# DESCUBRIENDO LA MEDIDA EN UN CONTEXTO DE INTERACCIÓN, NEGOCIACIÓN Y DIÁLOGO: UN ESTUDIO DE CASO EN EDUCACIÓN INFANTIL

Ángel Alsina y María Salgado

*En la primera parte se realiza un análisis del componente histórico-epistemológico de la medida y se describen estrategias y recursos para promover su enseñanza a través de situaciones de interacción, negociación y diálogo en el aula; y en la segunda parte se muestra, a través de un estudio de caso único, un ejemplo de enseñanza de la masa en un escenario de experimentación y comunicación. Los resultados indican que el planteamiento de buenas preguntas produce un efecto importante en la construcción del conocimiento matemático, por lo que es necesario que progresivamente el profesorado adquiera habilidades para formular buenas preguntas.*

*Términos clave:* Buenas preguntas; Desarrollo profesional; Educación matemática infantil; Interacción; Medida; Perspectiva sociocultural

Discovering Measurement in a Context of Interaction, Negotiation and Dialogue: A Case Study in Preschool Education

*The first part of this paper provides a brief analysis of the historical-epistemological component of the measure and, additionally, different strategies and specific resources to promote situations that facilitate interaction, negotiation, and dialogue in the classroom are described. The second part presents a single case study showing a specific example of the teaching of mass in a context of experimentation and communication. The results show that the formulation of good questions produces a significant effect on the construction of mathematical knowledge. In view of this, it is essential that teachers progressively acquire skills to formulate good questions.*

*Keywords:* Good questions; Interaction; Measurement; Preschool mathematics education; Professional development; Sociocultural perspective

Alsina, Á. y Salgado, M. (2019). Descubriendo la medida en un contexto de interacción, negociación y diálogo: Un estudio de caso en Educación Infantil *PNA 14*(1), 1-21.

En la etapa de Educación Infantil, la enseñanza de la medida ha menudo se ha visto relegada a un segundo plano como consecuencia del protagonismo de otros bloques de contenido como la numeración y el cálculo o la geometría. Si bien es cierto que estos dos bloques son los que tienen una mayor presencia en el currículo de Matemáticas de las primeras edades, no hay que olvidar que es imprescindible que los niños accedan a todos los conocimientos matemáticos de manera regular: numeración y cálculo, álgebra temprana, geometría, medida y estadística y probabilidad. En este sentido, y considerando tanto la complejidad como las necesidades de la sociedad actual, diversos currículos han avanzado la edad de la enseñanza de todos estos contenidos a partir de los 3 años (NCTM, 2003), y cada vez son más los organismos y autores que señalan que muchos de estos conocimientos se empiezan a desarrollar en contextos informales incluso antes de los 3 años (Alsina, 2015; Alsina y Berciano, 2018; Fuson, Clements y Beckman, 2009; NAEYC y NCTM, 2013; NRC, 2014). En el caso de la medida, además, autores de gran reconocimiento, como Bishop (1999), señalan que medir es, junto con contar, localizar, diseñar, jugar y explicar, una de las seis actividades matemáticas comunes en todas las culturas.

Desde este prisma, es evidente que en la etapa de Educación Infantil se deberían planificar y gestionar prácticas de enseñanza que permitan a los alumnos descubrir las principales magnitudes, como por ejemplo la longitud, la masa o la capacidad, entre otras, y empezar a comprender sus propiedades internas (cómo se comportan en situaciones reales, cómo se miden, qué tipos de unidades se pueden utilizar para medirlas, etc.). En este sentido, estamos convencidos de que si se quieren priorizar las necesidades reales de aprendizaje de los niños, es erróneo focalizar la enseñanza de la medida en Educación Infantil a través de prácticas descontextualizadas, principalmente a través de fichas de buena estética pero de escasa eficacia para una comprensión profunda de las diversas magnitudes, como por ejemplo la tarea que se muestra en la figura 1.

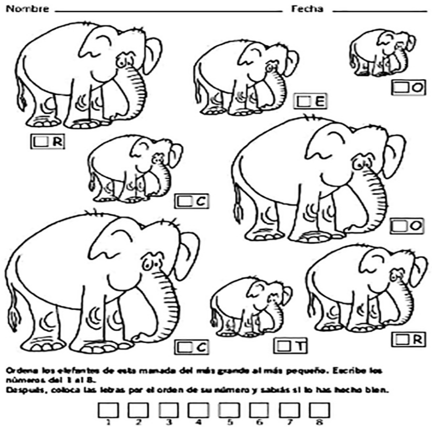


*Figura 1*. Ficha para ordenar elefantes desde el más grande al más pequeño

Si se asume que el uso exclusivo de estos recursos no es recomendable para que los niños logren una comprensión profunda de los conocimientos, entonces ¿en qué debería consistir una práctica eficaz de enseñanza de la medida en las primeras edades?

El NCTM (2003) sugiere que una enseñanza eficaz de las Matemáticas "requiere conocer lo que los alumnos saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien" (p. 17). Esta prestigiosa asociación de profesores de Matemáticas americana completa esta idea con los tres requisitos siguientes (NCTM, 2003):

> *1) la eficacia docente exige saber Matemáticas, tener en cuenta que los alumnos son aprendices y disponer de estrategias pedagógicas; 2) una enseñanza eficaz requiere un entorno de aprendizaje que apoye y estimule; y 3) una enseñanza eficaz requiere tratar continuamente de mejorar.* (pp. 18-20)

Desde la perspectiva del profesorado de Educación Infantil, pues, saber Matemáticas, disponer de estrategias pedagógicas, apoyar y estimular o tratar de mejorar son algunas de las claves que pueden impulsar una enseñanza eficaz que, en el caso que nos ocupa, promueva el descubrimiento y la comprensión de las principales magnitudes en los niños pequeños.

