

Significados personales sobre los contrastes de hipótesis en estudiantes de ingeniería

Personal meanings about hypothesis tests in engineering students

Stella Maris Figueroa y Sandra Graciela Baccelli

Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

Resumen

Se presenta un estudio de las producciones sobre contrastes de hipótesis por estudiantes de estadística de las carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina). Se analizan los significados personales construidos por los estudiantes, cuyos datos fueron relevados a partir de la resolución de dos problemas que involucran distintos parámetros. Los significados personales identificados serán el punto de partida para la mejora de un diseño instruccional que considere la resolución de los conflictos semióticos detectados y enfatice los aspectos conceptuales de los contrastes de hipótesis.

Palabras clave: significados personales, ingeniería, contrastes de hipótesis, conflictos semióticos.

Abstract

This paper presents a study of the productions on hypothesis tests carried out by students of statistics from the engineering careers of the National University of Mar del Plata (Argentina). The personal meanings constructed by the students, whose data were surveyed based on the resolution of two problems involving different parameters are analyzed. The personal meanings identified will be the starting point to improve an instructional design that considers the resolution of the detected semiotic conflicts and emphasizes the conceptual aspects of the hypothesis tests.

Keywords: personal meanings, engineering, hypothesis tests, semiotic conflicts.

1. Introducción

La inferencia estadística es uno de los contenidos del plan de estudios de muchas carreras universitarias, incluidas las de ingeniería, pues la interpretación de resultados de investigaciones estadísticas forma parte del quehacer profesional de las mismas. Numerosas investigaciones (Inzunza, 2010; Leenen, 2012; Rodríguez, 2012; Vallecillos y Batanero, 1997) mostraron que los conceptos y el razonamiento en la inferencia estadística son difíciles para estudiantes, profesores y profesionales. Vera (2017) describe los errores más frecuentes en los contrastes de hipótesis y Chow (1996) señala la confusión de la hipótesis estadística con la hipótesis de investigación. Si bien están vinculadas, la hipótesis de investigación se refiere a un rasgo inobservable, y la hipótesis alternativa plantea una afirmación acerca de un parámetro en una población. Otro error que Vallecillos (1994) encontró en el 13% de sus estudiantes, es la confusión entre las hipótesis nula y alternativa en este tipo de problemas. En el mismo trabajo, un 20% de estudiantes no discriminaron estadístico muestral de parámetro, y plantearon las hipótesis empleando los estadísticos muestrales.

La lógica de la inferencia estadística, tal como describen Batanero, Díaz y López Martín (2017), Rodríguez, Agnelli, y Albert Huerta, (2009) y Vallecillos (1999) presenta dificultades sustanciales vinculadas a la filosofía y a la psicología que la hacen susceptible de interpretaciones incorrectas. Por otro lado, desde los comienzos del desarrollo de la metodología para las pruebas de hipótesis, surgió una fuerte

controversia (Batanero et al , 2017) sobre los contrastes de hipótesis, que contribuye a transparentar una metodología que reúne aspectos de distintas corrientes contrapuestas.

Varias dificultades en el aprendizaje de la inferencia estadística, surgen de los conceptos fundamentales de población y muestra. Al respecto, Vallecillos (1999) describe un conflicto que se refiere a heurísticas de razonamiento en situaciones de incertidumbre y en la toma de decisiones. También describe el tipo de razonamiento conocido como falacia del jugador, esto es, la creencia errónea que los sucesos aleatorios pasados influyen o afectan a los sucesos aleatorios futuros. Menciona además, la comprensión del concepto de “población” y los distintos niveles de comprensión del mismo, así como la variabilidad y representatividad muestral y el uso de heurísticas en el razonamiento inferencial. Otro conflicto es la confusión entre estadístico y parámetro y la distribución muestral del estadístico, pues al utilizar simultáneamente conceptos con diferentes niveles de concreción, como por ejemplo, la media de la muestra, de la población y de la distribución muestral de medias, confunden a los estudiantes.

