

Universidad de Granada

Facultad de Ciencias



**«DETERMINACIÓN DE LAS VELOCIDADES DE DESPLAZAMIENTO
DE UN ARCO ELÉCTRICO SOMETIDO A UN
CAMPO MAGNÉTICO TRANSVERSAL»**

JOSÉ RAMOS BARRADO

TESIS DOCTORAL

FÍSICA



Biblioteca Universitaria de Granada



01162298

R. 20860

UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE TERMOLOGIA

BIBLIOTECA	
FACULTAD DE CIENCIAS	
GRANADA	
Estante	10
Tabla	2
Núm.	54

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA	
GRANADA	
N.º Documento	615169/94
N.º Copia	i/1038250x

DETERMINACION DE LAS VELOCIDADES DE DESPLAZAMIENTO
DE UN ARCO ELECTRICO SOMETIDO A UN
CAMPO MAGNETICO TRANSVERSAL

JOSE RAMOS BARRADO

TESIS DOCTORAL

FISICA

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Facultad de Ciencias

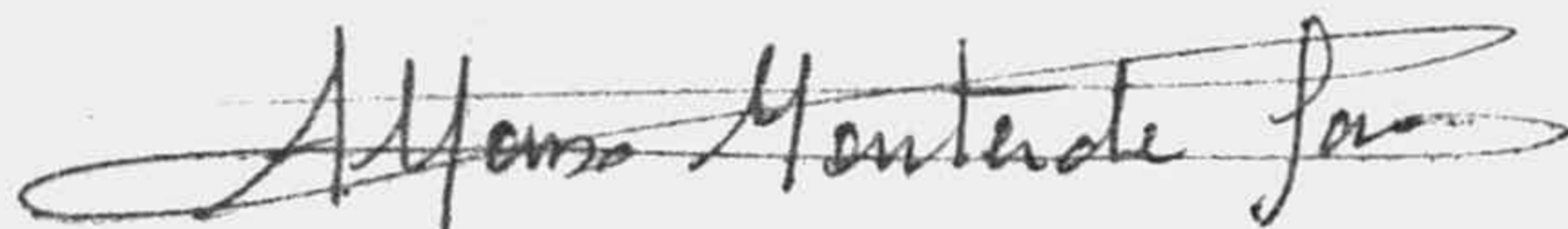

Fecha 10-marzo-1978

ENTRADA NUM. 324

DETERMINACIÓN DE LAS VELOCIDADES DE DESPLAZAMIENTO
DE UN ARCO ELECTRICO SOMETIDO A UN CAMPO MAGNETICO
TRANSVERSAL

Visado en Granada, a
10 de Marzo del 1978

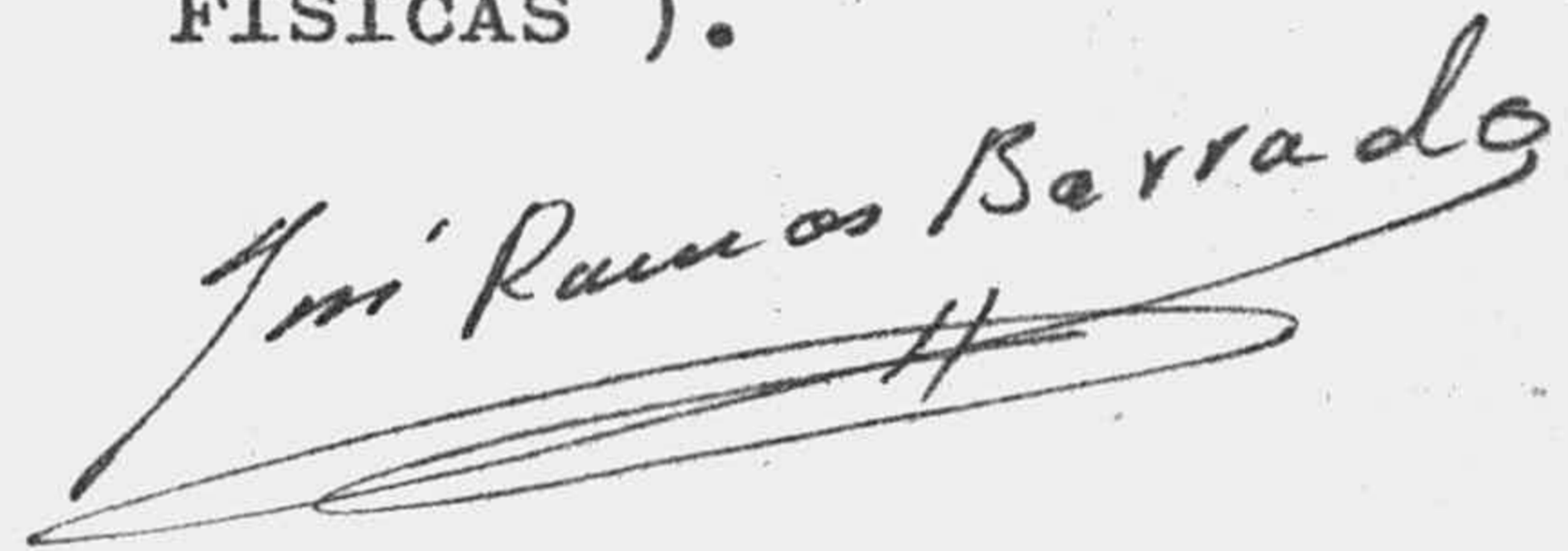
Directores de la Tesis:



Firmado:

Prof. Dr. D. Gerardo
Pardo Sanchez, Cate-
dratico Director del
Departamento de Termolo-
gia, y Dr. D. Alfonso
Monterde Garcia.

Memoria presentada para
aspirar al grado de DOC
TOR EN CIENCIAS (SECCION
FISICAS).



Fdo: José Ramos Barrado

Agradecimiento

El trabajo a que se refiere la presente memoria, ha sido realizado en el Departamento de Termología de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada y en el Colegio Universitario de Málaga, hoy Facultad de Ciencias.

Hago constar mi agradecimiento al Catedrático de Termología de la Universidad de Granada, Dr.D. Gerardo Pardo Sanchez, por su dirección, sus valiosos consejos y estímulo personal.

Al Dr.D. Alfonso Monterde Garcia, mi más sincera gratitud por su dirección, su especial ayuda y colaboración, y muy especialmente por haberme iniciado en la física del plasma.

Por último, quiero hacer constar mi gratitud a todos mis compañeros de la Facultad de Ciencias y del Colegio Universitario de Málaga, por su colaboración, ayuda y estímulo.

INDICE

I. Introducción

1.1 Introducción y objeto del trabajo, *pag.1.*- 1.2 Efectos de un campo magnético transversal, *10.*- 1.3 Justificación del trabajo, *14.*- 1.4 Orientación del trabajo, *16*

II. Dispositivo experimental

2.1 Arco utilizado, *pag.19.*- 2.2 Determinación de la característica, *29*

III. Modelos teóricos para la distribución del potencial de flujo de calor

3.1 Modelos teóricos para un arco eléctrico, *pag.36.*- 3.2 Cálculo de los parámetros del arco, *48.*- 3.3 Aplicación a un arco desviado, *55*

IV. Discusión de los resultados

4.1 Determinación de las desviaciones, *pag.74.*- 4.2 Medida de la velocidad de desviación, *82.*- 4.3 Determinación de la velocidad de retroceso, *95.*- 4.4 Discusión de los resultados: A) Desviación del arco, *100*; B) Velocidad media de desviación, *108* C) Velocidad media de retroceso del arco a su posición axial, *112*; D) Velocidad media del flujo de partículas en el eje del

arco durante la desviación, 115; E) Proceso de retroceso del arco a su posición axial, 119; F) Velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado, 135.- 4.5 Estudio dinámico del movimiento del arco como un movimiento oscilatorio, 140; a) Retroceso del arco a la posición axial, 141; b) Desviación del arco por un campo magnético transversal e invariable en el tiempo, 147; c) Movimiento de un arco eléctrico sometido a un campo magnético transversal y variable en el tiempo, 152

V. CONCLUSIONES, pag.165

BIBLIOGRAFIA, pag.172

I Introducción

1.1 Introducción y objeto del trabajo.-

a) Introducción

Un arco eléctrico se distingue de otros tipos de descarga en gases en que la diferencia de potencial entre electrodos es de sólo de unos cientos de voltios y la intensidad puede ser de varios amperios. En general, se puede asegurar que se obtiene un arco cuando una descarga se produce en un gas a una presión por encima de media atmósfera. El gas conductor formado por átomos, electrones e iones recibe el nombre de plasma físico. Algunos autores restringen esta definición limitando el grado de ionización a un mínimo. La temperatura que se puede alcanzar con un arco eléctrico puede llegar a ser de hasta unos 50.000 K. El grado de ionización puede llegar al cien por cien, lo que explica la capacidad conductora de un plasma.

A la física del plasma hay dedicada una abundante literatura, entre la que cabe destacar la debida a TSYTOVICH (1), ROEDERER y WASSON (2), SIMON y THOMPSON (3), y entre las aplicaciones de la física del plasma cabe destacar las debida a SUTTON y SHERMAN (4), RAEDER et al. (5) y la de ROSE y CLARK (6). Dentro de la bibliografía general de arco eléctrico son de interes la debida a HOYAUX (7), HAYDON (8), y la de FINKELNBURG (9).

Como en todo análisis de un sistema fuera del equilibrio es necesario establecer en el plasma las condiciones de

equilibrio térmico local. En este sentido es de fundamental interés los trabajos de FINKELNBURG y MAECKER (10), BUSZ y FINKELNBURG (11), FUJIMOTO et al. (12), TACHIBANA y FUKUDA (13), WISSERATH y BRAUME (14), y MALIK (15).

La determinación del grado de ionización de un plasma se puede realizar a partir de la ecuación de EGGERT-SAHA (16). Experimentalmente, OLSEN (17) ha determinado espectroscópicamente las densidades electrónicas, iónicas y de partículas neutras para un plasma de argón a distintas temperaturas. Mas recientemente BAUM et al. (18) han realizado medidas en este mismo sentido.

La determinación de la conductividad eléctrica y térmica de un plasma es uno de las temas de preferente estudio tanto teórico como experimental. Entre los primeros son basicos los trabajos de COHEN et al. (19), y los de SPITZER y HARM (20). Experimentalmente, los valores de la conductividad eléctrica y térmica para distintos gases a diversas temperaturas se han por varios métodos. MONTERDE GARCIA (21)

Si un arco se encuentra encerrado en una cámara con sus paredes a temperatura constante por refrigeración, la temperatura no es uniforme en toda la sección recta de la cámara. Es máxima en la zona central y disminuye radialmente, por razones energeticas, tal como se indica en la figura 1. Debido a la variación radial de temperaturas, el grado de ionización varía de igual modo. KOCIAN (22). Al alejarnos del eje de la columna, disminuye la densidad de electrones e iones y aumenta la de partículas neutras, en consecuencia disminuira radial

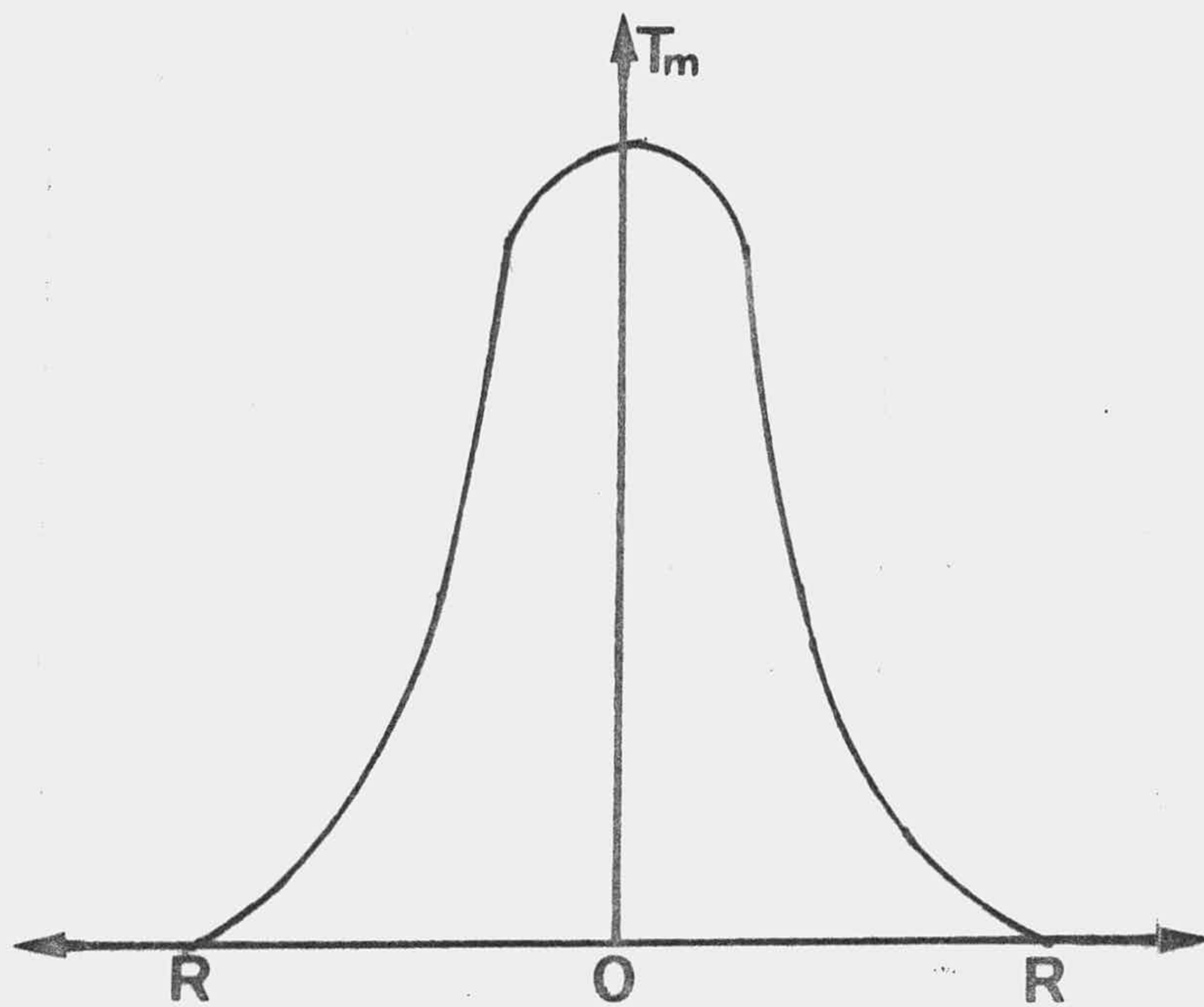


Figura 1. Esquema de la variación radial de la temperatura en el arco.

mente la conductividad y la densidad eléctrica, de modo que la mayor parte de la corriente que circula lo hará por la zona central próxima al eje de la columna. El interés del estudio de la distribución de la temperatura en un arco encerrado en una cámara de descarga radica en que buena parte de los métodos para determinar la conductividad eléctrica y térmica se basan en ella. En este sentido la ecuación de ELENBAAS-HELLER (E.H.) juega un papel fundamental. Esta ecuación para un arco de pequeño amperaje es:

$$\text{div } \vec{q} = - \sigma \vec{E}^2$$

donde \vec{q} es el flujo de calor, σ la conductividad eléctrica y \vec{E} el campo eléctrico.

Desde un punto de vista fenomenológico, dentro de la física del arco, un factor de indudable importancia es la intensidad de la corriente que circula por el arco, dada su notable influencia en la temperatura en el eje y en el campo eléctrico (11). En los arcos de alta intensidad se debe tener muy en cuenta la influencia del campo magnético propio de la columna que produce una elevación de la presión en el interior de ésta. MAECKER (23). Además, fenomenológicamente, también es de gran influencia el material de los electrodos, ANDANSON et al. (24), y MILLER (25), los gases o vapores en los que se producen la descarga y la presión de estos (10). Un factor de una influencia decisiva es la temperatura exterior. MATHIESEN (26) encontró una disminución del 12% en la diferencia de potencial entre electrodos al refrigerar el ánodo. Sin embargo la mayor influencia radica en la refrigeración de las zonas exteriores del arco, que produce una elevación de la temperatura del eje, un aumento del campo eléctrico y una disminución del diámetro efectivo de la columna y de su resistencia (11)

b) Objeto del trabajo.

El presente trabajo tiene como objeto estudiar el desplazamiento de un arco eléctrico, situado en una cámara de descarga con simetría cilíndrica, con sus paredes refrigeradas, al ser sometido a un campo magnético transversal, así como el estudio del proceso de vuelta del arco a su posición centrada cuando cesa el campo magnético desviador, determinándose las distintas velocidades que intervienen en este fenómeno.

El desplazamiento de un arco eléctrico es un fenómeno en extremo complejo, ya que en él intervienen fenómenos eléctricos, térmicos e hidrodinámicos, por lo que es necesario definir exactamente que se entiende por desplazamiento del arco y las diversas causas que pueden ocasionarlo.

A la hora de estudiar el desplazamiento del arco, es necesario tener muy en cuenta que pueden existir, sólos o combinados entre sí, una modificación de la trayectoria de las partículas cargadas y un desplazamiento del campo de isoterms y del fenómeno luminoso, y sería erróneo considerar sólo el desplazamiento de las partículas cargadas, del campo de isoterms o del fenómeno luminoso.

MAECKER (27) soluciona el problema antes planteado, definiendo la posición y el desplazamiento del arco, que se indica con el subíndice "A", como la posición y el

desplazamiento del máximo de temperatura, que se indicaba con el subíndice "m", es decir, se define:

$$\vec{r}_A = \vec{r}_m ; \quad \vec{V}_A = \vec{V}_m \quad (1.1)$$

donde \vec{r} es el vector de posición y \vec{V} la velocidad. Así mismo, MAECKER (27) define la velocidad relativa del arco respecto del flujo de partículas como:

$$\vec{V}_{AM} = \vec{V}_A - \vec{V}_M \quad (1.2)$$

donde V_M es la velocidad del flujo de partículas. A partir de la ecuación de conservación de la energía para un elemento de masa, MAECKER (27) obtiene la siguiente expresión:

$$\vec{V}_{AM} \cdot (\vec{\nabla} (\vec{V} T))_m = - \vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{\rho_M C_p} (\sigma E^2 - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_r + \Phi)) \quad (1.3)$$

donde ρ_M es la densidad del elemento de masa y \vec{q}_r el calor radiado, incluyendo Φ la viscosidad.

La velocidad del flujo de partículas se puede calcular a partir de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para un plasma:

$$\rho_M (\vec{V}_M \cdot \vec{\nabla} \vec{V}_M) = \vec{J} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p + \eta_z (\frac{4}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_M) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}_M)) \quad (1.4)$$

donde \vec{J} es la densidad de corriente, \vec{B} el campo magnético aplicado y η_z la viscosidad, que se supone constante. De es

te modo, se puede calcular la velocidad del arco a partir de las expresiones (1.3) y (1.4).

Indudablemente, las causas que pueden originar un desplazamiento son varias y de diversos tipos, y atendiendo a ellas podría clasificarse los desplazamientos del arco; sin embargo, es más sistemática la clasificación atendiendo a la anulación de algunas de las velocidades antes definidas, ya que el desplazamiento del arco puede estar ocasionado simultáneamente por causas eléctricas y térmicas. Atendiendo a la anulación de algunas de las velocidades, el movimiento del arco se puede clasificar en:

A) La velocidad \vec{V}_{AM} se anula; no existe flujo de partículas cargadas. La velocidad absoluta del arco coincide con la velocidad relativa de éste con el flujo de materia, \vec{V}_{AM} , deducible a partir de (1.3). La velocidad del arco coincide con la del campo de isoterma, y será ocasionada por cualquier modificación de la simetría en la distribución de temperaturas. Ejemplos de este caso son:

a) Un arco en un tubo cilíndrico, con sus paredes a temperatura constante, y muy inferior a la de la columna, se somete a un flujo asimétrico de calor, rompiéndose la simetría de la distribución de temperaturas. SCHWERTL (28)

b) Se introduce por unos de los lados de la cámara un gas de un potencial de ionización más bajo que el gas en el cual se

realizó inicialmente la descarga. RAEDER ((29)).

c) Un arco en una cámara de simetría toroidal. En este caso la asimetría está ocasionada por la curvatura de la cámara de descarga. NATHRATH (30)

B) La velocidad relativa del arco respecto al flujo de partículas se anula. La velocidad absoluta del arco coincide con la del flujo de materia. Un ejemplo de este tipo lo constituiría el caso de un arco entre electrodos móviles que se desplazarán en igual sentido y con igual velocidad que el arco, cuando éste es desviado por un campo magnético transversal.

C) La velocidad del arco se anula. La velocidad del campo de isoterms y la del flujo de partículas son iguales y opuestas. Este tipo de desplazamiento está originado por cualquier causa que produzca un flujo de partículas cargadas de la columna del arco desviado. Ejemplos de este tipo de movimiento son los arcos horizontales en atmósfera libre y el caso de un arco en una cámara cilíndrica desviado a una posición excentrica de equilibrio por un campo magnético transversal. ROSENBAUER (31), SAUTER (32) .

En general, el objeto fundamental de los trabajos antes citados es o bien el estudio del desplazamiento del arco con la finalidad de establecer una relación empírica entre la desviación del arco y la causa que lo origina, sin con

siderar la velocidad con que se desplaza, (28, 29 y 30), o bien la distribución del campo de velocidades y de trayectorias del flujo de partículas en un arco en una posición excéntrica de equilibrio, (31, 32). Por el contrario, el objeto fundamental de este trabajo es el estudio del movimiento del arco, dedicandose una atención preferente a la determinación de las velocidades antes citadas.

1.2 Efectos de un campo magnético transversal.-

Como ya se ha visto, en el arco, la casi totalidad de la corriente circula por un pequeño canal centrado en el eje del mismo, siendo la densidad de corriente en las zonas exteriores a ese canal prácticamente nula. Cuando el arco se encuentra en su posición axial, sin estar sometido a un campo magnético externo, el campo magnético propio, originado por la corriente que circula por el canal, hace que la presión del gas que forma la columna sea superior al de las zonas exteriores, de modo que el gradiente de presiones será:

$$\vec{\nabla} p = \vec{J} \times \vec{B}_i$$

La fuerza debida a ese gradiente de presiones es compensada por la fuerza de Lorentz originada por el campo \vec{B}_i . Si este equilibrio es roto por un campo magnético transversal, la distribución simétrica de fuerzas de Lorentz, que se opone a la distribución simétrica de las fuerzas, debidas al gradiente de presiones, y que hacía posible el equilibrio, deja de existir, y la fuerza de Lorentz será mayor por un lado de la columna. Debido a esto, el plasma de la columna al estar a mayor presión se moverá hacia las zonas de menor presión, exteriores a ella, originandose un flujo de partículas cargadas y, por lo tanto, el desplazamiento del máximo hasta una nueva posición de equilibrio. Se puede dar una interpretación mas intuitiva de este fenómeno. Cuando el arco se encuentra en su posición axial de equilibrio y se le somete a la acción

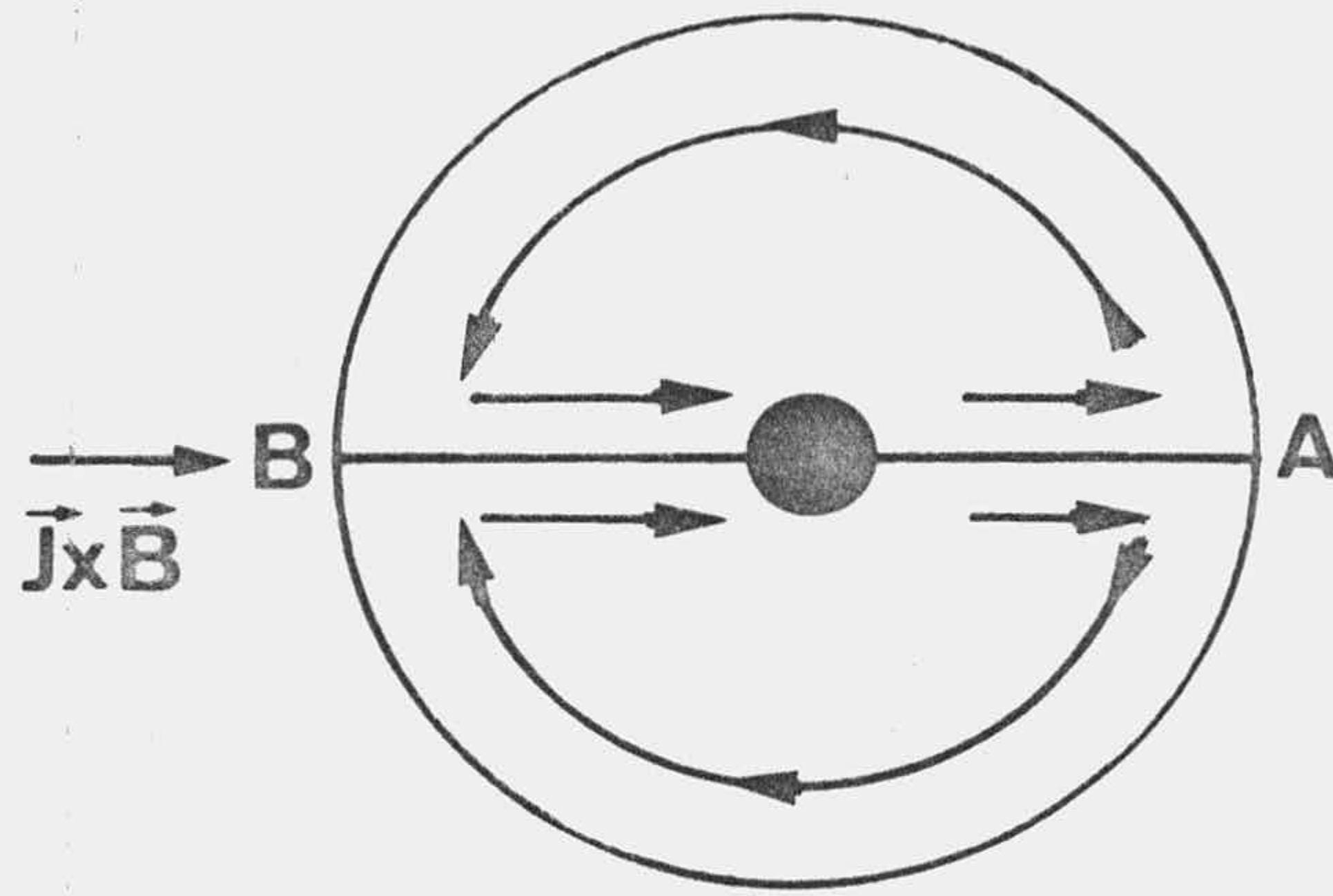


Figura 2. Esquema del flujo inicial.

de un campo magnético transversal, los electrones e iones, que forman casi exclusivamente la columna, son desviados de su trayectoria por la fuerza de Lorentz, siendo la columna desviada en igual sentido. El gas que sale de la columna arrastrado por la fuerza de Lorentz origina una depresión en ella, siendo reemplazado por gas neutro en su mayor parte, por el otro lado de la columna. (Figura 2). Este gas neutro, al entrar en la columna, es ionizado y arrastrado a su vez por la fuerza de Lorentz. El gas ionizado procedente de la columna al llegar a las zonas cercanas a la pared refrigerada de la cámara se recombina, cediendo su energía de ionización y continuando su trayectoria por inercia. En la zona A, fig. 2, debida a la acumulación de partículas se origina una sobrepresión, mientras que en la

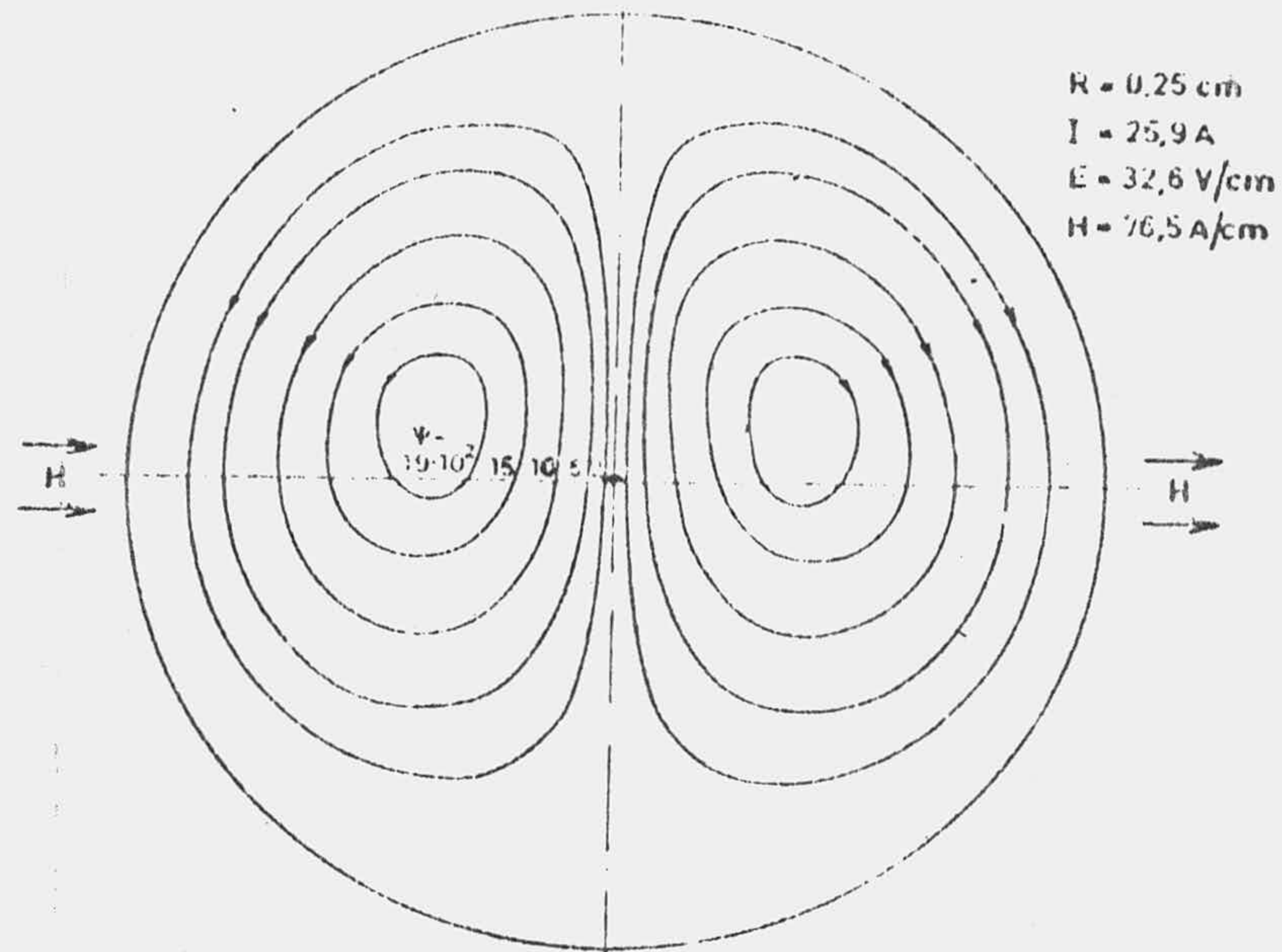


Figura 3. Distribución teórica de las líneas de flujo en el arco. FISCHER y UHLENBUSCH (36).

zona B se forma una depresión, y por tanto existirá un gradiente de presiones que se opone a la fuerza de Lorentz.

El arco alcanza su posición excéntrica de equilibrio cuando la fuerza de Lorentz, la fuerza de rozamiento del gas caliente con el gas frío, la debida al $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{q})$, ocasionada por la asimetría de la distribución de temperaturas, y la fuerza originada por el gradiente de presiones se compensan. Si una vez el arco en esa situación excéntrica de equilibrio, el campo magnético sigue actuando, la fuerza de Lorentz persistirá y el flujo de gas continuará ahora en régimen estacionario, originandose, en el caso de un arco en una cámara refrigerada, un doble remolino simétrico

respecto del diámetro sobre el cual se desvía el arco, y que viene dado por la dirección de la fuerza de Lorentz. (**Figura 3**) La distribución del campo de velocidades y el de líneas de flujo ha sido estudiado por ROSENBAUER (31), en arcos de poca intensidad y por SAUTER (32) en arcos de alta intensidad, y teóricamente por SEEGER (33 , 34), RAEDER SEEGER y GORENFLO (35), FISCHER y UHLENBUSCH (36).

1.3 Justificación del trabajo.-

El presente trabajo es continuación de la línea de investigación sobre fenomenología del arco eléctrico iniciada en el Departamento de Termología de la Facultad de Ciencias de Granada, por el Dr. D. Alfonso Monterde Garcia. El estudio de la física del plasma es hoy día una de las áreas de investigación más importante, tanto por su interés teórico como por las numerosas aplicaciones que de ella se derivan, entre las cuales, basta citar, a título de ejemplo, la fusión nuclear controlada, los propulsores por plasma, los convertidores M.H.D. y la soldadura por arco. Dentro de la física del plasma, el arco eléctrico ocupa un lugar importante, ya que es una manera fácil y económica de alcanzar altas temperaturas. Aparte de esta posibilidad, el estudio del arco es de por sí muy interesante, no sólo desde un punto de vista teórico, sino también por sus innumerables aplicaciones prácticas, entre las que se destaca por su aplicación inmediata la soldadura por arco, y además gran parte de los estudios sobre fusión nuclear están basados en estudios previos sobre arco eléctrico.

Dentro de los aspectos fenomenológicos de la física del arco eléctrico, sobre todo por el estudio de las condiciones de equilibrio, así como sus posibles aplicaciones a la técnica de soldadura, el desplazamiento de un arco, localizado en una cámara con sus paredes refrigeradas, cuando se modifica algunas de las condiciones que hacen po

sible la situación de equilibrio del arco en su posición axial, es, sin duda, uno de los fenómenos más interesantes y complejos de la física del arco eléctrico y al estudio de estos fenómenos hay dedicada una abundante literatura, que en sus aspectos más relevantes se ha expuesto en el apartado anterior.

Dentro de las causas del movimiento del arco, una de ellas, como ya se ha explicado, es un campo magnético transversal. Los estudios realizados sobre este tema, tanto teóricos como experimentales, expuestos en el apartado anterior, están dedicados al estudio de la distribución del campo de velocidades y el de trayectorias del flujo de partículas cargadas, cuando el arco se encuentra en una posición excéntrica de equilibrio por la acción del campo magnético, sin atender al proceso de desviación del arco desde la posición axial a la excéntrica de equilibrio. En el presente trabajo, por el contrario, se ha dedicado una atención preferente al proceso de desviación propiamente dicho, así como al proceso de vuelta del arco a su posición axial, al cesar el campo magnético desviador, completándose de esta manera el estudio de la desviación de un arco. Sin embargo, el tema no se agota en el presente trabajo, ya que la influencia de la presión es sólo esbozada en este estudio, ya que por razones de limitación de montaje, no ideado para soportar grandes presiones, no se ha realizado un estudio completo sobre su influencia, siendo de interés, para posteriores trabajos, el estudio de la importancia de la presión en el fenómeno del movimiento de un arco eléctrico.

1.4 Orientación del trabajo.-

La velocidad con que un arco se desplaza desde su posición axial a la excéntrica de equilibrio, se ha visto que puede considerarse como la suma de dos velocidades, una la velocidad del flujo de partículas cargadas, \vec{V}_M , y otra la velocidad relativa del arco respecto a ese flujo de partículas, \vec{V}_{AM} . Es decir, la velocidad del arco se puede expresar como:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_M + \vec{V}_{AM}$$

En el presente trabajo, el estudio del desplazamiento del arco, se ha orientado a determinar esas tres velocidades.

Experimentalmente, se puede determinar, por métodos relativamente simples, los valores medios de las velocidades \vec{V}_A y \vec{V}_{AM} , y, en base a esos dos, el valor medio de \vec{V}_M . Para determinar el valor medio de \vec{V}_A primero se ha medido, por métodos fotográficos, la desviación de un arco, cuando se le somete a un campo magnético transversal, y después se ha medido el tiempo que tarda el arco en desplazarse desde su posición axial a la excéntrica de equilibrio, cuando se le somete a ese mismo campo magnético; ese tiempo se ha medido en base al tiempo transcurrido entre dos señales eléctricas, contabilizado por un sistema electrónico relativamente simple. Para determinar el valor medio de V_{AM} , se ha medido el tiempo que tarda el arco en volver desde su posición desviada de equilibrio a la posición axial, cuando se suprime el campo magnético. Cuando cesa el campo

desviador, el flujo de partículas cargadas se anula y la velocidad \vec{V}_M será cero, con lo que la velocidad del arco coincide con \vec{V}_{AM} . Se ha supuesto que la inercia de las partículas cargadas a continuar en su trayectoria, cuando cesa la fuerza de Lorentz, es despreciable. Una vez determinado los valores medios de \vec{V}_A y \vec{V}_{AM} , el valor medio de \vec{V}_M , durante el proceso de desviación, es inmediato. Estas medidas se han realizado para distintos valores de la intensidad de corriente en el arco y del campo desviador. La información que se puede obtener por este procedimiento no se agota en la determinación de esos valores medios, sino que a partir de los tiempos medidos, para distintas desviaciones, que tarda el arco en volver desde la posición excéntrica a la axial, se puede determinar su posición y su velocidad en función del tiempo durante el proceso de retroceso, así como la velocidad inicial y la velocidad en función de la posición; también esto durante el proceso de vuelta del arco a su posición axial. Además, a partir de los mismos datos, se puede determinar, para distintas intensidades y distintos campos magnéticos, la velocidad \vec{V}_M en el eje del arco desviado. En base a estos resultados obtenidos en el retroceso del arco a su posición axial, se ha establecido una analogía entre el retroceso del arco y un movimiento oscilatorio libre con amortiguamiento crítico, determinándose los distintos parametros que definen este tipo de movimiento. Mediante esta analogía también se ha estudiado el desplazamiento de un arco sometido a un campo magnético transversal tanto en el caso de que ese campo sea invariable en el tiempo, como en el caso de que varíe sinusoidalmente.

Desde un punto de vista teórico, se ha realizado un estudio de la distribución del potencial de flujo de calor, potencial de SCHMITZ (37), tanto para un arco sin desviar como para un arco desviado con y sin flujo de partículas; para ello se han utilizado tres modelos teóricos distintos. Este estudio tiene una doble finalidad. En el caso del arco sin desviar su objeto es determinar la temperatura en el eje del arco, dato fundamental para explicar la diferencia en las velocidades de desplazamiento cuando varía la intensidad de la corriente en el arco, así como para realizar un calculo aproximado de la función material $\sigma(S)$. En el caso del arco desviado, se pretende, con el estudio de la distribución del potencial de SCHMITZ, dar una justificación teórica de las causas térmicas que intervienen en el desplazamiento del arco.

II. Dispositivo experimental.

2.1 Arco utilizado.-

Desde un punto de vista matemático, el arco más fácil de tratar es él de simetría cilíndrica; para su obtención, es necesario que esté contenido en un tubo, cuya pared se mantiene a temperatura constante mediante un adecuado sistema de refrigeración exterior. Para arcos de pequeña potencia, por unidad de longitud, esto se consigue utilizando como cámara de descarga un tubo de cuarzo.

En nuestro caso, la descarga se realiza en el interior de un tubo de cuarzo transparente de 20 mm de diámetro interior y 22,5 mm de diámetro exterior. Concéntrico con él, se ha dispuesto un tubo de vidrio Pyrex de 30 mm de diámetro interior, discurriendo el agua de refrigeración del arco entre los tubos. Ambos tubos se apoyan por sus dos extremos en sendos zócalos de latón, cuyo diseño se indica en la figura 4. En los dos zócalos, existen sendos canales para el suministro del agua de refrigeración y el gas argón en el cual se realiza la descarga. En los diseños de los zócalos, se ha puesto especial cuidado en conseguir una refrigeración lo más homogénea posible en la superficie exterior del tubo de cuarzo, así como la estanqueidad del agua de refrigeración y del gas. En el zócalo superior se ha dispuesto un dispositivo en cremallera, para poder variar la longitud del arco, desplazando este electrodo; de este modo,

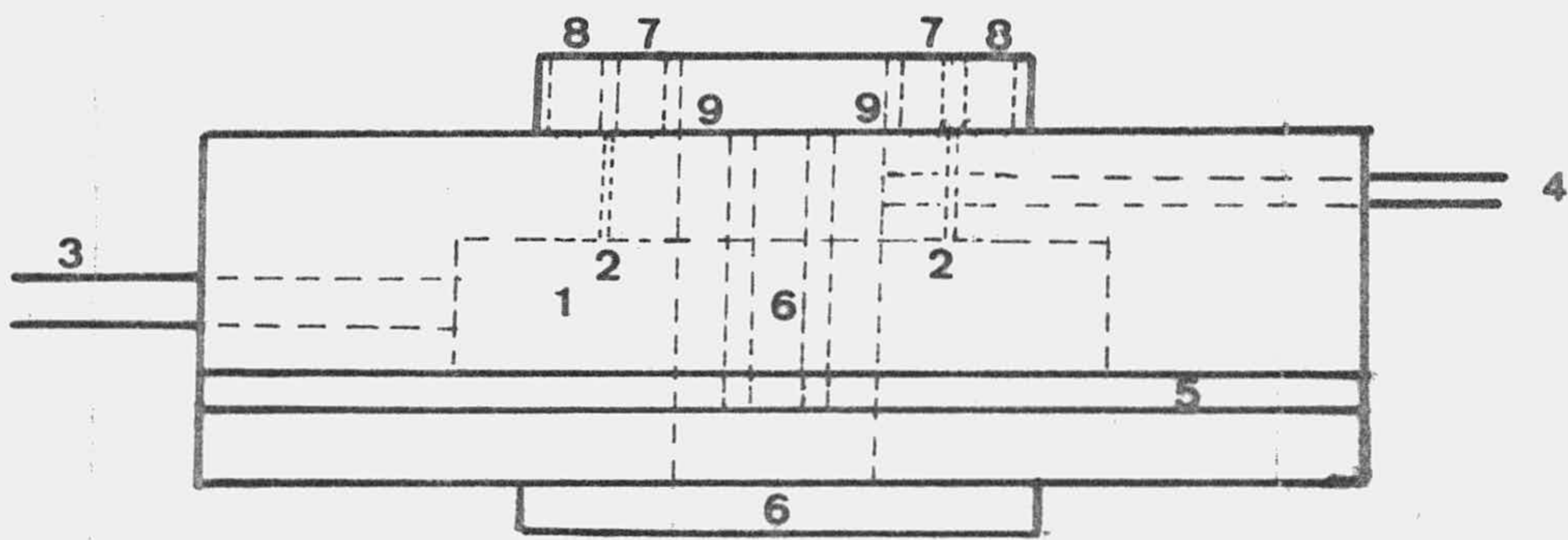


Figura 4. Corte longitudinal del zócalo de sustentación.

