

Prov. T. 14/32

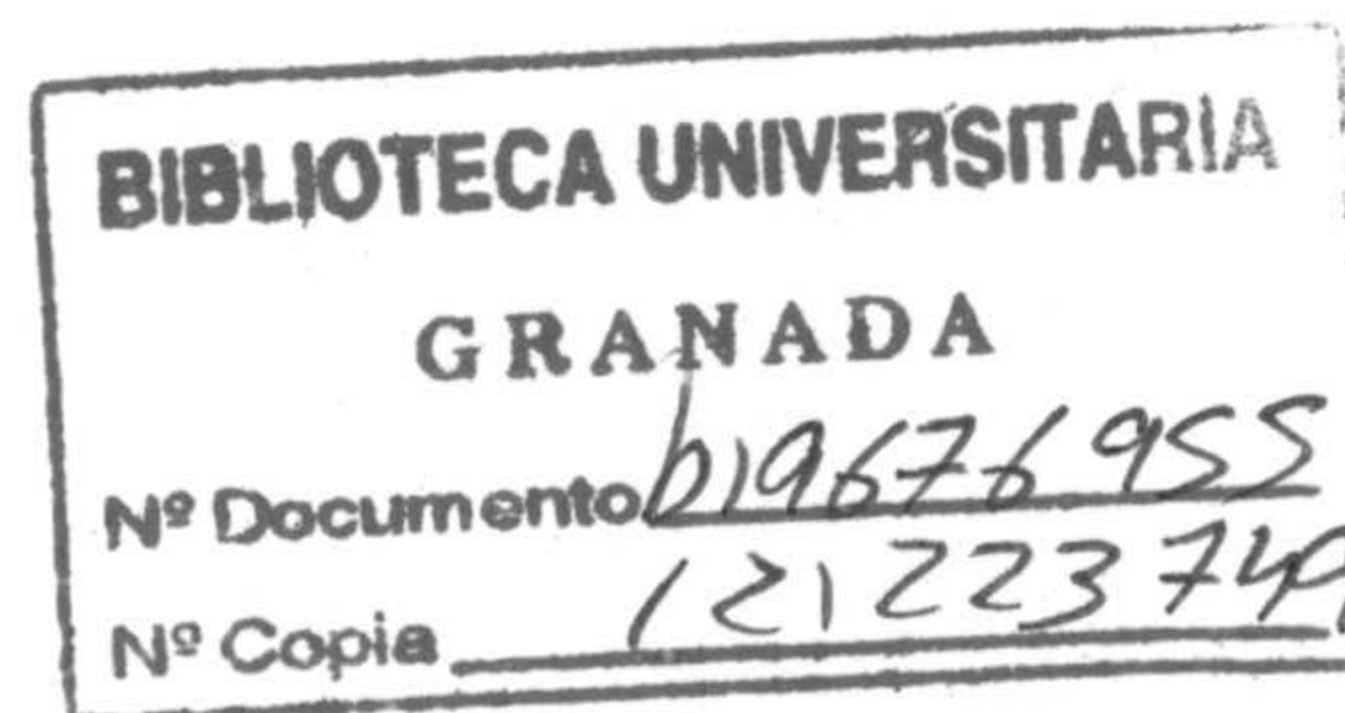
T
16
2

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Departamento de Geodinámica



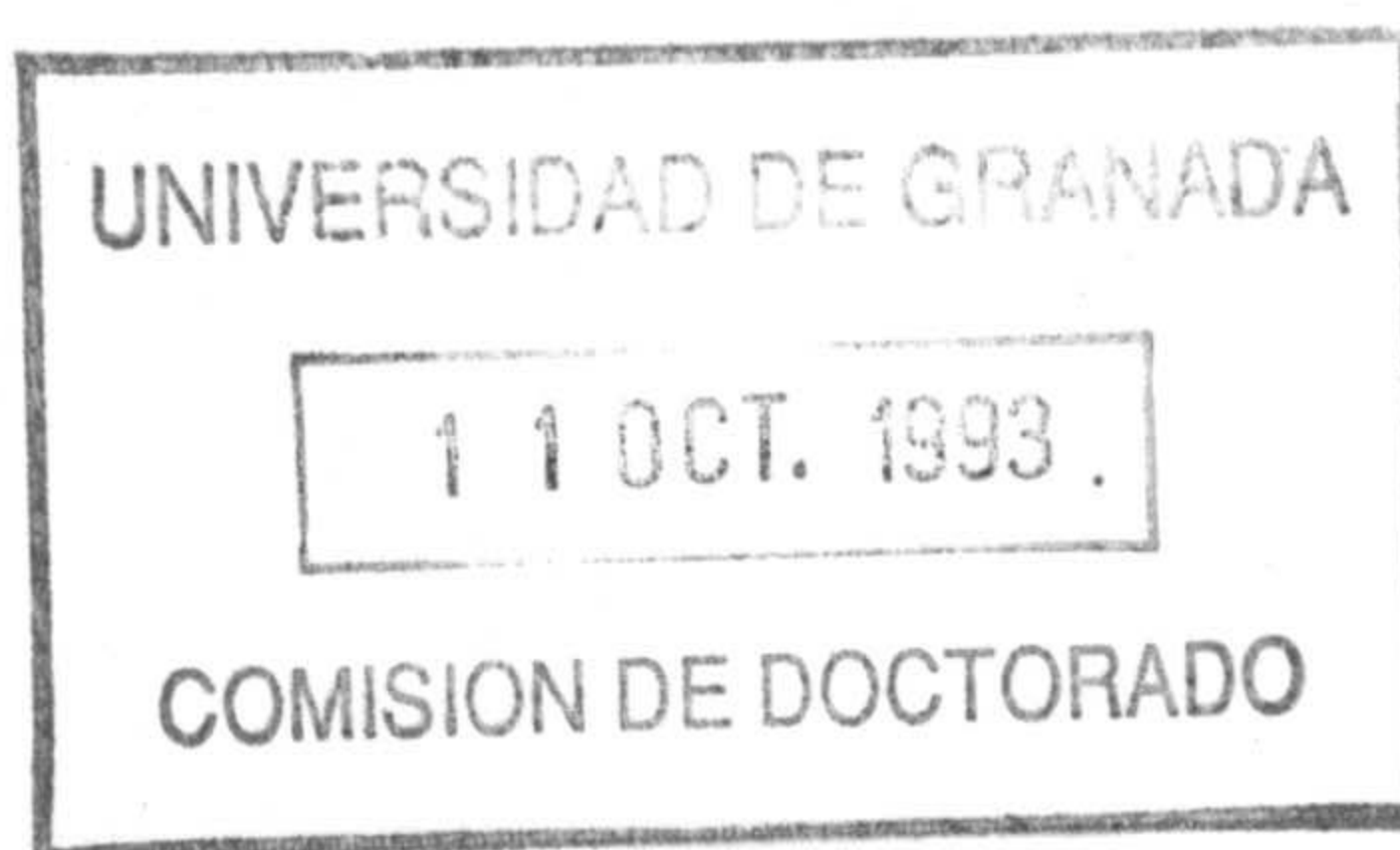
ANALISIS GEOESTADISTICO DE LA DISTRIBUCION
ESPACIAL DE ANOMALIAS GEOQUIMICAS EN
EXPLORACION MINERA

Rosario Jiménez Espinosa



TESIS DOCTORAL

Granada, 1993



FACULTAD DE CIENCIAS

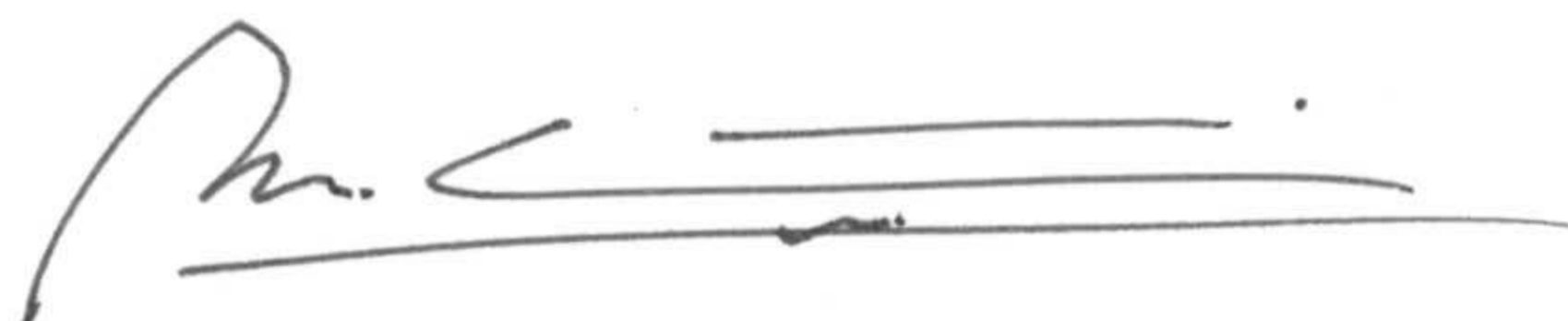
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Departamento de Geodinámica

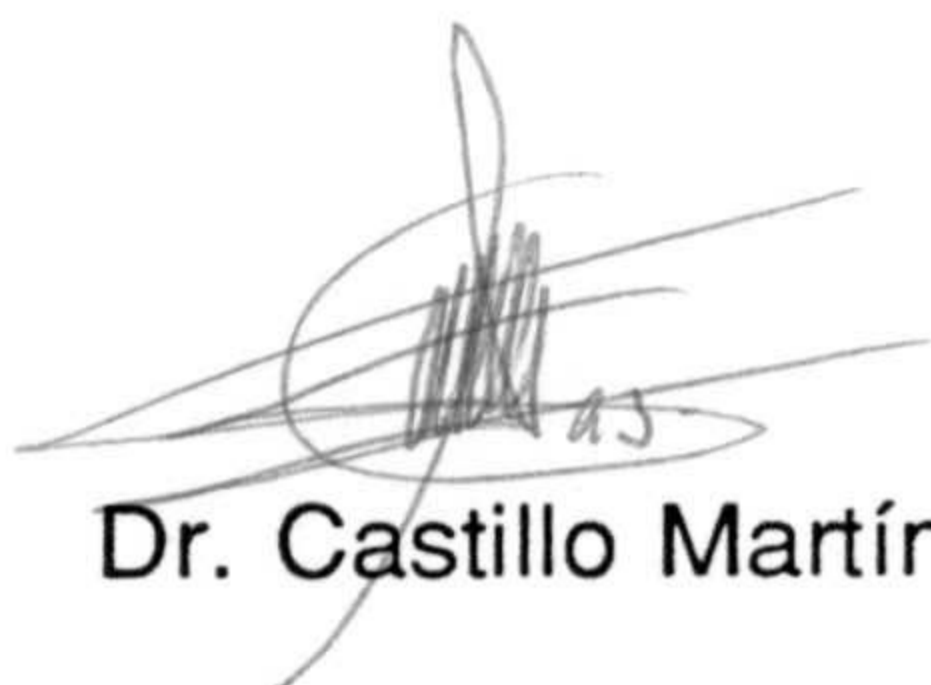
**ANALISIS GEOESTADISTICO DE LA DISTRIBUCION
ESPACIAL DE ANOMALIAS GEOQUIMICAS EN
EXPLORACION MINERA**

Tesis que presenta Rosario Jiménez Espinosa
para optar al Grado de Doctor en Ciencias
(Sección de Geología).

Los Directores



Dr. Chica Olmo



Dr. Castillo Martín



Rosario Jiménez Espinosa
Granada, Octubre de 1993

A mi familia
A Juan

AGRADECIMIENTOS

Resulta imposible pensar en la realización de un trabajo como el de una Tesis Doctoral sin contar con la ayuda y colaboración de innumnerables personas, de las cuales sólo una parte van a quedar citadas en este apartado.

En primer lugar, quiero hacer constar públicamente mi agradecimiento al Dr. Mario Chica Olmo, como la persona que me inició en este apasionante campo de la investigación, y en el que he encontrado durante todo el desarrollo de la investigación una ayuda y apoyo constantes.

También deseo que quede mi reconocimiento al Dr. Antonio Castillo Martín, que a lo largo del período en el que se ha desarrollado este trabajo, ha estado dispuesto a ayudarme en cualquier aspecto relacionado con la investigación. Obviamente, su labor se ha centrado en aquellas cuestiones más relacionadas con los problemas hidrogeológicos, y aunque no queden recogidos de forma directa en la presente Memoria, han sido uno de los pilares básicos sobre los que ha discurrido mi trabajo investigador durante este período.

Deseo hacer una mención muy especial para el Dr. A. Jorge Sousa por todas las facilidades que siempre me ofreció durante mis diferentes estancias realizadas en el C.V.R.M. del Instituto Superior Técnico de Lisboa. Con él me inicié en el dominio de los métodos de análisis de datos geoquímicos, así como de la geoestadística multivariante, y siempre ha sabido ayudarme y resolverme cuantas dudas me han surgido a lo largo de la Tesis. Aunque mi referencia concreta la haga sobre la persona que ha dirigido mi trabajo en el C.V.R.M., no por ello olvido las innumerables veces que me han resuelto problemas durante mis estancias otras muchas personas de allí, y sin olvidar las muestras de afecto encontradas en todos los miembros de este grupo de investigación.

Para que este trabajo se haya podido realizar, ha sido necesario disponer de un conjunto de datos reales de prospección geoquímica. En este sentido vaya mi gratitud a ENADIMSA, y en especial a la persona de D. Pedro Hernán Reguera, por el suministro desinteresado de esta información experimental.

También quiero agradecer a los miembros del grupo de investigación al que pertenezco, Geoestadística y Teledetección, por su amistad y ayuda, que han sido siempre un apoyo constante. Vaya desde aquí mi gratitud hacia Eulogio, Jorge, Antonio, Encarna, Juan, y muy especialmente a Paco por toda su ayuda durante esta última fase de realización de mapas y demás cuestiones de tipo informático.

Además, quiero dar mi agradecimiento a mis compañeros del Departamento de Geodinámica, tanto de Granada como de Almería, el que mi estancia en el departamento haya sido tan agradable.

Desearía dar las gracias a todos aquellos miembros del Departamento de Mineralogía y Petrología, y en especial al Dr. Nicolás Velilla, que siempre me han tratado como una más de su grupo, poniendo a mi disposición todo lo que siempre he necesitado.

Quiseira hacer un apartado especial para Juan y expresarle mis más sincera gratitud por su ayuda y apoyo moral durante todo este tiempo. A lo largo de la realización del trabajo sus numerosas sugerencias y comentarios de tipo "geológico" han servido para aproximarme a los datos con una perspectiva menos numérica y para darle un enfoque mucho más real a la investigación. Además, sin su ayuda en la parte final de la Tesis, ésta no habría podido estar terminada para esta fecha

Quiero dar las gracias a Maribel por su ayuda en las tareas de montaje de la Memoria.

Ya por último, aunque no por ser menos importante, mostrar mi agradecimiento a mis padres y hermanos (Francisco, Mayte y Sandra) que de un modo u otro han sabido animarme y ayudarme en todo momento, incluso en los momentos más complicados de la parte final.

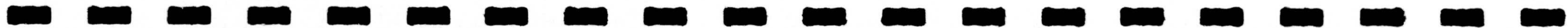
La realización de este trabajo ha sido posible gracias a una beca de F.P.I. de la Junta de Andalucía, desarrollada en el seno del grupo de investigación 4020, " Geoestadística y Teledetección".

INDICE

RESUMEN	i
I. INTRODUCCION	1
1. Planteamiento del problema geoquímico	4
2. Aproximación numérica al problema de identificación de anomalías geoquímicas: metodología	17
3. Area de estudio	32
4. Presentación de los datos	49
5. Antecedentes	53
6. Objetivos y motivación	53
II. DESCRIPCION ESTADISTICA UNIVARIANTE	59
1. Descripción general	62
2. Análisis de las variables de interés	83
III. DESCRIPCION ESTADISTICA MULTIVARIANTE	119
1. Introducción	121
2. Análisis de componentes principales	123
3. Análisis de correspondencias	135
4. Estudio estadístico multivariante del Area Total	154
5. Conclusiones del análisis multivariante	183
IV. ESTUDIO GEOESTADISTICO UNIVARIANTE	187
1. Introducción	189
2. Análisis estructural o variográfico	192
3. Krigeaje ordinario: validación cruzada	208
4. Krigeaje factorial	226

V.	ESTUDIO GEOESTADISTICO MULTIVARIANTE	253
	1. Introducción	255
	2. Análisis estructural multivariante	256
	3. Cokrigeaje	272
VI.	CONCLUSIONES	309
VII.	REFERENCIAS	317

I. INTRODUCCION



I. INTRODUCCION

Una campaña geoquímica, como parte de un programa de exploración mineral local o regional, puede representar una proporción importante del esfuerzo total y del coste del programa. De hecho, las técnicas geoquímicas suelen ser unas de las primeras herramientas de exploración en tales programas y, consecuentemente, es necesario dar una consideración detallada al tratamiento y almacenamiento de los datos generados por estas técnicas, particularmente si se van persiguiendo objetivos que no son fácilmente discernibles a partir de los valores brutos. Además, debido al coste de la adquisición de grandes volúmenes de datos geoquímicos, cualquier información obtenida de éstos será de gran ayuda para el prospector. Por lo tanto, el análisis numérico de todo este acopio de información puede considerarse como la etapa que reviste un mayor interés de cara a establecer la viabilidad económica de un indicio mineral, cuyo fin es la cuantificación del fenómeno geoquímico por medio de la caracterización numérica de la anomalía geoquímica, para poder separarla del fondo de variación regional o local. Es decir, la selección y desarrollo de aquellos métodos que mejor se adapten a las características propias de la información geoquímica. Los rasgos específicos de este tipo de información son la manipulación de grandes cantidades de datos a procesar, la falta general de precisión de estos datos, su carácter multivariante (análisis multielemento) y la dependencia espacial de las muestras, que le confiere el carácter regionalizado.

Con estos rasgos, la mejor aproximación cuantitativa al estudio de los datos de prospección geoquímica, la proporciona la *teoría de las variables regionalizadas* (Matheron, 1965, 1972; Journel y Huijbregts, 1978), base conceptual de la **geoestadística**. No obstante, por el carácter multivariante de éstos, los métodos de **análisis de datos** (Benzecri, 1973; Davis, 1973), usados

conjuntamente con las técnicas geoestadísticas, resultan de gran utilidad, y sin dejar atrás la aportación que los métodos estadísticos univariantes puedan aportar.

Dentro de este marco se ha realizado el trabajo de la presente memoria, cuya directriz general ha sido el desarrollo y aplicación de metodologías estadísticas, geoestadísticas y de informática geológica a un conjunto de datos geoquímicos reales. En concreto, el trabajo de investigación se ha desarrollado sobre los datos procedentes de una campaña de prospección geoquímica táctica de oro y otros elementos de interés económico asociados (sulfuros metálicos), llevada a cabo por ENADIMSA en una reserva minera de La Coruña (España). En esta reserva, conocida como Finisterre B2-Fervenza (ENADIMSA, 1987a), existen una serie de indicios mineros de Au asociados a zonas de cizalla, concretamente esta mineralización aparece genéticamente relacionada con la evolución tectónica de la Unidad de Malpica-Tuy y del Área Esquistosa de Galicia Central (Zona de Galicia-Tras os Montes, Macizo Ibérico).

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA GEOQUIMICO

1.1. Introducción

La geoquímica, tal y como fue definida por Goldsmisdt (1954) y por Mason (1958), estaba referida a dos cuestiones fundamentales: (i) la determinación del contenido relativo y absoluto de los elementos en la tierra; y (ii) el estudio de la distribución y migración de los elementos en las distintas partes de la tierra, con el objeto de establecer los principios que gobiernan esta distribución y migración. En tiempos más recientes, ha surgido una tercera aplicación de los principios geoquímicos dirigida a resolver necesidades humanas, la exploración geoquímica y la geoquímica medioambiental, siendo en la actualidad, uno de los principales campos en los que la geoquímica se aplica.

Aunque los métodos y resultados de la exploración geoquímica son

Introducción

principalmente descriptivos, la planificación e interpretación de las campañas geoquímicas deben estar basadas en el conocimiento de la distribución y abundancia de los elementos en la naturaleza, así como de los principios que rigen la migración de estos elementos (Rose et al., 1979).

En una campaña de prospección geoquímica, más allá de los métodos empleados y del detalle del trabajo de exploración, las investigaciones suelen seguir una cierta secuencia (Peters, 1987):

1. Selección de los métodos a usar, de los elementos que se van investigar, la sensibilidad y precisión requeridas, así como el esquema de muestreo a seguir. La selección de todos estos parámetros se hace en función del presupuesto, de las condiciones geológicas conocidas o sospechadas, del trabajo de laboratorio y, lo más importante, basándose en alguna campaña de orientación o experiencia en un terreno similar al que se pretende estudiar.
2. En primer lugar, se efectúa un programa de muestreo de campo, con algún chequeo ocasional de muestras y realización de perfiles geoquímicos, con el fin de establecer un nivel de confianza y evaluar los factores de ruido.
3. Análisis de las muestras, generalmente en laboratorio, con análisis de chequeo llevados a cabo con diferentes métodos, si esto fuera posible.
4. Tratamiento numérico y evaluación de los datos, siempre realizado en conexión con los datos geológicos y geoquímicos disponibles.
5. Confirmación de anomalías aparentes; validación de la red de muestreo usada; análisis y evaluación de áreas menores, usando redes de muestreo más pequeñas y métodos geoquímicos adicionales.
6. Investigación del área objetivo, con un suministro de información disponible para un posible remuestreo y análisis posteriores de muestras almacenadas (si fuese necesario). Es importante considerar la posibilidad de disponer de los datos necesarios para poder efectuar un muestreo o un análisis adicionales, puesto que se han dado casos, en los que una mineralización ha sido descubierta después de varias

campañas geoquímicas, como por ejemplo, los depósitos de W-Mo-Sn de Mount Pleasant, New Brunswick (Petruck, 1973).

1.2. Patrones de la distribución geoquímica

En cualquier área geológica, la distribución geográfica de un elemento dado, ya sea en rocas, suelos u otros materiales, responde a un conjunto de procesos. En muchas ocasiones, esta distribución refleja simplemente la disposición de unidades litológicas (Fig. I.1), mientras que otros procesos, como alteración hidrotermal, pueden modificar las tendencias litológicas.

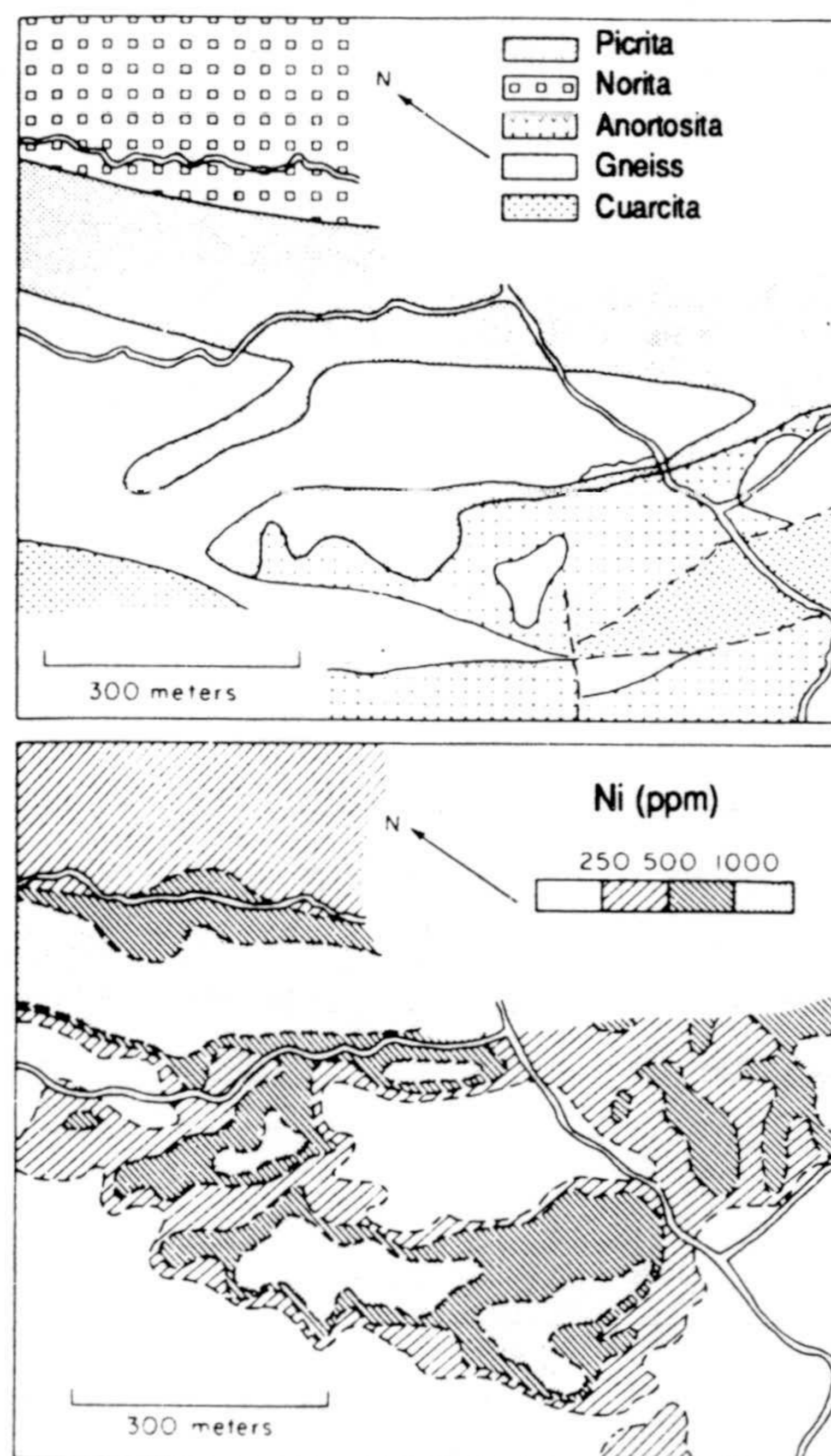


Figura I.1. Equivalencia entre la distribución geológica de los materiales y las características geoquímicas del área.

Introducción

El objetivo de la exploración geoquímica es el reconocimiento de los patrones relacionados con el indicio mineral. Si los efectos relacionados con la mineralización son intensos y relativamente locales, la distinción de los procesos normales es simple; mientras que, si los efectos son débiles y relacionados con la mineralización de forma compleja, la interpretación de los datos geoquímicos es más difícil. Resulta evidente que para el reconocimiento de patrones relacionados con la mineralización, es necesario, en primer lugar, saber cuáles son los valores normales de los elementos mineralizadores en materiales no mineralizados.

1.2.1. Valores normales del "background"

El contenido normal de un elemento en materiales no mineralizados de la tierra se denomina normalmente *fondo geoquímico*, *contenido de fondo*, *clarke* o, usando el término anglosajón, "*background*". Para cualquier elemento, el contenido normal varía de un tipo de material a otro, de ahí que cuando se hable de valores del "background", sea mejor referirlos a un rango de variación más que a un valor absoluto. Por otra parte, la naturaleza del ambiente de formación puede también haber tenido una marcada influencia en la distribución. En la Figura I.2 se presentan los contenidos promedio y el rango de variación del fondo geoquímico en los principales tipos de rocas, como una guía general, aunque sin pretender que sea algo totalmente ajustable a todos los tipos de rocas, puesto que hay rocas con valores diferentes de los mostrados en esta Figura. Por ejemplo, las rocas ultramáficas presentan unos contenidos en Cr, Ni y Co bastante más altos, y algunos granitos tienen cantidades importantes de Li y Rb. El "background" en suelos está sujeto a una ligera variación, según el tipo de suelo y el horizonte en el que se tome la muestra. El rango de valores normales para suelos se muestran en el gráfico de la Figura I.3.

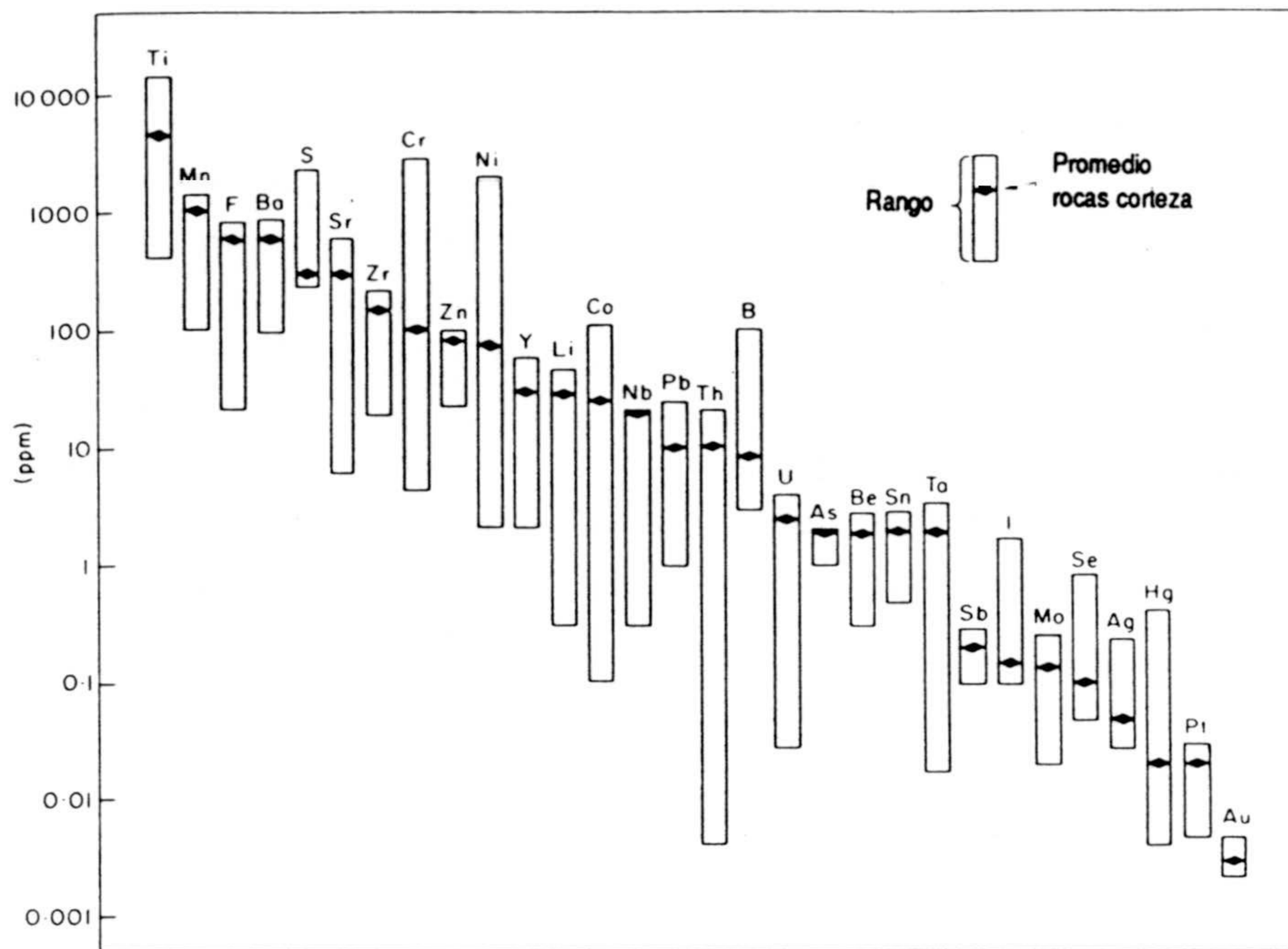


Figura I.2. Valor promedio y rango de variación del contenido de los elementos mayores y menores en los principales tipos de rocas. (Modificado de Rose et al., 1979). Fuentes: Green (1959), Taylor (1964), Wedepohl (1969-1978), y Apéndice de Rose et al., 1979).

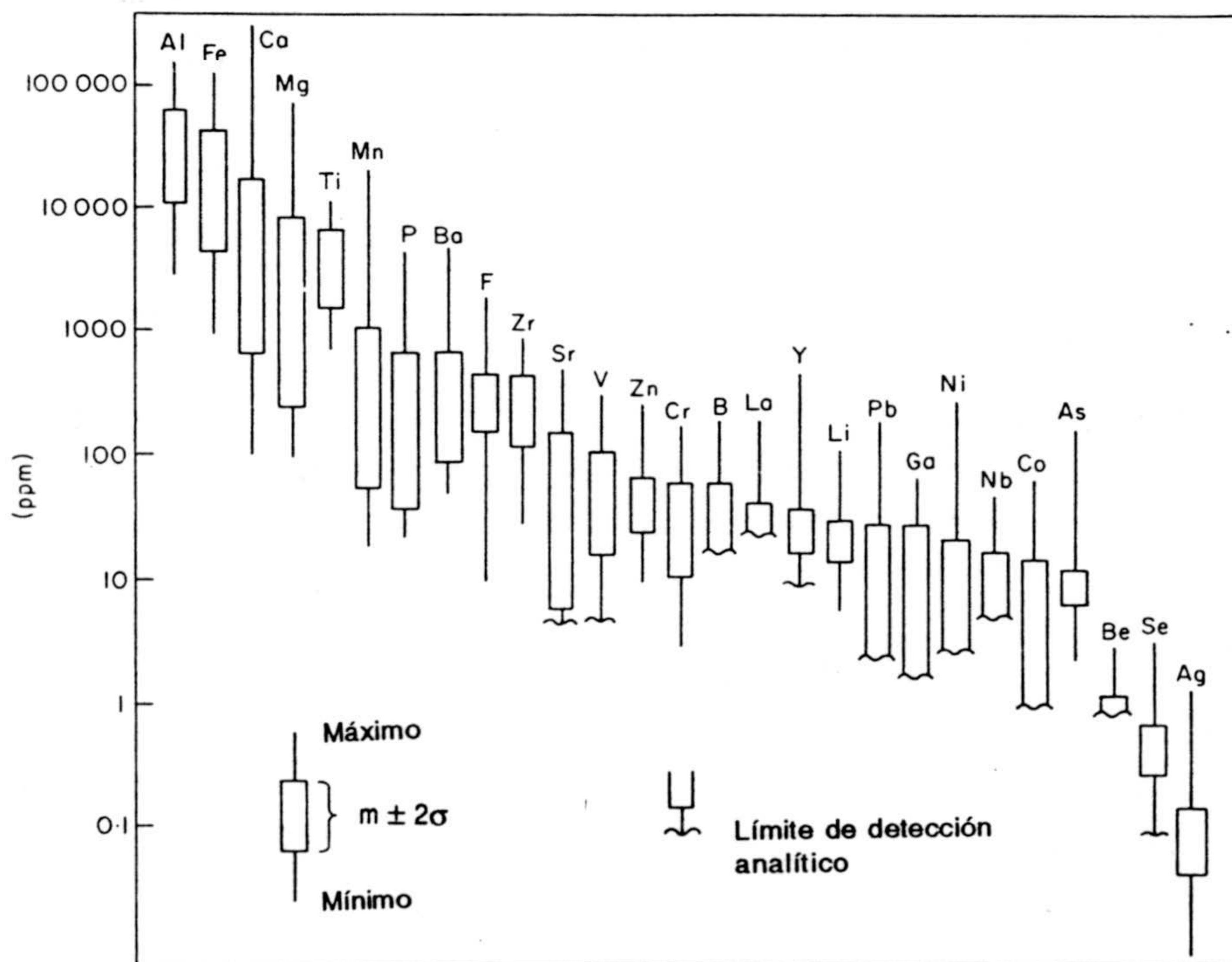


Figura I.3. Rango de contenidos de elementos mayores y trazas en suelos. (Modificado de Rose et al. (1979) y basado en Connor y Shacklette (1975)).

1.2.2. La anomalía geoquímica

Por definición, una anomalía es una desviación de lo normal y, más específicamente, una anomalía geoquímica es una desviación de los patrones o tendencias geoquímicas que son normales para un área en un ambiente geoquímico dado, es decir, la variación del contenido en uno o varios elementos en un punto con respecto a los valores medios conocidos. Una concentración mineral, ya sea profunda o superficial, puede manifestarse, en ciertas condiciones, a través de los recubrimientos terrígenos, por variaciones en las características químicas de los materiales subyacentes. Estas variaciones son frecuentemente cambios de los contenidos, que como se ha comentado, se denominan anomalías geoquímicas. La prospección minera, a partir de métodos geoquímicos, es simplemente la "utilización" de estas anomalías, sea cual sea la escala de trabajo.

Al comenzar a trabajar en exploración geoquímica, es necesario definir aquel valor de la concentración de un elemento a partir del cual una muestra puede considerarse anómala para ese elemento. Este es el concepto de *umbral geoquímico* ("*threshold*") de un elemento químico. En el caso más simple, se puede decir que el umbral geoquímico es el límite superior de las fluctuaciones del "background", quedando por encima de este límite aquellos valores considerados anómalos y por debajo los pertenecientes al fondo geoquímico; aunque lo normal, es la existencia de casos más complejos, donde es posible reconocer dos o más tipos de valores de umbral. Por ejemplo, en la Figura I.4 se representa un caso esquemático en el que las anomalías relacionadas con una mineralización se pueden establecer desde un "background" más alto que los valores normales, representando un relieve geoquímico compuesto por (i) un plano de un nivel más bajo que sería el equivalente al fondo regional, separado por un *umbral regional* de (ii) una meseta de valores más altos relacionados con una mineralización débil más o menos penetrante o con una dispersión de la mineralización, a partir del cual se alcanzan (iii) las anomalías relacionadas más directamente con la mena, definidas por un *umbral local*. La identificación de los umbrales regional y local es de gran importancia en la prospección geoquímica de yacimientos minerales, ya que permiten establecer las muestras realmente anómalas.

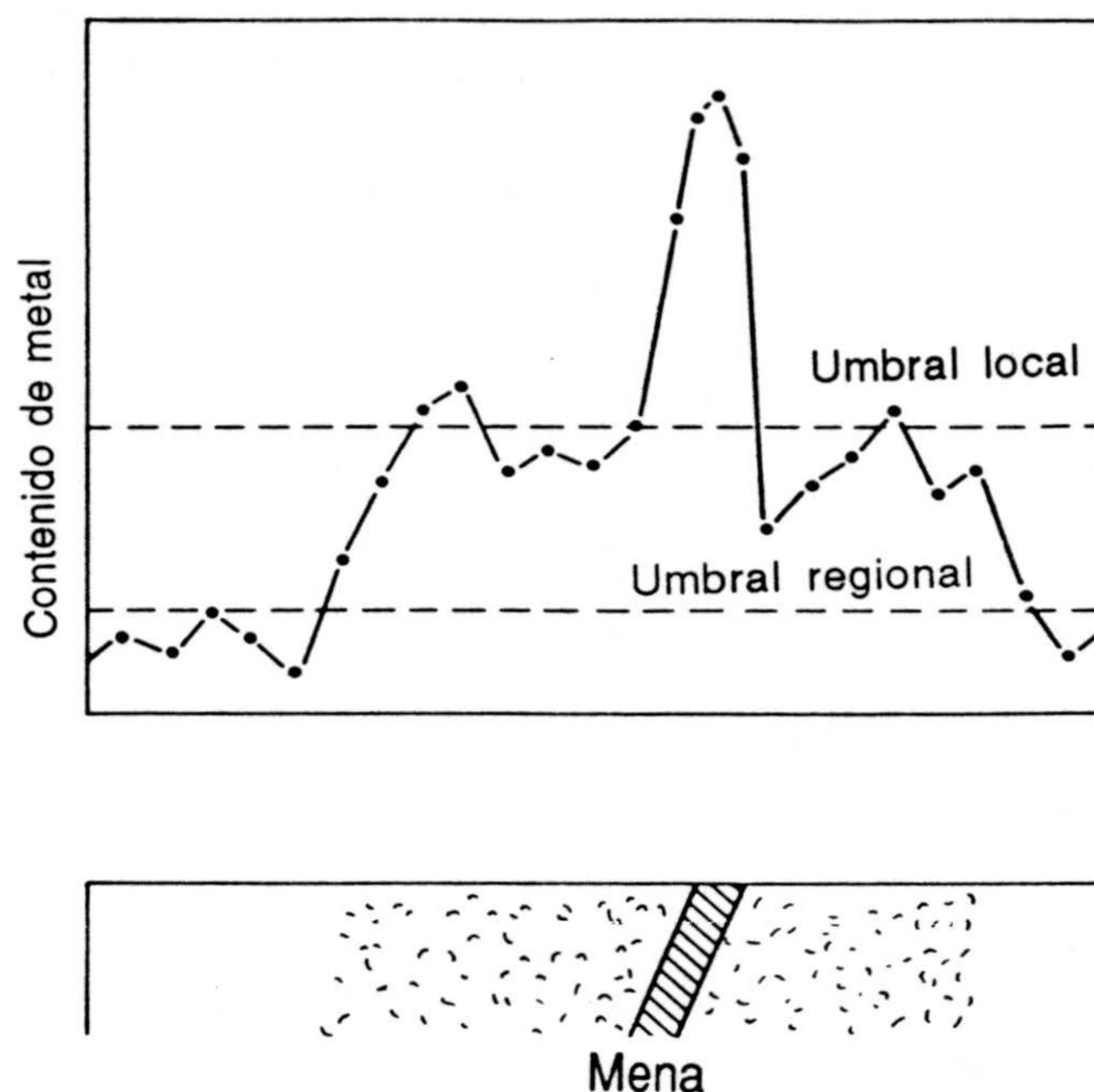


Figura I.4. Diagrama esquemático de los valores de umbral local y regional (modificado de Rose et al., 1979).

a) Naturaleza de las anomalías geoquímicas

Björklund (1983) clasifica las anomalías geoquímicas en anomalías *independientes* y anomalías *aditivas*, basándose en la relación espacial entre la población del "background" y la población anómala.

Anomalías independientes

En una anomalía independiente la concentración total de un elemento en una muestra geoquímica tiene un origen común. En geoquímica de rocas, por ejemplo, una muestra puede haberse tomado en una roca estéril o en una roca mineralizada. En una muestra de suelos un metal puede proceder de una roca no mineralizada o de una roca mineralizada. En estos casos es posible separar las muestras geoquímicas y los datos correspondientes en dos

poblaciones diferentes, una población de fondo y una población anómala. Las distribuciones de frecuencia de los datos de ambas poblaciones pueden ser aproximadamente normales y lognormales, respectivamente.

Anomalías aditivas

Una gran mayoría de anomalías de interés en exploración minera están formadas por migración de elementos a partir de rocas mineralizadas presentes en un ambiente próximo. El muestreo geoquímico se suele orientar hacia la búsqueda y estudio de estas anomalías, teniendo en cuenta que su área de influencia es normalmente mucho mayor que el de su fuente. La mayoría de las muestras en tales anomalías es de material no mineralizado con un contenido en cada elemento que puede ser considerado como típico de la población del fondo geoquímico. Los elementos procedentes de las rocas mineralizadas a través de meteorización y migración geoquímica se añaden al contenido del "background" en cada muestra dando lugar a la anomalía. Se podría definir la anomalía aditiva como la componente que se añade al fondo, en cada muestra, y que no puede ser separada fácilmente de la población compuesta.

Desde el punto de vista genético, Granier (1973) clasifica las anomalías geoquímicas atendiendo al origen del aporte de los elementos mineralizadores. Distingue anomalías de *superposición*, donde el contenido anómalo se debe al aporte de elementos alóctonos (Fig. I.5); y *anomalías de reparto*, donde el contenido anómalo procede de elementos autóctonos (Fig. I.6). En este último tipo de anomalías, el fondo local puede ser de contenido más bajo que el del fondo regional, resultando una anomalía puntual negativa. Este puede ser el caso cuando la mineralización es el resultado de diferenciaciones del tipo de la segregación. La clasificación de Granier (1973) es similar a la realizada por Björklund (1983), siendo las anomalías independientes equivalentes a las de reparto, y las anomalías aditivas a las de superposición.

Análisis Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

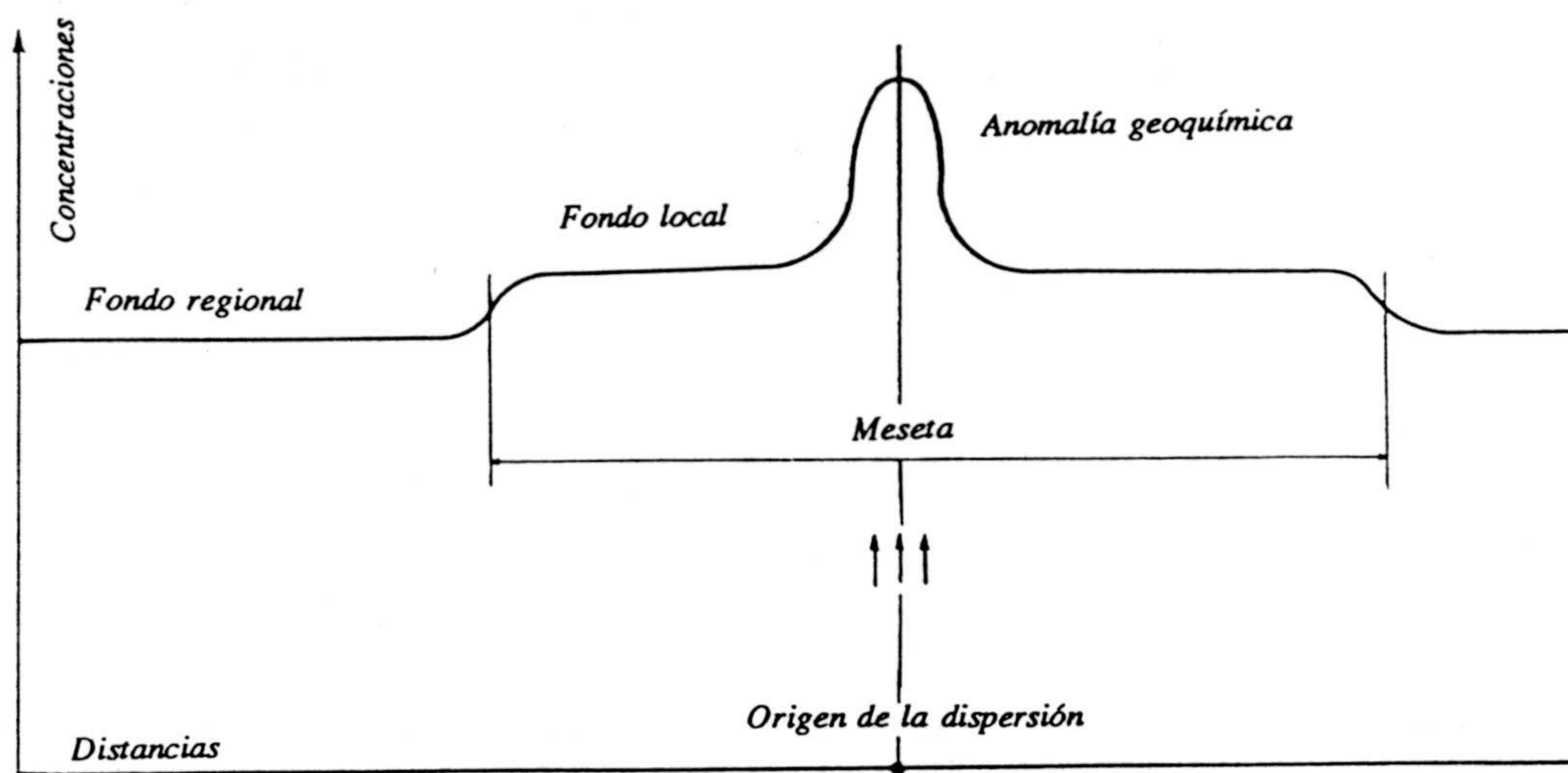


Figura I.5. Anomalía geoquímica de superposición (modificado de Granier, 1973).

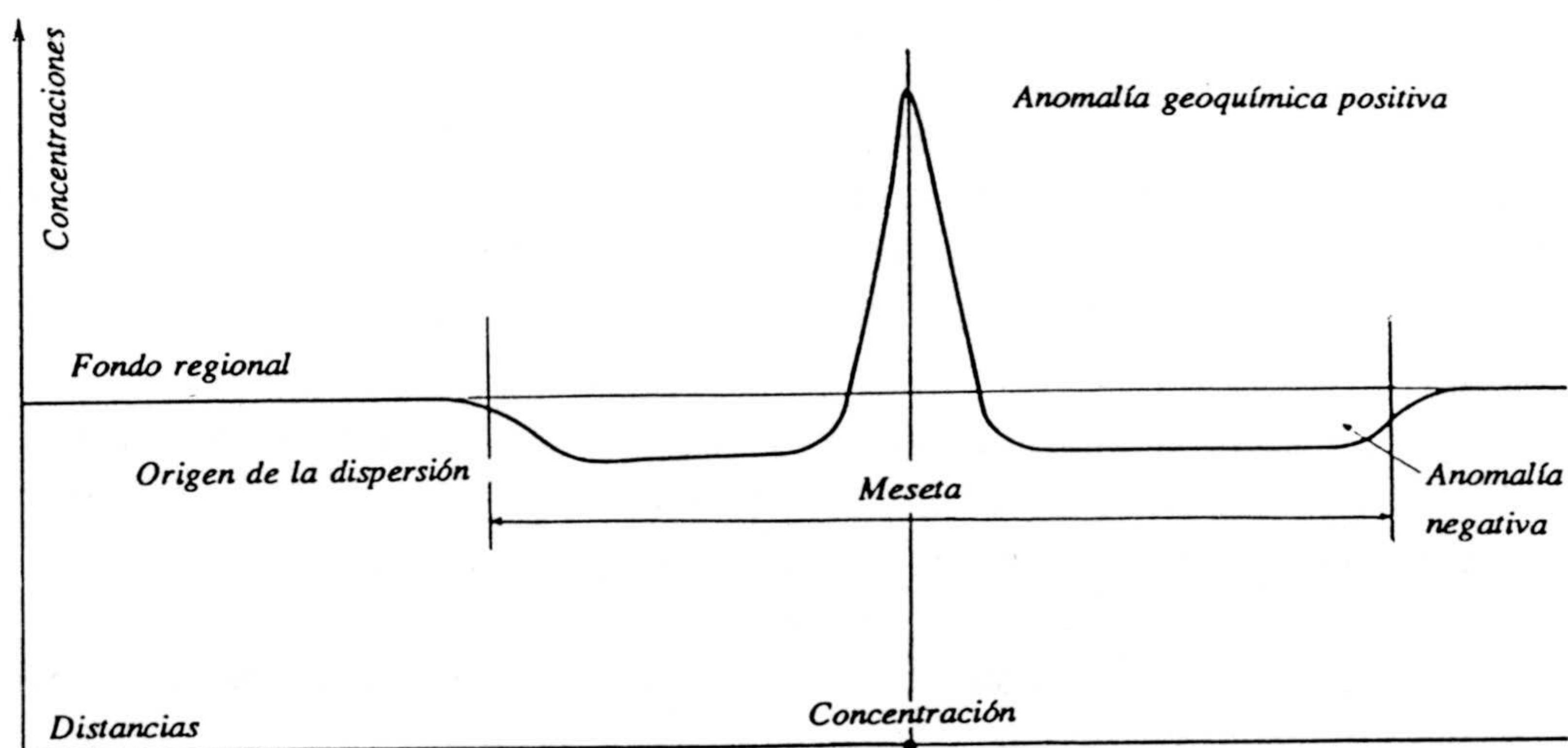


Figura I.6. Anomalía geoquímica de reparto (modificado de Granier, 1973).

En las figuras anteriores, los fondos geoquímicos se representan como líneas más o menos horizontales y continuas, pero en realidad éstas presentan una gran irregularidad, que hacen que la varianza sea significativa (Fig. I.7). Esta varianza es mínima en el caso de que la dispersión química sea dominante en la generación de la anomalía, y máxima cuando la dispersión mecánica sea preponderante: $b > b'$.

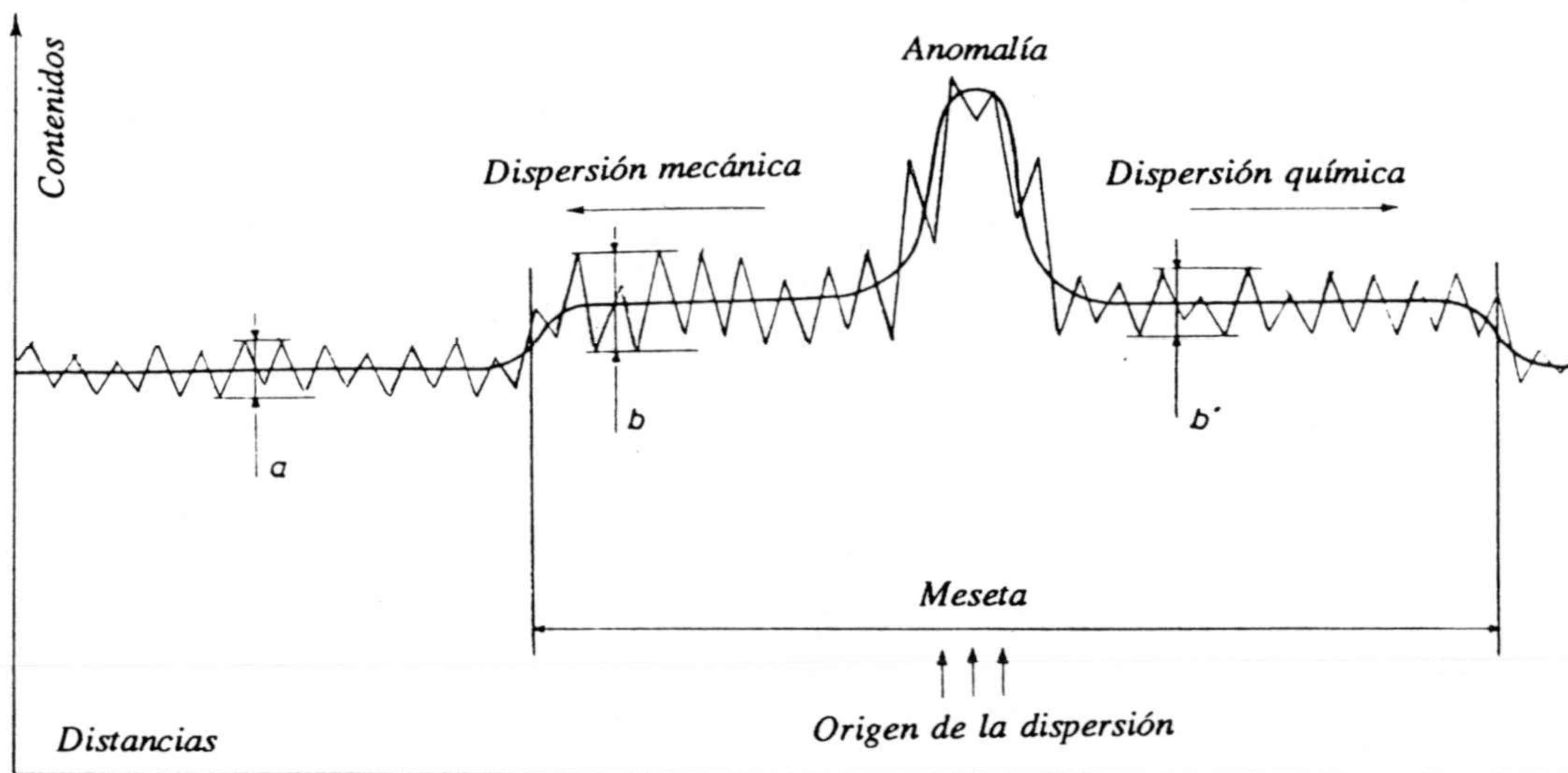
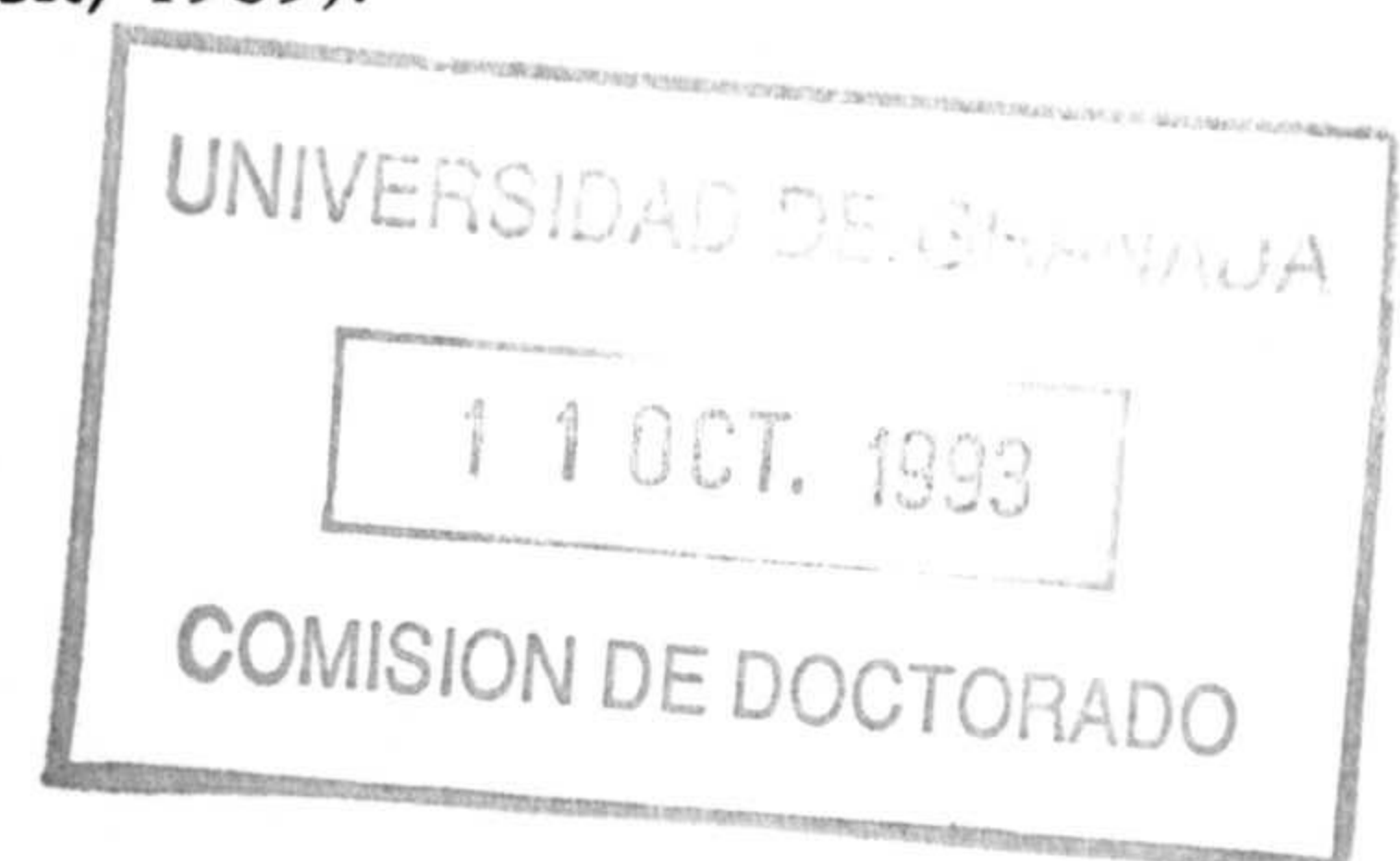


Figura I.7. Anomalía geoquímica, en la que se muestra la varianza de los contenidos en función del tipo de dispersión, y como esta varianza es mayor en el caso de existir dispersión mecánica (modificado de Granier, 1973).

Cabe notar, respecto a lo dicho anteriormente, que la varianza de los contenidos de un elemento químico puede dar, en ciertos casos, indicaciones interesantes sobre el tipo de anomalías existentes.

La exploración geoquímica en ambientes secundarios puede ser bastante más complicada de llevar a cabo. Las anomalías geoquímicas en medios complejos reflejan signos de dispersión, generalmente enmascarados por procesos secundarios o mecánicos y físico-químicos, tales como mezcla, disolución, transporte, meteorización, etc. Estas complejidades hacen que, a menudo, el conocimiento del origen de cualquier mineralización de este tipo llegue a ser difícil de obtener (Esbensen y Steenfelt, 1989).



1.3. Tipos de prospecciones geoquímicas

La escala de trabajo, las características geológicas y el material muestreado determinan el tipo de prospección (Granier, 1973). Los principales tipos de prospecciones geoquímicas, según la escala de trabajo y objetivos buscados, se pueden considerar divididas en dos grandes grupos:

- *Prospección estratégica*: este tipo de prospecciones tienen por objeto la búsqueda de las anomalías a gran escala en una región extensa, y pueden conducir al descubrimiento de una zona mineralizada. La expresión «zona mineralizada» es tomada aquí en el sentido más amplio, puesto que la prospección estratégica bien podría hacer aparecer anomalías procedentes de indicios localizados antes que la existencia de macizos diferenciados o incluso verdaderas provincias metalogenéticas. La prospección geoquímica estratégica es una fase de investigación preliminar y puede ser empleada sin que el conocimiento geológico de la región de estudio sea muy profundo.

