

Razonabilidad numérica en respuestas estadísticas

Numeric reasonability in statistical answers

Israel García-Alonso y Alicia Bruno

Universidad de La Laguna, España

Resumen

El análisis e interpretación de gráficos estadísticos requiere, entre otros elementos, del conocimiento numérico, que se muestra de muy variadas formas en las actividades estadísticas. Se presenta un estudio preliminar cuyo objetivo es analizar cómo se utiliza la razonabilidad numérica para argumentar las respuestas a actividades estadísticas, cuya información se ofrece a través de gráficos. Se analizan las respuestas de 110 estudiantes a un cuestionario escrito en el que se ha contrastado sus repuestas en cuanto al nivel de argumentaciones estadística y numérica. Se ha encontrado que la mayoría de los estudiantes cometen errores de cálculo, o simplemente no utilizan la información numérica, en situaciones donde son requeridas basando las argumentaciones de sus respuestas en justificaciones contextuales poco elaboradas o en intuiciones personales.

Palabras clave: razonabilidad numérica, razonamiento estadístico, gráficos

Abstract

Analysis and interpretation of statistical graphs requires numerical knowledge, among other elements. A preliminary study is presented whose objective is to analyze how numerical reasonableness is used to argue the answers to statistical activities, whose information is offered through graphs. The answers of 110 students are analyzed to a written questionnaire in which their answers have been compared in terms of the level of statistical and numerical argumentations. It has been found that most students make calculation errors, or simply do not use the numerical information, in situations where they are required. They base the arguments of their answers in little elaborated contextual justifications or in personal intuitions.

Keywords: numeric reasonability, statistic reasonability, graphics

1. Introducción

La educación estadística se ha consolidado en las últimas décadas como área científica independiente, cuyas investigaciones realizan sugerencias sobre su enseñanza y aprendizaje (Zieffler, Garfield y Fry, 2018). Ya en los años noventa se recomendaba que el estudio de la Estadística debía: enfatizar el pensamiento estadístico (incluyendo más datos y conceptos) y fomentar un aprendizaje activo (Cobb, 1992; Zieffler et al., 2018). Por otro lado, el sentido estadístico lo describen Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) con dos dimensiones: conocimiento que viene dado como cultura estadística y como razonamiento estadístico. Por su parte, Wild y Pfannfuch (1999) indican que una componente importante del razonamiento estadístico es la *integración de la estadística y el contexto*, aspecto que toma especial relevancia en la toma de decisiones estadísticas donde la situación influye en la argumentación que se siga.

Diferentes autores describen el razonamiento estadístico (Garfield, 2002; Garfield y Ben-Zvi, 2007; Jones, Langrall, Mooney y Thornton, 2004) como *la forma en que los estudiantes razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística que se les ofrece*, y diferencian en él cuatro constructos: Descripción de los datos, organización de los datos, representación de los datos y análisis e interpretación de los datos (Jones et al. 2000, 2001). De estos, varios autores consideran el análisis e

interpretación el centro del razonamiento estadístico (Jones, Langrall, Mooney y Thornton, 2004).

La investigación que se presenta se centra en el razonamiento estadístico, tal y como se ha descrito, analizando cómo estudiantes de secundaria realizan el análisis e interpretación de los datos, fijando especial atención a cómo integran la estadística y el contexto. Para ello se han presentado datos a los estudiantes, a través de gráficos estadísticos, lo que nos permite analizar su nivel de lectura.

Interpretar gráficos y realizar una correcta lectura de las mismas requiere de conocimientos aritméticos y no aritméticos (Friel, Curcio y Bright, 2001). Esto nos lleva a plantearnos hasta qué punto el conocimiento numérico que posea un estudiante, y en especial su sentido numérico (McIntosh, Reys y Reys, 1992), contribuyen al análisis y razonamientos estadísticos, cuando la información se le presenta en forma de gráficos.