1 Cámara de agua, 2 Conductos para la entrada del agua en el espacio entre tubos, 3 Conductos para el suministro de agua, 4 Entrada del gas, 5 Goma de ajuste y aislamiento, 6 Soporte del electrodo, 7 Hueco para acoplar el tubo de cuarzo, 8 Hueco para el tubo de Pyrex, 9 Cerámica aislante

se consigue poner en contacto los dos electrodos, y al pa-
sar una corriente eléctrica se calientan por efecto Joule.
Al separar ligeramente los electrodos, el campo eléctrico es
lo suficientemente intenso para que se produzca la emisión
de electrones por el cátodo y la ionización del gas circun-
dante, de modo que al separar más los electrodos se obtiene
el arco, pudiendoles separar hasta la distancia deseada siem-
pre que la potencia de la fuente de alimentación sea sufi-
ciente. Este método es el más comodo desde un punto de vis-
ta experimental, ya que el método basado en el paso de una
descarga luminiscente a arco eléctrico presenta más difícil-
tades experimentales. El aumento de presión debe hacerse muy
lentamente, ya que una variación brusca de presión produce
una ruptura de la descarga. La cremallera se mantiene cen-
trada dentro del tubo de latón que la contiene, mediante
un fleje. La conexión eléctrica del electrodo superior se
realiza a través de la cremallera, mediante unas escobillas
de platino. Por razones de seguridad, se ha cuidado que to-
das las zonas accesibles, excepto las conexiones, esten ais-
ladas eléctricamente. La sujeción de los tubos a los zóca-
los se ha realizado mediante collarines de goma lo suficien-
temente elásticos para conseguir un buen ajuste. El conjun-
to de los tubos y los zócalos se ha dispuesto en un monta-
je de bakelita, como se indica en la figura 5. El ajuste
de los tubos en los collarines se realiza por un sistema
de tuercas y contratueras, dispuestas sobre el montaje de
bakelita.

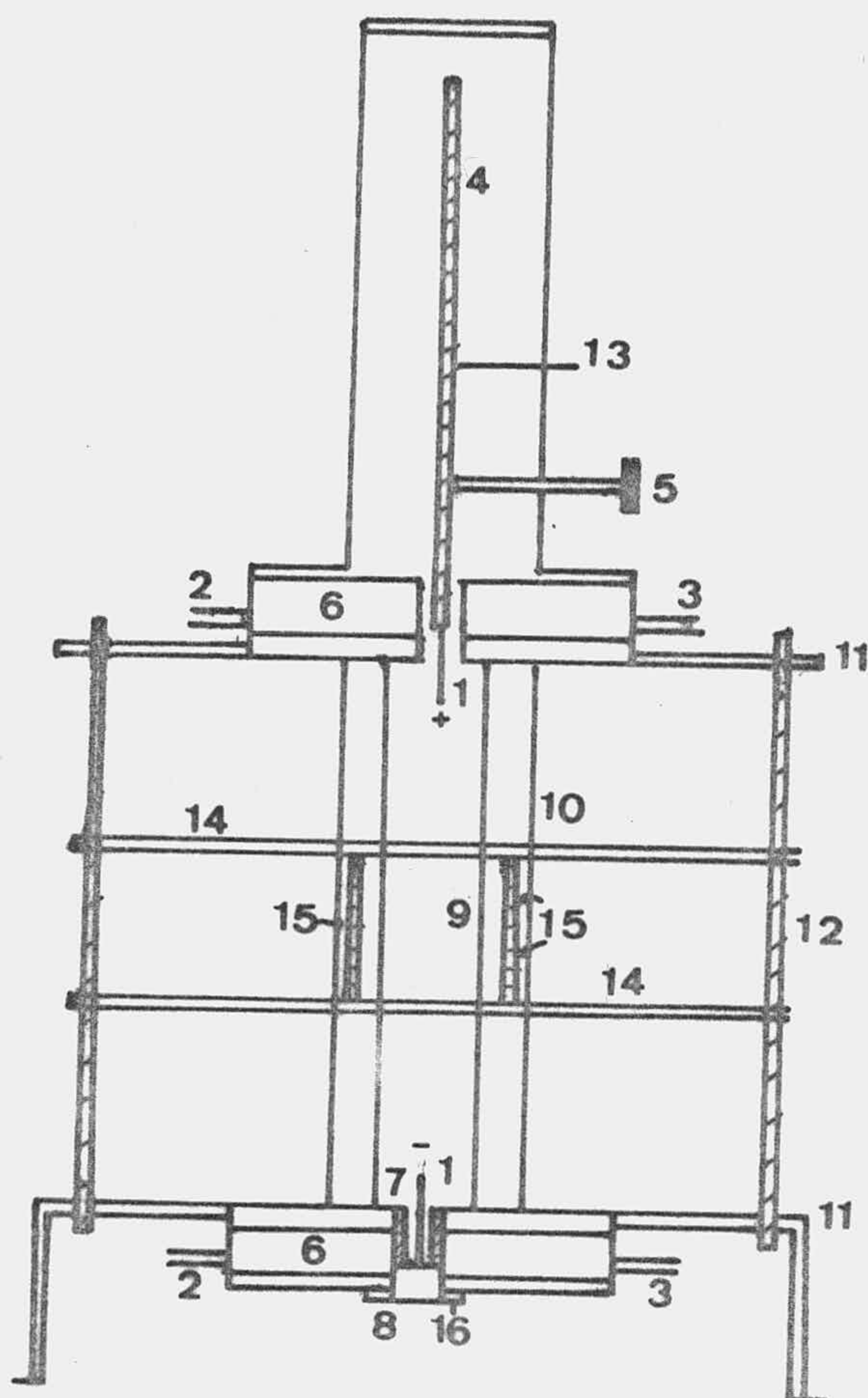


Figura 5. Esquema del montaje del arco. Corte longitudinal
1 Electrodo, 2 Conductos para el agua de refrigeración del arco, 3 Conductos para el gas, 4 Cremallera, 5 Mando para desplazar la cremallera, 6 Zócalos soporte, 7 Aislante de cerámica, 8 Sporte para el electrodo inferior, 9 Tubo de cuarzo, 10 Tubo Pyrex, 11 Soporte de bakelita, 12 Columnas de sujeción, 13 Conexión eléctrica del electrodo superior, 14 Soportes de la bobina, 15 Bobina, 16 Conexión eléctrica del electrodo inferior.

Dado que el arco tiene una característica negativa, no se puede realizar directamente la conexión del arco a la fuente de alimentación, ya que aumentaría indefinidamente la intensidad. Como resistencias estabilizadoras, se han dispuesto, en serie con el arco, siete de 125 ohmios para una intensidad máxima de 4 amperios de la casa Bianchi-Ibarrondo. Como fuente de alimentación, se ha utilizado una de corriente continua regulable, capaz de suministrar una diferencia de potencial entre bornas de 2.500 V y una intensidad máxima de 3,5 A, construída, según diseño de D. Miguel Jimenez Yanguas, por la casa SALICRU de Barcelona. Para medir la diferencia de potencial entre electrodos, se ha empleado un FLUKE 8000A, y como amperímetro un Metrix de la I.T.T.

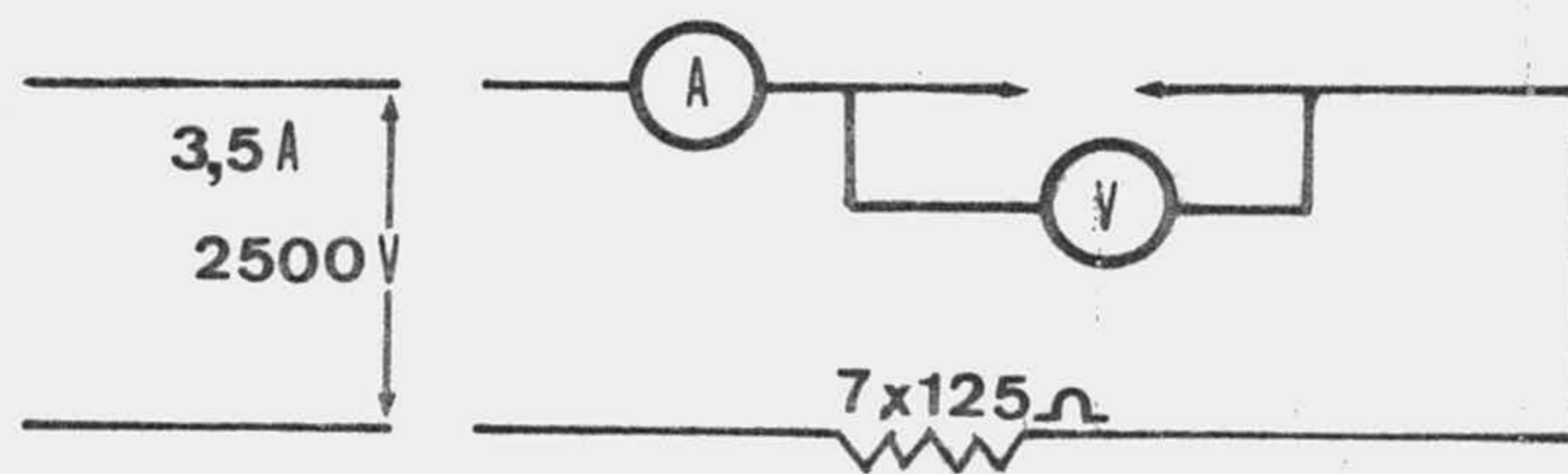


Figura 6. Esquema de la conexión eléctrica del arco.

La sección efectiva de la columna del arco depende en buena medida de la refrigeración. Esta juega un papel fundamental en la estabilidad del arco e incluso en su comportamiento físico. La intensidad de la corriente que circula por el arco viene dada por la expresión:

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} ; \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

siendo la superficie de integración la sección total de la cámara de descarga, I la intensidad, σ la conductividad eléctrica, \vec{j} la densidad de corriente y \vec{E} el campo eléctrico en la columna. Una buena refrigeración de la pared de la cámara de descarga hace que la temperatura de ésta permanezca constante y muy inferior a la existente en eje del tubo, de modo que la temperatura variará muy bruscamente entre la columna del arco y las zonas exteriores, ocurrirá lo mismo con el grado de ionización y, en consecuencia, la conductividad eléctrica variará también muy bruscamente. Según esto, la gran mayoría de los portadores de carga circularán por un pequeño canal cilíndrico, centrado en el eje del tubo, cuyo radio será menor cuanto mayor sea el gradiente de temperaturas; por tanto, cuanto mejor sea la refrigeración, menor será el radio del canal y mayor será, para una misma intensidad de corriente, la densidad de corriente. Como circuito de refrigeración, se ha utilizado uno cerrado, por el cual se bombea el agua de un depósito de 200 litros, mediante una bomba PSH ECO de 1/10 CV, consiguiéndose un caudal constante. Dado el caudal suministrado por la bomba y la constancia de éste, se consigue una estabilización aceptable del arco.

El gas utilizado ha sido argón, de una pureza del 99,996 %, estando regulada su entrada en el tubo de cuarzo por un manoreductor PARVABLOC. Para conseguir una mejor estabilización del arco, se ha dejado un pequeñísimo flujo permanente, regulado por el manoreductor de en

trada y un tapón poroso, con objeto del que flujo sea lo más suave posible y no se perturbe el arco por el gas frío ascendente, lo que disminuiría la sección de la columna. Previamente a la introducción del gas de argón en el tubo de cuarzo, se evacua éste mediante una bomba SIEMENS 012 y, posteriormente, se hace un barrido con argón para arrastrar el aire que pudiera quedar. Luego se vuelve a hacer el vacío y se introduce el gas a la presión deseada, para cuya medida se dispone de un barómetro en U de ramas abiertas. Los valores de la presión se han corregido teniendo en cuenta los valores de la presión atmosférica, medida con un barómetro tipo Fortin. Según se puede observar en la figura 7, se han dispuesto dos llaves de triple paso; una de las llaves pone en comunicación la bomba de vacío con el sistema formado con el arco, los tubos de unión y el barómetro, mientras que su otra rama va directamente al aire; la otra llave tiene por misión facilitar la regulación de presión el tubo de cuarzo, para ello una de sus ramas lleva un tapón poroso, mientras que su otra rama va directamente al aire, siendo por ésta por donde se da salida al gas durante el barrido.

Para crear el campo magnético, se ha empleado una bobina construida exprofeso. Sus dimensiones se han elegido de modo que actúe sobre la parte central de la columna, por ser ésta la zona más estable y homogénea del arco, ya que no sufre la influencia de las caídas anódicas y catódica y las oscilaciones que en ellas se producen.

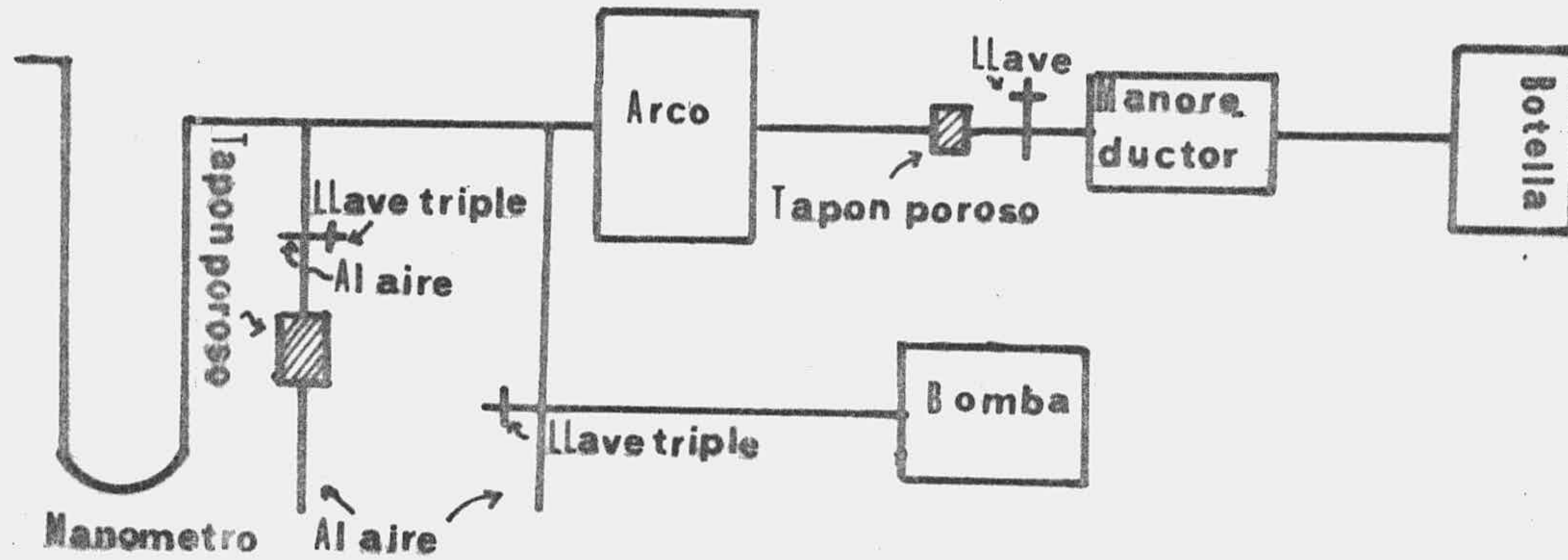


Figura 7. Esquema del montaje de suministro del gas.

La autoinducción y la resistencia óhmica se han medido con un puente de la casa HEWLETT-PACKARD, modelo 4265A, habiéndose obtenido los siguientes valores:

$$L = 4,41 \text{ mH} ; \quad r = 8,1 \Omega$$

La bobina se ha dividido en dos partes iguales a ambos lados del tubo exterior, sobre un montaje de bakelita, para así evitar posibles causas de inhomogeneidad en el campo magnético. Es de destacar que todo el montaje se ha realizado modo que no se utilicen materiales magnéticos, para no perturbar el campo magnético creado por las bobinas. Para medir el campo magnético creado por las bobinas, se ha empleado un gausímetro de la casa YOKAGAW tipo 3251. La homogeneidad del campo se ha comprobado midiéndole en tres

planos diferentes y en cada uno en quince puntos distintos, obteniéndose una homogeneidad en la zona central del 2 %. La gráfica de calibrado de las bobinas se indica en la figura 9. Las bobinas se conectarán a un circuito cuyo esquema se indica en la figura 8. Como fuente de alimentación de la bobina, se utilizó inicialmente una de corriente continua regulable de 0-20 V y una intensidad máxima de 2 A. Las posibles corrientes transitorias de la fuente, al conectarla y desconectarla por el mando que lleva incorporado, influyen el proceso experimental del estudio de la desviación del arco, ya que las bobinas crean un campo magnético distinto inicialmente al que se fija para el estudio experimental. Para evitar esto, se ha dejado abierta la fuente durante la experiencia y se ha abierto o cerrado el circuito de las bobinas, mediante el interruptor exterior.

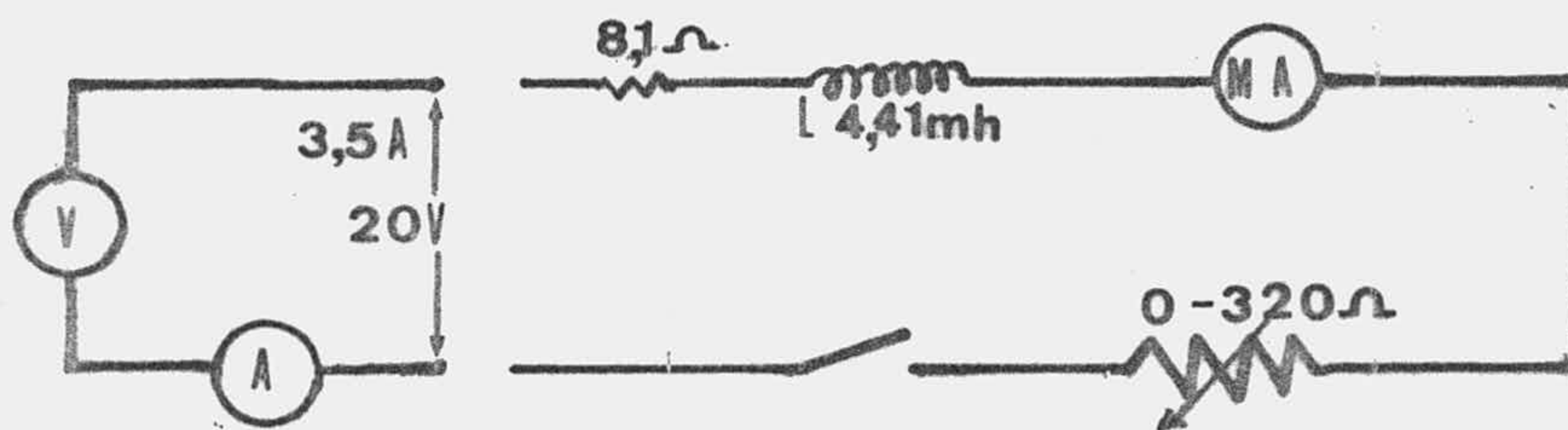


Figura 8. Esquema de la conexión de la bobina

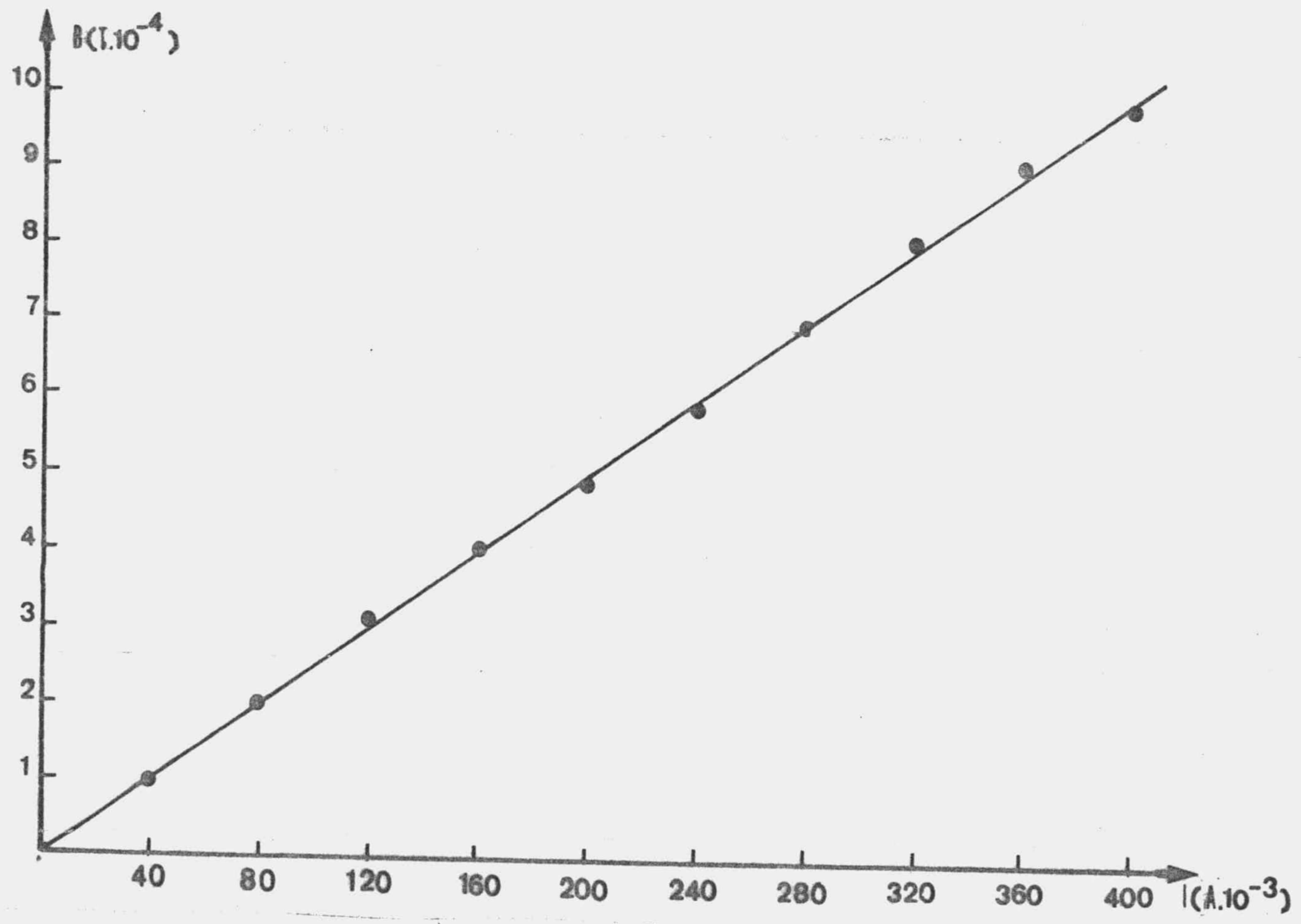


Figura 9. Calibrado de la bobina

2.2 Determinación de la característica.-

Para determinar la característica, se ha medido la diferencia de potencial entre los electrodos y la intensidad que circula por el arco, según el esquema de la figura 7. Este método presenta el inconveniente de incluir la suma de las caídas anódicas y catódicas, siendo necesario eliminarlas para calcular el campo eléctrico en la columna del arco, como se hará más adelante. Sin embargo, es también conveniente indicar la característica, incluyéndolas, por ser la que directamente se obtiene, y es muy útil para estudiar la estabilidad del arco, que es fundamental a la hora de realizar las experiencias.

Se ha medido la diferencia de potencial entre electrodos para valores de la intensidad entre 0,7 y 3 A, de dos décimas en dos décimas, cinco veces; la distancia entre electrodos es de 29,7 cm. Los valores obtenidos para la presión de una atmósfera se indican en la tabla 1. En la figura 10, se expresa la gráfica de la característica, relación intensidad-voltaje.

También se ha medido la característica del arco, incluyendo las caídas anódicas y catódicas, para las presiones de 380, 570, 950 y 1.140 mmHg, siendo la distancia entre electrodos la misma. Es de destacar, que para la presión de 380 mmHg, a partir de aproximadamente de intensidades inferiores a 1,6 A, el arco es tan inestable que cualquier perturbación de las zonas anódicas y catódicas se trans

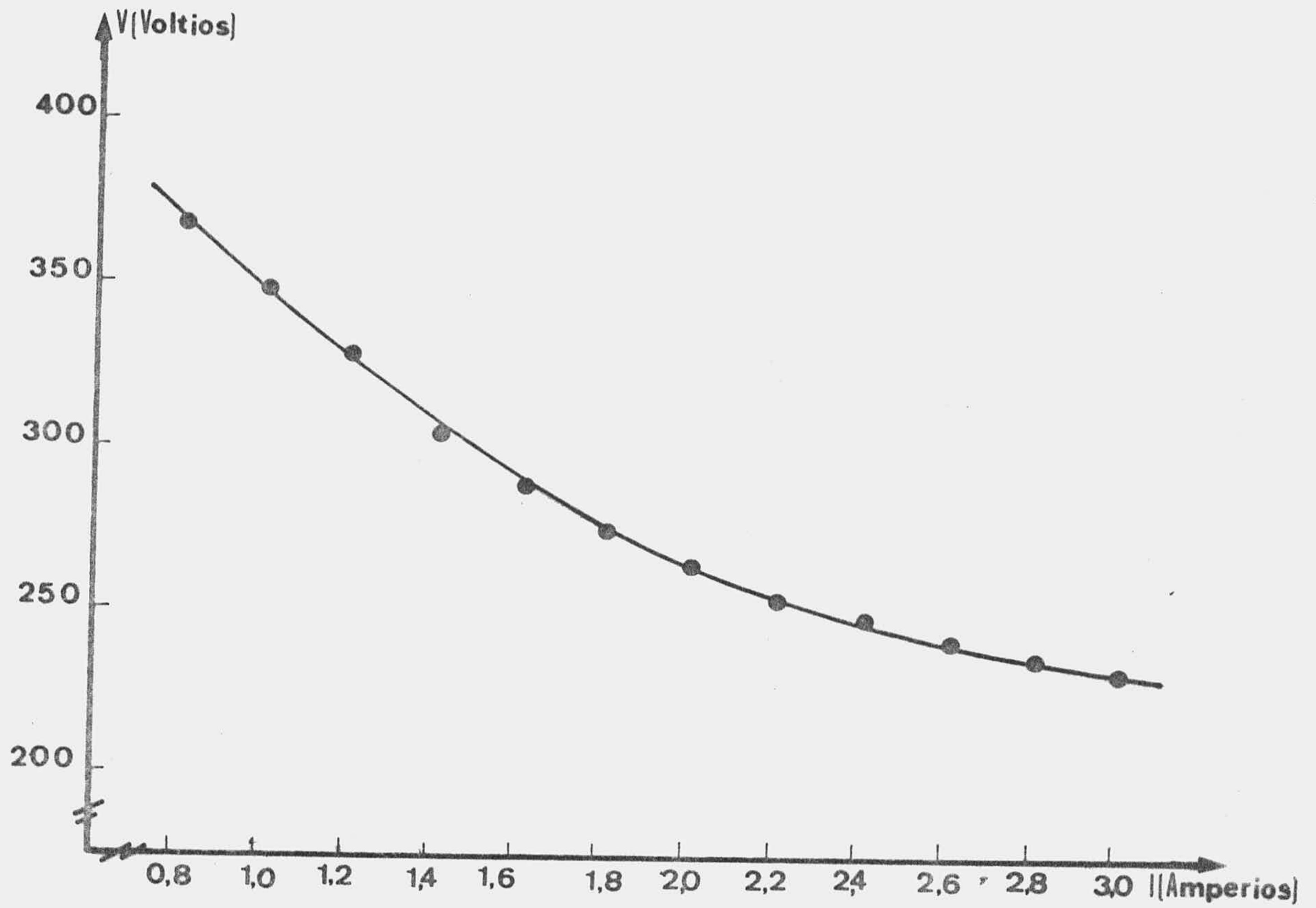


Figura 10.. Característica $V(I)$ para 29,7 cm de separación entre electrodos y 1 atmósfera de presión.

I(A)	V	I(A)	V
3,00	233	1,80	276
2,80	238	1,60	290
2,60	243	1,40	304
2,40	249	1,20	330
2,20	255	1,00	348
2,00	265	0,80	367

Tabla nº1. Característica $V(I)$ para 29,7 cm de separación entre electrodos y 1 atmósfera de presión.

mite a la columna, oscilando bruscamente y pudiendo llegar a romperse el arco. Los resultados se expresan en la tabla n°2. En estos resultados se observa como la diferencia de potencial entre electrodos, para una misma intensidad tomada como parámetro, crece con la presión del gas encerrado en la cámara de descarga, pasando, para una intensidad de 2A, de 225 V a la presión de 380 mmHg, a la de 314 V para una de 1140 mmHg.

Para determinar la característica $E(I)$ en la columna del arco, es necesario, como ya se ha indicado, restar al potencial medido la suma de las caídas anódica y catódica. Para ello, es necesario medir la característica $V(I)$, para distintas longitudes, y calcular la relación existente, para cada intensidad, entre la longitud del arco y la diferencia de potencial entre electrodos. Para cada intensidad, tomada como parámetro, se ha ajustado, por mínimos cuadrados, una recta de regresión a la relación longitud-voltaje. (figura 11 y tabla 3). La pendiente de esa recta es el campo eléctrico en la columna y su ordenada en el origen es la suma de las caídas catódica y anódica, ya que corresponde a la caída de potencial en un arco de longitud nula, es decir, sin columna. Se ha determinado la característica $E(I)$ sólo para la presión de 760 mmHg. En todos los casos, se ha obtenido un coeficiente de correlación de 0,99. Los resultados alcanzados por este método para el campo eléctrico en la columna y la suma de las caídas anódica y catódica se dan en la tabla 4 y en la figura 12

Presión 380 mmHg

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
ddp(V)	172	176	184	197	210	225	245	260	297	332	376

Presión 570 mmHg

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
ddp(V)	222	224	230	235	238	241	250	261	271	291	315

Presión 950 mmHg

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
ddp(V)	284	286	292	295	302	306	318	341	356	376	406

Presión 1140 mmHg

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
ddp(V)	287	290	294	299	303	314	325	344	362	386	412

Tabla n°2. característica V(I) para las presiones de 380, 570, 950 y 1140 mmHg y una distancia entre electrodos de 29,7 cm

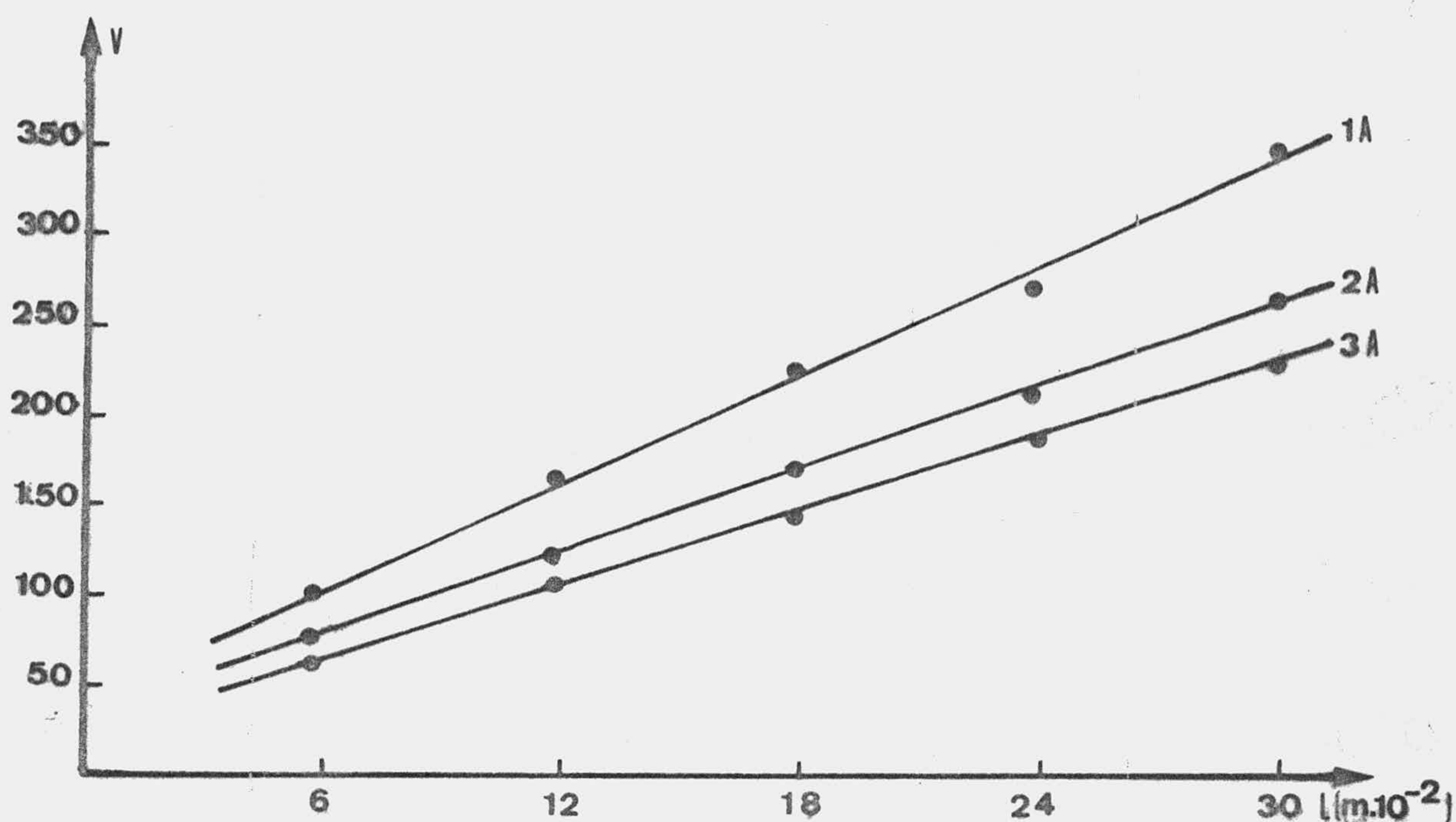


Figura 11. Relación longitud-voltaje para las intensidades de 1,2 y 3A.

I(A) \ l	29,7	23,7	17,7	11,7	5,7
3,00	233	190	145	106	64
2,80	238	196	152	109	66
2,60	243	199	155	111	68
2,40	249	204	158	114	71
2,20	255	207	163	116	73
2,00	265	210	171	121	76
1,80	176	216	177	128	80
1,60	290	227	189	137	86
1,40	304	239	197	146	92
1,20	330	252	214	154	95
1,00	348	271	225	165	102
0,8	367	284	238	173	108

.Tabla n°3. Relación longitud-voltaje para la presión de 1 atmósfera (l = longitud del arco, medida en cm)

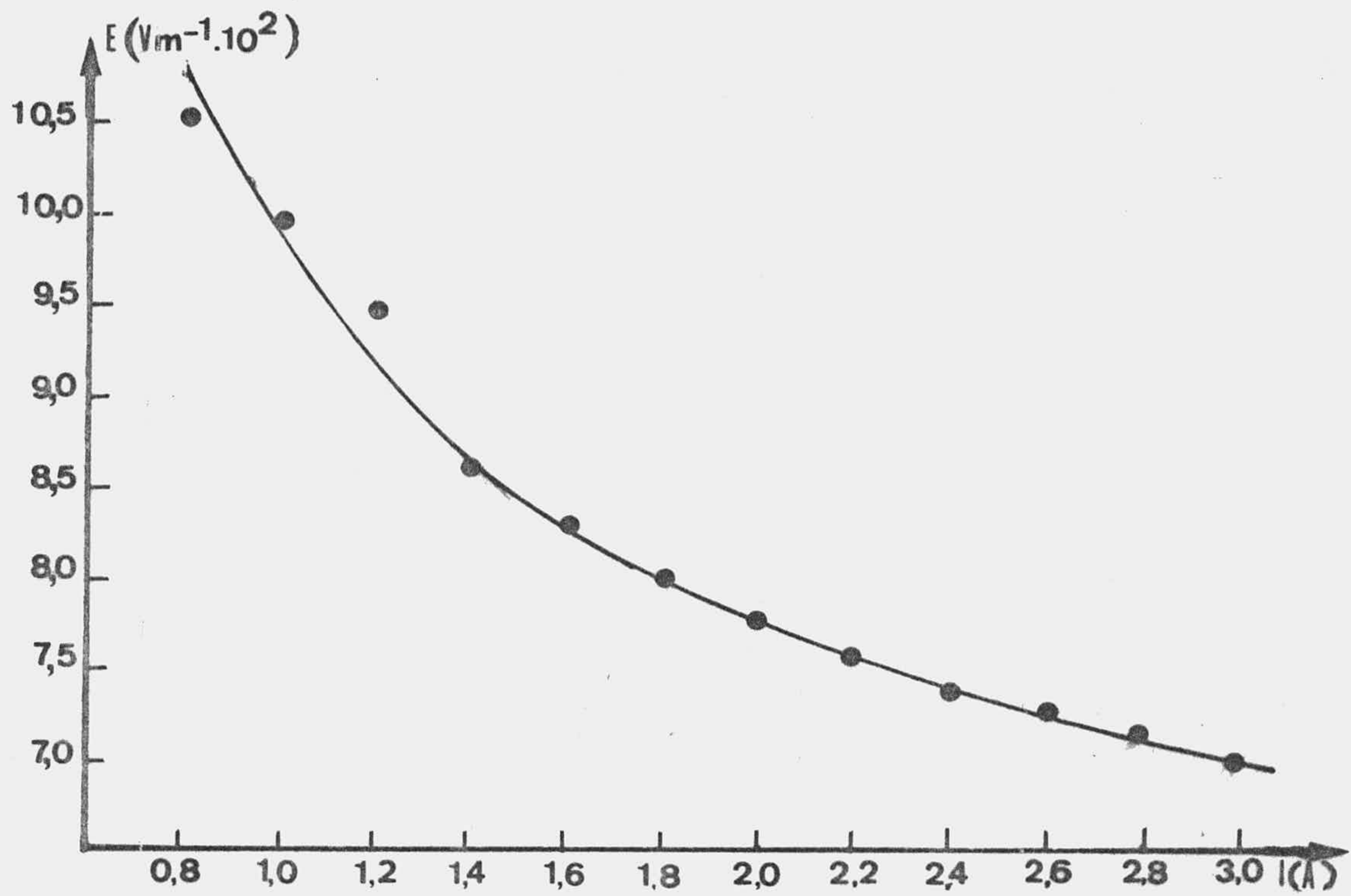


Figura 12. Característica E(I) en la columna del arco para 1 atmósfera.

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80
E(Vm ⁻¹ ·10 ²)	7,0	7,2	7,3	7,4	7,6	7,8	8,0	8,3	8,6	9,5	10,0	10,5
S _E (Vm ⁻¹ ·10 ²)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4
C(V)	23	25	26	28	29	31	34	39	43	41	46	49
S _C (V)	1,8	0,5	0,4	1,1	1,5	4,0	5,0	6,0	6,0	10	8,0	9,0
S _{yx}	1,7	0,5	0,4	1,0	1,5	3,0	5,0	6,0	6,0	9,0	7,0	9,0

Tabla 4. Característica E(I) en la columna del arco, siendo C(V) la suma de las caídas anódicas y catódicas. (S_E y S_C son respectivamente las desviaciones típicas del campo eléctrico y de la suma de las caídas anódicas y catódica; S_{yx} es el coeficiente de bondad de ajuste)

se representa la característica $E(I)$ para la columna del arco y una presión de 760 mmHg.

Con objeto de ver como varía el campo eléctrico en la columna con la presión, se ha determinado la relación longitud-voltaje para las presiones de 380, 570, 760, 950 y 1140 mmHg y una intensidad de 2A. En todos los casos se ha obtenido un coeficiente de correlación de 0,99. Los resultados obtenidos son:

P(mmHg)	$E(Vm^{-1} \cdot 10^2)$
380	6,8
570	7,3
760	7,8
950	8,5
1140	9,2

Es de notar como a medida que la presión aumenta, también aumenta la intensidad del campo eléctrico en la columna, pasando de $6,8 \cdot 10^2 Vm^{-1}$, para una presión de 380 mmHg, a $9,2 \cdot 10^2 Vm^{-1}$, para una presión de 1140 mmHg.

III. Modelos teóricos para la distribución del potencial de flujo de calor

3.1 Modelos teóricos para un arco eléctrico.-

Para el estudio teórico de la distribución de temperaturas en un arco eléctrico, es necesario solucionar la ecuación E.H., que como ya se vió, viene dada por:

$$\vec{\nabla} \cdot (\chi T) = - \sigma E^2 \quad (3.1)$$

Esta ecuación es más facil expresarla en función del potencial de flujo de calor definido por SCHMITZ (37) como:

$$S = \int_{T_{pared}}^T \chi(T) dT \quad (3.2)$$

con lo cual la ecuación E.H. queda como:

$$\nabla^2 S = - \sigma(S) E^2 \quad (3.3)$$

Las condiciones de contorno para la solución de esta ecuación dependen de las condiciones físicas del problema. En el caso de un arco en una cámara de descarga, con sus paredes refrigeradas a temperatura constante y uniforme, la condición que se impone es la anulación del potencial S en la pared de la cámara.