En este contexto, el objetivo de este trabajo se focaliza en la identificación y el análisis de los diferentes elementos de significado construidos por los estudiantes sobre el contraste de hipótesis. La identificación de los conflictos semióticos encontrados será utilizada como punto de partida para un diseño instruccional que considere la resolución de estos conflictos y enfatice los aspectos conceptuales de los contrastes de hipótesis. A continuación, se resumen las dificultades encontradas de investigaciones anteriores, el marco teórico la metodología y se presentan los resultados obtenidos en dos grupos independientes de estudiantes de ingeniería sobre el contraste de hipótesis. Finalmente, se reflexiona sobre los resultados obtenidos.

1.1. Algunos conflictos de aprendizaje sobre contrastes de hipótesis

1.1.1 El nivel de significación α

Batanero et al (2017) y Vallecillos (1999) mencionan el conflicto que se refiere a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula H_0 , si es cierta. Por ejemplo, si el valor $\alpha=0.01$, esto quiere decir que si H_0 es cierta, la rechazamos 1 de cada 100 veces. La dificultad en su comprensión se debe a conmutar los sucesos de las probabilidades condicionales (falacia de la condicional traspuesta). También se menciona esta probabilidad condicional como el “error de Tipo I” que puede confundir a los estudiantes al creer que es la probabilidad de un suceso simple. Esta situación lleva a interpretar el nivel de significación como la conjunción entre los sucesos: “la hipótesis nula es cierta” y “la hipótesis nula es rechazada” o la hipótesis nula es rechazada y después es encontrada cierta. Vallecillos (1999) detectó hasta quince interpretaciones del concepto de nivel de significación, la mayor parte de ellas incorrectas y encontró estudiantes que si bien comprenden las probabilidades condicionales, malinterpretan el significado del nivel de significación. Resume tres principales concepciones incorrectas:

- Nivel de significación como probabilidad condicional de alguna de las hipótesis. Los alumnos mantienen la idea de probabilidad condicional en la definición del nivel de significación, pero cambian los sucesos condición y condicionado o ambos.
- Nivel de significación como probabilidad simple de la hipótesis nula. Los alumnos interpretan el nivel de significación como probabilidad no condicional de la hipótesis nula, tanto para la aceptación como para el rechazo.
- Nivel de significación como probabilidad de error, tanto si se asocia a la hipótesis

nula como a la alternativa y si se acepta o se rechaza cualquiera de ellas.

1.1.2. Comprensión del papel de las hipótesis en los contrastes

Vera, Díaz y Batanero (2011) manifiestan que la comprensión de la inferencia estadística requiere del aprendizaje de tres elementos interrelacionados (Harradine, Batanero y Rossman, 2011) a) el proceso de razonamiento; b) los conceptos asociados y c) los cálculos relacionados. Si bien un software estadístico mejora los cálculos, no es suficiente para la enseñanza de los conceptos y el razonamiento inferencial. Señalan también como elemento clave, la comprensión del concepto de hipótesis y la diferenciación entre hipótesis nula y alternativa. Un error en el planteamiento de las hipótesis puede ocasionar un contraste no adecuado, la elección de un estadístico inapropiado, con regiones críticas no vinculadas al planteo de la hipótesis alternativa o la toma de una decisión errónea sobre el rechazo o no de la hipótesis nula.

Batanero et al (2017) y Vallecillos (1999) también se refieren a este conflicto de aprendizaje. Si bien establecer las hipótesis adecuadas que den respuesta al problema a resolver es decisivo y básico, presenta grandes dificultades de comprensión para los estudiantes que no logran identificar las hipótesis adecuadas en cada caso y confunden las hipótesis nula y alternativa. Otros estudiantes consideran que la hipótesis nula es la hipótesis que no se quiere rechazar. Las tres concepciones principales son:

- Hipótesis nula como hipótesis a demostrar. Muchos estudiantes manifestaron una concepción de la hipótesis nula más parecida a un enunciado a demostrar que a una opción a elegir entre dos posibles en un problema de decisión. El estudiante supone que el contraste de hipótesis estadísticas es un procedimiento deductivo que finaliza con la demostración de la verdad de la hipótesis nula.
- Hipótesis nula referida tanto a la población como a la muestra. Aunque las hipótesis que se plantean en un contraste se refieren siempre a una población, los datos pertenecen a una muestra de la misma, y los estudiantes confunden frecuentemente población y muestra y plantean hipótesis sobre la muestra.
- Hipótesis nula referida a una única población o a un único parámetro. Los alumnos revelan una concepción muy limitada de los tipos de hipótesis admisibles. Se cree que en esta concepción puede haber razones didácticas que expliquen esta situación porque tanto los ejemplos en clase y los textos utilizados ponen el énfasis en estos casos. Además, muchos alumnos muestran conocimientos conceptuales correctos pero no los aplican en la resolución de los problemas propuestos.