La estadística son “números en contexto” (Moore, 2000), y por ello la gestión que realicen los estudiantes con los números es relevante y estará marcada en gran medida por el contexto en el que se ofrecen. Es cierto que el conocimiento numérico que deben utilizar es muy variado, y va desde la realización de cálculos exactos con decimales, fracciones o porcentajes hasta la realización estimaciones o cálculos mentales. Es por ello que ese conocimiento numérico tiene que ver con lo que Greeno (1991) denomina tener un adecuado *sentido numérico*. Aunque el *sentido numérico* es un término difícil de describir, sí es reconocible en la propia acción cuando se resuelven tareas numéricas. Este autor ha caracterizado el *sentido numérico* a partir de destrezas propias de las matemáticas: manifestar cálculo mental flexible, realizar buenas estimaciones numéricas, juzgar y hacer inferencias sobre las cantidades. Por su parte, McIntosh, Reys y Reys (1992) lo describen a través de diferentes componentes, una de las cuales denominan “razonabilidad numérica” que es la capacidad para argumentar si la respuesta dada a una tarea es adecuada, desde un punto de vista matemático o contextual. La razonabilidad numérica contextual juega un papel relevante cuando se realiza un estudio estadístico, pues el contexto da sentido a la estadística y basándose en él se construyen las decisiones a tomar.

En el trabajo de Arteaga, Batanero, Ortiz y Contreras (2011), se realiza un estudio con futuros profesores acerca de la construcción de gráficos estadísticos. En dicho trabajo, el análisis se realiza atendiendo a cómo el *sentido numérico* ayuda a una correcta construcción de los gráficos. Se comprueba que los futuros docentes no alcanzan los niveles superiores de interpretación gráfica descritos en los trabajos de Curcio (1987) y Friel et al. (2001). También otros estudios realizados con futuros profesores sobre tareas con gráficos estadísticos analizan sus dificultades y observan cómo no llegan a visualizar patrones o tendencias (Arteaga et al., 2011; Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga, y López-Martín, 2015). Es por ello que consideran importante mejorar su formación en conocimiento numérico y estadístico.

Por otro lado, las evaluaciones internacionales (TIMSS¹ y PISA², principalmente) incluyen una variedad de preguntas de contenido estadístico, hecho que ha influido en el currículo de varios países (Zieffler et al., 2018, p. 52). En ese sentido, el currículo de educación secundaria obligatoria en Canarias (Consejería de Educación y Universidades del Gobierno de Canarias, 2016) indica que en el caso particular de los estudiantes que cursen matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas deben desarrollar destrezas

¹ Trends in International Mathematics and Science Study

² Programme for International Student Assessment

para “saber interpretar los resultados numéricos obtenidos y elaborar conclusiones son los aprendizajes estadísticos que servirán al alumnado para interpretar de forma crítica gran cantidad de información (p. 18161)”. Por otra parte, el criterio de evaluación de este nivel valora si “el alumnado describe, analiza e interpreta información estadística que aparece en los medios de comunicación (mediante un informe oral, escrito, en formato digital) (p. 18173)”.

La investigación que se presenta analiza la influencia de la razonabilidad numérica en tareas con gráficos estadísticos, por parte de estudiantes de 15 años, edad en la que se realizan las principales pruebas internacionales, y se corresponde en el sistema educativo español con 3º de la educación secundaria obligatoria (ESO).

2. Marco conceptual

En el trabajo de Jones, et al. (2004) se realiza una recopilación de los modelos de desarrollo del razonamiento estadístico. Entre los propuestos, destacamos el marco teórico descrito por Mooney (2002) que caracteriza el desarrollo del razonamiento estadístico de estudiantes de secundaria. Este marco categoriza las respuestas de los estudiantes atendiendo a dos dimensiones: complejidad de la respuesta dada por los estudiantes y nivel de lectura de las gráficas.

La primera dimensión atiende a la clasificación de las respuestas de los estudiantes atendiendo a la taxonomía SOLO (Biggs y Collis, 1982; 1991) que, para el caso concreto del razonamiento estadístico Jones et al. (2004) se clasifica en: idiosincrático, transicional, razonamiento cuantitativo y razonamiento analítico y numérico.

La segunda dimensión del marco de Moore (2002) atiende a dos subprocesos que señalan cómo se aproximan los estudiantes al análisis e interpretación de datos: Leer dentro de los datos (“*between*”) y Leer más allá de los datos (“*beyond*”) (Curcio, 1987; Friel et al., 2001). Así, se caracteriza el nivel de lectura “dentro de los datos” como aquel en el que los estudiantes realizan comparaciones realizadas con gráficos y en el que el contexto tiene un papel adecuado, pero que no llega a ser decisivo en la respuesta. Mientras que las respuestas en el nivel “más allá de los datos” ofrecen información relacionada con la forma, el centro y la dispersión de la distribución. Además, en este nivel, los contextos familiares cobran especial relevancia en la justificación de sus respuestas (Sharma, 2013). Es por esto que en nuestro estudio se ha tenido en cuenta que el contexto utilizado en el cuestionario fuese relevante y cercano al alumnado. Así, según el marco propuesto por Mooney (2002), la descripción de los estudiantes es la que se presenta en la Tabla 1.

