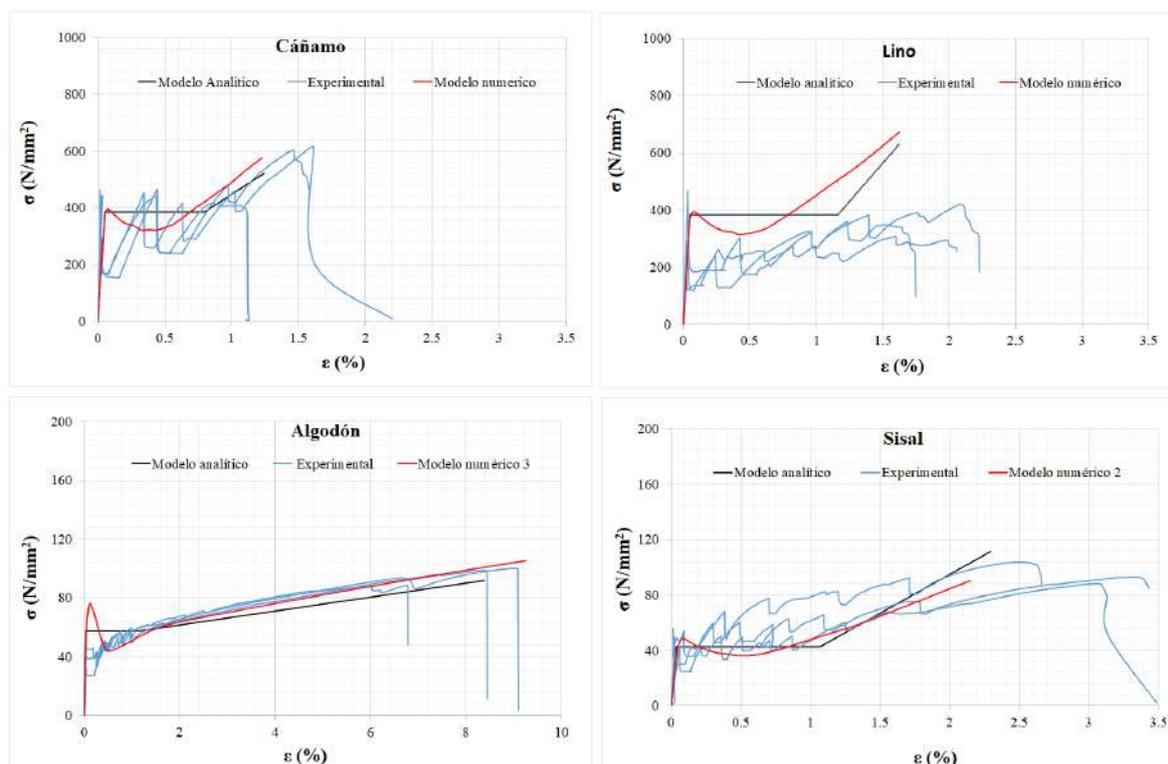


Figura 7. Diagrama esfuerzo-deformación de especímenes de FRCM a tracción

En la Figura 7 se muestra una mejor aproximación a los resultados analíticos que a los experimentales. Pues el modelo numérico tampoco fue capaz de reproducir el incremento inestable de tensiones debido a la interacción malla-matriz.

A continuación, se analiza para cada tipo de fibras las variaciones entre los resultados de los modelos numéricos con respecto a los resultados experimentales y analíticos.

FRCM-cáñamo: En este caso se presentaron variación con respecto a los resultados experimentales y analítico entre 3 y 10 % para las tensiones de fisuración y última. En el caso de los módulos de elasticidad también se presentaron variaciones bastante próximas a los resultados analíticos (0.8 y 14%), pero con respecto los resultados experimentales estos presentan variaciones muy altas (23 y 57%), lo cual puede deberse los altos coeficientes de variación presentados por los datos experimentales (ver [14]).

FRCM-lino: En este al igual que en el cáñamo la variación con los resultados analíticos para la tensión última, tensión de fisuración y módulo de la zona I fue bastante baja. Sin embargo, en cuanto a los resultados experimentales, se observa altas variaciones, esto debido a los posibles deslizamientos entre malla-matriz, evidenciados por los fallos por desprendimiento del mortero presentados durante los ensayos de estos tipos de espécimen.

FRCM-Sisal: En este caso al igual que en el lino la variación con los datos experimentales es muy alta debido al fallo por desprendimiento ocurridos en estos especímenes. Sin embargo, en el caso del modelo 2 del sisal fue posible aproximarse bastante a la tensión de fisuración experimental y analítica, aunque en los demás casos presento variaciones más altas que el modelo 1 con respecto a los resultados analíticos.

FRCM-Algodón: en el caso del modelo 3 de algodón en todas las propiedades se lograron variaciones más bajas que en los demás modelos de algodón, con excepción del módulo de elasticidad en la zona I, el cual presento una variación más alta en comparación con los resultados analíticos. A pesar de esto la tensión de fisuración del modelo 3 también presento altas variaciones con respecto a los resultados experimentales y analíticos (54 y 32%). Sin embargo, en los demás casos se presentaron variaciones entre 0.5 y 15%.

En general los modelos numéricos presentados en este estudio fueron capaces de simular de manera aproximada (con excepción de modelo 1 y 2 del FRCM de algodón) el comportamiento analítico y experimental (con excepción de los que fallaron por desprendimiento) presentado en estudios anteriores. Por lo que estos modelos representan una herramienta de cálculo efectiva para el análisis de FRCM de fibras vegetales donde la interacción entre malla y matriz sea lo suficientemente buena para impedir los fallos por deslizamiento o desprendimiento del mortero. Además, el tiempo de duración de cada análisis numérico fue de aproximadamente 2 minutos, lo que representa un bajo costo computacional.

4. CONCLUSIONES

A raíz de los ensayos experimentales y modelos analíticos de especímenes de FRCM presentados en otro estudio fue posible desarrollar modelos numéricos, y comparar sus resultados con los experimentales y analíticos. A partir de éstos se llega a las siguientes conclusiones:

- El modelo uniaxial basado en el daño plástico del mortero fue efectivo para reproducir el comportamiento de los FRCM de cáñamo, lino y sisal. Sin embargo, en el caso del algodón

fue necesario suponer una tensión del mortero constante al llegar al 60% de degradación de la tensión máxima del mortero.

- En los casos de FRCM de sisal y algodón, fue necesario utilizar el coeficiente de reducción de tensión de fisuración utilizado en el modelo analítico presentado en estudios anteriores, para aproximar los resultados obtenidos a los resultados experimentales y analíticos.
- Los modelos numéricos de FRCM presentados en este estudio fueron capaces de simular de manera aproximada el comportamiento analítico y experimental presentado en estudios anteriores. Por lo que estos modelos representan una herramienta de cálculo efectiva para el análisis de FRCM de fibras vegetales donde la interacción entre malla y matriz sea lo suficientemente buena para impedir los fallos por deslizamiento o desprendimiento del mortero.

AGRADECIMIENTOS

Parte de esta investigación se ha llevado a cabo en el marco del proyecto REDUVE de la empresa AZVI cofinanciado por el CDTI (Gobierno de España). El primer autor agradece al Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (Mesyt) de la República Dominicana por su apoyo financiero a través de su programa de becas internacionales.

REFERENCIAS

- [1] C. Escrig, L. Gil, E. Bernat-Maso, Experimental comparison of reinforced concrete beams strengthened against bending with different types of cementitious-matrix composite materials, *Constr. Build. Mater.* 137 (2017) 317–329. doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.01.106.
- [2] V. Alecci, F. Focacci, L. Rovero, G. Stipo, M. De Stefano, Intrados strengthening of brick masonry arches with different FRCM composites: Experimental and analytical investigations, *Compos. Struct.* 176 (2017) 898–909. doi:10.1016/j.compstruct.2017.06.023.
- [3] V. Pino, A. Nanni, D. Arboleda, C. Roberts-Wollmann, T. Cousins, Repair of Damaged Prestressed Concrete Girders with FRP and FRCM Composites, *J. Compos. Constr.* 21 (2016) 4016111. doi:http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000773.
- [4] A. Prota, G. Marcari, G. Fabbrocino, G. Manfredi, C. Aldea, Experimental In-Plane Behavior of Tuff Masonry Strengthened with Cementitious Matrix–Grid Composites, *J. Compos. Constr.* 10 (2006) 223–233. doi:10.1061/(ASCE)1090-0268(2006)10:3(223).
- [5] J. Donnini, G. Lancioni, V. Corinaldesi, Failure modes in FRCM systems with dry and pre-impregnated carbon yarns : Experiments and modeling, *Compos. Part B.* 140 (2018) 57–67. doi:10.1016/j.compositesb.2017.12.024.
- [6] E. Grande, G. Milani, Interface modeling approach for the study of the bond behavior of FRCM strengthening systems, *Compos. Part B.* 141 (2018) 221–233. doi:10.1016/j.compositesb.2017.12.052.
- [7] E. Grande, M. Imbimbo, E. Sacco, Numerical investigation on the bond behavior of FRCM strengthening systems, *Compos. Part B.* 145 (2018) 240–251. doi:10.1016/j.compositesb.2018.03.010.
- [8] F.G. Carozzi, G. Milani, C. Poggi, Mechanical properties and numerical modeling of Fabric Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) systems for strengthening of masonry structures, *Compos. Struct.* 107 (2014) 711–725. doi:10.1016/j.compstruct.2013.08.026.
- [9] C. Carloni, T.D. Antino, L.H. Sneed, C. Pellegrino, Three-Dimensional Numerical Modeling of Single-Lap Direct Shear Tests of FRCM-Concrete Joints Using a Cohesive Damaged Contact Approach, *22* (2018) 1–10. doi:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000827.

- [10] C. Menna, D. Asprone, M. Durante, A. Zinno, A. Balsamo, A. Prota, Structural behaviour of masonry panels strengthened with an innovative hemp fibre composite grid, *Constr. Build. Mater.* 100 (2015) 111–121. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.09.051.
- [11] D. Snoeck, P.A. Smetryns, N. De Belie, Improved multiple cracking and autogenous healing in cementitious materials by means of chemically-treated natural fibres, *Biosyst. Eng.* 139 (2015) 87–99. doi:10.1016/j.biosystemseng.2015.08.007.
- [12] R.S. Olivito, O.A. Cevallos, A. Carrozzini, Development of durable cementitious composites using sisal and flax fabrics for reinforcement of masonry structures, *Mater. Des.* 57 (2014) 258–268. doi:10.1016/j.matdes.2013.11.023.
- [13] O.A. Cevallos, R.S. Olivito, Effects of fabric parameters on the tensile behaviour of sustainable cementitious composites, *Compos. Part B Eng.* 69 (2014) 256–266. doi:10.1016/j.compositesb.2014.10.004.
- [14] L. Mercedes, L. Gil, E. Bernat-maso, Mechanical performance of vegetal fabric reinforced cementitious matrix (FRCM) composites, *Constr. Build. Mater.* 175 (2018) 161–173. doi:10.1016/j.conbuildmat.2018.04.171.
- [15] P. Wambua, J. Ivens, I. Verpoest, Natural fibres: Can they replace glass in fibre reinforced plastics?, *Compos. Sci. Technol.* 63 (2003) 1259–1264. doi:10.1016/S0266-3538(03)00096-4.
- [16] Simulia, Abaqus 6.11. User’s Manual, (2011).
- [17] E. Bertolesi, F.G. Carozzi, G. Milani, C. Poggi, Numerical modeling of Fabric Reinforce Cementitious Matrix composites (FRCM) in tension, *Constr. Build. Mater.* 70 (2014) 531–548. doi:10.1016/j.conbuildmat.2014.08.006.
- [18] B. Alfarah, F. López-Almansa, S. Oller, New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures, *Eng. Struct.* 132 (2017) 70–86. doi:10.1016/j.engstruct.2016.11.022.
- [19] N.L. Jorge, Analisis de la aplicacion del metodo de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado, (2008).
- [20] Y. Sümer, M. Aktaş, Defining parameters for concrete damage plasticity model, 1 (2015) 149–155.
- [21] E. Bertolesi, G. Milani, C. Poggi, Simple holonomic homogenization model for the non-linear static analysis of in-plane loaded masonry walls strengthened with FRCM composites, *Compos. Struct.* 158 (2016) 291–307. doi:10.1016/j.compstruct.2016.09.027.
- [22] EHE-08, Normativa de hormigón estructural en España, 1 (2008) 1689–1699. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.
- [23] L. Mercedes, L. Gil, E. Bernat-Maso, Mechanical performance of vegetal fabric reinforced cementitious matrix (FRCM) composites, *Constr. Build. Mater.* 175 (2018) 161–173. doi:10.1016/j.conbuildmat.2018.04.171.

Numerical models for mammoplasty simulations

Lapuebla-Ferri, Andrés¹; Pérez del Palomar, Amaya²; Cegoñino, José²; Jiménez-Mocholí, Antonio José.¹

ABSTRACT

Female breast is a fundamental organ to sustain the newborn during lactation, and it is relevant for the social and affective relationships of the woman. A mammoplasty is a surgical intervention that is aimed to correct some type of deformity or improve the appearance of the breast. In particular, an augmentation mammoplasty consists of increasing the volume of the breast by inserting prosthesis, mostly for aesthetic purposes.

At present, no method exists to predict the final appearance of the breast following an augmentation mammoplasty. In fact, the results depend on the clinician skills. The present work summarizes the main contributions of the Finite Element (FE) simulations to surgical planning and prognosis of breast mammoplasties during the last decade. An original contribution of the authors to simulate an augmentation mammoplasty is also described.

Keywords: breast mammoplasty, computer simulations, numerical model, Finite Element Method.

1. INTRODUCCIÓN

Una *mamoplastia de aumento* es una intervención quirúrgica que consiste en la inserción de prótesis para modificar el volumen y la forma de la mama, obedeciendo por lo general a motivos estéticos.

Según la American Society of Plastic Surgeons [1], esta intervención ha ido ganando popularidad en la última década (Figura 1). Paralelamente, las exigencias en los resultados han sido cada vez mayores, aunque resulta paradójico que el éxito de una intervención de estas características dependa principalmente de la pericia del personal clínico que la lleva a cabo. A su vez, buena parte del éxito de la mamoplastia de aumento reside en una adecuada planificación preoperatoria [2] que, entre otros factores, debe recopilar información acerca del estado de salud de la paciente o la localización, la forma y el tamaño de los implantes.

Una de las principales dificultades encontradas en la práctica clínica para predecir el aspecto final de la mama tras una mamoplastia de aumento radica en la misma biomecánica mamaria. La mama es un órgano superficial situado en la parte anterior del tórax, compuesto por diversos tejidos blandos (Figura 2) cuyas proporciones varían dependiendo de factores como la edad o la raza [3]. La mama es altamente deformable bajo fuerzas aplicadas, como la acción gravitatoria o las generadas durante la cirugía.

¹ Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universitat Politècnica de València. València, España. anlafer0@mes.upv.es (Corresponding author), ajimene@mes.upv.es.

² Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Zaragoza. Zaragoza (España). amaya@unizar.es, jcegoni@unizar.es

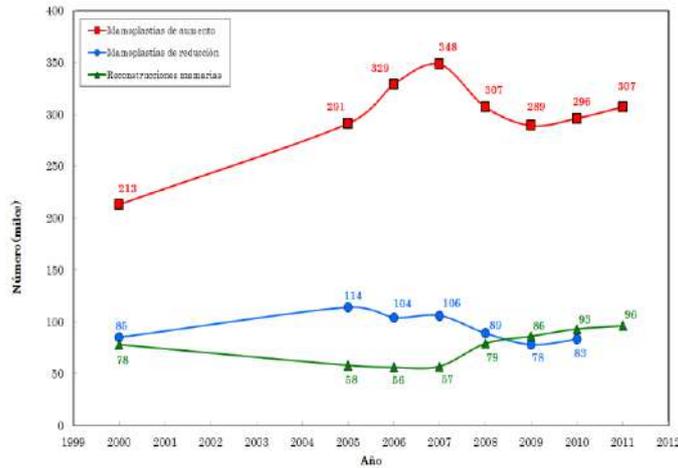


Figura 1. Número de intervenciones mamarias realizadas en EEUU en el año 2000 y en el periodo 2005-2011 (fuente: elaboración propia, según los datos de [1]).

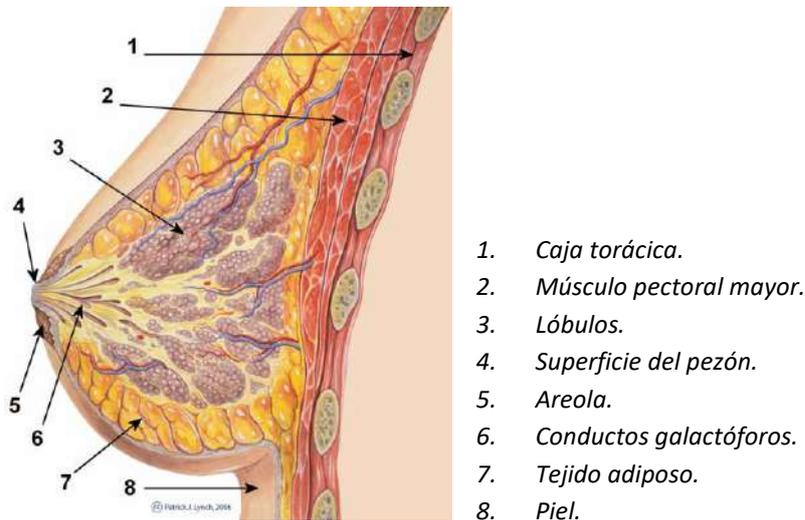


Figura 2. Sección de una mama premenopáusica femenina (fuente: Patrick J. Lynch, con licencia Creative Commons, Atribución 3.0 Unported. <https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/deed.es>).

Este trabajo tiene como objetivo describir el papel de la simulación computerizada como herramienta de apoyo a la planificación y la prognosis quirúrgica. En la actualidad hay pocos estudios publicados acerca de simulaciones de mamoplastias. Williams y colaboradores [4] elaboraron modelos 3D de elementos finitos para simular reconstrucciones mamarias con el uso de implantes. En el modelo se incluyeron la piel y el tejido adiposo, pero no se llevó a cabo ningún procedimiento de validación.

Roose y colaboradores [5] simularon un caso clínico real, obteniendo un error máximo de 8.5 mm. En este trabajo no se hizo constar ni la parametrización del modelo ni el proceso de validación de los resultados, pero se concluyó que no era necesario diferenciar los tejidos internos de la mama, pudiendo asumir en su lugar un medio homogeneizado y obtener buenos resultados. Esta conclusión

justifica que para las simulaciones se empleen valores de constantes elásticas procedentes de otros trabajos, ya que es habitual desconocer los valores de los tejidos de la paciente en estudio.

Cabe indicar aquí que los tejidos biológicos *in vivo*, como los que conforman la mama, son bifásicos, presentan actividad metabólica y sus propiedades mecánicas varían con el tiempo, el nivel de deformación o la escala de estudio, ya que su estructura interna está fuertemente jerarquizada [6]. La Figura 3 muestra la respuesta tensión-deformación no lineal de un tejido blando.

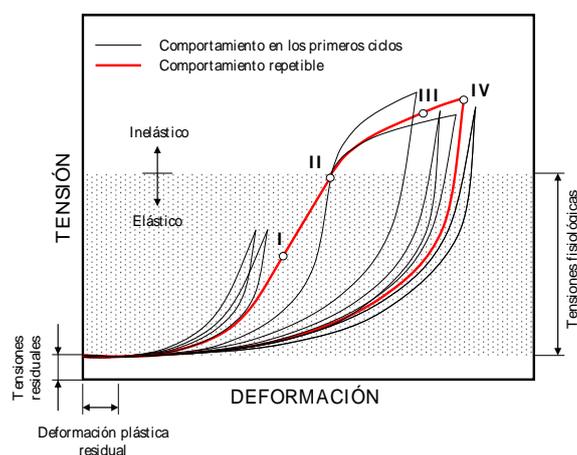


Figura 3. Diagrama constitutivo de un tejido blando (fuente: elaboración propia, adaptada de [7] y [8]).

A la *no linealidad geométrica* – la alta deformabilidad de la mama hace que las fuerzas aplicadas no sean proporcionales a las deformaciones – se añade la *no linealidad del material* por los factores citados anteriormente (entre otros)³. Su consideración simultánea dentro de un único modelo constitutivo tenso-deformacional para los tejidos mamarios resultaría en un estudio inabordable. En estos casos, se establecen un conjunto de hipótesis simplificativas:

- *Homogeneidad*, establecida por Roose [5] y adoptada en otros trabajos subsiguientes.
- *Incompresibilidad*, justificada por la presencia de agua intersticial.
- *Isotropía*, debida a la aleatoriedad en la distribución de las fibras de colágeno.

Roose y colaboradores [10] afirmaron que debían definirse unas adecuadas condiciones de contorno para aumentar la *biofidelidad* de los modelos [11]. Se consideró para la mama un medio homogéneo, elástico y lineal y, en un estudio elaborado con 4 pacientes se obtuvo un error medio inferior a 4 mm entre la deformada del modelo y la geometría real, con un error máximo de 9 mm. Posteriormente, Pérez del Palomar y colaboradores [12] elaboraron un modelo para predecir las deformaciones en la mama en un caso de mamoplastia de reducción, asumiendo un medio homogeneizado con un comportamiento hiperelástico neo-Hookeano. Las deformadas resultantes se compararon con imágenes médicas multimodales y se compararon los movimientos de la mama con marcas manuales e imágenes tridimensionales, con buenos resultados (Figura 4).

³ En las simulaciones computerizadas de mamografías (véase por ejemplo [9]) cabría añadir una *no linealidad de contacto* para simular la citada práctica clínica.

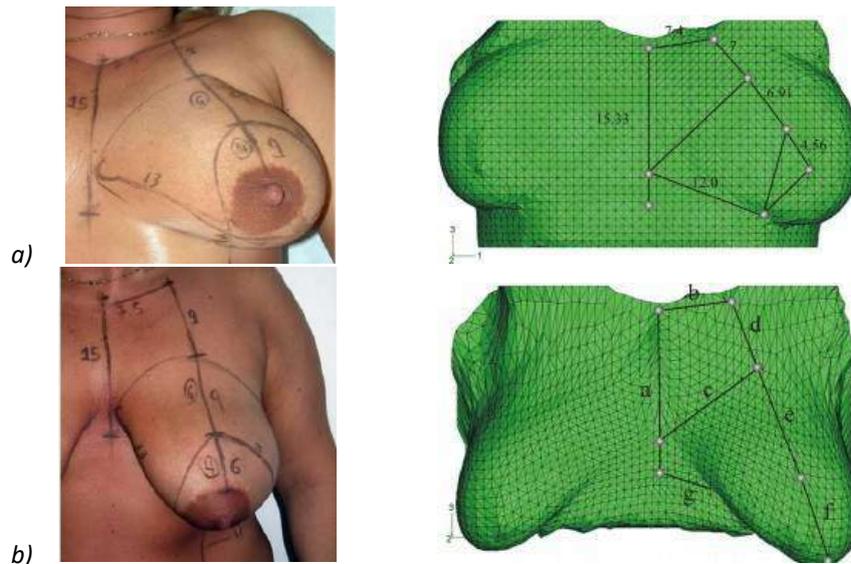


Figura 4. Simulación de la deformabilidad de la mama. a) Paciente y modelo numérico en posición decúbito supino. b) Paciente y modelo de pie (fuente: elaboración propia).

En este marco, los siguientes apartados describen una contribución de los autores, que desarrollaron una metodología con la que simular la inserción de prótesis en la mama y la posterior comparación de los resultados numéricos con los obtenidos en la práctica clínica.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El modelo numérico de la mama se realizó a partir de una serie de tomografías, tomadas a la paciente antes de someterse a una mamoplastia de aumento. Después de la intervención, se tomó una nueva serie de tomografías, que se emplearía para comprobar los resultados obtenidos (Figura 5).

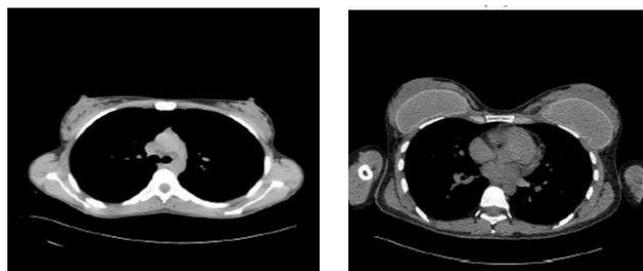


Figura 5. Imágenes TAC de la paciente antes (izquierda) y después (derecha) de la intervención.

A partir de la escala de grises de los píxeles de las imágenes se pudo calcular la densidad de cada tejido, definida en unidades Hounsfield. Aplicando ciertos valores umbral, se pudieron segmentar los distintos tejidos de la mama en virtud de un procedimiento semiautomatizado (Figura 6).

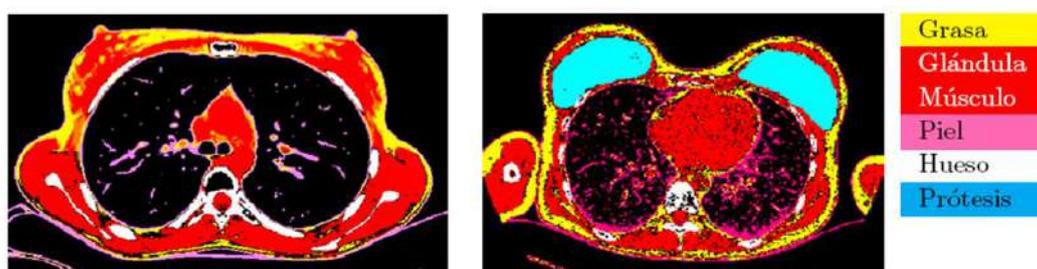


Figura 6. Segmentación de los tejidos mamarios (fuente: elaboración propia)..

A partir de la segmentación se generó un modelo geométrico tridimensional que incluía piel, grasa y glándula mamaria (Figura 7a). La grasa y la glándula se consideraron como un medio homogéneo, al igual que en trabajos previos [5] [10] [12] (al que se referirá en adelante como *complejo grasa-parénquima mamario*). El modelo geométrico se exportó al paquete MSC.PATRAN 2006r1 [13] para generar el modelo de elementos finitos, formado por 25088 nodos, 19584 hexaedros lineales para el complejo grasa-parénquima mamario y 5040 cuadriláteros lineales para la piel (Figura 7b).

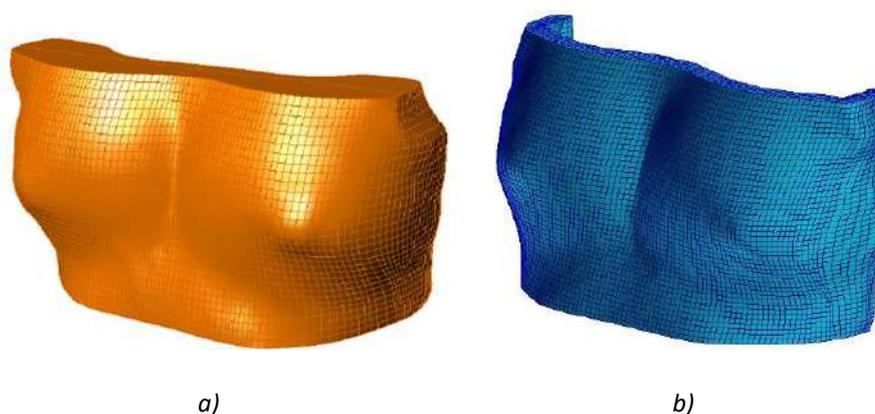


Figura 7. Modelos 3D de la paciente antes de la mamoplastia de aumento. a) Geométrico. b) Numérico (fuente: elaboración propia).

Teniendo en cuenta la alta deformabilidad de la mama, se decidió caracterizar los tejidos intervinientes en el modelo mediante modelos constitutivos hiperelásticos, cuya formulación es apropiada para su implementación en el Método de los Elementos Finitos [14]. Se escogió el modelo neo-Hookeano, que emplea una función densidad de energía de deformación dependiente del tensor de deformaciones de Cauchy-Green – Eq. (1), véase por ejemplo [15] –.

$$\psi = c_1 \cdot (I_1 - 3) \quad (1)$$

A falta de datos experimentales, el valor de la constante C_1 se calculó a partir del trabajo de Samani y colaboradores [16], quienes reportaron valores medios de los módulos de elasticidad para tejidos mamarios sanos ($E_{grasa} = 3.24$ kPa y $E_{glándula} = 3.25$ kPa). De este modo, se consideró un valor homogeneizado de 3.24 kPa para el complejo grasa-parénquima mamario. Por otro lado, considerando

un coeficiente de Poisson de $\nu = 0.499$ para tener en cuenta la hipótesis de incompresibilidad, el valor calculado para la constante del modelo neo-Hookeano del medio homogeneizado fue $C_1 = 0.54$ kPa.

En cuanto a la piel, se asumió un medio isótropo e hiperelástico capaz de soportar grandes deformaciones [17]. Se adoptó una función densidad de energía de deformación de tipo polinomial, cuya expresión se ajustó a los resultados tenso-deformacionales de los experimentos de Gambarotta y colaboradores [18]. A los elementos del modelo que representaban la piel se les asignó un espesor de 1 mm, de acuerdo con estudios anteriores [19]. Las relaciones constitutivas adoptadas para los tejidos se implementaron en ABAQUS v.6.5 [20]. Se previno el bloqueo de los elementos tetraédricos empleando una teoría estándar mixta.

En cuanto a las condiciones de contorno, se restringieron totalmente los movimientos de los nodos situados en las localizaciones de la Figura 8, puesto que dichas localizaciones permanecen fijas durante la intervención quirúrgica.

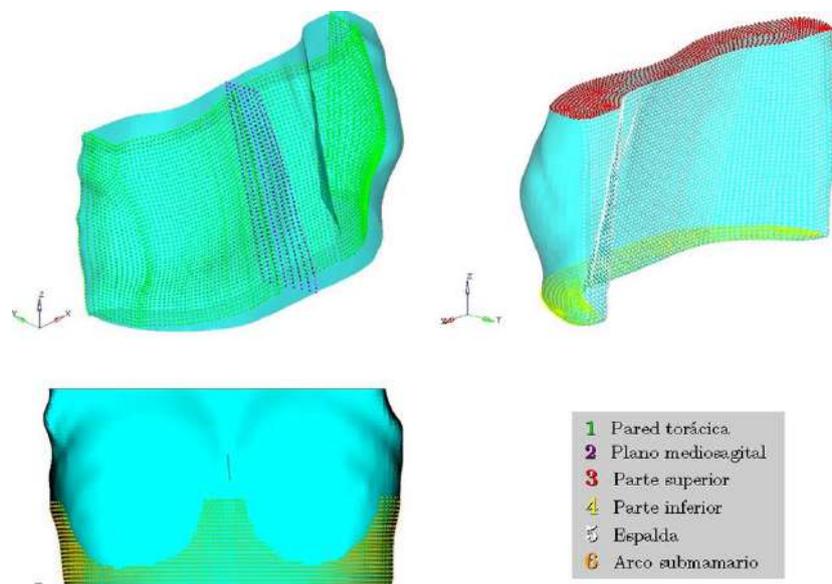


Figura 8. Restricciones cinemáticas de nodos del modelo (fuente: elaboración propia).

La inserción del implante en la mama se simuló a partir de la cinética de carga ilustrada en la Figura 9. Para comprenderla, es necesario conocer a grandes rasgos cómo se desarrolla una mamoplastia de aumento. Consiste en acceder al interior de la mama (por vía periolar o axilar) para crear un bolsillo interior donde alojar la prótesis en posición submuscular o subglandular (el nombre denota la posición relativa de la prótesis con respecto al músculo pectoral mayor: por encima o por debajo, respectivamente). Por consiguiente, la inserción de la prótesis implica un desplazamiento de los tejidos de la mama y un incremento de su volumen. En el modelo numérico, los bolsillos de alojamiento de las prótesis en cada mama se modelizaron mediante volúmenes huecos, que, a su vez, fueron generados por la aplicación de una presión P dentro de cada mama. La presión se aplicó en las localizaciones de las prótesis, cuya información se obtuvo de la serie de tomografías tomadas a la paciente (Figura 5).

Según la Figura 9, la configuración inicial Ω_0 del modelo era el estado de referencia mecánico. Se aplicó la presión en cada mama hasta que el volumen hueco se igualó con el volumen de las prótesis

implantadas a la paciente, llegándose a una configuración deformada Ω_1 . El análisis se realizó con el software ABAQUS [20], con el que se pudo calcular el gradiente de deformación asociado F_0^1 .

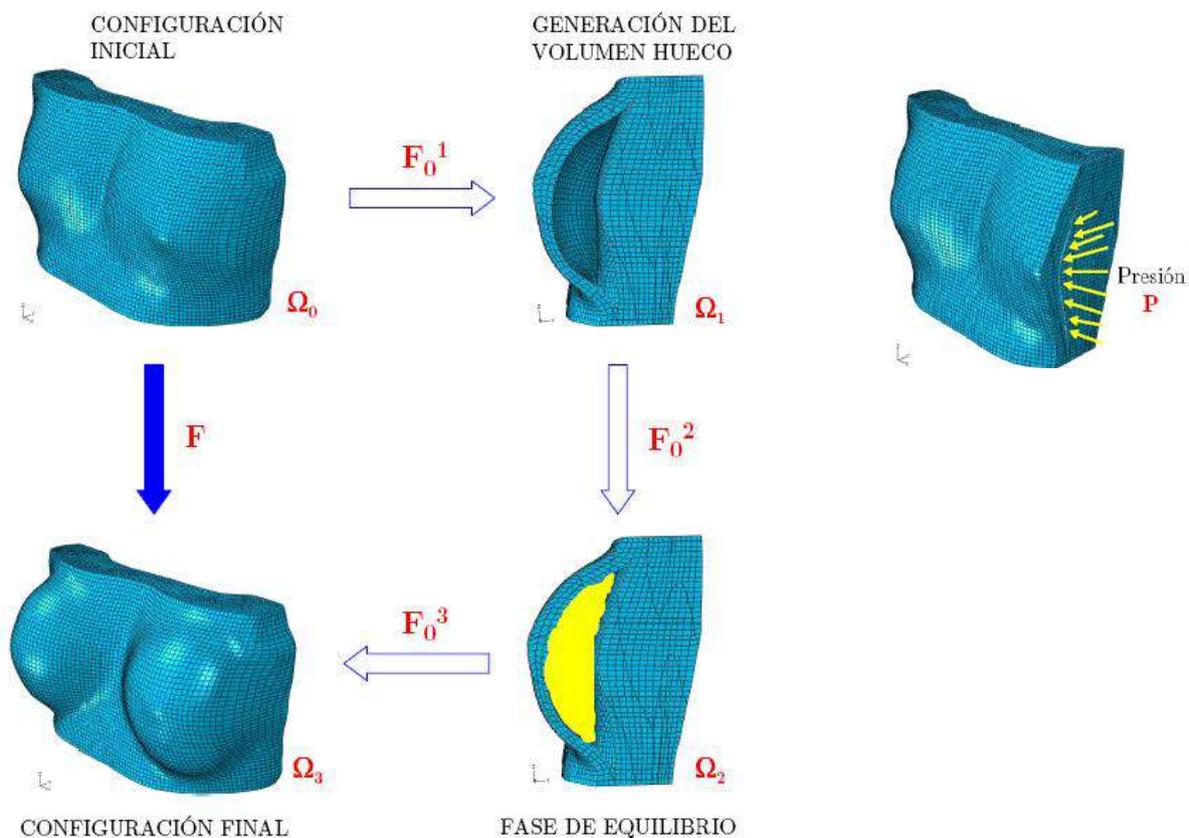


Figura 9. Cinética de carga del modelo (fuente: elaboración propia).

Se modificó el modelo en la nueva configuración, incluyendo 3639 elementos hexaédricos lineales adicionales para representar las prótesis (véase la Figura 10). Se aplicó el gradiente de deformación F_0^1 anteriormente obtenido, así como la presión P , y el modelo alcanzó una nueva configuración de equilibrio Ω_2 , con un gradiente de deformación asociado F_0^3 . Por último, se aplicó la acción gravitatoria al modelo, obteniendo una configuración final Ω_3 . El gradiente de deformación F de todas las transformaciones realizadas se indica en la Eq. (2):

$$F = F_0^3 \cdot F_0^2 \cdot F_0^1 \quad (2)$$

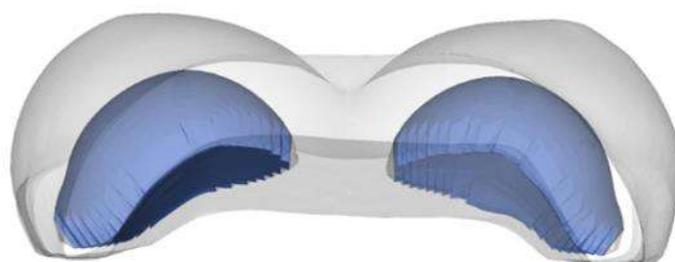


Figura 10. Vista de la deformada del modelo incluyendo las mallas de las prótesis incluidas (fuente: elaboración propia).

3. RESULTADOS

Como resultado de la metodología de simulación que se ha presentado en el apartado anterior, se obtuvo un modelo deformado que debía cumplir con la función para la que fue concebido, es decir, predecir el aspecto real de la paciente tras la intervención.

Para validar los resultados se plantearon tres métodos distintos:

- 1) Comparación *cualitativa* de la deformada final del modelo con el aspecto de la paciente tras la intervención (Figura 11 y Figura 12).
- 2) Mediante *marcadores nodales*. Esta práctica, habitual en Cirugía Reparadora y Estética, consiste en verificar la posición correcta de ciertas localizaciones anatómicas, como los pezones, el arco submamario, etc. (Figura 13).
- 3) Midiendo las *desviaciones* existentes entre puntos del modelo numérico con puntos homólogos en el modelo real (Figura 14).

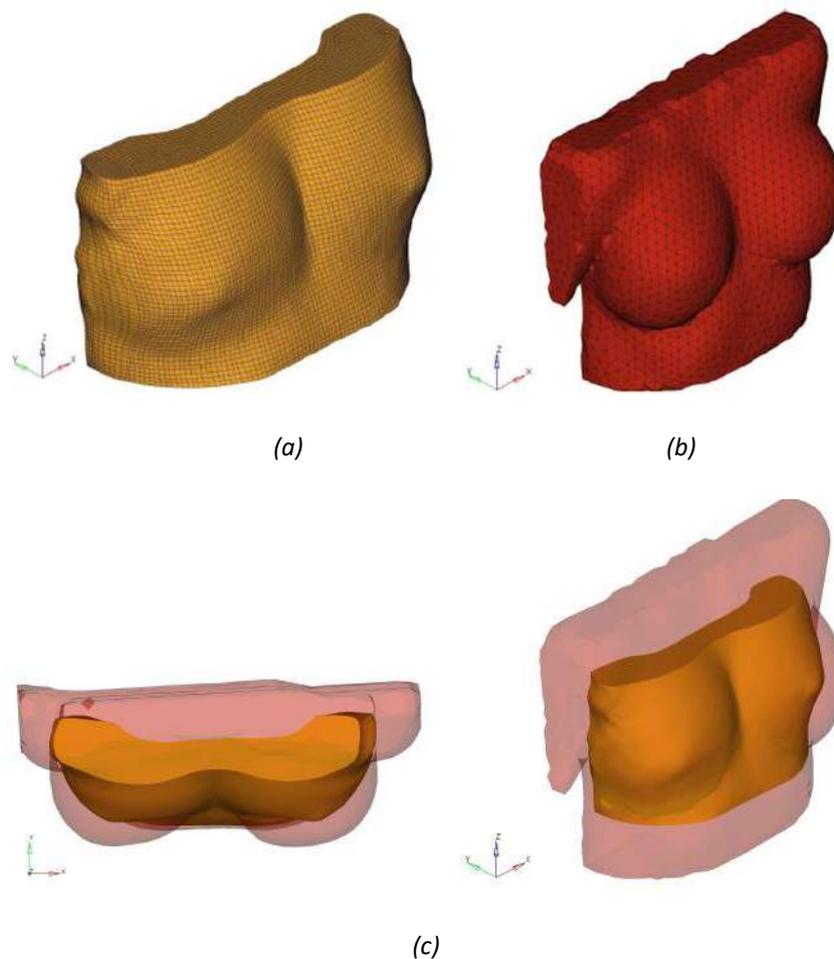


Figura 11. Modelos de la mama. (a) Modelo de elementos finitos de la mama (configuración indeformada). (b). Modelo geométrico de la paciente después de la intervención, obtenido a partir de la serie correspondiente de tomografías (Figura 5). (c) Superposición de los dos modelos (fuente: elaboración propia).

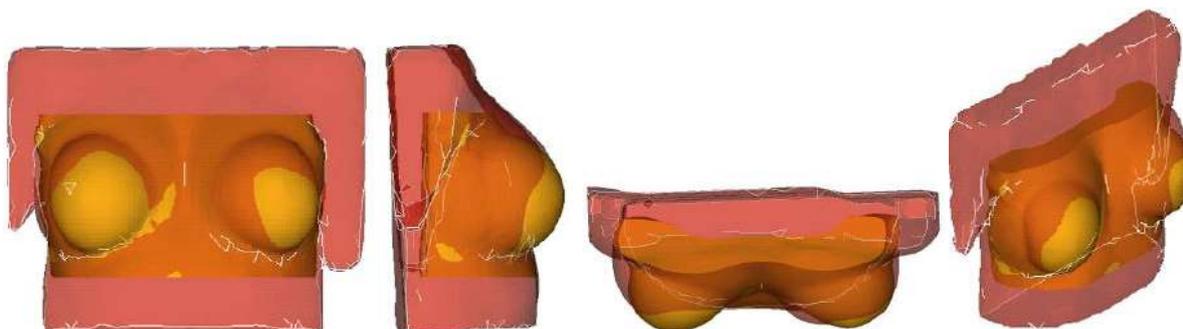


Figura 12. Superposición del modelo de elementos finitos de la mama (en amarillo, configuración deformada) con el modelo geométrico de la paciente tras la intervención (en rojo) (fuente: elaboración propia).

Con la comparación cualitativa (Figura 11) se comprobó que, con la metodología planteada, el modelo era capaz de reproducir los resultados de la mamoplastia de aumento llevada a cabo sobre la paciente.

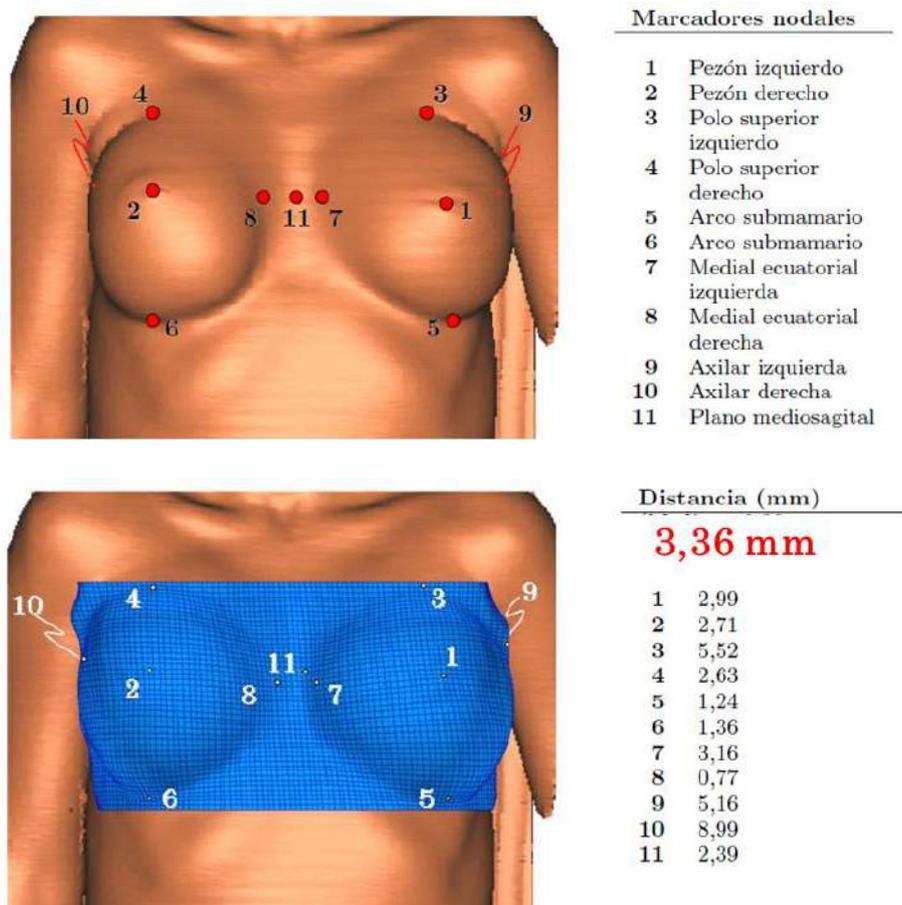


Figura 13. Comparación de la deformada del modelo numérico con el aspecto real de la paciente empleando 11 marcadores nodales (fuente: elaboración propia).