1.1.3. La lógica del proceso de contraste de hipótesis

Vallecillos (1999) destaca el uso de analogías para la enseñanza de la lógica del proceso de contraste de hipótesis. Ésta puede ser comparada con la demostración por reducción al absurdo y también con el proceso de declaración de inocencia o culpabilidad en un juicio. Otros trabajos que analiza, presentan una crítica de la estructura lógica de las pruebas de hipótesis estadísticas y analizan las posibles causas de sus dificultades. Sugieren la existencia de razones psicológicas que promueven la creencia de minimizar la inseguridad en situaciones donde interviene el azar, cuando obtienen un resultado significativo. En su investigación comprobó que muchos estudiantes no logran comprender la lógica de un proceso que admite decidir entre dos hipótesis estadísticas y describe cuatro concepciones de los estudiantes sobre los conceptos clave acerca del

tipo de validación de la hipótesis en los contrastes de hipótesis estadísticas:

- Contraste como una regla de decisión. Estos estudiantes se acercan a la teoría del contraste presentada por Neyman y Pearson.
- Contraste como procedimiento para la obtención de soporte empírico para la hipótesis investigada. Para estos estudiantes, es la categorización de la lógica del proceso de contraste planteada por Fisher.
- Contraste como prueba probabilística de la hipótesis. Creencia que el contraste de hipótesis facilita la probabilidad a posteriori de la hipótesis como resultado, según los datos de la muestra. Estos estudiantes generalizan sus conocimientos sobre el tipo de demostración ‘por reducción al absurdo’, válido en razonamientos deductivos. Vallecitos afirma que este conocimiento es un impedimento para comprender la lógica del contraste hipótesis estadísticas y encuentra una relación con la interpretación incorrecta del nivel de significación como probabilidad a posteriori de la hipótesis, dependiendo de los datos obtenidos, error descrito anteriormente por otros autores.
- Contraste como prueba matemática de la verdad de la hipótesis. Este grupo de estudiantes espera que, al utilizar un procedimiento matemático, se obtenga una única solución posible.

Estas distintas metodologías del tipo de validación de la hipótesis en los contrastes de hipótesis estadísticas, dan lugar a distintos significados. Según la metodología empleada en la lógica del proceso de contraste de hipótesis, Batanero et al (2017) describe cada uno de esos significados. La tesis doctoral de Vera (2015) enumera conceptos y procedimientos que los estudiantes debieran manejar al plantear la resolución de un contraste de hipótesis, basándose en los pasos que plantea Batanero (2000) al respecto: 1) Diferenciar la naturaleza de las hipótesis, es decir, distinguir las hipótesis de investigación, de la experimental y de las hipótesis estadísticas, comprendiendo que una consecuencia de la hipótesis experimental es la hipótesis alternativa. 2) La negación de la hipótesis alternativa es la hipótesis nula. Suponer una hipótesis nula simple donde el efecto no se presenta, ayuda a seleccionar el estadístico de contraste con su distribución muestral correspondiente, de acuerdo al parámetro y a los datos de la muestra. 3) Una vez identificada la distribución muestral del estadístico, se determinan los valores críticos para la comparación posterior con el valor observado calculado previamente y para luego aplicar la regla de decisión. 4) Determinación del p-valor, es la probabilidad de obtener un valor del estadístico de contraste tan extremo o más que el valor observado, cuando la hipótesis nula es cierta. 5) La aceptación o rechazo de la hipótesis nula se considera provisional. Es la comunidad científica quien decide qué hipótesis se dan por establecidas.