- *Prospección táctica*: las prospecciones tácticas son utilizadas para la resolución de problemas de detalle, generalmente sobre extensiones restringidas. Este tipo de prospección constituye la fase de definición de anomalías, realizada a continuación de los trabajos de prospección estratégica. Se emplea principalmente cuando se intenta determinar la extensión de sistemas filonianos, de horizontes favorables, para seleccionar posibles accidentes tectónicos a través de los cuales se da circulación de fluidos mineralizantes, etc. Este tipo de prospección debe ser utilizada cuando se tenga el conocimiento geológico y metalogénico necesario del terreno.

Desde el punto de vista del material muestreado, y sea cual sea la escala de trabajo, se pueden establecer diferentes tipos de prospecciones geoquímicas, usando en cada una de ellas una metodología distinta, en función de las características del material que se pretenda estudiar (Granier, 1973; Rose et al., 1979; Thornton y Howarth, 1986). Fundamentalmente se distinguen los siguientes tipos de prospecciones: (i) campañas en suelos; (ii) geoquímica de rocas; (iii) prospección de aluviones o sedimentos de ríos; (iv) geoquímica de aguas.

1.4. Asociaciones de elementos

En una campaña geoquímica, aquel elemento químico que se mide con el fin de detectar un cuerpo mineralizado se denomina *elemento indicador*. En la mayoría de las situaciones, el elemento indicador es uno de los componentes económicamente rentables de la mineralización buscada, por ejemplo, Cu para menas de Cu, o U para menas de U. Sin embargo, si el componente rentable es difícil de analizar, inmóvil, o da lugar a datos que son difíciles de interpretar, algún otro elemento asociado con la mineralización puede ser de más utilidad. Este tipo de elementos se conocen como *elementos trazadores* ("pathfinders"). Antes decidirse a usar un elemento trazador, hay que tener en cuenta la asociación de este elemento con la mena y el rango de ambientes geoquímicos en los que la asociación aparece (Rose et al., 1979).

Los elementos tienden a estar asociados por tener movilidades relativas similares en un grupo de procesos geológicos. Así, en el rango de ambientes en el que los elementos están asociados, la razón de los dos elementos permanece relativamente constante, de forma que altos contenidos en un elemento están acompañados por elevados valores en el otro, y viceversa. Los elementos trazadores más útiles son aquellos que poseen características geoquímicas y analíticas más deseables que el elemento principal que se busca. Por ejemplo, un elemento con alta movilidad en ambientes superficiales puede permitir una detección más eficaz de una mena compuesta por elementos inmóviles, si éste está asociado coherentemente con la mineralización. Este es el caso del Mo, mucho más móvil que el Cu en ambientes más superficiales, de ahí que el Mo sea usado como elemento trazador en depósitos tipo "porphyry-copper". Otro caso, puede ser cuando el elemento trazador es más fácilmente detectado que el elemento buscado, como en el caso del As como un "pathfinder" para depósitos de Au. En la Tabla I.1 aparecen recogidos algunos de los elementos trazadores más usuales en prospección geoquímica.

Tabla I.1. Elementos trazadores más usuales en exploración geoquímica (modificado de Rose et al., 1979).

Elemento trazador	Material muestreado	Tipo de mena
As	Rocas encajantes, suelos residuales, sedimentos de río	Menas de Au de tipo filoniano
Hg	Rocas encajantes, suelos	Menas de Pb-Zn-Ag
Se	"Gossan", suelos residuales	Sulfuros epignéticos
Ag	Suelos residuales	Menas de Au con Ag
Mo	Aguas, suelos, sedimentos de río	Depósitos "porphyry-copper"
SO ₄	Aguas	Depósitos de sulfuros

1.5. Exploración geoquímica del oro: un problema especial

El período 1955-80 fue testigo del desarrollo de numerosos métodos de exploración geoquímica encaminados a la búsqueda de una amplia variedad de tipos de depósitos. Sin embargo, y de forma previa al dramático incremento del precio del oro a finales de los setenta, la exploración de este metal atrajo sólo un interés limitado. En términos de prospección geoquímica, ésta estuvo dirigida a la búsqueda de Au por medio de la detección de zonas anómalas de elementos trazadores, tales como As, Sb o Hg, a cuenta de la frecuente asociación de estos elementos con los depósitos de Au (como se ha visto anteriormente), su distribución más homogénea en los depósitos que la del Au, y un análisis químico más fácil para estos elementos. No obstante, esta aproximación no siempre es efectiva, puesto que no todos los depósitos de Au llevan asociados elementos trazadores, y no todas las zonas anómalas de elementos trazadores están asociadas a mineralizaciones de Au. Hay que tener en cuenta, que el uso de As como trazador de menas de Au es efectivo, tal y como se dijo en el apartado anterior (Tabla I.1), en casos de mineralizaciones de tipo filoniano o en venas.

El drástico incremento en el precio del Au a finales de los setenta y principios de los ochenta (Fig. I.8), unido al descenso del interés por otros

Introducción

metales, estuvo acompañado por un marcado aumento de la atención por la exploración del Au (Evans, 1993), como se recoge en la Figura I.9, en donde se muestran los descubrimientos de Au en relación a los de otros metales.

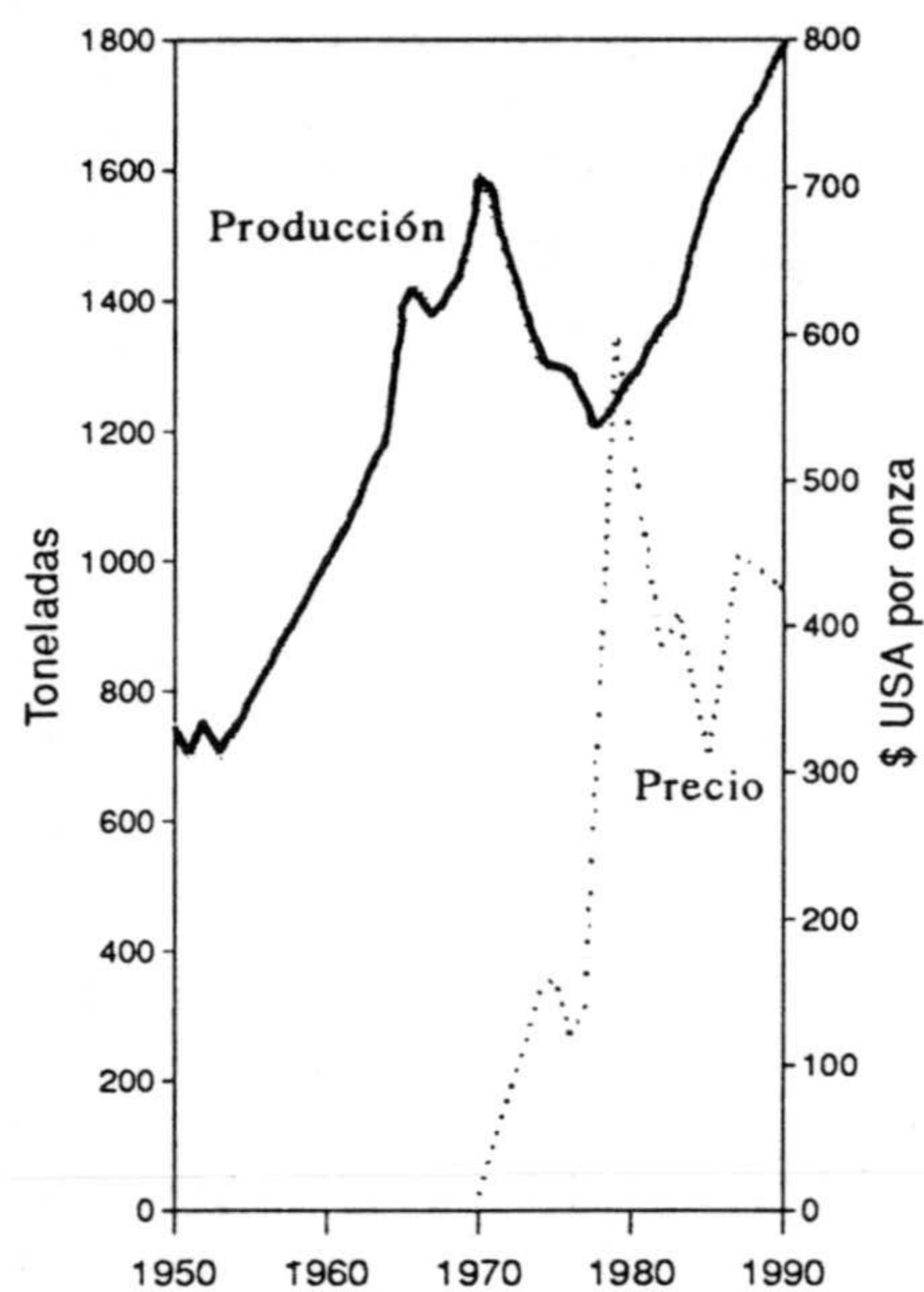


Figura I.8. Producción mundial de oro desde 1950 hasta 1988, y precio medio de este metal en dólares USA por onza. (Lofty et. al., 1989; *Mining Annual Review* 1989)

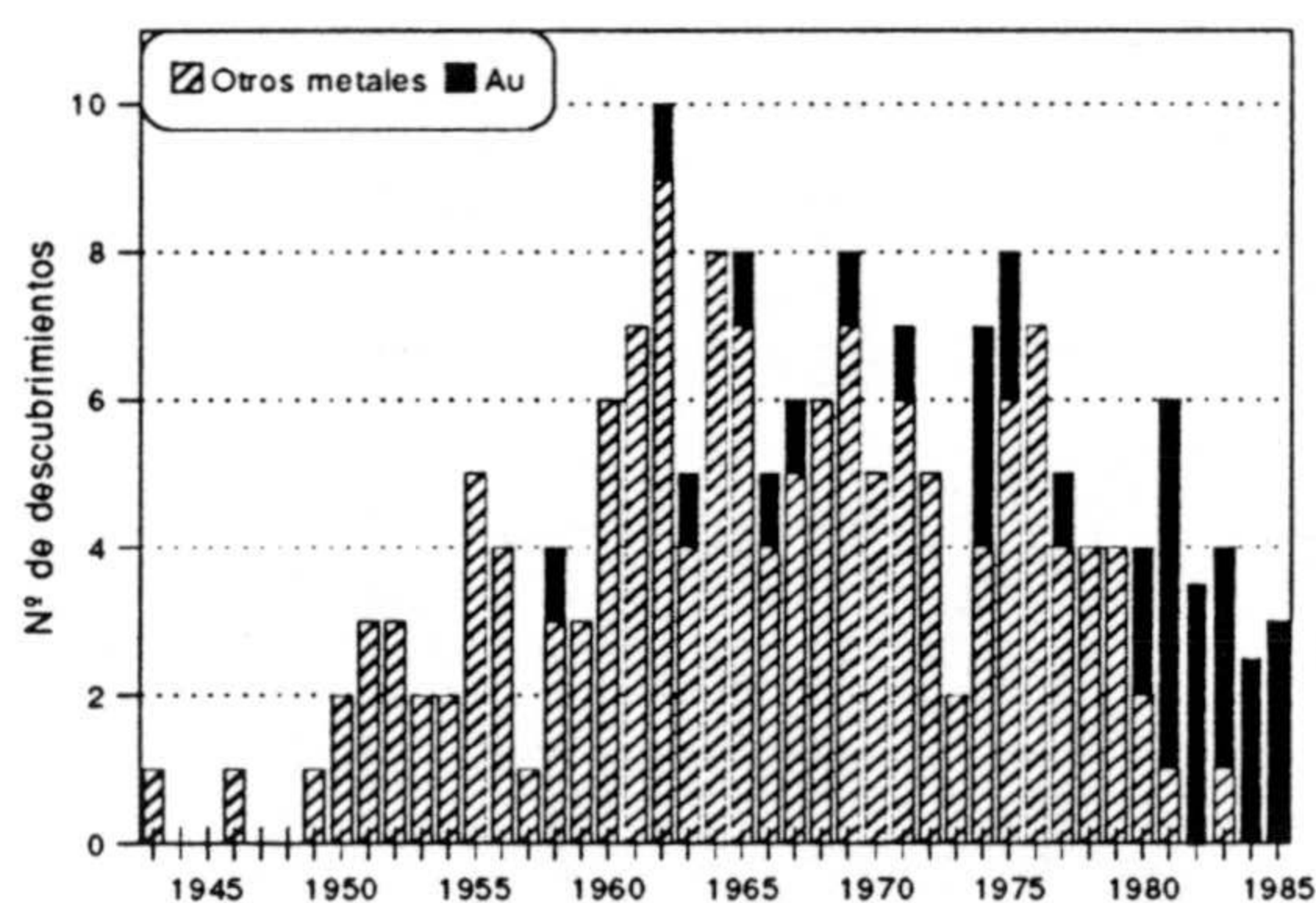


Figura I.9. Descubrimientos significativos de yacimientos metálicos, oro y otros metales, en países no comunistas durante el período de 1940 a 1985. (Según Cook, 1987).

Una de las claves para llevar a cabo una exploración de Au con éxito es conocer su forma de aparición, el tipo de transporte y acumulación sufridos en un ambiente determinado, es decir, disponer de las nociones necesarias de la geoquímica del Au (Nichol, 1986).

Tradicionalmente, la idea de que el Au era insoluble en condiciones superficiales y que se transportaba mecánicamente, ha dominado el diseño de la mayoría de las campañas geoquímicas, guiadas por la idea de encontrar fuentes de Au aluvial. Sin embargo, este concepto es cuestionable, ya que se demostró que el Au, bajo ciertas condiciones, es soluble y, por tanto, susceptible de ser químicamente dispersado (Landsweert, 1869; Clarke, 1908). El Au es monovalente y trivalente, pero sus respectivos iones no existen en concentraciones significantes en solución y lo normal es que aparezca como complejos clorurados y cianurados. En cualquier caso, las principales formas de aparición del Au en los ambientes superficiales son como oro nativo y formando parte, como componente minoritario, de óxidos de Fe y Mn, materia orgánica y minerales de la arcilla (Nichol, 1986).

La distribución del Au en perfiles de suelos ha sido ampliamente investigado por Lakin et al. (1974) en diferentes distritos mineros de Estados Unidos. En general, se puede señalar que el Au se distribuye en mayores concentraciones en el humus y en la base de las diferentes capas del suelo. En la Figura I.10 se representan los perfiles de los tres horizontes principales de un suelo en una zona mineralizada.

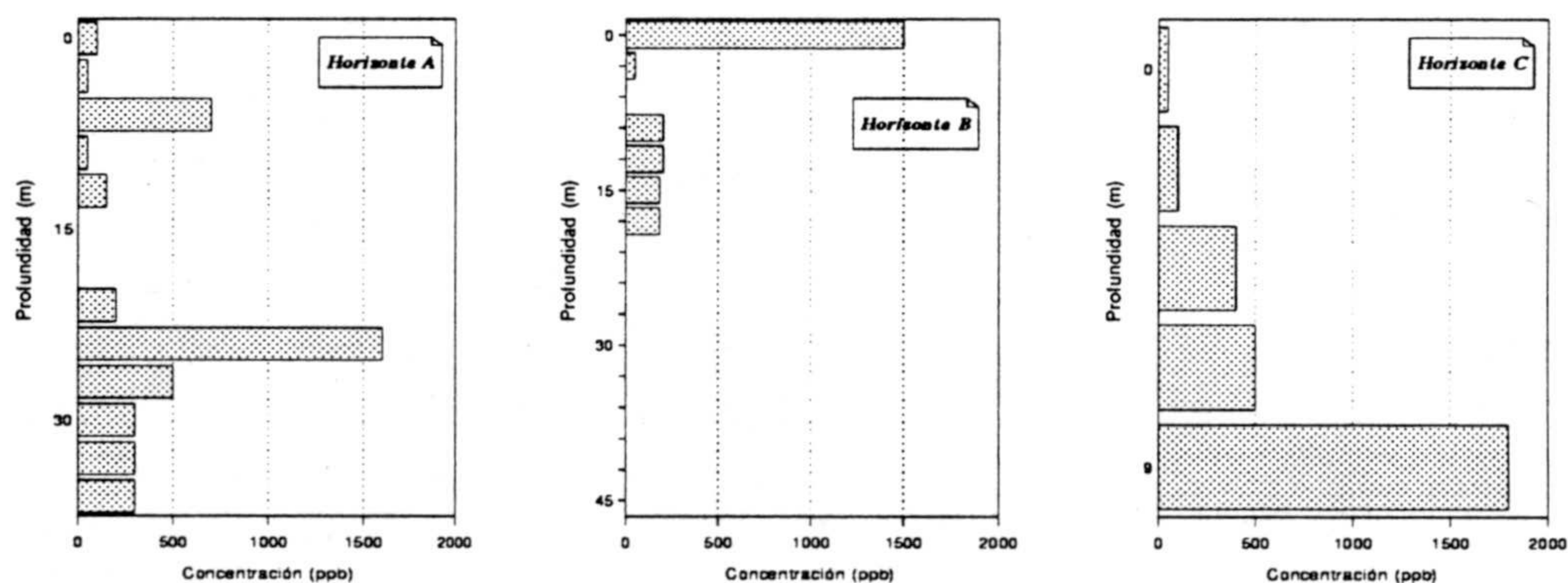


Figura I.10. Distribución de Au en perfiles de suelos. (Según Lakin et al., 1974).

Introducción

La alta concentración de Au en el humus y en los horizontes superficiales está relacionado con el comportamiento de este elemento en el ciclo biogeoquímico (Nichol, 1986). El alto contenido del Au cerca de la base de los perfiles puede deberse a una desintegración *in situ* del material que lleva el Au y/o a la migración hacia abajo en el perfil.

Una relación precisa entre la mineralización de Au y los perfiles de suelos no ha sido citada, hasta ahora, sin embargo, los datos indican variaciones de los suelos en profundidad y en la distribución del Au en el perfil del suelo, con la necesidad de muestrear cuidadosamente para tener la certeza de que las muestras se toman en el horizonte adecuado.

2. APROXIMACION NUMERICA AL PROBLEMA DE IDENTIFICACION DE ANOMALIAS GEOQUIMICAS: METODOLOGIA

2.1. Introducción

En la interpretación de los datos de exploración geoquímica se persiguen dos objetivos fundamentales, por una parte, definir las tendencias regionales de distribución de los elementos en el área de estudio; y por otro lado, identificar las zonas anómalas de cara a futuras investigaciones. Para tratar numéricamente este problema de detección de anomalías geoquímicas, se va a asumir que el conjunto de muestras procedentes de una campaña de exploración geoquímica pueden ser clasificadas en (i) muestras derivadas de fuentes del fondo geoquímico o "background"; y (ii) muestras procedentes de fuentes anómalas. Las muestras del fondo son aquellas en las que las concentraciones en los diferentes elementos, así como las interrelaciones entre éstos, reflejan el proceso de formación del material padre normal en un área y/o los procesos superficiales sobreimpuestos durante la meteorización y dispersión sedimentaria. Por su parte, las muestras procedentes de fuentes anómalas son aquellas que tienen contribuciones adicionales, manifestadas por contenidos en elementos mineralizadores y correlaciones entre ellos *diferentes* y derivadas de una anomalía geoquímica, posiblemente un

depósito mineral (Stanley y Sinclair, 1987). Una complicación adicional bastante común, es la presencia de muestras procedentes de diferentes tipos de fuentes anómalas; pueden existir diferentes tipos de mineralizaciones con diferentes características geoquímicas. Además, las características geoquímicas del fondo pueden ser también una combinación de varios factores, pudiendo aparecer un "background" con una población compuesta. Por lo que, al tratar numéricamente este tipo de datos se suele tratar de identificar estas poblaciones, de forma previa a la definición de la anomalía (Zhou, 1985).

En definitiva, y de forma general, se va a disponer de un conjunto de datos compuesto por dos poblaciones diferentes, por un lado, (i) una población formada por aquellas muestras con estructura continua, tanto en su distribución, como en su variación espacial, correspondientes al "background"; y, por otra parte, (ii) una población compuesta por las muestras anómalas, que presentan estructura de autocorrelación netamente local y comportamiento errático, difícilmente predecible *a priori*, relacionada con las anomalías. Considerando esta suposición anterior de los dos tipos de poblaciones, la aproximación numérica al problema de identificación de anomalías geoquímicas, por medio de su diferenciación del fondo regional, se va a llevar a cabo según las siguientes vías:

1. Métodos estadísticos basados en la realización de una descripción univariante de cada una de las variables.
2. Métodos estadísticos multivariantes, analizando las posibles asociaciones existentes en el conjunto de datos.
3. Métodos geoestadísticos, que consideran la localización espacial de las muestras como un dato más, y basados en la teoría de las variables regionalizadas.

2.2. Métodos estadísticos univariantes

En una campaña de exploración geoquímica, previamente a la aplicación de un tratamiento numérico más complejo, el estudio del comportamiento de los elementos de forma individual en el área investigada

es un paso de obligado cumplimiento. Los métodos estadísticos univariantes convencionales se basan en los estadísticos clásicos de estimación y tests de hipótesis, asumiendo siempre un modelo sencillo de distribución, p.e. normal o lognormal.

La estimación de la medida de tendencia central y dispersión se obtienen a partir de la media aritmética, m , y la desviación estándar o típica, s , y han sido y son ampliamente utilizados para definir y separar las poblaciones anómalas y del fondo (Sinclair, 1983). El umbral geoquímico se define usando como valores anómalos aquellos que queden fuera del rango delimitado por la media más/menos n veces la desviación estándar, $(m \pm n s)$, considerando siempre que la variable goza de una distribución normal. Esta es una técnica definida como subjetiva por Stanley y Sinclair (1989), puesto que hay un cierto grado de subjetividad en la elección de n .

Las suposiciones fundamentales de los estadísticos clásicos son bastante rígidas y requieren un cierto tipo de datos tomados bajo unas condiciones extremadamente cuidadosas (como en un experimento físico, por ejemplo). Para los datos de exploración geoquímica las influencias que afectan al valor absoluto y a la variabilidad de un elemento medido en un área de estudio suelen ser incontrolables. Tales efectos pueden deberse al procedimiento de muestreo y análisis, ambiente físico-químico, cambios de litologías, procesos mineralizadores e influencias antrópicas. De ahí, que los datos de prospección geoquímica puedan ser considerados como *datos blandos* ("soft data"), en contraste con los *datos duros* ("hard data") derivados de un ambiente estable donde los parámetros han sido constantes y cualquier cambio perfectamente controlado (Kürzl, 1988). Los estadísticos clásicos no están designados para tales situaciones, y a menudo, las interpretaciones obtenidas son dudosas. La Figura I.11 ilustra la función de densidad superpuesta al histograma para una variable con tendencia más o menos lognormal: la media estimada es demasiado alta para describir la "tendencia central", y $m - 2s$ da valores negativos; la forma de la distribución observada no tiene nada en común con la de la empírica.

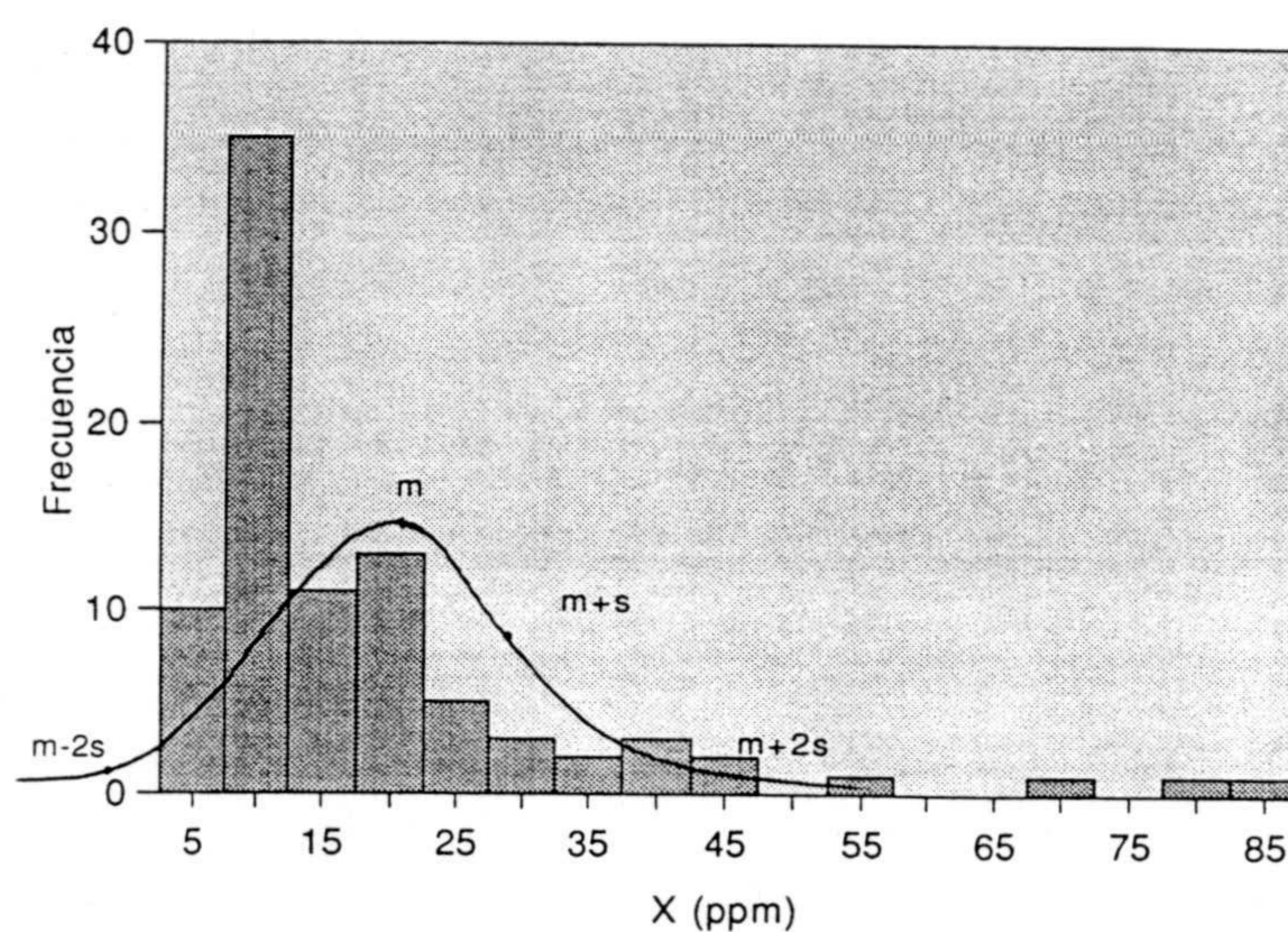


Figura I.11. Función de densidad estimada de una variable genérica X basada en un modelo de distribución normal comparada con la distribución empírica, representada por el histograma. (Modificado de Kürzl, 1988).

Esto lleva a pensar en la necesidad de considerar nuevas vías de afrontar el problema. Una de las aproximaciones que se considerará en este trabajo, será la de usar el **análisis exploratorio de datos, AED**, (Tukey, 1977; Campbell, 1982; Howarth, 1984; Kürzl, 1988). El AED es una forma no convencional de tratar los datos, usa estadísticos robustos y resistentes, como los de orden, e introduce un sistema de representación gráfica simple, pero efectiva. Los estadísticos descriptivos de orden están basados en los propios datos y no sobre modelos, permitiendo una rápida visión de los datos y las estructuras. Las técnicas del análisis exploratorio de datos son fundamentalmente: a) estadísticos de orden (mínimo, cuartiles, máximo); b) gráficos de cajas ("box-plots"); c) gráficos de cuantiles ("q-plots"); d) apoyado por el uso del histograma o la correspondiente función de densidad.

Otra vía de aproximación para la definición univariante de los umbrales del fondo y los de anomalía puede ser por medio del uso de la curva de distribución de frecuencias, concretamente la forma de esta curva. Lepeltier (1969) usa este hecho para definir el umbral de anomalía, y sugiere que se tomen como valores anómalos aquellos puntos que caen en el tramo

a partir del cual la curva de distribución sufre un punto de inflexión, donde la cola de la distribución presenta una dispersión estadística mayor. La ventaja es que es un método que puede aplicarse tanto para distribuciones de tendencia normal, como lognormal. Royer (1988) emplea esta técnica y define dos valores el "*begining anomalous grade*" (BAG) y el "*significant anomalous grade*" (SAG), como dos valores obtenidos de la curva de frecuencias y que permiten detectar los posibles valores anómalos.

Los dos objetivos fundamentales en prospección geoquímica son (como ya se ha comentado) definir los grandes patrones de distribución regional, por un lado y, por otro, detectar las zonas anómalas, que justifiquen un estudio futuro de más detalle. Las técnicas de filtrado estadístico univariante resultan de gran utilidad para alcanzar estos dos objetivos. Hay diferentes tipos de filtros basados en el cálculo de unos pocos estadísticos básicos en ventanas móviles. Suele ser frecuente el uso de la media y la desviación estándar, para mostrar anomalías en los valores medios y en la variabilidad del elemento químico, respectivamente (Howarth, 1983; Isaaks y Srivastava, 1989; Ferrer y Viladevall, 1989). Estas técnicas de filtrado suelen estar basadas en estadísticos no robustos y, por otro lado, la media aritmética es muy sensible a la presencia de valores extremos (anomalías o errores). Además, las variables geoquímicas tienden a presentar distribuciones sesgadas positivamente de tipo lognormal. Todo esto hace que sea más conveniente para este tipo de datos el uso de estadísticos-AED, siendo el más empleado el de la mediana móvil (Chork y Mazzucchelli, 1989; Vairinho et al., 1991).

2.3. Métodos estadísticos multivariantes

La prospección mineral normalmente emplea diferentes medios de obtención de las muestras, así como análisis multielementales, mientras que el tratamiento posterior del análisis de los datos suele llevarse a cabo desde una óptica univariante. Tradicionalmente se han empleado grandes esfuerzos en el desarrollo de técnicas univariantes para la definición de valores de umbral de la anomalía, no obstante, las últimas décadas han mostrado que los patrones de las anomalías suelen presentar tendencias multivariantes, puesto que los procesos mineralizadores son casi siempre eventos

multielementales. Además, uno de los problemas en la interpretación de los datos de prospección geoquímica es discriminar entre verdaderas anomalías, causadas por agentes mineralizadores, y falsas anomalías debidas a otras causas. Este problema puede ser superado por medio del uso de técnicas multivariantes, puesto que, la identificación de patrones multielementales supera estas ambigüedades y es preferible a la definición de anomalías independientes. Desde la perspectiva de la prospección geoquímica práctica, hay argumentos válidos para el uso de una aproximación multielemental. Por ejemplo, el uso de elementos trazadores para el caso del Au (Boyle, 1979), donde se tienen elementos con un comportamiento geoquímico similar.

Esbensen et al. (1987) proponen un modelo multivariante de anomalía geoquímica, representado gráficamente en la Figura I.12. Esta figura muestra una población de "background" estructurada en función de la covarianza de tres variables, apareciendo marcada en algunas de la(s) dirección(es) de varianza máxima, en general no paralelas a ningún eje del sistema de coordenadas (variables geoquímicas independientes). De acuerdo con esta representación gráfica, estos autores definen un umbral multivariante como la envolvente alrededor de la población de fondo que separa las muestras anómalas. Desde esta perspectiva, las anomalías pueden ser cuantificadas relativamente, asignando una distancia residual a cada muestra anómala, que puede ser interpretada como un "índice de anomalía". Cualquier método factorial de análisis de datos permite realizar esta aproximación a la definición de la anomalía geoquímica multivariante.

Introducción

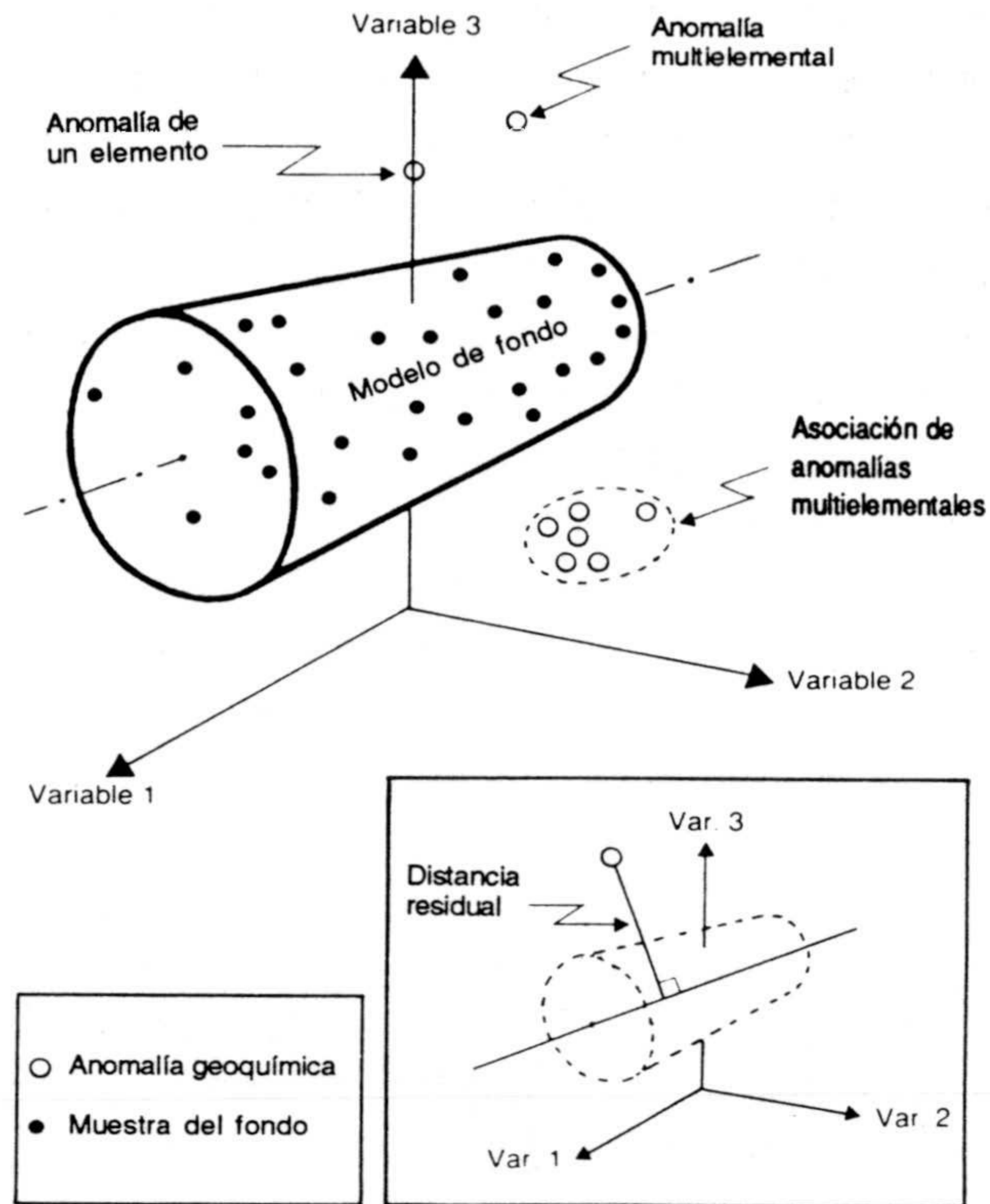


Figura I.12. Modelo multivariante de fondo geoquímico (a), con una envolvente que divide la población del fondo de las anomalías multivariantes. Se pueden reconocer tanto las anomalías individuales, como las multielementales, así como agrupaciones de éstas. En la parte (b) de la figura se muestra cómo cada anomalía puede ser asignada a una distancia residual relativa al "background", pudiendo servir esta distancia como una medida del grado de anomalía geoquímica. (Según Esbensen et al., 1988).

2.4. Aproximación geoestadística: teoría de las variables regionalizadas

Hasta ahora, todos los métodos planteados no tienen en cuenta una de las características que definen la información geoquímica: el que las muestras estén referidas a un punto del espacio. Por lo tanto, se está considerando el estudio de variables que dependen de la posición espacial,

como lo es la *variable regionalizada concentración en un elemento químico* en las muestras de una campaña de exploración geoquímica. Es por esto que surge el interés de la geoestadística por el tratamiento numérico de este tipo de variables, para salvar la deficiencia mostrada por las técnicas estadísticas que no contemplan la variable espacial en sus planteamientos.

2.4.1. Teoría de las variables regionalizadas: conceptos básicos

Etimológicamente, el término "geoestadística" define el estudio estadístico de los fenómenos naturales. Fue Matheron (1965) el primero en usar este término tal y como se conocería después: "la geoestadística es la aplicación del formalismo de las funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de los fenómenos naturales".

Un fenómeno natural, a menudo, puede caracterizarse por la distribución espacial de una o más "variables regionalizadas (VR)". El término de regionalización se propone para cualificar un fenómeno que se distribuye en el espacio y/o tiempo (espacio unidimensional) y que presenta una cierta estructura de autocorrelación. En el caso concreto de las variables geoquímicas, el contenido en un determinado elemento puede ser considerado como una VR puesto que representa la distribución espacial de una determinada cantidad que se ha medido en un área de estudio, de aquí que las variables regionalizadas se refieran, en este trabajo, a concentraciones naturales, en suelos, rocas, agua, etc, de los diferentes elementos analizados en una campaña de prospección geoquímica.

a) Características de las variables regionalizadas

La definición de las VRs tal y como se ha hecho es puramente descriptiva y no conlleva ninguna connotación probabilística. Desde un punto de vista matemático, una VR es una simple función $f(x)$ que toma un valor para cada punto x del espacio. Una VR posee dos características aparentemente contradictorias (Matheron, 1970): (i) aspecto aleatorio, errático, que considera las irregularidades locales e induce a la noción de variable aleatoria; (ii) aspecto estructural, que refleja los rasgos principales de la variación del fenómeno y que se pone de manifiesto por la regionalización.

En la Figura I.13 se muestran los aspectos expuestos anteriormente, esquematizado por el contenido en Cr a lo largo de un perfil.

Una formulación adecuada debe tener en cuenta este doble aspecto de aleatoriedad y estructuración, de forma que se dé una representación simple de la variabilidad espacial y nos lleve a una aproximación operacional a la solución de los problemas. Una vía para solucionar este tipo de planteamientos lo proporciona el lenguaje probabilístico de la teoría de las *funciones aleatorias*.

Corte Cr

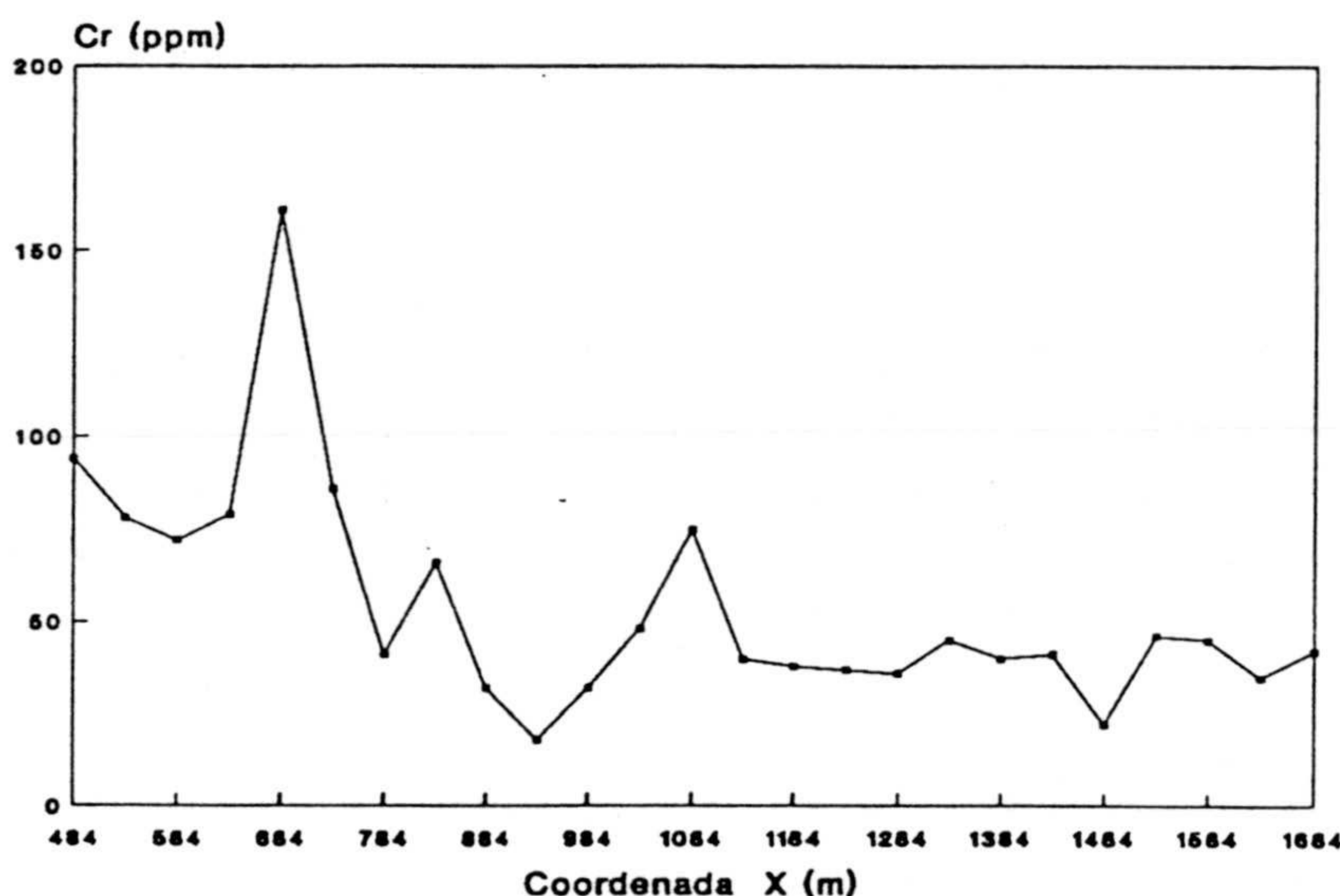


Figura I.13.- Corte de la variable Cr, para mostrar las características de las VRs.

Una característica interesante de las variables regionalizadas, que posibilita el análisis de éstas desde un punto de vista probabilístico, es que las VRs se comportan como variables aleatorias (VAs), esto es, como variables que toman su valor numérico de acuerdo a una cierta ley de probabilidad. Una función aleatoria (FA), $Z(x)$, es un conjunto de variables aleatorias. Por ejemplo, en un área donde se ha realizado una campaña de prospección geoquímica, se tiene en un punto cualquiera x de dicha área el contenido en un determinado elemento, 25 ppm de Fe. Pues bien, el contenido en este

elemento se interpreta como una variable aleatoria y el valor numérico 25 es la realización que la VA ha tomado de los infinitos valores posibles (al ser una variable continua).

Si se considera un espacio cualquiera G , se puede definir una variable aleatoria $Z(x)$, la cual tomará en cada punto $x \in G$ un valor igual a $z(x)$. A este conjunto de VA se le denomina función aleatoria (FA) $Z(x)$. Esta definición de FA expresa el doble carácter, aleatorio y estructurado, de la variable regionalizada: (i) localmente, en un punto x , $Z(x)$ es una VA; (ii) $Z(x)$ también es una FA en el sentido de que para cada par de puntos x y $x+h$, las correspondientes variables aleatorias $Z(x)$ y $Z(x+h)$ no son, en general, independientes, las VA $Z(x)$ y $Z(x+h)$ tienen una cierta estructura de autocorrelación.

La interpretación probabilística de una VR $z(x)$ como una realización particular de una cierta FA $Z(x)$ tiene un sentido operativo sólo cuando se conoce toda o parte de la ley de probabilidad que define esta FA en su totalidad. Esto se conoce como inferencia estadística. Obviamente, no es posible inferir la ley de probabilidad de una FA a partir de una única realización, limitada a un número finito de muestras x_i , que además es el caso de las variables geológicas. De ahí que sea necesario introducir una serie de hipótesis restrictivas, que permitan encontrar una solución a la inferencia estadística.

Función de distribución, momentos y estacionaridad

Considérese una FA $Z(x)$ en \mathbb{R}^n , para cualesquiera k puntos x_1, x_2, \dots, x_k , el vector aleatorio $[Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_k)]$ se caracteriza por su función de distribución k -variable.

$$F_{x_1, x_2, \dots, x_k}(Z_1, Z_2, \dots, Z_k) = \text{Prob} [Z(x_1) \leq Z_1, Z(x_2) \leq Z_2, \dots, Z(x_k) \leq Z_k] \quad (1)$$

El conjunto de todas estas distribuciones para todo valor de k y para cualquier selección de puntos en \mathbb{R}^n constituye la ley espacial de probabilidad de la función aleatoria $Z(x)$.

En geoestadística lineal son suficientes los dos primeros momentos de

Introducción

la distribución de $Z(x)$, ya que además en la mayoría de las aplicaciones prácticas, la información disponible no permite inferir momentos de mayor orden.

Como momento de primer orden está la esperanza matemática, que generalmente es función de x , y se define como:

$$E \{Z(x)\} = m(x) \quad (2)$$

Los momentos de segundo orden de interés en las aplicaciones geoestadísticas son tres:

1. La varianza, o más concretamente la "varianza a priori" de $Z(x)$. Se define como

$$Var \{Z(x)\} = E\{[Z(X) - m(x)]^2\} \quad (3)$$

Al igual que la esperanza, la varianza generalmente es función de x .

2. La covarianza. Si dos VAs $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ tienen varianzas en los puntos x_1 y x_2 , también tienen covarianza, y es función de las localizaciones:

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_1)] \cdot [Z(x_2) - m(x_2)]\} \quad (4)$$

3. El variograma. La función variograma se define como la varianza del incremento $[Z(x_1) - Z(x_2)]$, y se escribe como

$$2\gamma(x_1, x_2) = Var\{Z(x_1) - Z(x_2)\} \quad (5)$$

Las hipótesis restrictivas, como ya se ha comentado, surgen de la necesidad de aplicar la teoría de las funciones aleatorias a los fenómenos naturales. Estas hipótesis son las que se comentan a continuación.

Hipótesis estacionaria: una FA $Z(x)$ es estacionaria si su ley de distribución es invariable por traslación. Es decir,

$$f \{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)\} = f \{Z(x_1+h), Z(x_2+h), \dots, Z(x_n+h)\} \quad (6)$$

$h = \text{módulo de traslación}$

Esta hipótesis supone una homogeneidad de tipo estadística respecto a un fenómeno supuesto estacionario. En la práctica esta hipótesis sólo hace referencia a la estacionaridad de segundo orden de la FA, que asume que los dos primeros momentos de su ley de probabilidad existen y son invariables por traslación:

- la esperanza matemática existe y no depende del punto de apoyo x

$$E \{Z(x)\} = m(x) = m \text{ cte} \quad \forall x \in G \quad (7)$$

- para la pareja de VAs $\{Z(x), Z(x+h)\}$, la covarianza $C(h)$ existe:

$$\text{Cov} \{Z(x), Z(x+h)\} = E\{Z(x) \cdot Z(x+h)\} - m^2 = C(h) \quad \forall x \in G \quad (8)$$

Esta función vectorial $C(h)$ no depende de los puntos de apoyo x y $x+h$ sino del vector h que los une.

La estacionaridad de la covarianza implica la estacionaridad de la varianza, es decir, $\text{Var}[Z(x)] = C(0)$. Asimismo, bajo esta hipótesis el variograma también es estacionario y se cumple que:

$$\gamma(x+h, x) = \gamma(h) = 1/2 E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} \quad (9)$$

Cuando la función aleatoria es estacionaria la relación entre el variograma y la covarianza es inmediata, ya que a partir de (9) se cumple

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 1/2 E\{[Z(x+h) - m - Z(x) + m]^2\} = \\ &= 1/2 \{ E[Z(x+h) - m]^2 + E[Z(x) - m]^2 - 2E[(Z(x+h) - m) \cdot (Z(x) - m)] \} = \\ &= \text{Var}(Z) - E[(Z(x+h) - m) \cdot (Z(x) - m)] \end{aligned} \quad (10)$$

y puesto que de (8) se deduce que

$$C(h) = E[Z(x+h) - m] \cdot [Z(x) - m] \quad (11)$$

se obtiene finalmente

$$\gamma(h) = \text{Var}(Z) - C(h) = C(0) - C(h) \quad (12)$$

Es decir, bajo la hipótesis de estacionaridad el variograma es igual a la varianza menos la covarianza, por lo que la equivalencia entre variograma y covarianza es total (ver Figura I.14). Sin embargo, cuando la media varía "lentamente" de forma que a escala local se puede suponer constante (aunque desconocida), el variograma es independiente del valor local de dicha media, mientras que la covarianza requiere su estimación. Esto introduce un sesgo en el cálculo de la función covarianza. En este sentido, $\gamma(h)$ es un estadístico más conveniente que $C(h)$, para aquellas funciones cuya media varía lentamente (Samper y Carrera, 1991).

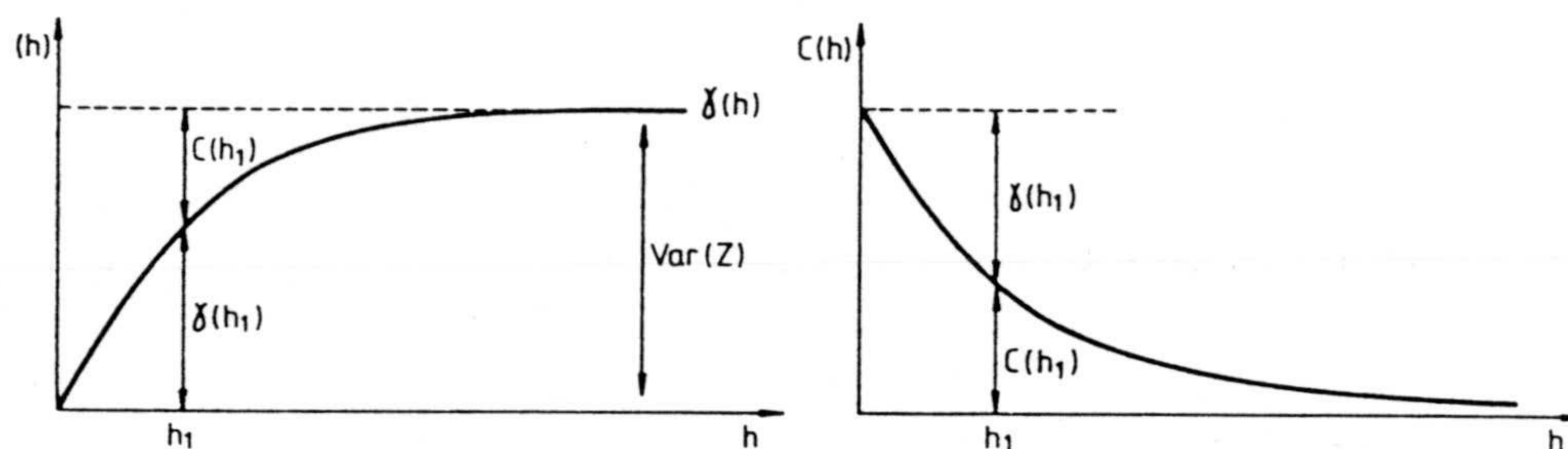


Figura I.14. Relación entre variograma y covarianza.

En la práctica, para realizar la inferencia estadística no es necesario que se verifique la hipótesis estacionaria en su totalidad. Existen fenómenos que presentan una deriva, y en los que dicha hipótesis no se puede aplicar. Para resolver este problema, se recurre a una hipótesis menos restrictiva, la **hipótesis intrínseca**, que se basa en la estacionaridad de los incrementos de primer orden de la pareja de VAs $\{Z(x), Z(x+h)\}$ y no de la VA en sí misma.

Una FA $Z(x)$ se dice que es intrínseca para la pareja $\{Z(x), Z(x+h)\}$ si:

- la esperanza matemática de los incrementos de primer orden existe y no depende del punto de apoyo x

$$E\{Z(x+h) - Z(x)\} = 0 \quad \forall x \in G$$

- la varianza de los incrementos de primer orden existe y no depende de los puntos de apoyo x y $x+h$

$$\text{Var} \{Z(x+h) - Z(x)\} = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2 \gamma(h) \quad \forall x \in G$$

Así, la hipótesis de estacionaridad de segundo orden implica a la hipótesis intrínseca pero no viceversa.

Como se ha visto, para una función estacionaria de segundo orden existen tanto la varianza como la covarianza, mientras que para las funciones aleatorias intrínsecas no están definidas ni la varianza ni la covarianza, sin embargo sus incrementos tienen una varianza finita. Las FAs intrínsecas son funciones que definen fenómenos físicos que presentan una capacidad de variación casi ilimitada. En este tipo de funciones se cumple que $E[Z(x)] = m(h)$, siendo $m(h)$ la llamada función deriva, que es lineal en h . Un claro ejemplo de este tipo de variables lo constituye la concentración de ciertas especies químicas, bien en agua o bien en suelos.

Cuasi-estacionaridad: los anteriores conceptos o definiciones pueden ser relajados aún más si se restringe la validez de las condiciones necesarias a un determinado entorno y para distancias limitadas. Concretamente, en las aplicaciones prácticas las funciones covarianza o variograma sólo se usan para distancias limitadas $|h| \leq b$, siendo b un límite de trabajo establecido previo conocimiento del área de estudio en cuestión. Por ejemplo, aquella distancia para la cual ya no existe zona mineralizada en un área de prospección mineral. En este caso se dice que la función aleatoria es cuasi-estacionaria, representando esta hipótesis de estacionaridad local un compromiso entre la escala en la cual la función aleatoria puede suponerse estacionaria y la cantidad de datos de los que se dispone.

2.4.2. Pasos seguidos en la metodología geoestadística

Una vez introducidos los conceptos geoestadísticos básicos, señalar que esta metodología conlleva una serie de pasos sucesivos que parten del análisis estructural de las variables problema, hasta llegar al establecimiento de un modelo geoestadístico, ya sea vía estimación o vía simulación geoestadísticas.

El **análisis estructural o variográfico**, como primer paso, tiene el objetivo de calcular la función variograma simple y/o cruzada experimental de los diferentes elementos geoquímicos, así como la función teórica.

En este trabajo, por las características concretas del estudio, sólo se han usado métodos de estimación geoestadística, llamados *krigeaje*, puesto que interesa a partir de la información de la que se dispone establecer las tendencias regionales de variación y las anomalías, para lo cual determinados métodos de estimación geoestadística son los más adecuados.

El estudio geoestadístico se ha llevado a cabo desde la doble perspectiva del tratamiento uni y multivariante, de modo que los procedimientos abordados han sido particulares para cada caso, tanto bajo la óptica del análisis estructural, como de la estimación.

Uno de los métodos usados en estimación univariante, y de los más simples, ha sido el de **krigeaje ordinario (validación cruzada)**, que permitirá estudiar la representatividad "estadística" de cada dato en relación a la información vecina, por medio de su estimación puntual. El estudio de valores anómalos se hará atendiendo a criterios de error relativo de restitución.

Otra técnica de gran interés en prospección geoquímica es el **krigeaje factorial**. Es un método alternativo al de descomposición espectral y permite descomponer el campo de variación de un fenómeno espacial (p.e. contenido geoquímico) en componentes elementales que representen las diferentes escalas de variación. Cada componente podrá ser cartografiada en un plano con el objeto de interpretar las anomalías (componente de escala local) y el fondo geoquímico o "background" (componente de escala regional).

También han sido de gran utilidad los métodos de estimación geoestadística no paramétricos, como el **krigeaje de indicatrices**. Este método considera el elemento químico bajo estudio transformado a una variable de tipo indicatriz o disyuntivo (sólo ceros y unos), lo que permite dar a la variable original una serie de cortes para obtener distintas variables indicatrices, e ir estimando sucesivamente con estas nuevas variables.

Dentro del campo de aplicación de la estimación geoestadística multivariante se ha usado el **cokrigeaje**, que permite realizar la estimación de un elemento geoquímico utilizando su relación espacial con el resto de variables corregeonalizadas, dando lugar a cartografías mucho más en consonancia con la realidad geoquímica, la mayoría de las veces de carácter multielemental.

3. AREA DE ESTUDIO

Toda la metodología expuesta anteriormente ha sido aplicada a un conjunto de datos de exploración geoquímica real, donde los problemas planteados en cada momento han ido sugiriendo diferentes vías de aproximación. En concreto, esta campaña fue planificada con el fin de ver la potencialidad en oro y otros elementos asociados de un área del noroeste de España .

3.1. Localización de la zona de estudio

El área de estudio, denominada por ENADIMSA (1987a) como Finisterre B2-Fervenza, se sitúa en el oeste de la provincia de La Coruña, al norte de la Ría de Muros, en las hojas del Mapa Topográfico Nacional a escala 1:50.000 nº 93 (Outes) y nº 68 (Camariñas) concretamente en el cuadrante noroeste de la hoja de Outes y el cuadrante suroeste de la hoja de Camariñas, ocupando un área rectangular de algo más de 12 Km².

Dentro de la zona de la Reserva aparecen una serie de pequeñas localidades entre las que destacan las de Albores de Arriba y Albores de

Introducción

Abajo, en la zona centro, y Vilarcovo al norte. Es una zona con una topografía suave ocupada en su mayor parte por pastos y con altitudes comprendidas, aproximadamente, entre los 300 y 400 metros. Su principal vía de drenaje la constituye el río Xallas, que atraviesa la Reserva en su zona central, con dirección E-W. Al norte de Albores de Arriba se encuentra el embalse de Fervenza, con una superficie inundada de 600 Ha, y con un recorrido que sigue el del río Xallas, de ahí que separe el área de la Reserva en dos partes. Los accesos a la Reserva puede hacerse por la carretera de Santa Comba a Muros y por la carretera de Santiago-Negreira-Muxía. En la Figura I.15 aparece un esquema de la localización geográfica del área de estudio.

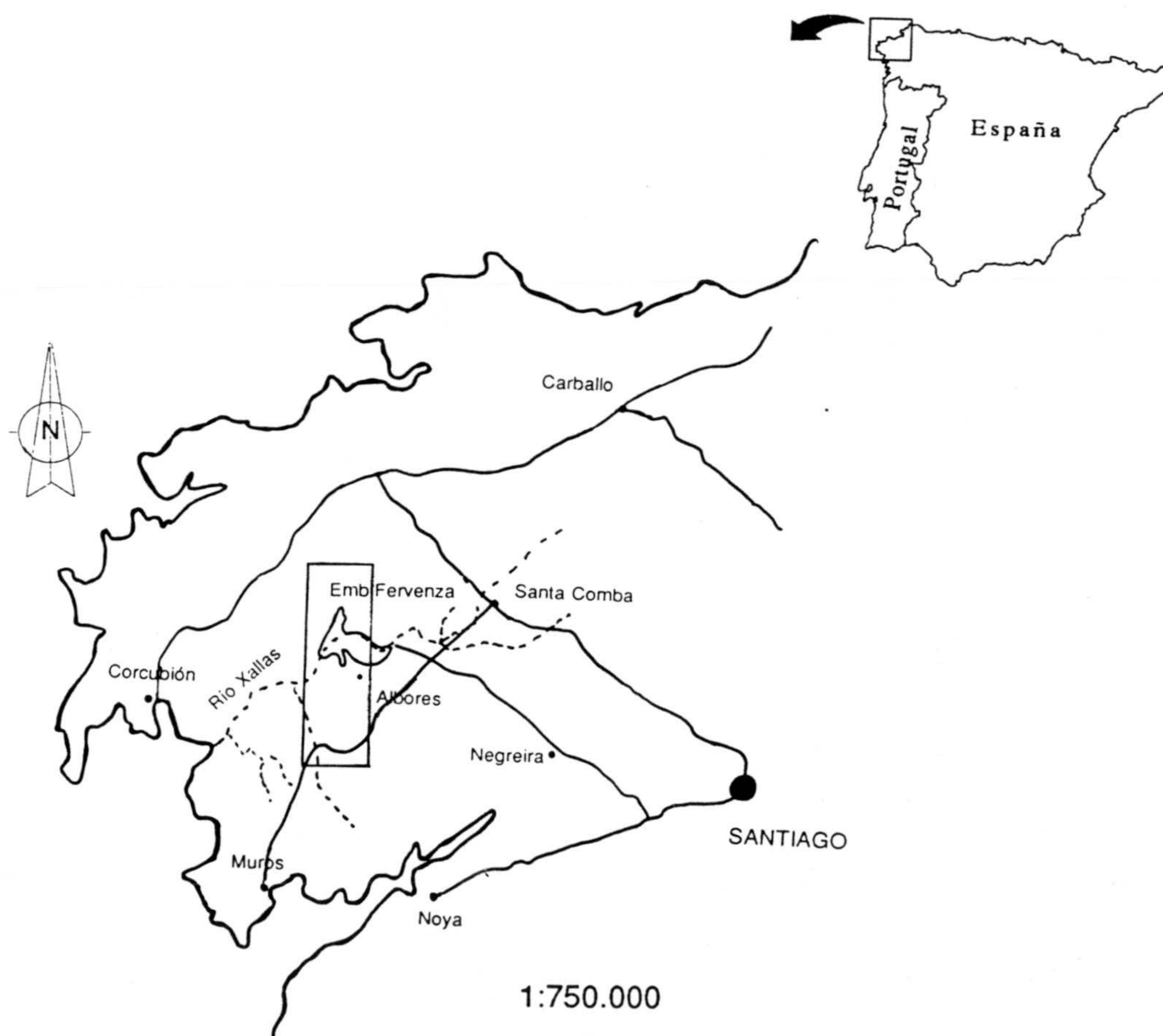


Figura I.15. Localización geográfica del área de estudio.

