



Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"
Facoltà di Lettere e Filosofia
Dottorato internazionale di ricerca in Scienze dell'educazione (XXIV ciclo)



Universidad de Granada
Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Ciencias de la Educación

***LA FLESSIBILITÀ INTERPRETATIVA NELL'USO
DEI SOFTWARES MATEMATICI DA PARTE
DEGLI INSEGNANTI: L'INTEGRAZIONE DI
GEOGEBRA IN UN CORSO DI LICEO SCIENTIFICO***

***LA FLEXIBILIDAD INTERPRETATIVA DE LOS
DOCENTES EN EL USO DE SOFTWARE
MATEMÁTICO: INTEGRACIÓN DE GEOGEBRA EN
BACHILLERATO***

TESI DOTTORALE / TESIS DOCTORAL

Stefano Masini

2012

Directora en Italia: Dra. D^a Donatella Palomba

Directora en España: Dra. D^a Maria Jesús Gallego Arrufat

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: Stefano Masini
ISBN: 978-84-1306-403-1
URI: <http://hdl.handle.net/10481/58624>

INDICE

RESUMEN	IV
PREMESSA	XXXI
La genesi del progetto	XXXI
Ringraziamenti	XXXV
CAPITOLO I - PRESENTAZIONE DEL PROGETTO DI RICERCA	1
1.1. Il problema di ricerca affrontato	1
1.1.1. Le tecnologie informatiche per un approccio costruttivista allo studio della matematica	1
1.1.2. La difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento	3
1.2. Descrizione dello studio di caso	6
1.2.1. L'obiettivo e le finalità generali della ricerca	6
1.2.2. La scelta dello stile di indagine e il disegno della ricerca	8
1.2.3. Gli ambiti di studio coinvolti e il paradigma epistemologico di riferimento	10
CAPITOLO II - IL PANORAMA ISTITUZIONALE E NORMATIVO DI RIFERIMENTO: LE POLITICHE EDUCATIVE PER L'INTEGRAZIONE DELLE ICT NEL SISTEMA SCOLASTICO ITALIANO	12
2.1. Un inquadramento storico-culturale: Rivoluzione digitale e società della conoscenza	12
2.2. Il contesto internazionale di riferimento: Il ruolo delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nelle strategie dell'unione europea	14
2.3. Le politiche educative dello stato italiano: I piani nazionali per l'integrazione delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nel sistema scolastico	21
2.4. Le tecnologie dell'informazione e della comunicazione nel curriculum di matematica della scuola secondaria di secondo grado	36
CAPITOLO III - IL PROBLEMA DI RICERCA AFFRONTATO: LA DIFFICOLTÀ DI INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE NELLE PRATICHE DI INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA	51
3.1. La diffusione delle ICT nei contesti educativi formali: Il panorama internazionale attraverso le indagini comparative	51
3.2. La situazione italiana nelle indagini comparative e in quelle nazionali	62
3.3. La problematica dell'integrazione delle tecnologie informatiche nella Mathematics Education: L'osservazione delle pratiche di insegnamento	75
3.4. L'integrazione delle tecnologie informatiche secondo un modello costruttivista di didattica della matematica	79
3.5. L'integrazione delle tecnologie informatiche secondo un approccio ecologico ai fenomeni educativi	91
3.6. Lo studio delle pratiche di innovazione ICT-centered secondo l'approccio socioculturale: La flessibilità interpretativa e l'evoluzione strumentale dei softwares matematici	101

CAPITOLO IV - LE TECNOLOGIE INFORMATICHE PER LO STUDIO DELLA MATEMATICA: LA COLLOCAZIONE DEL SOFTWARE GEOGEBRA NELLE CLASSIFICAZIONI UTILIZZATE DALLA RICERCA EDUCATIVA	108
4.1. Le tecnologie educative: Alcune considerazioni di carattere generale	109
4.1.1. Il dibattito Clark-Kozma e l'evoluzione del concetto di tecnologia educativa	109
4.1.2. Le linee di sviluppo delle tecnologie informatiche applicate ai processi di insegnamento-apprendimento	113
4.1.3. Tecnologie informatiche e teorie sull'apprendimento	116
4.2. Le tipologie di strumenti informatici per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica	120
4.2.1. La classificazione di Fraser	122
4.2.2. La classificazione di Wang	126
CAPITOLO V - METODOLOGIA DELLA RICERCA	132
5.1. Inquadramento concettuale della ricerca	132
5.1.1. Il paradigma naturalistico-interpretativo negli studi di Instructional Innovation: L'approccio culturale	132
5.1.2. La prospettiva centrata sull'implementazione	135
5.2. Gli obiettivi della ricerca	138
5.2.1. L'obiettivo generale e la sua giustificazione	138
5.2.2. Gli obiettivi specifici	140
5.3. Lo stile d'indagine e il disegno della ricerca	142
5.3.1. La tipologia dello studio di caso condotto e i suoi limiti metodologici	142
5.3.2. Il disegno della ricerca	146
5.4. La scelta del caso	148
5.4.1. La selezione del software matematico	148
5.4.2. I criteri per la scelta del caso	149
5.4.3. Controllo della validità del caso selezionato	150
5.4.4. Il corso di matematica osservato	151
5.5. L'ingresso al campo	152
5.5.1. Autorizzazioni e consensi informati	153
5.5.2. Il 'contratto' tra ricercatore e insegnante	154
5.6. La raccolta dei dati	156
5.7. L'analisi dei dati	159
5.7.1. L'analisi dei dati in relazione al primo obiettivo di ricerca	160
5.7.2. L'analisi dei dati in relazione al secondo obiettivo di ricerca	162
5.7.3. L'analisi dei dati in relazione al terzo obiettivo di ricerca	166
CAPITOLO VI - RISULTATI E INTERPRETAZIONI	169
6.1. Accessibilità e frequenza d'uso del software durante il corso	171
6.1.1. Acquisizione del software da parte degli studenti	172
6.1.2. Disponibilità delle risorse tecnologiche in aula e loro impiego per l'accesso al software	173
6.1.3. Uso del software in rapporto agli altri strumenti didattici	176
6.1.4. Distribuzione dei tempi di utilizzo del software durante il corso	180
6.1.5. Una prima sintesi dei risultati emersi	182
6.2. Il processo di insegnamento-apprendimento osservato	185
6.2.1. Premessa: alcuni importanti strumenti concettuali utilizzati	185
6.2.2. Le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante	189
6.2.3. Le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante	208
6.3. La valenza didattica attribuita al software	221

6.3.1.	Le scelte di carattere generale per l'integrazione del software nel processo di insegnamento-apprendimento	221
6.3.2.	L'uso del software durante le attività di presentazione	228
6.3.3.	L'uso del software durante lo svolgimento di compiti	244
CAPITOLO VII – CONCLUSIONI		258
7.1.	Sintesi dei risultati ottenuti	258
7.1.1.	Descrizione generale del processo di insegnamento-apprendimento	259
7.2.1.	L'integrazione del software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento	261
7.2.	Riscontro con la letteratura di riferimento	263
7.3.	Possibili sviluppi dell'attività di ricerca	266
BIBLIOGRAFIA		273
APPENDICE		287

RESUMEN

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Las tecnologías informáticas en un enfoque constructivista del estudio de las matemáticas

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se caracteriza históricamente por el uso de la multiplicidad de instrumentos materiales (ábaco, papel y lápiz, pizarra y tiza, regla, compás, etc.) aptos para representar y operar sobre los objetos de tal disciplina. El conjunto de dichos instrumentos definen la praxis institucionalizada y a través de ellos se desarrollan los procesos de instrucción dentro del contexto educativo formal. En las últimas décadas el desarrollo de las tecnologías digitales ha puesto a disposición de la didáctica de las matemáticas nuevos instrumentos que presentan características distintas respecto a las tradicionales. Dichas tecnologías pueden definirse como *“dynamic manipulable and interactive representational forms [that] mediate and are mediated by mathematical thinking and expression”* (Hoyles and Noss, 2003, p.326). Los instrumentos a los cuales hacemos referencia constituyen un subconjunto restringido y bastante bien definido dentro del vasto panorama de las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) utilizadas para fines educativos. Estos incluyen desde las simples calculadoras científicas a aquellas más avanzadas, y sobre todo programas informáticos específicos, definidos en literatura como software matemático. En particular en este estudio principalmente haremos referencia a los Computer Algebra Systems (CAS) y a los Dynamic Geometry Systems (DGS).

Es posible distinguir dos características principales que diferencian el software matemático de los instrumentos didácticos tradicionales (Laborde, 2007). La primera diferencia viene dada por la incomparable potencia de cálculo y visualización gráfica de los datos introducidos en input en el programa. La segunda y más importante a nivel educativo, consiste en la capacidad de proporcionar representaciones de los objetos matemáticos y de las relaciones entre aquellos existentes, sobre los cuales el usuario puede operar, y el resultado de tales operaciones viene procesado por el software de acuerdo a un modelo matemático. Estas características *“contribute to their usefulness for experimenting and change the very nature of mathematical activity*

by shifting the balance in favour of an experimental approach in a broad sense, including activities such as modelling, simulation, and trials on a large scale." (ibid, pg 71-72).

Paralelamente a la aparición de los softwares matemáticos en el mercado de las tecnologías educativas, se inicia una intensa actividad de investigación por parte de la Mathematics Education para intentar identificar las específicas potencialidades didácticas de tales herramientas y estudiar su aplicabilidad en los distintos contextos educativos (Lagrange et al, 2003).

El interés de los estudiosos se ha dirigido hacia los múltiples ámbitos curriculares (álgebra, geometría, análisis) y actividades cognitivas involucradas (construcción del lenguaje, problem solving, conjecturing, proving, etc.). De todos modos existe, entre los numerosos trabajos realizados, una línea común. Los procesos de enseñanza-aprendizaje en los cuales se imagina y se experimenta con el uso de los softwares matemáticos se inspiran, de modo, más o menos explícito, en los modelos teóricos de corte constructivista. Esta tendencia puede encontrar su justificación en el *"shifting the balance in favour of an experimental approach"* precisado por Laborde. Las tecnologías se ven, no tanto como instrumentos para favorecer la adquisición de habilidades específicas de cálculo o estrategias resolutivas estándar, ni para vehicular la transmisión de contenidos de aprendizaje ya codificados, sino para favorecer la construcción del conocimiento matemático a través de la exploración de los objetos implicados en tal conocimiento y el descubrimiento de sus propiedades.

La teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1997) ofrece en muchos casos el cuadro de referencia para definir las condiciones dentro de las cuales proponer a los estudiantes actividades que prevén el uso de tales tecnologías. Más en lo específico, la *instrumental theory* (Verillon and Rabardel, 1995) ayuda a aclarar en qué modo la apropiación de los softwares matemáticos por parte de los estudiantes, mediante la solución de problemas específicos, facilita la construcción de la conciencia matemática y, al mismo tiempo, como tal conocimiento puede evolucionar conjuntamente con el conocimiento relativo a la herramienta. En cambio, algunos trabajos hacen referencia a la *teoría de la mediación semiótica* de inspiración vygotskijana (Mariotti and Bartolini Bussi, 1998). En estos se plantean escenarios didácticos en los que el significado de los

objetos matemáticos se desarrolla mediante la interpretación, guiada por el profesor, del comportamiento de las representaciones dinámicas de tales objetos en la pantalla de un ordenador. En otros casos, se propone el uso de los softwares matemáticos para crear conflictos cognitivos, donde los estudiantes ocupados en solucionar problemas específicos, desarrollan expectativas que se revelan erróneas cuando se verifican mediante un DGS (Hadas, Hershkowitz, and Schwarz, 2000).

La dificultad de integración del software matemático en las prácticas de enseñanza

Desplazando la atención sobre lo que ocurre realmente en las aulas escolares, la integración de las tecnologías informáticas dentro de las prácticas de enseñanza presenta un cuadro profundamente diferente a aquel planteado por la investigación educativa. A nivel general los grandes estudios comparativos sobre los sistemas educativos de diferentes países (SITES, TALIS, PISA) y aquellos realizados en los distintos territorios nacionales (en el caso de Italia los estudios IARD), muestran como el uso de las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje, incluso en el caso de las matemáticas, es aún limitado y a menudo se realiza siguiendo modalidades diferentes respecto a aquellas pretendidas por la investigación educativa (Law, Pelgrum and Plomp, 2008; Gui, 2010).

La mejora de facilidad de acceso a los recursos tecnológicos y la extraordinaria confianza, en el sentido más amplio, con respecto a sus potencialidades, que ha direccionado las recientes políticas educativas de muchos países, no han comportado un cambio significativo en las prácticas de enseñanza. A distancia de diversos años parece que nos encontramos ante el mismo escenario que, con escasas modificaciones, habían delineado algunos estudios conducidos en Inglaterra y América en los años noventa. Las tecnologías encuentran su lugar en las aulas adaptándose a la praxis didáctica consolidada y aquello que debería constituir el eje del cambio educativo representa para muchos docentes simplemente un elemento periférico (Kerrs, 1991; Goodson and Mangan, 1995; Cuban, 2001: ch.6).

En base a tales evidencias empíricas se ha desarrollado una línea de investigación de la Mathematics Education que analiza la dificultad de integración de las tecnologías informáticas, específicamente en lo referente a los softwares matemáticos, encuadrándolas dentro de los estudios de Instructional Innovation. Entre los diferentes

enfoques epistemológicos, característicos de los estudios de innovación educativa, el *enfoque cultural* de planteamiento naturalista-interpretativo subraya el carácter esencialmente idiográfico de los procesos de cambio en las escuelas y consecuentemente la necesidad de analizar los fenómenos de integración de las tecnologías partiendo de la observación de prácticas concretas de enseñanza, analizando las elecciones y motivaciones de los sujetos involucrados, es decir los docentes, y en general encuadrando su actividad dentro de contextos culturales específicos en los cuales estos desarrollan su trabajo (González and Escudero, 1987).

Muchos estudios han evidenciado cómo la introducción de softwares matemáticos comporta para los docentes, no sólo una mayor complejidad en la gestión de las clases, sino también un replanteamiento de los objetivos de aprendizaje, poniendo la cuestión en términos de *“old and new knowledge”* (Guin and Trouche, 1999; Monaghan, 2004; Haspekian, 2005; Assude, 2005). Por otro lado, se ha puesto de manifiesto que tales instrumentos pueden entrar en conflicto con algunas exigencias fundamentales de los docentes, tales como el control del *“didactical time”* y las *“praxiológicas”* (Schneider, 1999; Lumb, Monaghan and Mulligan, 2000; Assude, 2005; Lagrange, 2005).

En algunos de estos estudios, en particular aquellos realizados en Francia, se ha observado el trabajo de los docentes dentro de proyectos de investigación estructurados en los cuales estos contaban con el soporte de un equipo de expertos académicos. En estos casos las prácticas de enseñanza se han analizado sobre la base de modelos teóricos específicos a los que se ha hecho referencia anteriormente (*instrumental theory, mediación semiótica*).

Emblemático es el trabajo de Laborde (2001) en el cual se analizan de forma detallada las tareas, basadas en el uso de un DGS, propuestas por algunos docentes a sus estudiantes. La autora documenta las dificultades halladas por dos docentes inexpertos en planificar tareas que *“make use of the specificities of technology in relation to the meaning of the mathematical content”* (Laborde, 2007), dificultades debidas, ya sea al incremento de complejidad de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje, o bien a una falta de comprensión conceptual de las potencialidades didácticas del software. Además se muestra cómo el uso de la herramienta según una lógica rigurosamente constructivista resulta complicado también para docentes

expertos a causa de algunas dificultades imputables a los vínculos curriculares y a la estructura misma del sistema didáctico vigente en el país.

Otros investigadores siguiendo una línea más ecológica han estudiado el uso de los softwares matemáticos en “*mainstream schools*”. Algunos de estos estudios han mostrado como las modalidades de uso de los softwares de geometría dinámica en el trabajo de las aulas tienden a forzar el affordance distintiva de tales herramientas prevista por sus diseñadores (Becker, Ravitz, and Wong, 1999; Kendal and Stacey, 2002; Lins, 2003). Otros estudios, en cambio, han intentado contrastar situaciones de este tipo con otras en las que los docentes conseguían aprovechar al máximo las potencialidades educativas específicas de los DGS (Engström, 2004; Ruthven, 2007; Ruthven, Hennessy, and Deaney, 2008).

En particular Ruthven ha identificado inicialmente un modelo que describe las principales contribuciones, que según los docentes las TIC pueden aportar en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (*practitioner model*) y posteriormente ha intentado identificar en el caso específico de los DGS sus modalidades de uso recurrente (*archetypal uses*). Este segundo estudio se ha llevado a cabo observando y entrevistando a los docentes que impartían clases de geometría euclidiana e identificando diferentes ámbitos de actuación mediante los cuales analizar el uso del software. Del análisis de los datos han surgido, para cada uno de los ámbitos de actuación, estrategias diferentes y en algunos casos diametralmente opuestas, reconducibles ya fuese a las opciones didáctico-metodológicas, que a aquellas epistemológico-disciplinares en las que se fundamentan las diversas prácticas llevadas a cabo por los docentes.

En general podemos decir que los resultados de la investigación evidencian mecanismos de apropiación de los softwares didácticos por parte de los docentes caracterizados por fenómenos de flexibilidad interpretativa (Kline and Pinch, 1999; Williams and Edge, 1996) que llevan a una conceptualización de la herramienta en muchos casos diferente a aquella formulada por la investigación educativa, o en todo caso a aquella prevista durante la elaboración del software (Rabardel and Bourmaud, 2003). Tales dinámicas de naturaleza sociocultural se pueden referir a cualquier herramienta y tienden a desarrollarse de una fase inicial en la cual la herramienta desarrolla una función de “*amplificador*” de las praxis ya existente hacia una fase final

en la que la comunidad de usuarios reconoce las nuevas funcionalidades de la herramienta y ésta asume un rol de “reorganizador” dando lugar a nuevas praxis dentro de la misma comunidad (Pea, 1985; Dörfler, 1993). Este proceso definido como *evolución instrumental* (Ruthven, 2008), no es unívoco ni automático, sino que se va modelando en el contexto cultural en el cual se desarrolla y se determina mediante la mediación de los significados atribuidos a la herramienta de los diferentes miembros de la comunidad de práctica.

En el caso de la enseñanza de las matemáticas el acercamiento sociocultural a las tecnologías informáticas se puede contextualizar dentro de la teoría antropológica de Chevallard (1992, B). Las praxis a través de las cuales se utilizan las herramientas para representar y operar sobre los objetos matemáticos están legitimadas por el tipo de conocimiento que éstas permiten desarrollar. Un docente que utiliza un software matemático para favorecer en los estudiantes la construcción de un dominio de conocimientos que se alejan de aquellos públicamente reconocidos e institucionalizados, da lugar a una significativa innovación educativa, pero al mismo tiempo se mueve fuera de las normas tácitas o explícitamente establecidas.

El acercamiento sociocultural ayuda a interpretar algunos factores obstaculizantes con los que se encuentra un docente que intenta utilizar un software matemático según una lógica rigurosamente constructivista. Sin embargo, existen otras dificultades expresables en términos de desequilibrio que la nueva herramienta didáctica introduce en el sistema didáctico. “*The teaching system is complex, made up of several elements mutually interacting around three poles: the teacher, the students and knowledge. [...] When a new element such as technology is introduced, the system is perturbed and has to make choices to ensure a new equilibrium is attained*” (Laborde, 2001). La literatura a la cual hemos hecho referencia anteriormente ha intentado describir detalladamente las dinámicas a través de las cuales tal desequilibrio se manifiesta y por otro lado evidencia como la investigación de un nuevo equilibrio es un proceso largo que exige al docente el desarrollo de nuevas competencias profesionales (Laborde, 2007). En particular se ha puesto en evidencia cómo tales competencias no pueden ser adquiridas sólo a nivel teórico, sino exigiendo el ejercicio de una práctica reflexiva a través de la cual el docente modifica y enriquece la propia *craft knowledge* (Ruthven, 2009).

DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO DE CASO

Problema y finalidad general de la investigación

El presente trabajo se desarrolla a partir del concepto de flexibilidad interpretativa utilizado en los estudios de ciencias sociales a fin de precisar la distancia entre el significado con el cual se concibe una herramienta durante su diseño y aquel que, en cambio, le atribuyen los miembros de una comunidad de práctica que se apropia de dicha herramienta. En el caso de la investigación educativa, como ya hemos visto en el párrafo anterior, dicho concepto puede ser aplicado a los fenómenos de apropiación de los softwares matemáticos por parte de los profesores.

En particular este estudio intenta aclarar cómo se dan tales fenómenos observando de cerca el trabajo de un profesor que utiliza por primera vez un software matemático. En términos más precisos nuestro objetivo de investigación puede ser formulado de este modo:

Proporcionar evidencias empíricas de la flexibilidad interpretativa de un profesor en relación a un software matemático durante el desarrollo de su práctica docente en un curso de Liceo Científico (Bachillerato Científico). En particular, el objetivo es documentar la presencia de una modalidad de uso de la herramienta que se aleja de un modelo didáctico de tipo constructivista previsto por la *affordance* propia de la herramienta e indicada por la literatura de referencia.

La hipótesis implícita en este objetivo es que la dificultad de integración de los softwares matemáticos en la práctica docente, dificultad entendida como resistencia por parte de los profesores al uso de tales herramientas siguiendo un enfoque constructivista, dependen de los planteamientos didácticos- metodológicos y epistemológicos-disciplinarios que los profesores eligen durante el proyecto y desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje. De aquí la necesidad de analizar en un caso concreto como tales planteamientos por parte del profesor afectan a la modalidad de uso del software elegido durante la práctica observada.

Dicha hipótesis, y consecuentemente la investigación conducida, encuentran justificación en la reseña literaria perfilada en el apartado anterior y más ampliamente analizada en el tercer capítulo. De momento nos limitaremos a subrayar la necesidad

de confirmar y profundizar los resultados alcanzados hasta el momento por el sector de la investigación educativa.

En particular, entre los trabajos perfilados en la reseña literaria, llama la atención la carencia de estudios sobre la dificultad de integración de los softwares matemáticos en la práctica docente en las escuelas italianas. Dicha dificultad no se debe imputar a una falta de interés por parte del profesorado italiano, respecto a estas herramientas, como se puede constatar observando el entusiasmo que anima a las comunidades virtuales que debaten en los foros oficiales de algunos softwares matemáticos como por ejemplo GeoGebra o Cabri. Las discusiones desarrolladas dentro de estas comunidades virtuales y la abundancia de material digital presente en la red producido mediante los diferentes softwares, dejan testimonio de la existencia de una comunidad de práctica que en los últimos años está experimentando con el uso de tales herramientas, intercambiando opiniones sobre su potencialidad didáctica y sobre sus diferentes modalidades de uso práctico.

Para aclarar la finalidad del presente trabajo es importante precisar que el objetivo de la investigación fijado constituye un paso preliminar, pero necesario, para la elaboración de eventuales actuaciones formativas enfocadas a favorecer en los profesores el desarrollo de aquellas competencias profesionales que permitan una efectiva innovación de la propia práctica docente centrada en el uso de los softwares matemáticos.

El presente estudio quiere ofrecer por un lado, la contribución a la comunidad científica en la tentativa de colmar las lagunas de investigación evidenciadas anteriormente, y al mismo tiempo pretende dirigirse a los docentes ya implicados o interesados en experimentar las potencialidades didácticas de un software matemático en los cursos de secundaria y bachillerato. En este sentido la aportación no es aquella de proporcionar indicaciones concretas sobre las tipologías de actividades a desarrollar en el aula con el uso de tales herramientas, sino de señalar las problemáticas que pueden presentarse durante el desarrollo de tales prácticas. Problemáticas que, prescindiendo de la falta de recursos tecnológicos y de la falta de competencias informáticas de base, se han de buscar en los planteamientos metodológicos y disciplinarios subyacentes en la práctica docente.

Ámbitos de estudio y paradigma epistemológico de referencia

La finalidad del estudio hasta este momento expuesta conlleva, en base al principio del *fitness for purpose*, la elección del estilo de investigación hacia un estudio de caso. De lo ya expuesto, resulta por tanto claro que la investigación representa “*the study of an instance in action*” (Adelman et al., 1980), donde en este caso la “*instance*” está representada por una práctica de enseñanza realizada en un curso de matemáticas desarrollada en un quinto año de liceo científico. En otras palabras “*it provides a unique example of real people in real situations, enabling readers to understand ideas more clearly than simply by presenting them with abstract theories or principles.*” (Cohen, Manion, Morrison, 2005, p. 181).

Sin embargo, antes de describir la estructura y los objetivos específicos de la investigación es oportuno presentar algunas aclaraciones conceptuales que ayudarán a colocar este estudio en el amplio panorama de la investigación educativa. A tal fin se pueden distinguir tres ámbitos principales implicados en el estudio. La atención dirigida hacia una herramienta didáctica específica de tipo digital implica la presencia de la *Educational Technology*, el hecho que tal herramienta haya sido expresamente diseñada para el estudio de las matemáticas conlleva a considerar a su vez la *Mathematics Education* y así mismo, la problemática afrontada respecto a la dificultad de integración del software pensada como nueva tecnología en la práctica docente, comporta la necesidad de encuadrar la actividad de investigación dentro de la *Instruccional Innovation*.

Cada uno de estos *fields of studies* identifican diferentes comunidades de investigación que, en un continuo proceso dinámico, delimitan el objeto de los conocimientos a investigar, hallando las relaciones de contigüidad con otros ámbitos, y precisan sus metodologías de investigación, encuadrándolas dentro de los paradigmas epistemológicos de referencia de las ciencias sociales. Siguiendo el esquema conceptual ampliamente acreditado en literatura se pueden identificar tres principales paradigmas, *positivístico-normativo*, *naturalístico-interpretativo* y *socio-crítico*.

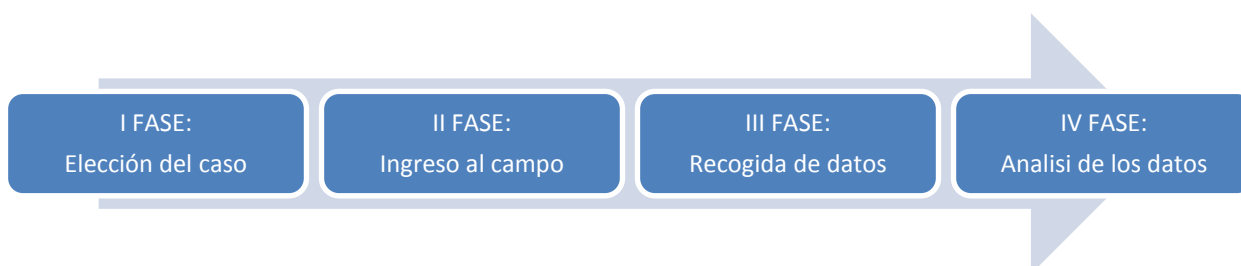
El objetivo del estudio delimitado y el estilo de investigación elegido indican de modo bastante evidente el paradigma naturalístico-interpretativo como punto de referencia conceptual del presente trabajo. En el quinto capítulo se aclararán detalladamente los motivos de tal elección y en particular se colocará la investigación conducida dentro

del *enfoque cultural* propio de la Instructional Innovation, que representa la declinación de tal paradigma al estudio de los fenómenos de innovación educativa (González & Escudero, 1987). En este apartado introductorio nos limitamos a dejar constancia que la elección de observar una práctica de enseñanza, y en lo específico las modalidades de uso de una nueva herramienta didáctica dentro de tal práctica, no deriva de la exigencia de demostrar la eficacia de la herramienta respecto a los objetivos de aprendizaje fijados, ni de evaluar la labor del profesor para conseguir tales objetivos, sino coherentemente al objetivo de investigación indicado, la intención es aquella de buscar la relación existente entre el modelo didáctico-disciplinario elegido por el profesor y la potencialidad reconocida al software utilizado, o dicho de otro modo, la coherencia entre sus planteamientos didácticos y el significado atribuido a la herramienta.

La visión que sostiene la observación y el análisis del caso analizado es aquella de la enseñanza como una actividad humana sujeta a múltiples posibilidades de interpretación y desarrollo. Se mira al profesor como a un profesional que trabaja respetando los vínculos impuestos por el propio sistema educativo, pero que dentro de tales límites actúa y elige en base a aquello que considera sea justo enseñar, y en particular, en el caso que nos ocupa, en base a los conocimientos matemáticos que considera importante que sus alumnos adquieran. Al tal propósito resulta oportuno precisar que el análisis de la práctica docente que se desarrollará prescinde de cualquier juicio de valor hacia el *“compañero de trabajo”* al cual se le quiere transmitir nuestro aprecio por el empeño y la profesionalidad con la cual desarrolla su labor.

Diseño y objetivos del estudio de caso

A continuación ofrecemos una síntesis del diseño de la investigación llevada a cabo. De este modo será posible precisar los objetivos específicos del estudio de caso seguidos a través de la recogida y sobre todo del análisis de los datos. De forma esquemática el plano de la investigación adoptado se conforma del siguiente modelo tradicional:



Elección del caso. Los criterios utilizados para la selección del instituto y del profesor han sido establecidos esencialmente para evitar que la integración del software dentro de la práctica docente observada fuese obstaculizada por aquellas que hubiesen constituido variables de perturbación respecto al objetivo de investigación establecido: carencia de recursos tecnológicos del instituto y falta de competencias informáticas por parte del profesor. Además, en línea con los objetivos de investigación, se ha elegido un profesor con suficiente experiencia profesional, es decir, cuyos planteamientos didáctico-metodológicos y epistemológico-curriculares estuviesen fundamentados en una práctica consolidada de diversos años de actividad docente.

Ingreso al campo. Esta fase de la investigación ha necesitado de forma preliminar algunas actividades organizativas, ligadas fundamentalmente a la obtención de los permisos necesarios para la recogida de datos dentro del instituto (autorizaciones por parte del Director del centro y el consentimiento por parte del profesor y de los alumnos).

Sucesivamente se ha pactado un contrato informal entre investigador y profesor sobre el desarrollo de la actividad de investigación. Es decir, se han tomado acuerdos sobre las características a respetar en la práctica docente, por un lado, y por otro sobre el papel del investigador durante el período de observación del curso. Siguiendo un enfoque lo más ecológico posible, no se ha fijado ningún vínculo sobre la modalidad de uso de GeoGebra, requiriendo únicamente al profesor el compromiso de integrar la herramienta dentro del curso en términos “cuantitativamente consistentes”. Por otro lado el investigador desarrollaría prevalentemente un papel de observador, sin interferir en el planteamiento didáctico y disciplinario de las clases impartidas por el profesor, limitándose a proporcionar algún material explicativo creado con GeoGebra para ser utilizado durante el curso.

La recogida de datos. Para documentar la práctica docente durante el período de observación del curso, observación realizada aproximadamente durante el primer trimestre del año escolar, se han tomado notas de campo relativas a cada una de las lecciones, se ha recogido el material didáctico utilizado y, en casi todas las clases (37 sobre 39), se han efectuado videograbaciones dentro del aula. Se han realizado

también diversas entrevistas al profesor , ya sea durante el período de observación como en las fases anteriores y posteriores, se han suministrado dos cuestionarios a los alumnos y se han recogido los documentos de programación realizados por el profesor.

Análisis de los datos. El análisis de los datos recopilados se ha organizado en base a los objetivos específicos de la investigación:

- Objetivo I.A: Describir en qué modo el profesor garantiza la posibilidad efectiva de acceder a GeoGebra a través la predisposición de oportunos ambientes y recursos informáticos.
- Objetivo I.B: Documentar la frecuencia del uso de GeoGebra, a través de los tiempos de utilización del software durante las clases y la cantidad de material didáctico creado con dicho programa y usado en la clase.
- Objetivo II.A: Describir los planteamientos didáctico- pedagógicos elegidos por el profesor en su programación y desarrollo de las actividades en el aula, de las cuales se componen las clases realizadas durante el período de observación del curso.
- Objetivo II.B: Describir los planteamientos epistemológico-disciplinarios elegidos por el profesor para la definición y el desarrollo de los contenidos curriculares afrontados durante el período de observación del curso.
- Objetivo III.A: Describir los planteamientos de carácter general efectuados por el profesor para integrar el software dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje durante el período de observación del curso.
- Objetivo III.B: Describir las modalidades recurrentes del uso del software para la presentación de los contenidos curriculares durante el período de observación del curso.
- Objetivo III.C: Describir las modalidades recurrentes del uso del software para el desarrollo de las tareas por parte del profesor durante el período de observación del curso.

Todas las descripciones han sido conducidas a través de la elección de las oportunas categorías utilizadas para clasificar las unidades de análisis seleccionadas dentro de las videograbaciones de las clases y del material didáctico utilizado. Los resultados

alcanzados han sido contrastados y ulteriormente aclarados utilizando las entrevistas realizadas al profesor y los cuestionarios suministrados a los alumnos.

SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Tal y como se ha especificado en el apartado anterior el estudio de caso llevado a cabo ha previsto la observación del trabajo de un profesor experto y con buenas competencias a nivel informáticos durante un curso de matemáticas en un instituto, a fin de averiguar si las modalidades de uso de un software matemático en concreto podían producir una innovación en la práctica de la enseñanza y en qué medida, o si por el contrario se adaptarían a la praxis ya consolidada, alejándose de aquello previsto por la investigación educativa en referencia a las modalidades de uso de tal herramienta.

Una vez elegido el profesor, se le ha propuesto experimentar con el uso del software GeoGebra durante algunos meses dentro de un curso de matemáticas impartido por el mismo. Se ha elegido un quinto año de liceo científico (equivalente a segundo de bachillerato). Los principales argumentos curriculares previstos durante el período de observación han sido el concepto de funciones reales, el estudio de las funciones analíticas, el concepto de límite y el cálculo infinitesimal. No se ha puesto ninguna condición sobre el tipo de uso de la herramienta didáctica, mientras se ha requerido explícitamente al profesor de utilizarla con una cierta consistencia en términos cuantitativos.

Las motivaciones iniciales que han llevado al profesor a aceptar la experimentación propuesta estaban principalmente ligadas a un interés respecto al uso de las tecnologías informáticas, vistas como instrumentos en grado de crear materiales didácticos en formato digital con los que substituir aquellos tradicionales producidos sobre el papel o en la pizarra. El profesor ya había utilizado en ocasiones algunos softwares matemáticos (Cabri, Cinderella), sin poder, sin embargo, integrarlos de modo sistemático en los cursos impartidos, debido al hecho de que se trataba de programas con licencia de pago. En este sentido GeoGebra presentaba la notable ventaja de ser un producto similar, pero con licencia freeware.

Sobre la base de los datos recopilados durante el período de observación del curso y en las fases inmediatamente precedentes y sucesivas ha sido posible obtener los resultados de la investigación que a continuación se presentan en síntesis.

Descripción general del proceso de enseñanza-aprendizaje

El proceso de enseñanza-aprendizaje observado se puede reconducir a un modelo transmisivo-imitativo. El tiempo de clase se caracteriza prevalentemente por actividades didácticas desarrolladas por el profesor: actividad de presentación de contenidos teóricos y de desarrollo de tareas a modo de ejemplo. La conducción de tales actividades en la mayor parte de los casos se realiza mediante clases de tipo frontal y con el uso de material didáctico creado por el profesor en forma de apuntes. Se dedica mucho menos tiempo a ejercitar a los alumnos, y en dicho tiempo se les proponen tareas similares a aquellos que han sido resueltos por el profesor anteriormente. En estas situaciones el desarrollo de los tareas se realiza principalmente con modalidades de trabajo individual por parte de los alumnos, y tan solo ocasionalmente y de forma improvisada se proponen trabajos colaborativos.

Tal proceso de enseñanza-aprendizaje se basa sobre un contrato didáctico que prevé por parte del profesor un exhaustivo tratamiento de todos los contenidos curriculares y la resolución de las principales tipologías de problemas, mientras que por parte de los alumnos se requiere la asimilación y la capacidad de reproducir el saber matemático presentado por el profesor. Además se prevén mecanismos de feedback, esencialmente basados en las preguntas de aclaración por parte de los alumnos relativos a las dificultades halladas durante la resolución de los deberes asignados para realizar en casa. Preguntas que el profesor satisface resolviendo el problema propuesto precedentemente, o bien asignando a los alumnos otros materiales didácticos que contienen tareas ya resueltas similares a aquella que debían realizar. No se resuelven análisis puntuales de errores o de los obstáculos específicos manifestados por los estudiantes con el fin de evitar eventuales conflictos cognitivos subyacentes a las dificultades encontradas.

La transposición didáctica efectuada por el profesor representa un compromiso entre una impostación axiomática-deductiva propia de la teoría tratada y un acercamiento técnico-operativo para la solución de los problemas propuestos, coherentes con los

objetivos de aprendizaje generales previstos por las indicaciones nacionales del currículum de matemáticas en el liceo científico. En particular la impostación axiomática-deductiva se prefiere a aquella exploratoria-inductiva. Una parte consistente de los contenidos curriculares se presentan en forma de definiciones y teoremas. Las definiciones se exponen en la mayor parte de los casos utilizando los enunciados formales, limitándose a un acercamiento ostensivo sólo en aquellos casos en los cuales la aclaración del enunciado resulta conceptualmente demasiado compleja.

En lo que respecta a la argumentación de los teoremas propios de la teoría tratada o la presentación de propiedades referibles a ciertos objetos matemáticos, la demostración formal casi nunca se desarrolla, ni tan solo esbozada. **El planteamiento epistemológico adoptado por el profesor consiste en justificar las propiedades enunciadas utilizando ejemplos oportunos elegidos ad hoc.** En todos los casos los estudiantes no están involucrados en procesos de conjecturing y proving.

El criterio técnico operativo adoptado se evidencia en la elección de las tareas propuestas y en las indicaciones proporcionadas para su resolución. La mayor parte de éstas pueden ser consideradas ejercicios, cuya solución prevé el reconocimiento de la oportuna tipología de objetos matemáticos presentes en la tarea, la aplicación de estrategias resolutivas standard y su implementación mediante el uso rápido y correcto de técnicas oportunas de cálculo o gráficas. Para favorecer la adquisición de este criterio por parte de los alumnos, además de las estrategias didácticas ya expuestas anteriormente, el profesor introduce como contenidos curriculares extras algunas clasificaciones de familias de objetos matemáticos dentro de las cuales reconduce los casos específicos presentes en los ejercicios. La propuesta de problemas que implican la exploración de los objetos matemáticos y la búsqueda de estrategias resolutivas autónomas (todavía desconocidas o de todos modos no fácilmente reconducibles a otras tareas guía similares) son casi del todo ausentes. La posibilidad de éxito en la resolución de tales tareas queda en manos de la capacidad individual de cada uno de los alumnos.

La integración del software dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje

En términos cuantitativos se puede hablar de una efectiva integración del software dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Dicha integración ha sido garantizada por el setting instrumental predispuesto por el profesor y queda constatada por el número de materiales didácticos creados mediante GeoGebra (files.ggb) y del tiempo total de uso de la herramienta respecto a la duración del período de observación del curso.

Por otra parte, concentrando la atención sobre las modalidades específicas de uso del software se evidencia su sustancial adaptamiento a la ya consolidada práctica de enseñanza sintetizada en la sección precedente. Del análisis total de las actividades didácticas en las cuales estaba involucrado GeoGebra se ha detectado, como primer elemento indicativo de tal proceso de adaptación, **una significativa diferencia entre el tiempo de uso de la herramienta por parte del profesor con respecto al uso realizado por los estudiantes.** Tal diferencia puede estar relacionada con la proporción entre el tiempo dedicado a actividades didácticas prevalentemente a cargo del profesor y aquellas prevalentemente a cargo de los alumnos.

Respecto a la presentación de los contenidos curriculares, el software está presente durante aproximadamente un tercio de tales actividades y desarrolla dos funciones principales: aclaración del significado de las definiciones presentadas y justificación de la validez de las proposiciones enunciadas de las que no se desarrolla la demostración. En todo caso los files utilizados contienen ejemplificaciones de objetos específicos ostensivos (casi siempre funciones reales) y están contruidos de tal modo que las propiedades sobre las cuales el profesor quiere llamar la atención aparecen de forma evidente abriendo el file o mediante simples operaciones de dragging sobre particulares objetos dinámicos (punto móvil vinculado al gráfico o bien a los ejes cartesianos, slider asociado a un parámetro de la función analítica representada). El registro matemático utilizado para evidenciar una propiedad determinada del objeto representado es prevalentemente gráfico, mientras se dedica escasa atención a las representaciones en el registro algebraico o en el numérico.

El diseño de los files y la conducción de la actividad didáctica no permiten actividades de exploración y conjecturing por parte de los estudiantes. En todas las situaciones

observadas es el profesor el que opera con el software y acompaña la presentación de los contenidos curriculares con ulteriores materiales didácticos (files realizados con Windows Journal o visualizados mediante Acrobat Reader) que contienen representaciones gráficas equivalentes a aquellas visualizadas mediante los files.ggb. Las modalidades de explicación adoptada durante el uso de GeoGebra no deja de ser frontal y los alumnos no están involucrados activamente en la detección de las propiedades sobre las que el profesor pone la atención.

Los files utilizados durante dichas actividades son generalmente realizados por el profesor fuera del aula y durante las clases no se aclara a los estudiantes sus mecanismos conceptuales de funcionamiento. En algunos casos el profesor muestra a los alumnos cómo reproducir autónomamente el file.ggb. utilizado durante la actividad, pero tales explicaciones se concentran esencialmente en las secuencias de los pasos a seguir y en la correcta sintaxis a utilizar, más que en las relaciones matemáticas que vinculan cada uno de los objetos construidos.

La presencia del software también es significativa en términos cuantitativos durante las actividades de desarrollo de ejercicios realizados por el profesor y por los alumnos y es comparable, en proporción, a la presencia del software durante las actividades de presentación. **En tales situaciones GeoGebra se utiliza prevalentemente para verificar los resultados obtenidos sobre el papel.** En casi todos los casos observados, ya sea la formulación o el desarrollo los problemas planteados, no implican la presencia necesaria del software. Es decir, no se prevén tareas que necesiten la construcción mediante GeoGebra de objetos matemáticos con particulares propiedades (actividades de construcción), ni tareas en las cuales se les pida a los alumnos de detectar particulares propiedades de objetos matemáticos dinámicos presentes en una construcción dada (actividades de exploración y conjeturing).

Consecuentemente la interacción entre los alumnos y el software prevé simples modificaciones de los files preexistentes, o bien operaciones de dragging señaladas en el mismo file o mostradas por el profesor en situaciones similares. **Tales modalidades limitadas de interacción no necesitan la adquisición de particulares competencias de uso de la herramienta.** La atención del profesor se dirige sobre todo a la adquisición por parte de los alumnos de la sintaxis para la inserción de las funciones analíticas en la ventana de input algebraico del programa.

Un último elemento a tener en cuenta, particularmente importante a fin de describir la integración del software dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, es la escasa presencia de deberes para realizar en casa que necesiten el uso del software y sobre todo su total ausencia durante los exámenes de control en el aula. Este resultado se puede expresar en términos de **“falta de oficialización” de GeoGebra respecto al currilum del curso.**

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de la investigación arriba sintetizados permiten evidenciar, en el caso específicamente examinado, los diferentes aspectos en los cuales se descompone el fenómeno de la flexibilidad interpretativa del profesor respecto al software matemático utilizado. En base a lo dicho resulta evidente no sólo la coherencia entre los planteamientos didáctico-metodológicos y epistemológico-disciplinarios del profesor y las modalidades de uso de GeoGebra, sino también la distancia entre tales planteamientos y tales modalidades respecto a aquellas contempladas en un enfoque constructivista para el estudio de las matemáticas.

Esta distancia se puede ulteriormente aclarar repasando la reseña literaria sobre la problemática de la integración de los softwares matemáticos sintetizada en el primer párrafo.

En términos generales podemos decir que la introducción de un software matemático dentro de la práctica de enseñanza observada no ha sido suficiente para producir un cambio en la *“nature of mathematical activity by shifting the balance in favour of an experimental approach in a broad sense, including activities such as modelling, simulation, and trials on a large scale.”* (Laborde, 2007). Más concretamente, las potencialidades didácticas de GeoGebra, previstas por su affordance, no han sido aprovechadas de acuerdo con las indicaciones señaladas por la teoría de la mediación semiótica (Mariotti, 2009) o por la instrumental theory (Verillon & Rabardel, 1995).

Si relacionamos las actividades de presentaciones de los contenidos curriculares desarrolladas por el profesor con el auxilio de GeoGebra con la teoría vygotskijana no es posible encontrar en éstas prácticas sociales de interacción dialógica mediante las cuales el profesor haya guiado a los alumnos hacia la construcción de significado de los

conceptos matemáticos subyacentes a los objetos representados con el auxilio del software.

Por otra parte el uso de GeoGebra previsto durante el desarrollo de las tareas, siendo esencialmente dirigido a verificar los resultados obtenidos en papel, no ha permitido el desarrollo en los estudiantes de un proceso de génesis instrumental particularmente profundo. En otros términos no se han propuesto tareas dirigidas a favorecer en los alumnos el aprendizaje de esquemas de uso de la herramienta a utilizar para resolver determinados problemas que permitirían la adquisición de nuevo saber matemático. A tal propósito es interesante tomar en consideración la clasificación jerárquica introducida por Laborde de las tareas que prevén el uso de un software matemático presentada en el tercer capítulo. Las tareas propuestas por el profesor durante la práctica observada se pueden situar en el nivel 1 de la clasificación: *“tasks in which the environment facilitates material actions but does not change the task for the students”*. (Laborde, 2007, p. 87).

Una vez aclarada la diferencia entre el valor didáctico atribuido a GeoGebra por el profesor y aquello, en cambio, indicado por la investigación educativa de impostación constructivista para herramientas didácticas con *affordance* similar, queremos ahora confrontar los resultados del presente estudio con aquellos obtenidos en otras investigaciones expresamente centradas en la problemática de la integración de los softwares matemáticos en las prácticas docentes. Una primera concordancia de máxima entre aquello obtenido y aquello que emerge repetidamente de la reseña literaria puede ser expresado en términos de *“innovación aparente”*. Tal como se evidencia de diferentes estudios conducidos en varios países a partir de los años noventa (Kerr, 1991; Goodson & Mangan, 1995; Cuban, Kirkpatrick, & Peck, 2001) la integración de una nueva tecnología no comporta automáticamente un cambio en el modelo didáctico subyacente a la práctica docente, sino más bien fenómenos de adaptación o, precisamente, flexibilidad interpretativa de la tecnología en sí misma.

Si queremos realizar un cotejo más específico entre el presente trabajo y la literatura examinada podemos tomar en consideración los estudios llevados a cabo por Laborde (2001) y Ruthven et al (2008), ampliamente citados en el capítulo tercero. Debemos apuntar en primer lugar que las comparativas que proponemos deben ser leídas con la

debida cautela dado que existen notables diferencias entre los casos descritos dentro de tales publicaciones y aquellos aquí examinados. Diferencias relativas ya sea a los sistemas educativos en los cuales se han desarrollado las prácticas docentes observadas (Francia, Inglaterra, Italia), ya sea los contenidos curriculares tratados (geometría euclidiana vs análisis matemática).

Analizando el estudio de Laborde podemos poner en relación la práctica de enseñanza observada con aquella descrita relativa a un profesor con suficiente experiencia profesional pero *“novice in the use of technology”* (dentro de tal estudio con esta expresión se entiende un profesor que no tiene experiencias previas de uso de softwares matemáticos). En particular en los ya citados pasajes conclusivos del artículo se subraya la resistencia del profesor a renunciar al uso de *“activities in paper-and-pencil environment”* y la tendencia a hacer que los alumnos utilicen las funciones de dragging del software *“more verifying or test way [...] than search way”*. Estos comportamientos muestran analogías con lo evidenciado en referencia a la actuación del profesor en el caso observado respecto a las tareas a desarrollar con el auxilio del GeoGebra.

En general podemos adscribir a nuestro estudio de caso la siguiente reflexión desarrollada por Laborde *“We assume that really integrating technology into teaching takes time for teachers because it takes time for them to accept that learning might occur in computer-based situations without reference to a paper-and-pencil environment and to be able to create appropriate learning situations. But it also takes time for them to accept that they might lose part of their control over what students do.”* (ibid, pp. 311-312).

Pasando a considerar el estudio de Ruthven et al, recordamos que en dicho artículo los autores, analizando algunas prácticas de enseñanza, resaltan nuevos ámbitos de acción respecto a los cuales los profesores adoptan distintas estrategias de utilización de los softwares matemáticos. En particular de los cuatro profesores observados destaca uno de ellos que parece atribuir a la herramienta informática utilizada un valor didáctico comparable a aquello que el profesor observado atribuye a GeoGebra. Más allá de tal analogía, resulta interesante volver a leer los resultados de nuestra investigación, a través de los ámbitos de acción definidos en dicho estudio.

Respecto a las voces *“Employing dynamic geometry to support guided discovery”*, *“Supporting learning through analysis of mathematical discrepancies”*, *“Promoting mathematically disciplined interaction through the software”* e *“Providing experience of a mathematical reference model through the software”*, podemos decir que ninguna de las modalidades de uso de GeoGebra por parte del profesor observado aprovecha la potencialidad de la herramienta en relación a tales ámbitos de acción.

Por lo que respecta a *“Handling apparent mathematical anomalies of software operation”*, en todos los files.ggb utilizados, se evita cuidadosamente la posibilidad de que los objetos matemáticos representados evidencien comportamientos anómalos y, antes de ello, incluso que muestren propiedades que se alejan del foco de la actividad didáctica en aquel momento desarrollada.

En relación a *“Privileging a mathematical register for framing figural properties”* y a *“Incorporating dynamic manipulation into mathematical discourse”*, el profesor se limita al uso del registro gráfico para evidenciar las propiedades de las funciones representadas con GeoGebra e invita a los alumnos a expresar dichas propiedades a través el lenguaje formal propio del análisis matemático, evitando los términos utilizados para la descripción del comportamiento de los objetos matemáticos visualizados en la pantalla.

Finalmente en el *“Positioning dynamic geometry in relation to curricular norms”* la elección del profesor observado es extremadamente clara. El uso de GeoGebra no debe interferir con los objetivos de aprendizaje cara al examen final del ciclo de estudios y por tanto, no resulta conveniente desarrollar actividades didácticas basadas en el uso de tal herramienta que se alejen de los contenidos curriculares establecidos.

IMPLICACIONES PARA FUTUROS ESTUDIOS

La actividad de investigación llevada a cabo admite dos líneas principales de desarrollo. La primera iría en la dirección de profundizar el estudio de caso aquí presentado y la segunda en una dirección comparativa que prevé la observación de ulteriores prácticas de enseñanza.

Respecto a la primera hipótesis de desarrollo resultaría interesante, una vez obtenida una descripción detallada de la flexibilidad interpretativa del profesor con respecto al software matemático, intentar destacar los factores que pueden haberla

determinado. El análisis de tales factores permitiría una profundización multidimensional de naturaleza interpretativa del estudio de caso llevado a cabo. El punto de partida de tal investigación se constituye de la síntesis extrema de los resultados de investigación obtenidos: las modalidades de uso de un software matemático, o de forma más generalizada, de una nueva herramienta didáctica, y consecuentemente el valor didáctico atribuido a ésta, se adaptan a los planteamientos didáctico-metodológicos y epistemológico-disciplinarios efectuados por el profesor durante la programación y desarrollo de un proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo dichos planteamientos están a su vez influenciados por una multitud de elementos que contribuyen, en términos generales, a definir el “modo de trabajar” del profesor. El objetivo de una nueva actividad de investigación sería aquel de identificar cuáles entre estos elementos constituyen, en el caso específico examinado, los principales factores que, incidiendo sobre esos planteamientos han determinado la flexibilidad interpretativa observada.

Esta línea de estudio en realidad ya se planteó durante la presente actividad de investigación, pero más tarde se abandonó por ser excesivamente vasta y conceptualmente distinta al objetivo de investigación fijado. Sobre la base de los materiales recopilados, sea como fuere, es posible indicar algunas dimensiones de investigación preferenciales que se deberían desarrollar.

- **La dimensión curricular.** Tal como se destaca en el segundo capítulo, la introducción de las tecnologías de la información y de la comunicación dentro del sistema de instrucción italiano ha sido fuertemente incentivada por las políticas educativas de carácter general impulsadas durante los últimos años. Pero al mismo tiempo las indicaciones curriculares nacionales relativas a la enseñanza de las matemáticas son todavía muy vagas en lo referente a la definición del papel que las específicas herramientas didácticas, soportadas por tales tecnologías, deberían desarrollar respecto a este ámbito disciplinar. En el caso de las modalidades de estudio del ciclo secundario de segundo grado, en lo que respecta particularmente a los licei scientifici (bachilleratos científicos), en las nuevas indicaciones nacionales del 2010 existen algunas referencias sobre el uso de herramientas informáticas, pero la estructura general del currículum propuesto continua anclada a un modelo de estudio de las matemáticas lejano de aquel

previsto por la investigación educativa de inspiración constructivista y que, consecuentemente, poco se adapta a una integración real de los softwares matemáticos en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

A la hora de considerar la dimensión curricular se debe tener también en cuenta que los planteamientos didácticos de los profesores están fuertemente condicionados, además de por los ya citados vínculos institucionales, por las praxis en la enseñanza consolidadas en el tiempo y reconocidas como válidas dentro de la comunidad de referencia. Son tales praxis las que acreditan las indicaciones ministeriales y oficializan el tipo de actividades matemáticas a desarrollar para los alumnos, es decir el saber disciplinario que es preciso aprender. Consecuentemente la posibilidad de integración de una nueva herramienta didáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje debe ser examinada teniendo en cuenta no sólo las indicaciones curriculares nacionales, sino también el modo en que tal herramienta interviene y altera las actividades matemáticas habitualmente desarrolladas dentro del aula. En otros términos, el valor educativo que los profesores atribuyen a los softwares matemáticos es el resultado de una mediación de significados que se realiza dentro de las mismas comunidades de práctica “a la sombra” del tipo de conocimiento matemático institucionalizado y oficialmente reconocido como el saber que se debe aprender.

El fenómeno de la flexibilidad interpretativa evidenciado en la presente investigación se presta a ser explicado ya sea analizando el modo en el cual el profesor ha interpretado las indicaciones curriculares nacionales específicas para el quinto curso del liceo científico, o bien evidenciando qué tipo de influencia ha ejercitado la comunidad escolar de referencia en la programación y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje observado.

- **La dimensión profesional.** Un segundo factor crucial que puede ayudar a interpretar las modalidades de uso de GeoGebra durante la práctica docente observada se constituye de los conocimientos profesionales del profesor. De hecho este es un tema recurrente dentro de las entrevistas recogidas y que se articula en múltiples aspectos. Por una parte el profesor destaca cómo la actitud “cautelar-demostrativa” hacia el software se deba a sus competencias todavía no consolidadas en el uso de la herramienta, y por otra el mismo profesor admite

que GeoGebra se presta a un estudio de las matemáticas según un enfoque constructivista, pero que ello requeriría un profundo replanteamiento de su práctica docente.

Entre estos dos extremos de la dimensión profesional, dominio en el uso del software y la concepción del aprendizaje y de la enseñanza, hay que hallar los conocimientos específicos y las competencias que posee el profesor y que influyen en las modalidades de uso de la herramienta. Si se profundizara en el estudio de caso en esta dirección sería particularmente importante destacar en qué medida tales conocimientos y competencias serían reconducibles a la formación recibida o a la experiencia profesional desarrollada en el curso de los años.

Tal análisis constituiría una útil aportación a una de las cuestiones más debatidas sobre las dificultades de integración de los softwares matemáticos en las prácticas de enseñanza. De hecho hace años que la investigación educativa, frente a fenómenos de flexibilidad interpretativa, trata de entender qué estrategias resultan más idóneas para favorecer en los profesores una evolución instrumental que lleve a una diferente atribución del significado (valor didáctico) de estas herramientas.

A tal propósito es posible hallar dentro de la literatura sobre la Formación de Profesorado dos orientaciones distintas de carácter general. La primera, tendencialmente prescriptiva, apunta a definir los conocimientos profesionales a partir de modelos didácticos desarrollados sobre bases teóricas a las cuales los profesores deberían adecuar la programación y desarrollo de su actividad; la segunda, de impostación más ecológica, intenta hallar mediante el análisis de las prácticas y de las opiniones de profesores expertos, cuáles son los elementos esenciales que garantizan el éxito de los procesos de enseñanza-aprendizaje implementados. Esta contraposición ha dado lugar a diferentes conceptos de conocimiento profesional, entre los cuales dos son emblemáticamente significativos: el concepto de *Pedagogical Content Knowledge* (Shulman, 1986) y el de *Craft Knowledge* (Brown & McIntyre, 1993).

Ambos tipos de conocimientos profesionales han sido declinados en el caso de las tecnologías informáticas. La *Pedagogical Content Knowledge* se ha precisado en términos de *Technological Pedagogical Content Knowledge* (Mishra & Koehler,

2006) y en particular en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas se han hallado cuatro ámbitos de conocimiento a tener en cuenta para la formación de los profesores: *mathematical knowledge, knowledge about the artefact, didactic knowledge of mathematics, y didactic knowledge about the artefact* (Tapan, 2003). El concepto de Craft Knowledge ha sido profundizado en el caso de los softwares matemáticos por Ruthven (2009). En particular según el estudioso inglés el análisis de este tipo de conocimiento se puede desarrollar a partir de cinco elementos esenciales en torno a los cuales se estructuran las prácticas de enseñanza: *Working environment, Resource system, Activity format, Curriculum script, Time economy.*

Se quiere subrayar que a la hora de desarrollar actividades de investigación centradas en la formación profesional de los profesores, los conceptos de TPACK y Craft Knowledge no deben pensarse en términos de contraposición sino en términos complementarios. A tal propósito se considera particularmente significativa la posición expresada por el mismo Ruthven en el estudio anteriormente citado. *“In short, for the mentality underpinning teachers’ classroom use of technology to become functional it must embrace the materiality of the classroom through the development of craft knowledge. [...] Compared to the more rationalistic approach in which a ‘professional knowledge base for teaching’ is characterized in terms of its (subject) content and pedagogical components, along with an epistemically distinctive ‘pedagogical content knowledge’ fusing the two, the craft perspective focuses on the functional organisation of a broader system of (often tacit) teacher knowledge required to accomplish concrete professional tasks. For purposes of designing university teacher education curriculum, there may indeed be political interest and epistemic value in trying to tease apart those bases for teacher knowledge that can be reduced to (subject) content or pedagogy, or that involve an irreducible duality of the two. Likewise, given the transparency of older mediating technologies, there may be merit in highlighting an explicitly technological dimension to create a three-way analysis culminating in the construct of ‘technological pedagogical content knowledge’. However, the crucial practical challenge of technology integration is (for the new teacher) to develop or (for the already serving teacher)*

to adapt a functionally-organised system of craft knowledge. While this process may well be assisted by the conversion and recontextualisation of the knowledge bases highlighted by analysis in terms of PCK or TPCK, it is not reducible to this.” (Ruthven, 2009, págs. 7-8)

- **La dimensión motivacional.** Finalmente existe una tercera dimensión de investigación particularmente significativa que emerge del estudio de caso conducido y que acoge el componente motivacional implicado en la práctica de enseñanza observada. En el curso de las entrevistas el profesor ha hecho en más de una ocasión consideraciones en términos de expectativas, riesgos o incomodidades para expresar su aptitud respecto a la adopción de la nueva herramienta didáctica.

El estudio de tales factores si bien conectados a los indicados anteriormente (por ejemplo la percepción de inadecuación respecto a las competencias profesionales poseídas), constituye una perspectiva distinta de investigación explícitamente contemplada en el enfoque cultural para los fenómenos de innovación educativa. *“Ya que el cambio es llevado a cabo por individuos, sus satisfacciones personales, frustraciones, intereses, motivaciones y percepciones, generalmente juegan un papel importante en la determinación del éxito o fracaso de una iniciativa de cambio”* (Hall y Loucks, 1978, pg. 38, cit. in González & Escudero, 1987). En otros términos, igualmente generales, un profesor puede estar de acuerdo en principio con una propuesta innovadora y sobre la base de la propia experiencia profesional, puede considerarla realizable, no obstante, puede a su vez considerar que dicha propuesta conlleve algunas consecuencias que empeoren sus condiciones laborales, como por ejemplo un aumento de la carga laboral, una asunción de mayor responsabilidad o bien exponerse a un riesgo de fracaso.

Es este un tema particularmente sensible, respecto al cual no ha sido posible hallar investigaciones específicas en el caso de los softwares matemáticos. Sin embargo consideramos que este aspecto desarrolla un papel relevante dentro del problema de investigación llevado a cabo en el presente estudio o en posibles futuros estudios. A tal propósito se quiere subrayar la importancia que juega desde un punto de vista motivacional el dar el reconocimiento debido a los profesores que intentan usar de forma crítica y consciente las nuevas

herramientas didácticas. Las comunidades científicas y los policy makers no pueden prescindir del hecho que la innovación y la mejora de las prácticas de enseñanza implica necesariamente una revalorización de la profesionalidad adquirida por los profesores mediante las experimentaciones realizadas en el aula y la actividad de reciclaje constante que tales experimentaciones requieren.

Como ya se ha mencionado al principio de este apartado, existe una posibilidad de desarrollo del presente estudio que consiste en aplicar la metodología de investigación utilizada en este estudio de caso a otras prácticas docentes que prevén el uso de un software matemático. El objetivo sería reunir un número suficiente de situaciones confrontables que se presten a un análisis comparativo en el territorio nacional. Dicho proyecto de investigación a largo plazo permitiría construir un cuadro representativo de las diferentes dinámicas a través de las cuales se pueden presentar los fenómenos de flexibilidad interpretativa, y al mismo tiempo podría proporcionar algunos ejemplos significativos de uso de tales herramientas mayormente coherentes con los planteamientos constructivistas, tal como se ha puesto de manifiesto en otros países.

La necesidad de esta línea de investigación encuentra su fundamento en el asunto de base que el estudio de cualquier innovación educativa, ya sea con lo que respecta al análisis de los factores de obstáculo, o con lo que respecta a hallar las best practices, deba ser conducida a partir del contexto cultural de referencia propio de cada sistema educativo. Sólo sucesivamente, y sobre la base de una sólida comprensión de las problemáticas significativas y específicas del contexto examinado, es posible intentar comparaciones atendibles a nivel internacional. Cualquier atajo respecto a esta impostación metodológica es a nuestro parecer causa de serios malos entendidos e indicaciones que pueden crear confusión tanto para las policy markers como para las comunidades educativas involucradas en una integración estructural y no aparente de las nuevas tecnologías informáticas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

PREMESSA

LA GENESI DEL PROGETTO

Il presente lavoro nasce da una forte esigenza di formazione professionale di chi scrive. Nel corso degli anni di insegnamento della matematica e della fisica nella scuola secondaria è venuta crescendo in me la convinzione che, nonostante la qualità del percorso di studi affrontato e la decennale esperienza accumulata, diversi aspetti della mia professione fossero rimasti inesplorati e che questa carenza intellettuale fosse alla base di un senso di insoddisfazione che accompagnava il mio stare in aula, a prescindere dalle gratificazioni e dai riconoscimenti di stima che potessero derivarmi da colleghi e studenti.

La scelta di intraprendere un'attività di ricerca a così ampio respiro, come è quella legata ad un corso di dottorato in Scienze dell'Educazione, è stata dettata dal desiderio di delineare un più solido orizzonte di saperi che mi guidassero con maggiore consapevolezza teorica per affrontare il mio lavoro di insegnante.

Il rischio insito in questa iniziale ampia esigenza di formazione era chiaramente quello di disperdere la curiosità e quindi il prezioso tempo a disposizione tra i molteplici e intrecciati ambiti di studio propri delle Scienze dell'Educazione. Da qui la necessità di individuare un nucleo centrale d'interesse intorno al quale sviluppare la mia attività di indagine. Ossia, prima ancora di formulare o fare mio un interrogativo di ricerca, era importante individuare un 'qualcosa' che mi offrisse una prospettiva sufficientemente ampia attraverso la quale affrontare un così vasto campo di conoscenza, ma che al tempo stesso mi ancorasse ad un ben definito settore di ricerca.

Questo 'qualcosa' è stato rappresentato sin dall'inizio dalle tecnologie informatiche. Prima ancora di decidere se rivolgere il mio specifico interesse verso la didattica della fisica o della matematica mi è stato chiaro che intendevo occuparmi degli strumenti digitali per l'insegnamento e l'apprendimento di tali discipline. Questa scelta può essere giustificata a posteriori, dalla profonda convinzione, maturata al termine della mia esperienza dottorale, che ogni lavoro, sia intellettuale che materiale, si caratterizza per l'uso degli utensili che lo accompagnano – come continuano a ricordarmi ogni volta che esco da un aula le mie mani impolverate di gesso – e che tali utensili si caricano di significato e acquistano un forte valore simbolico, ossia diventano

artefatti culturali, in base al modo in cui vengono impiegati. Centrare la mia riflessione su come un insegnante utilizza e fa utilizzare ai propri studenti determinati strumenti digitali mi offriva l'opportunità di esplorare le innumerevoli problematiche insite nella trasmissione/costruzione del sapere – a prescindere dal tipo di paradigma pedagogico a cui si voglia aderire – e al tempo stesso mi permetteva di tenere il progetto di ricerca che venivo definendo strettamente connesso al mio passato e futuro lavoro in aula.

Tuttavia mi sembra onesto riconoscere che la motivazione iniziale che ha spinto il mio interesse verso questo settore di ricerca fosse mescolata ad esigenze di natura più pratica. Nell'idea comune, occuparsi di *Tecnologie Didattiche* vuol dire quasi automaticamente occuparsi di *Tecnologie Informatiche*, o con un termine più ampio, di *Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione* (ICT). Molto spesso in letteratura si incontra in modo alternativo il termine *Nuove Tecnologie Didattiche*, in contrapposizione a tutto ciò che, come il libro o la lavagna, rappresenta uno strumento di insegnamento tradizionale. In tal senso l'uso di questo termine è un po' obsoleto ma legittimo. Purtroppo però altrettanto spesso si tende ad associare l'attributo 'nuova' direttamente alla parola 'didattica', come se l'uso di uno strumento digitale garantisse di per sé un'innovazione, sottintesa positiva, del modo di insegnare o di apprendere. Confesso di essere stato tentato anch'io da questo facile cortocircuito semantico. Nella prima stesura del mio progetto l'idea centrale era quella di capire in che modo l'uso del computer e della rete potessero migliorare e facilitare il mio lavoro, dando per scontato che di miglioramento si dovesse trattare.

L'abbondante consultazione iniziale della letteratura sulla *Educational Technology* mi ha aiutato a mettere a fuoco come il mio interesse originario e un po' naïve verso le tecnologie informatiche non fosse molto dissimile da quello che aveva contraddistinto la nascita di questo ambito di studi verso il finire degli anni quaranta – si pensi alle prime *Teaching Machines* – e che continua ad animare una parte consistente della letteratura non scientifica sull'uso di tali strumenti nelle aule scolastiche – è emblematica a tal proposito la campagna mediatica che negli ultimi anni sta accompagnando l'ingresso delle *Lavagne Interattive Multimediali* nelle scuole italiane. Al tempo stesso ciò che ha colpito particolarmente la mia attenzione è stata la constatazione che una delle problematiche più ricorrenti nella attuale ricerca educativa è la difficoltà, estesa a livello internazionale, di integrazione delle ICT nei

sistemi di istruzione. Il primo elemento di riflessione è scaturito dalla constatazione che la scarsa presenza del computer nella realtà quotidiana delle pratiche di insegnamento non fosse un problema solo italiano, ma anche di altri paesi che è opinione comune considerare tecnologicamente più evoluti. Gli esiti delle indagini nazionali e internazionali sull'effettivo uso delle tecnologie informatiche all'interno delle scuole mostrano una netta discrepanza rispetto a quanto sarebbe lecito attendersi leggendo sia le numerose indicazioni e iniziative delle politiche educative nazionali e transnazionali che mirano a diffondere l'uso delle ICT nei sistemi di istruzione, sia gli altrettanto numerosi rapporti di ricerca che documentano l'esistenza di interessanti e ampiamente sperimentate applicazioni di tali tecnologie in ambito educativo.

Questo allargamento di orizzonti geografici e concettuali, frutto della specificità del corso di dottorato in *Educazione Comparata* che ho frequentato, mi ha permesso di mettere a fuoco il problema di ricerca che intendevo affrontare, senza tuttavia tradire l'intenzione originaria di svolgere un'attività di ricerca centrata sulla mia professione docente. Da qui infatti è iniziata la riflessione sul perché un insegnante, nonostante figlio del proprio tempo, ossia immerso nell'attuale società della conoscenza e dell'informazione, attraversata da una rivoluzione digitale che ha reso la presenza del computer onnipresente nella nostra esistenza, possa svolgere il proprio lavoro non usando strumenti informatici, o sotto-usandoli o comunque usandoli in maniera difforme da quanto previsto dalla ricerca educativa. Occuparsi di tecnologie informatiche è diventato 'quasi un pretesto' per poter osservare nel dettaglio le dinamiche che si sviluppano quando un insegnante si trova alle prese con un'innovazione educativa. Questo cambio di prospettiva ha implicato l'adesione naturale ai paradigmi epistemologici propri della ricerca *naturalistico-interpretativa*, indirizzando la mia indagine verso uno *studio di caso*.

A questo punto diventava importante individuare uno specifico strumento che avesse, prima di tutto per me, delle buone potenzialità didattiche e studiare quali ostacoli potessero nascere dal suo uso in uno specifico contesto d'aula. All'inizio il mio interesse è stato attratto dalle piattaforme di apprendimento telematiche, ossia i *Learning Management Systems* (LMS), ma successivamente tali ambienti virtuali, pensati soprattutto per l'apprendimento a distanza, mi sono sembrati di uso troppo

generico e marginali rispetto alla realtà della scuola secondaria italiana a cui intendevo invece fare riferimento. Mi sono dunque indirizzato verso degli strumenti che fossero più legati all'insegnamento delle mie discipline, in particolare della matematica, e da qui è derivata la scelta di concentrarmi sui *Dynamic Geometry Systems (DGS)*. Iniziando a studiare e soprattutto a sperimentare tali softwares, immaginandone l'uso che ne avrei fatto io in aula, sono rimasto colpito dalle loro potenzialità didattiche e dalla duttilità con la quale potevano essere impiegati per distinti ambiti curriculari della matematica. Tra i vari prodotti di questa tipologia presenti sul mercato, ho focalizzato la mia attenzione sul software *GeoGebra*. Di questo programma non solo mi piaceva l'impostazione pedagogica sottostante, ma nello specifico il fatto che fosse una risorsa *open source* con la conseguente idea di progettazione, sviluppo e fruizione che lo accompagnava.

Circoscritto l'ambito di ricerca, definito lo stile di indagine da adottare e scelto lo strumento tecnologico sul cui uso concentrare la mia osservazione, restava da chiarire l'obiettivo di ricerca tramite il quale esplicitare il generale problema della difficoltà di integrazione delle tecnologie informatiche nell'insegnamento della matematica. Benché infatti mi fosse chiaro che il fuoco della ricerca dovesse essere l'insegnante o meglio, come detto in precedenza, "le dinamiche che si sviluppano quando tale insegnante si trova alle prese con un'innovazione educativa", era lecito aspettarsi che queste fossero molteplici, di varia natura e interconnesse tra loro. Mi sembrava possibile, e anzi doveroso sul piano metodologico, analizzare tutti gli aspetti legati al lavoro dell'insegnante dentro e fuori dall'aula che venivano coinvolti dalla sperimentazione di una nuova risorsa didattica. La letteratura sull'*Instructional Innovation*, e in particolare quella interna all'*Approccio culturale* ai fenomeni di innovazione educativa, mi offriva distinte dimensioni di indagine che si sovrapponevano a quegli specifici aspetti che, io in base alla mia esperienza professionale, potevo ritenere degni di attenzione.

Dunque, dal momento in cui ho iniziato a delineare gli specifici quesiti intorno ai quali strutturare la mia attività di ricerca, questa invece di semplificarsi si è venuta complicando, articolandosi in una molteplicità di possibili direzioni tutte interessanti, ma difficilmente conciliabili in un disegno organico. Da una parte nasceva l'esigenza di descrivere come l'insegnante avrebbe utilizzato la specifica risorsa didattica oggetto

della sperimentazione e dall'altra di chiarire in che modo e perché tale uso risultasse difforme da quanto previsto dalla ricerca educativa. Questo lavoro di definizione del disegno della ricerca, ben lungi dall'esaurirsi durante la fase precedente al periodo di osservazione sul campo, ha accompagnato l'intero studio di caso e si è venuto chiarendo solo durante l'analisi dei dati.

Questa è in sintesi la genesi del presente lavoro, o almeno così la ricostruisco al termine di questi quattro anni, rileggendo i tanti appunti che hanno accompagnato la mia attività di ricerca. Nelle pagine che seguono cercherò di offrire un quadro organico dell'intero processo di indagine, precisando le esigenze e gli obiettivi conoscitivi di partenza, esplicitando le premesse epistemologiche e le conseguenti metodologie adottate, documentando e analizzando i dati raccolti e infine evidenziando i risultati che da questi scaturiscono. Così infatti è doveroso che si presenti un rapporto di ricerca. Quello che tuttavia resterà nell'ombra è il percorso, tutt'altro che lineare, del processo in sé: i continui ripensamenti sulle domande per le quali aveva un senso cercare delle risposte, le sofferte ma necessarie limitazioni (mutilazioni?) delle dimensioni di indagine e soprattutto il travagliato rapporto con i materiali raccolti, per fare di essi dei dati intellegibili e presentabili alla comunità di ricerca.

RINGRAZIAMENTI

Il mio primo ringraziamento va al Direttore di Tesi, la Professoressa Donatella Palomba, che ha accompagnato ogni fase dell'attività di ricerca. Oltre che per il valido contributo fornitomi sul piano teorico e metodologico, volevo ringraziarla per la fiducia accordatami e la pazienza con la quale ha atteso che questo lavoro venisse alla luce.

Allo stesso modo voglio ringraziare il Co-direttore di Tesi, la Professoressa Maria Jesus Gallego Arrufat, per il suo insostituibile aiuto nella definizione del progetto di ricerca e per la cura con la quale ha costantemente seguito l'avanzamento del mio lavoro. Il suo incoraggiamento sul piano umano è stato particolarmente prezioso.

Un grazie particolarmente sentito va al Dirigente Scolastico dell'Istituto nel quale si è svolta la fase empirica della ricerca. Durante i mesi in cui sono stato ospite della scuola la sua disponibilità e gentilezza mi hanno permesso di svolgere al meglio la raccolta dei dati. Ma soprattutto la mia riconoscenza va all'insegnante che con grande entusiasmo e partecipazione si è lasciato coinvolgere nell'attività di ricerca. Senza la sua collaborazione questo lavoro non sarebbe stato possibile.

CAPITOLO I

PRESENTAZIONE DEL PROGETTO DI RICERCA

IL PROBLEMA DI RICERCA AFFRONTATO

Le tecnologie informatiche per un approccio costruttivista allo studio della matematica

L'insegnamento e l'apprendimento della matematica è storicamente caratterizzato dall'uso di una molteplicità di strumenti materiali (abaco, carta e matita, lavagna e gesso, riga, compasso, etc.) atti a rappresentare e operare sugli oggetti ostensivi¹ di tale disciplina. L'insieme di questi strumenti definiscono le prassi istituzionalizzate attraverso le quali si sviluppano i processi d'istruzione all'interno dei contesti educativi formali.

Negli ultimi decenni lo sviluppo delle tecnologie digitali ha messo a disposizione della didattica matematica nuovi strumenti che presentano caratteristiche distintive rispetto a quelli tradizionali. Queste tecnologie possono essere definite "*dynamic manipulable and interactive representational forms [that] mediate and are mediated by mathematical thinking and expression*" (Hoyles & Noss, 2003, p.326). Gli strumenti a cui facciamo riferimento costituiscono un sottoinsieme ristretto e abbastanza ben definito all'interno del vasto panorama delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione (ICT) utilizzate per fini educativi. Essi comprendono calcolatrici scientifiche avanzate e specifici programmi informatici, definiti in letteratura softwares matematici. In particolare in questo lavoro faremo principalmente riferimento ai Computer Algebra Systems (CAS) e ai Dynamic Geometry Systems (DGS).

¹ Nella semiotica della matematica si distingue tra oggetti non-ostensivi e ostensivi (Bosch & Chevallard, 1999). Con i primi si intendono i concetti, gli enti, le relazioni, etc, ossia gli oggetti essenzialmente astratti della matematica, mentre con i secondi i sistemi di numerazione, le espressioni, i diagrammi, le formule, le rappresentazioni grafiche, etc, ossia ogni "*emergente da un sistema di prassi dove sono manipolati oggetti materiali che si compongono in differenti registri semiotici: registro orale, delle parole o delle espressioni pronunciate; registro gestuale; dominio delle iscrizioni, ovvero ciò che si scrive o si disegna, vale a dire, registro della scrittura*" (Chevallard, 1991, cit. in D'Amore, 2001). Data la natura degli oggetti non-ostensivi, ad essi si può accedere solo indirettamente attraverso le rappresentazioni degli oggetti ostensivi. "*The only way of gaining access to them is using signs, words or symbols, expressions or drawings. But at the same time, mathematical objects [non ostensivi] must not be confused with the used semiotic representations*" (Duval, 2000. p. 60). In questa frase è racchiuso il senso di quello che Duval definisce il carattere paradossale della conoscenza matematica e che costituisce uno dei motivi che rende particolarmente ostico lo studio di tale disciplina.

È possibile individuare due caratteristiche principali che differenziano i softwares matematici dagli strumenti didattici tradizionali (Laborde, 2007). La prima è data dalla incomparabile potenza di calcolo e visualizzazione grafica dei dati immessi in input nel programma. La seconda, più importante ai fini educativi, consiste nella capacità di fornire rappresentazioni degli oggetti matematici e delle relazioni tra essi esistenti, sulle quali l'utente può operare, e il risultato di tali operazioni viene processato dal software secondo un modello matematico. Queste caratteristiche *"contribute to their usefulness for experimenting and change the very nature of mathematical activity by shifting the balance in favour of an experimental approach in a broad sense, including activities such as modelling, simulation, and trials on a large scale."* (ibid, pg 71-72).

Contestualmente all'apparizione dei softwares matematici sul mercato delle tecnologie educative è iniziata un'intensa attività di ricerca da parte della Mathematics Education per cercare di identificare le specifiche potenzialità didattiche di tali strumenti e studiarne la loro applicabilità nei distinti contesti di istruzione (Lagrange et al, 2003). L'interesse degli studiosi si è indirizzato verso molteplici ambiti curriculari (algebra, geometria, analisi) e attività cognitive coinvolte (costruzione del linguaggio, problem solving, conjecturing, proving, etc.). Esiste comunque tra i numerosi lavori prodotti una linea comune. I processi di insegnamento-apprendimento nei quali viene immaginato e sperimentato l'uso dei softwares matematici si ispirano in modo più o meno esplicito a modelli teorici di taglio costruttivista. Questa tendenza può trovare una sua giustificazione proprio nello *"shifting the balance in favour of an experimental approach"* precisato da Laborde. Le tecnologie vengono viste non tanto come strumenti per favorire l'acquisizione di specifiche abilità di calcolo o di strategie risolutive standard, né per veicolare la trasmissione di contenuti d'apprendimento già codificati, bensì per favorire la costruzione della conoscenza matematica attraverso l'esplorazione degli oggetti implicati in tale conoscenza e la scoperta delle loro proprietà.

La teoria delle situazioni didattiche di Brousseau (1997) fornisce in molti casi il quadro di riferimento per definire le condizioni all'interno delle quali proporre agli studenti compiti che prevedono l'uso di tali tecnologie. Più nello specifico la *instrumental theory* (Verillon & Rabardel, 1995) aiuta a chiarire in che modo l'appropriazione dei softwares matematici da parte degli studenti, attraverso la soluzione di opportuni

problemi, faciliti la costruzione della conoscenza matematica e, al tempo stesso, come tale conoscenza possa co-evolvere con quella relativa all'artefatto. Alcuni lavori fanno invece riferimento alla teoria della *mediazione semiotica* di ispirazione vygotskijana (Mariotti & Bartolini Bussi, 1998). In essi vengono prospettati scenari didattici in cui il significato degli oggetti matematici si sviluppa attraverso l'interpretazione, guidata dall'insegnante, del comportamento delle rappresentazioni dinamiche di tali oggetti sullo schermo di un computer. In altri casi ancora viene proposto l'uso dei softwares matematici per innescare conflitti cognitivi, dove gli studenti impegnati nella soluzione di specifici compiti, sviluppano aspettative che si rivelano errate quando vengono verificate attraverso un DGS (Hadas, Hershkowitz & Schwarz, 2000).

La difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento

Spostando l'attenzione sulle realtà scolastiche, l'integrazione delle tecnologie informatiche all'interno delle pratiche di insegnamento presenta un quadro profondamente diverso da quello prospettato dalla ricerca educativa. A livello generale le grandi indagini comparative sui sistemi di istruzione dei vari paesi (SITES, TALIS, PISA) e quelle condotte sui territori nazionali (nel caso dell'Italia le indagini IARD), evidenziano come l'impiego delle ICT nei processi di insegnamento-apprendimento, anche nel caso della matematica, sia ancora limitato e spesso avvenga secondo modalità difformi da quelle indicate dalla ricerca educativa (Law, Pelgrum, & Plomp, 2008; Gui, 2010). L'aumentata facilità di accesso alle risorse tecnologiche e la spiccata fiducia, in senso lato, nei confronti delle loro potenzialità, che ha improntato le recenti politiche educative di molti paesi, non hanno comportato un cambiamento significativo delle pratiche di insegnamento. A distanza di diversi anni sembra riproporsi con poche modifiche il panorama che avevano delineato alcuni studi condotti in Inghilterra e in America durante gli anni Novanta. Le tecnologie trovano posto all'interno delle aule adattandosi alle prassi didattiche consolidate e quello che dovrebbe costituire il fulcro del cambiamento educativo rappresenta per molti insegnanti semplicemente un elemento periferico (Kerrs, 1991; Goodson & Mangan, 1995; Cuban, 2001).

Sulla base di tali evidenze empiriche si è sviluppata una linea di ricerca della Mathematics Education che affronta le difficoltà di integrazione delle tecnologie

informatiche e più nello specifico dei softwares matematici inquadrandole all'interno degli studi di Instructional Innovation. Tra i distinti approcci epistemologici, propri degli studi di innovazione educativa, quello culturale di impostazione naturalistico-interpretativa sottolinea il carattere essenzialmente idiografico dei processi di cambio interni alle scuole e conseguentemente la necessità di studiare i fenomeni di integrazione delle tecnologie partendo dall'osservazione delle concrete pratiche di insegnamento, analizzando le scelte e le motivazioni dei soggetti coinvolti, ossia gli insegnanti, e più in generale interpretando il loro operato alla luce degli specifici contesti culturali nei quali essi agiscono (Gonzalez & Escudero, 1987).

Alcuni studi hanno mostrato come l'introduzione dei softwares matematici comportino per gli insegnanti non solo una maggiore complessità nella gestione delle lezioni, ma un ripensamento degli obiettivi di apprendimento, ponendo la questione in termini di "old and new knowledge" (Guin & Trouche, 1999; Monaghan, 2004; Haspekian, 2005; Assude, 2005). È stato in oltre messo in evidenza come tali strumenti possano entrare in conflitto con alcune esigenze fondamentali degli insegnanti, quali quelle di controllo sul 'didactical time' e quelle 'prasseologiche' (Schneider, 1999; Lumb, Monaghan & Mulligan, 2000; Assude, 2005; Lagrange, 2007).

In alcuni di questi studi, soprattutto quelli condotti in Francia è stato seguito il lavoro di insegnanti all'interno di progetti di ricerca strutturati nei quali essi erano supportati da un'equipe di esperti accademici. In questi casi le pratiche di insegnamento sono state analizzate sulla base di ben definiti modelli teorici a cui si è accennato in precedenza (*instrumental theory, mediazione semiotica*). Emblematico è il lavoro di Laborde (2001) nel quale viene condotta un'analisi dettagliata dei compiti, basati sull'uso di un DGS, proposti da alcuni insegnanti ai propri studenti. L'autrice documenta le difficoltà incontrate da due insegnanti inesperti nel progettare compiti che "*make use of the specificities of technology in relation to the meaning of the mathematical content*" (Laborde, 2007), difficoltà dovute sia all'aumentata complessità di gestione del processo di insegnamento-apprendimento che ad una mancata comprensione concettuale delle potenzialità didattiche del software. Viene inoltre mostrato come l'uso dello strumento secondo una logica rigorosamente costruttivista risulti complicato anche per insegnanti esperti a causa di alcune difficoltà

imputabili ai vincoli curriculari e alla struttura stessa del sistema didattico vigente nel proprio paese.

Altri ricercatori seguendo un impostazione più ecologica hanno studiato l'uso dei softwares matematici in 'mainstream schools'. Alcuni di questi lavori mostrano come le modalità di utilizzo dei softwares di geometria dinamica nelle pratiche d'aula tendano a forzare l'affordance distintiva di tali strumenti prevista dai loro progettisti. (Becker, Ravitz, & Wong, 1999; Kendal & Stacey, 2002; Lins, 2003). Altri studi invece hanno cercato di contrastare situazioni di questo tipo con altre nelle quali gli insegnanti riuscivano a sfruttare al meglio le potenzialità educative specifiche dei DGS (Engström, 2004; Ruthven, 2008 A; Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008). In particolare Ruthven ha inizialmente definito un modello che descrive i principali contributi che secondo gli insegnanti le ICT possono apportare nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica (*practitioner model*) e successivamente ha cercato di individuare nello specifico caso dei DGS le loro modalità di impiego ricorrenti (*archetypal uses*). Questo secondo studio è stato condotto osservando e intervistando gli insegnanti che svolgevano lezioni di geometria euclidea e individuando distinti ambiti di azione attraverso i quali analizzare l'impiego dei DGS. Dall'analisi dei dati sono emerse per ogni ambito di azione strategie differenti e in alcuni casi diametralmente opposte, riconducibili sia alle scelte didattico-metodologiche, che a quelle epistemologico-disciplinari alla base delle distinte pratiche condotte dagli insegnanti.

In generale possiamo dire che i risultati di ricerca evidenziano meccanismi di appropriazione dei softwares didattici da parte degli insegnanti caratterizzati da fenomeni di *flessibilità interpretativa* (Kline & Pinch, 1999; Williams & Edge, 1996) che portano ad una concettualizzazione dello strumento in molti casi diversa da quella formulata dalla ricerca educativa o comunque prevista durante la progettazione del software stesso (Rabardel & Bourmaud, 2003). Tali dinamiche di natura socioculturale sono riferibili ad un qualunque artefatto e tendono a svilupparsi da una fase iniziale nella quale lo strumento svolge una funzione di 'amplificatore' delle prassi già esistenti verso una finale in cui la comunità di utenti riconosce le nuove funzionalità dello strumento ed esso assume un ruolo di 'riorganizzatore' dando luogo a nuove prassi all'interno della comunità stessa (Pea, 1985; Dörfler, 1993). Questo processo, definito

evoluzione strumentale (Ruthven, 2008 B), non è né univoco né automatico, ma è modellato dal contesto culturale nel quale si sviluppa e determinato dalla mediazione dei significati attribuiti all'artefatto dai vari membri della comunità di pratica.

Nel caso dell'insegnamento della matematica l'approccio socioculturale alle tecnologie informatiche può essere contestualizzato all'interno della teoria antropologica di Chevallard (1992, B). Le prassi attraverso le quali vengono utilizzati gli strumenti per rappresentare e operare sugli oggetti matematici sono legittimate dal tipo di conoscenza che esse permettono di sviluppare. Un insegnante che utilizza un software matematico per favorire nei propri studenti la costruzione di un dominio di conoscenze che si discostano da quelle pubblicamente riconosciute ed istituzionalizzate attua una significativa innovazione educativa, ma al tempo stesso si muove al di fuori delle regole tacitamente o esplicitamente stabilite.

L'approccio socioculturale aiuta ad interpretare alcuni fattori di ostacolo all'integrazione dei softwares matematici secondo una logica rigorosamente costruttivista. Tuttavia esistono altre difficoltà esprimibili in termini di disequilibrio che un nuovo strumento didattico introduce all'interno del sistema didattico. *"The teaching system is complex, made up of several elements mutually interacting around three poles: the teacher, the students and knowledge. [...] When a new element such as technology is introduced, the system is perturbed and has to make choices to ensure a new equilibrium is attained"* (Laborde, 2001). La letteratura a cui abbiamo fatto riferimento in precedenza ha tentato di descrivere nel dettaglio le dinamiche attraverso le quali tale disequilibrio si manifesta e inoltre ha evidenziato come la ricerca di un nuovo equilibrio è un processo lungo che richiede all'insegnante lo sviluppo di nuove competenze professionali (Laborde, 2007). In particolare è stato messo in evidenza come tali competenze non possano essere acquisite solo a livello teorico, ma richiedano l'esercizio di una pratica riflessiva attraverso la quale l'insegnante modifica e arricchisce la propria craft knowledge (Ruthven, 2009).

DESCRIZIONE DELLO STUDIO DI CASO

L'obiettivo e le finalità generali della ricerca

Il presente lavoro prende le mosse dal concetto di flessibilità interpretativa utilizzato negli studi di scienze sociali per precisare la distanza tra il significato con il quale viene

concepito uno strumento durante la sua fase di progettazione e quello invece attribuitogli dai membri di una comunità di pratica che se ne appropriano. Nel caso della ricerca educativa, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, tale concetto può essere applicato ai fenomeni di appropriazione dei softwares matematici da parte degli insegnanti.

In particolare questo studio cerca di chiarire come avvengano tali fenomeni osservando da vicino il lavoro di un insegnante che utilizza per la prima volta un software matematico. In termini più precisi il nostro obiettivo di ricerca può essere così formulato.

Fornire evidenze empiriche della flessibilità interpretativa messa in atto da un insegnante nei confronti di un software matematico durante lo svolgimento di una pratica di insegnamento in un corso di scuola secondaria di secondo grado. In particolare si vuole documentare la presenza di modalità di impiego dello strumento che si discostano da un modello didattico di tipo costruttivista previsto dall'affordance propria dello strumento e prospettato dalla letteratura di riferimento.

Tale obiettivo è stato formulato con l'intenzione di offrire un contributo conoscitivo al problema di ricerca affrontato. L'ipotesi implicita del nostro lavoro è che la difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento, difficoltà intesa come resistenza da parte degli insegnanti ad utilizzare tali strumenti secondo un approccio costruttivista, dipendano dalle scelte didattico-metodologiche ed epistemologico-disciplinari che essi operano durante la progettazione e conduzione dei processi di insegnamento-apprendimento. Da qui la necessità di analizzare in un caso concreto come tali scelte dell'insegnante influenzino le modalità d'impiego del software utilizzato durante la pratica osservata.

La suddetta ipotesi e conseguentemente la ricerca condotta trovano giustificazione nella rassegna della letteratura delineata nel paragrafo precedente e più ampiamente discussa nel terzo capitolo. Per il momento ci limitiamo a sottolineare la necessità di confermare e approfondire i risultati sin ora raggiunti dalla ricerca educativa. In particolare, all'interno della rassegna della letteratura condotta, colpisce la carenza di lavori che indaghino le difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle

pratiche di insegnamento nella scuola italiana. Questa mancanza non è da imputare ad un mancato interesse da parte degli insegnanti del nostro paese nei confronti di tali strumenti, come si può constatare osservando il fermento che anima le comunità virtuali che si raggruppano intorno ai forum presenti sui siti ufficiali di alcuni softwares matematici quali ad esempio GeoGebra o Cabri. Le discussioni sviluppate all'interno di queste comunità virtuali e l'abbondanza di materiali digitali presenti in rete prodotti attraverso i rispettivi softwares, testimoniano l'esistenza di una comunità di pratica che negli ultimi anni sta sperimentando l'uso di tali strumenti, scambiandosi opinioni sulla loro valenza didattica e sulle relative prassi di impiego.

Per chiarire ulteriormente le finalità del presente lavoro è importante precisare che l'obiettivo di ricerca fissato costituisce un passo preliminare ma necessario rispetto alla progettazione di eventuali interventi formativi volti a favorire negli insegnanti lo sviluppo di quelle competenze professionali che permettano un'effettiva innovazione della propria pratica d'insegnamento centrata sull'uso dei softwares matematici.

Lo studio condotto vuole infatti da un lato offrire un contributo alla comunità scientifica nel tentativo di colmare le lacune di ricerca sopra evidenziate, ma al tempo stesso intende indirizzarsi agli insegnanti già impegnati o comunque interessati a sperimentare le potenzialità didattiche di un software matematico in corsi di scuola secondaria di secondo grado. In tal senso l'apporto non è quello di fornire concrete indicazioni sulle tipologie di attività d'aula da svolgere attraverso l'uso di tali strumenti, bensì di segnalare le criticità che possono presentarsi durante lo svolgimento di tali pratiche. Criticità che, prescindendo dalle carenze di risorse tecnologiche e dalle mancate competenze informatiche di base, sono da ricercarsi nelle scelte metodologiche e disciplinari sottostanti alla pratica di insegnamento.

La scelta dello stile di indagine e il disegno della ricerca

L'obiettivo di ricerca precisato nel precedente paragrafo indirizza in modo naturale la scelta dello stile di indagine verso uno studio di caso. In particolare il caso scelto è rappresentato da una pratica di insegnamento in un corso di matematica di quinta liceo scientifico durante la quale l'insegnante sperimenta l'uso del software open source GeoGebra.

Sul piano metodologico il disegno della ricerca è stato strutturato seguendo le fasi fondamentali delle attività di indagine di tipo naturalistico-interpretativo: scelta del

caso, ingresso al campo, raccolta dei dati, analisi dei dati. Gli aspetti specifici di ciascuna fase saranno presentati nel quinto capitolo. Qui tuttavia vogliamo sintetizzare alcuni punti essenziali allo scopo di fornire una presentazione complessiva del lavoro condotto.

- **La scelta del caso.** I criteri utilizzati per la selezione dell'istituto scolastico e dell'insegnante sono stati stabiliti essenzialmente per evitare che l'integrazione del software all'interno della pratica di insegnamento osservata fosse ostacolata da quelle difficoltà a cui si è accennato al termine del precedente paragrafo e che avrebbero costituito variabili di disturbo rispetto all'obiettivo di ricerca stabilito: carenza di risorse tecnologiche dell'istituto e mancate competenze informatiche da parte dell'insegnante. Inoltre, sempre ai fini dell'obiettivo di ricerca, è stato scelto un insegnante con sufficiente esperienza professionale, ossia le cui scelte didattiche e disciplinari fossero fondate su una pratica consolidata nel corso di diversi anni di attività docente.
- **L'ingresso al campo.** Questa fase della ricerca ha richiesto preliminarmente alcune attività organizzative, legate fondamentalmente al conseguimento dei permessi necessari alla raccolta dei dati all'interno dell'istituto scolastico (autorizzazione da parte del dirigente scolastico e consenso informato da parte dell'insegnante e degli studenti). Successivamente si è provveduto a pattuire una sorta di contratto informale tra il ricercatore e l'insegnante sulla conduzione dell'attività d'indagine. Ossia si è concordato quali caratteristiche dovesse rispettare la pratica di insegnamento e quale dovesse essere il ruolo del ricercatore durante il periodo di osservazione del corso. Seguendo un approccio il più possibile ecologico, non è stato posto nessun vincolo sulle modalità di impiego di GeoGebra, chiedendo però all'insegnante di impegnarsi ad integrare lo strumento all'interno del corso in termini 'quantitativamente consistenti'. D'altra parte il ricercatore avrebbe svolto un ruolo prevalentemente osservativo, senza interferire nelle scelte didattiche e disciplinari dell'insegnante, limitandosi a fornire qualche materiale esemplificativo costruito tramite GeoGebra e utilizzabile durante il corso.
- **La raccolta dei dati.** Per documentare la pratica di insegnamento durante il periodo di osservazione del corso, approssimativamente coincidente con il primo trimestre dell'anno scolastico, sono state stilate note di campo relative a ciascuna lezione, raccolti i materiali didattici utilizzati e, per quasi tutte le lezioni (37 su 39), effettuate videoregistrazioni all'interno dell'aula. Sono inoltre state condotte diverse interviste

all'insegnante sia durante il periodo di osservazione che nelle fasi precedenti e successive, sono stati somministrati due questionari agli studenti e raccolti i documenti di programmazione prodotti dall'insegnante.

- **L'analisi dei dati.** L'analisi dei dati raccolti è stata organizzata in base agli obiettivi specifici della ricerca:
 - Descrizione del setting strumentale e della frequenza d'uso del software
 - Descrizione del complessivo processo di insegnamento-apprendimento osservato
 - Descrizione della valenza didattica attribuita al software

Tutte le descrizioni sono state condotte attraverso l'individuazione di opportune categorie utilizzate per classificare le unità di analisi individuate all'interno delle videoregistrazioni delle lezioni e dei materiali didattici utilizzati. I risultati raggiunti sono stati contrastati e ulteriormente chiariti utilizzando le interviste condotte all'insegnante e i questionari somministrati agli studenti.

Gli ambiti di studio coinvolti e il paradigma epistemologico di riferimento.

Vogliamo chiudere questo primo capitolo introduttivo sviluppando alcune precisazioni concettuali che aiutano a collocare la nostra attività d'indagine all'interno del vasto panorama della ricerca educativa. A tal fine è possibile individuare tre principali ambiti di studio coinvolti. L'attenzione rivolta verso uno specifico strumento didattico di tipo digitale implica la presenza dell'*Educational Technology*, il fatto che tale strumento sia espressamente progettato per lo studio della matematica chiama in causa inevitabilmente la *Mathematics Education* e inoltre la problematica affrontata circa la difficoltà di integrazione del software pensata come nuova tecnologia nelle pratiche d'insegnamento comporta la necessità di inquadrare l'attività d'indagine all'interno della *Instructional Innovation*.

Ciascuno di questi *fields of studies* identificano delle comunità di ricerca che, in un continuo processo dinamico, delimitano l'oggetto del sapere da indagare, individuando i rapporti di contiguità con altri ambiti, e precisano le proprie metodologie d'indagine, inquadrandole all'interno dei paradigmi epistemologici di riferimento delle scienze sociali. Seguendo lo schema concettuale ampiamente accreditato in letteratura è possibile identificare tre principali paradigmi, *positivistico-normativo*, *naturalistico-interpretativo* e *socio-critico*.

L'obiettivo di ricerca individuato e lo stile di indagine scelto indicano in modo abbastanza evidente il paradigma naturalistico-interpretativo come punto di riferimento concettuale del presente lavoro. Nel quinto capitolo chiariremo dettagliatamente i motivi di tale scelta e in particolare collocheremo la ricerca condotta all'interno dell'*approccio culturale* proprio della Instructional Innovation, che rappresenta la declinazione di tale paradigma allo studio dei fenomeni di innovazione educativa (Gonzalez & Escudero, 1987). In questo paragrafo introduttivo ci limitiamo a far presente che la scelta di osservare una pratica di insegnamento, e nello specifico le modalità d'uso di un nuovo strumento didattico all'interno di tale pratica, non sono dettate dall'esigenza di dimostrare l'efficacia dello strumento rispetto a fissati obiettivi di apprendimento, né di valutare l'operato dell'insegnante nel conseguire tali obiettivi. Bensì, coerentemente all'obiettivo di ricerca indicato, l'intenzione è quella di individuare la relazione che esiste tra il modello didattico-disciplinare sostenuto dall'insegnante e la valenza riconosciuta al software utilizzato, o, detto in altri termini, la coerenza tra le sue scelte professionali e il significato attribuito all'artefatto.