Con la intención de disminuir las dificultades de enseñanza y de aprendizaje en problemas de contrastes de hipótesis, la cátedra de estadística básica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Mar del Plata, considera las recomendaciones internacionales para la enseñanza de la inferencia, tal como describen Batanero et al (2017) y otros autores como (Inzunza, 2010; Rodríguez, 2012) al estimular el razonamiento inferencial informal con la simulación de pruebas al azar introduciendo a los estudiantes en la lógica de la inferencia estadística, para luego argumentar estos resultados aplicando la Metodología de Neyman y Pearson, el contraste de hipótesis como regla de decisión, elegido como significado institucional.

2. Marco teórico

El soporte teórico de este trabajo es el enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática (EOS). Esta propuesta teórico-metodológica de investigación en Didáctica de la Matemática, viene desarrollándose en España desde el año 1994 por Godino, Batanero y Font (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007). De ese amplio marco teórico se utilizan para este trabajo algunos constructos que se describen a continuación. El EOS define a una *práctica matemática* como cualquier acción, expresión o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida a otras personas, validar y generalizar esa solución a otros contextos. Una práctica matemática puede ser de índole personal o compartida en el seno de una institución. Dentro de este marco, *la noción de significado institucional de referencia de un objeto o tema de estudio orienta el análisis sistemático de la literatura hacia la identificación de los diversos significados contextuales de los objetos y su articulación en un significado global u holístico. Este significado global se considera como la población de referencia (de situaciones-problemas) de la cual se seleccionarán muestras adecuadas a las circunstancias particulares de los procesos que se pretenden diseñar.* (Godino et al, 2017). A partir de este constructo surge la noción de *significado*, definido como el sistema de prácticas operativas y discursivas para resolver un cierto tipo de problemas (Godino et al, 2007). De acuerdo con lo anterior, en una clase, para un determinado objeto matemático se considera el *significado personal* que cada alumno le asigna, para diferenciarlo del significado fijado por el profesor, por el libro de texto o en un currículo, como expresiones del *significado institucional* del mencionado objeto. Cuando un sujeto realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado de objetos matemáticos a los que en este enfoque se los clasifica como primarios (Godino, Contreras y Font, 2006)

Elementos lingüísticos (ej. Para este trabajo: contraste, experimento, dato, Hipótesis nula: H_0 , hipótesis alternativa: H_1 , nivel de significación: α , varianza poblacional σ^2 , cociente de varianzas poblacionales, $\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$ o también $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$, estadístico de prueba asociado al parámetro $\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$, $F_{n_y-1; n_x-1; \alpha} = \frac{S_y^2}{S_x^2}$ ó $F_{n_x-1; n_y-1; 1-\alpha} = \frac{S_x^2}{S_y^2}$. distribución del estadístico de prueba, valor crítico: χ_c^2 , F_{cr} valor observado: χ_{obs}^2 , F_{obs} , regla de decisión, $\chi_{obs}^2 < \chi_{cr}^2$, $F_{obs} > F_{cr}$ ó también $F_{obs} < F_{cr}$ conclusión. Lenguaje gráfico: representación gráfica de la distribución muestral del estadístico en cada caso. Representación gráfica de la zona crítica. *Situaciones-problemas*, de los que surge el objeto matemático a estudiar (Por ej. Los problemas 1 y 2). *Conceptos y proposiciones* (Definiciones o descripciones del objeto y sus propiedades, características y las relaciones con otros objetos. Por ej. población y muestra, hipótesis nula e hipótesis alternativa, variable aleatoria y variable estadística, estadístico muestral y parámetro poblacional, distribución empírica y distribución muestral y las relaciones y propiedades de los mismos.) *Procedimientos* (Algoritmos, técnicas de cálculo, o estrategias que recopilan, operan y comparan datos para resolver problemas, por ej. Aplicación de los pasos en los contrastes de hipótesis.) *Argumentos* (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos deductivos o de otro tipo, etc.). Se usan para probar las propiedades o relaciones o demostrar las soluciones de los problemas y, en general, para comunicar resultados.