3.2. Aspectos geológicos generales

3.2.1. Encuadre geológico regional

A nivel general, la Reserva Finisterre B2-Fervenza se localiza en el Macizo Ibérico. Este área de estudio se incluye en la denominada por Farias et al., (1987) como Zona de Galicia-Tras os Montes, ZGTM. Esta Zona, vista desde un punto de vista geotectónico, se puede considerar como una gran lámina alóctona superpuesta sobre la Zona Centroibérica (Fig. I.16). La ZGTM incluye dos dominios claramente diferenciados paleogeográfica y tectónicamente, el Dominio de los Complejos de Rocas Máficas y el Dominio Esquistoso de Galicia-Tras os Montes, separados ambos por un importante cabalgamiento.

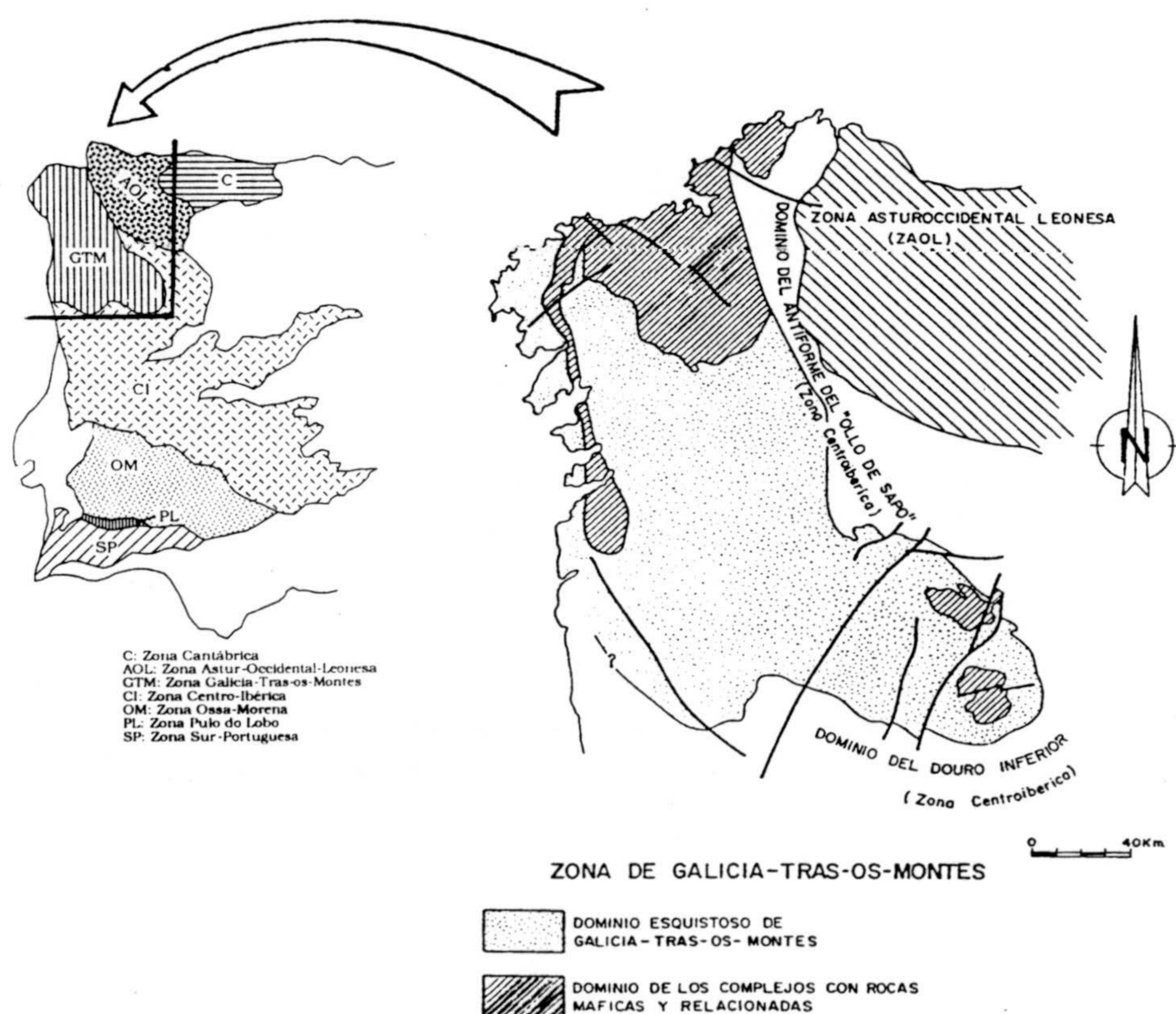


Figura I.16. Esquema geológico regional del área de estudio (Farias et al., 1987).

El primero de estos Dominios, el de los Complejos de Rocas Máficas, ocupa una posición superior y aparece formado por un conjunto de rocas máficas, ultramáficas y gneisses, sobre las que se dispone una sucesión de metasedimentos. Estos Complejos son fundamentalmente cinco: Cabo Ortegá, Ordenes, Malpica-Tuy, Bragança y Morais.

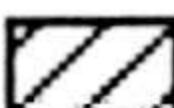
El Dominio Esquistoso de Galicia-Tras os Montes (DEGTM), que constituye el autóctono relativo de los Complejos mencionados, está formado por una potente secuencia de rocas siliciclásticas deformadas y metamorfizadas durante la orogénesis hercínica.

El emplazamiento de estos dos Dominios sobre las rocas de la Zona Centroibérica tuvo lugar durante la orogénesis hercínica, en relación con la cual se produjo, aunque de forma posterior, el emplazamiento de importantes masas graníticas que intruyen tanto a las rocas de dichos Dominios como a las de la Zona Centroibérica.

3.2.2. Marco geológico local


Respecto a la geología del área de estudio específica, hay que señalar que aparece enclavada en el contacto entre el Dominio de los Complejos de Rocas Máficas y el Dominio Esquistoso de Galicia-Tras os Montes, concretamente entre la Unidad de Malpica-Tuy (UMT) y el Área Esquistosa de Galicia Central (AEGC), pertenecientes a cada uno de los dominios anteriores, respectivamente. En la Figura I.17 se presenta un esquema geológico local con los diferentes materiales aflorantes, así como las denominaciones que se van a usar en el desarrollo del trabajo.


A continuación se van a presentar las principales características de las unidades que aparecen en la zona de la Reserva (UMT y AEGC), con una somera descripción de los materiales que afloran en las mismas (ENADIMSA, 1987a).

 Granito sellador (GS)

UNIDAD DE MALPICA-TUY

Unidad Interna

 Gneisses félsicos (NF)

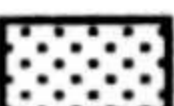
 Retroeclogitas

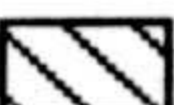
 Ortogneisses biotíticos (ONBA)

Unidad externa

 Paragneisses (PN)

 Metasedimentos (MT)

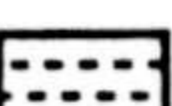
 Ortogneisses biotíticos (ONB)


 Metasedimentos con
anfibolitas (MT+AF)

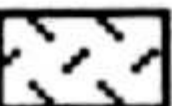
 Rocas cataclásticas (CM2)

DOMINIO ESQUISTOSO DE GALICIA CENTRAL

Sector Este

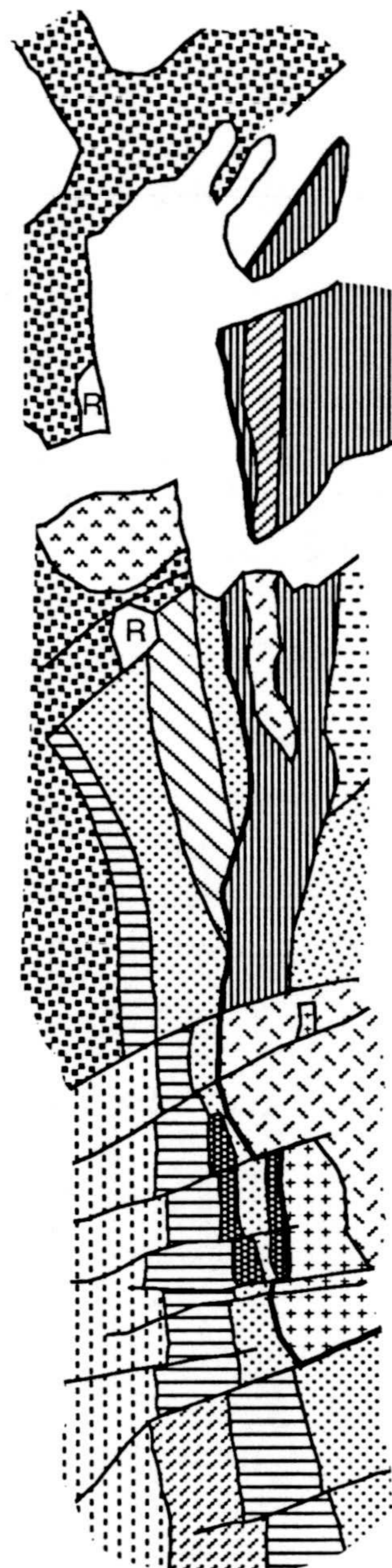
 Micaesquistos y gneisses
granitizados (ENG)

 Gneisses biotíticos
granitizados (NBG)

 Granitoides inhomogéneos (GH)

 Granitos inhomogéneos (GRH)

 Rocas cataclásticas (CM1)



0 2 Km



Figura I.17. Esquema geológico local del área de la Reserva B2-Fervenza (modificado de Agudo Fernández et al., 1989).

a) Unidad de Malpica-Tuy

Esta unidad forma parte del Dominio de los complejos de Rocas Máficas y aflora al oeste de la zona estudiada. Se puede considerar como una estrecha banda de basamento compuesta litológicamente por micaesquistos, paragneisses y ortogneisses calcoalcalinos a peralcalinos, con cantidades menores de rocas básicas, metamorfizadas y eclogitas retrogradadas (Gil y Ortega, 1985). Esta retrogradación se produjo como consecuencia de una evolución del metamorfismo desde condiciones de alta presión y temperatura (formación de eclogitas) hasta otras de menor presión y temperatura, llegando incluso a la facies de esquistos verdes. Esta transformación aparece ligada a la evolución tectónica de la unidad, al pertenecer a un dominio alóctono que cabalga sobre las rocas del DEGTM.

La UMT está formada por dos unidades de rango menor, la Unidad Interna y la Unidad Externa separadas por una importante falla tardihercínica, la falla de Fervenza: (i) la Unidad Interna aflora en la mitad norte de la Reserva, a partir de la falla de Fervenza, siendo sus litologías predominantes los gneisses félsicos (NF) y las retroeclogitas (R); (ii) los gneisses félsicos son rocas de grano fino y colores claros, apareciendo a veces con facies glandulares. Su mineralogía principal es cuarzo, plagioclasa, moscovita y granate biotitizado.

Las retroeclogitas aparecen generalmente en afloramientos de pequeño tamaño y suelen presentar una alteración en tonos anaranjados característicos. Son rocas compactas y densas de colores oscuros, con pirita y óxidos de Fe abundantes. Su composición varía de eclogitas a cuarzo-eclogitas y anfibolitas granatíferas, estando patente en ellas el retrometamorfismo sufrido por los materiales de la Unidad de Malpica-Tuy.

Las restantes litologías (excepto los ortogneisses biotíticos con cuarzos azules) de la Unidad Interna son similares a las existentes en la Unidad Externa, que se describen a continuación.

La Unidad Externa aflora al sur de la falla de Fervenza. Está compuesta por cuatro litologías predominantes: ortogneisses anfibólicos (ONF), paragneisses (PN), metasedimentos (MT) y ortogneisses biotíticos (ONB).

Los ortogneisses anfibólicos están compuestos por plagioclasa, hornblenda, feldespato potásico y anfíbol verde. Se presentan en forma de dos facies principales, una masiva y otra bandeada, estando ambas interdigitadas entre sí.

Los paragneisses son rocas de color grisáceo y grano fino con textura bandeada. Mineralógicamente presentan dos micas, aunque con biotita dominante, y porfidoblastos de albita en algunos casos.

Los metasedimentos son micaesquistos biotíticos o moscovíticos con textura bandeada fina y que, a veces, presentan porfidoblastos de albita.

Los ortogneisses biotíticos son rocas leucocráticas cuarzo-feldespáticas de grano fino y con bandeados más o menos marcados, pudiendo presentar facies glandulares.

Suele ser bastante frecuente la aparición de niveles de anfibolitas, fundamentalmente intercalados entre los metasedimentos (MT+AF).

b) Area Esquistosa de Galicia Central

Esta es una de las unidades o subdominios que forman el Dominio Esquistoso de Galicia-Tras os Montes (Farias, 1992) y es precisamente a este Area a la que pertenecen parte de los materiales de la Reserva Finisterre B2-Fervenza, concretamente a la parte norte de dicha Area. Los materiales del AEGC ocupan la parte más oriental de la zona de estudio, desde la península de Vilarcovo hasta la carretera de Santa Comba.

La clasificación utilizada dentro del Area fue realizada en función de las características litológicas y estructurales de los materiales por Pagés y Chambolle (1987). Como se muestra a continuación, presenta los siguientes sectores:

- Sector Norte - Pico de Meda: alberga principalmente rocas graníticas y una unidad de rocas de tipo migmatítico. Los granitos son de grano fino, con dos micas, aunque con predominio moscovítico. Dentro de éstos se pueden diferenciar varias facies en función del tamaño de grano o de la

Introducción

presencia de fenocristales de feldespato. La unidad de tipo migmatítico está constituida por granitoides con restos de ortogneisses prehercínicos migmatizados y una banda de esquistos y gneisses migmatíticos.

- Sector Central - Estructura de Xallas: es un sector formado esencialmente por gneisses biotíticos, entre los que se distinguen varios tipos principales: gneisses biotíticos de composición cuarzomonzónica, plagiogneisses biotíticos y gneisses migmatíticos.
- Sector Sur - Dominio Migmatítico: aflora al sur de la Estructura de Xallas y se caracteriza por presentar rocas con textura y composición claramente migmatíticas y que progresivamente, por cambios graduales de composición, pasan a granitoides. Son principalmente micaesquistos biotíticos con sillimanita y granate y gneisses sin textura foliada con leucosomas aplopegmatíticos y melanosomas de biotita, sillimanita y granate. La única diferencia entre los micaesquistos y los gneisses reside en la mayor proporción de melanosomas en estos últimos.

En la zona de trabajo se hallan rocas pertenecientes esencialmente a este Sector Sur y algo al Sector Central. En concreto, aparece una serie migmatítica que va desde micaesquistos granitizados (ENG) hasta granitos inhomogéneos (GRH), pasando por gneisses biotíticos granitizados (NBG) y granitoides inhomogéneos (GH). Los términos litológicos de esquistos a gneisses son fundamentalmente biotíticos y de grano relativamente grueso, mientras que los granitos y granitoides son de dos micas, aunque con predominio de la biotita.

c) Configuración estructural: relación entre unidades

El rasgo estructural más sobresaliente de la zona estudiada lo constituye una banda milonítica, que en la mayor parte de su recorrido señala el contacto entre el complejo de Malpica-Tuy y el Dominio Esquistoso de Galicia-Tras os Montes, estando generalmente ocupado este contacto por un granito, denominado como Granito Sellador (Pagés y Chambolle, 1987). Se trata de un granito de grano medio, homogéneo, con dos micas, aunque de tendencia leucocrática. Los afloramientos suelen presentar distintos grados de deformación, desde texturas brechoides hasta protomiloníticas.

Este granito aflora prácticamente a lo largo de todo el contacto hasta la falla de Fervenza, siendo el afloramiento de mayor envergadura, en este sector, el llamado localmente como Granito de Vilarcovo (ENADIMSA, 1987a). Recibe este nombre porque aparece al oeste de la península de Vilarcovo. La embergadura de este cuerpo granítico es de 1.5 Km de largo por unos 100 a 200 m de ancho. Al sur de la falla de Fervenza, en el área de Albores, sólo se observan pequeños afloramientos de este granito apenas cartografiables, siendo el de mayor tamaño el Granito de Albores sito en las proximidades de esta localidad y cuya superficie no sobrepasa los 1500 m².

Ya en esta zona de la Reserva, al sur de la falla de Fervenza, los materiales del AEGC entran en contacto directo con los de la UMT. En las rocas del contacto se produce una milonitización y cataclasis posterior, de distinto desarrollo e intensidad, apareciendo una roca clasificada como cataclasita a protomilonita ocupando la misma posición estructural que el Granito Sellador y, que por lo tanto, puede ser correlacionable con este.

La deformación afecta principalmente a las rocas del AEGC generando niveles de milonitas y cataclasitas (CM1), llegando incluso a producirse ultramilonitas, como en el área al SE de Albores. También se generan bandas miloníticas en materiales de la UMT (CM2) pero con menor desarrollo superficial.

La banda de milonitización presenta una anchura relativamente homogénea, de 400-500 metros. Las foliaciones miloníticas buzan al W con un valor medio de 40°, por lo que se podría estimar la potencia de la milonitización en unos 200 metros.

Con posterioridad a la milonitización se produce un episodio de cataclasis y brechificación con aporte hidrotermal (clorita, adularia, cuarzo y sulfuros) de gran interés por su potencial metalogenético. Este episodio de brechificación con relleno hidrotermal no está restringido sólo a esta banda, sino que se extiende a zonas próximas.

3.3. Tectónica general

Ortega (1980) y Gil Ibarra (1983) han mostrado la existencia de tres fases principales de deformación hercínica, las dos primeras fases se consideran de edades Dinantiense a Namuriense, mientras que la tercera es Westphaliense. Nunca se han observado pliegues transversales ni otro tipo de estructuras tectónicas que pudieran indicar un ciclo orogénico prehercínico.

Las estructuras de la primera fase de deformación (D1) están generalmente obliteradas por las deformaciones posteriores. Aparecen como pliegues isoclinales de centimétricos a métricos, aunque no es posible establecer la orientación de los mismos.

La segunda fase (D2) es la principal, siendo responsable de la aparición de zonas de cizalla subhorizontales de primera magnitud que corresponden a la base de los mantos de corrimiento dirigidos hacia el este. Así, durante este episodio de deformación, la banda de Malpica-Tuy pudo haber alcanzado su posición actual bajo un proceso de traslación desde dominios de alta presión hasta más cercanos a condiciones de superficie (produciéndose los fenómenos de retrogradación).

La tercera fase (D3) produjo un replegamiento general de las estructuras D1 y D2, dando pliegues de dirección N-S verticales. Se formaron fallas verticales y zonas de cizalla dextrales a la vez o algo más tarde que los pliegues D3, donde se desarrollaron ocasionalmente texturas miloníticas. De estas fallas, las más importantes son las del borde occidental de la Unidad de Malpica-Tuy (fuera de la Reserva Finesterre-B2).

Después de esta última fase, se forman localmente fallas normales de direcciones variables, predominando la N-S, incluyendo tanto fallas de bajo ángulo de carácter dúctil, como fallas de alto ángulo frágiles (Díaz García, 1990).

Por último se produjo el clásico episodio de fracturación tardihercínica, destacando la generación de una familia de fracturas de dirección SW-NE con desplazamientos principalmente en la vertical y que compartimentan la zona (ENADIMSA, 1987a). La más importante de estas

fracturas es la de Fervenza, de dirección N40°E y que limita la Unidad Interna y la Unidad Externa del complejo de Malpica-Tuy. Un kilómetro al norte de ésta existe otra falla subparalela, delimitando entre las dos un bloque levantado que hace aparecer el Granito Sellador en la península de Vilarcovo. Las fracturas al sur de la de Fervenza presentan direcciones algo distintas a ésta, en torno a N60°E, aunque se mantiene la componente vertical principal en el movimiento.

3.4. La estructura mineralizada

Las mineralizaciones de oro y sulfuros acompañantes de esta zona se pueden enmarcar dentro de un contexto de escala regional. El cinturón mineralizado, con una dirección aproximada de NNE-SSW, está situado en la parte más oriental y milonitizada de la UMT alóctona, en el contacto con el DEGTM. Las mineralizaciones encajan en estructuras frágiles desarrolladas en la zona de cizalla generada por el cabalgamiento de la UMT sobre el DEGTM. Desde antiguo se ha considerado esta zona como un metalotecto a escala regional para el oro (García del Amo et al., 1992).

Las menas aparecen en venas o cuerpos de brecha irregulares localizados en varias litologías, generalmente en rocas intensamente deformadas de la UMT o del AEGC. Las rocas encajantes suelen ser rocas precámbricas a devónicas metamorfozadas, milonitizadas (migmatitas, orto y paragneisses, micaesquistos, anfibolitas y eclogitas) e intrusiones graníticas (Catroviejo, 1990).

Existe una intensa relación entre la mineralización y la brechificación posterior con relleno hidrotermal que afecta a las litologías preexistentes, incluidas las milonitas y las rocas graníticas. Las concentraciones hidrotermales se generaron después del emplazamiento de la UMT y de los granitos, puesto que las rocas de caja presentan fenómenos de alteración relacionados con procesos hidrotermales. Cabe destacar dentro de los fenómenos de alteración en las rocas encajantes los de silicificación, alteración potásica (adularización) y sericitización, aunque localmente la turmalinización y la cloritización pueden ser importantes. Existen zonas en donde se da abundancia de grafito, no obstante, a diferencia de otros distritos auríferos

similares, la alteración carbonática es muy pobre en este área. También es importante señalar que la mayoría de los indicios revelan una relación espacial con las rocas graníticas intrusivas.

3.4.1. Paragénesis mineral

La paragénesis de las mineralizaciones auríferas y de los sulfuros metálicos del área estudiada está constituida por los minerales que aparecen en la Tabla I.2 (Catroviejo, 1990; García del Amo et al., 1992). Aparte de los silicatos, principalmente cuarzo y adularia, ± (sericita, turmalina, clorita), que constituyen la ganga, la mena está compuesta esencialmente por arsenopirita con piritita subordinada. La arsenopirita, como mineral principal en término de abundancia, puede presentarse en agregados irregulares o idiomorfa, y ocasionalmente con inclusiones de oro/electrum y calcopirita.

La cristalización del oro aparece en general ligada a la de la arsenopirita. Los granos de oro y/o electrum aparecen, por lo tanto, incluidos en la arsenopirita, aunque a veces aparecen asociados a cuarzo cementando fracturas de ésta.

Tabla I.2. Paragénesis de las mineralizaciones de Au con sulfuros metálicos del área de Finisterre B2-Fervenza (Catroviejo, 1990; García del Amo et al., 1992).

MINERALES GANGA cuarzo, adularia, sericita, turmalina, clorita, apatito
MINERALES HIPOGENICOS Componentes principales: arsenopirita, piritita Componentes menores: oro/electrum, pirrotina, esfalerita, galena, calcopirita, marcasita, boulangierita, rutilo
MINERALES SECUNDARIOS covellina, hematites, limonita, digenita, beudanita

La secuencia paragenética, obtenida a partir de observaciones texturales, distingue una serie de etapas deposicionales que aparecen recogidas en la Tabla I.3 (García del Amo, 1992; Castroviejo, 1990). El marco cronológico principal de referencia es la etapa posterior de cataclasis que permite realizar una distinción entre menas pre-, sin- y post-cataclásticas, de acuerdo con los efectos de deformación frágil producida en ellos. El metamorfismo regional y el posterior metamorfismo dinámico (milonitización), relacionado con el emplazamiento de la unidad alóctona de Malpica-Tuy, puede constituir un marco de referencia para las menas precataclásticas. No obstante, este marco de referencia es difícilmente observable debido a la intensidad de la deformación posterior en las zonas mineralizadas. Además, la milonitización hace difícil reconocer cualquier textura previa. Por esta razón sólo es posible observar las menas de fases tempranas en las rocas de caja, pero raramente en zonas mineralizadas. La mayoría de las menas pueden ser consideradas de tipo postmetamórfico y cataclasis tardía.

3.4.2. Génesis de las mineralizaciones

Al tratar el tema de la génesis de los indicios de oro del área de Fervenza (García del Amo, 1992; Castroviejo, 1990; Pagés y Chambolle, 1987), resultan evidentes una serie de hechos que se suelen cumplir de forma general:

- Se trata de mineralizaciones de cuarzo-sulfuros-oro.
- La clara relación existente entre las concentraciones de oro y el margen más oriental y milonitizado de la UMT. Concretamente destacar la localización de estas mineralizaciones dentro de o en las inmediaciones de una zona de cizalla importante.
- La mineralización aparece en estructuras tardías, cortando a la esquistosidad milonítica, y caracterizadas por la existencia de brechificación, relleno hidrotermal y alteración. Es decir, emplazadas en relación con estructuras de tipo frágil. Es común el desarrollo de fábricas con sobreimposición frágil sobre dúctil (brittle-on-ductile, de los autores anglosajones). También es normal la relación más o menos directa con los

cuerpos graníticos intrusivos, aunque ésta no sea constante.

- Destacar el papel oscuro o inexistente de la deformación dúctil en los procesos mineralizadores: aparte de la inexistencia de estructuras de origen dúctil en relación con las mineralizaciones, el rango de temperaturas que caracterizan a este tipo de deformaciones (550-650°C, Gapais, 1987) es mucho más alto que el observado para los cuarzos acompañantes de la mineralización (entre 180 y 360°C), obtenido por medio del estudio de inclusiones fluidas en estos cuarzos (García del Amo, 1992).

Como ya se ha comentado previamente, la clave para entender el contexto bajo el que se formaron estas mineralizaciones se encuentra en la historia y evolución tectónica del área. Castroviejo (1990) realizó una síntesis de la génesis de estos depósitos enmarcada en el contexto general de un modelo de evolución tectónica e hidrotermal. Este modelo implica una transición desde condiciones dúctiles a frágiles, con sucesivas reactivaciones, acompañadas por circulación hidrotermal y acumulación de la mena. En el estudio realizado por este autor en este área del NW de Galicia (incluyendo otras zonas además de la de la Reserva Finisterre B2-Fervenza) se muestra la existencia de diferentes estados de evolución tanto espacial como temporal. Esto queda patente en el hecho de que existen indicios que pueden considerarse como pertenecientes a una etapa inicial, con milonitización dominante y escaso a incipiente influjo hidrotermal (zona de Rial, al norte del área de la Reserva). En el otro extremo, aparecen otros indicios mineralizados con claro dominio de cataclasis, infiltración hidrotermal y acumulación de oro (mineralizaciones de Meanos, también al norte de la Reserva, aunque más próximas a ésta). El resto de los indicios, entre los que se encuentran los pertenecientes a la Reserva, se podrían considerar como estados intermedios entre los dos casos extremos, tal y como lo indican la intensidad o grado de evolución de los influjos hidrotermales.

Es fácil explicar la importancia de la cataclasis tardía en una zona metalotecto de oro. En un régimen dúctil, la escasa permeabilidad y porosidad del medio no facilita la circulación hidrotermal, mientras que la fracturación y la consiguiente creación de espacios abiertos por fracturación frágil favorece la circulación de soluciones y el posterior relleno hidrotermal. La repetición de episodios de brechificación y relleno hidrotermal queda recogida tanto por la coexistencia de generaciones cataclásticas y generaciones

intactas, las cuales cementan a las anteriores, como por la evolución de la paragénesis. El oro nativo aparece relacionado con generaciones cataclásticas y sulfoarseniuros pero también con generaciones posteriores, postdeformacionales.

Estos procesos son típicos de muchos depósitos auríferos de tipo vena o filón ("vein-type") relacionados con zonas de cizalla en terrenos metamórficos. Bonnemaïson y Marcoux (1987) proponen un modelo para explicar este tipo de mineralizaciones de oro y que puede ser la base para explicar la génesis de las mineralizaciones del NW España. Siguiendo a estos autores, las menas de Fervenza podrían denominarse como "tipo postmetamórfico, subtipo Au-As" y presentando una génesis polifásica en la que se distinguen varios estadios, caracterizados por la distinta forma de presentarse el oro: un estadio precoz o de oro "invisible", un estadio intermedio o de oro fino y un estadio tardío o de oro pepítico.

- El *estadio precoz* se corresponde con el desarrollo de zonas de deformación dúctil a semifrágil por cizallamiento que afectan a series potentes de rocas. Se forman estructuras definidas por milonitas y/o esquistosidad que sirve de drenaje para los fluidos hidrotermales, de origen diverso, que producen intensas alteraciones hidrotermales. La mineralización aurífera aparece principalmente bajo forma de arsenopirita aurífera. En la mineralización de Fervenza, el proceso mineralizador se relaciona con el emplazamiento de cuerpos graníticos (García del Amo, 1990), que incluye la formación de minerales tales como arsenopirita aurífera, pirrotina y pirita. Contemporáneamente se desarrollan una serie de alteraciones hidrotermales que originan fenómenos de silicificación, cloritización, sericitización y turmalinización.
- En el *estadio intermedio* el funcionamiento de la zona de cizalla crea aperturas que favorecen la localización de filones. Nuevas deformaciones de estos filones hacen aparecer el cuarzo microsacaróideo que sirve de reservorio de la mineralización aurífera, caracterizada por la aparición de oro mineralógico. Este oro proviene de la desestabilización de los sulfuros auríferos del estado precoz, de los cuales es desplazado y fijado en las facies cuarcíticas por los fluidos que drenan la zona de cizalla. Este es un oro fino y poco argentífero. En el caso concreto de la mineralización objeto de estudio, en esta segunda etapa se produce un proceso de brechificación,

con la consiguiente aparición de bolsadas de cuarzo microscarioideo, brechas graníticas y brechas cuarzo-turmaliníferas, que van a servir de receptáculo de la mineralización aurífera (García del Amo, 1990). El ascenso del fluido debió de ocurrir durante este episodio de brechificación, de manera que desestabiliza la mineralización preexistente y aloja la mena en las facies del reservorio. El fluido origina recristalización de minerales preexistentes y alteraciones hidrotermales. Durante todo este proceso brechificador-mineralizador, en la zona de estudio, se produce una evolución térmica descendente, desde 350 a 180°C, hasta completar la secuencia paragenética que caracteriza este estadio.

- Los *estadios tardíos* se pueden dar en una estructura de estado precoz o intermedio. Corresponden a aperturas que provocan la removilización *in situ* de las mineralizaciones auríferas de estados precedentes, originando una pepitización del oro en micropartículas. Este oro contiene una importante cantidad de plata. En los indicios de la Reserva de Finisterre B2-Fervenza parece no tener un gran desarrollo este último estadio, dada la escasa concentración de Ag encontrada en los análisis realizados, con un máximo de 1.6 ppm y con el 75% de los valores iguales a 0.5 ppm (Agudo et al., 1989).

3.4.3. Guías para la exploración del oro y de los sulfuros metálicos acompañantes

Algunas de las características previamente expuestas pueden ser de gran utilidad de cara a una exploración del área mineralizada:

- Relación con estructuras regionales importantes, cabalgamientos y fallas, así como identificación de zonas de cizalla, especialmente cuando se dan fenómenos de cataclasis y relleno hidrotermal superpuestos.
- Existencia de granitos intrusivos o diques.
- Presencia de cuarzo, adularia, turmalina, grafito, sheelita, etc, que generalmente aparecen asociados a los sulfuros, especialmente a la arsenopirita.

- Fenómenos de alteración en las rocas de caja: alteración potásica, sericitización, silicificación y, localmente, turmalinización o cloritización.

4. PRESENTACION DE LOS DATOS

Los datos geoquímicos de los que se disponen pertenecen a una campaña de prospección geoquímica táctica llevada a cabo en la Reserva Nacional Finisterre B2-Fervenza por la Empresa Nacional Adaro. Esta campaña fue realizada en suelos y según una malla de 50x100 m en la parte más meridional y de 50x50 m en el resto del área.

Las características específicas de este territorio, en lo relativo al grado de desarrollo de los suelos y a las deficientes condiciones de afloramiento, justifican el uso de prospección geoquímica en suelos con análisis multielemento, que en los últimos años se ha venido usando con éxito en casos de prospección geoquímica de suelos para la detección de mineralizaciones auríferas en el noroeste peninsular. Los suelos muestreados presentan de forma bastante continua un horizonte argilítico bien desarrollado y justo debajo de este horizonte fue donde se tomaron las muestras, en el denominado "horizonte C". El horizonte C de un suelo puede considerarse ya como roca madre, aunque un poco alterada, de ahí que esta prospección sea, en realidad, intermedia entre prospección en suelos y prospección de rocas. El material objeto de muestreo se sometió a una tamización *in situ*, tomándose, al final, una cantidad en torno a 500-800 gr de material de tamaño de grano inferior a 5 mm. (Agudo Fernández et al., 1989)

En concreto, se tomaron 1204 muestras a lo largo de toda la Reserva, que en el desarrollo de la Tesis Doctoral se va a denominar Area Total, habiéndose analizado en cada una de ellas 32 elementos químicos. Este conjunto de muestras se reparten en tres subáreas elongadas en la dirección N-S, tal y como se indica a continuación:

Estudio Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

- Zona de La Mina, que contiene las muestras tomadas en el sector del mismo nombre, en la parte más meridional de la Reserva, y en la que el muestreo se hizo según una malla de 50x100 m. En total presenta 602 puntos de muestreo.
- Zona de Albores. Este el sector que queda al sur del embalse de Fervenza, siendo la zona central de la Reserva. En ella se tomaron 303 muestras según una malla de 50x50 m.
- Zona de Vilarcovo que aparece al norte del embalse y donde se recogieron 299 muestras, también según una malla de 50x50 m, al igual que en la Zona de Albores.

En la Figura I.18 aparece recogida el Area Total, así como las tres subáreas diferenciadas dentro de ella, con la referencia de cada subárea al mapa geológico local.

Como ya se ha comentado, en estas muestra se analizaron 32 elementos químicos por medio de espectrometría de emisión con plasma de inducción acoplada (ICP) para todos los elementos, excepto para el Au. El equipo utilizado ha sido un Jobin Yvon JY-707. El Au, por su parte, fue analizado por absorción atómica, con un equipo Perkin Elmer 5000. En la Tabla I.4 se recogen las diferentes variables analizadas junto con sus respectivas unidades, así como los límites de detección para todas ellas.

Cada una de las 1204 muestras aparecen referenciadas con sus correspondientes coordenadas X e Y, que durante todo el desarrollo del trabajo se encuentran transformadas a unas coordenadas de trabajo, con el fin de guardar la confidencialidad de los datos, que hace que la zona quede restringida a las coordenadas de trabajo siguientes:

X mínima = 220	X máxima = 1684
Y mínima = 845	Y máxima = 9294

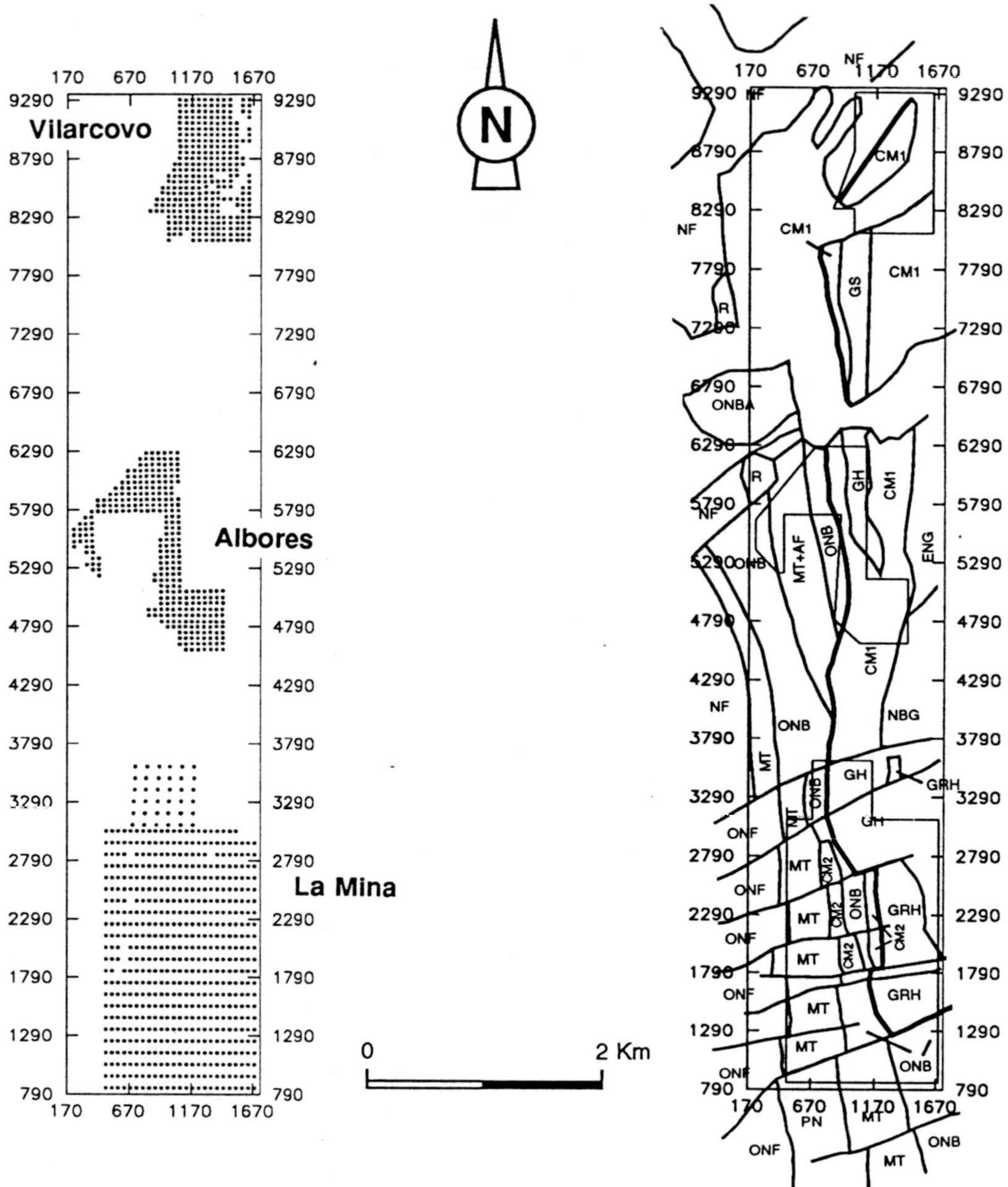


Figura I.18. Mapa puntos muestreo del Area Total, con las tres Zonas diferenciadas.

Estudio Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

Tabla I.4. Elementos químicos analizados en la campaña de prospección geoquímica táctica llevada a cabo por ENADIMSA en la Reserva Finisterre B2-Fervenza.

Elementos	Unidades	Límites de detección
P	ppm	0.01 %
B	ppm	10 ppm
As	ppm	10 ppm
Sn	ppm	5 ppm
Mo	ppm	2 ppm
Zn	ppm	1 ppm
W	ppm	5 ppm
Pb	ppm	10 ppm
Bi	ppm	2 ppm
Cd	ppm	1 ppm
Co	ppm	5 ppm
Ni	ppm	5 ppm
Ba	ppm	0.01 %
Fe	%	0.05 %
Mn	ppm	0.01 %
Cr	ppm	10 ppm
Ta	ppm	5 ppm
Mg	%	0.05 %
Al	%	0.05 %
V	ppm	1 ppm
Be	ppm	1 ppm
Nb	ppm	5 ppm
Ca	%	0.05 %
Cu	ppm	1 ppm
Ag	ppm	1 ppm
Ti	%	0.01 %
Y	ppm	5 ppm
Sr	ppm	5 ppm
Na	%	0.05 %
Li	ppm	10 ppm
K	%	0.05 %
Au	ppb	10 ppb

5. ANTECEDENTES

Los trabajos llevados a cabo en el área de la Reserva Finisterre B2-Fervenza, desde el punto de vista de la exploración minera, han sido los realizados por la Empresa Nacional Adaro, cuyos resultados se recogen en los dos informes emitidos por dicha empresa, el primero correspondiente al año 1986 (ENADIMSA, 1987a) y el siguiente relativo año 1987 (ENADIMSA, 1987b). Además, presentaron parte de los resultados obtenidos en el III Congreso de Geoquímica de España (Agudo Fernández et al., 1989). En todos estos trabajos se muestra como objetivo fundamental la exploración geoquímica del Au, estando el trabajo de Agudo Fernández et al. (1989) dedicado monográficamente a este elemento. En general, se trata de estudios bastante descriptivos, con poco tratamiento numérico y apoyo de otras datos, además de los puramente geoquímicos.

Aparte del Au, como elemento económicamente más rentable, en el estudio preliminar llevado a cabo por ellos, también quedaron marcados otros elementos de interés dentro de la Reserva. Estos elementos eran originariamente: Sn, W, Cu, Ag, Pb, Zn, Mo, Nb, Ta.

En lo referente a trabajos realizados en este área en otros campos afines, fundamentalmente en la mineralogía de estos indicios, destacar los trabajos de Castroviejo (1990) y García del Amo (1992). Desde un punto de vista más general, señalar el trabajo de Pagés y Chambolle (1987).

6. OBJETIVOS Y MOTIVACION

A lo largo del presente capítulo de Introducción se han tratado de exponer las cuestiones generales que se plantean en el análisis de los datos procedentes de una campaña de prospección geoquímica, así como las técnicas más adecuadas para afrontar esta problemática. Una vez planteada la cuestión, parece oportuno señalar cuáles son los objetivos perseguidos en este trabajo, obviamente basados en las cuestiones expuestas y orientados a la resolución del problema de definición de patrones generales y anomalías

geoquímicas, como aspecto más importante de la prospección geoquímica. Pues bien, remarcar que el objetivo principal de esta Tesis Doctoral es la utilización conjunta de una serie de metodologías numéricas aplicadas a datos de una campaña de exploración geoquímica de oro y elementos de interés asociados, cuyo fin último no es otro, que la determinación numérica de aquellas zonas que puedan ser consideradas como anómalas para estos elementos, previa diferenciación del fondo geoquímico regional y local. En el intento de obtener el objetivo general, previamente presentado, se han tenido que ir superando una serie de objetivos parciales, como pasos sucesivos encaminados a la realización del presente trabajo de investigación.

El primer paso obligado fue tomar contacto con los datos con los que se iba a trabajar. Era necesario tener un conocimiento de las características geoquímicas concretas de la campaña, así como una buena noción de la geología del área, como único medio para llegar a interpretar coherentemente cualquier resultado numérico obtenido. Esto supuso una labor bibliográfica importante, tanto para actualizar los conocimientos sobre cuestiones puntuales de prospección geoquímica, como para disponer de la información geológica necesaria de un área tan compleja tectónicamente como lo es la de la Reserva.

Ya dentro del tratamiento numérico de los datos, como objetivo inicial se pretendió realizar una descripción univariante de cada una de las variables geoquímicas de las que se disponía, utilizándose para ello las técnicas estadísticas univariantes clásicas y otras más innovadoras, tales como las del análisis exploratorio de datos. En esta etapa del estudio fue posible revelar la existencia de una serie de características comunes a todos los datos del área y que hacían complicado el estudio de una de las variables de mayor interés, el Au. Este elemento presenta bastantes valores iguales entre sí e iguales al límite de detección del aparato de análisis, concretamente había zonas (sector más septentrional) en el que el rango intercuartílico era nulo, siendo en el resto bastante pequeño. Todos estos rasgos hacen que parte del estudio posterior haya estado centrado en identificar la forma óptima de afrontar el caso del Au.

Cuando se está trabajando con datos de tipo multivariante parece obligado ver las relaciones existentes entre los diferentes elementos químicos, ya que esta vía proporciona una doble ventaja, por una parte se intentarán

Introducción

solventar las deficiencias muestrales de algunos elementos por medio de sus relaciones con otros (caso del Au) y, por otro lado, se podrán establecer tendencias y anomalías geoquímicas multielementales, que siempre serán más generales que cuando afectan a una sola variable. Dado que el objetivo primordial de la investigación es el estudio de la mineralización aurífera de esta Reserva minera, el objetivo fue buscar aquellas técnicas que permitieran su estudio y, por tanto, el análisis de componentes principales, así como el análisis de correspondencias, se presentan como métodos de gran interés en el estudio de variables geoquímicas. Concretamente, el análisis de correspondencias es una técnica de análisis de datos que permite trabajar con variables de tipo cualitativo, de gran interés en geología.

El uso del análisis geoestadístico, como metodología numérica que trata las variables geoquímicas desde un punto de vista espacial, se planteó como una de las partes más importantes de este estudio. La aproximación geoestadística se ha hecho desde varias perspectivas. Por un lado, el estudio geoestadístico individual de aquellas variables interesantes económicamente. Por otro, el análisis geoestadístico multivariante de los elementos corregionalizados, bastante tedioso y no siempre posible de aplicar. Sin olvidar, por último, el uso geoestadístico de las combinaciones lineales de variables altamente correlacionadas, obtenidas por medio de las técnicas de análisis de datos, como otra vía de estudio de gran interés porque reduce el problema de manejo de gran número de elementos y permite la obtención de resultados más globales. Todas estas aproximaciones diferentes llevan a resultados numéricos, cuyo fin último y objetivo final es armonizar coherentemente, basándose en la información geoquímica y geológica disponible.

Como se ha comentado, el objetivo fundamental de esta campaña es el Au, no obstante, hay que destacar que el estudio fue necesario ampliarlo a otros elementos que pudieran ayudar a prospectar el Au, es decir, hacer uso de los llamados elementos trazadores, principalmente As, y en menor medida Pb. Por las características de la mineralización, la presencia de elementos calcófilos conjuntamente con elementos de alteración hidrotermal, también pueden ser indicadores de presencia de mineralizaciones de Au, sin olvidar la gran importancia de la componente tectónica en la génesis de este tipo de yacimientos, como ya se vio en el apartado dedicado a la mineralización aurífera. Además, previamente se ha comentado, en el

apartado de antecedentes, que había otros elementos cuyo interés económico ayudaba a rentabilizar la realización de la campaña de exploración: Sn, W, Cu, Ag, Pb, Zn, Mo, Nb, Ta; de ahí que estos elementos hayan formado parte, inicialmente, del interés de este estudio.

Destacar como motivación principal para la realización de este estudio el que se trate de algo novedoso y no realizado previamente en España. El uso conjunto de todas las metodologías expuestas supone un paso importante en el campo de la exploración minera, pues muestra una vía práctica y útil de afrontar el problema de tratamiento de la información geoquímica desde su doble carácter, el multivariante y el regionalizado. El haber trabajado con una campaña de prospección geoquímica real, con múltiples problemas de tratamiento numérico ocasionados por un elemento tan complejo como el Au, han sido una motivación importante para llevar a cabo la investigación y un incentivo diario en la lucha contra este gran obstáculo "el Au".

II. ESTUDIO ESTADISTICO
UNIVARIANTE

II. DESCRIPCION ESTADISTICA UNIVARIANTE

Los datos "hablan" más claramente cuando están organizados y presentados de forma que se pueda sacar la mayor cantidad de información con el mínimo de esfuerzo, máxime cuando se está hablando de hacer una descripción univariante de cada una de las variables que forman parte del conjunto de datos, formado por un número elevado de elementos y de muestras. De ahí que, la realización de tablas con los estadísticos más usuales y gráficos de diversos tipos, sean de gran ayuda para llevar a cabo este cometido.

En este capítulo se va a hacer, en primer lugar, un tratamiento global de todas las variables de cara a tener una visión general de los datos de los que se dispone, para pasar a continuación a tratar aquellas variables objeto del estudio: el Au y sus elementos trazadores (directos e indirectos), los metales base y otros como W, Ag, Mo y Ta, principalmente. La primera parte se llevará a cabo considerando los estadísticos clásicos (presentados más abajo), mientras que para el estudio detallado de las variables de interés, orientado a la definición de posibles anomalías y de los patrones regionales unielementales, se utilizarán las técnicas del análisis exploratorio de datos, que se presentan como procedimientos más apropiados para el estudio de este tipo de información, tal y como se comentó en el capítulo I de Introducción.



1. DESCRIPCION GENERAL

1.1. Estadísticos básicos

Dentro de los estadísticos más comunes se han calculado de tres categorías: medidas de localización, medidas de dispersión y medidas de forma.

1.1.1. Medidas de localización

Media. La media, m , es simplemente el valor promedio de los datos experimentales:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

donde n es el número de datos y x_i son los valores de los elementos.

Mediana. La mediana, M , es el punto medio de los valores observados si estos estuvieran ordenados en sentido creciente, es decir, es el límite para el cual el 50% de los datos aparecen por debajo de este valor:

$$M = x_{(n+1)/2} \quad \text{si } n \text{ es impar}$$

$$M = \frac{x_{(n/2)} + x_{((n/2)+1)}}{2} \quad \text{si } n \text{ es par}$$

Tanto la media como la mediana son medidas de tendencia central, siendo la media mucho más sensible a la presencia de valores erráticos que la mediana, que se presenta como más robusta.

Mínimo. Es el valor más pequeño del conjunto de datos. En la mayoría de los casos de tratamiento de datos de prospección geoquímica este valor es simplemente el límite de detección del aparato de medida para un elemento químico concreto.

Máximo. Es el valor mayor del conjunto de datos para la variable que se esté estudiando.

Cuartiles (Q1, Q2, Q3). Del mismo modo que la mediana o Q2 da el límite para el 50% de los datos, los cuartiles primero y tercero separan los valores en cuartos, de tal forma que el primer cuartil (Q1) representa el valor límite a partir del cual se tiene el 25% de los datos, y el tercer cuartil (Q3) aquel para el 75% de los valores.

La idea de buscar aquellos valores que dividen los datos en mitades o cuartos puede ser extendida a cualquier otra fracción. De esta forma, se puede hablar de *deciles*, cuando la fracción es de un décimo, o de *percentiles*, cuando esta fracción es de 1/100. Todos estos términos quedan recogidos bajo la denominación genérica de *cuantiles*, siendo los más usados los cuartiles.

1.1.2. Medidas de dispersión

Varianza. Este parámetro viene dado por la siguiente relación:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

Es la diferencia cuadrática media de los valores respecto a su media. Este estadístico es bastante sensible a la presencia de valores erráticos.

Desviación típica o estándar. La desviación estándar, σ , es simplemente la raíz cuadrada de la varianza

Rango intercuartílico. Otra medida útil de la dispersión es el rango intercuartílico (RIC) definido como la diferencia entre los cuartiles superior e inferior

$$RIC = Q3 - Q1$$

A diferencia de la varianza y la desviación típica, el rango intercuartílico no usa la media, de ahí que sea menos sensible a la presencia de unos pocos valores muy elevados.

1.1.3. Medidas de forma

Coefficiente de sesgo. Este coeficiente se define como

$$S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^3}{\sigma^3}$$

Dadas las características de esta medida, ésta sufre incluso más que la media y la varianza la presencia de algún valor extraño, puesto que son diferencias cúbicas y un único dato errático puede influir enormemente en este parámetro. Con bastante frecuencia, se usa el signo del coeficiente de sesgo en lugar de su magnitud, sólo con el fin de describir la simetría: si $S > 0$ tenemos simetría positiva — los valores elevados de x tienen menor dispersión que los valores más bajos; mientras que si $S < 0$, se tiene simetría negativa, apareciendo los valores bajos con mayor dispersión que lo más elevados. (Fig. II.1).

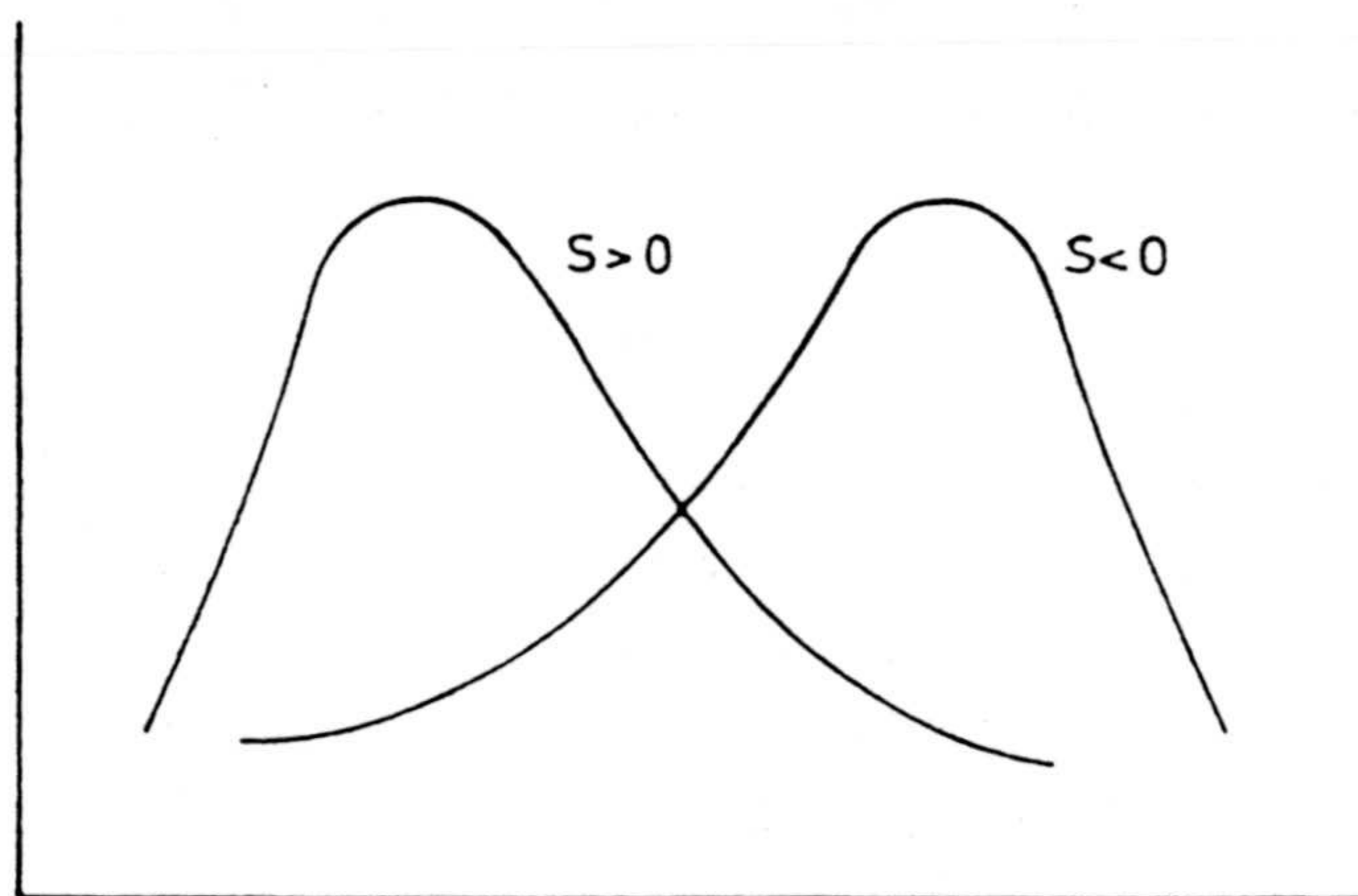


Figura II.1. Criterio de simetría de una distribución según el coeficiente de sesgo.

Coefficiente de variación. Esta es una medida que se puede incluir tanto en el grupo de medidas de dispersión como en el de forma. Se define como

$$CV = \frac{\sigma}{m}$$

Este coeficiente, una vez que sabemos la simetría de la distribución, resulta útil para alertar de la presencia de valores muy diferentes de los valores normales, es decir, valores extraños, ya que un valor elevado de CV puede indicar la existencia de grandes colas en la distribución.

1.1.4. Gráficos ilustrativos

Una de las presentaciones más útiles y comunes es el histograma de frecuencias, en el que queda recogida toda la información acerca de la distribución de la variable. Previamente habrá que realizar una tabla de frecuencias, registrando ésta con que asiduidad caen los valores observados en ciertos intervalos o clases, establecidos de acuerdo con las características de la variable. Después, se representan gráficamente todos aquellos valores que caigan dentro de cada clase por medio de barras proporcionales al número de individuos pertenecientes a cada intervalo.

En esta parte inicial del capítulo de estadística univariante, se va a realizar, en primer lugar, un estudio estadístico univariante de todo el conjunto de datos, de la denominada Area Total, para pasar a continuación a elaborar una comparación de este Area con cada una de las tres Zonas que pueden ser establecidas dentro de ésta, ya que cada una de estas tres subáreas tienen, en ocasiones, características diferentes del global y además son las que le confieren al Area Total alguno de sus rasgos más significativos, como puede ser una distribución muy sesgada por la presencia de cierto número de valores aberrantes. En otros casos, el comportamiento de una variable es común a toda el área de estudio, sin existir diferencia en función de la posición geográfica

1.2. Descripción univariante del Area Total

Describir una a una las 32 variables de las que se disponen puede llegar a ser tedioso, máxime cuando se tienen tres subáreas perfectamente diferenciables dentro de esta zona principal, de ahí que el sólo análisis de los diferentes gráficos (histogramas), junto con la presentación de los estadísticos básicos, sea prácticamente suficiente para tener una idea bastante buena de los rasgos de los diferentes elementos químicos y establecer su caracterización.

En general, se trata de variables que presentan distribuciones bastante sesgadas, con simetría positiva y con máximos alejados del resto de valores, aunque también hay un gran número de elementos en los que los datos aparecen concentrados alrededor de unos pocos valores.

El área definida como Area Total tiene 1204 puntos de muestreo según una malla más o menos regular y dispuestos en tres zonas que se presentan elongadas en la dirección N-S (ver Capítulo I), siguiendo la dirección estructural marcada por la zona de cizalla. Los estadísticos básicos de las 32 variables y los 1204 datos se muestran en la Tabla II.1. Analizando esta tabla se pueden observar tres tipos diferentes de comportamientos en las variables.

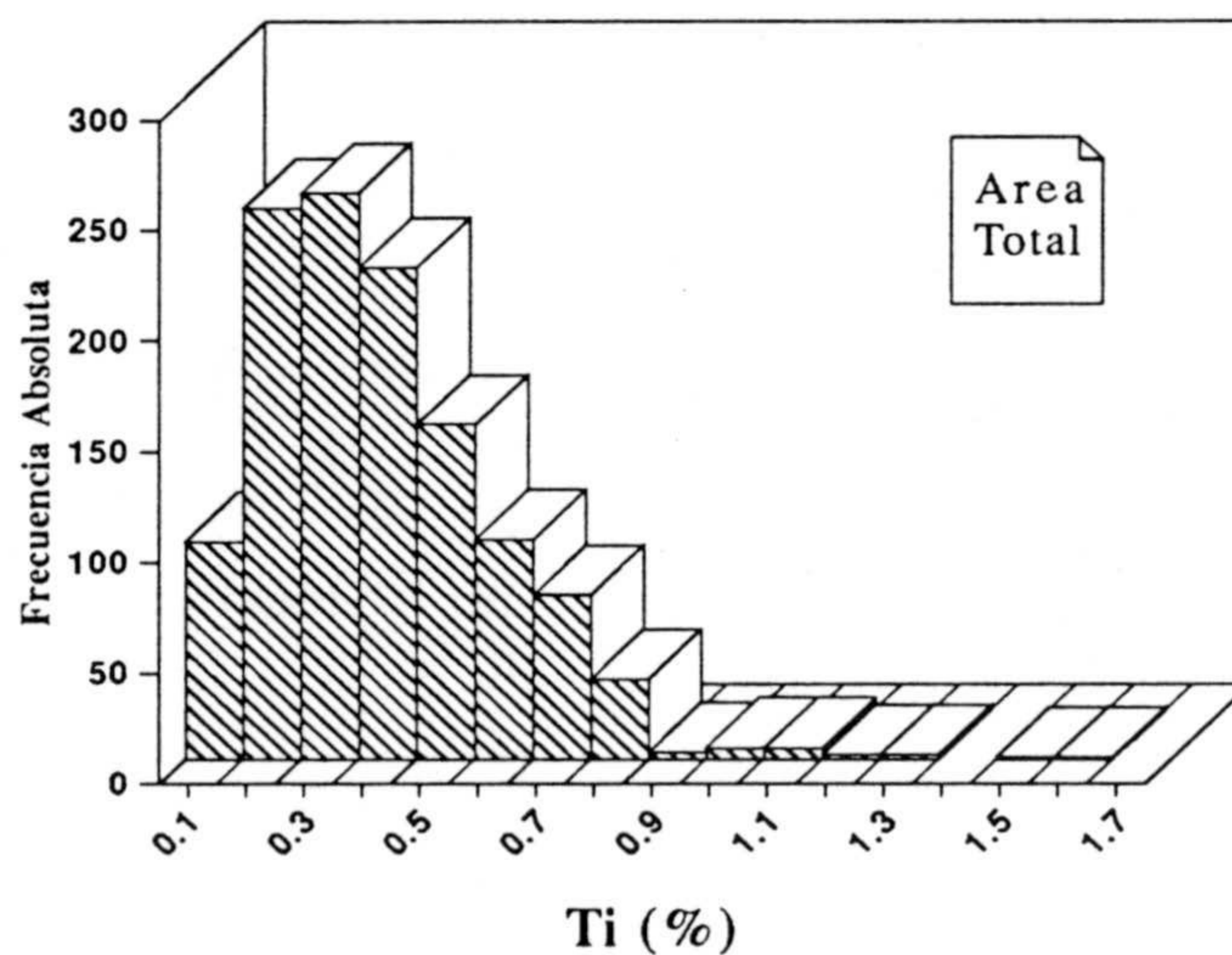


Figura II.2. Histograma del Ti, Area Total.

