

D.T 7/75

UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Facultad de Ciencias
Fecha 4 SET. 1990
ENTRADA NUM. 1295


DEPARTAMENTO DE GEODINAMICA

**LOS MODELOS MATEMATICOS
APLICADOS AL ANALISIS
DE LOS ACUIFEROS KARSTICOS**

Tesis Doctoral que presenta
Alberto Padilla Benítez
para optar al Grado de
Doctor en Ciencias por la
Universidad de Granada.

Fdo.: Alberto Padilla Benítez

Vº Bº del Director



Fdo.: Antonio Pulido Bosch

Prof. Titular de Hidrogeología
Universidad de Granada



TESIS DOCTORAL
GRANADA, Septiembre de 1990

*A Mayte y Peluso,
y a mis padres*

AGRADECIMIENTOS

Quisiera con estas líneas manifestar mi más sincero agradecimiento a las numerosas personas y organismos que a lo largo de la realización de esta Tesis han colaborado con sus aportaciones científicas y su apoyo humano. En este caso particular, nunca fue tan cierto el tópico de que sin su ayuda no hubiera sido posible la realización de la presente memoria.

Son muchas las razones que me llevan a manifestar en primer lugar agradecimiento a mi director el Dr. A. Pulido Bosch, no sólo por sus valiosas aportaciones científicas en la revisión y crítica del trabajo, sino también por su constante dedicación como tutor de mi formación hidrogeológica. Como amigo, su apoyo moral fue, en muchas ocasiones, el impulso necesario para poder continuar con este trabajo.

Al Prof. R. Fernández Rubio le debo mis primeros conocimientos en Hidrogeología; como un verdadero maestro supo despertar en mí el interés por esta disciplina.

He tenido también la suerte de poder conversar sobre muchos aspectos de mi investigación con el Dr. A. Mangin, Subdirector del Laboratoire Souterrain de Moulis (CNRS); su experiencia y comentarios han sido fundamentales en el desarrollo de mi investigación.

Mi gratitud al Dr. L. Kiraly, director del CHYN, por la buena acogida que me deparó y la ayuda prestada durante mi estancia en Neuchatel.

La revisión de una parte esencial de este trabajo, como es la aplicación de métodos estadísticos, se la debo al Dr. M. Chica. También he de agradecerle el entusiasmo con que ha soportado mis continuas interrupciones en su trabajo para responder a mis preguntas.

También debo manifestar mi agradecimiento al Dr. J. Benavente con el que inicié mis primeros pasos en el campo de la estadística, y con el que he compartido numerosas experiencias profesionales.

A mi entrañable amigo el Dr. E. Díaz Ucha, su clarividencia y comprensión de los conceptos matemáticos fue para mí de inestimable ayuda.

Varios son los organismos que de una u otra forma han facilitado mi labor de investigación. En este sentido tengo que agradecer:

- Al Departamento de Cálculo Numérico de la Escuela Técnica Superior de Minas de la Universidad Politécnica de Madrid, sobre todo en la persona del Dr. F. Elorza, que me facilitó numerosa información y el material informático necesario para mi aprendizaje de la simulación con elementos finitos.

- Al Centre D'Hidrogeologie de l'Université Neuchâtel, Institut de Géologie (CHYN), que puso a mi disposición su material informático y humano; a todos sus miembros agradezco la hospitalidad que me depararon durante mi estancia.

- Al Instituto Tecnológico y Geominero de España (ITGE), gracias al cual he podido disponer de las series de caudal de los manantiales de La Villa y Simat de Valldigna, imprescindibles en las aplicaciones prácticas realizadas en este trabajo.

- Al Laboratoire Souterrain de Moulis por facilitarme los datos foronómicos de los acuíferos de Baget y Aliou.

- Al Centro de Estudios Experimentales (CEDEX) que con el curso impartido sobre "Planificación de recursos hidráulicos" en 1985, me hizo ver la necesidad de cuantificar de forma más objetiva las posibilidades de las aguas subterráneas.

- Al Departamento de Geodinámica de la Universidad de Granada, en el seno del cual he realizado todo mi aprendizaje y labor investigadora.

Quiero agradecer también la colaboración prestada durante todos estos años a mis compañeros y amigos:

- J. M. Calaforra, con el que he compartido el frío mundo de los ordenadores y los complejos procesos que tienen lugar en el karst.

- M. López Chicano, de las largas y amistosas discusiones mantenidas con él siempre extraía importantes conclusiones, en especial, que los "números" no son la única vía para comprender el flujo en los acuíferos kársticos.

- M. L. Calvache, con la que comparto el apasionante, pero también, a veces, desesperante tema de los modelos matemáticos.

- F. Gervilla, que tantos consejos me ha dado para elaborar este trabajo. No puedo dejar de plagiarle la cita de su Tesis Doctoral, tomada de Henri Theil, que, aunque aplicada a un tema tan alejado de mi investigación como es la mineralogénesis, puede perfectamente resumir todos los objetivos de esta memoria: *Los modelos son para ser usados, no para creérselos.*

De forma general quiero mostrar mi agradecimiento a todos los compañeros del Departamento de Geodinámica en los que siempre he encontrado la ayuda necesaria.

Por último, no quiero dejar de mencionar a mi mujer Mayte; ha sido ella, la que desde el anonimato, verdaderamente ha sufrido durante todos estos años la elaboración de este trabajo; ni a P. Leboeuf que con tanto cariño ha seguido mi carrera desde que me incorporé a esta Universidad.

Esta Tesis fue financiada durante los años 1984-85 por una Beca de Colaboración con cargo al Proyecto de Investigación nº 1507/82 subvencionado por la CAICYT, y durante los años 1985-88 por una Beca de Formación de Personal Investigador dentro del Plan Complementario del Ministerio de Educación y Ciencia. La etapa final ha quedado enmarcada dentro del Proyecto de Investigación PB87/0245 de la CICYT.

INDICE GENERAL

INTRODUCCION

1. JUSTIFICACION Y OBJETIVOS	3
2. METODOLOGIA	6
3. COMPOSICION DE LA MEMORIA	7
4. ANTECEDENTES	8
5. RESUMEN DE LAS CARACTERISTICAS HIDROGEOLOGICAS Y GEOLOGICAS DE LOS ACUIFEROS ESTUDIADOS	10

PARTE I

LA CARACTERIZACION DE LOS ACUIFEROS KARSTICOS

1. INTRODUCCION	17
2. LOS MODELOS CONCEPTUALES	19
2.1. ACUIFERO KARSTICO DE ELEMENTOS CAPACITIVOS Y TRANSMISIVOS	20
2.2. ACUIFERO KARSTICO JERARQUIZADO	22
2.3. REFLEXIONES SOBRE EL MODELO CONCEPTUAL	24
3. ANALISIS DE HIDROGRAMAS	29
3.1. ASPECTOS GENERALES	29
3.2. EL AGOTAMIENTO	32
3.3. LA RECESION	36
4. ANALISIS DE CAUDALES CLASIFICADOS	51
4.1. INTRODUCCION	51
4.2. APLICACIONES	52
4.2.1. Manantial de La Villa	53

4.2.2. Manantial de Fuente Mayor	54
4.2.3. Manantial de Aliou	57
4.2.4. Manantial de Baget	60
4.3. DISCUSION Y CONCLUSIONES	62
5. ANALISIS DE CORRELACION Y ESPECTRAL	65
5.1. METODOS EMPLEADOS	65
5.2. EJEMPLOS SINTETICOS DE ANALISIS CRUZADO	71
5.3. APLICACION A LOS ACUIFEROS DE EL TORCAL DE ANTEQUERA Y SIMAT DE VALLDIGNA	84
5.3.1. Análisis simple	84
5.3.2. Análisis cruzado	93
5.4. COMPARACION CON LOS ACUIFEROS DE ALIOU Y BAGET	101
5.5. CONCLUSIONES	108

PARTE II

LOS MODELOS MATEMATICOS APLICADOS AL ANALISIS DE SISTEMAS KARSTICOS

1. INTRODUCCION	111
2. MODELOS UNIVARIADOS	115
2.1. GENERALIDADES	115
2.2. APLICACION AL MANANTIAL DE LA VILLA	121
2.3. APLICACION AL MANANTIAL DE FUENTE MAYOR	131
2.4. APLICACION AL MANANTIAL DE ALIOU	139
2.5. CONCLUSIONES	146
3. MODELOS DE TRANSFERENCIA	149
3.1. INTRODUCCION	149
3.2. BALANCE MEDIO	150
3.3. MODELO ARMAX UNIVARIADO	151
3.3.1. Generalidades	151

3.3.2. Aplicación al acuífero de El Torcal de Antequera	156
3.3.3. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna	160
3.3.4. Aplicación al acuífero de Aliou	164
3.3.5. Discusión y conclusiones	167
3.4. MODELO DE TRES RESERVORIOS: TRIDEP	171
3.4.1. Descripción del modelo	172
3.4.2. Desarrollo teórico de las funciones	175
3.4.3. Aplicación al acuífero de El Torcal de Antequera	180
3.4.4. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna	189
3.4.5. Aplicación al acuífero de Aliou	197
3.4.6. Discusión y conclusiones	201
4. LOS MODELOS DE SIMULACION DE FLUJO	205
4.1. GENERALIDADES	205
4.2. MODELOS EN DIFERENCIAS FINITAS	209
4.2.1. Introducción	209
4.2.2. Aplicación al acuífero de El Torcal de Antequera	212
4.2.3. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna	225
4.3. BREVE COMENTARIO SOBRE LOS MODELOS DE FLUJO CON ELEMENTOS FINITOS	242
4.4. CONCLUSIONES	248
DISCUSION Y CONCLUSIONES GENERALES	251
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	255

INDICE DE FIGURAS

INTRODUCCION

1. Esquema geológico del acuífero de Baget (MANGIN, 1975)	10
2. Esquema geológico del acuífero de Aliou (MANGIN, 1975)	11
3. Esquema hidrogeológico de El Torcal de Antequera	12
4. Esquema hidrogeológico del acuífero de Simat de Valldigna	13

PARTE I: LA CARACTERIZACION DE LOS ACUIFEROS KARSTICOS

5. Esquema de la estructura espacial del modelo conceptual de "elementos capacitivos y transmisivos" (Drogue, 1980)	20
6. A) Flujo de agua desde los bloques hacia los drenes en los periodos de estiaje. B) Flujo de agua desde los drenes hacia los bloques en los periodos lluviosos. C) Evolución de niveles originados por la misma precipitación en un piezómetro localizado en un bloque (P_1) y otro localizado en un dren (P_2). (DROGUE, 1980)	21
7. Distribución de frecuencias de la conductividad en algunos acuíferos carbonatados (BAKALOWICZ, 1979)	23
8. Características de los diferentes medios acuíferos (MANGIN, 1986)	24
9. Esquema simplificado de la evolución del modelo conceptual de "elementos transmisivos y capacitivos" hacia el modelo conceptual "jerarquizado" según la importancia de los procesos de karstificación	26
10. Explicación del origen del agua del hidrograma (A) de la surgencia kárstica (B). BONACCI (1987)	31
11. Hidrogramas de las 4 recesiones seleccionadas para su análisis	32
12. Ajuste de la función de Maillet a los agotamientos	35
13. Velocidad de vaciado de la zona saturada	34
14. Representación gráfica de las dos funciones que intervienen en la descomposición de la curva de recesión, según la expresión de MANGIN (1975)	37
15. Ajuste de la función de Mangin a las recesiones estudiadas	40
16. A) Función Y ajustada a las decrecidas. B) Porcentaje de volumen drenado respecto al "almacenado" al inicio de la decrecida	41
17. Porcentaje de volumen drenado respecto al "almacenado": A) Fuente Mayor, B) Aliou, C) Baget y D) comparación del porcentaje de volumen vaciado durante la recesión	42
18. Función de Coutagne ajustada a las recesiones de F. Mayor, Aliou y Baget	47

19. (A) Función H ajustada a las recesiones. (B) Porcentaje del volumen drenado respecto al "almacenado" al inicio de la recesión	48
20. Variación del coeficiente α respecto al caudal de salida por el manantial	49
21. Ley lognormal ajustada a la distribución de caudales clasificados del manantial de La Villa	54
22. Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de F. Mayor	56
23. Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de Aliou	59
24. Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de Baget	60
25. Estacionaridad según la longitud de la muestra	66
26. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 1	73
27. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 2	74
28. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 3	75
29. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 4	77
30. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 5	78
31. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 6	80
32. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 7	81
33. Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 8	83
34. Correlogramas simples de las series de precipitación y caudal de El Torcal y Simat. Ventana de observación de 125 días	85
35. Correlogramas simples de cada uno de los ciclos hidrológicos de las series de caudal de La Villa y F. Mayor	86
36. Núcleos de convolución utilizados en la generación de caudales sintéticos. A) para El Torcal y B) para Simat	89
37. Correlogramas simples de cada uno de los ciclos hidrológicos de las series de caudal generadas sintéticamente con los datos de precipitación de El Torcal y Simat	89
38. Correlogramas simples de El Torcal y Simat. Ventana de observación de 725 días	90
39. Funciones de densidad espectral de El Torcal y Simat. Ventana de observación de 725 días	91
40. Correlogramas cruzados de El Torcal y Simat. Ventana de observación 100 días	93
41. Descomposición del correlograma cruzado de Simat en dos respuestas impulsionales	95
42. Correlogramas cruzados para cada uno de los ciclos hidrológicos de El Torcal y Simat. Ventana de observación 100 días	96
43. Funciones de amplitud cruzada de El Torcal y Simat	97
44. Funciones de fase de El Torcal y Simat	98
45. Funciones de coherencia de El Torcal y Simat	100
46. Funciones de ganancia de El Torcal y Simat	101

47. Correlogramas simples de los manantiales kársticos analizados del Pirineo y del Mediterráneo	102
48. Funciones de densidad espectral del caudal de los manantiales de Aliou y Baget	103
49. Correlogramas cruzados de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo	104
50. Funciones de amplitud cruzada de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo	105
51. Funciones de fase de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo	105
52. Funciones de coherencia de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo	107
53. Funciones de ganancia de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo	107

PARTE II: LOS MODELOS MATEMATICOS APLICADOS AL ANALISIS DE SISTEMAS KARSTICOS

54. Componentes de un sistema. Modificado de BEAR et al. (1969)	112
55. Un filtro lineal, caracterizado por un modelo ARIMA, actúa sobre una serie aleatoria para crear una serie correlacionada. Tomado de BOX y JENKINS (1976)	115
56. Esquema de los dos filtros lineales que caracterizan el modelo multiplicativo estacional $ARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_w$	117
57. Representación conceptual del proceso de descarga de un manantial kárstico.	120
58. Hidrograma de los caudales del manantial de La Villa	122
59. Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de La Villa	124
60. Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de La Villa	124
61. Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{v,T}$ del manantial de La Villa	125
62. Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{v,T}$ de La Villa	125
63. Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , del caudal de La Villa	126
64. Autocorrelograma parcial de la serie z_t del caudal de La Villa	126
65. Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,2) ajustado a la serie z_t de La Villa	128
66. Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado a La Villa	128
67. Pronóstico de 122 valores de \hat{z}_t a partir del sexto año de la serie z_t de La Villa	129
68. Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,2) a la serie z_t de La Villa	130
69. Autocorrelogramas parciales de las series \hat{z}_t y z_t de La Villa	130

70. Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de La Villa	131
71. Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en La Villa	131
72. Hidrograma de los caudales de Fuente Mayor	132
73. Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de F. Mayor	133
74. Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de F. Mayor	133
75. Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{v,T}$ de F. Mayor	134
76. Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{v,T}$ de F. Mayor.	134
77. Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , del caudal de F. Mayor	135
78. Autocorrelograma parcial de la serie z_t de F. Mayor	135
79. Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,0) ajustado a la serie z_t de F. Mayor	136
80. Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado al manantial de F. Mayor	136
81. Pronóstico de 122 valores de z_t a partir del tercer año de la serie \hat{z}_t del manantial de F. Mayor	137
82. Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,0) a la serie z_t de F. Mayor	137
83. Autocorrelogramas parciales de las series z_t y \hat{z}_t de F. Mayor	137
84. Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de F. Mayor	138
85. Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en F. Mayor	138
86. Hidrograma de los caudales del manantial de Aliou	139
87. Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de Aliou	140
88. Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de Aliou	140
89. Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{v,T}$ de Aliou	141
90. Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{v,T}$ de Aliou	141
91. Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , de Aliou	142
92. Autocorrelograma parcial de la serie z_t de Aliou	142
93. Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,2) ajustado a la serie z_t de Aliou	143
94. Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado al manantial de Aliou	143
95. Pronóstico de 365 valores de \hat{z}_t a partir del cuarto año de la serie z_t del manantial de Aliou	143
96. Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,2) a la serie z_t de Aliou	144
97. Autocorrelogramas parciales de las series z_t y \hat{z}_t de Aliou	144

98. Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de Aliou	145
99. Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en Aliou	145
100. Valores estimados de los 20 primeros términos de ω_j para el acuífero de El Torcal	157
101. Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,3,1) seleccionado en El Torcal	158
102. Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,3,1) en el acuífero de El Torcal	160
103. Valores estimados de los 20 primeros términos de ω_j para el acuífero de Simat	161
104. Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,1,1) seleccionado en Simat	162
105. Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,1,1) ajustado al acuífero de Simat	164
106. Valores estimados de los 20 primeros términos de ω_j para el acuífero de Aliou	165
107. Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,0,1) seleccionado en Aliou	166
108. Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,0,1) ajustado al acuífero de Aliou	168
109. Esquema del funcionamiento de los tres reservorios empleados en el modelo TRIDEP	172
110. Esquema del procedimiento de cálculo del volumen de agua aportado a la franja saturada	173
111. a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada en el acuífero de El Torcal	181
112. Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de El Torcal	182
113. Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de El Torcal	183
114. Primer caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	186
115. Segundo caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	187
116. Tercer caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	188
117. Cuarto caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	189
118. Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Simat utilizando como dato de entrada la lluvia útil estimada	190

119. a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal; y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada del acuífero de Simat	192
120. Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de Simat	192
121. Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Simat tomando como dato de entrada la precipitación	193
122. Primer caso simulado en Simat: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	195
123. Segundo caso simulado en Simat: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	196
124. a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal; y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada del acuífero de Aliou	197
125. Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de Aliou	198
126. Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Aliou utilizando como dato de entrada la precipitación	199
127. Primer caso simulado en Aliou: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	202
128. Segundo caso simulado en Aliou: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero	202
129. Malla diseñada para el modelo de El Torcal	212
130. Valores de S para la 1ª pasada	214
131. Potenciales de partida en las pasadas 1ª, 2ª, 3ª y 4ª	214
132. Valores de T iniciales para las pasadas 1ª, 2ª y 3ª	214
133. Hidrograma real y simulado de La Villa obtenido en la 1ª pasada	215
134. Nuevos valores de S en la 3ª pasada	216
135. Hidrograma real y simulado de La Villa obtenido en la 3ª pasada	216
136. Valores de T iniciales definitivamente ajustados	217
137. Valores de S definitivamente ajustados	217
138. Potenciales de partida estimados	217
139. Hidrograma real y simulado a nivel mensual de La Villa obtenido con el modelo calibrado	218
140. Hidrograma real y simulado a nivel semanal del manantial de La Villa obtenido con el modelo calibrado	219
141. Evoluciones piezométricas observadas en algunos nodos con el modelo calibrado en el acuífero de El Torcal	220
142. Hidrograma obtenido en el manantial de La Villa con unas extracciones de 0.200 m ³ /s continuas en la celda del manantial	221
143. Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de El Torcal con una extracción continua de 0.200 m ³ /s en la celda del manantial	222

144. Hidrograma obtenido en el manantial de La Villa con unas extracciones continuas de 0.200 m ³ /s incrementadas en 0.300 m ³ /s durante los meses comprendidos entre junio y septiembre	224
145. Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de El Torcal con una extracción continua de 0.200 m ³ /s incrementada en 0.300 m ³ /s en los meses comprendidos entre junio y septiembre	223
146. Isopiezas obtenidas en El Torcal en el segundo caso simulado para el instante en que se producen los mayores descensos de nivel	224
147. Potenciales de partida para la 1 ^a pasada	226
148. Valores de T iniciales en la 1 ^a pasada	227
149. Valores de S en la 1 ^a pasada	227
150. Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor en la 1 ^a pasada	228
151. Valores de T iniciales en la 2 ^a y definitiva pasada	229
152. Valores de S en la 2 ^a y definitiva pasada	229
153. Potenciales de partida estimados	230
154. Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel mensual con el modelo calibrado	230
155. Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel semanal	231
156. Evoluciones piezométricas observadas en algunos nodos con el modelo calibrado en el acuífero de Simat. Intervalo de tiempo semanal	232
157. Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel semanal tomando como datos de entrada el 44% de la precipitación	233
158. Hidrograma obtenido en F. Mayor con un bombeo continuo de 0.100 m ³ /s, incrementadas en 0.200 m ³ /s durante los meses comprendidos entre abril y agosto inclusive en la celda del manantial	234
159. Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de Simat con una extracción continua de 0.100 m ³ /s incrementada en 0.200 m ³ /s en los meses comprendidos entre abril y agosto, realizadas en la celda del manantial	235
160. Equipotenciales obtenidos en Simat, en el instante de máximos descensos, con la simulación de extracciones en la celda del manantial	236
161. Hidrograma obtenido en F. Mayor con un bombeo continuo de 0.100 m ³ /s, incrementadas en 0.200 m ³ /s durante los meses comprendidos entre abril y agosto inclusive realizado en el sector opuesto al manantial	237
162. Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de Simat con una extracción continua de 0.100 m ³ /s incrementada en 0.200 m ³ /s en los meses comprendidos entre abril y agosto realizada en el sector opuesto al manantial	238
163. Equipotenciales obtenidas en Simat, en el instante de máximos descensos, con la simulación de extracciones en el sector opuesto al manantial	239

164. Hidrograma obtenido en el manantial de F. Mayor con el modelo ajustado suponiendo una infiltración instantánea de 100 mm	240
165. Evolución de la diferencia de cotas entre la celda 6,10, situada en los bloques poco transmisivos, y la 7,10, sobre los drenes altamente transmisivos	241
166. Simulación en régimen permanente con un modelo flujo de elementos finitos en dos acuíferos teóricos: A) sin red kárstica y B) con una red kárstica. Tomado de KIRALY (1978)	243
167. Simulación con un modelo de flujo de elementos finitos en el acuífero de El Torcal: A) transmisividades ajustadas y B) equipotenciales obtenidas en régimen permanente con una infiltración de 741 mm	245
168. Simulación con un modelo de flujo de elementos finitos en el acuífero de Simat: A) transmisividades ajustadas y B) equipotenciales obtenidas en régimen permanente con una infiltración de 419 mm	247

INDICE DE TABLAS

PARTE I: LA CARACTERIZACION DE LOS ACUIFEROS KARSTICOS

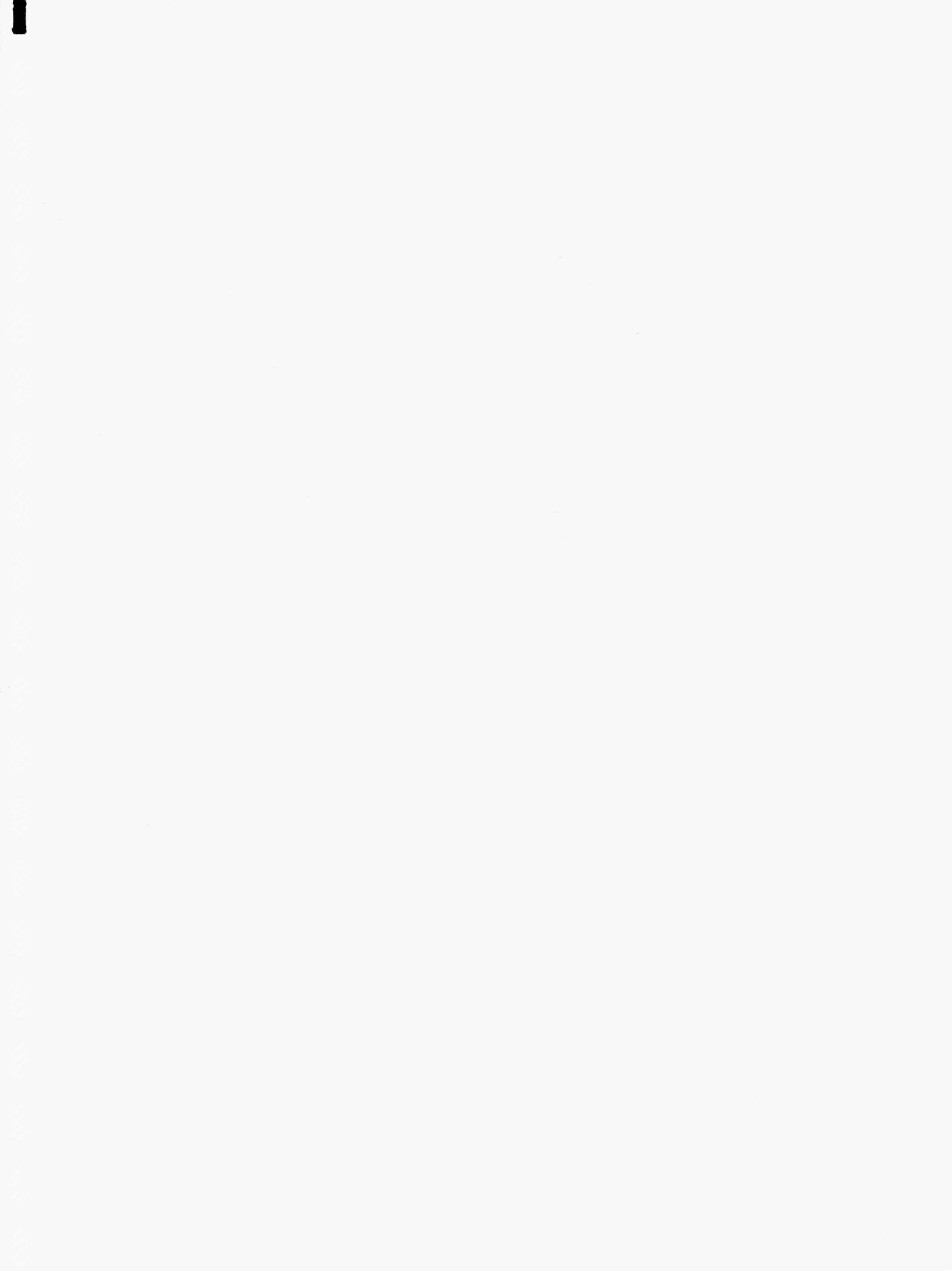
I	Resumen de los principales parámetros caracterizadores de la recesión	43
II	Parámetros ajustados de la función de Coutagne a las cuatro recesiones estudiadas	48
III	Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de La Villa	53
IV	Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de F. Mayor: A) todos los caudales, B) menores de 0.3 m ³ /s y C) mayores de 0.3 m ³ /s	55
V	Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de Aliou: A) todos los caudales, B) menores de 0.2 m ³ /s y C) mayores de 0.2 m ³ /s	58
VI	Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de Baget: A) todos los caudales, B) menores de 0.3 m ³ /s y C) mayores de 0.3 m ³ /s	61
VII	Resumen de los resultados obtenidos con el análisis de los caudales clasificados	63

PARTE II: LOS MODELOS MATEMATICOS APLICADOS AL ANALISIS DE SISTEMAS KARSTICOS

VIII	Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de La Villa	127
IX	Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de F. Mayor	135
X	Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de Aliou	142
XI	Resumen de los parámetros obtenidos en los modelos definitivamente ajustados a los tres manantiales kársticos estudiados	147
XII	Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en El Torcal	157
XIII	Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en Simat	162
XIV	Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en Aliou	165
XV	Estadísticos representativos de la simulación realizada en El Torcal con el modelo TRIDEP	183

XVI	Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en El Torcal	185
XVII	Estadísticos representativos de la simulación realizada en Simat con el modelo TRIDEP	194
XVIII	Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en Simat	194
XIX	Estadísticos representativos de la simulación realizada en Aliou con el modelo TRIDEP	200
XX	Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en Simat	200

INTRODUCCION



1. JUSTIFICACION Y OBJETIVOS

Mi incorporación en 1984 al Proyecto de Investigación nº 1507/82 de título "Los modelos matemáticos aplicados al análisis de acuíferos kársticos" subvencionado por la CAICYT y cuyo investigador principal es el Dr. Pulido Bosch, me puso en contacto con el mundo de la karstología en general y de los acuíferos en particular. A partir de este momento el interés de mi investigación se canalizó por este camino.

Mis modestas incursiones en el campo de la espeleología me abrieron los ojos al fantástico mundo de las formas kársticas. Dedicado anteriormente al deporte de la escalada, siempre había considerado que la actividad de los espeleólogos se desarrollaba en un ámbito sucio, oscuro y agobiante. Nunca pude imaginar que el agua en su transcurrir subterráneo podía tallar tan numerosa variedad de formas en la roca, que trasladan al observador a un mundo fuera de la realidad.

"Desgraciadamente", mi especialización en hidrogeología la inicié con una Tesis de licenciatura sobre "Aplicaciones del microordenador en hidrogeología", que me alejó de los temas descriptivos y me introdujo en el frío, pero también apasionante, "mundo de los números".

Con la lectura de las primeras publicaciones procedentes, sobre todo, del Laboratorio Subterráneo de Moulis (CNRS), con el cual, el grupo de investigación al que pertenezco mantiene durante largo tiempo estrechas relaciones, comprendí la necesidad de traducir los datos foronómicos a un lenguaje objetivo, como el que confiere la utilización de los algoritmos matemáticos, que fuera capaz, no sólo de cuantificar las posibilidades y características hidrodinámicas de cada uno de los acuíferos kársticos por medio de modelos para su posterior explotación y aprovechamiento; sino también, de comparar a unos con otros. De ahí el título del presente trabajo, que lo toma del proyecto original en donde se concibió: "Los modelos matemáticos aplicados al análisis de acuíferos kársticos".

Son muy pocas las ocasiones en que se han modelizado acuíferos kársticos, si se comparan con las llevadas a cabo en los acuíferos por porosidad, debido, por un lado a la dificultad que les confiere la heterogeneidad del medio, y por otro, a la escasa información disponible sobre ellos, y cuando ésta existe, su representatividad espacial es poco significativa. A estos problemas hay que añadir el comportamiento tan diferente que existe entre unos y otros; por citar algunos ejemplos españoles, se tienen acuíferos como el del

Calar del Mundo (RODRIGUEZ, 1978) con su espectacular surgencia en relación con un "río subterráneo" en contraposición con el de la Sierra de Crevillente (PULIDO-BOSCH et al., 1981, 1982) en donde casi todas las captaciones realizadas arrojan caudales elevados; o el caso de las "ufanas" de la Sierra Norte de Mallorca (FUSTER, 1971) que en menos de 90 horas pasan de estar secas, a arrojar 19 m³/s y a secarse de nuevo, frente al acuífero de El Torcal, con un comportamiento extremadamente regular (MANGIN y PULIDO-BOSCH, 1983; PULIDO BOSCH y BENAVENTE, 1986; PULIDO-BOSCH et al., 1987; PULIDO y PADILLA, 1990).

A pesar de todas estas dificultades, la importancia de los acuíferos kársticos en el mundo, y en particular en España, en donde gran parte del abastecimiento a la población, agricultura y ganadería procede de acuíferos de esta naturaleza, justifica sobradamente la necesidad de abordar su modelización.

A continuación paso a enumerar algunos de los objetivos y aplicaciones que conlleva la modelización matemática de los acuíferos kársticos:

- La caracterización mediante algoritmos matemáticos del funcionamiento de los acuíferos, frente a la caracterización meramente descriptiva, va a permitir comparar de forma objetiva su comportamiento medio frente a otros acuíferos.

- Dicha caracterización pondrá de manifiesto las posibilidades de regulación artificial que se pueden llevar a cabo en el acuífero kárstico.

- Con la simulación se pueden evaluar los recursos del acuífero y realizar estimaciones bajo condiciones naturales diferentes o extremas, lo que permite una mejor planificación futura de la utilización de la totalidad de los recursos disponibles.

- La aplicación de algunos tipos de modelos permitirá simular el comportamiento del acuífero en hipotéticas condiciones de explotación.

Aparte de estos objetivos concretos, que se derivan del ajuste de un modelo matemático, cuyas ventajas prácticas son inmediatas, la presente memoria pretende cubrir otros objetivos de carácter general, que a continuación resumo bajo tres aspectos diferentes:

1º Puesta a punto de algunas de las metodologías existentes de modelización matemática de acuíferos al caso particular de los acuíferos kársticos.

2º Simulación práctica de acuíferos cuyo funcionamiento hidrodinámico sea el que se encuentra en la mayoría de los acuíferos kársticos. Esto es, los dos casos extremos: sistemas muy reguladores con una componente de flujo diferido predominante, como es el caso del acuífero de El Torcal de Antequera; y sistemas muy poco reguladores con un flujo mayoritario a través de canales y drenes, como el acuífero de Aliou. Y el caso intermedio entre ambos, como ocurre con el funcionamiento del sistema de Simat de Valldigna, en el acuífero de Sierra Grossa. Dentro del apartado de caracterización he incluido también el acuífero de Baget.

3º Discusión y validez de los resultados obtenidos para realizar una evaluación crítica de aquellos que mejor se adaptan a las características del acuífero y los objetivos perseguidos con la modelización.

2. METODOLOGIA

Para cubrir los objetivos propuestos, en una primera etapa, he intentado reunir toda la información referente al tema de estudio. Esto me llevó al conocimiento de la gran variedad que existe en la actualidad de modelos matemáticos, cuya aplicación se centraba, principalmente en los acuíferos porosos y en la simulación de cuencas superficiales; muy pocos estaban desarrollados específicamente para acuíferos kársticos. Dada la imposibilidad de aplicar todos ellos en un sólo trabajo, opté por utilizar una representación de cada uno de los tres grandes grupos en que se pueden dividir: univariados, de transferencia o de lluvia-caudal y de flujo.

Como datos de entrada y calibrado de los modelos he tomado, fundamentalmente, las series existentes de precipitación y caudales de las principales surgencias kársticas de los sistemas, por no disponer de otro tipo de datos que pudiera ser considerado representativo, a excepción de los acuíferos del Pirineo (Aliou y Baget). No obstante, casi todos los acuíferos estudiados están prácticamente aislados, y el caudal considerado representa la mayor parte de las aportaciones al sistema.

La principal desventaja que se deriva del ajuste de modelos con una base de calibración tan escasa, es la de su validez puntual; sin embargo, se puede considerar como suficientemente representativos del funcionamiento medio del acuífero. Por otro lado, su aplicación puede extenderse a la mayoría de los acuíferos kársticos, dado que los datos necesarios pueden estar fácilmente disponibles o, en su defecto, su obtención exige muy poco coste económico.

Es obvio que la metodología informática juega un papel predominante en la elaboración del presente trabajo. En la gran mayoría de los apartados ha sido necesario crear un software específico. Dada la variedad de técnicas utilizadas, es fácil imaginar el gran volumen de papel que supondrían los listados de los programas de ordenador necesarios; aparte de que algunos de ellos han quedado superados por los que actualmente pueden encontrarse en el mercado. Baste decir que han sido escritos en FORTRAN, en sus progresivas versiones IV, V y VII, y BASIC; implementados en dos tipos de ordenador, según la capacidad y velocidad necesaria para correr el programa: un ordenador modelo MV-10000 de DATA GENERAL y un microordenador AT compatible.

3. COMPOSICION DE LA MEMORIA

La presente memoria consta de dos partes: la caracterización del acuífero kárstico y los modelos matemáticos aplicados a los mismos.

En la primera parte presento aquellas metodologías usadas frecuentemente en la caracterización, en base a los caudales de sus surgencias en régimen natural. Dichas técnicas están orientadas a cualificar y cuantificar el poder regulador del sistema kárstico desde dos puntos de vista diferentes, bien determinista, con la aplicación de las ecuaciones de vaciado a las recesiones; bien estocástico, con la clasificación de caudales y el análisis de correlación y espectral. Las aplicaciones prácticas las he realizado a los manantiales del Pirineo francés: Aliou y Baget; y los españoles de La Villa y Fuente Mayor de Simat de Valldigna.

En la segunda parte aplico a los acuíferos de Aliou, El Torcal y Simat, aquellos modelos matemáticos que considero que mejor se adaptan a la simulación de los acuíferos kársticos. Los modelos escogidos se dividen en tres grupos: univariados (de carácter estocástico), de transferencia (estocástico y determinista) y de flujo (determinista).

Por ser las técnicas aplicadas, tanto en la caracterización como en la modelización, tan distintas y, en algunos casos, partir de conceptos de funcionamiento hidráulico diferentes (a veces pueden resultar contradictorios), al final de cada metodología he considerado necesario incluir un apartado en el que expongo las principales ventajas, posibilidades y conclusiones que considero se pueden obtener de su aplicación. No obstante, la presente memoria concluye con un último capítulo de discusión y conclusiones donde resumo los resultados obtenidos de forma global.

4. ANTECEDENTES

En este apartado no pretendo ser exhaustivo ni riguroso; un desarrollo más detallado puede encontrarse en esta memoria al comienzo de la descripción de cada una de las técnicas empleadas. Tan sólo comentaré brevemente aquellos antecedentes que de una manera significativa han marcado el presente trabajo.

La mayoría de los modelos matemáticos descritos tienen su origen en aplicaciones fuera del ámbito kárstico, aunque en los últimos 20 años se han empezado utilizar tímidamente para simular el funcionamiento de este tipo de sistemas. Así por ejemplo, un caso extremo lo encontramos en los modelos estocásticos, que fueron creados y desarrollados para la simulación y predicción de variables socio-económicas.

Los trabajos iniciados por A. Mangin en el Laboratorio Subterráneo de Moulis, que culminan con su Tesis Doctoral (MANGIN, 1975) y continúan con numerosas publicaciones posteriores (MANGIN, 1981 a y b, 1982 a y b; MANGIN y PULIDO-BOSCH, 1983; ...) son las que de una forma significativa empiezan a cuantificar las características peculiares del funcionamiento hidráulico en el karst, y a definir las bases del análisis de sistemas como una aproximación para su conocimiento. pero no aplica en ningún momento los modelos matemáticos en su sentido estricto.

Centrándonos en los modelos estocásticos, tanto los univariados y multivariados como los de transferencia, la base teórica de todo su posterior desarrollo lo constituye, de forma general, la obra escrita por BOX y JENKINS (1976), y en cuanto a las series hidrológicas se refiere la de YEVJEVICH (1972). Aunque sus aplicaciones en hidrología se han centrado principalmente en la simulación de cuencas superficiales, existen algunas realizadas sobre acuíferos kársticos; entre éstas, mencionaré por su originalidad la elaborada por KOVACS (1977) para determinar los parámetros hidráulicos, y las más recientes recogidas en las actas del XXI Congreso Internacional "Karst hydrogeology and karst environment protection" celebrado en Guilin (China): AIGUANG et al. (1988), BINGSHAN et al. (1988), AIDE et al. (1988).

Han sido muchos los trabajos publicados referidos a los modelos de transferencia deterministas aplicados a sistemas acuíferos; entre todos ellos destacaré las publicaciones realizadas por de MARSILY (1971, 1976, 1977 y 1978). Aunque su campo de aplicación no son los acuíferos kársticos, sus teorías y programas han servido como base para

posteriores aplicaciones en este dominio. También mencionaré el modelo BEMER (BEZES, 1976) como uno de los primeros modelos de transferencia determinista aplicados específicamente a los sistemas kársticos, la aplicación realizada por DROGUE y GUILBOT (1977) del modelo CREC al acuífero kárstico de Saugras, y la Tesis de GDALIA (1980) en la que realiza un estudio comparativo de la aplicación de este tipo de modelos a varios acuíferos kársticos.

Entre los modelos de flujo, sin duda, el que llevaron a cabo PRICKETT Y LONNQUIST (1971), es el más popular y el que más ha influido en el gran desarrollo de este tipo de modelos en hidrogeología. No obstante, los trabajos realizados por Kiraly de la Universidad de Neuchatel (KIRALY, 1975, 1977, 1978, 1979; KIRALY y MOREL, 1976 a, 1976 b; ...) son los que más luz han arrojado sobre el funcionamiento del flujo en los acuíferos kársticos.

Dentro del campo general de los modelos aplicados al análisis de acuíferos kársticos no puedo dejar de mencionar la Tesis de KARAN (1988), ni los trabajos realizados por algunos de los miembros del Grupo de Trabajo de Hidrogeología y Geología Ambiental, muchos de los cuales se acuñaron en el marco del Proyecto de Investigación "Los modelos matemáticos aplicados al análisis de acuíferos kársticos": PULIDO-BOSCH y BENAVENTE (1986), OBARTI (1987), PADILLA y PULIDO-BOSCH (1988), PULIDO-BOSCH (1989), PULIDO-BOSCH y PADILLA (1988 a y b y 1990).

5. RESUMEN DE LAS CARACTERISTICAS GEOLOGICAS E HIDROGEOLOGICAS DE LOS ACUIFEROS ESTUDIADOS

A) El acuífero de Baget

Situado en el Pirineo francés, el sistema kárstico de Baget esta formado por una banda relativamente estrecha, alrededor de 1 km de ancho, de dirección EW, con una litología homogénea de calizas jurásico-cretácicas que han sufrido un metamorfismo de alta temperatura y baja presión (MANGIN, 1975). Esta banda está limitada al norte por materiales flyschoides y arcillas del Trías, de carácter impermeable; y al sur desaparece en una falla que la pone en contacto con materiales también de carácter flyschoides e impermeables (Fig. 1). Debido a estos límites tan precisos se puede considerar el acuífero de Baget como un sistema aislado.

Los datos de caudal utilizados en las aplicaciones prácticas de la presente memoria están tomados en la estación de aforo situada en el sector denominado Les Hountas (Fig. 1); este punto constituye la confluencia de todas las aguas que drenan el sistema de Baget, con una superficie vertiente de 13.25 km² (MANGIN, op. cit.).

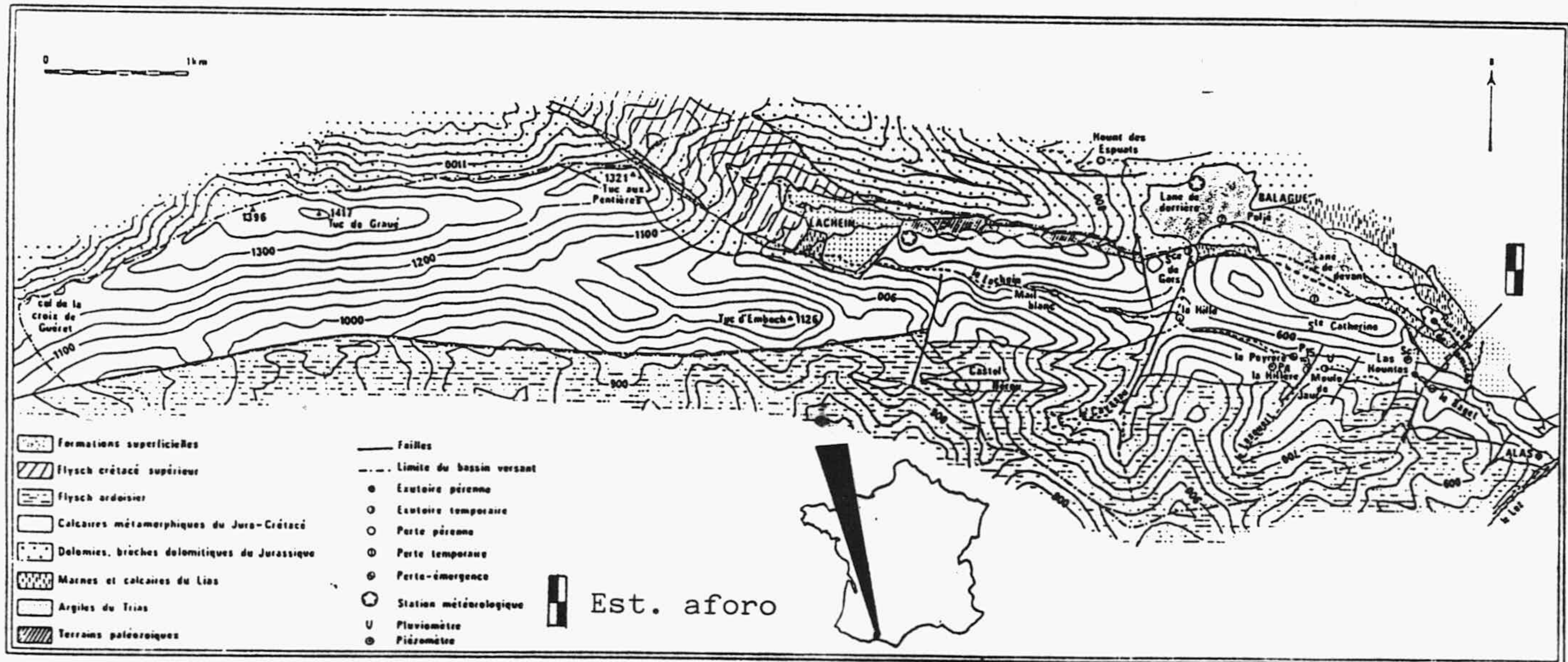


Fig. 1.- Esquema geológico del acuífero de Baget (MANGIN, 1975).

B) El acuífero de Aliou

Está situado también en el Pirineo francés, con su límite sur común con el norte de Baget. El acuífero kárstico está constituido esencialmente por dos sectores diferentes (MANGIN, op. cit.) de composición litológica y estructural distinta (Fig. 2). Por un lado, el sector situado inmediatamente al sur del manantial de Aliou, compuesto por calizas en bancos gruesos y calizas arrecifales del Cretácico; la estructura de este sector corresponde a un sinclinal cuyo eje está orientado en la dirección NS, limitado al este y al oeste por margas que constituyen también el sustrato de la formación carbonatada.

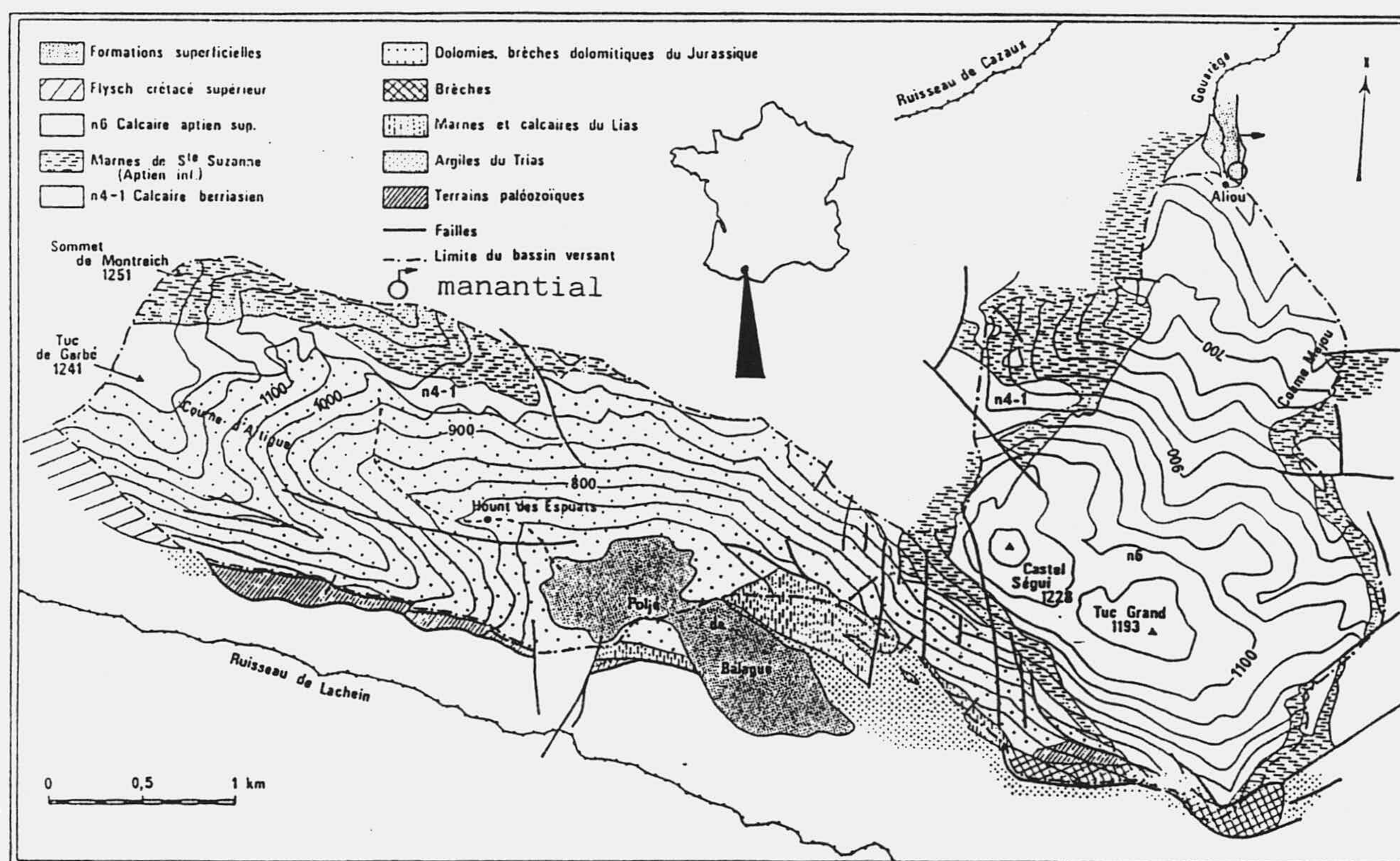


Fig. 2.- Esquema geológico del acuífero de Aliou (MANGIN, 1975).

Por otro lado, el sector occidental presenta una mayor heterogeneidad litológica y complejidad tectónica. Corresponde a un anticlinorio complejo, de dirección EW, que involucra materiales esencialmente jurásicos de carácter calizo-dolomítico, brechas dolomíticas y dolomías; estos materiales están limitados al norte por margas cretácicas y al sur por materiales flyschoides y arcillas del Trías (límite común con Baget); estos últimos materiales triásicos deben constituir, igualmente, el sustrato impermeable del sector. La conexión hídrica entre este sector y el anterior se realiza por el límite oriental,

permeable, gracias al acuñamiento de las margas cretácicas (MANGIN op. cit.).

El manantial de Aliou, equipado con una estación de aforos, constituye la única surgencia que drena este sistema kárstico, con una superficie vertiente de unos 12 km².

Todos los datos de caudales utilizados en este trabajo pertenecientes a los anteriores sistemas kársticos, así como los datos de precipitaciones de la estación de Balagué, han sido suministrados por el Laboratoire Souterrain de Moulis (CNRS).

C) El acuífero de El Torcal de Antequera

El acuífero de El Torcal está constituido esencialmente por calizas oolíticas, esparíticas y micríticas de edad Jurásica (CRUZ-SAN JULIAN et al., 1973), con una potencia superior a 600 m. La estructura corresponde a un pliegue en cofre con gran desarrollo del sector de charnela. El conjunto se encuentra intensamente fracturado (FERNANDEZ-RUBIO y DELGADO, 1975; FERNANDEZ-RUBIO et al., 1981) con gran desarrollo de formas exokársticas espectaculares (PEZZI, 1975 y 1979). El acuífero carbo-

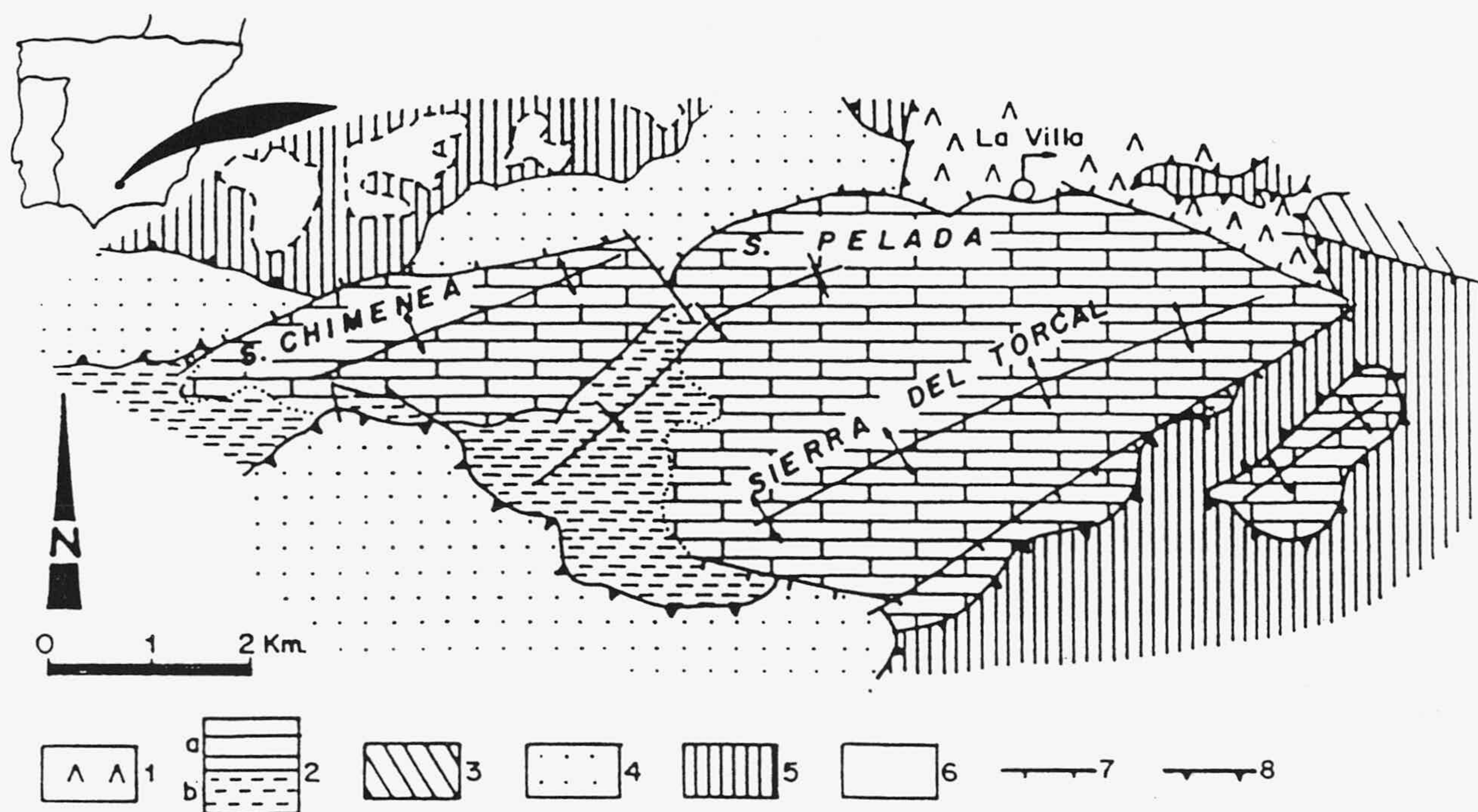


Fig. 3.- Esquema hidrogeológico de El Torcal de Antequera. 1 Trías de Antequera (Keuper); 2: Unidad de El Torcal (a: conjunto carbonatado; b) margas cretácicas); 3: Unidad Sierra de las Cabras; 4: Complejo de El Aguila; 5: Unidad Flysch; 6: Mioceno postorogénico; 7: Falla normal; 8: Cabalgamiento.

natado está muy bien individualizado por sus límites impermeables margosos, flyschoides y arcillosos (Fig. 3) que pertenecen a unidades y edades diversas (DELGADO, 1975; DELGADO y FERNANDEZ-RUBIO, 1976; IGME, 1979; THAUVIN, 1981).

El manantial de La Villa constituye la surgencia principal del acuífero, con una superficie vertiente de 28 km². Desde octubre de 1974 el IGME tiene instalada una estación de aforos en donde existe un control diario. El registro diario de precipitaciones utilizado pertenece a la estación de Antequera hasta enero de 1975 y a la estación situada en El Torcal a partir de esta fecha.

D) El "acuífero de Simat de Valldigna"

El sistema acuífero que drena el manantial de Fuente Mayor de Simat de Valldigna (Fig. 4) pertenece a la unidad hidrogeológica de Sierra Grossa (PULIDO-BOSCH, 1975 y 1979), cuya superficie aflorante se estima en 20 km²; el manantial drena esencialmente las

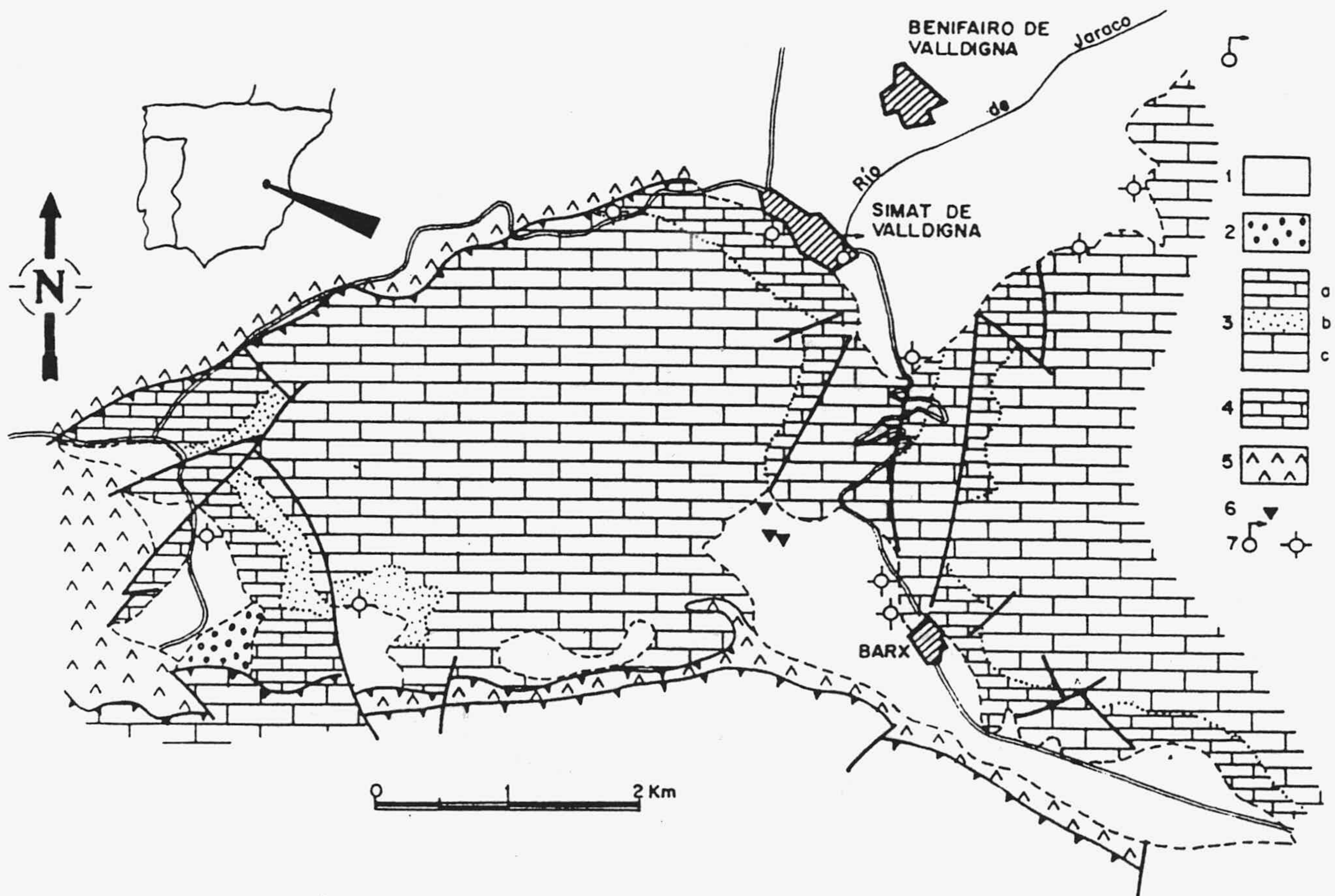


Fig. 4.- Esquema hidrogeológico del acuífero de Simat de Valldigna. 1: depósitos detríticos cuaternarios; 2: conglomerados miocenos; 3: formación Creu; 4: formación Jaraco; 5: grupo Valencia; 6: ponors; 7: manantial y sondeo

aguas procedentes de los materiales carbonatados de la formación Creu, representada por una potente sucesión dolomítica con calizas hacia el techo, una intercalación de unos 40 m de margas arenosas y un último tramo de calizas blancas. El sistema acuífero de Simat queda aislado por los materiales impermeables del grupo Valencia con los que limita por contacto mecánico, excepto en su límite oriental constituido por materiales de la formación Jaraco, integrados por calizas y dolomías con intercalaciones margosas, menos permeables que la formación Creu, y por materiales cuaternarios de baja permeabilidad.

El control diario del caudal de la Fuente Mayor fue iniciado por el IGME en febrero de 1973, dentro del marco del proyecto de Investigación Hidrogeológica del Bajo y Medio Júcar. Los datos de precipitación diaria utilizados han sido tomados de la estación pluviométrica situada en el mismo núcleo de Simat de Valldigna.

PARTE I

LA CARACTERIZACION DE LOS ACUIFEROS KARSTICOS

1. INTRODUCCION

Un capítulo obligado en este trabajo es, sin duda, la caracterización de los acuíferos kársticos. Una de las mejores maneras de lograr este objetivo es compararlos con otros acuíferos carbonatados aplicando, a las series de caudales de sus manantiales en régimen natural, las técnicas que consideremos más útiles para diferenciar el funcionamiento hidrodinámico del acuífero. En algún momento puede parecer que estas técnicas son simplistas, pero no olvidemos que se trata de funciones o métodos (modelos simplificados) que en muchos casos tienen un significado físico concreto.

Antes de entrar en las distintas metodologías utilizadas en la caracterización, realizo en el siguiente epígrafe un breve comentario sobre los modelos conceptuales más arraigados en el dominio del estudio de los acuíferos kársticos.

2. LOS MODELOS CONCEPTUALES

La circulación de las aguas subterráneas en los acuíferos kársticos está ligada a las fisuras, fracturas y a los conductos originados por los fenómenos de disolución generados por los procesos de karstificación. Por lo tanto, al estar relacionada la permeabilidad al tamaño y densidad de los conductos por donde circula el agua, resulta que la característica fundamental del acuífero kárstico es la heterogeneidad espacial del tensor permeabilidad.

Puesto que es imposible llegar a un conocimiento exhaustivo de todas y cada una de las discontinuidades que intervienen en el funcionamiento hidráulico de estos acuíferos, es necesario hacer una simplificación del fenómeno, con el fin de llegar a un modelo conceptual lo suficientemente sencillo como para poder ser objeto de una futura modelización, de manera que cuanto más complejo sea el concepto a priori que tengamos del mismo, más complejo será el modelo matemático con el que simular los fenómenos hidrodinámicos que lo caracterizan.

Existen numerosas descripciones en la literatura que hacen alusión a todos los factores que pueden intervenir en la circulación del agua dentro de un macizo carbonatado. Sin embargo, muchas de ellas son excesivamente complejas y no pueden ser consideradas como modelos conceptuales generales, sino como meras descripciones del fenómeno. Por ello a continuación me voy a referir a los desarrollados principalmente en la literatura francesa, cuyos autores han estudiado ampliamente los acuíferos kársticos.

Con la base del medio fisurado, existen dos tendencias en la concepción del acuífero kárstico, una que se puede denominar "acuífero kárstico de elementos capacitivos y transmisivos"; y otra como "acuífero kárstico jerarquizado", diferencia posiblemente inspirada en los dos extremos que se encuentran en el comportamiento de estos acuíferos. Efectivamente, en los karst mediterráneos, el término "acuífero" está más desarrollado, es decir, existe un poder regulador del sistema bastante importante; sin embargo, los karst del Pirineo, la característica fundamental es la casi ausencia de regulación natural.

2.1. ACUIFERO KARSTICO DE ELEMENTOS CAPACITIVOS Y TRANSMISIVOS

Este modelo, formulado originalmente por numerosos autores como RHOADES y SINACORI (1941), LEGRAND y STRINGFIELD (1966), LOUIS (1968 y 1974), ha sido posteriormente modificado y desarrollado para el acuífero kárstico por KIRALY (1975 y 1976), DROGUE (1971, 1980 y 1982), PULIDO-BOSCH (1979 y 1982), etc. Dejando al margen la franja superficial que constituye el epikarst, con una influencia más o menos importante sobre el resto del acuífero, se trata de un acuífero constituido esencialmente por grandes fracturas abiertas y homogéneamente distribuidas en las tres direcciones del espacio, que se caracterizan por una alta conductividad hidráulica y un alto coeficiente de almacenamiento -elemento transmisivo-, que conectan grandes bloques de baja conductividad y escaso coeficiente de almacenamiento -elemento capacitivo- (Fig. 5). La mayor parte del volumen de roca estaría constituido por el elemento capacitivo, y por tanto, representaría la casi totalidad de las reservas y recursos del acuífero, mientras que los drenes, o elemento transmisivo, constituyen una pequeña fracción del volumen del acuífero.

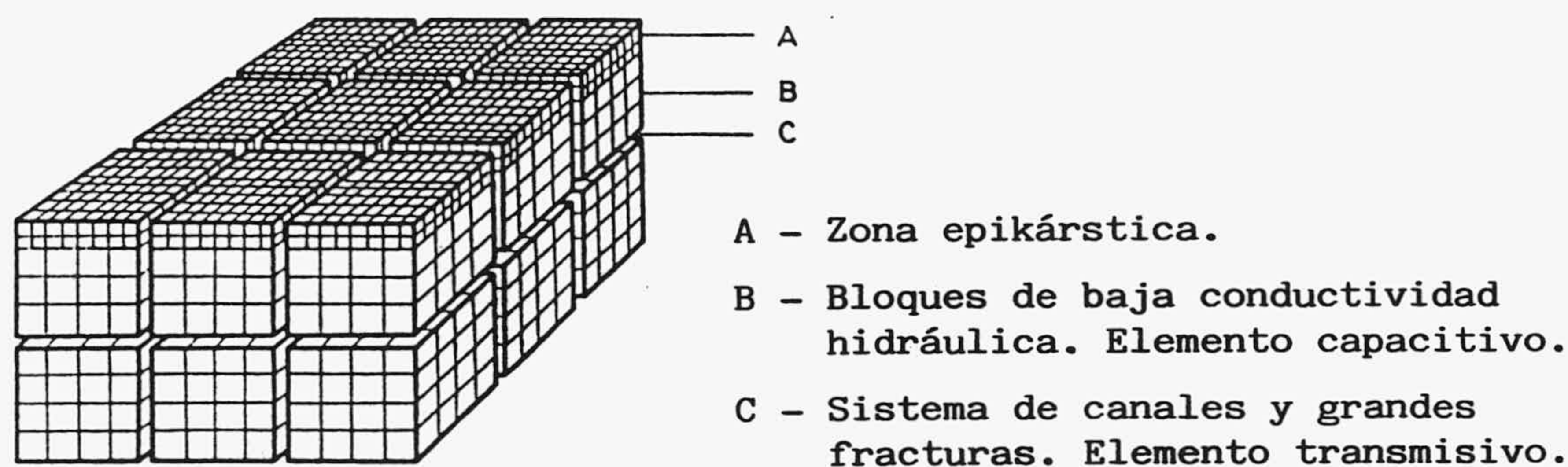


Fig. 5.- Esquema de la estructura espacial del modelo conceptual de "elementos capacitivos y transmisivos" (Drogue, 1980).

Según se trate de épocas de aguas bajas o altas, el flujo estará organizado hacia los drenes o hacia los bloques. Los conductos alimentarán a los bloques en el momento de la crecida (Fig. 6 A), produciéndose una inversión de gradiente a un cierto tiempo de cesar ésta (Fig. 6 B). La evolución del nivel freático durante la crecida dependerá de la localización del piezómetro; ya que un piezómetro situado sobre un bloque evolucionará de forma más amortiguada que otro colocado directamente sobre un conducto de alta permeabilidad (Fig. 6 C).

Este modelo conceptual explicaría muchas de las singularidades que se producen en los acuíferos kársticos, como por ejemplo, la subida brusca que se registra en la mayoría

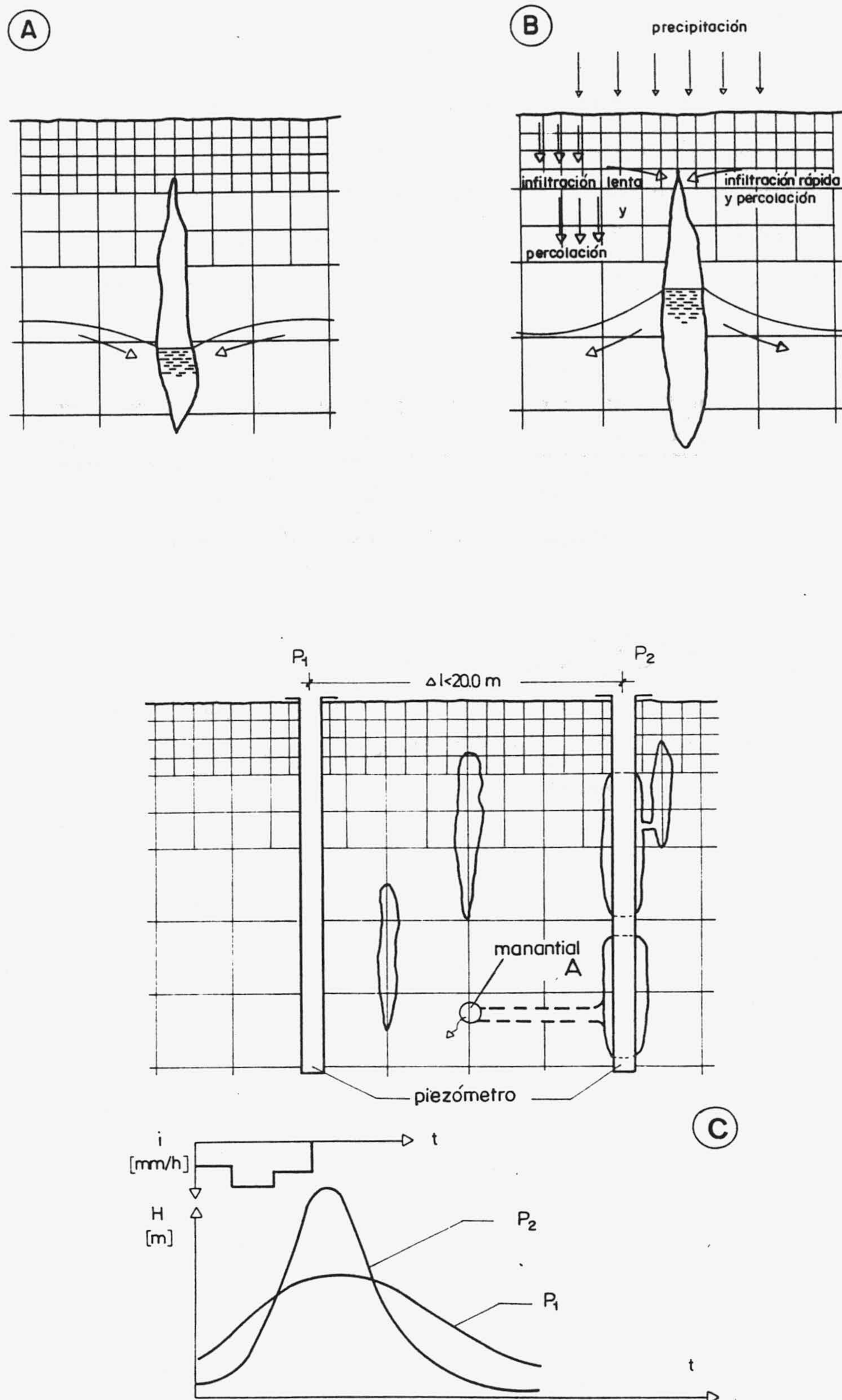


Fig. 6.- A) Flujo de agua desde los bloques hacia los drenes en los periodos de estiaje. B) Flujo de agua desde los drenes hacia los bloques en los periodos lluviosos. C) Evolución de niveles originados por la misma precipitación en un piezómetro localizado en un bloque (P₁) y otro localizado en un dren (P₂). (DROGUE, 1980).

de los hidrogramas de las surgencias kársticas, originada por la entrada en carga de las grandes fracturas al producirse el aguacero, a la que le sigue un suave descenso. La existencia de sondeos de bajo rendimiento junto con otros muy productivos también queda justificada, puesto que su caudal específico dependerá de la conexión que tenga con los elementos transmisivos. De igual forma pueden explicarse los bruscos ascensos piezométricos que se observan en los pozos ligados a estos elementos transmisivos.

La existencia de un desarrollo kárstico importante por debajo del nivel de base, como presupone el modelo conceptual explicado, plantea ciertos problemas debido a que la concentración de CO_2 en el agua es muy baja, por lo tanto, el poder agresivo de la misma se encuentra muy disminuido, con lo que la coexistencia de drenes y bloques con la misma distribución en la franja permanentemente inundada que en el resto del acuífero parece incompatible.

Por otro lado BAKALOWICZ (1976 y 1986), en base al estudio físico-químico de una serie de manantiales, plantea la imposibilidad de considerar el acuífero kárstico como un sistema homogéneo basado en elementos capacitivos y elementos transmisivos. Entre otros argumentos, expone la incongruencia de este modelo con la distribución de frecuencias de conductividad encontradas en los manantiales (Fig. 7). Si el acuífero es poroso, como ocurre en la fuente de Evian-Cachat; u homogéneo, como en las fuentes de Surget y del Lago Bleu, la distribución tomará una forma más o menos estrecha y unimodal. Sin embargo, en el resto de los acuíferos kársticos se obtiene una distribución heterogénea, y en general plurimodal.

2.2. ACUIFERO KARSTICO JERARQUIZADO

El modelo conceptual, propuesto por MANGIN (1975, 1982 a, 1982 b, 1986, ...) y BAKALOWICZ (1979 y 1986), está basado en la singularidad que representan los acuíferos kársticos, debido a su heterogeneidad, la cual (al contrario que en otros medios naturales) persiste independientemente de la escala. No existe un tamaño de muestra lo suficientemente representativo como para poder inferir las propiedades hidrodinámicas que caracterizarán el funcionamiento del acuífero kárstico. Como ejemplo, MANGIN (1986) señala que la conductividad hidráulica puede ser considerada, con un tamaño de muestra

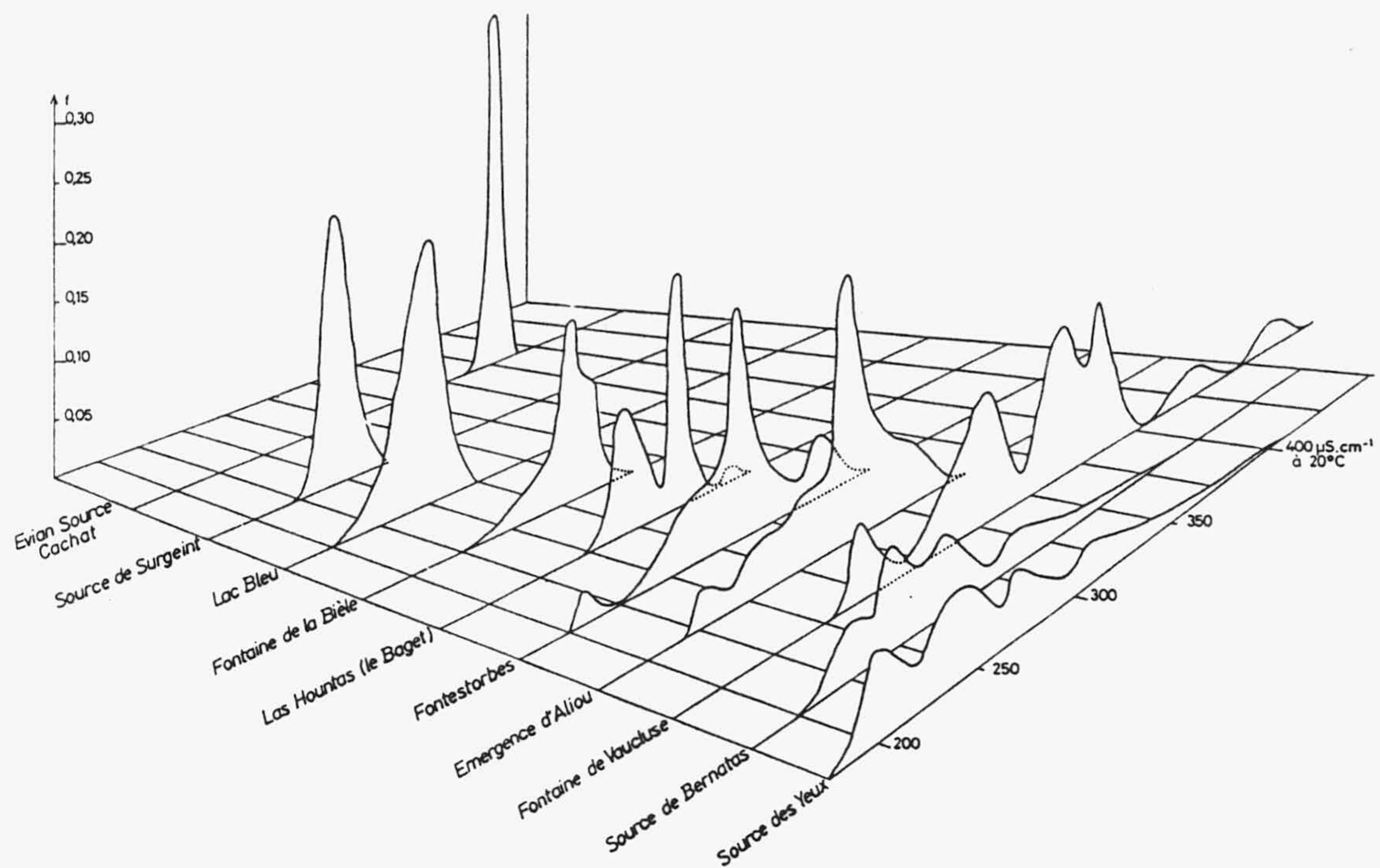


Fig. 7.- Distribución de frecuencias de la conductividad en algunos acuíferos carbonatados (BAKALOWICZ, 1979).

no demasiado grande, como un escalar en medios porosos y como un tensor en medios surados: Sin embargo, en medios kársticos es siempre heterogénea independientemente de la escala que se tome (Fig. 8).

Esta hipótesis lleva a MANGIN (1986) a considerar que la velocidad de circulación del agua en el karst no es uniforme en el seno del mismo. Debido a la interrelación que existe entre los procesos de karstificación y flujo del agua, aparece una jerarquización de las velocidades, desde las zonas altas hacia las zonas bajas. Es decir, considera que el flujo del agua en el karst está organizado de forma similar a una red de drenaje en las tres direcciones del espacio. En este sentido propone la siguiente subdivisión del sistema kárstico, en función del grado de jerarquización:

Zona epikárstica. Debido a la escasez de drenes verticales la jerarquización de velocidades no está desarrollada, por lo que la estructura se parece más a un medio fisurado. Su espesor medio oscila entre 3 y 6 metros con una porosidad entre 5 y 10%.



Fig. 8.- Características de los diferentes medios acuíferos (MANGIN, 1986).

Zona de infiltración. El flujo se organiza a través de fisuras ensanchadas cuya densidad es relativamente baja, la cual decrece con la profundidad siguiendo una ley lognormal. La porosidad media es del 1%.

Zona de inundación. Existe una jerarquización muy acentuada alrededor de una estructura constituida por los drenes. Fuera de éstos, los reservorios se organizan independientemente unos de otros y forman un conjunto de sistemas relacionados entre sí por la red de drenaje, y cuyo punto de salida está situado en la emergencia. La porosidad media del karst inundado oscila entre 10 y 15%.

2.3. REFLEXIONES SOBRE EL MODELO CONCEPTUAL

Existen concepciones diferentes, y mucho más complejas, sobre el funcionamiento hidrodinámico del acuífero kárstico que las ya expuestas anteriormente, sin embargo, éstas por diferentes y extremas son las que nos pueden ayudar a idealizar el karst de una forma suficientemente simple. Las experiencias realizadas confirman, por un lado, el concepto de acuífero kárstico formado por drenes y bloques capacitivos -fuertes variaciones piezométricas en sondeos localizados en los drenes y suaves en los situados en los bloques, evoluciones piezométricas diferentes en unos y otros sondeos que dependen de la estación climática, etc -; y por otro, el concepto de acuífero kárstico jerarquizado, similar a una red

fluvial, que conecta subsistemas independientes -existencia de varias modas en los histogramas de frecuencia del contenido iónico, curvas de recesión diferentes para un mismo manantial, etc.-. Todo ello obliga a pensar en la existencia de dos comportamientos diferentes que dependen del sistema kárstico estudiado. Sin embargo, como expone PULIDO-BOSCH et al. (1985), puede existir un punto de encuentro entre los dos modelos mencionados.

Inicialmente los esfuerzos tectónicos provocarían la ruptura general del macizo carbonatado, generando familias de fracturas y diaclasas de espesor, densidad y orientación muy diferentes. En este estadio es donde tendríamos instalado, preferentemente, el modelo conceptual de elementos capacitivos (los bloques de baja permeabilidad), y elementos transmisivos (localizados en las grandes fracturas abiertas o drenes). Bien entendido que no existen dos clases netamente distintas de elementos, sino que habría una distribución gradual en el tamaño de las fisuras comprendido entre el rango de variación que existe entre estos dos extremos: grandes drenes-bloques impermeables. Los diferentes estudios realizados de fracturación (RATS et al., 1965; BENAVENTE et al., 1980; CHICA, 1981) indican que esta distribución sigue una ley lognormal. Podemos considerar que en esta etapa nos encontramos en un medio que, si bien anisótropo, presenta cierta homogeneidad y estacionaridad con un tamaño de soporte estadístico no demasiado grande, comparable a la estacionaridad existente en los acuíferos porosos.

Sobre esta estructura actúan simultánea y posteriormente los procesos de karstificación. Las aguas agresivas que se infiltran a través de la franja de aireación, provenientes de la lluvia, con una componente principal de flujo vertical, dará origen a una red más o menos jerarquizada de drenes, que se conformará, sobre todo, en la zona vadosa del acuífero, condicionada por la densidad y orientación de la red de fracturas previa (DEYBRODT, 1988). La existencia de flujos profundos de aguas agresivas -circulación muy rápida, mezclas de agua que liberen CO₂ en disolución, etc.- dará origen, eventualmente a una karstificación por debajo del nivel dinámico. La historia geológica puede jugar también un papel clave en el entendimiento de la evolución profunda de la karstificación (paleokarstificación).

Así pues, soy de la opinión, junto con PULIDO-BOSCH (op. cit.), de que, en las etapas iniciales de los proceso de karstificación, el acuífero se comporta como un sistema con dos clases de elementos: transmisivos y capacitivos, existiendo elementos de transición

entre ambos. Este modelo se sitúa en la franja saturada del acuífero, mientras la karstificación no ha llegado a afectar a la totalidad del macizo carbonatado (Fig. 9). La instalación de una red de flujo jerarquizada, que se desarrolla con el avance de los procesos de karstificación, se inicia en la franja superficial y se extiende, principalmente, en la franja de oscilación del nivel piezométrico, a través de la franja de aireación, afectaría progresivamente a la totalidad del funcionamiento del acuífero. El modelo de acuífero jerarquizado desplazaría totalmente al anterior, como muestra la figura 9, cuando la karstificación está en un estadio tan avanzado, que la franja saturada, propiamente dicha, es prácticamente despreciable.

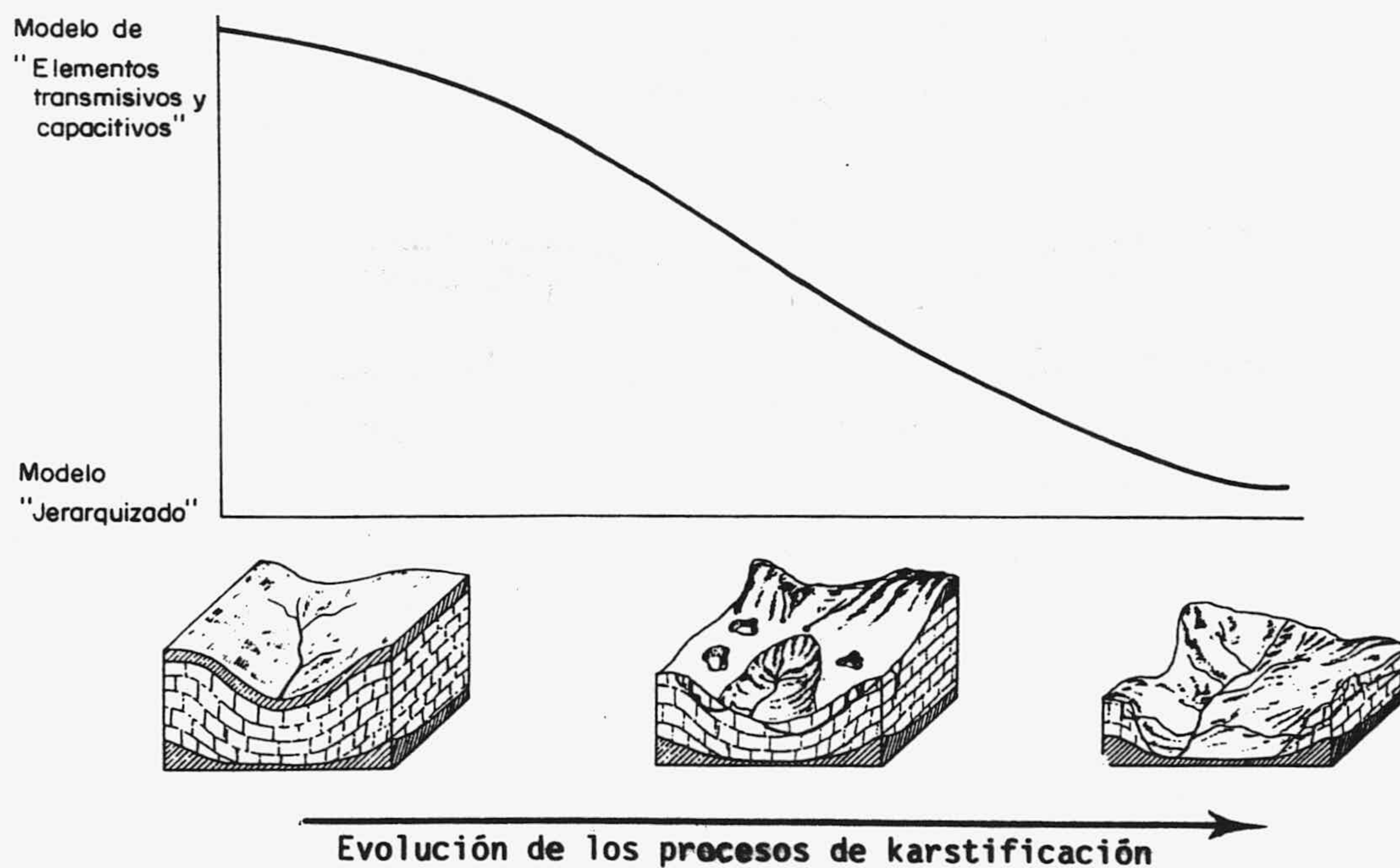


Fig. 9.- Esquema simplificado de la evolución del modelo conceptual de "elementos transmisivos y capacitivos" hacia el modelo conceptual "jerarquizado" según la importancia de los procesos de karstificación.

Hay que entender el acuífero kárstico en su conjunto (PULIDO-BOSCH, 1986), aunque el flujo de agua no circule, en buena parte del mismo, a través de conductos kársticos (estrictamente no podríamos hablar de acuíferos kársticos), con un funcionamiento intermedio entre red de drenaje jerarquizada y acuífero fracturado-fisurado. El dominio de uno u otro de estos esquemas dependerá del grado de karstificación y del desarrollo de la franja saturada; por esta última razón las condiciones estructurales juegan también un papel

muy importante. En efecto, existen acuíferos con un marcado régimen fluvial, como los sistemas carbonatados del Pirineo -sistemas de Baget, Aliou, Fontestorbes, etc-, otros con características intermedias -Sierra Grossa, Sierra Gorda, etc- y otros con un funcionamiento característico de acuífero fisurado -Torcal de Antequera-, estos últimos frecuentemente situados en el área mediterránea.

3. ANALISIS DE HIDROGRAMAS

3.1. ASPECTOS GENERALES

El estudio de los hidrogramas de las surgencias que drenan naturalmente los acuíferos kársticos constituye un importante primer paso, y muchas veces el único, debido a la ausencia de otros datos representativos, antes de abordar la modelación.

Debido a la heterogeneidad de los acuíferos kársticos, los datos puntuales obtenidos, bien sea por ensayos de bombeo en sondeos de investigación, bien por la utilización de trazadores, no representan, en la mayoría de los casos, nada más que las características de ese punto, solamente extrapolables a las inmediaciones del mismo, pero que raramente son representativos del funcionamiento medio del mismo. Sin embargo el hidrograma de las surgencias representa la respuesta media, si no de la totalidad del acuífero, si de una gran parte del mismo, al impulso originado por la precipitación, presumiblemente homogénea en la totalidad de la superficie aflorante. Es por ello que normalmente se considera el acuífero kárstico como un sistema caracterizado por una o varias funciones de transferencia, que van a relacionar una variable de entrada: precipitación, y una de salida: caudal del manantial.

Si consideramos el interior del acuífero kárstico formado por dos franjas principales: la franja no saturada, que aporta un caudal q al manantial, y la franja saturada que participa con un caudal Q . El hidrograma generado por una precipitación en un instante dado se puede dividir, según MANGIN (1975), en tres partes: a) *crecida*, corresponderá a aquella parte de la curva en la que $q > Q$ (el pico de la crecida ocurrirá en el instante en que $q = Q$); b) *decrecida*, la parte de la curva en la que $q < Q$, es decir, estaremos en la decrecida siempre que persista la "infiltración" hacia la franja saturada (régimen influenciado); y c) *agotamiento* a partir del momento en que $q = 0$. Se hablará de recesión siempre y cuando el hidrograma sea decreciente; la recesión incluye la decrecida y el agotamiento.

La subdivisión del hidrograma producido después de un aguacero realizada por MANGIN (op. cit.), es la más extendida. Efectivamente, en la mayoría de las surgencias kársticas la forma del mismo corresponde a una fuerte subida con tiempos de respuesta

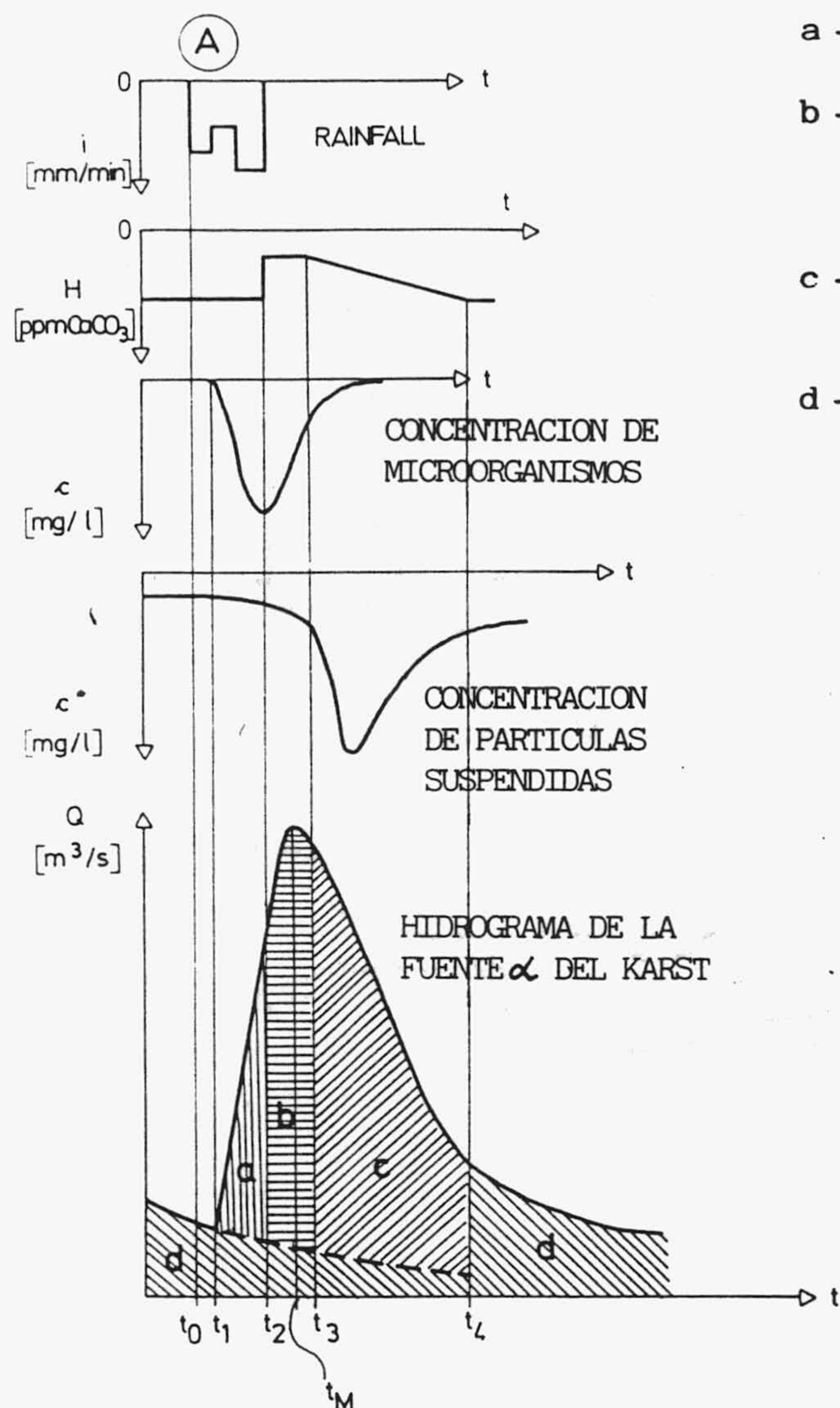
muy cortos, seguida de un brusco descenso del caudal para pasar posteriormente a otro lento o diferido. Sin embargo, la génesis de esta morfología no tiene porqué estar exclusivamente condicionada por la existencia de un caudal de infiltración a través de la franja no saturada. ATKINSON (1977), WILLIAMS (1983) y BONACCI (1987) consideran que la forma del hidrograma producida por un aguacero está condicionada por la existencia en el acuífero de una circulación a través de grandes canales junto con otra a través de pequeñas fisuras, bien en la franja no saturada, o bien en la franja saturada.

Según estos autores, en el hidrograma de una crecida consideran cuatro áreas o volúmenes que corresponden cada uno de ellos al drenaje a través de los cuatro tipos de flujo que se pueden encontrar en el interior de un macizo kárstico, como se puede ver en el hidrograma de la figura 10: el área **a**, corresponde al agua que circula por los canales permanentemente localizados en la franja saturada; el área **b**, a la que circula a través de las pequeñas fisuras pero estrechamente conectadas; área **c**, a la que circula por los grandes canales situados en la franja vadosa y que conectan a su vez pequeñas fisuras de la misma; y área **d**, al agua que circula a través de las pequeñas fisuras localizadas en la franja saturada. En mi opinión, una objeción que habría que plantear a esta subdivisión, es la de que no se tiene en cuenta que no hay una separación neta entre grandes fracturas y pequeñas fisuras sino que existe toda la gama posible entre unas y otras, y por tanto, la diferenciación entre flujos rápidos y lentos no puede ser tan brusca, sobre todo en la franja saturada.

Finalmente, se puede concluir que la morfología del hidrograma dependerá del grado de karstificación del acuífero -nivel de desarrollo de una red de canales- y de la extensión y poder de regulación de la franja saturada. Por otro lado, también es cierto que la forma del hidrograma dependerá del grado de conexión de la surgencia con el flujo rápido y lento en la franja saturada y no saturada. Bajo esta última consideración habría que preguntarse: ¿hasta que punto el hidrograma representa las características del acuífero o las características propias del manantial?.

En los siguientes epígrafes explicaré aquellos modelos que, a mi juicio, puedan tener una aplicación más interesante a la hora de caracterizar las surgencias kársticas. Me referiré exclusivamente a las curvas de agotamiento y recesión, en el sentido que expone MANGIN (1975), sin entrar en detalles en los numerosos modelos existentes en la bibliografía; un amplio resumen de los mismos puede encontrarse en MANGIN (op. cit.) y OBARTI (1987).

Hydrograph Analysis



- a - agua almacenada en las cavidades de la zona saturada
- b - agua almacenada en las zonas subcutánea y vadosa transportada al manantial mediante un flujo turbulento a través de los canales
- c - agua superficial que percola rápidamente a través del sistema de canales
- d - agua almacenada en pequeñas fisuras de la zona saturada

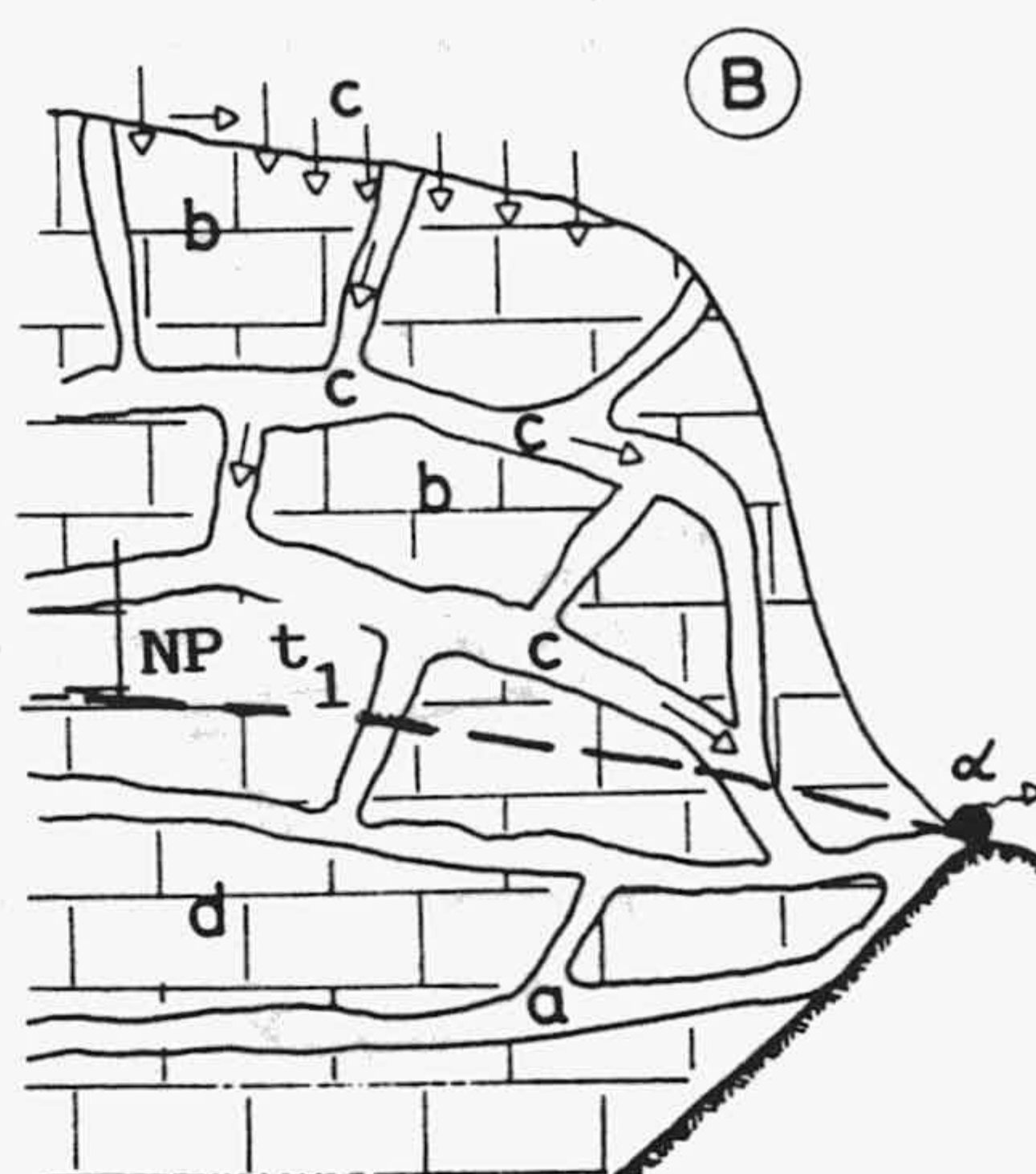


Fig. 10.- Explicación del origen del agua del hidrograma (A) de la surgencia kárstica (B). BONACCI (1987).

Los modelos los he aplicado a los hidrogramas de cuatro recesiones obtenidas en los manantiales de La Villa (en 1977, desde el 12 de febrero hasta el 3 de agosto), Fuente Mayor de Simat de Valldigna (en 1975, desde el 11 de marzo hasta el 28 de julio), Aliou y Baget (ambos en 1971, desde el 26 de junio hasta el 29 de agosto), que representan las salidas principales de los acuíferos kársticos de El Torcal de Antequera, Simat de Valldigna, Aliou y Baget, respectivamente. Resulta evidente que el análisis de una sola curva de recesión en cada surgencia no puede considerarse suficiente; sin embargo, cubre los objetivos propuestos en este apartado de caracterización y comparación entre funcionamientos diferentes.

Como se puede ver en la figura 11, las respuestas de los hidrogramas en la curva de recesión son muy diferentes en los cuatro manantiales considerados; resultará interesante comparar los parámetros obtenidos con los modelos aplicados.

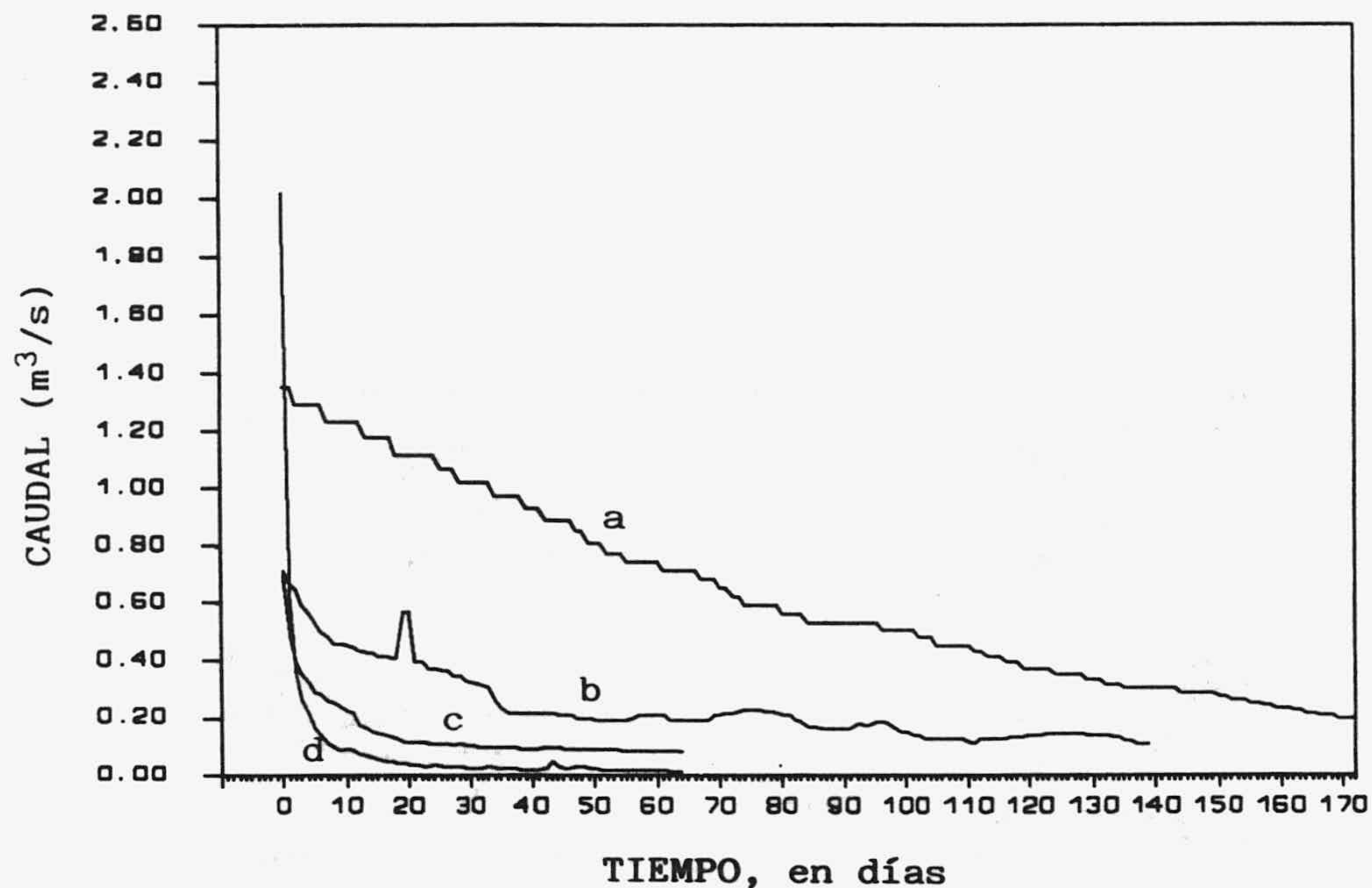


Fig. 11.- Hidrogramas de las 4 recesiones seleccionadas para su análisis en las surgencias kársticas de La Villa (a), F. Mayor (b), Baget (c) y Aliou (d).

3.2. EL AGOTAMIENTO

Como he mencionado en el epígrafe anterior, los agotamientos representan la parte de la curva del hidrograma en la que no existe influencia de la precipitación. En principio podemos suponer que indica la forma en que se produce el vaciado de la franja saturada, una vez que ha cesado la infiltración a través de la franja no saturada.

Existen numerosos autores que intentan ajustar la forma de la curva de agotamiento a una expresión analítica -MAILLET (1905), WERNER Y SUNDQUIST (1951), TISON (1960), etc -. En este trabajo me voy a referir exclusivamente a la ecuación de Maillet, que, a mi juicio, es la que mejor se ajusta al agotamiento en el sentido propuesto por MANGIN (op. cit.).

Expresión de Maillet

El proceso físico relativo a la fórmula de MAILLET (op. cit.) puede ser simulado mediante un recipiente ficticio que se vacía, en su parte inferior, a través de un tapón poroso. El resultado es un decrecimiento exponencial del caudal de salida en función del tiempo:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha t}$$

en la expresión Q_0 representa el caudal al principio del agotamiento y α es el coeficiente de agotamiento, que depende de las características hidráulicas y geométricas del acuífero. En este modelo la relación entre la carga hidráulica y el caudal se supone lineal.

Así pues tendremos que el volumen dinámico inicial vendrá dado por

$$VR_0 = \int_0^{\infty} Q_0 e^{-\alpha t} dt = Q_0/\alpha$$

y el volumen drenado en un tiempo t , desde un tiempo inicial igual a cero

$$VR_t = \int_0^t Q_0 e^{-\alpha t} dt = Q_0/\alpha (1 - e^{-\alpha t})$$

por tanto el porcentaje del volumen drenado en el tiempo t respecto al volumen inicial será

$$\% VR_t = VR_t \times 100/VR_0 = (1 - e^{-\alpha t}) \times 100$$

El valor del coeficiente α en las curvas de agotamiento da una idea aproximada de la difusividad y, por tanto, del estado de fisuración y fracturación en que se encuentra la franja saturada.

Sin embargo, es necesario tomar con ciertas reservas las interpretaciones, puesto que intervienen otros condicionantes, como pueden ser la geometría del acuífero y el estado de saturación del mismo; este último puede tener incidencias importantes en el caso de que exista una no linealidad manifiesta entre la carga hidráulica y el caudal.

A partir de los valores obtenidos al ajustar la fórmula de Maillet a los agotamientos de los hidrogramas considerados, figura 12 (ver tabla I en las conclusiones generales de este capítulo), extraigo las siguientes conclusiones:

a) El agotamiento en La Villa se inicia en el mismo instante en que comienza la recesión, es decir no existe decrecida, lo cual indica que el manantial drena exclusivamente la franja saturada -en la hipótesis inicial de suponer que la curva de agotamiento responde al vaciado de la franja saturada, que, como comentaré más adelante puede considerarse con ciertas reservas-. Para los otros tres manantiales el agotamiento comienza con un retardo sobre el inicio de la recesión del orden de los 35 días.

b) Como muestra la figura 13, donde representa la velocidad de vaciado de la franja saturada, directamente proporcional al coeficiente de agotamiento α ; en el manantial de Aliou el drenaje se produce mucho más rápido que en Baget, mientras que en los manantiales de F. Mayor y La Villa es intermedio, siendo más acelerado en este último.

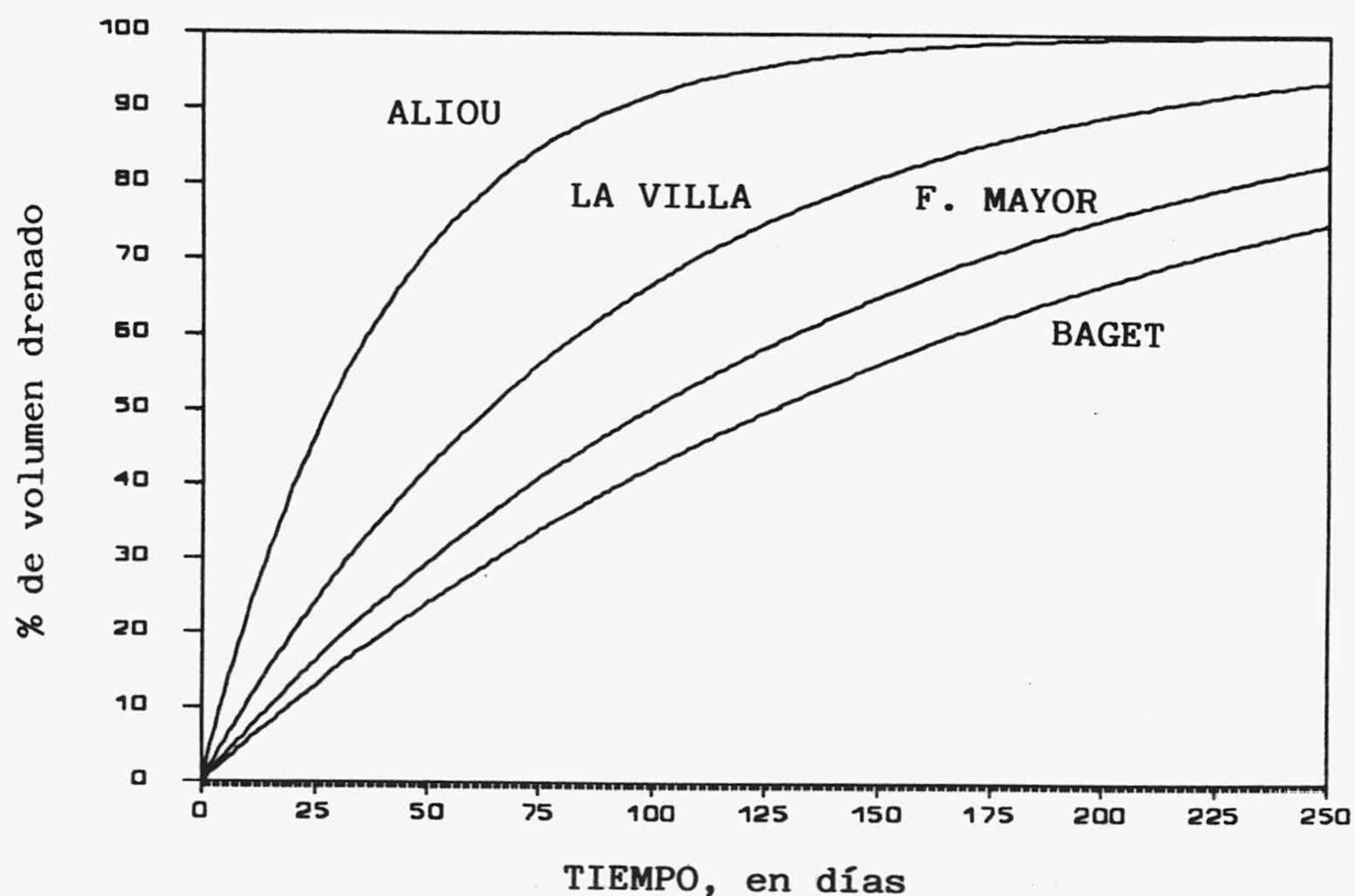


Fig. 13.- Velocidad de vaciado de la zona saturada.

c) Más significativa resulta la relación entre el caudal QR_0 , que corresponde al agotamiento extrapolado al inicio de la decrecida, y el caudal inicial Q_0 (tabla I). Para la F. Mayor el valor obtenido del 39% es superior que el de Baget y Aliou, del 16% y 2% respectivamente, lo cual indica que la mayor comunicación entre la franja no saturada hacia

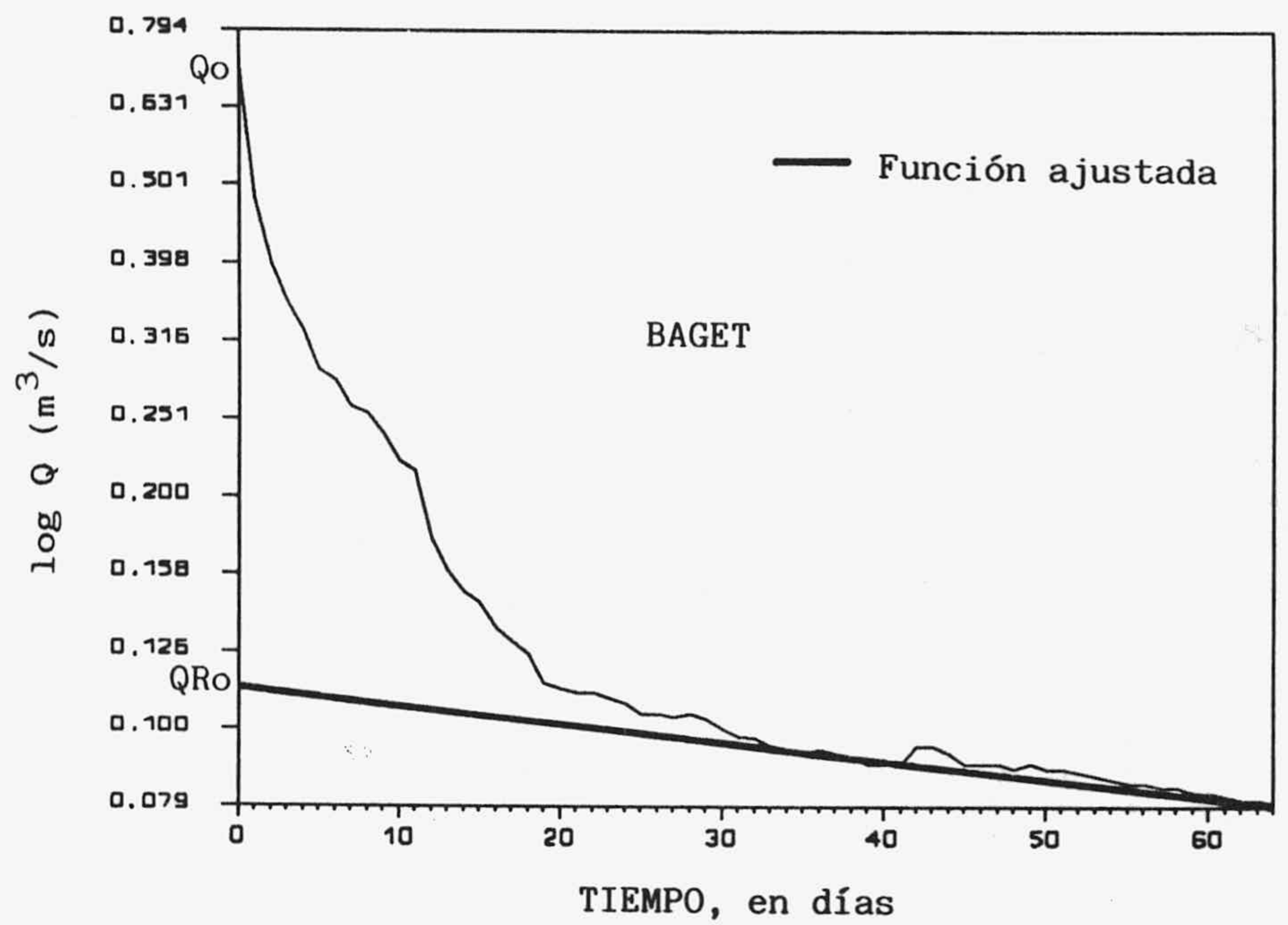
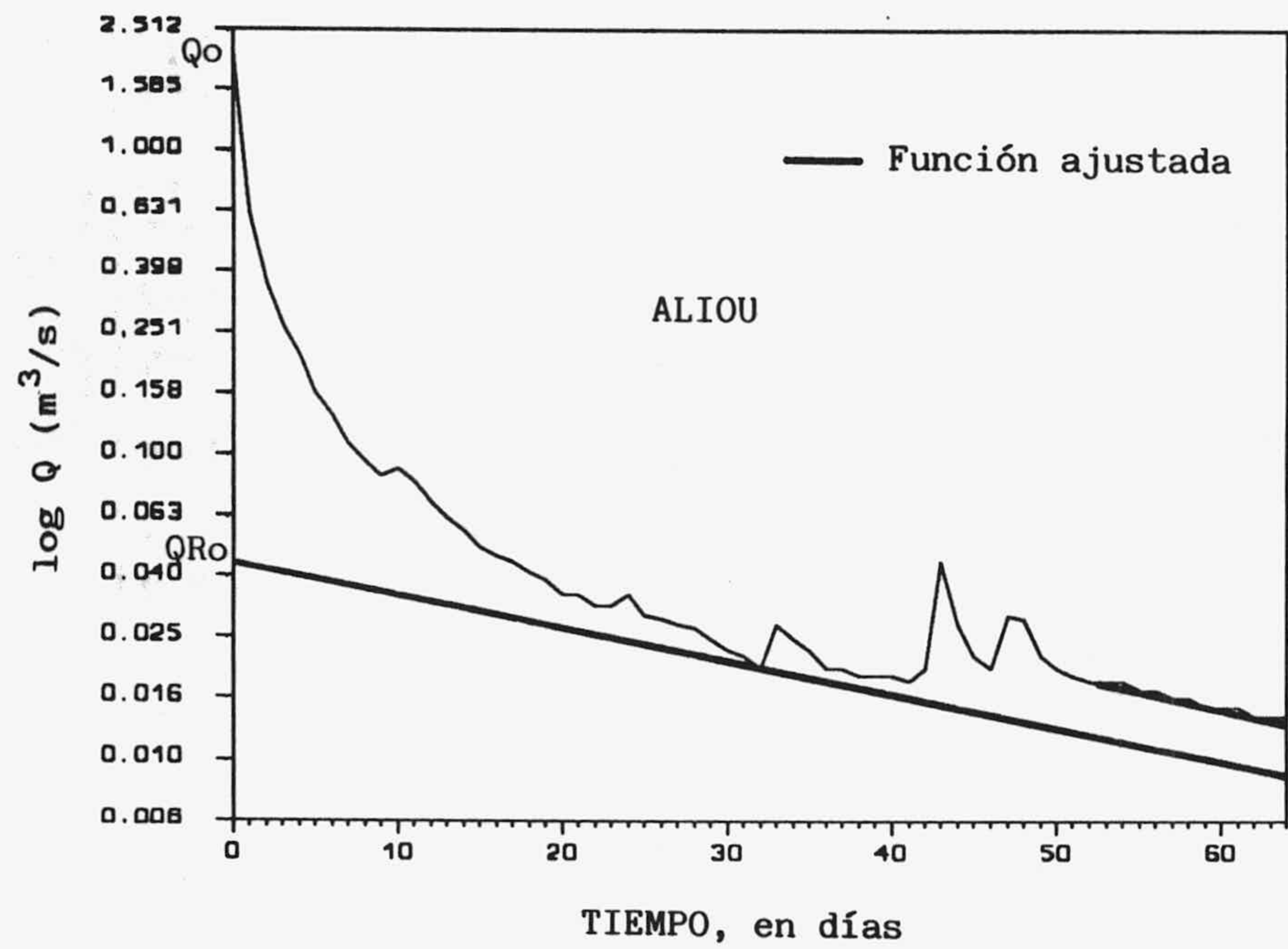
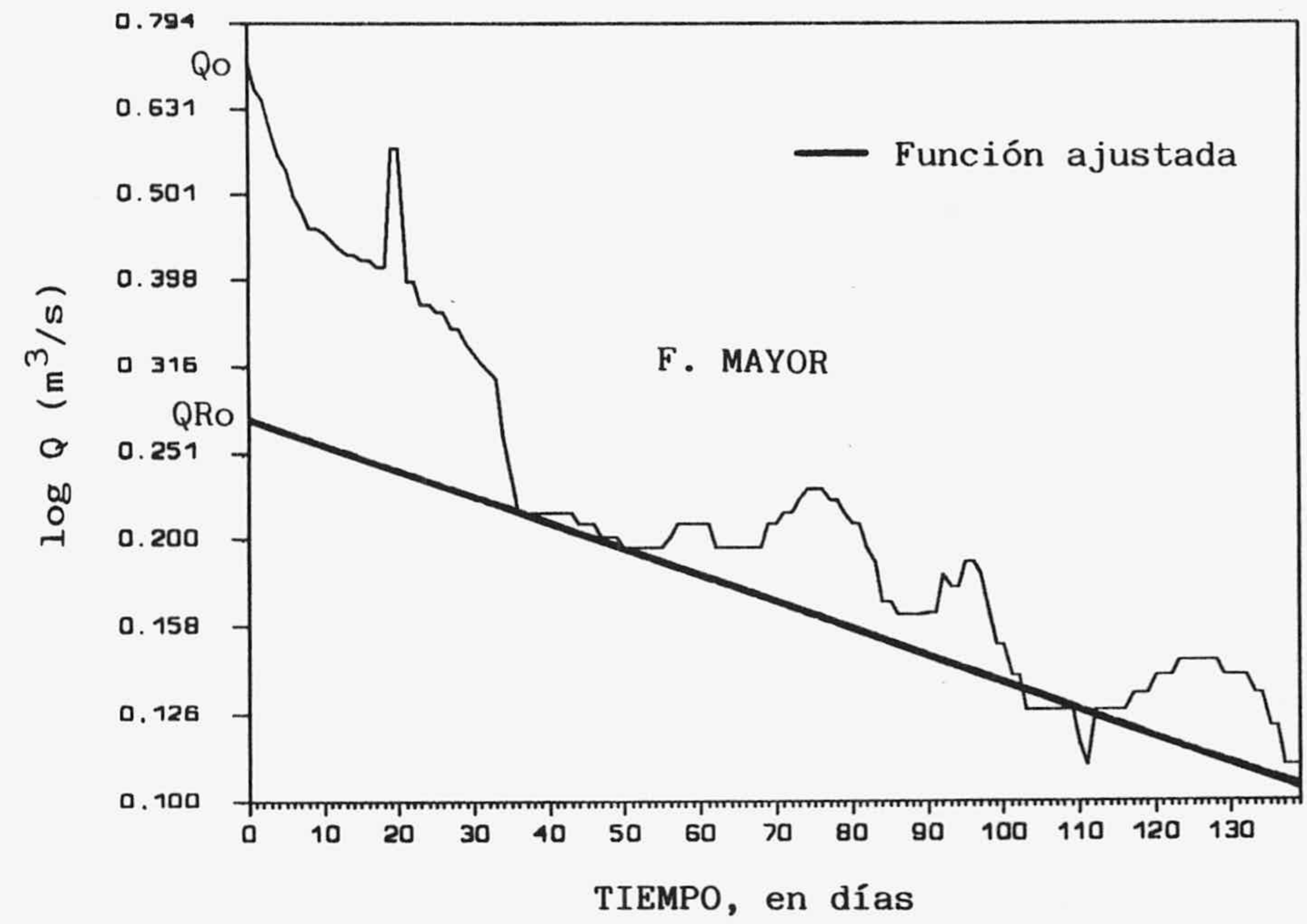
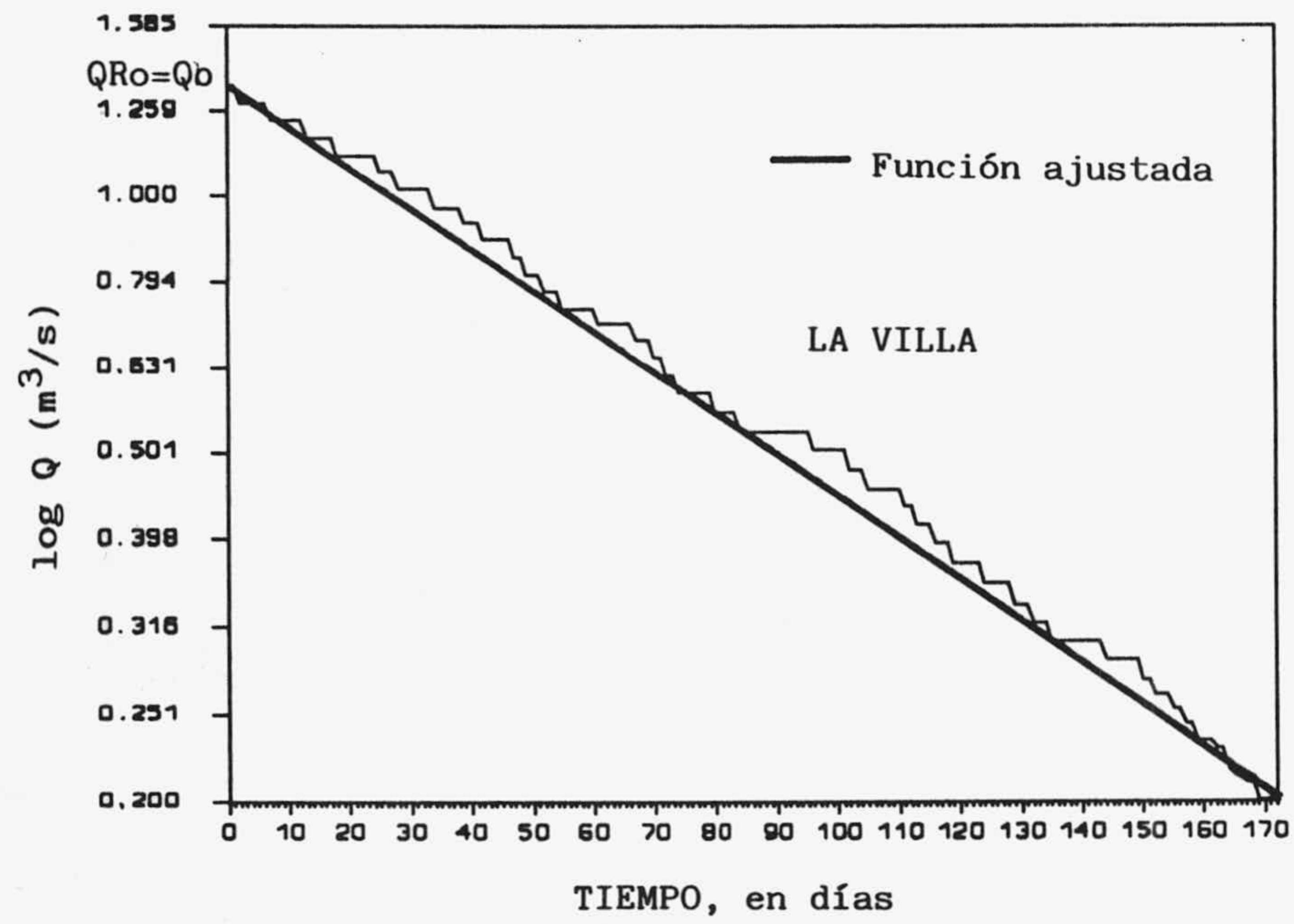


Fig. 12.- Ajuste de la función de Maillet a los agotamientos.

la franja saturada se da en el acuífero Simat, drenado por la F. Mayor, donde existe una franja saturada relativamente más desarrollada; mientras que en el acuífero de Aliou la franja saturada es reducida y la mayor parte del flujo se realiza a través de los sectores con alta transmisividad localizados en la franja de aireación. El acuífero de Baget tendría unas características intermedias entre ambos.

3.2. LA RECESION

Mucho más interesante que el estudio de las curva de agotamiento es el de la recesión, puesto que la decrecida constituye uno de los componentes más característicos del funcionamiento de los acuíferos kársticos; representa la señal de identidad de los mismos.

Tradicionalmente el estudio de la curva de recesión se ha abordado desde dos puntos de vista. Por un lado existen los modelos que consideran el fenómeno de la descarga del acuífero por un manantial originado por la suma algebraica de dos o varias salidas de subsistemas independientes; entre estos destacan las expresiones desarrolladas por SCHOELLER (1965), THIRRIOT (1970) y MANGIN (1975). Por otro lado están los modelos que consideran que la descarga está producida por un único sistema de parámetros hidráulicos constantes, o bien con una variación continua que depende de la carga hidráulica de la franja saturada; dentro de este tipo se encuentran los elaborados por COUTAGNE (1968), FORKASIEWICZ y PALOC (1965), DROGUE (1972) y TRIPET (1973).

No es el objeto de este apartado explicar y aplicar cada una de las numerosas fórmulas que existen en la bibliografía para el estudio de la curva de recesión, me ceñiré exclusivamente a dos de ellas, la expresión de Mangin y la de Coutagne, pertenecientes al primer y segundo grupo respectivamente de los mencionados en el párrafo anterior.

A) Expresión de Mangin

MANGIN (1975) considera que la descarga de un manantial kárstico, a nivel de la recesión, puede ser explicada por la suma de dos expresiones (Fig. 14).

$$Q_t = \phi_t + \Psi_t$$

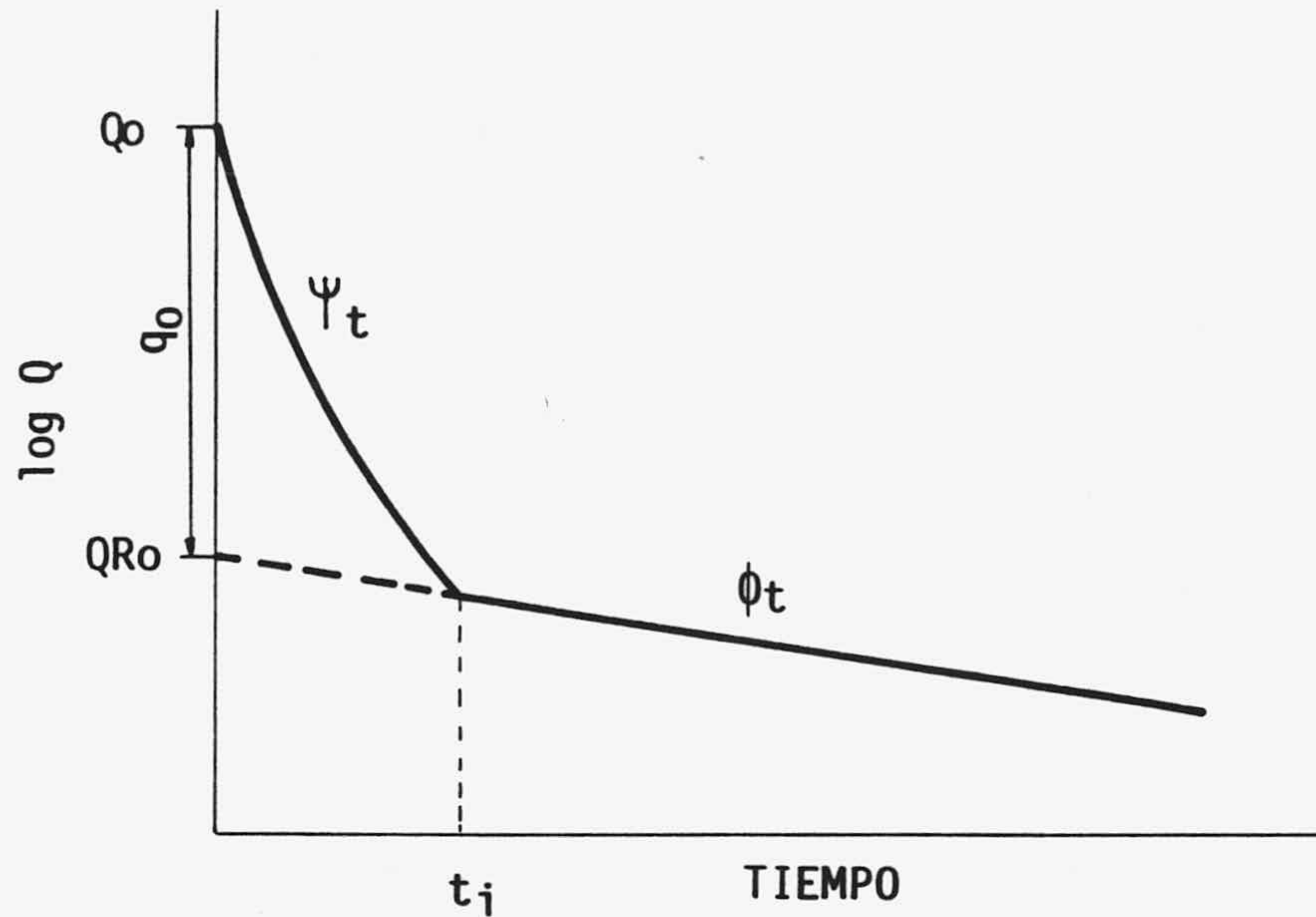


Fig. 14.- Representación gráfica de las dos funciones que intervienen en la descomposición de la curva de recesión, según la expresión de MANGIN (1975).

La función ϕ_t , que se refiere a la descarga del karst inundado, representa el agotamiento del acuífero en régimen no influenciado. Según este autor, para la mayoría de los manantiales, el agotamiento se ajusta bastante bien a la fórmula de Maillet; a partir de un cierto instante existe una relación lineal entre la carga hidráulica y el caudal de salida, por tanto la función toma la forma

$$\phi_t = QR_0 e^{-\alpha t}$$

donde α representa el coeficiente de agotamiento y QR_0 el caudal extrapolado al inicio de la recesión.

La función Ψ_t es una función empírica que se ajusta a la mayoría de las decrecidas observadas por MANGIN (op. cit.), y traduce el efecto de la infiltración al nivel del

manantial, modulada por su transferencia a través del karst inundado, cuyo expresión viene dada por

$$\Psi_t = q_0 (1-\mu't)/(1+\epsilon t)$$

Ψ_t está definida entre $t=0$ y $t_i= 1/\mu'$ (final de la decrecida).

El parámetro μ' se refiere a la duración de la decrecida ($\mu'=1/t_i$) mientras que ϵ es el "coeficiente de heterogeneidad" y traduce la importancia de la concavidad de la curva de decrecida; ambos coeficientes tienen dimensión días^{-1} .

Mangin define también la función Y_t como

$$Y_t = (1-\mu't)/(1+\epsilon t)$$

que tiene un rango de variación entre 0 y 1, independiente de la amplitud de la crecida; y, por tanto, puede ser muy útil como criterio de comparación entre decrecidas de distintos manantiales.

Si designamos Q_t , QR_t y q_t como el caudal total, caudal aportado por la franja inundada, y caudal aportado por la decrecida, respectivamente, drenados por la surgencia en el tiempo t , tendremos la expresión genérica

$$Q_t = QR_t + q_t = QR_0 e^{-\alpha t} + q_0 (1-\mu't)/(1+\epsilon t)$$

Para obtener QR_0 y α es necesario que en la recesión considerada exista un periodo de agotamiento (su determinación ya se ha explicado en el epígrafe 3.2).

Aunque, según Mangin, q_0 no representa exactamente el caudal de infiltración al inicio de la decrecida, puede ser estimado por la diferencia entre Q_0 y QR_0 (Fig. 14), donde Q_0 es el caudal total al inicio de la recesión. El coeficiente μ' es igual a $1/t_i$. El parámetro ϵ coincide con la pendiente de la recta que mejor se ajusta al diagrama de distribución de la función Z_t en función de t :

$$Z_t = (q_0/q_t) (1-\mu't)$$

El volumen inicial "almacenado" (v_0) que podría ser drenado durante la decrecida puede ser calculado por la fórmula

$$v_0 = \int_0^{t_i} q_0 (1-\mu't)/(1+\epsilon t) dt = (q_0/\epsilon) [\text{Ln}(1+\epsilon t_i) (1+\mu'/\epsilon)-1]$$

y el volumen drenado en el tiempo t a través del manantial perteneciente a la decrecida

$$v_t = \int_0^t q_0 (1-\mu't)/(1+\epsilon t) dt = (q_0/\epsilon) [\text{Ln}(1+\epsilon t_i) (1+\mu'/\epsilon) - \mu't]$$

por tanto, el porcentaje de volumen drenado en el tiempo t respecto al volumen inicial será

$$\% v_t = 100 v_t/v_0 = [\text{Ln}(1+\epsilon t) (1+\mu'/\epsilon) - \mu't]/[\text{Ln}(1+\epsilon t_i)(1+\mu'/\epsilon)-1]$$

El volumen total inicial (V_0) que aportará el manantial vendrá dado por la suma del volumen dinámico inicial del agotamiento (VR_0) y el volumen inicial que será descargado en la decrecida (v_0). El porcentaje del volumen total arrojado hasta un instante t viene dado por

$$\% V_t = 100 (VR_t + v_t)/V_0$$

He aplicado esta metodología a tres de los hidrogramas mencionados en el epígrafe anterior: F. Mayor, Aliou y Baget -he excluido el manantial de La Villa puesto que, como he indicado, no presenta curva de decrecida-. Para un estudio más detallado de las recesiones de Aliou y Baget me remito a la Tesis de MANGIN (1975) donde realiza el análisis de varias recesiones registradas en sus series de caudales.

En la figura 15 se representan los ajustes realizados de la función Ψ_t para las decrecidas; se incluye el ajuste de la función ϕ_t para los agotamientos. Según los valores de los parámetros calculados, recogidos en la tabla I, extraigo las siguientes conclusiones respecto a la decrecida:

a) El ajuste de la decrecida a la función Ψ_t en Aliou es bastante aproximada, no así en F. Mayor y Baget donde ha sido necesario extrapolar la curva por la influencia de pequeñas crecidas intermedias. Considero, sin embargo, que los parámetros μ' y ϵ escogidos se adaptan bien a las características de la decrecidas.

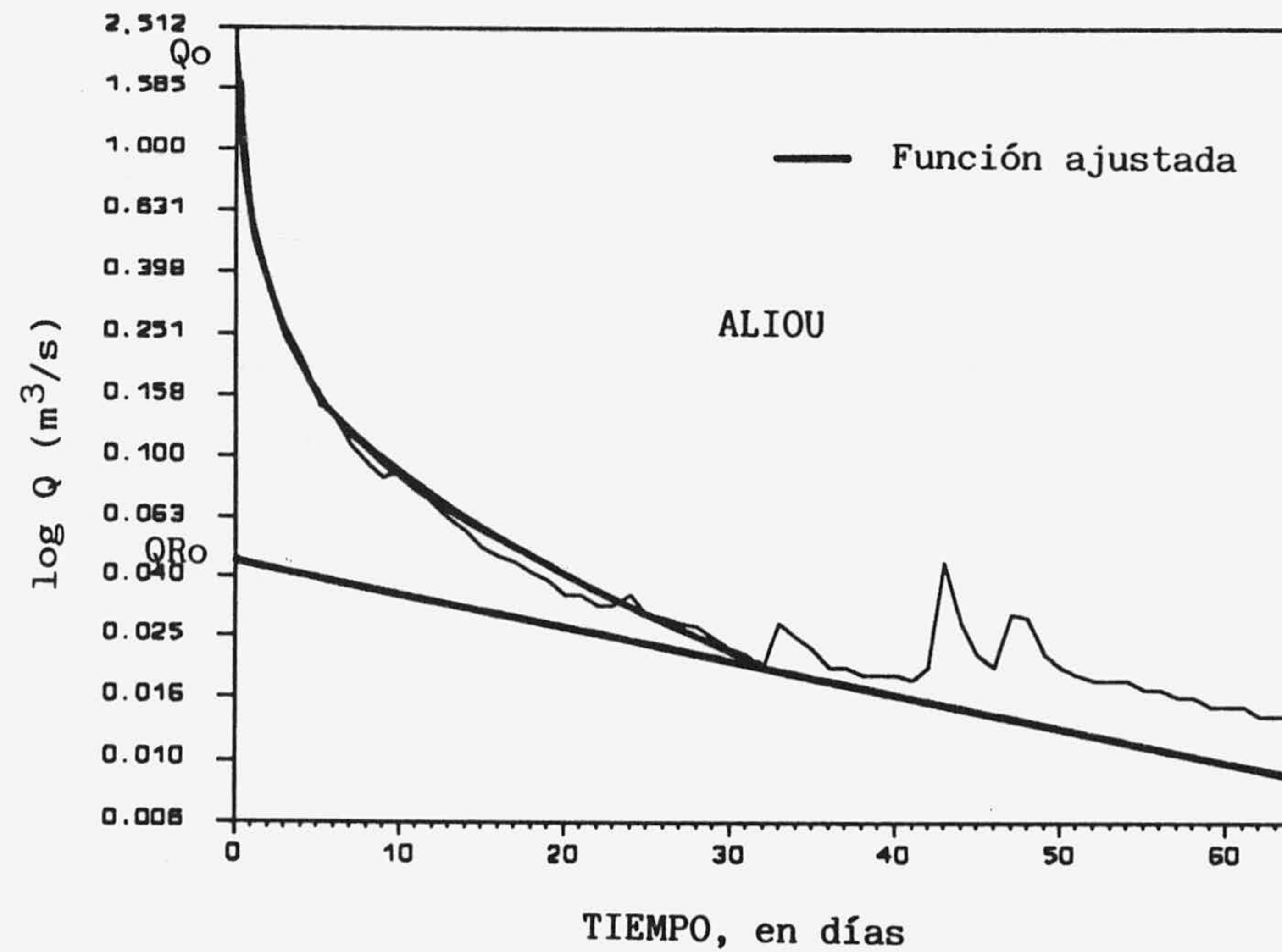
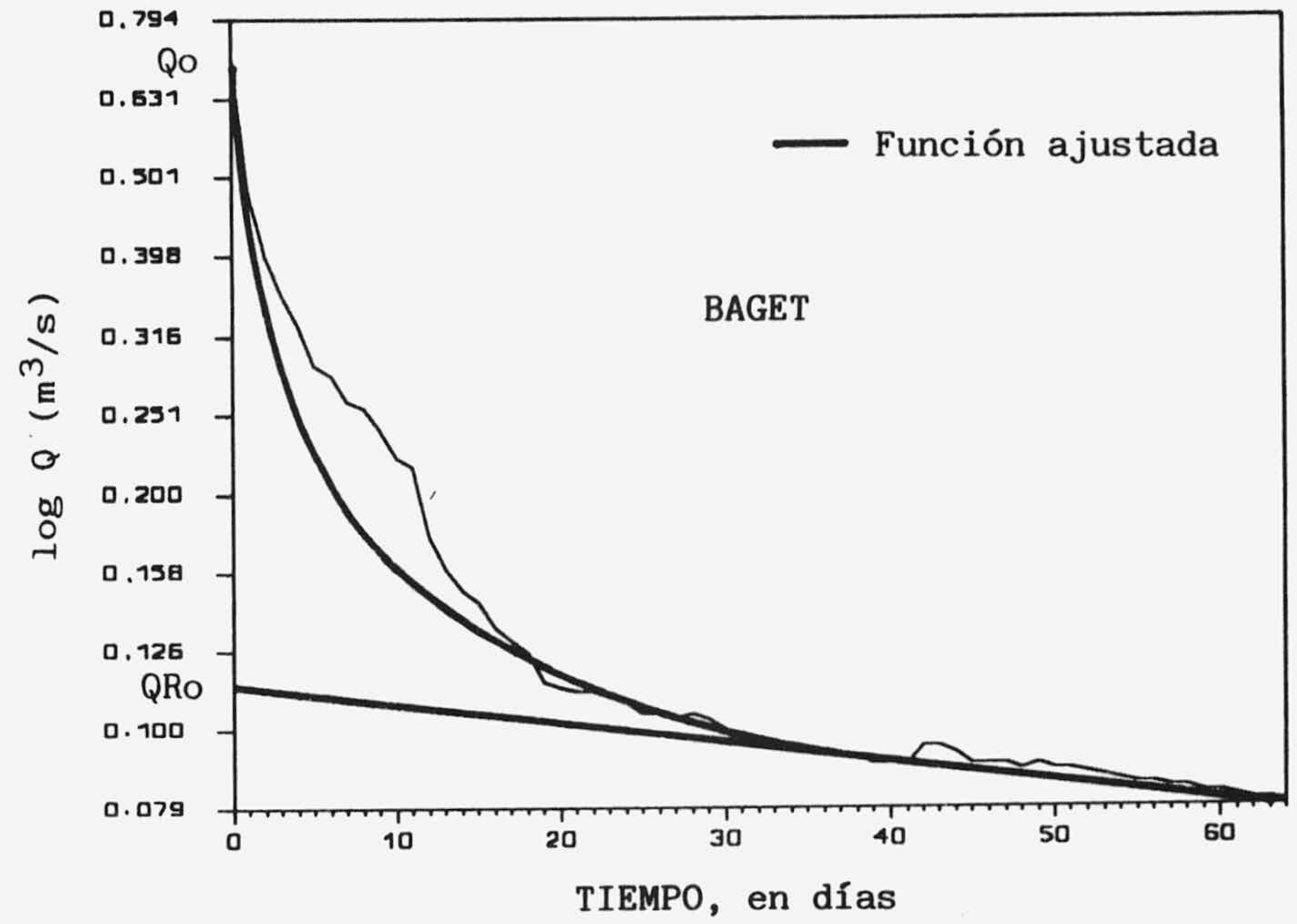
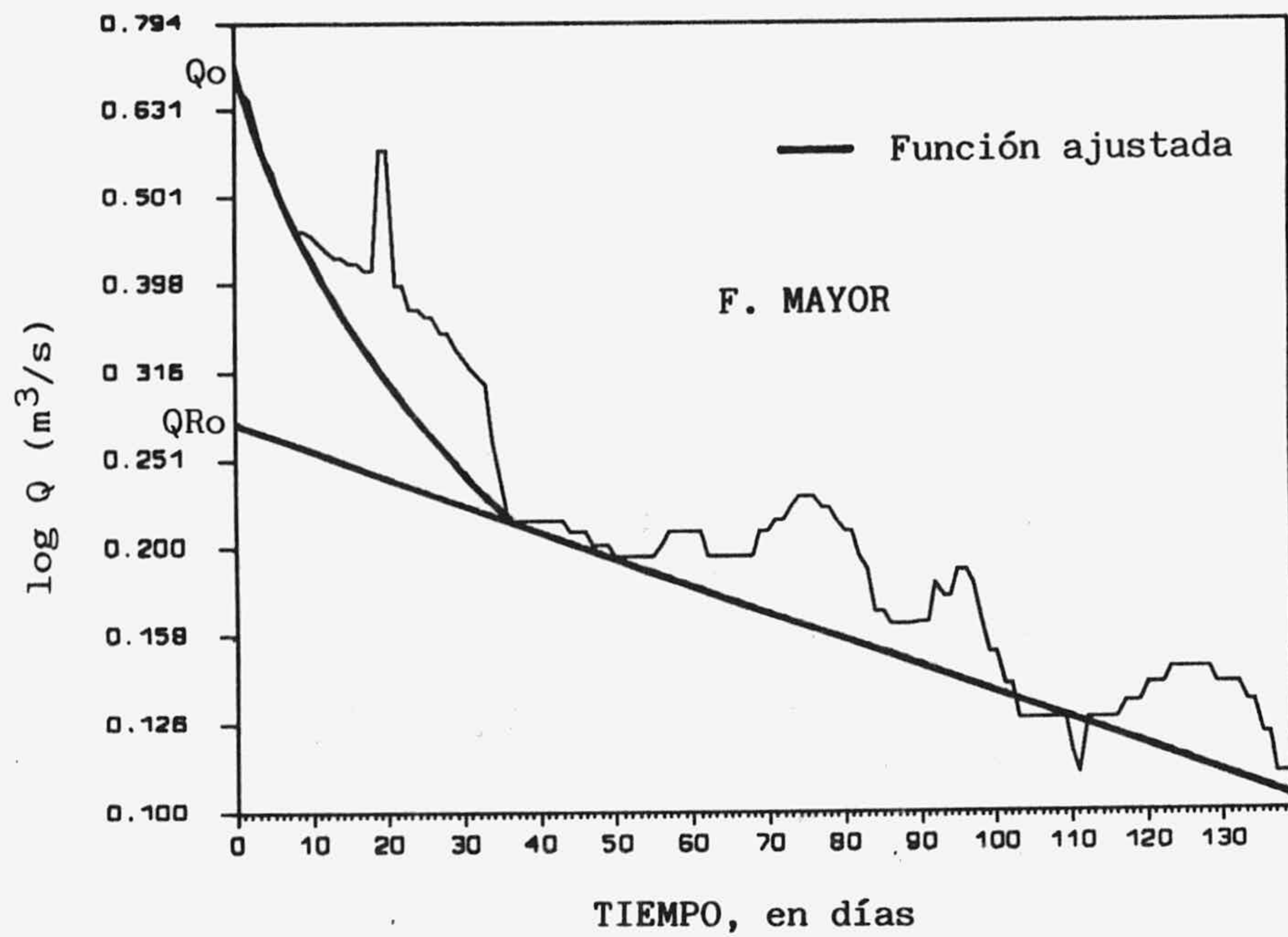


Fig. 15.- Ajuste de la función de Mangin a las recesiones estudiadas.

b) En la figura 16(A) se representa la función Y ($Y_t = \Psi_t/q_0$). La diferencia observada es debida, sobre todo, a los distintos valores que toma ε , es decir, a la curvatura de la decrecida. F. Mayor ($\varepsilon = 0.0844$) presenta una franja de infiltración mucho más reguladora que Aliou ($\varepsilon = 2.63$), y por tanto con una velocidad de circulación menor; Baget ($\varepsilon = 0.7$) estaría en una posición intermedia entre ambos, aunque más cercana a las características de Aliou. Esta diferencia queda muy bien reflejada en la figura 16(B), donde se representa el porcentaje drenado respecto al volumen inicial v_0 que podría ser vaciado durante la decrecida.