En este artículo se asume que una buena estrategia pedagógica para lograr este propósito es promover escenarios de interacción, negociación y diálogo en el aula de Educación Infantil que permitan deconstruir, co-construir y reconstruir conocimiento matemático a través del andamiaje que proporciona el profesorado y, más concretamente, mediante el planteamiento de buenas preguntas. En concreto, se trata de ofrecer ayudas en situaciones de comunicación para que los alumnos puedan deconstruir pre-conocimientos erróneos, reconstruir pre-conocimientos implícitos y co-construir nuevos conocimientos con comprensión. En este sentido, en la primera parte del artículo se realiza un breve análisis del componente histórico-epistemológico de la medida y como ello puede incidir en la construcción de dicho conocimiento por parte de los alumnos. A partir de este análisis, se aportan algunas orientaciones genéricas sobre la enseñanza de la medida en Educación Infantil y diversas estrategias y recursos específicos para promover situaciones de interacción, negociación y diálogo en el aula. En la segunda parte se muestra, a través de un estudio de caso único, un ejemplo concreto de enseñanza-aprendizaje de una magnitud (la masa) en un escenario de comunicación, con el propósito de que otros maestros puedan incorporar en sus prácticas secuencias de enseñanza similares.

## ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DE LA MEDIDA

Como se ha indicado, en esta primera sección se realiza un breve análisis del componente histórico-epistemológico de la medida y como ello puede incidir en la construcción de dicho conocimiento por parte de los alumnos. Como indica Anacona (2003) "un estudio histórico-epistemológico que dé cuenta de la génesis, evolución y consolidación de un objeto matemático en el marco de unas condiciones socioculturales, contribuye a un conocimiento del concepto matemático que trasciende los meros procesos algorítmicos" (p. 42), que es precisamente uno de los principales problemas que ha tenido la enseñanza de la medida en el marco de la escuela tradicional.

Históricamente, el interés y la necesidad de la medida queda corroborado por la evolución de la humanidad, en la que el dominio de la medida ha sido siempre un factor esencial de la filogenia humana y condición fundamental para los avances culturales y científicos. En este sentido, tal como señala Boyer (1968) en su magnífico manual sobre historia de la matemática, la necesidad de dominar las magnitudes fue una de los factores clave para el nacimiento y aplicación de las Matemáticas. De este modo, la medida y su enseñanza-aprendizaje nacieron para controlar la realidad del espacio, razón por la que, como se ha expuesto, Bishop (1999) considera que medir es una de las actividades matemáticas comunes en todas las culturas. Desde este prisma, pues, medir es una actividad universal, a pesar de que en contextos culturales distintos puedan variar las magnitudes (o atributos mensurables) que se necesitan medir (Alsina, 2019a).

Desde un punto de vista epistemológico, magnitud, medida y unidad son términos esenciales en la conceptualización de la medida. Si bien, coloquialmente, los dos primeros se usan cómo sinónimos de medición, desde un punto de vista científico son conceptos diferentes, y a su vez, también mantienen rasgos semánticos distintos si se abordan desde la matemática o desde la metrología (Díaz, 1980). Como señala este autor, a pesar de esta diferenciación, la relación es tan fuerte que una absorbe a la otra de manera que actualmente se habla de teoría de la medida y no de teoría de la magnitud. En esta dificultad dialéctica conceptual, la unidad se mantiene como un elemento fundamental que no acusa, por lo menos de forma tan intensa, las contradicciones epistemológicas que mantienen medida y magnitud. Alsina (2019a) en un intento de integrar esta diversidad de conceptos que forman parte de la teoría de la medida, indica que la actividad de medir consiste en comparar cuantitativamente una magnitud con otra de la misma especie, elegida como unidad.

A pesar de la naturaleza histórico-epistemológica de la medida, tradicionalmente la enseñanza de la medida se ha reducido generalmente a conseguir un dominio aritmético de la transposición de unas unidades de medida a otras por pura repetición mecánica de unos algoritmos para poder pasar de valores complejos a incomplejos o a la inversa, y poder obtener las equivalencias unitarias a través de operaciones. Esta concepción es consecuencia, principalmente, de las normativas legales que decretaron los gobiernos a raíz de la implementación del Sistema Métrico Decimal. Con dichas normativas, se pretendían eliminar los sistemas de medida tradicionales imperantes y se obligó a las escuelas a centrar la enseñanza de la medida en saber traspasar y calcular las equivalencias entre unidades, objetivo que se ha mantenido como una prioridad hasta nuestros días. Para romper con esta visión, en la siguiente sección se describe el proceso de aprendizaje de la medida y, con base en ello, se describen diversas estrategias y recursos específicos para promover su enseñanza.

## Orientaciones, estrategias y recursos para la enseñanza de la medida en Educación Infantil

Nuestro estudio se encuentra dentro de las investigaciones que analizan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la primera infancia. En esta línea, y de acuerdo con los ámbitos y agendas de investigación en educación matemática descritos por Llinares (2008) a partir de los trabajos realizados en España y publicados en revistas que aparecen en los listados del “ISI-Web of Knowledge” de ISI Thomson y del “European Reference Index for the Humanities” (ERIH) del European Science Foundation, que recientemente han sido adaptados por Alsina (2019b) para el caso concreto de la investigación en educación matemática infantil, nuestro trabajo se fundamenta, por un lado, en la construcción y organización del conocimiento matemático, haciendo hincapié en los contenidos referentes a la práctica de medida de la masa y la representación de los números; y por otro lado, en el análisis didáctico de la experimentación de materiales y la interacción, la negociación y el diálogo como estrategias didácticas para facilitar la alfabetización matemática.