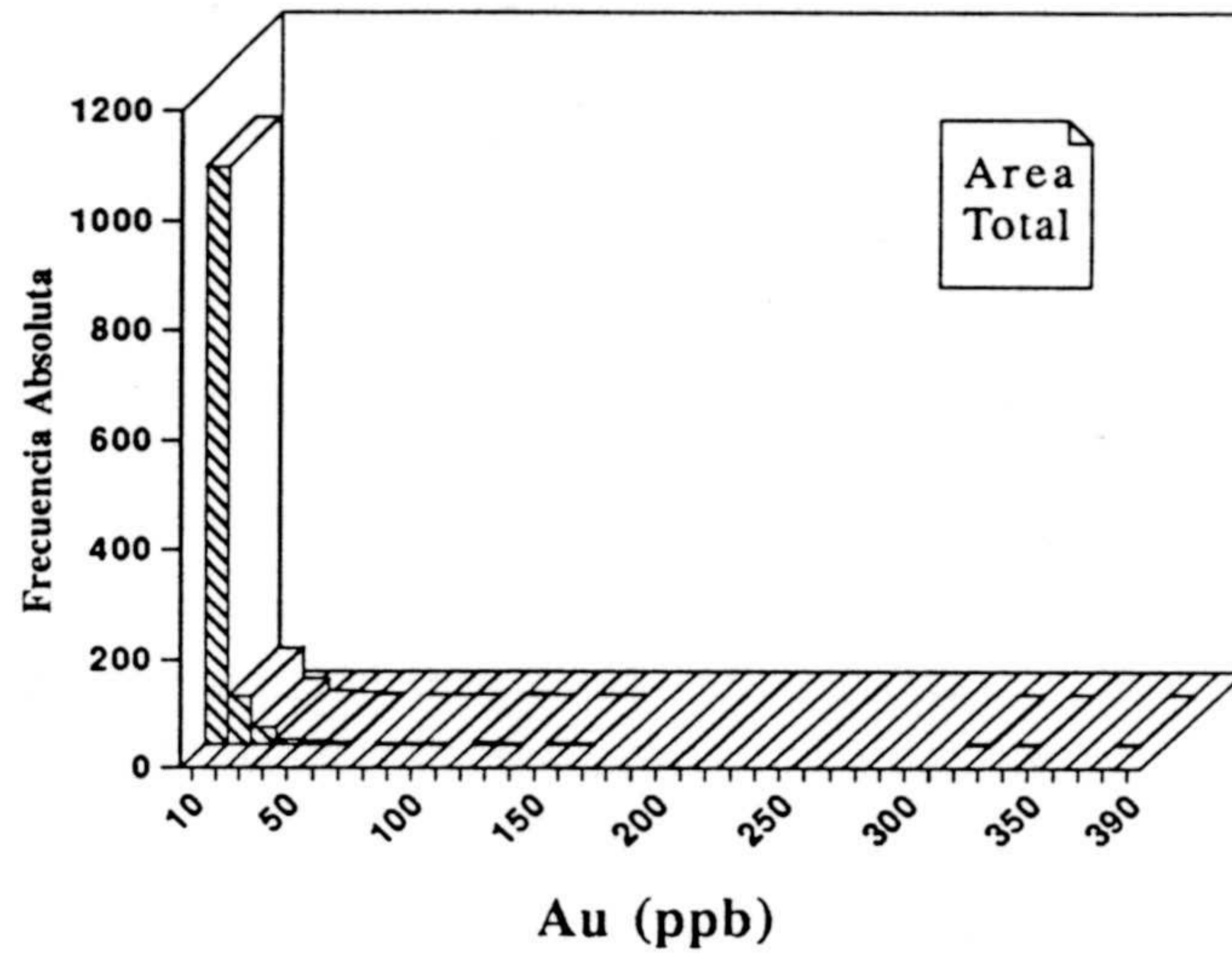


Figura II.3. Histograma del Au, Area

El comportamiento más común a estas variables es que un gran número de ellas muestran distribuciones de clara tendencia lognormal, con simetría positiva y grandes valores de coeficiente de sesgo, debido a la presencia de unos pocos valores elevados que distorsionan enormemente la distribución. Dentro de este grupo se incluirían más del 60% de los elementos estudiados, tales como P, As, Sn, Zn, Pb, Co, Ni, Mn, Cr, Mg, V, Nb, Ca, Cu, Ti, Y, Sr, Na, Li, K, y Au. Como histograma representativo de esta distribución ver, por ejemplo, el del Ti (Fig. II.2). Este tipo de distribuciones de tipo lognormal con colas positivas es bastante frecuente en las variables geológicas, y más concretamente, las variables geoquímicas de interés económico se distribuyen generalmente así (Howarth, 1987). Este tipo de comportamiento es lógico, puesto que la mayoría de los valores para estos elementos están próximos al fondo geoquímico local y solamente unos pocos están por encima de este límite, confiriendo el carácter de económicamente rentable.

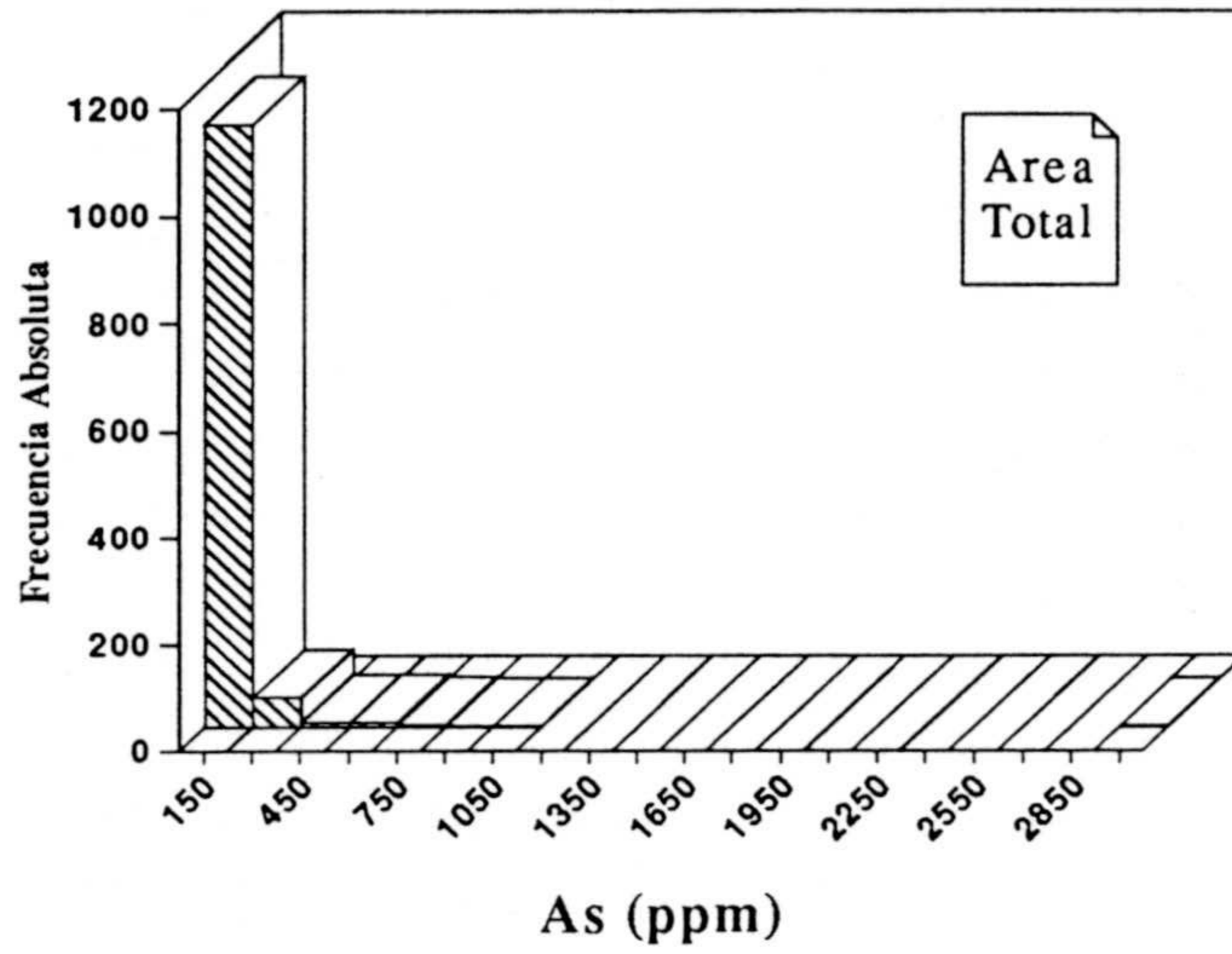


Figura II.4. Histograma del As, Area Total.

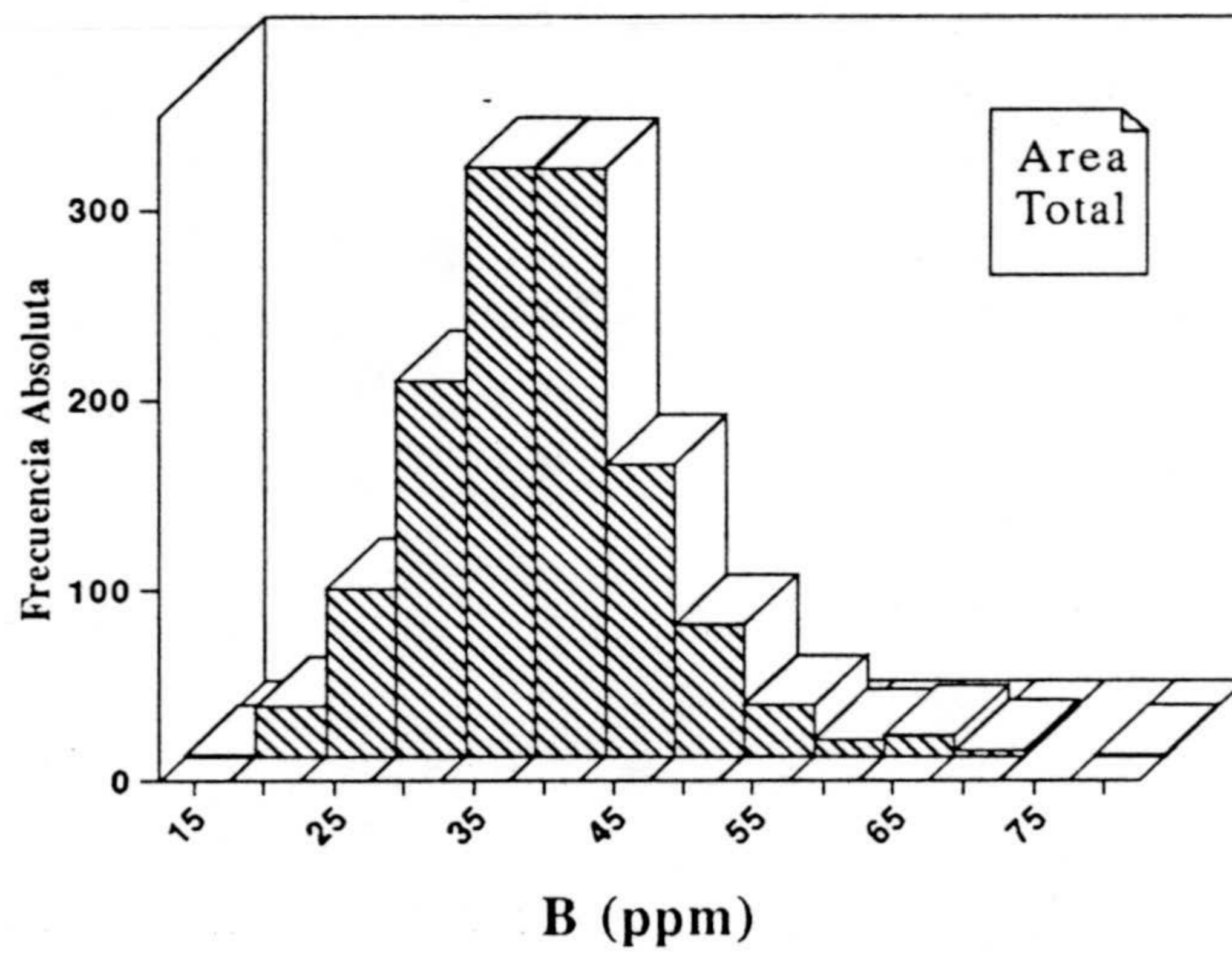


Figura II.5. Histograma del B, Area Total.

Otro rasgo, que acompaña comúnmente al anterior, es la presencia de un gran porcentaje de elementos con máximos muy dispares, indicando claramente la existencia de valores muy diferentes del resto de los datos

(anomalías o errores). En cualquier caso, estos valores le dan a las distribuciones una tendencia muy sesgada que enmascara la verdadera distribución. Destacar dentro de este grupo de elementos el P, As, Cr o el Au (véanse, por ejemplo, los histogramas de elementos como el Au o el As (Figs. II.3 y II.4, respectivamente).

Aparte de estas variables con grandes colas positivas, también aparecen una serie de variables con inclinaciones más o menos normales, o por lo menos con tendencias menos sesgadas. Dentro de este grupo se puede destacar como representativo el caso del B (Fig. II.5).

Y, por último, destacar una serie de elementos en los que la gran parte de los valores se presentan concentrados alrededor del valor del límite de detección: W, Ta, Bi, Be, Ag, Mo, Au. Estas variables tienen más del 75% de los datos iguales entre sí, e iguales al límite de detección, como lo muestran, por ejemplo, los histogramas del Au (Fig. II.3) o el W (Fig. II.6).

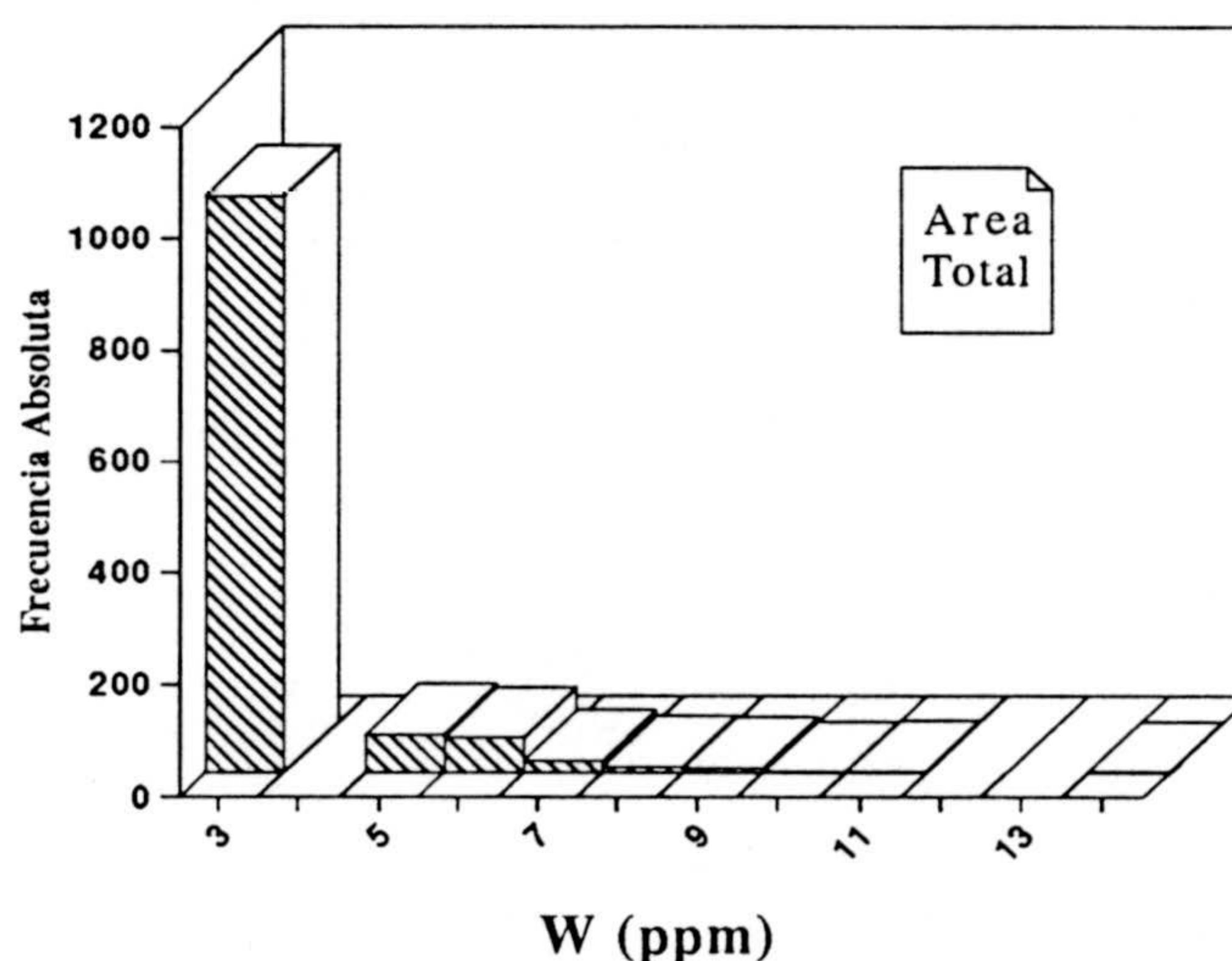


Figura II.6. Histograma del W, Area Total.

En el anexo I, se presentan todos los histogramas de todas las variables del Area.

Análisis Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

Tabla II.1. Estadísticos básicos del Area Total.

	P	B	As	Sn	Zn	W	Na	Pb
NºDatos	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204
Media	1272.94	35.62	51.21	4.93	88.00	3.02	0.77	74.52
Varianza	995628.6	66.55	13733.40	23.61	3770.54	1.89	0.55	5025.9
Desv Est	997.81	8.16	117.19	4.86	61.40	1.37	0.74	70.89
Coef.Var	78.38	22.90	228.86	98.64	69.77	45.53	96.44	95.14
Sesgo	7.79	0.69	14.78	5.29	7.47	2.91	2.65	25.97
RIC	946.00	10.00	50.00	3.50	51.00	0.00	0.72	31.00
Mínimo	50.00	15.00	5.00	2.50	14.00	2.50	0.06	23.00
Q1	754.00	30.00	5.00	2.50	55.00	2.50	0.28	53.00
Mediana	1200.00	35.00	24.00	2.50	78.00	2.50	0.53	66.00
Q3	1700.00	40.00	55.00	6.00	106.00	2.50	1.00	84.00
Máximo	21000.00	76.00	3000.00	72.00	1200.00	14.00	6.42	2300.0

Tabla II.1. Estadísticos básicos del Area Total (continuación).

	Bi	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Li	Mn
NºDatos	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204
Media	1.01	2.08	9.02	34.18	423.29	5.95	41.03	392.27
Varianza	0.01	0.69	80.80	583.67	35489.73	4.67	229.39	88681.37
Desv Est	0.10	0.83	8.99	24.16	188.38	2.16	15.14	297.79
Coef.Var	9.90	39.83	99.70	70.68	44.50	36.34	36.91	75.91
Sesgo	16.61	0.57	5.67	2.95	1.30	0.54	1.48	2.36
RIC	0.00	1.00	9.50	25.00	201.00	3.02	18.00	329.00
Mínimo	1.00	0.50	2.50	2.50	50.00	0.86	12.00	50.00
Q1	1.00	2.00	2.50	19.00	308.00	4.30	31.00	195.00
Mediana	1.00	2.00	7.00	29.50	400.00	5.85	39.00	324.50
Q3	1.00	3.00	12.00	44.00	509.00	7.32	49.00	524.00
Máximo	3.00	6.00	150.00	294.00	1600.00	15.68	138.00	3100.00

Descripción Estadística Univariante

Tabla II.1. Estadísticos básicos del Area Total (continuación).

	Cr	Ta	Mg	Al	V	Be	K	Nb
NºDatos	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204
Media	392.27	3.06	1.19	18.68	76.16	3.32	1.56	8.33
Varianza	88681.37	3.06	0.54	8.97	2654.93	16.92	0.47	28.73
Desv Est	297.79	1.29	0.73	2.99	51.52	4.11	0.69	5.36
Coef.Var	91.25	42.29	61.63	16.03	67.65	123.77	44.21	64.31
Sesgo	8.34	2.12	1.49	0.22	2.87	21.84	1.14	2.67
RIC	53.00	0.00	0.86	4.08	55.00	2.00	0.96	5.00
Mínimo	5.00	2.50	0.12	10.23	3.00	0.50	0.17	2.50
Q1	32.00	2.50	0.66	16.56	42.00	2.00	1.04	5.00
Mediana	54.00	2.50	1.00	18.69	67.00	3.00	1.34	8.00
Q3	85.00	2.50	1.52	20.64	97.00	4.00	2.00	10.00
Máximo	1300.00	9.00	5.77	30.83	611.00	121.00	4.88	54.00

Tabla II.1. Estadísticos básicos del Area Total (continuación).

	Ca	Cu	Ag	Ti	Y	Sr	Au	Mo
NºDatos	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204	1204
Media	0.19	26.36	0.50	0.34	14.28	51.95	10.35	1.05
Varianza	0.06	350.90	0.003	0.04	121.56	823.05	560.45	0.07
Desv Est	0.25	18.73	0.06	0.20	11.02	28.68	23.45	0.28
Coef.Var	127.16	71.05	11.57	59.46	77.17	55.22	228.66	26.55
Sesgo	8.90	3.00	11.96	1.16	3.88	1.61	10.82	7.80
RIC	0.19	19.00	0.00	0.26	7.00	36.00	5.00	0.00
Mínimo	0.03	3.00	0.50	0.01	2.50	2.50	5.00	1.00
Q1	0.07	14.00	0.50	0.19	9.00	31.00	5.00	1.00
Mediana	0.14	22.00	0.50	0.30	11.00	47.00	5.00	1.00
Q3	0.26	33.00	0.50	0.45	16.00	67.00	10.00	1.00
Máximo	4.56	211.00	1.60	1.51	117.00	239.00	380.00	6.00

1.3. Descripción estadística univariante de la Zona de La Mina.

De las tres zonas en las que podemos dividir el área de estudio, la Zona de La Mina es la más extensa, y por tanto, la que presenta un mayor número de datos, 602 muestras distribuidas según una malla regular de 50x100m. En la Tabla II.2. se presentan los estadísticos más representativos de las variables de esta Zona.

En general, los elementos de esta Zona tienen un comportamiento similar al del Área Total, excepto para algunas variables que presentan distribuciones diferentes, como es el caso del P (Fig. II.7), que aquí ya no presenta un valor máximo tan dispar del resto de valores, y que le hacía distorsionar enormemente la distribución. Otras variables, como Co, Mg o Be, aparecen con tendencias menos sesgadas en comparación con el área global, debido a que presentan valores extremos menos alejados de los valores medios (Fig. II.8, histograma del Mg). También, aparecen variables como el Bi en el que todos sus valores son iguales entre sí e iguales al límite de detección, teniendo los estadísticos de dispersión y de forma nulos.

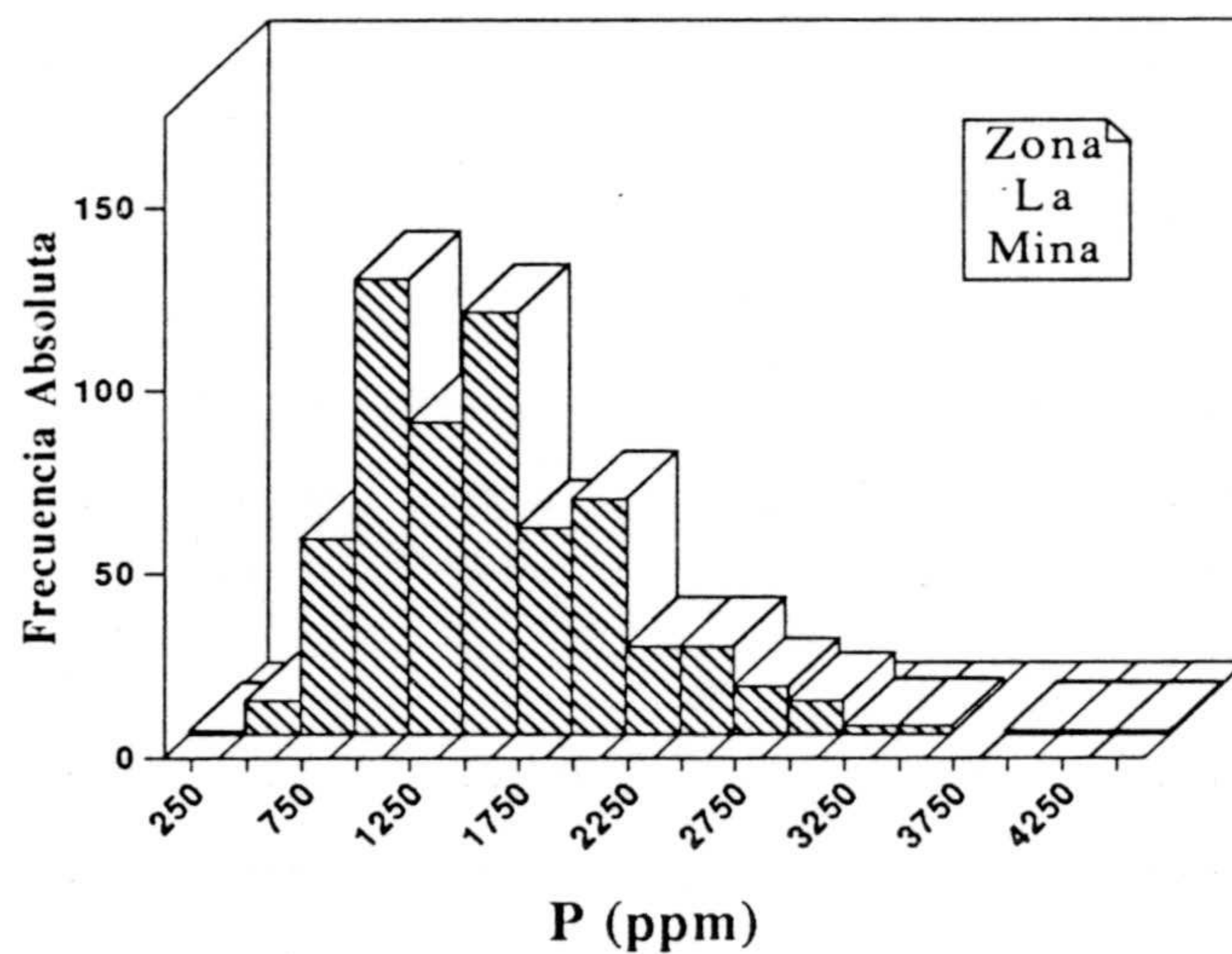


Figura II.7. Histograma del P, Zona de La Mina.

Descripción Estadística Univariante

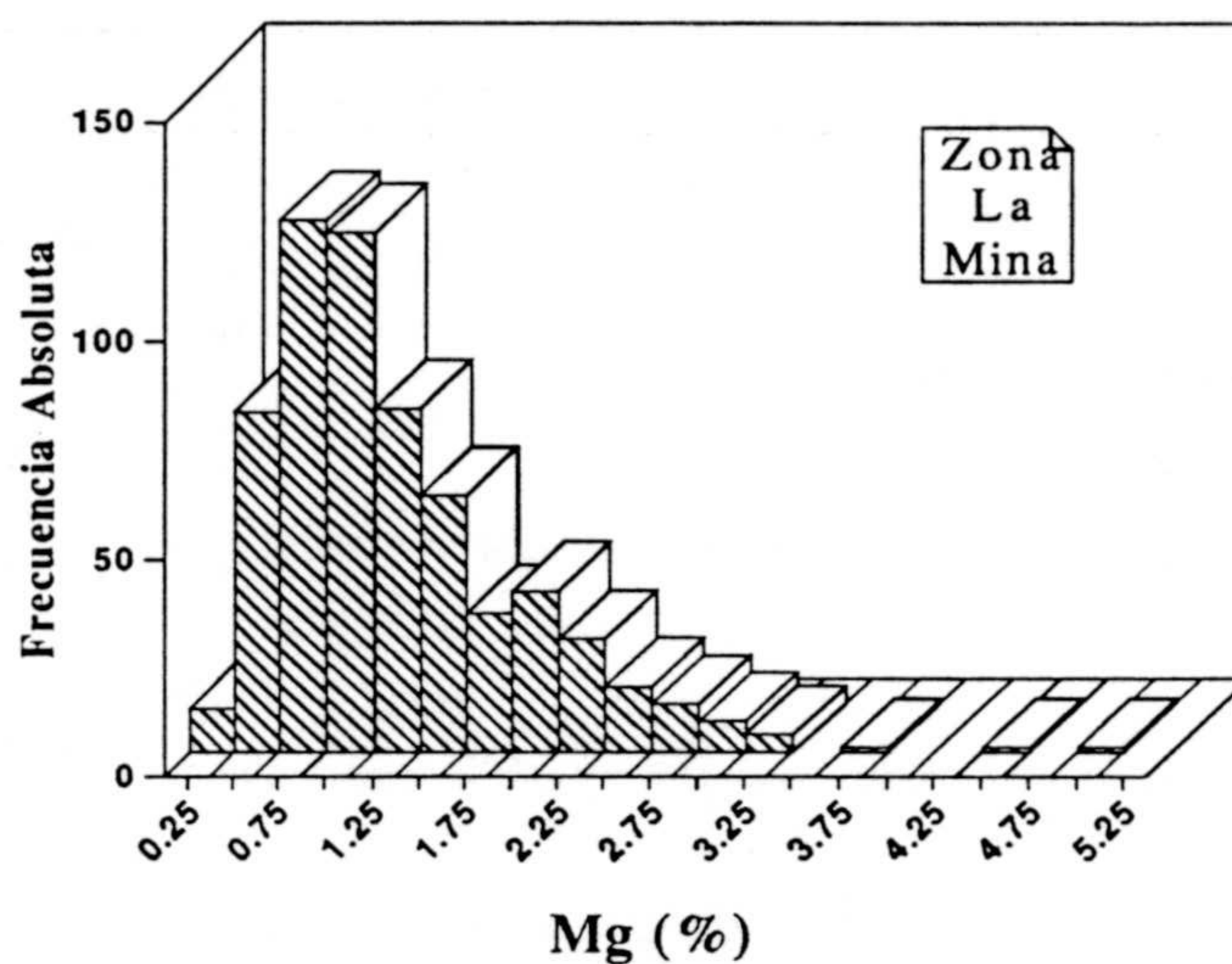


Figura II.8. Histograma del Mg, Zona de La Mina.

Tabla II.2. Estadísticos básicos de la Zona de La Mina.

	P	B	As	Sn	Zn	W	Na	Pb
NºDatos	602	602	602	602	602	602	602	602
Media	1377.90	38.31	58.50	4.63	81.28	2.90	0.65	78.20
Varianza	356375.7	56.36	20774.27	19.76	1963.54	1.51	0.19	9067.04
Desv Est	596.90	7.51	144.13	4.44	44.31	1.23	0.44	95.22
Coef.Var	43.23	19.59	246.38	95.97	54.51	42.47	67.26	121.76
Sesgo	1.13	1.22	14.77	6.81	3.33	3.72	1.36	21.19
RIC	765.00	43.00	46.50	3.50	49.00	0.00	0.60	30.00
Mínimo	212.00	17.00	5.00	2.50	14.00	2.50	0.10	35.00
Q1	935.00	33.00	12.00	2.50	53.00	2.50	0.31	55.00
Mediana	1300.00	37.00	27.50	2.50	74.00	2.50	0.54	67.00
Q3	1700.00	42.00	58.50	6.00	102.00	2.50	0.91	85.00
Máximo	4400.00	76.00	3000.00	72.00	560.00	14.00	2.66	2300.00

Análisis Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

Tabla II.2. Estadísticos básicos de la Zona de La Mina (continuación).

	Bi	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Li	Mn
NºDatos	602	602	602	602	602	602	602	602
Media	1.00	1.89	7.18	27.21	399.58	5.73	42.34	413.57
Varianza	0.00	0.50	29.00	255.22	27360.0	3.77	231.53	86287.8
Desv Est	0.00	0.71	5.38	15.00	165.41	1.83	15.21	293.75
Coef.Var	0.00	37.48	75.00	55.15	41.39	32.04	35.93	71.03
Sesgo	0.00	0.38	1.97	0.92	1.84	0.37	1.79	2.02
RIC	0.00	1.00	7.50	20.00	170.00	2.65	18.00	355.50
Mínimo	1.00	0.50	2.50	2.50	50.00	0.86	12.00	50.00
Q1	1.00	1.00	2.50	16.00	303.00	4.34	32.00	213.50
Mediana	1.00	2.00	6.00	26.00	382.00	5.67	40.00	331.00
Q3	1.00	2.00	10.00	36.00	473.00	6.99	50.00	569.00
Máximo	1.00	5.00	45.00	110.00	1600.00	14.33	138.00	2300.00

Tabla II.2. Estadísticos básicos de la Zona de La Mina (continuación).

	Cr	Ta	Mg	Al	V	Be	K	Nb
NºDatos	602	602	602	602	602	602	602	602
Media	56.71	3.07	1.11	17.95	70.30	2.91	1.49	9.98
Varianza	1225.24	1.71	0.44	8.96	2059.10	2.72	0.37	34.40
Desv Est	35.00	1.31	0.66	2.99	45.37	1.65	0.61	5.86
Coef.Var	62.31	42.57	59.46	16.67	64.54	56.75	40.98	58.75
Sesgo	2.10	2.10	1.40	0.27	4.77	5.19	1.25	3.26
RIC	41.00	0.00	0.48	4.27	43.50	1.00	0.85	3.00
Mínimo	5.00	2.50	0.20	10.23	9.00	0.50	0.59	2.50
Q1	32.00	2.50	0.62	15.77	43.50	2.00	1.04	7.00
Mediana	51.00	2.50	0.94	17.67	64.00	3.00	1.27	9.00
Q3	73.00	2.50	1.10	20.04	87.00	3.00	1.89	11.00
Máximo	296.00	9.00	4.95	30.14	611.00	25.00	4.03	54.00

Descripción Estadística Univariante

Tabla II.2. Estadísticos básicos de la Zona de La Mina (continuación).

	Ca	Cu	Ag	Ti	Y	Sr	Mo	Au
NºDatos	602	602	602	602	602	602	602	602
Media	0.21	26.91	0.51	0.35	11.73	51.12	1.05	10.04
Varianza	0.05	400.25	0.004	0.03	57.09	779.51	0.10	434.40
Desv Est	0.23	20.00	0.063	0.17	7.55	27.92	0.31	20.84
Coef.Var	111.93	74.35	12.47	47.40	64.40	54.61	29.93	207.56
Sesgo	8.92	3.57	8.61	0.74	4.13	1.52	8.83	12.62
RIC	0.19	20.00	0.00	0.23	5.00	39.00	0.00	5.00
Mínimo	0.03	5.00	0.50	0.01	2.50	10.00	1.00	5.00
Q1	0.09	14.00	0.50	0.23	8.00	30.00	1.00	5.00
Mediana	0.16	22.00	0.50	0.33	10.00	46.00	1.00	5.00
Q3	0.28	34.00	0.50	0.46	13.00	69.00	1.00	10.00
Máximo	4.20	211.00	1.10	1.09	86.00	192.00	6.00	340.00

En el anexo I se presentan todos los histogramas de las variables de la Zona de La Mina.

1.4. Descripción estadística univariante de la Zona de Albores.

En este sector hay un total de 303 puntos de muestreo con análisis multielemento de las 32 variables comunes a toda el Area. En la Tabla II.3 se presentan los estadísticos de estas 32 variables para la Zona de Vilarcovo.

En general, los elementos que muestran tendencias lognormales en esta Zona aparecen con distribuciones menos sesgadas en comparación con el Area Total, como es el caso del Zn, Pb, Co, Ni, Mn, Cr, V o Cu. Se podría decir que esta Zona tiene una tendencia geoquímica más próxima a la del fondo geoquímico local, con menos valores distantes de éste. Destacar, por ejemplo, el caso del Pb, que en todas las demás áreas aparece con un claro

sesgo por la presencia de valores extremos, y aquí muestra una distribución con una cola pequeña (véase la Figura II.9).

El resto de elementos presentan comportamientos similares, y concretamente uno de los que más nos interesan, como es el caso del Au, tiene una distribución semejante a la del Area Total y semejante al del resto de Zonas. Es una variable con un gran número de valores concentrados alrededor del límite de detección (5 ppb) y con unos pocos valores elevados bastante alejados de este valor de 5 ppb, destacar que en esta Zona el máximo es de 320 ppb (380 ppb en el Area Total).

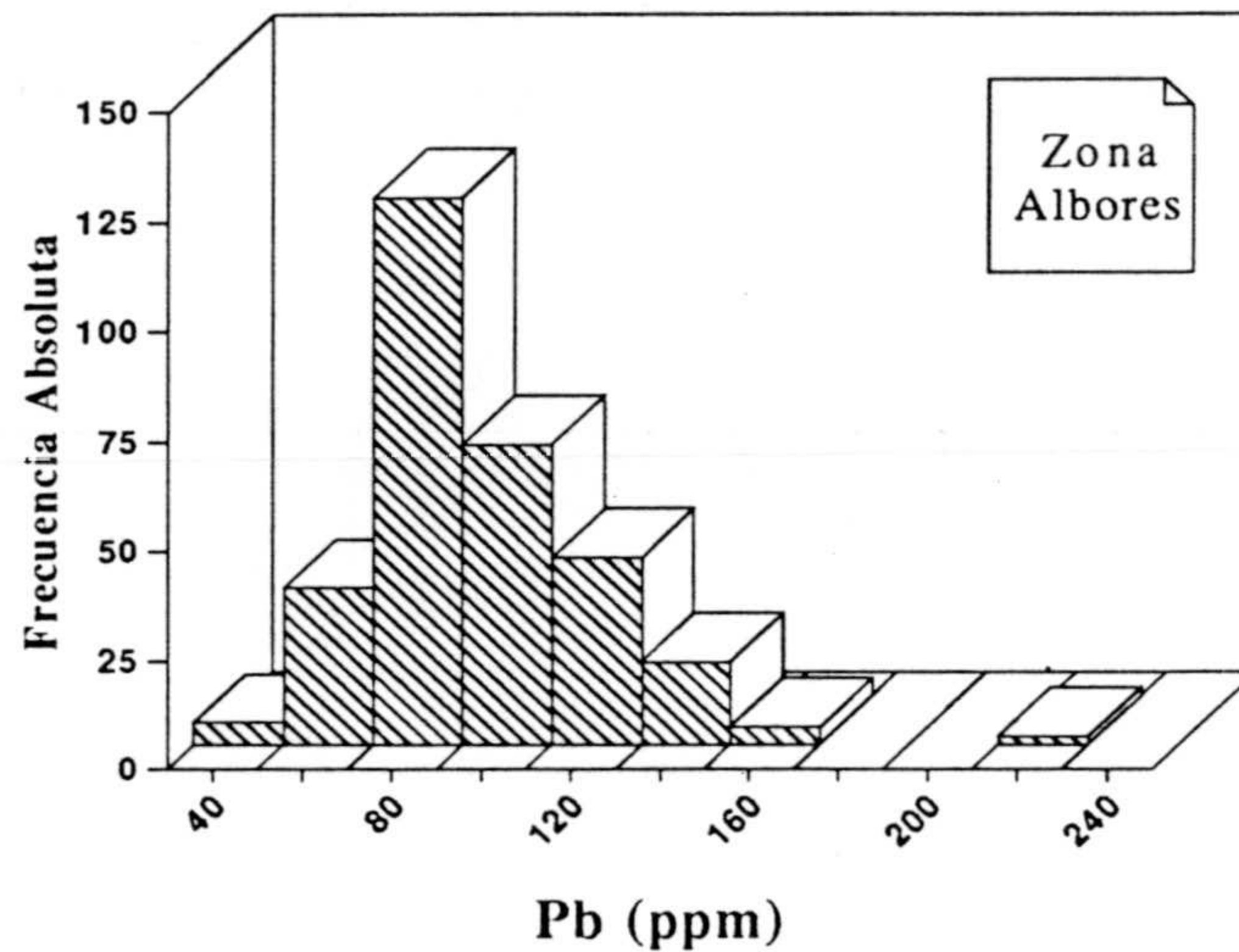


Figura II.9. Histograma del Pb, Zona de Albores.

En el anexo I se presentan los histogramas de todas las variables de la Zona de Albores.

Descripción Estadística Univariante

Tabla II.3. Estadísticos básicos de la Zona de Albores.

	P	B	As	Sn	Zn	W	Na	Pb
NºDatos	303	303	303	303	303	303	303	303
Media	1715.35	35.32	55.44	4.27	79.77	3.18	0.64	83.34
Varianza	1977631	46.84	7292.25	18.63	1078.79	2.24	0.46	636.71
Desv Est	1406.28	6.84	85.39	4.32	32.84	1.50	0.67	25.23
Coef.Var	81.98	19.38	154.03	100.96	41.17	47.066	105.57	30.27
Sesgo	9.23	0.47	5.47	4.69	0.53	2.18	3.37	1.28
RIC	900.00	9.00	50.00	2.50	46.00	0.00	0.52	31.00
Mínimo	166.00	17.00	5.00	2.50	14.00	2.50	0.06	31.00
Q1	1100.00	30.00	15.00	2.50	55.00	2.50	0.22	66.00
Mediana	1500.00	35.00	36.00	2.50	78.00	2.50	0.40	78.00
Q3	2000.00	39.00	65.00	5.00	101.00	2.50	0.74	97.00
Máximo	2100.00	65.00	905.00	41.00	193.00	11.00	6.42	211.00

Tabla II.3. Estadísticos básicos de la Zona de Albores (continuación).

	Bi	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Li	Mn
NºDatos	303	303	303	303	303	303	303	303
Media	1.02	1.95	8.58	30.24	433.54	5.24	42.97	395.168
Varianza	0.033	0.55	35.13	345.12	30505.36	3.82	223.08	56081.02
Desv Est	0.18	0.74	5.93	18.58	174.66	1.95	14.93	236.81
Coef.Var	17.74	38.15	69.02	61.43	40.28	37.33	34.76	59.93
Sesgo	9.76	0.45	1.43	1.46	0.58	0.56	0.78	1.19
RIC	0.00	0.00	8.75	23.00	100.00	2.56	19.00	298.50
Mínimo	1.00	0.50	2.50	2.50	50.00	1.38	13.00	50.00
Q1	1.00	2.00	2.50	17.00	320.00	3.93	32.00	216.75
Mediana	1.00	2.00	8.00	27.00	420.00	5.15	42.00	360.00
Q3	1.00	2.00	11.25	40.00	527.50	6.49	51.00	515.25
Máximo	3.00	5.00	38.00	135.00	1000.00	13.45	103.00	1400.00

Análisis Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

Tabla II.3. Estadísticos básicos de la Zona de Albores (continuación).

	Cr	Ta	Mg	Al	V	Be	K	Nb
NºDatos	303	303	303	303	303	303	303	303
Media	51.08	3.14	1.21	19.94	60.36	3.09	1.57	8.74
Varianza	1327.76	1.85	0.51	9.21	1382.80	13.12	0.46	20.58
Desv Est	36.44	1.36	0.71	3.03	37.18	3.62	0.68	4.54
Coef.Var	71.34	43.35	58.76	15.22	61.60	117.18	43.26	51.89
Sesgo	1.57	1.92	1.55	0.29	1.70	13.06	1.15	0.67
RIC	43.00	0.00	0.93	4.07	45.00	1.00	0.84	6.00
Mínimo	5.00	2.50	0.15	11.26	3.00	0.50	0.32	2.50
Q1	25.00	2.50	0.69	17.70	34.00	2.00	1.10	6.00
Mediana	41.00	2.50	1.00	19.87	54.00	3.00	1.34	9.00
Q3	68.00	2.50	1.62	21.77	79.00	3.00	1.94	12.00
Máximo	225.00	9.00	5.77	30.83	266.00	60.00	4.71	33.00

Tabla II.3. Estadísticos básicos de la Zona de Albores (continuación).

	Ca	Cu	Ag	Ti	Y	Sr	Au	Mo
NºDatos	303	303	303	303	303	303	303	303
Media	0.20	23.98	0.51	0.33	12.71	55.92	13.03	1.05
Varianza	0.11	218.44	0.006	0.04	58.62	840.14	613.76	0.06
Desv Est	0.33	14.78	0.075	0.21	7.65	28.98	24.77	0.25
Coef.Var	164.05	61.62	14.78	64.42	60.24	51.83	190.04	23.92
Sesgo	8.80	1.55	12.18	0.92	4.70	1.49	7.95	5.17
RIC	0.20	17.00	0.00	0.32	5.00	34.00	5.00	0.00
Mínimo	0.03	4.00	0.50	0.03	2.50	8.00	5.00	1.00
Q1	0.06	14.00	0.50	0.16	9.00	35.00	5.00	1.00
Mediana	0.13	20.00	0.50	0.28	11.00	51.00	5.00	1.00
Q3	0.26	31.00	0.50	0.48	14.00	69.00	10.00	1.00
Máximo	4.56	89.00	1.60	1.24	93.00	186.00	320.00	3.00

1.5. Análisis estadístico univariante de la Zona de Vilarcovo

En esta parte del área de trabajo se dispone de un conjunto de 299 puntos de muestreo en los que se han analizado, según una malla 50x50m, las mismas 32 variables que en el resto de zonas, apareciendo sus principales estadísticos recogidos en la Tabla II.4.

Las características de los elementos en este sector se puede decir que son las más parecidas a las del Area Total, es donde existe un mayor número de variables con valores extremos, estando aquí muchos de los valores que hacen que el conjunto global de elementos aparezca con distribuciones bastante sesgadas.

El comportamiento del Nb es ligeramente diferente al que presenta en el resto del Area, aparece con un gran número de valores (más del 50%) iguales al límite de detección, como se puede observar en la tabla de estadísticos (Tabla II.4), así como en su correspondiente histograma (Fig. II.10).

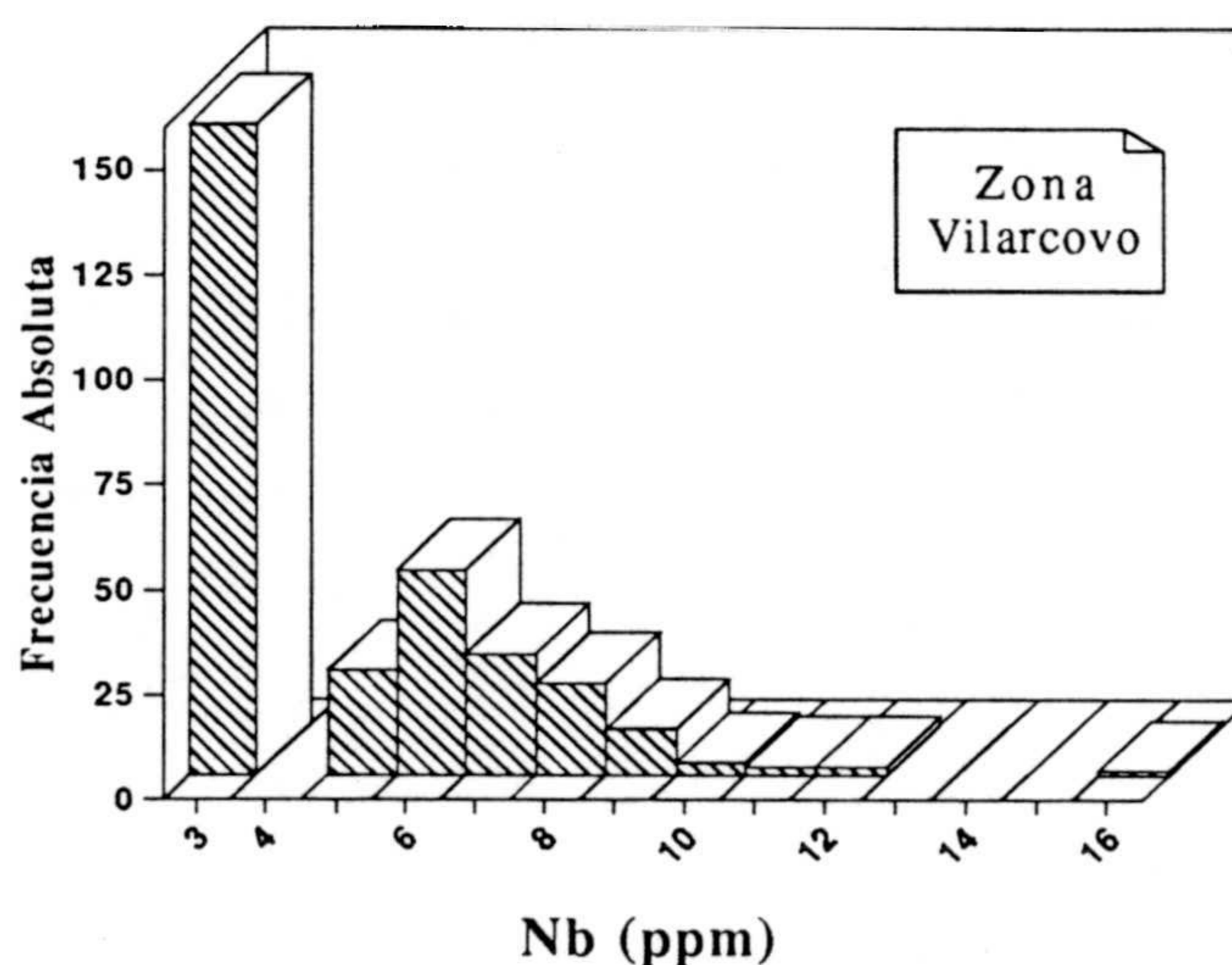


Figura II.10. Histograma del Nb, Zona de Albores.

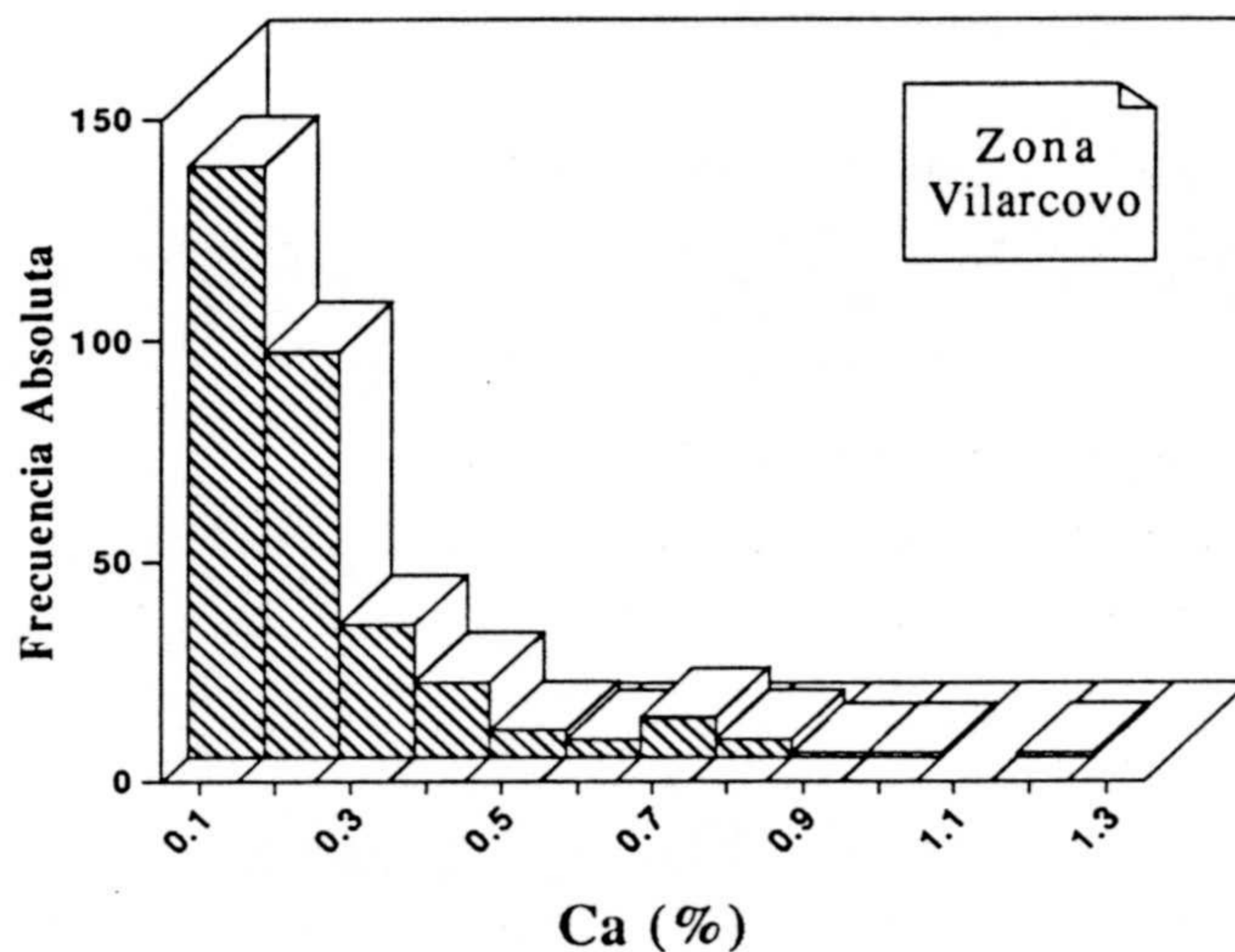


Figura II.11. Histograma del Ca, Zona de Vilarcovo.

En esta Zona, la Ag se presenta con todos sus valores coincidentes con el límite de detección (0.5 ppm), de ahí que los estadísticos de dispersión y forma aparezcan todos nulos.

Algunas de las variables, por el contrario, presentan unas distribuciones con colas menos estiradas que las del resto de las zonas, como es el caso del Mg o Ca (véase por ejemplo el histograma de este último elemento, Fig. II.11).

Descripción Estadística Univariante

Tabla II.4. Estadísticos básicos de la Zona de Vilarcovo.

	P	B	As	Sn	Zn	W	Na	Pb
NºDatos	299	299	299	299	299	299	299	299
Media	613.22	30.49	32.23	6.18	109.87	3.11	1.14	58.14
Varianza	638378.1	66.37	5666.33	34.41	9528.09	2.24	1.20	982.25
Desv Est	798.98	8.15	75.27	5.86	97.61	1.50	1.10	31.34
Coef.Var	130.29	26.72	233.55	94.93	88.84	48.17	96.23	53.90
Sesgo	6.59	1.05	6.42	3.99	6.30	2.55	1.57	8.73
RIC	639.00	10.00	21.00	5.50	67.00	0.00	1.41	17.50
Mínimo	50.00	15.00	5.00	2.50	23.00	2.50	0.06	23.00
Q1	178.00	24.00	5.00	2.50	59.00	2.50	0.29	45.00
Mediana	401.00	29.00	10.00	2.50	92.00	2.50	0.71	52.00
Q3	817.00	34.00	26.00	8.00	126.00	2.50	1.70	62.25
Máximo	10200.00	69.00	812.00	60.00	1200.00	11.00	5.90	479.00

Tabla II.4. Estadísticos básicos de la Zona de Vilarcovo (continuación).

	Bi	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Li	Mn
NºDatos	299	299	299	299	299	299	299	299
Media	1.007	2.61	13.14	52.20	460.64	7.10	36.44	346.45
Varianza	0.007	0.83	207.99	1112.35	54531.84	6.25	204.60	124111.6
Desv Est	0.082	0.91	14.42	33.35	233.52	2.50	14.30	352.29
Coef.Var	8.11	34.95	109.71	63.88	50.69	35.19	39.25	101.68
Sesgo	12.10	0.30	4.49	2.71	0.94	0.19	1.80	3.16
RIC	0.00	1.00	11.00	31.25	276.25	3.61	14.00	344.00
Mínimo	1.00	0.50	2.50	2.50	50.00	1.45	13.00	50.00
Q1	1.00	2.00	5.00	31.75	313.50	5.08	27.00	121.00
Mediana	1.00	3.00	10.00	46.00	424.00	7.27	35.00	254.00
Q3	1.00	3.00	16.00	63.00	589.75	8.69	41.00	465.00
Máximo	2.00	6.00	150.00	294.00	1500.00	15.68	120.00	3100.00

Análisis Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

Tabla II.4. Estadísticos básicos de la Zona de Vilarcovo (continuación).

	Cr	Ta	Mg	Al	V	Be	K	Nb
NºDatos	299	299	299	299	299	299	299	299
Media	100.37	2.96	1.32	18.87	103.97	4.40	1.70	4.60
Varianza	9160.35	1.43	0.74	6.10	4064.55	47.96	0.67	6.13
Desv Est	95.71	1.20	0.86	2.50	63.75	6.92	0.82	2.47
Coef.Var	95.36	40.32	65.26	13.10	61.32	157.47	48.40	53.78
Sesgo	7.10	2.40	1.36	0.015	1.48	16.04	0.82	0.92
RIC	71.00	0.00	1.01	3.24	65.00	2.00	1.21	3.50
Mínimo	5.00	2.50	0.12	11.20	10.00	1.00	0.17	2.50
Q1	49.00	2.50	0.69	17.20	58.00	3.00	1.00	2.50
Mediana	92.00	2.50	1.13	18.97	99.00	4.00	1.52	2.50
Q3	120.00	2.50	1.70	20.44	123.00	5.00	2.21	6.00
Máximo	1300.00	8.00	5.36	25.95	351.00	121.00	4.88	16.00

Tabla II.4. Estadísticos básicos de la Zona de Albores (continuación).

	Ca	Cu	Ag	Ti	Y	Sr	Au	Mo
NºDatos	299	299	299	299	299	299	299	299
Media	0.17	27.68	0.50	0.31	21.03	49.60	8.26	1.05
Varianza	0.032	379.85	0.00	0.06	254.90	876.14	752.50	0.05
Desv Est	0.18	19.49	0.00	0.24	15.96	29.60	27.43	0.22
Coef.Var	105.73	70.40	0.00	78.10	75.92	59.67	332.07	21.40
Sesgo	2.33	2.11	0.00	1.81	2.71	1.95	11.02	3.97
RIC	0.14	20.00	0.00	0.25	12.25	31.00	0.00	0.00
Mínimo	0.03	3.00	0.50	0.01	2.50	2.50	5.00	1.00
Q1	0.06	15.00	0.50	0.15	12.00	31.00	5.00	1.00
Mediana	0.11	23.00	0.50	0.23	16.00	44.00	5.00	1.00
Q3	0.20	35.00	0.50	0.40	24.25	62.00	5.00	1.00
Máximo	1.20	158.00	0.50	1.51	117.00	239.00	380.00	2.00

A modo de conclusión general se puede señalar que es común a todas las subáreas la existencia de una serie de elementos en los que el rango intercuartílico es cero. Son todas aquellas variables que presentan más del 75% de los valores concentrados alrededor del valor límite de detección: W, Bi, Ta, Ag y Mo. Aparte de estos elementos, hay otros como el Cd o el Au que en algunas Zonas también tienen RIC nulo, concretamente el Cd en la Zona de Albores y el Au en la Zona de Vilarcovo. En principio, todas estas variables serían susceptibles de ser eliminadas de tratamientos posteriores, sobre todo las del primer grupo (W, Bi, Ta, Ag y Mo). Sin embargo, el Au, por ser uno de los objetivos de este trabajo de investigación, no se puede descartar y habrá que tratarlo con las técnicas adecuadas para superar las dificultades de su tratamiento.

También es un hecho común que la mayoría de los elementos químicos estudiados presenten una distribución de tendencia lognormal con simetría positiva y, en muchas de ellas, con grandes colas debidas a la existencia de algunos valores extremos, que en posteriores tratamientos se tratará de dilucidar si se trata de valores anómalos o no.

Ya por último, comentar que algunas de las variables como B, Ba, Fe o Al muestran distribuciones ligeramente diferentes, con una mayor tendencia de tipo normal, aunque manteniendo la simetría positiva, pero con coeficientes de sesgo muy pequeños.