En los sistemas de prácticas matemáticas intervienen y aparecen conjuntos de objetos conformando redes llamadas *configuraciones*. Las mismas pueden ser *cognitivas* o

epistémicas de acuerdo la condición de personal o institucional de los objetos involucrados. Estas configuraciones, junto con los sistemas de prácticas, son las herramientas teóricas que propone este enfoque para describir los conocimientos matemáticos expresados en términos de significados. (Godino, Batanero y Font, 2007). Se puede describir metafóricamente el aprendizaje como "acoplamiento progresivo" entre significados personales e institucionales en una clase. Esta diferenciación entre las facetas personal e institucional de los significados matemáticos es fundamental para poder describir y explicar las interacciones entre el profesor y los estudiantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino et al, 2007). En el estudio de un proceso de instrucción adquiere relevancia la detección de *conflictos semióticos*, planteados como discordancias entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos, ya sean personas o instituciones.

3. Metodología

Considerando que la asignatura estadística básica es el primero y único curso de estadística que figura en el plan de estudios de ingeniería de esta facultad y es cuatrimestral, en el curso se analiza sólo el caso de varianzas desconocidas e iguales. Es decir, se enseña un contraste de hipótesis para la comparación de varianzas como una prueba previa, donde se espera aceptar la igualdad de varianzas, para estar en condiciones de plantear otro contraste de comparación de medias de distintas poblaciones independientes.

Tabla 1. Configuración epistémica de los dos problemas

	Problema 1		Problema 2
Reconocer el parámetro	σ^2	$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$	o también $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$
Reconocer el estadístico de prueba	$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$F_{n_y-1; n_x-1; \alpha} = \frac{S_y^2}{S_x^2}$	$F_{n_x-1; n_y-1; 1-\alpha} = \frac{S_x^2}{S_y^2}$
Determinar región crítica y de aceptación	Zona de Rechazo de Ho $\chi_{obs}^2 < \chi_{cr}^2$	Zona de Rechazo de Ho $F_{obs} > F_{cr}$	Zona de Rechazo de Ho $F_{obs} < F_{cr}$
Cálculo del valor crítico	$\chi_{cr}^2 = \chi_{(1-\alpha; n-1)}^2$ $= \chi_{(0,95; 29)}^2 = 17,708$	$= F_{n_y-1; n_x-1; \alpha}$ $F_{cr} = F_{9; 9; 0,05} = 3,18$	$= F_{n_x-1; n_y-1; 1-\alpha}$ $F_{cr} = F_{9; 9; 0,95} = 0,314$
Cálculo del v. observado	$\chi_{obs}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} =$ $\frac{(30-1)225^2}{250^2} = 23,49$	$F_{obs} = \frac{S_y^2}{S_x^2} = \frac{100,4}{88,71}$ $= 1,13$	$F_{obs} = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{88,71}{100,4} = 0,9$
Determinar en qué región cae el estadístico	$\chi_{obs}^2 = 23,49$ no es menor que $17,708 = \chi_{cr}^2$. No existe evidencia muestral para rechazar	$F_{obs} = 1,13$ no es mayor que $3,18 = F_{cr}$ No existe evidencia muestral para rechazar	$F_{obs} = 0,9$ no es menor que $0,314 = F_{cr}$ No existe evidencia muestral para rechazar Ho.
Concluir y responder al problema	Ho. Se acepta la suposición si $\alpha = 0,05$	Ho. Las varianzas son iguales al nivel $\alpha = 0,05$	Las varianzas son iguales al nivel $\alpha = 0,05$

En cuanto a los contenidos previos de los estudiantes, por su participación y trabajo en las clases prácticas y en evaluaciones parciales, podría asumirse que leen e interpretan las tablas de distribuciones de probabilidad como la normal, la distribución t de Student, Chi-Cuadrado y la distribución F de Fisher. Han estimado por intervalos los parámetros más usuales y aplicado pruebas de hipótesis para la media, la proporción, la varianza, para la diferencia de medias y para el cociente de varianzas. En este contexto, se

seleccionaron (de acuerdo a lo trabajado en las clases) dos problemas de contrastes de hipótesis: uno para la varianza y otro para la comparación de varianzas, a dos grupos independientes de 30 y 40 estudiantes respectivamente, de esta facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, que cursaron estadística básica, como parte del examen final de la asignatura. Para evaluar el procedimiento aplicado por los estudiantes en el contraste de hipótesis para la varianza poblacional y para la comparación de varianzas, se compararon las producciones de los estudiantes con las prácticas matemáticas explicitadas en la configuración epistémica de la Tabla 1, donde se muestran las resoluciones de los dos problemas evaluados, con dos soluciones posibles para el segundo problema.

