IDONEIDAD DE LOS CONTENIDOS MATEMATICOS A NIVEL DE 5.º CURSO DE E. G. B.

1. Una investigación en marcha

El preámbulo a los Planes y Programas de Estudio para la E. G. B., al ofrecerlos con carácter «eminentemente experimental», y señalar que se trata «más bien de directrices y sugerencias para la acción y experimentación», constituyen un reto a la investigación. Y es que los programas no terminan cuando se elaboran y se ofrecen al cuerpo docente, sino que es ahí precisamente donde empiezan: en su aplicación diaria; y su éxito consiste en que el profesorado los lleve a la práctica, es decir, los estudie, los desarrolle y los mejore como consecuencia de su aplicación racional y el control objetivo de sus resultados.

Nuestra escuela ha estado dominada en sus contenidos, técnicas e instrumentos de trabajo por el arte de los «buenos maestros» o por las autorizadas opiniones de los especialistas, responsables —sin duda, con la mejor intención— de los dos males más universalmente señalados a los programas: su desproporcionada extensión y su carácter excesivamente intelectualista. Pero, ¿quién se atrevería a dejar fuera del programa lo que los técnicos y los cultivadores de la ciencia consideran útil? Es así cómo el interrogante de Dottrens «¿qué son capaces de comprender, aprender y asimilar los niños de un medio social determinado?» es el único que justifica el carácter experimental de un programa y el que permite sustituir los criterios de los técnicos por la evidencia científica.

Tanto los científicos como muchos educadores confunden *lo que debe aprender* el escolar con *lo que puede* aprender, sin caer en la cuenta de que el *¿qué puede?* es preguntarse por las posibilidades del niño en cuanto niño, sus necesidades, la estructura de su pensamiento y su capacidad de comprender, retener y funcionalizar. Confundir estos términos es cerrar los ojos a lo que la experiencia nos muestra todos los días y es que las nociones aprendidas prematuramente desbordan la capacidad de los alumnos, no se aprenden, o si llegan a adquirirse con una sobrecarga de esfuerzo, desaparecen en el mismo momento de rendir la lección o el examen.

Otro problema que afecta a nuestros programas tiene su origen en confundir (¡a estas alturas, todavía!) el 5.º nivel de E. G. B. —junto con los tres siguientes— con el Bachillerato Elemental. Como consecuencia se han transferido al nivel básico los programas de éste, de forma indiscriminada, con lo cual los cursos 5.º a 8.º no han mejorado, ya que al ver aumentado su contenido respecto de la anterior Enseñanza Primaria, se ven abocados a los mismos problemas que el Bachiller tenía, aunque incrementados, porque éste era una selección académica e intelectual de los alumnos, a la que la Educación General Básica no responde.

Es por estas razones por las que las Cátedras de Matemáticas y Pedagogía de la Escuela Universitaria del Profesorado de E. G. B. de Granada llevan dos años estudiando la *adecuación de los contenidos indicativos del área de expresión matemática, en su 5.º nivel, a los alumnos de diez-once años.* Las razones que movieron a la investigación son varias:

1.ª Las Orientaciones Pedagógicas constituyen en materia de Matemáticas una indicación muy genérica (temario) que el profesor ha de dotar de un contenido que a veces desconoce en parte, ya que hasta el Plan 1967 de formación del profesorado no se habían introducido los contenidos y estructuras de la matemática actual; además, los cursillos de actualización ni habían sido lo numerosos ni lo bastante intensos, ni se tenía la experiencia previa, para lograr una formación eficaz. El resultado es que muchos profesores encuentran dificultades para traducir un cuestionario en un programa escolar. Es necesario dotar de contenido a dichos temas y conocer su adecuación al nivel investigado.

2.ª Es necesario traducir las orientaciones y sugerencias en instrucciones metodológicas, y ofrecerle al profesor cómo dichas sugerencias se hacen realidad en la confección de fichas, en la motivación de la clase, ejemplificación de los conceptos, en la aplicación de las nociones matemáticas al conocimiento y estructuración del medio, en su adaptación a las restantes áreas susceptibles de una comprensión y configuración lógica y en el diseño de distintas vías didácticas para el acceso a la actividad, el hábito y las nociones matemáticas.

3.ª Frente a la dualidad *Programa máximo* (propuesto por algunos manuales), o *Programa mínimo,* limitado exclusivamente a los epígrafes de las O. P., deseábamos saber la amplitud de un programa *racional* que, recogiendo el temario indicativo, pueda ser razonablemente desarrollado en el tiempo *realmente* disponible y no en el tiempo oficial, causa del desasosiego de muchos docentes.

4.ª La utilización fundamental, aunque no exclusiva, de la individualización, permitirá reducir el manual escolar al lugar que le corresponde, como elemento de consulta y documentación de alumno, y no, como sucede actualmente, que se constituye en el verdadero dirigente de la enseñanza, tanto porque dicta el contenido, cuanto la técnica, tipo de ejercicios, etc.

5.ª Un conocimiento preciso del contenido y hábitos matemáticos propios de este nivel (como en los demás, por supuesto), contribuiría a reducir el número de fracasos. Una mejor adaptación de la materia a las posibilidades de los escolares reduciría el número de niños que necesitan enseñanzas complementarias y de recuperación, problema ya importante, pero que se prevé angustioso dentro de unos años.

6.ª Otra consecuencia de la investigación sería, además de la economía del esfuerzo en el estudio, la reducción del tiempo, que algunos investigadores (vg. Washburne) han estimado en un 50 por 100, dado que el aprendizaje deviene más rápido y seguro cuando está a la medida de las capacidades del escolar. Aún podría hablarse de un valor añadido, y es la satisfacción que encuentra el estudiante al enfrentarse con contenidos que comprende, domina y aplica con facilidad.

7.ª La escuela necesita disponer de baremos de conocimientos y destrezas para cada nivel y edad, obtenidos objetivamente. Sólo de esta manera puede disponer el profesor de un medio seguro para programar y controlar la eficiencia de la enseñanza y el trabajo del alumno. Sólo entonces encontrará la escuela ese ambiente de serenidad necesario para todo trabajo fructífero, tan lejano hoy porque el docente no sabe si se queda corto o si se excede en sus exigencias.

2. Metodología de la investigación

2.1. *Etapas*

Primera. — Se desarrolló durante el curso 1971-72 y consistió en transformar el cuestionario indicativo en un programa funcional que permitiera al profesorado recorrer de forma coherente sus diferentes fases, bien ligadas entre sí como lo requiere la estructura secuencial de la Matemática.

Su redacción fue fruto de un trabajo de Seminario de la Cátedra de Matemáticas con alumnos de 3.er curso (curso de prácticas) del Plan 1967, a la vez que los alumnos se formaban científica y metodológicamente. Procedentes de este Seminario son los profesores de E. G. B. que se han encargado durante este año de su desarrollo.

El programa está confeccionado a base de Unidades quincenales, con una estructura interna muy congruente fácilmente perceptible por el alumno.

Segunda. — Adaptación y desarrollo del programa:

1) Durante este curso 1972-73 se está procediendo a pormenorizar el contenido de cada unidad en una doble vertiente nocional y experiencial, de acuerdo con un esquema racional de objetivos. Se está utilizando, hasta donde es posible, la taxonomía de Bloom, según un tipo de matriz parecido a éste:

Contenidos / Bloque: / Objetivos	Unidad 1.ª Fecha:	Unidad 2.ª	Unidad 3.ª	Unidad 4.ª	EVALUACIÓN Ponderación de objetivos y % de reactivos
1.1 Terminología y hechos específicos.					
1.21 Conocimiento de convenciones.					
1.23 Conocim. de clasifi. y categor.					
1.3 Principios y teorías.					
2.1 Traslación.					
2.2 Interpolación.					
2.3 Extrapolación.					
3.0 Aplicación.					

2) Redacción de fichas de trabajo individualizado, siguiendo la tabla de objetivos a lograr, elaborada para cada unidad temática, como muestra el modelo antes indicado.

3) Trabajo personal del alumno. — Al área matemática se le dedican tres jornadas de mañana completas cada quincena, en las que se incluyen breves sesiones colectivas al final de la mañana y una puesta en común general al final de la unidad. En total nueve horas quincenales, menos los descansos reglamentarios. El horario escolar es muy flexible y permite este tipo de trabajo.

4) Construcción de las pruebas de control de acuerdo con el peso que a cada objetivo se le ha dado, con el fin de no medir sólo conocimientos, sino también los diferentes logros operativos y funcionales que requiere el dominio de cada concepto en su apertura a la realidad y al progreso en el propio «corpus» matemático.