En la ecuación (3.3), se presenta el problema de que la conductividad eléctrica depende de S. Esta relación se puede determinar experimentalmente (21); en general esa rela-

ción es muy compleja. Por ello, para el estudio teórico del arco, se introducen diversas simplificaciones que dan lugar a modelos más o menos complicados. La condición fundamental que deben cumplir estos modelos es que las distribuciones de S , deducidas a partir de ellos, sean tales que la potencia calculada coincida con la potencia medida.

A) Modelo canal: Este modelo es el más simple, pero también es el más útil. En él, se supone que el transporte de carga de un electrodo a otro se realiza sólo por un pequeño canal centrado en el eje. En él, la conductividad eléctrica se considera constante e igual a su valor medio en el canal, y cero en la zona exterior al canal. Si r_k es radio del canal, se cumple:

$$\begin{aligned} r \leq r_k & : \sigma = \sigma_k \\ r \geq r_k & : \sigma = 0 \end{aligned}$$

Este modelo, que puede parecer muy restrictivo, tiene una buena justificación. Si se considera la distribución de temperaturas, figura 13, o lo que es lo mismo la distribución de S , se observa que ésta disminuye radialmente con gran rapidez. Como σ es función de S , en las zonas alejadas del eje será σ muy pequeña y se podrá considerar como nula sin cometer un gran error.

La ecuación E.H. para un arco con simetría cilíndrica se puede expresar como:

$$\frac{d}{dx} \left(x \frac{dS}{dx} \right) = - \frac{1}{4} E^2 R^2 \sigma(S); \quad x = \frac{r^2}{R^2} \quad (3.4)$$

con las condiciones de contorno:

$$S(x=1) = 0; \quad S(x=0) = S_A; \quad S(x=x_k) = S_k \quad (3.5)$$

donde S_A y S_k son respectivamente los valores de S en el eje del arco y en la pared del canal. La solución de este problema viene dado por:

$$0 \leq x \leq x_k, \quad \sigma = \sigma_k: \quad S = S_A - (S_A - S_k) \frac{x}{x_k} \quad (3.6)$$

$$x_k \leq x \leq 1, \quad \sigma = 0: \quad S = S_k - (S_A - S_k) \operatorname{Ln} \frac{x}{x_k}$$

siendo:

$$S_k = S_A \frac{\operatorname{Ln} x_k}{\operatorname{Ln} x_k - 1} \quad (3.7)$$

de donde se puede deducir el radio relativo del canal, ya que a partir de (3.7) se tiene:

$$x_k = \exp\left(1 - \frac{S_A}{S_k - S_A} \right) \quad (3.8)$$

Por otra parte, a partir de (3.4) y (3.5) se deduce:

$$S_k = S_A - \frac{1}{4} E^2 R \sigma_k^2 x_k^2 \quad (3.9)$$

y llamando L a la potencia por unidad de longitud resulta:

$$L = \pi R^2 E^2 \sigma_k^2 x_k^2 = 4\pi (S_A - S_k) \quad (3.10)$$

obteniendose para el cuadrado del radio relativo del canal.

$$x_k = \exp\left(1 - 4\pi \frac{S_A}{L}\right) \quad (3.11)$$

La conductividad media en el canal se determina a partir de la conductancia por unidad de longitud G:

$$\sigma_k = \frac{G}{\pi R^2 x_k} \quad (3.12)$$

Además, este modelo permite calcular el valor de S_A para cada intensidad a partir de la característica $E(I)$ del arco. Para ello, existen varios métodos más o menos complicados. UHLENBUSCH (38) PLANTIKOW (39) y (21). MAECKER y STÄBLEIN (40) dan una expresión que permite un cálculo de S_A de una manera más corta y con buena aproximación:

$$S_A = \frac{1}{4\pi} L(G) \left\{ 1 + \frac{1}{L^2(G)} \int_0^G L^2(G) \frac{dG}{G} \right\} \quad (3.13)$$

Una vez conocida S_A , se puede determinar S_k , x_k y σ_k a partir de las expresiones anteriores. De esta manera, se obtiene para cada valor de L un valor de S_A , x_k y σ_k estableciendose un modelo canal para cada valor de L medido.

B) Modelo proporcional: En este modelo se supone que la variación de σ con S es lineal, tal como se indica en la figura 14a; se postula:

$$\sigma = AS \quad (3.14)$$

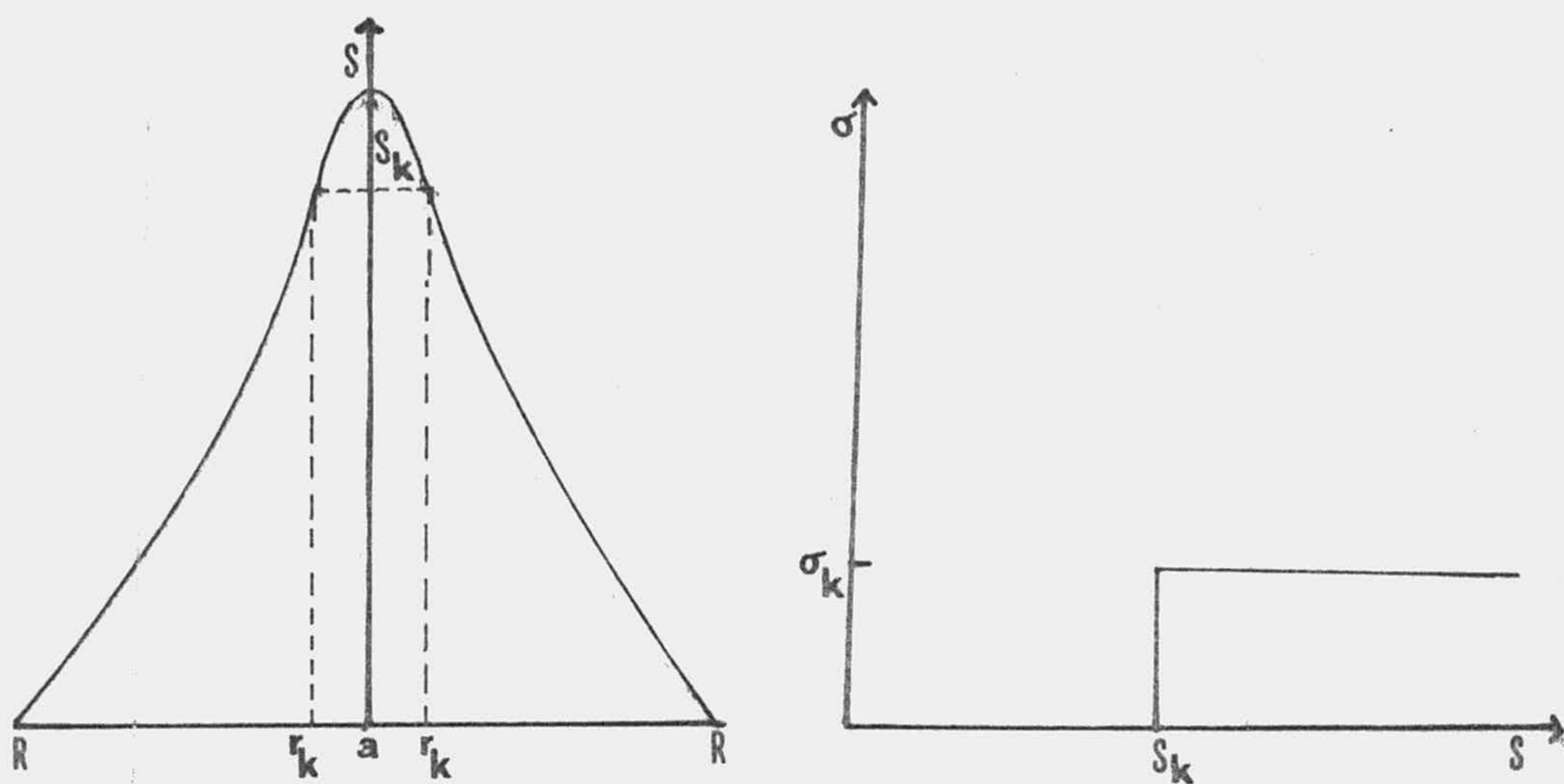


Figura 13. Esquemqs del modelo canal. a) Distribuci3n radial de S. b) Relaci3n $\sigma(S)$

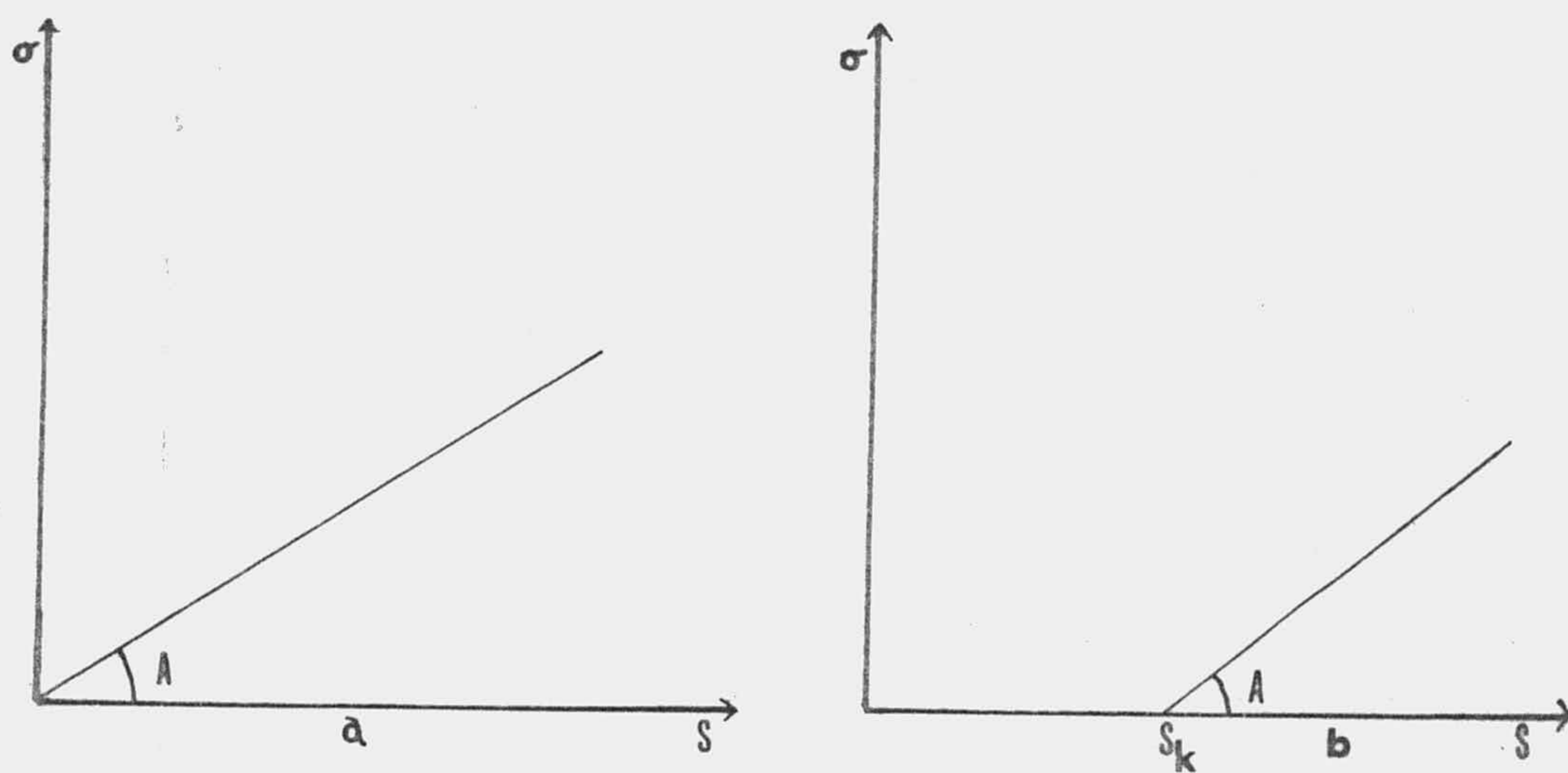


Figura 14. a) Modelo proporcional. b) Modelo poligonal

por lo que la ecuación E.H., para un arco con simetría cilíndrica toma la forma:

$$x^2 \frac{d^2 S}{dx^2} + x \frac{dS}{dx} + K^2 Sx = 0 \quad (3.15)$$

siendo:

$$x = \frac{r}{R} ; \quad K^2 = AE^2 R^2 \quad (3.16)$$

donde R es el radio de la cámara de descarga. La ecuación (3.15) es una de Bessel de orden cero cuya solución viene dada por:

$$S(x) = a_n J_0(Kx) + b_n Y_0(Kx) \quad (3.17)$$

Las condiciones de contorno son:

a) S es cero en la pared de la cámara

$$S(1) = 0 \quad (3.18)$$

b) S es finita en el eje del arco

$$S(0) \neq \infty \quad (3.19)$$

La condición (3.18) implica que b_n sea cero. La condición (3.19) impone que se cumpla:

$$J_0(K) = 0 \quad (3.20)$$

y por tanto K tendrá que ser un cero de la función de Bessel de primera especie y orden cero; ahora bien J_0 tiene infinitos ceros y, por tanto, una solución matemática de (3.15) será cualquiera de la forma:

$$S(x) = a_n J_0(K_{0n} x) \quad (3.21)$$

donde K_{0n} será el cero n-ésimo de J_0 . Según esto K_{0n} será un autovalor del problema de contorno definido por la ecuación (3.15) y las condiciones de contorno (3.18) y (3.19) y $J_0(K_{0n}x)$ es la autofunción correspondiente a ese autovalor. La solución general estará definida por la serie de Bessel-Fourier:

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_0(K_{0n}x) \quad (3.22)$$

Ahora bien, aunque la serie definida por (3.22) es matemáticamente la solución general de la ecuación (3.15) y del problema de contorno dado por (3.18) y (3.19), no puede ser solución del problema físico que representan, ya que entonces, el coeficiente de proporcionalidad entre σ y S no estaría unívocamente definido para cada valor de la intensidad, tal como exige el modelo utilizado, (3.14). Efectivamente, el valor de la constante de proporcionalidad entre σ y S vendrá dado por:

$$A = \frac{K_{0n}^2}{E^2 R^2}$$

y si K_{0n} puede tomar infinitos valores, se obtendría, para cada valor del campo eléctrico, infinitos valores de A , lo que sería contradictorio con el modelo utilizado; por lo tanto, de la serie dada por (3.22) sólo se puede tomar un término. Resulta obvio que este término tiene que ser el primero, ya que para $n > 1$ la función $J_0(K_{0n}x)$ se anula, por lo menos, una vez en el interior del intervalo $(0,1)$ y toma valores negativos, lo que supondría la existencia de temperaturas negativas. Según esto la solución de la ecuación (3.15) será:

$$S(x) = aJ_0(K_{01}x) \quad (3.23)$$

donde K_{01} es el primer cero de la función J_0 . El coeficiente "a" se calcula imponiendo la condición de que la potencia calculada coincida con la potencia medida:

$$L = -\int_0^{2\pi} \left(\frac{dS}{dx}\right)_{x=1} d\phi \quad (3.24)$$

donde L es la potencia por unidad de longitud. A partir de (3.24) se obtiene para "a" el valor:

$$a = \frac{L}{2\pi K_{01} J_1(K_{01})} \quad (3.25)$$

Combinando (3.23) y (3.25) resulta;

$$S(x) = \frac{L}{2\pi K_{01} J_1(K_{01})} J_0(K_{01}x) \quad (3.26)$$

y de esta manera la potencia calculada será la potencia medida. El valor de S en el eje del canal viene dado por:

$$S(0) = \frac{L}{2\pi K_{01} J_1(K_{01})} \quad (3.27)$$

dependiendo el valor de $S(0)$ de la potencia desipada por unidad de longitud. La distribución de σ para una potencia determinada se puede calcular fácilmente, ya que de (3.16) y (3.17) se deduce:

$$A = \frac{K_{01}^2}{E^2 R^2} \quad (3.28)$$

dependiendo por tanto la constante de proporcionalidad entre σ y S del campo eléctrico en la columna y del radio de la cámara. A partir de (3.27) y (3.28), resulta:

$$\sigma(x) = \frac{K_{01} L}{2\pi E^2 R^2 J_1(K_{01})} J_0(K_{01} x) \quad (3.29)$$

con lo que el valor de σ en el eje será:

$$\sigma(0) = \frac{K_{01} L}{2\pi E^2 R^2 J_1(K_{01})} \quad (3.30)$$

Según todo lo anterior, para cada valor de L medido corresponde un modelo lineal, de modo que al variar la intensidad se modifica el valor de S en el eje y la distribución radial de S . Además, como la constante de proporcionalidad entre σ y S depende del campo eléctrico medido y, por tanto, de la intensidad, al variar ésta no sólo varía la distribución de S y con ella la de σ , sino que, además, varía la constante de proporcionalidad entre ambas, para que la potencia por unidad de longitud calculada a partir de esa distribución coincida con la medida.

C) Modelo poligonal: Este modelo es intermedio entre los dos anteriores. En él, se postula que σ es nula para valores inferiores a S_k y varía linealmente para valores de S superiores a S_k , figura 14b:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq x_k & : \sigma = A(S - S_k) \\ x_k \leq x \leq 1 & : \sigma = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde S_k y x_k son respectivamente el valor de S en la pared del canal y el radio reducido de éste, calculado a partir de (3.11) y (3.7). La ecuación E.H. para este problema en coordenadas cilíndricas reducidas toma la forma:

$$0 \leq x \leq x_k: \quad x^2 \frac{d^2 S}{dx^2} + x \frac{dS}{dx} + K^2 x^2 (S - S_k) = 0 \quad (3.32)$$

con las condiciones de contorno:

$$L = - \int_0^{2\pi} \left(\frac{dS}{dx} \right)_{x=1} d\phi \quad ; \quad S(x_k) = S_k \quad (3.33)$$

$$x \leq x \leq 1: \quad x^2 \frac{d^2 S}{dx^2} + x \frac{dS}{dx} = 0 \quad (3.34)$$

con las condiciones de contorno:

$$S(1) = 0; \quad S(x_k) = S_k \quad (3.35)$$

La ecuación (3.32) tiene por solución a:

$$S(x) = S_k + a J_0(Kx) \quad (3.36)$$

y para que cumpla la segunda condición de (3.33) deberá ser:

$$J_0(Kx_k) = 0: \quad Kx_k = K_{0n} \quad (3.37)$$

donde K_{0n} es el cero n -ésimo de J_0 y, por tanto, (3.36) será de la forma:

$$S(x) = S_k + \sum_{n=1}^{\infty} a J_0(K_{0n} x) \quad (3.38)$$

Por el mismo razonamiento que el utilizado en el modelo proporcional, pagina 42, sólo se toma el primer término de la serie, e imponiendo las primera condición de contorno de (3.33) se obtiene:

$$S(x) = S_k + \frac{L}{2\pi K J_1(Kx_k)} J_0(kx) \quad (3.38)$$

debiendo cumplirse que:

$$J_0(kx_k) = 0: \quad Kx_k = K_{01} \quad (3.39)$$

Según esto, el coeficiente de proporcionalidad entre σ y S queda definido a través de la constante K como:

$$A = \frac{K_{01}^2}{E^2 R^2 x_k^2} \quad (3.40)$$

con lo que la distribución de σ en esa zona es:

$$\sigma(x) = \frac{K_{01} L}{2\pi E^2 R^2 x_k^2 K J_1(Kx_k)} J_0(Kx) \quad (3.41)$$

y los valores de S y σ correspondiente al eje del canal seran:

$$S(0) = S_k + \frac{L}{2\pi K J_1(Kx_k)} ; \quad \sigma(0) = \frac{K_{01}^2}{E^2 R^2 x_k^2} (S_A - S_k) \quad (3.42)$$

La ecuación (3.33) tiene como solución a:

$$S(x) = S_k \frac{\text{Ln } x}{\text{Ln } x_k} \quad (3.43)$$

solución que cumple con las condiciones (3.35).

De esta manera, al igual que en los dos modelos anteriores, se obtiene para cada L medida un modelo particular tal que la potencia calculada sea igual a la potencia medida. Debido a esta causa, al igual que en el modelo proporcional, la constante que relaciona a σ y S depende del campo eléctrico para cada intensidad de corriente.

3.2 Cálculo de los parámetros del arco.-

La determinación de la característica $E(I)$ en la columna del arco permite obtener una gran información sobre otros parámetros fundamentales del arco, tales como la potencia por unidad de longitud, L , y la conductancia por unidad de longitud, G , definidas a partir de las relaciones:

$$L = I \cdot E \qquad G = I/E$$

Una vez determinado experimentalmente estos parámetros se puede calcular, mediante los modelos antes descritos, el valor del potencial de flujo de calor en el eje del arco, S_A , e incluso la función material $\sigma(S)$. Esto último es de gran interés, ya que nos permite conocer el valor de σ_A , e indirectamente el de la temperatura, en el eje del arco. Efectivamente, una vez calculado el valor de σ correspondiente a S_A , basta con acudir a tablas de σ en función de la temperatura para el gas en cuestión; determinándose, de una manera aproximada, el valor de la temperatura en el eje del arco. Evidentemente, el valor obtenido para S_A y σ_A depende del modelo utilizado. Los cálculos se han realizado para los tres modelos descritos en el apartado anterior.

Mediante el modelo canal, se puede obtener no sólo el valor de S_A , sino además el valor del potencial de flujo de calor en la pared del canal, S_k , el radio del canal, r_k , la densidad de corriente en el canal, J_k , la conductividad eléctrica

media en el canal, σ_k , y el valor de la potencia por unidad de longitud en el canal, L_k , valor que debe coincidir con el medido para el arco. El primer valor a determinar es S_A , para cuyo cálculo a partir de la característica $E(I)$, que ha sido medida, se ha seguido el método de MAECKER y STABLEIN (40). Para poder aplicar este método hay que resolver la expresión (3.13), para lo cual hay que calcular la integral que aparece en ella. Para su resolución, se representó gráficamente el cociente $L^2(G)/G$ frente a G , obteniéndose una variación lineal creciente con L ; se calculó el coeficiente de correlación lineal entre los valores de $L^2(G)/G$ y G , que resultó ser de 0,82, que para 11 datos es una correlación significativa con una probabilidad superior al 95% (41). Comprobada la correlación se procedió a ajustar una recta de regresión por el método de los mínimos cuadrados, con lo cual la integral era ya fácil de solucionar. Una vez determinado el valor de S_A para cada valor de G , se procedió a calcular, para cada intensidad de corriente, los valores de x_k , cuadrado de r_k , S_k , σ_k , L_k y J_k , a partir de las expresiones (3.8), (3.7), (3.12) y (3.10). Los valores obtenidos junto con los experimentales de E , L y G se dan en la tabla 5. Si se observan estos resultados se destaca: a) Los valores de S_A , S_k , σ_k y J_k aumentan al aumentar la intensidad; b) El valor de L_k coincide totalmente con el valor de L obtenido experimentalmente; c) El valor de r_k disminuye cuando decrece L excepto para intensidades inferiores 1,2 A, donde aumenta bruscamente, variando desordenadamente cuando la intensidad es menor que 1 A. Esta anomalía tiene una fácil explicación. Como ya se explico en el Capítulo I, los arcos largos en cámaras de descarga refrigeradas son más estables cuanto

mayor sea la intensidad. En nuestro caso, la inestabilidad se presenta para intensidades inferiores a 1 A, oscilando la columna y aumentando el campo eléctrico en ella. Sin embargo, estos datos no son suficientes, ya que para calcular el valor de σ en el eje del arco es necesario calcular la función material $\sigma(S)$; esto se puede conseguir fácilmente a partir de los valores calculados de σ_k , para diversos valores de L, ya que corresponde al valor de la conductividad eléctrica para la S media en el canal. Los valores obtenidos se dan en la tabla 5 y se representan gráficamente en la figura 15. En esta gráfica se observa como la variación de σ con S es lineal, por lo que se puede extrapolar y calcular así los correspondientes valores de σ_A para valores de S superior a $2,6 \cdot 10^2$ W/m, último valor obtenido para la S media en el canal. Para ello se ha ajustado una recta de correlación a estos valores, obteniéndose un coeficiente de correlación de 0,99 que para 12 datos es una correlación significativa con una probabilidad superior al 99% (41). Además esta extrapolación es correcta, ya que la $\sigma(S)$ para el argon sigue un curso lineal hasta un valor de aproximadamente $25 \cdot 10^2$ W/m (21).

El modelo proporcional, aunque no suministra tanta información permite un cálculo simple de S_A y σ_A a partir de (3.27) y (3.30). Los valores de S_A y σ_A se dan en la tabla 6 y la función material $\sigma(S)$ obtenida a partir de estos valores en la figura 15. Si se comparan estos datos con los obtenidos para el modelo canal, se observa que la función $\sigma(S)$ sigue un curso analogo, pero que los valores de σ para una misma S son menores que los correspondientes al modelo canal y que además los valores

de S_A para una misma L son también menores.

Mediante el modelo poligonal, también se puede calcular fácilmente el valor de S_A y el correspondiente de σ_A a partir de las expresiones (3.42) donde S_k es el valor de S en la pared del canal, calculada a partir del modelo canal, y K está definida para cada valor de L por:

$$Kx_k = K_{01}$$

donde K_{01} es el primer cero de J_0 . Los valores de S_A y σ_A para cada L se dan en la tabla 6 y la función material correspondiente se representa en la figura 15. Si se comparan estos resultados con los correspondientes a los otros dos modelos se observa como el valor de σ es intermedio entre los valores del modelo canal y poligonal y como el valor de S_A para un L determinado es muy próximo al modelo canal.

Modelo canal

I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
$E(\text{Vm}^{-1} \cdot 10^2)$	7,0	7,2	7,3	7,4	7,6	7,8	8,0	8,3	8,6	9,5	10,0
$L(\text{Wm}^{-1} \cdot 10^2)$	21,0	20,0	19,0	18,0	16,5	15,5	14,5	13,5	12,0	11,5	10,0
$G(\text{Sm} \cdot 10^{-2})$	0,45	0,40	0,35	0,30	0,30	0,25	0,25	0,20	0,15	0,15	0,10
$S_A(\text{Wm}^{-1} \cdot 10^2)$	3,5	3,5	3,3	3,2	3,0	3,0	2,7	2,5	2,3	2,0	2,0
$\sigma_A(\text{Sm}^{-1} \cdot 10^2)$	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2
$S_k(\text{Wm}^{-1} \cdot 10^2)$	2,0	2,0	2,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,0	1,0
$\bar{S}(\text{Wm}^{-1} \cdot 10^2)$	2,7	2,7	2,7	2,5	2,5	2,4	2,4	2,0	1,8	1,5	1,5
$\sigma_k(\text{Sm}^{-1} \cdot 10^2)$	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1
$r_k(\text{m} \cdot 10^{-3})$	5,5	5,5	5,5	5,5	5,3	5,3	5,2	5,2	5,0	5,3	5,2
$L_k(\text{Wm}^{-1} \cdot 10^2)$	21,0	20,0	19,1	18,0	16,7	15,8	14,5	13,5	12,0	11,7	10,0
$J_k(\text{Am}^{-2} \cdot 10^4)$	2,9	2,8	2,7	2,5	2,5	2,2	2,1	1,9	1,0	1,3	1,1

Tabla n°5. Valores medidos de L(potencia por unidad de longitud) y G (conductancia por unidad de longitud), y parámetros calculados del modelo canal.

	<u>Modelo proporcional</u>										
I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
$S_A (Wm^{-1} \cdot 10^2)$	2,70	2,55	2,45	2,30	2,15	2,00	1,90	1,75	1,60	1,50	1,30
$\sigma_A (Sm^{-1} \cdot 10^2)$	0,30	0,30	0,25	0,25	0,20	0,20	0,15	0,15	0,10	0,10	0,10

	<u>Modelo poligonal</u>										
I(A)	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00
$S_A (Wm^{-1} \cdot 10^2)$	3,5	3,3	3,2	3,0	2,8	2,6	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7
$\sigma_A (Sm^{-1} \cdot 10^2)$	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1

Tabla n°6. Parámetros calculados para el modelo proporcional y el modelo poligonal.

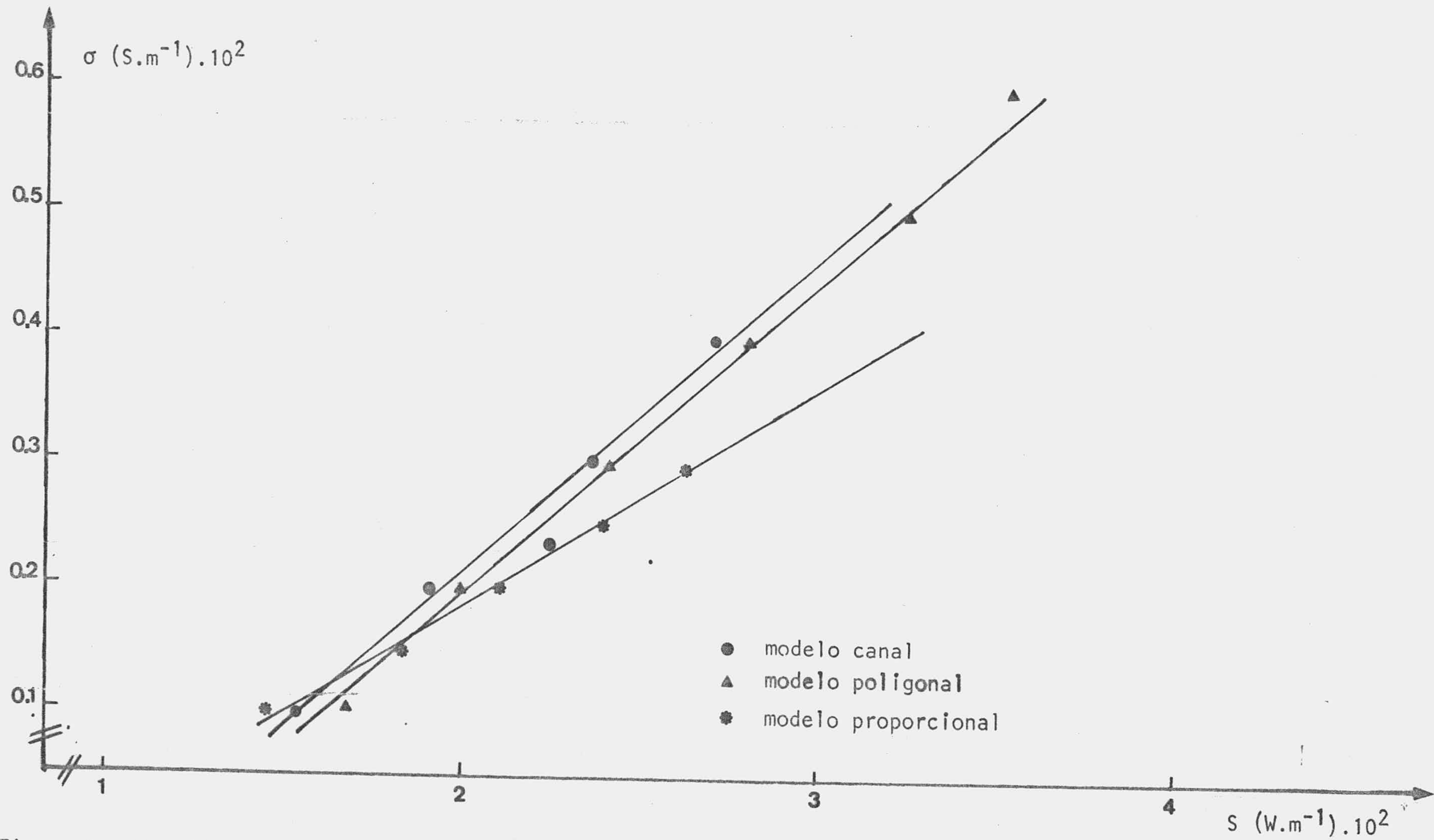


Figura 15. Función material (S) según tres modelos teóricos.

3.3 Aplicación a un arco desviado.-

Tal como se explico en el Capitulo I, un efecto inmediato de la desviación del arco es la pérdida de la simetría en la distribución de la temperatura y, por tanto, en la del potencial S. Esa falta de simetría es, además, la causa de que el arco alcance una posición excentrica de equilibrio al ser desviado por un campo magnético; por ello, es de sumo interés poner de manifiesto esa asimetría, para explicar tanto la desviación del arco por el campo magnético como el proceso de vuelta a la posición axial al suprimirse éste.

La falta de simetría, que la desviación del arco supone, hace que la resolución de la ecuación E.H. sea más laboriosa y compleja que cuando el arco se supone sin desviar, siendo a veces necesario introducir hipótesis simplificadoras, que permitan resolver las ecuaciones diferenciales que resultan. En primer lugar se ha considerado que no existe flujo de partículas cargadas forzado por el campo magnético; situación que corresponde al arco desviado inmediatamente despues de suprimirse el campo magnético. Su interés radica en que pone de manifiesto la distribución del potencial S durante la vuelta del arco a su posición axial y explica este fenómeno. Evidentemente, en el estudio de este caso, se ha despreciado el efecto transitorio que implica la inercia de las partículas a continuar en su trayectoria despues de suprimirse el campo, considerandose sólo la situación estacionaria.

El otro caso supone un flujo de partículas, con velocidad constante, forzado por el campo magnético. Esta situación corresponde al proceso de desviación del arco y a la posición excéntrica cuando persiste el campo magnético. Aunque en la realidad, la velocidad del flujo de partículas cargadas no es constante, la restricción hecha permite obtener la distribución de S en forma analítica y, por tanto, más general que la que se podría obtener por métodos numéricos.

Las hipótesis simplificadoras que se han introducido para resolver la ecuación E.H. en los dos casos anteriores, se han elegido de forma que cumplan dos condiciones básicas. Por una parte, se ha procurado que el modelo supuesto y, por tanto, la solución que de él se obtenga, dé una representación lo más de acuerdo con la situación física real que se estudia. En este sentido, los resultados obtenidos por ROSENBAUER (31) y SAUTER (32) en el estudio del flujo de partículas cargadas en un arco desviado, por un campo magnético transversal, a una posición excéntrica de equilibrio, pone de manifiesto que, excepto en zonas cercanas a la pared de la cámara, el flujo de partículas discurre, en una zona muy estrecha, paralelo al diámetro sobre el cual se desvía el arco y que divide a la sección recta de la cámara en dos planos simétricos para el flujo de partículas y la distribución de S. Además, el gradiente de temperatura es también paralelo a esa línea de simetría. Estos resultados permiten utilizar modelos unidimensionales, en los cuales sólo se considere esa zona estrecha, en la que tanto el flujo de partículas como el gradiente de temperatura es paralelo a la línea de simetría. Aparte

de los modelos unidimensionales, se ha considerado el modelo bi dimensional particularizado a la línea de simetría antes citada; siendo la justificación de esta última hipótesis el paralelismo del gradiente con la línea de simetría. Estas dos hipótesis simplificadoras presentan la ventaja de poner de manifiesto como el gradiente del potencial S es mayor en el tramo entre el máximo de temperatura y la pared de la cámara más cercana a éste, por lo que el flujo de calor no será simétrico, y ese hecho, como ya se ha indicado, es la causa de que el arco tienda a volver a su posición central.

Las hipótesis antes explicadas pueden, logicamente, aplicarse a los tres modelos descritos en el apartado anterior; sin embargo, sólo se detallara el caso del modelo canal, ya que es este modelo el de más interés; en los otros dos modelos nos limitaremos, con objeto de no caer en repetición, a exponer algunos resultados, ya que los métodos empleados son análogos.

Modelo canal

A) Caso de no existir flujo de partículas.

En este caso, la ecuación E.H. en coordenadas ci líndricas toma la forma:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \phi^2} = -\sigma(S)E^2 \quad (3.44)$$

Las condiciones de contorno que se impongan debe tener en cuenta la falta de simetría del problema. Estas condiciones, aparte de la anulación de S en la pared, serán: a) la distribución de S debe alcanzar un máximo en la posición desviada del eje del canal y ese valor debe ser el mismo que en el caso del arco sin desviar, y aunque esta última condición no es muy rigurosa, sin embargo, según SAUTER (32), la temperatura en el eje no se modifica sensiblemente cuando se desvia el arco; b) el valor de S en la pared del canal debe ser la misma a ambos lados y ese valor debe coincidir con él del arco sin desviar. Aunque la ecuación (3.44) es fácilmente resoluble por el método de separación de variables, la imposición de las condiciones de contorno es insoluble. Sin embargo, el problema admite una simple solución si se se considera sólo la distribución de S sobre la línea de simetría, ya que entoces la ecuación (3.44) se transforma en:

$$\frac{d^2S}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dS}{dr} = -\sigma(S)E^2 \quad (3.45)$$

Para establecer las condiciones de contorno, se considera que el arco se encuentra desviado en una posición excentrica dada por la coordenada x_e , medida desde la pared de la cámara de descarga, figura 16, de tal manera que se puede dividir el diámetro en dos partes tales que:

a) $0 \leq r \leq x_e$. Origen en x_e y radio x_e .

Las condiciones de contorno vienen dadas por:

$$S(r=x_e) = 0; \quad S(r=0) = S_A; \quad S(r=r_k) = S_k \quad (3.46)$$

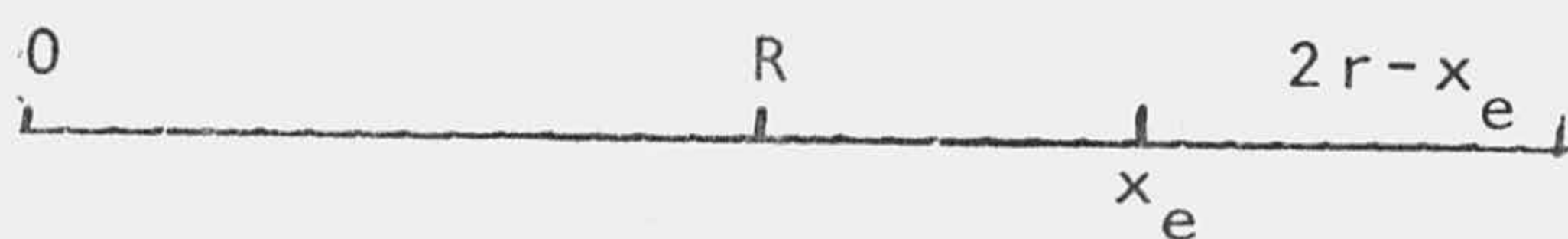


Figura 16. Arco desviado: geometría del problema.

Considerando ahora los intervalos propios del modelo canal resulta:

$$r \geq r_k : \sigma = 0, \quad r^2 S'' + rS' = 0 \quad (3.47)$$

cuya solución para que cumpla las condiciones de contorno de este intervalo será:

$$S(r) = S_k \frac{\text{Ln} \frac{r}{x_e}}{\text{Ln} \frac{r_k}{x_e}} \quad (3.48)$$

$$r \leq r_k : \sigma = \sigma_k, \quad r^2 S'' + rS' - \sigma_k r^2 E^2 = 0 \quad (3.49)$$

cuya solución viene dada por la expresión:

$$S(r) = S_A - \frac{\sigma_k E^2}{4} r^2 \quad (3.50)$$

b) $x_e \leq r \leq 2R$. Origen en x_e y radio x_e

Las condiciones de contorno son:

$$S(r=2R-x_e) = 0; \quad S(r=0) = S_A; \quad S(r=r_k) = S_k \quad (3.51)$$

siguiendo un procedimiento idéntico al anterior se obtiene:

$$r \geq r_k : \sigma = 0, \quad S(r) = S_k \frac{\text{Ln} \frac{r}{2R-x_e}}{\text{Ln} \frac{r_k}{2R-x_e}} \quad (3.52)$$

$$r \leq r_k : \sigma = \sigma_k, \quad S(r) = S_A - \frac{\sigma_k E^2}{4} r^2 \quad (3.53)$$

El flujo de calor a ambos lados del canal viene dado por las expresiones:

$$0 \leq r \leq x_e : \quad \vec{q} = - \frac{S_k}{r} \frac{1}{\text{Ln} \frac{r_k}{x_e}} \hat{e}_r \quad (3.54)$$

$$x_e \leq r \leq 2R : \quad \vec{q} = - \frac{S_k}{r} \frac{1}{\text{Ln} \frac{r_k}{2R-x_e}} \hat{e}_r \quad (3.55)$$

Según los resultados obtenidos en este modelo, la distribución de S en el interior del canal no se ve afectada por la desviación del arco. Por el contrario, la distribución sí varía fuera del canal. El gradiente de S y, por tanto, el flujo de calor, es mayor en el intervalo $(x_e, 2R)$. De esta manera, se pone de manifiesto la existencia del $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{q})$. Las ecuaciones anteriores se reducen al caso del arco sin desviar, cuando x_e es igual a R .

B) Caso de existir flujo de partículas.