2. ANALISIS DE LAS VARIABLES DE INTERES

En los últimos años se ha empleado con éxito la prospección geoquímica de suelos con análisis multielemento, para la detección de mineralizaciones auríferas. En el NW de España, por las condiciones específicas del terreno en lo relativo al grado de desarrollo de suelos y a las deficientes condiciones de afloramiento, el uso de esta técnica está perfectamente justificada y revalidada. No obstante, de todas las variables analizadas, sólo unas pocas presentan un interés desde el punto de vista de la investigación minera, y el resto se tienen en cuenta como ayuda para la caracterización de las anomalías geoquímicas de los elementos a prospectar.

Entre todas las variables de las que se dispone, el Au, obviamente, es la que mayor interés despierta, así como los elementos calcófilos asociados a este contexto tectónico-metalogénico, y por tanto al Au: Cu, Zn, Cr, Ni, entre otros. Pero, como se ha visto en el capítulo introductorio, el Au por sí solo no ayuda a la definición de anomalías geoquímicas y es difícil delimitar las zonas mineralizadas de interés económico, de ahí que se hayan seleccionado otras variables para su estudio más exhaustivo, tales como el As o Pb, elementos trazadores del Au, o aquellas variables típicas de fenómenos hidrotermales (Sn, Be, Li), de gran importancia en el desarrollo de las mineralizaciones de Au en esta zona. Otros elementos considerados prioritarios en el estudio por ENADIMSA son W, Ag, Mo, Ta, aunque todos ellos muestran una característica común, su práctica inexistencia en el área de estudio.

La descripción realizada anteriormente sobre todo el conjunto de muestras y variables permite tener una idea bastante aproximada de cuáles son las características de los datos: distribuciones altamente sesgadas, variables con bastantes valores próximos al límite de detección (además, suelen ser las que mayor interés tienen), presencia de valores extremos, entre otras. Todos estos rasgos no son ajenos a los elementos seleccionados, de ahí que para su estudio se hayan considerado aquellos métodos, presentados en el capítulo I de Introducción, como más adecuados para la información geoquímica: el análisis exploratorio de datos, los basados en el gráfico de frecuencias (BAG y SAG) y los de estadísticos de ventanas móviles, como filtros univariantes. A continuación se van a pasar a comentar cada una de estas técnicas.

Análisis exploratorio de datos, AED, (Tukey, 1977; Campbell, 1982; Howarth, 1984; Kürzl, 1988). El AED es una forma no convencional de tratar los datos, especialmente los datos "blandos", que usa estadísticos robustos y resistentes, como son los estadísticos de orden, e introduce un sistema de representación gráfica simple, pero efectiva. Los estadísticos descriptivos de orden están basados en los propios datos y no sobre modelos, permitiendo una rápida visión de los datos y de las estructuras. La forma de definir los valores extremos a partir de los tests numéricos del AED, los llamados "*outliers*" estadísticos (Rock, 1988), resulta mucho más objetiva y permite identificar umbrales geoquímicos más robustos. Estos "*outliers*" estadísticos se

podrían considerar divididos en tres tipos, de acuerdo con su derivación geológica: (1) "outliers" verdaderos (observaciones discordantes) son una parte real de los datos, tienen una explicación geológica y pueden reproducirse mediante diferentes técnicas analíticas; (2) "outliers" contaminantes (Beckman y Cook, 1983) son igualmente reproducibles y explicables geológicamente, pero no pertenecen completamente al conjunto de datos, sino que pueden formar parte de una unidad geológica diferente no identificada; (3) falsos "outliers" no son datos reproducibles, y suelen estar debidos a errores computacionales, de transcripción, mal muestreo, etc. La geoquímica es una ciencia en la que la gran cantidad de análisis y muestras tomados la convierten en una disciplina cara, en la que sólo se dispone de un conjunto de datos para un área concreta. Normalmente, en la práctica, es difícil establecer de qué tipo de valores extremos se trata, puesto que no se dispone de datos replicados para contrastar los posibles errores e identificar los "outliers" achacados a cuestiones geológicas. En este sentido, se suelen considerar los denominados por Rock (1988) como "outliers" brutos, en donde se incluirán todos aquellos valores que divergen marcadamente de la tendencia principal del conjunto de datos. En este estudio éste va a ser el criterio que se va a seguir con los valores identificados como extremos.

Las técnicas del análisis exploratorio de datos son fundamentalmente:

- a) estadísticos de orden: el valor mínimo (m), el primer cuartil ($Q1$), el segundo cuartil o mediana ($Q2$), el tercer cuartil ($Q3$), el rango intercuartílico (RIC) y el máximo (M), todos ellos ya definidos;
- b) gráficos de cajas o "box-plots": usando como base los estadísticos de orden se puede hacer una representación gráfica que contiene todo el intervalo de variación de la variable (Figura II.12, en donde se representa como ejemplo esquemático el gráfico de cajas para una variable ejemplo ficticia. A partir de esta representación gráfica y de los estadísticos de orden se pueden definir dos tipos de umbrales, siempre teniendo en cuenta que se está trabajando con variables geoquímicas, en las que los valores que interesa delimitar son los más altos, de ahí que no se tengan en cuenta los "outliers" inferiores. El primer umbral se define como $U1=Q3+1.5RIC$ y separaría los valores extremos definidos como "outliers de primera especie"; y otro umbral más restrictivo, $U2=Q3+3RIC$ y que limita los

"outliers de segunda especie", también representados en la Figura II.12 (García Pereira, 1990);

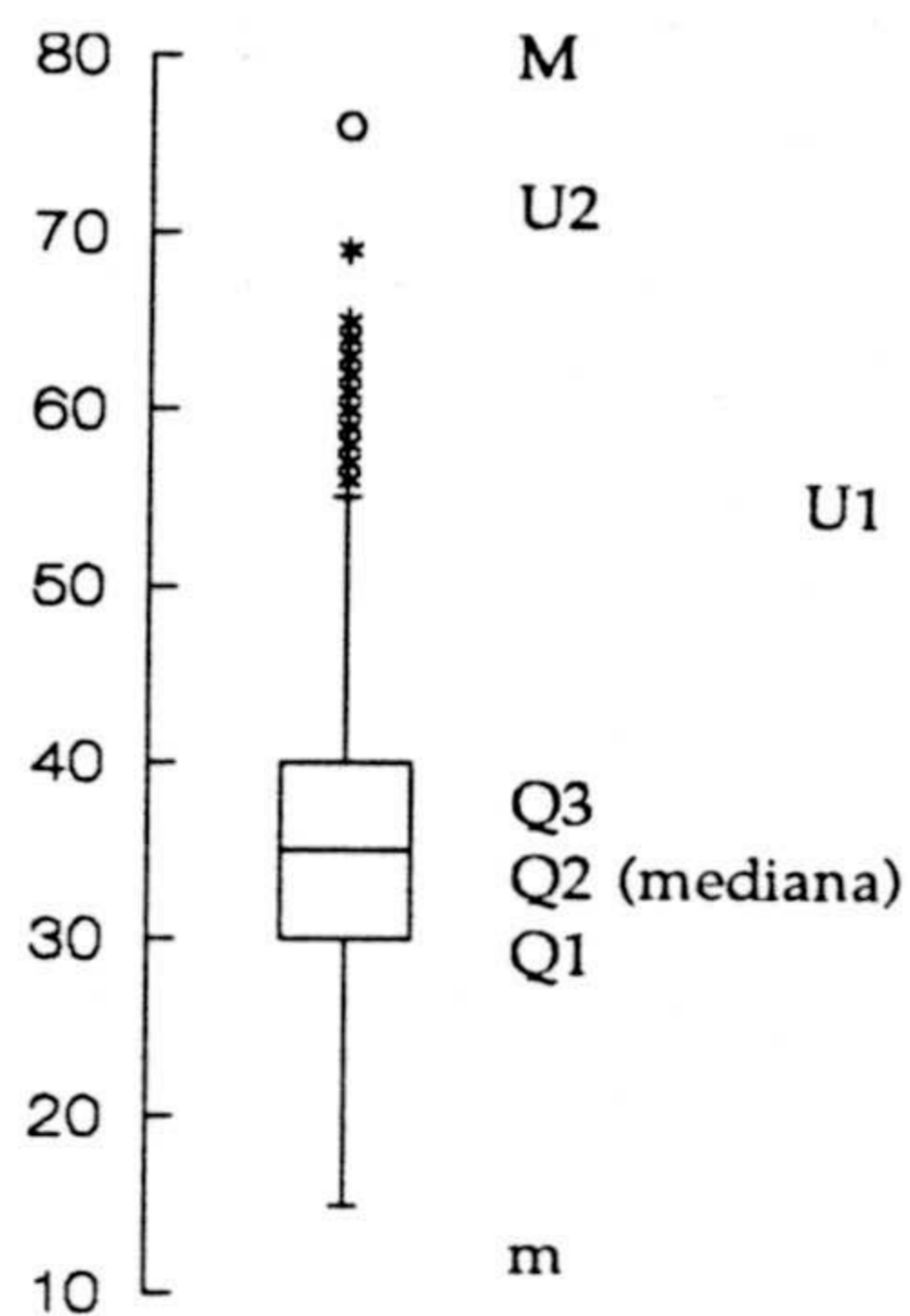


Figura II.12. Gráfico de cajas esquemático en el que se muestran los estadísticos de orden y los umbrales U1 y U2, así como los valores que quedan por encima de estos límites: con "*" se presentan los outliers de primera especie y con "o" los de segunda especie.

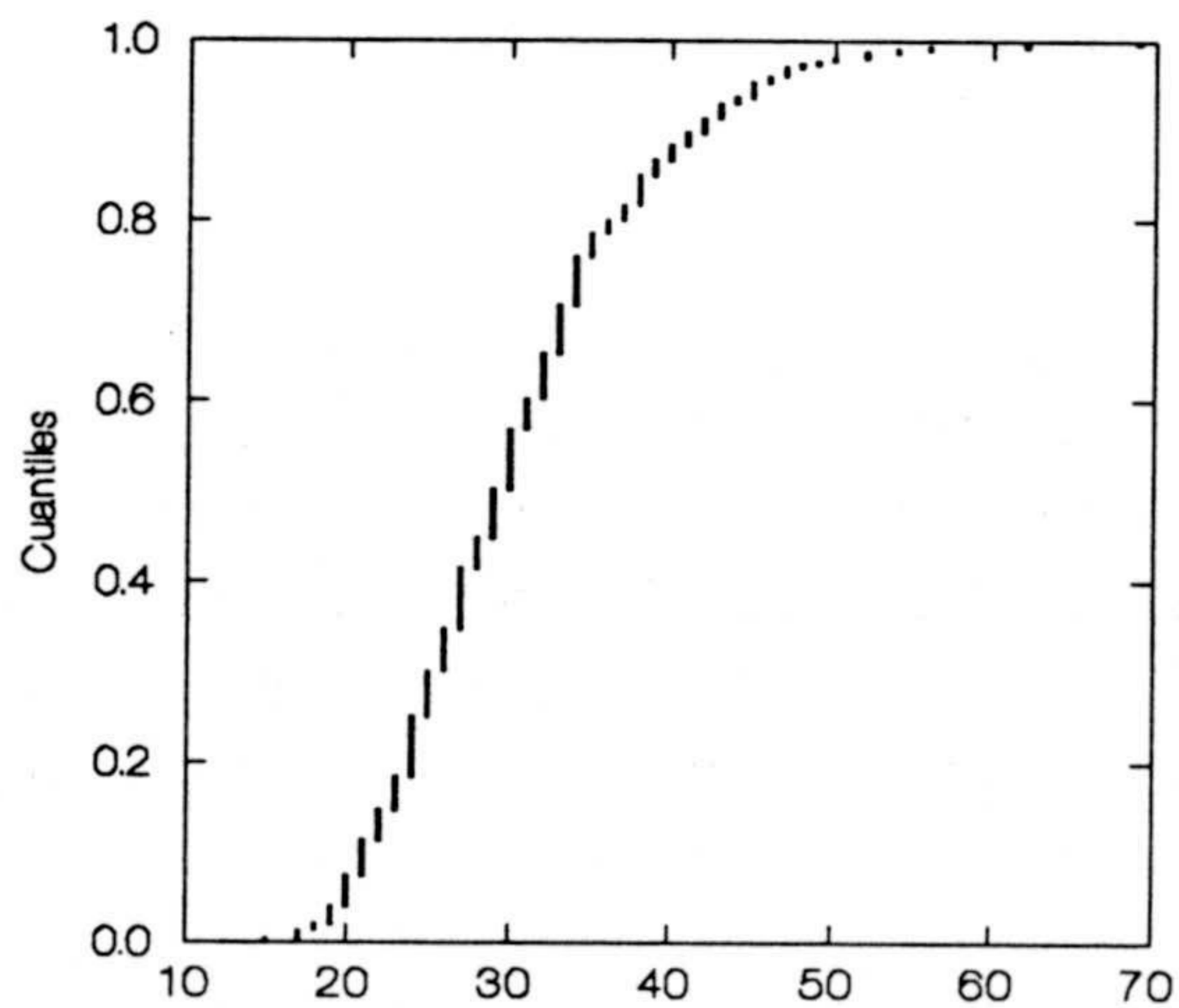


Figura II.13. Caso esquemático de gráfico de cuantiles para la misma variable de la

- c) gráficos de cuantiles ("q-plots"): una vez más basados en los estadísticos de orden es posible hacer una representación gráfica de gran utilidad. Simplemente, es un diagrama en el que se enfrentan los valores de una variable con sus respectivos cuantiles, correspondiendo cada uno de éstos a una fracción dada (Fig. II.13, para el mismo elemento ficticio del gráfico de cajas de la Figura II.12). Se puede considerar similar al gráfico de la distribución acumulada experimental de una variable.

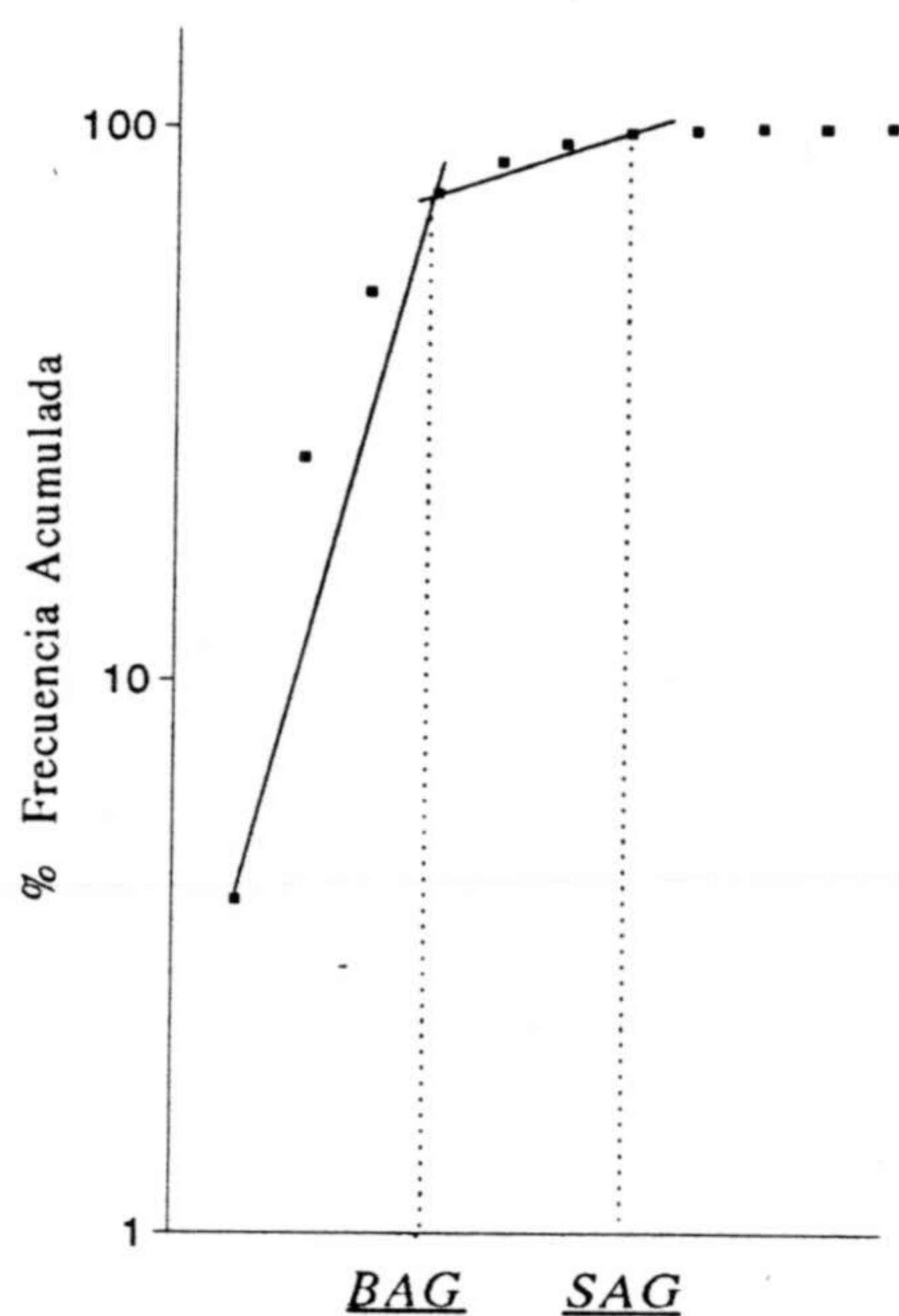


Figura II.14. Definición de los valores *BAG* y *SAG* usando la curva de frecuencia acumulada (basado en Royer, 1988).

Otra vía de aproximación para la definición univariante de los umbrales del fondo y los de anomalía puede ser por medio del uso de la **curva de distribución de frecuencias**, concretamente la forma de esta curva. Lepeltier (1969) usa este hecho para definir el umbral de anomalía, y sugiere que se tomen como valores anómalos aquellos puntos que caen en el tramo a partir del cual la curva de distribución sufre un punto de inflexión, donde la cola de la distribución presenta una dispersión estadística mayor. A este

punto, Royer (1988) lo denomina "*beginning anomalous grade*" (BAG). La ventaja es que es un método que puede aplicarse tanto para distribuciones de tendencia normal, como lognormal, pero puede ser un tanto subjetivo al ser un umbral que se determina gráficamente. Royer (1988) emplea esta técnica y define un segundo parámetro el "*significant anomalous grade*" (SAG), que puede obtenerse gráficamente de la curva de frecuencias o se puede escoger arbitrariamente como el doble de BAG. Estos umbrales permiten detectar valores anómalos de dos categorías. Entonces, si el umbral se define como el límite de variación del fondo geoquímico, estas nociones se pueden extender a varias poblaciones, así, dadas g poblaciones en las que el límite superior de variación del fondo es T_k , $k=1,g$, se podría escoger el valor $BAG=Min(T_k, k=1,g)$ y $SAG=Max(T_k, k=1,g)$. Estos valores se definen gráficamente tal y como se muestra en la Figura II.14.

Los dos objetivos fundamentales en prospección geoquímica son (como ya se ha comentado en reiteradas ocasiones) definir los grandes patrones de distribución regional, por un lado y, por otro, detectar las zonas anómalas, que justifiquen un estudio futuro de más detalle. Las técnicas de **filtrado estadístico univariante** resultan de gran utilidad para alcanzar estos dos objetivos, además de ayudar al investigador a familiarizarse con los datos y a decidir el modelo espacial a usar con la variable bajo estudio. Hay diferentes tipos de filtros basados en el cálculo de unos pocos estadísticos básicos en ventanas móviles. Suele ser frecuente el uso de la media y la desviación estándar, para mostrar anomalías en los valores medios y en la variabilidad del elemento químico, respectivamente (Howarth, 1983; Isaaks y Srivastava, 1989; Ferrer y Viladevall, 1989).

El método consiste en ir desplazando una ventana a través de una malla regular, obteniéndose un mallado en cuyos nudos aparecen los valores de los estadísticos básicos (media y desviación típica, como más comunes) de las muestras englobadas en el interior de la ventana, cuando ésta se encuentra centrada en dicho nudo. El tamaño de la ventana depende de una serie de factores (Isaaks y Srivastava, 1989), entre los que cabe destacar el espaciado entre las muestras, las dimensiones del área, y el coeficiente de variación de los datos. Para que los estadísticos sean fiables es necesario disponer de datos suficientes en cada ventana, pero por otra parte si la ventana es demasiado grande será más difícil identificar las anomalías, porque quedarán enmascaradas. Un compromiso para solventar esto es usar

vecindades que se solapan, lo cual también es útil cuando se tienen pocos datos o estos están irregularmente espaciados. La forma de interpretar este tipo de mapas suele ser la siguiente:

- las zonas con medias altas se corresponden con zonas de valores elevados;
- los cambios locales en la variabilidad sólo pueden detectarse con esta herramienta, indicando los valores bajos en la desviación típica uniformidad en los datos;
- cuando los valores de desviación típica varían mucho más que los de la media a lo largo de un área, se está ante un caso de mayor uniformidad en los valores medios, lo que indica un buen comportamiento estadístico.

2.1. Análisis del Au

En el apartado inicial de descripción univariante general, ya se vio como este es un elemento que manifiesta una serie de problemas para su tratamiento numérico, afectando con un carácter más o menos general al Area Total. En toda la zona de trabajo presenta gran número de datos con valores coincidentes con el límite de detección, lo que le hace tener rangos intercuartílicos muy pequeños e incluso nulos (Zona de Vilarcovo). Esto unido a la presencia de unos pocos valores anormalmente elevados, hacen que cualquier método propuesto para su estudio sea de difícil aplicación. A continuación se van a exponer los resultados del análisis exploratorio de datos para esta variable, con el fin de intentar establecer un modelo univariante para el Au.

Los estadísticos de orden para el Area Total se presentan en la Tabla II.5. Analizando los resultados de esta tabla, destaca el que más del 75% de los datos coincidan entre sí y además coincidan con el límite de detección. Otra característica a señalar es la presencia de un valor máximo bastante alejado del resto de valores. Habrá que establecer cuáles de estos valores elevados son realmente anómalos.

Tabla II.5. Estadísticos de orden para el Au, Area Total.

	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Au	5.0	5.0	5.0	10.0	380.0	5.0	17.5	25.0

El gráfico de cajas ilustra de un forma más clara las características del Au y es útil para mostrar gráficamente lo que se acaba de comentar (Fig. II. 15a). Como se puede deducir del "box-plot", la mayoría de los valores extremos pertenecen a la categoría de "outliers". Al ser el umbral U1 igual a 17.5 ppb y el umbral U2 de 25 ppb, no hay ninguna muestra que pertenezca a la categoría de "outliers" de 1ª especie, y puesto que no hay datos con valores entre 10 y 20 ppb, todos los valores por encima de U2 ya pertenecerían a la clase de "outliers" de segunda especie. Desde este punto de vista, se deberían establecer como anómalas aquellas muestras por encima del segundo umbral, los denominados "outliers" de segunda especie, que son un total de 61 muestras, número demasiado elevado y que recoge además gran cantidad de muestras con valores demasiado bajos como para ser consideradas como anómalas. Lo que ocurre es que la gran cantidad de valores iguales a 5 ppb (límite de detección) hace que se obtengan estos valores de U1 y U2 tan bajos. Una solución para intentar solventar este problema puede ser eliminar del tratamiento todas aquellas muestras con valores para el Au iguales a 5 ppb, que en total son 855, pasando a tener un fichero de datos con 349 muestras que puede reflejar, en mayor medida las características del Au. En la Tabla II.6 aparecen recogidos los estadísticos de la variable Au sólo con las 349 muestras. Como se puede observar, existe aún un gran número de datos con valores bajos, 10 ppb, pero ya es posible establecer el valor del segundo umbral en 50 ppb, un valor algo mayor que los 25 ppb que resultaban con todos los datos.

Tabla II.6. Estadísticos de orden para el Au en el Area Total, una vez eliminadas todas aquellas muestras con valores iguales al límite de detección (855 datos iguales a 5 ppb).

	nº datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Au	349	10.0	10.0	10.0	20.0	380.0	10.0	35.0	50.0

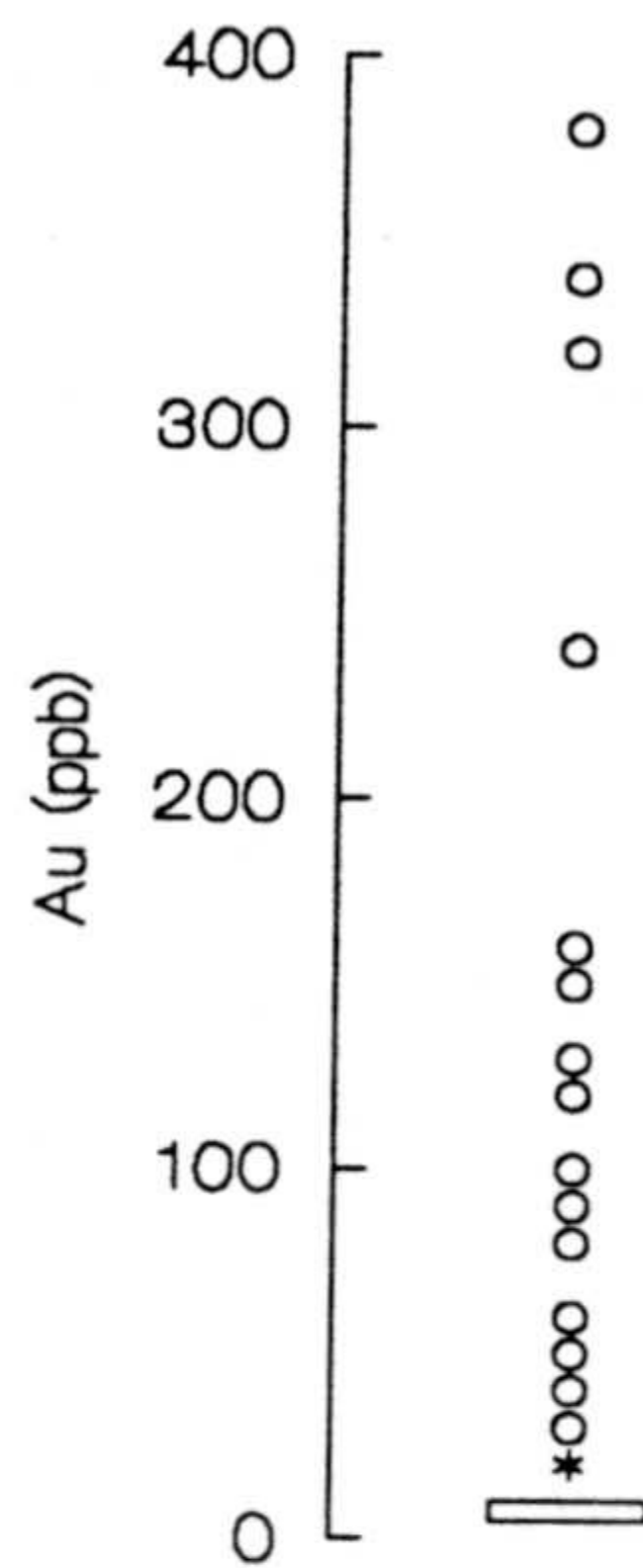


Figura II.15a. Gráfico de cajas del Au en el Area Total, todos los datos.

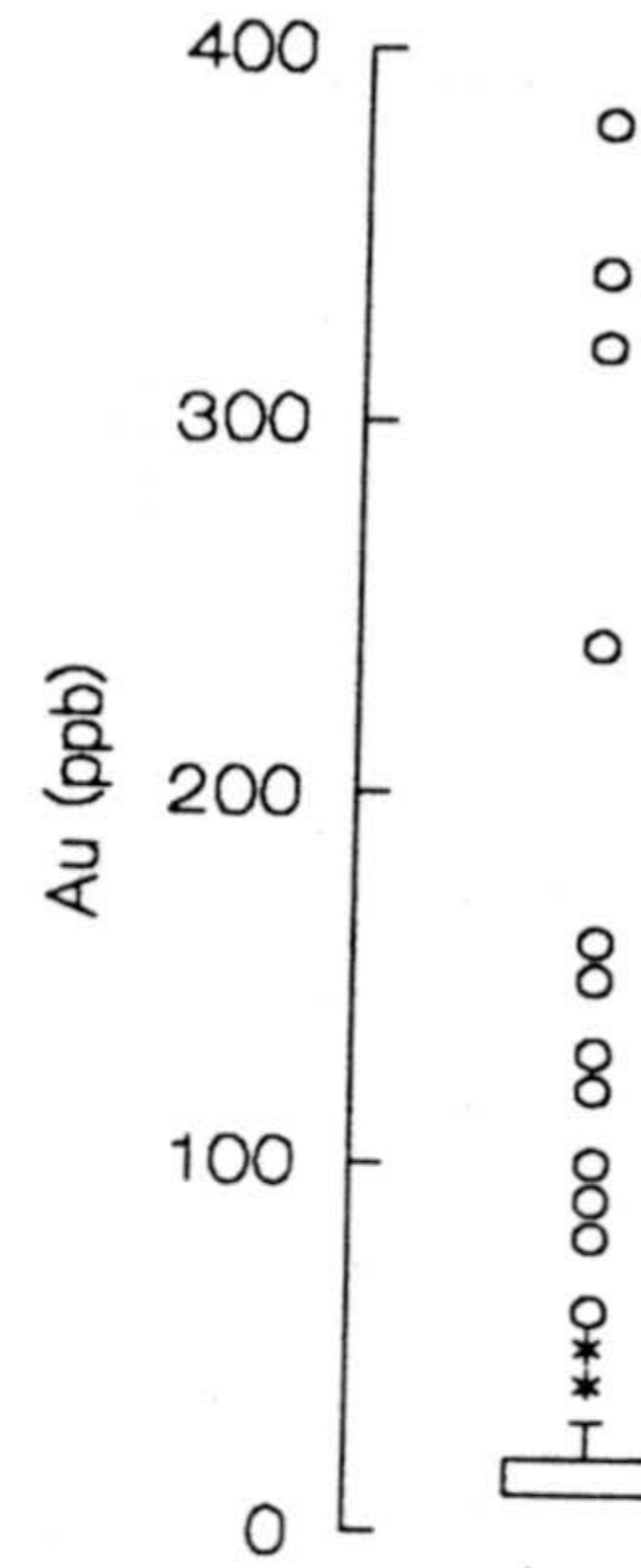
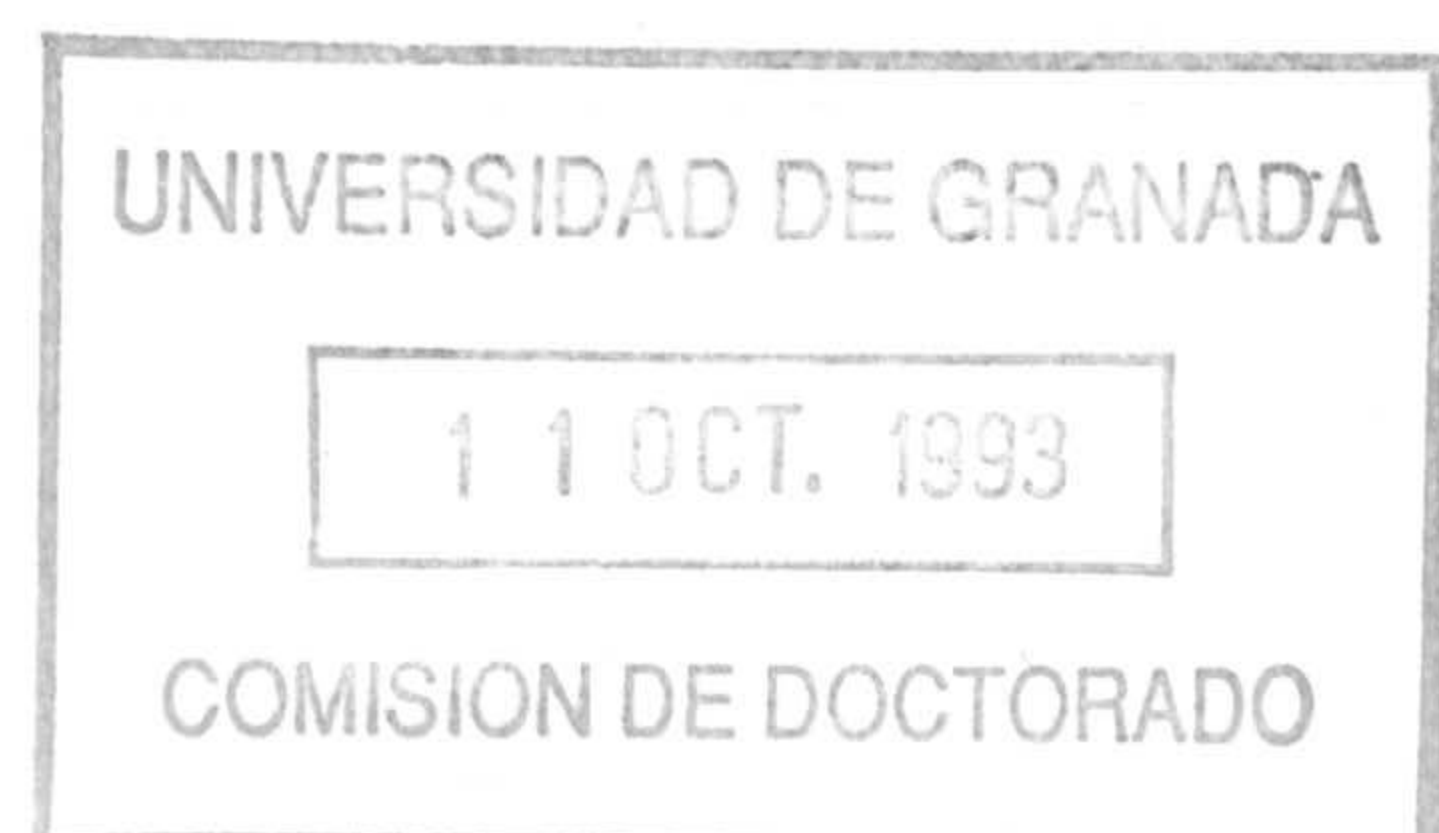


Figura II.15b. Gráfico de cajas del Au para el Area Total, con 349 muestras.

En la Figura II.15b se representa el gráfico de cajas para el Au sin los valores de 5 ppb. Si se le compara con el de la Figura II.15a, referida a los 1204 datos, destaca la mayor claridad que muestra el "box-plot" con 394 muestras de cara a detectar los posibles valores anómalos, diferenciándose de forma más nítida los "outliers" de primera y de segunda especie .

También resulta de gran interés el gráfico de cuantiles para describir el comportamiento de la variable Au donde, una vez más, queda puesta de manifiesto la concentración de datos alrededor de unos pocos valores y cómo aquellos datos, que se pueden catalogar como anómalos son los que se destacan en la cola del gráfico. En las Figuras II.16a y II.16b se muestran estos gráficos de cuantiles en el caso de considerar todos los datos y eliminando los valores de 5 ppb, respectivamente.



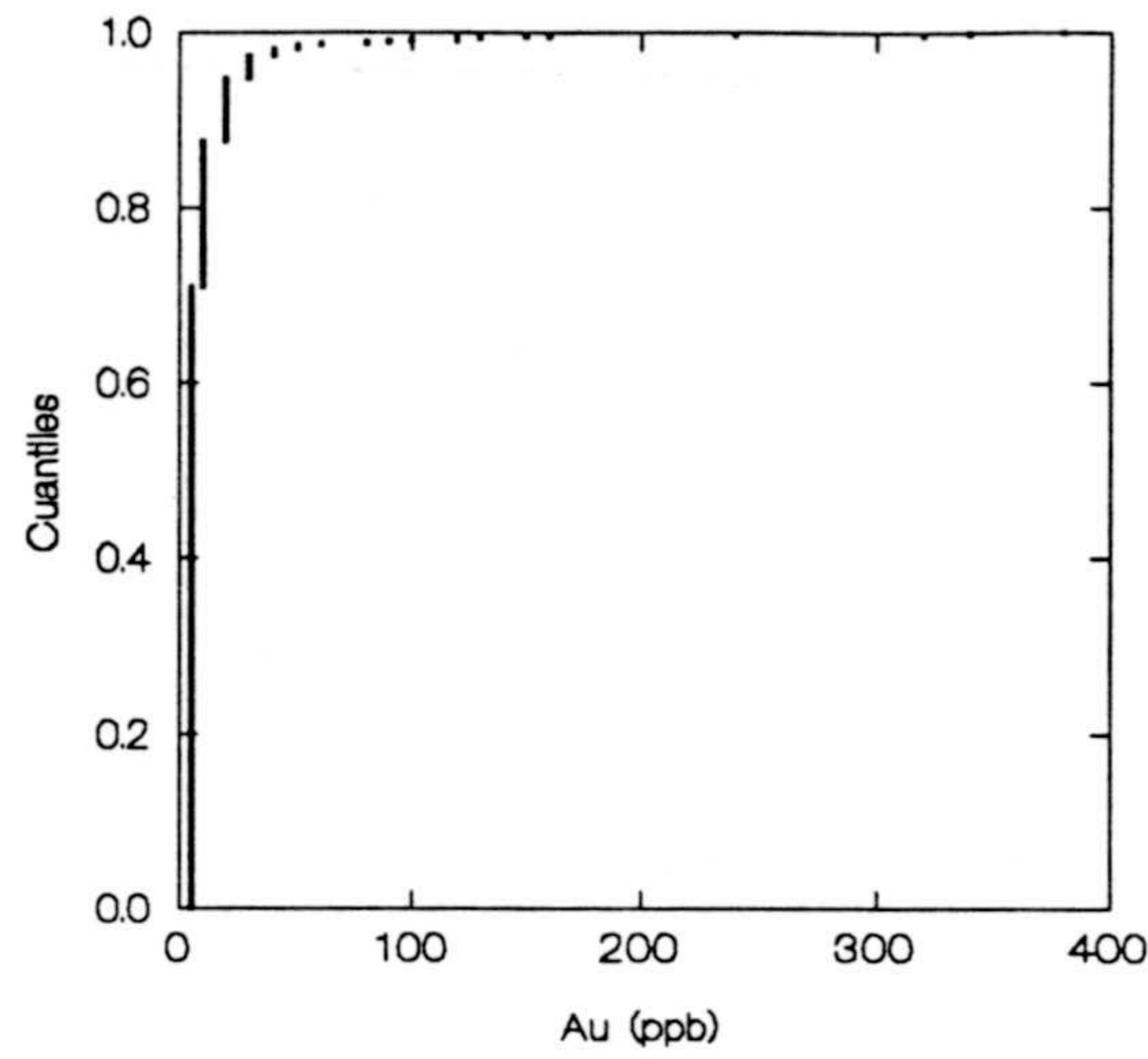


Figura II.16a. Gráfico de cuantiles del Au (Area Total) con los 1204 datos.

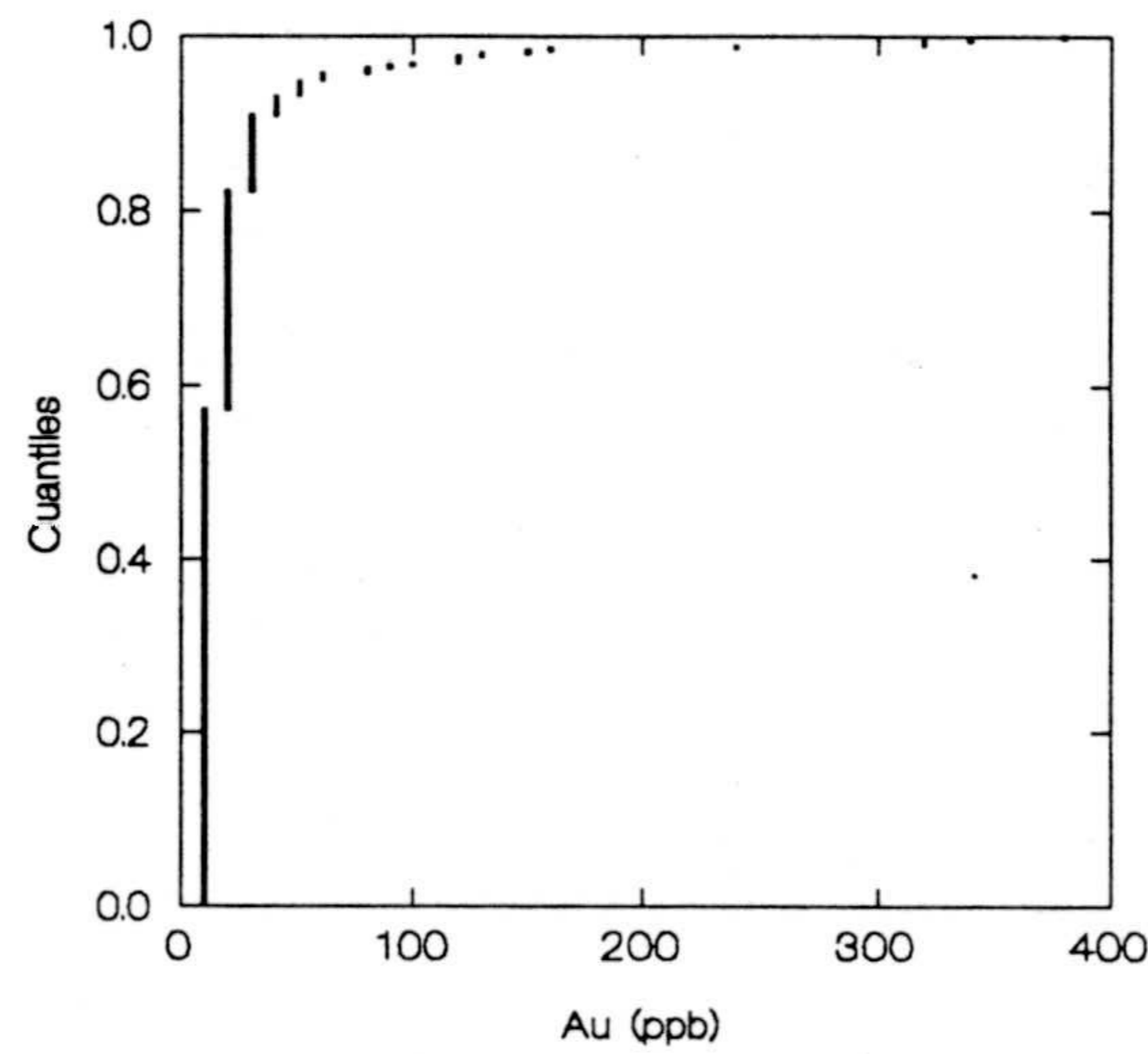


Figura II.16b. Gráfico de cuantiles del Au (Area Total) considerando sólo los valores mayores de 5 ppb.

El gráfico de frecuencias acumuladas (Fig. II.17) es una herramienta útil para establecer los valores del umbral, y junto con la información obtenida de los demás gráficos, es posible determinar como muestras anómalas todas aquellas con valores superiores a 60 ppb. Como se puede observar, en la Figura II.17 no es posible establecer un segundo valor de umbral, el SAG, siendo únicamente clara la presencia del punto BAG.

Descripción Estadística Univariante

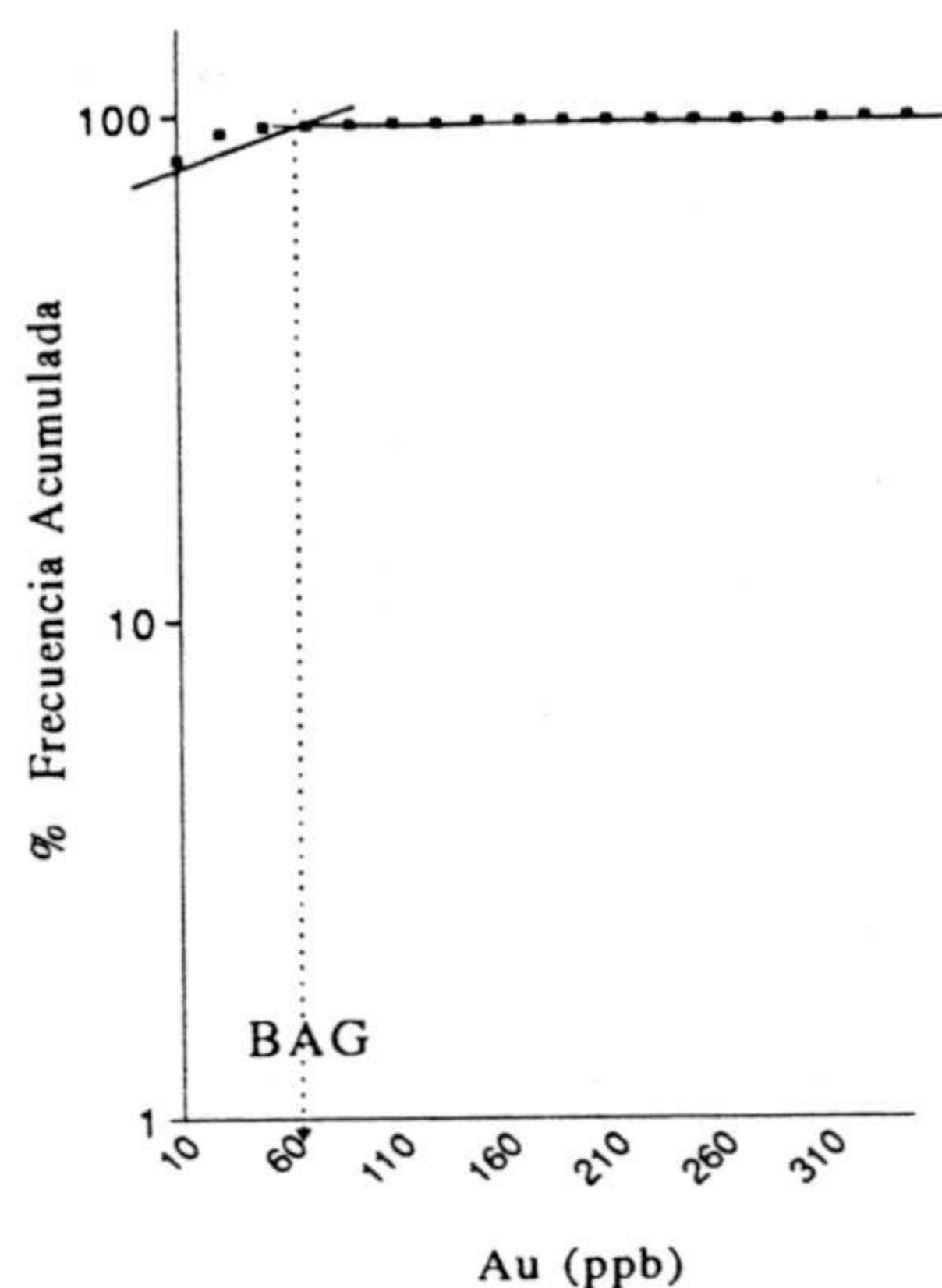


Figura II.17. Gráfico de frecuencias acumuladas experimental del Au en el Area Total, en el que se muestra la localización del punto BAG.

Una vez analizados todos estos gráficos, lo interesante es mostrar donde caen las muestras que se han establecido como anómalas por medio de mapas, como el de la Figura II.18 que muestra la localización de las muestras anómalas, establecidas a partir de los criterios previamente establecidos. Estos puntos anómalos aparecen asociados, en general, a las rocas próximas a las bandas de rocas cataclásticas, y más o menos con una tendencia N-S, siguiendo el patrón principal del área de estudio. Aunque, es de destacar el que la mineralización no se dé, en general, de forma directa sobre las cataclasitas, sino en materiales inmediatamente próximos a ellas. Esto lleva a pensar en que las rocas cataclásticas hayan actuado como canalizadores de fluidos enriquecidos, cuya precipitación se produjo en zonas adyacentes.

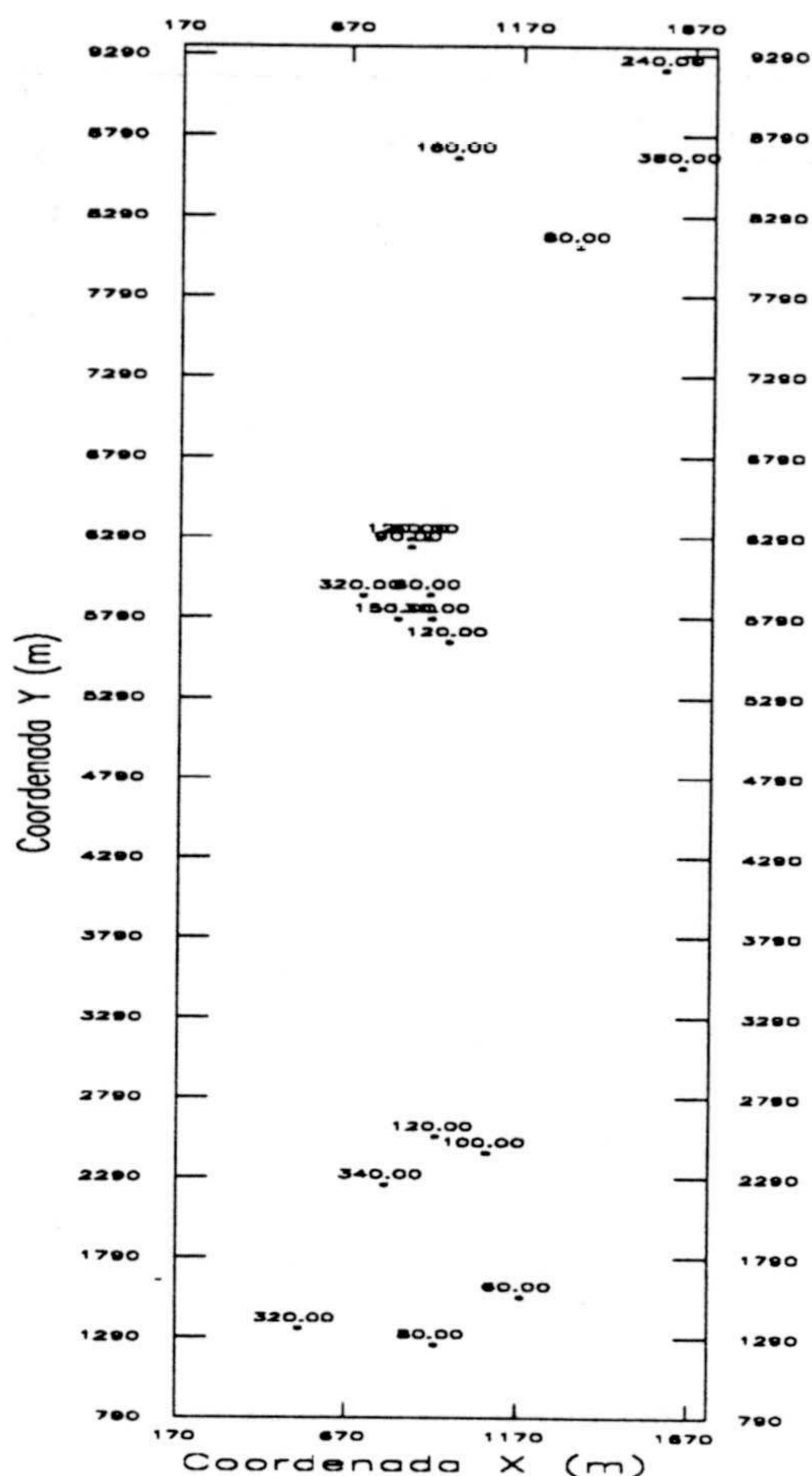


Figura II.18. Mapa de localización de puntos anómalos para el Au en el Area Total. La escala según el eje X aparece realizada en un 50% para mostrar de forma más clara la situación de estos puntos).

Otro tipo de representación gráfica, de gran interés para deducir el comportamiento de una variable a lo largo del área de trabajo, es la de los mapas de estadísticos de ventanas móviles. Simplemente consiste en definir una ventana en la cual se calculan los estadísticos básicos de los puntos que en ella caen, e ir moviendo sucesivamente esta ventana sobre toda la zona de estudio. Para el caso concreto del Au, se ha establecido una ventana rectangular de 200x400 m. sin solape entre ventanas. En la Figura II.19a se presenta el mapa de medias móviles y en la Figura II.19b el de desviaciones

típicas de las diferentes ventanas. Estos mapas se han realizado como mapas de grises para resaltar de una forma más nítida la localización de las regiones con valores más altos. Se pueden detectar las zonas más ricas en Au por presentar medias más altas, cuya magnitud se asocia a la de los valores de desviación típica, tal y como se muestra en la Figura II.19c. Esta figura representa un diagrama de la media de cada ventana frente a su correspondiente desviación típica, observándose una correlación lineal bastante buena entre ambos. Este fenómeno se conoce como heterocedasticidad o efecto proporcional (Journel, 1977), marcando una relación entre la media y la desviación típica e indicando un comportamiento no estacionario de la variable a lo largo del área.

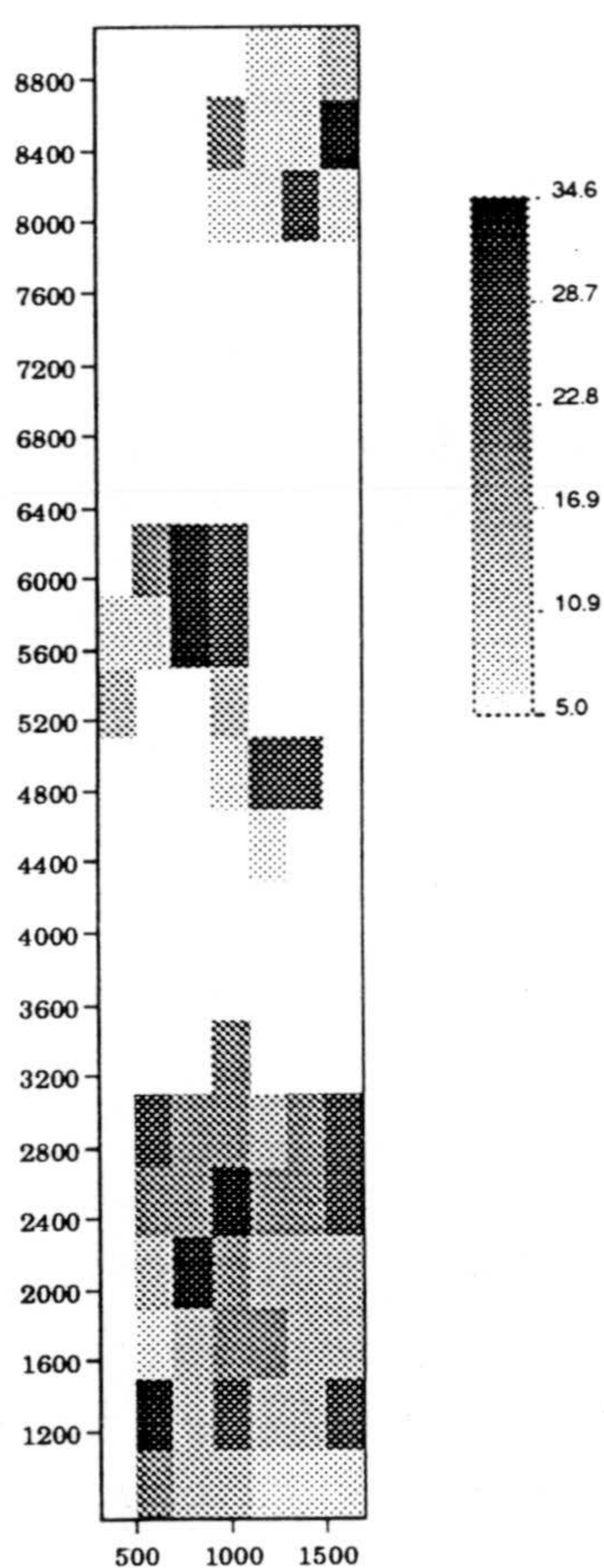


Figura II.19a. Mapa de medias móviles de Au para toda el Area Total (tamaño de las ventanas es 200x400 m. sin solape).

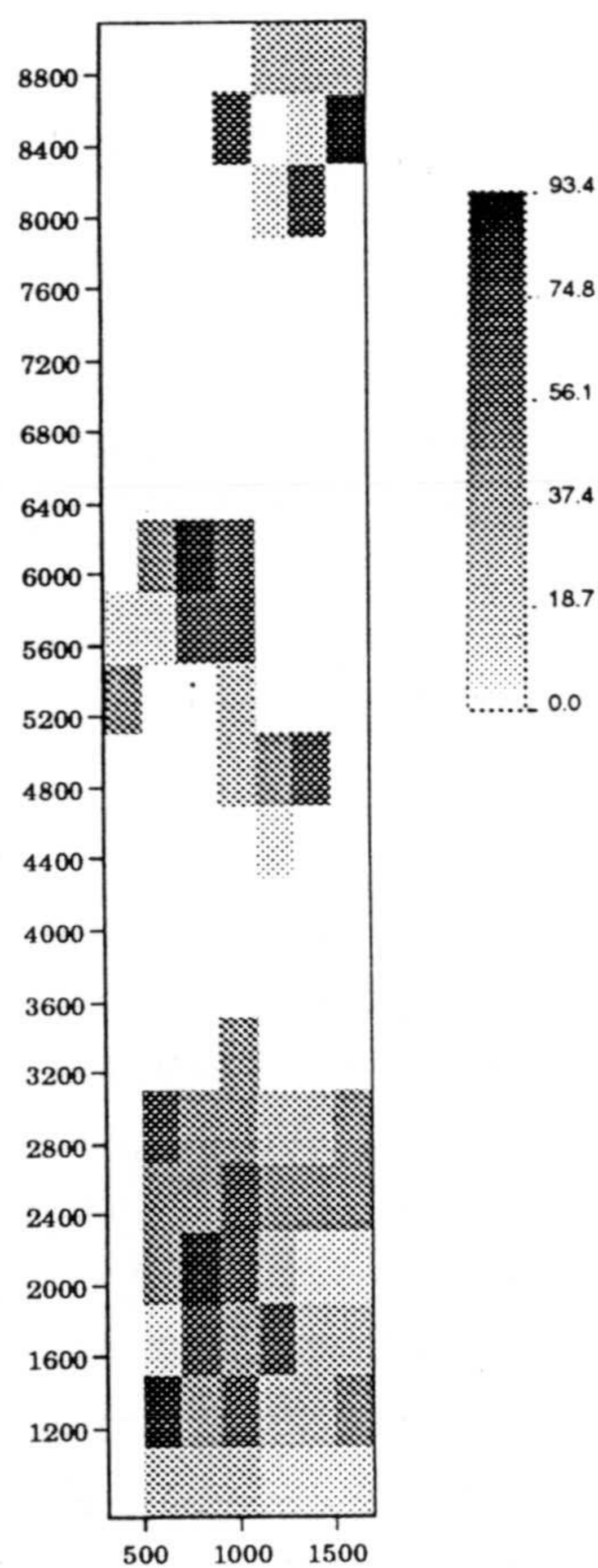


Figura II.19b. Mapa de ventanas móviles de Au para la desviación típica en el Area Total (ventanas de 200x400 m. sin solape).

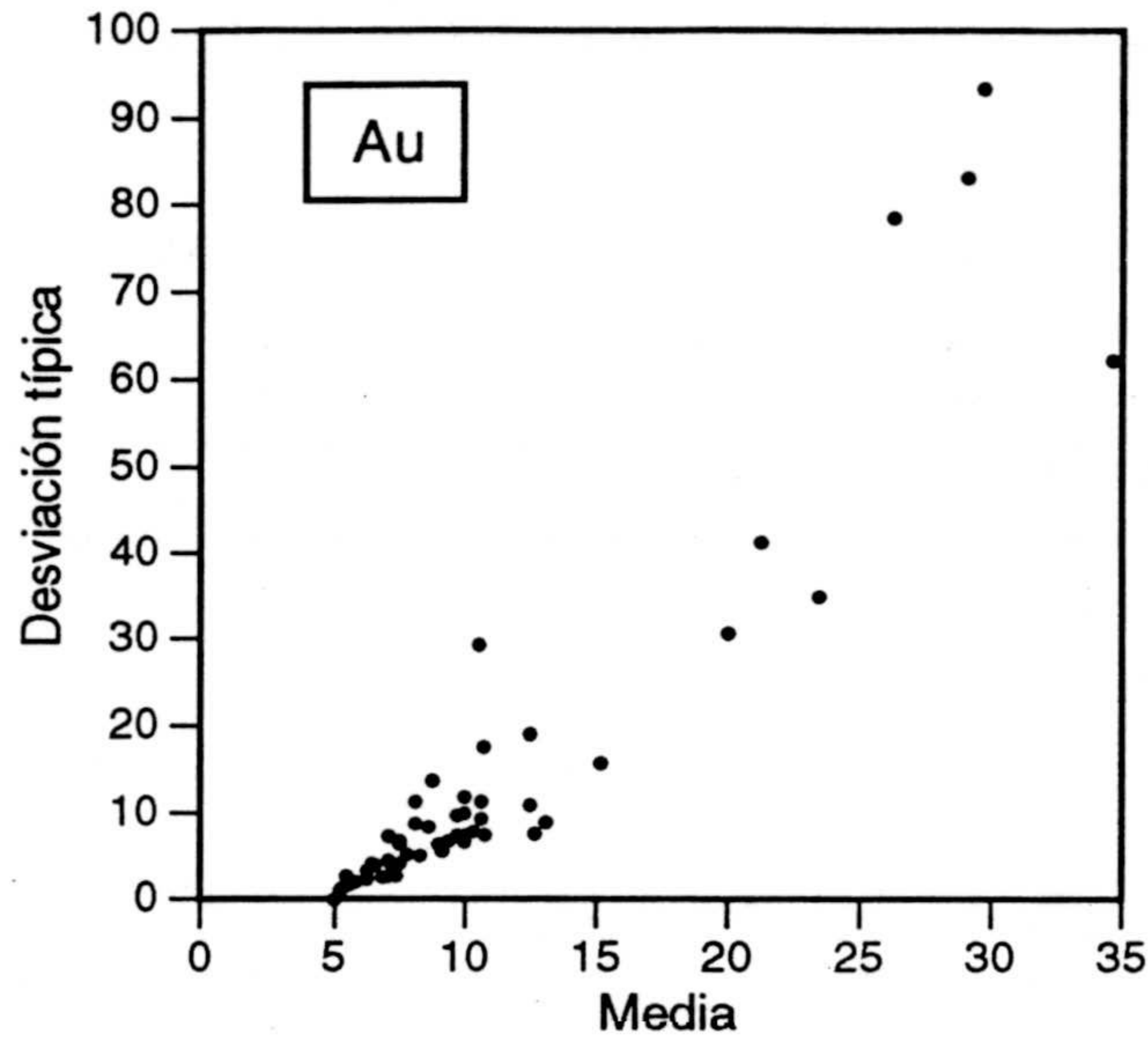


Figura II.19c. Diagrama que enfrenta la media frente a la desviación típica del Au, para ventanas móviles de 200x400 m sin solape.