En la Tabla 2 se muestran los resultados de las configuraciones cognitivas de los estudiantes, en la cual se mencionan los conflictos semióticos encontrados más relevantes y frecuentes. Posteriormente se comparan estos conflictos con los hallados por otras investigaciones, para poder explicar los elementos a tener en cuenta a la hora de diseñar un proceso instruccional que disminuya los conflictos sobre esta problemática. A continuación se describen los enunciados de los dos problemas, con sus configuraciones epistémicas respectivas en la Tabla 1 y los resultados de las configuraciones cognitivas en la Tabla 2.

Problema 1. La gerencia de una empresa avícola considera que la variabilidad que se presenta en el peso de los pollos de 3 meses es aceptable, puesto que cree que la dispersión de los pesos es de 250 gramos. Un grupo de socios de la empresa pone en duda lo manifestado por la gerencia y considera que la variabilidad es inferior. Debido a esto, 6 meses después la gerencia ordena tomar una muestra de 30 pollos de 3 meses, seleccionados aleatoriamente, y encuentra que la desviación estándar de la misma es de 225 gramos. Con un nivel de significación del 5%, ¿Considera que los socios pueden contradecir la afirmación de la gerencia?

Problema 2. Diseñadores de un sistema operativo han propuesto modificaciones a los algoritmos de cola FCFS (First Come First Served) y SJF (Shortest Job First) para la planificación del uso de la CPU (Central Processing Unit). En lugar de compararlos usando una aproximación analítica mediante un modelo matemático, los diseñadores deciden compararlos usando máquinas test en dos escenarios considerados uniformes en términos de la proporción y duración de trabajos que llegan a la unidad. Los siguientes son tiempos de espera (en milisegundo) para trabajos seleccionados aleatoriamente destinados a las dos máquinas test

CPU which SJF (x)	63	81	57	66	82	82	68	59	75	73
CPU which FCFS (y)	64	72	83	59	65	56	63	74	82	82

¿Puede concluirse con un nivel de significación del 5% que la varianza resultante del algoritmo de cola FCFS (First Come First Served) es mayor que el de SJF (Shortest Job First)?

Tabla 2. Resultados de los significados personales de los Problemas 1 y 2

Problema 1	Frec	%	Problema 2	Frec	%
Plantea contraste bilateral	5	16,7	Plantea contraste bilateral	2	5,0
Plantea bien H_0 y H_1 y mal la zona crítica	3	10,0	Plantea contraste unilateral y zona crítica bilateral	6	15,0
Usa dispersión en lugar de varianza y plantea mal zona crítica	6	20,0	Compara crítico y observado de distribuciones F diferentes	9	22,5
Confunde parámetro σ^2 con estadístico S^2	1	3,3	En H_1 considera "el igual"	7	17,5
En H_1 plantea "mayor que"	4	13,3	Compara dispersiones y usa χ^2	3	7,5
Encuentra un intervalo de confianza	1	3,3	Compara medias	1	2,5
No resuelve	1	3,3	No resuelve	3	7,5
Resuelven bien	9	30,0	Resuelve bien	9	22,5
Total	30	100	Total	40	100

4. Análisis y discusión de los resultados

Sólo el 30 % y el 22,5 % de los dos grupos de estudiantes resolvieron correctamente los

dos Problemas. No los resuelven, respectivamente, el 3,3% y el 7,5%. El resto de los estudiantes mostraron respuestas parcialmente correctas o incorrectas que se evidenciaron en los conflictos semióticos registrados para cada problema de la Tabla 2. A continuación, se describen y analizan los conflictos más destacados.