TERCERA.—Tratamiento de los resultados e interpretación. A dos niveles:

> Al término de cada bloque quincenal, lo que está permitiendo una tarea diagnóstica de las dificultades de los alumnos o intrínseca al propio contenido, y como consecuencia reorientar dicho contenido, o sus actividades, o la técnica de presentación, y dirigir las tareas de recuperación de cada alumno en particular.
>
> Se prevee un análisis de resultados al finalizar el programa para valorar su adecuación al nivel establecido, y trasladar a los niveles superior o inferior lo que se ha evidenciado demasiado difícil o excesivamente fácil.
>
> De acuerdo con los datos obtenidos se hará una nueva redacción del programa a fin de disponerlo para un contraste definitivo en el curso 1973-74 con un mayor número de alumnos.

2.2. *Estudio*

El tratamiento estadístico constituye una tarea fundamental. Se opera de la siguiente manera:

1.° Análisis de los objetivos que permiten establecer cuándo un aprendizaje está bien logrado:

> Si entiende el contenido.
> Si lo domina, lo aprende, lo recuerda.
> Si lo aplica.

2.° Estudio de las pruebas de control. Se utilizan siempre exámenes objetivos, y dentro de ellos aquellas variedades que permiten explorar los diversos tipos de dominio (conocimientos, destrezas y hábitos matemáticos), y si el recorrido de sus items es representativo de los objetos propuestos.

Específicamente se hace un estudio de la fiabilidad o consistencia de cada prueba.

3.° Análisis especial de cada ítem incluido en cada prueba, para obtener información sobre:

> En qué tipos de aprendizajes se registran los aciertos.
> Si en los mal resueltos se debe a defecto de formulación o de aprendizaje.

Para ello se investiga el índice de dificultad de cada ítem y el de discriminacion, para determinar en qué medida los malos resultados se agrupan en torno a los malos almunos.

4.° Dado que la investigación se realiza simultáneamente en cuatro unidades escolares, con arreglo a la misma técnica (idéntico programa, idéntico material, fichas y obras de consulta, y con profesorado idénticamente entrenado), se hace un estudio independiente de los resultados de cada unidad y un resultado comparativo global de todos ellos que permita extraer conclusiones con alguna validez.

En consecuencia, se procede a un análisis de «t» para comprobar la significación estadística de las diferencias entre las medias de los grupos, evitando de esta forma el riesgo que supone operar con todos los grupos a la vez, dado que por azar puede existir una diferencia significativa entre dos grupos extremos, mientras que considerados globalmente no existe tal significación.

Caso de resultar significativamente distintas las diferencias medias, se procede como segundo paso a averiguar cuáles son y estudiar sus causas.

5.° Como resultado final admitimos como contenidos propios del área de expresión matemática al 5.° nivel los que, con arreglo a los criterios expuestos anteriormente, son evidenciados en sus diferentes formas de conducta por el 75 por 100 de los sujetos de diez a once años, siempre que el índice de discriminación sea correcto.

3. EJEMPLO

A título de ejemplo se inserta el proceso seguido en el tratamiento de una quincena. Dado que el desarrollo total sería excesivamente largo, se analiza específicamente una cuestión importante de la unidad: *Propiedades conmutativa y asociativa de la suma,* incluyendo sólamente las fichas que las tratan, así como los comentarios que hacen exclusivamente referencia a ellas.

El tema IV de las N. O. P. dice escuetamente: «Operaciones con números naturales. Propiedades.»

Este contenido lo hemos tratado en dos quincenas: una dedicada a la suma y otra al producto. Es a la primera a la que vamos a hacer referencia:

3.1. *Séptima quincena (contenido):*

Definición de la suma de dos números naturales a partir de la unión de conjuntos disjuntos.

Propiedad conmutativa de la suma de números naturales; utilización y reconocimiento de su uso.

Propiedad asociativa de la suma de números naturales; utilización y reconocimiento de su uso.

Ecuaciones en N de la forma $a + x = b$: resolución y casos de no solución. La resta o diferencia de números naturales.

La relación de orden en N: orden natural.

(Duración: Del 21 de enero al 3 de febrero de 1973.)

3.2. *Objetivos de la 7.ª quincena (contenidos):*

Suma de números naturales.

Propiedades.

Diferencia de números naturales.

Ordenación de números naturales.

1. Dados dos conjuntos disjuntos, de cardinal no superior a 10, mediante diagramas de Venn:

1.1. Efectuar la unión de dichos conjuntos.

1.2. Comprobar que el cardinal de dicha unión se corresponde con la suma de los cardinales (incluir el caso de que uno de los conjuntos sea el $\emptyset$).

2. Dados dos números naturales a y b:

2.1. Encontrar dos conjuntos A y B, disjuntos entre sí, y tales que card. (A) $= a$, card. (B) $= b$.

2.2. Hacer la unión de dichos conjuntos.

2.3. Comprobar que card. (AUB) $= a + b$.

3. Dadas las dos expresiones posibles de una suma de dos sumandos a y b, $a + b$ y $b + a$:

3.1. Efectuar dichas sumas.

3.2. Comprobar que los resultados son iguales.

3.3. Expresar la igualdad entre dichas expresiones: $a + b = b + a$.

4. Dadas sumas indicadas de dos números, cambiar la expresión utilizando la propiedad conmutativa.

5. Dadas varias sumas indicadas de tres sumandos, reconocer qué operación es la que hay que hacer en primer lugar (para ello subrayará la operación que va entre paréntesis).

6. Dada una (o varias) suma(s) de tres sumandos, efectuarla(s) ordenadamente teniendo en cuenta la posición del paréntesis.

7. Dados tres números naturales a, b y c, formular las dos formas posibles de escribir la suma de ellos, manteniendo el orden en que van dados.

8. Dados tres números naturales a, b y c:

8.1. Efectuar ordenadamente las sumas: $(a + b) + c$, $a + (b + c)$.

8.2. Comprobar que los resultados son iguales.

8.3. Escribir la igualdad entre ambas expresiones.

9. Expresar de modo equivalente una suma de tres sumandos:

9.1. Utilizando la propiedad conmutativa.

9.2. Utilizando la propiedad asociativa.

10. Dada una igualdad entre dos sumas de tres sumandos, reconocer cuál es la propiedad utilizada para pasar de un miembro a otro de la igualdad.

11. Dada una suma indicada de tres sumandos:

11.1. Escribir dicha expresión de otras tres formas equivalentes al menos.

11.2. En cada caso, señalar la propiedad utilizada.

12. En una igualdad del tipo $a + b = c$, resolver todas las ecuaciones posibles que aparezcan.
13. Expresar, en todos los casos posibles, la solución de una ecuación como una diferencia.
14. Comprobar que hay ecuaciones de la forma $a + x = b$ que no tienen solución en N.
15. Dados dos números naturales a y b, ordenarlos teniendo en cuenta que haya un número que sumado con el menor nos dé el mayor.

4. Matriz de objetivos

No basta que los objetivos sean congruentes con el contenido, respondan al principio de actividad y refieran conductas objetivamente observables, sino que además deben recorrer en su conjunto un panorama amplio de conocimientos específicos y habilidades mentales.

La página siguiente muestra un método fácil para comprobar en qué medida los objetivos de esta quincena cubren las diversas adquisiciones y funciones del área cognoscitiva. Se puede observar cómo la primera mitad de los objetivos (del 1 al 8) ponen en juego, sobre todo, conocimiento de hechos, operaciones y criterios para manipular estructuras matemáticas, aunque se tengan también en cuenta niveles más profundos de actividad mental (vg. objetivos 1, 2 y 3). A partir del objetivo 9, las adquisiciones ejercitan mecanismos y habilidades más complejos, como comprensión, aplicación, análisis e inferencia, y aún evaluación de criterios demostrativos.

De este modo, en una unidad de contenido se progresa desde el logro de la información más elemental a procesos más complejos, implicando en el aprendizaje una gama de conductas muy variada.

Una matriz de objetivos permite observar en qué dominio o sector existe una mayor saturación de actividad, o bien en qué otros existen lagunas por olvido sistemático de ciertas formas de ejercitación intelectual. Como consecuencia de la distribución gráfica de los objetivos se puede aligerar o simplificar algún área, o bien crear algunos nuevos que den a la unidad la necesaria armonía y equilibrio en la actividad mental y operativa.