2.2. Análisis del As

Este es un elemento de gran interés al ser un trazador del Au, que por sí sólo es poco indicativo de la localización de las posibles mineralizaciones. Además, en el Capítulo I se vio cómo el Au se forma a partir de la arsenopirita, por desestabilización de ésta, de ahí la gran relación genética entre ambos. El As forma parte del grupo de variables en las que la distribución es altamente sesgada, con una gran cola positiva debida a la presencia de un valor máximo muy alejado del resto de los datos. Este valor perfectamente pueda deberse a algún tipo de error, aunque la información de la que se dispone no permite discernir entre verdaderos valores anómalos y errores.

La Tabla II.7 recoge los principales estadísticos de orden de este elemento. Lo más destacable es ese valor máximo (3000 ppm) tan alejado del

tercer cuartil (55 ppm). También subrayar el hecho de que mas del 25% de los datos sean coincidentes con el límite de detección.

Tabla II.7. Estadísticos de orden del As en el Area Total.

	n° datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
As	1204	5.0	5.0	24.0	55.0	3000.0	50.0	130.0	205.0

Para establecer el modelo de distribución se va a retirar este valor máximo que no permite detectar los valores extremos existentes entre los umbrales y que enmascara la distribución del As. Por esto, los gráficos de cajas y de cuantiles, que aparecen en las Figuras II.20 y II.21, respectivamente, se han calculado prescindiendo del valor de 3000 ppm,

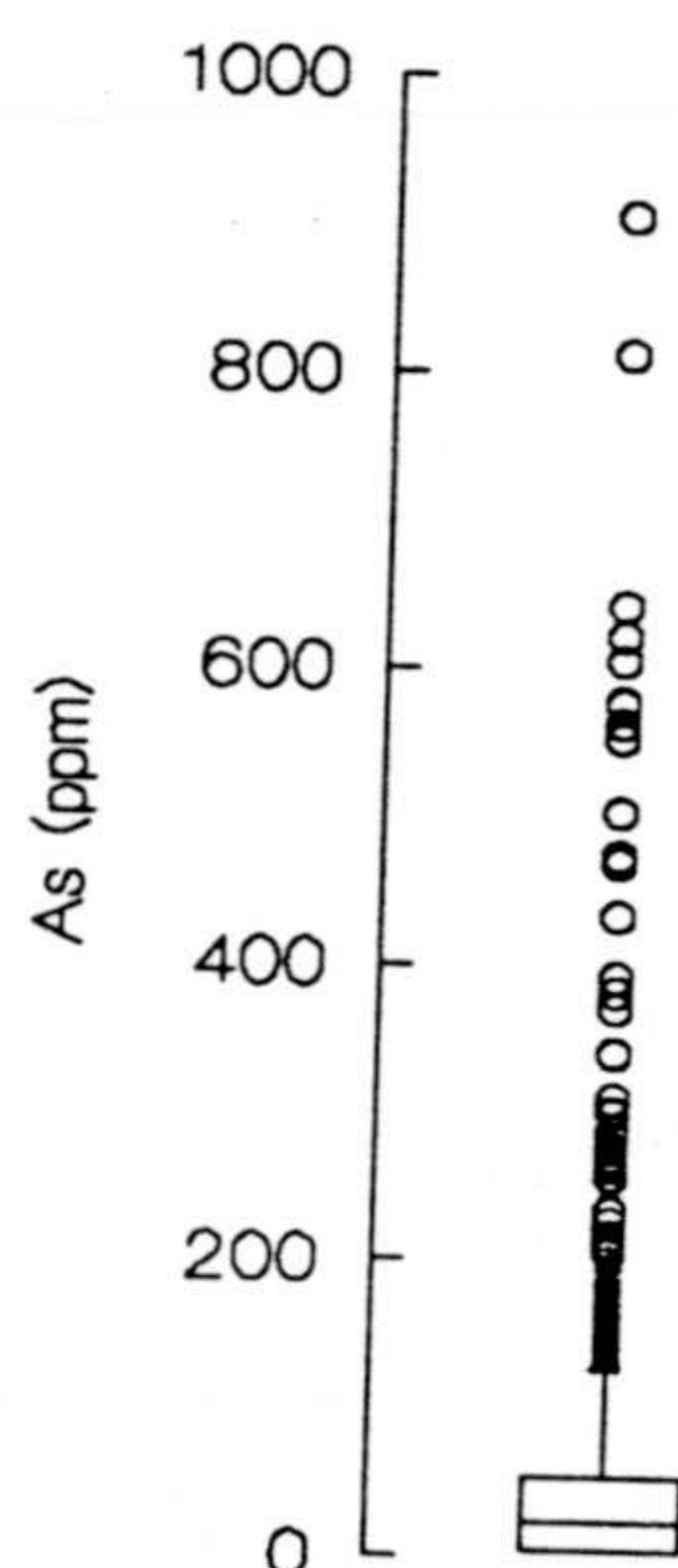


Figura II.20. Gráfico de cajas del As, sin el valor de 3000 ppm.

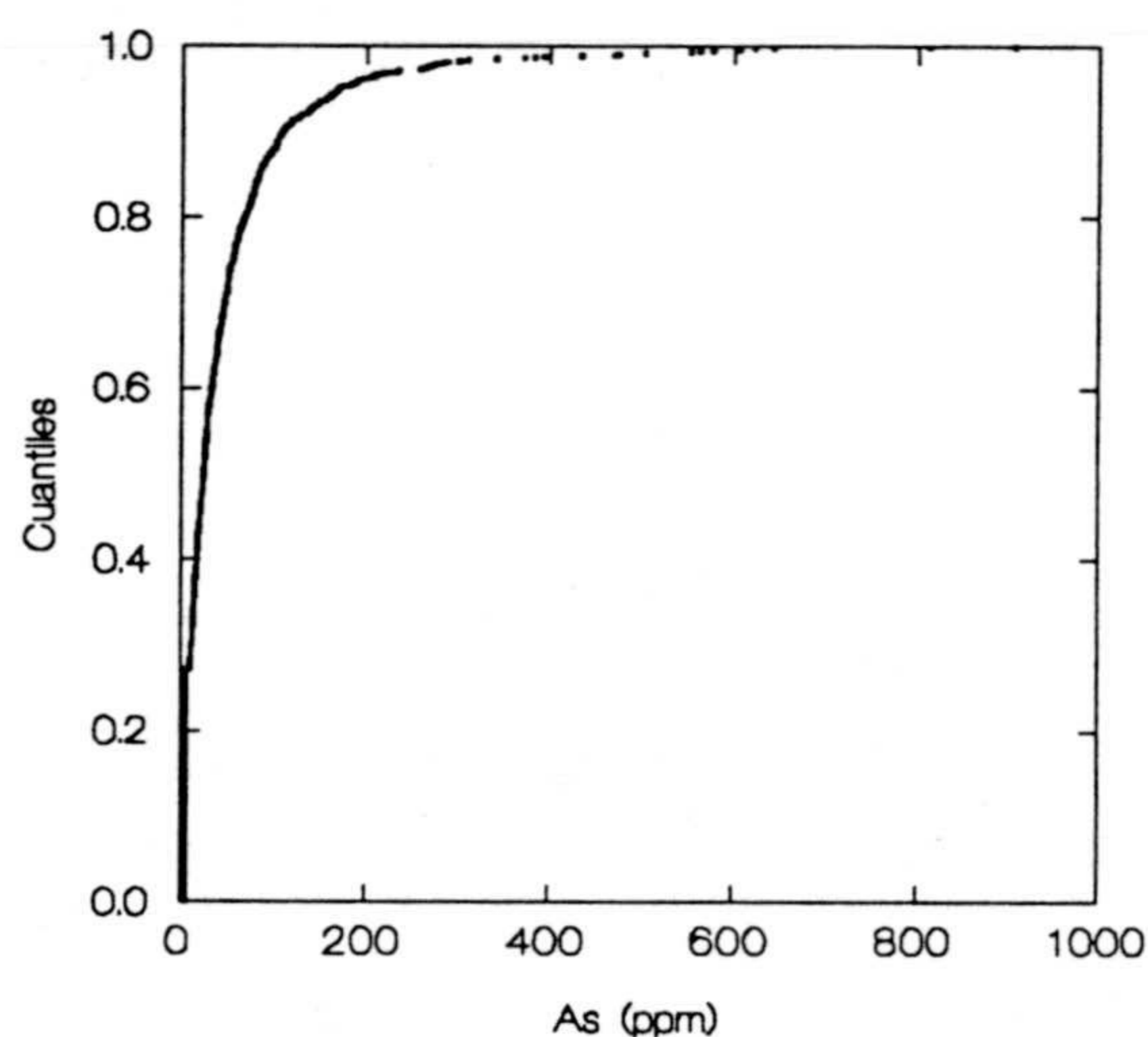


Figura II.21. Gráfico de cuantiles para el As, eliminando el valor máximo de 3000 ppm.

Estas dos figuras muestran la localización de los valores que pueden ser considerados como anómalos para el As, que conjuntamente con la Figura II.22, de frecuencias acumuladas, permiten establecer cual sería el umbral a partir del cual se podrían establecer las muestras anómalas, concretamente puede situarse este umbral en un valor por encima de 300 ppm.

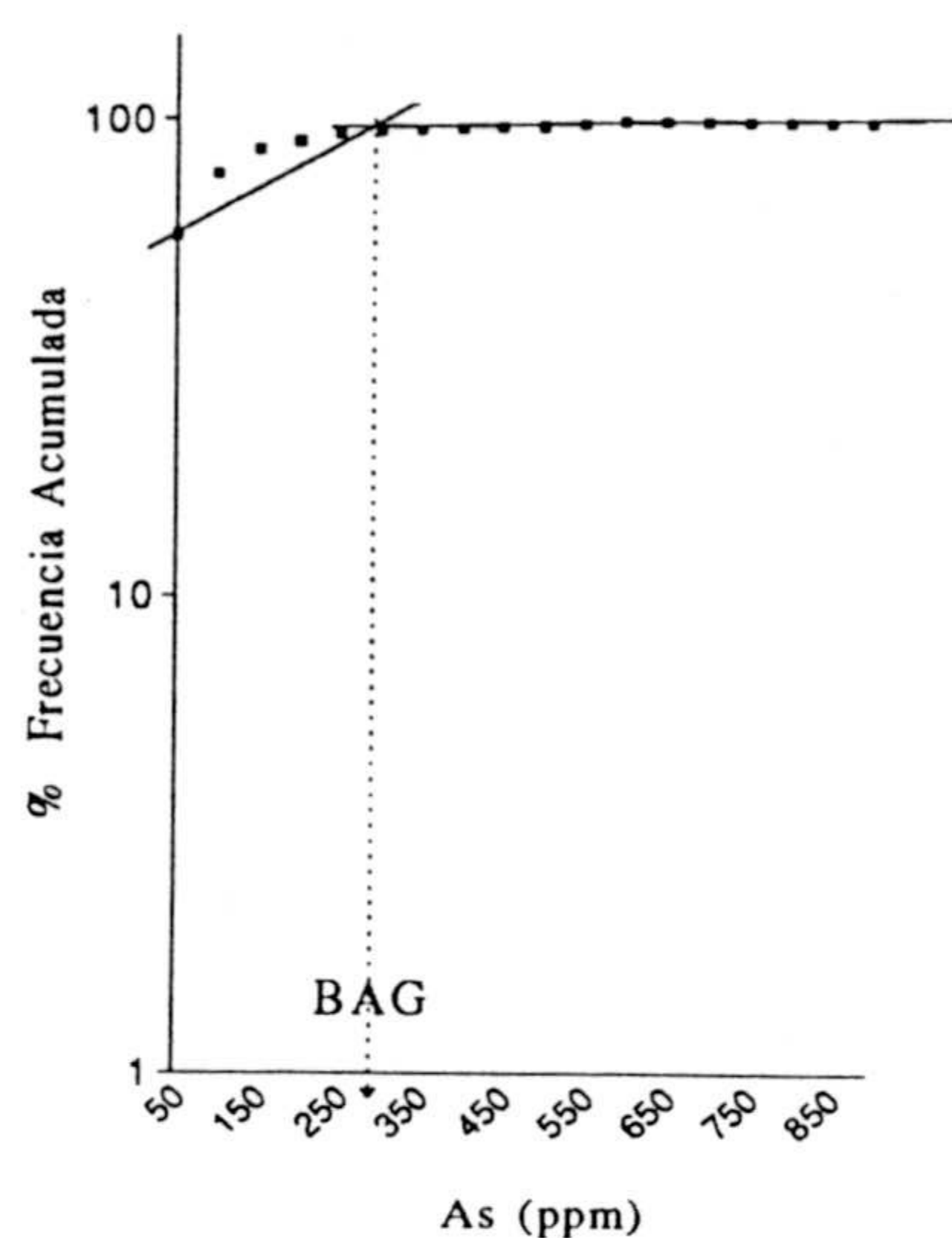


Figura II.22. Gráfico de frecuencias acumuladas experimentales del As con el punto BAG señalado.

En la Figura II.23 aparecen los puntos establecidos como anómalos, concretamente los de las muestras con valores para el As superiores a 300 ppm. Resulta muy clara la relación del As con los metasedimentos y con los ortogneises biotíticos en las Zonas de La Mina y de Abores, mientras que en la Zona de Vilarcovo, aparece más directamente asociado con las cataclasitas. No obstante, la coincidencia espacial entre la localización de estos puntos y los del Au no parece ser excesivamente evidente, aunque sí es próxima y con la tendencia N-S marcada también para este elemento.

Descripción Estadística Univariante

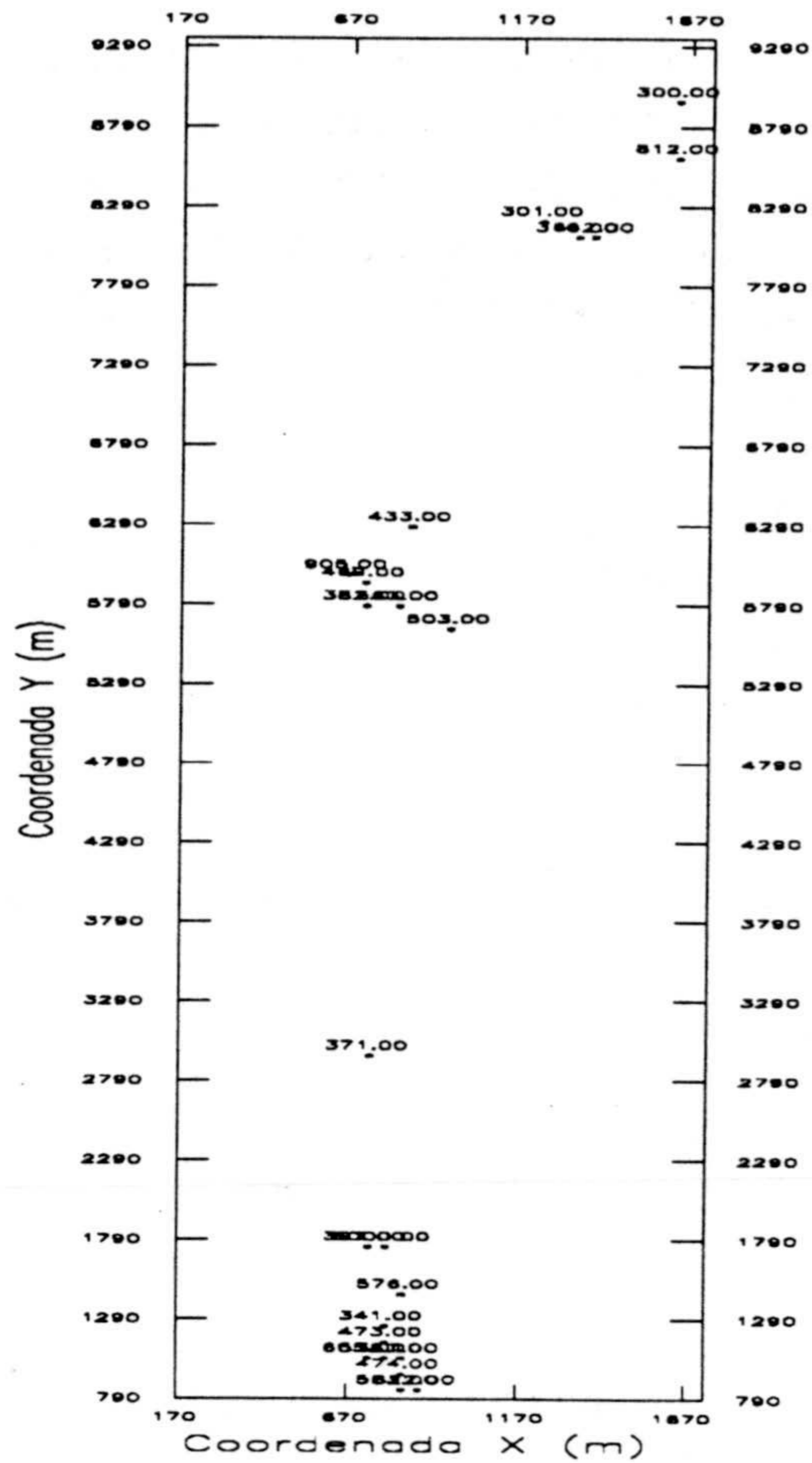


Figura II.23. Mapa de localización de los puntos anómalos para el As en el Area Total, para muestras con As > 300 ppm (escala en el eje X aumentada en un 50%).

Al igual que se hizo para el Au, con el As se han calculado los estadísticos de ventanas móviles, con el mismo tamaño de vecindad (200x400 m., sin solape) y cuyos resultados, para el caso de los valores medios, se muestran con un mapa de diferentes tonalidades de grises (Fig. II.24a). Asimismo, se ha realizado el mapa de la desviación típica de las vecindades móviles (Fig. II.24b). Este tipo de representaciones resultan de gran utilidad para establecer el comportamiento de la variable en el área, y en el caso del As, es fácil ver cuáles son las zonas más ricas, obviamente evidenciadas por valores de la media más elevados. También es claro observar como estas

zonas ricas no se mantienen constantes en toda el área, ni tampoco los de la desviación típica, sino que existe una tendencia tanto en el valor medio como en la variabilidad, recogida perfectamente en el diagrama de la media frente a la desviación típica, para las ventanas móviles (Fig. II.24c), al igual que ocurría con el Au.

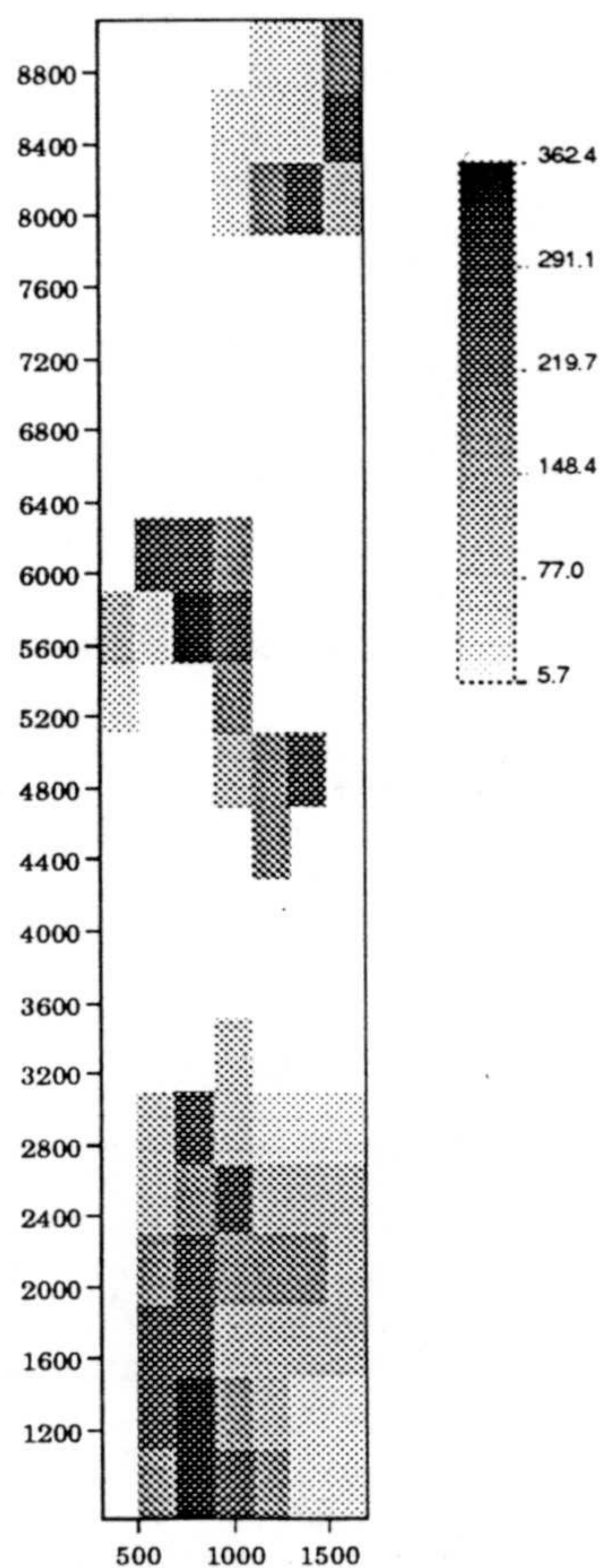


Figura II.24a. Mapa de medias móviles del As para el Area Total. El tamaño de las ventanas es 200x400 m. sin solape.

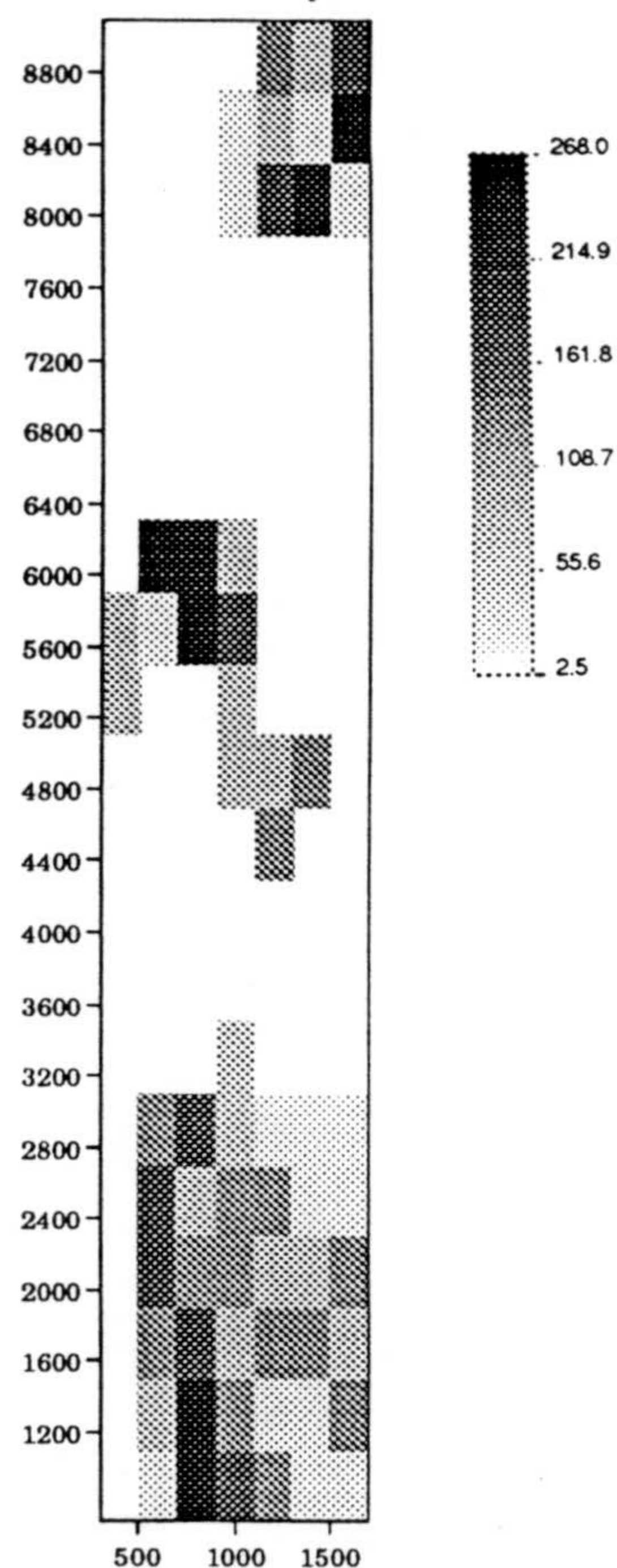


Figura II.24b. Mapa de desv. típicas móviles para el As en el Area Total (ventanas es 200x400m. sin solape)

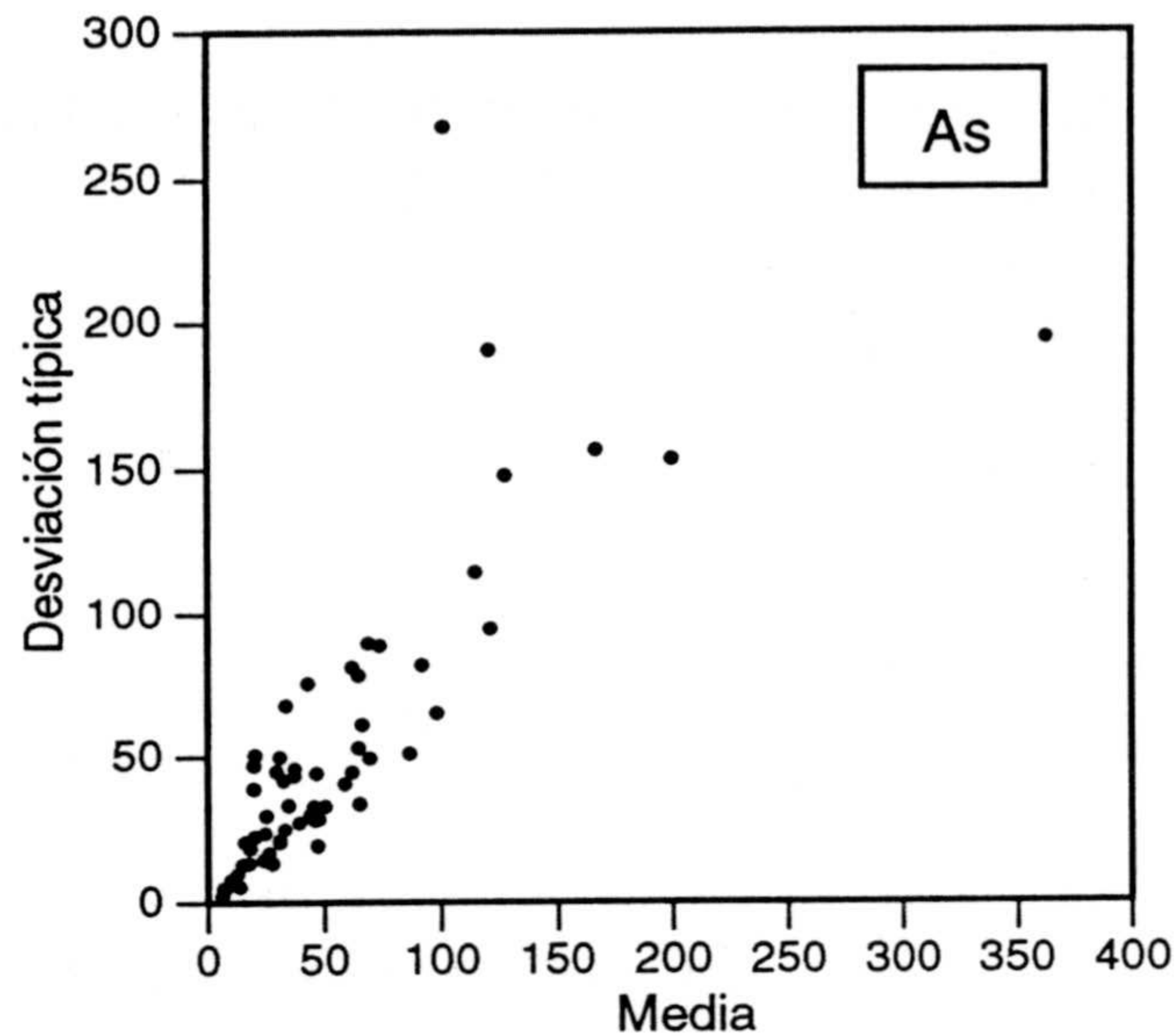


Figura II.24c. Diagrama media vs. desviación típica del As, para ventanas móviles de 200x400 m sin solape.

2.3. Análisis del Pb

Este es un elemento, que en principio, presenta una doble afinidad (Agudo Fernández et al., 1989), por un lado, aparece relacionado genéticamente al Au, aunque no de una forma tan directa como el As, y por otra parte, el Pb se presenta asociado con las rocas graníticas, quedando demostrada esta asociación por su relación con el Al. Por esta razón, es un elemento que se plantea como interesante de cara a la prospección del Au, pero que habrá que desligar, a la hora de su estudio, la componente granítica de la componente relacionada con la mineralización.

Desde el punto de vista de la descripción estadística univariante, éste es un elemento que presenta los rasgos típicos del Area Total, distribuciones sesgadas con colas positivas pronunciadas, debido a la presencia de algún valor extraño. Concretamente, el Pb tiene un máximo (2300 ppm) muy

alejado del tercer cuartil (84 ppm), que distorsiona bastante la distribución. Los estadísticos básicos del AED se muestran en la Tabla II.8, en la cual se puede comprobar lo que se acaba de comentar.

Tabla II.8. Estadísticos de orden del Pb en el Area Total.

	nº datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Pb	1204	23.00	53.00	66.00	84.00	2300.0	31.0	130.5	177.0

Resulta evidente que la presencia de este valor va a distorsionar la localización del resto de valores extremos, de ahí que en los cálculos que siguen éste se haya apartado del conjunto de datos, con el fin de ver con mayor claridad la distribución del Pb.

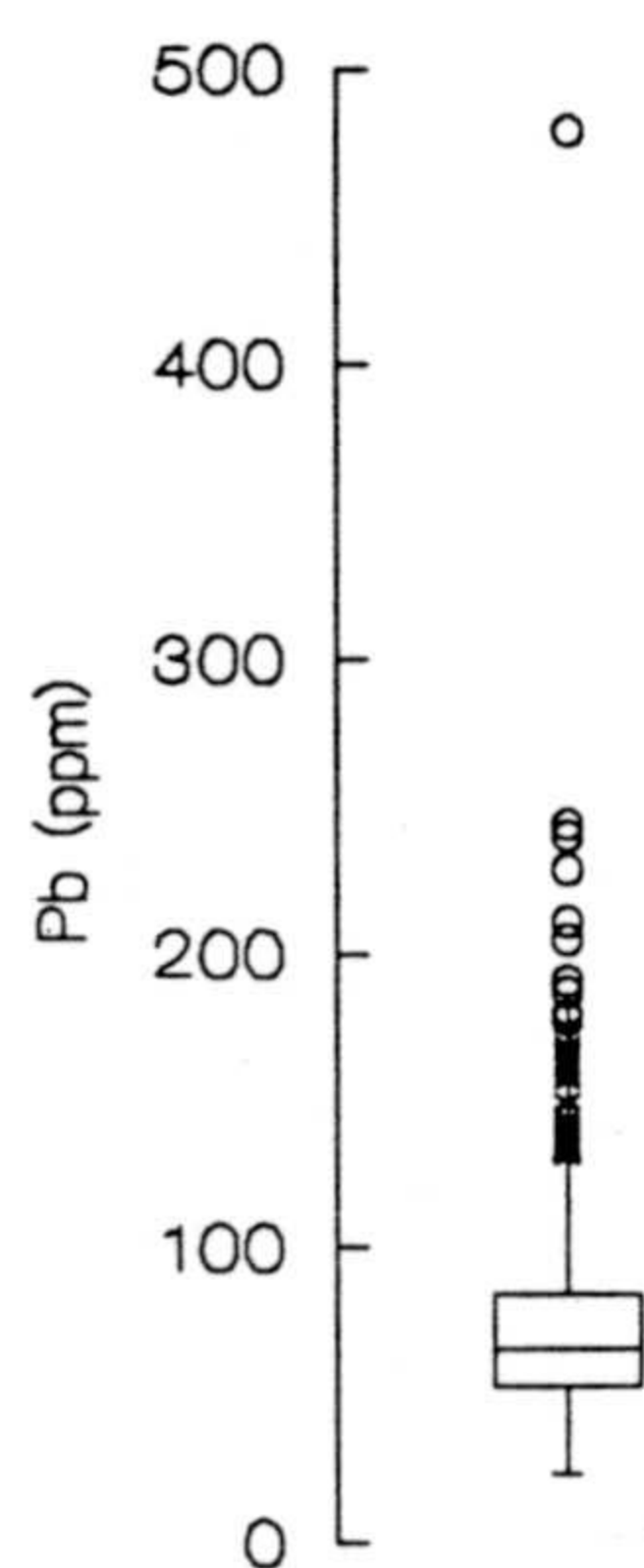


Figura II.25. Gráfico de cajas para el Pb en el Area Total, una vez eliminado el valor extremo de 2300 ppm.

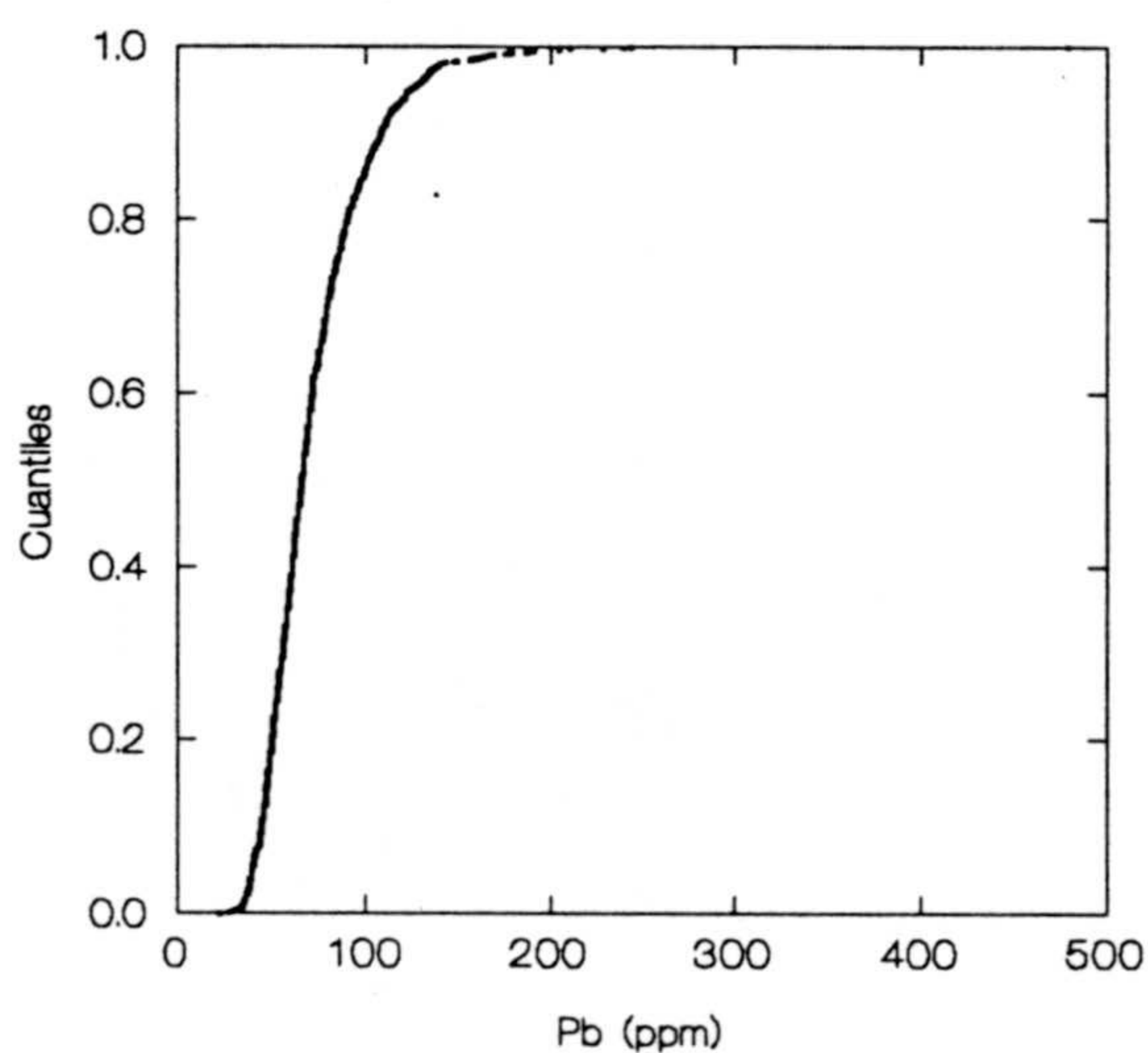


Figura II.26. Gráfico de cuantiles del Pb en el Area Total, sin considerar el valor de 2300 ppm.

En las Figuras II.25 y II.26 se presentan el gráfico de cajas y cuantiles, respectivamente, para el caso de no considerar el valor extremo de 2300 ppm. Aparece un dato con un valor bastante alto, próximo a 500 ppm y, por otro lado, los valores "outliers" de primera y segunda especie se aprecian de forma nítida en el gráfico de cajas (Fig. II.25), que junto con el de cuantiles son lo suficientemente claros para identificar como valores anómalos aquellos por encima de 175 ppm aproximadamente. La localización espacial de estos puntos anómalos se recoge en el mapa de la Figura II.27. En este mapa se aprecia el doble carácter de este elemento, por un lado parece clara la asociación de valores elevados con las rocas de la serie migmatítica (granitoides inhomogéneos, GH) y con ortogneises biotíticos (ONB), en general rocas de marcada tendencia peraluminica; mientras que por otra parte, el Pb se encuentra asociado a la mineralización aurífera siendo probablemente un Pb removilizado de litologías contiguas (caso de la zona más meridional próxima a las rocas cataclásticas).

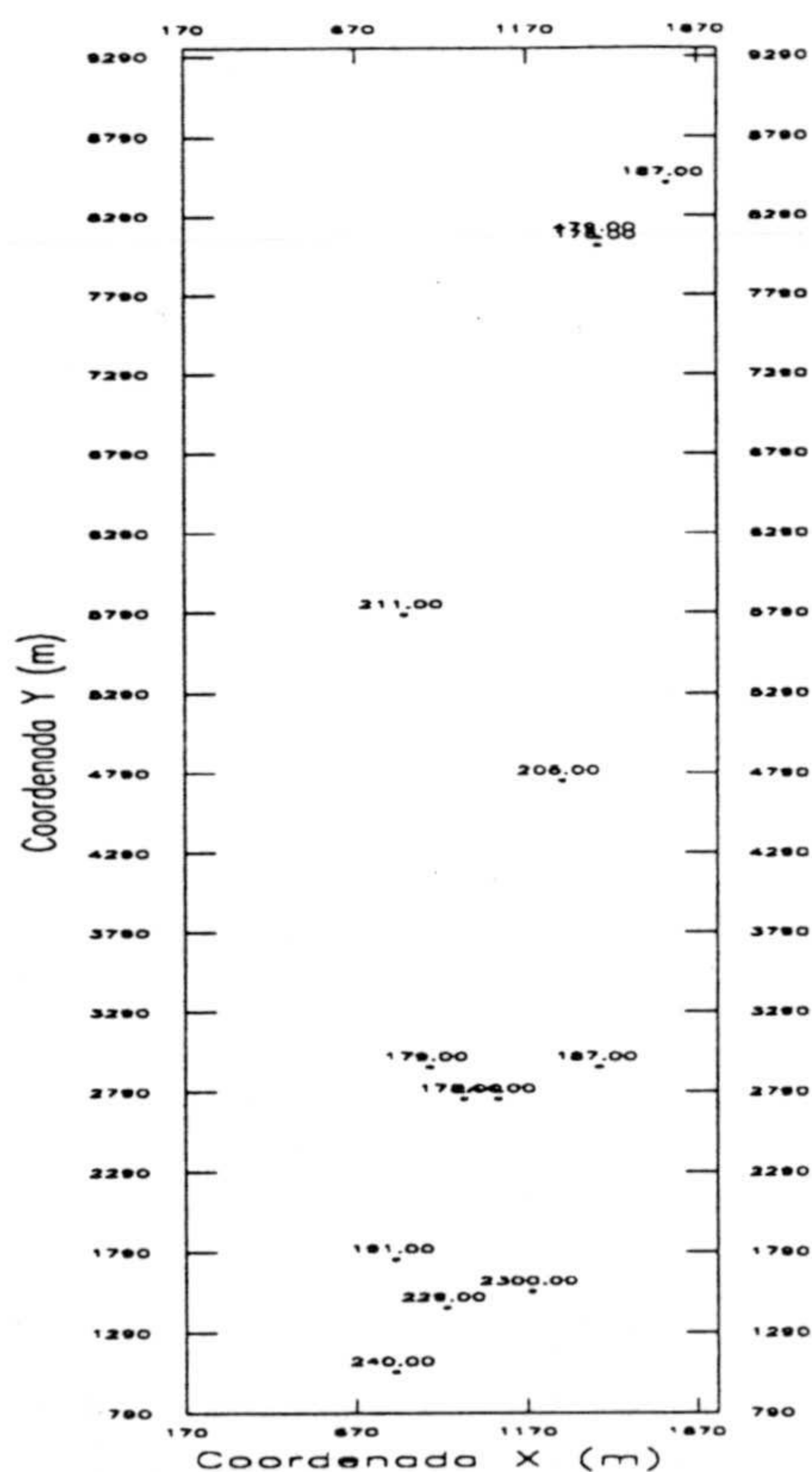


Figura II.27. Mapa de localización de las muestras anómalas para el Pb en el Area Total (valores por encima de 175 ppm). La escala del eje X está realzada en un 50%.

Si se calculan los estadísticos de ventanas móviles (vecindades de 200x400m. sin solape) para esta variable y se representan gráficamente los valores de la media (Fig. II.28a) y de la desviación típica (Fig. II.28b) sobre mapas de tonos de grises, destaca el hecho de que la desviación típica aparezca más uniforme que la media, lo que indica que el Pb es más homogéneo respecto a la variabilidad local que respecto a los valores medios. Además, por medio de un diagrama media frente a desviaciones típicas, para las diferentes ventanas (Fig. II.28c), se puede observar como, a excepción del valor de la ventana de la muestra de 2300 ppm, los valores de la media crecen más rápidamente que los de la desviación típica, no apareciendo el fenómeno de heterocedasticidad que se daba tanto en el Au como en el As..

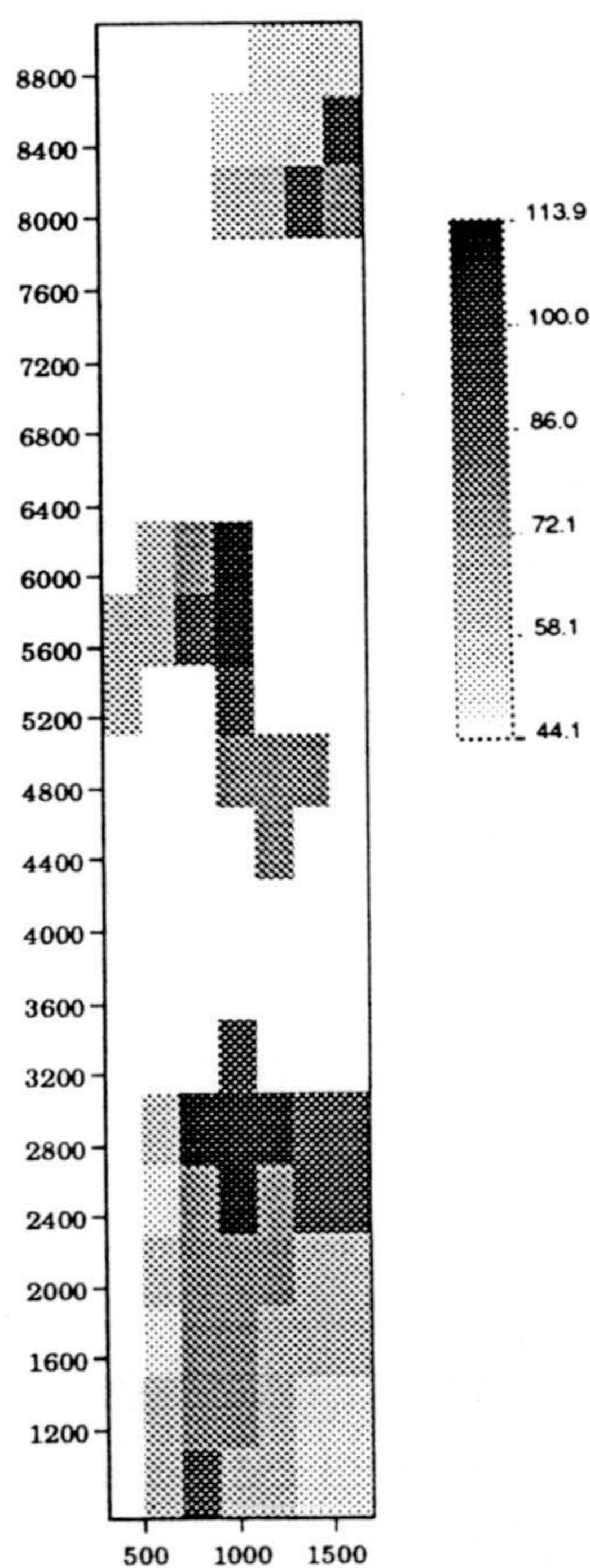


Figura II.28a. Mapa de medias móviles para el Pb en el Area Total, tamaño de ventana de 200x400 m., sin solape.

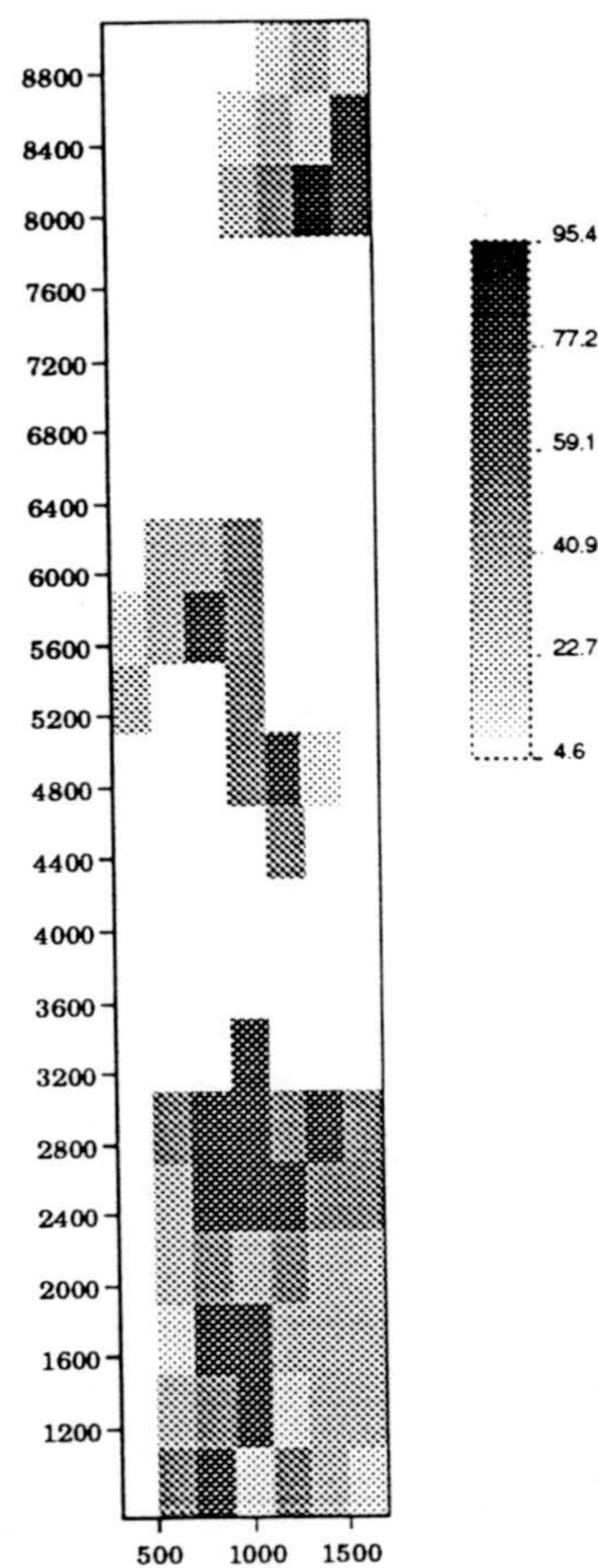


Figura II.28b. Mapa de ventanas móviles de la desviación típica del Pb para vecindades de 200x400m. sin solape.

La zona en la que la media aparece con valores más elevados, es obviamente, el área de afloramiento de los granitos inhomogéneos en la parte nororiental de la Zona de La Mina, así como algunos valores en la parte más al sur del Area, coincidiendo con la proximidad a las rocas cataclásticas.

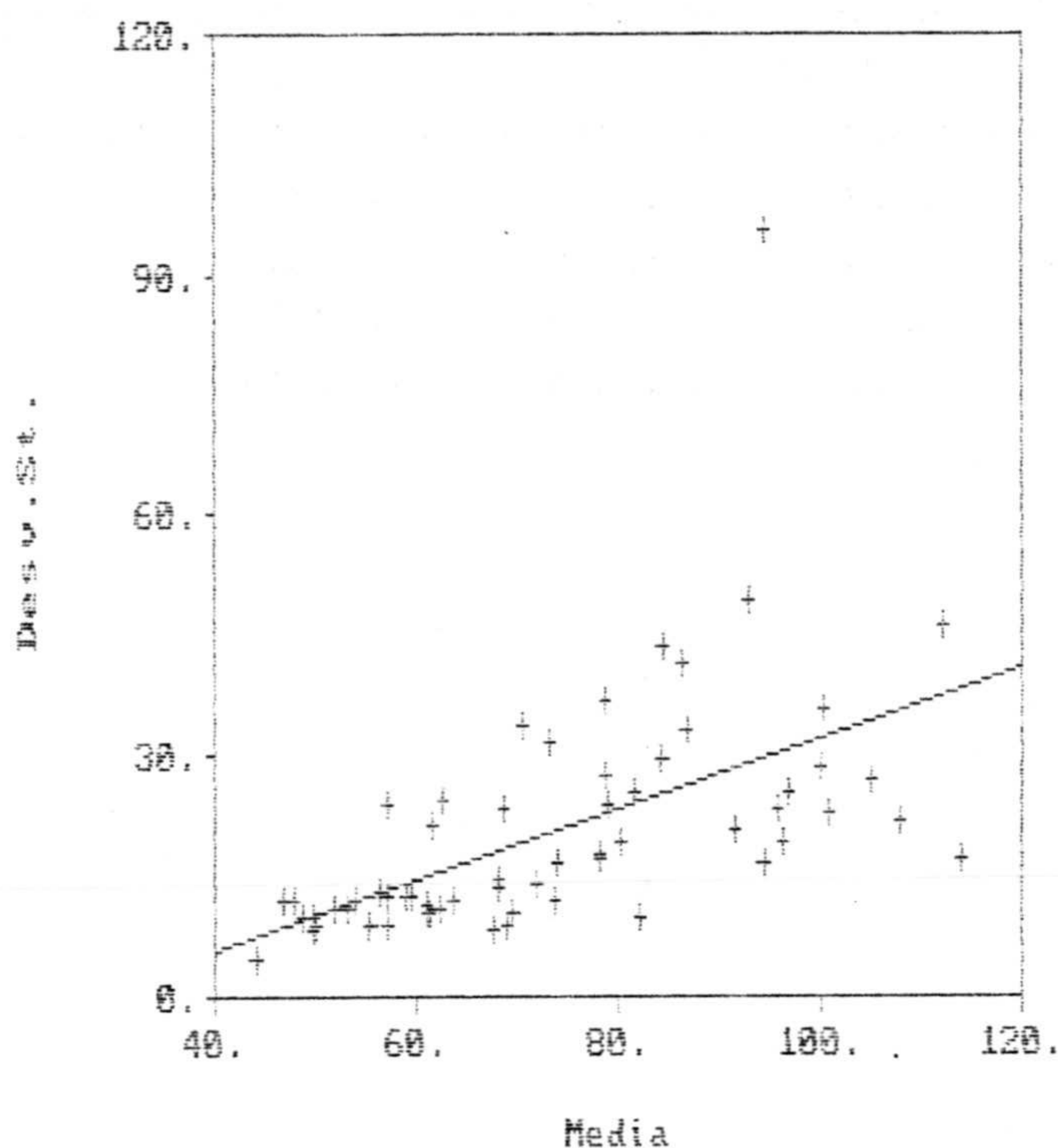


Figura II.28c. Diagrama que enfrenta los valores medios frente a los de desviaciones típicas, según ventanas de 200x400 m., para el caso de la variable Pb en el Area Total.

2.4. Estudio del Cu

Esta es una variable perteneciente al grupo de elementos calcófilos, asociada normalmente a los sulfuros metálicos. Es un elemento que despierta cierto interés desde el punto de vista económico, de ahí que la Empresa Nacional Adaro lo incluyera dentro del grupo de variables a prospectar. Presenta una distribución de tipo lognormal directa con unos pocos valores extremos, aunque no excesivamente alejados del tercer cuartil, como otros elementos estudiados, como se puede observar a partir de los estadísticos de orden para el Cu (Tabla II.9).

Tabla II.9. Estadísticos de orden del Cu en el Area Total.

	nº datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Cu	1204	3.0	14.0	22.0	33.0	211.0	19.0	61.9	90.0

De cara a localizar los posibles valores anómalos para este elemento se ha realizado el gráfico de cajas que ilustra de forma gráfica y rápida el comportamiento de una variable (Fig. II.29), el cual es lo suficientemente explicativo de la localización de los valores anómalos, tanto de primer como de segundo orden, como para no necesitar otros diagramas adicionales que ilustren su distribución, en el caso concreto del Cu. No obstante, destaca en el gráfico de cuantiles (Fig. II.30) que éste no tenga una pendiente tan fuerte, como en el caso del As o del Au, sino que tiene un crecimiento más moderado, prueba inequívoca de que esta variable presenta una distribución menos sesgada que la de los otros elementos, y que no hay concentración de valores alrededor del límite de detección.

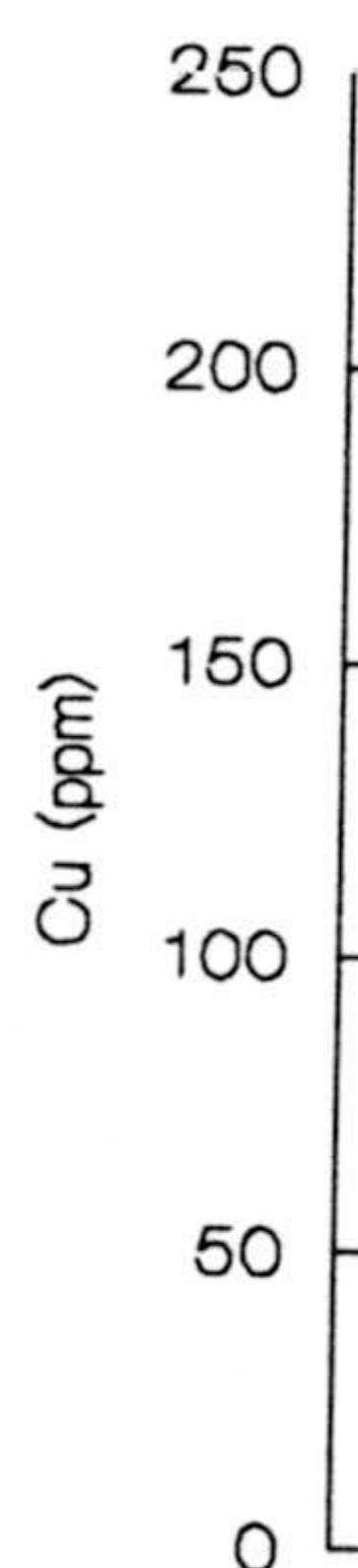


Figura II.29. Gráfico de cajas del Cu en el Area Total.

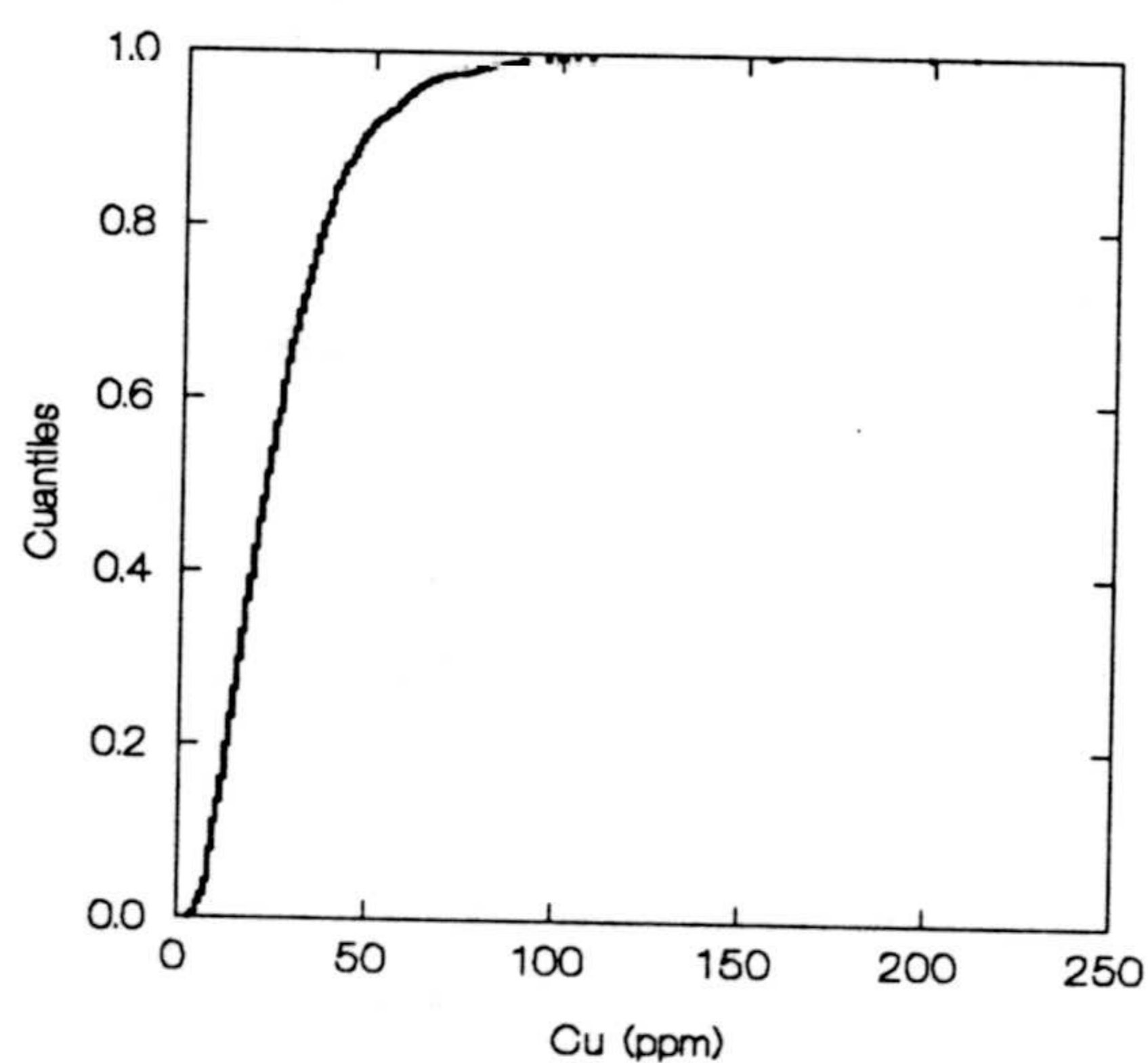


Figura II.30. Gráfico de cuantiles del Cu para el Area Total.