La visione che sottende l'osservazione e l'analisi del caso preso in considerazione è quella dell'insegnamento come di un'attività umana soggetta a molteplici possibilità di interpretazione e di sviluppo. L'insegnante viene pensato come un lavoratore che opera nel rispetto dei vincoli imposti dal proprio sistema educativo, ma che all'interno di tali limiti agisce e sceglie in base a ciò che egli reputa sia giusto insegnare, e in particolare, nel caso in questione, in base a quale conoscenza matematica ritenga importante che i propri studenti apprendano. A tal proposito cogliamo l'occasione per precisare che l'analisi del pratica di insegnamento che svilupperemo prescinde da un qualunque giudizio di valore verso il 'collega', al quale anzi vogliamo manifestare la nostra stima per l'impegno e la professionalità con la quale svolge il suo lavoro.

CAPITOLO II

IL PANORAMA ISTITUZIONALE E NORMATIVO DI RIFERIMENTO: LE POLITICHE EDUCATIVE PER L'INTEGRAZIONE DELLE ICT NEL SISTEMA SCOLASTICO ITALIANO

UN INQUADRAMENTO STORICO-CULTURALE: RIVOLUZIONE DIGITALE E SOCIETÀ DELLA CONOSCENZA

Col termine *rivoluzione digitale* si intende l'insieme di trasformazioni economiche, sociali e culturali dovute alla rapida diffusione degli strumenti elettronici basati su una codificazione binaria dell'informazione, di cui il computer e internet rappresentano gli oggetti concretamente e simbolicamente più rappresentativi. L'immissione sul mercato di queste tecnologie, iniziata nella seconda metà del secolo scorso con la commercializzazione dei primi personal computer (Bozzo, 1996), ha cominciato a manifestare effetti su grande scala, almeno nel nostro paese, solo a partire dagli ultimi anni Novanta, come evidenziano ad esempio i dati ISTAT relativi alla presenza nelle famiglie italiane del computer (16,7% nel 1997; 42,7% nel 2003, 50,1% nel 2008 e 58,8% nel 2011) e dell'accesso a internet (2,3% nel 1997; 30,7% nel 2003 42,0% nel 2008 e 54,5% nel 2011)².

La crescente disponibilità di strumenti informatici, dovuta allo sviluppo tecnologico e all'abbattimento dei costi, è stata accompagnata da una diffusa fiducia sulla possibilità che il loro impiego potesse migliorare la qualità della vita privata e di molteplici settori della vita pubblica. Questa fiducia rappresenta un tratto caratteristico della nostra cultura ed un elemento base di quella che oggi definiamo Società della Conoscenza. Lungi dal voler tentare una discussione approfondita di questo ampia visione dell'attuale società ci limitiamo a evidenziare alcuni elementi essenziali che hanno ispirato le politiche educative e prima ancora economiche e sociali dell'Unione Europea e che, come conseguenza, hanno indirizzato i piani nazionali e altri specifici interventi di integrazione delle ICT nel sistema di istruzione del nostro paese.

²ISTAT, Indagine Multiscopo, Le tecnologie dell'informazione e della comunicazione: disponibilità nelle famiglie e utilizzo degli individui. Anno 2005, 27 dicembre 2005.

ISTAT, Indagine Multiscopo, Cittadini e Nuove Tecnologie. Anno 2008, 27 febbraio 2009.

ISTAT, Statistiche Report, Cittadini e Nuove Tecnologie. Anno 2011, 20 dicembre 2011.

In primo luogo vogliamo sottolineare come all'interno di questa visione i concetti di conoscenza ed economia vengano strettamente interconnessi. Lo sviluppo economico dei singoli paesi e di più vaste aree del pianeta dipende e allo stesso tempo presuppone lo sviluppo e la condivisione delle conoscenze. Sulla base di questa idea è stato coniata l'espressione *Economia della Conoscenza* all'interno della quale il secondo termine acquisisce significati distinti e più ampi rispetto a quelli utilizzati in passato. Secondo alcuni autori (Tiwana, 2002) questo slittamento semantico ha provocato confusione soprattutto nel campo dell'educazione, la cui comunità spesso tende a definire la conoscenza in termini di fatti o *'declarative knowledge'*, mentre nel campo del management esso ha acquisito un significato molto più ampio che include *'insights, values, and other tacit cognitions'*. Al tempo stesso è stato fatto notare come la stessa espressione *Economia della Conoscenza* comportasse una più netta distinzione tra i concetti di informazione e conoscenza (David & Foray, 2003), in quanto la prima indica dati intenzionalmente strutturati e formattati, mentre la seconda si identifica con un insieme di stati cognitivi necessari per interpretare e al tempo stesso processare un'informazione. Inoltre è stato introdotto il concetto di *'tacit knowledge'* per indicare quella conoscenza che è difficile codificare e riprodurre. Essa include *'judgment, experience, insights, rules of thumb, and intuition'* e la possibilità di acquisirla dipende dalla motivazione, gli atteggiamenti e i valori del singolo individuo immerso a sua volta in un determinato contesto sociale (Polanyi, 1996; Tiwana, 2002). Conseguentemente *"a knowledge economy necessarily depends upon information as well as the intellectual capital of economic communities. Thus, a knowledge society necessarily presumes an information society, but not the other way around."* (Anderson, 2008, p. 6).

Riportando il discorso sul terreno delle tecnologie e sul ruolo che esse rivestono nell'attualità, vogliamo sottolineare come la nostra società si contraddistingua dalle precedenti non tanto per l'importanza che essa attribuisce al concetto di conoscenza – questo sarebbe argomento di infinito dibattito – quanto per il tipo di valore ad essa attribuito e soprattutto per le modalità con le quali si costruiscono e si condividono le specifiche conoscenze. *"A knowledge society is generally defined as an association of people with similar interests who try to make use of their combined knowledge. Of course, knowledge societies are not new, but what is new is that there has been a*

sharp rise in them and they are much more visible. Their rise follows digital networks that make them possible without members coexisting (do you mean residing?) in the same region and the technology makes accessing and sharing knowledge so much more feasible. On top of that is the pressure to exchange knowledge that emerges from the knowledge economy". (ibid, p. 6)

Più in generale possiamo dire che il passaggio dalla precedente visione della società – industriale, ma non digitale – a quella attuale ha implicato un ripensamento del rapporto tra conoscenza e tecnologia. Il ruolo di quest'ultima non è più soltanto quello di produrre beni di primaria e secondaria necessità, o di codificare e trasmettere informazioni, che possono anch'esse essere viste come prodotti di consumo, ma anche e soprattutto quello di favorire la costruzione e la condivisione di conoscenze, intese nel senso più ampio sopra definito. Tale processo intellettuale si basa ovviamente sulla possibilità di accesso e di scambio di informazioni, ma non si esaurisce in queste funzionalità presenti anche nei media tradizionali. Uno dei presupposti fondamentali della Società della Conoscenza è che le nuove possibilità di produzione, elaborazione, ricerca e trasmissione delle informazioni, proprie delle attuali tecnologie informatiche, abbiano comportato un cambiamento non solo quantitativo, ma qualitativo nel modo di acquisire, rappresentare e condividere la conoscenza.

Questo 'atto di fiducia' nei confronti della tecnologia è stato accompagnato da un cambiamento lessicale come testimonia il progressivo passaggio dall'espressione *Tecnologie Informatiche* a *Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione*. Tale cambiamento deriva in parte dalla rapida integrazione di tutti gli strumenti di comunicazione audio e video all'interno di un concetto allargato di computer, ma sta anche ad testimoniare come la nuova terminologia voglia indicare non soltanto la caratteristica strutturale di tali tecnologie, bensì la loro natura funzionale su cui si fonda lo sviluppo stesso della Società della Conoscenza.

IL CONTESTO INTERNAZIONALE DI RIFERIMENTO: IL RUOLO DELLE TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE E DELLA COMUNICAZIONE NELLE STRATEGIE DELL'UNIONE EUROPEA

Le riflessioni sin qui esposte, anche se in forma estremamente sintetica, costituiscono il presupposto teorico, o meglio la giustificazione concettuale alle politiche di indirizzo

economico, sociale ed educativo che i singoli paesi e prima ancora le comunità internazionali hanno deciso di adottare in questi ultimi decenni. In tal senso il concetto di Società della Conoscenza è divenuto non solo un nuovo paradigma interpretativo della realtà umana, ma il nucleo fondante delle scelte di governance tramite le quali gli stati e gli organismi transazionali cercano di affrontare i grandi problemi del proprio tempo.

Sul piano operativo si è soliti considerare come data di riferimento che segna il momento di svolta nelle politiche europee il Consiglio di Lisbona del 23 e 24 marzo del 2000. In questa sede i Capi di Stato e di Governo dell'Unione Europea fissano come obiettivo strategico per il nuovo decennio *“diventare l'economia basata sulla conoscenza più competitiva e dinamica del mondo, in grado di realizzare una crescita economica sostenibile con nuovi e migliori posti di lavoro e una maggiore coesione sociale”*³.

Sulla base di questo ambizioso progetto vengono definite delle linee strategiche di azione tra le quali *“Modernizzare il modello sociale europeo investendo nelle persone e costruendo uno stato sociale attivo”*. All'interno di questa linea è contenuta la sezione *“Istruzione e formazione per vivere e lavorare nella società dei saperi”* nella quale si definiscono più specifiche indicazioni di politica educativa.

25. I sistemi europei di istruzione e formazione devono essere adeguati alle esigenze della società dei saperi e alla necessità di migliorare il livello e la qualità dell'occupazione. Dovranno offrire possibilità di apprendimento e formazione adeguate ai gruppi bersaglio nelle diverse fasi della vita: giovani, adulti disoccupati e persone occupate soggette al rischio che le loro competenze siano rese obsolete dai rapidi cambiamenti. Questo nuovo approccio dovrebbe avere tre componenti principali: lo sviluppo di centri locali di apprendimento, **la promozione di nuove competenze di base, in particolare nelle tecnologie dell'informazione**, e qualifiche più trasparenti.

26. Il Consiglio europeo invita pertanto gli Stati membri, conformemente alle rispettive norme costituzionali, il Consiglio e la Commissione ad avviare le iniziative necessarie nell'ambito delle proprie competenze, per conseguire gli obiettivi seguenti:

- un sostanziale aumento annuale degli investimenti pro capite in risorse umane;
- il numero dei giovani tra i 18 e i 24 anni che hanno assolto solo il livello più basso di studi secondari e che non continuano gli studi né intraprendono altro tipo di formazione dovrebbe essere dimezzato entro il 2010;
- le scuole e i centri di formazione, **tutti collegati a Internet**, dovrebbero essere trasformati in centri locali di apprendimento

³ Consiglio Europeo Lisbona 23 e 24 marzo 2000 Conclusioni della Presidenza. Reperibile in http://www.europarl.europa.eu/summits/lis1_it.htm#top

plurifunzionali accessibili a tutti, ricorrendo ai mezzi più idonei per raggiungere un'ampia gamma di gruppi bersaglio; tra scuole, centri di formazione, imprese e strutture di ricerca dovrebbero essere istituiti partenariati di apprendimento a vantaggio di tutti i partecipanti;

- un quadro europeo dovrebbe definire le nuove competenze di base da fornire lungo tutto l'arco della vita: **competenze in materia di tecnologie dell'informazione**, lingue straniere, cultura tecnologica, imprenditorialità e competenze sociali; dovrebbe essere istituito un **diploma europeo per le competenze di base in materia di tecnologia dell'informazione, con procedure di certificazione decentrate, al fine di promuovere l'alfabetizzazione "digitale" in tutta l'Unione**;
- entro il 2000 dovrebbero essere individuati i mezzi atti a promuovere la mobilità di studenti, docenti e personale preposto alla formazione e alla ricerca, sia utilizzando al meglio i programmi comunitari esistenti (Socrates, Leonardo, Gioventù) eliminando gli ostacoli, sia mediante una maggiore trasparenza nel riconoscimento delle qualifiche e dei periodi di studio e formazione; dovrebbero altresì essere adottati provvedimenti per rimuovere entro il 2002 gli ostacoli alla mobilità dei docenti e attirare docenti di alto livello;
- dovrebbe essere elaborato un modello comune europeo per i curriculum vitae, da utilizzare su base volontaria, per favorire la mobilità contribuendo alla valutazione delle conoscenze acquisite, sia negli istituti di insegnamento e formazione che presso i datori di lavoro.

27. Il Consiglio europeo chiede al Consiglio "Istruzione" di avviare una riflessione generale sui futuri obiettivi concreti dei sistemi d'istruzione, incentrata sulle preoccupazioni e priorità comuni nel rispetto delle diversità nazionali, per contribuire ai processi di Lussemburgo e di Cardiff e presentare al Consiglio europeo una relazione di più ampia portata nella primavera del 2001.

Quello che interessa sottolineare dei passaggi riportati è la presenza di ripetute indicazioni ai Governi locali in materia di integrazione delle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione all'interno dei rispettivi sistemi educativi. Tale modello di integrazione prevede non solo investimenti finalizzati a dotare i centri di istruzione di concrete infrastrutture e risorse tecnologiche, ma anche e soprattutto di favorire lo sviluppo di competenze legate all'uso delle tecnologie informatiche e più in generale di promuovere l'alfabetizzazione digitale.

Le indicazioni di politica educativa sopra riportate vanno chiaramente inquadrare nel più generale programma definito dal Consiglio Europeo che viene comunemente indicato come *Strategia di Lisbona*. Tale strategia, basata sul Metodo del Coordinamento aperto⁴, prevede periodici follow up dei lavori avviati in tale sede nei

⁴ Il Metodo del Coordinamento aperto fornisce una nuova cornice per la cooperazione tra i Paesi europei, le cui politiche possono essere indirizzate verso obiettivi comuni. Nel Metodo del Coordinamento aperto la responsabilità riguardo alla definizione degli obiettivi specifici e degli strumenti di policy resta a livello nazionale; la UE assume la funzione di facilitare il coordinamento e l'apprendimento reciproco tra gli Stati membri, senza alcun tentativo formale di controllare

quali effettuare il punto della situazione di quanto raggiunto e definire gli ulteriori passi da intraprendere. Tra gli appuntamenti più significativi ricordiamo il Consiglio di Barcellona, a cui fa seguito la Dichiarazione di Copenaghen del 2002 nella quale si stabilisce l'ulteriore ambizioso obiettivo di *“rendere l'istruzione e la formazione in Europa un punto di riferimento a livello mondiale per il 2010”*⁵, obiettivo per la cui realizzazione viene individuata come azione essenziale la promozione di una maggiore cooperazione in materia di istruzione e formazione professionale. Sulla base di tali decisioni alla fine del 2006 il Consiglio e il Parlamento europeo adottano un quadro condiviso di competenze chiave per l'apprendimento permanente. Tali competenze vengono così precisate⁶:

Le competenze sono definite in questa sede alla stregua di una combinazione di conoscenze, abilità e attitudini appropriate al contesto. Le competenze chiave sono quelle di cui tutti hanno bisogno per la realizzazione e lo sviluppo personali, la cittadinanza attiva, l'inclusione sociale e l'occupazione.

Il quadro di riferimento delinea otto competenze chiave:

- 1) comunicazione nella madrelingua;
- 2) comunicazione nelle lingue straniere;
- 3) competenza matematica e competenze di base in scienza e tecnologia;
- 4) competenza digitale;**
- 5) imparare a imparare;
- 6) competenze sociali e civiche;
- 7) spirito di iniziativa e imprenditorialità;
- 8) consapevolezza ed espressione culturale.

l'applicazione da parte dei governi dei principi generali e d obiettivi definiti congiuntamente al livello europeo. Nello specifico tale metodo prevede le seguenti azioni:

- definizione di linee guida a livello di UE con tabelle di marcia che definiscono anche i tempi per ottenere gli obiettivi;
- definizione a livello UE di indicatori quantitativi e qualitativi e benchmark calibrati sulle migliori performance mondiali e adattati alle necessità dei diversi stati membri e settori come strumenti per comparare le migliori prassi
- monitoraggio e valutazione delle politiche nazionali rispetto a standard congiuntamente definiti (benchmark), che permettono di comparare la performance di ciascuno Stato membro rispetto agli altri e di identificare le "buone prassi"
- operazioni di Peer review periodiche con lo scopo di promuovere l'apprendimento reciproco

Da (Allulli, 2010)

⁵ Dichiarazione dei Ministri europei dell'istruzione e formazione professionale e della Commissione europea, riuniti a Copenaghen il 29 e 30 novembre 2002, su una maggiore cooperazione in materia di istruzione e formazione professionale. *"La dichiarazione di Copenaghen"*.

⁶ Competenze chiave per l'apprendimento permanente – Un quadro di riferimento europeo. Allegato della raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente, pubblicata nella Gazzetta ufficiale dell'Unione europea il 30 dicembre 2006/L394.

La raccomandazione costituisce uno dei risultati del lavoro congiunto della Commissione europea e degli Stati membri nell'ambito del programma di lavoro "Istruzione e formazione 2010". Il programma di lavoro costituisce il quadro di riferimento per la cooperazione politica nel settore dell'istruzione e della formazione ed è basato su obiettivi concordati congiuntamente, su indicatori e parametri di riferimento, sull'apprendimento fra pari e la diffusione di buone pratiche.

Le competenze chiave sono considerate ugualmente importanti, poiché ciascuna di esse può contribuire a una vita positiva nella società della conoscenza. Molte delle competenze si sovrappongono e sono correlate tra loro: aspetti essenziali a un ambito favoriscono la competenza in un altro. **La competenza nelle abilità fondamentali del linguaggio, della lettura, della scrittura e del calcolo e nelle tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC) è una pietra angolare per l'apprendimento**, e il fatto di imparare a imparare è utile per tutte le attività di apprendimento. Vi sono diverse tematiche che si applicano nel quadro di riferimento: pensiero critico, creatività, iniziativa, capacità di risolvere i problemi, valutazione del rischio, assunzione di decisioni e capacità di gestione costruttiva dei sentimenti svolgono un ruolo importante per tutte e otto le competenze chiave.

Come si può notare il quadro delineato da tali competenze si richiama a quanto già affermato nella sezione *“Istruzione e formazione per vivere e lavorare nella società dei saperi”* del Consiglio di Lisbona. In particolare si conferma l'attenzione verso le tecnologie digitali la cui padronanza viene ribadita come competenza chiave per il cittadino dell'Unione Europea. Questa tendenza resta una costante delle indicazioni di politica educativa durante l'intero decennio durante il quale si sviluppa la Strategia di Lisbona.

Nel 2010 la Commissione Europea, nel tracciare un bilancio consuntivo di quanto effettivamente realizzato deve prendere atto che, nonostante gli sforzi comuni dei paesi membri, gli obiettivi di Lisbona sono stati raggiunti solo in parte, complice la dura crisi economica che attraversa non solo l'Europa, ma l'intero pianeta. Tuttavia in tale sede la Commissione continua a sostenere l'importanza di una linea d'azione condivisa che ispirandosi al cammino tracciato nei dieci anni precedenti, aiuti l'Europa ad uscire dall'attuale situazione di crisi. Tali scelte si concretizzano nella nuova strategia definita *“Europa 2020”* e così illustrata dalla Commissione⁷:

Europa 2020 presenta tre priorità che si rafforzano a vicenda:

- crescita intelligente: sviluppare un'economia basata sulla conoscenza e sull'innovazione;
- crescita sostenibile: promuovere un'economia più efficiente sotto il profilo delle risorse, più verde e più competitiva;
- crescita inclusiva: promuovere un'economia con un alto tasso di occupazione che favorisca la coesione sociale e territoriale.

L'UE deve decidere qual è l'Europa che vuole nel 2020. A tal fine, la Commissione propone i seguenti obiettivi principali per l'UE:

- il 75% delle persone di età compresa tra 20 e 64 anni deve avere un lavoro;
- il 3% del PIL dell'UE deve essere investito in R&S;

⁷ Comunicazione della Commissione *Europa 2020 una strategia per una crescita intelligente, sostenibile e inclusiva*, Bruxelles, 3.3.2010 COM(2010) 2020.

- i traguardi "20/20/20" in materia di clima/energia devono essere raggiunti (compreso un incremento del 30% della riduzione delle emissioni se le condizioni lo permettono);
- il tasso di abbandono scolastico deve essere inferiore al 10% e almeno il 40% dei giovani deve essere laureato;
- 20 milioni di persone in meno devono essere a rischio di povertà.

[...] Per garantire che ciascuno Stato membri adatti la strategia Europa 2020 alla sua situazione specifica, la Commissione propone che gli obiettivi dell'UE siano tradotti in obiettivi e percorsi nazionali. [...]

La Commissione presenta sette iniziative faro per catalizzare i progressi relativi a ciascun tema prioritario:

1. "L'Unione dell'innovazione" per migliorare le condizioni generali e l'accesso ai finanziamenti per la ricerca e l'innovazione, facendo in modo che le idee innovative si trasformino in nuovi prodotti e servizi tali da stimolare la crescita e l'occupazione.
2. "Youth on the move" per migliorare l'efficienza dei sistemi di insegnamento e agevolare l'ingresso dei giovani nel mercato del lavoro.
3. **"Un'agenda europea del digitale" per accelerare la diffusione dell'internet ad alta velocità e sfruttare i vantaggi di un mercato unico del digitale per famiglie e imprese.**
4. "Un'Europa efficiente sotto il profilo delle risorse" per contribuire a scindere la crescita economica dall'uso delle risorse, favorire il passaggio a un'economia a basse emissioni di carbonio, incrementare l'uso delle fonti di energia rinnovabile, modernizzare il nostro settore dei trasporti e promuovere l'efficienza energetica.
5. "Una politica industriale per l'era della globalizzazione" onde migliorare il clima imprenditoriale, specialmente per le PMI, e favorire lo sviluppo di una base industriale solida e sostenibile in grado di competere su scala mondiale.
6. "Un'agenda per nuove competenze e nuovi posti di lavoro" onde modernizzare i mercati occupazionali e consentire alle persone di migliorare le proprie competenze in tutto l'arco della vita al fine di aumentare la partecipazione al mercato del lavoro e di conciliare meglio l'offerta e la domanda di manodopera, anche tramite la mobilità dei lavoratori.
7. La "Piattaforma europea contro la povertà" per garantire coesione sociale e territoriale in modo tale che i benefici della crescita e i posti di lavoro siano equamente distribuiti e che le persone vittime di povertà e esclusione sociale possano vivere in condizioni dignitose e partecipare attivamente alla società.

Dunque anche all'interno di questa nuova strategia il "digitale" continua a rappresentare una tematica essenziale, che compare esplicitamente nella terza iniziativa faro, ma implicitamente anche nella prima e nella seconda. Infatti all'interno del documento della Commissione, in particolare nella sezione *"Crescita intelligente – un'economia basata sulla conoscenza e sull'innovazione"*, relativa alla prima delle tre priorità delineate, si precisa che:

Le misure adottate nell'ambito di questa priorità permetteranno di esprimere le capacità innovative dell'Europa, migliorando i risultati nel settore dell'istruzione e il rendimento degli istituti di insegnamento e sfruttando i vantaggi che una società digitale comporta per l'economia e la società.

In sostanza l'Europa si proietta nel nuovo decennio ribadendo la propria fiducia nelle tecnologie digitali, viste come uno strumento essenziale per lo sviluppo economico, sviluppo che, in linea con la visione propria della Società della Conoscenza, resta strettamente intrecciato a quello dei propri sistemi di istruzione e formazione professionale.

Nel chiudere il paragrafo vogliamo ancora sottolineare come l'Unione Europea nell'effettuare le sue scelte strategiche, si muove all'interno di tendenze e linee di pensiero che si vengono sviluppando a livello mondiale. Vogliamo in particolare ricordare quello che è stato definito "Twenty-First Century Skills Movement" e che ha influenzato le indicazioni a livello di policy making delle più importanti organizzazioni e gruppi internazionali. A tal proposito possiamo citare la "Task Force on Education for the Twenty-First Century" (UNESCO, 1999) e la "Okinawa Charter on the Global Information Society" (G8, 2000), oltre al progetto dell'Unione Europea "A European Information Society for Growth and Employment" (i2010, 2007). Al medesimo movimento sono ispirati anche molti documenti prodotti da organizzazioni nei quali si delineano quadri di riferimento per le riforme delle politiche educative nazionali. Ad esempio Anderson (2008) prende in considerazione i documenti elaborati da quattro organizzazioni – *North Central Regional Educational Laboratory* (NCREL, 2002), *Edutopia* (Pearlman, 2006), *21st Century Literacy Conference* (New Media Consortium, 2005) e *Australian Department of Education, Science, and Training* (2005) – per mettere in evidenza come "Policy decision makers in many countries began adopting the rhetoric of the information society, the knowledge society, and twenty-first century skill requirements". Senza entrare nel dettaglio dell'analisi condotta da Anderson ci limitamo a riportare la tabella nella quale sono sintetizzati i temi ricorrenti che caratterizzano il "Twenty-First Century Skills Movement" (Anderson, 2008, p. 9)

Table 2 Presence of content themes in 21st century skills statements

Theme	Partnership for 21 st Century Skills	Edutopia	NCREL and Metiri Group	Australian Department of Education
Communication	*	*	*	*
Creativity	*	*	*	*
Collaboration	*	*	*	*
Critical Thinking	*	*	*	*
ICT Literacy	*	*	*	*
Information and Media Literacy	*		*	
High Productivity	*		*	
Life Long Learning	*			*
Life Skills	*	*	*	*

Come vedremo meglio nel prossimo capitolo, le voci che appaiono nella presente tabella sono le medesime che definiscono i quadri concettuali di riferimento utilizzati per interpretare i dati raccolti attraverso le grandi indagini comparative dei sistemi educativi (SITES 2006, TALIS 2008, PISA 2009), nelle quali si esaminano in maniera più o meno diretta i livelli di integrazione delle ICT nelle pratiche d'insegnamento e le loro ricadute in termini di apprendimento degli studenti.

LE POLITICHE EDUCATIVE DELLO STATO ITALIANO: I PIANI NAZIONALI PER L'INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE E DELLA COMUNICAZIONE NEL SISTEMA SCOLASTICO

Le indicazioni dell'Unione Europea relative alla diffusione di risorse tecnologiche informatiche e all'alfabetizzazione digitale sono state recepite dai singoli governi nazionali secondo specifici piani che in generale tengono conto del livello di sviluppo tecnologico del paese e delle politiche educative di riferimento all'interno delle quali si innestano tali piani. Bisogna inoltre tener presente che in tempi ben precedenti alla strategia di Lisbona ogni paese aveva già intrapreso un lento processo di integrazione delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nei rispettivi sistemi d'istruzione secondo logiche improntate ai propri modelli pedagogici di riferimento.

La storia del digitale nella scuola italiana rispetta tali dinamiche generali e risente quindi sia degli stimoli derivanti dagli ampi scenari internazionali, che del proprio specifico panorama politico e culturale di riferimento. Senza voler qui affrontare una discussione dettagliata dei modelli pedagogici e degli indirizzi politici che hanno influenzato il complessivo processo di integrazione delle ICT nel nostro sistema educativo, è necessario, prima di descrivere specifiche azioni e progetti, fare riferimento ad alcune problematiche di base con le quali l'Italia al pari degli altri si è dovuta confrontare. Possiamo a tal proposito individuare almeno cinque questioni generali:

- Come garantire la presenza delle risorse e delle infrastrutture tecnologiche all'interno dei singoli istituti scolastici.
- Quale ruolo attribuire all'informatica o più in generale alle competenze digitali all'interno dei curricula disciplinari.

- Come adattare le metodologie di insegnamento e apprendimento all'uso di nuovi strumenti didattici che affianchino o sostituiscano quelli tradizionali.
- Come assicurare la presenza di materiali digitali e softwares didattici di qualità in grado di accompagnare i processi di insegnamento-apprendimento.
- Come favorire lo sviluppo negli insegnanti delle competenze necessarie a garantire un efficace uso delle tecnologie informatiche in aula.

Tali interrogativi sono apparsi nella scuola italiana a partire dalla metà degli anni Ottanta, momento nel quale il computer ha iniziato ad entrare nelle aule scolastiche. Durante più di un decennio sono state proposte delle soluzioni frammentarie legate a progetti pionieristici ed iniziative isolate che hanno caratterizzato la prima fase di introduzione dell'informatica nel nostro sistema educativo.

Per quanto riguarda la presenza delle risorse tecnologiche negli istituti scolastici possiamo notare come un problema costante è stato rappresentato dal divario di dotazioni tra le distinte parti del paese (nord e centro rispetto al sud) e tra i distinti gradi di istruzione (scuole secondarie di II grado rispetto a scuole medie di I grado e scuole elementari).⁸ I finanziamenti per l'acquisto di attrezzature hanno da un lato cercato di colmare tali divari, ma al tempo stesso hanno seguito la logica dello spirito di iniziativa, premiando le singole scuole che si sono mostrate più attive nel proporre specifici progetti di utilizzo delle risorse di cui si chiedeva il finanziamento.

Un esempio di tale strategia di distribuzione delle risorse è quella adottata dal Programma di Sviluppo delle Tecnologie Didattiche del 1997. Il programma infatti prevedeva finanziamenti diretti alle scuole nei quali si teneva in considerazione il diverso grado iniziale di esperienza informatica dei singoli istituti. Per questo motivo erano stati distinti due sottoprogrammi, il primo destinato agli istituti privi di esperienza o con un numero troppo esiguo di docenti formati, il secondo per le scuole che presentavano un progetto in cui veniva mostrato come integrare la multimedialità nella didattica.

La seconda questione sollevata, quella relativa al ruolo dell'informatica nei curricula scolastici, è stata oggetto, tra gli anni Ottanta e Novanta, di ampi dibattiti e di una

⁸ Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca, *Indagine sulle risorse tecnologiche per la didattica nelle scuole italiane*, 2004.

http://archivio.pubblica.istruzione.it/mpi/pubblicazioni/2004/Abstract_tecnologiefinale.pdf

notevole evoluzione. In una prima fase è stata data grande importanza all'apprendimento dei linguaggi di programmazione, confidando sulle implicazioni cognitive che lo sviluppo di tali competenze avrebbe comportato nei vari ambiti disciplinari (capacità astratte, deduzione logica, strutturazione gerarchica, ordinamento). Nei programmi di matematica delle scuole secondarie di secondo grado appare il Basic e soprattutto il Pascal. Al tempo stesso, di fronte al problema di fornire agli studenti anche delle scuole di grado inferiore conoscenze informatiche di base, si è scelto di integrare tali contenuti all'interno delle discipline curriculari già esistenti, piuttosto che creare una nuova apposita materia. In questa linea si inserisce ad esempio uno dei primi progetti di alfabetizzazione informatica, il progetto IRIS (Iniziativa e Ricerche per l'Informatica nella Scuola), il quale aveva lo scopo di introdurre nella scuola di base nozioni in ambito informatico e logico-linguistico attraverso unità didattiche, basate sul gioco, interne alle tradizionali materie di insegnamento. Negli stessi anni, anche se con più lentezza, si inizia a guardare alle tecnologie informatiche come strumenti didattici non fini a se stessi, ossia pensati per l'insegnamento delle competenze necessarie al loro uso o alla loro programmazione, ma come risorse utili per l'apprendimento dei contenuti propri delle discipline curriculari. In questo modo l'attenzione si sposta verso specifici softwares con finalità didattiche o *general purpose* ma adattabili a tali scopi. È questo ad esempio il caso della videoscrittura, il cui potenziale formativo viene scoperto nel nostro paese sul finire degli anni Ottanta e apre la riflessione alle possibilità di applicazione del computer nell'insegnamento dell'italiano.

Alla problematica curriculare è risultata strettamente intrecciata quella metodologica, ossia quali dovessero essere le effettive modalità di impiego delle tecnologie informatiche all'interno dei processi di insegnamento-apprendimento. Nel campo delle innumerevoli possibilità il dibattito si è polarizzato intorno alle distinte concezioni pedagogiche di riferimento. Da un lato l'approccio tradizionale di impostazione comportamentista derivato dai primi modelli di Educational Technology, nel quale il computer è visto come *'tutor'* che controlla il processo di apprendimento, modulandone il ritmo e fornendo feedback valutativi, dall'altro le visioni cognitive e costruttiviste nelle quali il computer è pensato come *'tool'* che permette la creazione di un opportuno ambiente nel quale lo studente sviluppa il proprio personale processo

di apprendimento. Questa seconda impostazione è quella che ha progressivamente preso il sopravvento a partire dagli ultimi anni ottanta ed ha ispirato molte delle sperimentazioni condotte nel nostro come in altri paesi. Esempi tipici di impostazione costruttivista sono le sperimentazioni coordinate dall'Istituto di Tecnologie Didattiche del CNR quali i progetti *StoryBase* o *Novecento* (Trentin, 1998) nei quali le reti telematiche venivano utilizzate per favorire lo studio collaborativo della storia contemporanea.

Da quanto detto è evidente che la successiva problematica elencata all'inizio del paragrafo rappresenta la naturale conseguenza delle due precedenti. È infatti evidente che la selezione dei materiali digitali e dei softwares tramite i quali concretizzare l'uso delle tecnologie informatiche in aula dipende dalle scelte curriculari e metodologiche precedentemente definite, o almeno così dovrebbe essere per un uso consapevole di un qualunque artefatto in campo educativo. In tal senso le linee di sviluppo hanno preso due direzioni principali. Da una parte si è assistito ad una progressiva digitalizzazione dei materiali didattici ufficiali ossia dei libri di testo messi a disposizione dall'editoria scolastica e adottati dai singoli insegnanti. Questo fenomeno, affidato per lungo tempo alla libera iniziativa delle case editrici e alla libera scelta degli insegnanti, è stato regolamentato solo negli ultimi anni con la definizione di uno standard digitale dei libri di testo adottabili (su tale questione torneremo più avanti nel paragrafo). Al tempo stesso alcuni enti istituzionali sono stati incaricati di individuare e selezionare specifici materiali didattici dei quali garantire un definito standard di qualità. È questo ad esempio il caso del Servizio Documentazione Software Didattico (SD-Quadro)⁹ messo a punto dall'Istituto per le Tecnologie Didattiche del CNR, suddiviso in due sezioni: *Il software didattico* e *I Materiali On-line* che offrono rispettivamente una banca dati di softwares (contenete oltre 400 schede) interrogabile a due livelli di ricerca (strutturata e avanzata) e una selezione ragionata di risorse on-line divise per argomenti.

L'ultima questione a cui vogliamo accennare, anch'essa fortemente intrecciata alle precedenti, riguarda la necessità di formazione degli insegnanti coinvolti nei singoli progetti e sperimentazioni che hanno accompagnato l'ingresso delle tecnologie

⁹ Il servizio SD-Quadro è presente sul sito dall'Istituto per le Tecnologie Didattiche all'indirizzo <http://sd2.itd.cnr.it/BSDindex.php>

informatiche nella scuola italiana. Un primo elemento significativo del tipo di azione intrapresa dal Ministero dell'Istruzione è rappresentato dalla scelta della categoria di docenti inizialmente coinvolti. Il Piano Nazionale per l'Informatica del 1985 individuava come unici interlocutori gli insegnanti di matematica e fisica della scuola secondaria di II grado e in particolare dei licei scientifico e classico. Questa scelta rifletteva l'impostazione, già discussa in precedenza, dell'informatica come insegnamento complementare a quello della matematica centrato sullo sviluppo di algoritmi e linguaggi di programmazione. Dunque la formazione rivolta agli insegnanti era espressamente pensata in termini di specifici contenuti tecnico-disciplinari piuttosto che di competenze didattico-metodologiche. Questa impostazione, frutto di un modello culturale che vede l'uso delle tecnologie come esclusivo, o quanto meno principale, appannaggio della comunità scientifica, ha condizionato per un lungo periodo il dibattito su quale dovesse essere la formazione richiesta ad un insegnante per l'impiego delle ICT in aula. Un superamento di questa concezione si può riscontrare nel progetto MultiLab del 1995. Il progetto coinvolgeva ogni ordine di scuola e si rivolgeva agli insegnanti di tutte le discipline. Sul piano della formazione è interessante notare che questa precedeva e non seguiva lo stanziamento dei fondi. Quest'ultimi infatti venivano erogati in base alla validità delle proposte di integrazione della multimedialità nella didattica che gli insegnanti precedentemente formati erano in grado di proporre. Altro elemento di novità era costituito dal modello di formazione a cascata adottato, il quale prevedeva la formazione di un insegnante tutor per ogni scuola e il successivo affidamento di finanziamenti a scuole polo per la formazione degli altri docenti.

Come si può notare dalla sintetica panoramica proposta, le scelte programmatiche per favorire l'integrazione delle ICT nel sistema educativo italiano sono state affidate per più di un decennio ad iniziative e progetti pilota che sono serviti per sperimentare l'efficacia di distinti modelli di sviluppo. Solo verso la fine degli anni Novanta, sulla base delle esperienze accumulate e sotto la spinta delle indicazioni dell'Unione Europea, il Ministero dell'Istruzione ha iniziato a sviluppare programmi unitari e sistematici di integrazione delle tecnologie digitali nelle scuole.

Ricordiamo qui le tappe fondamentali di tale processo:

- **Il Programma di Sviluppo delle Tecnologie Didattiche (PSTD) del 1997.** Il programma rappresenta il primo tentativo di estendere a tutte le scuole l'uso delle tecnologie digitali. Le direttive sono riassunte nella premessa del documento di base dell'allora Ministero della Pubblica Istruzione¹⁰.

Il sistema scolastico italiano ha il compito di riconsiderare i propri obiettivi e processi formativi e di ridefinirli, sia capitalizzando le esperienze acquisite, anche grazie alla sperimentazione, sia spingendo oltre l'innovazione, affinché lo pongano in condizione di rispondere, nel più breve tempo e al più alto livello di qualità possibile, alle esigenze dello sviluppo sociale ed economico del Paese.

Per dare forza e il massimo della probabilità al raggiungimento di tale fine, appare essenziale che i processi di cambiamento possano poggiarsi sulla definizione di un nuovo assetto negli studi. Quale che sia l'articolazione del nuovo assetto, un punto essenziale e irrinunciabile sarà però costituito da quella cultura e quella operatività, necessarie al dominio della tecnologia e nello stesso tempo da essa supportate, che caratterizzano lo sviluppo del nostro tempo.

[...]

Appare quindi essenziale per poter sostenere adeguatamente lo sviluppo qualitativo del sistema scolastico nella sua interezza, la realizzazione di un programma di diffusione della multimedialità in grado di incidere sulla struttura dei processi di insegnamento e di apprendimento. Tale programma, e' bene evidenziarlo:

- a) non intende caratterizzarsi come un intervento straordinario attraverso il quale affrontare una situazione di emergenza; [...];
- b) tende ad intervenire su tutti gli ordini di scuola; [...];
- c) intende porsi come un quadro di indirizzo e di sostegno ad uno sviluppo che non può non trovare il suo riferimento progettuale ed operativo nelle istituzioni scolastiche, in piena coerenza con la linea dell'autonomia che il Ministero della Pubblica Istruzione sta portando avanti; [...];
- d) [...] va considerato elemento caratterizzante del programma la verifica e la riprogrammazione annuale delle scelte per aggiornare gli investimenti pregressi e per definire gli ulteriori interventi; [...].

Gli obiettivi del Programma vengono così specificati:

- a) Educazione degli studenti alla multimedialità e alla comunicazione
- b) Miglioramento della efficacia dell'insegnamento e dell'apprendimento delle discipline.
- c) Miglioramento della professionalità dei docenti

Come si può vedere l'idea del Ministero era proprio quella di uscire da una fase di sperimentalismo per sviluppare un'azione sistemica di integrazione della multimedialità nel sistema educativo italiano. È inoltre importante sottolineare come tale programma seguisse nella sua impostazione generale le linee guida della autonomia scolastica che proprio in quegli anni stava prendendo forma. Le indicazioni presenti nel succitato documento di base vengono infatti riprese nel Decreto n. 275 del 1999 in materia di "*Autonomia delle istituzioni scolastiche*" nel quale si specifica che la scelta delle metodologie e degli strumenti didattici

¹⁰ Ministero della Pubblica Istruzione - Programma di sviluppo delle tecnologie didattiche nel periodo 1997-2000. <http://www.privacy.it/ministruzioni.html>

dovrebbe *“favorire l’introduzione e l’utilizzazione di tecnologie innovative”*. Il tema viene sviluppato nella sezione *“Autonomia di ricerca, sperimentazione e sviluppo”* nelle quali si invitano le scuole a curare *“la ricerca didattica sulle diverse valenze delle tecnologie dell’informazione e della comunicazione e sulla loro integrazione nei processi formativi”*, accanto alla *“formazione e aggiornamento culturale e professionale del personale scolastico”*.

Sul piano operativo il PSTD si articolava in due progetti principali *“I(a) - Unità operativa per docenti”* e *“I(b) - Multimedialità in classe”* a cui si è già accennato in precedenza. Gli obiettivi specifici dei due progetti si differenziavano in base al livello di esperienza e competenza digitale già posseduta dagli istituti scolastici a cui essi si rivolgevano.

L'obiettivo del progetto I (a) è quello di consentire ai docenti gli strumenti per:

- ricevere una prima formazione di base sulla multimedialità,
- studiare le possibilità applicative della multimedialità nella didattica,
- esaminare materiali didattici e svilupparne dei propri,
- cooperare con altri docenti della scuola o di scuole distanti,
- coinvolgere classi o gruppi di studenti in alcune attività non sistematiche che richiedano l'uso della multimedialità

L'obiettivo del progetto I (b) e' quello di consentire l'introduzione della multimedialità delle normali attività curricolari. Poiché nei tempi prevedibili le risorse saranno comunque limitate, le singole scuole dovranno scegliere gli obiettivi didattici, le discipline e le classi su cui operare. Il Ministero indicherà criteri e priorità, in relazione alle politiche di innovazione e ai problemi più rilevanti nei vari ordini di scuola.

La strategia adottata dal ministero consisteva dunque nell’adattare in modo flessibile il piano di sviluppo delle tecnologie multimediali alle esigenze e possibilità del territorio, incentivando le attività di formazione locale e lo spirito di iniziativa dei singoli istituti, ma mantenendo un’azione di orientamento e controllo sulle possibili iniziative intraprese.

Accanto a tali progetti generali il programma prevedeva altre due tipologie *“II – Progetti speciali finalizzati”* e *“III – Progetti pilota”*:

I progetti speciali finalizzati non sono alternativi a quelli generali, ma si innestano in essi, destinando risorse aggiuntive per gli obiettivi specifici che si vogliono perseguire, anche a sostegno delle innovazioni in atto.

per gli alunni lungodegenti, Progetto Milia, Progetti Deure e Progetto Globe.

[...] Vi sono però altre esigenze di cui tenere conto e per le quali e' utile identificare altre tipologie progettuali [Progetti pilota]:

a) la necessità di sperimentare in numeri limitati di scuole o, al limite, anche in una sola di esse, soluzioni tecnologiche, didattiche, organizzative diverse e più avanzate di quelle usuali, ma utili per pilotare le evoluzioni future.

b) l'esigenza di tenere conto di specifiche realtà, che possono riguardare un territorio limitato, ma anche una singola scuola, nelle quali si determinano - capacità organizzative particolari che implicano spesso rapporti organici con soggetti esterni, - concentrazioni di risorse determinate o dalla accumulazione avvenuta nel tempo o dalle offerte di soggetti esterni (enti locali, imprese, banche, ecc).

All'interno dei progetti pilota ritroviamo il già citato *MultiLab*, ma anche *Rete*, *Polaris*, *Telecomunicando*, *L'Italia e le sue isole*, *Progetto Muse*, *Progetto scuola media*, *Teledidattica*

- **Il Piano di e-government del MIUR ed il Piano Nazionale di Formazione degli Insegnanti sull'ICT del 2002.** Questi costituiscono le attuazioni a livello nazionale delle indicazioni contenute nei due piani d'azione "*eEurope*", varato a Lisbona nel giugno 2000 e "*eLearning*" approvato dalla Commissione Europea nel marzo 2001, tramite i quali l'Unione Europea ha cercato di incentivare l'utilizzo delle tecnologie multimediali e di Internet nel settore dell'istruzione¹¹.

Il Piano Nazionale di e-government presentato nel febbraio 2002 dal Ministro delle Innovazioni e delle Tecnologie, definisce per l'Italia dieci obiettivi di carattere generale che prevedono il potenziamento dell'infrastruttura telematica nazionale, l'aumento del numero di PC, la diffusione di piattaforme di e-learning e la promozione della ricerca nel settore informatico e telematico. Tali obiettivi si articolano in interventi che coinvolgono tutti i Ministeri tra cui il MIUR, il quale, nel far proprio il piano generale, individua i seguenti obiettivi prioritari (Musumeci, 2003):

¹¹ Le finalità del piano d'azione eEurope sono:

- garantire entro la fine del 2003 che, al termine degli studi, tutti abbiano avuto la possibilità di acquisire una cultura digitale.
- Fornire a tutti i docenti una formazione adeguata, adattando di conseguenza i relativi programmi di formazione e introducendo misure che promuovano l'utilizzo concreto delle tecnologie digitali durante le lezioni, entro la fine del 2002.
- Offrire a tutti i lavoratori l'opportunità di acquisire una cultura digitale nell'ambito della formazione permanente, entro la fine del 2003.

Gli obiettivi specifici del Piano d'azione eLearning sono:

- Fornire a tutte le scuole l'accesso a Internet e a risorse multimediali entro la fine del 2001 e attrezzare tutte le classi con un collegamento veloce a Internet entro la fine del 2002.
- Collegare tutte le scuole a reti di ricerca entro la fine del 2002.
- Raggiungere un tasso di 5-15 studenti per computer multimediale entro il 2004.
- Garantire la disponibilità di servizi di supporto e risorse educative su Internet, unitamente a piattaforme di apprendimento online per docenti, studenti e genitori, entro la fine del 2002.
- Favorire l'evoluzione dei curricula scolastici nell'intento di integrare nuovi metodi di apprendimento basati sulle tecnologie dell'informazione e della comunicazione, entro la fine del 2002.

Da (Musumeci, 2003)

1. Nuovo sistema informativo on-line, aperto a cittadini, studenti e personale scolastico, per lo svolgimento di:
 - operazioni amministrative (iscrizione scolastiche, pagamento tasse e rilascio certificati);
 - organizzazione della didattica, registro elettronico, portfolio docenti (area di raccolta di materiali didattici, appunti sulle lezioni ecc.);
 - comunità scolastica virtuale (comunicazioni scuola-famiglia ecc);
 - informativa e richiesta di borse di studio o altre agevolazioni;
 - scambio di dati con enti locali (scambio in formato elettronico delle anagrafiche degli studenti in obbligo formativo ecc.);
 - iscrizione on-line ad alcuni servizi (mensa, trasporto ecc).
2. diffusione della Carta Nazionale dei Servizi nel mondo dell'Istruzione, per l'accesso ai servizi del sistema scolastico ed universitario;
3. diffusione della Carta d'Identità Elettronica per autenticare gli utenti e della firma elettronica per fornire validità giuridica alle transazioni;
4. incentivazione all'utilizzo dell'e-procurement per effettuare acquisti per via telematica;
5. incremento dell'utilizzo della posta elettronica per lo scambio di informazioni e documenti all'interno dell'Amministrazione ed anche verso l'esterno;
6. trasformazione in evidenze informatiche, autenticate tramite firma digitale, di tutti gli atti di impegno, titoli di spesa e le estinzioni degli stessi;
7. realizzazione di procedure di protocollo informatico nel MIUR per accrescere la circolarità e la reperibilità delle informazioni, e la velocità di trasmissione dei documenti tra uffici;
8. controllo della qualità dei servizi formativi per rilevare costantemente il grado di soddisfazione del servizio reso dalle scuole, individuare tempestivamente le aree di miglioramento ed erogare bonus in relazione alle situazioni di eccellenza;
9. potenziamento delle infrastrutture ICT con estensione dei collegamenti a banda larga e adozione della tecnologia wireless per la messa in rete rapida e non invasiva delle scuole esistenti.

Dunque il piano e-government, anche declinato in ambito educativo, conserva un approccio tecnico e amministrativo rispetto all'integrazione delle tecnologie digitali nel sistema d'istruzione. Le sue finalità sono prevalentemente orientate al potenziamento delle infrastrutture telematiche e alla conseguente semplificazione dei rapporti tra gli utenti e la scuola, vista come un servizio della pubblica amministrazione.

Viceversa il Piano Nazionale di Formazione degli Insegnanti sulle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione esprime l'azione prettamente educativa intrapresa dal Ministero per favorire negli studenti lo sviluppo di competenze digitali¹².

- Appare evidente che gli obiettivi di garantire alle giovani generazioni:
- il possesso, alla fine del loro percorso scolastico, della capacità di usare gli strumenti messi a disposizione dalle tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC);
 - cognizioni teoriche in grado di farne degli utenti consapevoli delle potenzialità e dei limiti;

¹² Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. *Piano Nazionale di Formazione degli Insegnanti sulle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione. Linee guida per l'attuazione del piano e presentazione dei percorsi formativi*. Maggio 2002

possono essere raggiunti solo nella misura in cui l'uso delle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione (TIC) nella scuola italiana non rimane confinato all'interno di specifici ambiti disciplinari, ma diventa una pratica diffusa che coinvolge il complesso delle attività, didattiche e non, che si svolgono all'interno dell'istituzione scuola

In tal senso il piano si ispira al suo equivalente europeo eLearning del quale ne richiama esplicitamente le linee guida (cfr. nota 11).

Il Piano di Azione eLearning, presentato al Consiglio e al Parlamento Europeo il 28 marzo 2001, sintetizza gli obiettivi sopra delineati, che dovrebbero essere raggiunti nel giro di pochi anni da tutti gli stati membri, nel modo seguente:

- fare in modo che, entro la fine del 2003, tutti i ragazzi abbiano acquisito una cultura digitale al termine degli studi;
- sostenere l'evoluzione dei programmi scolastici per tenere conto dei nuovi metodi di apprendimento e dell'uso delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione entro la fine del 2002;
- impartire una adeguata formazione a tutti gli insegnanti; entro la fine del 2002, adeguare i programmi di formazione degli insegnanti e stabilire incentivi per indurli a utilizzare davvero le tecnologie digitali nella propria attività didattica.

Tuttavia nell'esplicitazione degli obiettivi specifici l'azione si limita ad un'attività di formazione degli insegnanti che si articola in tre distinti livelli di competenze da acquisire.

1. Competenze di base sull'uso del computer opportunamente coadiuvate da conoscenze tese a supportare l'integrazione delle tecnologie nell'attività didattica ed extradidattica dei docenti. Tale livello dovrebbe essere posseduto da tutti gli insegnanti.
2. Conoscenze/Competenze avanzate circa l'intreccio tra didattica e tecnologie, relative cioè alle risorse didattiche presenti in rete, all'impatto delle TIC sulle discipline, sui processi di apprendimento, sui processi di collaborazione e apprendimento in rete, sui processi di valutazione dell'apprendimento e dell'insegnamento. Non vanno trascurate infine le conoscenze delle nuove possibilità di integrazione dei disabili offerte dal diffondersi delle TIC. Ogni istituzione scolastica dovrebbe avere al proprio interno almeno una figura con tali capacità.
3. Competenze informatiche avanzate tese a garantire, all'interno di ogni singola istituzione scolastica, una adeguata capacità di progettazione, sviluppo, utilizzo proficuo e governo della infrastruttura tecnologica. Ogni istituzione scolastica dovrebbe avere al proprio interno una figura con tali capacità o almeno condividerla con altre scuole.

A tali livelli di competenze corrispondono tre distinti percorsi formativi da erogare ad un totale di circa 180.000 insegnanti, attraverso opportuni corsi organizzati secondo la seguente procedura¹³:

Il Ministero della Pubblica Istruzione:

- ripartisce le risorse finanziarie fra le Direzioni Regionali e contestualmente detta le direttive per gli obiettivi, l'organizzazione, la selezione dei partecipanti.
- produce documenti tecnici che stabiliscono gli standard formativi e suggeriscono i modelli di formazione
- coordina con criteri di omogeneità le attività di monitoraggio regionali

¹³ Ministero della Pubblica Istruzione. *Attività di formazione inerenti le competenze informatiche e tecnologiche del personale docente della scuola.*

La Direzione Regionale

- Crea una task-force di programmazione, coordinamento e supporto
- Organizza una indagine sui fabbisogni formativi
- Attiva e finanzia un numero di centri di formazione sufficienti per il numero dei corsi che deve essere gestito. I centri di formazione sono di norma scuole secondarie opportunamente attrezzate e dotate di personale capace di gestire i corsi.
- Conduce il monitoraggio

I Centri di formazione

- Programmano i corsi e selezionano i partecipanti secondo i criteri stabiliti
- Producono i materiali necessari
- Conducono i corsi
- Indirizzano i partecipanti all'utilizzo delle risorse per l'autoformazione

L'elemento di novità del Piano non è rappresentato tanto dagli obiettivi a cui mira l'attività di formazione rivolta agli insegnanti, quanto al modello organizzativo con cui questa viene condotta. L'impianto, che segue un'impostazione più centralistica rispetto alle passate esperienze (anche al fine di garantire degli standard omogenei ad una platea estremamente vasta di insegnanti), poggia sostanzialmente sull'erogazione di corsi e-learning in modalità blended che integra attività in presenza con attività on-line. A tal fine il ministero affida all'Istituto INDIRE la creazione e gestione della piattaforma Puntoedu in linea con le tendenze di formazione a distanza di terza generazione basate sui Learning Content Management Systems (LCMS). Successivamente l'INDIRE sviluppa la piattaforma ForTIC che diventa il punto di riferimento di tutte le attività di formazione ufficiali promosse dal ministero e che al momento eroga un'ampia gamma di corsi rivolti a insegnanti, dirigenti e personale amministrativo, tecnico e ausiliario¹⁴.

- **Il Piano Nazionale Scuola Digitale del 2008.** Il piano continua la precedente linea avviata dal ministero, ispirandosi a livello internazionale alla nuova strategia dell'Unione Europea "Europa 2020"¹⁵.

L'innovazione digitale rappresenta per la scuola l'opportunità di superare il concetto tradizionale di classe, per creare uno spazio di apprendimento aperto sul mondo nel quale costruire il senso di cittadinanza e realizzare "una crescita intelligente, sostenibile e inclusiva", le tre priorità di Europa 2020.

Le azioni intraprese all'interno del programma mirano alla diffusione sempre più capillare delle tecnologie digitali all'interno della realtà scolastica, le quali non devono essere relegate ad isolate ad esperienze di apprendimento. Di fatti lo

¹⁴ Si veda in proposito il Report del 2012 Indire, progetti e attività a supporto della formazione nella scuola stilato dall'Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica (ANSAS) che dal 2007 è subentrata all'istituto INDIRE. <http://mediarepository.indire.it/iko/uploads/allegati/M46DP63R.pdf>

¹⁵ Dalla presentazione del Piano sul sito del MIUR: http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale

slogan con il quale viene lanciato il piano è *“Non più la classe in laboratorio ma il laboratorio in classe: una strategia tante azioni”*.

In particolare sono 6 le azioni nelle quali si articola Scuola Digitale:

– Editoria Digitale Scolastica¹⁶

L'azione s'inserisce nel piano delle attività dell' Agenda digitale europea prevista dalla Comunicazione del 5 maggio 2010 della Commissione europea e nel piano di azioni promosse dal Governo italiano per migliorare l'alfabetizzazione, le competenze e l'inclusione nel mondo digitale.

Le Linee Guida dell' Azione, redatte da un comitato tecnico-scientifico, prefigurano prodotti multimediali le cui singole componenti possano essere utilizzate dai docenti per lo sviluppo di materiali didattici personalizzati.

I prodotti dovranno presentare strumenti di editing che permettano a studenti e docenti di inserire note, modifiche e integrazioni. E' richiesto inoltre che i nuovi strumenti didattici promuovano lo sviluppo della didattica collaborativa: dovrà essere possibile, per più studenti contemporaneamente, lavorare insieme su risorse didattiche condivise, anche attraverso l' utilizzo della rete.

Le Linee guida inoltre suggeriscono aree tematiche multidisciplinari, nell'ottica di una ricomposizione dei saperi. In sintesi le caratteristiche richieste sono quindi contenuti 'liquidi', che possano essere travasati da un supporto tecnologico a un altro, scomposti e adattati a diverse esigenze, pur conservando le proprie caratteristiche di base.

– LIM¹⁷

Gli studi e le esperienze condotti in Italia e in Europa individuano nella LIM uno strumento efficace per promuovere un percorso graduale di innovazione nella didattica.

La LIM, corredata da un Videoproiettore e da un PC, permette infatti che la didattica in ambiente digitale sia una esperienza quotidiana e non un evento episodico.

Con l'azione LIM si è avviato un processo strategico di innovazione digitale a partire dalla scuola secondaria di primo grado che sarà esteso anche alla scuola primaria e alla scuola secondaria di secondo grado.

– Cl@ssi 2.0¹⁸

L'azione Cl@ssi 2.0 si propone di modificare gli ambienti di apprendimento attraverso un utilizzo costante e diffuso delle tecnologie a supporto della didattica quotidiana.

156 classi prime di scuola secondaria di primo grado diventano Cl@ssi 2.0: alunni e docenti possono disporre di dispositivi tecnologici e device multimediali e le aule vengono progressivamente dotate di apparati per la connessione ad Internet.

Le Cl@ssi 2.0 costruiscono, con il supporto dell'A.N.S.A.S. e di una rete di Università associate, un progetto didattico per la sperimentazione di metodologie didattiche avanzate.

– @urora¹⁹

L'azione @urora, promossa dal MIUR, dal Ministero di Giustizia e dal Dipartimento per l'innovazione tecnologica della Presidenza del Consiglio, è

¹⁶ Cfr. nota 15 alla sottosezione:

http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/editoria_digitale_scolastica

¹⁷ Cfr. nota 15 alla sottosezione: http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/lim

¹⁸ Cfr. nota 15 alla sottosezione:

http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/classi_2_0

¹⁹ Cfr. nota 15 alla sottosezione: http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/aurora

destinato ai minori del circuito penale interno ed esterno del Ministero di Giustizia ed offre, nell'ambito della comunicazione multimediale, la possibilità di acquisire competenze professionali attestate per agevolare il reinserimento sociale dei minori attraverso l'ingresso nel mondo del lavoro qualificato. I corsi offerti sono: informatica di base, fotografia digitale, grafico pubblicitario, grafico 3D, esperto video editing digitale, web master base.

– Oltre @urora²⁰

La rete nazionale di istituzioni scolastiche oltre l'@urora nasce a supporto della personalizzazione delle metodologie formative in situazioni di svantaggio, utilizzando gli strumenti messi a disposizione dal linguaggio multimediale.

Ogni istituzione aderisce alla rete con progetti di innovazione didattica, specifici per l'ambienti di reclusione e di integrazione. Viene coinvolto anche il territorio ai fini di sensibilizzare, valorizzare e formare all'utilizzo del linguaggio multimediale e dell'innovazione tecnologica il personale che opera in contesti didattici così particolari.

– HSH@Network²¹

Dall'idea di inclusione e di superamento dei limiti spazio-temporali nasce l'idea di HSH@Network (Hospital School Home Network), in cui si finalizza in maniera coerente il supporto che le nuove tecnologie possono offrire agli studenti ospedalizzati o in terapia domiciliare. La finalità perseguita è duplice: da un lato, grazie all'utilizzo di tecnologie innovative, quali gli strumenti di comunicazione sincroni e asincroni, si permette allo studente di continuare a partecipare alla vita di classe; dall'altro, si permette all'intera classe di superare i limiti fisici dell'aula per condividere in piccola misura un'esperienza di vita del compagno, con un'evidente reciproca crescita esperienziale, oltre che formativa.

Nel caso specifico di HSH@Network, l'alunno ospedalizzato può, grazie agli strumenti di videoconferenza e alla piattaforma e-learning, entrare in un'effettiva dimensione di condivisione e collaborazione con i compagni, conservare la propria documentazione e produzione, interagire con i propri professori, costruire il proprio percorso didattico adatto alle esigenze della sua condizione; e, ultimo ma non ultimo, usufruire di una maggiore personalizzazione del proprio percorso formativo grazie alla mediazione del docente in ospedale.

Queste sei linee di azione, pur prefiggendosi la medesima finalità generale, si muovono lungo direzioni distinte. Possiamo infatti notare che, a differenza delle ultime tre azioni, @urora, Oltre @urora e HSH@Network, che hanno una comune specificità d'intervento rivolta all'impiego delle tecnologie digitali in contesti di disagio ed isolamento, Editoria Digitale Scolastica, LIM e Cl@ssi 2.0 cercano di fornire risposte operative ad alcune questioni cruciali relative all'integrazione delle ICT nelle quotidiane pratiche di insegnamento.

In particolare Editoria Digitale Scolastica può inquadrarsi nella più ampia strategia che sta perseguendo il ministero volta ad una trasformazione dei testi scolastici

²⁰ Cfr. nota 15 alla sottosezione:

http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/oltre_aurora

²¹ Cfr. nota 15 alla sottosezione:

http://www.istruzione.it/web/istruzione/piano_scuola_digitale/hsh_network

dal formato cartaceo a quello digitale. Tale intenzione si è concretizzata nelle circolari ministeriali n. 16 del 10/02/2009 e n.18 del 09/02/2012 in materia di adozione dei libri di testo. In particolare la seconda circolare nel definirne il formato precisa:

Le adozioni da effettuare nel corrente anno scolastico, a valere per il 2012/2013, presentano una novità di assoluto rilievo, in quanto, come è noto, i libri di testo devono essere redatti in forma mista (parte cartacea e parte in formato digitale) ovvero debbono essere interamente scaricabili da internet. Pertanto, per l'anno scolastico 2012/2013 non possono più essere adottati né mantenuti in adozione testi scolastici esclusivamente cartacei.

Per quanto riguarda invece la seconda azione del Piano Scuola Digitale, ossia LIM, essa fornisce una chiara indicazione della strada intrapresa dal nostro paese circa la concreta fisionomia del setting educativo immaginato per le aule scolastiche. Nell'intenzione del Ministero infatti le lavagne interattive multimediali dovrebbero diventare a lungo termine uno strumento didattico di uso ordinario nella didattica di tutti i livelli di istruzione. Secondo i dati dello stesso ministero sono stati richiesti 11.234 Kit tecnologici (di cui al momento acquistati circa 9.000) e 41.850 docenti hanno dato la propria disponibilità a seguire i corsi di formazione per poi utilizzare la LIM nella didattica quotidiana. A margine dei dati disponibili vogliamo comunque sottolineare che l'adozione di queste periferiche touch screen da collegare ad un ordinario computer presenta alcuni vantaggi, ma anche diverse criticità. Da un lato infatti tali strumenti si mostrano come un accattivante evoluzione della lavagna tradizionale e al tempo stesso si caratterizzano per un'interfaccia semplice e di facile usability, dall'altra vi sono alcuni aspetti operativi e concettuali che possono lasciare perplessi. In primo luogo il costo di tali apparecchiature e della loro manutenzione²². Inoltre, sempre sul piano pratico, la

²² Per una stima dell'incidenza della spesa relativa all'acquisto delle LIM per l'intero sistema scolastico italiano si può prendere come riferimento indicativo la seguente tabella :

Completa digitalizzazione scuola: costi minimi stimati										
Ordine di scuola	Costo aula High Tech (12 - 15.000€)	Costo LIM 2500€ (1 per classe)	Costo Software didattici (minimo 6 per classe)	Costo netbook 500€ (1 per docente)	Costo netbook 300€ (1 per studente)	Costo corso di formazione e su ICT 500€ (1 per docente)	Remun. annua tecnico 20000€ (1 per scuola)	Costo rete wireless 60€ a classe	COSTI TOTALI	COSTO PER STUDENTE
Infanzia	576.261	106.715	25.612	40.598	302.132	40.598	272.140	2.561	1.366.618	1,357
Primaria	1.834.798	339.777	81.546	115.696	773.595	115.696	316.900	8.155	3.586.164	1,391
Secondaria I gr	1.045.237	193.562	46.455	74.074	501.035	74.074	141.980	4.645	2.081.064	1,246

difficoltà di spostare una LIM da un ambiente ad un altro rende tale tecnologia, almeno sino alla completa copertura di tutte le aule di tutti gli istituti scolastici, poco fruibile all'intera comunità scolastica. In fine sul piano metodologico la presenza di lavagne, seppur interattive e multimediali, ripropone un setting educativo simile a quello tradizionale che difficilmente si concilia con lo svolgimento di attività didattiche ispirate a modelli costruttivisti a cui lo stesso ministero fa in più situazioni esplicito riferimento²³.

Infine l'azione Cl@ssi 2.0 vuole rappresentare la "frontiera ipertecnologica" della sperimentazione didattica nel nostro paese. Essa infatti è circoscritta ad un numero ristretto di istituti scolastici (Cl@ssi 2.0 è partita nell'anno scolastico 2009/2010 con 156 classi di Scuola Secondaria di primo grado) selezionati in base sia ai progetti innovativi sviluppati dalla scuola negli anni passati, sia alle capacità in ambito didattico e tecnologico dei docenti del consiglio di classe. Inoltre le sperimentazioni condotte nelle singole classi si avvalgono della collaborazione di una rete di Università, mentre alla Fondazione Agnelli e alla Fondazione della Compagnia di San Paolo è affidato il compito di valutare i progetti attuati. In sostanza l'implementazione di Cl@ssi 2.0 è ispirata alla logica delle "best practices" tipica di molte azioni intraprese a livello nazionale e internazionale per favorire la diffusione di specifiche politiche educative in base a ben definiti standard di qualità. In tal senso la sfida è, come sempre, quella di estendere le esperienze migliori a più ampi contesti territoriali.

A conclusione di questo ampio excursus delle politiche educative finalizzate all'integrazione delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nel nostro sistema di istruzione, possiamo dire che durante gli ultimi trenta anni si è assistito ad un progressivo intensificarsi dell'attività istituzionale nel tentativo di trovare delle soluzioni ai quesiti generali sollevati all'inizio del presente paragrafo e sintetizzabili

Secondaria II gr	1.555.051	287.972	69.113	108.815	764.651	108.815	104.060	6.911	3.005.391	1,179
TOTALE	5.011.348	928.027	222.727	339.184	2.341.413	339.184	835.080	22.273	10.039.238	1,286
I costi sono espressi in migliaia di Euro										

La tabella è tratta da D. Checchi, *Innovazione nell'istruzione*, allegata agli Atti della Convention *Italia degli Innovatori*. Politecnico di Torino 2011.

²³ Si veda ad esempio la sezione "Costruendo la scuola del futuro" in *Piano Nazionale Scuola Digitale. Azione Lavagne Interattive Multimediali*. Annali della pubblica istruzione. Rivista bimestrale del ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca. 2/2011.

tramite le seguenti parole chiave: dotazioni tecnologiche, curricoli, metodi di insegnamento e apprendimento, materiali didattici, formazione degli insegnanti. Vogliamo tuttavia aggiungere che tra tali problematiche ve ne è una che è stata meno sviluppata rispetto alle altre, ed è quella relativa al ruolo che devono svolgere le tecnologie informatiche all'interno dei curricoli scolastici. Come abbiamo detto in precedenza vi è stato un certo fermento durante i primi anni di diffusione del computer nelle aule scolastiche, ma successivamente l'attenzione è sembrata concentrarsi maggiormente sul come assicurare la presenza delle tecnologie nelle aule, su quale dovesse essere il formato dei materiali didattici da veicolare tramite tali tecnologie e su quali metodologie fossero in linea di principio da preferire. Specificare il rapporto tra i saperi da apprendere e le conoscenze e competenze sulle ICT richieste rappresenta l'elemento cruciale che permetterebbe di chiarire nel concreto delle pratiche d'insegnamento e apprendimento quale tipo di integrazione delle nuove tecnologie si intenda sviluppare all'interno del nostro sistema educativo.

Nel prossimo paragrafo affronteremo nel dettaglio questa problematica con particolare riferimento all'insegnamento della matematica, mostrando come, almeno a livello di scuola secondaria di secondo grado, solo negli ultimissimi anni il ministero abbia iniziato a fornire alcune indicazioni a livello nazionale.

LE TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE E DELLA COMUNICAZIONE NEL CURRICOLO DI MATEMATICA DELLA SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

Prima di delineare le linee guida che hanno ispirato l'integrazione delle ICT nei curricoli di matematica del nostro sistema educativo è opportuno liberare il campo dalla confusione che può insorgere quando si parla di "informatica" e di "tecnologie dell'informazione e della comunicazione". La puntualizzazione che qui proponiamo, e a cui si è già fatto accenno nel paragrafo precedente, riguarda la distinzione tra il significato di questi due termini in rapporto alla problematica curricolare ed è funzionale a precisare che l'insegnamento dell'informatica nei curricoli di matematica non implica, se non parzialmente, l'introduzione delle ICT all'interno dei medesimi curricoli.

Col termine 'informatica' facciamo infatti riferimento ad uno specifico campo di conoscenza con un proprio corpus di contenuti e competenze collegabili in generale allo *"studio sistematico dei processi algoritmici che descrivono e trasformano l'informazione"*²⁴. Integrare l'informatica nei curricula scolastici significa quindi in primo luogo identificare quali discipline, proprie di ogni indirizzo di studi, possano prestarsi ad un inquadramento teorico del 'problema informatico' e successivamente definire quali conoscenze e competenze siano da prevedere come specifici obiettivi di apprendimento interni a tali discipline.

Relativamente alla prima questione è abbastanza naturale affidare all'insegnamento della matematica il compito di introdurre gli studenti alla strutturazione logica dei problemi risolvibili per passi sequenziali, laddove ovviamente non sia espressamente previsto nel particolare piano di studi l'informatica come materia curricolare.

Per quanto riguarda invece gli specifici obiettivi di apprendimento, questi saranno in generale riconducibili al concetto di algoritmo e di linguaggio di programmazione, tenendo chiaramente presente che mentre il primo può essere sviluppato anche a prescindere da uno specifico supporto tecnologico, il secondo richiede intrinsecamente la presenza di un computer, inteso qui come una qualsiasi macchina programmabile, e conseguentemente l'acquisizione di determinate conoscenze e competenze tecniche legate al suo utilizzo.

Ben distinta è la questione relativa al ruolo che debbano svolgere le tecnologie dell'informazione e della comunicazione all'interno dei curricula scolastici. Esse infatti non rappresentano in sé un campo di conoscenza, ma *"sono l'insieme dei metodi e*

²⁴ La citazione è presa dalla voce "Informatica" dell'enciclopedia Wikipedia. Riportiamo più esaurientemente l'intera definizione fornita dall'enciclopedia:

"L'informatica (termine creato al politecnico di Zurigo (CH) sul modello del termine greco Matematica) è lo studio dei fondamenti teorici dell'informazione, della sua computazione a livello logico e delle tecniche pratiche per la loro implementazione e applicazione in sistemi elettronici automatizzati detti quindi sistemi informatici.

In altri termini è frequentemente descritta come lo studio sistematico dei processi algoritmici che descrivono e trasformano l'informazione ed è quindi punto di incontro di almeno due discipline autonome: il progetto, la realizzazione e lo sviluppo di macchine rappresentatrici ed elaboratrici di numeri (dunque l'elettronica) e i metodi di risoluzione algoritmica di problemi dati (algoritmica), che sfruttino a pieno le capacità di processamento offerte dalle macchine elaboratrici stesse per l'ottenimento di determinati risultati in output a partire da determinati dati in input. La domanda principale che sostiene l'informatica è dunque: "Come si può automatizzare efficientemente un determinato processo?"" <http://it.wikipedia.org/wiki/Informatica>

delle tecnologie che realizzano i sistemi di trasmissione, ricezione ed elaborazione di informazioni"²⁵.

Da questa radicale differenza semantica rispetto al termine "informatica" precedentemente considerato ne segue che la presenza delle ICT nei curricula scolastici non possa essere confinata ad alcune discipline, ma costituisca un tema trasversale a tutti gli insegnamenti. Tale considerazione è valida sia se riferita ai nodi concettuali veicolati dalla locuzione (tecnologia, informazione, comunicazione), sia se applicata all'uso operativo di tali tecnologie. Di fatti sul piano culturale lo studio delle ICT implica inevitabilmente l'approfondimento del ruolo che la tecnologia ha svolto nelle distinte società e al tempo stesso richiede un chiarimento critico del significato e dell'evoluzione dei concetti di informazione e comunicazione.

Spostando la riflessione sul piano applicativo, ossia sul modo in cui l'uso delle ICT possa modificare gli obiettivi di apprendimento specifici delle singole discipline, la natura delle questioni in gioco cambia completamente. Si tratta infatti di decidere quali 'forme di rappresentazione della conoscenza' proprie delle tecnologie digitali e multimediali è importante che gli studenti siano in grado di sviluppare. A tal proposito è fondamentale distinguere un uso passivo delle ICT da parte del discente, ossia la pura fruizione di contenuti presentati in forma digitale e multimediale, da un uso attivo delle medesime, ossia l'impiego di specifici strumenti tramite i quali è richiesto all'utente di creare contenuti e quindi rappresentare in forma autonoma e originale la propria conoscenza. Per lo sviluppo di tali capacità bisogna prevedere l'acquisizione di competenze tecniche legate all'uso degli specifici strumenti, rappresentati da particolari softwares didattici o 'general purpose', ma soprattutto progettare specifici compiti che richiedano l'impiego strategico di tali strumenti digitali in modo combinato o alternativo a quelli tradizionali.

²⁵ Anche in questo caso utilizziamo la definizione proposta da Wikipedia di cui riportiamo qui una più ampia citazione:

"Le Tecnologie dell'informazione e della comunicazione sono l'insieme dei metodi e delle tecnologie che realizzano i sistemi di trasmissione, ricezione ed elaborazione di informazioni (tecnologie digitali comprese), L'uso della tecnologia nella gestione e nel trattamento delle informazioni assume crescente importanza strategica per le organizzazioni. Le istituzioni educative in particolare prevedono, attraverso il proprio progetto educativo, appositi percorsi di formazione ed utilizzo trasversale delle TIC per le diverse discipline. Oggi l'informatica (apparecchi digitali e programmi software) e le telecomunicazioni (le reti telematiche) sono i due pilastri su cui si regge la "società della comunicazione"."
http://it.wikipedia.org/wiki/Tecnologie_dell'informazione_e_della_comunicazione

La premessa sin qui sviluppata può apparentemente sviare l'attenzione dall'obiettivo principale del presente paragrafo, ma è in realtà fondamentale per interpretare le specifiche iniziative messe in atto nel nostro paese per favorire l'integrazione non tanto dell'informatica quanto invece delle ICT nei curricula scolastici. A tal proposito vogliamo citare inizialmente una significativa sperimentazione costituita dal *Progetto 2002*, avviata dal Ministero della Pubblica Istruzione nel 1997. La finalità generale del progetto, che va inquadrata nella più generale direttiva di quegli anni volta a creare un biennio unificato per la scuola secondaria di secondo grado, sono definiti nel relativo Documento di Lavoro²⁶:

2. [...] l'ipotesi sperimentale qui presentata tende a sviluppare e a tradurre operativamente, in un nuovo assetto organizzativo e curricolare del biennio, una concezione della scuola secondo la quale essa non è solo la sede privilegiata per l'acquisizione di adeguati livelli di conoscenze e di competenze individuali, ma anche, in senso generale, fattore primario della crescita culturale, civile, sociale ed economica e mezzo fondamentale per la prevenzione e la riduzione del disagio e delle disuguaglianze.

Quello che interessa evidenziare del *Progetto 2002* è che nell'Area di equivalenza (che nell'organizzazione sperimentale dei curricula era comune a tutti gli indirizzi) veniva inserita la materia 'Tecnologie dell'informazione e della comunicazione' che prevedeva 66 ore annuali di lezione frontale. Quale dovesse essere la specificità di tale materia la possiamo desumere dal relativo programma ministeriale²⁷:

1. Configurazione della disciplina

1.1 Le tecnologie dell'informazione e della comunicazione rientrano nell'area dell'equivalenza a fianco di discipline di base in una dimensione di trasversalità; non possono configurarsi come una disciplina in senso stretto, una materia intesa nel senso comune, bensì come un'area "ad ampio spettro" in cui possano confluire diversi apporti culturali funzionali ad una comune azione normativa, quella di sviluppare una cultura della tecnologia attraverso un uso consapevole dei suoi strumenti:

un'area che, pur ritrovando una propria identità culturale, offre criteri e strumentazione di lavoro e di studio che possano essere utili a tutte le discipline;

un'area in cui non si promuova un'azione didattica con i media e neppure soltanto sui media, bensì una didattica dentro i media;

un'area che sia un laboratorio in cui favorire una concreta interazione tra l'allievo e le tecnologie.

2. Finalità dell'insegnamento

Il docente dovrà:

²⁶ Biennio di orientamento mirato. Ipotesi di sperimentazione da attuare nei primi due anni di scuola secondaria superiore. Roma - 23.05.1997.

<http://www.edscuola.it/archivio/norme/programmi/p20021.html>

²⁷ Il programma è riportato sul sito della casa editrice Paramond nel quale sono raccolti i programmi ministeriali degli Istituti Tecnici e Professionali aggiornati al 19/03/2007. In particolare i programmi relativi al "Progetto 2002" sono riportati in

http://www.paramond.it/old/art/9909_programmi/html/ipsc2002.html

- condurre gli studenti a un utilizzo consapevole e finalizzato dei mezzi e dei modi del comunicare e dell'operare attraverso le nuove tecnologie;
- rendere gli studenti autonomi nella scelta dei mezzi, multimediali e non, e delle forme più opportune per comunicare;
- condurre gli studenti alla consapevolezza delle ricadute che le nuove tecnologie hanno sia nei processi dell'apprendimento sia nei campi umano e sociale.

3. Obiettivi di apprendimento

Alla fine del biennio gli studenti dovranno:

- conoscere, comprendere e descrivere i concetti fondamentali che sono alla base della comunicazione;
- conoscere gli strumenti tecnologici presi in esame, la loro funzionalità e i loro campi applicativi;
- usare con sufficiente autonomia e consapevolezza gli strumenti fondamentali, sia hardware sia software;
- saper selezionare le informazioni, le tecniche e i mezzi da utilizzare, in ordine ai fini che si sono proposti;
- saper raccogliere, archiviare ed elaborare dati;
- saper utilizzare e costruire ipertesti;
- saper comunicare ed effettuare ricerche utilizzando reti telematiche;
- essere consapevoli delle implicazioni umane e sociali che derivano dall'interazione uomo/macchina.

È importante osservare come nell'impostazione del progetto fosse ben presente la visione delle ICT come strumenti funzionali allo sviluppo intellettuale e alla crescita culturale degli studenti e conseguentemente da pensarsi in stretto rapporto con tutte le discipline curriculari. Tuttavia proprio la genericità della struttura organizzativa proposta (*"Le tecnologie dell'informazione e della comunicazione non possono configurarsi come una disciplina in senso stretto, una materia intesa nel senso comune, bensì come un'area 'ad ampio spettro'..."*) impediva di definire in termini più precisi in che modo gli obiettivi di apprendimento previsti dovessero integrarsi con quelli delle altre discipline tradizionali.

Uscendo dal panorama delle iniziative sperimentali, quello che interessa qui sviluppare è il discorso relativo alle indicazioni proposte a livello centrale e valide per l'insegnamento della matematica.

La prima importante osservazione, ancora di carattere generale, riguarda il rapporto tra stato centrale e singole istituzioni scolastiche nella definizione di curricula, ossia la natura stessa degli interventi che il ministero esercita nel definire le conoscenze e le competenze da apprendere rispetto a quanto insegnato nei singoli istituti scolastici. In tal senso il nostro sistema educativo ha subito un significativo cambiamento con l'avvio dell'autonomia scolastica (L. 59/1997, art. 21) e la sua successiva regolamentazione (DPR 275/1999), che hanno comportato una riduzione del tradizionale centralismo dei 'Programmi Ministeriali' sostituiti dalle 'Indicazioni

Nazionali'. Nello specifico, con il riconoscimento dell'autonomia alle istituzioni scolastiche, la definizione dei programmi da svolgere viene affidato alla singola scuola per mezzo del Piano dell'Offerta Formativa²⁸.

Art. 3 - Piano dell'offerta formativa

1. Ogni istituzione scolastica predispone, con la partecipazione di tutte le sue componenti, il Piano dell'offerta formativa. Il Piano è il documento fondamentale costitutivo dell'identità culturale e progettuale delle istituzioni scolastiche ed esplicita la progettazione curricolare, extracurricolare, educativa ed organizzativa che le singole scuole adottano nell'ambito della loro autonomia.

2. Il Piano dell'offerta formativa è coerente con gli obiettivi generali ed educativi dei diversi tipi e indirizzi di studi determinati a livello nazionale a norma dell'articolo 8 e riflette le esigenze del contesto culturale, sociale ed economico della realtà locale, tenendo conto della programmazione territoriale dell'offerta formativa. Esso comprende e riconosce le diverse opzioni metodologiche, anche di gruppi minoritari, e valorizza le corrispondenti professionalità.

3. Il Piano dell'offerta formativa è elaborato dal collegio dei docenti sulla base degli indirizzi generali per le attività della scuola e delle scelte generali di gestione e di amministrazione definiti dal consiglio di circolo o di istituto, tenuto conto delle proposte e dei pareri formulati dagli organismi e dalle associazioni anche di fatto dei genitori e, per le scuole secondarie superiori, degli studenti. Il Piano è adottato dal consiglio di circolo o di istituto.

4. Ai fini di cui al comma 2 il dirigente scolastico attiva i necessari rapporti con gli Enti locali e con le diverse realtà istituzionali, culturali, sociali ed economiche operanti sul territorio.

5. Il Piano dell'offerta formativa è reso pubblico e consegnato agli alunni e alle famiglie all'atto dell'iscrizione.

Come si evince dal testo, lo Stato conserva un ruolo di controllo e regolamentazione delle attuazioni curricolari definite dai singoli istituti, come specificato nel articolo 8 del medesimo DPR

Art. 8 - Definizione dei curricoli

1. Il Ministro della Pubblica Istruzione, previo parere delle competenti commissioni parlamentari sulle linee e sugli indirizzi generali, definisce a norma dell'articolo 205 del decreto legislativo 16 aprile 1994, n. 297, sentito il Consiglio Nazionale della Pubblica Istruzione, per i diversi tipi e indirizzi di studio:

- a) gli obiettivi generali del processo formativo;
- b) gli obiettivi specifici di apprendimento relativi alle competenze degli alunni;
- c) le discipline e le attività costituenti la quota nazionale dei curricoli e il relativo monte ore annuale;
- d) l'orario obbligatorio annuale complessivo dei curricoli comprensivo della quota nazionale obbligatoria e della quota obbligatoria riservata alle istituzioni scolastiche;
- e) i limiti di flessibilità temporale per realizzare compensazioni tra discipline e attività della quota nazionale del curricolo;
- f) gli standard relativi alla qualità del servizio;
- g) gli indirizzi generali circa la valutazione degli alunni, il riconoscimento dei crediti e dei debiti formativi;

²⁸ DPR 275 del 8 Marzo 1999, REGOLAMENTO IN MATERIA DI AUTONOMIA DELLE ISTITUZIONI SCOLASTICHE.

h) i criteri generali per l'organizzazione dei percorsi formativi finalizzati all'educazione permanente degli adulti, anche a distanza, da attuare nel sistema integrato di istruzione, formazione, lavoro, sentita la Conferenza unificata Stato-regioni-città ed autonomie locali.

2. Le istituzioni scolastiche determinano, nel Piano dell'offerta formativa il curriculum obbligatorio per i propri alunni in modo da integrare, a norma del comma 1, la quota definita a livello nazionale con la quota loro riservata che comprende le discipline e le attività da esse liberamente scelte. Nella determinazione del curriculum le istituzioni scolastiche precisano le scelte di flessibilità previste dal comma 1, lettera e).

3. Nell'integrazione tra la quota nazionale del curriculum e quella riservata alle scuole è garantito il carattere unitario del sistema di istruzione ed è valorizzato il pluralismo culturale e territoriale, nel rispetto delle diverse finalità della scuola dell'obbligo e della scuola secondaria superiore.

4. La determinazione del curriculum tiene conto delle diverse esigenze formative degli alunni concretamente rilevate, della necessità di garantire efficaci azioni di continuità e di orientamento, delle esigenze e delle attese espresse dalle famiglie, dagli Enti locali, dai contesti sociali, culturali ed economici del territorio. Agli studenti e alle famiglie possono essere offerte possibilità di opzione.

5. Il curriculum della singola istituzione scolastica, definito anche attraverso un'integrazione tra sistemi formativi sulla base di accordi con le Regioni e gli Enti locali, negli ambiti previsti dagli articoli 138 e 139 del decreto legislativo 31 marzo 1998, n. 112 può essere personalizzato in relazione ad azioni, progetti o accordi internazionali.

6. L'adozione di nuove scelte curriculari o la variazione di scelte già effettuate deve tenere conto delle attese degli studenti e delle famiglie in rapporto alla conclusione del corso di studi prescelto.

Le direttive contenute nel citato DPR hanno trovato concreta applicazione nei successivi interventi legislativi. Per quanto riguarda l'istruzione primaria e secondaria di primo grado le Indicazioni Nazionali sono state definite attraverso il Decreto Legislativo del 19 febbraio 2004, n. 59 mentre per l'istruzione secondaria di secondo grado, si è dovuto attendere il piano di riordino promosso dall'allora ministro Gelmini. In particolare per i licei, le Indicazioni Nazionali vengono formulate in termini generali nel Decreto del Presidente della Repubblica del 15 marzo n. 89 (*"Revisione dell'assetto ordinamentale, organizzativo e didattico dei licei ai sensi dell'articolo 64, comma 4, del decreto legge 25 giugno 2008, n. 112, convertito dalla legge 6 agosto 2008, n. 133"*) e successivamente dettagliate nel Decreto Interministeriale del 7 ottobre 2010 n. 211 (*Regolamento recante "Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali di cui all'articolo 10, comma 3, del decreto del Presidente della Repubblica 15 marzo 2010, n. 89, in relazione all'articolo 2, commi 1 e 3, del medesimo regolamento"*).

Sofferriamo la nostra attenzione su queste ultime due normative citate²⁹, con particolare riferimento ai licei scientifici. Nella prima, ossia il DPR 15/03/2010 n.89 – Allegato A, troviamo alcuni riferimenti più o meno espliciti alle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nella sezione *“Risultati di apprendimento comuni a tutti i percorsi liceali”*:

A conclusione dei percorsi di ogni liceo gli studenti dovranno:

1. Area metodologica

[...]

2. Area logico-argomentativa

[...]

- Essere in grado di leggere e interpretare criticamente i contenuti delle diverse forme di comunicazione.

3. Area linguistica e comunicativa

[...]

- Saper utilizzare le tecnologie dell'informazione e della comunicazione per studiare, fare ricerca, comunicare.

4. Area storico-umanistica

[...]

- Collocare il pensiero scientifico, la storia delle sue scoperte e lo sviluppo delle invenzioni tecnologiche nell'ambito più vasto della storia delle idee.

5. Area scientifica, matematica e tecnologica

[...]

- Essere in grado di utilizzare criticamente strumenti informatici e telematici nelle attività di studio e di approfondimento; comprendere la valenza metodologica dell'informatica nella formalizzazione e modellizzazione dei processi complessi e nell'individuazione di procedimenti risolutivi.

Nella sezione *“Risultati di apprendimento dei distinti percorsi liceali”* sono presenti diverse indicazioni soprattutto per quanto riguarda i distinti indirizzi del Liceo Artistico, mentre per il Liceo Scientifico appaiono solo i seguenti passaggi:

“Il percorso del liceo scientifico è indirizzato allo studio del nesso tra cultura scientifica e tradizione umanistica. Favorisce l'acquisizione delle conoscenze e dei metodi propri della

²⁹ Vale la pena ricordare come tali normative siano ispirate alle indicazioni di politica educativa espresse dall'Unione Europea.

In particolare nel DPR 15/03/2010 n.89 si richiama la Raccomandazione 2006/961/CE, del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente e la Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio, del 23 aprile 2008, sulla costituzione del Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente.

Mentre nel D.Interm. 07/10/2010 n. 211 – ALLEGATO A si precisa che *“Le Indicazioni nazionali sono state calibrate tenendo conto delle strategie suggerite nelle sedi europee ai fini della costruzione della ‘società della conoscenza’, dei quadri di riferimento delle indagini nazionali e internazionali e dei loro risultati”*, dove le indagini internazionali sono rappresentate dalle rilevazioni OCSE PISA (competenze in lettura, matematica e scienze per i quindicenni) e IEA TIMSS

ADVANCED (matematica e scienze all'ultimo anno delle superiori). Inoltre, sempre nel medesimo allegato A si precisa il significato del termine 'competenza' prendendo a riferimento la definizione contenuta nella Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio del 23 aprile 2008 sulla costituzione del Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente, ossia *“Comprovata capacità di utilizzare conoscenze, abilità e capacità personali, sociali e/o metodologiche, in situazioni di lavoro o di studio e nello sviluppo professionale e personale”*.

matematica, della fisica e delle scienze naturali. Guida lo studente ad approfondire e a sviluppare le conoscenze e le abilità e a maturare le competenze necessarie per seguire lo sviluppo della ricerca scientifica e tecnologica e per individuare le interazioni tra le diverse forme del sapere, assicurando la padronanza dei linguaggi, delle tecniche e delle metodologie relative, anche attraverso la pratica laboratoriale” (art. 8 comma 1).

[...]

Gli studenti, a conclusione del percorso di studio, oltre a raggiungere i risultati di apprendimento comuni, dovranno:

[...]

- saper utilizzare gli strumenti informatici in relazione all’analisi dei dati e alla modellizzazione di specifici problemi scientifici e individuare la funzione dell’informatica nello sviluppo scientifico;

[...]

Nel successivo D.Interm. 07/10/2010 n. 211, a parte le indicazioni generali presenti nell’Allegato A che di fatto ricalcano quanto proposto nel precedente DPR, negli Allegati B-G sono specificate articolazioni molto più dettagliate degli obiettivi di apprendimento per le discipline curriculari di ogni tipologia di liceo. Per quanto riguarda il ruolo delle ICT nell’insegnamento della matematica le indicazioni tendono a ripetersi uguali per ogni tipologia di liceo. Prendiamo a riferimento l’Allegato F relativo al Liceo Scientifico³⁰. Sul piano culturale nella sezione introduttiva “LINEE GENERALI E COMPETENZE” è presente un rapido accenno al ruolo che le tecnologie hanno giocato nello sviluppo del pensiero matematico e viceversa come questo ha influito sulla loro evoluzione:

Lo studente avrà acquisito una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, avrà acquisito il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: [...] la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi (tecnologia, scienze sociali, economiche, biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica.

Come si nota non viene fatto esplicito riferimento alle tecnologie dell’informazione e della comunicazione, ma semplicemente al concetto generale di tecnologia.

Sempre nella medesima sezione introduttiva troviamo elencate le indicazioni relative ai “*gruppi di concetti e metodi che saranno obiettivo dello studio*”, tra cui il seguente riferimento alle ICT:

³⁰ Nel prendere in esame le Indicazioni Nazionali per il curriculum di matematica contenute nei suddetti allegati del D.Interm. 07/10/2010 n. 211 non si può fare a meno di sottolineare come tali indicazioni siano ampiamente ispirate all’importante lavoro sviluppato qualche anno prima dall’Unione Matematica Italiana, la Società Italiana di Statistica e la Mathesis e riassunto nel documento *MATEMATICA 2003. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo secondario*. Ad esempio l’articolazione dei contenuti in nuclei tematici contenuta nel decreto, e a cui faremo riferimento a breve nel testo principale, rappresenta una versione semplificata di quella proposta nel citato documento.

6) costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;

Una più ampia precisazione sulla loro valenza metodologica appare in calce all'elenco:

Al termine del percorso didattico lo studente avrà approfondito i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni), conoscerà le metodologie di base per la costruzione di un modello matematico di un insieme di fenomeni, saprà applicare quanto appreso per la soluzione di problemi, anche utilizzando strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo. Tali capacità operative saranno particolarmente accentuate nel percorso del liceo scientifico, con particolare riguardo per quel che riguarda la conoscenza del calcolo infinitesimale e dei metodi probabilistici di base. Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici. L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire familiarità con tali strumenti e per comprenderne il valore metodologico. Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche. L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi e senza compromettere la necessaria acquisizione di capacità di calcolo mentale.

Nella successiva sezione "OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO" troviamo spiegato come le succitate raccomandazioni si specificano in rapporto ai contenuti curriculari sviluppati durante i cinque anni del corso liceale. A tal proposito è importante ricordare che la struttura generale delle Indicazioni Nazionali prevede un articolazione degli obiettivi di apprendimento divisa in "PRIMO BIENNIO", "SECONDO BIENNIO" e "QUINTO ANNO" e inoltre che per quanto riguarda la matematica tali obiettivi sono suddivisi in cinque nuclei tematici: Aritmetica e algebra, Geometria, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni, Elementi di informatica.

L'elemento più significativo e sorprendente del documento è che le indicazioni sia relative all'informatica che alle tecnologie dell'informazione e della comunicazione appaiano citate solo nella sottosezione relativa al "PRIMO BIENNIO", mentre non compare nessun riferimento per i successivi tre anni del corso. In particolare le competenze richieste agli studenti rispetto all'uso delle ICT sono così suddivise rispetto ai vari nuclei tematici:

Aritmetica e algebra

Il primo biennio sarà dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico. Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.

[...]

Geometria

[...]

La realizzazione di costruzioni geometriche elementari sarà effettuata sia mediante strumenti tradizionali (in particolare la riga e compasso, sottolineando il significato storico di questa metodologia nella geometria euclidea), sia mediante programmi informatici di geometria.

[...]

Relazioni e funzioni

[...]

Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.

Dati e previsioni

Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.

[...]

Elementi di informatica

Lo studente diverrà familiare con gli strumenti informatici, al fine precipuo di rappresentare e manipolare oggetti matematici e studierà le modalità di rappresentazione dei dati elementari testuali e multimediali. Un tema fondamentale di studio sarà il concetto di algoritmo e l'elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche nel caso di problemi semplici e di facile modellizzazione; e, inoltre, il concetto di funzione calcolabile e di calcolabilità e alcuni semplici esempi relativi.

Dai passaggi sopra riportati e che definiscono nello specifico il tipo di integrazione delle ICT che il ministero prevede in relazione ai curricoli di matematica nei licei, si possono evidenziare i seguenti elementi critici:

- Appare ripetutamente il termine "*strumenti informatici*", senza che tuttavia venga specificato con maggior dettaglio quali siano tali strumenti. Solo alla voce Geometria si parla di "*programmi informatici di geometria*", ma anche qui non viene fatto riferimento esplicito ai Dynamic Geometry System o ad altra tipologia individuata dalla Mathematics Education.
- Il riferimento agli "*strumenti informatici*" appare in diversi nuclei tematici del curricolo, ma non viene specificata la loro applicazione in relazione a più puntuali contenuti disciplinari. Questa genericità può tuttavia essere giustificata tenendo conto della natura delle Indicazioni Nazionali che non intendono vincolare eccessivamente il successivo lavoro di programmazione didattica dei singoli insegnanti.
- Alla voce "Elementi di informatica" la frase iniziale "*Lo studente diverrà familiare con gli strumenti informatici, al fine precipuo di rappresentare e manipolare oggetti matematici*" lascia presupporre che l'obiettivo d'apprendimento principale sia rappresentato dalla capacità di utilizzare tali strumenti per lo sviluppo funzionale di contenuti appartenenti ad altri nuclei tematici. È significativo a tal proposito che nella voce non si faccia alcun riferimento ai linguaggi di

programmazione, ma solo al *“concetto di algoritmo”* e alla *“elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche”*.

- Non è previsto quasi nessun impiego di tecnologie informatiche per lo studio dell'aritmetica e dell'algebra. L'unico debole riferimento alla relativa voce è presente nella frase *“Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale”*. Anche ammettendo che il termine *“strumenti”* sottintenda *“informatici”*, resta il fatto che l'uso delle tecnologie viene escluso completamente dallo studio dell'algebra.

Possiamo concludere che i passaggi normativi sopra citati costituiscono un segnale della volontà del ministero di uscire dall'astratta raccomandazione di impiego delle ICT nelle pratiche di insegnamento e rappresentano un tentativo di specificare il ruolo che tali tecnologie debbano svolgere in rapporto agli specifici obiettivi di apprendimento; ma al tempo stesso l'intervento proposto si configura al momento in termini un po' generici e parziali. La mancanza di indicazioni più specifiche e alcune visibili assenze tradiscono forse la preoccupazione che una presenza più incisiva delle tecnologie informatiche nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica possa compromettere lo sviluppo di alcune competenze repute sin ora fondamentali per lo studente, in particolare l'acquisizione di abilità di calcolo algebrico e infinitesimale facilmente eseguibili tramite numerosi prodotti informatici presenti sul mercato digitale³¹.

³¹ Per chiarire meglio la debolezza della proposta ministeriale in merito all'integrazione delle ICT nel curriculum di matematica torniamo a fare riferimento al già citato documento MATEMATICA 2003, confrontando le indicazioni contenute nel Regolamento appena discusso con quelle presenti nella Premessa del documento alla sezione *Laboratorio di matematica*.

In primo luogo l'uso delle tecnologie informatiche viene inquadrato nel concetto più ampio di laboratorio il quale *“non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici”*. Dunque la valenza didattica delle tecnologie digitali viene chiaramente esplicitata e ruota intorno all'importante processo semantico di costruzione dei significati. *“La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività. È necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un'evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usare lo strumento; l'appropriazione del significato, inoltre, richiede anche riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte.”*

Tale debolezza di intervento può essere constatata anche analizzando l'altro campo d'azione che, oltre alle Indicazioni Nazionali di curricolo, consente al ministero di orientare le pratiche di insegnamento della matematica, ossia le attività di valutazione degli apprendimenti definite a livello centrale. In tal senso il ministero può far leva su due principali strumenti: da un lato gli esami di stato previsti al termine di ogni ciclo di istruzione e dall'altro le prove messe a punto dall'INVALSI, ossia l'Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema educativo di Istruzione e di formazione.

Limitando ancora la nostra discussione alla scuola secondaria di secondo grado, per quanto riguarda la valutazione degli apprendimenti di matematica l'unico indirizzo di studi che prevede una prova nazionale è il Liceo Scientifico attraverso la seconda prova scritta del relativo esame di stato. Su tale fronte al momento il Ministero segue una linea molto prudente circa l'uso di strumenti informatici. Il solo al momento consentito è la "calcolatrice non programmabile" ³². Con tale espressione, si intendono le calcolatrici scientifiche che non possono né essere programmate né permettono la visualizzazione di grafici di funzioni o altra rappresentazione grafica di oggetti matematici. Inoltre, al di là degli strumenti consentiti, ciò che è importante sottolineare è che i temi proposti nelle prove assegnate annualmente non hanno quasi mai previsto un problema o un quesito che richiedesse esplicitamente l'uso della calcolatrice. Una delle poche eccezioni in tal senso è rappresentata dal Problema 2 del Tema di Matematica dell'Esame di Stato di Liceo Scientifico – Corsi di Ordinamento dell'anno scolastico 2010-2011:

PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita sull'insieme \mathbb{R} dei numeri reali da

$$f(x) = (ax + b)e^{-\frac{1}{x}} + 3$$

dove a e b sono due reali che si chiede di determinare sapendo che f ammette un massimo nel punto d'ascissa 4 e che $f(0) = 2$.

1. Si provi che $a = 1$ e $b = -1$.
2. Si studi su \mathbb{R} la funzione $f(x) = (ax + b)e^{-\frac{1}{x}} + 3$ e se ne tracci il grafico Γ nel sistema di

Inoltre i generici "strumenti informatici" a cui si riferisce il Regolamento ministeriale vengono qui citati esplicitamente e affiancati ad altri strumenti tradizionali. *"Gli strumenti possono essere di tipo tradizionale oppure tecnologicamente avanzati; ne citiamo, a scopo esemplificativo, alcuni: I materiali "poveri" [...] Le macchine matematiche [...] I software di geometria dinamica [...] I software di manipolazione simbolica [...] I fogli elettronici [...] Le calcolatrici grafico-simboliche [...]"*.

In fine il particolare valore del lavoro MATEMATICA 2003 risiede nell'ampia varietà di attività didattiche allegate che permettono una chiara esemplificazione delle indicazioni metodologiche e curricolari proposte, tra cui appunto quelle esposte alla suddetta sezione *Laboratorio di matematica*.