Clasificación Taxonómica. (Bloom) / Objetivos previstos 7.ª Quincena	1.1 1.2	2.1 2.2 2.3	3.1 3.2 3.3	4	5	6	7	8.1 8.2 8.3	9	10	11.1 11.2	12	13	14	15
Conocimientos															
1.10 Conocimiento de terminología			3					8							
1.21 Conocimiento de convenciones (modos de tratar los datos)	1.1	2.2	3.1				7	8.1							
1.22 Conocimiento de la secuencialidad en el tratamiento de los datos					5	6									
1.24 Conocimiento de criterios operacionales					$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8.1}$							
Habilidad y capacidades intelectuales															
2.10 Traducción de un nivel de abstracción a otro	1.2	$\boxed{2.3}$	3.3					8.3			11.1				
2.30 Extrapolación de consecuencias a partir de una información inicial	$\boxed{1.2}$	2.3	3.2					8.2							
3.00 Aplicación de principios para resolver problemas o modificar datos ...				4					9		11.2				
4.20 Análisis de relaciones		2.1										12	13		15
4.30 Inferencia de la ley que rige una estructura										10					
5.20 Producción de un plan (para comprobar una hipótesis)														$\boxed{14}$	
6.10 Determinar la evidencia interna (lógica) de un problema														14	

Actividad fundamental. Actividad implicada.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EDUCACION GENERAL BASICA
GRANADA

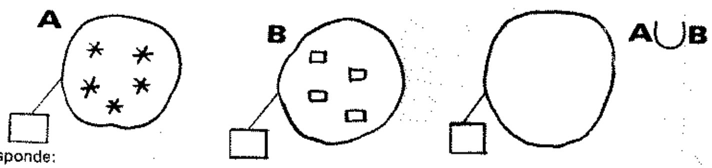
FICHAS DE TRABAJO DE MATEMATICAS
QUINTO NIVEL DE E. G. B.

SEPTIMA QUINCENA FICHA Nº 3

NOMBRE Y APELLIDOS...

GRUPO .... FECHA ....

1º.– Fijate en los siguientes conjuntos A y B que tienes representados:



Responde:

¿Cual es el cardinal del conjunto A? card (A) = ...

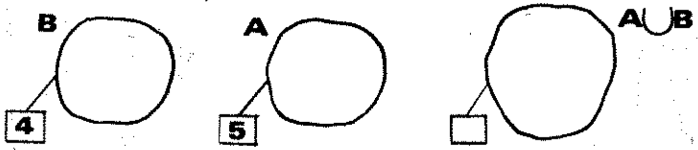
¿Cual es el cardinal del conjunto B? card (B) = ...

Dibuja los elementos del conjunto A ∪ B en el diagrama anterior que tienes para ello.

Calcula card (A ∪ B) = ... Por eso decimos que 5 + ... = ... ó tambien que card (A) + card (B) = card (A ∪ B). Date cuenta de que asi tienes una representación de la suma 5 + 4 = 9.

Vamos a hacer ahora una representación de la suma 4 + 5.

Fijate que podemos utilizar los mismos conjuntos del ejemplo anterior. La unica diferencia que hay es que tenemos que cambiar el orden, asi:



- Dibuja los elementos de B, teniendo en cuenta que es el mismo conjunto B de antes.
- Dibuja los elementos de A, teniendo en cuenta que es el mismo conjunto A de antes.
- Dibuja los elementos de B ∪ A.
- Así tenemos que 4 + 5 = ... ó también .... + card (A) = card (B ∪ A)

Los conjuntos A ∪ B y B ∪ A son iguales, es decir A ∪ B = ... A esta igualdad le llamabamos propiedad .... de la unión de conjuntos;

Como A ∪ B = B ∪ A tenemos también que card (A ∪ B) = card (B ∪ A) y por lo tanto card (A) + card (B) = card (B) + card (A) es decir 5 + 4 = 4 + 5 porque 5 + 4 = 9 y 4 + 5 = 9.

2º.– Efectua la suma 7 + 9: 7 + 9 = ...

Efectua la suma 9 + 7: 9 + 7 = ...

¿Como son los resultados de estas dos sumas? ....

Por eso podemos decir que 7 + 9 = ...

Vamos a hacer lo mismo con la suma de 15 y 20.

Haz la suma 15 + 20 15 + 20 = ...

Haz la suma 20 + 15 20 + 15 = ...

En ambos casos el resultado es 35, luego las dos sumas dan el .... resultado.

Por eso podemos decir que .... = 20 + 15

Fijate que dados dos números naturales a y b podemos realizar su suma en el orden que queramos: asi $a + b$, o asi $b + a$, ya que en ambos casos el resultado es el mismo.

Es decir $a + b = b + a$

A esta igualdad le llamamos propiedad *conmutativa de la suma*. La palabra conmutativa nos dice que el orden de los sumandos no altera la suma.

3º.– Escribe las sumas que te damos cambiando el orden de los sumandos, es decir utilizando la propiedad .... de la suma.

7 + 21 = ...
15 + 1 = ...
1.304 + 17 = ...
0 + 1 = ...
1.111 + 2 = ...
49 + 0 = ...
17 + 71 = ...
1.234 + 4.321 = ...

Se te han formado asi dos columnas de sumas que son iguales, debido a la propiedad .... de la suma. Vamos a comprobar que, en efecto dichas sumas son iguales.

Fijate en lo que hacemos con la primera igualdad y haz tu lo mismo con las restantes:

La primera igualdad es: 7 + 21 = 21 + 7. Vamos a comprobarlo:

7 + 21 = 28, 21 + 7 = 28, como los resultados son iguales esa igualdad es cierta.

Continua tú: 15 + 1 = ... 1 + 15 = ...

como los .... son .... esa igualdad es ....

1.304 + 17 = ... 17 + 1.304 = ...

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EDUCACION GENERAL BASICA

GRANADA

FICHAS DE TRABAJO DE MATEMATICAS
QUINTO NIVEL DE E. G. B.

SEPTIMA QUINCENA FICHA Nº 4

NOMBRE Y APELLIDOS ....

GRUPO .... FECHA ....

1º.– Has aprendido en las fichas anteriores a representar mediante unión de conjuntos la suma de dos números naturales.

Para ello tomabamos un conjunto A que tuviera de .... el primer sumando y otro conjunto B, disjunto con A, que tuviera de cardinal el segundo .... Haciamos la unión de A con B y el .... del conjunto A ∪ B era igual a la .... de los cardinales, es decir a la suma de los dos números.

Vamos a hacer ahora sumas con tres sumandos. Tomemos los números 4, 7 y 9.

Si nos piden 4 + 7 + 9 date cuenta que esta suma se puede hacer de dos modos distintos.

Sumamos primero 4 + 7 = 11 y el resultado lo sumamos con 9 . 11 + 9 = 20

Para indicar que hemos efectuado primero la suma 4 + 7 escribimos esta suma entre parantesis. Así con la expresión (4 + 7) + 9 queremos indicar que primero va la suma .... y el resultado que nos dé lo sumamos con 9. Por eso decimos que el paréntesis indica que operación hay que hacer en ....lugar.

Pero esta misma suma la podemos hacer asi también: sumamos primero 7 + 9 = 16, y el resultado se suma con 4. 4 + 16 = 20

Date cuenta que ahora hemos efectuado en primer lugar la suma 7 + 9, luego es dicha operación la que debe de ir entre paréntesis, así 4 + (7 + 9)

Y el parentesis nos indica que: ....

2º.– Subraya de rojo que operación hay que realizar en primer lugar en cada una de las siguientes expresiones:

(5 + 15) + 25	0 + (6 + 6)
(1 + 1) + 1	3.900 + (3.900 + 0)
8 + (4 + 7)	0 + (0 + 0)
(7 + 17) + 7	7 + (7 + 17)

En cada una de estas expresiones hay que realizar en primer lugar la operación que va escrita entre ...., ya que el .... indica qué operación hay que realizar en .... lugar.

Asi en la expresión (3 + 7) + 15 tenemos que efectuar en primer lugar la suma: ....

Por eso podemos escribir (3 + 7) + 15 = 10 + 15 = ...

Haz tú, ordenadamente, las operaciones que vienen a continuación. Para ello efectua primero la suma que va entre parentesis y luego termina la suma, así:

(7 + 5) + 1 = 12 + 1 = 13
(8 + 9) + 21 = 17 + 21 = ...

13 + (6 + 4) = ... = ...
6 + (0 + 6) = ... = ...
(1 + 1) + 2 = ... = ...
1 + (1 + 2) = ... = ...
10 + (9 + 8) = ... = ...