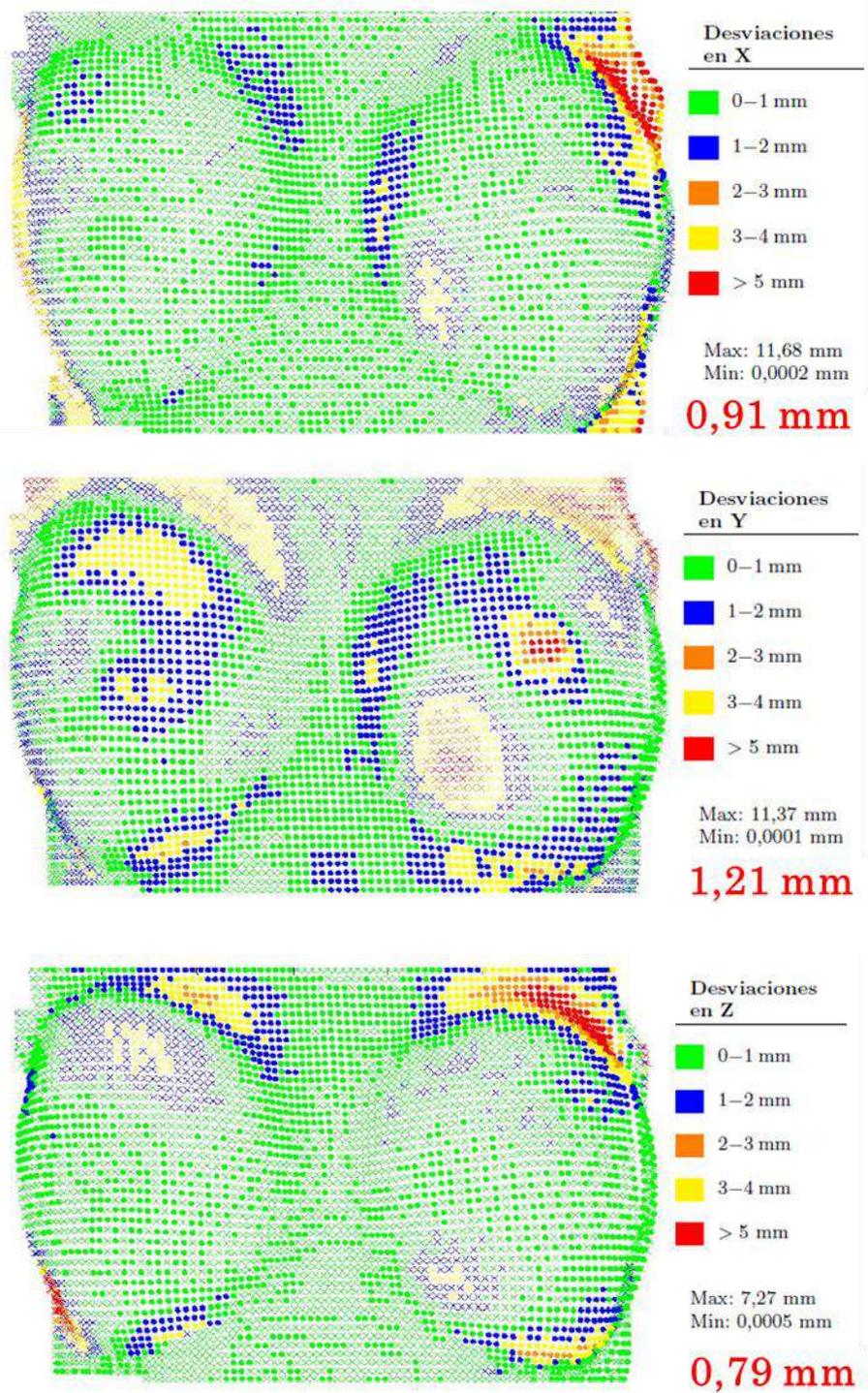


Figura 14. Comparación entre puntos entre la deformada del modelo numérico y la paciente real en los 3 ejes coordenados (en cada imagen se resalta el valor medio de las desviaciones en cada dirección) (fuente: elaboración propia).

En cuanto a los métodos de validación cuantitativa, la comparación llevada a cabo mediante marcadores nodales dio como resultado un error medio de 3.36 mm, con una desviación típica de 4.05 mm y un rango de desviaciones comprendido entre 0.77 mm y 9 mm. Por último, al medir las desviaciones entre puntos del modelo con sus puntos homólogos en el modelo real, los valores medios

de las desviaciones fueron inferiores a 1 mm para los ejes X y Z, y de 1.21 mm en el eje Y. En tanto que el eje Y se corresponde con la dirección sagital, la mayor desviación en esta dirección se aduce a la deformación de la mama durante la adquisición de las imágenes tomográficas después de la intervención, en la que la paciente se encuentra en posición decúbito supino.

A partir de los resultados obtenidos se concluyó que la metodología de simulación propuesta era capaz de predecir con una elevada precisión los resultados de una mamoplastia de aumento y, por lo tanto, servir como herramienta de planificación y pronóstico quirúrgica.

4. CONCLUSIONES

La mama femenina es un órgano muy importante para la lactación del neonato, así como para la vida afectiva de la mujer. Una mamoplastia de aumento es una intervención quirúrgica habitual, en la que se busca modificar la forma y el volumen de la mama mediante la inserción de prótesis.

La mama es un órgano muy especializado y de gran complejidad anatómico-fisiológica. Carece de estructuras soporte, lo que hace que cuelgue hacia abajo. Asimismo, la unidad miofascial del músculo pectoral mayor sobre el que reposa la mama la dota de una gran movilidad. A causa de este comportamiento mecánico, el resultado de una mamoplastia de aumento depende, en buena medida, de la pericia del personal clínico que la lleve a cabo.

En la última década, la práctica clínica de las mamoplastias de aumento se ha enriquecido con diversas aportaciones tecnológicas procedentes del ámbito ingenieril, cuya incorporación en la planificación y la pronóstico quirúrgica permite, en última instancia, aumentar la tasa de éxito de la intervención. Las simulaciones computerizadas de modelos numéricos de elementos finitos son un buen ejemplo de estas aportaciones.

En este trabajo se ha realizado una revisión de los trabajos más relevantes de la última década en materia de simulación numérica de mamoplastias de aumento. Se ha podido constatar que los modelos resultantes son fuertemente no lineales, a causa de las grandes deformaciones que experimenta la mama durante la simulación y de la respuesta mecánica de los tejidos blandos que la integran.

Considerando estas dificultades, resulta necesario establecer una metodología adecuada para la simulación de una mamoplastia de aumento mediante el Método de los Elementos Finitos asistido por ordenador. La metodología propuesta por los autores ha proporcionado buenos resultados, a tenor de la comparación realizada entre imágenes médicas tomadas antes y después de la intervención. Esta metodología, asimismo, se ha planteado de la forma más sencilla posible en vista a futuras aplicaciones clínicas.

Por último, cabe comentar que existen líneas de investigación abiertas en este ámbito, especialmente las que atañen a la determinación de las constantes elásticas de los tejidos mamarios, cuyas propiedades dependen no solo de unas pacientes a otras, sino de otras muchas variables. La metodología descrita aportada por los autores ha pretendido paliar, al menos parcialmente, la ausencia de más datos concretos.

REFERENCIAS

- [1] American Society of Plastic Surgeons. 2012 plastic surgery statistic report: national clearinghouse of plastic surgery procedural statistics [Documento en línea]. 2012. American Society of Plastic Surgeons.
- [2] Fischer, J. Breast augmentation using silicone gel-filled implants. *Aesthetic Surgery Journal*. 27(5). 2007. 551-557.
- [3] Geddes, D. T. Inside the lactating breast: the latest anatomy research. *Journal of Midwifery and Women's Health*. 50(5). 2007.
- [4] Williams, C., Kakadaris, I., Ravi-Chandar, K., Miller, M. y Patrick, C. Simulation studies for predicting surgical outcomes in breast reconstructive surgery. *Lecture Notes in Computer Science*.
- [5] Roose, L., De Maerteleire, W., Mollemans, W. y Suetens, P. Validation of different soft tissue simulation methods for breast augmentation. *International Congress Series*. 1281(1). 2005. 485-490.
- [6] Meyers, M. A., Chen, P. Y., López, M., Seki, Y. y Lin, A. Y. M. Biological materials: a materials science approach. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 4(1). 2011. 626-657.
- [7] Holzapfel, G. A., Gasser, T. C. y Ogden, R. W. A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *Journal of Elasticity*. 61(1-3). 2000. 1-48.
- [8] Meyers, M. A., Chen, P. Y., Lin, A. Y. M. y Seki, M. Biological materials: structure and mechanical properties. *Progress in Material Science*. 53(1). 2008. 1-206.
- [9] Han, L., Hipwell, J. H., Tanner, C., Taylor, Z., Mertzaniidou, T., Cardoso, J., Ourselin, S. y Hawkes, D. J. Development of patient-specific biomechanical models for predicting large breast deformation. *Physics in Medicine and Biology*. 57(2). 2012. 455-472.
- [10] Roose, L., De Maerteleire, W., Mollemans, W., Maes, F. y Suetens, P. Simulation of soft-tissue deformations for breast augmentation planning. *Lecture Notes in Computer Science*. 2006. 197-205.
- [11] Tanner, C., Schnabel, J. A., Hill, D. L. G., Hawkes, D. J., Leach, M. O. y Hose, R. Factors influencing the accuracy of biomechanical breast models. *Medical Physics*. 33(6). 2006. 1758-1769.
- [12] Pérez del Palomar, A., Calvo, B., Herrero, J., López, J. y Doblaré, M. A finite element model to accurately predict real deformations of the breast. *Medical Engineering and Physics*. 30(9). 2008. 1089-1097.
- [13] MSC Software Corporation. PATRAN 2006 user documentation. Santa Ana, CA; USA: MSC Software Corporation; 2006.
- [14] Holzapfel, G. A. *Nonlinear Solid Mechanics*. Wiley. New York, USA. 2000.
- [15] Malvern, L. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, USA. 1969.
- [16] Samani, A., Zubovits, J. y Plewes, D. Elastic moduli of normal and pathological human breast tissues: an inversion-technique-based investigation of 169 samples. *Physics in Medicine and Biology*. 52. 2007. 1565-76.

- [17] Tong, P. y Fung, Y. The stress-strain relationship for the skin. *Journal of Biomechanics*. 9. 1976. 649-57.
- [18] Gambarotta, L., Massabò, R., Morbiducci, R., Rapisio, E., y Santi, P. In vivo experimental testing and model identification of human scalp skin. *Journal of Biomechanics*. 38. 2005. 2237-47.
- [19] Tanner, C., Schnabel, J. A., Hill, D. L. G. y Hawkes, D. J. Factors influencing the accuracy of biomechanical breast models. *Medical Engineering & Physics*. 33. 2006. 1758–69.
- [20] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. *Abaqus/ Standard version 6.5 user's manual*, vols. I – III. Pawtucket, Rhode Island: USA. 1999.

On the vulnerability of an irregular reinforced concrete bell tower

Diaferio, Mariella¹; Foti, Dora²; Giannoccaro, Nicola Ivan³; Ivorra, Salvador⁴; Notarangelo, Giovanni⁵; Vitti, Michele⁶;

ABSTRACT

In the present paper the bell tower of the church of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy) realized by reinforced concrete septa is studied regarding its vulnerability. The bell tower has a total height of about 14m, and is characterized by an unusual cross section, which is composed by three slender septa, which are connected in correspondence of the cantered axis, realizing a kind of star shape. A Finite Element (FE) model validated by an experimental dynamical analysis has permitted to get considerations about the tower vulnerability, on the basis of the following retrofitting for making the structure safe.

Keywords: reinforced concrete structures, slender structures, Operational modal analysis, finite element model.

1. INTRODUCTION

In literature many studies are available on the dynamic identification of masonry structure, however very few studies are devoted to the analysis of reinforced concrete buildings by means of dynamic tests.

In the present paper the bell tower of the church of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy) realized by reinforced concrete septa has been considered as a case study to define its vulnerability before and after restoring interventions [REF IOMAC].

Bell towers are typically high, slender structures, usually adjacent to churches and city halls (belfries) or free-standing near eminent civic and religious buildings (campanili). They represent important urbanistic emergences characterizing the whole Italian countryside; they usually constitute a rich cultural heritage, for their historical and architectural value.

However, bell towers present a certain slenderness which stresses their flexibility, exposing them to high dynamical risk. Even if collapses are often justified by extraordinary loading events, in aging masonry towers danger may arise even during common service conditions, due either to the progressive deterioration of particular structural elements or to the gradual decay of the material

¹ Department. of Sciences in Civil Engineering and Architecture, Politecnico di Bari (ITALY). E-mail : mariella.diaferio@poliba.it

² Department of Sciences in Civil Engineering and Architecture, Politecnico di Bari (ITALY). E-mail : dora.foti@poliba.it

³ Department of Innovation Engineering, University of Salento (ITALY). E-mail : ivan.giannoccaro@unisalento.it

⁴ Department of Civil Engineering, University of Alicante, (SPAIN) E-mail : sivorra@ua.es

⁵ Intuite Structure, Bari (ITALY) E-mail:ing.vitti@gmail.com

⁶ Intuite Structure, Bari (ITALY) E-mail:ing.vitti@gmail.com

properties. Therefore, most research effort in this field is presently focused on integrated methods for assessing tower vulnerability [1,2], on non-destructive health monitoring techniques [3], or on suitable intervention solutions for structural repair and strengthening [4].

Thanks to the possibilities offered by current technologies and materials, modern bell towers are often characterized by audacious and spectacular architectural designs, calling for structural solutions driven by the search for extreme lightness and slenderness. Despite the modern towers' vulnerability against natural excitations tending to be lower with respect to aging traditional masonry structures, the trend towards increasing flexibility should call the attention of structural designers to the high dynamical risk related to the service conditions, that is to the effects of the complex dynamical action caused by swinging bells.

To better understand the modal behavior or dynamic characteristics of bell towers, Structural Health Monitoring (SHM) techniques enable engineers to understand the real dynamic characteristics of buildings [REF]. In these techniques, vibration data recorded under ambient conditions or during seismic events are processed in time or frequency domain and consequently actual dynamic characteristics such as modal frequencies, shapes and modal damping ratios are obtained. Therefore, in recent times SHM is adopted to update a Finite Element Model (FEM) of the structure based on the parameters obtained from vibration-based identifications in order to minimize the uncertainties in the model itself [REF].

Modal testing is one of the most popular and effective techniques for studying the behavior of structures and, in particular, of slender ones. Various methods, including both time and frequency domain based, are available for extracting modal information from the dynamic response of a structure and the corresponding input excitation. The process of establishing the dynamic characteristics of a system from an experimental model is known as system identification [5, REF]. Modal testing has been implemented on many different types of civil engineering structures.

In modal testing, the Operational Modal Analysis (OMA) method is able to experimentally identify the dynamic characteristics of a structure [6, REF]. In OMA the structure is excited by an unknown input force (ambient vibrations such as traffic, wind, and seismic loads) and responses of the structure are measured. Therefore, the system identification techniques through ambient vibration measurements have become very attractive. In this case, though, only the response data due to the ambient vibrations are measurable while actual loading conditions are unknown.

The methods defined above have been utilized to identify and to model update the bell tower of Lamadacqua, one of the few campanili in reinforced concrete.

The church of Lamadacqua and its bell tower are realized in the countryside, in an area, which is subjected to winds of high intensity, thus, the church and its bell tower have been interested by a significant degradation of the structural materials.

The structure has undergone degradation phenomena caused mainly by exogenous phenomena, such as wind and atmospheric phenomena. Therefore, a series of interventions for the recovery and the structural reinforcement have been designed and realized.

The behaviour of the structure to environmental vibrations has been experimentally monitored in-situ before using special accelerometers positioned on the bell tower and on the spiers. The acquired data were used to dynamically identify the structure and calibrate the FE model of the bell tower, taking into account that the geometry of the bell tower is non-conventional.

2. DESCRIPTION OF THE TOWER

The Church of Santa Maria Assunta has been realized with a load-bearing structure in soft stone ashlars (tufa) masonry with a thickness of 75 cm and with a single face. The bell tower was designed by Plinio Marconi and completed in 1963. The bell tower has a total height of about 14m, and is characterized by an unusual cross section, which is composed by three slender septa, which are connected in correspondence of the centered axis, realizing a kind of star shape. Moreover, the transversal section of the tower varies along the height: starting from the height of about 12,5 m the septa reduce to 4 spiers, similar to cantilever beams, characterized by high slenderness. On the top of the spiers, metal struts connect the lateral spiers to the central one and support three bells (Fig. 1). The tower is near the masonry church but not structurally connected to this one.



Figure 1. Church and bell tower of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy).

The roof is pitched and made in reinforced concrete (r.c.) with a double strut scheme. The bell tower to the left of the building, instead, is a structure entirely in r.c. with section septa varying from bottom to top. In the space between the church and the bell tower there is a small room in load-bearing masonry and a horizontal floor in r.c. simply leaning on the main structures (Figure 1).

From a careful visual inspection, it was possible to outline the conservative state of the structure. The structure has undergone degradation phenomena mainly caused by exogenous phenomena, such as wind and atmospheric phenomena. The conformation of the spiers similar to a cantilever beam and the unobstructed area on which the structure stands means that the wind's kinetic action causes particularly critical bending moment stresses at the base, with tensile stresses too high for concrete. Degradation phenomena are noted, such as diffuse cracks in correspondence of the cover plates, total and partial expulsions of them, oxidation of the reinforcing rods. Therefore, a series of interventions for the recovery and the structural reinforcement have been designed.

From the point of view of structural modelling, the walls are of the bell tower, the sail and the veil positioned on the front entrance of the church are in reinforced concrete with mediocre mechanical characteristics.

The situation of the structure before the intervention is depicted in Figure 2 (front view and lateral view) where the profiles of the damage are highlighted in red.

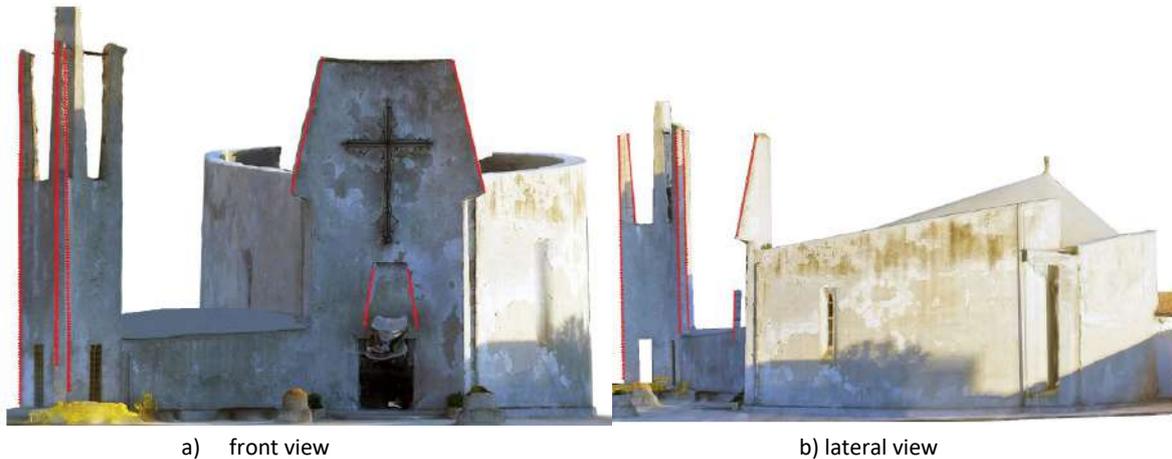


Figure 2. Damages observed on the r.c. structures on the Church of Santa Maria Assunta bell tower (pre-intervention)

The bell tower is affected by cracks and injuries partly caused by problems of capillary rising and, in part, by the scarce mechanical characteristics of the materials utilised. In this regard, the detailed survey of degradation and instability was able to confirm the important cracks patterns. In particular, the shape of the cracks on the three spiers of the bell tower is caused by a concomitance of actions and reactions to which the structure is subject (Figure 3). In particular, the exogenous degradation, that is the alteration of the characteristics of the materials constituting the structure, was caused by external agents such as wind. The area in which the structure rises, in fact, can be considered without obstacles and this causes an increase in the kinetic pressure that the wind exerts on the structures it meets. Moreover, in the case of a cantilever structure, the action of the wind causes particularly critical bending moment stresses at the base with tensile stresses to which the concrete is not able to resist. Among the three spiers at the top of the bell tower, the one adjacent to the remaining part of the structure is damaged to a lesser degree; this could be caused by the holding reaction that the remaining structure exerts on it, with a consequent reduction of the tensile stresses.



Figure 3. Detail of damages observed on the r.c. structures on the Church of Santa Maria Assunta bell tower.

The intervention provided a set of works designed to operate a structural reinforcement of the bell tower as localized reinforcement on an existing building in accordance with Chap. 8.4.3, DM 14.01.2008 [22]. Of course, the intervention on the existing construction must improve the constructive regularity, resistance and ductility, so that it intervenes more intensely, for example, on the more resistant structural elements or on the mechanisms of collapse in order to transform them from fragile to ductile.

3. DESCRIPTION OF THE EXPERIMENTAL TEST CAMPAIGN AND RESULTS

3.1. The experimental tests before retrofitting

On 22th January 2018 while the structure was made safe by means of coatings and scaffoldings were placed for repairing the structure (as shown in Fig. 4), the first experimental campaign was carried out. The tower was instrumented with seventeen 393B31 uniaxial piezo-accelerometers with a sensitivity of 10.000 mV/g, placed at three different levels on the tower. The accelerometers were connected to a centralized data acquisition system National Instruments DAQ model NI 9232 mounted on a NI cDAQ-9188 Chasis CompactDAQ. To guarantee the recordings in two perfectly orthogonal directions in each acquisition point, a cubic metallic device has been utilized as shown in Fig. 5. Due to the situation, several blocks containing the accelerometers were only placed on the pillars where it was possible.



Figure 4. Details of coatings and scaffoldings before the retrofitting intervention.



Figure 5. Details of the blocks placement and accelerometers connection

Some consecutive ambient tests have been developed with a duration of 10 min each. All tests have been developed with a sampling frequency of 1024 Hz. Regarding the environmental tests, the aim was to perform a statistical analysis on the repeatability of the identified modal parameters. The

location of the sensors have been selected to detect accelerations in the North-South direction, similarly to those in the orthogonal direction (Figure 6). At each level they are applied in two opposite points of the structure and they provide together the oscillations in both directions; in this way they also allow to study the possible torsional motion of the structure. To analyse the structure's main modes and frequencies, four environmental noise recordings were carried out named Test1, Test2, Test3 and Test 4 respectively.

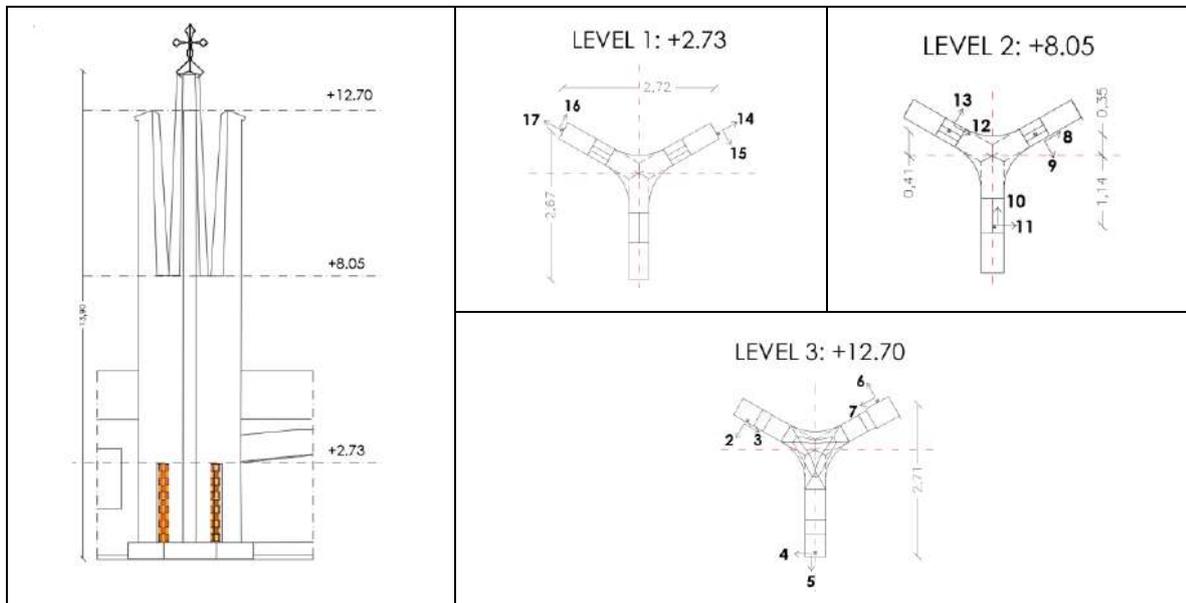


Figure 6. General design on the tower. Accelerometer location

The analysis of the data acquired in the 1st experimental test campaign for determining the dynamic behavior of the bell tower was carried by mean of Operational Modal Analysis techniques using Artemis Modal software [23]. For the OMA analysis, the bell tower structure geometry was simplified as showed in Figure 7 with 16 nodes (for nodes for each level) indicated with points in Figure 7; moreover, the location and orientation of each accelerometer and its direction is also showed and the considered xyz reference system.

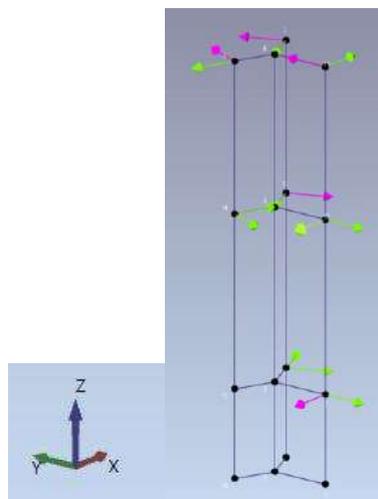


Figure 7. Model for OMA analysis

3.2. The OMA results

The dynamical identification has been carried out by using the classical OMA methods for all the four test. In Fig.8 is shown the diagram obtained with the Stochastic Subspace identification (SSI) with Unweighted Principal Component (UPC) [31], applied to the data of Test 1 with a frequency range [0-17 Hz], 4096 bit of resolution and 5 channels of analysis corresponding to the accelerometers indicated with pink arrows in Fig.7.

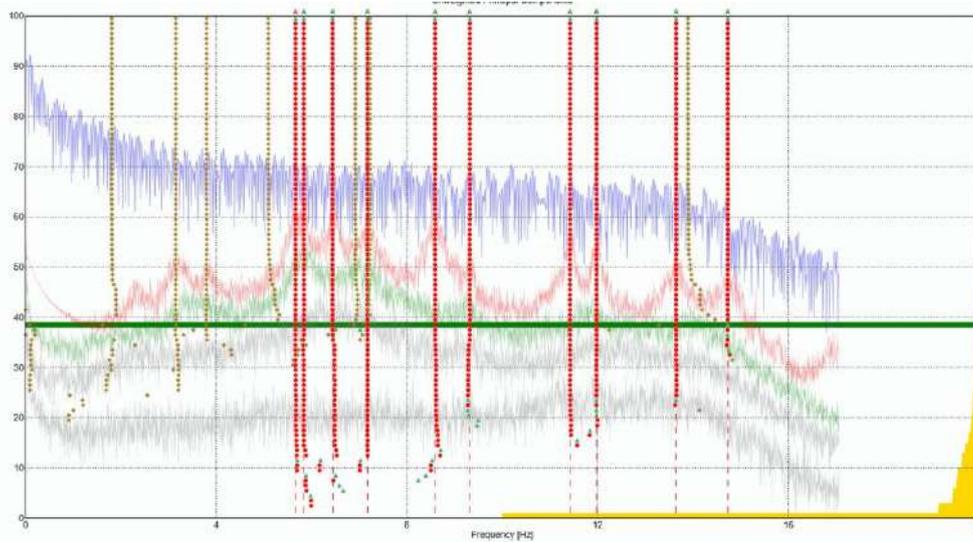


Figure 8. SSI results for Test 1

As clearly depicted in Fig.8, several frequencies may be clearly estimated from the experimental data. In Table 1, the first six identified frequencies and the corresponding damping (%) for the 4 considered tests in order to have an idea of the repeatability of the results. It is evident from Table 1 and Fig.8 the excellent repeatability of the identification results that make the authors extremely confident about the values of the first 6 identified frequencies. Also the values of damping, that usually is a very unstable parameter, increase the conviction of the goodness of the obtained results and the identified frequencies constitute a modal sign of the structure.

Table 1. The first 6 identified frequencies from the experimental campaign of 22th January 2018

Frequency number	Test 1		Test 2		Test 3		Test 4	
	Frequency [Hz]	Damping [%]						
1	5.67	1.85	5.64	1.42	5.62	1.63	5.67	1.49
2	5.84	1.10	5.82	1.12	5.81	1.36	5.86	1.02
3	6.45	1.43	6.46	1.47	6.48	1.83	6.48	1.28
4	7.17	1.72	7.11	1.49	7.16	2.2	7.18	1.22
5	8.59	0.97	8.58	1.17	8.59	1.01	8.71	0.73
6	9.31	0.35	9.31	0.24	9.32	0.40	9.31	0.35

About the characterization of the modes related to the identified frequencies, considering the state of the tower and the particular shape, the modes have been depicted without introducing slave nodes equation apart the joint connection of the nodes at level 0 with the ground. This assumption is

justified by the damage pattern which shows the degradation of the connections at the top of the spiers. The modes are shown in Fig. 9, they demonstrate the complexity of the geometry of the structure and the existence of local modes.

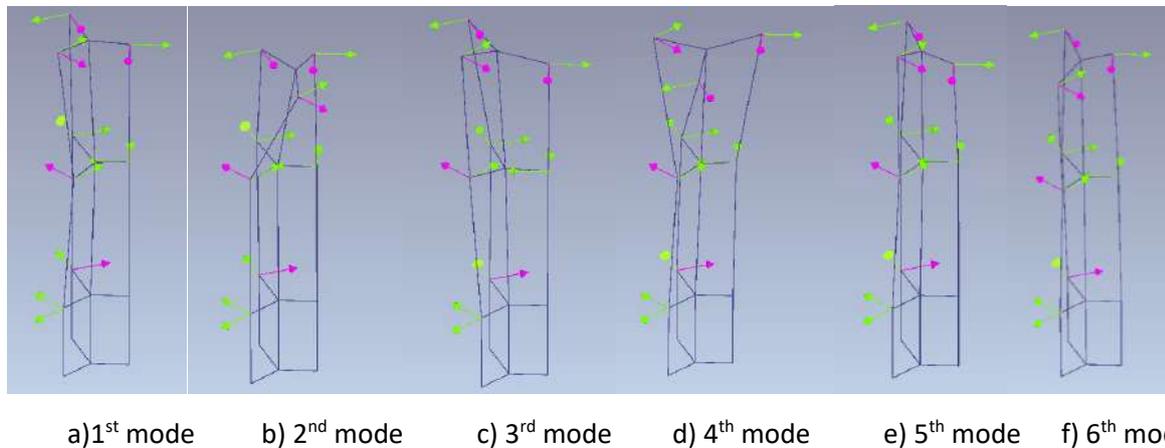


Figure 9. *Identified modes corresponding to the first 6 frequencies*

The analysis of the mode shapes may be performed considering the specific spiers most solicited from each mode, finding also a suitable tool of comparison with the realized FE model.

4. Model

A numerical model of the bell tower has been defined by means of Straus software [24], which operates in the framework of the finite element method.

The septa of the bell tower have been modelled by 2853 QUAD4 elements which are four-node shell elements, while regarding the mechanical properties of the reinforced concrete has been assumed the elastic modulus equal to 23237 MPa, the Poisson's ratio equal to 0,2 and the density equal to 2500 kg/m³.

As a first step of the analysis, it has been assumed that the church and the bell tower do not interacted each other, in accordance with the documents, and that the bell tower was fixed at the base. In Fig. 10 the numerical model is shown.

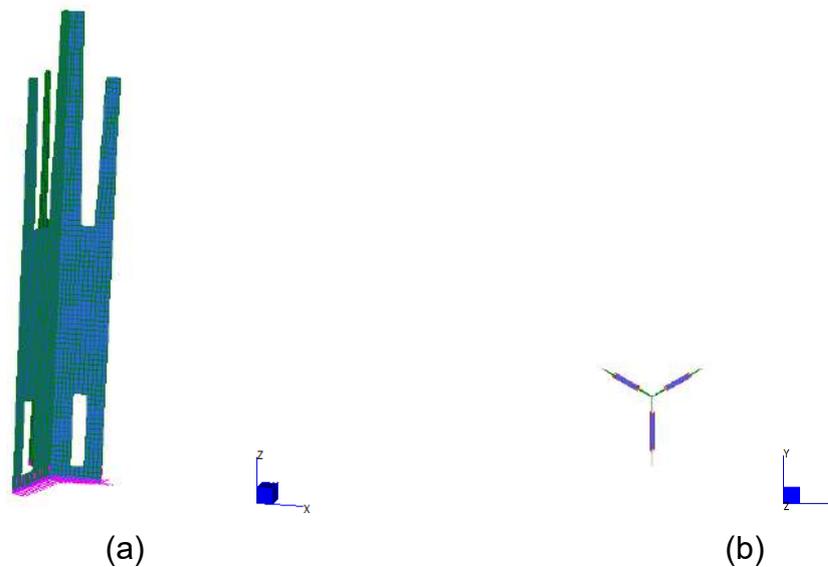


Figure 10. Finite element model of the bell tower of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy):
a) 3D view; b) plan view.

In Table 2 the first 5 frequency values of the finite element model and the percentage differences with the experimental ones are listed .

Table 2. Frequency values of the FE model and percentage differences between the numerical and experimental frequencies.

Mode #	Frequency [Hz]	Difference [%]
1	5.47	3.50
2	6,17	5.65
3	6.21	3.70
4	7.89	10.04
5	8.20	4.50

The In fig. 11 the first five natural modes of the structure are shown, it can be verified that due to the absence of connections at the top, the first modes are local modes which involve mainly the spiers. The mode shapes are quite similar to the experimental ones, thus to reduce the differences between the numerical and experimental frequency values, a updating procedure is needed. In detail, a more refined model may be obtained by varying the concrete elastic modulus. It must be underlined that as a first step it has been assumed a low value for the concrete elastic modulus as in several parts of the structure the concrete was interested by deterioration. However, in some parts of the bell tower the concrete is in better conditions. This circumstance may be modelled by assume g two different values of the elastic modulus for describing the different level of concrete degradation. Moreover, an analysis of the influence of the church on the response will be investigated.

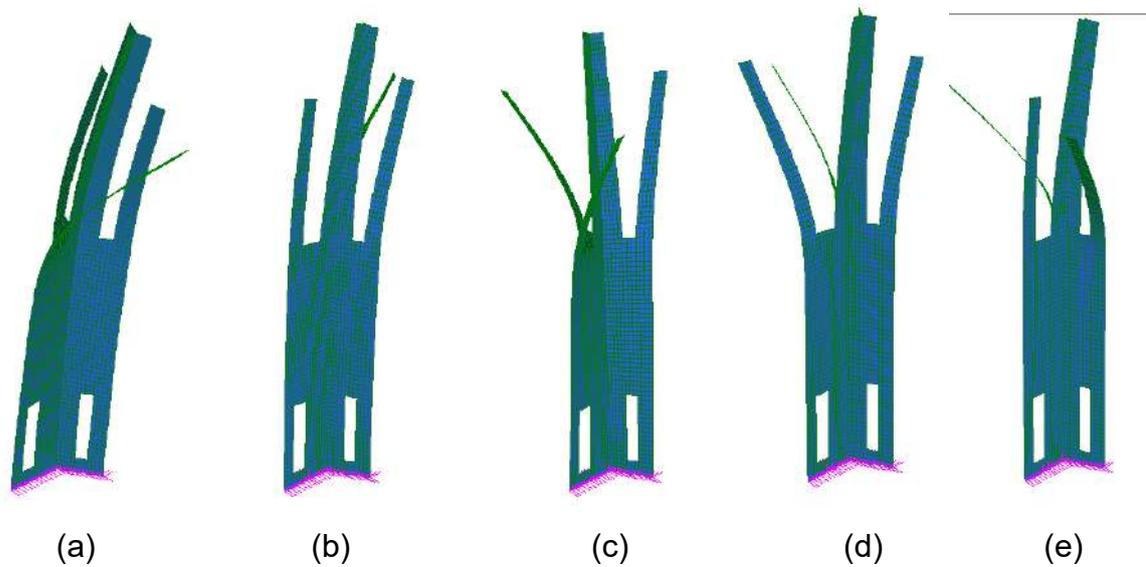


Figure 11. First five natural modes of the finite element model of the bell tower of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy).

5. CONCLUSIONS

The paper deals with the preliminary analysis of the bell tower of Santa Maria Assunta of Lamadacqua in Noci (Bari, Italy). The structure was interested by a high level of degradation and retrofitting interventions were needed. In order to achieve information regarding the main problems of the structure and to design the interventions, the analysis of the available documentation, a visual and geometrical survey of the damage pattern, a finite element model and ambient vibrations tests have been performed. The experimental results confirm the existence of local modes which mainly involve the spiers. The comparison between the numerical model results and the experimental ones confirm the existence of local modes which may be responsible of the damage pattern at the top, and that must be inhibited in order to improve the structural behaviour. Even if the experimental and the numerical mode shapes are quite similar, the next step of the research will be the update of the numerical model in order to match the experimental frequencies. The final step of the research will be the estimation of the behaviour of the bell tower after the retrofitting interventions through dynamic tests.

ACKNOWLEDGEMENTS

PRIN 2015: “Mitigating the impacts of natural hazards on cultural heritage sites, structures and artefacts (MICHe)” is acknowledge for the financial support to the research.

REFERENCES

- [1] M. Diaferio, D. Foti, C. Gentile, N.I. Giannoccaro, A. Saisi: “Dynamic testing of a historical slender building using accelerometers and radar”, Proc. of the 6th International Operational Modal Analysis Conference, May 12-14, 2015, Gijón, Spain, paper ID 153, pp.129-130, ISBN: 978-84-617-3880-9.

- [2] Ivorra, S., Pallarés, F.J., Adam, J.M. (2009) Dynamic behaviour of a modern bell tower - A case study *Engineering Structures*, 31 (5), 1085-1092.
- [3] D. Foti, "Non-destructive techniques and monitoring for the evolutive damage detection of an ancient masonry structure", *Key Engineering Materials*, Vol. 628 (2015) pp 168-177. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.168
- [4] D. Foti, S. Vacca: "Comportamiento mecánico de columnas de hormigón armado reforzadas con mortero reoplástico./ Mechanical behavior of concrete columns reinforced with rheoplastic mortar". *Materiales de Construcción*, Vol. 63, n. 310, pp. 267-282, abril-junio 2013, ISSN: 0465-2746, doi: 10.3989/mc.2012.03512.
- [5] M. Diaferio, D. Foti, N.I. Giannoccaro, "Identification of the modal properties of a building of the Greek heritage", *Key Engineering Materials*, Vol. 628 (2015) pp 150-159. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.628.150
- [6] Foti, D., Diaferio, M., Giannoccaro, N.I., Ivorra, S.(2015) , Structural identification and numerical models for slender historical structures. In: Asteris P, Plevris V, editors, *Handbook of research on seismic assessment and rehabilitation of historic structures*; pp. 674-703.
- [7] STRAUS 7, v 2.3.3, Strand7 Pty Ltd (AUS).
- [8] Artemis Modal Pro v4.5. Structural Vibrations Solutions. Aalborg, Denmark. 2016.
- [9] Diaferio, M., Foti, D., Giannoccaro, N.I., Ivorra, S. (2017). Model updating based on the dynamic identification of a baroque bell tower. *International Journal of Safety and Security Engineering*, 7(4), 519-531.
- [10] Foti, D., Diaferio, M., Giannoccaro, NI, Ivorra, S. (2015). Structural identification and numerical models for slender historical structures. In: P. Asteris & V. Plevris (Eds.), *Handbook of Research on Seismic Assessment and Rehabilitation of Historic Structures*. Hershey, PA: Engineering Science Reference, Chapter 23, pp. 674-703.
- [11] Diaferio, M., Foti, D., Gentile, C., Giannoccaro, N.I., Saisi, A. (2015). Dynamic testing of a historical slender building using accelerometers and radar. *Proceedings of 6th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2015; Abba Hotel, Gijon; Spain; 12-14 May*.
- [12] Foti, D. (2015). Non-destructive techniques and monitoring for the evolutive damage detection of an ancient masonry structure, *Key Engineering Materials*, 628,168-177.
- [13] Ivorra, S., Brotóns, V., Foti, D., Diaferio, M. (2016). A preliminary approach of dynamic identification of slender buildings by neuronal networks. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 80, 183-189.
- [14] Bru, D., Ivorra, S., Baeza, F.J., Reynau, R., Foti, D. (2015). OMA dynamic identification of a masonry chimney with severe cracking condition. *Proceedings of the 6th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2015*.
- [15] Gentile, C., Saisi, A., Cabboi, A. (2014). Structural Identification of a Masonry Tower Based on Operational Modal Analysis. *International Journal of Architectural Heritage*, 9(2), 98-110.
- [16] Ivorra, S, Giannoccaro, N.I., Foti, D. (in press). Simple model for predicting the vibration transmission of a squat masonry tower by base forced vibrations. *Structural Control and Health Monitoring*.

- [17] Diaferio, M., Foti, D., Giannoccaro, N.I., Ivorra, S. (2018). Measuring the modal parameters of a cultural heritage tower by using strong-motion signals. AKTA IMECO, October 2018, Vol. 7, n. 3, pp.86 - 94, ISSN: 2221-870X.
- [18] Diaferio, M., Foti, D., Giannoccaro, N.I. (2015). Identification of the modal properties of a squat historic tower for the tuning of a FE model. Proceedings 6th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2015; Abba Hotel, Gijon; Spain; 12 - 14 May.
- [19] Bartoli, G., Betti, M., Giordano, S. (2013). In situ static and dynamic investigations on the ' Torre Grossa' masonry tower. *Engineering Structures*, 52, 718-733.
- [20] De Sortis, A., Antonacci, E., Vestroni, F. (2005). Dynamic identification of a masonry building using forced vibration tests. *Engineering Structures*, 27(2), 155-165.
- [21] Snoj, J., Österreicher, M., Dolšek, M. (2013). The importance of ambient and forced vibration measurements for the results of seismic performance assessment of buildings obtained by using a simplified non-linear procedure: Case study of an old masonry building. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 11(6), 2105-2132.
- [22] Tronci E.M., Pietrosanti D., Cordisco G., De Angelis M. (2017). Vibration analysis of the civic tower in Rieti. *Procedia Engineering*, 199, 2268-2273.
- [23] Gupta, A., Zhao, W., Regan, C., Seiler, P., Kapania, R.K. (2018). Identification of Symmetrical Structures with Fabrication and Damage Induced Asymmetry. In: Conte, J., Astroza, R., Benzoni, G., Feltrin, G., Loh, K., Moaveni, B. (eds) *Experimental Vibration Analysis for Civil Structures. EVACES 2017*.
- [24] Lepidi, M., Gattulli, V., & Foti, D. (2009). Swinging-bell resonances and their cancellation identified by dynamical testing in a modern bell tower. *Engineering Structures*, 31(7), 1486-1500.
- [25] Ivorra, S., Pallarés, F. J., & Adam, J. M. (2009). Dynamic behaviour of a modern bell tower-A case study. *Engineering Structures*, 31(5), 1085-1092.
- [26] Ivorra, S., Foti, D., Gallo, V., Vacca, V., Bru, D. (2019). Bell ?s dynamic interaction on a singular concrete bell tower: A case of Study. *Engineering Structures*, 183, 965-975.
- [27] Moaveni, B., Conte, J. P., & Hemez, F. M. (2009). Uncertainty and sensitivity analysis of damage identification results obtained using finite element model updating. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 24(5), 320-334.
- [28] Pratesi, F., Sorace, S., & Terenzi, G. (2013). Non-linear FE modelling of seismic pounding and damped-mitigating interconnection between ar/c tower and a masonry church. XII International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications COMPLAS XII
- [29] Pratesi, F., Sorace, S., & Terenzi, G. (2014). Analysis and mitigation of seismic pounding of a slender R/C bell tower. *Engineering Structures*, 71, 23-34.
- [30] D.M. 14/1/2008, Nuove Norme Tecniche (in Italian).
- [31] Artemis Modal Pro v4.5. Structural Vibrations Solutions. Aalborg, Denmark. 2016.
- [32] Strauss 7 Finite element analysis system. Strand7 Pty Ltd. www.strauss7.com

Optimización de muros de hormigón mediante la metodología de la superficie de respuesta

Yepes, Víctor¹, Martínez-Muñoz, David;²; Martí, José V.¹

ABSTRACT

This study presents an application of the response surface methodology to optimize a 5 m high concrete wall. The objective of this research work is to obtain a design solution of a concrete wall, using the CO₂ emissions as an objective function to reduce its impact. To reach this objective, a factorial experimental design has been carried out to reduce the number of variables. After this, a steepest descent method has been used to look for the optimum neighborhood. Once the region around the optimum has been found, a second order response surface has been adjusted to reach the minimum. The objective function has been modified to allow a penalty for solutions that do not meet the Ultimate Limit States or stability restrictions. With this methodology, a good solution has been obtained, while also allowing the identification of the geometric design variables that mainly affect CO₂ emissions.