Por otra parte, en esta investigación se analiza la razonabilidad numérica (McIntosh et al., 1992), observando si las justificaciones del alumnado están basadas en un cálculo exacto o una estimación, y si esta es coherente y se emplea en el contexto del problema.

Debemos indicar que según el marco de trabajo de Mooney (2002), una respuesta cuantitativa del estudiante se corresponde con el nivel 3. En el estudio que se presenta se situarán, por tanto, en el nivel 3 aquellos estudiantes que utilicen razonamientos cuantitativos que estén basados en alguna operación o estimación, lo que indicaría, a priori, que ofrecen respuestas con una razonabilidad numérica adecuada. Por otro lado, un estudiante que manifieste nivel 4 ofrece una respuesta cuantitativa enriquecida con otros aspectos contextuales.

Tabla 1. Análisis e interpretación de datos (Mooney, 2002)

	Nivel 1 Idiosincrático	Nivel 2 Transicional	Nivel 3 Cuantitativo	Nivel 4 Analítico
Leer entre los datos (between)	Realiza comparaciones incorrectas en y entre los datos	Realiza una comparación simple o un conjunto de comparaciones parcialmente correctas en o entre los datos	Realiza una comparación global o local en y entre conjuntos de datos	Realiza una comparación local y global en y entre los conjuntos de datos
Leer más allá de los datos (beyond)	Realiza inferencias que no se basan en los datos o inferencias basadas en aspectos irrelevantes	Realiza inferencias que son parcialmente basadas en los datos. Algunas inferencias pueden ser sólo parcialmente razonables	Realizan inferencias primordialmente basadas en los datos. Algunas inferencias pueden ser sólo parcialmente razonables	Realizan inferencias razonables basadas en los datos y el contexto

3. Metodología

En esta investigación se han determinado dos objetivos principales a analizar:

1. Clasificar el nivel de análisis e interpretación de gráficos estadísticos por parte de los estudiantes de 3º de educación secundaria obligatoria
2. Contrastar el nivel de análisis e interpretación gráfica con la razonabilidad numérica, estudiando las respuestas de los estudiantes y cómo razonan numéricamente.

La metodología seguida ha sido tanto cuantitativa como cualitativa, con el objeto de analizar las respuestas al instrumento elaborado en el que se combinan aspectos relativos a la interpretación de datos gráficos y numéricos. Se ha utilizado un cuestionario cuyas preguntas solicitan la razonabilidad de los datos en el contexto.

Participantes

Los datos de este estudio se obtuvieron de tres centros educativos públicos de Tenerife (Canarias) en el que participaban estudiantes de 3º de ESO que cursaban la materia de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Se recogieron datos de 110 estudiantes.

La elección de este nivel se justifica porque estos estudiantes se encuentran a punto de finalizar la educación obligatoria y además, en esta edad se realizan las principales pruebas internacionales que incluyen preguntas estadísticas, como ya indicamos en el apartado anterior. Los tres centros pertenecen al área metropolitana con alumnado de nivel socioeconómico semejante.

Instrumento

Para llevar a cabo este análisis, se construyó un cuestionario que presentaba las preguntas en torno al uso del móvil, de forma que el contexto les resultara cercano a la gran mayoría de los estudiantes y estuviera relacionado con su vida cotidiana.

El cuestionario estaba formado por dos preguntas, una de ellas con tres apartados, (que denominaremos Pregunta 1, 2a, 2b y 2c) acerca del uso y hábitos con el teléfono móvil en estudiantes de edades comprendidas entre los 10 y los 15 años. En la Figura 1 aparece el enunciado de las preguntas 1, 2a y 2b.