3º.– Fijate en estas dos columnas de sumas: En cada uno de los casos tienes una suma entre paréntesis que nos indica la operación que hay que realizar en .... lugar. Haz ordenadamente las sumas efectuando en primer lugar la operación que va entre ....

(3 + 5) + 7 = 8 + 7 = ...	3 + (5 + 7) = 3 + ... = ...
(7 + 6) + 4 = ... = ...	7 + (6 + 4) = ... = ...
(6 + 5) + 0 = ... = ...	6 + (5 + 0) = ... = ...
(17 + 2) + 6 = ...=	17 + (2 + 6) = ... = ...
(13 + 11) + 10 = ... = ...	13 + (11 + 10) = ... = ...

Te habrás dado cuenta que las sumas de las dos columnas tienen los mismos sumandos: la primera columna empieza con la suma (3 + 5) + 7 y la segunda columna empieza con la suma – 3 + (5 + 7)

Estas dos sumas tienen los mismos sumandos: 3, 5, y 7. La diferencia entre ellas está en el lugar donde se ha escrito el paréntesis.

En la primera suma hay que sumar en primer lugar .... porque es lo que va entre paréntesis.

Mientras que en la segunda suma hay que sumar en primer lugar .... porque es lo que va entre ....

Estas dos sumas tienen pues los mismos sumandos, lo unico que varía es el orden de operación (en el que sumamos) y esto es lo que indica el ....

Con las restantes sumas sucede lo mismo: cada suma de la columna de la izquierda y su correspondiente de la derecha tienen los mismos .... Lo unico que varia es el orden en el que hay que ....

Fijate ahora en los resultados que tú mismo has obtenido:

Los resultados finales son los .... en las dos columnas.

APRENDE:

Cuando tenemos una suma con tres sumandos la operación que hay que hacer en primer lugar se escribe entre paréntesis.

El resultado de una suma de tres sumandos no depende del parentesis, es decir del orden con el que hagamos las operaciones. Siempre obtenemos el mismo resultado.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EDUCACION GENERAL BASICA
GRANADA

FICHAS DE TRABAJO DE MATEMATICAS
QUINTO NIVEL DE E. G. B.

SEPTIMA QUINCENA FICHA Nº 5

NOMBRE Y APELLIDOS ....

GRUPO .... FECHA ....

1º.– Haz aprendido en la ficha anterior a realizar ordenadamente una suma de tres sumandos. Para ello tenías que efectuar en primer lugar la suma que iba entre paréntesis.
Si nos piden que realicemos la suma 7 + 9 + 8, vemos que no aparece el parentesis en esta expresión. Luego podemos nosotros elegir el camino que queramos.
Podemos hacer:

$$(7 + 9) + 8 = 16 + 8 = 24$$

con lo cual hemos realizado primero la suma 7 + 9, por eso la escribimos entre ....
Pero también podemos hacer:

$$7 + (9 + 8) = 7 + 17 = 24$$

con lo cual hemos realizado primero la suma .... por eso la escribimos entre ....
Fíjate en los resultados que se obtienen:

$(7 + 9) + 8 = 24$ pero también $7 + (9 + 8) = 24$

luego podemos escribir que:

$$(7 + 9) + 8 = 7 + (9 + 8)$$

Vamos a tomar la suma 6 + 10 + 7 y vas a escribir tú a continuación las dos formas que hay de calcular esta suma, para ello recuerda que hay que utilizar el paréntesis. Hazlo:

.... = ...

.... = ...

Subraya de rojo, en cada caso, la operación que hay que realizar en primer lugar.
Efectua ahora ordenadamente cada una de esas sumas, respetando lo que te dicen los paréntesis.
¿Como son los resultados? ó ....
Luego podemos escribir que:

$$(6 + 10) + 7 = 6 + (................)$$

Haz tú lo mismo con la suma:

$$3 + 18 + 7$$

Escribe primero las dos formas distintas que hay para realizar esta suma:

Haz ahora ordenadamente cada una de las sumas según te indican los paréntesis:

Comprueba que los resultados finales son iguales. Escribe la igualdad que hay entre las dos formas de realizar esta suma:

APRENDE: Si tenemos tres numeros naturales que representamos por a, b y c podemos sumarlos de dos modos distintos:

(a + b) + c es decir primero a + b y el resultado con c ó bien

a + (b + c) que nos dice que primero hay que hacer b + c y el resultado con a.

Pero en ambos casos los resultados son iguales:

$$\boxed{(a + b) + c = a + (b + c)}$$

A esta igualdad se le llama *propiedad asociativa* de la suma de números naturales.

2º.– Fijate en las siguientes igualdades que tienes escritas . Algunas de ellas no son verdaderas porque los dos miembros no dan el mismo resultado. Tacha las que tú creas que son falsas.
Si tienes duda efectua la suma de cada miembro y compara los resultados

1)	(6 + 5) + 21	=	6 + (5 + 12)
2)	3 + 17	=	17 + 3
3)	(4 + 8) + 9	=	9 + (4 + 8)
4)	15 + 1	=	1 + 51
5)	(6 + 7) + 17	=	(17 + 6) + 7
6)	(5 + 0) + 21	=	5 + 21
7)	(21 + 1) + 21	=	1 + (21 + 21)

Explica ahora cuales has tachado y porqué: ....
....
....
....

3º.– En el punto anterior algunas de las igualdades eran ciertas, aunque los dos miembros estaban escritos de distinto modo. Las igualdades eran ciertas porque los resultados eran iguales para los dos miembros.

Como ves una suma de tres sumandos se puede escribir de muchos modos distintos y cada uno de ellos da siempre el .... resultado.

Vas a ver que una suma de tres sumandos se puede escribir de varios modos distintos, debido a las dos propiedades que tiene la suma de numeros naturales que son la .... y la ....

Explica tú que decia la *propiedad conmutativa* de la suma de números naturales: ....
....
....

Vuelve a leer el *APRENDE* de esta ficha. En él está explicado lo que dice la propiedad .... de la suma de numeros naturales.

Fíjate en la suma:

$$\boxed{(3 + 5) + 8}$$

esta suma la podemos escribir también asi $3 + (5 + 8)$, entonces hemos hecho uso de la propiedad ....

Pero también la podemos escribir asi: $(5 + 3) + 8$ entonces hemos hecho uso de la propiedad – conmutativa ya que hemos cambiado el orden de los sumandos dentro del paréntesis.

Escribe tú a continuación de cada una de estas igualdades el nombre de la propiedad de la – que se hace uso:

$(7 + 9) + 15$	=	$7 + (9 + 15)$	....
$(1 + 3) + 1$	=	$(3 + 1) + 1$	....
$4 + (5 + 9)$	=	$4 + (9 + 5)$	....
$(3 + 10) + 15$	=	$3 + (10 + 15)$	....
$(6 + 8) + 10$	=	$(8 + 6) + 10$	....

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EDUCACION GENERAL BASICA
GRANADA

FICHAS DE TRABAJO DE MATEMATICAS
QUINTO NIVEL DE E. G. B.

SEPTIMA QUINCENA FICHA Nº 6

NOMBRE Y APELLIDOS ....

GRUPO .... FECHA ....

1º.– Has visto en la ficha anterior que una suma de tres sumandos se puede escribir de varias formas distintas. Si cambiamos el orden de los sumandos estamos utilizando la propiedad .... de la suma de números naturales.

Así en la igualdad:

$$3 + (8 + 42) = 3 + (42 + 8)$$

hemos utilizado la propiedad .... ya que hemos cambiado el orden de los sumandos del ....

Pero fíjate que en esta igualdad:

$$3 + (8 + 42) = (8 + 42) + 3$$

también hemos utilizado la propiedad conmutativa ya que hemos cambiado el primer sumando 3 con el segundo sumando $(8 + 42)$

Escribe tú dos expresiones más de la suma: $7 + (15 + 42)$ utilizando la propiedad conmutativa, recuerda para ello lo que acabas de leer:

2º.– También se utiliza la propiedad asociativa para escribir una suma de tres sumandos de distintas formas.

En la igualdad:

$$\boxed{8 + (17 + 5) = (8 + 17) + 5}$$

hemos utilizado la propiedad .... ya que hemos cambiado los terminos que hay que sumar en primer lugar, es decir los terminos que van entre paréntesis.

En el primer miembro de la igualdad hay que sumar antes .... porque es lo que va entre ....

En el segundo miembro de la igualdad hay que sumar antes .... porque es lo que va entre ....