En este caso, en la ecuación E.H., hay que introducir un termino que exprese la pérdida de energía de la columna,

debida al transporte de energía por transporte de masa. La ecuación E.H. será ahora:

$$\vec{v}^2 S - \frac{\rho c_P}{\chi} - \vec{v}_M \cdot \vec{v} S = - \sigma E^2 \quad (3.56)$$

La velocidad \vec{v}_M se considera que tiene componente sólo sobre la línea de simetría de la sección recta de la cámara. Según esto, la ecuación (3.56) se puede expresar como:

$$\vec{v}^2 S - \vec{D} \cdot \vec{v} S = - \sigma E^2 \quad (3.57)$$

siendo

$$\vec{D} = \frac{\rho c_P}{\chi} \vec{v}_M$$

En este caso, el modelo unidimensional resulta de utilidad. Para ello, se considera el diámetro dividido en tres intervalos, tal como se indica en la figura 17, donde "a" es la distancia desde la pared de la cámara de descarga a la pared del canal; "c" es el espesor del canal y "b" es la distancia desde la otra pared del canal a la otra pared de la cámara, de modo que se cumple:

$$a + b + c = 2R$$

Para cada uno de estos intervalos, se va desplazando el origen, resultando para cada uno de ellos:

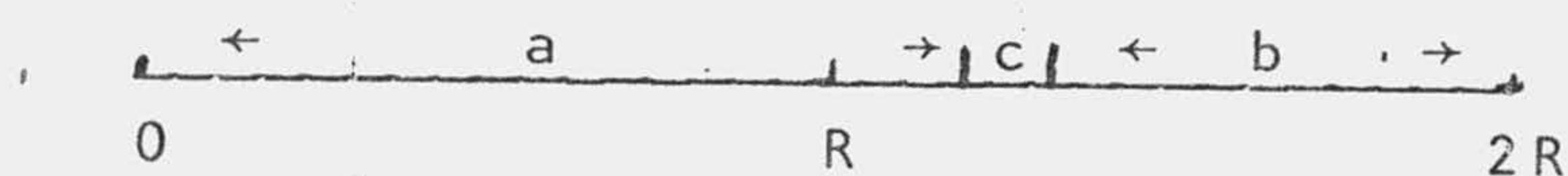


Figura 17. Geometría del canal unidimensional

a) Intervalo $0 \leq x \leq a$: $\sigma = 0$

Condiciones de contorno:

$$S(0) = 0; \quad S(a) = S_k \quad (3.59)$$

La ecuación (3.57) se transforma en:

$$\frac{d^2 S}{dx^2} - D \frac{dS}{dx} = 0 \quad (3.60)$$

ecuación que se resuelve haciendo el cambio $S = e^{px}$ de donde resulta, después de imponer las condiciones de contorno:

$$S(x) = \frac{e^{Dx} - 1}{e^{Da} - 1} S_k \quad (3.61)$$

b) Intervalo $0 \leq x \leq b$; $\sigma = 0$

Condiciones de contorno:

$$S(0) = S_k; \quad S(b) = 0 \quad (3.62)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que antes, resulta:

$$S(x) = \frac{e^{Db} - e^{Dx}}{e^{Db} - 1} S_k \quad (3.63)$$

c) Intervalo $0 \leq x \leq c$: $\sigma = \sigma_k$

Condiciones de contorno:

$$S(0) = S_k; \quad S(c) = S_k \quad (3.64)$$

Seguindo el mismo procedimiento anterior y teniendo en cuenta la solución particular que cumple con las condiciones de contorno, resulta:

$$S(x) = S_k + \frac{\sigma_k E^2}{D} x - \frac{\sigma_k E^2 c (e^{Dx} - 1)}{D(e^{Dc} - 1)} \quad (3.65)$$

Los flujos de calor a ambos lados de la pared del canal viene dados por:

$$\vec{q}_a = D \frac{e^{Dx}}{e^{Da} - 1} \hat{e}_x \quad (3.66)$$

$$\vec{q}_b = - D \frac{e^{Dx}}{e^{Db} - 1} \hat{e}_x \quad (3.67)$$

Estos flujos serán iguales cuando "a" sea igual a "b", es decir, cuando el arco esté sin desviar. Se puede comprobar que para $a > b$ es $q_a < q_b$.

Para estudiar la distribución de S sobre el eje de simetría de la sección recta de la cámara, la ecuación (3,57) se transforma en :

$$\frac{d^2 S}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} - D \right) \frac{dS}{dr} = - \sigma E^2 \quad (3.68)$$

Para su resolución se consideran los mismos intervalos que en el caso de no existir flujo de partículas:

a) Intervalo $0 \leq r \leq x_e$. Arco desviado en x_e . Centro y origen en x_e , radio x_e .

Las condiciones de contorno vienen dadas por (3.46). Aplicando el modelo canal, resulta para cada uno de sus tramos:

$$r \geq r_k : \sigma = 0, S'' + \left(\frac{1}{r} - D \right) S' = 0 \quad (3.69)$$

Para resolver esta ecuación se hace el cambio $S'=p$, resultando:

$$S' = \frac{C_1}{r} e^{Dr} \quad (3.70)$$

de donde resulta:

$$S(r) = C_1 \left(\text{Ln} r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n r^n}{n \cdot n!} \right) + C_2 \quad (3.71)$$

y aplicando las condiciones de contorno se obtiene:

$$S(r) = \frac{S_k}{\text{Ln} \frac{r_k}{x_e} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r_k - x_e)^n}{n \cdot n!}} \left(\text{Ln} \frac{r}{x_e} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r - x_e)^n}{n \cdot n!} \right) \quad (3.72)$$

$$r \leq r_k : \sigma = \sigma_k, S'' + \left(\frac{1}{r} - D \right) S' = - \sigma_k E^2 \quad (3.73)$$

El factor integrante de la ecuación (3.73) viene dado por:

$$u = e^{\int \left(\frac{1}{r} - D \right) dr} ; u = r e^{-Dr} \quad (3.74)$$

con lo que haciendo el cambio $S'=p$ y multiplicando por el factor integrante:

$$p = \frac{\sigma_k E^2}{D^2 r} (Dr = 1) + C_3 \frac{e^{-Dr}}{r} \quad (3.75)$$

deshaciendo el cambio e integrando de nuevo, resulta:

$$S(r) = \frac{\sigma_k E^2}{D^2} (Dr + \text{Ln}r) + C_3 (\text{Ln}r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n r^n}{n \cdot n!}) + C_4 \quad (3.76)$$

Para determinar las constantes de integración se imponen las condiciones de contorno, resultando:

$$C_3 = -\frac{\sigma_k E^2}{D^2} ; C_4 = S_A \quad (3.77)$$

con lo cual se obtiene la distribución de S en el canal como:

$$S(r) = S_A - \frac{\sigma_k E^2}{4} r^2 - \sigma_k E^2 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{D^{n-2} r^n}{n \cdot n!} \quad (3.78)$$

b) Intervalo $x_e \leq r \leq 2R$. Arco desviado en x_e . Centro y origen en x_e , radio $2R-x_e$.

Las condiciones de contorno vienen dadas por (3.51). Siguiendo un procedimiento igual al anterior se llega a las soluciones:

$$S(r) = \frac{S_k}{\text{Ln} \frac{r_k}{2R-x_e} + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{D^n \{r_k - (2R-x_e)\}^n}{n \cdot n!}} \left(\text{Ln} \frac{r}{2R-x_e} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n \{r - (2R-x_e)\}^n}{n \cdot n!} \right) \quad (3.79)$$

correspondiendo al intervalo $r < r_k$ la solución dada por (3.78).

Los flujos de calor a ambos lados del canal vienen dados por:

$$r \leq x_e$$

$$\vec{q}(r) = - \frac{S_k}{\text{Ln} \frac{r_k}{x_e} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r_k - x_e)^n}{n \cdot n!}} \left(\frac{1}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r - x_e)^{n-1}}{n!} \right) \quad (3.80)$$

$$r \leq x_e$$

$$\vec{q}(r) = \frac{S_k}{\text{Ln} \frac{r_k}{2R - x_e} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r - 2R + x_e)^n}{n \cdot n!}} \left(\frac{1}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n (r - x_e)^{n-1}}{n!} \right)$$

Si se comparan estos resultados con los correspondientes al caso de no existir flujo de partículas, se comprueban que son iguales cuando en las expresiones anteriormente deducidas se cumple que D es cero, lo que ocurre cuando \vec{V}_M lo es. En las expresiones correspondientes al flujo de calor, las diferencias entre los dos casos estriba en que en este último existe un transporte de calor por transporte de masa.

Modelo proporcional

A) Caso de no existir flujo de partículas

Para este modelo y en este caso la ecuación E.H.

toma la forma:

$$\vec{V}^2 S = - AE^2 S \quad (3.81)$$

donde A expresa la relación entre σ y S. Las condiciones de contorno respecto al modelo canal se simplifican, ya que ahora sólo debe cumplirse la condición de anulación de S en la pared de la cámara y que S tome un valor máximo en la posición desviada.

Una primera aproximación al problema representado por (3.81) y sus condiciones de contorno es utilizar un modelo unidimensional. En este caso, la ecuación E.H. será:

$$\frac{d^2 S}{dx^2} + K^2 S = 0 \quad (3.82)$$

donde

$$K^2 = AE^2 \quad (3.83)$$

Al igual que en los casos anteriores se considera el diámetro dividido en dos, figura 16, desplazando el origen de referencia al comienzo de cada intervalo.

a) Intervalo $0 \leq x \leq x_e$. Centro en x_e , radio x_e . Origen en la pared de la cámara. Las condiciones de contorno son:

$$S(0) = S(2x_e) = 0; \quad S(x_e) = S_A \quad (3.84)$$

La distribución de S es de la forma:

$$S(x) = S_A \operatorname{sen} \frac{\pi}{2x_e} x \quad (3.85)$$

b) Intervalo $x_e \leq x \leq 2R$. Centro en x_e , radio $2R - x_e$. Haciendo el cambio de variable $z = 2R - x_e$, las condiciones de contorno para

este intervalo son:

$$S(z) = S(z=4R-x_e) = 0; S(z=2R-x_e) = S_A \quad (3.86)$$

siendo la distribución en este intervalo:

$$S(x) = S_A \operatorname{sen} \frac{\pi}{2(2R-x_e)} \{x-2(x_e-R)\} \quad (3.87)$$

B) Caso de existtir flujo de partículas

Para un modelo unidimensional proporcional la ecuación (3.57) se expresa como:

$$\frac{d^2 S}{dx^2} - D \frac{dS}{dx} + K^2 S = 0 \quad (3.88)$$

estando D definida por (3.58). Considerando la división del diámetro se obtiene:

a) Intervalo $0 \leq x \leq x_e$. Centro en x_e , radio x_e . Condiciones de contorno definidas por (3.84); siendo la solución:

$$S(x) = S_A e^{\frac{D}{2}(x-x_e)} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2x_e} x \quad (3.89)$$

b) Intervalo $x_e \leq x \leq 2R$. Centro en x_e , radio $2R-x_e$. Las condiciones de contorno están definidas por (3.86), siendo la solución:

$$S(x) = S_A e^{\frac{D}{2}\{x-(2R-x_e)\}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2(2R-x_e)} \{x-2(x_e-R)\} \quad (3.90)$$

Modelo poligonal

A) Caso de no existir flujo de partículas.

Las hipótesis de este modelo han sido ya definidas en (3.30). La distribución de S sobre el eje se determina siguiendo el mismo procedimiento, dividir el diámetro en dos intervalos:

a) Intervalo $0 \leq r \leq x_e$. Centro en x_e , radio x_e .

Considerando los tramos propios de este modelo, resulta:

$$r \leq r_k: \sigma = A(S - S_k), \quad r^2 S'' + rS' + AE^2 r^2 (S - S_k) = 0 \quad (3.91)$$

Haciendo el cambio de variable $z = \frac{r}{x_e}$, resultan como condiciones de contorno:

$$S(0) = S_A; \quad S(z_k) = S_k \quad (3.92)$$

La distribución de S sobre el eje de simetría será:

$$S(x) = S_k + (S_A - S_k) J_0\left(K \frac{r}{x_e}\right) \quad (3.93)$$

con la condición:

$$J_0\left(K \frac{r_k}{x_e}\right) = 0 \quad (3.94)$$

donde K está definida por:

$$K^2 = AE^2 x_e^2 \quad (3.95)$$

$$r \geq r_k: \sigma = 0; \quad z^2 S'' + zS' = 0 \quad (3.96)$$

En este tramo, exterior al canal, la distribución de S viene dada por la correspondiente al modelo canal (3.48).

b) Intervalo $x_e \leq r \leq 2R$. Centro en x_e y radio $2R-x_e$

Considerando los tramos propios del modelo se obtiene:

$$0 \leq r \leq r_k: \sigma = A(S-S_k)$$

$$S(x) = S_k + (S_A - S_k) J_0\left(K \frac{r}{2R-x_e}\right) \quad (3.97)$$

siendo K:

$$K = AE^2(2R-x_e) \quad (3.98)$$

que debe cumplir con la condición:

$$J_0\left(K \frac{r}{2R-x_e}\right) = 0 \quad (3.99)$$

$$r \geq r_k: \sigma = 0$$

En este tramo la distribución de S viene dada por la correspondiente al modelo canal. (3.52)

B) Caso de existir flujo de partículas.

En este caso, para determinar la distribución de S sobre el eje de simetría, se parte de la ecuación (3.56), para

cuya resolución se sigue el procedimiento de dividir el intervalo $(0, 2R)$ en dos.

a) Intervalo $0 \leq r \leq x_e$. Centro en x_e , radio x_e .

Considerando los tramos propios del modelo y haciendo el cambio de variable $z = \frac{r}{x_e}$ se obtiene:

$$r \leq r_k : \sigma = A(S - S_k):$$

$$S'' + \frac{1}{z} (1 - Dx_e) S' + \frac{K^2}{z^2} (S - S_k) z^2 = 0 \quad (3.100)$$

donde K viene dado por:

$$K^2 = AE^2 x_e^2 \quad (3.101)$$

siendo las condiciones de contorno las definidas por (3.92).

Para resolver la ecuación homogénea de (3.100), es necesario utilizar el método de Frobenius de desarrollo en serie (42)

La solución será de la forma:

$$S(z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n z^{n+p} \quad (3.102)$$

Para determinar el valor de "p" se construye la ecuación:

$$f(p) = p^2 \quad (3.103)$$

y por tanto "p" tomará sólo el valor cero, con lo cual sólo existirá una solución de la forma (3.102). Aplicando el método

de Frobenius, la ley de recurrencia de los coeficientes de (3.102) toma, para el caso de (3.100), la forma:

$$n \geq 2 \quad C_n = Dx_e \frac{n-1}{n^2} C_{n-1} - \frac{K^2}{n^2} C_{n-2} \quad (3.104)$$

Desarrollando (3.104) se comprueba que la serie definida por (3.102) se puede expresar como:

$$C_n z^n = C_0 \{ J_0(Kz) + N(z) \} \quad (3.105)$$

donde la serie $N(z)$ se anula cuando se hace cero D o x_e . La otra solución de la ecuación homogénea de (3.100) es, según el método de Frobenius, de la forma:

$$S_2(z) = \{ S_1 Lnz + \left(\frac{dC_n(p)}{dp} \right)_{p=0} z^n \} C \quad (3.106)$$

pero como debe cumplirse la condición de S tome un valor finito en el origen, C será nula. Imponiendo las condiciones de contorno, la solución general de (3.100) será:

$$S(z) = S_k + (S_A - S_k) \{ (N(z) + J_0(Kz)) \} \quad (3.107)$$

con la condición:

$$J_0(z_k) = N(z_k) \quad (3.108)$$

$$r \geq r_k : \sigma = 0$$

En este tramo la distribución de S viene dada por la correspon-

diente al modelo canal (3.72).

b) intervalo $x_e \leq r \leq 2R$. Centro en x_e , radio $2R-x_e$

Siguiendo el mismo procedimiento de antes se obtiene:

$$r \leq r_k: \sigma = A(S-S_k)$$

$$S(r) = S_k + (S_A - S_k) \left\{ N\left(\frac{r}{2R-x_e}\right) + J_0\left(K \frac{r}{2R-x_e}\right) \right\} \quad (3.109)$$

con la condición:

$$J_0\left(K \frac{r_k}{2R-x_e}\right) = N\left(\frac{r_k}{2R-x_e}\right) \quad (3.110)$$

$$r \geq r_k: \sigma = 0$$

En este tramo, exterior al canal, la distribución de S viene dada por la correspondiente al modelo canal (3.79).

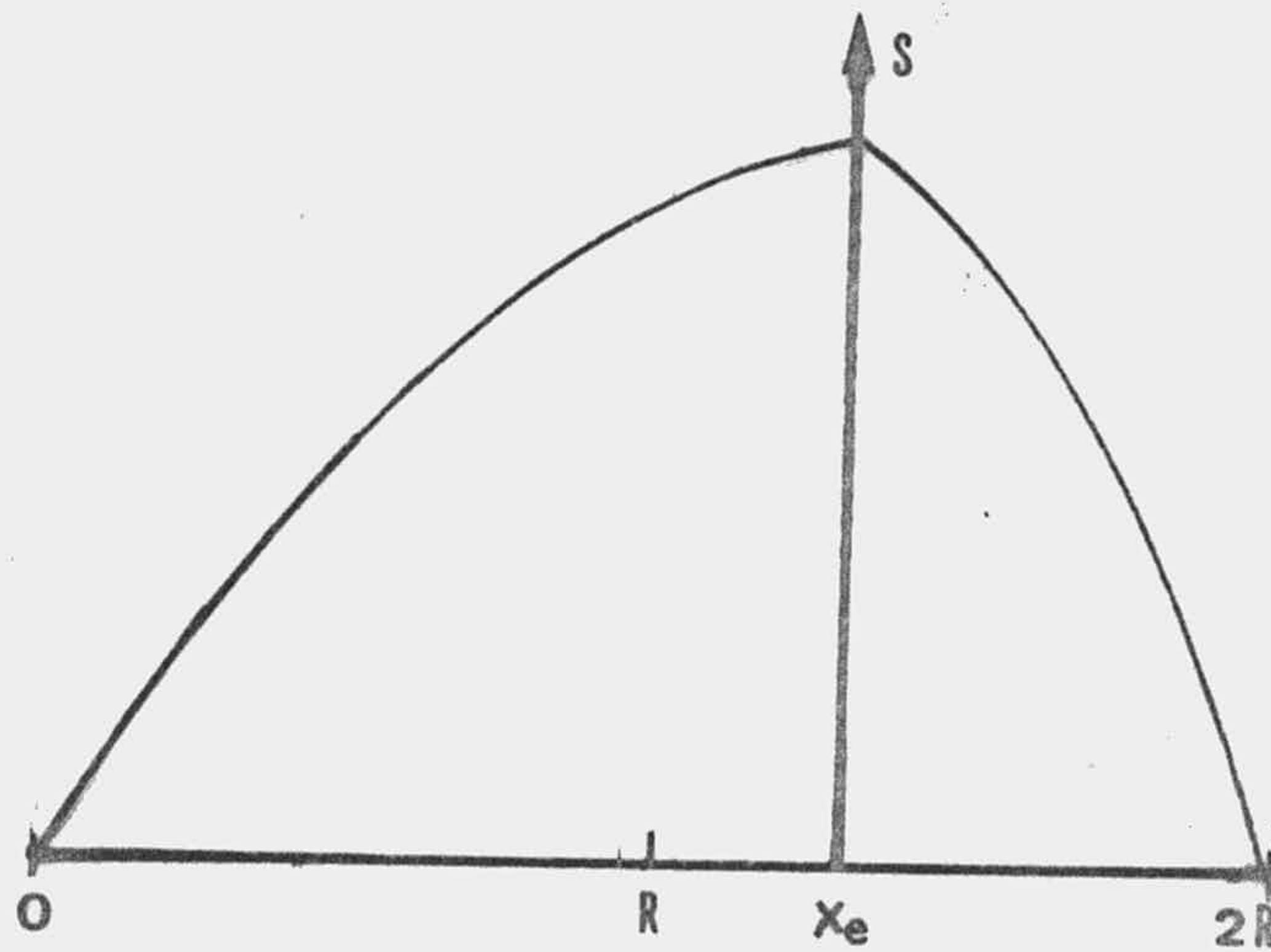


Figura 18. Distribución teórica del potencial S , según el modelo poligonal unidimensional sin flujo de partículas. ($l=3A$, $x_e=0,3$)

IV. Discusión de los resultados.

4.1 Determinación de las desviaciones.-

Para la determinación de la desviación del arco, al ser sometido a un campo magnético transversal, se han empleado métodos fotográficos. Como cámara fotográfica se ha utilizado una MINOLTA SRT 303 con un objetivo MACRO ROKKOR de 55 mm y 3,5 de abertura máxima, dispuesto sobre un tripode sujeto firmemente a la mesa de montaje, de modo que la película estuviese en un plano paralelo al de la desviación del arco y a una distancia tal que la relación entre el tamaño del objeto y de la imagen sobre el fotograma sea de 1/2.

Se realizaron sobre el mismo fotograma fotografías del arco sin desviar y del arco desviado por un campo magnético prefijado. Con objeto de no perturbar la medida, la doble exposición no se realizó, utilizando el dispositivo de la cámara para este fin, ya que su utilización supone rebobinar soltando el carrete, lo que podía producir una modificación en la posición relativa de la cámara, que introduciría errores importantes en la medida del desplazamiento. Por ello, se optó por realizar la doble exposición sin rebobinar. Primero, se impresionaba el fotograma con el arco sin desviar, luego se desviaba el arco cerrando el interruptor de la figura 8 y se impresionaba el mismo fotograma con el arco en posición desviada. La primera dificultad de este método consistió en la elección del negativo adecuado. Tras algunas pruebas, se eligió un RECOR DAK AHU, microfilm 5460, de 9 DIN de sensibilidad, de la casa

KODAK, ya que dada su escasa sensibilidad no se no se impresionaba durante el desplazamiento del arco y además se puede obtener un excelente contraste. Con la finalidad de que este contraste fuese máximo, y de este modo obtener una imagen lo más perfectamente delimitada de la columna del arco, se utilizaron tres filtros, uno ultravioleta MINOLTA L39, otro gris MINOLTA 054 y uno verde de los utilizados en soldadura. Los tiempos de exposición se determinaron mediante numerosas pruebas. Como revelador, para acentuar el contraste y obtener una mejor definición que destacase la separación de la zona intensamente luminosa de la columna con las zonas exteriores a ella mucho menos luminosas, se utilizó RODINAL AGFA, obteniéndose en general resultados muy satisfactorios.

Con objeto de comprobar que las desviaciones eran las mismas para las dos polaridades del campo magnético, se realizaron las experiencias para ambas polaridades. Las medidas de los desplazamientos sobre los fotogramas se realizó con un estereomicroscopio ZEISS, modelo IV, con un aumento máximo de 20, con doble iluminación episcópica, provisto de micrometro ocular y de objeto graduado en decimas de milimetro.

Las medidas así obtenidas indicaban que el desplazamiento no era simétrico. El arco se desviaba más para una polaridad que para la otra, siendo esta diferencia del orden de unos 2 mm, diferencia que variaba escasamente al modificarse los parámetros experimentales.

La diferencia de las desviaciones era de suponer que fueran debidas al campo magnético terrestre. Con objeto de comprobar esta hipótesis se fueron eliminando todas las posibles causas de esa diferencia en las desviaciones. La primera de esas causas era una posible modificación de la posición relativa de la cámara fotográfica, respecto del plano de desviación de la columna del arco, al rebobinar el carrete, para realizar la fotografía correspondiente a la desviación según la otra polaridad del campo magnético. Para evitarlo, se modificó el circuito de las bobinas. Se introdujo una nueva fuente de alimentación ATAI0 301A de corriente continua de 0-30 V y 2 A máximos ó de 0-10 V y 3 A máximos, y se añadió al interruptor un conmutador de dos posiciones, tal como se indica en el esquema de la figura 19. Las fuentes se dispusieron de modo que una tuviese polaridad positiva y la otra polaridad negativa. Dependiendo de que el conmutador estuviese en posición A o B, la polaridad del campo era una u otra. Con este montaje era posible realizar una triple exposición sobre cada fotograma. Primero, se impresionaba el fotograma con el arco sin desviar, interruptor abierto, luego se impresionaba con el arco desviado, según la polaridad positiva de la fuente, interruptor cerrado y conmutador en la posición A, por último según la otra polaridad, interruptor cerrado y conmutador en la posición B. Se realizaron las mismas experiencias que con el método de la doble exposición y las desviaciones sobre el fotograma se midieron por el mismo procedimiento, comprobándose que las diferencias persistían en el mismo sentido, aunque ahora la dispersión de las desviaciones era menor. Otra posible causa de la falta de simetría en los desplazamientos era una posible falta

de homogeneidad en el campo magnético creado por las bobinas. Para estudiar esta posibilidad se invirtieron las posiciones relativas de las bobinas y se volvieron a medir los desplazamientos mediante el último método descrito, comprobándose que las diferencias persistían en el mismo sentido. Eliminada esta causa, quedaba claro que la falta de simetría era debida a la existencia de un campo magnético, aparte del creado por las bobinas. Para comprobarlo, utilizando el método de la triple exposición antes descrito, se fotografió el arco sin que estuviesen conectadas las bobinas y desviado para ambas polaridades hasta que la columna quedase pegada a la pared interna de la cámara de descarga. Las medidas se realizaron para distintas intensidades de corriente en el arco. Los resultados obtenidos indicaban que el arco, supuestamente sin desviar, no estaba en el eje de la cámara, sino que estaba separado de éste una distancia que crecía ligeramente al disminuir la intensidad de la corriente en el arco. Este último hecho ponía de manifiesto que la causa de la falta de simetría en la desviación era el campo magnético terrestre.

Una vez determinada la causa de la falta de simetría, se procedió a su compensación hallando el valor del campo magnético creado por las bobinas que contrarrestase el efecto del terrestre. Para ello, se modificó el circuito de las bobinas. Se introdujo otra fuente de alimentación ATAI0 152A regulable de 0-15 V y 2 A máximo y un nuevo conmutador, siendo ahora el esquema del circuito el de la figura 20, donde al igual que antes el miliamperímetro es uno FLUKE 8000A y la resistencia

variable una de 0-320 ohmios de la casa LEYBOLD-HERAUS. La fuente E_1 se utiliza para crear el campo magnético de compensación del terrestre. La fuente E_2 y E_3 se utilizan para que las bobinas creen el campo magnético desviador, según las dos polaridades. Es decir con el conmutador 1 en B y el 2 en C, se crea el campo según una polaridad, y con el conmutador 1 en B y el 2 en D se crea el campo magnético de la otra polaridad. Para determinar el campo magnético de compensación se fotografió, utilizando el método de la triple exposición, el arco sometido al campo de compensación y desviado, para las dos polaridades, hasta que la columna quede pegada a la pared interior de la cámara. Como intensidad de corriente para crear el campo de compensación se tomó inicialmente la de 7 mA; realizadas las medidas, resultó ser excesiva, eligiéndose una de 3 mA, que resultó ser escasa, por lo que se tomó la media de las dos 5 mA, que a su vez resultó ser excesiva, tomándose entonces la media de 3 y 5 mA, 4 mA, que seguía siendo excesiva, por lo que se volvió a repetir el proceso, tomando siempre la media hasta llegar al valor de 3,45 mA, que creaba un campo de 86×10^{-6} T, que era suficiente para compensar el efecto del campo magnético terrestre.

Una vez calculado el campo magnético de compensación se procedió a medir la desviación del arco por el método de la triple exposición, utilizando para ello el circuito cuyo esquema se indica en la figura 20. Se midió la desviación del arco para las intensidades de 1, 2 y 3 A y diversos campos magnéticos entre $0,5 \times 10^{-4}$ T y 8×10^{-4} T. Cuando la medida de la variable imagen depende de un conjunto de circunstancias que varían aleatoriamente, de entrada consideraremos que los errores

a tener en cuenta son aleatorios. En ese caso seleccionaremos una muestra de medidas de tamaño 5 y consideraremos de los 5 valores el mejor estimador que es la media y como índice no de error, sino de probabilidad de obtener estos valores, que se utiliza como estimación de la dispersión del grupo, la desviación típica de la muestra. Los resultados de las desviaciones junto con sus valores medios y desviaciones típicas se presentán en la tabla nº 7.

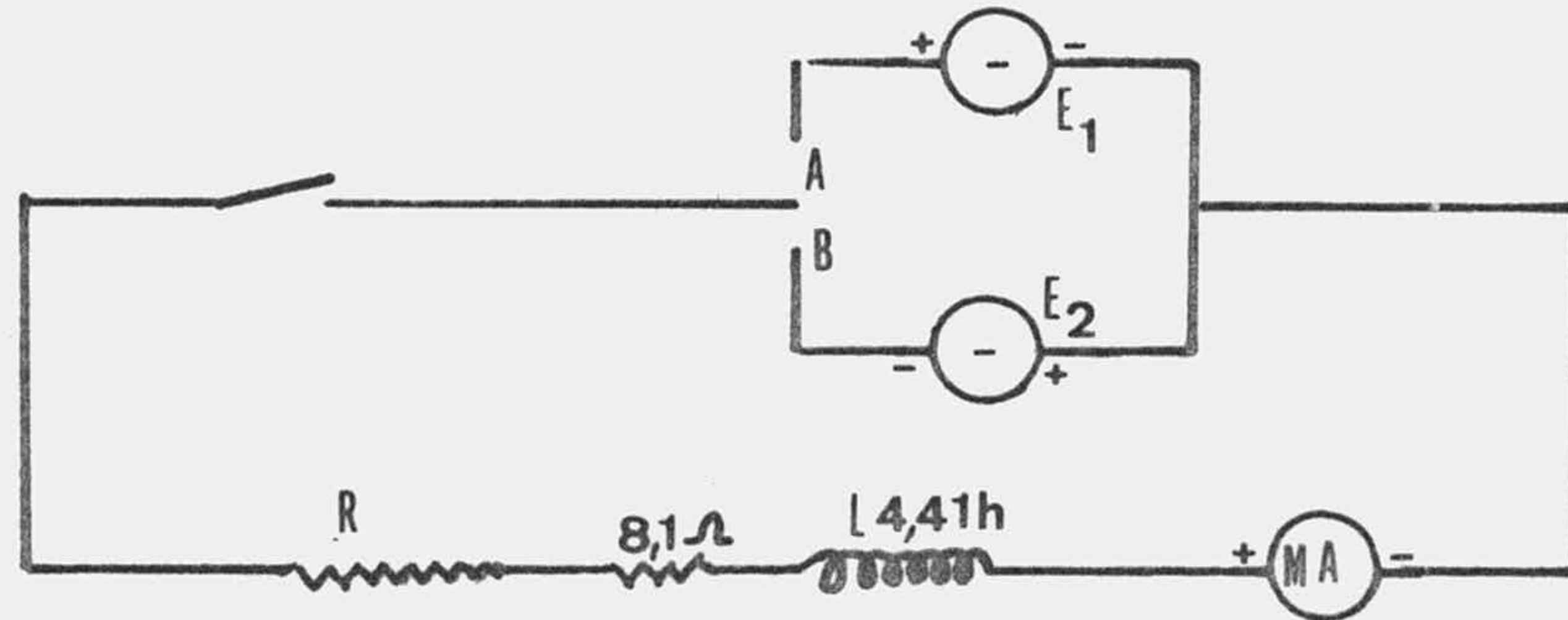


Figura 19. Esquema del circuito de la bobina para la triple exposición

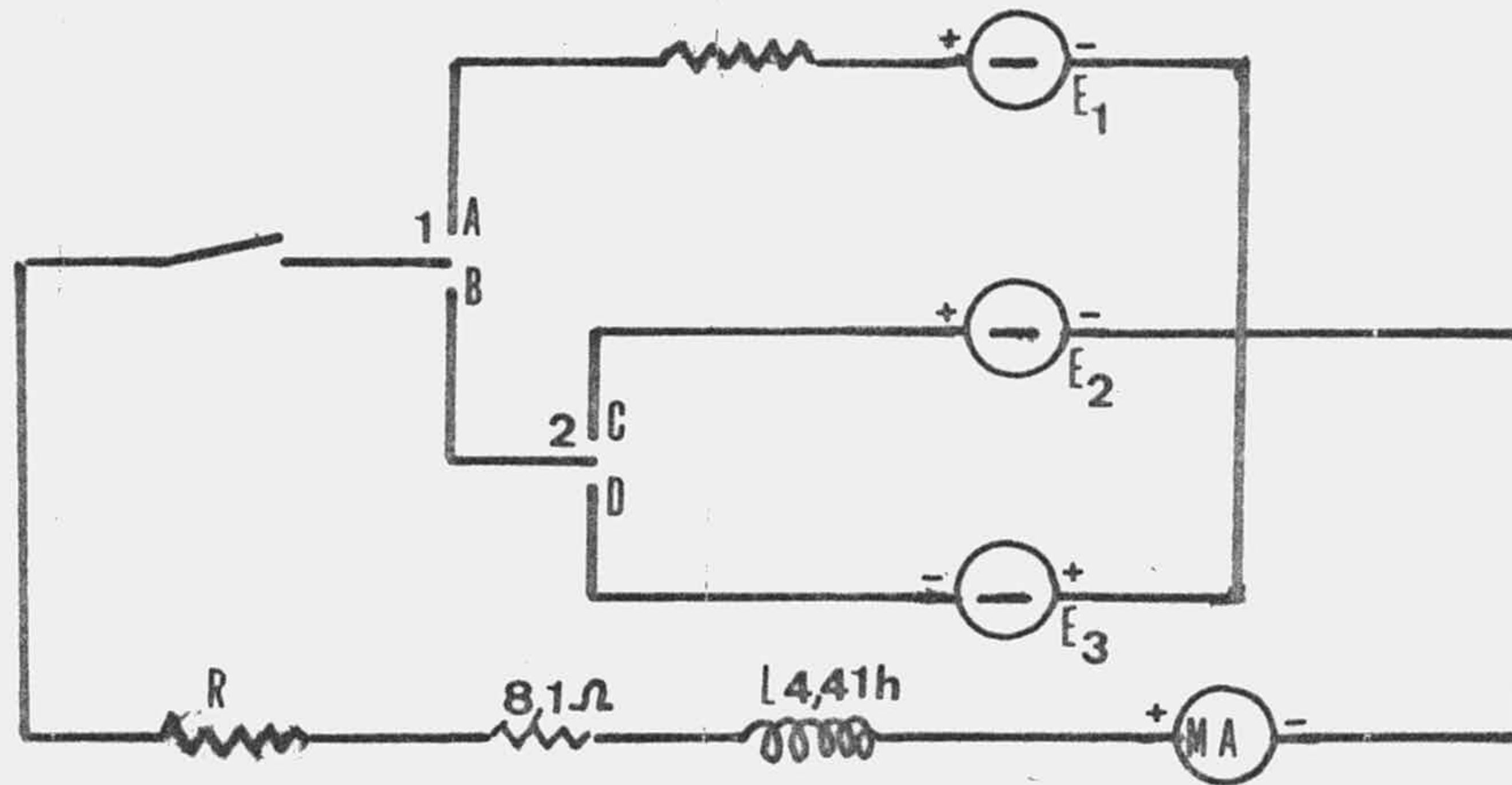


Figura 20. Esquema del circuito de la bobina para la triple exposición y creación del campo magnético compensador del terrestre.

Medida de las desviaciones

I = 3A

$B(T \cdot 10^{-4})$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_m	S_x
0,5	0,30	0,32	0,29	0,30	0,30	0,30	0,012
1,0	0,44	0,42	0,45	0,45	0,44	0,44	0,012
2,0	0,59	0,58	0,56	0,58	0,58	0,58	0,015
3,0	0,68	0,66	0,65	0,65	0,66	0,66	0,012
4,0	0,70	0,70	0,69	0,68	0,69	0,69	0,010
6,0	0,73	0,73	0,72	0,74	0,72	0,73	0,010
8,0	0,78	0,75	0,76	0,76	0,75	0,76	0,012

I = 2A

$B(T \cdot 10^{-4})$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_m	S_x
0,5	0,32	0,33	0,33	0,30	0,33	0,32	0,013
1,0	0,49	0,50	0,48	0,46	0,48	0,48	0,014
2,0	0,62	0,61	0,62	0,64	0,60	0,62	0,014
3,0	0,68	0,68	0,68	0,70	0,67	0,68	0,011
4,0	0,73	0,71	0,72	0,70	0,67	0,68	0,013
6,0	0,76	0,76	0,76	0,75	0,76	0,76	0,010
8,0	0,79	0,80	0,81	0,82	0,79	0,80	0,013

I = 1A

$B(T \cdot 10^{-4})$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_m	S_x
0,5	0,44	0,43	0,45	0,45	0,42	0,44	0,013
1,0	0,58	0,58	0,58	0,59	0,57	0,58	0,010
2,0	0,72	0,73	0,71	0,71	0,72	0,72	0,010
3,0	0,75	0,75	0,77	0,75	0,75	0,74	0,011
4,0	0,78	0,79	0,78	0,77	0,79	0,78	0,010
6,0	0,82	0,83	0,83	0,80	0,82	0,82	0,012
8,0	0,84	0,84	0,85	0,85	0,82	0,84	0,012

Tabla n° 7. Medidas de la desviación del arco. (x = desviación relativa)

4.2 Medida de la velocidad de desviación.-

Una vez medido el desplazamiento del arco, es necesario, para poder determinar la velocidad, medir el tiempo que tarda en desplazarse desde su posición axial a la excéntrica de equilibrio. Para medir ese tiempo, se comenzó por intentar realizar fotografías estroboscópicas del arco durante su desviación. Este método tenía un indudable interés. Al fotografiar al arco a intervalos regulares sobre el mismo fotograma, no sólo se podía medir a la vez el espacio recorrido y el tiempo empleado, y por tanto la velocidad, sino que además permitía obtener la variación de la velocidad durante la desviación del arco. Por desgracia, este método presentó enormes dificultades. Para empezar, la técnica usual de la fotografía estroboscópica no sirve. Normalmente, cuando se trata de hacer fotografía estroboscópica a un objeto en movimiento, se deja abierto el objetivo de la cámara y se ilumina el objeto mediante una luz centelleante; de esta manera, el objeto impresiona la placa fotográfica sólo cuando está iluminado. Esto no sirve en el caso del arco, ya que éste es un objeto que emite luz. En este caso, para realizar la fotografía estroboscópica, es necesario conseguir de alguna manera que la luz procedente del arco no llegue de modo continuo a la placa fotográfica, sino que lo haga a intervalos regulares. De esta manera, el resultado sería el mismo que el de una fotografía estroboscópica normal. Teóricamente, bastaba con impedir durante un cierto tiempo y a intervalos regulares que llegase la luz del arco a la placa fotográfica, y esto se puede conseguir simplemente con un disco opaco, situado entre el disco y la cámara, con orificios de un tamaño determinado y

a intervalos regulares que gire con velocidad constante. Para hacer girar el disco, se utilizo un motor de corriente alterna HITACHI, tipo SOCY, de 62 watios y 50 r.p.m.. Para obetener la fotografia estroboscópica, bastaría, una vez el motor en marcha y en régimen estacionario, abrir el obturador de la cámara durante un tiempo prefijado y desviar el arco al mismo tiempo que se abre el obturador. El sincronismo entre el disparo de la cámara y el desplazamiento del arco se consiguió utilizando un Trigger de Schmitt de la casa SALES, modelo 23A, cuya salida estaba conectada a un relé que cerraba el circuito de la figura 20. La entrada del Trigger estaba conectada al sistema de disparo del flash de la cámara fotográfica, MINOLTA SR-7, de manera que, al abrir el obturador de ésta se cerraba el sistema del flash, disparandose el Trigger, que enclavaba al relé, desviandose el arco. Como el desplazamiento del arco es, como máximo, de un centímetro, es necesario un sistema óptico que dé una imágen aumentada de este desplazamiento. Con ese objeto, se dispuso, sobre el extremo de un fuelle, que se podía desplazar sobre un rail, una lente de 10 dioptrías. Sobre el otro extremo, se colocó, a la distancia focal imágen de la lente, un diafragma que sólo dejaba pasar los rayos que incidian paralelos a la lente, eliminandose así gran parte de los reflejos y del halo que rodea a la columna del arco. El sistema estaba centrado de modo que el eje óptico de la lente pasase por el eje del arco sin desviar, y por el diafragma. Con este sistema, se podía conseguir hasta un aumento de ocho sobre el fotograma en la cámara desprovista de objetivo. Todo el arco se recubrio con cartulina negra para que la luz que impresionase la placa pasase por la lente y el diafragma. Inmediatamente despues del diafragma, se

encontraba el disco opaco con los orificios para permitir el paso de la luz del arco hasta la cámara fotográfica. El tamaño de los orificios sobre el disco, que actúa como interruptor, así como la distancia entre ellos, están determinados por el tiempo de exposición necesario para que el arco impresione la placa fotográfica y por el número de fotografías a realizar durante el desplazamiento y, por tanto, por el tiempo de separación entre ellas. Ambos tenían que ser necesariamente muy pequeños, ya que el tiempo que tarda el arco en desviarse es también muy pequeño. El tamaño de los orificios permitía obtener un tiempo de exposición $1/2000$ segundos y el intervalo entre fotografías era de $1/1000$ segundos. El tiempo que permanecía el obturador de la cámara abierto se fijaba mediante el dispositivo que ésta lleva incorporado. Todas las experiencias se realizaban en la obscuridad.

El problema fundamental de este tipo de fotografías radica en encontrar la clase de película adecuada. En este caso, la película debería reunir propiedades prácticamente contrapuestas. Como el tiempo de exposición era muy pequeño y además el sistema óptico disminuía sensiblemente la luz procedente del arco, efecto que se veía acentuado por la distancia a la que había que colocar la cámara para conseguir el aumento deseado, la película tenía que ser necesariamente muy sensible. Por otra parte, deberían distinguirse claramente las sucesivas imágenes del arco durante su movimiento y, si se tiene en cuenta que la separación entre dos imágenes sucesivas es pequeña, la película debería dar un fuerte contraste. Estas dos propiedades son opuestas. Se probó inicialmente una película KODAK TRI-X PAN TX de 27 DIN de sensibilidad, que resultó ser insuficiente para una

exposición de 1/2000 segundos. Se aumentó el tiempo de exposición a costa de disminuir la separación entre fotografías, lo que hizo que no se pudiese distinguir una de otra. Se repitieron las pruebas variando el tiempo que permanecía abierto el obturador de la cámara. En ningún caso, los resultados fueron positivos. Posteriormente se probó una película ILDFORD HP4, de 29 DIN, con resultados análogos a los anteriores. Por último, se probó una película KODAK RECORDIG 2475 E-AH, de una sensibilidad de 33 a 37 DIN, según el tipo de revelador y tiempo de revelado. Como revelador se utilizó KODAK HC110. Se realizaron pruebas hasta los 37 DIN, siendo esta última suficiente. Sin embargo, los resultados no eran satisfactorios, ya que al ser tan grande la sensibilidad, el contraste era bajísimo, no distinguiéndose claramente una imagen de otra, por lo que los resultados que se podían obtener no eran fiables.