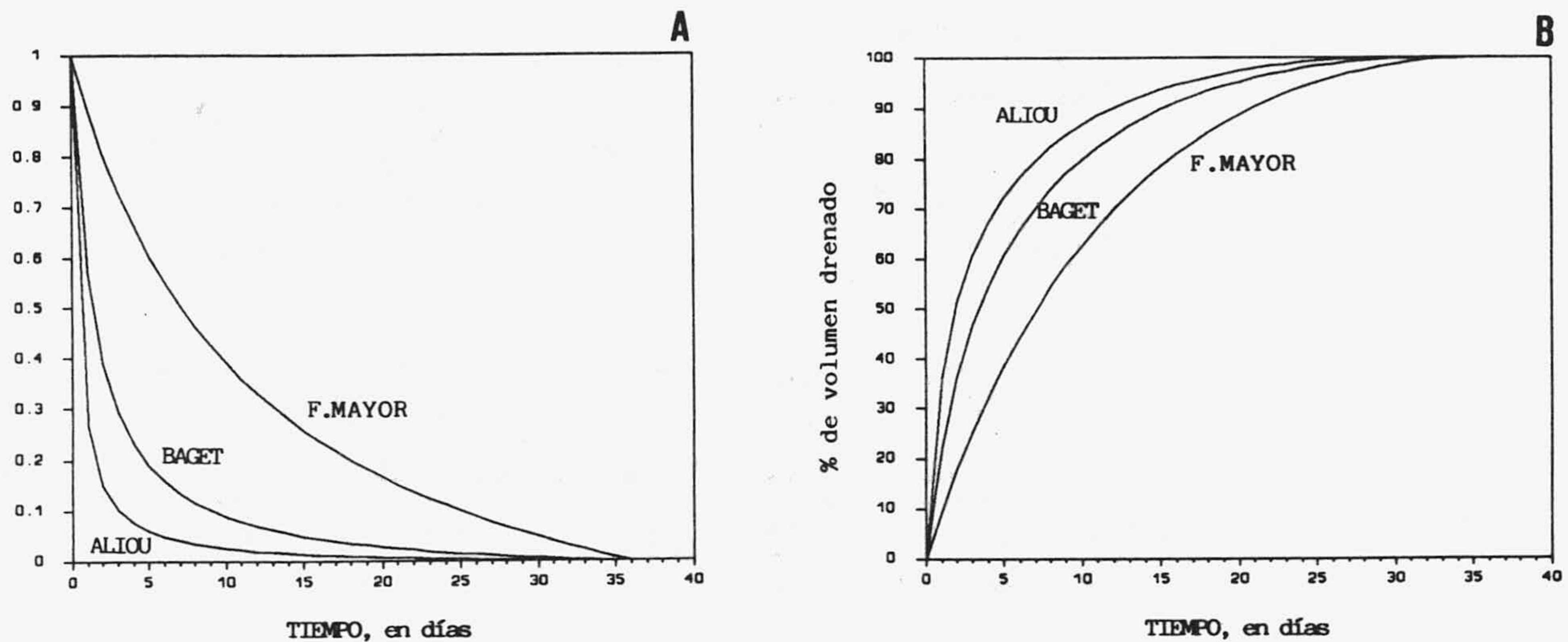


Fig. 16.- A) Función Y ajustada a las decrecidas. B) Porcentaje de volumen drenado respecto al "almacenado" al inicio de la decrecida.

c) La mayor parte del total de agua drenada por el manantial de F. Mayor y Baget, 90% y 91% respectivamente, se hace a través de la curva de agotamiento, mientras que sólo una pequeña cantidad del volumen total circula a través de sectores de alta transmisividad, 10% y 9%. Por el contrario, en Aliou el 40% pertenece al karst saturado, mientras que el 60% restante es drenado durante la decrecida.

En la figura 17 represento el porcentaje de volumen drenado respecto al inicial almacenado, durante el agotamiento, durante la decrecida y para la suma de ambos; en cada uno de los manantiales; y en la tabla I los parámetros obtenidos con la aplicación de las anteriores funciones a las recesiones estudiadas. Si partimos de la hipótesis inicial de MANGIN (1975) en la que considera que la función de agotamiento (ϕ_t) "indica esencialmente el vaciado del karst saturado", y la de decrecida, (Ψ_t), "la función de infiltra-

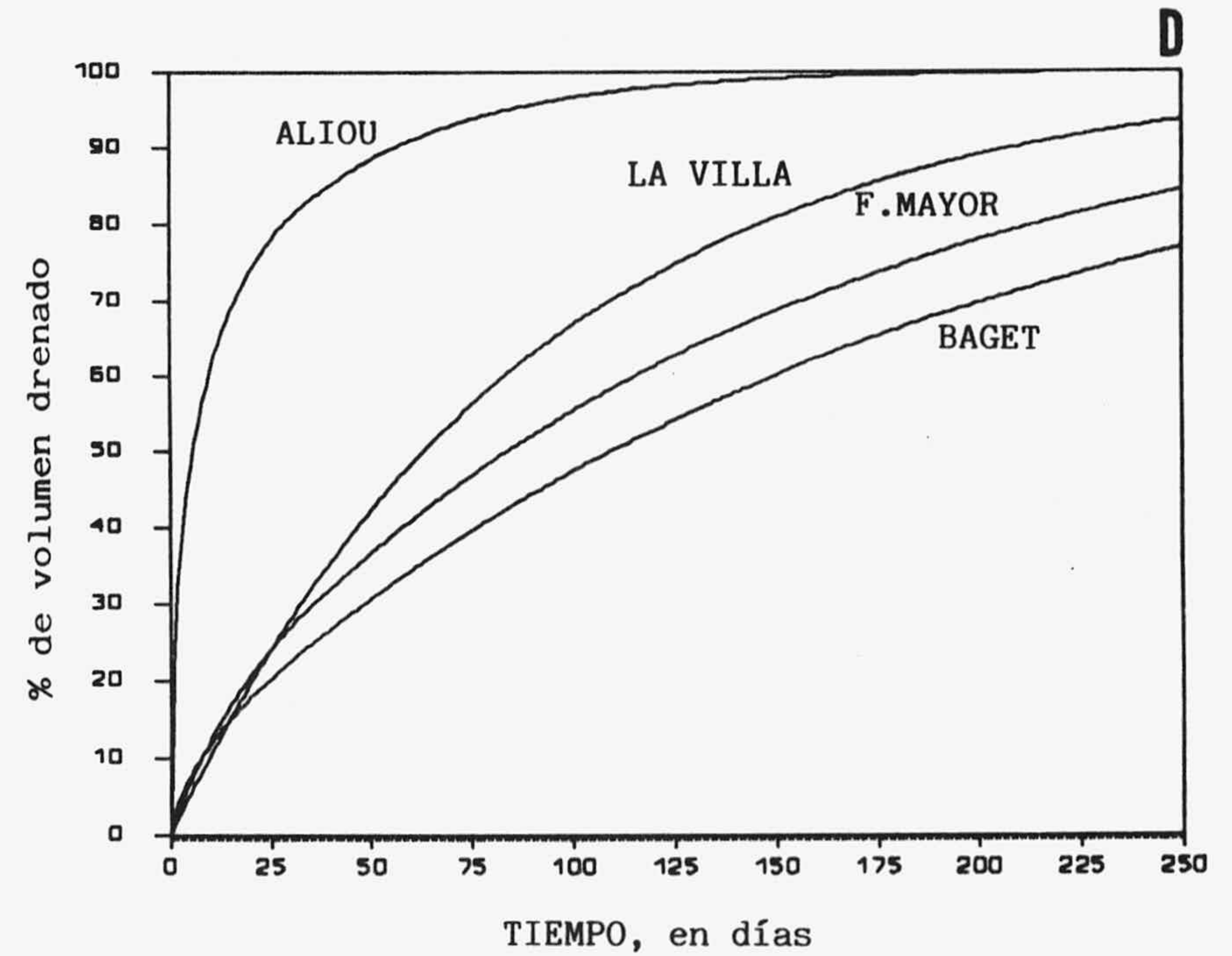
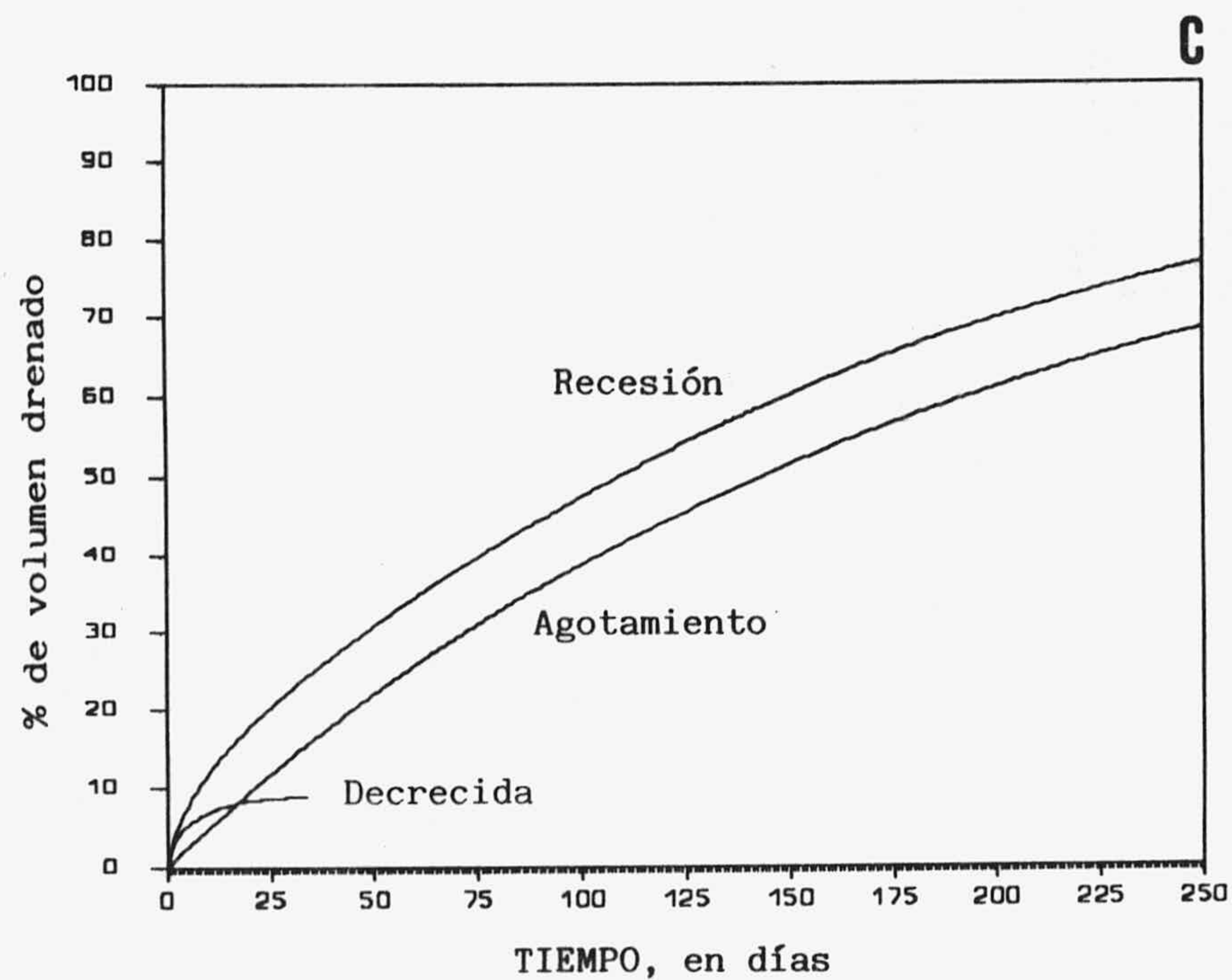
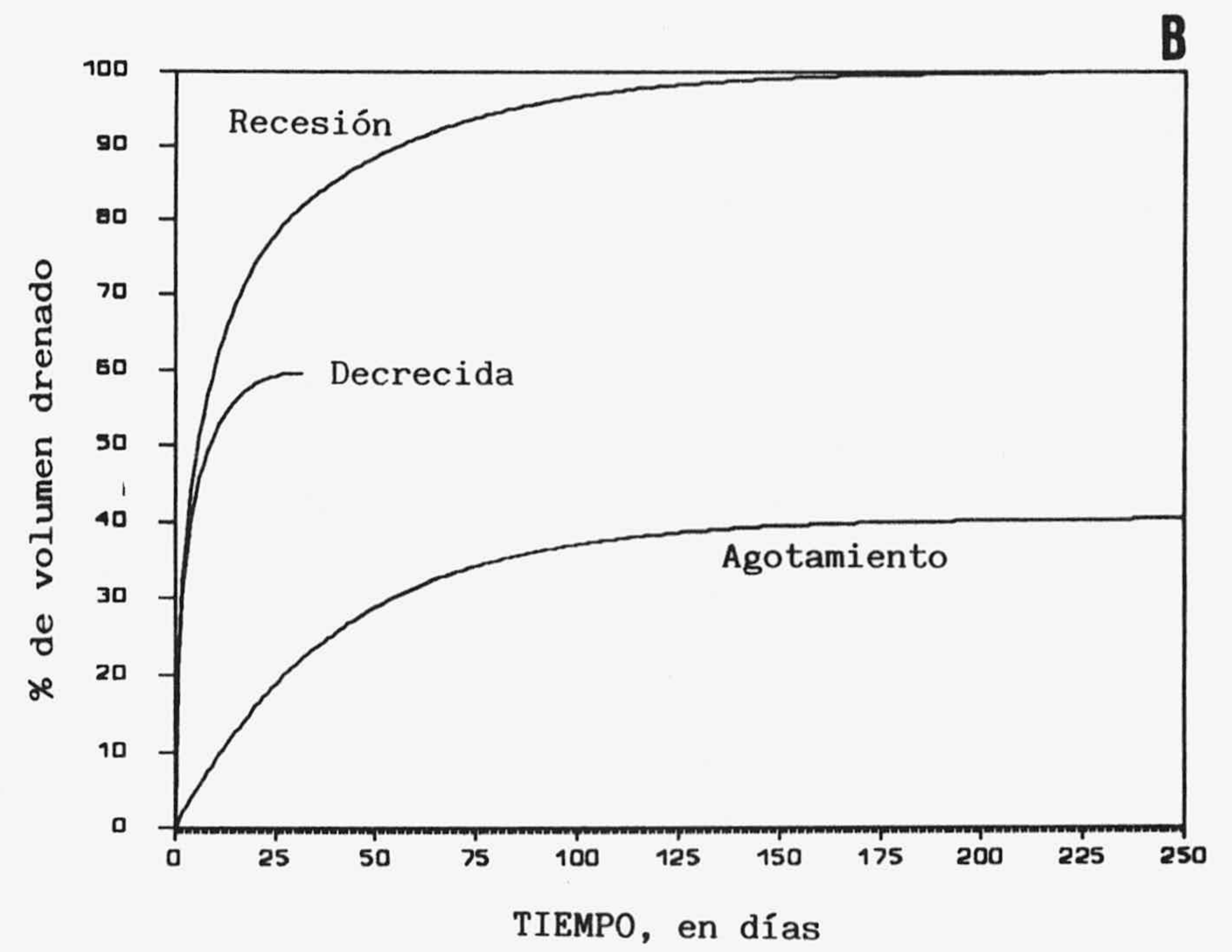
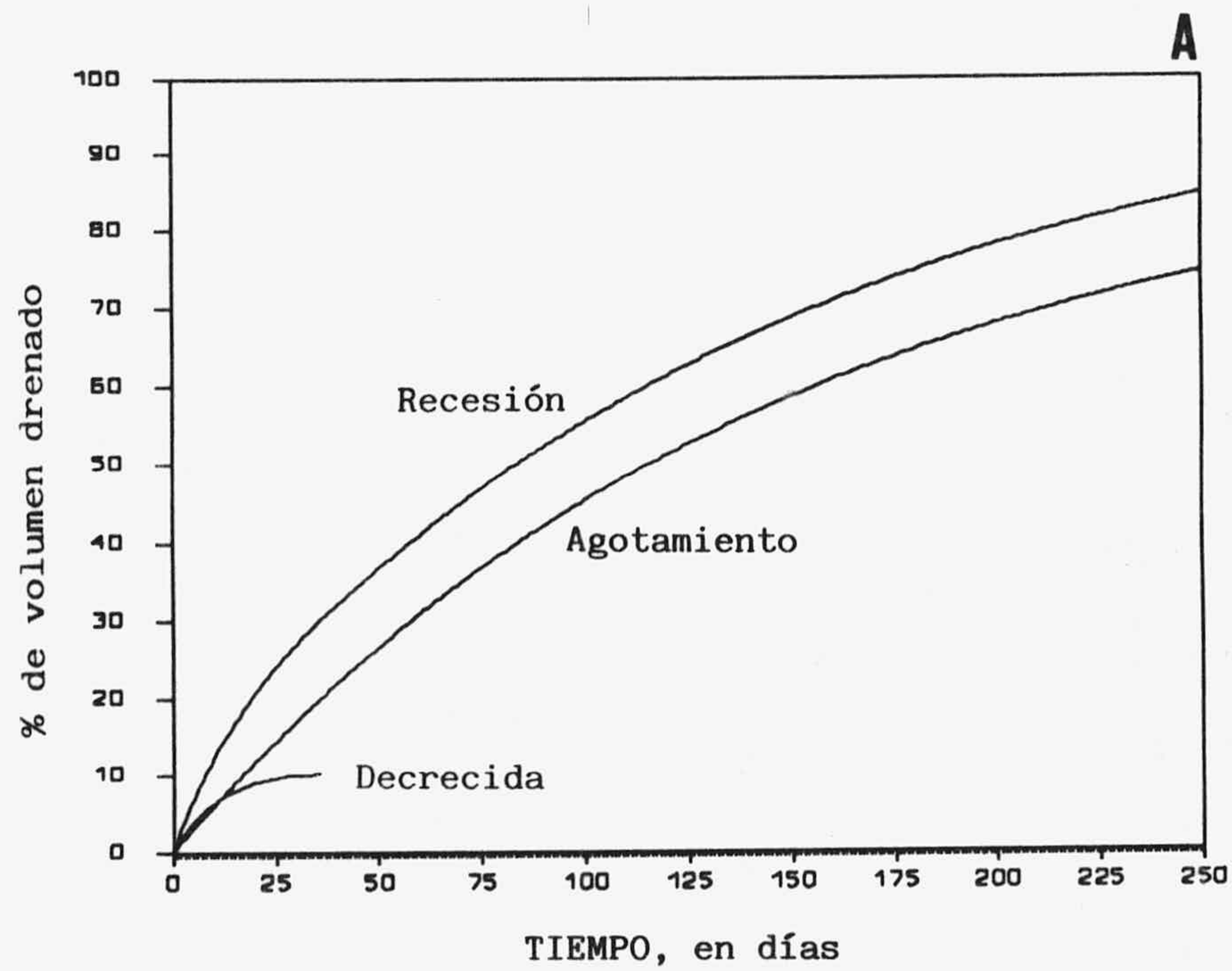


Fig. 17.- Porcentaje de volumen drenado respecto al "almacenado": A) Fuente Mayor, B) Aliou, C) Baget y D) comparación del porcentaje de volumen vaciado durante la recesión.

Manantial	Q_0	QR_0	$\% \frac{QR_0}{Q_0}$	α	VR_0	q_0	$\% \frac{q_0}{Q_0}$	t_i	μ'	ε	v_0	V_0	$\% \frac{VR_0}{V_0}$	$\% \frac{v_0}{V_0}$
LA VILLA	1.350	1.350	100	0.013	10.60	---	---	---	---	---	---	10.60	100	---
F. MAYOR	0.710	0.275	39	0.007	3.39	0.435	61	36	0.028	0.084	0.38	3.78	90	10
ALIOU	2.020	0.045	2	0.025	0.15	1.975	98	32	0.031	2.630	0.23	0.38	40	60
BAGET	0.700	0.113	16	0.006	1.78	0.587	84	34	0.029	0.700	0.17	1.95	91	9

Tabla I.- Resumen de los principales parámetros caracterizadores de la recesión: caudal total al comienzo de la recesión, Q_0 ; caudal al inicio de la recesión referido al agotamiento, QR_0 ; coeficiente de agotamiento, α ; volumen dinámico inicial referido al agotamiento, VR_0 ; caudal inicial referido a la decrecida, q_0 ; tiempo de duración de la decrecida, t_i ; parámetros de la curva de decrecida, μ' y ε ; volumen inicial que será drenado durante la decrecida, v_0 ; y volumen inicial total "almacenado" en el acuífero, V_0 .

ción modulada por su transferencia al karst saturado", podemos concluir finalmente; teniendo en cuenta el volumen total de agua que puede ser drenado por los manantiales:

a) Respecto a la franja saturada

El acuífero de El Torcal de Antequera presenta una franja saturada que, prácticamente, es la única que influye sobre el caudal del manantial; su velocidad de vaciado es bastante rápida (mayor que la de Simat y Baget), lo que en principio puede indicar una alta transmisividad. El karst saturado de Simat y Baget está bien desarrollado, y su velocidad de descarga es muy parecida. Por contra, en Aliou es muy reducido, aunque se descarga mucho más rápidamente.

Esto se puede constatar fácilmente si calculamos el porcentaje de volumen vaciado durante el agotamiento respecto al total que puede ser vaciado por el manantial para un mismo periodo de tiempo; así por ejemplo, a los 25 días de producirse el aguacero por el manantial de La Villa se ha vaciado el 25%, por F. Mayor el 15%, por Aliou el 20% y por Baget el 13%.

b) Respecto a la franja no saturada

La no existencia en el manantial de La Villa de una curva de decrecida indica que en el acuífero de El Torcal de Antequera el agua infiltrada hacia la franja saturada se realiza "lentamente"; por tanto, la franja no saturada es poco transmisiva y bastante reguladora. En los otros tres acuíferos tratados existe una curva de decrecida bien definida, el agua se incorpora a la franja saturada mucho más rápidamente a través de grandes fracturas y drenes localizados en la franja no saturada, si bien en el acuífero de Simat este flujo es más homogéneo en el tiempo que en el de Baget. En el acuífero de Aliou la franja no saturada apenas si regula el agua procedente de la lluvia, el flujo a través de la misma circula por zonas altamente transmisivas, la mayoría del volumen de agua sale por el manantial durante la decrecida.

Para el mismo periodo de tiempo calculado para la franja saturada de 25 días, el porcentaje de agua drenado durante la decrecida resulta ser para F. Mayor del 10%, para Baget del 9% y para Aliou del 60%.

B) Expresión de Coutagne

Desde otra hipótesis diferente a la expuesta en los epígrafes anteriores, se puede considerar la recesión como una función continua que responde al vaciado de un sólo sistema. Sin embargo, la velocidad con que se produce la descarga puede ser variable, pero sigue una expresión cuyos parámetros, dependientes de las características hidráulicas y geométricas del acuífero, varían en función de la carga hidráulica del acuífero y por tanto del caudal de salida.

Una de las funciones que mejor se ajusta a los hidrogramas generados en las surgencias kársticas es la fórmula de COUTAGNE (1968). Se apoya en el postulado inicial

$$Q = C V^n$$

en la que Q es el caudal del manantial, C una constante, V es el volumen almacenado que puede ser drenado por el manantial y n un exponente que varía entre 0 y 2.

El caudal en cada instante vendrá dado por

$$Q_t = dV/dt$$

por tanto

$$dV/dt + C V^n = 0$$

Las soluciones de esta ecuación diferencial según los valores de n son las siguientes:

a) para $n = 1$:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha t}$$

b) para $n \neq 1$:

$$Q_t = Q_0 (1+(n-1) \alpha_0 t)^{n/1-n}$$

El coeficiente de agotamiento α_t en cada instante es variable y depende de α_0 (ajustado a Q_0), de n y del caudal de descarga:

$$\alpha_t = \alpha_0 (1+(n-1) \alpha_0 t)^{-1}$$

En general el volumen almacenado en el tiempo t vendrá dado por

$$V_t = \int_t^{\infty} Q_0 (1+(n-1) \alpha_0 t) dt$$

resolviendo (en el apartado 3.4 de la segunda parte explicaré con más detalle las expresiones que genera la fórmula de Coutagne)

$$V_t = Q_t/\alpha_t$$

Al dividir la función de variación del coeficiente α_t entre α_0 se obtiene una nueva función H que no depende de la amplitud de la crecida, con características similares a la función Y descrita por MANGIN (1975), pero referida a la totalidad de la curva de rece-

sión, el rango de variación de dicha función es entre 0 y 1, y se escribe como

$$H = (1+(n-1) \alpha_0 t)^{-1}$$

Cuando se aplica la función de Coutagne a las surgencias kársticas, en la mayoría de los casos, el parámetro n toma valores altos, superiores a 1, debido a la necesidad de ajustar decrecidas muy pronunciadas. En estas circunstancias la función decrece rápidamente, pero pronto llega a tomar valores negativos, por lo que conviene utilizar un nuevo parámetro Q_b que puede hacer referencia a un caudal base en el sistema, generalmente el mínimo registrado en el hidrograma. El caudal es asimilable, bien a la descarga de acuitardos anexos al sistema kárstico, bien a la descarga de sectores muy poco transmisivos dentro del propio acuífero, sin descartar la posibilidad de que se trate de un parámetro sin sentido físico. Las nuevas expresiones que se obtienen son:

$$Q_t = (Q_0 - Q_b) (1+(n-1) \alpha_0 t)^{n/1-n} + Q_b$$

y el volumen almacenado que sería drenado del acuífero en el tiempo t

$$V_t = (Q_t - Q_b) / \alpha_t$$

La expresión de Coutagne ha sido aplicada a los cuatro hidrogramas mencionados anteriormente, con ajustes relativamente buenos como muestra la figura 18 (en La Villa sería la misma que la ajustada al agotamiento, ya que $n=1$). En la tabla II se recogen los parámetros ajustados de la función. De los resultados obtenidos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

a) Los valores de n indican que la relación entre el caudal de salida del manantial y la carga hidráulica (h) es lineal en el manantial de La Villa, mientras que en los otros tres es proporcional a h^n , se puede asimilar a la descarga por un umbral superior, de modo que la sección de desagüe disminuye con la disminución del volumen embalsado.

b) En la figura 19(A) se representa la función H calculada para los hidrogramas de F. Mayor, Aliou y Baget, que indica la velocidad de vaciado del acuífero. Tanto en Aliou como en Baget se registra un fuerte descenso en los primeros instantes de la recesión, seguida de una rápida estabilización; en Baget el descenso inicial es menos pronunciado, sin embargo la estabilización se consigue mucho más tarde que en los dos restantes. Este

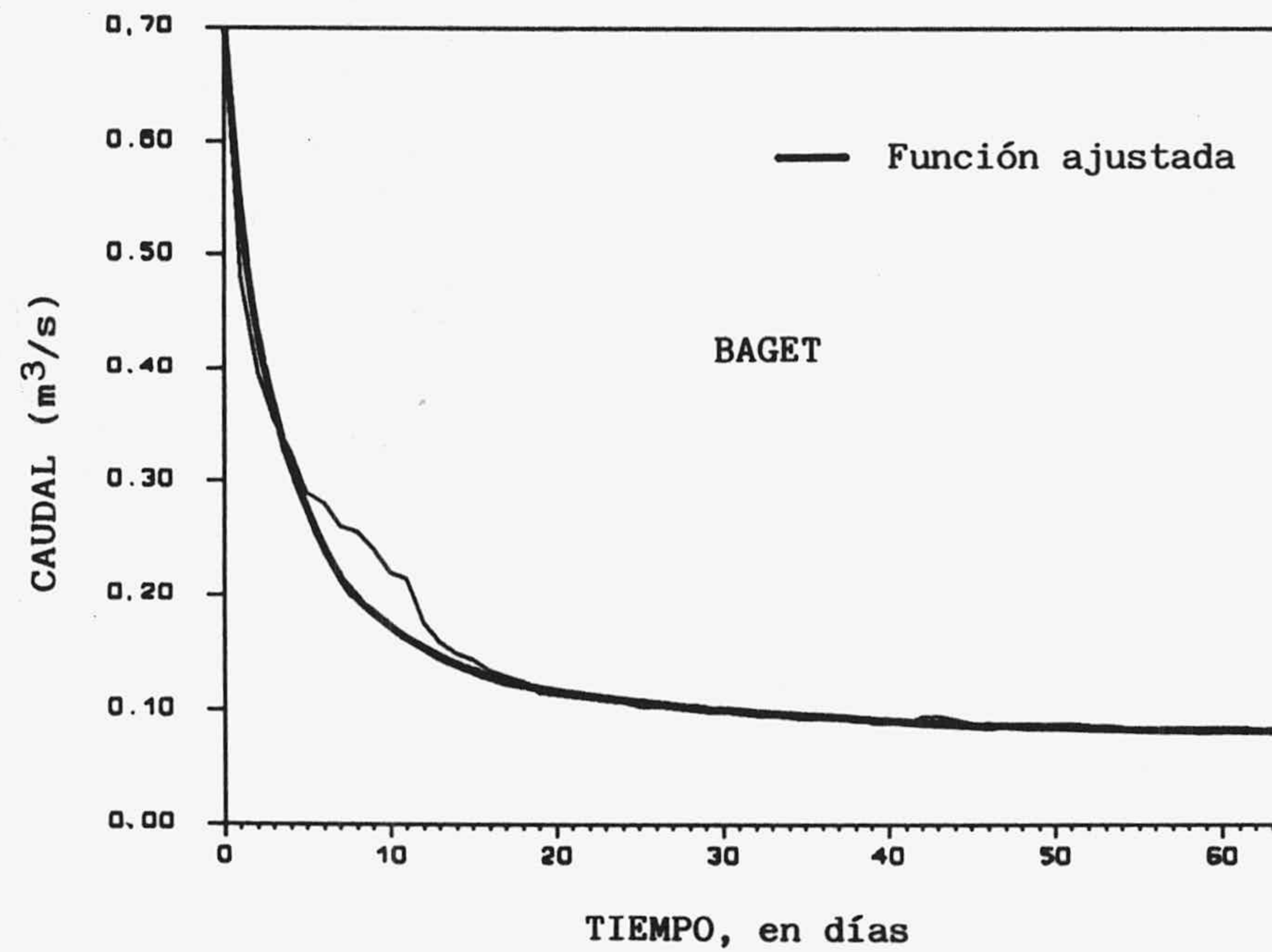
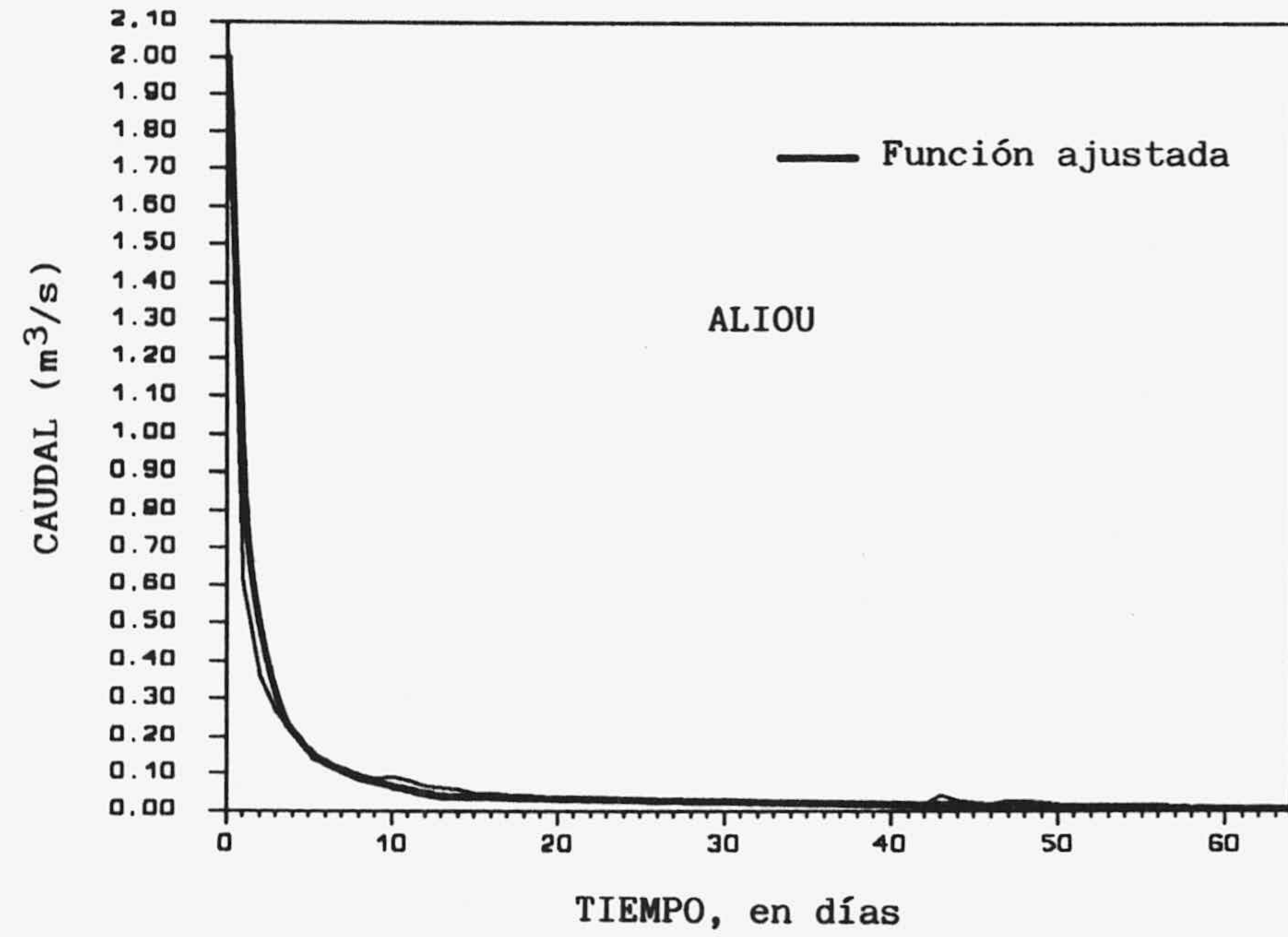
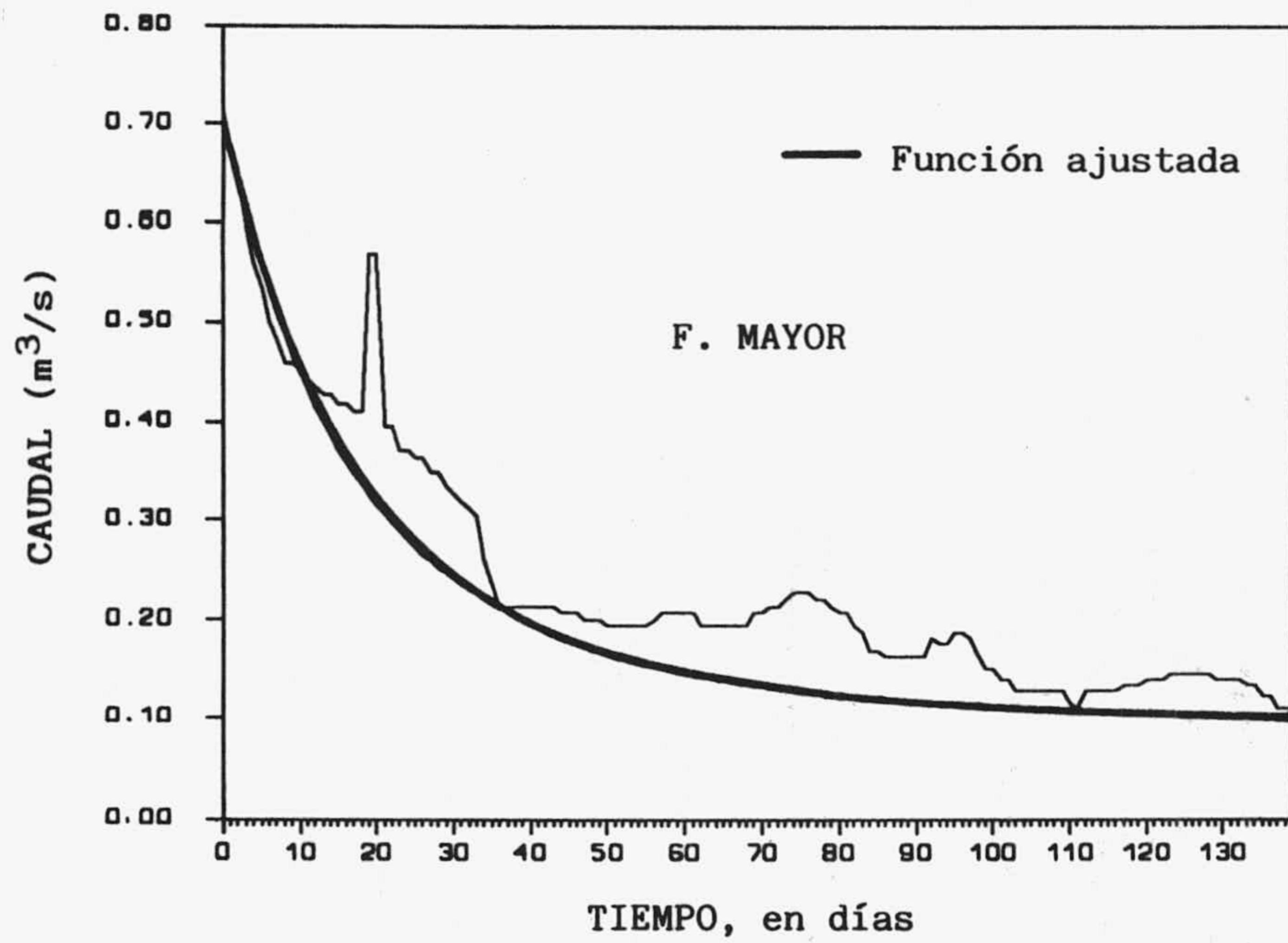


Fig. 18.- Función de Coutagne ajustada a las recesiones de F. Mayor, Aliou y Baget.

Manantial	Q_0	α_0	n	Q_b
LA VILLA	1.350	0.013	1	--
F. MAYOR	0.750	0.040	1.5	0.09
ALIOU	2.020	0.330	2	--
BAGET	0.700	0.160	2	0.08

Tabla II.- Parámetros ajustados de la función de Coutagne a las cuatro recesiones estudiadas.

hecho queda también indicado en la figura 19(B), donde se representa el porcentaje de volumen drenado a través de los manantiales respecto al inicial almacenado. Al comparar la función H con la Y de la figura 16(A), se observa que ambas tienen comportamientos similares en los tres manantiales estudiados, con la diferencia de que la primera está referida a la totalidad de la recesión, mientras que la segunda se ciñe exclusivamente a la decrecida.

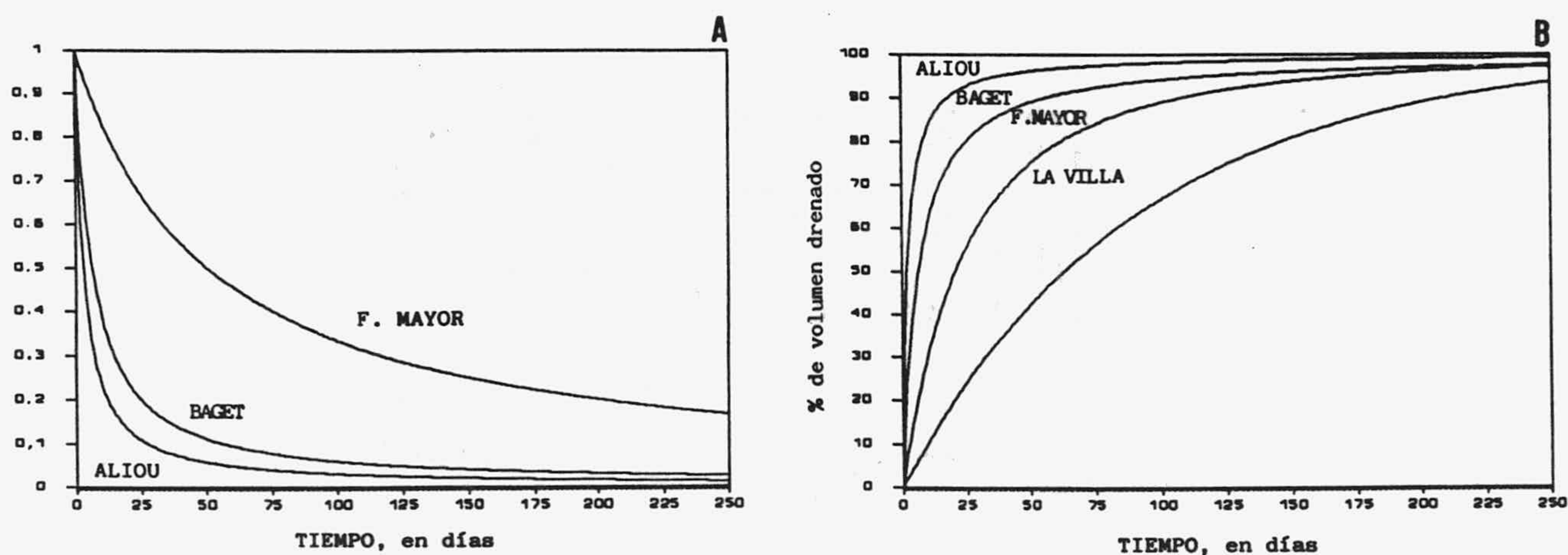


Fig. 19.- (A) Función H ajustada a las recesiones. (B) Porcentaje del volumen drenado respecto al "almacenado" al inicio de la recesión.

c) Si consideramos la curva de recesión originada por la descarga de la franja saturada del acuífero, criterio inicial al aplicar la expresión de Coutagne, podemos concluir que los acuíferos de Aliou y Baget presentan una franja saturada con grandes fracturas y

drenes de alta transmisividad que producen una rápida descarga, con sectores capacitivos de muy baja conductividad hidráulica y , consecuentemente, de circulación muy lenta, sin apenas existir transición entre estos dos elementos. En Simat las descargas iniciales no son tan bruscas y, por tanto, el sistema de drenes y fracturas será menos transmisivo, con zonas de transición entre los elementos transmisivos y capacitivos; es, por tanto, más homogéneo que los anteriores. El acuífero de El Torcal es un caso extremo ya que presenta una homogeneidad casi absoluta, y es más parecido a un acuífero por porosidad que a uno kárstico, con un coeficiente de agotamiento α constante e independiente de la carga hidráulica. En la figura 20 se representa la variación del coeficiente α en función del caudal de salida, se calcula mediante la expresión

$$\alpha_t = \alpha_0 (Q_t/Q_0)^{(n-1)/n}$$

y si se considera un caudal base (Q_b)

$$\alpha_t = \alpha_0 [((Q_t - Q_b)/(Q_0 - Q_b))^{(n-1)/n}]$$

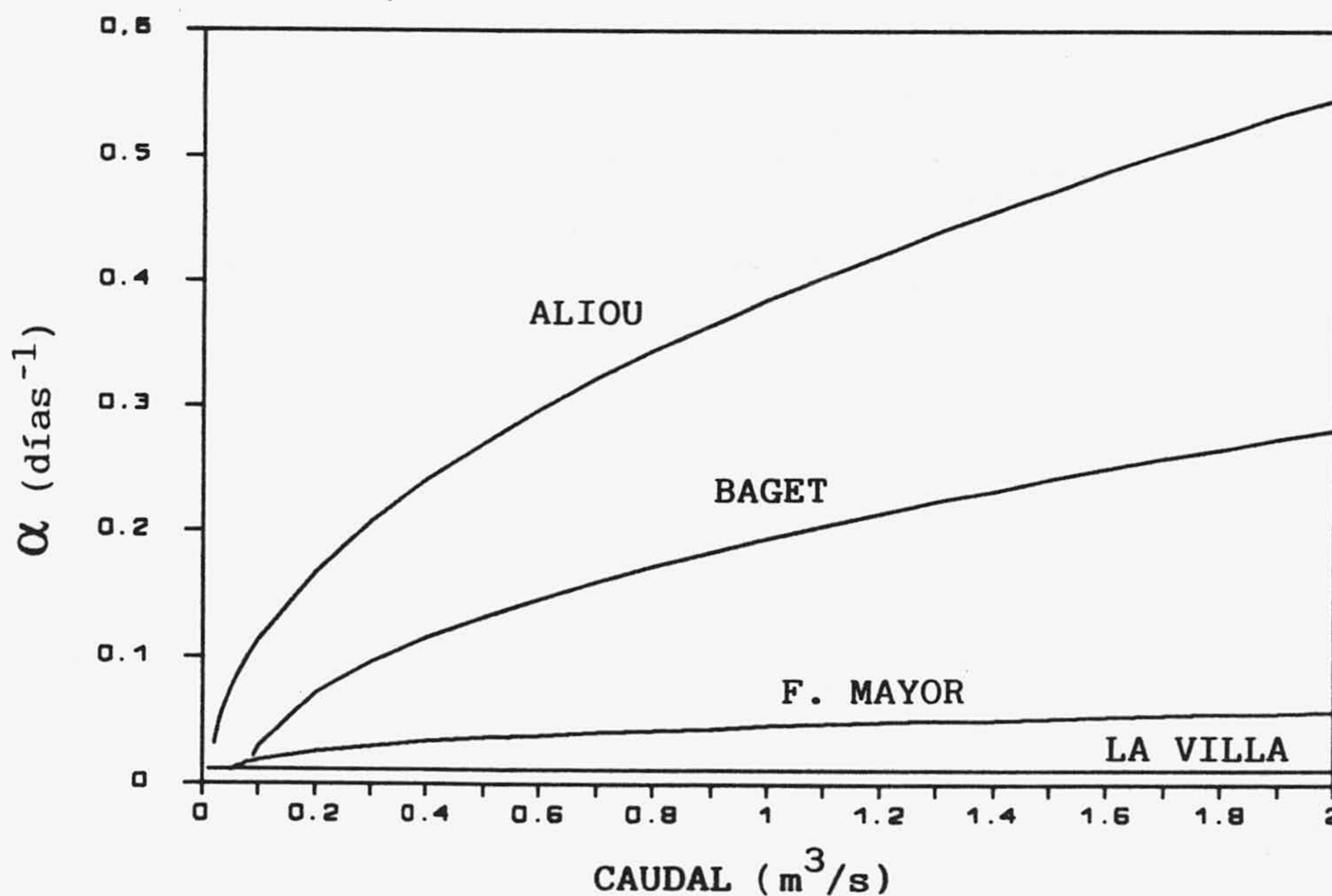


Fig. 20.- Variación del coeficiente α respecto al caudal de salida por el manantial.

Para caudales relativamente altos el mayor coeficiente lo presenta, con diferencia, Aliou, seguido de Baget, mientras que F. Mayor queda muy por debajo de los anteriores. En los dos primeros existe un cambio brusco de α para caudales inferiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$, sin embargo, en F. Mayor la variación de α respecto al caudal es menos apreciable en caudales bajos, y se mantiene más constante en el resto de la curva.

4. ANALISIS DE CAUDALES CLASIFICADOS

4.1 INTRODUCCION

El caudal de las surgencias kársticas puede estar condicionado por la existencia de varias formas de circulación dentro del propio acuífero. El ajuste de leyes de distribución a los caudales clasificados resulta un método interesante para poner de manifiesto la existencia de correlación en la ocurrencia de caudales de distinta intensidad, y por tanto de fenómenos de naturaleza diferente.

Las leyes de distribución más aplicadas en hidrología superficial son las lognormal y gamma-2 (HERAS, 1970; VILARO, 1983), adaptables también, en algunos casos, a los caudales de los manantiales. No obstante, MANGIN (1971) sugiere una ley de distribución que se deriva de la de Laplace, de fácil utilización y que se adapta muy bien al comportamiento de las surgencias kársticas. Esta ley de probabilidad es de la forma

$$F(x) = \text{Prob}(X < x) = \frac{2}{\sqrt{2}} \int_0^x e^{-u^2/2} du$$

en la que:

- en caso de linealidad aritmética:

$$X = a (Q - Q_0)$$

la media m_Q viene dada por

$$m_Q = 0.79788/a + Q_0$$

y la desviación típica s_Q por

$$s_Q = 0.6028/a = 0.756 (m_Q - Q_0)$$

- y en caso de linealidad exponencial:

$$X = a (\log Q - \log Q_0)$$

con la media igual a

$$m_Q = Q_0 e^{A^2/2}$$

y la desviación típica

$$s_Q = Q_0 \sqrt{e^{2A^2} - e^{A^2}}$$

donde $A = 2.30/a$

El caudal Q_0 representa el punto de intersección con el eje de abscisas, con probabilidad nula; y a es un parámetro de ajuste que indica la pendiente de la recta en papel probabilístico, siempre positivo.

Resulta interesante determinar el coeficiente de variación v ($v=m_Q/s_Q$) que indica la dispersión de los caudales respecto a la media. Por ser adimensional es útil para comparar los ajustes realizados en las distintas surgencias.

Es evidente que el ajuste de leyes de distribución a los caudales clasificados no puede ser considerado como un modelo, puesto que no responde a la realidad física del fenómeno tratado, donde cualquier otra ley de características diferentes puede llevar a los mismos o distintos resultados, sobre todo en los manantiales kársticos en los que el caudal en un instante dado puede ser consecuencia de varias formas de transferencia, este hecho no puede ser disociado con esta metodología, puesto que la única variable que se estudia es la ocurrencia de intensidades, independientemente de la relación temporal.

4.2. APLICACIONES

Un estudio más extenso y detallado de esta metodología aplicada al estudio de manantiales kársticos, en el que se incluye los de Aliou y Baget, puede encontrarse en MANGIN (1975).

El análisis probabilístico de la curva de caudales clasificados se ha aplicado a las series cronológicas de las cuatro surgencias kársticas mencionadas anteriormente. La existencia de una desconexión, falta de correlación, entre las aguas altas-medias y bajas indicará la presencia de dos funcionamientos hidrodinámicos diferentes, que se pone de manifiesto por una ruptura de pendiente en la recta ajustada sobre papel probabilístico.

4.2.1. Manantial de La Villa

El análisis se ha efectuado sobre una serie de caudales diarios que se extiende desde el 1 de octubre de 1974 al 30 de septiembre de 1981, cubriendo un total de 7 ciclos hidrológicos completos; el caudal medio registrado es de 0.407 m³/s. En la tabla III se recogen los 14 intervalos de clase en los que se han agrupado los caudales y su distribución de frecuencias.

Clase	Nº días	%	% Ac.
0.00-0.10	27	1.06	1.06
0.10-0.20	711	27.81	28.87
0.20-0.30	425	16.62	45.79
0.30-0.40	323	12.63	58.12
0.40-0.50	367	14.35	72.47
0.50-0.60	288	11.26	83.74
0.60-0.70	119	4.65	88.39
0.70-0.80	81	3.17	91.56
0.80-0.90	39	1.53	93.08
0.90-1.00	29	1.13	94.22
1.00-1.10	34	1.33	96.64
1.10-1.20	28	1.10	98.56
1.20-1.30	49	1.92	98.56
> 1.30	37	1.45	100.00

Tabla III.- Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de La Villa.

La ley que mejor se ajusta a la distribución es la lognormal (Fig. 21). Sin embargo, existe una desviación apreciable en los caudales inferiores a 0.2 m³/s que puede ser atribuible, en principio, a una distribución diferente de las aguas bajas. No obstante, hay que señalar que puede existir un error apreciable en la estimación de caudales bajos, por la presencia de un canal de derivación anterior a la escala limnimétrica con una capacidad de 200 l/s, que obliga a realizar mediciones aproximadas por debajo de este umbral.

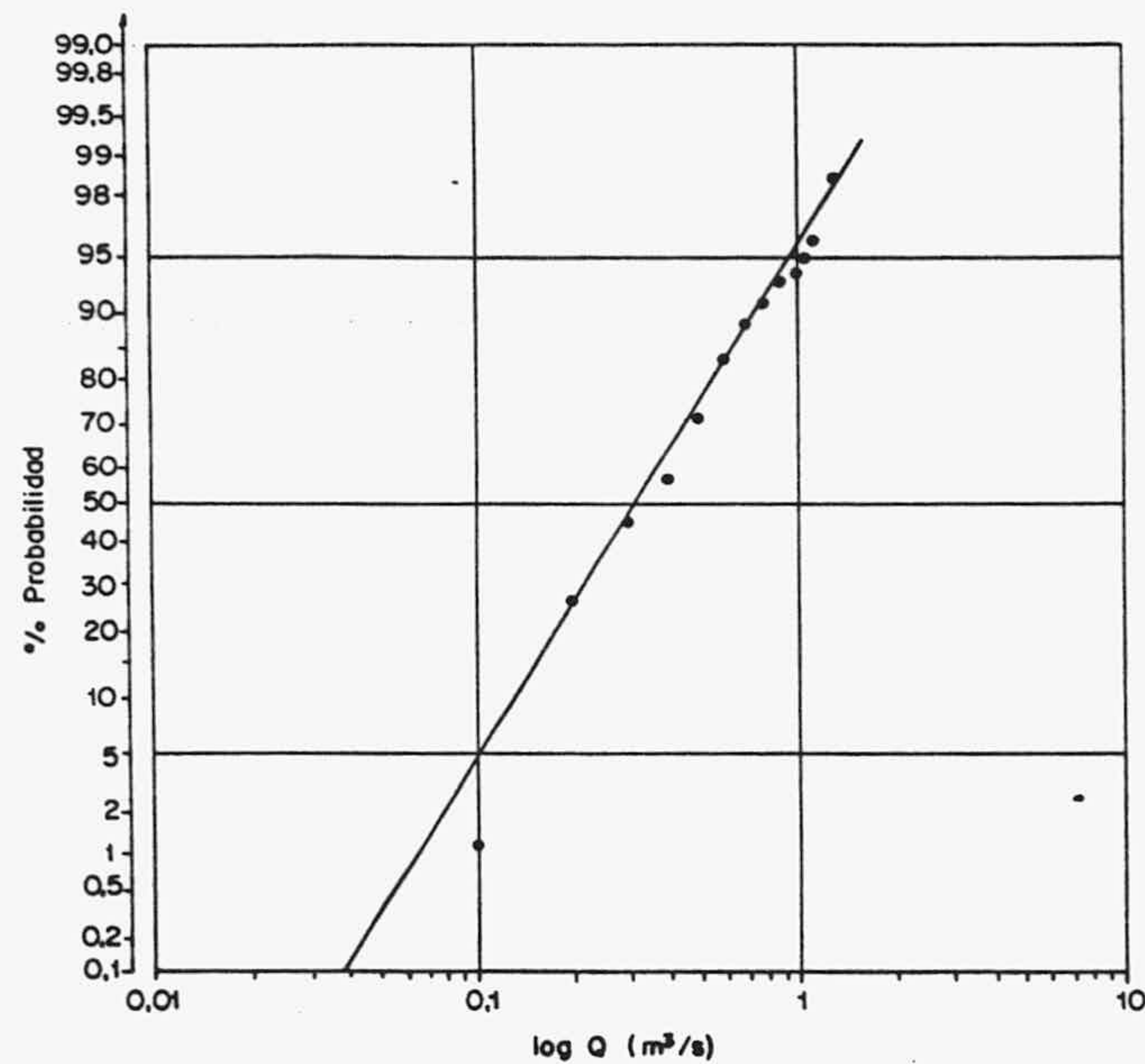


Fig. 21.- Ley lognormal ajustada a la distribución de caudales clasificados del manantial de La Villa.

Los estadísticos de la distribución ajustada son:

$$m_Q = 0.466 \text{ m}^3/\text{s} \quad S_Q = 0.259 \quad v = 1.820$$

A la vista de los resultados, y apoyándose también en los ya obtenidos con anterioridad, se puede afirmar que existe una correlación estadística homogénea entre la totalidad de los caudales del manantial, independientemente de su intensidad, y por tanto, suponer un origen hidrodinámico común.

4.2.2. Manantial de Fuente Mayor

Se ha analizado la serie de caudales diarios de F. Mayor comprendidos entre el 1 de octubre de 1973 y el 30 de septiembre de 1977, correspondiente a 4 ciclos hidrológicos. El caudal medio arrojado es de $0.225 \text{ m}^3/\text{s}$. En la tabla IV(A) se indican las 14 clases en que se han agrupado y las frecuencias obtenidas para cada unas de ellas.

A la curva de caudales clasificados he ajustado la distribución de LAPLACE propuesta por MANGIN (1971), en el caso en que la linearización de la función sea aritmética. Como se puede ver en la figura 22(A) se detecta un marcado cambio de pen-

A

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.00-0.05	0	0.00	0.00
0.05-0.10	134	9.18	9.18
0.10-0.15	463	31.71	40.89
0.15-0.20	283	19.38	60.27
0.20-0.25	130	8.90	69.18
0.25-0.30	165	11.30	80.48
0.30-0.35	60	4.11	84.59
0.35-0.40	44	3.01	87.60
0.40-0.45	42	2.88	90.84
0.45-0.50	33	2.26	92.74
0.50-0.55	25	1.71	94.45
0.55-0.60	21	1.44	95.89
0.60-0.65	32	2.19	98.08
> 0.65	28	1.92	100.00

B

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.000-0.025	0	0.00	0.00
0.025-0.050	0	0.00	0.00
0.050-0.075	1	0.09	0.09
0.075-0.100	133	11.32	11.40
0.100-0.125	178	15.15	26.56
0.125-0.150	285	24.26	50.81
0.150-0.175	166	14.13	64.94
0.175-0.200	117	9.96	74.89
0.200-0.225	80	6.81	81.70
0.225-0.250	50	4.26	85.96
0.250-0.275	99	8.43	94.38
0.275-0.300	66	5.62	100.00

C

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.30-0.35	60	21.05	21.05
0.35-0.40	44	15.44	36.49
0.40-0.45	42	14.74	51.23
0.45-0.50	33	11.58	62.81
0.50-0.55	25	8.77	71.58
0.55-0.60	21	7.37	78.95
0.60-0.65	32	11.23	90.18
> 0.65	28	9.82	100.00

Tabla IV.- Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de F. Mayor:
 A) todos los caudales, B) menores de 0.3 m³/s y C) mayores de 0.3 m³/s.

diente para caudales inferiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$. Existe una correlación diferente entre aguas altas y bajas. Para un mejor análisis se han vuelto a reagrupar los caudales en dos distribuciones, para caudales inferiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ y superiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ (tablas IV(B) y IV(C); y figuras 22(B) y 22(C) respectivamente). El ajuste de la ley escogida es bastante bueno para ambas distribuciones, no obstante, como en el caso del manantial de La Villa, vuelven a aparecer distorsiones en los caudales inferiores a $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$, posiblemente atribuible también a la inexactitud de la medida para caudales bajos.

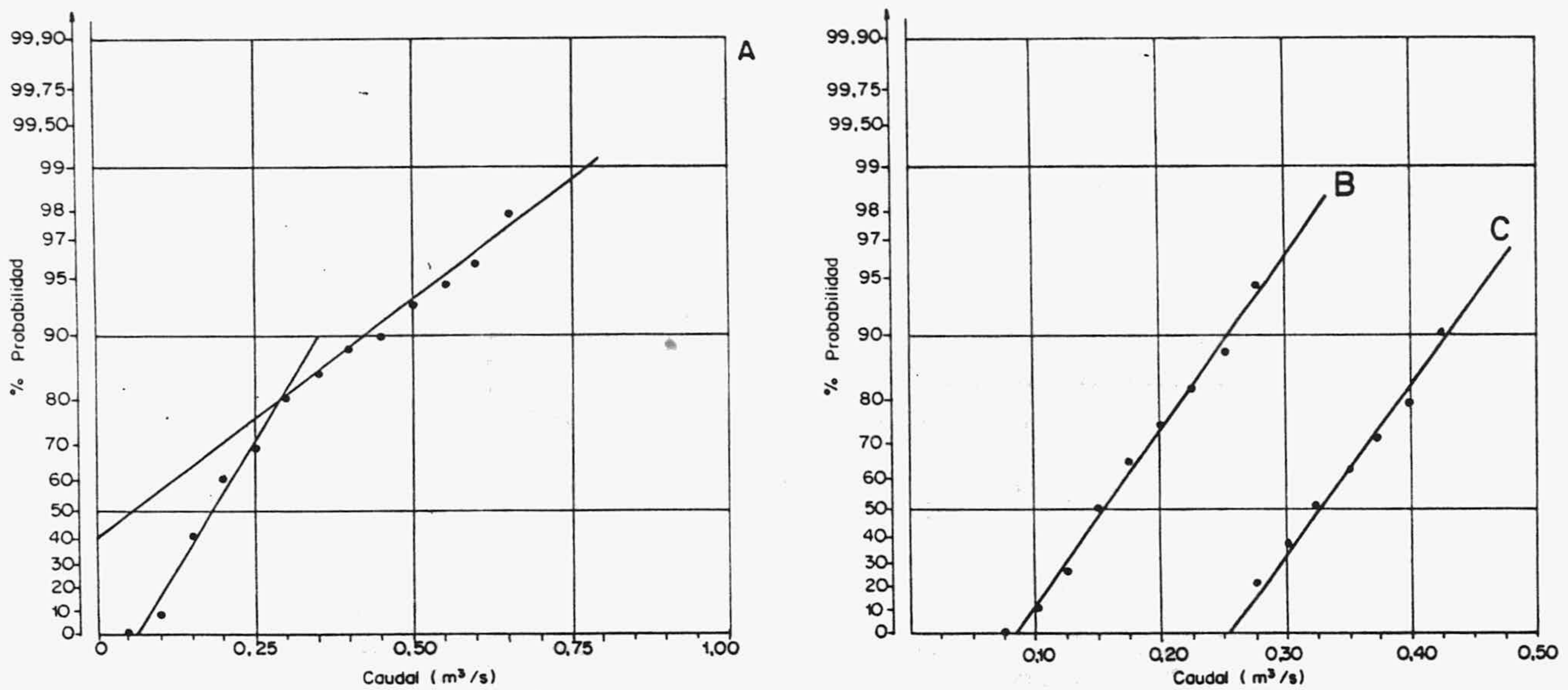


Fig. 22.- Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de F. Mayor: A) todos los caudales, B) menores de $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ y C) mayores de $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$

Los parámetros de la distribuciones ajustadas son:

- para caudales inferiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$Q_0 = 0.083 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.167 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.064 \quad v = 0.382 \\ a = 9.45$$

- para caudales superiores a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$Q_0 = 0.300 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.475 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.132 \quad v = 0.279 \\ a = 4.56$$

El caudal medio estimado para la totalidad de la serie a partir de los caudales medios de las dos distribuciones resulta ser de 0.227 m³/s. Los caudales medios obtenidos por el ajuste de la ley de distribución son bastante aproximados a los reales (0.166, 0.468 y 0.255 m³/s; para caudales <0.3, >0.3 y totalidad de la serie, respectivamente), puesto que la función ajustada sigue una linealidad aritmética. No ocurrirá así en el caso de linealidad exponencial, como se verá más adelante.

El porcentaje de volumen total drenado por cada uno de los dos grupos de caudales, que nos dará una idea del volumen de tránsito en aguas altas frente al de aguas bajas. Se obtiene a partir del caudal medio estimado. Por ejemplo, para caudales superiores a 0.3 m³/s la expresión sería

$$\% V_{(>0.3)} = m_{Q(>0.3)} N_{(>0.3)} / (m_Q N)$$

donde N(>0.3) y N indican el número de días en que se produce un caudal superior a 0.3 m³/s y el número total de días de la serie, respectivamente. Para caudales superiores a 0.3 m³/s se ha obtenido un 59.2 % frente al 40.8 % para caudales inferiores.

4.2.3. Manantial de Aliou

He analizado la serie de caudales diarios comprendidos entre el 1 de Octubre de 1969 hasta el 30 de Septiembre de 1973, recoge un total de 4 ciclos hidrológicos completos, con un caudal medio de 0.458 m³/s. En la tabla V(A) se recogen los caudales clasificados y su frecuencias.

La distribución ajustada es la de LAPLACE en el caso de linealidad exponencial. En la figura 23(A) se representa la distribución de los caudales clasificados en papel probabilístico; como se puede observar existe un marcado cambio de pendiente para caudales inferiores a 0.2 m³/s. He vuelto a reagrupar los caudales en superiores e inferiores a este umbral. Las tablas V(B) y V(C) y en las figuras 23(A) y 23(B) recogen los nuevos caudales clasificados y su distribución en papel probabilístico.

A

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.00-0.05	467	34.02	34.02
0.05-0.10	156	10.68	44.70
0.10-0.15	70	4.79	49.49
0.15-0.20	73	5.00	54.48
0.20-0.25	92	6.30	60.78
0.25-0.30	68	4.65	65.43
0.30-0.35	52	3.56	68.99
0.35-0.40	42	2.87	71.87
0.40-0.45	36	2.46	74.33
0.45-0.50	36	2.46	76.80
0.50-1.00	170	11.64	88.43
1.00-1.50	68	4.65	93.09
1.50-2.00	38	2.60	95.69
2.00-2.50	20	1.37	97.06
2.50-3.00	10	0.68	97.74
3.00-3.50	7	0.48	98.22
3.50-4.00	8	0.55	98.77
4.00-4.50	4	0.27	99.04
4.50-5.00	3	0.21	99.25
5.00-5.50	2	0.14	99.38
5.50-6.00	1	0.07	99.45
6.00-6.50	3	0.21	99.66
> 6.50	5	0.34	100.00

B

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.000-0.025	290	36.43	36.43
0.025-0.050	207	26.01	62.44
0.050-0.075	79	9.92	72.36
0.075-0.100	77	9.67	82.04
0.100-0.125	31	3.86	85.93
0.125-0.150	39	4.90	90.83
0.150-0.175	28	3.52	94.35
0.175-0.200	45	5.65	100.00

C

Clase	Nºdías	%	% Ac.
0.20-0.25	92	13.83	13.83
0.25-0.30	68	10.23	24.06
0.30-0.35	52	7.82	31.88
0.35-0.40	42	6.32	38.20
0.40-0.45	36	5.41	43.61
0.45-0.50	36	5.41	49.02
0.50-1.00	170	25.56	74.56
1.00-1.50	68	10.23	84.81
1.50-2.00	38	5.71	90.53
2.00-2.50	20	3.01	93.53
2.50-3.00	10	1.50	95.04
3.00-3.50	7	1.05	96.09
3.50-4.00	8	1.20	97.29
4.00-4.50	4	0.60	97.89
4.50-5.00	3	0.45	98.35
5.00-5.50	2	0.30	98.65
5.50-6.00	1	0.15	98.80
6.00-6.50	3	0.45	99.25
> 6.50	5	0.75	100.00

Tabla V.- Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de Aliou:
 A) todos los caudales, B) menores de 0.2 m³/s y C) mayores de 0.2 m³/s.

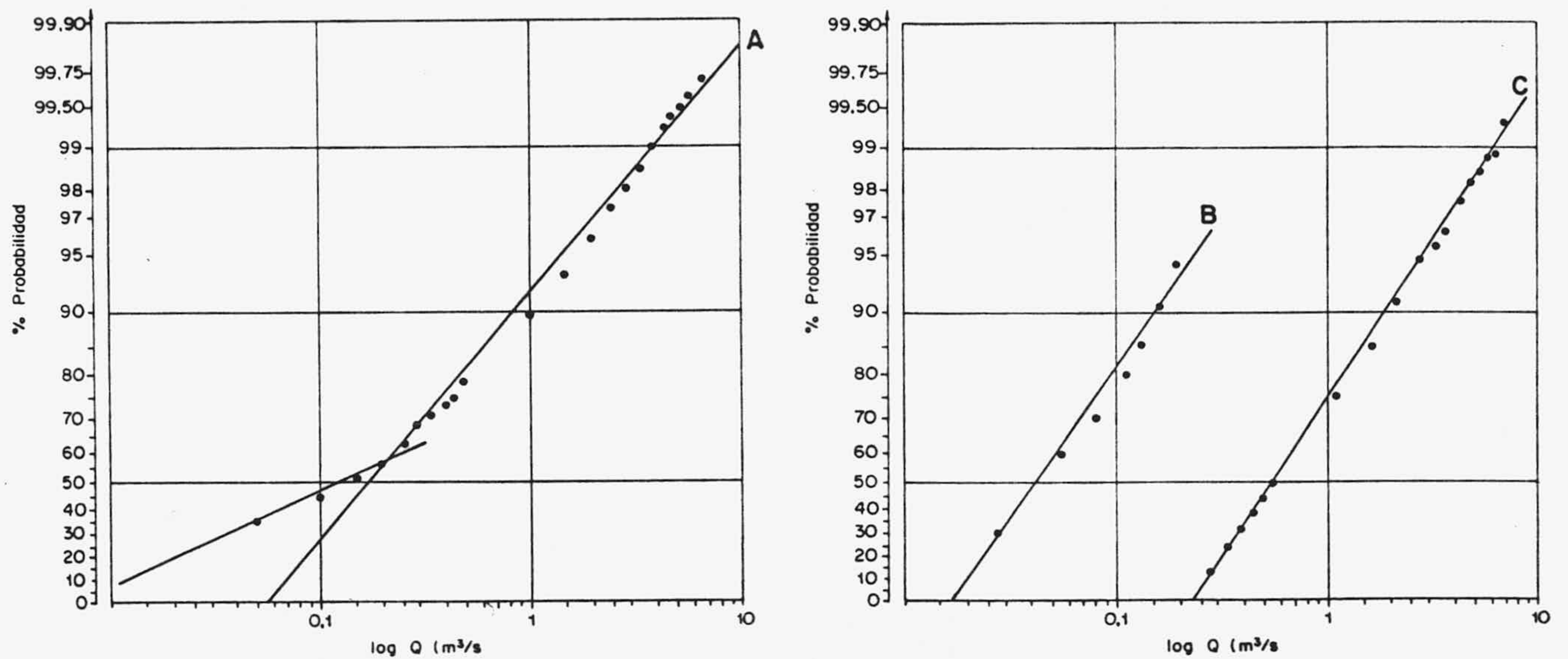


Fig. 23.- Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de Aliou: A) todos los caudales, B) menores de $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ y C) mayores de $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$.

Los parámetros de ajuste de las dos distribuciones son los siguientes:

- para caudales inferiores a $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$Q_0 = 0.015 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.038 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.090 \quad v = 2.368 \\ a = 1.68$$

- para caudales superiores a $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$Q_0 = 0.200 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.456 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.935 \quad v = 2.051 \\ a = 1.79$$

El caudal medio estimado en el ajuste de la ley de distribución corresponde al centro de una masa con linealidad logarítmica frente a la variable aleatoria; por tanto, se aleja mucho del real y en absoluto es representativo de la media aritmética. Sin embargo sí es indicativo el porcentaje del volumen total de tránsito calculado a partir del caudal medio estimado, para caudales inferiores a $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ es del 9.6% y, para caudales superiores,

del 90.4 %. El volumen drenado del acuífero de Aliou a través del manantial es considerablemente superior en aguas altas que en las bajas.

4.2.4. Manantial de Baget

El periodo de estudio se extiende desde el 1 de octubre de 1968 al 30 de septiembre de 1973 (5 ciclos hidrológicos), el caudal medio registrado ha sido de 0.488 m³/s. En la tabla VI(A) se recogen los intervalos de clase utilizados y sus frecuencias.

Al igual que en Aliou, la distribución de Laplace da una buena alineación, si consideramos una relación logarítmica entre la variable aleatoria y el caudal (Fig. 24 A). Así mismo, se observa un cambio de pendiente para caudales inferiores a 0.3 m³/s.

La separación de los caudales en dos nuevas agrupaciones -caudales inferiores a 0.3 m³/s y superiores- queda recogida en las tablas VI(B) y VI(C), ambas presentan una buena alineación de los puntos en papel probabilístico con la ley escogida (Fig. 24 B y 24 C).

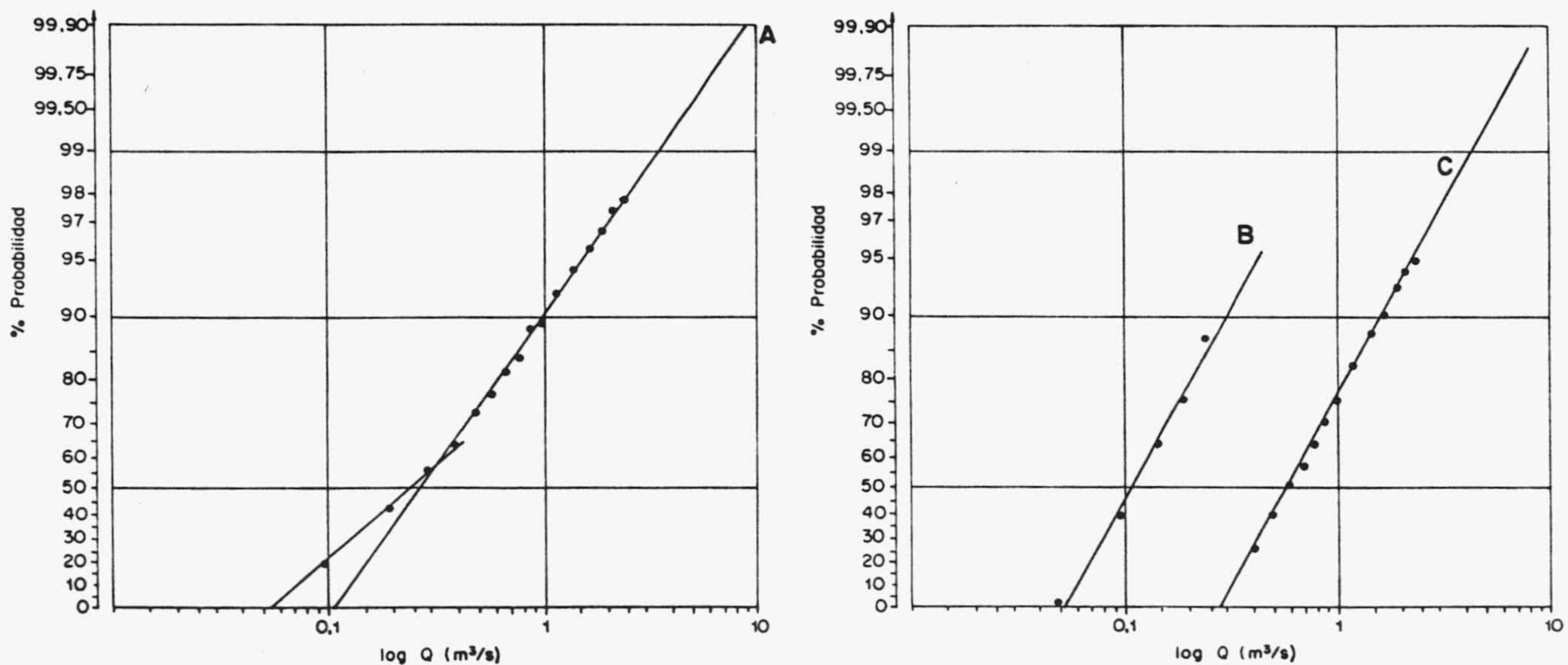


Fig. 24.- Leyes de Laplace ajustadas a los caudales clasificados del manantial de Baget: A) todos los caudales, B) menores de 0.3 m³/s y C) mayores de 0.3 m³/s.

A

Clase	Nº días	%	% Ac.
0.00-0.10	377	20.65	20.65
0.10-0.20	357	19.55	40.20
0.20-0.30	231	12.65	52.85
0.30-0.40	197	10.79	63.64
0.40-0.50	148	8.11	71.74
0.50-0.60	83	4.55	76.29
0.60-0.70	76	4.16	80.45
0.70-0.80	55	3.01	83.46
0.80-0.90	54	2.69	86.42
0.90-1.00	32	1.75	88.17
1.00-1.25	69	3.78	91.95
1.25-1.50	44	2.41	94.36
1.50-1.75	25	1.37	95.73
1.75-2.00	17	0.93	96.66
2.00-2.25	11	0.60	97.26
2.25-2.50	5	0.27	97.54
> 2.50	45	2.46	100.00

B

Clase	Nº días	%	% Ac.
0.000-0.050	4	0.41	0.41
0.050-0.100	373	38.65	39.07
0.100-0.150	232	24.06	63.11
0.150-0.200	125	12.95	76.06
0.200-0.250	106	10.98	87.05
0.225-0.300	125	12.95	100.00

C

Clase	Nº días	%	% Ac.
0.30-0.40	197	22.88	22.88
0.40-0.50	148	17.19	40.07
0.50-0.60	83	9.64	49.71
0.60-0.70	76	8.83	58.54
0.70-0.80	55	6.36	64.92
0.80-0.90	54	6.27	71.20
0.90-1.00	32	3.72	74.91
1.00-1.25	69	8.01	82.93
1.25-1.50	44	5.11	88.04
1.50-1.75	25	2.90	90.94
1.75-2.00	17	1.97	92.92
2.00-2.25	11	1.28	94.19
2.25-2.50	5	0.58	94.17
> 2.50	45	5.23	100.00

Tabla VI.- Distribución de frecuencias de los caudales clasificados del manantial de Baget: A) todos los caudales, B) menores de 0.3 m³/s y C) mayores de 0.3 m³/s.

Los parámetros obtenidos al ajustar la ley de distribución son los siguientes:

- para caudales inferiores a 0.3 m³/s:

$$Q_0 = 0.053 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.095 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.14 \quad v = 1.47 \\ a = 2.14$$

- para caudales superiores a 0.3 m³/s:

$$Q_0 = 0.280 \text{ m}^3/\text{s} \quad m_Q = 0.508 \text{ m}^3/\text{s} \quad s_Q = 0.769 \quad v = 1.514 \\ a = 2.11$$

El porcentaje del volumen total de tránsito drenado por los caudales superiores a 0.3 m³/s es de 81.4 %, frente al 18.6 % por los inferiores. Al igual que en Aliou, aunque en menor medida, la mayor parte del agua del acuífero de Baget drenada por el manantial se hace en aguas altas.

4.3. DISCUSION Y CONCLUSIONES

Con el análisis de la distribución de los caudales clasificados se diferencian distintos comportamientos de las aguas del manantial, como consecuencia de un régimen diferente en aguas altas que en aguas bajas.

El tratamiento de la totalidad de la serie de caudales disponibles presenta la ventaja de reflejar el funcionamiento medio del manantial, frente al análisis parcial de las curvas de recesión; sin embargo, al contrario que éste, no es capaz de separar cuantitativamente las aguas procedentes de varios regímenes de flujo.

El estudio de los caudales clasificados de los cuatro manantiales seleccionados (una síntesis de los resultados se recoge en la tabla VII) me lleva a esbozar las siguientes conclusiones:

a) En el estudio de los caudales clasificados del manantial de La Villa no se distingue una diferencia clara entre caudales altos y bajos, las aguas proceden de un drenaje

Manantial	Dis. Ajus.	rango	Q_0	a	m_Q	s_Q	v	%Vol
LA VILLA	Lognormal	total	---	--	0.466	0.259	1.820	--
F. MAYOR	Laplace lineal	< 0.3	0.083	9.45	0.167	0.064	0.382	59.2
		> 0.3	0.300	4.56	0.475	0.132	0.279	40.8
ALIOU	Laplace Expon.	< 0.2	0.015	1.68	0.038	0.090	2.368	9.6
		> 0.2	0.200	1.79	0.456	0.935	2.051	90.4
BAGET	Laplace Expon.	< 0.3	0.053	2.14	0.095	0.140	1.470	18.6
		> 0.3	0.280	2.11	0.508	0.769	1.514	81.4

Tabla VII.- Resumen de los resultados obtenidos con el análisis de los caudales clasificados: Q_0 y a , parámetros de la distribución ajustada; m_Q , media de la distribución; s_Q , desviación típica; y v , coeficiente de variación.

y homogéneo del acuífero. No así en los tres manantiales restantes, donde se distingue una marcada diferencia entre aguas altas y bajas. La ruptura de la pendiente de la recta ajustada a los puntos representados en papel probabilístico se produce a 0.3 m³/s en los manantiales de F. Mayor y Baget, y en 0.2 m³/s en Aliou. Puede ser indicativo del umbral de caudal (carga hidráulica) a partir del cual hay un cambio en el régimen de flujo.

b) El porcentaje del volumen de tránsito total drenado en aguas altas es mucho mayor en Aliou y Baget (90.4 % y 81.4 %, respectivamente) que en F. Mayor (40.8 %). Si bien existen dos funcionamientos diferentes en los tres acuíferos, en Aliou y Baget predomina cuantitativamente la circulación por grandes conductos y fracturas sobre el flujo por fisuras y pequeños conductos más capacitivos. Por tanto, se confirma que el acuífero de Simat de Valldigna presenta un mayor poder regulador que el de Aliou y Baget. Con el análisis de las curvas de recesión mediante la expresión de MANGIN (1975) ya se ponía de manifiesto este hecho, sin embargo se encontraba un funcionamiento más parecido entre los manantiales de F. Mayor y Baget (epígrafe 3.2). La diferencia de resultados puede ser explicada por el hecho de que en el volumen obtenido para aguas altas, en el análisis de los caudales clasificados, se consideran tanto las de flujo rápido, procedentes de la infiltración a través de la franja no saturada, como las de flujo lento del karst inundado en régimen no influenciado; en Baget estas últimas representan un porcentaje importante durante la decrecida.

5. ANALISIS DE CORRELACION Y ESPECTRAL

El análisis de correlación y espectral es una de las técnicas más eficaces que existen para caracterizar el funcionamiento de los acuíferos kársticos. Por un lado, amplía la visión parcial del análisis de hidrogramas de crecidas a la totalidad de la serie disponible, y por otro, considera la intensidad y disposición de los datos frente al análisis de caudales clasificados, que sólo tiene en cuenta la intensidad de los mismos.

Los métodos utilizados están basados en el análisis de las series cronológicas desarrolladas por JENKINS y WATTS (1968), HANNA (1970), BRILLINGER (1975), y BOX y JENKINS (1976). En principio fueron utilizados en hidrología de superficie para el completado de lagunas, previsión y muy frecuentemente como técnicas identificadoras y controladoras de los modelos estocásticos (DELLEUR, 1971; YEVJEVICH, 1972; SPOLIA et al., 1973, 1980; SALAS et al., 1980; etc). A partir de 1981 han sido utilizados como métodos descriptivos e identificadores de la estructura y componentes de los acuíferos kársticos (MANGIN, 1981 a y b; MANGIN y PULIDO-BOSCH, 1983; MANGIN, 1984; OBARTI, 1987; ANTIGÜEDAD, 1988; etc).

5.1. METODOS EMPLEADOS

En este epígrafe no pretendo realizar una explicación detallada de las expresiones utilizadas en el análisis de correlación y espectral. Un desarrollo matemático completo puede encontrarse en las obras de JENKINS y WATTS (1968) en el dominio temporal y en BRILLINGER (1975) o BOX y JENKINS (1976) en el dominio frecuencial.

Todas las funciones que se describen a continuación han sido programadas en FORTRAN V, y están incluidas en un paquete de programas que he realizado, destinado al tratamiento y análisis de series de interés en hidrogeología, instalado en un ordenador DATA-GENERAL modelo MV-10000.

Para que la metodología empleada tenga validez estadística, es necesario que las series cronológicas de partida (funciones aleatorias) cumplan la hipótesis de estacionaridad, al menos de segundo orden. En una serie discretizada en el tiempo ($x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$)

tendremos:

- **Estacionaridad de 1^{er} orden** cuando la esperanza matemática de la función aleatoria X (media aritmética, m) existe, y no depende del tiempo:

$$E(x) = m = \text{constante}$$

- **Estacionaridad de 2^o orden** cuando la covarianza de la función X existe y sólo depende de la longitud del vector que separa las variables y no de los puntos de apoyo:

$$E(x_t x_{t+k}) - m^2 = C_k$$

En la práctica es difícil que se cumpla la anterior hipótesis, debido a la existencia de tendencias en la serie; sin embargo, si bien localmente las series pueden no ser estacionarias, a escala hiperanual pueden considerarse estacionarias (Fig. 25), con lo cual, la aplicación del análisis correlatorio y espectral podrá ser correcto.

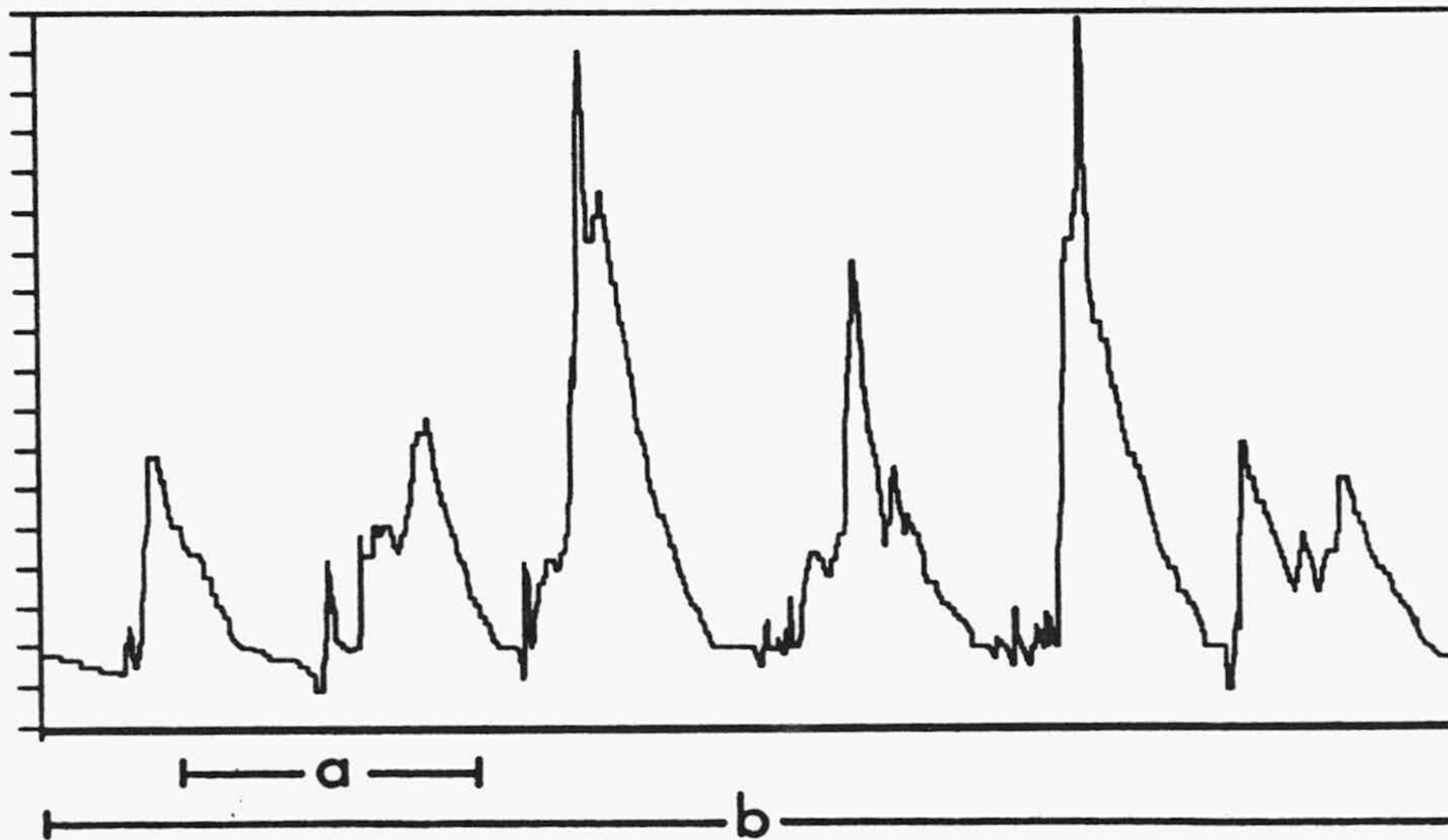


Fig. 25.- Estacionaridad según la longitud de la muestra: a) intervalo no estacionario, b) intervalo estacionario.

A) *Análisis simple*

Recurrimos al análisis simple para determinar la estructura de la serie y de sus componentes periódicas. Las funciones que voy a aplicar son: en el dominio temporal, la función de autocorrelación; y en el dominio frecuencial, la función de densidad espectral.

a) *Función de autocorrelación*

Corresponde a los coeficientes de autocorrelación R_k (valores de autocovarianza normalizada) obtenidos por desplazamientos sucesivos unitarios del vector que une los puntos de apoyo ($k = 0, 1, 2, \dots, m$). Para valores de truncación de $m > n/3$, donde n es la longitud de la serie, se considera que la función de autocorrelación no tiene consistencia estadística. La expresión es la siguiente

$$R_k = C_k/C_0 \quad \text{con} \quad C_k = 1/n \sum_{i=1}^{n-k} (x_i - m_x)(x_{i+k} - m_x)$$

donde C_0 es la varianza, C_k la autocovarianza, x_i los valores de la serie discretizados a intervalos constantes y m_x su media.

La gráfica de dicha función es el correlograma simple, que representa el grado de correlación que existe entre un dato y los inmediatamente posteriores, de modo que si no existe ninguna relación, como es el caso de las series totalmente aleatorias, R_k se anulará para los pasos de $k > 0$; y si existe, R_k irá decreciendo con mayor o menor rapidez, y se anulará a mayor o menor distancia, según el grado de correlación y la persistencia de la influencia de los datos sobre los posteriores (memoria del sistema).

b) *Función de densidad espectral*

Es la transformada de Fourier de la función de autocorrelación (teorema de Wiener-Kinchine; MAX, 1980), con ella se obtiene la repartición de la varianza para las diferentes frecuencias. Su expresión es

$$S_f = 2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^m D_k R_k \cos(2\pi Fk) \right]$$

en esta fórmula F representa el espaciado frecuencial escogido; en nuestro caso se ha

optado, para cualquier paso j , $F=j/2m$; R_k es el coeficiente de autocorrelación y D_k una función ponderadora o filtro que hace insesgada la estimación de S_f .

Existe un gran número de filtros (filtro Rectangular, Bartlett, Parzen, Tukey, etc); un resumen comparativo del efecto de cada uno de estos filtros sobre la función de salida puede encontrarse en OBARTI (1987). Para MANGIN (1981 a y b) el mejor adaptado, al análisis de series hidrogeológicas, es el de Tukey, cuya expresión es

$$D_k = (1+\cos(\pi k/m))/2$$

Desde el punto de vista del tratamiento de series hidrológicas, el espectro de densidad cubre el objetivo de separar las tres componentes periódicas: secular, estacional y aleatoria. La secular, tendencia de la serie, se pone de manifiesto por máximos en las bajas frecuencias; la aleatoria se constatará en las altas frecuencias; y la estacional en las intermedias.

B) Análisis cruzado

Con el análisis cruzado podremos inferir qué tipo de relación existe entre la serie de entrada, precipitación, y la serie de salida, caudales, de modo que conociendo la perturbación sufrida por la precipitación, podremos caracterizar y ponderar algunas de las propiedades del sistema intermedio que las conecta: el acuífero kárstico.

Las funciones que voy a utilizar son: en el dominio temporal la función de correlación cruzada; y en el dominio frecuencial el espectro cruzado (caracterizado por las funciones de amplitud cruzada y de fase), la función de coherencia y la función de ganancia.

a) Función de correlación cruzada

Su expresión es similar a la función de autocorrelación, con la diferencia de que, en vez de una, se trata de dos series discretizadas, la primera (x_1, x_2, \dots, x_n) como consecuencia de la segunda (y_1, y_2, \dots, y_n); no existe, por tanto, simetría entre ambas, $R_{+k} \neq R_{-k}$, por lo que es necesario calcular los coeficientes de correlación desde $-m$ hasta

+m. Las expresiones utilizadas son:

$$R_{+k} = R_{xy}(k) = C_{xy}(k)/(S_x S_y) \quad \text{con} \quad C_{xy}(k) = \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - m_x) (y_{t+k} - m_y)$$

$$R_{-k} = R_{xy}(k) = C_{yx}(k)/(S_x S_y) \quad \text{con} \quad C_{yx}(k) = \sum_{t=1}^{n-k} (y_t - m_y) (x_{t+k} - m_x)$$

para $k = 0, 1, 2, \dots$

donde

$$S_x^2 = \sum_{t=1}^n (x_t - m_x)^2 \quad \text{y} \quad S_y^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - m_y)^2$$

Desde el punto de vista hidrogeológico el correlograma cruzado representa la respuesta impulsional del acuífero frente a la excitación lluvia, es decir, da una idea de la forma del hidrograma unitario.

b) Espectro cruzado

La asimetría de la función de correlación cruzada obliga a expresar su espectro de densidad mediante un número complejo:

$$Sp_{xy}(f) = K_{xy}(f) - i q_{xy}(f)$$

i representa el número imaginario $\sqrt{-1}$, $k_{xy}(f)$ se denomina coespectro y $q_{xy}(f)$ espectro de cuadratura; se expresan de la forma

$$K_{xy}(f) = 2 [R_{xy}(0) + \sum_{k=1}^m (R_{xy}(k) + R_{xy}(-k)) D_k \cos(2\pi Fk)]$$

$$q_{xy}(f) = 2 [\sum_{k=1}^m (R_{xy}(k) - R_{xy}(-k)) D_k \sin(2\pi Fk)]$$

donde $F = j/2m$ y D_k es el filtro que permite obtener valores insesgados.

Sin embargo, la expresión más utilizada es

$$Sp_{xy}(f) = |S_{xy}| e^{-i\theta_{xy}(f)}$$

$S_{xy}(f)$ es la función de amplitud cruzada y $\phi_{xy}(f)$ la función de fase, de expresiones:

$$S_{xy}(f) = \sqrt{K_{xy}^2(f) + q_{xy}^2(f)}$$

$$\theta_{xy}(f) = \arctg(q_{xy}(f)/K_{xy}(f))$$

Tanto $S_{xy}(f)$ como $\theta_{xy}(f)$ tienen sentido físico y se aplican a sistemas lineales. Desde el punto de vista de su aplicación a series hidrológicas, la función de amplitud cruzada representa la duración de la respuesta impulsional, y pone de manifiesto el "filtro" realizado sobre las componentes periódicas de la serie de precipitación en la serie de caudales; caracterizará el poder regulador del sistema. La función de fase muestra el desfase entre las precipitaciones y caudales; su rango de variación de 2π , aunque generalmente se toma desde $-\pi$ hasta $+\pi$, pero hay que tener en cuenta que valores de $\theta = \pi + c$ nos darán en la función valores de $-\pi + c$; esta ambigüedad tiene que ser interpretada según la tendencia de la función. Cuando no existe una atenuación excesiva de la señal de entrada por el sistema, característica que pondrá de manifiesto las funciones de amplitud cruzada y ganancia, el desfase d puede ser obtenido por la expresión: $d = \theta/2\pi f$.

c) *Función de coherencia y función de ganancia*

A partir del espectro de densidad de varianza simple y cruzado se pueden calcular dos nuevas funciones: la función de coherencia, $C_{xy}(f)$, cuyo significado es la correlación que existe entre las dos series para cada frecuencia; y la función de ganancia, $G_{xy}(f)$, que responde a una regresión entre las series para cada frecuencia, de significado similar a la función de amplitud cruzada. Sus expresiones tienen la forma:

$$C_{xy}(f) = S_{xy}(f)/\sqrt{S_x(f) S_y(f)}$$

$$G_{xy}(f) = S_{xy}(f)/S_x(f)$$

Desde el punto de vista de su aplicación a las series temporales de precipitación-caudal, la función de coherencia pone de manifiesto si las variaciones en el caudal responden al mismo tipo de variaciones en la precipitación; en definitiva indica la correlación existente entre las variaciones periódicas. La función de ganancia expresa la

amplificación o atenuación de la señal de entrada, imputable al acuífero kárstico como responsable de dicha alteración.

5.2. EJEMPLOS SINTETICOS DE ANALISIS CRUZADO

En este epígrafe realizo una serie de 8 ejemplos sintéticos de análisis cruzado que, además de un valor didáctico, sirven como patrón comparativo de los resultados obtenidos con las series reales.

En todos los ejemplos analizados he tomado como señal de entrada la precipitación ocurrida en la estación meteorológica de El Torcal a nivel diario, desde el 1 de Septiembre de 1974 hasta el 30 de Octubre de 1981, 2192 datos. La señal de salida la he generado a partir de una función de convolución del tipo

$$S_t = E_t + \sum_{j=0}^n P_{t-j} \lambda_j$$

donde P_{t-j} es la precipitación en el día $t-j$; λ_j es un conjunto de n parámetros que forman el núcleo de convolución, cuyo número e intensidad varían en los distintos ejemplos estudiados; en todos los casos su rango de variación está comprendido entre 0 y 1; E es una función de error de características casi aleatorias; la función elegida ha sido la misma precipitación de El Torcal invertida. En todos las funciones aplicadas la ventana de observación ha sido de $m = 100$.

Ejemplo 1 (Fig. 26)

El núcleo de convolución está constituido por un sólo parámetro de valor unidad situado en el paso 0, es decir la función de salida es la misma precipitación más la función de error. El correlograma cruzado (CC) resultante responde a la hipotética respuesta impulsional, una alta correlación para $k=0$ con un fuerte decrecimiento para valores de k superiores. Al no existir filtro ni alteración en la señal de entrada, las funciones de amplitud cruzada (FAC) y de ganancia (FGA) son prácticamente constantes en todo el intervalo de frecuencias, la aparente atenuación en la FGA es debida a la función de error introducida. Por la misma razón la función de coherencia (FCO) es constante y bastante alta, existe una gran correlación entre ambas series en todas las

frecuencias, disminuida solamente por la función de error. Como cabría esperar en la función de fase (FFA) no se observa ningún retraso, sus valores oscilan en torno a 0.

Ejemplo 2 (Fig. 27)

La serie de salida la he generado a partir de un parámetro de valor unidad con un retraso de 4 días. El CC es similar al del ejemplo anterior, la única diferencia estriba en los 4 días de retraso que se ha introducido en la respuesta. Por no existir tampoco alteración de la señal de entrada las funciones FAC, FCO y FGA son idénticas al ejemplo anterior. Sin embargo la FFA manifiesta claramente una tendencia lineal; la aparente ruptura de la función, es debida a que para valores algo superiores a π estos pasan a tomar valores cercanos a $-\pi$, continuando en el ciclo siguiente comprendido entre $-\pi$ y $+\pi$, y así sucesivamente. Como comentaba anteriormente, el retraso viene dado por $d=\theta/2\pi f$; por tanto la pendiente de la recta es directamente proporcional al desfase, igual a $2\pi d$; se constata, por tanto, que el retraso obtenido por la FFA es de 4 días.

Ejemplo 3 (Fig. 28)

En este caso he generado la serie sintética con un núcleo de convolución de 3 parámetros decrecientes desde 1 a 0.1, sin retraso, equivale a un sistema con una pequeña regulación. El CC responde perfectamente a la respuesta impulsional con la cual se ha generado la crónica de salida. En la FAC se constata el filtro introducido de la señal de entrada en las bajas frecuencias en favor de las altas, no es demasiado fuerte. La FCO muestra una pérdida de coherencia, aunque no total, para frecuencias superiores a 0.33, periodos inferiores a 3 días, que coincide con la regulación introducida, justo cuando empieza a existir una apreciable atenuación de la señal, puesta de manifiesto en la FGA. A pesar de no haber introducido ningún retraso, la FFA presenta una buena alineación para frecuencias inferiores a 0.33, a partir de la cual, existe bastante distorsión, atribuible, como se ha visto, a la pérdida de señal en las altas frecuencias. Aunque aparentemente parece que no se ha introducido retraso, el desfase observado realmente existe, y coincide con el momento en que el "peso" del núcleo de convolución ha igualado el 50% del peso total de los parámetros, es decir, equivale al instante donde se sitúa el centro de gravedad del hidrograma unitario. Al calcularlo en la FFA resulta ser de 0.25 días.

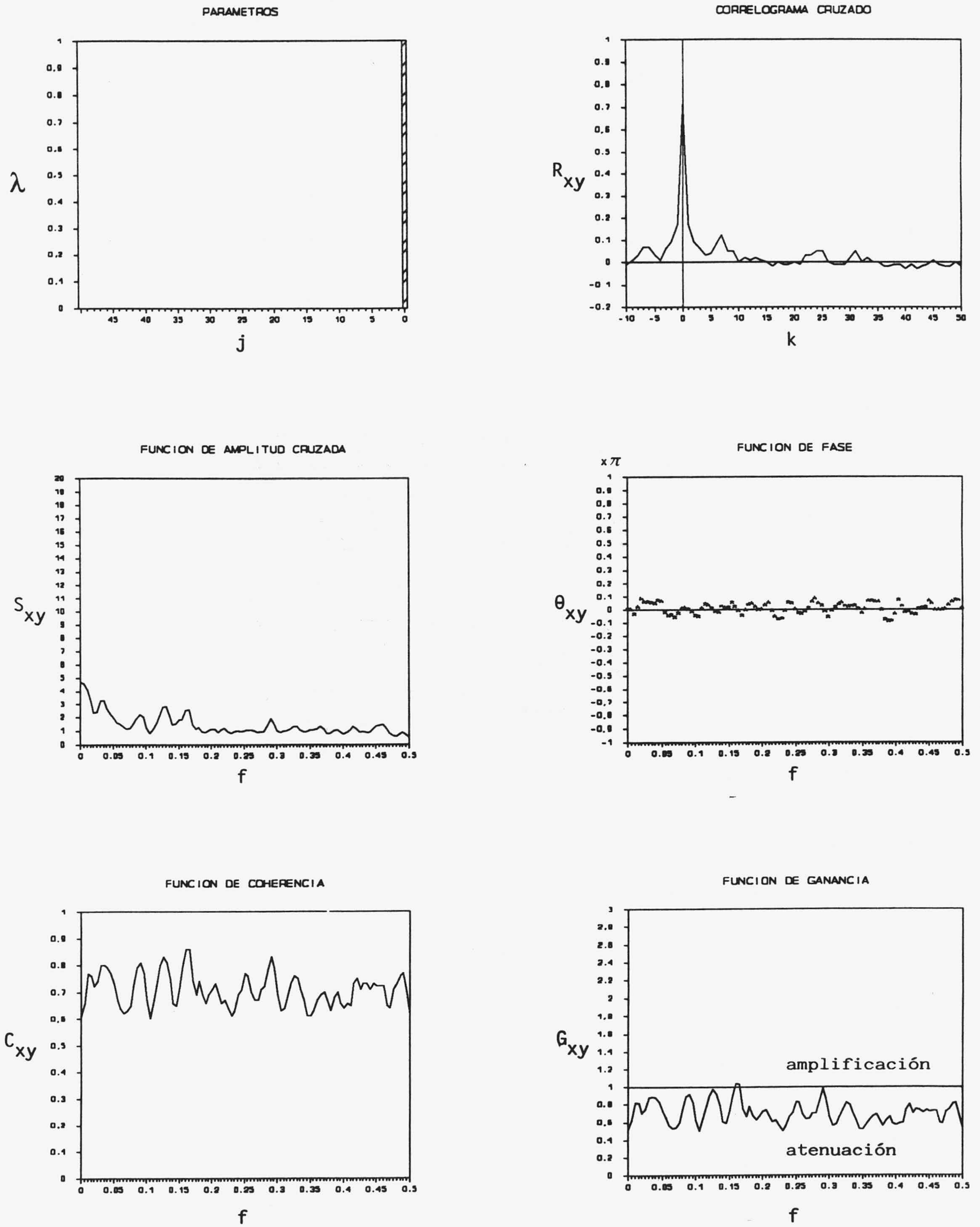


Fig. 26.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 1.

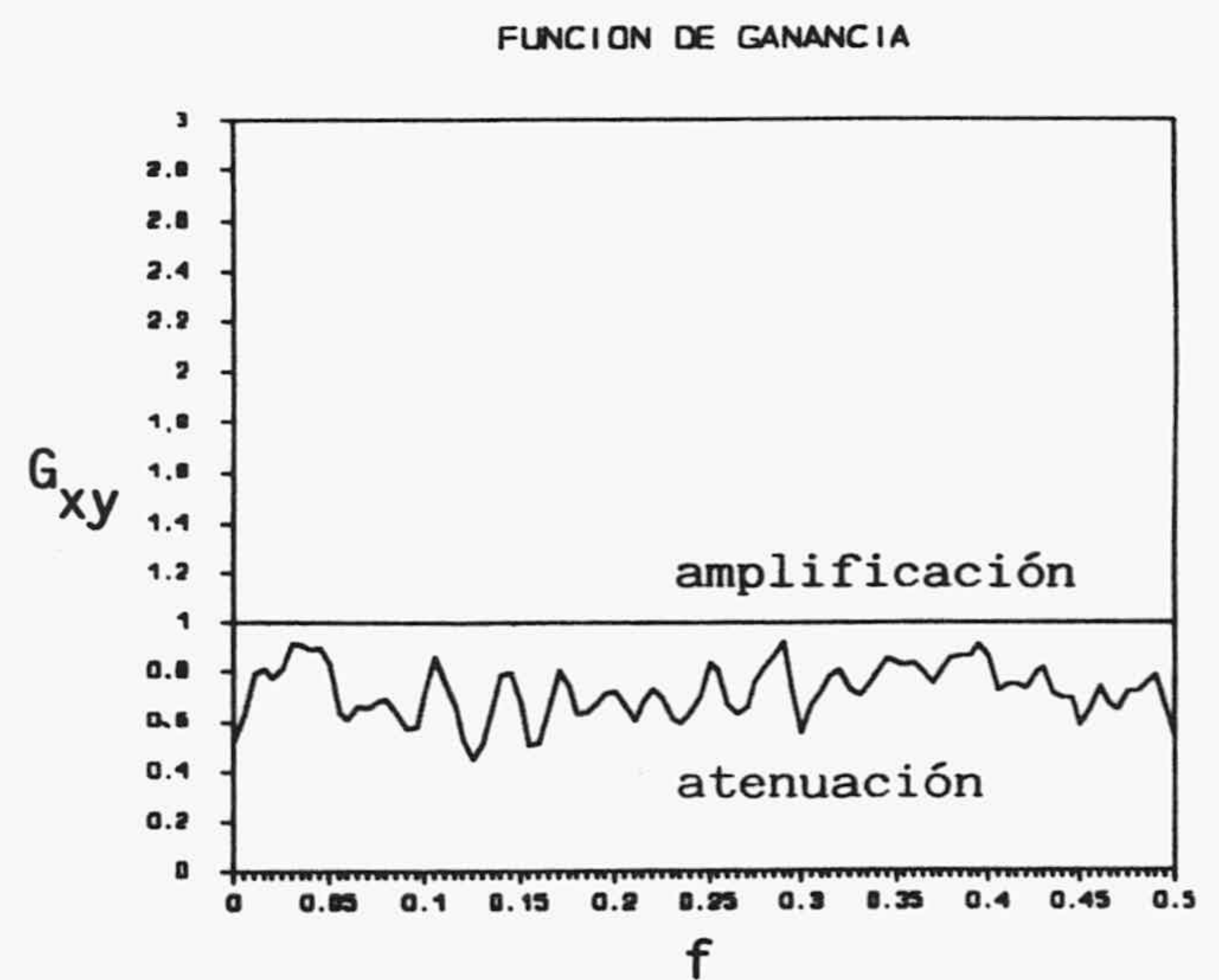
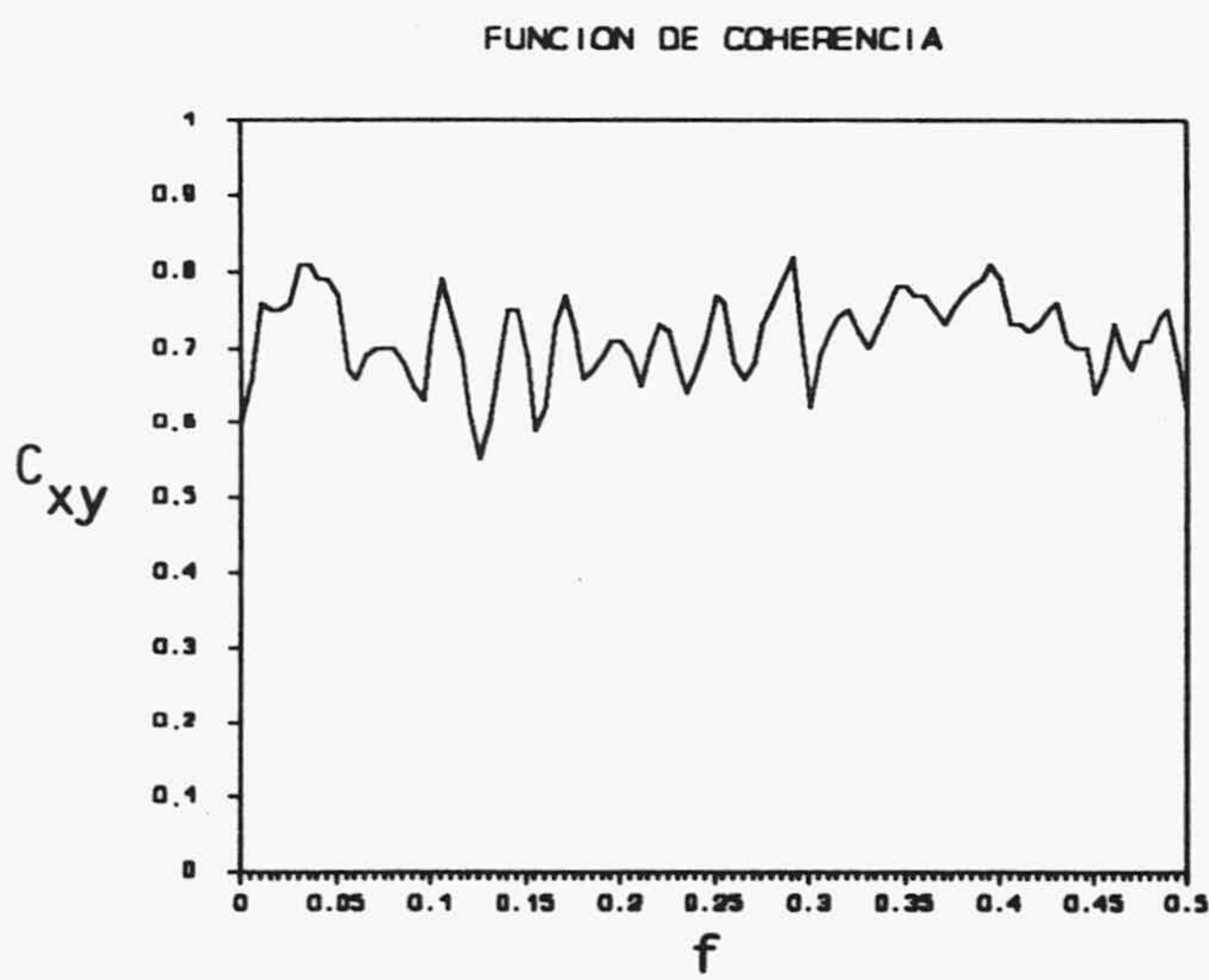
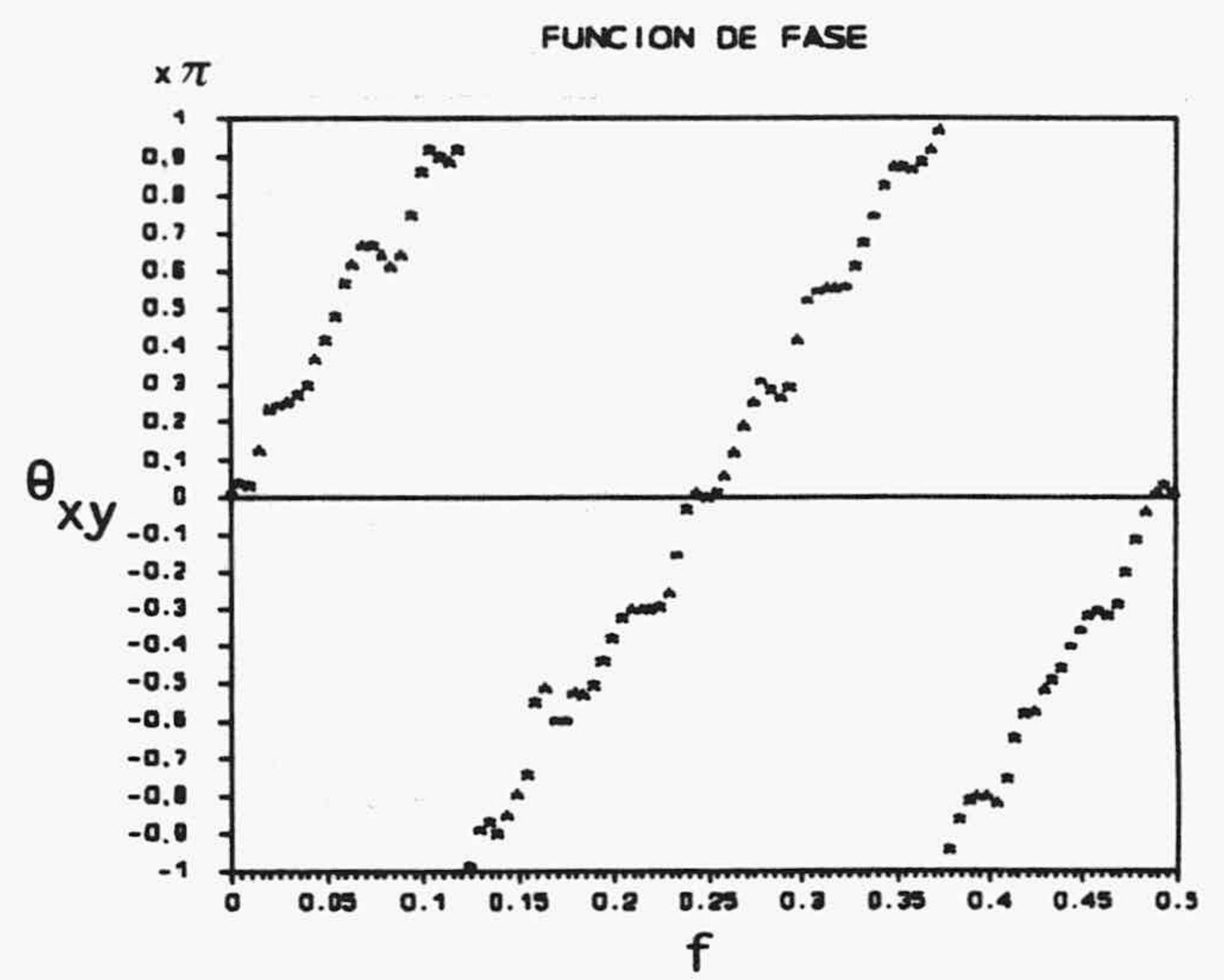
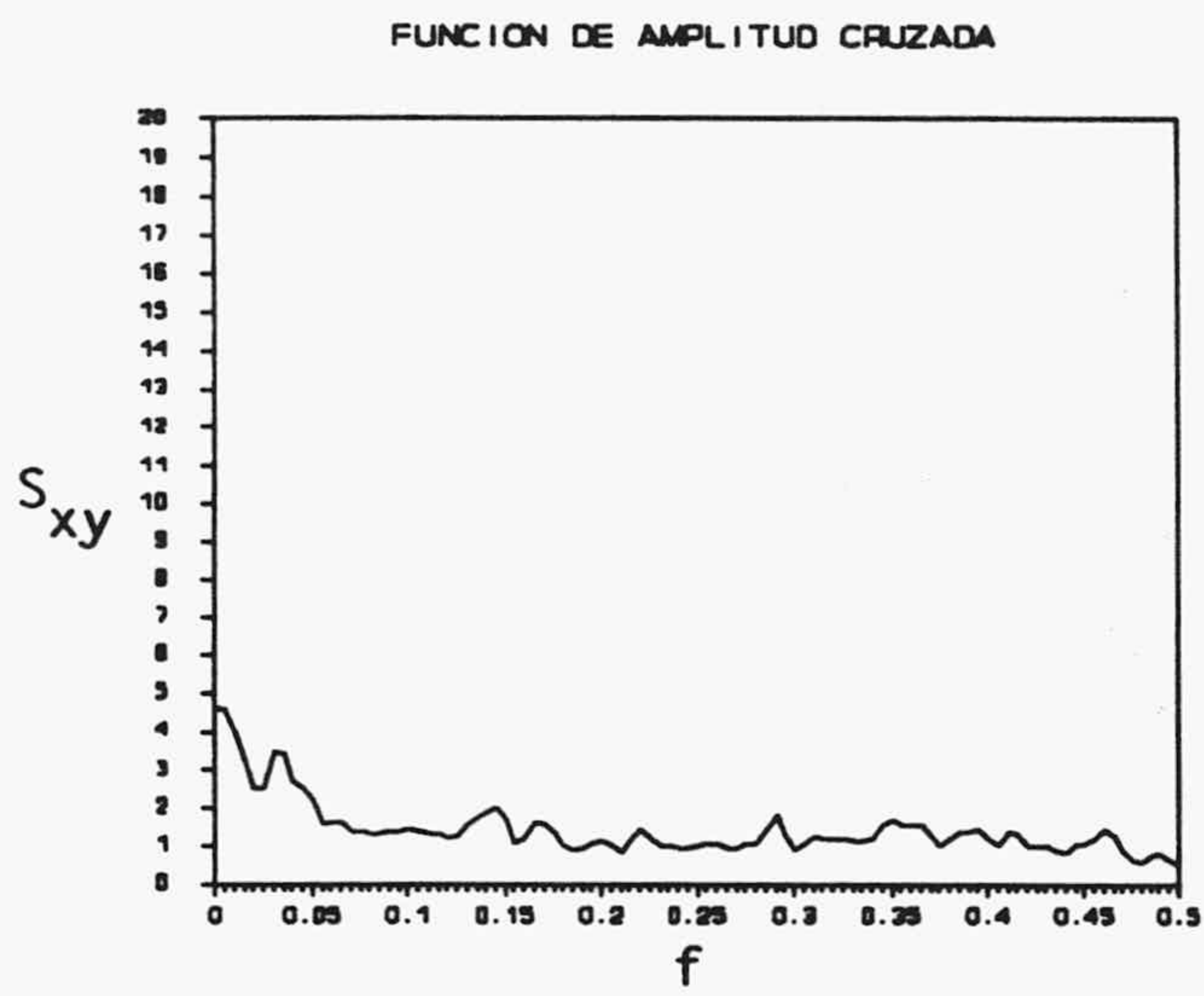
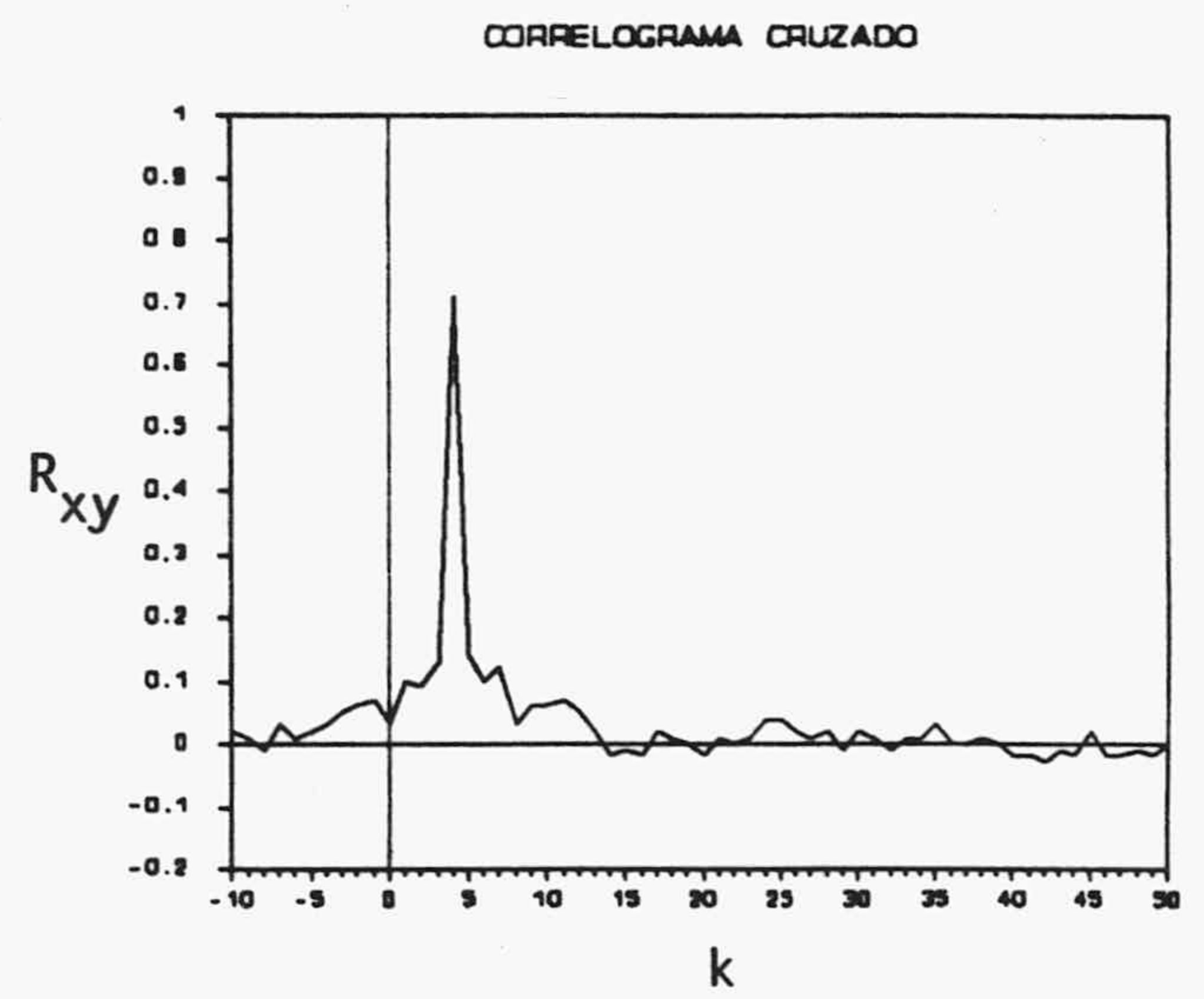
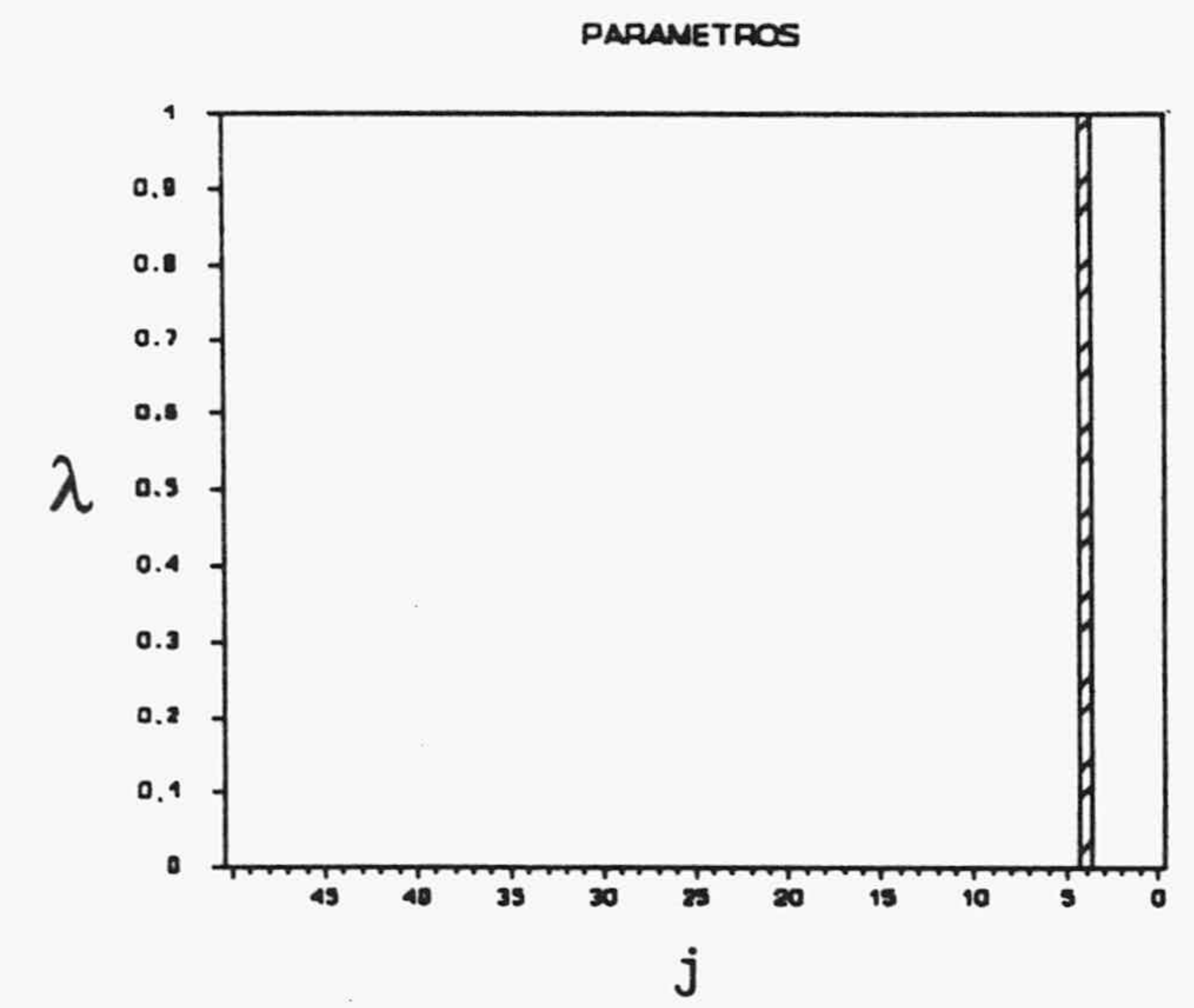


Fig. 27.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 2.

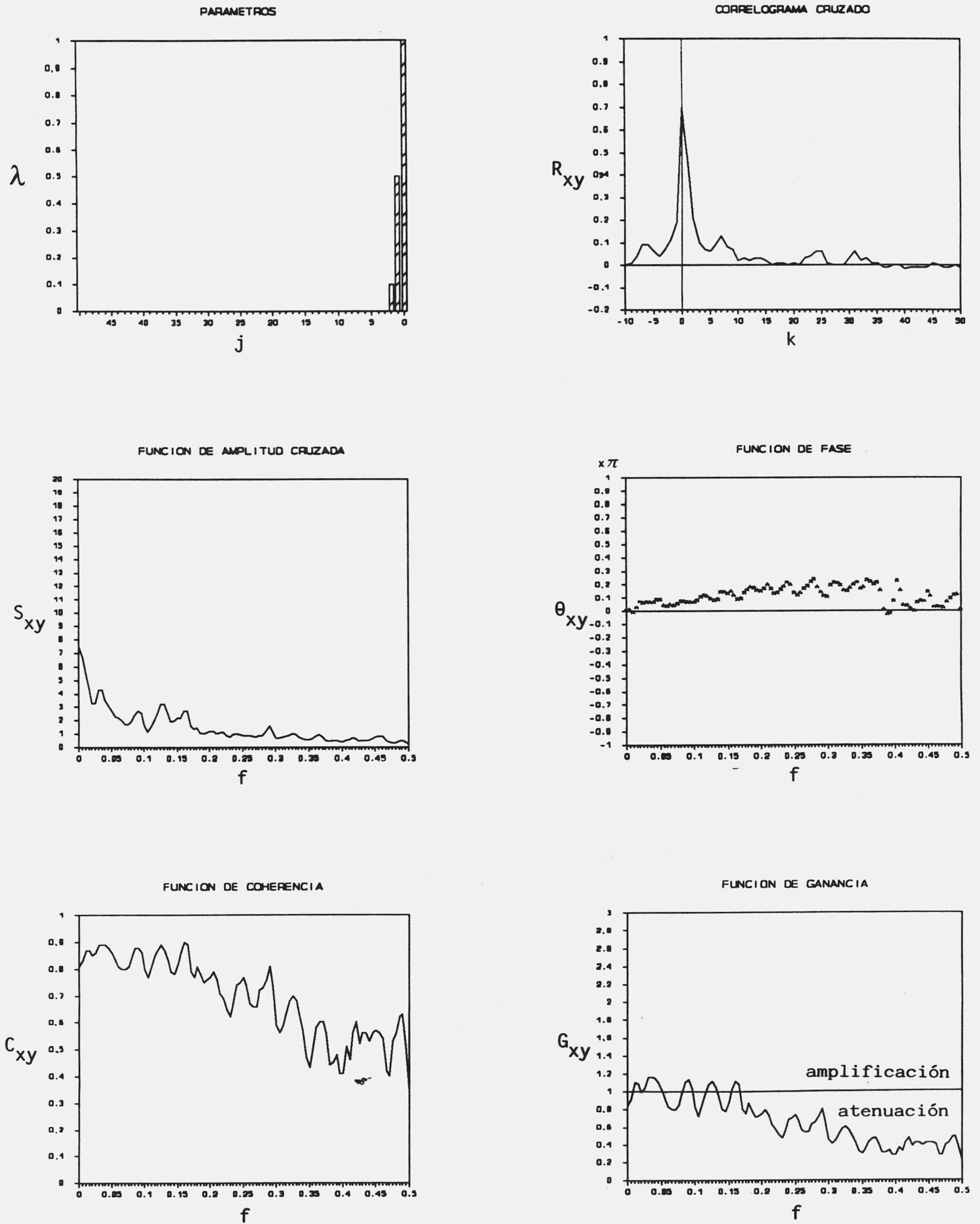


Fig. 28.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 3.

Ejemplo 4 (Fig. 29)

Similar al ejemplo 3 pero con una función de transferencia mucho más reguladora. La fuerte modulación de la señal de entrada, pérdida de coherencia y gran atenuación de la señal en las altas frecuencias en favor de las bajas se pone más de manifiesto que en el ejemplo anterior; coincide con las frecuencias superiores a 0.11, periodo de 9 días, que es la longitud del núcleo de convolución utilizado; así mismo, para frecuencias menores se observa un retraso en la FFA, aquellas que no son demasiado filtradas, de 2.8. Analíticamente se puede calcular el desfase cuando se utilizan núcleos de convolución que responden a una función lineal del tipo $y = ax + b$. La expresión que da el instante en que coincide el centro de gravedad del hidrograma unitario tiene la forma

$$d = (n-1) - (n-1)/\sqrt{2}$$

donde n es la longitud del núcleo de convolución. Puede resultar útil cuando se conoce el retraso producido entre la señal de entrada y la de salida y se quiere calcular aproximadamente la longitud de la respuesta impulsional supuesta monótona decreciente desde el instante 0.

Ejemplo 5 (Fig. 30)

El núcleo de convolución consta de 10 parámetros, con el máximo localizado en $j=5$. Para frecuencias superiores a 0.11, periodo de 9 días, existe un fuerte filtro, falta de coherencia, gran atenuación y distorsión de la FFA; la FAM, FCO y FGA son prácticamente nulas para frecuencias superiores a 0.2, periodo de 5 días. Esta pérdida casi absoluta de la señal, observable sobre todo en la FCO y FGA, no se producía en el ejemplo 4, con el mismo número de parámetros, si bien existía una fuerte disminución; ello es debido a que la coherencia se pierde totalmente y la atenuación es máxima en las bajas frecuencias al utilizar un núcleo de convolución creciente desde el comienzo, por lo que la ruptura para $j=0$ no es tan neta como en el ejemplo anterior, donde las variaciones de precipitación de bajo periodo eran detectadas por tener un parámetro inicial alto, aunque posteriormente fueran filtradas por el resto de los parámetros. La FFA muestra claramente un retraso en las bajas frecuencias de 3.7 días, que coincide con la posición del centro de gravedad del núcleo utilizado.

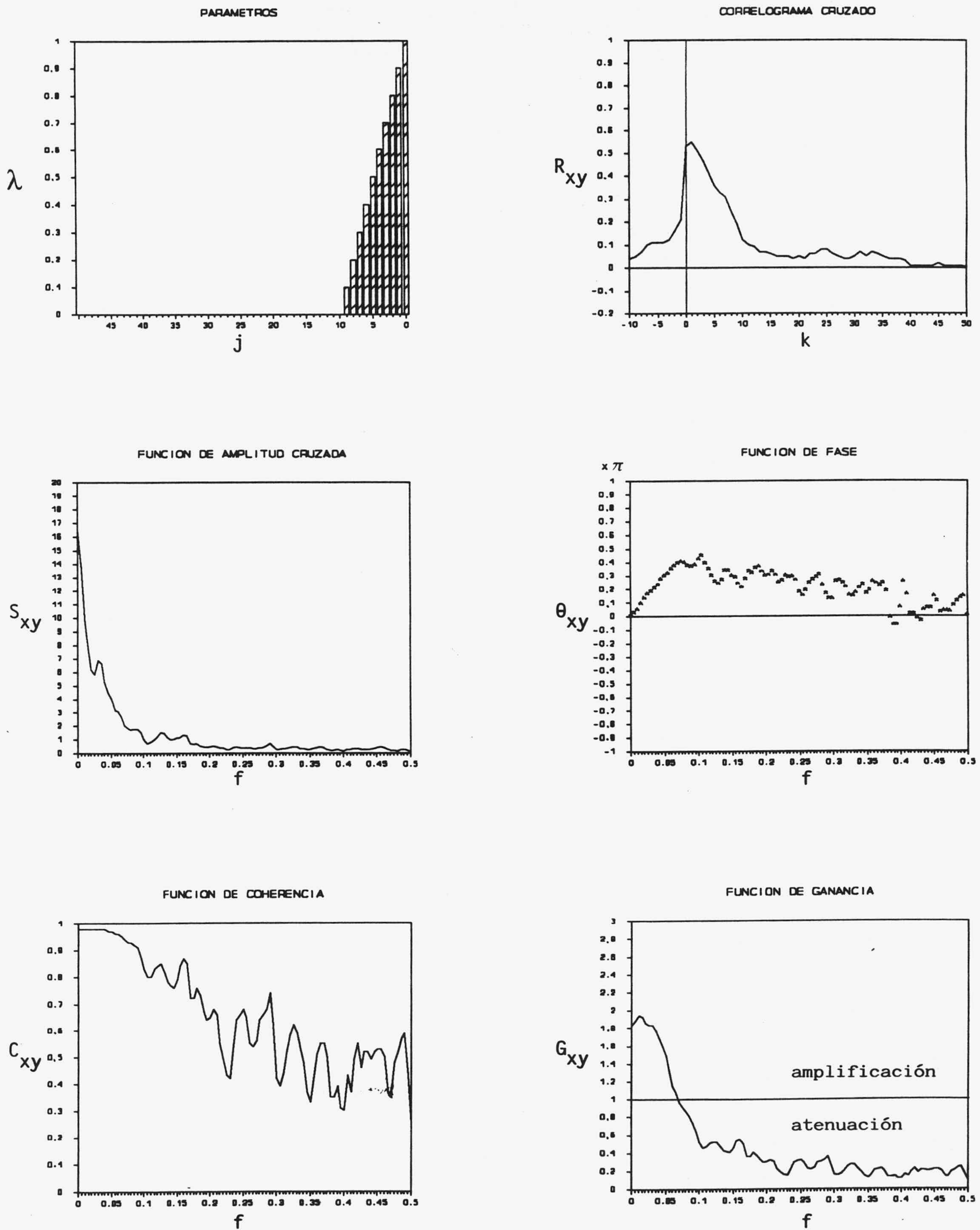
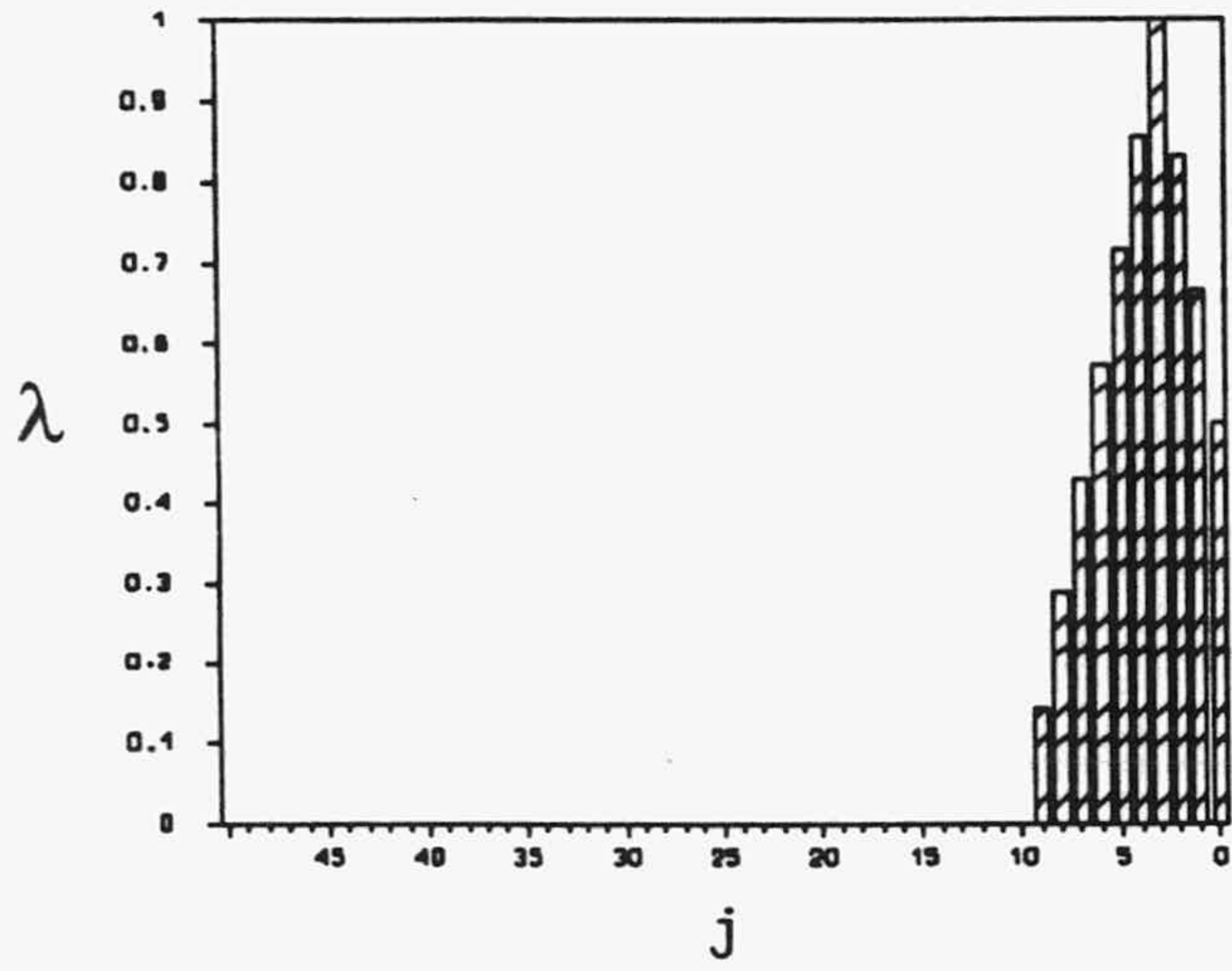
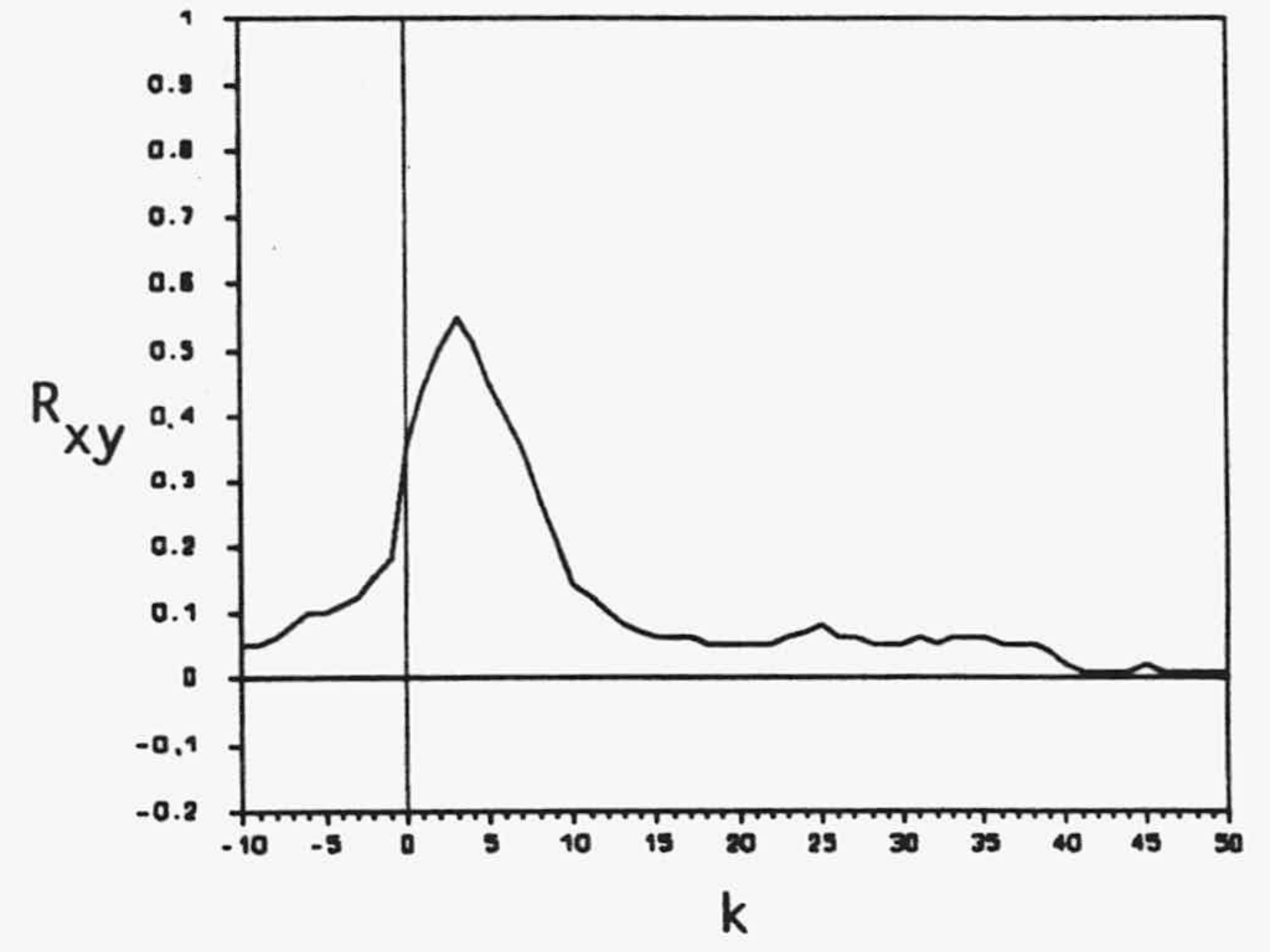


Fig. 29.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 4.