Pero los dos miembros son iguales porque el resultado es el ....

Escribe de otro modo las siguientes sumas utilizando solamente la propiedad asociativa.

(3 + 7) + 41 = ...

5 + (8 + 37) = ...

5 + (1 + 0) = ...

(72 + 9) + 121 = ...

3ª.– Vamos a aprender a escribir expresiones distintas de una suma de tres sumandos utilizando la propiedad conmutativa y la propiedad asociativa a la vez.

$$3 + (5 + 8) = 3 + (8 + 5) = (3 + 8) + 5$$

Aquí tienes una igualdad de tres términos. Para pasar del primer término al segundo hemos utilizado la propiedad .... ya que hemos cambiado el orden de los sumandos dentro del paréntesis.

Para pasar del segundo término al tercero hemos utilizado la propiedad .... ya que hemos cambiado los sumandos que van dentro del ....

Fíjate en esta otra igualdad entre tres terminos. Cada vez que pases de un término al otro hay que utilizar una propiedad.

$$15 + (3 + 4) = (15 + 3) + 4 = (3 + 15) + 4$$

Dinos tú que propiedades son las que se utilizan: ....

....

Para pasar del primer término: 15 + (3 + 4) al segundo (15 + 3) + 4 se utiliza la propiedad ...., porque ....

Haz lo mismo con estas otras igualdades:

15 + (9 + 16) = (9 + 16) + 15 = 9 + (16 + 15)

3 + (1 + 2) = (3 + 1) + 2 = (1 + 3) + 2

(1 + 7) + 8 = (7 + 1) + 8 = 8 + (7 + 1) = (8 + 7) + 1

4º.– Ahora vas tú a escribir todas las expresiones que sepas de la suma 5 + (81 + 3), cada vez que escribas una expresión distinta escribe al lado la propiedad que has utilizado.

UNIVERSIDAD DE GRANADA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EDUCACION GENERAL BASICA
GRANADA

FICHAS DE TRABAJO DE MATEMATICAS

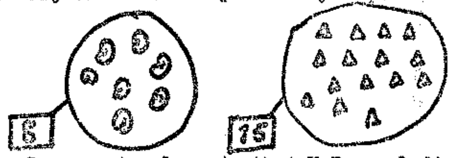
QUINTO NIVEL DE E.G.B.

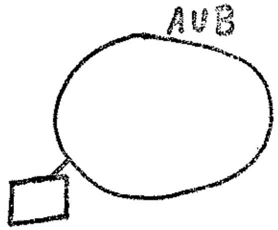
SEPTIMA QUINCENA | FICHA DE CONTROL

NOMBRE Y APELLIDOS:____________________

GRUPO:__________ FECHA:______________

1º.- Fíjate en los conjuntos A y B que tienes representados:

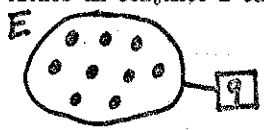




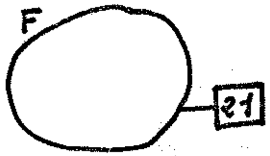
Representa el conjunto A U B en el diagrama:

Calcula card(A U B) = ...

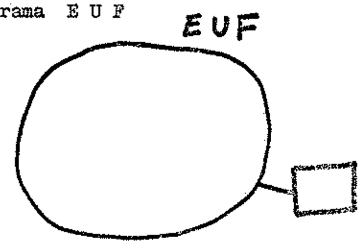
2º.- En el diagrama tienes un conjunto E cuyo cardinal es 9



A continuación tienes otro diagrama de un conjunto F de cardinal 21. Dibuja los elementos de este conjunto.

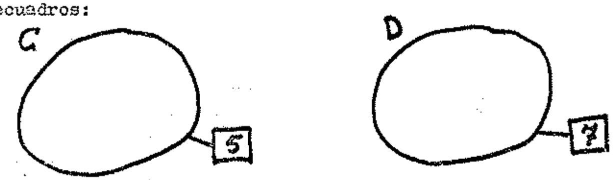


Representa ahora en el siguiente diagrama E U F



Calcula card(E U F) = ________

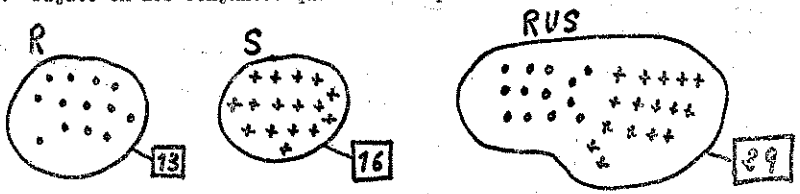
3º.- Dibuja dentro de los diagramas que tienes de los conjuntos C y D los elementos que tú quieras teniendo en cuenta los cardinales que hay en los recuadros:



Representa, ahora, el conjunto C U D en un diagrama:

Calcula card(C U D) = ________

4º.- Fíjate en los conjuntos que tienes representados:



Completa tú lo siguiente:

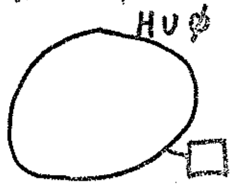
card(R) = ____ card(S) = ____ card (R U S) = ____

Como card(R) + card(S) = card(R U S), por eso decimos que:

13 + ____ = ____

5º.- Fíjate en el conjunto H que tienes representado:

Representa a continuación, en el diagrama, el conjunto H U ∅



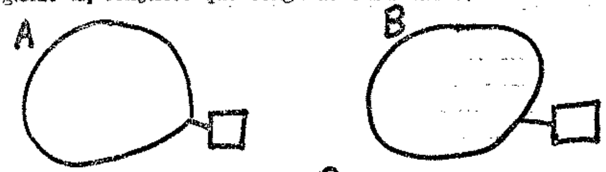
Calcula card(H U ∅) = ____

Completa:

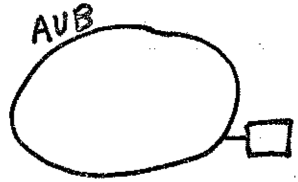
card(H) = ____ card(∅) = ____

card(H) + card(∅) = ________

6º.- Dibuja en el primer diagrama un conjunto que tenga de cardinal 11 y en el segundo un conjunto que tenga de cardinal 17:



Representa, ahora, A U B



Completa: 11 + 17 = ... porque: card(A) + card(B) = ...

7º.- Haz tú una representación de la suma 4 + 3 = 7, mediante conjuntos. Puedes tomar los conjuntos que tú quieras:

8º.- Dinos cuál es la propiedad de la suma que nos dice que para sumar dos números da lo mismo el orden en que lo hagamos: ________________

9º.- Tú sabes que la igualdad: 3 + 7 = 7 + 3 es cierta porque:

3 + 7 = ____ y 7 + 3 = ____

¿Cómo se llama la propiedad de la suma que nos dice que esa igualdad es cierta? ________________________

10º.- Escribe las siguientes sumas de otro modo, utilizando la propiedad conmutativa:

5 + 25 = ________
1 + 0 = ________
41 + 14 = ________
71 + 40 = ________

11º.- A continuación tienes escritas varias sumas con tres sumandos cada una. Subraya en rojo la operación que haya que hacer en primer lugar en cada caso:

(15 + 51) + 17 (14 + 3) + 19
21 + (84 + 72) 37 + (18 + 66)

12º.- Explica tú que es lo que nos dice el paréntesis en una suma de tres sumandos: ____________________

13º.- Haz ordenadamente las sumas que tienes a continuación, es decir teniendo en cuenta el paréntesis.

(13 + 8) + 7 = ____ ____ = ______
4 + (43 + 7) = ____ ____ = ______
27 + (6 + 14) = ____ ____ = ______

14º.- Haz ordenadamente cada una de las sumas que tienes a continuación:

(7 + 9) + 15 =

7 + (9 + 15) =

¿Cómo son los resultados de estas dos sumas? ________________

15º.- Dinos cuál es la propiedad de la suma que nos dice que para sumar tres números da lo mismo el camino que elijamos:
- o sumar los dos primeros, y el resultado con el tercero
- o bien sumar los dos últimos y el resultado con el primero.