Desde este prisma, se desarrollan dos cuestiones interrelacionadas para lograr una enseñanza eficaz de la medida, de acuerdo con las consideraciones acerca de la eficacia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas que se ha descrito en la introducción (NCTM, 2003): el proceso de aprendizaje de la medida, siguiendo las directrices de trabajos preliminares de Alsina (2006; 2019a); orientaciones, estrategias y recursos específicos para fomentar la interacción, la negociación y el diálogo en el aula, como herramientas imprescindibles para ayudar a concretar el pensamiento y comprender el conocimiento de forma profunda (Mercer, 1997, 2001; Vigotsky, 1978).

**El proceso de aprendizaje de la medida**

Las magnitudes continuas están presentes, de una forma u otra, en nuestras vidas cotidianas y, por esta razón, desde una visión social y cultural de las Matemáticas. Bishop (1999) consideró la medida como una actividad común en todas las culturas, como ya se ha indicado. Asumiendo esta perspectiva etnomatemática, otra cuestión fundamental que debería tenerse presente es que, sea cual sea el contexto sociocultural, el proceso de aprendizaje que conduce a un uso comprensivo y eficaz de las distintas magnitudes es el mismo. En consecuencia, la planificación de su enseñanza formal debería estar en consonancia con este principio.

De manera más concreta, todos los niños, independientemente de su cultura, adquieren de forma progresiva un conocimiento profundo de las magnitudes siguiendo diversas fases de adquisición, tal como se indica en Alsina (2006, 2019a). De forma sintética, el proceso de aprendizaje de las magnitudes continuas contempla tres fases:

- El conocimiento de las magnitudes: en un primer momento, los niños empiezan a reconocer las magnitudes en situaciones informales, como por ejemplo al identificar la propia altura en una revisión médica, al comprobar si una lata de bebida está llena o vacía o bien al experimentar que la mochila para ir al colegio pesa mucho. Dicho proceso prosigue, de forma espontánea, con comparaciones directas (a través del propio cuerpo) de dos o más valores de una misma magnitud, usando comparativos como más ... que, menos ...que, igual ...que o tanto ... como, lo que da lugar a relaciones de equivalencia y orden, es decir, clasificaciones y ordenaciones respectivamente. Paralelamente, los niños empiezan también a hacer composiciones y descomposiciones, es decir, añaden y quitan, reparten, etc. Sin embargo, debe notarse que, en esta primera fase, que es imprescindible para aprender cualquier magnitud, hay total ausencia de la cuantificación, por lo que la esencia de este primer momento es la identificación de las principales magnitudes en situaciones reales o realistas y la comparación directa de dos a más valores de una magnitud.
- La práctica de medida de cada magnitud: en una segunda fase surge la necesidad de cuantificar el resultado de las mediciones, más allá de la simple identificación o comparación directa. Es en este momento cuando se inicia propiamente la práctica de medida, usando instrumentos diversos y unidades de referencia para la cuantificación. Las unidades pueden ser antropométricas (cuando se usa el propio cuerpo para medir, como por

ejemplo palmos en el caso de la medida de la longitud); no convencionales (cuando se usan objetos diversos que no han sido diseñados inicialmente para medir, como por ejemplo un palo en el caso de la medida de longitud); o bien estándares (cuando se usa un instrumento de medida indirecta que ha sido diseñado específicamente para medir, como por ejemplo una cinta métrica en el caso de la medida de longitud). Durante esta segunda fase es, pues, cuando se empieza a establecer un primer contacto con las unidades de medida estándares del Sistema Métrico Decimal, aunque se usan únicamente las unidades de referencia de cada magnitud (el metro, el litro, el quilo, etc.). Por último, otro aspecto de esta segunda fase es la importancia que tiene practicar anticipaciones o estimaciones de las medidas.

- ♦ La consolidación de técnicas de medida y construcción de conceptos: ya en la última fase se amplía el conocimiento de las unidades de medida del Sistema Métrico Decimal, usando progresivamente los distintos múltiplos y submúltiplos. Además, los niños realizan aproximaciones progresivas, cada vez más exactas.

Estos tres tipos de conocimientos están absolutamente interrelacionados entre ellos y son de carácter secuencial a lo largo de las etapas de Educación Infantil y Primaria. De ello se deduce que en las primeras edades (hasta los 6 años aproximadamente) el aprendizaje se centra en el conocimiento de las principales magnitudes (longitud, masa, capacidad, etc.) y el inicio de la práctica de medida, mientras que en edades posteriores es cuando se consolida tanto la práctica de medida como la consolidación de técnicas y conceptos. Debe tenerse presente, sin embargo, que cuando durante los últimos niveles de Educación Primaria se presentan nuevas magnitudes más complejas (amplitud de ángulos, superficie y volumen, etc.), el proceso de enseñanza-aprendizaje incluye también las tres fases descritas. Este es un aspecto esencial de la didáctica de la medida, ya que existe la creencia errónea que a medida que los niños avanzan de nivel puede trabajarse directamente la consolidación de técnicas y la construcción de conceptos sin que antes observen las magnitudes en el entorno inmediato y hagan práctica de medida reales con ellas. El resultado de esta omisión es un mal aprendizaje, que conlleva errores importantes de comprensión.