Ante las dificultades del método estroboscópico, se optó por escoger otro basado en la señal de una célula fotoeléctrica, con el cual sí se obtuvieron resultados satisfactorios. El método utilizado consiste en medir, por medio de un sistema electrónico, el tiempo transcurrido entre dos señales eléctricas consecutivas. La primera es la procedente del circuito de las bobinas y la otra es la señal de una célula fotoeléctrica, al ser iluminada por la luz procedente del arco desviado, después de pasar por un sistema óptico. Este sistema tiene por objeto dar una imagen ampliada de la desviación del arco. Está formado por una lente de 85 mm de distancia focal, colocada en el centro de la cabecera de una caja negra de longitud variable, pudiéndose conseguir un aumento de ocho. A la distancia focal

imágen de la lente, se ha dispuesto un diafragma, para eliminar los rayos que no incidan paralelos a la lente y obtener una imágen lo más nítida posible. La célula fotoeléctrica está colocada en el plano imágen del arco, pudiendo desplazarla a lo largo de ese plano hasta la posición del arco desviado. Delante de la célula, se ha dispuesto un pequeño cilindro hueco, de igual diámetro que ésta, para evitar que el halo de la imágen del arco, que a pesar del diafragma pueda existir, no perturbe a la célula y ésta se excite sólo cuando la luz incida de lleno sobre ella. La célula utilizada ha sido una LDR MULLARD ORP12, cuyas características de resistencia son

Obscuridad $200\text{ M}\Omega$

Illuminada por el arco $20\text{ M}\Omega$

Este último valor es practicamente independiente de la intensidad de la corriente que circula por el arco.

La señal de la célula se lleva a un sistema electrónico formado por un comparador y una puerta. Su esquema se indica en la figura 21.

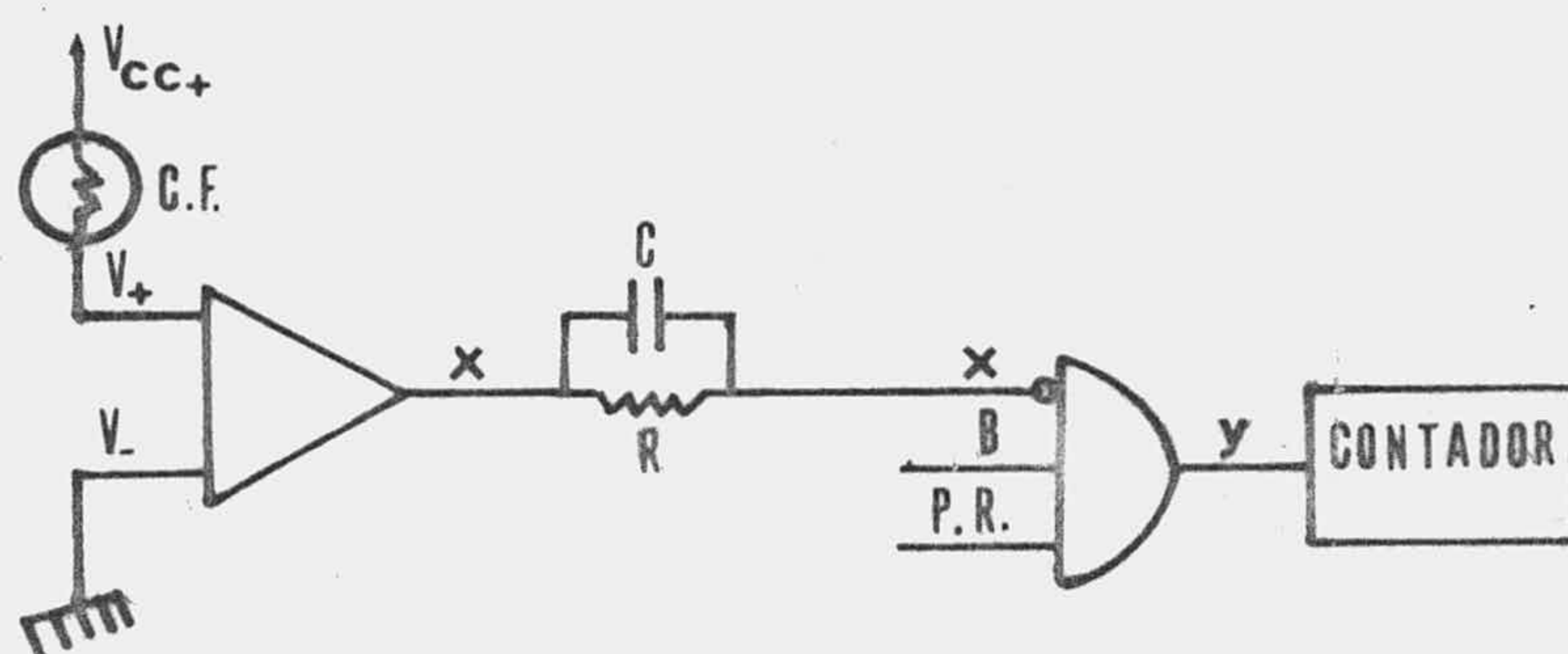


Figura 21. Esquema del circuito para medida del tiempo de desviación del arco. (P.R. Pulsos de reloj; C.F. Célula fotoeléctrica; B. Señal bobinas)

La salida del comparador es tal que:

$$\text{Si } V_- > V_+ : x = V_{CC-}$$

$$\text{Si } V_- < V_+ : x = V_{CC+}$$

Como la alimentación del comparador es de + 5 V y - 5 V y la puerta no admite a su entrada una tensión de - 5 V, se ha colocado a su entrada una resistencia de 100 Ω , y para evitar retrasos, un condensador de 3,3 pF, en paralelo con la resistencia. A la puerta, aparte de la señal del comparador previamente invertida, llega la señal B procedente del circuito de las bobinas y los impulsos de reloj, procedentes de un generador HEWLETT PACKARD 3310A, a una frecuencia de 10^5 Hz. El funcionamiento de la puerta corresponde a la siguiente tabla:

x	B	y
0	0	0
0	1	1
1	1	0
-	-	-

De esta manera, la puerta permite el paso de los impulsos de reloj sólo cuando existe señal B, procedente del circuito de las bobinas, es decir cuando existe campo magnético desviador, y no existe señal procedente de la célula, (fila 2). En el momento en que la luz incide sobre la célula, varía la resistencia de ésta y, por tanto, la tensión en la entrada del comparador, siendo suficiente para excitar a éste una variación de 1 mV. Al emitir el comparador la señal "x", se cierra la puerta, (fila 3). Por este procedimiento, el contador sólo cuenta los impulsos producidos durante el proceso de desviación del

arco, determinanse así el tiempo empleado en desviarse. Como contador, se ha utilizado un CONTADOR DE IMPULSOS 1200 de la COMPAÑIA DE INSTRUMENTACION Y CONTROL, con una resolución de 50 ns. Como circuitos integrados se han utilizado:

Comparador: 7400

Puertas : μ A741

Para que las medidas realizadas por este método sean correctas es necesario tener muy en cuenta, sobre todo, el tiempo empleado por la célula en el paso de la resistencia de obscuridad a la resistencia de iluminación. Para ello, se observó la señal del comparador y de la célula, mediante un osciloscopio de dos canales TELEQUIPEMENT D61a, observandose que el tiempo que tardaba la célula y, por tanto, el comparador, en pasar del estado cero, resistencia de obscuridad en la célula y comparador sin excitar, al estado uno, resistencia de iluminación en la célula y comparador excitado, dependía notablemente del tiempo que estaba la célula en obscuridad sin ser excitada. Para evitar que ese tiempo influyese en las medidas, se procedía a la desviación del arco justamente cuando el comparador volvía al estado cero, lo que se observaba mediante el osciloscopio. De este modo, las medidas no son perturbada por la célula que se encuentra en la resistencia máxima de obscuridad. Para evitar interferencias, los cables de conexión de la célula a la entrada del comparador se blindarán y el blindaje se conectó a tierra. En la figura 23, se representa la distribución general del montaje utilizado. Con objeto de utilizar el menor número de fuentes de alimentación y mantener el campo compensador

del terrestre, el circuito de las bobinas se modifico tal como se indica en la figura 22. La fuente E_1 es una ATAI0 152A y la E_2 es una de corriente continua de 0-150 V, siendo la resistencia R de 200 Ω .

Mediante el procedimiento descrito, se han realizado medidas del tiempo de desplazamiento para diversos campos magnéticos e intensidades de corriente en el arco. Como previamente se había medido el desplazamiento, la velocidad media durante la desviación se puede calcular fácilmente. Hemos mantenido la muestra a un tamaño de 5. Los resultados junto con media y su dispersión se dan en las tablas nº8, 9 y 10.

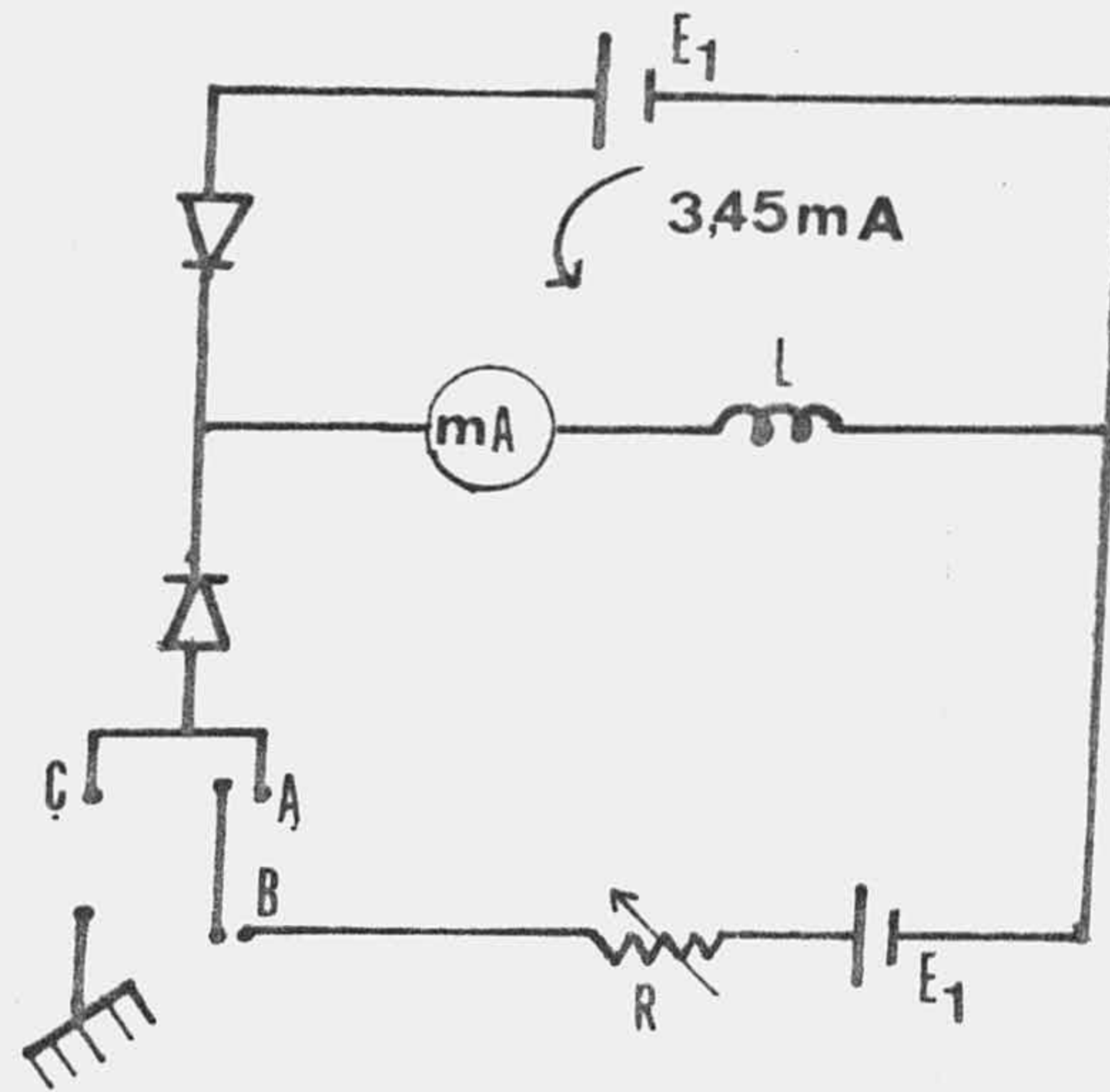


Figura 22. Esquema del circuito de las bobinas para la me
dida del tiempo de desviación y de retroceso del arco a su
posición axial.

La fuente E_1 suministra la intensidad para crear el campo
compensador del terrestre.

La fuente E_2 , con el conmutador en la posición AB, suminis
tra la intensidad para crear el campo desviador.

Tiempo de desviación

$B(t \cdot 10^{-4})$	0,50	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0
$x_d(m \cdot 10^{-2})$	0,40	0,58	0,72	0,78	0,82	0,84
$t_1(s \cdot 10^{-5})$	21563	17043	11970	8003	7311	7010
$t_2(s \cdot 10^{-5})$	21559	17001	11935	7840	7228	6961
$t_3(s \cdot 10^{-5})$	21738	17103	11949	7950	7391	7020
$t_4(s \cdot 10^{-5})$	21407	17060	11975	7966	7350	6971
$t_5(s \cdot 10^{-5})$	21579	17300	11955	8031	7339	6869
$t_m(s \cdot 10^{-5})$	21571	17106	11937	7958	7323	6966
$s_t(s \cdot 10^{-5})$	120	120	40	70	60	60

Tabla n° 8. Valores medidos del tiempo de desplazamiento del arco para la intensidad de 1A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

Tiempo de desviación

$B(T \cdot 10^{-4})$	0,50	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0
$x_d(m \cdot 10^{-2})$	0,32	0,48	0,62	0,72	0,76	0,80
$t_1(s \cdot 10^{-5})$	11356	11032	8807	6198	5304	4821
$t_2(s \cdot 10^{-5})$	11526	11051	8777	6220	5524	4859
$t_3(s \cdot 10^{-5})$	11588	11070	8812	6265	5230	4899
$t_4(s \cdot 10^{-5})$	11501	11034	8758	6236	5253	4864
$t_5(s \cdot 10^{-5})$	11596	11004	8724	6222	5290	4861
$t_m(s \cdot 10^{-5})$	11513	11038	8781	6228	5260	4860
$s_t(s \cdot 10^{-5})$	100	25	40	25	35	30

Tabla n° 9. Valores medidos del tiempo de desplazamiento del arco para la intensidad de 2A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

	<u>Tiempo de desviación</u>					
$B(t \cdot 10^{-4})$	0,50	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0
$x_d(m \cdot 10^{-2})$	0,30	0,44	0,58	0,69	0,73	0,76
$t_1(s \cdot 10^{-5})$	9179	8918	7428	5404	4463	4081
$t_2(s \cdot 10^{-5})$	9112	8883	7444	5430	4502	4134
$t_3(s \cdot 10^{-5})$	9273	8844	7467	5479	4476	4157
$t_4(s \cdot 10^{-5})$	9159	8903	7481	5440	4483	4153
$t_5(s \cdot 10^{-5})$	9160	8905	7459	5423	4442	4126
$t_m(s \cdot 10^{-5})$	9177	8891	7463	5435	4473	4130
$s_t(s \cdot 10^{-5})$	60	30	30	30	20	30

Tabla n°10. Valores medidos del tiempo de desplazamiento del arco para la intensidad de 3A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

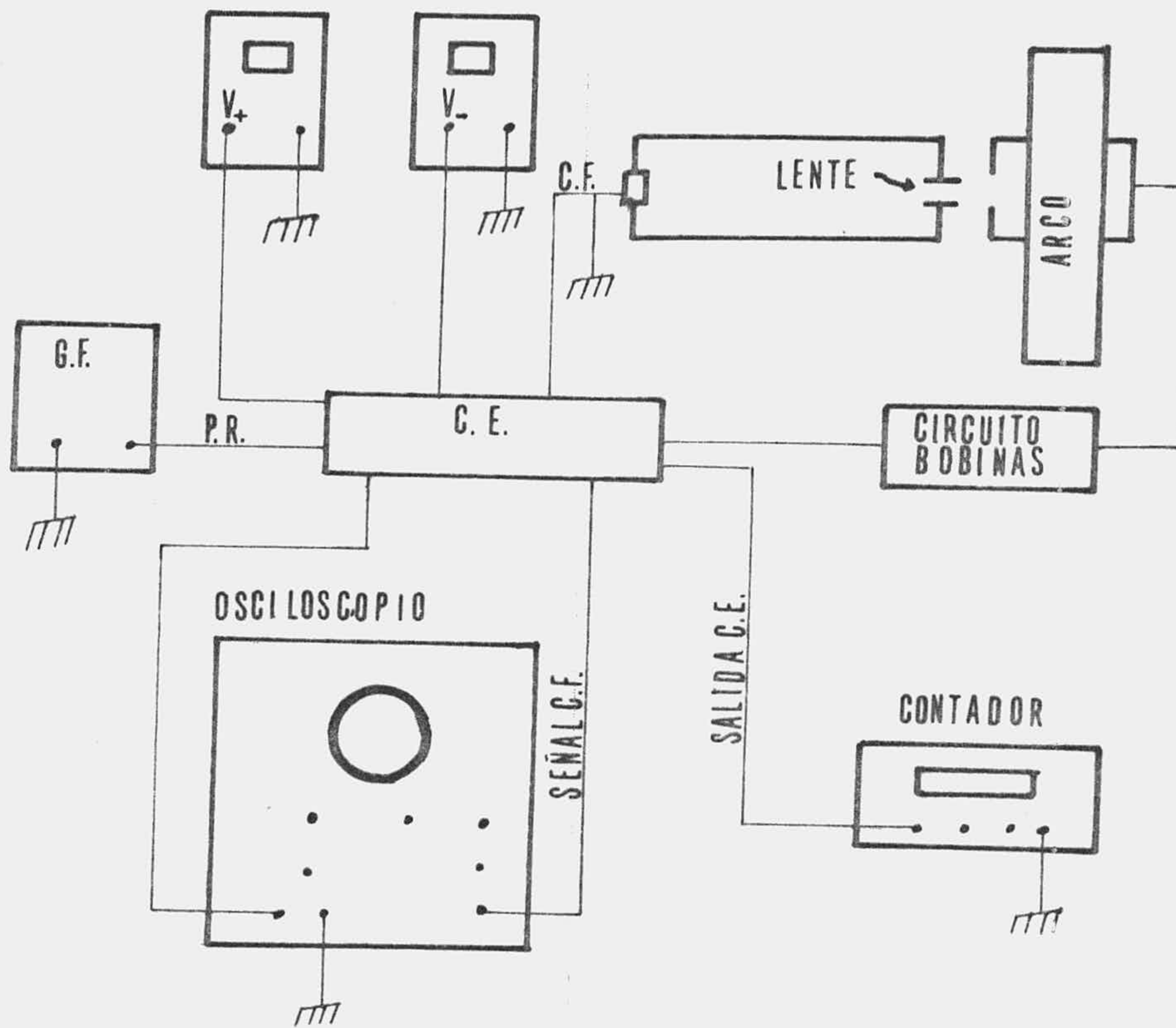


Figura 23. Disposición general del montaje

C.F. : Célula fotoeléctrica

P.R. : Pulsos de reloj

C.E. : Circuito electrónico formado por comparador y
puerta

G.F. : Generador de funciones

4.3 Medida de la velocidad de retroceso.-

Para medir el tiempo empleado por el arco en volver de la posición excéntrica de equilibrio a la posición axial, una vez que ^{se ha} suprimido el campo magnético desviador, se ha utilizado el sistema descrito antes con algunas variaciones. Lógicamente, ahora, la célula no se desplaza, sino que queda fija en la posición correspondiente al arco sin desviar. Además, es necesario modificar la puerta, ya que ahora se trata de medir el tiempo transcurrido entre la supresión del campo desviador y la señal de la célula; para ello es necesario invertir la señal procedente del circuito de las bobinas antes de su entrada en la puerta. En la figura 24, se da el esquema de la puerta para este caso. El funcionamiento de la puerta se rige por la tabla siguiente:

x	B	y
0	1	0
0	0	1
1	0	0
-	-	-

Al igual que en el caso de la medida del tiempo de desviación, se han realizado medidas del tiempo de retroceso para diversas desviaciones e intensidades de corriente en el arco. Como antes la muestra fue de tamaño 5 y se indica en las tablas nº11, 12 y 13 las mejores estimaciones del tiempo de retorno y de su dispersión.

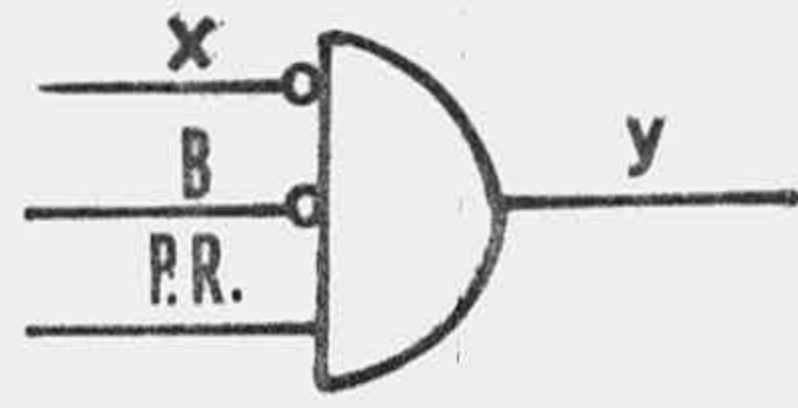


Figura 24. Esquema de la puerta para la medida del tiempo de retroceso del arco.

Tiempo de retorno

x_d (m. 10^{-2})	0,44	0,58	0,72	0,78	0,82	0,84	1,0
t_1 (s. 10^{-5})	33791	44632	50371	52709	53802	54260	58831
t_2 (s. 10^{-5})	37810	44649	50339	52697	53819	54273	58826
t_3 (s. 10^{-5})	37698	44614	50368	52714	53798	54268	58831
t_4 (s. 10^{-5})	37851	44630	50378	52699	53811	54270	58833
t_5 (s. 10^{-5})	37777	44610	50365	52695	53822	54255	58818
t_m (s. 10^{-5})	37785	44627	50364	52703	53810	54265	58824
s_t (s. 10^{-5})	60	16	15	10	10	10	10

Tabla n°11. Valores medidos del tiempo de retorno del arco a la posición axial para la intensidad de 1A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

Tiempo de retorno

x_d (m. 10^{-2})	0,32	0,48	0,62	0,72	0,76	0,80	1,0
t_1 (s. 10^{-5})	20259	25760	29861	31822	32718	33615	37029
t_2 (s. 10^{-5})	20165	25803	29793	31841	32731	33621	37058
t_3 (s. 10^{-5})	20292	25812	29881	31840	32705	33580	37002
t_4 (s. 10^{-5})	20355	25796	29814	31866	32695	33609	37006
t_5 (s. 10^{-5})	20278	25852	29835	31844	32703	33639	36960
t_m (s. 10^{-5})	20270	25805	29812	31843	32710	33613	37010
s_t (s. 10^{-5})	70	30	15	15	14	20	40

Tabla n°12. Valores medidos del tiempo de retorno del arco a la posición axial para la intensidad de 2A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

- Tiempo de retorno

x_d (m. 10^{-2})	0,30	0,44	0,58	0,69	0,73	0,76	1,0
t_1 (s. 10^{-5})	15010	19072	22031	24783	25587	25867	29288
t_2 (s. 10^{-5})	14980	19075	22001	24771	25618	25905	29271
t_3 (s. 10^{-5})	15086	19102	21945	24880	25597	25902	29240
t_4 (s. 10^{-5})	14921	19090	22046	24779	25562	25941	29283
t_5 (s. 10^{-5})	15005	19112	22057	24674	25584	25915	29320
t_m (s. 10^{-5})	15000	19080	22016	24777	25590	25906	29280
s_t (s. 10^{-5})	60	35	45	75	22	30	30

Tabla n° 13. Valores medidos del tiempo de retorno del arco a la posición axial para la intensidad de 3A y 1 atm de presión. (t_m = valor medio; s_t = desviación típica)

4.4 Discusión de los resultados.-

A) Desviación del arco:

La desviación relativa del arco en función del campo magnético se representa en la figura 25. La función que representa estos resultados debe cumplir con la doble condición:

$$\lim_{B \rightarrow 0} x_e = 0; \quad \lim_{B \rightarrow \infty} x_e = 1$$

condición que cumplen las funciones de la forma:

$$y = \frac{1}{(b + a/x)^n}$$

Para su ajuste, por mínimos cuadrados, se linealizó previamente, obteniéndose que la mejor ajustaba era para $n=1/2$. Los resultados obtenidos, junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste se dan en la tabla 14.

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,994	0,991	0,997
S_{yx}	0,4	0,4	0,1
a	5,0	4,3	2,0
S_a	0,2	0,3	0,1
t_a	21	17	31
b	0,8	0,8	1,1
S_b	0,2	0,2	0,1
t_b	3,6	3,0	19

Tabla n°14. Ajuste de la desviación relativa del arco en función del campo magnético dado en Gauss ($t_{\alpha\nu} = 2,1$; $\alpha = 0,05$; $\nu = 5$)

obteniéndose, respectivamente, para las intensidades de 3A, 2A y 1A las

expresiones (4.1a, b, c) que a continuación se indican:

$$x_e = \frac{1}{(1 + 5/B)^{1/2}} ; \quad x_e = \frac{1}{(1 + 4,2/B)^{1/2}} ; \quad x_e = \frac{1}{(1 + 2/B)^{1/2}}$$

Para una misma intensidad, la desviación crece asintóticamente con el campo magnético. A medida que aumenta la desviación del arco, aumenta el $\vec{g}rad(\nabla^2 S)$ en el máximo de temperaturas, con lo que es mayor el empuje térmico en el eje y que se opone al desplazamiento del arco. Al ser mayor el $\vec{g}rad(\nabla^2 S)$ en el eje será mayor la velocidad \vec{V}_{AM} , y como el arco encuentra su posición de equilibrio desviado cuando las velocidades \vec{V}_{AM} y \vec{V}_M son iguales y opuestas; se deduce del carácter asintótico del crecimiento de la desviación que la velocidad \vec{V}_{AM} en el máximo de temperatura, para una misma intensidad, crece más rápidamente con la desviación del arco que la velocidad \vec{V}_M en el máximo de temperatura con el campo desviador.. Por otra parte, para un mismo campo magnético la desviación es mayor cuanto menor es la intensidad, aunque esta diferencia tiende a disminuir cuando aumenta el campo magnético. Esto indica que el aumento de la intensidad influye más sobre las causas que se oponen al desplazamiento del arco que sobre las causas que lo favorecen. Las causas que se oponen al desplazamiento del arco son la existencia del $\vec{g}rad(\nabla^2 S)$ en el eje y las fuerzas viscosas del gas de la columna con el gas circundantes; así como la existencia de un gradiente de presiones, en el mismo sentido que la fuerza de Lorentz; mientras que la desviación está ocasionada por el flujo de las partículas cargadas, cuya causa es la fuerza de Lorentz. El aumento de la intensidad supone un aumento de la temperatura y, por tanto, un aumento de $\nabla^2 S$ en el eje, lo que

hace que para una misma desviación el valor del $\text{grad}(\nabla^2 S)$ en el eje sea mayor cuanto mayor es la intensidad. Por otra parte, el aumento de intensidad supone, según el modelo canal, tabla nº5, un aumento de la densidad de corriente, y será mayor la fuerza de Lorentz, con lo que aumentará la velocidad V_M inicial en el máximo; sobre esta velocidad, además influyen el rozamiento de la columna con el gas circundante y la fuerza debida al gradiente de presiones que se opone a la fuerza de Lorentz, tal como se explicó en el capítulo primero. La viscosidad también hace que la diferencia en la desviación para un mismo campo y distintas intensidades disminuya al aumentar el campo magnético; sobre este efecto se insistirá más adelante al estudiar la velocidad media del flujo de partículas en la desviación del arco.

En muchas situaciones experimentales es extraordinariamente importante, por no decir necesario, el realizar un plan de experiencias de tipo factorial (43). Esto es así, por una serie de razones. La gran eficacia de este tipo de planes en obtener resultados, tanto de los efectos de los distintos factores que intervienen en el problema, como de las interacciones de los factores. Si a esto añadimos que es uno de los pocos métodos que permite obtener la influencia de los factores y sus interacciones cualitativamente y el significado de estas influencias, además de que posibilita obtener las condiciones experimentales óptimas, extendiendo el campo experimental de las variables sin realizar las experiencias, se comprende lo indicado anteriormente.

Para el planteamiento del problema elegimos como factores que influyen en la desviación del arco los siguientes; la presión (A), la intensidad (B) y el campo magnético (C). Los niveles de estos factores los elegimos, como es habitual, de acuerdo con los requisitos de la experiencia y las posibilidades de la misma. A continuación se indican los mismos y sus razones. Respecto a la presión, se toma 570 mmHg como nivel inferior, ya que para presiones más bajas el arco es inestable y 1140 mmHg como valor más alto, por razones de seguridad. Por las mismas razones se eligieron como niveles de trabajo del factor intensidad 1A y 3A, es decir, el inferior está dentro de los niveles de estabilidad del arco y el superior dentro de los márgenes de seguridad, ya que la fuente de alimentación tiene una salida máxima de 3,5 A. Como valor inferior del campo magnético se eligió $0,5 \cdot 10^{-4}$ T, ya que para valores menores se pierde calidad en la fotografía y $6 \cdot 10^{-4}$ T como valor superior, ya que está próximo al máximo permitido por el dispositivo experimental.

Como es habitual, se utiliza la metodología de YATES por ser más sencilla. Los tratamientos se presentan según el código habitual de utilizar minúsculas para los factores (representados por letras mayúsculas A, B, C) cuyo nivel es el elevado. El (1) simboliza la experiencia en que los factores intervienen en su nivel más bajo. En la tabla nº 15 se dan en las columnas sucesivas, el código de los tratamientos, los resultados experimentales doblados, el cuadrado de las diferencias entre resultados, la suma de resultados, las tres columnas del análisis de Yates de tres factores, los efectos e interacciones

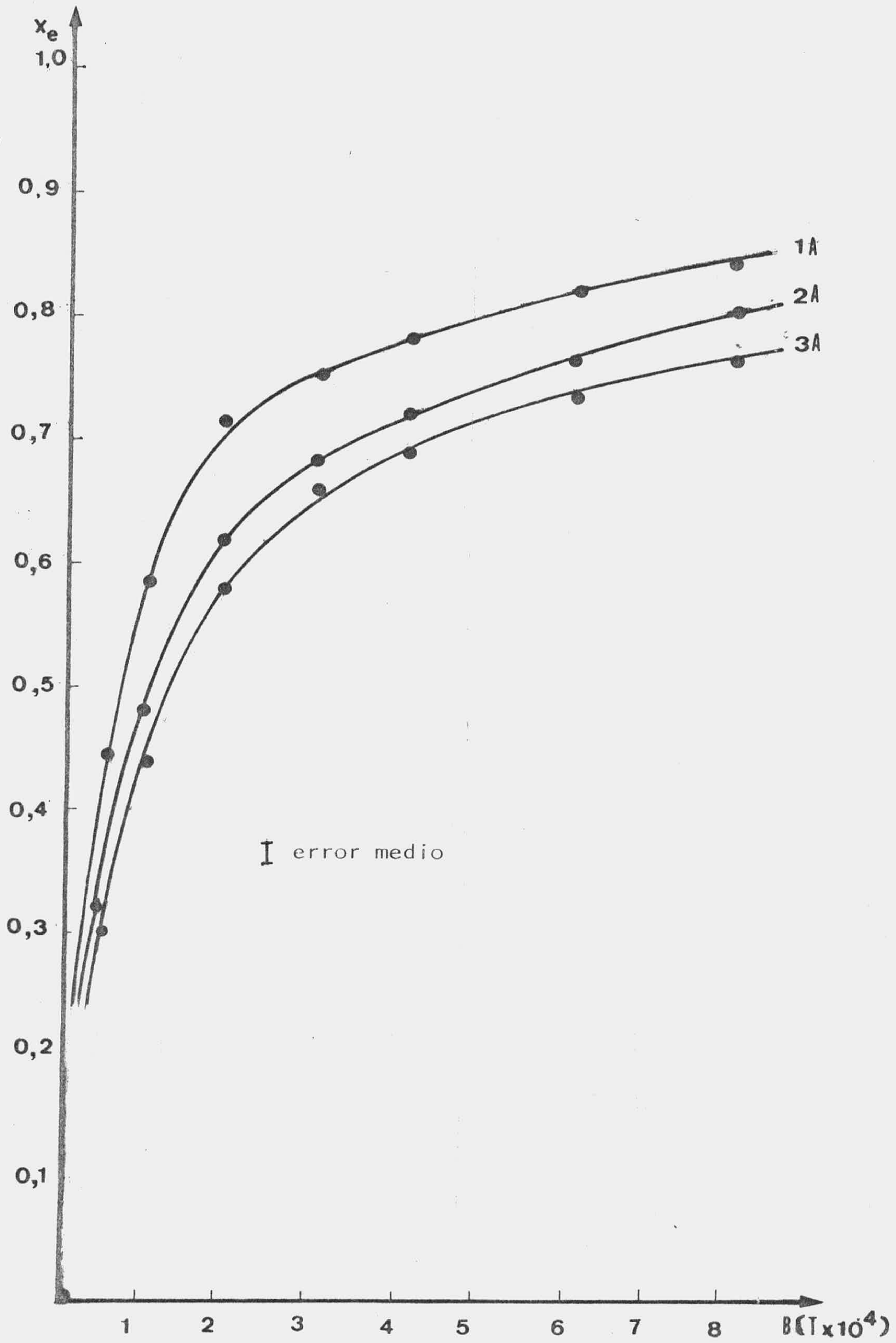


Figura 25. Desviación relativa del arco en función del campo magnético.

medidos, el estadístico t de Studenty el porcentaje de probabilidad umbral o riesgo, α , con el significado habitual de que los riesgos del 5% o menores son significativos, siendo la significación muy grande cuando α es menor del 1%. Finalmente se expresa el código que interpreta los resultados.

La experiencia se ha realizado con repetición (resultados doblados) porque si la compensación o análisis estadístico se realiza por parejas es mucho más eficaz, como así lo comprueban la extraordinaria significación de nuestros resultados.

El estadístico t se obtiene por la expresión:

$$t_i = \frac{\text{Dif. media}}{S_{\bar{d}}}$$

donde S_d es :

$$S_{\bar{d}} = \frac{2S_d^2}{n}$$

siendo S_d la desviación típica y n el número de experiencias planteadas. Una vez determinado el valor del estadístico t para el efecto de cada factor y para las diversas interacciones entre ellos, para determinar la probabilidad experimental bastará con acudir a las tablas de "t" para prueba bilateral. El número de grados de libertad viene dado por el número de experiencias planteadas $v=8$, ya que el error tipo se calcula con ocho resultados dobles. Si el riesgo es igual o inferior al 5%, los efectos o interacciones son significativos y el factor considerado influye en el fenómeno. Además, cuanto menor

Codigo	Resultados dobles		diferencia cuadratica	Suma resultados	Análisis de YATES			Dif. media	t	α	Efecto
					I	II	III				
(1)	0,40	0,40	0	0,80	1,53	3,00	9,23	1,52	-		Total
a	0,37	0,36	10^{-4}	0,73	1,47	6,23	0,05	0,01	2,3	< 0,05	A Presión
b	0,37	0,38	10^{-4}	0,75	3,24	-0,31	-0,31	-0,04	14	< 0,001	B Intensidad
ab	0,36	0,36	0	0,72	2,99	-0,01	-0,01	0,00	0,5	> 0,4	AB Pre.-Inten.(interacción)
c	0,78	0,79	10^{-4}	1,57	-0,07	3,23	3,23	0,40	145	<< 0,001	C Campo magnético
ac	0,84	0,83	10^{-4}	1,67	-0,03	0,25	0,25	0,03	11	< 0,001	AC Presión-Campo.(interacción)
bc	0,73	0,74	10^{-4}	1,47	0,10	-0,19	-0,19	-0,02	8,5	< 0,001	BC Inten.-Campo.(interacción)
abc	0,76	0,76	0	1,52	0,05	-0,09	-0,09	-0,01	4,0	< 0,005	ABC Pre.-Int.-Cam.(interacción)
Total	9,23		$5 \cdot 10^{-4}$	9,23	9,28	8,96	12,16				
Alternos				4,64	4,48	6,08					

Tabla nº 15. Análisis factorial de YATES.

Codigo:

A Presión

B Intensidad

C Campo magnético

sea el riesgo mayor será la influencia del factor o interacción en el fenómeno en estudio. En nuestro caso, los valores de los niveles son:

<u>Presión (A)</u>	<u>Intensidad (B)</u>	<u>Campo (C)</u>
570 mmHg	1A	$0,5 \cdot 10^{-4} \text{T}$
1140 mmHg	3A	$6 \cdot 10^{-4} \text{T}$

La interpretación de la columna α es la siguiente:

- a) El factor dominante en la desviación del arco es el campo magnético, ya que el valor del efecto medio es de 0,4. Como el valor del estadístico t para este factor es de 144, el efecto es muy significativo. ($\alpha \approx 0,0001$)
- b) El segundo factor en importancia es la intensidad, ya que la cuantía del efecto es de -0,04 unidades relativas de desviación por amperio y, además, el efecto es muy significativo, con un riesgo pequeño. ($\alpha \approx 0,001$)
- c) El efecto de la desviación sobre la presión es menor, del orden de 0,01 unidades por atmósfera, pero también es significativo. ($\alpha \approx 0,05$)
- d) La interacción presión-intensidad no es significativa. Su riesgo es del 40%, lo cual quiere decir que no influyen estos factores entre sí.
- e) La interacción presión-campo es significativa. Su riesgo es inferior al 1%, siendo la cuantía de su efecto medio de 0,03.
- f) La interacción intensidad-campo magnético es también significativa. Su riesgo es inferior al 5%, siendo la cuantía de su efecto medio de -0,02.

B) Velocidad media de desviación.

Una vez medido el desplazamiento del arco y el tiempo que tarda en desplazarse, puede obtenerse fácilmente la velocidad media de desviación. El número de medidas del espacio y del tiempo han sido de cinco ($n=5$). El error cometido en la velocidad se ha determinado a partir de la expresión de propagación cuadrática de errores, ya que nos situamos en el campo de los errores accidentales. En nuestro caso:

$$\sigma_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial e}\right)^2 \sigma_e^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2$$

En la practica, como el tamaño de la muestra es pequeño, $n=5$, utilizamos en lugar de la desviación típica de la población la desviación típica de la muestra:

$$S_v^2 = \frac{1}{t^2} S_e^2 + \left(\frac{e}{t^2}\right)^2 S_t^2$$

donde S_e y S_t son las desviaciones típicas correspondiente, respectivamente, a la medida del desplazamiento y del tiempo de desviación. La determinación de la velocidad media de desplazamiento realizado para cada uno de los valores de la intensidad utilizado, 1A, 2A y 3A, y para cada valor del campo magnético se representa gráficamente en la figura 26. A estos valores se le ha ajustado, por mínimos cuadrados, una función potencial de la forma:

$$y = ax^b$$

Los resultados obtenidos, junto con los coeficientes de bondad

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,999	0,999	0,991
S_{yx}	0,03	0,04	0,1
a	5,1	4,4	3,5
S_a	0,1	0,1	0,2
t_a	95	62	62
b	0,64	0,65	0,66
S_b	0,01	0,02	0,04
t_b	49	33	15

Tabla 16. Ajuste de la velocidad media de desviación del arco en función del campo magnético dado en Gauss ($t_{\alpha v} = 2,1$; $\alpha = 0,05$; $v = 5$)

de ajuste y el coeficiente de correlación se dan en la tabla 16, resultando, para las intensidades de 3A, 2A y 1A: las expresiones (4.2a, b, c):

$$V_D = 5,1 \cdot 10^{-2} B^{0,64} \text{ ms}^{-1}; V_D = 4,4 \cdot 10^{-2} B^{0,65} \text{ ms}^{-1}; V_D = 3,5 \cdot 10^{-2} B^{0,66}$$

donde el campo magnético está dado en Gauss.