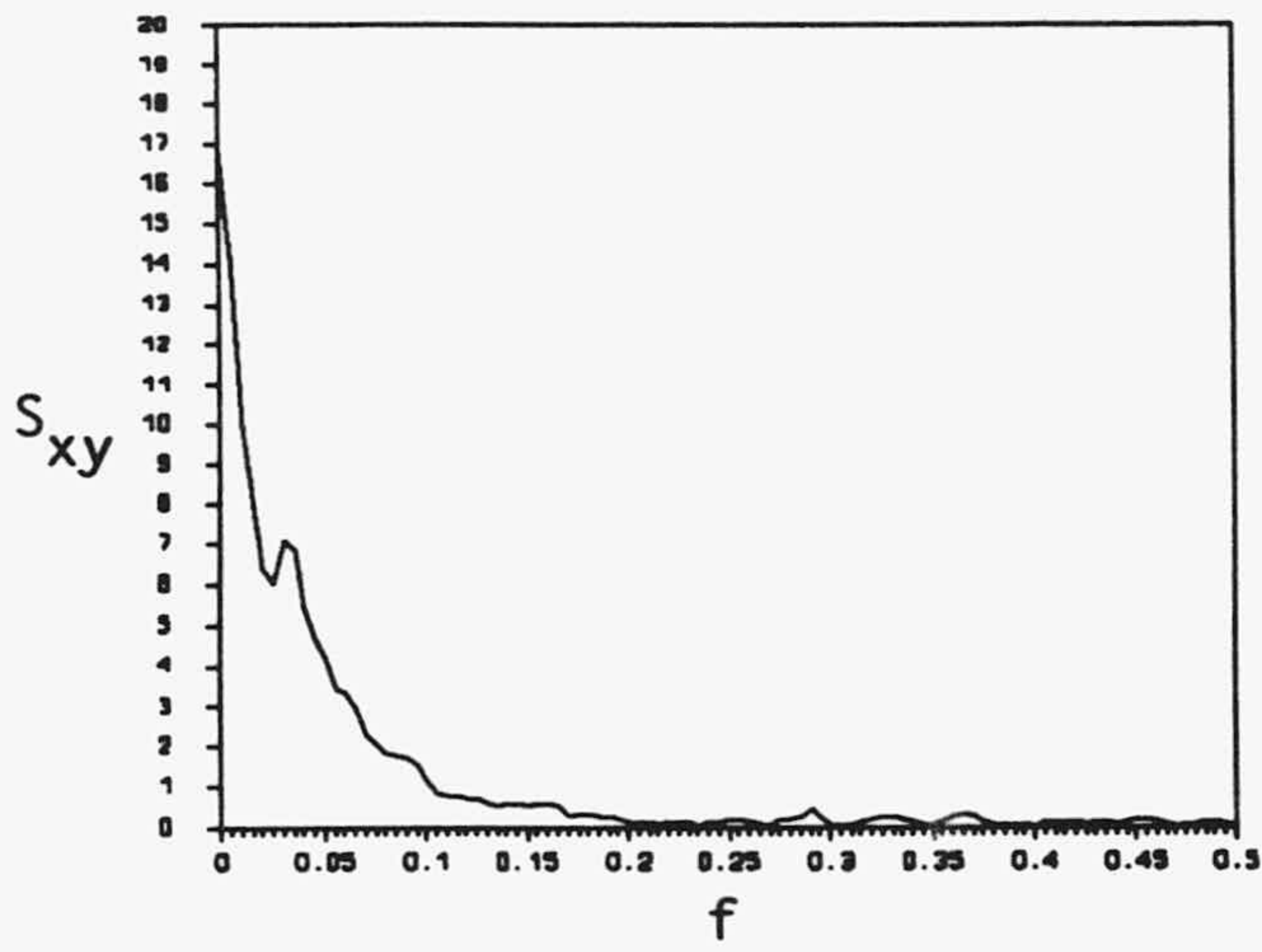
PARAMETROS



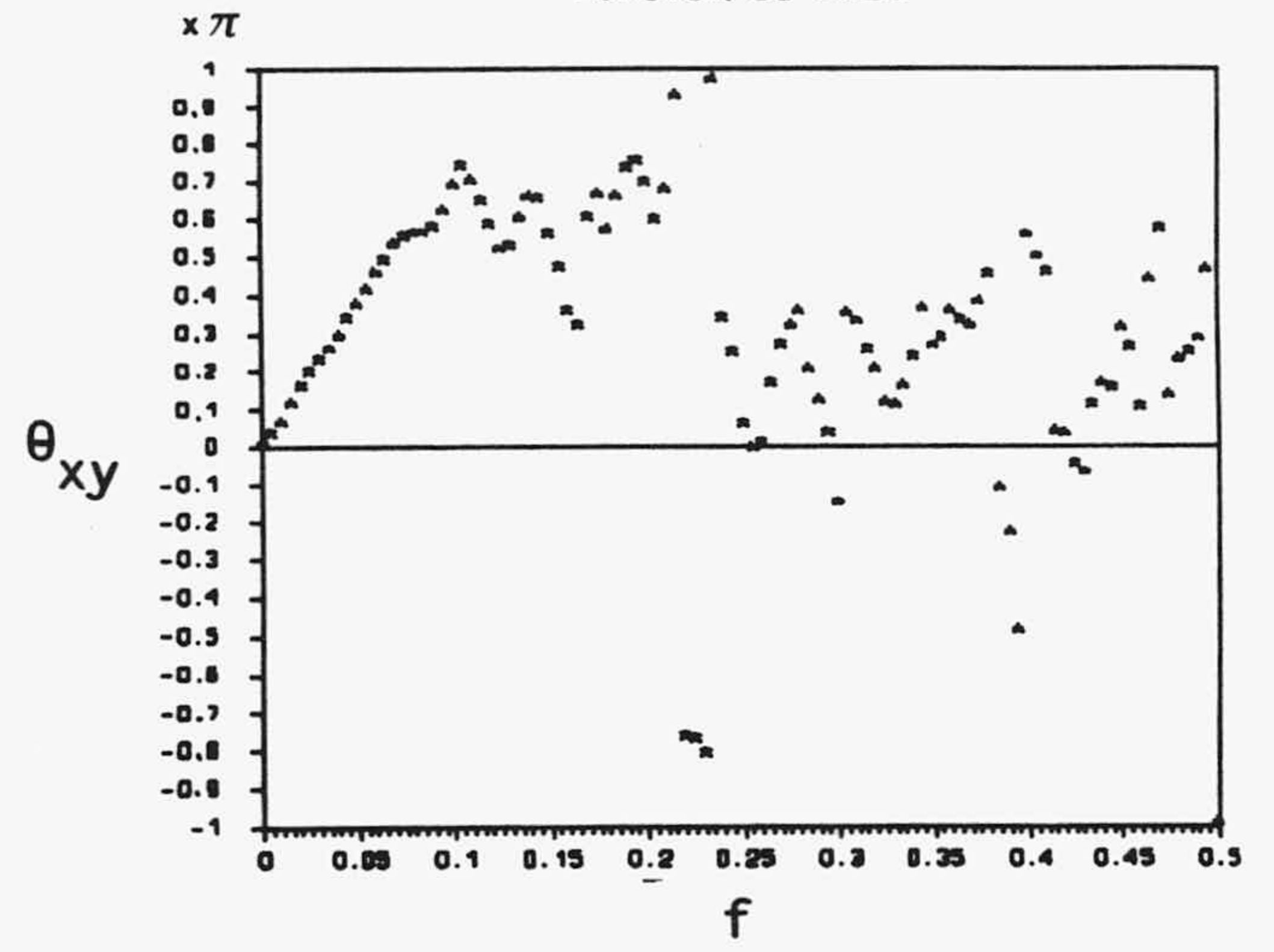
CORRELOGRAMA CRUZADO



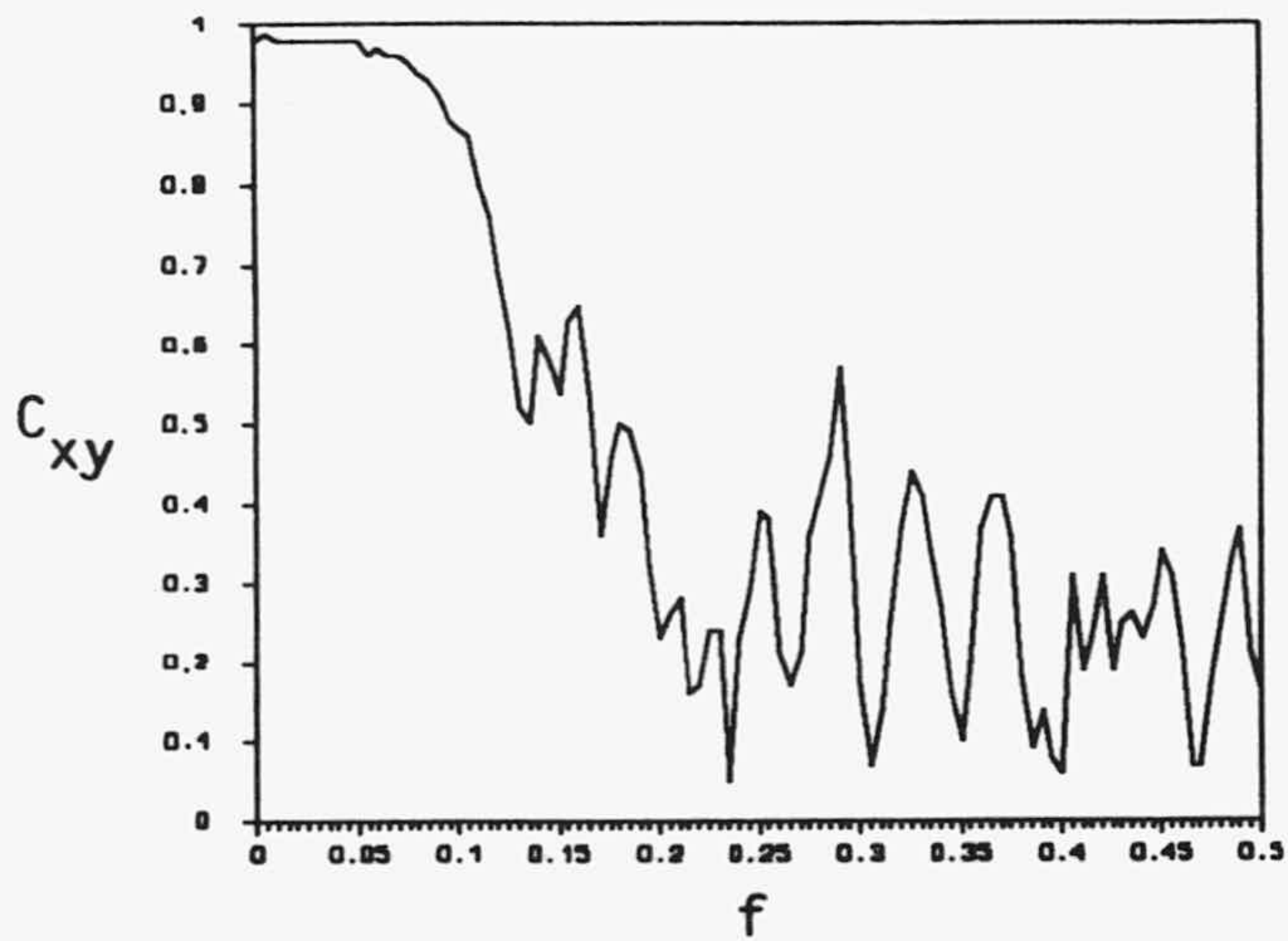
FUNCION DE AMPLITUD CRUZADA



FUNCION DE FASE



FUNCION DE COHERENCIA



FUNCION DE GANANCIA

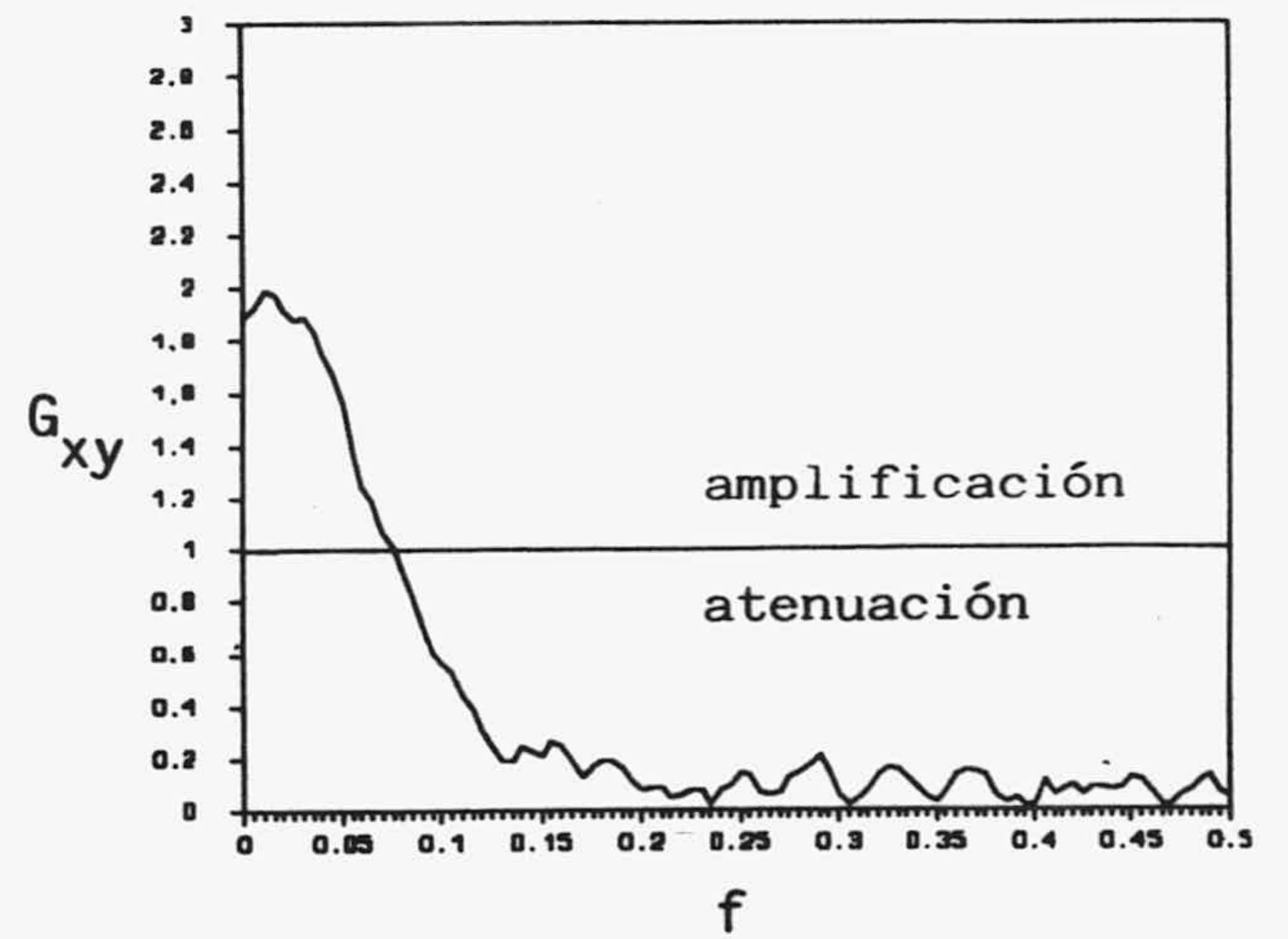


Fig. 30.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 5.

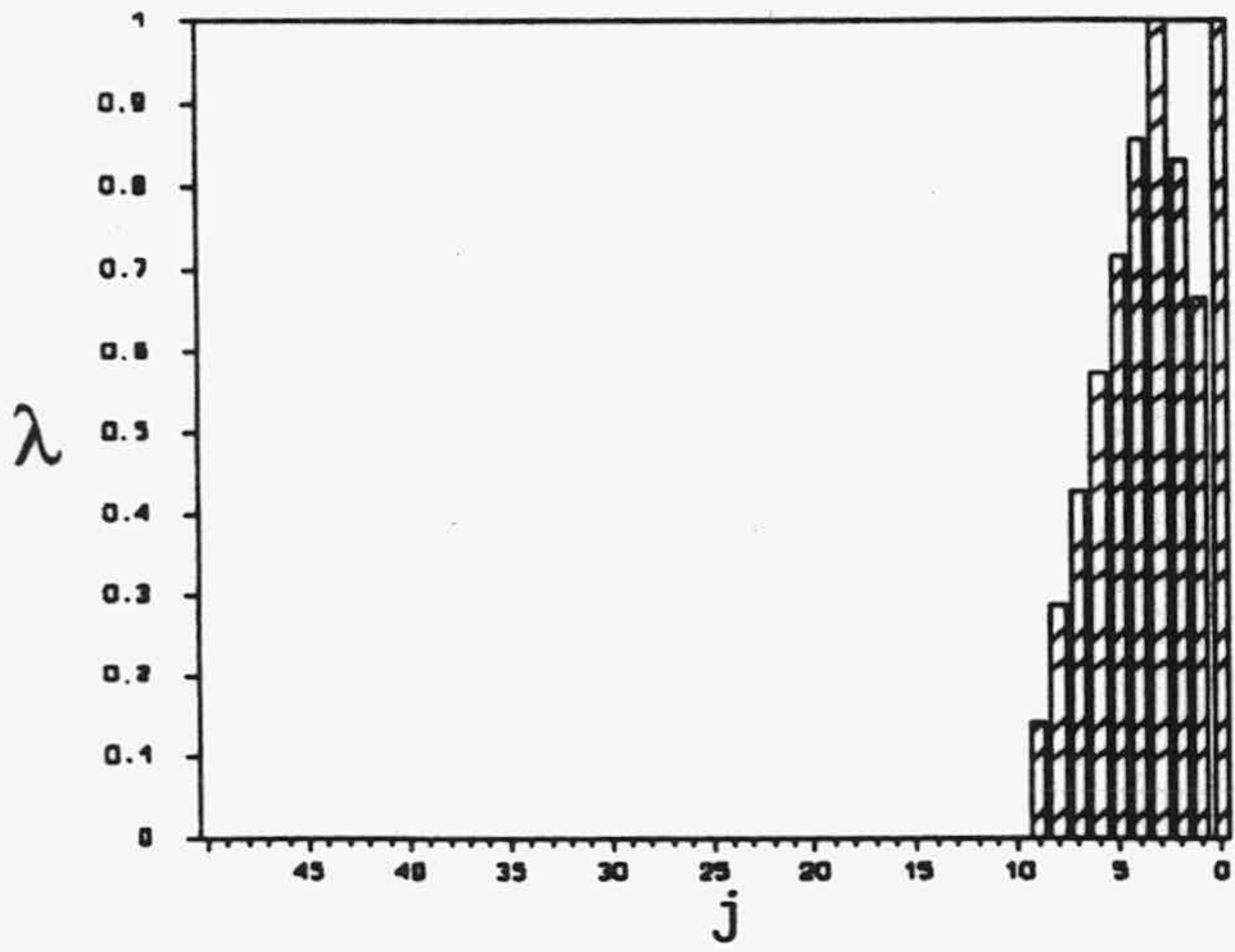
Ejemplo 6 (Fig. 31)

En este caso el núcleo de convolución está formado por un parámetro inicial grande y el resto, hasta 9, similar al ejemplo 5; la idea es intentar simular una respuesta impulsional del sistema relativamente ponderadora con un sector altamente transmisivo. El CC muestra los dos picos característicos de un sistema con dos componentes de flujo, uno inicial, sin retraso, y otro situado en el paso 3. Las FAC y FGA presentan una forma similar al ejemplo anterior, pero no llegan a tomar valores tan bajos en las altas frecuencias; este hecho se observa mejor en la FCO. Existe una alta coherencia en las bajas frecuencias, pero también es buena en las medias y bajas, alrededor de 0.6 de correlación; (en el ejemplo 5 la correlación oscilaba en torno a 0.2, en estas mismas frecuencias). El que no se pierda totalmente la señal es atribuible al fuerte parámetro inicial, que es el causante de que las oscilaciones pluviométricas de bajo periodo, diarias, no queden totalmente filtradas por el sistema. La alineación de los puntos en las bajas frecuencias de la FFA muestra un retraso algo menor que en el ejemplo 5, 3.3 días; el parámetro inicial desplaza la posición del centro de gravedad hacia desfases más cortos.

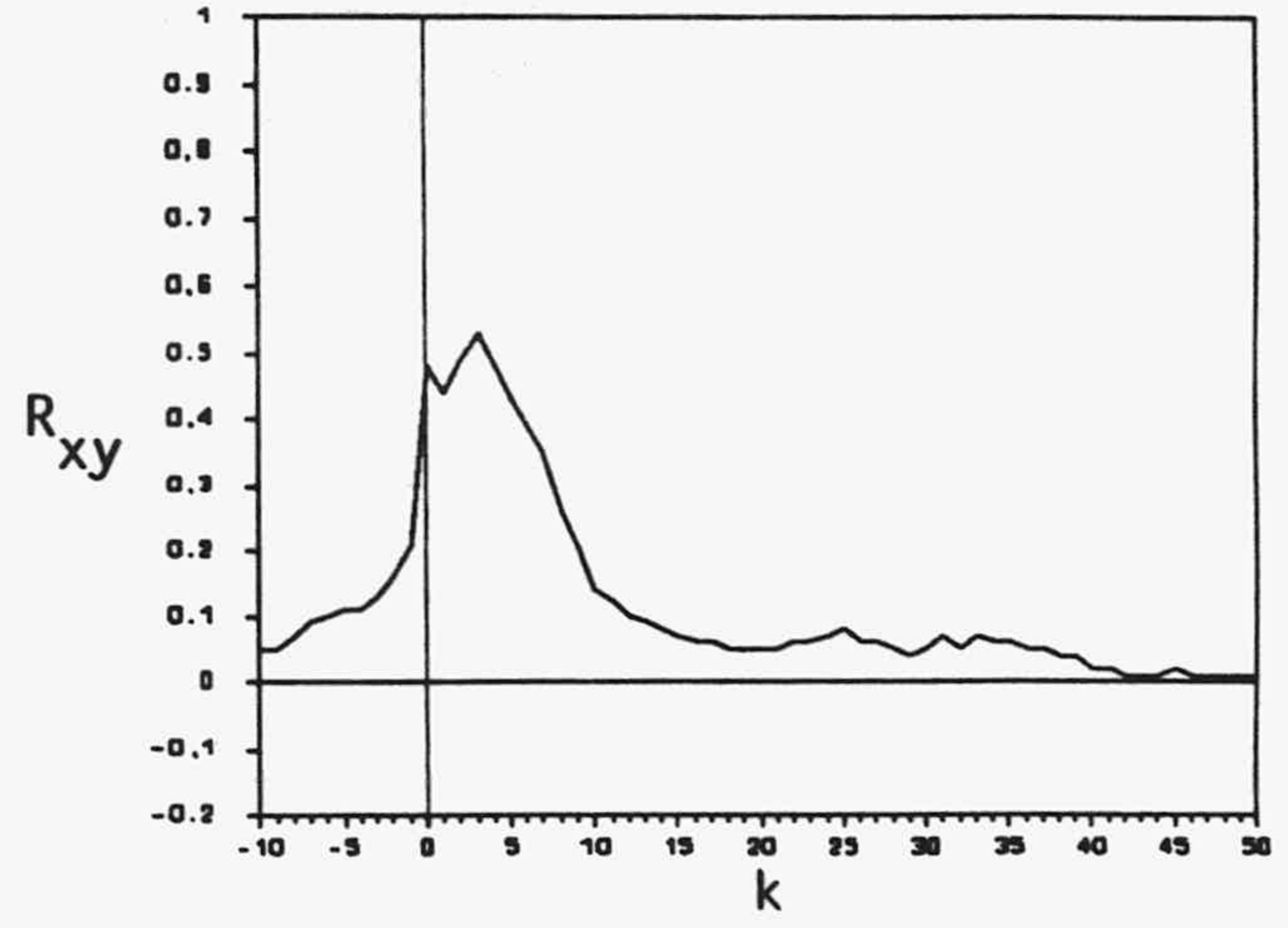
Ejemplo 7 (Fig. 32)

En este caso he mantenido el elevado parámetro inicial, pero se ha aumentado la parte reguladora del sistema con un total de 24 parámetros, con su máximo situado en $\lambda_5 = 0.3$. La forma del CC es similar al ejemplo 6, pero presenta una mayor correlación para el pico inicial. Existe un fuerte filtro y atenuación de la señal de entrada para frecuencias superiores a 0.04 en favor de las bajas frecuencias; ello es observable en las FAC y FGA, respectivamente, aunque, al igual que en el caso anterior, no llega a anularse por completo, se mantiene en valores bajos pero no se puede decir que sean nulos. La correlación observable en la FCO en las medias y bajas frecuencias es incluso más alta que en el ejemplo 6, alrededor de 0.7, al ser los parámetros reguladores más pequeños, lo que enmascara menos la fuerte respuesta inicial. El retraso, calculable en las bajas frecuencias, es de 7.7 días: entre las frecuencias 0.025 y 0.1 la FFA se distorsiona, y para frecuencias superiores a 0.1, periodo de 10 días se anula, lo cual indica que variaciones en la precipitación inferiores a 10 días son casi totalmente filtradas, por tanto, no se va a detectar un retraso significativo, aunque gran parte de estas pasan a incrementar la señal de salida en las bajas frecuencias.

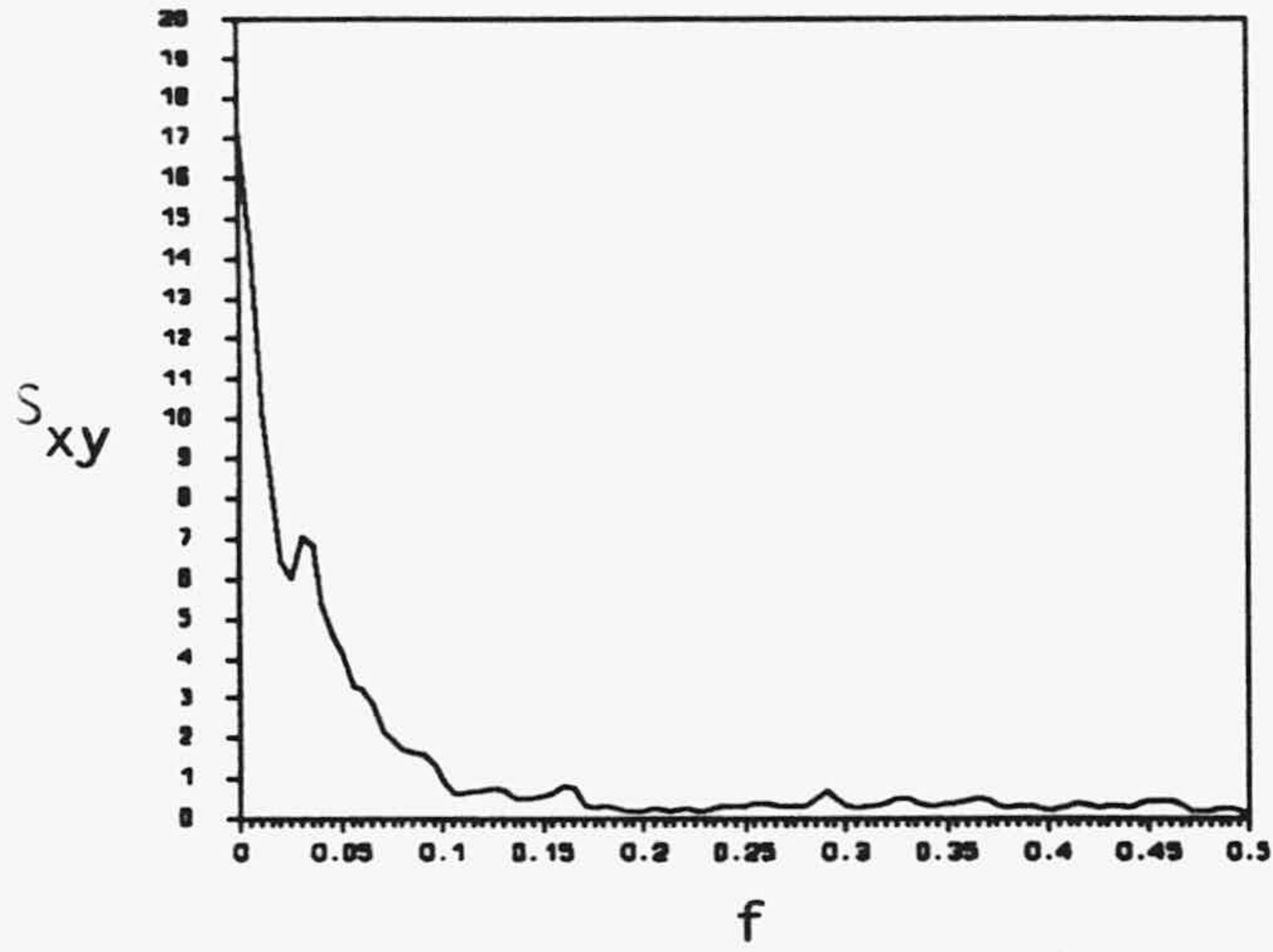
PARAMETROS



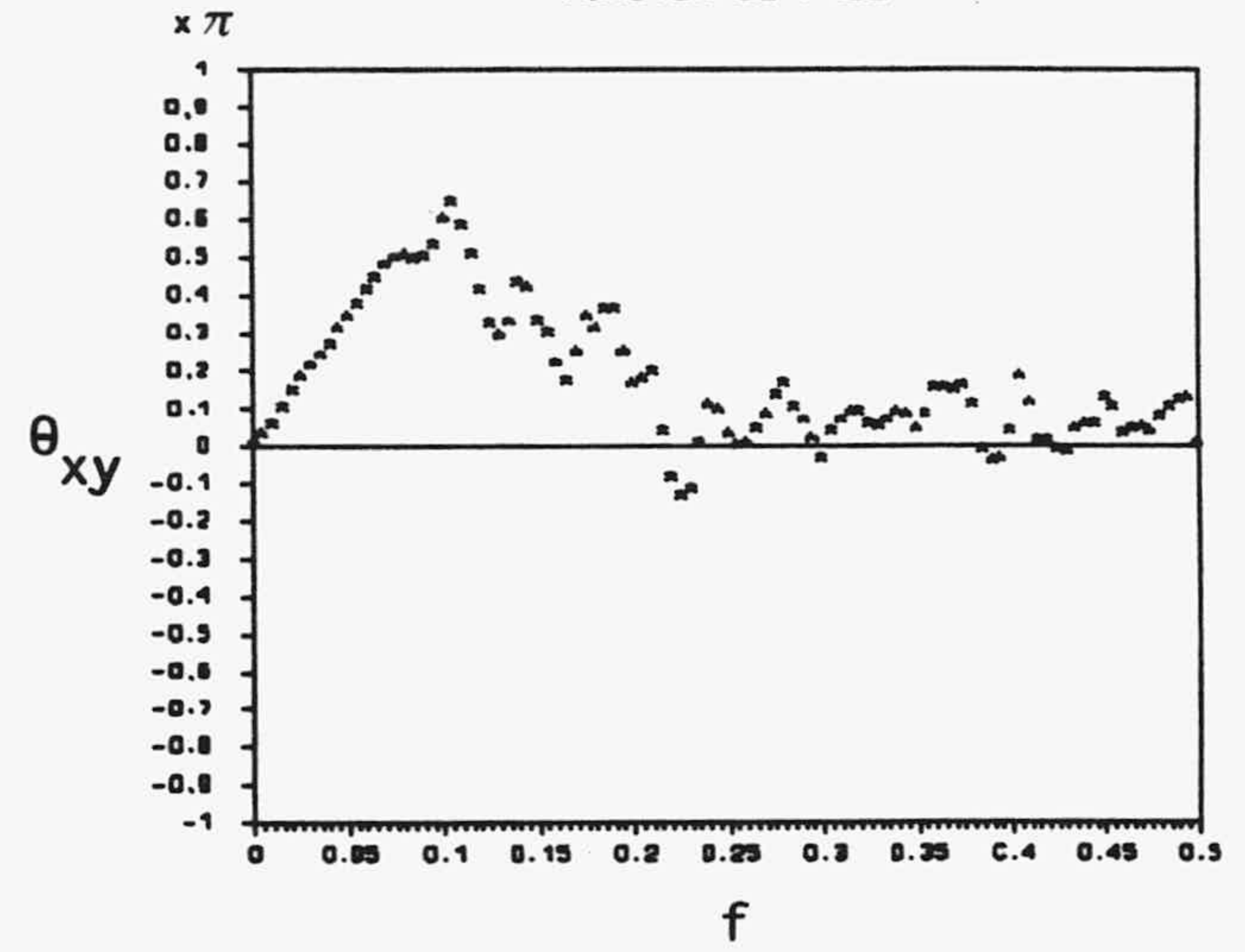
CORRELOGRAMA CRUZADO



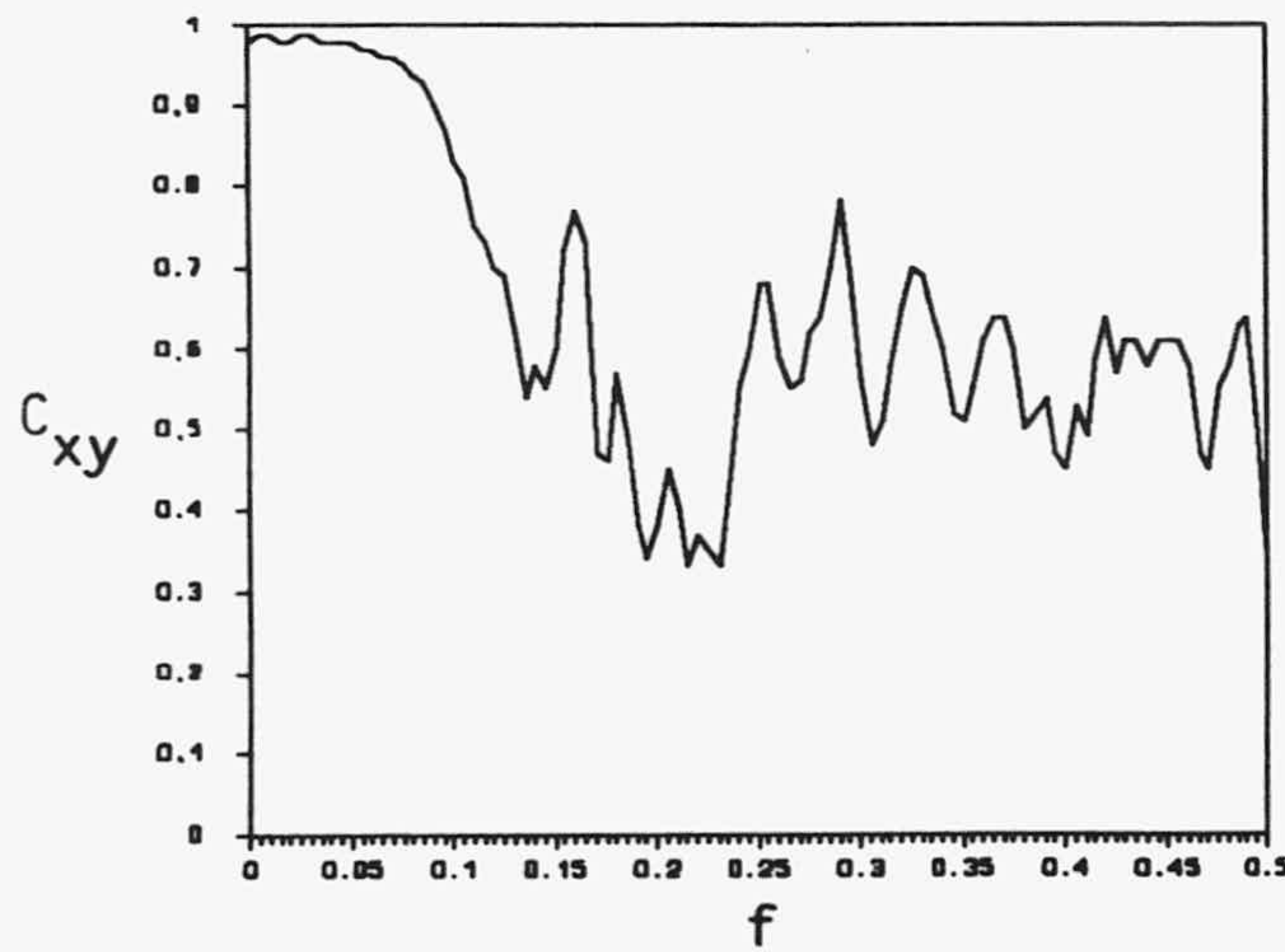
FUNCION DE AMPLITUD CRUZADA



FUNCION DE FASE



FUNCION DE COHERENCIA



FUNCION DE GANANCIA

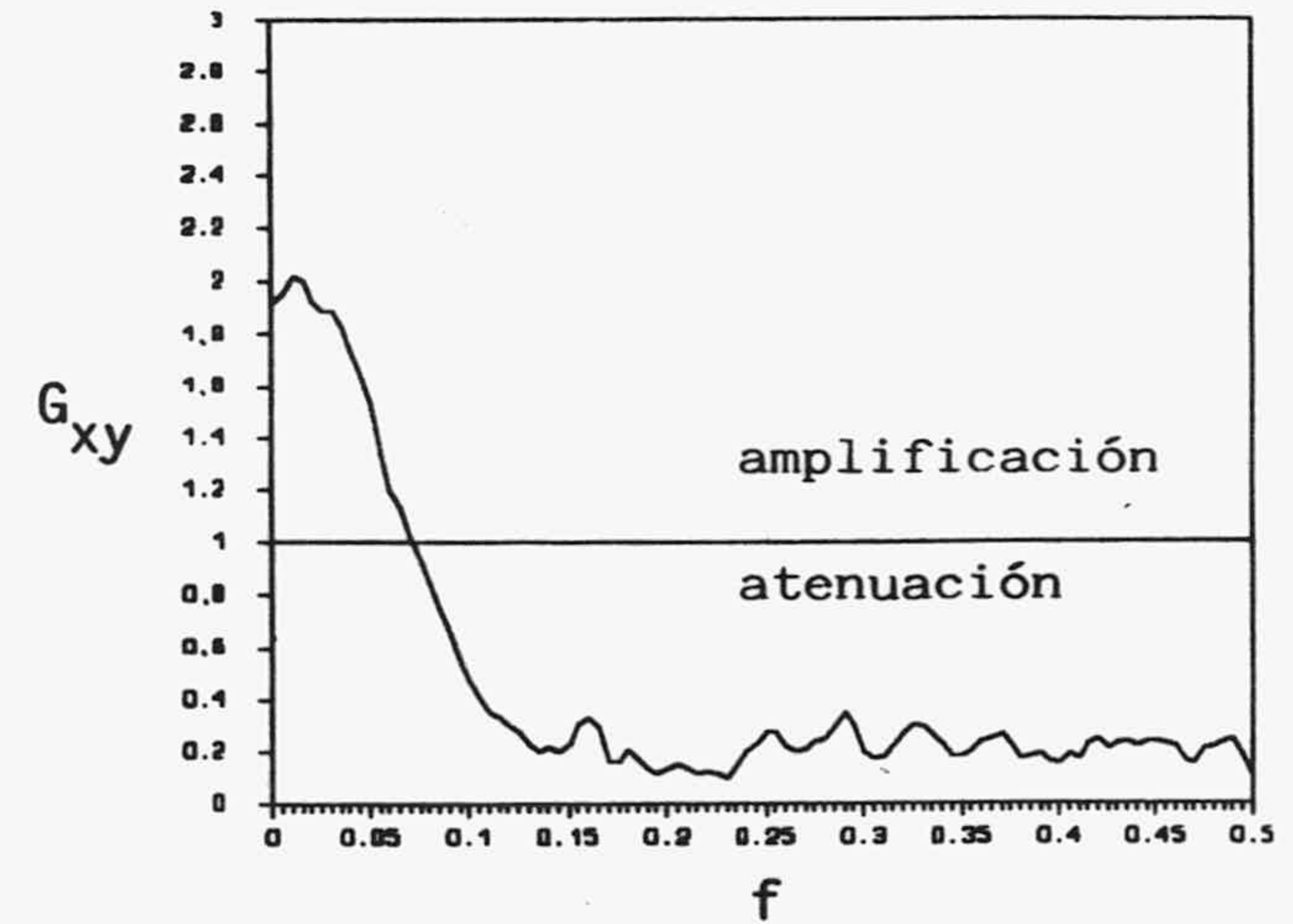


Fig. 31.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 6.

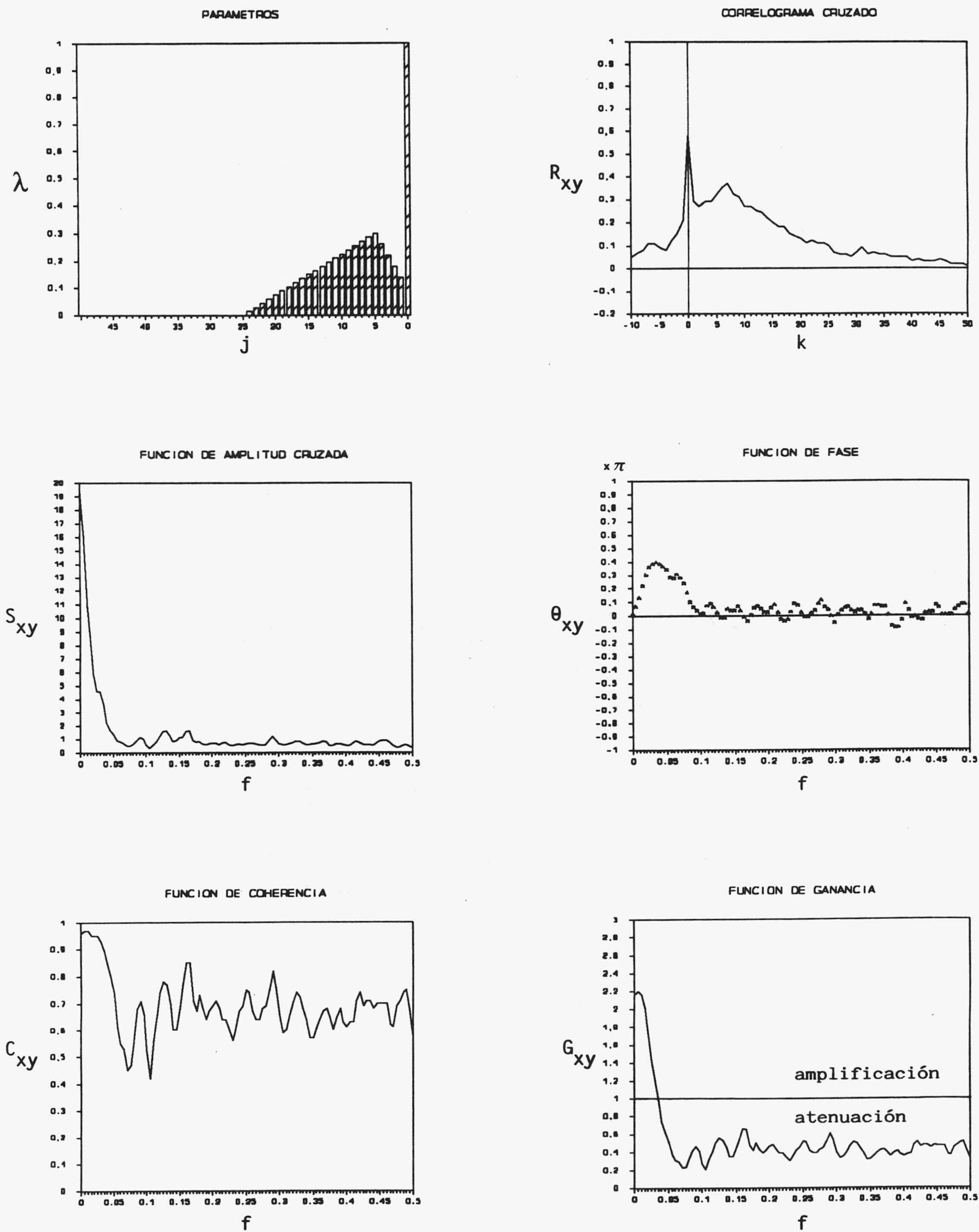


Fig. 32.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 7.

Ejemplo 8 (Fig. 33)

Por último he realizado una generación sintética de un registro de salida a partir de un núcleo de convolución fuertemente regulador, constituido por 50 parámetros decrecientes desde $\lambda_0 = 0.4$. El CC presenta una forma muy tendida, característica de un sistema muy regulador, en el que apenas es visible el tiempo de concentración. Existe un fuerte filtro y gran atenuación de la señal en las altas frecuencias en favor de las bajas, que presentan valores muy altos, observable en las FAC y FGA. Sin embargo, esta disminución no es brusca, se produce mediante un decrecimiento paulatino entre las frecuencias 0.04 y 0.2, y toma valores prácticamente nulos para frecuencias superiores a esta última. Esto se puede observar también en la FCO, indicando que variaciones de la precipitación comprendida entre estos dos periodos, 25 y 5 días, siguen teniendo una respuesta en la señal de salida, aunque muy filtrada y atenuada. La alineación de los puntos entre 0 y 0.02 de frecuencia en la FFA muestra un retraso de 14 días, que corresponde a la posición del centro de gravedad del núcleo de convolución generador de la serie sintética; equivale al tiempo de respuesta del sistema; analíticamente se puede calcular mediante la expresión propuesta en el ejemplo 4.

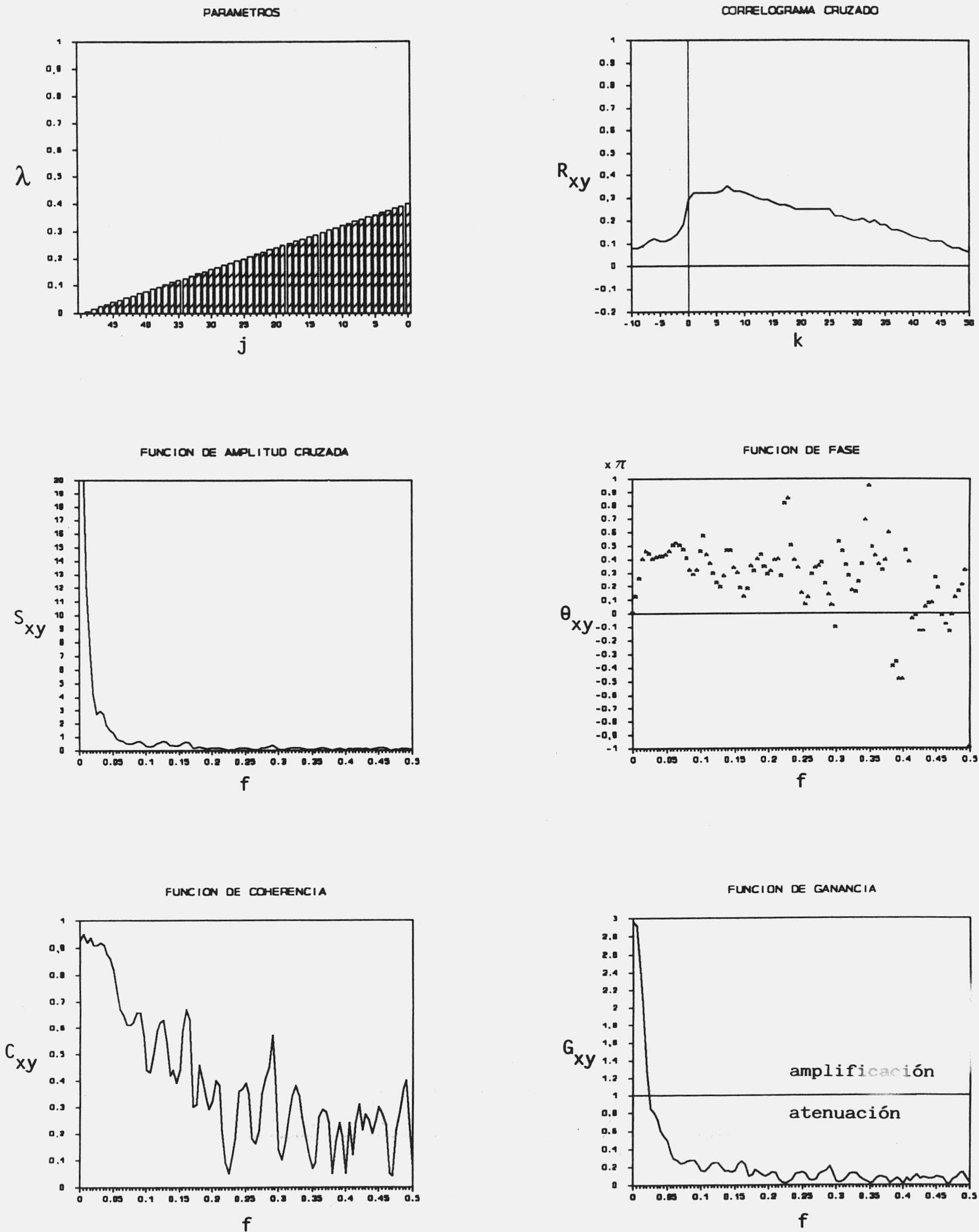


Fig. 33.- Funciones obtenidas en el análisis cruzado del ejemplo 8.

5.3. APLICACION A LOS ACUIFEROS DE EL TORCAL DE ANTEQUERA Y SIMAT DE VALLDIGNA

He aplicado los análisis de correlación y espectral a las series de precipitación y de caudal a nivel diario de El Torcal de Antequera, obtenidas entre las fechas 1 de Octubre de 1974 y 30 de Septiembre de 1981, y de Simat de Valldigna, obtenidas desde el 1 de Octubre de 1973 al 30 de Septiembre de 1977. Un estudio similar de estos acuíferos ha sido realizado por MANGIN y PULIDO-BOSCH (1983).

5.3.1. Análisis simple

A) *Correlograma simple*

Para cubrir un doble objetivo: por un lado, una visión general de la estructura de la serie, y por otro, una visión parcial pero con mayor definición de lo que acontece en las proximidades de los datos, he realizado el correlograma simple de larga duración con una ventana de observación de 725 días, y el de corta duración con una ventana de observación de 125 días. El correlograma simple de corta duración tiene la ventaja adicional de poder comparar los resultados obtenidos en la totalidad de la serie, media del sistema, con los obtenidos en cada uno de los ciclos hidrológicos; si bien, hay que tener en cuenta, que al aumentar el número de datos de la muestra y manteniendo la misma ventana de observación se produce un incremento adicional de la correlación (JENKINS y WATTS, 1968).

a) *Correlograma de corta duración*

En la figura 34 se representan los correlogramas obtenidos en las series de precipitaciones y caudales de los acuíferos estudiados. La forma del correlograma para las precipitaciones manifiesta su marcado carácter aleatorio; la función decrece rápidamente y para valores de $k > 3$ días R_k es ya inferior a 0.1; tan sólo se podría intuir una posible dependencia para valores de k inferiores.

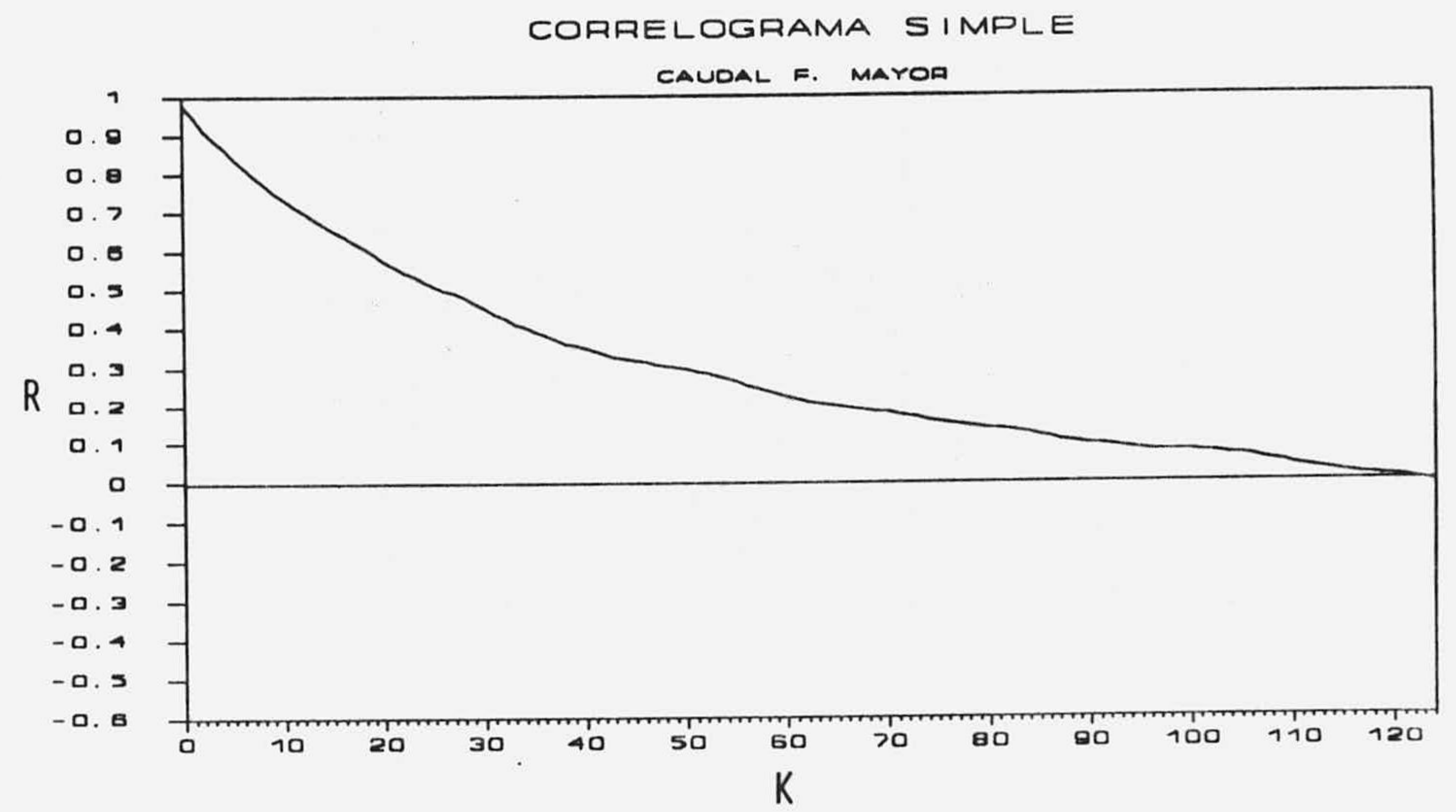
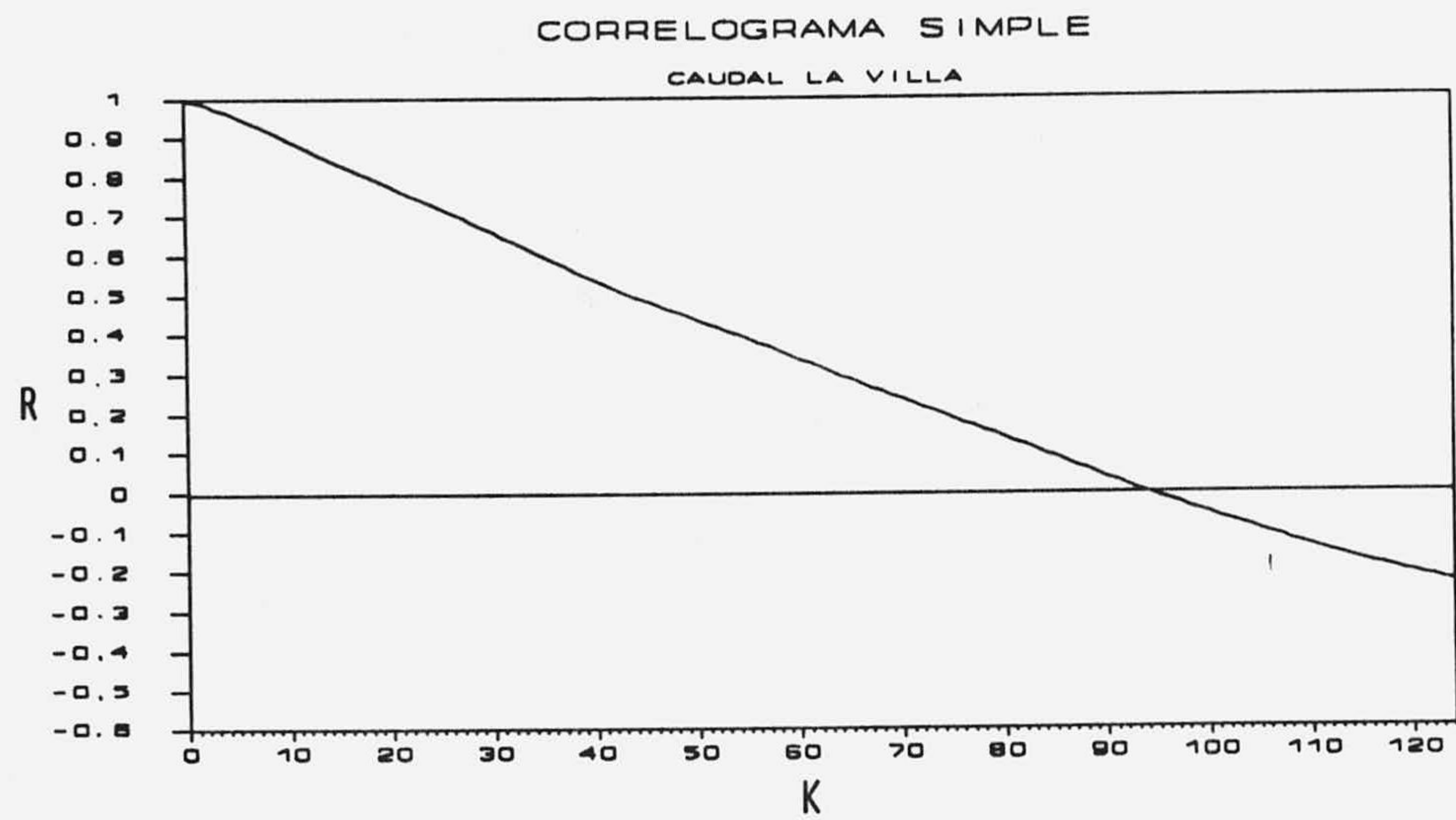
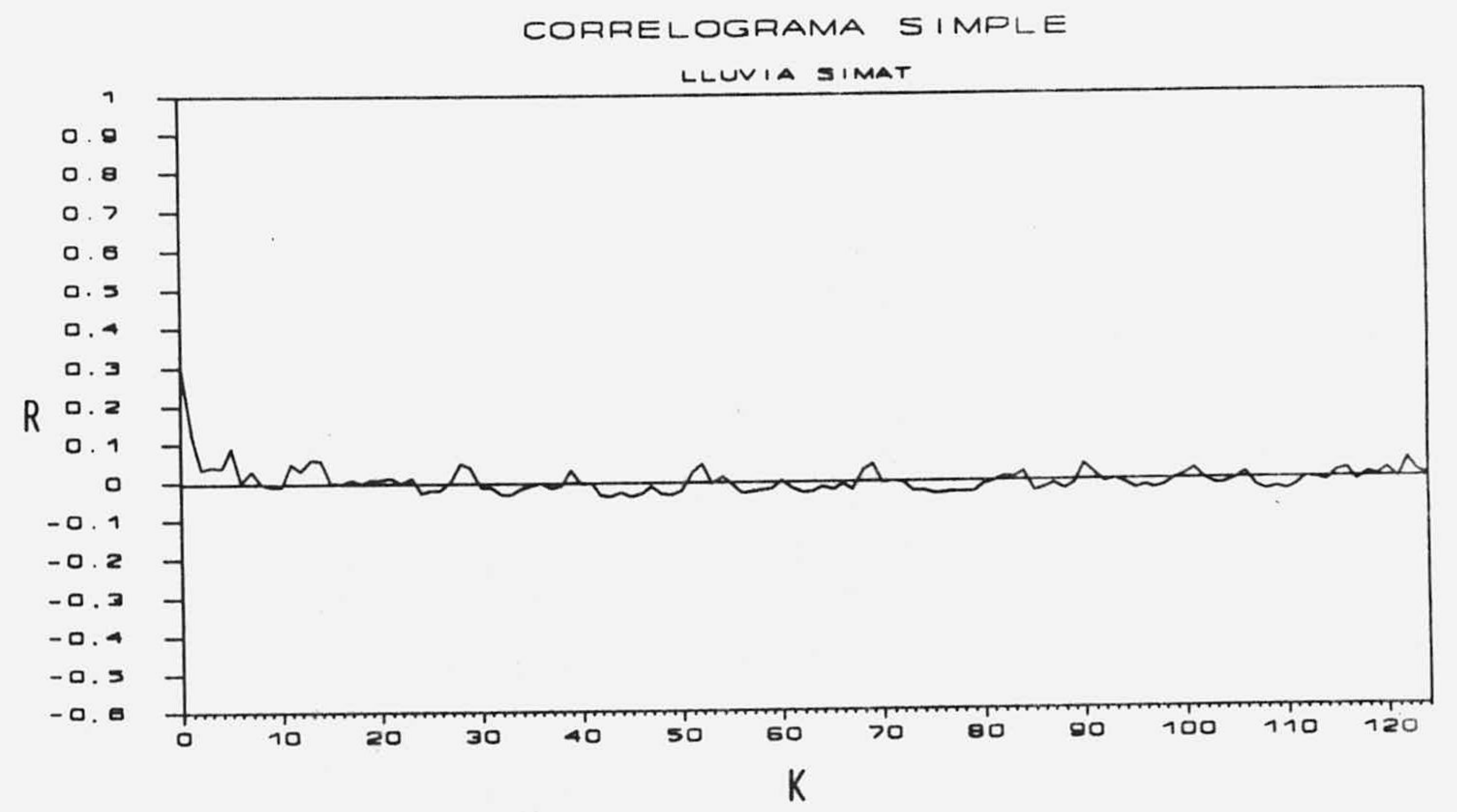
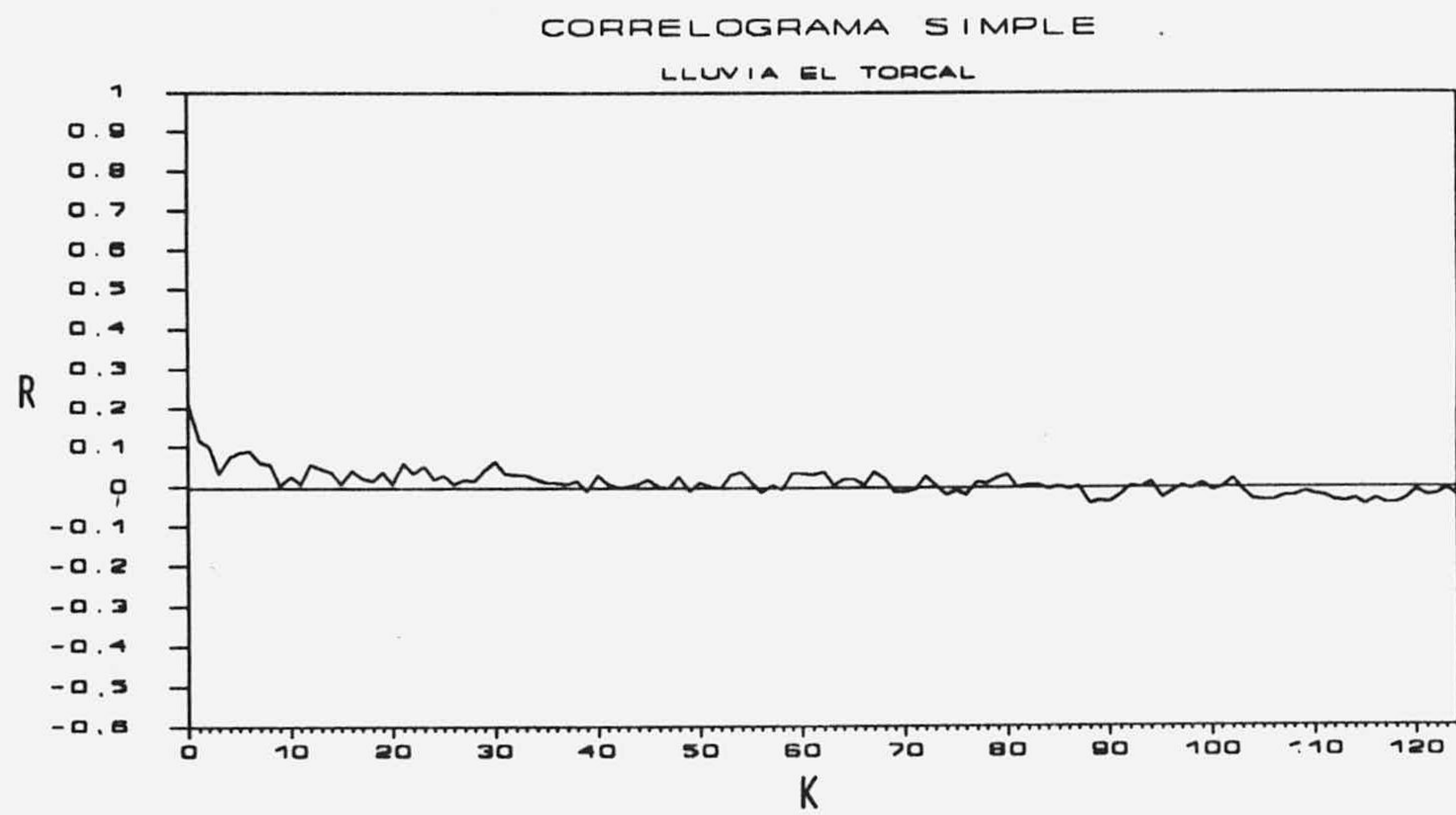


Fig. 34.- Correlogramas simples de las series de precipitación y caudal de El Torcal y Simat.
Ventana de observación de 125 días.

Muy diferente resulta, sin embargo, el correlograma de los caudales. La función decrece lentamente y en ambos acuíferos se constata un considerable efecto memoria, lo que indica la gran inercia del sistema, si bien, es mayor en el Torcal que en Simat. Si utilizamos como criterio de comparación el propuesto por MANGIN (1981 a), según el cual para valores de correlación inferiores a 0.2 se consideran independientes, la memoria para El Torcal resulta ser de 74 días y para Simat de 64 días. Este criterio no deja de ser aproximado, puesto que, la correlación propia debida a la dependencia de los datos está muy influenciada por la atribuible a la periodicidad anual, considerable en el caso de los caudales, como se verá más adelante.

Para observar la variabilidad en los correlogramas simples de los caudales obtenidos para los distintos ciclos disponibles frente al de la totalidad de la serie, he realizado un estudio comparativo que se puede observar en la figura 35. Se comprueba que existe una

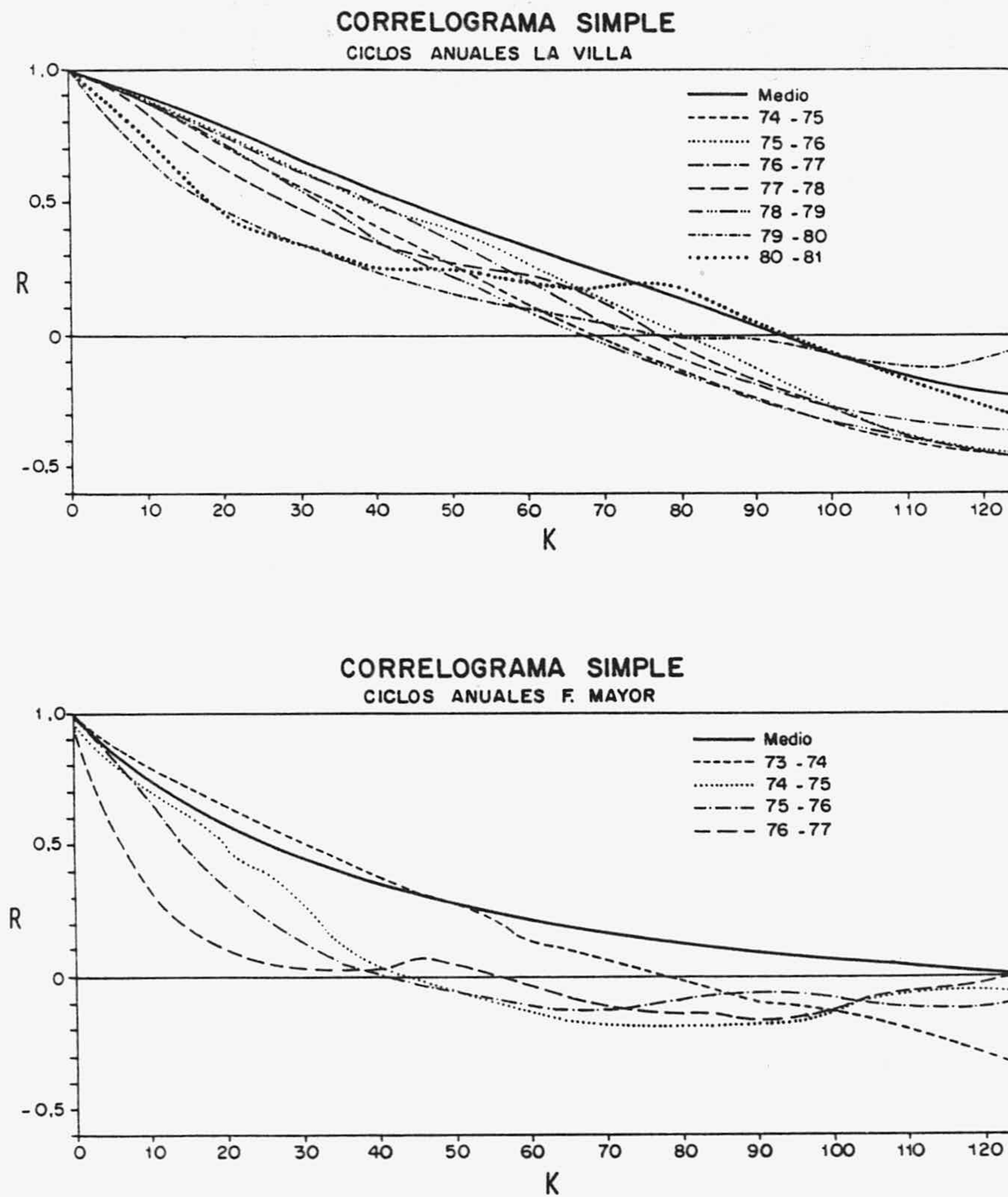


Fig. 35.- Correlogramas simples de cada uno de los ciclos hidrológicos de las series de caudal de La Villa y F. Mayor.

cierta dispersión en los correlogramas, sobre todo en lo que se refiere al acuífero de Simat. Con el mismo criterio utilizado en el párrafo anterior, la memoria en El Torcal oscila en un rango comprendido entre 45 y 75 días, y en Simat entre 15 y 57 días. En principio, la dispersión observada, puede ser debida fundamentalmente a la ausencia de linealidad en los sistemas: el comportamiento del acuífero depende del estado del mismo en el momento de producirse la precipitación, sobre todo en lo que se refiere al nivel de saturación y al porcentaje de infiltración.

Para comprobar hasta qué punto la falta de linealidad es la causante de la distorsión en la forma de los correlogramas, he simulado dos series de caudales sintéticas, generadas al aplicar a las precipitaciones de El Torcal y Simat una función de deconvolución lineal. Para El Torcal el núcleo de convolución elegido tiene un total de 100 parámetros y para Simat 65, ambos decrecientes, (Fig. 36). En la figura 37 se muestran los correlogramas obtenidos para cada uno de los ciclos, así como el correlograma medio.

A la vista de los resultados se constata que el criterio de tomar como base, para estimar el efecto memoria, el valor del coeficiente de correlación de 0.2 es bastante inexacto. La memoria impuesta a El Torcal y a Simat es de 100 y 65 días; sin embargo, con este criterio se obtiene para El Torcal un valor medio de 75 días, con un rango de variación entre 30 y 77 días; y para Simat un valor medio de 34 días, con un rango entre 27 y 37 días. Ello es consecuencia evidente de la influencia de la correlación estacional, que en estos casos actúa en favor de una reducción de la dependencia propia del sistema.

Por otro lado, se comprueba que los correlogramas de la serie sintética de caudales de El Torcal presentan más variabilidad que los de la serie de caudales reales. Por tanto, difícilmente atribuible ni al estado del acuífero, ni al porcentaje infiltrado; puesto que el acuífero en sí mismo no interviene en la generación de los caudales sintéticos. Ni siquiera la cantidad precipitada en el ciclo hidrológico tiene mucha influencia; el decrecimiento más rápido en el correlograma se observa en el ciclo 80-81, aunque el más seco es, sin embargo, el 74-75 con 528 mm; este último ciclo no presenta ninguna característica visible en el correlograma que lo diferencie especialmente de los más húmedos, 76-77 y 78-79, ambos con 1047 mm.

Por tanto, la falta de linealidad del sistema, como exponíamos anteriormente no es la causa principal de la variabilidad observada en los correlogramas de los caudales en los ciclos anuales, sino que hay que buscarla principalmente en dos causas:

- La primera es debida a la falta de estacionaridad que existe al tratar series con un intervalo muestral de un sólo ciclo hidrológico; la hipótesis de estacionaridad presupuesta en principio para series de caudales de varios ciclos de longitud queda en "entredicho" cuando se trata de series pequeñas, sobre todo en sistemas de alta regulación. Como se comprobará con la función de densidad espectral de los caudales, existe una marcada periodicidad anual y, por tanto, no hay que desechar la presencia de importantes tendencias dentro de cada ciclo que hagan rechazar la hipótesis de estacionaridad de segundo orden.

- Una segunda causa es debida, como ya apunta MANGIN (1981 a), a la forma y distribución en que se producen las precipitaciones; una precipitación muy regular, producida en un acuífero con respuesta lineal, daría correlogramas con pendientes menos pronunciadas que una precipitación distribuida irregularmente, independientemente de la cantidad de agua caída y con poca influencia del estado en que se encuentra la franja saturada.

b) Correlograma de larga duración

Con una ventana de observación de 725 días, los correlogramas de las precipitaciones (Fig. 38) siguen mostrando esencialmente su carácter aleatorio; no obstante, se puede intuir cierta periodicidad anual en el de El Torcal, si bien ésta resultará mucho más evidente al aplicar la función de densidad espectral. Contrasta la periodicidad anual tan acentuada que se observa en los correlogramas de los caudales, sobre todo el correspondiente a El Torcal, lo cual ya da una idea del alto poder de regulación. Es innegable que la correlación sobreimpuesta por esta periodicidad influirá necesariamente en los valores próximos entre sí, como ya comentaba en el correlograma de corta duración.

B) Función de densidad espectral

En la figura 39 se muestran los espectros obtenidos en las series de precipitaciones y caudales con una ventana de observación de 725 días. Para una mejor visualización de los picos sólo incluyo los valores correspondientes a las frecuencia menores de 0.2.

En el espectro de las precipitaciones se sigue constatando la aleatoriedad de las mismas, puesta de manifiesto por la presencia de picos tanto en las altas como en las me-

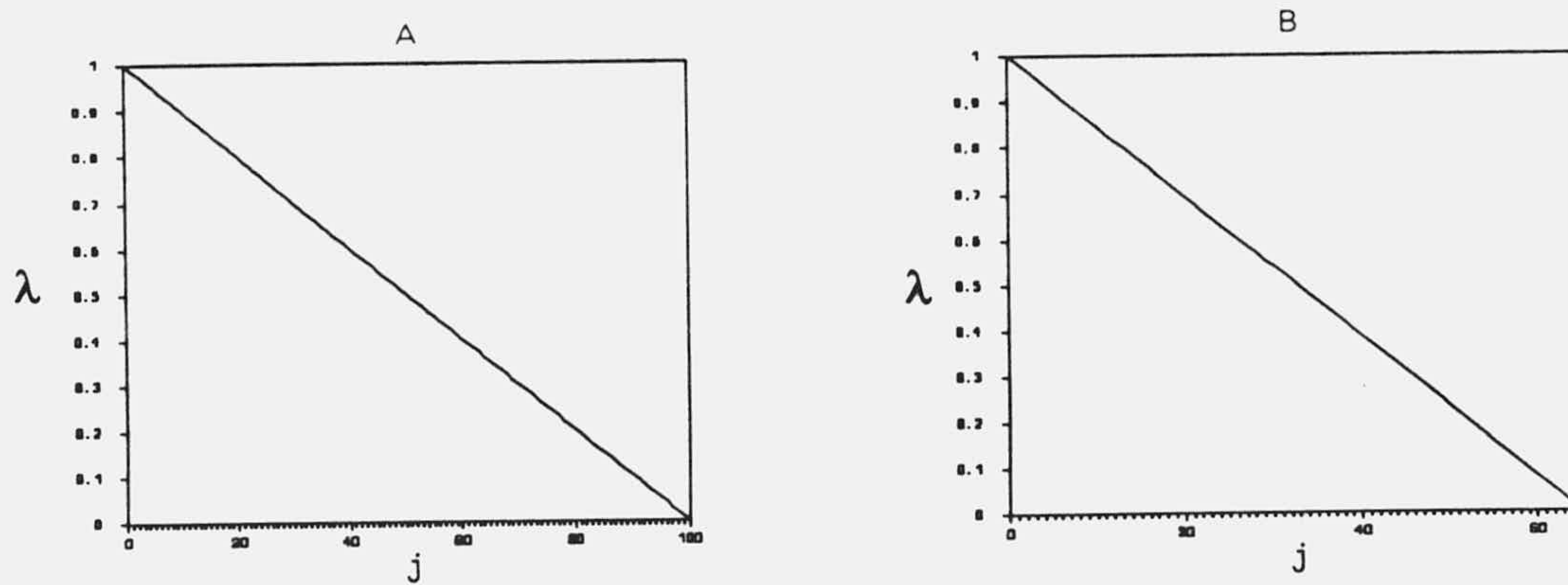


Fig. 36.- Núcleos de convolución utilizados en la generación de caudales sintéticos. A) para El Torcal y B) para Simat.

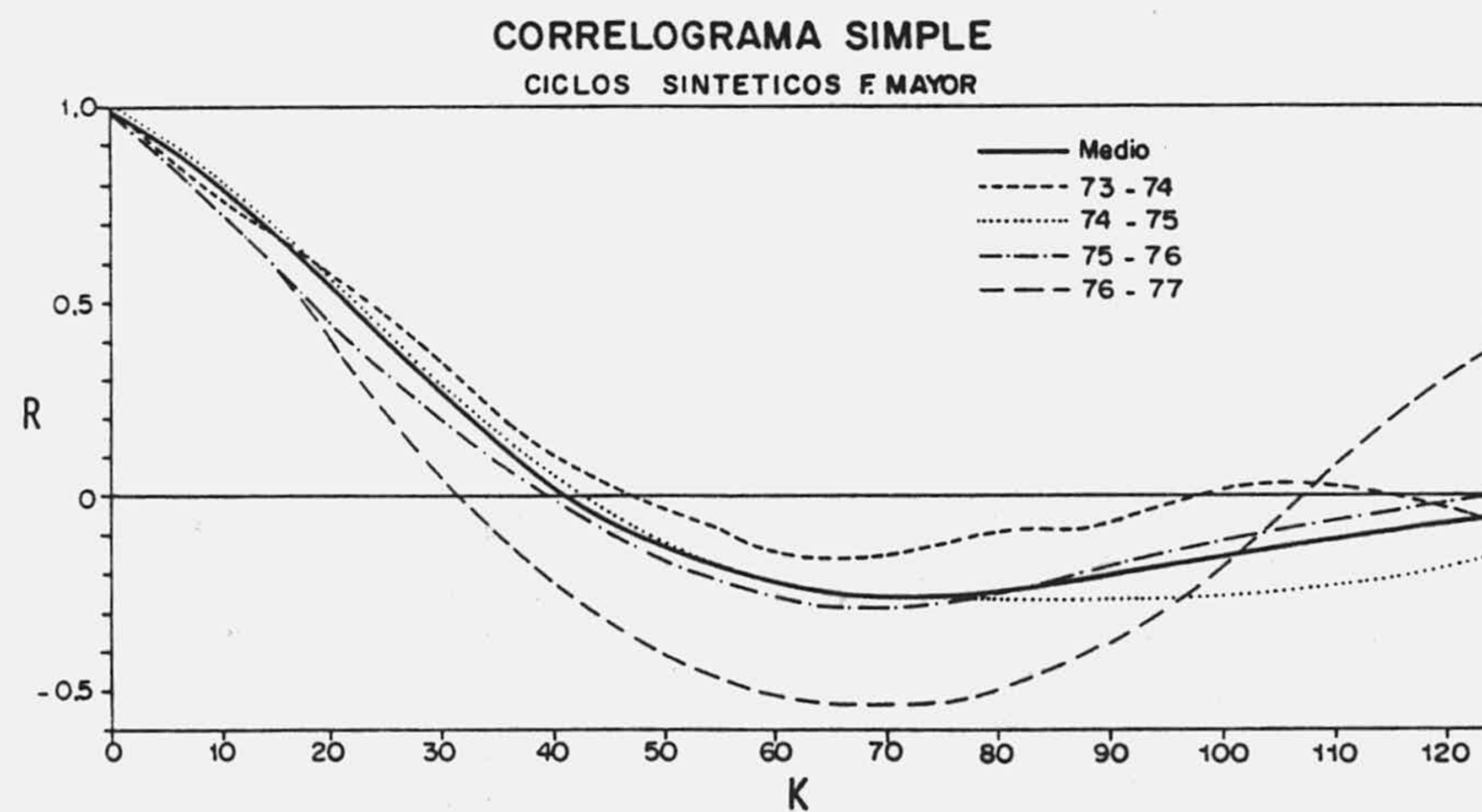
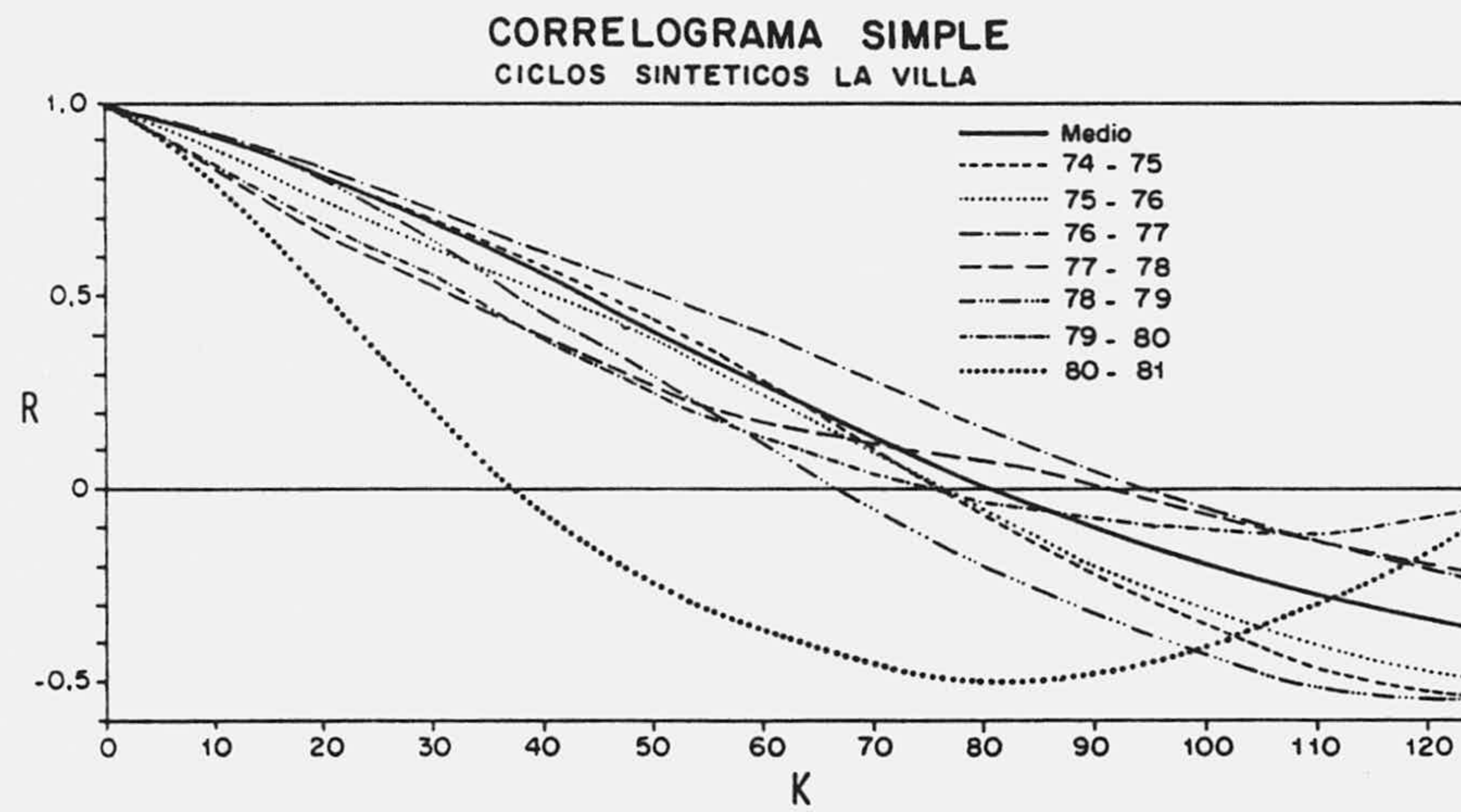


Fig. 37.- Correlogramas simples de cada uno de los ciclos hidrológicos de las series de caudal generadas sintéticamente con los datos de precipitación de El Torcal y Simat.

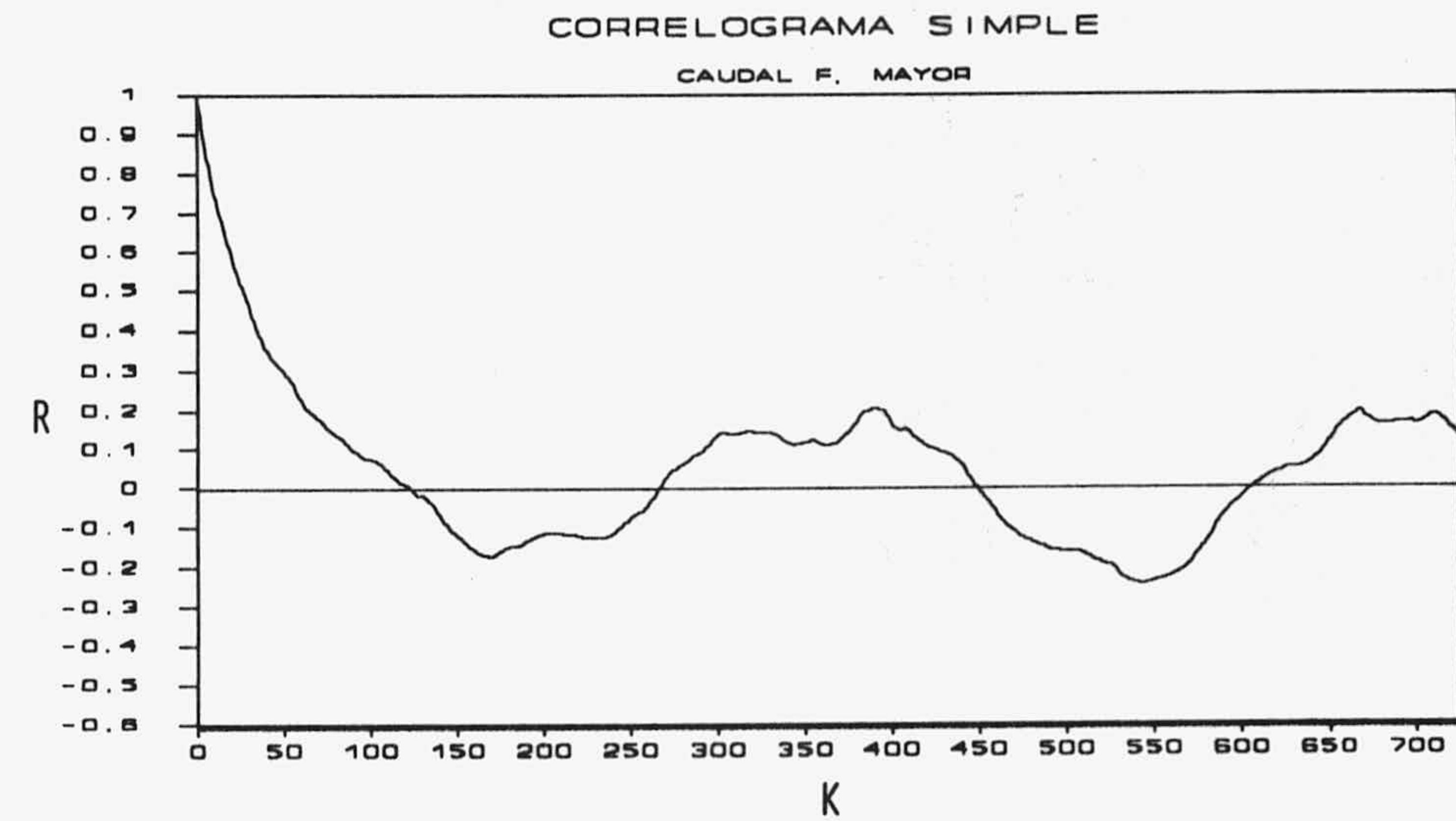
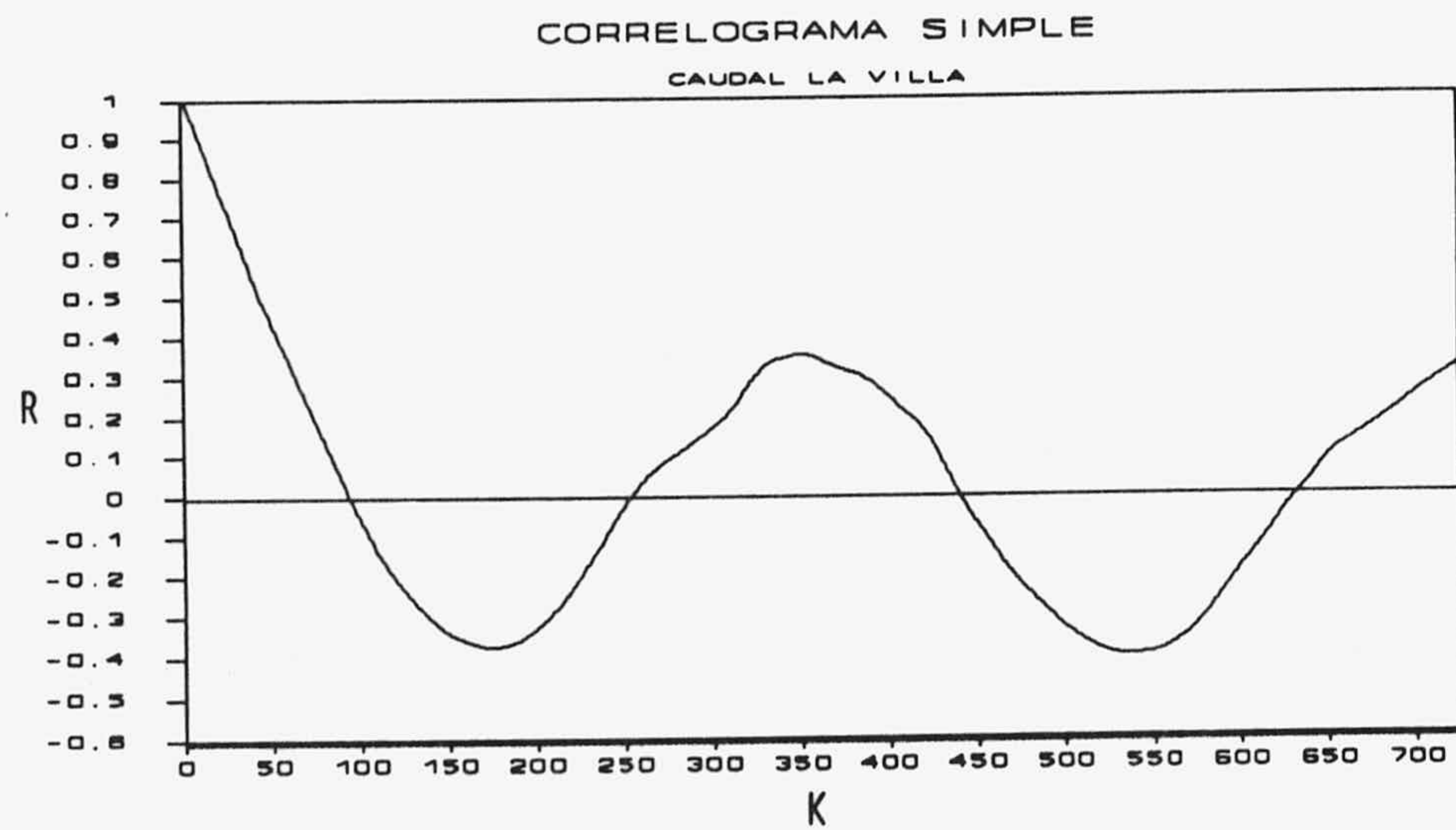
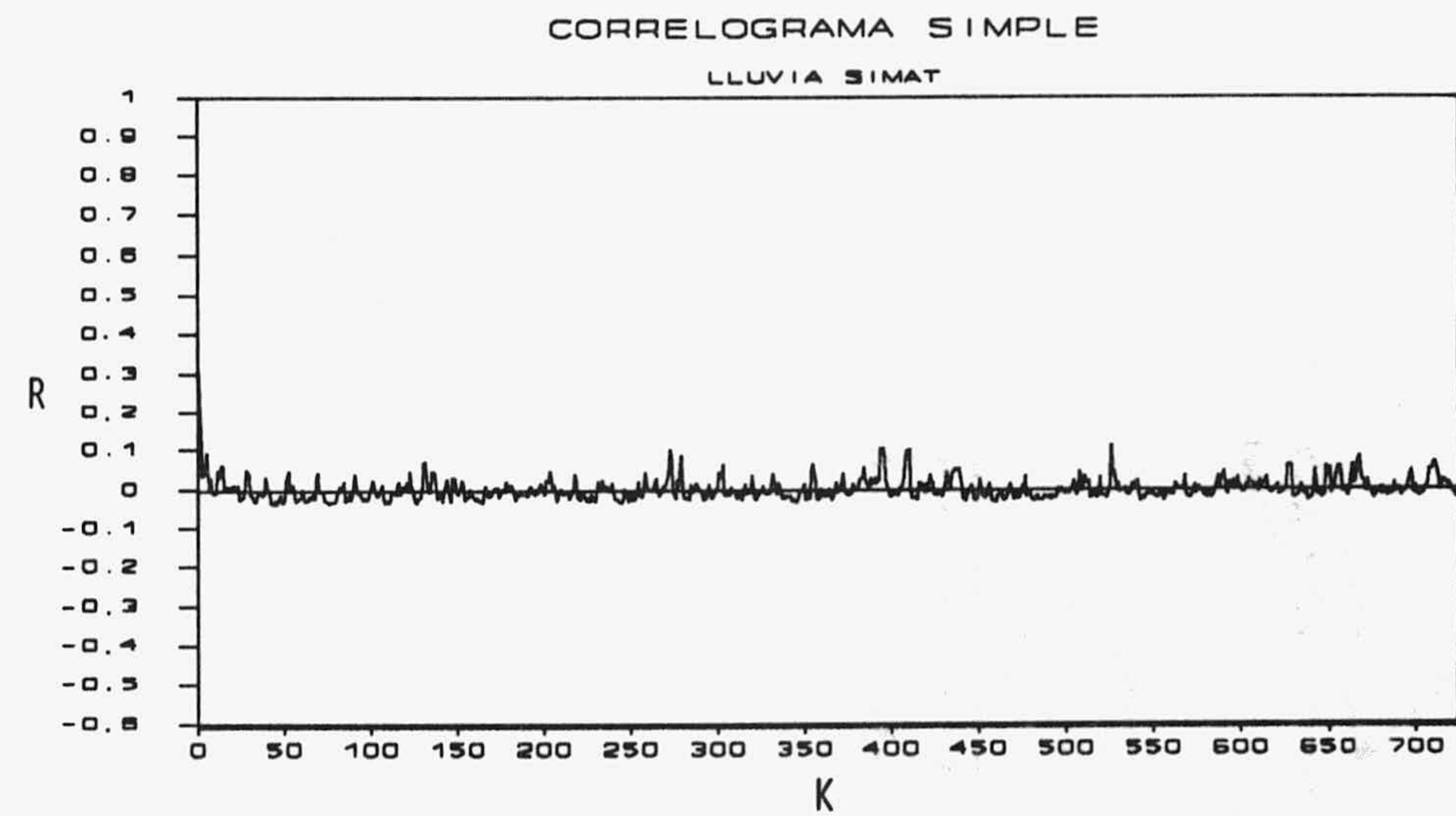
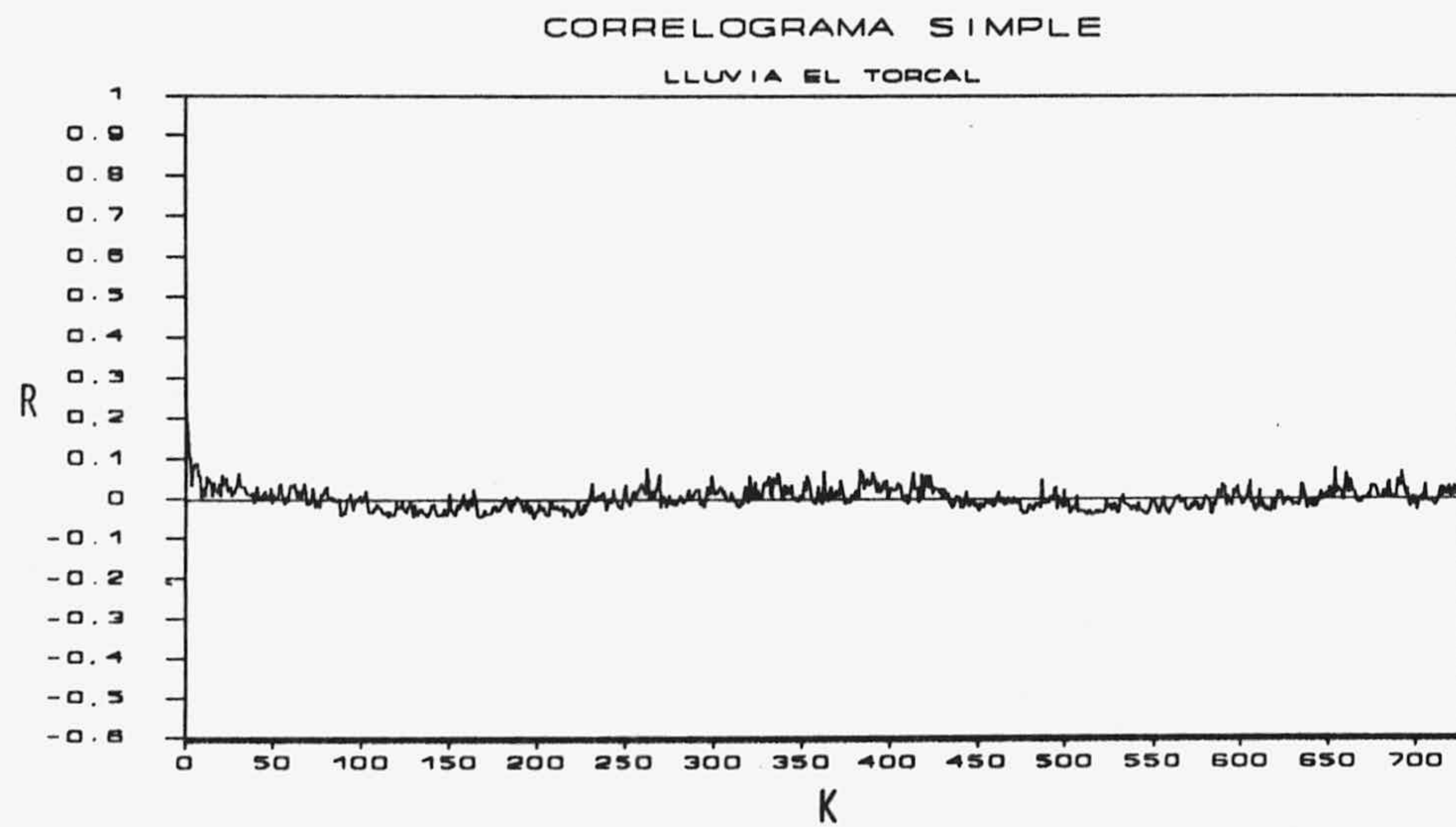


Fig. 38.- Correlogramas simples de El Torcal y Simat. Ventana de observación de 725 días.

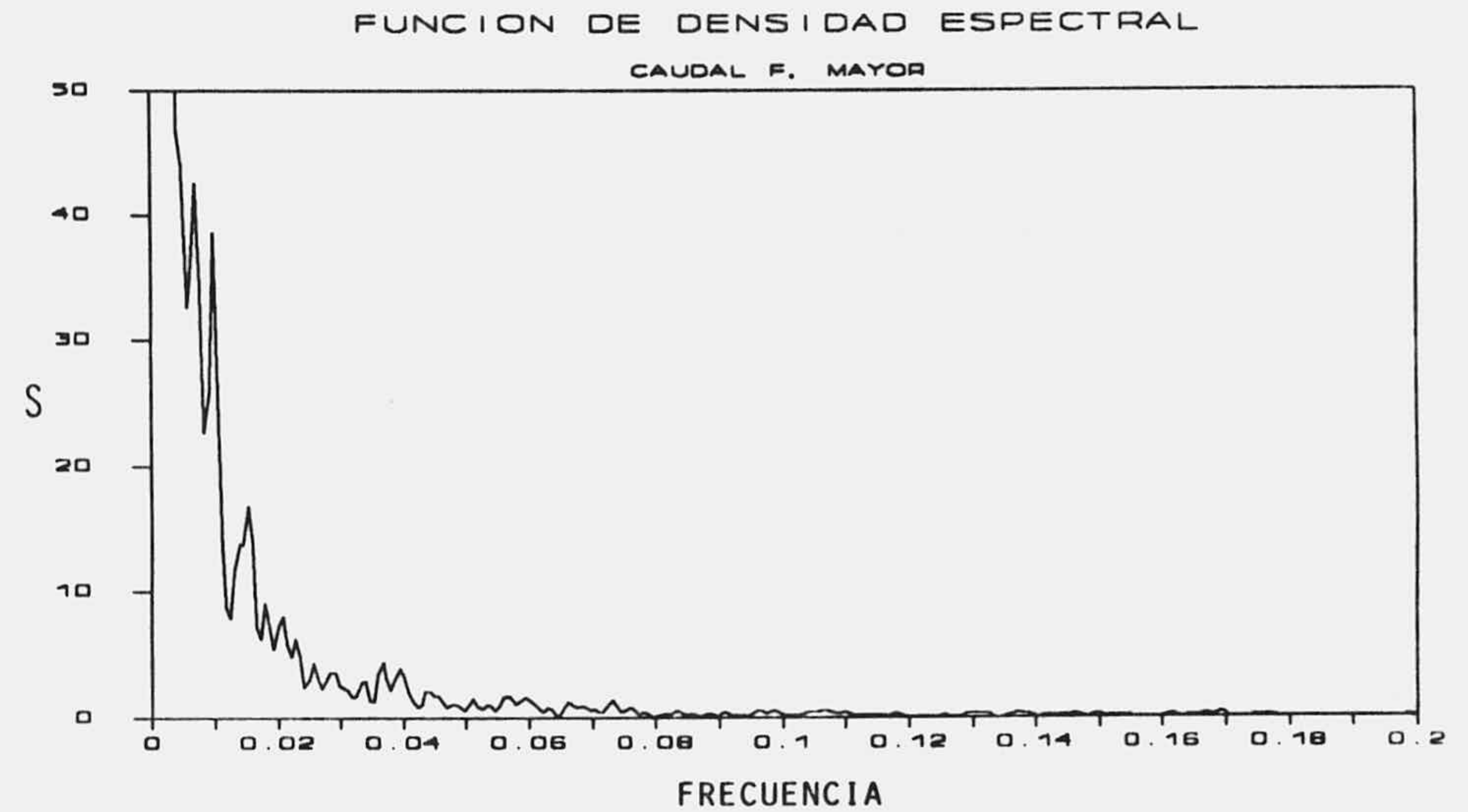
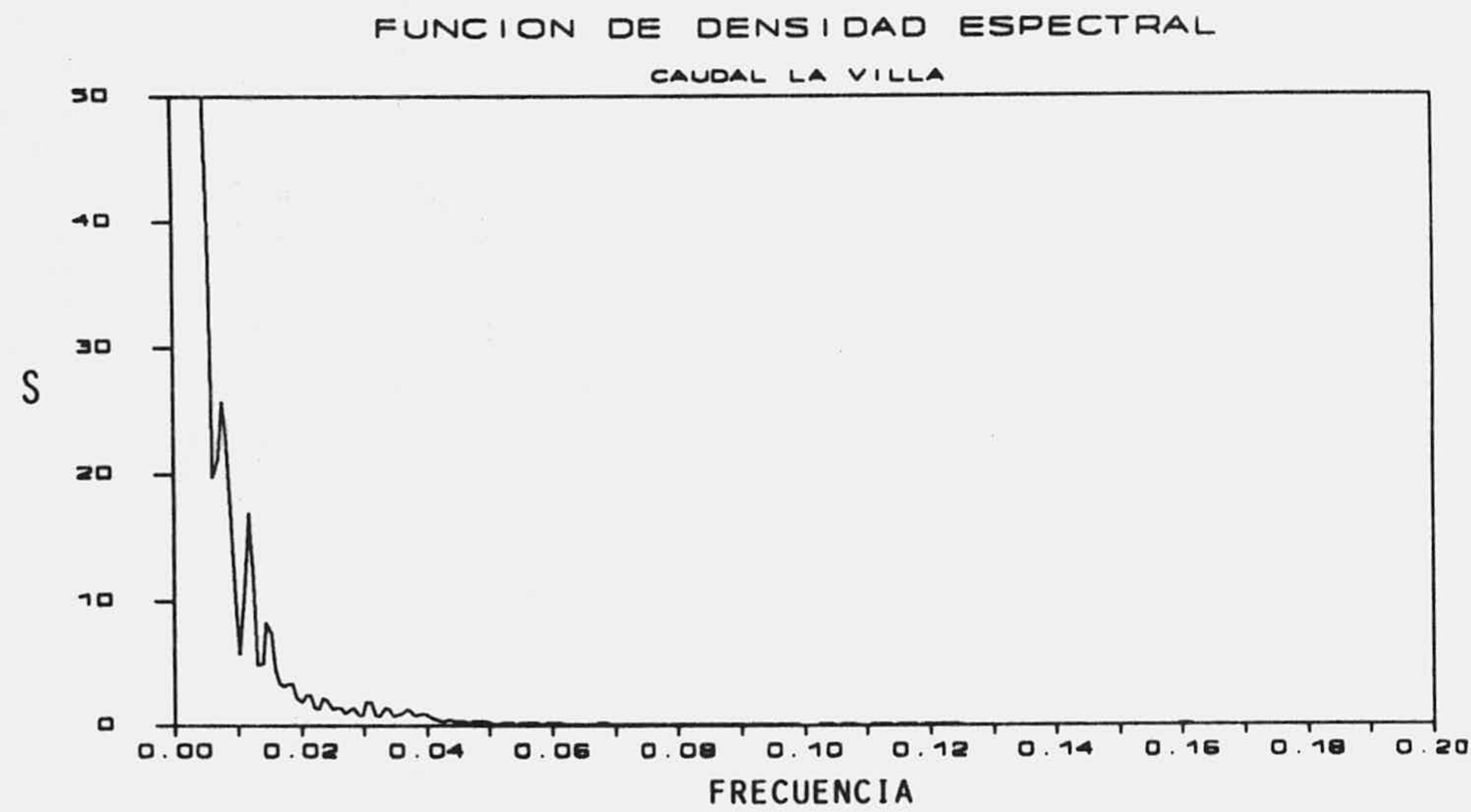
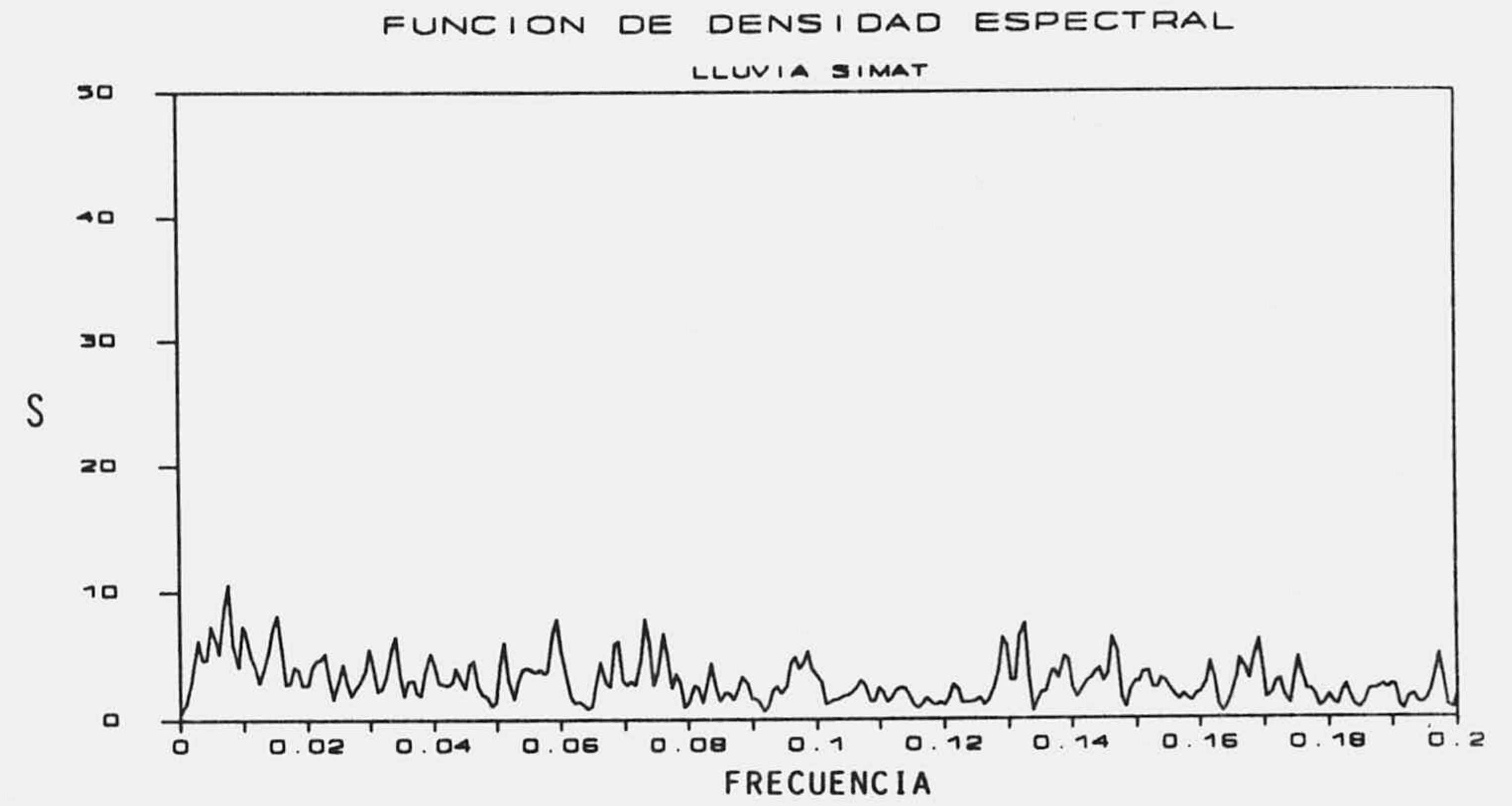
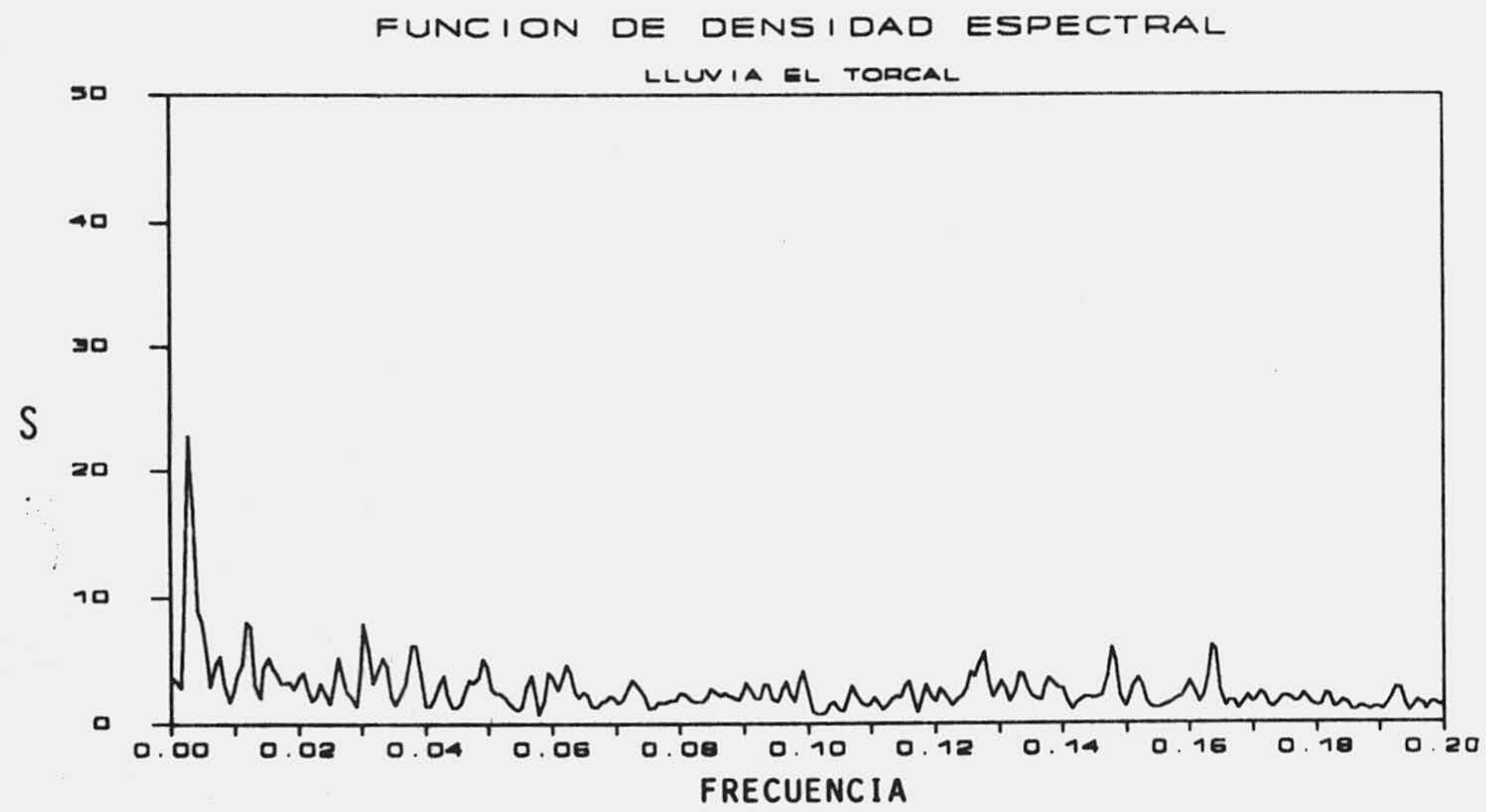


Fig. 39.- Funciones de densidad espectral de El Torcal y Simat. Ventana de observación de 725 días.

días y bajas frecuencias. El pico correspondiente al periodo anual, 365 días, está muy marcado en El Torcal, sin embargo, apenas si se destaca en Simat. Esta periodicidad anual que ya se apreciaba en el correlograma queda perfectamente marcada con el espectro. Al margen de la presencia de numerosos picos en las medias y altas frecuencias que podemos atribuir a ruido blanco, en las bajas frecuencias se pueden destacar algunos picos que ayudaran a identificarlos en el espectro de los caudales: en El Torcal en las frecuencias correspondientes a los periodos de 365, 132, 85, 66 y 30 días; y en Simat en los periodos de 365, 208, 132, 103, 66 y 30 días.

La ausencia casi absoluta de picos en las medias y altas frecuencias en los espectros de los caudales refleja el alto poder regulador de ambos sistemas, más acentuado en El Torcal que en Simat. En el espectro de El Torcal se mantienen bastante bien los picos superiores al periodo de 66 días; el de 30 días, con un valor de densidad espectral muy inferior a su correspondiente en las precipitaciones, apenas si se aprecia, (el área definida por la respuesta impulsional en frecuencias de filtro de 0 a infinito es igual a 2, es decir la media del valor de varianza para cualquiera de los espectros es 2) viene a constatar que el sistema filtra las variaciones producidas en medias y altas frecuencias en favor de las bajas frecuencias. Variaciones en las precipitaciones en intervalos inferiores a 66 días van a ser muy amortiguadas por el acuífero de El Torcal.

Este alto poder regulador del acuífero es patente también, aunque en menor grado, en el acuífero de Simat; en efecto, las variaciones en altas frecuencias son eliminadas pero se detecta alguna variación en las medias frecuencias, posiblemente atribuible a una componente de flujo más rápida, independiente de la regulación propia del acuífero saturado; el pico del espectro de precipitaciones correspondiente al periodo de 30 días también se puede observar con claridad, aunque menos acentuado, en el de los caudales (sin embargo, el de 208 días no está presente, posiblemente sea debido a errores de medida o a ruido blanco). Así pues, el sistema acuífero de Simat regula cualquier variación que se produce en la precipitación inferior a un periodo de 15 días (frecuencia = 0.07), quedando muy amortiguadas las variaciones entre 15 y 30 días.

5.3.2. Análisis cruzado

A) Correlograma cruzado

En la figura 40 se presentan los correlogramas cruzados obtenidos entre la precipitación y el caudal para El Torcal y Simat; la ventana de observación utilizada ha sido de 100 días. En la parte positiva del correlograma de El Torcal se observa un decrecimiento de la función muy suave, que no llega a anularse en la ventana elegida. La larga duración de la respuesta impulsional, asimilable al correlograma cruzado, aporta un nuevo indicativo que es característico de un sistema acuífero muy inercial y de gran regu-

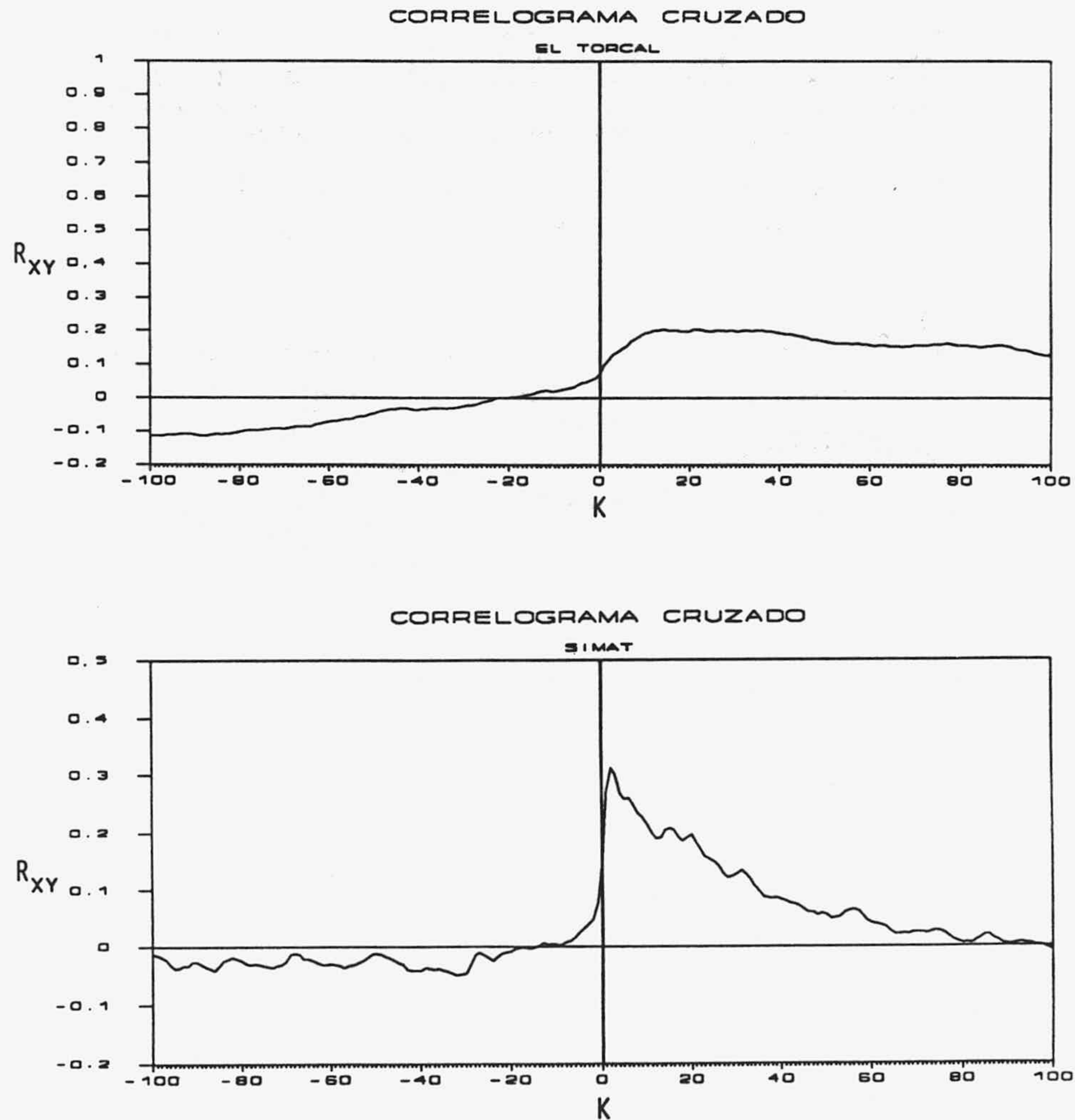


Fig. 40.- Correlogramas cruzados de El Torcal y Simat. Ventana de observación 100 días.

lación, más parecido a un acuífero por porosidad intergranular que por karstificación. La ausencia de picos descarta cualquier tipo de circulación rápida que tenga como consecuencia un caudal de salida por el manantial, por lo menos con una duración superior al intervalo muestral de la serie, diaria; se estaría en un caso similar al ejemplo 8 del epígrafe 5.2 pero con una mayor regulación.

En la parte negativa del correlograma se puede observar un alejamiento apreciable de los valores de correlación nulos - en el caso de independencia de las precipitaciones futuras con los caudales presentes, dichos valores debería ser próximos a cero -, como ya comentaba anteriormente, es debido a la correlación sobreimpuesta que tiene su causa en la periodicidad anual observada en las precipitaciones, que afecta, consecuentemente, también a la parte positiva del correlograma cruzado. El tiempo de concentración, que corresponde a los valores máximos de correlación, oscila entre 12 y 35 días, y la duración de la respuesta parece superior a 100 días.

El correlograma cruzado obtenido para Simat presenta una morfología muy diferente. El decrecimiento es más rápido y existe un pico bien definido, indicativo de un funcionamiento menos inercial que en El Torcal con circulación rápida a través de conductos de karstificación. El tiempo de concentración es de dos días con una duración que oscila entre 60 y 80 días. La respuesta más acusada a la precipitación es interpretada por PULIDO-BOSCH (1983) *como el efecto de la influencia de los aportes masivos de agua al polje drenados por los ponors*. El decrecimiento, relativamente suave, posterior al pico inicial, sin cambios bruscos de pendiente, indica un flujo lento y diferido, característico del agotamiento de un reservorio saturado según una ley simple, posiblemente exponencial, similar al ejemplo 7 del epígrafe 5.2 pero con una respuesta inicial algo más reguladora. Esto hace pensar que realmente no existen dos circulaciones superpuestas en donde deberíamos encontrar, bien 2 picos definidos, bien un apreciable cambio de pendiente. No obstante, en la figura 41 he intentado interpretar dos respuestas impulsionales, una inicial, más aguda, que correspondería a la circulación rápida y otra posterior, más ancha debida al flujo más lento. Esta hipótesis no resulta evidente en el correlograma cruzado, al superponerse ambas respuestas.

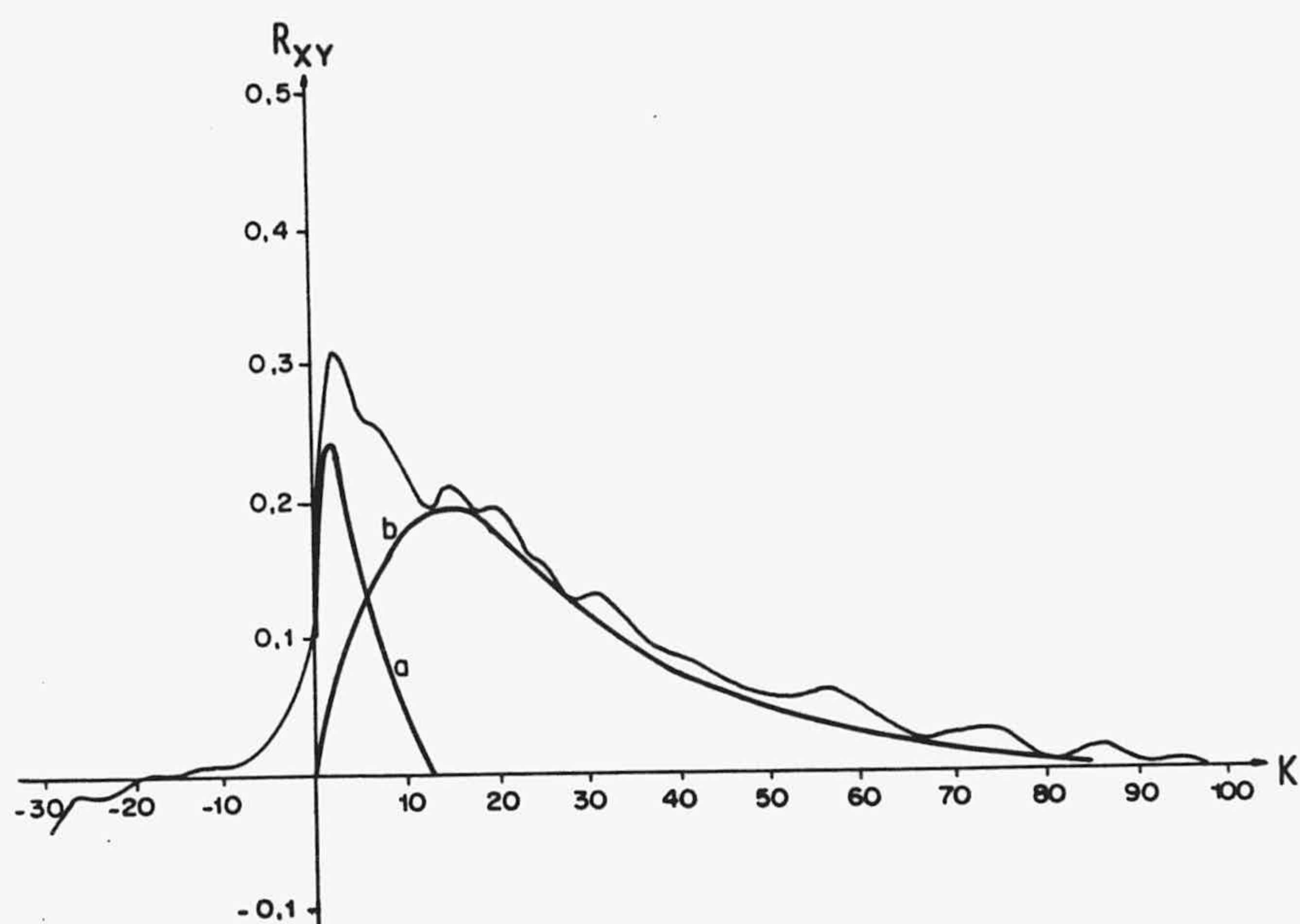


Fig. 41.- Descomposición del correlograma cruzado de Simat en dos respuestas impulsionales: a) rápida y de corta duración y b) lenta y diferida.

En la figura 42 se muestran los correlogramas cruzados obtenidos para cada uno de los ciclos hidrológicos disponibles. La mayor variación entre ciclos se da en El Torcal, en contra de lo que cabría esperar por tratarse de un acuífero con un mayor poder regulador y con la casi ausencia de circulación rápida; contrastan los ciclos con una respuesta achatada y larga con los de respuesta aguda y corta. Este hecho vuelve a confirmar lo que mencionaba al comparar los correlogramas simples; las variaciones en el comportamiento de las series de intervalo muestral anual frente al correlograma, sobre todo en el cruzado, son debidas a la falta de estacionaridad, ligada a que la periodicidad manifiesta introduce una correlación suplementaria, principalmente en sistemas de alta regulación; y a la diferente distribución de la precipitación en cada uno de los ciclos. La falta de linealidad del sistema, supuestamente más acentuada en el acuífero de Simat, introduce poca dispersión.

En El Torcal el máximo de la respuesta impulsional está comprendido en un rango que oscila entre un mínimo de 3 días para el ciclo 80-81 y un máximo de 36 días en el 78-79; la mínima duración de la memoria es de 20 días en el 78-79 y superior a los 100 días en varios de los ciclos analizados.

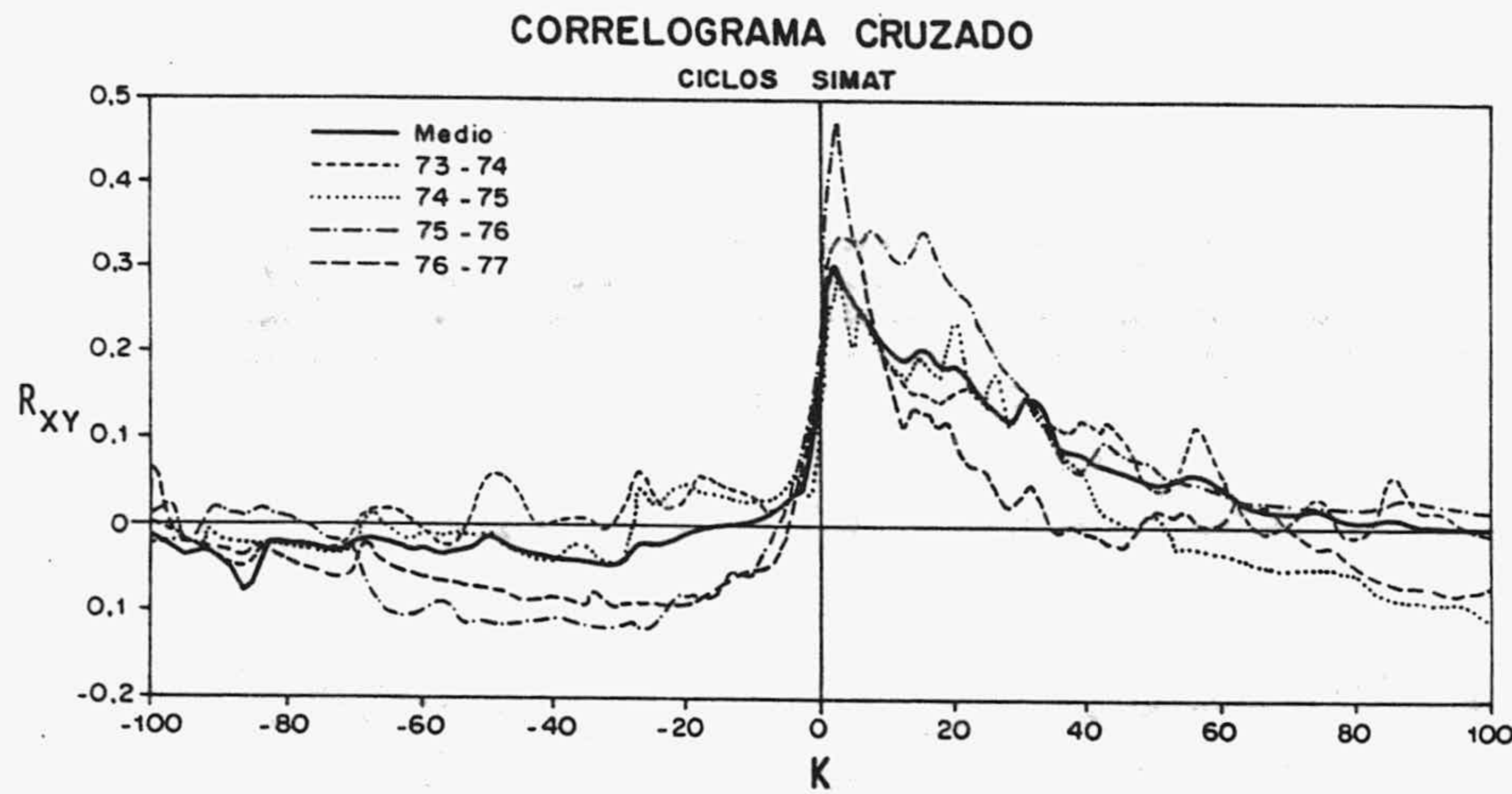
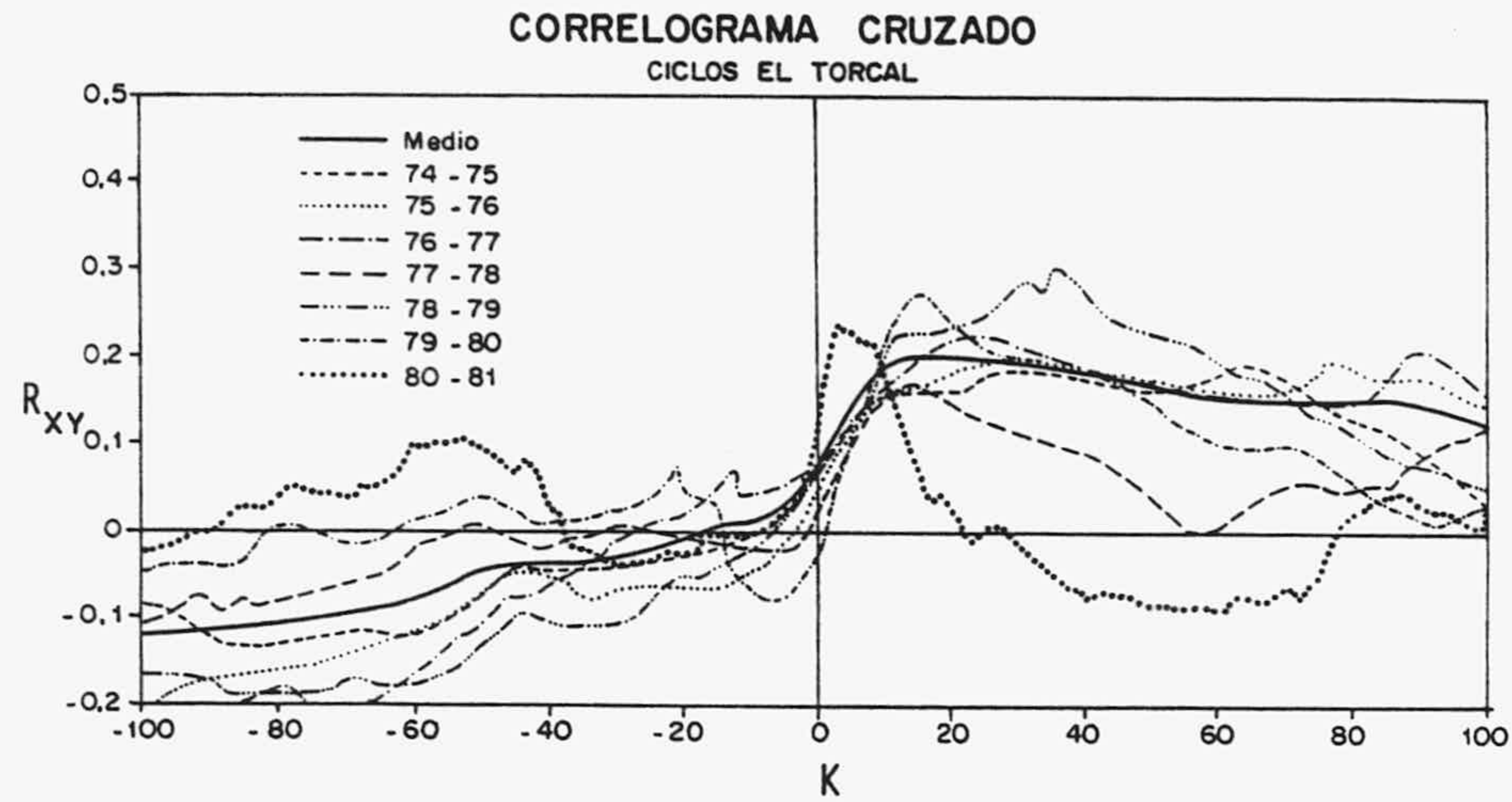


Fig. 42.- Correlogramas cruzados para cada uno de los ciclos hidrológicos de El Torcal y Simat. Ventana de observación 100 días.

En Simat los correlogramas cruzados presentan un gran parecido; el máximo de la respuesta se registra siempre a los 2 días de producirse el aguacero, a excepción del obtenido en el ciclo 75-76, que oscila entre 2 y 15 días. La duración de la memoria está comprendida entre un mínimo de 32 días y un máximo de 70, para los ciclos 76-77 y 75-76 respectivamente.

B) Función de amplitud cruzada

Las funciones de amplitud cruzada obtenidas corroboran lo mencionado anteriormente al comparar los espectros de caudales y precipitaciones. Efectivamente, como

se muestra en la figura 43, el acuífero de El Torcal filtra las variaciones que se producen en la precipitación en las medias y altas frecuencias. Alteraciones con una frecuencia superior a 0.035 (periodos inferiores al mensual) son atenuadas en favor de las bajas frecuencias.

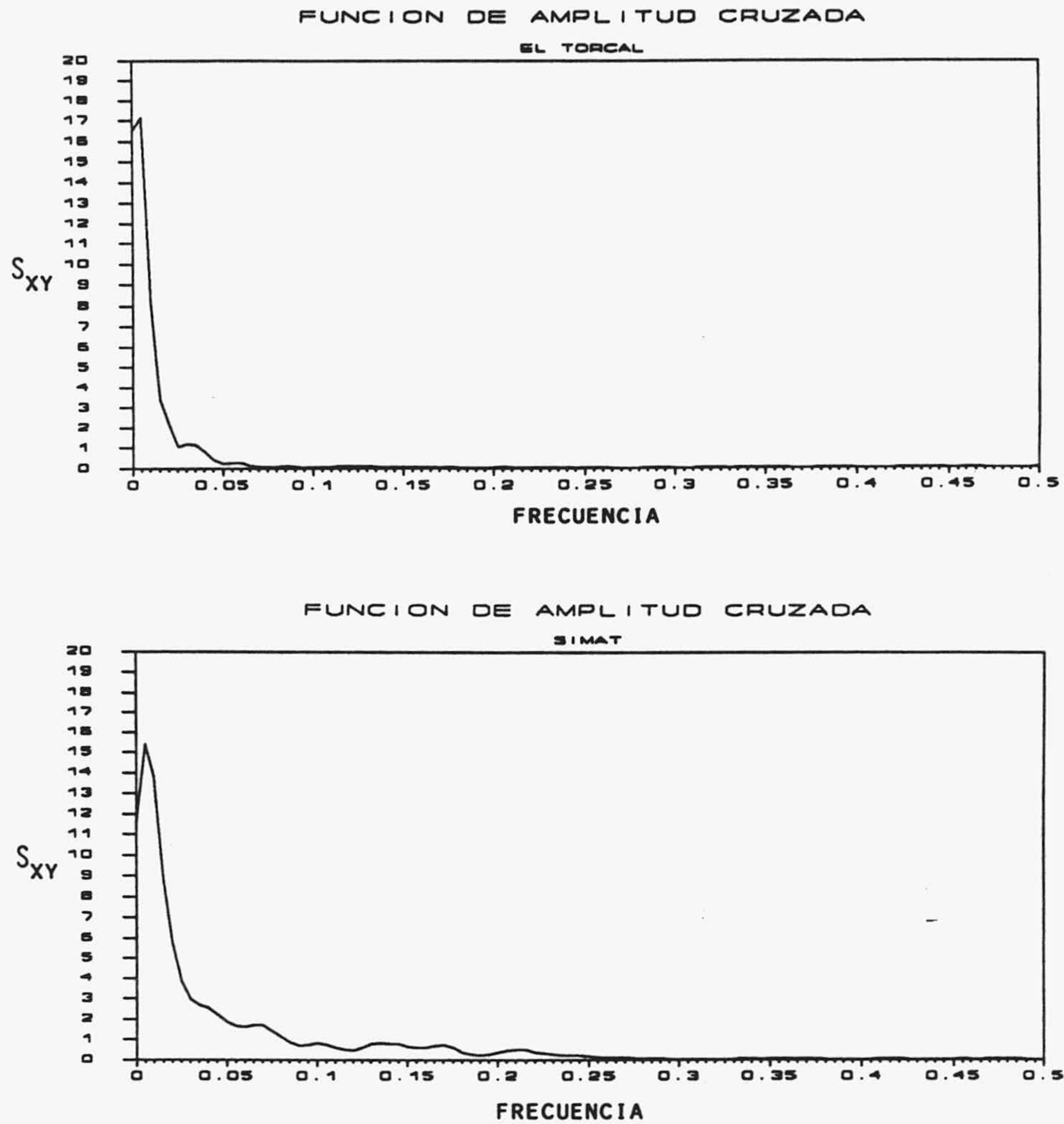


Fig. 43.- Funciones de amplitud cruzada de El Torcal y Simat.