En todas las fases descritas es fundamental la expresión verbal de lo que han observado, practicado y pensado los niños, ya que el lenguaje ayuda a concretar el pensamiento (Vigotsky, 1978). En las primeras edades por ejemplo, los niños tienen que expresar las comparaciones directas de dos o más valores de una misma magnitud, las composiciones y descomposiciones o bien el resultado de las medidas indirectas realizadas, con un número seguido del nombre de la unidad empleada. Desde este prisma, en el próximo subapartado se ofrecen orientaciones específicas para promover el uso del lenguaje y la comunicación en el aula de Matemáticas.

**Orientaciones, estrategias y recursos para promover la interacción, la negociación y el diálogo**

Fue Vigostky (1978) quien, desde una perspectiva sociocultural, subrayó la importancia del lenguaje en el aprendizaje. A partir de sus planteamientos, que no vamos a describir con detalle puesto que escapa de las pretensiones de este artículo, se ha desarrollado una fructífera línea de investigación en educación matemática cuya base es de naturaleza sociocultural (Lerman, 2006). Algunos de los resultados de estas investigaciones fueron recogidos estratégicamente por el NCTM (2003), a quién se debe el mérito de haber explicitado que la comunicación es un proceso matemático esencial —junto con la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, las conexiones y la representación— para fomentar una enseñanza eficaz de los contenidos.

Desde esta perspectiva, en "Principios y Estándares para la Educación Matemática", el NCTM (2003) postuló que los programas de enseñanza deberían capacitar a todos los alumnos para los siguientes estándares de comunicación: organizar y consolidar el pensamiento matemático a través de la comunicación, por ejemplo cuando los niños exponen sus estrategias para resolver una situación, cuando justifican su razonamiento o bien cuando hacen preguntas sobre algo que no saben o les resulta extraño; comunicar el pensamiento matemático con coherencia y claridad al resto de niños de la clase, maestros y otras personas, por ejemplo dando oportunidades a los niños para que puedan poner a prueba sus ideas y propiciando un ambiente en el aula en el que se sientan libres para expresarlas; analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los otros, por ejemplo poniendo en común las estrategias usadas para resolver un problema; y usar el lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión, por ejemplo haciendo ver a los niños que algunas palabras que se usan en el lenguaje ordinario, tales como la palabra genérica grande, se pueden precisar mucho en la clase de Matemáticas según el significado específico: largo, alto, grueso, etc.

Desde este prisma, el lenguaje tanto oral como escrito son herramientas imprescindibles (y previas al lenguaje simbólico) para desarrollar y comunicar el pensamiento matemático en las primeras edades, ya que favorecen la comprensión del conocimiento y la estructuración del pensamiento (Alsina, 2011; 2016). Así, por ejemplo, cuando se pide a un niño que exprese oralmente una idea, primero debe haberla interiorizado y organizado en su mente. En este marco, como sugiere Alsina (2016), la comunicación se tiene que distinguir de la información. Informar implica transmitir en sentido unidireccional desde un emisor hacia un receptor; en cambio comunicar implica interactuar en sentido bidireccional dos o más personas. Por ejemplo, en una clase expositiva en la que la maestra muestra a los alumnos una imagen de una balanza e indica a los niños que es un instrumento para pesar se produce una situación de información, mientras que en una clase en la que la maestra presenta distintas balanzas y pregunta qué características tiene cada una; para qué se utiliza; y permite que experimenten con ellas y hagan sus propios descubrimientos (figura 2), fomentando la participación y el diálogo, se produce una situación de comunicación.

De las imágenes de la figura 2 se desprende que el trabajo sistemático de la comunicación en el aula de Matemáticas de cualquier nivel educativo requiere integrar los procesos de interacción, diálogo y negociación alrededor de los contenidos matemáticos y su gestión, puesto que los alumnos a menudo interpretan las normas establecidas de maneras diferentes, y muy a menudo también estas interpretaciones difieren de las que los maestros esperan. En estos procesos de interacción, diálogo y negociación en el aula de Matemáticas, como señala Alsina (2016), las preguntas se erigen como uno de los instrumentos de mediación más idóneos, justamente porque pueden hacer avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles más superiores en los cuales va entreviendo la manera como puede avanzar mejor en el aprendizaje (Mercer, 2001).

*Figura 2.* Descubrimiento de las características y funciones de distintas balanzas a través de la experimentación y el diálogo

A nivel curricular se insiste cada vez más en la necesidad de plantear buenas preguntas para favorecer la comunicación en el aula de Matemáticas, sin embargo, en términos generales ha habido escasas aportaciones sobre qué características debería tener una buena pregunta, qué tipos de preguntas se tendrían que formular y cómo se tendrían que formular para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en las primeras edades. Las buenas preguntas para enseñar Matemáticas, como se indicó en el marco del Modelo de Alfabetización Matemática en la Infancia de Alsina (2017), más que recordar, requieren comprensión; fomentan el aprendizaje a través de la interacción maestro-alumno y permiten diversas respuestas aceptables.

EduGAINS (2011), una excelente iniciativa para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en las escuelas de Ontario (Canadá), propone ocho consejos para plantear preguntas efectivas a los alumnos en la clase de Matemáticas:

- ♦ Anticipar el pensamiento de los alumnos.
- ♦ Vincular con los objetivos de aprendizaje.
- ♦ Plantear preguntas abiertas.
- ♦ Plantear preguntas que realmente necesitan ser contestadas.

- Incorporar verbos que provocan altos niveles de la taxonomía de Bloom (verbos que estimulan el pensamiento y la comprensión, como conectar, elaborar, evaluar y justificar).
- Plantear preguntas que abren una conversación para incluir a todos (en el marco de una comunidad de aprendizaje).
- Mantener las preguntas neutrales (evitar calificativos como *fácil* o *difícil* ya que pueden condicionar las respuestas de los alumnos).
- Proporcionar tiempo de espera (entre las preguntas y las respuestas de los alumnos).