Keywords: optimization, response surface, wall, factorial design, concrete.

1. INTRODUCCIÓN

Los muros son una de las estructuras más utilizadas en el campo de la ingeniería civil y la edificación. La optimización de este tipo de estructuras permite que se puedan llevar a cabo de una manera más económica o respetuosa con el medio ambiente en función del objetivo de la optimización. Por ello se han realizado diferentes trabajos relacionados con la optimización de este tipo de estructuras, ya sea en términos de coste [1], [2], de emisiones de CO₂ [3] o comparando la relación existente entre ambas optimizaciones [4]. En algunos trabajos de investigación se ha analizado la tipología de los muros de contención evaluando su ciclo de vida [5], [6], comparando los diferentes tipos de muro en función de su impacto. Además, se ha utilizado este enfoque de impacto para llevar a cabo la optimización de otros tipos de estructuras [7].

El diseño tradicional de las estructuras se realiza a través de un procedimiento basado en un predimensionamiento inicial y una comprobación posterior. Por lo tanto, la eficacia del diseño se basa fundamentalmente en la experiencia del proyectista, pudiéndose mejorar mediante algoritmos de optimización. Sin embargo, la obtención de una solución óptima exacta mediante métodos de programación matemática [8] se hace inviable para problemas complejos debido al crecimiento exponencial del tiempo de cálculo con el incremento del número de variables. Esta limitación explica

¹ ICITECH. Dpto. de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil. Universitat Politècnica de València (ESPAÑA). vyepesp@cst.upv.es² (Corresponding author), jvmarti@cst.upv.es

² Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH). Universitat Politècnica de València (ESPAÑA). damarmu1@cam.upv.es

el éxito de los algoritmos heurísticos [9], que a pesar de no garantizar la obtención de un óptimo global al problema, consumen un tiempo de cálculo mucho menor, por lo que los convierte en una opción de optimización de estructuras competitiva. De entre las heurísticas más empleadas destacan los algoritmos genéticos [10], el recocido simulado [11]–[13], las redes neuronales [14], [15], o la optimización por enjambres [16]–[18]. Con todo, son muchos los tipos de algoritmos heurísticos disponibles. Algunos autores han recopilado listados exhaustivos de heurísticas de optimización [19], pero no suelen incluir aquellos métodos basados en metamodelos. En efecto, los metamodelos simplifican algunos problemas que presenta la optimización directa como los óptimos locales múltiples, múltiples objetivos y limitaciones de los parámetros de diseño y/o respuesta. Esta característica se explica por el cambio de la respuesta estocástica, por otra de tipo determinístico [20]. Se han desarrollado diversos estudios en los que los autores han utilizado metamodelos para optimizar un problema en función de diferentes objetivos [21], [22]. Entre los metamodelos se encuentra la metodología de la superficie de respuesta, aplicándose por primera vez para el estudio de las condiciones de operación óptimas en un proceso químico [23]. Posteriormente se ha aplicado en otros campos [24], [25]. En apretada síntesis, la estrategia de la superficie de respuesta consiste en estudiar una región delimitada de soluciones y buscar nuevas regiones con soluciones más cercanas al óptimo.

En este artículo se optimiza una estructura mediante un diseño de experimentos y la metodología de superficie de respuesta. Para ello, se parte del análisis de las principales variables de diseño en la respuesta, para reducir su número a aquellos más significativos. A continuación, se estudia una región del espacio delimitada mediante una superficie de respuesta de primer orden y se aplica el método de ascenso/descenso rápido para acercarse al entorno del óptimo local recorriendo la línea de máxima pendiente del plano obtenido. Finalmente, se analiza una superficie de respuesta de segundo orden en la región próxima al óptimo, y se determina su valor. Este procedimiento permite minimizar las emisiones de CO₂ de un muro de hormigón armado sujeto a los estados límite indicados en la normativa [26], [27].

La obtención de los esfuerzos de los ELU y las comprobaciones de la estabilidad del caso estudiado se ha realizado mediante el módulo de cálculo de muros en ménsula el software comercial CYPE [28]. Además, se han utilizado hojas de cálculo de Excel para obtener las mediciones correspondientes. Por otra parte, los diseños de experimentos y la metodología de la superficie de respuesta se han realizado a través del programa Minitab [29].

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTRUCTURAL

La estructura que se pretende optimizar es el muro de contención de tierras de 5 m de altura que se muestra en la Figura 1, para ello, la estructura se define en función de sus variables geométricas.

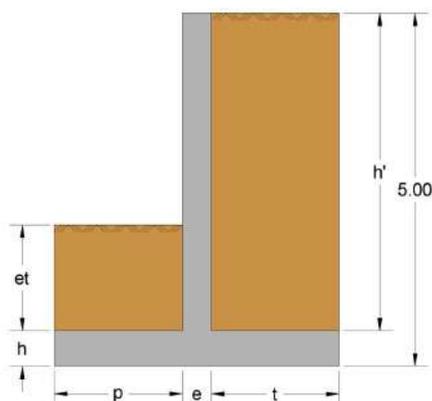


Figura 1. Esquema del muro de contención y de las variables geométricas

En la Tabla 1 se define cada una de las variables de diseño con los niveles estudiados. En la Tabla 2 se recogen los parámetros que definen las características del terreno, de los materiales y los coeficientes de seguridad tenidos en cuenta en el cálculo de la estructura.

Tabla 1. Variables geométricas y niveles

Variable	Ud.	Descripción	Niveles	
			-	+
e	cm	Espesor del alzado	30	150
p	cm	Longitud de la puntera	100	250
t	cm	Longitud del talón	100	250
h	cm	Canto de la zapata	50	150
et	cm	Espesor de tierras en el intradós	0	200

Tabla 2. Definición de los parámetros del terreno, materiales y coeficientes de seguridad

Parámetro	Ud	Valor
Materiales		
Hormigón		HA-30/B/30/IIa
Coeficiente de seguridad del hormigón		1.5
Acero		B500S
Coeficiente de seguridad del acero		1.15
Recubrimientos		
Trasdós e intradós	mm	30
Superior e inferior de la zapata	mm	50
Lateral de la zapata	mm	70
Terreno		
Densidad aparente	kN/m ³	18
Ángulo de rozamiento	°	30
Cohesión	t/m ²	0
Empuje en el intradós		Pasivo
Empuje en el trasdós		Activo
Tensión admisible	MPa	0.5 MPa
Coeficiente de fricción en la base		0.6

3. METODOLOGÍA

El método utilizado para llevar a cabo la optimización de la estructura es el de la superficie de respuesta. Este método consiste en el ajuste de una superficie en la que posteriormente se buscará el mínimo o máximo en función del objetivo de la optimización. En nuestro caso se buscará aquel punto donde el valor de la función objetivo sea mínimo.

En primer lugar, se lleva a cabo un diseño de experimentos para obtener los parámetros que son estadísticamente representativos. A continuación, se estudia la región inicial bloqueando el valor de las variables que no se vayan a modificar para la optimización, para ello, se utiliza una superficie de respuesta de primer orden. A partir de este momento se utiliza el método del ascenso/descenso rápido, que permite acercarnos de una forma rápida a la región en la que se encuentra el óptimo. Finalmente, se realiza un diseño de superficie de respuesta de segundo sobre la que se calcula el óptimo.

3.1. Diseño factorial

Existen diversos métodos de diseño de experimentos [30], este tipo de diseño de experimentos permite identificar el efecto de las variables sobre la función objetivo. En este trabajo se ha utilizado un diseño de experimentos factorial. El diseño factorial, al contemplar todas las variables simultáneamente permite, no solo ver el efecto de cada una de las variables sobre la función objetivo, sino que además permite evaluar el efecto de la interacción entre las variables con respecto al resultado de la función objetivo.

Existen dos tipos de diseño factorial, el completo y el fraccionado, en función de si se estudian todas las posibles combinaciones entre las variables o no. Al considerar cinco variables con dos niveles en el estudio, el número de combinaciones es de 25 que permite evaluarlas todas en un tiempo razonable, en caso de que el número de variables fuera mayor se hubiera optado por un diseño fraccionado.

3.2. Método del máximo descenso

Para realizar la búsqueda del punto óptimo necesitamos acercarnos de una manera rápida a la vecindad general del óptimo, para ello, utilizamos el método del máximo descenso. En primer lugar, se comprueba que en el entorno del punto inicial no existe curvatura, en este caso, la región del óptimo se encuentra alejada de este punto, en el caso de que existiera curvatura indicaría que ya nos encontramos en la región del óptimo.

Este método consiste en dar pasos secuenciales en la dirección de la recta de máxima pendiente, la dirección de los pasos se obtiene de los valores de los coeficientes (β_i) de la aproximación de primer orden obtenida del diseño de superficie de respuesta realizado en el punto inicial. En caso de no haya ningún tipo de restricción se habrá llegado a la vecindad general del óptimo en el momento en que se encuentre un punto de inflexión que cambie la tendencia de descendente a ascendente. Una vez se ha llegado al punto de inflexión se realiza un nuevo diseño de experimentos donde se analice de nuevo la curvatura, previsiblemente en este nuevo punto existirá curvatura, lo que indicará que nos encontramos en el entorno del óptimo. En el caso de que las combinaciones de valores puedan producir soluciones que cumplan las restricciones, se deberán penalizar de modo que la función objetivo sea desfavorable para estas y no se tienda hacia esas soluciones.

3.3. Metodología de la superficie de respuesta

Una vez nos encontramos en el entorno del punto óptimo ajustamos una superficie de respuesta de segundo orden, incorporando la curvatura al modelo [30]. Mediante esta superficie podremos buscar el punto de menor emisión en la función objetivo optimizando esta superficie, ese punto, nos dará unos valores de las variables estudiadas que corresponderán con la combinación óptima.

4. RESULTADOS

En este estudio se ha realizado la optimización de un muro de hormigón de 5 m de altura. La estructura debe cumplir con los Estados Límite Últimos (ELU) correspondientes a la Instrucción de Hormigón Estructural Española [26] y las condiciones de estabilidad frente a vuelco, deslizamiento y hundimiento que marca el Código Técnico de la Edificación [27] (CTE). La función objetivo corresponde a la emisión directa de las unidades que se describen en la Tabla 3 [3].

Tabla 3. Definición del valor de las unidades de la función objetivo.

Unidad	Emisiones CO ₂ (Kg)
Kilogramo de acero B500S	3.02
Metro cúbico de hormigón HA-30	224.94
Metro cúbico de excavación	13.16
Metro cúbico de relleno	27.20
Metro cuadrado de encofrado de alzado	31.66

Para realizar el dimensionamiento los muros se han modelado mediante el programa CYPE (Figura 2), este cálculo se realiza por metro lineal de muro. La medición de las unidades de obra y sus correspondientes emisiones unitarias proporcionan las emisiones totales asociadas a la construcción del muro. El óptimo del problema será aquel que cumpla las restricciones tanto de ELU como a las condiciones de vuelco, deslizamiento y hundimiento. En caso de que una de las soluciones no cumpla con estas restricciones no se descartará, pues es necesario tener datos de una región determinada, pero se penalizará la función objetivo de modo que esa solución tenga un mayor valor asociado.

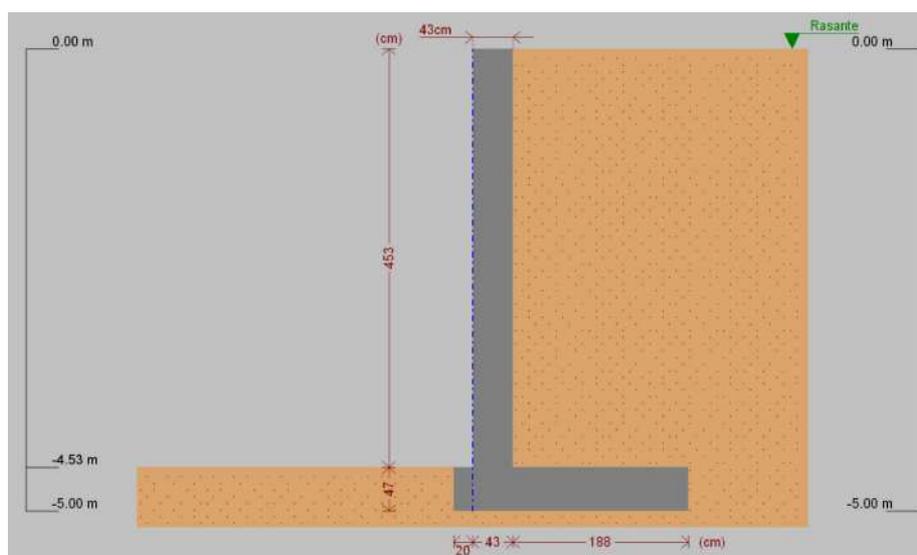


Figura 2. Modelo de muro en CYPE

4.1. Diseño de experimentos factorial completo

El diseño de experimentos llevado a cabo se realiza con los cinco factores que se observan en la Figura 1. Se desconoce la influencia de estos factores en la función objetivo, por lo que se realiza un diseño de experimentos factorial a dos niveles. Se opta por un diseño de experimentos completo, que para el caso estudiado son 32 experimentos, en nuestro caso, evaluaciones de la estructura. Para ello, se definen los niveles de la Tabla 1. El resultado de este diseño de experimentos se puede observar en la Figura 3, donde se muestra la frontera de Pareto que separa las variables cuyos efectos son estadísticamente significativos de las que no lo son.

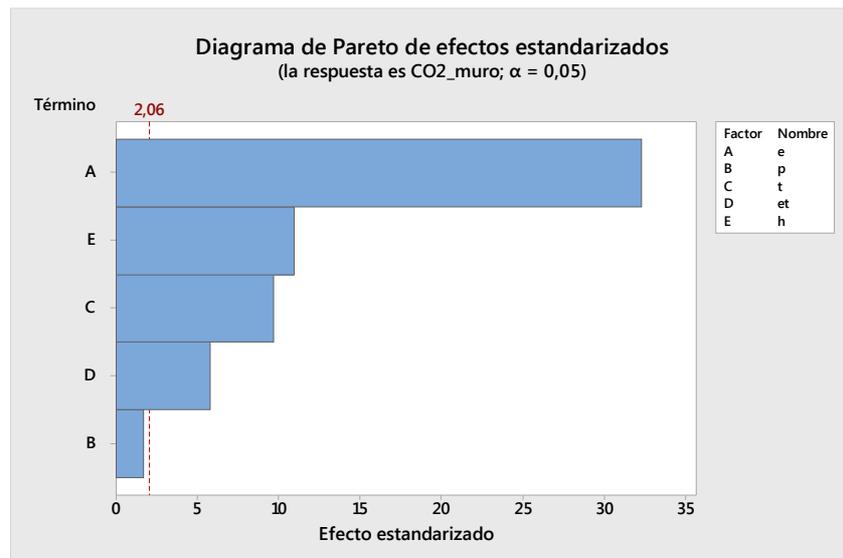


Figura 3. Frontera de Pareto de los efectos de las variables sobre la función objetivo

Como se puede observar, el efecto más significativo es el del espesor del muro, seguido del canto de la zapata, la longitud del talón y el espesor de tierras. Además, se observa como el efecto de la longitud de la puntera del muro no afecta a la función objetivo.

Una vez ejecutado este experimento, se decide realizar el método de la superficie de respuesta con las dos de las variables que tienen mayor influencia en la función objetivo, siendo estas el espesor del muro (e) y la longitud del talón (t). El resto de las variables de diseño se bloquean con las dimensiones obtenidas del estudio realizado por Yepes et al. [1]. El valor de las variables bloqueadas es de 0.20 m para la longitud de la puntera (p), de 0.47 m para el canto de la zapata (h) y de 0 m para el valor del espesor de tierras en el intradós (et).

4.2. Método del máximo descenso

Para llevar a cabo este método, en primer lugar, debemos comprobar que la curvatura en la zona de estudio no existe, ya que en caso de que haya curvatura significaría que ya nos encontramos en una región próxima al óptimo. Por tanto, se realiza un diseño de experimentos teniendo en cuenta las dos variables con las que se realiza el estudio con el resto de los factores geométricos bloqueados. Para esta fase del estudio se consideran los niveles de 30 y 100 cm para el espesor del muro (e) y de 100 y 200 cm para la longitud del talón (t).

Tabla 4. Análisis de varianza del diseño de experimentos de dos variables con punto central

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	3	943290	314430	0.28	0.847
Lineal	2	634960	317480	0.28	0.802
<i>e</i>	1	13442	13442	0.01	0.931
<i>t</i>	1	621518	621518	0.54	0.595
Curvatura	1	308330	308330	0.27	0.695
Error	1	1140777	1140777		
Total	4	2084067			

En la Tabla 4 se muestran los resultados del diseño de experimentos factorial con punto central llevado a cabo y se observa que no hay curvatura, ya que el valor de **p** es mayor a 0.05. Por tanto, aplicamos el método del máximo descenso para buscar la región próxima al óptimo. Este método es un proceso secuencial donde los pasos son proporcionales a los valores de los coeficientes de regresión (β_i). Para obtener estos coeficientes se ajusta una superficie de primer orden desde el punto central del diseño de experimentos factorial. La ecuación general del modelo ajustado de primer orden es la que se muestra en (1). En nuestro caso, el resultado de esta ecuación de regresión, considerando únicamente las variables *e* y *t*, es la que se muestra en (2).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i \quad (1)$$

$$CO_2 \text{ muro} = 2271 + 215 e - 373 t \quad (2)$$

Una vez obtenidos los coeficientes, se debe decidir el tamaño de paso para la variable con coeficiente de regresión superior en valor absoluto, a la que llamaremos x_j y al tamaño de paso de esta Δx_j . Según Montgomery [30], el tamaño de paso lo determinará el experimentador en función del conocimiento del proceso u otras consideraciones prácticas. El procedimiento para obtener el valor del incremento del resto de variables se calcula como se muestra en (3).

$$\Delta x_i = \frac{\beta_i}{\beta_j} \cdot \Delta x_j \quad (3)$$

El método del máximo descenso comienza en el punto central de la superficie de primer orden ajustada, y a partir de este punto, se mueve en la dirección de la línea de máxima pendiente obtenida de los coeficientes de regresión.

$$\Delta t_{alón} = 10; \beta_{talón} = -373; \beta_{espesor} = 215 \quad (4)$$

$$\Delta e_{espesor} = \frac{\beta_{espesor}}{\beta_{talón}} \cdot \Delta t_{alón} = -\frac{373}{215} \cdot 10 = -5.76 \quad (5)$$

Realizando los incrementos de (4) y (5) el descenso sigue la línea de máxima pendiente de la superficie de respuesta de primer orden. En cada caso, se penaliza la función objetivo con el cociente entre el valor necesario para cumplir las restricciones γ_{Ed} y el valor obtenido del modelo de cálculo γ_{Rd} .

$$CO_2 \text{ muro} = CO_2 \text{ muro} \cdot \frac{\gamma_{Ed}}{\gamma_{Rd}} ; \frac{\gamma_{Ed}}{\gamma_{Rd}} \geq 1 \quad (5)$$

Para cada paso se obtiene el valor de las emisiones de CO₂ corregido de cada evaluación de la estructura (Tabla 5) y se observa en qué momento ese valor de la estructura incrementa. Como se puede observar en la Figura 4 existe un cambio de tendencia entre el paso 7 y el 8, por tanto, el óptimo se encontrará en una región cercana al punto correspondiente al paso 7.

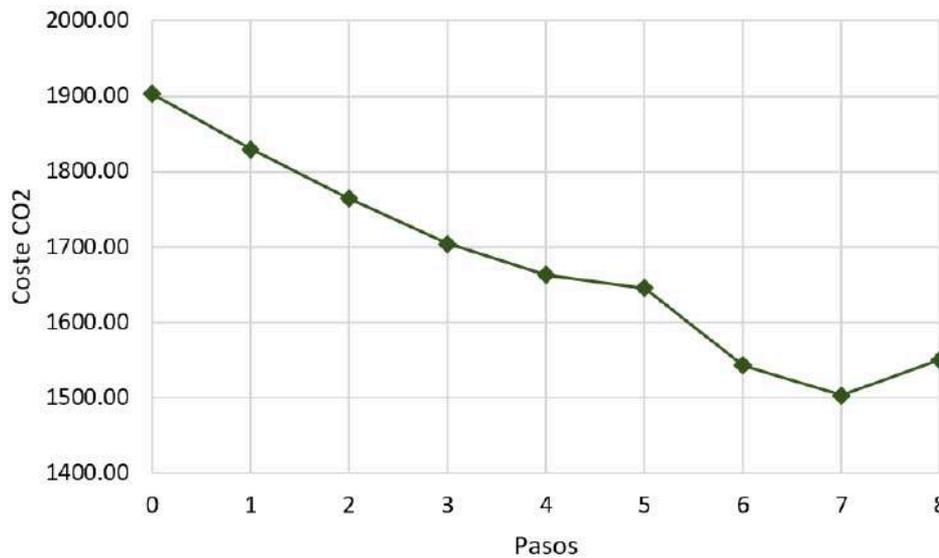


Figura 4. Gráfica de evolución de las emisiones de CO₂ (kg) en el método de máximo descenso

Tabla 5. Pasos realizados en el método de máximo descenso

	e	t	CO ₂ _muro (kg)
Paso 0	65.00	150.00	1902.79
Paso 1	59.24	160.00	1829.53
Paso 2	53.47	170.00	1763.99
Paso 3	47.71	180.00	1704.14
Paso 4	41.94	190.00	1663.12
Paso 5	36.18	200.00	1645.42
Paso 6	30.42	210.00	1543.27
Paso 7	24.65	220.00	1503.06
Paso 8	18.89	230.00	1550.79

Una vez obtenido el punto donde se produce el cambio de tendencia, se realiza un nuevo diseño de experimentos con cinco puntos centrales [30], tomando como punto central el punto de inflexión y tomando nuevos niveles para las variables. De este modo, acotamos la región en la que buscaremos el óptimo en función de los resultados que se han obtenido anteriormente. Los niveles de las variables son 20 y 30 para el espesor del alzado (e) y 215 y 225 para la longitud del talón (t). En la Tabla 6 se observa el resultado del diseño factorial.

Como se puede observar como $p < 0.05$ para la curvatura, entonces podemos asegurar que un modelo de primer orden no describiría correctamente la región de estudio. Por lo tanto, procedemos a realizar el diseño de la superficie de respuesta de segundo orden.

Tabla 6. Resultados del diseño factorial con 5 puntos centrales

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	3	8758.77	2919.59	31.11	0.001
Lineal	2	6283.74	3141.87	33.48	0.001
e	1	3307.06	3307.06	35.24	0.002
t	1	2976.68	2976.68	31.72	0.002
Curvatura	1	2475.03	2475.03	26.37	0.004
Error	5	469.26	93.85		
Falta de ajuste	1	469.26	469.26	*	*
Error puro	4	0.00	0.00		
Total	8	9228.03			

4.3. Metodología de la superficie de respuesta

La superficie de respuesta de segundo orden que posteriormente se optimizará se diseña utilizando el punto correspondiente al paso número 7 como punto central y con los nuevos límites para las variables e y t descritos en el apartado anterior.

El objetivo es la optimización de la superficie para encontrar el punto que nos proporcione la combinación óptima de los valores de las variables que además cumplan todas las restricciones. Por ello, se utiliza (5) para obtener el valor corregido de las emisiones de CO₂ de modo que se tenderá a una solución de mínimas emisiones respetando las restricciones de seguridad impuestas por la normativa.

Tabla 7. Análisis de varianza del diseño de superficie de respuesta de segundo orden

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	5	3795073	759015	26.03	0.000
Lineal	2	1478981	739491	25.36	0.001
e	1	368861	368861	12.65	0.009
t	1	1110120	1110120	38.07	0.000
Cuadrado	2	1175314	587657	20.16	0.001
e*e	1	377901	377901	12.96	0.009
t*t	1	932255	932255	31.97	0.001
Interacción de 2 factores	1	1140777	1140777	39.13	0.000
e*t	1	1140777	1140777	39.13	0.000
Error	7	204096	29157		
Falta de ajuste	3	204096	68032	*	*
Error puro	4	0	0		
Total	12	3999168			

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
170,753	94,90%	91,25%	63,71%

La tabla 7 muestra que el coeficiente de determinación R^2 es de 94.90% por lo que con el modelo cuadrático se explica más de un 90% de la variabilidad del valor en emisiones de CO_2 . En la Figura 5 se puede observar la gráfica de contorno del modelo de segundo orden.

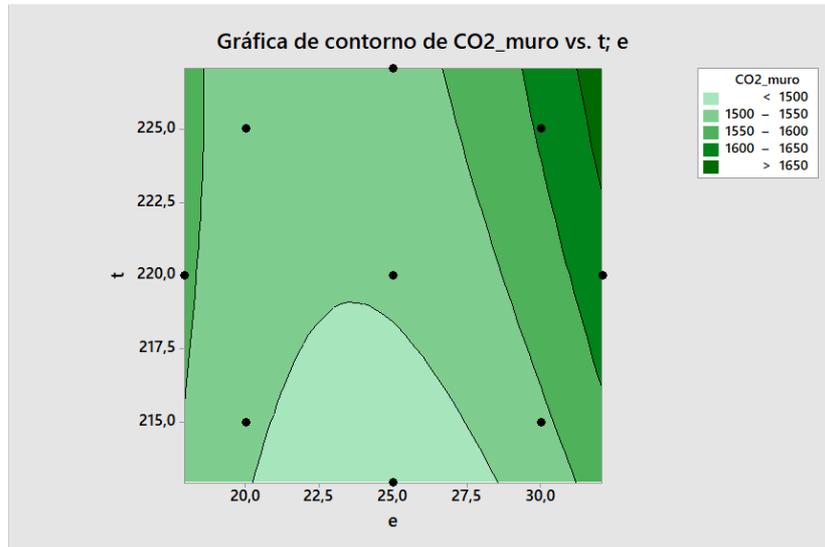


Figura 5. Gráfica de contorno del modelo de segundo orden

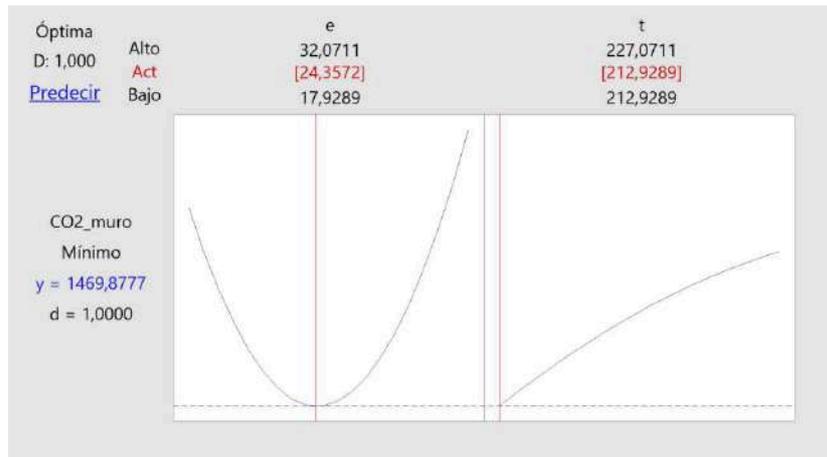


Figura 6. Gráfica de optimización

A partir de esta gráfica se realiza la optimización para encontrar el mínimo tal y como se muestra en la Figura 6 obteniendo un valor de 24.35 cm para la variable espesor del muro y 212.93 cm para el valor de la longitud de la zapata con un valor en emisiones de CO_2 de 1469.88 kg de CO_2 . Estas cifras no se pueden ejecutar con este nivel de precisión en la realidad, por lo que se redondean estos valores a 24.4 y 213 cm y evaluamos el coste de esta solución. Las emisiones obtenidas para esta solución son de 1479.32 kg de CO_2 .

5. CONCLUSIONES

Los métodos de optimización de estructuras son diversos y cada uno de ellos cuenta con ventajas y limitaciones. En este trabajo se ha presentado un método de optimización utilizando metamodelos, con el que se ha obtenido una solución óptima del problema con una metodología que es ágil y sistemática. El diseño de experimentos permite hacer un análisis de las variables, dando como solución las variables que son estadísticamente significativas y las que no, permitiendo reducir la complejidad del problema reduciendo el número de las variables. A continuación, el método del descenso rápido ha permitido aproximar la búsqueda a la región cercana al óptimo moviéndose por la línea de máxima pendiente del modelo de primer grado que se ha aproximado con las variables de estudio. Por último, la aproximación de superficie de respuesta de segundo orden nos ha permitido encontrar un valor mínimo de la función objetivo representado por una combinación de valores de las variables de estudio.

La metodología expuesta en este trabajo se ha aplicado a la optimización de un muro de hormigón armado. Inicialmente se parte de un problema con cinco factores. Uno de estos factores se elimina después del análisis del diseño factorial y dos más se bloquean eligiendo aquellos que son más significativos estadísticamente. Todo el proceso se realiza corrigiendo el valor de la función objetivo para aquellas soluciones que no cumplen las restricciones impuestas. De este modo el método permite llegar a una solución con un valor mínimo de la función objetivo que además proporcione una solución que cumpla las restricciones impuestas.

Este método de optimización es innovador y permite no solo llegar a una solución cercana a la óptima, sino que, además, durante el proceso se analizan las variables más representativas. Este análisis instruye al ingeniero sobre cómo afectan esas variables al cumplimiento de los ELU y favorece diseños seguros con presupuestos restrictivos. Por lo tanto, este procedimiento facilita la obtención de un buen resultado a los técnicos que no dispongan de mucha experiencia en el cálculo de estructuras y abre un nuevo campo de investigación aplicando nuevos métodos de optimización.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Economía y Empresa, junto con los fondos FEDER (Proyecto: BIA2017-85098-R).

REFERENCIAS

- [1] V. Yepes, J. Alcala, C. Perea, and F. González-Vidoso, "A parametric study of optimum earth-retaining walls by simulated annealing," *Eng. Struct.*, vol. 30, no. 3, pp. 821–830, 2008.
- [2] F. Molina-Moreno, T. García-Segura, J. V. Martí, and V. Yepes, "Optimization of buttressed earth-retaining walls using hybrid harmony search algorithms," *Eng. Struct.*, vol. 134, pp. 205–216, 2017.
- [3] V. Yepes, F. Gonzalez-Vidoso, J. Alcala, and P. Villalba, "CO2-Optimization Design of Reinforced Concrete Retaining Walls Based on a VNS-Threshold Acceptance Strategy," *J. Comput. Civ. Eng.*, vol. 26, no. 3, 2012.
- [4] F. Molina-Moreno, J. V. Martí, and V. Yepes, "Carbon embodied optimization for buttressed earth-retaining walls: Implications for low-carbon conceptual designs," *J. Clean. Prod.*, vol. 164, pp. 872–884, 2017.

- [5] J. J. Pons, V. Penadés-Plà, V. Yepes, and J. V. Martí, "Life cycle assessment of earth-retaining walls: An environmental comparison," *J. Clean. Prod.*, vol. 192, pp. 411–420, 2018.
- [6] P. Zastrow, F. Molina-Moreno, T. García-Segura, J. V. Martí, and V. Yepes, "Life cycle assessment of cost-optimized buttress earth-retaining walls: A parametric study," *J. Clean. Prod.*, vol. 140, pp. 1037–1048, 2017.
- [7] V. Penadés-Plà, T. García-Segura, J. V. Martí, and V. Yepes, "An optimization-LCA of a prestressed concrete precast bridge," *Sustain.*, vol. 10, no. 3, pp. 1–17, 2018.
- [8] M. Z. Cohn and A. S. Dinovitzer, "Application of Structural Optimization," *J. Struct. Eng.*, vol. 120, no. 2, pp. 617–650, 1994.
- [9] C. Blum, J. Puchinger, G. R. Raidl, and A. Roli, "Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey," *Appl. Soft Comput.*, vol. 11, no. 6, pp. 4135–4151, 2011.
- [10] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 1975.
- [11] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science (80-)*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [12] I. Paya-Zaforteza, V. Yepes, F. González-Vidosa, and A. Hospitaler, "On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing," *Meccanica*, vol. 45, no. 5, pp. 693–704, 2010.
- [13] J. V. Martí, F. Gonzalez-Vidosa, V. Yepes, and J. Alcalá, "Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing," *Eng. Struct.*, vol. 48, pp. 342–352, 2013.
- [14] J. R. Martí-Vargas, F. J. Ferri, and V. Yepes, "Prediction of the transfer length of prestressing strands with neural networks," *Comput. Concr.*, vol. 12, no. 2, pp. 187–209, 2013.
- [15] T. García-Segura, V. Yepes, and D. M. Frangopol, "Multi-objective design of post-tensioned concrete road bridges using artificial neural networks," *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 56, no. 1, pp. 139–150, 2017.
- [16] K. N. Krishnanand and D. Ghose, "Glowworm swarm optimisation: a new method for optimising multi-modal functions," *Int. J. Comput. Intell. Stud.*, vol. 1, no. 1, pp. 93–119, 2009.
- [17] T. García-Segura, V. Yepes, J. V. Martí, and J. Alcalá, "Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm," *Lat. Am. J. Solids Struct.*, vol. 11, no. 7, pp. 1190–1205, 2014.
- [18] V. Yepes, J. V. Martí, and T. García-Segura, "Cost and CO2 emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm," *Autom. Constr.*, vol. 49, pp. 123–134, 2015.
- [19] A. M. Law, *Simulation modeling and analysis*, 3rd ed.. Boston [etc.]: Boston etc. : McGraw-Hill, 2000., 2000.
- [20] R. R. Barton and M. Meckesheimer, *Metamodel-Based Simulation Optimization*. 2006.
- [21] T. García-Segura, V. Penadés-Plà, and V. Yepes, "Sustainable bridge design by metamodel-assisted multi-objective optimization and decision-making under uncertainty," *J. Clean. Prod.*, vol. 202, pp. 904–915, 2018.
- [22] V. Penadés-plà, T. García-segura, and V. Yepes, "Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design," *Eng. Struct.*, vol. 179, pp. 556–565, 2019.
- [23] G. E. P. Box and K. B. Wilson, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions," *J. R. Stat. Soc. Ser. B*, vol. 13, pp. 1–45, 1951.

- [24] M. T. Cihan, A. Güner, and N. Yüzer, "Response surfaces for compressive strength of concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 40, pp. 763–774, 2013.
- [25] J. J. Coz Diaz, P. J. Garcia-Nieto, F. P. Alvarez-Rabanall, M. Alonso-Martínez, J. Dominguez-Hernandez, and J. M. Perez-Bella, "The use of response surface methodology to improve the thermal transmittance of lightweight concrete hollow bricks by FEM," *Constr. Build. Mater.*, vol. 52, pp. 331–344, 2014.
- [26] Ministerio de Fomento, "Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)," 2008.
- [27] Ministerio de Fomento, *CTE-DB-SE-C*. 2008.
- [28] CYPE Ingenieros. "*Software para Arquitectura, Ingeniería y Construcción*". (2018). Alicante.
- [29] Minitab Statistical Software 17.0. (2018). Minitab, LLC. Pennsylvania, USA
- [30] D. C. Montgomery, *Diseño y análisis de experimentos*, 2^a edición. México: México : Limusa-Wiley, cop. 2002. 2011., 2002

Piezoelectric lead-free nanocomposites for sensing applications: the role of CNT reinforced matrices

Buroni, Federico C. ¹; Krishnaswamy, Jagdish A. ²; Rodríguez-Tembleque, Luis³; García-Macías, Enrique⁴; García-Sánchez, Felipe⁵; Melnik, Roderick⁶; Sáez, Andrés⁷

ABSTRACT

Piezoelectric materials are employed in a wide range of sensing devices. At present, the vast majority of piezoelectric materials used for industrial applications are ceramic and exhibit a high lead content in their composition. However, the development of lead-free piezoelectric materials is attracting great attention in recent years, with the aim of enabling technologies that are environmentally friendly. This paper discusses the computational design of microstructured lead-free polymer-based piezoelectric nanocomposites suitable for production by 3D printing. Results are presented and further analyzed for various configurations using BaTiO₃ inclusions in polymeric matrices enriched with the addition of carbon nanotubes (CNT). By incorporating carbon nanotubes in the matrix, we anticipate a quite significant improvement in the piezoelectric response of the composite, through simultaneous hardening of the matrix and improvement in its permittivity.

Keywords: carbon nanotube (CNT); lead-free piezoelectric; composite; computational homogenization.

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales piezoeléctricos se caracterizan porque la aplicación de una presión mecánica genera cargas eléctricas. Este efecto piezoeléctrico directo, también llamado efecto sensor, convierte la energía mecánica en energía eléctrica. De manera análoga, estos materiales presentan un efecto piezoeléctrico inverso: la aplicación de un campo eléctrico provoca la deformación del material, produciéndose un efecto actuador que convierte la energía eléctrica en energía mecánica. Debido al acoplamiento entre los campos mecánico y eléctrico, estos materiales son la base de numerosas aplicaciones ingenieriles,

¹ Department of Mechanical Engineering and Manufacturing. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: fburoni@us.es

² MS2Discovery Interdisciplinary Research Institute. Wilfrid Laurier University (CANADA). E-mail: ajagdish@wlu.ca

³ Department of Continuum Mechanics and Structural Analysis. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: luisroteso@us.es

⁴ Department of Civil and Environmental Engineering. University of Perugia (ITALY). E-mail: enrique.garciamacias@unipg.it

⁵ Department of Civil Engineering, Materials, and Manufacturing. Universidad de Málaga (SPAIN). E-mail: fgsanchez@uma.es

⁶ MS2Discovery Interdisciplinary Research Institute. Wilfrid Laurier University (CANADA). E-mail: rmelnik@wlu.ca

⁷ Department of Continuum Mechanics and Structural Analysis. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: andres@us.es (Corresponding author)

que van desde la generación de energía hasta la monitorización de infraestructuras civiles en aplicaciones de SHM (*Structural Health Monitoring*) [1-4].

En la actualidad, la gran mayoría de materiales piezoeléctricos empleados en aplicaciones industriales son cerámicos y presentan un alto contenido de plomo en su composición. Sin embargo, el desarrollo de materiales piezoeléctricos libres de plomo está suscitando gran interés en los últimos años, con el objetivo de desarrollar tecnologías respetuosas con el medio ambiente. En esta línea, son necesarias nuevas estrategias de diseño que permitan aumentar la respuesta piezoeléctrica de los materiales libres de plomo, acercando su rendimiento al de las cerámicas con plomo [5].

En este trabajo nos centramos en el desarrollo de materiales compuestos de matriz polimérica e inclusiones piezoeléctricas libres de plomo, dada la posibilidad de fabricarlos de forma escalable mediante técnicas como la impresión en 3D, que permiten un control a nivel de micro-escala de su proceso de fabricación [6,7]. Sin embargo, el rendimiento de estos compuestos piezoeléctricos está limitado por varios factores. En primer lugar, la flexibilidad relativa de la matriz polimérica en comparación con la rigidez de las inclusiones hace que sea la matriz la que absorba la mayor parte de la deformación aplicada, filtrando así gran parte de la deformación mecánica a las inclusiones y reduciendo en consecuencia la respuesta piezoeléctrica global del compuesto. En segundo lugar, las matrices poliméricas presentan una permitividad dieléctrica baja en comparación con las inclusiones polarizadas. Esto evita que el flujo eléctrico generado dentro de la inclusión fluya libremente dentro del compuesto y, por lo tanto, restringe su respuesta piezoeléctrica global. Además de estas dos limitaciones, resulta clave tener en cuenta la microestructura policristalina de las inclusiones, ya que también juega un papel crítico en la determinación de la respuesta piezoeléctrica del compuesto [8,9].

En cuanto a la elección de las inclusiones piezoeléctricas libres de plomo, en el presente trabajo se ha seleccionado el BaTiO_3 , dado su compromiso entre respeto medioambiental para su producción y rendimiento piezoeléctrico [10,11]. Y en cuanto a la matriz polimérica, se plantea la adición de nanotubos de carbono (CNT) como solución a las limitaciones anteriormente indicadas, ya que gracias a ello se conseguirá una mejora simultánea de las propiedades elásticas y dieléctricas de la matriz. Esto es posible porque los CNT poseen: (i) excelentes propiedades elásticas, que pueden rigidizar la matriz [12]; y también (ii) excelente conductividad eléctrica, lo que puede conllevar una mejora de la permitividad dieléctrica de la matriz modificada [13,14]. En las secciones siguientes se aborda el diseño computacional de nanocompuestos piezoeléctricos microestructurados a base de polímeros enriquecidos con CNT e inclusiones de BaTiO_3 . Los resultados obtenidos muestran que mediante la incorporación de CNT a la matriz, pueden conseguirse mejoras en la respuesta piezoeléctrica de más de 2 órdenes de magnitud. De igual manera, mediante el ajuste de la estructura policristalina de las inclusiones piezoeléctricas, pueden obtenerse mejoras superiores al 50% en la respuesta piezoeléctrica, en comparación con el empleo de inclusiones monocristalinas. El modelo considerado permite igualmente analizar la influencia de las aglomeraciones de CNT en el rendimiento piezoeléctrico del material compuesto, tal como se discute en el apartado de resultados.

2. ECUACIONES CONSTITUTIVAS Y DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En este artículo se analiza el comportamiento en régimen estacionario de un volumen representativo bidimensional (RVE) de material compuesto constituido por inclusiones piezoeléctricas de BaTiO_3 de escala microscópica, aleatoriamente distribuidas en una matriz polimérica con nanotubos de carbono

(CNT) y sus aglomeraciones, tal como ilustra la figura 1. Los detalles concretos de la geometría, generación de las inclusiones, propiedades de los CNT ((15,15) MWCNT) y condiciones de contorno consideradas pueden consultarse en la referencia [15]. El RVE se analiza mediante elementos finitos (figura 2), de manera que las propiedades efectivas de la arquitectura indicada en la figura 1 se calcularán mediante promedios volumétricos. Así, cualquier propiedad efectiva A del compuesto se evaluará a partir de su promedio en el RVE, $\langle A \rangle$, como

$$\langle A \rangle = \frac{1}{a_m b_m} \int_{\Omega} A d\Omega \quad (1)$$

Siendo a_m y b_m las dimensiones del RVE considerado (figura 1).

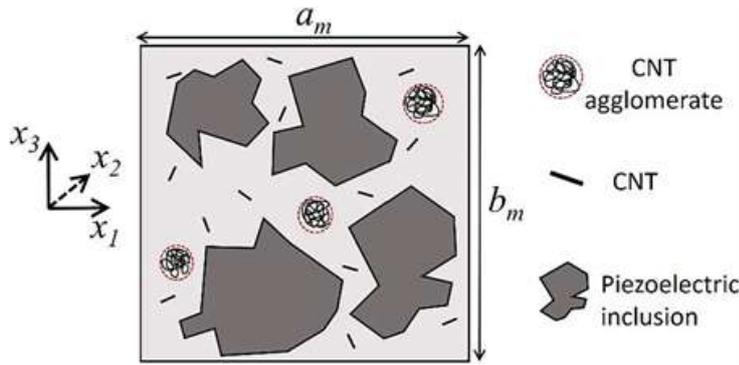


Figura 1. Esquema del compuesto piezoeléctrico (RVE) con inclusiones piezoeléctricas policristalinas de forma y distribución aleatorias, dispersas en una matriz polimérica bidimensional enriquecida con CNT.