El acuífero de Simat, si bien tiene también un alto poder regulador en las medias y altas frecuencias, presenta una función de amplitud cruzada con valores más altos en estas frecuencias que la de El Torcal. La precipitación no es filtrada totalmente entre las frecuencias 0.05 y 0.25, periodo comprendido entre 20 y 4 días; variaciones de la precipitación en estos cortos periodos tienen una respuesta en el manantial de F. Mayor, lo que confirma la existencia de zonas más transmisivas incluidas, posiblemente, en la franja saturada, que pasan información transmitida por la precipitación en las medias frecuencias. Como se verá más adelante con el resto de las funciones cruzadas, este hecho

parece confirmarse; el modelo de funcionamiento del sistema que habría que invocar sería equivalente a una mezcla de los ejemplos 3 y 5 estudiados en el epígrafe 3.2.

C) Función de fase

En El Torcal la función de fase (Fig. 44) se distorsiona para frecuencias superiores a 0.015; sin embargo, presenta alineación apreciable en las frecuencias inferiores. El desfase calculado por la pendiente de esta recta resulta ser de 40 días; si suponemos que la función de transferencia tiene, aproximadamente, la misma forma que la propuesta en el ejemplo 8 del epígrafe 3.2, es decir paulatinamente decreciente, podemos obtener la longitud de di-

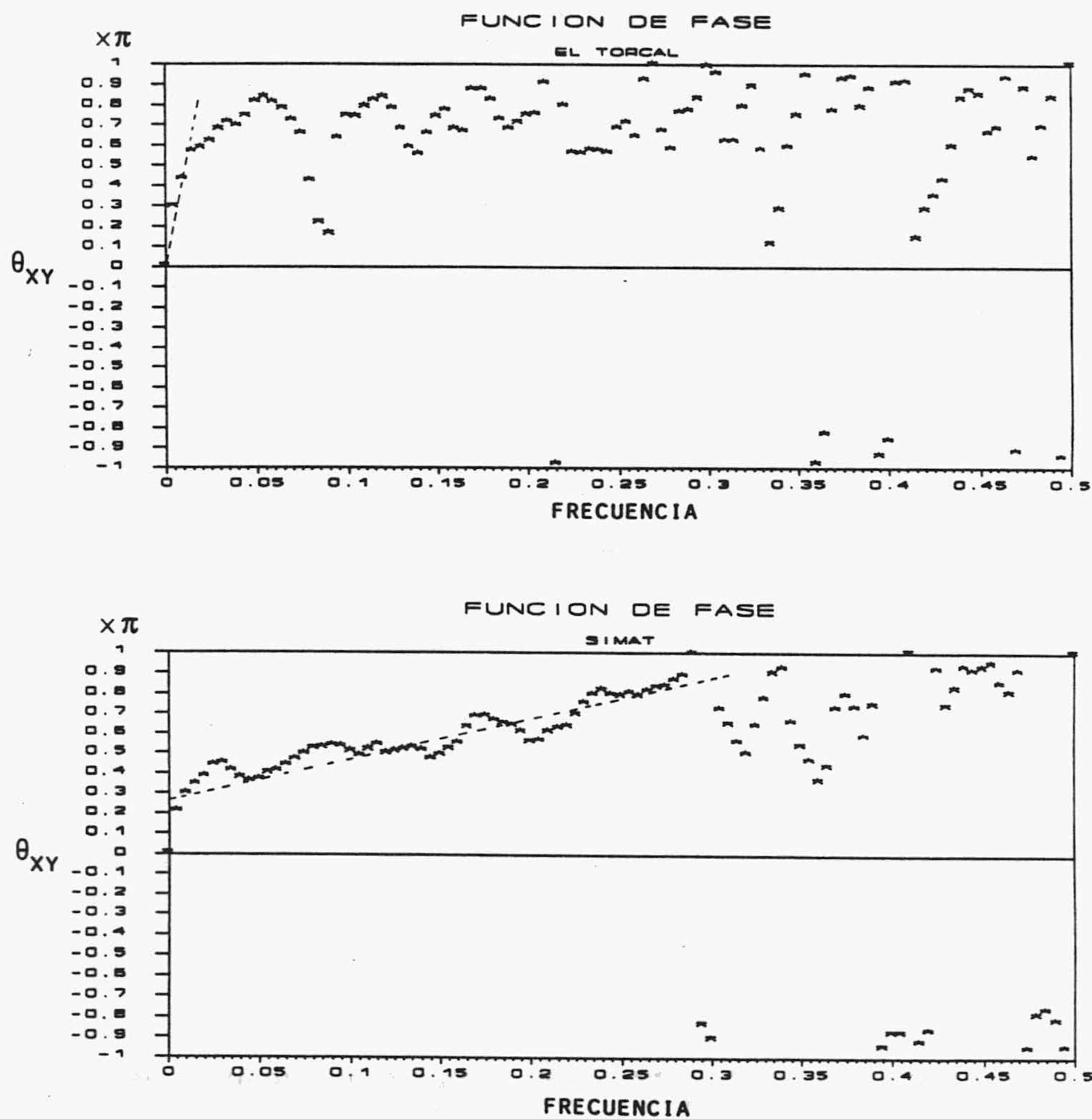


Fig. 44.- Funciones de fase de El Torcal y Simat.

cha función de transferencia al despejarla de la fórmula propuesta en el ejemplo 4 del mencionado epígrafe:

$$n = 1 + d\sqrt{2}/(\sqrt{2}-1)$$

donde d es el retraso. La longitud obtenida es de 135 días, compatible con los resultados obtenidos en los distintos análisis efectuados.

En Simat difícilmente se observa una alineación en las bajas frecuencias, figura 44, donde la función de fase es muy irregular; sin embargo, entre las frecuencias 0.05 y 0.3, sí existe una aparente alineación de los puntos, que equivale al desfase de la parte más transmisiva del acuífero; el retraso que proporciona la pendiente de la recta ajustada es de, aproximadamente 1 día; al aplicar la fórmula anterior resulta una longitud aproximada de la respuesta impulsional de 3.4 días que coincide con la frecuencia (0.3) por encima de la cual se produce distorsión de la función de fase, la anulación total de la función de amplitud cruzada y, como se verá más adelante, la pérdida de correlación y máxima atenuación de la señal en las funciones de coherencia y de ganancia, respectivamente.

C) *Función de coherencia*

En la figura 45 se presentan las funciones de coherencia obtenidas en los dos sistemas analizados. Como cabría esperar, en El Torcal se observan correlaciones relativamente altas en periodos superiores a 50 días; en periodos inferiores existe una considerable disminución de la misma. El alto poder regulador del sistema anula, prácticamente, las variaciones en la precipitación en las medias y altas frecuencias que, consecuentemente, al no tener una respuesta en los caudales, no presentan correlación.

La coherencia en Simat es alta para las frecuencias inferiores a 0.25, periodos superiores a 4 días; en este intervalo no se puede distinguir claramente qué periodo es regulado por el sector más transmisor y cuál por el sector más regulador al no presentar un contraste de correlación neto, como ocurría en el ejemplo 7 del epígrafe 5.2. Resulta evidente, sin embargo, que la correlación es muy baja para frecuencias superiores a 0.25-0.3, periodos inferiores a 4-3.3 días; como se ha visto, las variaciones de precipitación inferiores a este periodo son anuladas por el sistema.

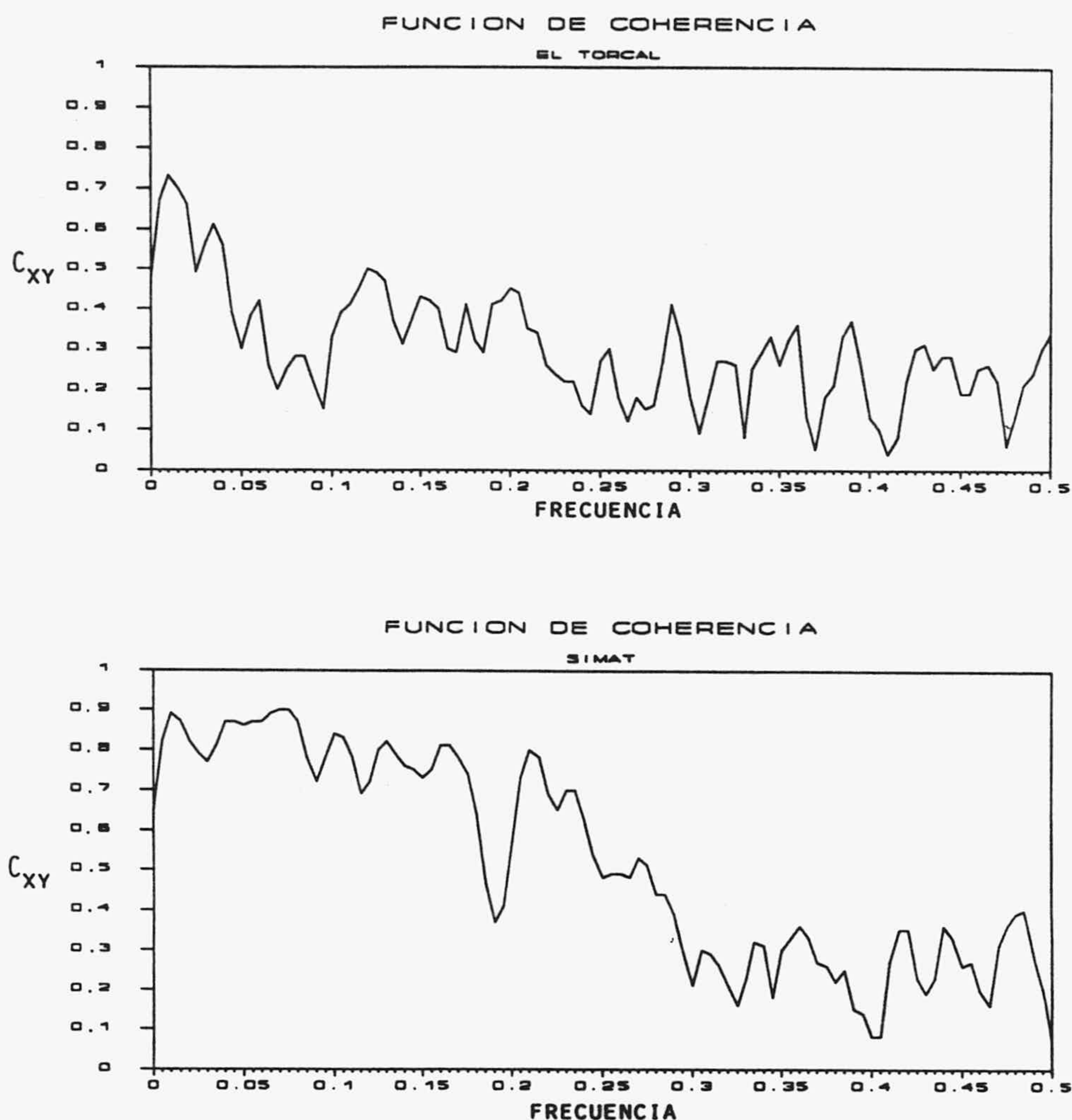


Fig. 45.- Funciones de coherencia de El Torcal y Simat.

D) Función de ganancia

La función de ganancia tiene una interpretación similar a la de amplitud cruzada; indica en qué frecuencias se produce amplificación o atenuación de la señal de entrada respecto a la de salida. En El Torcal (Fig. 46) se produce amplificación para periodos superiores a 66 días, y atenuación en los periodos inferiores, con una casi anulación para periodos inferiores a 25 días.

En Simat existe amplificación para las variaciones superiores a 40 días, con una progresiva reducción de la señal para periodos comprendidos entre 40 y 15 días, aunque no tan acentuada como en El Torcal. Para periodos inferiores se atenúa considerablemente

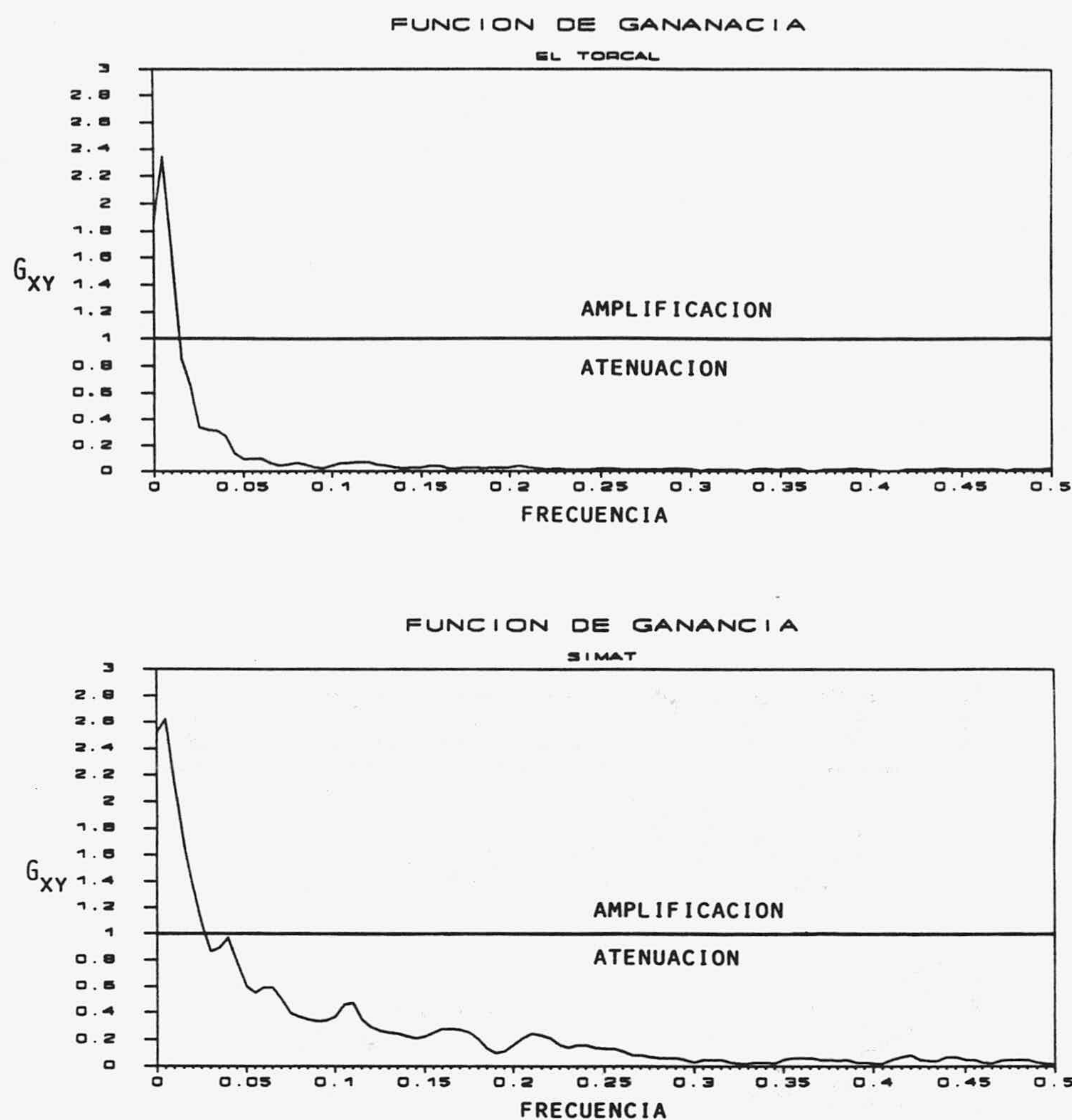


Fig. 46.- Funciones de ganancia de El Torcal y Simat.

la señal; aunque la anulaci3n de la misma s3lo se produce en los periodos inferiores a 4 d3as. Por tanto, podemos intuir que la respuesta impulsional de la franja menos transmisiva y m3s reguladora del acuífero de Simat es de, aproximadamente, 40 d3as, y la de la parte m3s transmisiva y menos reguladora cercana a los 4 d3as; estos resultados apoyan los obtenidos con los anteriores an3lisis.

5.4. COMPARACION CON LOS ACUIFEROS DE ALIOU Y BAGET

Las caracter3sticas de funcionamiento que diferencian a los acuíferos de Aliou y Baget frente a los de El Torcal y Simat, observadas con los an3lisis de crecidas y de

caudales clasificados - existencia de un volumen importante de agua con una circulación rápida a través de grandes conductos; menor volumen de reservas reguladoras, menor inercia en los sistemas - se van a volver a poner de manifiesto con más claridad y representatividad con el análisis de correlación y espectral, al tratar no sólo con la serie de caudales, sino también su relación con la entrada, precipitaciones.

En la figura 47 se presentan los correlogramas simples de los caudales obtenidos para los 4 acuíferos. En Aliou y Baget hay un decrecimiento brusco de la función que contrasta con el suave descenso que se observa en El Torcal y Simat. Se trata por tanto de sistemas "nerviosos" con un predominio importante de la circulación rápida. La memoria observada en Baget es de 18 días y en Aliou de 4, valores muy por debajo de los obtenidos en El Torcal y Simat (74 y 64 días respectivamente), indicativo de la escasa agua que regula la franja saturada en estos acuíferos del Pirineo; en Baget la franja saturada puede ser muy poco transmisiva, lo cual queda reflejado por la pendiente tan suave que sigue a la fuerte decrecida inicial.

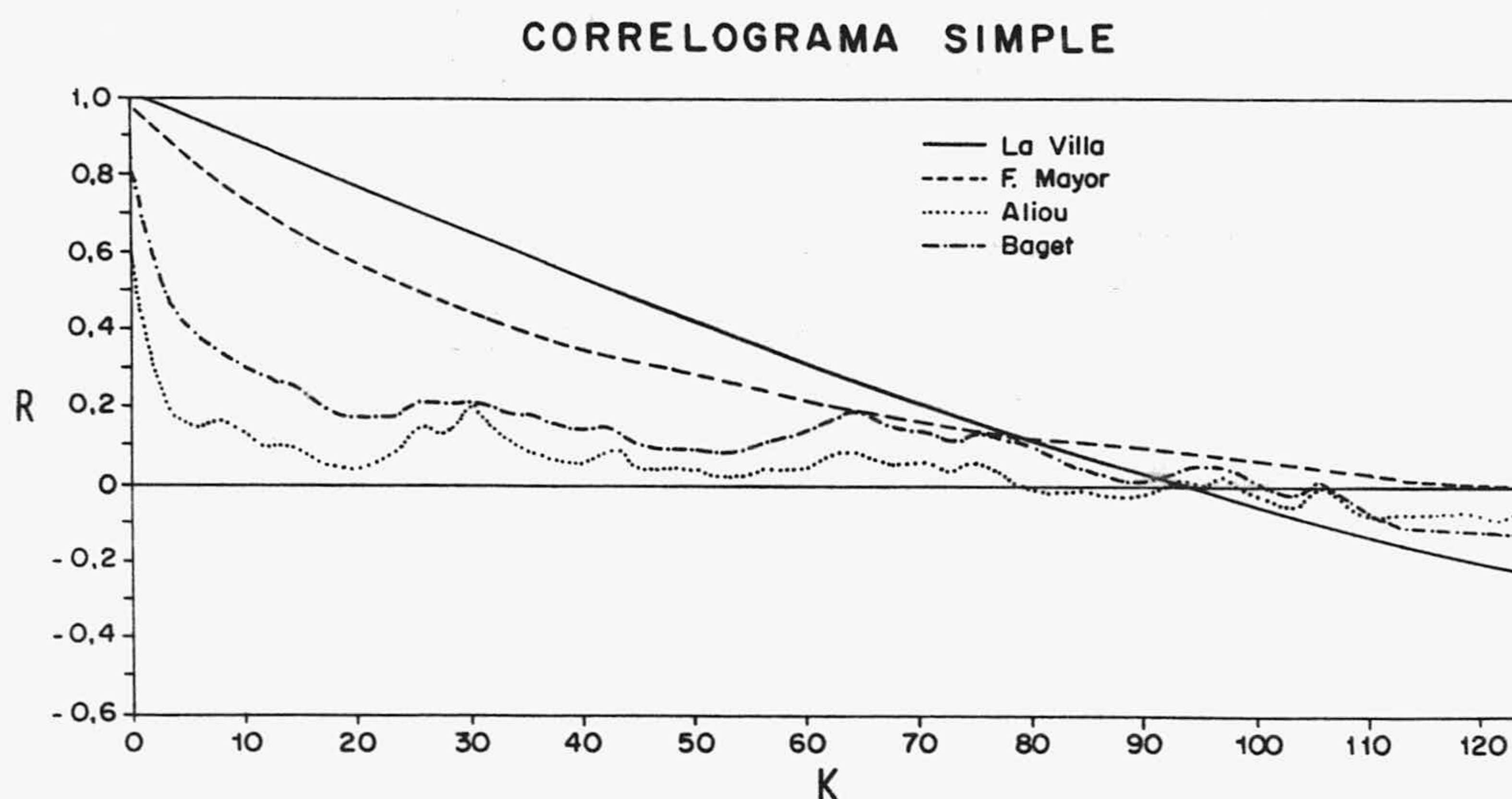


Fig. 47.- Correlogramas simples de los manantiales kársticos analizados del Pirineo y del Mediterráneo.

Las funciones de densidad espectral de los caudales obtenidos en Aliou y Baget (Fig. 48) muestran claramente que apenas si son filtradas las variaciones en la precipitación; la información lluvia pasa casi totalmente sin modificar. El poder regulador de ambos sistemas está mucho menos desarrollado que en los acuíferos de El Torcal y Simat.

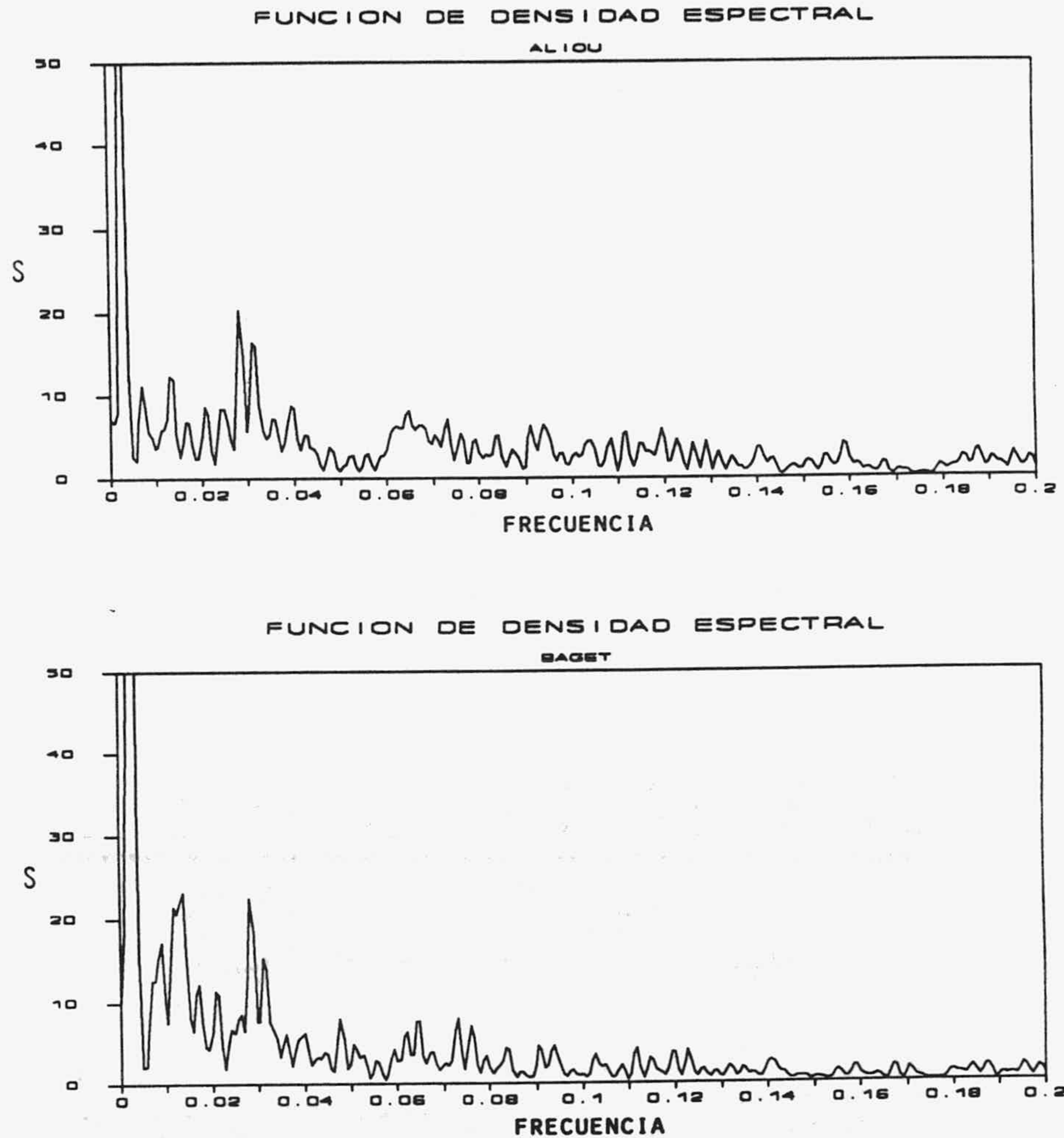


Fig. 48.- Funciones de densidad espectral del caudal de los manantiales de Aliou y Baget.

Los correlogramas cruzados de los acuíferos del Pirineo (Fig. 49) muestran un tiempo de concentración que apenas si se retrasa un día respecto al instante de producirse la precipitación. El coeficiente de correlación obtenido en el pico inicial es muy alto (0.6) lo que vuelve a indicar que la precipitación no sufre una descomposición importante a su paso por el acuífero. Este pico inicial es seguido por un descenso brusco de la curva -llega a valores de correlación muy bajos poco después de haber alcanzado su máximo-; la duración de la respuesta impulsional es muy corta, del orden de 12 y 20 días para Aliou y Baget respectivamente, si lo comparamos con las obtenidas en los acuíferos de El Torcal y Simat.

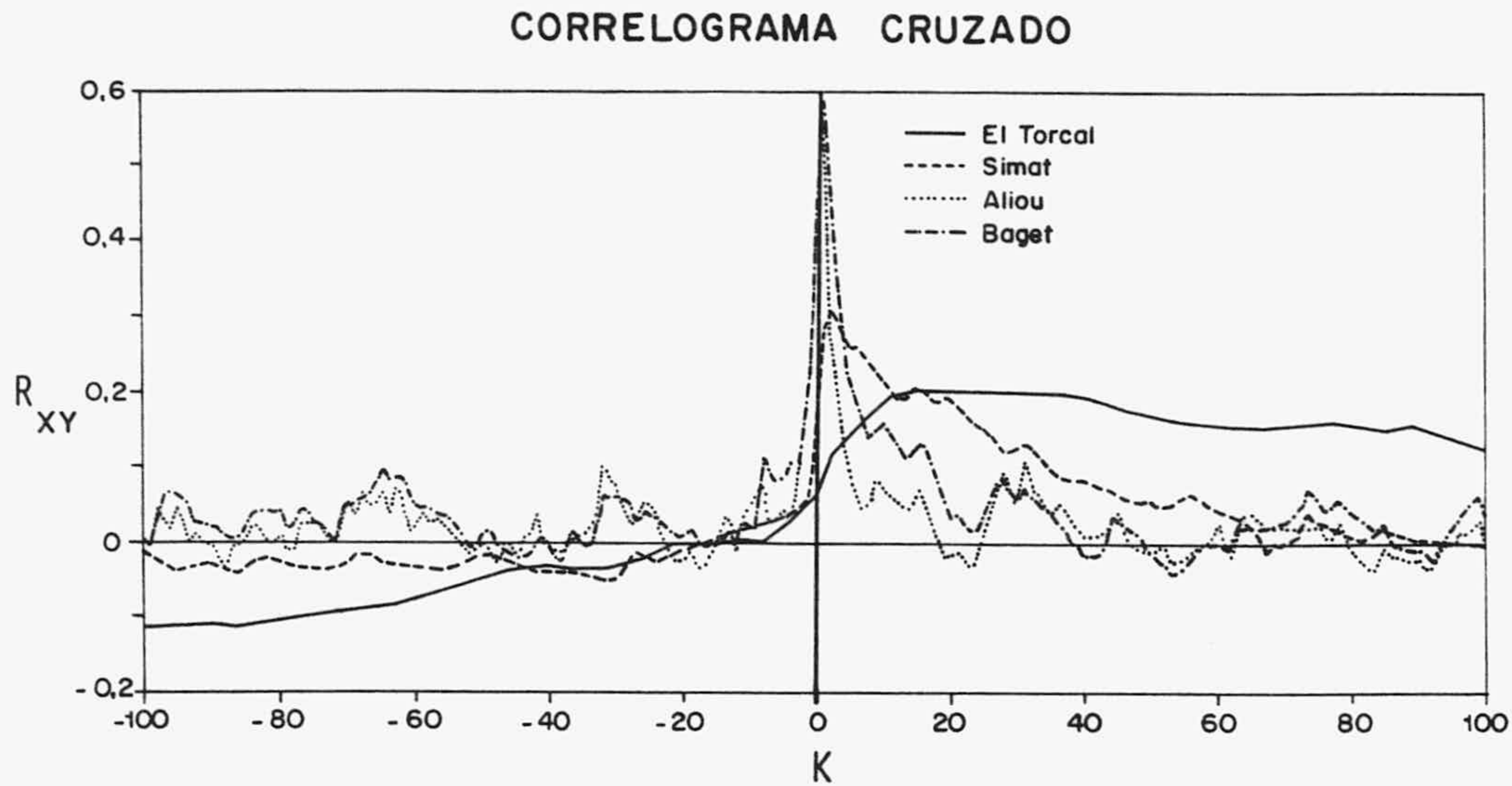


Fig. 49.- Correlogramas cruzados de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo.

Tanto en Aliou como en Baget se observa una serie de picos en el correlograma cruzado posteriores al inicial. Podría suponerse que son causados por la existencia de otra u otras componentes de flujo dentro del propio acuífero; sin embargo, estos picos también tienen su reflejo en la parte negativa del eje de abscisas, resultando correlogramas cruzados con bastante simetría, si exceptuamos el brusco descenso inicial. La explicación hay que buscarla en que en estos acuíferos apenas si se filtran las variaciones periódicas en las frecuencias medias de la precipitación, con lo que su influencia en el correlograma cruzado es considerable. Así por ejemplo, se puede comprobar que el pico localizado aproximadamente a los 30 días tiene su correspondencia en el espectro, con un pico de relativa importancia en el mismo periodo.

Las funciones de amplitud cruzada (Fig. 50) muestran un descenso de los valores más altos en las medias y altas frecuencias que en El Torcal y Simat, si bien, no llegan a anularse en el rango de frecuencias representado, hasta 0.3. Variaciones en la precipitación en periodos superiores a 4 días no son filtradas totalmente.

Las funciones de fase obtenidas en los acuíferos del Pirineo (Fig. 51) muestran una mayor regularidad en las bajas y medias frecuencias que el acuífero de El Torcal, semejante a la de Simat, como se ha visto, es debida a la existencia de una respuesta más rápida del sistema; por tanto, resulta evidente que ocurre lo mismo en los acuíferos de Aliou y Baget, incluso durante frecuencias más bajas, por no estar la señal distorsionada a causa de la existencia de sectores reguladores que ejerzan una notable influencia en la

FUNCION DE AMPLITUD CRUZADA

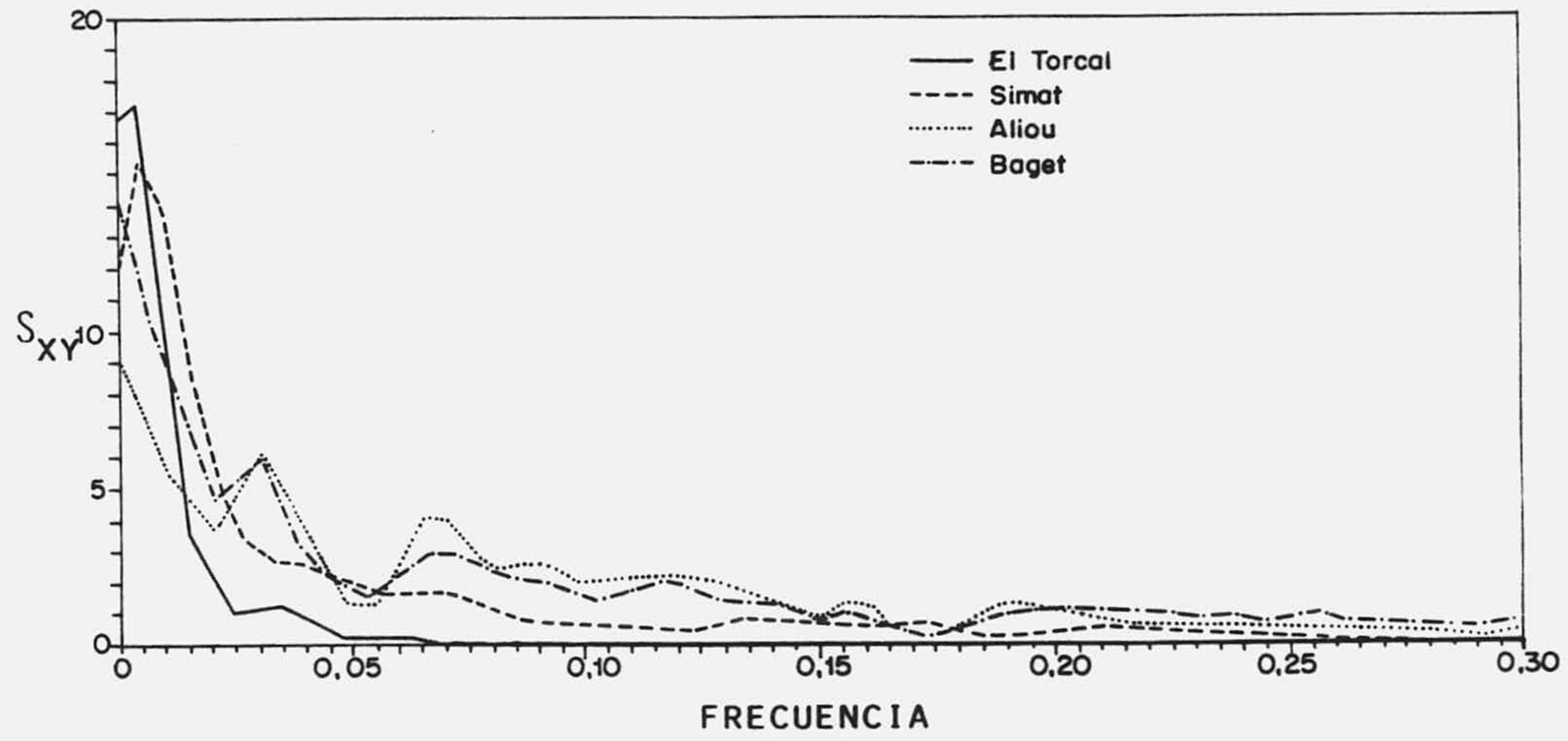


Fig. 50.- Funciones de amplitud cruzada de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo.

FUNCION DE FASE

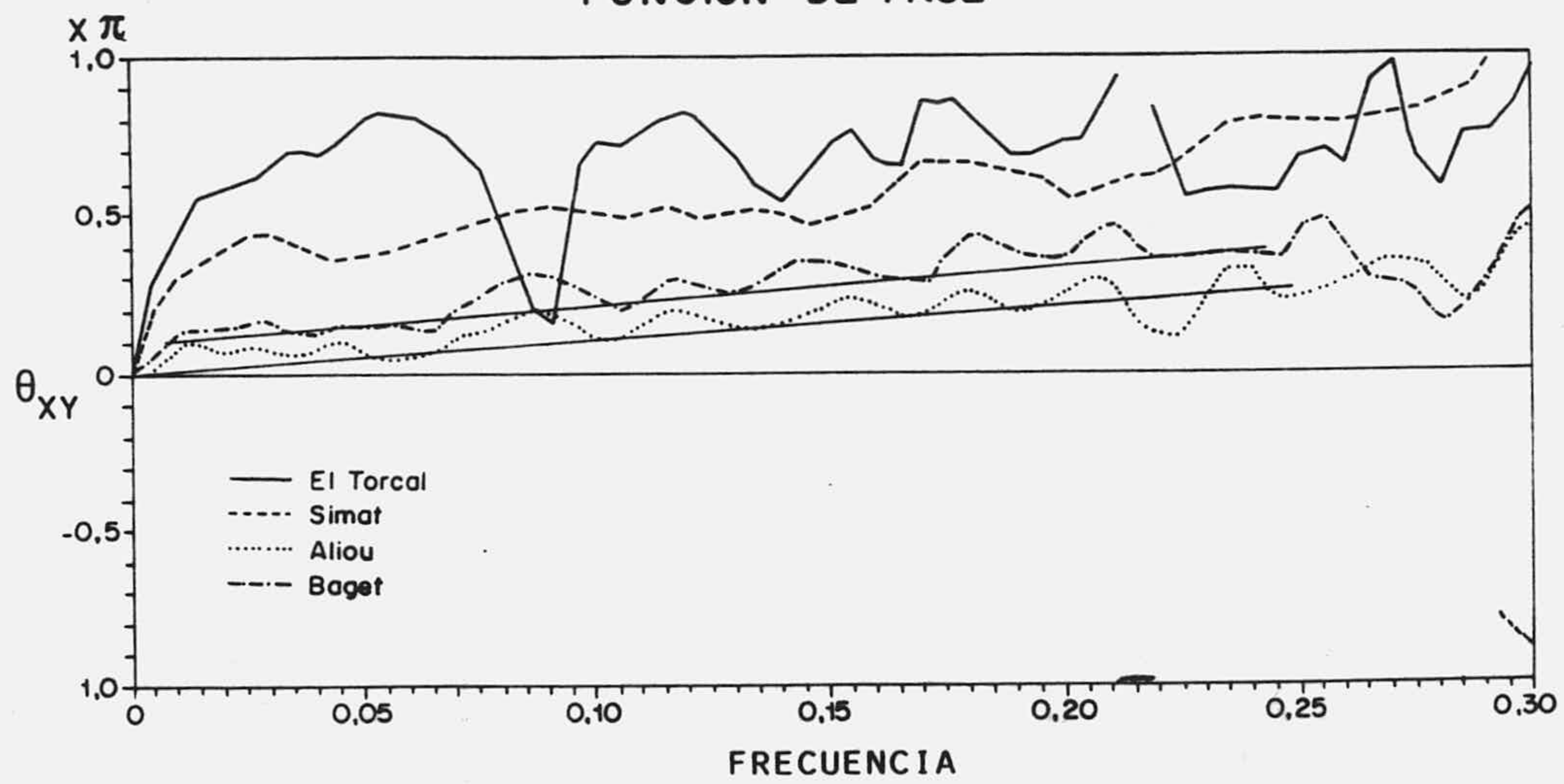


Fig. 51.- Funciones de fase del los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo.

respuesta inmediata del sistema. En Baget existe una pequeña distorsión en las frecuencias muy bajas cuyo significado se explicará más adelante. El retraso obtenido por la pendiente en la alineación que presenta la función de fase en Aliou y en Baget oscila, para ambos, en torno a 0.5 días.

Las funciones de coherencia, presentadas en la figura 52, muestran claramente una alta correlación en los acuíferos del Pirineo en las frecuencias inferiores a 0.25, periodos superiores a 4 días, similar a la coherencia obtenida en Simat, indicativo de la poca inercia de estos sistemas.

Como cabría esperar, la atenuación de la señal de entrada, en las medias y altas frecuencias, es menor en los acuíferos del Pirineo que en los de El Torcal y Simat (Fig. 53); se detecta en la serie de caudales variaciones, incluso, en frecuencias de 0.4-0.5, periodos de 2.5-2 días, si bien sigue existiendo una considerable ganancia en las bajas frecuencias; la señal de entrada se atenúa para frecuencias superiores a 0.015 en Aliou y a 0.025 en Baget, periodos inferiores a 66 y 40 días respectivamente, lo que indica la presencia de sectores reguladores de las bajas frecuencias, y, por tanto, con cierta capacidad de almacenamiento, más considerable en Baget que en Aliou. Este hecho ya fue constatado anteriormente con los análisis de hidrogramas y el tratamiento de los caudales clasificados.

A la vista de los resultados obtenidos, se podría imaginar el acuífero de Aliou y Baget como un sistema generado por una función de convolución parecida a la del ejemplo 3 del epígrafe 5.2, constituida por una fuerte respuesta inicial de 2 o 3 parámetros, a la que habría que añadir otra de larga duración, de valores, relativamente, mucho más pequeños, que introdujera cierto almacenamiento, pero con escasa influencia sobre la respuesta inicial. La función reguladora debería ser aproximadamente de 66 parámetros en Aliou y de 40 en Baget, aunque de mayor amplitud en este último.

FUNCION DE COHERENCIA

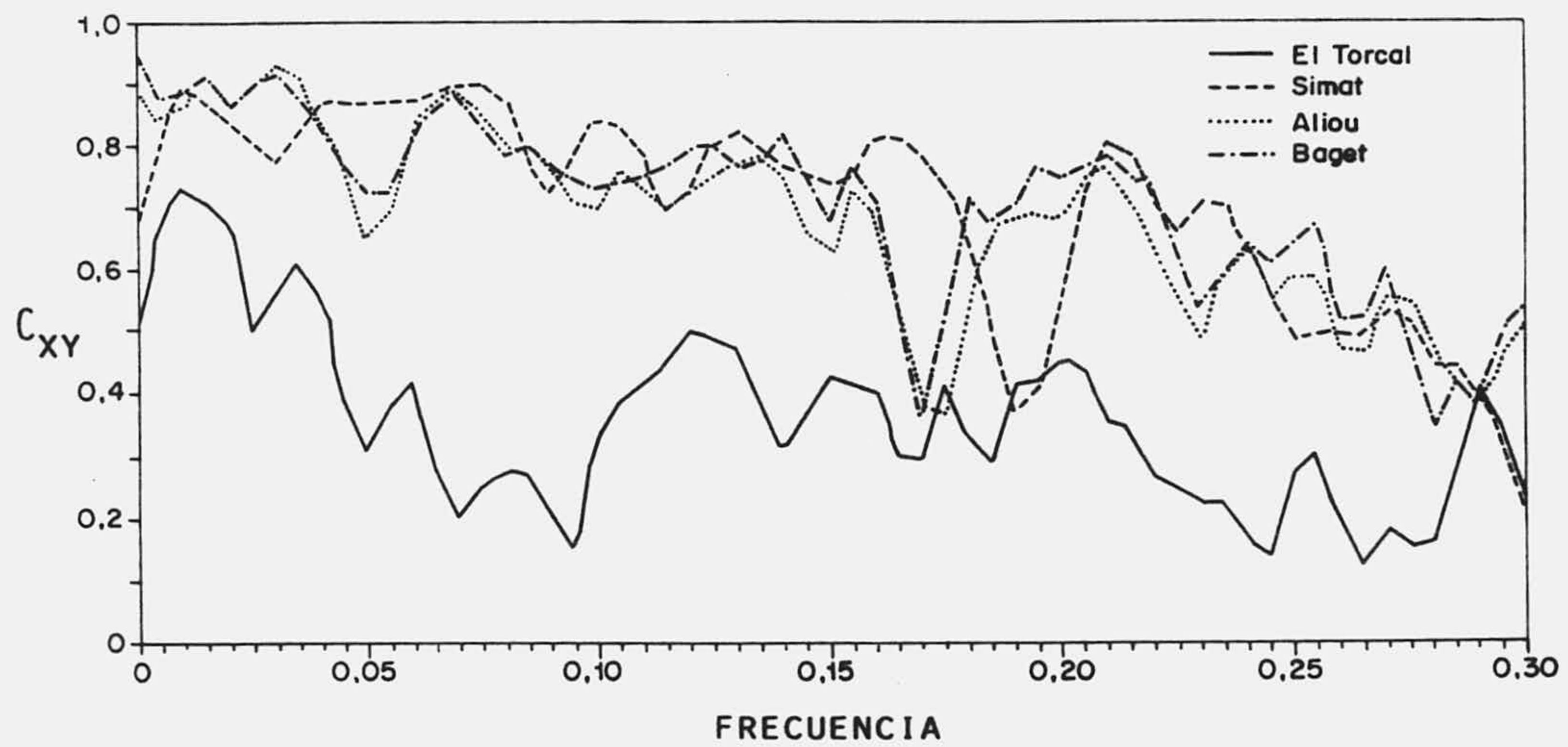


Fig. 52.- Funciones de coherencia de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo.

FUNCION DE GANANCIA

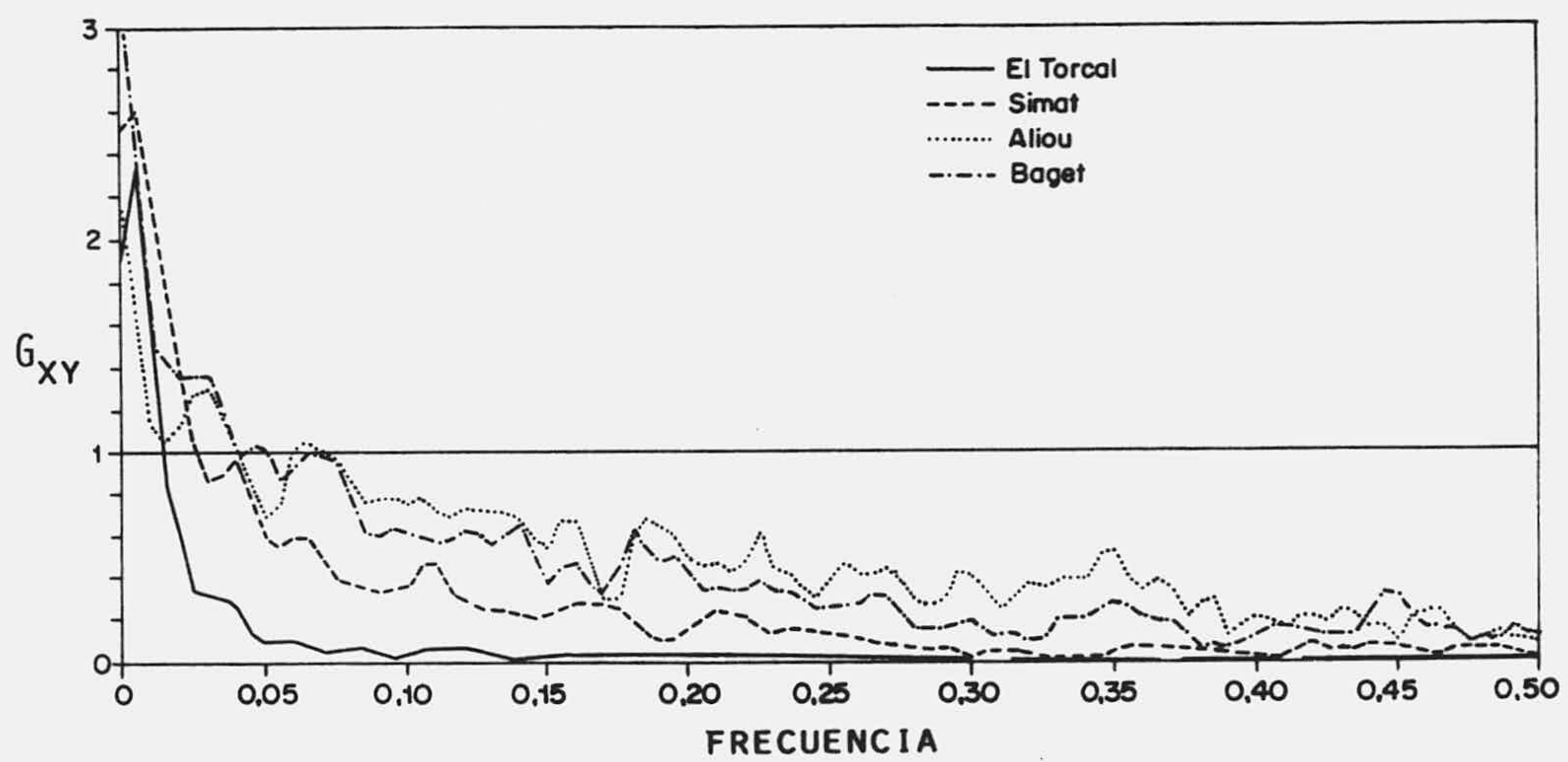


Fig. 53.- Funciones de ganancia de los acuíferos del Pirineo y del Mediterráneo.

5.5. CONCLUSIONES

a) El acuífero de El Torcal es un sistema fuertemente regulador, con la ausencia casi total de una circulación rápida a través de grandes fracturas. Variaciones en la precipitación inferiores al periodo mensual no son detectadas en el manantial de La Villa. El retraso observado en las bajas frecuencias es del orden de 40 días, con una memoria que oscila entre los 100 y 140 días.

b) En el acuífero de Simat están presentes los dos flujos característicos de los acuíferos kársticos; uno rápido, a través de grandes y pequeñas fracturas, que provoca un desfase en las medias frecuencias de 1 día y cuya memoria es de 3-4 días; y uno lento, a través de pequeñas fisuras, con una memoria en torno a los 40 días. En valores relativos, predomina la parte reguladora del sistema sobre la más transmisiva. Variaciones en la precipitación inferiores a un periodo de 3-4 días son anuladas por el acuífero.

c) Los acuíferos del Pirineo, Aliou y Baget, presentan, por el contrario, sectores fuertemente transmisivos muy importantes, que imprimen un retraso a la respuesta del manantial del orden de 0.5 días. Variaciones en la precipitación de muy bajo periodo son detectadas por los manantiales, si bien, una pequeña parte de ellas son reguladas por el sistema en favor de los grandes periodos, indicando la existencia de sectores de muy baja transmisividad y muy alto poder regulador, aunque de muy baja capacidad total.

PARTE II

**LOS MODELOS MATEMATICOS APLICADOS AL ANALISIS DE SISTEMAS
KARSTICOS**

1. INTRODUCCION

Le système karstique est défini comme l'impluvium au niveau duquel les écoulements de type karstique constituent une unité de drainage. Esta definición propuesta por MANGIN (1974, 1975 y 1982 a) es aplicable al modelo conceptual de acuífero kárstico jerarquizado; la única diferencia con la cuenca vertiente superficial es que la circulación del agua no es directamente observable. Puede aplicarse a aquellos sectores donde el agua circula fundamentalmente a través de grandes drenes y fracturas. La interrelación existente entre las partes del acuífero con un comportamiento hidráulico similar al de los cauces superficiales y las partes del acuífero por fisuración, aunque esté tan poco desarrollado como en Aliou, hace poco práctico intentar una modelización teniendo en cuenta exclusivamente la parte karstificada. Consideraré, por tanto, el sistema kárstico constituido como un acuífero convencional con una componente, más o menos importante, de circulación rápida a través de drenes.

Un sistema comprende un conjunto de componentes físicos y geométricos, unas acciones exteriores al sistema y unas leyes de funcionamiento (SAHUQUILLO, 1983); en él se pueden definir dos clases de parámetros o variables: a) aquellos que definen y caracterizan el comportamiento físico del sistema, y b) los que actúan exteriormente sobre él y lo modifican, constituidos por las entradas y las salidas.

Un sistema acuífero queda definido por un conjunto de parámetros invariantes (forma, límites, coeficiente de almacenamiento, ...) y por un grupo de variables que dependen del estado del sistema, son las variables de estado (altura piezométrica, salinidad, ...). La realidad de los acuíferos hace que los parámetros que, por simplificación, consideramos invariantes no sean constantes, sino que cambian también con el estado del sistema, puesto que caracterizan una circulación definida en un espacio concreto que puede variar con el nivel piezométrico y, por tanto, con el tiempo. El coeficiente de almacenamiento, la transmisividad o, incluso, la geometría del acuífero, son diferentes en el espacio, tanto en la vertical como en la horizontal, y, en los acuíferos carbonatados, debido a la dinámica de los procesos de karstificación, variables en el tiempo, a medio plazo.

El conjunto de limitaciones físicas o impuestas a un sistema es lo que se denominan restricciones (nivel piezométrico no superior a la cota topográfica, ni menor que la base del acuífero, descensos no inferiores a un nivel prefijado, ...).

Las acciones exteriores al sistema pueden ser controlables o incontrolables, las primeras son las que se utilizan para conseguir un objetivo concreto y se suelen llamar variables de decisión (bombeos, recarga artificial, ...). En realidad todas las variables incontrolables responden a un funcionamiento físico determinado, ligado a la propia naturaleza del sistema objeto del estudio, o bien a sistemas anexos que intervienen en el proceso; por ejemplo, la precipitación es debida a unas leyes climáticas y atmosféricas definidas. Sin embargo, dada la imposibilidad de controlar todos y cada uno de los factores que intervienen en un sistema acuífero, podemos dividir las variables incontrolables en determinísticas y aleatorias. Las primeras pueden estimarse por fórmulas empíricas y dependen del estado del sistema (drenaje de un manantial, drenaje de un acuífero a un río, ...). Las aleatorias pueden tratarse estocásticamente o por procedimientos empíricos, como por ejemplo el cálculo de la evapotranspiración. En la figura 54 se da un esquema de las componentes que constituyen un sistema acuífero.

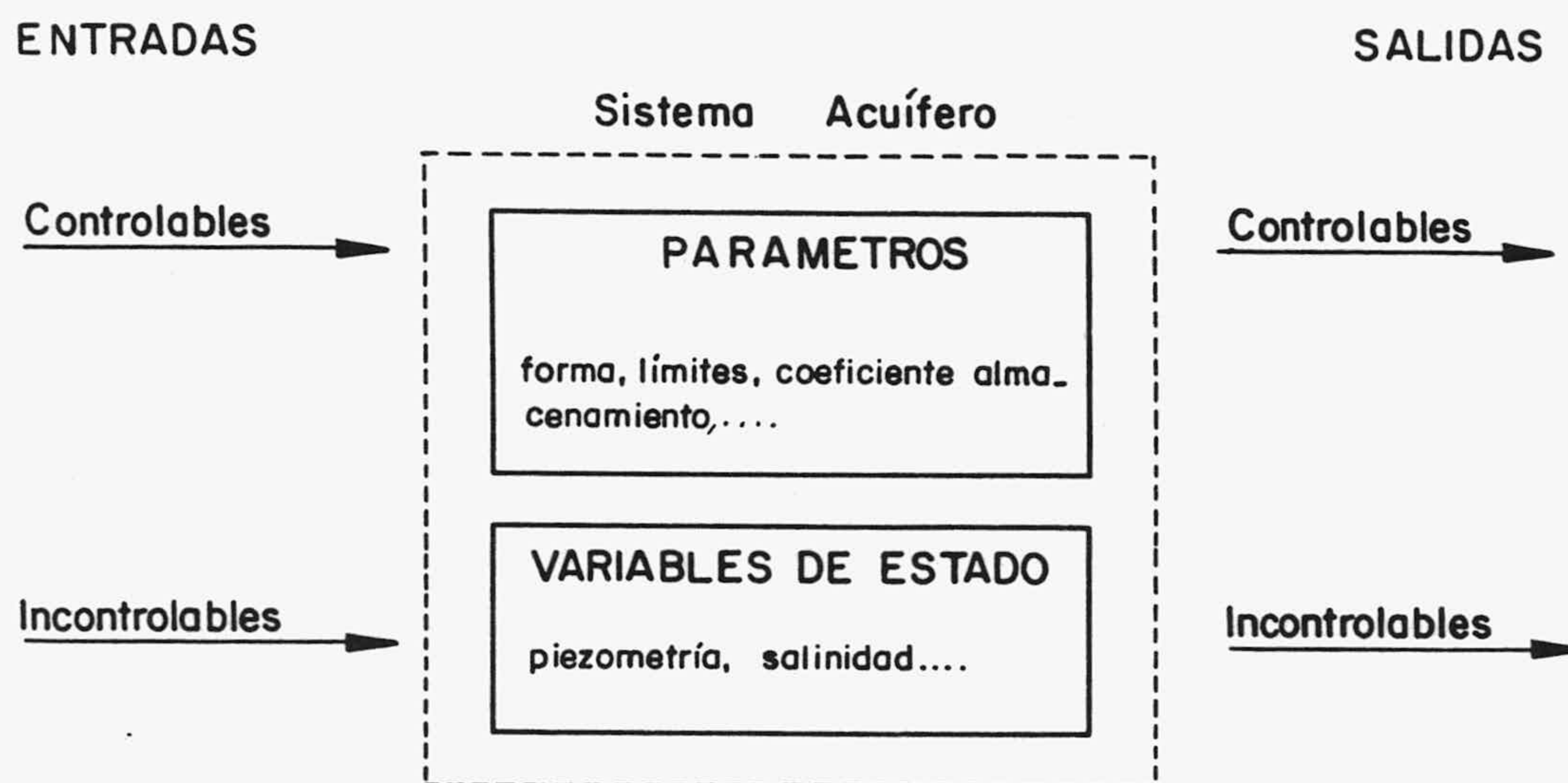
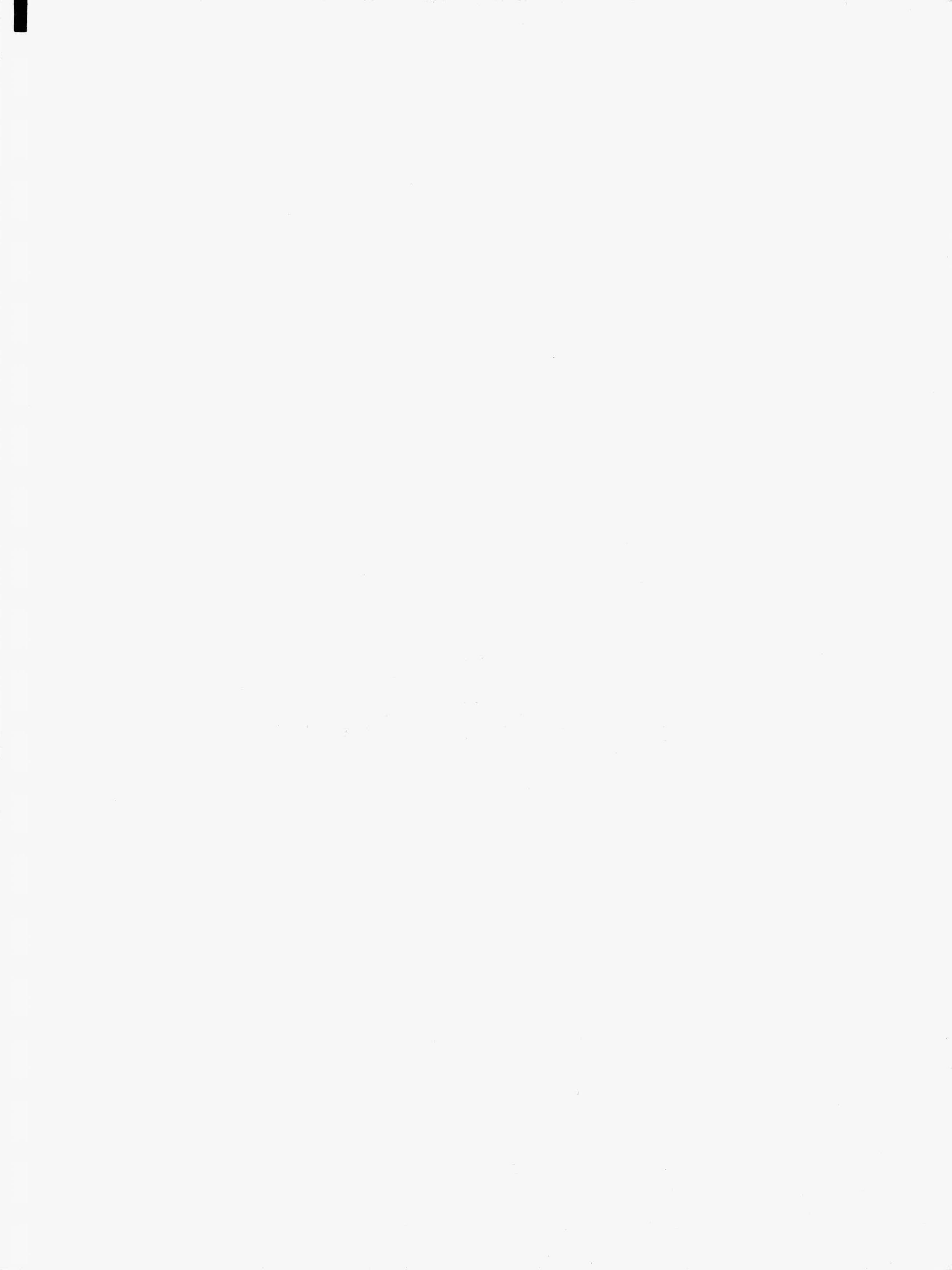


Fig. 54.- Componentes de un sistema. Modificado de BEAR et al. (1969).

Un modelo matemático es un conjunto de algoritmos matemáticos que relacionan los elementos de un sistema (variables y parámetros de estado, acciones exteriores y variables de decisión) para llegar a un objetivo concreto. La utilización de uno u otro modelo dependerá del objetivo que se quiera cubrir. En general, se puede decir que el modelo matemático ideal será el que de forma más simplificada de los resultados que se esperan obtener. Por ejemplo, sería absurdo desarrollar un modelo matemático de flujo en

diferencias finitas, con toda la complejidad que ello conlleva, para la obtención de una serie sintética de caudales de un manantial.

En los epígrafes que siguen voy a aplicar, a algunos de los acuíferos kársticos ya mencionados anteriormente, una serie de modelos matemáticos que van desde los más simples como son los univariados, hasta los más complejos de flujo subterráneo, pasando por los de transferencia, tipo *caja negra* o *caja gris*. Con ello pretendo averiguar cual es el que mejor se ajusta para conseguir el objetivo deseado, teniendo en cuenta la particularidad que les confiere a los acuíferos kársticos, frente al resto, la existencia de una circulación rápida a través de drenes interrelacionada con el flujo diferido por materiales fisurados.



2. MODELOS UNIVARIADOS

2.1. GENERALIDADES

Los modelos univariados están basados en el análisis de la estructura estocástica de una serie de tiempo con el objeto de pronosticar a corto plazo, completar datos, o generar series sintéticas que conserven los principales estadísticos, sobre todo, la correlación temporal (función de autocorrelación) del proceso subyacente en la serie original. BOX y JENKINS (1976) estudiaron en detalle los modelos que, en general, se pueden denominar autorregresivos integrados de medias móviles (ARIMA). La parte teórica de este capítulo está basada principalmente en su trabajo.

El objeto de los modelos ARIMA es la obtención de un filtro lineal que convierta a una secuencia de variables aleatorias o ruido blanco, a_t , no correlacionadas, en una secuencia de variables, z_t , correlacionadas (Fig. 55).

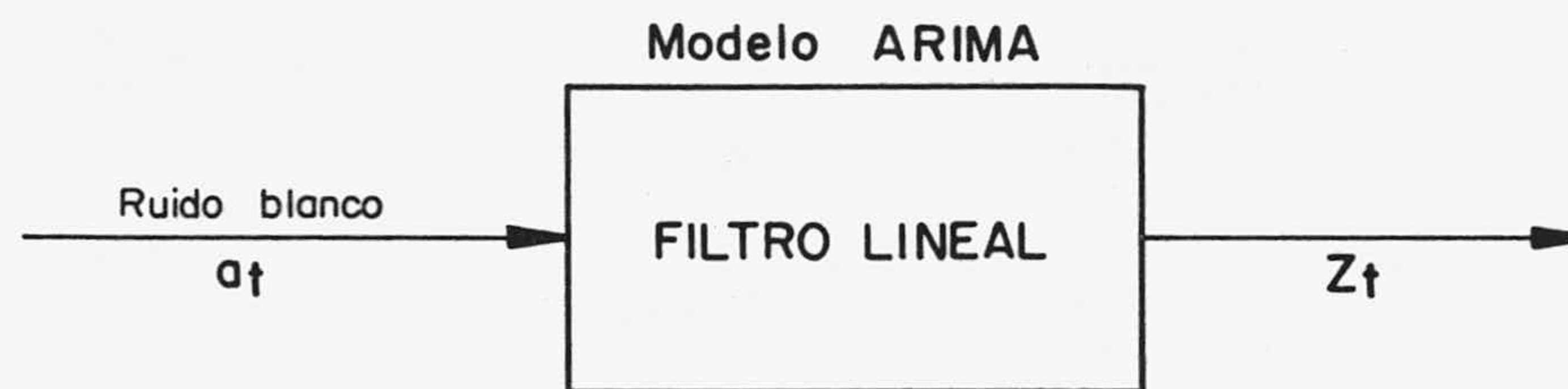


Fig. 55.- Un filtro lineal, caracterizado por un modelo ARIMA, actúa sobre una serie aleatoria para crear una serie correlacionada. Tomado de BOX y JENKINS (1976).

Si consideramos la serie de tiempo estacionaria z_t centrada y normalmente distribuida, que tiene una correlación autorregresiva es decir, una estructura dependiente del tiempo que sigue un proceso Markoviano, el modelo autorregresivo de orden p , AR(p), que representa la variable, puede escribirse

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t$$

o bien

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + a_t$$

donde ϕ_j constituyen los parámetros del modelo autorregresivo que definen el filtro lineal y a_t una variable aleatoria que sigue una determinada distribución, generalmente normal. Los parámetros necesarios para definir un modelo AR(p) son la media, la varianza y p parámetros autorregresivos; un total de p+2.

Si la serie de tiempo z_t depende sólo de un número, q, finito de variables aleatorias, a_t , previas al instante de tiempo t, el resultado es un proceso de medias móviles de orden q, MA(q). Se expresa como

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

o bien

$$z_t = a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j}$$

donde θ_j conforman el conjunto de parámetros del modelo de medias móviles. El total de parámetros necesarios para ajustar un modelo MA(q) es de q+2.

La combinación de un modelo autorregresivo de orden p y un modelo de medias móviles de orden q dará lugar al modelo autorregresivo de medias móviles de orden p,q, ARMA(p,q), que quedará definido con un total de 2+p+q parámetros. Su expresión general es

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

o bien

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j z_{t-j}$$

Cuando z_t no es estacionaria, esencialmente en la media, debido a una manifiesta tendencia secular, puede transformarse la variable en una nueva mediante una operación de diferenciación de orden d, para suprimir la tendencia y hacerla estacionaria. Si d=1, entonces $u_t = z_t - z_{t-1}$. En general, una diferenciación de orden d en z_t dará lugar a una nueva variable u_t que quedará expresada por

$$u_t = z_t - z_{t-1} - z_{t-2} - \dots - z_{t-d}$$

El proceso de diferenciación en un modelo ARMA(p,q) da lugar al modelo más general ARIMA(p,d,q).

La periodicidad estacional, tan presente en las series hidrológicas, puede suprimirse introduciendo una diferenciación con un retraso, w, igual a la longitud de la periodicidad. Por ejemplo, si la longitud del intervalo muestral de la serie u_t es mensual, y manifiesta una periodicidad anual, puede transformarse en una nueva serie, w_t , sin periodicidad, con una diferenciación de orden $w=12$, de forma

$$w_t = u_t - u_{t-12}$$

Entonces se tiene el modelo autorregresivo integrado de medias móviles estacional, ARIMA(p,d,q)_w.

Cuando la serie de los residuos que quedan al ajustar un modelo ARIMA(p,d,q)_w no es aleatoria, sino que presenta una cierta estructura autorregresiva dependiente entre sí, se les puede aplicar un nuevo filtro lineal que toma la forma de un modelo ARIMA(P,D,Q)_w; se tiene, entonces, el modelo general de BOX y JENKINS (1976) autorregresivo integrado de medias móviles estacional multiplicativo, ARIMA(p,d,q) x (P,D,Q)_w. Un esquema del proceso que tiene lugar con este modelo puede verse en la figura 56.

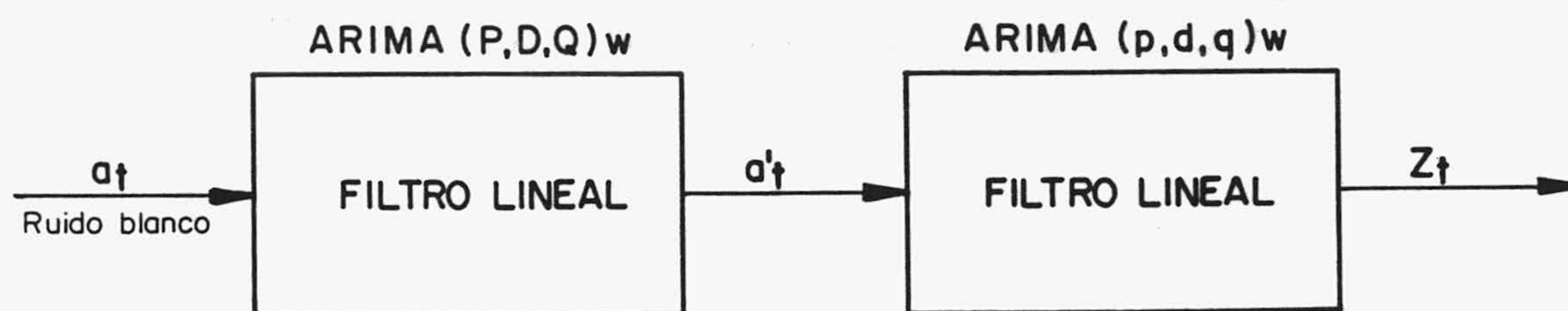


Fig. 56.- Esquema de los dos filtros lineales que caracterizan el modelo multiplicativo estacional ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)_w. a_t , serie de entrada independiente; a'_t , serie dependiente con estructura ARIMA(P,D,Q)_w, originado al pasar por el primer filtro lineal; y z_t , serie de salida con estructura ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)_w, originada al pasar por los dos filtros lineales.

Las propiedades de los modelos ARIMA y su demostración, así como la limitación espacial de sus parámetros, sale fuera de los objetivos de este trabajo; por lo que remito al lector a la numerosa bibliografía existente al respecto, principalmente a la obra de BOX y JENKINS (1976). Solamente decir, con vistas a su aplicación práctica, que dos de las

condiciones principales que debe cumplir un modelo ARIMA son: la serie objeto de la modelización ha de ser estacionaria y distribuida normalmente; y que los residuos resultantes tienen que ser independientes entre sí.

Las funciones que se utilizan para describir y caracterizar un modelo ARIMA son las mencionadas en el apartado de análisis de correlación y espectral simple; de ellas la función de autocorrelación (FAC) es especialmente significativa. Sin embargo, es la función de autocorrelación parcial (FAP) la que mejor identifica este tipo de modelos.

Los coeficientes de la FAP representan una medida de la asociación lineal entre los coeficientes de la FAC (SALAS et al., 1980). La representación gráfica de la función refleja la estructura de dependencia de los coeficientes autorregresivos. Por ejemplo, en el caso más simple en el que sólo el primer parámetro, c_1 , de la FAP sea significativamente diferente de cero, los coeficientes R_k de la FAC vendrían determinados por

$$R_k = c_1 R_{k-1}$$

Este proceso representa un modelo AR(1) con $\phi_1=c_1$, y es equivalente, hidrológicamente, a la descarga lineal de un manantial, de forma que $Q_t = cQ_{t-1}$, donde c puede representar, por ejemplo, una función exponencial del tipo $e^{-\alpha \Delta t}$.

Los coeficientes de la FAP se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones de Yule-Walker (YULE, 1927 y WALKER, 1931)

$$[R_k] C_k = R_k$$

$[R_k]$ representa la matriz cuadrada simétrica ($k \times k$) de los coeficientes de la FAC, C_k el vector columna de dimensión k de los coeficientes de la FAP y R_k el vector columna de los coeficientes de la FAC.

Los métodos clásicos utilizados para la estimación de los parámetros de un modelo ARIMA son tres: método de los momentos, método de la máxima probabilidad y método de los mínimos cuadrados. Una descripción detallada de los mismos puede encontrarse en YEVJEVICH (1971 y 1972), BOX y JENKINS (1976) y SALAS et al. (1980), y a ellos me remito. Sólo comentaré brevemente el método de los mínimos cuadrados que es el que

he utilizado en las aplicaciones de estos modelos a las series de caudales de los acuíferos kársticos estudiados.

El método de los mínimos cuadrados consiste en la minimización de la función de error cuadrático, FE, que resulta de la diferencia entre los valores experimentales, z_t , y los estimados, \hat{z}_t ; se escribe

$$FE = \sum_{t=1}^N (z_t - \hat{z}_t)^2 = \sum a_t^2$$

N es el número disponible de valores experimentales y a_t los residuos que quedan al aplicar el modelo. \hat{z}_t es función de los parámetros estimados c_k y de los valores anteriores

$$\hat{z}_t = f(z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, c_1, c_2, \dots, c_k)$$

Para que FE sea mínima su primera derivada parcial respecto a cada uno de los parámetros debe ser igual a cero

$$\delta FE / \delta c_p = 0$$

Para resolver las anteriores ecuaciones he utilizado el algoritmo iterativo de MARQUARDT (1963).

De forma similar al desarrollo que hace SALAS et al. (1980) para justificar físicamente un modelo ARMA aplicado al caudal de un río ligado a un acuífero, se podría intentar para el caudal de un manantial que drena un sistema kárstico.

Sea el acuífero kárstico esquematizado en la figura 57, donde las variables representan valores discretizados. Consideremos, así mismo, que en dicho sistema las funciones que ligan la transferencia de volúmenes son lineales, es decir invariantes en el tiempo y no dependen del estado del mismo. La precipitación en un instante dado, P_t , se repartirá entre la infiltración hacia la franja saturada, aP_t ; la evapotranspiración, bP_t ; y la infiltración que circula rápidamente a través de los grandes conductos, si el sistema está aislado, será igual a $(1-a-b)P_t = dP_t$. Los parámetros a, b y d representan las distintas frac-

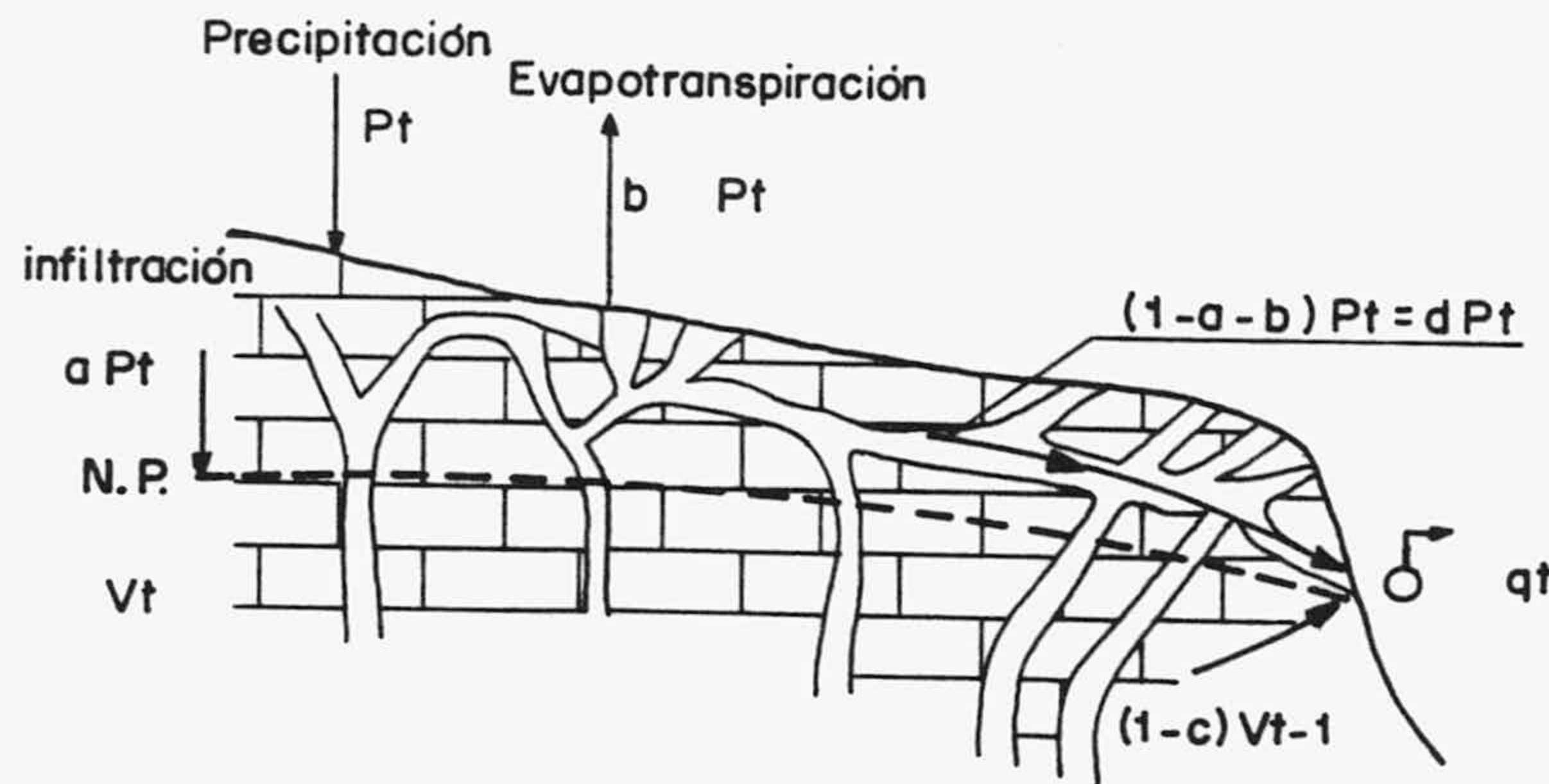


Fig. 57.- Representación conceptual del proceso de descarga de un manantial kárstico.

ciones en que queda dividida la precipitación. El caudal del manantial en un instante t vendrá dado por

$$Q_t = cV_{t-1} + dP_t \quad (1)$$

donde cV_{t-1} indica la fracción de volumen almacenado en el instante anterior drenado por el manantial. Por otro lado, el volumen almacenado en el instante t es igual a

$$V_t = V_{t-1} + aP_t - cV_{t-1} = (1-c)V_{t-1} + aP_t \quad (2)$$

y por extensión de (1) y (2)

$$\begin{aligned} Q_{t-1} &= cV_{t-2} + dP_{t-1} \\ V_{t-1} &= (1-c)V_{t-2} + aP_{t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

aislando en esta última ecuación V_{t-2} nos queda

$$V_{t-2} = (Q_{t-1} - dP_{t-1})/c$$

que combinándola con la (3)

$$V_{t-1} = (1-c)(Q_{t-1} - dP_{t-1})/c + aP_{t-1}$$

al sustituir V_{t-1} en (1) y operando, se obtiene finalmente que

$$Q_t = (1-c)Q_{t-1} + dP_t - (d(1-c)-ca)P_{t-1}$$

Esta expresión es similar a la de un modelo ARMA(1,1), en el que la precipitación es una variable aleatoria e independiente; $(1-c)$ es equivalente a ϕ_1 e indica la forma en que se descarga la franja saturada; dP_t equivale al término aleatorio a_t ; representa la fracción de la precipitación que circula a través de grandes conductos en el instante t ; y $d(1-c)-ca$ equivale al término θ_1 ; no tiene un significado físico demasiado claro, aunque se podría asimilar a la fracción de lluvia que circula por grandes conductos en el instante anterior.

El sentido físico de los parámetros de un modelo ARMA aplicado al caudal de un manantial kárstico queda en entredicho cuando el drenaje de la franja saturada sigue dos leyes diferentes; entonces el conjunto de parámetros autorregresivos que se obtienen en un modelo ARMA dejan de tener relación directa con el sistema, puesto que interfieren entre sí. Lo mismo puede ocurrir con los parámetros de medias móviles, cuando el flujo a través de los drenes no transcurre durante el intervalo de tiempo en que se ha discretizado la serie, sino que tiene un retraso considerable.

2.2. APLICACION AL MANANTIAL DE LA VILLA

He ajustado un modelo tipo ARMA a los caudales del manantial de La Villa aforados desde el 1 de octubre de 1974 hasta el 30 de septiembre de 1981, 7 ciclos hidrológicos, con un intervalo muestral de tres días. En la serie diaria original he calculado la media cada tres días, resultando un total de 854 datos. El agrupamiento de los datos no influye demasiado en los resultados obtenidos; como se ha comprobado anteriormente en el apartado de caracterización por medio del análisis correlatorio y espectral, el poder regulador de El Torcal es mucho más alto de tres días; las variaciones en intervalos más cortos son filtradas por el sistema, y, por tanto, no habrá pérdida de información.

En la figura 58 represento la serie de caudales objeto del modelo. Como en la mayoría de los hidrogramas de caudales de sistemas que tienen alguna regulación, existe una marcada estacionalidad anual (el periodo es de 122 días ya que he tomado intervalos de tres días). El modelo a ajustar tendrá que ser un ARMA periódico, al que habría que realizar una diferenciación de $w=122$; o calcular el conjunto de parámetros periódicos; o bien realizar una transformación previa de la serie, con el objeto de eliminar esta periodicidad, y ajustar un modelo ARMA de parámetros constantes. Esta última opción es la que he seguido en el ajuste de los coeficientes del modelo, que, como se verá en los análisis posteriores, queda plenamente justificada. He eliminado a priori la parte integrada puesto que, como se ve claramente en la figura 58, no existe una tendencia observable.

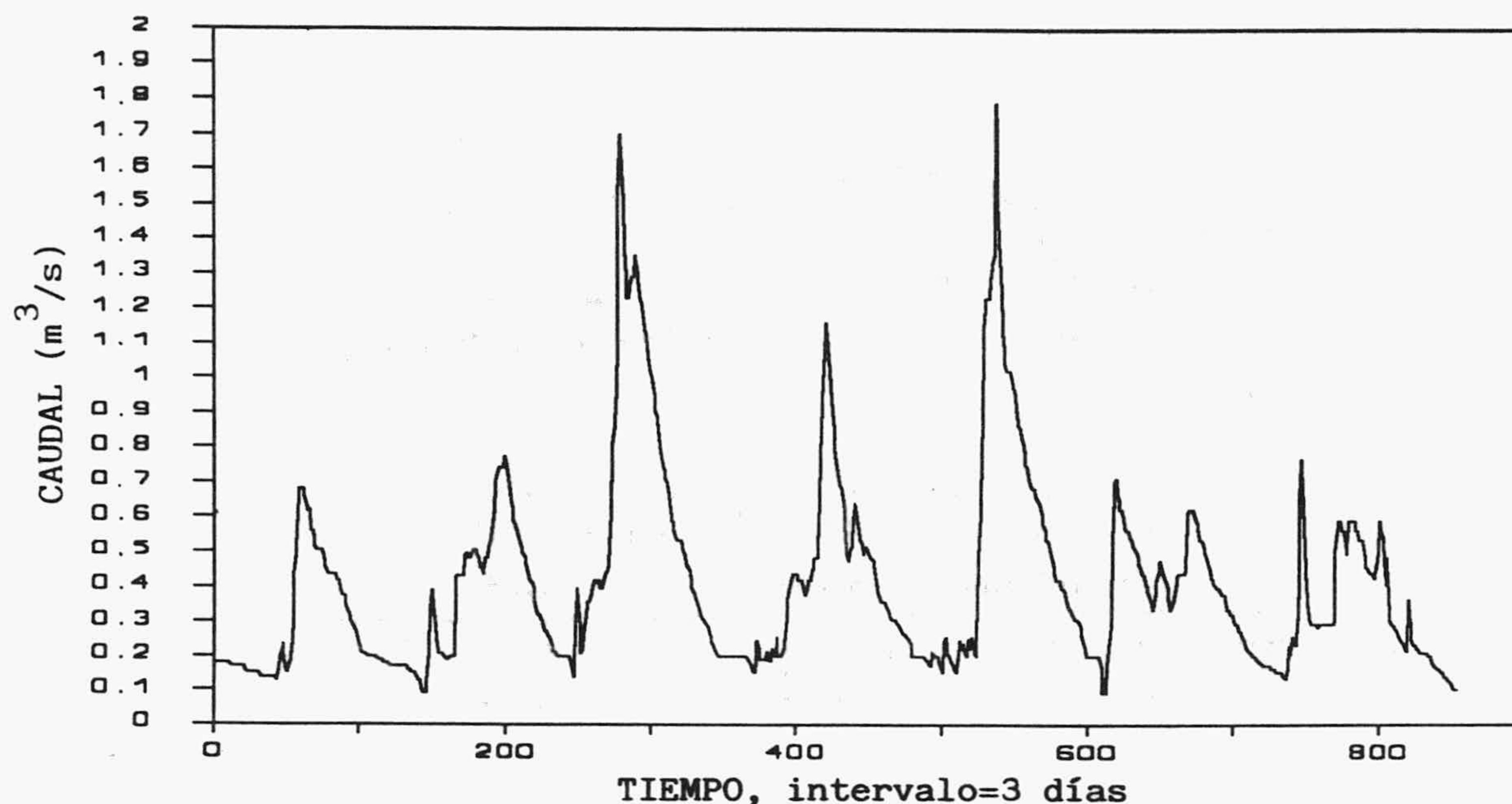


Fig. 58.- Hidrograma de los caudales del manantial de La Villa.

A) Transformación de la serie

Los caudales de La Villa tienen una media de $0.411 \text{ m}^3/\text{s}$, la desviación típica es de 0.281 y el sesgo -valores altos indican falta de normalidad- de 1.813 . Para disminuir el sesgo, y después de ensayar una serie de transformaciones, he elegido la logarítmica como la más idónea, lo que resulta evidente, ya que se comprobaba en el análisis de caudales clasificados que los del manantial de La Villa seguían una distribución lognormal.

La media de la nueva serie, $y_t = \log(Q_t)$, es de -0.470, la desviación típica de 0.263 y el sesgo de 0.33; este último queda muy reducido respecto al de la serie original.

Para analizar la periodicidad de los dos estadísticos más significativos, media y desviación típica, he reagrupado los términos de y_t en sus correspondientes años, representada por $y_{v,T}$, donde T hace referencia al número de intervalos en que se ha dividido el año, 122, y V al número de años, 7. Para cada intervalo la media, m_T , y la desviación típica, s_T , se calculan mediante las expresiones

$$m_T = \sum_{v=1}^V y_{v,T}/V \quad \text{y} \quad s_T = \sqrt{\sum_{v=1}^V (y_{v,T} - m_T)^2/V}$$

La periodicidad podría haberse eliminado mediante la transformación

$$z_{v,T} = (y_{v,T} - m_T)/s_T$$

pero dicha transformación implica la obtención de un gran número de parámetros, 122 medias y 122 desviaciones típicas. Para evitarlo, resulta mejor realizar una estimación de las m_T y s_T mediante los coeficientes más significativos obtenidos con la transformada de Fourier de ambos estadísticos (SALAS et al., 1983).

Cualquier serie, escrita genéricamente v_T , puede ser estimada mediante la transformada de Fourier a partir de la expresión (YEVJEVICH, 1972)

$$\hat{v}_T = \bar{v} + \sum_{j=1}^{h^*} [A_j \cos(2\pi jT/w) + B_j \sin(2\pi jT/w)], \quad T = 1, \dots, w \quad (4)$$

w indica la longitud del periodo fundamental, en este caso 122; \bar{v} la media de la serie v_T ; y h^* el número de armónicos significativos, entendiendo por significativos aquellos periodos en los que se explica mayor varianza de la serie o se produce una ruptura en el periodograma. Los coeficientes A_j y B_j se obtienen de las expresiones

$$A_j = 2/w \sum_{T=1}^w v_T \cos(2\pi jT/w) \quad \text{y} \quad B_j = 2/w \sum_{T=1}^w v_T \sin(2\pi jT/w)$$

con $j = 1, 2, \dots, h^*$

En la figura 59 muestro los periodogramas acumulados y ordenados de forma decreciente obtenidos para m_T y s_T , representan el porcentaje de varianza acumulada para los 10 primeros armónicos más significativos. El primer armónico explica el 95% de la

varianza total de m_T ; el resto del periodograma no presenta alteración apreciable, sigue un incremento continuo y homogéneo, es decir, el resto de la varianza explicada se puede considerar aleatoria. Según el periodograma de s_T cuatro armónicos explican el 93% de la varianza total, y así mismo, se observa que la varianza explicada por el resto de los armónicos puede considerarse aleatoria. Aplicando la expresión (4), la media estimada, \hat{m}_T , puede obtenerse con los coeficientes de un sólo armónico, el 1º, periodo de 365 días; y la desviación típica estimada, \hat{s}_T , con los coeficientes de 4 armónicos, 1º, 2º, 3º y 4º, correspondientes a los periodos de 365, 183, 122, y 91 días respectivamente.

En la figura 60 presento la m_T y s_T real y las estimadas \hat{m}_T y \hat{s}_T en los 122 intervalos en los que he dividido el año. Como puede observarse el ajuste es bastante aceptable con el número de armónicos seleccionados; los valores reales oscilan aleatoriamente alrededor de los estimados.

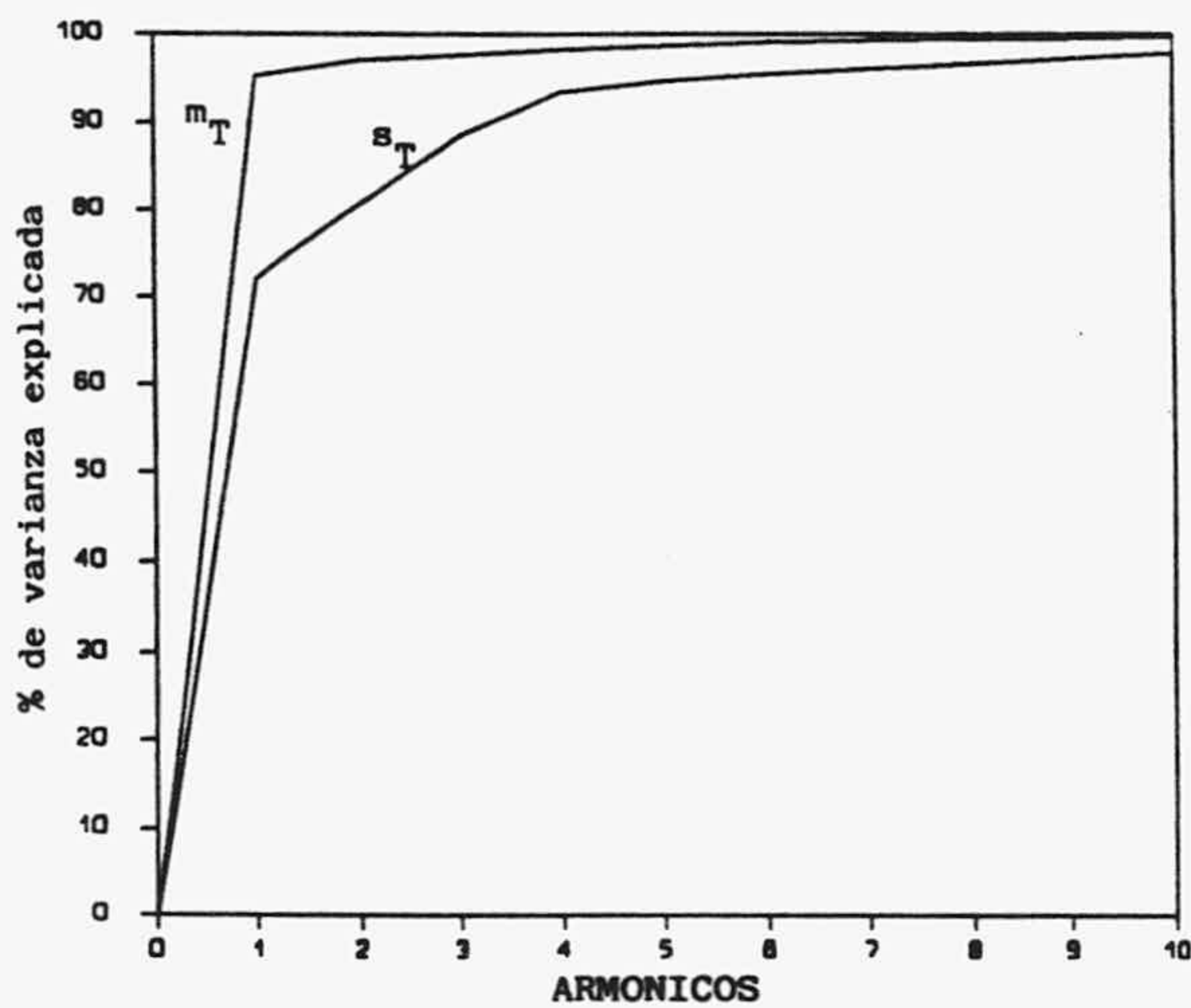


Fig. 59.- Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de La Villa.

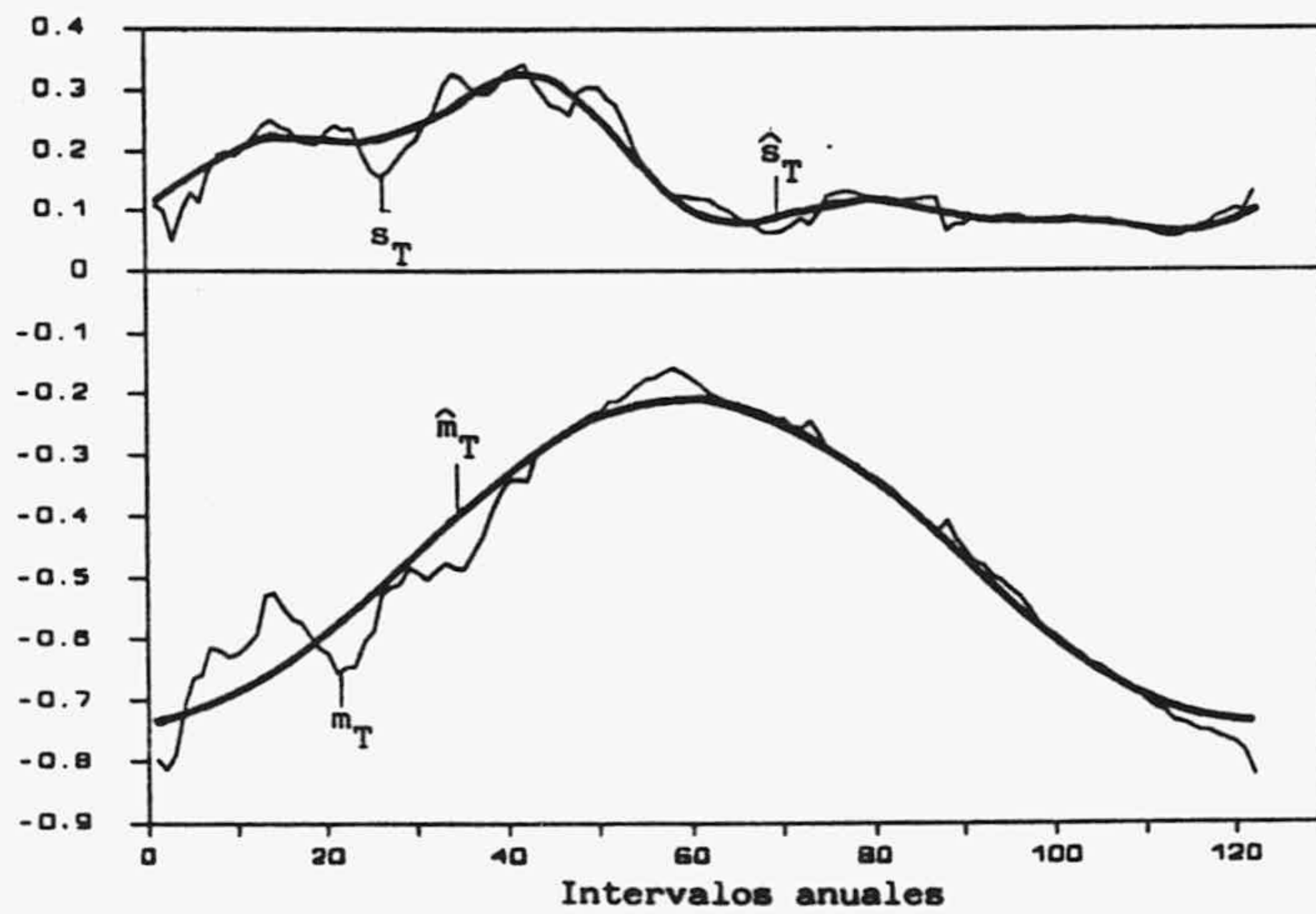


Fig. 60.- Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de La Villa.

Para suprimir la periodicidad de la serie $y_{v,T}$ utilizo la transformación

$$z_{v,T} = (y_{v,T} - \hat{m}_T) / \hat{s}_T \quad (5)$$

En la figura 61 se muestra el primer coeficiente de autocorrelación, $R_{1,T}$, para cada uno de los T intervalos, para cualquier paso k se obtiene mediante la expresión genérica (SALAS et al., 1980)

$$R_{k,T} = \frac{\sum_{v=1}^N (z_{v,T} - m_T) (z_{v,T-k} - m_{T-k})}{(N s_T s_{T-k})}$$

Cuando $T-k < 1$, N es reemplazado por N-1, $z_{v,T-k}$ por $z_{v-1,w+T-k}$ y m_{T-k} por m_{w+T-k} . Se observa que $R_{1,T}$ se alinea, con escasa variación, en torno a un valor constante de 0.85; esto unido a que el periodograma acumulado de $R_{1,T}$, figura 62, no muestra periodicidad preferente, lleva a la conclusión de la conveniencia de ajustar un modelo ARMA de parámetros constantes en lugar de parámetros periódicos con la consiguiente complicación de los cálculos y el elevado número de parámetros a calcular.

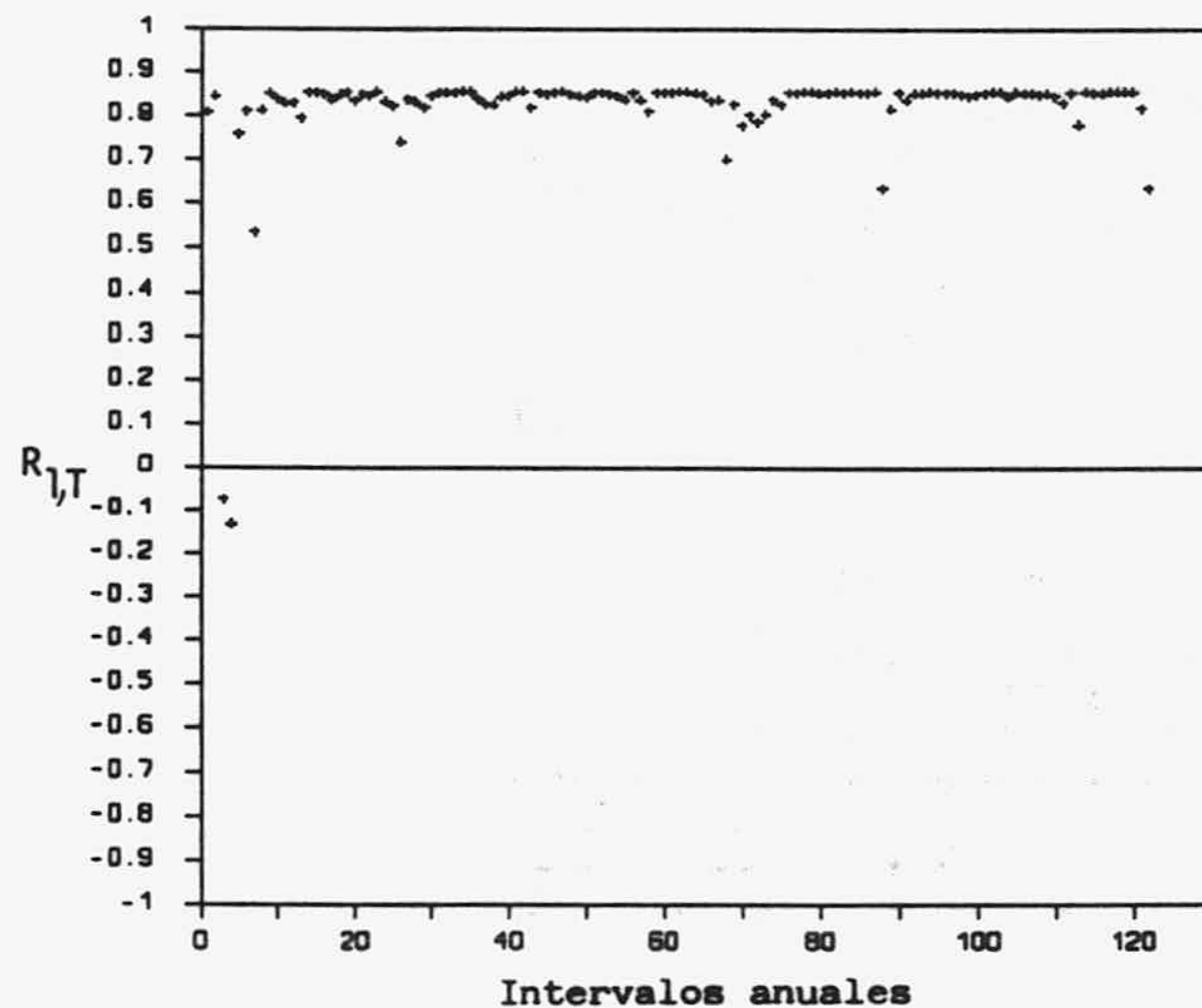


Fig. 61.- Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{v,T}$ del manantial de La Villa.

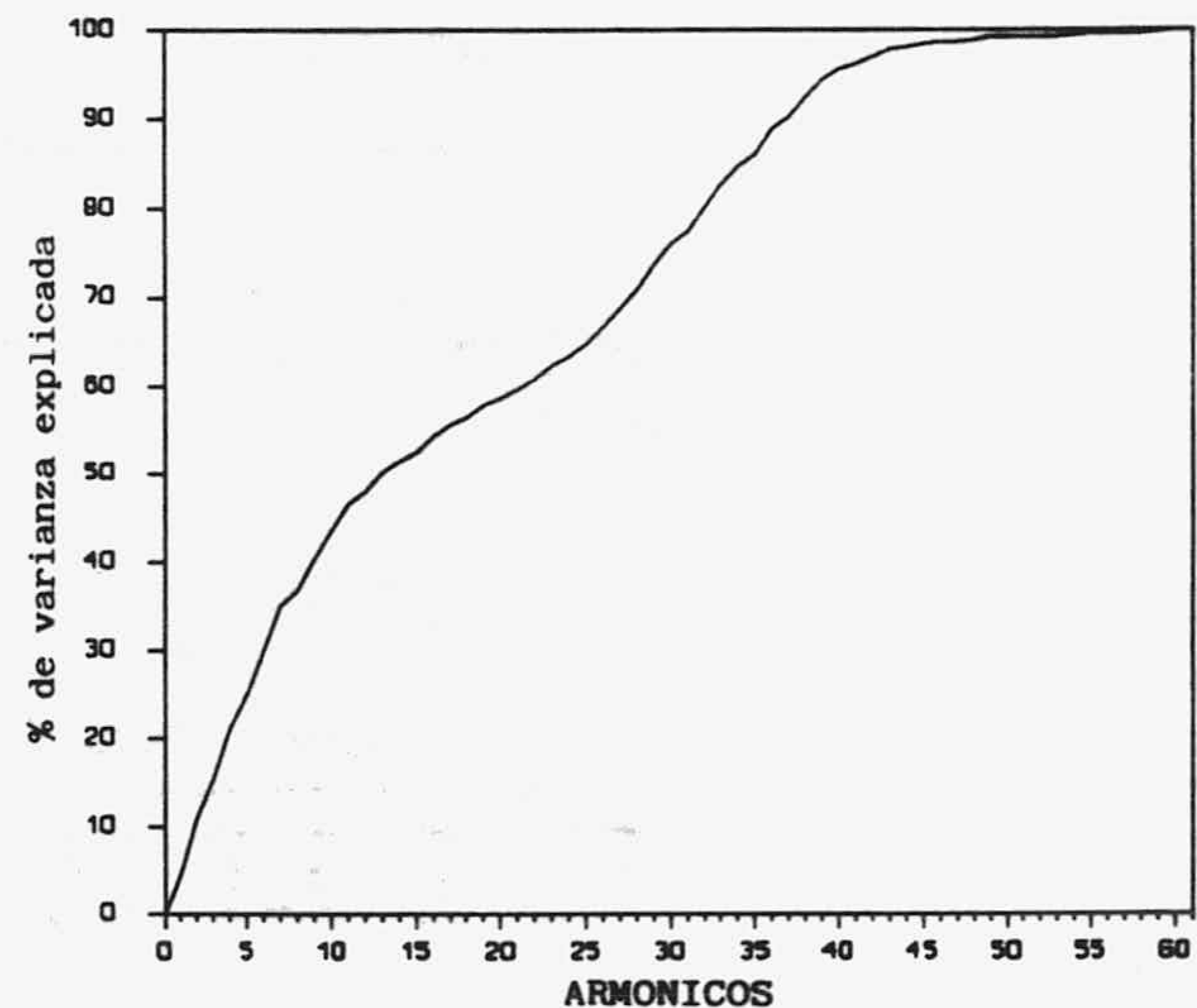


Fig. 62.- Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{v,T}$ de La Villa.

El ajuste del modelo se realizará sobre la serie de 854 datos z_t , obtenida a partir de $z_{v,T}$, cuya media es de 0.008, desviación típica de 1.05 y sesgo de -0.09.

B) Ajuste del modelo

En la figura 63 represento el autocorrelograma de z_t con los intervalos de confianza del 95% dados por la expresión de ANDERSON (1941)

$$\pm L_k(95\%) = (-1 \pm 1.96\sqrt{N-k-1})/(N-k)$$

donde N es el tamaño de la muestra, y en la figura 64, el autocorrelograma parcial con los límites de confianza del 95% dados por la expresión de BOX y JENKINS (1976)

$$\pm L(95\%) = 1.96/N$$

Ambas gráficas, sobre todo el autocorrelograma parcial, indica la existencia de un primer parámetro autorregresivo muy fuerte, con la posible presencia de 1 o 2 parámetros de medias móviles.

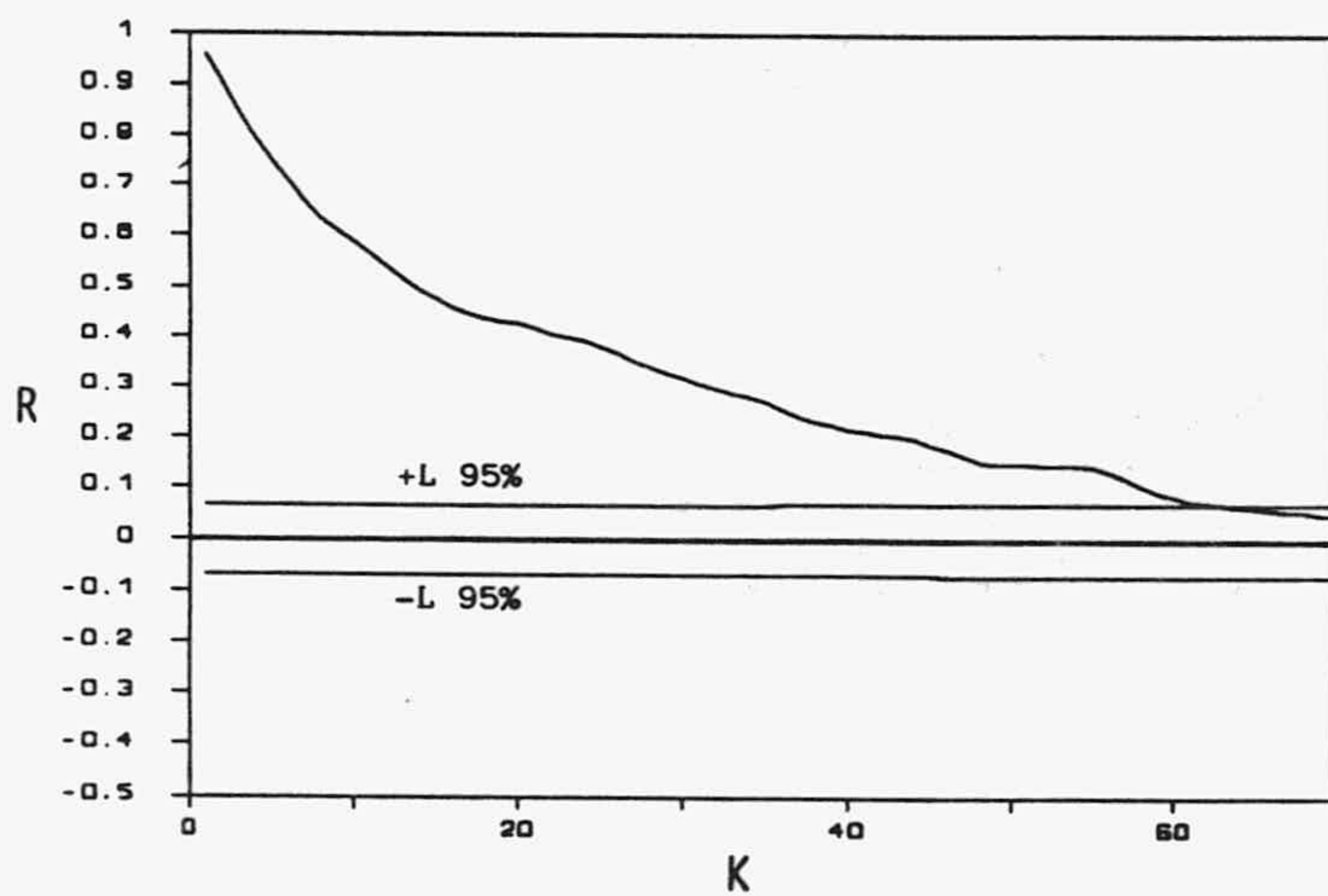


Fig. 63.- Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , del caudal de La Villa.

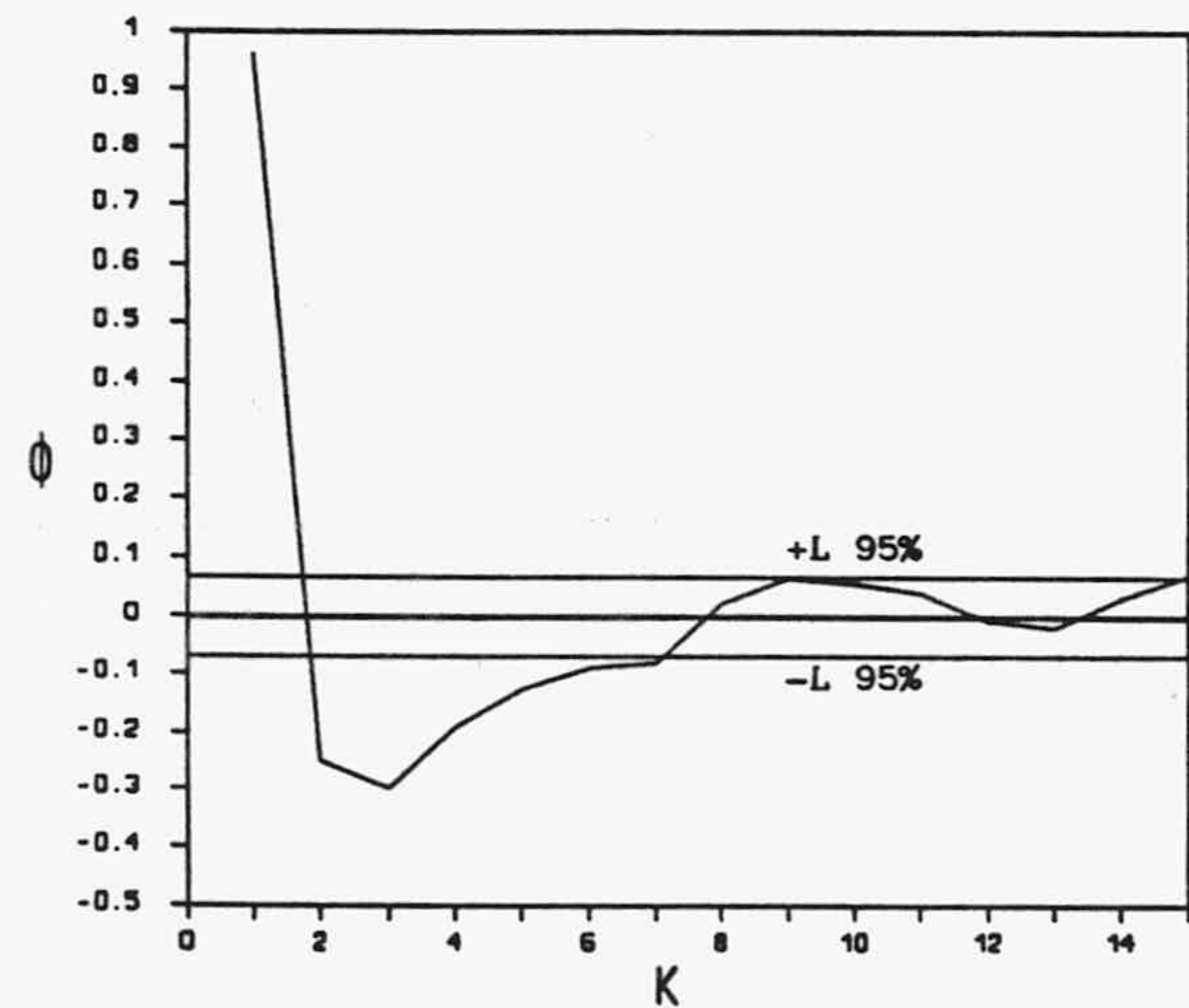


Fig. 64.- Autocorrelograma parcial de la serie z_t , del caudal de La Villa.

He ensayado un total de 6 modelos con la ayuda de la colección de programas de la Librería Internacional de Matemática y Estadística (IMSL) instalada en un ordenador DATA GENERAL modelo MV-10000. En la tabla VIII se muestran los coeficientes y algunos parámetros interesantes obtenidos en cada uno de los modelos.

Mod. Ajus.	C	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	Sa ²	Q	AIC
ARMA (1, 0)	-0.002	0.9656	--	--	--	--	65.09	93.94	-2196.3
ARMA (1, 1)	-0.004	0.9552	--	-0.2447	--	--	61.02	34.68	-2249.5
ARMA (1, 2)	-0.004	0.9378	--	-0.2933	-0.1361	--	60.14	24.88	-2259.9
ARMA (1, 3)	-0.004	0.9440	--	-0.2778	-0.1168	-0.0731	60.04	23.87	-2259.3
ARMA (2, 0)	-0.002	1.2072	-0.2511	--	--	--	60.53	28.69	-2256.4
ARMA (2, 1)	-0.003	1.2280	-0.2703	0.0053	--	--	60.52	28.84	-2256.5

Tabla VIII.- Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de La Villa: C, término constante; ϕ_p , coef. autorregresivos; θ_q , coef. de medias móviles; Sa², suma de los cuadrados de los residuos; Q, valor de chicuadrado para los 20 primeros coef. de autocorrelación de los residuos ; y AIC, criterio de información de AKAIKE (1974) de parsimonia de parámetros.

Los residuos son obtenidos con la expresión

$$a_t = z_t - \sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i z_{t-i} + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j a_{t-j}$$

con $a_t=0$ para t menor que el mayor de p y q.

El estadístico Q es equivalente al valor de chicuadrado para los L primeros coeficientes de la función de autocorrelación de los residuos ($R_k(a)$), su valor viene dado por

$$Q = N \sum_{k=1}^L R_k^2(a)$$

El test de Porte Manteau para comprobar la independendencia de los residuos utiliza el valor de Q, de manera que si $Q < \chi^2$ con L-p-q grados de libertad, la hipótesis de independendencia es aceptada.

El valor del AIC es un indicativo de la parsimonia de parámetros, el modelo óptimo ajustado será aquel cuyo AIC sea menor. Para cada uno de los modelos ajustados se ha obtenido por la expresión

$$AIC(p,q) = N \text{Ln}(\sigma^2) + 2(p+q)$$

donde σ^2 indica la varianza de los residuos

De los modelos ajustados el ARMA(1,2) y ARMA(1,3) son los que presentan un Sa^2 inferior a los restantes; se pueden considerar equivalentes. Sin embargo, el mejor de ellos es el ARMA(1,2) cuyo $AIC=-2259.9$ es el menor; la introducción de un tercer parámetro de medias móviles no representa una mejora significativa. Por tanto el modelo definitivo ARMA(1,2) quedará expresado

$$\hat{z}_t = 0.9378 \hat{z}_{t-1} + a_t + 0.2933 a_{t-1} + 0.1361 a_{t-2} + 0.004 \quad (6)$$

C) Comprobación de la bondad del modelo

Uno de los pasos más importantes para conocer hasta que punto el modelo es aceptado, consiste en comprobar la independencia de los residuos. El estadístico $Q=24.9$ para $L=20$ es menor que el valor de $\chi^2=27.6$ con $L-p-q=17$ grados de libertad y un nivel de significación de 0.05, por tanto, según el test de Porte Manteau la hipótesis de independencia de los residuos es aceptada. Así mismo, el autocorrelograma de los residuos para los 50 primeros coeficientes de la figura 65, muestra claramente que apenas ninguno se sale fuera de los límites del 95% de confianza, lo que confirma la independencia de los mismos.

Los periodogramas acumulados de los residuos de la figura 66, para cada uno de los 7 años de la serie, no indican ninguna periodicidad predominante. El ajuste del modelo

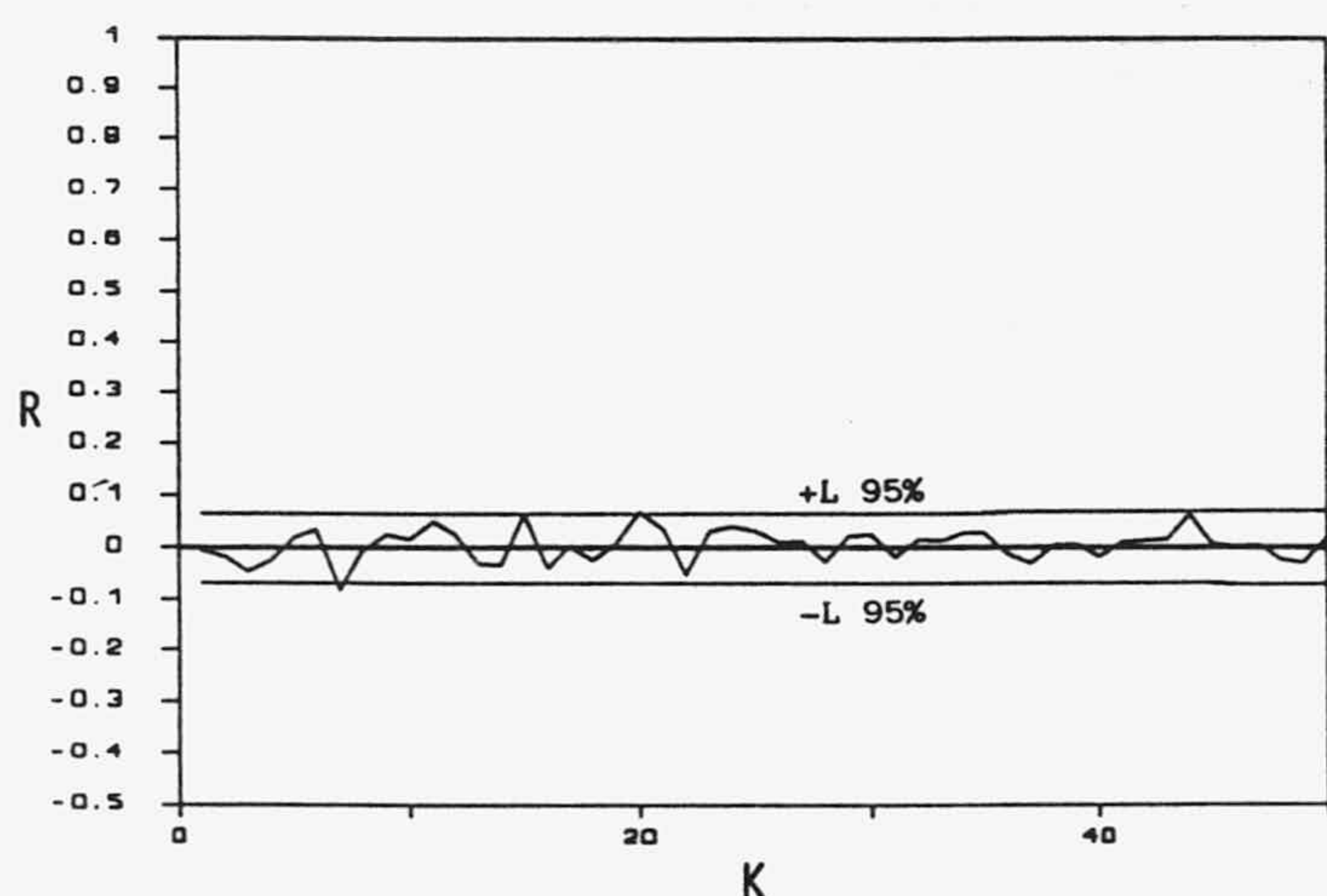


Fig. 65.- Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,2) ajustado a la serie z_t de La Villa.

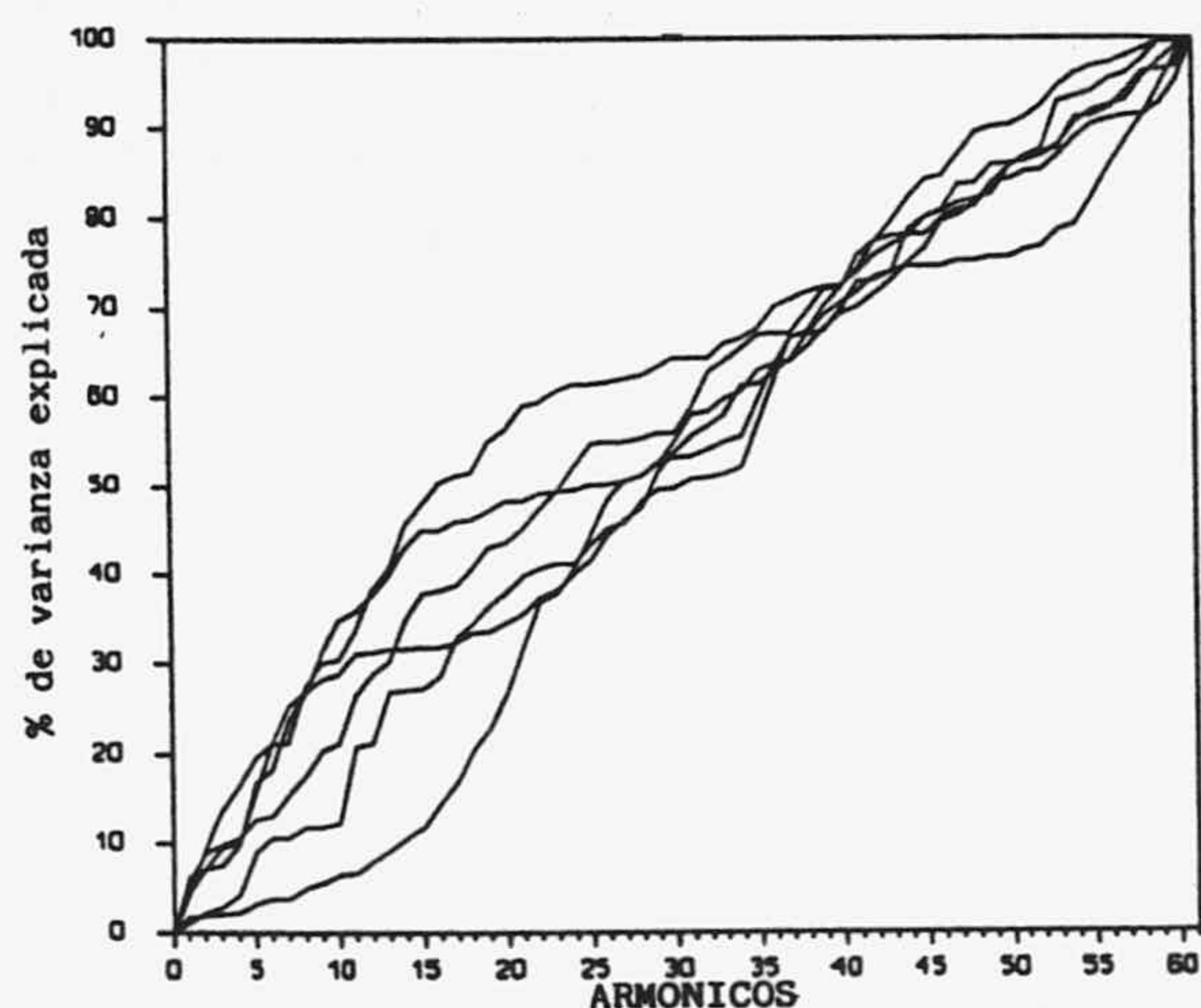


Fig. 66.- Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado a La Villa.

ARMA(1,2) de parámetros constantes en lugar de parámetros periódicos no conlleva una periodicidad en los residuos que harían dudar de su adecuación.

En la figura 67 se presentan 122 valores pronosticados a partir del sexto año con el límite de confianza del 95%, calculados con las expresiones (BOX y JENKINS, 1976)

$$\hat{z}_{t+1} = \hat{\phi}_1 z_t - \hat{\theta}_1 a_t + C$$

y
$$\hat{z}_{t+L} = \hat{\phi}_1 \hat{z}_{t+L-1} + C \quad ; L=2, 3, \dots, 122$$

con $t=732$ (6 años). Los datos tienden asintóticamente al valor de C , aproximadamente igual a cero, ya que los residuos no intervienen en el pronóstico por ser la componente aleatoria del modelo, imposible de predecir. Se constata que los intervalos de confianza se ensanchan rápidamente; para una distancia de 5 días del inicio del pronóstico apenas ofrece "confianza", a pesar de la fuerte componente autorregresiva que presentan los caudales del manantial de La Villa.

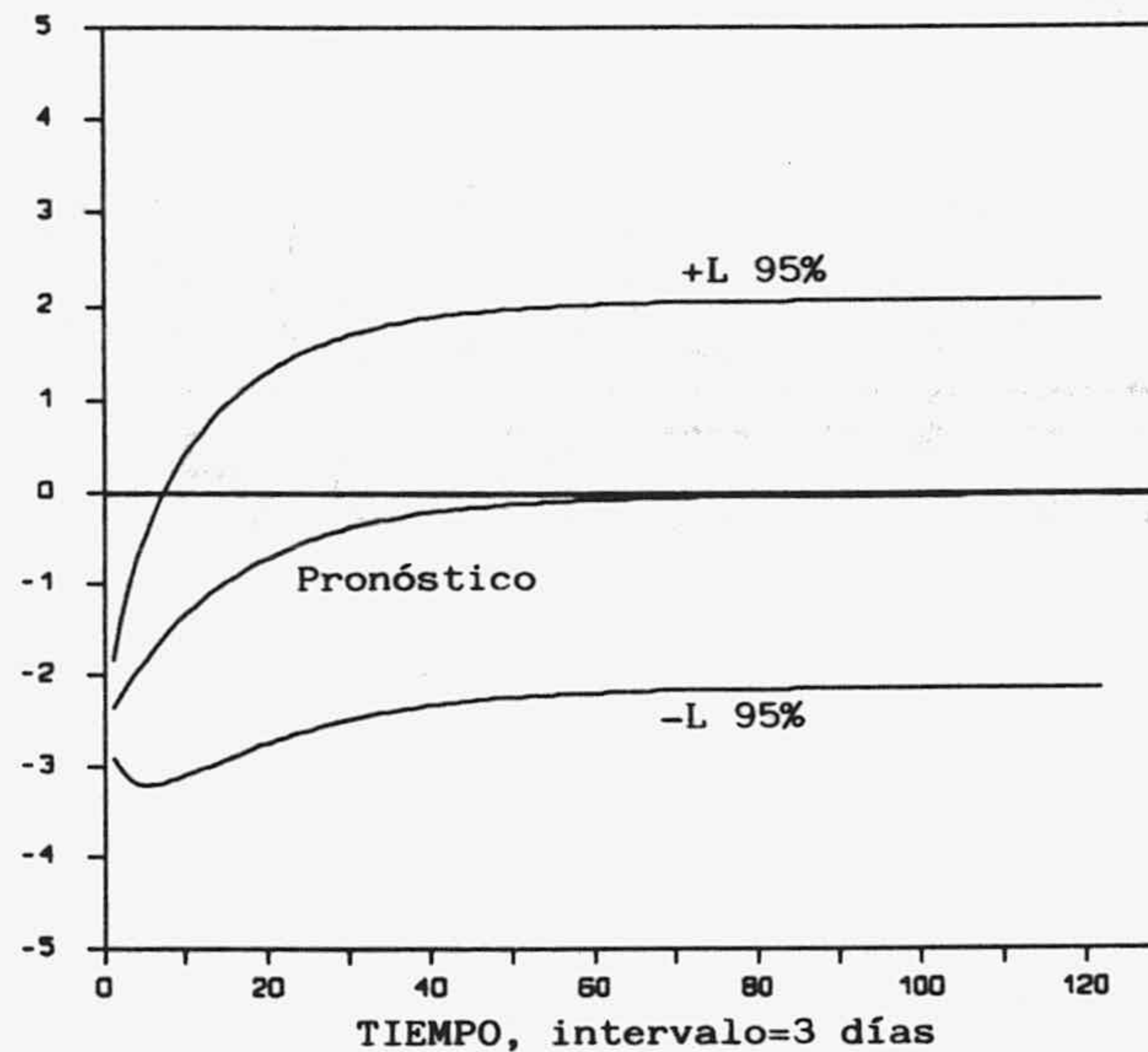


Fig. 67.- Pronóstico de 122 valores de \hat{z}_i a partir del sexto año de la serie z_i de La Villa.

He realizado la generación sintética de 854 valores de \hat{z}_i con la expresión (6). Como valores aleatorios he tomado los generados en una distribución $N(0,0.27)$, media y desviación típica igual a la de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,2), cuyo histograma de frecuencias relativas, que sigue una distribución aproximadamente

normal, puede verse en la figura 68. Se comprueba que el autocorrelograma parcial de la serie sintética se ajusta bien al de la serie real en los primeros coeficientes, los de mayor peso (Fig. 69); en el resto, influye bastante la parte aleatoria del modelo.

Para obtener la serie de caudales sintéticos he seguido el proceso inverso llevado a cabo en las transformaciones de la serie. Una vez agrupada \hat{z}_t en sus correspondientes años, la serie $\hat{z}_{v,T}$ se transforma mediante las expresiones

$$\hat{y}_{v,T} = \hat{s}_T \hat{z}_{v,T} + \hat{m}_T$$

y
$$\hat{Q}_{v,T} = 10^{\hat{y}_{v,T}}$$
 para $V=7$ y $T=122$

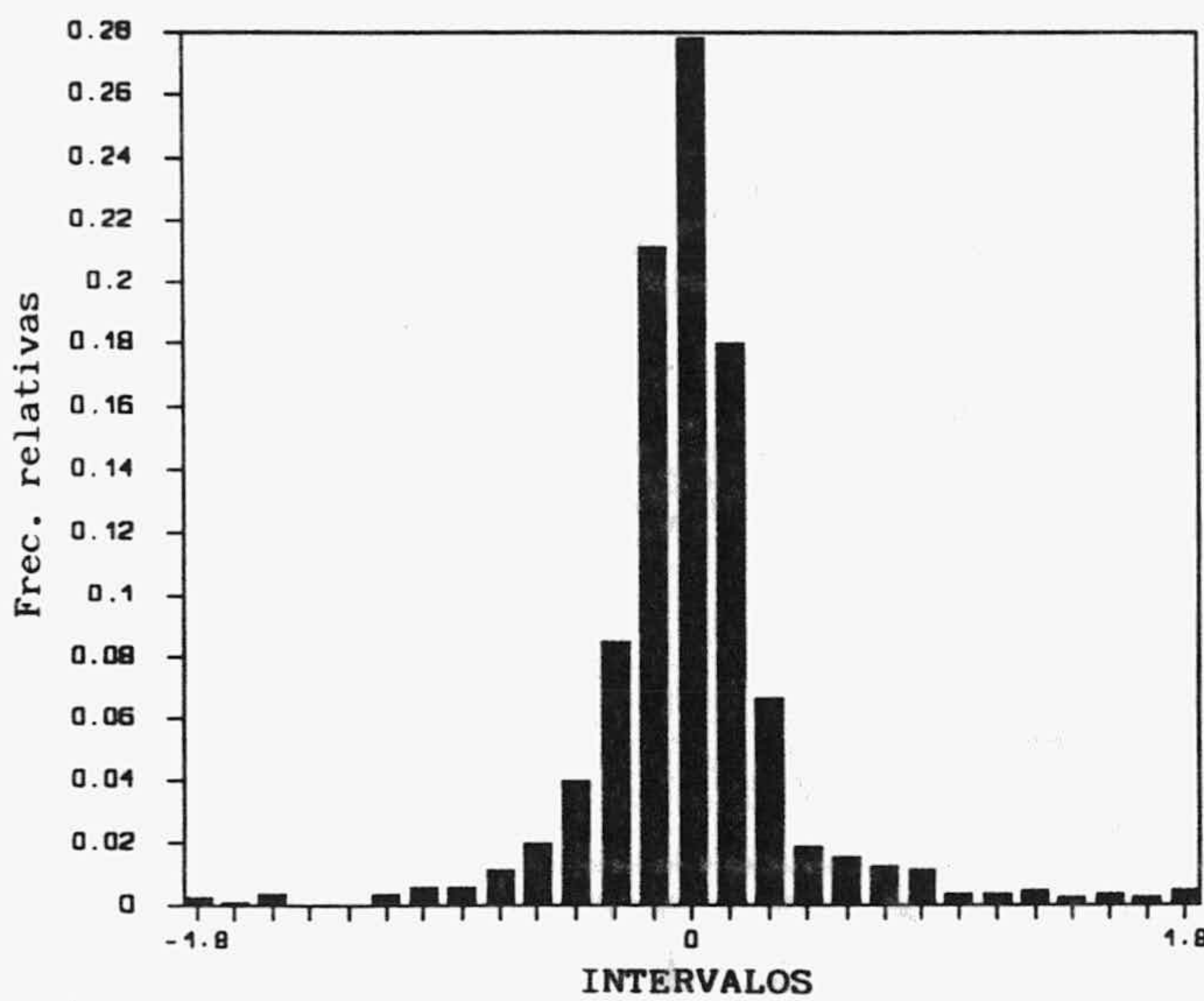


Fig. 68.- Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,2) a la serie z_t de La Villa.

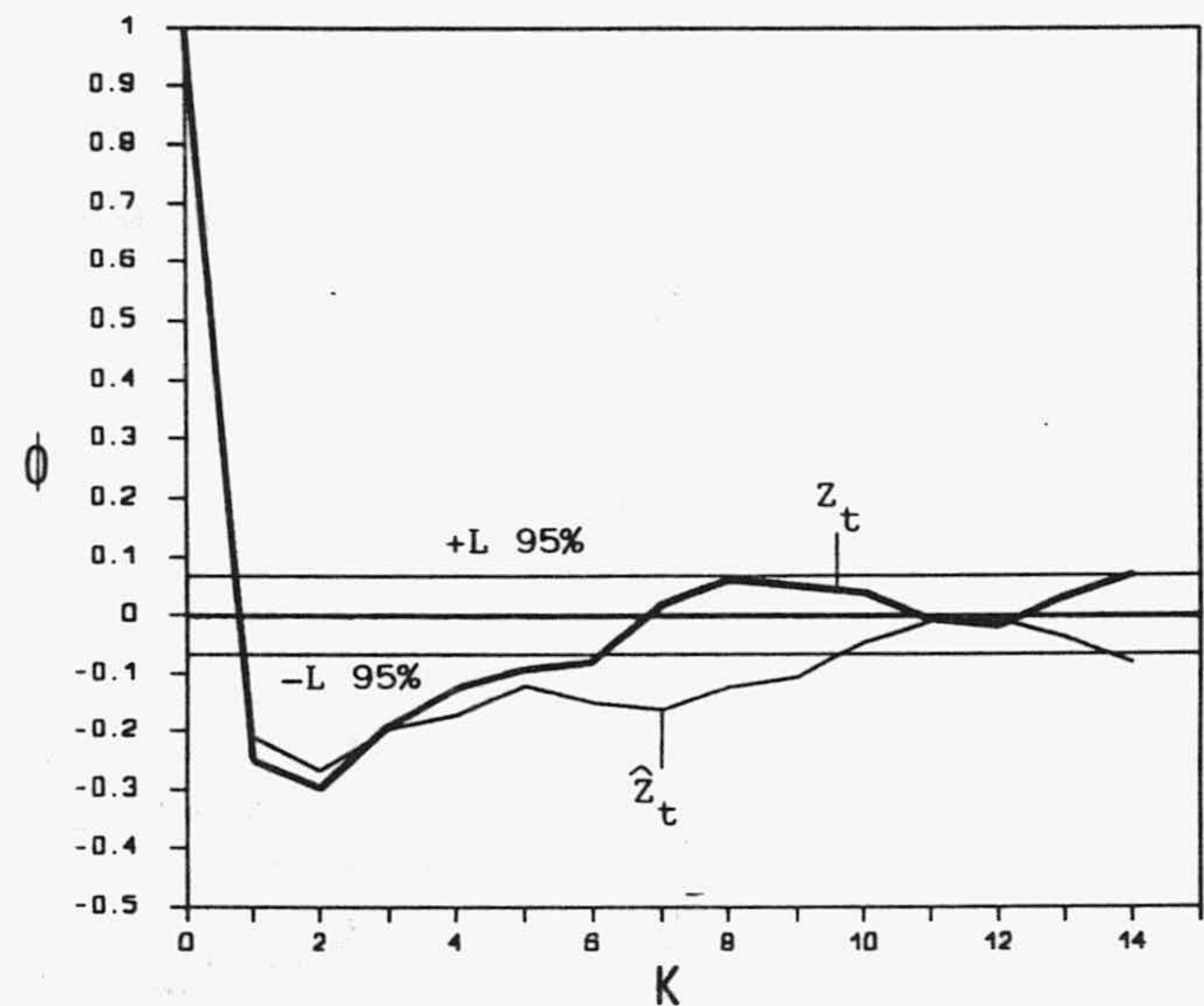


Fig. 69.- Autocorrelogramas parciales de las series z_t y \hat{z}_t de La Villa.

En la figura 70 se presenta el hidrograma sintético de los 854 datos generados, de morfología similar a la de los reales. Los correlogramas de la figura 71 de las series Q_t y \hat{Q}_t son muy parecidos, sobre todo en los 40 primeros coeficientes. Sin embargo la componente periódica de \hat{Q}_t es más regular que la real, consecuencia de las estimaciones de las medias y desviaciones típicas, por los coeficientes de los armónicos más significativos, realizadas en el proceso de transformación de los datos.

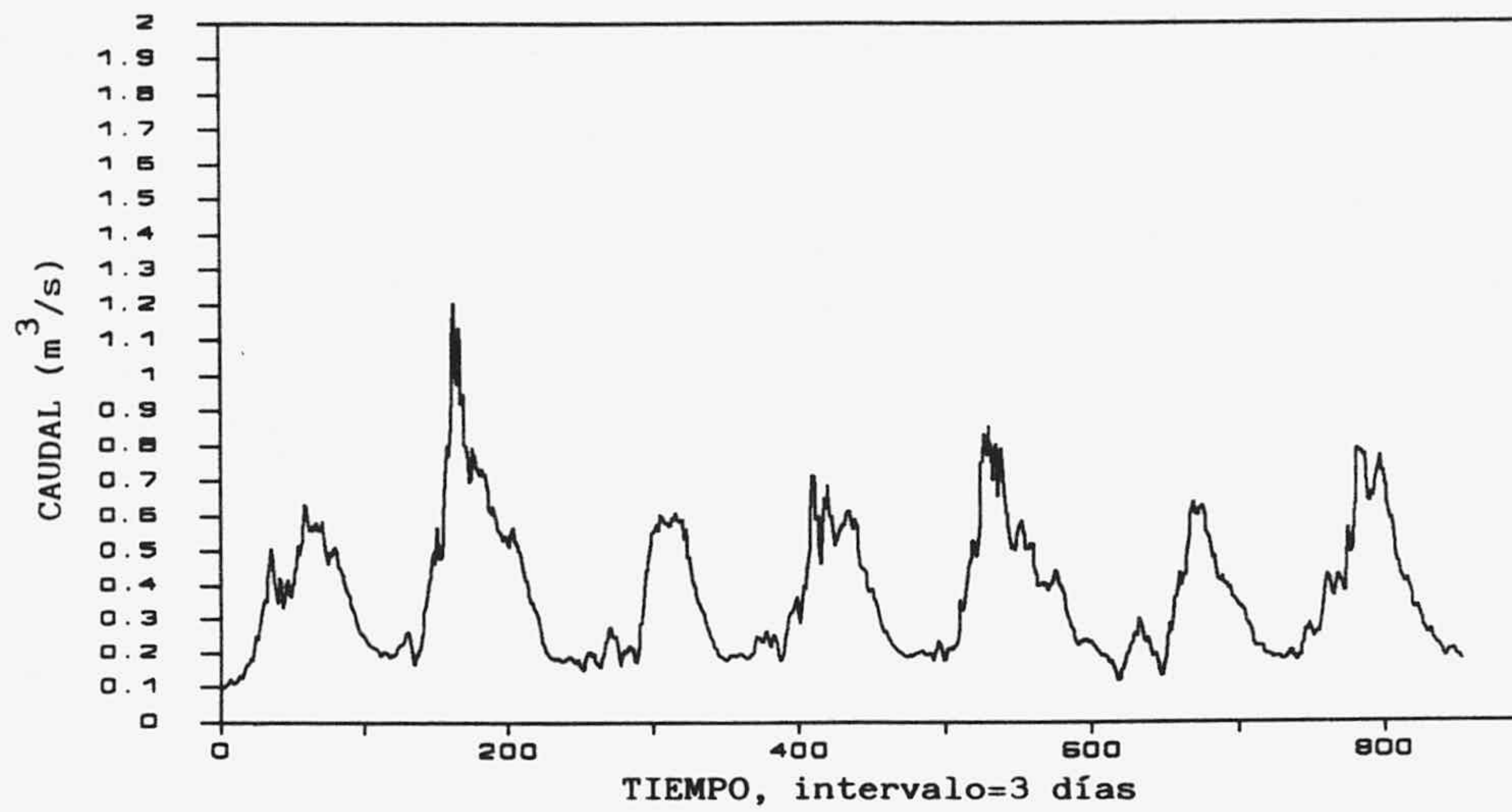


Fig. 70.- Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de La Villa.