³² In calce ai testi delle seconde prove dell'esame di stato per il Liceo Scientifico sia del Corso di Ordinamento che del Corso Sperimentale PNI appare la seguente dicitura: *"È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile"*.

3. riferimento Oxy.
4. Si calcoli l'area della regione di piano del primo quadrante delimitata da Γ , dall'asse y e dalla retta $y = 3$.
5. Il profitto di una azienda, in milioni di euro, è stato rappresentato nella tabella sottostante designando con x_i l'anno di osservazione e con y_i il corrispondente profitto.

Anno	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65

Si cerca una funzione che spieghi il fenomeno dell'andamento del profitto giudicando accettabile una funzione g definita su \mathbb{R}^+ se per ciascun x_i , oggetto dell'osservazione, si ha: $|g(x_i) - y_i| \leq 10^{-1}$. Si verifichi, con l'aiuto di una calcolatrice, che è accettabile la funzione f del punto 2 e si dica, giustificando la risposta, se è vero che, in tal caso, l'evoluzione del fenomeno non potrà portare a profitti inferiori ai 3 milioni di euro.

Come si può notare l'impiego della calcolatrice è previsto per lo svolgimento del quinto punto del problema e di fatto richiede semplicemente l'esecuzione di alcune calcoli aritmetici che coinvolgono operazioni con un esponenziale.

In fine per quanto riguarda il Servizio Nazionale di Valutazione avviato per la scuola secondaria di secondo grado dall'anno scolastico 2010-11 e gestito dall'INVALSI, le due prove di matematica sin ora somministrate agli studenti quindicenni mirano a valutare gli apprendimenti in relazione a due dimensioni³³:

- I. i contenuti matematici: divisi per grandi blocchi o nuclei: Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Misure, dati e previsioni;
- II. i processi coinvolti nel lavoro matematico e nella risoluzione di problemi.

Dunque i contenuti vengono articolati attraverso i medesimi nuclei tematici individuati utilizzati nelle Indicazioni Nazionali di curriculum precedentemente discusse, mentre i processi sono così dettagliati:

1. conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...);
2. conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...);
3. conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...);
4. sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...);
5. sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o

³³ INVALSI. Quadro di riferimento della prova di matematica. Versione aggiornata al 2.03.11. http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/QDR/QdR_Matematica.pdf

lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...);

6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...);

7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).

8. saper riconoscere le forme nello spazio (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...)

Come si può osservare non è presente nessuna esplicita indicazione relativa all'uso di tecnologie informatiche ed in effetti i quesiti formulati, sia per la prova del 2010-2011 che per quella del 2011-2012, non prevedono in alcun modo l'impiego di tali tecnologie.

CAPITOLO III

IL PROBLEMA DI RICERCA

AFFRONTATO:

LA DIFFICOLTÀ DI INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE NELLE PRATICHE DI INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

LA DIFFUSIONE DELLE ICT NEI CONTESTI EDUCATIVI FORMALI: IL PANORAMA INTERNAZIONALE ATTRAVERSO LE INDAGINI COMPARATIVE

Il prepotente sviluppo del settore industriale delle tecnologie informatiche ha dato il via negli ultimi decenni a quella che viene ormai comunemente definita *rivoluzione digitale*. La produzione e commercializzazione a bassi costi di tali tecnologie ne ha permesso una sempre più ampia possibilità di applicazione in ogni forma di attività umana che richieda la creazione, memorizzazione e scambio di informazioni. Come conseguenza si è assistito ad una crescente fiducia nelle potenzialità del digitale circa i suoi impieghi in molteplici settori della vita pubblica e privata, e ad una capillare diffusione di una vasta gamma di strumenti di cui il computer e le reti telematiche rappresentano gli oggetti simbolicamente e concretamente più rappresentativi, ma che vengono in termini più generali definiti Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione (ICT).

Il settore dell'educazione è stato anch'esso coinvolto da tale processo, in parte in modo naturale in quanto contaminato dalle abitudini digitali che le proprie comunità di riferimento vengono importando all'interno delle pratiche di insegnamento e apprendimento, ma soprattutto attraverso una persistente azione istituzionale sviluppata a livello globale da organizzazioni transnazionali e a livello locale dai governi dei singoli paesi attraverso specifiche politiche educative.

Un'ampia panoramica delle strategie e delle azioni condotte per la diffusione delle ICT e lo sviluppo di una cultura digitale nei sistemi di istruzione, con particolare riferimento allo scenario europeo e allo specifico contesto italiano, è stata presentata nel precedente capitolo. Quello che interessa qui sottolineare è che, nei limiti delle proprie risorse economiche e del proprio livello di sviluppo tecnologico, una gran parte dei

paesi del pianeta, ha effettuato notevoli investimenti, sia in termini di infrastrutture che di *know how*, per favorire l'integrazione di strumenti informatici e multimediali nelle pratiche di insegnamento.

Parallelamente, le azioni istituzionali sono state accompagnate e sostenute da molteplici settori di ricerca interessati a studiare le potenzialità delle ICT in rapporto ai fenomeni educativi in contesti formali. La letteratura prodotta in tal senso è estremamente vasta ed ha rappresentato un costante riferimento per policy makers e stake holders sul piano teorico e applicativo nel cercare di chiarire il ruolo delle tecnologie sia come *oggetto*, in grado di influire sui contenuti e gli obiettivi curricolari, che come *mezzo*, capace di favorire i processi di insegnamento-apprendimento (Voogt, 2008).

Presentare gli orientamenti che attualmente dominano lo scenario della ricerca educativa è un compito che trascende gli obiettivi del presente lavoro (l'argomento verrà parzialmente ripreso nella prima parte del quarto capitolo. Cfr. il paragrafo LE TECNOLOGIE EDUCATIVE. ALCUNE CONSIDERAZIONI DI CARATTERE GENERALE). Ai fini di quanto diremo nel seguito è sufficiente precisare che tra i principali paradigmi pedagogici di riferimento, su cui costruire possibili modelli di integrazione delle ICT nei sistemi educativi, quello che attualmente riscuote particolare successo è il paradigma costruttivista. Tuttavia bisogna precisare che il costruttivismo rappresenta, prima ancora che un paradigma pedagogico, una corrente di pensiero estremamente ampia, che trova il suo fondamento e le sue origini negli studi filosofia e psicologia. Nel corso degli ultimi decenni, partendo da presupposti costruttivisti si sono venute sviluppando all'interno della ricerca educativa una moltitudine di teorie e proposte d'intervento che spaziano in modo trasversale tra distinti ambiti disciplinari o che spesso finiscono per accomunarsi semplicemente in quanto in opposizione a modelli educativi tradizionali. *“Il termine costruttivismo è oggi usato in un ventaglio drammaticamente ampio di interpretazioni”* (D'Amore, 2001). Per quanto riguarda il nostro discorso si tenga presente che in questo e nel successivo paragrafo, nel discutere l'integrazione delle ICT nei sistemi educativi da un punto di vista generale, utilizzeremo il termine costruttivista facendo riferimento a posizioni pedagogiche riconducibili al già citato *Twenty-First Century Skills Movement* (cfr. l'ultima parte del secondo paragrafo del capitolo precedente: *IL CONTESTO INTERNAZIONALE DI RIFERIMENTO. IL RUOLO DELLE TECNOLOGIE*

DELL'INFORMAZIONE E DELLA COMUNICAZIONE NELLE STRATEGIE DELL'UNIONE EUROPEA). Mentre nei successivi paragrafi del capitolo prenderemo in considerazione come modello costruttivista quello elaborato dalla scuola francese con preciso riferimento ai processi di insegnamento-apprendimento della matematica (Chevallard, 1985; Brousseau, 1997)

Il fenomeno che intendiamo presentare nelle sue linee generali si sviluppa a partire dalle premesse sin qui esposte, e riguarda i cambiamenti nelle pratiche educative dovuti all'ingresso delle ICT nei sistemi d'istruzione, cambiamenti incentivati dalle azioni istituzionali, e orientati dall'ampia attività di ricerca che ha cercato di chiarire le finalità e i modi attraverso i quali tali tecnologie dovessero essere impiegate.

Trattandosi di un fenomeno su così ampia scala, presenta caratteristiche e dinamiche di sviluppo estremamente complesse che variano in modo significativo da un'area geografica all'altra. Quello che tuttavia sembra emergere come aspetto ricorrente dalle indagini internazionali e nazionali è una persistente difficoltà e resistenza da parte delle comunità educative nell'integrare tali tecnologie come strumenti didattici all'interno delle proprie pratiche.

A tal proposito bisogna premettere che a livello internazionale non esistono dati che offrano un quadro esaustivo sulla presenza e l'uso delle ICT nei sistemi di istruzione. Gli unici studi espressamente centrati sul tema sono quelli condotti dallo IEA: SITES-M1, SITES-M2 e SITES 2006 (*Second Information Technology in Education Study*) i quali mirano soprattutto ad indagare in che misura l'uso delle ICT favoriscono un cambiamento degli approcci pedagogici in alcuni paesi rappresentativi principalmente dell'area economico culturale di impronta occidentale³⁴. Offriamo una breve sintesi dei suddetti studi.

³⁴ Più precisamente i paesi coinvolti nei tre studi citati sono stati:

- SITES M-1: Belgium (French), Bulgaria, Canada, Chinese Taipei, Cyprus, Czech Republic, Denmark, England Finland, France, Hong Kong SAR, Hungary, Iceland, Israel, Italy, Japan, Latvia, Lithuania, Luxembourg, Netherlands Norway, New Zealand, Russian Federation, Singapore, Slovak Republic, Slovenia, South Africa, Thailand and United States.
- SITES M-2: Australia, Canada, Chile, Chinese Taipei, Czech Republic, Denmark, England, Finland, France, Germany, Hong Kong SAR, Israel, Italy, Japan, Korea, Latvia, Lithuania, Netherlands, Norway, Philippines, Portugal, Russian Federation, Singapore, Slovak Republic, South Africa, Spain (Catalonia), Thailand, and United States.
- SITES 2006: Canada (Alberta and Ontario), Chile, Chinese Taipei, Denmark, Estonia, Finland, France, Hong Kong SAR, Israel, Italy, Japan, Lithuania, Norway, Russian Federation (with Moscow as a

• **SITES-M1 (1998-1999)**³⁵. L'indagine condotta su un campione di scuole di 26 paesi appartenenti a tutti i livelli di istruzione era rivolta ai dirigenti scolastici e ai responsabili delle risorse tecnologiche presenti negli istituti. Lo studio aveva come finalità quella di valutare:

- la quantità e qualità di ICT disponibili nelle scuole (computers, softwares, accesso a internet, etc.)
- in che misura il management della scuola garantisse un contesto favorevole all'uso delle ICT
- il livello di supporto tecnico per la gestione e manutenzione delle ICT
- in che misura le scuole adottassero obiettivi e pratiche che favorivano strategie di apprendimento autonome.

I risultati hanno evidenziato in quasi tutti i paesi la presenza di piani nazionali per dotare le scuole di risorse digitali. La percentuale media di computers con postazioni multimediali nelle scuole primarie era del 50-75% nella maggior parte dei paesi, mentre a livello di secondarie del 25-50%. Più di un terzo di tutti i paesi aveva avviato dei programmi per garantire alle scuole o ai loro studenti l'accesso ad internet.

I dirigenti scolastici mostravano in generale un'attitudine positiva verso l'uso delle ICT nelle proprie scuole. In oltre alcuni dirigenti riferivano di aver adottato politiche volte all'integrazione delle ICT negli istituti, quali piani per il rinnovo delle risorse informatiche, sviluppo del personale tecnico, acquisto di softwares, uguaglianza di accesso a internet. La maggior parte dei dirigenti dichiarava di avere come obiettivo strategico quello di formare tutti gli insegnanti all'uso delle ICT, ma che tale risultato era stato raggiunto nella maggioranza dei paesi solo in un numero ridotto di scuole.

In alcune scuole, gli insegnanti avevano iniziato ad utilizzare le ICT secondo un approccio pedagogico maggiormente *student-centered* con lo scopo di rendere gli studenti più attivi e responsabili del loro apprendimento.

benchmarking system), Singapore, Slovak Republic, Slovenia, South Africa, Spain (Catalonia), and Thailand.

³⁵ Le informazioni riportate sono desunte dal sito ufficiale di SITES M-1, <http://www.iea.nl/sites-m1.html>

• **SITES-M2 (2001)**³⁶. L'indagine analizzava i risultati provenienti da 174 studi di caso di pratiche didattiche innovative basate sull'uso delle ICT. Le scuole coinvolte appartenevano anche in questo caso a tutti i cicli di istruzione e provenivano da 28 paesi di cui 17 già partecipanti a SITES M-1. Lo studio si proponeva di:

- identificare e descrivere pratiche innovative considerate positivamente da ogni paese partecipante allo studio e che si prestavano ad un'implementazione su grande scala anche in altri paesi.
- fornire ai policy makers informazioni utili per le prese di decisione relative al ruolo che le ICT potevano avere nel migliorare gli obiettivi educativi nazionali.
- fornire agli insegnanti e ad altro personale coinvolto nelle pratiche educative idee innovative sui possibili usi delle ICT in aula.
- identificare i fattori che contribuivano allo sviluppo di efficaci pratiche didattiche basate su tecnologie innovative.

Le analisi dei dati raccolti riguardavano le caratteristiche generali dei casi esaminati, il tipo di attività svolte dagli studenti durante le lezioni ICT-centered e il comportamento degli insegnanti durante tali attività.

I casi mostravano una distribuzione uniforme rispetto ai diversi livelli di istruzione, mentre per quanto riguardava le aree disciplinari vi era una predominanza di quella scientifica e linguistica, con un piccolo gruppo relativo alle scienze sociali o alle materie artistiche. Inoltre molte iniziative coinvolgevano progetti multidisciplinari. Tutti i casi evidenziavano cambiamenti significativi rispetto alle lezioni tradizionali e, al tempo stesso, caratteristiche simili nel modo in cui venivano utilizzate le ICT indipendentemente dal paese nel quale era stata sviluppata la pratica.

Gli studenti venivano coinvolti in attività di impostazione costruttivista, che prevedevano ricerca di informazioni, progettazione di prodotti e pubblicazione o presentazione dei risultati del proprio lavoro. Vi era una forte interazione tra pari all'interno della stessa classe e occasionalmente con studenti di altre classi o di altri paesi. Le tecnologie maggiormente utilizzate per supportare tali attività erano

³⁶ Le informazioni riportate sono desunte dal sito ufficiale di SITES M-2, <http://www.iea.nl/sites-m2.html>

softwares per la produzione di materiali, e-mail, risorse web, e softwares multimediali.

A parte un numero ristretto di situazioni in cui gli insegnanti svolgevano lezioni frontali, nella maggior parte dei casi essi organizzavano attività strutturate per gli studenti e monitoravano o valutavano la prestazione degli studenti. In più del 50% dei casi gli insegnanti collaboravano con i propri colleghi o altro personale esperto esterno alla scuola.

Accanto a tali risultati tuttavia lo studio evidenziava come le innovazioni ICT-based avessero un impatto limitato sulle altre classi o scuole. Negli istituti dove le sperimentazioni erano state sostenute per un certo periodo di tempo la loro successiva continuazione dipendeva dallo sforzo e dalla disponibilità degli insegnanti, dal appoggio degli studenti, dal valore percepito dell'innovazione, dalla possibilità di ulteriori sviluppi professionali per gli insegnanti e dal supporto amministrativo. Aldilà di tali fattori, le nuove pratiche di insegnamento avevano maggiori possibilità di durata se erano sostenute dal contesto scolastico, da forze esterne e da programmi e politiche di appoggio. Particolarmente importante risultava la connessione con i piani nazionali di sviluppo delle ICT capaci di fornire risorse per la continuazione dell'innovazione.

- **SITES 2006**³⁷. L'ultimo studio condotto dallo IEA è focalizzato al ruolo delle ICT nell'insegnamento e apprendimento con particolare riferimento agli ambiti curricolari matematico e scientifico. La metodologia di indagine ricalca in parte quella utilizzata per SITES M-1 (analisi dei dati ricavati dai questionari ai dirigenti scolastici e ai responsabili delle risorse tecnologiche presenti negli istituti), ma in più prende in considerazione i dati derivanti da questionari rivolti agli insegnanti di matematica e scienze per corsi di eighth grade. A differenza delle altre rilevazioni dunque il campione è ristretto ad un solo ciclo di istruzione. I paesi coinvolti sono 20, di cui 15 già partecipanti a SITES-M1.

La finalità dello studio sono:

³⁷ Le informazioni riportate sono desunte dal sito ufficiale di SITES 2006, http://www.iea.nl/sites_2006.html e dalla pubblicazione Law, N., Pelgrum, W.J., & Plomp, T. (Eds.). (2008). *Pedagogy and ICT use in schools around the world: Findings from the IEA SITES 2006 study*. Hong Kong: CERC-Springer.

- Fornire un quadro generale della presenza delle ICT nei sistemi educativi e di come vengano utilizzate nei processi di insegnamento apprendimento.
- Evidenziare in che modo le ICT costituiscano un elemento catalizzante per cambi educativi e innovazioni pedagogiche.
- Individuare le condizioni che influiscono significativamente nell'integrazione delle ICT e nei cambi educativi.

In sostanza SITES 2006 si presenta come naturale prosecuzione dei due precedenti studi, permettendo da un lato di confrontare longitudinalmente l'evoluzione nell'uso delle ICT durante il lungo periodo di tempo intercorso tra la prima e l'ultima indagine e dall'altro di chiarire, almeno limitatamente ad alcune aree disciplinari, le potenzialità delle ICT per lo sviluppo delle capacità definite "*21st Century Skills*". Con tale termine si sintetizzano un insieme di capacità implicate nei concetti di *Life Long Learning* (metodi di indagine auto-diretti e collaborativi) e *Connectedness* (comunicazione e collaborazione con esperti e pari su scala mondiale).

Sul piano strutturale i risultati indicano come tra il 1998 e il 2006 vi sia stato un notevole aumento della disponibilità di computers e di accesso ad internet nelle scuole. In tutti i paesi partecipanti sono state avviate e consolidate politiche educative di ampia portata legate alle ICT, anche se con linee di indirizzo differenti. La maggior parte dei paesi ha almeno lievemente aumentato i propri investimenti negli ultimi 5 anni e previsto lo stanziamento di fondi per la fornitura di risorse hardware e software. Nella quasi totalità dei paesi partecipanti la percentuale di scuole che possiedono computers e accesso ad internet per uso didattico è superiore al 90%, anche se il rapporto studenti/computer varia significativamente tra i paesi.

I risultati relativi all'effettivo impiego delle ICT mostrano tuttavia che la percentuale di insegnanti che dichiarano di utilizzarle per attività didattiche è comparativamente bassa rispetto alle dotazioni disponibili. Il loro uso è generalmente più diffuso tra gli insegnanti di scienze rispetto a quelli di matematica e indipendentemente dalla disciplina varia tra 20% e 80% a seconda del paese esaminato. Circa i fattori che incidono sulla presenza delle ICT nelle pratiche di insegnamento non si evidenzia una correlazione rispetto al numero di

risorse effettivamente disponibili. Mentre i principali indicatori positivi risultano essere da un lato l'auto percezione delle competenze tecniche generali nell'uso delle ICT e delle specifiche competenze tecnologiche-pedagogiche e dall'altro la disponibilità percepita di supporto tecnico, amministrativo e infrastrutturale da parte della scuola. Inoltre la presenza delle ICT nelle pratiche educative dipende significativamente dalle indicazioni nazionali di curriculum come si può desumere dalle grandi differenze d'uso tra gli insegnanti di matematica e scienze nelle medesime scuole dello stesso paese.

Per quanto riguarda le modalità di impiego delle ICT e i relativi presupposti pedagogici di riferimento si evidenzia una situazione di grande eterogeneità. Una tendenza comune è rappresentata dal generale aumento delle attività che richiedono la gestione delle informazioni (ricerca di informazioni, analisi di dati e presentazione di risultati). Mentre la presenza di pratiche volte a favorire le competenze previste dalle "21st Century Skills" varia significativamente tra distinti gruppi di paesi con un tendenziale aumento rispetto al passato nella zona asiatica (Hong Kong, Giappone, Singapore) e una riduzione nell'area europea (Norvegia, Slovenia, Danimarca). Nell'analisi dei fattori che influenzano le modalità d'uso delle tecnologie gioca un peso rilevante il punto di vista dell'insegnante circa gli esiti di apprendimento. In particolare l'impatto da loro percepito sugli studenti dovuto all'uso delle ICT dipende notevolmente dai presupposti pedagogici assunti dagli insegnanti stessi. In altri termini il ruolo svolto dalle ICT per lo sviluppo di determinate competenze acquisisce significati distinti a seconda che l'insegnante sia orientato verso un'impostazione "Traditional", "Connectedness" o "Life Long Learning".

I risultati degli studi dello IEA possono essere integrati con quelli ottenuti dalle indagini svolte dall'OCSE sulle valutazioni delle competenze degli studenti nell'ambito tecnologico digitale (*Programme for International Student Assessment, PISA 2009*) e sulle condizioni generali di insegnamento (*Teaching and Learning International Survey, TALIS 2008*), anch'esse condotte tra i paesi membri dell'Organizzazione e altri paesi partner. Queste ulteriori indagini non sono rivolte espressamente al grado di diffusione delle ICT nei sistemi educativi e alle loro modalità di integrazione nelle pratiche di

insegnamento, tuttavia è possibile desumere alcuni importanti risultati in linea con quelli precedentemente riportati.

- **PISA 2009**³⁸. È l'ultima rilevazione della ben nota indagine comparativa svolta tra 34 paesi dell'area OCSE e 31 altri paesi partner per valutare i livelli di apprendimento degli studenti quindicenni negli ambiti linguistico e matematico. La novità di PISA 2009 consiste in una specifica sezione dello studio rivolta alle competenze digitali di un sottocampione degli studenti esaminati (16 tra i 65 paesi partecipanti). In particolare l'analisi si concentrava sulle competenze di *digital reading*, ossia le competenze nella comprensione dei testi digitali³⁹. Quello che interessa qui riportare sono i risultati relativi alla parte del questionario per gli studenti nei quali si indagava la loro familiarità con le ICT e in particolare la frequenza e le modalità di impiego dei computer e del web a scuola.

I dati disponibili infatti, pur non riguardando espressamente il lavoro e gli atteggiamenti degli insegnanti permettono di evidenziare come, nonostante la diffusione delle ICT abbia ormai raggiunto livelli che garantiscono un facile accesso alla maggioranza degli studenti, il loro utilizzo nelle pratiche di insegnamento sia ancora limitato e presenti notevoli ritardi in alcuni paesi. Considerando l'uso del computer a casa e a scuola, la quasi totalità dei quindicenni dichiara di averlo utilizzato almeno una volta. In particolare il 94% dichiara di avere un PC a casa e il 93% di poterlo utilizzare a scuola, mentre l'89 % di potersi connettere ad internet da casa e il 93% da scuola. Inoltre il 71% degli studenti ha utilizzato il PC almeno una volta o si è connesso a internet da scuola.

Dati più significativi si ricavano dalle domande che indagano l'effettivo utilizzo delle ICT per attività connesse all'apprendimento scolastico, considerando come impiego significativo "almeno una volta a settimana". Per quanto riguarda le attività da casa il 50% degli studenti utilizzano il computer per svolgere i compiti

³⁸ Le informazioni riportate sono desunte dalla pubblicazione OECD (2011 B), *PISA 2009 Results: Students on Line: Digital Technologies and Performance (Volume VI)* <http://dx.doi.org/10.1787/9789264112995-en>

³⁹ Più precisamente "PISA defines reading literacy as understanding, using, reflecting on and engaging with written texts, in order to achieve one's goals, develop one's knowledge and potential, and participate in society." (OECD, 2011 B, p. 19). Mentre i testi digitali "are conceived of as a subset of written texts. For the purposes of PISA 2009, digital text is synonymous with hypertext: a text or texts with navigation tools and features that allow the reader to move from one page or site to another. They are texts composed predominantly of language rendered in a graphic form. While non-verbal graphic elements, such as illustrations, photographs, icons and animations can, and typically do, constitute part of a digital text in PISA, oral language, such as audio recording or the soundtrack of a film, is not included in this definition of text." (OECD, 2011 B, p. 40).

assegnati, e il 46% consultano internet per il medesimo scopo. Inoltre il 34% comunica per e-mail con altri studenti e il 14% con gli insegnanti. Il 23% carica o scarica materiale dal sito della propria scuola e il 21% controlla le comunicazioni presenti sul sito. L'uso del computer a scuola è così distribuito rispetto alle distinte tipologie di attività: consultare internet per svolgere compiti assegnati (22%), svolgere lavori di gruppo e comunicare con altri studenti (22%), utilizzare la posta elettronica (19%) o una chat (15%), svolgere compiti individuali (18%), allenarsi con attività *drill and practice* (14%) o utilizzare programmi di simulazione (10%), scaricare o consultare materiale dal sito della propria scuola (15%) o caricare il proprio lavoro sul sito (9%).

L'indagine permette anche di evidenziare quali siano le discipline curriculari nelle quali le ICT vengono maggiormente utilizzate. Il questionario chiedeva agli studenti quanto tempo durante una settimana di lezioni di una data materia spendevano utilizzando il computer (nessun tempo, 0-30 minuti, 30-60 minuti, più di 60 minuti). Se gli studenti dichiaravano di utilizzare il computer per 0-30 minuti o per un tempo maggiore, allora per l'indagine si aveva un uso significativo del computer in tale materia. Dalle risposte risulta che il computer viene maggiormente utilizzato durante le lezioni della lingua di istruzione (26%) e delle lingue straniere (26%), con intensità quasi equivalente nelle lezioni di scienze (25%) e sensibilmente inferiore nelle lezioni di matematica (16%).

L'ultimo dato che ci interessa evidenziare riguarda la possibilità per gli studenti di utilizzare un computer portatile durante le lezioni. L'indagine prendeva in considerazione questa informazione come indicatore di una maggiore interattività degli studenti con l'insegnante e un utilizzo più approfondito della tecnologia. Le percentuali mostrano variazioni estremamente ampie in base al paese considerato: si passa da valori superiori al 70% (Norvegia e Danimarca) a valori inferiori al 5% (Repubblica Ceca, Ungheria, Liechtenstein e Cina-Macao) Volendo considerare comunque considerare i valori medi, per i paesi OCSE è del 18,5% e per i paesi partner del 10,8% .

- **TALIS 2008⁴⁰**. È il primo studio comparato su larga scala relativo alle condizioni e alle pratiche di insegnamento condotto sempre dall'OCSE e basato sulla somministrazione di questionari ad un campione rappresentativo di dirigenti scolastici e insegnanti di 24 paesi.

L'indagine si focalizza su quattro aspetti giudicati fondamentali per valutare la qualità dei processi di istruzione:

- la leadership e la gestione delle scuole, ossia il ruolo assunto dai dirigenti scolastici a seguito dell'aumentata accountability e devoluzione dell'autorità educativa.
- la valutazione del lavoro degli insegnanti nelle scuole, il tipo di feedback che essi ricevono e le conseguenze in termini di riconoscimenti e carriera.
- la formazione professionale ricevuta dagli insegnanti in rapporto alle valutazioni di sistema, al supporto ricevuto dai dirigenti scolastici e all'impatto nelle pratiche d'aula.
- i profili dei sistemi educativi in termini di pratiche, opinioni e atteggiamenti degli insegnanti e il modo in cui questi elementi vengono influenzati dalle loro caratteristiche di sfondo degli insegnanti stessi.

Dunque TALIS, al pari di PISA non è espressamente centrato sull'uso delle ICT nelle pratiche di insegnamento, ma i risultati ottenuti possono essere utilizzati per confermare e chiarire meglio quanto evidenziato dalle indagini dello IEA. In particolare interessa riportare alcuni specifici risultati relativi alla formazione professionale e alle pratiche di insegnamento.

Al pari di quanto evidenziato da SITES 2006 gli insegnanti evidenziano un senso di inadeguatezza rispetto alla propria preparazione nell'uso delle tecnologie informatiche. Infatti dalle risposte fornite circa le loro competenze professionali e quali vorrebbero sviluppare maggiormente risulta che un parte rilevante di essi manifesta *“un alto livello di bisogno”* di sviluppo professionale nell'area delle ICT. Delle 11 aree nelle quali sono state raggruppate le richieste di formazione da parte degli insegnanti (Teaching special learning needs students, ICT teaching skills, Student discipline and behaviour problems, Instructional practices, Subject fields,

⁴⁰ Le informazioni riportate sono desunte dalla pubblicazione OECD (2011 A), *Creating Effective Teaching and Learning Environments: First Results from TALIS*.

Student counseling, Content and performance standards, Student assesment practices, Teaching in multicultural settings, Classroom management, School management and administration), la voce relative alle ICT è la seconda in termini percentuali (25%), preceduta solo da quella relativa alle competenze nel settore dell'educazione speciale.

Per quanto invece riguarda le modalità di impiego delle ICT, pur non essendo presenti nel questionario somministrato agli insegnanti domande dirette, è possibile desumere alcune possibili indicazioni da quelle relative alle pratiche di insegnamento e alle tipologie di attività ricorrenti. Dalle risposte emerge una prevalenza delle pratiche tradizionali, cioè di taglio direttivo: indicare agli studenti gli obiettivi dell'apprendimento, illustrare/spiegare i contenuti, controllare i compiti a casa, etc. A tal proposito è interessante notare come questo dato contrasti con gli orientamenti manifestati dagli insegnanti sui presupposti pedagogici di riferimento. Infatti una parte rilevante dei campioni esaminati nei vari paesi sembra indirizzare la propria preferenza verso modelli di tipo costruttivista che prevedono una partecipazione attiva degli allievi, attività su progetto volte a stimolare la curiosità e l'autonomia di ricerca e di giudizio. In altri termini, benché si diffonda tra gli insegnanti una consapevolezza della crisi delle metodologie tradizionali di insegnamento, non sembrano ancora emergere pratiche alternative condivise su larga scala in grado di indirizzare i processi di apprendimento degli studenti verso approcci innovativi, fortemente caldeggiati da policy makers e ricerca educativa. Tale riflessione è ovviamente riferibile anche al caso delle ICT e confermerebbe le resistenze rilevate dagli studi SITES circa la diffusione di impieghi delle tecnologie digitali secondo quanto previsto dalle "21st Century Skills".

LA SITUAZIONE ITALIANA NELLE INDAGINI COMPARATIVE E IN QUELLE NAZIONALI

I risultati sin qui descritti consentono una visione d'insieme delle tendenze generali che caratterizzano la diffusione delle ICT nei sistemi educativi a livello mondiale. Tuttavia bisogna sottolineare che le analisi statistiche sviluppate dalle indagini dello IEA e dell'OCSE evidenziano nettissimi scostamenti rispetto ai valori medi a seconda del paese considerato e spesso anche per zone distinte del medesimo paese, o

viceversa andamenti uniformi per macro aree che permettono di individuare entità geografiche caratterizzate da politiche educative omogenee, ma che non coincidono necessariamente con i confini nazionali⁴¹.

Dunque i risultati tendenziali precedentemente riportati non hanno un particolare valore come indicatori assoluti dei livelli di integrazione delle ICT nei reali sistemi educativi, ma possono invece servire come termine di confronto nel momento in cui si osservano i dati relativi ad un particolare paese. Questo è appunto ciò che vogliamo fare prendendo in considerazione il caso dell'Italia, paese coinvolto in tutte le indagini sopra riportate.

Come primo elemento consideriamo la disponibilità delle risorse tecnologiche nelle scuole. Dai dati di SITES 2006 (Law, Pelgrum, & Plomp, 2008) l'Italia, al pari della maggioranza degli altri paesi indagati, risulta avere una percentuale di accesso a computers e internet prossima al 100%; anche se osservando con maggior dettaglio l'effettiva disponibilità di risorse, ossia il rapporto studenti/computers (s/c), i valori del nostro paese non sono più allineati con quelli di altri. Ad esempio tale rapporto è inferiore a 10 s/c in meno del 15% di scuole italiane contro più del 75% delle scuole di alcuni paesi del nord Europa (Danimarca, Finlandia, Norvegia) o dell'Asia orientale (Giappone, Singapore, Hong Kong).

Minore sembra invece la facilità di accesso da parte degli studenti italiani alle ICT dai dati PISA 2009 (OECD, 2011 B): in base a quanto dichiarato l'84% può disporre di un computer e il 72% può connettersi ad internet⁴², valori da confrontare con i dati medi dell'indagine, pari al 93% sia per la disponibilità di computers che l'accesso alla rete.

Per quanto riguarda l'effettivo utilizzo delle risorse presenti negli istituti ricordiamo che SITES 2006 (Law, Pelgrum, & Plomp, 2008), fornisce informazioni solo per le

⁴¹ Vale la pena ricordare un rischio insito nella natura stessa delle indagini comparative e spesso rimarcato da una parte della ricerca educativa, ossia come tali studi avvallino la facile tentazione di utilizzare i risultati ottenuti per stilare improbabili classifiche di merito dei paesi coinvolti. Tale tendenza, tacita o esplicita che sia, infatti accompagna abitualmente la diffusione da parte dei mass media degli esiti delle indagini condotte, nonostante gli enti sovranazionali che promuovono, progettano e conducono tali studi si sforzino di chiarire che il loro scopo sia quello di fornire criteri omogenei di valutazione dei sistemi educativi, far emergere le caratteristiche salienti dei contesti nazionali nei quali si sviluppano le *best practices* osservate in base ai criteri stabiliti e individuare le cause che ostacolano il conseguimento dei benchmarks di riferimento in altri paesi.

⁴² Si può notare come i valori percentuali delle due indagini dello IEA e dell'OCSE non siano allineati. Ciò è spiegabile, non tanto con la distanza temporale che intercorre tra le raccolte dei dati, quanto con la natura sostanzialmente diversa della modalità di rilevazione dell'informazione (questionari ai dirigenti scolastici rispetto ai questionari agli studenti).

discipline della matematica e delle scienze. Gli insegnanti italiani che dichiarano di utilizzare le ICT sono il 57% (matematica) e il 58% (scienze) rispetto a valori medi prossimi rispettivamente al 50% e al 60%. Ricordiamo inoltre che tali valori medi sono poco significativi in quanto le percentuali oscillano dal 20% all'80% a seconda del paese considerato.

Valori nettamente inferiori emergono da PISA 2009 per quanto riguarda l'uso di ICT da parte degli studenti. L'indagine dell'OCSE (OECD, 2011 B) chiedeva loro il tempo speso utilizzando ICT durante una settimana di lezioni nelle seguenti quattro aree disciplinari: lingua di istruzione, lingua straniera, matematica, scienze. Dalla seguente tabella si nota come poco più del 27% degli studenti italiani dichiarò di utilizzare le ICT durante le lezioni di matematica e poco più del 12% durante le lezioni di scienze⁴³. Interessante anche osservare che i valori del nostro paese risultano allineati a quelli delle media OCSE nell'insegnamento delle lingua straniera e superiori per l'insegnamento della matematica, mentre nettamente inferiori per la lingua di istruzione e le scienze.

	Language-of-instruction lessons			Foreign-language lessons			Mathematics lessons			Science lessons		
	0-30 minutes a week %	31-60 minutes a week %	More than 60 minutes a week %	0-30 minutes a week %	31-60 minutes a week %	More than 60 minutes a week %	0-30 minutes a week %	31-60 minutes a week %	More than 60 minutes a week %	0-30 minutes a week %	31-60 minutes a week %	More than 60 minutes a week %
Italy	5.0	3.9	2.4	9.8	10.9	4.6	8.9	13.7	4.8	6.4	4.4	1.7
OECD average-29	15.6	6.8	3.5	14.7	7.3	3.8	10.1	3.9	1.7	15.2	6.6	2.9

L'indagine prende quindi in esame le pratiche di insegnamento ricorrenti durante le quali vengono utilizzate le ICT, ossia gli obiettivi e le modalità di utilizzo delle tecnologie informatiche durante le attività didattiche.

Innanzitutto possiamo osservare come ad un livello generale, ossia considerando tutte le pratiche di insegnamento a prescindere dall'uso di ICT, i risultati di SITES e TALIS mostrino i medesimi orientamenti. Nella maggior parte dei paesi esaminati, compresa l'Italia, prevalgono pratiche tradizionali di taglio direttivo rispetto a quelle *student-centered*. In particolare TALIS evidenzia come in Italia tale tendenza sia particolarmente accentuata nell'insegnamento di materie scientifiche e di matematica,

⁴³ Cfr. nota precedente.

mentre gli insegnanti di materie umanistiche e artistiche sembrano più propensi a pratiche di insegnamento meno strutturate.

Per quello che concerne nello specifico le modalità d'uso delle ICT l'unica fonte di riferimento internazionale resta SITES 2006. Come precisato in precedenza questo studio distingue tre tipologie di orientamenti (Law, Pelgrum, & Plomp, 2008): *"Traditional"*, *"Connectedness"* e *"Life Long Learning"*. Inoltre le domande rivolte agli insegnanti chiedevano il tipo di utilizzo delle ICT separatamente per le attività didattiche a loro carico e a carico degli studenti. I risultati relativi all'Italia mostrano come nelle attività a carico degli insegnanti in cui è previsto l'uso delle ICT si riproponga lo stesso rapporto tra i tre orientamenti che appare considerando tutte le attività a prescindere dall'uso di tali tecnologie. In altri termini la loro presenza non modifica l'impostazione sostanzialmente tradizionale delle modalità di insegnamento. Mentre per le attività a carico degli studenti si ha addirittura un ulteriore spostamento verso l'orientamento *"Traditional"*. Ossia quando agli studenti vengono fatti utilizzare strumenti didattici di tipo informatico lo si fa principalmente chiedendo loro di svolgere compiti imitativi di tipo close-ended.

Il panorama che emerge dalle indagini internazionali trova una sostanziale conferma negli studi condotti sul territorio nazionale, i quali tuttavia consentono un'analisi più articolata della diffusione delle ICT nelle scuole italiane e del loro utilizzo nelle pratiche di insegnamento. Per quanto riguarda la disponibilità di risorse tecnologiche negli istituti scolastici i dati più attendibili sono quelli contenuti nella *"Indagine sulle risorse tecnologiche per la didattica nelle scuole italiane"* svolta nel 2004 dal Ministero dell'Istruzione e della Ricerca. Mentre per gli atteggiamenti e le modalità di impiego delle ICT da parte degli insegnanti non esistono lavori espressamente dedicati al tema condotti in modo sistematico sull'intera categoria. Probabilmente lo studio più importante è rappresentato dall'ultima indagine dell'istituto IARD del 2008 sulle condizioni di vita e di lavoro degli insegnanti all'interno della quale è contenuta una sezione dedicata all'uso didattico delle ICT. Ulteriori informazioni possono essere desunte dall'indagine condotta della Fondazione Giovanni Agnelli del 2009 rivolta ai docenti neoassunti nel precedente anno scolastico.

- **INDAGINE MIUR 2004⁴⁴**. Per quanto riguarda le dotazioni tecnologiche presenti nelle scuole italiane la succitata indagine del Ministero evidenziava nel 2004 un sostanziale allineamento del nostro paese con lo scenario europeo. In particolare nell'Abstract dell'indagine si sottolinea che *“il rapporto PC/alunni è pari a 1/10,9 (1 PC ogni 10,9 alunni) e ciò in linea con quanto previsto, nel marzo 2001, dalla Commissione Europea la quale adottava un piano d'azione che, tra gli altri, comprendeva l'obiettivo specifico di: ‘Raggiungere un tasso di 5-15 studenti per computer multimediale entro il 2004’.*” L'indagine mostra anche come tale rapporto non sia costante tra i diversi ordini di scuola e sull'intero territorio. In particolare per le Direzioni didattiche (scuole primarie) il rapporto è 14,2 s/c, per le Scuole Medie di I grado 12,7 s/c e per le Scuole Secondarie di II grado 8,3 s/c. Mentre rispetto alla distribuzione geografica i valori medi non risultano troppo distanti tra Nord (9,5 s/c), Centro (10,25 s/c) e Sud-Isole (10,75 s/c). Un ulteriore tipo di analisi mostra anche la disponibilità di computer per tipologia di scuola secondaria. In questo caso si notano forti disuguaglianze: Istituti Professionali (6,6 c/s), Istituti Superiori (9,5 c/s), Istituti Tecnici (5,6 c/s), Licei e Istituti d'Arte e di Musica (10,9 c/s) Licei (15,2 c/s). L'indagine analizzava anche la presenza della rete internet utilizzando come indicatori principali il numero di punti di accesso per ogni istituto e la velocità di connessione. Senza entrare nel dettaglio della descrizione, ci limitiamo a riportare le percentuali di scuole con una connessione superiore a 640 kb/s: Scuola Elementare (52,9%), Istituti Comprensivi (56,5%), Scuola Media di I grado (33,0%), Scuola Secondaria di II grado (77,6%). Tali valori sono puramente indicativi in quanto è presumibile supporre che rispetto al 2004 la situazione sia sensibilmente migliorata, così come d'altronde evidenziano le succitate indagini internazionali.

Più aggiornati sono invece i risultati relativi all'utilizzo delle ICT nelle pratiche di insegnamento. Come anticipato poco sopra il punto di riferimento è rappresentato dall'indagine dell'istituto IARD sui cui soffermiamo la nostra attenzione.

⁴⁴ Le informazioni riportate sono desunte dalla pubblicazione MIUR (2004), *Indagine sulle risorse tecnologiche per la didattica nelle scuole italiane*.

• **INDAGINE IARD 2008⁴⁵**. Lo studio rappresenta la terza delle rilevazioni sulle condizioni di vita e di lavoro degli insegnanti, condotte con scadenza circa decennale dal istituto con il sostegno del Ministero della Pubblica Istruzione. La metodologia d'indagine si basa sull'analisi di un ampio campione di interviste agli insegnanti della scuola italiana. In particolare nell'indagine del 2008 il campione era composto da 3.398 insegnanti: 536 in 100 scuole primarie, 732 in 107 scuole secondarie di primo grado, 746 in 98 licei, 665 in 70 istituti tecnici e 719 in 94 istituti professionali. I risultati della ricerca sono divisi in tre parti:

- Il profilo degli insegnanti italiani.
- Le pratiche quotidiane del lavoro di insegnante.
- Le politiche scolastiche e i temi emergenti nella scuola.

Come considerazione preliminare è interessante osservare che la sezione intitolata 'L'uso didattico delle ICT' è collocata nell'ultima parte del lavoro e non tra 'Le pratiche quotidiane del lavoro insegnante', fornendo quindi una prima indicazione sul livello di integrazione delle tecnologie digitali nei processi di insegnamento-apprendimento.

Il primo elemento su cui l'indagine sofferma la propria attenzione riguarda le dotazioni personali e la frequenza d'uso, non solo a fini didattici, delle tecnologie informatiche da parte degli insegnanti. Rispetto alla media nazionale la categoria risulta nel suo complesso maggiormente 'connessa'. Quasi il 90% possiede un computer con collegamento ad internet. Le analisi disaggregate mostrano valori più bassi tra le insegnanti donne e residenti nel sud e sorprendentemente tra gli under 40. Dato che può comunque essere spiegato con *"la precarietà abitativa ed economica che caratterizza in molti casi le prime fasi della vita lavorativa e i processi di trasferimento geografico che riguardano gli insegnanti giovani"* (Gui, 2010, pp 285 sgg).

Quanto all'effettivo impiego delle ICT più dell'80% utilizza il computer almeno una volta a settimana e quasi il 50% tutti i giorni, con valori maggiori tra gli uomini (68%) rispetto alle donne (41%) e, invertendo il dato precedente, tra i giovani (58%) rispetto agli anziani (41,3%). Differenze significative si hanno anche rispetto

⁴⁵ Le informazioni riportate sono desunte dalla pubblicazione *Gli insegnanti italiani: come cambia il modo di fare scuola. Terza indagine dell'Istituto IARD sulle condizioni di vita e di lavoro nella scuola italiana* (a cura di A. Cavalli e G. Argentin), il Mulino, Bologna 2010.

agli ordini e agli indirizzi scolastici (scuola primaria 36%, secondaria di primo grado 41,6%, licei 59%, istituti professionali 60%, istituti tecnici 62%) e alle materie di insegnamento, con differenziali crescenti dell'ordine del 10% passando dagli insegnanti di discipline umanistiche a quelli di discipline scientifiche e da questi a quelli di materie tecnico-applicative.

Tuttavia la presenza quotidiana o quasi delle ICT nella vita degli insegnanti non si riflette in un atteggiamento particolarmente favorevole al loro utilizzo nelle pratiche di insegnamento. Anche se il 57% le considera *“un elemento importante della didattica moderna”*, meno di un insegnante su tre (27%) *“una condizione indispensabile per il rapporto tra scuole, studenti, realtà contemporanea”* e solo il 6% *“un supporto insostituibile per il lavoro dell'insegnante”*, mentre il 9% manifesta un'opinione negativa circa il loro uso nella didattica (ibid, pp 292 sgg). Un quadro simile emerge dalla domanda relativa all' *“uso di internet per lo studio degli allievi”*. Nel complesso dunque appare un atteggiamento positivo nei confronti delle ICT in termini di principio, ma abbastanza prudente per quanto riguarda il loro effettivo impiego.

Questa impressione trova una chiara conferma dalle risposte alle domande che indagavano la frequenza e le modalità di utilizzo del computer e di internet durante lo svolgimento della propria professione docente. L'autore stesso del rapporto d'indagine osserva come *“sembra emergere un uso ampio delle TIC da parte degli insegnanti con funzione prevalentemente di ‘retroscena’. Le nuove tecnologie cioè vengono ampiamente utilizzate per preparare lezioni, informarsi, scrivere testi e prove di valutazione ma questi materiali vengono poi usati in classe in forma cartacea oppure vengono riportati oralmente.”* (ibid, 2010, p. 296) Ad esempio gli usi prevalenti di internet si osservano alle voci *“documentarsi per preparare le lezioni”* (con valori che oscillano a seconda del tipo di scuola dal 38% al 42%) e *“informazioni organizzative”* (dal 35% al 43%); mentre sensibilmente inferiore è il suo utilizzo per comunicare con altri docenti o per corsi di formazione (dal 7% al 12%).

I dati sin qui riportati trovano una sostanziale accordo con quelli provenienti da un'altra sezione dell'indagine dello IARD dedicata al ruolo del libro di testo. Questo infatti si conferma lo strumento centrale dell'attività didattica e quando

viene integrato con ulteriori materiali si tratta prevalentemente di altri libri, riviste specialistiche e non, guide scolastiche fornite dagli editori, appunti e dispense. Ossia materiali su supporto cartaceo. Meno della metà degli insegnanti utilizza invece integrazioni tratte da CD-ROM allegati (48,7%) o non allegati (37%) al libro di testo, nonché scaricate da Internet, in particolare dai siti degli editori scolastici (46,2%) o da altre pagine web (50,7%). Abbastanza ridotto è anche il ricorso a slide di presentazione a supporto della lezione (26,3%) che non sembrano ancora in grado di soppiantare le tradizionali fotocopie.

La parte più significativa dello studio IARD per ciò che riguarda l'effettiva integrazione delle ICT nelle pratiche di insegnamento è quella in cui si indaga il loro utilizzo in aula da parte degli studenti. Come si può notare dalla seguente tabella (ibid, p. 296) le percentuali presentano valori che non superano mai il 25% e nella media si mantengono di poco superiori al 10% .

RICHIESTE RIVOLTE ALMENO SETTIMANALMENTE AGLI STUDENTI NELL'ANNO (VALORI PERCENTUALI RELATIVI ALLE MODALITÀ "TUTTI I GIORNI" E "SETTIMANALMENTE O QUASI")	
Utilizzare software comuni (Word, Excel, etc.) per realizzare elaborati o esercizi	22,4%
Utilizzare software specialistici per realizzare elaborati o esercizi	12,4%
Fare test di autoverifica con appositi programmi	5,4%
Fare ricerche in Internet su siti da lei suggeriti	14,6%
Fare ricerche in Internet su siti scelti da loro	10,6%
Consultare enciclopedie on-line o su CD-ROM	10,9%
Utilizzare CD-ROM allegati ai libri di testo	12,2%
Acquistare libri con allegati CD-ROM	5,0%
Scaricare materiale da lei inserito sul sito scolastico	3,9%
Comunicare con lei mediante Internet (e-mail ,etc.)	4,9%

L'uso principale delle ICT sembra riguardare il reperimento di informazioni dalla rete o da specifici materiali digitali (la somma delle percentuali alle voci 4,5 e 6 è pari al 36.1%). Relativamente alta è anche la richiesta di produrre compiti che prevedono l'uso di programmi informatici (voci 1, 2 e 3), anche se prevale l'uso di softwares generici rispetto a quelli specialistici e una scarsa considerazione degli strumenti drill and practice. Inoltre particolarmente basse sono le percentuali

relative alle ultime due voci, a indicare una bassa propensione degli insegnanti verso modalità didattiche asincrone tipiche dei modelli di formazione a distanza.

L'analisi disaggregata dei dati permette anche di osservare come le percentuali si mantengano al di sotto dei valori medi nelle scuole primarie e nei licei, mentre le scuole secondarie di primo grado, insieme agli istituti tecnici e professionali, registrano valori leggermente superiori.

- **INDAGINE FGA 2009⁴⁶**. A risultati analoghi o forse ancora più negativi in termini di integrazione delle ICT nelle pratiche di insegnamento giunge lo studio condotto dalla Fondazione Giovanni Agnelli nel 2009 in otto regioni del paese. Quello che può stupire è che tale indagine era rivolta ai docenti neoassunti, ossia a quella parte della categoria che in termini anagrafici dovrebbe mostrare una minore distanza dalla generazione degli studenti, ormai comunemente considerati nativi digitali⁴⁷.

La situazione può essere facilmente sintetizzata con alcune frasi che compaiono nel report dell'indagine: *“Gli accenni alle tecnologie informatiche inserite in diversi item del questionario hanno fornito, nel complesso, l'immagine di un corpo docente non particolarmente interessato né competente in questo settore: padronanza delle competenze di base ancora non estesa a tutti; scarsa considerazione della loro rilevanza per la professione; limitata richiesta di formazione sul tema.”* (Gianferrari, 2010, p. 27) Conclusioni in linea appaiono nella sezione dedicata all'uso delle ICT nelle pratiche di insegnamento: *“Le domande poste al riguardo nel questionario hanno ricevuto risposte diverse secondo l'ordine di scuola e secondo l'età, poiché più i docenti sono giovani più aumenta la dimestichezza col mezzo, l'utilizzo della rete in tutte le sue possibilità, il suo inserimento nella didattica. In generale, però, è evidente un inserimento assai limitato delle tecnologie nella pratica quotidiana. La quasi totalità delle opzioni*

⁴⁶ Le informazioni riportate sono desunte dalla pubblicazione L. Gianferrari, 2010, *I docenti neo-assunti nella scuola che deve affrontare i mutamenti epocali*. Programma Education FGA working paper N. 23 (2/2010).

⁴⁷ Bisogna tuttavia precisare che l'età media del campione esaminato era di 40,25 anni, ossia ben lontana da quella degli studenti. Il dato può risultare ancora più paradossale se si tiene conto che l'intervallo di età andava dai 24 ai 66 anni. D'altronde gli studi comparati sui sistemi educativi evidenziano come il dato anagrafico rappresenti un'anomalia propria del nostro paese nello scenario internazionale. In base all'indagine “Uno sguardo sull'educazione 2008”, OCSE, Paris, 2009, l'Italia ha il corpo docente più anziano tra tutti i paesi dell'Organizzazione.

presentate non raggiunge il 50% di risposte [...] Le tecnologie vengono così inserite nell'attività didattica soprattutto come fonte di informazioni e di materiali educativi e culturali, che gli studenti sono invitati a ricercare e ad utilizzare. La rete insomma come enciclopedia, un sapere facilmente accessibile da sfruttare per la ricerca e gli approfondimenti disciplinari” (ibid, p. 28). Tra la molteplicità di dati forniti dall'indagine colpisce in particolare il fatto che solo il 25% dei docenti neoassunti, in maggioranza di scuola secondaria, utilizzi tecnologie e materiali digitali in aula per la presentazione dei contenuti e che meno del 5% si avvalga di internet per sviluppare modalità di apprendimento basate sul lavoro cooperativo. Particolarmente incisiva è la conclusione della sezione del report *“Il ricorso alle tecnologie dunque, anche quando e dove viene attuato, è concepito soprattutto come supporto ai contenuti e ai metodi tradizionali dell'insegnamento, è adattato a obiettivi disciplinari. Le tecnologie hanno cambiato ancora poco i metodi di insegnamento, sembrano introdotte nella scuola quasi come maquillage, che migliora lo svolgimento di didattiche e metodologie già praticate.” (ibid, 2010, p. 29).*

A conclusione di questa ampia descrizione della diffusione delle ICT nei contesti educativi formali, possiamo affermare che la presenza sempre più massiccia di risorse tecnologiche negli istituti scolastici e il persistente interesse a livello istituzionale nel favorire una loro integrazione nei processi educativi non è stato accompagnato da un altrettanto rapido e convinto cambiamento delle pratiche messe in atto dagli insegnanti nel complesso svolgimento della loro professione. Inoltre anche nei casi in cui le ICT appaiono con maggior frequenza all'interno delle aule, vengono spesso impiegate secondo modelli didattici sostanzialmente tradizionali, ossia con modalità difformi da quanto indicato nei programmi di innovazione educativa teorizzati da alcuni settori della comunità di ricerca e caldeggiati dai policy makers.

Le cause di questa persistente resistenza delle comunità di pratica sono ovviamente oggetto di particolare interesse da parte delle stesse istituzioni e di ampi settori della ricerca educativa. Ad esempio tutte le indagini nazionali e internazionali sopra riportate, contestualmente alla finalità descrittiva volta a rilevare gli atteggiamenti degli insegnanti e le loro pratiche relative all'uso delle ICT, avevano come obiettivo

cruciale quello di individuare i fattori che ostacolano una loro più profonda e migliore integrazione.

Il resoconto dettagliato dei risultati evidenziati dai succitati studi va oltre l'obiettivo del presente paragrafo. Vogliamo comunque evidenziare gli elementi che sembrano rappresentare i principali indicatori di una maggiore/migliore o minore/peggiore integrazione delle ICT nelle pratiche educative, in quanto delineano lo scenario di sfondo del problema di ricerca che presenteremo nel prossimo paragrafo.

- A livello istituzionale, ossia in termini di politiche educative generali, risultano giocare un ruolo fondamentale non più tanto l'accessibilità alle risorse tecnologiche da parte degli studenti e degli insegnanti, quanto piuttosto la presenza di chiare indicazioni curriculari che definiscano il ruolo delle ICT all'interno degli obiettivi di apprendimento e conseguentemente delle pratiche di valutazione. A parità di indicatori relativi al grado di accessibilità delle ICT all'interno degli istituti, tipicamente rappresentati dai rapporti studenti/computer, si hanno maggiori percentuali di impiego delle risorse tecnologiche nei paesi che hanno intrapreso negli ultimi anni più marcate politiche di revisione dei propri curricula nazionali.
- A livello di comunità scolastica risulta determinante in termini generali il contesto culturale di riferimento in quanto capace di attribuire un valore positivo all'uso delle ICT nelle prassi educative, e nel concreto il grado di incentivazione e supporto offerto agli insegnanti impegnati nel lavoro di integrazione di tali tecnologie. In tal senso sembrano cruciali le scelte della leadership volte a valorizzare le pratiche innovative condotte nella scuola e a garantire un'efficiente gestione e assistenza tecnica delle risorse disponibili.
- A livello dei singoli insegnanti i fattori chiave sono stati individuati sia tra le percezioni auto-dichiarate in merito alle proprie competenze professionali che tra le opinioni in ambito pedagogico. In particolare, riguardo a questo secondo fattore, gli atteggiamenti nei confronti delle ICT dipendono dalla visione generale che gli insegnanti hanno della natura e della finalità del loro lavoro, la quale si traduce nella scelta di determinate metodologie didattiche e nella definizione di obiettivi di apprendimento prioritari. In conseguenza di tali orientamenti viene attribuita maggiore o minore importanza all'uso delle tecnologie informatiche

rispetto a specifici aspetti dei processi di insegnamento-apprendimento. D'altra parte si evidenzia una forte correlazione tra la disponibilità ad impegnarsi in pratiche educative innovative centrate sull'uso di ICT e la percezione delle proprie competenze non solo in ambito tecnologico, ma propriamente didattico-metodologico. In tal senso l'esperienza sembra contare più della vicinanza generazionale ai nativi digitali. Gli insegnanti che nel corso degli anni di lavoro hanno sviluppato un uso consapevole di molteplici strategie didattiche risultano maggiormente motivati a sperimentare l'impiego di determinati strumenti didattici di tipo informatico e a fronteggiare le criticità che emergono dal loro utilizzo.

Il quadro generale, qui appena delineato, permette comunque di evidenziare l'alto livello di complessità che presenta lo studio delle difficoltà di integrazione delle ICT nelle pratiche di insegnamento. Come evidenzieremo nel prossimo paragrafo la molteplicità delle dimensioni d'indagine da prendere in considerazione si proietta sui settori di ricerca relativi a specifici ambiti curriculari. Inoltre nel seguito, riferendoci al caso della Mathematics Education, la complessità del problema viene arricchita dalla specifico rapporto che intercorre tra le tecnologie informatiche e gli oggetti propri del campo di conoscenza considerato.

LA PROBLEMATICHE DELL'INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE NELLA MATHEMATICS EDUCATION: L'OSSERVAZIONE DELLE PRATICHE DI INSEGNAMENTO

Lo scenario descritto nel paragrafo precedente offre un quadro generale dei livelli di diffusione e delle modalità ricorrenti con le quali le ICT sono state incorporate nei sistemi educativi dei paesi oggetto di indagini internazionali e in particolare dell'Italia. La generalità del quadro proposto è relativa sia alle discipline che alle tecnologie informatiche e digitali prese in considerazione. In questo secondo paragrafo nel delimitare e definire il problema di ricerca restringeremo la nostra attenzione ai processi di insegnamento-apprendimento della matematica e conseguentemente agli

strumenti impiegati a tal fine, con particolare riferimento ad una tipologia di programmi detti softwares matematici⁴⁸.

All'interno della Mathematics Education la preoccupazione nei confronti dell'impatto delle tecnologie informatiche sull'insegnamento di tale disciplina è costantemente presente, come testimoniano i numerosi articoli presenti nei principali handbooks di riferimento (Olive, 1998; De Corte, Verschaffel, & Lowyck, 1998; Watson, 1998; Lagrange, Artigue, Laborde, & Trouche, 2003; Wang, 2003; Hoyles & Noss, 2003; Kaput, Noss, & Hoyles, 2008; Konold & Leherer, 2008; Nachmias, Mioduser & Forkosh-Baruch, 2008; Somekh, 2008).

Per comprendere la centralità del problema posto possiamo ad esempio fare riferimento all'introduzione del lavoro di Lagrange et al. (2003) che fornisce un'ampia rassegna della letteratura sulle tecnologie per la didattica della matematica, condotto a partire da un'esplicita *"call for research"* da parte del Ministero dell'Educazione francese, preoccupato per gli scarsi ritorni sul piano applicativo dell'attività di ricerca e innovazione condotta a livello nazionale e internazionale negli ultimi decenni. L'articolo si apre con la seguente riflessione:

"ICT in Mathematics Education is a very active field of research and innovation. On the one hand, there is a great amount of literature offering a wide range of theories, methodologies and interpretations, and generally stressing the potentialities for teaching and learning. On the other hand, integration into school institutions progresses very slowly compared with what could be expected from the literature. For us, this discrepancy is evidence of a lack of precise understanding of what really happens when introducing ICT into schools. Teaching and learning involve complex processes, and bringing in ICT adds even more complexity. Our hypothesis is that

⁴⁸ Cosa siano tali strumenti e quale collocazione abbiano all'interno delle possibili classificazioni che la Mathematics Education ha proposto per le tecnologie informatiche sarà oggetto di approfondita discussione nel prossimo capitolo. Per il momento ci limitiamo a definire i softwares matematici come quei programmi espressamente pensati per la rappresentazione ed elaborazione di oggetti matematici. All'interno di questa ampia categoria sono presenti due principali famiglie, quella dei Computer Algebra Systems (CAS) e quella dei Dynamic Geometry Systems (DGS). In particolare il software GeoGebra, l'oggetto tecnologico coinvolto nella presente ricerca, viene comunemente collocato in questo secondo gruppo.

Dunque in questo paragrafo usciamo dal generico ambito delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione, per riferirci esplicitamente all'uso di tecnologie informatiche per l'insegnamento della matematica, specificando di volta in volta se quanto detto sarà riferito a tutte le tecnologie con tale valenza disciplinare o più specificatamente ai softwares matematici. Tuttavia nel seguito incontreremo ancora nelle citazioni riportate la terminologia ICT in quanto utilizzata con frequenza anche all'interno della letteratura propria della Mathematics Education.

literature evolves in tackling more and more aspects of this complexity, but lacks global and accurate understanding.” (Lagrange, Artigue, Laborde, & Trouche, 2003, pg 237)

Nelle parole degli autori appare implicitamente il richiamo ad un principio basilare della Instructional Innovation: per affrontare il problema dell'integrazione delle tecnologie informatiche nell'insegnamento della matematica – così come di qualsiasi tipo di innovazione educativa – non è sufficiente studiare le potenzialità di tali strumenti didattici – cioè dell'innovazione – in sé, né suggerire il loro metodo di impiego in attività didattiche sulla base di teorie di riferimento, ma è necessario osservare le dinamiche che si sviluppano quando queste vengono trasportate all'interno delle realtà scolastiche. In termini più diretti, pur ammettendo che alcuni strumenti possano, se ben utilizzati, migliorare i processi di apprendimento della matematica, questo non garantisce la loro diffusione all'interno dei sistemi educativi. Da qui ne segue che la ricerca deve da una parte approfondire lo studio delle potenzialità didattiche di tali strumenti, mostrandone i vantaggi ed evidenziandone i limiti, ma dall'altra indagare quali vincoli strutturali, curricolari e professionali possano ostacolarne l'impiego all'interno delle pratiche di insegnamento⁴⁹.

Coerentemente a questa impostazione generale gli autori individuano all'interno della loro meta-analisi della letteratura una specifica problematica di ricerca definita espressamente 'Integration'⁵⁰ e così descritta:

“Integration. These papers address the issue of the conditions for CAS⁵¹ to be used such paper and pencil in the everyday practice of teaching and learning in existing school institutions. These conditions may concern the type of knowledge to be taught, as well as the solving strategies or procedures in usual or not too modified problems. Briefly speaking the ‘ecological’ conditions for the use of CAS are investigated. Like the

⁴⁹ Quanto appena enunciato costituisce il presupposto a cui si ispira un ampio settore della ricerca educativa, detto approccio culturale, e che si contrappone a quello che viene comunemente definito approccio tecnico-scientifico che tende ad affrontare i processi di integrazione delle tecnologie informatiche, o in generale delle innovazioni educative, attraverso una progettazione centralistica del tipo di intervento ipotizzato e una successiva implementazione su larga scala dei cambiamenti richiesti a livello organizzativo e didattico.

⁵⁰ La problematica dell'integrazione rappresenta una delle 5 categorie attraverso le quali nel suddetto articolo viene effettuata una classificazione partitiva dell'intero corpus di pubblicazioni esaminate. Le categorie sono: 1. *Technical descriptions*, 2. *Innovative classroom activities*, 3. *Assumptions about improvement*, 4. *Questions about the use of technology*, 5. *Integration*.

⁵¹ Gli autori sviluppano la meta-analisi della letteratura restringendo il trattamento quantitativo del materiale considerato alle sole pubblicazioni inerenti i *Computer Algebra Systems*, premettendo comunque che le categorie individuate restano valide anche per altre tipologie di tecnologie informatiche.

preceding papers, these publications are centered on questions and share their methodology with these. We separated them because we thought they open distinctive fields of questions.” (ibid, pg 242)

La letteratura che si occupa della problematica appena esposta è dunque quella a cui intendiamo fare riferimento nel seguito, anche se, come avvertono gli stessi autori, tali pubblicazioni sono centrate su questioni e condividono la loro metodologia con un'altra categoria di lavoro definiti *“Questions about the use of technology”*⁵². Tuttavia, benché gli interrogativi di ricerca che possono sorgere dall'osservazione in aula delle tecnologie informatiche sono inevitabilmente connessi con quelli che derivano da riflessioni più generali relative all'uso di tali strumenti, se ne discostano in quanto vengono formulati in relazione alle situazioni che si presentano nelle quotidiane pratiche d'insegnamento.

Questo inquadramento epistemologico, prima ancora che metodologico, del problema di ricerca affrontato, se da un lato permette di focalizzare l'attenzione sull'osservazione dei reali processi di insegnamento-apprendimento, dall'altro lascia comunque il campo aperto ad una molteplicità di dimensioni di indagine⁵³. In termini più precisi per chiarire la complessità che accompagna i fenomeni di integrazione delle tecnologie didattiche nelle pratiche di insegnamento della matematica all'interno dei contesti educativi formali possiamo fare riferimento alla definizione proposta da Laborde in un precedente lavoro:

“The expressions ‘integration of technology’ and ‘teaching systems’ are both very general. In particular, whereas the expression ‘integration of technology’ is used extensively in recommendations, curricula and reports of experimental teaching, the characterisation of this integration is left unelaborated.

The teaching system is complex, made up of several elements mutually interacting around three poles: the teacher, the students and knowledge. It is subject to several

⁵² Cfr. successiva nota 20.

⁵³ Nella meta-analisi della letteratura Lagrange et al distinguono nettamente le problematiche di ricerca (cfr. nota 20), dalle dimensioni di indagine attraverso le quali può essere affrontato una data problematica. A tal proposito gli autori individuano 7 dimensioni di indagini: 1.General approach of the integration, 2.The epistemological and semiotic dimension, 3. The cognitive dimension, 4.The institutional dimension, 5.The instrumental dimension, 6.The situational dimension, 7.The teacher dimension. Nel prossimo capitolo torneremo sul significato di queste dimensioni, per il momento ci limitiamo ad osservare che le ultime due sono quelle maggiormente coinvolte dal problema di ricerca che stiamo presentando.

constraints (time, societal choices regarding curriculum, the inner structure of the mathematical domain of knowledge, the conceptions and ideas of students), and it evolves from one equilibrium state to another by choices made within this system of constraints. When a new element such as technology is introduced, the system is perturbed and has to make choices to ensure a new equilibrium is attained, choices that may be related to the various interrelated elements of the teaching system mentioned above. For example:

– The domain of knowledge: how are mathematical objects and relations affected by technology? What aspects are preserved? What aspects are changed?

– The interaction between teacher and students: by whom is technology used and for what purposes? For example, is it to be used to support the discourse of the teacher and to illustrate some points of the curriculum; or is it to support the learning of the students?

– The place and role of technology with respect to curriculum and to the course of teaching. To what extent is the use of the technology linked to the official curriculum? When is technology used: under exceptional circumstance to introduce a new idea, to apply an idea after its introduction or at any phase of teaching?" (Laborde, 2001, p. 285-286)

L'insegnante, gli studenti e l'oggetto di conoscenza, ossia il sapere matematico, costituiscono i tre poli attorno ai quali si sviluppano i processi di insegnamento-apprendimento. L'introduzione di nuovi strumenti didattici, rappresentati dalle tecnologie informatiche, vengono a perturbare l'equilibrio tra questi tre elementi consolidatosi attraverso le abituali prassi educative. Tale perturbazione viene quindi vista come la causa delle difficoltà di integrazione delle tecnologie. Da qui la necessità di osservare da vicino le pratiche innovative analizzando nel dettaglio le modalità di utilizzo degli strumenti informatici e le criticità che possono emergere. Al tempo stesso l'attenzione si deve concentrare sulle motivazioni che spingono l'insegnante a quel determinato utilizzo della tecnologia e sulle riflessioni critiche che lui stesso manifesta

durante il corso della sperimentazione e che lo portano a modificare l'utilizzo del nuovo strumento⁵⁴.

Rispetto a questa impostazione del problema di ricerca, possiamo tuttavia individuare alcune significative differenze che sottendono una distinta concezione del rapporto tra comunità di ricerca e comunità di pratica. La rassegna della letteratura evidenzia da un lato un gruppo consistente di studi condotti principalmente in Francia (Clarou, Laborde, & Capponi, 2001; Laborde, 2001; Sutherland, Olivero, & Weeden, 2004; Lagrange, 2007; Assude, 2005; Erfjord, 2011) nei quali le pratiche di insegnamento sotto osservazione fanno parte di programmi di ricerca strutturati. Questo implica che nella progettazione dell'attività didattica gli insegnanti sono affiancati da un'equipe di esperti accademici anche se con l'intenzione di "*design innovation with, rather than for, the teachers*" (Noss & Hoyles 1996, p. 186). In questi casi il valore educativo attribuito dall'insegnante ad un dato strumento didattico e le progressive trasformazioni nelle sue modalità di impiego vengono guidate non solo dall'esperienza accumulata nel corso della pratica, ma anche dalla visione che il gruppo di ricerca sostiene rispetto alla medesima tecnologia.

D'altra parte è possibile individuare, sempre all'interno della medesima letteratura di riferimento, una linea di ricerca di impostazione maggiormente ecologica, ispirata dalla raccomandazione in base alla quale "*if technology is to find a place in classroom practice, it must be examined in the context of classroom life as teachers live it*" (Kerr, 1991, p. 121). Studi in tal senso sono stati condotti principalmente negli Stati Uniti e in Inghilterra (Becker, Ravitz & Wong, 1999; Lins, 2003; Engström, 2004; Coffland & Strickland, 2004; Hennessy, Ruthven & Brindley 2005, Ruthven, 2008 A). Sul piano metodologico questi lavori prevedono interviste agli insegnanti impegnati in pratiche innovative che coinvolgono l'uso di strumenti informatici accompagnate in alcuni casi da osservazioni sul campo.

⁵⁴ Questa distinzione del fuoco di osservazione – le pratiche innovative da un lato e le opinioni degli insegnanti dall'altro – è alla base della differenza tra la prospettiva centrata sull'implementazione e la prospettiva personale, proprie dell'approccio culturale ai fenomeni di innovazione educativa. Si tratta evidentemente di due prospettive collegate tra loro, anche se sia l'Instructional Innovation che la Mathematics Education tendono a vederle come due dimensioni di indagini separate. Nella parte introduttiva del quinto capitolo dedicato alla metodologia della ricerca torneremo su tale questione e forniremo una descrizione più esaustiva delle prospettive attraverso le quali si articola l'approccio culturale ai fenomeni di innovazione educativa.

Nei prossimi due paragrafi offriremo una panoramica della letteratura che afferisce a queste due linee di ricerca appena sintetizzate, mentre nel successivo vedremo come l'insieme dei risultati illustrati possono essere interpretati alla luce del modello socioculturale di 'instrumental knowledge'.

L'INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTA DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Presentiamo con maggior dettaglio l'impostazione e i risultati della ricerca che esplora le pratiche di integrazione delle tecnologie informatiche all'interno di progetti strutturati che si ispirano a precise teorie di didattica della matematica, elaborate in ambito accademico e quindi proposte alla comunità di pratica⁵⁵.

Bisogna dunque preliminarmente chiarire il quadro pedagogico all'interno del quale trovano giustificazione queste ricerche. In tal senso il punto di riferimento iniziale è costituito dai lavori di Brousseau e Chevallard che rappresentano una delle più autorevoli proposte di declinazione dell'approccio costruttivista al caso della didattica della matematica.

Tale modello ruota attorno al concetto di *sistema didattico* (Chevallard & Joshua, 1982; Chevallard, 1985) formato da tre elementi: insegnante, allievo e sapere matematico, immersi in un contesto sociale e culturale di riferimento. All'interno di tale sistema gioca un ruolo cruciale il *milieu* (mezzo o ambiente), visto come un sottosistema con il quale interagisce direttamente l'allievo. "A volte il *milieu* è definito sulla base di veri e propri oggetti concreti, a volte vi si aggiunge un'intenzione per la quale questi oggetti sono stati scelti, a volte come qualcosa di stabile, altre come di qualcosa che si sviluppa e si modifica insieme all'allievo." (D'Amore, 2001, p. 27). Una *situazione didattica* è allora rappresentata dall'insieme di condizioni stabilite esplicitamente o implicitamente dall'insegnante, pensate per l'apprendimento di una determinata conoscenza, e che definiscono il modo in cui l'allievo interagisce con il *milieu*. Tuttavia affinché l'apprendimento sia significativo è necessario che questo venga costruito

⁵⁵ Non a caso la scuola di riferimento all'interno di questa linea di ricerca è quella francese con il suo centro nell'Istituto DIDIREM di Parigi, nel quale Jean-Marie Laborde verso la fine degli anni ottanta progettò e sviluppò uno dei più importanti DGS utilizzati per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica, il software Cabri-géomètre. Si veda in proposito l'intervista a Laborde di Accascina & Tomasi (2003)

attivamente dall'allievo stesso, ovvero che sia egli a occuparsi personalmente della risoluzione del problema che gli è stato proposto nella *situazione didattica*. Questo ulteriore e importante passaggio comporta un delicato compito per l'insegnante definito *devoluzione della situazione*, ossia "l'atto attraverso il quale l'insegnante fa accettare all'allievo la responsabilità di una situazione di apprendimento (*a-didattica*) o di un problema ed accetta lui stesso le conseguenze di questo transfer." (Brousseau, 1986, cit. in D'Amore, 2001, p. 28). In questo modo il processo di insegnamento-apprendimento viene guidato verso una ideale *situazione a-didattica* dove l'interazione tra l'allievo e il *milieu* non è più mediata dall'insegnante. Il passaggio finale che porta l'allievo all'acquisizione del sapere matematico ufficiale richiede comunque un ulteriore intervento dell'insegnante rappresentato da una *istituzionalizzazione* delle conoscenze. "Con questo termine si intende quel processo attraverso il quale gli studenti devono cambiare statuto alle loro conoscenze non ancora ufficiali, non ancora patrimonio definitivo, quello utilizzabile ufficialmente per esempio per la risoluzione di problemi o preteso dall'insegnante come sapere posseduto in modo ufficiale" (D'Amore, 2000, pg 29)

È evidente che il modello qui sintetizzato costituisce un riferimento ideale rispetto alle reali pratiche di insegnamento, anche se lo stesso Brousseau (1986) si è preoccupato di fornire diversi casi di *situazioni a-didattiche*. Esistono infatti molteplici ostacoli alla realizzazione del processo di *devoluzione* messi ad esempio in luce da Perrin-Glorian (1997).

Nell'economia del nostro discorso tuttavia interessa chiarire quale ruolo giocano all'interno di tale modello le tecnologie informatiche e in particolare i softwares matematici che, in base a quanto detto, vengono a costituire degli elementi del *milieu* nel quale si sviluppano tanto le *situazioni didattiche*, quanto quelle *a-didattiche*. La questione è stata sviluppata principalmente attraverso due teorie, quella della *mediazione semiotica* e quella della *strumentazione*.

Il concetto di *mediazione semiotica* è stato originariamente introdotto da Vygotskij (1978) secondo cui la costruzione della conoscenza è una conseguenza di attività supportate da artefatti per mezzo dei quali i segni emergono ed evolvono all'interno dell'interazione sociale. Sulla base di questa idea originaria è stato elaborato un modello che descrive il contributo che gli strumenti didattici, pensati come artefatti,

apportano all'interno dei processi di insegnamento-apprendimento della matematica. "Following the seminal idea of Vygotsky, and elaborating on it, we postulate that an artifact can be exploited by the teacher as a tool of semiotic mediation to develop genuine mathematical signs, that are detached from the use of the artifact, but that nevertheless maintain with it a deep semiotic link." (Mariotti, 2009). Tra tali artefatti i softwares matematici, proprio per la loro capacità di rappresentare e trasformare oggetti matematici, costituiscono strumenti di particolare interesse. La creazione e la manipolazione dei segni che rappresentano tali oggetti sullo schermo del computer, se accompagnate da un'opportuna attività di mediazione dell'insegnante, aiutano gli studenti nello sviluppo dei processi semantici alla base della conoscenza matematica. La costruzione del significato dei concetti matematici, per loro natura astratti, è infatti uno dei passaggi più difficili nell'insegnamento di tale disciplina. Gli studenti tendono ad associare a tali concetti le definizioni verbali con le quali essi sono abitualmente presentati, senza tuttavia attribuire a tali frasi un significato profondo. Per evitare tale apprendimento superficiale può dunque risultare utile contestualizzare i concetti per mezzo di esempi rappresentati con un opportuno software matematico e sviluppare pratiche sociali di interazione dialogica attraverso le quali gli studenti, anche se aiutati, arrivano a formulare la conoscenza richiesta con un proprio linguaggio.

Per quanto riguarda invece la *instrumentation theory*, essa prende in considerazione più da vicino quelle situazioni didattiche nelle quali gli studenti sono chiamati ad affrontare un compito che preveda l'utilizzo di un software matematico. La teoria si basa sul modello generale proposto da Verillon e Rabardel (1995) che serve ad analizzare l'appropriazione di un artefatto da parte di un utente. Tale appropriazione si sviluppa seguendo un processo definito *genesi strumentale* che prevede la costruzione da parte dell'utente di strutture che gli consentono di operare con lo strumento. In particolare Verillon e Rabardel chiamano queste strutture cognitive *schemi di utilizzazione* a cui ricorre l'utente per ripetere le proprie azioni adattandole agli aspetti variabili della situazione. È importante sottolineare come il processo di *genesi strumentale* operi simultaneamente sia sull'utente che sullo strumento, o meglio sull'affordance dello strumento. "Instrumented activity – i.e. activity that employs and is shaped by the use of instruments – has a twofold outcome. There is a process of 'instrumentalisation', in which (in our terms) the subject 'shapes' the artifact for

specific uses, and simultaneously a process of instrumentation, in which the subject is shaped by actions with the artifact." (Hoyles, Noss, Kent, 2004, p. 5). Questa considerazione, riportata alle situazioni didattiche, risulta fondamentale per chiarire la valenza dei softwares matematici come elementi del *milieu*. Il loro uso infatti non viene concepito per facilitare lo svolgimento di quei compiti che vengono abitualmente risolti con carta e penna, bensì all'interno di alcuni particolari problemi che favoriscono lo sviluppo di una *genesì strumentale*, la quale agisce sui processi cognitivi dello studente e lo aiuta nell'acquisizione del sapere matematico. È implicito in quanto detto che la *genesì strumentale* non è né un processo univoco né strettamente individuale: *"The schemes of utilization of an artifact result not only from an individual genesis but also from a social genesis: The guidance of others and interaction with others contribute in a critical way to this genesis. Schools can certainly play a significant role in the instrumental genesis of students' use of technologies and can give rise to their appropriation of instrumental techniques"*. (Laborde, 2007, p. 73)

Riassumendo il quadro teorico fin qui presentato, possiamo dire che, all'interno del modello generale di *sistema e situazioni didattiche* proposto da Brousseau e Chevallard, il ruolo delle tecnologie informatiche viene esplicitato dalle due teorie di *mediazione semiotica e strumentazione*. Esse chiariscono in una logica rigorosamente costruttivista cosa debba intendersi sul piano concettuale per integrazione tra tecnologia e insegnamento della matematica: *"technology gives a meaning to mathematics and mathematics justifies the use of technology"* (Laborde, 2001, p. 316). Tuttavia il punto cruciale che interessa qui sottolineare è che entrambe queste teorie pongono come questione centrale per quanto riguarda l'effettiva integrazione delle tecnologie nei processi di insegnamento-apprendimento la capacità dell'insegnante di svolgere una molteplicità di complicati ruoli: orchestrare attività collettive di apprendimento, organizzare adeguati compiti, interpretare le azioni degli studenti con le tecnologie e intervenire appropriatamente. Lo stesso Chevallard (1992, A, cit. in Laborde, 2001, p. 285) avvertiva più di venti anni fa che *"the introduction of new tools in the didactic system must not be taken for granted [...] It is necessary to take into account didactic permanences, problems specific to teaching and learning that even new technologies cannot avoid. Quite often, computer-based strategies take rather little account of the logistic problems left to the teacher in his/her class."*

Si può dire che le parole dello studioso francese abbiano dettato l'agenda di una parte significativa della ricerca in Mathematics Education e ICT, impegnata nell'osservazione di pratiche di insegnamento ispirate alle teorie precedentemente esposte. Ad esempio il ruolo dell'insegnante all'interno della teoria della mediazione semiotica è stato studiato in (Falcade, Laborde, & Mariotti, 2006) e (Mariotti, 2009) nei quali vengono condotte analisi estremamente dettagliate delle pratiche di insegnamento utilizzate durante alcune lezioni dedicate allo studio dell'analisi matematica. Entrambi i lavori mettono in evidenza come le azioni degli insegnanti siano di natura puramente linguistica e spesso condotte in forma dialogica, favorendo l'arricchimento della rete semiotica e un cambio nel significato degli elementi del *milieu*. Tuttavia ai fini del nostro problema di ricerca questi studi non risultano particolarmente utili in quanto, pur offrendo accurati e interessanti scenari di impiego dei software matematici, non evidenziano le possibili criticità che possono emergere, se non nella misura in cui sottolineano la necessità da parte dell'insegnante di possedere competenze didattiche estremamente sofisticate. La letteratura a cui invece intendiamo fare riferimento è quella che focalizza esplicitamente la propria attenzione sulle difficoltà incontrate dagli insegnanti nello svolgimento dei delicati compiti precedentemente delineati.

A tal proposito esistono diversi studi che hanno evidenziato come gli insegnanti debbano in primo luogo farsi carico di una maggiore complessità nella gestione delle lezioni che prevedono l'uso di tecnologie didattiche. Essi infatti, non potendo seguire percorsi già tracciati sui libri di testo, devono da un lato progettare materiali digitali ad hoc (Monaghan, 2004), dall'altro riformulare la scansione temporale delle attività, riadattandola alle esigenze introdotte dai nuovi strumenti e cercando di stabilire un equilibrio tra "*paper-and-pencil techniques*" e "*computer software techniques*" (Assude, 2005).

D'altra parte il problema della scelta delle attività didattiche da svolgere con strumenti tradizionali o con quelli innovativi non è solo di tipo organizzativo, ma implica un ripensamento degli obiettivi di apprendimento, ponendo la questione in termini di "*old and new knowledge*" (Guin & Trouche, 1999; Assude, 2005). In assenza di una chiara comprensione del 'tipo di matematica' che può essere veicolata tramite tali tecnologie l'insegnante può trovarsi di fronte a situazioni che sviano l'attenzione dagli obiettivi che si era proposto, in quanto l'interesse degli studenti è attirato da altre questioni che

sorgono dalla manipolazione degli oggetti matematici per mezzo del software utilizzato (Monaghan, 2004).

I risultati menzionati trovano conferma nel lavoro di Haspekian il quale così sintetizza la difficoltà di gestione della complessità da parte dell'insegnante: "*The teacher must simultaneously take into account the tool features, the instrumented techniques, and the concepts involved*" (Haspekian, 2005, p. 133).

Un'interessante analisi dei bisogni degli insegnanti che spesso collidono con i tentativi di introdurre i CAS o i DGS nelle loro pratiche di insegnamento viene sviluppata da Lagrange (2007). Nell'articolo l'autore invita alla prudenza nei confronti degli studi che, presentandosi come "*proof by construction*" della compiuta integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento, ne enfatizzano l'efficacia e soprattutto la facilità di impiego. In particolare vengono discusse due tipologie di esigenze degli insegnanti: il controllo del '*didactical time*', e quella che viene definita esigenza '*prasseologica*'.

Per spiegare in cosa consista il bisogno di controllo sul *didactical time*, concetto introdotto da Chevallard, l'autore fa riferimento al già citato lavoro di Assude (2005) basato sull'osservazione di un esperimento di impiego del software Cabri nella scuola elementare: "*Control over didactic time implies tracing out a temporal division of knowledge that fits logically into the overall work of the class. Such control gives teachers a general view of how knowledge unfolds over time, even though it is possible to change things afterward, and makes it possible to anticipate pupils' difficulties during this progress.*" (Assude, 2005, p. 193). Quanto osservato da Assude è che durante il primo anno di sperimentazione gli insegnanti "*repeatedly mentioned the discomfort of working in a hurry, without knowing what was coming next, the taking of risk, the radical change in how they planned and conducted their lessons.*" (ibid, p. 184). In altri termini il rischio temporale percepito dagli insegnanti nell'uso di un software matematico non è tanto legato al 'tempo reale' dell'orologio o del calendario, ossia ai minuti che si impiegano per organizzare le attività didattiche che richiedono l'uso di una tecnologia o a quante lezioni è necessario spendere per far acquisire agli studenti le competenze tecniche implicate dall'uso dello strumento; bensì alla sensazione di disorientamento che il processo didattico intrapreso non converga verso i risultati di apprendimento previsti.

Altre difficoltà sono invece quelle che emergono in relazione alle esigenze *prasseologiche* degli insegnanti. Anche la nozione di *prasseologia* è stata introdotta all'interno degli studi di didattica della matematica da Chevallard e può essere sintetizzata come lo studio delle relazioni che intercorrono tra compiti, tecniche e teorie implicate in un'attività umana, in questo caso l'apprendimento della matematica. Le esigenze prasseologiche di un insegnante sono dunque rappresentate dalla necessità di mettere a punto strategie didattiche in cui siano previsti compiti la cui soluzione, attraverso l'uso di opportune tecniche, permette agli studenti di progredire nella comprensione della conoscenza matematica. Alla luce di quanto detto in precedenza sulle teorie della mediazione semiotica e della strumentazione, risulta abbastanza evidente che tali esigenze entrino in conflitto con i cambiamenti di pratiche educative imposti da un uso 'ortodosso' dei softwares matematici. Di fatti come ricorda ancora Lagrange (2007, p. 4) *"Technology books offer problems that computer tools can help to solve nicely, opening deep insight into mathematics. For teachers these problems are often pointless. They have a curriculum to teach and, for most topics of this curriculum, well-tried strategies"* che non prevedono l'uso delle tecnologie informatiche. Mentre, d'altra parte, *"computer tools were designed to facilitate techniques and so necessarily have a strong impact on the technical level of mathematical activity, making new techniques possible and old techniques obsolete. Teachers' well-tried strategies can be seen as praxeologies efficient in the sense that the epistemic value of the techniques contributes to a mathematical understanding adequate for the curriculum. Technology most often trivializes these techniques, depriving teachers of their efficient praxeologies. This is a reason why so many are reluctant towards using computer tools in classroom. When they want to do it, they often have to rethink all their praxeologies, a hard task."* L'autore porta a sostegno della propria posizione il lavoro di Schneider (1999), in cui si offre un esempio di due insegnanti che intendono introdurre gli studenti all'uso della calcolatrice TI-92 per lo studio delle funzioni logaritmiche, e quello di (Lumb, Monaghan & Mulligan, 2000) che testimoniano i problemi incontrati da altri due insegnanti che hanno provato ad utilizzare estensivamente il CAS *Derive* durante i rispettivi corsi di analisi matematica. Particolarmente esplicita è la conclusione a cui giungono gli autori di questo secondo articolo *"we think that teachers who plan to incorporate a significant use of computer*

algebra in their teaching are presented with a re-evaluation of the mathematics they were taught, and are familiar with", al punto da concludere che per i due insegnanti coinvolti nella sperimentazione l'integrazione di un CAS è vista come "*something that is neither rewarding nor desirable*" (Lumb, Monaghan & Mulligan, p.236 - 239).

Vogliamo infine riportare i risultati di un'importante ricerca condotta in una scuola secondaria francese a cui abbiamo già fatto riferimento in precedenza (Laborde, 2001). Attraverso uno studio longitudinale della durata di tre anni l'autrice evidenzia la trasformazione delle pratiche didattiche e le difficoltà incontrate da alcuni insegnanti nel cercare di integrare l'uso del DGS Cabri-géomètre nel curriculum di geometria euclidea. In particolare l'osservazione prende in esame quattro insegnanti: due dei quali con diversi anni di insegnamento, abituati alla ricerca didattica e già familiari con l'uso di softwares matematici, un altro con poca esperienza professionale ma con elevate competenze informatiche e viceversa un ultimo con esperienza professionale ma non abituato all'uso delle tecnologie. I primi due insegnanti vengono considerati 'expert' tout court, mentre gli ultimi due 'novice' in quanto carenti o di competenze didattiche generali o di competenze didattico-tecnologiche.

Tenendo come quadro di riferimento concettuale e ideale la teoria della *instrumentazione*, Laborde analizza in dettaglio i compiti assegnati agli studenti all'interno di quelli che vengono definiti "*teaching scenarios*", ossia "*a combination of interrelated tasks, as well as collective phases in which the teacher made definitions and theorems explicit*". L'analisi condotta permette di individuare quattro principali tipologie di compiti assegnati:

1. compiti nei quali il software facilita azioni materiali, ma non cambia il compito per gli studenti, per esempio tracciare figure e misurare i loro elementi;
2. compiti nei quali l'ambiente facilita l'analisi e l'esplorazione degli oggetti matematici da parte degli studenti, per esempio identificare relazioni all'interno di una figura attraverso il dragging⁵⁶;

⁵⁶ Il termine 'dragging' indica un'azione di 'trascinamento' effettuata su un elemento della figura costruita con un software di geometria dinamica e rappresenta la caratteristica essenziale che differenzia una costruzione geometrica con carta e matita rispetto all'equivalente con un DGS. Torneremo sulla valenza semiotica e cognitiva di questa importante funzionalità dei DGS nel prossimo capitolo.

3. compiti che possono essere risolti con carta e matita, ma che ammettono strategie alternative per mezzo del software, per esempio un esercizio di costruzione che può essere risolto usando una trasformazione geometrica o la somma di vettori;
4. compiti il cui significato è radicato nel software stesso, per esempio ricostruire un diagramma dinamico per mezzo di esplorazioni e sperimentazioni al fine di identificare le sue proprietà.

Nelle prime due tipologie, i compiti sono facilitati, ma non cambiati dalla mediazione del software rispetto ai loro equivalenti con carta e matita, mentre nelle ultime due tipologie i compiti implicano o un cambiamento di strategia risolutiva passando dall'ambiente tradizionale a quello digitale o addirittura non ammettono una soluzione nell'ambiente tradizionale, perché strettamente dipendenti dalla possibilità di eseguire il dragging sulla figura proposta.

Il valore didattico di tali tipologie di compiti e la particolare importanza delle ultime due all'interno della instrumentation theory viene sintetizzata da Laborde (2007, pp. 87-88) in un successivo articolo:

“Following instrumentation theory, we can distinguish between two levels of the teacher's instrumenting technology:

- *a first level, in which the teacher masters the use of technology for a mathematical activity*
- *a second level, in which she or he instruments technology for organizing learning and contributes to it: organizing tasks to take advantage of technology, anticipating the difficulties of students, anticipating their strategies in using technology, interpreting those strategies, and conducting collective activities that lead to the internalizing of the knowledge to be taught.*

In the hierarchy of tasks listed earlier, the second level of instrumentation is reached only for the two last types of tasks, which make use of the specificities of technology in relation to the meaning of the mathematical content.

The last type may also be the source of a different perspective on mathematics. The task of identifying properties in a dynamic diagram requires a back-and-forth process made of guesses based on visualization and checks on the diagram, possibly involving deductions drawn from what has been observed. The nature of the mathematical

activity is changed; it becomes a modelling activity that may differ greatly from the kind of mathematics the teacher wants to develop.”

Tornando alla ricerca condotta sul campo, al di là degli specifici compiti proposti dagli insegnanti durante la sperimentazione, ciò che interessa evidenziare sono le difficoltà da loro incontrate nel progettare compiti appartenenti agli ultimi due livelli della gerarchia sopra illustrata. Riportiamo a tal proposito alcuni passaggi salienti presentati nelle conclusioni del lavoro:

Per quanto riguarda i due insegnanti inesperti, o per anni di insegnamento o per uso della tecnologia, si evidenziano alcuni comportamenti simili e qualche particolare difficoltà aggiuntiva nel secondo caso:

“We interpret the behaviour of both novice teachers as resulting from their perspective that technology is an additional component of the teaching system but external to the learning processes. Technology facilitated material aspects of the actions of the students (teacher novice in teaching), technology was used in observation and construction tasks but activities in paper-and-pencil environment were given in addition by the teacher who was a novice in the use of technology. It is interesting to note that this latter teacher planned what might be interpreted as a more verifying or test way of using the drag mode than search way (in Hölzl’s terms). In the observation tasks that she gave, all steps of the conjectures were given explicitly.

[...]

If we reconsider the evolution of the choices of the teachers, we could interpret the early behaviour of both novice teachers as an unconscious way of trying

- to avoid interaction of Cabri with the core of the didactic system (anecdotal tasks whose content was not essential for the curriculum),*
- and to limit the scope of the schemes of utilisation developed by students only to dragging, observing and measuring.*

When the teacher novice in the use of Cabri decided to write a real scenario, the activities she proposed to students made use of a small range of tools available in Cabri. This might have been due to:

- her partial knowledge of the software: she may have not yet developed a large set of schemes of use, for example she did not propose to vary a number by dragging its display on the screen*

– and/or to her willingness to control what the students could do with Cabri.” (Laborde, 2001, pp. 310-312)

Laborde motiva le resistenze e le difficoltà incontrate dai due insegnanti in termini di comprensione concettuale delle potenzialità didattiche del software, ma anche di maggiore difficoltà di gestione del processo di insegnamento-apprendimento.

“We assume that really integrating technology into teaching takes time for teachers because it takes time for them to accept that learning might occur in computer-based situations without reference to a paper-and-pencil environment and to be able to create appropriate learning situations. But it also takes time for them to accept that they might lose part of their control over what students do.” (ibid, pp. 311-312)

Le scelte dei due insegnanti esperti permettono da una parte di evidenziare per contrasto le difficoltà incontrate dagli altri due insegnanti, ma dall'altra testimoniano che anche nel caso di solide competenze didattico-tecnologiche l'impiego del software secondo i dettami del modello teorico sostenuto dal gruppo di ricerca non è scontato.

“These [experienced] teachers offered more open exploration activities involving more of a search use of the drag mode; [...] But the comments they added expressed clearly that the drag mode was for them more to facilitate visualization than to act in the solution process, even for the open-ended problem.

[...]

One of the experienced teachers had a different way of formulating the activities that the novice teacher wrote, by opening up both the task and the range of possible tools used by students. The consequence is that class management would be more difficult since the range of possible answers would be larger, as well as the range of possible questions and difficulties of students. This is why managing the integration of technology in tasks given to students requires the teachers to know enough about possible strategies and uses of the technology by the students. This can be learned from research but also from practice in class.” (ibid, p. 310-312)

Esistono inoltre alcune difficoltà che sono imputabili ai vincoli curricolari e alla struttura stessa del sistema didattico all'interno del quale si devono muovere tutti gli insegnanti a prescindere dai loro livelli di esperienza.

“The second difficulty lies in the distance between the new perspective on mathematical concepts and their normal presentation. This difficulty arises in countries

like France in which there is a National curriculum and a national examination at the end of the secondary school. Teachers make the decision to introduce these new tasks, only if they are sure that the learning expected by the institution will benefit from this. This requires teachers to conceive possible interrelations between the new conceptual aspects introduced by technology and the actual curriculum.

[...]

Generally, these activities allowing rich interactions with the students require time and the development of specific schemes of instrumentation. They bring a new kind of perturbation with respect to the legitimacy of knowledge specific of technology and of constrains of time. Whilst in more classical tasks as observation tasks, the perturbation affected the relationship between the students and the mathematical content of the tasks, in the second kind of tasks, it affects the entire didactic system: the choice of the official content to be taught and the management of time.” (ibid, pp. 312-313)

In relazione a tali problematiche Laborde mette in evidenza come un'adozione del software realmente aderente ai principi di strumentazione e mediazione semiotica, a cui giungono i due insegnanti esperti, implica una forzatura delle regole implicite nel sistema didattico.

“This is why the experienced teachers in our project had two reactions after one or two years:

- they brought changes beyond the class itself, they gave homework and part of the usual assessment in class on Cabri;*
- they institutionalised mathematical contents in relation to technology.*

[...]

they claim that the instrumentation processes cannot take place without a complete reorganisation of study time, giving room to students' own manipulations.

Including assessment on Cabri in the usual assessment in addition to paper-and-pencil assessment was a way of giving legitimacy to the instrumented solutions. It was also a means for the teacher to judge the degree of appropriation of instrumented techniques by the students.

[...]

In the first year of the project, the institutionalisation of mathematical content was always done 'as usual' without any reference to Cabri. Institutionalisation is the process

by which the teacher formulates what is to be learned, to be known by the students as the official knowledge (Brousseau, 1997, p. 236). [...] But after some time, the experienced teachers of our team discovered that some ideas or notions difficult to conceptualise could give rise to 'tangible' phenomena in Cabri, whilst it was quite impossible to formulate them jointly in a de-contextualised manner and satisfy mathematical rigour." (ibid, pp. 313-315)

Questi ultimi due passaggi sono particolarmente importanti perché identificano delle criticità nell'introduzione dei DGS e più in generale dei softwares matematici nei contesti educativi formali, che prescindono dalle competenze professionali dell'insegnante, ma rimandano ad un problema a cui abbiamo già accennato in precedenza di ufficializzazione del ruolo delle tecnologie informatiche rispetto al sapere matematico da insegnare.

L'INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE SECONDO UN APPROCCIO ECOLOGICO AI FENOMENI EDUCATIVI

Come già anticipato al termine del terzo paragrafo, accanto alla linea di ricerca che studia le dinamiche di integrazione delle tecnologie informatiche all'interno di pratiche educative supportate da un equippe di esperti e ispirate a precisi modelli teorici elaborati in ambito accademico, ne esiste un'altra che segue un impostazione maggiormente ecologica. L'obiezione mossa nei confronti dei lavori precedentemente illustrati è che *"such projects provide greater support and legitimacy for innovation than is normally available to teachers working in more ordinary circumstances."* (Ruthven, Hennessy, Deaney, 2008, p. 300).

L'oggetto di osservazione degli studi che citiamo nel seguito sono dunque le pratiche di insegnamento in *"mainstream schools"* all'interno delle quali si evidenzia un uso ricorrente delle tecnologie; tenendo comunque fermo come obiettivo di ricerca non tanto quello di dimostrare l'efficacia di tali strumenti, quanto piuttosto di evidenziare se e come questi modificano i modelli didattici sottostanti, creando nuove opportunità di apprendimento, ma anche alcune criticità rispetto alle prassi consolidate. Bisogna inoltre aggiungere che questi lavori, pur rivolgendosi ai contesti educativi ordinari, si discostano dalle grandi indagini internazionali considerate nel

primo paragrafo del capitolo in quanto queste *“tell us something about the scale of computer use and the kinds of applications used but not about the nature and appropriateness of use.”* (Hennessy, Ruthven, & Brindley, 2005).

Il primo fondamentale risultato di ricerca riguarda quella che possiamo definire ‘l’innovazione apparente’ introdotta dalle ICT. Infatti nel corso dei decenni, mentre si veniva diffondendo l’uso delle tecnologie all’interno delle scuole e si alimentava la retorica in base alla quale queste avrebbero rivoluzionato i processi di insegnamento-apprendimento provocando un ripensamento integrale delle metodologie e dei modelli didattici utilizzati dagli insegnanti, diversi autori hanno messo in evidenza come in realtà le tecnologie trovavano posto all’interno delle aule adattandosi alle prassi didattiche consolidate. Già venti anni fa Goodson & Mangan (1995) mostravano nelle scuole canadesi *“evidence of reshuffling the pack of cards, but little evidence of anybody trying a new game”*. Analogamente uno studio condotto da Cuban nelle scuole californiane appartenenti a tutti i cicli di istruzione ed abbondantemente dotate di ICT confermava come gli insegnanti tendessero ad utilizzare la tecnologia per fare ciò che avevano sempre fatto, seppur rivendicando un cambiamento nelle loro pratiche di insegnamento (Cuban, 2001: ch.6). Nell’interpretare gli esiti di queste come di altre ricerche Cuban, Kirkpatrick e Peck (2001) sostengono che le prassi educative tradizionali, l’organizzazione delle scuole e ulteriori fattori di regolazione esterni spingono gli insegnanti a comportarsi come *“academic specialists”* la cui principale preoccupazione è quella di una fedele presentazione del sapere matematico ufficiale, scopo per il quale le nuove tecnologie vengono adattate ai modelli di insegnamento tradizionali.