El análisis se realiza con la hipótesis de comportamiento piezoeléctrico lineal

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & e_{31} \\ 0 & e_{33} \\ e_{15} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{15} \\ e_{31} & e_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_3 \end{Bmatrix}$$

En la ec. (2) σ_{ij} y ε_{ij} denotan los tensores de tensiones y deformaciones elásticas, respectivamente; D_i son las componentes del vector de desplazamientos eléctricos; E_i son las componentes del campo eléctrico y c_{ij} , e_{ij} y ϵ_{ij} son los coeficientes de los tensores de comportamiento elástico, piezoeléctrico y de permitividad dieléctrica, respectivamente.

A continuación se resume cómo se ha llevado a cabo la modelización de cada una de las fases del material compuesto piezoeléctrico: la matriz polimérica enriquecida con CNT y las inclusiones policristalinas de BaTiO₃.

2.1. Modelización de la matriz polimérica enriquecida con CNT

Para nuestro análisis, consideraremos una matriz polimérica de PDMS con módulo de Young $E_m = 2 \times 10^6 Pa$, módulo de Poisson $\nu_m = 0.499$ y constantes dieléctricas [16]: $\epsilon_{11}/\epsilon_0 = \epsilon_{33}/\epsilon_0 = 2.72$ (siendo ϵ_0 la permitividad dieléctrica del vacío). Tal como se ha indicado antes, la flexibilidad de la matriz plantea una doble problemática. En primer lugar, la deformación mecánica es absorbida casi en

su totalidad por la matriz en lugar de por las inclusiones piezoeléctricas de BaTiO₃, mucho más rígidas, lo que da como resultado una generación de flujo eléctrico muy baja. En segundo lugar, los materiales poliméricos, en general, son dieléctricos débiles y por lo tanto dificultan el flujo eléctrico en la matriz. Sin embargo, diversos estudios experimentales indican que ambos problemas pueden mejorarse mediante el empleo de nanoaditivos de base carbono. Así, matrices poliméricas flexibles pueden rigidizarse significativamente mediante la adición de cantidades muy pequeñas de CNT [12], lo que a su vez conlleva una mejora simultánea de la permitividad dieléctrica efectiva de la matriz modificada [13].

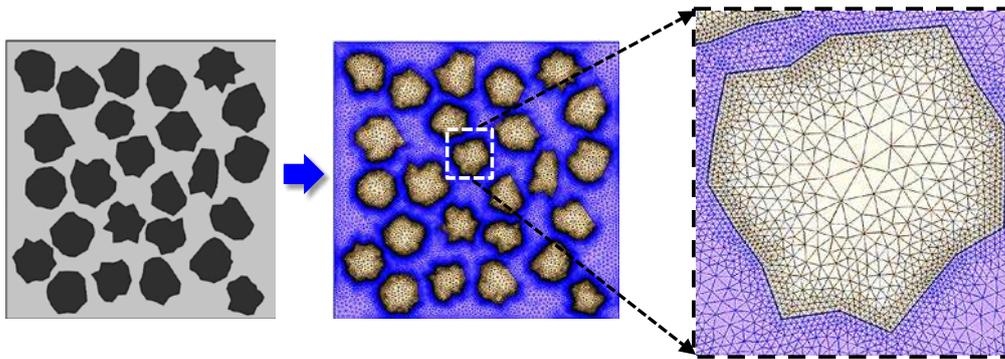


Figura 2. Malla de elementos finitos empleada para el RVE.

En este trabajo, hemos considerado la adición de CNT (15,15) de pared múltiple [17], lo que modifica tanto el comportamiento elástico como las propiedades dieléctricas de la matriz. Así, la adición de nanotubos provoca una rigidización de la matriz, incrementándose el módulo de Young y reduciéndose el coeficiente de Poisson, tal como se ilustra en las figuras 3(a) y 3(b), respectivamente. En este estudio, se analiza también la influencia de las aglomeraciones de CNT que pueden generalmente observarse en la matriz modificada. En tal caso, las propiedades elásticas de la matriz modificada se han calculado empleando el modelo bi-paramétrico de Shi *et al.* [18,19]. Dicho modelo tiene en cuenta las aglomeraciones de nanotubos a través de la definición de dos parámetros ξ y ζ : ζ indica la fracción de los nanotubos que, en la matriz, se encuentran formando aglomeraciones; mientras que ξ se refiere a la fracción de volumen de las aglomeraciones en la matriz ($\xi \leq \zeta$). Cuando $\xi = \zeta$, no hay aglomeraciones y los CNT se encuentran uniformemente dispersados en la matriz. Las figuras 3(c) y 3(d) ilustran la influencia de las aglomeraciones en el valor del módulo de Young efectivo, E_m^{eff} , y del coeficiente de Poisson de la matriz modificada, ν_m^{eff} , en función de la fracción de volumen de CNT, f_{CNT} . Puede observarse cómo la presencia de aglomeraciones induce una menor rigidización en la matriz, apuntando así a una reducción de la respuesta piezoeléctrica.

La adición de CNT también aumenta la permitividad dieléctrica de la matriz. En base a resultados experimentales existentes [14,20], la variación de la constante dieléctrica efectiva de la matriz, ϵ_m^{eff} , con la fracción de volumen de CNT responde a un comportamiento de tipo percolativo, descrito por la ecuación

$$\epsilon_m^{eff} = \epsilon_m \left(\frac{f_c}{f_c - f_{CNT}} \right)^p \quad (3)$$

En la ec. (3), ϵ_m es la permitividad relativa de la matriz de polímero sin adiciones, f_c es el umbral de percolación de los CNT y p es un exponente crítico. Tanto f_c como p son funciones principalmente de la relación de aspecto de los CNT y de las características de las aglomeraciones. En particular, las aglomeraciones reducen la probabilidad de establecer una red conectada de CNT y, por lo tanto, aumentan el umbral de percolación. Se han desarrollado varios modelos para comprender la

dependencia entre las aglomeraciones y el umbral de percolación de un compuesto [14,21]. Aplicando el modelo desarrollado en [21] se puede establecer una relación analítica entre f_c y ζ , tal como se detalla en la referencia [15] para nuestro caso. En la tabla 1 se indican varios valores de referencia. En cuanto al exponente crítico p , no hay evidencia concluyente en la literatura sobre su valor. Sin embargo, se ha demostrado que mediante la funcionalización química de nanotubos, el exponente crítico puede ser ajustado al rango $p = 1.0 - 1.23$ [46], de manera que para las simulaciones presentadas a continuación adoptaremos $p = 1.2$. La figura 4 muestra la relación entre ϵ_m^{eff} y f_{CNT} para $f_c = 1.0\%$ y $p = 1.2$.

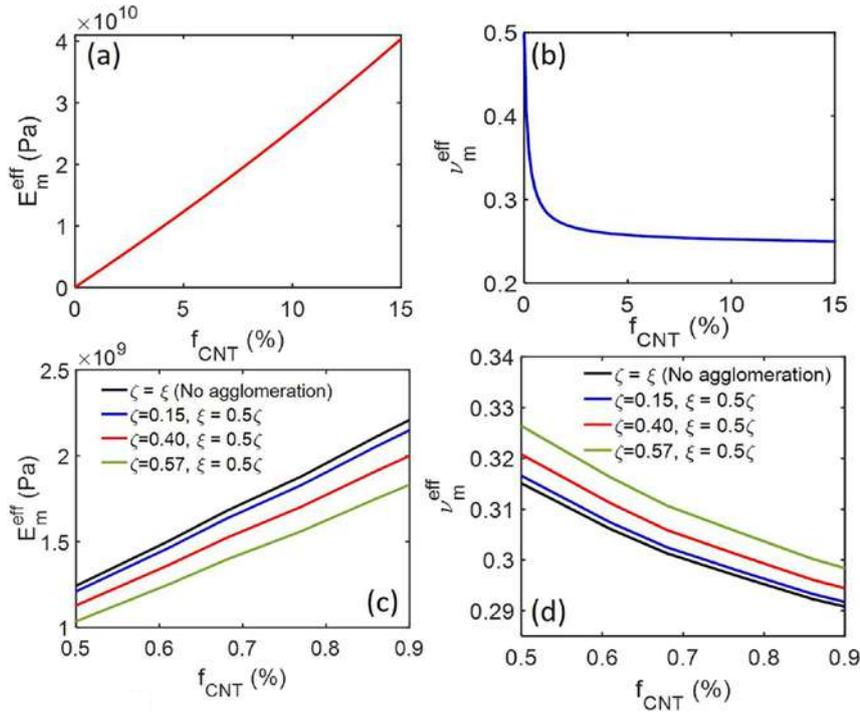


Figura 3. Módulo de Young E_m^{eff} y coeficiente de Poisson ν_m^{eff} efectivos de la matriz del PDMS en función de la fracción de volumen de CNT (f_{CNT}): (a)-(b) sin aglomeraciones de CNT; (c)-(d) con CNT aglomerados.

Tabla 1. Estados de aglomeración considerados y umbrales de percolación asociados

ζ	0.15	0.40	0.57
f_c (%)	0.7	0.9	1.09

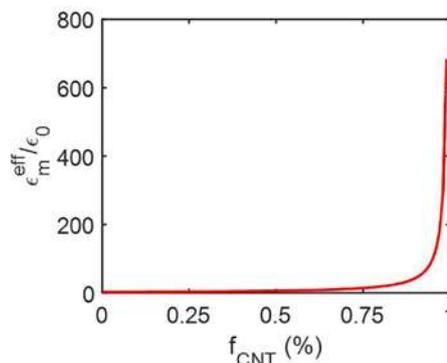


Figura 4. Variación percolativa de la permitividad relativa de la matriz con respecto a la fracción de volumen de CNT, f_{CNT} (para $f_c = 1.0\%$ y $p = 1.2$).

2.2. Modelización de las inclusiones piezoeléctricas policristalinas de BaTiO₃

Se consideran inclusiones policristalinas de BaTiO₃ que –por simplicidad del modelo– asumimos que están polarizadas en el plano. Las propiedades homogeneizadas del policristal de BaTiO₃ se obtienen, a través de un modelo bajo la hipótesis de Voigt, asumiendo que cada grano tiene las propiedades de un monocristal [8]. De este modo, las propiedades efectivas G^* se obtienen mediante el promedio espacial de las propiedades de un cristal, como

$$G^* = \langle G(\theta, \varphi, \phi) \rangle = \int G(\theta, \varphi, \phi) d\Omega(\theta, \varphi, \phi) \quad (4)$$

donde G representa de forma genérica cualquier propiedad electromecánica y (θ, φ, ϕ) son los ángulos de Euler que describen la orientación de un grano en el sistema de coordenadas global.

La distribución de las orientaciones de los granos en el policristal se puede tener en cuenta a través de la definición de una Función de Distribución Orientacional (FDO), $W(\xi = \cos\theta, \varphi, \phi)$. Dicha FDO es una función de densidad de probabilidad para un grano orientado según los ángulos de Euler, de manera que el promedio de una propiedad tensorial cualquiera de un monocristal vendrá dado por

$$\langle G \rangle = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\xi, \varphi, \phi) W(\xi, \varphi, \phi) d\xi d\varphi d\phi \quad (5)$$

Siguiendo el modelo de Li [8], para evaluar $\langle G \rangle$ expandimos $W(\xi, \varphi, \phi)$ y $G(\xi, \varphi, \phi)$ en series de funciones de Legendre. Haciendo uso de ciertas propiedades de ortogonalidad, el promedio (5) puede reducirse a series acotadas en término de unos *coeficientes de textura* W_{lmn} ($l = 0 \dots R; m, n = -l \dots l$, siendo R el orden del tensor), los cuales contienen la información de la FDO. A modo de ejemplo, el promedio para la componente e_{33} del tensor piezoeléctrico es [8]

$$\langle e_{33} \rangle = \frac{4\sqrt{6}\pi^2}{15} (4e_{15} + 2e_{31} + 3e_{33})W_{100} - \frac{8\sqrt{14}\pi^2}{35} (2e_{15} + e_{31} - e_{33})W_{300} \quad (6)$$

El resto de propiedades piezoeléctricas, elásticas y permitividades dieléctricas se presentan en el trabajo de Li [8]. Los coeficientes de textura pueden ser obtenidos según

$$W_{lmn} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} W(\xi, \varphi, \phi) Z_{lmn} e^{im\varphi} e^{in\phi} d\xi d\varphi d\phi \quad (7)$$

donde $i = \sqrt{-1}$ y $i = p-1$, y Z_{lmn} es la función de Legendre generalizada, cuyos detalles pueden consultarse en la ref.[8].

Debido a la falta de datos experimentales sobre la forma de la distribución, asumimos una distribución Gaussiana para la FDO. Consideramos que tanto la distribución geométrica de los granos como de los cristales dentro de los granos es isotrópica, lo cual, después de la polarización eléctrica resulta en un comportamiento transversalmente isotrópico. Por lo tanto, la FDO depende únicamente de un ángulo de Euler, θ , y viene definida como

$$W(\theta, \varphi, \phi) = \frac{1}{\alpha\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\theta^2}{2\alpha^2}\right) \quad (8)$$

donde el parámetro α tiene una interpretación física muy importante. Cuando α se reduce, la distribución Gaussiana se estrecha. En el límite, cuando α tiende a cero la distribución tiende a la función delta de Dirac y los coeficientes electroelásticos tienden a los valores de un cristal único. Por

otro lado, cuando α tiende a infinito, los granos están orientados con una distribución completamente aleatoria y el comportamiento es isótropo (sin polarización). Por lo tanto el parámetro α mide de alguna forma el grado de polarización del policristal y será considerado una variable en el estudio subsecuente. Las expresiones analíticas de los coeficientes de textura normalizados W_{lmn} cuando la FDO viene dada por una función de densidad de distribución Gaussiana pueden consultarse en la referencia [23] y se ilustran en la figura 5, en función del parámetro α .

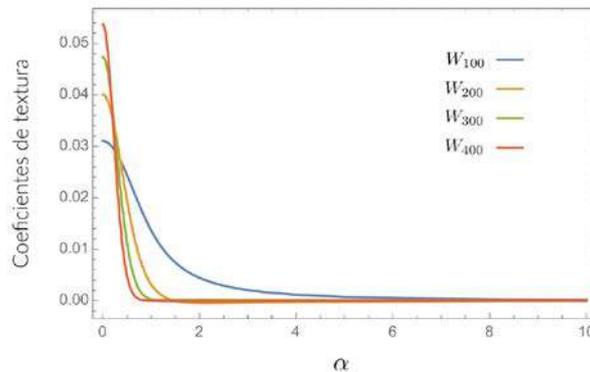


Figura 5. Coeficientes de textura W_{lmn} en función del parámetro α .

En resumen, el modelo proporciona de forma analítica todas las propiedades electromecánicas del policristal, teniendo en cuenta el grado de polarización del policristal a través del parámetro α . La Figura 6 muestra la evolución de los coeficientes piezoeléctricos e_{ijk} en función del parámetro α . Se observa que cuando $\alpha \rightarrow 0$ las propiedades piezoeléctricas coinciden con las del monocristal de BaTiO_3 , mientras que cuando $\alpha \rightarrow \infty$ las propiedades piezoeléctricas son cero debido a que el efecto de isotropía hace que no exista una polarización neta del policristal.

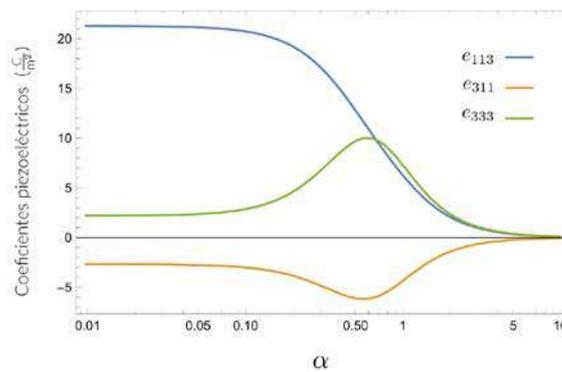


Figura 6. Coeficientes piezoeléctricos e_{ijk} en función del parámetro α .

Destacamos aquí que el parámetro α puede calibrarse controlando el proceso de polarización, para lo cual existen diferentes técnicas experimentales [24]. Sin embargo, la obtención de medidas experimentales exactas de α sigue suponiendo un reto.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación se presentan los resultados numéricos obtenidos para 5 RVE diferentes, con fracciones de volumen crecientes V_p de las inclusiones piezoeléctricas (figura 7), y dos casos de matriz polimérica: (i) Primero, se analiza el efecto de incorporar MWCNT (15,15) bien dispersos en la matriz –no aglomerados– sobre el rendimiento piezoeléctrico; (ii) a continuación se analiza la situación en la que se producen aglomeraciones de CNT y cómo esto afecta a la respuesta piezoeléctrica.

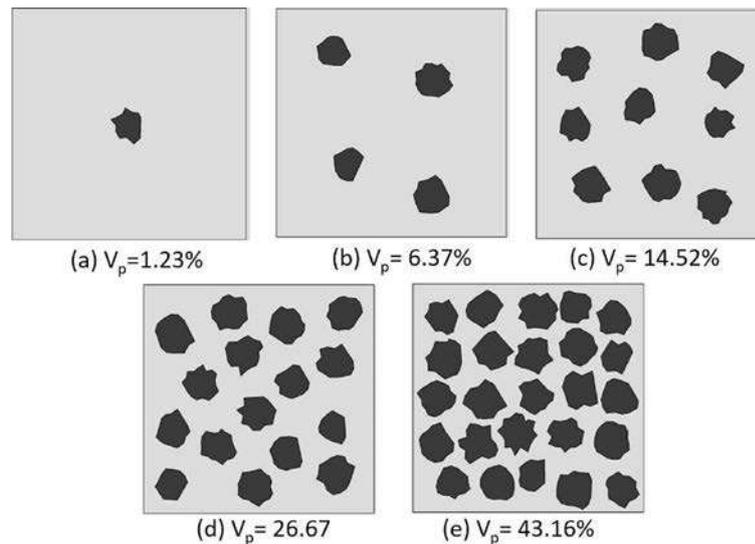


Figura 7. RVE considerados para 5 fracciones de volumen V_p de las inclusiones piezoeléctricas.

3.1. Material compuesto piezoeléctrico sin aglomeraciones de CNT en la matriz

Como ya se ha indicado anteriormente, la incorporación de CNT persigue un doble objetivo: rigidizar la matriz y mejorar sus propiedades dieléctricas. Estos dos aspectos pueden actuar sinérgicamente para mejorar la respuesta piezoeléctrica en comparación con el compuesto sin nanotubos. En las simulaciones que se recogen a continuación hemos considerado $f_c = 1.0$ y $p = 1.2$, en consonancia con diversos estudios experimentales, tal como se ha explicado en la sección anterior. En primer lugar observamos que, a medida que aumenta la fracción de volumen de CNT, f_{CNT} , también aumentan los módulos elásticos efectivos de la matriz, como se muestra en la figura 8 para $\alpha = 0$ y para varias fracciones de volumen de inclusiones piezoeléctricas, V_p . También se observa en los resultados obtenidos que la policristalinidad de las inclusiones piezoeléctricas tiene poco efecto sobre los módulos elásticos efectivos, en comparación con el efecto mucho más pronunciado de f_{CNT} . Además, la introducción de CNT mejora la permitividad dieléctrica de la matriz, que responde a un comportamiento de tipo percolativo (figura 4). Este incremento en la permitividad facilita el flujo eléctrico desde las inclusiones piezoeléctricas a través de la matriz, mejorando el acoplamiento piezoeléctrico efectivo del material compuesto.

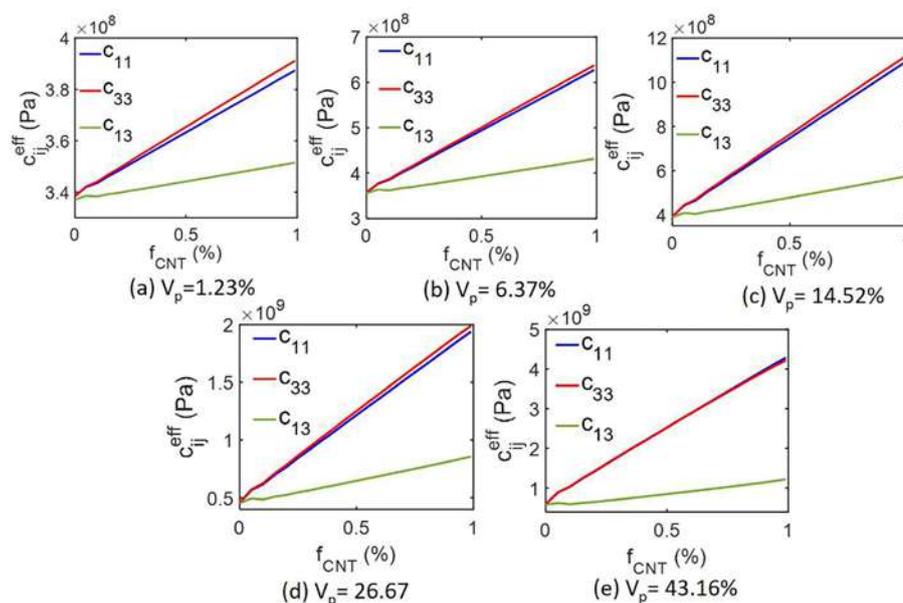


Figura 8. Módulos elásticos efectivos de la matriz con CNT uniformemente distribuidos ($\alpha = 0$).

Dado que las inclusiones piezoeléctricas presentan mayores módulos elásticos que la matriz, los módulos efectivos del material compuesto también aumentan a medida que lo hace V_p . Sin embargo, la clave es que para un V_p dado, la adición de CNT a la matriz conduce a un aumento casi lineal de los módulos elásticos del compuesto. El consiguiente incremento en la rigidez de la matriz permite canalizar eficientemente los estímulos mecánicos aplicados hacia las inclusiones piezoeléctricas. La mejora del comportamiento piezoeléctrico se observa con claridad en las figuras Figs. 9(a)-(e) y 10(a)-(e), que muestran los coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} , respectivamente, e ilustran la mejora que se obtiene gracias al efecto combinado de la rigidización de la matriz y de la mejora de su permitividad dieléctrica.

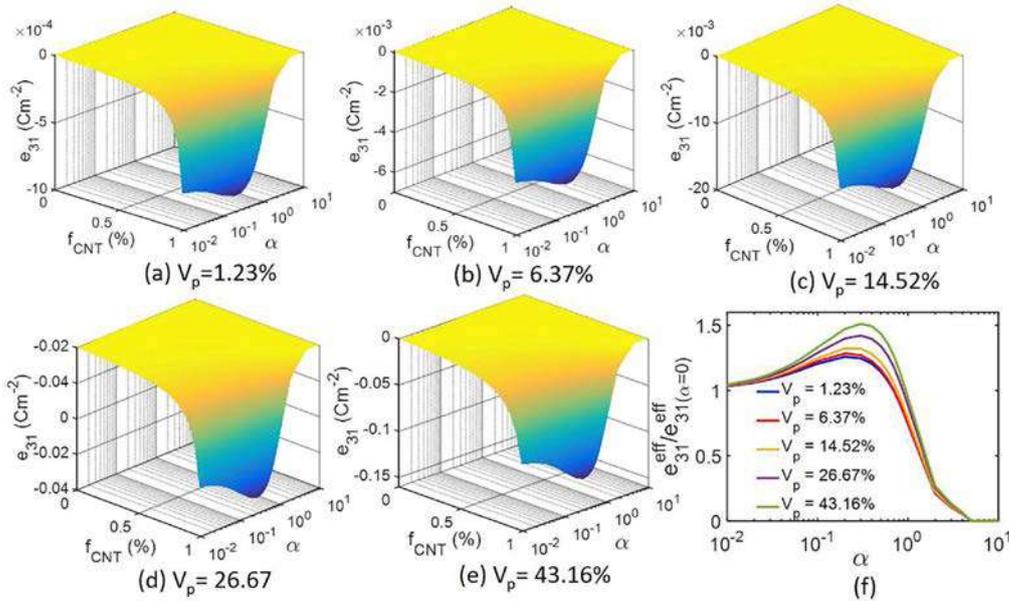


Figura 9. Coeficiente efectivo e_{31} del material compuesto en función del parámetro α y de f_{CNT} , para distintos contenidos de inclusiones piezoeléctricas (V_p): (a)-(e). (f) muestra el e_{31} efectivo cerca del umbral de percolación (i.e., $f_{\text{CNT}} = 0.99\%$)

Además, en las Figs. 9(f) y 10(f), se puede observar cómo el incremento de los coeficientes piezoeléctricos efectivos del compuestos basados en la inclusión policristalina es mayor para las fracciones de volumen de BaTiO_3 , V_p , mayores –como cabía esperar-. Resulta destacable igualmente la mejora en la respuesta piezoeléctrica que puede conseguirse a través de la manipulación de la estructura policristalina de las inclusiones. Por ejemplo, en el caso del RVE con $V_p = 43.16\%$ se observa casi un 50% de incremento en los coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} , en torno a $\alpha = 0.5$, en comparación con los valores obtenidos para el compuesto con inclusiones de BaTiO_3 monocristalino ($\alpha = 0$).

Finalmente, en la figura 11 se analiza la variación en los coeficientes piezoeléctricos efectivos e_{31} y e_{33} (con $\alpha = 0.5$, ya que representa una configuración policristalina óptima para las inclusiones piezoeléctricas) para diferentes V_p , en función de la fracción de volumen de los CNT, f_{CNT} . De las figuras 11(a) y (b) se desprende claramente que los coeficientes piezoeléctricos efectivos mejoran con el aumento de la adición de CNT. Además, estas curvas sugieren un comportamiento de tipo percolativo. Las figuras 11(c) y (d) muestran dichos coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} en relación a sus valores sin adiciones de CNT, observándose cómo la adición de CNT puede suponer mejoras que superan los 2-3 órdenes de magnitud en ambos coeficientes efectivos.

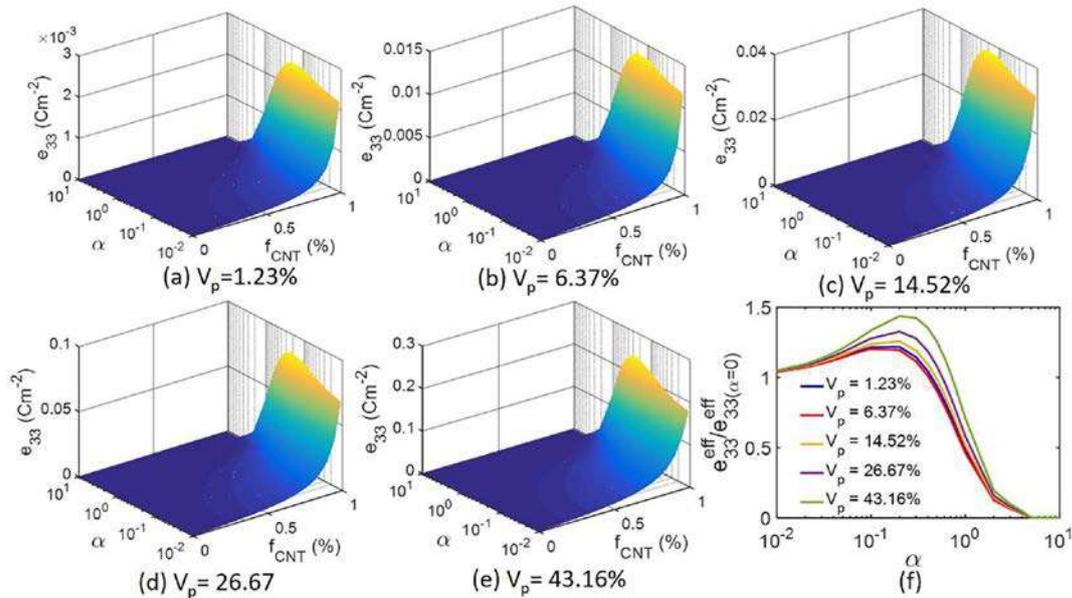


Figura 10. Coeficiente efectivo e_{33} del material compuesto en función del parámetro α y de f_{CNT} , para distintos contenidos de inclusiones piezoeléctricas (V_p): (a)-(e). (f) muestra el e_{33} efectivo cerca del umbral de percolación (i.e., $f_{CNT} = 0.99\%$)

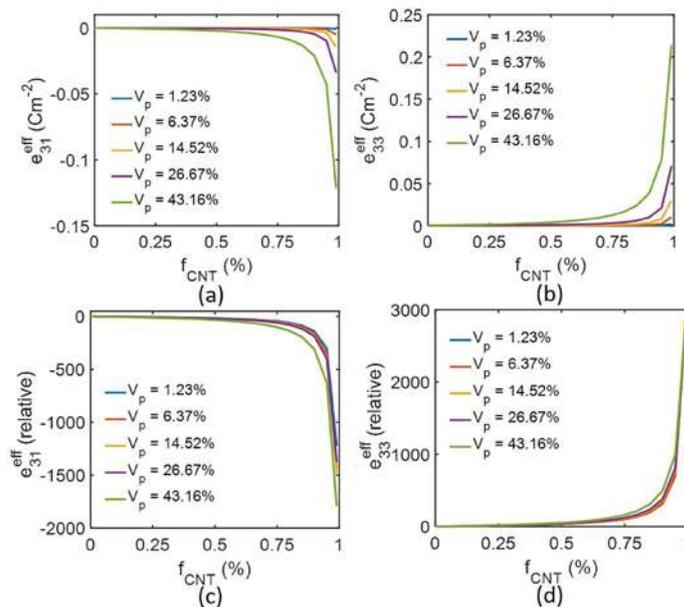


Figura 11. Coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} del material compuesto para varias f_{CNT} y V_p . Las Figs. (a) y (b) ilustran los valores absolutos obtenidos; las Figs. (c) y (d) recogen los valores relativos respecto a la matriz sin CNT.

3.2. Material compuesto piezoeléctrico con CNT aglomerados en la matriz

En el apartado anterior se ha comprobado cómo la adición de CNT uniformemente dispersos en la matriz polimérica conduce a mejoras significativas en la respuesta piezoeléctrica. Sin embargo, en aplicaciones reales es común que los nanotubos se aglomeren durante la fabricación del material compuesto [14]. En esta sección estudiaremos cómo dichas aglomeraciones afectan a la respuesta piezoeléctrica, analizando para ello dos casos particulares: (i) en el primero, consideramos una $f_{CNT} =$

0.5%, es decir, se añaden CNT muy por debajo de los que serían necesarios para que la matriz alcanzase altas permitividades dieléctricas asociadas a la mejora percolativa; y (ii) en el segundo, analizamos el comportamiento justo antes de la percolación (en particular, consideramos $f_{CNT} = 0.999f_c$). Los resultados que se presentan a continuación corresponden a un RVE con $V_p = 26.67\%$.

Las figuras 12(a) y (b) muestran los coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} del compuesto, en función de α , cuando $f_{CNT} = 0.5\%$. Puede observarse cómo la aglomeración de CNT tiene un efecto perjudicial en la respuesta piezoeléctrica, debido a la menor rigidización de la matriz obtenida, para un mismo f_{CNT} , respecto al caso sin aglomeraciones. Esto es así cuando las f_{CNT} empleadas son sustancialmente menores al umbral de percolación, por lo que en estos casos las aglomeraciones de CNT son claramente indeseables. Sin embargo, en la percolación, la situación se invierte, ya que la presencia de aglomeraciones conduce a un aumento de los umbrales de percolación, lo que permite la adición de un mayor contenido de nanotubos en la matriz antes de que se produzca dicha percolación (ecuación (3)). En consecuencia, aunque la aglomeración de CNT reduzca el efecto de rigidización de la matriz, esto puede compensarse eventualmente con la posibilidad de añadir más nanotubos antes de la percolación. En tal caso, en el límite de percolación, se observa que las matrices con nanotubos aglomerados son más rígidas que las matrices con nanotubos bien dispersos, a costa de haber añadido mayores cantidades de CNT. Para esta situación, en la percolación, la permitividad dieléctrica de la matriz con aglomeraciones exhibe mayor permitividad que la matriz sin aglomeraciones. En tales condiciones, el efecto conjunto de la rigidización mecánica de la matriz y de la mejora dieléctrica contribuyen sinérgicamente a mejorar la respuesta piezoeléctrica. Como se observa en las figuras 12(c) y (d), en la percolación de CNT, la aglomeración da lugar a mejores coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} en comparación con los obtenidos en compuestos con matrices no aglomeradas (eso sí, a costa de emplear mayores f_{CNT}).

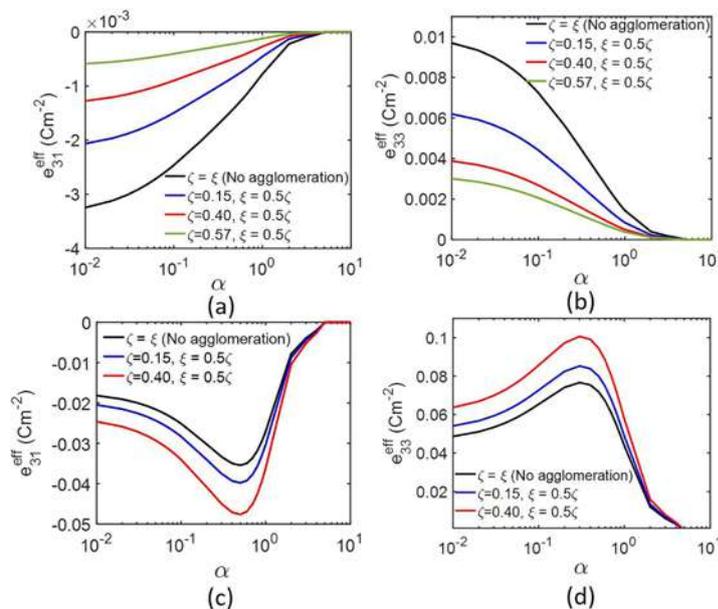


Figura 12. Coeficientes efectivos e_{31} y e_{33} para varios estados de aglomeración de CNT. Figs. (a) y (b): $f_{CNT} = 0.5\%$; Figs. (c) y (d): $f_{CNT} = 0.999f_c$.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un modelo computacional, basado en la aplicación del método de los elementos finitos a un volumen representativo (RVE), para el diseño de materiales compuestos de matriz polimérica e inclusiones piezoeléctricas libres de plomo. En particular, el modelo desarrollado ha permitido analizar en detalle la mejora en el acoplamiento piezoeléctrico que se obtiene mediante la dispersión en la matriz de nanotubos de carbono (CNT). Dicha mejora es consecuencia tanto de la rigidización mecánica como de la mejora en las propiedades dieléctricas que los CNT inducen en la matriz modificada. Los resultados obtenidos muestran mejoras considerables en la respuesta piezoeléctrica, que pueden llegar a superar los 2 órdenes de magnitud. Estas mejoras se acentúan aún más con el aumento de la fracción de volumen de las inclusiones piezoeléctricas, tal como cabía esperar. Por otro lado, el empleo de inclusiones piezoeléctricas policristalinas texturizadas puede llegar a mejorar hasta en un 50% el acoplamiento electromecánico del material compuesto resultante, en comparación con el empleo de inclusiones monocristalinas. Finalmente, resulta destacable cómo las aglomeraciones de CNT, que a menudo se consideran indeseables, pueden ayudar a mejorar el rendimiento piezoeléctrico en determinadas condiciones. Y es que, si bien es cierto que las aglomeraciones reducen la rigidez de la matriz, también producen un aumento del umbral de percolación, lo que permite la adición de mayores fracciones de volumen de CNT. De esta manera, en el límite de percolación, la matriz resultante es más rígida y tiene mayor permitividad en comparación con las matrices en la percolación sin aglomeraciones, mejorando así la respuesta piezoeléctrica global del compuesto.

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de este trabajo ha sido posible gracias al apoyo financiero del Ministerio de Economía y Competitividad de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), en el marco de los proyectos RTI2018-094945-B-C21 y DPI2017-89162-R.

REFERENCIAS

- [1] Uchino, K. *Advanced piezoelectric materials: Science and technology* (2010). Elsevier.
- [2] Maurya, D., Peddigari, M., Kang, M.-G., Geng, L.D., Sharpes, N., Annapureddy, V., Palneedi, H., Sriramdas, R., Yan, Y., Song, H.-C., Wang, Y.U., Ryu, J., Priya, S. Lead-free piezoelectric materials and composites for high power density energy harvesting (2018) *Journal of Materials Research*, 33 (16), pp. 2235-2263.
- [3] Lee, M., Chen, C.-Y., Wang, S., Cha, S.N., Park, Y.J., Kim, J.M., Chou, L.-J., Wang, Z.L. A hybrid piezoelectric structure for wearable nanogenerators (2012) *Advanced Materials*, 24 (13), pp. 1759-1764.
- [4] Li, Z., Zhang, D., Wu, K. Cement-based 0-3 piezoelectric composites (2002) *Journal of the American Ceramic Society*, 85 (2), pp. 305-313.
- [5] Wu, J. *Advances in lead-free piezoelectric materials* (2018). Springer.
- [6] Phatharapeetranun, N., Ksapabutr, B., Marani, D., Bowen, J.R., Esposito, V. 3D-printed barium titanate/poly-(vinylidene fluoride) nano-hybrids with anisotropic dielectric properties (2017) *Journal of Materials Chemistry C*, 5 (47), pp. 12430-12440.

- [7] Kim, H., Torres, F., Villagran, D., Stewart, C., Lin, Y., Tseng, T.-L.B. 3D Printing of BaTiO₃/PVDF Composites with Electric In Situ Poling for Pressure Sensor Applications (2017) *Macromolecular Materials and Engineering*, 302 (11), art. no. 1700229
- [8] Li, J.Y. Effective electroelastic moduli of textured piezoelectric polycrystalline aggregates (2000) *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48 (3), pp. 529-552.
- [9] Zheng, P., Zhang, J.L., Tan, Y.Q., Wang, C.L. Grain-size effects on dielectric and piezoelectric properties of poled BaTiO₃ ceramics (2012) *Acta Materialia*, 60 (13-14), pp. 5022-5030.
- [10] Wu, J., Liang, Z., Ma, C., Hu, G., Shen, L., Sun, Z., Zhang, Y., Lu, L., Liu, M., Jia, C.-L. Flexible Lead-Free BaTiO₃ Ferroelectric Elements with High Performance (2019) *IEEE Electron Device Letters*, 40 (6), art. no. 8693825, pp. 889-892.
- [11] Renteria, A., Fontes, H., Diaz, J.A., Regis, J.E., Chavez, L.A., Tseng, T.-L., Liu, Y., Lin, Y. Optimization of 3D printing parameters for BaTiO₃ piezoelectric ceramics through design of experiments (2019) *Materials Research Express*, 6 (8), art. no. 085706.
- [12] Kim, H., Torres, F., Islam, M.T., Islam, M.D., Chavez, L.A., Garcia Rosales, C.A., Wilburn, B.R., Stewart, C.M., Noveron, J.C., Tseng, T.-L.B., Lin, Y. Increased piezoelectric response in functional nanocomposites through multiwall carbon nanotube interface and fused-deposition modeling three-dimensional printing (2017) *MRS Communications*, 7 (4), pp. 960-966.
- [13] Fan, B., Liu, Y., He, D., Bai, J. Achieving polydimethylsiloxane/carbon nanotube (PDMS/CNT) composites with extremely low dielectric loss and adjustable dielectric constant by sandwich structure (2018) *Applied Physics Letters*, 112 (5), art. no. 052902.
- [14] Li, J., Ma, P.C., Chow, W.S., To, C.K., Tang, B.Z., Kim, J.-K. Correlations between percolation threshold, dispersion state, and aspect ratio of carbon nanotubes (2007) *Advanced Functional Materials*, 17 (16), pp. 3207-3215.
- [15] A. Krishnaswamy, J., Buroni, F.C., Garcia-Sanchez, F., Melnik, R., Rodriguez-Tembleque, L., Saez, A. Lead-free piezocomposites with CNT-modified matrices: Accounting for agglomerations and molecular defects (2019) *Composite Structures*, 224, art. no. 111033.
- [16] Johnston, I.D., McCluskey, D.K., Tan, C.K.L., Tracey, M.C. Mechanical characterization of bulk Sylgard 184 for microfluidics and microengineering (2014) *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 24 (3), art. no. 035017.
- [17] Shen, L., Li, J. Transversely isotropic elastic properties of multiwalled carbon nanotubes (2005) *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 71 (3), art. no. 035412.
- [18] Rodríguez-Tembleque, L., García-Macías, E., Sáez, A. CNT-polymer nanocomposites under frictional contact conditions (2018) *Composites Part B: Engineering*, 154, pp. 114-127.
- [19] Shi, D.-L., Feng, X.-Q., Huang, Y.Y., Hwang, K.-C., Gao, H. The effect of nanotube waviness and agglomeration on the elastic property of carbon nanotube-reinforced composites (2004) *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 126 (3), pp. 250-257.
- [20] Pecharromás, C., Esteban-Betegón, F., Bartolomé, J.F., López-Esteban, S., Moya, J.S. New percolative BaTiO₃-Ni composites with a high and frequency-independent dielectric constant ($\epsilon_r \approx 80000$) (2001) *Advanced Materials*, 13 (20), pp. 1541-1544.
- [21] Bao, H.-D., Sun, Y., Xiong, Z.-Y., Guo, Z.-X., Yu, J. Effects of the dispersion state and aspect ratio of carbon nanotubes on their electrical percolation threshold in a polymer (2013) *Journal of Applied Polymer Science*, 128 (1), pp. 735-740.

- [22]Li, Q., Xue, Q., Hao, L., Gao, X., Zheng, Q. Large dielectric constant of the chemically functionalized carbon nanotube/polymer composites (2008) *Composites Science and Technology*, 68 (10-11), pp. 2290-2296.
- [23]Krishnaswamy, J.A., Buroni, F.C., Garcia-Sanchez, F., Melnik, R., Rodriguez-Tembleque, L., Saez, A. Improving the performance of lead-free piezoelectric composites by using polycrystalline inclusions and tuning the dielectric matrix environment (2019) *Smart Materials and Structures*, 28 (7), art. no. 075032.
- [24]Tao, H., Wu, J. New poling method for piezoelectric ceramics (2017) *Journal of Materials Chemistry C*, 5 (7), pp. 1601-1606.

Strong equilibrium in FEA – an alternative paradigm?

Maunder, Edward¹; Ramsay, Angus²

ABSTRACT

This paper presents a brief review of some recent and current research in the formulation and application of hybrid equilibrium elements, with emphasis on the design and assessment of structures. The aim is to highlight the means and the benefits of obtaining fully equilibrated solutions from finite element models. The mechanics of the formation of an element stiffness matrix is presented in physical terms, and this is followed by two areas of application: (i) regarding lower bound (safe) limit analysis of plates with particular attention to the use of the von Mises yield criterion for steel; and (ii) the determination of load paths in a masonry arch. The latter is modelled by faceted thick shell equilibrium elements, and a solid hexahedral equilibrium element is also proposed for modelling the voussoirs. We conclude that there is much scope for equilibrium models to be a valuable tool for structural engineers.

Keywords: finite elements, equilibrium, limit analysis, load paths.

1. INTRODUCTION

Demonstration of equilibrium is a key requirement in the design or assessment of structures, and this requirement is embodied in Codes of Practice throughout the world. However, the precise meaning of the term is somewhat ambiguous in practice. This ambiguity played its part in the collapse of the Sleipner offshore oil platform in 1991 [1].

Finite element methods (FEM) are one of the commonest forms of analysis, but it raises a paradox that, in the authors' opinion, demands a paradigm shift in the use of FEM. The paradox: we seek equilibrium but in practice base FEM analysis on compatibility, i.e. from an assumed set of deformed shapes, FEM determines that combination which best satisfies physical laws, or in mathematical terms minimizes the total potential [2]. Unless we can prove otherwise, the solution is approximate although satisfying compatibility and Hooke's law. The approximation reveals itself by its lack of local equilibrium, and therein lies the paradox.

There is another way of formulating FEM, which is to assume a set of stress fields that equilibrate with the loads, and determine the combination that gets closest to satisfying compatibility. Although this leads to another approximation to the true solution, local and global equilibrium is strictly satisfied and the approximation is revealed by its lack of compatibility. For the safe design of structures we believe, to quote Ed Wilson [3]: "equilibrium is essential, compatibility is optional"

So the question arises: why don't we take more advantage of "strong" equilibrium via assumed stress fields in equilibrium finite elements (EFE), as opposed to "weak" equilibrium as derived from assumed displacement fields in compatible finite elements (CFE)?