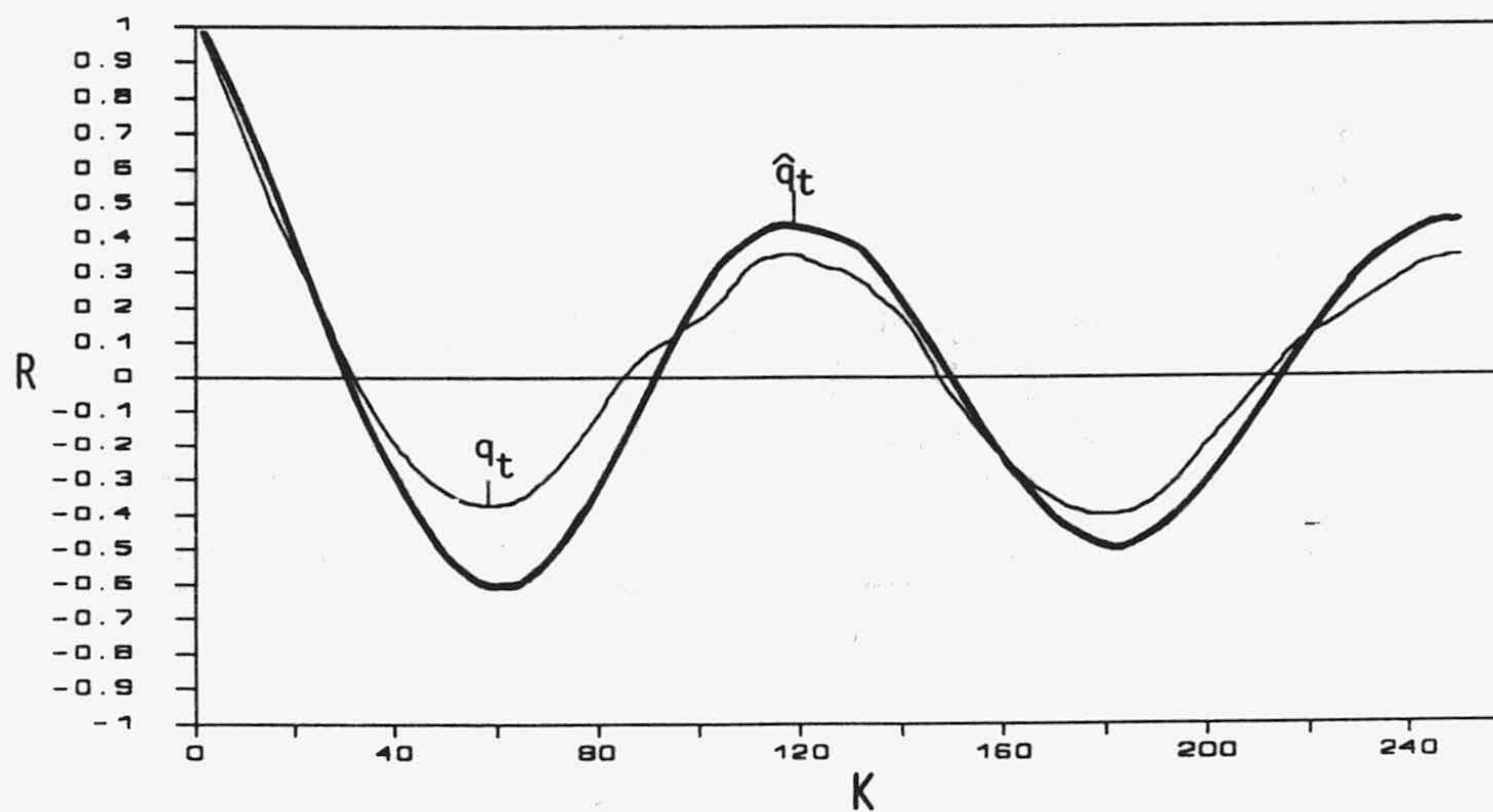


Fig. 71.- Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en La Villa.

2.3. APLICACION AL MANANTIAL DE FUENTE MAYOR

El ajuste del modelo se ha realizado sobre la serie de caudales del manantial de F. Mayor aforados durante el periodo comprendido entre el 1 de octubre de 1973 y el 30 de septiembre de 1977, 4 ciclos hidrológicos. Los datos diarios originalmente disponibles los

he agrupado en intervalos de 3 días, resultando una longitud total de la serie de 488 valores. El análisis de correlación y espectral ha puesto de manifiesto que, por lo menos, las variaciones inferiores a 3 días son anuladas por el sistema, con lo que la pérdida de información debida al agrupamiento es mínima.

En la figura 72 se presenta el hidrograma de los caudales. Muestra claramente una fuerte componente periódica anual, si bien menos acentuada que en La Villa; este hecho que ya fue tratado en el análisis correlatorio y espectral, ponía de manifiesto que el sistema kárstico de Simat de Valldigna es menos regulador que El Torcal; además demostraba la existencia de una componente de flujo rápido relativamente importante.

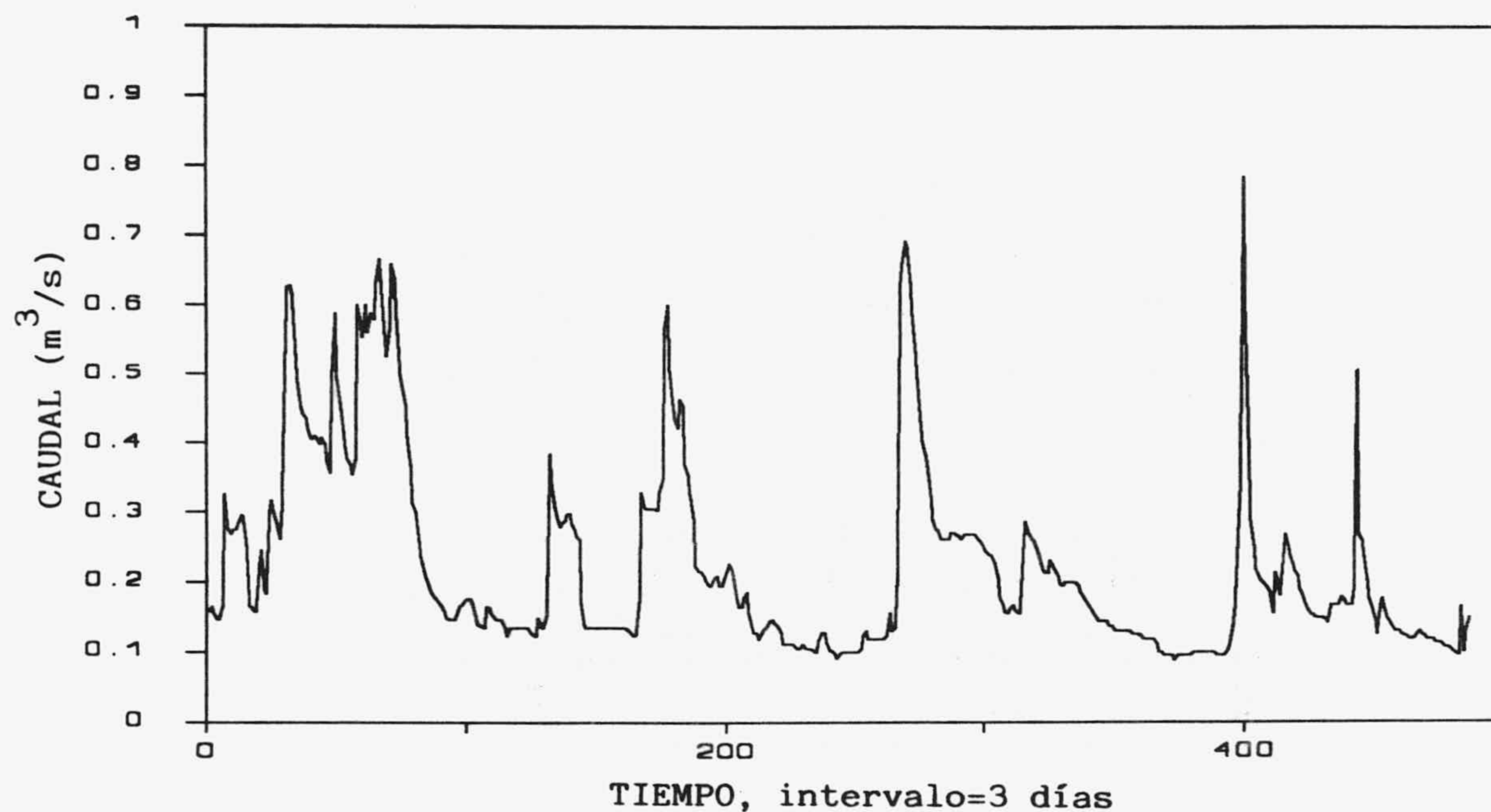


Fig. 72.- Hidrograma de los caudales de Fuente Mayor.

A) Transformación de la serie

En este proceso se han seguido los mismos pasos llevados a cabo con los caudales de La Villa. Los estadísticos principales: media (m), desviación típica (s) y sesgo (g) son:

$$m = 0,224 \text{ m}^3/\text{s} \quad s = 0.139 \quad g = 1.61$$

Con la intención de disminuir el sesgo de la serie original, he analizado varias transformaciones simples, llegando a la conclusión de que la logarítmica es la más adecuada. Los estadísticos principales de la nueva serie ($y_t = \log(Q_t)$) son:

$$m = -0.715 \quad s = 0.227 \quad g = 0.705$$

El sesgo de y_t sigue siendo bastante alto para considerar la serie normal, no obstante, se comprobará que en la segunda transformación, para eliminar la periodicidad, el sesgo queda mucho más reducido.

He calculado las medias, m_T , y las desviaciones típicas, s_T , previo reagrupamiento de y_t en sus correspondientes años, $y_{v,T}$, donde $V=4$ y $T=122$. Sus periodogramas acumulados y ordenados en orden decreciente para los 10 primeros armónicos, mostrados en la figura 73, indican que el número de armónicos significativos para m_T son 3 (1º, 5º y 6º; periodos de 365, 73 y 61 días respectivamente), que explican el 94% de la varianza; y para s_T 4 (1º, 3º, 2º y 4º; periodos de 365, 122, 183, y 91 días respectivamente), y explican el 85% de la varianza. En la figura 74 presento las m_T y s_T experimentales y las estimadas con la expresión (4) \hat{m}_T y \hat{s}_T ; se observa que la dispersión sobre los valores estimados es menor en los periodos de estiaje que en los de lluvias altas, debido a que la variación en las altas frecuencias están peor estimadas con el número de armónicos escogidos; no obstante, se puede considerar que dichas variaciones son de carácter aleatorio. Por último la transformación de $y_{v,T}$ en la serie tipificada $z_{v,T}$ se realiza con la expresión (5).

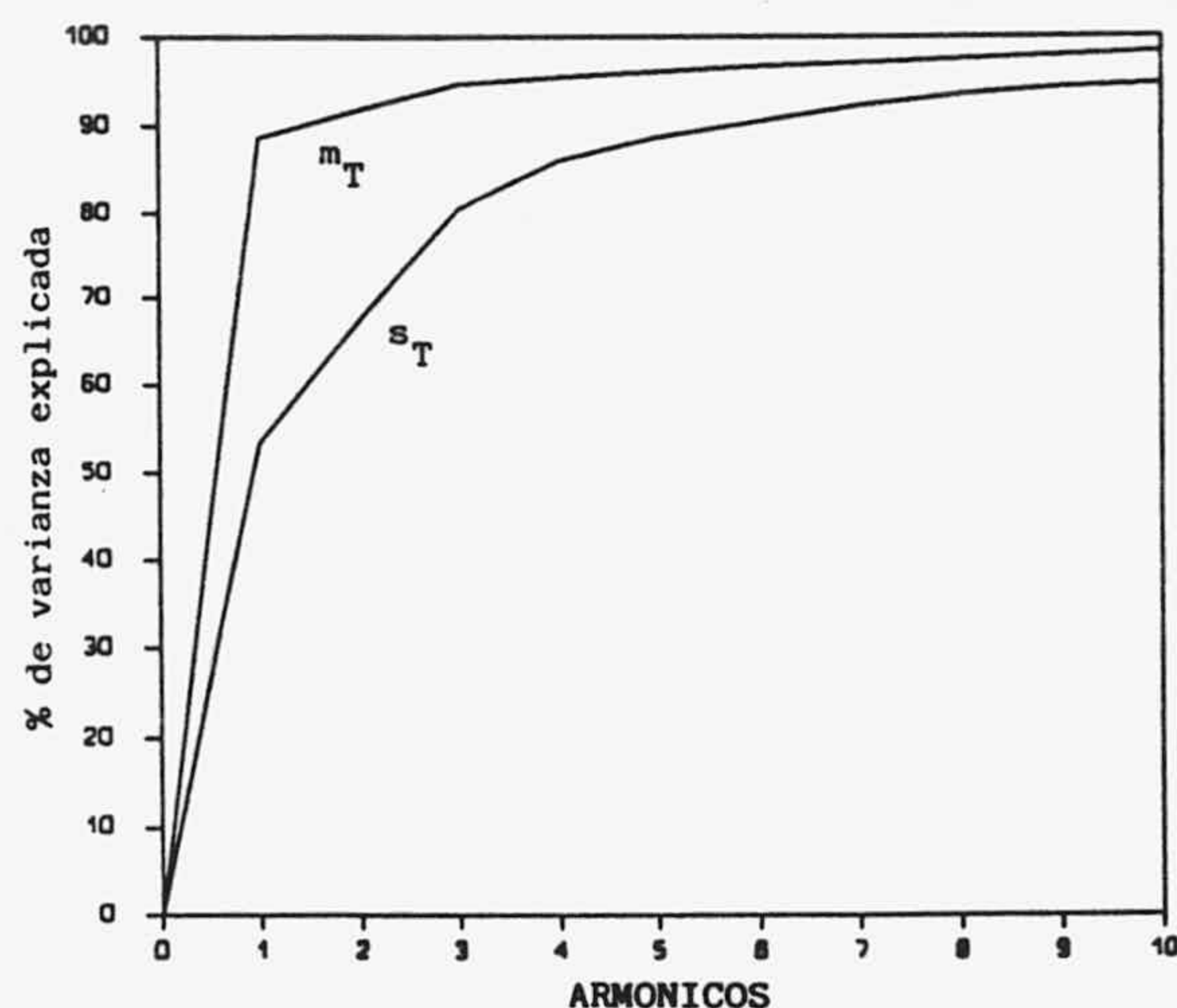


Fig. 73.- Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de F. Mayor.

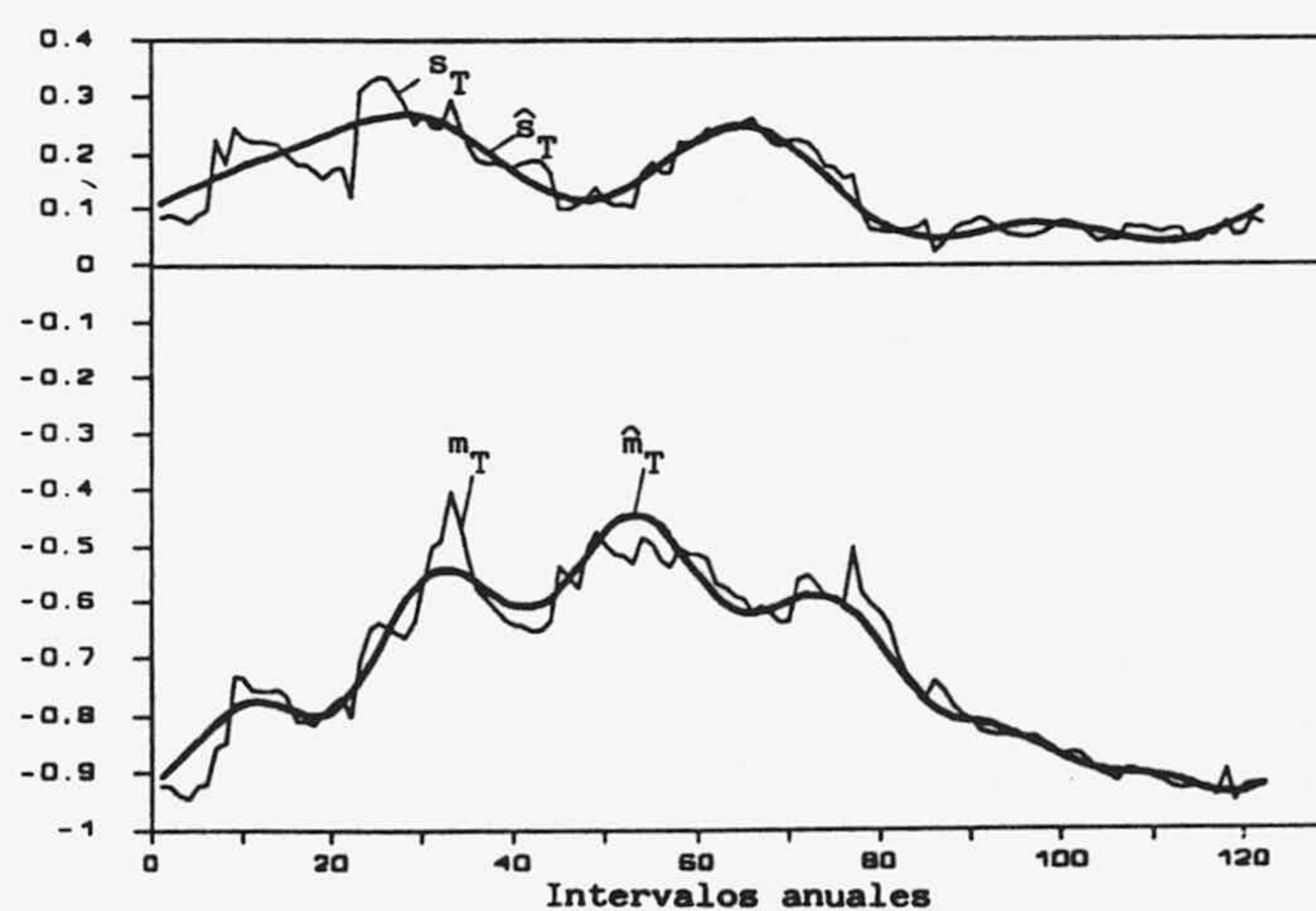


Fig. 74.- Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de F. Mayor.

Como muestra la figura 75, el primer coeficiente de autocorrelación, $R_{1,T}$, permanece relativamente constante en torno a 0.75, y su periodograma acumulado (Fig. 76) no señala periodicidades significativas. Estas características indican que puede ajustarse un modelo ARMA de parámetros constantes, sin que por ello se cometan errores significativos en la estimación. Los estadísticos principales de z_t , obtenida a partir del reagrupamiento de $z_{v,T}$, son:

$$m = 0.012 \quad s = 1.089 \quad g = 0.230$$

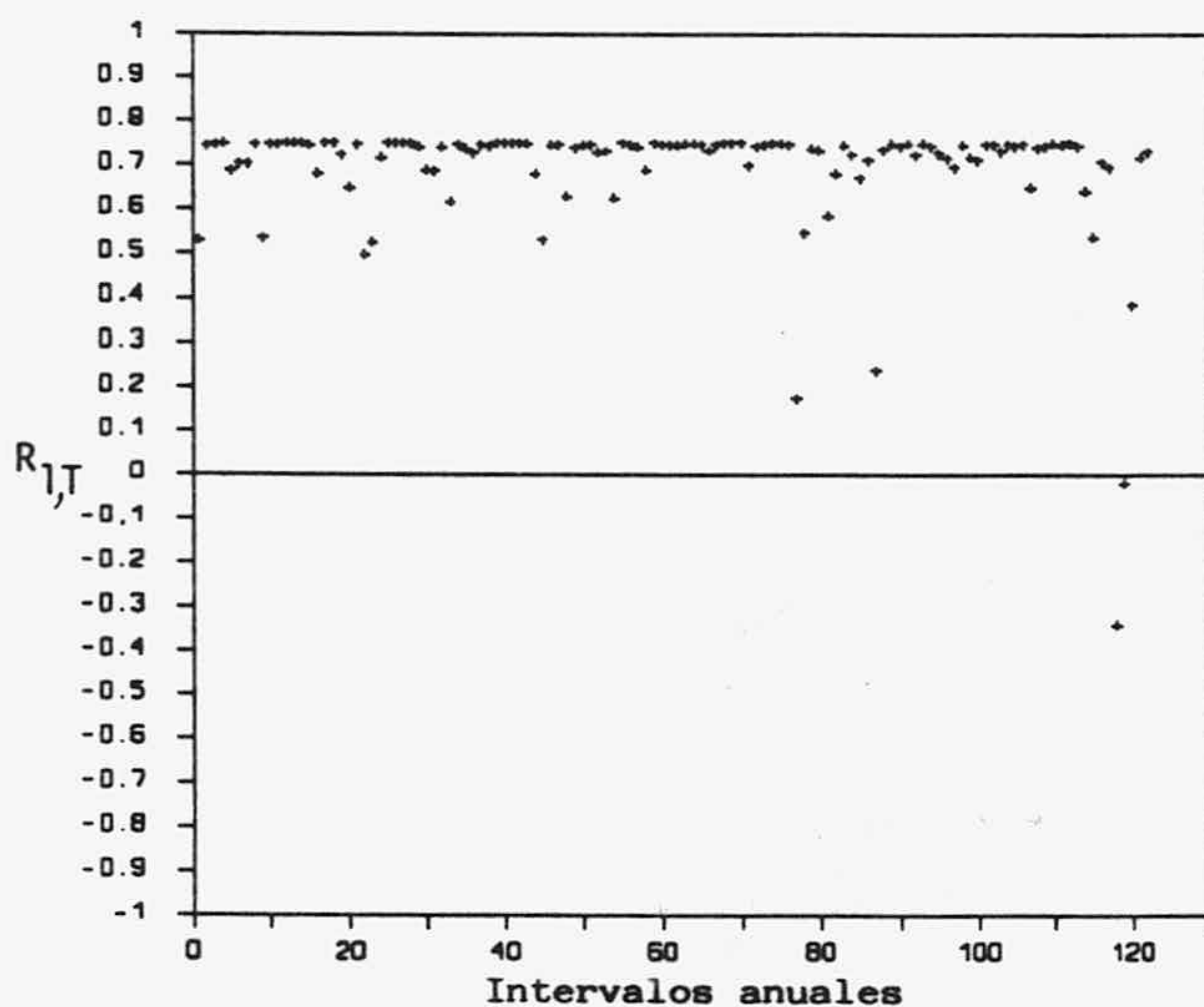


Fig. 75.- Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{v,T}$ de F. Mayor.

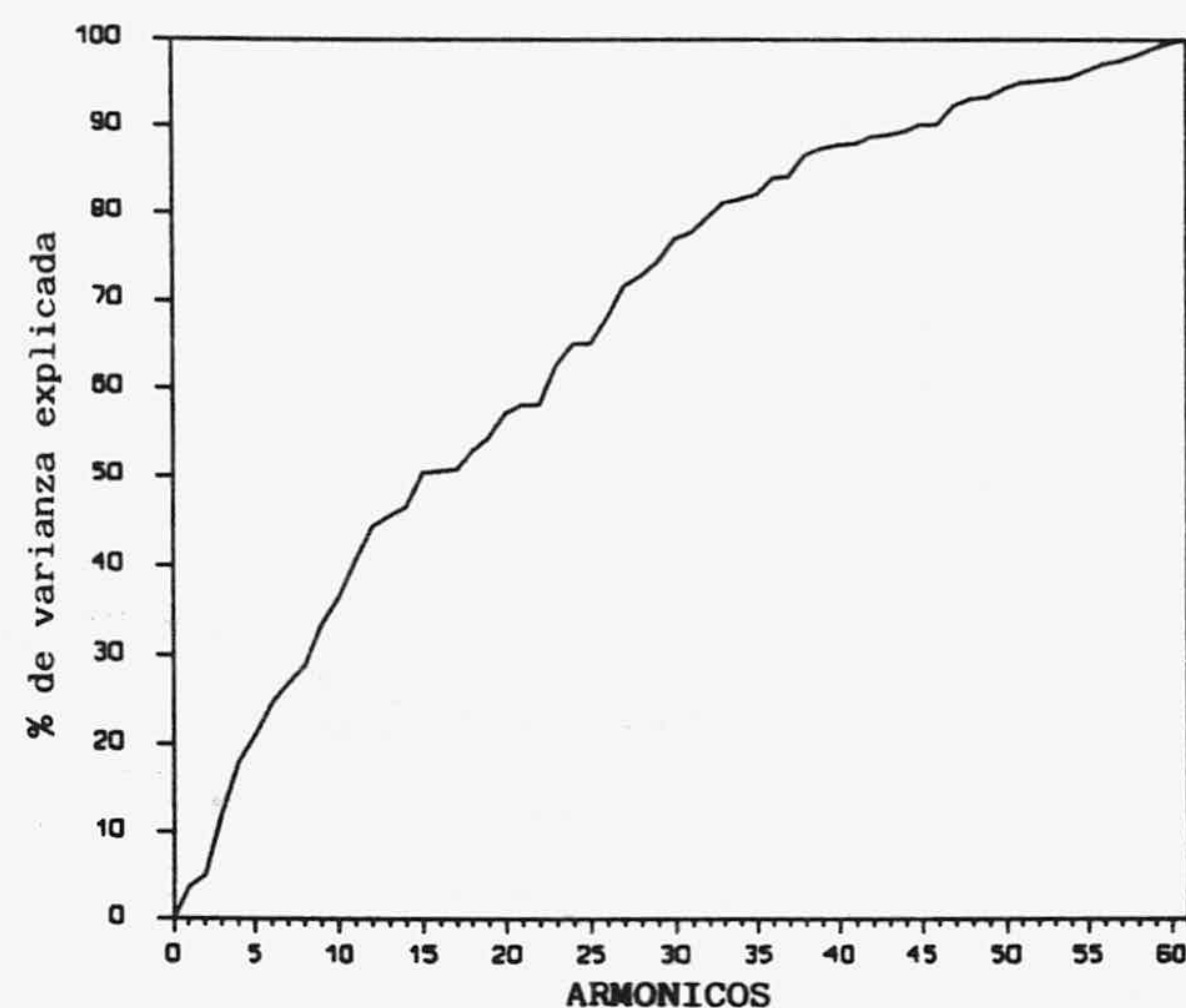


Fig. 76.- Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{v,T}$ de F. Mayor.

Se comprueba que el sesgo se ha reducido considerablemente con respecto a las series Q_t e y_t .

B) Ajuste del modelo

El autocorrelograma de las z_t de la figura 77 y, en mayor medida, su autocorrelograma parcial de la figura 78, responden a una serie con una fuerte componente autorregresiva. Existen, sin embargo, coeficientes para $k=6$ y $k=9$ que sobrepasan el límite del 95%, aunque no de forma significativa. El modelo que posiblemente mejor se ajuste sea un ARMA(1,0) o ARMA(1,1).

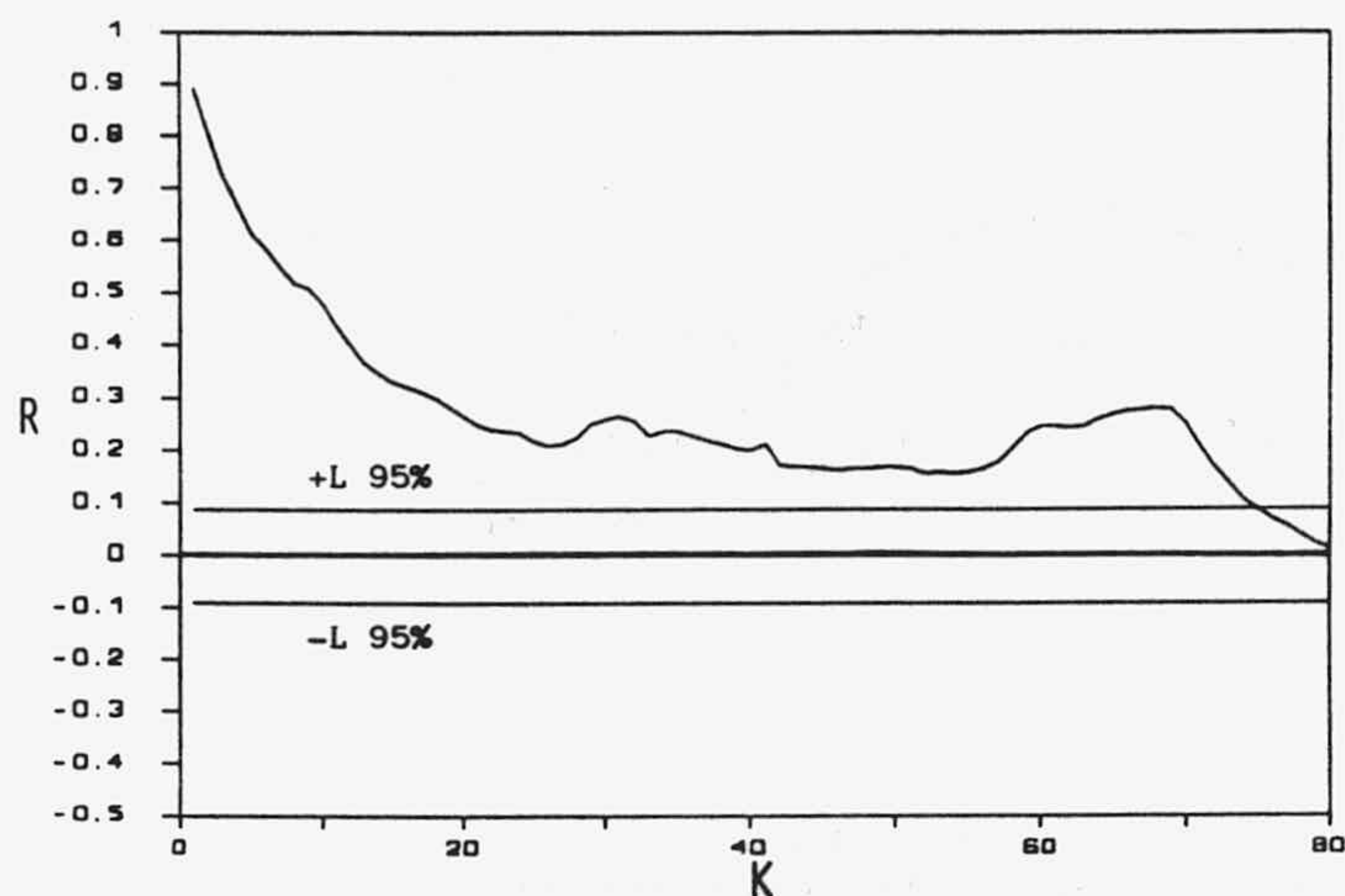


Fig. 77.- Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , del caudal de F. Mayor.

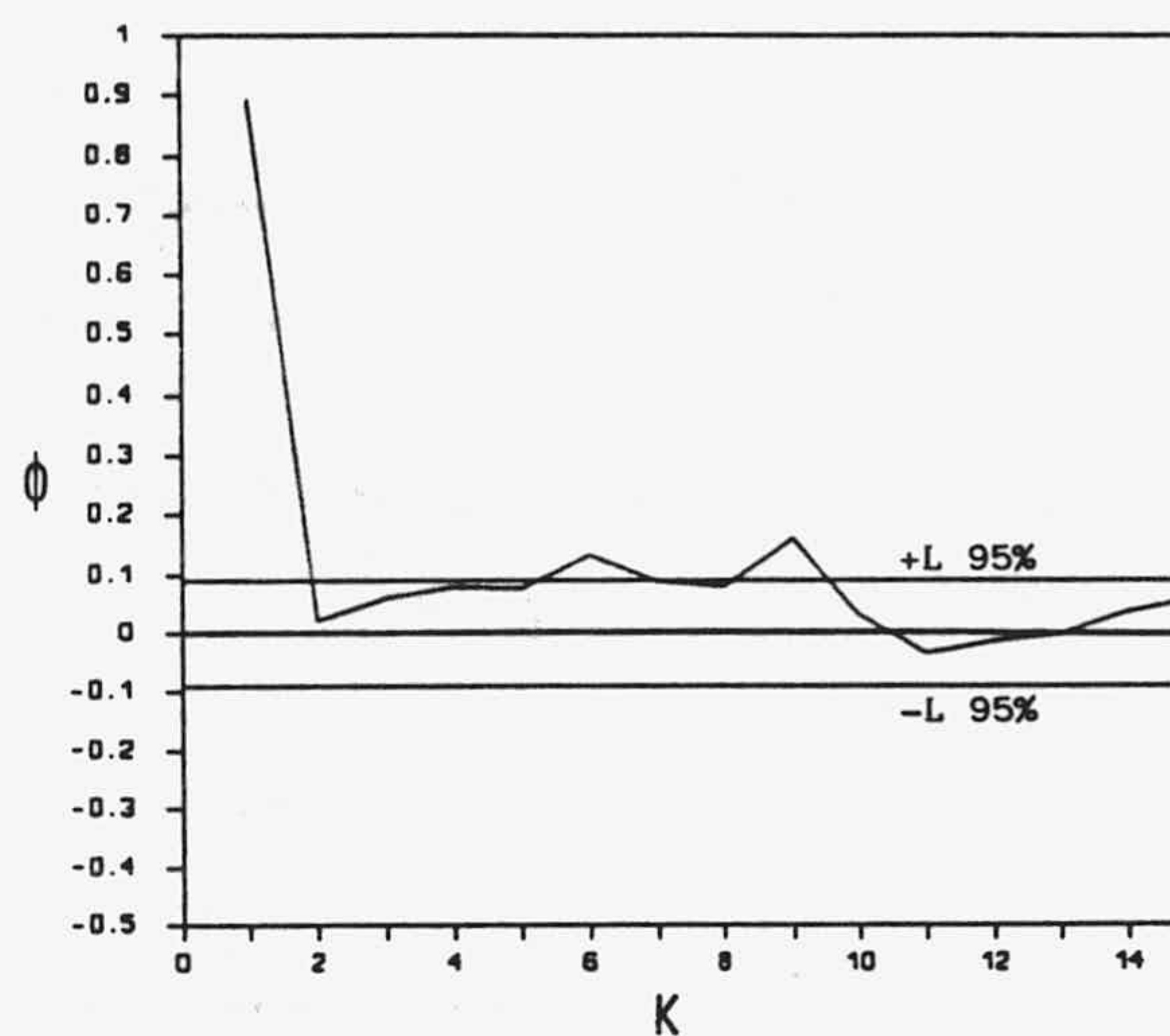


Fig. 78.- Autocorrelograma parcial de la serie z_t de F. Mayor.

Efectivamente, de los modelos analizados, cuyos parámetros pueden verse en la tabla IX, el ARMA(1,0) es el que presenta un menor valor de AIC; el resto de ellos no introducen una disminución considerable de Sa^2 a pesar de aumentar el número de parámetros. El modelo ARMA(1,0) queda expresado

$$\hat{z}_t = 0.8923 \hat{z}_{t-1} + a_t + 0.011$$

Mód. Ajus.	C	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\theta}_1$	Sa^2	Q	AIC
ARMA(1,0)	-0.011	0.8923	--	--	117.7	15.62	-413.2
ARMA(1,1)	-0.016	0.9001	--	-0.0293	117.6	15.61	-411.5
ARMA(2,0)	-0.016	0.8722	0.0244	--	117.6	15.61	-411.5
ARMA(2,1)	-0.030	0.1427	0.6731	-0.7543	117.6	15.57	-409.5

Tabla IX.- Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de F. Mayor.

C) Comprobación de la bondad del modelo

Si comparamos el valor del estadístico Q (15.62) con el de la distribución de chiquadrado con 19 grados de libertad para $\alpha=0.05$ (30.1), resulta menor. Por tanto, según el test de Porte Manteau, la hipótesis de independencia de los residuos es aceptada. Según el autocorrelograma de los residuos (Fig. 79) se puede asegurar que no hay una estructura de dependencia en los mismos. La presencia de algunos coeficientes que sobrepasan el límite del 95% es de carácter aislado, y al no estar en los primeros términos del autocorrelograma no puede dar lugar a pensar en un posible modelo ARMA con coeficientes de medias móviles.

El periodograma acumulado de los residuos para cada uno de los 4 años, figura 80, descarta la presencia de periodicidades predominantes en el modelo, que podrían haber tenido lugar por el ajuste de un modelo ARMA de coeficientes constantes en lugar de periódicos.

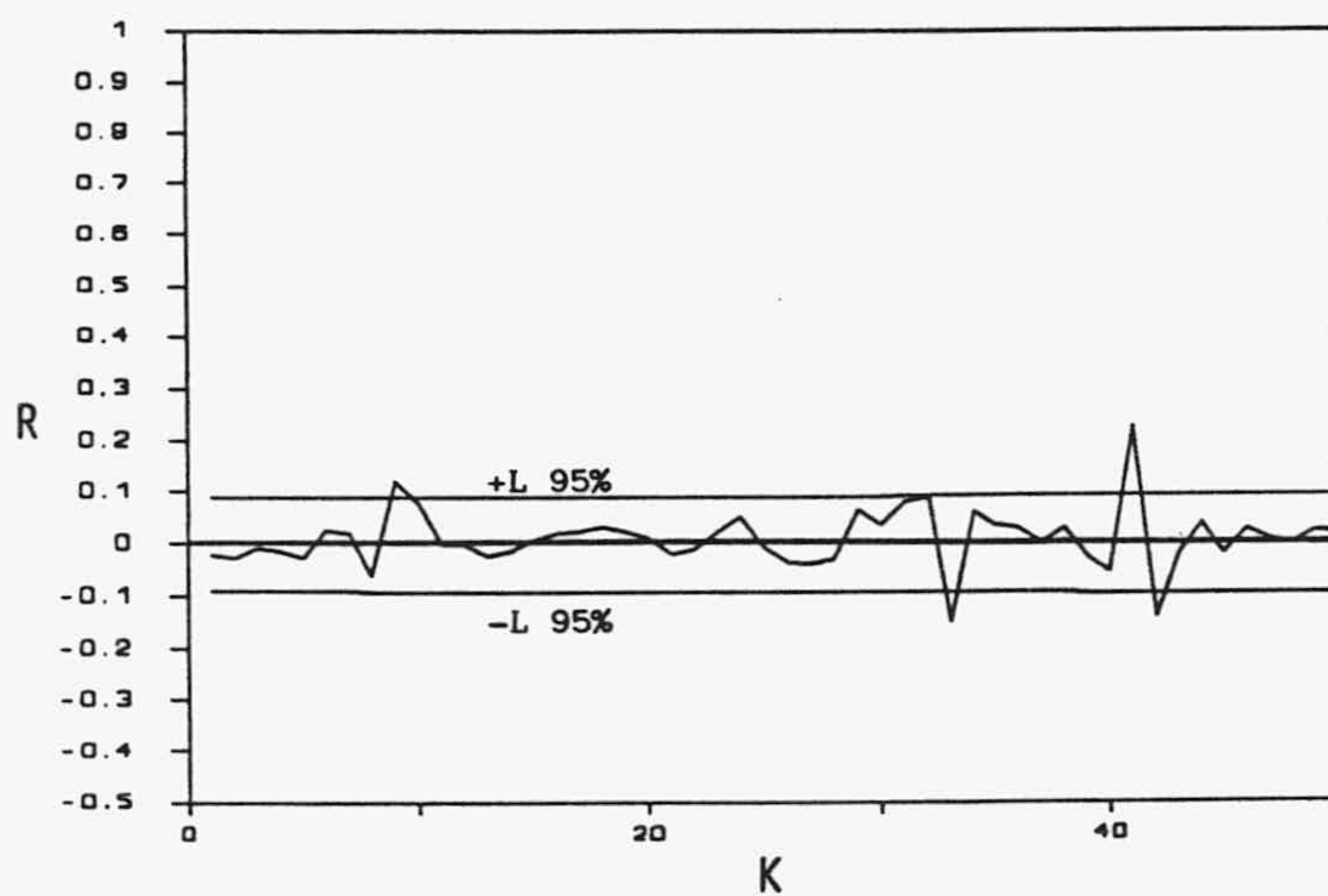


Fig. 79.- Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,0) ajustado a la serie z, de F. Mayor.

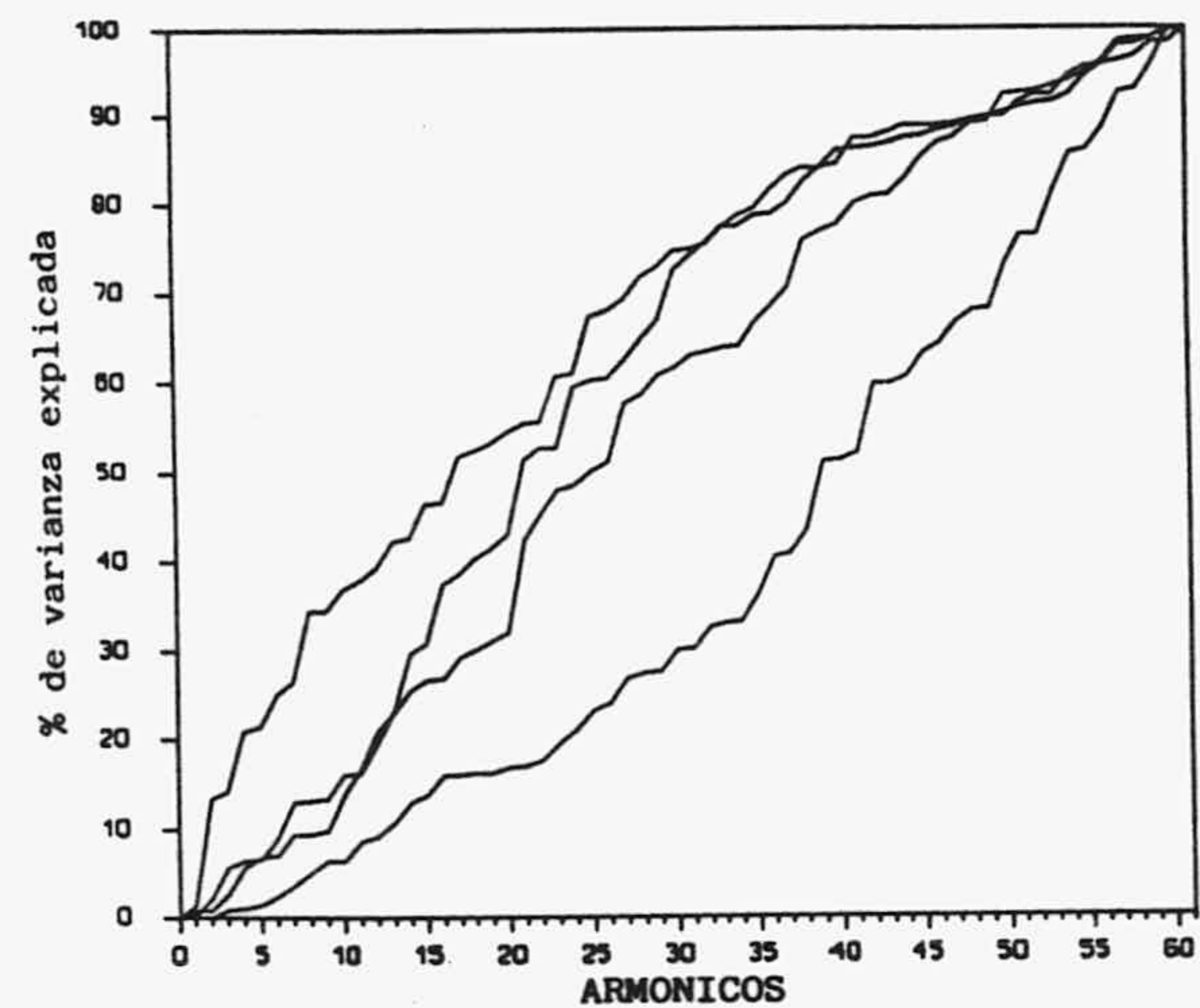


Fig. 80.- Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado al manantial de F. Mayor.

En la figura 81 represento 122 valores pronosticados a partir del tercer año. El intervalo de confianza que ofrece el límite del 95% en los primeros valores pronosticados es incluso más ancho que el obtenido para los caudales del manantial de La Villa, indicando una menor fiabilidad; rápidamente se estabiliza en valores puramente aleatorios.

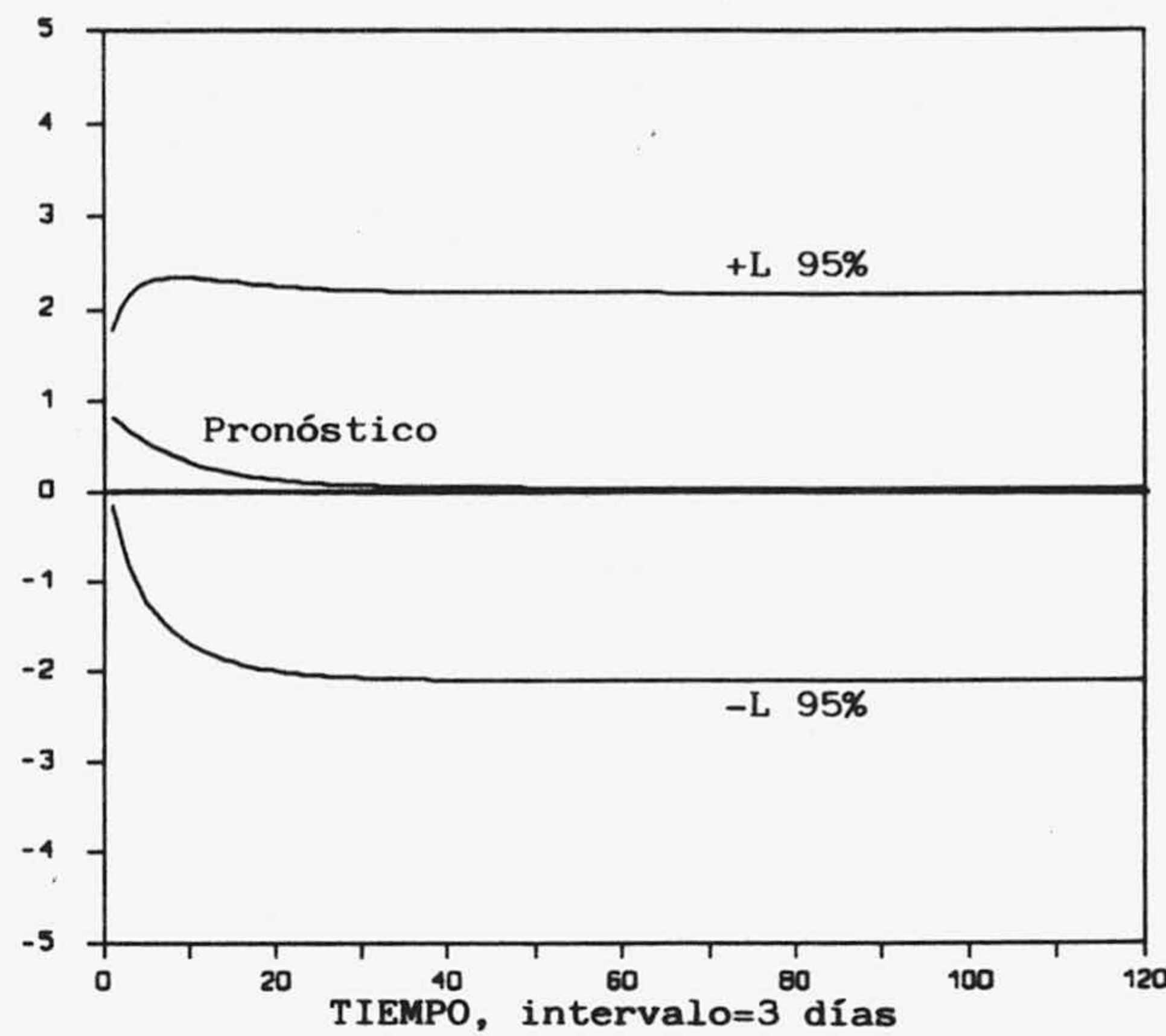


Fig. 81.- Pronóstico de 122 valores de \hat{z}_t , a partir del tercer año de la serie z_t , del manantial de F. Mayor.

Con la expresión del modelo ARMA(1,0) he calculado una serie sintética de 484 datos, para lo cual he generado valores aleatorios que siguen una distribución $N(0,0.49)$, que es la que mejor se ajusta al histograma de los residuos del modelo seleccionado (Fig. 82). El alto parecido entre el correlograma parcial de la serie sintética, \hat{z}_t , y la real, z_t , presentado en la figura 83, es indicativo de que el modelo seleccionado conserva los coeficientes principales de autocorrelación de la serie original.

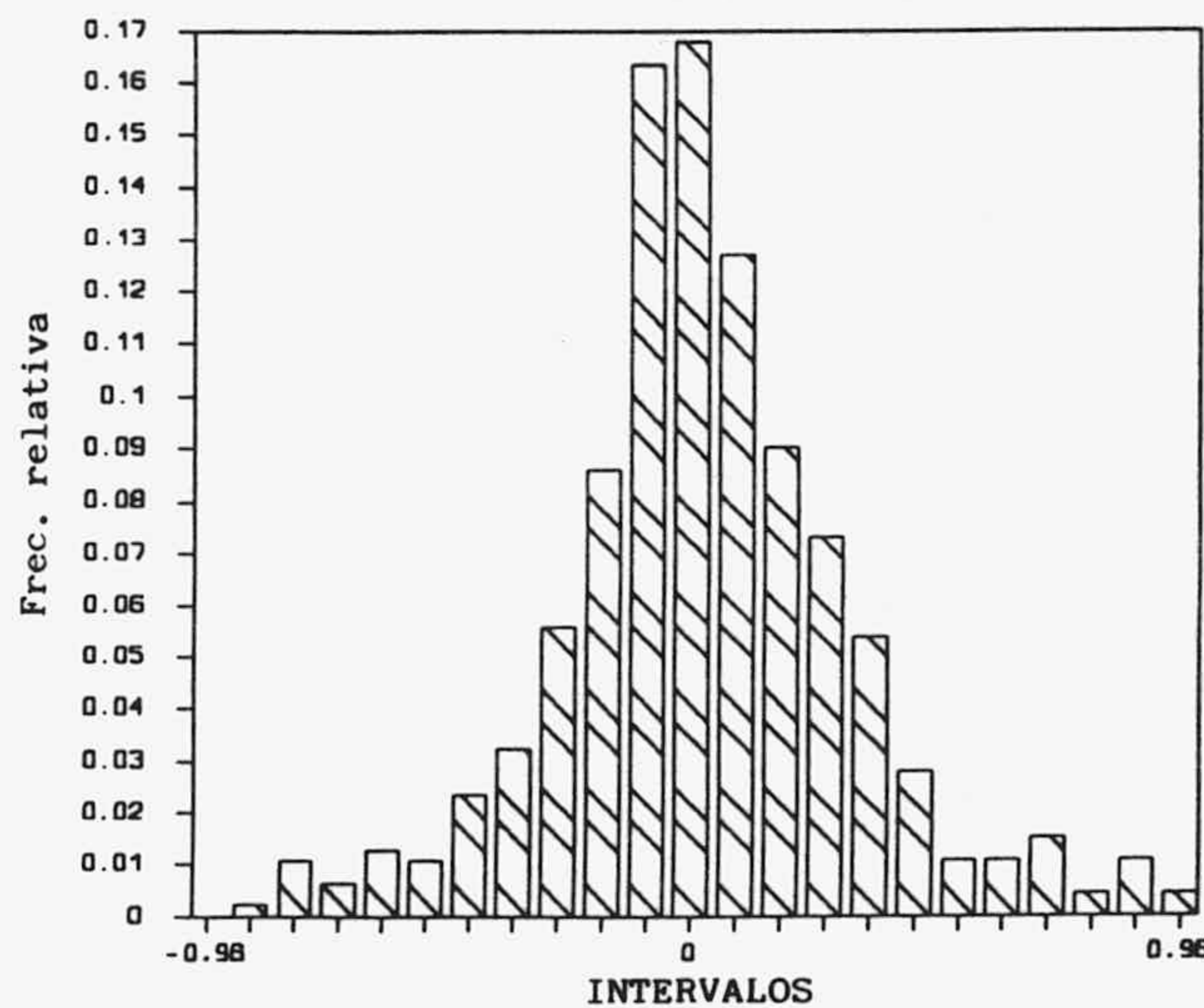


Fig. 82.- Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,0) a la serie z_t de F. Mayor.

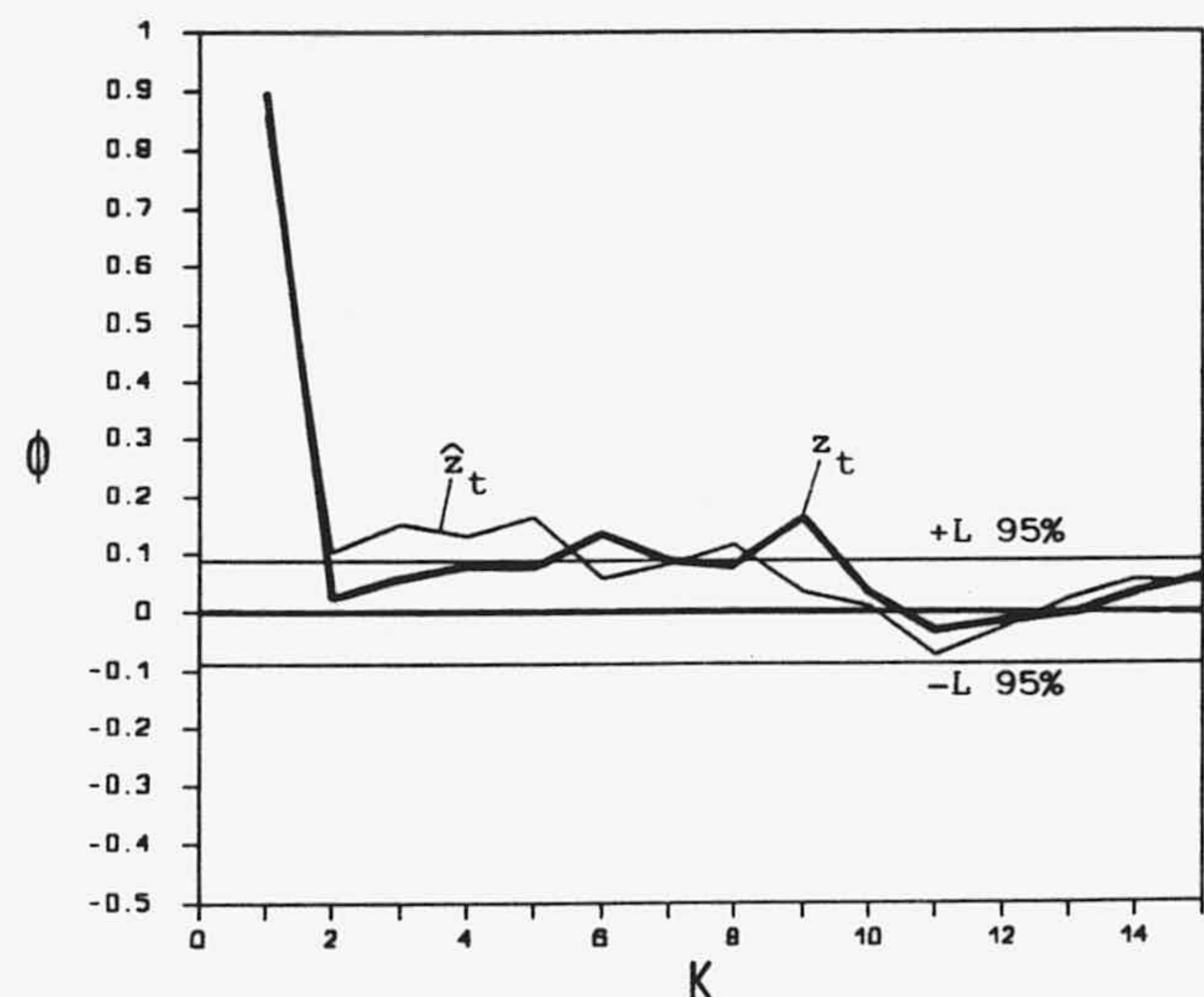


Fig. 83.- Autocorrelogramas parciales de las series z_t y \hat{z}_t de F. Mayor.

El hidrograma de la serie sintética, \hat{Q}_t , obtenido una vez realizadas las transformaciones de \hat{z}_t (Fig. 84) tiene una morfología similar al real; sin embargo se observa la presencia de una componente de ruido blanco más acentuada, posiblemente debido a la ausencia de coeficientes de medias móviles que hubieran suavizado este ruido, pero como ya se vio al ajustar el modelo, la introducción de un mayor número de coeficientes no representaba una mejoría.

La comparación de los autocorrelogramas de Q_t y \hat{Q}_t (Fig. 85) indica una tendencia similar en los primeros 25 coeficientes; existe una mayor irregularidad a largo plazo en Q_t que en \hat{Q}_t , al igual que ocurría en La Villa, lo que indica que posiblemente la causa sea la misma.

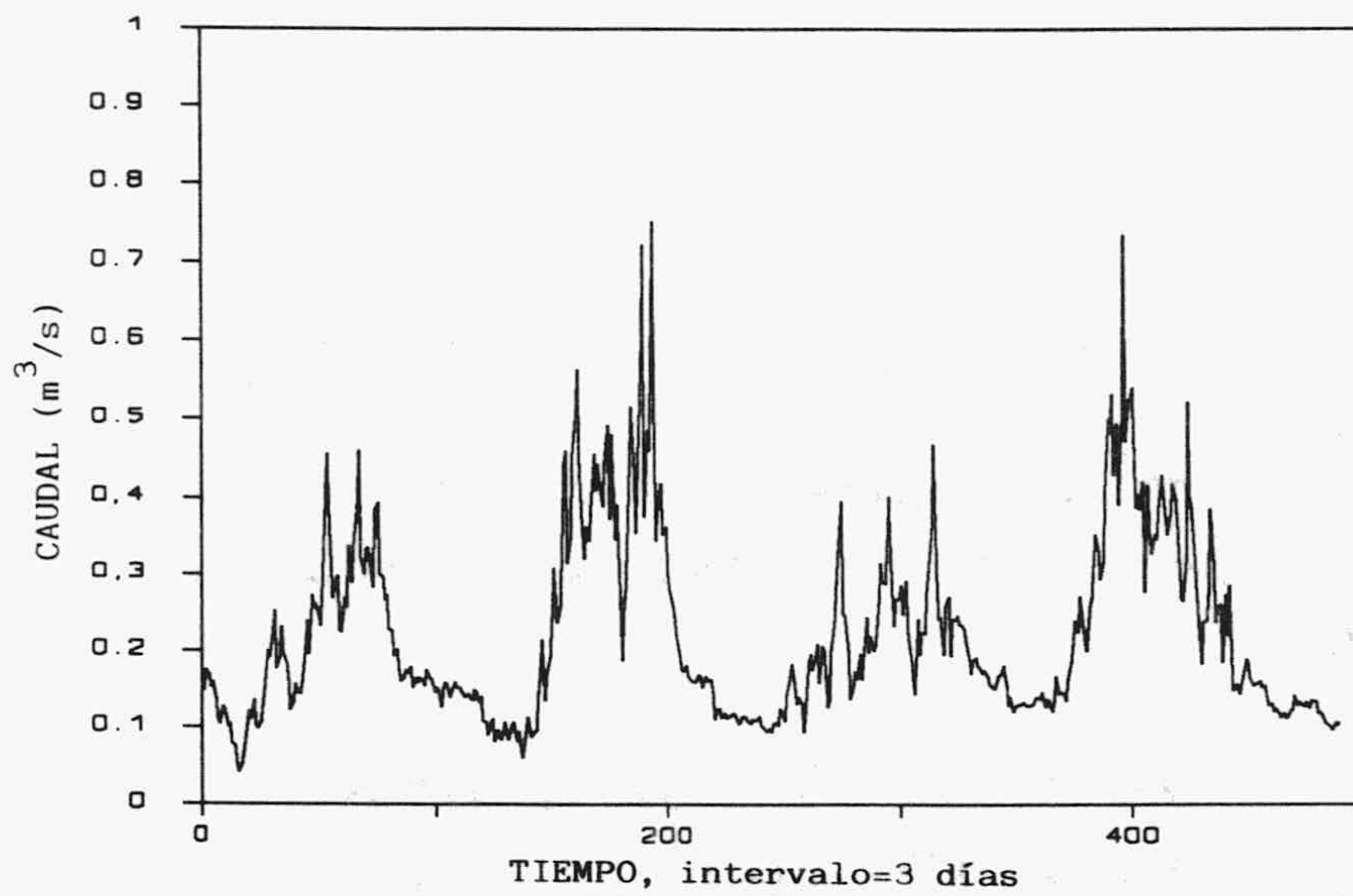


Fig. 84.- Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de F. Mayor.

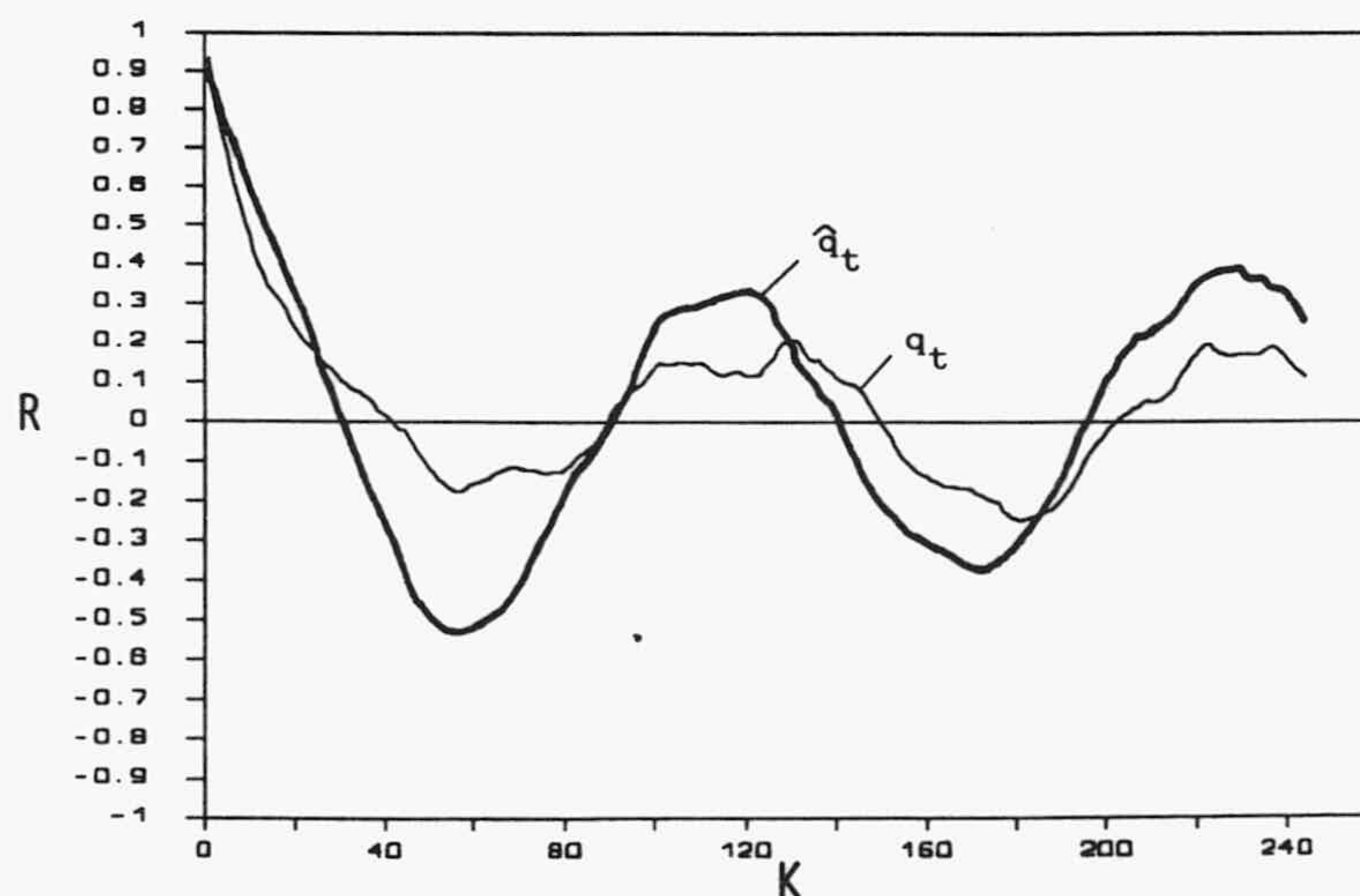


Fig. 85.- Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en F. Mayor.

2.4. APLICACION AL MANANTIAL DE ALIOU

La rápida respuesta del manantial de Aliou y la poca regulación de su sistema acuífero obligan a tomar la serie de caudales de partida, para el ajuste de un modelo ARMA, a nivel diario, ya que un intervalo de muestra mayor puede dar lugar a la pérdida de gran parte de la información subyacente en el registro. La longitud de la serie es de 1825 datos, correspondientes a 5 años hidrológicos, tomados entre 1 de octubre de 1970 y el 30 de septiembre de 1975. Su hidrograma de la figura 86 muestra la existencia de una cierta periodicidad, que no es debida a una alta regulación del sistema, como el de La Villa o F. Mayor, sino a la presencia de picos más intensos en las épocas de aguas altas que en las bajas, es decir, existe una relación directa con la distribución de las precipitaciones en el sector; este extremo ya fue puesto de manifiesto con el análisis de correlación y espectral.

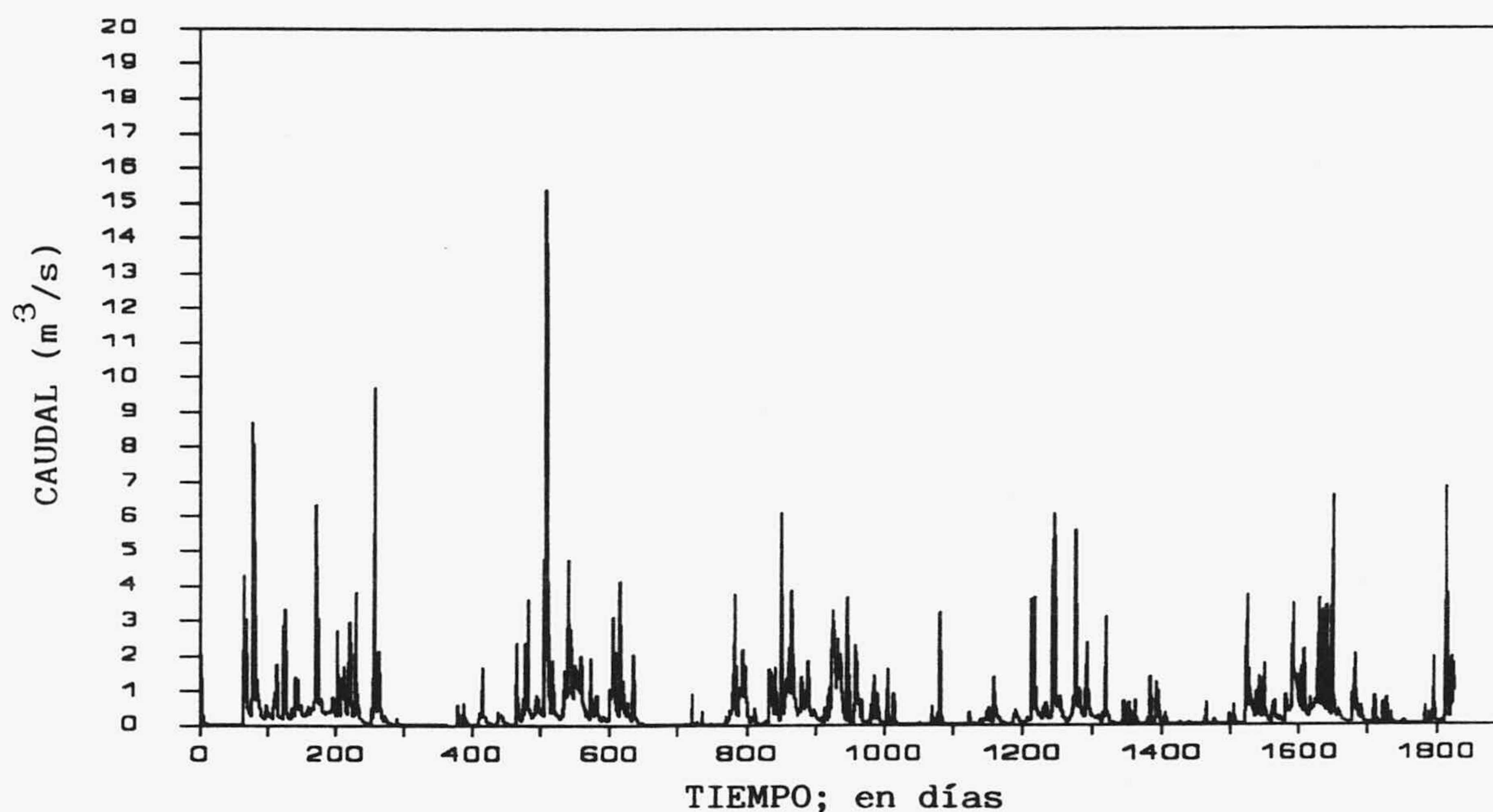


Fig. 86.- Hidrograma de los caudales del manantial de Aliou.

A) Transformación de la serie

Los estadísticos principales de la serie de partida Q_t son:

$$m = 0.467 \text{ m}^3/\text{s} \quad s = 0.941 \quad g = 6.36$$

Este sesgo tan elevado se reduce considerablemente con la transformación logarítmica ($y_t = \log(Q_t)$), los estadísticos de y_t son:

$$m = -0.849 \quad s = 0.707 \quad g = 0.02$$

Los periodogramas acumulados y ordenados para los 40 primeros armónicos de m_T y s_T de la serie agrupada $y_{v,T}$ (con $V=5$ y $T=365$) de la figura 87, muestran que gran parte de la varianza de la media es explicada con pocos armónicos. Por el contrario, la s_T es extremadamente aleatoria, no existe claramente una ruptura en su periodograma para un número de armónicos fijo. No obstante, he considerado 3 armónicos significativos para la estimación de m_T (1° , 5° y 4° ; periodos de 365, 73 y 91 días respectivamente), que explican el 90% de la varianza total; y 9 armónicos para la estimación de s_T (1° , 4° , 2° , 6° , 28° , 3° , 5° y 9° ; periodos de 365, 30, 182, 60, 13, 121, 70 y 40 días respectivamente). Los valores estimados y los reales pueden observarse en la figura 88. Destaca una mayor variación de los valores reales en torno a los estimados que en las series de La Villa y F. Mayor, si bien hay que tener en cuenta que en estas últimas el intervalo muestral es de tres días. Dicha variación se distribuye homogéneamente en todo el intervalo, por lo que hay que considerarla aleatoria.

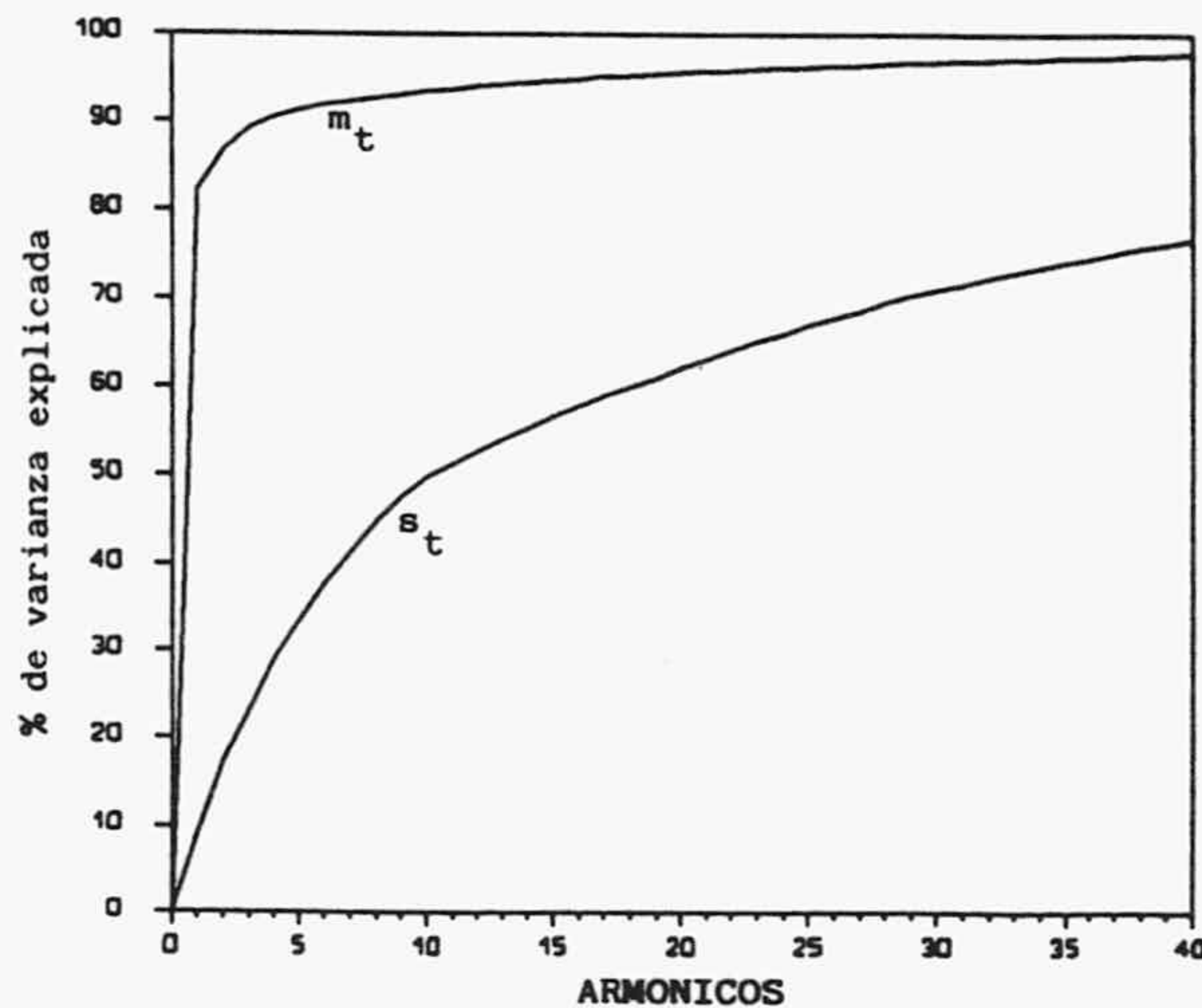


Fig. 87.- Periodograma acumulado de la media (m_T) y la desviación típica (s_T) de la serie $y_{v,T}$ de Aliou.

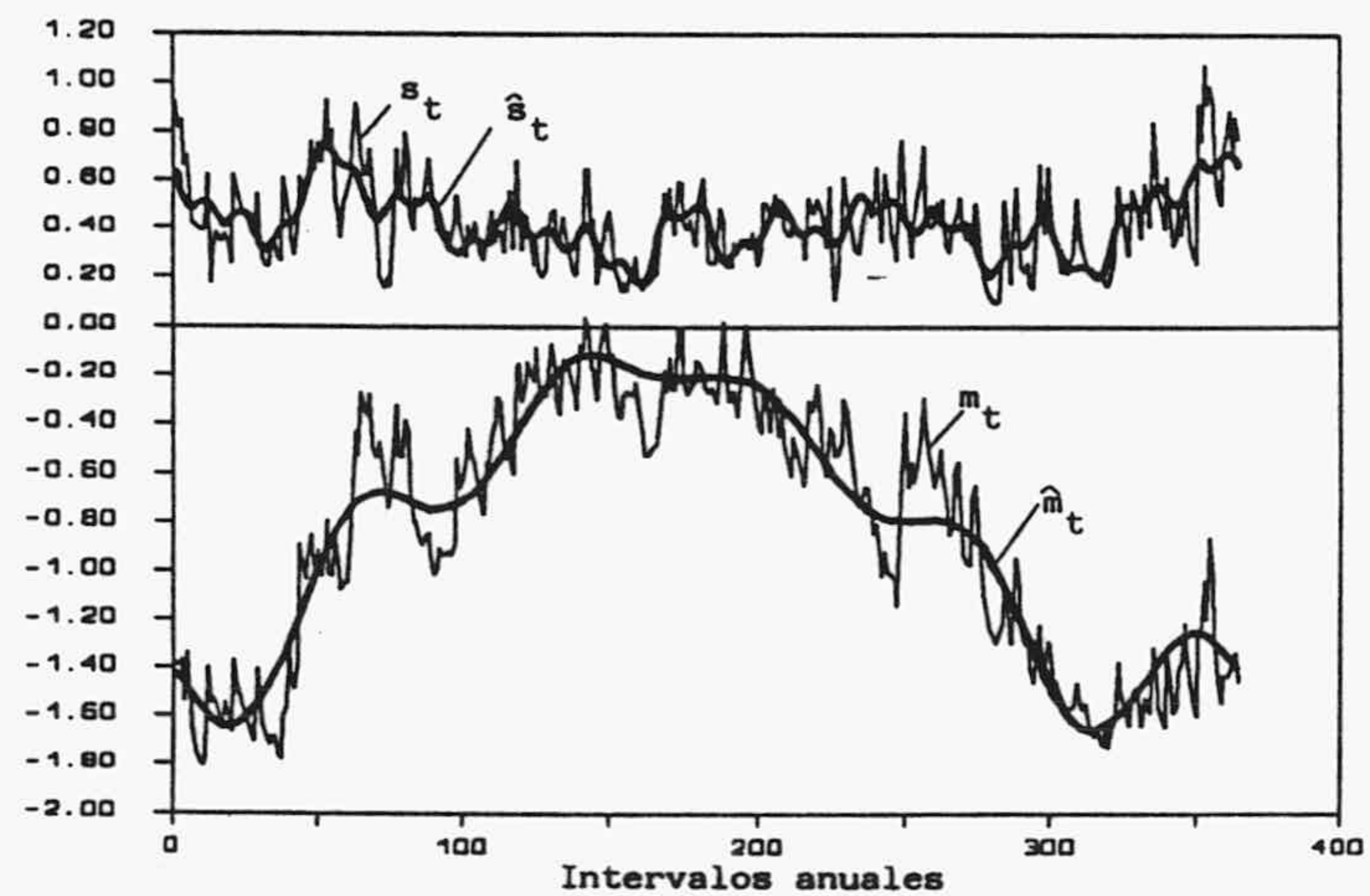


Fig. 88.- Valores de s_T , \hat{s}_T , m_T y \hat{m}_T de la serie $y_{v,T}$ de Aliou.

Con la expresión (5) se realiza la última transformación de $y_{v,T}$ para obtener la serie definitiva $z_{v,T}$. El correlograma del primer coeficiente de autocorrelación, $R_{1,T}$, para cada uno de los 365 intervalos (Fig. 89) muestra una mayor dispersión que la observada en los

anteriores manantiales estudiados; debido a que el intervalo de muestreo es pequeño, 1 día; y, sobre todo, como ya se estudió en el apartado de análisis de hidrogramas, a que la menor inercia del sistema provoca fuertes decrecidas, cuya relación de descarga no es independiente del estado del acuífero. Sin embargo, se comprueba que muchos de los $R_{1,T}$ se sitúan en torno al valor de 0.8, que corresponden a los periodos de caudal muy bajo. El resto oscila aleatoriamente, en un rango muy variable, pero siempre inferior a 0.8, sin una pauta fija, y corresponden a los periodos de caudal influenciado por la precipitación. Por tanto, el ajuste de un modelo de parámetros constantes puede ser perfectamente factible, sobre todo, a la vista de los periodogramas de $R_{1,T}$, para cada uno de los años (Fig. 90), los cuales no muestran periodicidades significativas. Los estadísticos principales de la serie definitiva z_t objeto de la calibración del modelo son:

$$m = -0.02 \quad s = 1.13 \quad g = 0.03$$

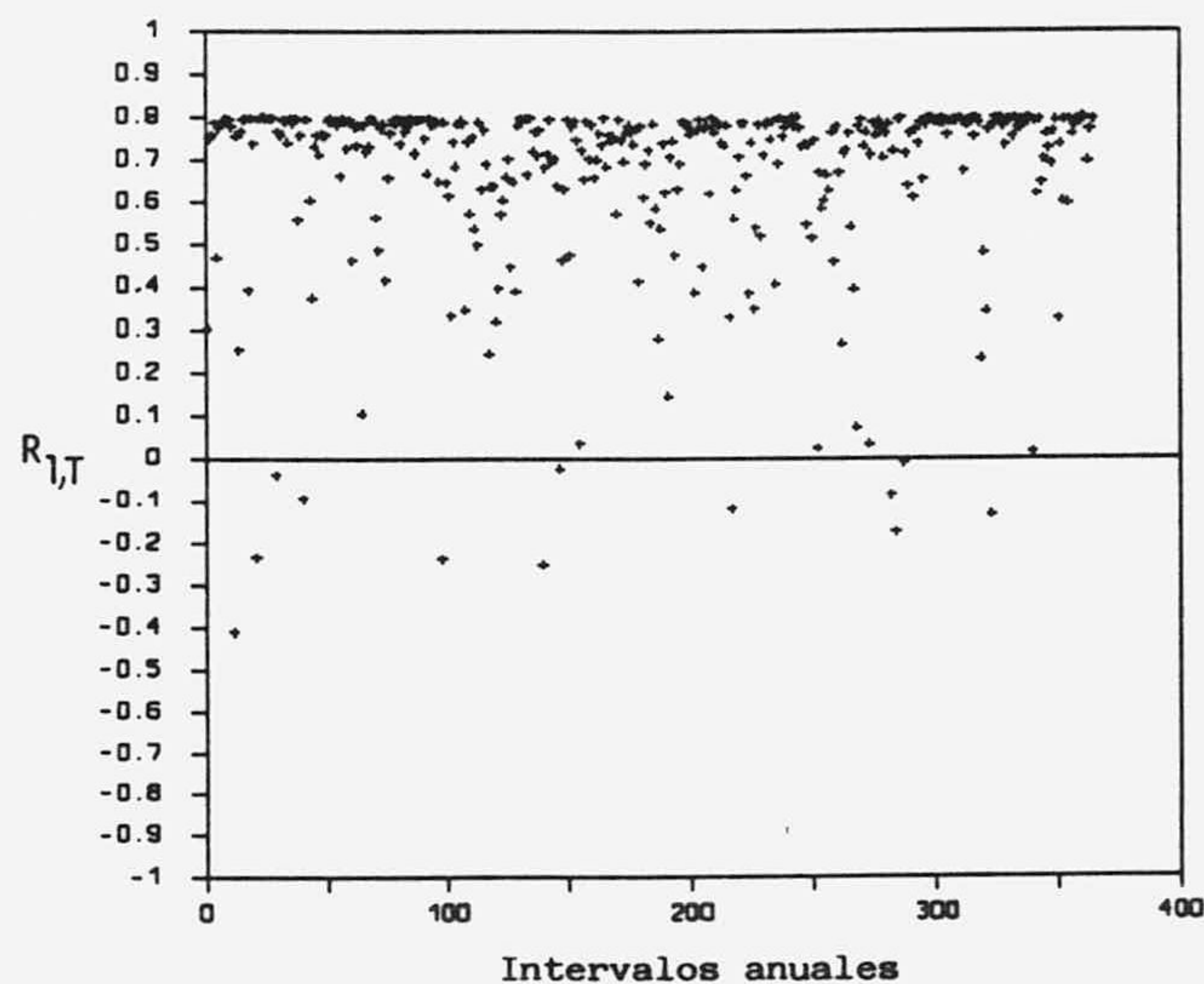


Fig. 89.- Primer coeficiente de autocorrelación ($R_{1,T}$) de la serie $z_{V,T}$ de Aliou.

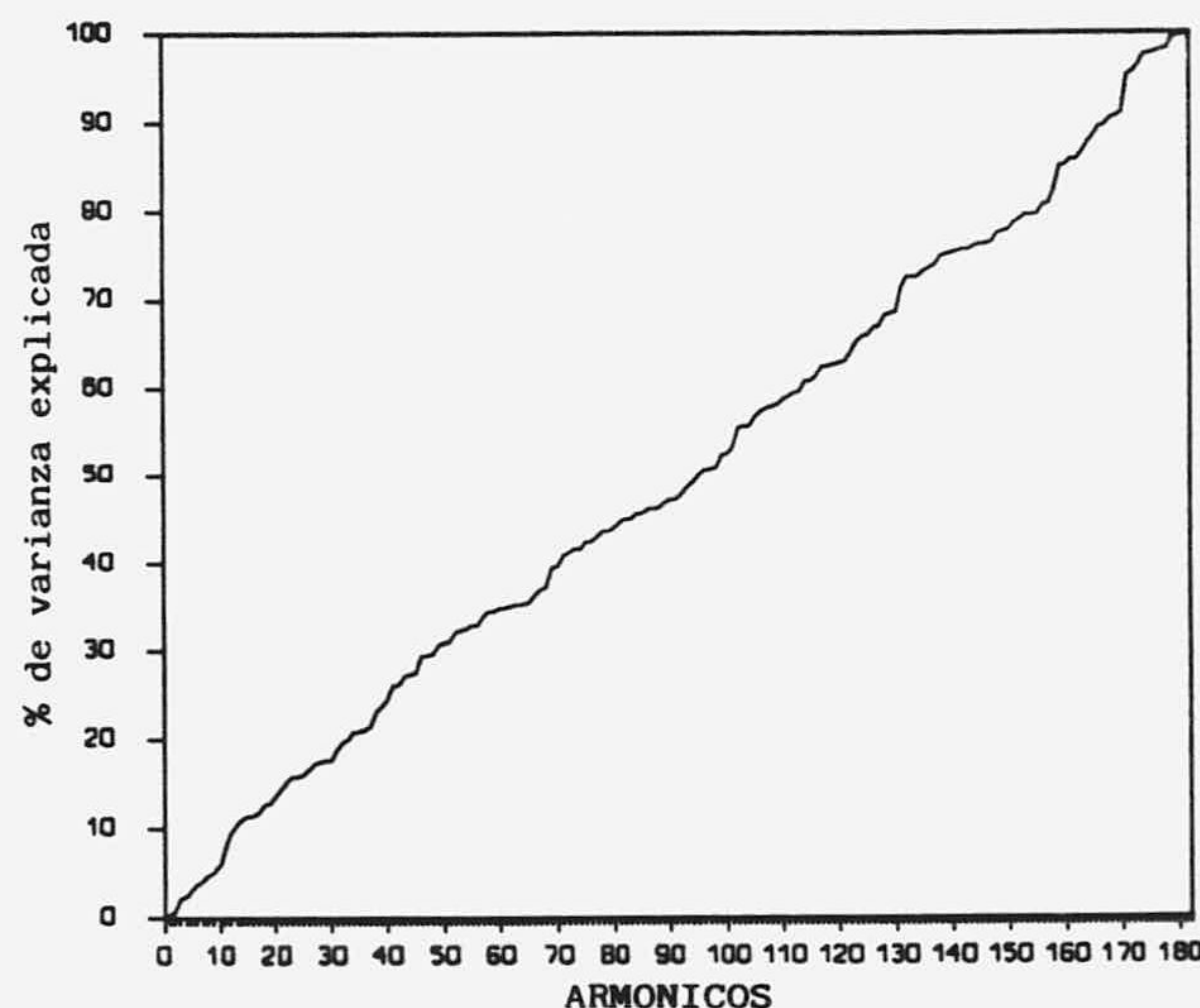


Fig. 90.- Periodograma acumulado de $R_{1,T}$ de la serie $z_{V,T}$ de Aliou.

B) Ajuste del modelo

El autocorrelograma y el autocorrelograma parcial que se muestran en las figuras 91 y 92 respectivamente, indican la presencia de una componente autorregresiva fuerte; por otro lado, el segundo coeficiente de autocorrelación parcial sobrepasa el intervalo de confianza del 95% y un tercero se sitúa en el límite de este intervalo. Por tanto, habría que pensar en un modelo ARMA(1,0), ARMA(1,1) o ARMA(1,2).

De los 5 modelos analizados (ver tabla X) el ARMA(1,2) es el que presenta un menor valor de AIC, con una reducción considerable de Sa^2 y de Q respecto a los de menor número de parámetros. El modelo ARMA(1,3) es equivalente; sin embargo su AIC es mayor, por lo que no presenta una mejora apreciable respecto al ARMA(1,2).

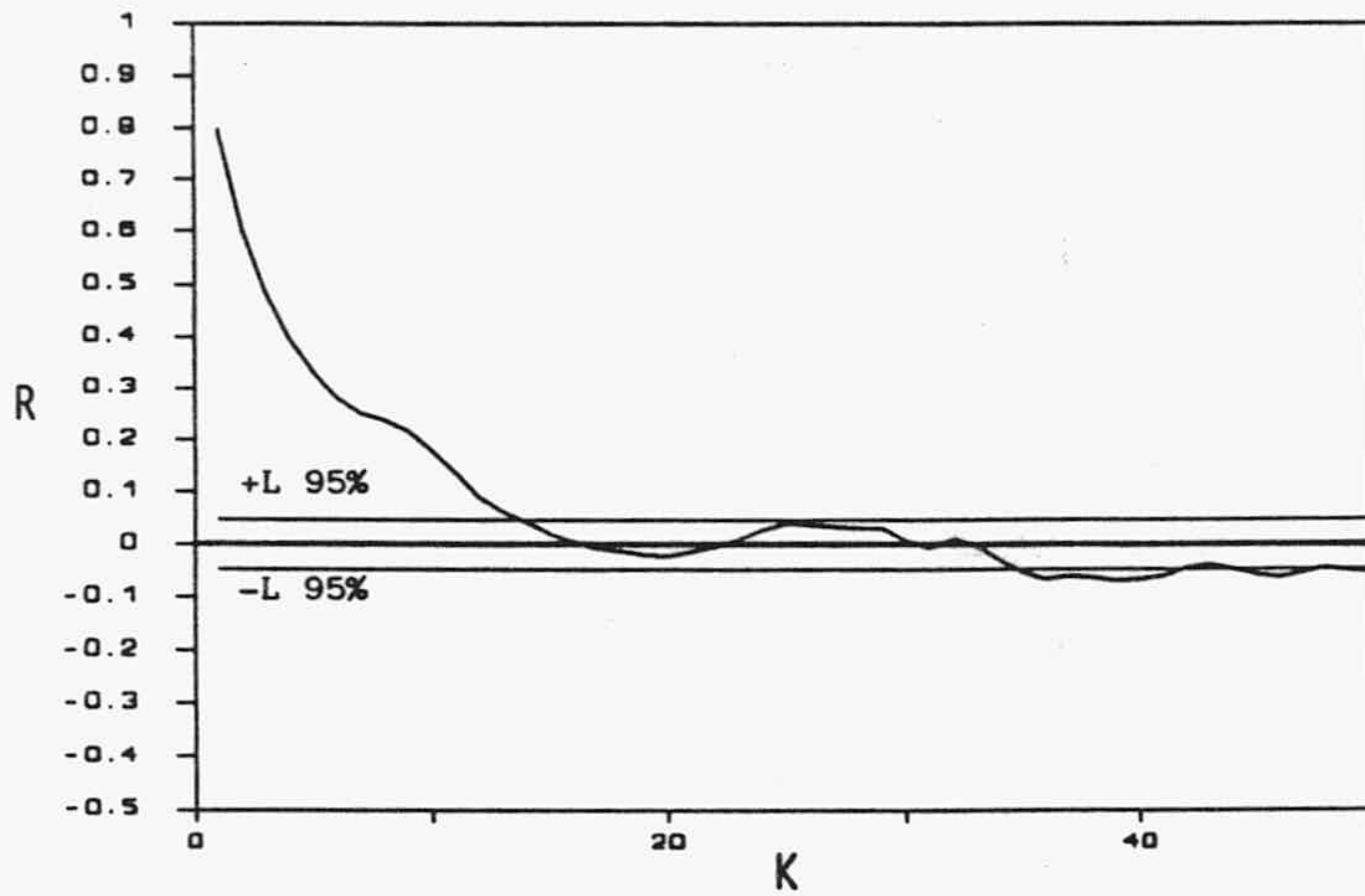


Fig. 91.- Autocorrelograma de la serie tipificada, z_t , de Aliou.

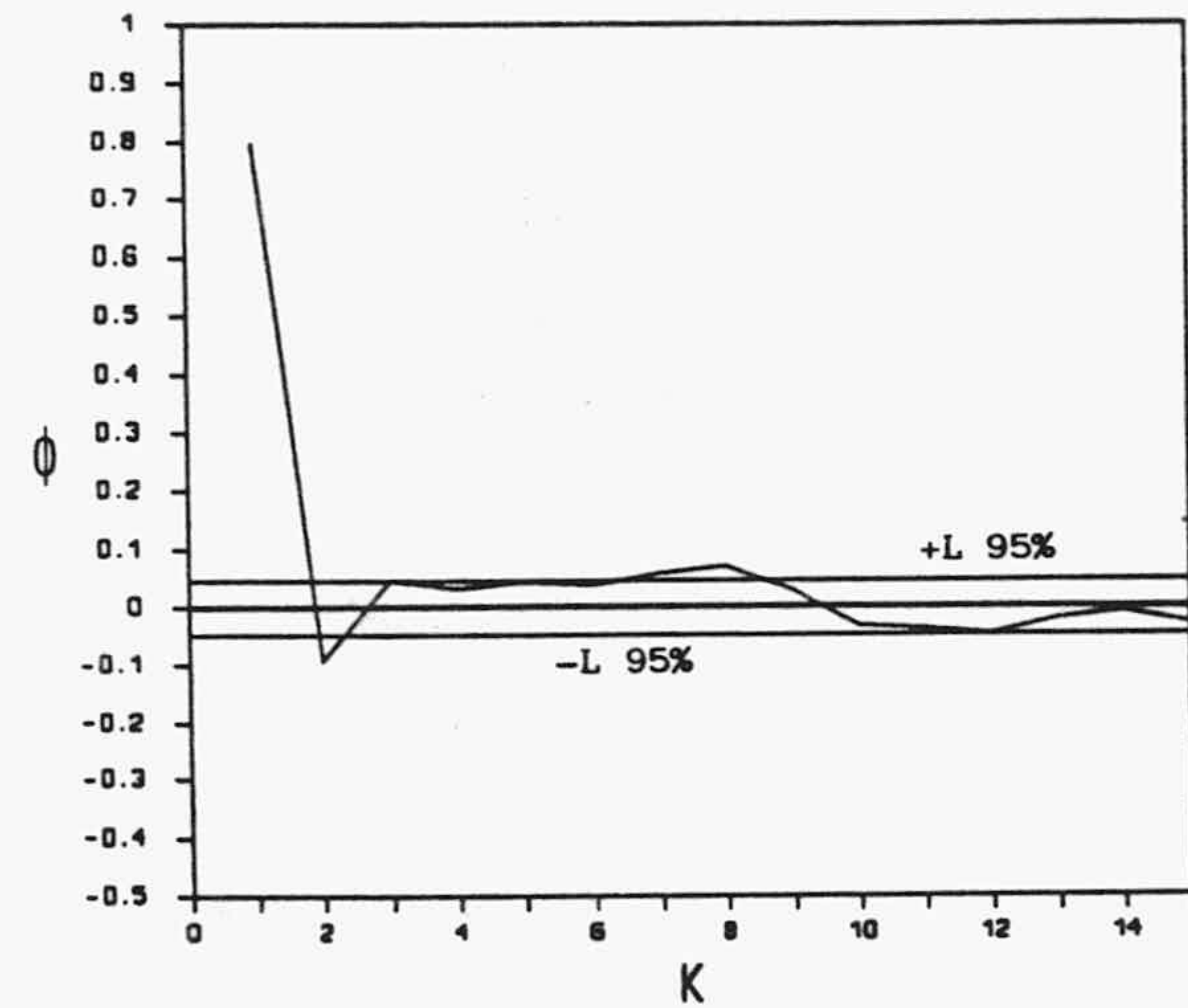


Fig. 92.- Autocorrelograma parcial de la serie z_t de Aliou.

El modelo definitivamente ajustado queda representado por la expresión

$$\hat{z}_t = 0.8109 \hat{z}_{t-1} + a_t + 0.0706 a_{t-1} - 0.119 a_{t-2} + 0.003$$

Mod. Ajus.	C	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	Sa^2	Q	AIC
ARMA (1, 0)	0.001	0.7982	--	--	--	--	848.4	46.41	-1395.8
ARMA (1, 1)	-0.002	0.7443	--	0.1494	--	--	839.2	27.27	-1413.8
ARMA (1, 2)	-0.003	0.8109	--	-0.0706	0.1190	--	832.9	16.26	-1425.5
ARMA (1, 3)	-0.006	0.8215	--	-0.0487	-0.1186	-0.0085	832.8	16.23	-1423.6
ARMA (2, 0)	-0.011	0.8619	-0.0771	--	--	--	840.4	25.53	-1411.2

Tabla X.- Parámetros de los modelos ajustados a la serie z_t del manantial de Aliou.

C) Comprobación de la bondad del modelo

El valor de chisquadrado, con 17 grados de libertad y $\alpha=0.05$, es de 27.6. Por tanto, según el test de Porte Manteau, la independencia de los residuos es aceptada, ya que $Q=16.26$ es menor. El autocorrelograma de los residuos de la figura 93 confirma gráficamente esta independencia; sólo algunos coeficientes sobrepasan un poco el límite del 95%, pero nunca los primeros.

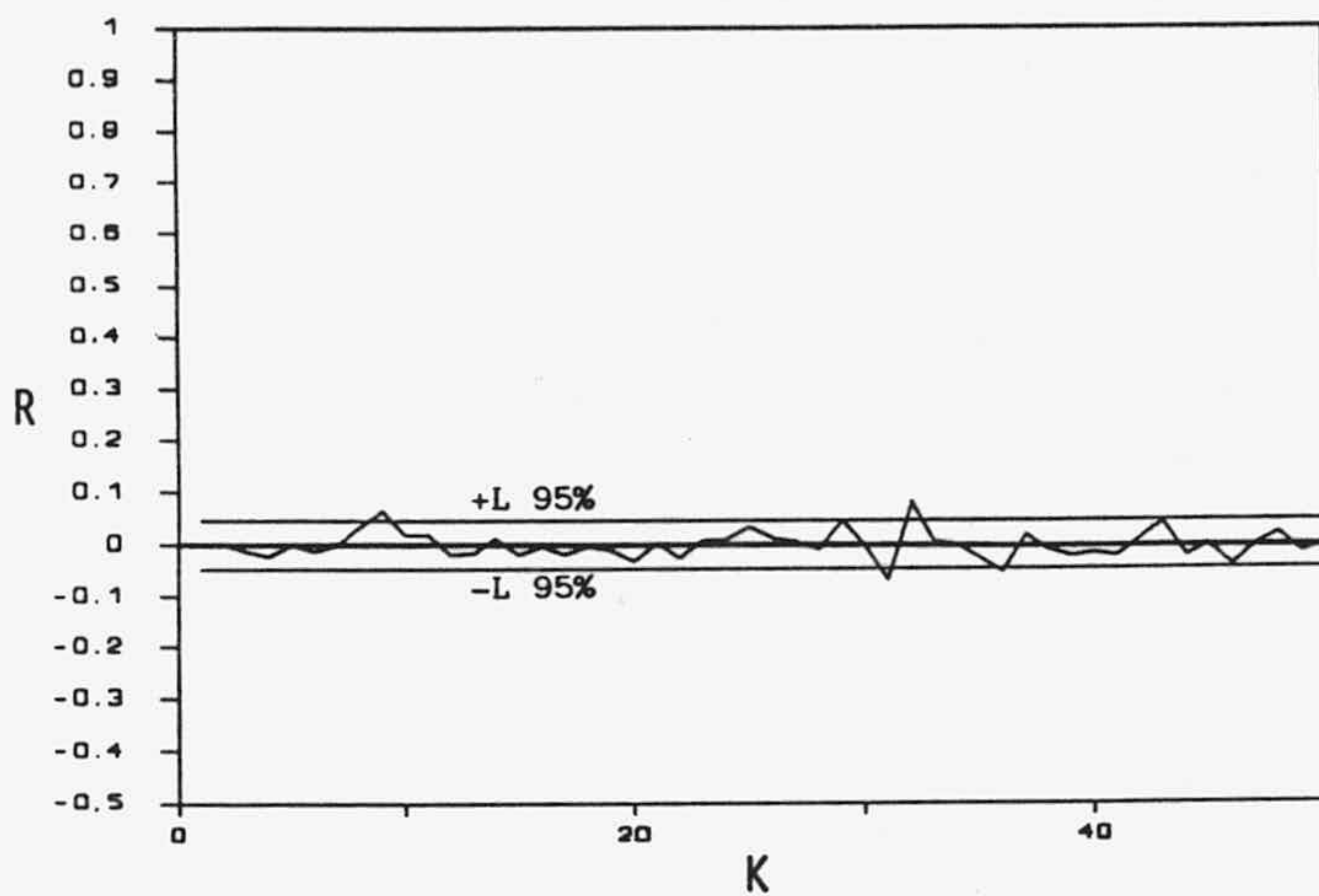


Fig. 93.- Autocorrelograma de los residuos del modelo ARMA(1,2) ajustado a la serie z_t de Aliou.

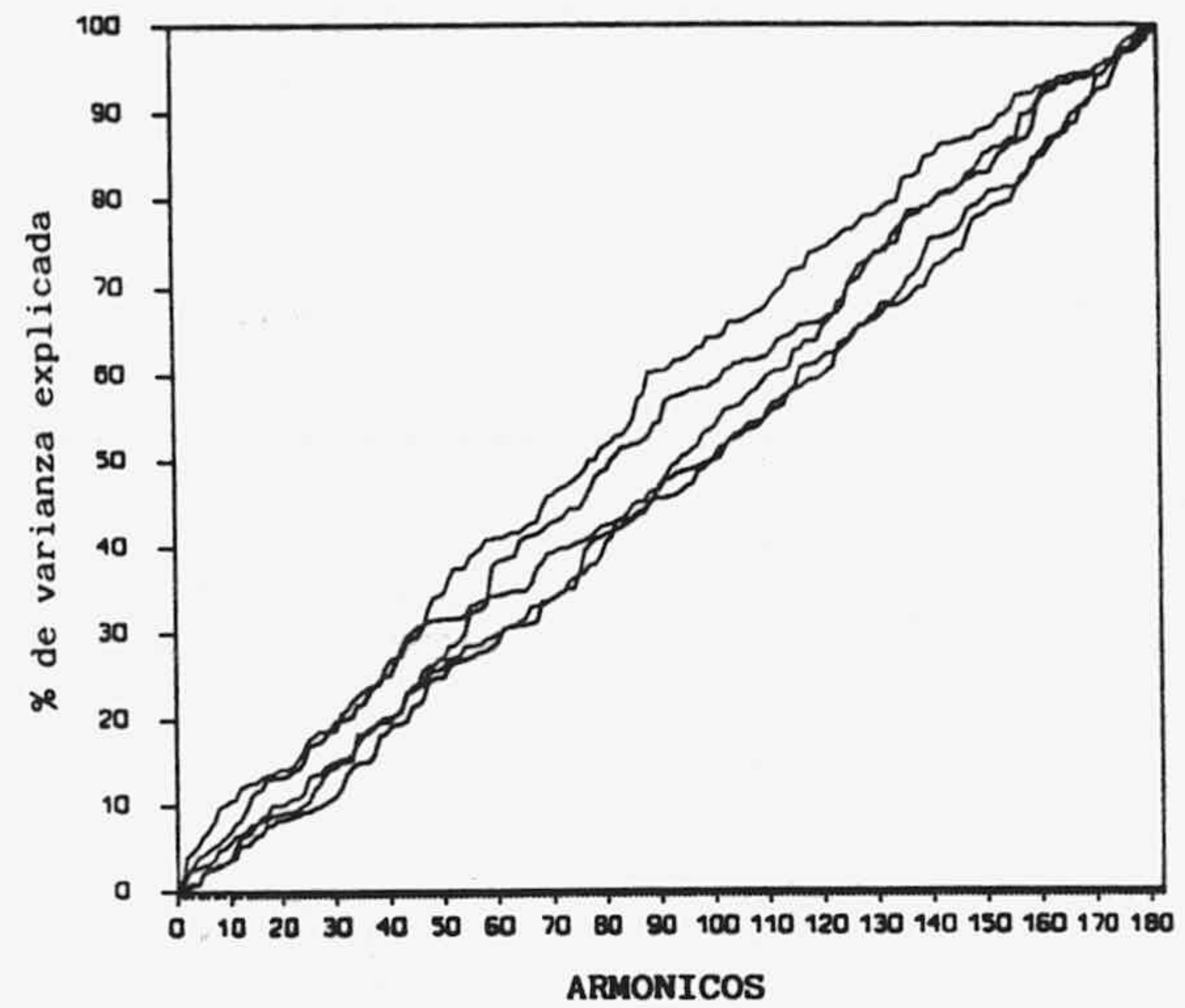


Fig. 94.- Periodogramas acumulados de los residuos del modelo ajustado al manantial de Aliou.

Los periodogramas de los residuos para cada uno de los 5 años de la figura 94, no indican periodicidades predominantes, por lo que el modelo de parámetros constantes puede ser aceptado sin reservas.

A partir del modelo ajustado he pronosticado 365 valores de \hat{z}_t a partir del cuarto año (Fig. 95). La serie pronosticada alcanza valores independientes más rápidamente que en los del manantial de La Villa y F. Mayor, debido a que la componente aleatoria tiene mucho mayor peso en el modelo ajustado en Aliou.

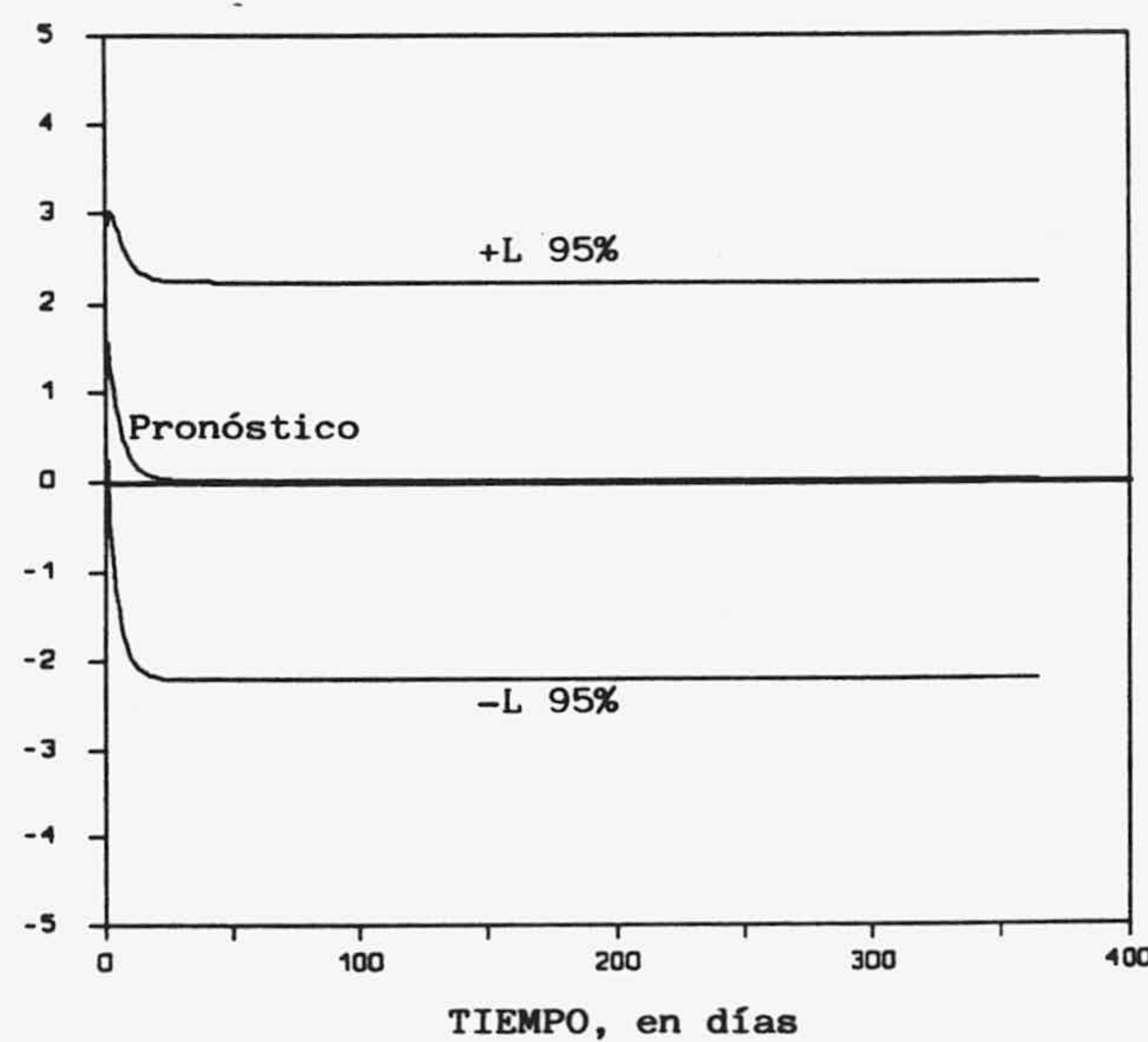


Fig. 95.- Pronóstico de 365 valores de \hat{z}_t a partir del cuarto año de la serie z_t del manantial de Aliou.

Para obtener la serie sintética \hat{z}_t , a partir de la expresión del modelo ARMA(1,2), ha sido necesario generar números aleatorios que siguen una distribución lognormal de tres parámetros ($\beta=-1.6$, $\mu_n=0.49$ y $\sigma_n=0.36$), que es la distribución ajustada al histograma de los residuos del modelo (Fig. 96).

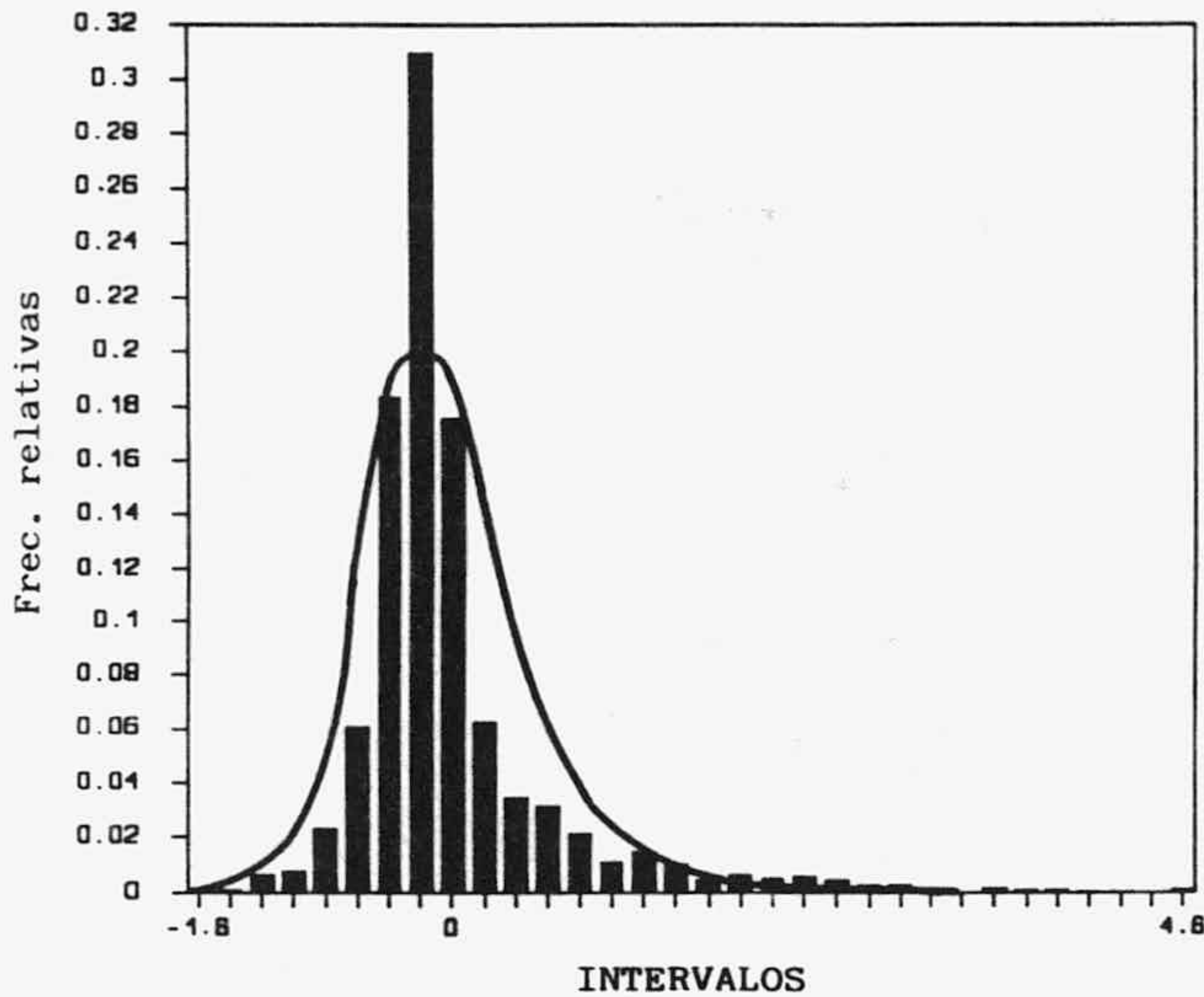


Fig. 96.- Histograma de los residuos obtenidos al ajustar el modelo ARMA(1,2) a la serie z_t de Aliou.

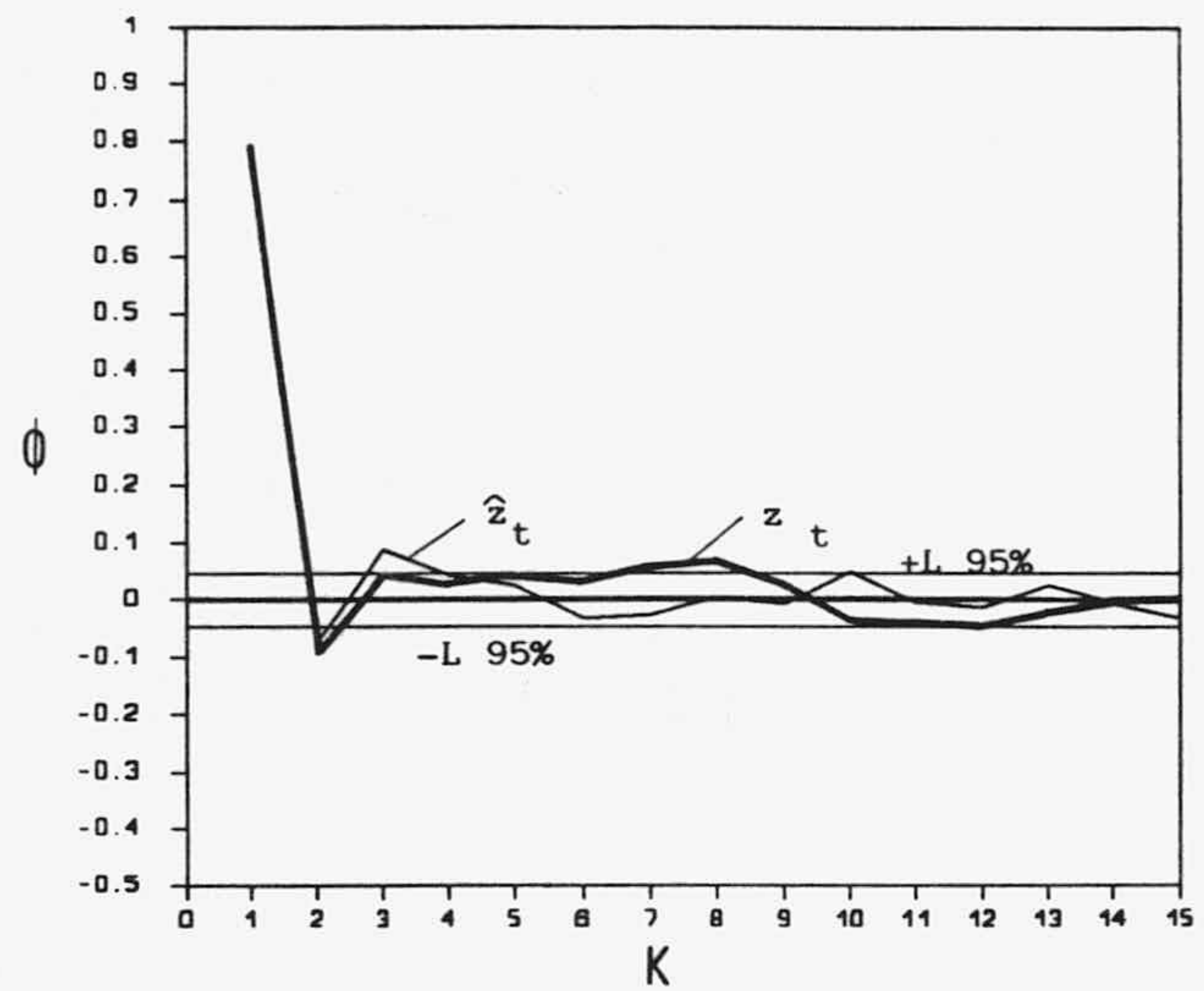


Fig. 97.- Autocorrelogramas parciales de las series z_t y \hat{z}_t de Aliou.

El autocorrelograma parcial de \hat{z}_t se ajusta muy bien al de la serie real, como muestra la figura 97, sobre todo en los primeros coeficientes. Por tanto, se puede asegurar que el modelo elegido preserva la función de autocorrelación parcial con bastante aproximación.

En la figura 98 represento el hidrograma sintético de \hat{Q}_t , obtenido a partir de \hat{z}_t , una vez realizadas las inversas de las funciones de transformación. La morfología es similar al del hidrograma real, con picos muy acentuados de carácter aleatorio y una regulación muy escasa del sistema.

Los autocorrelogramas de Q_t y \hat{Q}_t de la figura 99 son muy parecidos, indicando que los estadísticos principales se conservan en el modelo ajustado.

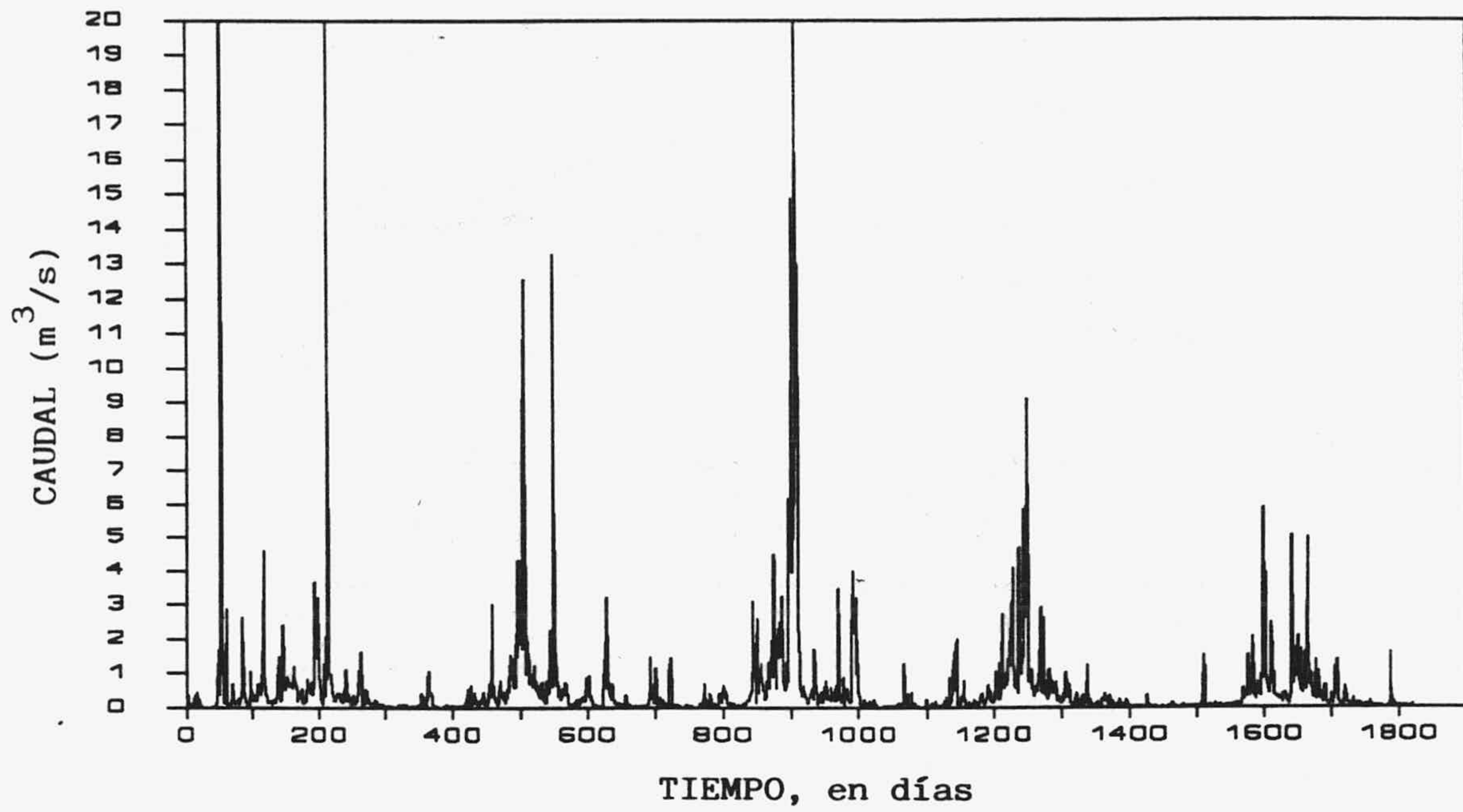


Fig. 98.- Hidrograma sintético obtenido con el modelo ajustado a los caudales de Aliou.

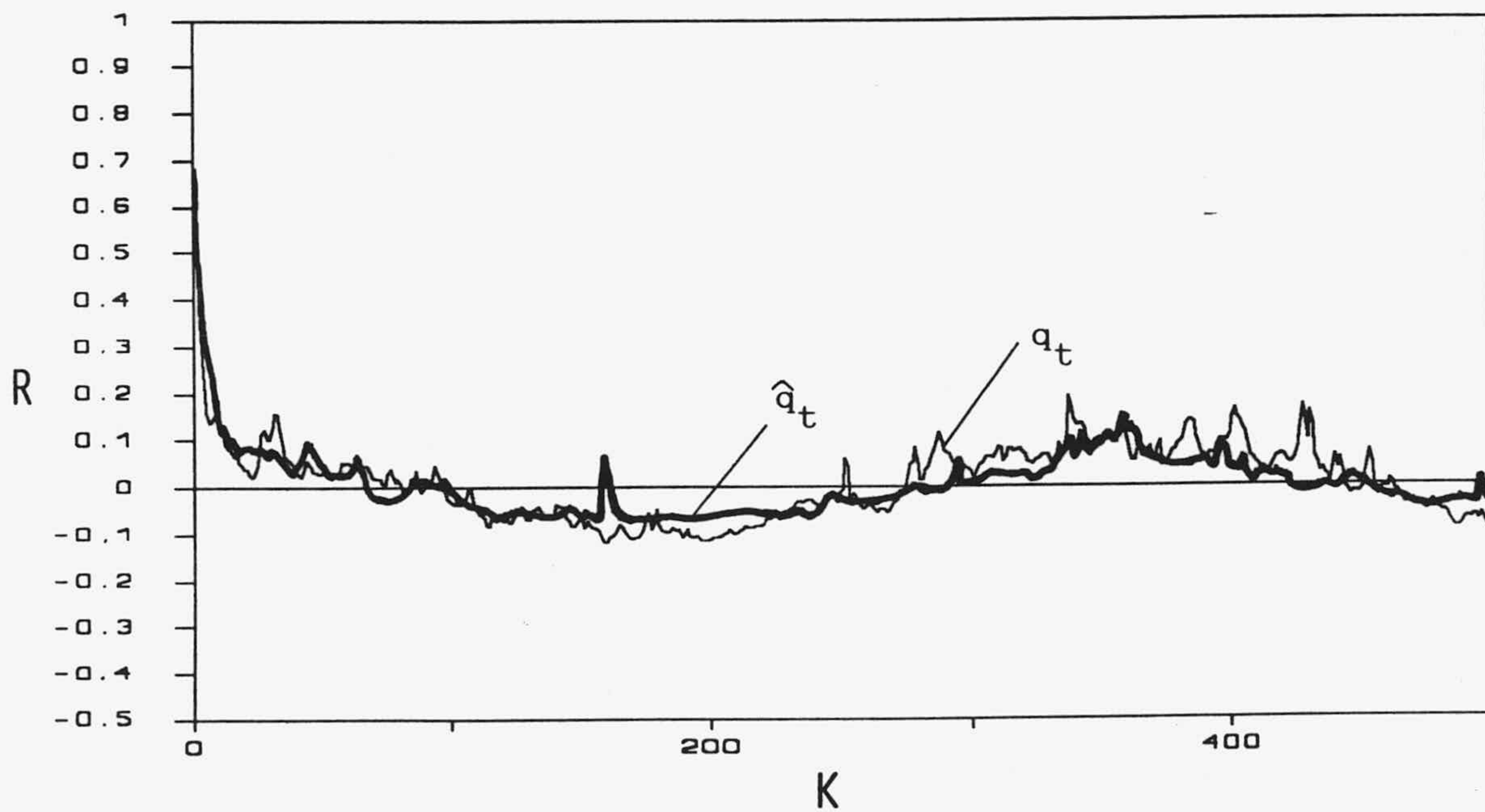


Fig. 99.- Autocorrelogramas de los caudales reales (q_t) y de los generados (\hat{q}_t) en Aliou.

2.5. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos al ajustar los modelos tipo ARMA a los caudales de los tres manantiales kársticos estudiados (en la tabla XI presento un resumen de los mismos) se pueden extraer las siguientes conclusiones:

a) Los coeficientes autorregresivos pueden ser representativos del coeficiente de agotamiento, entendido en el sentido más estricto del término, es decir, velocidad de vaciado de la franja saturada sin influencia de la precipitación. De otra forma no puede ser explicado el valor tan alto que toma en el manantial de Aliou, cuyo poder regulador es muy bajo en conjunto, como se ha visto en el apartado de caracterización de los acuíferos kársticos; sin embargo, la reducida franja saturada puede ejercer una cierta regulación, aunque su importancia relativa en el caudal de Aliou es muy pequeña.

Por ello, para tener una perspectiva general del modelo, hay que tener en cuenta los coeficientes de medias móviles y la varianza de los residuos; ambos son los que indican el "peso" de la aleatoriedad en el sistema. Así, en Aliou, los coeficientes de medias móviles son bastante más altos y la varianza casi 7 veces mayor que sus correspondientes obtenidas en La Villa. Aun teniendo en cuenta que el intervalo muestral de las series es distinto, tres días en La Villa y Simat y uno en Aliou, la parte aleatoria del modelo tiene mucha mayor relevancia en el sistema de Aliou.

La ausencia de coeficientes de medias móviles significativos en el modelo ajustado para los caudales de F. Mayor tiene difícil explicación, puesto que, como se ha visto repetidas veces, la componente aleatoria debe ser más importante que en La Villa, donde, sin embargo, sí existen términos de medias móviles. No obstante, la varianza de los residuos es, consecuentemente, mucho más alta en F. Mayor. La explicación puede estar en que la pequeña aleatoriedad de La Villa presenta una mayor regulación, lo que permite que existan coeficientes representativos fuera del intervalo de 3 días (los coeficientes de medias móviles hacen referencia, de algún modo, a la correlación de residuos entre intervalos); y en F. Mayor la aleatoriedad de la serie, siendo bastante alta, como demuestra la varianza de los residuos, no presenta correlación con los residuos anteriores; es decir, está concentrada en el término a_t del modelo. Esta explicación viene a confirmar la dada por MANGIN y PULIDO-BOSCH (1983) en donde detectan una "circulación rápida" por aportes masivos de los poljes drenados por los ponors.

Mananatial	Mod. Opt.	C	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	Var. Res.
LA VILLA	ARMA (1, 2)	-0.004	0.9378	-0.2933	-0.1361	0.073
F. MAYOR	ARMA (1, 0)	0.011	0.8923	--	--	0.242
ALIOU	ARMA (1, 2)	0.003	0.8109	-0.7056	0.1190	0.457

Tabla XI.- Resumen de los parámetros obtenidos en los modelos definitivamente ajustados a los tres manantiales kársticos estudiados.

b) La utilidad de los modelos univariados ARMA en la simulación de caudales es muy poca, debido principalmente a que la causa del caudal en el manantial es la precipitación, de carácter casi aleatorio en pequeños intervalos de tiempo, es decir, impredecible. Según el poder regulador del sistema kárstico, podemos tener dos tipos extremos distintos: que sea muy alto, con lo cual las pequeñas variaciones no son apreciables a corto plazo, y el pronóstico se reduce a la ecuación de agotamiento; o que la regulación sea muy baja, con lo que la propia aleatoriedad de la precipitación hace muy poco fiable cualquier tipo de pronóstico.

c) La mayor utilidad de los modelos ARMA radica en la generación de series sintéticas que conserven los principales estadísticos, sobre todo los referidos a la función de autocorrelación, con vistas a su utilización en otro tipo de modelos, y en el completado de lagunas en series de datos.

3. MODELOS DE TRANSFERENCIA

3.1. INTRODUCCION

Un sistema kárstico puede ser considerado como una "caja negra" en el que tienen lugar unos procesos mediante los cuales una función de entrada, generalmente precipitación, se transforma en una función de salida, generalmente caudal. Bajo esta óptica surgen los modelos de transferencia, también denominados modelos tipo caja negra, o simplemente modelos lluvia-caudal.

Teniendo en cuenta que la circulación del agua se rige por una o varias funciones u operadores de transferencia interrelacionados, el calibrado de estos modelos consiste en determinar los parámetros que intervienen, de manera que se reproduzca con la máxima aproximación a la realidad la variable dependiente, el caudal, actuando como variable independiente la precipitación.

El hecho de considerar la precipitación como función de entrada plantea un problema, puesto que es la infiltración eficaz, en último término, la causa de la excitación del sistema. En la transformación lluvia-infiltración eficaz intervienen variables que están fuera del sistema kárstico; pertenecen a otros sistemas anexos, cuyo control sería prácticamente imposible. Son bien conocidos los problemas que plantean los métodos empíricos tradicionales de estimación de la evapotranspiración (Coutagne, Penman, Schoeller, Thornthwaite, Turc), o aquellos específicos del dominio kárstico (KESSLER, 1965; KULLMAN, 1965; BAKALOWICZ y OBERLAIN, 1972). Así, al integrar el cálculo de la evapotranspiración en el modelo de transferencia, se puede considerar que dicho método constituye la función de transferencia entre la precipitación y la infiltración eficaz.

El desarrollo de las funciones de transferencia que caracterizan el sistema kárstico puede seguir dos caminos distintos. Por un lado, aquellos métodos que partiendo de la estructura estocástica de las series de entrada y de salida, intentan reproducir una función de salida que conserve esta misma estructura. Y por otro lado, aquellos que basándose en las características físicas del sistema kárstico, parten de unas funciones de transferencia en las que sus parámetros son calibrados por comparación entre la serie de salida estimada y la real. En los siguientes epígrafes aplico a los sistemas acuíferos de El Torcal, Simat y Aliou distintos modelos de transferencia usando estas dos vías.

3.2. BALANCE MEDIO

Puesto que en adelante voy a estudiar la relación que existe entre la precipitación y el caudal de los acuíferos kársticos considerados, conviene realizar un balance medio para conocer qué porcentaje de la precipitación caída en los sistemas es drenada por los manantiales, que coincidirá en la mayoría de los casos con la infiltración eficaz, teniendo en cuenta sus características geométricas.

La precipitación media diaria caída en El Torcal, en los 7 ciclos hidrológicos comprendidos entre el 1 de octubre de 1974 y el 30 de septiembre de 1981, es de 2.26 mm y el caudal medio del manantial de La Villa de 0.411 m³/s. Puesto que la superficie vertiente hacia el manantial es de 28 km², resulta que aproximadamente el 56% de la precipitación caída es drenada por éste, mientras que el resto (44%) puede considerarse como la fracción de la precipitación que se evapotranspira, supuesta despreciable la escorrentía superficial.

En Simat de Valldigna la precipitación media diaria, en los 4 ciclos hidrológicos comprendidos entre el 1 de octubre de 1973 y el 1 de septiembre de 1977 es de 2.21 mm, y el caudal medio del manantial de Fuente Mayor de 0.224 m³/s. Como su superficie vertiente puede considerarse que cubre una extensión aproximada de 20 km², resulta un porcentaje medio de precipitación drenada del 44% -las aportaciones ocultas al sistema pueden reducir considerablemente este valor-, mientras que el 56% restante corresponde a la evapotranspiración, escorrentía no medida en las surgencias y posibles extracciones.

El caudal medio del manantial de Aliou, que drena una superficie vertiente de 12 km², en los 5 ciclos hidrológicos comprendidos entre el 1 de octubre de 1970 y el 30 de septiembre de 1975, es de 0.467 m³/s, con una precipitación media diaria de 4.63 mm. El porcentaje de la precipitación que sale por el manantial es del 73%, y el resto, el 27%, corresponderá a la evapotranspiración y otras escorrentías.

Si se tiene en cuenta que los mencionados acuíferos kársticos están más o menos aislados, y que los manantiales estudiados son casi la única salida de los mismos, se comprueba que el mayor porcentaje, de infiltración eficaz, respecto a la precipitación, corresponde con diferencia a Aliou con el 73%. Como consecuencia de su carácter "nervioso", cualquier precipitación algo superior al umbral de saturación del suelo, circula rápidamente a través de grandes fracturas y drenes para, la mayor parte, salir por el manantial.

3.3. MODELO ARMAX UNIVARIADO

3.3.1. Generalidades

Sea y_t la serie que se pretende simular, que depende de la serie x_t o excitadora conocida. El modelo denominado ARMAX(p,q,r), como abreviatura de *Autoregressive Moving Average with exogenous variables*, queda expresado (MARCO, 1986)

$$y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j x_{t-j} + \sum_{k=0}^r \theta_k a_{t-k} + a_t \quad (1)$$

Es decir, la hipótesis de partida es que existe una relación lineal entre la serie de entrada y la salida. En general y_t y x_t son series que resultan de la tipificación de las series de caudales y precipitación respectivamente, por tanto de media cero y desviación típica unidad. ϕ_i , ω_j y θ_k son los parámetros que caracterizan el sistema. Al considerar la media y la desviación típica estimadas, el número total es de $p+q+r+2$.

La variable a_t es un ruido blanco con media cero y desviación típica unidad, gracias al parámetro θ_0 . Se trata de una variable aleatoria no combinada consigo misma e independiente tanto de y_t como de x_t .

Los precursores de este tipo de modelos, BOX y JENKINS (1976), estudiaron la teoría de modelos lineales de series temporales, a los que denominaron T(p,b,q), donde p y q son el número de parámetros autorregresivos y de medias móviles, y b el retraso que se produce en la respuesta, pero no consideraron la parte de medias móviles de los residuos. Posteriormente fueron desarrollados por YOUNG (1974), donde ya propone la denominación de ARMAX, y por KASHYAP y RAO (1976), que sintetizaron la teoría de modelos ARMAX multivariados, basándose en los trabajos de HANNA (1970) y RISSANEN (1974). Su aplicación a la modelización de sistemas hidrológicos superficiales se inicia con KASHYAP y RAO (1973), a partir de los cuales han sido muchos los que han aplicado esta técnica a la modelización de la escorrentía superficial (ANSELMO et al., 1982; COOPER y WOOD, 1982; YOUNG, 1986; etc) y al estudio de la escorrentía subterránea como los trabajos de ESTRELLA y SAHUQUILLO (1986), MARCO y YEVJEVICH (1985), etc.

Uno de los objetivos de este tipo de modelos es la predicción a corto plazo de la variable de salida. La mejora en la predicción sobre los modelos ARIMA estriba en que,

en el caso de los ARMAX univariados, se dispone del conocimiento de la estructura estocástica de la variable excitadora además de la de salida, y la de su interrelación; y en el caso de los multivariados, del conjunto de las series de entrada. En los últimos años, el desarrollo de los filtros de Kalman y de las técnicas Bayesianas aplicadas a los modelos ARMAX, ha supuesto un gran adelanto en la predicción en tiempo real. Sin embargo, la predicción de datos, basada exclusivamente en la estructura estocástica de las series, se sale fuera de los objetivos de este trabajo. La aplicación de los ARMAX a la modelización de los sistemas kársticos irá destinada a la simulación de la serie de caudales de los manantiales, considerando las estructuras estocásticas de las series para el calibrado del modelo, y teniendo como datos de entrada conocidos la precipitación.

La función impulso-respuesta, que relaciona la entrada con la salida, se puede obtener desarrollando sucesivamente la ecuación (7) para los distintos valores de y_{t-1} , y_{t-2} , etc. Así, por ejemplo, el modelo ARMAX(2,1,0) puede escribirse como (MARCO, 1986)

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \omega_0 x_t + \omega_1 x_{t-1} + a_t \quad (2)$$

Esta ecuación se satisface para cualquier valor de t , por tanto

$$y_{t-1} = \phi_1 y_{t-2} + \phi_2 y_{t-3} + \omega_0 x_{t-1} + \omega_1 x_{t-2} + a_{t-2}$$

que al sustituir en (8)

$$y_{t-1} = (\phi_2 + \phi_1) y_{t-2} + \phi_1 \phi_2 y_{t-3} + \omega_0 x_t + (\omega_1 + \phi_1 \omega_0) x_{t-1} + \phi_1 \omega_1 x_{t-2} + a_t + \phi_1 a_{t-1}$$

Al sustituir sucesivamente los valores de y_{t-2} , y_{t-3} , etc, se añade un término más en x_{t-i} y uno menos en y_{t-i} . Los coeficientes que multiplican a y_{t-j} , para $j > i$, son potencias crecientes de ϕ_i , que tenderán a cero al ser un sistema estable; los términos independientes y aleatorios que aparecen de a_{t-i} pueden agruparse en uno genérico a_t , independiente y aleatorio a su vez. Finalmente, si se designa por v_i a los coeficientes que multiplican a x_{t-i} , el modelo quedará expresado como

$$y_t = v_0 x_t + v_1 x_{t-1} + v_2 x_{t-2} + \dots + a_t$$

o bien

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} v_i x_{t-i} + a_t \quad (9)$$

A los coeficientes v_i se les denomina función impulso-respuesta y representan el hidrograma unitario del sistema con características de función Dirac. La expresión (9) equivale a una convolución discretizada que, en virtud de las propiedades de la misma, puede escribirse

$$y_t = \int_{-\infty}^t v_{t-i} x_i \, di$$

donde v_i , invariante en el tiempo, representa el núcleo de convolución o Kernel.

Si b indica el retraso en la respuesta del sistema, las Ecuaciones de Yule-Walker relacionan los coeficientes de la función impulso-respuesta con los del modelo ARMAX (MARCO, 1986), de forma

$$\begin{aligned} v_i &= 0 & i < b \\ v_i &= \phi_1 v_{i-1} + \phi_2 v_{i-2} + \dots + \phi_p v_{i-p} + \omega_{i-b} & i = b, b+1, \dots, b+q \\ v_i &= \phi_1 v_{i-1} + \phi_2 v_{i-2} + \dots + \phi_p v_{i-p} & i > b+q \end{aligned}$$

Estas ecuaciones pueden utilizarse tanto en un sentido como en otro, bien para obtener la función impulso-respuesta a partir de los coeficientes ϕ_i y ω_j , o bien a la inversa. Resulta evidente que los coeficientes θ_k no intervienen en esta formulación, puesto que sólo representan la estructura estocástica del término de ruido blanco a_t .

Si multiplicamos ambos miembros por x_{t-k} el modelo planteado en la expresión (9), queda

$$y_t x_{t-k} = v_0 x_t x_{t-k} + v_1 x_{t-1} x_{t-k} + \dots + a_t x_{t-k}$$

al tomar valores esperados en los términos de la expresión, puesto que x_t e y_t están tipificadas y que a_t es independiente de x_t , se tendrá que la relación de la función impulso-respuesta con la autocorrelación de x_t , R_x , y la correlación cruzada de y_t con x_t , R_{yx} , viene dada por

$$R_{yx}(k) = v_0 R_x(k) + v_1 R_x(k-1) + \dots$$

De forma genérica, y teniendo en cuenta que v_k se considera despreciable a partir $k+1$, se puede escribir de forma matricial

$$\begin{pmatrix} R_{yx}(0) \\ R_{yx}(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ R_{yx}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_x(0) & R_x(1) & \dots & R_x(k) \\ R_x(1) & R_x(0) & \dots & R_x(k-1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_x(k) & R_x(k-1) & \dots & R_x(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_k \end{pmatrix}$$

Los coeficientes de la función impulso-respuesta se pueden obtener resolviendo el sistema anteriormente propuesto.

Si la función x_t es independiente de sí misma, es decir, responde a una función aleatoria, las ecuaciones quedan expresadas

$$\begin{pmatrix} R_{yx}(0) \\ R_{yx}(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ R_{yx}(k) \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_k \end{pmatrix}$$

donde I indica la matriz identidad de dimensiones $k \times k$. En esta expresión la función impulso-respuesta es equivalente al correlograma cruzado entre la función de salida y la de entrada, como ya se indicaba en el apartado de caracterización por el análisis de correlación y espectral. En el mencionado apartado, se veía claramente que la lluvia discretizada en cortos intervalos de tiempo presentaba un autocorrelograma que podía considerarse nulo para $k \neq 0$, por lo tanto voy a considerar, en las aplicaciones del modelo ARMAX a los sistemas kársticos, que x_t es independiente de sí misma.

Existen varios métodos para la obtención de los coeficientes en el calibrado de los modelos ARMAX (YOUNG, 1974; O'CONNELL y CLARKE, 1981; COOPER y WOOD, 1982; etc), no obstante me referiré exclusivamente al método que he seguido en las posteriores aplicaciones, que prácticamente coincide con el propuesto por BOX y JENKINS (1976).

Como estimación inicial de los parámetros de autocorrelación, ϕ_i , he tomado los obtenidos al aplicar los modelos univariados tipo ARMA a las series de caudales. Asimilando que la función de correlación cruzada, $R_{yx}(k)$ equivale a la función impulso-respuesta, v_k ; los parámetros de medias móviles de la precipitación, ω_j , los he calculado inicialmente a partir de las Ecuaciones de Yule-Walker, que coincide con la estimación por el método de los momentos. Para la obtención definitiva del conjunto de parámetros que intervienen en el modelo, he seguido el método de los mínimos cuadrados. Los coeficientes se obtienen al minimizar la función FE

$$\min_{\phi_i, \omega_j, \theta_k} FE = \min \sum_{t=s+1}^N a_t^2 \quad ; s=p+q+r$$

El algoritmo utilizado ha sido el de sensibilidad de parámetros, que consiste en la aproximación iterativa mediante la resolución del sistema de ecuaciones resultante al desarrollar, en series de Taylor, la primera derivada parcial de la función respecto a cada uno de los coeficientes e igualando a cero

$$\delta FE / \delta \phi_i = \delta FE / \delta \omega_j = \delta FE / \delta \theta_k = 0$$

Puesto que las estimaciones por el método de los momentos ya son próximas a los óptimos, la convergencia es muy rápida.

Todo el software, referente a la aplicación de los modelos ARMAX, lo he desarrollado en lenguaje BASIC, implementado en un ordenador IBM modelo AT.

3.3.2 Aplicación al acuífero de El Torcal

Al igual que en los modelos estocásticos univariados tipo ARMA, he considerado la serie de caudales y de precipitaciones discretizada en intervalos de 3 días, de manera que el caudal Q_t corresponde al caudal medio tomado durante tres días de la serie diaria original, y la precipitación P_t a la suma de las precipitaciones ocurridas en esos tres días. Como periodo de calibrado del modelo he utilizado los 3 primeros ciclos hidrológicos de los 7 disponibles, desde el 1 de octubre de 1974 hasta el 30 de septiembre de 1977. El modelo lo he ajustado sobre las series tipificadas, y_t y x_t , con media cero y desviación típica unidad, obtenidas a partir de las originales de caudal y precipitación, respectivamente, de forma que

$$y_t = (Q_t - m_Q) / s_Q \quad x_t = (P_t - m_P) / s_P$$

donde $m_Q = 0.406 \text{ m}^3/\text{s}$ y $m_P = 6.30 \text{ mm}$ representan las medias y $s_Q = 0.303$ y $s_P = 15.78$ las desviaciones típicas de la series de caudales y precipitaciones respectivamente.