A risultati simili perveniva Kerrs (1991) a seguito di una lunga esplorazione delle pratiche di insegnamento nelle scuole inglesi. Nella sua indagine egli chiedeva agli insegnanti che utilizzavano abitualmente tecnologie di identificare gli elementi fondamentali che contribuivano ad un cambiamento nel modo di concepire l’insegnamento. Nelle risposte le tecnologie comparivano raramente, solo come un fattore tra molti e non ai primi posti. In un ulteriore gruppo di domande veniva chiesto di descrivere le attività abituali attraverso le quali si svolgevano le lezioni e il ruolo che occupavano al loro interno le tecnologie. Anche in questo caso pur evidenziandosi delle aperture verso nuovi approcci didattici, questi cambiamenti non erano collegati

all'impiego degli strumenti informatici. Quello che dunque doveva costituire il fulcro del cambiamento educativo rappresentava per gli insegnanti semplicemente un elemento periferico.

Contestualizzando il nostro discorso al caso dei softwares matematici, appaiono particolarmente significativi i risultati emersi da un'indagine nazionale condotta negli Stati Uniti su come i DGS, in particolare *Geometer's Sketchpad*, veniva impiegato nelle scuole (Becker, Ravitz, & Wong, 1999). Da una parte tale software era indicato da molti insegnanti come *"the most valuable"* prodotto da far utilizzare ai propri studenti; dall'altra lo stesso campione di insegnanti dichiarava che la maggior parte dei compiti da svolgere con il computer che assegnavano agli studenti prevedeva l'impiego di *"very traditional skill-practice software, [mentre] Sketchpad is oriented very differently, towards inductive reasoning and exploration of hypotheses"* (ibid, p. 18). Ulteriori studi (Kendal & Stacey, 2001; Lins, 2003) confermano questa apparentemente anomalia: le modalità di utilizzo dei softwares di geometria dinamica nelle pratiche d'aula comuni possono discostarsi nettamente rispetto al loro impiego per attività di esplorazione e conjecturing raccomandate da coloro che hanno progettato tali prodotti. Il meccanismo ricorrente attraverso il quale si manifesta questa forzatura dell'affordance dei DGS da parte degli insegnanti può essere così sintetizzato: *"In many mathematics classrooms, a textbook or worksheet scheme provide an important structuring resource for lesson activity. Typically, however, such curriculum materials have not been designed with dynamic geometry in mind, calling for teachers to co-ordinate use of the two resources, or to use each in isolation from the other"* (Ruthven, Hennessy, Deaney, 2008 p. 300).

Accanto a queste evidenze empiriche ne esistono tuttavia delle altre che mostrano, anche se con minor frequenza, la presenza di pratiche di insegnamento nelle quali le tecnologie costituiscono elementi chiave nei cambiamenti significativi delle pratiche di insegnamento. Ad esempio nel già citato studio di Kerr (1991), l'autore, evidenziava la presenza di insegnanti in grado di concepire l'impiego delle tecnologie all'interno di un organico tentativo di innovazione educativa. In questi casi l'introduzione dei nuovi strumenti si accompagnava ad un *"measured development in their thinking about instruction, their role as teachers, and, most significantly, the look and feel of classrooms as the arenas where education takes place"*.

Tornando a focalizzare la nostra attenzione al caso dei softwares matematici, diversi autori hanno cercato di evidenziare l'esistenza di pratiche didattiche in cui l'adozione di tali strumenti fosse maggiormente coerente con l'impostazione pedagogica sottostante alla sua progettazione. A tal proposito vogliamo ricordare un studio (Engström, 2004) che mette a confronto l'uso di un DGS da parte di alcuni insegnanti svedesi con quello di un insegnante svizzero, evidenziando come nel primo caso le attività d'aula restassero fondamentalmente strutturate intorno alle richieste del libro di testo, mentre nel secondo l'insegnante, possedendo maggiore esperienza nell'uso del software e potendo godere di una maggiore autonomia rispetto al curriculum nazionale, riusciva a sviluppare un corso di geometria dinamica nel quale dava ai propri studenti *"the possibility to explore, propose, make conjectures and try to demonstrate"*, e dove gli stessi insieme all'insegnante *"work together [...] like partners each with their competencies and experiences"* (ibid, p. 4)

Capire come gli insegnanti possano passare in un contesto ecologico, ossia senza il diretto intervento di un'equipe di ricerca, da un uso dei softwares matematici improntato a modelli didattici tradizionali ad uno che invece sfrutti al meglio le potenzialità educative di tali strumenti è una questione cruciale rispetto al problema di ricerca che stiamo qui presentando. In questo ambito alcuni importanti lavori sono stati condotti in Inghilterra da Ruthven (Ruthven & Hennessy, 2002; Ruthven & Hennessy, 2003; Ruthven, Hennessy, & Brindley, 2004 A e B; Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2005; Ruthven, 2008 A; Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008) il quale attraverso prolungate ricerche empiriche nelle scuole del suo paese ha cercato inizialmente di far emergere quali funzionalità venissero principalmente attribuite dalla comunità degli insegnanti di matematica alle tecnologie e successivamente di individuare gli 'usi archetipici' dei DGS all'interno di tale comunità.

In realtà in una prima fase le ricerche, condotte da Ruthven e dalla sua equipe hanno coinvolto non solo gli insegnanti dei dipartimenti di matematica, ma anche di scienze e inglese. In particolare durante l'anno scolastico 1999-2000 sono state condotte interviste agli insegnanti delle scuole di Cambridge, nelle quali veniva loro chiesto di fornire esempi, basati sulle proprie esperienze di insegnamento, di ciò che essi consideravano un uso efficace delle tecnologie informatiche (Ruthven, & Hennessy,

2002; Ruthven, Hennessy, & Brindley, 2004 A). Dall'analisi dei dati è emerso un modello, definito '*practitioner model*' sintetizzato nel seguente schema:



I collegamenti tra le categorie del modello sono stati stabiliti sulla base delle relazioni argomentative esplicitate dagli insegnanti durante le singole interviste e successivamente confermati attraverso un'analisi quantitativa della loro incidenza e co-incidenza all'interno dell'intero corpo di interviste. Mentre la struttura spaziale della rappresentazione grafica proposta è definita dalla natura delle distinte funzionalità che ciascuna categoria individua, così come spiegato in (Ruthven, 2008 A, p. 54-55):

“At the left of the diagram are those themes most directly related to use of technology itself. It can serve as a means of: Enhancing ambience through changing the general form and feel of classroom activity; Assisting tinkering by helping to correct errors and experiment with possibilities; Facilitating routine by enabling subordinate tasks to be carried out easily, rapidly and reliably; and Accentuating features by providing vivid images and striking effects which highlight properties and relations. At the right of the diagram are those themes more directly related to major teaching goals. Intensifying engagement relates to securing the participation of students in classroom activity;

Effecting activity relates to maintaining the pace and productivity of students during lessons; *Establishing ideas* relates to supporting the development of student understanding and capability. In an intermediate position lie the key bridging themes: *Improving motivation* through generating student enjoyment and interest, and building student confidence; *Alleviating restraints* through mitigating factors which inhibit student participation such as the laboriousness of tasks, the requirement for - and the demands imposed by- pencil-and-paper presentation, and vulnerability to mistakes being exposed; and *Raising attention* through creating the conditions for students to focus on overarching issues.”

Il modello è stato confermato da una successiva ricerca condotta durante l’anno scolastico 2002/2003 in cui l’attenzione era focalizzata sugli insegnanti di matematica (Ruthven & Hennessy, 2003) e successivamente applicato anche per interpretare i risultati provenienti da ricerche condotte in altri paesi (Ruthven, 2008 A).

I lavori del gruppo di Cambridge si sono quindi concentrati su una specifica tecnologia informatica (Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2004 B; Ruthven, Hennessy, & Deaney 2005; Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008). Durante l’anno scolastico 2002/2003, dopo aver individuato le scuole nelle quali gli insegnanti di matematica dichiaravano l’esistenza di un uso efficace delle ICT nelle proprie pratiche di insegnamento, sono stati scelti quei casi in cui la tecnologia indicata era un DGS (6 su 11) e dall’analisi delle interviste condotte in forma di focus groups sono emersi 6 clusters di idee ricorrenti espresse dagli insegnanti circa l’utilità di tali softwares matematici: *“making student work with figures easier, faster and more accurate; removing drawing demands which distract students from the key point of a lesson; making properties apprehensible to students through dynamic manipulation; guiding students to discover properties for themselves; promoting student conviction, understanding and remembering.”* (Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008, p. 304) Durante il successivo anno scolastico sono stati selezionati quattro insegnanti, conducendo osservazioni delle lezioni nelle quali essi utilizzavano i DGS e successive interviste. Per poter effettuare un’analisi comparata delle lezioni osservate sono state prese in considerazione solo quelle relative ad un medesimo segmento curricolare. Al termine di questo processo selettivo sono stati scelti quattro gruppi di lezioni, uno per ciascun insegnante, indicati con i

seguenti titoli, scelti per identificare le caratteristiche distintive della costruzione geometrica proposta dall'insegnante durante la propria pratica didattica:

1. *Prepared teacher use of a dynamic figure to support persuasive mathematical presentation*
2. *Structured student use of dynamic geometry to support mathematically principled interaction*
3. *Structured student use of a customized dynamic figure to provide a mathematical reference model*
4. *Guided student use of dynamic geometry to support mathematically disciplined expression"*

(ibid, p. 305).

L'analisi dei dati raccolti durante l'osservazione delle lezioni e delle interviste ha permesso di portare alla luce quelli che l'autore definisce 'usi archetipici' dei DGS. In particolare vengono individuati 9 ambiti d'azione rispetto ai quali gli insegnanti adottano distinte strategie di utilizzo dei softwares di geometria dinamica. Sintetizziamo la descrizione delle categorie descritte (ibid, pp. 305-313):

– *Employing dynamic geometry to support guided discovery*

In tutti e quattro i casi esaminati il software viene utilizzato per facilitare gli studenti nella scoperta guidata delle proprietà di una costruzione geometrica. Tuttavia si evidenzia una chiara differenza nel modo in cui tale scoperta viene guidata. In un caso [1] è l'insegnante che gestisce l'attività e indirizza gli studenti verso la regola da individuare in modo che essi forniscano la risposta corretta. Negli altri tre casi [2, 3, 4] l'esplorazione della figura è affidata direttamente agli studenti, mentre l'insegnante guida la loro attenzione verso la proprietà da individuare e li aiuta nelle difficoltà che incontrano durante l'esplorazione.

– *Evaluating the costs and benefits of student software use*

Durante le interviste con gli insegnanti è emerso con frequenza il tema legato alla facilità di utilizzo del software da parte degli studenti nella costruzione delle figure. In particolare tre dei quattro insegnanti [1, 2, 3] considerano l'interazione col software complicata per gli studenti e possibile causa di errori, al punto che uno di essi [1] preferisce limitarne l'uso solo per la sua presentazione. L'altro insegnante [4] invece non manifesta tale preoccupazione in quanto l'interazione

del software da parte degli studenti era richiesto proprio in quei casi in cui il suo uso contribuiva direttamente a costruire la conoscenza matematica.

– *Handling apparent mathematical anomalies of software operation*

Nella preparazione delle lezioni e dei files da utilizzare, in due casi si è presentato il problema di come gestire apparenti anomalie del software che compaiono a seguito di particolari deformazioni (dragging) delle figure. Le soluzioni proposte dagli insegnanti sono diametralmente opposte. In un caso [1] vi è una grande attenzione per evitare di esporre gli studenti a tali anomalie, mentre nell'altro [2] l'anomalia viene esplicitamente mostrata e utilizzata per spiegare agli studenti come il software gestisce gli oggetti matematici costruiti.

“These strategies differed, then, between – in the first case – concealing anomalies of software operation and – in the second case – capitalising on them for purposes of mathematical knowledge building.”

– *Supporting learning through analysis of mathematical discrepancies*

Un aspetto particolarmente significativo è risultato il modo in cui gli insegnanti sfruttavano le situazioni di difficoltà che si presentavano durante l'interazione tra gli studenti e il software. In tre casi [2, 3, 4] gli errori e i conflitti venivano utilizzati “to promote mathematical thinking and knowledge building”. In particolare la verifica delle soluzioni analitiche sviluppate dagli studenti con carta e penna attraverso il confronto con la figura costruita con il software veniva vista non soltanto come strategia di controllo dell'errore, ma come occasione “to relate their answer back to the geometric situation”. Nel caso restante [1] invece, proprio la possibilità che l'interazione degli studenti con il software desse luogo a errori e conflitti è stato considerato motivo valido per limitare l'uso dello strumento nelle loro mani.

– *Promoting mathematically disciplined interaction through the software*

In quei casi in cui il software veniva visto come strumento di costruzione della conoscenza matematica risultava particolarmente importante la formulazione dei compiti assegnati agli studenti. In particolare due insegnanti [2, 4] chiarivano che lo scopo di tali compiti era quello di aiutare gli studenti “[to] see that the software works geometrically” o che “[the software] not just drawing [but] drawing using mathematical rules”.

Inoltre all'interno dei compiti veniva anche enfatizzata la richiesta agli studenti di formulare le loro conclusioni attraverso un preciso linguaggio matematico.

– *Providing experience of a mathematical reference model through the software*

Per quanto concerne l'attività di esplorazione delle figure dinamiche costruite con il software i compiti assegnati nei due casi sopra considerati [2, 4] possono essere considerati come "exploiting students' interaction with the software to give them experience of a standardised reference model for geometry, generalisable across situations". Ossia le figure fatte costruire agli studenti erano tali da permettere di individuarne le proprietà caratteristiche attraverso operazioni di dragging su qualsiasi elemento. Viceversa in un altro caso [3] la figura era costruita dall'insegnante in modo tale che solo effettuando il dragging su un particolare elemento della figura si conservava la proprietà che si voleva far studiare agli studenti. Conseguentemente in questa situazione era necessaria una guida maggiormente esplicita da parte dell'insegnante sul tipo di esplorazione da condurre sulla figura.

– *Positioning dynamic geometry in relation to curricular norms*

L'impiego del software da parte dei quattro insegnanti mette in evidenza una distinta collocazione della geometria dinamica rispetto al curriculum nazionale. In due casi [2, 4] "to promote mathematically disciplined interaction through the software, teachers talked of the lesson as doing more than just following the national curriculum". In entrambi i casi gli insegnanti rivendicano un margine di autonomia rispetto alle indicazioni nazionali di curriculum al fine di consentire agli studenti uno studio della geometria più coerente con l'effettivo sviluppo di tale disciplina. Nei restanti due casi [1, 3] l'uso del software è stato mantenuto più aderente alla struttura delle lezioni tradizionali, focalizzate sugli obiettivi di apprendimento previsti dalle prove di valutazione nazionali. Conseguentemente i compiti che implicavano attività di esplorazione e conjecturing sono state esclusi proprio perchè il curriculum non richiedeva "that degree of investigation".

– *Privileging a mathematical register for framing figural properties*

La scelta del registro matematico da privilegiare nella formalizzazione delle proprietà delle figure studiate costituisce un altro elemento di differenziazione nell'impiego dei software di geometria dinamica. Tre insegnanti [1, 2, 3], restando

più aderenti al curriculum ufficiale, hanno sfruttato il dragging sulle figure per evidenziare se e come variavano le misure di alcuni elementi favorendo quindi negli studenti una descrizione delle loro proprietà attraverso il registro aritmetico. Viceversa nel restante caso [4] l'insegnante ha privilegiato un "use of a geometrical register to frame and analyse figural properties" Questo implica una differente attività di osservazione delle figure dinamiche nella quale più che l'osservazione delle misure degli elementi della figura è richiesta una precisa descrizione delle situazioni osservate attraverso la terminologia propria della geometria.

– *Incorporating dynamic manipulation into mathematical discourse*

Come conseguenza delle distinte scelte descritte ai punti precedenti è possibile evidenziare un differente impiego delle azioni di dragging durante lo svolgimento delle lezioni. In tutti i casi la manipolazione delle figure è stata utilizzata ad un livello basilico per generare un numero discreto di esempi statici. Tuttavia differenze significative sono emerse rispetto alla scelta del registro utilizzato. Nel caso del registro aritmetico [1, 2, 3] "attention was focused more sharply on the constancy, variation and covariation of measures across a domain"; mentre la scelta del registro geometrico [4] ha portato ad una più accurata osservazione delle relazioni spaziali tra gli elementi della figura.

La lunga ma necessaria sintesi del lavoro di Ruthven et al. qui riportata permette di chiarire il significato dell'espressione 'pratiche archetipiche' utilizzata dall'autore. Infatti in tutti gli ambiti di azione attraverso i quali è stato analizzato l'impiego del DGS da parte degli insegnanti si possono riscontrare strategie differenti e in alcuni casi diametralmente opposte. Tali strategie sono collegate sia alle scelte didattico-metodologiche, che a quelle epistemologico-disciplinari alla base delle distinte pratiche di insegnamento condotte dagli insegnanti.

A conclusione della rassegna della letteratura discussa in questo e nel precedente paragrafo vogliamo evidenziare alcune analogie tra i risultati ottenuti dalle due linee di indagine presentate. In particolare, prendendo a riferimento da una parte i lavori appena riportati di Ruthven et al. e dall'altra quello di Laborde (2001). Entrambi gli studiosi, pur osservando situazioni di insegnamento in contesti profondamente diversi

e utilizzando distinti quadri teorici di riferimento, arrivano a mettere in evidenza l'esistenza di simili concezioni di impiego di un DGS da parte degli insegnanti. Sia che l'analisi delle pratiche di insegnamento venga condotta utilizzando come modello di riferimento quello elaborato in ambito accademico dalla scuola francese sia che invece si ricorra ad un '*practitioner model*' costruito induttivamente attraverso l'osservazione empirica, in entrambi i casi si riscontrano una molteplicità di dinamiche simili che si polarizzano intorno a due principali posizioni contrapposte, una di impronta costruttivista e una invece più ancorata ai modelli tradizionali di insegnamento.

LO STUDIO DELLE PRATICHE DI INNOVAZIONE ICT-CENTERED SECONDO L'APPROCCIO SOCIOCULTURALE: LA FLESSIBILITÀ INTERPRETATIVA E L'EVOLUZIONE STRUMENTALE DEI SOFTWARES MATEMATICI

I risultati di ricerca sin qui riportati possono essere espressi in termini di processi di appropriazione delle tecnologie da parte degli insegnanti. Seguendo questa impostazione, che intendiamo discutere nel presente paragrafo⁵⁷, tali processi sono alla base delle dinamiche di integrazione delle tecnologie nei sistemi didattici che, come abbiamo visto, hanno provocato nella maggior parte dei casi un adattamento degli strumenti introdotti nelle pratiche d'insegnamento alle prassi già esistenti e solo in rari casi, in genere dopo prolungato uso, un loro impiego per sperimentare dei modelli didattici effettivamente innovativi. Abbiamo inoltre fatto notare come questi processi di appropriazione si manifestino attraverso una forzatura dell'affordance degli strumenti utilizzati, dovuta o ad un mancato riconoscimento delle funzionalità definite in fase di progettazione dello strumento o ad una difficoltà nell'adattare le pratiche di insegnamento a tali funzionalità.

Nel tentativo di elaborare una teoria organica in grado di spiegare le dinamiche che sottostanno a tali processi, diversi autori hanno importato dagli studi di Social Construction of Technology (SCOT) il concetto di *flessibilità interpretativa*. In maniera sintetica la flessibilità interpretativa di uno strumento didattico messa in atto da un insegnante è data dalla molteplicità di maniere di intendere l'uso dello strumento e

⁵⁷ In particolare sintetizziamo qui il discorso sviluppato in (Ruthven, 2008 B) nel quale l'autore ricompono un quadro concettuale in grado di interpretare in modo coerente i lavori condotti dal suo gruppo di ricerca, (cfr paragrafo precedente) e quelli afferenti alla scuola francese (cfr. paragrafo 4).

dunque le sue potenzialità educative. Questo implica da una parte che un lo strumento può essere adottato da un insegnante anche se le intenzioni secondo le quali esso è stato progettato non coincidono con quelle per le quali viene scelto, dall'altra che più insegnanti possano utilizzare e far utilizzare ai propri studenti in maniere distinte il medesimo strumento anche per lo sviluppo dei medesimi contenuti curricolari. In termini più generali e precisi il concetto viene così esplicitato da Ruthven (2008 B, p. 381):

“However established the physical and operational prototype for a tool, however accepted the expectations about aims and methods for its use, there is scope for these to be expanded and adapted, reshaped or reconceived. This “interpretative flexibility” which surrounds any technology can be seen in the varied conceptions of its functionalities and modes of use which come into play, not only during its evolving design, but in the course of its propagation as a finished product, and of its appropriation as a practical tool (Kline & Pinch, 1999; Williams & Edge, 1996). In particular, the process through which a technology becomes aligned with user concerns and adapted to use settings opens the way to variation in conceptions and usages between different user groups and to change in these over time (which may, in turn, precipitate redesign of the tool). In this sociocultural model, “design continues in usage” (Rabardel & Bourmaud, 2003, p. 666), and “the conceptualization of instruments [is] an activity distributed between designers and users” (Rabardel & Waern, 2003, p. 643). In particular, teachers interpret educational resources and mediate their students’ use of them (Haggarty & Pepin, 2002; Remillard, 2005); they necessarily incorporate such materials into wider systems of classroom practice, so that, rather than determining such practice, the designs of their developers turn out to be only one component of it (Ball & Cohen, 1996).”

Il concetto di flessibilità interpretativa ha un campo di applicabilità estremamente ampio. Per studiare più nello specifico le dinamiche di appropriazione di un software matematico da parte di un insegnante, la comunità di ricerca francese ha proposto la medesima instrumental theory utilizzata per interpretare i comportamenti degli studenti. Come abbiamo già chiarito in precedenza tale teoria analizza i processi attraverso i quali un utente sviluppa la sua capacità di impiego di uno strumento per la soluzione di un compito matematico. Dunque il tipo di analisi può essere condotta

anche nel caso in cui l'utente sia un insegnante (Rabardel, 2002; Artigue, 2002; Trouche, 2005). In particolare quello che interessa qui sottolineare è che il processo di genesi strumentale ha una dimensione sociale che può essere inquadrata nella teoria antropologica di Chevallard (1992, B), introdotta per concettualizzare il più ampio meccanismo attraverso il quale un dominio di conoscenze matematiche viene riconosciuto pubblicamente e successivamente istituzionalizzato. Secondo questa concezione le resistenze manifestate dagli insegnanti rispetto a determinati impieghi dei softwares matematici possono essere spiegate in termini di un mancato riconoscimento da parte della propria comunità di riferimento delle tecniche di strumentazione previste attraverso tali impieghi. In termini più concreti, facendo riferimento alla gerarchia proposta da Lagrange dei compiti basati su un DGS (cfr. il paragrafo L'INTEGRAZIONE DELLE TECNOLOGIE INFORMATICHE SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTA DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA), molti di questi compiti vengono difficilmente concepiti e proposti dagli insegnanti proprio perché implicano la costruzione di una conoscenza matematica non riconosciuta istituzionalmente.

Sempre nel tentativo di inquadrare il concetto di flessibilità interpretativa in un contesto più ampio, è possibile fare riferimento ad un ulteriore modello nel quale gli insegnanti sono visti come membri all'interno di una comunità che, nell'appropriarsi di uno strumento, ne condividono il significato, mediandolo con quello attribuitogli dagli altri membri della comunità stessa⁵⁸. L'attenzione viene quindi rivolta allo sviluppo dei processi culturali attraverso i quali la comunità di riferimento modifica i repertori di utilizzo dello strumento importato nelle proprie pratiche ('instrumental evolution').

In particolare Pea (1985) e Dörfler (1993) hanno mostrato in diversi contesti come una nuova tecnologia venga inizialmente trattata come una variante o un ibrido di quelle che sono già considerate come familiari e quindi assimilata all'interno delle prassi della comunità agendo come un 'amplificatore' delle modalità di azione già esistenti. Solo quando della nuova tecnologia se ne riconosce l'affordance distintiva, questa assume una funzione 'riorganizzatrice' dell'agire umano e induce quindi delle innovazioni nelle pratiche della comunità.

⁵⁸ In termini più generali il modello a cui si fa riferimento può dirsi ispirato alla scuola storico-culturale di Vygotskij, secondo la quale le tecnologie sono considerate artefatti culturali, il cui pieno significato è dato dalla condivisione con altri individui delle modalità d'uso e del linguaggio per riferirsi ad essi. (Vygotskij, 1978; Cole, 1996).

Sia la teoria antropologica di Chevallard che i modelli di Pea e Dörfler sembrano in grado di spiegare in maniera convincente i meccanismi di flessibilità interpretativa e successiva evoluzione strumentale messi in atto dagli insegnanti come individui e come comunità nei confronti delle tecnologie in generale e dei softwares matematici in particolare. In altri termini possiamo dire che una parte consistente della ricerca educativa, di fatto tutta quella a cui ci siamo riferiti sin ora, ha trovato all'interno dell'approccio socioculturale un terreno comune nel quale inquadrare i propri risultati di ricerca.

Questa scelta epistemologica che si richiama evidentemente al paradigma naturalistico-interpretativo implica un netto cambiamento di prospettiva rispetto all'approccio tecnico-scientifico in genere utilizzato dai policy makers nel pianificare le riforme dei sistemi educativi. Tale prospettiva pone infatti come assunto di base che gli insegnanti, nel decidere se e come utilizzare una data tecnologia, non agiscono né a favore né contro la tecnologia stessa, ma semplicemente con coerenza rispetto al sistema didattico nel quale si trovano ad operare. Conseguentemente i tentativi di influenzare le pratiche di insegnamento semplicemente attraverso la progettazione e la diffusione di nuovi 'curriculum materials' sono andati incontro a ripetuti fallimenti. *"Attempts to 'teacher proof' such materials, and the recurring failure of these efforts even more so, testify that teachers act as interpreters and mediators of curriculum materials (Ball & Cohen, 1996; Haggarty & Pepin, 2002; Remillard, 2005). This reflects a broader pattern in which the unfolding of innovation in education is shaped by the sense-making of the agents involved (Spillane, Reiser, & Reimer, 2002). Teachers typically select from and adapt curriculum materials, and they necessarily incorporate these materials into wider systems of classroom practice, so that the designs of curriculum developers turn out "to be ingredients in – not determinants of – the actual curriculum" (Ball & Cohen, 1996, p. 6)."* (Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008, p. 298).

Sviluppando ulteriormente tali considerazioni si può arrivare a concludere che la possibilità di un'evoluzione strumentale dei softwares matematici, così come di altre tecnologie informatiche, nella direzione costruttivista risulterebbe ostacolata proprio da quella che Cuban definisce *"the DNA of classroom life"* basata su un modello di *"teacher-centred instruction"* nel quale *"a teacher is required to face thirty or more*

students in a classroom for a set period of time, maintain order, and inspire the class to learn content and skills mandated by the community” (Cuban, 1986: pp. 81-82).

Questa posizione è stata criticata da alcuni autori tra cui Papert (1997), secondo il quale essa si limita a descrivere un meccanismo di difesa da parte del sistema scolastico con lo scopo di frustrare le riforme. Tuttavia lo stesso Papert riconosce la presenza di ostacoli insiti nel sistema che impediscono un’innovazione in senso costruttivista delle pratiche educative, ostacoli che *“are concomitants rather than causes of stability”* (ibid, p. 419). In sostanza i due autori concordano sul fatto che quando le innovazioni proposte cercano di modificare le prassi educative, si attiva un processo inverso attraverso il quale i sistemi scolastici modificano l’innovazione, quello che invece contraddistingue il pensiero di Papert è un maggiore ottimismo in base al quale *“as ideas multiply and as the ubiquitous computer presence solidifies, the prospects of deep change become more real”* (ibid, p. 423)

Le ultime considerazioni esposte portano ad un cambio della scala di osservazione del problema di ricerca presentato all’interno del capitolo. L’attenzione infatti si focalizza non sull’impiego di un software matematico da parte del singolo insegnante, ma sulle dinamiche di appropriazione delle nuove tecnologie da parte dell’intera comunità di insegnanti che operano all’interno di un sistema educativo. Gli studi intrapresi in tal senso mirano innanzi a delimitare con maggiore precisione l’insieme dei membri che deve essere preso in considerazione. Lo strumento concettuale a cui si fa riferimento è quello di ‘comunità di pratica’ (Wenger, 2006). Nel caso degli insegnanti è stato messo in evidenza come la cultura di riferimento e le pratiche sviluppate, e quindi la delimitazione della comunità, dipendono significativamente dall’ambito disciplinare (Lave & Wenger, 1991). Inoltre in molti casi il gruppo può essere ulteriormente limitato. Ad esempio in alcuni paesi, quali l’Inghilterra e gli Stati Uniti, i dipartimenti interni alle scuole secondarie agiscono come ‘basic social units’ che sviluppano le proprie prospettive e i propri obiettivi sia interni che esterni alla scuola ai quali conformano le proprie azioni (Louis & Firestone 1997). Come conseguenza la condivisione delle pratiche d’insegnamento e delle relative sperimentazioni condiziona l’introduzione e l’integrazione delle ICT all’interno delle singole discipline (Williams et al. 2000; Rogers, 2002).

In ogni caso le comunità di pratica, a qualsiasi livello vengano definite, sono inevitabilmente soggette a continue ridefinizioni e adattamenti delle proprio sistema di valori e prassi, che spesso si manifestano sotto forma di conflitti interni, situazioni critiche e dubbi da risolvere. Nel caso degli insegnanti questo significa un costante ripensamento delle proprie conoscenze e competenze professionali, degli obiettivi da perseguire e degli assunti pedagogici (Loveless, DeVoogd, & Bohlin, 2001). *"This complex process is not automatically triggered by using ICT or sharing information with colleagues. It entails developing ideas and trying them out, considering the principles and purposes that underpin activities in particular contexts, and critical reflection."* (Hennessy, Ruthven, & Brindley, 2005, p.8)

Esiste inoltre una distinta linea di ricerca che ponendo l'accento sull'aspetto tecnologico delle prassi coinvolte considera gli insegnanti come membri della più ampia comunità di educational technology (Hadley & Sheingold 1993, Schofield 1995, Becker 2000, Dawes 2001). Tali lavori partono dalla constatazione che oltre alle nuove competenze interpersonali e didattiche richieste agli insegnanti per utilizzare le ICT in aula, esistono altri fattori contestuali che possono agire come barriere nel processo di integrazione: auto percezione delle proprie competenze informatiche, necessità di sviluppare esperienza generale con i computer e pratica con specifici softwares, possibilità di accesso alle risorse presenti sul mercato. A tali fattori si aggiunge il frequente scontro con la cultura digitale degli studenti caratterizzata da differenti modalità di interazione con e attraverso le ICT. Tutti questi elementi sono trasversali agli ambiti disciplinari e anzi possono dar luogo a distinti atteggiamenti anche all'interno degli stessi dipartimenti. *"Considering teachers as members of the wider community of educational technology users means that change occurs in individuals and groups of colleagues as they develop professional expertise and the motivation to evolve from being 'potential users' (through the stages of 'participant', 'involved' and 'adept') to 'integral users' ultimately. The cultural norms and practices which operate within this wider community are shaped by competing forces, including: senior management and their creation of a supportive organisational culture within the school; the external subject community; education officials, policy makers and inspectors (at local and national levels)"* (Hennessy, Ruthven & Brindley, 2005, p.8).

La rassegna dettagliata della letteratura inerente alle linee di ricerca esposte in questa ultima parte del paragrafo va oltre le necessità del presente lavoro nel quale il problema generale della difficoltà di integrazione delle tecnologie informatiche nelle pratiche di insegnamento della matematica verrà affrontato, contestualizzandolo ad uno specifico studio di caso nel quale si osserva l'impiego di un DGS da parte di un insegnante durante un corso matematica di scuola secondaria italiana. Abbiamo voluto comunque farvi cenno in quanto anche l'osservazione di uno specifico caso non può prescindere dai molteplici e sovrapposti contesti culturali nei quale esso si sviluppa.

CAPITOLO IV

LE TECNOLOGIE INFORMATICHE PER LO STUDIO DELLA MATEMATICA.

LA COLLOCAZIONE DEL SOFTWARE GEOGEBRA NELLE CLASSIFICAZIONI UTILIZZATE DALLA RICERCA EDUCATIVA.

Questo capitolo rappresenta il completamento e la chiarificazione del precedente. Esso si compone di due paragrafi, nel primo inquadrano la problematica dell'integrazione dei softwares matematici alla luce di alcune prospettive generali della Educational Technology. Si tratta di questioni proprie di tale settore di studi che spesso vengono date per sottintese dalla più specifica letteratura di riferimento della Mathematics Education, in quanto considerate già note dagli esperti di tecnologie educative a prescindere dall'ambito curricolare alla quale esse sono applicate. Per questo motivo i softwares matematici, prima ancora che come specifiche risorse disciplinari, come tecnologie educative di tipo informatico.

Nel successivo paragrafo, in cui torneremo a muoverci all'interno della Mathematics Education, preciseremo alcune caratteristiche di GeoGebra il software matematico coinvolto nello studio di caso condotto. A tal scopo, prima proporremo alcune classificazioni utilizzate in letteratura per distinguere le tecnologie informatiche dedicate allo studio della matematica e quindi specificheremo in quali delle categorie introdotte può essere collocato GeoGebra. In tal senso infatti è importante anticipare che questo prodotto, al pari di altri softwares matematici, presenta un'affordance ibrida che non ne consente una facile classificazione. Tuttavia vogliamo avvisare il lettore che non verrà qui fornita una descrizione tecnica del software, né delle sue specifiche funzionalità, per le quali rimandiamo alla letteratura di riferimento (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Hohenwarter, Hohenwarter, Lavicza, 2008) o ai materiali presenti sullo stesso sito ufficiale di GeoGebra (si veda ad esempio il manuale del programma alla pagina http://wiki.geogebra.org/it/Manuale:Pagina_principale)

LE TECNOLOGIE EDUCATIVE: ALCUNE CONSIDERAZIONI DI CARATTERE GENERALE

Il dibattito Clark-Kozma e l'evoluzione del concetto di tecnologia educativa

Come prima considerazione vogliamo chiarire la distinzione di significato tra *tecnologie educative* intese come *media*, ossia come strutture hardware in grado di rappresentare e veicolare informazioni potenzialmente utilizzabili in un qualsiasi contesto educativo, e *tecnologie educative* intese come *strumenti didattici*, ossia specifiche risorse software, funzionanti sì tramite un supporto tecnologico sottostante, ma impiegate in ben definite situazioni all'interno di specifici processi di insegnamento-apprendimento. Si tratta forse di una precisazione un po' didascalica e che rappresenta un risultato dato ormai per acquisito tra gli esperti di Educational Technology, ma che vale comunque la pena puntualizzare. Di fatti per diversi decenni la ricerca ha esplicitamente identificato i media che il progresso tecnologico perfezionava e metteva a disposizione della società e quindi anche dei contesti educativi (radio, televisione, computer, reti telematiche, etc.) con le risorse didattiche che potevano e dovevano affiancare insegnanti e studenti all'interno dei processi di insegnamento-apprendimento. Sulla base di tale identificazione sono stati condotti numerosi studi per verificare se un dato medium producesse maggiori risultati di apprendimento rispetto ad un altro, o quale fosse il migliore per lo sviluppo di determinati contenuti curriculari o con certe tipologie di studenti (Clark, 1998). Al tempo stesso molti paesi hanno effettuato notevoli investimenti per dotare le scuole di tali risorse tecnologiche. Il comune assunto di fondo, implicito sia negli studi condotti che nelle politiche educative attuate, era la fiducia nell'intrinseca valenza educativa della tecnologia in senso lato. In realtà né i risultati della ricerca, né le indagini condotte a livello nazionale e internazionale durante gli anni Ottanta hanno evidenziato un particolare vantaggio negli esiti di apprendimento legati all'uso in sé di apparati televisivi o computer (De Corte, Verschaffel and Lowyck 1998).

Tale presa di coscienza da parte della ricerca educativa non ha comunque comportato una perdita di interesse verso l'uso dei media, ma ha permesso una nuova focalizzazione del problema. Questo passaggio cruciale viene spesso indicato in letteratura come il *dibattito Clark-Kozma* svoltosi durante i primi anni Novanta, dal

nome degli studiosi che hanno formulato due posizioni paradigmatiche e contrapposte sull'argomento. In sintesi la posizione di Richard Clark è la seguente:

- I media non influenzano in maniera significativa i risultati di apprendimento. “[...] *media are mere vehicles that deliver instruction but do not influence student achievement any more than the truck that delivers our groceries causes changes in our nutrition.*”(Clark, 1983)
- I media che vengono impiegati in un processo di insegnamento-apprendimento rappresentano una caratteristica superficiale del metodo didattico utilizzato. È possibile parlare di *equivalenza funzionale* tra distinti media. “*Whenever you have found a medium or set of media attributes which you believe will cause learning for some learners on a given task, ask yourself if another (similar) set of attributes would lead to the same learning result. [...] [Media are] operational vehicles for methods that reflect the cognitive processes necessary to successfully perform a given task*” (Clark, 1994). “[*The*] *cognitive effects are not necessarily unique to one or another medium or attribute of a medium. The same cognitive effect may often be obtained by other means, which suggests a measure of “functional equivalence”. This implies that there may be “families” of functionally equivalent but nominally different instructional presentation forms.*” (Clark & Salomon, 1986).
- Nello scegliere l'impiego di un dato medium all'interno di un processo di insegnamento-apprendimento il criterio da seguire è quello del rapporto costi-benefici. “*Of course it is important for instructional designers to know that there are a variety of treatments that will produce a desired learning goal. However, the utility of this knowledge is largely economic. The designer can and must choose the less expensive and most cognitively efficient way to represent and deliver instruction. It cannot be argued that any given medium or attribute must be present in order for learning to occur, only that certain media and attributes are more efficient for certain learners, learning goals and task.*” (Clark, 1994)

La contrapposta visione di Robert Kozma poggia sui seguenti presupposti.

- La domanda stessa se i media influenzano l'apprendimento non ha prodotto risultati di ricerca significativi perché mal posta. È necessario riformulare il problema di ricerca analizzando in modo più specifico il rapporto tra le potenzialità

educative dei media e i processi di apprendimento da essi attivati. *"Do media influence learning? Perhaps it is time to rephrase the question: How, do media affect learning? Perhaps it is time to go beyond our concern with "proving" that media "cause" learning so that we can begin to explore the question in more complex ways. Perhaps we should ask, what are the actual and potential relationships between media and learning? Can we describe and understand those relationships? And can we create a strong and compelling influence of media on learning through improved theories, research, and instructional designs?"* (Kozma, 1994).

- I media rappresentano un aspetto intrinseco e non superficiale dei metodi didattici. Distinti media producono distinti effetti di apprendimento in quanto ciascuno possiede caratteristiche differenti. *"[...] [media] possess particular characteristics that make them both more and less suitable for the accomplishment of certain kinds of learning tasks. [...] media can be analyzed in terms of their "cognitively relevant" capabilities - i.e., in terms of those characteristics that affect the ways in which individuals represent and process information."* (Kozma, 1994)
- La scelta dei media da utilizzare in un processo di insegnamento-apprendimento deve tener conto delle loro potenzialità inerenti a tre aspetti fondamentali: (i) il principio di funzionamento tecnologico (fisico, meccanico, elettronico, ...), (ii) il sistema simbolico adottato (linguaggio parlato, testo stampato, figure, numeri, grafici, suoni, ...) (iii) il tipo di azione che il medium può compiere sull'informazione (mostrare, ricevere, archiviare, recuperare, organizzare, trasformare, confrontare, ...). *"If we move from "Do media influence learning?" to "In what ways can we use the capabilities of media to influence learning for particular students, tasks, and situations?" we will both advance the development of our field and contribute to the improvement of teaching and learning."* (Kozma, 1994).

Il dibattito Clark-Kozma ha provocato numerose reazioni all'interno della Educational Technology in quanto pone la questione 'Metodo vs. Medium' in termini non facilmente conciliabili. Come fa notare Gallego (2000) *"Es difícil si no imposible aislar los efectos de los medios y los métodos. Clark afirma que absolutamente cualquier método de enseñanza puede ser presentado a los estudiantes por múltiples medios o*

una variedad de combinaciones de atributos de los medios con similares resultados de aprendizaje. Por su parte Kozma afirma que es el tiempo de cambiar de la cuestión desde los medios como transmisores de métodos hacia los medios y métodos como facilitadores de la construcción de conocimiento y la producción de significado por parte de los aprendices.” Inoltre, ad un livello più profondo, il dibattito può essere letto come una conseguenza della contrapposizione tra i due fondamentali paradigmi epistemologici della ricerca educativa. *“Clark se presenta como una defensa de la investigación analítica, postpositivista, behaviorista, confirmatoria, dado el interés por descubrir qué es esencial para el aprendizaje; la postura de Kozma parece a favor de la investigación sistémica, naturalista, constructivista y exploratoria, por el interés en documentar qué es suficiente para que el aprendizaje ocurra.”* (Gallego, 2000).

Contestualizzando il *dibattito Clark-Kozma* al medium computer, possiamo osservare come la posizione di Clark pone in modo evidente la questione della valutazione costi-benefici che rappresenta un problema non eludibile nell'integrazione delle tecnologie informatiche nei processi di insegnamento-apprendimento e inoltre permette di smascherare la facile equazione 'innovazione tecnologica = innovazione educativa'. D'altra parte la visione sostenuta da Kozma ha aperto il campo a notevoli sviluppi nella ricerca sull'uso delle tecnologie informatiche in ambito educativo in quanto ha permesso di uscire da una generica valutazione delle potenzialità educative del computer per affrontare con maggior dettaglio il rapporto tra specifici impieghi di questo medium e ben definite situazioni di apprendimento. In questa linea di sviluppo ha giocato un ruolo cruciale il concetto di *affordance* che in termini generali rappresenta *“la qualità di un oggetto, o un ambiente, che consente ad un individuo di realizzare un azione”*⁵⁹. Evidentemente non solo in termini generali l'*affordance* di un computer è ben distinta da quella di altri media, ma più nel dettaglio ogni singolo programma informatico presenta una sua *affordance* specifica, dovuta sia alle sue funzionalità, che alla sua interfaccia.

Il passaggio concettuale dalle strutture hardware ai prodotti software è risultato fondamentale per lo sviluppo dell'Educational Technology, rappresentando un superamento definitivo della prima ingenua idea dei media come *teaching machines*.

⁵⁹ La definizione è presa dalla voce *Affordance* della versione in lingua inglese dell'enciclopedia Wikipedia. <http://en.wikipedia.org/wiki/Affordance>

In particolare tale passaggio costituisce un criterio di rigore metodologico per la ricerca educativa sulle tecnologie informatiche: uno studio attendibile su un determinato software, ad esempio sulla sua valenza in rapporto ad una certa azione cognitiva, non può permettersi facili generalizzazioni dei risultati riscontrati ad altri softwares che non abbiano un *affordance* molto simile a quella dello strumento considerato.

Ai fini del nostro lavoro è importante sottolineare che nel definire GeoGebra una tecnologia educativa, intendiamo riferirci evidentemente ad uno specifico strumento informatico, la cui *affordance* è definita non solo dall'oggetto in sé, ma anche dall'utente o meglio dalle comunità di utenti che lo utilizzano all'interno delle proprie prassi. Concetto già espresso nel terzo capitolo e sintetizzato con l'espressione "*design continues in usage*" (Rabardel & Bourmaud, 2003) (cfr. il paragrafo *LO STUDIO DELLE PRATICHE DI INNOVAZIONE ICT-CENTERED ALL'INTERNO DELL'APPROCCIO SOCIOCULTURALE. LA FLESSIBILITÀ INTERPRETATIVA E L'EVOLUZIONE STRUMENTALE DEI SOFTWARES MATEMATICI*).

Le linee di sviluppo delle tecnologie informatiche applicate ai processi di insegnamento-apprendimento

Chiarito il significato con il quale intendiamo il termine tecnologia educativa e circoscritto l'ambito della nostra attenzione alle sole tecnologie informatiche, vogliamo ora delineare l'articolazione dei molteplici settori di ricerca che, prendendo idealmente spunto dalla posizione di Kozma, studiano le possibili applicazioni del computer nei processi di insegnamento-apprendimento.

Per evidenziare la ricchezza e vastità di interessi suscitati dalle tecnologie informatiche nella ricerca educativa prenderemo in considerazione i principali acronimi nei quali compare la 'C' di 'computer' all'interno della letteratura di Educational Technology. In particolare prendiamo a riferimento il glossario messo a punto dal *Department of Computer and Systems Sciences at Stockholm University*, e limitiamo la nostra attenzione alle sole voci contenenti il suddetto termine *computer*⁶⁰:

- *CAI: Computer-Assisted Instruction*

⁶⁰ L'elenco è stato estrapolato dal glossario disponibile sul sito del Dipartimento della suddetta Università (<http://people.dsv.su.se/~klas/Learn/index.html>). Per ciascuna voce del glossario viene riportata una sintetica descrizione e per i termini meno comuni viene indicato un autore o un gruppo di ricerca che ha adottato tale acronimo o un articolo nel quale esso viene utilizzato. Ovviamente oltre agli acronimi qui riportati, all'interno del glossario ne sono presenti molti altri nei quali non compare la parola "computer", ma che hanno significati simili. L'intenzione della presente citazione non è comunque quella di fornire un elenco esaustivo delle sigle usate in letteratura per indicare le distinte ramificazioni della Educational Technology, bensì di mostrare come il medium computer abbia ispirato distinte applicazioni in ambito educativo.

- *CAL: Computer-Assisted Learning*
- *CBE: Computer-Based Education*
- *CBLE: Computer-Based Learning Environments*
- *CBI: Computer-Based Instruction*
- *CBL: Computer-Based Learning*
- *CBT: Computer-Based Training*
- *CEI: Computer-Enhanced Instruction*
- *CMI: Computer-Managed Instruction*
- *CSCL: Computer-Supported Collaborative Learning*
- *CSL: Computer-Supported Learning*
- *IAC: Instructional Applications of Computers*
- *ICAI: Intelligent Computer-Assisted Instruction*
- *ICAL: Intelligent Computer-Aided Learning*

Come si può notare in tutte le sigle sopra riportate, accanto a *computer* compare uno dei seguenti termini (*instruction - education - training - learning*), ciascuno dei quali fornisce una prima e importante indicazione sulle possibili funzioni attribuite alle tecnologie informatiche. La distinzione basilare è data dal fatto che esse vengono pensate come strumenti di supporto all'attività di insegnamento (*instruction - education*) o a quella di apprendimento (*training - learning*)⁶¹. La ricerca educativa è ormai d'accordo sul fatto che non sia possibile distinguere un'attività dall'altra e che quindi sia più corretto parlare di processi di insegnamento-apprendimento, tuttavia quando si fa riferimento ad uno determinato strumento didattico diventa cruciale specificare chi ne è l'utente e per quali precise tipologie di attività. Alcuni softwares sono infatti pensati come utili supporti per la presentazione dei contenuti da parte dell'insegnante o per facilitare la preparazione e valutazione di particolari tipologie di verifiche o in generale per gestire l'organizzazione dell'attività didattica. In molti altri casi sono gli studenti i principali utenti dello strumento, ma in queste situazioni bisogna distinguere se tali strumenti, e i materiali tramite essi creati e fruiti, sono pensati per sostituire l'azione dell'insegnante, oppure accompagnano e integrano lo studio dei contenuti curricolari da lui stesso presentati o lo svolgimento di particolari compiti da condurre sotto la sua guida. Questa ampia gamma di possibilità è esplicitata nei suddetti acronimi dalla presenza di altri termini (*based - assisted - managed - aided*

⁶¹ Da un'analisi più sottile sulla differenza tra i termini *instruction* vs. *education* o *training* vs. *learning* si possono evidenziare importanti differenze nell'uso del computer come strumento didattico che riflettono distinte visioni sulla finalità dell'azione educativa. Questa considerazione apre il campo ad ampie riflessioni di natura pedagogica che non verranno qui approfondite.

- *supported - enhanced*) che fanno riferimento non tanto all'utente, quanto al tipo di azione svolta dalle tecnologie informatiche all'interno del processo di insegnamento-apprendimento.

Il complesso rapporto tra tecnologie informatiche, utenti (insegnanti e studenti) e tipologie di situazioni e attività didattiche, sopra appena accennato, può essere osservato da così tanti punti di vista da aprire il campo ad un'infinità di riflessioni che spaziano attraverso l'intero ambito di studi della Educational Technology. Nell'economia del presente lavoro interessa in particolare mettere in evidenza come alcune questioni legate all'integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento, già discusse nel precedente capitolo, siano in realtà di carattere più generale e comuni anche ad altre tipologie di strumenti informatici utilizzati per fini educativi.

A titolo esemplificativo prendiamo in considerazione la contrapposizione sopra evidenziata tra i termini *instruction - education* vs. *training - learning*. Alcuni studi che analizzano le modalità di impiego ricorrenti nelle aule scolastiche dei softwares matematici hanno fatto emergere come tali strumenti, progettati per essere utilizzati prevalentemente dagli studenti per svolgere determinati compiti, rimangano invece spesso nelle mani dell'insegnante (cfr. il quarto paragrafo *L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN APPROCCIO ECOLOGICO AI FENOMENI EDUCATIVI*). I motivi di tale scelta possono essere molteplici. Ad esempio in (Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008) si mette in evidenza che alcuni insegnanti ritengono che l'uso dello strumento da parte degli studenti sia eccessivamente complicato e possa essere causa di ripetuti errori, che invece di agevolare il processo di apprendimento, finiscono con l'ostacolarlo (la questione è stata discussa nel succitato quarto paragrafo del capitolo precedente alla voce "*Evaluating the costs and benefits of student software use*").

Più in generale possiamo dire che le modalità di impiego dei softwares matematici all'interno delle pratiche di insegnamento risultano estremamente variegata. Tale molteplicità e difformità di impieghi identificano i fenomeni di flessibilità interpretativa (cfr. il paragrafo *LO STUDIO DELLE PRATICHE DI INNOVAZIONE ICT-CENTERED ALL'INTERNO DELL'APPROCCIO SOCIOCULTURALE. LA FLESSIBILITÀ INTERPRETATIVA E L'EVOLUZIONE STRUMENTALE DEI SOFTWARES MATEMATICI*) e sono imputabili a distinte cause riscontrabili anche per altre tipologie di tecnologie informatiche. In alcuni casi le ragioni possono essere

semplicemente legate alla mancanza di un numero sufficiente di risorse all'interno dell'istituto scolastico, in altri a scelte di natura metodologica da parte dell'insegnante, in altri ancora, non tanto all'idea che gli studenti non siano in grado di utilizzare correttamente il software in questione, quanto piuttosto ad esigenze temporali: le ore di lezione da dedicare per rendere gli studenti operativi con la specifica tecnologia non sono compensate in termini di avanzamento del curriculum da svolgere.

Nel discutere le divergenze presenti nelle linee di sviluppo della Educational Technology e conseguentemente nelle modalità di impiego delle tecnologie informatiche all'interno delle pratiche di insegnamento è d'obbligo prendere in considerazione le principali teorie dell'apprendimento sottostanti alle distinte visioni che hanno accompagnato nel corso del tempo l'applicazione di tali strumenti nei processi di insegnamento-apprendimento. A tale questione è dedicata la successiva sezione.

Tecnologie informatiche e teorie sull'apprendimento

Vogliamo introdurre la discussione sul rapporto tra tecnologie educative e teorie sull'apprendimento partendo dalla precedente osservazione sulla molteplicità di attributi associati al termine computer che compaiono in letteratura (*based - managed - assisted - aided - supported - enhanced*). Sul piano semantico ciascuno di essi rimanda ad una distinta area di significato. Provando a semplificare la nostra analisi possiamo trascurare il primo termine (*based*) troppo generico e ad inglobare in un'unica area il terzo, quarto e quinto (*assisted - aided - supported*). In questo modo restano individuati tre termini (*managed - assisted⁶² - enhanced*). Pensare a delle tecnologie informatiche in grado di *gestire, assistere o migliorare* (nel senso di *arricchire*) un processo di insegnamento-apprendimento vuol dire fare riferimento a strumenti distinti, oppure ad uno stesso strumento utilizzato secondo distinte concezioni.

Sul piano storico probabilmente la prima funzione immaginata per il computer in campo educativo è stata quella gestionale, propria dell'istruzione programmata, ispirata a quell'approccio ingegneristico che ha accompagnato la nascita della

⁶² Scegliamo a riferimento il termine '*assisted*' in quanto maggiormente utilizzato in letteratura. Si pensi agli acronimi *CAI* e *CAL*.

Educational Technology (Finn, 1960; Hoban, 1965; Ramo 1973)⁶³. L'idea invece di affiancare all'azione dell'insegnante quella di uno strumento in grado di assistere (nel senso di aiutare a sviluppare) i processi di apprendimento degli studenti rimanda agli studi sull'intelligenza artificiale che hanno avuto particolare fortuna a partire dagli anni Settanta e di cui gli *Intelligent Tutoring Systems* (ITS) rappresentano un esempio emblematico⁶⁴. Infine secondo una visione meno tecno-centrica le tecnologie informatiche sono state viste come strumenti che si integrano ad altri più tradizionali per migliorare i processi di insegnamento-apprendimento, ossia per arricchire e moltiplicare le possibili attività didattiche in cui si esplicano tali processi. All'interno di quest'ultima visione ha acquistato particolare importanza il concetto di ambiente di apprendimento, il quale comprende non solo lo spazio fisico e gli strumenti, ma anche le persone e il tipo di relazione che tra esse si stabilisce (Pellerey, 1994)⁶⁵.

L'exkursus storico, estremamente sintetico, e quindi inevitabilmente schematico, qui proposto, ci permette comunque di evidenziare il legame che unisce l'Educational

⁶³ Un' interessante ricostruzione dell'evoluzione della Educational Technology dalla sua fondazione sino agli anni Novanta si può trovare in (Eraut, 1998). In essa sono appunto discussi i succitati lavori di Finn, Hoban e Ramo. Vogliamo qui riportare un passaggio dell'articolo di Hoban (1965 p. 242) nel quale l'autore chiarisce il modo in cui i concetti di interazione uomo-macchina e gestione dei processi, propri dei settori ingegneristici e militari, potevano essere importati all'intero della Educational Technology. *"When we consider the part machines play in education, we are forced into a consideration of man/machine systems. When we consider man/machine systems, we are forced into a consideration of technology... technology is not just machines and men. It is a complex, integrated organization of men and machines, of ideas, of procedures, and of management."*

⁶⁴ Come fa notare Olimpo gli ITS *"nascono da uno dei miti delle tecnologie didattiche più difficili a morire: quello della macchina che diventa precettore personale"* (Olimpo, 1993). Questi strumenti, quali ad esempio Scholar (Carbonell, 1970), erano progettati per trasferire una data conoscenza allo studente rispettando e assecondando le modalità individuali di apprendimento. Nonostante le grandi aspettative e gli ingenti investimenti per lo sviluppo degli ITS, questi sofisticati softwares non sono riusciti ad integrarsi all'interno delle pratiche d'insegnamento per le ragioni drasticamente sintetizzate da Romiszowsky (1991, cit. in Olimpo, 1993): *"[Gli ITS] essendo super complessi e super specializzati sono anche super costosi da sviluppare. Questo fatto da solo li renderebbe inadatti a essere utilizzati in pratica nel mondo dell'educazione. Ma oltre a questo non esiste in letteratura quasi nessuna evidenza che gli alti costi di sviluppo si traducano in qualche beneficio."*

⁶⁵ Continuando a fare riferimento al manuale di Pellerey, è utile chiarire che l'idea di ambiente di apprendimento trova una sua giustificazione nel significato che l'autore attribuisce al concetto di metodo didattico: *"creare le condizioni che consentono la messa in moto delle operazioni intellettuali e motorie necessarie all'incorporazione del contenuto dell'apprendimento nella struttura conoscitiva dell'alunno"* (Pellerey, 1994, p.93).

Una definizione ancora più stringente di ambiente di apprendimento è quella proposta da Calvani e Rotta (2000), secondo i quali tale ambiente è definito come un luogo in cui coloro che apprendono possono lavorare aiutandosi reciprocamente, avvalendosi di una varietà di risorse e strumenti informativi, di attività di apprendimento guidato o di problem solving. Gli ambienti possono offrire rappresentazioni multiple della realtà, evidenziare le relazioni e fornire così rappresentazioni che si modellano sulla complessità del reale, focalizzare sulla produzione e non sulla riproduzione.

Technology con le teorie cognitive sull'apprendimento⁶⁶. Sempre con le dovute cautele, dettate dalla semplificazione operata, è possibile associare alle tre concezioni delle tecnologie informatiche sopra enucleate i principali approcci di riferimento negli studi di psicologia cognitiva: *comportamentista*, *cognitivista* e *costruttivista*.

Per quanto riguarda l'approccio comportamentista facciamo riferimento alle teorie che prendono avvio con i lavori di Skinner (1953). Tali teorie sono alla base di quei modelli di istruzione programmata sorti a partire dagli anni Sessanta, all'interno dei quali le tecnologie educative gestivano corsi o unità didattiche di autoistruzione.

D'altra parte l'approccio cognitivista si fonda sulla teoria, definita *Human Information Processing (HIP)*, formulata da Neisser (1967), secondo la quale i processi di manipolazione delle informazioni elaborate da un individuo sono assimilati ai modi in cui un computer processa i dati forniti in input. Questo approccio ha permesso di costruire alcuni efficaci modelli di funzionamento del cervello ampiamente utilizzati in psicologia dell'apprendimento. Inoltre a partire dalla HIP si è successivamente sviluppata la ricerca nel campo dell'intelligenza artificiale che ha portato alla nascita dei citati *ITS*.

In fine per quanto riguarda l'approccio costruttivista, sempre in questo schema semplificato, possiamo prendere come riferimento principale l'opera di Vygotskij e in particolare, il concetto di artefatto culturale e i costrutti di contesto e partecipazione. Tali presupposti teorici aiutano a spiegare la distinta concezione di tecnologia educativa supportata da questa visione definita socioculturale, secondo la quale l'evoluzione dei processi di apprendimento di uno studente è caratterizzata dalla costruzione di significato degli strumenti materiali e concettuali con i quali egli interagisce durante il proprio percorso educativo. Interazione mediata non solo dall'insegnante, ma più in generale dal contesto sociale e culturale nel quale è immerso lo studente stesso.

Ciò che vogliamo mettere in risalto è che ogni ricerca interessata ad esplorare e applicare le potenzialità delle tecnologie informatiche in ambito educativo è sempre stata ispirata da una specifica concezione di apprendimento e dunque da una teoria di psicologia cognitiva sottostante. Il quadro schematico qui proposto, che riconduce tali

⁶⁶ Per una approfondita discussione delle connessioni tra Educational Technology e Educational Psychology rimandiamo ancora a (Eraut, 1998).

teorie all'interno di tre principali paradigmi di riferimento è abbondantemente utilizzato in letteratura (Mason, 2006). Nel presente lavoro ci rifacciamo a tale schema pur insistendo sui rischi concettuali che possono derivare da tale semplificazione.

Il primo di questi rischi è dovuto ad una estremizzazione dei tratti essenziali di ciascuno dei tre approcci, che porta ad una banalizzazione o ad una facile svalutazione delle teorie al loro interno elaborate. È questo ad esempio il caso dell'approccio comportamentista il quale non può essere semplicisticamente ridotto al principio stimolo-risposta di origine skinneriana. Al suo interno infatti si è sviluppato non solo il modello della *task analysis*, ancora ampiamente utilizzato, ma anche gli studi sul concetto di feedback (Boscolo, 1997) o sull'apprendimento osservativo (Bandura, 1977) in grado di interpretare comportamenti cognitivi e sociali complessi.

Al tempo stesso tali estremizzazioni non sono in grado di cogliere le articolazioni interne ad ogni paradigma, si pensi alle differenze tra costruttivismo semplice, radicale e sociale, oppure i possibili ponti tra due approcci, che ad esempio nel caso del cognitivismo e costruttivismo possono dare luogo a quello che Mason (2006) definisce approccio integrato.

Un altro rischio insito in questa schematizzazione è quello della storicizzazione. La collocazione in una rigida sequenza temporale delle teorie, prima quelle comportamentiste, poi quelle cognitive e in fine quelle costruttiviste, lascia intendere un progressivo superamento dei primi due approcci e delle relative concezioni di apprendimento in favore del terzo. La situazione in realtà è più complessa. Nonostante sembra esservi un'ampia convergenza della ricerca educativa verso posizioni costruttiviste, così ampia al punto da includere sotto il medesimo approccio anche posizioni molto differenti, il persistere di modelli didattici fortemente tradizionali, non solo nelle pratiche di insegnamento, ma anche nelle indicazioni di politica educativa, fornisce la prova più evidente che determinate concezioni di apprendimento e conseguentemente di insegnamento continuano ad avere un vasto ambito di applicazione.

Approfondendo quest'ultima riflessione, forse è più corretto parlare di distinte visioni archetipiche. Tali visioni, anche se con differente peso, sono presenti in modo trasversale in ciascuna comunità, di ricerca, dei policy makers e degli insegnanti, impegnate su diversi fronti nello studio, nell'orientamento e nella conduzione dei

processi educativi. Concentrando l'attenzione al caso degli insegnanti, che è quello che riguarda più da vicino il presente lavoro, vogliamo citare un significativo studio (Martínez, Saulea e Huber, 2001) che ha esaminato le concezioni metaforiche di apprendimento in gruppi di insegnanti sia in formazione che esperti. Dall'analisi delle metafore utilizzate sono emerse distinte visioni riconducibili ai tre approcci comportamentista, cognitivista e costruttivista.

Riportando il discorso alle tecnologie informatiche, è possibile collegare le scelte operate dagli insegnanti in merito a specifici softwares e risorse digitali alle loro concezioni di apprendimento e conseguentemente di insegnamento. Ad esempio nel lavoro di Niederhauser e Stoddart (2001), gli autori, partendo dall'assunto che *"computer technology, in and of itself, does not embody a single pedagogical orientation"* arrivano ad evidenziare che *"views about effective computer-based pedagogy are related to the types of software teachers report using with their students"*.

Esiste tuttavia un ulteriore rapporto tra le suddette visioni archetipiche riferite agli insegnanti ed il loro uso delle tecnologie informatiche. Ricollegandoci a quanto già detto nel terzo capitolo relativamente ai softwares matematici, in molti casi gli insegnanti pur scegliendo di utilizzare degli strumenti progettati secondo un ben definito approccio di tipo costruttivista ne adattano l'uso ad un proprio modello didattico ispirato ad una distinta concezione di apprendimento riconducibile ad un approccio comportamentista o cognitivista. La matrice psicologico-cognitiva presa a riferimento dall'insegnante, più o meno consapevolmente, non è l'unico fattore, però sicuramente incide in modo determinante nello sviluppo di questi fenomeni precisati dal concetto di flessibilità interpretativa.

LE TIPOLOGIE DI STRUMENTI INFORMATICI PER L'INSEGNAMENTO E L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

All'interno del vasto panorama delle tecnologie informatiche utilizzate per scopi educativi, quelle che si riferiscono all'insegnamento e all'apprendimento della matematica costituiscono un settore estremamente ricco e dotato di una propria autonoma storia. Si può infatti parlare di un rapporto speciale che unisce la

matematica con la tecnologia digitale e prima ancora con gli artefatti inventati per la rappresentazione e l'elaborazione di oggetti matematici⁶⁷.

Vogliamo evidenziare almeno due fattori che contribuiscono alla complessità del panorama all'interno del quale tentiamo di stabilire dei criteri d'ordine. Il primo riguarda la difficoltà nel tracciare una chiara demarcazione tra le tecnologie educative di ambito generale e quelle invece specificatamente dedicate alla matematica. Il secondo fattore è invece dovuto alla stratificazione del 'mercato digitale' inteso in senso lato, ossia composto da tutti quei soggetti, imprese informatiche, editoria scolastica e centri di ricerca che operano nel settore della produzione di risorse educative, ai quali bisogna inoltre aggiungere le iniziative di singoli individui, spesso organizzati in comunità virtuali, che attraverso la rete aggiungono a quelle del mercato ufficiale una moltitudine di altre risorse didattiche che, pur non avendo un riconoscimento a livello istituzionale o accademico, incontrano in alcuni casi ampio seguito da parte delle comunità di insegnanti e studenti. L'esistenza di così tanti e variegati soggetti, comporta da una parte una grande diversificazione dei prodotti disponibili e dall'altra una continua evoluzione e ramificazione dei medesimi. A tal proposito risulta ancora estremamente attuale quanto affermato da Kaput (1992) venti anni fa: *"Anyone who presumes to describe the roles of technology in mathematics education faces challenges akin to describing a newly active volcano – the mathematical mountain is changing before our eyes, with myriad forces operating on it and within it simultaneously."*

⁶⁷ Senza addentrarci in una riflessione che richiederebbe ben altro spazio che quello di una nota, vogliamo comunque citare a titolo esemplificativo il volume *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola* (Bartolini Bussi, M., Maschietto, M., 2006) nel quale è possibile trovare un'interessante analisi storico-pedagogica delle macchine matematiche in ambito geometrico a partire dalla seguente definizione: *"Una macchina matematica ha come scopo fondamentale (indipendentemente dall'uso che poi si farà di tale macchina) risolvere questo problema: obbligare un punto, o un segmento o una figura qualsiasi (sostenuti da un opportuno materiale che li renda visibili) a muoversi nello spazio o a subire trasformazioni seguendo con esattezza una legge astrattamente, matematicamente determinata"* (N.R.S.D.M., 1992). Il volume si apre con la presentazione di alcune storiche macchine matematiche – strumenti meccanici per tracciare curve o realizzare trasformazioni e strumenti pittorici per la rappresentazione prospettica dello spazio fisico – e si conclude con la rassegna di molteplici usi didattici ispirati a tali macchine o realizzati direttamente tramite dei loro esemplari. Nella parte centrale viene invece discusso il quadro concettuale su cui si fonda appunto l'impiego educativo di tali macchine. Quello che vogliamo sottolineare è che sia le basi epistemologiche che quelle cognitive discusse nel volume sono le stesse a cui si ispira gran parte della ricerca educativa sulle nuove tecnologie informatiche per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica. In particolare è evidente il legame tra l'elemento costruttivo ed esplorativo delle macchine matematiche e quello a cui è ispirato Cabri Geometre, uno dei primi e più importanti DGS.

Nonostante ciò, anzi proprio come conseguenza di questa sovrabbondanza di risorse disponibili, la ricerca educativa si è impegnata in un continuo tentativo di classificazione e, pur mancando un chiaro quadro concettuale condiviso, esiste una specifica letteratura dedicata alla definizione di criteri distintivi. Senza l'intenzione di effettuare una rassegna sistematica di tale letteratura, ma piuttosto con lo scopo di evidenziare l'evoluzione della "montagna (di tecnologia) matematica" di cui parla Kaput, abbiamo deciso di mettere a confronto due lavori di rassegna proposti a distanza di diversi anni l'uno dall'altro.

La classificazione di Fraser

Verso la fine degli anni Ottanta, quando il settore delle IT and Mathematics Education era già attivo da almeno una decina di anni⁶⁸, Fraser (1988) propone la seguente classificazione:

- **Mathematical toolkits:** Questa categoria comprende sia strumenti multifunzionali che inglobano calcolatrici, fogli di calcolo e opzioni di visualizzazione grafica, che potenti ambienti di calcolo matematico quali *Theorist* e *Mathematica*.
- **Catalyst softwares:** Sono rappresentati da quei softwares pensati come strumenti per la formulazione di congetture quale ad esempio *Geometer's Sketchpad*, oppure come ambienti per esplorazioni in contesti circoscritti o anche come strumenti per la rappresentazione e manipolazione di relazioni matematiche quale ad esempio *Algebra Xpresser*.
- **Formal language interfaces:** In questa categoria compaiono gli ambienti di programmazione sufficientemente potenti ma facilmente accessibili, tra cui *LOGO*, che danno agli insegnanti e agli studenti la possibilità di sviluppare

⁶⁸ Non è chiaramente possibile stabilire una precisa data d'inizio della produzione di tecnologie informatiche per lo studio della matematica. In accordo alla ricostruzione storica proposta da Wang (2003), possiamo dire che "The active promotion of IT in mathematics education can at least be traced back to the early 1980s when mathematics educators wished to create microworlds through Logo turtle geometry". L'autore infatti sottolinea che "though Computer Assisted Learning (CAL) was started in the 1970s, the abundance of commercial CAL software only began in the early 1980s". Inoltre a livello simbolico i lavori di Papert e la risonanza che ebbe la sua *tartaruga* nel mondo della didattica della matematica rappresentano sicuramente una tappa fondativa. Il termine stesso *micro world* – definito da Papert (1980) come "a 'province of Mathland' where certain kind of mathematical thinking could hatch and grow with particular ease" – ha rappresentato per diversi anni un sinonimo di software matematico con valenza educativa.

attività di problem solving algoritmico e di creare un proprio ambiente di apprendimento computer-based che incorpora strumenti matematici.

- **Tutorials:** Si tratta principalmente di ambienti 'drill and practice' progettati per rinforzare abilità già apprese. Tali strumenti propongono agli studenti batterie ripetitive di esercizi che incorporano funzionalità di verifica automatica del risultato ed in alcuni casi indicazioni sull'errore commesso.

La classificazione di Fraser è paradigmatica dello scenario che si presentava durante gli anni Ottanta. In particolare vogliamo far notare la presenza di alcuni criteri di classificazione che sono stati successivamente abbandonati o perché resi obsoleti dallo sviluppo dei prodotti stessi o in quanto ispirati ad una visione delle tecnologie educative progressivamente superata dalla ricerca su Mathematics and IT.

La prima considerazione riguarda la distinzione degli strumenti in base alle funzioni cognitive da essi implicate o comunque stimulate. I *catalyst softwares* e le *formal language interfaces* includono diverse tipologie di prodotti, caratterizzati dalla capacità di favorire attività di conjecturing (formulazione di congetture), esplorazione, rappresentazione o manipolazione di oggetti matematici o ancora di problem solving. Ad esempio Geometer's Sketchpad, uno dei primi DGS apparsi sul mercato, viene descritto come un 'conjecturing tool', Algebra Xpresser come un 'representing and manipulating tool', mentre LOGO come un 'problem solving tool'. In realtà durante gli anni Novanta la ricerca su IT and Mathematics ha mostrato come softwares appartenenti a categorie distinte possedevano molteplici potenzialità educative interconnesse tra loro. In particolare, facendo riferimento ai DGS – la tipologia di softwares che interessa più da vicino il nostro lavoro – numerose ricerche hanno mostrato come tali strumenti potessero essere impiegati non solo per attività di conjecturing, ma prima ancora per la visualizzazione e l'esplorazione di oggetti geometrici e successivamente per attività di proving (dimostrazione formale) delle loro proprietà (Jones, 2002; Laborde, 2000); mentre altri lavori hanno evidenziato come gli stessi DGS, opportunamente utilizzati, potessero favorire lo sviluppo di processi di problem solving (Christou et al., 2005; Lopez-Real & Man-Sang Lee, 2006).

Come seconda riflessione vogliamo sottolineare il grande risalto che viene dato a LOGO e in generale a quegli strumenti pensati come ambienti di programmazione,

ossia i *formal language interfaces*. Questa enfasi può essere vista come un riflesso del particolare interesse del mondo dell'educazione verso i lavori di Papert e più in generale nei confronti della valenza educativa dei linguaggi di programmazione. Bisogna infatti ricordare che nella prima fase di sviluppo dell'informatica, sia nei contesti educativi che in più ampi ambiti di impiego del computer, la capacità di conoscere e utilizzare tali linguaggi era considerata basilare e propedeutica all'uso stesso del computer. Accanto a tale esigenza strumentale si sviluppò la convinzione che l'apprendimento dei linguaggi di programmazione, e prima ancora della struttura di comunicazione loro sottostanti, risultava particolarmente utile per lo sviluppo del pensiero logico e conseguentemente per lo studio della matematica (Pellerey, 1994). L'evoluzione dei sistemi operativi e dei softwares verso applicazioni sempre più user friendly e al tempo stesso le evidenze messe in luce dalla ricerca educativa circa la difficoltà di un trasferimento immediato delle abilità cognitive sviluppate in ambito informatico in altri settori disciplinari hanno portato ad un progressivo ridimensionamento dell'interesse verso gli ambienti di programmazione come strumenti didattici.

Un ulteriore elemento di riflessione è costituito dalla scarsa considerazione nei confronti dei *tutorials* i quali vengono riduttivamente definiti 'drill and practice tools' a cui è essenzialmente affidato il compito di rinforzare abilità già apprese. Questa visione dell'autore può essere considerata una conseguenza della sua posizione nei confronti dell'approccio comportamentista che aveva invece dominato durante la prima fase di sviluppo della Educational Technology, ma anche dello scarso successo sul piano applicativo di quegli strumenti definiti *Intelligent Tutoring Systems* (ITS), che durante gli anni Settanta si erano presentati come uno dei più promettenti campi di applicazione dell'intelligenza artificiale al settore educativo⁶⁹. Più in generale, quello che interessa sottolineare è la progressiva svalutazione che hanno subito nel mondo della ricerca educativa i cosiddetti tutorials, sia quelli più tradizionali di impostazione comportamentista, che quelli di successiva generazione definiti intelligenti.

Le considerazioni sin qui svolte sono presenti in forma più o meno esplicita in un successivo lavoro di rassegna delle tecnologie informatiche in ambito matematico

⁶⁹ Cfr. nota 64

(Olive, 1998). In particolare nella sezione *Common Uses of Technology in Classrooms*, si evidenziano le tendenze nell'impiego delle risorse informatiche che si svilupparono durante gli anni Novanta. Tuttavia è significativo notare come nella prima parte del suo articolo Olive riproponga, a dieci anni di distanza, le quattro categorie di Fraser, ritenendo tale criterio di classificazione ancora applicabile, con la sola aggiunta della seguente quinta categoria trasversale alle precedenti *"that cuts across all four categories"*.

- **Hypermedia:** Essi includono tutti quegli strumenti che possono fornire un facile accesso ad altri media e sorgenti di informazione quali videodisks, compact discs (CD-ROM) e databases remoti. I softwares ipermediali possono essere usati per raccogliere e catalogare dati, per presentare simulazioni di fenomeni, per porre problemi che possono successivamente essere affrontati tramite l'ausilio integrato di altri tipi di software (appartenenti alle prime tre categorie di Fraser) o anche per creare semplici tutorials.

L'introduzione di questa nuova categoria vuole tenere simultaneamente conto delle due dimensioni, ipertestuale e multimediale, proprie del computer (il termine stesso *'hypermedia'* può essere visto come una crasi dei due attributi precedenti), ma soprattutto introduce nelle tecnologie educative il concetto di rete, pensata non solo come struttura di interazione tra softwares presenti in uno stesso medium, ma, come viene ormai unanimemente intesa, nel senso di interconnessione tra più media. L'ingresso di internet durante gli anni Novanta nei contesti educativi viene infatti discusso da Olive nell'ultima parte del suo articolo (*Future Trends and Implications*) e presentato come l'elemento in grado di modificare radicalmente l'insegnamento e l'apprendimento non solo della matematica: *"The growing availability of telecommunications networks, all linked though the Internet, and accessible via personal computers, provides a new medium of communication and collaboration for students, teachers, and researchers around the world. [...] The speedy communication of ideas among students and teachers from different nations, made possible through computer networks, heralds the beginning of a global classroom, the implications of which go far beyond mathematics education."*

Vogliamo tuttavia sottolineare che l'introduzione degli *hypermedia* e più in generale di internet tra le tecnologie educative, più che rimescolare i precedenti criteri di

classificazione, ne introduce un altro concettualmente disomogeneo rispetto ai primi quattro di Fraser. Questa meta-categoria rischia però di ingenerare quella confusione tra media e tecnologie educative che accompagna sistematicamente l'apparizione di un nuovo elemento hardware – qui inteso come rete fisica di connessione tra computers – nei contesti educativi (cfr. la prima sezione del paragrafo precedente // *dibattito Clark-Kozma e l'evoluzione del concetto di tecnologia educativa*)

La classificazione di Wang

Un panorama concettualmente più coerente dei prodotti digitali per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica è quello presentato da Wang (2003). In questo studio, centrato sul rapporto tra la tecnologia e i curricula di matematica, compare una classificazione dei softwares presenti sul mercato, divisi in cinque tipologie. Inoltre questi vengono chiaramente distinti dai supporti tecnologici sottostanti, i quali sono presentati all'interno dell'articolo nei due ulteriori paragrafi "Calculators" e "The internet and Information Technology".

La classificazione proposta da Wang raggruppa i vari softwares in base alle loro principali funzionalità e alla tipologia dei contenuti matematici che possono essere affrontati tramite essi. Dunque il criterio distintivo non è più dato dalla potenzialità educativa dei singoli prodotti, la quale rappresenta un parametro troppo flessibile, ma dalle loro caratteristiche operative e al tempo stesso dai differenti contenuti curriculari a cui tali risorse sono destinate. Nel dettaglio le cinque tipologie proposte sono le seguenti.

- **Mathematics 'edutainment' games.** Sono software di intrattenimento che seguono l'idea basilare dell'apprendimento programmato: le abilità richieste per l'avanzamento nel gioco sono disposte in ordine crescente di difficoltà, con meccanismi di feedback e rinforzo (*Math Rabbit* e *Math Blaster*). In alcuni casi si tratta di 'giochi d'azione' (*Dragon Mix*) che possono avere la capacità di coinvolgere l'utente, ma che non danno spazio a processi di pensiero profondi (Artigue, 1995). In altri casi si tratta di 'giochi d'avventura' nei quali agli studenti è richiesto di individuare e risolvere problemi matematici nascosti all'interno della situazione proposta. I problemi vengono posti in una forma che non segue quella convenzionale abitualmente utilizzata per gli esercizi scolastici (*Out Numbered!*). Un altro sottogruppo è costituito da giochi che propongono

word problems all'interno di situazioni narrative (*Math Blaster Mystery*). In tutti i casi i contenuti matematici affrontati raramente vanno oltre le quattro operazioni fondamentali e conseguentemente hanno come riferimento curricolare i primi cicli di studio.

- **The 'interactive chalkboard'**. Sono prodotti con caratteristiche in parte simili a quelle del gruppo precedente, ma più aderenti ai curricula scolastici (tra questi infatti figura lo stesso *Math Blaster* precedentemente menzionato, ma anche i più specifici *Prealgebra-Blaster*, *Alge-Blaster*, *Geometry-Blaster* e *Math for the Real World*). Questi softwares presentano ambienti con un ricco design grafico e tendono a strutturare la soluzione dei problemi matematici tramite procedure guidate, in cui i singoli passi sono corredati da opportuni suggerimenti. In alcuni casi (*Sensei Algebra* e *Algebra Interactive!*) le rappresentazioni grafiche degli oggetti matematici coinvolti nella situazione di apprendimento proposta sono molto simili a quelle proprie dei Dynamic Geometry Softwares, presentati in una successiva categoria.
- **Graphing softwares and other spatial games**. In questa categoria sono inclusi tutti quegli strumenti espressamente pensati o comunque utilizzabili per visualizzare curve o superfici. Alcuni di questi possono essere considerati come dei basilari Computer Algebra Systems, categoria presentata in seguito, che però, rispetto a questi, offrono il vantaggio di un'interfaccia particolarmente user friendly. Altri sono invece strumenti non espressamente finalizzati alla visualizzazione grafica di oggetti matematici, ma che incorporano tale funzione come elemento portante, quali ad esempio i giochi che implicano l'utilizzo di abilità spaziali (*Esher Interactive*) o programmi finalizzati al disegno tecnico (*CAD-3D*).
- **The computer algebra systems (CAS)**⁷⁰. Questa e la successiva categoria raggruppano i più importanti softwares matematici. I CAS sono potenti

⁷⁰ In realtà in questa categoria Wang include anche un altro gruppo di softwares: i mathematical word processors, ossia i programmi per la scrittura di espressioni matematiche. Questi strumenti non sono pensati per sviluppare né il calcolo numerico né quello simbolico, ma semplicemente per fornirne un output visivo. Esistono fondamentalmente due tipologie di mathematical word processors, quelli nei quali la sintassi di scrittura si basa su comandi che non utilizzano gli ordinari simboli matematici ($T_E X$) e quelli che invece seguono la logica definita 'WYSIWYG' (What You See Is What You Get). Questo secondo tipo è ormai integrato nei più ordinari programmi di scrittura (*Word for Windows*).

programmi per il calcolo simbolico nati per uso in ambito professionale, ma che hanno trovato un largo impiego anche nella didattica della matematica (*Derive, Maple, Mathematica*). Le loro funzioni sono molteplici e spaziano attraverso i curricula di matematica della scuola secondaria e dei corsi universitari: fattorizzazione e sviluppo di polinomi, soluzioni algebriche di equazioni, sistemi di equazioni e disequazioni, valutazioni di funzioni per punti, rappresentazione grafica di curve e superfici in coordinate cartesiane e polari, calcolo di limiti, derivate, integrali e serie, operazioni con matrici e vettori.

Un elemento che rende non sempre facile l'uso didattico dei CAS è dato dalla necessità di sviluppare alcune competenze tecniche per la gestione dei comandi e della sintassi per l'inserimento dei dati e l'interpretazione dei risultati. In realtà il problema della usability di tali prodotti è una questione dibattuta in letteratura dove si incontrano opinioni che difendono la facilità d'uso dei CAS anche da parte di utenti non esperti, in quanto non richiede la conoscenza di nessuno specifico linguaggio di programmazione (Palmiter, 1992).

- **Dynamic Geometry Softwares (DGS).** Quest'ultima categoria, a differenza della precedente, comprende una tipologia di softwares espressamente pensati per uso didattico (*Cabri, The Geometer's Sketchpad*). Essi consentono di effettuare costruzioni dinamiche di figure geometriche, ossia costruzioni nelle quali alcuni elementi possono essere modificati tramite mouse agendo sull'elemento stesso. Queste azioni di trascinamento vengono definite *dragging* e rappresentano la caratteristica essenziale che differenzia una costruzione geometrica con carta e matita rispetto all'equivalente con un DGS. A livello concettuale il *dragging* riveste una particolare importanza in geometria in quanto permette di chiarire la basilare distinzione tra *disegno* e *figura*, dove con il primo termine si indica una specifica rappresentazione di un oggetto geometrico, mentre con il secondo una classe infinita di rappresentazioni

Il motivo per cui Wang inserisce tali strumenti nella stessa categoria dei CAS è che i secondi integrano al loro interno i primi: un software di calcolo simbolico deve necessariamente prevedere la possibilità di immettere espressioni matematiche e di fornire una loro visualizzazione. Per chiarezza logica abbiamo comunque preferito estrapolare i *mathematical word processors* dalla categoria relativa ai CAS per non generare confusione tra due tipologie di softwares nettamente diversi.

aventi in comune delle particolari proprietà che definiscono l'oggetto geometrico stesso (Parzysz 1988)⁷¹.

Sul piano cognitivo il dragging consente di individuare, tramite esplorazione, le ulteriori proprietà di una figura geometrica (quelle non utilizzate per la costruzione della figura stessa) in quanto invarianti sotto un dato insieme di trasformazioni (Arzarello, Olivero, Paola, & Robutti, 2002; Hölzl, 1996; Lopez-Real & Leung, 2006). Inoltre tale funzionalità dei DGS può essere impiegata per facilitare lo sviluppo del processo logico richiesto nella dimostrazione di una data proprietà individuata (Laborde, 2000). Ovviamente questi processi cognitivi non sono implicati automaticamente dalle azioni di dragging eseguite da un utente, ma richiedono un uso esperto del DGS (Jones, 2002) ottenibile solo a seguito di un'opportuna genesi strumentale⁷².

Benché inizialmente pensati per lo studio della geometria euclidea, i DGS sono stati arricchiti in modo da permettere la costruzione di altri tipi di oggetti matematici e quindi si prestano ad essere utilizzati anche per lo studio

⁷¹ Questa distinzione viene ripresa e articolata da C. Laborde e B. Capponi (1994) i quali propongono una tassonomia tripartita differenziando tra:

- a) Oggetti geometrici: oggetti matematici astratti definiti da un insieme di relazioni;
- b) Disegni: rappresentazioni di oggetti geometrici che contengono al tempo stesso un eccesso di informazione (ad esempio dettagli come la dimensione e l'orientamento del disegno) e una carenza di essa (ossia il grado di generalizzazione inteso);
- c) Figure: l'insieme di caratteristiche psicologiche, interpretazioni e significati aggiunti che collegano l'oggetto geometrico al particolare disegno.

⁷² Per il concetto di genesi strumentale si veda quanto detto nel capitolo precedente (cfr. il paragrafo L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTA DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA). In particolare per quanto riguarda i DGS Arzarello, Olivero, Robutti, & Paola (1999) hanno proposto una classificazione delle possibili azioni di dragging, ciascuna delle quali corrisponde ad una distinta attività a livello cognitivo:

- Dragging test: è la prova del trascinamento effettuata per vedere se la figura disegnata mantiene quelle proprietà geometriche che le si volevano attribuire.
- Wandering dragging: consiste nel trascinare a caso i componenti della figura, per scoprire eventuali regolarità, invarianti, proprietà.
- Lieu muet dragging: consiste nel trascinare un punto della figura lungo una traiettoria privilegiata, costruita empiricamente mediante l'interazione percettiva tra figure sullo schermo e movimenti del mouse, in modo da conservare una certa proprietà o regolarità.
- Line dragging: consiste nel segnare i punti che mantengono una proprietà della figura; con il line dragging il lieu muet diventa esplicito a livello visivo.
- Link dragging: consiste nel vincolare un punto a un oggetto (ad esempio quello del line dragging, ove possibile) muovendo poi il punto sull'oggetto.
- Bound dragging: consiste nel trascinare un punto che è già vincolato a un oggetto.

dinamico di distinti ambiti curriculari, in particolare la geometria cartesiana e l'analisi matematica.

Proprio perché progettati per uso didattico, tali prodotti presentano un'interfaccia particolarmente intuitiva con dei comandi che richiamano procedure di costruzione presentate abitualmente nei corsi di matematica di scuola primaria e secondaria.

La classificazione sopra riportata offre, come dicevamo, il vantaggio di fare riferimento esclusivamente a strumenti software e inoltre distingue tali prodotti in maniera sufficientemente chiara in base alle loro caratteristiche tecniche. Tuttavia, come si può notare, restano delle ambiguità nella collocazione di un determinato prodotto all'interno di una piuttosto che un'altra categoria. Questa difficoltà è in realtà dovuta alle connessioni concettuali che esistono tra le funzionalità dei software matematici: nella progettazione di uno strumento pensato per la rappresentazione e manipolazione di un oggetto matematico appartenente ad un dato registro (ad esempio un'equazione algebrica) non è conveniente prescindere dal legame semantico che lo unisce ad un altro oggetto matematico espresso in un diverso registro (ad esempio il grafico di una funzione i cui zeri rappresentano le soluzioni della suddetta equazione algebrica). Sul piano applicativo questo comporta la possibilità di sviluppare dei prodotti polifunzionali con caratteristiche tecniche che li collocano simultaneamente in più categorie.

Ricorrendo al concetto di *affordance* sopra introdotto (cfr. la prima sezione del precedente paragrafo *Il dibattito Clark-Kozma e l'evoluzione del concetto di tecnologia educativa*), possiamo dire che alcuni software complessi presentano un'affordance simile, sotto diversi aspetti, a quella di altri prodotti appartenenti a distinte categorie. In altri termini non è possibile tracciare dei confini netti che separano le categorie introdotte da Wang. Poiché l'affordance di software differenti non è mai identica (e inoltre varia per lo stesso prodotto da una sua versione alla successiva) è possibile solo parlare di vicinanza o lontananza relativa tra distinti prodotti, pensati come oggetti in uno spazio la cui 'metrica' è definita proprio in base ai singoli parametri utilizzati per precisare il concetto di *affordance*. Più che di categorie dovremmo dunque parlare di *clusters* i quali individuano distinte zone nelle quali si 'addensano', in base alla suddetta metrica, software matematici 'vicini'.

Quest'ultima riflessione è essenziale per chiarire la collocazione di GeoGebra all'interno della classificazione sopra riportata. GeoGebra è stato originariamente progettato per la costruzione e trasformazione dinamica di oggetti della geometria piana, euclidea e cartesiana (in particolare, per quanto riguarda la geometria cartesiana, curve algebriche di secondo grado). Tali oggetti possono essere costruiti direttamente nella finestra grafica tramite opportuni strumenti o inseriti per via analitica tramite una finestra di input algebrico. Per queste funzionalità il nostro software può essere considerato evidentemente un DGS, anche se con una componente algebrica più spinta rispetto ai suoi precursori della medesima categoria. Tuttavia, proprio la presenza nella sua interfaccia di una finestra di input algebrico permette la possibilità di visualizzare in modo estremamente semplice, oltre a curve algebriche, il grafico di molte tipologie di funzioni reali a variabile reale. Per questo motivo GeoGebra può essere anche pensato più riduttivamente come un 'graphing software'. Inoltre l'evoluzione del prodotto, dettata dalle richieste della sua comunità di utenti e più in generale dalle esigenze del mercato educativo, ha portato allo sviluppo di nuove versioni in cui sono state potenziate le funzionalità di calcolo numerico, algebrico e differenziale. In particolare esiste attualmente una versione sperimentale del software (*GeoGebra 4.2 Beta*) che contiene al suo interno una finestra di calcolo simbolico. Si tratta di una componente ancora abbastanza povera se confrontata con quelle dei più specializzati CAS e non ancora perfettamente integrata con le restanti funzioni del programma, ma sufficientemente sviluppata per poter includere GeoGebra nella categoria dei Computer Algebra Systems. Infine è possibile incontrare in numerosi database di materiali didattici dei files costruiti tramite GeoGebra che consentono la soluzione di specifici problemi matematici per passi sequenziali corredati di opportune istruzioni. Questo tipo di impiego permette un ulteriore collocazione del software nella categoria degli *interactive chalkboards*.

CAPITOLO V

METODOLOGIA DELLA RICERCA

INQUADRAMENTO CONCETTUALE DELLA RICERCA

Nel terzo capitolo abbiamo presentato il problema di ricerca affrontato nel presente lavoro: la difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento. L'ambito di studi a cui abbiamo fatto riferimento nell'illustrare la rassegna della letteratura è principalmente quello della *Mathematics Education*. Nella prima parte del successivo capitolo abbiamo inquadrato il medesimo problema all'interno di alcune questioni generali della *Educational Technology*. Esiste tuttavia un terzo ambito di studi che compare in modo trasversale nella delimitazione e precisazione del nostro problema. Il concetto stesso di integrazione, in questo caso di una risorsa digitale, implica necessariamente un cambiamento della pratica educativa e dunque è ascrivibile in modo naturale a quella classe di fenomeni oggetto d'interesse della *Instructional Innovation*.

Nel chiarire le prospettive teoriche che guidano la metodologia della ricerca adottata scegliamo di partire da questo ampio e basilare campo della ricerca educativa in quanto uno dei suoi principali approcci di riferimento è quello che meglio esprime il senso di questo lavoro. Seguendo infatti lo schema concettuale classico, gli studi di innovazione educativa possono essere ricondotti ai seguenti tre approcci: *tecnico-scientifico*, *culturale* e *socio-politico* (Gonzalez & Escudero, 1987). Nel nostro caso ci muoveremo all'interno di quello culturale.

Il paradigma naturalistico-interpretativo negli studi di Instructional Innovation: l'approccio culturale

Prima, o meglio al fine, di evidenziare la coerenza tra l'obiettivo della presente ricerca e gli assunti epistemologici propri dell'approccio teorico dichiarato, è necessario chiarire che questo, così come gli altri due sopra richiamati, possono essere ricondotti ai tre grandi paradigmi di riferimento della ricerca educativa o più in generale delle scienze sociali, ossia i paradigmi *positivistico-normativo*, *naturalistico-interpretativo* e *socio-critico*.

In particolare *l'approccio culturale* proprio della Instructional Innovation va inquadrato all'interno del paradigma naturalistico-interpretativo le cui caratteristiche principali vengono così sintetizzate in (Cohen, Manion, & Morrison, 2000, p. 21):

- *people are deliberate and creative in their actions, they act intentionally and make meanings in and through their activities (Blumer, 1969);*
- *people actively construct their social world — they are not the 'cultural dopes' or passive dolls of positivism (Becker, 1970; Garfinkel, 1967);*
- *situations are fluid and changing rather than fixed and static; events and behavior evolve over time and are richly affected by context—they are 'situated activities';*
- *events and individuals are unique and largely non-generalizable;*
- *a view that the social world should be studied in its natural state, without the intervention of, or manipulation by, the researcher (Hammersley & Atkinson, 1983);*
- *fidelity to the phenomena being studied is fundamental;*
- *people interpret events, contexts and situations, and act on the bases of those events [...] (Morrison, 1998);*
- *there are multiple interpretations of, and perspectives on, single events and situations;*
- *reality is multi-layered and complex;*
- *many events are not reducible to simplistic interpretation, hence 'thick descriptions' (Geertz, 1973) are essential rather than reductionism;*
- *we need to examine situations through the eyes of participants rather than the researcher.*

Questi principi epistemologici, che costituiscono gli orientamenti filosofici e metodologici di riferimento per la comunità scientifica che si riconosce in tale paradigma, trovano a partire dagli anni Settanta la loro esplicitazione per quanto riguarda l'Instructional Innovation all'interno dell'approccio culturale. In antitesi ad un'impostazione di tipo tecnico-scientifica che aveva dominato durante le due decadi precedenti, si viene sviluppando la convinzione che i processi di cambio curricolare non

sono lineari né si realizzano in modo universale a partire da una proposta a livello centrale (Fullan, 1972).

A partire da questo assunto è possibile, secondo Fullan e altri studiosi che aderiscono all'approccio culturale, mostrare attraverso l'analisi dello sviluppo pratico di ogni innovazione l'esistenza di un insieme di fenomeni connessi tra loro che incidono sensibilmente nelle proposte di cambio, comportando alterazioni e stravolgimenti delle medesime o in altri casi causandone il fallimento (Huberman, 1973; Morrish, 1978; Hall & Loucks, 1978; Olson, 1980; Berman, 1981; Elbaz, 1981). Tali fenomeni sono imputabili proprio al fatto che le pratiche educative sono attività umane condotte da individui, gli insegnanti, che organizzano e decidono il proprio agire in base a convinzioni personali.

Inoltre la ricezione e adozione di una proposta innovativa viene sempre filtrata dalla singola scuola nel quale opera l'insegnante, la quale costituisce a sua volta una comunità locale con una propria cultura di riferimento distinta da quella degli innovatori esterni. Come precisano Gonzalez e Escudero *“La escuela es una organización con peculiaridades propias y como tal constituye una barrera de choque para las innovaciones externas. Por otra parte, la escuela, aun poseyendo un cierto carácter sistémico, es también un área de prácticas fenomenológicas e interpretativas.”* (Gonzalez & Escudero, 1987, p. 56).

Da tali premesse ne segue che all'interno dell'approccio culturale si sono sviluppate distinte prospettive o correnti che studiano i processi di innovazione centrandosi sull'osservazione rispettivamente delle pratiche educative, del contesto culturale delle scuole e delle visioni personali degli insegnanti. Questo ha dato luogo ad una molteplicità di possibili linee di indagine nelle quali però i presupposti di base sono simili e suppongono una critica all'approccio tecnico-scientifico. *“El foco de atención no va a ser la innovación como tecnología, sino el funcionamiento de la innovación en la práctica y la comprensión de los procesos de cambio en las escuelas. En definitiva, la innovación como fenómeno de relación cultural entre mundos distintos, el de los diseñadores y profesores, y como un proceso complejo y dinámico en el que las escuelas y los mismos profesores ejercen una influencia muy decisiva sobre el cambio”* (Gonzalez & Escudero, 1987, p. 57).

Bisogna tuttavia sottolineare che pur potendo individuare, per chiarezza concettuale, tre distinte prospettive interne all'approccio culturale – definite *prospettiva centrata sull'implementazione*, *prospettiva istituzionale* e *prospettiva personale* – non è possibile stabilire tra esse delle nette demarcazioni. “*La escuela como cultura no puede pensarse al margen de las personas en ellas inmersas y, a la vez, no puede pensarse al maestro independentemente de la institución escolar, ni tampoco una y otras separadas de las prácticas en las que se implican a la hora de intentar relaizar sus propira traducciones prácticas de las innovaciones*” (Gonzalez & Escudero,1987, p. 57).

Riportando tale impostazione teorica al presente lavoro possiamo affermare che la *prospettiva dell'implementazione* è quella principalmente coinvolta. Di fatti l'obiettivo generale della ricerca presentato nel primo capitolo, e che nel seguito del presente verrà ulteriormente precisato e articolato, prende le mosse dall'osservazione di una pratica educativa per evidenziare il fenomeno della flessibilità interpretativa dello strumento didattico messa in atto dall'insegnante – ossia il modo con il quale egli ne interpreta la valenza educativa discostandosi o comunque rielaborando in modo personale le intenzioni dei progettisti dello strumento stesso e le relative indicazioni della ricerca educativa.

La prospettiva centrata sull'implementazione.

Abbiamo fatto notare come durante gli anni settanta sia venuta aumentando la consapevolezza all'interno della ricerca educativa della difficoltà di realizzare dei progetti di innovazione curricolare su ampia scala. Studi teorici e empirici segnalano come i modelli di impostazione tecnico-scientifica quali ad esempio il modello R-D (Research and Design) di Havelock trovino scarsa possibilità di successo nella loro applicazione, in quanto la realtà dei fenomeni affrontati tende a rigettare o stravolgere i tentativi di trasformazione delle pratiche di insegnamento progettati e 'imposti' dall'esterno (Huberman, 1973), (Morrish, 1978), (Fullan 1972).

A partire da queste evidenze viene affermandosi la già citata *prospettiva dell'implementazione* basata sull'idea che per comprendere un processo di cambio non sia sufficiente considerare semplicemente la qualità della nuova tecnologia o del programma da introdurre, ma bisogna prestare maggior attenzione allo sviluppo del curricolo in aula. L'autore di riferimento nella costruzione teorica di questa prospettiva è Paul Berman: “*La ricerca ha spostato l'enfasi dall'analisi di studi replicabili a studi di*

processo; da trattamenti costanti e fissi ad ampie valutazioni; dalla preminenza dell'adozione a quella del processo di cambio totale, da una ricerca di tecnologie superiori ad una esplorazione delle spiegazioni organizzative e contestuali del cambio; dalla formulazione di modelli razionalisti e generali della condotta della scuola a indagini empiriche anche se spesso con risultati eterogenei" (Berman, 1981, p. 260, cit. in Gonzalez & Escudero, 1987, p. 59).

In questa impostazione è implicita l'ipotesi che i processi di cambio in educazione sono in qualche misura imprevedibili e vanno quindi osservati nel loro reale accadere, cercando di cogliere in essi elementi di variazione piuttosto che di replica. Questa considerazione solleva ovviamente dei seri problemi metodologici in quanto rende estremamente complicato la costruzione di modelli teorici unitari attraverso i quali studiare tali fenomeni. Le innovazioni possono infatti riguardare molteplici aspetti curricolari e metodologici; inoltre coinvolgono distinte fasi che vanno da un'iniziale presa di coscienza di un'esigenza di cambiamento, ad un insieme eterogeneo di sperimentazioni, sino ad una ufficializzazione delle nuove pratiche educative che tengano conto in modo flessibile di quanto può effettivamente essere recepito e attuato dagli insegnanti. A tal proposito Berman propone di analizzare tali processi distinguendo tre macro fasi: la *mobilitazione*, la *messa in pratica* e l'*istituzionalizzazione*.