4.1 Análisis del problema 1

Respecto al planteo de las hipótesis, reconocer la información de los datos del problema es fundamental, ya que esa información les permite reconocer el parámetro del contraste, que junto a los datos muestrales les ayuda a identificar al estadístico respectivo y su distribución. Un 10 % de estudiantes reconocieron el parámetro y el estadístico con su distribución correspondiente y plantearon correctamente la hipótesis nula, pero no así la alternativa. En su investigación, Vallecillos (1994; 1999) descubrió que un 13 % de estudiantes confunden la hipótesis nula con la alternativa. Según la autora, esto indica la falta de comprensión entre la demostración matemática de una hipótesis y el contraste estadístico de hipótesis. Chow (1996) concluye que confunden la hipótesis estadística alternativa con la de investigación y menciona distintos niveles de las hipótesis en una investigación (sustantiva, de investigación, alternativa y nula). Además el autor señala que tanto estudiantes como investigadores, pueden confundir las hipótesis estadísticas cuando encuentran un resultado significativo, al pensar que se refiere a la hipótesis de investigación o a la sustantiva.

Un 16,7 % no encontró una regla de decisión óptima entre las hipótesis al proponer una prueba bilateral. A ese porcentaje se le puede agregar un 13 % porque tampoco marcó una decisión óptima entre las hipótesis al marcar la zona crítica a la derecha, cuando en realidad correspondía a la izquierda. Una explicación posible a esta confusión en la elección de los contrastes bilaterales o unilaterales está dada por no identificar la naturaleza de la hipótesis de investigación y diferenciarlas de la experimental y de las hipótesis estadísticas como señalan Batanero (2000) y Vera (2015). Sólo el 3,3 % de los estudiantes confundieron el estadístico varianza muestral (S^2) con el parámetro varianza poblacional (σ^2), pero un 20 % confundió la varianza poblacional (σ^2) con la dispersión poblacional σ . En la investigación de I (1994; 1999), un 18,7% confunde el estadístico con el parámetro y un 26 % plantea correctamente las hipótesis.

4.2 Análisis del problema 2

Un conflicto semiótico que plantea el “igual” para este problema en la hipótesis alternativa, fue dado por el 17,5 % de los estudiantes. Una explicación posible de este conflicto es la no comprensión del procedimiento en la resolución del contraste de hipótesis, porque es en la hipótesis nula donde se plantea el “no cambio”, o en términos de Batanero, “donde el efecto no se presenta” al trabajar con una hipótesis simple. A partir de este conflicto, los estudiantes plantean contrastes bilaterales o unilaterales sin sentido, ya que no comprenden la ubicación de la zona crítica. Un 5% de los estudiantes plantea directamente un contraste bilateral porque no plantea correctamente la hipótesis alternativa al no considerar el cuestionamiento del problema. Vera (2015) señala a este conflicto “de interpretación del enunciado”, no reconoce el campo de problemas de esta situación. Vallecillos (1994) detecta una confusión en la zona de rechazo y de aceptación, respecto del nivel de significación y el criterio de decisión. Expresa en los estudiantes una falta de comprensión de que la hipótesis alternativa determina, junto al nivel de significación, la región crítica, y que un mayor nivel de significación disminuye

la zona de aceptación donde se supone cierta la hipótesis nula.

El 15 % de los estudiantes representa una zona crítica bilateral pero plantea un contraste unilateral, conforme a los datos del problema. Una explicación posible de este conflicto, es la suposición de que estos grupos de estudiantes tenían “mecanizado” esta prueba como un contraste bilateral, para luego comparar medias de dos poblaciones independientes de varianzas iguales pero desconocidas. Justamente hubo un solo caso donde el estudiante plantea un contraste de medias, independientemente del cuestionamiento del problema. Otra vez hubo un conflicto en el reconocimiento del campo de problemas (Vera 2015). Otro conflicto semiótico surgió al comparar el valor crítico y el observado. El 22,5% comparó el valor crítico y el valor observado de distribuciones diferentes. Estos estudiantes no tuvieron en cuenta el orden en el cociente de varianzas muestrales ni la tabla de Fisher que indica los grados de libertad de cada muestra. Este resultado llamó la atención a los docentes de la cátedra porque alertó una dificultad en el problema que no se había considerado. Se supone que este conflicto podría disminuir si durante las clases se hace énfasis en el planteo de un cociente de varianzas en las hipótesis y no se plantea una igualdad de varianzas en la hipótesis nula.