Como valor inicial del coeficiente de la parte autorregresiva del modelo ARMAX he tomado el obtenido anteriormente al ajustar el modelo ARMA, $\hat{\phi}_1 = 0.9378$. Se ha visto que se puede considerar independiente de sí misma la serie de precipitaciones, por tanto, se puede asimilar el correlograma cruzado a la función de impulso-respuesta, v_n , del sistema, de tal manera que una primera aproximación de ω_j , parámetros relativos a la parte de medias móviles de la precipitación, puede obtenerse al despejar en las Ecuaciones de Yule-Walker de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= v_0 \\ \omega_1 &= v_1 - \phi_1 v_0 \\ \omega_2 &= v_2 - \phi_1 v_1 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \omega_j &= v_j - \phi_1 v_{j-1} \end{aligned}$$

En la figura 100 represento los 20 primeros valores obtenidos de ω_j ; se puede observar que sólo los cuatro primeros pueden ser considerados significativamente diferentes de cero. Efectivamente, al optimizar los coeficientes por el método de los mínimos cuadrados, para un número diferente de términos de ω_j , y contrastando los resultados con

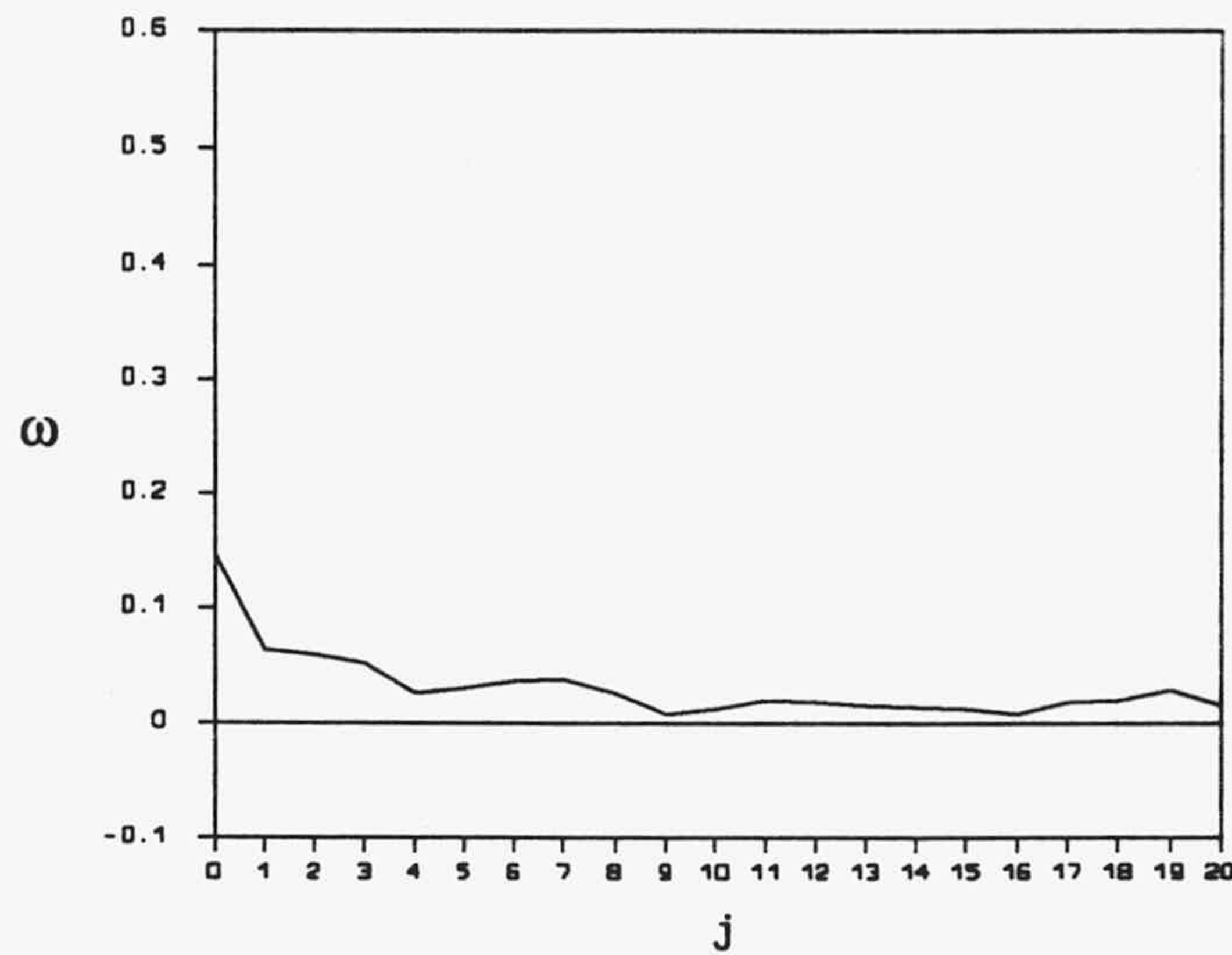


Fig. 100.- Valores estimados de los 20 primeros términos de ω , para el acuífero de El Torcal.

el test de Akaike de parsimonia de parámetros (tabla XII), se llega a la conclusión de que el modelo óptimo es aquel que corresponde a un ARMAX(1,3,1). El modelo definitivo ajustado al sistema kárstico del acuífero de El Torcal queda expresado de forma

$$\hat{y}_t = 0.9143 \hat{y}_{t-1} + 0.0219 x_t + 0.0443 x_{t-1} + 0.0371 x_{t-2} + 0.0308 x_{t-3} + 0.9201 a_{t-1} + 0.101 a_t$$

La variable a_t representa los residuos, de media cero y desviación típica unidad gracias al parámetro 0.101, el cual indica su desviación típica real.

q	EM	Sa ²	AIC
0	0.116	4.92	-1573.2
1	0.109	4.35	-1616.3
2	0.106	4.11	-1635.1
3	0.101	3.73	-1668.6
4	0.101	3.72	-1667.5

Tabla XII.- Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en El Torcal, con p=1, r=1 y q variable: EM, error cuadrático medio; Sa², suma de los cuadrados de los residuos; y AIC, criterio de información de Akaike.

La función impulso-respuesta que corresponde al modelo ajustado se representa en la figura 101, obtenida con las Ecuaciones de Yule-Walker, una vez conocidos los coeficientes $\hat{\phi}_i$ y $\hat{\omega}_j$. Su morfología es bastante achatada, con una duración superior a los 100 días. El máximo de la respuesta se localiza a los 3 días de producirse el aguacero.

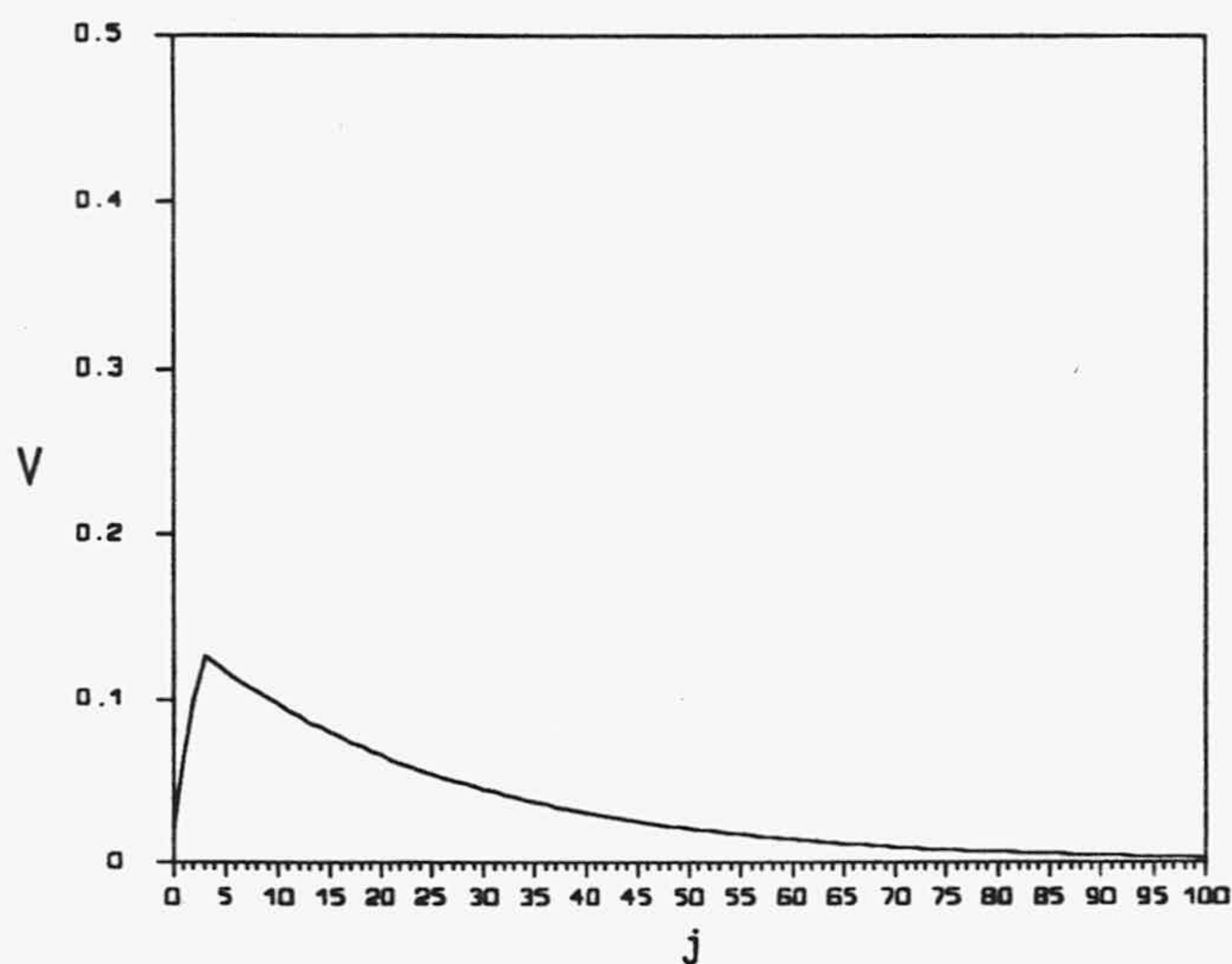


Fig. 101.- Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,3,1) seleccionado en El Torcal.

Si se suprime la parte aleatoria, y por tanto impredecible, el modelo ARMAX queda expresado como

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i \hat{y}_{t-i} + \sum_{j=1}^q \hat{\omega}_j x_{t-j}$$

que corresponde a su parte determinista. Se puede comprobar que al destipificar y_t y x_t , la expresión para \hat{Q}_t y P_t queda de la forma

$$\hat{Q}_t = \sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i \hat{Q}_{t-i} + s_Q/s_P \sum_{j=0}^q \hat{\omega}_j P_{t-j} + m_Q(1 - \sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i) - s_Q m_P/s_P \sum_{j=0}^q \hat{\omega}_j \quad (10)$$

Los coeficientes autorregresivos quedan invariantes, los de medias móviles de la precipitación multiplicados por la relación de desviaciones típicas, y se añade un término constante que es función de $\hat{\phi}_i$, $\hat{\omega}_j$, de las desviaciones típicas y de las medias. Al sustituir los parámetros ajustados en El Torcal en esta expresión, el modelo queda expresado como

$$\hat{Q}_t = 0.9143 \hat{Q}_{t-1} + 4.2 \times 10^{-4} P_t + 8.5 \times 10^{-4} P_{t-1} + 7.1 \times 10^{-4} P_{t-2} + 5.9 \times 10^{-4} P_{t-3} + 0.0186$$

Para calcular el valor que tomarían los coeficientes que multiplican a la precipitación tomada en unidades de caudal (m^3/s), habría que dividir las por una constante que viene dada por

$$C = S/(\text{dt} \times 86.4)$$

donde S es la superficie en km^2 y dt el intervalo en días en que se ha discretizado la serie de precipitaciones.

Esta constante, C, vale para El Torcal 0.108, teniendo en cuenta que la superficie vertiente hacia el manantial de La Villa es de 28 km^2 y que la serie está tomada en intervalos de 3 días. La suma de los coeficientes que multiplican a la precipitación es de 2.6×10^{-3} , al dividir entre C resulta un valor de 2.4×10^{-3} . Si se considera que representa la parte de la precipitación no regulada por el sistema (este punto se discutirá más adelante), se tiene un porcentaje del 2.4%; el resto del agua del manantial, el 53.6% de la precipitación, es regulado por el sistema, es decir el 95.7% de la infiltración eficaz, según el balance medio realizado en el epígrafe 3.2 de este capítulo.

Se vuelve a confirmar que la mayor parte de la infiltración eficaz ocurrida en El Torcal está muy regulada por el sistema, ya que se incorpora a la franja saturada, cuya descarga por el manantial de La Villa sigue un comportamiento lineal.

En la figura 102 represento el caudal real y simulado en los cuatro ciclos posteriores a los tres que he usado para calibrar el modelo, sin tener en cuenta la parte aleatoria. Se puede comprobar que el ajuste es bastante aceptable; las recesiones suelen adaptarse a las reales del manantial, con coincidencia en la posición de los caudales punta, si bien, se detectan amplitudes algo diferentes. La gran discrepancia en el último ciclo entre el caudal real y simulado no parece atribuible a errores en el ajuste; existen picos que no coinciden con la precipitación; esta variación es debida, posiblemente, a errores en la toma de datos.

Las medias de la serie real y simulada, m_Q y $m_{\hat{Q}}$ y sus varianzas, s^2_Q y $s^2_{\hat{Q}}$, toman los siguientes valores:

$$\begin{array}{ll} m_Q = 0.413 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_Q = 0.0689 \\ m_{\hat{Q}} = 0.462 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_{\hat{Q}} = 0.0559 \end{array}$$

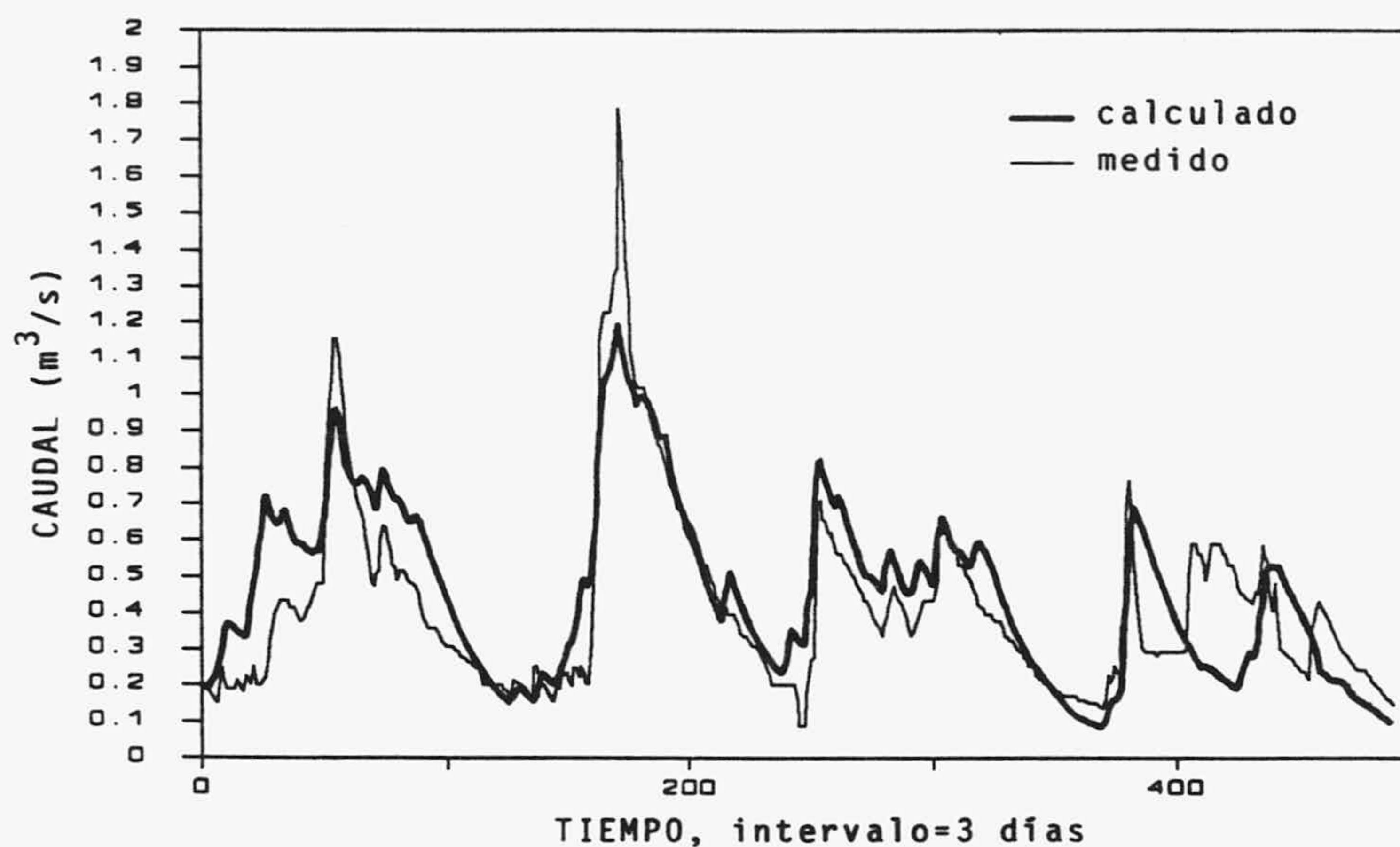


Fig.102.- Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,3,1) en el acuífero de El Torcal.

La variación relativa de la media respecto a la real es del -11.8% y de la varianza del 18.9%. La diferencia de varianza con la serie real puede ser debida a la existencia de una mayor dispersión en los caudales bajos, que como ya he comentado anteriormente, pueden estar influenciados por errores de estimación, ya que existe una derivación anterior a la estación de aforo que desvía un caudal de 200 l/s para abastecimiento a la población de Antequera.

3.3.3. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna

Como series de partida para calibrar el modelo ARMAX he tomado los 3 primeros ciclos hidrológicos, de los 4 disponibles, desde 1 de octubre de 1973 hasta el 30 de septiembre de 1976, previo reagrupamiento de la serie en intervalos de 3 días. Las medias obtenidas para los caudales y las precipitaciones han sido de 0.245 m³/s y 6.71 mm, y las desviaciones típicas de 0.145 y de 21.64, respectivamente. El ajuste lo he realizado sobre las series tipificadas.

El valor inicial tomado para el coeficiente autorregresivo del modelo ha sido el obtenido al ajustar el modelo ARMA a la serie de caudales del manantial de F. Mayor ($\hat{\phi}_1 = 0.8923$). La figura 103 muestra el valor que toman los primeros 20 parámetros de medias

móviles de la precipitación, obtenidos con las Ecuaciones de Yule-Walker, al considerar la precipitación como una función aleatoria. Se puede observar que los valores tienden a anularse rápidamente, ya que, los parámetros iniciales tienen un importancia relativa mayor, si se comparan con los obtenidos en El Torcal, indicativo de que la precipitación está menos regulada. Sólo los dos primeros pueden ser considerados como significativamente diferentes de cero.

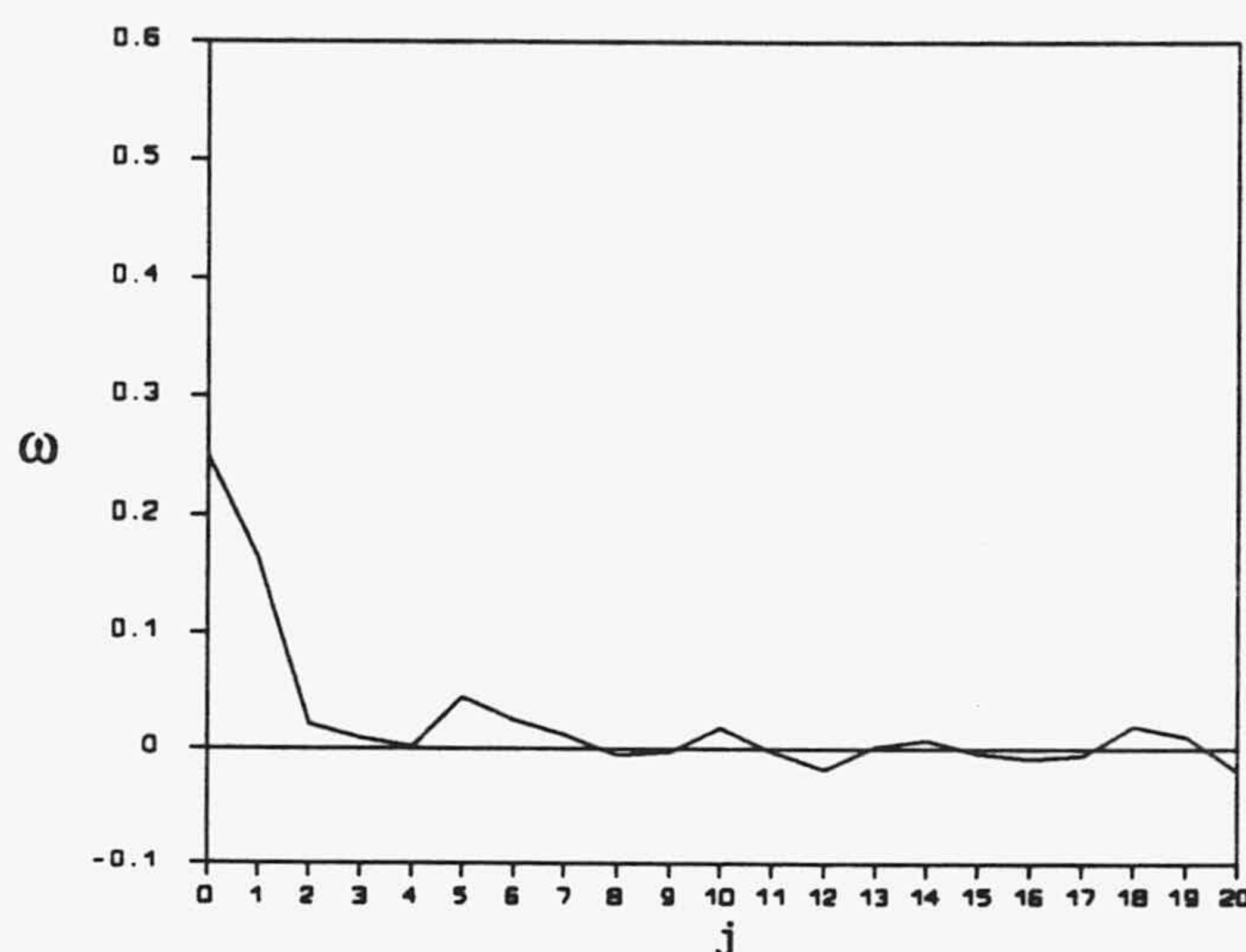


Fig. 103.- Valores estimados de los 20 primeros términos de ω_j para el acuífero de Simat.

He intentado calibrar modelos con un sólo parámetro autorregresivo, puesto que, como se comprobaba al ajustar el modelo ARMA, la inclusión de más coeficientes no aportaba ninguna mejora. Por otro lado, más de un coeficiente en la parte de medias móviles de los residuos, tampoco implica un mejor ajuste del modelo. La alternativa radica en el número de coeficientes de medias móviles de la precipitación. En la tabla XIII se reflejan algunos de los estadísticos representativos que me han llevado a seleccionar el número de parámetros.

Como cabría esperar, el modelo óptimo coincide con el ARMAX(1,1,1), pues el valor del AIC es el menor de los tres reflejados, y la suma de los cuadrados de los residuos es sensiblemente inferior al precedente ARMAX(1,0,1), y similar al ARMAX(1,2,1). Un mayor número de parámetros ω_j no significa una mejora sustancial en el calibrado. El modelo ajustado queda expresado de la forma

$$\hat{y}_t = 0.9144 \hat{y}_{t-1} + 0.1714 x_t + 0.1316 x_{t-1} + 0.86215 a_{t-1} + 0.18 a_t$$

q	EM	Sa ²	AIC
0	0.226	18.7	-1084.6
1	0.190	13.2	-1210.0
2	0.190	13.2	-1209.4

Tabla XIII.- Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en Simat, con p=1, r=1 y q variable.

La función impulso-respuesta que se obtiene mediante las ecuaciones de Yule-Walker (Fig. 104) muestra una respuesta de duración más corta que en El Torcal, entre 40 y 60 días, pero bastante más aguda. El máximo se localiza al día siguiente de producirse el aguacero.

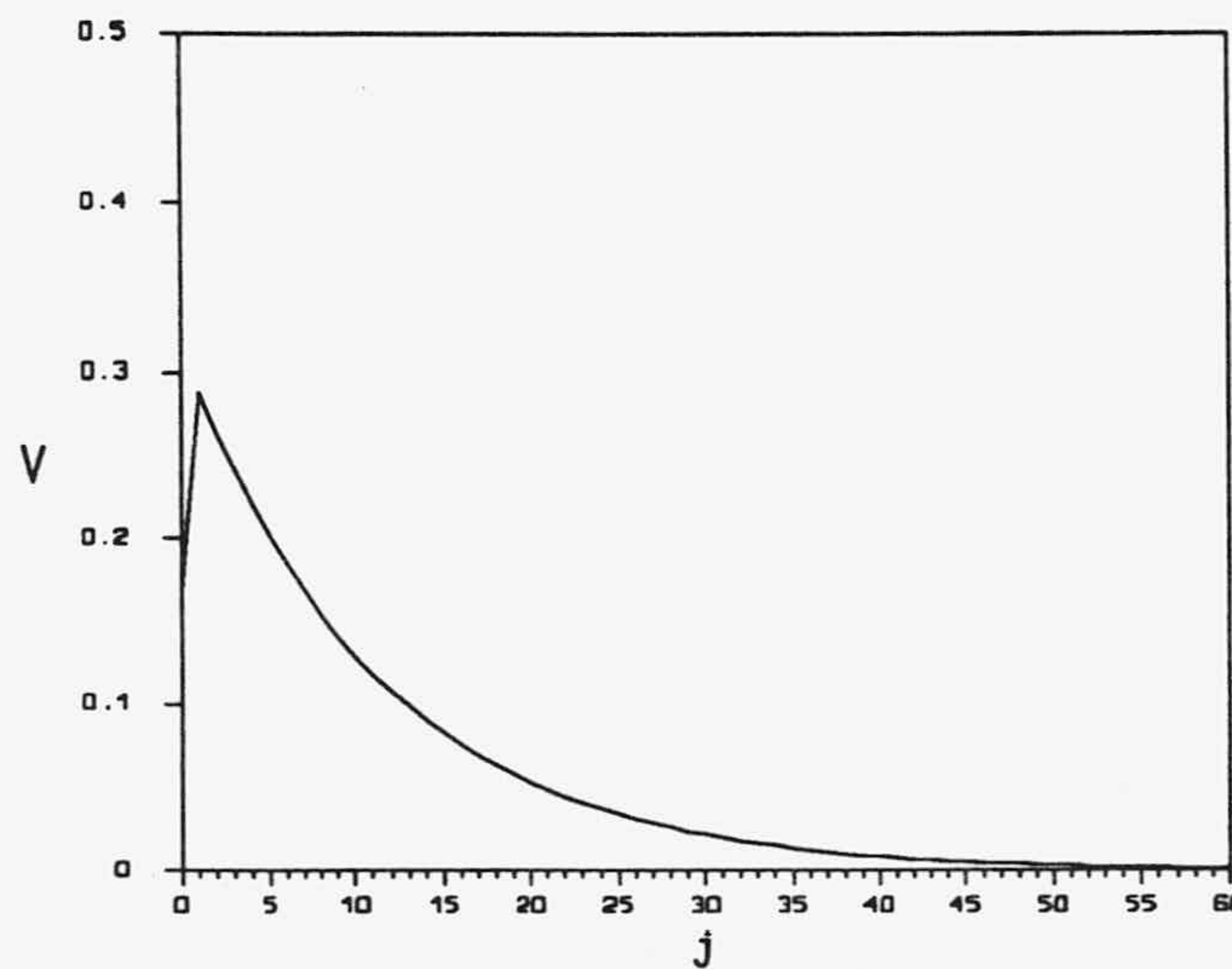


Fig. 104.- Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,1,1) seleccionado en Simat.

El modelo para los caudales sin tipificar, sin tener en cuenta la parte aleatoria, puede ser escrito según la expresión (10), como

$$\hat{Q}_t = 0.9144 \hat{Q}_{t-1} + 1.2 \times 10^{-3} P_t + 8.9 \times 10^{-4} P_{t-1} + 0.007$$

En este modelo se observan una serie de contradicciones con lo expuesto anteriormente para el acuífero de Simat. Por un lado el coeficiente autorregresivo puede corresponder aproximadamente al agotamiento del manantial, pero, como se ha visto, existe una rápida decrecida inicial que no he podido ajustar. Por otro lado, si consideramos que los coeficientes que multiplican a la lluvia corresponden a la parte no regulada de la infiltración eficaz, resulta un porcentaje de la precipitación del 2.7%, y el 41.3% correspondería a la fracción regulada (el 93.9% de la infiltración eficaz según el balance medio realizado en el epígrafe 3.2). El valor extremadamente pequeño de la parte no regulada resulta incongruente con lo que se ha visto en este sistema. Por todo ello la idea de que los coeficientes de medias móviles corresponden a la fracción no regulada hay que tomarla con reservas, como ya discutiré más adelante.

En la figura 105 represento el caudal real y simulado para el ciclo hidrológico posterior a los tres utilizados en el ajuste. Si bien los picos se localizan en la misma posición, las recesiones simuladas que le siguen, suelen ser más lentas que las decrecidas reales, y cortan en algún punto a los agotamientos; es decir, tienden a la media entre la decrecida y el agotamiento.

Las medias y las varianzas de la serie real y simulada toman los siguientes valores:

$$\begin{array}{ll} m_Q = 0.163 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_Q = 0.009 \\ m_{\hat{Q}} = 0.224 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_{\hat{Q}} = 0.012 \end{array}$$

La variación relativa de la media respecto a la real es del -49% y de la varianza del -33%. La alta sobrestimación en la media y en la varianza es debida a que en el modelo el peso de las precipitaciones en la época de estiaje es más acentuada que en la realidad, precisamente cuando la evapotranspiración es mayor.

La causa del mal ajuste obtenido en Simat puede estar en la falta de estacionaridad de la serie, si bien, la principal estriba en que el autocorrelograma del manantial de F. Mayor no es autorregresivo, es decir R_k no siempre se puede aproximar a $\phi_i R_{k-1}$, y por tanto, un modelo lineal tipo ARMAX no puede ser ajustado sin caer en un excesivo número de parámetros de medias móviles, cuya representación gráfica similar al correlograma cruzado, con lo cual se pierden las ventajas de este tipo de modelos que, en principio, debe ser parco en parámetros.

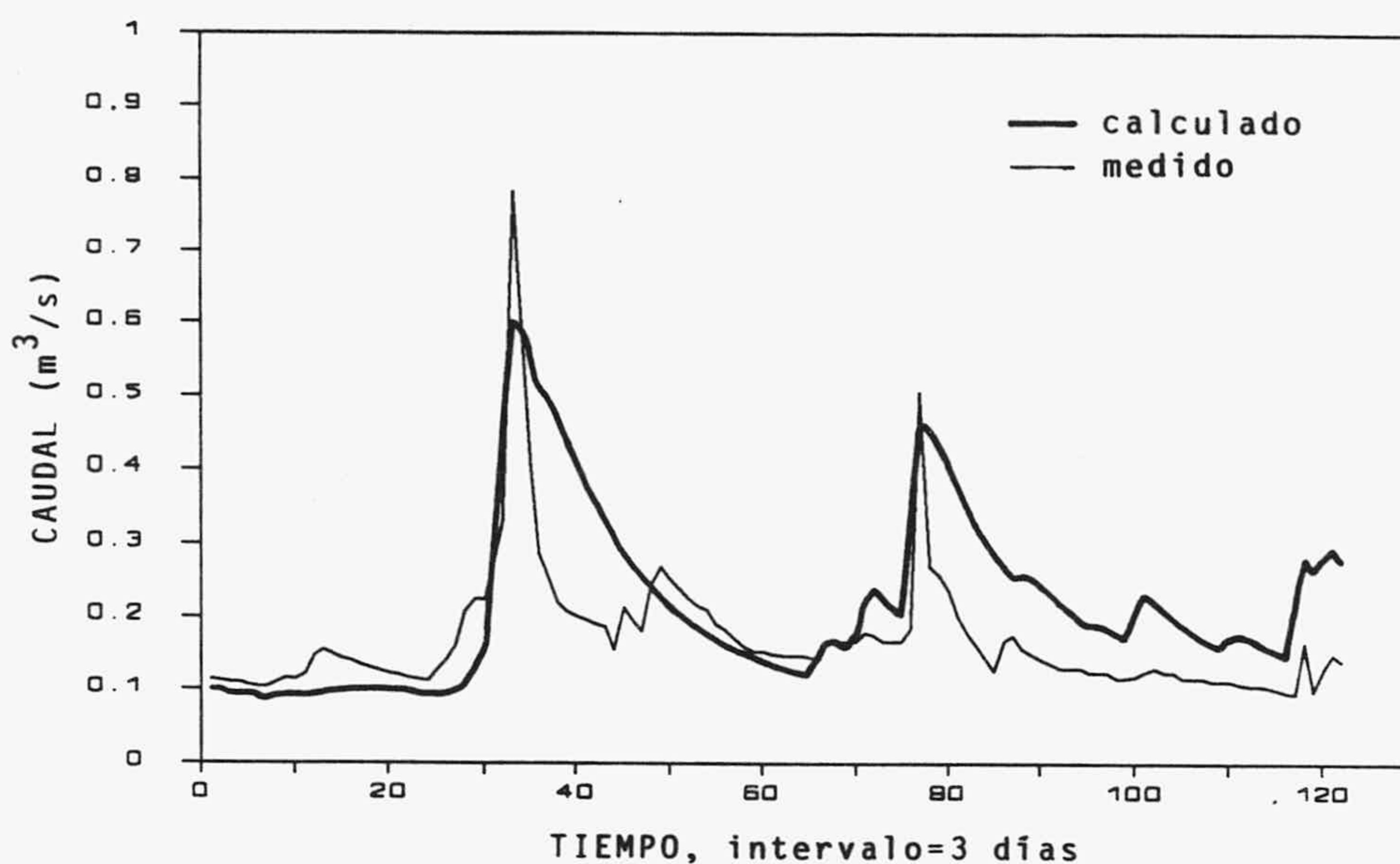


Fig. 105.- Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,1,1) ajustado al acuífero de Simat.

3.3.4. Aplicación al acuífero de Aliou

Para calibrar el modelo he tomado las series tipificadas de caudales y precipitación de tres ciclos hidrológicos a nivel diario, comprendidos entre el 1 de octubre de 1969 y el 30 de septiembre de 1972. Las medias de los datos originales son de $0.442 \text{ m}^3/\text{s}$ y 4.31 mm y las desviaciones típicas de 0.934 y 9.43 para los caudales y las precipitaciones respectivamente.

Con el coeficiente autorregresivo obtenido al ajustar el modelo ARMA al manantial de Aliou ($\hat{\phi}_1=0.8109$) he obtenido los 20 primeros coeficientes ω_j , representados en la figura 106, mediante las Ecuaciones de Yule-Walker. Tan sólo el primero, ω_0 , es significativamente mayor que cero, aunque algunos, inmediatamente posteriores, toman valores negativos. Su valor es relativamente mucho mayor que los primeros obtenidos en El Torcal y Simat, índice de la poca regulación de este acuífero.

Basándome en los resultados obtenidos en el modelo ARMA, he considerado un sólo coeficiente autorregresivo y, al igual que en los anteriores acuíferos, un sólo coeficiente de medias móviles de los residuos, puesto que un mayor número de ellos no añade un mejor ajuste. Posteriormente he procedido a la optimización de los parámetros

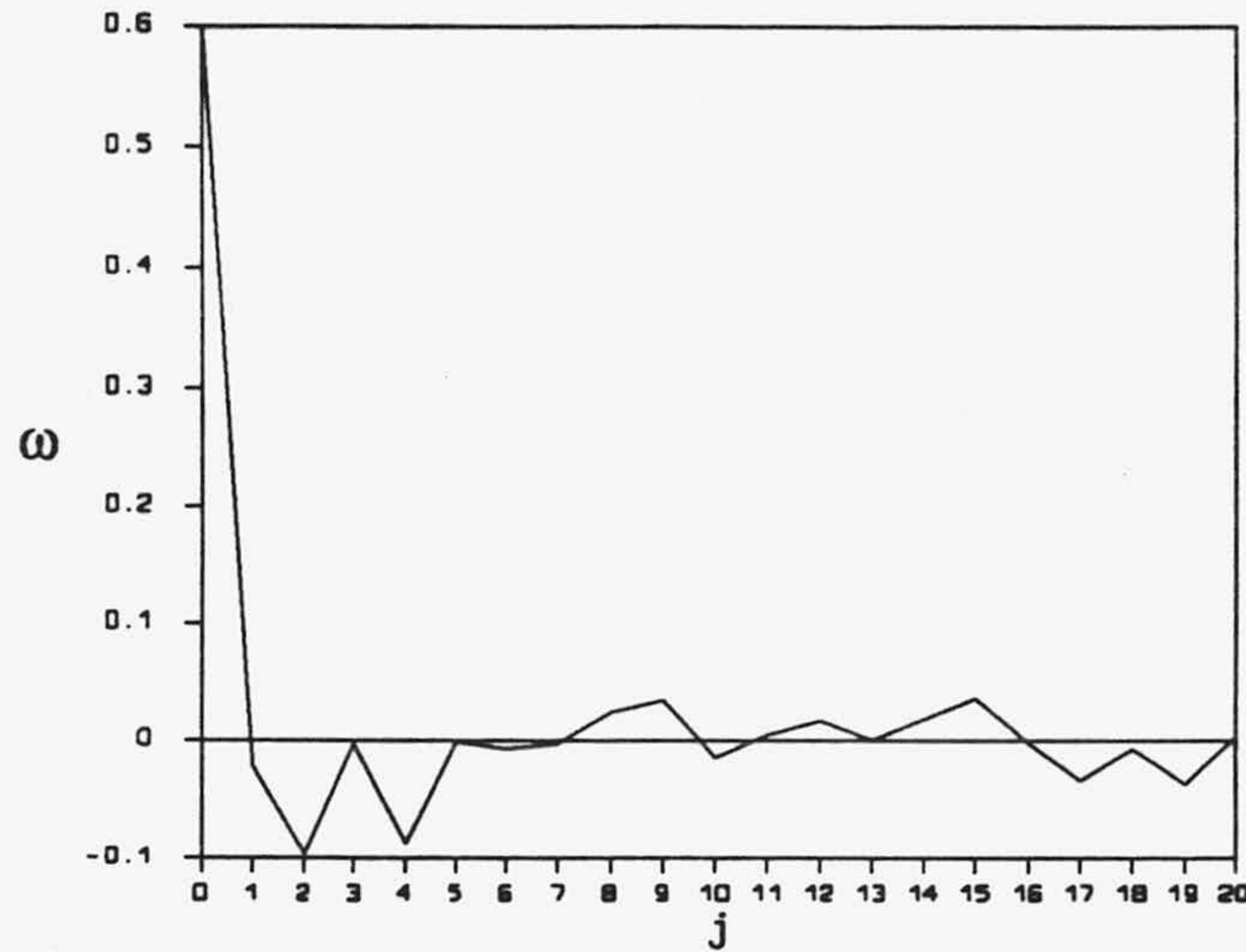


Fig. 106.- Valores estimados de los 20 primeros términos de ω_j para el acuífero de Aliou.

por mínimos cuadrados variando el número de los que forman la parte de medias móviles de la precipitación; para $q=1$ ya se obtiene un valor de AIC mayor que para $q=0$ (tabla XIV). El modelo óptimo, por tanto, es el ARMAX(1,0,1), que queda expresado como

$$\hat{y}_t = 0.5610 \hat{y}_{t-1} + 0.4428 x_t + 0.4378 a_{t-1} + 0.63 a_t$$

q	EM	Sa ²	AIC
0	0.629	434.3	-1011.3
1	0.190	433.2	-1011.1

Tabla XIV.- Resumen de los estadísticos más indicativos obtenidos en los modelos ARMAX(p,q,r) ensayados en Aliou, con $p=1$, $r=1$ y q variable.

La mayor desviación típica obtenida en los residuos, 0.63, frente a las obtenidas en El Torcal y Simat, 0.10 y 0.18 respectivamente, es debida, por un lado a que al ser el modelo ajustado muy "nervioso", las pequeñas precipitaciones ocurridas durante el estiaje tienen un reflejo inmediato en los caudales; en realidad son absorbidas por la capa superficial muy seca en esta época del año. Esto no queda tan patente en los acuíferos de

El Torcal y Simat por ser más reguladores y, por tanto, estas pequeñas variaciones son filtradas. Por otro, al existir en el manantial de Aliou picos de mucha amplitud y corta duración el error cometido en el modelo es muy alto en valores absolutos, aunque en términos relativos sea comparable al de los restantes caudales más bajos.

La función impulso-respuesta, representada en la figura 107, es de corta duración, entre 5 y 8 días, con una respuesta inmediata del manantial a la precipitación, característica de los acuíferos con una importante componente de circulación rápida.

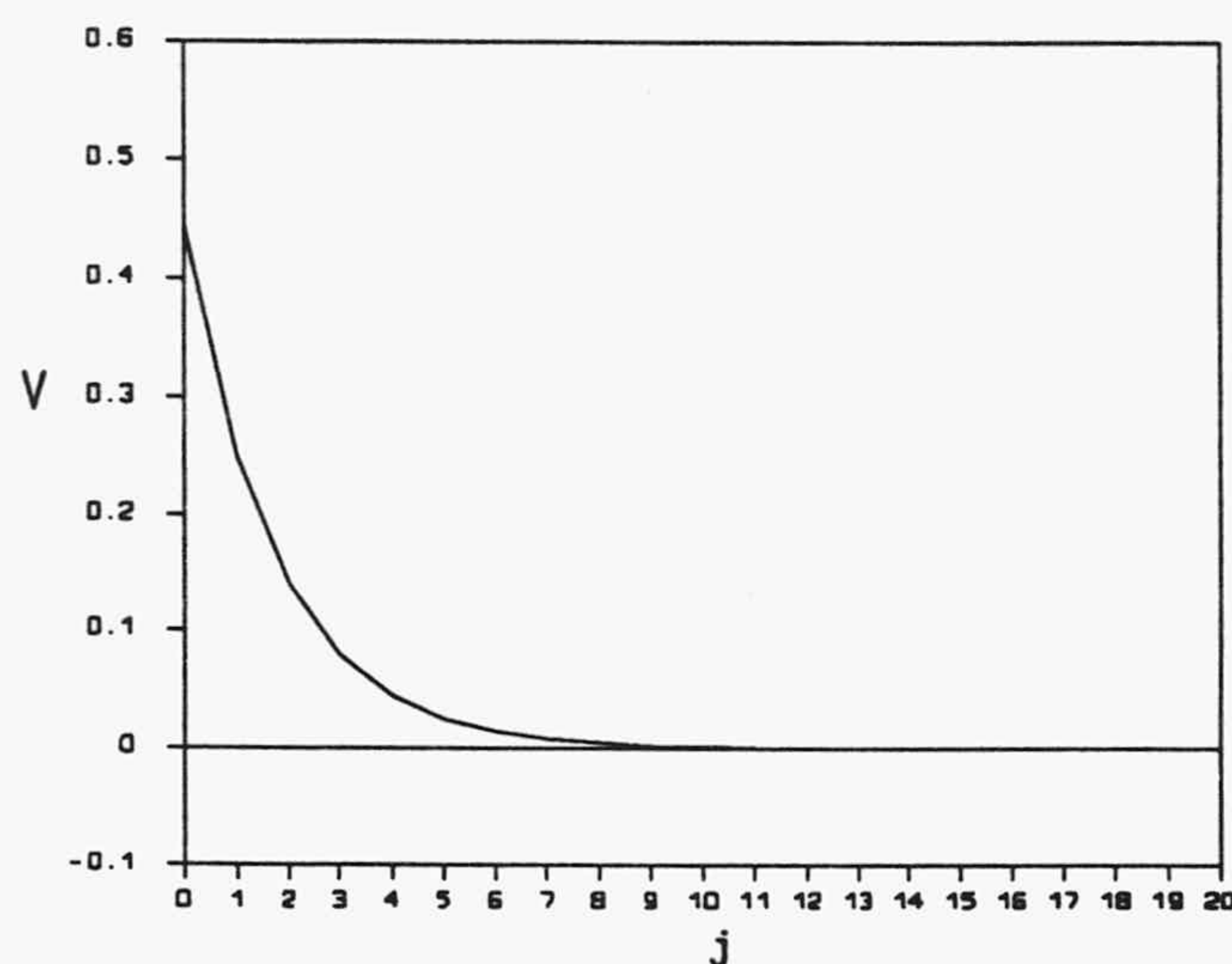


Fig. 107.- Función impulso-respuesta del modelos ARMAX(1,0,1) seleccionado en Aliou.

Con la expresión (10), el modelo se puede escribir para los caudales y precipitaciones originales, según los coeficientes ϕ_i y ω_j obtenidos en la calibración, sin tener en cuenta la componente aleatoria, de forma

$$\hat{Q}_t = 0.5610 \hat{Q}_{t-1} + 0.04 P_t$$

El coeficiente autorregresivo es bastante más bajo que el calculado en los apartados de caracterización y aplicación de los modelos univariados; al igual que en Simat, otra vez resulta que en los modelos ARMAX, cuando el autocorrelograma no es claramente autorregresivo, se obtiene un valor intermedio entre la decrecida inicial y el agotamiento del sistema, previamente sustraída la parte correspondiente de medias móviles.

Si consideramos la precipitación expresada en m^3/s , teniendo en cuenta que la superficie vertiente es de 12 km^2 , el porcentaje de la misma no regulado por el sistema es del 28.8%, y el regulado, según el balance medio, del 44.2%, el 60% de la infiltración eficaz, valores que no coinciden con lo obtenido anteriormente en el sistema de Aliou.

En la figura 108 represento la simulación del caudal en el manantial de Aliou, realizada para los dos ciclos posteriores a los tres usados en el calibrado. Se puede observar que la posición de los picos coinciden muy bien con los de los caudales experimentales; la amplitud de los mismos suele ser parecida, sin embargo hay una infraestimación cuando son excesivamente pronunciados y una sobrestimación en los periodos de estiaje, donde en algunos casos, los caudales experimentales no sufren variación como consecuencia de las pequeñas precipitaciones.

Las medias de la serie real y simulada y sus varianzas toman los siguientes valores:

$$\begin{array}{ll} m_Q = 0.504 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_Q = 0.6910 \\ m_{\hat{Q}} = 0.521 \text{ m}^3/\text{s} & s^2_{\hat{Q}} = 0.4610 \end{array}$$

La escasa variación relativa de la media, el -3.4%, a pesar de que se observan sensibles variaciones en la simulación, se debe a que la estimación por defecto en los picos pronunciados es compensada por la estimación por exceso en la época de estiaje. La varianza de la serie simulada tiene una variación relativa respecto a la real del 33.3%, como consecuencia de que los caudales experimentales toman valores mayores en los picos muy pronunciados.

3.3.5. Discusión y conclusiones

a) Uno de los problemas de la aplicación de los modelos ARMAX deriva de las propias restricciones estadísticas que tienen que tener las series de partida. Por un lado, las series no estacionarias y que no tienen una distribución normal no son estadísticamente tratables. Por otro lado, los procesos han de ser homogéneos; no se puede tratar conjuntamente una serie periódica y una estacionaria. Este último punto tiene un claro reflejo en las series utilizadas en los sistemas kársticos, donde la precipitación tiene un comportamiento más o menos estacionario, mientras que la serie de caudales presenta, en la mayoría de los casos, un carácter claramente periódico; de ahí que la transformación de la serie en una no periódica, como he realizado en la aplicación de los modelos tipo ARMA, resulta inviable.

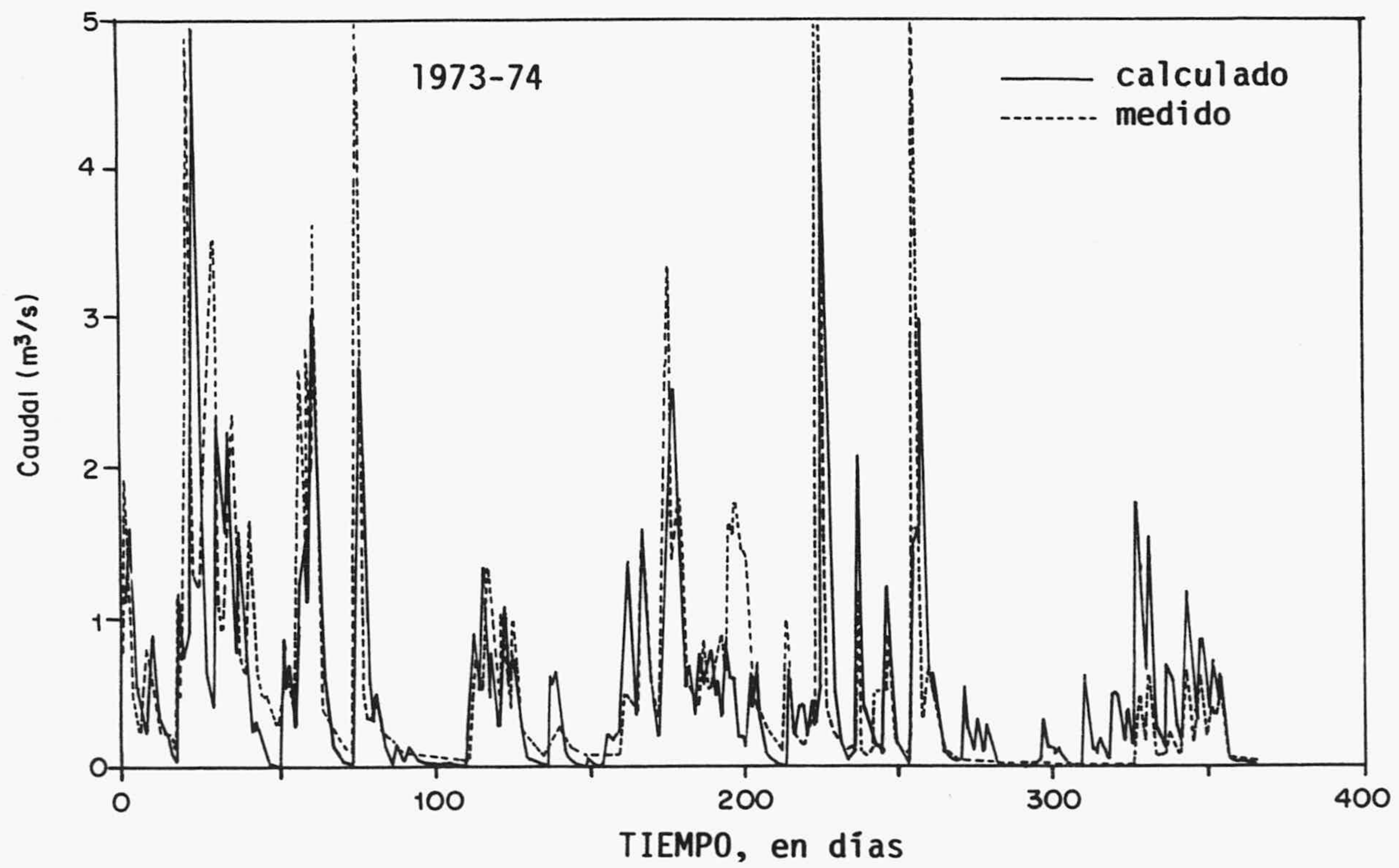
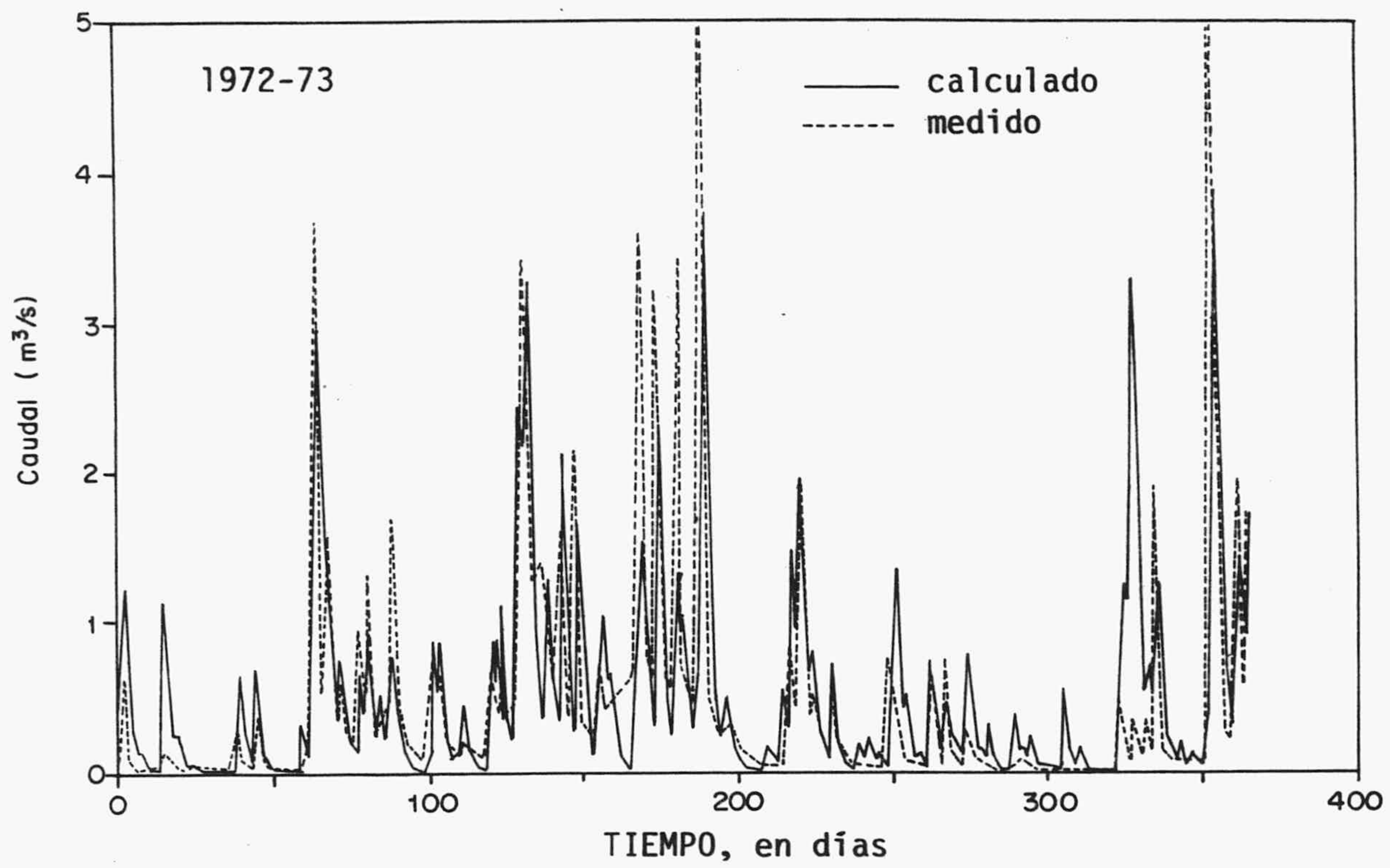


Fig. 108.- Hidrograma real y simulado con el modelo ARMAX(1,0,1) ajustado al acuífero de Aliou.

b) El proceso de obtención de parámetros es bastante complejo, para los resultados obtenidos en la simulación y sus aplicaciones posteriores -transformación de las series, obtención de los autocorrelogramas y correlograma cruzado, ajuste del modelo ARMA, estimación inicial de los parámetros, optimización de los parámetros y ensayo de varios modelos para obtener el mejor-; posiblemente cualquier otro modelo más simple, basado en las características físicas del sistema podría, en algunos casos, dar los mismos o mejores resultados.

c) Los modelos tipo ARMAX pretenden preservar, sobre todo, el autocorrelograma de la serie simulada y su correlograma cruzado con la serie exógena. Ocurre que cuando la serie de caudales de un manantial kárstico no presenta claramente una componente de medias móviles con pocos parámetros y un autocorrelograma autorregresivo, el modelo tiende a obtener un conjunto de parámetros equivalente al promedio de lo que sucede en el sistema, como ha quedado demostrado con los resultados obtenidos en los acuíferos de Simat y Aliou.

d) El problema principal que se le plantea al hidrogeólogo es buscarle una significación física a los parámetros del modelo ARMAX ajustado, este razonamiento se refleja también a la inversa: se tiende a reproducir lo lógico físicamente. ¿Que significado físico tiene un modelo aplicado a un sistema kárstico con dos coeficientes autorregresivos, sobre todo, si uno de ellos resulta negativo?. Mostraré algunos ejemplos de sistemas acuíferos con un funcionamiento sencillo.

Sea un manantial que drena un sistema kárstico según dos coeficientes de agotamiento, α y α' ; el caudal, Q_t , en un instante viene dado en forma discreta, si la descarga se ajusta a la fórmula de Maillet, por

$$Q_t = e^{-\alpha \Delta t} (Q_{t-1} - Q'_{t-1}) + e^{-\alpha' \Delta t} Q'_{t-1} + C P_t$$

donde C es la fracción de la precipitación que drena el manantial y no es incorporada a la franja saturada. Si los coeficientes de agotamiento y el intervalo de discretización son constantes, se puede escribir que

$$Q_t = B Q_{t-1} - B Q'_{t-1} + B' Q'_{t-1} + C P_t$$

Puesto que el modelo, y el usuario, es incapaz de separar la serie Q'_{t-1} en cada instante y, en consecuencia conocer su estructura, el ajuste dará un modelo ARMAX(1,0,0) en que ϕ_1 corresponde a un valor intermedio entre B y B', más próximo a aquel que tenga un mayor peso en el caudal del manantial.

¿Realmente los coeficientes de medias móviles de las precipitaciones corresponden a la fracción no regulada por el sistema, como he presupuesto en las aplicaciones de los modelos ARMAX?. Esta pregunta puede encontrar una respuesta a través del análisis de un modelo ARMAX en un caso hipotético. Sea un sistema kárstico en el que la infiltración eficaz se descompone en dos tipos de flujos diferentes, una parte, C_2 , circula a través de la franja no saturada y sale por el manantial en el mismo instante, t, sin incorporarse a la franja saturada, fracción no regulada; y otra, C_1 , se incorpora a la franja saturada con un retraso t-1; si la franja saturada es drenada por el manantial según la expresión de Maillet con un coeficiente de agotamiento α , se puede expresar el caudal en un instante t como

$$Q_t = e^{-\alpha\Delta t} Q_{t-1} - C_2 P_{t-1} + C_1 e^{-\alpha\Delta t} P_{t-1} + C_2 P_t$$

Al reagrupar en la expresión anterior se tiene que

$$Q_t = e^{-\alpha\Delta t} Q_{t-1} + (C_1 e^{-\alpha\Delta t} - C_2) P_{t-1} + C_2 P_t$$

Si se escribe la expresión en términos de la modelización ARMAX, entonces

$$Q_t = \phi_1 Q_{t-1} + \omega_1 P_{t-1} + \omega_0 P_t$$

que representa un modelo ARMAX(1,1,r), en el que $\phi_1 = e^{-\alpha\Delta t}$, $\omega_1 = C_1 e^{-\alpha\Delta t} - C_2$ y $\omega_0 = C_2$.

Como resulta evidente, los coeficientes de medias móviles no indican exactamente la fracción no regulada del sistema como he presupuesto en las aplicaciones anteriores, por ello los resultados en este sentido hay que tomarlos con muchas reservas.

e) La aplicación de los modelos ARMAX para la simulación de sistemas kársticos tiene su utilidad en aquellos casos en que su comportamiento pueda considerarse lineal y

en los que la parte regulada y no regulada, esta última de corta duración, estén claramente diferenciadas; si existe un predominio importante de una sobre otra la simulación puede considerarse aceptable, como ha puesto de manifiesto su aplicación a los sistemas de El Torcal y Aliou, aunque los mayores errores se cometan en la parte con menos peso en el caudal del manantial.

f) Puesto que los coeficientes no tienen un claro significado físico, no pueden emplearse estos modelos para la simulación bajo diferentes condiciones que no sean las naturales, como la influencia en el caudal del manantial de una recarga o de una extracción. Sin embargo, es posible que el estudio de muchas más aplicaciones en otras surgencias kársticas permita encontrar elementos caracterizadores de los distintos tipos de "funcionamientos" kársticos y sus consecuencias en los resultados de los modelos ARMAX.

3.4. MODELO DE TRES RESERVORIOS: TRIDEP

Los modelos de reservorios tienen por objeto la simulación de los caudales de los manantiales kársticos usando como datos de entrada la precipitación y, cuando sea necesario, la temperatura. Las heterogéneas características hidrodinámicas del karst son simplificadas por la subdivisión del sistema en reservorios individualizados y conectados verticalmente, que representan el comportamiento medio del sistema-en la horizontal. El agua circula desde el reservorio superficial hasta el más profundo, donde se localiza la surgencia. El funcionamiento es similar al de otros modelos de reservorios, entre los que se pueden destacar los modelos *GIRARD*, (GIRARD, 1970); *CREC*, (COMARY y GUILBOT, 1971); *BEMER*, (BEZES, 1976); y *MERO*, (MERO ,1978).

Como en los modelos tipo ARMAX, el calibrado consiste en la obtención de una función de salida lo más parecida posible a la realidad, pero, a diferencia de éstos, los parámetros a ajustar tienen un significado físico que representan las características medias del acuífero; por tanto las series utilizadas no tienen que estar sujetas a las limitaciones estadísticas de los modelos estocásticos.

3.4.1. Descripción del modelo utilizado

El modelo lluvia-caudal consta de tres reservorios, cada uno de ellos caracterizado por una función de transferencia (Fig. 109). El primero simboliza la franja superficial, donde se producen los procesos de evapotranspiración y escorrentía que, sustraídos de la precipitación, permiten obtener la infiltración eficaz. El segundo es la franja no saturada, la cual produce un efecto de retardo sobre la infiltración; y por último, la franja saturada cuya función de salida es la que caracteriza la curva de recesión del hidrograma. A continuación voy a describir las funciones que intervienen en cada uno de los reservorios en que he dividido el sistema acuífero, incidiendo sobre todo en lo que se refiere a las franjas no saturada y saturada.

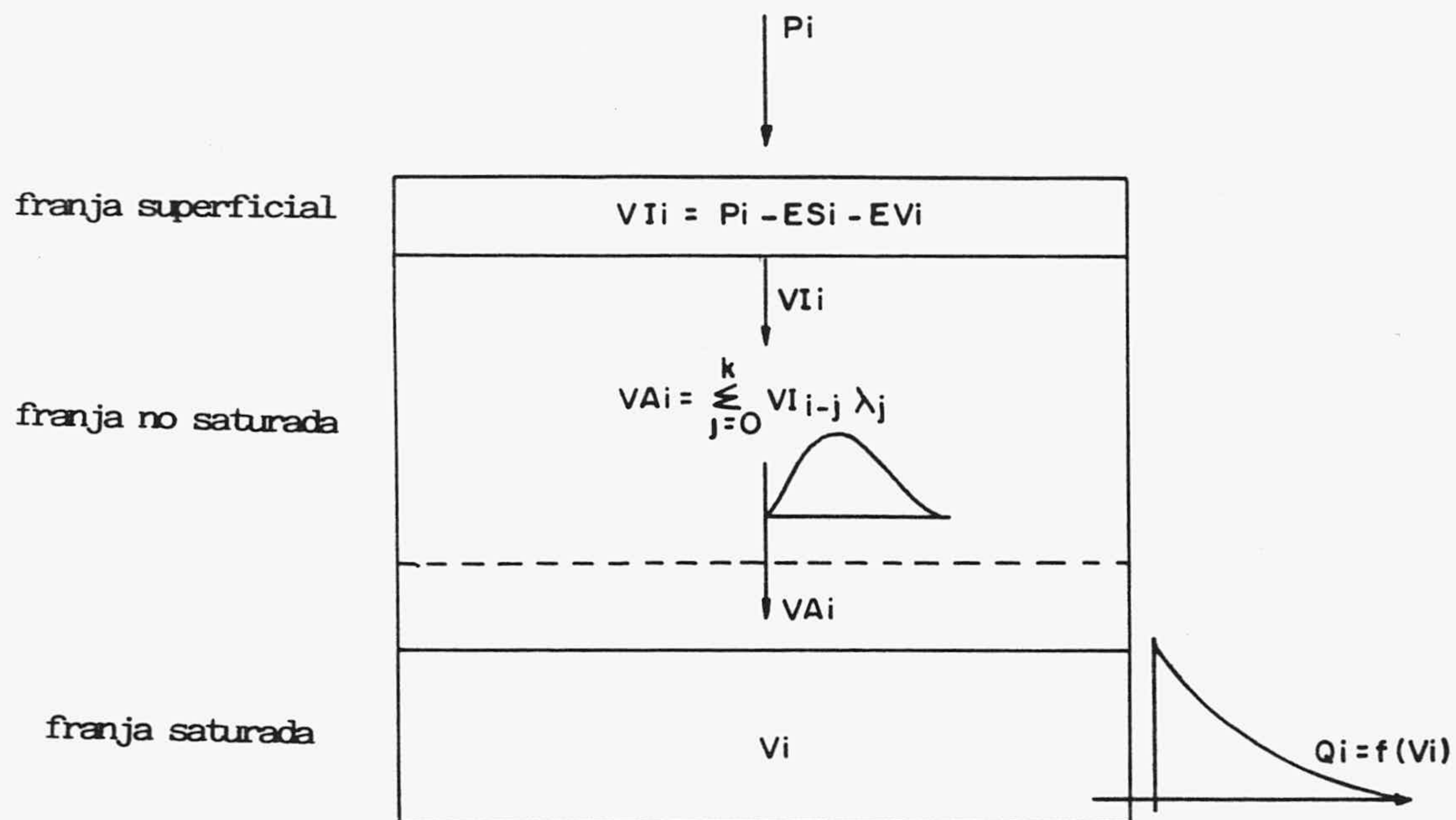


Fig. 109.- Esquema del funcionamiento de los tres reservorios empleados en el modelo TRIDEP.

Sea el hidrograma de una recesión representado en la figura 110, de manera que el caudal en un instante i puede ser obtenido en función del caudal en cualquier instante anterior: $Q_i = f(Q_{i-1})$. El incremento de volumen de agua en la franja saturada en el instante i (V_{A_i}) viene dado por

$$V_{A_i} = F(Q_i) - F(Q_{i-1}) \quad (11)$$

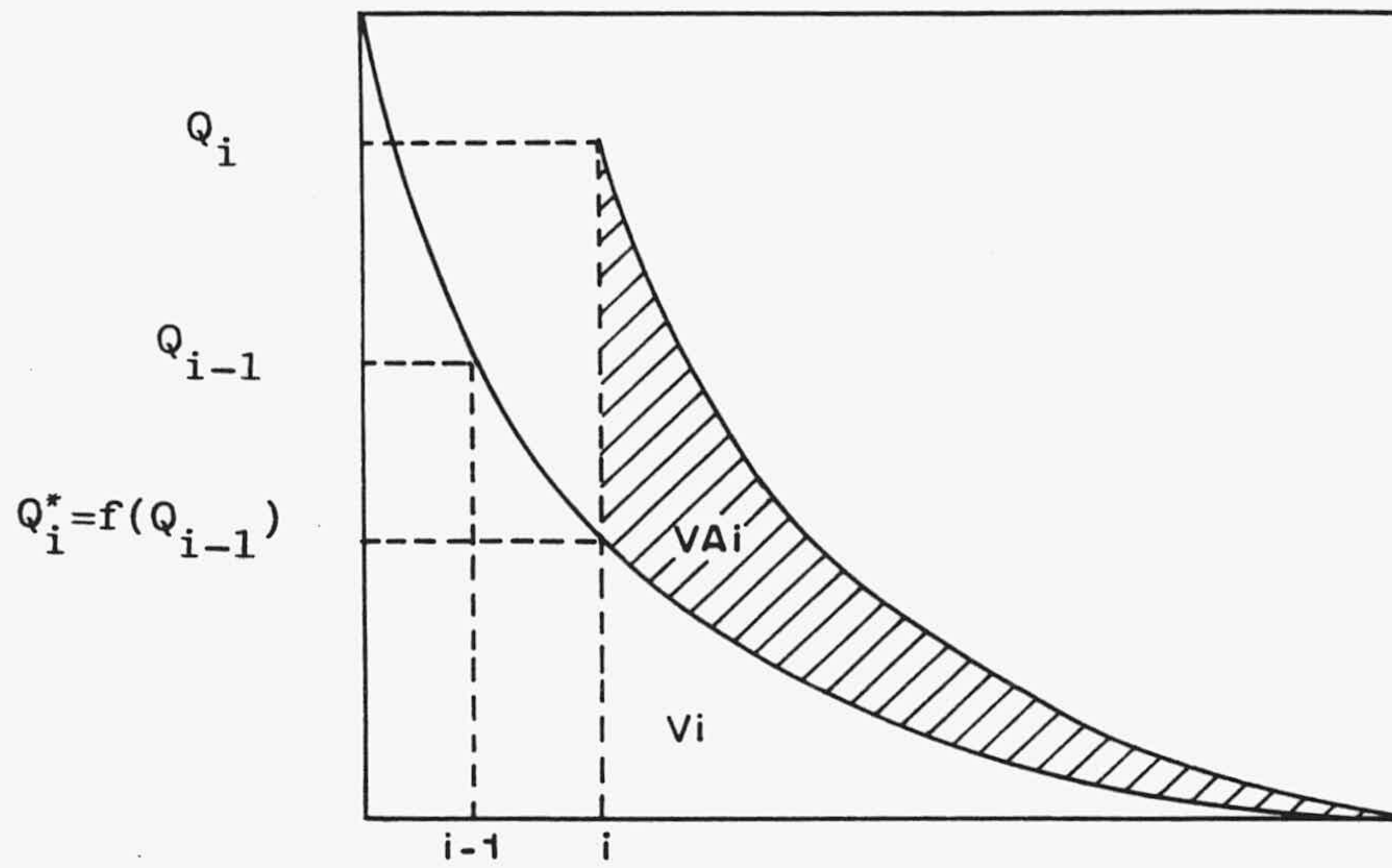


Fig. 110.- Esquema del procedimiento de cálculo del volumen de agua aportado a la franja saturada.

donde: Q_i indica el caudal del manantial en el instante i .
 $Q_i^* = f(Q_{i-1})$, el caudal en el instante i en el supuesto de que no hubiera aportaciones ni extracciones.
 Q_{i-1} el caudal en el instante $i-1$

$F(Q_i) = \int_i^{\infty} f(Q_i)$, representa el volumen almacenado en la franja saturada que puede ser drenado por el manantial (volumen dinámico).

Se puede obtener de esta forma, una vez ajustada la función $f(Q_i)$, a partir de una serie de N caudales una nueva serie de $N-1$ volúmenes aportados que serán función del caudal medido en el instante i y en el anterior $i-1$.

Supongo que la franja no saturada ejerce sobre la infiltración eficaz (VI_i) una función ponderadora que la descompone en un conjunto de volúmenes aportados al manto acuífero a lo largo del tiempo inmediatamente posterior al instante en que esta se produce (VA_{i+t}). Considero así mismo, que dicha descomposición es lineal en el tiempo y existe una proporcionalidad entre la infiltración y los volúmenes transmitidos, de manera que esta "regulación" puede ser expresada mediante una integral de convolución, de forma que

$$VI_i = \int_i^{\infty} VA_{i+t} \lambda_t dt$$

que en virtud de las propiedades de la misma, se puede escribir

$$VA_i = \int_{-\infty}^0 VI_{i-t} \lambda_t dt$$

donde λ_t representa el núcleo de la convolución o Kernel.

En el supuesto de que los parámetros del núcleo de la convolución puedan considerarse despreciables para $t > k$, la integral puede expresarse de forma discreta como

$$VA_i = \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j \quad (12)$$

Los coeficientes λ_j pueden ser estimados por el método de la transformada de Fourier, o resolviendo el sistema de ecuaciones resultante al minimizar de forma iterativa el error cuadrático medio entre los volúmenes calculados (ecuación 11) y los teóricos (ecuación 12), o cualquier otro método que se considere conveniente. No obstante, en provecho de una mejor simulación, lo mejor es calcularlos con la minimización de la función de error obtenida entre los caudales medidos y estimados.

Si sustituimos (12) en (11) y aislamos Q_i nos queda

$$Q_i = F^{-1}(F(Q_i^* + \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j)) \quad (13)$$

que permite obtener el caudal en función del caudal anterior y de la infiltración eficaz ocurrida en los k instantes anteriores. La existencia de extracciones en la franja saturada del sistema acuífero puede ser contemplada en la ecuación anterior, de forma que la nueva expresión queda

$$Q_i = F^{-1}(F(Q_i^* - VB_i + \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j)) \quad (14)$$

donde VB_i representa el volumen extraído en el instante i .

Si la infiltración eficaz fuera un fenómeno lineal respecto a la precipitación, bastaría con sustituirla en el desarrollo anterior por esta última. Sin embargo en la mayoría de los casos no es cierta esta proporcionalidad, sino que depende de fenómenos estacionales (temperatura y luminosidad), intensidad de las precipitaciones, condiciones de humedad del suelo, etc, por lo que es necesario estimar la infiltración eficaz por métodos empíricos (Thornthwaite, Kessler, Coutagne, ...). Estos métodos son los que considero forman la función de transferencia de la franja superficial.

3.4.2. Desarrollo teórico de las funciones

A) *La recesión*

Uno de los pasos más importantes en el ajuste del modelo es la elección de la función de recesión, pues es la que caracteriza la franja saturada, y además permite obtener los volúmenes aportados a la misma a través de la franja no saturada. Una de las condiciones que debe tener dicha función es la de ser relativamente fácil su integral definida, para poder aplicar las ecuaciones (11), (12), (13) y (14).

La recesión de la mayoría de los sistemas acuíferos se ajusta suficientemente bien a la fórmula de Maillet:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha t}$$

Con esta ecuación las funciones que intervienen en el modelo ideado son fácilmente obtenidas (PADILLA y PULIDO-BOSCH, 1988). Sin embargo, en la mayoría de los acuíferos kársticos la recesión inicial es muy rápida después de un aguacero (decrecida), pero al cabo de un cierto tiempo, se amortigua (agotamiento); por tanto difícilmente se podrá ajustar la recesión a una función lineal como la de Maillet. Considero conveniente utilizar la fórmula deducida por COUTAGNE (1968), que como se ha visto en el epígrafe 2.4 al analizar los hidrogramas de las surgencias kársticas, se ajusta bastante bien a las recesiones estudiadas. Como ya exponía anteriormente, dicha expresión se apoya en el postulado inicial

$$Q = C V^n$$

donde Q representa el caudal del manantial, V el volumen embalsado en la franja saturada si el agotamiento fuera completo e ininterrumpido, y n un exponente que puede variar entre 0 y 2. Por otra parte el caudal puede expresarse como

$$Q_t = -dV/dt$$

La solución de esta ecuación diferencial es para $n \neq 1$

$$Q_t = Q_0 (1 + (n-1) \alpha_0 t)^{n/(n-1)} \quad (15)$$

donde α_0 representa el coeficiente de recesión en el tiempo $t=0$ para Q_0 . Por otro lado, el coeficiente de decrecida (α_t) en cualquier instante t de la recesión viene dado por

$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + (n-1) \alpha_0 t)^{n/(1-n)} \quad (16)$$

Para dos instantes i e $i+1$ consecutivos de un hidrograma discretizado se puede escribir

$$Q_i = \alpha_0 (1 + (n-1) \alpha_0 t_i)^{n/(1-n)} \quad (17)$$

$$Q_{i+1} = \alpha_0 (1 + (n-1) \alpha_0 (t_i + \Delta t))^{n/(1-n)} \quad (18)$$

Al dividir (18) entre (17) y operando, se obtiene

$$(Q_{i+1}/Q_i)^{(1-n)/n} = 1 + ((n-1) \alpha_0 \Delta t) / (1 + (n-1) \alpha_0 t_i)$$

que, según (16), es equivalente a

$$(Q_{i+1}/Q_i)^{(1-n)/n} = 1 + (n-1) \alpha_i \Delta t$$

por tanto Q_{i+1} será igual a

$$Q_{i+1} = Q_i (1 + (n-1) \alpha_i \Delta t)^{n/(1-n)} \quad (19)$$

Al sustituir en la ecuación anterior Q_i de la expresión (17) y despejando α_i se obtiene que

$$\alpha_i = \alpha_0 (Q_0/Q_i)^{(1-n)/n} \quad (20)$$

Por tanto, el coeficiente de recesión en un instante i dependerá solamente del caudal del manantial en ese instante. Si se sustituye la ecuación anterior en la (19), el caudal del manantial en cualquier instante viene dado por

$$Q_{i+1} = Q_i [1 + ((n-1) Q_0^{(1-n)/n} \alpha_0 \Delta t / Q_i^{(1-n)/n})^{n/(1-n)}]$$

Si se dispone de un hidrograma discretizado en intervalos constantes, en el que se ha establecido un α_0 para un Q_0 invariante en el sistema acuífero, la ecuación anterior se puede escribir

$$Q_{i+1} = Q_i (1 + A/Q_i^{(1-n)/n})^{n/(1-n)} \quad (21)$$

donde A es una constante igual a $(n-1) Q_0^{(1-n)/n} \alpha_0 \Delta t$. Con esta última expresión se puede obtener el caudal en cualquier instante del hidrograma, en ausencia de aportaciones o extracciones, mediante el sólo conocimiento del caudal anterior.

B) Cálculo de los volúmenes aportados a la franja saturada

En el hidrograma de la figura 110, según la expresión (11), el volumen de agua aportado a la franja saturada en el instante i vendrá dado por el volumen dinámico almacenado en ese instante menos el que debería de tener en el caso de no haber aportaciones, es decir

$$VA_i = F(Q_i) - F(Q_i^*) = V_i - V_i^*$$

Si se considera como origen de tiempo $t=i=0$, el volumen dinámico vendrá dado, según (19),

$$V_i = \int_0^{\infty} Q_i (1 + (n-1) \alpha_i t)^{n/(1-n)} dt$$

resolviendo la integral anterior se tiene que

$$V_i = -(Q_i/\alpha_i) [(1 + (n-1) \alpha_i t)^{n/(1-n)}]_0^{\infty} \quad (22)$$

Para $n < 1$ el caudal de salida

$$Q_t = Q_i (1 + (n-1) \alpha_i t)^{n/(n-1)}$$

será igual a cero cuando $t = 1/((1-n) \alpha_i)$. En este caso

$$V_i = -(Q_i/\alpha_i) [(1 + (n-1) \alpha_i t)^{n/(1-n)}]_0^{1/((1-n)\alpha_i)}$$

que al resolver en (21) para $n < 1$ se obtiene

$$V_i = Q_i/\alpha_i$$

Para $n > 1$:

$$(1 + (n-1) \alpha_i t)^{1/(1-n)} = 0, \quad \text{si } t \rightarrow \infty$$

por tanto, resolviendo en (21)

$$V_i = Q_i/\alpha_i$$

Es decir, en cualquier caso para $n \neq 1$ el volumen dinámico almacenado en el instante i viene dado por $V_i = Q_i/\alpha_i$.

Si se sustituye α_i de la ecuación (20), entonces

$$V_i = Q_i^{1/n}/(\alpha_0 Q_0^{(1-n)/n})$$

Análogamente, V_i^* vendrá dado por

$$V_i^* = Q_i^{*1/n}/(\alpha_0 Q_0^{(1-n)/n})$$

El volumen aportado al sistema acuífero en el instante i se podrá determinar mediante la expresión

$$V_i - V_i^* = VA_i = (Q_i^{1/n} - Q_i^{*1/n})/(\alpha_0 Q_0^{(1-n)/n}) \quad (23)$$

donde Q_i^* se podrá calcular, según (21) por

$$Q_i^* = Q_{i-1} (1 + A/Q_{i-1}^{(1-n)/n})^{n/(1-n)}$$

Cuando $n=1$ la fórmula de Coutagne toma la misma forma que la de Maillet:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha t}$$

en la que α es constante ($\alpha = \alpha_0 = \alpha_i$)

Según IGLESIAS (1984) y PADILLA y PULIDO-BOSCH (1988), operando en esta expresión se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$Q_i^* = B Q_{i-1}$$

$$VA_i = (Q_i - Q_i^*)/\alpha \quad (24)$$

donde $B = cte = e^{-\alpha \Delta t}$.

C) Simulación

Como he descrito anteriormente, una vez establecidos los parámetros α_0 y n para un Q_0 , las ecuaciones (23) y (24) permiten obtener el volumen aportado a la franja saturada en cada instante i , que dependerá exclusivamente del caudal en ese instante y en el instante anterior.

El siguiente paso consiste en determinar los coeficientes λ_j de la ecuación (12), que constituyen el núcleo de convolución de la función de transferencia de la franja no saturada, con el objetivo de estimar teóricamente el volumen aportado a la franja saturada en función de la infiltración eficaz.

Finalmente, el caudal del manantial en cada intervalo de tiempo (\hat{Q}_i) podrá ser estimado resolviendo la ecuación (13); según la expresión (23) para $n \neq 1$:

$$\hat{Q}_i = (\alpha_0 Q_0^{(1-n)/n} \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j + Q_i^{*1/n})^n \quad (25)$$

y según la expresión (24) para $n=1$:

$$\hat{Q}_i = \alpha \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j + Q_i^* \quad (26)$$

La existencia de extracciones de agua en la franja saturada puede ser incorporada al modelo; el comportamiento medio del caudal del manantial puede ser estimado según (14), para $n \neq 1$ por

$$\hat{Q}_i = (\alpha_0 Q_0^{(1-n)/n}) \left(\sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j - VB_i \right) + Q_i^{*1/n})^n \quad (27)$$

y para $n=1$:

$$\hat{Q}_i = \alpha \left(\sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j - VB_i \right) + Q_i^* \quad (28)$$

3.4.3. Aplicación al acuífero de El Torcal de Antequera

El ajuste del modelo lo he realizado sobre un total de 366 datos de caudal y de precipitaciones discretizadas en intervalos de tres días, que comprenden un total de tres ciclos hidrológicos, desde el 1 de octubre de 1974 hasta el 30 de septiembre de 1977.

Como datos de entrada al modelo he utilizado la lluvia útil calculada a nivel diario por el método de THORNTHWAITE (1948) mediante el programa *EVADIA* (PADILLA Y PULIDO-BOSCH, 1986), integrando los resultados en intervalos de tres días, para lo cual ha sido necesario disponer de las temperaturas medias mensuales, cuya utilización en lugar de la diaria, apenas si introduce modificación de los resultados en estas latitudes (PADILLA y PULIDO-BOSCH, op. cit.). La reserva de agua utilizable por las plantas (RAU) que he usado, ha sido de 100 mm; este valor puede parecer excesivo para un afloramiento carbonatado, que en superficie presenta una morfología tan característica de torcal; pero como también se demuestra en el mencionado artículo, la irregularidad temporal en la distribución de la precipitación, tan característica de estos climas semiáridos, implica que la lluvia útil obtenida a nivel diario esté generalmente sobrestimada, al considerar los valores clásicos de RAU dados para los carbonatos por la literatura clásica. Por otro lado, si supongo que la lluvia útil obtenida corresponde esencialmente a la infiltración eficaz (la escorrentía en El Torcal es prácticamente despreciable), representa un

valor medio del 56% de la precipitación, que coincide con lo obtenido en el balance medio del acuífero, realizado en el epígrafe 3.2.

En el estudio del análisis de hidrogramas realizado en el epígrafe 3 de la primera parte, mostraba que la curva de recesión del manantial de La Villa se ajustaba perfectamente a la expresión de Maillet, con un coeficiente de agotamiento de 0.0125 días^{-1} ; por tanto, para el cálculo de los volúmenes aportados a la franja saturada a partir del hidrograma, he utilizado la expresión (24), descrita anteriormente.

Si el correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal representa la función impulso-respuesta de la totalidad del sistema, el correlograma cruzado entre la lluvia útil y los volúmenes aportados a la franja saturada indicarán la función impulso-respuesta de la franja no saturada. La comparación de ambas funciones (Fig. 111) muestra, lógicamente, que la duración de la respuesta del manantial es mucho más larga que la de la franja no saturada; mientras que la primera tiene, aproximadamente, una duración de 120 días, con el máximo situado a 24 días de producirse el aguacero, en la segunda la duración es de unos 27 días y el máximo situado entre 6 y 12 días de retraso.

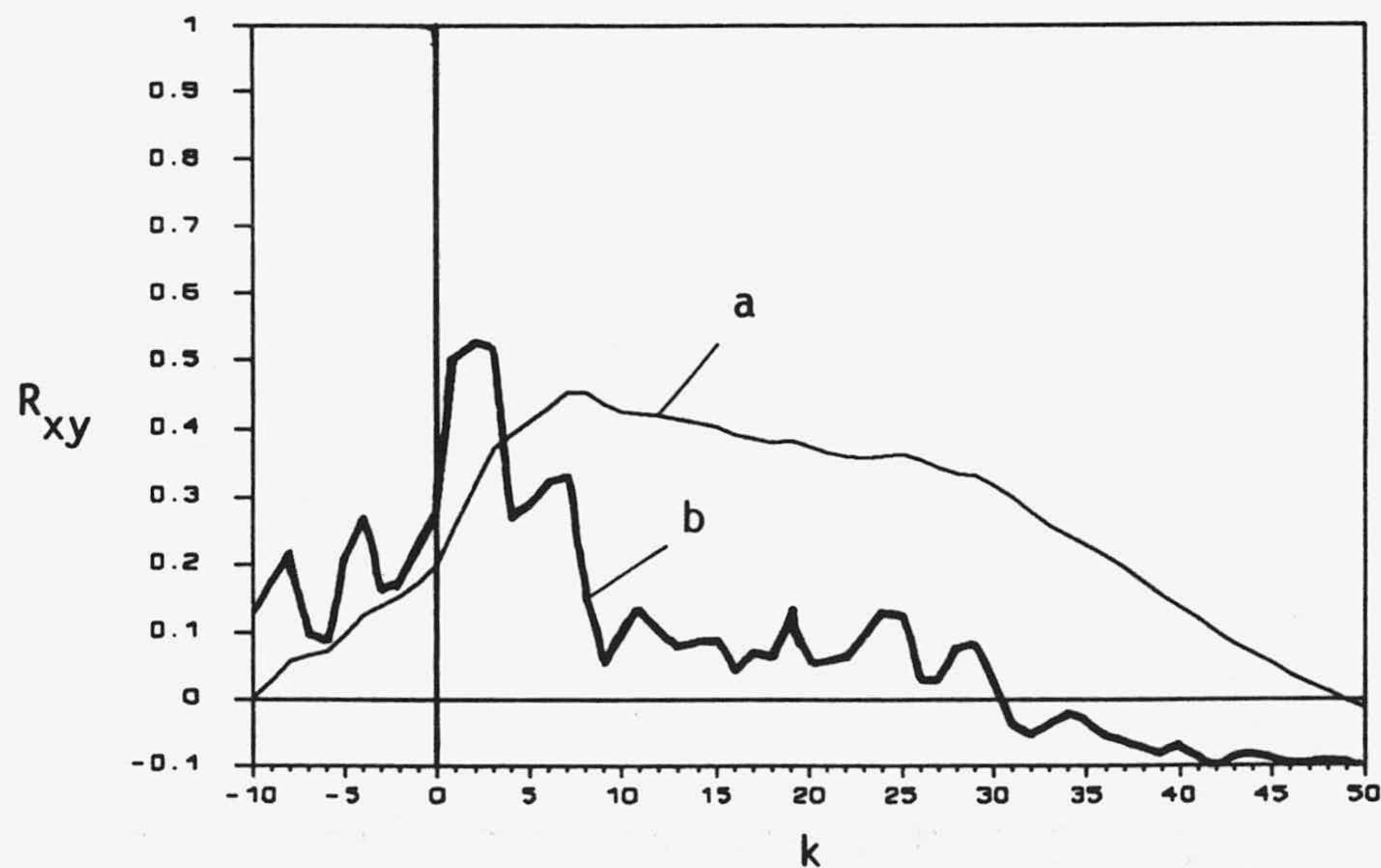


Fig. 111.- a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada en el acuífero de El Torcal.

Los coeficientes calculados para el núcleo de convolución que constituye la función de transferencia de la franja no saturada se representan en la figura 112. La escala de la izquierda indica el porcentaje de lluvia útil que se infiltra en el acuífero, teniendo en cuenta una superficie de 28 km², y la de la derecha el valor que toman los coeficientes con la lluvia útil en mm. El total de parámetros significativamente diferentes de cero ha sido de 8, por tanto la totalidad de la infiltración eficaz ocurrida en un instante tarda en incorporarse a la franja saturada 24 días, con el máximo situado en el tercer intervalo, entre 9 y 12 días.

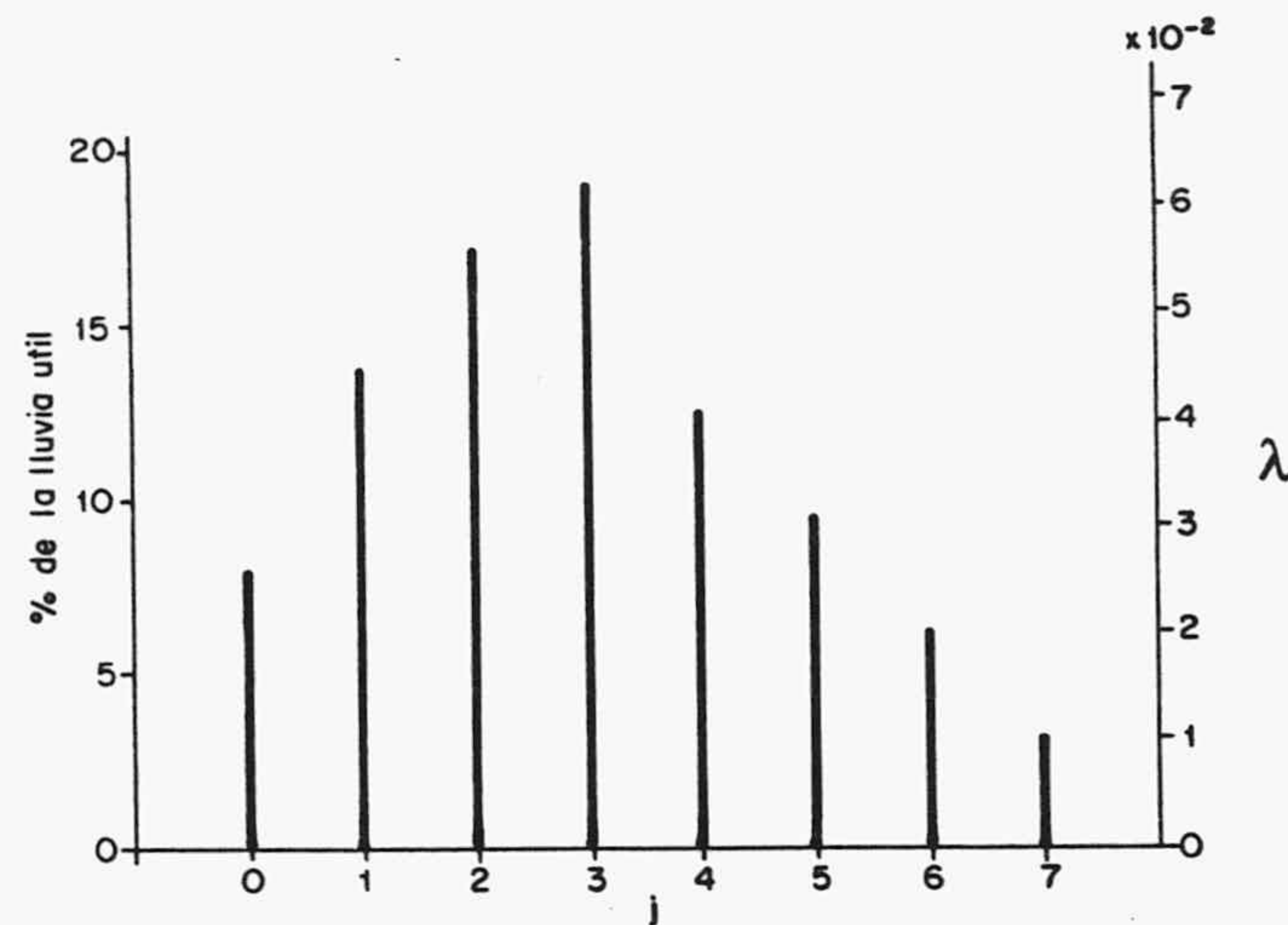


Fig. 112.- Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de El Torcal. La escala de la derecha representa su valor al tomar la lluvia útil en mm.

La suma total de los coeficientes representa el 90% del volumen de lluvia útil. Esta pequeña diferencia del 10% puede ser explicada por muchas causas, entre las que puedo mencionar: sobrestimación de la lluvia útil, salidas no controladas (existe un pequeño manantial que arroja un caudal medio de 10 l/s que no he tenido en cuenta), sobrestimación de la cuenca vertiente, error en las medidas de caudales (como ya he mencionado anteriormente, los caudales bajos han tenido que ser estimados) y, lo que es más verosímil, errores inherentes a la calibración del modelo.

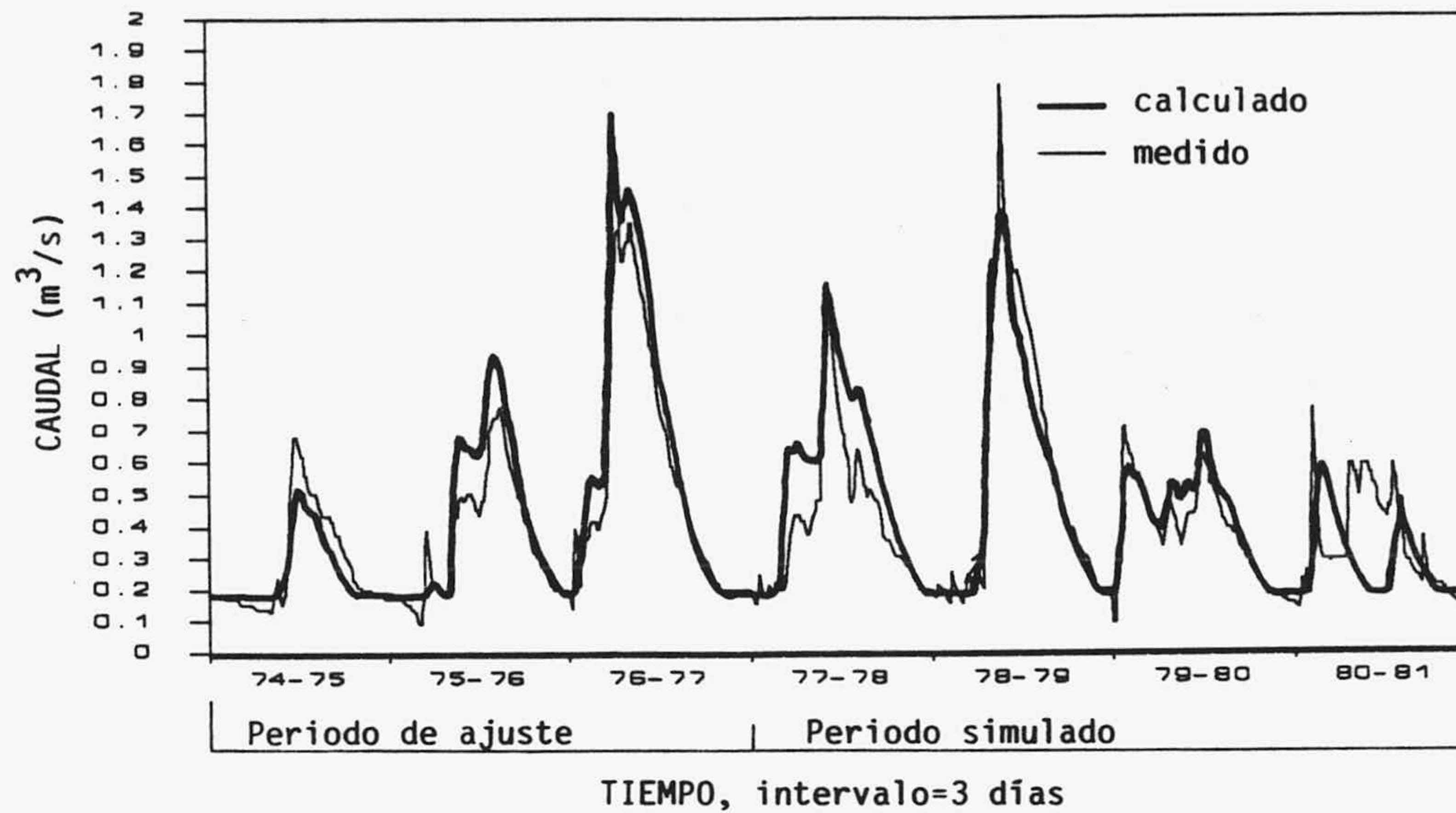


Fig. 113.- Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de El Torcal.

	Serie total			Serie simulada		
	Q_t	\hat{Q}_t	E	Q_t	\hat{Q}_t	E
MEDIA	0.411	0.414	0.078	0.413	0.415	0.090
VARIANZA	0.079	0.085	0.007	0.069	0.076	0.009
% DM	-0.7			-0.5		
% DV	-7.6			-10.1		

Tabla XV.- Estadísticos representativos de la simulación realizada en El Torcal con el modelo TRIDEP: Q_t , caudal medido; \hat{Q}_t , caudal calculado; E, media del valor absoluto de los errores cometidos; %DM y %DV, porcentaje de variación respecto a la serie real de la media y varianza respectivamente.

La simulación de los caudales del manantial de La Villa, mostrada en la figura 113, la he realizado con la expresión (26). He considerado $0.180 \text{ m}^3/\text{s}$ como el caudal mínimo del manantial, debido a que por debajo de éste el error en la medida es muy alto, por la causa repetidamente expuesta. Se puede comprobar que el ajuste es bastante aceptable, tanto

para el periodo de calibrado como el simulado (los cuatro ciclos hidrológicos posteriores) la amplitud de los mismos en los caudales calculados coincide muy bien con los reales, salvo en el último año, en el que, al igual que ocurría al ajustar el modelo ARMAX, existen incongruencias entre las precipitaciones y los caudales, posiblemente debido a grandes errores de medida en estos últimos.

En la tabla XV se dan los valores de algunos estadísticos representativos de los resultados del modelo ajustado, tanto para la totalidad de la serie, como sólo para la simulada. Se puede comprobar que la media de los errores cometidos ($E_t = \text{ABS}(Q_t - Q_i)$) es pequeña. Los porcentajes obtenidos de variación de la media y varianza de la serie simulada respecto a la real (-0.5% y -10.1%, respectivamente) son muy bajos si los comparamos con las obtenidas al aplicar el modelo ARMAX (-11.8% y 18.9%), lo cual es indicativo de la mejor aproximación conseguida.

Una vez calibrado el modelo he realizado una serie de supuestas simulaciones en las que considero que existe una extracción de agua en la franja saturada, llevadas a cabo gracias a la expresión (28), con el doble objetivo de observar la incidencia que se produciría en el caudal del manantial de La Villa; y la evolución, tanto del volumen dinámico, como su eventual déficit bajo la cota del manantial.

Tengo que aclarar que los resultados obtenidos deben entenderse como representativos de la media del sistema y en ningún caso pretenden reflejar una situación real. Es bien sabido que un sondeo situado en las proximidades del manantial afectaría inmediatamente al caudal del mismo, por el contrario, uno distante, sólo afectaría al cabo de un cierto tiempo, que dependería de la conductividad hidráulica del sistema; además, las supuestas extracciones las considero siempre posibles, es decir, existe siempre suficiente espesor saturado para que el caudal bombeado no se interrumpa. En la tabla XVI puede verse un resumen de los resultados obtenidos con las distintas simulaciones.

En el primer caso he supuesto una extracción continua durante todo el año de 0.200 m³/s, aproximadamente el 50% de los recursos, que coincide con la demanda de la población de Antequera. Como muestra la figura 114(A), el manantial de La Villa solamente se agotaría en algunos meses de otoño, y durante más tiempo en los años muy secos, como el 74-75 y 80-81, pero vuelve a recuperarse durante los meses húmedos. El caudal medio que arroja el manantial bajo estas condiciones es de 0.215 m³/s (la suma del

	A	B	C	D
Caud. Med. Manan.	0.215	0.130	0.312	0.170
Caud. Med. Extr.	0.200	0.300	0.104	0.256
Def. Max. (hm ³)	-3.0	-7.5	-3.0	-6.5
% Regulado	48	72	25	62

Tabla XVI.- Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en El Torcal. A) extracción continua de 0.200 m³/s, B) igual que A más 0.300 m³/s en los meses comprendidos entre junio y septiembre, C) igual que A pero sólo cuando no sean satisfechas las demandas por el manantial y D) igual que B pero sólo cuando no son satisfechas las demandas.

caudal medio del manantial y el extraído no es igual a la media del caudal en condiciones naturales, puesto que como puede observarse en la figura 114(B), existe déficit en el último año). La figura 114(B) representa en la parte positiva la evolución del volumen dinámico, idéntico al caudal del manantial cuando existe, y en la parte negativa el déficit de agua bajo la cota de la surgencia.

El mayor déficit se produce en el año 75-76 con 3 hm³, suponiendo una porosidad media en el acuífero del 2% y 28 km² de superficie piezométrica constante, equivaldría a un descenso de niveles máximo de 5 metros en el periodo simulado, que teniendo en cuenta las características geológicas, puede ser perfectamente soportado por el acuífero. Se podría concluir que con una regulación del 50% de los recursos del manantial, equivalentes a los recursos del acuífero por tratarse de un sistema aislado, los descensos medios ocasionados son muy pequeños.

En el segundo caso simulado he incrementado las extracciones en 0.300 m³/s durante los meses de estiaje, desde junio a septiembre, coincidiendo con la época de mayor demanda agrícola. Como muestra la figura 115(A), en estas condiciones el manantial arrojaría agua sólo durante los meses de mayor pluviosidad; y en los ciclos de escasa precipitación, como el 80-81, estaría totalmente seco durante todo el año. El caudal medio

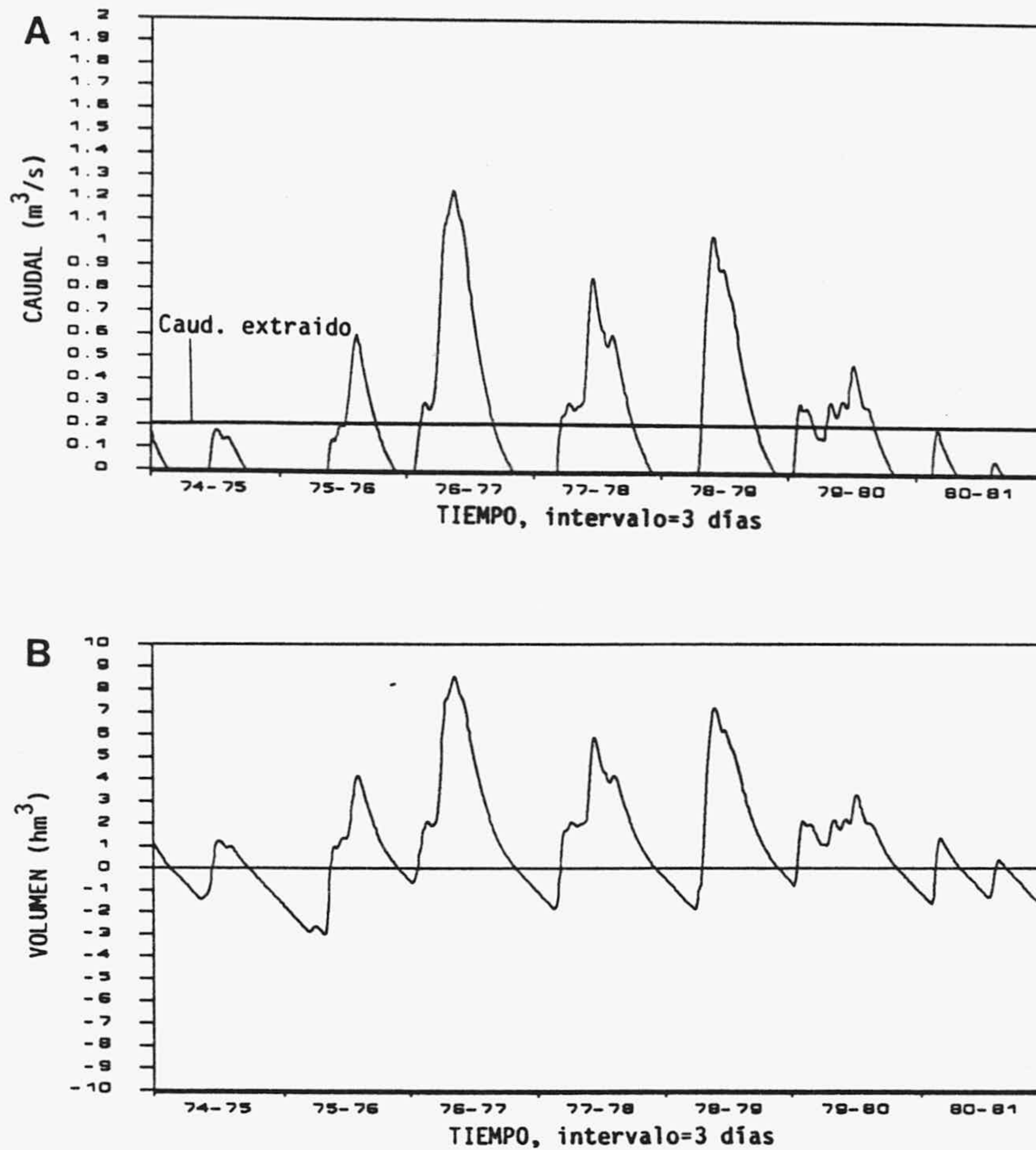


Fig. 114.- Primer caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

es $0.130 \text{ m}^3/\text{s}$, la regulación del acuífero resulta ser muy alta, del orden del 72% de los recursos, lo cual puede llegar a ser muy interesante, si este es el objetivo que se persigue.

El déficit de agua en el acuífero es elevado en los meses de estiaje (Fig. 115 B), llegando a ser máximo en aquellos años en los que no se recuperan las reservas, como ocurre en el último año simulado, con 7.5 hm^3 , lo que equivaldría, con los mismos valores que el caso anterior, a un descenso medio de 13.5 metros.

Los dos casos anteriormente expuestos no responderían a las supuestas condiciones reales del sector, puesto que estando situada la surgencia a cota relativamente alta, las extracciones sólo tendrían lugar en el caso de que el caudal del manantial no satisficiera las necesidades de la demanda. Por ello he considerado otros dos nuevos casos similares a los anteriores pero la extracción está condicionada al caudal del manantial.

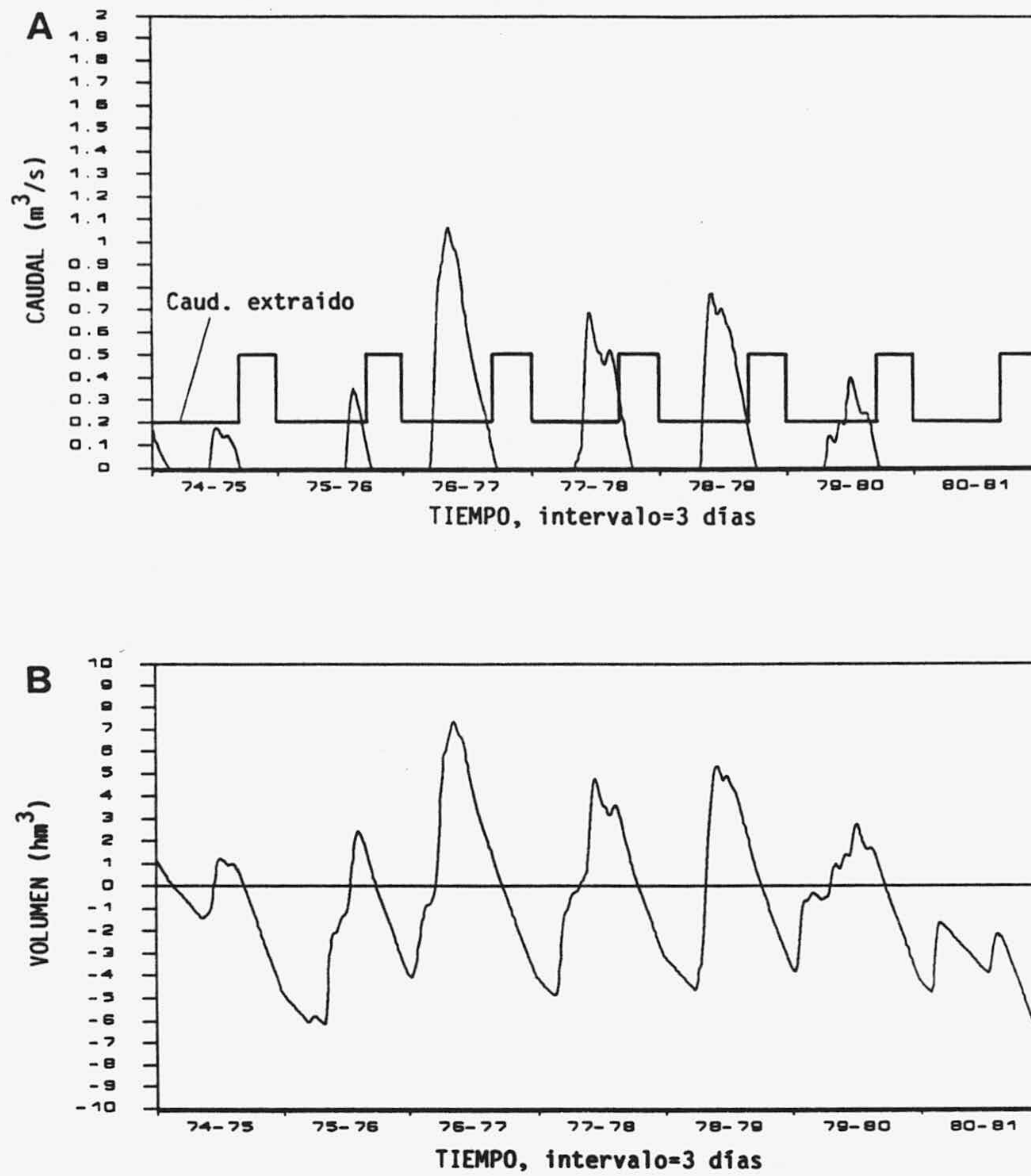


Fig. 115.- Segundo caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

En este tercer caso he supuesto que sólo se realizan bombeos cuando el manantial suministra menos de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$. La figura 116(A) muestra que el manantial se secaría tan sólo durante unos pocos meses en los años de pluviometría media, entre octubre y diciembre; solamente en los años secos dejaría de suministrar agua durante más tiempo. El caudal medio que arroja es de $0.312 \text{ m}^3/\text{s}$. Los bombeos quedarían reducidos, aproximadamente, a la mitad del tiempo, siendo necesario extraer un caudal medio de $0.104 \text{ m}^3/\text{s}$, lo que equivale a una regulación del 25%. Como muestra la figura 116(B), los déficits ocasionados serían bastante menores en los años medios que en el primer caso, aunque en los años secos se llegarían a los mismos valores.

Por último, en un cuarto supuesto he considerado una demanda igual que en el segundo caso, pero condicionando las extracciones al caudal del manantial. Bajo estas condiciones solamente no será necesario bombear agua del acuífero durante unos pocos meses al año (Fig. 117(A); los déficits provocados por las fuertes extracciones de verano

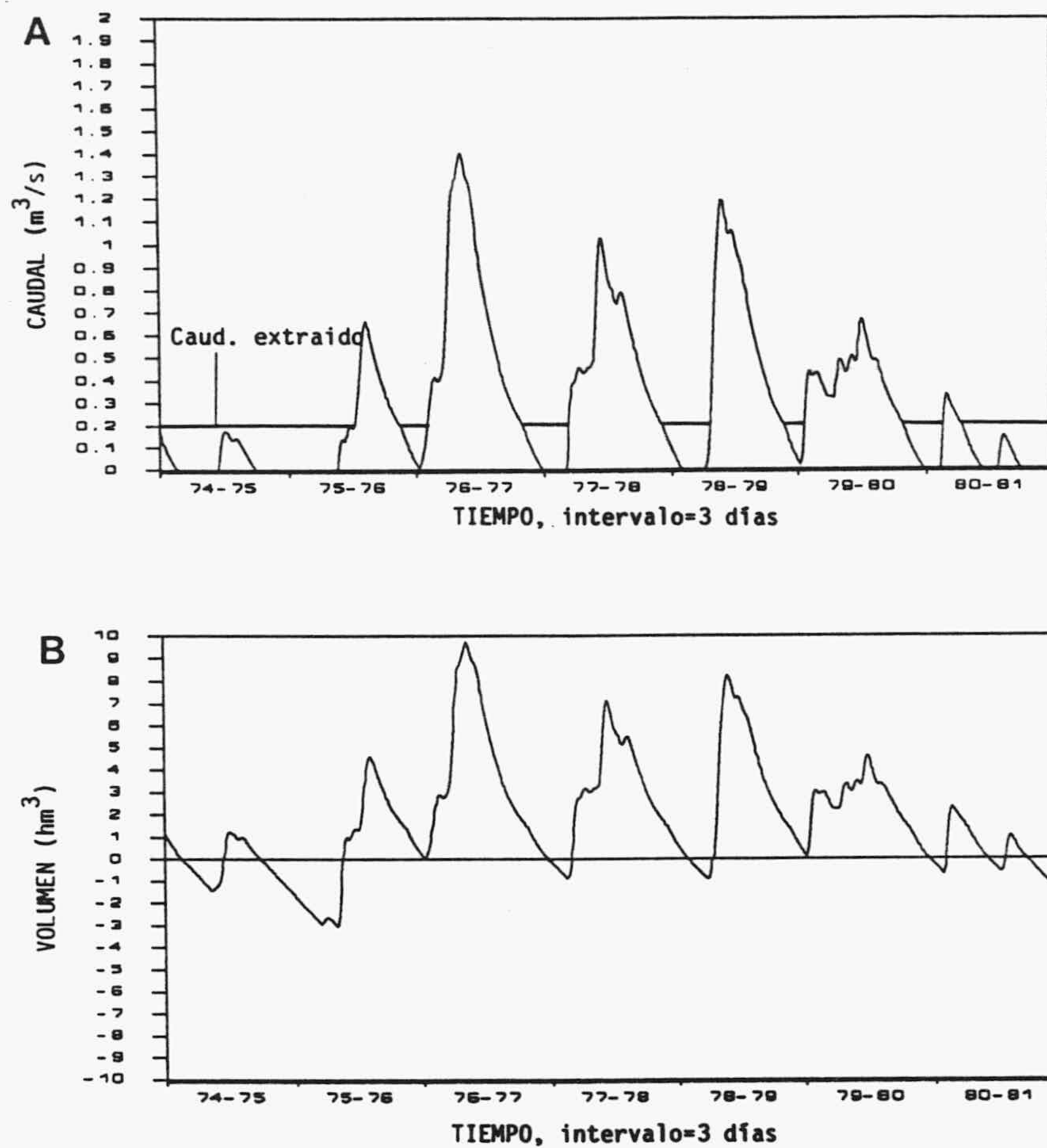


Fig. 116.- Tercer caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

no se consiguen recuperar hasta bien entrada la época de lluvias. El caudal medio del manantial es de $0.170 \text{ m}^3/\text{s}$, y el que se necesita extraer es de $0.256 \text{ m}^3/\text{s}$, 44 l/s menos que en el segundo caso simulado. Los déficits provocados en el acuífero (Fig. 117 B), si bien algo inferiores, son de la misma magnitud que en el caso de considerar bombeos continuos.

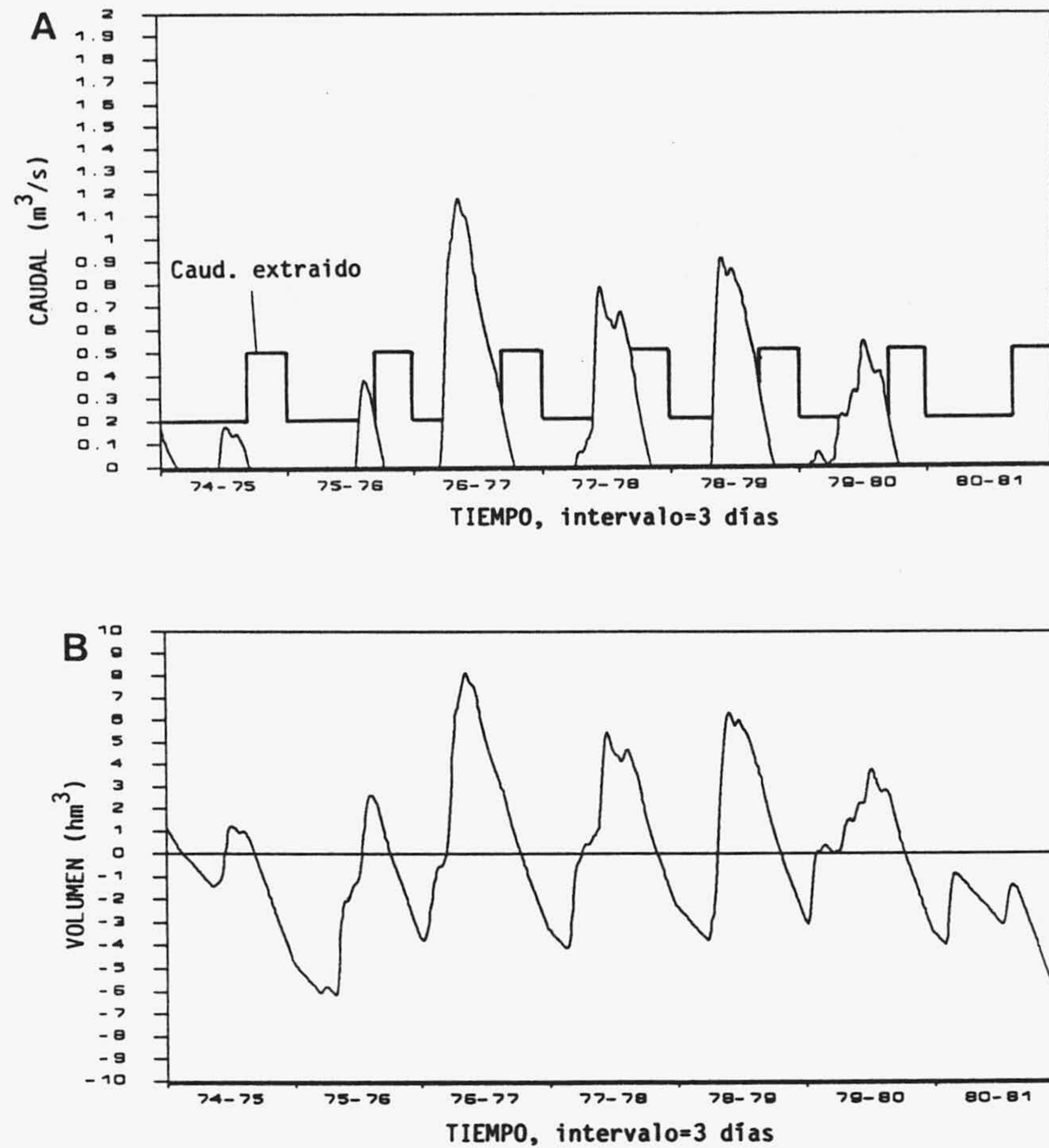


Fig. 117.- Cuarto caso simulado en El Torcal: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

3.4.4. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna

Al igual que en los modelos ARMAX, para ajustar el modelo he utilizado los caudales y las precipitaciones, discretizadas en intervalos de 3 días, de los tres primeros ciclos hidrológicos de los cuatro disponibles, desde el 1 de octubre de 1973 hasta el 30 de septiembre de 1976, un total de 366 datos por serie.

En un primer intento, al igual que en El Torcal, he considerado como datos de entrada al modelo la lluvia útil, calculada a nivel diario por el método de Thornthwaite, agrupada posteriormente en intervalos de 3 días, con un valor de RAU igual a 90 mm. La lluvia útil así obtenida, asimilable a la infiltración eficaz, representa el 44% de la precipitación, que coincide con la obtenida en el balance medio realizado en el epígrafe 3.2. Los caudales medidos y calculados, después de todo el proceso de optimización, se

representan en el hidrograma de la figura 118. Se puede observar que, si bien las crecidas y su posterior recesión coinciden bastante bien en las épocas de invierno, las que se producen en los restantes meses apenas si son detectadas por el modelo, debido al filtro que produce el propio método de cálculo de la lluvia útil. El amortiguamiento del sistema originado por los 90 mm de capacidad del suelo -reservorio superior-, implica que las escasas y esporádicas precipitaciones fuera de los meses lluviosos, no tengan un reflejo en el caudal de la surgencia, lo que no concuerda con la realidad del acuífero, en el que como se ha podido comprobar anteriormente, existe una componente de circulación rápida no regulada. Por todo esto, en un segundo intento he utilizado directamente la precipitación como datos de entrada; como se verá más adelante, los resultados obtenidos son bastante más satisfactorios.

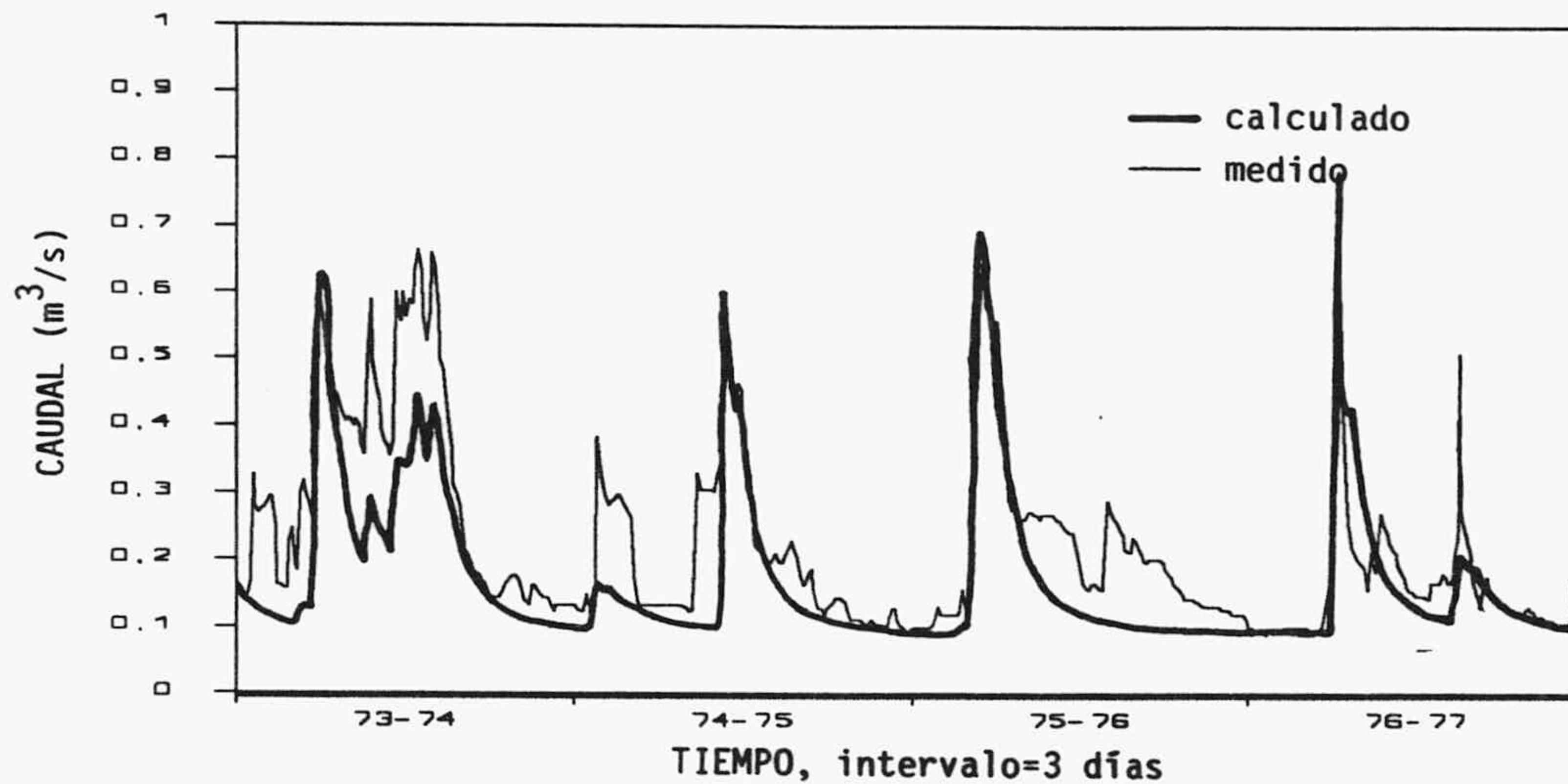


Fig. 118.- Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Simat utilizando como dato de entrada la lluvia útil estimada.

Al analizar las recesiones de las surgencias se constataba que la expresión de Coutagne se ajusta bastante bien a la del manantial de F. Mayor, si bien era necesario introducir un caudal base ($Q_b=0.090 \text{ m}^3/\text{s}$), que podría representar entradas ocultas al sistema. Se puede comprobar fácilmente que con la inclusión de un caudal base en la formulación descrita anteriormente, las expresiones utilizadas en el modelo quedan de la

siguiente forma:

para el caudal en ausencia de aportaciones

$$Q_i^* = (Q_{i-1} - Q_b) [1 + A / (Q_{i-1} - Q_b)^{(1-n)/n}]^{n/(1-n)} + Q_b$$

en la que $A = (n-1) (Q_0 - Q_b)^{(1-n)/n} \alpha_0 \Delta t$

para el volumen aportado a la franja saturada

$$VA_i = [(Q_i - Q_b)^{1/n} - (Q_i^* - Q_b)^{1/n}] / [\alpha_0 (Q_0 - Q_b)^{(1-n)/n}]$$

para el caudal simulado

$$\hat{Q}_i = [\alpha_0 (Q_0 - Q_b)^{(1-n)/n} \sum_{j=0}^k VI_{i-j} \lambda_j + (Q_i^* - Q_b)^{1/n}]^n + Q_b$$

y para el caudal simulado con extracciones

$$\hat{Q}_i = [\alpha_0 (Q_0 - Q_b)^{(1-n)/n} (\sum_{j=1}^k VI_{i-j} \lambda_j - VB_i) + (Q_i^* - Q_b)^{1/n}]^n + Q_b$$

Los parámetros que he ajustado para las recesiones de F. Mayor han sido: $n=1.5$, $\alpha_0=0.04$ días⁻¹, $Q_0=0.71$ m³/s y $Q_b=0.09$ m³/s. Con estos valores he calculado los volúmenes aportados a la franja saturada en cada intervalo de tiempo. Resulta interesante comparar los correlogramas cruzados entre la precipitación y el caudal del manantial y entre la precipitación y el volumen aportado, como se muestra en la figura 119. Se puede observar que la función impulso-respuesta de la franja no saturada es mucho más corta y con bastante más amplitud que la del sistema en su conjunto. En el primer caso, el máximo de la respuesta es instantáneo con una duración de apenas 9 días; estos resultados coinciden con los obtenidos en el análisis cruzado, sobre todo en el dominio frecuencial; existía señal de entrada que no era totalmente filtrada por el sistema, en la función de fase se observaba una clara alineación de los puntos que indicaba retrasos muy cortos en la respuesta, como consecuencia de las rápidas aportaciones.

He obtenido 3 coeficientes significativamente diferentes de cero, para la función de transferencia de la franja no saturada (Fig. 120); su suma representa el 24% de la precipitación caída en los 20 km² de superficie vertiente hacia el manantial. La diferencia

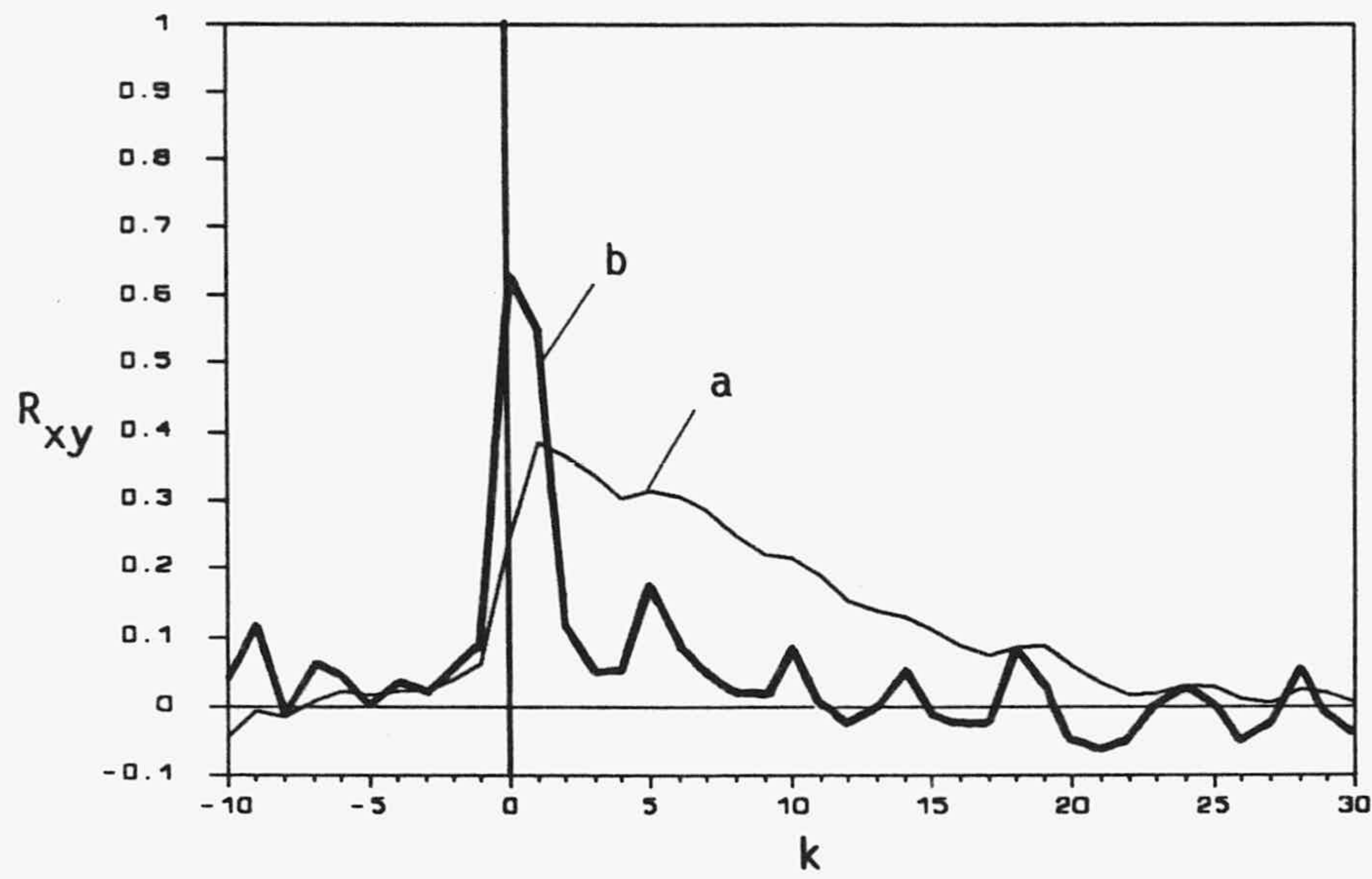


Fig. 119.- a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal; y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada del acuífero de Simat.

con el 44%, obtenido en el balance medio del sistema, está en las aportaciones suplementarias que he tomado como caudal base y que pueden ser debidos a una alimentación oculta procedente de otros sistemas anexos.

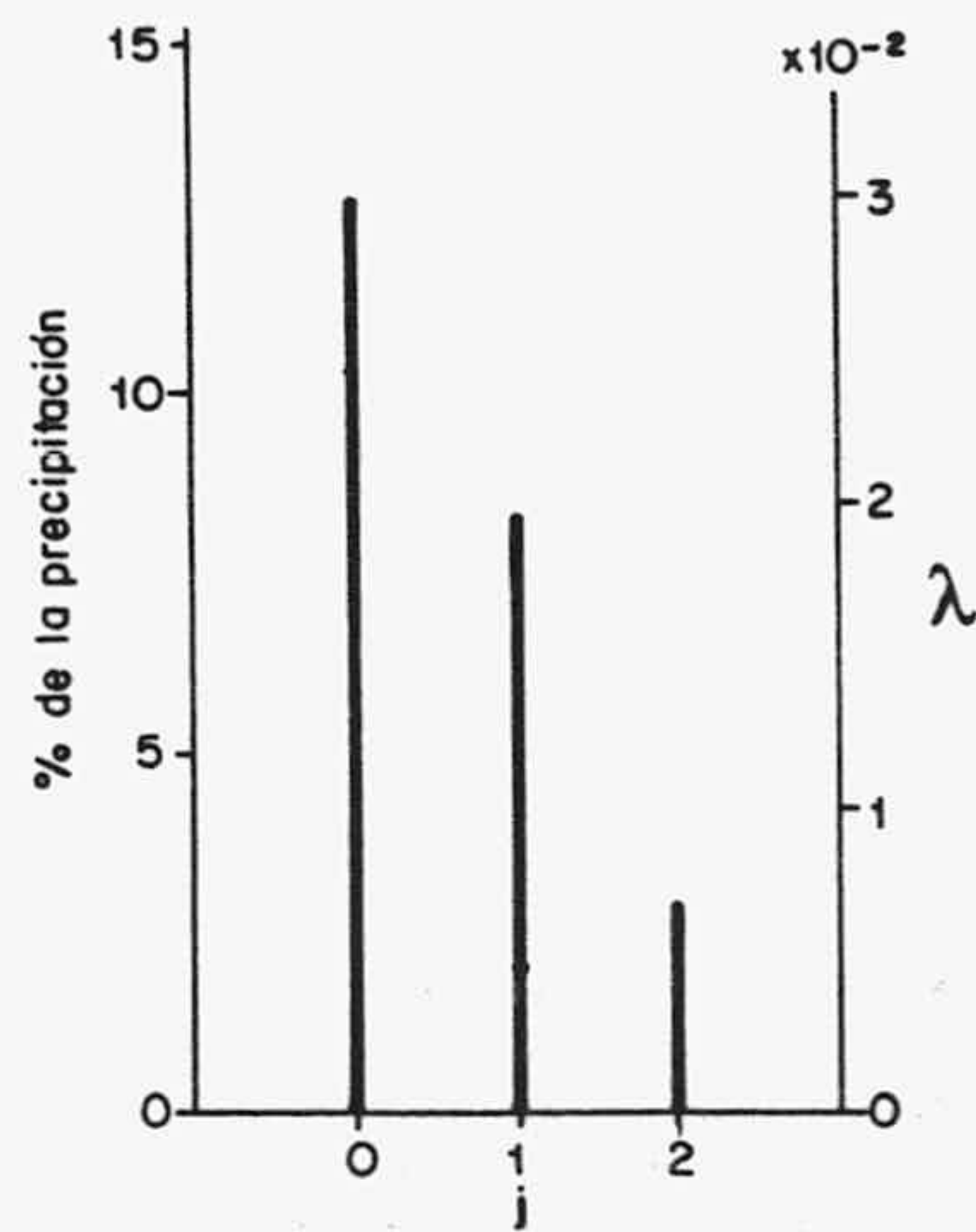


Fig. 120.- Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de Simat. La escala de la derecha representa su valor al tomar la precipitación en mm.

En la figura 121 represento el caudal calculado y el medido para la totalidad de los cuatro ciclos disponibles. Se puede observar que, en general, el ajuste es bastante aceptable; la posición de la mayoría de los picos coincide con los reales, así como las recesiones. No obstante se observan algunas diferencias en la amplitud de las crecidas y en ciertos sectores del hidrograma en los que el caudal es constante durante un cierto tiempo; estas últimas, más bien parecen ser debidas a errores en las medidas.

En la tabla XVII indico el valor que toman algunos estadísticos de los resultados obtenidos al ajustar el modelo. Para la serie total las diferencias de las medias y varianzas entre la serie calculada y medida es muy pequeña. Para la serie simulada estas diferencias son bastante más grandes, hay que tener en cuenta que en este último ciclo parece haber crecidas en los caudales que no tienen como causa la precipitación, lo que introduce un error suplementario. No obstante, al comparar estos resultados con los obtenidos al aplicar el modelo ARMAX (diferencias de -49% y -32% para las medias y varianzas, respectivamente) se comprueba que los errores quedan reducidos a la mitad.

Con los parámetros ajustados he procedido a la simulación de dos supuestos en los que he considerado sendos regímenes de extracciones; un resumen de los resultados se refleja en la tabla XVIII.

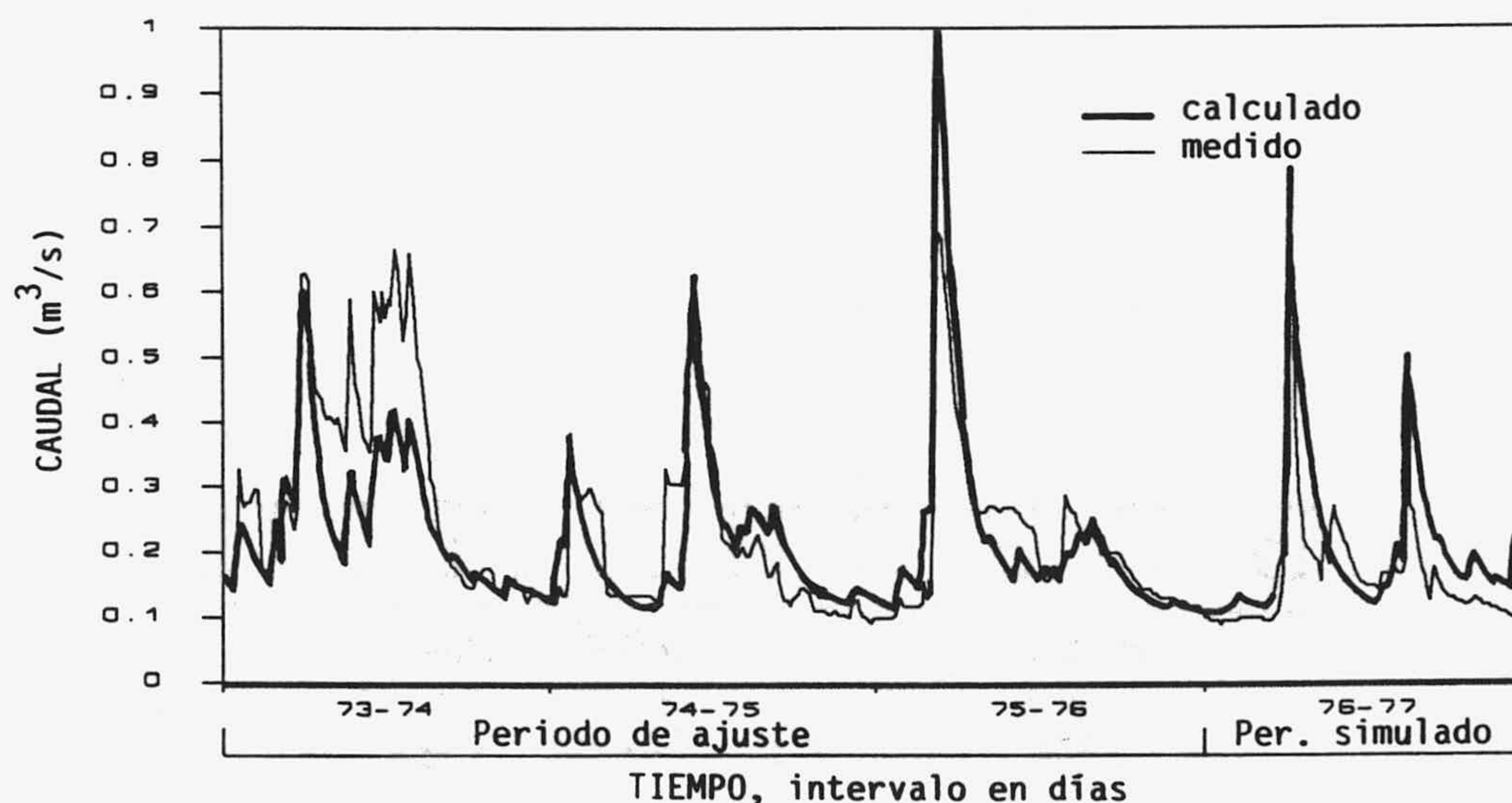


Fig. 121.- Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Simat tomando como dato de entrada la precipitación.

	Serie total			Serie simulada		
	Q_t	\hat{Q}_t	E	Q_t	\hat{Q}_t	E
MEDIA	0.224	0.219	0.059	0.162	0.202	0.059
VARIANZA	0.019	0.016	0.004	0.009	0.011	0.002
% DM	2.2			-24.7		
% DV	15.8			-22.2		

Tabla XVII.- Estadísticos representativos de la simulación realizada en Simat con el modelo TRIDEP.

	A	B
Caud. Med. Manan.	0.068	0.042
Caud. Med. Extr.	0.150	0.183
Def. Max. (hm^3)	-0.5	-1.7
% Regulado	67	82

Tabla XVIII.- Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en Simat. A) extracción continua de $0.150 m^3/s$ y B) extracción continua de $0.100 m^3/s$, incrementada durante los meses comprendidos entre abril y agosto, inclusive, en $0.200 m^3/s$.

En un primer caso he considerado la extracción de $0.150 m^3/s$ continuos durante todo el año. La figura 122(A) refleja que los picos de los caudales siguen siendo pronunciados, el déficit se compensa rápidamente con precipitaciones medianas; no ocurre así con los caudales medios y bajos, sobre todo en lo que respecta al caudal base, que como es de esperar, es totalmente extraído. El manantial se secaría principalmente durante

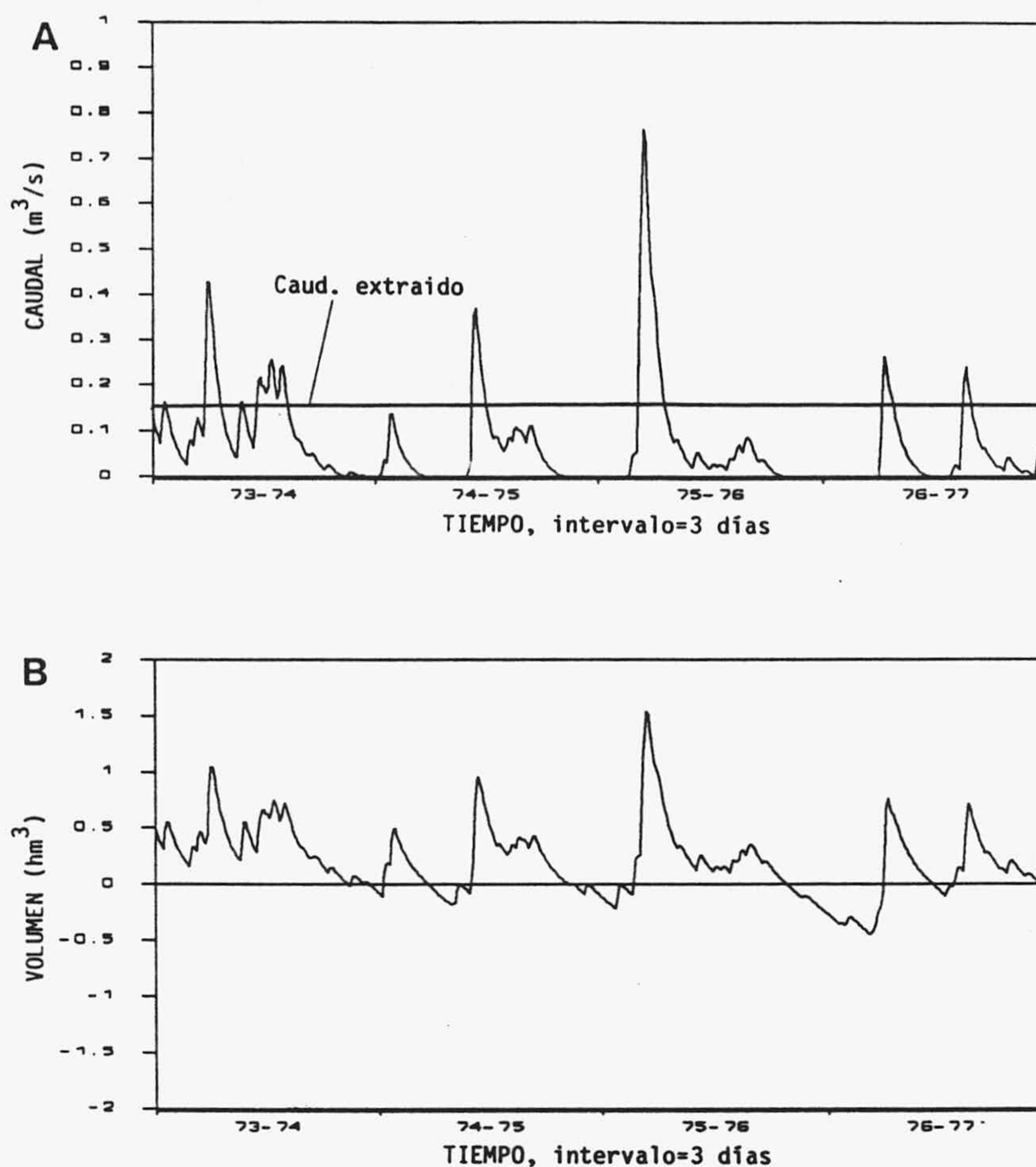


Fig. 122.- Primer caso simulado en Simat: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

los meses de verano y otoño. El caudal medio que arrojaría sería de $0.068 \text{ m}^3/\text{s}$; por tanto la regulación, bajo estas condiciones, sería del 67%.