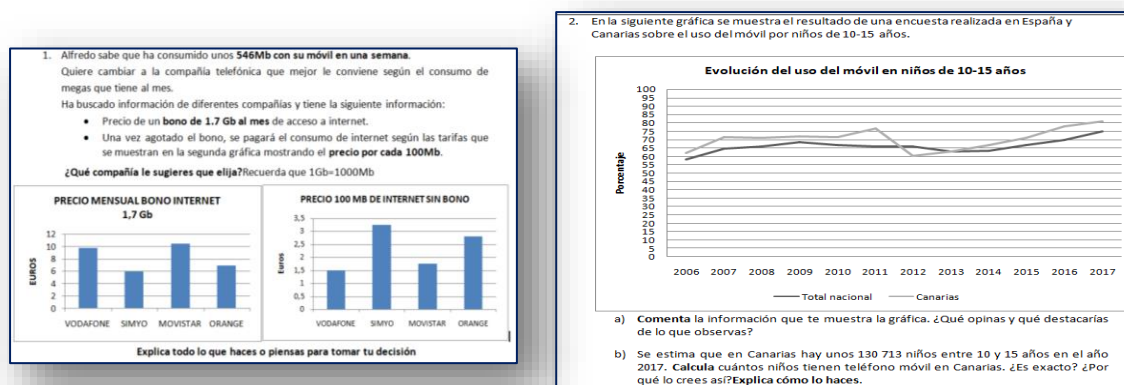


Figura 1: Pregunta 1, 2a y 2b del cuestionario

La pregunta 1 propone a los estudiantes una toma de decisiones acerca de la compañía telefónica que mejor se adapta a las necesidades de un individuo. La actividad requiere combinar la información numérica que se ofrece en dos gráficas diferentes, tener en cuenta el consumo mensual, la oferta de las compañías y las unidades de medida, haciendo los cálculos oportunos.

La segunda pregunta muestra un gráfico sobre el uso de móvil por niños de 10 a 15 años, y se pide comparar la evolución de dos gráficas (Pregunta 2a). Además se les pedía realizar un cálculo numérico con parte de la información que se extrae de la gráfica (Pregunta 2b). Con el cálculo se buscaba detectar la destreza que ofrecen en el cálculo pedido. En la Pregunta 2c (de la que se omite el enunciado por problemas de espacio) se les mostró el mismo gráfico de la pregunta 2a y se les pidió que lo continuasen, observando la evolución durante los años sucesivos.

4. Análisis y clasificación de las respuestas

En este apartado se muestra el análisis de las respuestas al cuestionario a las preguntas 1 y 2 (2a, 2b y 2c).

Pregunta 1

Como indicamos anteriormente, esta pregunta combina tres elementos fundamentales: contexto, gráficas y cálculo numérico. Se trata de una pregunta que requiere que el estudiante realice una adecuada extracción numérica de las gráficas, una correcta gestión numérica de esta información y que interprete los resultados en el contexto, para ofrecer una conclusión coherente. Por otro lado, como la información está ofrecida en dos gráficos, se hace necesario entenderlos correctamente para extraer los datos necesarios en la resolución de la cuestión.

Se clasificó las respuestas de los estudiantes tanto por los cálculos que realizó como por los argumentos utilizados. Nos interesa conocer si realizan correctamente los cálculos y además, si argumentan la decisión basándose en ellos de forma coherente (razonabilidad numérica). En la Tabla 2 se puede observar el número de estudiantes que realizan

cálculos correctos/incorrectos y si argumentan/no argumenta sus respuestas. Sólo se han tenido en cuenta los estudiantes que respondieron a esta pregunta.

Tabla 2. Clasificación de las respuestas a la Pregunta 1 (N=110)

	Cálculos correctos	Cálculos incorrectos
Argumenta la respuesta	12	16
No argumenta la respuesta	4	64

En la Tabla 2 destaca el elevado número de estudiantes que no argumenta al dar la respuesta. En muchos de estos casos realizan las operaciones y sólo señalan la respuesta, sin argumentar. En estos casos puede ocurrir que interpreten que las operaciones son la justificación. También llama la atención la cantidad de estudiantes que cometen errores de cálculo. Un análisis más detallado del tipo de dificultades en esta pregunta, lleva a detectar cuatro errores principales:

- No conjugan la información distribuida en dos gráficas. Los estudiantes realizan el estudio con las dos gráficas pero sin combinar la información de forma correcta.
- Errores en los cálculos. Aparecen muchos errores tienen que ver con deficiencias en la operatoria.
- No comparan ambas gráficas. Hay estudiantes que cuando realizan el análisis de la información que se les ofrece sólo realiza el estudio con una de las gráficas sin tener en cuenta la otra.
- Suman las cantidades de las dos gráficas. Es muy llamativo que realicen esta operación, como si tuvieran la necesidad de trabajar con un solo dato.

Estas cuatro categorías de respuesta incorrecta representan el 60% aproximadamente de las respuestas a esta pregunta (Tabla 3).