De acuerdo con estas consideraciones, en el siguiente apartado se describe y analiza, a través de un estudio de caso único, un ejemplo concreto de enseñanza-aprendizaje de la magnitud de masa en un escenario de comunicación.

## El caso de Santi: descubriendo conocimientos acerca de la masa

Para la obtención y análisis de los datos de nuestro estudio se ha optado por un estudio de caso de un alumno de cinco años (que denominaremos Santi para respetar su anonimato) y su maestra.

El estudio de caso es un método de investigación que, por sus características, permite ser incluido dentro de los denominados estudios cuasi experimentales. A su vez, se trata de una técnica que considera al individuo como un objeto de estudio, y por ende toma en cuenta todas las características que intervienen en él en un contexto o momento en concreto (Díaz, Mendoza y Porras, 2011). En el marco de la principal finalidad de nuestro trabajo, que consiste en mostrar un ejemplo de enseñanza eficaz de la medida en las primeras edades a través de la interacción, la negociación y el diálogo para que otros maestros interesados en este planteamiento puedan incorporar en sus prácticas secuencias de enseñanza similares, este diseño es ideal ya que tiene en consideración los contextos naturales donde se desenvuelve el objeto de estudio, bajo la perspectiva de los intereses y motivaciones de cada agente.

La práctica de enseñanza que se describe a continuación se ha llevado a cabo en un aula de cinco años de un colegio público de la provincia de A Coruña (España). Se trata de un grupo con una gran diversidad formado por 22 alumnos procedentes de familias con un nivel socioeconómico medio. En concreto, se han llevado a cabo cuatro fases.

### Diseño de la práctica de enseñanza

La práctica se ha diseñado bajo los auspicios del "Principio de Niveles de la Educación Matemática Realista" (EMR). Este principio preconiza que para lograr una matematización progresiva se empieza por matematizar un contenido o tema de la realidad, que en nuestro caso se centra en la magnitud de masa, para luego analizar su propia actividad matemática (Freundenthal, 1991; Treffers, 1987).

De acuerdo con este planteamiento, la maestra diseña un entorno de trabajo individual en el nivel situacional, en el que el conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la propia experiencia. En concreto, el diseño de la práctica se basa en presentar a cada niño el siguiente material: cinco botellas de agua de distinta capacidad, numeradas del uno al cinco (uno: 500 g; dos: 500 g; tres: 1013 g; cuatro: 796 g, cinco: 1014 g), dos balanzas (una balanza de agujas con un plato superior y una balanza digital), y una hoja de papel en la que deben registrarse por escrito los resultados de las mediciones (figura 3).

*Figura 3*. Diseño de la experiencia (cinco botellas, dos balanzas y la hoja de registro)

Las botellas, las balanzas y la hoja de registro se colocan en una mesa situada en un espacio del aula libre de otros estímulos para evitar interferencias con otros alumnos y otros materiales. Para facilitar la interacción, la negociación y el diálogo, la maestra se coloca justo al lado del niño para observar sus acciones e intervenir cuando sea preciso. Toda la práctica se registra en vídeo para su posterior transcripción y análisis.

**Planteamiento del reto**

La práctica se inicia planteando a cada alumno el mismo reto: deben pesar cada una de las cinco botellas con la balanza que consideren más adecuada, anotar el resultado obtenido en gramos y finalmente, con base en los datos obtenidos, ordenar las botellas desde la que pesa más a la que pesa menos. De ello se desprende que en la actividad que se plantea entran en juego conexiones intradisplinares, en el sentido planteado por Alsina (2011, 2016), entre tres tipos de contenidos: la masa, la capacidad y los números.

De forma más concreta, cada alumno realiza primero una práctica de medida de la masa (una medida indirecta a través de balanzas); representa por escrito los resultados obtenidos mediante números seguidos de la unidad (gramos); y, finalmente, ordena las botellas según su masa a partir de los resultados anotados.

Para formular el reto, la maestra usa como principal estrategia didáctica el planteamiento de preguntas junto con la descripción de los materiales usados para llevar a cabo la experiencia.

*Maestra:* Hola Santi, ¿te acuerdas de lo que hicimos ayer? Estuvimos estimando y registrando cantidades ¿verdad?

*Santi:* Sí, de las botellas.

*Maestra:* Pero, registrabais lo que vosotros creíais que pesaban. Y al final las ordenasteis de menor a mayor.

*Santi:* Sí, sí.

*Maestra:* Mira estos son tus registros (señalando el lado de estimación de la tabla de la hoja registro), ¿están bien?

*Santi:* Yo pienso que sí.

*Maestra:* ¿Seguro?

*Santi:* mmm...

*Maestra:* ¿Cómo lo podemos saber?

*Santi:* (se queda pensativo un rato) Y de repente contesta, con las básculas.

*Maestra:* ¿Lo hacemos?, ¿utilizamos básculas?

*Santi:* Pues esas nos dirán los números perfectos.

Como puede apreciarse, para formular las preguntas, la maestra tiene en cuenta la mayoría de directrices establecidas por EduGAINS (2011) en relación a cómo plantear buenas preguntas en la clase de Matemáticas: formula preguntas abiertas (¿te acuerdas de lo que hicimos ayer?; ¿cómo lo podemos saber?; etc.), incorpora verbos que estimulan el pensamiento y la comprensión (acordarse, hacer, utilizar, etc.), se mantiene neutral (evitando hacer valoraciones del tipo es muy fácil, por ejemplo); y proporciona tiempo de espera entre las preguntas y las respuestas del alumno.