________________.

16º.- Tú sabes que la igualdad:

(6 + 15) + 72 = 6 + (15 + 72)

es cierta porque:

(6 + 15) + 72 = 21 + 72 = ______
6 + (15 + 72) = 6 + 87 = ______

¿Cómo se llama la propiedad de la suma que nos dice que esa igualdad es cierta? ________________

17º.- Comprueba tú, ahora, que la siguiente igualdad es cierta:

(8 + 3) + 11 = 8 + (3 + 11)

Para ello calcula independientemente cada miembro de la igualdad; hazlo ordenadamente:

(8 + 3) + 11 =

8 + (3 + 11) =

¿Cómo son los resultados? ________________

18º.- Escribe las siguientes sumas de otro modo, utilizando la propiedad asociativa:

(26 + 7) + 8 =
71 + (55 + 19) =
14 + (4 + 8) =
(12 + 21) + 5 =

19º.- Escribe a continuación de cada una de las igualdades que tienes, el nombre de la propiedad de la suma que se utiliza:

(8 + 18) + 81 = 8 + (18 + 81) ________________
(6 + 6) + 66 = 6 + (6 + 66) ________________
7 + (15 + 41) = (7 + 15) + 41 ________________

20º.- Escribe a continuación de cada una de las igualdades que tienes, el nombre de la propiedad de la suma que se utiliza:

17 + 29 = 29 + 17 ________________
(41 + 8) + 5 = 5 + (41 + 8) ________________
(19 + 20) + 21 = 21 + (19 + 20) ________________
(4 + 6) + 8 = (6 + 4) + 8 ________________
(30 + 50) + 100 = (50 + 30) + 100 ________________

21º.- Escribe la suma: (91 + 4) + 17 de otro modo utilizando la propiedad conmutativa:

(91 + 4) +17 =

22º.- Fíjate en las siguientes igualdades:

(7 + 49) + 1 = 7 + (49 +1) = (49 + 1) + 7

Para pasar del primer miembro al segundo se utiliza una propiedad de la suma, que es la propiedad ______________________.
Para pasar del segundo miembro al tercero se utiliza una propiedad de la suma, que es la propiedad ______________________.

23º.- Escribe, utilizando la propiedad conmutativa, la siguiente suma de otro modo

(2 + 10) + 8 =

24º.- Escribe también esta otra igualdad de otro modo diferente, utilizando la propiedad asociativa.

(3 + 9) + 12 =

25º.- Escribe la siguiente suma de tres formas más:

14 + (8 + 9), pero en cada caso dí cómo se llama la propiedad que has utilizado.

14 + (8 + 9) =

14 + (8 + 9) =

14 + (8 + 9) =

26º.- La suma incompleta 4 + $\square$ = 17 quiere decir que hay que calcular el número que sumado con ____ nos de ______.

27º.- Calcula tú los sumandos que faltan en las siguientes sumas incompletas:

6 + $\square$ = 14 8 + $\square$ = 17

15 + $\square$ = 31 41 + $\square$ = 60

28º.- Escribe en forma de resta las siguientes sumas incompletas:

18 + $\square$ = 32, en forma de resta : ____________________

6 + $\square$ = 72, en forma de resta : ____________________

67 + $\square$ = 31, en forma de resta : ____________________

29º.- Escribe las siguientes restas en forma de suma incompleta:

49 - 7 = ___, en forma de suma incompleta: ________________

18 - 7 = ___, en forma de suma incompleta: ________________

19 - 12= ___, en forma de suma incompleta: ________________

30º.- La suma incompleta 7 + $\square$ = 5 no tiene solución, porque no hay ningún ______________ que sumado con ________ nos de __________

31º.- Entre las siguientes sumas incompletas hay algunas que no tienen solución, táchalas:

6 + $\square$ = 3 4 + $\square$ = 15 9 + $\square$ = 8

19 + $\square$ = 21 3 + $\square$ = 17 61 + $\square$ = 50

32º.- Explica por qué 10 es mayor que 4: ______________________________
____

33º.- Con los números 15 y 6 formamos las dos sumas incompletas que hay:

15 + $\square$ = 6 6 + $\square$ =15

Tacha tú la que no tenga solución.
Por eso decimos que __________ es mayor que ________, porque la suma incompleta no tiene solución

34º.- Forma las dos sumas incompletas que hay con los números 9 y 2:

Tacha la que no tenga solución.

5. Resultados de la séptima quincena

5.1. *Homogeneidad del grupo*

Aplicada la prueba de control correspondiente a las cuatro unidades experimentales se obtienen los siguientes resultados:

TABLA I

Grupos	Media $\bar{x}$	D. Típica σ	Significación medias $Rc\bar{x}$	Tamaño muestra N	Código
Chicos A	28,6	3,8	43	34	(1)
Chicos B	28,6	4,5	33	29	(2)
Chicas A	27,8	5	30	42	(3)
Chicas B	22,5	6,6	18	29	(4)

Dado que lo deseable es hacer predicciones sobre la muestra total, y no sobre cada uno de los grupos, necesitábamos saber si podríamos operar con todos los grupos como si fuera uno solo. Para ello se debía demostrar la procedencia o no de la hipótesis nula (Ho), es decir que la diferencia entre las medias obtenidas no son significativas, y se deben, por tanto al azar. En otras palabras, si las diferencias son tan pequeñas que son compatibles con la hipótesis de que la verdadera diferencia es O, pero que por azar han tomado los valores señalados en la primera columna de la Tabla II.

Como el tamaño de las muestras es pequeño, y por otra parte, no teníamos seguridad de que las respectivas distribuciones fueran normales, y como además los datos que conocemos son las desviaciones típicas y las medias de las respectivas muestras, pero no las de la población total, parece apropiado el tratamiento de los datos por la prueba «t» de Student, cuya expresión es la siguiente:

$$«t» = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sigma_{ij}\sqrt{\dfrac{1}{N_i} + \dfrac{1}{N_j}}}, \text{ en la que } \sigma_{ij} = \sqrt{\frac{N_i\,\sigma_i^2 + N_j\,\sigma_j^2}{N_i + N_j - 2}}$$

$\bar{x}_i$ = Media del grupo «i».
N_i = Tamaño de la muestra «i».
σ_i = Desviación típica de la distribución de «i».

Los resultados obtenidos al comparar las medias de los cuatro grupos dos a dos, han sido tabulados en el cuadro siguiente:

TABLA II

	Difer. de medias $\bar{x}_i - \bar{x}_j$	σ_{ij}	Corrector $\sqrt{\dfrac{1}{N_i} + \dfrac{1}{N_j}}$	«t»	Grados de libertad $N_i + N_j - 2$
1,2	0,0	4,2	0,252	0,0	61
1,3	0,8	4,5	0,230	0,77	74
1,4	6,1	5,3	0,252	4,5	61
2,3	0,8	4,8	0,241	0,69	69
2,4	6,1	5,6	0,262	4,1	58
3,4	5,3	5,8	0,241	3,78	69

TABLA III

Grupos	Valores de «t» (1)	(2)	(3)	(4)
(1)		0,0	0,77	4,5
(2)	61		0,69	4,1
(3)	74	69		3,78
(4)	61	58	69	

Como todos los grados de libertad exceden de 30, la distribución se aproxima a una función normal, en relación con la cual se puede hallar el valor teórico de «t».

Para ello aceptamos el nivel de confianza del 5 por 100, utilizado en casi todas las investigaciones educacionales. El nivel de confianza del 5 por 100 significa la probabilidad de que un estadístico (en nuestro caso las diferencias de medias) tome un valor dentro de los límites de aceptación del «t» teórico. Para el nivel de confianza del 5 por 100 el valor del «t» teórico es el 1,96 sigmas. El criterio será entonces:

Si nuestro «t» empírico es $\geqslant$ 1,96, hay que rechazar la Ho, ya que un caso que tiene tan pocas probabilidades de aparecer, si lo hace es porque la diferencia de media es significativa, y por lo tanto, incompatible con la hipótesis nula.

Si por el contrario «t» $\leqq$ 1,96 hay que aceptar la hipótesis nula, porque en realidad se trata de un par de muestras extraídas de la misma población.

Observamos en la Tabla III que «t» es menor que 1,96 en (1,2), (1,3) y (2,3) pero es mayor en (1,4), (2,4) y (3,4). Indicando con SI las diferencias significativas y con NO las que no lo son, obtenemos la Tabla IV.

TABLA IV

	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)		NO	NO	SI
(2)	NO		NO	SI
(3)	NO	NO		SI
(4)	SI	SI	SI	

En resumen:

1.° En los pares de muestras formados por los grupos A y B de chicos y A de chicas, la diferencia de medias no es significativa. Se trata, en realidad, de tres muestras de la misma población.

2.° El grupo B de chicas no puede considerarse de la misma población, pues su media es significativamente diferente de las otras.

3.° Eliminamos, al menos en esta quincena, el grupo B de chicas y operamos globalmente con los tres restantes.