Tabla 3. Números de estudiantes que cometieron errores en la Pregunta 1

No conjugan la información distribuida	19
Errores de cálculo	15
No comparan ambas gráficas	9
Suma ambas gráficas	4

Pregunta 2

Para analizar la pregunta 2 del cuestionario, se tuvo en cuenta los diferentes niveles de comparación descritos en la Tabla 1 (Mooney, 2002). Así, en la Tabla 4 se ofrece la clasificación de las respuestas a la pregunta de comparación (Pregunta 2a) frente a la categoría obtenida en la pregunta de la tendencia (Pregunta 2c). Además, entre paréntesis se indica cuántos estudiantes cometieron errores en el cálculo del porcentaje (en la Pregunta 2b). Se observa que, la mayor parte de las respuestas de los estudiantes, se localizan entre los niveles 1 y 2 de análisis e interpretación de los datos, y muy pocos estudiantes muestran respuestas en las categorías cuantitativas (N3 y N4). Asimismo, el número de estudiantes que no responden a la pregunta relacionada con la tendencia es mayor frente a los que no lo hicieron al realizar la comparación de los gráficos.

En la Tabla 4 también se observa que 46 estudiantes muestran coherencia en las respuestas dadas en ambas preguntas, es decir, responden en el mismo nivel a la cuestión relativa a la comparación así como a la tendencia de la gráfica. Por otro lado,

un 29% de las respuestas de los estudiantes presentan una diferencia de un nivel entre la respuesta dada en la comparación y la tendencia. Si destacamos aquellas respuestas que se diferencian en más de un nivel, es decir, en dos o tres niveles entre la respuesta dada al comparar las gráficas o al estudiar la tendencia, encontramos que representan un 10% de respuestas totales obtenidas. Si bien es verdad que hay mayor cantidad de estudiantes con una respuesta en dos niveles o más de diferencia al realizar la tendencia que al comparar los gráficos. Por otra parte, todos los estudiantes que no contestaron a la actividad de tendencia de la gráfica erraron en el cálculo del porcentaje.

Tabla 4. Frecuencia de estudiantes por nivel de análisis en las preguntas 2a y 2c

		Comparar gráfica (Pregunta 2a)					Total
		N1	N2	N3	N4	NC	
Tendencia gráfica (Pregunta 2c)	N1	12(10)	12(9)	3(2)	0	5(5)	32
	N2	8(6)	31(16)	6(3)	0	10(10)	55
	N3	3(2)	5(1)	1(1)	0	4(1)	13
	N4	2(1)	3	1	1	0	7
	NC	1	1	0	0	1	3
	Total	26	52	11	1	20	110

*Entre paréntesis el número de estudiantes con errores de cálculo en la Pregunta 2b.

Comparación de las preguntas 1 y 2

Para finalizar este análisis, se relaciona las respuestas a las dos preguntas. Para ello, en la Tabla 5, se señala entre paréntesis, los 16 alumnos que dieron una respuesta con cálculo correcto y con argumentos a la pregunta 1, respecto a los niveles que lograron en las preguntas 2a y 2b. Esto significa que sólo un 14.5% de las respuestas de los estudiantes ofrecieron una decisión correcta y fundamentada en los datos y el contexto. Es un porcentaje muy bajo que puede ser indicativo del nivel de dificultad de la actividad.

Tabla 5. Frecuencia de estudiantes por nivel de análisis en las preguntas 2a y 2c

		Comparar gráfica (Pregunta 2a)				
		N1	N2	N3	N4	NC
Tendencia gráfica (Pregunta 2c)	N1	12(1)	12	3	0	5
	N2	8(2)	31(5)	6(1)	0	10(1)
	N3	3(1)	5(1)	1	0	4(1)
	N4	2(1)	3(1)	1(1)	1	0
	NC	1	1	0	0	1

*Entre paréntesis el número de estudiantes con cálculo correcto y con argumentos a la Pregunta 1

Se observa que los estudiantes con los niveles 3 ó 4 de respuesta en el análisis de la tendencia de la gráfica (preguntas 2a y 2c) son los que, en mayor proporción, ofrecen una respuesta argumentada y bien contextualizada a la pregunta 1.

5. Discusión final

En este trabajo se muestra que la mayoría de los estudiantes de la ESO participantes en el estudio no integraron el conocimiento necesario para analizar e interpretar datos (en gráficos estadísticos) con el desempeño numérico requerido. Resultado que está en consonancia con investigaciones previas (Arteaga, Batanero, Díaz y Contreras, 2011). Se ha encontrado que muchos estudiantes cometen errores de cálculo y además no basan

la argumentación de sus respuestas en los resultados o datos numéricos, primando en sus respuestas una justificación contextual muy superficial.