¹ College of Engineering, Mathematics & Physical Sciences, University of Exeter (UK). (Corresponding author) e.a.w.maunder@exeter.ac.uk

² Ramsay Maunder Associates (UK) angus_ramsay@ramsay-maunder.co.uk

The seeds of strong equilibrium in EFE were actually sown some 50 years ago [4], but software development for commercial use took the easier path towards CFE. So much investment has been put into CFE that there is now little knowledge of alternatives, and there is resistance to changing the status quo unless industry demands it. However, in general, industry is unaware of strong equilibrium as a possible alternative! It should be noted that equilibrium models also have an important role to play in dual analyses for the purposes of verification and error estimation.

2. AN EQUILIBRIUM FORMULATION

We follow the concept of the hybrid equilibrium element [5], where we assume: (i) internal stress fields σ that satisfy the differential equations of equilibrium

$$\sigma = \mathbf{S}\hat{\mathbf{s}} + \sigma_0 \quad (1)$$

where the columns of \mathbf{S} form a basis of self-equilibrating fields and σ_0 denotes a particular stress field that balances the distributed loads on an element, and (ii) independent displacement fields \mathbf{v} for each side

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{v}} \quad (2)$$

where the columns of \mathbf{V} form a basis of side displacements. In Eq. (1) and (2) $\hat{\mathbf{s}}$ and $\hat{\mathbf{v}}$ vectors collect the internal stress field and side displacement field parameters respectively.

A weak form of compatibility between the internal strains and the side displacements is expressed:

$$\int_{\Omega} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\varepsilon} \, d\Omega = \oint_{\partial\Omega} \mathbf{S}^T \mathbf{N} \mathbf{v} \, d\Gamma \quad (3)$$

where side tractions \mathbf{t} that balance the internal stresses are defined by

$$\mathbf{t} = \mathbf{N}^T \sigma \quad (4)$$

A strong form of equilibrium is then completed by the integral equation:

$$\int_{side} \mathbf{V}^T \mathbf{t} \, d\Gamma = \hat{\mathbf{g}}_{side} = \int_{side} \mathbf{V}^T \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma \quad (5)$$

when the applied tractions $\bar{\mathbf{t}}$ are in polynomial form of no higher degree than that of the side displacement polynomial functions.

The usual form of the hybrid equations for an element is then given in Eq. (6), where the submatrices are also defined:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{F} & \mathbf{D}^T \\ \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{s}} \\ \hat{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{g}} \end{Bmatrix} \quad \text{with } \mathbf{F} = \int_{\Omega} \mathbf{S}^T \mathbf{f} \mathbf{S} \, d\Omega, \mathbf{D} = \oint_{\partial\Omega} \mathbf{V}^T \mathbf{N}^T \mathbf{S} \, d\Gamma \quad (6)$$

In Eq. (6) we have assumed for simplicity that there are no body forces, and hence the particular stress field σ_0 is zero, and the stress/strain relations are defined by $\mathbf{f}\sigma = \boldsymbol{\varepsilon}$. This equation also allows us to define an element stiffness matrix \mathbf{K} which would allow incorporation into commercial types of FE software.

$$\mathbf{K}\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{g}} \quad \text{where } \mathbf{K} = \mathbf{D}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{D}^T. \quad (7)$$

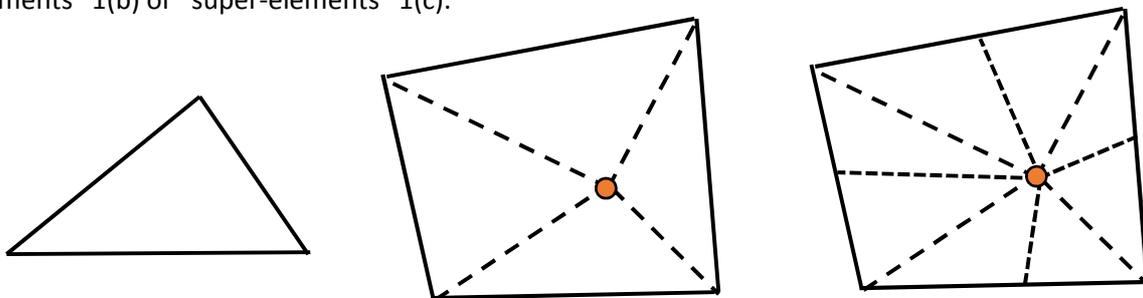
The $\hat{\mathbf{g}}$ vector in Eq. (5) and (6) contains the load parameters which are dual to the displacement parameters.

In a mesh of hybrid equilibrium elements the displacement and traction distributions along a side or face can be associated with an internal structural node, e.g. situated at its centroid, leaving vertex nodes to describe the initial geometry of an element. The usual shape of element to be used as a building block is triangular in 2D and tetrahedral in 3D, and the sides or faces of these elements, termed “primitive” are assumed to be straight or flat respectively. Curved boundaries introduce a degree of complexity in the formulation that is usually not necessary when curves can be well enough represented by a series of small straight segments. Similar formulations have been proposed for hybrid equilibrium elements in the contexts of modelling plates and curved shells [6] when the latter can reasonably be assumed to be in faceted form.

When modelling 2D and 3D continua, stress fields in a mesh are fully equilibrated both internal to the elements and across their interfaces, and it is only required that the normal and tangential shear stresses be codiffusive. Thus the other stress components at an interface may be discontinuous. However, it is usually found in practice that a good level of continuity is obtained unless the mesh is relatively coarse and there are high stress gradients.

However, a single primitive element suffers from a kinematic instability referred to as spurious kinematic modes, otherwise known as pseudo-mechanisms. These are due to the property that certain side displacements do zero work with any of the tractions that equilibrate with the internal stress field approximations, and hence these displacements are unconstrained. A consequence of this is that an element stiffness matrix \mathbf{K} is rank deficient by more than the number of rigid body modes.

Nevertheless, when primitive elements, as in Fig.1(a) are assembled into a mesh such pseudo-mechanisms may be blocked by neighbouring elements. Stable configurations can always be guaranteed by assembling patches of elements, e.g. as illustrated in Fig.1, into so-called “macro-elements” 1(b) or “super-elements” 1(c).



(a) triangular primitive element (b) quadrilateral macro-element (c) quadrilateral super-element

Figure 1. Examples of hybrid equilibrium elements.

A macro-element can have any polygonal form and generally it has as many primitive elements as the number of vertices on its boundary, e.g. the quadrilateral in Fig.1(b) has 4 primitives. Pseudo-mechanisms are generally blocked although some internal ones may exist depending on the position of the internal vertex. These pseudo-mechanisms would not be excited by loads on the sides, or loads distributed internally defined by continuous functions of position.

A super-element subdivides the macro-element with additional nodes on its external sides and retains a single internal node as illustrated in Fig.1(c). Although the additional nodes on the straight sides allow local pseudo-mechanisms to exist, they are not activated by the continuous modes of traction that are

assumed to act on their sides, with their amplitudes collected in vector $\hat{\mathbf{a}}$. The internal stress fields tend to be enriched compared to the simpler macro-element.

For a super-element, we assemble the stiffness matrices of the constitutive primitive elements, as defined in Eq.(7), and then eliminate the internal degrees of freedom so as to form a stiffness matrix \mathbf{K}_s where:

$$\mathbf{K}_s \hat{\mathbf{v}}_s = \hat{\mathbf{g}}_s \quad (8)$$

and vectors $\hat{\mathbf{v}}_s, \hat{\mathbf{g}}_s$ collect displacement and traction parameters of the external sides of the primitive elements. Eq.(8) is consistent when tractions $\hat{\mathbf{g}}_s$ are obtained by projecting the continuous tractions $\hat{\mathbf{a}}$:

$$\hat{\mathbf{g}}_s = \mathbf{A} \hat{\mathbf{a}} \Rightarrow \hat{\mathbf{v}}_s = \mathbf{K}_s^+ \hat{\mathbf{g}}_s \text{ and } \hat{\mathbf{w}} = \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{v}}_s = [\mathbf{A}^T \mathbf{K}_s^+ \mathbf{A}] \hat{\mathbf{a}} \quad (9)$$

thus $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{a}}$ where $\mathbf{F} = \mathbf{A}^T \mathbf{K}_s^+ \mathbf{A}$.

In Eq.(9) \mathbf{K}_s^+ denotes the pseudo-inverse of \mathbf{K}_s , and \mathbf{F} denotes the flexibility matrix of the super-element. The selection of continuous traction modes represented by vector $\hat{\mathbf{a}}$ is limited to polynomials of no higher degree than the stress fields, and they may be restricted for convenience of use in design to much lower degrees.

Further research is required in order to evaluate their potential benefits, but we consider that the formulation of a super-element in hexahedral form could be particularly useful in modelling 3D structures as illustrated in Fig.6 of Section 4.

3. LOWER BOUND LIMIT ANALYSIS OF PLATES

Lower bound limit analysis of plates provides a way to maximize economy of material within safe limits. This area is of particular relevance to future emphasis on efficient use of resources with the need to reduce energy use and consequent benefits to climate change [7].

The most commonly used materials are reinforced concrete, for which a square yield criterion for moments is appropriate [8], and steel for which the von Mises yield criterion is most appropriate [9, 10]. When moment actions predominate, transverse shear forces are not accounted for in the yield criteria, and equilibrium in the sense of Kirchhoff plate theory can be used.

The ultimate limit state for ductile plates, such as those being considered here, is plastic collapse and the Eurocodes, EC2 for reinforced concrete and EC3 for structural steel, explicitly allow plastic analysis to be used to calculate the stress resultants at collapse. Limit analysis, which is one form of plastic analysis, has the property that the predicted collapse load is independent of any residual stress field. Also, by dint of the fact that it does not include the strengthening phenomena of membrane action as the plate deforms out of the initial plane, and strain hardening, it provides a conservative prediction of the actual plastic collapse load.

Limit analysis can, of course, be considered in a finite element context and one of the earliest approaches adopted meshes of rigid triangular elements with the boundaries of the elements being potential yield lines, [11]. In the context of the plasticity theorems, this is a kinematic approach leading to an upper bound prediction of the collapse load. The mesh produces a vector space of potential collapse mechanisms and linear programming is used to find the pattern with the lowest collapse load.

The problem with this approach, however, is that the collapse load is extremely sensitive to the geometry of the yield line pattern and unless geometric optimisation of this pattern is also undertaken then the predicted collapse load can be significantly greater than the true value. This was discussed in [12] where more modern upper bound software (which does undertake geometric optimisation) was compared with the lower bound solutions from EFE for a reinforced concrete landing slab.

Lower bound limit analysis for plates is not commonly practised due to an absence of commercial software to implement such analysis. The software developed by the authors is based on EFE, and it has been verified when using the square yield criterion. This was relatively straightforward since there is a large body of theoretical solutions and benchmark problems available in the literature, [12]. The same is not the case for the elliptical criterion, and so conventional finite element analysis was adopted using an elastic, perfectly-plastic material model to produce reference solutions, see [13] for example.

To demonstrate the influence of the yield criterion on the collapse load we consider a rectangular plate of uniform thickness t . The plate spans a distance a , is simply supported on two opposite sides of length b , and supports a uniformly distributed load (pressure) p . This plate configuration would often be idealised as a simply supported beam by practising engineers but as will be demonstrated, whilst beam theory produces results that are independent of the beam width b , this is not the case for beams when idealised as plates and made from ductile steels which obey the elliptical yield criterion of von Mises.

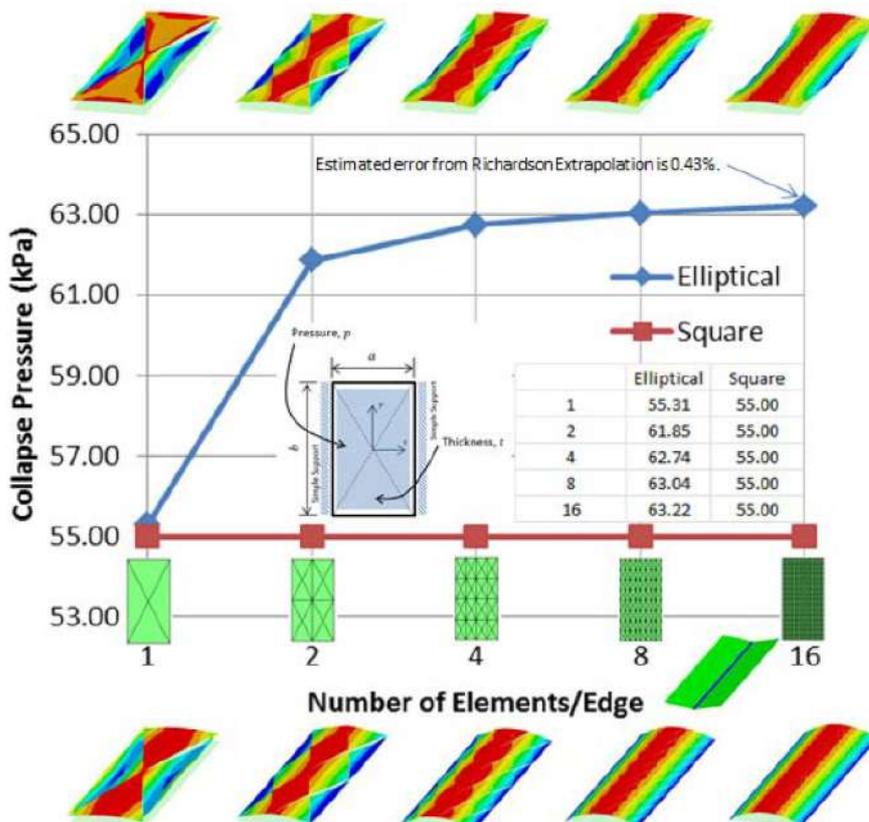


Figure 2 Convergence of the lower bound limit load (pressure) using either the square or the elliptic yield criterion. Note that contour plots of utilization are included for each mesh at the top and bottom of the figure corresponding to the elliptical and the square criterion respectively.

This plate is analysed in a form of lower bound limit analysis using EFE with both types of yield criteria. A sequence of mesh refinements was adopted as shown in Fig.2 for a convergence study, with span $a = 0.6\text{m}$, support width $b = 1.2\text{m}$, thickness $t = 6\text{mm}$, and yield stress = 275MPa . When the square yield criteria is adopted, the collapse mechanism is simply a sagging yield line across the centre of the plate and the theoretical value of the collapse load or plastic limit load is given by Eq.(10):

$$p_c = 2 \left(\frac{t}{a} \right)^2 \text{ yield stress} = 55\text{kPa} \quad (10)$$

The meshes shown in Fig.2 are comprised of regular grids of triangular elements. The boundaries of these elements are composed of their corner nodes or vertices as well as their sides. The actual tractions on a side consist of normal and torsional moments and transverse shear forces. For a hybrid equilibrium element these are represented by the normal moments and equivalent shear forces, which incorporate the effects of torsional moments, together with concentrated transverse forces at the vertices, as indicated in Fig.3.

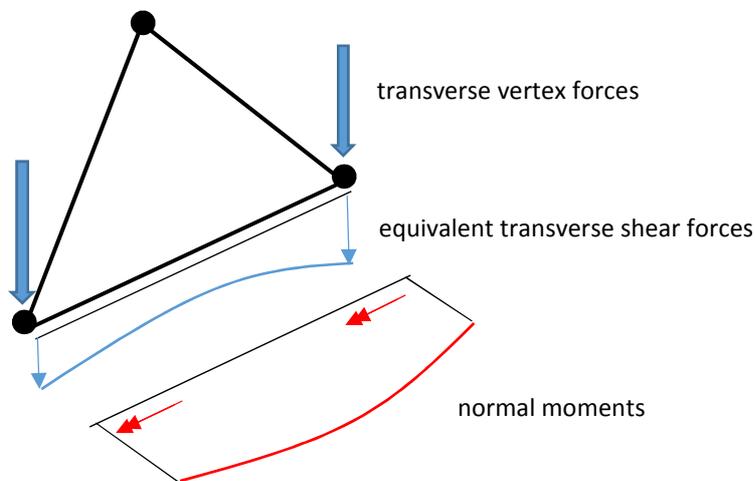


Figure 3. Side tractions and vertex forces for a Kirchhoff hybrid equilibrium plate element.

EFE determines the Cartesian moment fields at collapse and these can be combined into an equivalent moment field appropriate to the yield criterion being adopted, e.g. as defined in Eq(12)

In [14] we presented an implementation relevant to reinforced concrete slabs, based on the square yield criterion of Nielsen. This form of analysis complements the more widely used method of yield line analysis which produces upper bounds to collapse loads for RC slabs – again based on Nielsen.

Our solution is formed by combining hyperstatic fields of stress-resultants in matrix \mathbf{B} with a particular solution \mathbf{m}_0 that equilibrates the applied load, where all static fields are generated within a mesh of equilibrium elements, i.e. as in Eq. (11):

$$\mathbf{m} = \lambda \mathbf{m}_0 + \mathbf{B}\mathbf{X} \quad (11)$$

where λ is the load factor and \mathbf{X} is a vector of parameters that combine the hyperstatic fields. The results in Fig.2 were obtained from piecewise quadratic moments fields \mathbf{m}_0 to balance the uniformly distributed load, and piecewise linear moment fields for the hyperstatic fields.

The maximisation of a load factor then entailed second order cone programming [15]. However when we consider steel (metallic) plates, we find that the Nielsen criterion continues to be used in the context of yield line methods. Whilst this may be easier to understand and implement, it appears to be inappropriate since the von Mises yield criterion is better suited to steel. In this case our method of

solution is readily adaptable to von Mises, and it is summarised in Eq. (12) to (14). Research into this method is ongoing and will be reported in a future publication.

$$m_{vM} = \sqrt{\mathbf{m}^T \mathbf{P} \mathbf{m}} \leq m_p \text{ where } \mathbf{m} = \begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Since \mathbf{P} is symmetric and positive definite, it can be factorized as a product of 2 symmetric and positive definite matrices:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \text{ where } \mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{1+0.5\sqrt{3}} & -\sqrt{1-0.5\sqrt{3}} & 0 \\ -\sqrt{1-0.5\sqrt{3}} & \sqrt{1+0.5\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{6} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Then $m_{vM} = \sqrt{\tilde{\mathbf{m}}^T \tilde{\mathbf{m}}}$, when $\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{Q} \mathbf{m}$, and the lower bound optimization problem becomes: maximise λ subject to the inequality constraints imposed by the 4D cones illustrated in Fig.4.

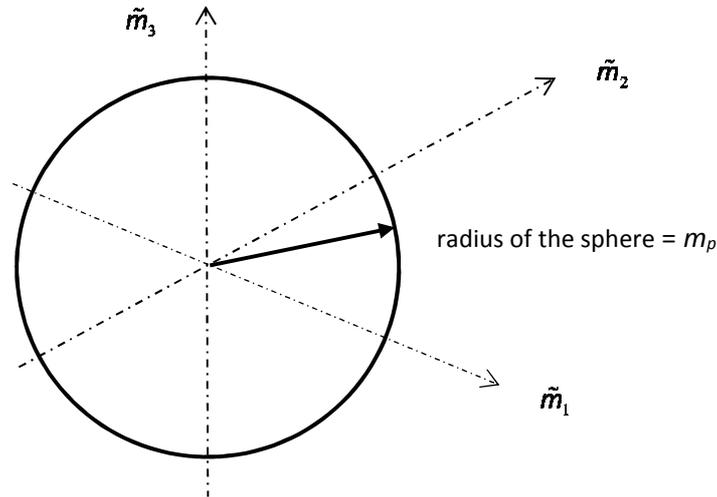


Figure 4. A cross-section of the 4D cone shown as a sphere in 3D.

$$m_{vM} \leq m_p \text{ and } \tilde{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{m}}_0 & \tilde{\mathbf{B}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda \\ \mathbf{X} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

where $\tilde{\mathbf{m}}_0 = \mathbf{Q} \mathbf{m}_0$, $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{Q} \mathbf{B}$ and $m_p = \frac{\sigma_p t^2}{4}$ is the plastic bending moment per unit width at a constraint point.

It is noted that only one cone is required per constraint point for a plate, when we assume isotropic homogeneous material with no distinction between yielding in tension or compression. A grid pattern of constraint points is used within each element so as to effectively capture the maximum value of m_{vM} .

The distribution of utilisation in the plate can be shown as a contour plot of the ratio of the equivalent moment field to the yield moment or moment capacity of the plate. The distributions of utilisation are shown in Fig.2 with mesh refinement for the two yield criteria.

It is interesting to note that for the square yield criterion, whilst the plastic limit load is essentially independent of mesh refinement, the distribution of utilisation does change significantly. One should recall, though, that in limit analysis, whilst the collapse load is unique, the moment field at collapse is not, i.e., there are potentially many collapse moment fields with the same collapse load.

When the elliptical yield criterion is adopted then the plastic limit load is no longer independent of the mesh but converges to a value slightly greater than 63kPa as the mesh is refined. This demonstrates that plates of this aspect ratio obeying the elliptical yield criteria can take $63/55 \cong 1.145$ more load than those obeying the square criterion. The reason for this is that the elliptical criteria allows the development of secondary or transverse moments not available when the square criteria is adopted, thereby increasing the load carrying capacity of the plate. The development of these transverse moments is limited by the plate width, b , with long narrow plates being essentially unable to develop any significant transverse moment and, as such, producing collapse loads for the elliptical criteria that are virtually identical to those of the square criterion. This idea is illustrated in Fig.5 which shows the two yield curves and the collapse moments at the critical centre point of the plate for plates at different ends of the range of aspect ratio $= b/a$.

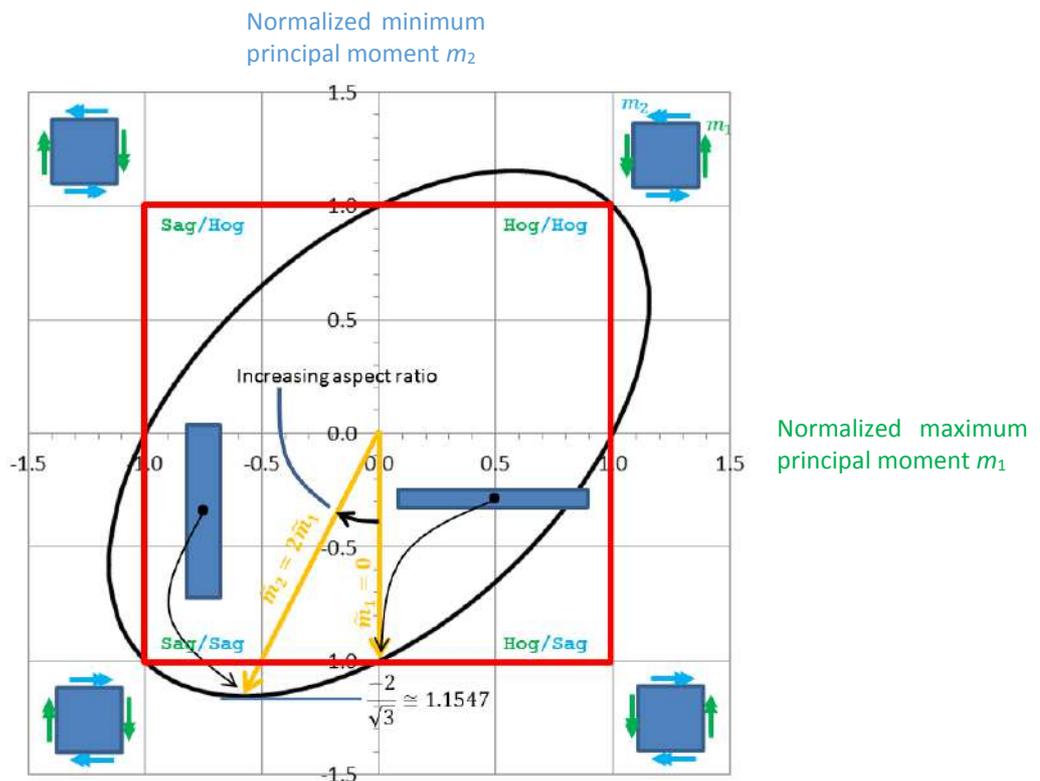


Figure 5 Yield curves and moments at plastic collapse as a function of plate aspect ratio

If the collapse load from the elliptical criteria is normalised (divided by) that from the square criteria then a sigmoid curve is obtained when the normalised collapse load is plotted against plate aspect ratio – see Fig.6.

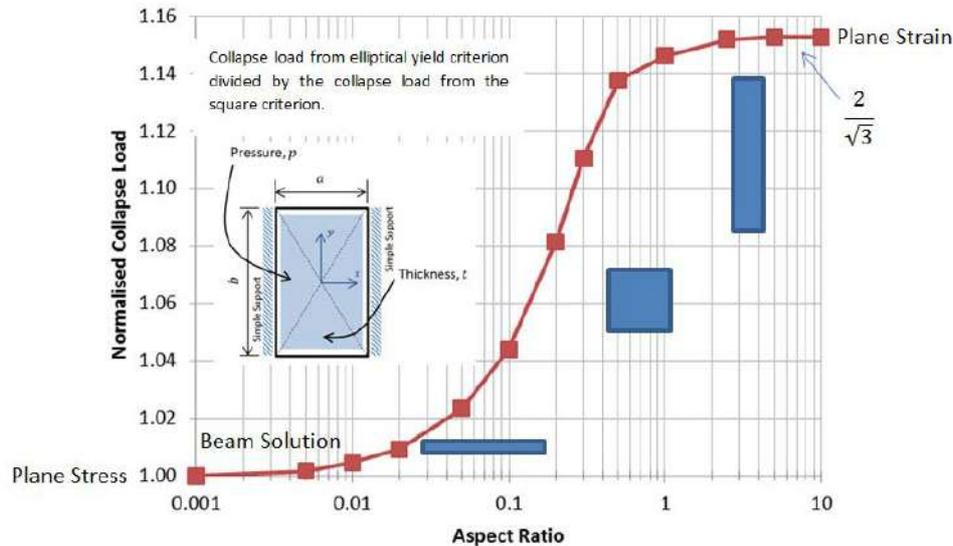


Figure 6 Normalised collapse loads versus aspect ratio.

At the left-hand side of the graph, the curve asymptotes to unity where the collapse load is independent of the chosen yield criterion. At the right-hand side of the graph, the curve asymptotes to $2/\sqrt{3}$ which is approximately 1.155.

This study has shown that significantly different plastic collapse loads may be obtained using the square and elliptical yield criteria. In the case shown, the square yield criterion provides a conservative prediction of the collapse load, and thus the use of the elliptic yield criterion would lead to a more economic design.

4. LOAD PATHS

Design or assessment of structures based on knowledge of an equilibrated set of forces (tractions) to describe possible load paths, i.e. interactions between structural components. Although detailed knowledge of stress fields are not necessarily required, it is essential that these interactions be in equilibrium. Whilst finite element mathematical models are popular in this context, the use of conventional conforming finite element models is problematic.

In such models interactions between elements are represented by generalized forces which include those quantities associated with the nodes positioned at their vertices. Since the vertices are not uniquely associated with an interface, its interactions are not well defined. Alternatively, the interactions may be determined as the resultants of the stresses derived on the faces of the elements. Unfortunately these stresses are not generally codiffusive and they indicate a localized lack of equilibrium! To reduce this lack of equilibrium to an acceptable level may require mesh refinements and associated re-analyses.

Equilibrating tractions can however be recovered by appropriate stages of post-processing [5,16] although, to the authors' knowledge, these are not generally available in commercial software.

The use of hybrid equilibrium elements in finite element models precludes the problems associated with conforming models. A simplified mesh of elements that captures the essential geometry of the structure is sufficient, and its output directly includes the resultant tractions as interactions between element faces. Although mathematical in origin, they have direct physical significance to the engineer.

We illustrate this feature in an example of a masonry arch. There is current concern regarding modelling the behavior of historical arches and viaducts subject to repeated and increasing traffic loads. Local damage can occur under service loads, which could lead to increased risk to life or property, and the usual simplifying assumptions regarding effective strips for 2D structural models used in practice for assessment are considered dubious and inadequate [17].

A simplified finite element model is being developed that serves to carry out sensitivity studies on load paths and behavior when subject to service loads. This model is created generally from an assembly of quadrilateral flat shell elements, with some interface spring elements introduced to represent local damage, e.g. to the mortar joints. An arch which serves to typify is based on a span and width of 10m, a constant radius of 6.25m to the mid-surface, and a consequent rise of 2.5m. The thickness is 0.6m and the masonry is assumed to be linear elastic with Young's modulus = 40kN/mm² and Poisson's ratio = 0.2.

A uniform mesh of flat rectangular macro-elements is used with 10 elements around the arc and 11 elements across the width, as illustrated by the dashed lines in Fig.7, which represents the original undeformed shape. The vertices of the elements lie on the mid-surface, and this arrangement implies that the geometry of the arc is represented by an inscribed polygon having 10 sides.

The load considered is vertically downward and uniformly distributed as 100kN/m² of surface area restricted to the single element as indicated in Fig.8, self-weight is not included in this analysis. The results shown in Figs. 7 and 8, where the deformed shape is shown by the solid lines, correspond to (i) allowing the arch to freely rotate at the abutments and to spread due to a horizontal stiffness of 100kN/mm per element, and (ii) allowing the arch to effectively hinge at the crown (with rotational stiffness of 10,000kNm/radian per element) as the arch spreads.

The hybrid nature of the elements allows side translations and rotations to be included in the results, and these are linked where required by interface joint elements with appropriate stiffnesses. For the case considered the maximum horizontal spread is 0.044mm at each abutment and the maximum vertical deflection at the crown is 0.075mm. These small movements indicate that the arch is sensitive to support conditions and is able to adapt its response by the flexibility of its joints.

Fig.7 illustrates the conventional types of result in the form of contours of circumferential membrane stress-resultants, as well as the deformed view as defined by the displacements of the sides of the hybrid elements. It should be noted that the stress-resultants are fully equilibrated but nevertheless discontinuities can exist in the hybrid equilibrium model as explained in Section 2. Local discontinuities can be observed within the row of elements adjacent to the right abutment of the arch. In part these discontinuities may be explained by the presence of separate spring elements used to represent flexible supports. Such detail in stress is not necessarily required by an engineer interested in explaining how a structure transfers its load. It should also be noted that each such diagram only covers one component of stress resultant. Stress trajectories could also be envisaged, but these would be problematic to obtain in 3D! We believe that the free body diagram approach is readily obtainable and easier to exploit.

Fig.8 presents the resultant membrane force vectors on the sides of the elements which align with (i) the abutment (shown in blue) nearest to the load (shown in green), and (ii) the centre line across the width of the arch (shown in red). These vectors combine the components of normal thrust and horizontal transverse shear force. The vectors belong to a fully equilibrated set of forces belonging to the free body diagram of this part of the arch, and clearly demonstrate how the concentrated load is dispersed across the full width of the arch. Similar 3D diagrams can be formed for other substructures of interest.

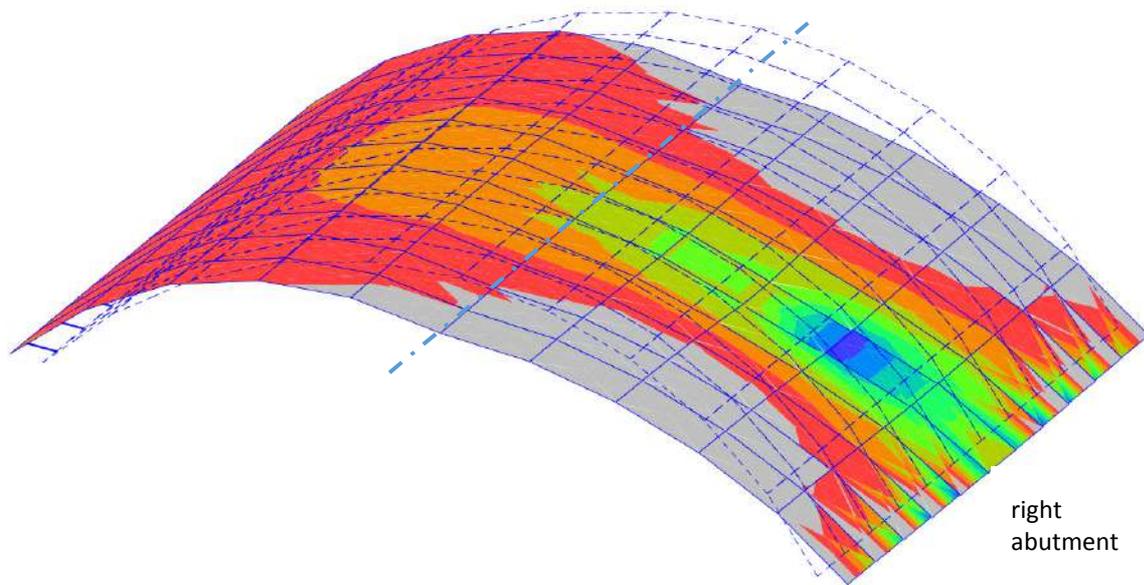


Figure 7. Contour plots of circumferential membrane stress resultants kN/m in compression colour coded from -48.32kN/m (blue) to 0 (red), grey indicates regions in tension.

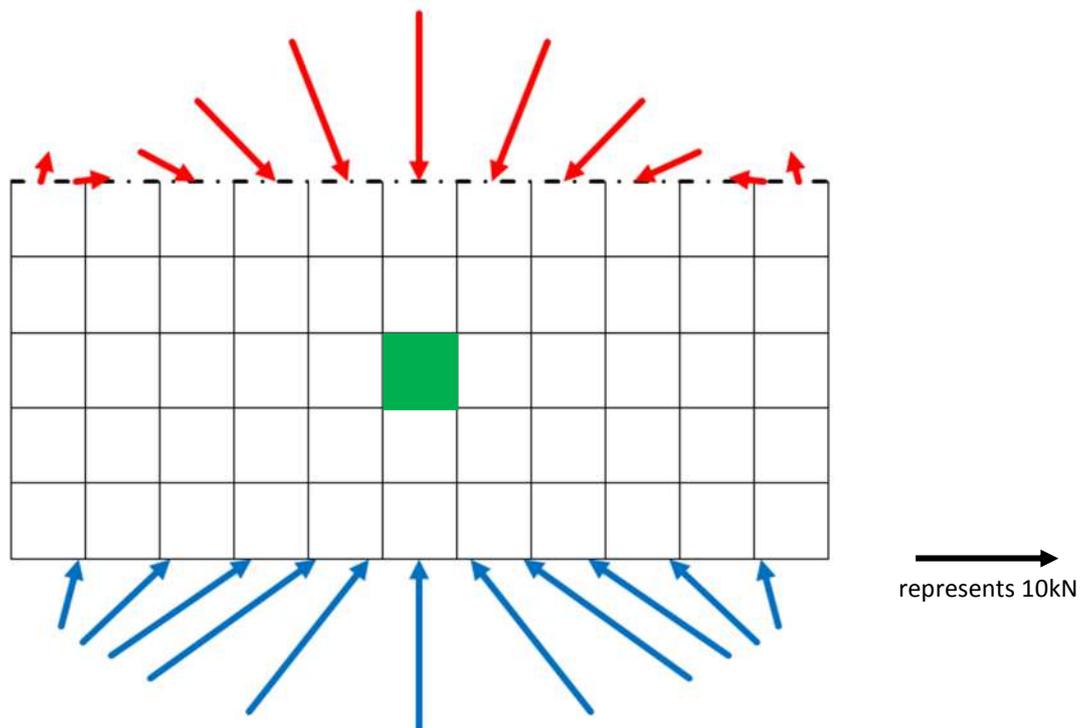


Figure 8. A developed view of half the arch showing a loaded patch and resultant membrane forces acting on the sides of the elements at the crown and the right abutment.

The hybrid equilibrium elements used for the arch model are based on Reissner-Mindlin theory relevant to “thick” plates. However the overall dimensions of the masonry arch imply that a model

based on solid 3D hybrid equilibrium elements could be more relevant. Current research is addressing the development of a hexahedral hybrid equilibrium super-element. Following earlier studies on hexahedral elements reported in [18,19,5], it is proposed to assemble a flat faced hexahedron from 12 tetrahedral “primitive” elements to form a super-element (as discussed in Section 2) as illustrated in Fig.9 to represent a wedge shaped voussoir. The pros and cons of meshing with such hexahedral elements has yet to be fully identified, but it is thought that hexahedral shaped elements could be more appropriate, e.g. for modelling an arch and identifying load paths, compared with tetrahedral shaped elements. For addressing the question of load paths, the assumed traction distributions on the faces of super-elements can be simplified to just the linear ones represented by the 6 stress-resultants of a normal force, two tangential shear forces, two bending moments and a torsional moment.

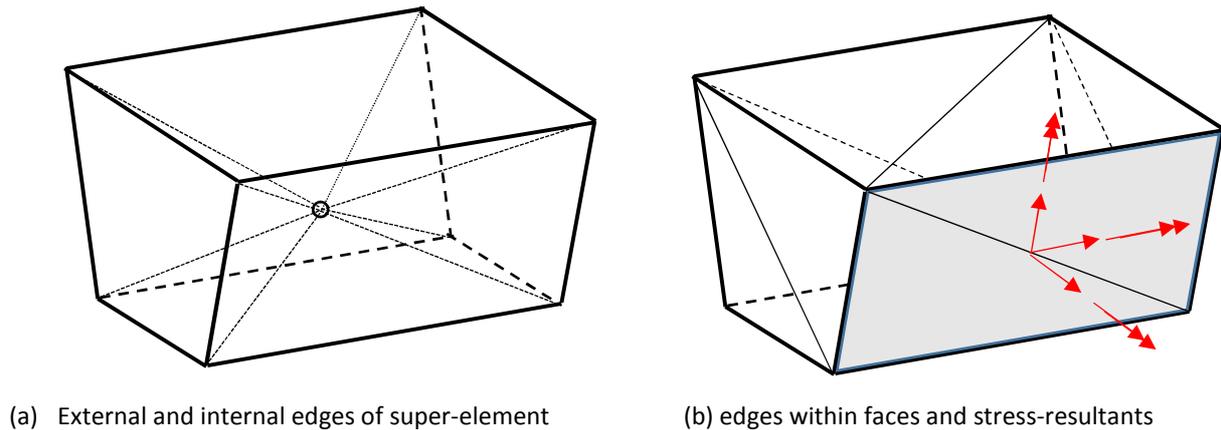


Figure 9. Hexahedral super-element assembled from 12 tetrahedra.

5. CONCLUSIONS

Although the formulation of hybrid equilibrium elements may appear to be more complicated than that of conventional displacement based elements, and they are currently restricted to simpler geometries without curved boundaries, nevertheless they offer distinct advantages to structural engineers. In most situations, equilibrium is of paramount importance although its interpretation is somewhat ambiguous. This ambiguity is absent from equilibrium models which are able to deliver a strong point by point state of equilibrium.

We have demonstrated this ability in the implementation of lower bound limit analysis where a strong form of equilibrium is required in order to guarantee a safe lower bound. Obtaining a strong form of stress equilibrium also implies that stress-resultants over any local surface can be readily determined sure in the knowledge that they are part of a globally equilibrated system.

It is thus concluded that equilibrium finite elements should be an essential part of a structural engineer’s toolkit.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank Bill Harvey for his interest in exploiting equilibrium elements in the context of modelling masonry arches, and proposing the typical arch for analysis as discussed in Section 4.

REFERENCES

- [1] Rombach, G.A. (2004). Finite element design of concrete structures. London: Thomas Telford.
- [2] Gallagher, R.H. (1975). Finite Element Analysis Fundamentals. New Jersey: Prentice-Hall.
- [3] Wilson, E.L. (2010). Static & Dynamic Analysis of Structures. Berkeley: Computers & Structures.
- [4] Fraeijs de Veubeke, B.M. (1965). Displacement and equilibrium models in the finite element method. In Stress Analysis (eds. Zienkiewicz O.C. & Holister G.S.). Wiley.
- [5] Almeida, J.P.M., & Maunder, E.A.W. (2017). Equilibrium finite element formulations. Chichester: Wiley.
- [6] Maunder, E.A.W. & Izzuddin, B.A. (2013) A hybrid equilibrium element for folded plate and shell structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 95, 451-477.
- [7] Minimising energy in construction (MEICON), EPSRC Survey Report, 2018
- [8] Nielsen, M.P. & Hoang, L.C. (2011). Limit Analysis and Concrete Plasticity. CRC Press.
- [9] Taylor, G.I. & Quinney, H. (1931). The plastic distortion of metals. *Philosophical Society of London, Series A*, 230, 323-362.
- [10] Canh, L.-V., Hung, N.-X., Hung, N.-D. (2006) Dual Limit Analysis of Plate Bending. In Collection of papers from Prof. Nguyen-Dang Hung's former students (Eds. Géry de Saxcé & Nicolas Moës). Ho Chi Minh City: Vietnam National University.
- [11] Munro, J. & Da Fonseca, A.M.A. (1978). Yield Line Method by Finite elements and Linear Programming. *The Structural Engineer*, 56B, No 2, 37-44.
- [12] Ramsay, A.C.A., Maunder, E.A.W. & Gilbert, M. (2015). Yield Line Analysis of Reinforced Concrete Slabs: Is the 10% Rule Safe? *NAFEMS Benchmark Magazine*, January.
- [13] Ramsay, A.C.A. (2018). Benchmark Challenge Number 2, The NAFEMS Benchmark Challenge – Volume 1, NAFEMS.
- [14] Maunder, E.A.W., & Ramsay, A.C.A. (2012). Equilibrium models for lower bound limit analyses of reinforced concrete slabs. *Computers & Structures*, 108-109, 100-109.
- [15] Alizadeh, F. & Goldfarb, D. (2003) Second-order cone programming. *Math. Prog. Ser B* :95, 3-51.
- [16] Ladevèze, P. & Pelle, J.-P. (2005). Mastering Calculations in Linear and Nonlinear Mechanics. New York: Springer.
- [17] Harvey, W.H. (2019) Second Thoughts on Masonry Bridges. *ASCHB Transactions*, 41, 18-26.
- [18] Pereira, O.J.B. (2008) Hybrid equilibrium hexahedral elements and super-elements. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 24, 157-165.

- [19] Maunder, E.A.W., Moitinho de Almeida, J.P. & Pereira, O.J.B. (2016). The stability of stars of simplicial hybrid equilibrium finite elements for solid mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 107, 633-668.

Study of active vibration isolation systems considering isolator – structure interaction

Pérez-Aracil, Jorge¹; Pereira, Emiliano²; Díaz, Iván M.³; Reynolds, Paul¹

ABSTRACT

Many technological applications require precise alignment between different devices to their correct development. The unwanted vibrations transmitted through the support to the payload can produce misalignment and this may entail high costs and loss of performance. Vibration isolation techniques have been proposed as a cost effective and more efficient alternative. This implies the insertion of an isolator between the vibration source and the payload. Depending on the configuration of the isolator, two different techniques can be used: 1) passive vibration isolation, 2) active vibration isolation. As it has been proved, the use of active vibration techniques within this application is best at improving overall performance. In this work, the initial research considerations on the improvement of the current state of active vibration isolation are presented. In addition, the interaction phenomenon between single – axis isolator and the flexible support system on which it is supported is studied. The dynamic requirements of the vibration isolation problem are identified and a study of the tuned parameters of a controller is included.

Keywords: vibration isolation, active vibration control, isolator-structure interaction, dynamic modelling.

1. INTRODUCTION

Precise alignment possesses a key role in many applications, being: research facilities as Diamond Light Source (DLS) [1], space applications [2]–[5] and private manufacturers. The main problem with these applications is the undesired vibrations, which may produce variations in the required position, and consequently, a loss in the performance of the system. Vibration isolation techniques have been presented as a more efficient solution [6]–[8], which implies the use of an isolator situated between the vibration source and the payload. Two different types of techniques can be used: 1) passive vibration isolation, 2) active vibration isolation. There are still a few issues that must deal with in the active vibration isolation (AVI) systems, such as structure – isolator interaction and more efficient control laws, that should be clearly geared to practical implementation.