**Experimentación libre**

Durante esta fase de la experiencia, cada niño elige libremente la balanza que considera más adecuada para pesar cada botella, anota los resultados obtenidos y finalmente ordena las botellas según su masa. Como se ha indicado, la maestra observa las acciones que realiza cada niño e interviene, planteando preguntas más que dando explicaciones, para que deconstruyan pre-conocimientos erróneos y reconstruyan conocimientos implícitos en relación a los distintos tipos de contenidos que intervienen en la experiencia.

Para ejemplificar esta fase, como se ha indicado, se va a partir del caso de Santi para describir y analizar la construcción del conocimiento matemático referente a las magnitudes de masa, capacidad y a la representación de los números, así como para realizar un análisis didáctico del contexto de enseñanza y la gestión que lleva a cabo la maestra.

Santi inicia la práctica pesando las botellas de menor tamaño en la balanza de agujas: pesa, lee el resultado, lo dice en voz alta y finalmente lo representa en el papel. Como se observa en la transcripción siguiente, lo va repitiendo varias veces —seguramente para conseguir la aprobación de la maestra—, pero ella no emite ningún juicio.

*Santi:* Quinientos gramos. Pongo el número escrito, aquí no, aquí (refiriéndose al espacio correcto en la hoja de registro. A continuación escribe 500 y repite:)

*Santi:* Quinientos.

*Maestra:* Quinientos ¿qué dices?

*Santi:* Gramos.

*Maestra:* ¡Ay!, pues ponlo.

*Santi:* Pongo al lado gramos.

*Maestra:* Vale.

*Santi:* Pequeño, que si no, no me cabe: quinientos gramos.

Sigue el mismo procedimiento con la botella dos, que también pesa 500 g, y después pesa la botella tres con la balanza digital:

*Santi:* Un diez y un trece, esto es mucho. Voy a escribirlo. (Escribe 1013 y dice a la maestra).

*Santi:* Ciento trece gramos, ¿sabes por qué lo sé? Porque si hay un uno y un cero es ciento trece gramos ... ciento trece gramos.

Como puede apreciarse en la transcripción anterior, se produce un error en la lectura del número puesto que no considera el cero. La maestra, en lugar de decirle que se ha equivocado, no hace valoraciones y Santi sigue pesando la botella cuatro, que pesa 796 g.

*Santi:* Este es un siete, 796, esto es demasiado ... 796 ... siete, nueve y seis ... gramos. Y ya está.

Lo registra sin problema en el papel y finalmente pesa la botella cinco, que es la de mayor tamaño:

*Santi:* Seguro que es la más pesada (lee el resultado de la balanza —1014 g— y dice):

*Santi:* No, no es tanto. Solo pesa ciento catorce. Solo pesa esto, ciento catorce gramos.

*Maestra:* Santi, una pregunta: ¿cuál es la más pesada entonces? ahora que las básculas...

*Santi:* La cuatro (796 g).

*Maestra:* ¿Si, por qué?

*Santi:* Porque tiene 796 y las demás tienen la uno y la dos 500, la tres ... ciento trece y la cinco ciento catorce.

*Maestra:* Vale, pues pon la más pesada es ... ¿y cuál es la menos pesada de todas?

*Santi:* La menos pesada es ... la uno y la dos (500 g cada una).

*Maestra:* ¿Si? ¿Es más pequeño quinientos que ciento catorce?

*Santi:* No, es más, ... ¡Ah!, la menos pesada es la tres, perdón (1013 g, pero erróneamente él lee ciento trece).

*Maestra:* Vale, pues ahora registras cuál es la menos pesada y cuál era es la más pesada.

Como puede apreciarse en el diálogo anterior, inicialmente Santi hace una estimación de la masa de la botella cinco (1014 g) basándose en criterios de tipo perceptivo (es la de mayor tamaño, por lo que anticipa que es la más pesada). Por otro lado, se produce un nuevo error en la lectura del resultado (lee 1014 como ciento catorce, ya que omite el valor posicional del cero). La maestra, con la intención de corregir el error de Santi, en lugar de explicarle directamente que se ha equivocado, le plantea preguntas para que tome consciencia de la lectura incorrecta. Santi va tocando las botellas y las va reordenando, según los datos que tiene anotados en la hoja de registro, de la menos pesada a la más pesada.

*Santi:* La dos (500 g) ... mmm ... y la más pesada ... ¡la cuatro! (796 g) ... así: coloco primero la tres (1013 g), luego la cinco (1014 g), luego la uno (500 g), luego la dos (500 g) y luego la cuatro (796 g) (ver figura 4).

*Figura 4.* Ordenación inicial de las 5 botellas

*Maestra:* ¿Lo registras en un papel? ¿cuál es la más pesada?

*Santi:* Si, la uno (500 g).

*Maestra:* ¿Por qué?

*Santi:* Porque no ves (mientras lee la hoja de registro) que la cinco pesaba ciento... ciento... ciento... catorce y la uno pesaba quinientos.

*Maestra:* ¿Cuál pesa más, la botella cinco (1014 g) o la botella uno (500 g)? ¿cuál te pesa más?

Santi la comprueba con una medida directa (ver figura 5), cogiendo una botella con cada una de sus manos y comparando la masa de las dos botellas (uno y cinco).