En cualquier estudio de las Ciencias de la Tierra se presenta interés el análisis espacial, y dado que estos métodos estadísticos univariantes no consideran la variable espacio, se intenta hacer una aproximación de los resultados haciendo la clásica representación de la localización de los puntos de interés en un mapa. Las muestras establecidas como "outliers" se sitúan en un mapa del área de estudio (Fig. II.31), en el que se puede ver la localización de estos puntos. Estas muestras aparecen sólo en la Zona de La Mina y en la de Vilarcovo, no existiendo ninguna en la Zona de Abores. En general, aparecen próximas a las rocas cataclásticas, como el resto de elementos asociados al Au.

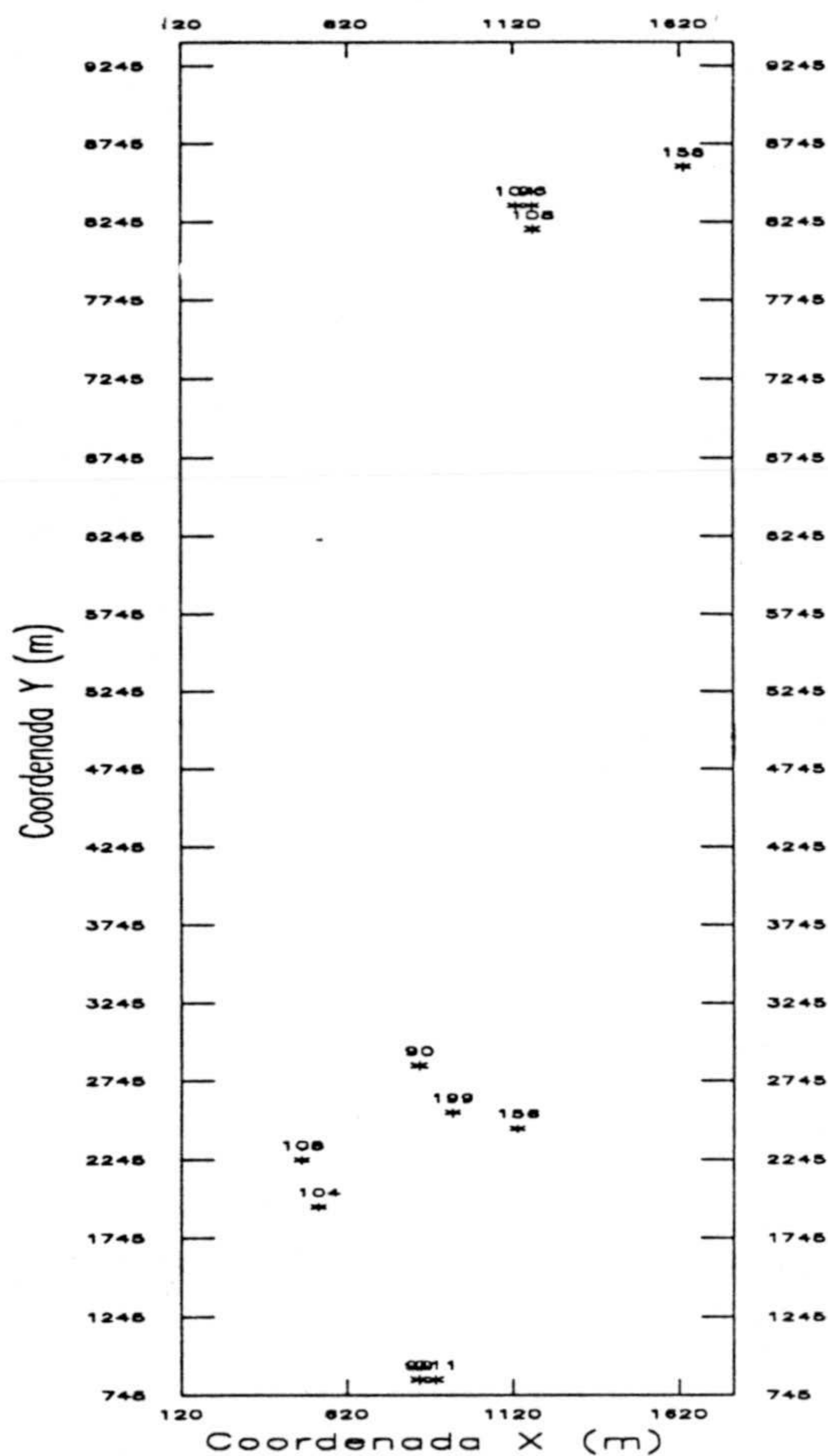


Figura II.31. Mapa de localización de las muestras anómalas en Cu a lo largo del Área Total (escala de X realizada un 50%).

Los resultados de los estadísticos móviles se recogen en las Figuras II.32a y II.32b, representando las medias móviles y las desviaciones típicas, respectivamente. El mapa de medias móviles muestra unos valores bastante suavizados y homogéneos en toda el Area, sin grandes contrastes, al igual que el de la desviación típica. No obstante, estos valores no son constantes a lo largo de toda la zona de estudio, como lo demuestra el gráfico de media frente a desviación típica para la diferentes vecindades móviles (Fig. II.32c), en el que se aprecia un cierto rasgo de heterocedasticidad para el Cu en el Area Total.

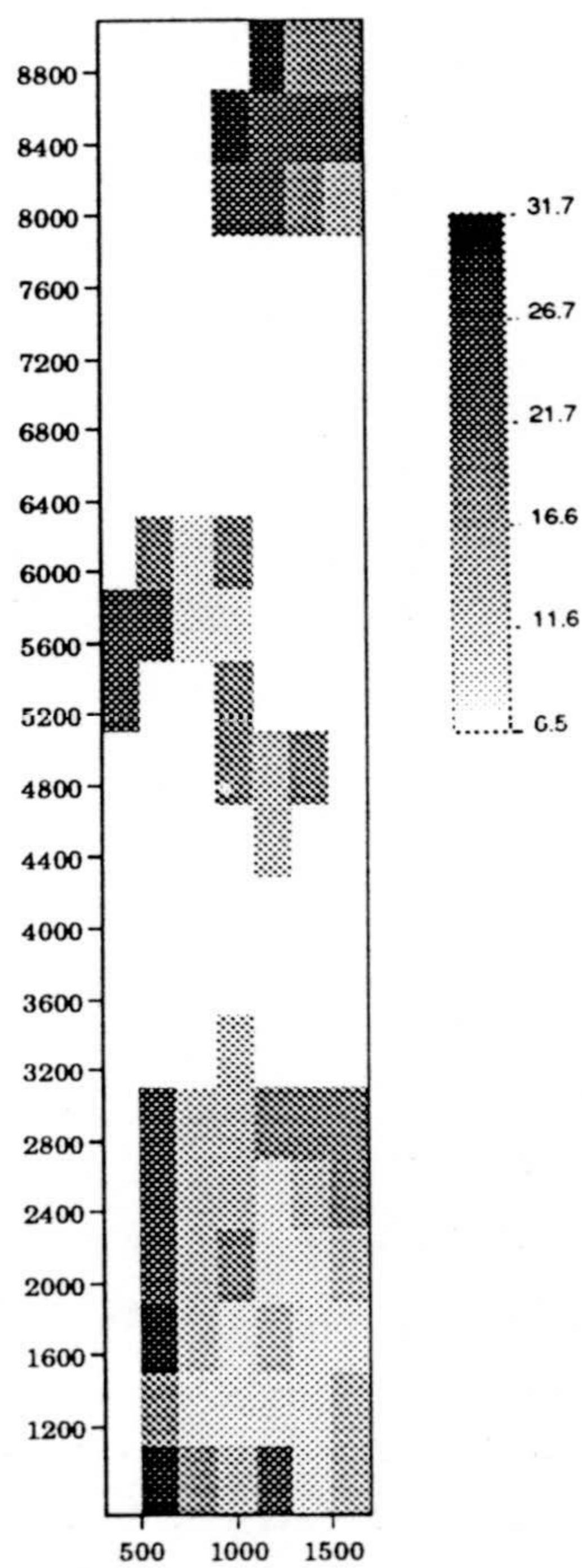


Figura II.32a. Mapa de medias móviles del Cu en el Area Total, ventanas de 200x400 m. sin solapamiento entre éstas.

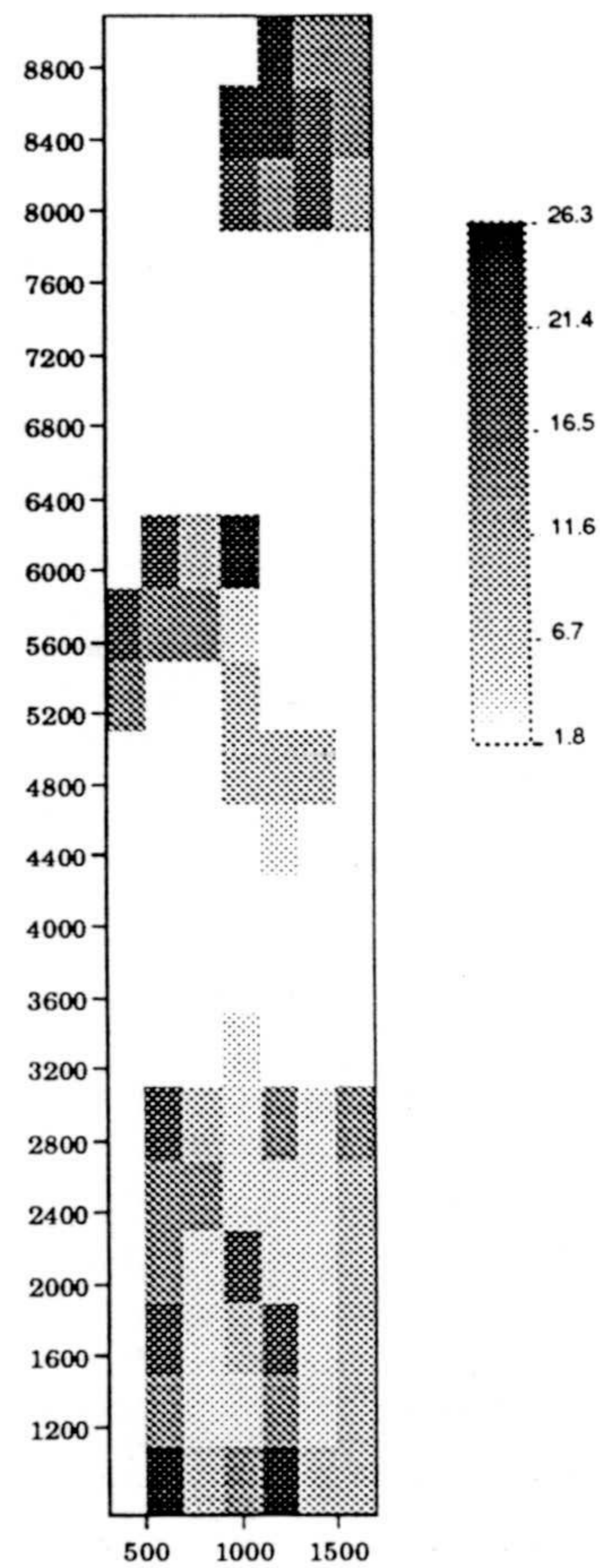


Figura II.32b. Mapa de desviaciones típicas del Cu en el Area Total, ventanas de 200x400 sin solape.

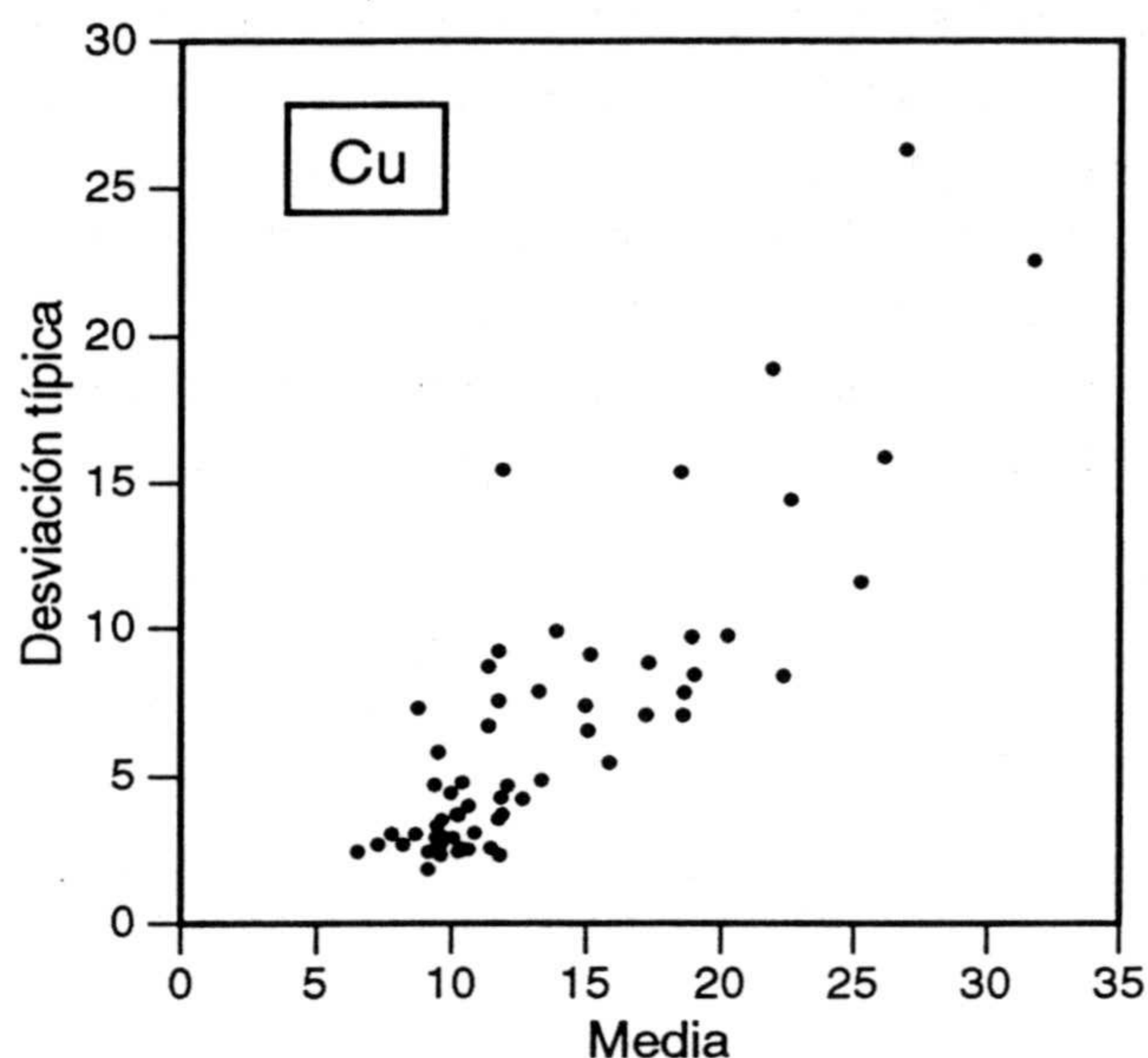


Figura II.32c. Diagrama que enfrenta los valores medios frente a los de las desviaciones típicas para el Cu, a partir de vecindades móviles de 200x400 m. sin solapamiento entre las ventanas.

2.5. Análisis del Zn

El Zn es otro de los metales base que presenta un interés económico de cara a una futura explotación del área de estudio, por lo que se va a prestar un interés especial y se estudiará por separado. Como se vio en el análisis general de la zona de trabajo, el Zn presenta una distribución con tendencia lognormal directa, con una alta concentración de datos alrededor de los valores más bajos y con algunos datos extremos alejados del resto de valores. En la Tabla II.10 se muestran los estadísticos de orden de esta variable, en la que destaca ese valor máximo bastante alto y lejos del tercer cuartil. Para poder analizar con mayor facilidad los rasgos estadísticos del Zn, lo mejor es ver los gráficos característicos del análisis exploratorio de datos. Entre estos gráficos se ha venido usando el gráfico de cajas como uno de los más interesantes, apareciendo en la Figura II.33 el correspondiente al Zn

para los 1204 datos del Area Total. Se aprecia en esta figura una concentración alrededor del límite entre el segundo umbral y los valores "outliers" de primer orden, para pasar después a tener sólo unos cuantos datos realmente elevados.

Tabla II.10. Estadísticos de orden del Zn en el Area Total.

	nº datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Zn	1204	14.0	55.0	78.0	106.0	1200.0	51.0	182.5	259.0

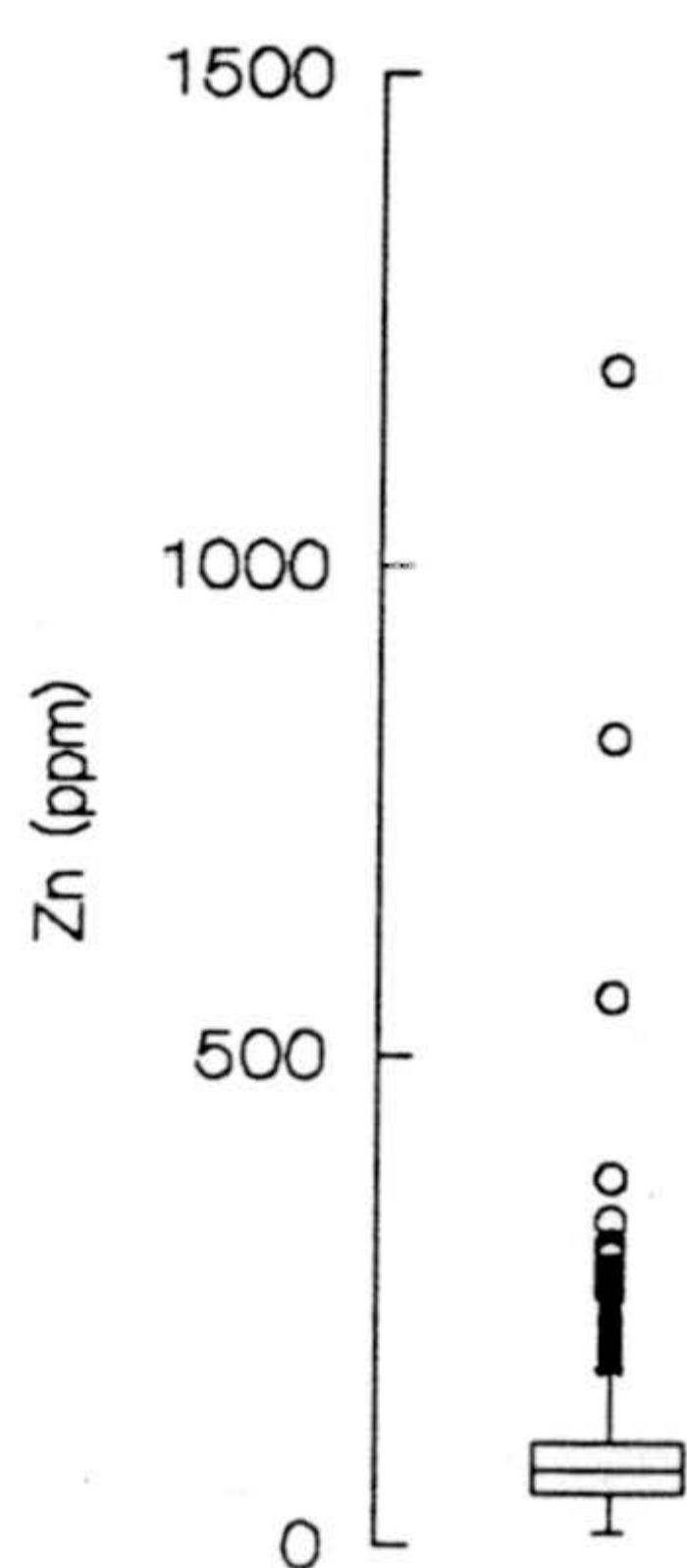


Figura II.33. Gráfico de cajas del Zn para el Area Total.

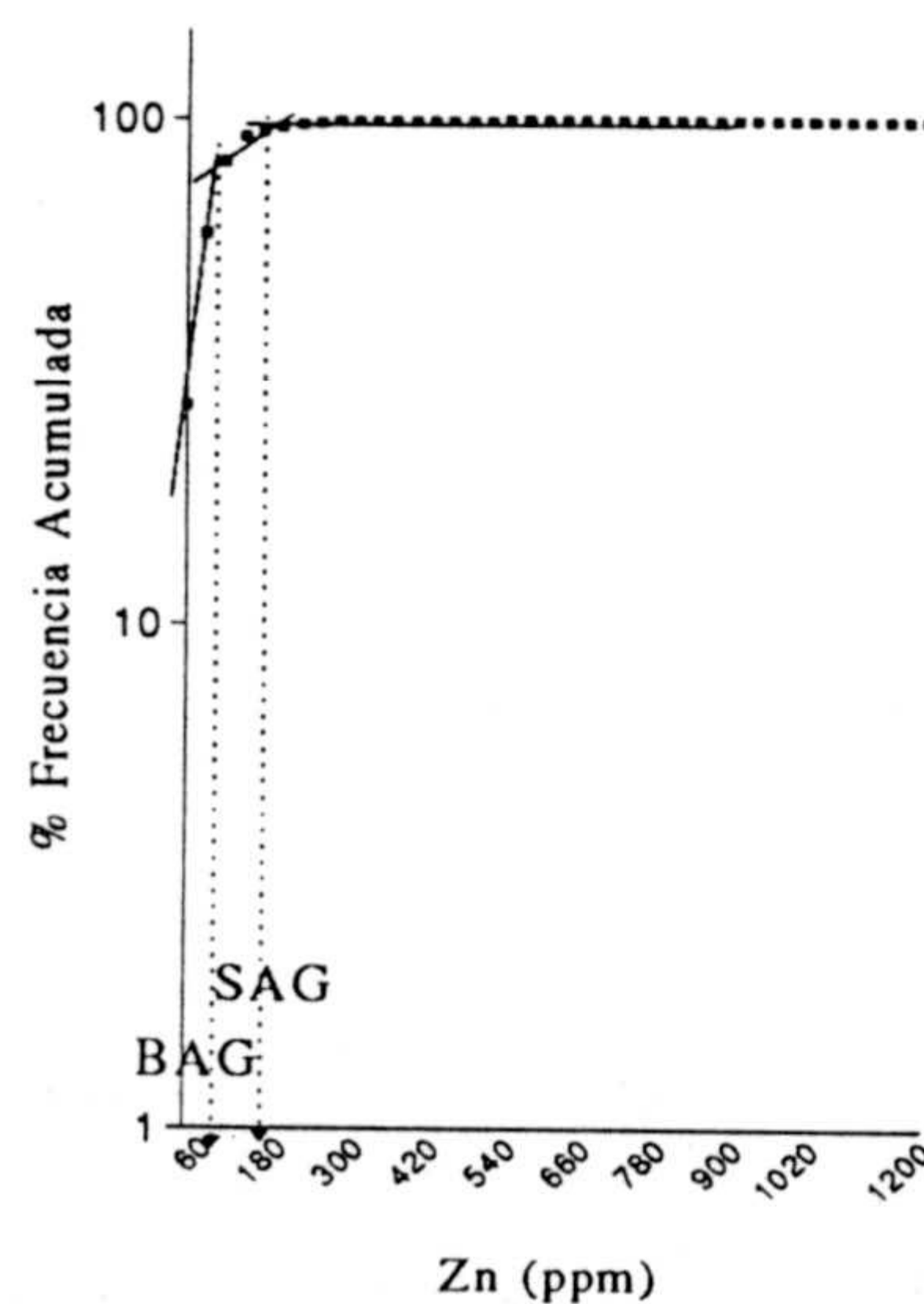


Figura II.34. Gráfico del Zn de frecuencias acumuladas del Zn en el Area Total, con los puntos BAG y SAG.

Descripción Estadística Univariante

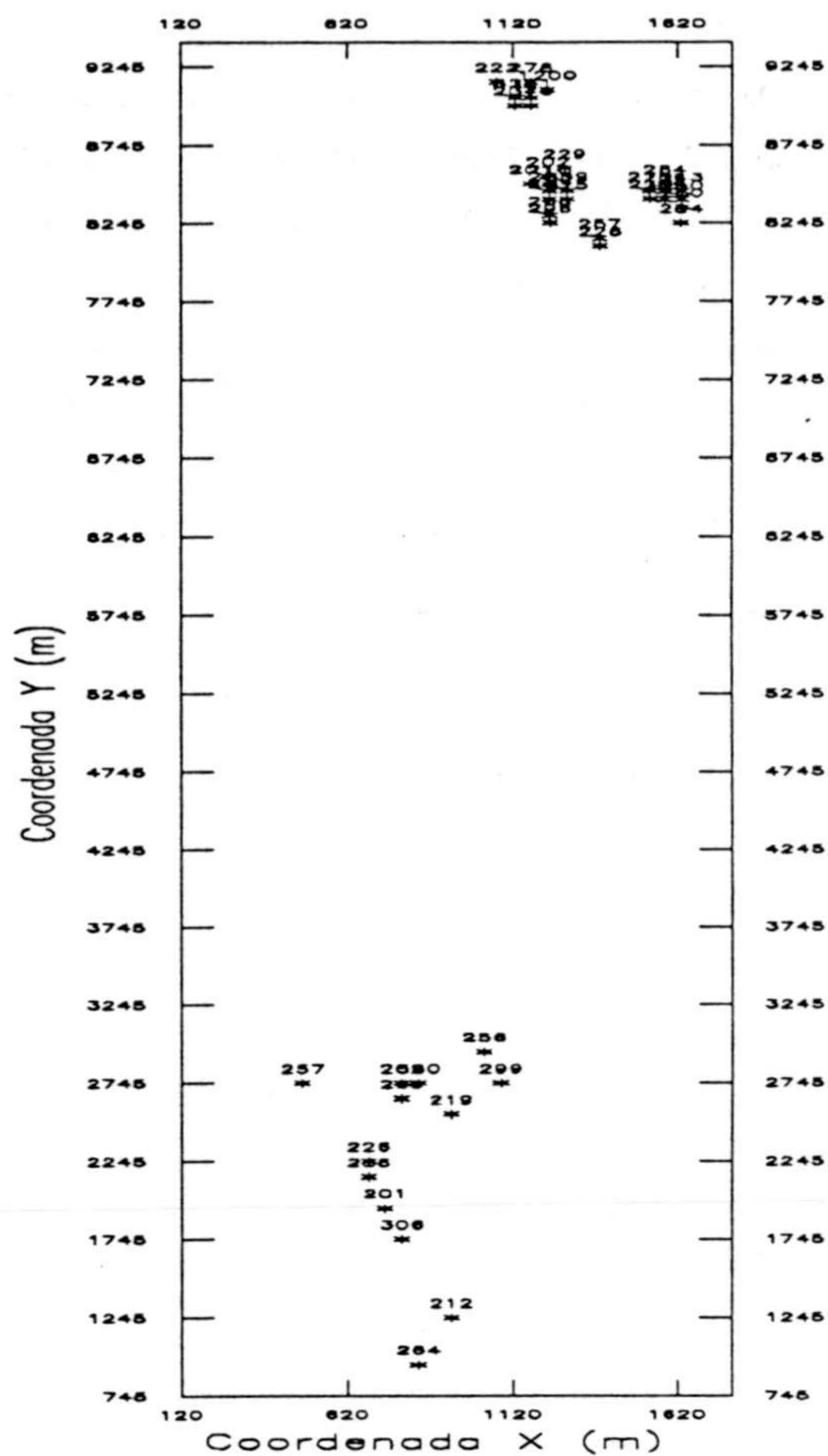


Figura II.35. Localización de los puntos anómalos para el Zn en el Area Total (escala de X con un realce del 50%).

Otra representación gráfica bastante útil para establecer los valores anómalos es el uso de la forma del gráfico de frecuencias acumuladas, como base para la señalización de los puntos BAG y SAG. Estos puntos delimitadores de anomalías se pueden situar alrededor de 100 ppm, para el caso del punto de *begining anomalous grade* y sobre 180 ppm para el *significant anomalous grade*. Como se puede observar, estos dos valores son algo menores que los establecidos con los umbrales de los gráficos de cajas ($U_1=182.5$ ppm y $U_2=259$ ppm), por ésto se ha optado por considerar una solución intermedia para intentar identificar los posibles valores anómalos para el Zn en el Area Total. Se considera como límite para establecer los

valores anómalos 200 ppm, apareciendo estos puntos representados en el mapa de la Figura II.35, correspondiente a toda el área de estudio. De la localización de estos puntos cabe destacar el hecho de que no aparezca ningún punto con valores elevados en la Zona de Abores, y por otra parte, la alta concentración de los mismos en la Zona de Vilarcovo, lo cual no parece responder a una razón meramente litológica, sino que esta asociación puede responder a razones diversas que el estudio estadístico univariante no permite desvelar.

Los mapas de estadísticos móviles pueden ayudar a establecer una cartografía del elemento bajo estudio, tanto en relación a sus valores medios, como respecto a la variabilidad del mismo. En este sentido, se han calculado los estadísticos para vecindades móviles del Zn, cuyos resultados se recogen en los mapas de medias y desviaciones típicas móviles, representados en las Figuras II.36a y II.36b, respectivamente. El mapa de valores medios localiza los valores más elevados en la Zona de Vilarcovo, lo que indica que, además de reunir la mayor cantidad de muestras anómalas, también éstas presentan los valores más altos. Por otro lado, los valores de la desviación típica también son mayores en esta Zona de Vilarcovo debido, posiblemente, a la existencia de valores altos y bajos próximos entre sí.

La variabilidad a lo largo del área de estudio no se mantiene constante, como se ha visto en la Figura II.36c, y los valores medios tampoco, dándose además la coincidencia de que crecen paralelamente, es decir, que las zonas donde ambos parámetros son elevados concuerdan. Este fenómeno conocido como heterocedasticidad (visto ya para otros elementos como el Au) indica una tendencia para el Zn y, además, queda perfectamente recogido en un diagrama que enfrente los valores medios a los de la desviación típica.

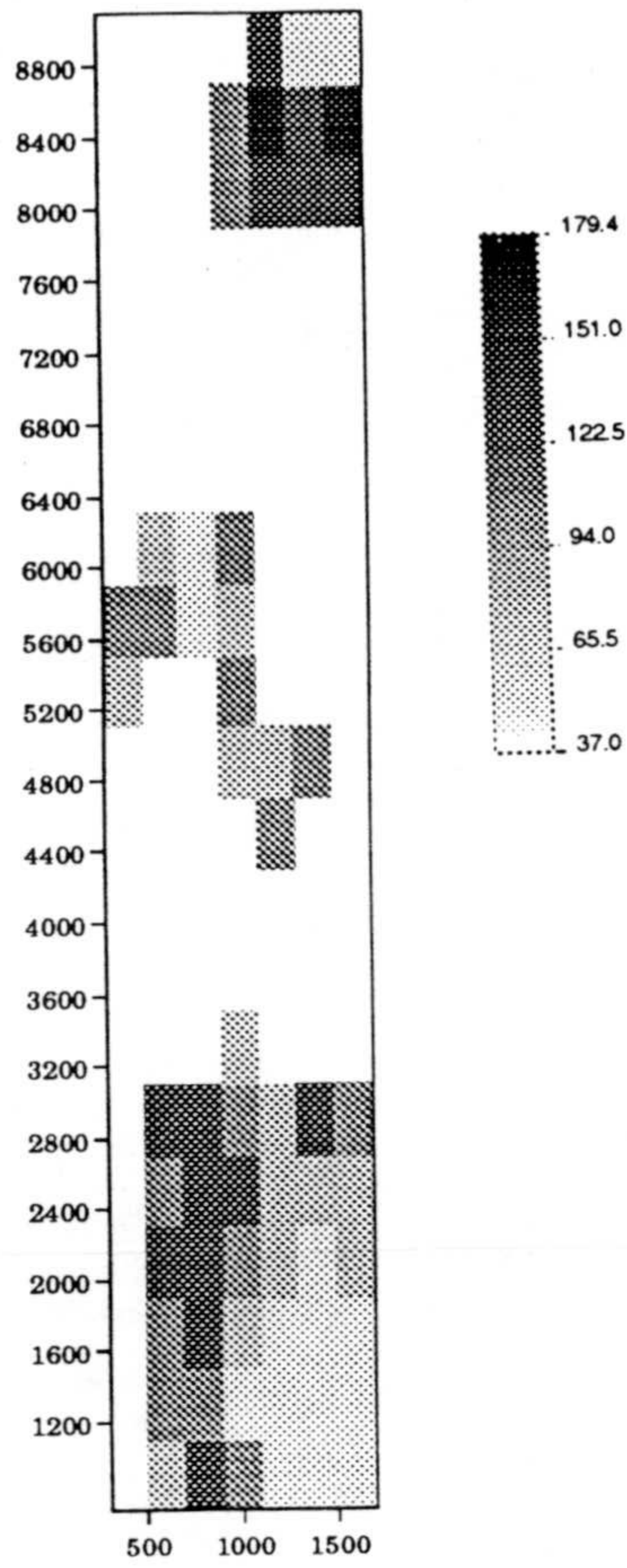


Figura II.36a. Mapa de valores medios del Zn en el Area Total, para ventanas móviles de 200x400 m. sin solape.

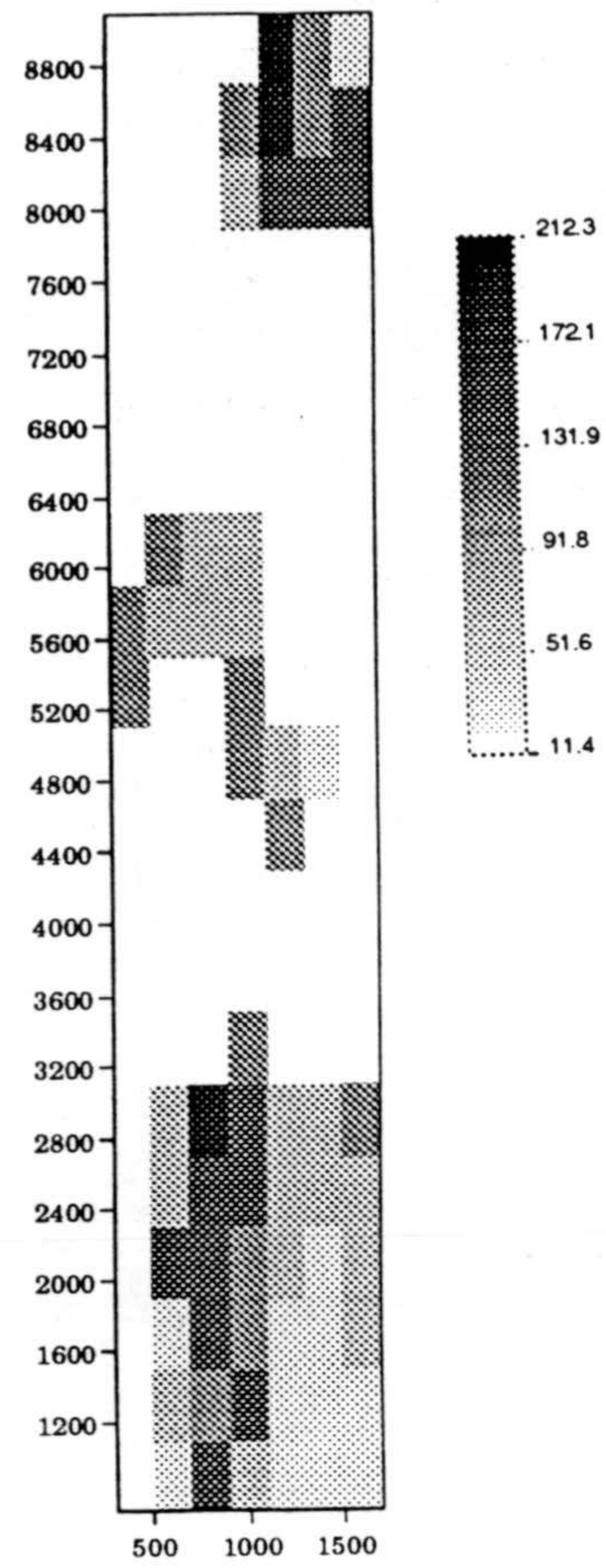


Figura II.36b. Mapa de vecindades para las desviaciones típicas del Zn en el Area Total, para ventanas de 200x400m, sin solapamiento.

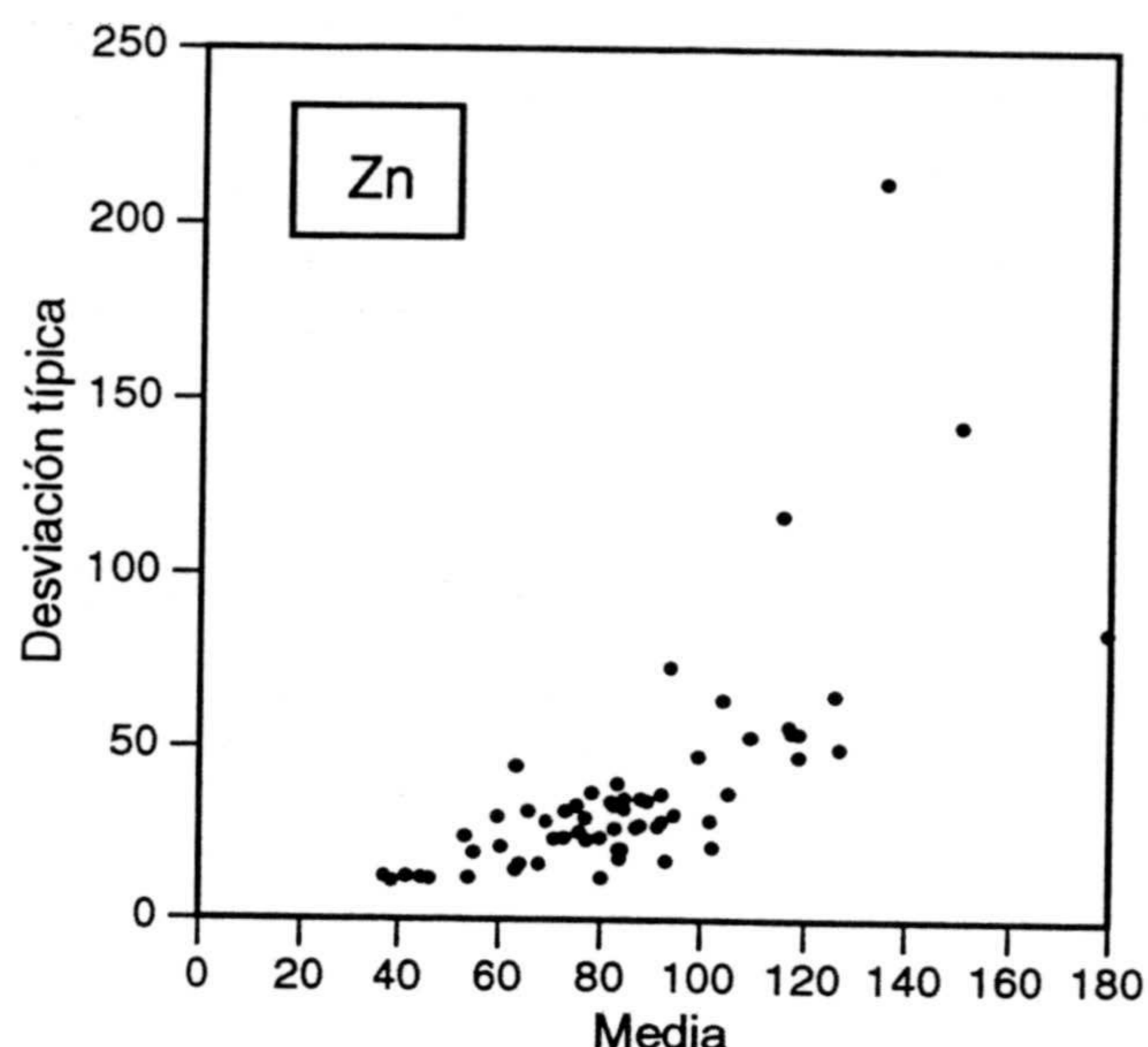


Figura II.36c. Diagrama de la media frente a la desviación típica del Zn para ventanas de 200x400 m. sin solape.

2.6. Análisis de los elementos de alteración hidrotermal: indicadores de Au

La precipitación de los sulfuros con Au suele estar acompañada por procesos hidrotermales y, como ya se vio en el capítulo I, allí donde estos efectos hidrotermales tengan su máxima expresión y coincidan con zonas anómalas de Au y elementos calcófilos asociados, es previsible que se den las condiciones más favorables para la existencia de mineralizaciones. En este sentido, parece interesante estudiar aquellos elementos asociados a la alteración hidrotermal: Sn-Be-Li, no obstante, habrá que tener en cuenta la influencia que la litología pueda tener en aquellas zonas donde se conoce la existencia de rocas graníticas.

Comenzando por el Sn, lo que más destaca es que este es un elemento

en el que hay un gran número de valores iguales e iguales al límite de detección (2.5 ppm), y por otra parte, presenta un valor máximo bastante alto, aunque no tan dispar como el del Be en relación al tercer cuartil. El Li tiene una distribución típicamente lognormal, con una cola más o menos continua y sin un salto tan brusco entre el tercer cuartil y el máximo. En la Tabla II.11 aparecen los estadísticos de orden de estos tres elementos.

Tabla II.11. Estadísticos de orden de Sn, Be y Li en el Area Total.

	nº datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	U1	U2
Sn	1204	2.5	2.5	2.5	6.0	72.0	3.5	11.25	16.5
Be	1204	0.5	2.0	3.0	4.0	121.0	2.0	7.0	10.0
Li	1204	12.0	31.0	39.0	49.0	138.0	18.0	76.0	103.0

El gráfico de cajas se ha venido empleando para establecer los valores "outliers" de primera y de segunda especie, así como para tener una mejor idea de cómo se distribuyen las variables (Figs. II.37a, II.37b y II.37c, para Sn, Be y Li, respectivamente), en donde se localizan claramente los valores anómalos para cada una de las variables, los cuales se han representado en un mapa del Area Total para cada una de las variables (Figs. II.38a, II.38b y II.38c, para Sn, Be y Li, respectivamente). Lo que más destaca, observando estos tres mapas, es los pocos valores extremos que presenta el Li a lo largo del área de estudio, mientras que el Sn muestra un gran número de muestras con valores establecidos como "outliers", prueba de la mayor homogeneidad del Li en relación a las otras variables. El Be, por su parte, tiene un número intermedio de valores extremos. No obstante, existe una coincidencia en la localización de estas muestras para las tres variables, fundamentalmente en la Zona de Abores, alrededor de los ortogneises biotíticos, lo que está indicando una relación litológica independiente de la asociación con las mineralizaciones que queda enmascarada por el mayor peso que ejerce el factor litológico, será necesario un tratamiento diferente que sea capaz de separar componentes relativas a distintas características (se verá más adelante).

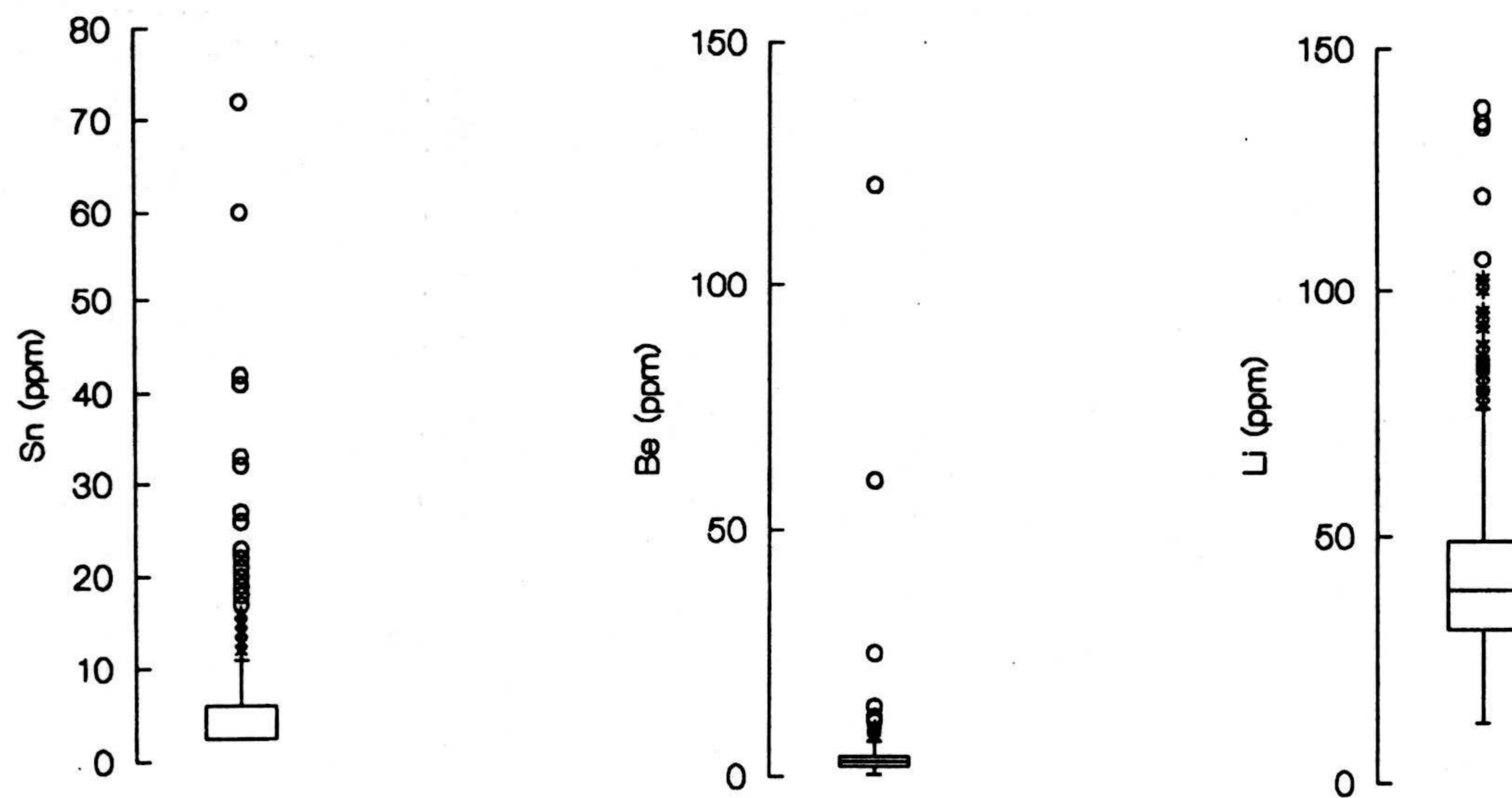


Figura II.37. Gráficos de cajas para cada uno de los elementos de la asociación hidrotermal: Sn (a), Be (b) y Li (c).

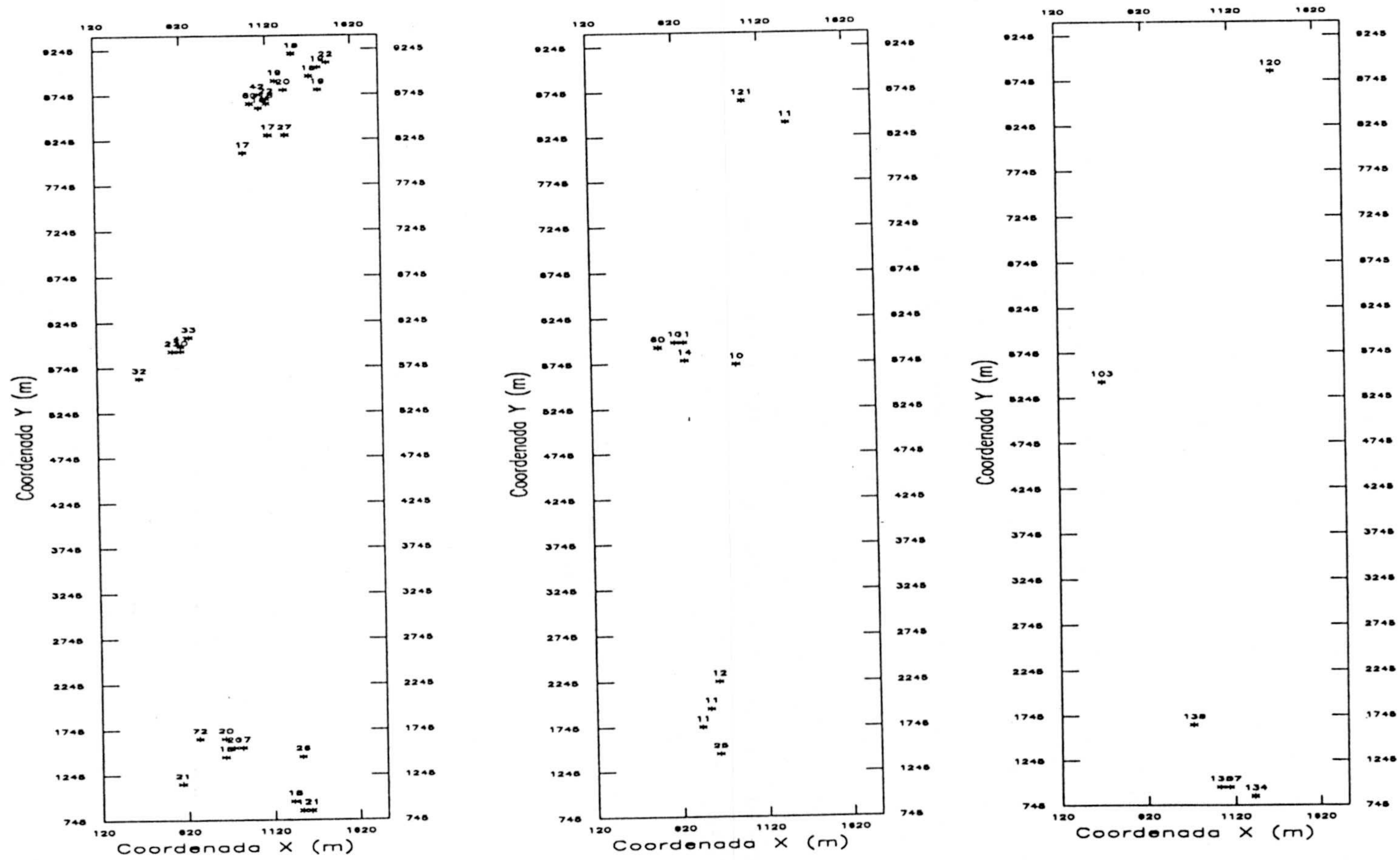


Figura II.38. Mapa de localización de los puntos anómalos para los elementos de carácter hidrotermal en el Area Total: Sn (a), Be (b) y Li (c). Estos mapas tienen un realce en X de un 50%.

Dado que no es posible establecer una clara relación con el Au por medio de un análisis estadístico univariante, no se va a realizar el estudio de estadísticos móviles para estas variables, posponiendo su estudio más detallado al uso de técnicas más adecuadas.

2.7 Grupo de variables de alto interés económico con rasgos numéricos de difícil tratamiento: W, Ag, Mo y Ta.

Este grupo de elementos presentan una característica en común y es que un porcentaje bastante elevado de los datos son iguales al límite de detección, lo que queda reflejado en la tabla de estadísticos de orden para estas cuatro variables (Tabla II.12). Obsérvese como para todas ellas el rango intercuartílico es nulo y que el número de datos iguales al límite de detección (=L.D.) es muy alto, por ejemplo, la Ag, de los 1204 datos presenta 1192 iguales al límite de detección, o el Mo, 1149. En definitiva, son elementos que se pueden considerar prácticamente inexistentes en la zona de trabajo y en los que cualquier tratamiento numérico carece de fundamento.

Tabla II.12. Estadísticos de orden de W, Ag, Mo y Ta en el Area Total.

	n° datos	mínimo	Q1	Q2	Q3	máximo	RIC	= L.D.
W	1204	2.5	2.5	2.5	2.5	14.0	<u>0.0</u>	1032
Ag	1204	0.5	0.5	0.5	0.5	1.6	<u>0.0</u>	1192
Mo	1204	1.0	1.0	1.0	1.0	6.0	<u>0.0</u>	1149
Ta	1204	2.5	2.5	2.5	2.5	9.0	<u>0.0</u>	999

↑

III. ESTUDIO ESTADISTICO
MULTIVARIANTE



III. DESCRIPCION ESTADISTICA MULTIVARIANTE

1. INTRODUCCION

Los métodos estadísticos multivariantes aplicados a campañas de exploración geoquímica, además de proporcionar una forma rápida y cómoda de visualizar e interpretar la información multielemental para un gran número de muestras, implica la posibilidad de definición de patrones geoquímicos de carácter multivariable, más acordes con la características propias de la información geoquímica. En general, la presencia de una mineralización en un área de estudio se manifiesta por la variación en la concentración, no de un elemento de forma individual, sino de una serie de elementos asociados entre sí. Por lo tanto, es necesario definir umbrales multielementales que separen anomalías y fondos de variación también con este carácter multivariable. Esta forma de abordar la problemática geoquímica puede llevar a la obtención de resultados más fiables a la hora de establecer zonas anómalas, pues no es lo mismo identificar un área anómala para un sólo elemento, que para varios elementos mutuamente correlacionados e indicadores de la mineralización subyacente.

En este capítulo se va a abordar el estudio multivariante del conjunto de datos de prospección geoquímica de la Reserva Finisterre B2-Fervenza, el cual implica la realización de una serie de pasos:

- Desde el punto de vista de revisión teórica, se realizará una descripción somera de las técnicas estadísticas multivariantes utilizadas en el estudio posterior. Por las características del conjunto de datos de los que se disponen en este trabajo, se ha optado por

considerar el análisis de componentes principales y el análisis de correspondencias como aquellos métodos más apropiados, por lo tanto, la primera parte de este capítulo está dedicada a comentar los aspectos teóricos más relevantes de ambas metodologías, así como los algoritmos de cálculo utilizados en la aplicación posterior.

- Ya, dentro del apartado meramente práctico, el primer paso consiste en el cálculo de la matriz de correlación, que puede considerarse el peldaño inicial, y obligado, de cara a establecer las relaciones existentes entre un conjunto de variables, y como matriz de entrada para los métodos factoriales usados posteriormente. En este sentido, se calculan tanto la matriz de Pearson, a partir de los datos brutos (con y sin cortes), como la matriz de correlación de Spearman, usando los rangos de estos datos, para intentar evitar la presencia de valores aberrantes.

- Dado que los datos presentan ciertos problemas distribucionales, se ha utilizado, en primer lugar, un método factorial de análisis de datos libre de hipótesis iniciales sobre la distribución, como el análisis de componentes principales. Esta técnica estadística se aplica sobre los datos brutos (matriz de correlación de Pearson) y sobre los datos transformados a sus respectivos rangos (matriz de correlación de Spearman).

- En una segunda etapa del estudio estadístico multivariante se va a emplear un método de análisis de datos como el análisis de correspondencias. Este es un método especialmente útil en geología, pues permite el estudio simultáneo de variables cuantitativas y cualitativas. En el caso concreto de estudio de variables geoquímicas tiene un interés adicional, ya que los datos brutos no pueden usarse directamente para obtener una caracterización del comportamiento geoquímico. Esto se debe fundamentalmente a que las variables geoquímicas dependen mucho de la precisión del aparato de medida, de la existencia de errores de muestreo o valores extremos que distorsionan la distribución. Por estas razones se ha escogido el AC, ya que permite establecer una serie de índices cuantitativos o modalidades basados en variables categóricas. Otra gran ventaja de esta técnica factorial es que confiere un estatuto simétrico a líneas y

columnas (muestras y variables) en la matriz de partida, permitiendo la proyección simultánea en un mismo espacio vectorial de dimensión menor que el inicial.

2. ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

2.1. Introducción

El *análisis de componentes principales* (ACP) es un método descriptivo de análisis de datos ampliamente usado en estudios de exploración geoquímica (Miesch, 1969; Esbensen et al., 1987; Wright et al., 1989; Weber y Davis, 1990; Jiménez Espinosa et al., 1993; entre otros muchos) y cuyo principal objetivo es separar las asociaciones de elementos inherentes en la matriz de correlación en una serie de grupos de elementos que sean capaces de explicar parte de la variabilidad observada en los datos originales, cuando se realiza el estudio en el llamado modo *R*. El propósito final es representar un gran número de elementos de los datos originales a través de un pequeño número de ejes factoriales denominados *componentes principales*, cada uno de los cuales es una función lineal (transformación) de los datos de partida, dando así una gran eficiencia en términos de síntesis de la información inicial, además de ser una herramienta útil desde el punto de vista de la interpretación. Otra posibilidad interesante de estudio es ver las relaciones existentes entre las muestras, opción que también permite el ACP, por medio del estudio en modo *Q*. En definitiva, la idea básica del ACP es proyectar las muestras y las variables en gráficos planos (2D) definidos por un pequeño número de ejes, minimizando la pérdida de información.

El ACP, aunque es una técnica estadística ampliamente conocida y con un sólido fundamento teórico establecido en el campo del álgebra lineal a principios de siglo, puede parecer, no obstante, necesario discutir algunas consideraciones metodológicas acerca del algoritmo concreto usado para la elaboración de este trabajo. Fundamentalmente, se ha seguido el algoritmo propuesto por Pereira y Sousa (1988) y Pereira (1990).

En el ACP la matriz de partida Z puede ser tomada como una nube de n puntos en \mathbf{R}^p o como una nube de p puntos en \mathbf{R}^n . Como cualquier método descriptivo de análisis de datos, el ACP tiene como objetivo reducir la dimensionalidad del espacio en el que las muestras y variables están proyectados, perdiendo el mínimo de información. Para reducir la dimensión del espacio se transforma el sistema de referencia de partida, de forma tal que la proyección de la nube en esos nuevos ejes (llamados componentes principales o ejes factoriales) va siendo sucesivamente menor, a medida que el orden de extracción de los ejes factoriales aumenta. Así, se obtiene el primer eje factorial, como aquel vector en el que la suma de los cuadrados de las proyecciones de la nube en ese eje es máxima. La segunda componente principal está contenida en el hiperplano perpendicular a la primera CP, y es en la dirección de ese hiperplano donde la suma de los cuadrados de las proyecciones de la nube en ese eje es máxima. El algoritmo continúa desarrollándose del mismo modo hasta extraer todos los ejes de la nube (ya sea p en \mathbf{R}^p o n en \mathbf{R}^n).

A través de este algoritmo, la nube de las n muestras queda así referida a un nuevo sistema de referencia de p ejes, tal que los ejes de orden elevado (en general superior a 3) contienen un porcentaje poco importante de la información sobre la localización de las muestras en el espacio. Si se acepta desprestigiar la información contenida en los ejes de orden superior a $p_1 \ll p$, se retienen sólo los p_1 primeros ejes, por lo que se puede hacer una descripción de las muestras en el nuevo sistema de referencia, en el cual la interpretación se facilita, ya que se analiza un pequeño número de gráficos planos cruzando las proyecciones en los ejes retenidos. Por otro lado, al escoger p_1 se conoce la pérdida de información inherente al método, que es la suma de los cuadrados de las proyecciones en los ejes de orden superior a p_1 . Se intenta establecer un equilibrio entre una pérdida de información mínima (lo que exige un máximo de ejes) y una facilidad de interpretación máxima (lo que exige la retención de un pequeño número de ejes).