¹ *Vibration Engineering Section, College of Engineering, Mathematics and Physical Sciences. University of Exeter. (United Kingdom). jp696@exeter.ac.uk (Corresponding author); p.reynolds@exeter.ac.uk*

² *Escuela Politécnica Superior. University of Alcalá (Spain). emiliano.pereira@uah.es*

³ *E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. (Spain). ivan.munoz@upm.es*

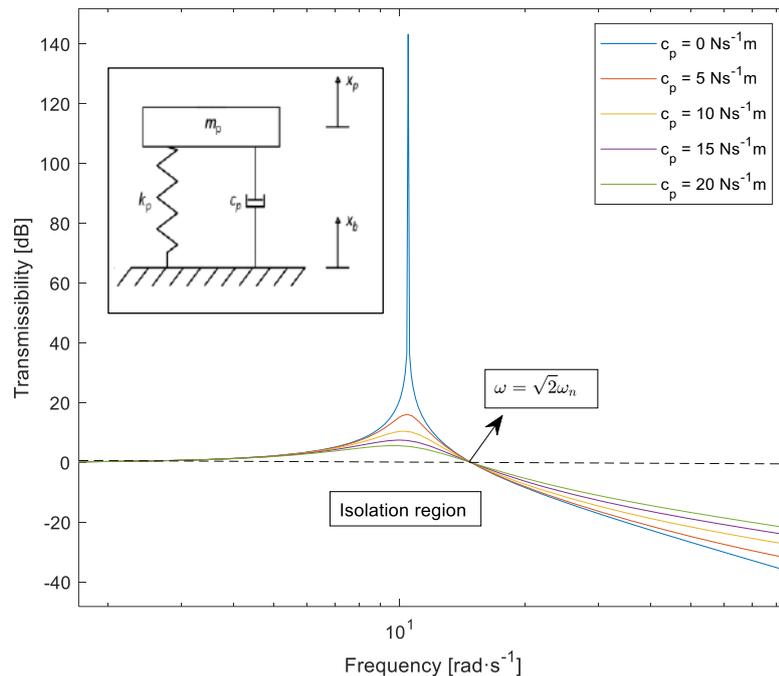


Figure 1. Transmissibility magnitude curve of a passive isolator for different values of damping c_p .

In passive vibration isolation (PVI) systems, the isolator only reacts to the relative displacement between the platform and the payload. The ratio of both displacements ($x_p(t)/x_b(t)$), see the schematic representation of an isolator in Fig. 1, is called *transmissibility* [9], and it is used to analyse the performance of the isolator. In Fig. 1, a representation of the transmissibility of a generic single – axis isolator has been represented in frequency domain for different values of damping. As it can be observed, the increment of damping reduces the transmissibility at the natural frequency of the isolator. However, isolation occurs for excitation frequencies $\omega > \sqrt{2}\omega_{n_p}$, ω_{n_p} being the natural frequency of the isolator, although it is important to note that the *roll-off* rate decreases as the damping increases. The response of the isolator could be improved making it softer, which implies a reduction of the natural frequency, increasing that the frequency band of the excitation that can be rejected. For that purpose, *negative stiffness* was introduced by Platus in 1992 [10]. This technique reduces the stiffness of the global system using nonlinearities as spring orientation or buckling [11]. Nonetheless, they are not suitable for all applications in which vibration isolation is required, since their implementation is not easy, and they do not present some important characteristic that active systems do, as detailed below.

The AVI systems are those that, in addition to the passive isolator, sensor, signal processor and an actuator are also part of the isolation system, showing important differences to PVI systems [12]. On the one hand, when these elements work together, some issues such as stability of the control system, real-time processing, inherent actuator dynamics and the influence of the support structure on its performance make AVI design and implementation a challenging task. On the other hand, AVI systems present many advantages when they are compared with PVI systems. Some of the advantages are: 1) quasi-zero static deflection, 2) the possibility to change the position of the payload, 3) the possibility to create a softer system than PVI systems which will in turn improve the response for low frequencies,

keeping an optimal performance for any input and, 4) the capability to adapt the control to the possible changes in the system and the excitation [12].

The study of new ways of improving the current state in vibration isolation of multiple synchronized devices is the main objective of this research, and for that purpose different control strategies must be studied. Their implementation in real scenarios is an important point in the research development. For that, the use of electrodynamic shakers becomes very important. They are key devices in vibration control [13]–[16]. The possibility to change their configuration allows to implement AVI controllers, enabling performance to be evaluated.

This work studies a non-developed isolation problem, which consists of an electrodynamic shaker placed on a simply supported beam. The novelty is that the moving mass of the electrodynamic shaker is not negligible compared with the modal mass of the beam. In other words, there is an interaction between force exerted by the actuator and acceleration of the beam. The dynamic model of this system together with an example of controller is included in this work. The dynamic model of the system is developed and explained in Section 2, an example of application is done in Section 3 and conclusions and on-going works are presented in Section 4.

2. VIBRATION ISOLATION MODELLING

In this section, a dynamic model of an active isolator situated on a support structure has been made. The interaction isolator – support structure has been considered, the dynamic requirements are identified, and a controller is proposed.

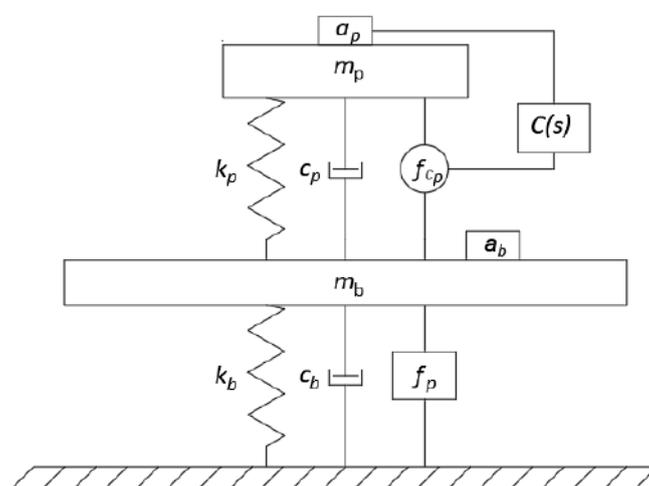


Figure 2. Schematic of a single axis active isolator system mounted on a flexible support.

The general schematic of the problem presented here is shown in Fig. 2. The dynamic parameters of the isolator and support system are represented by the subscripts p and b , respectively. Whereas, m_i, c_i, k_i represent the mass, damping and stiffness of system i , $f_{c_p}(t)$ represents the control force of the isolator and $f_p(t)$ is the disturbance force, which is applied to the support system. The general control system is represented by $C(s)$, where s represents the Laplace variable, a_i represents the accelerometers situated on system i , which are used to measure the accelerations outputs of the

system, $(\ddot{x}_p(t), \ddot{x}_b(t))$. The dynamic of the accelerometers is not considered in this work, since their dynamics are totally out to the frequency band of interest. The problem has two inputs: 1) the perturbation force $f_p(t)$ and the control force $f_{c_p}(t)$. The first one is supposed to be unknown, while the second one tries to mitigate the effects of the perturbation force in the system, using the measured outputs. Note that the objective of the control force $f_{c_p}(t)$ is to reduce the acceleration between the platform and the support system. Thus, the control force moves the mass m_p to minimize the transmissibility function $(\ddot{x}_p(t)/\ddot{x}_b(t))$. The equations of motion of the system can be derived from the second Newton's law. The differential equation of the platform, that relates the movement of the mass m_p , the control force $f_{c_p}(t)$ and the movement of the support structure $x_b(t)$ is given by:

$$f_{c_p}(t) - c_p(\dot{x}_p(t) - \dot{x}_b(t)) - k_p(x_p(t) - x_b(t)) = m_p \ddot{x}_p(t). \quad (1)$$

The differential equation of the support system is:

$$f_p(t) - f_{c_p}(t) + c_p(\dot{x}_p(t) - \dot{x}_b(t)) + k_p(x_p(t) - x_b(t)) - c_b \dot{x}_b(t) - k_b x_b(t) = m_b \ddot{x}_b(t). \quad (2)$$

The analysis of the isolation performance will be made in frequency domain. The Laplace transform of Eq. (1) gives:

$$\begin{aligned} s^2 X_p(s) &= s^2 \left(\frac{F_{c_p}(s)}{m_p s^2 + c_p s + k_p} + \frac{c_p s + m_p}{m_p s^2 + c_p s + k_p} X_b(s) \right) \\ &= G_p(s) F_{c_p}(s) + T_{pb}(s) s^2 X_b(s). \end{aligned} \quad (3)$$

in which:

$$G_p(s) = \frac{s^2 X_p(s)}{F_{c_p}(s)} = \frac{s^2}{m_p s^2 + c_p s + k_p} \quad \text{and} \quad T_{pb}(s) = \frac{X_p(s)}{X_b(s)} = \frac{c_p s + m_p}{m_p s^2 + c_p s + k_p}.$$

The transfer function $G_p(s)$ represents the relation between the acceleration $\ddot{x}_p(t)$ of the platform and the applied control force $f_{c_p}(t)$. No external disturbance force applied on the platform has been considered here. The term $T_{pb}(s)$ is the transmissibility between the platform and the support structure. The force that the isolator imparts in the platform mass m_p can be derived from Eq. (3):

$$G_{pf}(s) = \frac{m_p s^2}{m_p s^2 + c_p s + k_p}. \quad (4)$$

The Laplace transform of Eq. (2) gives:

$$\begin{aligned} s^2 X_b(s) &= s^2 \left(\frac{F_p(s) - F_{c_p}(s)}{m_b s^2 + (c_p + c_b)s + k_p + k_b} + \frac{c_p s + m_p}{m_b s^2 + (c_p + c_b)s + k_p + k_b} X_p(s) \right) \\ &= G_b(s) (F_p(s) - F_{c_p}(s)) + T_{bp}(s) s^2 X_p(s). \end{aligned} \quad (5)$$

in which

$$G_b(s) = \frac{s^2}{m_b s^2 + (c_p + c_b)s + k_p + k_b} \quad \text{and} \quad T_{bp}(s) = \frac{c_p s + m_p}{m_b s^2 + (c_p + c_b)s + k_p + k_b}.$$

The relation between the acceleration of the support structure $\ddot{x}_b(t)$ and the total force received by the support system (see Fig. 3) is given by $G_b(s)$. Whereas, $T_{bp}(s)$ is the transmissibility between the support structure and the platform. These two terms are usually neglected ($G_b(s)$ and $T_{pb}(s)$) in vibration isolation problems, since the isolator does not usually affect significantly the movement of the support system. Thus, these two terms have been considered with this framework. The transmitted force to the platform due the movement of the support structure is expressed as:

$$f_t(t) = c_p (\dot{x}_p(t) - \dot{x}_b(t)) + k_p (x_p(t) - x_b(t)) = m_p \ddot{x}_p(t). \tag{6}$$

Considering Eq. (1) and Eq. (6), the Laplace transform of the transmitted force $f_t(t)$ to the platform from the platform movement is given by:

$$F_t(s) = m_p T_{pb}(s) s^2 X_b(s) = H(s) s^2 X_b(s) = m_p s^2 X_p(s). \tag{7}$$

where $H(s) = m_p T_{pb}(s)$. Thus, the control scheme can be:

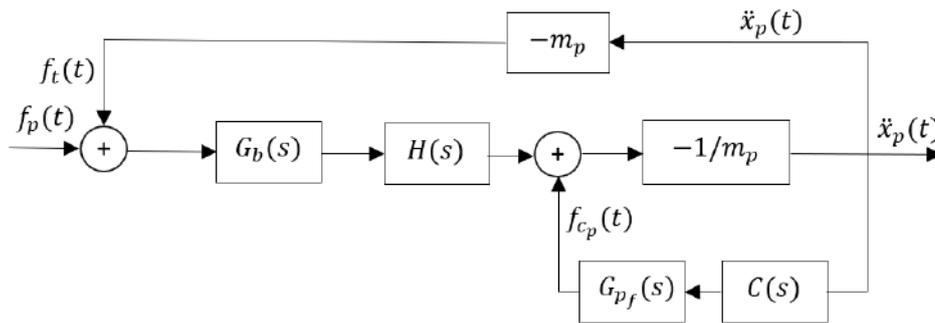


Figure 3. Control scheme.

Then, the closed – loop transfer function between the acceleration of the platform and the perturbation force can be derived as:

$$G_{CL}(s) = \frac{s^2 X_p(s)}{F_p(s)} = \frac{-G_b(s)H(s)}{m_p \left(1 + \frac{C(s)G_{pf}(s)}{m_p} - -G_b(s)H(s) \right)}. \tag{8}$$

In this work, only vibration isolation respect to the support system is considered. It means that the platform does not need to keep a position respect a fixed global frame. For that purpose, instead of Eq. (8), the transmissibility between the acceleration in the support system and the platform is considered to analyze performance of the isolator. Based on the schematic of Fig. 3, the transmissibility can be expressed as:

$$T_{XX}(s) = \frac{X_p(s)}{X_b(s)} = \frac{-H(s)}{m_p \left(1 + G_{pf}(s)C(s)/m_p \right)}. \tag{9}$$

Therefore, the controller $C(s)$ must achieve the two following objectives: 1) a reduction of the response at the resonance frequency of the isolator, 2) a reduction in the cut-off frequency to improve the response for frequencies lower than the natural frequency of the isolator. The first objective can be achieved by a damping increment. The second objective can be achieved if the corner frequency of the transmissibility curve is moved to the left, which is equivalent to actively reduce the system frequency. If the measured output is the platform acceleration, the general expression to achieve both objectives is given by:

$$C(s) = C_s + C_d(s) = -k_s - \frac{k_d}{s}. \quad (10)$$

in which k_d represents the gain of the integral part, which imparts damping to the system, and where k_s is the gain of the controller part proportional to the acceleration output.

3. EXAMPLE OF APPLICATION

In this section, the above developed theory is complemented with a numerical example of application. It allows to study the performance of the different proposed controllers that will be implemented in the active isolator, also it grants the possibility to understand the interaction phenomenon and to analyze stability problems before the experimental implementation. This motivates the study of the numerical model based on a real experiment.

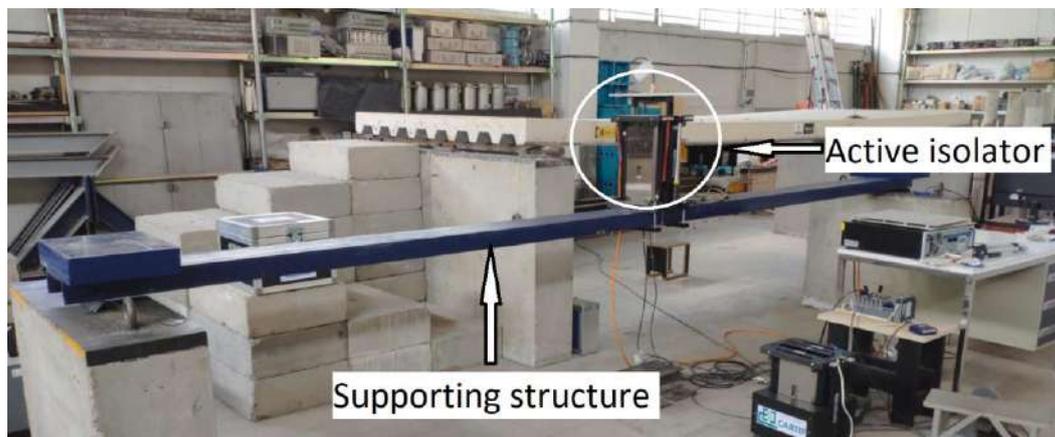


Figure 4. General view of the AVI experimental test.

A general view of the experimental test is shown in Fig. 4. This setup allows to introduce to the system a controlled excitation in order to derive experimentally the different transfer functions expressed in Section 2 and validate the proposed framework. An active isolator is situated on the center of a simply – supported beam. The expression of Eq. (9) is used to assess the isolator performance, since it represents the ratio between the acceleration of the platform (measured at the top of the isolator) and the beam. Both accelerometers are vertically aligned.

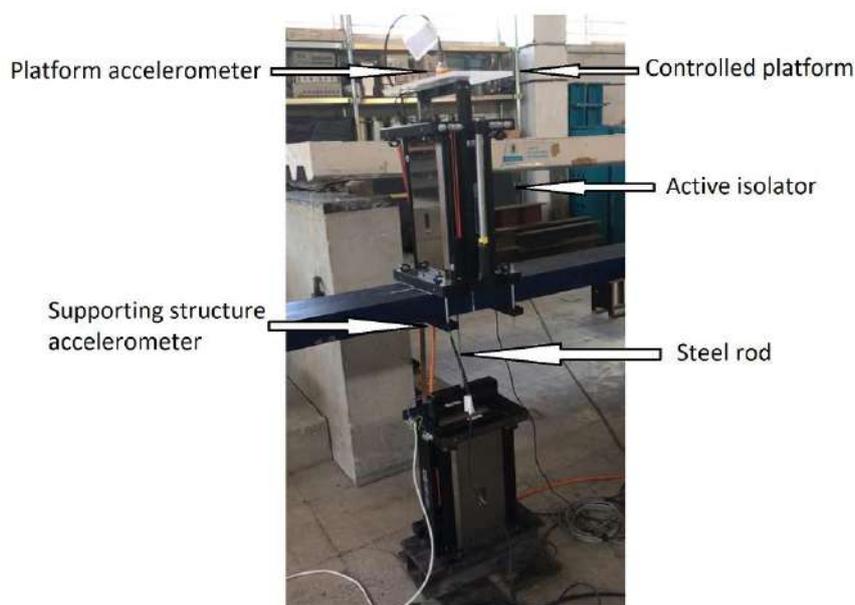


Figure 5. Experimental implementation: active isolator, beam support, accelerometers and the electrodynamic actuator used to generate the perturbation force.

If an electrodynamic shaker is situated below the support system and it is connected to the beam with a steel rod, see Fig. 5, then the dynamic model of the system is like that shown in Fig. 2: an isolator is mounted on a beam, that acts as support system, and it is perturbed by a force which is imparted by a shaker.

Table 1. Dynamic parameters of the system.

Property	Value	
	Active isolator	Support structure
Mass	3 kg	127 kg
Damping	2 Nsm ⁻¹	12 Nsm ⁻¹
Stiffness	330 N/m	113664 N/m
Frequency	10.48 rad/s	29.91 rad/s

The used values for this numerical example, based on the above shown configurations, are shown in Table 1. The frequency of both systems is calculated using the expression $\omega_{n_i} = \sqrt{k_i/m_i}$, [17]. One of the main aims of the control system is to reduce the response at the isolator natural frequency. For that purpose, the integral part of Eq. (10) should be used, which corresponds with (k_d/s).

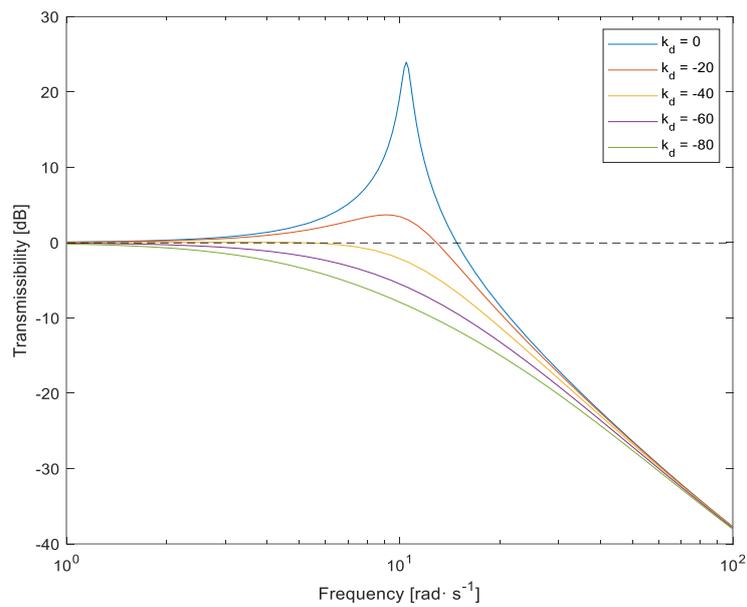


Figure 6. Transmissibility for different values of k_d .

As the absolute value of the gain k_d increases, the ratio $(x_p(t)/x_b(t))$ is reduced. However in a traditional damper, the exerted control force is proportional to the relative velocity between the platform $(\dot{x}_p(t) - \dot{x}_b(t))$, in this case the applied control force $f_{c_p}(t)$ is proportional to the velocity of the platform $\dot{x}_p(t)$. This control law is called *sky – hook* damper [9], [17].

The Fig. 6 shows that in passive mode ($k_d = 0$), isolation occurs for frequency values greater than $\sqrt{2}\omega_n$, as mentioned above. However, if the active damping increases, isolation can be reached for $\omega < \omega_{n_p}$.

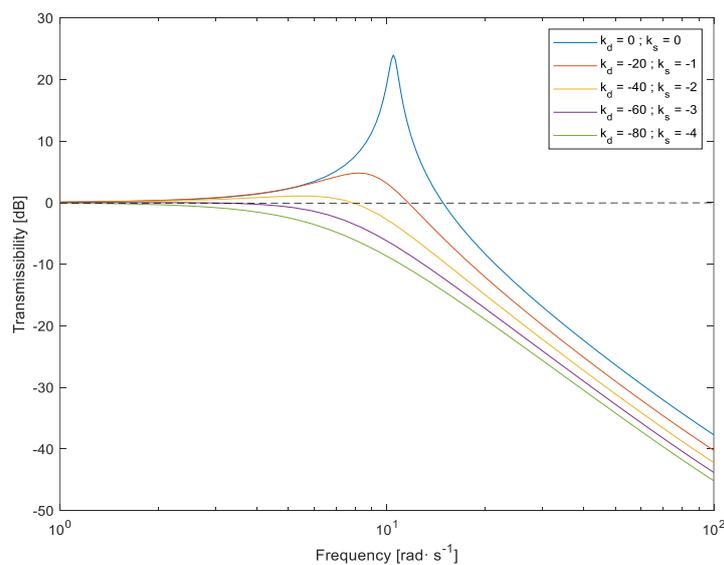


Figure 7. Transmissibility for different values of k_d and k_s .

It is important to consider that, in a real experiment, there is an upper limit for the gain k_d , due to the limitations of the involved devices. Whereby, to improve the performance of the isolator, an actively reduction of its natural frequency and an addition of damping can be reached using both terms of Eq. (10). The result is shown in Fig. 7. The corner frequency is reduced as the absolute value of the gain k_s increases, and the peak value becomes more flatter as k_d is increased.

4. CONCLUSIONS

Active vibration isolation systems present many advantages compared with PVI systems. The use of feedback systems allows to raise different control schemes according to the requirements of each problem. The necessity of keeping a precise alignment between different devices, when they are affected by vibration from several sources, leads to study all the possible scenarios. In this work, a single – axis isolator placed on a simply – supported beam, considering the interaction between them, has been analysed. The main difference respect to a simultaneous positioning and vibration isolation problem has been identified. Also, a generic controller has been proposed, which improves the response of the isolator respect to the support system by increasing the damping and by reducing the natural frequency of the system (i.e., reducing the cut-off frequency of the transmissibility function).

Future work will be related with the analysis of different scenarios, in which several isolators and different control algorithms will be involved, with the main purpose of keeping the relative position of them. With these objectives, several experimental works will be developed.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support provided by the UK Engineering and Physical Sciences Research Council (EPSRC) and Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities (Research project SEED-SD, RTI2018-099639-B-I00).

REFERENCES

- [1] R. P. Walker, "Overview of the Status of the Diamond Project," presented at the European Particle Accelerator Conference (EPAC), Edinburgh, Scotland, 2006, p. 5.
- [2] A. Preumont *et al.*, "A six-axis single-stage active vibration isolator based on Stewart platform," *J. Sound Vib.*, vol. 300, no. 3–5, pp. 644–661, Mar. 2007.
- [3] X. Yang, H. Wu, B. Chen, S. Kang, and S. Cheng, "Dynamic modeling and decoupled control of a flexible Stewart platform for vibration isolation," *J. Sound Vib.*, vol. 439, pp. 398–412, Jan. 2019.
- [4] C. Wang, X. Xie, Y. Chen, and Z. Zhang, "Investigation on active vibration isolation of a Stewart platform with piezoelectric actuators," *J. Sound Vib.*, vol. 383, pp. 1–19, Nov. 2016.
- [5] M. Li, Y. Zhang, Y. Wang, Q. Hu, and R. Qi, "The pointing and vibration isolation integrated control method for optical payload," *J. Sound Vib.*, vol. 438, pp. 441–456, Jan. 2019.
- [6] C. Collette, S. Janssens, K. Artoos, and C. Hauviller, "Active vibration isolation of high precision machines," *Diam. Light Source Proc.*, vol. 1, no. MEDSI-6, Apr. 2011.
- [7] F. Matichard *et al.*, "Advanced LIGO two-stage twelve-axis vibration isolation and positioning platform. Part 2: Experimental investigation and tests results," *Precis. Eng.*, vol. 40, pp. 287–297, Apr. 2015.

- [8] F. Matichard *et al.*, “Advanced LIGO two-stage twelve-axis vibration isolation and positioning platform. Part 1: Design and production overview,” *Precis. Eng.*, vol. 40, pp. 273–286, Apr. 2015.
- [9] A. Preumont, *Vibration control of active structures*. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2018.
- [10] D. L. Platus, “Negative-stiffness-mechanism vibration isolation systems,” presented at the San Jose - DL tentative, San Jose, CA, 1992, pp. 44–54.
- [11] E. Palomares, A. J. Nieto, A. L. Morales, J. M. Chicharro, and P. Pintado, “Numerical and experimental analysis of a vibration isolator equipped with a negative stiffness system,” *J. Sound Vib.*, vol. 414, pp. 31–42, Feb. 2018.
- [12] J. E. Ruzicka, “Active Vibration and Shock Isolation,” presented at the National Aeronautic and Space Engineering and Manufacturing Meeting, 1968.
- [13] I. M. Díaz and P. Reynolds, “Robust saturated control of human-induced floor vibrations via a proof-mass actuator,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 12, p. 125024, Dec. 2009.
- [14] I. M. Díaz and P. Reynolds, “Acceleration feedback control of human-induced floor vibrations,” *Eng. Struct.*, vol. 32, no. 1, pp. 163–173, Jan. 2010.
- [15] I. M. Díaz, E. Pereira, M. J. Hudson, and P. Reynolds, “Enhancing active vibration control of pedestrian structures using inertial actuators with local feedback control,” *Eng. Struct.*, vol. 41, pp. 157–166, Aug. 2012.
- [16] E. Pereira, I. M. Díaz, E. J. Hudson, and P. Reynolds, “Optimal control-based methodology for active vibration control of pedestrian structures,” *Eng. Struct.*, vol. 80, pp. 153–162, Dec. 2014.
- [17] D. Karnopp, M. J. Crosby, and R. A. Harwood, “Vibration Control Using Semi-Active Force Generators,” *J. Eng. Ind.*, vol. 96, no. 2, p. 619, 1974.

THERMAL AND STRUCTURAL OPTIMIZATION OF LIGHTWEIGHT CONCRETE MIXTURES TO MANUFACTURE COMPOSITE SLABS

Alvarez Rabanal, Felipe Pedro¹; del Coz Díaz, Juan José²; Alonso-Martínez, Mar³; Martínez-Martínez, Juan Enrique⁴

ABSTRACT

The use of composite slabs in buildings is increasingly widespread in the EU in the last decades. Current standards specified the minimum concrete compressive strength used in its manufacture as 25 MPa. The aim of this work is to study different lightweight concrete mixtures to manufacture composite slabs, taking into account their thermal and structural properties, such as thermal conductivity and compressive strength.

Firstly, design of experiments methodology was used to study different formulations of lightweight concrete mixtures. Secondly, a test protocol was established in order to maintain the maximum homogeneity in the samples. Thirdly, structural and thermal tests were done and the experimental results were analyzed. Results of compressive strength varies between 14.90 to 27.43 MPa and thermal conductivity are between 0.68 to 0.93 W/mK. Finally, the concrete mixtures was optimized and four were chosen as the most suitable ones for its use in this type of slabs.

Keywords: Design of experiments, Lightweight concrete, Mixture design, Sustainable construction, Composite slab.

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, aproximadamente un 50% de los nuevos edificios que se construyen en la UE utilizan forjados mixtos. Actualmente en España la normativa específica para forjados mixtos con hormigones estructurales (HE) es el Eurocódigo 4 [1]. En dicha norma no se contempla el empleo de hormigones armados o pretensados con resistencias características a compresión inferiores a los 25 MPa. El peso excesivo del recubrimiento de hormigón sobre la sección de pared delgada es una debilidad en este tipo de estructuras, por lo que el uso de hormigones ligeros estructurales reforzados con fibras implica una menor carga muerta sobre la estructura y las cimentaciones [2]. Otro aspecto importante a considerar, es la menor conductividad térmica de este tipo de hormigones [3], por lo que su

¹ Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo (ESPAÑA). alvarezfelipe@uniovi.es (Corresponding author).

² Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo (ESPAÑA). juanojo@constru.uniovi.es

³ Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo (ESPAÑA). mar@constru.uniovi.es

⁴ Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo (ESPAÑA). quique@constru.uniovi.es

utilización mejora el aislamiento térmico de estos forjados y el consecuente ahorro energético en las edificaciones.

El empleo de hormigones ligeros (*HL*) en la construcción de estructuras está justificado por su excelente comportamiento térmico e higrotérmico [3-4], por su carácter de material completamente reciclable y, debido a su menor peso, por el menor coste estructural y de transporte respecto a los hormigones normales utilizados tradicionalmente en el sector de la construcción. Ya en la 12th International Brick/Block Masonry Conferences, celebrada en Madrid en el año 2000, se comenzó a mostrar la gran influencia de los hormigones ligeros en el aislamiento térmico cuando se utilizan en la construcción de bloques [5], continuando posteriormente con los trabajos de determinación de mezclas para la mejora de sus propiedades [6]. En este tipo de hormigones, la alta capacidad de absorción de agua de los áridos ligeros que los componen puede alterar las características mecánicas, reológicas y de durabilidad del hormigón elaborado. Para evitar estas alteraciones, suele ser necesario efectuar un pre-acondicionamiento del árido ligero y realizar un control exhaustivo del procedimiento de fabricación. Parámetros tales como el tipo de árido utilizado, su grado de saturación y las proporciones de la mezcla tienen una influencia directa sobre las propiedades finales del hormigón ligero [7]. En España, la Instrucción de Hormigón estructural [8] es la que determina en su Anejo 16 los requisitos que deben cumplir los hormigones ligeros para conseguir un comportamiento y durabilidad adecuadas. En dicha Instrucción, se determina un mínimo contenido de cemento y, dada la complejidad los fenómenos de absorción que se producen en los áridos ligeros y la posterior transferencia de agua a la pasta durante el curado, se sustituye la tradicional relación agua/cemento utilizada en la elaboración de hormigones normales por la Clase Resistente. Esto se debe también a que las dosificaciones previstas presentan una gran variabilidad en función de los pequeños ajustes que siempre se producen durante el procedimiento de ejecución en obra. Por lo tanto, el único método de validación de la dosificación y del procedimiento de ejecución que viene reflejado en la norma es la realización de ensayos previos que determinen su resistencia mecánica. En la actualidad, la mayoría de los fabricantes utilizan arcillas expandidas hidrofugadas con las cuales, al no requerir una hidratación previa, se consiguen HL de mayor resistencia a menores densidades, y con unas propiedades más homogéneas.

En la búsqueda de las dosificaciones adecuadas para obtener un hormigón con unas determinadas características, suele utilizarse la técnica del Diseño de Experimentos (*DOE*) [9]. En el DOE, es fundamental determinar el objetivo perseguido por el experimento y los factores involucrados en el proceso con la finalidad de seleccionar el método más apropiado. El método elegido debe tener la finalidad de reducir el trabajo experimental mediante la determinación de la dependencia de los factores. En el caso de la optimización de la combinación de proporciones de los componentes de una mezcla de hormigón de forma que se obtenga un valor determinado de respuesta, los métodos de Diseño de Mezcla de Vértice Extremo [10] y de Superficie de Respuesta con Diseños Compuestos Centrales (*CCD*) [11] y de Box-Behnken (*BBD*) [12] suelen ser los más utilizados.

El principal objetivo de este trabajo es el estudio de la optimización de diferentes dosificaciones de hormigones ligeros reforzados con fibras mediante DOE, con el fin de determinar las más eficientes desde el punto térmico y estructural para su utilización en forjados mixtos.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

A continuación, se indicará la metodología aplicada en el estudio, así como los materiales y procedimientos de ensayo utilizados.

2.1. Metodología

Para obtener los hormigones ligeros reforzados con fibras objeto del estudio se aplicó la metodología de Diseño de Experimentos [9], combinando dosificaciones de cemento (CEM II/A-V 42,5 R) y arena (0-2mm de diámetro) con los volúmenes de dos tipos de arcilla expandida (de 1-5 y de 2-10 mm de diámetro) y el agua aportada, dando lugar a un total de 37 dosificaciones diferentes. A todas ellas se añadieron fibras de poliolefina para mejorar el comportamiento del hormigón ligero frente a fenómenos de retracción [13]. Posteriormente, se estableció el período de elaboración, curado y ensayos según la normativa vigente [14]. En este sentido, fue muy importante establecer un protocolo de ensayos, con el fin de mantener la máxima homogeneidad posible en las probetas, así como planificar todas las tareas a realizar en el período de tiempo correspondiente.

El protocolo de elaboración de las probetas fue el siguiente:

1. Se realizaron ensayos de absorción higroscópica del árido ligero para determinar el tiempo que necesita la arcilla expandida para alcanzar el grado de saturación que permita homogeneizar la preparación de las mezclas a mayor escala.
2. Se midió la temperatura ambiente del laboratorio y el agua sobrante de la saturación del árido, que fue aprovechada para elaborar la mezcla. Se mezcló el hormigón en hormigonera durante 5 minutos y se extrajo para poder realizar el vertido en los moldes cilíndricos para ensayos de compresión [15], y cúbicos (45mmx45mmx45mm) para ensayos de conductividad térmica mediante la técnica de la fuente plana transitoria modificada (MTPS) [16]. Las probetas fueron vibradas en mesa de vibrado con el fin de reducir coqueas y oquedades.
3. Se desmoldaron las probetas 24 horas después de su elaboración, se pesaron y se introdujeron para su curado en cámara higrotérmica a condiciones de humedad y temperatura controladas durante 28 días.
4. Antes de la finalización del período de curado, se realizó el refrentado de las probetas con azufre, con el fin de garantizar la perpendicularidad entre la superficie de apoyo y la dirección de aplicación de la carga en los ensayos de compresión.
5. Transcurrido el período de curado de 28 días, se realizaron los ensayos de las probetas a compresión y se obtuvieron las propiedades de conductividad térmica. Paralelamente se determinaron las densidades aparentes de los diferentes hormigones ligeros fabricados [17].

Se analizaron los resultados obtenidos y se seleccionaron las dosificaciones más adecuadas para la construcción de las losas en términos de resistencia y eficiencia térmica, alcanzando un equilibrio entre ambas.

2.2. Materiales

El cemento utilizado en esta investigación, CEM II/A-V 42.5, es un cemento Portland con ceniza volante fabricado por la empresa Tudela Veguín. Tiene una densidad de 3150 kg/m³ y una resistencia a compresión de 49,63 MPa a 28 días según UNE-EN 196-1. Las proporciones de los distintos componentes son los que se muestran en la Tabla 1. Como agregado fino se utilizó Arena silíceo de 0-2mm de diámetro con una densidad de 1600 kg/m³. En este estudio se han usado dos granulometrías de árido ligero no hidrofugado de la empresa Weber Saint-Gobain, cuyas propiedades son las que se indican en la Tabla 2. Para reducir el fenómeno de la retracción sobre los hormigones fabricados, se han añadido macro fibras sintéticas de poliolefina Sikafiber® T-48 de la empresa Sika con una longitud de 48 mm y una densidad de 910 kg/m³.

Tabla 1. Proporciones de los componentes de CEM II/A-V 42,5 R

Material	Proporciones			
	Clinker	Ceniza Volante	Yeso	Escorias
CEM II/A-V 42,5 R	84,5 %	7,9 %	4,3 %	3,3%

Tabla 2. Propiedades del árido ligero

Material	Propiedades			
	Forma	Granulometría	Densidad ($\pm 15\%$)	Absorción de agua
Arlita® LECA-S	Aprox. esférica	1-5 mm	430 kg/m ³	<38% masa seca
Arlita® LECA-Dur	Aprox. esférica	2-10 mm	350 kg/m ³	<34% masa seca

2.3. Dosificaciones. Diseño de experimentos

El objetivo principal del DOE es el de obtener hormigones ligeros estructurales reforzados con fibras maximizando la ratio de Resistencia-Conductividad Térmica. Se han respetado los valores mínimos de cemento citados en la EHE-08, y se ha realizado un estudio combinado de pesos (cemento y arena) y volúmenes (LECA-Dur, LECA-S y agua). La cantidad de fibras de poliolefina aportadas no se ha considerado un factor a tener en cuenta y se ha mantenido constante para cada una de las dosificaciones estudiadas. En la Tabla 3 pueden observarse los rangos para cada uno de los materiales. Para determinar las dosificaciones a estudiar, se utilizó el software Minitab® en su versión 15, utilizándose el método de Superficie de Respuesta con Diseños Compuestos Centrales (CCD).

Tabla 3. Tabla de factores y rangos

RANGO	FACTORES				
	LECA-Dur	LECA-S	Arena 0/2	Cemento 42.5R	AGUA
INFERIOR	3,6 l	3,6 l	13,20 kg	9,00 kg	4,35 l
SUPERIOR	7,2 l	7,2 l	20,02 kg	12,6 kg	6,09 l

Las dosificaciones estudiadas pueden verse en la Tabla 4.

Tabla 4. Tabla de dosificaciones

DOSIFICACIONES	FACTORES				
	LECA-Dur	LECA-S	Arena 0/2	Cemento 42.5R	AGUA
LSDur-1	7,20 l	7,20 l	13,20 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-2	5,70 l	7,20 l	15,60 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-3	7,20 l	5,70 l	15,60 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-4	3,60 l	7,20 l	18,96 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-5	7,20 l	3,60 l	18,96 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-6	6,30 l	6,30 l	14,90 kg	9,9 kg	4,35 l
LSDur-7	3,60 l	6,30 l	20,40 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-8	6,30 l	3,60 l	20,40 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-9	5,55 l	6,30 l	16,10 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-10	6,30 l	5,55 l	16,10 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-11	3,60 l	4,80 l	22,80 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-12	4,50 l	6,30 l	17,78 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-13	4,80 l	3,60 l	22,80 kg	9 kg	4,35 l
LSDur-14	6,30 l	4,50 l	17,78 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-15	4,50 l	5,85 l	18,50 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-16	5,85 l	4,50 l	18,50 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-17	4,50 l	5,10 l	19,70 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-18	5,10 l	4,50 l	19,70 kg	9,9 kg	4,79 l
LSDur-19	5,40 l	5,40 l	16,61 kg	10,8 kg	5,22 l
LSDur-20	5,70 l	6,30 l	13,51 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-21	6,30 l	5,70 l	13,51 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-22	4,95 l	6,30 l	14,71 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-23	6,30 l	4,95 l	14,71 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-24	4,50 l	6,30 l	15,43 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-25	6,30 l	4,50 l	15,43 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-26	6,00 l	7,20 l	10,42 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-27	7,20 l	6,00 l	10,42 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-28	4,50 l	5,25 l	17,11 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-29	5,25 l	4,50 l	17,11 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-30	4,50 l	4,50 l	18,31 kg	11,7 kg	5,66 l
LSDur-31	4,50 l	7,20 l	12,82 kg	11,7 kg	6,09 l
LSDur-32	3,60 l	7,20 l	14,26 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-33	7,20 l	4,50 l	12,82 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-34	7,20 l	3,60 l	14,26 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-35	3,60 l	5,10 l	17,62 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-36	5,10 l	3,60 l	17,62 kg	12,6 kg	6,09 l
LSDur-37	3,60 l	3,60 l	20,02 kg	12,6 kg	6,09 l

2.4. Procedimientos de ensayo

A continuación, se indican los procedimientos utilizados en los ensayos realizados, así como la normativa aplicada en los mismos.

2.4.1. Ensayos de absorción higroscópica del árido ligero

El procedimiento seguido para determinar el tiempo necesario para determinar el tiempo de saturación de los áridos ligeros fue el siguiente:

- Pesaje del árido ligero.
- Introducción en hormigonera del árido ligero y del doble de su volumen en agua.
- Hormigonera en funcionamiento durante diferentes tiempos.
- Evacuación del agua sobrante de la hormigonera.
- Pesaje del árido ligero saturado.

Este procedimiento se repitió para diferentes volúmenes de árido y en diferentes condiciones de humedad relativa ambiente. El tiempo mínimo de saturación del árido se determinó cuando el incremento del peso medido en diferentes tiempos fue menor del 5%.

2.4.2. Ensayos de resistencia a compresión

Todos los ensayos se realizaron para probetas fabricadas y curadas durante 28 días según las condiciones indicadas en la norma UNE 83504:2004 [14] (ver Figura 1). Previamente a la realización de los ensayos de compresión, todas las probetas cilíndricas fueron refrentadas con mortero de azufre según lo indicado en la norma UNE 83506:2004 [18] para conformar una superficie de ensayo totalmente lisa.

Las pruebas estándar de resistencia a compresión se realizaron sobre cilindros normalizados de acuerdo con los procedimientos indicados en la norma UNE 83507:2004 [15]. Las muestras cilíndricas se colocaron en la máquina de prueba hidráulica, y se fijó a una velocidad de aplicación de la carga de 8800 N/s hasta que las muestras fallaron. Se realizaron réplicas para cada prueba y se calculó el promedio de los valores de resistencia a compresión. Se realizaron 3 muestras para cada diseño de mezcla (3 réplicas por dosificación, 111 ensayos realizados).

A partir de los resultados obtenidos, se realizó el cálculo de la resistencia característica a compresión según lo indicado en el capítulo 8 de la EHE-08 [8].

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \text{ MPa} \quad (1)$$

siendo:

f_{ck} (MPa): resistencia característica a compresión del hormigón a 28 días.

f_{cm} (MPa): resistencia media a compresión del hormigón a 28 días.



Figura 1. Probetas utilizadas en los ensayos a compresión: fabricación (izquierda) y curado (derecha).

2.4.3. Ensayos de conductividad térmica

Para estos ensayos se ha utilizado un analizador TCI de la empresa C-Therm, el cual permite obtener valores de conductividad y efusividad térmica de los materiales mediante una técnica de ensayo no destructiva. El instrumento TCI se basa en una técnica modificada de la fuente plana transitoria (TPS) contemplada en la norma ISO/DIS 22007-2. En la Figura 2 puede verse una imagen descriptiva de los diferentes componentes del equipo, y en la Figura 3 un detalle de la realización de los ensayos.

Los ensayos se realizaron sobre probetas fabricadas y curadas durante 28 días según las condiciones indicadas en la norma UNE 83504:2004 [14], y estabilizadas posteriormente durante 30 días a temperatura ambiente. Se realizaron tres ensayos por cada probeta, recogiendo 10 medidas en cada uno de los ensayos (3 réplicas por dosificación, 111 ensayos, 1110 mediciones). Finalmente, se obtuvieron los valores promedio de conductividad térmica para cada una de las dosificaciones.

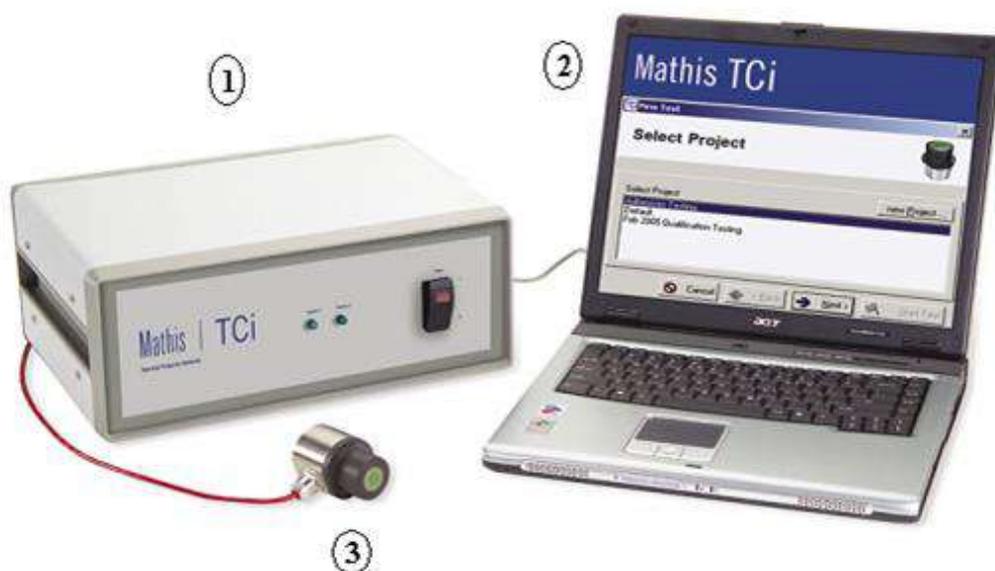


Figura 2. TCI C-Therm: unidad de control y medida (1), PC (2) y sensor de conductividad térmica (3).