Para una misma intensidad, la velocidad crece potencialmente con el campo magnético. Inicialmente, la variación de la velocidad con el campo es grande, pero ese incremento va disminuyendo a medida que se aumenta el campo magnético. Estos resultados tienen una fácil explicación. La velocidad de desplazamiento del arco es la suma de la velocidad, en el máximo de temperatura, del flujo de partículas, \vec{V}_M , y de la velocidad relativa del arco respecto a ese flujo, \vec{V}_{AM} , particularizada a ese máximo. Esta última velocidad crece con la desviación del arco, ya que entonces es mayor el $\text{grad}(v^2/S)$ en el eje, siendo su influencia cada vez mayor a medida que lo es la desviación

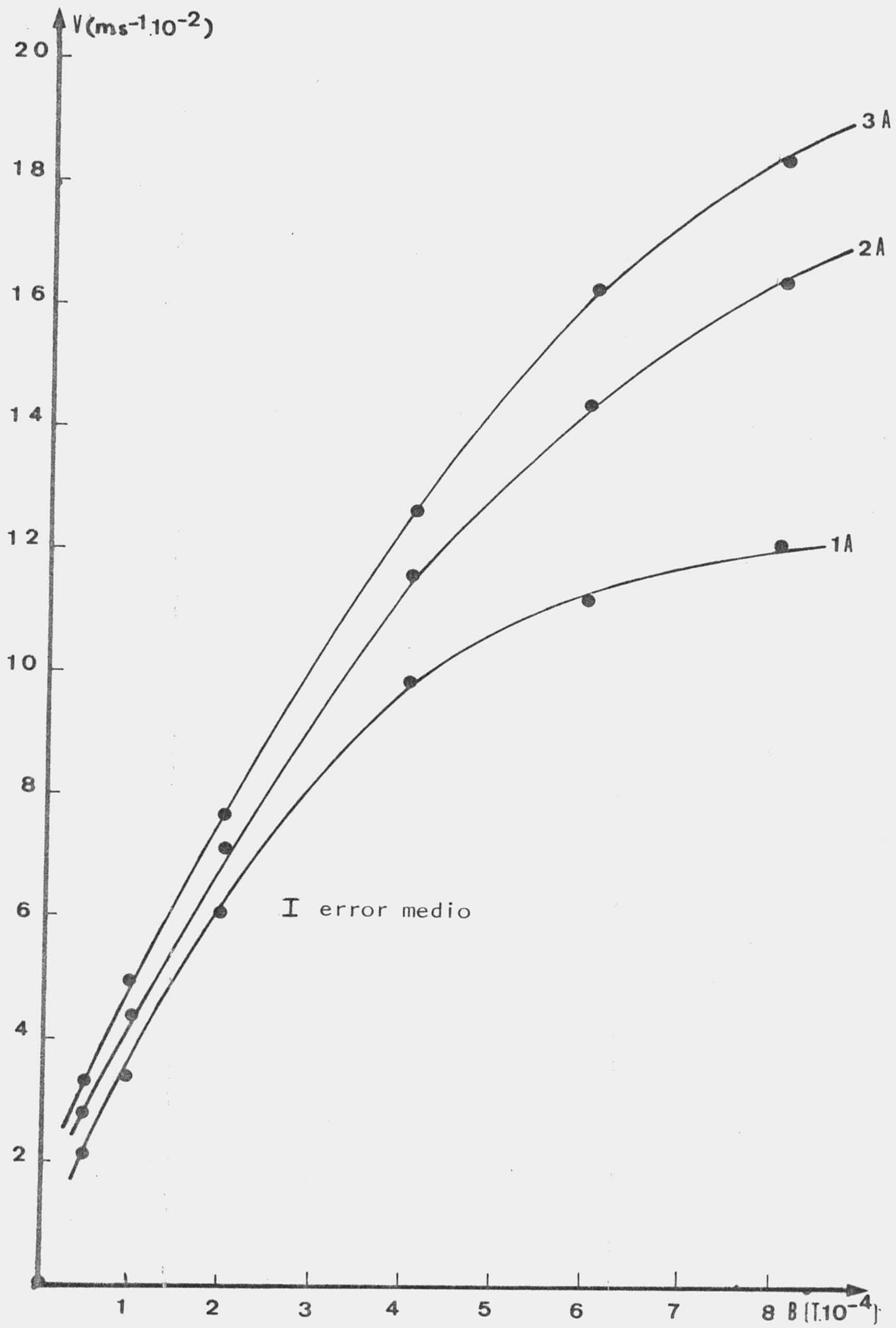


Figura 26. Velocidad media de desviación del arco en función del campo magnético, para la presión de 1 am.

del arco. Esto confirma lo establecido anteriormente de que la velocidad V_{AM} en el máximo, para una misma intensidad, crece más rápidamente con la desviación del arco que la velocidad V_M con el campo desviador. Para un mismo campo magnético, la velocidad media de desviación del arco crece con la intensidad (4.2). Para pequeños valores del campo magnético, la diferencia de velocidad para distintas intensidades es pequeña, pero esa diferencia aumenta con el campo magnético. El aumento de la intensidad supone, por una parte, un aumento de la densidad de corriente, y por otra parte un aumento de la temperatura en el eje. El crecimiento de la densidad de corriente implica un incremento de la fuerza de Lorentz y el aumento de la temperatura supone un aumento del empuje térmico que se opone al crecimiento de la velocidad del arco. El hecho de que la velocidad media de desviación crezca con la intensidad indica que el efecto del aumento de la intensidad, favorable al aumento de la velocidad, es superior al efecto de retardo que implica el aumento de la temperatura. Esta conclusión puede parecer aparentemente contradictoria con la establecida a partir de la desviación del arco, pero si se considera el proceso de desviación esa aparente contradicción desaparece. Inicialmente, al aplicar el campo magnético, la única fuerza que interviene es la de Lorentz, que origina el flujo de partículas cargadas, y la velocidad inicial será mayor cuanto mayor sea la densidad de corriente, y el empuje térmico comenzará a actuar cuando el arco comience a desviarse, frenando el arco y haciendo que éste se desvie menos cuanto mayor sea la intensidad; sin embargo, como la velocidad inicial de desviación depende sólo de la densidad de corriente, para un mismo campo magnético, cuanto mayor sea la intensidad de corriente, el arco tendrá una velocidad media mayor y se desplazará menos.

C) Velocidad media de retroceso del arco a su posición axial.

La velocidad media de retroceso se han calculado, midiendo el tiempo empleado por el arco en volver desde la posición desviada a la axial cuando se suprime el campo magnético. El número de medidas del tiempo ha sido de cinco. Los errores de la velocidad se han determinado siguiendo el mismo procedimiento del apartado anterior. Los resultados obtenidos se representan gráficamente en la figura 27. A estos resultados se le han ajustado, por mínimos cuadrados, una función de la forma:

$$y^2 = ax$$

Para ello, se ha linealizado transformandola en una recta:

$$z = ax + b; \quad z = y^2$$

Los resultados obtenidos junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste se dan en la tabla 17, resultando para las intensidades de 1A, 2A y 3A, respectivamente, las siguientes expresiones experimentales:

$$(I=1A) \quad V_R = (2,7x_e)^{1/2} \cdot 10^{-2} \text{ms}^{-1} \quad (4.3a)$$

$$(I=2A) \quad V_R = (7,2x_e)^{1/2} \cdot 10^{-2} \text{ms}^{-1} \quad (4.3b)$$

$$(I=3A) \quad V_R = (10,7x_e)^{1/2} \cdot 10^{-2} \text{ms}^{-1} \quad (4.3c)$$

donde x_e es la desviación relativa. Las posiciones desviadas, a partir de las cuales se han realizado las medidas, corresponden al arco desviado para los valores del campo magnético indicados en la tabla 7, más la excentricidad unidad, que corresponde al arco pegado a la pared de la cámara por un campo lo suficientemente intenso. En rigor, esa excentricidad no es exactamente la unidad, ya que la medida de la desviación se hace res

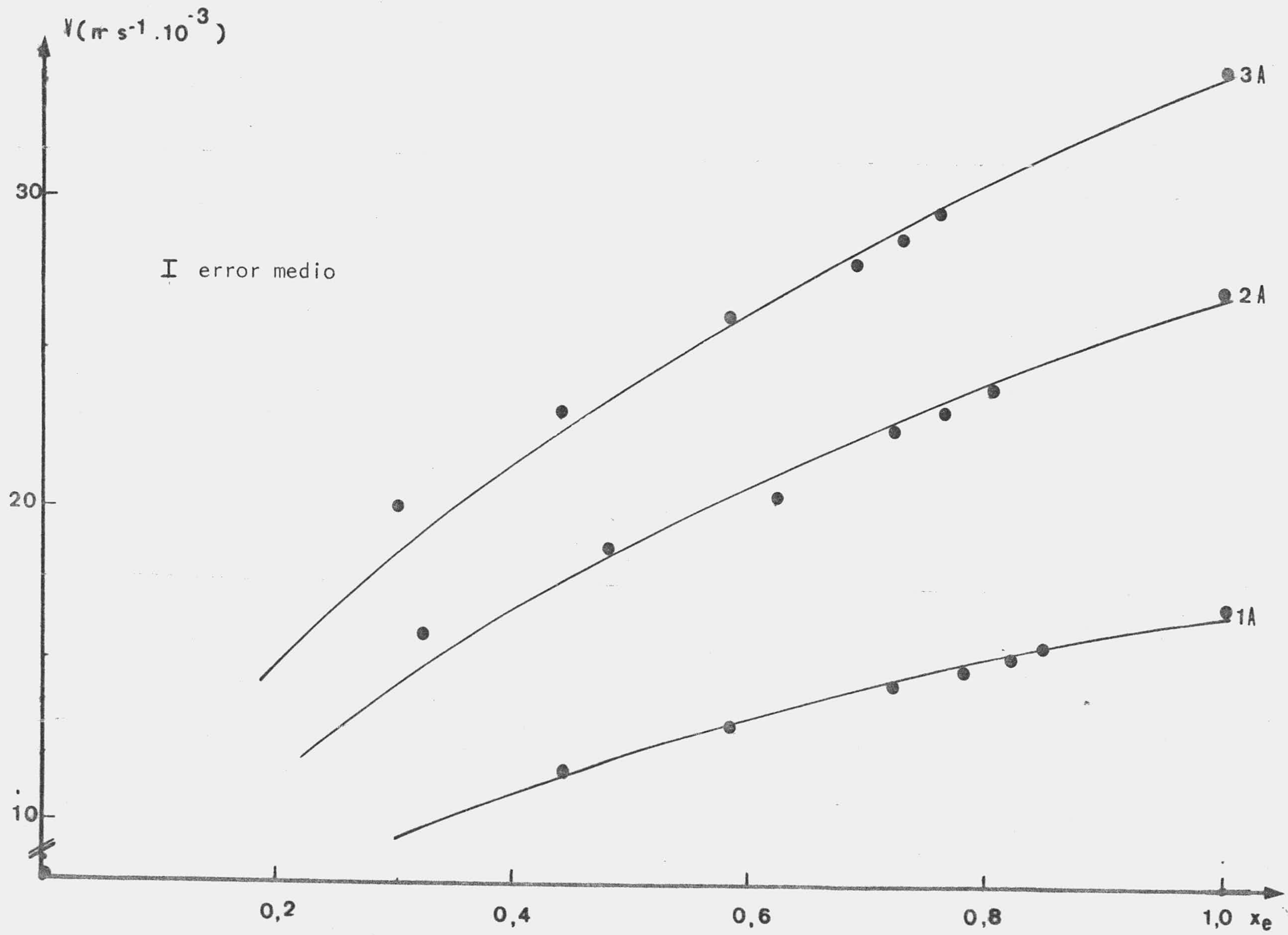


Figura 27. Velocidad media de retroceso del arco a la posición axial en función de la desviación.

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,995	0,999	0,997
S _{yx}	0,3	0,1	0,2
a	10,7	7,2	2,7
S _a	0,3	0,1	0,1
t _a	22	113	30
b	0,4	-0,005	0,1
S _b	0,3	0,004	0,1
t _b	1,4	0,124	1,3

Tabla 17. Ajuste de la velocidad media de retroceso del arco en función de la desviación relativa. ($t_{\alpha v} = 2,0; \alpha = 0,05; v = 6$)

pecto al centro de la columna del arco. Para una intensidad constante, la velocidad media de retroceso del arco crece con la desviación, según la expresión (4.3). Esto es debido a que a medida que aumenta la desviación, lo hace el $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$ que se opone a la desviación del arco, aumentando la velocidad inicial de retroceso y, por tanto, la velocidad media. Por otra parte, para una misma desviación la velocidad aumenta con la intensidad, ya que un aumento de ésta implica un crecimiento del $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$.

D) Velocidad media del flujo de partículas en el eje del arco durante la desviación.

La velocidad del arco se puede expresar como:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_M + \vec{V}_{AM}$$

y considerando valores medios \bar{V}_A será la velocidad media de desviación del arco y \bar{V}_M y \bar{V}_{AM} serán las velocidades medias del flujo de partículas y la relativa del arco respecto a ese flujo. Como en el proceso de retroceso del arco a su posición axial no existe flujo de partículas, la velocidad del arco coincide con \bar{V}_{AM} , además, como esta velocidad depende solamente del valor del $\text{grad}(\nabla^2 S)$ en el máximo de temperatura, si se supone que esta no se modifica sensiblemente por la acción del campo magnético, la velocidad \bar{V}_{AM} será la misma durante el proceso de retroceso y de desviación del arco; de esta manera la velocidad media del flujo de partículas en el eje del arco durante la desviación se puede calcular como suma de los valores medidos de la velocidad del arco en la desviación y la correspondiente en el retroceso. Los errores de esta velocidad vienen determinados, a partir de la propagación cuadrática de errores, por la expresión:

$$S_{\bar{V}_M}^2 = S_{\bar{V}_A}^2 + S_{\bar{V}_{AM}}^2$$

Los resultados obtenidos se representan gráficamente en la figura 28. A los valores obtenidos, se le ha ajustado, por mínimos cuadrados, una función potencial de la forma:

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,999	0,999	0,995
S _{yx}	0,02	0,03	0,08
a	7,5	6,3	4,8
S _a	0,1	0,1	0,2
t _a	150	135	40
b	0,52	0,54	0,54
S _b	0,01	0,01	0,03
t _b	50	52	17

Tabla 18. Ajuste de la velocidad media del flujo de partículas en el eje del arco en la desviación en función del campo ($t_{\alpha v} = 2,1; \alpha = 0,05; v = 5$)

$$y = ax^b$$

Los resultados obtenidos junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste se dan en la tabla 18, de donde resulta para las intensidades de 1A, 2A y 3A, respectivamente, las expresiones (4.4a, b, c):

$$V_M = 4,8 \cdot 10^{-2} B^{0,54} \text{ms}^{-1}; V_M = 6,3 \cdot 10^{-2} B^{0,54} \text{ms}^{-1}; V_M = 7,5 \cdot 10^{-2} B^{0,52} \text{ms}^{-1}$$

donde el campo magnético viene dado en Gauss.

Para una misma intensidad, la velocidad es creciente con el campo magnético. El aumento de la velocidad media del flujo de partículas con el campo es debido a una mayor fuerza de Lorentz. Al aumento de la velocidad del flujo de partículas se opone la viscosidad del plasma de la columna con el gas circundante, y el gradiente de presiones, que en igual sentido que la fuerza de Lorentz, se origina por acumulación de partículas en un extremo del diámetro, según el cual se desvía el arco, y por la correspondiente depresión en el

extremo opuesto, figura 2. Si se compara la velocidad para un mismo campo magnético y distinta intensidad, la velocidad es creciente con la intensidad. Esto supone que, dentro del margen de variación utilizado, la fuerza de Lorentz crece más rápidamente con la intensidad que el gradiente de presiones y la fuerza de rozamiento viscosos con ésta. Sobre esto se insistirá más adelante en el estudio de la velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado a una posición excéntrica de equilibrio.

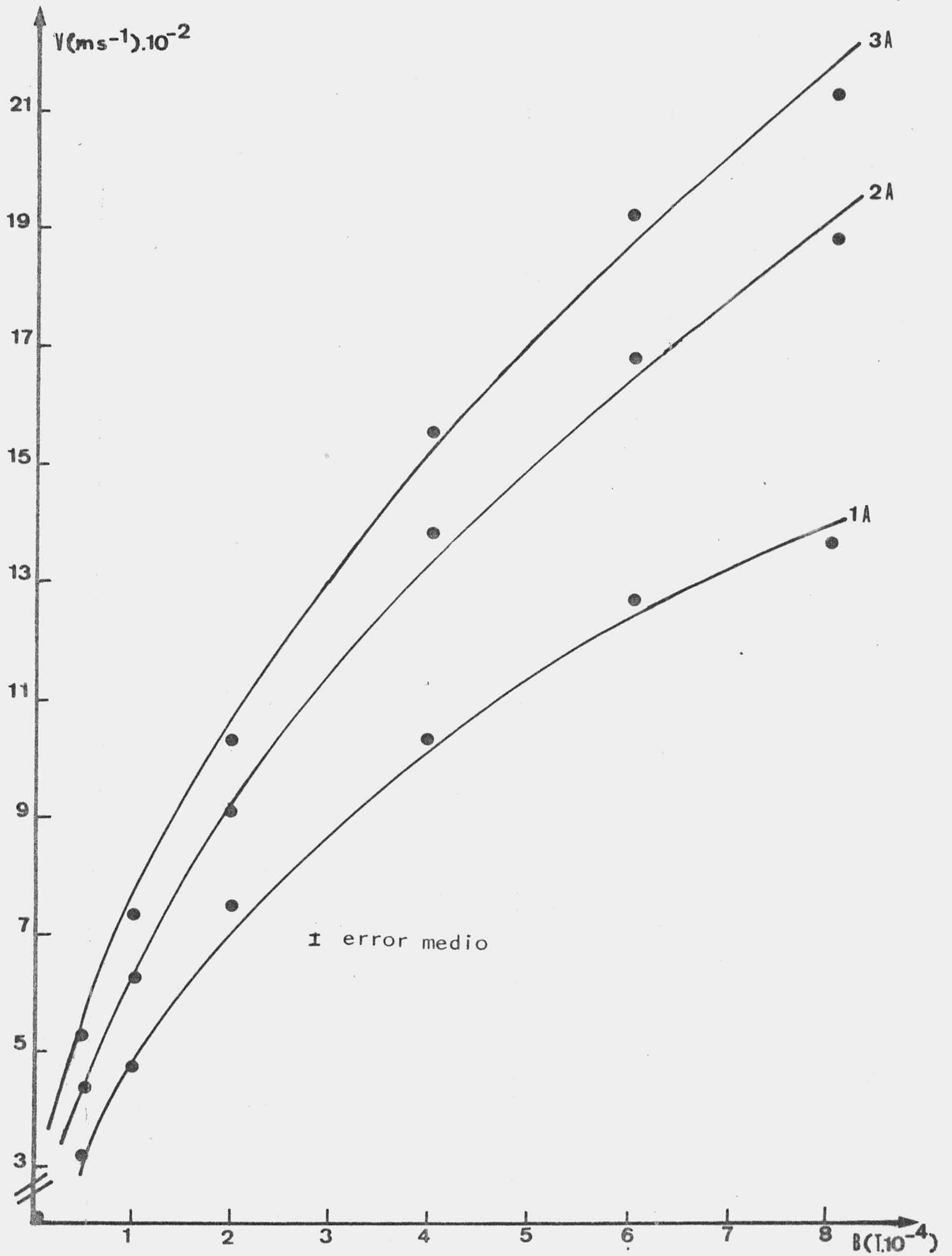


Figura 28. Velocidad media del flujo de partículas durante la desviación en función del campo magnético.

E) Proceso de retroceso del arco a su posición axial.

En las figuras 29, 30 y 31 se representa la posición del arco en el proceso de retroceso en función del tiempo, para las intensidades de 1A, 2A y 3A respectivamente. Estas gráficas se han construido restando al tiempo medido para el retroceso del arco, desde la posición desviada de excentricidad la unidad hasta el centro de la cámara, los tiempos correspondientes medidos para el retroceso del arco desde las posiciones desviadas al centro del tubo. De esta manera, se obtienen, para cada valor de la intensidad, expresiones que representan la posición del arco en función del tiempo durante el retroceso del arco a su posición axial. La posición del arco se puede representar mediante la expresión:

$$x_A(t) = R x_{e0} e^{-t/\tau_r} \quad (4.5)$$

donde R es el radio de la cámara, x_{e0} la excentricidad inicial y τ_r un tiempo característico dependiente de la intensidad de la corriente y cuyo valor se puede determinar mediante un ajuste exponencial de los datos experimentales. Los resultados de este ajuste, junto con coeficientes de correlación y de bondad de ajuste, además del estadístico t y de los intervalos de confianza con un riesgo umbral del 5%, se dan en la tabla n°21. Los valores obtenidos de τ_r difieren entre si significativamente, ya que el valor de la "t" de comparación es mayor que $t_{\alpha v}$ con un riesgo umbral del 5%. y 5 grados de libertad.

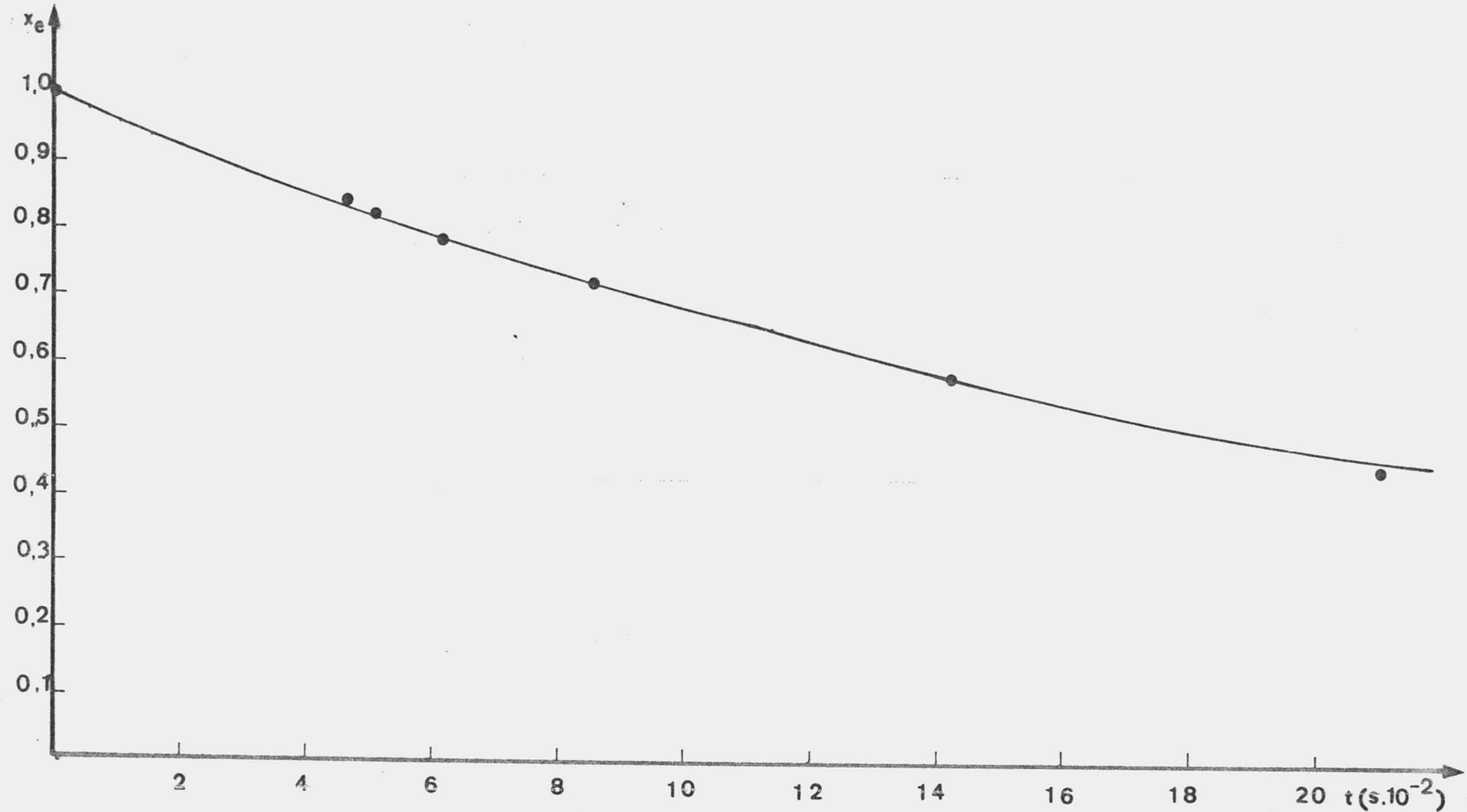


Figura 29. Posición del arco en función del tiempo en el retroceso a la posición axial para la intensidad de 1A

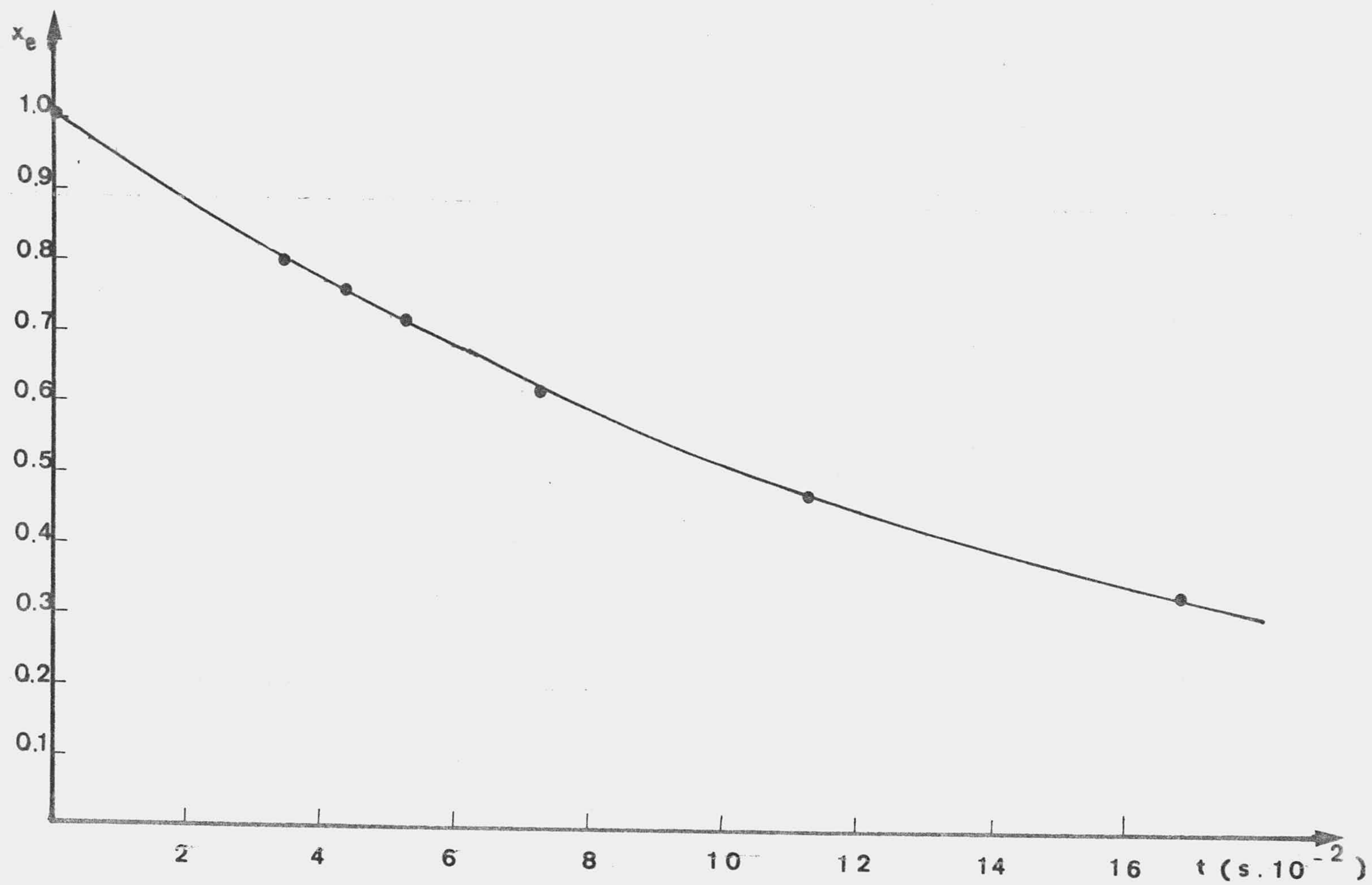


Figura 30. Posición del arco en función del tiempo en el retroceso a la posición axial para la intensidad de 2A

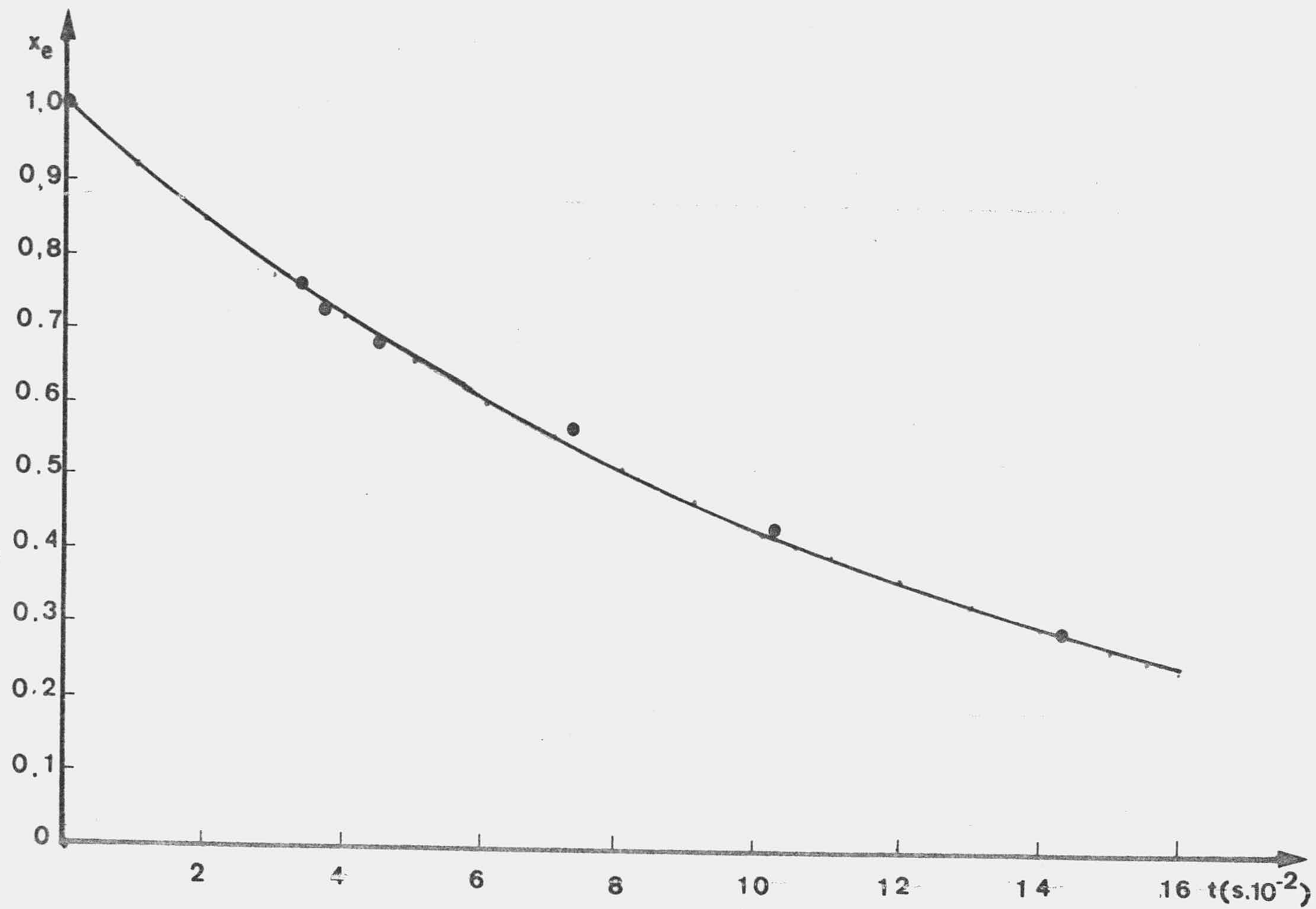


Figura 31. Posición del arco en función del tiempo en el retroceso a la posición axial para la intensidad de 3A

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,998	0,997	0,999
S _{yx}	0,003	0,005	0,002
t _{τ_r}	35	30	110
τ _r (s)	-0,120	-0,150	-0,258
S _t t _{αv}	0,006	0,009	0,004

Tabla 19. Ajuste exponencial de la posición del arco en función del tiempo durante el proceso de vuelta a la posición axial. ($\alpha=0,05$; $\nu=5$, $t_{\alpha\nu}=2.0$)

Se puede determinar de que parámetros del plasma depende el tiempo característico. Para ello, partiremos de la ecuación E.H., suponiendo que la velocidad V_M es muy pequeña. En este caso, para un arco desviado y aplicando el modelo proporcional, la ecuación E.H., en coordenadas cilíndricas reducidas, toma la forma:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \phi^2} + K^2 S = \gamma \frac{\partial S}{\partial t} \quad (4.6)$$

donde

$$K^2 = AE^2 R^2 \quad (4.7); \quad \gamma = \frac{R^2 \rho c_p}{\chi} \quad (4.8)$$

Para pequeñas desviaciones el campo eléctrico varía muy poco y K^2 se puede considerar como constante, ($K^2 = K_0^2$). Utilizando el método de separación de variables, resulta:

$$S(x, \phi, t) = R(X)\Phi(\phi)D(t) \quad (4.9)$$

obteniéndose:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{1}{Rx} \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} + {}_1K_0^2 = \frac{\gamma}{D} \frac{\partial D}{\partial t} \quad (4.10)$$

Mediante las constantes de separación $-p^2$ y q^2 resulta:

$$\frac{x^2}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{x}{R} \frac{\partial R}{\partial x} + ({}_1K_0^2 + p^2)x^2 - q^2 = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} + q^2 = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\gamma}{D} \frac{\partial D}{\partial t} + p^2 = 0 \quad (4.13)$$

cuyas soluciones son, respectivamente:

$$R(x) = C_R J_q(\sqrt{{}_1K_0^2 + p^2} x) \quad (4.14)$$

$$\phi(\phi) = C_\phi \cos(q\phi) + C'_\phi \sin(q\phi) \quad (4.15)$$

$$D(t) = C_D \exp\left(-\frac{p^2}{\gamma} t\right) \quad (4.16)$$

Como la distribución de S debe ser simétrica:

$$S(x, \phi, t) = S(x, -\phi, t) \quad (4.17)$$

debera ser:

$$C'_\phi = 0 \quad (4.18)$$

La condición de contorno supone la anulación de S en la pared de la cámara:

$$S(1, \phi, t) = 0 : R(1) = 0 \quad (4.19)$$

de donde resulta:

$$J_q(\sqrt{{}_1K_0^2 - p^2}) = J_q({}_nK_q) \quad (4.20)$$

donde ${}_nK_q$ es el cero n-ésimo de la función de Bessel J_q .
Limitandonos al primer cero:

$$p^2 = {}_1K_q^2 - {}_1K_0^2 \quad (4.21)$$

siendo, por tanto, la solución de la ecuación (4.6) y de la condición de contorno (4.19), la serie de Bessel-Fourier:

$$S(x, \phi, t) = \sum_{q=0}^{\infty} a_q J_q({}_1K_q x) \cos(q\phi) \exp\left\{-\frac{1}{\gamma} ({}_1K_q^2 - {}_1K_0^2)t\right\} \quad (2.22)$$

siendo a_q coeficientes de la serie. Según esta expresión, cuando el arco vuelve a su posición axial, la solución (4.22) se reduce a la expresión de S para un arco sin desviar según el modelo proporcional:

$$S(x) = a_0 J_0({}_1K_0 x) \quad (4.23)$$

de modo que se sigue cumpliendo la condición de contorno dada por (4.19); esto explica la notación utilizada para la constante ${}_1K_0$, ya que mantiene la concordancia con la distribución de S para un arco sin desviar según el modelo proporcional, tal como se indica en la expresión (3.41).

La asimetría en la distribución de S viene dada por los términos de $q \geq 1$ de la expresión (4.22); esta asime-

tria en la distribución de S disminuye con una constante del tiempo, que es practicamente la del segundo termino de la expresión (4.22):

$$\tau = \frac{R^2}{K_1^2 - K_0^2} \frac{\rho c_p}{\chi} \quad (4.24)$$

Si se considera sólo los dos primeros terminos de la expresión (4.22) resulta:

$$S(x, \phi, t) = a_0 J_0(K_0 x) + a_1 J_1(K_1 x) \cos \phi e^{-t/\tau} \quad (4.25)$$

La posición del máximo de la distribución del potencial de flujo de calor se puede obtener particularizando la expresión anterior para el valor de $x=x_e$, donde x_e es la excentricidad:

$$S_m = S(x_e, \phi, t) = a_0 J_0(K_0 x_e) + a_1 J_1(K_1 x_e) \cos \phi e^{-t/\tau} \quad (4.26)$$

Según esta expresión, la asimetría de la distribución de S, representada por el segundo termino de la expresión (4.26), disminuye exponencialmente con una constante del tiempo, τ , que es inversamente proporcional a la conductividad térmica del plasma y directamente proporcional a su densidad, al calor específico a presión constante, y

al cuadrado del radio de la cámara de descarga.

La velocidad del arco en función del tiempo se puede calcular a partir de (4.5) por derivación, resultando:

$$V_{AM}(t) = - \frac{R_{x_{eo}}}{\tau_r} e^{-t/\tau_r} \quad (4.27)$$

donde el signo ~~menos~~ indica que el desplazamiento del arco es hacia el origen. Si se calcula esa velocidad para diversos valores del tiempo, tomando como origen de tiempos el instante en que se suprime el campo magnético desviador, se obtiene la variación de la velocidad de retroceso en función del tiempo. En la figura 32 se da la gráfica correspondiente a la intensidad de 3A. La velocidad inicial del arco será:

$$V_{AM0} = - \frac{R_{x_{eo}}}{\tau_r} \quad (4.28)$$

y, por tanto, la velocidad inicial de retroceso del arco es, para cada intensidad, una función lineal de la intensidad del arco. Realmente V_{AM0} , dada por (4.28), no es la velocidad inicial en un sentido estricto, ya que la velocidad de retroceso del arco cuando se suprime el campo magnético, deberá aumentar muy rápidamente con el tiempo, hasta alcanzar un valor máximo, que sería V_{AM0} , y luego disminuir hasta alcanzar el valor cero, correspondiente al arco sin desviar. Ahora bien, en el caso del arco, ese tiempo de respuesta es tan pequeño que no se puede apreciar, y la velocidad V_{AM0} se puede caonsiderar como la ini

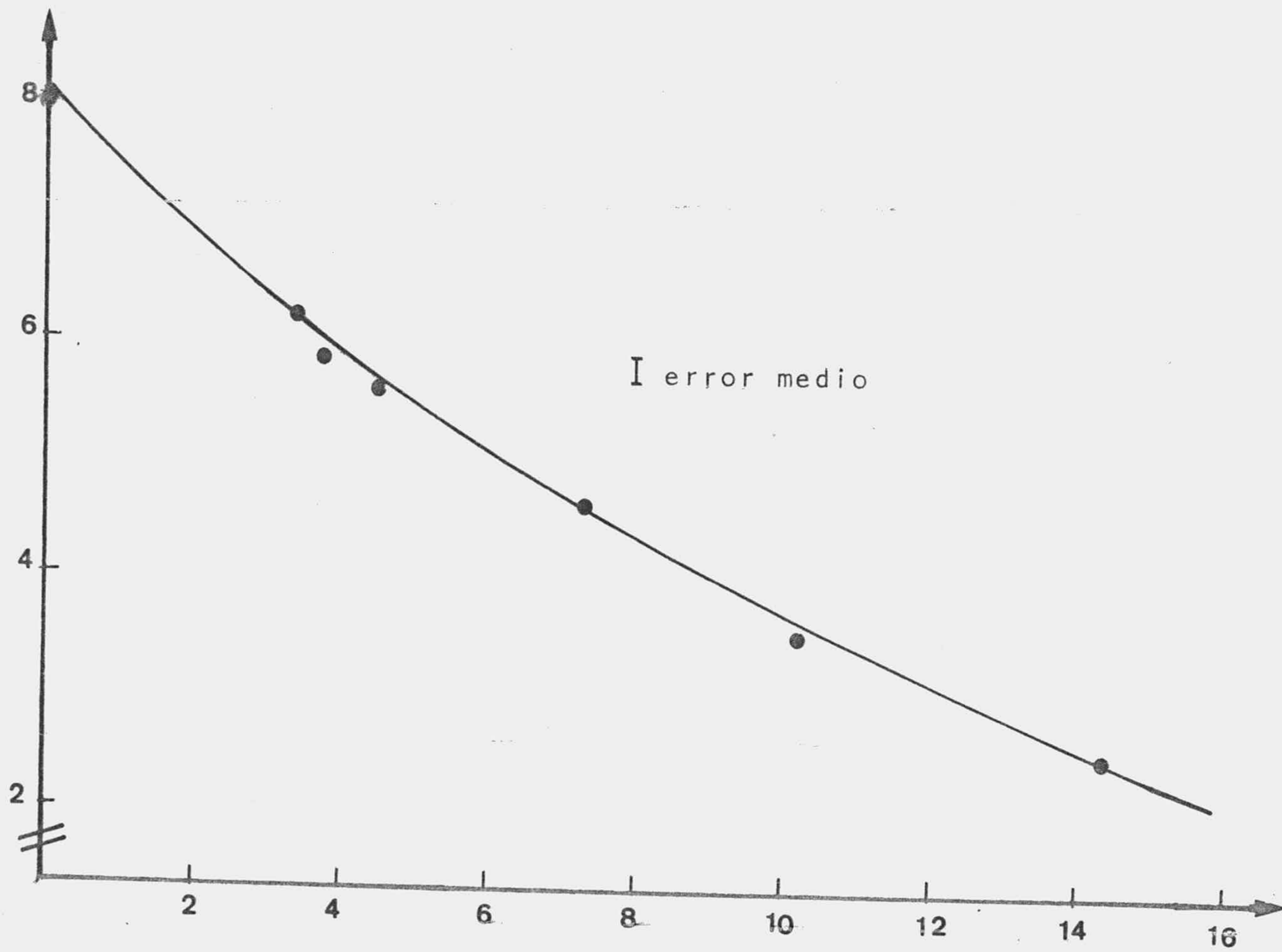


Figura 32. Velocidad del arco en función del tiempo en el retroceso a la posición axial para la intensidad de 3A.

cial . Por otra parte, la velocidad V_{AMO} se puede calcular a apartir de la expresión (1.3). Como ya se ha visto, la causa de que el arco vuelva a su posición axial, cuando se suprime el campo magnético, es la existencia de un $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$ en el eje del arco; según esto, la expresión (1.3) expresada en función del potencial de SCHMITZ será:

$$\vec{V}_{AM} \cdot \{ \vec{\nabla}(\nabla^2 S) \}_m = - \frac{\chi_m}{\rho_m c_p m} (\nabla^2 S)_m \quad (4.29)$$

Sí se considera el arco desviado según el eje X, la velocidad inicial de retroceso será:

$$V_{AMO} = - \frac{\chi_m}{\rho_m c_p m} \frac{(\frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 S)_m}{(\partial^2 S / \partial x^2)_m} \quad (4.30)$$

donde el subíndice "m" indica que los valores correspondientes están particularizados al máximo de temperaturas. Según (4.30), la velocidad V_{AMO} depende del valor del máximo de temperaturas, y de los valores del $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$ y de $\partial^2 S / \partial x^2$ también en el máximo de temperatura. El $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$ no es sino el gradiente del primer miembro de la ecuación E.H., mientras que $\partial^2 S / \partial x^2$ es la laplaciana en una dimensión del potencial S.