- La fase di *mobilitazione* riguarda tutto ciò che precede l'introduzione dell'innovazione nella pratica educativa; ossia il modo in cui i distinti interessi degli stakeholders coinvolti convergono o cercano di convergere verso un determinato cambiamento. Tale processo è dunque il risultato di un equilibrio tra le forze organizzative, le pressioni politiche, le motivazioni personali e le esigenze educative sostenute dai vari gruppi di potere diversamente interessati allo sviluppo dei fenomeni educativi; tenendo presente che nella maggior parte dei casi le iniziative di cambiamento vengono prese fuori dagli istituti scolastici, ossia a livello di policy makers e comunità di ricerca, e solo successivamente coinvolgono gli insegnanti e gli altri membri delle comunità educative locali.
- La fase di *messa in pratica* corrisponde al momento in cui il nuovo progetto educativo comincia ad essere sviluppato nelle aule e si caratterizza per due elementi essenziali: l'*adattamento* e la *chiarificazione*. Il primo si riferisce al tipo di

modifiche che subisce il progetto per adeguarsi al contesto educativo nel quale viene applicato, mentre il secondo riguarda il modo in cui ogni singolo insegnante sviluppa, nel corso dell'effettiva sperimentazione, una progressiva e personale comprensione, eventualmente critica, dell'innovazione.

- Infine durante *l'istituzionalizzazione* il progetto innovativo si stabilizza e si incorpora alle pratiche quotidiane della comunità scolastica. Da una parte gli insegnanti si appropriano di nuove modalità di lavoro e dall'altra l'istituzione definisce e ufficializza quelle nuove prassi che si rendono necessarie per il funzionamento a lungo termine dell'innovazione stessa quali ad esempio lo stanziamento di fondi di bilancio, i servizi di appoggio, le attività di formazione, gli aspetti organizzativi e la definizione di funzioni accessorie.

Da quanto detto risulta evidente che seguire e studiare un processo di innovazione educativa durante tutto il suo svolgersi richiede un insieme di attività di ricerca estremamente articolate e prolungate nel tempo anche in considerazione del fatto che le tre tappe individuate da Berman non rispettano affatto un andamento così lineare e sequenziale come può apparire dalla precedente descrizione.

Nell'economia del presente lavoro il contributo che si vuole apportare rispetto alle tre fasi individuate da Berman è inerente alla *messa in pratica*. In particolare si intende studiare l'azione di *chiarificazione* che opera l'insegnante rispetto all'innovazione considerata, qui rappresentata dall'introduzione di uno strumento didattico informatico all'interno del curriculum di matematica della scuola secondaria di secondo grado.

Questo implica la necessità di seguire da vicino un processo di insegnamento-apprendimento nel quale viene sperimentato l'uso del nuovo strumento, nuovo rispetto alle risorse didattiche abitualmente utilizzate dall'insegnante, cercando di rispettare il più possibile le sue naturali modalità di svolgimento. Ricordiamo a tal proposito la raccomandazione di Kerr espressamente indirizzata agli studi dedicati alla problematica dell'integrazione delle tecnologie informatiche nelle pratiche di insegnamento: "*If technology is to find a place in classroom practice it must be examined in the context of classroom life as teachers live it*" (Kerr, 1991; p. 121).

Un atteggiamento 'ecologico' rappresenta dunque una condizione indispensabile se si vuole effettivamente evidenziare l'azione di *chiarificazione* operata dall'insegnante,

che nel caso in questione è strettamente connessa al concetto di *flessibilità interpretativa*, presentato nel terzo capitolo (cfr. il paragrafo *LO STUDIO DELLE PRATICHE DI INNOVAZIONE ICT-CENTERED ALL'INTERNO DELL'APPROCCIO SOCIOCULTURALE. LA FLESSIBILITÀ INTERPRETATIVA E L'EVOLUZIONE STRUMENTALE DEI SOFTWARES MATEMATICI*).

L'accurata descrizione dei fenomeni di flessibilità interpretativa è fondamentale per cercare di capire le cause del successo o fallimento di determinati strumenti didattici e dunque per affrontare il problema dell'integrazione delle nuove tecnologie nell'insegnamento della matematica. Lo studio di tali fenomeni si colloca in modo naturale all'interno della *prospettiva dell'implementazione* sia perché presuppone un'osservazione diretta dell'innovazione all'interno delle reali pratiche d'insegnamento, sia perché il termine stesso di flessibilità indica la necessità, sottolineata da Berman, *"di cogliere in essa [l'innovazione] elementi di variazione piuttosto che di replica"*.

GLI OBIETTIVI DELLA RICERCA

L'obiettivo generale e la sua giustificazione

L'obiettivo generale della ricerca, già specificato nel primo capitolo è il seguente:

Fornire evidenze empiriche della flessibilità interpretativa messa in atto da un insegnante nei confronti di un software matematico durante lo svolgimento di una pratica di insegnamento in un corso di scuola secondaria di secondo grado. In particolare si vuole documentare la presenza di modalità di impiego dello strumento che si discostano da un modello didattico di tipo costruttivista previsto dall'affordance propria dello strumento e prospettato dalla letteratura di riferimento.

La necessità del nostro obiettivo trova giustificazione nella rassegna della letteratura discussa nel terzo capitolo. Alla luce di quanto già detto in tale capitolo vogliamo qui sottolineare che gli studi sulle difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento rappresentano un settore estremamente vivo della ricerca in Mathematics Education e ICT, ma molto meno sviluppato rispetto ad altre problematiche. Da una meta-analisi condotta da Lagrange et al. (2003) sulla letteratura relativa ai CAS, ma indicativa anche per altre tecnologie informatiche,

risulta che le pubblicazioni, almeno quelle prodotte sino al 1998, sono principalmente dedicate alla descrizione delle caratteristiche di specifici prodotti per evidenziarne le potenzialità educative, alla documentazione degli impieghi di tali prodotti in aula all'interno di progetti innovativi, o ancora a fornire prove empiriche della loro efficacia sugli esiti di apprendimento degli studenti. Tutti questi lavori, pur afferenti a problematiche molto diverse, condividono un generale ottimismo nei confronti di tali strumenti. Solo un quinto della letteratura analizzata affronta questioni teoriche o legate all'impatto dei CAS nei processi di insegnamento-apprendimento con un atteggiamento più neutrale e appena un 5% dei lavori pone l'attenzione sulla loro effettiva possibilità di impiego *"such as paper and pencil in the everyday practice of teaching and learning in existing school insitutions"* (Lagrange et al, 2003, p. 243).

Durante questi ultimi 15 anni la letteratura inerente alla problematica dell'integrazione si è notevolmente arricchita, grazie soprattutto ai lavori condotti in Francia, in Inghilterra e in Nord America, ma presenta ancora diverse lacune sia per quanto riguarda i livelli di istruzione, che gli ambiti disciplinari indagati. Una parte consistente dei lavori fa riferimento a pratiche di insegnamento svolte in classi di 8-grade o inferiori centrate sullo studio della geometria euclidea. Corsi di algebra e analisi matematica nei quali sia stato utilizzato un DGS o un CAS sono stati osservati con minore frequenza e nel secondo caso si tratta in genere di corsi svolti a livello universitario.

Soprattutto quello che interessa mettere in evidenza è che nella rassegna della letteratura internazionale condotta non è stato possibile individuare pubblicazioni che attestino attività di ricerca scientifica svolte in Italia in cui si indagano le difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento. In particolare nel nostro paese sono stati condotti studi molto importanti sulla valenza cognitiva e semiotico-epistemologica di alcuni softwares matematici (Mariotti, 2001; Arzarello, Olivero, Paola, & Robutti, 2002; Olivero & Robutti, 2002; Cerulli, 2004; Paola & Robutti, 2004; Bartolini Bussi & Mariotti, 2008; Mariotti, 2009), ma in nessuno di questi o di altri lavori esaminati viene discussa la distanza tra le modalità d'uso dei softwares, previste dalla ricerca educativa per sfruttare a pieno tali valenze didattiche, ed il loro effettivo impiego *'in mainstream schools'*.

Questa lacuna della letteratura merita a nostro avviso un approfondito sviluppo soprattutto alla luce della progressiva istituzionalizzazione delle tecnologie digitali nei curricula di matematica di molti paesi tra cui l'Italia. In particolare nel secondo capitolo abbiamo mostrato come, anche se con una certa prudenza, le indicazioni di curriculum elaborate a livello nazionale richiedono agli insegnanti di matematica di integrare l'uso di strumenti informatici all'interno delle proprie pratiche di insegnamento (cfr. il quarto paragrafo *LE TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE E DELLA COMUNICAZIONE NEL CURRICOLO DI MATEMATICA DELLA SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO*). Il processo di istituzionalizzazione delle ICT e nello specifico dei softwares matematici all'interno del sistema educativo italiano è accompagnato e reso visibile da due evidenti fenomeni. Da un lato è possibile constatare la presenza sempre più diffusa nei libri di testo non solo di schede per attività laboratoriali, ma anche di esercizi e problemi che prevedono l'uso di specifici softwares matematici⁷³. Al tempo stesso negli ultimi anni si sta assistendo ad un progressivo ampliamento della comunità di insegnanti che sperimentano o utilizzano ormai in modo consolidato softwares matematici nelle proprie pratiche di lavoro. Osservando ad esempio la sezione in lingua italiana del forum presente sul sito ufficiale di GeoGebra si possono contare numerosi interventi di insegnanti che si scambiano informazioni tecniche, ma anche opinioni relative al quotidiano uso didattico del software⁷⁴.

Gli obiettivi specifici

Dettagliamo nel seguito gli obiettivi specifici della ricerca a partire dall'obiettivo generale sopra enunciato.

I O.S.: **Descrizione del setting strumentale e della frequenza d'uso del software.** Questo primo obiettivo costituisce un passaggio preliminare che documenta da un punto di vista strettamente operativo e quantitativo l'effettiva integrazione di GeoGebra all'interno della pratica d'insegnamento osservata. In particolare l'obiettivo consiste nel:

⁷³ Si vedano ad esempio i volumi scolastici delle collezioni *Matematica Blu* (Ed. Zanichelli), *Nuova Matematica a colori* (Ed. Petrini), *Lezioni di matematica per il triennio* (Ed. ETAS).

⁷⁴ Il forum è consultabile alla pagina

<https://www.geogebra.org/forum/viewforum.php?f=10&sid=0a7dee97f62624ee13ec68821bc49f16>

- A. descrivere in che modo l'insegnante garantisce l'effettiva possibilità d'accesso a GeoGebra tramite la predisposizione di opportuni ambienti e risorse informatiche;
- B. documentare la frequenza d'uso di GeoGebra, in termini di tempi di utilizzo del software durante le lezioni e numero di materiali didattici tramite esso creati e impiegati in aula.

Conseguentemente la descrizione che emerge dallo sviluppo di questo obiettivo non entra nel merito delle scelte didattiche e disciplinari operate dall'insegnante, anche se comunque la selezione degli strumenti didattici e le frequenze d'uso di GeoGebra da parte dell'insegnante e degli studenti possono fornire alcune significative indicazioni per i successivi obiettivi.

II O.S.: Descrizione del complessivo processo di insegnamento-apprendimento

osservato. La presenza di questo secondo obiettivo è dettata dalla necessità di contestualizzare le modalità di impiego di GeoGebra (seguito obiettivo) all'interno del complessivo processo di insegnamento-apprendimento. In particolare si tratta di:

- A. descrivere le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante per la progettazione e lo svolgimento delle attività d'aula di cui si compongono le lezioni condotte durante il periodo d'osservazione del corso;
- B. descrivere le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante per la definizione e lo sviluppo dei contenuti curriculari affrontati durante il periodo d'osservazione del corso.

Entrambe le descrizioni permettono di evidenziare in che modo le scelte dell'insegnante si discostano dal modello di impostazione costruttivista elaborato dalla Mathematics Education (cfr. il quarto paragrafo del terzo capitolo L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTICO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA).

III O.S.: Descrizione della valenza didattica attribuita al software.

Questo obiettivo serve a chiarire la valenza didattica attribuita dall'insegnante a GeoGebra durante lo svolgimento della pratica osservata e a precisare in che modo questa si discosta da quella prevista dalla ricerca educativa di impostazione costruttivista. In particolare, coerentemente all'obiettivo precedente, si tratta di:

- A. descrivere le scelte di carattere generale effettuate dall'insegnante per integrare il software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento durante il periodo di osservazione del corso;
- B. descrivere le modalità ricorrenti d'uso del software per la presentazione dei contenuti curricolari durante il periodo di osservazione del corso;
- C. descrivere le tipologie ricorrenti di compiti che prevedono l'uso del software, svolte dall'insegnante e proposte agli studenti durante il periodo di osservazione del corso

Lo sviluppo di questi sotto-obiettivi permette di precisare in maniera dettagliata la flessibilità interpretativa operata dall'insegnante nei confronti di GeoGebra.

LO STILE D'INDAGINE E IL DISEGNO DELLA RICERCA

La tipologia dello studio di caso condotto e i suoi limiti metodologici

L'obiettivo generale della ricerca sopra esposto indirizza, in base al principio del *fitness for purpose* (Cohen, Manion, & Morrison, 2005), la scelta dello stile di indagine verso uno *studio di caso*. Da quanto detto risulta infatti chiaro che la ricerca condotta rappresenta "*the study of an instance in action*" (Adelman et al., 1980), dove nel nostro caso la singola 'istanza' è rappresentata da una pratica di insegnamento confinata in un corso di matematica svolto in una specifica classe di liceo scientifico. In altri termini "*it provides a unique example of real people in real situations, enabling readers to understand ideas more clearly than simply by presenting them with abstract theories or principles.*" (Cohen, Manion, & Morrison, 2005, p. 181). La letteratura sulla metodologia di ricerca educativa offre un ampio ventaglio di tipologie di studi di caso. Rispetto alla classificazione di Merriam (1988) – (a) *descriptive (narrative accounts)*; (b) *interpretative (developing conceptual categories inductively; in order to examine initial assumptions)*; (c) *evaluative (explaining and judging)* – questo lavoro deve essere considerato descrittivo. Infatti, come chiarito nell'obiettivo della ricerca lo scopo è quello di "*fornire evidenze empiriche della flessibilità interpretativa*". Utilizzando invece la classificazione di Stake (1994) – (a) *intrinsic case studies (studies that are undertaken in order to understand the particular case in question)*; (b) *instrumental case studies (examining a particular case in order to gain insight into an issue or a theory)*; (c) *collective case studies (groups of individual studies that are undertaken to*

gain a fuller picture) – il nostro studio di caso va collocato nella categoria ‘*instrumental*’. L’interesse infatti è quello di cercare riscontro in un distinto contesto educativo del quadro concettuale sin ora elaborato dalla Mathematics Education sulle difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento sviluppate nelle aule di altri paesi.

La stessa letteratura sulla metodologia della ricerca educativa si è preoccupata di mettere in evidenza gli elementi di forza e le criticità insite nella scelta di uno studio di caso come stile di indagine. Prendiamo a riferimento le questioni sollevate in (Nisbet & Watt, 1984) e sintetizzate in (Cohen, Manion, & Morrison, 2005, p. 184):

Strengths

1. *The results are more easily understood by a wide audience (including non-academics) as they are frequently written in everyday, non-professional language.*
2. *They are immediately intelligible; they speak for themselves.*
3. *They catch unique features that may otherwise be lost in larger scale data (e.g. surveys); these unique features might hold the key to understanding the situation.*
4. *They are strong on reality.*
5. *They provide insights into other, similar situations and cases, thereby assisting interpretation of other similar cases.*
6. *They can be undertaken by a single researcher without needing a full research team.*
7. *They can embrace and build in unanticipated events and uncontrolled variables.*

Weaknesses

1. *The results may not be generalizable except where other readers/researchers see their application.*
2. *They are not easily open to cross-checking, hence they may be selective, biased, personal and subjective.*
3. *They are prone to problems of observer bias, despite attempts made to address reflexivity.*

Provando a contestualizzare alla nostra situazione il quadro dei pro e dei contro sopra elencato, limitiamo l’attenzione solo ad uno dei punti di forza (il sesto, la presenza degli altri dovrebbe risultare evidente in base a quanto già detto), mentre doverosamente discutiamo tutti e tre i punti di debolezza indicati.

La possibilità di condurre in solitario uno studio di caso è indubbiamente, dal punto di vista pratico e organizzativo, un motivo importante per scegliere questo stile

d'indagine all'interno di un progetto di ricerca dottorale. Tale progetto prevede infatti, per la natura stessa del corso di formazione post-universitaria nel quale si iscrive, un lavoro individuale da parte del 'ricercatore-studente'. Più in generale la limitatezza del tempo, delle competenze possedute e delle risorse disponibili non può non influire sul disegno della ricerca.

Per quanto riguarda il tempo, sarebbe sicuramente stato interessante sviluppare uno studio longitudinale del lavoro dell'insegnante osservato per cercare di evidenziare, oltre alla flessibilità interpretativa messa in atto, l'eventuale presenza di un processo di evoluzione strumentale.

Per quanto riguarda invece le risorse e le competenze possedute vogliamo far presente come nella struttura originale del progetto era prevista la possibilità di raccogliere ed analizzare dei dati che permettessero di interpretare il fenomeno della flessibilità interpretativa osservato; in particolare di discutere i fattori imputabili alle competenze professionali possedute dall'insegnante e all'aumento di carico di lavoro dovuto all'esperienza di innovazione educativa condotta. Durante lo sviluppo del progetto ci si è accorti che la raccolta, ma soprattutto l'analisi di un tale tipo di dati, avrebbe richiesto un livello di complessità e laboriosità che trascendeva non solo il tempo a disposizione, ma anche le conoscenze, in particolare nel campo della psicologia del lavoro, possedute e acquisite durante il corso di dottorato.

In sintesi vogliamo sottolineare come la conduzione di uno studio di caso che permetta una descrizione e interpretazione in profondità della situazione osservata sia un'attività di indagine sostenibile da un singolo ricercatore, ma al tempo stesso il livello di profondità e soprattutto completezza dello studio condotto risentano comunque della mancanza di un lavoro in equipe.

Passando ora a considerare i punti di debolezza precedentemente elencati, il primo, ossia la difficoltà di generalizzare i risultati raggiunti attraverso una singola ricerca, rappresenta un tratto epistemologico caratteristico non solo degli studi di caso, ma di tutta la ricerca di impostazione naturalistico-interpretativa. D'altra parte è stato ripetutamente fatto notare proprio dagli studiosi che aderiscono a tale paradigma che i criteri di generalizzabilità dei risultati sono molteplici e da intendersi in termini di validità interna della ricerca (Maxwell, 1992) e di comparabilità e trasferibilità (Lincoln & Guba, 1985; Eisenhart & Howe, 1992; Schofield, 1993; LeCompte & Preissle, 1993.

Ad esempio “*Schofield suggests that it is important in qualitative research to provide a clear, detailed and in-depth description so that others can decide the extent to which findings from one piece of research are generalizable to another situation*” (Cohen, Manion, & Morrison, 2005, p. 109). Nel nostro caso il valore di generalizzabilità della conoscenza prodotta è da attribuirsi alla possibilità di riscontrare dinamiche di appropriazione dello strumento didattico riconducibili a quelle rilevate durante l’osservazione di altre pratiche d’insegnamento svolte in situazioni simili, dove la similitudine è data dalla tipologia dello strumento didattico utilizzato, dalle caratteristiche del contesto educativo, dalla specificità dei contenuti curriculari affrontati e dal profilo professionale e motivazionale dell’insegnante osservato. O viceversa il valore è da riscontrarsi proprio nell’emergenza di elementi che confutano quanto sin ora documentato dalla letteratura di riferimento.

La seconda questione a cui si fa riferimento, quella della mancanza di un controllo incrociato dei risultati raggiunti, è probabilmente il prezzo più alto che bisogna pagare proprio per la natura solitaria dell’attività di ricerca condotta. Per cercare di ovviare o quanto meno limitare i rischi di arbitrarietà di interpretazione del fenomeno considerato – rischi insiti non solo nel significato attribuito alle parole e ai gesti dell’insegnante, ma prima ancora alla scelta selettiva dei dati raccolti su cui concentrare l’analisi – l’unica strategia possibile, sul piano intellettuale, è rappresentata dalla massima fedeltà a quanto osservato (Blumenfeld-Jones, 1995); la quale si traduce in un costante tentativo di verificare la coerenza interna ai dati raccolti e di ottenere dei feedback di conferma da parte dell’insegnante (*respondent validation*). A tal fine l’attività di osservazione della pratica di insegnamento è stata preceduta e accompagnata da numerose interviste e colloqui informali con l’insegnante al fine di controllare se le interpretazioni che venivano emergendo dalla visione e revisione delle videoregistrazioni delle lezioni trovasse riscontro nelle intenzioni manifestate proprio dal soggetto che conduceva la pratica. Inoltre durante l’intervista finale condotta al termine del periodo di osservazione è stato chiesto all’insegnante un riscontro sulla correttezza della descrizione emersa dopo una prima fase di analisi dei dati. Tale scelta si è rivelata preziosa proprio perché “*respondent validation can be particularly useful as respondents might suggest a better way of*

expressing the issue or may wish to add or qualify points.” (Cohen, Manion, Morrison, 2005, pp. 189-190)

Infine esiste indubbiamente un problema legato alla discrezionalità nella scelta degli elementi giudicati salienti nella descrizione del fenomeno osservato. In questo caso il rischio non è tanto nel travisare o occultare le azioni e i gesti dell'insegnante, quanto nell'individuare categorie di analisi che centrano il fuoco della ricerca su questioni marginali o assenti rispetto a quelle che effettivamente emergono durante lo svolgimento della pratica. Tale delicata questione ha comportato una continua revisione critica dei personali assunti di partenza rispetto alla problematica dell'integrazione delle tecnologie informatiche nell'insegnamento della matematica. In tal senso lo sforzo riflessivo è stato condotto in una duplice direzione: da una parte la revisione della letteratura di riferimento, allo scopo di individuare le dimensioni di analisi prese in considerazione dalla comunità di ricerca della Mathematics Education di ispirazione costruttivista, dall'altra, ancora una volta la massima fedeltà possibile al fenomeno osservato, cercando di cogliere nelle parole e nelle azioni dell'insegnante, quegli elementi che effettivamente potevano permettere di leggere l'uso del software all'interno della pratica osservativa in termini di flessibilità interpretativa.

Il disegno della ricerca

Nella progettazione del presente studio di caso abbiamo preso a riferimento il modello classico proprio della ricerca educativa di tipo naturalistico-interpretativo, adattandolo alle esigenze proprie della nostra situazione⁷⁵. Le principali fasi in cui si è articolata la ricerca sono le seguenti:

⁷⁵ Il modello di riferimento preso in considerazione è quello proposto all'interno del Capitolo 6: *Naturalistic and ethnographic research - Planning naturalistic research* del già citato manuale di ricerca educativa (Cohen, Manion, & Morrison, 2005, p. 140-153). In particolare seguendo le indicazioni di Hitchcock & Hughes (1989), LeCompte & Preissle (1993) e Bogdan & Biklen (1992) vengono individuate 11 fasi:

“Stage 1 *Locating a field of study*, **Stage 2** *Addressing ethical issues*, **Stage 3** *Deciding the sampling*, **Stage 4** *Finding a role and managing entry into the context*, **Stage 5** *Finding informants*, **Stage 6** *Developing and maintaining relations in the field*, **Stage 7** *Data collection in situ*, **Stage 8** *Data collection outside the field*, **Stage 9** *Data analysis*, **Stage 10** *Leaving the field*, **Stage 11** *Writing the Report.*”

Questi 'stage' nella figura 1 sono stati semplificati e ricondotti a 4 Fasi. Per la precisione:

Lo **Stage 1** è stato presentato nel precedente paragrafo. Lo **Stage 2** riguarda i vincoli etici, prima ancora che legali, imposti dall'attività di ricerca (*primum non nocere*). Sul piano operativo questo stage si traduce nelle attività finalizzate al conseguimento del consenso informato dei partecipanti all'attività di ricerca e a garantire la confidenzialità delle informazioni raccolte. Queste attività possono essere incluse nella FASE 2. Gli **Stages 3 e 5** costituiscono la FASE 1 (i soggetti coinvolti nel caso sono anche gli informanti). Gli **Stages 4 e 6** possono anch'essi essere inglobati nella FASE 2. Gli **Stages 7 e 9** coincidono rispettivamente con le FASI 3 e 4, mentre lo **Stage 8** è assente. Lo **Stage 10** non viene descritto in quanto

- Fase 1: Scelta del caso
- Fase 2: Ingresso al campo
- Fase 3: Raccolta dei dati
- Fase 4: Analisi dei dati

Nei prossimi paragrafi descriveremo in dettaglio le singole fasi indicate nello schema. Tuttavia in questa sezione vogliamo preliminarmente chiarire la relazione che intercorre tra le fasi della ricerca e i suoi obiettivi specifici precedentemente definiti. Utilizziamo la seguente figura che rappresenta il complessivo disegno dello studio di caso.

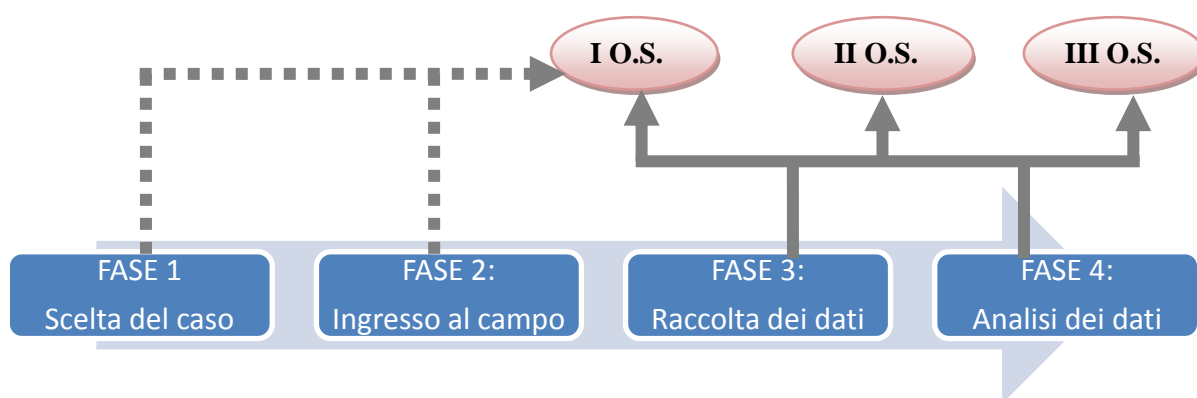


Figura 1_ IL DISEGNO DELLA RICERCA

Come è logico aspettarsi, il conseguimento degli obiettivi della ricerca può essere raggiunto solo attraverso le ultime due fasi. Tuttavia abbiamo voluto evidenziare un legame, di differente natura, tra il primo obiettivo e le fasi 1 e 2. Di fatti, anche se la *“Descrizione del setting strumentale e della frequenza d’uso del software”* è chiaramente possibile solo dopo la raccolta e l’analisi dei dati, la possibilità di una *“effettiva integrazione di GeoGebra all’interno della pratica d’insegnamento osservata”* almeno *“da un punto di vista strettamente operativo e quantitativo”* è stata garantita attraverso la scelta del caso e tramite gli accordi con l’insegnante nella fase di ingresso al campo.

In particolare per quanto riguarda la scelta del caso, come dettaglieremo in seguito, la selezione dell’istituto scolastico è stata effettuata in modo da assicurarsi che al suo interno fossero presenti risorse strutturali che garantissero la possibilità d’uso del

non fornisce elementi significativi al fine della chiarificazione della metodologia adottata. Infine lo **Stage 11** è rappresentato proprio dalla stesura della presente tesi di Dottorato.

software da parte dell'insegnante e degli studenti. Analogamente nella scelta dell'insegnante è stato fissato come requisito fondamentale una buona competenza informatica, in modo da eliminare a priori eventuali fattori d'ostacolo legati alla difficoltà d'uso di tecnologie ICT.

Mentre la fase di ingresso al campo è stata cruciale per chiarire all'insegnante i vincoli che avrebbe imposto l'attività di ricerca alla sua pratica di insegnamento. Seguendo un'ottica il più possibile ecologica, si è specificato che non vi era nessuna particolare richiesta per quanto riguardava la scelta delle attività didattiche e del tipo di uso che egli avesse fatto del software. Tuttavia per poter considerare il caso scelto un esempio di integrazione di GeoGebra in una pratica di insegnamento, l'insegnante avrebbe dovuto preliminarmente predisporre un setting educativo in grado di assicurare una facilità di accesso al software per sé e per gli studenti, e quindi impegnarsi ad utilizzarlo durante il periodo di osservazione del corso in modo 'quantitativamente consistente'. Tale consistenza doveva rendersi manifesta in termini di frequenza d'uso dello strumento in aula e di files.ggb utilizzati come materiali didattici durante il corso. Vogliamo sottolineare l'importanza di questi accordi preliminari che rientrano in quello che nel quarto paragrafo definiremo il '*contratto tra l'insegnante e il ricercatore*'. Il non verificarsi di tali richieste avrebbe reso impossibile il conseguimento del primo obiettivo e conseguentemente dei due successivi.

LA SCELTA DEL CASO

La selezione del software matematico

Prima ancora di individuare la specifica pratica di insegnamento su cui condurre lo studio di caso, il progetto di ricerca prevedeva la scelta del software matematico di cui proporre all'insegnante l'adozione. Tale scelta è ricaduta sul programma open source GeoGebra principalmente per due ragioni: la prima, di ordine pratico, era data dalla licenza freeware del prodotto che ne consentiva una notevole facilità di acquisizione sia per l'insegnante che per gli studenti; la seconda era legata alla duttilità di impiego del software rispetto a molteplici ambiti curriculari dei corsi di matematica di scuola secondaria di secondo grado. In merito al secondo aspetto è opportuno ricordare che il software GeoGebra, pur presentando un'interfaccia che permette di classificarlo in prima approssimazione come un Dynamic Geometry System è caratterizzato da un

affordance ibrida che per alcuni aspetti lo avvicina ad un Computer Algebra System (cfr. il secondo paragrafo del quarto capitolo *LE TECNOLOGIE INFORMATICHE PER L'INSEGNAMENTO E L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA*). Oltre a tali vantaggi GeoGebra può vantare una consolidata reputazione all'interno della ricerca educativa, come testimoniano le pubblicazioni scientifiche che presentano la sua valenza come strumento didattico (Hohenwarter & Jones, 2007; Little, 2009; Dikovic, 2009).

I criteri per la scelta del caso

Per la scelta dell'istituto scolastico e soprattutto dell'insegnante oggetto di osservazione sono stati stabiliti dei criteri atti ad individuare un caso che si prestasse all'obiettivo generale della ricerca.

In particolare per quanto riguarda l'insegnante era importante che il suo profilo professionale rispettasse i seguenti due requisiti:

- I. aver accumulato un numero sufficiente di anni di insegnamento (almeno 5 anni)
- II. possedere delle buone competenze in ambito tecnologico informatico (paragonabili o superiori a quelle indicate dalla certificazione di base ECDL Core).

In questo modo era possibile da una parte limitare la presenza di variabili di disturbo, la difficoltà di gestione delle tecnologie e una bassa auto-percezione delle competenze informatiche da parte dell'insegnante, e dall'altra assicurarsi che egli avesse accumulato un'esperienza didattica tale da permettergli di esprimere opinioni, fondate sulla pratica, circa le proprie concezioni d'apprendimento e di insegnamento e la propria metodologia di lavoro.

Per quanto riguarda invece l'istituto scolastico era necessario trovare:

- I. una scuola secondaria di secondo grado provvista di sufficienti risorse tecnologiche tali da garantire un'effettiva possibilità di utilizzo del software GeoGebra da parte dell'insegnante e degli studenti durante le lezioni in aula o in altri ambienti scolastici.

La ricchezza di dotazioni tecnologiche era fondamentale non solo per la conduzione dello studio di caso, ma soprattutto per cercare di ridurre al minimo la presenza di quel fattore di ostacolo tipico nell'integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di

insegnamento, ossia la carenza di risorse disponibili, che non era di interesse rispetto alle finalità della ricerca.

Come già anticipato nel paragrafo precedente, vogliamo sottolineare che nell'individuazione del caso che soddisfacesse i requisiti indicati si è data la precedenza all'insegnante. A tal fine il sottoscritto si è fondamentalmente basato sull'esperienza della realtà scolastica romana accumulata durante i circa quindici anni di attività docente. Dopo aver contattato una decina di insegnanti che potevano possedere caratteristiche simili a quelle richieste, tra i tre disponibili a partecipare all'attività di ricerca la selezione è stata effettuata tenendo conto dell'istituto scolastico nel quale lavoravano i soggetti possibili.

Controllo della validità del caso selezionato

L'insegnante individuato è risultato essere un docente con contratto a tempo indeterminato presso un istituto scolastico paritario⁷⁶.

Per quanto riguarda il primo criterio questo risultava verificato in quanto l'insegnante è:

- abilitato alle classi di insegnamento: A038 (Fisica), A042 (Informatica), A047 (Matematica), A048 (Matematica Applicata), A049 (Matematica e fisica)
- in servizio continuativamente dal 2001 nel medesimo istituto scolastico, impartendo corsi di matematica, fisica e informatica.

Per quanto riguarda invece il secondo criterio, pur non possedendo l'insegnante la suddetta certificazione ECDL, questo risultava ampiamente garantito dalle seguenti attività di formazione ed esperienze professionali:

- titolo di laurea in Ingegneria elettronica. In particolare il piano di studi includeva i seguenti corsi relativi all'ambito informatico e alle ICT: Programmazione di calcolatori elettronici, Calcolatori elettronici, Elettronica 2 (Teoria dell'hardware e Macchine a stati finiti);
- corso di specializzazione per ingegneri di rete presso la *Scuola Superiore Guglielmo Reiss Romoli*;
- partecipazione a seminari sulle applicazioni delle tecnologie informatiche in ambito didattico presso la *World ORT of London*;

⁷⁶ Le informazioni che seguono sono tratte dall'intervista all'insegnante sul suo profilo professionale (cfr. il quinto paragrafo *LA RACCOLTA DEI DATI*)

- partecipazione , sviluppo e manutenzione del laboratorio di fisica della scuola;
- partecipazione , sviluppo e manutenzione del laboratorio di informatica della scuola;
- partecipazione , sviluppo e manutenzione del laboratorio informatico portatile della scuola;
- partecipazione , sviluppo e manutenzione del sito web della scuola;
- installazione e manutenzione delle lavagne interattive multimediali della scuola;
- lezioni nei corsi di aggiornamento di informatica per insegnanti della scuola.

L'istituto scolastico nel quale lavora l'insegnante rispettava il criterio richiesto in quanto dotato di ambienti e risorse strutturali alle quali l'insegnante e la classe potevano avere accesso liberamente durante le lezioni:

- aula della classe dotata di computer, videoproiettore e rete elettrica con punto di accesso per il portatile dell'insegnante;
- aula C dotata di lavagna interattiva multimediale e rete elettrica con punto di accesso per il portatile dell'insegnante;
- laboratorio di fisica dotato di computer, videoproiettore e rete elettrica con punto di accesso per il portatile dell'insegnante e degli studenti;
- laboratorio informatico portatile composto di un carrello con postazione wi-fi e 15 notebooks.

Inoltre è fondamentale aggiungere che l'insegnante ormai da diversi anni è solito svolgere la pratica di insegnamento in aula utilizzando il proprio notebook e che gli studenti frequentanti i suoi corsi sono abituati a portare e utilizzare i propri notebooks durante le lezioni con l'insegnante (cfr. il primo paragrafo del sesto capitolo *ACCESSIBILITÀ E FREQUENZA D'USO DEL SOFTWARE DURANTE IL CORSO*).

Il corso di matematica osservato

Individuati l'istituto e l'insegnante che rispettavano i criteri suddetti era necessario scegliere il corso di matematica, tra quelli che l'insegnante avrebbe impartito durante l'anno scolastico, che meglio si adattava allo studio di caso. Come già anticipato la decisione è stata lasciata all'insegnante sulla base della propria conoscenza dei gruppi classe. L'insegnante ha effettuato la scelta in considerazione delle caratteristiche del

gruppo classe e del programma di matematica da svolgere che nella sua opinione si prestava maggiormente all'uso di GeoGebra.

Per quanto riguarda il gruppo classe, questa è risultata essere una quinta liceo composta di otto studenti che avevano seguito i corsi di matematica e di fisica col medesimo insegnante anche nei due anni precedenti. In particolare il buon clima di lavoro stabilito tra l'insegnante e gli studenti durante gli anni precedenti è risultato determinante nella scelta di questo gruppo.

Per quanto riguarda il programma del corso, trattandosi di un quinto anno di liceo scientifico, esso era centrato prevalentemente sullo studio dell'analisi matematica. Bisogna sottolineare che il fatto che fosse un corso terminale del ciclo di studi poteva rappresentare un elemento di criticità ai fini della ricerca, in quanto la sperimentazione era fortemente condizionata dai vincoli curriculari imposti dalla seconda prova dell'esame di stato da sostenere al termine dell'anno scolastico. D'altra parte proprio la presenza di tali vincoli avrebbe permesso di evidenziare con maggior facilità la presenza dei fenomeni di flessibilità interpretativa. Dovendo l'insegnante capitalizzare al meglio il tempo di lezione in vista dell'esame di stato e non potendo permettersi particolari rischi legati alla sperimentazione del nuovo strumento, era presumibile che l'uso di GeoGebra sarebbe stato direttamente finalizzato allo sviluppo dei contenuti curriculari propri del corso e integrato nella metodologia didattica propria dell'insegnante.

L'INGRESSO AL CAMPO

Al termine dell'anno scolastico 2008-2009 sono stati presi i primi accordi con il dirigente scolastico per verificare la possibilità di svolgere l'attività di ricerca all'interno dell'istituto. È stato quindi effettuato un primo sopralluogo per osservare gli ambienti e le risorse strutturali previamente descritte dall'insegnante. Durante i mesi di giugno e luglio sono state condotte delle prime interviste con l'insegnante e da settembre è iniziata l'osservazione in aula della pratica di insegnamento tramite videoregistrazioni e note di campo, accompagnata da ulteriori interviste all'insegnante e dalla somministrazione di questionari per gli studenti.

Autorizzazioni e consensi informati

La possibilità di svolgere la fase empirica della ricerca era vincolata al conseguimento dei seguenti permessi:

- **Autorizzazione da parte del dirigente scolastico a svolgere la fase empirica dell'attività di ricerca all'interno dell'istituto.** È stata consegnata al dirigente scolastico la *Presentazione del progetto di ricerca* nella quale venivano specificati:
 - la finalità della ricerca
 - il piano delle attività d'indagine all'interno dell'istituto
 - la confidenzialità delle informazioni raccolte.

Inoltre per motivi di sicurezza è stato necessario fornire all'Istituto l'*Informativa sulle modalità di raccolta dei dati audio e video* in cui venivano dettagliati:

- il periodo di raccolta dei dati:
 - gli strumenti utilizzati
 - i soggetti e i luoghi ripresi
 - le modalità di ripresa
- **Consenso informato dell'insegnante a partecipare all'attività di ricerca.** Sono stati forniti all'insegnante gli stessi documenti consegnati al dirigente scolastico. Inoltre nell'introduzione dei questionari che accompagnavano le interviste registrate sono stati presentati i contenuti dell'intervista e ribadita la confidenzialità delle informazioni raccolte.
 - **Consenso informato degli studenti maggiorenni a partecipare all'attività di ricerca.** Durante la prima lezione del corso sono state consegnate agli studenti maggiorenni i seguenti documenti:
 - *Informativa per gli alunni sul progetto di ricerca*, nella quale si specificava in cosa consisteva l'attività di ricerca e quali dati sarebbero stati raccolti sugli alunni.
 - *Dichiarazione liberatoria per la raccolta dati personali ai fini dello sviluppo del progetto di ricerca*, redatta ai sensi del D.Lgs. 196/2003 (*Codice in materia di protezione dei dati personali*).
 - **Consenso informato dei genitori degli studenti minorenni alla partecipazione del figlio all'attività di ricerca.** Procedure analoghe alle precedenti sono state seguite

per gli studenti minorenni, con la sola differenza che i documenti, consegnati agli studenti erano rivolti ai loro genitori o facenti vece.

Il 'contratto' tra ricercatore e insegnante

Prima dell'inizio della fase osservativa bisognava concordare con l'insegnante quale tipo di vincoli richiedesse la conduzione dell'attività di indagine e definire quale ruolo dovesse avere il ricercatore durante lo svolgimento del corso⁷⁷.

Per quanto riguarda il primo aspetto si trattava da una parte di chiarire le modalità e la frequenza d'uso di GeoGebra durante il corso, dall'altra di concordare alcuni aspetti organizzativi relativi alla raccolta dei dati. Le richieste relative all'uso del software sono state anticipate nella sezione *Il disegno della ricerca*. Mentre sul piano organizzativo sono state definite:

- **La durata della fase osservativa.** Il periodo è stato delimitato dall'inizio delle lezioni sino all'interruzione del corso per le vacanze natalizie, che ha coinciso approssimativamente con il primo trimestre dell'anno scolastico.
- **Il tipo di riprese audiovisive delle lezioni e la presenza del ricercatore in aula.** Sono state definite le collocazioni delle videocamere durante lo svolgimento delle lezioni e inoltre si è concordata la possibilità di registrazioni dello schermo del computer dell'insegnante da lui stesso avviate tramite opportuno software. Il ricercatore avrebbe assistito a tutte le lezioni durante il periodo definito e la sua postazione sarebbe stata in fondo all'aula dietro gli studenti.
- **Le interviste con l'insegnante e i questionari somministrati agli studenti.** È stata concordata la possibilità effettuare interviste sistematiche all'insegnante finalizzate ad un costante follow up del lavoro di progettazione didattica dell'insegnante fuori dall'aula. Inoltre è stato fissato il numero di questionari da somministrare agli studenti e le modalità di svolgimento dei medesimi.

⁷⁷ Questo aspetto metodologico viene discusso in (Cohen, Manion, Morrison, 2005; pp. 186-187) all'interno del Capitolo 9: *Case studies - Types of case studies*. Aldilà delle possibili tipologie di studi di caso gli autori sottolineano che "Whatever the problem or the approach, at the heart of every case study lies a method of observation". A tal proposito viene proposta una rappresentazione schematica che permette di collocare un singolo caso di studio all'interno di un rettangolo i cui lati indicano rispettivamente il *Degree of structure imposed by observer* (da *Unstructured* a *Structured*) e il *Degree of structure in the observational setting* (da *Natural* a *Artificial*). Nel vertice del rettangolo corrispondente a (Unstructured-Natural) sono collocati quegli studi di caso basati su metodi osservativi partecipanti in cui il ricercatore collabora alla situazione che sta osservando e in casi estremi cela il suo ruolo. Il vertice opposto (Structured-Artificial) rappresenta casi di studio in cui i dati derivano da situazioni nei quali i soggetti osservati svolgono attività definite dal ricercatore, il quale svolge un ruolo esterno rispetto alla situazione o eventualmente non partecipa affatto.

Circa il ruolo del ricercatore si è concordato con l'insegnante un tipo di osservazione poco partecipante e tendenzialmente non interventista sia per quanto riguardava la progettazione didattica che la conduzione delle lezioni⁷⁸. Ossia il ricercatore si sarebbe limitato a fornire all'insegnante un eventuale supporto tecnico e sporadici suggerimenti sui possibili impieghi di GeoGebra durante qualche attività didattica, indicando dove reperire possibili materiali da utilizzare o da cui poter prendere spunto per costruirne dei propri. Mentre durante lo svolgimento delle lezioni il ricercatore avrebbe svolto un ruolo prevalentemente osservativo: pur non evitando le interazioni con i singoli studenti, queste sarebbero avvenute preferibilmente al di fuori dell'orario di lezione o concentrate in occasione della presentazione dell'attività di ricerca e dei questionari.

In conclusione di questa sezione interessa sottolineare la collocazione del nostro studio di caso rispetto alla letteratura discussa nel terzo capitolo. In particolare nel presentare i risultati sin ora conseguiti dalla ricerca educativa abbiamo distinto due linee di indagine interne alla problematica dell'integrazione delle tecnologie informatiche nell'insegnamento della matematica (cfr. il quarto e quinto paragrafo: *L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTICO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA* e *L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN APPROCCIO ECOLOGICO AI FENOMENI EDUCATIVI*). Gli approcci metodologici sottostanti a queste linee possono essere sintetizzati con due indicazioni di carattere generale già citate nei suddetti paragrafi. Per quanto riguarda le ricerche che studiano l'integrazione delle tecnologie partendo da un ben definito modello normativo di tipo costruttivista vale quanto detto in (Noss an Hoyles, 1996) "*design innovation with, rather than for, the teachers*". Viceversa nel caso di un approccio più ecologico la definizione dell'innovazione, ossia le modalità d'uso della tecnologia e l'impostazione didattica sottostante, è lasciata all'insegnante attenendosi alla raccomandazione di Kerr (1991) "*if technology is to find a place in classroom practice, it must be examined in the context of classroom life as teachers live it*". In base a quanto detto sin ora

⁷⁸ Riprendendo quanto detto nella nota 77, il presente studio di caso può essere collocato tendenzialmente verso il vertice (Natural-Structured). Da una parte infatti cercando di mantenere un atteggiamento ecologico si è cercato di imporre il minimo possibile di vincoli alla pratica di insegnamento; d'altra parte però durante il corso sia l'insegnante che gli studenti si comportavano consapevoli della presenza di videocamere e del ruolo osservativo del ricercatore all'interno dell'aula.

dovrebbe risultare chiaro che il presente studio di caso si colloca all'interno della seconda linea di ricerca.

LA RACCOLTA DEI DATI

Al fine di sviluppare i quattro obiettivi specifici di ricerca, precisati nel secondo paragrafo, sono state raccolte diverse tipologie di materiali che nel seguito presentiamo distinguendole in base agli strumenti utilizzati per la loro produzione e ai criteri di archiviazione.

- **Interviste all'insegnante.** Alcune interviste registrate sono state effettuate in presenza, prima e dopo il periodo di osservazione del corso; altre, condotte per la maggior parte telefonicamente durante il periodo di osservazione, non sono state registrate, ma il contenuto è stato appuntato in forma scritta⁷⁹. Nel dettaglio:
 - [I_IPP]: Intervista all'insegnante sul suo profilo professionale. È un'intervista di circa 4 ore condotta prima dell'inizio del corso. L'intervista è stata registrata. Sono stati raccolti dati relativi a:
 - Esperienza professionale
 - Titoli d'accesso e formazione iniziale e in servizio
 - Competenze professionali
 - Aspettative e future scelte professionali
 - [I_IAP]: Intervista all'insegnante sui suoi assunti pedagogici. È un'intervista di circa 2 ore condotta prima dell'inizio del corso. L'intervista è stata registrata. Sono stati raccolti dati relativi a:
 - Opinioni relative alla funzione della scuola
 - Opinioni relative agli aspetti rilevanti del curriculum di matematica da insegnare
 - Concezioni di insegnamento e apprendimento
 - Opinioni relative all'utilità delle ICT nelle pratiche di insegnamento
 - [I_ICS]: Intervista all'insegnante conclusiva sull'uso del software durante il corso. È un'intervista della durata di 2 ore condotta al termine del periodo di osservazione del corso. L'intervista è stata registrata. Sono stati raccolti dati relativi a:

⁷⁹ Tutte le interviste condotte si possono collocare tra Interview guide approach e Standardized open-ended interviews (Patton, 1980, p. 206; Cohen, Manion, Morrison, 2005; p. 271).

- Opinioni relative all'utilità del software all'interno del corso
- Autopercezione dell'uso del software durante la pratica di insegnamento
- Opinioni relative ai fattori che possono aver ostacolato l'uso del software durante il corso
- Giudizio relativo al grado di soddisfazione rispetto alla partecipazione all'attività di ricerca
- {[I_N°k]}⁸⁰: Gruppo di interviste all'insegnante relative alla progettazione e conduzione del corso. Sono circa 40 interviste della durata media di 20 minuti condotte in maniera sistematica durante il periodo di osservazione del corso. Le interviste non sono state registrate. Sono stati annotati:
 - Giudizi sul software e motivazioni inerenti al suo uso
 - Indicazioni generali relative alla progettazione del corso
 - Indicazioni dettagliate relative alla preparazione delle singole lezioni
- **Questionari per gli studenti.** I questionari sono stati presentati e consegnati agli studenti in aula dal ricercatore, quindi compilati a casa e restituiti durante le 2-3 lezioni successive. Nel dettaglio:
 - [Q_ASM]: Questionario per gli studenti sulle abitudini di studio della matematica. Il questionario è stato somministrato durante lo svolgimento del corso. Sono stati raccolti dati relativi a:
 - Giudizi relativi all'efficacia della metodologia didattica dell'insegnante e del supporto da parte di pari o persone esperte.
 - Informazioni sugli strumenti didattici utilizzati durante il corso.
 - [Q_FUG]: Questionario finale per gli studenti sull'uso del software durante il corso. Il questionario è stato somministrato al termine del periodo di osservazione del corso. Sono stati raccolti dati relativi a:
 - Frequenza d'uso del software GeoGebra
 - Auto-competenza percepita nell'uso del software GeoGebra
 - Giudizi sulla usability del software GeoGebra
 - Giudizi sull'affordance dello strumento
- **Videoregistrazioni delle lezioni.** Le riprese audiovisive coprono in modo completo lo svolgimento di quasi tutte le lezioni durante il periodo di osservazione (non

⁸⁰ Nella presente come nelle successive notazioni abbreviate riferite un gruppo di materiali si utilizza una lettera minuscola per indicare il numero progressivo che individua uno specifico materiale.

sono state riprese le prime due lezioni in attesa del consenso informato da parte degli studenti). Le registrazioni sono state effettuate attraverso due videocamere (una per riprendere l'insegnante e l'altra per riprendere gli studenti) e il software *Active Inspire* installato sul notebook dell'insegnante (per riprendere il monitor del medesimo notebook). Successivamente le registrazioni sono state selezionate e montate col software *Adobe Premium Pro 2.0* in modo da ottenere i seguenti files.mpg compatibili col software *QSR Nvivo8* utilizzato per l'analisi dei dati.

- {[L_N°n]}: *Files audiovisivi delle lezioni osservate*. I files hanno una durata approssimativa di 50 min., 140 min. o 190 min. (corrispondenti a lezioni della durata di 1, 2 o 3 ore curricolari) e si riferiscono alle lezioni dalla N° 3 alla N° 39.
- **Note di campo.** Durante e subito dopo lo svolgimento delle lezioni sono state presi appunti in formato cartaceo o digitale sulla base delle osservazioni effettuate. Tali materiali sono state catalogati come:
 - {[NC_N°n]}: *Note di campo relative alle lezioni osservate*. Per le prime due lezioni le note di campo seguono un protocollo di osservazione estremamente dettagliato per supplire alla mancanza della videocamera. Nelle successive sono stati appuntati quegli elementi giudicati salienti per la descrizione del complessivo processo di insegnamento-apprendimento e delle modalità d'impiego del software GeoGebra da parte dell'insegnante.
- **Materiali didattici.** Sono stati raccolti tutti i materiali prodotti e/o utilizzati dall'insegnante durante le 39 lezioni relative al periodo di osservazione. I materiali sono stati catalogati in base al formato digitale o cartaceo⁸¹:
 - {[M_JNT N°j]}: *Materiali prodotti attraverso il software Windows Journal durante le lezioni*.
 - {[M_PDF N°j]}: *Materiali prodotti attraverso vari strumenti digitali o cartacei e quindi trasformati in files.pdf* leggibili attraverso il software Acrobat Reader o modificabili attraverso il software Acrobat PDF Annotator.
 - {[M_GGB N°j]}: *Materiali prodotti attraverso il software GeoGebra durante le lezioni o la loro preparazione*.

⁸¹ Una distinta classificazione dei materiali didattici utilizzati durante il corso viene presentata nel successivo paragrafo. Qui si è preferito utilizzare un criterio esterno al processo di insegnamento-apprendimento ossia che non implicasse un'analisi dei contenuti e dei contesti d'uso.

- {[M_DOC N°]}: Materiali prodotti attraverso il software Windows Word contenenti i testi delle prove di verifica.
- {[M_LIB N°]}: Materiali provenienti dal libro di testo in adozione o da altri libri⁸².
- {[M_FTC N°]}: Materiali prodotti e utilizzati in formato cartaceo (fotocopie).
- **Documenti di programmazione.** Sono stati raccolti i documenti attestanti gli argomenti del programma curricolare pianificati e svolti dall'insegnante durante il periodo di osservazione del corso. Nel dettaglio:
 - [DP_UF]: Programmazione ufficiale del corso. È il documento ufficiale di programmazione redatto dall'insegnante contenente gli argomenti del corso divisi in moduli e un cronogramma relativo allo svolgimento di ogni modulo.
 - [DP_INF]: Programmazione informale prodotta per l'attività di ricerca. È un documento informale prodotto dall'insegnante ai fini della ricerca nel quale i contenuti d'apprendimento del corso vengono divisi in moduli e unità didattiche. Per ogni unità didattica è indicata una stima del numero di lezioni preventivate.

Nel prossimo paragrafo specificheremo in che modo i distinti gruppi di materiali raccolti intervengono nei vari passaggi di cui si compone l'analisi dei dati.

L'ANALISI DEI DATI

Nel presente paragrafo descriviamo i trattamenti effettuati sui dati raccolti, dividendoli in tre sezioni ciascuna relativa ad uno degli obiettivi specifici di ricerca. All'interno di ogni sezione sono ulteriormente separati i passaggi che si riferiscono ai sotto-obiettivi precisati nel secondo paragrafo (cfr. la sezione *Gli obiettivi specifici*). Per la maggior parte dei casi è stata adottata una metodologia di tipo qualitativo che prevede l'individuazione tramite analisi ricorsiva di opportuni gruppi di categorie. Tale metodologia è stata accompagnata da semplici trattamenti statistico-descrittivi delle unità di analisi appartenenti alle categorie individuate.

Tutta la fase di analisi dei dati è stata implementata attraverso il software per la ricerca qualitativa QSR Nvivo8.

⁸² Bisogna precisare che nella maggior parte dei casi il libro di testo è stato utilizzato in aula in una sua versione digitale prodotta in forma di files.pdf . Tuttavia questo gruppo di materiali viene distinto dal precedente [M.PDF_N°] data la loro palese differente natura.

L'analisi dei dati in relazione al primo obiettivo di ricerca

Obiettivo I.A: Descrivere in che modo l'insegnante garantisce l'effettiva possibilità d'accesso a GeoGebra tramite la predisposizione di opportuni ambienti e risorse informatiche.

1. Sulla base dei materiali {[L_N°n]} e {[NC_N°n]} sono state individuate e sinteticamente riportate le attività svolte o l'assistenza fornita dall'insegnante per facilitare l'installazione di GeoGebra sui computers degli studenti.
2. Per ciascuna delle lezioni documentate dai materiali {[NC_N°n]} e {[L_N°n]} sono state individuate e classificate le risorse informatiche (tecnologie hardware) presenti nell'ambiente in cui si è svolta tale lezione e necessarie per l'accesso al software GeoGebra. In particolare le tecnologie sono state così classificate:

TECNOLOGIE DISPONIBILI DURANTE LE LEZIONI	
Notebook-Tablet PC a disposizione dell'insegnante	<T_NTI>
Notebooks a disposizione degli studenti	<T_NBS>
LIM a disposizione dell'insegnante	<T_LMI>
LIM a disposizione degli studenti	<T_LMS>
Videoproiettore a disposizione dell'insegnante	<T_VPI>
Videoproiettore a disposizione degli studenti	<T_VPS>

In questo modo è stato possibile specificare il numero di lezioni durante le quali erano disponibili per l'insegnante e per gli studenti le singole risorse informatiche.

3. Tutte le lezioni documentate dai materiali {[NC_N°n]} e {[L_N°n]} sono state classificate in base all'uso da parte dell'insegnante e degli studenti di GeoGebra. In questo modo è stato possibile specificare il numero di lezioni durante le quali il software è stato utilizzato attraverso le risorse informatiche precedentemente individuate.
4. I risultati emersi sono stati ampliati e contrastati con alcuni frammenti dei materiali {[L_N°n]} e con specifici items del questionario [Q_ASM].

Obiettivo I.B: Documentare la frequenza d'uso di GeoGebra, attraverso i tempi di utilizzo del software durante le lezioni e il numero di materiali didattici tramite esso creati e impiegati in aula.

1. Tutti i materiali didattici utilizzati durante il periodo di osservazione del corso⁸³ sono stati classificati in base allo strumento di creazione e al supporto tecnologico per la fruizione in aula, come indicato nella seguente tabella.

		MATERIALE FRUITO ATTRAVERSO SUPPORTO DIGITALE	MATERIALE FRUITO ATTRAVERSO SUPPORTO ANALOGICO
MATERIALE CREATO DALL'INSEGNANTE CON STRUMENTI DIGITALI	File.jnt creato con il software di scrittura digitale Windows Journal ⁸⁴		
	File.doc creato con il software di videoscrittura Windows Word		
	File.ggb creato con il software GeoGebra		
MATERIALE CREATO DALL'INSEGNANTE CON STRUMENTI TRADIZIONALI	Materiale creato su lavagna		
	Materiale creato su carta		
MATERIALE SELEZIONATO DAL LIBRO DI TESTO			

I valori percentuali ottenuti dalla tabella hanno permesso di evidenziare il peso dei files.ggb⁸⁵ rispetto all'ammontare complessivo dei materiali creati e utilizzati dall'insegnante, ma anche il rapporto tra i materiali digitali (nella creazione o fruizione) e i materiali analogici (nella creazione o fruizione).

2. Per quanto riguarda gli studenti, non essendo possibile un'osservazione dettagliata degli strumenti da essi utilizzati durante le singole lezioni, sono state prese in considerazione alcuni items dei questionari [Q_ASM], [Q_FUG]: Dato il numero esiguo degli studenti è risultato più opportuno riportare e commentare direttamente i numeri di risposte relative ad ogni valore della scala di frequenze proposta piuttosto che eseguire elaborazioni statistiche dei dati.

⁸³ Oltre ai materiali appartenenti ai gruppi {[M_JNT N°j]}, {[M_PDF N°j]}, [M_GGB N°j]}, {[M_DOC N°j]}, {[M_LIB N°j]}, {[M_FTC N°j]}, sono stati presi in considerazione i materiali costituiti dalle note di lezione dell'insegnante sulla lavagna tradizionale, non archiviati, ma desumibili attraverso i materiali {[L_N°n]}.

⁸⁴ Windows Journal è un accessorio di base per prendere appunti creato specificatamente per i Tablet PC. Può essere utilizzato per acquisire note e disegni, convertire note scritte a mano in testo, importare file grafici e condividere note con altri utenti (Descrizione del prodotto dalla pagina web ufficiale di Windows: <http://www.microsoft.com/italy/windows/products/windowsxp/winxp/tabletpc/evaluation/overview/pctools.mspc>.)

⁸⁵ Files creati e leggibili attraverso il software GeoGebra.

3. Per ciascuna lezione sono stati misurati i tempi durante i quali l'insegnante o gli studenti hanno utilizzato GeoGebra. Per tali misurazioni sono stati analizzati i materiali {[NC_N°n]} e {[L_N°n]} individuando i corrispettivi frammenti di lezione⁸⁶. In particolare per quanto riguarda i tempi d'uso del software da parte dell'insegnante sono stati considerati gli intervalli di lezione durante i quali il software era aperto e visualizzato sullo schermo del suo computer. Mentre per quanto riguarda gli studenti, non essendo possibile un'osservazione così dettagliata, si è considerata l'intera durata delle attività durante le quali uno o più di loro ha utilizzato il software sulla base delle indicazioni fornite dall'insegnante. Non sono state invece considerati quegli intervalli temporali in cui qualche studente interagiva con il software indipendentemente dall'attività condotta o proposta in quel momento dall'insegnante.
4. Sulla base delle misure effettuate al passo precedente sono state calcolate per ogni lezione le percentuali dei tempi d'uso del software da parte dell'insegnante e degli studenti rispetto alla durata complessiva della lezione. In questo modo è stato possibile evidenziare il peso globale e la distribuzione della frequenza d'uso di GeoGebra durante il corso.

L'analisi dei dati in relazione al secondo obiettivo di ricerca

Obiettivo II.A: Descrivere le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante per la progettazione e lo svolgimento delle attività d'aula di cui si compongono le lezioni condotte durante il periodo d'osservazione del corso.

1. L'intera durata di ogni singola lezione documentata dai rispettivi materiali [NC_N°n]⁸⁷ e [L_N°n]⁸⁸ è stata suddivisa in distinte attività d'aula. Le attività d'aula sono state identificate dall'insieme di azioni compiute dall'insegnante e dagli studenti, circoscritte ad uno o più segmenti temporali interni alla lezione, dall'uso di determinati materiali e strumenti e da una comune finalità. A volte un'intera lezione è stata spesa per una singola attività, ma normalmente al suo interno trovano posto più attività. Bisogna inoltre precisare che in alcuni casi,

⁸⁶ Per le prime due lezioni, in mancanza di materiali audiovisivi, si sono dovute utilizzare le osservazioni sistematiche riportate nelle note di campo [NC_1] e [NC_2].

⁸⁷ Cfr. nota precedente.

⁸⁸ Ricordiamo che i materiali {[L_N°n]} sono costituiti da files audiovisivi ottenuti montando le registrazioni effettuate in aula. Il montaggio è stato realizzato prendendo in considerazione l'intero intervallo di tempo da quando l'insegnante entra in aula sino a quando termina di interagire con gli studenti.

nel naturale svolgimento di una lezione, un'attività poteva sfumare nella successiva senza che vi fosse una netta separazione tra le due. Questo ha comportato un margine di arbitrarietà nella delimitazione delle singole unità d'analisi e quindi nella determinazione della loro durata temporale, tuttavia ciò non ha costituito un problema significativo nell'analisi dei dati in quanto si tratta di casi sporadici e inoltre i margini temporali di incertezza durante i quali avviene il passaggio da un'attività d'aula alla successiva sono notevolmente inferiori rispetto alla durata delle attività stesse.

Le attività d'aula rappresentano le unità di analisi utilizzate nei successivi passi e sono state indicate con la sigla <A_ n.m>, dove n specifica il numero progressivo della lezione e m il numero dell'attività d'aula al suo interno.

2. Tramite un processo di analisi ricorsiva dei materiali {[NC_N°n]} e {[L_N°n]} sono state identificate e classificate tutte le attività d'aula sulla base della loro finalità. Bisogna precisare che in alcuni casi non è stato facile collocare in maniera univoca ogni attività in una sola categoria in quanto alcune risultavano avere molteplici finalità e conseguentemente potevano appartenere per definizione a più categorie. Volendo comunque ottenere una suddivisione partitiva delle unità di analisi considerate si è cercato di individuare all'interno di ogni attività d'aula quella che appariva come la finalità principale.

Tale processo ha portato ad identificare le seguenti categorie:

TIPOLOGIE DI ATTIVITÀ D'AULA	
1. Attività di presentazione	<A_PRS>
2. Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante	<A_SCI>
3. Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni dal posto	<A_SCP>
4. Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni alla lavagna	<A_SCL>
5. Prove di valutazione	<A_PRV>
6. Monitoraggio del processo di apprendimento	<A_MPA>
7. Assegnazione del lavoro per casa	<A_ALC>
8. Assistenza all'uso di strumenti e tecnologie	<A_AST>
9. Attività organizzative	<A_ORG>
10. Altro	<A_ALT>

3. Tramite metodi di analisi statistica descrittiva è stato possibile evidenziare il peso che ciascuna tipologia di attività occupa rispetto all'intero processo di insegnamento-apprendimento e all'interno di ogni singola lezione. In particolare:

- sono state calcolate le percentuali di tempo dedicate a ciascuna tipologia di attività rispetto al tempo totale di svolgimento delle lezioni.
- sono state evidenziate le tipologie di attività svolte durante ciascuna lezione.

Questo tipo di analisi ha permesso di ottenere una prima complessiva visione delle scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante.

4. Il passo centrale di questa fase di analisi dei dati è rappresentato dalla descrizione delle categorie precedentemente introdotte. Preliminarmente esse sono state divise in due gruppi: attività didattiche (le categorie 1-7) e attività ausiliarie (le categorie 8-10).

- Per ciascuna delle sette categorie di attività didattiche è stata fornita una descrizione sulla base di alcune unità di analisi selezionate come rappresentative. L'analisi è stata condotta concentrando l'attenzione sui seguenti elementi caratterizzanti le scelte didattico-metodologiche dell'insegnante:
 - Tipologie di strumenti didattici utilizzati
 - Modalità di spiegazione per la presentazione dei contenuti curricolari
 - Tipologie di compiti proposti (esercizi, problemi)
 - Tipologia di contratto didattico stabilito con gli studenti
- L'analisi delle restanti tre categorie di attività non ha portato ad evidenziare ulteriori elementi significativi, ma è servita invece, sulla base dell'analisi statistica condotta al passo precedente a fornire una stima del tempo complessivo speso dall'insegnante per garantire l'uso di tecnologie informatiche e la possibilità di fruizione da parte degli studenti di strumenti e materiali digitali.

5. I risultati emersi durante lo svolgimento dei passi precedenti sono stati contrastati e ulteriormente chiariti attraverso alcuni frammenti di interviste all'insegnante contenute nei materiali [I_IAP], [I_ICS] e {[I_N°k]}.

Obiettivo II.B: Descrivere le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante per la definizione e lo sviluppo dei contenuti curricolari affrontati durante il periodo d'osservazione del corso".

1. Attraverso il confronto dei due documenti di programmazione proposti dall'insegnante [DP_UF], [DP_INF] e un successivo riscontro delle informazioni ivi contenute con quelle desumibili da altri materiali ($\{[M_JNT\ N^{\circ}j]\}$, $\{[I_N^{\circ}k]\}$, $\{[NC_N^{\circ}n]\}$) sono state individuate le seguenti unità didattiche progettate e sviluppate dall'insegnante durante il periodo di osservazione del corso.

UNITÀ DIDATTICHE
U.D.1: Il concetto di funzione
U.D.2: Lo studio delle funzioni analitiche
U.D.3: Il concetto di limite
U.D.4: Il calcolo dei limiti
U.D.5: La continuità delle funzioni
U.D. 6: Applicazioni geometriche del concetto di limite

2. Sulla base di quanto indicato dall'insegnante durante le interviste $\{[I_N^{\circ}k]\}$ che hanno preceduto le singole lezioni, e tramite successivo riscontro nei materiali $\{[M_JNT\ N^{\circ}j]\}$, $\{[NC_N^{\circ}n]\}$ relativi alla medesima lezione, sono stati individuati tutti i contenuti curriculari svolti durante il periodo di osservazione del corso.
3. Attraverso un processo di analisi ricorsiva dei materiali $\{[M_JNT\ N^{\circ}j]\}$, supportato dalle registrazioni $\{[L_N^{\circ}n]\}$ e delle note di campo $[NC_N^{\circ}n]$, i contenuti curriculari sono stati classificati nelle seguenti otto tipologie:

TIPOLOGIE DI CONTENUTI CURRICOLARI
1. Definizioni
2. Classificazioni
3. Teoremi
4. Proprietà
5. Dimostrazioni
6. Tecniche di calcolo
7. Tecniche grafiche
8. Problemi geometrici

4. Sulla base dei due passi precedenti è stato possibile evidenziare il peso di ogni tipologia di contenuti curriculari all'interno del periodo di osservazione del corso. In particolare è stata calcolata la percentuale di contenuti curriculari appartenenti a ciascuna tipologia.
5. Per ciascuna delle otto tipologie di contenuti curriculari sono state selezionate alcune unità di analisi giudicate rappresentative. L'analisi è stata condotta concentrando l'attenzione sui seguenti elementi caratterizzanti le scelte epistemologico-disciplinari dell'insegnante:

- Scelta tra l'impostazione assiomatico-deduttiva o esplorativo-induttiva per la trattazione della teoria matematica
 - Scelta tra l'uso di enunciazioni formali o enunciazioni ostensive
 - Scelta tra l'uso del linguaggio proprio della teoria matematica o di un linguaggio informale
 - Scelta dei registri utilizzati per la rappresentazione degli oggetti matematici
 - Scelta del approccio indicato agli studenti per la soluzione dei compiti proposti
6. I risultati emersi durante lo svolgimento dei passi precedenti sono stati contrastati e ulteriormente chiariti attraverso alcuni frammenti di interviste all'insegnante contenute nei materiali [I_IAP], [I_ICS] e {[I_N°k]}.

L'analisi dei dati in relazione al terzo obiettivo di ricerca

Obiettivo III.A: Descrivere le scelte progettuali di carattere generale effettuate dall'insegnante per integrare il software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento durante il periodo di osservazione del corso.

1. Sono state individuate tutte le attività d'aula durante le quali era stato utilizzato o citato GeoGebra. Ossia le singole unità d'analisi del tipo $\langle A_n.m \rangle$ sono state catalogate come:
 - $\langle A_n.m \rangle_U$: attività durante le quali viene utilizzato il software
 - $\langle A_n.m \rangle_C$: attività durante le quali viene citato il software
 - $\langle A_n.m \rangle_0$: attività durante le quali non viene né utilizzato né citato il software.
2. La catalogazione operata è stata utilizzata per evidenziare la presenza del software (utilizzato o citato) all'interno delle tipologie di attività d'aula individuate al passo 2 dell'obiettivo IIA. In particolare per ogni categoria è stato calcolato il valore percentuale che esprime il rapporto tra il numero di unità di analisi $\langle A_n.m \rangle_U$ e $\langle A_n.m \rangle_C$ e il numero totale delle relative unità d'analisi $\langle A_n.m \rangle$.
3. Sono stati individuati tutti i materiali didattici dei gruppi {[M_JNT N°j]}, {[M_PDF N°j]}, {[M_GGB N°j]}, {[M_FTC N°j]} e sono stati classificati in base alle specifiche unità didattiche individuate dalle categorie al passo 1 dell'obiettivo IIB.

4. La classificazione operata è stata utilizzata per evidenziare la presenza del software all'interno del curricolo svolto durante il periodo di osservazione del corso. In particolare per ogni unità didattica è stato calcolato il valore percentuale che esprime il rapporto tra il numero di files.ggb e il numero complessivo dei materiali appartenenti ai gruppi indicati al passo precedente.
5. L'analisi statistica condotta al passo precedente è stata utilizzata per descrivere alcune scelte di impostazione generale seguite dall'insegnante in merito all'uso del di GeoGebra all'interno del corso. In particolare:
 - Uso del software da parte dell'insegnante e degli studenti
 - Ufficializzazione del software rispetto al curricolo del corso
 - Sperimentazione concentrata o diffusa del software durante il periodo di osservazione.
6. I risultati emersi durante lo svolgimento dei passi precedenti sono stati contrastati e ulteriormente chiariti attraverso alcuni frammenti di interviste all'insegnante contenute nei materiali [I_IAP], [I_ICS] e {[I_N°k]}.

Obiettivo III.B: Descrivere le modalità ricorrenti d'uso del software per la presentazione dei contenuti curricolari durante il periodo di osservazione del corso.

1. Sono state individuate tutte le unità di analisi $\langle A_{n.m} \rangle_U$ appartenenti alla categoria $\langle A_{PRS} \rangle$, ossia le attività di presentazione dei contenuti curricolari in cui l'insegnante ha utilizzato GeoGebra.
2. Attraverso un processo di analisi ricorsiva sono state nuovamente osservate tali unità di analisi e individuate le principali funzioni svolte dal software durante tali attività.
 - Uso del software per chiarire il significato delle definizioni introdotte
 - Uso del software per giustificare la validità delle proposizioni enunciate
3. Per ciascuna delle due funzioni individuate al passo precedente è stata scelta un'attività didattica rappresentativa delle principali modalità d'uso del software da parte dell'insegnante.
4. Per ciascuna delle due attività didattiche esemplari è stata fornita una descrizione dettagliata secondo il seguente schema:
 - Obiettivo dell'attività didattica
 - Struttura e funzionamento dei files.ggb utilizzati

- Frammenti testuali delle videoregistrazioni relativi all'attività didattica
- Analisi dei frammenti riportati sulla base degli elementi caratterizzanti le scelte didattico-metodologiche indicati al Passo 4 dell'Obiettivo II.A e le scelte epistemologico-curricolari indicati al Passo 5 dell'Obiettivo II.B.

In particolare l'ultimo punto dello schema seguito permette di evidenziare la distanza tra le modalità d'impiego di GeoGebra da parte dell'insegnante e quelle invece previste da un modello didattico di impostazione costruttivista.

Obiettivo III.C: Descrivere le modalità ricorrenti d'uso del software per lo svolgimento dei compiti da parte dell'insegnante durante il periodo di osservazione del corso".

1. Sono state individuate tutte le unità di analisi <A_ n.m>_U appartenenti alla categoria <A_SCI>, ossia le attività di svolgimento dei compiti da parte dell'insegnante in cui è stato utilizzato GeoGebra.
2. Attraverso un processo di analisi ricorsiva sono state nuovamente osservate tali unità di analisi e individuata la principale funzione svolta dal software durante tali attività.
 - Uso del software per la verifica dei compiti svolti con carta e penna
3. In relazione alla funzione individuata al passo precedente sono state scelte due attività didattiche rappresentative delle principali modalità d'uso del software da parte dell'insegnante.
4. Per ciascuna delle due attività didattiche esemplari è stata fornita una descrizione analoga a quella specificata al Passo 4 del precedente Obiettivo III.B.

CAPITOLO VI

RISULTATI E INTERPRETAZIONI

Nel presente capitolo vengono presentati i risultati ottenuti attraverso l'analisi dei dati raccolti, così come specificato nel capitolo precedente. La struttura espositiva rispetta il medesimo schema utilizzato per definire gli obiettivi specifici (cfr. la seconda sezione del secondo paragrafo: *Gli obiettivi specifici*).

Nel paragrafo *ACCESSIBILITÀ E FREQUENZA D'USO DEL SOFTWARE DURANTE IL CORSO* descriveremo le scelte operate dall'insegnante per garantire l'accessibilità a GeoGebra da parte sua e degli studenti durante le lezioni in aula (*Acquisizione del software da parte degli studenti e Disponibilità delle risorse tecnologiche in aula e loro impiego per l'accesso al software*) e documenteremo in termini quantitativi in che misura il software è stato utilizzato durante il periodo di osservazione del corso (**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** e *Distribuzione dei tempi di utilizzo del software durante il corso*).

Nel paragrafo *IL PROCESSO DI INSEGNAMENTO-APPRENDIMENTO OSSERVATO* descriveremo la complessiva pratica di insegnamento concentrando la nostra attenzione su due elementi fondamentali, quello didattico-metodologico e quello epistemologico-disciplinare. Tali elementi sono evidentemente collegati; tuttavia nell'esposizione dei risultati forniremo due descrizioni separate che saranno sviluppate nelle relative sezioni, effettuando alcuni rimandi reciproci che testimoniano proprio l'interconnessione tra le scelte metodologiche e quelle disciplinari all'interno della pratica osservata. Le due sezioni sono precedute da una introduttiva (*Premessa: alcuni importanti strumenti concettuali utilizzati*) al fine di richiamare alcuni termini propri della ricerca didattica che verranno utilizzati per descrivere il processo di insegnamento-apprendimento.

Infine il paragrafo *LA VALENZA DIDATTICA ATTRIBUITA AL SOFTWARE* è espressamente dedicato all'uso di GeoGebra durante il processo di insegnamento-apprendimento. Nella prima sezione (*Le scelte di carattere generale per l'integrazione del software nel processo di insegnamento-apprendimento*) vengono chiarite alcune scelte fondamentali operate dall'insegnante che condizionano le specifiche modalità d'impiego di GeoGebra descritte nelle successive sezioni. In queste (*L'uso del software durante le attività di presentazione*

In questa sezione prendiamo in esame le attività didattiche classificate nella categoria *Attività di presentazione*. Da un'analisi ricorsiva di tutte le unità appartenenti a tale categoria in cui l'insegnante utilizza GeoGebra è stato possibile individuare due funzioni principali svolte dal software in relazione alla presentazione dei contenuti curricolari:

- Uso del software per chiarire il significato delle definizioni introdotte
- Uso del software per giustificare la validità delle proposizioni enunciate

Nel seguito utilizzeremo due attività didattiche, scelte come esemplari, attraverso le quali descriveremo le modalità di utilizzo del software in relazione a tali funzioni individuate dall'insegnante.

, *L'uso del software per giustificare la validità delle proposizioni*, *L'uso del software*) la descrizione si concentra su alcune unità di analisi emblematiche che permettono di evidenziare il fenomeno della flessibilità interpretativa, ossia di chiarire la distanza tra la valenza didattica attribuita allo strumento dall'insegnante e quella prevista dalla ricerca educativa di impostazione costruttivista.

Per fornire il riscontro empirico dei risultati ottenuti e rendere più chiare e contestualizzate le descrizioni sviluppate all'interno del capitolo si farà spesso riferimento a specifici frammenti dei materiali utilizzati durante l'analisi dei dati. Il resoconto dettagliato di tali frammenti in forma scritta, o la loro inserzione nella forma originaria all'interno del discorso, renderebbe estremamente faticosa la lettura del testo e inoltre richiederebbe un tipo di supporto differente da quello cartaceo. Per tanto si è scelto di ridurre al minimo le citazioni dirette e fare invece riferimento a tali frammenti rimandando ai corrispondenti materiali da cui sono tratti attraverso le sigle identificative già introdotte nel capitolo 5 e che qui per comodità riportiamo:

TIPOLOGIE DI MATERIALI ANALIZZATI	SIGLE
INTERVISTE ALL'INSEGNANTE	
Intervista all'insegnante relativa al suo profilo professionale	[I_IPP]
Intervista all'insegnante relativa ai suoi assunti pedagogici	[I_IAP]
Intervista all'insegnante conclusiva relativa all'uso del software durante il corso	[I_ICS]
Interviste all'insegnante relative alla progettazione e conduzione del corso	{[I_N°k]}
QUESTIONARI AGLI STUDENTI	
Questionario per gli studenti sulle abitudini di studio della matematica	[Q_ASM]
Questionario finale per gli studenti sull'uso del software durante il corso	[Q_FUG]
LEZIONI	

Files audiovisivi delle lezioni osservate	{{[L_N°n]} ⁸⁹ }
Note di campo relative alle lezioni osservate	{{[NC_N°n]}}
MATERIALI DIDATTICI	
Materiali prodotti attraverso il software Windows Journal durante le lezioni	{{[M_JNT N°j]}}
Materiali prodotti attraverso vari strumenti digitali o cartacei e quindi trasformati in files .pdf	{{[M_PDF N°j]}}
Materiali prodotti attraverso il software Windows Word contenenti i testi delle prove di verifica	{{[M_DOC N°j]}}
Materiali provenienti dal libro di testo in adozione o da altri libri	{{[M_LIB N°j]}}
Materiali prodotti attraverso il software GeoGebra durante le lezioni o la loro preparazione	{{[M_GGB N°j]}}
Materiali prodotti e utilizzati in formato cartaceo	{{[M_FTC N°j]}}
DOCUMENTI DI PROGRAMMAZIONE	
Programmazione ufficiale del corso	[DP_UFF]
Programmazione informale prodotta per l'attività di ricerca	[DP_INF]

ACCESSIBILITÀ E FREQUENZA D'USO DEL SOFTWARE DURANTE IL CORSO

In questo primo paragrafo l'attenzione è rivolta al ruolo che occupa GeoGebra all'interno del setting strumentale, definito come l'insieme di ambienti e tecnologie che determinano le condizioni di lavoro dell'insegnante e degli studenti durante il periodo di osservazione del corso. L'analisi che condurremo sarà prevalentemente di tipo quantitativo con lo scopo di fare emergere la frequenza d'uso del software, in termini di tempi di utilizzo e numero di materiali, i files.ggb⁹⁰, impiegati. È importante sottolineare che i risultati che otterremo non entrano, se non marginalmente, nel merito delle scelte didattico-metodologiche ed epistemologico-curricolari, implicate dall'introduzione di GeoGebra all'interno del corso, ma consentono la descrizione ad un primo livello 'esteriore' dell'integrazione del software all'interno della pratica di insegnamento.

In altri termini i risultati della ricerca che evidenzieremo in questa prima parte del capitolo servono soprattutto a documentare la presenza di tutte le condizioni preliminari (disponibilità delle risorse tecnologiche, facilità di accesso ed effettivo impiego del software) che consentono il successivo sviluppo dello studio di caso, ma non permettono di trarre considerazioni significative e sistematiche in merito alla flessibilità interpretativa dello strumento messa in atto dall'insegnante. Tuttavia dall'analisi dei dati emergono alcuni indizi sulla valenza educativa attribuita a GeoGebra che verranno anticipati e sviluppati più approfonditamente nel successivo paragrafo.

⁸⁹ I frammenti di lezione citati verranno spesso indicati con la più dettagliata sigla <A_ n.m>, dove n specifica il numero progressivo della lezione e m il numero dell'attività d'aula al suo interno.

⁹⁰ Ricordiamo che l'estensione ggb è quella propria dei files prodotti e leggibili tramite GeoGebra.

Acquisizione del software da parte degli studenti

Iniziamo presentando preliminarmente le strategie e le modalità adottate dall'insegnante per garantire per sé e per gli studenti l'accessibilità al software; ossia le scelte da lui operate per assicurare la presenza di tutte le risorse tecnologiche necessarie durante le lezioni e per facilitare il corretto funzionamento di GeoGebra, oltre che sul proprio, anche sui computer degli studenti.

Il computer utilizzato dall'insegnante è un HP Elitebook 2730, un modello di notebook con schermo sovrapponibile alla tastiera che consente la sua conversione in un tablet PC; mentre gli studenti hanno utilizzato i computer di loro proprietà, trattandosi nella quasi totalità dei casi di notebooks di diversi modelli commerciali e con distinti sistemi operativi, ma tutti compatibili con l'installazione del software GeoGebra⁹¹. Un solo studente non era dotato di notebook, ma solo di personal computer, quindi non trasportabile a scuola.

Per quanto riguarda l'installazione del software sui computer degli studenti, l'insegnante durante la prima lezione del corso indica loro il sito tramite il quale effettuare il download del programma. Tuttavia all'inizio della terza lezione consegna personalmente agli studenti il file *GeoGebra-Windows-Installer-3-2-41-0.exe*⁹² e controlla che l'installazione vada a buon fine sui notebook presenti in aula.

Da quanto riportato dagli studenti nel *Questionario finale sull'uso del software GeoGebra durante il corso di matematica [Q_FUG]*, in 4 casi il programma era correttamente installato e funzionante sui loro computer dopo meno di 1 settimana dall'inizio del corso, dopo 2 settimane in un caso e dopo più di 2 settimane nei restanti 3 casi. In particolare una studentessa dichiara di aver tardato due mesi prima di poter disporre del software sul proprio computer. Inoltre sempre da quanto riportato sul [Q_FUG], la principale difficoltà incontrata dagli studenti è stata causata dalla mancanza sui notebook della versione aggiornata della piattaforma Java⁹³.

⁹¹ Ricordiamo che la scuola nella quale si è svolta l'attività di ricerca è dotata di un carrello portatile con 30 notebook, tuttavia essendo tale kit a disposizione degli studenti di tutta la scuola e prioritariamente per le classi di scuola media, il suo uso sistematico da parte degli studenti che partecipavano alla ricerca era di fatto interdetto.

⁹² GeoGebra è un prodotto open source disponibile sulla pagina web www.geogebra.org/cms/en/download a cui è possibile accedere o tramite download o come applet funzionante all'interno del browser internet o, come appunto fatto dall'insegnante, tramite un file eseguibile che può essere scaricato dal sito e successivamente installato su un qualsiasi computer offline.

⁹³ GeoGebra è un programma scritto in linguaggio Java e come tale è destinato all'esecuzione sull'omonima piattaforma che deve essere previamente installata sul computer.

Le difficoltà di installazione del programma sui computers degli studenti vengono monitorate saltuariamente dall'insegnante durante il primo periodo del corso, fornendo loro delle indicazioni su come risolvere autonomamente i problemi riscontrati o offrendo la propria disponibilità ad intervenire direttamente sui loro notebook (lezioni 6 e 9). Tuttavia nel [Q_FUG] gli studenti dichiarano di aver risolto tali difficoltà autonomamente, senza l'aiuto dell'insegnante.

Disponibilità delle risorse tecnologiche in aula e loro impiego per l'accesso al software

In questa sezione analizziamo le scelte organizzative operate dall'insegnante per garantire la disponibilità di computers e periferiche video all'interno degli ambienti scolastici utilizzati e conseguentemente l'accesso al software GeoGebra. Notiamo preliminarmente che durante il periodo di osservazione sono state svolte 39 lezioni, della durata variabile di 2 h, 1,5 h o 1 h, in tre distinte aule: l'aula propria della classe, il laboratorio di fisica e chimica e l'aula C. Le prime due aule dotate di videoproiettore collegabile al computer portatile dell'insegnante, mentre l'aula C di una lavagna interattiva multimediale (LIM) anch'essa collegabile al portatile dell'insegnante.

La distribuzione delle ore di lezione nelle distinte aule è riassunta nella seguente tabella:

AULA UTILIZZATA	N° di lezioni	N° di ore
Aula della classe	2	2
Laboratorio di fisica e chimica	6	8
Aula C	33	46
	Tot = 41 ⁹⁴	Tot = 56

Tabella 1_ DISTRIBUZIONE DELLE ORE DI LEZIONE NELLE DISTINTE AULE

Nel grafico seguente è indicata la disponibilità delle risorse tecnologiche per l'insegnante e la frequenza di accesso a GeoGebra tramite tali risorse, ossia il numero di lezioni durante le quali *l'insegnante ha utilizzato almeno una volta il software*.

⁹⁴ Le lezioni in totale sono 39, ma in due casi vengono svolte per metà tempo in laboratorio di fisica e chimica e per la restante metà nell'aula C. Per questo motivo la somma del numero di lezioni riportate in questa tabella è uguale a 41.

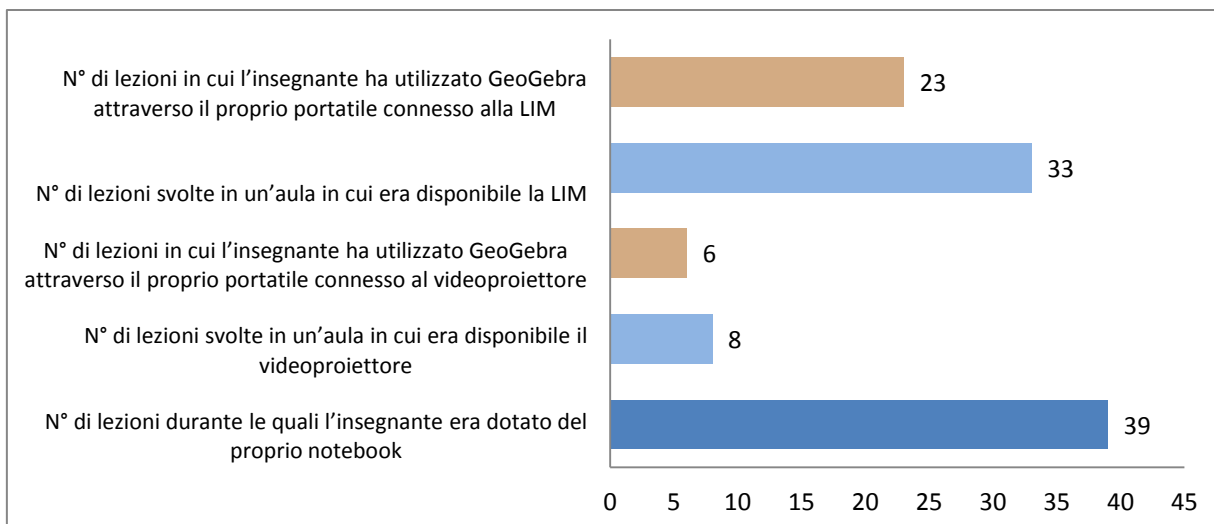


Grafico 1_ DISPONIBILITÀ DI RISORSE TECNOLOGICHE E FREQUENZA DI ACCESSO A GEOGEBRA (INSEGNANTE)

Il primo dato che emerge dal grafico è che l'insegnante ha avuto a disposizione il proprio computer durante tutte le lezioni del corso, potendo lavorare sempre in un'aula dotata di una periferica video, in 8 casi il videoproiettore e in 33 la LIM.

Circa l'uso di GeoGebra dai dati riportati è possibile notare come il software sia stato utilizzato dall'insegnante in 28 lezioni⁹⁵ su 39, ossia nel 72% dei casi. In particolare, distinguendo l'uso di GeoGebra in base alla periferica video disponibile, si nota che il rapporto tra le lezioni in cui l'insegnante ha utilizzato il software attraverso il proprio portatile connesso al videoproiettore e le lezioni in cui tale periferica era disponibile (75%) è confrontabile con l'equivalente rapporto nel caso della LIM (70%). Ad ogni modo la variazione tra questi due valori non è imputabile ad una maggiore o minore difficoltà di interazione col software attraverso le due distinte tecnologie, quanto piuttosto alle scelte progettuali operate dall'insegnante relative all'effettiva necessità didattica di impiego di tale strumento durante le singole lezioni. Quello che si vuole sottolineare è che in nessuna delle lezioni osservate sono emerse delle difficoltà di natura tecnica tali da impedire l'uso di GeoGebra da parte dell'insegnante attraverso il proprio computer portatile collegato al videoproiettore o alla LIM⁹⁶.

⁹⁵ La somma delle colonne in marrone è uguale a 29 in quanto una lezione in cui è stato utilizzato GeoGebra si è svolta in due aule dotate di periferica video distinta. Cfr. nota precedente.

⁹⁶ Durante il corso si è manifestato qualche marginale inconveniente tecnico nell'interfacciamento tra il portatile dell'insegnante con la LIM, ma non legato all'impiego del software GeoGebra. Mentre sono emersi alcuni problemi di usability di GeoGebra strettamente connessi all'uso del portatile dell'insegnante nella configurazione tablet. In particolare in tale configurazione è intercluso l'uso della tastiera e del mouse del portatile, in quanto è attivo l'uso della penna digitale che consente l'interazione diretta su schermo. Questa modalità ha dato luogo ai seguenti problemi nell'uso di GeoGebra:

Per quanto riguarda invece l'uso di GeoGebra da parte degli studenti questo è avvenuto principalmente tramite i propri singoli notebook e in alcuni sporadici casi attraverso quello dell'insegnante. Bisogna precisare che la presenza dei computers degli studenti in aula si è verificata solo in un numero limitato di lezioni e nella maggior parte di questi casi il rapporto computers/studenti è stato inferiore a 1/2, ossia le macchine in aula erano meno della metà degli studenti. La situazione che descrive l'accessibilità alle tecnologie d'aula e l'uso di GeoGebra da parte degli studenti è riassunta nel seguente grafico.

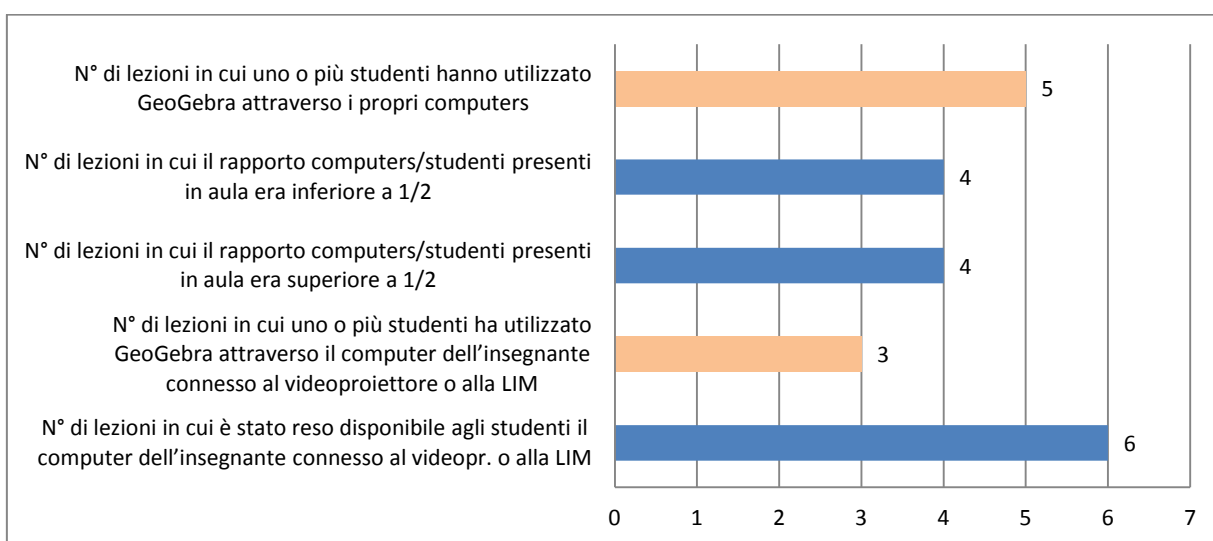


Grafico 2_ DISPONIBILITÀ DI RISORSE TECNOLOGICHE E FREQUENZA DI ACCESSO A GEOGEBRA (STUDENTI)

Il primo dato che emerge dal confronto tra il presente grafico e quello precedente è lo scarto tra l'accessibilità al software in aula da parte dell'insegnante e degli studenti. Mentre l'insegnante ha avuto a disposizione il proprio computer per poter utilizzare GeoGebra o altri strumenti digitali durante tutte le lezioni del corso, per gli studenti ciò è stato possibile in 13 casi⁹⁷, ossia in un terzo delle lezioni e solo in 4 di

- Ha reso più lenta l'immissione di caratteri di testo nella barra di inserimento algebrico che doveva avvenire tramite la tastiera digitale visualizzata sullo schermo
- Ha reso meno efficiente l'uso del dragging sugli oggetti presenti nella finestra grafica
- Ha intercluso la possibilità di utilizzare le caselle di controllo per mostrare/nascondere oggetti presenti nella finestra grafica.

Per ovviare a tali inconvenienti l'insegnante è stato spesso costretto a riconfigurare il proprio computer nella modalità tradizionale, oppure ad agire sul software non per mezzo del computer, ma direttamente attraverso la LIM. Limitatamente a questo aspetto è dunque possibile concludere che l'uso di GeoGebra è risultato più agevole quando il computer dell'insegnante era collegato alla LIM piuttosto che ad un video proiettore.

⁹⁷ Il numero non coincide con la somma dei valori corrispondenti alle barre azzurre nel grafico in quanto durante una lezione in cui alcuni studenti hanno utilizzato il computer dell'insegnante mentre erano presenti in aula anche i loro notebooks.

esse gli studenti hanno avuto la possibilità di interagire singolarmente o in gruppi di due con il software.

In particolare le tecnologie a disposizione degli studenti sono state effettivamente impiegate per accedere al software da almeno uno di essi in 8 lezioni, il 21% dei casi. Una frequenza sensibilmente inferiore a quella relativa all'insegnante precedentemente riportata (72%).

A chiarimento di quanto emerge dai dati sopra forniti è necessario precisare che lo squilibrio evidenziato nella disponibilità d'aula di risorse digitali e conseguentemente di accessibilità al software da parte dell'insegnante rispetto agli studenti può essere considerato più il risultato di scelte progettuali effettuate dal primo che di una resistenza da parte di quest'ultimi. In altri termini la presenza in aula dei notebook degli studenti è stata espressamente richiesta dall'insegnante in un numero limitato di lezioni (8) e in ciascuno di questi casi l'indicazione fornita agli studenti è stata più facoltativa che vincolante, come si può notare ad esempio in questo passaggio al termine della lezione 5.

Studente 1: *Quindi domani portiamo il computer?*
Studente 2: *Lo portiamo domani il computer?*
Insegnante: *Domani portatelo, se volete portatelo e facciamo un' esercitazione e poi dopo gli esercizi sui domini di funzioni.*
Studente 2: *Allora il computer lo portiamo, così almeno ...*
Insegnante: *Se vi va sì.*
Studente 2: *Sì sì ...*
Insegnante: *Non è obbligatorio, è carino*

[L_N°15; 48:15-48:38]

D'altro lato gli studenti hanno mostrato in generale un'alta disponibilità ad impiegare il loro notebook come strumento di lavoro in aula. Questo dato è riscontrabile dall'osservazione diretta del comportamento degli studenti in aula e anche dalle risposte alla seguente domanda del Questionario sulle Abitudini di Studio della Matematica [Q_ASM - Il parte - Domanda 15]:

Quanto ti pesa portare il tuo computer a scuola quando richiesto dall'insegnante? (Molto = 5, Abbastanza = 4, Un po' = 3, Poco = 2, Per nulla = 1)	1 1/8	2 5/8	3 1/8	4 1/8	5 0/8
---	----------	----------	----------	----------	----------

Uso del software in rapporto agli altri strumenti didattici

In questa seconda sezione effettuiamo un confronto tra l'uso di GeoGebra e quello degli altri strumenti didattici sia da parte dell'insegnante che degli studenti.

Per quanto riguarda l'insegnante l'analisi è stata condotta prendendo in considerazione tutti i materiali *impiegati almeno una volta durante le singole lezioni*. A tal fine, sulla base delle registrazioni audiovisive, è stata contata la frequenza con la quale ogni materiale viene utilizzato in aula; successivamente tutti i materiali individuati sono stati classificati, prescindendo dal loro contenuto, in base allo strumento di creazione e alla tecnologia di fruizione. I risultati sono riportati nella seguente tabella.

		Materiale fruito attraverso supporto digitale	Materiale fruito attraverso supporto analogico ⁹⁸
Materiale creato dall'insegnante con strumenti digitali	File.jnt creato con il software di scrittura digitale Windows Journal ⁹⁹	95	0
	File.doc creato con il software di videoscrittura Windows Word	0	6
	File.ggb creato con il software GeoGebra	56	---
Materiale creato dall'insegnante con strumenti tradizionali	Materiale creato su lavagna	---	8
	Materiale creato su carta	20	4
Materiale selezionato dal libro di testo		34	3

Tabella 2_NUMERO DI MATERIALI DIDATTICI UTILIZZATI DISTINTI PER STRUMENTO DI CREAZIONE E FRUIZIONE

Il dato che emerge con particolare evidenza è l'uso preponderante da parte dell'insegnante di materiali creati con strumenti digitali (69%), i softwares Windows Journal, Windows Word e GeoGebra, e fruiti attraverso supporto digitale (91%), ossia attraverso il proprio computer connesso al videoproiettore o alla LIM. In tal senso è importante sottolineare che anche i materiali creati dall'insegnante su carta, tipicamente fuori dall'orario di lezione, sono stati scansionati e utilizzati in classe su supporto digitale ossia come file.pdf visualizzabili attraverso il software Acrobat Reader o sovrascrivibili per

⁹⁸ Con supporto analogico si intendono le tecnologie che non implicano l'uso di strumenti digitali, ossia quelle tradizionalmente utilizzate a scuola: lavagna, libri nella versione cartacea, quaderni, fotocopie, etc.

⁹⁹ Windows Journal è un accessorio di base per prendere appunti creato specificatamente per il Tablet PC. Può essere utilizzato per acquisire note e disegni, convertire note scritte a mano in testo, importare file grafici e condividere note con altri utenti (Descrizione del prodotto dalla pagina web ufficiale di Windows: <http://www.microsoft.com/italy/windows/products/windowsxp/winxp/tabletpc/evaluation/overview/pctools.mspc>.)

mezzo del software Acrobat PDF Annotator. Analoga modalità di fruizione è stata adottata anche per il libro di testo.

Da notare inoltre che il processo inverso a quello appena descritto, ossia l'uso di un materiale creato su supporto digitale trasformato nel suo equivalente cartaceo, avviene solo nel 3% dei casi, ossia per i file creati con Windows Word tramite i quali l'insegnante prepara il testo delle prove da distribuire agli studenti durante le verifiche scritte. In generale l'uso di materiale cartaceo è riservato alle attività a carico degli studenti, ossia in quei casi in cui l'insegnante distribuisce fotocopie contenenti dei compiti da svolgere in aula. Questa scelta è dovuta al fatto che, come evidenziato in precedenza, gli studenti spesso non sono dotati in aula di un computer e quindi impossibilitati a fruire direttamente di un materiale nella versione digitale. D'altra parte anche l'uso della lavagna tradizionale è ridotto ad un numero estremamente limitato di situazioni (4%), che coincidono quasi sempre con quei momenti in cui le tecnologie digitali non sono disponibili, ad esempio nelle fasi iniziali delle lezioni durante l'avvio del proprio computer o di interfacciamento della periferica video.