Figura 3. Realización de ensayos de conductividad térmica con MTPS.

2.4.4. Ensayos de densidad aparente

Para determinar las densidades aparentes de los diferentes hormigones ligeros fabricados, se realizaron ensayos según norma UNE-EN 12390-7:2009 [17] sobre las probetas prismáticas utilizadas en los ensayos de conductividad térmica.

El procedimiento utilizado es mediante cálculo del volumen de la probeta, en m^3 , usando medidas reales y pesada en condiciones de recepción, es decir, al menos 30 días después de su extracción de la sala de curado, registrándose el valor medido en kg. Se realizaron tres ensayos por probeta en diferentes días y se calculó el valor promedio de los resultados obtenidos.

3. RESULTADOS

En el ensayo de absorción higroscópica se determinó que el tiempo necesario para conseguir que un árido ligero saturado presentase una variación menor del 5% en peso y, por tanto, su contenido en humedad fuera homogéneo en toda la muestra, es de al menos 15 minutos en hormigonera.

Los resultados obtenidos en los ensayos de densidad aparente, resistencia a compresión y conductividad térmica se pueden ver en la Tabla 5.

En la Figura 4 se muestran las gráficas de contorno de la ratio resultante de dividir la resistencia característica a compresión (resultado a maximizar) por la conductividad térmica (resultado a minimizar) para las diferentes combinaciones de los componentes de la mezcla. Los valores más altos de esta ratio son los que servirán para determinar el comportamiento térmico-estructural más eficiente de las dosificaciones estudiadas.

Tabla 5. Valor promedio de las propiedades volumétricas, térmicas y mecánicas de las dosificaciones de los hormigones ligeros ensayados

DOSIFICACIONES	PROPIEDADES			
	Densidad Aparente	Carga de rotura	Resistencia a compresión, 28 días	Conductividad térmica
LSDur-1	1602 kg/m ³	458,47 kN	25,95 MPa	0,78 W/mK
LSDur-2	1619 kg/m ³	481,43 kN	27,25 MPa	0,81 W/mK
LSDur-3	1633 kg/m ³	479,75 kN	27,15 MPa	0,83 W/mK
LSDur-4	1653 kg/m ³	463,70 kN	26,24 MPa	0,86 W/mK
LSDur-5	1625 kg/m ³	445,63 kN	25,22 MPa	0,82 W/mK
LSDur-6	1624 kg/m ³	511,00 kN	28,92 MPa	0,82 W/mK
LSDur-7	1677 kg/m ³	437,07 kN	24,74 MPa	0,90 W/mK
LSDur-8	1661 kg/m ³	404,57 kN	22,90 MPa	0,88 W/mK
LSDur-9	1610 kg/m ³	537,00 kN	30,39 MPa	0,79 W/mK
LSDur-10	1660 kg/m ³	566,27 kN	32,05 MPa	0,88 W/mK
LSDur-11	1691 kg/m ³	453,87 kN	25,69 MPa	0,92 W/mK
LSDur-12	1643 kg/m ³	515,77 kN	29,19 MPa	0,85 W/mK
LSDur-13	1664 kg/m ³	410,00 kN	23,20 MPa	0,88 W/mK
LSDur-14	1636 kg/m ³	528,93 kN	29,93 MPa	0,84 W/mK
LSDur-15	1629 kg/m ³	516,97 kN	29,26 MPa	0,83 W/mK
LSDur-16	1656 kg/m ³	515,63 kN	29,18 MPa	0,87 W/mK
LSDur-17	1656 kg/m ³	511,40 kN	28,94 MPa	0,87 W/mK
LSDur-18	1653 kg/m ³	505,13 kN	28,59 MPa	0,87 W/mK
LSDur-19	1665 kg/m ³	556,10 kN	31,47 MPa	0,88 W/mK
LSDur-20	1626 kg/m ³	600,23 kN	33,97 MPa	0,82 W/mK
LSDur-21	1577 kg/m ³	573,87 kN	32,48 MPa	0,74 W/mK
LSDur-22	1616 kg/m ³	613,43 kN	34,72 MPa	0,80 W/mK
LSDur-23	1636 kg/m ³	608,10 kN	34,41 MPa	0,84 W/mK
LSDur-24	1638 kg/m ³	600,77 kN	34,00 MPa	0,84 W/mK
LSDur-25	1633 kg/m ³	580,00 kN	32,83 MPa	0,83 W/mK
LSDur-26	1540 kg/m ³	572,77 kN	32,41 MPa	0,70 W/mK
LSDur-27	1560 kg/m ³	560,90 kN	31,74 MPa	0,72 W/mK
LSDur-28	1692 kg/m ³	626,03 kN	35,43 MPa	0,92 W/mK
LSDur-29	1635 kg/m ³	533,97 kN	30,22 MPa	0,83 W/mK
LSDur-30	1663 kg/m ³	573,53 kN	32,46 MPa	0,88 W/mK
LSDur-31	1575 kg/m ³	502,67 kN	28,45 MPa	0,74 W/mK
LSDur-32	1649 kg/m ³	547,60 kN	30,99 MPa	0,86 W/mK
LSDur-33	1498 kg/m ³	453,73 kN	25,68 MPa	0,68 W/mK
LSDur-34	1563 kg/m ³	490,53 kN	27,76 MPa	0,72 W/mK
LSDur-35	1692 kg/m ³	552,73 kN	31,28 MPa	0,93 W/mK
LSDur-36	1698 kg/m ³	558,00 kN	31,58 MPa	0,93 W/mK
LSDur-37	1676 kg/m ³	579,43 kN	32,79 MPa	0,90 W/mK

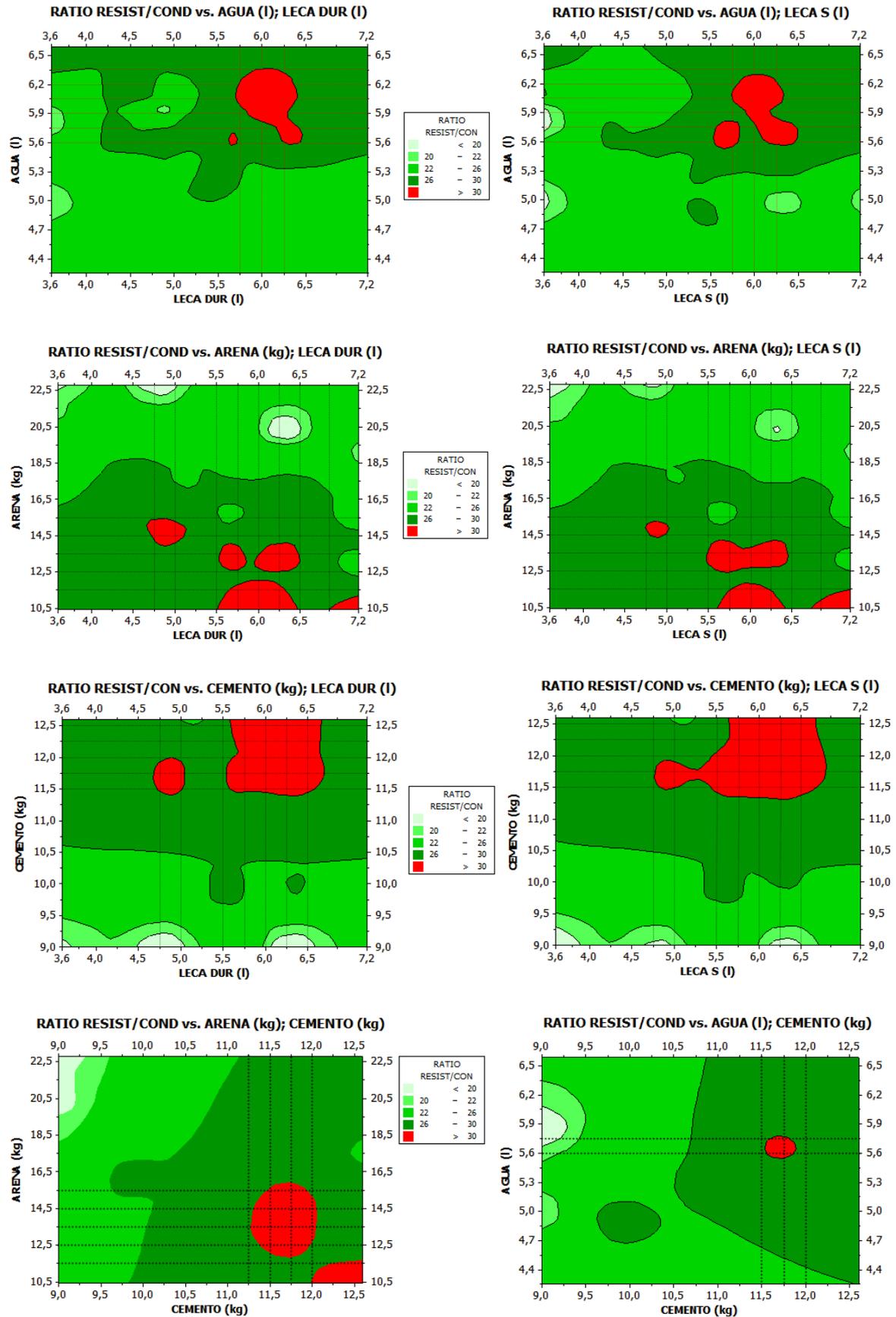


Figura 4. Gráficas de contorno de la ratio resistencia característica/conductividad térmica para las distintas relaciones de los componentes de la mezcla.

Un resumen de los resultados obtenidos en los ensayos, se pueden ver en la gráfica combinada de resistencia característica a compresión y conductividad térmica de la Figura 5.

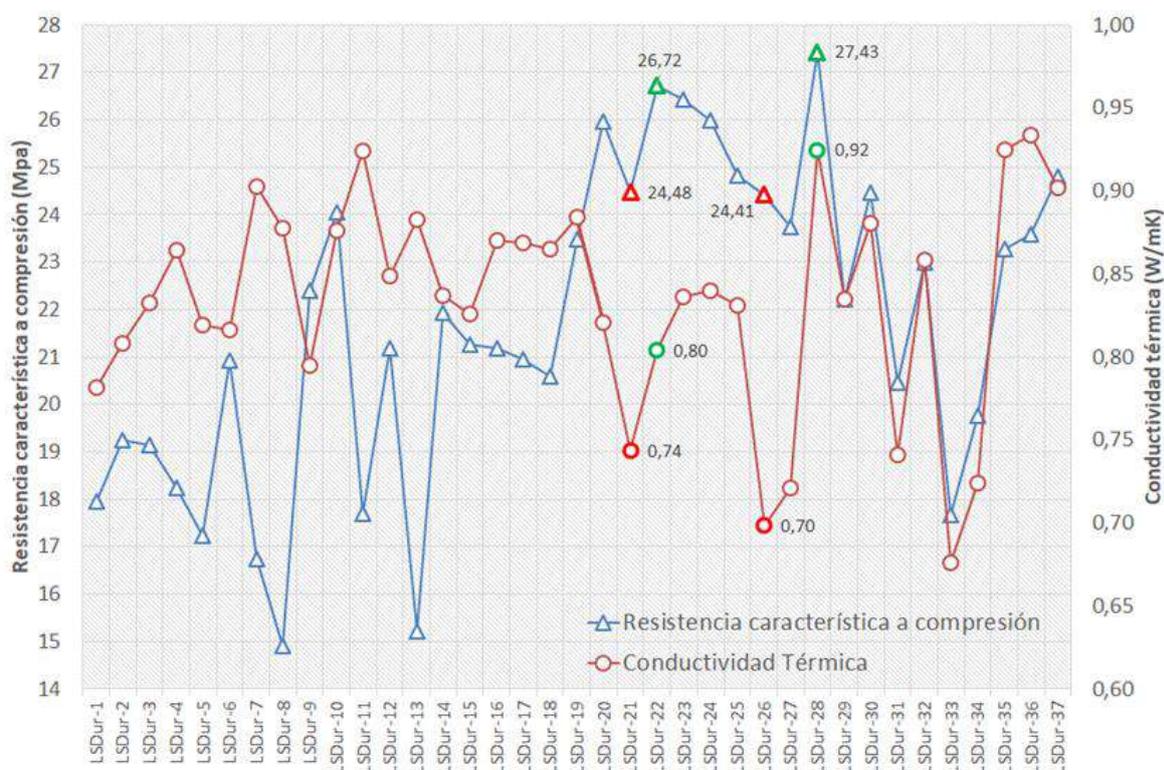


Figura 5. Resultados térmico-estructurales de los hormigones ligeros estudiados.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha abordado con éxito la caracterización térmica y mecánica de nuevos hormigones ligeros, tanto estructurales como no estructurales, para su utilización en forjados mixtos. Para conseguir los objetivos propuestos, se diseñaron 37 formulaciones de hormigones ligeros mediante un DOE-RSM-CCD. Se estudiaron hormigones con densidades comprendidas entre 1498 y 1698 kg/m³, obteniéndose resistencias características a compresión entre 14,90 y 27,43 MPa, y conductividades térmicas entre 0,68 y 0,93 W/mK.

El estudio combinado de los resultados obtenidos en las gráficas de contorno de la Figura 4 nos ha permitido optimizar los rangos de las dosificaciones necesarias para obtener los hormigones más eficientes desde el punto de vista térmico-estructural. El resultado es el que se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6. Tabla de factores y rangos optimizada

RANGO	FACTORES				
	LECA-Dur	LECA-S	Arena 0/2	Cemento 42.5R	AGUA
INFERIOR	6,2 l	6,0 l	10,5 kg	12,0 kg	5,6 l
SUPERIOR	6,4 l	6,2 l	11,5 kg	12,6 kg	5,8 l

Se encontraron cuatro dosificaciones especialmente interesantes desde el punto de vista resistente y de la eficiencia térmica, tal y como se muestra en la Tabla 7. Dos de ellas, LWC-22 y 28, cumplen con el requisito de hormigón estructural para su utilización en forjados mixtos, mientras que los valores de la resistencia característica a compresión de las otras dos, LSDur-21 y 26, son ligeramente inferiores a los 25 MPa requeridos. Estas dos últimas dosificaciones tienen valores de conductividad térmica muy inferiores a las dos anteriores, presentando la LSDur-26 una ratio de resistencia-conductividad térmica mejorada respecto al resto.

Tabla 7. Caracterización térmica y mecánica de los hormigones ligeros estructurales

Propiedades	Valores			
	LSDur-21	LSDur -22	LSDur -26	LSDur -28
Densidad aparente	1577 kg/m ³	1616 kg/m ³	1540 kg/m ³	1692 kg/m ³
Resistencia característica a compresión	24,48 MPa	26,72 MPa	24,41 MPa	27,43 MPa
Conductividad térmica	0,74 W/mK	0,80 W/mK	0,70 W/mK	0,92 W/mK
Ratio Resistencia-Conductividad Térmica	32,91	33,22	34,96	29,66

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Fundación para el Fomento en Asturias de la Investigación Científica Aplicada y la Tecnología (FICYT) y al Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del gobierno de España las ayudas recibidas a través de los proyectos FC-GRUPIN-IDI/2018/000221 y PGC2018-098459-B-I00 respectivamente, ambos financiados con fondos FEDER. También agradecen a las empresas Weber Saint-Gobain, Cementos Tudela Veguín y Sika su asesoramiento técnico y la aportación de los materiales necesarios para poder realizar este estudio.

REFERENCIAS

- [1] UNE-EN 1994-1-1:2013. Eurocódigo 4: Proyecto de estructuras mixtas de acero y hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación.
- [2] Guerrero Muñoz, J. (2016). *Análisis y Optimización del comportamiento estructural de Forjados Mixtos en Hormigón Ligero* (PhD. thesis). Gijón: Universidad de Oviedo.
- [3] Del Coz Díaz, J.J., Álvarez Rabanal, F.P., García Nieto, P.J., Domínguez Hernández, J., Rodríguez Soria, B., & Pérez-Bella, J.M. (2013). Hygrothermal properties of lightweight concrete: Experiments and numerical fitting study. *Construction and Building Materials*, 40, 543–555.
- [4] Del Coz Díaz, J.J., Álvarez Rabanal, F.P., Gencel, O., García Nieto, P.J., Alonso-Martínez, M., Navarro-Manso, A., & Prendes-Gero, B. (2014). Hygrothermal study of lightweight concrete hollow bricks: A new proposed experimental–numerical method. *Energy and Buildings*, 70, 194–206.

- [5] Sagmeister, B. How optimize heat-insulating block design. In 12th International Brick/Block Masonry Conference (pp. 1583-1587). Madrid (España): Departamento de Construcción y Tecnología Arquitectónica, de la Universidad Politécnica de Madrid.
- [6] Sagmeister, B. (2001). Optimization of the mixture of no-fines lightweight concrete. Sondertruck aus BFT. Bauverlag GmbH.
- [7] Mehta, P.K., & Monteiro, Paulo J.M. (2005). Concrete: Microstructure, Properties, and Materials. United States of America: McGraw-Hill Professional.
- [8] EHE-08. (2011). Instrucción de Hormigón Estructural, p.704. Madrid (España): Ministerio de Fomento, 5ª edición.
- [9] Montgomery, D.C. (2017). Design and Analysis of Experiments, p.735. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- [10] Zahiri, F., & Eskandari, H. (2019). Optimizing the compressive strength of concrete containing micro-silica, nano-silica, and polypropylene fibers using extreme vertices mixture design. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 1-10. <https://doi.org/10.1007/s11709-019-0518-6>.
- [11] Ghayeb, H.H., Razak, H.A., Sulong, N.H.R., Hanoon, A.N., Abutaha, F., Ibrahim, H.A., Gordan, M., & Alnahhal, M.F. (2019). Predicting the Mechanical Properties of Concrete Using Intelligent Techniques to Reduce CO2 Emissions. *Materiales de Construcción*, 69 (334), 1-20. <https://doi.org/10.3989/mc.2019.07018>.
- [12] Liu, H., Liu, S., Wang, S., Gao, X., & Gong, Y. (2019). Effect of Mix Proportion Parameters on Behaviors of Basalt Fiber RPC Based on Box-Behnken Model. *Applied Sciences*, 9, 1-14. <http://dx.doi.org/10.3390/app9102031>.
- [13] Hassanpour, M., Shafigh, P. & Mahmudb, H.B. (2012). Lightweight aggregate concrete fiber reinforcement – A review. *Construction and Building Materials*, 37, 452–461.
- [14] UNE 83504:2004. Hormigones con fibras. Fabricación y conservación de probetas para los ensayos de laboratorio.
- [15] UNE 83507:2004. Hormigones con fibras. Rotura por compresión.
- [16] Harris, A., Bateman, R. Application of the Modified Transient Plane Source Technique in Testing the Thermal Conductivity of Concrete. In 31st International Thermal Conductivity Conference (pp. 41-47). Quebec (Canada): DEStech Publications Inc.
- [17] UNE-EN 12390-7:2009. Ensayos de hormigón endurecido. Parte 7: Densidad del hormigón.
- [18] UNE 83506:2004. Hormigones con fibras. Refrentado de probetas con mortero de azufre.

Through-bolting effect on Stiffened Angle Joints

Reinosa, J.M.¹; Loureiro, A.²; Gutiérrez, R.³; López, M.⁴

¹Departamento de Ingeniería Naval e Industrial. Universidade da Coruña (SPAIN). j.reinosa@udc.es

²Departamento de Ingeniería Naval e Industrial. Universidade da Coruña (SPAIN). a.loureiro@udc.es

³Departamento de Ingeniería Naval e Industrial. Universidade da Coruña (SPAIN). rutgut@udc.es

⁴Departamento de Ingeniería Naval e Industrial. Universidade da Coruña (SPAIN). manuel.lopez.lopez@udc.es

ABSTRACT

The rotational stiffness and resistance of steel structural joints are fundamental parameters according to Eurocode 3. Many experimental tests do not take into account the contributions of the panel zone since they have considered a very stiff column. However, the contribution of the components of the panel zone can be significant. In order to increase the rotational stiffness, stiffened angle joints can be considered. This joint configuration increments the stress and deformation of the column components. Thus, in this paper, the use of through-bolts in stiffened angle beam-to-column joints is dealt with to study the effect of through-bolting in the joint behaviour. FE models considering different bolt configuration were developed. The results show that the use of through-bolting in semi-rigid angle joints does not significantly modify the joint initial rotational stiffness but it reduces the stress level in the panel tension zone.

Keywords: Finite Element Model, Semi-rigid Joints, Component Method, Rotational Stiffness

1. ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS DEL PROBLEMA DEL TORNILLO PASANTE

1.1. Introducción

Las uniones viga pilar de estructura metálica se han calculado habitualmente bien como articuladas, bien como rígidas. Sin embargo, el comportamiento real de estas uniones tiene una naturaleza semirrígida en mayor o menor medida. De entre las tipologías de uniones semirrígidas, la unión con casquillos angulares representaría un término medio dentro del rango del comportamiento semirrígido, con menor rigidez en general que la que aportan por ejemplo las uniones con chapa de testa. Las uniones con angulares han tenido y tienen presencia sobre todo en la tradición constructiva norteamericana. Presentan una serie de características que las hacen muy atractivas en ambientes sísmicos, dada su ductilidad [1] pero también presentan ventajas económicas y son ideales para reducir los tiempos de montaje. Además, desde la perspectiva de la construcción sostenible, la unión atornillada con casquillos angulares es una alternativa muy recomendable pensando en posibles diseños para deconstrucción [2]. Se puede incrementar la rigidez de esta unión pretensando los tornillos o rigidizando los casquillos angulares. La unión con angulares rigidizados ha sido objeto de recientes estudios en el ámbito europeo [3-8] enfocados hacia la obtención de formulaciones compatibles con el método de los componentes del Eurocódigo 3 [9]. En este artículo se presenta una aproximación novedosa en torno a la tipología de uniones viga-pilar con angulares, pero extensible a

otras tipologías, basada en la utilización de tornillos pasantes a través del pilar. Los tornillos pasantes son una solución rápida y sencilla al problema de la conexión de elementos a pilares tubulares [10], pero no hay constancia práctica de su utilización en perfiles laminados abiertos. Sin embargo, el uso de tornillos pasantes puede resultar de interés en caso de tensiones importantes en el panel, habituales cuando las configuraciones de la conexión adquieren cierta rigidez, como es el caso de uniones con angulares rigidizados. En estos casos, para proteger el pilar, es habitual en la práctica soldar rigidizadores, pero este proceso podría evitarse con el uso de tornillos pasantes. En este artículo se tratará esta cuestión como primera aproximación a esta configuración, de modo que en futuros trabajos se pueda desarrollar una formulación analítica en consonancia con el método de los componentes del Eurocódigo 3.

1.2. Descripción del modelo base de elementos finitos

Se ha desarrollado un modelo de elementos finitos sobre el que trabajar para estudiar el efecto de las distintas configuraciones de tornillos pasantes que se analizarán en este trabajo. Se ha reproducido un futuro ensayo con la configuración de la Figura 1, con angulares superior e inferior L120.90.8 rigidizados (rigidizador de 10 mm de espesor), angulares de alma L100.10, vigas HE240B, pilar HE300A y tornillos TR20 de grado 10.9 sin pretensar. Para la modelización numérica se ha considerado la simetría existente, por lo que sólo se modela un cuarto del espécimen. El modelo se ha creado utilizando el programa ABAQUS® y se ha mallado con elementos C3D8R, elementos sólidos de ocho nudos con integración reducida y control del fenómeno de *hourglass*. Los materiales se han introducido siguiendo modelos simplificados bilineales con endurecimiento por deformación, según los valores suministrados en la Tabla 1. El material de los tornillos se ha considerado elástico lineal. Se ha utilizado el algoritmo de contacto generalizado de ABAQUS® considerando un comportamiento tangencial sin fricción y un contacto normal sin penetración. La simulación se desarrolló utilizando el solver explícito de ABAQUS® considerando un proceso cuasiestático, controlando durante el cálculo que la energía cinética fuese despreciable. Se han impuesto condiciones de contorno tipo simetría en el plano del alma de la viga y en el plano normal al eje débil del pilar. Además la viga se apoya en una superficie rígida analítica que simula el cilindro del ensayo, de modo que pueda deslizar libremente sobre él. Se ha impuesto al pilar un desplazamiento vertical a través de una superficie rígida unida a él mediante condiciones de atado. De igual manera, los rigidizadores se han conectado a los angulares a través de restricciones de atado, simulando las soldaduras.

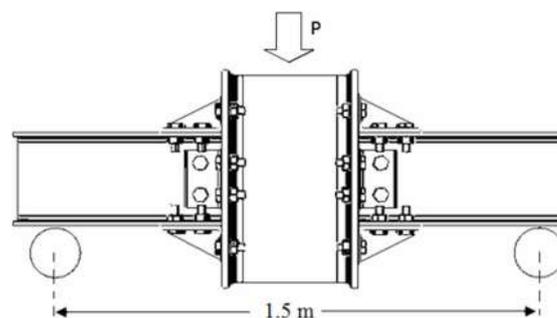
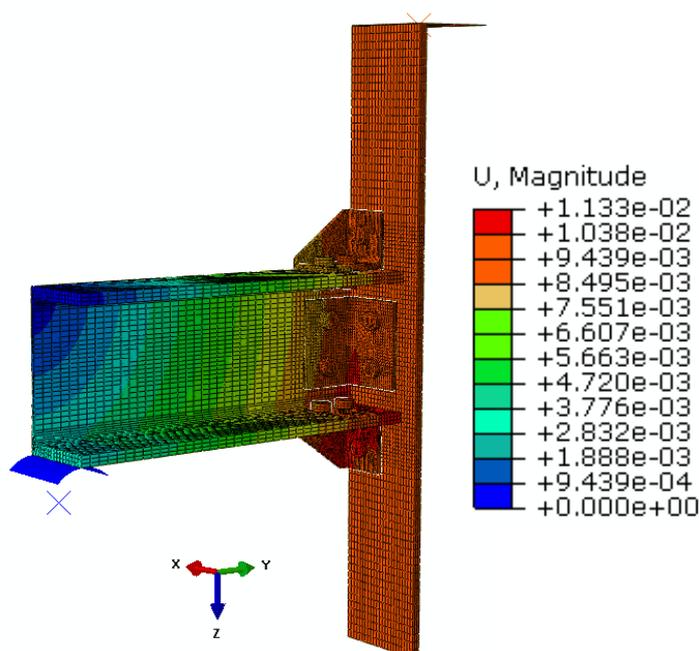


Figura 1. Esquema de la geometría del modelo base

Tabla 1. Caracterización mecánica de los materiales

Propiedad	Valor		
	Angulares	HEB240	HEA300
Límite elástico	349 MPa	447 MPa	435 MPa
Tensión última	474 MPa	625 MPa	617 MPa
Deformación máxima	28%	28.2%	27.5%

La Figura 2 muestra los desplazamientos totales del modelo base, así como su geometría general y el mallado.

**Figura 2.** Desplazamientos en el modelo base (metros)

1.3. Modelo con tornillos pasantes

Se ha realizado sobre el modelo base anterior una modificación cambiando los tornillos que unen los angulares al pilar por tornillos pasantes como muestra la Figura 3. El modelo tiene las mismas características que el descrito en el apartado anterior, añadiendo condiciones de simetría a la sección del tornillo pasante. En dicha Figura 3 pueden observarse las tensiones de Von Mises asociadas a la configuración propuesta comparada con los resultados del modelo base del apartado anterior. Se observa cómo en la zona del panel a tracción desaparecen las tensiones.

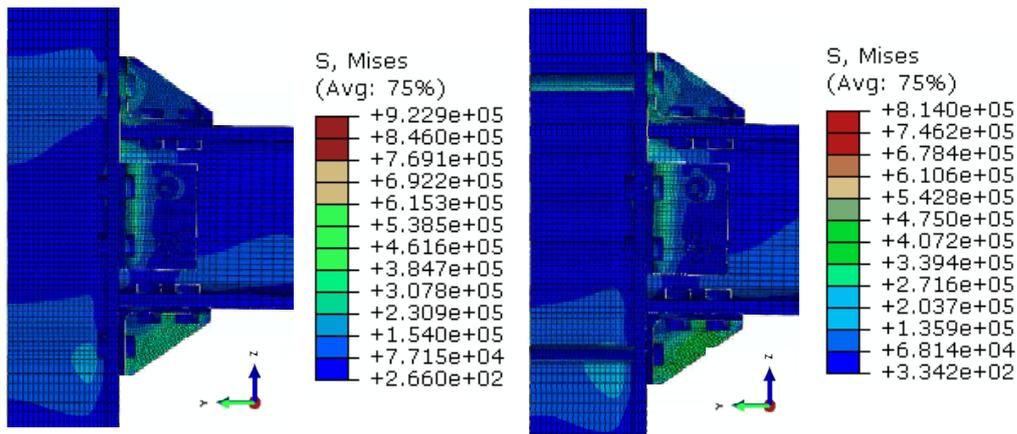


Figura 3. Tensiones de Von Mises en la configuración base y la asociada a tornillos pasantes (kPa)

1.4. Modelo con tornillos pasantes y tuercas en la cara interior del pilar

En este apartado se estudia el efecto de colocar tuercas en la cara interior del pilar. La Figura 4 muestra el modelo y las tensiones de Von Mises asociadas, con una sección del tornillo pasante a compresión. Como se puede comprobar en la imagen, el tornillo en la zona de tracción no absorbe todas las tracciones, como sucedía en el caso anterior, y el tornillo en la zona de compresiones está relativamente tensionado.

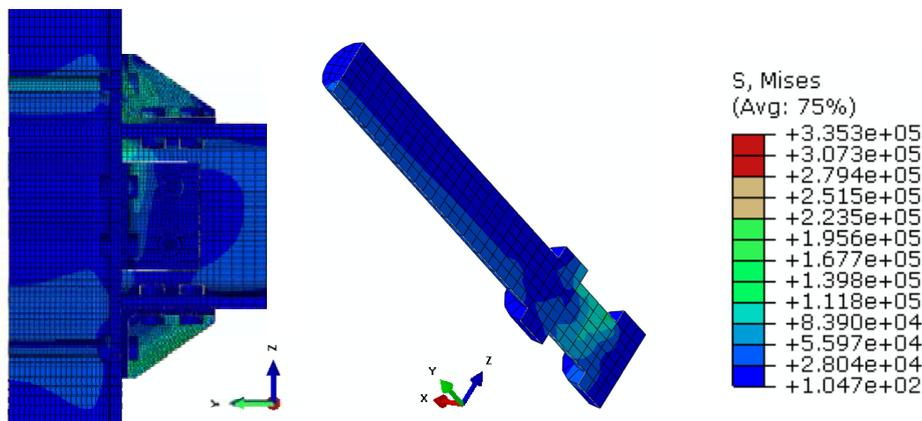


Figura 4. Tensiones de Von Mises en el modelo con tornillos pasantes con tuerca interior (kPa)

1.5. Estudio de la influencia del espesor del ala del pilar

Se ha realizado un estudio sobre la influencia del espesor del pilar en el comportamiento de la unión con tornillos pasantes sin tuercas en la cara interior del pilar. Para ello se han modelado dos nuevas uniones con pilar HE280AA (10 mm de espesor del ala) y pilar HE240A (12 mm de espesor del ala), que se suman al modelo con pilar HE300A (14 mm de espesor del ala) del apartado 1.3. Como muestra la Figura 5, a nivel tensional el comportamiento es parecido, aumentando las tensiones del panel en el modelo con el pilar HE280AA por tener un menor espesor en el alma del pilar.

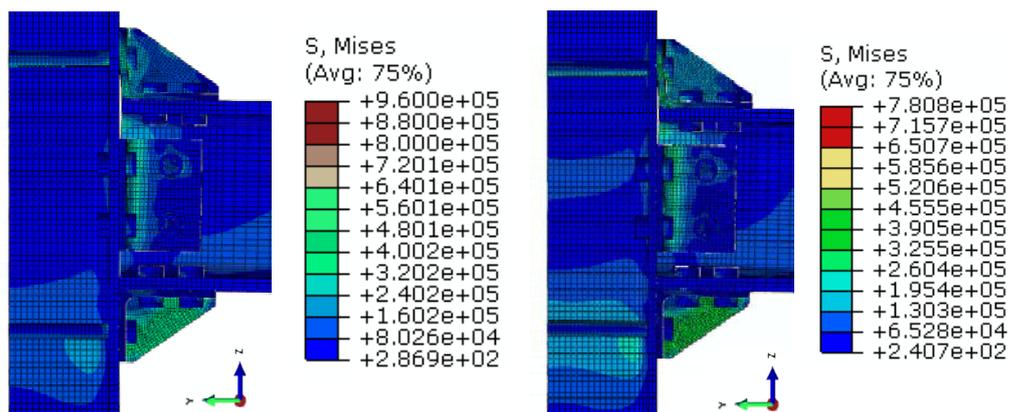


Figura 5. Tensiones de Von Mises en los modelos HE240A (izquierda) y HE280AA (derecha) (kPa)

2. ANÁLISIS COMPARATIVO

2.1. Curvas Momento-Rotación

En la Figura 6 se pueden observar las curvas Momento-Rotación de las tres configuraciones estudiadas para el pilar HE300A. Como se aprecia, las diferencias en el comportamiento general de la unión son mínimas, con rigideces iniciales similares para los casos de tornillo pasante y no pasante, y una rigidez inicial un 10% superior en el caso de tornillo pasante con tuerca en el interior del pilar. En cuanto a la rigidez post-crítica, la diferencia llega a ser de un 15% entre los casos de tornillo pasante con y sin tuerca interior. En lo relativo al momento resistente, la variación es mínima entre los distintos casos.

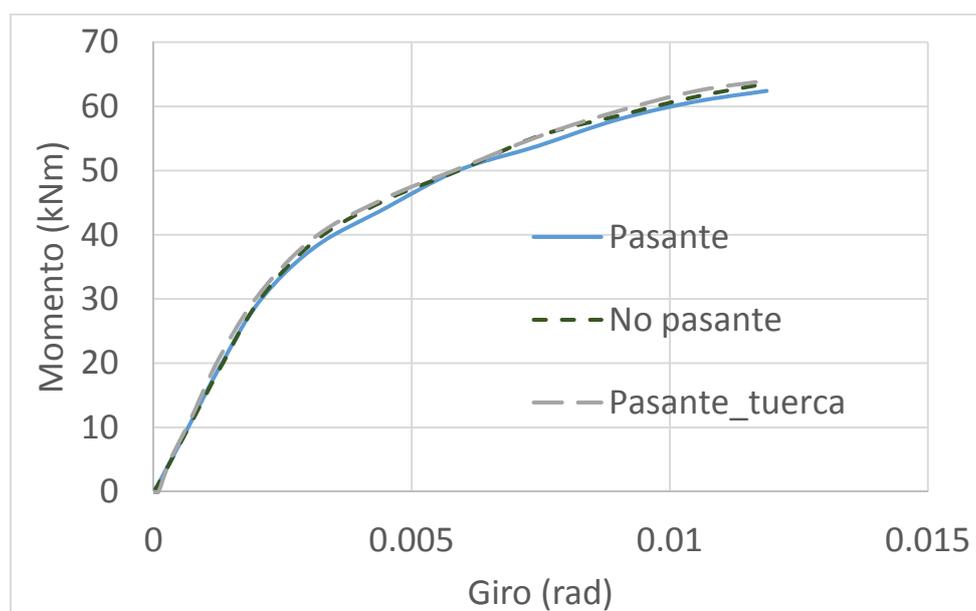


Figura 6. Curvas Momento-Rotación en las distintas configuraciones estudiadas.

2.2. Tensiones en el panel

La Figura 7 muestra las tensiones principales en la dirección longitudinal de la viga sobre un corte centrado el panel, para las tres configuraciones estudiadas relativas al pilar HE300A. Lo más significativo es la diferencia entre las tensiones máximas de tracción de los modelos con tornillo normal y tornillo pasante sin tuerca interior. El pico de tensiones máximas en la zona de tracción desaparece al utilizar tornillos pasantes. En el caso de tornillos pasantes y tuerca en el interior del pilar, la distribución de tensiones de tracción es más homogénea en toda la zona traccionada del panel, con una diferencia máxima respecto del modelo sin tornillos pasantes del 86%. En cuanto a las compresiones, las curvas presentan menos diferencias, pero es destacable que las compresiones son un poco mayores en el modelo con tornillo pasante sin tuerca respecto de los otros dos modelos, y el modelo del tornillo pasante con tuerca interior presenta un 19.5% menos de tensiones de compresión que el modelo sin tornillos pasantes. Esto confirma las conclusiones previas del apartado 1.4. en donde se observaba cómo el tornillo de la zona de compresión asumía tensiones al colocar la tuerca por el interior del pilar.

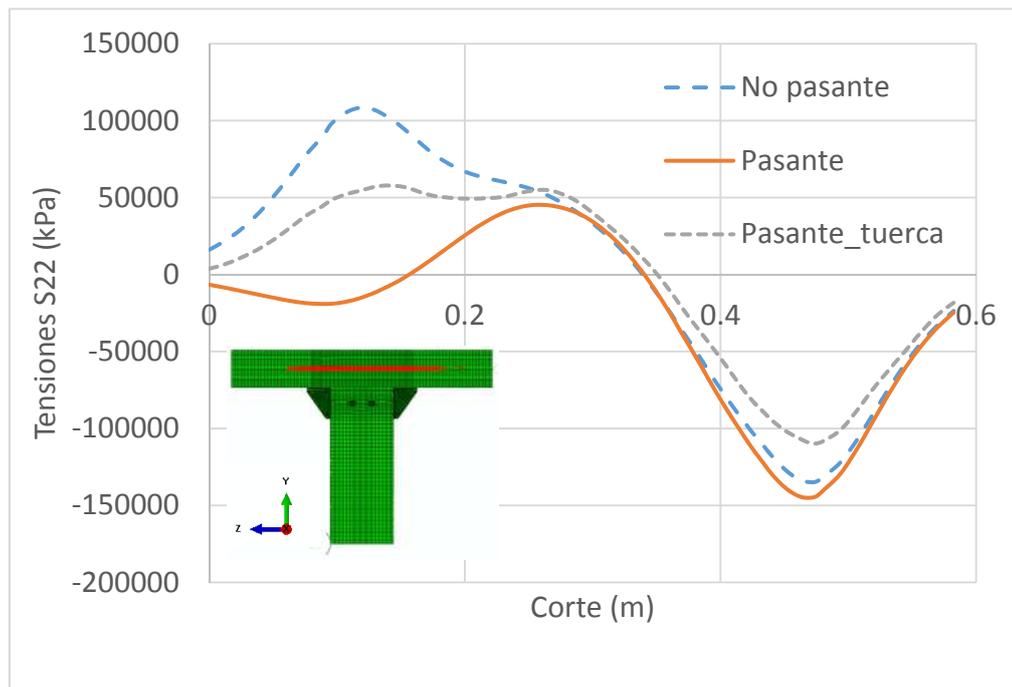


Figura 7. Tensión principal 2 a lo largo del panel

2.3. Efecto del espesor del ala del pilar

La Figura 8 muestra las curvas Momento-Rotación de los tres modelos con tornillo pasante sin contratuerca y con distinto espesor del ala del pilar, t_{cf} . Como se puede observar, de nuevo esta variación del espesor no afecta significativamente al comportamiento general de la unión, con variaciones máximas de menos del 2% en la rigidez inicial, en torno al 6% en la rigidez post-crítica y

del 5% en el momento resistente. Es por ello interesante este análisis, no tanto por lo que sucede al variar el espesor, sino por lo que no sucede, en cuanto que el uso de tornillos pasantes en las dos modalidades estudiadas, no modificando apreciablemente rigidez y resistencia, sí reduce las tensiones en el panel.

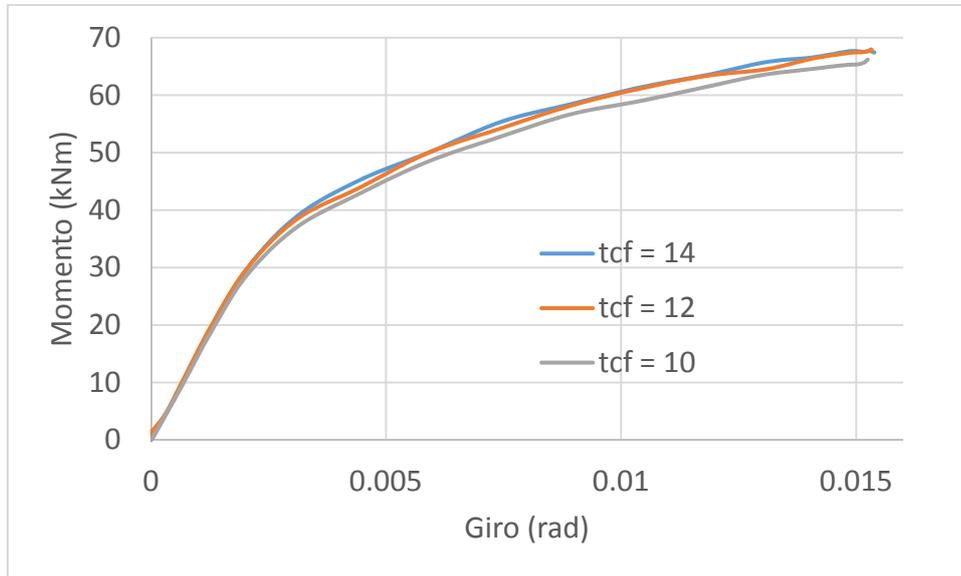


Figura 8. Curvas Momento-Rotación en función del espesor del ala del pilar

La Figura 9 muestra las tensiones principales en el panel para los modelos con 10 y 14 mm de espesor del ala del pilar. Como era de esperar, en el modelo con menores espesores está un poco más tensionado, pero la distribución es muy similar.

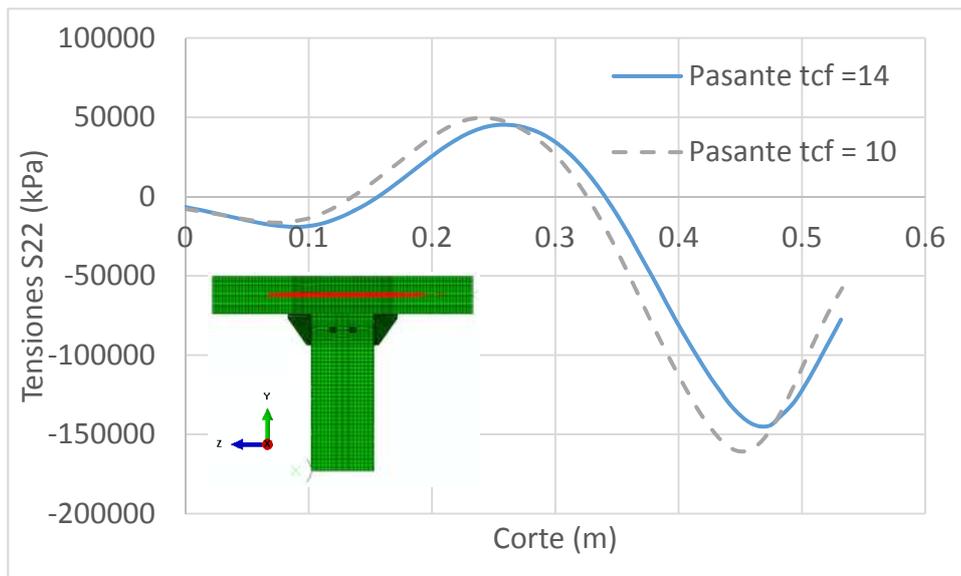


Figura 9. Tensión principal 2 a lo largo del panel para distinto espesor del ala del pilar

3. CONCLUSIONES

Se han realizado un total de cinco modelos de elementos finitos, los tres primeros con un pilar HE300A y tornillos normales, pasantes y pasantes con tuerca interior. Adicionalmente se han estudiado dos modelos más sobre la configuración de tornillo pasante para ver el efecto del espesor del ala del pilar. Del estudio numérico realizado se extraen las siguientes conclusiones que pueden resultar relevantes para futuras aproximaciones y propuestas de formulaciones analíticas:

- Al introducir un tornillo pasante, sin tuerca interior, se eliminan las tensiones de tracción en el panel pero no así las tensiones en la zona de compresión.
- El modelo con tornillo pasante y tuerca interior presenta una mejor distribución tensional en la zona de tracción del panel y reduce las tensiones de compresión desde el momento en que el tornillo admite parte de las compresiones.
- La introducción de tornillos pasantes resta protagonismo al pilar, protegiendo la zona del panel y haciendo que el comportamiento de la unión sea poco sensible a las dimensiones del mismo. Esto es particularmente interesante en el caso de uniones semirrígidas con un alto grado de rigidez, como puede ser el caso de uniones con chapa de testa o de la unión que se ha estudiado en este caso, donde los angulares van rigidizados.
- El comportamiento general de la unión en todos los casos estudiados, variando la tipología de conexión o el espesor de las alas del pilar, no varía sensiblemente, con ligeras variaciones de la rigidez inicial, de la rigidez post-crítica y del momento resistente.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo a esta investigación del Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional a través del proyecto BIA2016-80358-C2-2-P MINECO/FEDER UE.