Los déficits de volumen de agua bajo el nivel de la surgencia (Fig. 122 B) en ningún caso serían excesivos; el máximo registrado es de 0.5 hm^3 , lo que equivale, teniendo en cuenta una superficie de acuífero de 20 km^2 y una porosidad del 1.5% constantes, a un descenso máximo de nivel medio de 1.7 metros, que no es demasiado si se tiene en cuenta el alto porcentaje del caudal del manantial que se puede regular (en realidad no sólo se regularía el sistema acuífero de Simat, sino también las aguas que suministran el caudal base).

En un segundo caso he supuesto una extracción continua de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$, incrementada durante los meses comprendidos entre abril y agosto, inclusive, en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ (periodo en el que potencialmente habría más demanda de agua para regadíos). En estas

condiciones el manantial permanecería seco durante gran parte del año (Fig. 123 A), y en algunos especialmente secos, como el 76-77, no arrojaría agua ni tan siquiera en las épocas de mayor precipitación. El caudal medio obtenido es de $0.042 \text{ m}^3/\text{s}$; por tanto la regulación del manantial estaría en el 82%. Los déficits son bastante más grandes que en el caso anterior (Fig. 123 B); el máximo observado es de 1.7 hm^3 , manteniéndose constantes los parámetros de superficie y porosidad mencionados anteriormente, representaría aproximadamente un descenso medio de nivel piezométrico en el acuífero de 5.7 metros; en principio, no parece alarmante, pero si tiene lugar una época de sequía pronunciada, puede resultar peligroso. Parece innecesario correr este riesgo, sobre todo si se tiene en cuenta que la regulación no supera el 20% de la conseguida en el caso anterior, de consecuencias mucho menos graves.

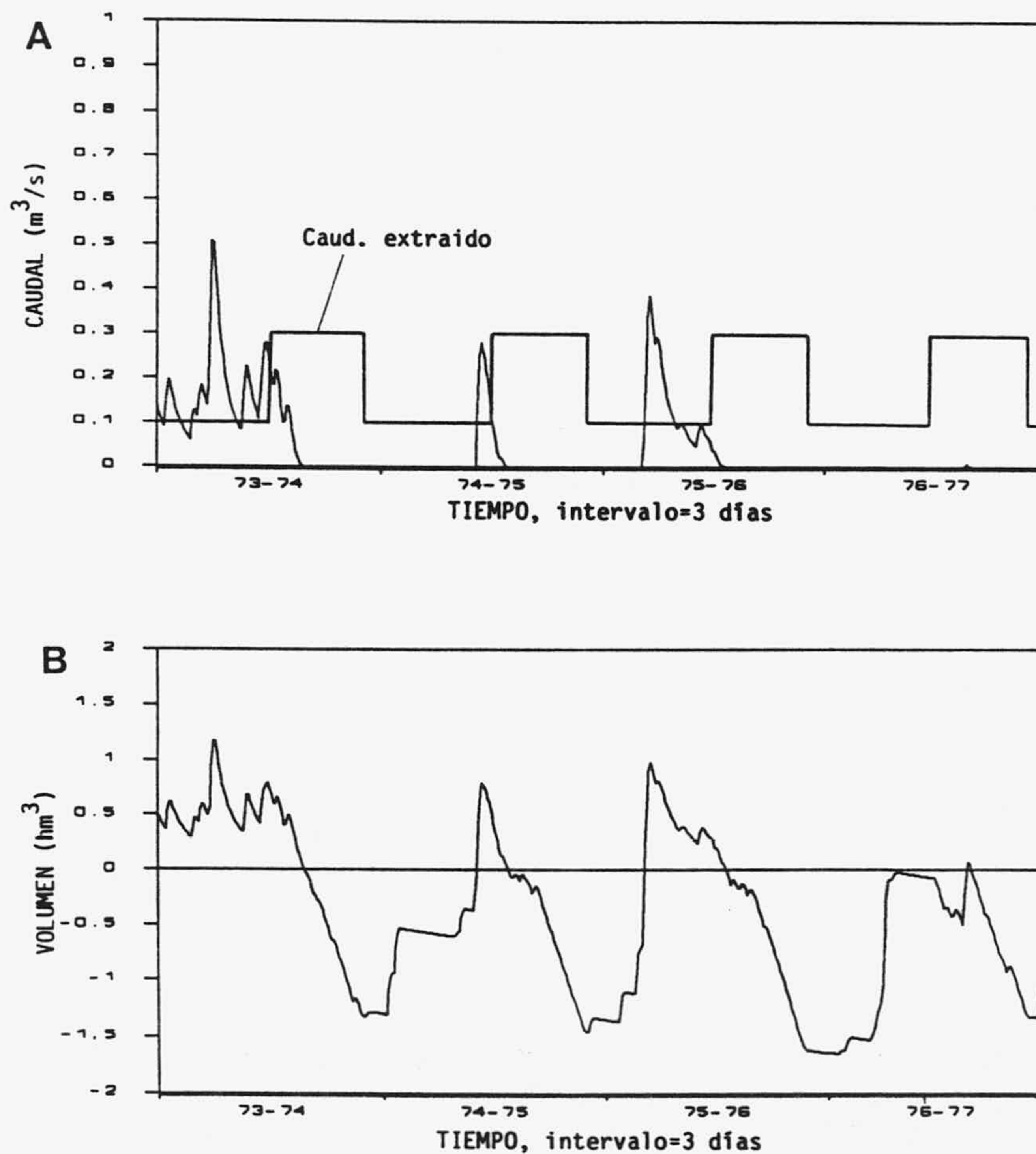


Fig. 123.- Segundo caso simulado en Simat: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

3.4.5. Aplicación al acuífero de Aliou

Para el ajuste del modelo he utilizado las precipitaciones y caudales, tomadas a nivel diario, comprendidas entre el 1 de octubre de 1970 y el 30 de septiembre de 1973; un total de 1095 datos. Desde un primer momento no he considerado la lluvia útil como serie de entrada, puesto que la experiencia del acuífero de Simat demostraba que introducía demasiado error cuando existe una componente de circulación rápida, cuanto más en el caso de Aliou, en donde la mayor parte del agua del manantial procede de este tipo de circulación.

Al igual que en F. Mayor, se constataba, en el análisis de hidrogramas, que la expresión de Coutagne se ajusta también muy bien a las recesiones del manantial de Aliou. Los parámetros utilizados para el desarrollo del modelo han sido: $n=2$, $\alpha_0=0.9$ días⁻¹ y $Q_0=15$ m³/s. Mediante la expresión (23) he calculado los volúmenes transmitidos a través de la franja no saturada. La comparación de los correlogramas cruzados entre la precipitación y el caudal y entre la precipitación y estos volúmenes, reflejados en la figura 124, muestran que apenas si hay diferencia entre ambos. Este hecho indica que el acuífero bajo la cota de la surgencia (en este caso extremo podría corresponder a la franja saturada en el estricto sentido del término) apenas si tiene influencia en el caudal del manantial, bien porque es extremadamente reducido, bien porque su porosidad es mínima.

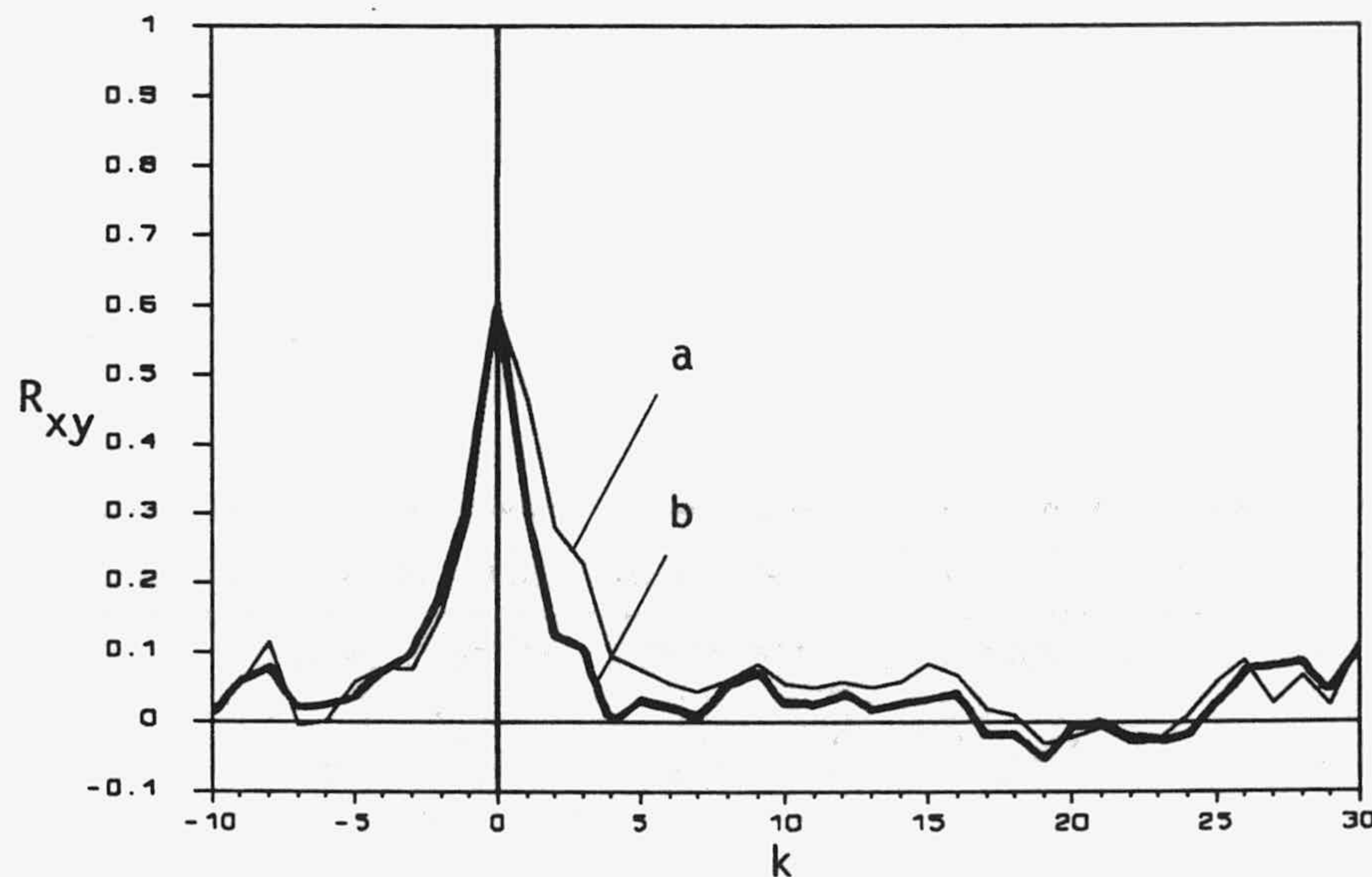


Fig. 124.- a) Correlograma cruzado entre la lluvia útil y el caudal; y b) entre la lluvia útil y el volumen aportado a la franja saturada del acuífero de Aliou.

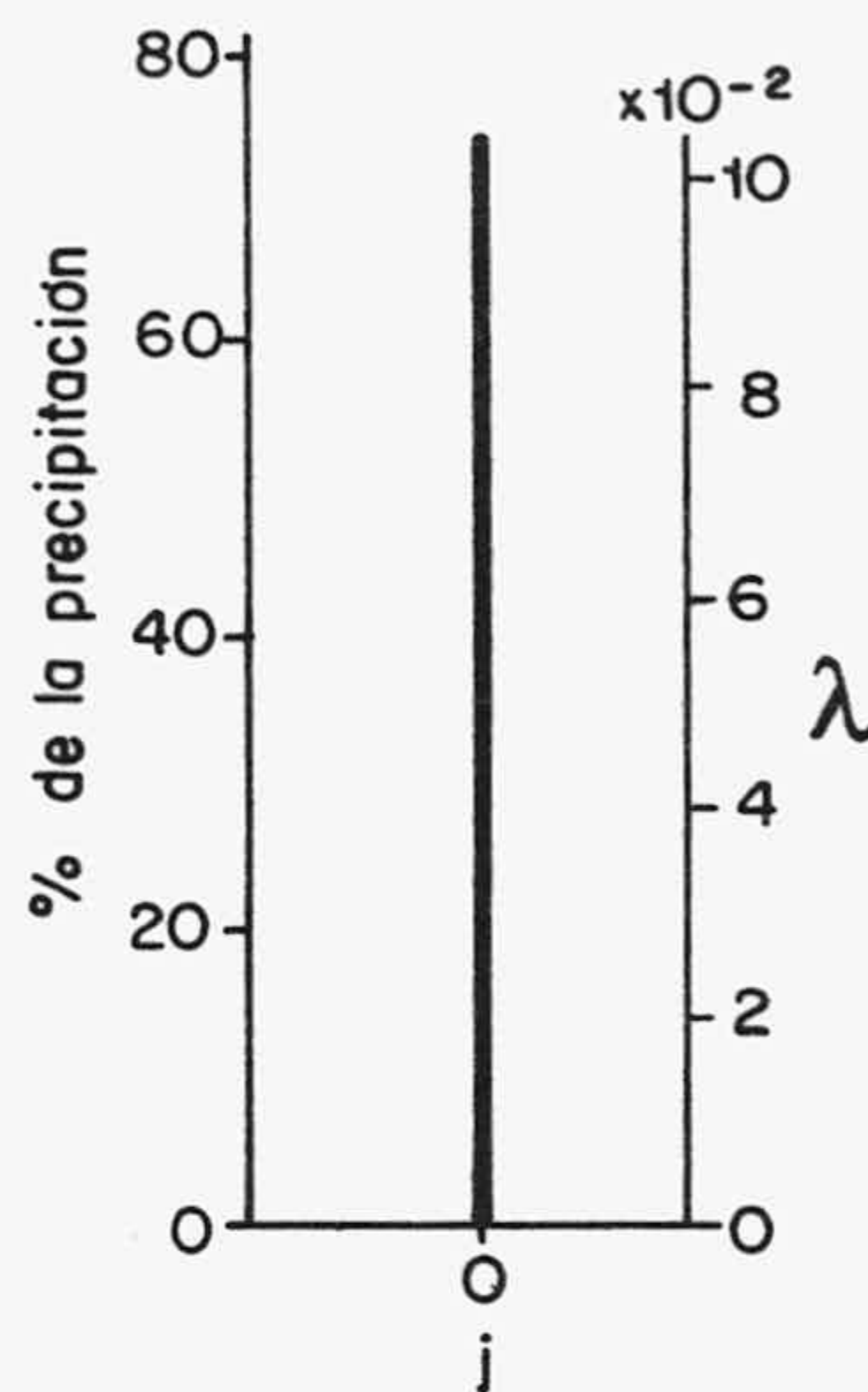


Fig. 125.- Parámetros del núcleo de convolución obtenidos para la función de transferencia de la franja no saturada en el acuífero de Aliou. La escala de la derecha representa su valor al tomar la precipitación en mm.

Tan sólo he obtenido un coeficiente significativamente diferente de cero para la función de transferencia que caracteriza la franja no saturada, situado en el mismo día de producirse la precipitación (Fig. 125). La circulación del agua hacia la franja saturada es instantánea, la franja no saturada no introduce regulación alguna, por lo menos a nivel diario. El valor de este parámetro representa el 75% de la precipitación ocurrida en Aliou, si la cuenca vertiente hacia el manantial fuera de 12 km², algo más del valor obtenido en el balance medio del epígrafe 3.2.

Los resultados de la simulación pueden verse representados gráficamente en los hidrogramas de la figura 126, tanto para el periodo ajustado como para el simulado (los dos años posteriores al 1973-74). Teniendo en cuenta que el sistema es extremadamente nervioso, y por tanto muy sensible a las variaciones de la precipitación, puede considerarse que el ajuste está bien conseguido; tanto en los picos y su amplitud como en las posteriores recesiones, no existe una diferencia muy acusada entre los caudales medidos y calculados; tan sólo en los meses de verano esta diferencia es mayor debido a las razones mencionadas anteriormente al aplicar el modelo ARMAX.

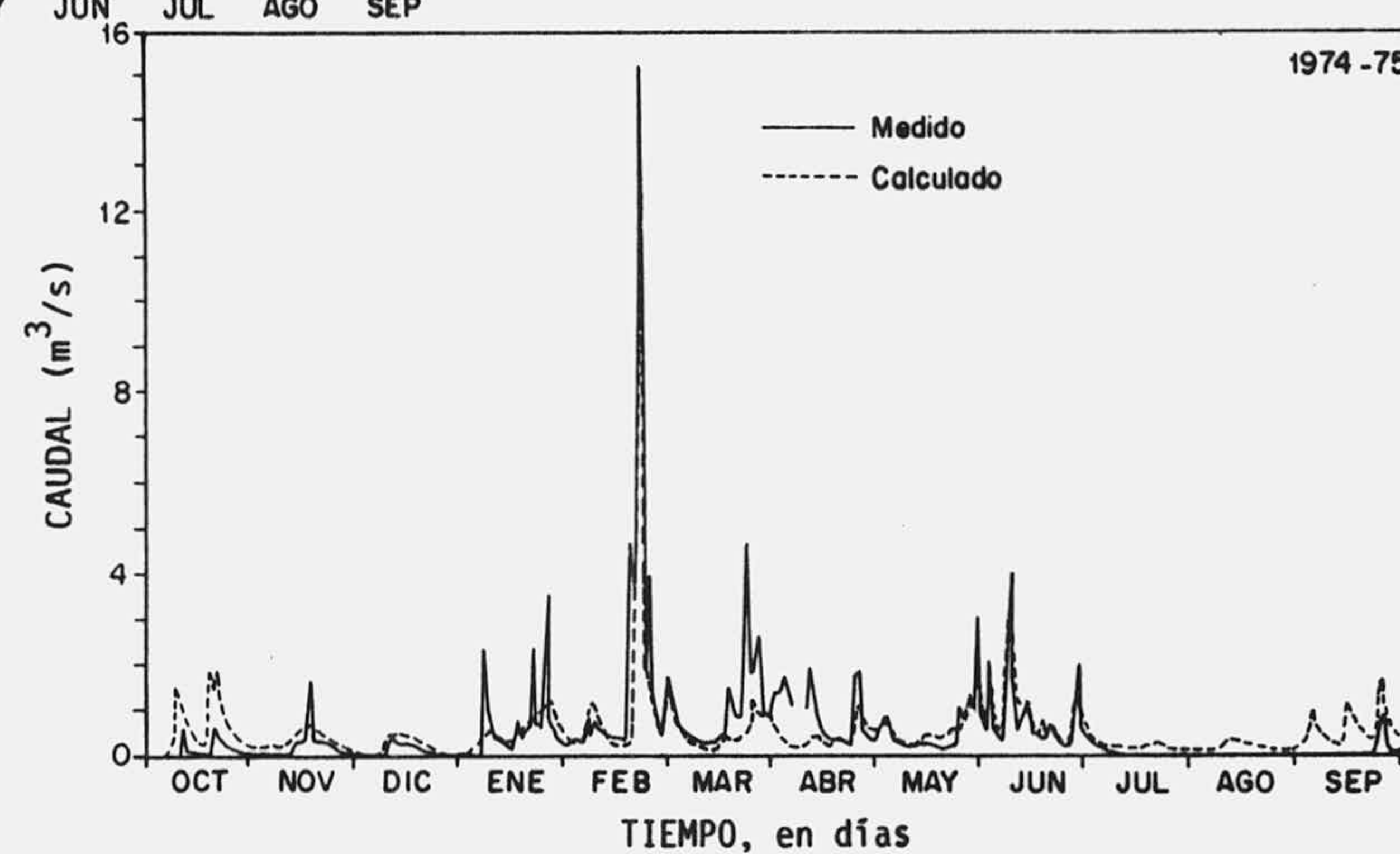
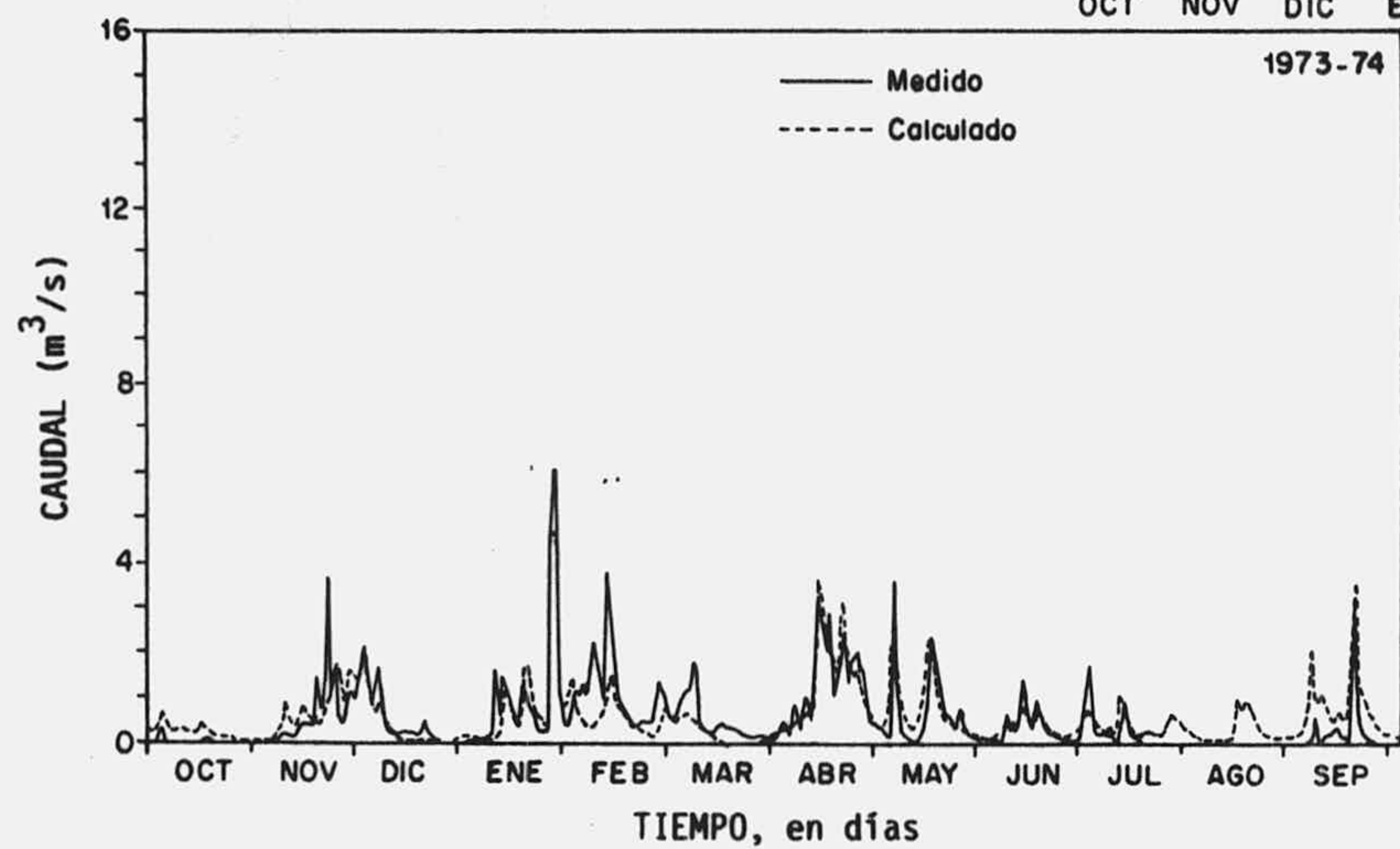
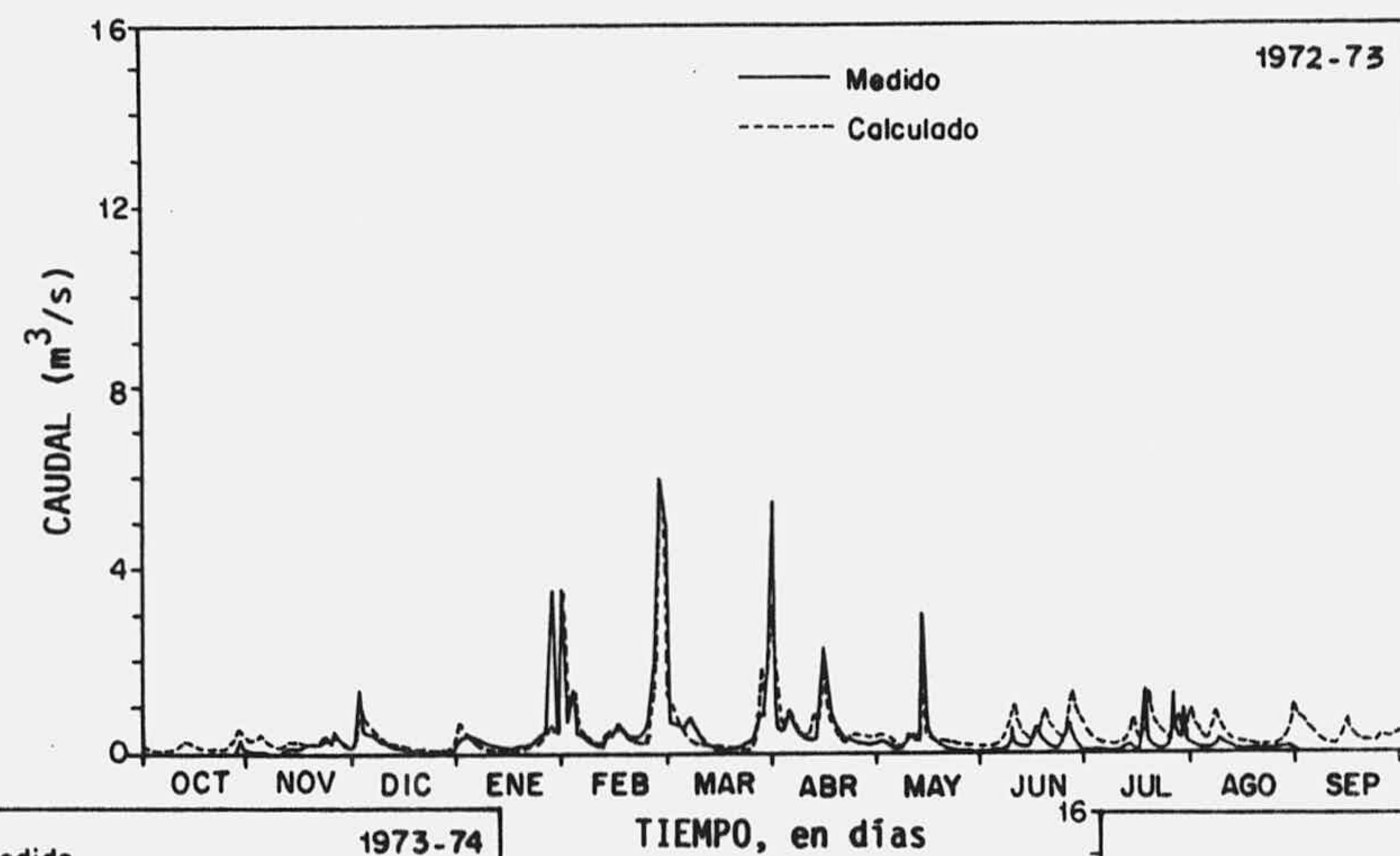
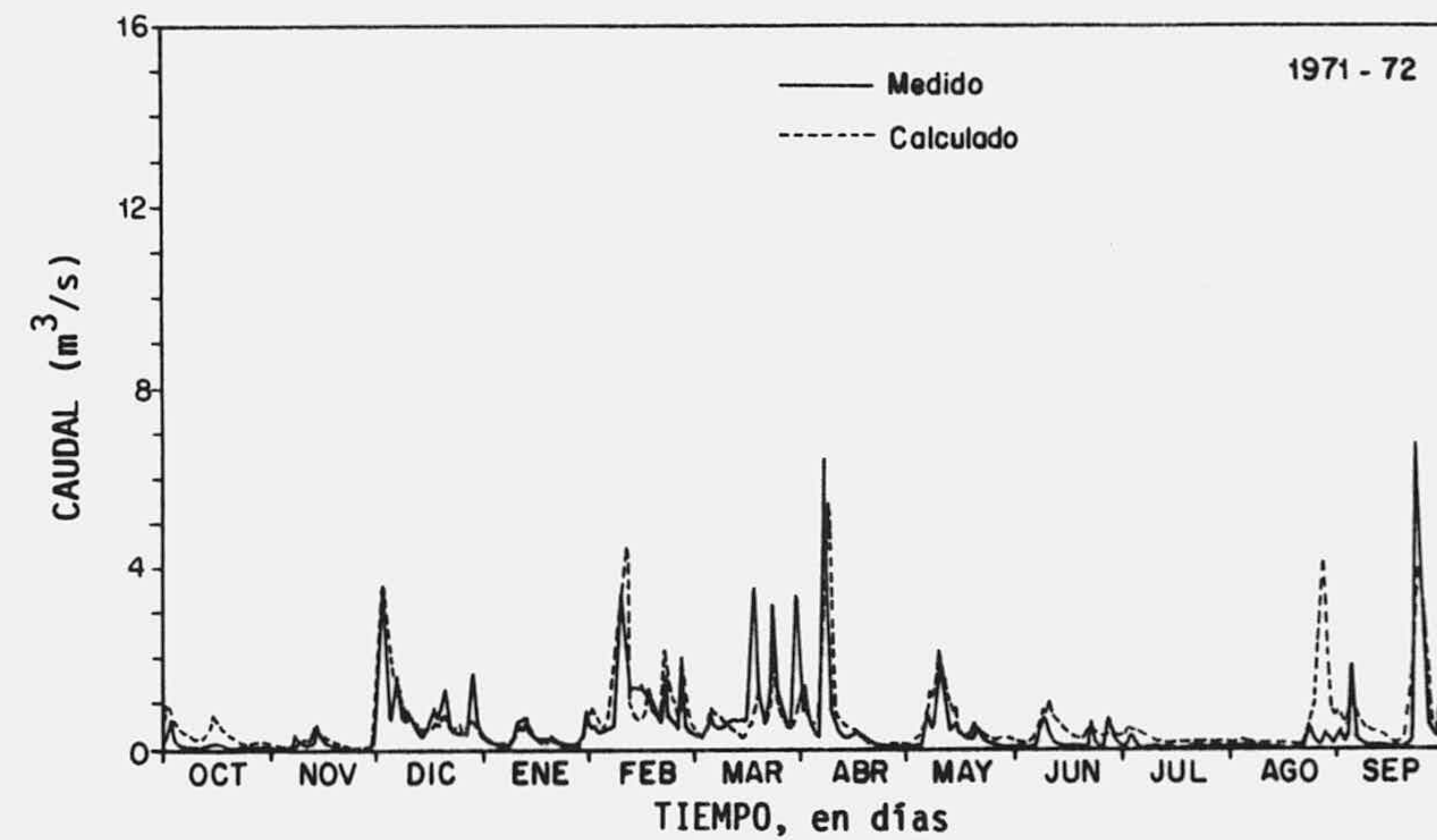
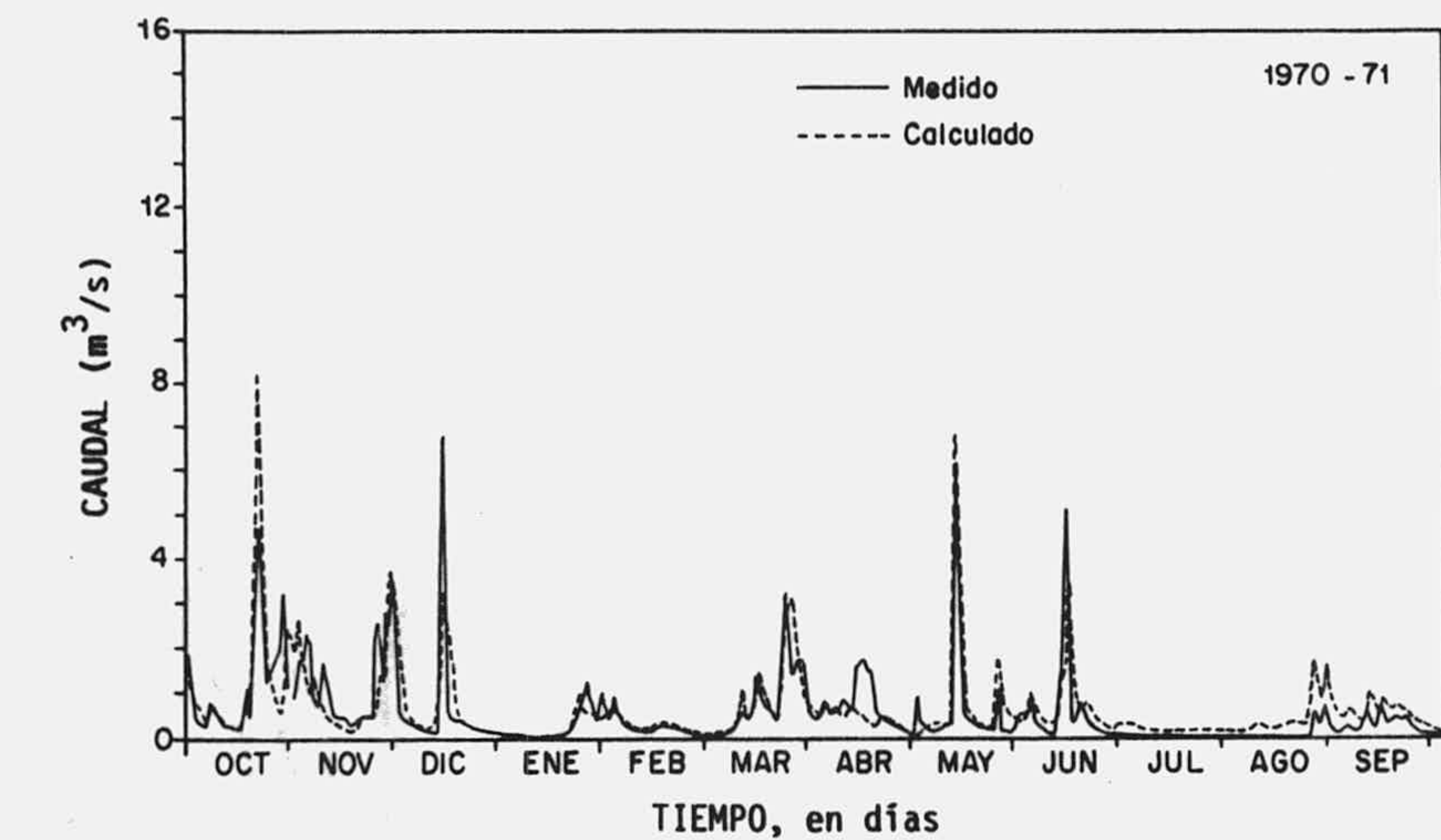


Fig. 126.- Hidrograma real y calculado con el modelo TRIDEP ajustado al acuífero de Aliou utilizando como dato de entrada la precipitación. Periodo ajustado 1970-73, periodo simulado 1973-75.

	Serie total			Serie simulada		
	Q_t	\hat{Q}_t	E	Q_t	\hat{Q}_t	E
MEDIA	0.467	0.515	0.320	0.504	0.578	0.350
VARIANZA	0.801	0.566	0.324	0.690	0.668	0.439
% DM	-10.3			-14.7		
% DV	29.3			3.2		

Tabla XIX.- Estadísticos representativos de la simulación realizada en Aliou con el modelo TRIDEP.

En la tabla XIX indico algunos estadísticos representativos de la simulación. Si bien el porcentaje de variación de la varianza respecto a la serie medida, durante el periodo simulado, es bastante más reducida que la obtenida con el modelo ARMAX, la variación en la media es algo mayor.

Con carácter solamente simbólico he realizado dos simulaciones suponiendo extracciones en el acuífero. Como se sabe y ha quedado suficientemente demostrado, la franja saturada del acuífero de Aliou no presenta posibilidades para que se puedan ubicar captaciones que, ni tan siquiera, se aproximen a los rendimientos continuos que indico en los siguientes supuestos. En la tabla XX resumo los resultados obtenidos.

	A	B
Caud. Med. Manan.	0.068	0.042
Caud. Med. Extr.	0.150	0.183
Def. Max. (hm^3)	-0.5	-1.7
% Regulado	67	82

Tabla XX.- Resumen de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas en Simat. A) extracción continua de $0.100 m^3/s$ y B) extracción continua de $0.100 m^3/s$, incrementada durante los meses comprendidos entre julio y septiembre en $0.200 m^3/s$.

En el primer caso he supuesto unas extracciones continuas de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$. Como muestra la figura 127(A), se siguen manteniendo las amplitudes de las puntas de las crecidas; sólo quedan afectadas la última fase de las recesiones, cuando el caudal es más bajo. El acuífero apenas si presenta déficits de agua bajo la cota del manantial (Fig. 127 B); el máximo es de 0.06 hm^3 , debido a que es raro que el manantial arroje menos de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$.

En un segundo caso he considerado que la extracción anterior se incrementa en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ durante el verano. Si bien las amplitudes de los picos se siguen manteniendo (Fig. 128 A), el manantial se seca en los periodos de máximas extracciones, donde los déficits, como muestra la figura 128(B), pueden llegar a 0.78 hm^3 , en el caso hipotético que pudiera ser soportado por el acuífero.

3.4.6. Discusión y conclusiones

El desarrollo del modelo TRIDEP y su aplicación a los sistemas kársticos estudiados me han permitido extraer las siguientes consideraciones:

a) Los modelos de reservorios implican una arriesgada simplificación de las características hidráulicas de los acuíferos kársticos. La gran heterogeneidad de los parámetros que caracterizan su funcionamiento unido a la variación producida por los cambios temporales en el sistema, intentan ser reproducidos con unas pocas funciones de transferencia. Además, la utilización de la precipitación como variable de entrada, o la lluvia útil estimada, no dejan de ser meras aproximaciones de la variable de entrada real: la infiltración eficaz. Sin embargo, su objetivo es reproducir las características medias del sistema, en base a la simulación del caudal de los manantiales que, por definición, representan el vaciado del volumen dinámico, que generalmente equivale al funcionamiento medio en que se produce la circulación por encima de la cota de la surgencia.

b) Los modelos de reservorios, presentan considerables ventajas sobre los estocásticos: las series utilizadas no están sujetas a restricciones estadísticas, no son necesarias transformaciones previas de los datos; y sus parámetros tienen un significado físico, por lo que se puede llegar a algo más que la mera simulación de las condiciones naturales.

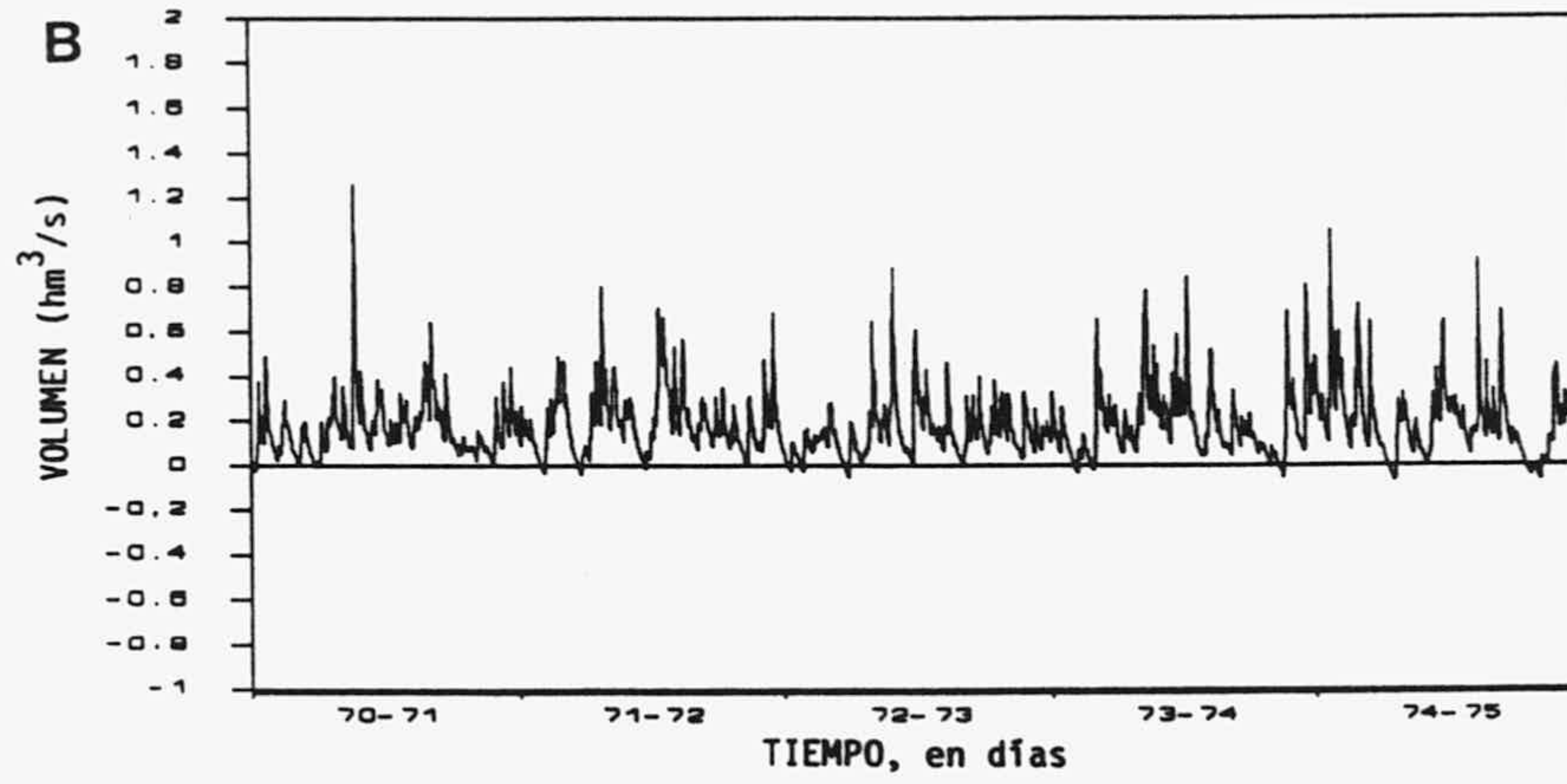
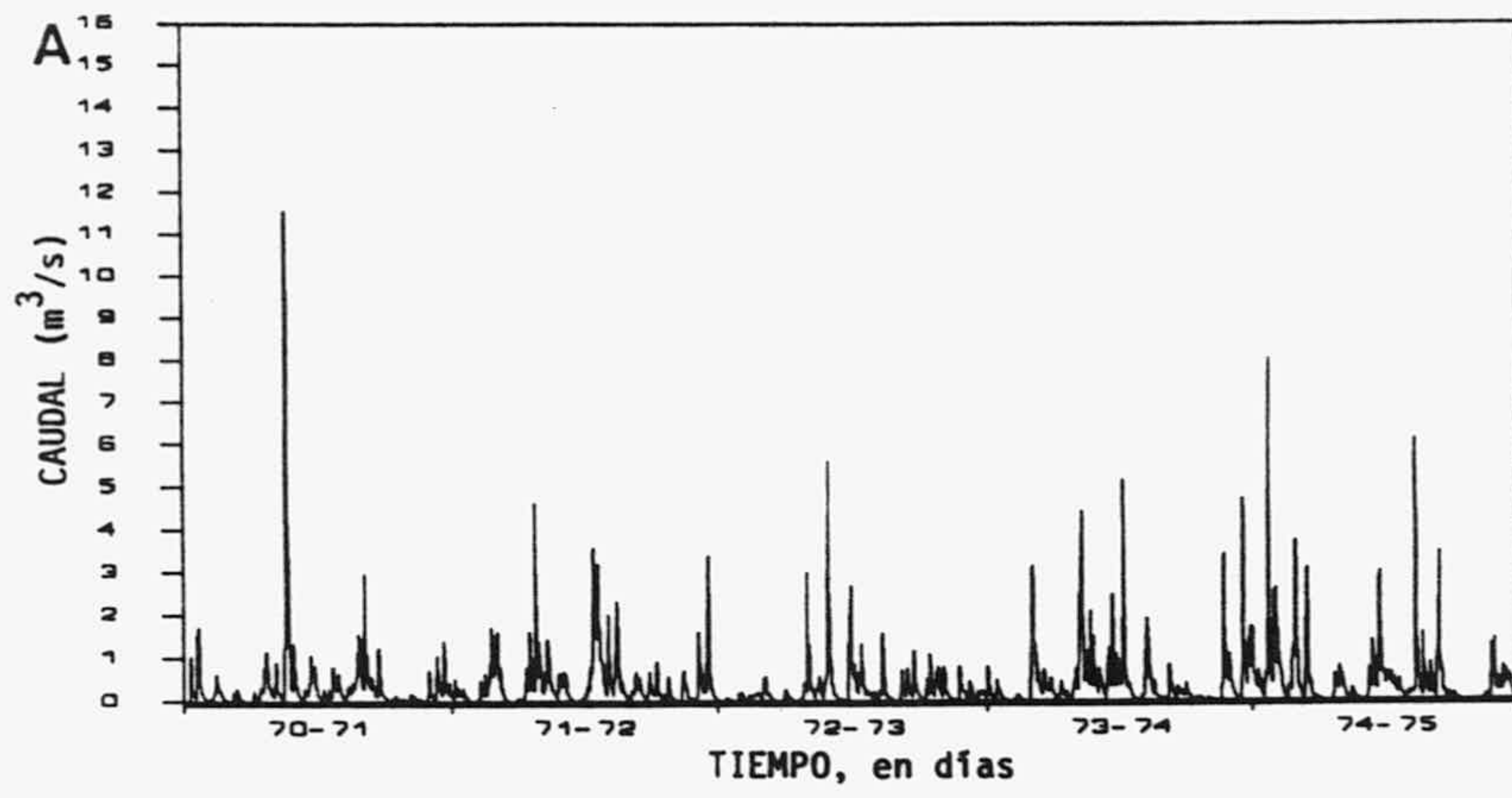


Fig. 127.- Primer caso simulado en Aliou: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

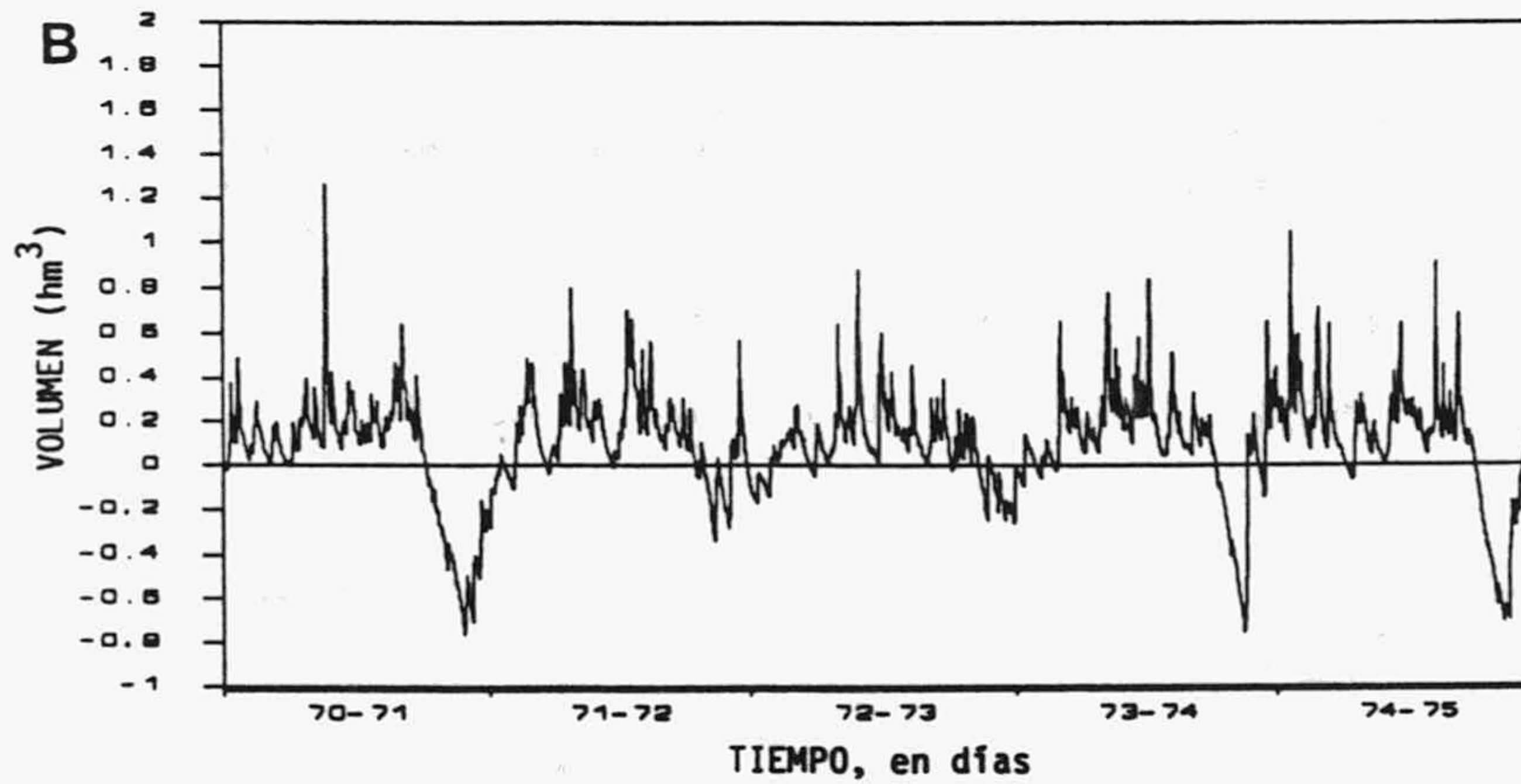
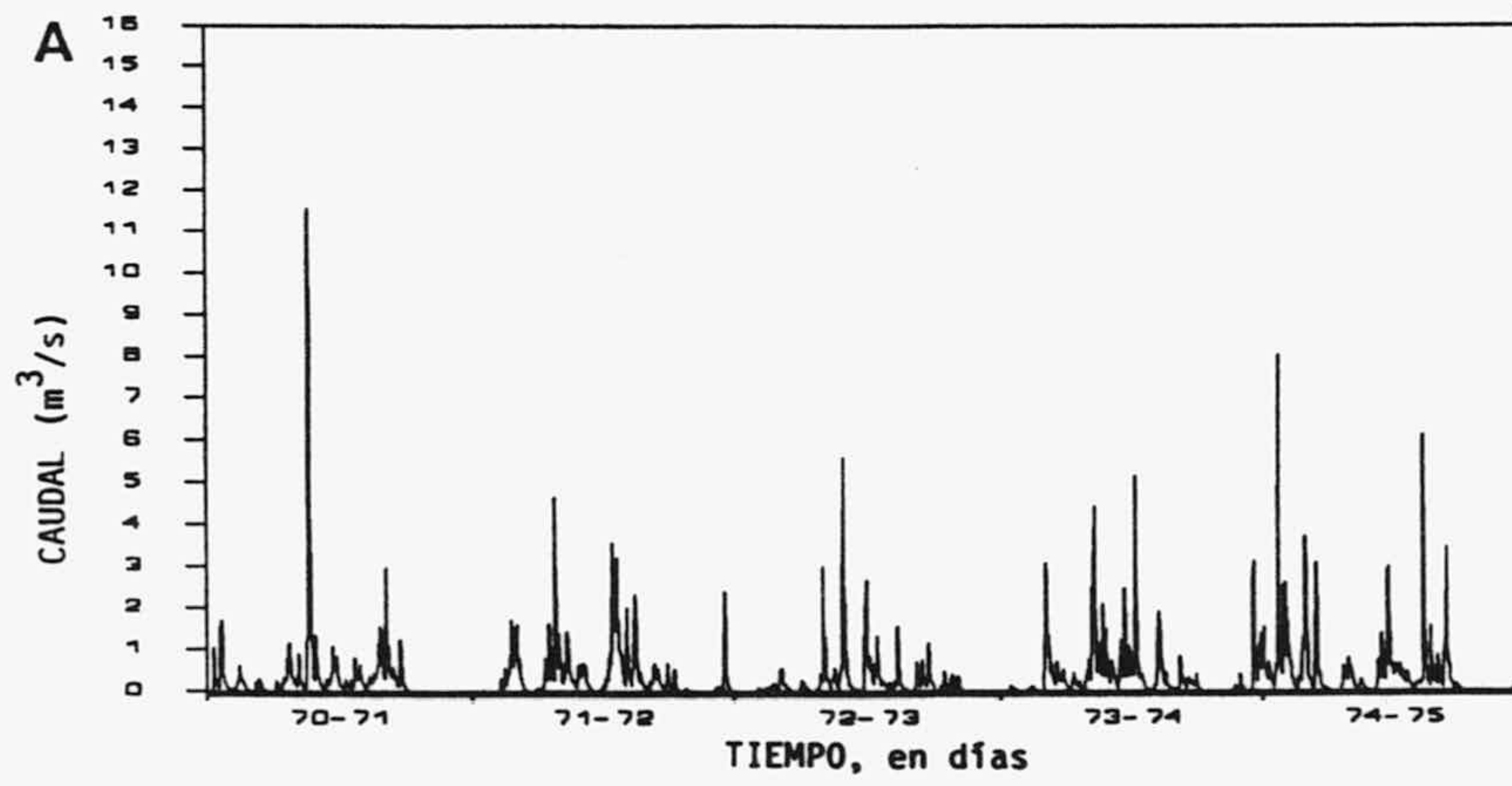


Fig. 128.- Segundo caso simulado en Aliou: A) hidrograma del manantial y B) evolución del volumen de agua en el acuífero.

El modelo que he utilizado intenta simular fundamentalmente el funcionamiento medio de los dos sectores más condicionantes del caudal de las surgencias kársticas: la franja no saturada o vadosa y la franja saturada o vaciado del volumen dinámico, para lo cual se utilizan, generalmente, pocos parámetros; su obtención puede fácilmente realizarse por sencillos programas de ordenador.

c) El ajuste de la expresión de Coutagne a las recesiones de los manantiales kársticos ha resultado ser de gran utilidad; se adapta bastante bien a todos los casos estudiados y el desarrollo teórico de las fórmulas que constituyen el modelo, en base a dicha expresión, no presenta dificultad.

d) La obtención de la función de transferencia de la franja no saturada, permite caracterizar su respuesta impulsional separadamente de la del sistema en su conjunto. En El Torcal resulta ser muy reguladora, con una duración de 24 días y máximo situado entre 9 y 12 días del aguacero. Bastante más corta es en Simat, 12 días, el máximo de la respuesta está comprendido en los 3 días siguientes de la producirse la precipitación. En Aliou la respuesta es instantánea, y de duración no superior al día; no existe apenas diferencia con la respuesta impulsional del conjunto del sistema, lo cual indica que la franja saturada apenas introduce modificación en el caudal del manantial, bien porque esté muy poco desarrollada, o porque su porosidad sea despreciable.

e) En todos los casos estudiados la simulación puede considerarse aceptable. Sin embargo, ha resultado ser mucho mejor en El Torcal, debido fundamentalmente a que su alto poder regulador introduce un carácter más "medio" al hidrograma de los caudales. En este caso, la utilización de la lluvia útil estimada, como variable de entrada al modelo, ha resultado ventajoso; no así en aquellos sistemas donde existe una cierta componente de circulación rápida, como Simat o Aliou, donde conviene utilizar directamente la precipitación, lo que obliga a cometer un mayor error en los periodos de estiaje, cuando es más alta la evapotranspiración real en comparación con las restantes épocas del año.

f) La simulación de extracciones en los acuíferos de El Torcal y Simat ha puesto de manifiesto que se puede llegar a porcentajes bastantes altos de regulación de la surgencia sin provocar fuertes descensos en el nivel piezométrico medio.

4. LOS MODELOS DE SIMULACION DE FLUJO

4.1. GENERALIDADES

Los modelos de simulación de flujo constituyen, sin duda, la herramienta más eficaz para simular la circulación del agua en los acuíferos. Mediante un conjunto de parámetros se pretende caracterizar el funcionamiento de los sistemas en el espacio.

Teniendo en cuenta el desarrollo actual de los modelos tridimensionales, el límite en la bondad del ajuste son los datos reales disponibles y la potencia y capacidad del soporte de cálculo; es decir, la propia metodología en que se basan estos modelos no representa ningún obstáculo para precisar las características hidráulicas del acuífero, siempre y cuando el régimen de flujo sea lineal. Esta última objeción puede tener cierta importancia al aplicarlos en los acuíferos kársticos.

El desarrollo de la tecnología informática en estos últimos 20 años ha hecho posible un mayor dimensionamiento y rapidez de resolución de los grandes sistemas de ecuaciones, base del proceso de cálculo de los modelos matemáticos de flujo, desplazando casi totalmente a sus precursores: los modelos a escala reducida y los analógicos. Por tanto, no resulta extraño que se apliquen en numerosos estudios hidrogeológicos, donde su utilidad no sólo se reduce a la caracterización de los acuíferos, sino que fácilmente pueden ser usados para la simulación bajo condiciones diferentes, lo cual hace imprescindible su uso en los modelos más complejos, como son los de gestión conjunta de aguas subterráneas y superficiales.

El objetivo principal de los modelos matemáticos de flujo es el cálculo de los potenciales en cada uno de los dominios en que se ha discretizado el acuífero, en cada instante de tiempo para el caso de una simulación en régimen transitorio, y constantes en el caso de régimen permanente. Los algoritmos matemáticos van orientados a la resolución de la ecuación que rige el movimiento del agua en un medio poroso (ver por ejemplo DAVIS y DE WIEST, 1971); su expresión tridimensional en derivadas parciales para régimen transitorio es

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(k_x \frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k_y \frac{\delta h}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k_z \frac{\delta h}{\delta z} \right) = S \frac{\delta h}{\delta t} - Q$$

donde x , y , z representan las tres direcciones del espacio, k la conductividad hidráulica, h el potencial o altura piezométrica, t el tiempo y Q el caudal de entrada o salida exterior al sistema. Esta expresión se puede obtener al aplicar conjuntamente la ecuación de Darcy y la ley de conservación de masa a un elemento diferencial, el resultado no es más que una forma particularizada de la ecuación de difusión de cualquier campo de potencial. En régimen permanente se anula el segundo término de la expresión anterior, $\delta h / \delta t = 0$ ya que los potenciales son invariantes en el tiempo.

No existe solución general para la integral de la ecuación de difusión en un dominio discretizado; sin embargo puede obtenerse una aproximación numérica mediante un planteamiento en diferencias o elementos finitos. Estos dos caminos van a generar los dos tipos fundamentales de modelos matemáticos de flujo que existen en la actualidad: modelos de diferencias finitas y de elementos finitos.

En la mayoría de los casos prácticos de aplicación, el planteamiento del modelo se desarrolla en dos dimensiones (x e y), prescindiendo de la componente vertical, debido a los problemas que conllevan los modelos tridimensionales, sobre todo en cuanto a capacidad de ordenador y tiempo de cálculo se refiere, que muchas veces o no son superables o no merece la pena si los datos reales disponibles para el diseño y calibración del modelo son muy limitados.

La simplificación realizada al considerar modelos bidimensionales implica la asimilación de las dos hipótesis siguientes (DAVIS y DE WIEST, 1971):

a) Se considera que las propiedades físicas del acuífero son constantes en la vertical para cada elemento discretizado.

b) Se considera que las velocidades son horizontales y constantes también a lo largo de una vertical, con valor dado por la ley de Darcy:

$$V = -k \text{ grad } h$$

En este trabajo he aplicado modelos bidimensionales a los acuíferos kársticos estudiados. La utilización de modelos tridimensionales sería lo ideal, puesto que asumir las dos hipótesis anteriores en este tipo de sistema tan heterogéneo puede costar bastante esfuerzo; sin embargo, por esta misma razón, los pocos parámetros reales disponibles sólo

son representativos de algunos metros cúbicos de acuífero, pudiendo variar completamente las características hidráulicas con muy poca distancia, por lo que incluso un modelo tridimensional resultaría tanto o más idealizado que uno bidimensional. Tan sólo en aquellos casos donde se conozcan muy bien las direcciones preferentes y el tipo de fracturación, unido a una densidad de datos reales que se puedan considerar representativos del funcionamiento tanto en la vertical como en la horizontal, puede justificarse el gran esfuerzo que representan los modelos tridimensionales sobre los bidimensionales.

Los modelos matemáticos de flujo, basados en la ecuación de difusividad, están restringidos exclusivamente al flujo en la franja saturada. Aunque se han iniciado aquellos que incluyen el flujo de la franja no saturada (NEUMAN, 1973; MENOT, 1979; PADILLA, 1981; ...), no están todavía suficientemente desarrollados; su utilización futura en los acuíferos kársticos puede ayudar a resolver muchos problemas actualmente planteados. Por tanto, la aplicación de los existentes a los acuíferos tipo Aliou resulta prácticamente imposible e incongruente, puesto que como se ha visto repetidas veces en el desarrollo de este trabajo, la franja saturada apenas si está desarrollada y su contribución en el flujo del acuífero es mínima. He restringido su aplicación a aquellos sistemas kársticos estudiados en los que la franja saturada juega un papel predominante en el funcionamiento del acuífero y la influencia de la circulación rápida puede ser simulada por sectores mucho más transmisivos dentro de la propia franja saturada; esto es: los acuíferos de El Torcal y Simat de Valldigna.

La ausencia de datos en los acuíferos de Simat y El Torcal, sobre todo en este último, no me ha permitido un ajuste de los modelos en concordancia con la posible realidad del sistema. Los datos disponibles para la calibración se refieren casi exclusivamente a los registros del caudal de sus manantiales principales y a una idea más o menos genérica de como deben fluctuar los niveles en un sistema kárstico.

Dos han sido las premisas iniciales para la distribución de transmisividades y coeficientes de almacenamiento en ausencia de otros datos:

a) Cerca de los puntos de surgencia la transmisividad y coeficiente de almacenamiento toman valores muy altos, disminuyendo progresivamente con la distancia al manantial (PULIDO-BOSCH, 1984 y 1986). Esta distribución de parámetros se aproxima a la hipótesis de que el flujo en los sistemas kársticos tiende a jerarquizarse (MANGIN, 1975, 1982 a y b, ...; BAKALOWICZ, 1982,...).

b) Dada la imposibilidad de situar una red preferencial de drenaje incluida en la franja saturada que coincida con la realidad, la existencia de un flujo rápido en el acuífero la he simulado por dos sectores lineales y ortogonales de alta transmisividad y coeficiente de almacenamiento que tienen su punto de emergencia en el manantial, con los que pretendo conectar gran parte del acuífero. Con estos "drenes" de escala decamétrica, estrechos en comparación con la discretización realizada en el acuífero, no pretendo que sean similares a los reales, de escala decimétrica o métrica, sino que reflejen el conjunto de ellos distribuidos por todo el acuífero.

Con todas las simplificaciones mencionadas anteriormente se puede llegar a la conclusión de que estos modelos de flujo aplicados a los acuíferos kársticos, en los que apenas existen datos reales, no son más que modelos lluvia-caudal con muchas funciones de transferencia. En cierto modo esto puede ser cierto, pero presentan considerables ventajas:

a) Se utilizan parámetros de ajuste con un significado mucho más representativo del funcionamiento hidráulico del acuífero que los referidos a los estadísticos del hidrograma o a la curva de recesión, esto es: transmisividad y coeficiente de almacenamiento.

b) Se parte de una hipótesis, con cierta verosimilitud, para la distribución aproximada de los parámetros de ajuste, comprobada en los acuíferos estudiados o en otros.

c) En el periodo de calibrado, existe un control físico mucho más real que en los modelos de transferencia. Me refiero sobre todo a las evoluciones y distribución de potenciales.

d) Y sobre todo, incluyen una nueva variable: el espacio. Lo cual, aunque los modelos sean bidimensionales, permite usar la geometría aproximada del acuífero y situar los datos conocidos en relación con su conjunto, fundamentalmente en lo que se refiere a la localización de las surgencias.

4.2. MODELOS EN DIFERENCIAS FINITAS

4.2.1 Introducción

No voy a entrar en el desarrollo numérico para obtener la solución de la ecuación de difusividad en un medio poroso con un planteamiento en diferencias finitas; remito al lector interesado a la numerosa bibliografía existente sobre este tema (PINDER y BREDEHOEFT, 1968; PRICKETT y LONNQUIST, 1971; CUENA, 1983; ...)

El modelo utilizado está basado en el tan conocido de Prickett y Lonquist para acuíferos libres cuya versión en castellano fue publicada por el Servicio Geológico de Obras Públicas (1976), en el que he realizado numerosas modificaciones, algunas de las cuales comentaré más adelante. Las características principales del modelo original son las siguientes:

- a) El espaciado de la malla es constante, las celdas son por tanto cuadradas e iguales en todo el dominio.
- b) El incremento de tiempo para régimen transitorio puede aumentar progresivamente mediante un factor multiplicativo.
- c) Las ecuaciones diferenciales se resuelven en los puntos de intersección de líneas perpendiculares, es decir, los valores asignados a los nodos cubren una superficie que llega hasta la mitad de las celdas que intercepta.
- d) El método empleado para resolver los sistemas de ecuaciones es el iterativo implícito de dirección alternante (IADI). No es lineal, de manera que no presupone que las transmisividades permanecen constantes en el intervalo de tiempo, sino que incluye su recálculo dentro de las iteraciones realizadas para resolver el sistema de ecuaciones. En los acuíferos kársticos tiene bastante importancia ya que se presuponen grandes fluctuaciones de niveles, con lo que las variaciones de transmisividad en un mismo intervalo de tiempo pueden ser significativas en un acuífero libre. Previamente a la resolución del sistema de ecuaciones realiza una estimación aproximada de niveles que es función de la tendencia anterior, con objeto de acelerar la convergencia.

e) El criterio de corte en la resolución iterativa es que la suma de las variaciones de nivel en cada nodo entre dos iteraciones sucesivas sea menor que un valor prefijado.

Muchas de las modificaciones que he realizado en este modelo son simplemente salidas gráficas y numéricas que no facilita el original, y que están destinadas a simplificar la interpretación y el calibrado en los acuíferos concretos estudiados. Sin embargo, existen otras que considero importantes y que a continuación paso a comentar.

En el modelo utilizado el espaciado de la malla puede ser variable, lo que me ha permitido mejorar su aplicación sobre todo en tres facetas: a) ajustar mejor los contornos del acuífero; b) intensificar la densidad de la malla en aquellos sectores más interesantes, como pueden ser los alrededores de las surgencias; y c) poder representar los sectores más transmisivos que simulan los drenes lo suficientemente estrechos.

El incremento de tiempo en régimen transitorio puede ser tan variable como se quiera. Se logra mediante un fichero auxiliar del cual toma el programa el incremento deseado para cada paso de tiempo. Esta mejora añade una libertad considerable en la utilización del modelo, puesto que no sólo se puede simular con diferentes intervalos de tiempo, sino que con la inclusión de los ficheros adecuados, permite variar los datos de infiltración o los caudales extraídos en los nodos deseados para cada intervalo.

Un problema grave que plantea el modelo de Prickett y Lonquist es la simulación de manantiales. Originalmente pueden tratarse como celdillas normales -que representan sectores encharcados; el caudal sería igual al volumen suplementario por encima de la cota del manantial multiplicado por su coeficiente de almacenamiento y dividido entre el incremento de tiempo; para el paso siguiente se volvería a fijar en esta celda la cota del manantial. Este método introduce un error considerable en la estimación del caudal de salida que se debe principalmente a tres causas: a) La suposición de que el nivel piezométrico puede variar en el manantial durante el intervalo de tiempo (lo cual no es cierto); implica que los gradientes con las celdas colindantes no coinciden con las que teóricamente debería de haber, serían menores, por lo que el ascenso de nivel en esta celda no representa el volumen de agua que saldría por la surgencia; b) Volver a fijar la celda con la cota del manantial para el paso siguiente, significa comenzar con un gradiente irreal, mucho más alto, entre esta celda y sus colindantes; y c) si la celda del manantial coincide con el límite del acuífero, y por tanto del modelo, que por definición es imper-

meable, sino se especifica nivel constante, ocurre que todo el flujo que debería ir hacia la surgencia queda dispersado incontrolable por el resto del acuífero.

La simulación con una celda ficticia muy grande en el manantial que amortigüe la influencia del ascenso de nivel piezométrico puede ser una solución, aunque implica una complicación suplementaria en el diseño de la malla. Otra solución puede ser tratar el manantial como una celda de nivel constante, con un valor muy alto de coeficiente de almacenamiento (1×10^{50}); con lo que desaparecen los problemas en cuanto a los niveles piezométricos, si el flujo se dirige constantemente hacia el manantial. El caudal podrá ser obtenido con cálculos puntuales de balance con las celdillas colindantes, o global, si no existen otras salidas no controladas en el acuífero. La principal objeción que surge con este método es que dicho manantial nunca se secaría.

La solución que he adoptado es la de dar a la celda que contiene el manantial un valor de coeficiente de almacenamiento lo suficientemente grande como para que el incremento de nivel sea tan pequeño que pueda considerarse despreciable respecto a los niveles de las celdas colindantes, de manera que no se introduzcan errores en los gradientes, tanto en el propio intervalo de tiempo a calcular como en el paso siguiente. Pero que tampoco sea tan grande como el adoptado para los límites de nivel constante, puesto que entonces, por la precisión en el cálculo, no podrían ser detectadas las oscilaciones para determinar cuando el manantial está drenando al acuífero -niveles por encima de su cota- o cuando está seco -niveles por debajo de su cota-. Un coeficiente igual a 1×10^5 puede representar incrementos de nivel de apenas unos-milímetros, por muy grande que sea el flujo hacia el manantial. En el paso de tiempo siguiente, siempre y cuando la cota de la celda sea superior a la del manantial, se procedería a su restitución, previo cálculo del caudal que indicaría el pequeño ascenso de nivel. El único control que hay que tener con este procedimiento es en el caso de que la cota de la celda de la surgencia sea inferior a la que se sitúa el manantial, entonces, basta con restituir sus parámetros a las condiciones normales, dentro y para cada intervalo de tiempo.

El error máximo de corte en la resolución iterativa del sistema de ecuaciones ha sido de 0.5 metros cuando el intervalo de tiempo ha sido mensual y de 0.3 metros cuando es semanal.

El programa de ordenador utilizado lo he escrito en lenguaje FORTRAN 77, y está incorporado en un ordenador DATA GENERAL modelo MV10000.

4.2.2. Aplicación al acuífero de El Torcal de Antequera

Un resumen de la modelización realizada en el acuífero de El Torcal de Antequera puede consultarse en las publicaciones que hemos realizado anteriormente a este trabajo en: PULIDO-BOSCH y PADILLA (1988 a y 1990).

He considerado El Torcal como un acuífero libre. Debido a que no se tienen datos de la profundidad del sustrato impermeable, he tomado como un valor aproximado la cota de 500 metros para la totalidad del acuífero, de acuerdo con el único dato que existe en un sondeo situado cerca del manantial.

Como muestra la figura 129 la malla diseñada consta de 20x16 celdas rectangulares de dimensión variable, la longitud está comprendida entre 1000 y 100 metros; esta última corresponde a la simulación de dos drenes representados por alineaciones de celdas más estrechas ortogonales, columna nº 14 y fila nº 8, que se sitúan en el acuífero con direcciones NS y EW; el manantial de La Villa quedaría situado en el extremo septentrional del dren NS. Los límites del acuífero quedan perfectamente establecidos y en todo su contorno son impermeables.

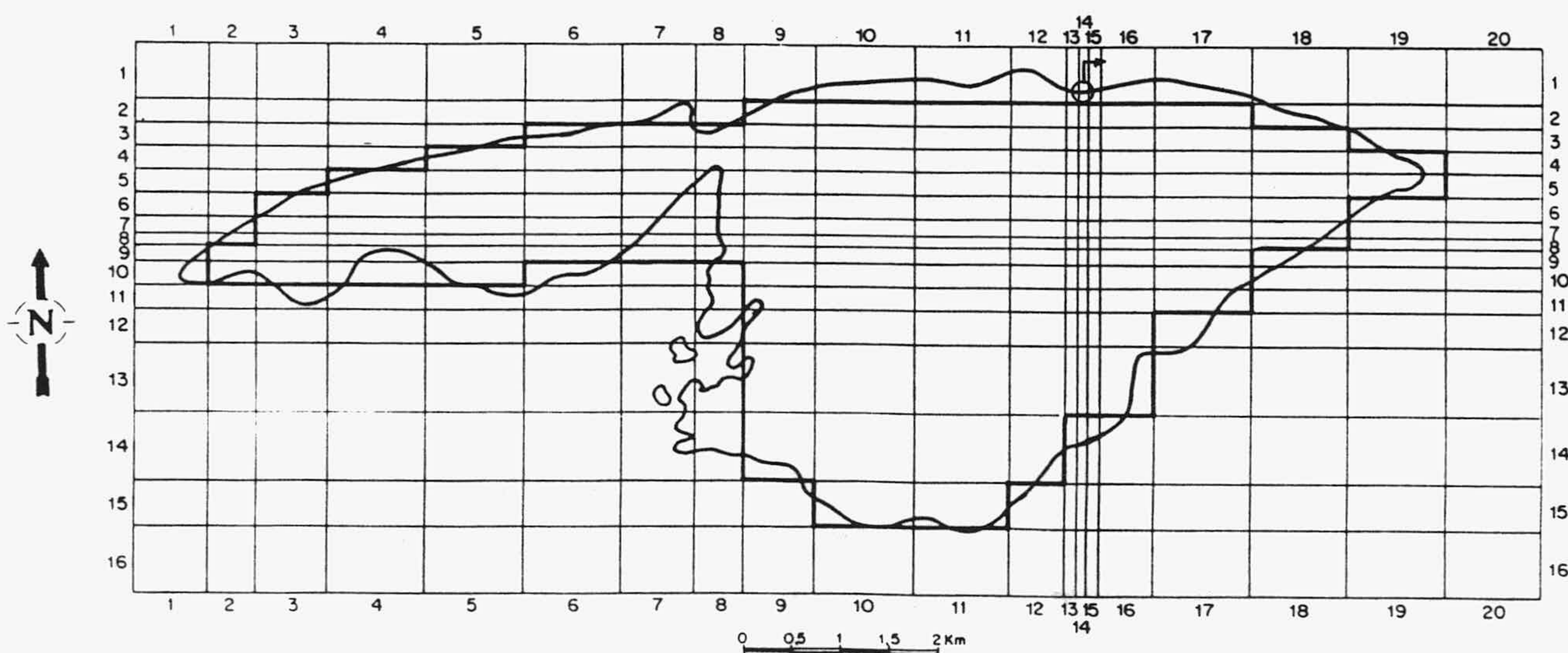


Fig. 129.- Malla diseñada para el modelo de El Torcal.

El modelo lo he calibrado directamente en régimen transitorio, puesto que el único criterio objetivo de comparación entre el simulado y el real son las series de caudales medidas en el manantial y el balance global. Como datos iniciales de coeficiente de almacenamiento (S) he tomado un valor homogéneo para todo el acuífero del 1% salvo en

el dren NS al que he asignado el 4% y en el EW el 2% (Fig. 130). Para la distribución de la permeabilidad he seguido las directrices expuestas anteriormente, una mayor "transmisividad equivalente" en las áreas de descarga del manantial que progresivamente disminuye con la distancia. En los sectores muy próximos a la surgencia les he asignado 60 m/día, reduciéndola hasta 2 m/día en las áreas más alejadas. En el dren NS he introducido 100 m/día y en el EW 60 m/día.

En un principio he considerado como potenciales iniciales (H_0) los obtenidos en el momento en el que se reproducía mejor el caudal inicial del manantial, al correr el modelo partiendo de potenciales muy altos. Varían desde una cota de 600 metros, impuesta al manantial de La Villa, hasta algo más de 620 en el extremo occidental del acuífero (Fig. 131). La transmisividad equivalente (T) a estos potenciales, teniendo en cuenta que la profundidad del sustrato impermeable se sitúa a cota 500, se representa en la figura 132.

Al igual que en los modelos de transferencia, he considerado como datos de infiltración la lluvia útil calculada a nivel diario integrada posteriormente en los distintos intervalos de tiempo en los que he realizado la simulación.

Para el ajuste del modelo he considerado un incremento de tiempo mensual, desde septiembre de 1974 hasta octubre de 1978. Cualquiera que haya trabajado con modelos sabe las numerosas pasadas que son necesarias para una calibración definitiva. Con objeto de no extenderme demasiado describiendo los cambios realizados en cada una de ellas, paso a comentar brevemente sólo aquellas que considero más importantes.

El balance global que se obtiene con los datos iniciales de S , H_0 y T , muestra unas entradas medias simuladas de $0.409 \text{ m}^3/\text{s}$ frente a $0.403 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua infiltrada. El resultado es bastante bueno, sobre todo si se tiene en cuenta que al final del periodo el manantial arroja un caudal mayor que al inicio, lo que indica que han aumentado las reservas. Sin embargo al comparar el hidrograma simulado con el real (Fig. 133) se observa que en el primero los picos quedan por debajo, las recesiones son más suaves y los caudales en los valles están sobrestimados.-Todos estos indicios indican que en el modelo el manantial, y por tanto el sistema en general, responde a la infiltración con mayor inercia que el real.

Con objeto de hacerlo más "nervioso" opté por reducir simplemente S en el dren NS al 2% en una segunda pasada, sin que el resultado se viera sensiblemente mejorado, ya que el hidrograma obtenido era prácticamente el mismo que el de la pasada anterior.

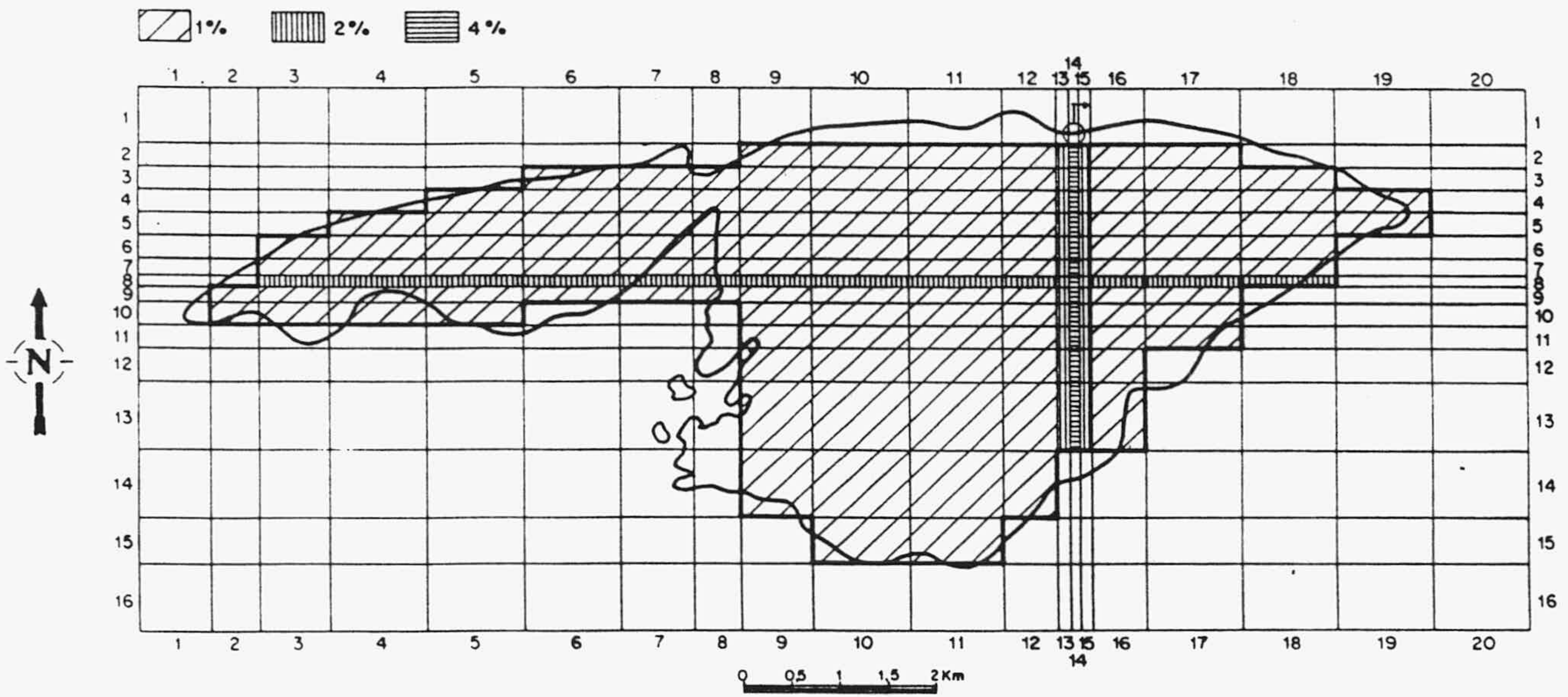


Fig. 130.- Valores de S para la 1ª pasada.

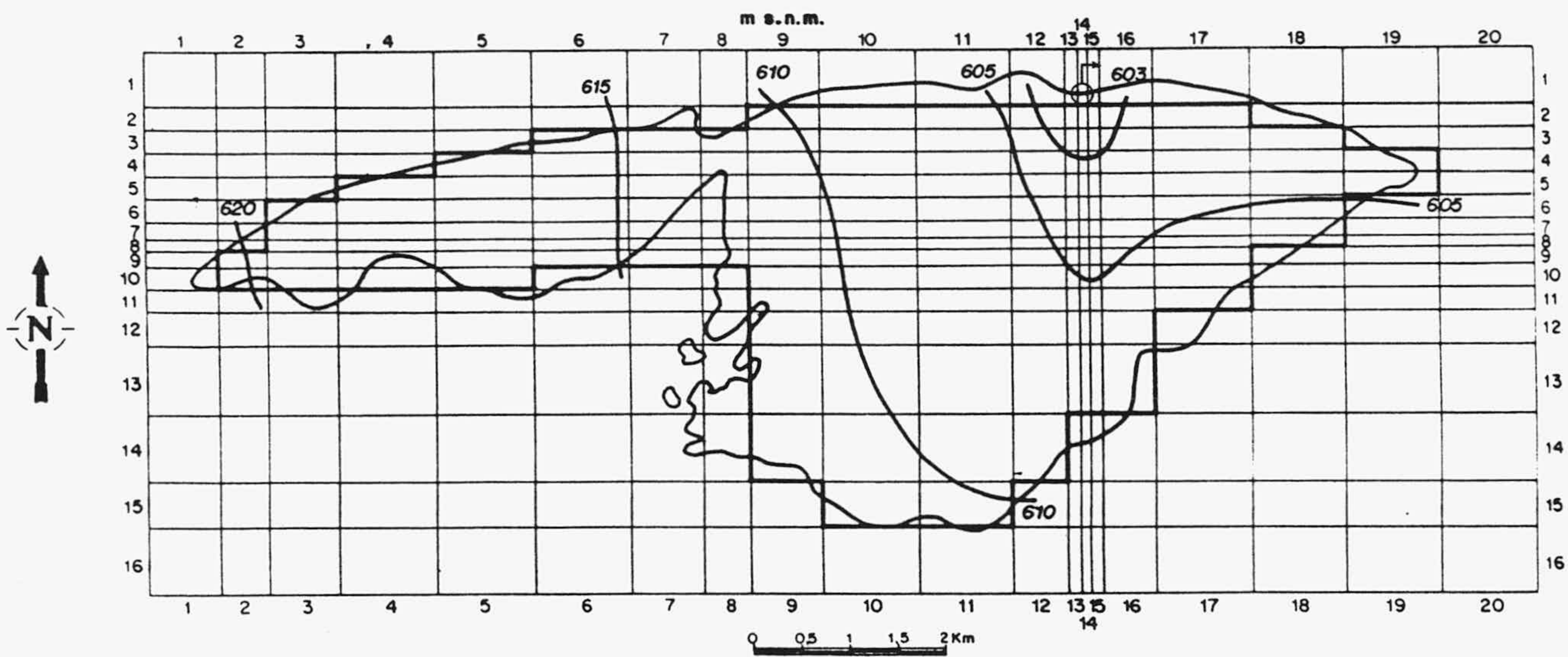


Fig. 131.- Potenciales de partida en las pasadas 1ª, 2ª, 3ª y 4ª.

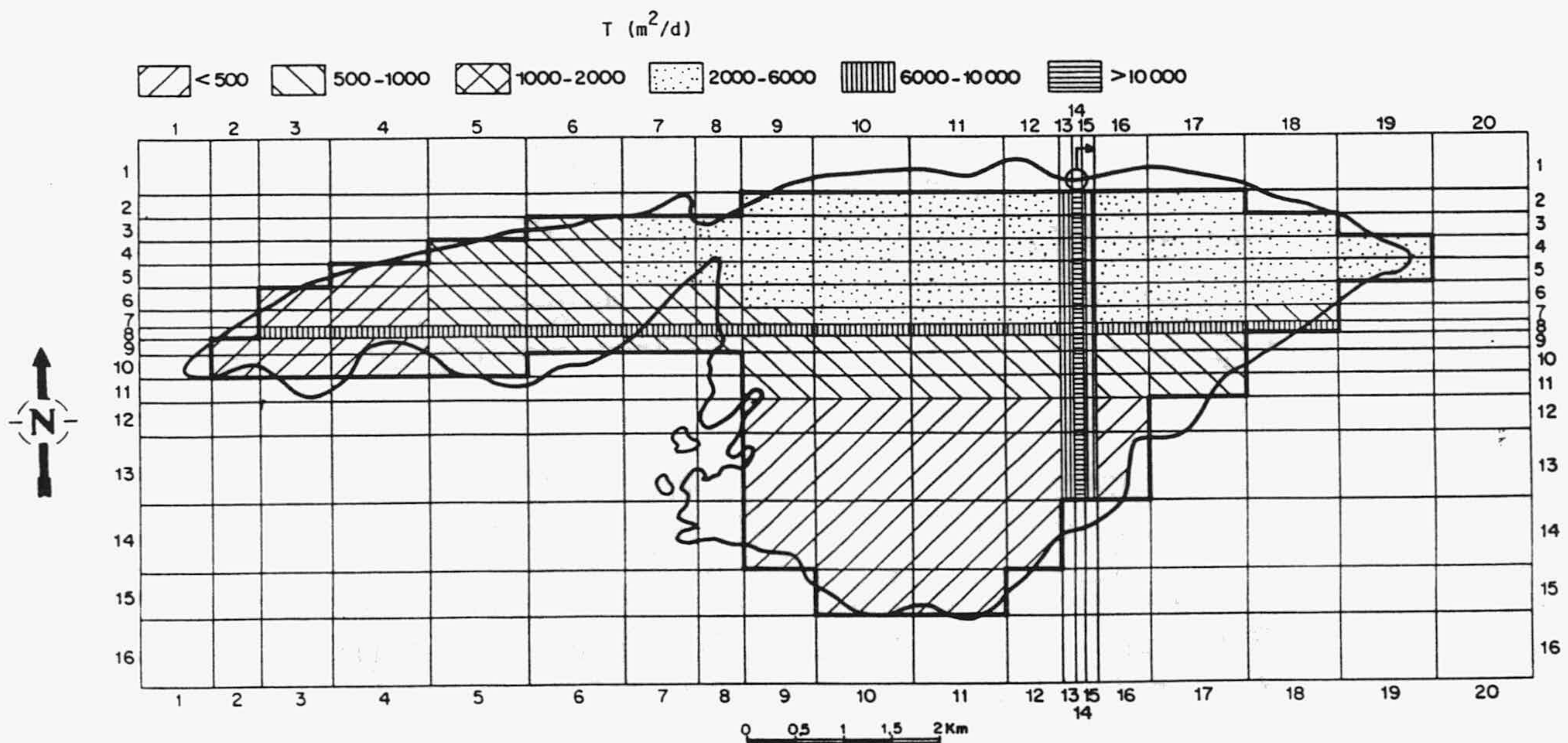


Fig. 132.- Valores de T iniciales para las pasadas 1ª, 2ª y 3ª.

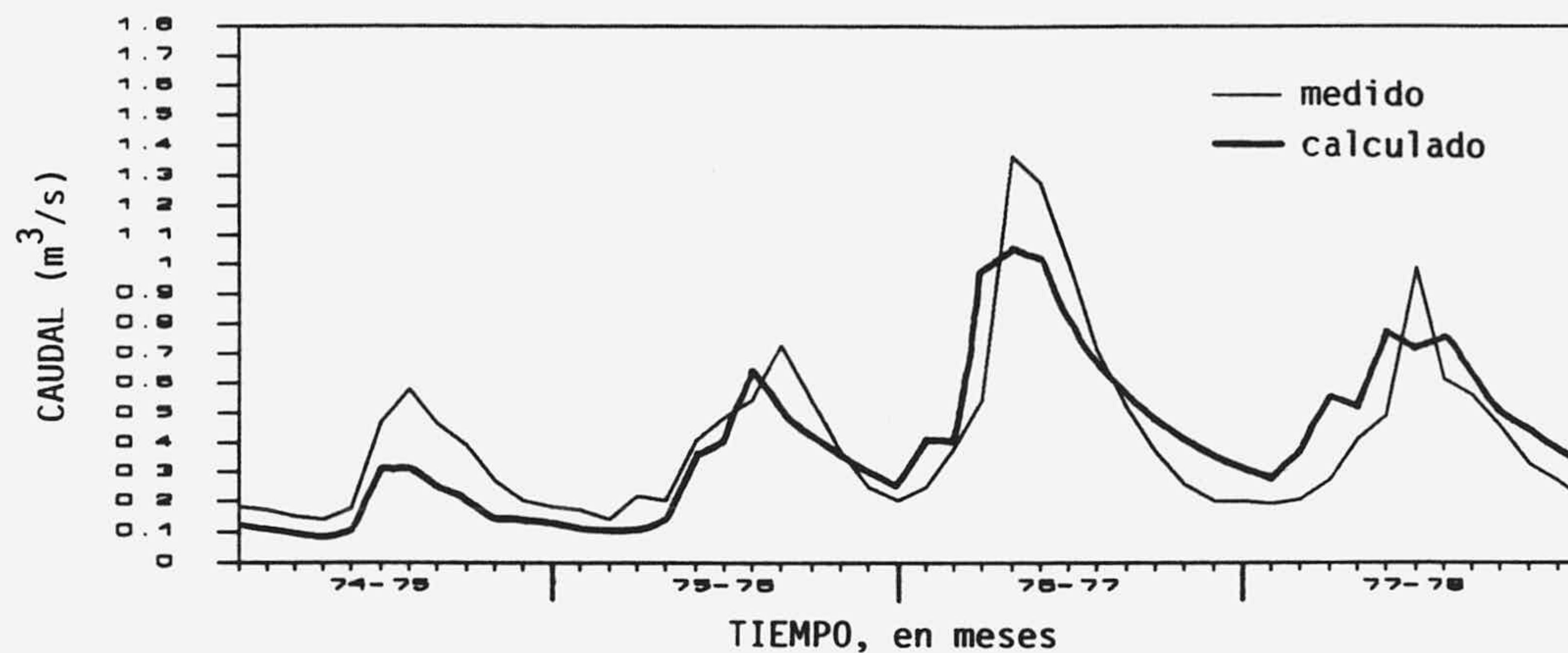


Fig. 133.- Hidrograma real y simulado de La Villa obtenido en la 1ª pasada.

Habiendo comprobado que las pequeñas reducciones locales de S no influían apenas en los caudales del manantial, disminuí considerablemente su valor de forma general en una tercera pasada. Al dren EW le asigné el 1% en lugar del 2% y el resto del acuífero pasa del 1% al 0.7% (Fig. 134). Como muestra la figura 135 el hidrograma simulado se ajusta bastante bien al real. No obstante el S medio que ajusté fue del 0.7%, con una T inicial de 1500 m²/día. Estos valores me parecieron excesivamente bajos para el acuífero de El Torcal, por lo que consideré necesario realizar un replanteamiento de los valores de T y S, en el sentido de aumentar ambos en todo el acuífero, de manera que quedara compensada la influencia de uno sobre otro para mantener aproximadamente la misma inercia obtenida en esta tercera pasada.

En la cuarta y definitiva pasada, pretendo aproximar S y T a la realidad del sistema teniendo en cuenta los datos obtenidos en un ensayo de bombeo realizado en un sondeo de abastecimiento situado cerca del manantial, que fueron de 60000 m²/día de transmisividad y del 10% de coeficiente de almacenamiento. Como muestran las figuras 136 y 137, T y S toman valores mucho más altos que los introducidos inicialmente, aunque su distribución relativa sigue las mismas directrices, de acuerdo con el modelo conceptual de partida. El coeficiente de almacenamiento medio es del 1.9% y la transmisividad equivalente inicial media de 2800 m²/día.

El hidrograma obtenido se ajustaba bien al real, aunque el caudal inicial era bastante mayor, señal de que los potenciales de partida eran relativamente altos para los nuevos

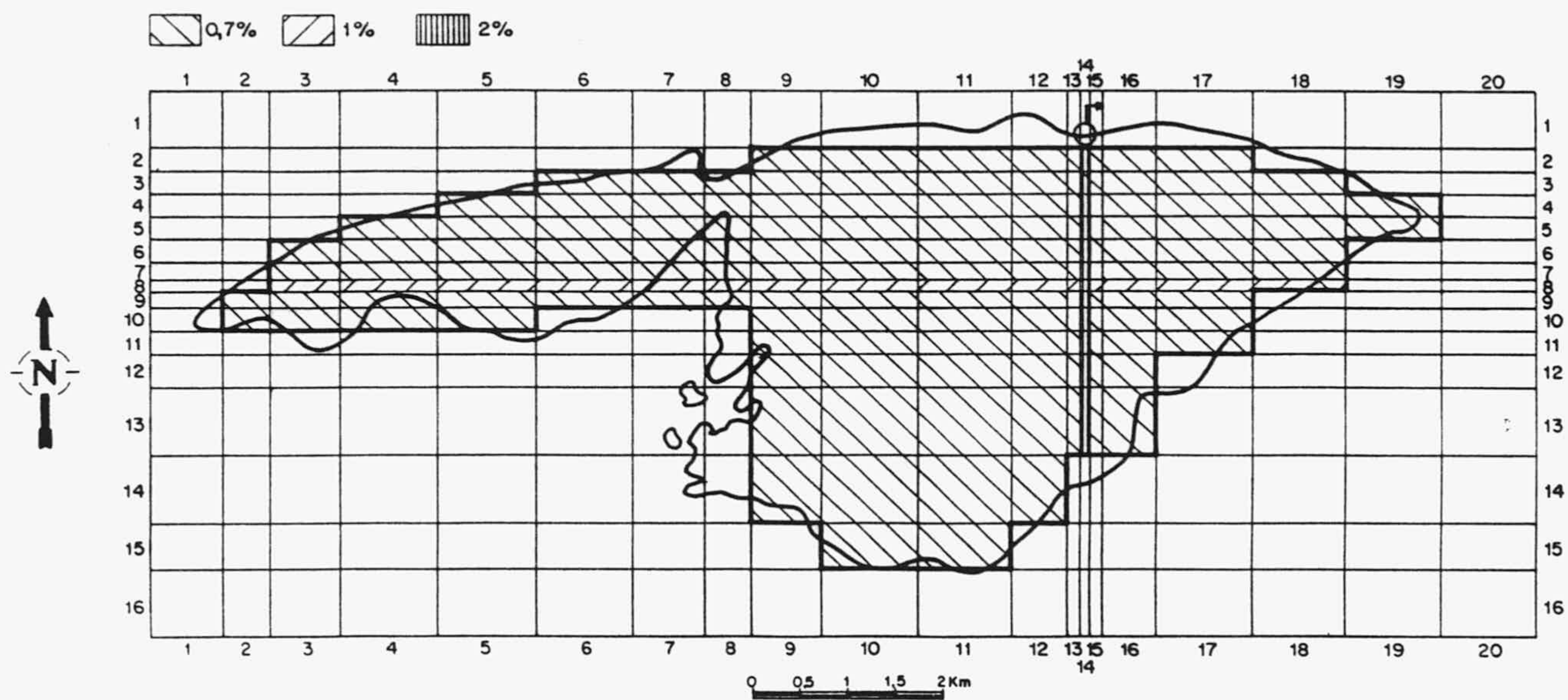


Fig. 134.- Nuevos valores de S en la 3^a pasada.

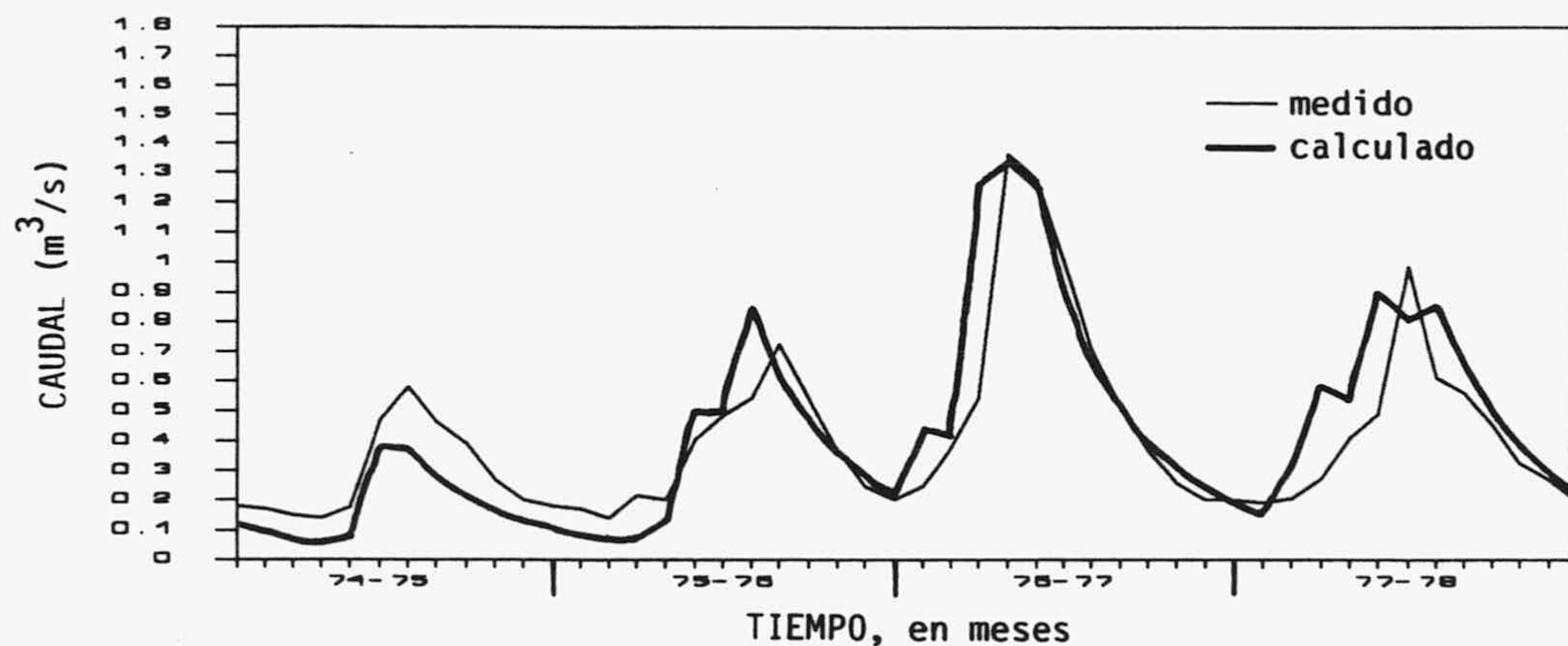


Fig. 135.- Hidrograma real y simulado de La Villa obtenido en la 3^a pasada.

parámetros dados. Para su determinación procedí como en la primera pasada, pero con los valores de permeabilidad y coeficiente de almacenamiento definitivamente ajustados (Fig. 138).

El hidrograma real y simulado para la totalidad de los siete ciclos de datos disponibles está representado en la figura 139. Se puede comprobar que el ajuste conseguido es bastante bueno, tanto en los picos y los valles como en las curvas de recepción. El balance global muestra una pequeña diferencia entre las salidas por el manantial

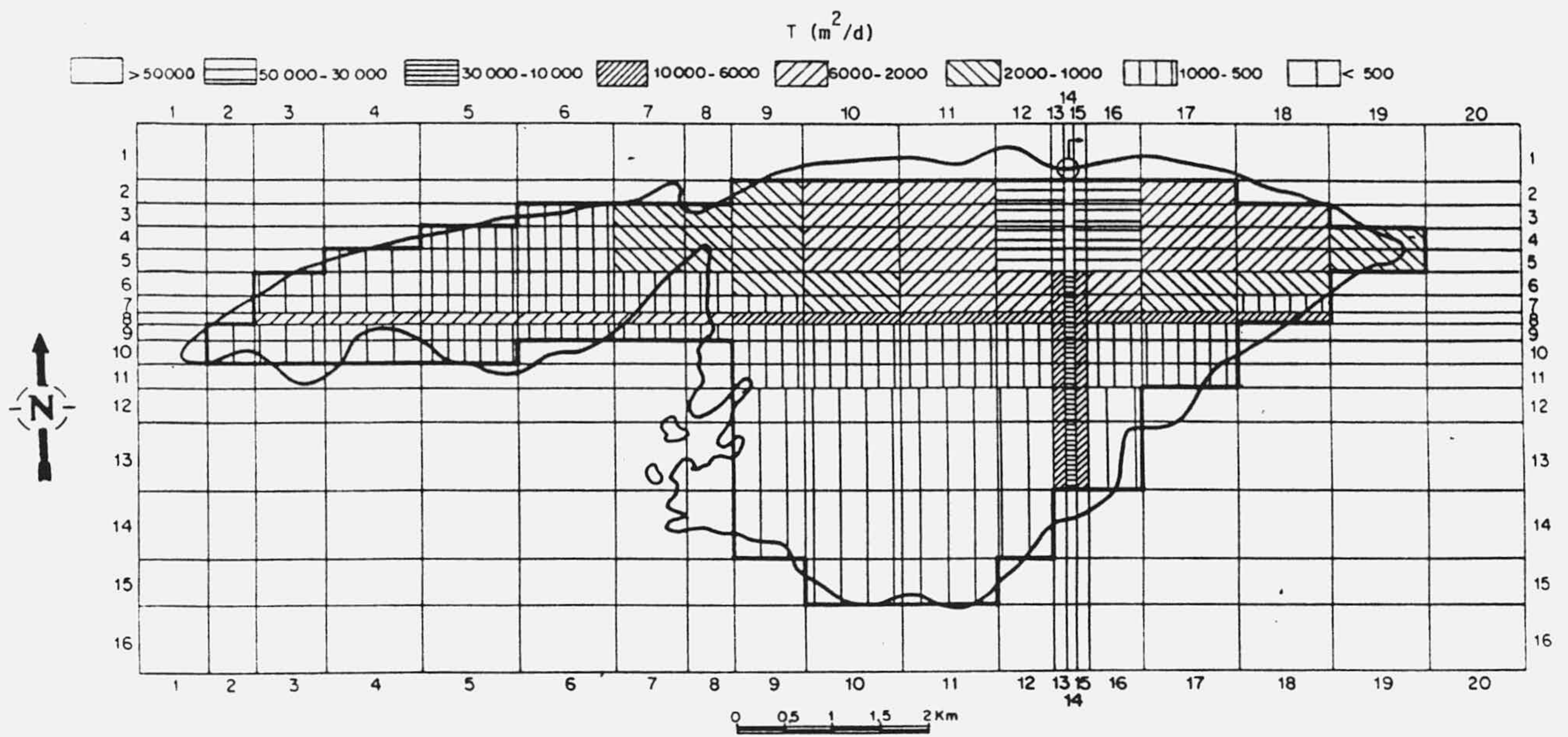


Fig. 136.- Valores de T iniciales definitivamente ajustados.

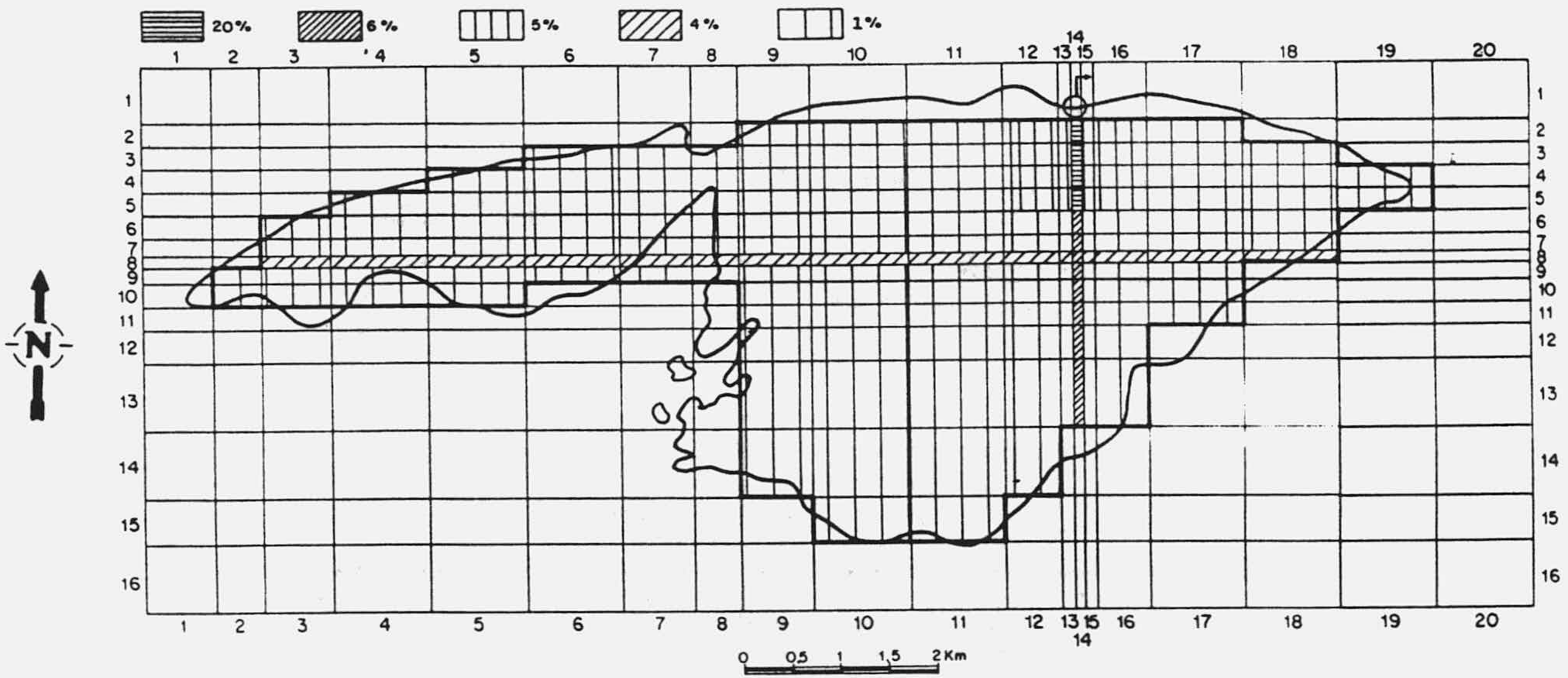


Fig. 137.- Valores de S definitivamente ajustados.

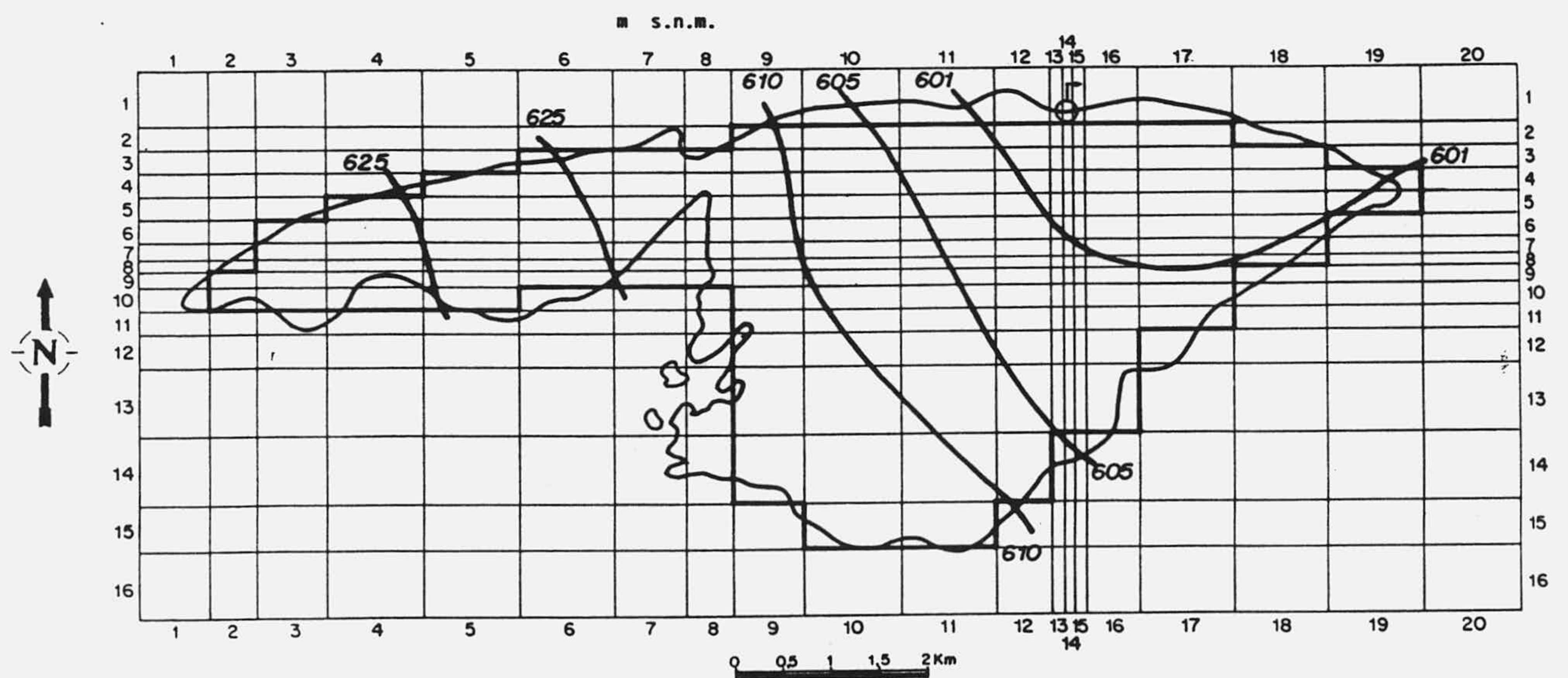


Fig. 138.- Potenciales de partida estimados.

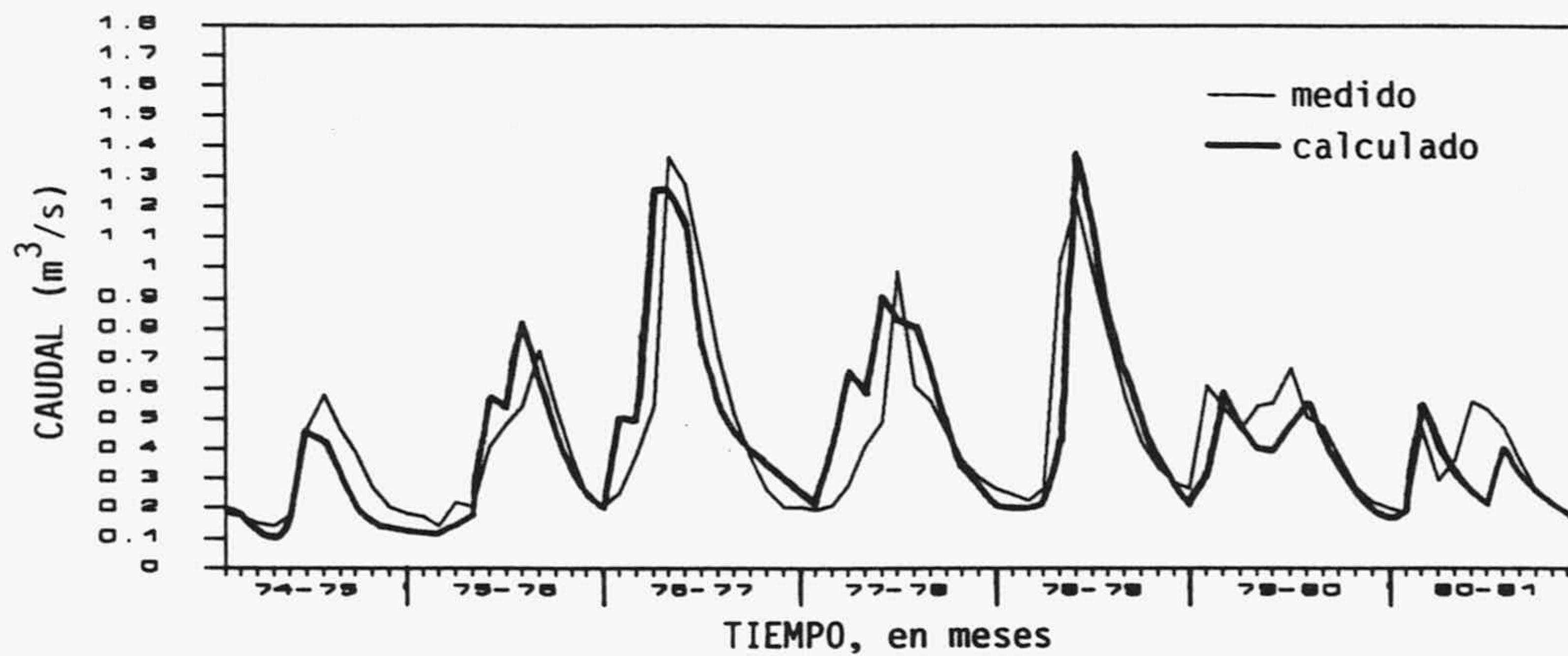


Fig. 139.- Hidrograma real y simulado a nivel mensual de La Villa obtenido con el modelo calibrado.

y las entradas por infiltración, $0.430 \text{ m}^3/\text{s}$ y $0.427 \text{ m}^3/\text{s}$ respectivamente, explicable porque el caudal al principio de la simulación es algo mayor que al final, hay una pequeña reducción en las reservas; por tanto, en este sentido también considero que el modelo se ajusta suficientemente bien.

Una vez ajustado el modelo he procedido a realizar una simulación con incremento de tiempo semanal. El hidrograma obtenido, que se presenta en la figura 140 junto con el real se ajusta incluso mejor que el mensual, quizá debido a que el error de corte es menor (0.3 m frente a 0.5 a nivel mensual).

El hecho de que la mayoría de los valles se ajusten bastante bien puede parecer contradictorio con lo que he venido mencionando a lo largo de este trabajo. Siempre he considerado que en los caudales bajos del manantial de La Villa puede existir un cierto error de medida, debido al canal de derivación anterior a la estación de aforo. Este error forzosamente tendría que reflejarse en el modelo, que no presupone ninguna condición especial en estas circunstancias, como es el caso del modelo de reservorios previamente ajustado. Si las áreas poco transmisivas y capacitivas del modelos son capaces de mantener este caudal durante los meses de estiaje, pone en duda la existencia de los mencionados errores de medida.

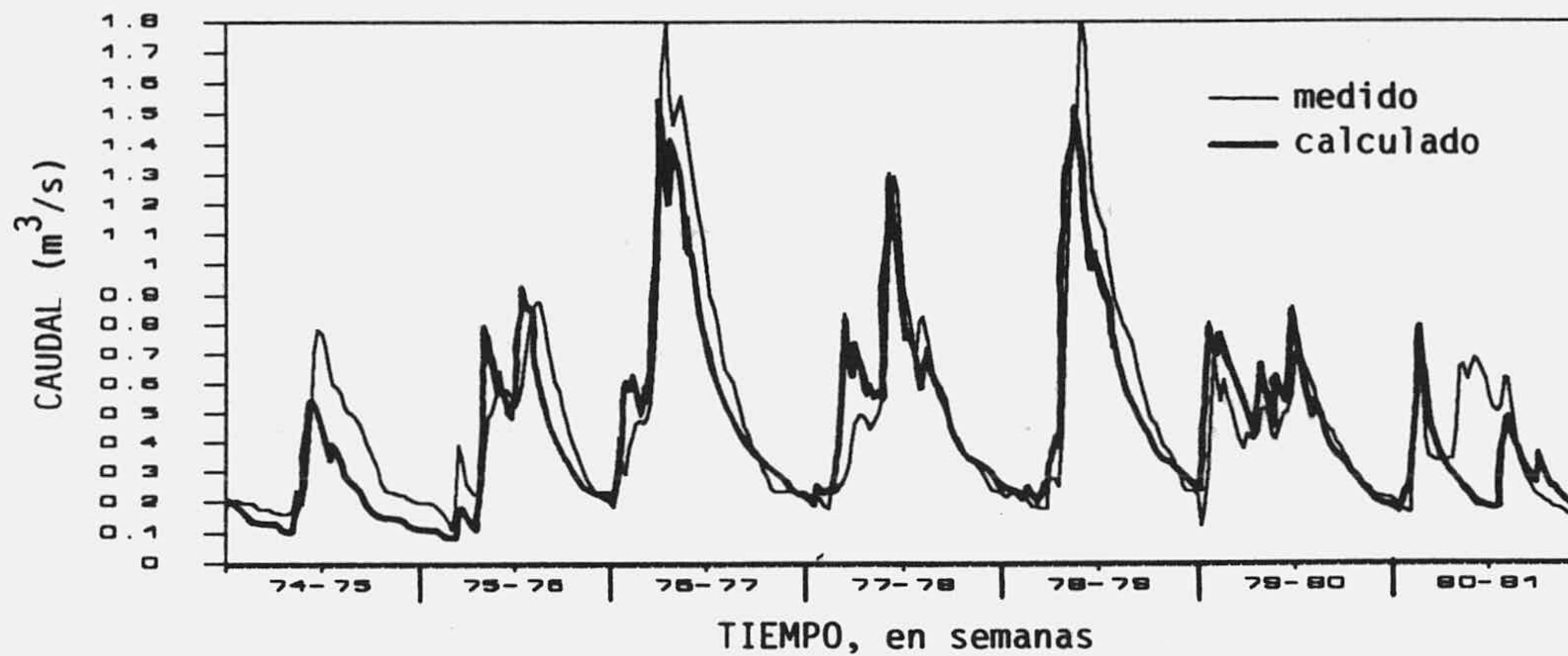


Fig. 140.- Hidrograma real y simulado a nivel semanal del manantial de La Villa obtenido con el modelo calibrado.

En la figura 141 represento las evoluciones de potencial observadas en la simulación con un intervalo de tiempo semanal en algunos nodos significativos. Como cabría esperar, las oscilaciones de nivel menores se localizan en los nodos situados en los drenes, no llegan a 15 metros en los días más lluviosos, debido a su alta transmisividad y coeficiente de almacenamiento. Por el contrario las áreas alejadas de la surgencia presentan grandes fluctuaciones, con oscilaciones incluso de 60 metros en las épocas de mucha precipitación. Los sectores no demasiado alejados del manantial presentan un comportamiento intermedio entre estos dos extremos.

Como en el modelo de reservorios, he simulado dos condiciones diferentes de régimen de demanda por bombeos. En un primer caso he supuesto una extracción continua de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ en la celda del manantial. Como muestra el hidrograma obtenido en la surgencia de la figura 142, el manantial sólo se agotaría durante algunos meses en los años de escasa precipitación (74-75 y 75-76), aquellos en los que las reservas del acuífero son muy reducidas. Se puede comprobar que el hidrograma es muy parecido al obtenido en el modelo de reservorios bajo estas mismas condiciones; con la diferencia de que en aquel, el manantial se secaba todos los años durante algunas semanas del periodo de estiaje.

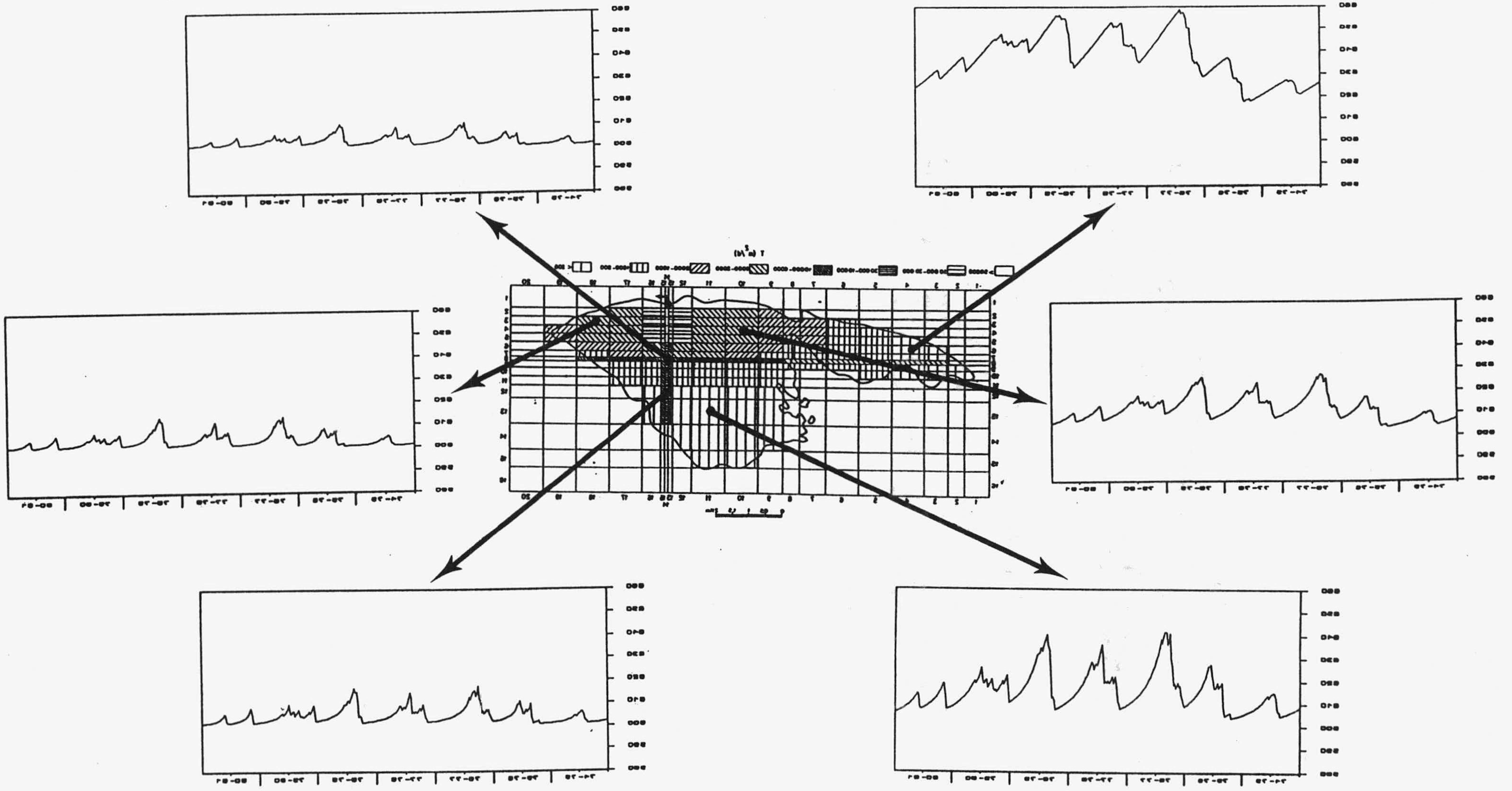


Fig. 141 - Evoluciones piezométricas observadas en algunos nodos con el modelo calibrado en el acuífero de El Torcal. Intervalo de tiempo semanal.

Las evoluciones piezométricas en las áreas menos transmisivas apenas si sufren modificaciones respecto al régimen natural (Fig. 143); no así en las celdas muy transmisivas situadas sobre los drenes, más influenciadas por las extracciones, aunque los descensos provocados también son pequeños; el máximo se registra al principio del año 75-76, donde el nivel apenas desciende 3 metros por debajo de la cota del manantial.

En un segundo caso he simulado unas extracciones continuas de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$, que se incrementan en $0.300 \text{ m}^3/\text{s}$ durante los meses comprendidos entre junio y septiembre inclusive. El hidrograma de la surgencia de la figura 144 muestra que en más de la mitad

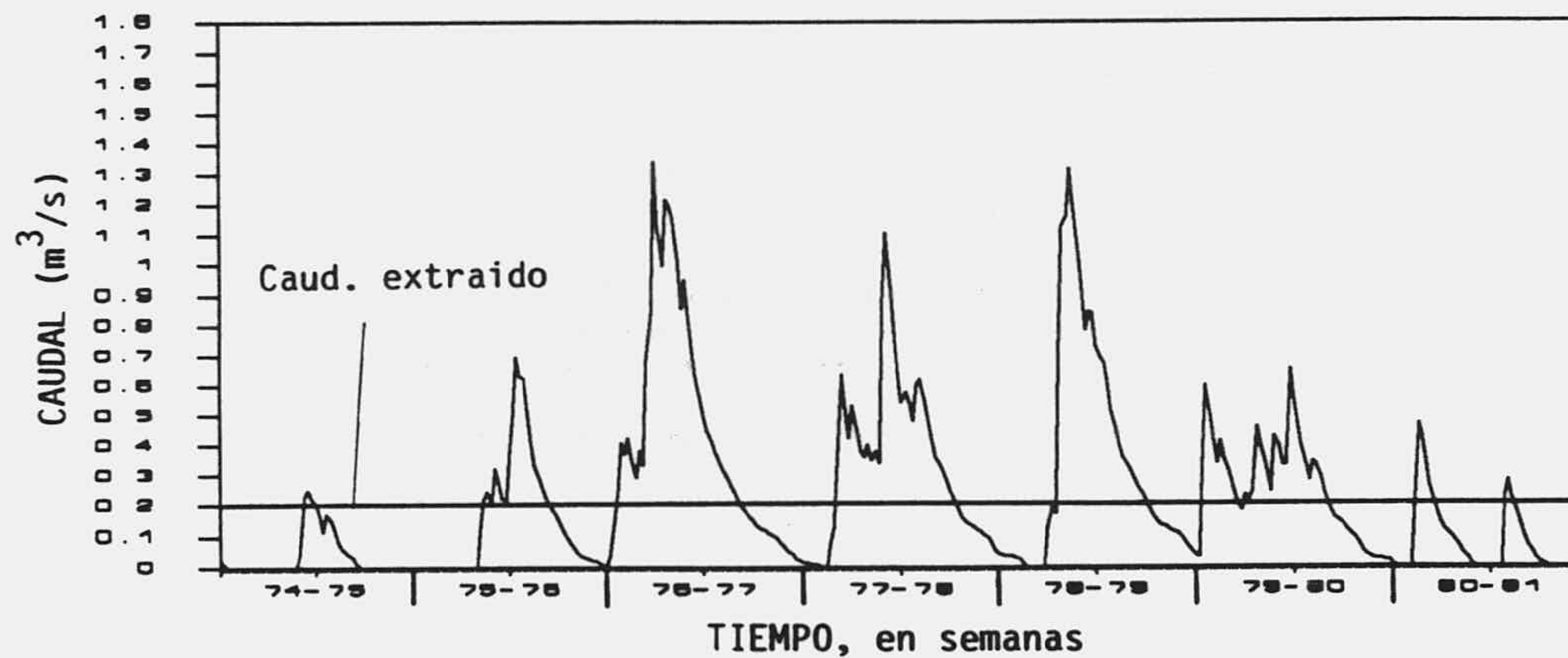


Fig. 142.- Hidrograma obtenido en el manantial de La Villa con unas extracciones de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ continuas en la celda del manantial.

del periodo simulado el manantial permanece seco, durante aquellos meses en los se extrae el máximo caudal que coinciden con unas reservas mínimas en el acuífero. Con el aumento del caudal de extracción se puede observar en la figura 145 que, consecuentemente, los descensos provocados afectan de forma más generalizada a todo el acuífero que en el caso anterior, si bien en las áreas más alejadas del manantial apenas se detecta una influencia apreciable, a pesar de los fuertes bombeos en los meses de verano ($0.500 \text{ m}^3/\text{s}$). El máximo descenso se produce entre octubre y diciembre del año 1975 en las áreas más transmisivas y mejor conectadas con la celda del manantial, dren NS; con 10 metros bajo la cota del manantial, que coincide con la época en que las reservas del acuífero son mínimas.

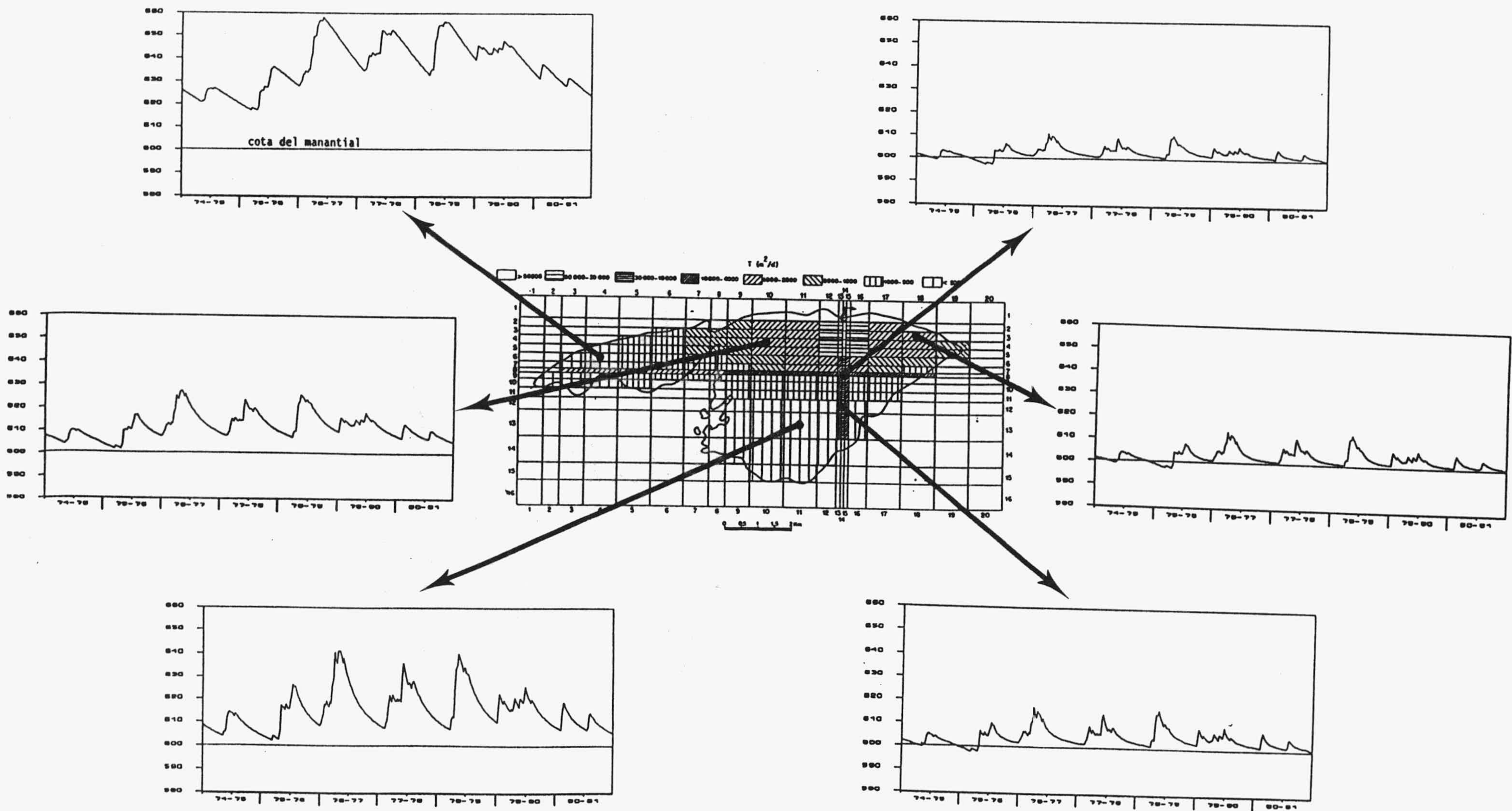


Fig. 143.- Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de El Torcal con una extracción continua de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ en la celda del manantial. Intervalo de tiempo semanal.

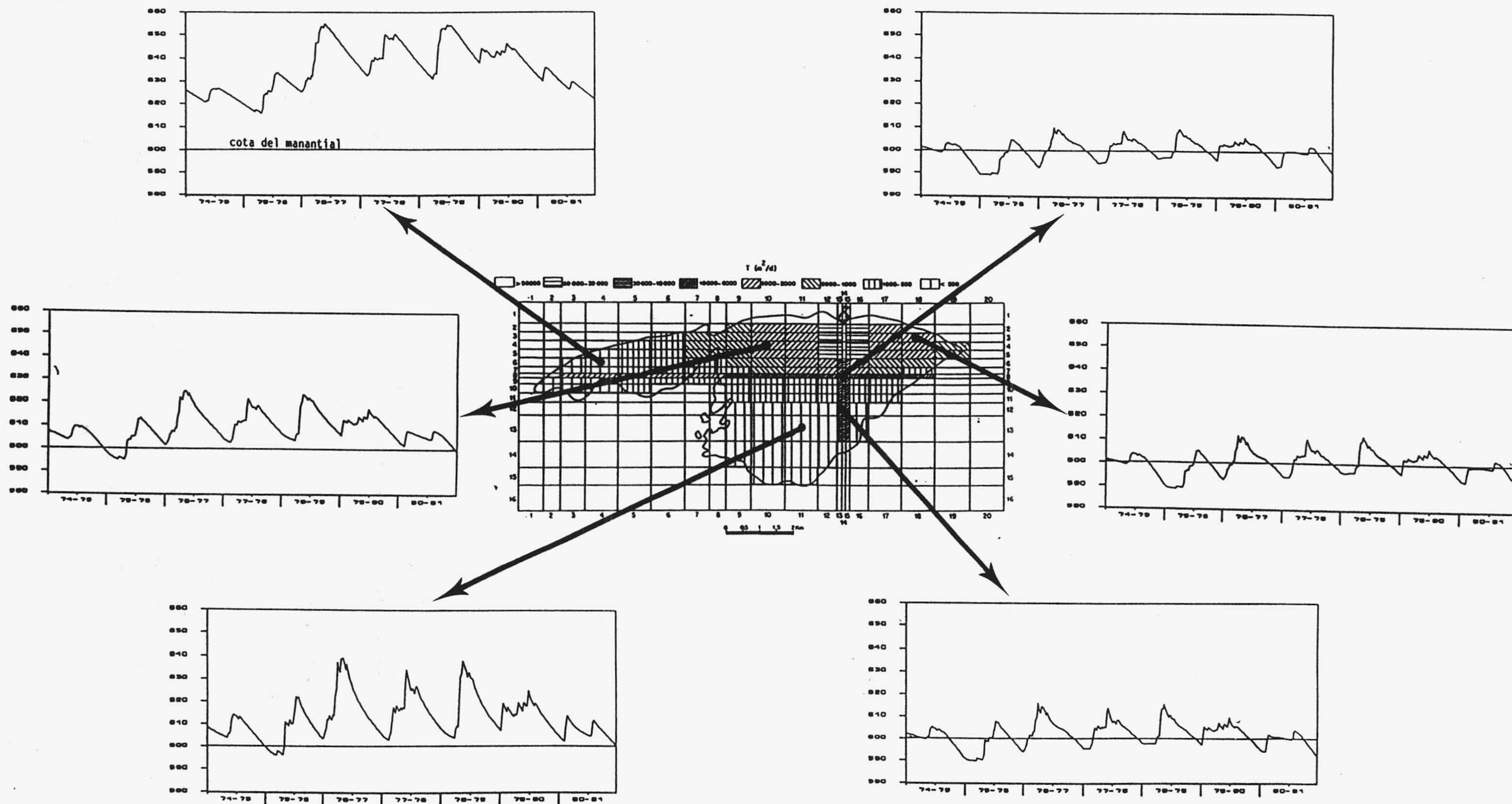


Fig. 145.- Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de El Torcal con una extracción continua de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ incrementada en $0.300 \text{ m}^3/\text{s}$ en los meses comprendidos entre junio y septiembre. Intervalo de tiempo semanal.

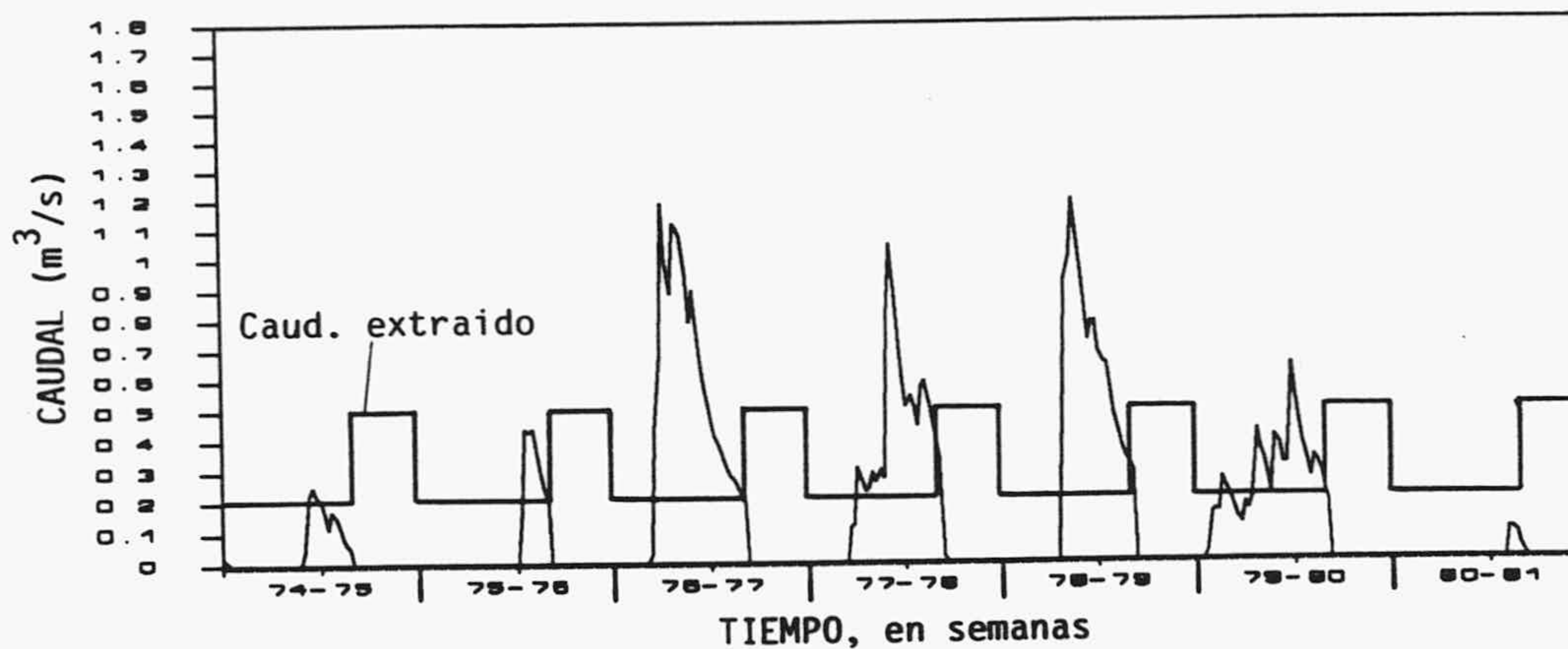


Fig. 144.- Hidrograma obtenido en el manantial de La Villa con unas extracciones continuas de $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ incrementadas en $0.300 \text{ m}^3/\text{s}$ durante los meses comprendidos entre junio y septiembre.

El plano de isopiezas obtenido en el momento de los máximos descensos (Fig. 146) muestra que tan sólo las áreas cercanas y mejor conectadas al manantial descienden por debajo de su cota. La alimentación proviene principalmente de las áreas menos transmisivas, pero relativamente más capacitivas. En estas zonas el gradiente es del 0.5%, bastante más alto que el obtenido en las proximidades de la extracción.

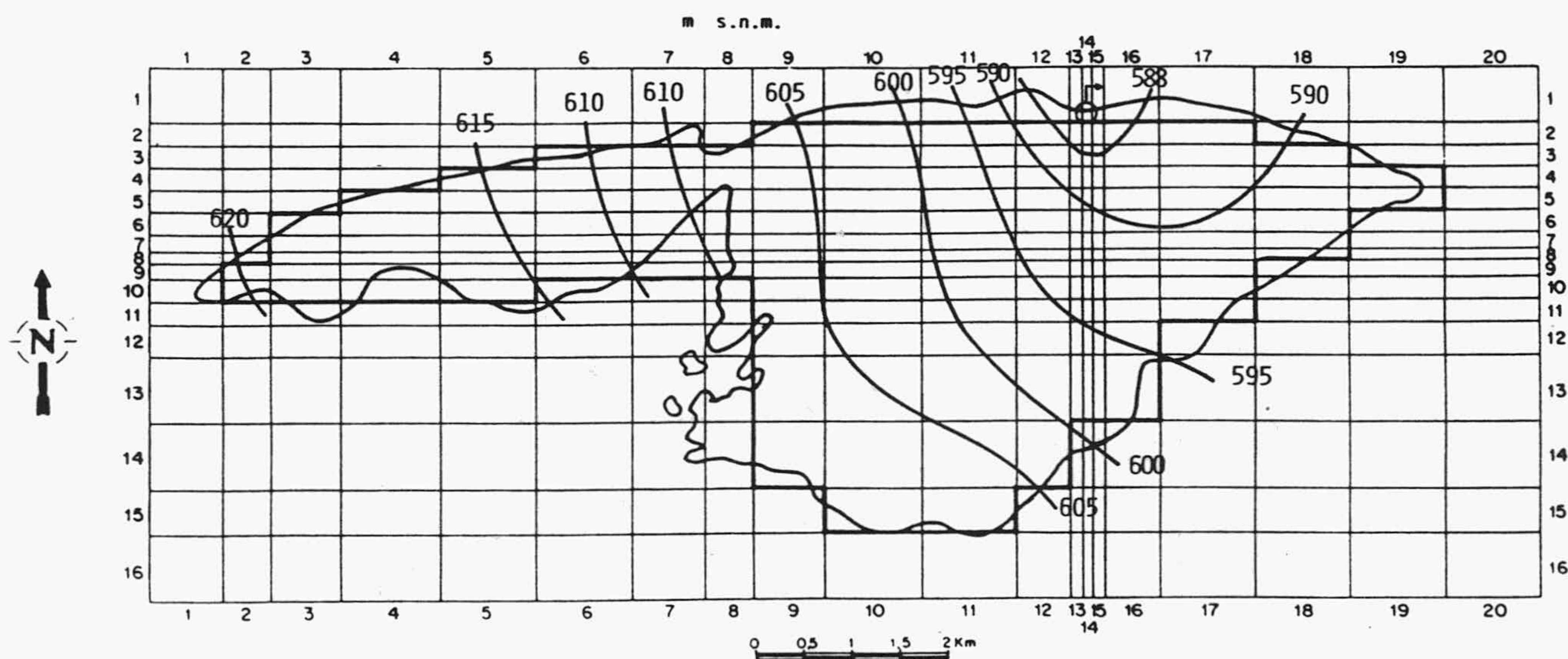


Fig. 146.- Isopiezas obtenidas en El Torcal en el segundo caso simulado para el instante en que se producen los mayores descensos de nivel.