Per quanto riguarda l'uso di GeoGebra, si può notare come tale strumento rivesta un peso rilevante all'interno del corso. Di fatti i files.ggb rappresentano il 25% dei materiali utilizzati durante le lezioni, preceduti soltanto dai files.jnt (42%), ossia i materiali creati con Windows Journal e che di fatto rappresentano la versione digitale di quanto altrimenti prodotto su lavagna tradizionale. Questo dato evidenzia come all'interno del corso vi sia stato un uso significativo del software GeoGebra, dove la significatività è da intendersi nel senso di affiancamento di tale ulteriore risorsa informatica a quelle già utilizzate in passato dall'insegnante.

Inoltre, sempre in merito all'impiego di GeoGebra in rapporto agli altri strumenti è importante notare che nella maggior parte dei casi si è trattato di un *uso in parallelo*, ossia all'interno della medesima attività didattica l'insegnante ha utilizzato simultaneamente più materiali tra cui appunto i files propri di GeoGebra. In particolare dei 56 files.ggb indicati nella precedente tabella meno di un quinto (18%) sono stati utilizzati durante un'intera attività didattica senza ricorrere ad altri materiali; mentre nei restanti casi tali files.ggb sono stati utilizzati insieme a note di lezione su Journal Windows (80%), appunti integrativi in Pdf (25%), note di lezione su lavagna tradizionale (4%) o paragrafi di teoria del libro

(4%)¹⁰⁰. Inoltre un'analisi più accurata delle singole lezioni permetterebbe di mettere in evidenza come nella maggior parte delle attività didattiche lo strumento preponderante, quanto meno in termini temporali, è rappresentato dal software Journal Windows. Un'analisi statistica di questo tipo tuttavia non è stata sviluppata in quanto estremamente laboriosa da condurre su tutte le attività didattiche in cui è coinvolto l'uso di GeoGebra e soprattutto poco significativa in mancanza di una descrizione esplicita del tipo di impiego e conseguentemente della funzionalità didattica dei singoli strumenti all'interno di ciascuna attività, ossia secondo una modalità di analisi che trascende l'obiettivo di questa prima parte del capitolo.

Quanto detto sinora si riferisce all'uso di GeoGebra e degli altri strumenti didattici da parte dell'insegnante. Passiamo ora a considerare gli strumenti utilizzati dagli studenti. I dati sono desunti dalle videoregistrazioni sugli studenti durante le lezioni e da alcune domande dei due questionari: *Questionario sulle Abitudini di Studio della Matematica [Q_ASM]* e *Questionario Finale sull'Uso del software GeoGebra durante il corso [Q_FUG]*.

Per quanto riguarda le attività svolte in aula, pur non essendo disponibile una tabella equivalente alla precedente, dai materiali video è possibile notare che per la maggior parte del tempo gli studenti utilizzano il proprio quaderno, prendendo appunti o risolvendo compiti proposti dall'insegnante. Gli altri strumenti tradizionali, lavagna e libro di testo hanno un uso marginale, nel primo caso in quanto gli studenti sono soliti interagire con l'insegnante dal posto e nel secondo poiché generalmente l'insegnante presenta i contenuti di apprendimento prescindendo da quanto esposto sul libro.

Viceversa l'uso di strumenti digitali è saltuario e quasi sempre relativo all'impiego di file.ggb, come si può evidenziare tornando a considerare i dati riportati nel Grafico 2. GeoGebra è stato utilizzato da almeno uno degli studenti in 11 delle 13 lezioni durante le quali essi hanno avuto a disposizione almeno un computer.

¹⁰⁰ Le percentuali indicate tra parentesi si riferiscono ai files.ggb utilizzati all'interno delle singole attività didattiche insieme ai distinti materiali didattici indicati. Evidentemente la somma di tali percentuali è superiore a 100 in quanto durante diverse attività didattiche sono stati utilizzati contemporaneamente più materiali.

Files.ggb utilizzati da soli	Files.ggb utilizzati insieme a Note di lezione su Journal	Files.ggb utilizzati insieme a Note di lezione su lavagna	Files.ggb utilizzati insieme a Appunti integrativi in Pdf	Files.ggb utilizzati insieme a Paragrafi di teoria del libro
8	45	2	14	2

Il quadro delineato può essere confrontato con le risposte degli studenti ai suddetti questionari. In particolare [Q_ASM - Parte II - Domande 1, 7, 14] e [Q_FUG – Parte I – Domanda 1]:

Con che frequenza prendi appunti durante le lezioni in aula? Sempre o quasi sempre = 5, Spesso = 4, A volte = 3, Raramente = 2, Mai o quasi mai = 1	1 0/8	2 1/8	3 0/8	4 0/8	5 7/8
Con che frequenza ascolti le spiegazioni dell'insegnante seguendo l'argomento presentato sul tuo libro di matematica? Sempre o quasi sempre = 5, Spesso = 4, A volte = 3, Raramente = 2, Mai o quasi mai = 1	1 5/8	2 2/8	3 0/8	4 0/8	5 1/8
Con che frequenza porti il tuo computer a scuola? Sempre o quasi sempre = 5, Spesso = 4, A volte = 3, Raramente = 2, Mai o quasi mai = 1	1 3/8	2 3/8	3 1/8	4 1/8	5 0/8
Con che frequenza hai utilizzato GeoGebra durante le lezioni in aula? Sempre o quasi sempre = 5, Spesso = 4, A volte = 3, Raramente = 2, Mai o quasi mai = 1	1 0/8	2 3/8	3 2/8	4 2/8	5 1/8

Relativamente alle prime due domande si nota un buon accordo tra le risposte degli studenti e quanto osservato in aula, mentre per le domande sull'uso del computer e di GeoGebra si può notare un uso percepito maggiore del reale. Ad esempio uno studente dichiara di aver portato il proprio computer a scuola "spesso", mentre dai dati disponibili dalle videoregistrazioni è possibile asserire che nessuno studente ha avuto a disposizione un notebook per più del 30% delle lezioni, come già notato in precedenza¹⁰¹. Osservazioni analoghe si possono estendere alla domanda sull'uso di GeoGebra. Questo scostamento delle risposte degli studenti dalla realtà si può spiegare tenendo presente che gli studenti non sono soliti in generale utilizzare il proprio computer a scuola e conseguentemente nessuno strumento didattico digitale. Un impiego per quanto moderato ma prolungato nel tempo del software GeoGebra può aver portato alla percezione di un uso maggiore del reale.

Distribuzione dei tempi di utilizzo del software durante il corso

Nelle due sezioni precedenti, per descrivere il setting strumentale definito dall'insegnante e fornire una prima indicazione sull'integrazione di GeoGebra all'interno di tale contesto operativo, sono state utilizzate le frequenze d'uso delle risorse tecnologiche e dei materiali, classificati in base ai distinti strumenti didattici utilizzati per produrli e alle varie risorse tecnologiche necessarie alla loro fruizione. In entrambi i casi si è specificato che venivano inclusi nel calcolo delle frequenze tutti gli

¹⁰¹ Nella presentazione del questionario agli studenti era stato precisato che il termine 'spesso' corrispondeva a più della metà delle lezioni.

usi di una data risorsa o un dato materiale, prescindendo dalla durata e dalla significatività di tale uso. Conseguentemente da tale analisi emergono alcuni primi risultati che però non tengono conto dell'effettivo tempo di impiego di GeoGebra durante il corso. Proprio per fornire un quadro più articolato e dettagliato dell'effettiva presenza dello strumento all'interno delle lezioni è necessario analizzare un differente tipo di dati. Prescindendo ancora dalle finalità e dalle modalità di impiego, è stato misurato il tempo durante il quale viene utilizzato GeoGebra dall'insegnante o dagli studenti per ciascuna lezione ed è stato rapportato al tempo totale della lezione stessa. I risultati ottenuti sono riassunti nel seguente grafico. Le lezioni sono riportate nell'ordine cronologico secondo cui si sono svolte e per distinguere le lezioni del corso curricolare della mattina da quelle di approfondimento del pomeriggio quest'ultime sono state contrassegnate con un asterisco.

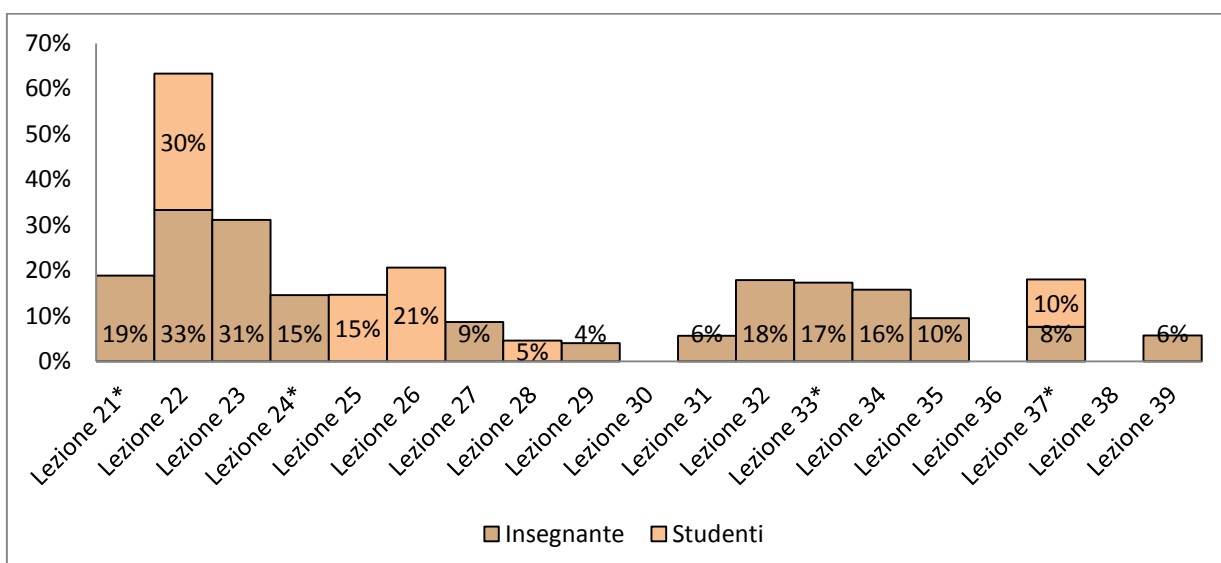
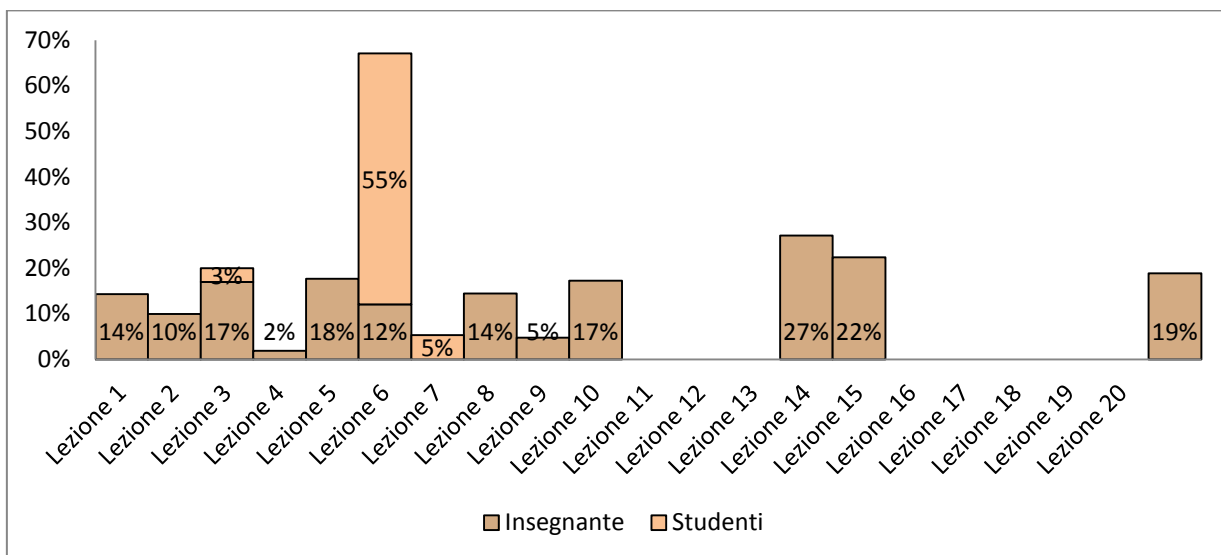


Grafico 3_ TEMPI D'USO DI GEOGEBRA DURANTE LE LEZIONI DEL CORSO

Dal presente grafico notiamo come l'impiego del software sia distribuito in maniera abbastanza uniforme durante l'intero periodo di osservazione del corso (30 lezioni su 39) anche se durante la seconda decina di lezioni esso si dirada. Il tempo d'uso è in media pari al 12,6% del tempo di durata dell'intera lezione, mantenendosi abbastanza costante intorno a tale valore: solo in 4 casi esso supera il 25% e di questi e solo durante due lezioni il software viene utilizzato per più del 50% del tempo (lezioni 6 e 22). Conseguentemente si può confermare un'effettiva integrazione in termini quantitativi di GeoGebra all'interno del corso e al tempo stesso si può osservare come tale integrazione sia stata operata dall'insegnante più nel senso di un uso costante durante il periodo di osservazione del corso, che attraverso l'uso concentrato durante particolari pacchetti di lezioni. Tornando ad analizzare il precedente grafico, emerge in maniera evidente la sproporzione tra l'uso di GeoGebra da parte dell'insegnante e degli studenti, già sottolineata nella precedente sezione (cfr. *Disponibilità delle risorse tecnologiche in aula e loro impiego per l'accesso al software*). Il primo infatti adopera il software in media più del doppio del tempo dei secondi (8,9% rispetto al 3,7%). Inoltre si possono individuare chiaramente le uniche due lezioni (6 e 22) durante le quali gli studenti sono impegnati per un tempo prolungato in attività che richiedono l'uso del software.

Una prima sintesi dei risultati emersi

L'analisi dei dati sin qui sviluppata, finalizzata a descrivere l'integrazione di GeoGebra all'interno del corso di matematica osservato, in termini di accessibilità e frequenza d'uso, permette di evidenziare alcuni risultati che da un lato testimoniano un consistente impiego dello strumento didattico considerato e dall'altra forniscono alcune prime indicazioni sulla flessibilità interpretativa messa in atto dall'insegnante.

- Durante il periodo di osservazione del corso non si sono riscontrati significativi problemi di accesso al software. Le risorse tecnologiche disponibili nelle aule utilizzate sono state tali da consentire l'impiego di GeoGebra durante tutte le lezioni da parte dell'insegnante e per un terzo di queste da parte degli studenti. In particolare l'accesso limitato per gli studenti non è da imputare ad un'effettiva mancanza di risorse, in quanto queste erano rappresentate dai propri notebooks, bensì alle scelte metodologiche operate dall'insegnante e in minima parte ad una difficoltà di installazione di GeoGebra su tali computers.

Inoltre l'impiego dello strumento non ha comportato particolari riorganizzazioni dell'ambiente e del setting strumentale delle aule. L'unico effettivo problema evidenziato è stato dovuto alla usability del software quando utilizzato dall'insegnante attraverso il proprio computer nella modalità tablet.

- Dall'analisi del numero di files.ggb e dei tempi d'uso del software durante il corso si può constatare un'integrazione significativa dello strumento dal punto di vista quantitativo. In particolare il 25% dei materiali didattici utilizzati dall'insegnante sono costituiti da files.ggb, mentre per quanto riguarda gli studenti, pur non essendo possibile fornire un equivalente dato percentuale, dall'analisi delle registrazioni audiovisive delle lezioni, si riscontra un uso del software durante 11 delle 13 lezioni nelle quali essi hanno avuto a disposizione almeno un computer. Per quanto riguarda il tempo di impiego di GeoGebra durante l'intero periodo di osservazione, esso risulta superiore al 10% rispetto al complessivo numero di ore effettive di svolgimento delle lezioni: 8,9% da parte dell'insegnante e 3,7% da parte degli studenti.
- Sempre considerando i materiali didattici utilizzati dall'insegnante si evidenzia un uso preferenziale di strumenti digitali da parte dell'insegnante sia per la preparazione dei materiali didattici (69%) che per la loro fruizione in aula (91%). Questa sostanziale 'digitalizzazione' della pratica di insegnamento costituisce un tratto peculiare del lavoro dell'insegnante osservato e ha contribuito a determinare la facilità di integrazione di GeoGebra sopra evidenziata. In altri termini le accurate strategie organizzative e logistiche messe a punto dall'insegnante durante i precedenti anni scolastici hanno permesso di limitare al minimo gli ostacoli derivanti dagli aspetti pratici legati all'uso di una tecnologia informatica.
- Confrontando la disponibilità di fruizione di GeoGebra e soprattutto le percentuali dei tempi d'uso del software da parte dell'insegnante e degli studenti, già riportate in precedenza, è possibile evidenziare un netto squilibrio a favore del primo. Questo risultato trova una sua naturale giustificazione se contestualizzato all'interno del processo di insegnamento-apprendimento attraverso il quale si sviluppa il corso. In particolare, come mostreremo più

avanti, il tempo di lezione in aula è prevalentemente occupato da attività a carico dell'insegnante piuttosto che degli studenti (cfr. *Grafico 4*). Quello che interessa qui anticipare è una considerazione sulla valenza didattica che assume il software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento. GeoGebra nella maggior parte dei casi costituisce più un utile sussidio nelle mani dell'insegnante, che non uno strumento a disposizione degli studenti. Tuttavia per poter sviluppare e chiarire il significato di questa affermazione è inevitabilmente necessario entrare nel merito degli specifici usi del software in relazione alle distinte attività didattiche e contenuti curriculari.

- Sempre dall'analisi dei tempi d'uso si evidenzia un impiego abbastanza costante del software da parte dell'insegnante durante lo svolgimento del corso. Ad eccezione della seconda decina di lezioni, GeoGebra è stato utilizzato quasi quotidianamente e inoltre le percentuali di tempo solo in 4 casi superano il 25%. Quest'ultima osservazione è indicativa di uno specifico atteggiamento dell'insegnante nei confronti dello strumento, ossia l'intenzione di testare le potenzialità didattiche di GeoGebra in rapporto alla maggior parte dei contenuti curriculari sviluppati durante il corso, piuttosto che quella di individuare alcuni specifici contenuti rispetto ai quali progettare un uso strategico e preponderante del software in alternativa alle abituali e consolidate prassi di insegnamento. Anche questo significativo risultato necessita di un'ulteriore conferma che verrà fornita nel corso dei prossimi paragrafi.

IL PROCESSO DI INSEGNAMENTO-APPRENDIMENTO OSSERVATO

Premessa: alcuni importanti strumenti concettuali utilizzati

La presente sezione serve a richiamare alcuni importanti strumenti concettuali che utilizzeremo nel seguito per descrivere il processo di insegnamento-apprendimento osservato.

Il primo concetto a cui facciamo riferimento è quello di *contratto didattico* tra insegnante e studenti. Con questo termine intendiamo l'insieme delle 'regole del gioco' che vengono pattuite dai partecipanti ad una situazione educativa e in genere

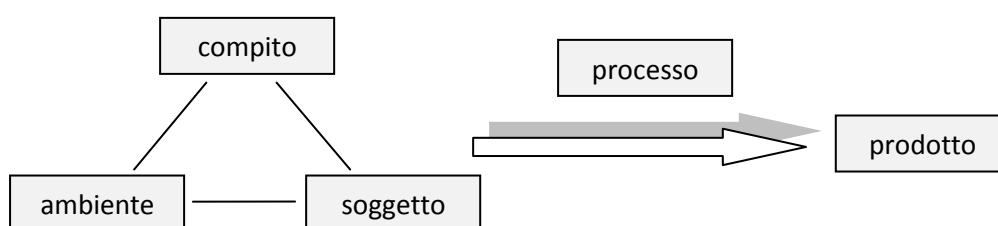
tacitamente stabilite durante lo svolgimento della situazione stessa¹⁰². Ad un livello generale tali regole garantiscono il corretto e fluido svolgimento delle lezioni e si manifestano nella reciproca accettazione delle modalità attraverso le quali si sviluppano le attività d'aula in cui si articolano le lezioni stesse. Alcune di esse sono presenti nella maggioranza dei contesti educativi formali, altre invece sono proprie di uno specifico processo d'insegnamento-apprendimento in quanto determinate dalla metodologia di lavoro dell'insegnante, ma anche dalle caratteristiche specifiche della classe nella quale egli si trova ad operare.

Nel caso della matematica, nella definizione del contratto didattico, riveste un ruolo fondamentale la natura dei compiti che vengono proposti dall'insegnante in relazione al curriculum del corso. Ricordiamo che in un modello didattico costruttivista la scelta di opportuni compiti permette di realizzare quelle che Brousseau (1997) definisce *situazioni didattiche*, ossia situazioni problematiche in cui la ricerca della soluzione ai quesiti presenti nel compito, e ai quali lo studente non può accedere con le sole conoscenze già possedute, favorisce lo sviluppo di nuove conoscenze e dunque l'apprendimento di nuovi contenuti curricolari (cfr. il capitolo 3 al paragrafo *L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTICO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA*). Viceversa in un modello didattico tradizionale, di tipo trasmissivo-imitativo, i compiti proposti dall'insegnante sono tali che lo studente è in grado di svolgerli correttamente solo con le conoscenze precedentemente apprese grazie all'esplicita e dettagliata presentazione degli opportuni contenuti curricolari da parte dell'insegnante stesso.

Tale differente concezione di compito è stata formalizzata in letteratura tramite la distinzione tra *esercizi* e *problemi* che qui sintetizziamo. A tal proposito premettiamo

¹⁰² In realtà l'espressione *contratto didattico* introdotta da Brousseau (1980 a; b) si riferisce specificatamente alle regole che definiscono lo svolgimento da parte dello studente di un compito matematico proposto dall'insegnante. "In una situazione d'insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha in generale come compito di risolvere il problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti nel modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dall'allievo ed i comportamenti dell'allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico" (Brousseau, 1980 a, p. 127 tradotto in Schubauer-Leoni, 1996, p.21). Nel presente lavoro invece noi utilizziamo tale espressione in un'accezione più ampia e riconducibile a quella di *contratto pedagogico* definita da Filloux (1973, 1974) per descrivere alcuni tipi di rapporti tra insegnante e studenti. Abbiamo tuttavia scelto di utilizzare il termine *didattico* e non *pedagogico* in quanto nella letteratura italiana con il secondo termine si fa in generale riferimento all'ambito semantico dei valori implicati nelle situazioni educative, piuttosto che alle prassi metodologiche attraverso cui si esplicano tali situazioni.

che con *compito* intendiamo l'equivalente del termine inglese *task*, utilizzato per indicare un'attività descritta in forma testuale o simbolica il cui svolgimento (processo) prevede il conseguimento di un risultato (prodotto) esplicitamente richiesto all'interno del compito stesso. Dobbiamo inoltre aggiungere che l'assegnazione di un compito prevede la specificazione degli strumenti e del contesto di interazione (ambiente) nel quale lo studente (soggetto) svolge l'attività richiesta. Evidentemente il processo tramite il quale viene svolto il compito dipende dall'ambiente e dalle conoscenze del soggetto. D'Amore e Zan (1996) propongono il seguente schema:



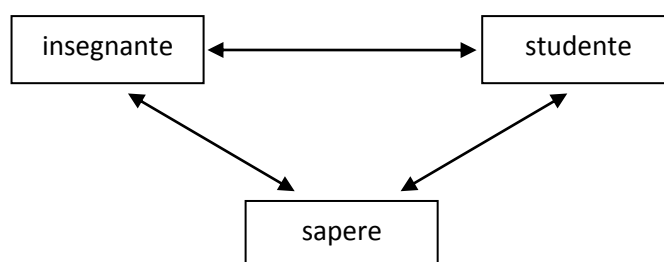
In letteratura esistono molteplici classificazioni dei compiti, ma quella che appunto interessa qui prendere in considerazione è la distinzione tra *esercizi* e *problemi*. “Si ha un esercizio quando la risoluzione prevede che si debbano utilizzare regole e procedure già apprese, anche se ancora in corso di consolidamento. [...] Si ha invece un problema quando una o più regole o una o più procedure non sono ancora bagaglio cognitivo del risolutore; alcune di esse potrebbero essere proprio in quell'occasione in via di esplicitazione; a volte è la successione stessa delle operazioni risolventi a richiedere un atto creativo da parte del risolutore” (D'Amore, 2001, p. 107). Facendo riferimento allo schema precedente gli stessi D'Amore e Zan (1996) sintetizzano la distinzione tra esercizio e problema nella seguente maniera:

	problema	esercizio
nell' insegnamento	<ul style="list-style-type: none"> • strumento di acquisizione di conoscenza • oggetto di insegnamento 	<ul style="list-style-type: none"> • strumento per consolidare conoscenze e abilità • strumento per verificare conoscenze e abilità
privilegia	<ul style="list-style-type: none"> • processi 	<ul style="list-style-type: none"> • prodotti
l'insegnante	<ul style="list-style-type: none"> • sceglie i problemi • segue i processi 	<ul style="list-style-type: none"> • sceglie gli esercizi • corregge e valuta i prodotti
il soggetto ha un ruolo	<ul style="list-style-type: none"> • produttivo 	<ul style="list-style-type: none"> • esecutivo

Per chiarire l'importanza che riveste il concetto di contratto didattico in relazione all'assegnazione di esercizi o problemi da parte dell'insegnante, oltre a quanto

riportato nella precedente nota, è importante osservare che la disponibilità da parte degli studenti di affrontare compiti di così differente natura, i quali richiedono metodi di studio e processi cognitivi ben distinti, è il risultato di una trattativa più o meno esplicita in cui l'insegnante e gli studenti stessi concordano il valore attribuito a tali metodi di studio e processi cognitivi e conseguentemente al tipo di apprendimento che ne segue.

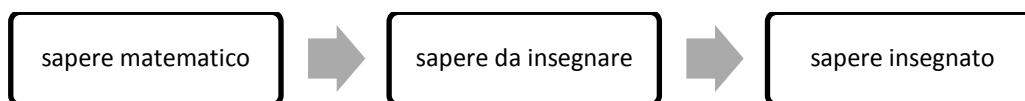
L'ultimo concetto che vogliamo presentare, prettamente attinente alle scelte epistemologico-disciplinari effettuate dall'insegnante, è quello di *trasposizione didattica*¹⁰³. Tale concetto è stato introdotto per cercare di chiarire le relazioni che intercorrono tra insegnante, studente e sapere. In forma schematica queste relazioni possono essere rappresentate con il seguente triangolo



All'interno di questa configurazione è importante chiarire cosa bisogna intendere con il termine *sapere*. Esiste infatti un *sapere matematico ufficiale*, prodotto in ambito accademico, che Chevallard definisce *Savoir Savant* a cui l'insegnante ha accesso (ha avuto accesso durante la sua formazione), ma lo studente no. Inoltre nei contesti educativi formali, in particolare a livello di scuola secondaria, questo sapere ufficiale viene adattato ai curricula scolastici trasformandosi in *sapere da insegnare*. Questo secondo sapere, così come viene formalizzato dai sistemi educativi, è anch'esso difficilmente accessibile allo studente, in quanto ancora sconosciuto (almeno per quanto riguarda il curriculum del corso che si sta affrontando) e soprattutto poco significativo rispetto alle proprie esperienze intellettuali e ai propri schemi cognitivi. L'insegnante dunque deve compiere un ulteriore passaggio che trasforma il sapere da insegnare in sapere insegnato.

¹⁰³ Il concetto di trasposizione didattica, anch'esso prodotto in seno alla Mathematics Education (Chevallard, 1985) è stato quindi esportato in più ampi ambiti didattici (Pellerey, 1994). In particolare l'esposizione che segue è principalmente tratta del manuale di didattica generale di Pellerey e da quello di didattica della matematica di D'Amore (2001).

Utilizziamo ancora una rappresentazione schematica:



L'ultima freccia rappresenta in senso stretto la *trasposizione didattica* operata dall'insegnante. Bisogna tuttavia precisare che per effettuare questo passaggio egli deve non solo conoscere, ma cercare di restare in qualche modo fedele al sapere matematico ufficiale. Ossia, al di là delle indicazioni nazionali di curriculum dell'insegnante, offre ai propri studenti un adattamento di quella conoscenza matematica da lui appresa precedentemente, cercando di renderla comprensibile senza tuttavia travisarla o banalizzarla. Questa esigenza epistemologica, che va in qualche misura oltre agli adempimenti istituzionali dell'insegnante, costituisce l'essenza della trasposizione didattica.

Il processo qui sinteticamente descritto, e condotto a volte dagli insegnanti in modo implicito o poco consapevole¹⁰⁴, si attua sul piano operativo nella definizione della programmazione del corso. Questa viene formalizzata attraverso documenti ufficiali e suddivisa in unità didattiche e specifici contenuti curriculari. Ma in realtà per rilevare l'effettiva programmazione dell'insegnante, ossia l'effettiva struttura del *sapere insegnato*, è necessario osservare nel dettaglio il processo d'insegnamento-apprendimento. Durante lo svolgimento delle lezioni le unità didattiche non coincidono necessariamente con quelle indicate nei documenti ufficiali o con i capitoli del libro di testo, ma aggregano, intorno ad un nodo concettuale ritenuto centrale, i contenuti curriculari secondo una struttura non lineare, ma reticolare. I legami tra i singoli contenuti curriculari rispettano criteri di significatività logica (relativamente alla struttura propria della disciplina) e potenziale (rispetto alle conoscenze e al livello di maturazione del pensiero matematico degli studenti).

¹⁰⁴ D'Amore (2001, p.79) sottolinea la mancanza di consapevolezza che accompagna la trasposizione didattica operata dall'insegnante. "C'è un legame tra sapere matematico e sapere da insegnare [...] nel senso che il sapere da insegnare è per così dire il frutto di un 'filtraggio' della scelta epistemologica da parte dell'insegnante (anche se spesso non ce n'è consapevolezza, nel senso che vi sono insegnanti che ritengono 'neutre', sul piano epistemologico, le scelte da loro stessi operate in campo matematico)".

Le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante

La descrizione generale delle scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante per la progettazione e conduzione del processo di insegnamento-apprendimento viene articolata attraverso descrizioni specifiche delle distinte tipologie di attività d'aula di cui si compongono le lezioni condotte durante il periodo di osservazione del corso.

Come già precisato nel quinto capitolo, tali attività sono definite dall'insieme di azioni compiute dall'insegnante e dagli studenti, circoscritte ad uno o più segmenti temporali interni alla lezione, dall'uso di determinati materiali e strumenti e da una comune finalità (cfr. la seconda sezione del settimo paragrafo *L'analisi dei dati in relazione al secondo obiettivo di ricerca*).

Sempre come indicato nel quinto capitolo, le tipologie attraverso le quali classificare le attività d'aula sono rappresentate dalle dieci categorie individuate tramite un processo di analisi ricorsiva delle singole attività d'aula. Inoltre semplici trattamenti statistici delle unità di analisi considerate (le attività d'aula) hanno permesso di evidenziare il peso che ciascuna tipologia di attività occupa all'interno del corso e la loro distribuzione durante le lezioni. A tal fine riportiamo i due seguenti grafici che mostrano rispettivamente le percentuali di tempo dedicate a ciascuna categoria rispetto al tempo totale di svolgimento delle lezioni e la presenza di attività appartenenti a tali categorie nelle singole lezioni osservate.

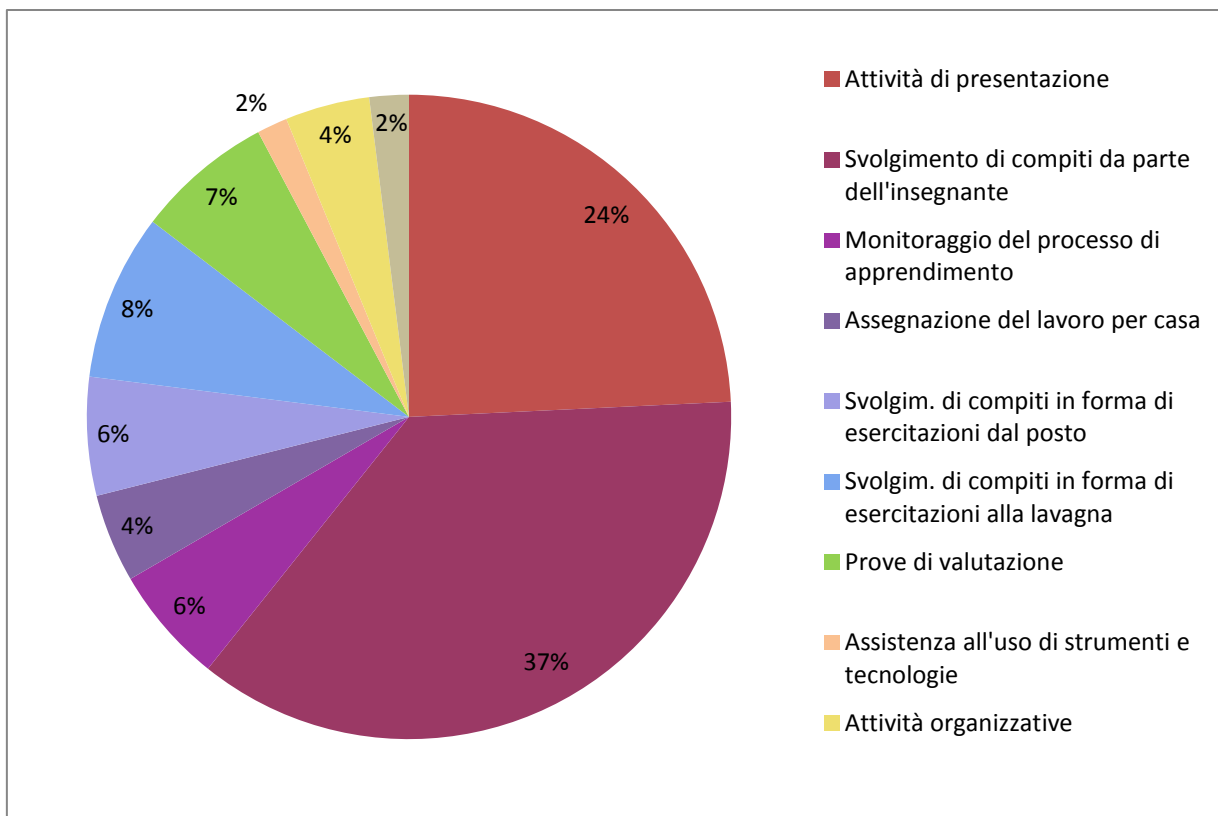


Grafico 4 _PERCENTUALI DI TEMPO DEDICATO A CIASCUNA TIPOLOGIA DI ATTIVITÀ D'AULA

At. Pres.	[Colori: Rosso]																			
Svol. Comp. Ins.	[Colori: Rosso scuro]																			
Monit. Proc. Appr.	[Colori: Viola]																			
As. Lav. Casa	[Colori: Viola scuro]																			
Svol. Comp. Pos.	[Colori: Blu]																			
Svol. Comp. Lav.	[Colori: Blu scuro]																			
Prove Valut.	[Colori: Verde]																			
Assist. Strum. Tecn.	[Colori: Arancione]																			
At. Organiz.	[Colori: Giallo]																			
Altro	[Colori: Grigio]																			
	L. 1	L. 2	L. 3	L. 4	L. 5	L. 6	L. 7	L. 8	L. 9	L. 10	L. 11	L. 12	L. 13	L. 14	L. 15	L. 16	L. 17	L. 18	L. 19	L. 20

At. Pres.	[Colori: Rosso]																		
Svol. Comp. Ins.	[Colori: Rosso scuro]																		
Monit. Proc. Appr.	[Colori: Viola]																		
As. Lav. Casa	[Colori: Viola scuro]																		
Svol. Comp. Pos.	[Colori: Blu]																		
Svol. Comp. Lav.	[Colori: Blu scuro]																		
Prove Valut.	[Colori: Verde]																		
Assist. Strum. Tecn.	[Colori: Arancione]																		
At. Organiz..	[Colori: Giallo]																		
Altro	[Colori: Grigio]																		
	L. 21	L. 22	L. 23	L. 24	L. 25	L. 26	L. 27	L. 28	L. 29	L. 30	L. 31	L. 32	L. 33	L. 34	L. 35	L. 36	L. 37	L. 38	L. 39

Grafico 5_DISTRIBUZIONE DELLE TIPOLOGIE DI ATTIVITÀ D'AULA DURANTE CISCUNA LEZIONE

I due grafici riportati consentono di avere una prima visione d'insieme della metodologia di lavoro dell'insegnante. Tuttavia prima di commentare tali grafici è necessario fornire una descrizione dettagliata di ciascuna delle voci introdotte.

1. **Attività di presentazione.** Questa categoria comprende tutte le attività attraverso le quali l'insegnante introduce i concetti chiave delle unità didattiche, fornisce enunciati, propone esempi di chiarimento e infine ricapitola e collega tra loro gli argomenti affrontati. Tali attività servono a presentare agli studenti una parte consistente dei contenuti curricolari (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alle voci: *Definizioni, Classificazioni, Teoremi, Proprietà, Dimostrazioni*), ma è importante sottolineare che la trattazione di tali contenuti non avviene in forma problematica, ossia attraverso quesiti posti agli studenti, bensì espositiva. Conseguentemente un importante criterio distintivo che permette di collocare le unità di analisi all'interno di questa categoria è dato dall'assenza di compiti da svolgere, presenti invece nelle quattro categorie che descriveremo a seguire.

Per quanto riguarda gli strumenti didattici utilizzati, il ruolo principale è svolto dal software Journal il quale viene utilizzato con una funzione estremamente simile a quella della lavagna tradizionale. Gli appunti scritti in formato digitale attraverso tale software non rappresentano un materiale didattico organico. In alcuni casi può accadere che i files.jnt prodotti durante una o più lezioni vengano rielaborati dall'insegnante in una fase successiva in modo da creare un materiale auto-consistente da consegnare agli studenti sotto forma di file.pdf, ma in genere lo scopo di queste note è quello di esplicitare in forma scritta, testuale o simbolica, quanto detto oralmente.

Gli altri materiali didattici sono utilizzati con minor frequenza (cfr. *ACCESSIBILITÀ E FREQUENZA D'USO DEL SOFTWARE DURANTE IL CORSO - Uso del software in rapporto agli altri strumenti didattici*). A parte i files.ggb su cui torneremo più avanti, l'insegnante usa occasionalmente dei files.pdf contenenti appunti preparati ad hoc prima della lezione o utilizzati in precedenti corsi, oppure i paragrafi della sezione di teoria del libro di testo. Questi ultimi vengono mostrati agli studenti solo all'inizio o alla fine dell'attività. A tal proposito è interessante riportare un

passaggio in cui l'insegnante fornisce indicazioni su dove ritrovare nel libro di testo i contenuti appena introdotti.

Insegnante: *Sul testo avete molta roba, quindi in realtà io vi chiedo di vedere le definizioni ... I testi vanno anche saputi usare, a volte ci sono cose, diciamo non proprio importantissime. Queste definizioni però ve le dovete vedere. Siamo sul testo attorno alle prime pagine [...] Qui c'è la crescita e decrescita in senso stretto. Ci sono un po' di esempi, però in realtà tutta questa parte potete anche non guardarla. [...] Non ve la chiedo, vi chiedo solo la definizione di crescita e decrescita.*

[L_N°8; 1:39:14-1:40:15]

Come si può notare l'insegnante orienta gli studenti nello studio a casa poiché i contenuti specifici esposti durante la lezione non coincidono con quanto riportato sul libro. Da qui l'esigenza di chiarire come utilizzare il testo. In altri termini ciò che costituisce il riferimento principale per gli studenti resta quanto detto e scritto dall'insegnante durante l'attività in aula.

Un discorso a parte merita la forma di comunicazione tra insegnante e studenti durante lo svolgimento di queste unità di analisi. La modalità ricorrente è rappresentata da quella che l'insegnante stesso definisce '*spiegazione frontale*', anche se in alcuni casi, utilizzando sempre le parole dell'insegnante, si può parlare di '*spiegazione dialogata*'.

Durante le *spiegazioni frontali* la presentazione viene condotta prevalentemente in forma di monologo. Il numero di domande che l'insegnante pone agli studenti e che gli studenti pongono a lui è ridotto e conseguentemente la maggior parte del tempo è occupata dal flusso di informazione che va dall'insegnante verso gli studenti. Durante le *spiegazioni dialogate*, benché la comunicazione continui ad essere prevalentemente unidirezionale, vi sono alcuni momenti di scambio caratterizzati da un intensificarsi di domande di distinta natura da parte dell'insegnante e, anche se in forma minore, da parte degli studenti.

Ad esempio da un'analisi del discorso condotta in riferimento alla già citata attività <A_8.9> è possibile evidenziare come, durante le *spiegazioni frontali*, le domande poste dall'insegnante non abbiano lo scopo di stabilire un vero e proprio dialogo con gli studenti, ma svolgano una funzione di sostegno alla propria esposizione. Tali domande sono fondamentalmente di due tipi: *domande di feedback* (ossia domande per verificare l'attenzione e la comprensione della classe rispetto a

quanto detto sino a quel momento, alle quali si richiede semplicemente una conferma) e *domande con funzione prolettica* (ossia forme interrogative che non richiedono una risposta, ma semplicemente anticipano quanto si sta per dire). D'altro canto gli studenti sembrano accettare naturalmente questa modalità di comunicazione, offrendo il feedback all'insegnante quando richiesto e limitando al minimo le domande. In particolare possiamo notare che quelle degli studenti sono domande puntuali e legate al discorso sviluppato dall'insegnante (domande di orientamento o domande di chiarimento). Quello che interessa sottolineare è che in tutti i casi l'insegnante tende a rispondere in forma sintetica agli studenti, inglobando la risposta nella sequenza logica del discorso principale che sta sviluppando.

La forma di comunicazione tra insegnante e studenti appare invece distinta durante quelle che abbiamo definito *spiegazioni dialogate*. In questo caso possiamo prendere in considerazione l'attività <A_9.9>. Da un'analisi del discorso simile a quella condotta sulla precedente attività possiamo notare, oltre alle domande di feedback e a quelle con funzione prolettica, la presenza di *domande guida* (domande che implicano un maggiore coinvolgimento da parte degli studenti e che hanno come scopo principale quello di indirizzare il discorso verso una data conclusione) le quali permettono di creare effettivamente momenti di dialogo tra insegnante e studenti. In particolare è possibile evidenziare la presenza di una struttura che tende a ripetersi: le domande non sono isolate, ma in gruppetti sequenziali; sono domande a risposta chiusa nelle quali agli studenti è richiesto un linguaggio specifico; l'insegnante riformula la stessa domanda sin quando non ottiene la risposta corretta; le domande vengono poste a tutta la classe e non ad un singolo studente ed è attesa una risposta recitativa.

È importante precisare che all'interno del processo d'insegnamento-apprendimento le *spiegazioni frontali* sono nettamente maggioritarie rispetto alle *spiegazioni dialogate*. Tuttavia non è possibile introdurre delle vere e proprie categorie rispetto alle quali classificare le unità di analisi, in quanto la discriminazione tra queste due modalità di presentazione non è netta proprio perché caratterizzata in modo sfumato dall'interazione tra insegnante e studenti,

descrivibile attraverso una maggiore o minore occorrenza delle distinte tipologie di domande.

- 2. Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante.** Sono attività durante le quali l'insegnante svolge un compito chiaramente esplicitato e nelle quali possono essere coinvolti i contenuti curriculari esposti durante le attività di presentazione sopra descritte, ma principalmente servono ad introdurre distinte tipologie di contenuti di taglio più applicativo (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alle voci: *Tecniche di calcolo, Tecniche grafiche, Problemi geometrici*). Dunque in questo caso le tipologie stesse dei contenuti affrontati si prestano ad una loro trattazione attraverso la soluzione di specifici quesiti contenuti nei compiti proposti, i quali vengono risolti, in parte o completamente, dall'insegnante.

Il compito può essere stato scelto tra quelli presenti nel libro di testo, proveniente da altri materiali, o creati sul momento dall'insegnante. Si tratta di compiti precedentemente assegnati per casa agli studenti oppure proposti per la prima volta durante lo svolgimento dell'attività stessa. Ma quello che interessa qui mettere in evidenza è la natura di tali compiti. Facendo riferimento a quanto richiamato nel paragrafo precedente introduttivo, possiamo dire che quelli proposti dall'insegnante sono nella maggior parte dei casi esercizi volti a consolidare le tecniche di calcolo o grafiche acquisite o in via di acquisizione da parte degli studenti (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alle voci: *Tecniche di calcolo, Tecniche grafiche*) (<A_5.6>, <A_8.4>, <A_11.2>, <A_24.3>). Sempre in riferimento alla distinzione tra esercizi e problemi, possiamo collocare alcuni dei compiti svolti dall'insegnante nella seconda categoria in quanto in essi vengono esplicitate alcune regole e procedure non ancora conosciute dagli studenti (<A_5.4>, <A_7.3>, <A_11.7>, <A_19.4>). Ossia questi compiti costituiscono problemi nel senso di 'esercizi svolti per la prima volta', ma non perché essi servano a porre gli studenti in una situazione problematica, a generare un conflitto cognitivo o comunque richiedano un atto creativo da parte dei medesimi per risolvere i quesiti contenuti nel compito.

In altri termini l'insegnante assegna e svolge lui stesso numerosi esercizi simili, mostrando ripetutamente l'applicazione delle tecniche necessarie alla loro soluzione. Quello che è importante notare è che durante lo svolgimento di tali

compiti, precedentemente assegnati per casa e nei quali gli studenti avevano incontrato difficoltà, raramente l'insegnante si sofferma sugli errori commessi o gli ostacoli incontrati, ostacoli ed errori che potrebbero nascondere difficoltà sul piano concettuale, ma tende a riproporre procedure basate su tecniche di calcolo o grafiche simili a quelle già mostrate in altre situazioni. Durante alcune di queste attività l'insegnante avverte tuttavia l'esigenza di precisare agli studenti che non tutti i compiti proposti rappresentano veri e propri esercizi, ossia risolvibili attraverso l'applicazione di procedure standard. In tal senso è particolarmente significativo un passaggio dell'attività <A_36.8> in cui l'insegnante discute con gli studenti alcune strategie risolutive facendo riferimento ad un esercizio sullo scioglimento di una forma indeterminata appena svolto.

Insegnante: *Lo puoi imparare a memoria come viene [il risultato del limite], oppure ogni volta usi la sostituzione e vedi quanto viene. [...] In questi esercizi qua spesso capire qual è la sostituzione risolve il limite. Come faccio a capire qual è la sostituzione? Eh eh [allargando le braccia]... l'esperienza, l'intuizione, ... C'è chi, molto intuitivo, vede inconsciamente la soluzione prima di averla scritta. Una persona molto intuitiva fa così: sa la soluzione senza averla vista. In qualche modo sa che quella è la strada giusta. Ecco, alcune volte serve l'intuizione, non in tutte, non in tutti i tipi di esercizi. In alcuni tipi di esercizi basta l'esperienza. [Torna ad indicare e a commentare l'esercizio svolto].*

Però certo, in alcuni esercizi come [scrive il testo di un altro esercizio e discute la sostituzione da effettuare per sciogliere la forma indeterminata che in questo caso è particolarmente poco evidente] Allora che faccio? sostituisco un pezzo. Ma il problema è: quale pezzo lo chiamo t? Eh ... Negli esercizi veramente difficili la risposta non c'è! Così come vedremo quando faremo gli integrali, il calcolo integrale, la sostituzione ..., capire quale pezzo ..., dire questo lo chiamo t. Se ingarri il pezzo giusto da chiamare t il calcolo viene in un attimo, se non lo ingarri puoi perderti nei conti. Va beh ma può succedere. In matematica alcune volte e così ..., non è tutto così, la maggior parte delle volte sapete che strada prendere, poi al limite vi sbagliate un segno ..., no? Ma alcune volte la strada non si sa. [Quindi l'insegnante svolge l'esercizio in questione].

[L_N°36; 38:05-40:03]

In sostanza quando l'esercizio sfugge alla possibilità di una strategia risolutiva già nota (grazie all'esperienza accumulata), ossia si trasforma in un *problema*, entrano in gioco capacità strettamente individuali (l'intuizione). Di fronte a tali situazioni l'insegnante sembra porre il limite della propria attività didattica. Quello che egli può fare è mostrare lo svolgimento del compito particolarmente complicato, offrendo quindi agli studenti un esempio in più da inglobare nel novero dell'esperienza, ma si astiene dal guidarli verso la ricerca della strategia risolutiva. Per evitare che gli studenti percepiscano lo studio della matematica come un

insieme di compiti in cui “non si sa che strada prendere”, l’insegnante sottolinea che nella maggioranza dei casi proposti “basta l’esperienza”.

Da quanto detto sin qui si può facilmente capire per quale motivo la modalità di comunicazione tra insegnante e studenti durante lo svolgimento di questa tipologia di attività avvenga quasi esclusivamente in forma di *spiegazione frontale*, così come descritta in precedenza. La situazione tipica vede l’insegnante presentare e svolgere il compito ponendo poche domande agli studenti (domande di feedback o con funzione prolettica). D’altra parte gli studenti seguono sulla periferica video del computer o sulla lavagna tradizionale lo svolgimento del compito, intervenendo raramente solo per chiedere chiarimenti su qualche passaggio puntuale. In alcuni casi isolati l’insegnante sollecita gli studenti ad indicare la strategia risolutiva di un esercizio, ma tende ad accettare suggerimenti da parte degli studenti solo se conformi ad una procedura standard; mentre, come detto in precedenza, risponde sinteticamente a quegli interventi che propongono strategie eccessivamente laboriose o errate che potrebbero nascondere difficoltà che esulano dal livello tecnico.

Per quanto riguarda gli strumenti coinvolti, anche in questo caso si osserva un uso preponderante del software Journal, sul quale l’insegnante esplicita i passaggi necessari alla soluzione del compito. In alcuni casi egli mostra su un file.pdf lo svolgimento dell’esercizio preparato in precedenza e sempre eseguito ‘a mano’, ossia o con lo stesso Journal, oppure con carta e penna e quindi scansionato. È interessante notare come invece l’insegnante non si avvalga degli esercizi risolti presenti sul libro di testo, nonostante le procedure ivi adottate siano spesso simili a quelle da lui proposte. La spiegazione di questa scelta è legata ad una esigenza, chiaramente esplicitata dall’insegnante nel seguente passaggio di un’intervista, di mostrare agli studenti modelli di svolgimento dei compiti il più conformi possibili nella presentazione lessicale, simbolica e grafica a quanto loro richiesto durante le prove di verifica.

Insegnante: *Nei libri ci sono esercizi risolti, ma non come li risolverebbero gli studenti ... I libri usano caratteri stampati e i grafici sono impeccabili, fatti con programmi informatici. [...] Agli studenti invece noi chiediamo di fare tutto a mano con carta e penna. E poi spesso lì [sui libri di testo] si saltano molti passaggi ed è proprio dove gli studenti si perdono e ti chiedono spiegazioni. Si perde tempo ... allora tanto vale che gli mostri io lo svolgimento.*

[I_N°15]

3. **Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni dal posto.** Durante queste attività l'insegnante propone agli studenti uno o più compiti, che vengono da questi svolti lavorando individualmente o in piccoli gruppi. Non viene posto un vincolo di tempo ben preciso e gli studenti lavorano ciascuno al proprio ritmo. L'insegnante tende a non interagire con la classe anche se offre assistenza agli studenti che la richiedono. A volte, ma non in modo sistematico, il compito svolto viene discusso insieme al termine dell'attività.

I compiti assegnati, riferendoci a quanto già detto per la categoria precedente, sono sempre esercizi. Dunque gli studenti non vengono posti di fronte a situazioni problematiche nuove e non vengono mai innescati intenzionalmente meccanismi di conflitto cognitivo. Possiamo invece dire che alcune di queste attività, che si svolgono su intervalli di tempo abbastanza lunghi, hanno lo scopo di orientare gli studenti in vista delle verifiche scritte valide per la valutazione (ad esempio <A_16.1>), mentre altre, più frequenti e brevi, servono a consolidare alcuni specifici contenuti precedentemente presentati e su cui l'insegnante, per esperienza o perché sollecitato dagli studenti, decide di dedicare un tempo d'aula aggiuntivo (<A_12.9>, <A_20.8>, <A_24.4>). Per quanto riguarda gli strumenti ammessi, è sottinteso dalla natura stessa dei compiti assegnati, che il loro svolgimento richieda quasi sempre l'uso di carta e penna; per il resto gli studenti possono utilizzare qualsiasi tecnologia e materiale didattico a loro disposizione. In tal senso è importante sottolineare che l'uso di GeoGebra è facoltativo e legato alla presenza in aula, spesso non pianificata dall'insegnante, dei computers degli studenti.

Infine notiamo che durante le attività appartenenti alla tipologia qui considerata sono ammesse interazioni insegnante-studenti ma anche studente-studente. Le prime, come detto in precedenza, occorrono durante alcune sporadiche e puntuali richieste di aiuto da parte di qualche studente, e più frequentemente al termine dell'attività, ma non si evidenziano modalità difformi da quelle già discusse in precedenza. Mentre per quanto riguarda le seconde le modalità di interazione tra pari sono spontanee e non sono organizzate dall'insegnante. A volte egli esorta gli studenti a lavorare in gruppo e a discutere i risultati ottenuti tra gruppo e gruppo,

ma non struttura le esercitazioni di modo che ciò accada necessariamente. Gli studenti tendono a lavorare da soli o in coppie, sempre con lo stesso compagno e non si creano mai momenti di discussione condivisa all'interno dell'intera classe (<A_12.9>).

4. **Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni alla lavagna.** In questi casi un singolo studente svolge un compito accanto all'insegnante davanti al resto della classe. L'insegnante ha un ruolo più attivo rispetto alle attività appartenenti alla categoria precedente, ponendo domande e guidando lo studente. Gli altri compagni possono intervenire o lavorare autonomamente.

I compiti proposti sono analoghi a quelli svolti durante le attività già descritte e anche la finalità è simile a quella della categoria precedente. In particolare sono attività di consolidamento in cui gli studenti su un tempo in media prossimo ai venti minuti svolgono uno o due esercizi inerenti ai contenuti curriculari trattati nelle ultime lezioni.

È importante osservare che durante tali attività gli studenti non sono soggetti a valutazioni, dunque l'interazione con l'insegnante è libera. Gli studenti quando hanno una difficoltà possono chiedere aiuto e viceversa l'insegnante interviene senza doversi preoccupare di inficiare la valutazione della prova. Trattandosi di esercizi la cui strategia risolutiva è già stata mostrata durante precedenti attività, in genere gli studenti riescono a procedere abbastanza autonomamente e quando incontrano delle difficoltà l'insegnante o i compagni stessi indicano il passaggio tecnico da affrontare (<A_25.2>, <A_25.3>). In alcuni casi tuttavia l'insegnante si sostituisce allo studente per chiarire al resto della classe alcuni passaggi o puntualizzare alcuni aspetti formali (<A_13.4>, <A_26.5>).

Un caso a sé, particolarmente interessante è rappresentato dallo svolgimento di un problema di geometria (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alla voce omonima) da parte di uno studente. Durante tale attività <A_37.8> è coinvolto l'uso di GeoGebra, ma in questo momento non interessa descrivere l'uso del software da parte dello studente, bensì l'atteggiamento dell'insegnante nei confronti di un compito 'problema', ossia non risolvibile semplicemente tramite procedure standard. Riportiamo il testo del compito e una sintetica descrizione dell'attività.

TESTO DEL COMPITO

Data la semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$, sia $\overline{AC} = r\sqrt{2}$ una sua corda. Considerato su AO un punto P , detti Q e R i punti in cui la perpendicolare condotta per P ad AC incontra rispettivamente AC e la semicirconferenza, determinare il limite del rapporto PQ/QR al tendere di P as A su AO .

[M_JNT.N°5]

Si tratta di un problema che ammette una procedura risolutiva generale abbastanza canonica e che l'insegnante riassume con il seguente schema-elenco:

1. Figura con elemento mobile
2. Scelta dell'incognita
3. Casi limite: limitazioni per l'incognita
4. Caso generale: funzione obiettivo
5. Calcolo del limite richiesto

[M_JNT.N°4]

Tuttavia lo svolgimento dei casi limite e del caso generale dipende dalla natura del problema geometrico e richiede l'uso di una strategia autonoma di ragionamento, non necessariamente unica, basata sullo studio delle proprietà della figura descritta nel testo del compito. Durante lo svolgimento dell'attività lo studente non riesce a risolvere i casi limite e resta a lungo fermo, concentrato a guardare la figura. L'insegnante di fronte a tale difficoltà per tutto il tempo non interviene e quando alla fine lo fa non cerca di aiutare lo studente nell'individuare quelle proprietà della figura che consentirebbero di individuare una strategia risolutiva, ma indica direttamente il teorema di geometria da utilizzare per arrivare alla soluzione.

[L_N°37; 0:33:35-1:21:14]

Quello che interessa sottolineare è proprio il comportamento dell'insegnante in una situazione in cui la natura del compito e la difficoltà dello studente lo mettono di fronte ad una scelta: guidarlo in un'attività di esplorazione (delle proprietà geometriche della figura) o sostituirsi al medesimo, indicando la strategia risolutiva (il teorema e quindi la formula da utilizzare). L'insegnante evidentemente opta per la seconda possibilità.

5. **Prove di valutazione.** Queste attività rappresentano i momenti di verifica sommativa finalizzati alla valutazione degli studenti e coprono l'intera durata di una lezione. All'inizio dell'attività l'insegnante consegna il testo della verifica e per il resto del tempo non interagisce con gli studenti. Gli studenti devono svolgere autonomamente i compiti indicati nel tempo previsto dall'insegnante e al termine consegnare l'elaborato prodotto.

Sottolineiamo che in questi casi, a differenza di quanto accade nelle attività della categoria 3, agli studenti è consentito utilizzare, a parte carta e penna, solo la calcolatrice scientifica non programmabile.

Secondo una prassi che si sta diffondendo nella scuola secondaria italiana e legittimata dalla normativa vigente¹⁰⁵, le verifiche scritte vengono utilizzate dall'insegnante per ambedue i voti di profitto di fine quadrimestre da assegnare a ciascun alunno, che formalmente esprimono una valutazione sulle produzioni orali e una sulle produzioni scritte. Di fatti l'insegnante interpreta la 'valutazione orale' come quella che si riferisce a certi obiettivi di apprendimento di natura prevalentemente teorica e riconducibili ad alcune tipologie di contenuti curricolari (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alle voci: *Definizioni, Classificazioni, Teoremi, Proprietà, Dimostrazioni*) e la 'valutazione scritta' come quella relativa ad altri obiettivi di carattere applicativo e collegati a distinti contenuti (cfr. la prossima sezione del presente paragrafo alle voci: *Tecniche di calcolo, Tecniche grafiche, Problemi geometrici*).

In tal senso dall'analisi dei testi delle verifiche scritte (<M_TVS.1>, < M_TVS.2>, < M_TVS.3>) si possono evidenziare due tipologie di compiti, un primo gruppo costituito da esercizi la cui soluzione richiede l'uso di procedure e tecniche di calcolo di differente complessità, ma già familiari agli studenti; e un secondo gruppo in cui invece vengono proposti compiti in cui è richiesto di produrre enunciati di definizioni o teoremi, fornire esempi di oggetti ostensivi che verificano una data proprietà oppure, dato un oggetto ostensivo con cui lo studente è già familiare, di rappresentarlo in un distinto registro rispetto a quello con il quale è indicato sul compito. In sostanza questo secondo gruppo di compiti mirano a verificare l'apprendimento dei contenuti curricolari trattati dall'insegnante durante le *Attività di presentazione*.

6. **Monitoraggio del processo di apprendimento.** Normalmente all'inizio della lezione gli studenti indicano all'insegnante i compiti per casa che non sono riusciti a svolgere e pongono domande relative ai contenuti trattati nelle ultime lezioni. Durante queste attività l'insegnante è principalmente interessato ad individuare le difficoltà incontrate dagli studenti, risponde in modo sintetico alle loro domande e rimanda invece ad altri momenti della lezione o affida ad ulteriori materiali da consegnare agli studenti i chiarimenti che non possono essere forniti oralmente e in tempi rapidi.

¹⁰⁵ Si veda in proposito la Circolare Ministeriale 94/2011 del MIUR: *Valutazione periodica degli apprendimenti nei percorsi di istruzione secondaria di II grado. Indicazioni operative per l'a. s. 2011/12.*

Queste attività di feedback svolgono una duplice funzione cruciale all'interno del processo d'insegnamento-apprendimento. Da una parte consentono all'insegnante di avere un controllo costante dello stato di avanzamento della classe rispetto al curriculum svolto, senza dover attendere i momenti di valutazione formale (<A_5.3>, <A_8.3>); dall'altra gli permettono di effettuare in tempo reale alcuni cambiamenti nella scelta delle attività da svolgere durante la lezione e, più a lungo termine, di orientare la programmazione delle attività previste per le successive lezioni (<A_9.12>, <A_11.5>).

Dunque, nonostante durante questi momenti non vengano effettivamente svolti contenuti curricolari, essi rappresentano delle buone occasioni per 'osservare' il contratto didattico, in genere tacitamente definito, tra insegnante e studenti. Questo risulta particolarmente evidente proprio durante quelle attività dalla durata più lunga (<A_13.2>, <A_14.3>). Riportiamo a tal proposito il seguente passaggio:

L'insegnante ha appena finito di indicare agli studenti i files.pdf contenenti lo svolgimento esteso degli esercizi assegnati, che verranno consegnati al termine della lezione.

Insegnante: *Quindi degli esercizi avete le correzioni [soluzioni] qua. Io vi chiedo di prendere le correzioni, vedere che succede, per vedere se capite, se avete trovato ... Se mi dite "no, non capisco", problemi grossi sulle relazioni, allora vi dovete preoccupare. Se invece mi dite non mi torna una cosetta, c'è qualcosa che non mi quadra, allora forse con il testo [svolto] potete risolverla. Va bene?*

[L_N°13; 14:40-15:00]

L'insegnante sta mostrando un materiale contenente lo svolgimento esteso di un esercizio.

Insegnante: *Però poi alla fine ti ritorna? insomma la discussione ...*

Studente: *Sì a me ... a me non veniva proprio!*

Insegnante: *... "a me non veniva proprio" ...*

Studente: *Adesso è un po' più ...*

Studentessa: *Anch'io ci stavo provando, ma ...*

Insegnante: *Però adesso, leggendo la soluzione, hai capito? ti è sembrato di capire?*

Studentessa: *No ... Ho capito, però ho sempre un problema.*

Insegnante: *Hai sempre un problema ... Allora proviamo a farne uno insieme. Forse, dici, è meglio farne uno insieme.*

[L_N°14; 27:02-27:20]

I due frammenti permettono di chiarire bene il tipo di contratto didattico stabilito dall'insegnante con gli studenti. L'insegnante svolge alcuni esercizi in aula e fornisce la soluzione di altri esercizi precedentemente assegnati per casa, tornando puntualmente a verificare se ci sono difficoltà. Quello che chiede in cambio agli studenti è di provare a svolgere autonomamente gli esercizi assegnati

e nel caso in cui non ci riescano di “leggere la soluzione”. Inoltre agli studenti è richiesta la responsabilità di chiedere chiarimenti. Nel caso le difficoltà persistono l’insegnante torna a svolgere di nuovo lo stesso esercizio o uno simile in aula chiedendo di essere osservato. È questo il senso di “farne uno insieme”.

- 7. Assegnazione del lavoro per casa** Queste attività rappresentano il complemento di quelle appena descritte. Sono costituite da quei momenti di durata abbastanza ridotta e concentrati al termine delle lezioni, durante le quali l’insegnante indica agli studenti i compiti da svolgere a casa ed eventuali materiali che integrano quanto da lui spiegato durante le attività di presentazione dei contenuti. In alcuni casi sporadici l’insegnante fornisce delle indicazioni sui compiti assegnati, ma in genere si limita ad assegnare esercizi presenti sul libro di testo o su files.pdf appositamente preparati.

L’unico aspetto che vale la pena sottolineare è la presenza costante di queste attività durante tutte le lezioni del corso a conferma di quanto detto in precedenza sull’importanza che riveste il lavoro svolto a casa dagli studenti all’interno del processo di insegnamento-apprendimento.

- 8. Assistenza all'uso di strumenti e tecnologie.** In questa categoria abbiamo incluso tutti quei momenti durante i quali l’insegnante offre assistenza all’uso delle tecnologie informatiche da parte degli studenti, si assicura della corretta installazione di GeoGebra sul computer degli studenti (<A_3.1>) (cfr. il paragrafo precedente alla sezione *Acquisizione del software da parte degli studenti*) o fornisce indicazioni inerenti a specifici comandi o istruzioni (<A_5.6>, <A_7.6>). Nella maggior parte dei casi questi interventi non vengono previsti dall’insegnante come attività a sé stanti, ma sono integrati all’interno di altre attività, tuttavia si è deciso di scorporarle in quanto tendono ad occupare intervalli di tempo abbastanza lunghi e, salvo rari casi, sono avulse dai contenuti curricolari trattati durante l’attività nella quale si innestano.

Osserviamo che molte delle attività di questa categoria fanno riferimento all’uso di GeoGebra, tuttavia è importante specificare che, restando gli interventi dell’insegnante su un piano strettamente tecnico, la loro finalità didattica non può

essere considerata funzionale allo sviluppo del processo di genesi strumentale¹⁰⁶, come evidenzieremo dettagliatamente in seguito.

9. **Attività organizzative.** Sono attività che non hanno una finalità didattica diretta, ma servono a garantire sul piano operativo il corretto svolgimento dell'intero processo d'insegnamento-apprendimento. Si tratta in genere di informazioni di ordine pratico relative ai luoghi e ai tempi di svolgimento delle lezioni o sulla richiesta agli studenti di portare i propri computers a scuola. Ma vi sono raggruppati anche quei momenti durante i quali l'insegnante fornisce agli studenti i materiali da lui creati e ne identifica la presenza nel pen drive che consegna agli studenti (<A_4.7>) o sul sito da lui creato (<A_18.1>).

La presenza di questi due strumenti di archiviazione e recupero dei materiali digitali aiuta a capire l'importanza che l'insegnante attribuisce al materiale da lui prodotto come integrazione, ma spesso in alternativa, al libro di testo. In particolare il sito è stato aperto dall'insegnante durante lo svolgimento del corso su una piattaforma per la creazione gratuita di pagine web. Si tratta di uno spazio su internet organizzato come un database contenente i materiali che l'insegnante mette a disposizione degli studenti. La struttura e la veste grafica sono estremamente semplici e le operazioni di upload e download si basano sul protocollo FTP di trasferimento dei file. L'idea dell'insegnante non è infatti quella di creare uno spazio di apprendimento virtuale, ma semplicemente uno strumento che consenta agli studenti di accedere e fruire in modo agevole del materiale da lui creato durante il corso.

10. **Altro.** In quest'ultima categoria sono infine raccolte quelle situazioni che fanno parte della normale vita di classe, ma estranee al processo d'insegnamento-apprendimento, quali ad esempio le annotazioni degli alunni assenti sul registro dell'insegnante, la gestione delle risorse tecnologiche, l'organizzazione di attività extrascolastiche che coinvolgono la classe, le interruzioni dovute all'ingresso in aula di altre persone. Inoltre in questa categoria sono inclusi i tempi concessi al ricercatore per la presentazione dell'attività di ricerca sviluppata durante il corso e

¹⁰⁶ Sul concetto di *genesì strumentale* si veda quanto detto relativamente alla *instrumentation theory* nel capitolo 3 (cfr. il paragrafo *L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTICO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA*)

l'espletamento delle procedure formali connesse al consenso informato e alle autorizzazioni necessarie per lo svolgimento della ricerca stessa.

Dalla descrizione delle categorie introdotte e dai due grafici precedentemente riportati possiamo trarre alcune importanti conclusioni sul modello didattico sottostante alla pratica di insegnamento osservata e che, come vedremo in seguito, condiziona le modalità di impiego del software GeoGebra.

Il peso rilevante delle due tipologie di attività essenzialmente a carico dell'insegnante (*Attività di presentazione (24%) e Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante (37%)*) evidenzia chiaramente una concezione di insegnamento trasmissivo. Ricordiamo che infatti tutte le attività appartenenti a tali categorie sono prevalentemente caratterizzate da modalità di spiegazioni frontali accompagnate dall'uso del software Journal che svolge una funzione analoga alla lavagna tradizionale, sulla quale l'insegnante riporta sistematicamente in forma testuale e grafica i contenuti curriculari svolti.

In particolare l'insegnante si preoccupa di esporre nel linguaggio formale proprio dell'analisi matematica tutti i contenuti teorici del corso e di esplicitare in modo dettagliato le procedure di soluzione dei compiti proposti. Nessun segmento del curriculum viene introdotto con distinte metodologie didattiche.

Tale metodologia richiede agli studenti l'ascolto dell'esposizione verbale dell'insegnante e l'osservazione delle prassi da lui mostrate per lo svolgimento dei compiti. Ascolto e osservazione costituiscono i requisiti fondamentali su cui si basa la possibilità di 'assimilare e riproporre' nel corretto linguaggio formale la conoscenza matematica trasmessa e di 'riconoscere e imitare' le strategie e le tecniche necessarie per la risoluzione dei quesiti proposti. Affinché tali obiettivi di apprendimento possano essere raggiunti è necessaria un'attività di studio individuale e sistematica da parte degli studenti finalizzata da un lato a ripercorrere i processi logici e argomentativi proposti dall'insegnante e a memorizzare enunciati ed esempi indicati come più importanti ed emblematici; e dall'altro ad acquisire in modo fluente schemi operativi e abilità tecniche implicati nei compiti assegnati.

Bisogna aggiungere che in diversi momenti l'insegnante avverte l'esigenza di chiarire agli studenti che l'apprendimento di alcuni contenuti curriculari svolti richiedono processi cognitivi di diversa natura, da mettere in atto di fronte ai compiti che non ammettono procedure di soluzione standard. Tuttavia la possibilità di attivare tali processi è vista come

una capacità individuale del singolo studente rispetto alla quale l'insegnante non mette in atto nessuna specifica strategia didattica.

Le tipologie di attività prevalentemente a carico degli studenti – *Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni dal posto* (4%), *Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni alla lavagna* (8%) e *Prove di valutazione* (7%), confermano non solo con il loro peso ridotto, ma soprattutto per le modalità di conduzione e per la natura dei compiti assegnati, il quadro precedentemente delineato.

Per quanto riguarda le attività classificate come *Monitoraggio del processo di apprendimento* (6%) e *Assegnazione del lavoro per casa* (4%), pur avendo un peso percentuale relativamente basso, sono presenti nella quasi totalità delle lezioni. Esse chiariscono in termini espliciti il tipo di contratto didattico su cui poggia il processo d'insegnamento-apprendimento.

Tale contratto, consolidato nel corso del tempo (ricordiamo che l'insegnante ha lavorato con il medesimo gruppo di alunni per l'intero secondo triennio del corso di studi), viene esplicitato in alcune occasioni, attraverso dialoghi tra insegnante e studenti in cui si precisa cosa è atteso dalla 'controparte'. Esso prevede per l'insegnante la trattazione sistematica e rigorosa di tutti i contenuti curricolari, l'assegnazione per casa di compiti strettamente attinenti ai contenuti già svolti e la disponibilità a fornire chiarimenti aggiuntivi, o tramite lo svolgimento di ulteriori compiti nel corso delle successive attività d'aula, oppure consegnando materiali didattici ad hoc che gli studenti possono consultare a casa.

D'altra parte gli studenti si impegnano a riportare sui propri quaderni quanto detto e scritto dall'insegnante durante le lezioni, a recuperare sugli appunti aggiuntivi forniti o sul libro di testo i contenuti equivalenti, a svolgere puntualmente il lavoro assegnato per casa e a formulare in aula durante le lezioni successive le domande inerenti le difficoltà e i dubbi incontrati chiarimenti richiesti. In particolare, in riferimento all'ultimo punto è importante notare che nella maggior parte dei casi le segnalazioni degli studenti riguardano difficoltà tecniche riscontrate durante lo svolgimento di compiti piuttosto che dubbi di natura concettuale.

Il quadro che emerge dall'analisi delle prime sette categorie nelle quali abbiamo scomposto le attività d'aula fornisce dunque una descrizione sufficientemente accurata delle scelte didattico-metodologiche adottate dall'insegnante, le quali possono essere

ulteriormente chiarite prendendo in esame le concezioni di insegnamento e apprendimento che sottostanno a tali scelte. Queste concezioni vengono esplicitate in forma metaforica dall'insegnante durante l'intervista [I_IAP] e mostrano un evidente accordo con quanto sin qui descritto. Riportiamo ampi passaggi di tale intervista.

Intervistatore: *C'è una metafora diversa dalle precedenti che ti sembra particolarmente efficace per esprimere i concetti di insegnamento e apprendimento così come li hai sperimentati nelle tue esperienze di studente e di insegnante?*¹⁰⁷

Insegnante: *Direi quella 'della casa'¹⁰⁸, però [...] non lineare. Quindi secondo me è un po' [...] come montare una macchina complessa. Direi montare un mobile IKEA complesso [...] In cui tu hai un elemento facilitatore, quello che ti dice come montarlo, no? ... in cui prima di tutto tu dovresti dire "perché lo voglio fare" ... in qualche modo certo è ovvio che devi concordare il ... "voglio montare questo oggetto qui perché mi serve, perché ne ho bisogno". Tu hai delle istruzioni con cui puoi montarlo. [...] Poi ad un certo punto le istruzioni possono essere mancanti [...].*

Anche con i mobili IKEA succede, no? [...], un oggetto ha una simmetria intrinseca [...] da una parte è colorato di bianco e da una parte è colorato di marrone. [...] in alcuni casi è indicato dove il marrone è avanti e dove il bianco dietro, in altri casi no. [...] Tu devi capire ad un certo punto [che] il marrone lo vorrai avanti perché deve essere visto, il bianco lo vuoi dietro perché nessuno lo vedrà. Quindi alcune scelte le dovrai fare te per forza. Però a un certo punto magicamente questi oggetti [...] collassano insieme. [...]

Perché questo è il mio processo di apprendimento. Quello di mettere tante cose insieme e quando il quadro diventa complesso all'inizio uno sembra non capire niente, però c'è un momento focale in cui le cose si incastrano insieme si assemblano all'improvviso. [...] in quel momento tu hai appreso una cosa, hai acquisito delle capacità in più, hai acquisito l'oggetto, hai costruito. Però c'è molto di te e [c'è] molto [del]le istruzioni. [...] Il processo non è: metto la vite, stringo il bullone, metto la vite, stringo il bullone [...]

Intervistatore: *Questo ti succede a lezione? Cioè che tu ti accorgi che chiedi agli studenti di avere pazienza. Cioè: "vi sto dando un insieme di informazioni, di conoscenze, perché so che questo poi ..."*

Insegnante: *Certo in matematica è sempre così. Tipicamente la geometria solida. [...] C'è un momento in cui le conoscenze collassano insieme [...]. L'apprendimento è quel momento [...]. Sono tante cose frammentarie, incomplete senza senso, no? Pensa un pezzo di un motore, una biella attaccata a un pistone. Dicono "questo ma che cos'è? Un frullatore? a cosa serve?". Però la struttura quando collassa insieme ha un significato. Capisci che funziona tutto. Capisci la logica di ogni parte. È molto complesso il processo di apprendimento, per questo poi è difficile farlo. [...] E tu devi negoziare non un processo lineare, devi negoziare un processo in cui c'è un pezzo, un pezzo ti manca, uno è appeso, lo lasci là, forse è sbagliato ...*

Intervistatore: *Dunque tu come insegnante, riprendendo la metafora IKEA, [...] sei 'quel foglietto di istruzioni'?*

¹⁰⁷ Nel passaggio precedente dell'intervista era stato chiesto all'insegnante di esprimere il proprio accordo o disaccordo rispetto ad alcune concezioni metaforiche dell'apprendimento e dell'insegnamento.

¹⁰⁸ Cfr. nota precedente. La metafora a cui fa riferimento l'insegnante è la seguente. In particolare la metafora della casa è la seguente. "L'apprendimento è come sistemare i mattoni di una casa. Lo studente è il muratore e la casa nello stesso tempo. È anche il proprietario della casa. L'insegnante è il caposquadra del luogo." Tratta da (Martínez, Sauleda, & Huber, 2001, trad. in Mason, 2006).

Insegnante: Dovresti essere un foglietto di istruzioni ... Certo IKEA è un prodotto della mentalità razionale, poi è chiaro che non c'è soltanto una visione razionale. [...] Però c'è ... quello che voglio dire [è] che in genere l'apprendimento avviene quando la parte si integra in un tutto. [...] potremmo fare una metafora migliore con le molecole biologiche. Le molecole biologiche sono in genere molecole complesse in cui ci sono vari meri che si mettono assieme, poi condensano in una specie di polimero. [...] le molecole [...] si assemblano solo in un modo per fare una proteina. [...] gli amminoacidi separati si assemblano con un certo ordine e sono una catena di amminoacidi. Però in realtà non è [questa] la proteina. La proteina a un certo punto collassa in una struttura avvolta-complessa, in cui gli amminoacidi si attraggono ed è la struttura della proteina che la rende funzionante a uno scopo, non la catena di amminoacidi ...

Intervistatore: ... e per fare questo ci sono i catalizzatori. Si riscalda e si raffredda la proteina ...

Insegnante: ... ci sono i catalizzatori [...] è vero.

Intervistatore: ... e l'insegnante?

Insegnante: Devi dare la sequenza di amminoacidi, se sbagli sequenza ti viene un'altra proteina. E però [...] il processo deve in qualche modo autonomamente scattare. Gli amminoacidi si ruotano in maniera autonoma e si iniziano a collegare fra loro e formano una struttura a reticolo complicatissima che è la proteina e quell'oggetto funziona. [...]. È un miracolo! È un miracolo, perché [...] nell'infinità della chimica le proteine sono miliardi, [...] gli amminoacidi [...] una ventina. E però la struttura che dà la funzionalità. E allora io penso che la difficoltà dell'apprendimento sia questo. Altrimenti nella metafora lineare si rischia di cadere nel nozionismo: "a, b, c, d ... abbiamo finito, passiamo al capitolo successivo" [ride]. Ma non è così. [...] È il collasso nella struttura complessa. Come si fa? Boh. Cioè quello che poi faccio io è dare qualcosa e sperare che il collasso avvenga. Sperare che la struttura si cristallizzi ... prenda una struttura, autonomamente. In qualche modo tu puoi facilitarla, però non puoi produrla.

Intervistatore: Non puoi seguirla passo passo ...

Insegnante: Puoi seguirla passo passo, però secondo me non avviene. È difficile. Cioè puoi ricominciare il processo in un altro modo diverso, però non è che puoi aprire la testa alla gente e dire "cosa c'è?" e loro ti dicono "a, b, c, d ..." Sì, ma non è solo questo, no?

[I_IAP(1); 0:55:10-1:02:52]

Le due metafore utilizzate dall'insegnante, quella del montaggio di una macchina complessa e quella del *folding* di una proteina, mostrano chiaramente non solo cosa egli intenda con apprendimento della matematica (il "collassare insieme delle parti di cui si compone una macchina" o "il cristallizzare di una proteina in un reticolo complesso"), ma anche quale ritenga essere il suo ruolo all'interno di tale processo ("il foglio delle istruzioni" o "colui che fornisce la sequenza di amminoacidi"). In altri termini l'insegnante chiarisce la necessità e l'importanza dell'azione di insegnamento per favorire il processo cognitivo che deve compiere lo studente, ma, con ancora più forza, sottolinea la propria convinzione che il passaggio delicato di tale processo è a carico dello studente, il quale deve autonomamente collegare fra loro gli "a, b, c, d" forniti dall'insegnante. La difficoltà, o meglio, l'impossibilità da parte dell'insegnante di accompagnare "passo passo" tale delicato momento si può cogliere dal senso logico del discorso, ma anche da alcuni termini utilizzati durante la spiegazione delle metafore ("magicamente", "miracolo").

Le attività d'aula a cui abbiamo fatto riferimento sin qui costituiscono quelle che possiamo definire le vere e proprie *attività didattiche*, ossia quelle attività durante il cui svolgimento sono coinvolti i contenuti curricolari del corso. Per quanto riguarda le ulteriori categorie nelle quali abbiamo classificato le unità di analisi in cui sono state scomposte le lezioni osservate, ci interessa sviluppare una considerazione a margine che coinvolge simultaneamente tutte e tre tali tipologie di *attività ausiliarie*. Infatti, trasversalmente ai dati riportati nel grafico è interessante prendere in considerazione il tempo complessivo speso dall'insegnante per garantire l'uso di tecnologie informatiche e la possibilità di fruizione da parte degli studenti di strumenti e materiali digitali. Per una stima di tale porzione di tempo bisogna includere oltre alle attività della categoria *Assistenza all'uso di strumenti e tecnologie*, anche le attività interne alla categoria *Attività organizzative* finalizzate a garantire la corretta trasmissione dei materiali in formato digitale dall'insegnante agli studenti e gli ulteriori momenti impiegati dall'insegnante per l'avvio e la gestione del proprio computer e delle periferiche video incluse nella generica voce *Altro*. In base a quanto riportato nel grafico è possibile effettuare una stima per eccesso della percentuale di questo tempo (<8%) che rappresenta in qualche senso il 'prezzo' che l'insegnante deve pagare per l'uso di tecnologie non tradizionali. In particolare quello che interessa sottolineare è che l'insegnante riesce a utilizzare più del 90% del tempo a disposizione per svolgere attività prettamente didattiche.

Le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante

Nella presente sezione torniamo ad analizzare il processo di insegnamento-apprendimento osservato, concentrando la nostra attenzione sulle scelte epistemologiche-disciplinari operate dall'insegnante, ossia le scelte attinenti alla definizione dei contenuti curricolari da presentare durante il corso e degli obiettivi di apprendimento ad essi collegati. Esse precisano in termini osservabili il concetto, richiamato nella sezione introduttiva del paragrafo, di trasposizione didattica effettuata dall'insegnante rispetto al sapere accademico ufficiale trattato e alle indicazioni nazionali di curricolo, in particolare quelle relative al programma di matematica del quinto anno di liceo scientifico.

In base al documento di programmazione didattica ufficiale redatto dall'insegnante [DP_UFF] e a quello informale discusso con il ricercatore [DP_INF] il programma

relativo al periodo di osservazione del corso risulta diviso in tre unità didattiche: *Funzioni*, *Limiti di funzioni* e *Funzioni continue*. Tuttavia, dalle note di lezione prodotte dall'insegnante {[M_JNT N°j]}, dalle interviste condotte durante lo svolgimento corso {[I_N°k]} e dalle note di campo stese durante lo svolgimento delle lezioni {[NC_N°n]} è stato possibile ricostruire l'organizzazione dettagliata seguita dall'insegnante nella presentazione dei contenuti curricolari. Secondo tale ricostruzione è risultato concettualmente più coerente suddividere ulteriormente le prime due unità didattiche, ottenendo quindi la seguente ripartizione logica del programma svolto:

U.D.1: Il concetto di funzione. I contenuti curricolari relativi a tale unità didattica hanno come nucleo centrale il concetto di funzione matematica. Si tratta di un blocco tematico di taglio prevalentemente teorico, per questo è stato separato dal successivo gruppo di contenuti curricolari, ed ha come obiettivo principale quello di chiarire il significato di funzione reale di variabile reale attraverso l'introduzione delle due principali forme di rappresentazione: quella simbolico-analitica e quella grafico-cartesiana. Gli oggetti ostensivi utilizzati per esemplificare le definizioni introdotte sono costituiti da funzioni di cui lo studente conosce già la rappresentazione cartesiana. In questo modo il riconoscimento delle proprietà formalizzate attraverso tali definizioni può avvenire tramite l'ausilio di semplici tecniche grafiche.

U.D.2: Lo studio delle funzioni analitiche. Il nucleo tematico è ancora rappresentato dalle funzioni, ma in questo caso esclusivamente quelle reali di variabile reale che ammettono una rappresentazione analitica. L'obiettivo principale è quello di introdurre la strategia per passi sequenziali che permette, a partire dalla suddetta rappresentazione analitica, la descrizione in forma simbolica e grafica delle proprietà di una funzione secondo uno schema classico dell'analisi matematica (Insieme di Definizione, Zeri e Segno della funzione, Intervalli di monotonia, etc.). Tale strategia si basa sull'uso di tecniche di calcolo algebrico e grafiche, molte delle quali già acquisite dagli studenti durante i precedenti corsi di matematica, ma che vengono richiamate in modo sistematico all'interno di questa unità didattica. Le definizioni introdotte sono funzionali a precisare la terminologia e la simbologia appropriata per la descrizione delle funzioni studiate. È importante osservare che lo sviluppo completo di questa unità didattica prevede l'acquisizione

di concetti propri dell'analisi matematica e soprattutto di tecniche di calcolo infinitesimale e differenziale che vengono introdotte nel seguito del corso. In tal senso quella svolta durante il periodo di osservazione del corso deve essere pensata come una prima parte dell'intera unità didattica.

U.D.3: Il concetto di limite. Questa unità didattica ruota attorno al concetto di limite finito e infinito delle funzioni reali di variabile reale. Dunque al pari della prima, si tratta di un'unità di tipo prevalentemente teorico. La definizione di limite viene presentata solo ad un livello intuitivo, per evitare sia un eccessivo appesantimento concettuale che la necessità di laboriose tecniche di calcolo algebrico implicate nella definizione formale. Per questo motivo i contenuti presentati nella prima parte dell'unità fanno riferimento alle proprietà grafiche e asintotiche di alcune funzioni in gran parte già note agli studenti, definite funzioni elementari, che forniscono la base ostensiva per la successiva introduzione delle quattro tipologie di limite (finito/infinito per x tendente ad un valore finito/infinito). Non vengono sviluppate tecniche di calcolo dei limiti (se non nel caso elementare delle funzioni continue per valori della variabile interni al dominio), i quali, coerentemente alla finalità propria di questa unità, vengono determinati direttamente tramite la rappresentazione cartesiana della funzione coinvolta nel limite.

U.D.4: Il calcolo dei limiti. A differenza della precedente, questa unità didattica è espressamente centrata sullo sviluppo di tecniche di calcolo infinitesimale, con particolare riferimento al calcolo dei limiti di forme indeterminate. I teoremi, relativi alle operazioni sui limiti, e le definizioni, che specificano le distinte forme indeterminate, hanno conseguentemente una valenza prevalentemente applicativa, ossia specificano le condizioni di applicabilità delle regole generali di calcolo infinitesimale introdotte. L'obiettivo centrale è quello di sviluppare strategie di riconoscimento delle differenti tipologie di forme indeterminate in modo da utilizzare l'opportuno metodo per la determinazione del valore del limite considerato. Tale metodo si basa sull'uso di tecniche grafiche acquisite nell'unità didattica precedente, ma soprattutto di tecniche algebriche che permettono l'opportuna trasformazione delle funzioni analitiche coinvolte nel limite.

U.D.5: La continuità delle funzioni. Questa unità didattica approfondisce il concetto di funzione continua, già introdotto nella precedente unità. In particolare vengono presentate, le tre tipologie di discontinuità di una funzione in un punto e alcuni teoremi classici che descrivono le proprietà delle funzioni continue. Dal punto di vista applicativo lo studio della continuità delle funzioni proposte permette di rinforzare le tecniche di calcolo infinitesimale acquisite durante la precedente unità didattica, mentre sul piano concettuale questa unità didattica rappresenta un completamento della terza. Tuttavia si è deciso di separarla dalle due precedenti in quanto identifica un distinto nucleo tematico (la continuità delle funzioni) e viene sviluppata durante due lezioni nettamente disgiunte a livello temporale da quelle relative alla suddetta unità.

U.D. 6: Applicazioni geometriche del concetto di limite. Durante alcune lezioni pomeridiane di approfondimento l'insegnante svolge alcuni problemi di geometria piana, in genere selezionati dai testi delle seconde prove scritte dei precedenti esami di stato per l'indirizzo di liceo scientifico. Tali problemi si basano su una figura dinamica (figure geometriche contenenti un elemento mobile) e prevedono la determinazione di una funzione (dipendente dal punto mobile) di cui successivamente si chiede il calcolo del limite per i valori della variabile indipendente sulla frontiera del suo dominio precedentemente determinato. Dunque tale unità didattica risulta trasversale alle due precedenti in quanto implica i contenuti legati al concetto e al calcolo dei limiti, ma ha come obiettivo principale quello di rinforzare le conoscenze di geometria euclidea e trigonometria acquisite durante gli anni precedenti in vista della seconda prova scritta dell'esame di stato.

Ciascuna delle unità didattiche descritte si articola in distinti contenuti curricolari, individuati attraverso il documento di programmazione informale prodotto dall'insegnante [DP_INF] e soprattutto i materiali didattici utilizzati durante le singole lezioni, in particolare i materiali $\{[M_JNT\ N^\circ\ j]\}$ che forniscono un resoconto dettagliato di tutte le attività svolte durante il corso. L'elenco di tutti i contenuti è riportato nella seguente tabella.

U.D. 1_ Il concetto di funzione.	LEZIONI: 1 – 6; 17*
<ul style="list-style-type: none"> • Definizione intuitiva di funzione tramite rappresentazione sagittale • Definizione di Dominio e Codominio di una funzione • Definizione di funzione numerica reale di variabile reale tramite rappresentazione analitica 	

<ul style="list-style-type: none"> • Definizione di funzione numerica reale di variabile reale tramite rappresentazione cartesiana [1] • Tecnica grafica per stabilire se una curva sul piano cartesiano rappresenta una funzione (Test della linea verticale) [1] • Definizione di Insieme di definizione. Relazione tra Dominio e Insieme di definizione [4] • Definizione di Insieme immagine. Relazione tra Codominio e Insieme immagine [4] • Tecnica grafica per determinare l'Insieme di definizione e l'Insieme immagine di una funzione definita attraverso la sua rappresentazione cartesiana [7] • Definizione di funzione iniettiva • Tecnica grafica per stabilire se una funzione è iniettiva attraverso la sua rappresentazione cartesiana (Test della linea orizzontale) • Definizione di funzione suriettiva • Definizione di funzione biiettiva o biunivoca • Definizioni di funzione crescente e funzione decrescente • Definizioni di funzione limitata e funzione illimitata • Definizione intuitiva di punto di accumulazione • Definizione di insieme aperto e insieme chiuso. • Definizioni di estremo superiore e estremo inferiore di una funzione • Definizioni di massimo e minimo assoluti e locali di una funzione • Definizione di funzione pari e dispari • Tecnica di calcolo per determinare la parità o disparità di una funzione • Tecnica grafica per determinare la parità o disparità di una funzione • Definizione di funzione periodica 	
U.D. 2_Lo studio delle funzioni analitiche.	LEZIONI 7-14;16-17*; 21; 23-24
<ul style="list-style-type: none"> • Tecniche di calcolo per determinare l'insieme di definizione di una funzione analitica [5] • Tecniche di calcolo per determinare le intersezioni con gli assi e il segno di una funzione analitica [5] • Tecnica grafica per rappresentare l'insieme di definizione di una funzione sul piano cartesiano [2] • Tecnica grafica per rappresentare le intersezioni con gli assi e il segno di una funzione sul piano cartesiano [6] • Classificazione delle funzioni analitiche • Tecniche di calcolo per la soluzione di equazioni e disequazioni razionali intere e fratte (Ripasso) • Tecniche di calcolo per la soluzione di equazioni e disequazioni irrazionali (Ripasso) • Tecniche di calcolo per la soluzione di equazioni e disequazioni con l'incognita in modulo (Ripasso) • Tecniche di calcolo per la soluzione di equazioni e disequazioni goniometriche (Ripasso) • Tecniche di calcolo per la soluzione di equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche (Ripasso) • Tecniche grafiche per la soluzione di equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche (Ripasso) [4] • Tecnica grafica per la rappresentazione cartesiana una funzione attraverso la sua descrizione simbolica e viceversa 	
U.D. 3_ Il concetto di limite.	LEZIONI: 14-15; 18; 25-26; 31*, 36
<ul style="list-style-type: none"> • Classificazione delle funzioni elementari • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = x^{2n}$ e $y = x^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$) [2] • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = 1/x^{2n}$ e $y = 1/x^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$) [2] • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = \sqrt[n]{x}$ e $y = \sqrt[n+1]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) [2] • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = 1/\sqrt[n]{x}$ e $y = 1/\sqrt[n+1]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) [2] • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = a^x$ ($a > 1$; $0 < a < 1$) [1] • Proprietà grafiche e asintotiche delle funzioni del tipo $y = \log_a x$ ($a > 1$; $0 < a < 1$) [1] • Proprietà asintotiche della funzione $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$, $y = \tan(x)$, $y = \cotan(x)$ [4] • Definizione intuitiva di limite finito per x che tende ad un valore finito • Definizione intuitiva di limite infinito per x che tende ad un valore finito • Definizione intuitiva di limite finito per x che tende ad un valore infinito • Definizione intuitiva di limite infinito per x che tende ad un valore infinito • Tecnica grafica per determinare il valore di un limite dalla rappresentazione cartesiana della funzione [7] • Definizione intuitiva di continuità (Limite destro e limite sinistro per x che tende ad un valore finito) • Tecnica di calcolo per determinare il valore del limite dalla rappresentazione analitica una funzione continua • Definizioni di funzione convergente e funzione divergente • Definizione di convergenza per eccesso e per difetto 	

<ul style="list-style-type: none"> Definizione di asintoto verticale e orizzontale 	
U.D. 4_ Il calcolo dei limiti.	LEZIONI: 19-20; 22; 27-30; 32; 34-36; 38*
<ul style="list-style-type: none"> Teorema del limite di una funzione per una costante Teorema del limite della somma algebrica di due funzioni Definizione della forma indeterminata $\infty - \infty$ Tecnica di calcolo per sciogliere la forma indeterminata $\infty - \infty$ nel calcolo del limite all'infinito di un polinomio Teorema del limite del prodotto di due funzioni Definizione della forma indeterminata $0 \cdot \infty$ Teorema del limite del reciproco di una funzione Tecnica grafica per risolvere l'indeterminazione del segno nelle forme $l/0$ ($l \in R_0$) Tecnica di calcolo per risolvere l'indeterminazione del segno nelle forme $l/0$ ($l \in R_0$) Teorema del limite del rapporto di due funzioni Definizione delle forme indeterminate $0/0$ e ∞/∞ Tecnica di calcolo per ricondurre le forme indeterminate $0/0$ e ∞/∞ alla forma $0 \cdot \infty$ Teorema del limite della potenza di una funzione Teorema del limite dell'esponenziale e del logaritmo di una funzione Teorema del limite delle funzioni del tipo $[f(x)]^{g(x)}$ Definizione delle forme indeterminate $0^0, 1^\infty, \infty^0$ Tecnica di calcolo per ricondurre le forme indeterminate $0^0, 1^\infty, \infty^0$ alla forma $0 \cdot \infty$ Teorema del confronto [2] Dimostrazione del limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sen}(x)/x = 1$ [1] Tecniche di calcolo per sciogliere le forme indeterminate riconducibili al limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sen}(x)/x$ [1] Proprietà asintotiche della funzione $f(x) = (1 + 1/x)^x$ (il numero di Nepero) [1] Tecniche di calcolo per sciogliere le forme indeterminate riconducibili al limite notevole $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = e$ Tecniche di calcolo per sciogliere vari tipi di forme indeterminate [1] Classificazione delle tecniche di calcolo per le sciogliere forme indeterminate 	
U.D. 5_ La continuità delle funzioni.	LEZIONI: 35; 39
<ul style="list-style-type: none"> Definizione di funzione continua in un intervallo del Dominio Classificazione delle tipologie di discontinuità [3] Tecniche di calcolo per lo studio della discontinuità di una funzione [1] Teorema di Weierstrass Teorema della permanenza del segno Teorema di esistenza degli zeri [1] 	
U.D. 6_ Applicazioni geometriche del concetto di limite.	LEZIONI: 33; 37
<ul style="list-style-type: none"> Proprietà geometriche dei triangoli e della circonferenza (Ripasso) [3] Strategia risolutiva dei problemi con elementi mobili (Ripasso) [3] 	

TABELLA 3_ UNITÀ DIDATTICHE E CONTENUTI CURRICOLARI SVOLTI

I contenuti sono raggruppati nelle distinte unità didattiche a cui si riferiscono e, per ogni unità, vengono indicate le lezioni durante le quali queste sono state svolte. Come si può notare in alcuni casi la stessa lezione fa riferimento a due distinte unità, soprattutto nel caso delle lezioni contrassegnate con un asterisco (17, 31, 38) durante le quali sono state svolte le verifiche scritte per la valutazione degli studenti. Inoltre i contenuti per i quali è stato impiegato GeoGebra sono evidenziati in grassetto e accanto a ciascuno di essi è indicato il numero di files.ggb utilizzati. Quest'ultimo tipo di informazioni non verranno utilizzate all'interno di questo paragrafo, ma sono state

riportate in vista della successiva descrizione relativa all'uso del software (cfr. la sezione *Le scelte di carattere generale per l'integrazione del software nel processo di insegnamento-apprendimento*).

Le voci scelte per indicare ciascun contenuto curricolare non sono le stesse utilizzate dall'insegnante nel documento di programmazione informale o nei titoli presenti nei vari files.jnt che introducono lo svolgimento di tali contenuti, ma sono state formulate in modo da individuare le seguenti categorie di analisi¹⁰⁹: *Definizioni, Classificazioni, Teoremi, Proprietà, Dimostrazioni, Tecniche di calcolo, Tecniche grafiche, Problemi geometrici*. Forniamo nel seguito una descrizione dettagliata delle suddette otto categorie individuate.

1. **Definizioni.** Come si nota dalla Tabella 3, è possibile distinguere due gruppi di definizioni presentate dall'insegnante: definizioni intuitive e definizioni formali (semplicemente indicate come 'definizioni').

Nel primo gruppo sono comprese quelle definizioni per le quali l'insegnante rinuncia a presentare l'enunciato formale, in quanto la spiegazione del medesimo richiederebbe un eccessivo appesantimento concettuale. Queste definizioni infatti formalizzano i concetti più profondi dell'analisi matematica e della topologia dell'insieme \mathbb{R} dei numeri reali (funzione, punto di accumulazione, limite, continuità). In questo caso la presentazione del contenuto curricolare è affidata all'uso di oggetti ostensivi che forniscono esemplificazioni del concetto sottostante e ne chiariscono il significato.

Il secondo gruppo invece comprende quelle definizioni, che poggiano sulle precedenti, per le quali viene presentato l'enunciato formale e successivamente fornite delle esemplificazioni che aiutano a chiarirne il significato, contestualizzando la terminologia e la simbologia presente nell'enunciato allo specifico oggetto ostensivo preso in esame.

È importante sottolineare come in entrambi i casi l'insegnante ponga particolare attenzione all'uso del linguaggio proprio dell'analisi matematica, evitando il più possibile termini o simboli impropri o informali.

¹⁰⁹ In ogni caso nello stilare l'elenco si è cercato di restare il più possibile fedeli alla scansione dettagliata degli argomenti proposta dall'insegnante durante le singole lezioni, lasciando separate alcune voci che potevano concettualmente essere unificate in una sola e utilizzando una terminologia che rispettasse le forme di presentazione dei contenuti curricolari affrontati.

2. **Classificazioni.** I contenuti curriculari presenti in questa categoria vanno distinti dai precedenti in quanto non costituiscono delle definizioni proprie dell'analisi matematica, ma comodi criteri distintivi, comunemente utilizzati nei manuali di scuola secondaria.

Tali classificazioni si riferiscono a famiglie di oggetti ostensivi e risultano utili o per aiutare gli studenti a descrivere e studiare le proprietà di un particolare oggetto riconducendolo ad una tipologia interna ad un'opportuna classificazione, oppure per facilitare l'individuazione di una strategia risolutiva standard durante lo svolgimento di un esercizio che richiede l'applicazione di tecniche di calcolo, introdotte durante le precedenti lezioni, che permettono di operare sugli oggetti ostensivi presenti nell'esercizio.