REFERENCIAS

- [1] Schippers J.D., Ruffley D.J., Rassati G. A., Swanson J.A. (2012) A design procedure for bolted top-and-seat angle connections for use in seismic applications. *7th International Workshop on connections in steel structures*. Timisorara.
- [2] Danielle Densley Tingley, Buick Davison. Developing an LCA methodology to account for the environmental benefits of design for deconstruction. *Building and Environment*, Volume 57, November 2012, Pages 387-395
- [3] Skejic D., Dujmovic D., Beg D. (2014). Behaviour of stiffened flange cleat joints. *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 103, December, Pages 61-76
- [4] Reinoso J. M., Loureiro A., Gutiérrez R., López M. (2015). Analytical plate approach for the axial stiffness prediction of stiffened angle cleats. *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 106, Pages 77-88.

- [5] Skejic D., Dujmovic D., Lukacevic I. *Unstiffened and stiffened cleats under bending: Experimental investigation*. Eurosteel 2011. Budapest. Volume A: 309-314
- [6] Ghindea M., Catarig A., Ballok R. (2015). Behavior of Beam-to-Column Connections with Angles. Part 1- Experimental Investigations. *Journal of Applied Engineering Sciences*; Vol 5(18), issue 2 pp 21-28.
- [7] Skejic D., Beg D., Dujmovic D. (2014) Beam-to-Column Joints with Stiffened Flange Cleats. Experimental Investigation. *Eurosteel 2014*. Naples. Abstracts book: 375-376
- [8] Reinosa, J.M.; Loureiro, A.; Gutiérrez, R.; López, M. (2015). Advanced FE Models of Stiffened Cleat Angle Connections. *CMMoST2015 3rd International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering*. Sevilla;
- [9] EUROCODE 3, Design of Steel Structures – part 1.8: Design of joints CEN, Brussels, 2005.
- [10] McCormick J. (2017). Connecting Hollow Structural Steel Members with Through-Bolts. Steel Tube Institute. <https://steeltubeinstitute.org/>

Vibration testing based on evolutionary optimization to identify structural damages

Peña-Lasso, Juan¹; Sancibrian, Ramon²; Lombillo, Ignacio³; Setien, Jesus⁴; Polanco, Juan A.⁵; Ramos, Oscar R.⁶;

ABSTRACT

Structural health monitoring uses different techniques to predict and diagnose the threat of failure in structures. Vibration-based approaches have demonstrated to be a useful tool in monitoring structures, being attractive for engineers working in this field. They use the intrinsic correlation between vibration response and damage symptoms. Thus, the information provided by vibration sensors defines the health status of the structure and identify the potential cause of failure. Model tuning or updating based methods on optimization use an ideal theoretical model of the structure as reference and try to minimize the difference with respect to the real system. This difference provides not only a measure of the intensity of the damage but also the cause. This work presents a study based on Evolutionary Algorithm (EA) to obtain the minimization of the error between the theoretical system and the real one. Different type of residuals are compared in the determination of two types of failure modes.

Keywords: Damage detection, structural health, evolutionary algorithm, optimization.

1. INTRODUCTION

Structural health monitoring is the process of implementing a damage detection tool in mechanical and structural systems. It uses different techniques to predict and diagnose the threat of failure. Several methodologies can be found in the literature tackling this problem in different ways [1,2]; however, vibration-based approaches have stood out above others due to several features that make these methods attractive for engineers [3,4]. In fact, they use the intrinsic relationship between vibration response and damage symptoms. That means that sensors measure the dynamic response of the structure under certain types of excitements (e.g. impact, random noise, etc.), defining the health status, and identifying the potential cause of failure if it exists. The so-called procedure of model tuning, or updating, uses a pristine model as reference (the so-called healthy state), and tries to find out what

¹ Department of Bridges. WSP (SPAIN). jupena@louisberquer.com

² Department of Structural and Mechanical Engineering. University of Cantabria (SPAIN). sancibrr@unican.es
(Corresponding author)

³ Department of Structural and Mechanical Engineering. University of Cantabria (SPAIN).
Ignacio.lombillo@unican.es

⁴ LADICIM (Laboratory of Materials Science and Engineering). University of Cantabria (SPAIN).
Jesus.setien@unican.es

⁵ LADICIM (Laboratory of Materials Science and Engineering). University of Cantabria (SPAIN).
juan.polanco@unican.es

⁶ Department of Structural and Mechanical Engineering. University of Cantabria (SPAIN).
oscar.ramos@unican.es

should be modified to match the reference system with the real system. The identified modifications on the reference system and their intensity reveals the severity of the damage.

Finite element (FE) model updating have been applied to obtain information about the damage in the structure [5,6]. Model updating using FE model is defined as a mathematical approach that modifies the parameters of the theoretical model gradually in such a way that the behaviour of the model is progressively adjusted to the real structure under study. In other words, starting from an intact FE model the difference between the theoretical model and the measurements obtained from the current structure is minimized by means of adjusting the mechanical parameters. These differences reflect the influence of the damage on the behaviour of the system. When the differences are well adjusted, and they are minimal, a good agreement is reached and the FE model obtained provides the damage in the structure. Several techniques have been used to achieve this goal. Sensitivity-based FE model is a technique that has been used in several applications [7,8]. Nevertheless, this procedure has several drawbacks as it requires a sensitivity matrix obtained by numerical differentiation, which leads to expensive computations. On the other hand, probability-based FE model updating has used different approaches such as Taguchi-based [9] or Bayesian framework-based [10]. However, probabilistic-based approaches have also some disadvantages such as the required information about the probabilistic distribution of the mechanical parameters and the high computational cost. Numerical optimization approaches are used as the mathematical tool to achieve this aim with efficiency. In fact, FE model updating can be formulated as a goal function, which minimize the difference between the theoretical model (FE) and the real system. Deterministic optimization depends on the strength of the algorithm in handling complex nonlinear problems. Examples of these procedures are provided in references [11]. These traditional optimization techniques have some drawbacks such as the difficulty in obtaining the gradient or the local solution conditioned by the initial guess. Evolutionary algorithms (EAs) are the kind of modern optimization methods that enable to find the defects in the structure with a wide exploration of the design variables field. EAs allow the minimization of the problem without using derivatives and making possible to be applied to complex problems in structures. For this reason, structural damage identification using FE and EAs is an active research field, which is currently progressing with the development of new stochastic algorithms [3,12,13]. Research works in the literature show EAs working with a single-objective function or multi-objective goal. Finite element model updating requires multi-objective optimization to take into consideration all the parameters influencing the behaviour of the structure. Thus, selection of weighting parameters is a crucial task. For this reason, there are not many works using multi-objective optimization together with FE models.

In this work, a study of critical aspects on structural damage identification using EAs and FE models is presented. Impulse excitation on the real structure provides information about the dynamic parameters, which are compared with the same parameters obtained in the theoretical model. The paper studies the modelization of various types of defect in the structure. Changes in the density along the structure due to wrong manufacture or aging are considered. Furthermore, loss of stiffness due to cracking, is also modelled. The formulation of the residuals by means of the objective function provides the mathematical comparison of results obtained by the FE model and the physical structural model. In this sense, three different type of residuals or objective function are investigated. To this end, the sensitivity of the structural parameters and dynamic response are determined in order to know which function provides the best results with the minimum number of parameters. Finally, a case study is presented, where an example of the theoretical and experimental results are shown.

2. THEORETICAL BACKGROUND

In the following paragraphs, the description of the theoretical background is presented. It includes dynamic FE model, the evolutionary algorithm and the implementation of the EA in the FE model.

2.1. FE and theoretical modal analysis and objective function

The modal features of the structure are obtained from the eigenvalue and eigenvector problem given by the following equation,

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \Phi_i = 0 \quad (1)$$

Where \mathbf{K} and \mathbf{M} are the global stiffness and mass matrix, respectively. Parameters ω_i and Φ_i are the solution of the problem and give us the i -th natural frequency and the corresponding mode shape. When the structural system is damaged, the stiffness and mass matrices are modified and consequently, the solution is also different. The global stiffness matrix and the global mass matrix of the structure can be expressed using the so-called damage parameters. In the case of the damaged stiffness matrix is formulated using the α_i damage parameter [14-16]. That is,

$$\mathbf{K}_d = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i) \mathbf{K}_i \quad (2)$$

where \mathbf{K}_i represent the stiffness matrix of the i^{th} element in the theoretical model. In a similar way, using β_i as the damage parameter, the damaged global mass matrix is formulated as follows,

$$\mathbf{M}_d = \sum_{i=1}^n (1 - \beta_i) \mathbf{M}_i \quad (3)$$

where \mathbf{M}_i is the mass matrix of the i^{th} element of the FE model. The damage FE model is given by the following equation,

$$(\mathbf{K}_d - \omega_{di}^2 \mathbf{M}_d) \Phi_{di} = 0 \quad (4)$$

where ω_{di} and Φ_{di} are the natural frequencies and the mode shapes of the damaged system. Thus, the changes in the structural properties produce changes in the natural frequencies and mode shapes. This is the main reason for using modal methods for damage identification. One of the main difficulties that updated models have is how to measure these changes in a single function. Considering that ω_{ei} and Φ_{ei} are the natural frequencies and mode shapes provided by the real damaged structure the following comparison can be provided,

$$\Delta\omega_i = \frac{|\omega_{di} - \omega_{ei}|}{\omega_{ei}} \quad (5)$$

and Modal Assurance Criteria (MAC) are used for the mode shapes [17-20]. That is,

$$MAC_i = \frac{(\Phi_{di}^T \Phi_{ei})^2}{|\Phi_{di}^T \Phi_{di}| |\Phi_{ei}^T \Phi_{ei}|} \quad (6)$$

The comparison of natural frequencies given by Eq.(5) is zero when both frequencies are equal, however, the comparison of mode shapes provided by Eq.(6) is equal to 1 when both modes are identical. Thus, when they are compared in the same formula the following equation is used [21,22],

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{nf} \mu_i \Delta\omega_i + \sum_{i=1}^{nm} \nu_i (1 - MAC_i) \quad (7)$$

where μ_i and ν_i are the weighting parameters corresponding to the natural frequencies and mode shapes, respectively. The objective of these parameters is to measure the relative importance of each term in Eq.(7) for solving the optimization problem. They are usually determined by a trial and error process. The parameters nf and nm are the number of natural frequencies and mode shapes considered in the problem. Usually they are considered the same numbers (i.e. $nf=nm$). Eq.(7) can be considered the objective function when the FE model updating problem is solved by means of derivative optimization.

2.2. Optimization approach based on genetic algorithms

Genetic algorithms (GAs) is an optimization technique that uses an adaptive probabilistic method to mimics the Darwinian evolution in order to find the optimal numerical values of the design variables [23]. This approach uses natural selection, random mutations and crossover to change the values of the variables toward the optimal solution. The algorithm establishes a population with N individuals, which are initially selected randomly. Then, following natural evolution laws, new generations are generated evolving towards a final population, which fulfil with the requirements established in the fitness or goal function.

To formulate the problem of finding the damage of the structure, each individual or specimen of the population is defined by its chromosome code, which is defined by a string of real numbers [24-27]. Each number is called gene and represent the intensity of the damage. In structural damage two type of chromosomes are necessary, one for the stiffness matrix and another one for the mass matrix. Thus, the chromosomes can be defined in a generic way as follows,

$$\begin{aligned} \mathbf{Ck}_i &= [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_n] & i &= 1, 2, \dots, N \\ \mathbf{Cm}_i &= [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_n] & i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

This formulation allows to use only one type of generic chromosome for the two effects. That is,

$$\mathbf{C}_i^g = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_n] \quad i = 1, 2, \dots, N_{max} \quad (9)$$

where the new damage parameters γ_i can be used interchangeably for the damage in mass or stiffness.. Thus, using this formulation the number of chromosomes (or size of the population) is N_{max} , which is twice the number of individuals for the stiffness or the mass. The superscript g indicate the number of generation in the evolutionary process. The size of the population does not change during the optimization process. The maximum number of generation is G , established as a limit for the convergence of the algorithm. In other words, when the number of generation is equal to G the algorithm stops regardless of the values of the fitness function.

During the optimization process, the variation of the damage parameter is limited by constraints. The constraints are formulated using the well-known static penalty function. Thus, the penalty term is included in the goal function and determined from the amount of constraint violation. That is,

$$f_{obj}(\mathbf{C}_i^g) = f_{obj}(\mathbf{C}_i^g) + \sum_{c=1}^{nc} R_c \max[0, g_c(\mathbf{C}_i^g)] \quad (10)$$

where R_c is the penalty coefficient, nc is the number of constraints and g_c is the constraint itself.

The optimization process is as follows. The initial population is randomly chosen with a uniform probability distribution to provide the value of the variables within the limits established in the problem. Once the initial population is generated, the evolutionary process begins providing better individuals in each generation. To this end, the so-called operators are applied. They are mutation, crossover, selection and elite. To decide whether an individual is preserved for the next generation or a new one is selected the following greedy criterion is applied,

$$\mathbf{C}_i^{g+1} = \begin{cases} \mathbf{C}_i^{g+1} & \text{if } f_{obj}(\mathbf{C}_i^{g+1}) < f_{obj}(\mathbf{C}_i^g) \\ \mathbf{C}_i^g & \text{if } f_{obj}(\mathbf{C}_i^{g+1}) \geq f_{obj}(\mathbf{C}_i^g) \end{cases} \quad (11)$$

Eq. (11) is repeated for each generation until the maximum number of generations is achieved. Error threshold is also possible as a convergence criterion, however, the maximum number of generations is preferred in this work due to the uncertainty that the latter produces in this kind of algorithms.

2.3. Damage identification procedure

The procedure for damage identification using FE model updating and the GA described in previous subsection is shown in Fig. 1. As it can be observed in the figure, the procedure begins with the selection of the parameters to be altered during the optimization process. These parameters are called design variables and their value at the convergence enable to obtain the structural damage. The parameters considered are the density of the material (influencing the mass matrix) and the loss of stiffness due to the appearance of cracks or defects in the material. The algorithm takes the values obtained from experimentation as the reference values. These parameters are the natural frequencies and mode shapes measured in the real structure. It is important to point out that accuracy of the FE model plays an important role in the reliability of the procedure. It is necessary to have a model that can reproduce the actual features of the structural system. Indeed, if the elements defining mesh are coarse the real situation could not be reproduced.

After that, the creation of the initial population is performed using random generation to obtain the parameters shown in Eq. (9). These parameters are introduced in the FE model to obtain the natural frequencies and mode shapes. Thus, using the objective function the fitness of each individual is evaluated. With this information the operators (i.e. mutation, crossover, elite and selection) are applied to obtain the next generation of individuals and the process is repeated until the generation G is achieved. The values of the design variables at the convergence must be correlated with the damage in the structure.

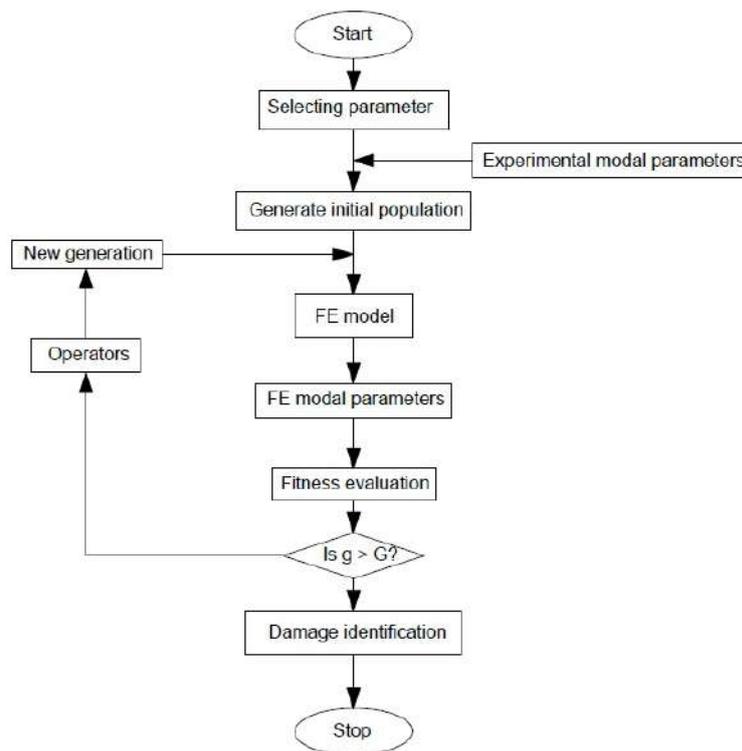


Figure 1. Damage identification procedure

3. GENETIC ALGORITHM VALIDATION

In order to be used with experimental data the procedure was firstly tested with theoretical values. Several virtual searches were carried out. In these tests, the objective values of frequencies and modal shapes were calculated by means of FEM, being a virtual objective to be used with experimental values. The finite element model developed in this work was used also to perform the evolutionary search of the solution.

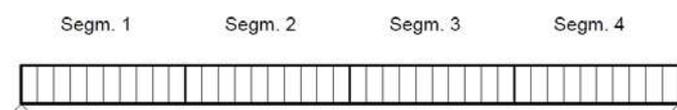


Figure 2. Beam model.

The theoretical model is shown in Fig. 2 and consists of a simple beam with 40 linear elements. The material is assumed to be concrete, undamaged physical properties are density with a value of 2400 kg/m³ and Young's Modulus which value is 20 GPa. The total length of the beam is 2.490 m. The section is rectangular with dimensions: 0.150 m x 0.140 m. The beam is divided into four segments in which the properties (i.e. mass and Young's Modulus) are considered constant (see the scheme of Figure 2). To carry out the tests a defect in the beam is introduced in the second quarter of the beam (i.e. segment number 2). The defect consists in a loss of mass of 30 % and a loss of stiffness of 50% along the whole segment. These values are described in Table 1. The objective values, in terms of frequencies and mode shapes are obtained with this defects and shown in Fig. 3.

Table 1. Mechanical properties of the material in each segment.

Segment	1	2	3	4
Density (kg/m ³)	2400	1680	2400	2400
Young. Mod. (N/m ²)	2E+10	1E+10	2E+10	2E+10

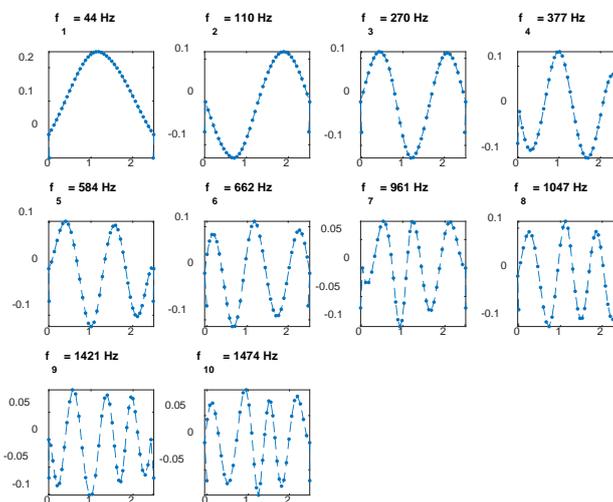


Figure 3. Beam model. Objective values of damaged beam.

3.1. Search methodology and objective functions.

The search schema is shown in Fig. 4 where 10 islands have been generated. Each island is a set of individuals that evolves parallel to the rest of islands, and isolated from them. In each island, initial population is different, although conditions to form these initial population are common in all islands. At each island, the damage identification procedure shows in Fig. 1 is carried out. The population evolves during several generations and when they achieve the convergence the best individual of each island is selected. A set of best specimens is then formed and the mean of this set is taken as the solution of the search. Differences between searches are the conditions to form the initial population and gene limits, and the estimator used evolving the population.

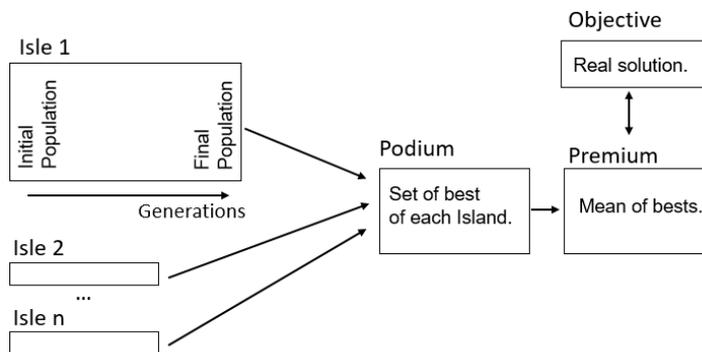


Figure 4. Search schema.

Three different kind of problems are considered. The first one is that the failure occurs only in the stiffness (e.g. a crack in one segment). The second one considers only a failure in the mass (e.g. a loss of material in one segment). The third case considers the combination of the two failures, i.e. a loss of mass and a loss of stiffness. The algorithm search implies three different initial conditions and three different estimators. Initial conditions are: unknown stiffness distribution, unknown mass distribution, and both mass and stiffness unknown distribution. The estimators used to formulate the objective function are the quadratic norm of frequencies. That is,

$$F1 = \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{\omega_{ei} - \omega_{di}}{\omega_{di}} \right)^2 \quad (12)$$

The quadratic norm of MAC. That is,

$$F2 = \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{1 - \sqrt{MAC(\Phi_i, \Phi_{obj_i})}}{MAC(\Phi_i, \Phi_{obj_i})} \right)^2 \quad (13)$$

And the product of MTMAC [21],

$$F3 = \prod_{i=1}^{10} \frac{MAC(\Phi_i, \Phi_{obj_i})}{1 + \left| \frac{(\omega_{di}^2 - \omega_{ei}^2)}{(\omega_{di}^2 + \omega_{ei}^2)} \right|} \quad (14)$$

Thus, combining these two variables, a set of nine searches has been performed.

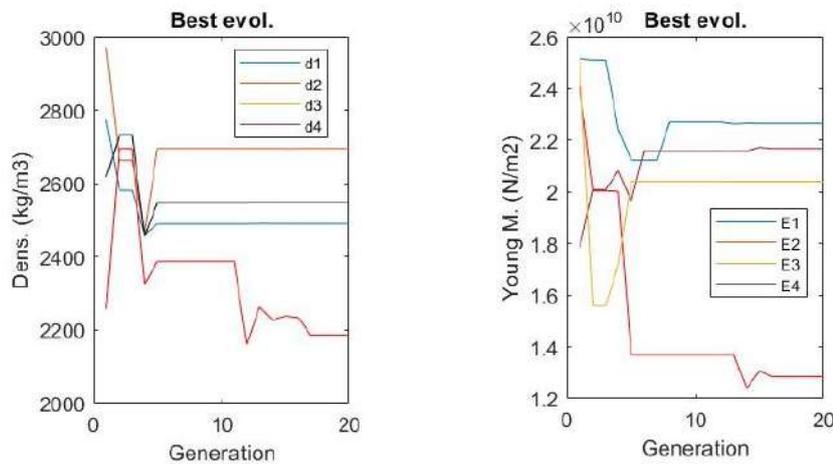


Figure 5. Density and Young modulus of best specimen evolution within an island.

3.2. Evolution within each island

Evolutionary search is carried out by means of the GA. The initial population is generated with a random distribution constrained by upper and lower limits. Upper and lower limits for the density are 3000 kg/m³ and 2000 kg/m³, respectively. The Young's Modulus limitations goes from 2E10 N/mm² to 3E10 N/mm². In the beginning of the procedure both density and stiffness are unknowns. Parameters of the GA are the following: scale = 0.98, shrink = 0.3, cross fraction = 0.8, and Elite Fraction = 0.1. The number

of generations is 20 and the population size is 30. An example of the evolution of search within an isle is shown in Fig. 5, where d_1 , d_2 , d_3 and d_4 represent the densities of the four segments, and E_1 , E_2 , E_3 and E_4 are the stiffness values. Fig. 6 shows the statistical evolution of the error.

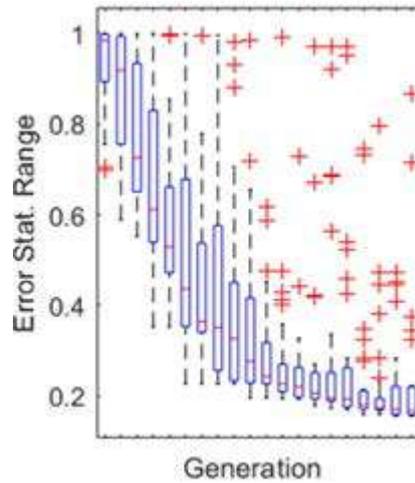


Figure 6. Error evolution within an island.

3.3. Results from the theoretical tests

After completing the GA the best individuals are chosen in each island. Fig. 7 shows the best individuals for the density and the Young's Modulus. In this figure the final values of the four segments of the beam are shown in the 10 island. The mean values of the best individuals are used as the final solution. This is shown in Fig. 8 where they are compared with the objective values. In this figure the blue bars are the objectives and the red ones are the values obtained after optimization. Furthermore, frequency values, frequency relationship between final solution and objective, and MAC between final solution and objective are shown in Fig. 9.

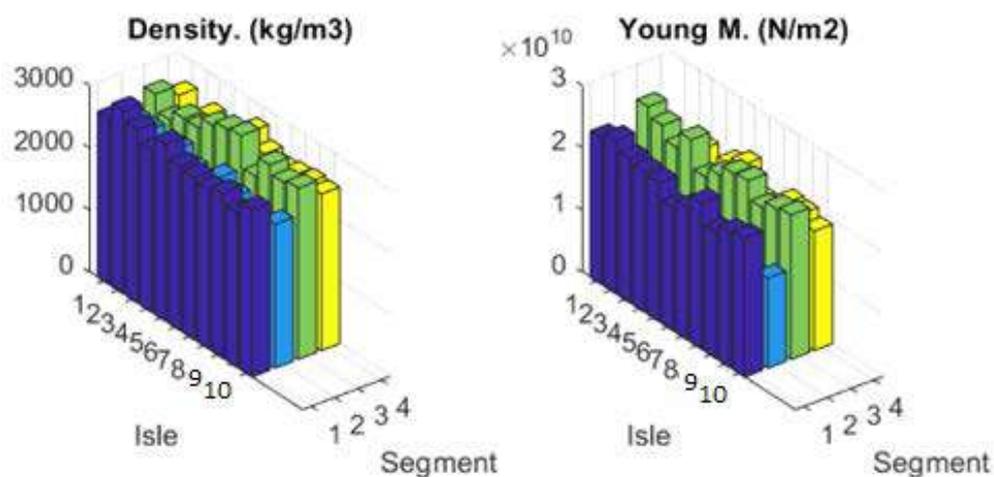


Figure 7. Best individuals obtained in each island.

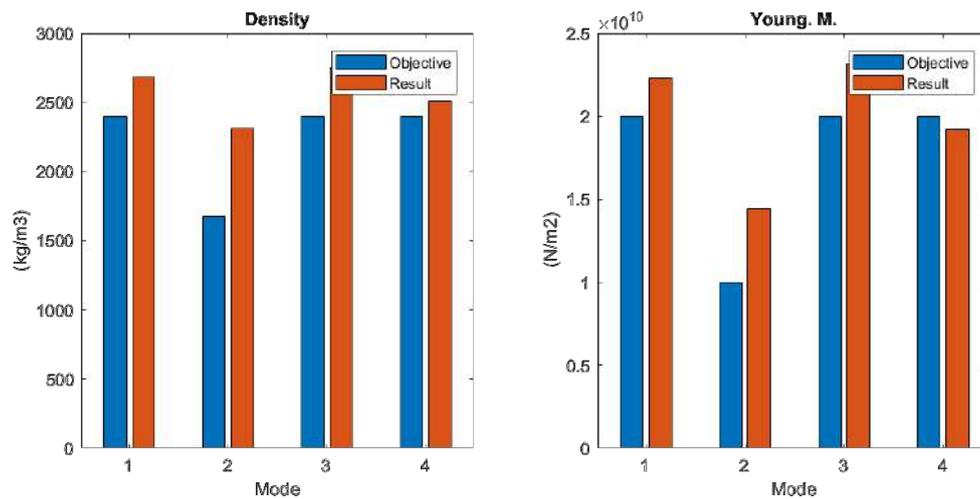


Figure 8. Solution obtained and objective comparison.

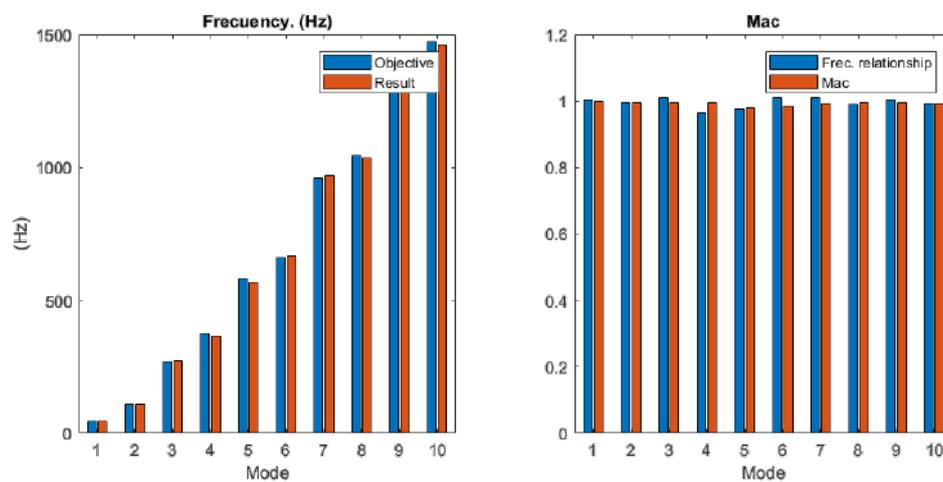


Figure 9. Solution obtained and objective comparison in terms of frequencies and MAC.

It is important to point out that, besides solution is very similar to objective in terms of frequencies and modes (as seen by frequency relationship and MAC), this similarity is not shown with the same rate when density and stiffness properties are analyzed. Nonetheless the search is sufficient to find the damage and give a qualitative explanation about the failure in the beam, i.e., loss of stiffness in segment number 2.

Table 2. Results of searches

Estimator used	Stiff. unknown	Density unknown	Density and Stiff. unknown
Frequencies	0.97	0.97	0.92
Mode Shape	0.96	0.95	0.94
MTMAC	0.99	0.99	0.99

3.4. Results with different objective function

Nine searches were carried out combining each estimator with each initial conditions (population). Optimization were carried out to assess the performance of each estimator in each case. For the shake

of simplicity, results obtained for each run has been measured as the difference between experimental results and objective in terms of frequencies and MAC.

$$Score = 1 - \overline{|1 - MAC_i|} \tag{15}$$

Results obtained for the different estimators are shown in the Table 2. It is clear that the best results are obtained from the MTMAC estimator.

4. EXPERIMENTAL DATA AND EVOLUTIONARY SEARCH

A beam of with the same dimensions and features that the theoretical one presented in the previous section has been constructed and tested (see Fig. 10). The material is concrete containing random defects. Experimental data has been taken by means of four MEMS accelerometers located on the upper surface of the beam, with a separation between them of 0.50 m. The excitation of the beam was done with an impact hammer.



Figure 10. Experimental beam.

Results are registered in form of FRF, amplitude and phase, and with this data frequency and mode shapes were calculated. Experimental results allowed to obtain three modes shapes and four natural frequencies. This information were introduced in the objective function in the evolutionary search. Although the experimental test provided information from 4 points (positions of the accelerometers), the numerical calculations were carried out with a FEM model with 40 elements, extracting displacements at the corresponding positions of the accelerometers. Fig. 11 shows the frequencies and mode shapes obtained.

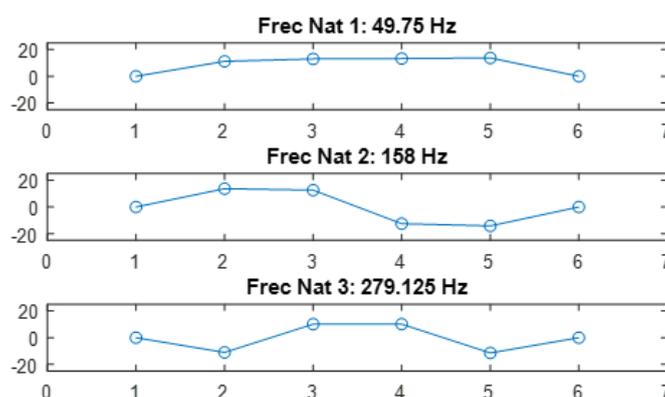


Figure 11. Experimental mode shapes and frequencies.

4.1. Search with 3 modes and 3 frequencies MTMAC

With the aforementioned data an evolutionary search was carried out following the procedure previously presented. The optimization function used was the MTMAC, because it provided the best results in the theoretical study. A population of 60 specimens were considered during 20 generations in 10 independent islands. An example of the evolution of the error is presented in Fig. 12. The ten islands evolved to a density and stiffness pattern that are shown in Fig. 13.

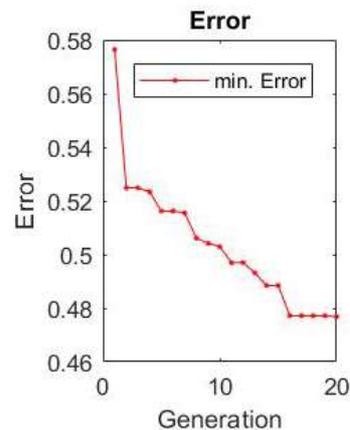


Figure 12. Error evolution.

4.2. Results

Results show a good correlation on the density values and a strong asymmetry in the stiffness values, suggesting a noticeable loss of stiffness in the left half of the beam. The information provided was limited by the number of segments considered in this study. For this reason, in future research, more discretization segments could be used and the collection of experimental data should be possibly enhanced in accuracy. Results in the form of frequencies and MAC show good correlation for mode frequencies 1 and 3 (see Fig. 14). MAC stays in values of error lesser than 20%. Second mode seems to be causing discrepancies preventing to obtain lower error values. At the same time, some investigation on modal shapes, especially on the first one, would be necessary, since this one seems to present a behavior similar to a rigid-body mode.

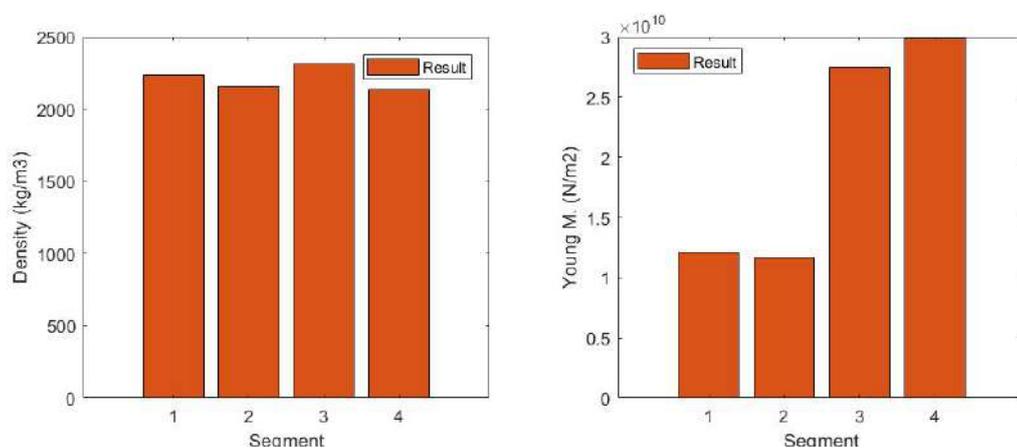


Figure 13. Density and stiffness results.

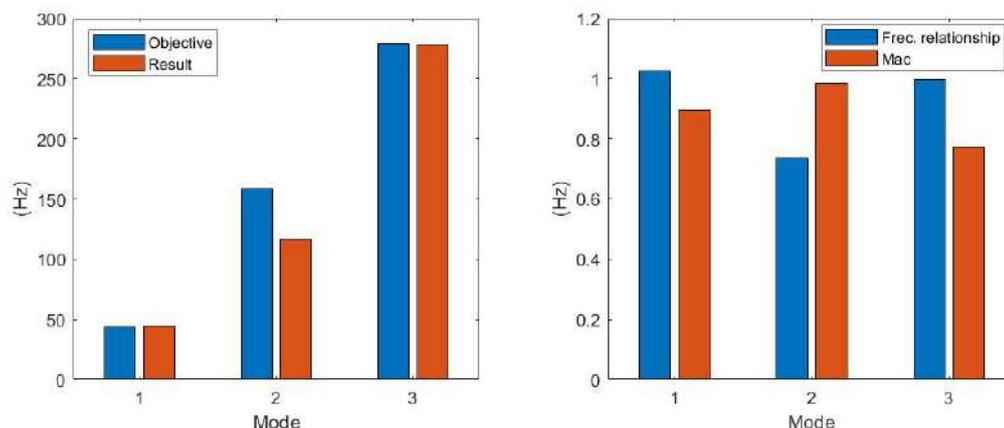


Figure 14. Frequencies comparison, frequencies ratio and MAC.

5. CONCLUSIONS

This paper surveyed the use of GAs and FE model updating in the application to damage detection in structural systems. The theoretical background has been presented addressing the problem to detect the structural damage. The dynamic characteristics of the structure have been used and formulated using different types of objective functions. The damage detection considered are the loss of mass (variation of density) and the loss of stiffness (e.g. the presence of a crack). The results provided by the paper allow to summarize the conclusions in the next paragraphs.

The GA is a valuable tool for the localization of damage in structures. It allows to formulate the objective function as the difference between the theoretical and experimental measurements. The theoretical values are provided by the FE model and the experimental ones by the measurement in the real structure. It is possible to use different schemes in the objective function formulation.

The MTMAC estimator shows the best performance over the rest of estimators used in this work. When using a simple estimator (e.g. based only on natural frequencies) several solutions are possible and there are not a unique distribution of mass and stiffness. For this reason, it is necessary the consideration of mode shapes together with natural frequencies values.

Regarding future research it is important to point out that the improvement of the accuracy is necessary. Smaller segments could easily provide more information for the detection of the damage. The reduction of the noise in the measurements is also important because incomplete data or low accuracy could make more difficult to obtain good results.

REFERENCES

- [1] Koh, B.H. & Dyke, S.J. (2007). Structural health monitoring for flexible bridge structures using correlation and sensitivity of model data. *Systems and Signal Processing* 21, 2198-2211.
- [2] Weber, B., Paultre, P. & Proulx, J. (2007). Structural damage detection using nonlinear parameter identification with Tikhonov regularization. *Structural Control and Health Monitoring* 14, 406-427.

- [3] Alkayem, N.F., Cao, M., Zhang, Y., Bayat, M. & Su, Z. (2018). Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. *Neural Computing and Applications* 30, 389-411.
- [4] Perera, R., Fang, S-E. & Huerta, C. (2009). Structural crack detection without updated baseline model by single and multi-objective optimization. *Mechanical Systems and Signal Processing* 23, 752-768.
- [5] Ding, Z.H., Huang, M. & Lu, Z.R. (2016). Structural damage detection using artificial bee colony algorithm with hybrid search strategy. *Swarm and Evolutionary Computation* 28, 1-13.
- [6] Jeong, M., Choi, J-H. & Koh, B-H. (2013). Performance evaluation of modified genetic and swarm-based optimization algorithms in damage identification problem. *Structural Control and Health Monitoring* 20, 878-889.
- [7] Imregun, M., Visser, W. (1991). A review of model updating techniques. *Sound and Vibration Digest* 23, 9-20.
- [8] Mordini, A., Savow, K., Wenzael, H. (2015). Damage detection on stay cables using an open source-based framework for finite element model updating. *Structural Health Monitoring* 7, 91-102.
- [9] Sun, H., Liu, Y. (2011). An improved Taguchi method and its application in finite element model updating of bridges. *Key Engineering Materials* 456, 51-65.
- [10] Marwala, T., Mdlazi, L., Sibisi, S. (2005). Finite element model updating using Bayesian framework and modal properties. *Journal of Aircraft* 42, 275-287.
- [11] Fang, S-E., Perera, R. (2011). Damage identification by response surface based model updating using D-optimal design. *Mechanical Systems and Signal Processing* 25, 717-733.
- [12] Gomes, G.F., Almeida, F.A., Junqueira, D.M., Cunha, S.S. & Ancelotti, A.C. (2019). Optimized damage identification in CRFP plates by reduced mode shapes and GA-ANN methods. *Engineering Structures* 181, 111-123.
- [13] Greco, A., D'Urso, D., Cannizzaro, F., Pluchino, A. (2018). Damage identification on spatial Timoshenko arches by means of genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing* 105, 51-67.
- [14] Bakir, P.G., Reynders, E., De Roeck, G. (2008). An improved finite element model updating method by the global optimization technique Coupled Local Minimizers. *Computer and Structures* 86, 1339-1352.
- [15] He, R-S., Hwang, S-F. (2006). Damage detection by an adaptive real-parameter simulated annealing genetic algorithm. *Computer and Structures* 84, 2231-2243.
- [16] Kim, G-H., Park, Y-S. (2004). An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimization technique. *Mechanical Systems and Signal Processing* 18, 59-78.
- [17] Kang, F., Li, J-J. Xu, Q. (2012). Damage detection based on improved particle swarm optimization using vibration data. *Applied Soft Computing* 12, 2329-2335.

- [18] Au, F.T.K., Cheng, Y.S., Tham, L.G. (2003). Structural damage detection based on micro-genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data. *Journal of Sound and Vibration* 259, 1081-1094.
- [19] Lin, J-F., Xu, Y-L., Law, S-S. (2018). Structural damage detection-oriented multi-type sensor placement with multi-objective optimization. *Journal of Sound and Vibration* 422, 568-589.
- [20] Altunisik, A.C., Okur, F.Y., Kahya, V. (2017). Modal parameter identification and vibration based damage of a multiple cracked cantilever beam. *Engineering Failure Analysis* 79, 154-170.
- [21] Perera, R., Ruiz, A. (2009). A multistage FE updating procedure for damage identification in large-scale structures based on multiobjective evolutionary optimization. *Mechanical Systems and Signal Processing* 22, 970-991.
- [22] Perea, R., Marin, R., Ruiz, A. (2013). Static-dynamic multi-scale structural damage identification in multi-objective framework. *Journal of Sound and Vibration* 332, 1484-1500.
- [23] Ravanfar, S.A., Razak, H.A., Ismail, Z., Hakim, S.J.S. (2016). A hybrid wavelet based approach and genetic algorithm to detect damage in beam-like structures without baseline data. *Experimental Mechanics* 56, 1411-1426.
- [24] Ravanfar, S.A., Razak, H.A., Ismail, Z., Hakim, S.J.S. (2016). A two-step damage identification approach for beam structures based on wavelet transform and genetic algorithm. *Meccanica* 51, 635-653.
- [25] Ciambella, J., Vestroni, F. (2015). The use of modal curvatures for damage localization in beam-type structures. *Journal of Sound and Vibration* 340, 126-137.
- [26] Gillich, G-R., Furdui, H., Wahab, M.A., Korca, Z-L. (2019). A robust damage detection method based on multi-modal analysis in variable temperature conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing* 115, 361-379.
- [27] Zheng, Z., Lu, Z., Chena, W., Liu, J. (2015). Structural damage identification based on power spectral density sensitivity analysis of dynamic responses. *Computers and Structures* 146, 176-184.



Topics

Models for structural analysis: civil engineering structures, architectural structures, industrial structures, existing structures, prefabricated structures, kinetic structures,...

Models in structural rehabilitation.

Models in structural damage evaluation.

Structural materials characterization.

Load characterization in structural models.

Comparison between innovative and traditional structural models.

Innovative elements in higher education of architectural and engineering structures.

Patrocinadores:



PAVASAL



Organizadores:



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



UNIVERSIDAD
DE GRANADA