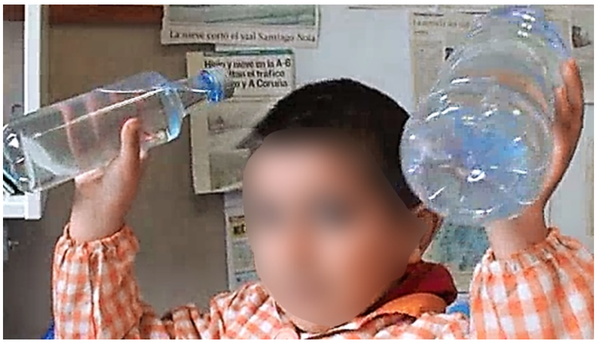

*Figura 5.* Medida directa a través de la comparación de dos valores de una misma magnitud (masa de las botellas uno y cinco)

*Santi:* A mí me pesa más la cinco (1014 g) ... pero no es lo que dice la báscula (se refiere a la balanza digital).

A continuación, y ante la duda, vuelve a pesar la botella cinco (1014 g) con la balanza de agujas (ver figura 6).

*Santi:* Ha dado una vuelta (refiriéndose a la aguja), pero vuelta creo (y a continuación pesa la botella uno, que pesa 500 g)

*Maestra:* ¿Y qué ponía?

*Santi:* Sólo veo, sólo veo quinientos gramos.

*Figura 6.* Nueva comprobación de la masa con la balanza de agujas

La maestra sigue interactuando con Santi para intentar reconstruir sus conocimientos erróneos a través del planteamiento de nuevas preguntas.

*Maestra:* Entonces, ¿cuál es más grande? (rectifica) ¿más pesada?

*Santi:* Ésta (señalando la cinco, que pesa 1014 g) ... hay cuatro cifras.

*Maestra:* ¿Por qué la cinco es más grande?

*Santi:* Porque tiene una botella más alta.

*Maestra:* Ah ... y quizás el plástico pesa un poco más. Vale, ¿y después cuál va?

En el diálogo anterior se aprecia que Santi descubre que 1014 tiene cuatro cifras y lo asocia a la botella más pesada. Además, lo ratifica basándose en un criterio de tipo perceptivo (tiene una botella más alta). Sigue reordenando las botellas con base en sus registros.

*Santi:* Después va ... ¿la tres? (pesa 1013 g, mira a la maestra para buscar su aprobación pero ella no emite ningún juicio).

*Santi:* La siguiente la cuatro (mirando la hoja de registro, que indica 796 g) ... tres (1013 g), cuatro (796 g) ... pero empieza por la cinco (1014 g).

*Maestra:* ¿Y después?

*Santi:* La uno (500 g) y la dos (500 g).

*Maestra:* ¿Cuál va antes, la dos o la uno?

*Santi:* Primero tengo que comprobar una cosa: ¿cuál pesa más? (y vuelve a hacer una medida directa, en esta ocasión de las botellas uno y dos).

*Maestra:* Mmm (mientras va comparando el peso de las dos botellas).

*Santi:* Pero habías medido con la báscula, ¿y qué?

*Maestra:* Ehh, y son iguales.

*Santi:* ¿Entonces?

*Maestra:* Irá primero la uno.

*Santi:* ¿Por qué?

*Maestra:* Porque lo contamos antes.

*Santi:* Ahhhh.

En la transcripción anterior se aprecia que Santi tiene una nueva duda al ordenar las botellas uno y dos, que pesan igual. Para asegurarse, hace una comparación a través de una medida directa y finalmente, a pesar de tener claro que pesan lo mismo, las ordena basándose en un criterio numérico (primero la uno porque lo contamos antes).

**Formalización de los aprendizajes realizados**

En las situaciones de interacción, negociación y diálogo transcritas en la fase de experimentación se observan dos cuestiones muy interesantes durante el proceso de construcción de conocimiento referente a la práctica de medida de la masa y a la ordenación posterior que, sin duda, ayudan a la formalización progresiva de los aprendizajes: por un lado, para realizar la ordenación según la masa, además de considerar los resultados obtenidos a través de la medición con la balanza, Santi se apoya también en criterios de tipo perceptivo (por ejemplo, al afirmar que la botella cinco es la más pesada porque es la más alta); por otro lado, en algunas ocasiones, a parte de realizar medidas indirectas con una balanza, necesita hacer comprobaciones haciendo medidas directas (por ejemplo, para comparar si pesa más la botella de 500 g o la botella de 1014 g).

A través de las preguntas que le va formulando la maestra, Santi modifica su ordenación inicial y finalmente logra hacer una ordenación *casi* correcta, de la que pesa más a la que pesa menos (cinco: 1014 g; tres: 1013 g; cuatro: 796 g; uno: 500 g; dos: 500 g)

*Figura 7.* Ordenación final de las cinco botellas

A pesar de que todavía no reconstruye un conocimiento esencial en el aprendizaje de la medida consistente en superar la primacía de la percepción, es decir, que la medida de la magnitud de la masa no depende directamente del tamaño que ocupan los objetos (para él, la botella cinco es la que pesa más porque es la más alta), Santi logra reconstruir un conocimiento fundamental de tipo numérico y, más concretamente, referente al valor posicional. Inicialmente, al medir la masa de la botella cinco, Santi lee 1014 g como ciento catorce, obviando el valor del cero, de manera que este error referente al valor posicional del cero le conduce a otro error en la ordenación de las medidas realizadas: considera que la botella de 500 g pesa más que la que pesa 1014 g, puesto que quinientos es mayor que ciento catorce. Con la ayuda de la maestra, que mediante diversas preguntas le invita a hacer comparaciones directas, deconstruye este error hasta que finalmente llega a la conclusión que 1014 es mayor que 500 porque tiene cuatro cifras y, en consecuencia, ordena correctamente las dos botellas.

## CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha puesto de manifiesto la importancia de la interacción, la negociación y el diálogo como herramientas de mediación para ayudar a los niños a construir conocimiento matemático, en este caso concreto referente a la magnitud de la masa y, por ende, al valor posicional de los números. Desde una perspectiva sociocultural, Vigotsky (1978) atribuyó mucha importancia al lenguaje como una forma social de construcción del conocimiento, como ya se ha indicado. Mercer (1997), que se inscribe en la línea vygotskiana, indicó además que es un medio vital para representar los pensamientos propios. Para este autor, pues, el lenguaje no es únicamente un medio para que las personas formulen ideas y las comuniquen, sino que también "es un medio para que la gente piense y aprenda conjuntamente, es decir, cumple una función cultural (comunicar) y una función psicológica (pensar) que están interrelacionadas" (Mercer, 1997, p. 5). En este marco, como ya se ha indicado, este autor señala las preguntas como uno de los instrumentos de mediación más relevantes en un contexto de andamiaje, ya que ayudan a quien aprende a avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles superiores (Mercer, 2001). En el caso de Santi, este proceso se observa explícitamente cuando, gracias a la interacción, negociación y diálogo que se produce con la maestra, toma consciencia de algunos pre-conocimientos implícitos erróneos (500 g es mayor que 1014 g porque, erróneamente, interpreta mil catorce como ciento catorce al obviar el valor posicional del cero). Esta toma de consciencia es imprescindible para que, a través de un proceso de co-construcción en el que intervienen la maestra formulando buenas preguntas y Santi haciendo comparaciones directas, logra reconstruir este conocimiento y llegar a la conclusión que 1014 g es mayor porque tiene cuatro cifras, considerando también el valor del cero que inicialmente había desestimado.

Como conclusión, sugerimos que las aportaciones del enfoque sociocultural en la educación matemática, en especial en relación al papel del lenguaje en el aprendizaje, tienen un papel importante en las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las primeras edades. Es evidente que la interacción, la negociación y el diálogo producen un efecto importante en la construcción del conocimiento matemático, puesto que estrategias como el uso de buenas preguntas contribuyen a tomar consciencia, deconstruir y reconstruir pre-conocimientos erróneos o implícitos, y co-construir nuevos conocimientos en un contexto de andamiaje. Por esta razón, es importante que progresivamente, y con el propósito de fomentar el propio desarrollo profesional, se adquieran habilidades para formular buenas preguntas en el aula de Matemáticas de Educación Infantil. Sin duda, ello va a contribuir a que los niños aprendan y utilicen las Matemáticas de forma más comprensiva y eficaz. En futuros estudios, pues, va a ser necesario seguir investigando estos aspectos ampliando tanto la población de estudio a más centros escolares como la amplitud en la edad de los alumnos.

# REFERENCIAS


Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *EMA, Investigación e Innovación en Educación Matemática 8*(1), 30-46.

Alsina, Á. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años.* Barcelona, España: Editorial Octaedro-Eumo.

Alsina, Á. (2011). *Aprendre a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil.* Osona, España: Vic & Eumo Editorial.

Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien.* Madrid, España: Narcea.

Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática, 33*(1), 7-29.

Alsina, Á. (2017). Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: vinculando la investigación con buenas prácticas. *AIEM, Avances de Investigación en Educación Matemática, 12,* 59-78.

Alsina, Á. (2019a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 6 a 12 años.* Barcelona, España: Graó.

Alsina, Á. (2019b). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 100,* 187-192.

Alsina, Á. y Berciano, A. (2018). Developing informal mathematics in early childhood education. *Early Child Development and Care*. Advance online first. https://doi.org/10.1080/03004430.2018.1555823.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona, España: Paidós.

Boyer, C. B. (1968). *Historia de la matemática.* Madrid, España: Alianza.

Díaz, M. (1980). *Diccionario básico de matemáticas*. Madrid, España: Anaya.

Díaz, S., Mendoza, V. y Porras, C. (2011). Una guía para la elaboración de estudios de caso. *Razón y palabra, 16*(75), 1-26.

EduGAINS (2011). Asking effective questions. *Capacity Building Series, Special Edition 21.* Recuperado de http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_askingeffectivequestions.pdf.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrectht, Países Bajos: Kluwer Academic.

Fuson, K. C., Clements, D. H. y Beckman, S. (2009). *Focus in prekindergarten: Teaching with curriculum focal points.* Reston, VA: NCTM & NAEYC.

Lerman, S. (2006). Cultural psychology, anthropology and sociology: The developing 'strong' social turn. En J. Maaß y W. Schlöglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 171-188). Rottherdam, Países Bajos: Sense.

Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en educación matemática en España. Una aproximación desde “ISI-web of knowledge”. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 25-54). Badajoz, España: Sociedad Extremeña de Educación Matemática Ventura Reyes Prósper y SEIEM.
Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento: el habla de profesores y alumnos.* Barcelona, España: Paidós.
Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes.* Barcelona, España: Paidós.
NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 1-23.
NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática.* Sevilla, España: Thales.
NRC. (2014). Fundamentos cognitivos para la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3*(1), 21-48.
Treffers, A. (1987). *Mathematics education library. Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas Project*. Dordrecht, Países Bajos: D. Reidel.
Vigotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ángel Alsina
Universidad de Girona
angel.alsina@udg.edu

María Salgado
Universidad de Santiago de Compostela
maria.salgadosomoza@hotmail.com

Recibido: Febrero de 2019. Aceptado: Agosto de 2019
doi: 10.30827/pna.v14i1.8722

ISSN: 1887-3987