4.2.3. Aplicación al acuífero de Simat de Valldigna

La aplicación de modelos de flujo en diferencias finitas al acuífero individualizado de Simat, así como a la totalidad del acuífero carbonatado de Sierra Grossa han sido objeto de anteriores publicaciones: PULIDO-BOSCH y PADILLA (1988 a y b) y PULIDO-BOSCH (1989)

La discretización que he realizado del acuífero de Simat se muestra en la figura 147. Consta de 14x17 celdas, en las que incluyo dos sectores de celdas más estrechas que pretenden simular, al igual que en El Torcal, dos drenes de alta transmisividad ortogonales entre sí, uno con una dirección aproximada EW y una anchura de 50 metros, y otro de 100 metros de anchura de dirección NS y que pasa por los ponors del polje de Barx-La Drova. Así mismo he densificado la malla en las proximidades de la surgencia de F. Mayor.

Todos los bordes del acuífero han sido considerados impermeables, salvo en el extremo SE, donde entra en contacto con depósitos cuaternarios de baja permeabilidad (existe una pequeña fuente como consecuencia del contraste de permeabilidades), y hacia el E con la continuidad de los afloramientos carbonatados de la Formación Creu; el manantial se sitúa en este contacto a una cota de 60 metros. Ambos límites los he considerado de nivel constante.

El calibrado del modelo lo he realizado en régimen transitorio puesto que, al igual que en el Torcal, los únicos datos realmente objetivos de ajuste son los caudales del manantial. Aunque en Simat se poseían algunos datos de transmisividad y coeficiente de almacenamiento y una idea general de los gradientes medios, recogidos por PULIDO-BOSCH (1979) en su Tesis Doctoral. La simulación la he realizado con un incremento de tiempo mensual durante los cuatro ciclos hidrológicos disponibles, desde octubre de 1973 hasta septiembre de 1978.

Como datos de infiltración he tomado la lluvia útil obtenida a nivel diario con 90 mm de reserva de agua utilizable por las plantas, que como se ha visto anteriormente, al considerar la escorrentía despreciable y la superficie que drena el manantial de 20 km², coincide con las aportaciones medias del manantial de F. Mayor.

Los potenciales iniciales (Fig. 147) fueron tomados de PULIDO-BOSCH (op. cit.), que de forma general da una idea de sus valores en este acuífero durante el periodo considerado.

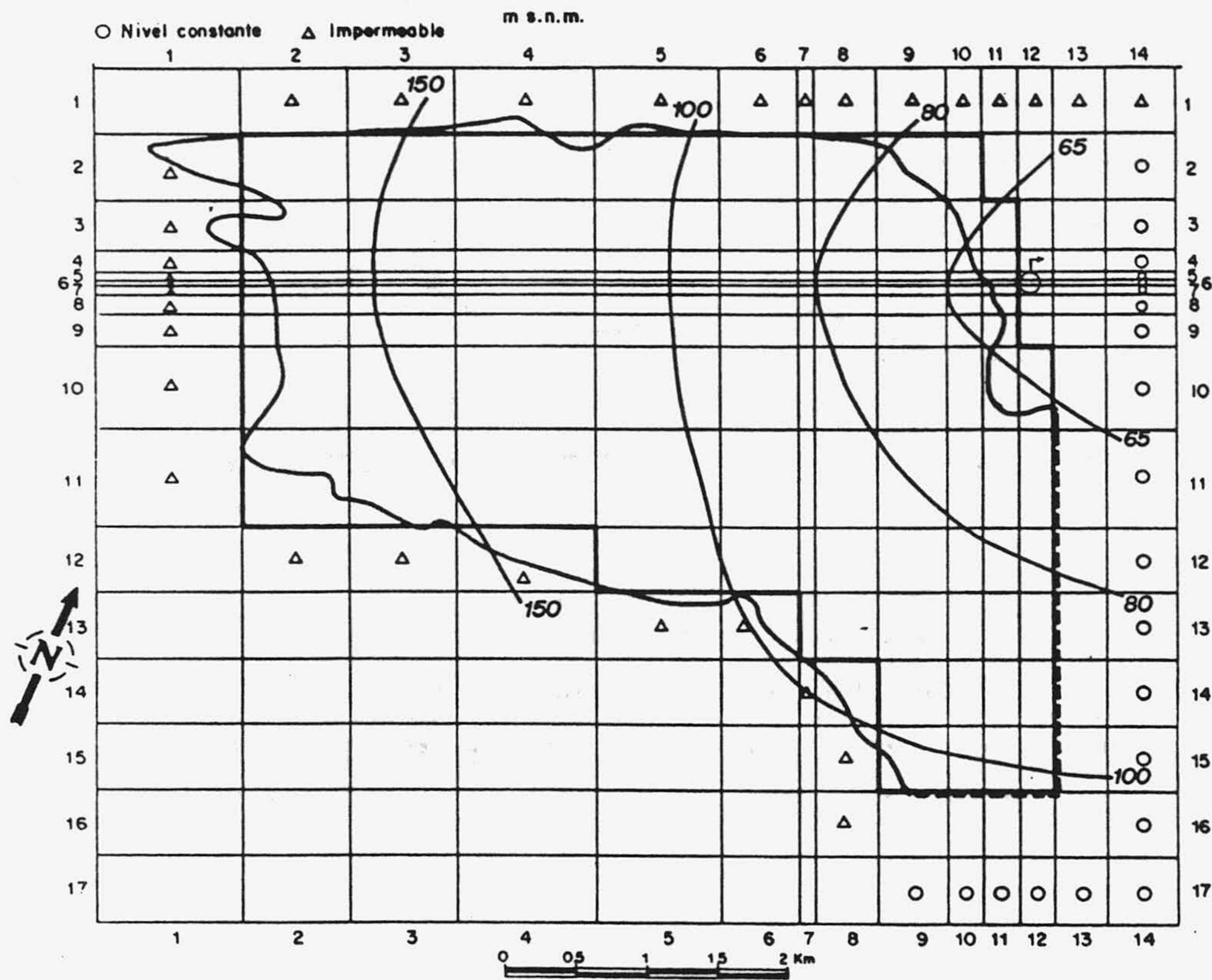


Fig. 147.- Potenciales de partida para la 1ª pasada.

De acuerdo con los pocos antecedentes disponibles y con el modelo conceptual de partida, he distribuido los valores iniciales de transmisividad equivalente (al considerar que el sustrato impermeable se sitúa a cota -135 metros de forma general en todo el acuífero) y coeficiente de almacenamiento. Como muestran las figuras 148 y 149, los valores más altos se dieron muy cerca de las surgencias, con 15000 m²/día de T y 8% de S, en concordancia con la experiencia adquirida en el modelo ajustado a El Torcal; de forma general, estos valores disminuyen progresivamente con la distancia hasta 400 m²/día y 0.7%. Los materiales cuaternarios y carbonatados del borde oriental, mucho menos permeables, toman 100 m²/día. Los drenes toman valores de T igual a 25000 m²/día y S del 8%, en las áreas cercanas al manantial, y de 6000 m²/día y 4% para las más alejadas.

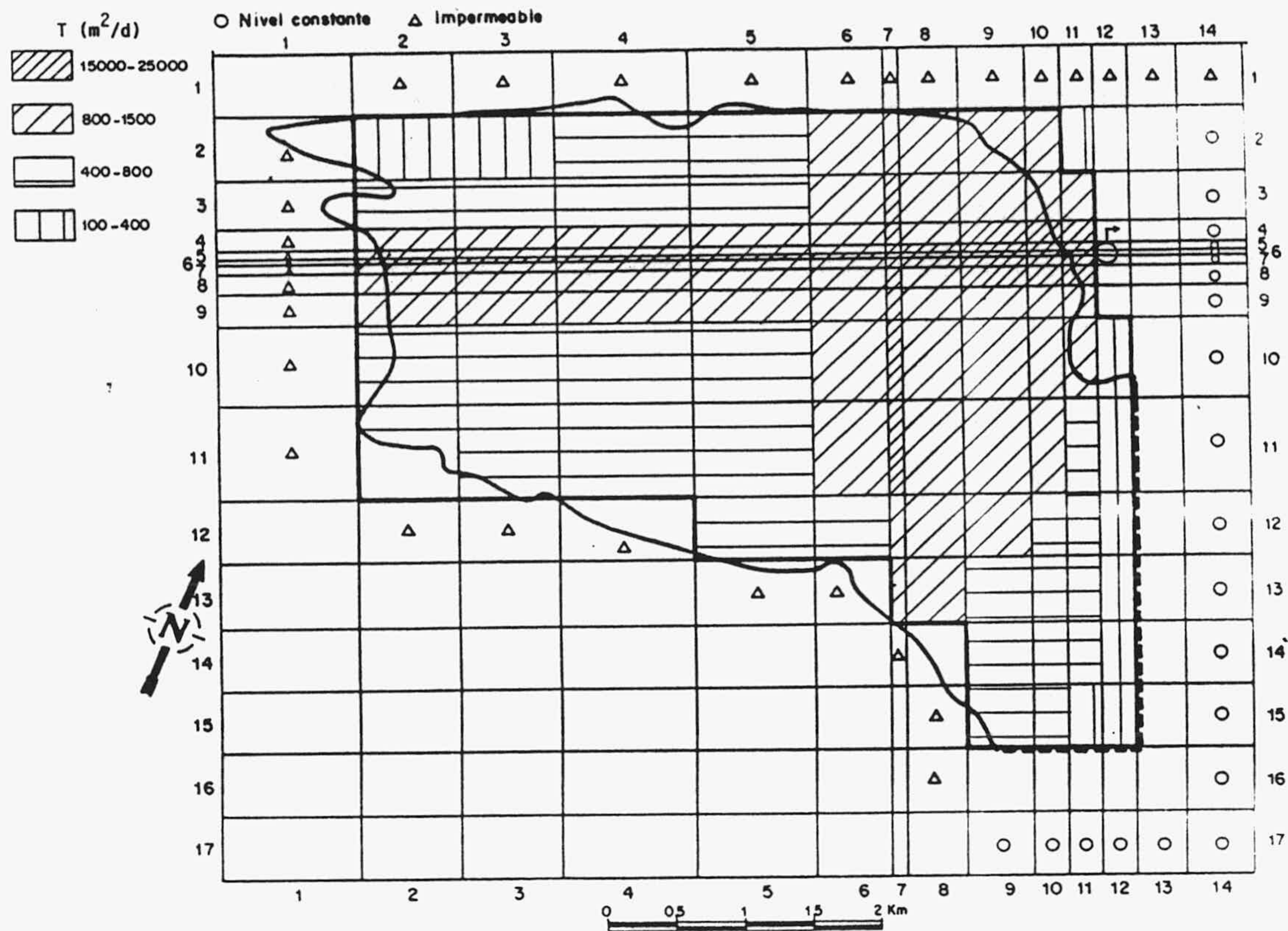


Fig. 148.- Valores de T iniciales en la 1ª pasada.

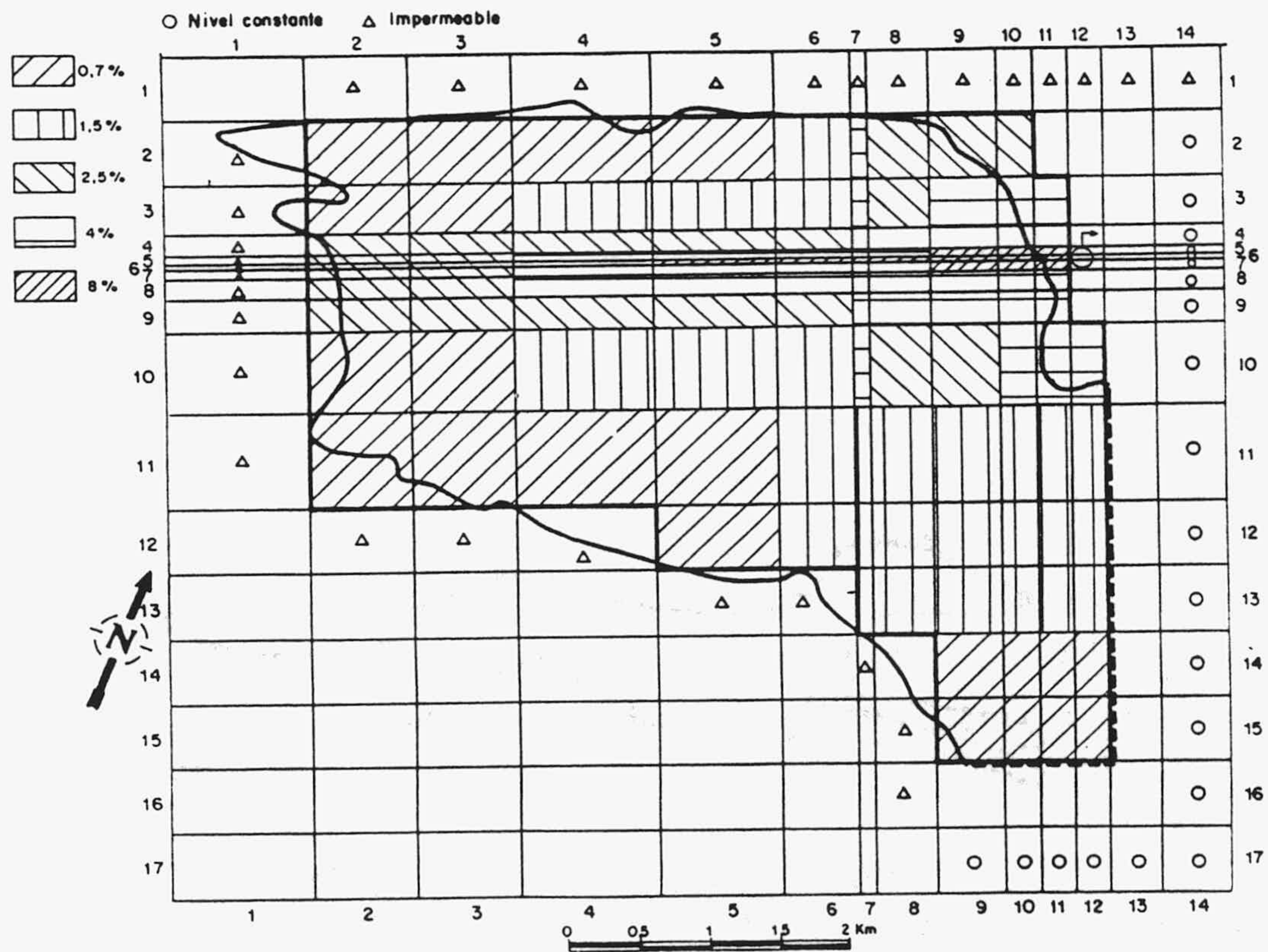


Fig. 149.- Valores de S en la 1ª pasada.

En el hidrograma obtenido en la primera pasada (Fig. 150), con los datos iniciales, la posición de los picos y la velocidad de vaciado en las recesiones posteriores coincide bastante bien con las obtenidas en el hidrograma real, pero los caudales obtenidos son mucho mayores. Una primera interpretación puede indicar que los H_0 son excesivamente altos, por lo cual procedí a obtenerlos de forma artificial, del mismo modo que en El Torcal, simulando hasta obtener un caudal en el manantial que coincidiera con el medido al inicio de la simulación. Desgraciadamente los valores de H_0 calculados de esta forma eran excesivamente bajos, con un gradiente en el estiaje medio del 0.25% que nada tenían que ver con lo observado en la realidad. Por lo cual procedí a modificar T y S con el propósito de encontrar una respuesta más acorde con los gradientes reales.

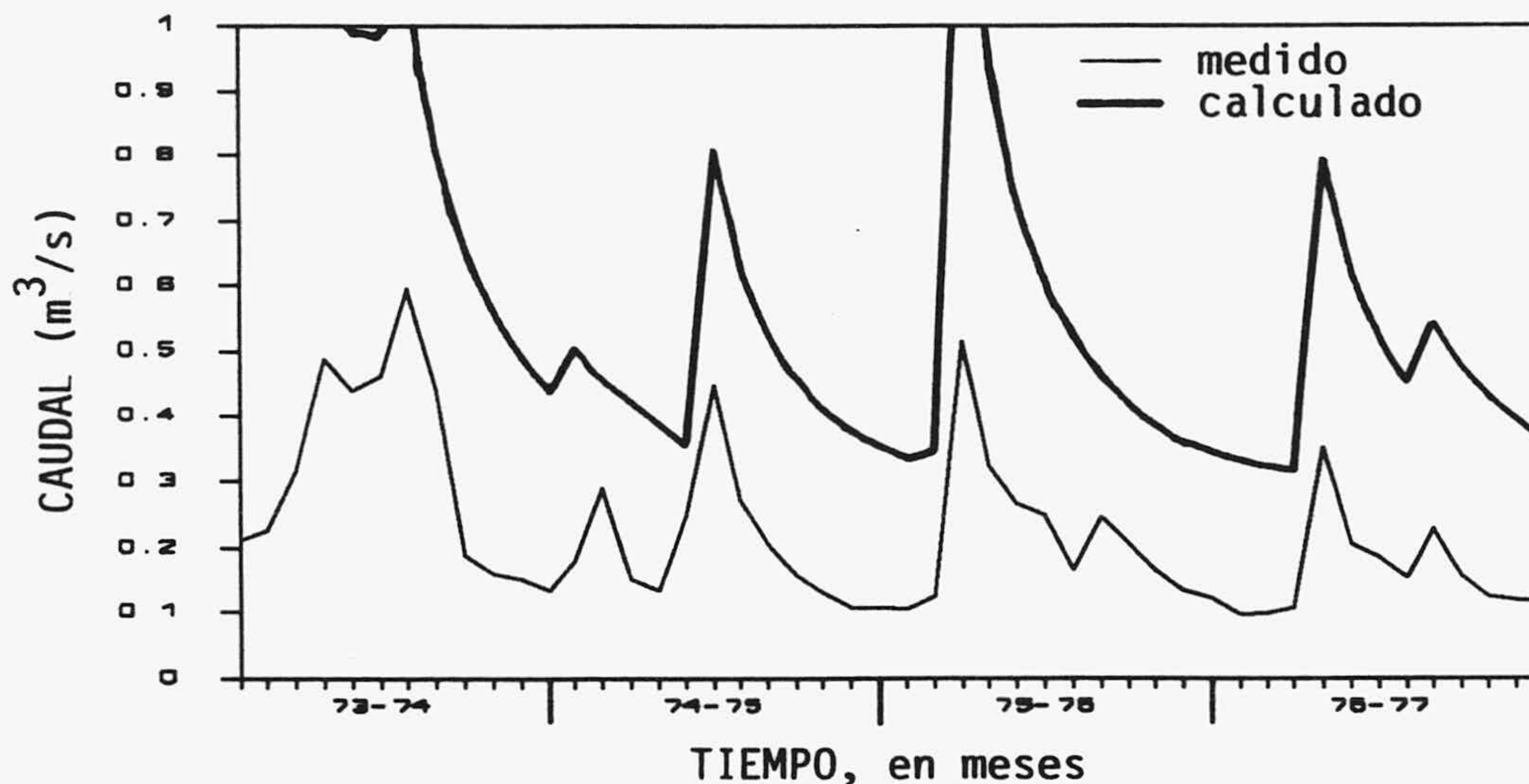


Fig. 150.- Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor en la 1ª pasada.

Las variaciones de T y S, realizadas en la segunda y definitiva pasada, se muestran en las figuras 151 y 152. Van orientadas en el sentido de disminuir de forma general en todo el acuífero T y S, especialmente en el gran dren EW. Los resultados obtenidos con estos datos son bastante satisfactorios, excepto que los caudales iniciales una vez más resultan ser algo elevados, aunque menores que en la pasada anterior. Procedí a estimar H_0 de la misma manera que anteriormente, obteniendo un gradiente medio para el periodo de estiaje de 0.8% (Fig. 153), que está más en consonancia con lo observado en Simat. Como muestra la figura 154 el hidrograma simulado se ajusta suficientemente bien al real.

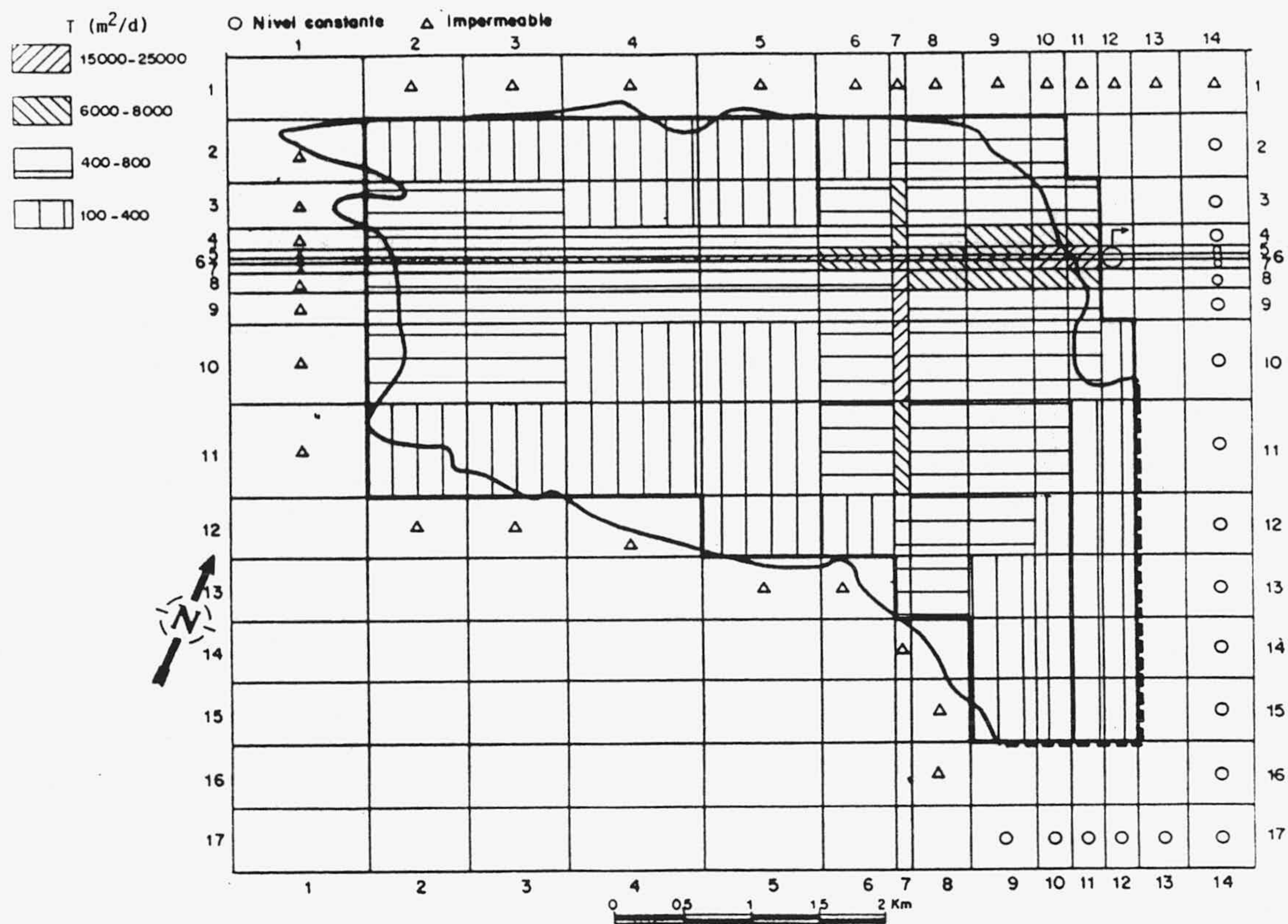


Fig. 151.- Valores de T iniciales en la 2ª y definitiva pasada.

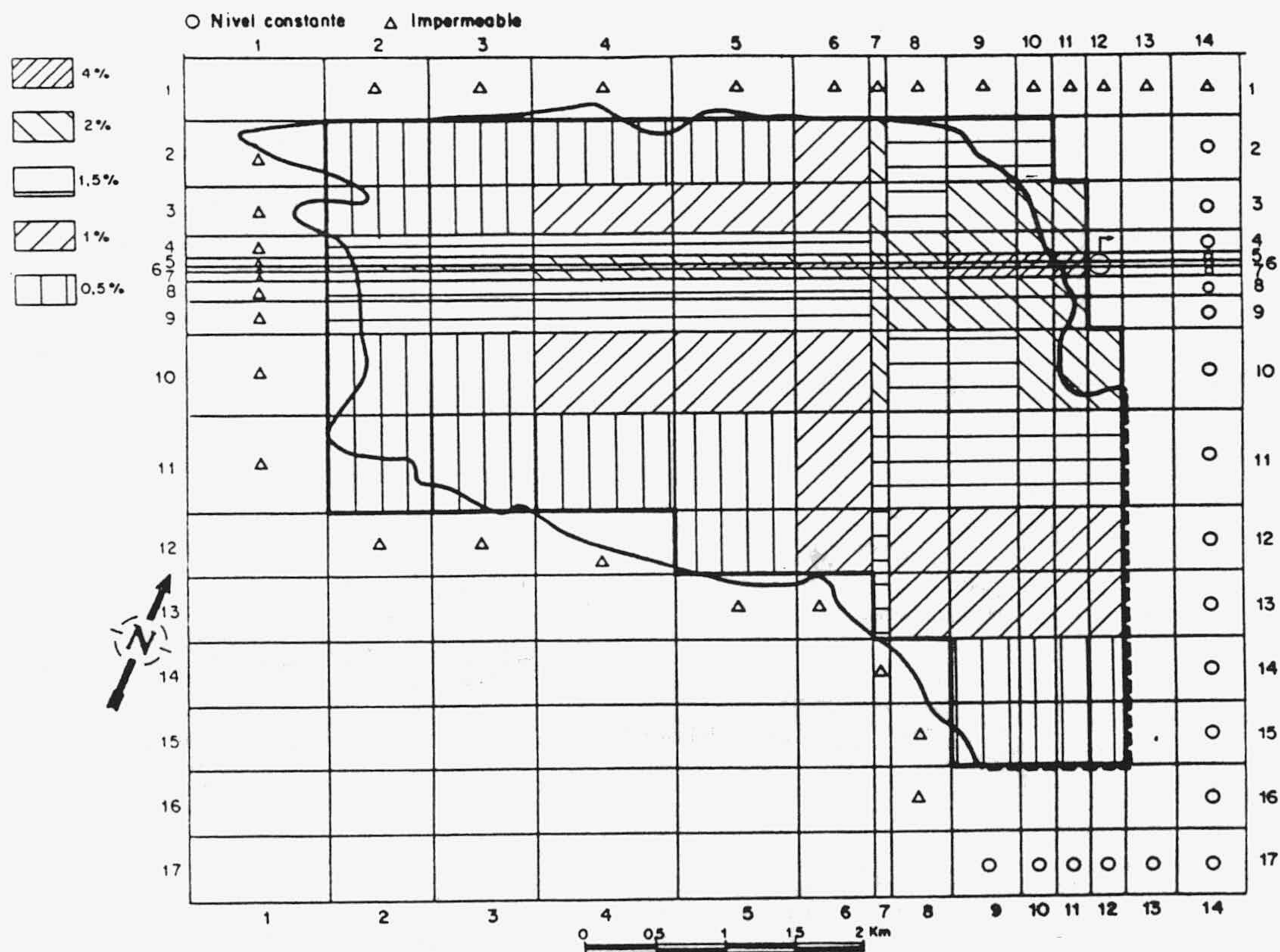


Fig. 152.- Valores de S en la 2ª y definitiva pasada.

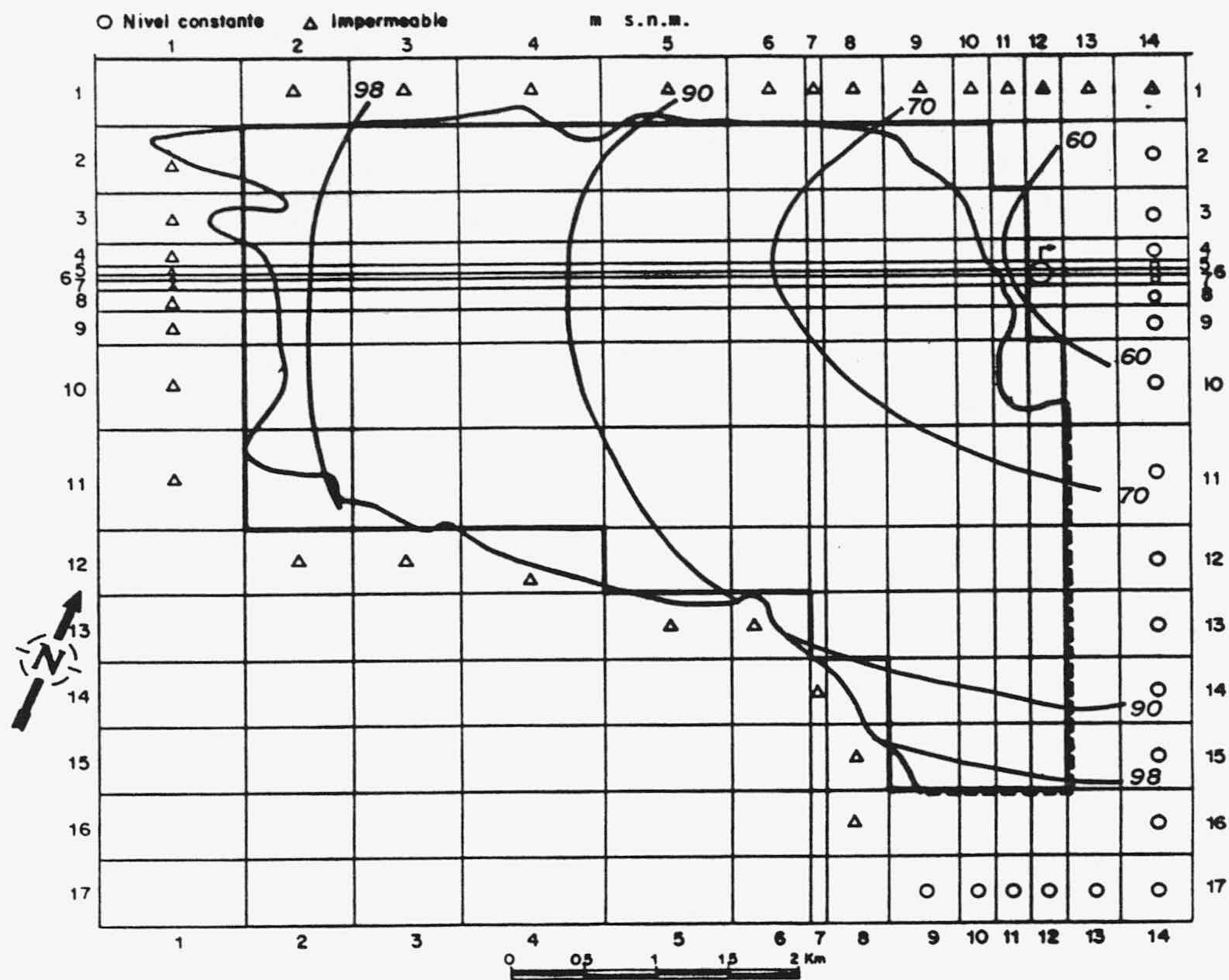


Fig. 153.- Potenciales de partida estimados.

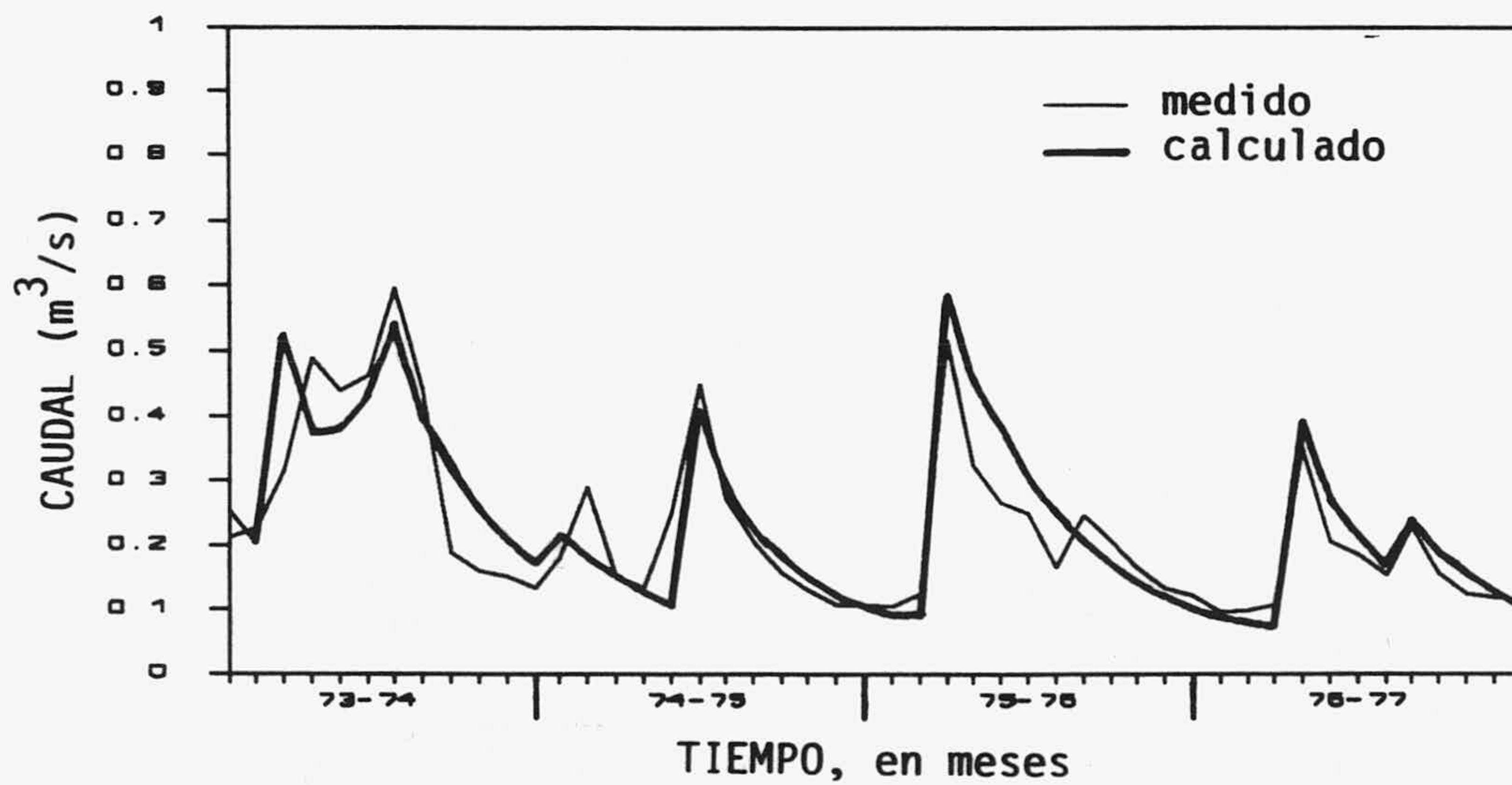


Fig. 154.- Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel mensual con el modelo calibrado.

Con los valores de T, S y H_0 definitivamente ajustados he realizado la simulación para el mismo periodo de tiempo con un incremento de tiempo semanal. El hidrograma obtenido puede verse en la figura 155, en el que se puede comprobar que el ajuste obtenido es bastante bueno también a nivel semanal. Tanto la posición de los picos, como las recesiones posteriores coinciden bastante bien. En el balance global se obtienen unas entradas totales debidas a la infiltración de $0.220 \text{ m}^3/\text{s}$, frente a $0.238 \text{ m}^3/\text{s}$ que drena el manantial. Esta diferencia, más que debida a un incremento en las reservas, puesto que el caudal al final de la simulación es inferior al inicial, corresponden a un balance positivo entre las salidas y las entradas del acuífero por su límite oriental. Este hecho también se puede constatar al observar las evoluciones piezométricas en los nodos cercanos a este borde, representados en la figura 156; efectivamente, en las épocas de pronunciada sequía el nivel se mantiene constante por encima de la cota del manantial, debido al flujo existente desde los límites de nivel constante, lo que impide que el caudal del manantial no descienda por debajo de un cierto límite.

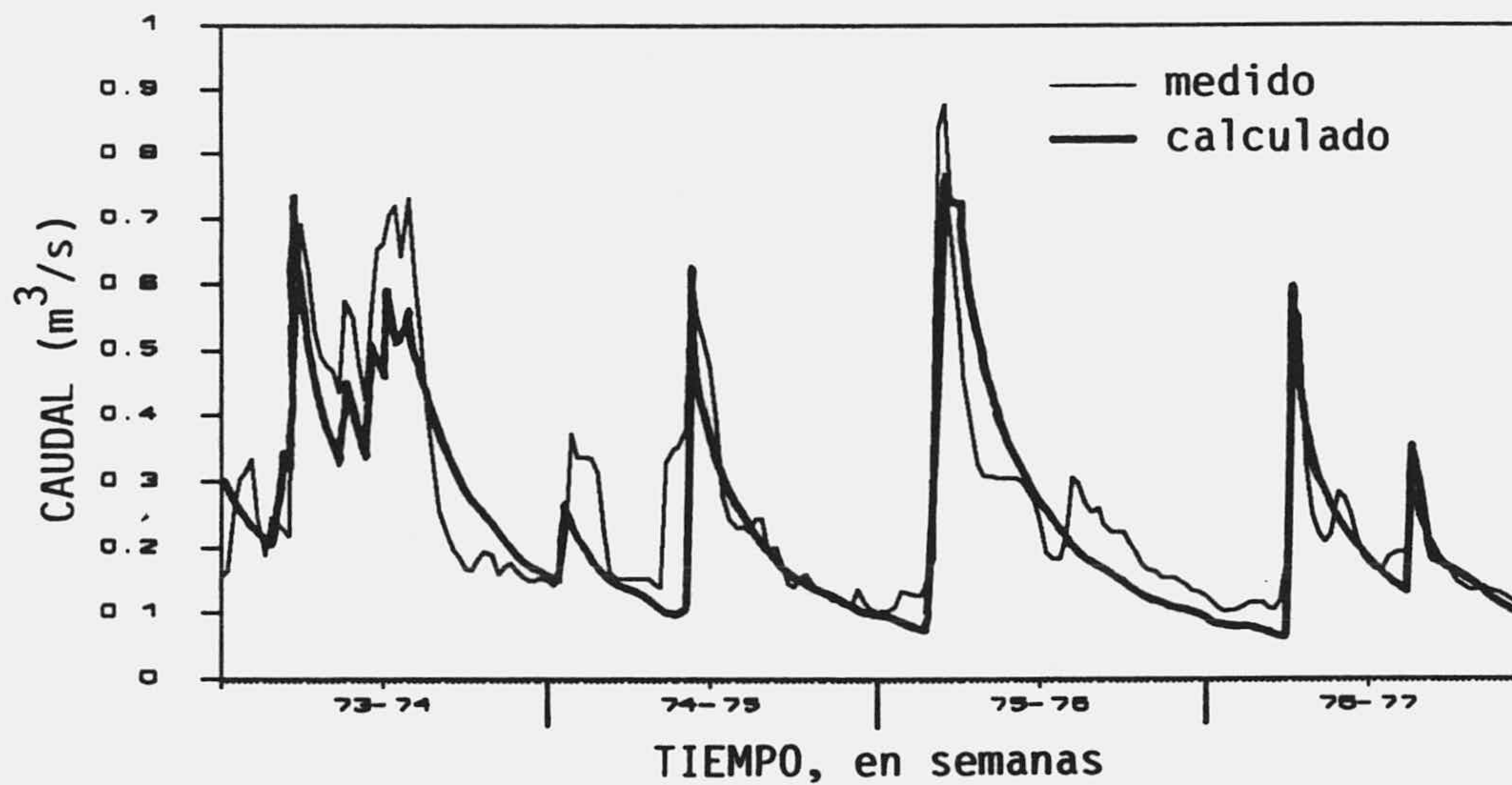


Fig. 155.- Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel semanal.

Como consecuencia lógica del modelo conceptual de partida, las evoluciones piezométricas de la figura 156 muestran un rango de variación mucho menor cerca del manantial y en los drenes que en las áreas alejadas de la surgencia, menos transmisivas y de menor coeficiente de almacenamiento, en donde la piezometría es extremadamente sensible a la infiltración.

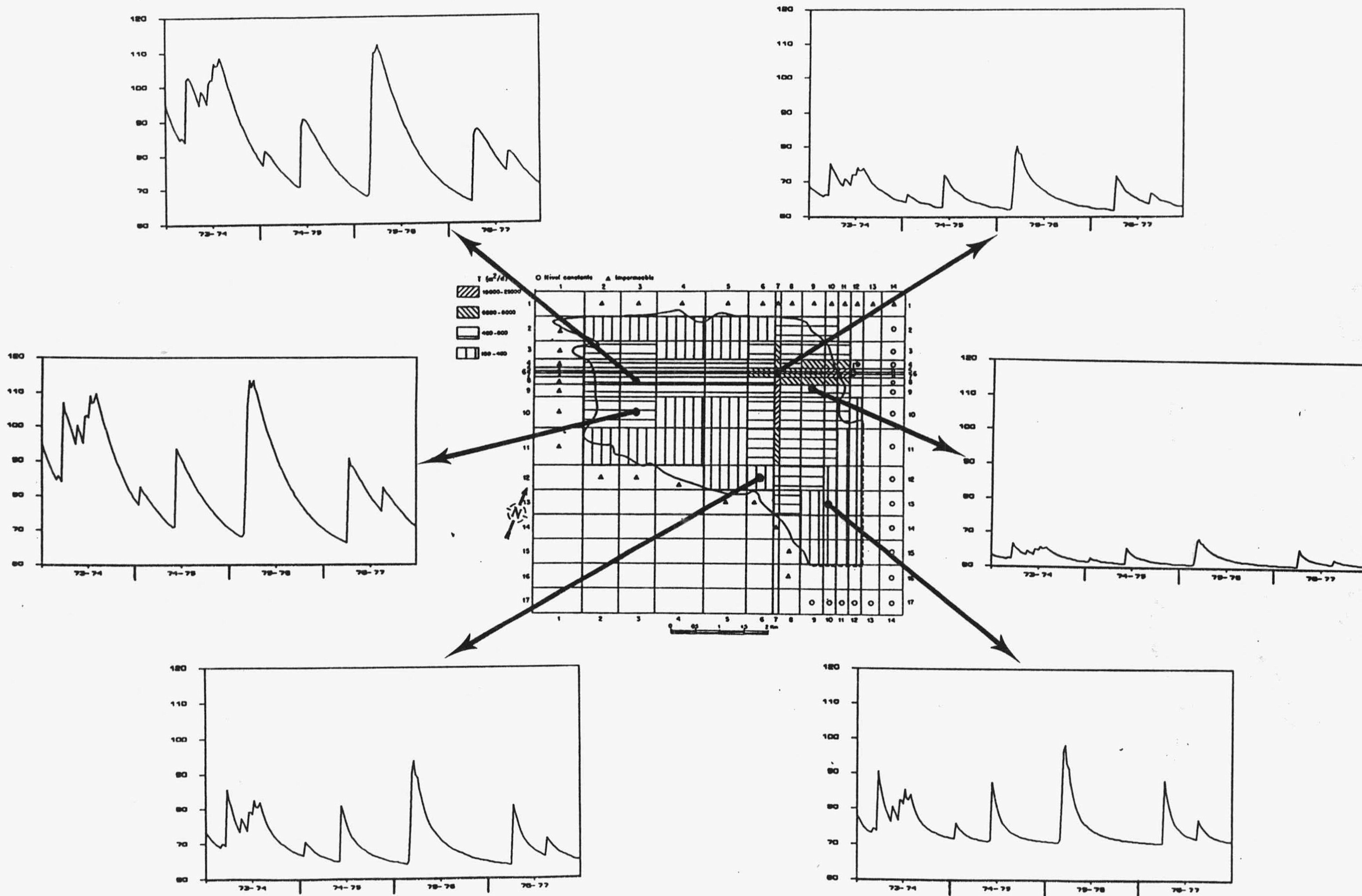


Fig. 156.- Evoluciones piezométricas observadas en algunos nodos con el modelo calibrado en el acuífero de Simat. Intervalo de tiempo semanal.

He realizado una nueva simulación con intervalo de tiempo semanal y los parámetros ajustados con el objetivo de observar el comportamiento del hidrograma al utilizar la precipitación bruta como datos de infiltración, en lugar de la lluvia útil. Para ello he considerado que el 44% de la precipitación se infiltra en el acuífero, corresponde al porcentaje con el cual se iguala el balance entre las entradas y las salidas del manantial. El hidrograma resultante de la figura 157 muestra que las pequeñas crecidas producidas en las épocas de estiaje se ajustan bastante bien, no así los picos de gran amplitud en las épocas lluviosas; al contrario que lo observado en el hidrograma obtenido al utilizar la lluvia útil como dato de entrada. La infravaloración del caudal en las crecidas indica que la infiltración en épocas lluviosas es superior al 44% de la precipitación, hecho perfectamente lógico si se tiene en cuenta que la temperatura es menor y que el suelo está generalmente saturado en agua. Por otro lado se constata que la modulación introducida por el propio método de cálculo de la lluvia útil filtra las variaciones de caudal en las altas frecuencias.

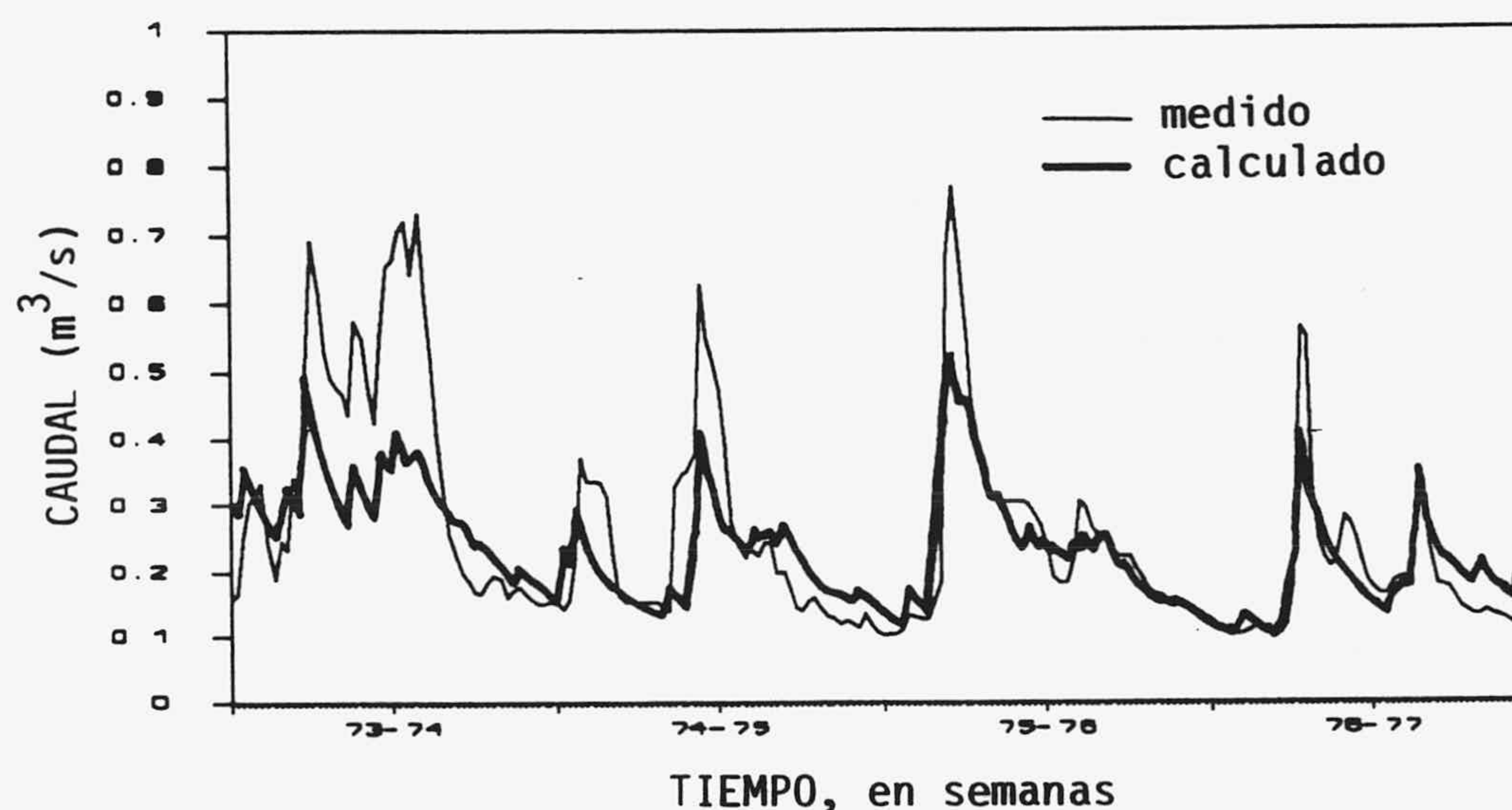


Fig. 157.- Hidrograma real y simulado obtenido en F. Mayor a nivel semanal tomando como datos de entrada el 44% de la precipitación.

En adelante tomaré la lluvia útil como datos de infiltración al sistema, puesto que los resultados obtenidos se ajustan mejor al funcionamiento del acuífero y por ser consecuente con un comportamiento más acorde con la realidad, en detrimento de la simulación de las pequeñas crecidas.

Con el modelo definitivamente ajustado he procedido a simular el comportamiento del acuífero suponiendo unas extracciones continuas durante todo el año de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$, incrementadas en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ durante los meses comprendidos entre abril y agosto inclusive, que corresponde a un caudal medio extraído de $0.183 \text{ m}^3/\text{s}$.

En un primer caso considero que dichas extracciones se realizan en la celda del manantial. Como muestra el hidrograma obtenido de la figura 158, aproximadamente la mitad del tiempo permanece seco, durante los meses de mayor estiaje. El caudal medio obtenido es de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$, y las aportaciones medias por el límite oriental son de $0.043 \text{ m}^3/\text{s}$, ocurridas, principalmente, durante los meses de máxima extracción, y coincidentes con los de mínima infiltración.

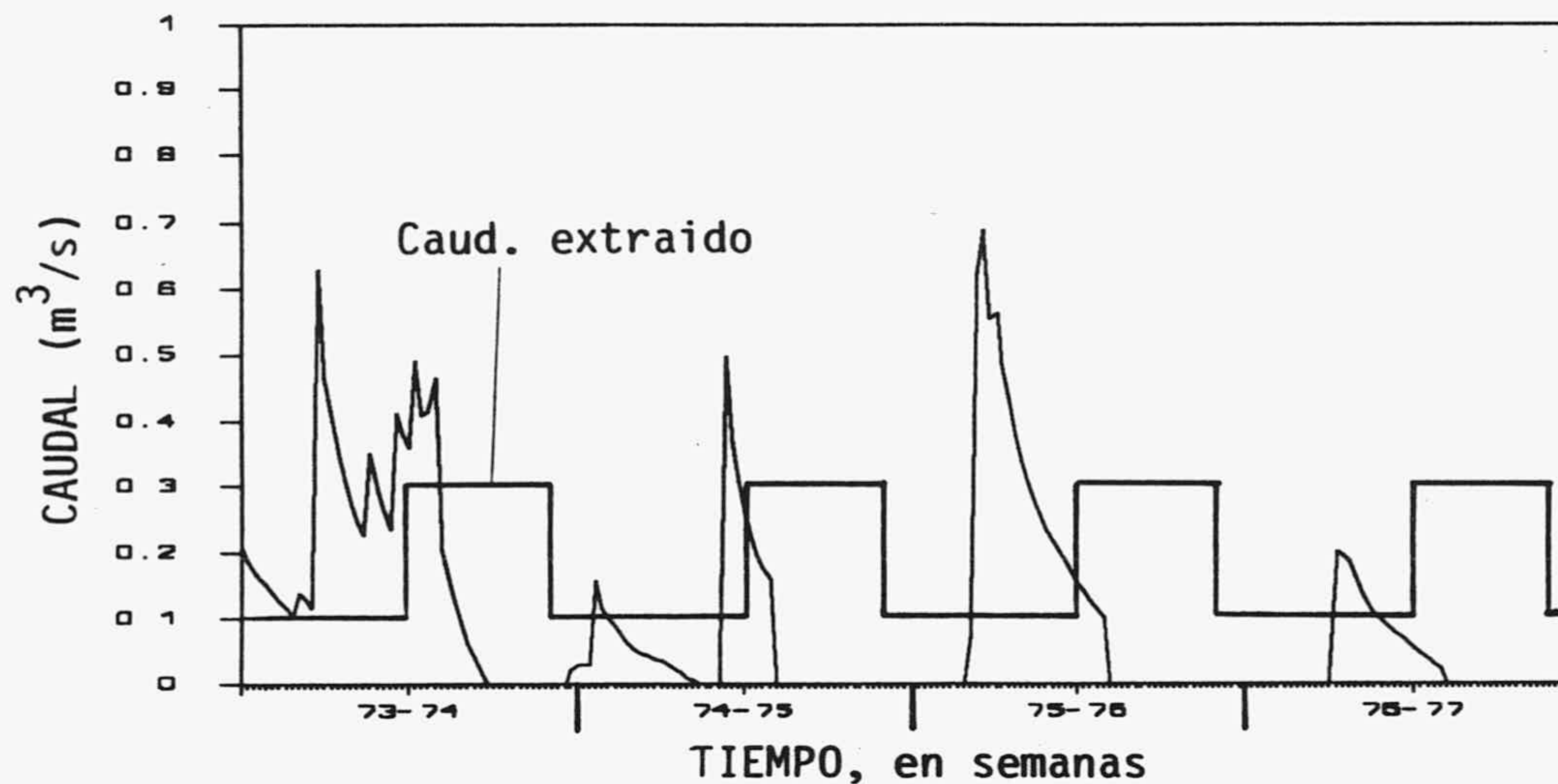


Fig. 158.- Hidrograma obtenido en F. Mayor con un bombeo continuo de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$, incrementadas en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ durante los meses comprendidos entre abril y agosto inclusive en la celda del manantial.

Las evoluciones piezométricas observadas en el acuífero (Fig. 159) muestran que los picos de las crecidas se mantienen aproximadamente con la misma amplitud que en el caso de no existir extracciones, sobre todo en los sectores alejados de la surgencia. Sin embargo, en las épocas de aguas bajas existe un descenso medio generalizado a la totalidad del acuífero de unos 5 metros.

Debido a que las extracciones se realizan muy cerca del límite de nivel constante, el caudal aportado a través de él aumenta en las épocas de mayor demanda por el incremento del gradiente. Se puede ver claramente en el plano de equipotenciales de la figura 160, obtenido en el momento en que los descensos son mayores, como existe un flujo considerable por el límite oriental; así mismo se puede observar que el agua pro-

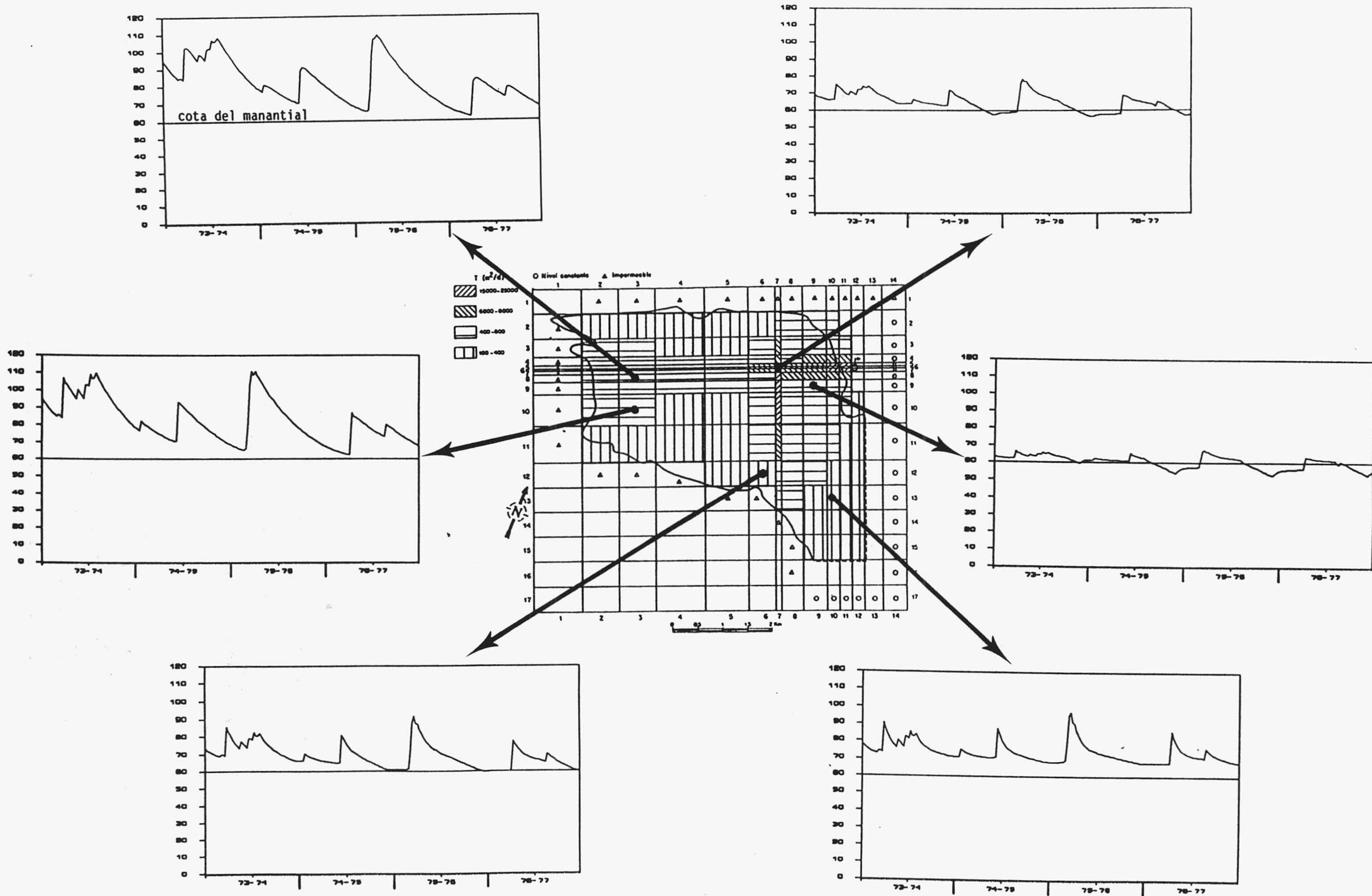


Fig. 159.- Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de Simat con una extracción continua de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$ incrementada en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ en los meses comprendidos entre abril y agosto, realizadas en la celda del manantial. Intervalo de tiempo semanal.

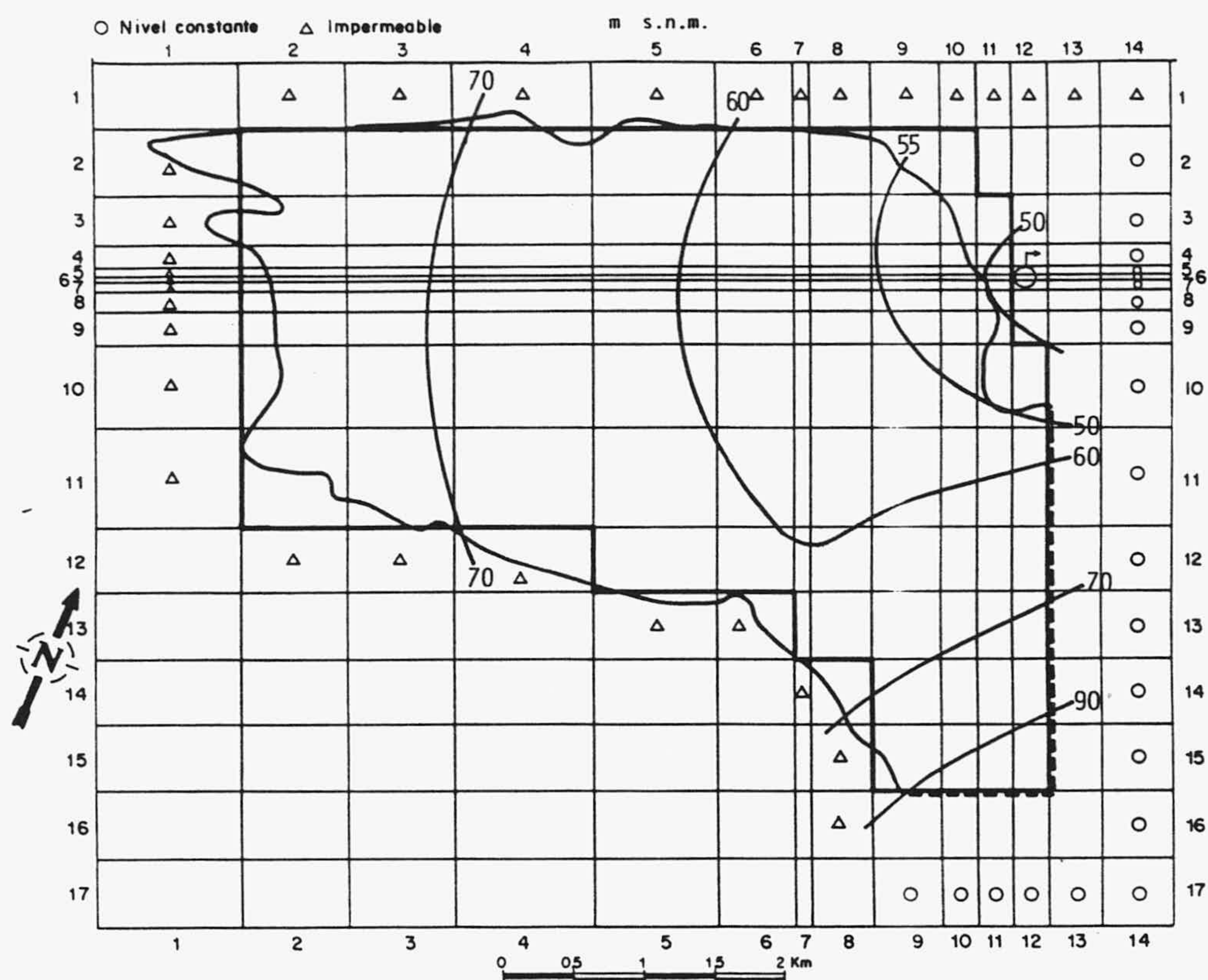


Fig. 160.- Equipotenciales obtenidos en Simat, en el instante de máximos descensos, con la simulación de extracciones en la celda del manantial.

cedente del extremo más meridional fluye preferentemente a través del dren NS. Este drenaje diferido de los acuíferos colindantes es el causante de que tan sólo el 30% del acuífero de Simat esté por debajo de la cota del manantial en esta época de máximos descensos, bastante menos de lo que debería de corresponderle a su superficie y coeficiente de almacenamiento.

En un segundo caso he supuesto el mismo régimen de extracciones que en el anterior, pero localizadas en la celda 3,8, cerca del extremo occidental del acuífero, lejos de la surgencia. Las afecciones producidas en el hidrograma son lógicamente menores; sólo se seca durante unos pocos meses en la época de estiaje (Fig. 161). Su caudal medio es de $0.127 \text{ m}^3/\text{s}$, por tanto el caudal drenado del límite de nivel constante es de $0.080 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.030 \text{ m}^3/\text{s}$ más que en el caso anterior.

Al estar localizadas las extracciones en un sector alejado de la surgencia y conectado preferentemente con las áreas poco transmisivas, los descensos provocados en

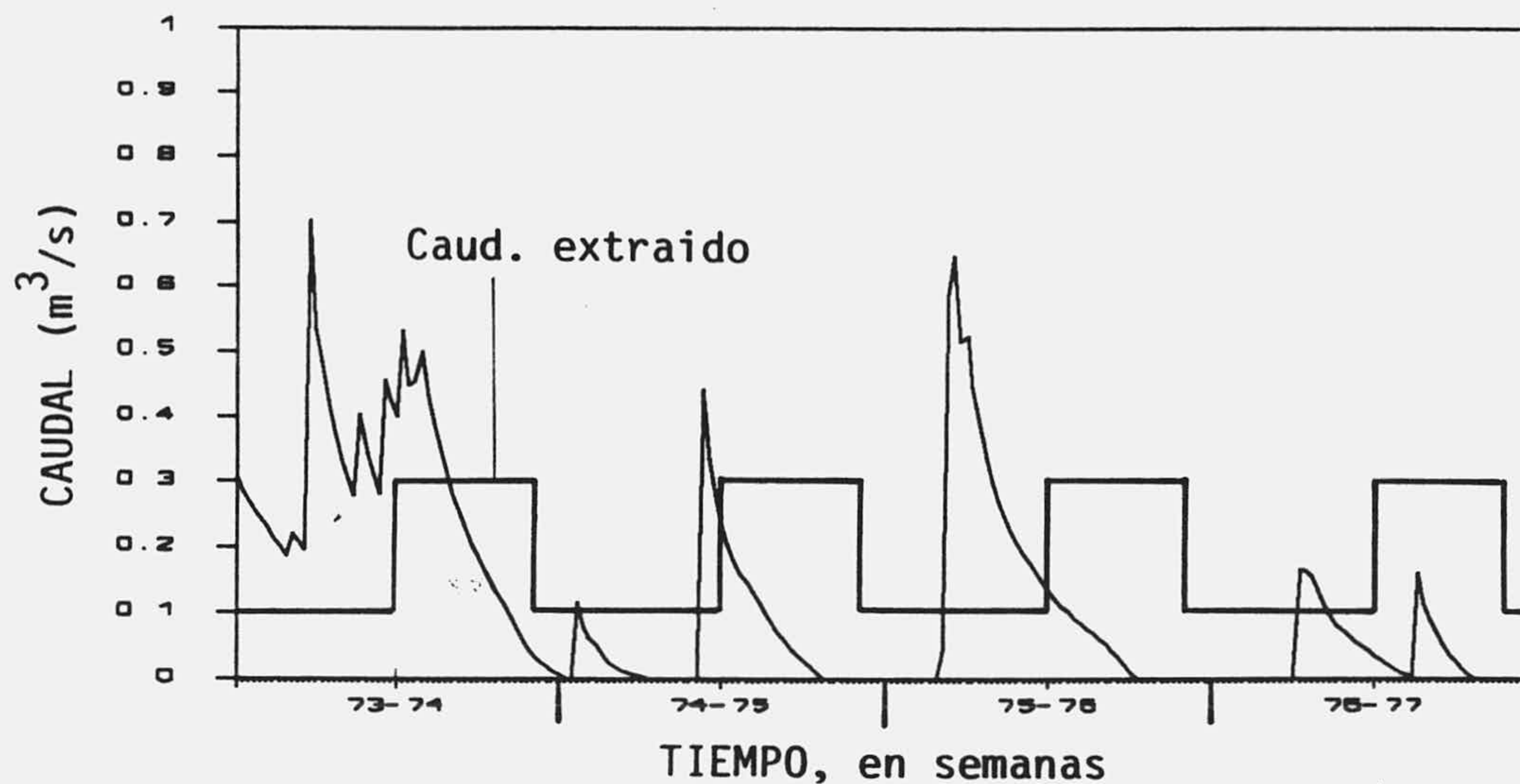


Fig. 161.- Hidrograma obtenido en F. Mayor con un bombeo continuo de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$, incrementadas en $0.200 \text{ m}^3/\text{s}$ durante los meses comprendidos entre abril y agosto inclusive realizado en el sector opuesto al manantial.

el acuífero son mucho mayores y de mayor duración. Como muestra la figura 162, en las zonas cercanas a la extracción se producen descensos de hasta 50 metros por debajo de la cota del manantial en los meses de mayor demanda, que contrasta con la poca oscilación relativa en los sectores más transmisivos.

Los grandes descensos provocados por la extracción se traducen en un flujo generalizado en el acuífero hacia este punto, como se puede constatar en el plano de equipotenciales de la figura 163, realizado en el momento de máximos descensos. Más del 80% de la superficie del acuífero está bajo la cota del manantial, quedando por encima sólo el sector cercano al límite de nivel constante.

Si por un lado las afecciones al manantial son menores que en el caso anterior, por otro lado la inercia del sistema a la recuperación de niveles es mayor, por lo que el aumento de gradiente provocado entre el límite de nivel constante y el acuífero, aunque menor en los meses de máxima extracción, permanece durante más tiempo, lo que explica que el caudal medio aportado por este límite sea mayor.

Para obtener una aproximación del posible hidrograma unitario que generaría el modelo matemático de flujo ajustado en Simat, he procedido a realizar una simulación con un intervalo de tiempo diario, en la que después de una pronunciada sequía he introducido una infiltración de 100 mm. En el hidrograma obtenido, de la figura 164, se puede distinguir, después del aguacero, una acentuada decrecida inicial, que tiene una duración

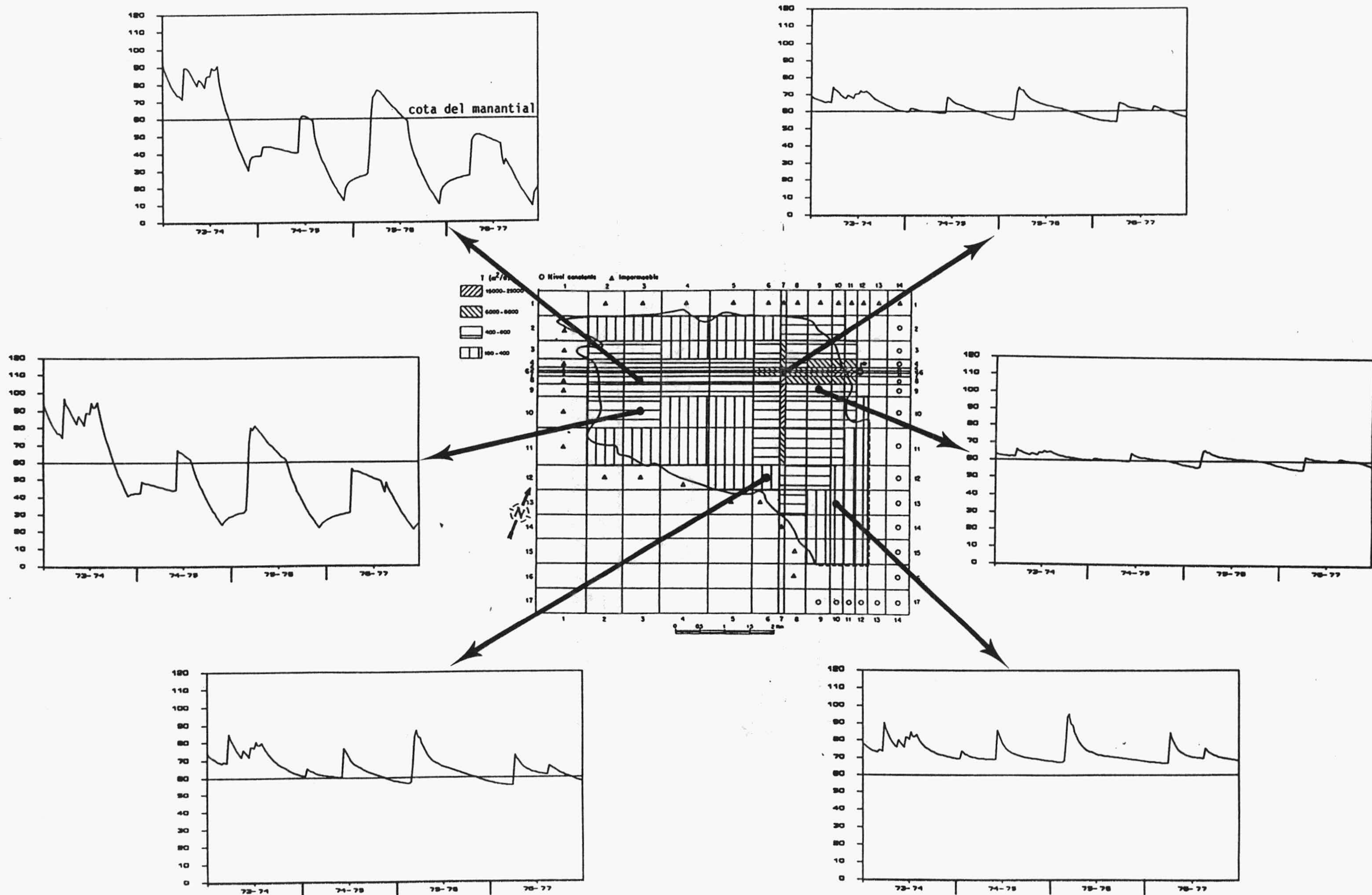


Fig. 162.- Evoluciones piezométricas observadas en el acuífero de Simat con una extracción continua de 0.100 m³/s incrementada en 0.200 m³/s en los meses comprendidos entre abril y agosto realizada en el sector opuesto al manantial. Intervalo de tiempo semanal

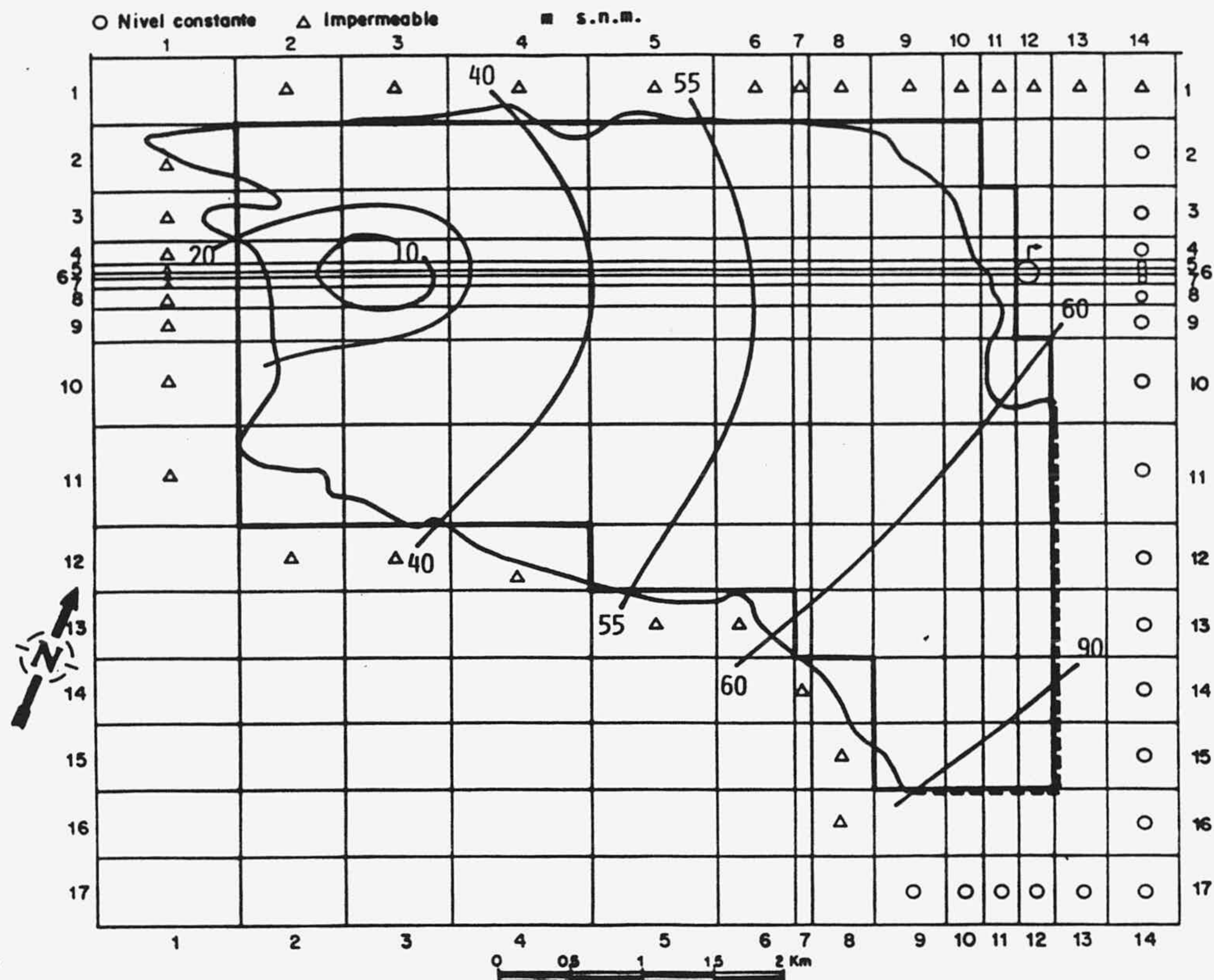


Fig. 163.- Equipotenciales obtenidas en Simat, en el instante de máximos descensos, con la simulación de extracciones en el sector opuesto al manantial.

aproximada de 7 días, seguida de un suave agotamiento hacia el valor asintótico marcado por la alimentación constante del límite oriental del modelo.

Resulta interesante comprobar que se puede simular una fuerte decrecida de escasa duración con un modelo basado en la ley de flujo y la ecuación de Darcy, restringido a la franja saturada, sin tener en cuenta las rápidas aportaciones que podrían producirse directamente al manantial a través de la franja no saturada, lo cual abre grandes posibilidades en la aplicación de los modelos de flujo a los acuíferos kársticos.

Dos son los factores que contribuyen al elevado caudal inicial y su rápido decrecimiento posterior. Por un lado el agua que cae directamente en los sectores más transmisivos del acuífero: drenes y áreas próximas al manantial; este volumen de agua fluye rápidamente hacia el punto más bajo que se sitúa en la surgencia.

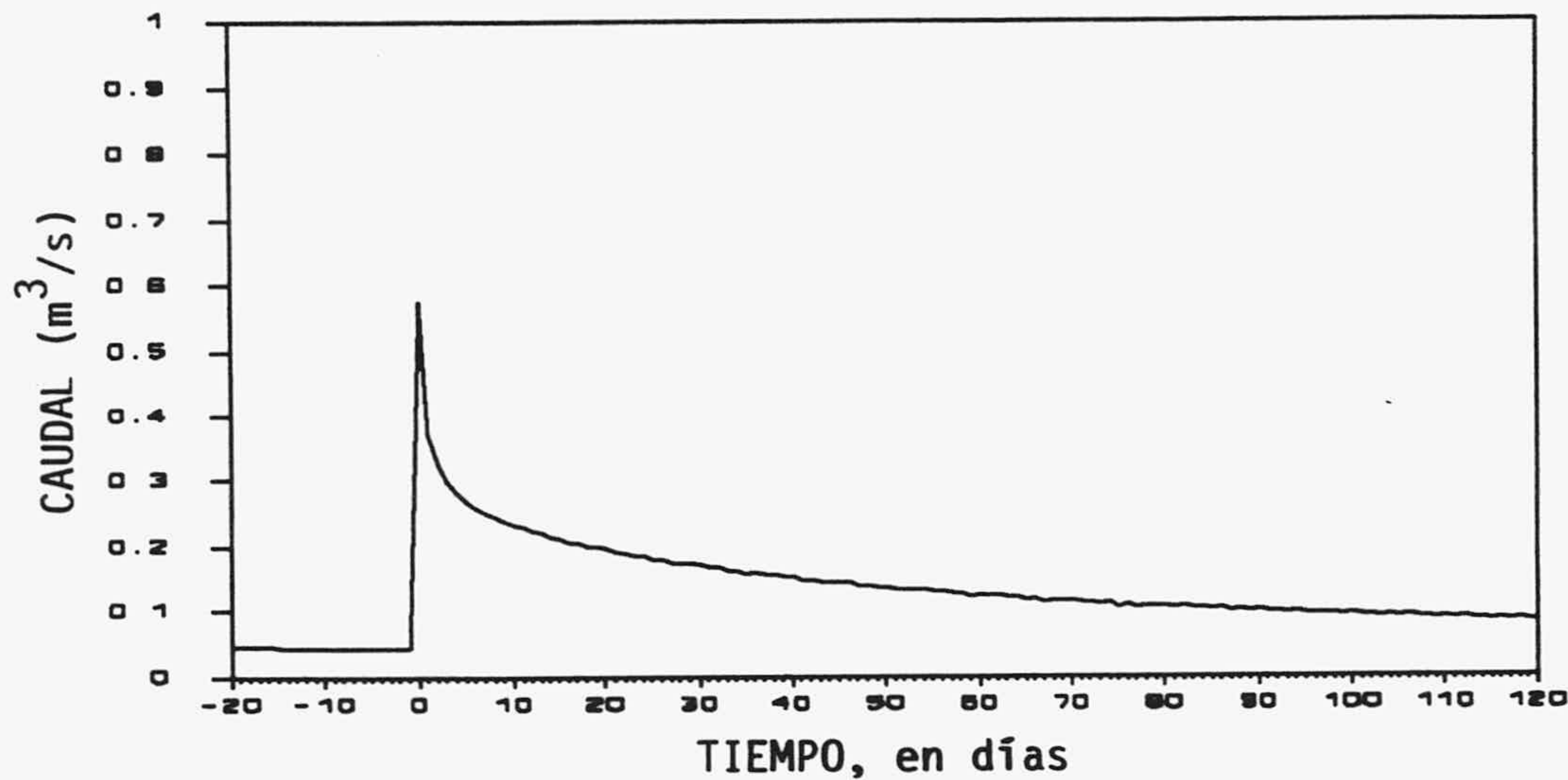


Fig. 164.- Hidrograma obtenido en el manantial de F. Mayor con el modelo ajustado suponiendo una infiltración instantánea de 100 mm.

Por otro lado, el volumen de agua infiltrada provoca un mayor ascenso de niveles en las áreas menos transmisivas que en los drenes, debido a su menor coeficiente de almacenamiento, por lo que aumenta considerablemente el gradiente entre ambos y provoca un fuerte flujo inicial hacia estos últimos, a pesar de que la permeabilidad entre ambos sea pequeña. Al cabo de un cierto tiempo este gradiente se reduce sensiblemente, y por tanto la velocidad del agua hacia los drenes.

El caudal del manantial después de la decrecida es consecuencia de la baja transmisividad de las áreas con mayor capacidad, por ser su volumen relativo, respecto a las más transmisivas, mucho mayor.

Las causas de la forma del hidrograma expuestas anteriormente quedan muy bien explicadas con la figura 165, en donde represento la diferencia de cotas entre las celdas 6,10 y 7,10, de características hidráulicas muy diferentes. La primera es representativa de las zonas poco transmisivas del modelo y la segunda de las altamente transmisivas; equivale a una representación gráfica de la evolución del gradiente entre ambas. En el instante de ocurrir el aguacero se produce un brusco ascenso de gradiente, que es proporcional a la relación de coeficientes de almacenamiento. Inmediatamente después se observa un pequeño descenso que dura aproximadamente 3 días; cuya causa es la rápida descarga de la celda 6,10 sobre la 7,10, situada en el dren de alta transmisividad. Es curioso observar como después de este pequeño descenso el gradiente sube hasta alcanzar

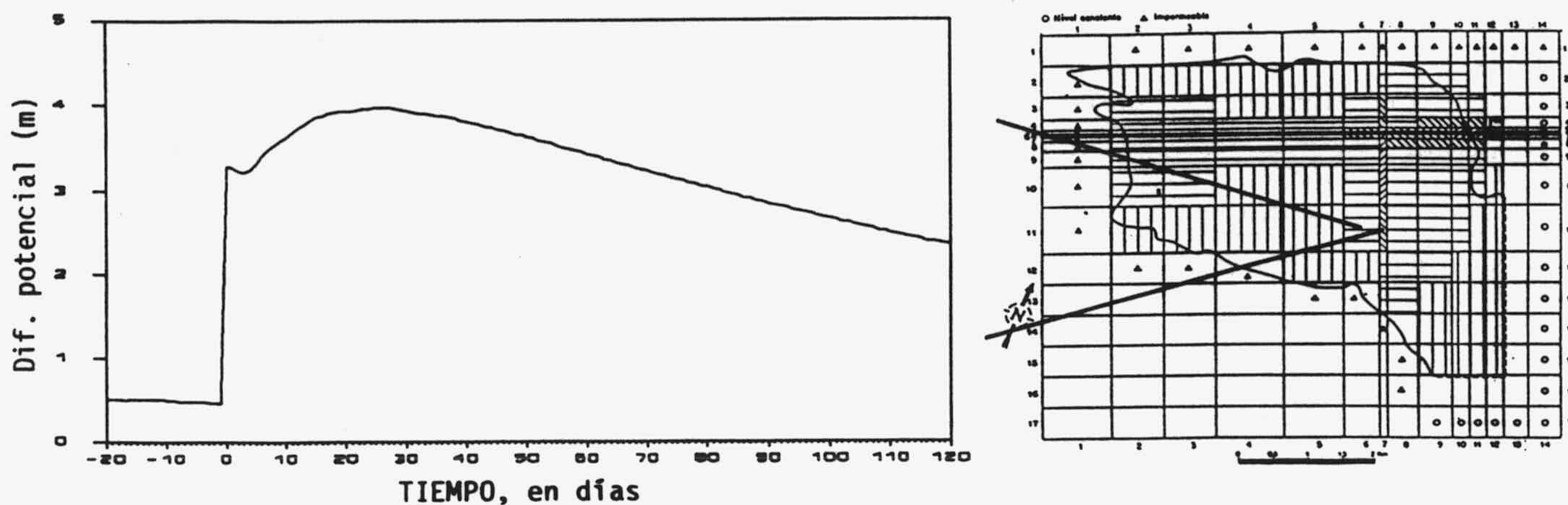


Fig. 165.- Evolución de la diferencia de cotas entre la celda 6,10, situada en los bloques poco transmisivos, y la 7,10, sobre los drenes altamente transmisivos.

su máximo a los 28 días, y posteriormente decae paulatinamente. Este efecto no es otra cosa que la onda de llegada de la "avenida" de toda la parte SW del acuífero, en la que gran parte de sus líneas de flujo pasan por la celdilla 6,10, en ausencia de sectores altamente transmisivos en ese sector.

Lo expuesto anteriormente quizá parezca estar en contradicción con las evoluciones de niveles propuestas por DROGUE (1980), experimentalmente comprobadas, en el modelo conceptual de "elementos transmisivos y capacitivos": en las épocas lluviosas los niveles son mayores en las fracturas que en los bloques, produciéndose una inversión de gradiente en la época de estiaje. Sin embargo hay que tener en cuenta que los sectores transmisivos simulados están muy lejos de intentar representar fracturas abiertas. Y, sobre todo, no hay que olvidar que los modelos matemáticos de flujo están exclusivamente situados en la franja saturada, de modo que el volumen infiltrado se reparte homogéneamente por la superficie del acuífero, sin estar condicionada esta distribución por la red de fracturas existentes en la franja no saturada interrelacionada con las de la franja saturada. Es decir, existe una circulación preferente desde la superficie hacia las fracturas. Esta última circunstancia es la causante de que en la realidad se produzca un mayor ascenso de niveles en los drenes reales.

4.3. BREVE COMENTARIO SOBRE LOS MODELOS DE FLUJO DE ELEMENTOS FINITOS

La solución de la ecuación de flujo por el método de los elementos finitos constituye la aproximación numérica más exacta para la obtención de los potenciales en un dominio acuífero en el que se cumpla la ley de Darcy. Es uno de los mejores instrumentos para aplicar a la simulación de acuíferos en los que se conozcan relativamente bien las propiedades hidráulicas y la morfología de sus materiales.

El medio kárstico, por su peculiar conformación de velocidades -conductos altamente transmisivos junto con sectores de baja permeabilidad-, es el objeto ideal para su aplicación, debido a la posibilidad de conjuntar elementos 1D (para simular los drenes y fracturas altamente transmisivas), 2D y 3D (para simular los sectores menos transmisivos y las posibles discontinuidades en profundidad); KIRALY, 1988; YUSUN y JI, 1988).

Sin embargo, en general, las ventajas prácticas sobre los modelos en diferencias finitas, cuando se aplican a la simulación de acuíferos kársticos son muy reducidas, debido al hecho, ya comentado, de que la propia heterogeneidad del medio interviene en que el grado de precisión de los parámetros de ajuste es mucho menor que la obtenida con los modelos en elementos finitos. Solamente en aquellos acuíferos en los que se conozca claramente la localización de sectores preferentes de circulación cuya continuidad en profundidad sea manifiesta, susceptibles de ser simulados con elementos 1D, puede quedar ampliamente justificada la utilización de los elementos finitos para representar la realidad del medio, en lugar de las diferencias finitas.

En este trabajo no puedo dejar de referir una de las grandes aportaciones al estudio del flujo en un medio kárstico realizada por KIRALY (1978) con su experiencia llevada a cabo al aplicar el método de los elementos finitos a casos teóricos. Resulta impresionante la evidencia con que demuestra la distribución tan compleja de las líneas de flujo en un acuífero caracterizado por una red kárstica, frente a otro sin esta estructura.

De este trabajo, comentaré tan sólo la figura 166, extraída de la mencionada publicación, por su interés a la hora de intentar simular los potenciales en un medio kárstico; en ambos casos representa la superficie de un acuífero bidimensional horizontal de espesor y alimentación constantes (régimen permanente), en el que existen dos surgencias.

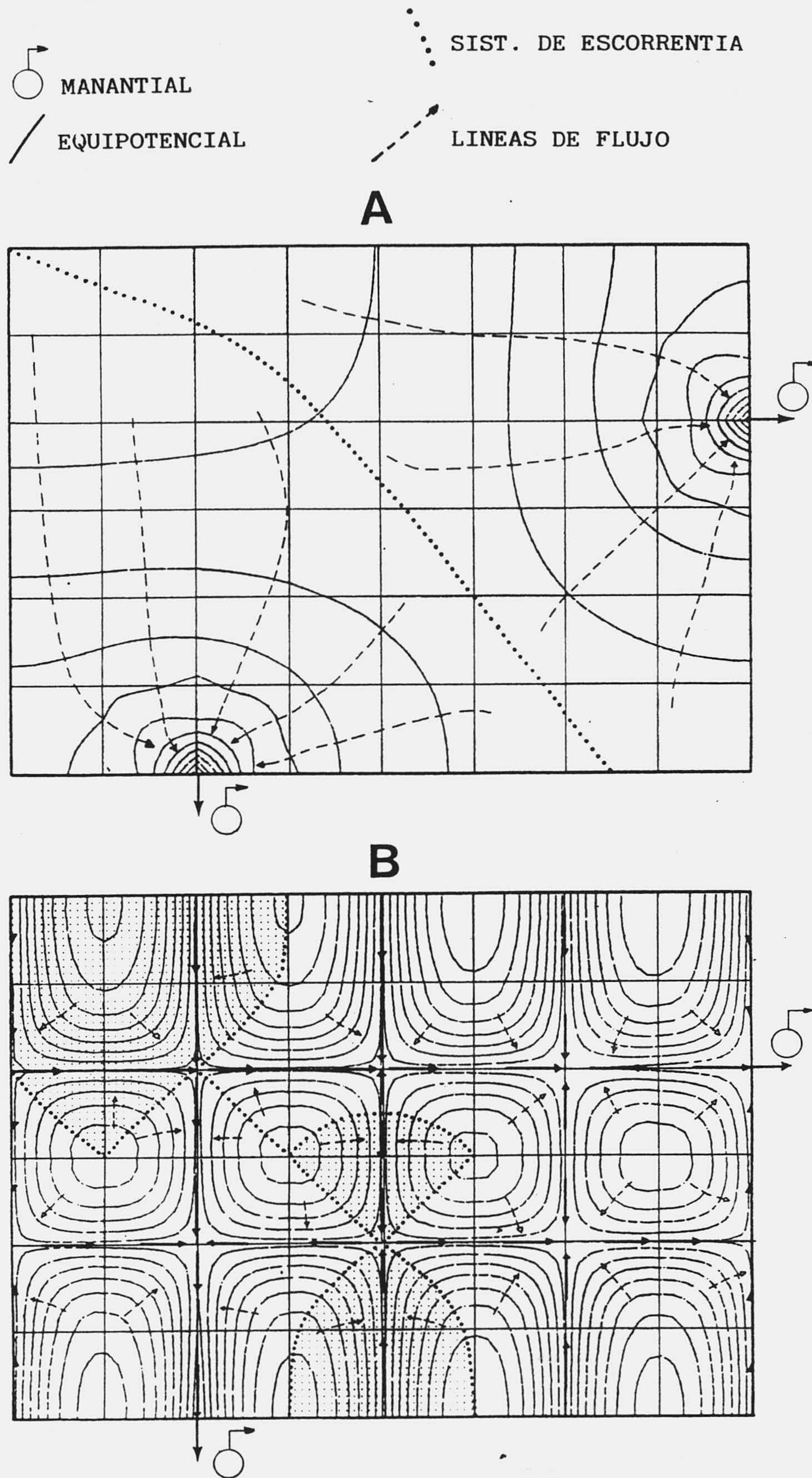


Fig. 166.- Simulación en régimen permanente con un modelo flujo de elementos finitos en dos acuíferos teóricos: A) sin red kárstica y B) con una red kárstica. Sectores punteados: sistemas kársticos difluentes. Tomado de KIRALY (1978).

La figura 166(A) representa un acuífero de permeabilidad homogénea; la superficie de drenaje de cada una de las dos surgencias está perfectamente determinada *de forma unívoca*, es decir cualquier diferencial de volumen de agua tiene una, y sólo una salida.

La figura 166(B) representa un acuífero kárstico con permeabilidad homogénea en los bloques, drenado por una red de fracturas de mayor permeabilidad. El sentido de escorrentía se configura desde los bloques hacia los drenes, y constituye un conjunto de subsistemas locales estructurados según la red kárstica, de manera que las surgencias constituyen el punto de salida de un conjunto de subsistemas interrelacionados, y por tanto, mezclados. Es por ello que, según KIRALY (op. cit.), se pueden distinguir dos regiones con un comportamiento diferente: *confluentes*, cuyo punto de emergencia está determinado por una sola salida; y *difluentes*, sectores punteados de la figura 166(B), cuyo punto de emergencia está indeterminado; *con la inyección de un colorante en un punto cualquiera de estas regiones se teñirán ambas surgencias*.

La situación se complica aún más en régimen transitorio, ya que las regiones *difluentes* pueden variar de posición en función de la alimentación y la evolución de potenciales. Si a esto le añadimos la influencia que la franja no saturada, en la que también puede existir una red configurada de fracturas, ejerce, en el sentido de una distribución selectiva de la infiltración eficaz en la franja saturada, se comprende la gran complejidad que significa la simulación de equipotenciales en un acuífero kárstico.

Para los acuíferos de El Torcal y Simat he realizado, con carácter simbólico, dos modelos de flujo en elementos finitos en régimen permanente. Se comprende perfectamente, por lo expuesto más arriba, que los resultados obtenidos con una simulación como la realizada con diferencias finitas serían similares, dado que los elementos de ajuste, en ambos casos, parten de hipótesis poco objetivas. Los modelos han sido realizados en el Centre d'Hydrogéologie de Neuchâtel, con un programa que puede utilizar elementos curvilíneos triangulares (6 nodos) y cuadrangulares (8 nodos).

Como muestra la figura 167, la discretización del acuífero de El Torcal con elementos finitos se ajusta mejor a los límites que la realizada con el modelo de diferencias finitas; gracias a la libertad que confieren los elementos se ha conseguido ajustar fácilmente el estrechamiento que existe entre el extremo más occidental y el oriental. La distribución de transmisividades ajustadas sigue aproximadamente la línea del modelo de diferencias finitas (Fig. 167 A). He simulado dos sectores con elementos muy estrechos y de alta

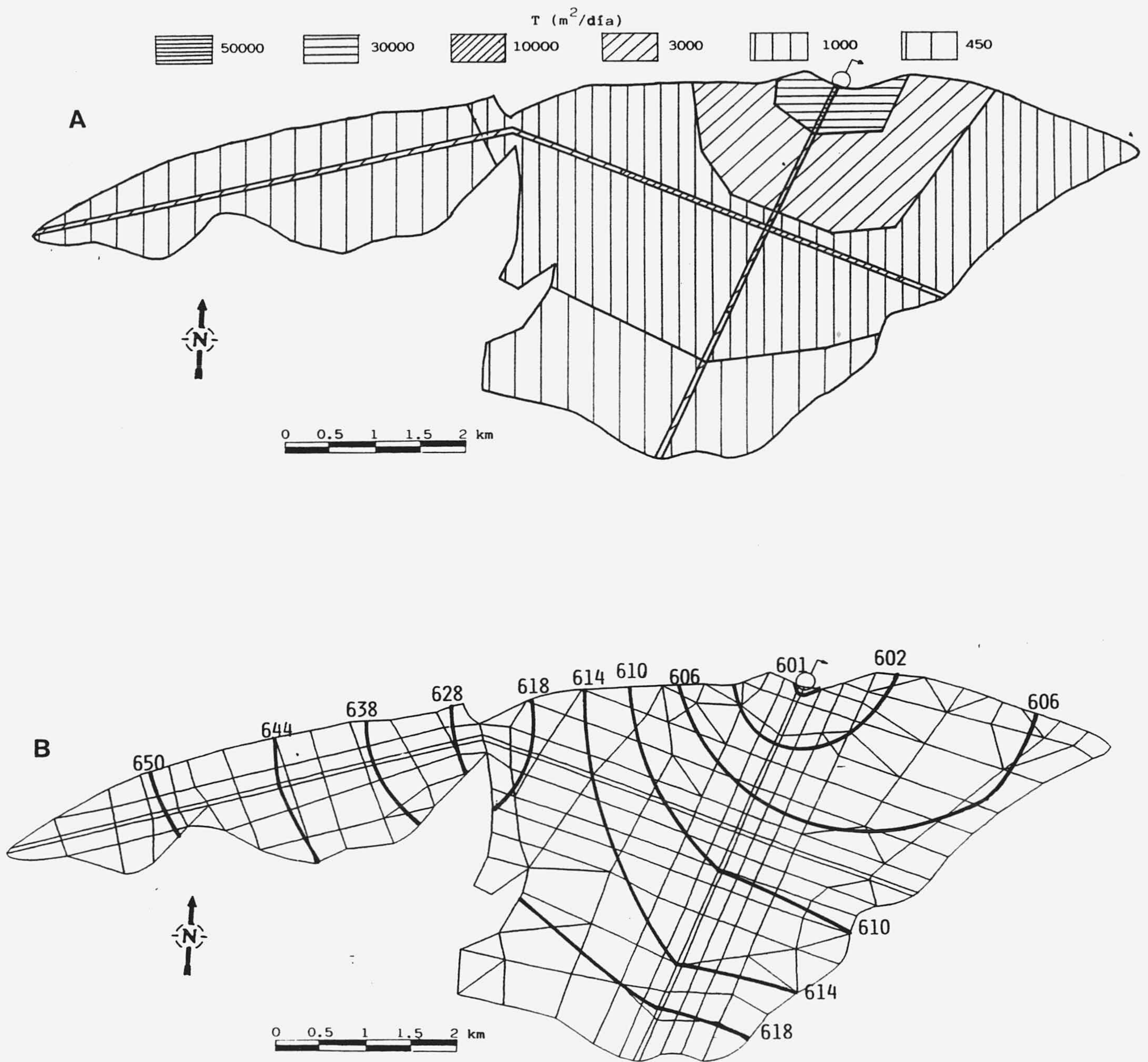


Fig. 167.- Simulación con un modelo de flujo de elementos finitos en el acuífero de El Torcal:
 A) transmisividades ajustadas y B) equipotenciales obtenidas en régimen permanente con una
 infiltración de 741 mm.

transmisividad, que pretenden representar el conjunto de fracturas y drenes más transmisivos del acuífero; el resto de transmisividades se configura de forma que son más elevados en las áreas cercanas al manantial y progresivamente disminuyen con la distancia al mismo.

Los potenciales obtenidos en régimen permanente con una infiltración constante de 741 mm (correspondiente a la lluvia útil estimada a nivel diario por el método de Thornthwaite en el ciclo hidrológico 1976-77) se muestran en la figura 167(B). Su distribución no se diferencia demasiado de la obtenida con los modelos de diferencias finitas; solamente se observa una divergencia del flujo a la salida de la estrangulación del área más occidental que no ocurría entonces. Esto es debido a que al ser la discretización más acorde con la realidad, y por tanto más estrecha, el agua queda más retenida en este sector, y tiende a expandirse a su salida. El caudal obtenido en la simulación para el manantial de La Villa ha sido de 0.594 m³/s, muy parecido con su caudal medio real para este mismo año (0.590 m³/s). Resulta evidente que en este caso no se observan los subsistemas de flujo mencionados por KIRALY (op. cit.) puesto que sólo existe una surgencia en el modelo.

La discretización del modelo ajustado al acuífero de Simat de Valldigna se muestra en la figura 168; al igual que el realizado en diferencias finitas he considerado sus límites impermeables, a excepción del extremo oriental que ha sido de nivel constante. La distribución de transmisividades ajustadas (Fig. 168 A) es aproximadamente la misma que entonces, solamente que, en este caso, no he tenido en cuenta el pequeño sector más transmisivo de la parte occidental. En la figura 168(B) se muestran las equipotenciales obtenidas en régimen permanente con una infiltración de 419 mm (lluvia útil obtenida para el ciclo 1975-76). Su distribución apenas si difiere de la obtenida con el modelo ajustado en diferencias finitas. El caudal arrojado por el manantial en estas condiciones es de 0.285 m³/s, frente al caudal medio real en este mismo año de 0.218 m³/s; esta diferencia posiblemente sea debida a que en la época seca, cuando las equipotenciales sean más bajas, parte del agua del acuífero fluya a través del límite constante, lo que no ocurre en el presente caso de régimen permanente, en el que se considera una infiltración media permanente.

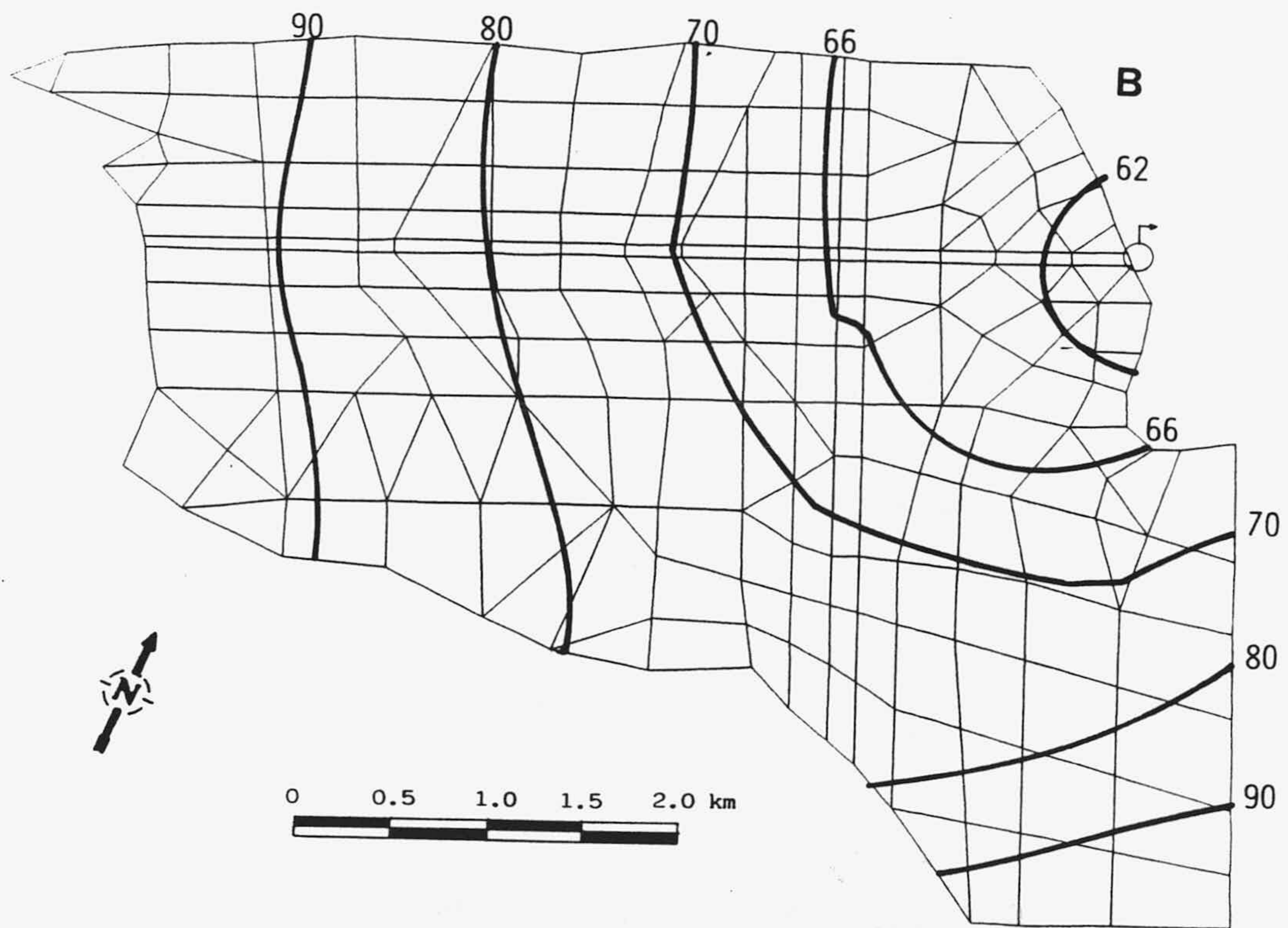
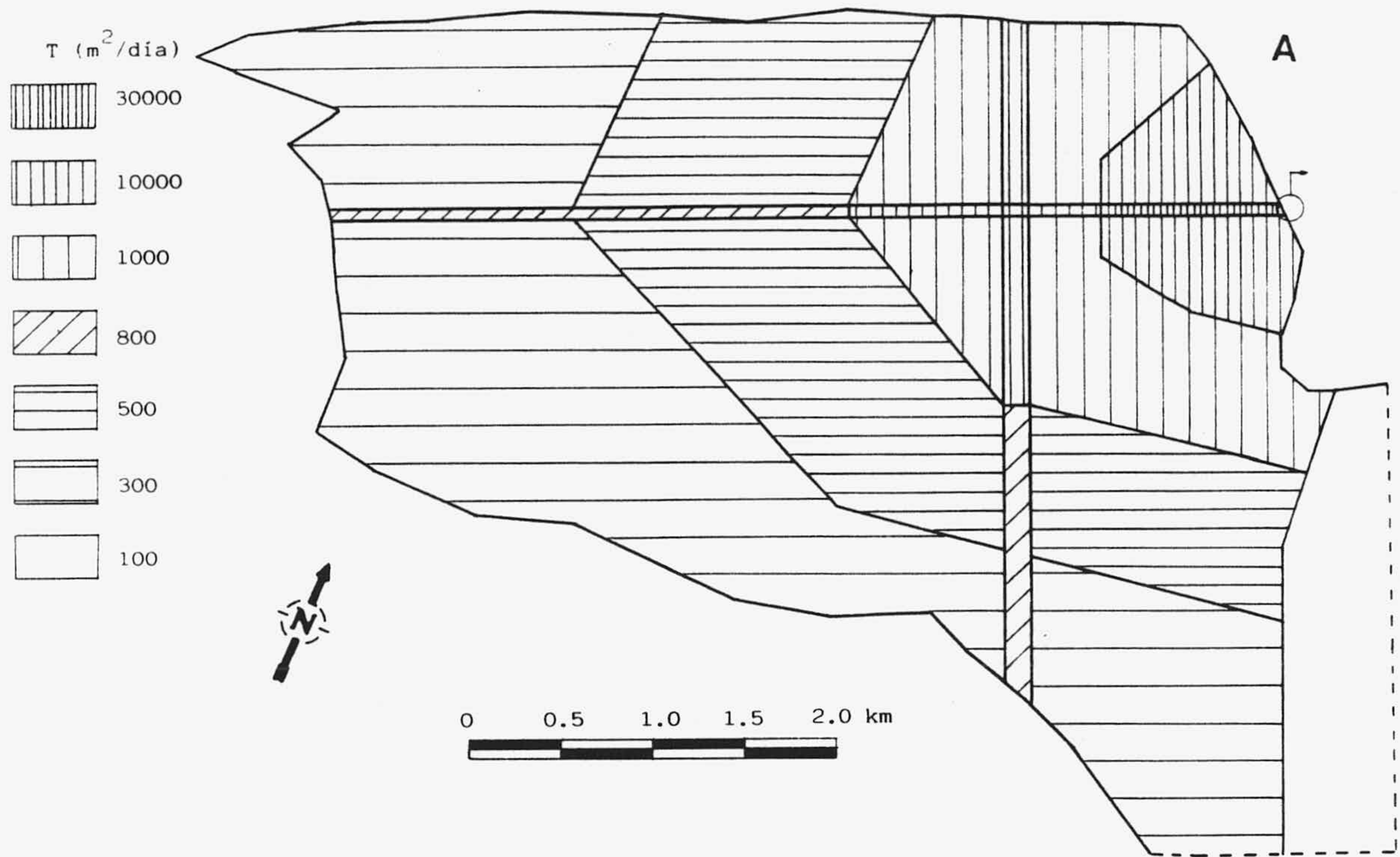


Fig. 168.- Simulación con un modelo de flujo de elementos finitos en el acuífero de Simat: A) transmisividades ajustadas y B) equipotenciales obtenidas en régimen permanente con una infiltración de 419 mm.

4.4. CONCLUSIONES

Como resultado de la aplicación de los modelos matemáticos de flujo a los acuíferos kársticos se pueden extraer algunas consideraciones generales que a continuación resumo brevemente:

a) Los modelos matemáticos de flujo constituyen la herramienta más potente que dispone el hidrogeólogo para la simulación de los acuíferos kársticos, debido al hecho de tener en cuenta variables de ajuste con un sentido físico concreto y, sobre todo, la relación espacial de las mismas. Sin embargo, un problema que presentan, hoy todavía no solucionado definitivamente, es que no tienen en cuenta la influencia que la franja no saturada puede ejercer sobre el acuífero y el caudal del manantial.

b) La peculiaridad que les confiere a los acuíferos kársticos la existencia de una red de fracturas, difícilmente constatable en la realidad, en las tres direcciones del espacio, implica que la extrapolación de los datos conocidos, que generalmente son escasos, sea poco fiable.

c) La simulación de una red de fracturas por sectores altamente transmisivos y una distribución de transmisividades y coeficientes de almacenamiento que, en general, sigue un modelo conceptual jerarquizado, en el sentido de mayores en las proximidades de la surgencia y una disminución con la distancia a la misma, ha dado muy buenos resultados en los dos ejemplos estudiados, siempre y cuando el objetivo sea la simulación del caudal del manantial y del comportamiento espacial medio del sistema para su posterior regulación y explotación; no así, cuando lo que se pretende es particularizar su funcionamiento en sectores concretos del acuífero, debido a la indeterminación de los parámetros hidráulicos y de la localización de las discontinuidades.

d) Con estas simplificaciones es posible simular los picos de caudal muy agudos, con una duración de apenas un día, que tan frecuentemente se dan en los manantiales kársticos, sin que por ello se deje de cumplir la ley de Darcy en el modelo. Esta perspectiva puede abrir grandes posibilidades en la simulación de este tipo de acuíferos.

e) La simplificación de la realidad realizada, generalmente necesaria, interviene en que la precisión en el método de cálculo de la ecuación de flujo quede relegada a un segundo término; por eso las ventajas suplementarias del método de los elementos finitos pueden resultar, en muchos casos, superfluas. Solamente en aquellos casos en los que se conozca la situación de las fracturas y drenes resulta especialmente útil la incorporación de elementos unidireccionales. Por otro lado, la simulación teórica con elementos finitos de lo que acontece en el acuífero kárstico bajo condiciones diferentes, explica muchos de sus comportamientos tan peculiares.

DISCUSION Y CONCLUSIONES GENERALES

No quiero en este epígrafe enumerar todas y cada una de las numerosas conclusiones y observaciones obtenidas de la aplicación de las metodologías para caracterizar los acuíferos kársticos, desarrollada en la primera parte de este trabajo, y con los modelos matemáticos de simulación, en la segunda; dado que ya han sido mencionadas al final de cada epígrafe general. No obstante, en este último apartado quisiera comentar, de forma general, las posibilidades, ventajas y desventajas que ofrecen estas metodologías, tanto para la caracterización como para la simulación de los acuíferos kársticos.

1) Con el análisis de los hidrogramas, en particular de las recesiones, se pueden obtener criterios objetivos para comparar el funcionamiento de los acuíferos, en función de la velocidad de descarga de sus manantiales, siempre y cuando, su comportamiento sea más o menos homogéneo bajo condiciones diferentes. En este sentido resulta especialmente interesante la aplicación combinada de la expresión dada por Mangin, para ajustar la decrecida, con la de Maillet, para el agotamiento; además de poder comparar las decrecidas, signo de identidad del acuífero kárstico, permite, con su integración, calcular separadamente los volúmenes de tránsito a través de la franja saturada y no saturada, indicando, de esta forma, su influencia cuantitativa sobre el caudal del manantial, y por tanto sus dimensiones relativas.

Desde otro punto de vista conceptual diferente, la fórmula de Coutagne se ajusta bastante bien a la totalidad de las recesiones estudiadas. Su integración ha permitido, igualmente, cuantificar los volúmenes vaciados por el manantial, pero considerando que se refieren exclusivamente a la franja saturada.

El gran inconveniente de este tipo de análisis es que la visión obtenida del hidrograma es muy limitada, restringida a las partes decrecientes del mismo.

2) El análisis de los caudales clasificados resulta un método muy sencillo para descomponer el hidrograma, especialmente en cuanto a su funcionamiento en aguas altas y bajas. Se utilizan la totalidad de los datos, lo cual ya es una garantía de su representatividad estadística.

Los dos grandes inconvenientes de esta metodología son: por un lado que el ajuste de una distribución a un conjunto de caudales no es, de ningún modo, indicativo de un comportamiento hidráulico similar; se puede, perfectamente, ajustar otro tipo de distribución que arroje resultados diferentes; y por otro lado, al no tener en cuenta el orden cronológico de ocurrencia, se obvia la relación temporal de unos caudales con otros.

3) En el análisis de correlación y espectral se juntan las dos grandes ventajas de los métodos anteriores: se mantiene el orden de ocurrencia y se tratan la totalidad de los caudales. El estudio de los resultados obtenidos es muy revelador del funcionamiento y comportamiento de los acuíferos kársticos, en base a criterios objetivos, como por ejemplo tiempo de regulación y memoria del sistema. El análisis de la descomposición de la precipitación en caudal, mediante el estudio de las funciones del análisis cruzado, resulta especialmente interesante para caracterizar el sistema kárstico, en definitiva, causante de esta transformación de variables.

La desventaja de este tipo de análisis, origen, en muchos casos, de errores de concepto, es que no tiene en cuenta ni las dimensiones ni la morfología del acuífero, parámetros que pueden tener una influencia apreciable en la forma de las funciones.

4) La simulación de caudales con modelos estocásticos univariados permite separar cuantitativamente las tres componentes principales que intervienen en las series de caudales de los manantiales kársticos: la componente autorregresiva, imputable a la descarga lineal del acuífero; la componente de medias móviles, descarga no lineal del acuífero; y la componente aleatoria, perteneciente a la fracción escasamente regulada y, por tanto, achacable a una circulación muy rápida del agua infiltrada.

Las posibilidades de este tipo de modelos se reducen a la generación de series sintéticas que conserven los estadísticos más representativos de la serie real, en especial los primeros valores del autocorrelograma; y al completado de datos ausentes en la serie,

teniendo en cuenta que su fiabilidad disminuye proporcionalmente con el tiempo pronosticado y con el poder regulador del sistema.

5) La simulación con los modelos estocásticos de transferencia tipo ARMAX da resultados relativamente aceptables en los tres ejemplos en los que se ha aplicado. Los parámetros obtenidos en el ajuste posibilitan la caracterización de las componentes que intervienen en la transformación lluvia-caudal; sin embargo esta caracterización es más matemática que real, puesto que su significado físico muchas veces es de difícil interpretación. Por otra parte, las restricciones estadísticas de las series de partida son excesivas.

Los mejores resultados en la simulación se obtienen cuando la parte regulada del manantial tiene un funcionamiento claramente autorregresivo, la no regulada es de corta duración, y ambas están claramente diferenciadas. Si no se cumplen estos requisitos, o bien el número de parámetros de ajuste resulta muy grande, o bien el modelo ajustado tiende a tener un comportamiento intermedio de su funcionamiento real. Un claro inconveniente es que no existe la posibilidad de intervenir en el modelo para simular bajo condiciones no naturales.

6) Los modelos de transferencia de reservorios, basados en los parámetros físicos del sistema kárstico, en particular, el modelo TRIDEP aplicado, que parte de la fórmula de Coutagne ajustada a las recesiones, ha dado muy buenos resultados en la simulación de caudales; además sirve para caracterizar y comparar con otros acuíferos la forma de vaciado de la franja saturada y, lo que es más importante, cuantificar la transferencia, a través de la franja no saturada, de la infiltración antes de incorporarse a la franja saturada. Una de sus grandes ventajas es que su desarrollo numérico permite incluir fácilmente condiciones de extracción, lo cual puede resultar de gran utilidad para simular el comportamiento medio del manantial y del volumen almacenado en el acuífero bajo condiciones no naturales.

El inconveniente principal es que no se consideran por separado parámetros tan importantes como son la transmisividad, coeficiente de almacenamiento y el espacio; por ello los resultados obtenidos representan una media de lo que acontece en el conjunto del acuífero.

7) El control de los principales parámetros físicos que intervienen en el funcionamiento hidrodinámico del acuífero kárstico, sobre todo en lo que se refiere a su relación espacial, es una de las grandes ventajas que ofrece la utilización de los modelos de flujo. Los resultados obtenidos con su aplicación han sido muy buenos y compensan, en muchas ocasiones, el esfuerzo que supone su uso. Admiten, no sólo una simulación del régimen natural, sino también una simulación bajo condiciones de extracción localizadas. Sin embargo, las discontinuidades del karst son difícilmente localizables en el modelo. En este sentido las simplificaciones realizadas para simular la red de fracturas como sectores lineales altamente transmisivos que recorren el acuífero, y una distribución de transmisividades y coeficientes de almacenamiento mayores en las cercanías de la surgencia, y que disminuyen con la distancia a la misma, son muy útiles para simular el comportamiento medio del acuífero; se consigue, incluso, ajustar las agudas y fuertes crecidas iniciales que se producen después de un aguacero, que son tan características de este tipo de acuíferos.

No obstante, al no contemplar la franja no saturada y su interconexión con el flujo del agua hacia el manantial y hacia la franja saturada, sus resultados pueden conducir a errores conceptuales de interpretación y simulación.

Debido a las simplificaciones que hay que realizar en los acuíferos kársticos con este tipo de modelos, el refinamiento que introducen los modelos de elementos finitos suele ser innecesario. No así cuando se conocen bien la localización espacial de las discontinuidades, o las fracturas que se pretenden simular son de gran tamaño y dentro del contexto general de un gran sistema, donde se supone una circulación muy preferente, o cuando se pretenden simular condiciones teóricas.

Por último, no quisiera finalizar este trabajo sin mencionar las grandes aportaciones a la modelización de los acuíferos kársticos que añaden los estudios complementarios; en especial, el análisis hidroquímico puede responder, en muchas ocasiones, sobre la procedencia de las aguas: ¿circulación rápida o lenta?, ¿franja saturada o no saturada?, ...; y de esta forma precisar con un significado más físico y real los parámetros que intervienen en su simulación hidrodinámica.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AIDE, D. et al. (1988). *Threshold autoregressive model applied to prediction of karst spring flow*. IAH 21st. Congress: Karst Hydrogeology and Karst Environment Protection, Guilin (China), Part 2, p. 663-670.
- AIGUANG, C.; HANCHEN, L.; JUANMING, X. et al. (1988). *Stochastic modeling of the karst spring of Xin'an, Shanxi province*. IAH 21st. Congress: Karst Hydrogeology and Karst Environment Protection, Guilin (China), Part 2, p. 621-628.
- AKAIKE, H. (1974). *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19, 6: 716-723.
- ANDERSON, R.H. (1941). *Distribution of the serial correlation coefficients*. Ann. Math. Statist., 8, 1: 1-13.
- ANSELMO, V.; MELONE, F. y UBERTINI, L. (1982). *Application of multiple stochastic models to rainfall-flow relationship of the Toce River*. In: Singh, V.P. (Ed.). *Statistical Analysis Symposium on Rainfall and Runoff*. (Proceedings of the International Symposium on Rainfall-Runoff Modeling, Mississippi, 1981), Water Resources Pub., Littleton (Colorado), p. 263-272.
- ANTIGUEDAD, I. et al. (1988). *Análisis del régimen de descarga del manantial kárstico de Salubita (Tolosa-Guipúzcoa)*. II Congreso Geológico de España, Granada, Vol. 2, p. 347-350.
- ATKINSON, T.C. (1977). *Diffuse flow and conduit flow in limestone terrain in the Mendip Hills, Somerset (Great Britain)*. J. Hydrol., 35: 93-100.
- BAKALOWICZ, M. (1979). *Contribution de la géochimie des eaux à la connaissance de l'aquifère karstique et de la karstification*. Lab. Sout. du C.N.R.S. (Moulis). Thèse Doct., Univ. Pierre et Marie Curie, Paris 6, 269 p.

- BAKALOWICZ, M. (1986). *De l'hydrogéologie en karstologie*. Jornadas sobre el karst en Euskadi, San Sebastián, Tomo 2, p. 105-129.
- BAKALOWICZ, M. y OBERLAIN, G. (1972). *Pour une méthodologie de l'évaluation de l'évapotranspiration*. J. Hydrol., 15: 187-191.
- BEAR, J. y LEVIN, O. (1969). *Optimal utilization of an aquifer as an element of a Water Resource System*. Israel Institute of Technology, Technion.
- BENAVENTE, J. et al. (1980). *Algunas consideraciones metodológicas para el estudio de la fracturación en acuíferos kársticos*. Actas Espeleol., 1: 19-54.
- BEZES, C. (1976). *Contribution à la modélisation des systèmes aquifères karstiques; établissement du modèle BEMER: son application à quatre systèmes karstiques du midi de la France*. Académie de Montpellier. Thèse 3ème cycle, Univ. Sci. Tech. Languedoc, 135 p.
- BINGSHAN, Z.; NAITAI, W. y FENGWU, G. (1988). *The regularity of formation of the Gouzhuang karst spring and the stochastic simulations of its discharge*. IAH 21st. Congress: Karst Hydrogeology and Karst Environment, Guilin (China), Part 2, p. 629-636.
- BONACCI, O. (1987). *Karst Hydrology*. Springer-Verlag, Berlín, 173 p.
- BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden Day, San Francisco, 575 p.
- BRILLINGER, D.R. (1975). *Time series data analysis and theory*. Intern. Series in Decision Proc. H.R.W., New York, 500 p.
- CHICA, M. (1981). *Aplicaciones de la geoestadística a la Hidrogeología*. Tesis Lic., Univ. Granada, 151 p.

- COOPER, D.M. y WOOD, E.F. (1982). *Parameter estimation of multiple input-output time series models: Applications to rainfall-runoff processes*. Water Resour. Res., 18, 5: 1352-1364.
- CORMARY, Y. y GUILBOT, A. (1971). *Ajustement et réglages des modèles déterministes. Méthode de calage des paramètres*. La Houille Blanche, 2: 131-140.
- COUTAGNE, A. (1968). *Les variations de débit en période non influencée par les précipitations*. La Houille Blanche, (Sep.-Oct.): 416-436.
- CRUZ-SAN JULIAN, J.; OLORIZ, F. y SEQUEIROS, L. (1973). *El Jurásico superior entre El Torcal de Antequera y Cañete La Real (Cordilleras Béticas. Región Occidental)* Cuad. Geol. Univ. Granada, 4: 15-25.
- CUENA, J. (1983). *Planteamiento general de los modelos matemáticos de acuíferos*. In: Custodio, E. y Llamas, M.R. (Eds). *Hidrología Subterránea*, 2ª. ed., Omega, Barcelona, p. 1620-1630.
- DAVIS, S.N. y DE WIEST, R. (1971). *Hidrogeología*, Ariel, Barcelona, 463 p.
- DELGADO, J. (1975). *Estudio hidrogeológico de El Torcal de Antequera*, Tesis Lic., Univ. Granada, 226 p.
- DELGADO, J. y FERNANDEZ-RUBIO, R. (1976). *Aportaciones al conocimiento hidroquímico de El Torcal de Antequera (Málaga)*. I Simposio Nacional de Hidrogeología, Valencia, Tomo II, p.1007-1022.
- DELLEUR, M. (1971). *Développements récents en matière d'analyse des chroniques d'événements hydrologiques: liaison en chaîne, analyse spectrale*. La Houille Blanche, 2: 147-157.
- DEYBRODT, W. (1988). *Processes in karst systems. Physics, chemistre and geology*. Springer Verlag, Berlin, 288 p.

- DROGUE, C. (1971). *De l'eau dans le calcaire*. Science Progrés Découverte, 3433: 39-46.
- DROGUE, C. (1980). *Essai d'identification d'un type de structure de magasins carbonatés, fissurés. Application à l'interprétation de certains aspects du fonctionnement hydrogéologique*. Mém. h. sér. Soc. géol. France, 11: 101-108.
- DROGUE, C. (1982). *L'aquifère karstique: un domaine perméable original*. Le Courrier du CNRS, 44: 18-23.
- DROGUE, C. y GUILBOT, A. (1977). *Représentativité d'un bassin témoin en hydrogéologie karstique: application à la modélisation des écoulements souterrains d'un aquifère de grande extension*. J. Hydrol., 32: 57-70.
- ESTRELA, T. y SAHUQUILLO, A. (1985). *Modeling the response hydrograph of subsurface flow*. In: Shen, M.W. et al. (Eds.). *Multivariate analysis of hydrologic processes*. Water Resources Pub., Fort Collins (Colorado), p. 141-152.
- FERNANDEZ-RUBIO, R. y DELGADO, J. (1975). *Fisuración y karstificación de El Torcal de Antequera (Málaga)*. Cuad. Geogr. Ser. Mon. Univ. Granada, 1: 93-107.
- FERNANDEZ-RUBIO, R. et al. (1981). *Análisis de la fracturación y directrices estructurales en el acuífero kárstico de El Torcal de Antequera*. Simposio Internacional del Agua en Andalucía (SIAGA), Granada, Tomo II, p. 659-673.
- FORKASIEWICZ, J. y PALOC, H. (1965). *Le régime de tarissement de la Foux de la Vis. Etude préliminaire*. AIHS Coll. Hydrol. des Roches Fissurées, Dubrovnik (Yugoslavia), Tomo I, p. 213-228.
- FUSTER, J. (1971). *Variación de la transmisividad en la explotación de acuíferos calizos fisurados. Importancia y consecuencias*. CHILAGE, 3: 243-251.
- GIRARD, G. (1970). *Essai pour un modèle hydropluviométrique conceptuel et son utilisation au Québec*. Cahiers de l'ORSTOM, VII, 1.

- HANNAN, E.J. (1970). *Multiple time series*. John Wiley & Sons. New York, 536 p.
- HERAS, M.S. (1970). *Métodos prácticos para el estudio hidrogeológico completo de una cuenca*. CEDEX, nº 71, Madrid, 185 p.
- IGLESIAS, A. (1984). *Diseño de un modelo para el estudio de descargas de acuíferos. Modelo "Meda"*. Bol. Geol. Min., XCV, I: 52-57.
- IGME (1979). *Alimentación, descarga y posibilidades de regulación del macizo kárstico de El Torcal de Antequera (Málaga)*. Instituto Geológico y Minero de España. (Informe inédito).
- JENKINS, G.M. y WATTS, D. (1968). *Spectral Analysis and its applications*. Holden Day, San Francisco, 525 p.
- KARAM, Y. (1989). *Essais de modélisation des écoulements dans un aquifère karstique. Exemple de la source du Lez (Hérault-France)*. Académie de Montpellier. Thèse 3ème cycle, Univ. Sci. Tech. Languedoc, 286 p.
- KASHYAP, R.L. y RAO, A.R. (1973). *Real time recursive prediction of river flows*. Automatica, 9: 179-183.
- KASHYAP, R.L. y RAO, A.R. (1976). *Dynamic-Stochastic Models from empirical data*. Academic Press, New York.
- KESSLER, H. (1965). *Water balance investigations in the karstic regions of Hungary*. IAHS Coll. Hydrol. des Roches Fisurées, Dubrovnik (Yugoslavia), Tomo I, p. 91-105.
- KIRALY, L. (1975). *Rapport sur l'état actuel des connaissances dans le domaine des caractères physiques des roches karstiques*. In: Hydrogeology of karstic terrains, I.A.H., Paris, p. 53-67.
- KIRALY, L. (1978). *La notion d'unité hydrogéologique, essai de définition*. Bull. Centre d'Hydrogéol. Univ. Neuchâtel, 2: 83-216.

- KIRALY, L. (1979). *Remarques sur la simulation des failles et du réseau karstique par éléments finis dans les modèles d'écoulement*. Bull. Centre d'Hydrogéol. Univ. Neuchâtel, 3: 155-167.
- KIRALY, A. (1988). *Groundwater flow modelling in highly heterogeneous geologic medium*. In: Custodio, E. et al. (Eds.). *Groundwater flow and quality modelling*. (Series C: Mathematical and physical sciences Vol. 224). D. Reidel Publishing Company, p. 761-775.
- KIRALY, L. y MOREL, G. (1976 a). *Etude de la régularisation de l'Areuse par modèles mathématiques*. Bull. Centre d'Hydrogéol. Univ. Neuchâtel, 1: 19-35.
- KIRALY, L. y MOREL, G. (1976 b). *Remarques sur l'Hydrogramme des sources karstiques simulé par modèles mathématiques*. Bull. Centre d'Hydrogéol. Univ. Neuchâtel, 1: 37-60.
- KOVACS, G. (1977). *Combination of geometrical dynamic and statistical models to determine hydraulic conductivity*. In: Hjorth, P.; Jönsson, L. y Larsen, P. (Eds.). *Hydraulic Problems solved by Stochastic Methods (Proceedings of the 2nd. International IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics, Lund, 1977)*. Water Resources Pub., Fort Collins (Colorado), p. 451-496.
- KULLMAN, E. (1965). *La circulation des eaux karstiques dans les complexes carbonatés et son bilan quantitatif*. IAHS Coll. Hydrol. des Roches Fisurées, Dubrovnik (Yugoslavia), Tomo 1, p. 152-160.
- LEGRAND, H.E. y STRINGFIELD, U.T. (1966). *Karst hydrology. A review*. J. Hydrol., 20, 2: 97-120.
- LOUIS, C. (1968). *Etude des écoulements d'eau dans les rocheux fissurées et leurs influences sur la stabilité des massifs rocheux*. EDF Bull. Direc. Et. Rech., 3: 5-132.
- LOUIS, C. (1974). *Introduction à l'hydraulique des roches*. Bull. B.R.G.M., Section III, 2^e série, 4: 283-356.

- MAILLET, E. (1905). *Essais d'hydraulique suoterraine et fluviale*. Hermann Press, Paris, 218 p.
- MANGIN, A. (1971). *Etude des débits classés d'exutoires karstiques portant sur un cycle hydrologique*. Ann. Spéléol., 26, 2: 283-329.
- MANGIN, A. (1974). *Notion des systèmes karstiques*. Spelunca Mém, 8: 85-68.
- MANGIN, A. (1975). *Contribution à l'étude hydrodynamique des aquifères karstiques*. Lab. Sout. du C.N.R.S. (Moulis). Thèse Doct., Univ. Dijon. In: Ann. Spéléol. 29, 3: 283-332; 29, 4: 495-601; 30, 1: 21-124.
- MANGIN, A. (1981 a). *Utilisation des analyses corrélatoire et spectrale dans des systèmes hydrologiques*. C.R. Acad. Sc. Paris, 293: 401-404.
- MANGIN, A. (1981 b). *Apports des analyses corrélatoire et spectrale croisées dans la connaissance des systèmes hydrologiques*. C.R. Acad. Sc. Paris, 293: 1011-1414.
- MANGIN, A. (1982 a). *L'aproche systémique du karst, conséquences conceptuelles et méthodologiques*. Reunión Monográfica del Karst, Larra, Tomo II, p. 141-157.
- MANGIN, A. (1982 b). *Mise en évidence de l'originalité et de la diversité des aquifères karstiques*. 3ème. Colloque d'Hydrologie en Pays Calcaires, Neuchâtel.
- MANGIN, A. (1984). *Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale*. J. Hydrol., 67: 25-43.
- MANGIN, A. (1986). *Réflexion sur l'approche et la modélisation des aquifères karstiques*. Jornadas sobre el karst en Euskadi, San Sebastián, Tomo 2, p. 11-30.
- MANGIN, A. y PULIDO BOSCH, A. (1983). *Aplicación de los análisis de correlación y spectral en el estudio de los acuíferos kársticos*. Tecniterrae, 51: 53-65.

- MARCO, J. (1986). *Modelos de transferencia o ARMAX*. In: Curso sobre técnicas estocásticas para análisis de sistemas de recursos hidráulicos. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas. Valencia, (inédito).
- MARCO, J. y YEVJEVICH, V. (1985). *Stochastic modeling of ground-water recharge*. IAHR XXI Congress, Melbourne (Australia).
- MARQUAROT, D.W. (1963). *An algorithm for least squares estimation of non linear parameters*. J. Soc. Ind. App. Math., 2: 431-441.
- MARSILY, G. de (1971). *Programme de déconvolution DUHAMEL*. Notice explicative. Ecole des Mines de Paris. C.I.G. LHM/N/71/36.
- MARSILY, G. de (1976). *Représentation par modèle mathématique des grands systèmes aquifères multicouches. Théorie et applications*. LHM/RD/76/18, Fontainebleau.
- MARSILY, G. de (1977). *Programme de déconvolution GMDUEX (ex DUHAMEL)*. Ecole des Mines de Paris. C.I.G. LHM/N/71/36.
- MARSILY, G. de (1978). *De l'identification des systèmes hydrogéologiques*. Thèse Doct., Univ. Pierre et Marie Curie, Paris 6, 215 p.
- MAX, J. (1980). *Méthodes et techniques du traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Masson, Paris, 379 p.
- MENOT, J.M. (1979). *Equations of frost propagation in unsaturated porous media*. Eng. Geol., 13: 101-109.
- MERO, F. (1978). *The MM08 hydrometeorological simulation system. Basic concepts and operators guide*. Rapport Tahal T/78-02. Tel-Aviv.
- NEUSMAN, S.P. (1973). *Saturated-unsaturated seepage by finite elements*. J. Hydraul. Div. Am. Soc. C. Eng., 99: 2233-2250.

- OBARTI, F.J. (1987). *El análisis de sistemas aplicado a la hidrogeología kárstica*. Tesis Lic., Univ. Granada, 230 p.
- O'CONNEL, P.E. y CLARKE, R.T. (1981). *Adaptative hydrological forecasting*. Hydrol. Sci. Bull., 26, 2: 179-205.
- PADILLA, F. (1981). *Ecoulement en milieu saturé et non saturé pour nappe souterraine à faible profondeur. Modèle ponctuel d'application à la fonte de la neige*. Thèse de maîtrise, Univ. Laval, Québec, 153 p.
- PADILLA, A. y PULIDO BOSCH, A. (1986). *El programa "Evadia" para la estimación automática de la lluvia útil a nivel diario*. II Simposio Internacional del Agua en Andalucía (SIAGA), Granada, Tomo 2, p. 631-636.
- PADILLA, A. y PULIDO BOSCH, A. (1988). *TRIDEP, un modelo lluvi-caudal aplicado al estudio de acuíferos*. II Congreso Geológico de España, Granada, Tomo 2, p. 245-428.
- PEZZI, M. C. (1975). *Le Torcal d'Antequera (Andalousie): un karst structural retouché par le periglaciarisme*. Rev. Méditerranée, 2: 23-37.
- PEZZI, M.C. (1979). *Análisis morfológico del karst de El Torcal de Antequera*. Jabega, 26: 54-64.
- PINDER, G.F. y BREDEHOEFT, J.D. (1968). *Application of the Digital Computer for Aquifer Evaluation*. Water Res., 4, 5: 1069-1094.
- PRICKETT, T.A. y LONNQUIST, C.G. (1971). *Selected Digital Computer techniques for Ground Water Resource Evaluation*. Illinois State Water Survey, Bull. 55. Urbana (Illinois).
- PULIDO-BOSCH, A. (1975). *Estudio hidrogeológico de Sierra Grossa. Provincia de Valencia*. V Jornadas Mineras Metalúrgicas, Bilbao, Tomo III, p. 25-35.

- PULIDO BOSCH, A. (1977). *Bosquejo sobre la hidrogeología kárstica del Prebético Oriental*. Cuad. Geol. Univ. Granada, 8: 125-134.
- PULIDO-BOSCH, A. (1979). *Contribución al conocimiento de la hidrogeología del Prebético Nororiental (provincias de Valencia y Alicante)*. Tesis Doct., Univ. Granada, Mem. IGME, 95, 410 p.
- PULIDO BOSCH, A. (1986). *Reflexiones sobre hidrogeología kárstica basadas en ejemplos de las Cordilleras Béticas*. Jornadas sobre el karst en Euskadi, San Sebastián, Tomo 2, p. 31-50.
- PULIDO-BOSCH, A. (1989). *Simulación del acuífero de Sierra Grossa (Valencia)*. Hidrogeol. Rec. Hidraul., XIV: 301-313.
- PULIDO-BOSCH, A. y BENAVENTE, J. (1986). *Aplicación de la deconvolución al estudio de la descarga de El Torcal de Antequera*. II Simposio Internacional del Agua en Andalucía (SIAGA), Granada, Tomo II, p. 413-422.
- PULIDO BOSCH, A. y CASTILLO, E. (1984). *Quelques considérations des aquifères carbonatés du Levant espagnol, d'après les données de captage d'eau*. Karstologia, 4: 38-44.
- PULIDO-BOSCH, A.; MARSILY, G. y BENAVENTE, J. (1987). *Análisis de la descarga de El Torcal de Antequera mediante deconvolución*. Hidrogeología, 2: 17-28.
- PULIDO-BOSCH, A. y PADILLA A. (1988 a). *Deux exemples de modélisation d'aquifères karstiques espagnols*. Hydrogéologie, 4: 281-290.
- PULIDO-BOSCH, A. y PADILLA; A. (1988 b). *Some considerations about the simulation of karstic aquifers*. IAH 21st. Congress: Karst Hydrogeology and Karst Environment Protection, Guilin (China), Part 2, p. 583-588.
- PULIDO-BOSCH, A. y PADILLA, A. (1990). *Evaluation des ressources hydriques de l'aquifère karstique du Torcal de Antequera (Málaga, Espagne)*. Hidrogeología, 5: 11-22.

- RATS, M.V. y CHERNYASNOV, S.N. (1965). *Statistical aspect of problem on the permeability of the joint rocks*. IAHS Coll. Hydrol. des Roches Fisurées, Dubrovnik (Yugoslavia), Tomo I, p. 227-236.
- RHOADES, R. y SINACORI, M.N. (1941). *The pattern of ground-water flow and solution*. J. Geol., 49: 785-794.
- RISSANEN, J. (1974). *Basis of invariants and Canonical forms for linear dynamic systems*. Automatica, 10: 175-182.
- RODRIGUEZ ESTRELLA, T. (1978). *Geología e hidrogeología del sector de Alcaraz-Liétor-Yeste (provincia de Albacete). Síntesis geológica de la Zona Prebética*. Tesis Doct., Univ. Granada, 725 p.
- SAHUQUILLO, A. (1983). *Sistemas y Modelos*. In: Custodio, E. y Llamas, M.R. (Eds.). *Hidrología Subterránea*. 2ª ed. Omega, Barcelona, p. 1577-1583.
- SALAS, J.D.; YEVJEVICH, V. y LANE, W.L. (1980). *Applied modeling of hydrologic time series*. Water Resources Pub. Littleton (Colorado), 484 p.
- SGOP (1976). *Métodos de ordenador para evaluación de recursos hidráulicos subterráneos*. *Informaciones y estudios*. Bol. 41. Servicio Geológico de Obras Públicas, Madrid, 127 p.
- SCHOELLER, H. (1965). *Hydrodynamique dans le karst (écoulement et emmagasinement)*. *Hydrogéologie des roches fissurées*. IAHS Coll. Hydrol. des Roches Fisurées, Dubrovnik (Yugoslavia), Tomo I, p. 3-20.
- SPOLIA, S.K. y CHANDER, S. (1973). *Modelling of surface runoff systems by an ARMA model*. J. Hydrol., 22: 317-332.
- SPOLIA, S.K.; CHANDER, S. y O'CONNOR, K.M. (1980). *An autocorrelation approach for parameter estimation of fractional order equal-root autoregressive models using hypergeometric functions*. J. Hydrol., 47: 1-17.

- THAUVIN, J.P. (1981). *Alimentación y descarga del macizo kárstico de El Torcal de Antequera (Málaga)*. Simposio Internacional del Agua en Andalucía (SIAGA), Granada, Tomo I, p. 379-386.
- THIRRIOT, C. (1970). *Utilisation des fonctions de transfert simplifiées pour l'étude générale de l'atténuation des ondes de crue*. IAHR International Symposium on River Mechanics, 11 p.
- THORNTHWAITE, C.W. (1948). *An approach toward a national classification of climate*. Geogr. Rev., 38, 1: 55-94.
- TISON, G. (1960). *Courbe de tarissement, coefficient d'écoulement et perméabilité du bassin*. Mém. IAHS, Finlandia, p. 229-243.
- TRIPET, J.P. (1973). *Etude hydrogéologique du bassin de la Source de l'Areuse (Jura neuchatelois)*. *Matériaux pour la géologie de la Suisse*. Hydrogéologie, 21: 183 p.
- VILARO, F. (1983). *Tratamiento de datos de aforo*. In: Custodio, E. y LLamas, M.R. (Eds.). *Hidrología Subterránea*, 2ª ed. Omega, Barcelona, p. 375-384.
- WALKER, G.T. (1931). *On periodicity in series of related terms*. Proc. Roy. Soc., A, 131, 518 p.
- WERNER, P.W. y SUNDQUIST, N.J. (1951). *On the ground-water recession curve for large-sheds*. IAHS, Bruxelles, p. 202-212.
- WILLIAMS, P.W. (1983). *The role of subcutaneous zone in karst hydrology*. J. Hydrol., 61: 45-67.
- YEVJEVICH, V. (1971). *Probability and statistics in hydrology*. Water Resources Pub., Fort Collins (Colorado), 294 p.
- YEVJEVICH, V. (1972). *Stochastic processes in hydrology*. Water Resources Pub., Fort Collins (Colorado), 276 p.

- YOUNG, P.C. (1974). *Recursive approaches to time series analysis*. Bull. Inst. Math. Appl., 10: 209-224.
- YOUNG, P.C. (1986). *Time series methods and recursive estimation in hydrological systems analysis*. In: Kraijenhoff, D.A. y Moll, J.R. (Eds.). River flow modelling and forecasting. Dordrecht, Reide (Holanda).
- YULE, G.U. (1927). *On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers*. Phil. Trans., A, 226, 267 p.
- YUSUN, C. y JI, B. (1988). *The media and movement of karst water*. IAH 21st. Congress: Karst Hydrogeology and Karst Environment Protection, Guilin (China), Part 2, p. 555-564.

DILIGENCIA:

Reunido el Tribunal examinador en el día de la fecha, constituido por:

- D. Rafael Fernández Rubio (Presidente)
- D. Alain Mangin (Vocal)
- D. Pedro E. Martínez Alfaro (Vocal)
- D. Laszlo Kizaly (Vocal)
- D. Mario Chica Olmo (Secretario)

para juzgar la Tesis Doctoral del Licenciado Don Alberto Padilla Benitez

se acordó por Unanimidad otorgar la calificación de Apto "Cum Laude"

para que conste, se extiende firmada por los ponentes del Tribunal, la presente diligencia.

Granada, a 9 de Octubre de 1990

El Secretario,

El Presidente,

Mario Chica Olmo
Mario Chica Olmo

El Vocal,

El Vocal,

El Vocal

[Signature]

Laszlo Kizaly
Pedro E. Martínez Alfaro