La ecuación E.H. para un arco sin desviar, como ya se ha visto, es:

$$\nabla^2 S = - E^2 \sigma(S) \quad (4.31)$$

y para un arco desviado en el punto $(x_d, 0)$ se puede expresar como:

$$\nabla^2 S = - E^2 \sigma(S) F(x_d; x, y) \quad (4.32)$$

Es decir, el valor de $\nabla^2 S$ será igual al del arco sin desviar, multiplicado por una función de la desviación del arco y de las coordenadas del punto considerado, siendo, ahora, el origen de coordenadas x_d ; la coordenada de desviación x_d está relacionada con la excentricidad o desviación relativa mediante la expresión:

$$x_d = R x_e \quad (4.33)$$

Implicitamente, se supone que el valor del potencial S en el eje y , por tanto, la temperatura máxima no varían al desviarse el arco, (32). La función $F(x_d; x, y)$ deberá, por tanto, cumplir simultáneamente con :

$$F(x_d; x, y)_{x=y=0} = 1; \quad F(x_d; x, y)_{x_d=0} = 1; \quad (4.34)$$

y se podrá expresar como:

$$F(x_d; x, y) = A F_1(x_d; x, y) + 1 \quad (4.35)$$

donde A es una constante y $F_1(x_d; x, y)$ deberá cumplir con:

$$F_1(x_d; x, y)_{x=y=0} = 0; \quad F_1(x_d; x, y)_{x_d=0} = 0; \quad (4.36)$$

y, por tanto, la ecuación (4.32) quedará como:

$$\nabla^2 S = - E^2 \sigma(S) \{ A F_1(x_d; x, y) + 1 \} \quad (4.37)$$

Si se particulariza la ecuación (4.37) al eje del arco desviado se obtiene:

$$(\nabla^2 S)_m = -E^2 \sigma(S_m) \quad (4.38)$$

y en coordenadas cartesianas:

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right)_m + \left(\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)_m = -E^2 \sigma(S_m) \quad (4.39)$$

de donde se obtiene:

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right)_m = -\frac{E^2 \sigma(S_m)}{2} \quad (4.40)$$

Por otra parte, aplicando $\vec{\nabla}$ a la expresión (4.37) resulta:

$$\vec{\nabla}^2 S = -E^2 \sigma(S) \vec{A}\vec{\nabla}F_1(x_d; x, y) \quad (4.41)$$

El valor del $\text{grad}(\nabla^2 S)$, particularizado para el máximo de temperatura, será una función de la desviación del arco:

$$\{ \vec{A}\vec{\nabla}F_1(x_d; x, y) \}_{x=y=0} = f(x_d) \quad (4.42)$$

Ahora bien, según los resultados experimentales, expresados por (4.28), sabemos que la velocidad inicial de retroceso del arco es una función lineal de la desviación y, por tanto, será:

$$\{ \vec{A}\vec{\nabla}F_1(x_d; x, y) \}_{x=y=0} = D x_d \quad (4.43)$$

donde D es un parámetro a determinar, sustituyendo la expresión (4.43) en (4.41) resulta:

$$\vec{(\nabla^2 S)}_m = - E^2 \sigma(S_m) D x_d \quad (4.44)$$

y sustituyendo (4.40) y (4.44) en (4.30) resulta:

$$V_{AMo} = -2 \frac{\chi_m}{\rho_m c_{pm}} D x_d \quad (4.45)$$

La constante D se puede determinar a partir de las expresiones (4.45) y (4.28), resultando:

$$D = \frac{1}{2\tau_r} \frac{\rho_m c_{pm}}{\chi_m} \quad (4.46)$$

con lo cual el valor del $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)$ se puede determinar, una vez calculado D, a partir de la expresión (4.44). La constante D depende, aparte del tiempo característico, del valor de los parámetros ρ , c_p y χ en el máximo de temperatura, y para determinar el valor de estos parámetros del plasma para cada intensidad, es necesario calcular el valor de la temperatura en el eje del arco. Esta se puede calcular, aproximadamente, a partir de los valores calculados de σ en el eje del arco sin desviar para diversas intensidades, y de los valores de σ en función de la temperatura (44); los valores de σ en el eje del arco se calcularán, mediante el modelo canal, a partir de los valores de la característica $E(I)$ en la columna del arco, apartado 3.2. Las temperaturas estimadas y los valores de D y $\vec{\nabla}(\nabla^2 S)$ así como sus respectivos errores

I(A)	3,00	2,00	1,00
$D(m^{-2} \cdot 10^{-4})$	0,210±0,016	0,180±0,012	0,115±0,017
$\vec{\nabla}^2 S(W \cdot m^{-4} \cdot 10^{10})$	$(6,4 \pm 0,7)x_d$	$(4,8 \pm 0,6)x_d$	$(2,3 \pm 0,3)x_d$
T(K)	5.800	5.400	5.100

Tabla 20. Valores calculados de D, $\vec{\nabla}^2 S$ en eje del arco desviado siendo $x_d = x_e \cdot R$, y de la temperatura máxima.

se dan en la tabla n°20. La escasa diferencia entre los valores del parámetro D y del $\vec{\nabla}^2 S_m$ para las intensidades de 2A y 3A es atribuible, aparte de los errores cometidos, al lento crecimiento de los parámetros c_p, ρ y χ con la temperatura. Por otra parte, el hecho de que la diferencia entre los valores del $\vec{\nabla}^2 S_m$ sea tan pequeña, corrobora el resultado experimental de la poca diferencia en las desviaciones del arco, para esas intensidades, al ser sometido al mismo campo magnético y, aunque en las desviaciones la diferencia es mayor, la propagación de errores al determinar el $\vec{\nabla}^2 S_m$ hace que esa diferencia se atenue.

Los valores de la velocidad inicial calculados a partir de la expresión (4.28) se representan gráficamente en la figura 33. Para una misma desviación, la velocidad inicial es creciente con la intensidad, por ser el valor del $\vec{\nabla}^2 S$ en el eje creciente con la intensidad de la corriente que circula por el arco.

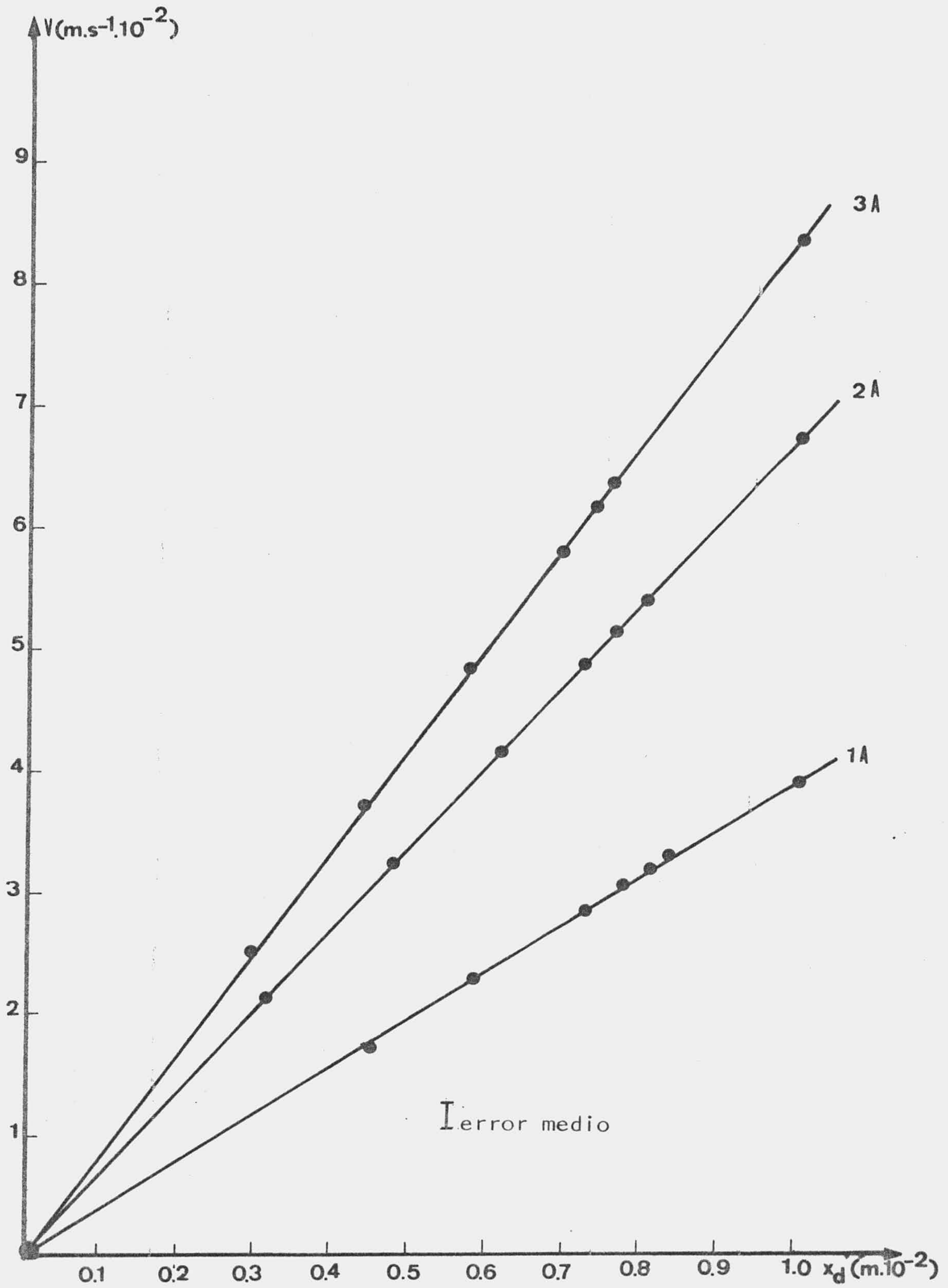


Figura 33. Velocidad inicial de retroceso del arco en función de la desviación

F) Velocidad del flujo de partículas cargadas en el eje del arco desviado.

La determinación de la velocidad inicial del arco en el proceso de retroceso permite, además, calcular la velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado por un campo magnético. La velocidad del arco, como ya se ha visto, se puede expresar como:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{AM} + \vec{V}_M$$

Cuando el arco se encuentra en reposo en una posición desviada V_A es nula y, por tanto, la velocidad del flujo de partículas será igual y de signo contrario a la velocidad V_{AM} en esa posición, es decir, la velocidad V_M será en módulo igual a la velocidad inicial de retroceso del arco en esa posición. La velocidad V_{AM0} sabemos que viene dada por la expresión (4.28) y, por tanto, podremos establecer, que en módulo, la velocidad V_M en el eje del arco desviado debe cumplir con:

$$V_{M0} = \frac{Rx_e}{\tau_r} \quad (4.47)$$

y expresando x_e en función del campo magnético, página 103, resulta para la velocidad V_{M0}

$$V_{M0} = \frac{R}{\tau_r (1 + a/B)^{1/2}} \quad (4.48)$$

tomando τ_r y a los valores correspondientes a los valores

de las intensidades de 1A, 2A y 3A, tablas 14 y 19. Con objeto de comprobar que estas expresiones se cumplen, se ha ajustado, por mínimos cuadrados, a los valores de V_{Mo} una función de la forma de (4.48); en la tabla nº21 se indican los resultados obtenidos junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste. En la figura 34, se representa gráficamente los valores de V_{Mo} en función del campo magnético desviador para las intensidades de 1A, 2A y 3A.

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,994	0,991	0,997
S_{yx}	0,006	0,01	0,005
a	0,072	0,097	0,132
S_a	0,004	0,014	0,005
t_a	19	15	28
b	0,012	0,017	0,073
S_b	0,004	0,006	0,005
t_b	3,15	2,6	16

Tabla 21. Ajusta de la velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado ($t_{\alpha} = 2,1$; $\alpha = 0,05$; $\beta = 5$)

Resultando para las velocidades las expresiones siguientes:

$$I = 1A \quad V_{Mo} = \frac{10^{-4}}{0,258(1 + 2,0/B)^{1/2}} \text{ ms}^{-1} \quad (4.49a)$$

$$I = 2A \quad V_{Mo} = \frac{10^{-4}}{0,150(1 + 4,3/B)^{1/2}} \text{ ms}^{-1} \quad (4.49b)$$

$$I = 3A \quad V_{Mo} = \frac{10^{-4}}{0,120(1 + 5,0/B)^{1/2}} \text{ ms}^{-1} \quad (4.49c)$$

donde el campo magnético está dado en Gauss. A partir de las expresiones anteriores se puede determinar el valor límite de

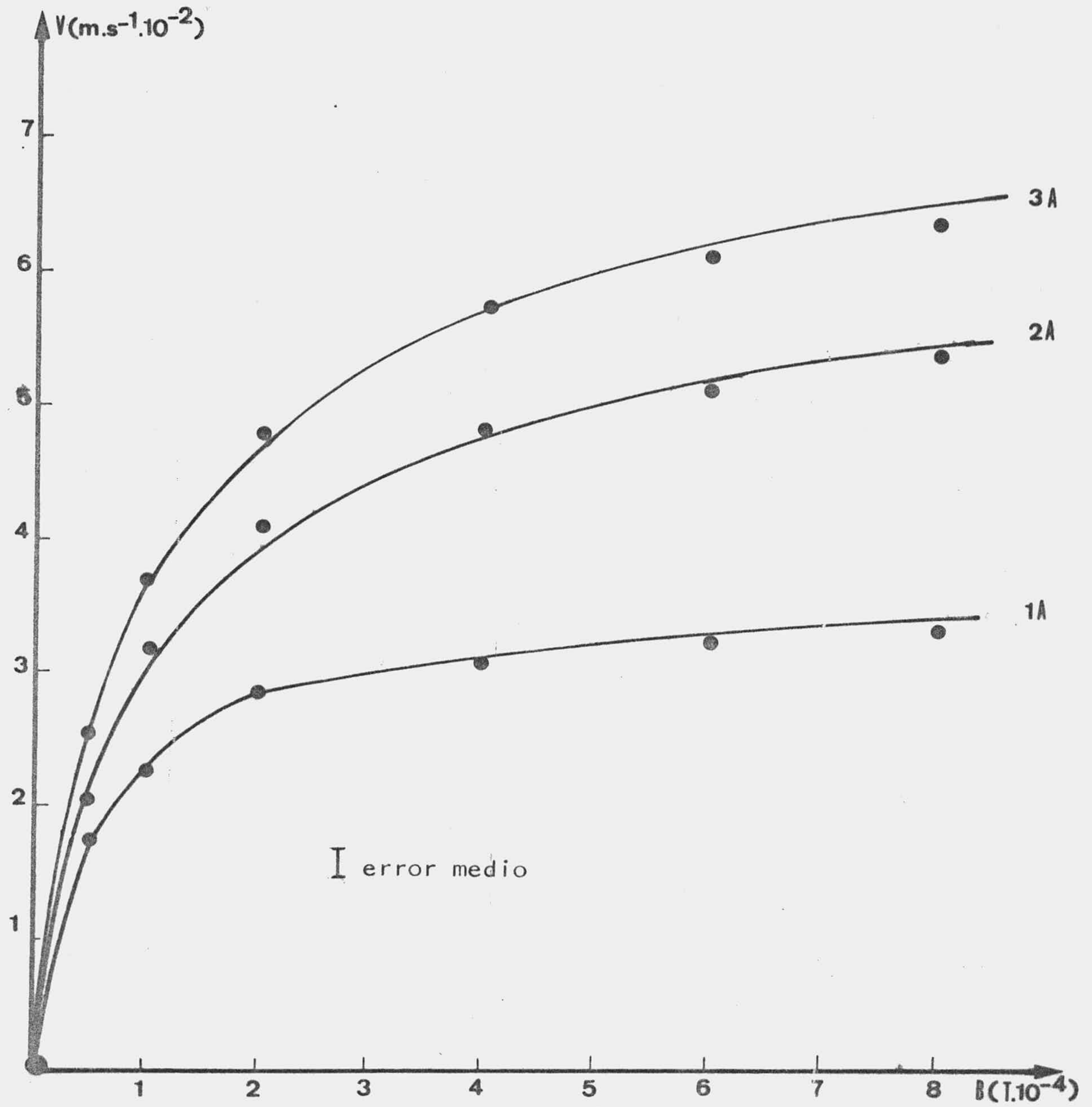


Figura 34. Velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado en función del campo magnético.

la velocidad V_{M0} cuando el campo magnético tiende a infinito; obteniéndose, para las intensidades de 1A, 2A y 3A respectivamente, los siguientes resultados:

$$(I = 1A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} V_{M0} = (390 \pm 40) \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

$$(I = 2A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} V_{M0} = (670 \pm 50) \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

$$(I = 3A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} V_{M0} = (830 \pm 60) \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

Para una intensidad constante, la velocidad aumenta con el campo magnético, tendiendo a un límite; esta tendencia al límite es más acentuada cuanto menor es la intensidad. Para un mismo campo magnético, la velocidad es creciente con la intensidad, aumentando esa diferencia con el campo magnético. Para determinar la causa de estos resultados, hay que acudir a la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento (1.4) y más concretamente a los resultados obtenidos por SAUTER (32), en el estudio de esta ecuación, aplicada al caso de un arco desviado a una posición excentrica de equilibrio por un campo magnético transversal. En el trabajo citado, SAUTER demuestra, para el caso de un arco en reposo en una posición desviada por un campo magnético, que sobre la línea de simetría de la sección recta de la cámara, es decir, el diámetro sobre el cual se desvía el arco, los dos términos fundamentales de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento son la fuerza de Lorentz y la fuerza debida a las presiones y que está dirigida en sentido contrario que la fuerza de Lorentz. Además, la importancia de estos dos términos frente a los otros, fuerza de rozamiento viscoso y fuerza de inercia, crece con la

intensidad y con el campo magnético. La fuerza debida a las presiones, que se opone a la de Lorentz, tiene su origen en los puntos de remanso que se forman en los extremos de la línea de simetría, figura 2, (pagina 11). En el extremo A, sobre el que incide el flujo de partículas forzado por la fuerza de Lorentz, se produce una sobrepresión debida a la acumulación de partículas, mientras que en el extremo B se produce una depresión, ya que las partículas son arrastradas hacia la columna. Según esto, para una intensidad constante, el aumento del campo magnético supone un aumento de la fuerza de Lorentz, favorable al aumento de la velocidad del flujo de partículas, pero también supone un aumento de la fuerza de la presión que se opone al aumento de la velocidad del flujo. La tendencia al límite en el crecimiento de la velocidad al aumentar el campo, supone que la fuerza de la presión crece más rápidamente con el campo magnético que la fuerza de Lorentz. Por otra parte, el hecho de que la velocidad, para un mismo campo magnético, sea mayor cuanto mayor sea la intensidad, implica que el crecimiento de la fuerza de Lorentz con la intensidad, dentro del margen de variación utilizado, es mayor que el crecimiento de la fuerza debida a la presión; además, esto explica que, para una intensidad constante y un campo magnético creciente, la tendencia al límite en el crecimiento de la velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado sea más acentuado cuanto menor sea la intensidad de la corriente que circula por el arco.

4.5 Estudio dinámico del movimiento del arco como un movimiento oscilatorio.-

Si un arco eléctrico se somete a la acción de un campo magnético transversal, de amplitud variable sinusoidalmente en el tiempo, el arco realiza un movimiento oscilatorio, pero a partir de una cierta frecuencia el arco deja de oscilar. Este hecho pone de manifiesto la existencia de un amortiguamiento de las oscilaciones del arco. En realidad, el primer objeto de este trabajo fue el estudio de este fenómeno; sin embargo, las dificultades experimentales que presentó, debido a la necesidad de utilizar técnicas cinematográficas, con el consiguiente coste y dificultad, hizo que se abandonase esa primera finalidad, y que se orientase el trabajo sobre el estudio de la desviación del arco al ser sometido a un campo magnético transversal e invariable en el tiempo, así como el estudio del retroceso del arco a su posición axial cuando se suprime el campo desviador. Sin embargo, una vez concluido este estudio, se observó que la expresión (4.51) y las gráficas 29, 30 y 31, que representan la posición del arco en función del tiempo en el proceso de vuelta a la posición axial, correspondían a la elongación de un movimiento oscilatorio con amortiguamiento crítico. Este hecho hizo que nos replanteásemos la finalidad inicial de este trabajo y se pensó en estudiar el fenómeno de las oscilaciones del arco, al ser sometido a un campo magnético variable en el tiempo, como un estudio dinámico de un movimiento oscilatorio; para ello, es necesario estudiar previamente, bajo este punto de vista, el retroceso y la desviación del arco por un campo invariable con objeto de calcular los parámetros del movimiento oscilatorio. Los resultados obtenidos por

este método se dan a continuación.

a) Retroceso del arco a la posición axial.

La ecuación de movimiento de un sistema que realice oscilaciones libres amortiguadas, sabemos que es:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + W_0^2 x = 0 \quad (4.50)$$

donde γ y W_0 , coeficiente de amortiguamiento y frecuencia natural, respectivamente, están definidas por:

$$\gamma = \frac{b}{m} \quad (4.51); \quad W_0^2 = \frac{K}{m} \quad (4.52)$$

siendo K la constante de proporcionalidad entre la fuerza recuperadora y la elongación y b entre la fuerza de amortiguamiento y la velocidad, cumpliéndose, por tanto, las relaciones:

$$F_{rp} = -Kx \quad (4.53); \quad F_{am} = -b\dot{x} \quad (4.54)$$

La solución de (4.50), en caso de amortiguamiento crítico, es de la forma:

$$x(t) = (At + B) \exp\left(-\frac{\gamma}{2} t \right) \quad (4.55)$$

donde A y B son constantes que se determinan a partir de las condiciones iniciales. Por otra parte, se ha visto que la posición del arco, durante la vuelta a su posición axial, se puede expresar como:

$$x_e(t) = Rx_{e0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \quad (4.56)$$

de modo que la expresión (4.55) se puede reducir a la (4.56), haciendo:

$$\gamma = \frac{2}{\tau_r} \quad (4.57)$$

y tomando como condiciones iniciales:

$$x_e(t=0) = Rx_e \quad (4.58); \quad V_A(t=0) = \frac{Rx_{e0}}{2} \gamma \quad (4.59)$$

Según esto, el proceso de vuelta del arco se puede considerar como un movimiento oscilatorio libre con amortiguamiento crítico, y, por tanto, será posible calcular el valor de γ y W_0^2 y obtener así más información sobre el fenómeno del desplazamiento del arco. El valor de γ viene dado por (4.57), y el de W_0 se determina a partir de la condición de amortiguamiento crítico:

$$W_0^2 = \frac{\gamma^2}{4} \quad (4.60)$$

y por tanto será:

$$W_0^2 = \frac{1}{\tau_r} \quad (4.61)$$

siendo el factor de calidad:

$$Q = \frac{1}{2} \quad (4.62)$$

Ahora bien, antes de aplicar la ecuación (4.50) al caso del arco, hay que hacer una serie de consideraciones previas. En

nuestro caso la velocidad de retroceso del arco viene dada por (4.30), y según MAECKER (27) la causa del retroceso del arco es la existencia del $\text{grad}(\nabla^2 S)_m$, siendo

$$\frac{\chi_m}{\rho_m c_{pm}} \frac{1}{(\partial^2 S / \partial x^2)_m}$$

un factor de proporcionalidad. Para establecer una analogía entre la ecuación (4.50) y el retroceso del arco, es conveniente, para mayor sencillez de interpretación, establecer la homogeneidad con las dimensiones de (4.50). Si se considera que la "fuerza" que ocasiona el retroceso del arco es $(\partial \nabla^2 S / \partial x)_m$, cuyas dimensiones son:

$$\left[\frac{\partial \nabla^2 S}{\partial x} \right]_m = ML^{-2}T^{-3} \quad (4.63)$$

es decir, la de una fuerza ordinaria por unidad de volumen y de tiempo y, por tanto, las dimensiones de la "fuerza recuperadora" (F_{rp}), y de la "fuerza de amortiguamiento", (F_{am}), deben ser las mismas, de modo que las ecuaciones (4.53) y (4.54) pueden establecerse como:

$$\frac{\partial \nabla^2 S}{\partial x} = Kx \quad (4.64); \quad \frac{\partial \nabla^2 S}{\partial \dot{x}} = b\dot{x} \quad (4.65)$$

donde x y \dot{x} , evidentemente, tienen, respectivamente, dimensiones de un espacio y una velocidad, ya que éstas son magnitudes directamente observables en el fenómeno del desplazamiento del arco. Las dimensiones de las constantes K y b serán:

$$[K] = ML^{-3}T^{-3} \quad (4.66); \quad [b] = ML^{-3}T^{-2} \quad (4.67)$$

Ahora bien, como los términos que aparecen en (4.50) tienen to dos dimensiones de aceleración, γ y W_0^2 tienen, respectivamente, las dimensiones de T^{-1} y T^{-2} . Por otra parte, γ y W_0^2 están rela cionados con b y K mediante (4.51) y (4.52) y resulta evidente que si las dimensiones de b y K se dividen por una masa, las di mensiones de γ y W_0^2 no serían T^{-1} y T^{-2} y los términos que apare cen en (4.50) no tendrían dimensiones de una aceleración y no se podría establecer la analogía. Sin embargo, en el caso del arco, no debe entenderse que esa masa es "una masa estrictamente hablando" sino "una magnitud cuyas dimensiones serían tales, que al dividir las de K y b por ella, las dimensiones de γ y W_0^2 se-- rían T^{-1} y T^{-2} ", dicho de otra manera, que al dividir las dimen siones de $(\partial^2 S / \partial x^2)_m$ por las de esa magnitud, que se llamará en lo sucesivo C , las dimensiones resultantes serían las de una ace leración; según esto, las dimensiones de C seran:

$$[C] = ML^{-3}T^{-1} \quad (4.68)$$

Una vez establecida la comparación dimensio-
nal entre magnitudes, se puede proceder a aplicar las ecuaciones del movimiento oscilatorio libre con amortiguamiento crítico al caso del arco. A partir de estas ecuaciones y de los datos obte nidos del retroceso del arco, se puede calcular la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento y el cociente de las constantes K y b , pero no se puede determinar el valor de K y b , ni él de C . El valor de la constante de recuperación, K , se puede

establecer a partir de la expresión (4.44). Si se compara esta expresión con (4.64) es evidente que:

$$K = E^2 \sigma_m D \quad (4.69)$$

Una vez fijado el valor de K, los valores de b y C son inmediatos, ya que W_0 se puede calcular a partir de (4.61) y γ por medio de (4.57), y el valor de C vendrá en función de K y W_0 , aplicando la definición de frecuencia natural, y él de b, una vez conocida C, se determina en función de γ y C. Siguiendo los procedimientos habituales, se han determinado los índices de dispersión para γ , W_0 , K, b y C, los cuales se reflejan, junto con los resultados obtenidos, en la tabla n°22.

Los valores encontrados no sólo están en perfecto acuerdo con los hechos experimentales, sino que además permiten dar una interpretación más sistemática tanto del proceso de retroceso del arco como del proceso de desviación. El aumento de la constante de recuperación, K, es lógico y tiene una fácil explicación. En efecto, la constante K, relaciona el $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)_m$ con la desviación del arco, y resulta evidente que, para una misma desviación, el valor del $\vec{\text{grad}}(\nabla^2 S)_m$ es mayor, cuanto mayor es la intensidad, ya que entonces es mayor el valor de $\nabla^2 S$ en el eje. El aumento de la constante b también admite una interpretación simple. Así, la fuerza de amortiguamiento, que está relacionada con la velocidad del arco mediante b, expresa la resistencia, no a que el arco se desplace, sino a que se mueva rápidamente. El gas que forma la columna del arco se encuentra a una temperatura muy superior al gas exterior a ella, y su

I(A)	3,00	2,00	1,00
τ_r (s)	0,120	0,150	0,260
W_o (s ⁻¹)	8,3±0,2	6,7±0,2	3,90±0,02
γ (s ⁻¹)	16,7±0,2	13,3±0,2	7,80±0,02
K (Kg.m ⁻³ s ⁻³).10 ¹⁰	6,4±0,2	4,8±0,6	2,3 ±0,3
b (Kg.m ⁻³ s ⁻²).10 ⁹	16 ± 3	14 ± 2	12 ± 1
C (Kg.m ⁻³ s ⁻¹).10 ⁸	9,3±1,4	11 ± 2	15 ± 2
Q	0,5	0,5	0,5

Tabla 22. Parámetros del estudio dinámico del arco como un movimiento os
cilatorio.

viscosidad es muy superior, existiendo, al desplazarse el arco, una fuerza viscosa entre el gas de la columna y el circundante; además, dentro del intervalo de temperatura considerado, la viscosidad es creciente con la temperatura del gas, (44), y por con
siguiente con la intensidad de la corriente que circula por el arco. Por otra parte, la determinación de los valores de K y b, per
mite conocer los valores de la fuerza recuperadora y de la fuerza
za de amortiguamiento, resultando para la fuerza recuperadora:

$$\begin{aligned}
 (I = 3A) \quad F_{rp} &= 6,4 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,120} && \text{Kg.m}^{-3}\text{s}^{-3} \\
 (I = 2A) \quad F_{rp} &= 4,8 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,150} && \text{Kg.m}^{-3}\text{s}^{-3} \\
 (\bar{I} = 1A) \quad F_{rp} &= 2,3 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,260} && \text{Kg.m}^{-3}\text{s}^{-3}
 \end{aligned}$$

mientras que para la fuerza de amortiguamiento:

(I = 3A)	$F_{am} = 1,3 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,120}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{s}^{-3}$
(I = 2A)	$F_{am} = 0,9 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,150}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{s}^{-3}$
(I = 1A)	$F_{am} = 0,5 \cdot 10^8 x_{do} e^{-t/0,250}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{s}^{-3}$

El signo negativo de la fuerza recuperadora simboliza que esta fuerza es contraria al desplazamiento del arco, positivo en el caso considerado; la fuerza de amortiguamiento es positiva ya que esta es de signo contrario a la velocidad y en el caso que se considera, retroceso del arco desde la posición desviada a la axial, esta velocidad es negativa.

b) Desviación del arco por un campo magnético transversal e invariable en el tiempo.

El proceso de desviación también se puede explicar a partir de los datos anteriores. Así, se observa en el desplazamiento del arco que, para un mismo campo magnético, la desviación es menor cuanto mayor es la intensidad de la corriente. Esto implica que el arco encontrará su posición de equilibrio excentrico, cuando la fuerza recuperadora y la fuerza desviadora sean iguales y opuestas. Por tanto, si llamamos F_D a la fuerza desviadora, el valor de ésta para que el arco se desvíe hasta x_d será:

$$F_D = Kx_d \quad (4.70)$$

y como el valor de K es creciente con la intensidad, para que el arco alcance la misma desviación, el valor de F_D tiene que ser

mayor cuanto mayor es la intensidad. En este punto, podría pensarse que en el caso de un arco sometido a un campo magnético transversal la fuerza desviadora crece con la intensidad de la corriente que circula por el arco, ya que la fuerza de Lorentz aumenta, para un mismo campo magnético, con la intensidad. Sin embargo, la fuerza F_D , cuyo valor viene dado por (4.70), no es la fuerza de Lorentz, lo que resulta evidente, ya que su significación es distinta. La fuerza de Lorentz actúa sobre cada una de las partículas cargadas, es decir, sobre los electrones e iones que mayoritariamente forman la columna, originando un flujo de partículas cargadas y en consecuencia un flujo de calor que ocasiona un desplazamiento del máximo de la distribución de temperatura a una posición excéntrica, en el sentido $\vec{j} \times \vec{B}$. En la analogía que se ha establecido, la fuerza F_D es una fuerza térmica, $grad(\nabla^2 S)_m$, que origina un desplazamiento del máximo de temperatura a esa misma posición excéntrica, en la cual la fuerza recuperadora, originada por la asimetría de la distribución de temperatura, será igual y opuesta a la fuerza desviadora. Indudablemente, debe existir una correlación entre la fuerza desviadora y la de Lorentz, la hallada experimentalmente, a partir de los datos de la desviación del arco y de los valores calculados de la constante de recuperación, K , se representa gráficamente en la figura 35. A estos valores se le ha ajustado, por mínimos cuadrados, una función de la forma:

$$y = \frac{1}{(b + a/x)^{1/2}} \quad (4.71)$$

ya que la fuerza desviadora debe cumplir con la doble condición:

I(A)	3,0	2,0	1,0
r	0,995	0,989	0,999
S _{yx}	0,01	0,02	0,01
a	0,37	0,46	0,43
S _a	0,02	0,03	0,01
t _a	21	15	65
b	0,017	0,026	0,209
S _b	0,005	0,012	0,005
t _b	3,35	2,27	39

Tabla 23. Parámetros de ajuste de la fuerza desviadora en función de la fuerza de Lorentz. ($t_{0,05,5} = 2,015$)

$$\lim_{F_L \rightarrow 0} F_D = 0 ; \quad \lim_{F_L \rightarrow \infty} F_D = K \quad (4.72)$$

Esta ultima condición está impuesta a partir de la definición de F_D por la expresión (4.70). Los resultados obtenidos, junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste, se dan en la tabla nº23, resultando para las distintas intensidades:

$$(I = 3A) \quad F_D = \frac{6,4 \cdot 10^8}{(1 + 14,5/F_L)^{1/2}} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-3} \quad (4.72a)$$

$$(I = 2A) \quad F_D = \frac{4,8 \cdot 10^8}{(1 + 10/F_L)^{1/2}} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-3} \quad (4.72b)$$

$$(I = 1A) \quad F_D = \frac{2,3 \cdot 10^8}{(1 + 2,2/F_L)^{1/2}} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-3} \quad (4.72c)$$

donde la fuerza de Lorentz viene dada en N/m^3 . De los resultados obtenidos, se pone de manifiesto que cuando la fuerza de Lorentz

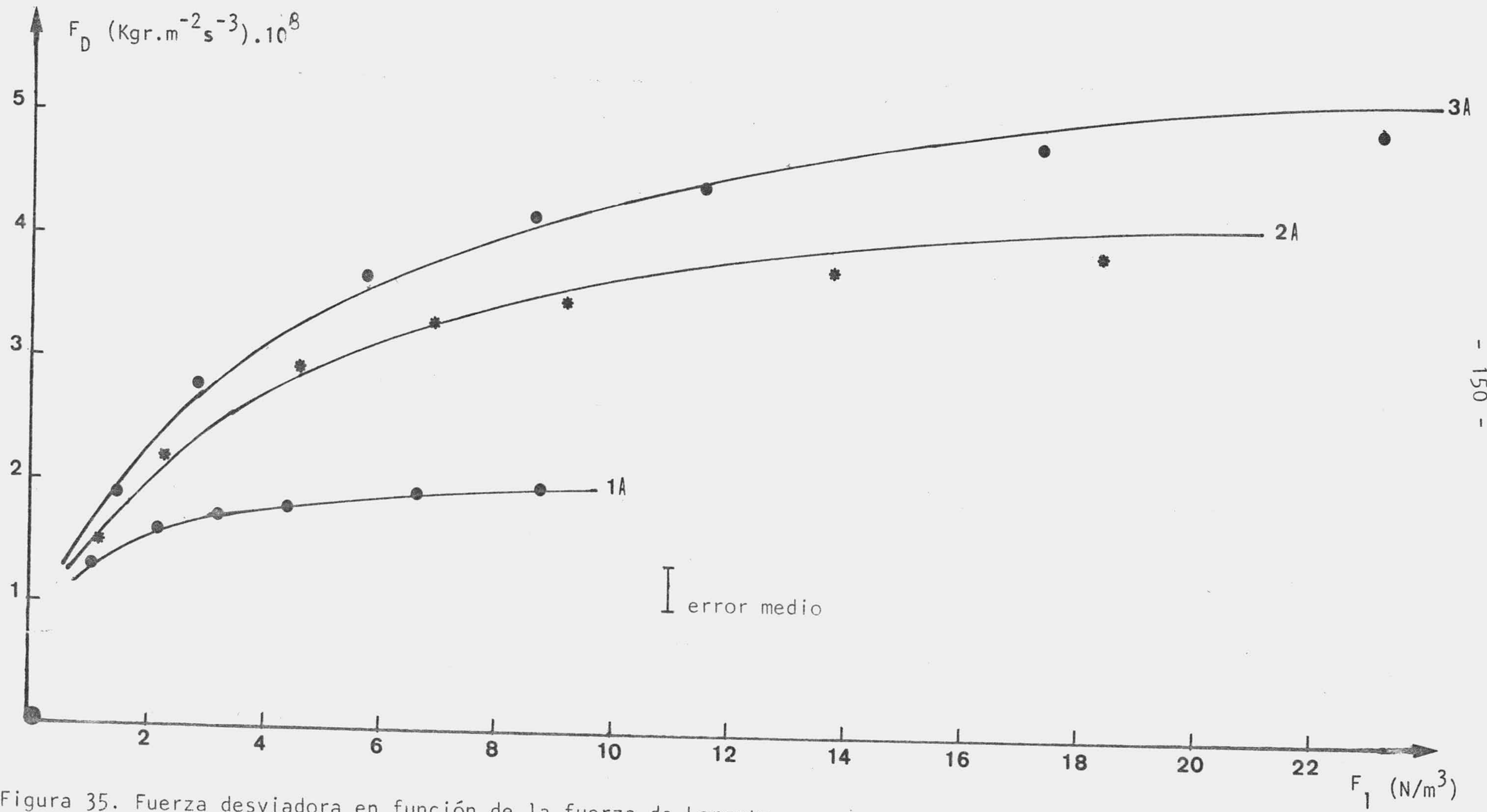


Figura 35. Fuerza desviadora en función de la fuerza de Lorentz.

tiende a cero, la fuerza desviadora tiende rápidamente a cero. Por otra parte, para una misma fuerza de Lorentz, la fuerza desviadora correspondiente es mayor cuanto mayor es la intensidad. Una mayor intensidad implica, dentro del margen de valores utilizados, una mayor temperatura en el eje del arco y, por tanto, un mayor grado de ionización, siempre que la presión sea la misma, y en consecuencia una mayor densidad de partículas cargadas y una más alta conductividad eléctrica. Cuando a un arco se le somete a un campo magnético transversal, se origina un flujo de partículas cargadas, y para una misma fuerza de Lorentz, la densidad en ese flujo de partículas cargadas es creciente con la intensidad, de modo que el $\text{grad}(\vec{V}^2 S)_m$ es mayor, y en consecuencia será mayor la fuerza desviadora. Sin embargo, para pequeños valores de la fuerza de Lorentz la diferencia de la fuerza desviadora, para distintas intensidades, disminuye muy rápidamente. Al ser pequeña la fuerza de Lorentz, la desviación del arco no sólo también lo es, sino que además la diferencia en la desviación, para distintas intensidades, también es muy exigua. Cuando la fuerza de Lorentz es muy pequeña, las partículas cargadas adquieren una aceleración en el sentido $\vec{j} \times \vec{B}$ muy escasa, y son rápidamente frenadas por el rozamiento con el gas exterior.

Uno de los resultados obtenidos, que puede parecer condradictorio en principio, es la disminución del valor de C con la intensidad. El hecho de que el arco se desplace, para un mismo campo magnético, menos cuanto mayor es la intensidad, puede hacer pensar que la inercia del arco crece con la intensidad y C debería aumentar con ésta. Sin embargo, este razonamiento es falso. La explicación del que el arco se desplace menos al

aumentar la intensidad, radica en el crecimiento de la constante de recuperación con la intensidad. La disminución de C al aumentar la intensidad, tiene otra explicación, ya que la velocidad de desplazamiento del arco disminuye al hacerle la intensidad, es decir, la inercia del arco a acelerarse decrece con la intensidad. Si en la analogía establecida, la magnitud C representa el papel de masa, cuanto mayor sea la intensidad, menor debe ser C , ya que la inercia del arco a acelerarse crece inversamente con la intensidad.

c) Movimiento de un arco eléctrico sometido a un campo magnético transversal y variable en el tiempo.

Establecida experimentalmente la analogía formal del arco con la de un sistema oscilante, se puede proceder al estudio del fenómeno de la oscilación del arco cuando se le somete a un campo magnético transversal, cuya amplitud varíe en el tiempo con una frecuencia W ; fenómeno cuyo estudio constituyó el objeto inicial de este trabajo, tal como ya se ha explicado. Esta experiencia se ha realizado alimentando al circuito de las bobinas con un generador de funciones HP 3310A. El fenómeno se presentaba independientemente de la función que representase la amplitud de la corriente que suministra el generador. Sin embargo, el interés de este fenómeno no radica en sí mismo, ya que es de evidente explicación, sino en el hecho de que para una determinada frecuencia, que llamaremos crítica, el arco dejaba de oscilar; además, esa frecuencia crítica era, a simple vista y dentro del margen de variación utilizado, independiente tanto de la intensidad

de la corriente del arco, como del valor del campo magnético. Este fenómeno se ha podido estudiar y ha quedado completamente explicado a partir de los datos del proceso de vuelta del arco a su posición axial, considerando que el arco, cuando se le somete a un campo magnético transversal y variable en el tiempo, realiza un movimiento oscilatorio forzado con un factor de calidad 1/2.