La principal conclusión de esta investigación, es que en las respuestas de los estudiantes se observan argumentaciones que no se basan en los datos numéricos dados u operaciones requeridas, sino que se inclinan hacia una intuición previa y personal sobre lo que conocen del contexto. Así, la mayoría de los estudiantes afirman que, con el avance tecnológico será inevitable que el 100% de los niños de 10-15 años tendrán móvil, y al realizar tal afirmación no ofrecen una argumentación numérica real. No reflexionan que esta respuesta significaría que “todos los niños de 10 años tendrán móvil en un futuro inmediato” y por tanto, cualquier familia española con hijos entre estas edades, facilitará el acceso al mismo.

Los resultados obtenidos llevan a pensar que la enseñanza estadística no está prestando atención al valor que tiene el contexto en los datos con los que se está trabajando, y no se busca crear nueva información a partir de información cualitativa y cuantitativa (Aoyama y Stephens, 2003, p. 208), dando explicaciones que van más allá de los datos, donde el contexto juegue un papel importante.

La argumentación estadística necesita de la razonabilidad numérica, entendida como un elemento necesario para mostrar mejores justificaciones. Un estudiante que posee un escaso *sentido numérico*, tiene mayores dificultades para entender un enunciado estadístico y argumentar correctamente la toma de decisiones sobre la información aportada. Por lo tanto, en el aula se hace necesario desarrollar un trabajo explícito sobre la razonabilidad numérica (McIntosh et al., 1992), de modo que los estudiantes valoren que esto les permite tener mejores argumentos y por ende, un razonamiento estadístico más elaborado.

Como ya indicamos, la estadística son números en contexto (Moore, 2000), lo que conlleva entender y cuidar el contexto de trabajo de forma que ofrezca sentido a las cantidades numéricas y operaciones que se utilizan. Por otro lado, la razonabilidad numérica (McIntosh et al., 1992) necesita también del contexto, pues nos pueden hacer notar que los resultados obtenidos son adecuados para la situación en la que trabajamos. La conjunción de la estadística y la razonabilidad numérica son aspectos a tener en cuenta en la Educación Estadística.

Agradecimiento: Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto de Investigación “Resolución de problemas y competencia matemática en la educación primaria y secundaria y en la formación de profesores”. EDU2017-84276-R

Referencias

- Aoyama, K. y Stephens, M. (2003). Graph interpretation aspects of statistical literacy: A Japanese perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 15(3), 207-225. <https://doi.org/10.1007/BF03217380>.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2011). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Unión*, 18, 93-104.
- Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. J., & Contreras, J. M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones*, 41, 33-49. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.
- Biggs, J. B. y Collis, K. F. (1982). *Evaluation the quality of learning: the SOLO taxonomy* (structure of the observed learning outcome). New York: Academic Press.

- Biggs, J. y Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. En H. Rowe (Ed.), *Intelligence, reconceptualization and measurement* (pp. 57-76). New Jersey: Laurence Erlbaum.
- Cobb, G. (1992). Teaching statistics. Heeding the call for change. *Suggestions for Curricular Action*, 22, 3-43.
- Consejería de Educación y Universidades. Gobierno de Canarias, (2016). *Decreto 83/2016, de 4 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Canarias*. Boletín Oficial de Canarias (BOC) Número 136, de 15 de julio (pp. 17046-19333). Disponible en: <http://www.gobiernodecanarias.org/boc/2016/136/001.html>.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M. M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de educación primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, 17(4), 715-739.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124. <https://doi.org/10.2307/749671>.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Garfield, J y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x>
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218. <http://dx.doi.org/10.2307/749074>
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S. y Thornton, C. A. (2004). Models of development in statistical reasoning. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 97-117). Dordrecht, Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_5
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., Mooney, E. S., Wares, A., Jones, M. R., ... Nisbet, S. (2001). Using students' statistical thinking to inform instruction. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(1), 109-144. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(01\)00064-5](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(01)00064-5)
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B. y Putt, I. J. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0204_3
- McIntosh, A., Reys, B. J. y Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), 23-63. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2
- Moore, D. S. (2000). *Estadística aplicada básica*. 2a Edición. Barcelona: Antoni Bosch.
- Sharma, S. (2013). Assessing students' understanding of tables and graphs: Implications for teaching and research. *International Journal of Educational Research and Technology*, 4, 51-70.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical inquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
- Zieffler, A., Garfield, J., & Fry, E. (2018). What is statistics education? En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.) (pp. 37-70). *International handbook of research in statistics education*. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_2