6. Fiabilidad de la prueba y significación de los resultados

Estimar la fiabilidad de la prueba de control parece que no tiene objeto, dado que se trata de un instrumento que se va a aplicar una sola vez. Sin embargo hay dos razones que impulsan a ello:

a) porque se aplica a varios grupos a la vez e interesa, por lo tanto, saber la consistencia o constancia de sus resultados, y *b*) porque una investigación de este tipo exige la seguridad de que los instrumentos que usa tienen la suficiente calidad técnica que justifica la adopción de ciertas decisiones.

Dada su sencillez, adoptamos la fórmula de Kuder-Richardson-21, idónea para estimar la fiabilidad de una prueba que se aplica una sola vez al mismo grupo de sujetos.

$$r = \frac{K}{K - l}\left[1 - \frac{M\,(K - M)}{K}\right]$$

r = cociente fiabilidad.
K = núm. items de la prueba.
M = media del grupo.
l = desviación típica.

Utilizamos la media y la sigma del grupo codificado (1), que tiene la desviación menor, ya que con cualquiera de los otros dos obtendríamos un índice más alto, dado que dicho estadístico es el que tiene una ponderación mayor en el resultado de la K-R-21. Así, pues:

$$r = \frac{34}{33}\left[1 - \frac{28{,}6\,(34 - 28{,}6)}{34 \times 3{,}8^2}\right] = 0{,}703$$

resultado que se considera muy aceptable para este tipo de pruebas y que demuestra que la que nos ocupa posee una significativa consistencia.

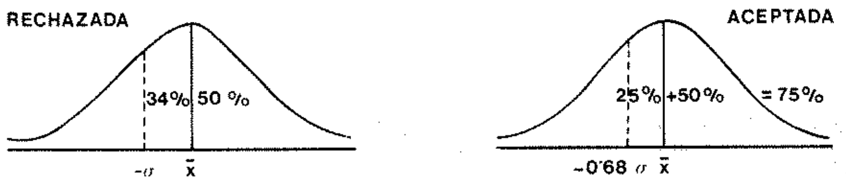
Lo mismo podríamos decir de las medias (ver Tabla I) cuya razón crítica (Rc) es significativamente distinta de cero a un nivel de confianza muy superior a 5 por 100.

7. Dificultad y discriminación de los items

La idoneidad de un contenido para un nivel la traducimos en términos de dificultad, ya que una conducta no lograda evidencia un contenido demasiado difícil para la capacidad de quien intenta aprenderla, al menos *con los instrumentos, pruebas y metodología que nosotros hemos utilizado.*

Es necesario establecer, pues, un índice de dificultad teórico en función del cual podamos decir que un grupo logra o no cierta adquisición. La experiencia de diversos autores (Washburne, Dottrens...) centra este límite entre .75 u .80, de manera que puede afirmarse que una conducta (expresión de una adquisición) es difícil para un nivel cuando la han conseguido menos del 75 por 100 (u 80 por 100) de los sujetos de ese nivel (o esa edad).

Nosotros hemos tomado el índice de dificultad = .75, porque entendemos que si al menos las tres cuartas partes de la población de diez a once años no evidencia una adquisición es porque resulta lo suficientemente difícil para que razonablemente podamos dudar de su adecuación a ese nivel. Un índice más elevado (vg. el 80 por 100) daría más seguridades sobre la idoneidad, pero probablemente por su excesivo rigor pulverizaría los niveles indicativos. Menos adecuado sería aún utilizar el criterio, poco meditado de estimar rendimiento. Suficiente al abarcado en curva normal entre la media y una desviación típica negativa. Resulta entonces:



Eso equivaldría a exigir una respuesta positiva del 84 por 100 de la población, lo que es a todas luces excesivo.

Pero no basta que un objetivo haya sido logrado por el 75 por 100 de los casos, sino que lo hayan logrado mayoritariamente los mejores alumnos. Habría que dudar de un aprendizaje porcentualmente superior en los malos alumnos. Por eso combinamos la dificultad de los items —mediante los que queremos comprobar una conducta— con su capacidad para separar positivamente los que fracasan de los que tienen éxito, es decir, que la proporción de buenos alumnos que los superan debe ser mayor que la de los malos que también los superan.

Se ha elegido el Índice de Discriminación de Pemberton (PLI = UP-Low Index), consistente en la diferencia de la proporción de respuestas correctas del grupo de los mejores (27 por 100) y del de los peores (27 por 100).

$$\text{ULI} = \frac{R_u - R_l}{f}.$$

ULI = Índice de discriminación.
R_u = Respuestas correctas del grupo superior.
R_l = Respuestas correctas del grupo inferior.
f = Numero de sujetos de un grupo.

Este índice, según Ebel, es el más sencillo de resolver, y sirve tanto como otros índices más complicados, tales como la correlación biserial, la tetracórica y otros. Este autor ha sugerido el siguiente patrón de interpretación:

. 40 y más: muy buenos items
. 30 a .39: buenos pero susceptibles de mejora
. 20 a .29: moderados, deben mejorarse
menos de .19: deficientes, deben descartarse.

Los resultados obtenidos han sido:

Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I. Dificult.	.94	.98	1.0	1.0	.90	.99	.82	.78	.79	.90	.96	.95
I. Discrim.	.05	.03	0.0	0.0	.17	0.0	.11	.25	.17	.20	.11	.14

Items	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
I. Dificult.	.79	.78	.55	.63	.64	.82	.81	.76	.88	.70	.90	.85
I. Discrim.	.42	.45	.60	.51	.71	.31	.40	.51	.31	.42	.17	.37

Items	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
I. Dificult.	.63	.92	.96	.69	.67	.95	.89	.50	.90	.90
I. Discrim.	.34	.17	.03	.42	.42	.14	.25	.34	.17	.14

8. Comentario al aspecto metodológico del trabajo con las fichas

En la ficha 3 el enunciado de la propiedad aparece perdido en el contexto. En la próxima redacción de la ficha se hace necesario enmarcarlo en un *aprende*.

Esto supuso dificultades para memorizar el enunciado de la propiedad y su identificación al verlo escrito. Sin embargo la aplicación de la propiedad no presenta problemas.

En las sumas de tres sumando con paréntesis, al pedir que efectuaran la suma ordenadamente los niños incurrían en dos defectos:

a) Hacían la suma directamente, ya que no entendían la expresión «efectuar ordenadamente».

b) En algunos casos era tan obsesiva la idea de que la operación entre paréntesis se debía realizar en primer lugar que escribían el resultado de esa suma previo al otro sumando, aún en los casos en que el paréntesis ocupaba el segundo lugar. De este modo utilizaban al mismo tiempo la propiedad conmutativa sin darse cuenta de ello.

El enunciado de la propiedad asociativa presenta dificultad de reconocimiento. Mucha mayor dificultad tiene el que el alumno la enuncie por sí mismo. Si a estas dos dificultades se le añade el parecido fonético con la palabra «conmutativa», esto supone en algunos casos una dificultad insalvable.

Este aspecto es el que ha presentado mayores inconvenientes. Para identificar qué propiedades se utilizan para pasar de una expresión a otra de una misma suma, se ha utilizado un mecanismo de comprobación en la puesta en común, ya que en el tratamiento de la ficha no se lograba eficazmente. El mecanismo consiste:

a) Para comprobar la propiedad conmutativa comparamos los lugares que ocupa cada sumando en una y otra expresión.

b) Para comprobar la propiedad asociativa se comparan los sumandos que quedan dentro de los paréntesis en cada expresión.

Con este mecanismo se logró superar, en parte, la dificultad terminológica entre ambas propiedades. De ahí que los resultados de la prueba de control en estos aspectos sean mejores de lo que se esperaba.

Una próxima redacción de esta ficha debe incluir este procedimiento de comprobación.

9. Comentario al logro de los objetivos

Objetivo núm. 3. — «Dadas las dos expresiones posibles de una suma de dos sumandos a y b : $a + b$ y $b + a$:

3.1. Efectuar dichas sumas.

3.2. Comprobar que los resultados son iguales.

3.3. Expresar la igualdad entre dichas expresiones: $a + b = b + a$».

Controlado en la prueba de evaluación por los items 8 y 9. (Consultar la prueba de control.)

El ítem 8 es previo al objetivo y de simple reconocimiento de nomenclatura; tiene discriminación aceptable aunque algo baja. Hay dificultad en el reconocimiento de la terminología. Hace falta comparar los resultados de este ítem con el correspondiente para el producto. Su redacción es mejorable; induce a confusión.