El 7,5% de los estudiantes, no resuelve y el mismo porcentaje, confunde el cociente de varianzas con el cociente de dispersiones. También confunde el estadístico de prueba y usa χ_{n-1}^2 . Esta confusión está relacionada con considerar una población en lugar de dos poblaciones, es un fallo en la interpretación del enunciado, que es el fallo mencionado anteriormente por Vera (2015) reconocer el campo de problemas.

5. Conclusiones y reflexiones finales

La información obtenida en este trabajo, respecto de los conflictos semióticos encontrados y las explicaciones de sus causas posibles, proporcionan elementos para un diseño de instrucción que considere los pasos que plantean los autores Batanero y Vera para la resolución de un contraste de hipótesis, donde además de utilizar un nivel de significación dado, se involucre al estudiante en el cálculo del p-valor. Este cálculo y el tratamiento a los errores de tipo 1 y de tipo 2 si bien no fueron desarrollados en este estudio, forman parte de los elementos de significado de los contrastes de hipótesis que en cursos cuatrimestrales de cuatro horas semanales no siempre alcanzan a desarrollarse en su totalidad. La selección adecuada de problemas que incluyan estas problemáticas contribuirá a la construcción del significado del contraste de hipótesis junto a la selección de muestras, el trabajo con datos muestrales simulados y la comparación del nivel de significación con el p-valor. El trabajo con poblaciones y muestras simuladas permitirá disminuir la confusión entre parámetro y estadístico, también permitirá la comparación de distribuciones empíricas de variables estadísticas con las distribuciones teóricas de sus estadísticos muestrales asociados. Esta práctica matemática podrá facilitar la comprensión de la regla de decisión en el proceso de comparación del valor observado (valor obtenido en una muestra) con los valores críticos (valores obtenidos de todas las muestras posibles del mismo tamaño seleccionadas de la población).

Es recomendable entonces, que durante el desarrollo de los cursos de estadística para ingeniería, el énfasis se centre en los aspectos conceptuales de los contrastes de hipótesis, seleccionando estrategias de enseñanza que además del logro de habilidades técnicas, se dé un espacio prioritario al desarrollo del razonamiento inferencial y a la interpretación, es decir, al razonamiento a partir de los datos, distinguiendo los niveles de las hipótesis que intervienen en una investigación para realizar contrastes de

hipótesis y tomar decisiones interpretando el significado de los resultados obtenidos.

Referencias

- Batanero, C. (2000) Controversies around the role of statistical test in experimental research *Mathematical Thinking and Learning* 2(1-2), 75-98.
- Batanero, C., Díaz, C. y López Martín, M. (2017). Significados del contraste de hipótesis, configuraciones epistémicas asociadas y algunos conflictos semióticos. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006) Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J.; Giacomone, B. Batanero, C. Font, V. (2017) Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*. 31(57), 90-113.
- Inzunza, S. (2010). Entornos virtuales de aprendizaje: Un enfoque alternativo para la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15(45), 423-452.
- Leenen, I. (2012). La prueba de la hipótesis nula y sus alternativas: revisión de algunas críticas y su relevancia para las ciencias médicas. *Investigación en Educación Médica*, 1(4), 225-234.
- Rodríguez, M. (2012). Inferencia informal: del análisis de los datos a la inferencia estadística. *Revista de Educación Matemática, Número especial*. Disponible en <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10167>.
- Rodríguez, M., Angelli, H., y Albert, A. (2009). Pruebas de hipótesis estadísticas: algunas consideraciones para la práctica docente. *Revista de Educación Matemática, Número especial*. Disponible en <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10259/10920>
- Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-Second Session of the International Statistical Institute*, 58, 201-204.
- Vallecillos, A. y Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17, 29-48.
- Vera, O., Díaz, C. y Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión*, 27, 41- 61.
- Vera, O. (2017). Análisis de varianza elemental versus contraste de hipótesis: comprensión de las hipótesis estadísticas mediante la identificación y análisis de conflictos semióticos comparados. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html