La presenza di tali contenuti curriculari è in genere sintomatica di un approccio pragmatico nei confronti del processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Di fatti la padronanza di tali classificazioni consente agli studenti di sviluppare schemi operativi che li mettono in condizione in tempi rapidi di risolvere diverse tipologie di compiti ricorrenti nelle prove di matematica dell'esame di stato o, più in generale, istituzionalizzati all'interno del sapere matematico scolastico. È inoltre evidente che il ricorso a tali classificazioni difficilmente si concilia con un approccio esplorativo allo studio della matematica, che invece prevede compiti nei quali allo studente è richiesto di individuare le proprietà di un oggetto matematico, operando su di esso attraverso distinti registri simbolici, senza ricorrere a criteri classificatori che includono già la soluzione al quesito proposto nel compito.

3. **Teoremi.** Questa categoria comprende i risultati formali dell'analisi matematica, che insieme alle definizioni costituiscono la struttura assiomatico-deduttiva propria di ogni teoria matematica. Durante la presentazione di questi contenuti l'insegnante procede in modo analogo al caso della prima categoria: di ciascun teorema viene fornito l'enunciato formale e alcune esemplificazioni che aiutano a chiarirne il significato e a verificarne la validità.

Tuttavia è importante sottolineare che tutti i teoremi presentati, ad eccezione del teorema di Weierstrass, rapidamente accennato dall'insegnante, non sono pensati per uno sviluppo concettuale dell'analisi matematica (né dal punto di vista

assiomatico-deduttivo, né esplorativo-induttivo), quanto piuttosto, seguendo il suddetto approccio pragmatico, ossia per giustificare l'impiego di determinate tecniche di calcolo infinitesimale.

È significativo infatti che di nessun teorema venga proposta la dimostrazione, in quanto nell'economia del processo d'insegnamento-apprendimento non sorge l'esigenza di validare formalmente tali risultati, ma è sufficiente una loro giustificazione tramite la verifica della tesi del teorema nel caso di particolari oggetti ostensivi che godono delle proprietà previste dalle ipotesi.

Inoltre, sempre per sottolineare la distanza dell'approccio seguito da quello esplorativo, tali attività di giustificazione dei teoremi vengono condotte dall'insegnante a posteriori, ossia dopo aver enunciato il teorema stesso e senza dunque che sia richiesto agli studenti il processo induttivo di generalizzazione degli esempi proposti.

4. **Proprietà.** In questa categoria includiamo quei contenuti che non costituiscono risultati di carattere generale dell'analisi matematica, ma si riferiscono a proprietà di specifici oggetti o famiglie di oggetti ostensivi (cfr. la categoria *Classificazioni*).

Anche in questo caso l'insegnante non sviluppa quasi mai la dimostrazione della proposizione enunciata, ma giustifica tali proprietà ricorrendo alla rappresentazione nel registro grafico degli oggetti ostensivi coinvolti (il grafico di funzioni reali sul piano cartesiano). Dunque la scelta epistemologica è coerente con quanto evidenziato nella categoria precedente. L'insegnante non ricorre ad una validazione deduttiva della proprietà indicata, ma si accontenta di proporre una verifica 'empirica' che risulti facilmente accettabile per gli studenti. Ad esempio, come descritto in precedenza, le proprietà grafiche delle funzioni elementari servono a giustificare il valore di quei limiti fondamentali, senza ricorrere alla definizione formale di limite, su cui si basa il calcolo infinitesimale utilizzato per la soluzione degli esercizi successivamente proposti.

Sempre sul piano epistemologico, vale la pena sottolineare la scelta del registro grafico rispetto a quello numerico per la giustificazione 'empirica' dei risultati non dimostrati. Questa scelta viene esplicitamente giustificata dall'insegnante nel corso dell'intervista [I_N°30].

Insegnante: *Non mi piace utilizzare strategie di calcolo numerico. [...] L'approccio all'analisi matematica tramite l'analisi numerica è tipica degli ingegneri, l'ho studiata, la conosco e proprio per questo ne diffido [...] È utile, ma va studiata dopo e non prima aver introdotto in modo più formale certi concetti.*

[I_N°30]

5. **Dimostrazioni.** L'unica situazione in cui l'insegnante avverte l'esigenza di sviluppare la dimostrazione formale di un risultato dell'analisi matematica si ha nel caso del limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$. A tal fine infatti l'insegnante non ricorre alle proprietà grafiche, come fatto per i limiti fondamentali o per altri limiti notevoli, ma presentando la dimostrazione basata sul teorema del confronto precedentemente introdotto.

Questa deviazione rispetto all'impianto generale della trasposizione didattica attuata può essere giustificata dalla necessità di attribuire una significatività operativa al suddetto teorema. Nello specifico la dimostrazione del limite notevole rappresenta un'occasione, l'unica durante il periodo di osservazione del corso, di applicare tale teorema. In altri termini la scelta dell'insegnante sembra dettata, più che da un'esigenza epistemologica, da quella di mostrare agli studenti una situazione di impiego di una tecnica di calcolo infinitesimale che può tornare utile per lo svolgimento di altri esercizi.

6. **Tecniche di calcolo.** In questa categoria sono inclusi quei contenuti curricolari che si riferiscono alle procedure di manipolazione simbolica, algebrica o infinitesimale, di oggetti ostensivi presenti negli esempi proposti o nei compiti assegnati dall'insegnante.

Per quanto riguarda le tecniche di calcolo algebrico, la maggior parte di queste sono già state acquisite dagli studenti durante i precedenti anni scolastici, ma data la loro importanza ai fini dello studio delle funzioni reali di variabile reale, tali contenuti vengono riesposti in modo sistematico dall'insegnante durante la soluzione di numerosi esercizi (soluzione di equazioni e disequazioni algebriche e trascendenti).

Le tecniche di calcolo infinitesimale costituiscono invece i nuovi contenuti curricolari propri del programma di analisi matematica e si basano sull'uso dei limiti fondamentali, oppure su tecniche di calcolo algebrico che consentono di 'sciogliere' le forme indeterminate (cfr. U.D.5).

La giustificazione concettuale di tutti i contenuti di questa categoria è stata sviluppata dall'insegnante durante i precedenti anni scolastici o durante il presente corso (cfr. le precedenti categorie 3, 4, e 5), ma in questo caso l'obiettivo di apprendimento è l'automatizzazione di tali tecniche da parte degli studenti, i quali devono essere in grado, durante la soluzione dei compiti, di riconoscere le situazioni in cui è opportuno applicare tali tecniche (cfr. categoria 2) e effettuare le procedure di manipolazione simbolica correttamente e rapidamente.

7. **Tecniche grafiche.** Questi contenuti sono in stretta relazione con quelli appartenenti alla categoria *Proprietà*. La differenza è data dal fatto che in questo caso la rappresentazione e l'osservazione nel registro grafico degli oggetti matematici non è finalizzata alla esemplificazione o giustificazione di proprietà mostrate dall'insegnante, ma viene vista come una capacità che gli studenti devono acquisire e applicare durante lo svolgimento di compiti. A differenza della categoria precedente *Tecniche di calcolo*, l'uso del registro grafico consente una visione sintetica e fortemente intuitiva delle proprietà di tali oggetti matematici implicati nel compito.

In tal senso è possibile distinguere due gruppi di contenuti. Alcuni si riferiscono a tecniche di riconoscimento, ossia schemi di osservazione della rappresentazione cartesiana in modo da individuare la presenza di determinate proprietà delle funzioni o il valore di un limite relativo a tale funzione. Per altri contenuti invece il processo è inverso, ossia si tratta propriamente di tecniche di rappresentazione, tramite le quali lo studente arriva a tracciare sul piano cartesiano il grafico della funzione, o alcuni simboli grafici preliminari, sulla base delle proprietà precedentemente individuate o date per note all'interno del compito.

Questa duplice natura delle tecniche grafiche, riconoscimento e rappresentazione, costituisce un nodo cruciale nell'uso di GeoGebra durante il processo d'insegnamento-apprendimento. Infatti, come discuteremo in dettaglio più avanti, per l'insegnante il software consente una facile e accurata rappresentazione cartesiana delle funzioni e conseguentemente può risultare utile per lo sviluppo delle tecniche di riconoscimento, ma d'altra parte rischia di inibire quelle di rappresentazione. Ossia l'insegnante manifesta in più momenti la preoccupazione che il ricorso a GeoGebra per visualizzare il grafico di una funzione possa

interferire con la capacità, richiesta agli studenti, di costruire con carta e penna tale grafico, come risultato conclusivo di una lunga procedura basata sul calcolo algebrico.

8. **Problemi geometrici.** Quest'ultima categoria comprende contenuti curriculari sviluppati solo all'interno dell'unità didattica 6 e già affrontati durante i precedenti anni scolastici. Tali contenuti sono concettualmente disomogenei e dovrebbero essere distribuiti nelle precedenti categorie. Tuttavia vengono collocati in un gruppo a sé stante proprio perché appartenenti a distinti ambiti disciplinari (geometria euclidea e trigonometria) e richiamati dall'insegnante in vista dell'esame di stato. In particolare tali contenuti sono coinvolti durante lo svolgimento di problemi simili a quelli già affrontati durante il quarto anno. L'elemento innovativo è costituito solo dalla richiesta finale relativa al calcolo di un limite, richiesta che tuttavia si riconduce a contenuti curriculari presenti in una precedente categoria (cfr. categoria 6).

Quello che qui interessa evidenziare in termini di trasposizione didattica è il fatto che l'insegnante non sfrutta le potenzialità insite nei problemi proposti per 'riconcettualizzare' la definizione intuitiva di funzione. Ossia non sofferma l'attenzione degli studenti sulle proprietà dinamiche delle figure geometriche previste nel compito, che potrebbero offrire interessanti esempi per chiarire la dipendenza tra la variazione di un elemento geometrico (variabile dipendente) 'in funzione' dell'elemento 'mobile' (variabile indipendente) definito dal problema.

Le distinte tipologie di contenuti curriculari sopra descritte consentono di chiarire le scelte epistemologico-curriculari operate dall'insegnante, che si integrano con quelle didattico-metodologiche discusse nella sezione precedente. Per avere una visione sintetica della situazione che emerge da quanto detto sin ora può risultare utile riportare il seguente grafico che rappresenta in forma percentuale il numero di contenuti curriculari appartenenti a ciascuna categoria.

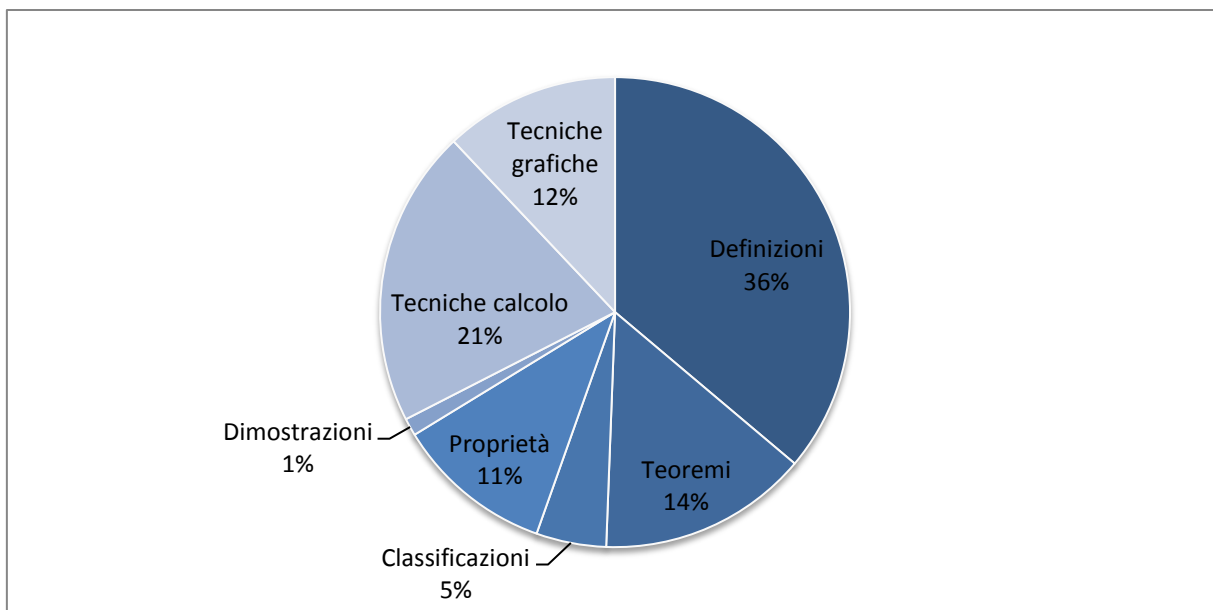


GRAFICO 6_PERCENTUALI DI CONTENUTI CURRICOLARI APPARTENENTI A CIASCUNA TIPOLOGIA DI CLASSIFICAZIONE

Nell'interpretazione del grafico bisogna tener presente che esso indica semplicemente la ripartizione dei contenuti curriculari riportati nella precedente Tabella 3 nelle otto categorie introdotte, ma non tiene conto del tempo di lezione o del numero di attività didattiche effettivamente dedicato a ciascun contenuto curricolare. Una più accurata analisi statistica di questo tipo consentirebbe di evidenziare una distribuzione dei pesi un po' differente. In particolare ci interessa sottolineare che, nonostante il numero di *Teoremi* e *Definizioni* presentati dall'insegnante sia abbastanza consistente nell'economia complessiva del corso, la loro presenza è principalmente confinata alle *Attività di presentazione* (cfr. Grafico 4). Mentre le *Classificazioni* e le *Proprietà*, vengono anch'esse introdotte durante tali attività didattiche, ma spesso richiamate durante lo *Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante* o implicate nelle attività a carico degli studenti.

Nel complesso possiamo dire che la trasposizione didattica effettuata dall'insegnante rappresenta un compromesso tra un'impostazione assiomatico-deduttiva propria della teoria trattata e un approccio tecnico-operativo per la soluzione dei compiti proposti agli studenti in vista della seconda prova dell'esame di stato, i cui quesiti rappresentano l'ufficializzazione del sapere matematico prevista a livello nazionale.

L'impostazione assiomatico-deduttiva viene preferita a quella esplorativo-induttiva. Questo si può notare nella scelta di strutturare d'entrata il curricolo del corso attraverso definizioni e teoremi propri dell'analisi matematica. Nella maggior parte dei casi l'insegnante propone agli studenti direttamente gli enunciati formali, ricorrendo a quelli

intuitivi solo per evitare un eccessivo appesantimento concettuale della trattazione. Tutti gli enunciati vengono chiariti attraverso esemplificazioni che coinvolgono oggetti ostensivi. Tali esemplificazioni sono comunque sempre illustrate dall'insegnante attraverso l'uso del linguaggio proprio della teoria matematica, senza coinvolgere gli studenti in attività di esplorazione e conjecturing.

D'altra parte proprio la scelta di semplificare gli aspetti concettualmente più profondi dell'analisi matematica e di non sviluppare le dimostrazioni dei risultati esposti, ricorrendo a sintetiche giustificazioni nel registro grafico, è indicativa del suddetto approccio tecnico-operativo. Questo si evidenzia chiaramente nella selezione dei teoremi esposti, quasi tutti finalizzati a introdurre tecniche di calcolo infinitesimale, e dal ricorso a classificazioni tramite le quali affrontare lo studio degli oggetti matematici implicati nei compiti proposti. Inoltre, come osservato nella precedente sezione, tali compiti sono rappresentati nella maggior parte dei casi da esercizi per i quali è richiesto l'uso di strategie risolutive standard e l'applicazione di consolidate tecniche grafiche e soprattutto algebriche.

L'insieme di tali strategie evidenzia una netta distanza da un approccio problematico allo studio della matematica che implicherebbe la presenza di una distinta tipologia di compiti, contenenti quesiti che richiedono l'elaborazione di strategie risolutive autonome, la cui ricerca dovrebbe essere guidata dall'insegnante invitando gli studenti ad un'esplorazione degli oggetti matematici implicati nel compito.

In questo distinto scenario di impostazione costruttivista la conoscenza sviluppata dagli studenti è il risultato di un progressivo processo di costruzione di risultati parziali e una successiva generalizzazione e formalizzazione che consente di avvicinare il sapere appreso a quello proprio della teoria matematica trattata.

LA VALENZA DIDATTICA ATTRIBUITA AL SOFTWARE

Le scelte di carattere generale per l'integrazione del software nel processo di insegnamento-apprendimento

In questo ultimo paragrafo concentriamo la nostra attenzione alle sole attività didattiche nelle quali è coinvolto il GeoGebra. In particolare in questa sezione prendiamo in considerazione l'uso del software da un punto di vista complessivo, evidenziando la sua presenza all'interno delle categorie introdotte nel paragrafo

precedente (cfr. l'Obiettivo III.A precisato nella sezione: *L'analisi dei dati in relazione al terzo obiettivo di ricerca* del capitolo precedente).

Iniziamo riportando il seguente grafico che specifica il peso relativo di GeoGebra rispetto alle tipologie di attività d'aula (cfr. la sezione del precedente paragrafo: *Le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante*). I valori percentuali indicati esprimono il rapporto tra il numero di unità di analisi in cui esso è utilizzato o solo citato e il numero totale di quelle della relativa categoria.

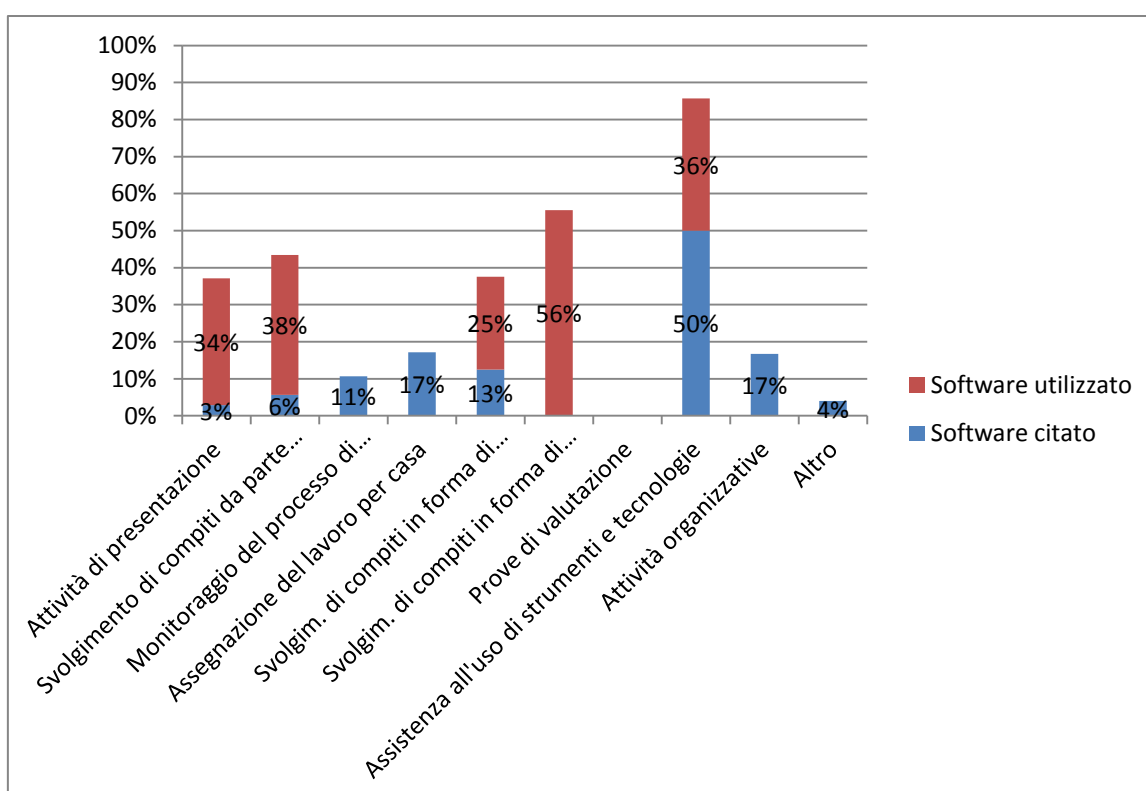


Grafico 7_ PERCENTUALI DI ATTIVITÀ D'AULA DURANTE LE QUALI VIENE UTILIZZATO O CITATO GEOGEBRA, DISTINTE PER TIPOLOGIA DI CLASSIFICAZIONE

Premettiamo due osservazioni che aiutano a interpretare i dati contenuti nel grafico. Innanzitutto notiamo che in alcune tipologie di attività il software viene solo citato, mentre in altre prevalentemente usato. Questo dato è la normale conseguenza della natura stessa delle categorie introdotte. Ad esempio durante le attività di *Assegnazione del lavoro per casa* GeoGebra viene solo citato dall'insegnante per indicare i compiti o attività di studio per i quali è previsto o consigliato l'uso del software. D'altra parte, proprio l'esempio portato, giustifica l'importanza di prendere in considerazione anche tali unità di analisi.

Inoltre è importante sottolineare che le percentuali calcolate si riferiscono alla presenza di GeoGebra all'interno della relativa categoria e conseguentemente i valori indicati vanno comunque rapportati al peso che tale tipologia di attività occupa rispetto all'intero processo d'insegnamento-apprendimento. Questo ad esempio significa che il valore superiore all'80% della categoria *Assistenza all'uso di strumenti e tecnologie* è riferito ad un gruppo di attività che comunque copre solo il 2% del tempo totale di svolgimento delle lezioni (cfr. il **Grafico 4** del precedente paragrafo).

Evidenziamo ora i risultati che si possono desumere dalla lettura del grafico.

- Prendendo in considerazione le percentuali relative alla voce 'Software utilizzato' e concentrando l'attenzione alle sole attività didattiche (le prime sette categorie), apparentemente l'uso dello strumento sembra equamente distribuito tra insegnante e studenti. Di fatti GeoGebra viene utilizzato durante il 34% e il 38% delle attività a carico dell'insegnante (*Attività di presentazione e Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante*) e durante il 25% e 56% delle attività a carico degli studenti (*Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni dal posto e Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni alla lavagna*).

Tuttavia, come osservato in precedenza, tali valori vanno rapportati al tempo complessivo dedicato allo svolgimento delle rispettive categorie, ossia a quanto indicato nel **Grafico 4** del precedente paragrafo: *Attività di presentazione* (24%), *Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante* (37%), *Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni dal posto* (6%), *Svolgimento di compiti in forma di esercitazioni alla lavagna* (8%)¹¹⁰. In questo modo si può notare chiaramente quanto già anticipato al termine del primo paragrafo (cfr. la sezione *Una prima sintesi dei risultati emersi*), ossia che **durante lo svolgimento delle attività didattiche GeoGebra è pensato come strumento prevalentemente ad uso dell'insegnante e marginalmente ad uso degli studenti.**

¹¹⁰ Precisiamo che i valori percentuali riportati nel precedente Grafico 4 e nell'attuale **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** e non sono omogenei. Ossia nel primo caso vengono considerate le durate temporali delle unità di analisi, mentre in questo secondo la loro occorrenza. Ossia per descrivere l'integrazione del software all'interno di ciascuna tipologia di attività d'aula si è ritenuto più significativo prendere in considerazione il numero di attività durante le quali l'insegnante decide di utilizzare GeoGebra, piuttosto che il tempo durante il quale lo utilizza.

In ogni caso questa disomogeneità dei valori non inficia la validità delle considerazioni che vengono qui svolte.

Questo risultato trova conferma durante il seguente passaggio dell'intervista all'insegnante condotta al termine del periodo di osservazione del corso.

Insegnante: *[GeoGebra] serve all'insegnante o allo studente? [...] allora in astratto, in astratto, serve a tutti chiaramente [...] In campo [...] è evidente che è molto più facile farlo utilizzare all'insegnante, perché l'insegnante se lo impara. Lo studente deve essere auto motivato all'apprendimento. A meno che l'insegnante non lo inserisca all'interno della programmazione. [...] È più facile dare una motivazione intrinseca, cioè dire allo studente [che] se vuole può utilizzarlo. Nella motivazione intrinseca lo studente usa lo strumento se [...] viene catturato dallo strumento. Se in qualche modo viene attratto, affascinato, vede che ha grande utilità. Allora bisogna portarlo a questo.*

[I_ICS; 8:25-9:38]

Dunque l'uso di GeoGebra da parte degli studenti è affidato al fascino che esso può esercitare su di essi, ma non è pensato come uno strumento espressamente inserito nel curriculum del corso.

- Il passaggio dell'intervista permette anche di evidenziare un altro importante aspetto relativo al ruolo generale di GeoGebra all'interno del corso e che può essere espresso in termini di *'mancata ufficializzazione'*. A tal proposito sottolineiamo la totale assenza dello strumento nella tipologia *Prove di valutazione*. Dunque nonostante l'insegnante abbia proposto durante le altre tipologie di attività compiti nei quali l'uso del software era espressamente previsto o comunque ammesso, in nessuna delle tre verifiche scritte è stata presa in considerazione tale possibilità (cfr. la sezione *Descrizione delle attività d'aula* alla voce *Prove di valutazione*).

Questo dato va messo in relazione con i bassi valori percentuali relativi alle due tipologie *Monitoraggio del processo di apprendimento* (11%) e *Assegnazione del lavoro per casa* (17%). In particolare in meno di un quinto delle lezioni l'insegnante assegna agli studenti compiti che prevedano l'uso di GeoGebra e conseguentemente è scarso il feedback da essi restituito. In altri termini gli studenti percepiscono come poco significativo il ruolo del software per lo svolgimento dei compiti, soprattutto in vista delle prove di valutazione.

Le considerazioni sviluppate a partire Grafico 7 sono confermate in modo evidente da quanto detto dall'insegnante durante alcuni momenti di lezione. Riportiamo i seguenti due esempi. Il primo è un frammento delle note di campo¹¹¹ relative alla

¹¹¹ Ricordiamo che durante la prima lezione non è stato possibile effettuare registrazioni audiovisive (cfr il paragrafo LA RACCOLTA DEI DATI alla voce *Videoregistrazioni delle lezioni*)

prima lezione durante la quale l'insegnante presenta il programma del corso. In particolare viene chiarito il ruolo di GeoGebra rispetto allo svolgimento degli argomenti del corso.

Sul videoproiettore appare lo schermo dell'insegnante che è aperto su due finestre: Journal e GeoGebra.

L'insegnante presenta GeoGebra come uno strumento per la rappresentazione grafica delle funzioni per punti. Si sottolinea che *"l'obiettivo è un altro"*.

L'insegnante spiega quali strumenti sono permessi all'esame di stato: "calcolatrici scientifiche senza memoria e non programmabili".

L'insegnante sottolinea che GeoGebra non è uno strumento consentito all'esame di stato e che quindi verrà usato durante il corso solo per *"l'approfondimento concettuale"*.

[NC_ N°1]

Il secondo frammento si riferisce ad un'attività durante la quale l'insegnante risolve alcuni esercizi precedentemente assegnati per casa.

Insegnante: *Vediamo un po' come si fanno questi esercizi [con GeoGebra]. Può essere divertente. Non è materia d'esame, però può essere divertente.... Dovreste in realtà impararlo [l'uso del software]. Io non vi darò niente, non vi darò nessun appunto, farò ogni tanto delle cosette per in qualche modo invogliarvi allo studio della dinamicità delle figure, però non è programma d'esame.*

[L_ N°5; 38:55-39:31]

Questi passaggi documentano chiaramente la suddetta *mancata ufficializzazione* di GeoGebra. **L'uso del software per la soluzione di compiti matematici non rientra tra gli obiettivi di apprendimento esplicitamente previsti dall'insegnante e valutati attraverso le relative prove di verifica.**

Prendiamo ora in considerazione i dati statistici che indicano il peso di GeoGebra all'interno del curriculum del corso. A tal fine consideriamo i files.ggb utilizzati per sviluppare i contenuti curriculari appartenenti alle unità didattiche presentate nel paragrafo precedente (cfr. la sezione del paragrafo precedente: *Le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante*). In particolare riportiamo il seguente grafico che indica, in valore percentuale per ogni unità didattica, il numero di files.ggb rapportati al numero complessivo di materiali utilizzati dall'insegnante per lo sviluppo dei contenuti curriculari appartenenti a tale unità.

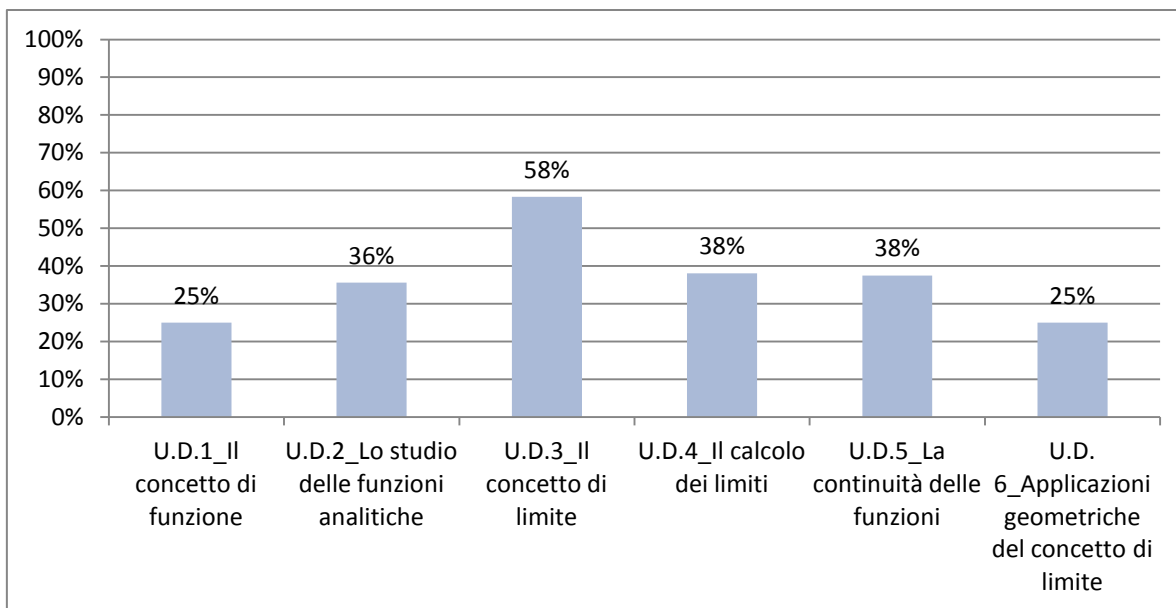


Grafico 8_PERCENTUALI DI FILES.GGB UTILIZZATI PER LO SVOLGIMENTO DELLE DISTINTE UNITÀ DIDATTICHE

I materiali didattici presi in esame sono tutti quelli creati dall'insegnante durante il presente o precedenti corsi e utilizzati durante il periodo di osservazione¹¹².

Analogamente a quanto precisato per il grafico precedente, i dati non servono per un confronto diretto del numero dei files.ggb appartenenti alle distinte tipologie. Ad esempio la percentuale del 36% relativa alla U.D.2 corrisponde a 37 files.ggb (su un totale di 104 materiali); mentre la percentuale del 58% relativa alla U.D.3 corrisponde a soli 14 files.ggb (su un totale di 24 materiali). La lettura del Grafico 8 permette di evidenziare il seguente risultato.

- Nonostante i valori percentuali non siano propriamente uniformi (oscillando tra il 25% e il 58%), è possibile dire che l'insegnante utilizza per un tempo significativo il software durante lo svolgimento di tutte le unità didattiche. Inoltre, raggruppando le unità di taglio maggiormente teorico (U.D.1, U.D.3, U.D.5) e quelle più applicative (U.D.2, U.D.4, U.D.6), è possibile ottenere valori percentuali molto più vicini (42% e 35%).

¹¹² In particolare si tratta dei materiali identificati nel capitolo precedente come: *Materiali prodotti attraverso il software Windows Journal durante le lezioni* {[M_JNT N°]}, *Materiali prodotti attraverso vari strumenti digitali o cartacei e quindi trasformati in files.pdf* {[M_PDF N°]}, *Materiali prodotti attraverso il software GeoGebra durante le lezioni o la loro preparazione* {[M_GGB N°]}, *Materiali prodotti e utilizzati in formato cartaceo* {[M_FTC N°]} (cfr. il sesto paragrafo LA RACCOLTA DEI DATI alla voce *Materiali didattici*).

L'omogeneità tra questi valori percentuali può essere messa in relazione con quella già evidenziate nella lettura del precedente **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** In particolare tra la percentuale d'uso di GeoGebra durante le *Attività di presentazione* (34%) e la percentuale d'uso durante lo *Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante* (38%).

Quello che si vuole mettere in evidenza è che durante il periodo di osservazione del corso, l'insegnante sembra 'sondare' l'utilità del nuovo strumento in relazione a molteplici aspetti della propria metodologia didattica e del curriculum affrontato, senza tuttavia 'spingere' la sperimentazione in nessuna specifica direzione.

Questa considerazione trova conferma in quanto detto dall'insegnante nel corso dell'intervista finale in risposta alla domanda che cercava di indagare quale fosse stata la principale valenza didattica di GeoGebra durante la sperimentazione condotta.

Insegnante: *Si è cercato di usare in questo corso GeoGebra ovunque era possibile. In particolar modo negli argomenti in cui ci doveva essere un movimento. [...] Si inserisce benissimo dovunque c'è un punto che si muove su una funzione, una retta che si muove e lascia una traccia, una figura che si trasforma in un'altra. [...] Una retta secante che si trasforma in una retta tangente. Non è stato nel nostro corso, però questa è una figura che dipende da un'altra. Una figura che sottoposta a movimento alla fine ha la proprietà che io ricerco.*

[...]

Lo strumento è uno strumento. Quindi può essere utilizzato con più funzioni. Uno può chiedersi: GeoGebra ha la potenzialità di cambiare profondamente il metodo di insegnamento? Allora la risposta è sì. È uno strumento molto flessibile, quindi la risposta è sì quasi in tutti i casi.

[I_ICS; 5:25-8:20]

L'insegnante, nello spiegare il ruolo svolto da GeoGebra all'interno del processo di insegnamento-apprendimento, fa riferimento alle caratteristiche generali dei software di geometria dinamica applicabili nel caso dell'analisi matematica. Ma non individua situazioni specifiche relative ad attività didattiche svolte dalle quali possa emergere un particolare utilità dello strumento. Questo infatti viene definito come "molto flessibile" e quindi utilizzabile in molteplici modi e secondo distinte concezioni di insegnamento. In particolare viene riconosciuta a GeoGebra la capacità di favorire un'innovazione della pratica d'insegnamento, ma come risulta evidente da successivi passaggi dell'intervista, questa innovazione nel caso in esame è stata molto limitata.

Intervistatore: Sei d'accordo nel definire prudente l'uso che hai fatto del software?
Insegnante: 'Prudente' è un aggettivo un po' eufemistico. [...] Sì, diffidente forse sarebbe un aggettivo eccessivo [...] Forse 'cautelativo'. Che poi è la stessa cosa. [...] 'Prudente' è giusto. [...] L'altro [aggettivo] che mi è venuto contemporaneamente in mente è 'dimostrativo'. Cioè il mio atteggiamento è stato 'cautelativo-dimostrativo'. In realtà avrei detto l'utilizzo che ne ho fatto è un utilizzo abbastanza dimostrativo, anzi se non dimostrativo e basta.
Intervistatore: Cosa intendi con 'dimostrativo'?
Insegnante: Dimostrativo vuol dire che non sono state fatte esercitazioni [...] in maniera diffusa durante questi mesi di sperimentazione. [GeoGebra] è sempre stato molto diretto dall'insegnante.

[I_ICS; 25:16-27:30]

Gli aggettivi scelti dall'insegnante per definire il suo atteggiamento generale nei confronti di GeoGebra (*cautelativo-dimostrativo*) permettono di chiarire bene quanto detto in precedenza. **L'insegnante accetta di sperimentare il nuovo strumento didattico, ma senza tentare una reale innovazione della propria consolidata pratica di insegnamento.** Innovazione che implicherebbe un 'passaggio di mano' dello strumento dall'insegnante agli studenti.

Per chiarire in modo circostanziato i risultati di ricerca, sin qui desunti da un'analisi complessiva della presenza di GeoGebra all'interno del processo di insegnamento-apprendimento osservato, è necessario analizzare le modalità di impiego del software durante specifiche attività didattiche in cui esso è stato coinvolto. Tali descrizioni costituiscono il contenuto delle prossime due sezioni nelle quali sviluppiamo gli ultimi due obiettivi specifici della ricerca (cfr. *Obiettivo III.B* e *Obiettivo III.C* precisati nel capitolo precedente alla sezione: *L'analisi dei dati in relazione al terzo obiettivo di ricerca*).

L'uso del software durante le attività di presentazione

In questa sezione prendiamo in esame le attività didattiche classificate nella categoria *Attività di presentazione*. Da un'analisi ricorsiva di tutte le unità appartenenti a tale categoria in cui l'insegnante utilizza GeoGebra è stato possibile individuare due funzioni principali svolte dal software in relazione alla presentazione dei contenuti curricolari:

- Uso del software per chiarire il significato delle definizioni introdotte
- Uso del software per giustificare la validità delle proposizioni enunciate

Nel seguito utilizzeremo due attività didattiche, scelte come esemplari, attraverso le quali descriveremo le modalità di utilizzo del software in relazione a tali funzioni individuate dall'insegnante.

Uso del software per chiarire il significato delle definizioni introdotte.

Abbiamo visto nel paragrafo precedente che durante le *Attività di presentazione* l'insegnante ricorre ad esemplificazioni di particolari oggetti matematici per chiarire il significato delle definizioni introdotte (cfr. la voce *Definizioni* nella sezione *Le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante*). In alcuni casi tali oggetti vengono rappresentati tramite GeoGebra.

Prendiamo a riferimento l'unità di analisi <A_35.5>. L'obiettivo dell'attività è presentare agli studenti le differenti tipologie di discontinuità delle funzioni reali in un punto x_0 sulla frontiera del dominio. Seguendo una classificazione abitualmente presente nei testi di matematica di scuola secondaria. L'insegnante individua le seguenti tre specie di discontinuità: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ (discontinuità di prima specie), $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \nexists \vee \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ (discontinuità di seconda specie), $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq f(x_0)$ (discontinuità di terza specie) [M_JNT. N°1].

Durante l'attività vengono utilizzati tre files.ggb di identica struttura, in ciascuno dei quali è presente una funzione esemplificativa di un tipo di discontinuità. Prendiamo ad esempio in considerazione il file [M_GGB.N°1]. In esso è stata data in input la funzione $f(x) = |x|/x$. Inoltre è stato costruito un punto mobile $X(x, 0)$ sull'asse delle ascisse al quale è vincolato un punto sul grafico della funzione di coordinate $P(x, f(x))$. All'apertura del file il grafico della funzione non è visualizzato, ma, effettuando il dragging su X , P si muove lasciando la propria traccia e fornendo quindi una rappresentazione per punti della funzione.

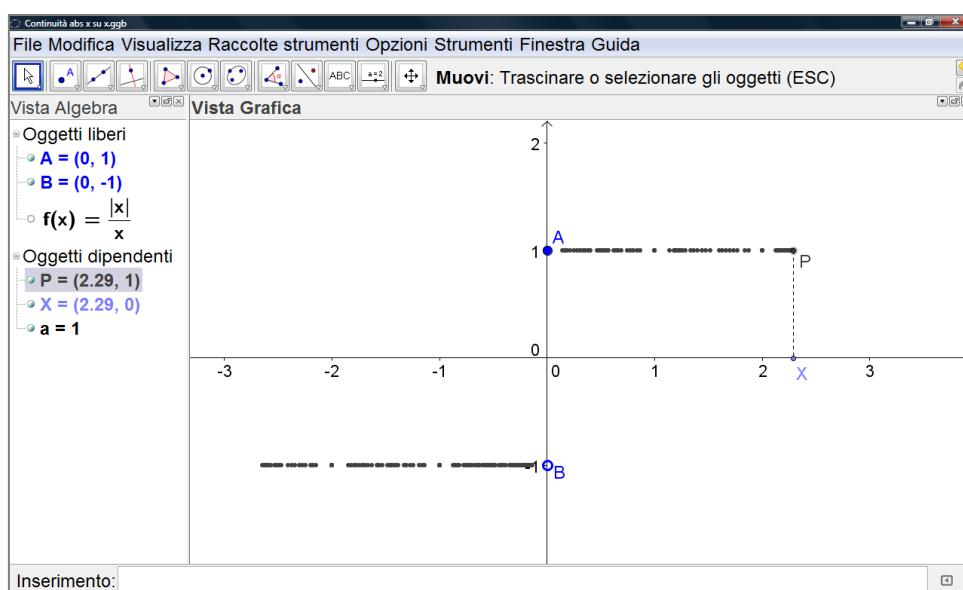


FIGURA 2

Dalla **FIGURA 2** risulta evidente la discontinuità di prima specie in $x_0 = 0$. Riportiamo per chiarezza anche le figure corrispondenti agli altri due files.ggb [M_GGB.N°2] e [M_GGB.N°3], relative alla seconda e terza specie di discontinuità.

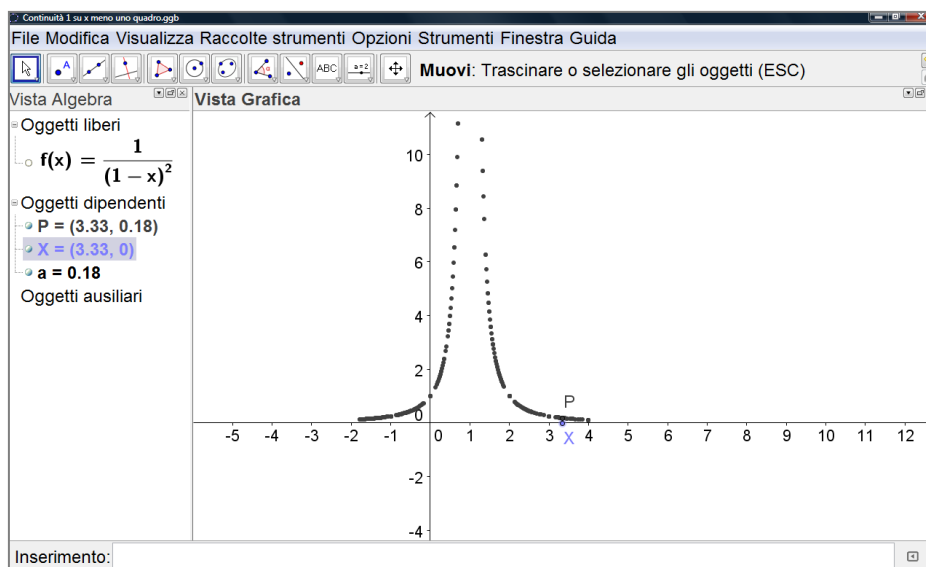


FIGURA 3

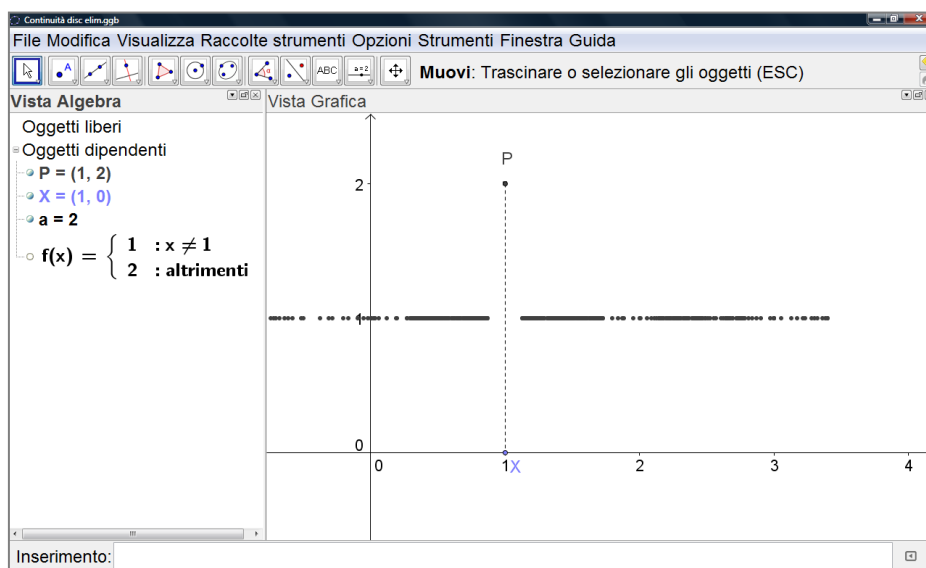


FIGURA 4

Osservando lo svolgimento della lezione si può notare che l'attività didattica è strutturata in due fasi. Durante la prima l'insegnante illustra agli studenti i tre files.ggb, fornendo una definizione intuitiva delle differenti tipologie di discontinuità, attraverso il commento della traccia lasciata dal punto P sui rispettivi grafici; nella seconda introduce le definizioni formali delle tre specie di discontinuità, a partire dallo studio delle rappresentazioni analitiche relative agli esempi scelti all'inizio dell'attività.

È possibile sviluppare importanti considerazioni sull'impiego di GeoGebra proprio analizzando alcune differenze che emergono tra le due fasi evidenziate. Prendiamo a riferimento i seguenti due passaggi appartenenti rispettivamente alla prima e alla seconda fase dell'attività durante i quali l'insegnante presenta la definizione intuitiva e quella formale di discontinuità di prima specie.

Nel primo frammento l'insegnante commenta l'azione di dragging effettuata sul punto mobile X presente sul relativo file.ggb [M_GGB N°1].

L'insegnante sta utilizzando il suddetto file.ggb. Muove il punto mobile X sull'asse delle ascisse in corrispondenza a valori negativi della variabile.

Insegnante: *Sto spostando il punto X e sto vedendo un esempio di funzione, quindi, capite, ha un andamento costante questa funzione, spostando il valore di x, c'è il valore della funzione costante.*

Mima con un dito una linea orizzontale.

Insegnante: *Guardate che succede sullo zero.*

Sposta il punto X da valori negativi a valori positivi.

Insegnante: *Arrivo sullo 0 ... che è successo? Guardate il punto che fa. Il punto P in particolare. Il punto P se vedete salta da un valore all'altro. Proviamo a vederlo dinamicamente.*

Seleziona il comando 'Animazione attiva' relativamente al punto X. Il punto X e conseguentemente il punto P iniziano a muoversi sullo schermo senza che l'insegnante agisca su di essi col mouse.

Insegnante: *Il punto P sta sotto, arrivo oltre lo zero, il punto P sta sopra.*

Bene, la funzione in particolare è la funzione 'valore assoluto di x su x' [...] Poi vedremo perché.

Indica nella finestra algebrica del file l'espressione analitica della funzione: $f(x) = |x|/x$

[...]

Insegnante: *In questo caso, avete visto, io non riesco a tracciare il grafico della funzione in un solo colpo. Devo fare il tratto sotto, ad un certo punto il punto salta. C'è il tratto sopra.*

Mima con la mano il salto del grafico.

[...]

Studente 1: *Questa è continua o no?*

Insegnante: *Questa è una funzione discontinua.*

Studente 1: *Discontinua.*

Insegnante: *Discontinua, sì sì. Noi arriveremo alla definizione di continuità, però questo è un esempio di funzione discontinua.*

Studente 2: *Quando vuole cercare le coordinate ... come ad esempio sostituendo x con zero, diventerebbe zero su zero.*

Insegnante: *Viene fuori uno zero su zero. Guardate quest'altro tipo di discontinuità [...]*

[L_N°35; 1:37:58-1:39:36]

Nel secondo frammento l'insegnante studia il dominio e sviluppa il calcolo dei limiti attraverso la rappresentazione analitica della funzione esemplificativa per arrivare a dare la definizione formale della relativa tipologia di discontinuità.

Insegnante: *Bene. Allora andiamo a vedere. [...] Il primo esempio [...] è f di x uguale valore assoluto di x diviso x.*

L'insegnante scrive su Journal ([M_JNT.N°1]) la funzione $f(x) = |x|/x$

[...]

Insegnante: *Andiamo a specificare come è fatta questa funzione. [...] Cosa significa valore assoluto di x?*

Studente 1: *è una funzione definita a tratti.*

Insegnante: Però il valore assoluto di x lo posso definire come?

Più studenti: x se x è maggiore di zero ...

Insegnante: ... e meno x se ...

Studentessa 3: se x è minore di zero.

[...]

Insegnante: In realtà questa funzione io la posso definire a tratti perché, se x è maggiore di zero [...] la funzione diventa x su x e quindi vale?

Più studenti: uno.

Insegnante: se invece x è minore di zero [...] allora la funzione diventa ...

Studentessa 4: ... meno x su x ...

Insegnante: meno x su x , cioè viene?

Studente 1: meno uno

Insegnante: meno uno. Ok? Perfetto.

Durante il dialogo l'insegnante scrive su Journal
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & x > 0 \\ \frac{-x}{x} = -1 & x < 0 \end{cases}$$

[...]

Insegnante: Il dominio della funzione qual è?

Studente 5: R [intendendo tutti i numeri reali]

Più studenti: No

Insegnante: No

Più studenti: è R escluso lo zero.

Insegnante: R meno lo zero.

Durante il dialogo l'insegnante scrive su Journal: $D_f = R - \{0\}$.

Quindi ricapitola quanto detto sino a questo momento sulla funzione.

[...]

Insegnante: La funzione può essere continua in zero?

Più studenti: No.

Insegnante: Adesso andiamo a vedere: quali sono i possibili punti di discontinuità della funzione?

Studente 6: soltanto uno

Studente 1: zero

Insegnante: In realtà io li vedo già subito, perché vedo che qui c'è un punto che ha qualcosa che non va.

Indica sul videoproiettore il dominio precedentemente scritto su Journal.

Insegnante: Quindi vado ad analizzare x con zero uguale a zero come possibile punto di discontinuità.

Studentessa 4: Perché vado proprio a vedere lo zero?

Insegnante: Perché se vedi bene la funzione non è definita in zero. [...] Prima cosa: zero appartiene al dominio della funzione?

Studente: No.

Insegnante: No. Quindi non rispetta già il primo punto [...] x con zero uguale a zero non appartiene al dominio della funzione.

Scrivi su Journal: $x_0 = 0 \notin D$

Insegnante: Quindi posso dire già che la funzione non è continua. Però se voglio classificare la mia discontinuità ... andiamola a vedere. Cosa vado a fare? Vado a fare il limite [...] per x che tende ad x con zero della mia funzione f di x . E che viene fuori? Questo è il limite per x che tende a zero della mia $f(x)$.

Contemporaneamente scrive su Journal $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Quindi sviluppa il limite completo separando il limite sinistro ($x \rightarrow 0^-$) dal limite destro ($x \rightarrow 0^+$):

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1) = -1$$

Terminati i calcoli generalizza.

Insegnante: Allora attenzione. La funzione ammette due limiti distinti per x che tende ad x con zero da destra e x che tende ad x con zero da sinistra. Questa discontinuità, avevo capito che era una discontinuità, la chiamo di tipo 'salto'. Il limite completo non c'è. Ma attenzione, i due limiti destro e sinistro sono distinti. sono finiti, ma distinti.

Scrivi su Journal: 1° specie: tipo salto. 2 limiti finiti e distinti per $x \rightarrow x_0^-$ e $x \rightarrow x_0^+$

[L_N°35; 1:57:00-02:03:33]

Notiamo innanzitutto che durante la prima fase dell'attività la modalità di spiegazione adottata dall'insegnante è di tipo frontale, mentre durante la seconda sono presenti diverse domande guida che rendono la spiegazione dialogata (cfr. la voce *Attività di presentazione*). Questo implica che le proprietà che caratterizzano il comportamento dell'oggetto matematico rappresentato attraverso GeoGebra sono evidenziate e descritte esclusivamente dall'insegnante. Mentre proprio quando è assente il software gli studenti vengono coinvolti nel discorso.

Un'altra significativa differenza è nella scelta del linguaggio. Nel commentare le azioni di dragging sui files.ggb l'insegnante utilizza una terminologia informale (*"Il punto P salta da un valore all'altro"*; *"Il punto P sta sotto, arrivo oltre lo zero, il punto P sta sopra"*) o una gesticolazione che mima il comportamento del punto mobile P. Terminologia e gesticolazione che tendono invece a scomparire nella fase di formalizzazione delle definizioni dove prevalgono vocaboli e simboli propri dell'analisi matematica e in particolare del calcolo infinitesimale. Ossia il linguaggio impiegato è più impreciso, ma maggiormente intuitivo durante i momenti di spiegazione frontale in cui viene usato GeoGebra, mentre diventa più specifico e proprio della teoria matematica durante le spiegazioni dialogate in assenza del software.

In altri termini è possibile dire che l'uso del linguaggio improprio è 'consentito' solo all'insegnante per fornire una prima definizione intuitiva del concetto di discontinuità ed è lui che sceglie i termini che ritiene più adatti, sulla base di quanto visualizzato sul file.ggb, senza coinvolgere gli studenti in questa primo approccio al concetto introdotto.

La scelta dello stile linguistico d'altra parte è strettamente legata a quella del registro matematico utilizzato per la rappresentazione degli oggetti ostensivi durante le due fasi dell'attività. Le tre tipologie di discontinuità vengono evidenziate su GeoGebra attraverso la rappresentazione cartesiana per punti della rispettiva funzione esemplificativa, ossia per mezzo del registro grafico. L'insegnante indica anche la rappresentazione analitica della funzione (nel primo frammento la funzione $f(x) = |x|/x$ è riportata nella finestra algebrica di GeoGebra), ma rimanda la discussione della proprietà evidenziata attraverso questo distinto registro algebrico (*"Poi vedremo perché"*). Viceversa nella fase successiva, a cui si riferisce il secondo frammento, l'attenzione è totalmente rivolta a tali rappresentazioni analitiche. A partire da queste

(nel secondo frammento $f(x) = \begin{cases} x = 1 & x > 0 \\ \frac{-x}{x} & x < 0 \end{cases}$) e attraverso l'uso del calcolo infinitesimale ($\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = \pm 1$) si giunge alla definizione formale del tipo di discontinuità (*“La funzione ammette due limiti distinti per x che tende ad x con zero da destra e x che tende ad x con zero da sinistra”*).

In sintesi, quello che interessa evidenziare è che l'insegnante ricorre a GeoGebra durante la prima fase dall'attività per mostrare agli studenti esemplificazioni di facile impatto visivo delle tre tipologie di discontinuità, ma successivamente abbandona tali rappresentazioni nel registro grafico-cartesiano degli oggetti ostensivi utilizzati a vantaggio delle corrispondenti rappresentazioni nel registro algebrico-analitico. Di fatti nella seconda fase dell'attività lo strumento che accompagna la spiegazione è Journal, mentre non vengono quasi più visualizzati i tre files.ggb.

Dunque l'insegnante non sfrutta le costruzioni realizzate con GeoGebra per facilitare l'attribuzione di significato alle definizioni formali che precisano le proprietà introdotte. A tal fine sarebbero risultate forse più convenienti differenti costruzioni dinamiche da realizzare per mezzo del software. In particolare, considerando che il concetto di discontinuità di una funzione $f(x)$ in un punto x_0 poggia sul confronto dei due limiti $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$, poteva risultare opportuno introdurre due distinti punti mobili X^- e X^+ sull'asse delle ascisse a cui vincolare i rispettivi punti sul grafico della $f(x)$, in modo da evidenziare separatamente il comportamento della funzione in un intorno sinistro e in un intorno destro di x_0 .

Aldilà delle caratteristiche specifiche dei files.ggb realizzati, quello che interessa sottolineare è che nella loro progettazione l'insegnante non segue l'impostazione concettuale sottostante alla definizione formale delle differenti specie di discontinuità. Questa scelta non è da intendersi come un 'errore', ma come naturale conseguenza della valenza didattica attribuita a GeoGebra all'interno dell'attività svolta.

Di fatti la netta separazione tra le due fasi dell'attività è scandita proprio dall'uso di differenti strumenti didattici (GeoGebra nel primo caso, Journal nel secondo) a cui vengono affidate funzioni molto distinte: il software matematico serve per 'vedere' il punto di discontinuità grazie alla rappresentazione grafica della funzione, il software di scrittura digitale per 'studiare' la natura di tale punto a partire dalla rappresentazione analitica della funzione e supponendo di non conoscerne il grafico. A tal proposito

risulta significativa la mancata risposta dell'insegnante alla domanda posta da uno studente al termine del primo frammento riportato (Studente 2: "Quando vuole cercare le coordinate ... come ad esempio sostituendo x con zero, diventerebbe zero su zero").

Insegnante: "Viene fuori uno zero su zero. Guardate quest'altro tipo di discontinuità [...]"). Dunque l'insegnante blocca sul nascere il tentativo di discutere il valore del limite attraverso il grafico della funzione, ossia sceglie, coerentemente alla propria impostazione, di non intrecciare i due registri, quello grafico-cartesiano e quello algebrico-analitico. È proprio questa visione trasversale della discontinuità della funzione che permetterebbe un coinvolgimento di GeoGebra nella fase di chiarificazione della definizione formale.

Questa strategia espositiva, che confina l'uso del software matematico alla sola fase iniziale dedicata alla definizione intuitiva del concetto, viene deliberatamente prevista dall'insegnante in considerazione dell'obiettivo d'apprendimento relativo al contenuto curricolare presentato. Tale obiettivo viene esplicitato all'inizio della seconda fase dell'attività.

Insegnante: Esiste [...] una formalizzazione migliore di queste tipologie [di discontinuità]. Cioè in qualche modo possiamo classificarle, in maniera rigorosa però, non soltanto qualitativa. Vedete, qualitativamente, quello è un salto, la seconda è un asintoto verticale, la terza è una discontinuità in cui la funzione è definita male in un punto. Bene andiamo a vedere adesso che cosa? Di analizzare il problema da un altro punto di vista. Cioè, se mi è data la 'formula' della funzione, come posso fare dei calcoli per capire se la funzione è continua o la funzione non è continua?

[L_N°35; 1:50:30-1:51:05]

L'insegnante chiarisce che l'analisi "rigorosa" delle discontinuità non va effettuata a partire dal registro grafico, ma attraverso quello algebrico. Conseguentemente nei compiti assegnati per casa viene fornita la rappresentazione analitica della funzione di cui studiare la discontinuità e non quella cartesiana.

Insegnante: Vi do esercizi sulla continuità che sono i seguenti. [...] Studio dei punti singolari. Fatevi il [...]
Indica i seguenti esercizi presi dal libro di testo.

Studiare i punti singolari delle seguenti funzioni.

$$f: x \rightarrow \frac{3+x}{x^4+3x^2}; \quad f: x \rightarrow \frac{x}{|x|}; \quad f: x \rightarrow \frac{|4-x^2|}{2+x}; \quad f: x \rightarrow \frac{|x|+2}{|x|+1}; \quad f: x \rightarrow \frac{5}{3+5^{1/x}}; \quad f: x \rightarrow \frac{e^x}{e^x-1}$$

[L_N°35; 2:14:19-2:14:50]

Ai fini dello svolgimento di tali compiti, utilizzare GeoGebra per visualizzare il grafico della funzione costituisce una 'scorciatoia non ammessa'. Come si evidenzia dalle durante una successiva attività (<A_39.02>), il software può essere utilizzato solo a posteriori per verificare la correttezza del risultato del compito ottenuto attraverso l'uso delle opportune tecniche di calcolo algebrico. Su tale valenza didattica del software torneremo in seguito.

L'uso del software per giustificare la validità delle proposizioni enunciate.

In questa sezione vogliamo descrivere il modo in cui l'insegnante utilizza GeoGebra per convincere gli studenti del valore di verità delle proposizioni matematiche enunciate. Ricordiamo che tali proposizioni si riferiscono a teoremi generali dell'analisi matematica, ma anche a proprietà relative a famiglie o a specifici oggetti ostensivi introdotti, tipicamente funzioni reali. Abbiamo visto nel paragrafo precedente che l'insegnante tende ad evitare le dimostrazioni rigorose di tali proposizioni, ottenibili attraverso l'approccio assiomatico-deduttivo, optando invece per una giustificazione 'empirica' delle proprietà evidenziate. Proprio a tal fine durante alcune attività didattiche viene coinvolto l'impiego del software.

In particolare nel seguito consideriamo l'attività <A_14.10>, nella quale l'insegnante mostra le proprietà di alcune famiglie di funzioni definite *elementari*. Si tratta di quattro gruppi di funzioni ($y = x^{2n}$, $y = x^{2n+1}$, $y = 1/x^{2n}$, $y = 1/x^{2n+1}$ ($n \in N$)), alcune delle quali coincidono con curve algebriche già incontrate dagli studenti durante i precedenti corsi di matematica. L'obiettivo dell'attività è quello di evidenziare i comportamenti asintotici di tali funzioni con lo scopo di fornire una prima base intuitiva di calcolo infinitesimale¹¹³. Ricordiamo che l'insegnante sceglie di non sviluppare la definizione formale di limite e pertanto il valore dei primi limiti incontrati durante il corso non può essere dimostrato a partire da tale definizione. Pertanto la strategia adottata è quella di mostrare attraverso il registro grafico e numerico il comportamento delle funzioni sulla frontiera del loro campo di esistenza (cfr. la

¹¹³ Durante le successive lezioni l'insegnante completa la presentazione delle funzioni elementari, discutendo le proprietà asintotiche di altri gruppi di funzioni: $y = \sqrt[2n]{x}$, $y = \sqrt[2n+1]{x}$, $y = 1/\sqrt[2n]{x}$, $y = 1/\sqrt[2n+1]{x}$ ($n \in N$), $y = a^x$, $y = \log_a x$ ($a > 1$; $0 < a < 1$), $y = \text{sen}(x)$, $y = \text{cos}(x)$, $y = \text{tan}(x)$, $y = \text{cotan}(x)$.

sezione: *Le scelte epistemologico-disciplinari operate dall'insegnante, alla voce U.D.3: Il concetto di limite*)

Durante l'attività l'insegnante utilizza quattro files.ggb che contengono la visualizzazione grafica delle suddette famiglie di funzioni ([M_GGB N°4], [M_GGB N°5], [M_GGB N°6], [M_GGB N°7]). Per chiarire la struttura di tali files prendiamo a riferimento il materiale [M_GGB N°4] relativo alla famiglia delle potenze di grado pari $y = x^{2n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

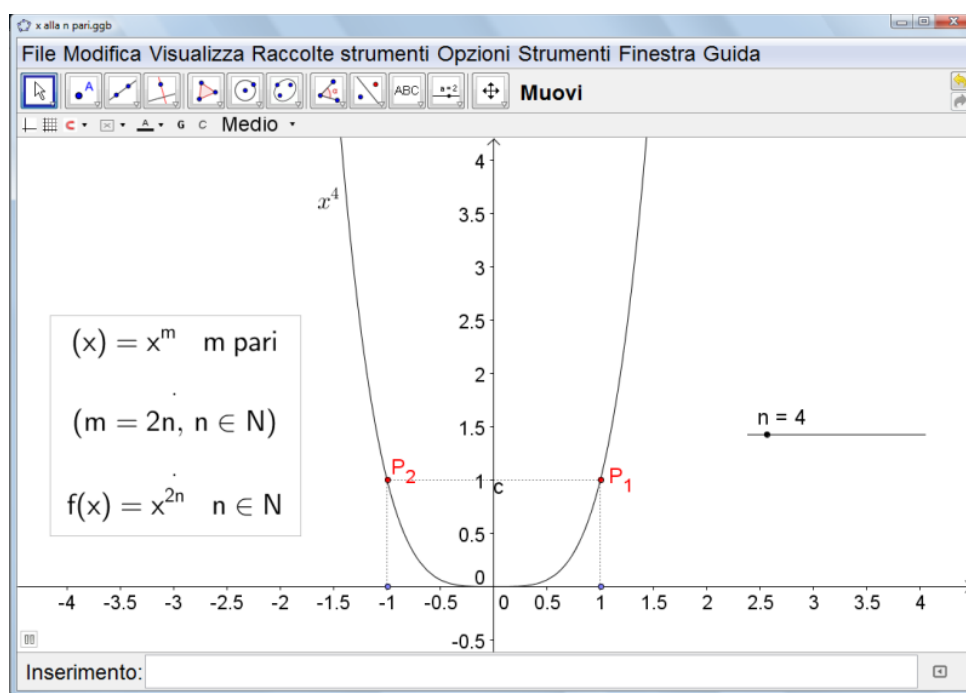


FIGURA 5

Come si nota dalla figura, la costruzione unitaria della famiglia di funzioni è stata ottenuta introducendo lo slider n che parametrizza l'esponente. I punti $P_1(1,1)$ e $P_2(-1,1)$ rappresentano, insieme all'origine $O(0,0)$, gli elementi invarianti delle potenze di indice pari rispetto al parametro n . Effettuando il dragging sullo slider (nella figura $n=4$) si visualizzano le differenti funzioni della famiglia, le quali passano tutte per i suddetti punti e conservano la tipica forma 'parabolica' propria delle potenze di indice pari.

L'insegnante inizia l'attività <A_14.10> intitolandola "Grafici delle funzioni elementari" ed elencando la rappresentazioni analitiche delle famiglie di funzioni di cui intende descrivere le proprietà nel corso della presente e delle successive lezioni. Quindi passa

ad esaminare le singole famiglie una per volta, seguendo uno schema di presentazione che si ripete uguale per ogni gruppo di funzioni.

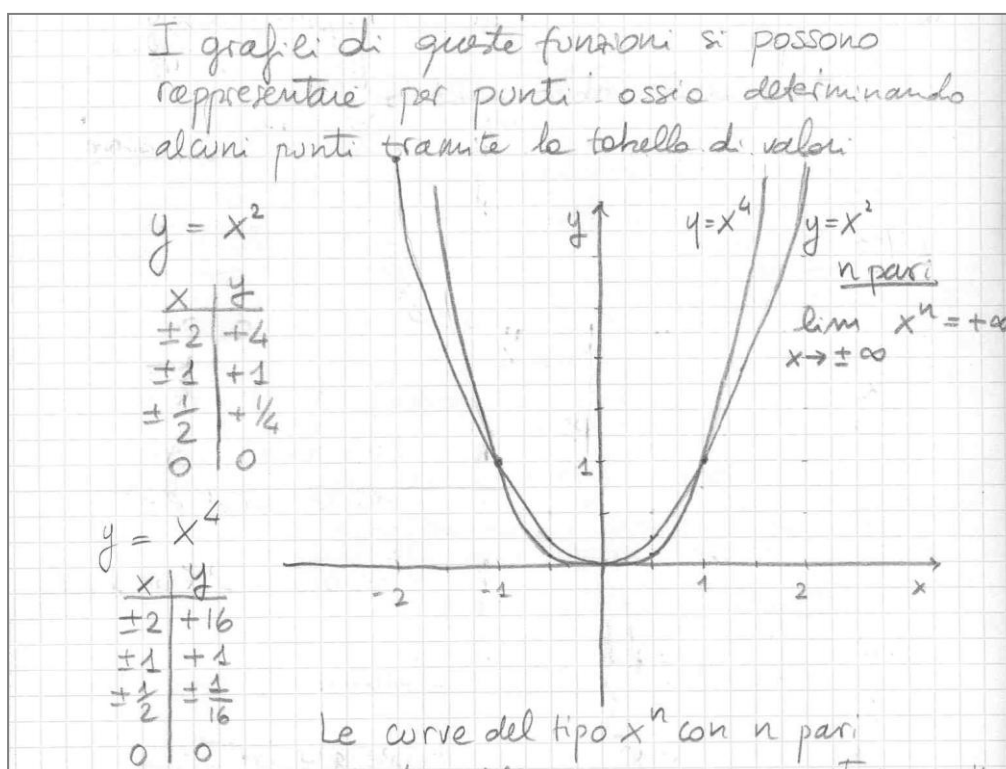
Prendiamo a riferimento i due frammenti consecutivi di lezione. Nel primo vengono presentate le proprietà delle potenze di indice pari $y = x^{2n}$.

Insegnante: Queste funzioni sono semplici. [...] Normalmente le funzioni si studiano col metodo che abbiamo visto [...] e si ottengono i grafici attraverso le loro caratteristiche, ma queste funzioni sono talmente semplici che il loro grafico può essere ottenuto per punti. Allora capite che se io ho una funzione del tipo x quadro, x alla quarta, x alla sesta, [...] posso mettermi a calcolare [...]. In genere fare un grafico per punti vuol dire non sapere fare niente di analisi. [...] Però per queste [funzioni] elementari effettivamente è lecito studiarle in questo modo. Se si mette il valore più o meno uno al posto di x quadro viene uno, più o meno due al posto di x quadro viene più quattro, più o meno un mezzo al posto di x quadro viene un quarto. Li metto sull'asse cartesiano e ottengo la parabola. [...].

Studente 1: Ma il vertice è sempre zero.

Insegnante: Il vertice è sempre zero. Beh, anche se faccio x uguale x alla quarta. Vado a calcolare e farò un minimo di conto. Più o meno uno viene uno [...]. Quindi in realtà questa funzione qui è la parabola, questa funzione invece [...] qui sta crescendo più velocemente. Perché quando x è uguale a due, y dovrebbe arrivare a sedici. [...].

Contemporaneamente l'insegnante visualizza sulla LIM i seguenti appunti scritti su carta e scansionati sul file [M_PDF N°1] aperto con Acrobat Reader. In particolare indica le 'tabelle di valori' delle funzioni $y = x^2$ e $y = x^4$ e successivamente i relativi grafici.



Insegnante: Quindi quali sono i grafici delle funzioni x alla n con n pari? Andiamoceli a vedere. Vi ho fatto un piccolo file GeoGebra.

Studente 1: Comunque è una funzione ...

Studente 2 : x alla n con n pari?

Insegnante: Dimmi [rivolto allo studente 1], non ho capito.

Studente 1: No ..., ho solo detto che una, perciò, è una funzione crescente assoluta.

Insegnante: Sono funzioni decrescenti per x da meno infinito a zero e crescenti da zero a più infinito.

Studente 1: Volevo dire, sì, da zero a infinito.

L'insegnante apre il file.ggb [M_GGB N°4]

Insegnante: Andiamocelo a vedere con GeoGebra cosa succede, che forma hanno x alla n con n pari? Faccio notare che m pari [...] può essere espresso come $2n$. [...] Quindi posso anche scrivere f di x uguale x alla due n . [...]. Come sono fatti? Questa è la parabola, no? Abbiamo detto, si fa come? si fa ... per uno vale uno, per due vale quattro, per tre ... nove e così via. E costruisco il grafico. Eh, ma che succede se io vado ad aumentare l'esponente? [...]. Lo porto a ... quattro. allora clicco e lo porto a quattro. Diventa così. Guardate la caratteristica ...

Contemporaneamente l'insegnante muove lo slider n per modificare la funzione visualizzata.

Studentessa 3: Ma io non capisco una cosa. Com'è possibile che questa è una funzione se a zero appartengono più punti? se a x uguale a zero appartengono più punti?

Insegnante: è una funzione non iniettiva. Cioè ... a zero appartengono più punti? a no! ... questa? ...

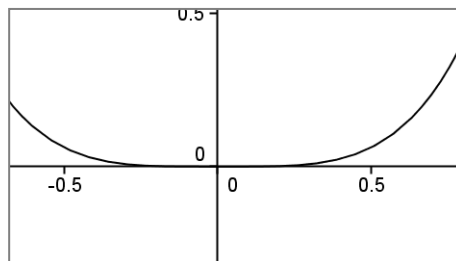
Studentessa 3: ... eh!

Insegnante: pensavo [dicensi] che a uno appartenevano più punti.

Studentessa 3: no no no, a zero.

Insegnante: No. In realtà questo ... perché tu dici "qui è piatta". In realtà non è piatta.

Il dialogo tra l'insegnante e la studentessa si riferisce al seguente tratto del grafico visualizzato sul file.ggb:



Studente 4: No, se zoomasse ...

Insegnante: Se zoomassi vedrei che questa funzione qui si stacca dall'asse delle x . Interseca l'asse delle x soltanto in zero.

Studente 1: Però viene strano ...

Insegnante: Però quello che sembra è che effettivamente ha una particolarità. Scusa se ti parlo sopra [rivolto allo studente 1]. Ha una particolarità: man mano che aumenta l'esponente, le funzioni [...] hanno un andamento sempre più piatto vicino allo zero. Ma non sono adagiate sull'asse delle x , capito? [...].

Quali sono le caratteristiche comuni? Prima di tutto passano tutte per i punti uno-uno e meno uno-uno. Questi due punti sono comuni a tutte queste funzioni. Poi le funzioni sono chiaramente crescenti per x che tende a infinito, no? Però attenzione, se aumenta l'esponente crescono più velocemente. Tra x alla seconda e x alla quarta ... vanno all'infinito più velocemente. Andiamole a vedere. Se andiamo a fare n uguale a sei o n uguale a otto ... vi faccio rivedere la progressione ... due, quattro, sei, otto.

L'insegnante torna a muovere lo slider n .

Studentessa 5: sei e quattro ...

Studente 1: mi sa diventano ...

Insegnante: ... e poi continua ... dieci, dodici, quattordici. Cosa succede?

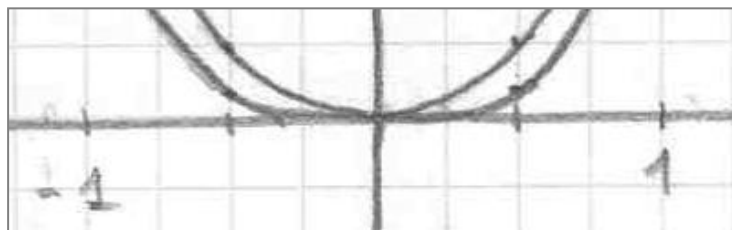
Studentessa 3: ...

Insegnante: ... crescono sempre più velocemente per x che tende a più infinito, e ...

Studente 1: ...

Insegnante: ... hanno un andamento sempre più piatto, però in realtà qui non toccano l'asse delle x . è soltanto ... sono molto vicine, ma toccano ... passano soltanto per il punto zero-zero. Me ne rendo conto, perché? Se vado a fare la tabella dei valori ... andiamola a vedere ...

L'insegnante torna a visualizzare il file.pdf, concentrandosi sul tratto del grafico prossimo all'origine:



Insegnante: per x uguale a un mezzo, sembra che tocchi l'asse delle y questa funzione, no? x alla quarta per x uguale a un mezzo sembra che sta sull'asse delle x . Ma in realtà no, per x uguale a un mezzo vale un sedicesimo. Qui la funzione è molto piccola, ha un valore molto piccolo però non è zero. L'unico modo per ottenere la y uguale a zero, cioè toccare l'asse delle x , è mettere x uguale a zero. Se metto x positiva, un po' più grande di zero, y sarà molto piccola, ma non toccherà lo zero.

Studentessa 3: Tende a zero ...

Insegnante: ... tende a zero. Allora l'idea è, si adagia. Man mano che cresce l'esponente [i grafici] si adagiano sull'asse delle x ... hanno un andamento sempre più piatto, no? sull'asse delle x , ma toccano l'asse delle x solo in zero-zero. Bene allora avete un po' di caratteristiche comuni di queste curve.

L'insegnante scorre il file.pdf mostrando la parte in cui sono riassunte le proprietà delle funzioni $y = x^{2n}$.

Insegnante: I valori delle y sono tutti positivi o nulli. Funzioni pari o funzioni dispari? ... queste? ... sono funzioni pari o dispari?

Più studenti: Pari

Insegnante: ... pari. sono simmetriche rispetto all'asse delle y . E all'aumentare di n [...] i valori di y crescono sempre più velocemente. [...]

[L_N°14; 1:11:11-1:17:50]

Nel passaggio immediatamente successivo viene introdotto il limite elementare

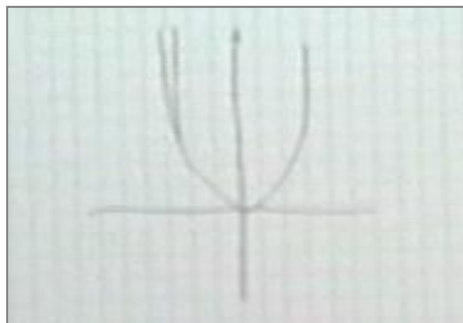
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^{2n} = +\infty.$$

Insegnante: Bene, adesso andiamo a capire un po' di concetti. [...] Qual è il limite per x che tende a più infinito di x alla due n ?

Studentessa 3: Il limite?...

Insegnante: Il limite per x che tende ... Iniziamo con x alla due n , vuol dire n pari ... abbiamo capito che le funzioni sono fatte ... in questo modo ... così, oppure possono essere un po' più piatte ... così ...

L'insegnante è passato ad utilizzare il software Journal, sul quale ha tracciato due andamenti qualitativi di grafici relativi alle funzioni $y = x^{2n}$:



Insegnante: Bene, quanto vale il limite per x che tende a più infinito di x alla due n ?

Studentessa 2: Ma non coincidono qua i limiti professore?

Insegnante: ...?

Studentessa 2: Non coincidono qua i limiti?

Più studenti: ... con più infinito ...

Insegnante: *più infinito e meno infinito vale? ...*

Insegnante e più studenti: *... più infinito.*

Insegnante: *Se invece x va a meno infinito?*

Più studenti: *... più infinito.*

Insegnante: *Bene, in matematica più o meno infinito, per dire indifferentemente, mi va bene sia più che meno si scrive infinito. Questo è un limite. È un limite di funzione elementare. Ok? E ci siamo. Questo è il primo limite di funzione elementare. [...]*

Contemporaneamente l'insegnante scrive su Journal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^{2n} = +\infty$

Studente 1: *Non ho capito bene il limite. Cioè non avevo ...*

Insegnante: *Per x che tende a più infinito la funzione cresce. Per x che tende a meno infinito la funzione cresce. Però se vedete bene questo grafico è orribile, no? Fatto così, però in realtà mi fa ... mi permette, se non mi ricordo, di ricavare questo concetto. Allora non è importante che facciate il grafico bene, ma che vi ricordiate la forma. Va a più infinito, no? [...]. L'importante che vi ricordiate la forma, non che facciate un grafico con precisione. Non viene richiesto questo.*

[L_N°14; 1:17:55-1:19:46]

Da un'analisi complessiva dei due frammenti riportati si evidenziano alcune analogie con l'attività <A_35.5> discussa nella sezione precedente. Anche in questo caso possiamo notare la presenza di due fasi distinte, seppure di durata molto differente. Durante la prima, più lunga, l'insegnante fornisce una descrizione qualitativa delle funzioni introdotte, mentre nella seconda formalizza le proprietà evidenziate utilizzando la simbologia propria del calcolo infinitesimale. Inoltre anche qui le due fasi si contraddistinguono per l'uso di distinti strumenti (Acrobat Reader e GeoGebra durante la prima, Journal durante la seconda) e per differenti modalità di spiegazione (prevalentemente frontale la prima e più dialogata la seconda). A tal proposito notiamo che durante l'uso di Acrobat Reader e GeoGebra l'insegnante non pone domande agli studenti, sono piuttosto loro che interrompono a volte il discorso attraverso domande, alle quali l'insegnante risponde senza tuttavia deviare dalla linea principale del proprio ragionamento o in alcuni casi sovrapponendosi e 'bypassando' gli interventi degli studenti ("Scusa se ti parlo sopra"). Viceversa nell'ultima parte del frammento riportato, quando l'insegnante utilizza Journal, l'attività, seppur brevemente, si sviluppa per mezzo di domande guida che portano alla formulazione del primo limite elementare.

Passando ora ad un'analisi dettagliata della prima fase dell'attività possiamo notare ulteriori elementi che caratterizzano le modalità di impiego di GeoGebra, che non apparivano nell'attività <A_35.5> precedentemente esaminata. In particolare in questo caso l'uso di un file.ggb ([M_GGB.N°4]) si accompagna a quello di un distinto materiale

didattico ([M_PDF. N°1]) visualizzato per mezzo di Acrobat Reader e contenente gli appunti scritti su carta successivamente scansionati.

Quello che risulta evidente dal confronto dei passaggi relativi all'uso dei due materiali è il sostanziale ripetersi dei contenuti espressi dall'insegnante. Di fatti in entrambi i casi viene descritta e giustificata la forma dei grafici delle funzioni $y = x^2$ e $y = x^4$ e quindi generalizzata la forma 'parabolica' di tutte le funzioni $y = x^{2n}$. Inoltre anche il comportamento di tali grafici in prossimità dell'origine viene discusso per due volte utilizzando sia la visualizzazione presente su [M_GGB.N°4] che quella disegnata su [M_PDF.N°1]. In sostanza quello che interessa all'insegnante è mostrare le proprietà comuni a tutte le funzioni appartenenti alla famiglia considerata, in particolare il loro andamento asintotico per x tendente a più o meno infinito. A tal fine il file.pdf costituisce un materiale didattico auto-consistente (esso infatti apre e chiude la prima parte del passaggio riportato), in grado di fornire una giustificazione nel registro grafico e numerico del limite notevole introdotto subito dopo ($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^{2n} = +\infty$). GeoGebra offre invece all'insegnante il vantaggio di una rapida visualizzazione in sequenza di molteplici grafici appartenenti alla famiglia di funzioni ("Se andiamo a fare n uguale a sei o n uguale a otto ... vi faccio rivedere la progressione ... due, quattro, sei, otto"). Il software matematico rende quindi 'empiricamente più convincente' la giustificazione del suddetto limite, ma non aggiunge molto sul piano concettuale all'attività didattica.

L'uso dei due materiali risulta quindi ridondante, o, detto in altri termini, è possibile parlare di *equivalenza funzionale*¹¹⁴ dei due strumenti utilizzati (Acrobat Reader e GeoGebra). Questa osservazione è particolarmente importante perché permette di evidenziare, tramite un esempio concreto, il modo in cui l'insegnante adatta l'uso di GeoGebra alla sua consolidata prassi di insegnamento. A tal proposito è importante sottolineare che il file.pdf contiene appunti preparati e utilizzati dall'insegnante durante precedenti corsi di matematica impartiti in classi di quinta liceo scientifico. In essi è sintetizzato sia il processo logico sottostante la struttura espositiva messa a punto nel corso di anni di insegnamento per ottenere un efficace presentazione del contenuto curricolare affrontato. Tale materiale condensa una prasseologia didattica il

¹¹⁴ Sul concetto di *equivalenza funzionale* si veda il quarto capitolo, in particolare il primo paragrafo: *LE TECNOLOGIE EDUCATIVE. ALCUNE CONSIDERAZIONI DI CARATTERE GENERALE* alla sezione: *Il dibattito Clark-Kozma e l'evoluzione del concetto di tecnologia educativa.*

cui valore epistemologico è stato pensato e convalidato dall'esperienza sul campo e alla quale dunque l'insegnante non è disposto a rinunciare.

L'impiego del software matematico viene quindi previsto in modo da potenziare una strategia didattica già progettata in passato, a prescindere da tale strumento. In tal senso è possibile evidenziare un uso ancora 'poco esperto' di GeoGebra da parte dell'insegnante, constatabile dal mancato utilizzo di alcune funzionalità del software. In particolare nel passaggio in cui viene discussa la forma del grafico della funzione $y = x^4$ risulterebbe particolarmente comodo il ricorso al comando 'zoom' per mostrare la tangenza della curva con l'origine degli assi. Tale possibilità viene contemplata, ma non realizzata (Studente 4: *"No, se zoomasse ..."* Insegnante: *"Se zoomassi vedrei che questa funzione qui si stacca dall'asse delle x. Interseca l'asse delle x soltanto in zero."*). L'insegnante evidentemente conosce l'esistenza di tale comando, ma decide di non utilizzarlo, probabilmente per ragioni ergonomiche¹¹⁵. Per fornire una giustificazione di tale proprietà egli ricorre al registro numerico tornando a visualizzare il file.pdf (*"x alla quarta per x uguale a un mezzo sembra che sta sull'asse delle x. Ma in realtà no, per x uguale a un mezzo vale un sedicesimo. Qui la funzione è molto piccola, ha un valore molto piccolo però non è zero"*).

Anche in questa scelta l'insegnante non sfrutta le potenzialità di GeoGebra, ossia non utilizza, né in questo momento né in altri, il foglio di calcolo del software che permetterebbe un'accurata descrizione della funzione nel registro numerico. L'impiego di tale funzionalità è un po' più complessa rispetto al comando zoom, ma assolutamente alla portata dell'insegnante che possiede un'ottima competenza nell'uso di programmi per la gestione di fogli elettronici quali Microsoft Excel. In sostanza, anche adattando la valenza didattica di GeoGebra alle proprie esigenze prasseologiche, le specifiche modalità d'impiego dello strumento da parte dell'insegnante sono condizionate da una scarsa consuetudine d'uso in aula.

Possiamo dunque dire che l'integrazione di GeoGebra all'interno dell'attività <A_14.10> da luogo ad una duplicazione dei materiali e dei discorsi dell'insegnante che accompagnano l'uso di tali materiali, provocando un rallentamento del tempo di svolgimento dell'attività. Ossia del tempo necessario alla presentazione del contenuto

¹¹⁵ Durante l'attività l'insegnante sta utilizzando GeoGebra attraverso il proprio notebook in modalità tablet che rende poco agevole l'interazione con la finestra grafica del software. In particolare, non essendo abilitato l'uso del mouse, il comando zoom, non è azionabile tramite lo scroll del mouse stesso.

curricolare che, ricordiamo, ha come principale obiettivo d'apprendimento quello di far acquisire agli studenti una sintetica visualizzazione mentale del grafico delle funzioni elementari che consenta il calcolo rapido dei limiti di tali funzioni sulla frontiera del loro dominio. A tal proposito è estremamente eloquente quanto detto dall'insegnante alla fine del secondo frammento riportato (*"Però se vedete bene questo grafico è orribile, no? Fatto così, però in realtà mi fa ... mi permette, se non mi ricordo, di ricavare questo concetto. Allora non è importante che facciate il grafico bene, ma che vi ricordiate la forma. Va a più infinito, no? [...]. L'importante che vi ricordiate la forma, non che facciate un grafico con precisione. Non viene richiesto questo."*)

In conclusione, per rendere più chiaro il tipo di valenza didattica attribuita a GeoGebra durante l'unità di analisi esaminata, immaginiamo un possibile futuro scenario. Ossia ipotizziamo l'evoluzione dell'attività <A_14.10> durante successivi corsi di quinta liceo impartiti dall'insegnante in una direzione che porti alla totale sostituzione del file.pdf, contenete gli appunti cartacei passati in formato digitale, con files.ggb ottenuti a partire dai quattro materiali utilizzati durante il presente corso. Nuovi files.ggb che integrino i contenuti presenti nel file.pdf (attraverso l'inserzione di script contenenti le parti testuali degli appunti) e che prevedano il ricorso ai suddetti comandi di GeoGebra (zoom e foglio di calcolo). Questo tipo di evoluzione dell'attività non coinciderebbe comunque con una 'instrumental evolution' del software matematico, intesa come processo *"in which [...] teaching practices are adapted in response to new possibilities created by these tools"* (Ruthven, 2009). Si tratterebbe viceversa di un consolidamento della flessibilità interpretativa messa in atto dall'insegnante nei confronti dello strumento.

L'uso del software durante lo svolgimento di compiti

In questa sezione analizziamo l'uso di GeoGebra durante le attività appartenenti alla categoria *Svolgimento di compiti da parte dell'insegnante*. Analogamente a quanto detto all'inizio della sezione precedente, anche in questo caso è stata condotta un'analisi ricorsiva delle unità della suddetta categoria in cui l'insegnante utilizza GeoGebra. Da tale analisi è emersa una sola principale funzione svolta dal software:

Uso del software per la verifica dei compiti svolti con carta e penna¹¹⁶.

Nel seguito faremo riferimento a due unità d'analisi emblematiche, le attività <A_35.3> e <A_8.4>. La prima rappresenta una situazione classica in cui l'insegnante effettua la verifica a posteriori di un risultato, mentre nella seconda appare un uso più complesso di GeoGebra, ma riconducibile in ultima analisi a tale funzione di controllo.

Iniziamo presentando l'attività <A_35.3> dedicata allo svolgimento di un compito che richiede il calcolo del limite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+6}\right)^{2x}$. L'insegnante risolve il compito, precedentemente assegnato per casa, sviluppando i passaggi algebrici su Journal ([M_JNT.N°2]) e arrivando al risultato $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e^{-14}$. Sul libro di testo viene invece indicato il risultato e^{-1} . L'insegnante decide quindi di verificare la correttezza del valore ottenuto utilizzando GeoGebra ([M_GGB.N°8]). Riportiamo il relativo passaggio dell'attività suddetta.

Insegnante: Allora, prima di tutto mettiamo un valore che sarebbe exp alla meno 14. Chiaro? [...] Questo è il valore che noi stiamo vedendo. Chiamiamo y uguale e [numero di Nepero] alla meno quattordici. [...] Viene fuori questo.

L'insegnante immette nella barra di inserimento algebrico l'equazione $y = e^{-14}$. Nella finestra algebrica appare $y=0$, e nella finestra grafica una retta sovrapposta all'asse delle ascisse. Quindi modifica l'arrotondamento dei valori numerici portandolo a 10 cifre decimali in modo da far apparire nella finestra algebrica $y = 0.0000008315$, mentre non effettua lo zoom sulla finestra grafica richiesto dagli studenti.

Insegnante: In realtà per ingrandire io ho un problema sul tablet. Adesso andiamo a vedere [...] L'altro qual'era [...] x meno uno fratto x più sei alla meno x.

Analogamente da in input al programma la funzione $f(x) = ((x - 1)/(x + 6))^{(2x)}$. Anche in questo caso le unità di scala presenti sulla finestra grafica non permettono una chiara visualizzazione del grafico della funzione. L'insegnante deve necessariamente utilizzare il comando zoom. Quindi riconfigura il proprio notebook uscendo dalla modalità tablet.

Insegnante: e [numero di Nepero] alla meno uno quanto vale? [...]

Studente 1: uno fratto e.

Insegnante: Vale circa?

Studente 2: zero virgola trentasei

Studente 3: zero virgola cinque

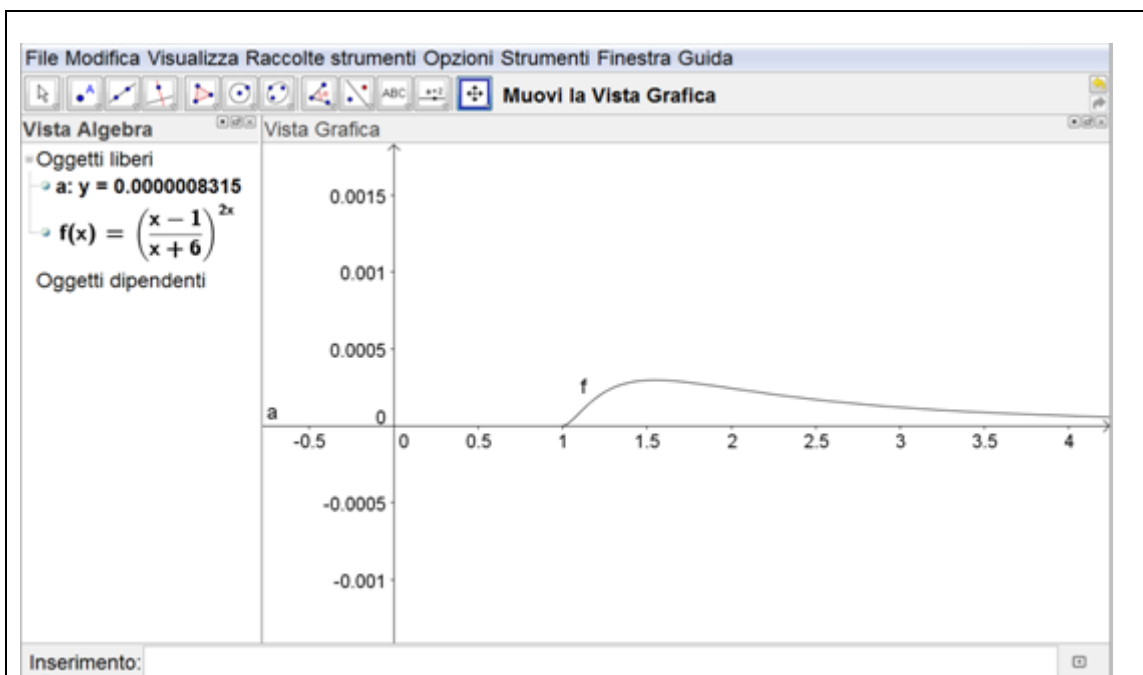
Insegnante: e quanto vale?

Si sovrappongono più studenti. ci si accorda sul fatto che $1/e$ vale circa $1/3$.

Insegnante: La funzione è schiacciaticissima. Quindi cerchiamo di capire [...]

L'insegnante modifica il rapporto asse x - asse y e continua a zoomare sino ad ottenere il seguente grafico.

¹¹⁶ Ricordiamo che con l'espressione 'carta e penna' intendiamo non solo questi due specifici strumenti, ma anche i loro equivalenti utilizzati dall'insegnante durante il corso, ossia lavagna e pennarello oppure, nella versione digitale, il software Journal.



Insegnante: È sicuramente che questo qui non può valere e alla meno uno. Perché e alla meno uno è un terzo. Qui stiamo parlando di qualcosa che ...

Studente 4: ... zero virgola zero zero ...

[...]

Insegnante: per x che tende a più infinito [la funzione] sicuramente non sta tendendo a un terzo, considerando che stiamo a questo livello.

L'insegnante indica sulla finestra grafica l'intervallo $[0; 0.0005]$.

[...]

Insegnante: L'altra possibilità [...] è che possiamo prendere questa forma [indica nella finestra algebrica $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+6}\right)^{2x}$] e metterci dentro mille. Proviamo? [...] Mille sicuramente non basta, però ...

Inserisce nella barra di inserimento $f(1000)$. Nella finestra algebrica compare il valore $b=0.000000861$.

Insegnante: Non è proprio ... Andiamocelo a vedere. Proviamo a fare f di diecimila.

Studente 4: Ci si sta avvicinando ...

Insegnante: ... ci si sta avvicinando. Chiaramente non è detto che questo tenda al limite velocemente. Però almeno una verifica che non può essere ... Mmm, eccolo qua. Questo è f di diecimila ... proviamo a fare f di un milione ... vediamo se ci si riesce ... questo è f di un milione.

Nella finestra algebrica compare $b=0.0000008316$

Più studenti: ... abbastanza ...

Insegnante: [...] Sicuramente non è un terzo. [...]

[L_N°35; 1:27:10-1:33:24]

Nel frammento riportato si nota come l'insegnante ricorra ai registri grafico e numerico per verificare la correttezza del valore del limite ottenuto precedentemente attraverso tecniche di calcolo algebrico e infinitesimale. In particolare l'impiego di GeoGebra prevede la creazione di un file.ggb, costruito 'in diretta' durante lo svolgimento dell'attività, attraverso l'utilizzo dei seguenti comandi e funzionalità del software:

- Input di funzioni nella barra di inserimento algebrico ($y = e^{-14}$ e $f(x) = ((x - 1)/(x + 6))^{2x}$)

- Uso del comando ‘Arrotondamento’ (per modificare il numero di cifre decimali del valore e^{-14})
- Uso dei comandi ‘Zoom’ e ‘asseX : asseY’ (per ottenere una visualizzazione ottimale del grafico della funzione $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+6}\right)^{2x}$)
- Calcolo del valore numerico di una funzione dato in input dalla barra di inserimento algebrico (per determinare i valori di $f(1000)$, $f(10000)$ e $f(1000000)$ che approssimano il limite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+6}\right)^{2x}$)

Tali operazioni sono quelle che tipicamente può svolgere un calcolatrice grafica. L’insegnante esegue tutti i passaggi con rapidità secondo uno schema d’utilizzo consolidato che porta all’obiettivo prefissato. L’unico ostacolo marginale è costituito dalla resistenza iniziale ad utilizzare il comando zoom (“*In realtà per ingrandire io ho un problema sul tablet*”), per motivi analoghi a quelli spiegati nella nota 115.

Quello che interessa evidenziare è proprio il modo in cui l’insegnante adatta l’impiego di GeoGebra a quello di un altro strumento con il quale egli ha già ottima familiarità. Evidentemente il software matematico consentirebbe altri schemi d’utilizzo per arrivare al medesimo scopo. Ad esempio si potrebbe costruire un punto P vincolato al grafico della $f(x)$ e quindi esplorare il valore asintotico della funzione effettuando direttamente il dragging su tale punto.

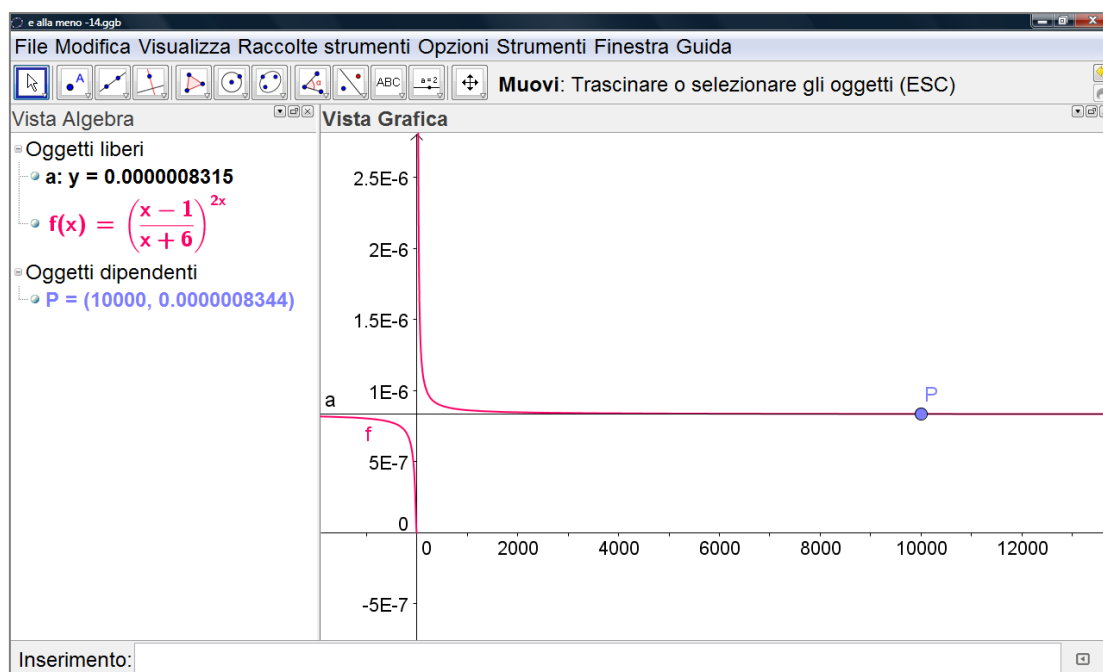


FIGURA 6

Tale costruzione alternativa sfrutta una funzionalità caratteristica dei softwares di geometria dinamica, ossia l'azione di dragging su un oggetto matematico (il punto P) strutturalmente dipendente da un altro oggetto (la funzione $f(x)$). Questo schema d'utilizzo implica un più avanzato processo di *instrumentalisation*¹¹⁷ di GeoGebra che porta ad una differenziazione concettuale tra tale artefatto e una calcolatrice grafica. Sul piano operativo il vantaggio è dato da un accorciamento dei tempi (non serve immettere nella barra di inserimento algebrico distinti valori della $f(x)$, ma è sufficiente trascinare il punto P e osservare come varia la sua coordinata y). Ma soprattutto sul piano concettuale l'azione di dragging permetterebbe di 'intrecciare' i due registri, grafico e numerico, per lo studio approssimato del valore asintotico della funzione. Questa visione simultanea del punto P nella finestra grafica e in quella algebrica consentirebbe all'insegnante ad esempio di approfondire il tema della rapidità di convergenza del limite calcolato, che viene appena accennato (*"Chiaramente non è detto che questo tenda al limite velocemente"*).