El ítem núm. 9 hace referencia parcialmente al objetivo. Su discriminación es muy baja, por lo que pensamos que el reconocimiento de las propiedades de la suma (o producto) por su nombre, es un problema de adquisición de nomenclatura, ya que cuesta distinguir un nombre del otro. Este objetivo no queda tratado en su totalidad. Debe ser mejor escalonado en pruebas sucesivas.

Objetivo núm. 4. — «Dadas varias sumas indicadas de dos sumandos, cambiar la expresión utilizando la propiedad conmutativa.»

Este objetivo ha sido tratado en el ítem núm. 10.

Los resultados nos dicen que la propiedad conmutativa está perfectamente asimilada desde el punto de vista operativo. Valvemos a insistir en que el mayor problema de las propiedades es el fonético; algunos alumnos llegaron a nombrar las propiedades con términos tales como «sumativa», «ordenativa».

Objetivo núm. 5. — «Dadas varias sumas indicadas de tres sumandos, reconocer qué operación es la que hay que hacer en primer lugar (para ello subrayará la operación que va entre paréntesis)».

Tratado en los items 11 y 12.

Los índices nos dicen que el reconocimiento de la función del paréntesis en una suma de tres sumandos está perfectamente asimilada.

Objetivo núm. 6. — «Dada una (o varias) sumas de tres sumandos, efectuarlas ordenadamente teniendo en cuenta la posición del paréntesis.»

Tratado en los items 13, 14 y parcialmente en el 17.

Los índices de dificultad de los dos primeros superan el nivel crítico aceptable, se pueden dar por conseguidos. Sin embargo hay una disminución sensible respecto de los items anteriores. La discriminación que tienen es óptima. Se puede pensar que este objetivo es propio de este nivel, y para un alumno de tipo medio. Es interesante subrayar que es la primera vez que se les plantea a los alumnos, y de un modo sistemático, el carácter operativo que tiene el paréntesis, ya que en la unión y en la intersección de conjuntos se hizo de modo asistemático. Los resultados son satisfactorios. Será necesario comparar con los resultados del producto.

Objetivo núm. 8. — «Dados tres números naturales a, b y c:

8.1. Efectuar ordenadamente las sumas $(a + b) + c$ y $a + (b + c)$.
8.2. Comprobar que los resultados son iguales.
8.3. Escribir la igualdad entre ambas expresiones.

Tratado en los items 15, 16 y 17.

Los items 15 y 16 son de claro reconocimiento de terminología. Los índices bajan del nivel aceptable y son muy discriminatorios por la propia dificultad de este reconocimiento. Se vuelve a plantear el mismo problema de nomenclatura que ya hemos apuntado.

El ítem 17 hace referencia al núcleo del objetivo; es difícil, y en consecuencia tiene una discriminación muy alta. El 14 es similar en la parte relativa a hacer ordenadamente las operaciones; sin embargo, los índices del 17 disminuyen bastante, debido quizá a que no se hayan fijado en hacer las operaciones ordenadamente, puesto que la pregunta parece consistir en demostrar una igualdad.

Este objetivo es conveniente tratarlo más a fondo, ya que no ha quedado claro si la propiedad asociativa de la suma es asimilable con más profundidad que la meramente operativa.

Objetivo núm. 9. — «Expresar de un modo equivalente una suma de tres sumandos:

9.1. Utilizando la propiedad conmutativa.
9.2. Utilizando la propiedad asociativa.»

Este objetivo ha sido tratado en los items 18, 21, 23 y 24.

Al 9.1 corresponden los items 21 y 23, totalmente conseguidos; no presenta ninguna dificultad el utilizar la propiedad conmutativa en una suma de tres sumandos. El aumento en el índice al pasar del 21 al 23 parece deberse a un fenómeno de refuerzo.

Al 9.2 corresponde los items 18 y 24. También está conseguido. Es curioso ver que los índices de este aspecto de la propiedad asociativa son superiores a los de la suma ordenada de acuerdo con el paréntesis.

Objetivo núm. 10. — «Dada una igualdad entre dos sumas de tres sumandos, reconocer cuál es la propiedad utilizada para pasar de un miembro a otro de la igualdad.»

Tratado en los items 19, 20 y 22.

La dificultad de las preguntas es creciente; los items 19 y 20 piden el reconocimiento en una sola igualdad; sus índices superar el valor crítico, siendo la discriminación muy buena.

En la pregunta 22 se encadenan dos reconocimientos; aumenta la dificultad y su índice baja de valor crítico, sin embargo es bastante aceptable. El ítem discrimina muy bien.

El objetivo de reconocimiento de una propiedad en una igualdad está conseguido a pesar de la confusión de terminología.

Objetivo núm. 11. — «Dada una suma indicada de tres sumandos:

11.1. Escribir dicha expresión al menos de otras tres formas equivalentes.
11.2. En cada caso señalar la propiedad utilizada.»

Tratado en el ítem 25.

Índice de dificultad alto dentro del total de la prueba; pensamos que es debido a que hay que hacer dos actividades al mismo tiempo, por lo que convendría desglosar este objetivo en más items para sucesivas pruebas. La discriminación puede mejorarse con una redacción más adecuada.

10. Resumen final

El interés de estos objetivos se centra en el estudio de la estructura de (N, +), es decir, estudio exhaustivo de las propiedades asociativa y conmutativa.

Hemos podido comprobar que determinados aspectos de ambas propiedades no presentan una gran dificultad.

La propiedad conmutativa se domina operativamente en expresiones con dos y tres sumandos.

Se reconoce cuando se utiliza en una igualdad de sumas con dos y tres sumandos.

Tampoco presenta dificultad el reconocimiento de su enunciado.

La propiedad asociativa se domina operativamente en los siguientes aspectos:

> Se reconoce y se utiliza el paréntesis para efectuar una suma de tres sumandos ordenadamente.
>
> Se utiliza para ecsribir una suma de tres sumandos de otro modo, cuando se solicita dicha propiedad.
>
> Se reconoce en una igualdad de sumas con tres sumandos.

Sin embargo ha habido mayores dificultades, sin ser excesivas, cuando se han combinado los aspectos anteriores entre sí o bien se han complicado los procesos o cadenas de igualdades en vez de una sola igualdad.

Pensamos que la estructura de semigrupo abeliano en N es perfectamente asimilable a este nivel; las dificultades que aparecen son fundamental mente de nomenclatura.

Luis Rico Romero
Óscar Sáenz Barrio
Antonio Corpas Herenas

INFORMACIÓN DE ESPAÑA

LA FORMACIÓN RELIGIOSA EN LA EDUCACIÓN PREESCOLAR, GENERAL BÁSICA Y BACHILLERATO

La Dirección General de Ordenación Educativa, a la espera de que se dé cumplimiento a lo dispuesto en el artículo 136.4 de la Ley General de Educación, con fecha 11 de septiembre del presente año ha resuelto:

Primero. — En el nivel educativo preescolar la Formación Religiosa se desarrollará bajo la dirección del profesorado propio de este nivel, a través de las actividades y principios a que hace referencia el artículo 14.1 de la Ley General de Educación y de acuerdo con las orientaciones pedagógicas correspondientes.

Segundo. — 1. En la primera etapa de la Educación General Básica, la Formación Religiosa se impartirá globalizadamente, y de acuerdo con las correspondientes orientaciones pedagógicas, por el profesorado que tiene a su cargo con carácter general este nivel educativo.

2. En la segunda etapa, la Formación Religiosa será objeto de diversificación en área específica de conocimiento, y será impartida, de acuerdo con las correspondientes orientaciones pedagógicas, por el profesorado de Educación General Básica capacitado en la especialidad.

3. La formación Religiosa en los Centros estatales y no estatales en los niveles de Educación Preescolar y Educación General Básica, a tenor de lo dispuesto en el apartado 2 del artículo XXVII del Concordato, podrá completarse con Enseñanza Catequística a cargo de la Iglesia, ajustándose al régimen académico del Centro.

Tercero. — 1. La Enseñanza Religiosa en el Bachillerato Unificado y Polivalente será objeto de programación específica en el área de Formación Religiosa y será impartida como materia común en cada uno de los tres cursos del Bachillerato. Estará a cargo del profesorado determinado para la Enseñanza Media en los apartados 3 y 4 del artículo XXVII del Concordato.

2. Lo dispuesto en el apartado anterior para el Bachillerato Unificado y Polivalente será aplicable al Curso de Orientación Universitaria, con las pecu-