Si se supone que la fuerza impulsora es de la forma:

$$F = F_0 \cos Wt \quad (4.73)$$

donde F_0 tiene las dimensiones del gradiente de una potencia por unidad de volumen, la ecuación de este movimiento será:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + W_0^2 x = F_{0C} \cos Wt \quad (4.74)$$

donde

$$F_{0C} = F_0 / C \quad (4.75)$$

Los valores de γ y W_0^2 para cada intensidad son los obtenidos a partir de los datos del retroceso del arco y dados en la tabla n°22. La solución particular de (4.74), que representa la situación estacionaria, sabemos que es:

$$x(t) = A_0 \cos(Wt - \delta) \quad (4.76)$$

La diferencia de fase, δ , se puede expresar en función de la frecuencia W como:

$$\text{tag}\delta(W) = \frac{1/Q}{\frac{W_0}{W} - \frac{W}{W_0}} \quad (4.77)$$

Los resultados obtenidos a partir de (4.77) para las intensidades de 1A, 2A y 3A se dan en la figura 36. Para una misma frecuencia el desfase crece inversamente con la intensidad, ya que la inercia del arco es mayor cuanto menor es la intensidad; esto mismo se puso de manifiesto al crecer C inversamente con la intensidad.

La amplitud de la oscilación del arco en función de la frecuencia de la fuerza impulsora es:

$$A(W) = A_0 \frac{W_0/W}{\left\{ \left(\frac{W_0}{W} - \frac{W}{W_0} \right)^2 + \frac{1}{Q^2} \right\}^{1/2}} \quad (4.78)$$

donde A_0 está definido como:

$$A_0 = F_0/K \quad (4.79); \quad A_0 = \lim_{W \rightarrow 0} A(W) \quad (4.80)$$

y a partir de (4.78), una vez conocido A_0 , se puede calcular la variación de la amplitud con la frecuencia para cada valor de W_0 , y, por tanto, para cada valor de la intensidad. Según (4.80), A_0 es el valor de la amplitud de la desviación cuando la frecuencia de la fuerza impulsora es cero, y en el caso del arco, ese valor corresponde a la desvaición de éste para un campo magnético

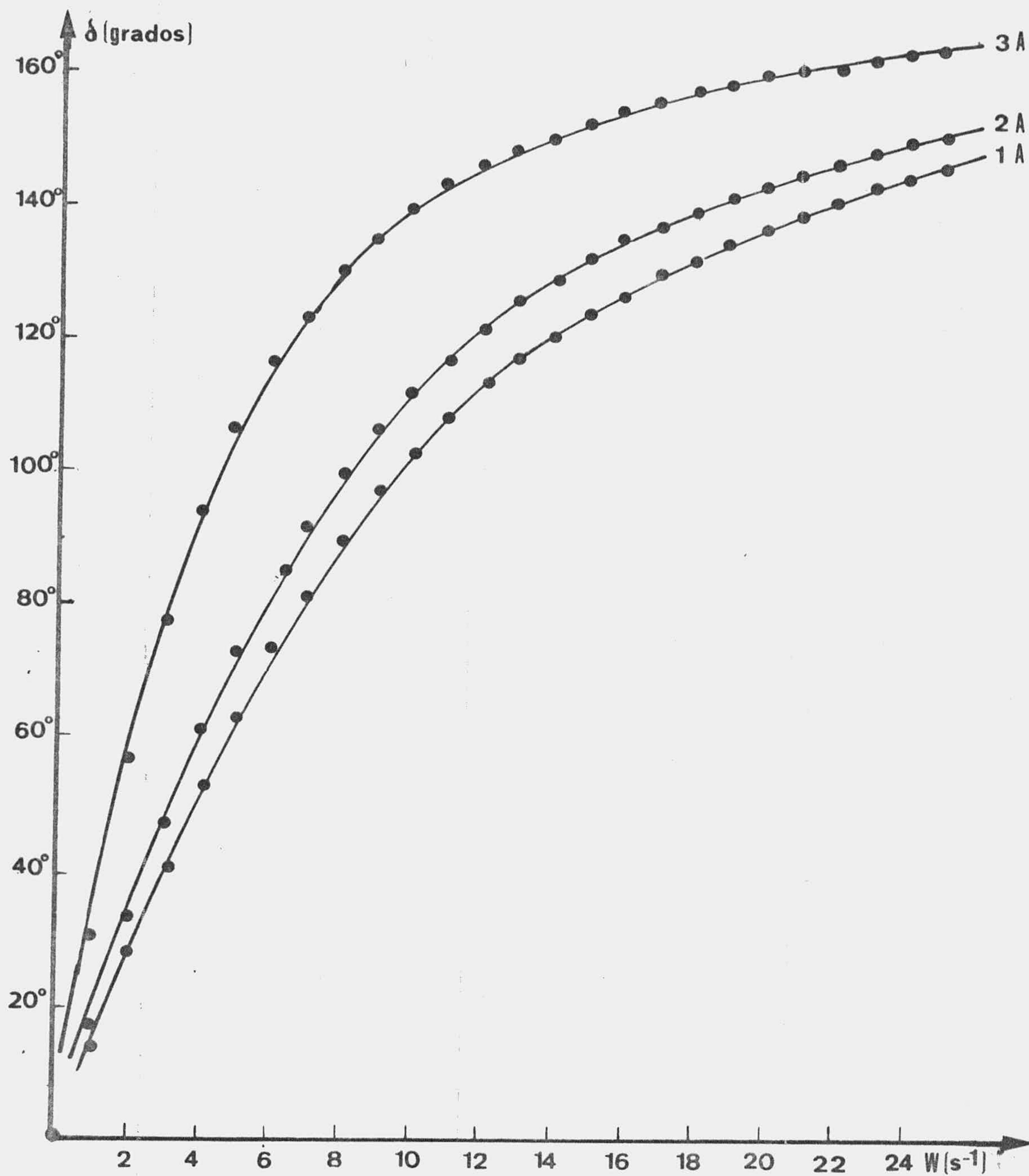


Figura 36. Resultados obtenidos para el desfase entre la fuerza impulsora y el desplazamiento del arco.

invariable en el tiempo, tal que el valor de la fuerza impulsora correspondiente sea F_0 . Como la desviación del arco al ser sometido a campos magnéticos continuos ha sido medida, el valor de A_0 es conocido. Según esto, la amplitud de la oscilación del arco se pueden calcular a partir de (4.78). Los valores calculados del cociente $A(W)/A_0$ se representan en la figura 37. A estos valores se le ha ajustado, por mínimos cuadrados, una función de la forma:

$$y = \frac{1}{ax^2 + b} \quad (4.81)$$

esta función cumple con la doble condición exigida a $A(W)/A_0$:

$$\lim_{W \rightarrow 0} A(W)/A_0 = 1 \quad ; \quad \lim_{W \rightarrow \infty} A(W)/A_0 = 0$$

En la tabla n°24 se indican los resultados obtenidos, junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste. Para las intensidades de 1A, 2A y 3A se obtiene:

$$(I = 1A) \quad A(W)/A_0 = \frac{1}{0,0760W^2 + 1,0} \quad (4.82)$$

$$(I = 2A) \quad A(W)/A_0 = \frac{1}{0,0222W^2 + 1,0} \quad (4.83)$$

$$(I = 3A) \quad A(W)/A_0 = \frac{1}{0,0155W^2 + 1,0} \quad (4.84)$$

La amplitud relativa disminuye rápidamente al aumentar la frecuencia, siendo esta disminución más rápida cuanto menor es la intensidad. Esta rápida tendencia a disminuir el cociente $A(W)/A_0$

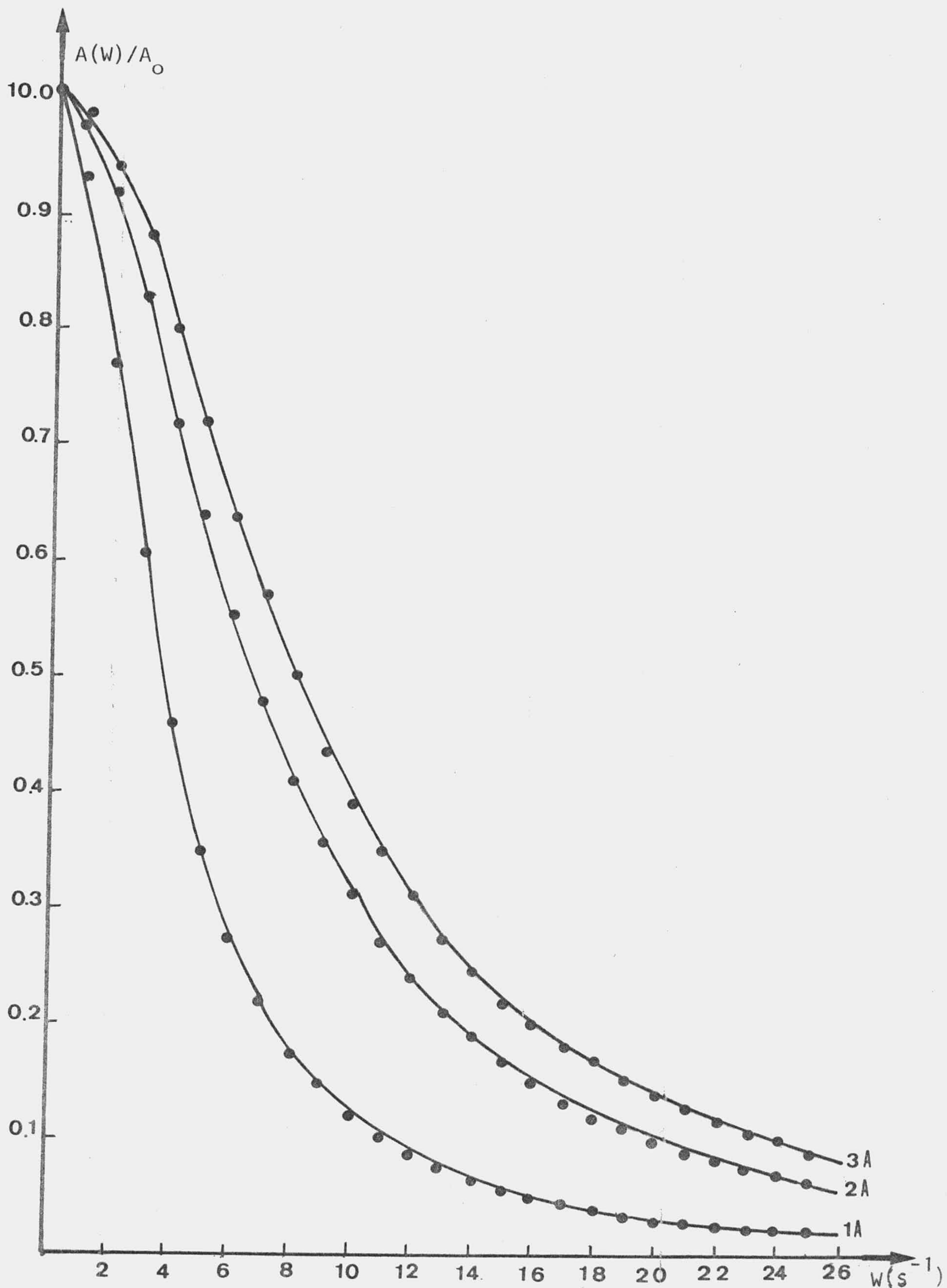


Figura 37. Valores encontrados para la amplitud de la oscilación relativa del arco, en función de la frecuencia del campo magnético.

I	3,0	2,0	1,0
r	0,9999	0,9999	0,9999
S_{yx}	0,03	0,03	0,4
a	0,0155	0,0222	0,0760
S_a	0,0003	0,0001	0,0002
t_a	485	710	315
b	1,00	1,00	0,94
S_b	0,01	0,01	0,08
t_b	109	115	98

Tabla 24. Parámetros del ajuste de la amplitud relativa de la oscilación del arco en función de la frecuencia del campo magnético ($t_{0,05;24} = 1,711$)

cuando aumenta la frecuencia de la fuerza impulsora, es debido al pequeño valor del factor de calidad. Un factor de calidad pequeño significa altas pérdidas por disipación. El hecho de que esa disminución sea más acentuada al disminuir la intensidad de la corriente en el arco, se debe a que la frecuencia natural disminuye con la intensidad. La amplitud, para una frecuencia e intensidad de corriente de arco determinada, es creciente con el campo desviador, ya que al aumentar el campo magnético, aumenta F_D . Para todos los valores del campo magnético la amplitud mínima es creciente con la intensidad, como se puede comprobar a partir de las expresiones obtenidas para el cociente $A(W)/A_0$ y los distintos valores medidos de A_0 (tabla nº7). En las figuras 38 y 39 se representa la amplitud de la oscilación del arco en función de la frecuencia para las intensidades de 1A, 2A y 3A y un campo magnético máximo de $10^{-4}T$ y $6 \cdot 10^{-4}T$ respectivamente.

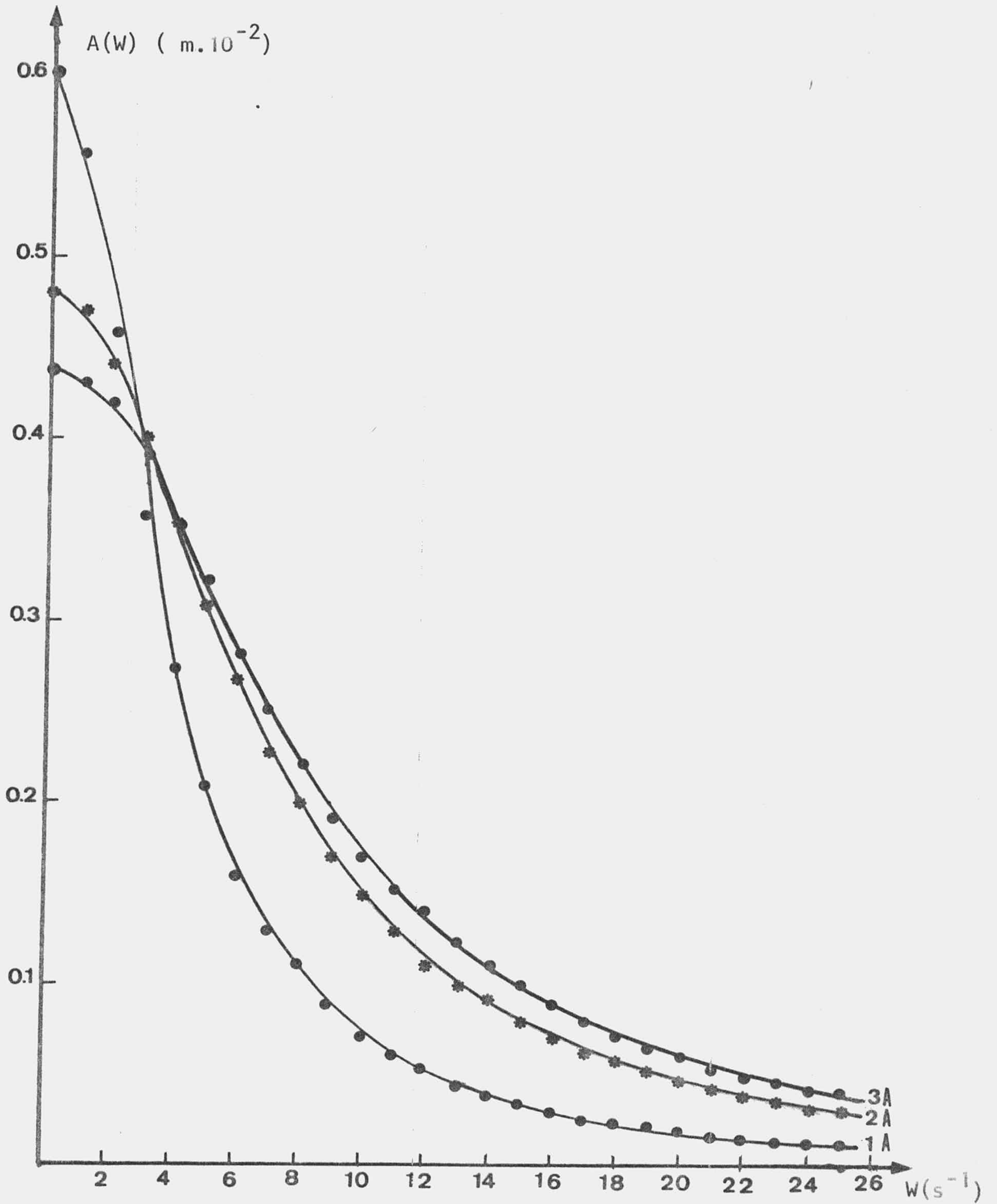


Figura 38. Valores encontrados para la amplitud de la oscilación del arco para un valor máximo del campo magnético de 10^{-4} T.

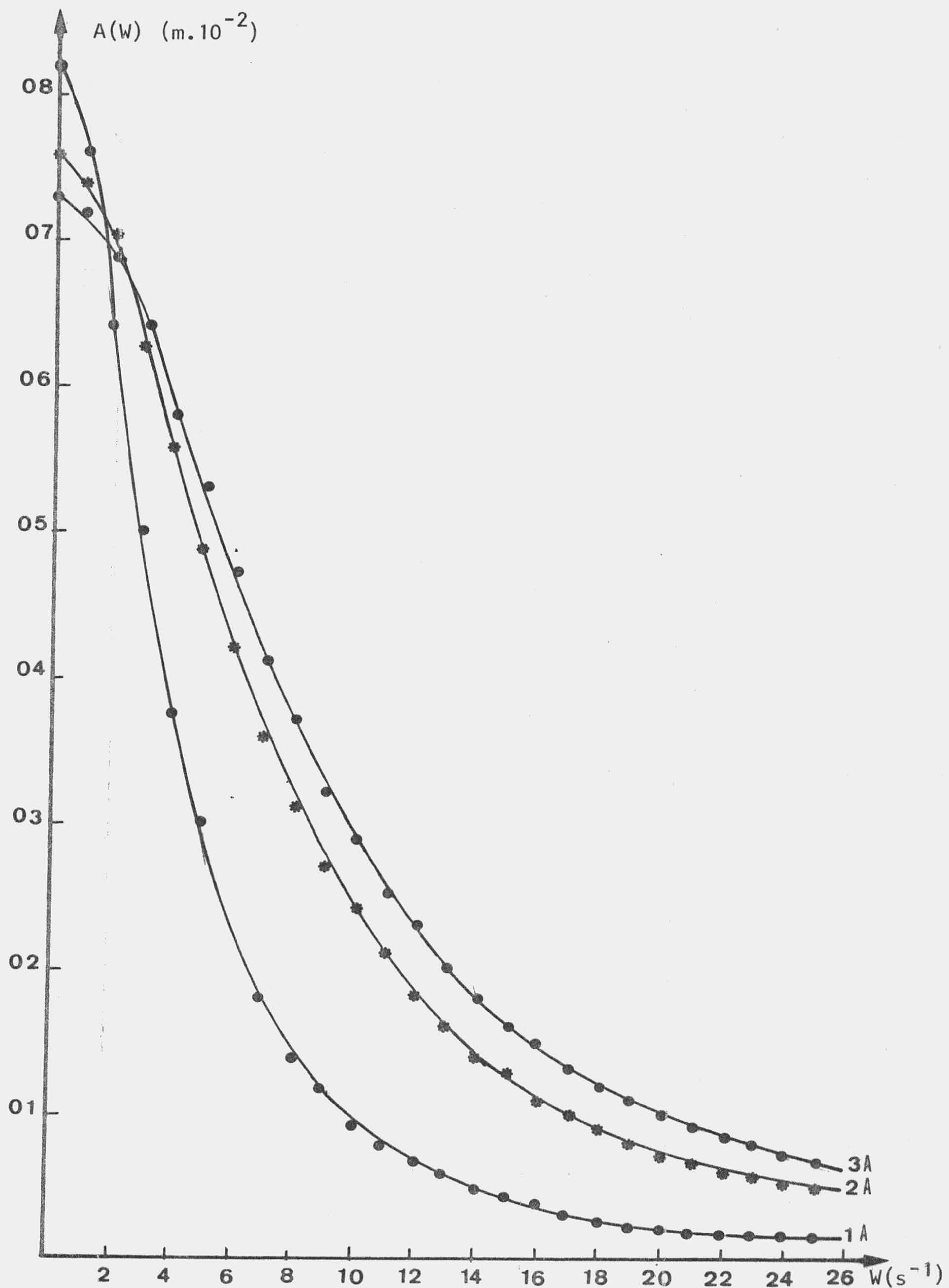


Figura 39. Valores encontrados para la amplitud de la oscilación del arco para un valor máximo del campo magnético de $6 \cdot 10^{-4}$ T.

El hecho de que la amplitud mínima de oscilación aumente con la intensidad, puede parecer condradictorio con los resultados obtenidos para el caso del campo magnético continuo, ya que entoces la amplitud de la oscilación disminuye al aumentar la intensidad. Esta condradicción es sólo aparente. El arco sometido a un campo magnético continuo, efectivamente se desplaza más al disminuir la intensidad, pero también se desplaza más lentamente. Si el campo varía, por ejemplo, sinusoidalmente en el tiempo, la fuerza desviadora aumentara desde cero a un valor máximo, para despues disminuir hasta cero y, posteriormente, invertir su sentido hasta completar el ciclo; sí la frecuencia con que varía la fuerza impulso ra es suficientemente grande, sencillamente no le da tiempo a desplazarse, y este efecto será más acentuado cuanto menor sea la intensidad de la corriente que circula por el arco, ya que entoces su velocidad de desplazamiento será menor. Por otra parte, el valor de esa frecuencia crítica aumenta muy lentamente con la intensidad; así por ejemplo para una frecuencia de 20s^{-1} y un campo magnético de 10^{-4}T , los valores correspondientes son:

I(A)	3,0	2,0	1,0
A(cm. 10^{-3})	61	48	20

y para un campo de 6.10^{-4}T y la misma frecuencia:

I(A)	3,0	2,0	1,0
A(cm. 10^{-3})	100	77	27

I(A)	3,00	2,00	1,00
r	0,999	0,999	0,997
S _{yx}	0,0004	0,0006	0,001
a	0,0194	0,0213	0,0220
S _a	0,0002	0,0003	0,0007
t _a	67	56	30
b	0,0433	0,0507	0,0860
S _b	0,0002	0,0003	0,0006
t _b	169	156	126

Tabla 25. Parámetros del ajuste de la frecuencia crítica del arco en función del campo magnético ($t_{0,05;5} = 2,132$)

De esta manera, queda de manifiesto que, la diferencia de la amplitud de la desviación, al aumentar la intensidad ó el campo, es muy pequeña, lo que explica que a simple vista no se observe una diferencia clara en el valor de la frecuencia crítica al variar, dentro del margen utilizado, algunos de estos dos parámetros. Si se supone que la frecuencia crítica implica que la amplitud de la oscilación sea inferior a 1mm, el error experimental en la medida de la desviación del arco, se puede representar la frecuencia crítica en función del valor máximo del campo magnético, para distintas intensidades de corriente en el arco. Los resultados se representan gráficamente en la figura 40. A estos resultados se le ha ajustado, por mínimos cuadrados, una función de la forma:

$$y = \frac{1}{(b + a/x)^{1/2}} \quad (4.85)$$

Los resultados obtenidos, junto con los coeficientes de correlación y de bondad de ajuste, se dan en la tabla n°25.,⁵ obteniéndose para las distintas intensidades las expresiones:

$$(I = 1A) \quad W_c = \frac{10^4}{3860 + 220/B} \quad s^{-1} \quad (4.86)$$

$$(I = 2A) \quad W_c = \frac{10^4}{507 + 213/B} \quad s^{-1} \quad (4.87)$$

$$(I = 3A) \quad W_c = \frac{10^4}{443 + 194/B} \quad s^{-1} \quad (4.88)$$

donde B está dado en Gauss. Además, las expresiones anteriores permiten calcular el valor de la frecuencia crítica cuando el campo magnético tiende a infinito; estos valores para las distintas intensidades son:

$$(I = 1A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} W_c = 12,0 \pm 0,2 \quad s^{-1}$$

$$(I = 2A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} W_c = 20,0 \pm 0,2 \quad s^{-1}$$

$$(I = 3A) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} W_c = 23,0 \pm 0,2 \quad s^{-1}$$

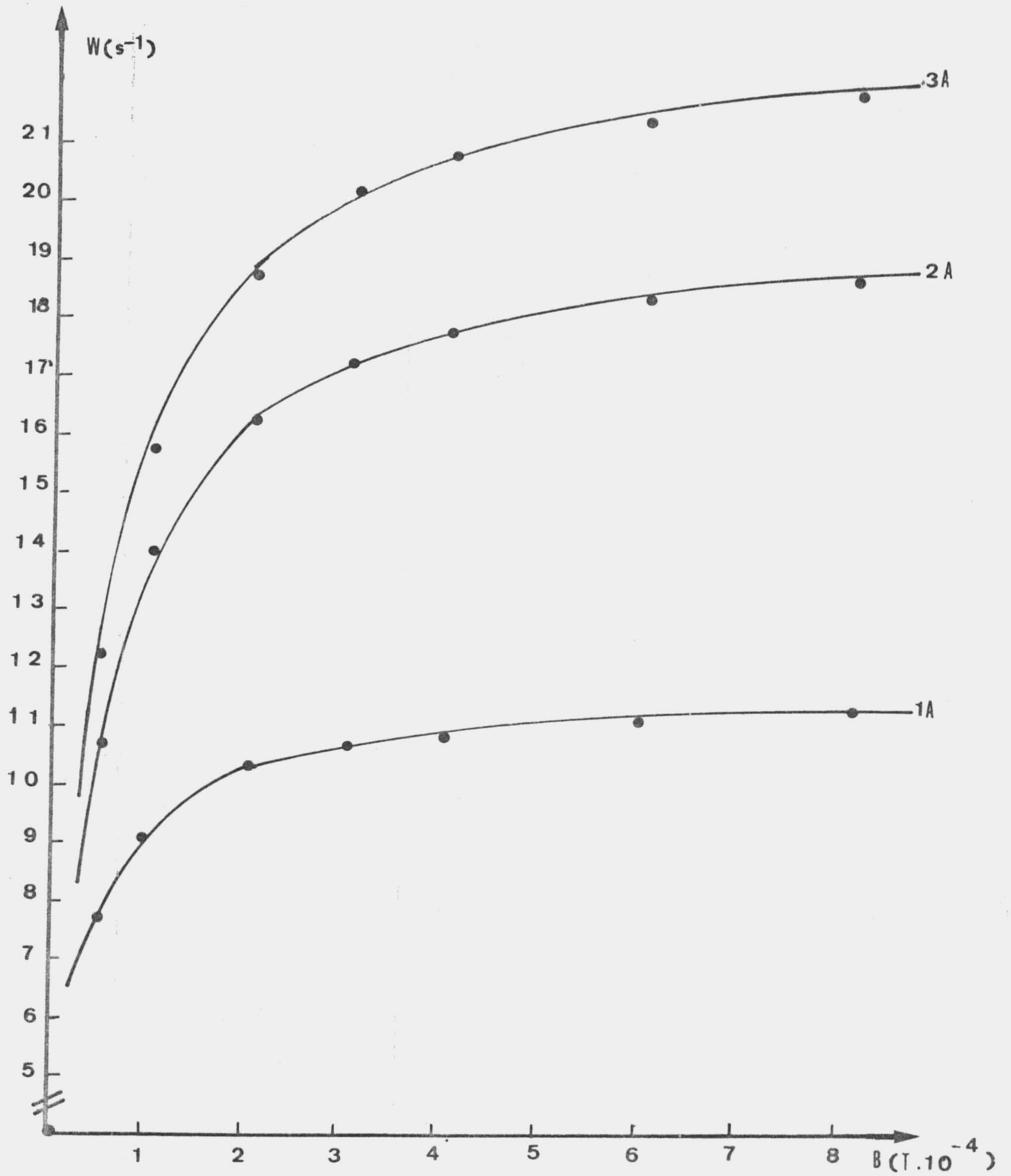


Figura 40. Resultados obtenidos para la frecuencia crítica de la oscilación del arco en función del valor máximo del campo magnético.

V. CONCLUSIONES.-

Las aportaciones y resultados más importantes del estudio dinámico del desplazamiento del arco al ser sometido a un campo magnético transversal, así como del estudio del proceso de vuelta a la posición axial, cuando se suprime el campo magnético, son:

- 1^a) Se ha calculado, según tres modelos teóricos distintos, la distribución del potencial de SCHMITZ para un arco sin desviar y para un arco desviado. En este último caso, se ha considerado la situación del arco desviado en presencia del campo magnético, así como la situación inmediatamente después de suprimir éste. Asimismo, se ha realizado un cálculo aproximado, según los tres modelos, de la función material $\sigma(S)$, a partir de la característica $E(I)$ en la columna del arco.
- 2^a) Se ha medido, por métodos fotográficos, para las intensidades de 1A, 2A y 3A la desviación relativa del arco al ser sometido a un campo magnético transversal. Se ha determinado, mediante ajuste por mínimos cuadrados, las relaciones experimentales que expresan la desviación relativa en función del campo magnético. Estas relaciones vienen dadas por las expresiones (4.1a,b,c). En ellas se evidencia que la desviación crece directamente con el campo magnético e inversamente con la intensidad de la corriente en el arco.

3^a) Se ha realizado un análisis factorial de YATES de la influencia de la intensidad de la corriente del arco, del campo magnético y de la presión del gas en la desviación del arco. De este análisis se desprende:

a) El factor más influyente en la desviación es el campo magnético, ya que su efecto medio es de 0,4, y una significación elevada, $\alpha \sim 0,0001$.

b) Le sigue en importancia el factor intensidad, con un efecto medio de -0,04 y una significación elevada, $\alpha \sim 0,0005$

c) También es significativo el factor presión, con un efecto medio más pequeño, 0,01, y una significación superior al 95%

d) Se han podido detectar claramente, ya que la significación es elevada, $\alpha \sim 0,001$, dos interacciones. Los efectos medios de las interacciones presión-campo e intensidad-campo son, respectivamente, 0,03 y -0,02, lo cual ratifica el interés de este tipo de planes de investigación. La interacción presión-intensidad no se ha podido detectar, ya que el riesgo es mayor que el umbral de 5%.

4^a) Se ha determinado, mediante medidas del desplazamiento y del tiempo empleado, y para las intensidades de 1A, 2A y 3A las velocidades medias de desviación del arco al ser sometido a un campo magnético transversal, determinándose las relaciones empíricas que expresan la velocidad media de desplazamiento en función del campo, expresiones (4.2a,b,c). Estas velocidades crecen potencialmente con el campo magnético

para cada intensidad. Asimismo, se ha medido la velocidad media de retroceso del arco al suprimirse el campo magnético. Las relaciones obtenidas, mediante ajuste mínimo cuadrático de los datos experimentales, vienen dados en las expresiones (4.3a,b,c) Para cada intensidad, estas velocidades crecen parabólicamente con la desviación, siendo ésta tanto mayor, cuanto mayor es la intensidad. También se determinó la velocidad media del flujo de partículas durante la desviación del arco, en el eje de la columna. Los valores de esta velocidad, para cada intensidad, en función del campo se pueden calcular a partir de las expresiones (4.4a,b,c), obtenidas mediante ajuste de los datos experimentales. Para una determinada intensidad, la velocidad crece potencialmente con el campo magnético, siendo ésta tanto mayor, cuanto mayor es la intensidad.

5^a) Hemos obtenido que la velocidad relativa del arco respecto del flujo de partículas en el máximo de temperaturas, crece más rápidamente con la desviación que la velocidad del flujo de partículas en el eje de la columna con el campo magnético desviador.

6^a) Se ha determinado la posición del arco, en función del tiempo, en el proceso de vuelta a la posición axial, cuando se suprime el campo magnético. Se ha obtenido que esta variación viene dada por una función exponencial del tiempo, cuyo decrecimiento viene gobernado por un "tiempo de relajación"

que lo caracteriza ($x_A = x_{e0} e^{-t/\tau_r}$). Además, se ha calculado, del ajuste de los datos experimentales, el tiempo característico, τ_r , para las distintos valores de la intensidad:

$$\tau_r = (260 \pm 4) \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (I = 1A)$$

$$\tau_r = (150 \pm 9) \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (I = 2A)$$

$$\tau_r = (120 \pm 6) \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (I = 3A)$$

Finalmente, se ha determinado la velocidad inicial de retroceso para cada una de estas intensidades, comprobándose que esta velocidad varía linealmente con la desviación y que es creciente con la intensidad.

7^a) Se ha calculado, para las mismas intensidades, el valor de $\text{grad}(\Delta S)$ en el eje del arco desviado. Este gradiente crece linealmente con la desviación para cada intensidad.

8^a) Se ha determinado, en función del campo magnético, la velocidad del flujo de partículas en el eje del arco desviado, así como el valor límite de esta velocidad cuando el campo magnético tiende a infinito. Las expresiones obtenidas, mediante ajuste de los datos experimentales, se indican en las expresiones (4.49 a,b,c). Los valores límites son:

$$V_{Mm} = (390 \pm 40) \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1} \quad (I=1A)$$

$$V_{Mm} = (670 \pm 50) \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1} \quad (I=2A)$$

$$V_{Mm} = (830 \pm 60) \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1} \quad (I=3A)$$

9^a) Se ha comprobado que la fuerza de presión crece con el campo magnético más rápidamente que la fuerza de Lorentz con éste. Por el contrario, dentro del margen de valores utilizados, la fuerza de Lorentz crece más rápidamente con la intensidad que la fuerza de presión con ésta.

10^a) Se ha establecido, en base a los resultados del movimiento de retroceso del arco, una analogía entre este movimiento y un movimiento oscilatorio con amortiguamiento crítico, que nos ha permitido establecer las importantes conclusiones que siguen:

A) Encontrar que el valor de la frecuencia natural, la constante recuperadora, el coeficiente y la constante de amortiguamiento aumentan con la intensidad. El crecimiento de las dos primeras, se puede interpretar como debido a un aumento del $\vec{g}rad(\Delta S)$ en el eje de la columna, y el de las dos últimas por un aumento, dentro del margen de variación utilizado, de la viscosidad del plasma de argon con la intensidad de la corriente en el arco.

B) Comprobar que la variable que desempeña el papel de masa crece inversamente con la intensidad, debido a que la inercia de aceleración del arco aumenta la disminuir la intensidad de la corriente en el arco, al contrario de lo que en principio parece lógico.

- C) Encontrar la relación empírica entre la fuerza de Lorentz y la fuerza térmica que en la analogía establecida ocasiona el desplazamiento del arco, lo cual permite estudiar el movimiento del arco al ser sometido a un campo magnético transversal y estacionario, como un sistema sujeto a una fuerza de factor de calidad 0,5.
- D) Estudiar el movimiento del arco al ser sometido a un campo magnético transversal y variable sinusoidalmente en el tiempo, como un movimiento oscilatorio forzado, (con un factor de calidad 0,5). Se ha obtenido que el desfase entre la fuerza desviadora y el desplazamiento crece, al igual que su inercia, inversamente con la intensidad para cada frecuencia del campo magnético.
- E) Calcular la amplitud relativa de la oscilación del arco respecto de su desviación por un campo magnético estacionario de valor igual al máximo del campo variable. Esta amplitud relativa viene dada por (4.82), (4.83) y (4.84). Asimismo, se ha calculado, en función del valor máximo del campo variable, la frecuencia por encima de la cual el arco no oscila. Los valores de esta frecuencia, calculadas mediante ajuste de los datos experimentales, vienen dadas por (4.86), (4.87) y (4.88), siendo los valores límites de estas frecuencias, cuando el campo magnético desviador tiende a infinito, los siguientes:

$$M^c = (23,0 \pm 0,2) s^{-1} \quad (I=3A)$$

$$M^c = (20,0 \pm 0,2) s^{-1} \quad (I=2A)$$

$$M^c = (12,0 \pm 0,2) s^{-1} \quad (I=1A)$$

BIBLIOGRAFIA

- (1) TSYTOVICH, N.: "Non linear effects in plasma" Plenum Press, New York, (1974)
- (2) ROEDERER, J. and WASSON, H.: "Plasma instabilities and non linear effects" Springer, Berlin, (1975)
- (3) SIMON, A. and THOMPSON, B.: "Advances in plasma physics" John Willey & Sons. New York, (1974)
- (4) SUTTON, G. and SHERMAN, A.: "Engineering magnetohydrodynamics". McGraw-Hill Book Company, New York, (1965)
- RAEDER, J. et al.: "M.H.D. Power Generator" Springer, Berlin, (1975)
- (6) ROSE, D. and CLARK, M.: "Plasma and controlled fusion" M.I.T. Press, Massachusetts, (1973)
- (7) HOYAUX, M.: "Arc physics". Springer, Berlin, (1977)
- (8) HAYDEN, S.: "Discharges and plasma physics". University of New England, Armidale, (Australia), (1961)
- (9) FINKELBURG, W.: "Hochstromkohlebogen" Springer, Berlin, (1948)

- (10) FINKELBURG, W. und MAECKER, H.: " Elektrische Bögen und termische Plasma". Handbuch der Physik, tomo XXII. Editor S. FLUGGER. Springer, Berlin, (1956)
- (11) BUSZ, G. und FINKELBURG, W.: Z. Physik, 129, 212, (1959)
- (12) FUJIMOTO, T., OGATA, Y., SUGIYAMA, I., TACHIBANA, K. and FUKUDA, K.: Jap. J. A. Phy., 5, 718, (1972)
- (13) TACHIBANA, K. and FUKUDA, K.: Jap. J. A. Phy., 12, 6, (1973)
- (14) WISSERATH, K. and BRAUME, H.: J. Physique, 38, 1249, (1977)
- (15) MALIK, S.: P.I.A. Sci. B, 86, 175, (1977)
- (16) TANENBAUN, S.: "Plasma Physics" McGraw-Hill Book Company, New York, (1967), (pagina 8)
- (17) OLSEN, H.: Phys. Fluids, 2, 614, (1959)
- (18) BAUM, D.: Plasma Phys., 17, 79, (1975)
- (19) COHEN, R., SPITZER, L. and ROUTLY, P.: Phy. Rev., 80, 239, (1950)
- (20) SPITZER, L. and HARM, R.: Phy. Rev., 89, 977, (1952)
- (21) MONTERDE GARCIA, A.: Z. Physik, 181, 317, (1964)

- (22) KOCIAN, P.: Phys. Lett., 62, 425, (1977)
- (23) MAECKER, H.: Z. Physik, 141, 198, (1955)
- (24) ANDANSON, P., BOUMLAT, M., CHEMINAT, B. and LEFART, A.: Rev. Phys.,
12, 999, (1977)
- (25) MILLER, H.: I.E.E.E. Trans. Plasma Sci., 5, 181, (1977)
- (26) MATHIESEN, N.: "Untersuchungen über den elektrischen Lichtbogen,
insbesondere den unter Druck befindlichen"
Leipzig, (1921)
- (27) MAECKER, H.: P. I.E.E.E., 59, 439, (1971)
- (28) SCHWERTL, M.: "Verlagerung eines Lichtbogen durch unsymmetris-
che Aufheizung der Bogensaule mittels gepulster
Hochfrequenzstrahlung" Tesis Doctoral, Universi-
dad Tecnica de Munich, (R.F.A.), (1970)
- (29) RAEDER, J.: Z. Naturforsch., 23a, 424, (1968)
- (30) NATHRATH, N.: Z. Naturforsch., 25a, 1610, (1970)
- (31) ROSENBAUER, H.: Z. Physik., 245, 295, (1971)
- (32) SAUTER, K.: Z. Naturforsch., 24a, 1694, (1968)

- (33) SEEGER, G.: Z. Angew. Physik, 25, 23, (1968)
- (34) SEEGER, G.: Z. Angew. Physik, 29, 375, (1970)
- (35) RAEDER, J., SEEGER, G. and GORENFLO, H.: Phys. Fluids, 17
137, (1971)
- (36) FISCHER, J. and UHLENBUSCH, J.: "Proceeding 7th international conference on phenomena in ionized gases" Belgrado, 1, 725, (1967)
- (37) SCHMITZ, G.: Z. Naturforsch., 5a, 571, (1950)
- (38) UHLENBUSCH, J.: Z. Physik, 179, 347, (1964)
- (39) PLANTIKOW, U.: Z. Physik, 227, 71, (1969)
- (40) MAECKER, H. and STÄBLEIN, H.: "10th International conference on phenomena in ionized gases" Oxford, England, (Donald Pearson, Oxford), (1971)
- (41) MEREDITH, V.: "Manual de tablas estadísticas" Trillas Mexico, (1971), (Tabla 8-3; pag. 308)
- (42) HILDEBRAND, F.: "Métodos de cálculo para ingenieros" Aguilar, Madrid, (1965), (Capitulo IV)
- (43) DUCKWORTH, W.: "Méthodes statistiques de la recherche technologique"

Dunod, Paris, (1973), (Capitulos IV-V)

- (44) CAMBEL, A.: "Plasma physics and magnetofluidmechanics". McGraw-Hill Book Company, New York, (1963)

DILIGENCIA:

Reunido el Tribunal examinador en el día de
la fecha, constituido por:

- D. Fernando Senent Perez
- D. Gerardo Pardo Sanchez
- D. Bernardo Garcia Almeda
- D. Cristobal Fernandez Pineda
- D. Eduardo Battaner Lopez

para juzgar la Tesis Doctoral del Licenciado Don

José Ramos Barrado

se acordó por unanimidad otorgar la califica-
ción de Sobresaliente cum laude

y para que conste, se extiende firmada por los
componentes del Tribunal, la presente diligen-
cia.

Granada, a 19 de Mayo de 1972

El Secretario;

El Presidente;

El Vocal;

El Vocal;

El Vocal;

S. Jure

[Signature]

[Signature]