In altri termini lo schema d'utilizzo del software proposto dall'insegnante agli studenti durante l'attività osservata porta a favorire una genesi strumentale di GeoGebra coerente a quella sviluppata dall'insegnante stesso. A tal proposito è importante osservare che durante l'attività gli studenti vengono coinvolti dall'insegnante attraverso domande guida relative alle proprietà degli oggetti matematici rappresentati, ma non vengono sollecitati a riflettere sullo schema di utilizzo del software. La scelta delle operazioni da compiere con GeoGebra rimane un compito affidato all'insegnante. Tale modalità di conduzione dell'attività non può essere imputata ad una scarsa conoscenza del software da parte degli studenti. Il frammento di fatti si riferisce alla trentacinquesima lezione del corso, ossia verso la fine del periodo di osservazione, quando gli studenti hanno raggiunto una certa familiarità con GeoGebra e in particolare conoscono e hanno già acquisito tutte le competenze tecniche relative ai comandi e alle funzionalità dello strumento utilizzate dall'insegnante nel corso dell'attività. Dunque l'insegnante nel decidere la strategia opportuna per favorire il processo di genesi strumentale sceglie deliberatamente quella basata su meccanismi di imitazione del comportamento di un utente più

¹¹⁷ Sul concetto di *instrumentalisation* si veda quanto detto nel terzo capitolo a proposito della Instrumentation theory (cfr. il paragrafo L'INTEGRAZIONE DEI SOFTWARES MATEMATICI SECONDO UN MODELLO COSTRUTTIVISTA DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA).

esperto, ossia sé stesso. E tale scelta è coerente proprio a quanto già evidenziato riguardo alla metodologia didattica generale adottata dall'insegnante (cfr. la sezione *Le scelte didattico-metodologiche operate dall'insegnante* del paragrafo precedente).

Passiamo ora a considerare l'attività <A_8.4> dedicata allo svolgimento di un compito che richiede la determinazione del dominio e del segno di una funzione analitica. Durante l'attività l'insegnante utilizza un file.ggb già preparato (il materiale [M_GGB.N°9]). Il file ha una struttura abbastanza complessa. Alla sua apertura appare la seguente schermata:

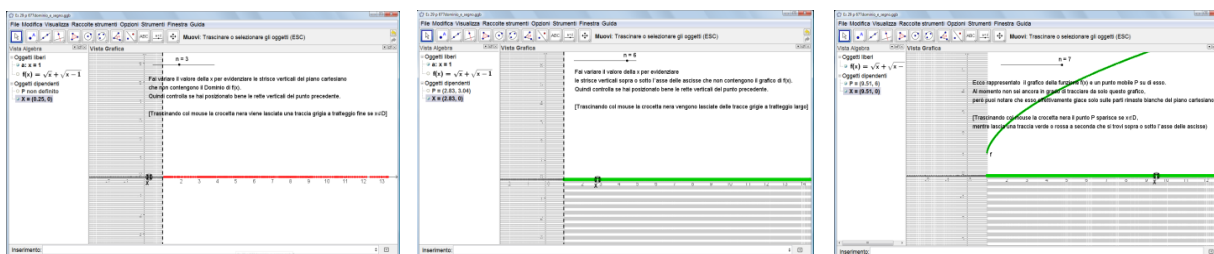


FIGURA 8

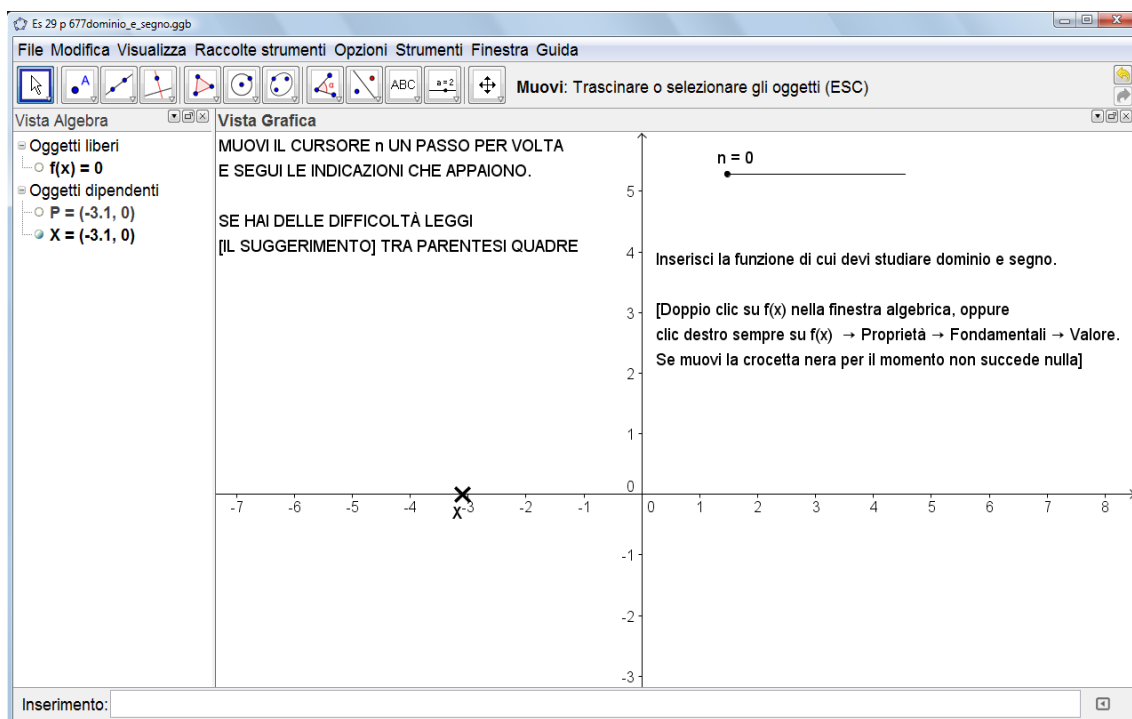


FIGURA 7

Lo slider n guida l'utente nello studio delle proprietà della funzione $f(x)$ per passi sequenziali. Al passo $n=1$, effettuando il dragging sul punto X , viene evidenziato in rosso il dominio della funzione; mentre al passo $n=2$ viene richiesto di determinarne il

dominio per via analitica utilizzando carta e penna e quindi di aggiungere delle rette verticali in corrispondenza ai punti di frontiera del dominio. Al passo $n=3$, effettuando di nuovo il dragging sul punto X , appare un tratteggio nella parte di piano cartesiano che non corrisponde al dominio della funzione. I passi $n=4, 5$ e 6 svolgono una funzione analoga ai tre precedenti per quanto riguarda lo studio del segno della funzione. Al passo $n=7$ viene visualizzato il grafico della funzione $f(x)$ e un punto P appartenente a tale grafico e vincolato al punto X .

Il file era stato indicato all'insegnante dal ricercatore come materiale da utilizzare per presentare la tipologia di compiti nei quali appunto viene richiesto lo studio iniziale di una funzione analitica, in una fase del corso nella quale non sono stati ancora introdotti i concetti di limite e derivata. All'interno di tale attività il materiale doveva avere la funzione di chiarire il significato dei calcoli algebrici svolti, ricollegandoli alle proprietà grafiche della funzione di cui si richiedeva lo studio. Lo studente era prima invitato all'esplorazione nel registro grafico del dominio e del segno della funzione (passi $n=1$ e $n=4$) quindi gli veniva richiesto di studiarle per via algebrica (passi $n=2$ e $n=4$) e infine di riflettere su come riportare sul piano cartesiano i risultati ottenuti in vista della successiva rappresentazione della funzione (passi $n=3, n=6$ e $n=7$)

L'insegnante tuttavia decide di presentare questa tipologia di compiti durante la lezione precedente a quella dell'attività <A_8.4>, senza ricorrere al file.ggb, ma risolvendo, secondo una prassi consolidata, un esercizio guida per mezzo del software Journal (attività <A_7.3>). Dunque il file.gg viene impiegato per la prima volta solo durante la correzione di compiti assegnati per casa. In particolare durante lo svolgimento di un esercizio in cui si richiede lo studio del dominio, delle intersezioni con gli assi cartesiani e del segno della funzione $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$.

Riportiamo la seconda parte dell'attività, dal momento in cui l'insegnante inizia ad utilizzare il file.ggb.

L'insegnante ha appena determinato per via algebrica sul file.jnt [M_JNT.N°3] il dominio della funzione e le sue intersezioni con gli assi cartesiani.

Insegnante: *Allora che faccio? Inizio a segnare [sul grafico] il dominio. Come si segna il dominio? Allora, si mettono gli estremi dell'intervallo del dominio [...] lo dovrei segnare delle zone in cui la funzione c'è, quindi le lascio in bianco, però le zone in cui la funzione sicuramente non c'è le cancello. Allora io vi ho preparato una cosa carina su GeoGebra. [...]*

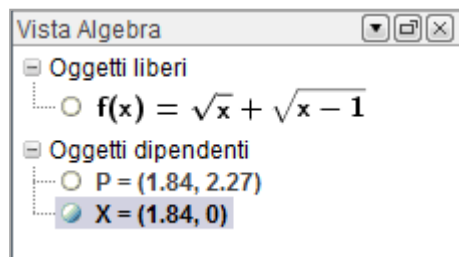
Apri il suddetto file.ggb [M_GGB.N°9].

Insegnante: *Io vi darò il file che poi è una cosa molto carina che voi potrete utilizzare per tutte le*

funzioni, quindi è un modo per verificare le soluzioni. [...] Cioè che facciamo? Stiamo studiando il dominio e il segno. [...] Questo qui si può muovere [sposta avanti e indietro il punto X] E questo cursore si può muovere [indica lo slider n]. [...] 'Inserisci la funzione' [inizia a leggere lo script presente sul file e si interrompe] La prima cosa è inserire la funzione. Come si inserisce la funzione? Si deve mettere 'visualizza vista grafica'. La funzione sta scritta lì [indica la finestra algebrica che ha fatto apparire sullo schermo]. Per modificarla dovrei cliccare qua sopra, doppio clic. Oppure fare clic [con il] pulsante destro ... proprietà ... e qui si inserisce la funzione [Apre la finestra di dialogo 'Proprietà']. Certo ci vuole un po' di sintassi [...]. Non è complicato. La radice quadrata è 'sqrt' square root [...] tra parentesi ci va il radicando.

Mostra il menu a tendina della finestra di dialogo che contiene i caratteri riconosciuti dal software per l'input dei principali simboli e operazioni matematiche e li commenta. Quindi scrive nella corretta sintassi la funzione $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$.

Terminato l'inserimento chiude sia la finestra di dialogo che quella algebrica nella quale è visualizzato:



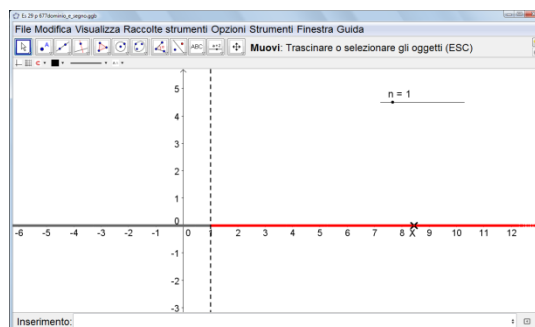
Infine muove lo slider n al passo 2.

Insegnante: Voi dovrete calcolare il dominio da un punto di vista algebrico. Con un metodo che poi vedremo, in realtà il file, cioè il programma va a calcolare la funzione, per vedere se in quel punto il grafico della funzione esiste. Se esiste, lascia una traccia rossa. Se non esiste, lascia una traccia grigia. Quindi se il punto della funzione c'è, allora vuol dire che lascerà una traccia rossa, se il punto della funzione non c'è vi lascerà una traccia grigia. Quindi vuol dire che siete fuori dal dominio.

Contemporaneamente effettua il dragging sul punto X vincolato all'asse delle ascisse in modo da mostrare la traccia grigia e quella rossa.

Insegnante: E questa è una specie di verifica di quello che avete fatto. Da uno in poi [si riferisce al risultato della disequazione precedentemente risolta su Journal]. [...] Si dovrebbe dire da uno incluso. Ecco, normalmente si fa così [...] si dovrebbe segnare il punto in cui c'è un estremo del dominio e segnare una retta perpendicolare all'asse delle x che passa per questo punto. Segnare il limite del dominio. [...] Sarebbe carino le rette metterle tratteggiate.

Contemporaneamente costruisce sul file.ggb la retta verticale passante per (1;0).



Quindi visualizza il file.jnt sul quale sta svolgendo in parallelo l'esercizio.

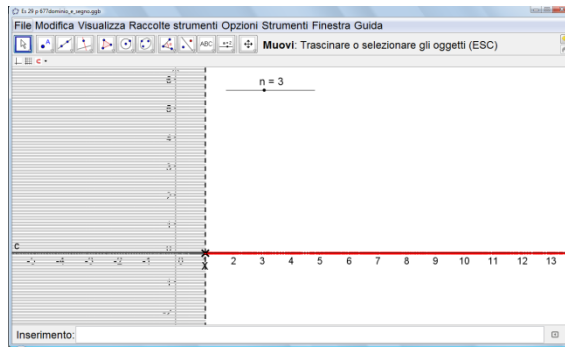
Insegnante: Bene, questo qui è il dominio. Quindi segnare il dominio sul grafico. Il che vuol dire che dovrete segnare la retta [...] e poi iniziare a vedere che alcuni punti appartengono e alcuni no. Come si fa? si cancella. Cioè l'idea qual è?

Torna a visualizzare il file.ggb e muove lo slider n al passo 3.

Insegnante: Questo è il passo successivo. Determino il dominio con carta e penna. Quindi, questo punto è meglio non toccarlo.

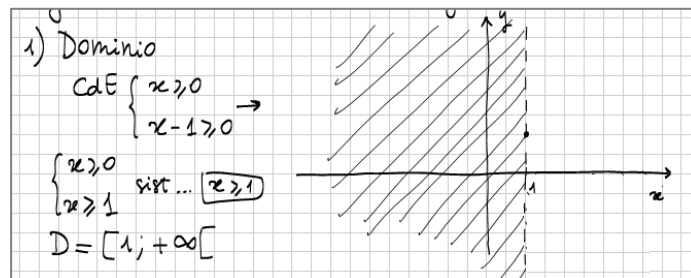
Blocca la retta tratteggiata passante per (1;0) utilizzando la finestra di dialogo Proprietà. Muove lo slider n al passo 4 e effettua il dragging sul punto X per 'cancellare' la parte di piano cartesiano a

sinistra della retta tratteggiata.



Insegnante: *Passato questo punto [il punto (1;0)] [...] dovrete cancellare la zona che non appartiene al dominio. Questo va sempre fatto. Quindi in realtà il file ve lo fa, però voi dovrete imparare a farlo via grafica. Come si fa? Una bella penna sottile [...] e cancellate la zona che non appartiene al dominio della funzione.*

Contemporaneamente torna a visualizzare il file.jnt, modifica il tratto della penna digitale e 'cancella' la parte di piano cartesiano a sinistra della retta tratteggiata.



Insegnante: *Questo per far capire che qui la funzione non la dovete proprio graficare. Il grafico della funzione non ci sta.*

Torna a visualizzare il file.ggb e muove lo slider n al passo 5.

Insegnante: *Nel passo successivo quello che dovrete fare è [...] tentare in qualche modo di vedere dove la funzione è positiva e dove è negativa. Quindi se vedete il vostro file vi mostra ... dove la funzione è positiva ve la fa in verde, dove è negativa ve la fa in rosso. Qui in realtà tutto verde. Deve essere positivo.*

Contemporaneamente effettua il dragging sul punto X che lascia una traccia verde sull'asse delle ascisse a destra del punto (1;0).

Quindi torna a visualizzare il file.jnt.

Insegnante: *Infatti se andiamo a vedere col calcolo, che viene fuori? [...] Anche il file GeoGebra al passo successivo vi dice 'Determinatelo con carta e penna il segno della funzione'. [Visualizza per un breve istante il file.ggb] [...] Per studiare il segno dovete porre f di x maggiore di zero. Perché? [...] Dove non esiste lo sapete, dove è zero lo sapete dall'intersezione, vediamo dove è positiva e abbiamo capito il segno. Allora cosa si fa? Dovete porre la forma analitica della funzione maggiore di zero. [...]*

Risolve sul file.jnt la disequazione $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} > 0$ arrivando al risultato $f(x) > 0 \quad \forall x \in D$.

Quindi torna al file.ggb e muove lo slider n al passo 6.

Insegnante: *Ecco perché avete questo sempre positivo sul file. Adesso [...] cosa si deve fare? Si devono cancellare le zona in cui non c'è. Se la funzione è positiva, allora vuol dire che la funzione è qua sopra, allora qui non ci sta. Questo file vi permette anche di cancellare, al passo successivo, la zona in cui è negativa.*

Contemporaneamente effettua il dragging sul punto X per 'cancellare' la parte del piano cartesiano al disotto dell'asse delle ascisse a sinistra del punto (1;0).

Insegnante: *D'ora in poi noi non sappiamo fare più niente. Però, se volete, potete andare a trovare sugli estremi del dominio quanto vale. [...] Su un estremo del dominio è facile calcolare quanto vale.*

Torna a visualizzare il file.jnt.

Insegnante: *[...]. Il dominio va da uno sino a infinito. Quanto vale sull'estremo uno del dominio?*

Più studenti: Uno.

Insegnante: Uno. Quindi in realtà il passo successivo sarà: limiti all'estremo del dominio. Per x uguale a uno la funzione vale uno. Evidenziamolo.

Traccia il punto (1;1) sul piano cartesiano presente nel file.jnt

Insegnante: La funzione parte da questo punto. Per x che va a più infinito? Quanto vale? Questo significherà calcolare un limite. Lo vediamo questo mese come si calcolano i limiti sull'estremo del dominio e i limiti in generale di una funzione. Poi bisogna andare a calcolare le derivate di una funzione. Poi bisognerà calcolare dove la funzione cresce, dove la funzione decresce, se ci sono massimi e minimi ... e così via. Poi si vedrà dove la funzione è convessa o concava. Con tutte queste informazioni voi alla fine potrete fare il grafico della funzione. Chiaro che invece GeoGebra vi sa calcolare perché se voi fate il passo successivo vi rappresenta direttamente la funzione.

Torna a visualizzare il file.ggb e muove lo slider n al passo 7. Effettua il dragging sul punto X. Sullo schermo appare una traccia verde del punto P che si muove sul grafico della funzione.

Insegnante: Muovendo il cursore potete anche vedere come variano i valori della funzione al variare della x . [...] Questo file GeoGebra [...] funziona per tutte le funzioni ... più o meno bene. Certo, ci sono alcuni casi in cui , non se so vedete qua, il dominio sbafa un po' [...] È meglio avere questo come verifica delle funzioni, poi avere la sicurezza con la carta e la penna, per via matematica. Però ... [il file] funziona per tutte le funzioni e quindi potete usarlo per verificare gli esercizi.

[L_N°8; 17:15-27:35]

Dal frammento riportato si può notare come durante lo svolgimento dell'attività il file.ggb assuma diverse funzioni, essendo utilizzato in momenti distinti come strumento di verifica o di anticipazione. Per lo studio del dominio la traccia rossa, ottenuta effettuando il dragging sul punto X , conferma quanto precedentemente ottenuto svolgendo i calcoli su Journal ("questa è una specie di verifica di quello che avete fatto"). Viceversa per lo studio del segno la traccia verde, ottenuta sempre tramite il dragging sul punto X , precede la discussione algebrica della disequazione $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} > 0$ ("Infatti se andiamo a vedere col calcolo, che viene fuori?"). Inoltre il file riveste una funzione trasversale di 'scaffolding' della procedura da utilizzare per lo svolgimento di questa tipologia di esercizi ("Questo è il passo successivo"; "Nel passo successivo quello che dovrete fare"; "Adesso cosa si deve fare?" "Quindi in realtà il passo successivo sarà").

In altri termini, benché l'intenzione dell'insegnante, chiaramente esplicitata, è quella di utilizzare il file.ggb per verificare la correttezza dei risultati parziali ottenuti per via algebrica ("Io vi darò il file che poi è una cosa molto carina che voi potrete utilizzare per tutte le funzioni, quindi è un modo per verificare le soluzioni"), la struttura stessa del materiale, progettato per un uso differente, interferisce con la conduzione dell'attività. In questo caso dunque la flessibilità interpretativa messa in atto dall'insegnante nei confronti di GeoGebra viene in qualche modo condizionata dalla scelta di utilizzare lo strumento non secondo una modalità di impiego autonomamente decisa, ma ricorrendo ad un file.ggb preesistente non costruito dall'insegnante.

Ad ogni modo è interessante osservare come l'insegnante riesca ugualmente a 'forzare' l'affordance del materiale didattico scelto, che prevedeva il suo impiego per lo svolgimento di un compito di natura esplorativa. Tale forzatura è ottenuta essenzialmente evitando un'interazione diretta tra gli studenti e GeoGebra, come invece previsto dalle indicazioni testuali presenti nel file. Inoltre durante l'attività la modalità di spiegazione si mantiene rigorosamente frontale e dunque gli studenti non vengono coinvolti nell'interpretazione del comportamento degli oggetti matematici a seguito delle azioni di dragging.

Per chiarire meglio in che modo sarebbe stato possibile utilizzare il file per un compito di natura esplorativa, prendiamo in considerazione la parte del frammento riportato che si riferisce allo studio del dominio della funzione. Abbiamo visto che l'insegnante, una volta modificata l'espressione analitica della funzione $f(x)$, chiude la finestra algebrica ed effettua il dragging sul punto X , evidenziando le due tracce rossa e grigia corrispondenti ai punti rispettivamente appartenenti e non appartenenti al dominio. Quindi passa alla costruzione della retta verticale che delimita il dominio individuato. In particolare ci interessa notare che la scelta dell'insegnante impedisce di confrontare la posizione del punto X nella finestra grafica con il valore del corrispondente punto P appartenente alla curva e presente nella finestra algebrica:

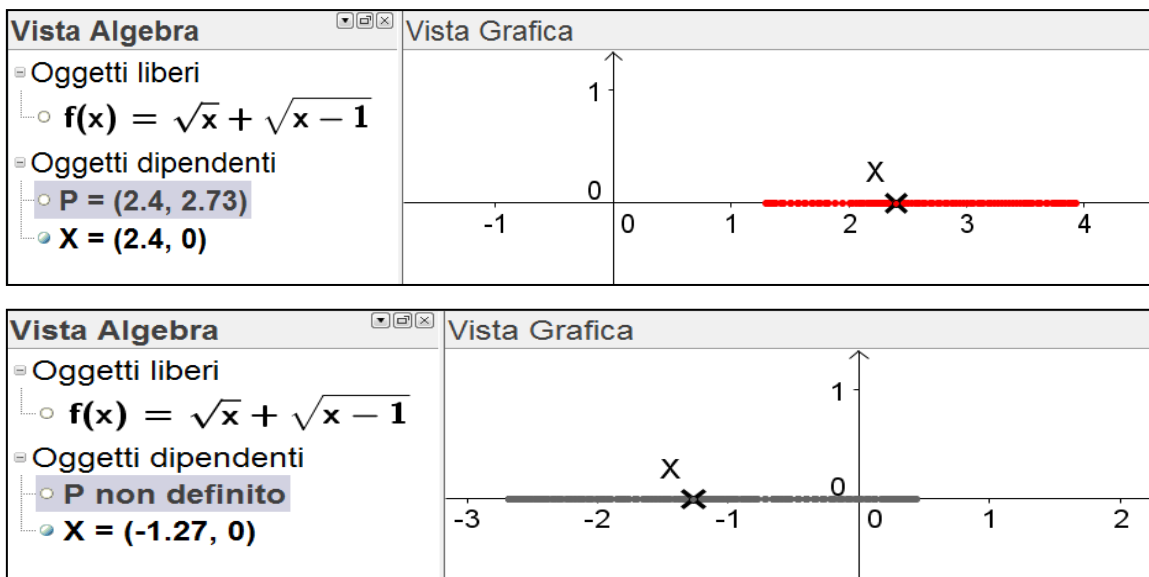


FIGURA 9

In questo modo non è possibile giustificare per quale motivo le due tracce corrispondono a valori della variabile indipendente x (associata al punto $X(x; 0)$) appartenenti rispettivamente al dominio della funzione e al suo complementare. Tale confronto tra i

due oggetti matematici (il punto P e il punto X) attraverso due distinti registri (numerico e grafico) consentirebbe agli studenti di consolidare il significato attribuito al concetto di dominio di una funzione attraverso un esempio concreto ($f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$). In particolare si tratterebbe di far notare che il valore dell'ascissa del punto X nel primo caso soddisfa le condizioni di esistenza richieste dai due radicali di cui si compone la funzione, mentre nel secondo caso no.

Questa modalità di utilizzo del file potrebbe inoltre essere sfruttata per indurre gli studenti a riflettere sul funzionamento del file stesso. Questione a cui l'insegnante accenna rapidamente (*"Con un metodo che poi vedremo, in realtà il file, cioè il programma va a calcolare la funzione, per vedere se in quel punto il grafico della funzione esiste."*), ma che non viene sviluppata né durante l'attività né nelle successive lezioni. In tal senso le due domande chiave da porre agli studenti sarebbero le seguenti:

Come è stato costruito il punto P in modo da vincolarlo al punto X ?

Come è stato costruito il punto X in modo da lasciare tracce di colori differenti?

Ai fini della nostra trattazione non interessa qui entrare nel dettaglio dei meccanismi di costruzione di questo file.ggb, bensì osservare che, nonostante l'insegnante conosca tali meccanismi, decide di non mostrarli agli studenti, ossia di non portarli a riflettere sul fatto che il software 'embody mathematics' (Laborde, 2007, p. 72). Questa esigenza didattica trascende gli obiettivi di apprendimento propri del corso e sarebbe invece stata avvertita dall'insegnante nel caso in cui gli studenti fossero stati coinvolti in compiti che richiedevano un uso più complesso del software, ossia un distinto processo di *instrumentalisation*.

Ribadiamo invece che per l'insegnante la funzionalità didattica fondamentale attribuita a GeoGebra in relazione alla tipologia di compiti proposti è quella di consentire una verifica a posteriori dei risultati ottenuti con carta e penna. Questa concezione dello strumento determina il tipo di interazione che gli studenti devono avere con questo così come con altri files.ggb presentati durante le lezioni e successivamente messi a disposizione. A tal fine la principale competenza d'uso di GeoGebra che all'insegnante interessa sviluppare negli studenti riguarda il corretto input delle funzioni analitiche, ossia la conoscenza della sintassi ammessa dal software per i simboli e le operazioni matematiche negli opportuni campi di inserimento algebrico. In effetti sia nel corso

dell'attività qui discussa che durante molte altre l'insegnante dedica una parte consistente di tempo proprio per assicurarsi che gli studenti acquisiscano tale competenza.

C'è infine un ultimo aspetto che è possibile far emergere dall'analisi del frammento dell'attività <A_8.4> preso in considerazione e che è riconducibile a quanto già espresso precedentemente in termini di 'mancata ufficializzazione' di GeoGebra all'interno del corso (cfr. la sezione *Le scelte di carattere generale per l'integrazione del software nel processo di insegnamento-apprendimento*). Nel presentare il file.ggb agli studenti, l'insegnante utilizza il termine 'carino' ("Io vi darò il file che poi è una cosa molto carina"). Al tempo stesso viene ribadito in più momenti che il vero obiettivo di apprendimento implicato nel compito proposto è costituito dalla capacità di effettuare lo studio del dominio e del segno della funzione con carta e penna ("Questo va sempre fatto. Quindi in realtà il file ve lo fa, però voi dovrete imparare a farlo via grafica"; "Anche il file GeoGebra al passo successivo vi dice 'Determinatelo con carta e penna il segno della funzione'"; "È meglio avere questo come verifica delle funzioni, poi avere la sicurezza con la carta e la penna, per via matematica"). Dunque il file.ggb è carino, ma non essenziale ai fini dello svolgimento del compito il cui prodotto finale è rappresentato dal contenuto del file.jnt, che costituisce il vero modello di riferimento per i futuri esercizi proposti agli studenti.

Questa esigenza dell'insegnante di precisare e delimitare la funzione assegnata a GeoGebra come strumento in mano agli studenti si manifesta più volte durante il corso. Riportiamo a tal proposito i seguenti frammenti, alcuni dei quali già citati in precedenza.

Insegnante: Vediamo un po' come si fanno questi esercizi [con GeoGebra]. Può essere divertente. Non è materia d'esame, però può essere divertente.... Dovreste in realtà impararlo [l'uso del software]. Io non vi darò niente, non vi darò nessun appunto, farò ogni tanto delle cosette per in qualche modo invogliarvi allo studio della dinamicità delle figure, però non è programma d'esame.

[L_N°5; 38:55-39:31]

Studente: Lo portiamo domani il computer?

Insegnante: Domani portatelo, se volete portatelo e facciamo un' esercitazione e poi dopo gli esercizi sui domini di funzioni.

Studente: Allora il computer lo portiamo, così almeno ...

Insegnante: Se vi va sì.

Studente: Sì sì ...

Insegnante: Non è obbligatorio, è carino

[L_N°15; 48:15-48:38]

Insegnante: *Io mi immaginavo che voi foste portati ad utilizzarlo [GeoGebra], se non lo fate, ve lo dico, utilizzatelo! E' carino come strumento di verifica, molto carino.*

[L_N°10; 06:20-06:31]

L'atteggiamento dell'insegnante che emerge da questi passaggi è duplice. Da una parte l'uso di GeoGebra viene incentivato, ma dall'altra se ne ribadisce la funzione marginale rispetto processo di insegnamento-apprendimento. Tale atteggiamento può trovare una sua giustificazione considerando le potenzialità di calcolo e di rappresentazione grafica proprie dello strumento, che spesso possono banalizzare i compiti tipicamente assegnati nei corsi di analisi matematica di scuola secondaria di secondo grado. In altri termini l'integrazione del software all'interno del corso rischia di interferire con lo sviluppo di quelle competenze espressamente previste dalle indicazioni nazionali di curriculum a cui l'insegnante è particolarmente attento, soprattutto in vista dell'esame di stato che devono affrontare gli studenti al termine dell'anno scolastico.

CAPITOLO VII

CONCLUSIONI

SINTESI DEI RISULTATI OTTENUTI

Lo studio di caso illustrato nei precedenti capitoli ha avuto come problema di riferimento la difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento abitualmente sviluppate nelle scuole secondarie. Dalla rassegna della letteratura inerente a tale problema è emerso come tema ricorrente la distanza tra la valenza didattica concepita per tali strumenti dalla ricerca educativa di ispirazione costruttivista e quella invece attribuitagli dagli insegnanti durante il loro impiego all'interno delle aule. Tale distanza può essere espressa in termini di flessibilità interpretativa, concetto introdotto negli studi di Social Construction of Technology (SCOT) per spiegare fenomeni ricorrenti durante la fase di appropriazione da parte di una comunità di pratica di un dato artefatto.

Dopo aver contestualizzato allo scenario italiano la tematica generale dell'integrazione delle tecnologie informatiche nei sistemi educativi formali, con particolare riferimento all'insegnamento della matematica, si è deciso di affrontare il problema di ricerca individuato seguendo come approccio teorico ed epistemologico di riferimento quello culturale, proprio degli studi di Instructional Innovation. Secondo tale approccio, ispirato al paradigma naturalistico-interpretativo, l'introduzione delle ICT nei sistemi di istruzione deve essere vista come un tentativo di innovazione educativa, soggetta a possibili dinamiche di trasformazione o rigetto da parte degli insegnanti.

È stato quindi progettato uno studio di caso che prevedeva l'osservazione del lavoro di un insegnante esperto e con buone competenze informatiche durante un corso di matematica in un istituto di scuola secondaria di secondo grado, allo scopo di evidenziare se e come le modalità d'impiego di un dato software matematico producessero un'innovazione nella pratica di insegnamento o se invece si adattassero alla prassi consolidata, discostandosi da quanto previsto dalla ricerca educativa di ispirazione costruttivista.

Individuato l'insegnante, gli è stato proposto di sperimentare l'uso del software GeoGebra durante alcuni mesi all'interno di un corso di matematica da lui impartito. Il

corso scelto è risultato essere un quinto anno dell'indirizzo di studi di liceo scientifico. I principali argomenti del curriculum previsti durante il periodo di osservazione sono stati il concetto di funzione reale, lo studio delle funzioni analitiche, il concetto di limite e il calcolo infinitesimale. Non è stata posta nessuna condizione sul tipo di impiego dello strumento didattico, mentre è stato esplicitamente richiesto all'insegnante di utilizzarlo con una certa consistenza in termini quantitativi.

Le motivazioni iniziali che hanno spinto l'insegnante ad accettare la sperimentazione proposta erano principalmente legate ad un interesse verso l'uso delle tecnologie informatiche, viste come strumenti in grado di creare materiali didattici in formato digitale con i quali sostituire quelli tradizionalmente prodotti su carta o lavagna. L'insegnante aveva inoltre saltuariamente utilizzato in passato alcuni softwares matematici (Cabri, Cinderella), senza poterli tuttavia integrare in modo sistematico all'interno dei corsi impartiti in quanto programmi con licenza a pagamento. In tal senso GeoGebra presentava il notevole vantaggio di essere un prodotto simile, ma con licenza freeware.

Sulla base dei dati raccolti durante il periodo di osservazione del corso e nelle fasi immediatamente precedenti e successive è stato possibile ottenere i risultati di ricerca presentati nel capitolo precedente e che qui sintetizziamo.

Descrizione generale del processo di insegnamento-apprendimento

Il processo di insegnamento-apprendimento osservato può essere ricondotto ad un modello trasmissivo-imitativo. Il tempo di lezione è prevalentemente speso per attività didattiche a carico dell'insegnante: attività di presentazione dei contenuti teorici e di svolgimento di compiti esemplificativi. La conduzione di tali attività è nella maggior parte dei casi affidata a spiegazioni in modalità frontale e all'uso di materiali didattici creati dall'insegnante in forma di note scritte. Un tempo molto minore è dedicato ad esercitazioni, durante le quali sono proposti agli studenti compiti simili a quelli precedentemente risolti dall'insegnante. In queste situazioni lo svolgimento dei compiti avviene principalmente secondo modalità di lavoro individuale da parte degli studenti, mentre forme di collaborazione tra pari avvengono episodicamente e in modo estemporaneo.

Tale processo di insegnamento-apprendimento poggia su un contratto didattico che prevede da parte dell'insegnante un'esaustiva trattazione di tutti i contenuti curricolari e la risoluzione delle principali tipologie di compiti, mentre da parte degli studenti l'assimilazione e riproposizione del sapere matematico presentato dall'insegnante. Sono inoltre previsti meccanismi di feedback, essenzialmente affidati alle richieste di chiarimento da parte degli studenti relative alle difficoltà incontrate durante la soluzione dei compiti assegnati per casa. Richieste che l'insegnante soddisfa eseguendo lo svolgimento del compito precedentemente proposto, oppure consegnando agli studenti ulteriori materiali didattici contenenti compiti svolti simili al precedente. Non vengono svolte analisi puntuali degli errori o degli specifici ostacoli manifestati dagli studenti al fine di rimuovere eventuali conflitti cognitivi sottostanti alle difficoltà incontrate.

La trasposizione didattica effettuata dall'insegnante rappresenta un compromesso tra un'impostazione assiomatico-deduttiva propria della teoria trattata e un approccio tecnico-operativo per la soluzione dei compiti proposti, coerenti con gli obiettivi di apprendimento generali previsti dalle indicazioni nazionali del curricolo di matematica del liceo scientifico. In particolare l'impostazione assiomatico-deduttiva viene preferita a quella esplorativo-induttiva. Una parte consistente dei contenuti curricolari vengono presentati sotto forma di definizioni e teoremi. Le definizioni sono esposte nella maggior parte dei casi utilizzando gli enunciati formali, limitandosi ad un approccio ostensivo solo in quei casi in cui il chiarimento dell'enunciato risulta concettualmente troppo complesso.

Per quanto riguarda l'argomentazione dei teoremi propri della teoria trattata o la presentazione di proprietà riferibili a particolari oggetti matematici non viene quasi mai né sviluppata né accennata la dimostrazione formale. **La scelta epistemologica adottata dall'insegnante è quella di giustificare le proprietà enunciate utilizzando opportuni esempi scelti ad hoc.** In tutti i casi gli studenti non sono coinvolti in processi di conjecturing e proving.

L'approccio tecnico operativo è riscontrabile nella scelta dei compiti proposti e nelle indicazioni fornite per la loro soluzione. La maggior parte di questi possono essere considerati esercizi, la cui soluzione prevede il riconoscimento dell'opportuna tipologia di oggetti matematici presenti nel compito, l'applicazione di strategie risolutive

standard e la loro implementazione mediante l'uso rapido e corretto di opportune tecniche di calcolo o grafiche. Per favorire l'acquisizione di questo approccio da parte degli studenti, oltre alle strategie didattiche già esposte in precedenza, l'insegnante introduce come contenuti curriculari aggiuntivi alcune classificazioni di famiglie di oggetti matematici all'interno delle quali ricondurre i casi specifici presenti negli esercizi. Quasi del tutto assente è la proposizione di problemi che implicino l'esplorazione degli oggetti matematici e la ricerca di strategie risolutive autonome (non ancora note o comunque non facilmente riconducibili a quelle utilizzate in altri simili compiti guida). La possibilità di successo nello svolgimento di tali compiti è fondamentalmente affidata alle capacità individuali dei singoli alunni.

L'integrazione del software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento

In termini quantitativi si può parlare di un'effettiva integrazione del software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento. Tale integrazione è stata garantita dal setting strumentale predisposto dall'insegnante ed è constatabile dal numero di materiali didattici creati per mezzo di GeoGebra (files.ggb) e dal tempo d'uso complessivo dello strumento rispetto all'intera durata del periodo di osservazione del corso.

D'altra parte, concentrando l'attenzione sulle specifiche modalità d'impiego del software si evidenzia un suo sostanziale adattamento alla consolidata pratica di insegnamento sintetizzata nella sezione precedente. Dall'analisi complessiva delle attività didattiche nelle quali era coinvolto GeoGebra è emerso, come primo elemento indicativo di tale processo di adattamento, una **significativa differenza tra il tempo d'uso dello strumento da parte dell'insegnante rispetto agli studenti.** Tale differenza può essere messa in relazione con il rapporto tra i tempi dedicati per attività didattiche prevalentemente a carico dell'insegnante e per quelle prevalentemente a carico degli studenti.

Per quanto riguarda la presentazione dei contenuti curriculari il software è presente durante circa un terzo di tali attività e svolge due funzioni principali: chiarificazione del significato delle definizioni introdotte e giustificazione della validità delle proposizioni enunciate per le quali non viene sviluppata la dimostrazione. In tutti i

casi i files utilizzati contengono esemplificazioni di specifici oggetti ostensivi (quasi sempre funzioni reali) e sono costruiti in modo tale che le proprietà su cui l'insegnante vuole porre l'attenzione appaiano in maniera evidente all'apertura del file o tramite semplici operazioni di dragging su particolari oggetti dinamici (punto mobile vincolato al grafico o agli assi cartesiani, slider associato ad un parametro della funzione analitica rappresentata). Il registro matematico utilizzato per evidenziare una data proprietà dell'oggetto rappresentato è prevalentemente grafico, mentre scarsa attenzione viene rivolta alle rappresentazioni nel registro algebrico o in quello numerico.

La progettazione dei files e la conduzione delle attività didattiche non consentono attività di esplorazione e conjecturing da parte degli studenti. In tutte le situazioni osservate è l'insegnante che opera sul software e accompagna la presentazione dei contenuti curriculari con ulteriori materiali didattici (files prodotti con Windows Journal o visualizzati mediante Acrobat Reader) che contengono rappresentazioni grafiche equivalenti a quelle visualizzate attraverso i files.ggb. La modalità di spiegazione adottata durante l'uso di GeoGebra resta frontale e gli studenti non vengono coinvolti attivamente nell'individuazione delle proprietà sulle quali l'insegnante pone l'attenzione.

I files utilizzati durante tali attività sono generalmente prodotti dall'insegnante fuori dall'aula e durante le lezioni non vengono chiariti agli studenti i loro meccanismi concettuali di funzionamento. In alcuni casi l'insegnante mostra agli studenti i passi necessari per riprodurre autonomamente il file.ggb impiegato durante l'attività, ma tali spiegazioni si concentrano essenzialmente sulla sequenza di comandi e sulla corretta sintassi da utilizzare, piuttosto che sulle relazioni matematiche che collegano i singoli oggetti costruiti.

La presenza del software è significativa in termini quantitativi anche durante le attività di svolgimento di compiti da parte dell'insegnante e degli studenti, ed è paragonabile, in proporzione, a quella durante le attività di presentazione. In tali situazioni **GeoGebra viene prevalentemente utilizzato per la verifica dei risultati ottenuti con carta e penna.** In quasi tutti i casi osservati sia la formulazione che lo svolgimento del compito non implicano la presenza necessaria del software. Ossia non vengono previsti né compiti che richiedano la costruzione tramite GeoGebra di oggetti matematici con particolari proprietà (compiti di costruzione), né compiti nei quali sia richiesto agli

studenti di individuare particolari proprietà di oggetti matematici dinamici presenti in un costruzione assegnata (compiti di esplorazione e conjecturing).

Conseguentemente l'interazione tra gli studenti e il software prevede semplici modifiche di files preesistenti oppure operazioni di dragging indicate nel file stesso o mostrate dall'insegnante in situazioni simili. **Tali limitate modalità di interazione non richiedono l'acquisizione di particolari competenze d'uso dello strumento.** L'attenzione dell'insegnante è soprattutto rivolta all'acquisizione da parte degli studenti della sintassi per l'inserimento delle funzioni analitiche nella finestra di input algebrico dal programma.

Un ultimo elemento, particolarmente importante nel caratterizzare il tipo di integrazione del software all'interno del processo di insegnamento-apprendimento, è rappresentato dalla scarsa presenza di compiti assegnati per casa che richiedono l'uso del software e soprattutto dalla sua totale assenza durante le prove di verifica. Questo risultato può essere espresso in termini di **'mancata ufficializzazione' di GeoGebra rispetto al curriculum del corso.**

RISCONTRO CON LA LETTERATURA DI RIFERIMENTO

I risultati di ricerca sopra sintetizzati permettono di evidenziare, nello specifico caso esaminato, i singoli aspetti in cui si scompone il fenomeno della flessibilità interpretativa operata dall'insegnante nei confronti del software matematico utilizzato. In base a quanto detto risulta evidente non solo la coerenza tra le scelte didattico-metodologiche ed epistemologico-disciplinari dell'insegnante e le modalità d'impiego di GeoGebra, ma anche la distanza tra tali scelte e tali modalità rispetto a quelle previste da un approccio costruttivista allo studio della matematica. Questa distanza può essere ulteriormente chiarita tornando a considerare la rassegna della letteratura sulla problematica dell'integrazione dei softwares matematici sintetizzata nel primo capitolo e più ampiamente sviluppata nel terzo.

In termini generali possiamo dire che l'introduzione di un software matematico all'interno della pratica di insegnamento osservata non è stata sufficiente per produrre un cambio nella *"nature of mathematical activity by shifting the balance in favour of an experimental approach in a broad sense, including activities such as modelling,*

simulation, and trials on a large scale." (Laborde, 2007). Più nello specifico, le potenzialità didattiche di GeoGebra, previste dalla sua affordance, non sono state sfruttate secondo le indicazioni prospettate dalla teoria della mediazione semiotica (Mariotti, 2009) o dalla instrumental theory (Verillon & Rabardel, 1995).

Volendo rapportare le attività di presentazione dei contenuti curricolari svolte dall'insegnante tramite l'ausilio di GeoGebra alla teoria di ispirazione vygotskiana non è possibile riscontrare in esse pratiche sociali di interazione dialogica attraverso le quali l'insegnante abbia guidato gli studenti verso la costruzione di significato dei concetti matematici sottostanti agli oggetti rappresentati tramite l'ausilio del software. D'altra parte l'uso di GeoGebra previsto durante lo svolgimento dei compiti, essendo essenzialmente finalizzato alla verifica dei risultati ottenuti con carta e penna, non ha permesso lo sviluppo negli studenti di un processo di genesi strumentale particolarmente profondo. In altri termini non sono stati proposti compiti volti a favorire l'appropriazione da parte degli studenti di schemi di impiego dello strumento da utilizzare per risolvere particolari quesiti che permettessero l'acquisizione di nuovo sapere matematico. A tal proposito è interessante prendere in considerazione la classificazione gerarchica introdotta da Laborde dei compiti che prevedono l'uso di un software matematico già presentata nel terzo capitolo. I compiti proposti dall'insegnante durante la pratica osservata sono collocabili al livello 1 della classificazione: *"tasks in which the environment facilitates material actions but does not change the task for the students"*. (Laborde, 2007, p. 87).

Chiarita la differenza tra la valenza didattica attribuita a GeoGebra dall'insegnante e quella invece prospettata dalla ricerca educativa di impostazione costruttivista per strumenti didattici con affordance simile, vogliamo ora confrontare i risultati del presente studio con quelli di altri lavori espressamente centrati sulla problematica dell'integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento. Un primo accordo di massima tra quanto ottenuto e quanto emerge ripetutamente dalla rassegna della letteratura può essere espresso in termini di 'innovazione apparente'. Come evidenziato da diverse ricerche condotte in più paesi già a partire dagli anni Novanta (Kerr, 1991; Goodson & Mangan, 1995; Cuban, Kirkpatrick, & Peck, 2001) l'integrazione di una nuova tecnologia non comporta automaticamente un cambio nel

modello didattico sottostante alla pratica d'insegnamento, quanto piuttosto fenomeni di adattamento o, appunto, flessibilità interpretativa della tecnologia stessa.

Volendo trovare dei riscontri più specifici tra il presente lavoro e la letteratura esaminata possiamo prendere in considerazione le ricerche condotte da Laborde (2001) e Ruthven et al (2008), ampiamente citate nel terzo capitolo. Dobbiamo innanzitutto premettere che i confronti che proponiamo vanno letti con le dovute cautele in quanto esistono delle notevoli differenze tra i casi descritti all'interno di tali pubblicazioni e quello invece qui esaminato. Differenze relative sia ai sistemi educativi nel quale si sono svolte le pratiche di insegnamento osservate (Francia, Inghilterra, Italia), sia ai contenuti curriculari trattati (geometria euclidea vs analisi matematica).

Prendendo in esame la ricerca di Laborde possiamo mettere in relazione la pratica di insegnamento da noi osservata con quella ivi descritta relativa ad un'insegnante con sufficiente esperienza professionale, ma *"novice in the use of technology"* (all'interno di tale lavoro con questa espressione si intende un insegnante che non ha avuto precedenti esperienze d'uso di software matematici). In particolare nei già citati passaggi conclusivi dell'articolo si sottolinea la resistenza dell'insegnante nel rinunciare all'uso di *"activities in paper-and-pencil environment"* e la tendenza a far utilizzare le funzioni di dragging del software *"more verifying or test way [...] than search way"*. Questi comportamenti mostrano analogie con quanto evidenziato nel caso del nostro insegnante relativamente ai compiti da svolgere con l'ausilio di GeoGebra. Più in generale possiamo ascrivere al nostro studio di caso la seguente riflessione sviluppata da Laborde. *"We assume that really integrating technology into teaching takes time for teachers because it takes time for them to accept that learning might occur in computer-based situations without reference to a paper-and-pencil environment and to be able to create appropriate learning situations. But it also takes time for them to accept that they might lose part of their control over what students do."* (ibid, pp. 311-312).

Passando a considerare il lavoro di Ruthven et al., ricordiamo che in tale articolo gli autori, analizzando alcune pratiche di insegnamento, individuano nove ambiti d'azione rispetto ai quali gli insegnanti adottano distinte strategie di utilizzo dei softwares matematici. In particolare dei quattro insegnanti osservati ve ne è uno che sembra

attribuire allo strumento informatico utilizzato una valenza didattica paragonabile a quella che il nostro insegnante attribuisce a GeoGebra. Aldilà di tale analogia, risulta interessante rileggere i risultati della nostra ricerca, attraverso gli ambiti d'azione ivi enucleati.

Rispetto alle voci *“Employing dynamic geometry to support guided discovery”*, *“Supporting learning through analysis of mathematical discrepancies”*, *“Promoting mathematically disciplined interaction through the software”* e *“Providing experience of a mathematical reference model through the software”*, possiamo dire che nessuna delle modalità d'impiego di GeoGebra da parte dell'insegnante da noi osservato sfrutta le potenzialità dello strumento in relazione a tali ambiti d'azione. Per quanto riguarda *“Handling apparent mathematical anomalies of software operation”*, in tutti i files.ggb utilizzati viene evitata accuratamente la possibilità che gli oggetti matematici rappresentati evidenzino dei comportamenti anomali e, prima ancora, mostrino proprietà che esulano dal fuoco dell'attività didattica in quel momento sviluppata. Relativamente a *“Privileging a mathematical register for framing figural properties”* e *“Incorporating dynamic manipulation into mathematical discourse”* l'insegnante si limita all'uso del registro grafico per evidenziare le proprietà delle funzioni rappresentate con GeoGebra e invita gli studenti ad esprimere tali proprietà attraverso il linguaggio formale proprio dell'analisi matematica, evitando i termini utilizzati per la descrizione del comportamento degli oggetti matematici visualizzati sullo schermo. Infine nel *“Positioning dynamic geometry in relation to curricular norms”* la scelta del nostro insegnante è estremamente chiara. L'uso di GeoGebra non deve interferire con gli obiettivi d'apprendimento in vista dell'esame conclusivo del ciclo di studi e dunque non risulta conveniente sviluppare attività didattiche centrate sull'uso di tale strumento che esulino dai contenuti curricolari prestabiliti.

POSSIBILI SVILUPPI DELL'ATTIVITÀ DI RICERCA

L'attività di ricerca condotta ammette due principali linee di sviluppo. La prima nella direzione di approfondimento dello studio di caso qui presentato, la seconda in una direzione comparativa che prevede l'osservazione di ulteriori pratiche di insegnamento.

Per quanto riguarda la prima ipotesi di sviluppo risulterebbe interessante, una volta ottenuta una descrizione dettagliata della flessibilità interpretativa messa in atto dall'insegnante nei confronti del software matematico, cercare di individuare i fattori che possono averla determinata. L'analisi di tali fattori permetterebbe un approfondimento multidimensionale di natura interpretativa dello studio di caso condotto. Il punto di partenza di tale indagine è costituito proprio dalla sintesi estrema dei risultati di ricerca ottenuti: le modalità di impiego di un software matematico, o più in generale di un nuovo strumento didattico, e conseguentemente la valenza didattica attribuitagli, si adattano alle scelte didattico-metodologiche e epistemologico-disciplinari effettuate dall'insegnante durante la progettazione e conduzione di un processo di insegnamento-apprendimento. Tuttavia tali scelte sono a loro volta influenzate da una moltitudine di elementi che contribuiscono in termini generali a definire il 'modo di lavorare' dell'insegnante. Compito di una nuova attività di ricerca sarebbe quello di individuare quali tra questi elementi costituiscono, nello specifico caso esaminato, i principali fattori che, incidendo sulle suddette scelte, hanno determinato la flessibilità interpretativa osservata.

Questo lavoro di indagine in realtà è già stato avviato durante la presente attività di ricerca, ma successivamente abbandonato perché eccessivamente vasto e concettualmente distinto dall'obiettivo di ricerca fissato. Sulla base dei materiali raccolti è comunque possibile indicare alcune dimensioni di indagine preferenziali che andrebbero sviluppate.

- **La dimensione curricolare.** Come evidenziato nel secondo capitolo, l'introduzione delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione all'interno del sistema d'istruzione italiano è stata fortemente incentivata dalle politiche educative di carattere generale perseguite negli ultimi anni. Ma al tempo stesso le indicazioni nazionali di curricolo relative all'insegnamento della matematica sono ancora molto vaghe nel definire il ruolo che gli specifici strumenti didattici, supportati da tali tecnologie, debbano svolgere rispetto a questo ambito disciplinare. Nel caso degli indirizzi di studio del ciclo secondario di secondo grado, con particolare riferimento ai licei scientifici, nelle nuove indicazioni nazionali del 2010 vi sono alcuni accenni all'uso di strumenti informatici, ma la struttura generale del

curricolo proposto resta ancorata ad un modello di studio della matematica lontano da quello previsto dalla ricerca educativa di ispirazione costruttivista e che, conseguentemente, mal si concilia con una reale integrazione dei softwares matematici nei processi di insegnamento-apprendimento.

Nel considerare la dimensione curricolare bisogna inoltre tener presente che le scelte degli insegnanti sono fortemente condizionate, oltre che dai suddetti vincoli istituzionali, dalle prassi d'insegnamento consolidate nel tempo e riconosciute come valide all'interno della propria comunità di riferimento. Sono tali prassi che danno autorevolezza alle indicazioni ministeriali e ufficializzano il tipo di attività matematiche da far sviluppare agli studenti, ossia il sapere disciplinare da apprendere. Conseguentemente la possibilità di integrazione di un nuovo strumento didattico nei processi di insegnamento-apprendimento deve essere esaminata tenendo in considerazione non solo le indicazioni nazionali di curricolo, ma anche il modo in cui tale strumento interviene e altera le attività matematiche abitualmente svolte all'interno delle aule. In altri termini la valenza educativa che gli insegnanti attribuiscono ai softwares matematici è il risultato di una mediazione di significati che si attua all'interno delle proprie comunità di pratica 'all'ombra' del tipo di conoscenza matematica istituzionalizzata e ufficialmente riconosciuta come sapere da apprendere.

Il fenomeno della flessibilità interpretativa evidenziato dalla presente ricerca si presta ad essere spiegato sia analizzando il modo in cui l'insegnante ha interpretato le specifiche indicazioni nazionali di curricolo per il corso di quinta liceo scientifico, che evidenziando quale tipo di influenza ha esercitato la comunità scolastica di riferimento nella progettazione e conduzione del processo di insegnamento-apprendimento osservato.

- **La dimensione professionale.** Un secondo fattore cruciale che può aiutare ad interpretare le modalità di impiego di GeoGebra durante la pratica di insegnamento osservata è costituito dalle conoscenze professionali possedute dall'insegnante. Questo in effetti è un tema ricorrente all'interno delle interviste raccolte e che si articola in molteplici aspetti. Da una parte l'insegnante evidenzia come l'atteggiamento "*cautelativo-dimostrativo*" nei confronti del software sia dovuto alle sue competenze non ancora consolidate nell'uso dello strumento,

dall'altra lo stesso insegnante ammette che GeoGebra si presta ad uno studio della matematica secondo un approccio costruttivista, ma che questo richiederebbe un profondo ripensamento della sua pratica d'insegnamento.

Tra questi due poli estremi della dimensione professionale, padronanza d'uso del software e concezioni di apprendimento e insegnamento, vanno ricercate le specifiche conoscenze e competenze possedute dall'insegnante che influiscono sulle modalità d'impiego dello strumento. Pensando un approfondimento dello studio di caso in questa direzione sarebbe particolarmente importante evidenziare in che misura tali conoscenze e competenze siano riconducibili alla formazione ricevuta o all'esperienza professionale sviluppata nel corso degli anni.

Tale analisi costituirebbe un utile contributo ad una delle questioni più dibattute circa la difficoltà di integrazione dei softwares matematici nelle pratiche di insegnamento. Di fatti da anni la ricerca educativa, di fronte a fenomeni di flessibilità interpretativa, cerca di capire quali strategie risultano più idonee per favorire negli insegnanti un'evoluzione strumentale che porti ad una differente attribuzione di significato (valenza didattica) di questi artefatti.

A tal proposito è possibile riscontrare all'interno della letteratura sulla Teacher Education due distinti orientamenti di carattere generale. Il primo, tendenzialmente prescrittivo, mira a definire le conoscenze professionali a partire da modelli sviluppati su basi teoriche a cui gli insegnanti dovrebbero adeguare la progettazione e conduzione della propria attività didattica; il secondo, di impostazione maggiormente ecologica, cerca di individuare, attraverso l'analisi delle pratiche e delle opinioni di insegnanti esperti, quali siano gli elementi essenziali che garantiscono il successo dei processi di insegnamento-apprendimento implementati. Questa contrapposizione ha dato luogo a distinti concetti di conoscenza professionale, tra i quali due sono emblematicamente significativi: il concetto di Pedagogical Content Knowledge (Shulman, 1986) e quello di Craft Knowledge (Brown & McIntyre, 1993).

Entrambi questi tipi di conoscenze professionali sono stati declinati nel caso delle tecnologie informatiche. La Pedagogical Content Knowledge è stata precisata in termini di Technological Pedagogical Content Knowledge (Mishra & Koehler, 2006) e in particolare per quanto riguarda l'insegnamento della matematica sono stati

individuati quattro ambiti di conoscenza da tenere in considerazione nella formazione degli insegnanti: *mathematical knowledge*, *knowledge about the artefact*, *didactic knowledge of mathematics*, e *didactic knowledge about the artefact* (Tapan, 2003). Mentre il concetto di Craft Knowledge è stato approfondito nel caso dei softwares matematici da Ruthven (2009). In particolare secondo lo studioso inglese l'analisi di questo tipo di conoscenza può essere sviluppata a partire da cinque elementi essenziali attorno ai quali si strutturano le pratiche di insegnamento: *Working environment*, *Resource system*, *Activity format*, *Curriculum script*, *Time economy*.

Vogliamo sottolineare che nello sviluppare attività d'indagini centrate sulla formazione professionale degli insegnanti i due concetti di TPCK e Craft Knowledge non devono essere pensati in termini antitetici ma complementari. A tal proposito riteniamo particolarmente significativa la posizione espressa dallo stesso Ruthven nel lavoro appena citato. *"In short, for the mentality underpinning teachers' classroom use of technology to become functional it must embrace the materiality of the classroom through the development of craft knowledge. [...] Compared to the more rationalistic approach in which a 'professional knowledge base for teaching' is characterized in terms of its (subject) content and pedagogical components, along with an epistemically distinctive 'pedagogical content knowledge' fusing the two, the craft perspective focuses on the functional organisation of a broader system of (often tacit) teacher knowledge required to accomplish concrete professional tasks. For purposes of designing university teacher education curriculum, there may indeed be political interest and epistemic value in trying to tease apart those bases for teacher knowledge that can be reduced to (subject) content or pedagogy, or that involve an irreducible duality of the two. Likewise, given the transparency of older mediating technologies, there may be merit in highlighting an explicitly technological dimension to create a three-way analysis culminating in the construct of 'technological pedagogical content knowledge'. However, the crucial practical challenge of technology integration is (for the new teacher) to develop or (for the already serving teacher) to adapt a functionally-organised system of craft knowledge. While this process may well be assisted by the conversion and recontextualisation of the knowledge*

bases highlighted by analysis in terms of PCK or TPCK, it is not reducible to this.”
(Ruthven, 2009, pp. 7-8)

- **La dimensione motivazionale.** Esiste infine una terza dimensione di indagine particolarmente significativa che emerge dallo studio di caso condotto e che coinvolge la componente motivazionale implicata nella pratica di insegnamento osservata. Nel corso delle interviste l’insegnante ha più volte fatto ricorso a considerazioni descrivibili in termini sia di aspettative che di rischi o disagi percepiti per chiarire il suo atteggiamento di fondo rispetto all’adozione del nuovo strumento didattico.

Lo studio di tali fattori benché connessi a quelli precedentemente indicati (ad esempio la percezione di inadeguatezza rispetto alle competenze professionali possedute), costituisce una distinta prospettiva d’indagine esplicitamente contemplata dall’approccio culturale ai fenomeni di innovazione educativa. *“Ya que el cambio es llevado a cabo por individuos, sus satisfacciones personales, frustraciones, intereses, motivaciones y percepciones, generalmente juegan un papel importante en la determinacion del éxito o fracaso de una iniciativa de cambio”* (Hall e Loucks, 1978, pg 38, cit. in González & Escudero, 1987). In altri termini, altrettanto generali, un insegnante può essere d’accordo in linea di principio con una proposta innovativa e, sulla base della propria esperienza professionale, può anche considerarla realizzabile, ma nonostante ciò può ritenere che essa comporti alcune conseguenze peggiorative delle proprie condizioni di lavoro, quali ad esempio un aumento del carico di lavoro, un assunzione di maggiori responsabilità o un’esposizione a rischi di fallimento.

È questo un tema particolarmente sensibile, rispetto al quale non è stato possibile individuare ricerche specifiche nel caso dei softwares matematici. Tuttavia riteniamo che esso giochi un ruolo rilevante all’interno del problema di ricerca affrontato nel presente lavoro o nei suoi possibili sviluppi. A tal proposito vogliamo sottolineare l’importanza che riveste sul piano motivazionale il dovuto riconoscimento verso gli insegnanti impegnati nel tentativo di un uso critico e consapevole dei nuovi strumenti didattici. Comunità di ricerca e policy makers non possono prescindere dalla consapevolezza che l’innovazione e il miglioramento delle pratiche d’insegnamento implica necessariamente una valorizzazione della

professionalità acquisita dagli insegnanti attraverso le sperimentazioni condotte all'interno delle aule e l'attività di aggiornamento costante che tali sperimentazioni richiedono.

Come anticipato all'inizio del paragrafo, esiste un'altra possibilità di sviluppo della presente ricerca che consiste nell'applicare la metodologia di indagine utilizzata in questo studio di caso ad altre pratiche d'insegnamento in cui è coinvolto l'uso di un software matematico. L'obiettivo sarebbe quello di mettere insieme un numero sufficiente di situazioni confrontabili che si prestino ad un'analisi comparata sul territorio nazionale. Tale progetto di ricerca a più lungo termine premetterebbe di costruire un quadro rappresentativo delle distinte dinamiche attraverso le quali si possono manifestare i fenomeni di flessibilità interpretativa, ma al tempo stesso potrebbe fornire alcuni significativi esempi di impiego di tali strumenti maggiormente coerenti con i presupposti costruttivisti, così come evidenziati in altri paesi.

La necessità di questa linea di ricerca trova il suo fondamento nell'assunto di base che lo studio di una qualsiasi innovazione educativa, sia per quanto riguarda l'analisi dei fattori di ostacolo che l'individuazione delle best practices, debba essere condotto a partire dal contesto culturale di riferimento proprio di ogni sistema educativo. Solo successivamente, sulla base di una solida comprensione delle problematiche significative e specifiche del contesto esaminato, è possibile tentare delle comparazioni attendibili a livello internazionale. Una qualsiasi scorciatoia rispetto a questa impostazione metodologica è a nostro avviso causa di seri fraintendimenti e forvianti indicazioni tanto per i policy makers che per le comunità educative impegnate in una integrazione strutturale e non apparente delle nuove tecnologie informatiche nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica.

BIBLIOGRAFIA

Accascina, G. & Tomasi, L. (2003) Intervista a Jean-Marie Laborde, l'ideatore di Cabri Géomètre., *INNOVAZIONE EDUCATIVA bollettino bimestrale dell'Istituto Regionale di Ricerca Educativa dell'Emilia-Romagna*. Supplemento al n.2.

Adelman, C., Kemmis, S., & Jenkins, D. (1980) Rethinking case study: notes from the Second Cambridge Conference. In H.Simons (ed.) *Towards a Science of the Singular*. Centre for Applied Research in Education, University of East Anglia, 45–61.

Allulli, G. (2010), *Dalla strategia di Lisbona a Europa 2020*. Retrived from <http://www.cnos-scuola.it>

Anderson, R., E. (2008). Implications of the information and knowledge society for education. In J. Voogt & G. Knezek (Eds.), *International handbook of information technology in primary and secondary education*. New York: Springer.

Annali della pubblica istruzione (2011). *Piano Nazionale Scuola Digitale. Azione Lavagne Interattive Multimediali*. Rivista bimestrale del ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca. 2/2011. Retrived from http://www.annaliistruzione.it/riviste/annali/pdf/API2_2011_1_160.pdf

ANSAS (2012). *Report 2012. Progetti e attività a supporto della formazione nella scuola*. Retrieved from <http://mediarepository.indire.it/iko/uploads/allegati/M46DP63R.pdf>

Artigue, M. (1995). Une approche didactique de l'intégration des EIAO à l'enseignement. In D. Guin, J. F. Nicaud and D. Py (Eds), *Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur* (pp. 17–28). Paris: Eyrolles.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 34(3), 66–72.

Assude, T. (2005). Time management in the work economy of a class—A case study: Integration of Cabri in primary school mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1/2/3). 183-203.

Australian Department of Education, Science, and Training. (2005). *Teachers for the 21st century – Making the difference*. Retrieved May 31, 2007, from http://www.dest.gov.au/sectors/school_education/policy_initiatives_reviews/reviews/previous_reviews/teachers_for_the_21st_century.htm

Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is—or might be—The role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform. *Educational Researcher*, 25(9), 6-8, 14.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84, 191-215.

- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education, second revised edition*. Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Bartolini, B. M. G., & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: Dalla storia alla scuola*. Mailand: Springer.
- Becker, H. (1970) *Sociological Work*. Chicago: Aldane.
- Becker, H. (1990). *When Powerful Tools Meet Conventional Beliefs and Institutional Constraints: National Survey Findings on Computer Use by American Teachers*. (Report No. 49) Center for Research on Elementary and Middle Schools, Baltimore, Maryland
- Becker, H. (2000) Findings from the teaching, learning and computing survey: is Larry Cuban right? Unpublished conference paper (Centre for Research on Information Technology and Organizations, University of California Irvine).
- Becker, H., Ravitz, J. & Wong, Y., (1999). Teacher and Teacher-Directed Student Use of Computers, Teaching, Learning, and Computing: 1998 National Survey Report #3. Centre for Research on Information Technology and Organizations, University of California Irvine.
- Berman, P. (1981) Educational change: an implementation paradigm. In Lehming, R. and Kane, M. (eds), *Improving Schools: Using What We Know*. Sage, London, pp. 253–286.
- Blumenfeld-Jones, D. (1995) Fidelity as a criterion for practising and evaluating narrative inquiry. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 8 (1), 25–33.
- Blumer, H. (1969) *Symbolic Interactionism*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Boscolo, P. (1997). *Psicologia dell'apprendimento scolastico. Aspetti cognitivi e motivazionali*. Torino: UTET.
- Bozzo, M. (1996). *La grande storia del computer: Dall'abaco all'intelligenza artificiale*. Bari: Dedalo.
- Brousseau, G. (1980a). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie, otologie, rhinologie*, 101, 3-4, 107-131.
- Brousseau, G. (1980b). L'échec et le contrat. *Recherches en didactique des mathématiques*. 41, 177-182.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, S., & McIntyre, D. (1993). *Making Sense of Teaching*. Buckingham: Open University.
- Calvani, A. & Rotta, M. (2000). *Fare formazione in Internet: Manuale di Didattica Online*, Trento, Edizioni Erickson.

Carbonell, J. R. (1970). AI in CAI: An artificial Intelligence Approach to Computer Aided Instruction. *IEEE Transaction on Man Machine Systems*, vol. 11, n. 4, 190-202.

Cavalli, A. e Argentin, G. (ed) (2010). *Gli insegnanti italiani: come cambia il modo di fare scuola. Terza indagine dell'Istituto IARD sulle condizioni di vita e di lavoro nello scuola italiana*, il Mulino, Bologna.

Cerulli, M. (2004). *Introducing pupils to algebra as a theory: L'Algebrista as an instrument of semiotic mediation*, Ph.D Thesis in Mathematics, Università di Pisa, Scuola di Dottorato.

Cecchi, D. (2011). *Innovazione nell'istruzione*. In Atti della Convention Italia degli Innovatori. Politecnico di Torino. Retrived from <http://www.aginnovazione.gov.it/wp-content/uploads/2011/01/Cecchi.pdf>

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au sovoir enseigné*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (1992, A). Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. In B. Cornu (Ed.), *L'ordinateur pour enseigner les Mathématiques, Nouvelle Encyclopédie Diderot* (pp. 183–203). Paris: Presses Universitaires de France.

Chevallard, Y. (1992, B). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 77-111.

Chevallard, Y., & Joshua, M. A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3(1), 159-239.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125-143.

Clark, R. E. (1983) Reconsidering researc on learning from media. *Review of Educational Research*, 53(4), 445-459.

Clark, R. E. (1994). Media will never influence learning. *Educational Technology Research and Development*, 42(2), 21 ± 29.

Clark, R. E. (1998). Media and Learning. In *Education. The complete encyclopedia*. New York: Pergamon.

Clark, R. E., & Salomon, G. (1986). Media in teaching. In M. C. Wittrock (EX), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 464-478). New York: Macmillan.

Clarou, P., Laborde, C., & Capponi, B. (2001). *Géométrie avec Cabri: Scénarios pour le lycée*. Grenoble: Editions CRDP.

Coffland, D. A., & Strickland, A. W. (2004). Factors related to teacher use of technology in secondary geometry instruction. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23.4, 347-366.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education*. London: Routledge/Falmer.

Cole, M. (1996). *Cultural Psychology*, Cambridge, MA, Belknap.

Commissione Europea (1995). *White Paper On Education and Training - Teaching And Learning Towards The Learning Society*. COM(95) 590. Luxembourg: Office for the Official Publications of the European Communities

Commissione Europea (2002). *Dichiarazione dei Ministri europei dell'istruzione e formazione professionale e della Commissione europea, riuniti a Copenaghen il 29 e 30 novembre 2002, su una maggiore cooperazione in materia di istruzione e formazione professionale*.

Commissione Europea (2010). *Comunicazione della Commissione. Europa 2020 una strategia per una crescita intelligente, sostenibile e inclusiva*, Bruxelles, 3.3.2010 COM(2010). Retrieved from <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2010:2020:FIN:IT:PDF>

Consiglio Europeo di Lisbona (2000). *Conclusioni della Presidenza*. Retrieved from http://www.europarl.europa.eu/summits/lis1_it.htm#top

Cuban, L. (1986) , *Teachers and Machines: The Classroom Use of Technology Since 1920*, Teachers College Press, New York, NY.

Cuban, L. (2001). *Oversold and Underused: Reforming Schools Through Technology, 1980-2000*. Cambridge MA: Harvard University Press.

Cuban, L., Kirkpatrick, H., & Peck, C. (2001) High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox, *American Educational Research Journal*, 38(4), 813-834.

D'Amore, B., & Zan, R. (1996). Mathematical Problem Solving. *La matematica e la sua didattica*, 3, 300-321.

D'Amore, B. (2001). *Didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

David, P. A., & Foray, D. (2003). Economic fundamentals of the knowledge society. *Policy Futures in Education – An e-Journal*, 1(1). Retrieved May 14, 2007, from <http://www-econ.stanford.edu/faculty/workp/swp02003.pdf>

Dawes, L. (2001) What stops teachers using new technology? In M. Leask (ed.), *Issues in Teaching using ICT* (London: Routledge), 61-79.

De Corte, E., Verschaffel, L. and Lowyck, J. (1998). Computers and Learning. In *Education. The complete encyclopedia*. New York: Pergamon.

Dikovic, L. (2009). Implementing Dynamic Mathematics Resources with GeoGebra at the College Level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 1 (3).

Dörfler, W. (1993). Computer use and views of the mind. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology*. Berlin: Springer.

Eisenhart, M.A. and Howe, K.R. (1992) Validity in educational research. In M.D. LeCompte, W.L. Millroy, & J.Preissle (eds) *The Handbook of Qualitative Studies in Education*. New York: Academic Press, 643–80.

Elbaz, F. (1981). The teacher's "practical knowledge": Report of a case study. *Curriculum Inquiry*, 11, 43-71.

Engström, L. (2004). Examples from teachers' strategies using a dynamic geometry program in upper secondary school. Paper presented at ICME-10.

- Eraut, M. (1998). Educational Technology: Conceptual Frameworks and Historical Development. In *Education. The complete encyclopedia*. New York: Pergamon.
- Erfjord, I. (2011). Teachers' Initial Orchestration of Students' Dynamic Geometry Software Use: Consequences for Students' Opportunities to Learn Mathematics. *Technology, Knowledge and Learning*, v16 n1 p35-54, New York: Springer.
- Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), Dordrecht: Kluwer, pp. 317–333.
- Filloux, J. (1973). *Positions de l'enseignant et de l'enseigné. Fantasma et formation*. Paris: Dunod.
- Filloux, J. (1974). *Du contract pédagogique*. Paris: Dunod.
- Finn, J. D. (1961). *Technology and the instructional process*. Los Angeles: The author.
- Fraser, R. (1988). Computers and the teaching of mathematics—Plenary presentation. In: Hirst A, Hirst K (eds.) 1988 *Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education*. Janos Bolyai Mathematical Society, Budapest.
- Fullan, M. (1972). Overview of the innovative process and the user. *Interchange*, 3, pp. 1-46.
- G8. (2000). *Okinawa charter on the global information society*. Retrieved May 31, 2007, Retrieved from http://www.g8.fr/evian/english/navigation/g8_documents/archives_from_previous_summits/okinawa_summit_-_2000/okinawa_charter_on_global_information_society.html
- Gallego, A. M. J. (2000). *Tecnología educativa: : análisis y prácticas sobre medios de comunicación y nuevas tecnologías : mejorar la práctica curricular y explorar la comunicación virtual a través de la tecnología educativa*. Granada: FORCE, Universidad de Granada.
- Garfinkel, H. (1967) *Studies in Ethnomethodology*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Geertz, C. (1973) Thick description: towards an interpretive theory of culture. In. C.Geertz (ed.) *The Interpretation of Cultures*. New York: Basic Books.
- Gianferrari, L. (2010). *I docenti neo-assunti nella scuola che deve affrontare i mutamenti epocali*. Programma Education FGA working paper N. 23 (2/2010)
- González González, M.T. & Escudero Muñoz, J.M. (1987). *Innovación educativa: teorías y procesos de desarrollo*. Barcelona: Humanitas.
- Goodson, I. F. and Mangan, J. M. (1995) Subject cultures and the introduction of classroom computers. *British Educational Research Journal*, 21 (5), 613-628.
- Gui, M. (2010) L'uso didattico delle ICT in Cavalli, A. e Argentin, G. (ed) (2010). *Gli insegnanti italiani: come cambia il modo di fare scuola. Terza indagine dell'Istituto IARD sulle condizioni di vita e di lavoro nello scuola italiana*, il Mulino, Bologna.
- Guin D.. & Trouche L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *The international Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(2), 143-165.

Hadas, N., Hershkowitz., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics* 44, 127-150

Hadley, M., & Sheingold, K. (1993) Commonalities and distinctive patterns in teachers' integration of computers. *American Journal of Education*, 101, 261-313.

Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567-590.

Hall, G. E., & Loucks, S. (1978). Teachers concerns as a basis for facilitating and personalizing staff development. *Teachers College Record*, 80, 36-53.

Hammersley, M. and Atkinson.P. (1983) *Ethnography: Principles on Practice*. London: Methuen.

Haspekian, M. (2005). An "instrumental approach" to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: The case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 10(2), 109-141.

Hennesy, S., Ruthven, K., & Brindley, S. (2005). Teacher perspectives on integrating ICT into subject teaching: Commitment, constraints, caution and change. *Journal of Curriculum Studies*, 37(2), 155-192.

Hoban, C. F. (1965). From theory to policy decisions. *Aud. Vis. Commun. Rev.* 13(2): 121-39.

Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: the Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 28(2), 135-146.

Hohenwarter, M. & Fuchs, K. (2004) Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra, in *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference*, P'ecs, Hungary.

Hohenwarter, M. and Jones, K. (2007) BSRLM Geometry Working Group: Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra, in D. Küchemann (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27 (3), 126-131.

Hoyles, C. and Noss R. (2003). Wath can digital technologies take from and bring to research in mathematics education. In Bishop, A. et al. (eds), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer, 237- 269.

Hoyles, C., Noss R., & Kent, P. (2004). On the Integration of Digital Technologies into Mathematics Classrooms, *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9, 3, 309–326

Huberman, A. M. (1973): *Cómo se realizan los cambios en la educación: una contribución al estudio de la innovación*. París, Francia, UNESCO-OIE.

i2010. (2007). *Annual report of a European information society for growth and employment*. Retrieved June 1, 2007, from http://ec.europa.eu/information_society/europe/i2010/index_en.htm

INVALSI (2011). *Quadro di riferimento della prova di matematica. Versione aggiornata al 2/03/11*. Retrieved from http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/QDR/QdR_Matematica.pdf

ISTAT (2005). Le tecnologie dell'informazione e della comunicazione: disponibilità nelle famiglie e utilizzo degli individui. Anno 2005. Retrieved from http://www3.istat.it/salastampa/comunicati/non_calendario/20051227_01/testointegrale.pdf

ISTAT (2009). *Cittadini e Nuove Tecnologie. Anno 2008*. Retrieved from http://www3.istat.it/salastampa/comunicati/non_calendario/20090227_00/testointegrale20090227.pdf

ISTAT (2011). *Cittadini e Nuove Tecnologie. Anno 2011*. Retrieved from <http://www.istat.it/it/files/2011/12/ICT-famiglie-2011.pdf?title=Cittadini+e+nuove+tecnologie+-+20%2Fdic%2F2011+-+Testo+integrale.pdf>

Jones, K. (2002). Research on the use of dynamic geometry software: implications for the classroom. *MicroMath*, 18, (3), 18-20.

Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research and mathematics teaching and learning*. (pp. 515-556). New York: Macmillian.

Kaput, J., Noss, R., & Houles C. (2008). Developing new notations for learnable mathematics in the computational era. In Lin, D. et al. (eds), *Handbook of international research in mathematics education*. Taylor and Francis.

Kendal, M., & Stacey, K. (2001). The impact of teacher privileging on learning differentiation with technology. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(2), 143-165.

Kerr, S. (1991) Lever and fulcrum: Educational technology in teachers' thought and practice, *Teachers College Record*, 93(1), 114-136.

Kline, R., & Pinch, T. (1999). The social construction of technology. In D. MacKenzie & J. Wajcman (Eds.), *The social shaping of technology*. Buckingham: Open University Press.

Konold, C., & Leherer, R. (2008). Technology and Mathematics Education: An Essay in honor of Jim Kaput. In Lin, D. et al. (eds), *Handbook of international research in mathematics education*. Taylor and Francis.

Kozma, R. B. (1994b). Will media influence learning? Reframing the debate. *Educational Technology Research and Development*, 42(2), 1-19.

Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environment as a source of rich learning context for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, 44 (1&2), 151-61.

Laborde, C. (2001) Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283-317.

Laborde, C. (2007). The Role and Uses of Technologies in Mathematics Classrooms: Between Challenge and Modus Vivendi. *Canadian Journal of Science, Mathematics, & Technology Education*, 7(1), 68-92.

Laborde, C. (2007). The Role and Uses of Technologies in Mathematics Classrooms: Between Challenge and Modus Vivendi. *Canadian Journal of Science, Mathematics, & Technology Education*, 7(1), 68-92.

Lagrange, J.-B. (2007). Didactic time, epistemic gain and consistent tool: Taking care of teachers' needs for classroom use of CAS. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(2), 87–94.

Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C. and Trouche, L. (2003). Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and innovation. In Bishop, A. *et al.* (eds), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer, 237- 269.

Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C., & Trouche, L. (2003). Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and innovation. In Bishop, A. *et al.* (eds), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer, 237- 269.

Lave, J., & Wenger, E. (1991) *Situated learning: legitimate peripheral participation* (Cambridge: Cambridge University Press)

Law, N., Pelgrum, W.J., & Plomp, T. (Eds.). (2008). *Pedagogy and ICT use in schools around the world: Findings from the IEA SITES 2006 study*. Hong Kong: CERC-Springer.

LeCompte, M. & Preissle, J. (1993) *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research* (second edition). London: Academic Press Ltd.

Lincoln, Y.S. and Guba, E.G. (1986) But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic inquiry. In D.D., Williams (ed.) *Naturalistic Evaluation*. San Francisco: Jossey-Bass, 73–84.

Lins, B. (2003). Actual meanings, possible uses: Secondary mathematics teachers and Cabri-géomètre. Paper presented at CERME-3.

Little, C. (2009). Interactive geometry in the classroom: old barriers and new opportunities. In *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, volume 28, Jun 2008.

Lopez-Real, F., & Man-Sang Lee, A. (2006). Encouraging the use of Technology in Problem-solving: Some Examples from an Initial Teacher Education Programme. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 23-29.

Louis, K. S., & Firestone, W. A. (1997) Schools as cultures. In J. Murphy and K. S. Louis (ed.), *Handbook of Research on Educational Administration* (San Francisco: Jossey Bass). Williams *et al.* 2000

Loveless, A., DeVogd, G. L. and Bohlin, R. M. (2001) Something old, something new... Is pedagogy affected by ICT? In A. Loveless and V. Ellis (ed.), *ICT, Pedagogy and the Curriculum* (London and New York: RoutledgeFalmer)

Lumb, S., Monaghan, J., & Mulligan, S. (2000). Issues arising when teachers make extensive use of computer algebra. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7.4, 223-240.

Mariotti, M. A. (2001) Justifying and proving in the cabri environment. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 6(3), Dordrecht: Kluwer, 257–281.

Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. *ZDM Mathematics Education*, 41, 427–440.

- Mariotti, M. A., & Bartolini Bussi, M. G. (1998). From drawing to construction: Teachers mediation within the Cabri environment. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd International Conference of PME*, vol. 1 (pp. 180–95). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Mariotti, M., A., (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM Mathematics Education*, 41:427–440
- Martínez, M. A., Sauleda, N., & Huber, G. H. (2001). Metaphors as Blueprints of Thinking about Teaching and Learning. *Teaching and Teacher Education*, 17(8): 965--977.
- Mason, L. (2006). *Psicologia dell'apprendimento e dell'istruzione*. Bologna: Il mulino.
- Maxwell, J.A. (1992) Understanding and validity in qualitative research. *Harvard Educational Review*, 62 (3), 279–300.
- Merriam, S.B. (1988) *Case Study Research in Education*. San Francisco: Jossey Bass.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- MIUR (2002). *Piano Nazionale di Formazione degli Insegnanti sulle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione. Linee guida per l'attuazione del piano e presentazione dei percorsi formativi*. Retrieved from http://archivio.pubblica.istruzione.it/innovazione/progetti/allegati/linee_guida_for_tic.pdf
- MIUR (2004), *Indagine sulle risorse tecnologiche per la didattica nelle scuole italiane*. Retrived from http://archivio.pubblica.istruzione.it/mpi/pubblicazioni/2004/Abstract_tecnologiefinale.pdf
- MIUR (2011) *Esame di Stato di Liceo Scientifico. Corso di ordinamento. Indirizzo scientifico. Tema di Matematica*
- Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in lechnology-based lessons. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 327-357.
- Morrish, I. (1978): *Cambio e innovación en la enseñanza*. Anaya, Madrid.
- Morrison, K.R.B. (1998) *Management Theories for Educational Change*. London: Paul Chapman Publishing.
- MPI (1997). *Progetto 2000. Biennio di orientamento mirato. Ipotesi di sperimentazione da attuare nei primi due anni di scuola secondaria superiore*. Retrieved from <http://www.edscuola.it/archivio/norme/programmi/p20021.html>
- MPI (1997). *Programma di sviluppo delle tecnologie didattiche nel periodo 1997-2000*. Retrieved from <http://www.privacy.it/ministruzione.html>
- MPI (2002). *Attività di formazione inerenti le competenze informatiche e tecnologiche del personale docente della scuola*. Retrieved from http://archivio.pubblica.istruzione.it/news/2002/allegati/progetto_tecnico.pdf
- Musumeci, A. (2003). *e-government nella scuola*. La Scuola Editrice.
- N.R.S.D.M. (1992). *Macchine matematiche e altri oggetti*. Comune di Modena.

Nachmias, R., Mioduser, D., & Forkosh-Baruch, A. (2008). Innovative Pedagogical Practices Using Technology: The Curriculum Perspective. In J. Voogt & G. Knezek (Eds.), *International handbook of information technology in primary and secondary education*. New York: Springer.

Neisser, U. (1967). *Cognitive psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.

New Media Consortium. (2005). *A global imperative – A report on the 21st Century Literacy Conference*. Retrieved May 31, 2007, from http://www.ictliteracy.info/rlf.pdf/Global_Imperative.pdf

Niederhauser, D. S., & Stoddart, T. (2001). Teachers' instructional perspectives and use of educational software. *Teaching and Teacher Education*, 17(1), 15–31.

Nisbet, J. and Watt, J. (1984) Case study. In J. Bell, T. Bush, A. Fox, J. Goodey and S. Goulding (eds) *Conducting Small-scale Investigations in Educational Management*. London: Harper & Row, 79–92.

North Central Regional Educational Laboratory. (2002). *EnGauge: A framework for effective technology use*. Retrieved May 31, 2007, from <http://www.ncrel.org/engauge/skills/engauge21st.pdf>

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer.

OECD (2011 A). *Creating Effective Teaching and Learning Environments: First Results from TALIS*. Retrieved from <http://www.oecd.org/edu/preschoolandschool/43023606.pdf>

OECD (2011 B). *PISA 2009 Results: Students on Line: Digital Technologies and Performance (Volume VI)*. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2009/48270093.pdf>

Olimpo G. (1993). Nascita e sviluppi delle tecnologie didattiche. *TD - Tecnologie Didattiche*, vol. 1 n. 1.

Olive, J. (1998). New Information Technology in Mathematics Education. In *Education. The complete encyclopedia*. New York: Pergamon.

Olivero, F., & Robutti, O. (2002). An exploratory study of students' measurement activity in a dynamic geometry environment. In *Proceedings of CERME2* (Vol. 1, pp. 215–226). Marianske Lazne, CZ.

Olson, J. K. (1980). Teacher constructs and curriculum changes. *Journal of Curriculum Studies*, 12(1), 1-11.

Palmiter, J. R. (1992). Derive: A mathematical assistant® (software reviews). *The College Mathematics Journal*, 23 (2), 158-161.

Paola, D., & Robutti, O. (2004). Experimenting and explaining quantity variations to learn functions with Cabri-Ge'ometre. Paper presented at the *Cabriworld 2004*, Rome.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.

Papert, S. (1997). Why School Reform is Impossible. *The Journal of the Learning Sciences* 6 (4) 417-427.

Paramond. *Programmi ministeriali. Tecnologie dell'informazione e della comunicazione*. Retrieved from http://www.paramond.it/old/art/9909_programmi/html/ipsc2002.html

Pea, R. D. (1985). Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist*, 20(4), 167-182.

Pearlman, B. (2006). *New Skills for a New Century: Students Thrive on Cooperation and Problem Solving*. Retrieved on April 23, 2008 from <http://www.edutopia.org/new-skills-new-century>

Pellerey, M. (1994). *Progettazione didattica: Metodi di programmazione educativa scolastica*. Torino: Società editrice internazionale.

Perrin-Glorian, M. J. (1997). Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques? *Repères IREM*, 29, 43-66.

Polanyi, M. (1996). *The tacit dimension*. Garden City, NY: Doubleday.

Rabardel, P. (2002). *People and technology: A cognitive approach to contemporary instruments*. Retrieved December 12, 2008, from <http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/>

Rabardel, P., & Bourmaud, G. (2003). From computer to instrument system: A developmental perspective. *Interacting with Computers*, 15, 665-691.

Rabardel, P., & Waern, Y (2003). From artefact to instrument. *Interacting with Computers*, 15, 641-645.

Ramo, S. (1973). The systems approach. In Miles R F (ed.) 1973 *Systems Concepts*. Wiley Interscience, New York.

Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.

Rogers, L. (2002) Learning science with ICT: how do teachers make a difference? *The CeNTRE Seminar Series on the Relationship between ICT and Specific Subject Disciplines* (Coventry).

Romiszowsky, A. J. (1991). Expert Systems in Education and Training: Automated Job Aids or Sophisticated Instructional Media, in *Expert Systems and Intelligent Computer Aided Instruction*, Educational Technology Publications, Englewood Cliffs.

Ruthven, K. (2005). Expanding current practice in using dynamic geometry to teach about angle properties, *Micromath*, 21(2), 26-30. [Reprinted in Wright, D. (ed) (2005) *Moving on with Dynamic Geometry*, Derby: ATM, 133-137.]

Ruthven, K. (2008 A). Teachers, technologies and the structures of schooling. In D. Pitta-Pantazi, & G.Philippou (Eds.), *Proceedings of the fifth congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Larnaca: CERME 5

Ruthven, K. (2008 B). The interpretative flexibility, instrumental evolution and institutional adoption of mathematical software in educational practice: the examples of computer algebra and dynamic geometry. *Journal of Educational Computing Research*, 39(4), 379-394.

Ruthven, K. (2009). Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics. *Education & Didactique*, 3(1), 131-149.

Ruthven, K., & Hennessy, S. (2002) A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning, *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 47-88.

Ruthven, K., & Hennessy, S. (2003) Successful ICT use in secondary mathematics – a teacher perspective, *Micromath*, 19(2), 20-24. [Reprinted in Edwards, J.-A. and Wright, D., (eds) (2005) *Integrating Mathematics into the Mathematics Classroom*, Derby: ATM, 128-132.]

Ruthven, K., Hennessy, S., & Brindley, S. (2004 A) Teacher representations of the successful use of computer-based tools and resources in secondary-school English, Mathematics and Science, *Teaching and Teacher Education*, 20(3), 259-275.

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2004 B) Incorporating dynamic geometry systems into secondary mathematics education: Didactical perspectives and practices of teachers. Paper presented at the annual conference of the British Educational Research Association, Manchester. [Reprinted in Wright, D. (ed) (2005). *Moving on with Dynamic Geometry*, Derby: ATM, 138-158.]

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2005) Current practice in using dynamic geometry to teach about angle properties. *Micromath*, 21(1), 9-13. [Reprinted in Wright, D. (ed) (2005) *Moving on with Dynamic Geometry* Derby: Association of Teachers of Mathematics, 128-132.]

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: a study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers and Education*, 51(1), 297-317.

Schneider E. (1999). La TI-92 dans l'enseignement des mathématiques, des enseignant(e)s découvrent la didactique des mathématiques. In Guin D.(ed) *Actes du congrès « Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques »* Symposium, Roanoke,, Mai 1998, IREM Montpellier, 49–60.

Schofield, J. W. (1995) *Computers and Classroom Culture* (Cambridge: Cambridge University Press).

Schofield, J.W. (1993) Increasing the generalizability of qualitative research. In M. Hammersley (ed.) *Social Research: Philosophy, Politics and Practice*. London: Sage Publications in association with the Open University Press, 200–25.

Schubauer-Leoni M.L. (1996), Il contratto didattico come luogo di incontro, di insegnamento e di apprendimento. In: Gallo E., Giacardi L. & Roero C.S. (eds.) (1996), *Conferenze e seminari 1995-1996*. Associazione Subalpina Mathesis - Seminario di Storia delle Matematiche "T. Viola", Torino, 21-32.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4- 31.

Skinner, B. F. (1953). *Science and human behavior*. New York: Free Press.

Somekh, B. (2008). Factors Affecting Teachers' Pedagogical Adoption of ICT In J. Voogt & G. Knezek (Eds.), *International handbook of information technology in primary and secondary education*. New York: Springer.

Spillane, J. P., Reiser, B. J., & Reimer, T. (2002). Policy implementation and cognition: Reframing and refocusing implementation research. *Review of Educational Research*, 72(3), 387–431.

Stake, R.E. (1994) Case studies. In N.K., Denzin & Y.S., Lincoln (eds) *Handbook of Qualitative Research*. London: Sage Publications, 236–47.

Sutherland, R., Olivero, F. & Weeden, M. (2004) Orchestrating mathematical proof through the use of digital tools. In Marit Johnsen Høines & Anne Berit Fuglestad (Ed.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4 pp. 265–272). Bergen, Norway.

Tapan, S. (2003, February-March). *Integration of tCT in the teaching of mathematics in situations for treatment of difficulties in proving*. Paper presented to CERME3 (3rd conference of the European Society for Research in Mathematics Education), Bellaria, Italy.

Tiwana, A. (2002). *The knowledge management toolkit* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR.

Trentin, G. (1998). *Insegnare e apprendere in rete*. Zanichelli, Bologna.

Trouche, L. (2005). Instrumental genesis, individual and social aspects. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 197-230). New York: Springer.

UMI-CIIM, *Matematica 2003, Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo secondario*, Liceo Vallisneri, Lucca, 2003

Unione Europea (2006), *Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006 relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente* (2006/962/CE).

Unione Europea (2006). *Competenze chiave per l'apprendimento permanente. Un quadro di riferimento europeo*. Allegato della *Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente*. Gazzetta ufficiale n. L 394 del 30/12/2006. Retrieved from <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CELEX:32006H0962:IT:HTML>

Unione Europea (2008), *Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio del 23 aprile 2008 sulla costituzione del Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente* (2008/C 111/01).

United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization. (1999). *Task force on education for the twenty-first century*. Retrieved June 20, 2007, from <http://www.unesco.org/delors/>

Vérillon, P. and Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education* 9(3): 77–101.

Voogt, J. (2008). IT and curriculum processes: Dilemmas and challenges. In J. Voogt & G. Knezek (Eds.), *International handbook of information technology in primary and secondary education*. New York: Springer.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Watson, D. M. (1998). Computer-assisted Learning. In *Education. The complete encyclopedia*. New York: Pergamon

Wenger, E. (2006). *Comunità di pratica. Apprendimento, significato e identità*. Raffaello Cortina, Milano.

Williams, D., Coles, L., Wilson, K., Richardson, A. and Tuson, J. (2000) Teachers and ICT: current use and future needs. *British Journal of Educational Technology*, 31 (4), 307-320.

Williams, R., & Edge, D. (1996). The social shaping of information and communications technologies. *Research Policy*, 25(6), 856-899.

Wong, N. Y. (2003). Influence of technology on the mathematics curriculum. In A. J. Bishop & M. A. Clements & C. Keitel & J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 271-322). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

APPENDICE

Nella presente appendice vengono specificati i documenti digitali presenti nel CD-ROM allegato alla tesi. Vengono riportati solo i materiali espressamente citati all'interno della tesi.

Questionari per gli studenti

NOME FILE	DESCRIZIONE	CODICE CITAZIONE
Q_ASM.docx	Questionario per gli studenti sulle abitudini di studio della matematica	[Q_ASM]
Q_FUG.docx	Questionario finale per gli studenti sull'uso del software durante il corso	[Q_FUG]

Interviste all'insegnante

NOME FILE	DESCRIZIONE	CODICE CITAZIONE	TIMING
IAP (1).mp3	Intervista all'insegnante sui suoi assunti pedagogici (I parte)	[I_IAP(1)]	0:55:10 - 1:02:52
ICS.mp3	Intervista all'insegnante conclusiva sull'uso del software durante il corso	[I_ICS]	0:05:25 – 0:08:20 0:08:25 – 0:09:38 0:25:16 – 0:27:30

Videoregistrazioni delle lezioni

NOME FILE	DESCRIZIONE	CODICE CITAZIONE	TIMING
Lezione 03_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 3	[L_ N°3]	
		<A_3.1>	0:0:00 – 0:08:06
Lezione 04_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 4	[L_ N°4]	
		<A_4.7>	0:39:25 - 0:41:16
Lezione 05_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 5	[L_ N°5]	
		<A_5.3>	0:11:50 - 0:12:30
		<A_5.4>	0:12:30 - 0:29:10
		<A_5.6>	0:31:25 - 0:48:15
Lezione 07_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 7	[L_ N°7]	
		<A_7.3>	0:06:00 - 0:29:56
		<A_7.6>	0:36:51 - 0:39:31
Lezione 08_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 8	[L_ N°8]	
		<A_8.3>	0:03:52 - 0:08:11
		<A_8.4>	0:08:11 - 0:28:45
		<A_8.9>	1:27:45 - 1:39:14

			1:40:15 - 1:41:56
Lezione 09_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 9	[L_ N°9]	
		<A_ 9.12>	0:46:05 - 0:46:44
		<A_ 9.9>	0:17:16 - 0:18:23 0:19:24 - 0:45:05
Lezione 11_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 11	[L_ N°11]	
		<A_ 11.5>	0:10:08 - 0:14:24
		<A_ 11.2>	0:06:18 - 0:07:17
		<A_ 11.7>	0:25:55 - 0:47:11
Lezione 12_i+s.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante e degli studenti durante la lezione N° 12	[L_ N°12]	
		<A_ 12.9>	0:46:45 - 1:07:14
Lezione 13_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 13	[L_ N°13]	
		<A_ 13.2>	0:01:49 - 0:18:56
		<A_ 13.4>	0:21:20 - 0:41:02
Lezione 14_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 14	[L_ N°14]	
		<A_ 14.3>	0:11:05 - 0:19:30 0:25:19 - 0:27:19
		<A_ 14.10>	1:08:36 - 1:37:35
Lezione 18_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 18	[L_ N°18]	
		<A_ 18.1>	0:00:00 - 0:02:30
Lezione 19_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 19	[L_ N°19]	
		<A_ 19.4>	0:41:03 - 0:46:06
Lezione 20_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 20	[L_ N°20]	
		<A_ 20.8>	0:20:50 - 0:35:20
Lezione 24_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 24	[L_ N°24]	
		<A_ 24.3>	0:19:06 - 0:40:56 0:46:10 - 0:51:54
		<A_ 24.4>	0:40:56 - 0:46:10
Lezione 25_i.mp4	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 25	[L_ N°25]	
		<A_ 25.2>	0:07:00 - 0:28:10
		<A_ 25.3>	0:28:10 - 0:43:08
Lezione 35_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 35	[L_ N°35]	
		<A_ 35.3>	0:05:30 - 1:33:56
		<A_ 35.5>	1:36:25 - 2:13:59
Lezione 36_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 36	[L_ N°36]	

		<A_36.8>	0:38:05 - 0:40:03
Lezione 37_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 37	[L_ N°37]	
		<A_37.8>	0:33:35 - 1:21:14
Lezione 39_i.mpg	Videoregistrazione dell'insegnante durante la lezione N° 39	[L_ N°39]	
		<A_39.2>	0:4:30 - 0:43:40

Materiali didattici

NOME FILE	DESCRIZIONE	CODICE CITAZIONE
Lez studio della Continuità.jnt	Appunti prodotti in aula dall'insegnante tramite Windows Journal relativi alla classificazione delle discontinuità	[M_JNT.N°1]
Correzione es limiti1.jnt	Appunti prodotti in aula dall'insegnante tramite Windows Journal contenenti lo svolgimento di esercizi di calcolo infinitesimale	[M_JNT.N°2]
Es n29 e 12 p 677 funz crescente.jnt	Appunti prodotti in aula dall'insegnante tramite Windows Journal contenenti lo svolgimento di un esercizio sullo studio di una funzione irrazionale	[M_JNT.N°3]
Problema sui limiti n365 pag 805.jnt	Appunti prodotti in aula dall'insegnante tramite Windows Journal contenenti lo svolgimento di un problema di geometria	[M_JNT.N°4]
Problema sui limiti n368 pag 806.jnt	Appunti prodotti in aula dall'insegnante tramite Windows Journal contenenti lo svolgimento di un problema di geometria	[M_JNT.N°5]
Grafici delle funzioni elementari.pdf	File contenente fotocopie scansionate contenenti appunti scritti dall'insegnante relativi alle proprietà di gruppi di funzioni	[M_PDF.N°1]
Continuità abs x su x.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per mostrare un esempio di discontinuità di I ^a specie	[M_GGB.N°1]
Continuità 1 su x meno uno quadro.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per mostrare un esempio di discontinuità di II ^a specie	[M_GGB.N°2]
Continuità disc elim.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per mostrare un esempio di discontinuità di III ^a specie	[M_GGB.N°3]
x alla n pari.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per visualizzare la famiglia di funzioni $f(x) = x^{2n}$	[M_GGB.N°4]
x alla n dispari.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per visualizzare la famiglia di funzioni $f(x) = x^{2n+1}$	[M_GGB.N°5]
uno su x alla n pari.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per visualizzare la	[M_GGB.N°6]

	famiglia di funzioni $f(x) = \frac{1}{x^{2n}}$	
uno su x alla n dispari.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per visualizzare la famiglia di funzioni $f(x) = \frac{1}{x^{2n+1}}$	[M_GGB.N°7]
e alla meno -14.ggb	File prodotto dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per la verifica del risultato di un esercizio di calcolo infinitesimale	[M_GGB.N°8]
Es 29 p 677dominio_e_segno.ggb	File modificato dall'insegnante tramite GeoGebra e utilizzato per lo svolgimento di un esercizio sullo studio di una funzione irrazionale	[M_GGB.N°9]

Documenti di programmazione

Programmazione 2010.doc	Programmazione ufficiale del corso	[DP_UF]
Calendario Mat V.pdf	Programmazione informale del corso	[DP_INF]