2.2. Análisis en \mathbf{R}^p

Se trabaja con la matriz de correlación o varianza-covarianza como entrada en el algoritmo de cálculo de las componentes principales. Ambas

matrices se obtienen por medio del producto de $X' \cdot X$ (X' siendo la transpuesta de X), definiéndose la matriz X , en cada caso, como sigue:

- Var-Cov \rightarrow la matriz X tiene como término general: $x_{ij} = (z_{ij} - m_j) / \sqrt{n}$
- Corr. \rightarrow la matriz X tiene como término general: $x_{ij} = (z_{ij} - m_j) / (\sqrt{n} \cdot s_j)$

Para obtener la primera CP (aquella que conlleva un máximo de inercia o varianza de la nube inicial) se debe minimizar la pérdida de inercia entre la nube inicial y la nube proyectada en ese eje, U_1 (que es un vector unitario de \mathbb{R}^p). Minimizar la pérdida de inercia es lo mismo que minimizar la suma de los cuadrados de las distancias de cada punto a U_1 (aquí surge un paralelismo con la regresión ortogonal), o maximizar la suma de los cuadrados de las proyecciones sobre U_1 de todos los puntos de la nube. Dado que el vector U_1 es unitario, la proyección del vector x_i en U_1 es el producto interno $x_i \cdot U_1$

$$x_i \cdot U_1 = |x_i| |U_1| \cdot \cos \alpha; \quad \alpha \Rightarrow \text{ángulo entre } x_i \text{ y } U_1$$

$$\text{pero, } \text{proy}_{U_1} x_i = |\alpha_i| \cdot \cos \alpha = \frac{x_i \cdot U_1}{|U_1|} = x_i \cdot U_1 \quad \text{porque } |U_1| = 1$$

La proyección de los n individuos en U_1 viene dada por un vector $X \cdot U_1$ ($n \times 1$), que contiene las n proyecciones sobre el eje U_1 de las líneas de la matriz X . La suma de los cuadrados de las n proyecciones en U_1 se puede escribir como sigue:

$$\begin{matrix} (X U_1)' & (X U_1) & \Rightarrow \text{Escalar que da la inercia relativa a la CP1} \\ (1 \times n) & (n \times 1) & \end{matrix}$$

La relación anterior es equivalente a:

$$U_1' \cdot X' \cdot X \cdot U_1 \quad [1]$$

donde se reconoce la presencia de la matriz de correlación ($X' \cdot X$). Para encontrar U_1 bastará maximizar $(U_1' \cdot X' \cdot X \cdot U_1)$ bajo la imposición de que $U_1' \cdot U_1 = 1$. Formando la Lagrangiana \mathcal{L} y derivando, se obtiene la ecuación que da U_1 :

$$X' \cdot X \cdot U_1 = \lambda_1 \cdot U_1 \quad [2]$$

U_1 es el primer vector propio de la matriz de inercia o de correlación $X' \cdot X$ y λ_1 es el respectivo valor propio. Para analizar el significado de λ_1 , se toma la expresión [2] y se multiplica por U_1' :

$$U_1' \cdot X' \cdot X \cdot U_1 = \lambda_1 \quad \text{porque} \quad U_1' \cdot U_1 = 1 \quad [3]$$

por lo tanto λ_1 mide la parte de inercia relativa al eje 1 para las condiciones de máximo (es la suma de los cuadrados de las proyecciones de la nube sobre el eje U_1 , para el cual esa suma es máxima).

Siguiendo con el desarrollo del algoritmo, se pasará ahora a calcular la CP2 o eje 2, U_2 , unitario y ortogonal al 1, del mismo modo en que se hizo para CP1, y en el que la suma de los cuadrados de las proyecciones es máxima :

$$\text{MAX } (U_2' \cdot X' \cdot X \cdot U_2) \quad \text{para} \quad U_2' \cdot U_2 = 1 \quad \text{y} \quad U_2' \cdot U_1 = 0$$

Obteniéndose al final la expresión ya conocida para el eje 1 (ver [2]):

$$X' \cdot X \cdot U_2 = \lambda_2 \cdot U_2 \quad [4]$$

Del un modo general se puede establecer la siguiente ecuación para el cálculo de cualquier CP:

$$X' \cdot X \cdot U_\alpha = \lambda_\alpha \cdot U_\alpha \quad \text{con } \alpha = 1, \dots, p \quad [5]$$

La ecuación [5] lleva a la solución del problema del ACP en \mathbf{R}^p : los nuevos ejes factoriales U_α son los vectores propios de la matriz de varianza-covarianza o de correlación $X' \cdot X$, y la parte de inercia de cada CP viene dada por los valores propios λ_α . Por tanto bastará diagonalizar (cálculo de los vectores y valores propios) la matriz $X' \cdot X$ para encontrar los ejes factoriales en los cuales la nube de los individuos será posteriormente proyectada.

La "importancia" de cada CP (designada por el valor propio) viene dada por el cociente entre la suma de los cuadrados de las distancias al

centro de gravedad de las proyecciones en esa CP y la suma de los cuadrados de las distancias al mismo centro de gravedad para la nube inicial. Desde un punto de vista estadístico se puede hablar de la relación entre la varianza de las proyecciones en la CP y la varianza total. Por otro lado la varianza total del sistema es la suma de las varianzas parciales, es decir, la traza de la matriz de varianzas-covarianzas. Además, se demuestra que la suma de los valores propios de una matriz es igual a la traza de la matriz. De ahí que la suma de los valores propios de la matriz de varianzas-covarianzas represente la varianza total de los datos. Por lo tanto, la razón $\lambda_\alpha / \sum_\alpha \lambda_\alpha$ representa el porcentaje de varianza explicada por cada CP.

2.3. Análisis en \mathbf{R}^n

Cada columna de la matriz de datos original se toma ahora como un vector de n componentes, lo que conduce a una nube de p puntos. Sean:

- W_α los vectores unitarios ($n \times 1$) a calcular;
- $X' \cdot W_\alpha$ las p proyecciones de las columnas de la matriz X en W_α ;
- $(X' \cdot W_\alpha)' \cdot (X' \cdot W_\alpha)$ la suma de los cuadrados de las proyecciones;
- $W_\alpha' \cdot X \cdot X' \cdot W_\alpha$ la cantidad a maximizar.

Por un razonamiento análogo al realizado anteriormente para \mathbf{R}^p , W_α son los vectores propios de $X' \cdot X$:

$$X \cdot X' \cdot W_\alpha = \mu_\alpha \cdot W_\alpha \quad \text{con} \quad \begin{aligned} |W_\alpha| &= 1 \\ W_\alpha' \cdot W_\lambda &= 0 \\ \mu_\alpha &= W_\alpha' \cdot X \cdot X' \cdot W_\alpha \end{aligned}$$

donde μ_α son los valores propios.

Por medio de una sucesión de transformaciones (Pereira, 1990) se verifica que los vectores propios μ_α y λ_α son los mismos, lo que permite el que sólo sea necesario diagonalizar una de las matrices $X' \cdot X$ o $X \cdot X'$.

Puesto que $\mu_\alpha = \lambda_\alpha$, lo que se necesita es buscar la relación existente

entre los vectores propios en los espacios. A través de una serie de cálculos se obtienen las relaciones de transición (Lebart et al., 1979) que permiten pasar de un espacio a otro:

$$W_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\alpha}}} \cdot X \cdot U_{\alpha} \quad [6]$$

$$U_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\alpha}}} \cdot X' \cdot W_{\alpha} \quad [7]$$

Para encontrar las proyecciones de las variables en W_{α} ($X' \cdot W_{\alpha}$) bastará con calcular $U_{\alpha} \cdot \sqrt{\lambda_{\alpha}}$, previa diagonalización de la matriz $X' \cdot X$.

La proyección de una variable en un eje factorial coincide con el coeficiente de correlación de esa variable con el eje:

$$Proy_{W_j} x_j = x_j \cdot W_j = COV(x_j, W_j) = \rho(x_j, W_j)$$

$$j = 1, \dots, p$$

al ser x_j y W_j vectores unitarios, tienen una varianza igual a 1.

Al valor de la correlación de un variable con una CP se le denomina *peso* o (*loading*).

En el análisis en \mathbf{R}^n , los p puntos-variable están a una distancia 1 del origen:

$$d^2(j, o) = \frac{1}{n} \sum_i \frac{(q_{ij} - m_j)^2}{s_j^2} = 1$$

Los puntos-variable están sobre una hiperesfera de radio 1 centrada en el origen. La distancia de dos puntos j y j' viene dada por:

$$d^2(j, j') = \frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{q_{ij} - m_j}{s_j} - \frac{q_{ij'} - m_{j'}}{s_{j'}} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{q_{ij} - m_j}{s_j} \right)^2 + \frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{q_{ij'} - m_{j'}}{s_{j'}} \right)^2 - 2 \frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{q_{ij} - m_j}{s_j} \cdot \frac{q_{ij'} - m_{j'}}{s_{j'}} \right) = 2(1 - r_{jj'})$$

en donde $r_{jj'}$ es el coeficiente de correlación entre las variables j y j' .

Por lo tanto las proximidades entre las variables pueden ser interpretadas en términos de correlación: los puntos que estén más próximos presentarán una correlación fuertemente positiva ($r_{jj'} \approx 1$), mientras que los que estén más alejados su correlación será fuertemente negativa ($r_{jj'} \approx -1$).

2.4. ACP usando la matriz de correlación de Spearman

Esta opción de cálculo de las componentes principales se basa simplemente en el uso de los datos transformados a sus correspondientes rangos. Esto es, ordenar los valores para cada una de las variables en orden creciente y asignarles el número de orden respectivo. Cuando varias muestras presentan el mismo valor para una variable, se usa la media de sus rangos (Conover, 1980), tal y como se muestra en el ejemplo simplificado de la Tabla III.1.

A partir de estos datos transformados se puede calcular la matriz de correlación no paramétrica, matriz de correlación de Spearman, definida por este autor en 1904, y que posteriormente es introducida en el algoritmo de cálculo del ACP, al igual que se hizo con la matriz de correlación de Pearson.

En el caso más simple de considerar dos variables X e Y medidas en n muestras: $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$, sea $R(X_i)$ el rango de X_i y $R(Y_i)$ el rango de Y_i , en estas condiciones se define la matriz de correlación de Spearman como

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n R(X_i)R(Y_i) - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n R(X_i)^2 - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=1}^n R(Y_i)^2 - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Esta matriz de correlación es igual a la matriz de Pearson en el caso de calcularla sobre los datos transformados a sus respectivos rangos o promedios de los mismos, si se presentan varias muestras con el mismo valor.

Tabla III.1. Ejemplo que ilustra el procedimiento utilizado para establecer los rangos de una variable, para el caso de existir varias muestras con valores iguales.

Muestra	Valores Ordenados	Valores de los rangos ordenados
A	3.0	1.0
B	4.0	2.5
C	4.0	2.5
D	5.0	6.0
E	5.0	6.0
F	5.0	6.0
G	5.0	6.0
H	5.0	6.0
I	6.0	11.0
J	6.0	11.0
K	6.0	11.0
L	6.0	11.0
M	6.0	11.0
N	8.0	14.0

La utilización de este tipo de medida de correlación es de gran interés cuando se está tratando con datos que presentan una serie de valores extremos, los cuales distorsionan enormemente los resultados por medio del cálculo de la matriz clásica de Pearson. En el caso concreto de estudio de la presente Tesis, una gran parte de las variables presentan valores extremos, algunos varios órdenes de magnitud por encima del tercer cuartil, tal y como se vio en el capítulo II. La transformación a rangos permite el tratamiento de estos datos sin necesidad de eliminarlos de los cálculos, como se suele hacer en algunas ocasiones.

2.5. Reglas de interpretación

Como ya se ha dicho, el objetivo del ACP consiste en la reducción de los espacios puestos en juego. Los ejes factoriales resultantes constituyen una nueva base jerarquizada del espacio. Cada eje o CP es responsable de una determinada cantidad de inercia de la nube (\equiv varianza).

Una forma cómoda de visualizar la nube es proyectarla en los planos definidos por las CP, que expliquen un porcentaje de varianza suficiente. Por lo que se tienen una serie de gráficos planos en los que se proyectan las variables y las muestras. Esta representación permite ver las relaciones existentes dentro de y entre ambas nubes. Como se ha comentado anteriormente, los puntos representativos de las variables están en una hiperesfera de radio 1. Se puede evaluar la calidad de la representación de un conjunto de variables en un plano factorial concreto trazando un círculo de radio unidad y analizando la posición de dichas variables en relación al círculo: se considera que el plano factorial es representativo para el estudio de esas variables si éstas están próximas a la circunferencia, cuanto más alejadas estén del origen mejor representadas estarán. Por otra parte, las muestras no se proyectan sobre un círculo de radio unidad, de ahí que en la proyección sobre uno de los planos factoriales las muestras aparezcan repartidas de forma más o menos equilibrada alrededor del origen, que es su centro de gravedad (este puede ser un criterio de detectar valores extraños, como aquellos que no aparecen cerca del origen).

Si las proximidades entre muestras se interpretan como la similitud

en el comportamiento de éstas, y la proximidad entre variables se interpreta en términos de correlación entre dichas variables, hay que evitar la interpretación de la distancia que separa puntos de variables de puntos de muestras, ya que no forman parte de la misma nube. Sin embargo, es lícito comparar las posiciones respectivas de dos muestras con relación al conjunto de variables y de dos variables con relación al conjunto de muestras.

2.5. Rotación de las componentes

La matriz factorial no rotada y sus construcciones factoriales proporcionan una interpretación de los datos, pero no garantizan que esta interpretación sea la "correcta" desde un punto de vista geológico. Normalmente, es necesario rotar estas componentes para identificar construcciones factoriales útiles y significativas (Miesch, 1969). Las soluciones rotadas son matemáticamente equivalentes a las no rotadas, puesto que la rotación implica meramente un cambio en el sistema de referencia para un mismo espacio vectorial, con el fin de concentrar la varianza a lo largo de unos pocos ejes factoriales. Sin embargo, aunque existe una creencia generalizada de que la rotación de los ejes factoriales proporciona soluciones geológicamente más coherentes, no obstante, existe poco acuerdo sobre qué método de rotación es el más adecuado. Fundamentalmente se pueden considerar dos tipos de rotaciones: (i) ortogonales, cuando se dejan los ejes factoriales formando un ángulo recto, y (ii) oblicuas, al permitir que los ángulos entre los ejes factoriales se desvíen de la ortogonalidad (Catalán Alonso, 1990). Dentro de cada uno de éstos existen diferentes métodos, siendo los más comunes la rotación varimax, cuartimax y ecuamax. En este estudio se ha seguido el método de rotación por varimax, que se comenta a continuación.

2.5.1. Rotación varimax

Este método definido por Kaiser (1958) es el más popular de todos. Se basa en la idea de que la componente principal más interpretable tiene pesos altos y bajos, pero pocos de magnitud intermedia. Tal CP tendrá una

gran varianza de pesos al cuadrado, ya que los valores están separados al máximo. El método implica la maximización de la varianza de los pesos de los ejes factoriales, la cual se realiza de una forma interactiva. Sea $A(p \times k)$ la matriz de las componentes no rotadas, siendo p el número de variables y k el número de CP, y $B(k \times k)$ una matriz ortogonal. La matriz M de los pesos rotados es $M=A \circ B$. Kaiser propone que la matriz B , en el caso de $k=2$, es

$$B = \begin{pmatrix} \cos(t) & \text{sen}(t) \\ -\text{sen}(t) & \cos(t) \end{pmatrix}$$

y representa una rotación, de valor el ángulo t , de los ejes coordenados en el sentido de las agujas del reloj. Cuando $k > 2$ es necesario usar una solución interactiva. La primera y segunda componentes principales son rotadas por un ángulo determinado por el método anterior. El nuevo primer factor es entonces rotado con el tercer factor original, y así hasta que todos los $(1/2) \circ k \circ (k-1)$ pares de CP han sido rotadas. Esta secuencia de rotación se llama ciclo.

En la Figura III.1 se representa un caso esquemático en el que se muestra la rotación varimax aplicada a un conjunto de variables procedentes de prospección geoquímica y los cambios que se pueden observar de cara a la interpretación de los resultados.

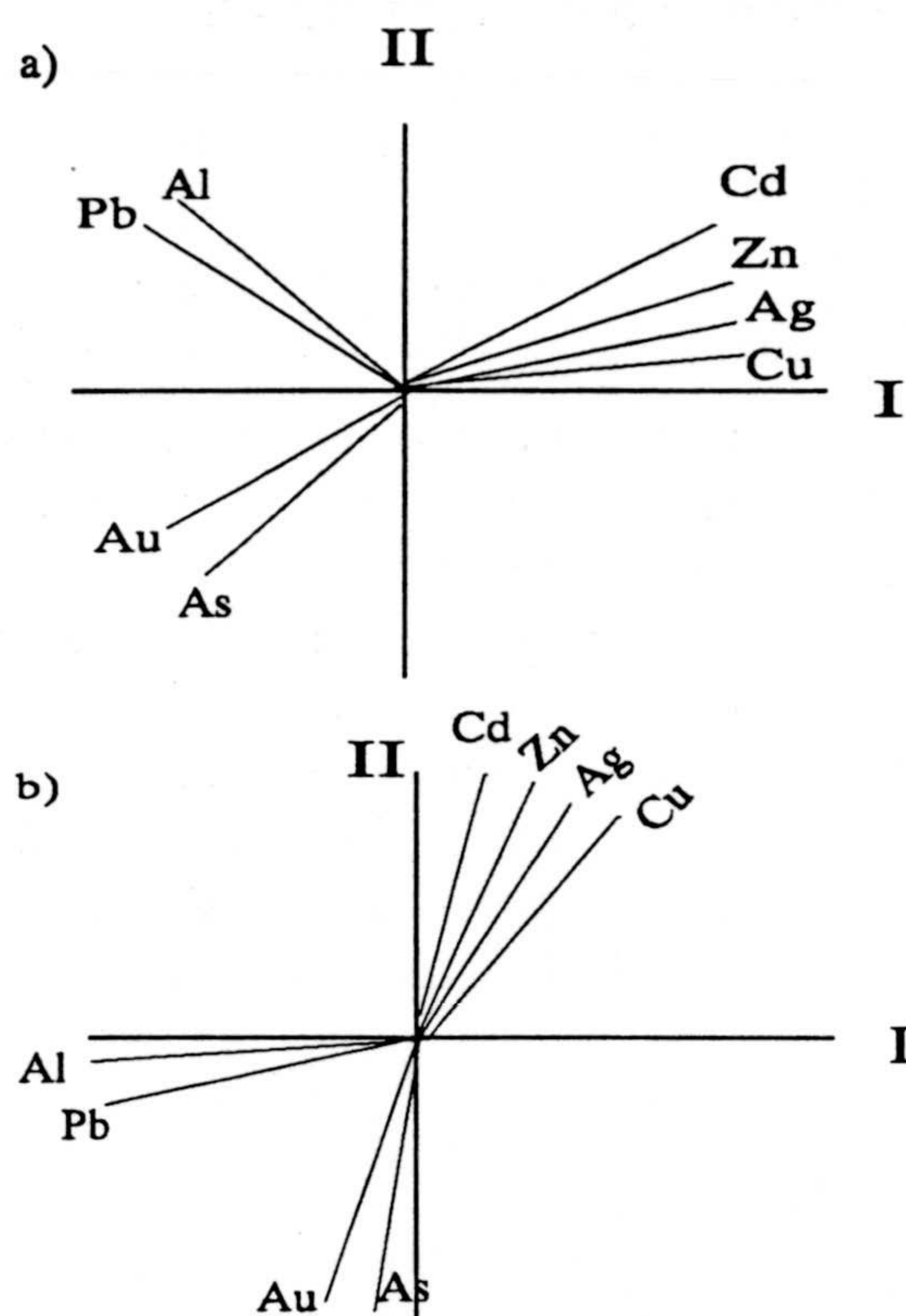


Figura III.1. Representaciones vectoriales de una serie de variables pertenecientes a una campaña de prospección geoquímica. El caso (a) muestra factores sin rotar, se observa como elementos tan significativos como el Au queda con los pesos repartidos entre los dos ejes factoriales, sin aparecer una componente que determine la asociación Au-As, e igual para el Pb-Al. (Modificado de Miesch, 1966).

3. ANALISIS DE CORRESPONDENCIAS

3.1. Introducción

El *análisis de correspondencias* (AC), desarrollado por Benzécri (1973), tiene un dominio de aplicación distinto del análisis de componentes principales. Si éste último se refiere a tablas de medidas eventualmente heterogéneas, el análisis de correspondencias se aplica a las llamadas tablas de contingencia. Se llama tabla de contingencia a una tabla de reparto de una población, según dos caracteres cualitativos que se cruzan. Es decir, se tienen dos variables que se cruzan, pudiendo estar cada una de ellas desdoblada en modalidades o categorías, de forma que en el cruce de la modalidad i con la modalidad j aparece la frecuencia absoluta de los casos en los que estas dos modalidades se dan simultáneamente (Fig. III.2). La suma a lo largo de las diferentes filas, i , da $k(i)$, que es el histograma de la variable i . Por otro lado, si se hace la suma a lo largo de las columnas, j , se obtiene el histograma de la variable 2. Evidentemente, $\sum_i k(i) = \sum_j k(j) = K$, siendo K el número total de casos.

	1	...	j	...	p	Suma	
1							
.							
.							
i	-----	-----	K(i,j)	-----	-----	K(i)	
.							
.							
n							
Suma	-----					K(j)	K

Figura III.2. Esquema general de una tabla de contingencia.

Las cifras que aparecen en una tabla de contingencia son números enteros positivos, resultantes de un recuento. Las filas y las columnas

aparecen como distribuciones de frecuencias y juegan un papel simétrico. Es lógico, por tanto, que el AC sea simétrico respecto a filas y columnas, y permita comparar distribuciones de frecuencias.

En el caso concreto del análisis de datos procedentes de campañas geoquímicas, se va a tener una nube formada por las diversas muestras en las que se ha tomado la información experimental y otra nube constituida por los elementos analizados. Además, se puede disponer de información cualitativa adicional, como datos de presencia de ciertos minerales, tipo de texturas, existencia de fracturas, etc. El poder que tiene el análisis de correspondencias para poder tratar tanto variables cualitativas como cuantitativas (previamente divididas en modalidades), de forma conjunta o independiente, le confiere una gran ventaja sobre otros métodos de análisis de datos.

En este trabajo se ha utilizado como base conceptual los trabajos de los siguientes autores Pereira y Sousa (1988), Pereira (1990), Chacón Oreja (1990) y Greenacre (1984).

3.2. Transformación inicial de la matriz de partida

Se parte de una matriz $n \times p$ de números positivos constituida por los elementos $K(i,j)$. Esta matriz puede ser considerada como una tabla de contingencia o ser asimilable a ella. En el caso concreto de tener una matriz de datos geológicos, la matriz original es del tipo $X=x_{ij}$, donde cada uno de estos elementos x_{ij} representa el valor que toma una muestra i con respecto a una variable j . Obviamente, siempre serán números enteros positivos, de ahí que se pueda aplicar el mismo razonamiento que para el caso de una verdadera tabla de contingencia.

Entonces, partiendo de la matriz $K(i,j)$ ó $X(i,j)$, se efectúa la transformación que se describe a continuación, como primer paso en la aplicación del AC.

El número total de casos es $K=\sum_i \sum_j K(i,j)$, para los datos de la tabla de contingencia, ó $X=\sum_i \sum_j X(i,j)$ cuando éstos pueden ser asimilados a una tabla

de este tipo. Se calcula $f_{ij}=K(i,j)/K$ ó $f_{ij}=X(i,j)/X$ (1), obteniéndose así las frecuencias relativas de cada elemento de la matriz. Una vez obtenidas las correspondientes frecuencias relativas, el modo de trabajar ya es el mismo sea cual sea el tipo de matriz de partida. Para mostrar el desarrollo se usará la nomenclatura relativa a las tablas de contingencia, aunque puede ser extensible a los otros tipos de datos.

Si $K(i)=\sum_j k(i,j)$ y $K(j)=\sum_i k(i,j)$ son las sumas de cada fila y cada columna, las respectivas frecuencias marginales se definen como:

$$f_i = \sum_{j=1}^p f_{ij} = \sum_{j=1}^p \frac{K(i,j)}{K} = \frac{K(i)}{K}$$

siendo f_i la frecuencia marginal de la muestra i

$$f_j = \sum_{i=1}^p f_{ij} = \sum_{i=1}^p \frac{K(i,j)}{K} = \frac{K(j)}{K}$$

siendo f_j la frecuencia marginal de la variable j .

Evidentemente, se cumple que $\sum f_i = \sum f_j = 1$.

Se denominará perfil de una muestra, f_j^i , al conjunto de las coordenadas de dicha muestra en \mathbf{R}^p . Una coordenada de orden j de ese perfil viene dada por la siguiente relación:

$$f_j^i = \frac{f_{ij}}{f_i} = \frac{\frac{K(i,j)}{K}}{\frac{K(i)}{K}} = \frac{K(i,j)}{K(i)}$$

Para tablas de contingencia, las coordenadas de las muestras pueden interpretarse como la probabilidad condicional de que ocurra j , sabiendo que se da i .

La suma de las coordenadas de una muestra es unitaria:

$$\sum_I f_j^i = \sum_{j=1}^p \frac{f_{ij}}{f_i} = \frac{\sum_{j=1}^p K(i,j)}{K(i)} = \frac{K(i)}{K(i)} = 1 \quad [8]$$

Dado que las coordenadas de las muestras deben respetar la condición [8], esto significa que éstas se encuentran en un espacio de dimensión $p-1$, debido a la transformación inicial de los datos necesaria para el AC.

El conjunto de las coordenadas de una variable j en \mathbf{R}^n constituye su perfil, notado por f_j^i . Una coordenada de orden i de ese perfil viene dada por:

$$f_i^j = \frac{f_{ij}}{f_j} = \frac{\frac{K(i,j)}{K}}{\frac{K(j)}{K}} = \frac{K(i,j)}{K(j)}$$

Al igual que ocurría antes, para el caso concreto de las tablas de contingencia, las coordenadas pueden ser interpretadas en términos de probabilidad condicional de que ocurra i , dándose j .

También en \mathbf{R}^n la suma de las coordenadas de una propiedad es unitaria:

$$\sum_I f_i^j = \sum_{i=1}^N \frac{f_{ij}}{f_j} = \frac{\sum_{i=1}^N K(i,j)}{K(j)} = \frac{K(j)}{K(j)} = 1$$

Precisamente, a través de esta transformación simétrica de filas y columnas, se asegura una representación simultánea de las muestras y de las variables en el mismo espacio.

3.3. Construcción de la matriz de inercia

Al igual que el resto de los métodos de análisis de datos, el objetivo del análisis de correspondencias es encontrar los ejes de inercia de la nube de las muestras (o variables) en el espacio de las variables (o muestras). El problema es, por tanto, el de la búsqueda de los vectores propios de una matriz de inercia particular, en la que las coordenadas de los puntos se obtienen por medio de los respectivos perfiles f_j^i o f_i^j y en donde los pesos y las distancias se consiguen de forma ligeramente diferente a las de otros métodos factoriales.

3.3.1. Pesos

El peso de la muestra i se define como la frecuencia marginal para la muestra i :

$$f_i = \frac{K(i)}{K}$$

De forma similar se podría definir el peso para una variable cualquiera j , que también coincide con su respectiva frecuencia marginal:

$$f_j = \frac{K(j)}{K}$$

Con este sistema de pesos y coordenadas se puede calcular la coordenada de orden j del centro de gravedad o centroide (g_j) de la nube de las muestras $N(I)$:

$$g_j = \sum_i f_i f_j^i = \sum_{i=1}^N f_i \frac{f_{ij}}{f_i} = \sum_{i=1}^N f_{ij} = \frac{K(j)}{K} = f_j$$

donde los f_j^i son las coordenadas y los f_i los respectivos pesos ponderadores. El centro de gravedad de la nube de muestras es el perfil de la fila marginal de la matriz de partida. Si se denomina ese perfil f_j , se puede escribir que

$$g_j = f_j$$

De una forma simétrica se puede establecer el centro de gravedad de la nube de las variables $N(J)$:

$$g_i = f_i$$

que se interpreta diciendo que el centro de gravedad de las variables es el perfil de la columna marginal de la matriz inicial.

3.3.2. Distancia

La distancia utilizada en el AC no es una distancia euclídea habitual, sino que se trata de una distancia ponderada por medio del inverso de la masa. Esta ponderación permite "equilibrar" la aparición de variables de órdenes de magnitud muy diferentes, mientras que la distancia euclídea normal tendería a enmascarar aquellas variables con concentraciones menores, al dar un peso excesivo a las diferencias $(f_i - f_{i'})$. Este tipo de métrica se conoce como distancia de χ^2 y para dos muestras cualesquiera i e i' en \mathbf{R}^P se define como:

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^P \frac{1}{f_j} \left(\frac{f_{ij}}{f_i} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'}} \right)^2 = \sum_I \frac{1}{f_I} (f_I^i - f_I^{i'})^2 \quad [9]$$

Simétricamente, la distancia entre dos variables j y j' viene dada por la siguiente relación:

$$d^2(j, j') = \sum_{i=1}^N \frac{1}{f_i} \left(\frac{f_{ij}}{f_j} - \frac{f_{ij'}}{f_{j'}} \right)^2 = \sum_I \frac{1}{f_I} (f_I^j - f_I^{j'})^2$$

La distancia de χ^2 , además de permitir una atenuación de las coordenadas cuando estas son muy dispares, goza también de la propiedad de "equivalencia distribucional", la cual permite sustituir dos muestras de idéntico perfil por una única muestra de pesos igual a las suma de los pesos de las muestras consideradas individualmente.

La distancia de χ^2 puede convertirse en una distancia euclídea normal modificando la escala de los ejes. Retomando la expresión [9] se obtiene que

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^P \left(\frac{f_{ij}}{\sqrt{f_j f_i}} - \frac{f_{i'j}}{\sqrt{f_j f_{i'}}} \right)^2$$

siendo necesario hacer la siguiente transformación de coordenadas para poder trabajar con la distancia euclídea habitual:

$$\frac{f_{ij}}{f_i} \rightarrow \frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} \quad \mathbf{R}^p$$

$$\frac{f_{ij}}{f_j} \rightarrow \frac{f_{ij}}{f_j \sqrt{f_i}} \quad \mathbf{R}^p$$

Para calcular la matriz de inercia de la nube es necesario calcular la distancia de cada punto al centro de gravedad.

En \mathbf{R}^p , y dada la transformación de métrica exigida por la distancia de χ^2 , las coordenadas del centro de gravedad vienen dadas ahora por:

$$g_j = \sum_{i=1}^N f_i \frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} = \frac{f_j}{\sqrt{f_j}} = \sqrt{f_j}$$

donde los f_i son los pesos ponderadores y la relación

$\frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}}$ representa a las coordenadas del centro de gravedad.

2.3.3. Inercia

El elemento genérico de la matriz de inercia V se puede escribir como el producto de los pesos por el cuadrado de las distancias al centro de gravedad. Usando la transformación exigida por χ^2 , se tiene que

$$v_{jj'} = \sum_{i=1}^N f_i \left(\frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} - \sqrt{f_j} \right) \left(\frac{f_{ij'}}{f_i \sqrt{f_{j'}}} - \sqrt{f_{j'}} \right)$$

las partes de esta expresión son las siguientes:

f_i son los pesos;

$\left(\frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} - \sqrt{f_j} \right)$ distancia al centro de gravedad de j

$\left(\frac{f_{ij'}}{f_i \sqrt{f_{j'}}} - \sqrt{f_{j'}} \right)$ distancia al centro de gravedad de j'

En \mathbf{R}^n , el elemento genérico de la matriz de inercia W se define como

$$w_{ii'} = \sum_{j=1}^P f_j \left(\frac{f_{ij}}{f_j \sqrt{f_i}} - \sqrt{f_i} \right) \left(\frac{f_{i'j}}{f_j \sqrt{f_{i'}}} - \sqrt{f_{i'}} \right)$$

La matriz a diagonalizar con el fin de encontrar los valores y vectores propios (ejes principales de inercia) puede ser tanto V como W con $p < n$ ó $p > n$. En los ejes principales de inercia serán después proyectados las muestras y las variables.

3.4. Proyección de las muestras y de las propiedades. Principio baricentrico

La matriz V admite un valor propio nulo correspondiente al vector propio con coordenadas $\sqrt{f_j}$. De hecho, un valor propio es la parte de la inercia total de la nube explicada por el respectivo valor propio. Por lo tanto, si $\sqrt{f_j}$ fuera un vector propio, la inercia explicada por él sería nula, porque se trata del centro de gravedad.

Dado que los vectores propios son ortogonales, y siendo U_α un vector propio de V diferente de $\sqrt{f_j}$, se tiene que

$$\sum_{j=1}^p U_{\alpha j} \sqrt{f_j} = 0$$

Como $\sqrt{f_j}$ es el vector propio de V correspondiente al valor propio nulo, cualquier otro vector propio de V es también vector propio de la matriz de inercia no centrada T de término general $t_{jj'}$:

$$t_{jj'} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{f_{ij} f_{ij'}}{f_i^2 \sqrt{f_j f_{j'}}} = \sum_{i=1}^n \frac{f_{ij} f_{ij'}}{f_i \sqrt{f_j f_{j'}}$$

Esta matriz T es la matriz que se va a diagonalizar en el análisis de correspondencias, a través de un algoritmo semejante al descrito para el caso del análisis de componentes principales. Dada la condición de simetría en la filas y columnas de la matriz, la tabla de partida es ordenada de modo que se tenga $p < n$.

Entonces, se llamará λ_α y $U_{\alpha j}$ a los valores y vectores propios que resultan de diagonalizar la matriz T . Dado que la suma de las coordenadas es unitaria, el número de valores propios en el AC es $p-1$ (puesto que hay un valor propio trivial nulo).

La proyección de la fila i en U_α (valor propio no trivial de T) viene dado por el producto interno del perfil de la fila por el vector propio. Atendiendo a la transformación de coordenadas de χ^2 (16), el perfil de una fila en \mathbb{R}^p se expresa como:

$$\frac{f_{ij}}{f_i} \rightarrow \frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}}$$

Por lo tanto la proyección de una fila i en el eje factorial de orden α es

$$f'_{i\alpha} = \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} \right) U_{\alpha j} \quad [10]$$

Para encontrar las proyecciones de las columnas no es necesario diagonalizar la matriz $n \times n$ de inercia de las columnas en \mathbf{R}^n puesto que resultarían los mismos valores y vectores propios $W_{\alpha i}$. De hecho, ya se vio en el análisis de componentes principales, como era posible pasar del espacio \mathbf{R}^p al espacio \mathbf{R}^n por medio de las relaciones de transición (relaciones [6] y [7])

Se pretende encontrar la proyección de la columna j en el eje α ($f'_{j\alpha}$) y ésta viene dada por el producto interno del perfil de j (después de transformarlo para pasar de la distancia de χ^2 a la distancia euclídea) por el vector propio $W_{\alpha i}$:

$$f'_{j\alpha} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{ij}}{f_j \sqrt{f_i}} \right) W_{\alpha i} \quad [11]$$

De la primera relación de transición [6], y haciendo

$$X_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_i f_j}} \quad (\text{observar que } X'X=T), \text{ se obtiene:}$$

$$W_{\alpha i} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{j=1}^P \left(\frac{f_{ij}}{\sqrt{f_i f_j}} \right) U_{\alpha j}$$

dividiendo por $\sqrt{f_i}$, se tiene:

$$\frac{W_{\alpha i}}{\sqrt{f_i}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{j=1}^P \left(\frac{f_{ij}}{f_i \sqrt{f_j}} \right) U_{\alpha j}$$

comparando con [10], resulta

$$\frac{\sqrt{\lambda_\alpha} W_{\alpha i}}{\sqrt{f_i}} = f'_{i\alpha} \quad \text{ó} \quad W_{\alpha i} = \frac{f'_{i\alpha} \sqrt{f_i}}{\sqrt{\lambda_\alpha}}$$

sustituyendo $W_{\alpha i}$ en [11] se tiene:

$$f'_{j\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{ij}}{f_j} \right) f'_{i\alpha} \quad [12]$$

Del mismo modo se obtiene la siguiente relación:

$$f'_{i\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{j=1}^P \left(\frac{f_{ij}}{f_i} \right) f'_{j\alpha} \quad [13]$$

Las relación [12] permite calcular las proyecciones de las columnas sin necesidad de tener que hallar los vectores propios $W_{\alpha i}$. De hecho, basta con hacer el producto interno del perfil de la columna j por las proyecciones de las filas en α . De forma totalmente simétrica se puede decir de la relación [13] respecto a las filas.

Por otro lado, las relaciones [12] y [13] constituyen el enunciado del *principio baricéntrico*. Este principio dice que la proyección de una variable (corrigiendo el factor de escala $1/\sqrt{\lambda_\alpha}$) es el centro de gravedad de las proyecciones de todas las muestras (con los pesos dados por el perfil de la muestra) y que la proyección de una variable está en el centro de gravedad de las proyecciones de todas las muestras (siempre con la corrección de $1/\sqrt{\lambda_\alpha}$). En términos de interpretación simultánea de filas y columnas, el principio baricéntrico permite asociar cada variable a las muestras que se proyectan en su vecindad y, simultáneamente, cada muestra con las variables vecinas.

Según esta propiedad, es posible dar un sentido a la representación simultánea de las muestras y de las variables en el mismo espacio. Las proyecciones de los elementos de una nube, por ejemplo las muestras en \mathbf{R}^P , son el baricentro de los elementos de la otra, las variables en \mathbf{R}^n . Para la interpretación de los gráficos de planos factoriales, el principio baricéntrico asegura el que una muestra esté "rodeada" por aquellas variables con las que más se asocia (y viceversa).

3.4.1. Proyección de elementos suplementarios

En algunos casos interesa utilizar elementos suplementarios (filas o columnas) a la matriz de partida. Concretamente en aquellos casos en los que la matriz de datos pueda estar construida por bloques de naturaleza diferente, es decir, que exista una mezcla de poblaciones heteróneas. Pues bien, estos elementos de categoría diferente son considerados como suplementarios y no intervienen en la diagonalización de la matriz de base. Estos elementos solamente serán proyectados en los ejes resultantes de la factorización de la matriz principal.

Si se denomina i^* a una muestra suplementaria y a su perfil f_{i^*+}/f_{i^*+} , las coordenadas de esta muestra se consiguen partiendo de la relación [13]

$$f'_{i^*\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{j=1}^P \left(\frac{f_{i^*j}}{f_{i^*+}} \right) f'_{j\alpha}$$

donde λ_α y $f'_{j\alpha}$ se obtuvieron a partir de la diagonalización de la matriz principal de las variables.

Del mismo modo, una variable suplementaria j^* con perfil f_{ij^*+}/f_{j^*+} , se proyectaría en el espacio de los ejes factoriales definidos por la matriz principal. Según la relación [12] resulta:

$$f'_{j^*\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{ij^*+}}{f_{j^*+}} \right) f'_{i\alpha}$$

3.5. Contribuciones

Una vez obtenidas las proyecciones de las variables y de las muestras en los ejes factoriales, es útil calcular algunos índices con el fin de ayudar en la interpretación de los resultados obtenidos. Estos índices se conocen con el nombre de *contribuciones* y pueden ser *absolutas* y *relativas*.

3.5.1. Contribuciones absolutas ($C_{i\alpha}^a$)

Este valor permite la explicación de un eje factorial a partir de las muestras, I , o variables, J . Se podría definir como la contribución de un elemento para formar un eje factorial. Por lo tanto, una medida de la contribución del elemento i a la inercia total explicada por el eje α es la relación entre la parte de la inercia atribuible a i y la inercia total de la nube:

$$C_{i\alpha}^a = \frac{f_i (f'_{i\alpha})^2}{\lambda_\alpha}$$

Del mismo modo para las variables:

$$C_{j\alpha}^a = \frac{f_j (f'_{j\alpha})^2}{\lambda_\alpha}$$

Evidentemente se cumple que $\sum_i C_{i\alpha}^a = \sum_j C_{j\alpha}^a = 1$

3.5.2. Contribuciones relativas ($C_{\alpha i}^r$)

La contribución relativa permite la explicación de un elemento i o j a partir de los ejes α . Sería la contribución del eje α para el elemento i o el elemento j .

El cuadrado de la distancia del punto i al centro de gravedad viene dado por:

$$\rho^2 = \sum_{\alpha} (f'_{i\alpha})^2$$

La contribución relativa del eje α a la distancia del elemento i al centro de gravedad es:

$$C_{\alpha i}^r = \frac{(f'_{i\alpha})^2}{\rho^2} = \cos^2\beta$$

donde β es el ángulo que forma el eje α con el perfil de la muestra.

De una forma similar se puede obtener para el caso de una variable:

$$C_{\alpha j}^r = \frac{(f'_{j\alpha})^2}{\rho^2}$$

También aquí se cumple que $\sum_{\alpha} C_{\alpha i}^r = \sum_{\alpha} C_{\alpha j}^r = 1$

3.6. Análisis de correspondencias múltiples

En el apartado anterior se ha tratado el caso más simple del análisis de correspondencias, o sea, cuando los datos están en forma de una tabla de contingencia. No obstante, lo normal al tratar cualquier tipo de información geológica es disponer de un conjunto de variables, generalmente heterogéneas (cualitativas y cuantitativas) y medidas en diferentes localizaciones. La mejor aproximación para abordar este tipo de problemática es realizar una *codificación disyuntiva completa* sobre las variables disponibles (Greenacre, 1984).

	1	2	j	p
				$j_1 \dots j_m$	
1				.	
				.	
i	0 0 1	0 1 0 0		0 1 . . . 0	0 0 0 1
				.	
				.	
n				.	

Figura III.3. Caso esquemático de una matriz disyuntiva o indicatriz.

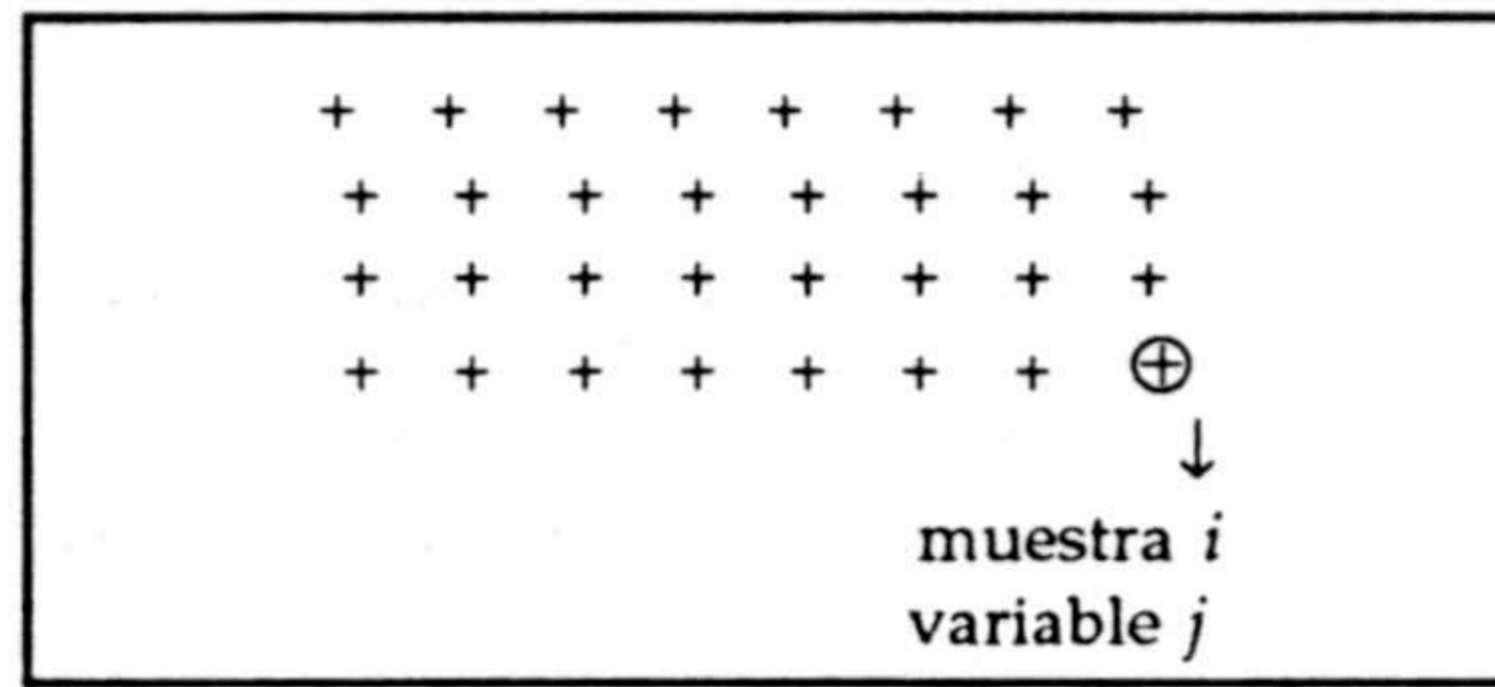
Cuando las variables que se van a tratar son cualitativas, se tiene un conjunto de muestras n sobre el que se han observado p caracteres cualitativos, cada uno de los cuales puede presentar una serie de modalidades o categorías. Es decir, se dispone de una matriz inicial, como la de la Figura III.3, en la que la presencia de una modalidad en una muestra se codifica por un *uno* y la ausencia por un *cero*. De ahí, que una muestra presente un solo *uno* en cada variable, correspondiente a aquella modalidad cuya cualidad posee, mientras que el resto de los códigos serán *ceros*, relativos a las modalidades de cuyas cualidades carece.

A este tipo de organización de la información es a lo que se llama codificación disyuntiva completa y da lugar a una matriz indicatriz (sólo ceros y unos), donde cada modalidad necesariamente figura en una columna. El término general de esta matriz Z sería:

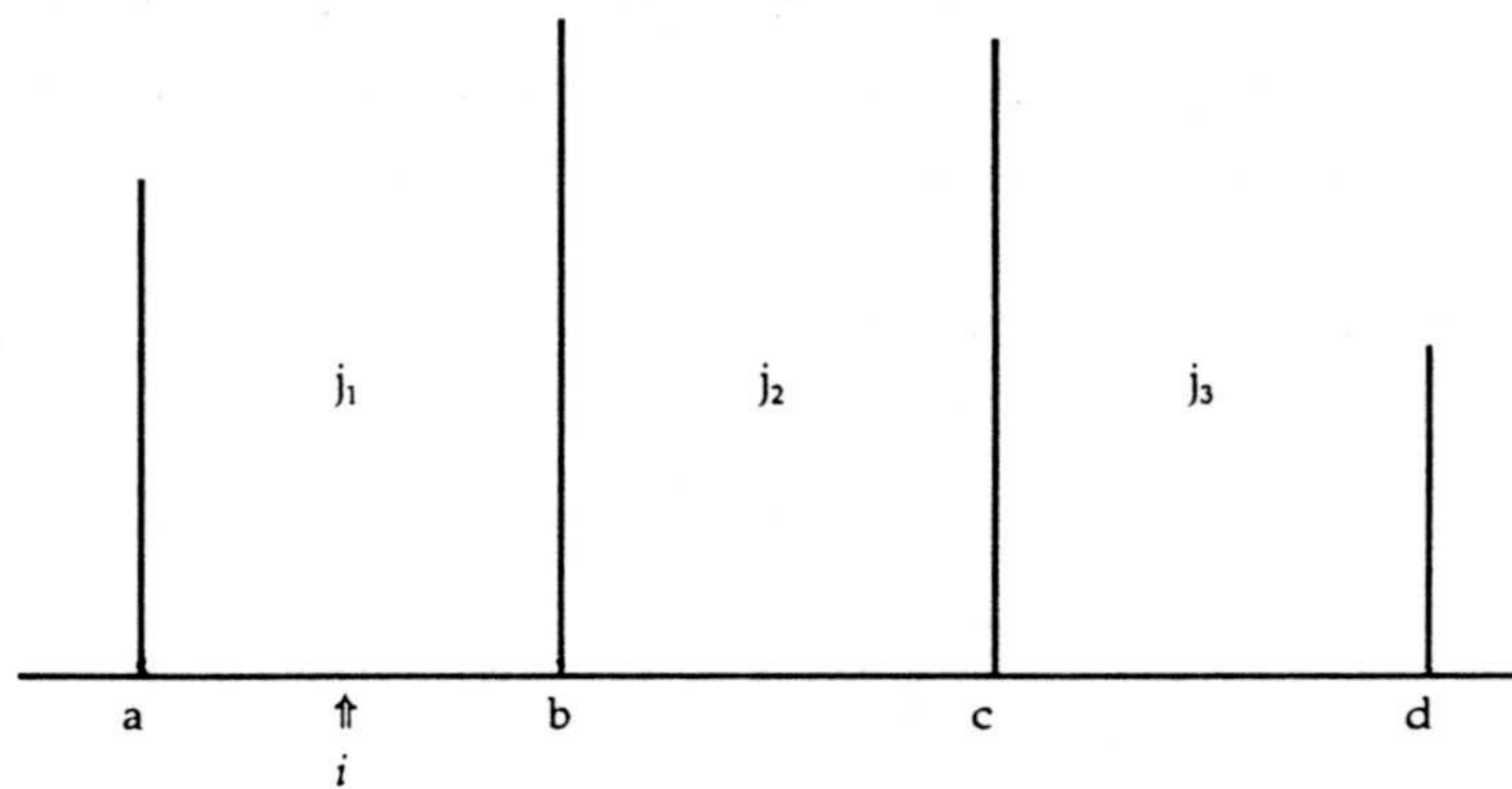
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^K Z_{ij_m} \quad [14]$$

donde n es el número de muestras, p es el número de variables y K el número de modalidades en cada variable.

Los caracteres j_m son cualitativos, no obstante, es posible transformar un carácter cuantitativo en cualitativo dividiendo su intervalo de variación en clases de equivalencia sucesivas. La codificación se hace basándose en el histograma de cada una de las variables y el histograma se realizará con tantas clases como modalidades se pretenda asignar a cada variable. En la Figura III.4 se representan de un modo esquemático los pasos a seguir para llevar a cabo esta codificación.



a) Localización de las muestras



b) Histograma de la variable j y valor de la muestra i

		Variable j		
		j_1	j_2	j_3
Muestra i	1	0	0	

c) Codificación de la muestra i respecto a la variable j .

Figura III.4. Pasos a seguir en la codificación disyuntiva de un conjunto de datos cuantitativos.

Para el caso concreto de una muestra i de una población, en la que se han medido p variables, se toma una variable de estas p variables, j (Fig.III.4a). Se calcula el histograma de j con tantas clases como se requieran y se ve a cual de ellas pertenece el valor que toma j en la muestra i (Fig. III.4b). En este caso se ha hecho un histograma de tres clases, dando lugar

a tres intervalos :

Intervalo 1 = a-b, correspondiente a la modalidad j_1

Intervalo 2 = b-c, correspondiente a la modalidad j_2

Intervalo 3 = c-d, correspondiente a la modalidad j_3

Para el ejemplo representado en la Figura III.4, el valor de la variable j en la muestra i cae en el primer intervalo, codificándose esta pertenencia por medio de un *uno* y la no pertenencia por medio de *ceros* (Fig. III.4c), al igual que se hizo en el caso de las variables cualitativas.

Del mismo modo que se ha hecho para una muestra-una variable, se haría para todo el conjunto de las n muestras y p variables, obteniéndose una matriz disyuntiva o indicatriz completa del mismo tipo de la que aparece en la Figura III.3.

Esta codificación realiza un efecto ecualizador sobre la información cuando las variables sufren este tipo de transformación. En particular, la codificación facilita el estudio directo de variables de naturaleza muy diferente, como pueden ser variables geoquímicas, mineralógicas o texturales tratadas conjuntamente.

Por otra parte, cuando se analizan variables geoquímicas, suelen aparecer problemas relacionados con el muestreo, ya sean por la calidad del aparato de medida o por posibles errores tipográficos. En definitiva, al tratar este tipo de información es posible que existan una serie de datos con valores todos iguales y coincidentes con el límite de detección. El valor real se desconoce, aunque se les asigna a todos ellos aquel valor por debajo del cual el aparato de medida no es capaz de detectar. También es normal la aparición de datos con valores muy diferentes a los valores medios de la población, ya sean debidos a la existencia de anomalías (positivas o negativas) o debidos a cualquier tipo de error cometido durante la transcripción tipográfica de los resultados. En cualquier caso, se va a disponer de una serie de datos de los cuales no se tienen los criterios suficientes, *a priori*, para establecer si se trata de datos erróneos o de verdaderas anomalías y cuyos valores suelen ser muy dispares de los valores normales.

El tratamiento de este tipo de información geoquímica por medio del análisis de correspondencias múltiple, permite superar esta falta de información a través de la codificación disyuntiva completa que se le aplica a las variables. De esta forma, se tiene una serie de modalidades, tras haber dividido el intervalo de variación de las variables en clases de equivalencia sucesivas, de modo que en cada una de las modalidades el peso asignado a aquellos datos que caen en una misma modalidad es el mismo. De ahí que aparezca una modalidad inferior que englobará tanto a aquellos datos con valores coincidentes con el límite de detección como a los que tengan realmente valores bajos, apareciendo todos codificados con el mismo valor. Además, en el extremo opuesto, resultará una modalidad superior que reunirá a todos los datos con valores elevados, ya sean errores o verdaderas anomalías, también codificados con un mismo valor.

3.6.1. Proyecciones de los elementos de la matriz Z

Ya se había definido el término general de la matriz disyuntiva Z [14]. Pues, a partir de esta matriz, se pueden establecer las proyecciones de las filas y columnas en los respectivos espacios vectoriales.

Para este caso particular, se tiene que:

$$\frac{f_{ij_m}}{f_i} = \frac{Z_{ij_m}}{n} = \frac{1}{n} \quad \text{ó} \quad 0 \quad \text{si la muestra } i \text{ no posee la modalidad } j_m.$$

Por otra parte,

$$\frac{f_{ij_m}}{f_i} = \frac{Z_{ij_m}}{Z_{j_m}} \quad \text{ó} \quad 0, \quad \text{siendo } Z_{j_m} \text{ el número de muestras con la modalidad } j_m.$$

Las fórmulas que dan las proyecciones de las variables y de las muestras son una simple modificación de las descritas para el caso general, [12] y [13].

$$F'_{i_\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \frac{1}{Z_{j_m}} \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^K Z_{ij_m} F'_{i\alpha}$$

Del mismo modo se obtiene la siguiente relación:

$$F'_{i\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^k Z_{ijm} F'_{jm\alpha}$$

La sumatoria $\sum_{jm} Z_{ijm} F'_{jm\alpha}$ es la suma de las $F'_{jm\alpha}$ realizada sobre las modalidades que posee la muestra i . Se puede entonces decir que (tras la corrección $1/\sqrt{\lambda_\alpha}$) el punto representativo de una muestra en el gráfico factorial estará situado en el baricentro de los puntos representativos de las modalidades que posee. De forma similar se puede señalar para el caso de una variable.

3.6.2. Matriz de Burt

La matriz indicatriz no es otra cosa que una tabla de descripción lógica presencia-ausencia codificada en forma disyuntiva. Si se hace el producto $Z' Z$ se obtiene una matriz qxq (siendo q el número total de modalidades) que cruza entre sí todas las modalidades de las P propiedades, llamada matriz de Burt. Esta matriz tiene una estructura particular, ya que está formada por una yuxtaposición de tablas de contingencia, de modo que se cruzan entre sí todas las modalidades (Fig. III.5).

	J_1	J_2	J_j	J_p
J_1	0 0	B			
J_2		0 0			
:			A 0		
:			0		
J_j				0 0	
J_p					0 0

Figura III.5. Matriz de Burt.

La matriz de Burt es una matriz simétrica que a su vez está formada por dos tipos de submatrices:

- Submatrices de tipo A. Son matrices diagonales cuyos valores son todos nulos, excepto los de la diagonal principal. Son bloques que cruzan entre sí las modalidades de una misma variable, lo que significa que van a contener el número total de muestras distribuidas en las diferentes modalidades de dicha variable.
- Submatrices de tipo B. Este tipo de matrices son tablas de contingencia que cruzan las modalidades de una variable con las de otra. En el caso de la matriz representada en la Figura III.5, se tiene el número de muestras que poseen las propiedades representadas por las modalidades de la variable J_1 al mismo tiempo que las de la variable J_2 , al igual que haría una tabla de contingencia.

En el análisis de una tabla de Burt, las dos nubes se reducen a una sola, la de las variables, $N(J)$, y los cálculos son similares a los comentados anteriormente para la nube de variables en el caso de una tabla de contingencia, ya que, la matriz de Burt no es otra cosa que una yuxtaposición de tablas de contingencia. Lo único que es ligeramente diferente a la hora de trabajar con este tipo de matrices es la forma de representar las muestras. Lo que se suele hacer es proyectarlas como elementos suplementarios sobre la matriz de Burt para obtener la posición de las muestras en el espacio $N(J)$ de las variables.

4. ESTUDIO ESTADISTICO MULTIVARIANTE DEL AREA TOTAL

Para llevar a cabo el análisis multivariante del conjunto de datos del área de estudio, no se van a considerar aquellas variables que presentan un gran número de valores iguales entre sí y coincidentes con el límite de detección, y en las que el rango intercuartílico es nulo, como se indicó en el capítulo II. Estos elementos descartados son cinco: Ag, Bi, Mo, Ta y W.

El tratamiento multivariante se ha realizado con los 27 elementos retenidos, que como ya se estudió en la descripción estadística univariante, presentan determinadas características que sugieren la necesidad de tomar una serie de consideraciones para la aplicación de cualquier técnica estadística. La presencia de valores extremos, distribuciones altamente sesgadas, valores coincidentes con el límite de detección, entre otros, pueden llevar a obtener resultados poco interpretables desde un punto de vista geoquímico y geológico. Con el fin de intentar evitar estas limitaciones de los datos de los que se disponen, se va a llevar a cabo un estudio estadístico multivariante en el sentido comentado al inicio de este capítulo, y que implica la realización de una serie de pasos en los cuales se aplican aquellas técnicas consideradas como más apropiadas: análisis de la matriz de correlación, utilización del análisis de componentes principales y del análisis de correspondencias.

4.1. Matriz de correlación

El estudio comienza por la unificación de las unidades de medida para todas las variables de cara al estudio multivariante. Como se representó en la Tabla I.4, los elementos aparecen medidos en tres unidades diferentes: %, ppm y ppb, en función de la concentración. La unidad más frecuente es la de "partes por millón", de ahí que se haya realizado la unificación con respecto a esta medida, siendo necesario cambiar solamente ocho variables (%: Fe, Mg, Al, Ca, Na, K, Ti, pertenecientes a los elementos mayores; ppb: Au). La matriz de correlación de Person para estos datos se presenta en la Tabla III.2 en la que se pueden observar unos valores de los coeficientes de correlación bastante bajos, en general, incluso entre aquellos elementos que se conoce su relación geoquímica. Por ejemplo, entre los elementos de afinidad calcófila los coeficientes de correlación suelen ser próximos a 0.5, excepto para algunos pares de variables: Cd-Fe, Co-Ni y Cr-V. Otra cuestión que resalta es que, aparte de las correlaciones entre los calcófilos, el resto de elementos presentan coeficientes inferiores a 0.5, destacar como excepción la correlación Nb-Ti o Mg-Li. El caso del Au también resulta interesante de comentar, puesto que los coeficientes de correlación con el resto de elementos son, generalmente, del orden de la centésima, de ahí que la correlación que presenta con el As (0.24) pueda considerarse como "significativa". No obstante, estos valores bajos en las correlaciones de todas las variables pueden deberse fácilmente al fuerte efecto que ejercen determinados valores extremos en el cálculo de los valores de la r de Pearson. Para intentar establecer una matriz de correlación más real con los valores existentes, y menos influenciada por la presencia

de valores aberrantes, se han eliminado de los cálculos aquellos valores máximos, muy alejados del resto de datos para las variables que los presentan. En la Tabla III.3 se recogen estas variables, así como los valores retirados del cómputo de la matriz de correlación.

Tabla III.3. Relación de valores extremos eliminados de algunas variables, por la gran influencia que ejercen sobre la matriz de correlación.

	P	As	Zn	Pb	Co	Ni	Mn	Cr	V	Be
Valor eliminado	21000	3000	1200	2300	150	294	3100	1300	611	121

Una vez eliminados estos valores del conjunto de datos se obtiene una matriz de correlación en la que los coeficientes de correlación aparecen con valores más altos, habiendo un número superior de los mismos mayores a 0.5. En la Tabla III.4 se muestra la nueva matriz de correlación de Pearson, en la que destaca un coeficiente de correlación mayor del Au con el As, considerando que estos dos elementos no aparecen prácticamente correlacionados con el resto, es de señalar el $r_{Au-As}=0.36$, y un cierto grado de correlación con el Pb ($r_{Pb-Au}=0.22$). Una posible opción para tratar datos como los que centran este estudio puede ser la utilización de los valores transformados a los respectivos rangos. Con esta transformación se supera la desventaja de trabajar con variables que presentan problemas distribucionales y valores extremos altamente distorsionantes. Con los valores de los rangos se calcula la matriz de correlación, matriz de Spearman, representada en la Tabla III.5. Destaca el que los valores de los coeficientes de correlación sean más significativos para algunos elementos que en los casos anteriores, por ejemplo, $\rho_{V-Cr}=0.92$ o $\rho_{Cr-Fe}=0.86$. Para el caso específico del Au, los coeficientes de correlación se han hecho algo "mayores" en relación a todos los elementos (hay bastantes mayores de 0.1), aunque siguen siendo bastante insignificantes, los valores de ρ más altos aparecen con elementos como As, P o Pb: $\rho_{Au-As}=0.24$, $\rho_{Au-P}=0.24$ o $\rho_{Au-Pb}=0.22$.

Tabla III.4. Matriz de correlación de Pearson en el Area Total, una vez eliminados los datos extremos.

	P	B	As	Sn	Zn	Pb	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Mn	Cr	Mg	Al	V	Be	Nb	Ca	Cu	Ti	Y	Sr	Na	Li	K	Au		
P	1.00																												
B	0.56	1.00																											
As	0.36	0.33	1.00																										
Sn	-0.19	-0.12	0.05	1.00																									
Zn	0.02	-0.07	0.11	0.11	1.00																								
Pb	0.61	0.39	0.34	-0.17	0.17	1.00																							
Cd	-0.06	0.02	0.02	0.11	0.61	0.04	1.00																						
Co	-0.09	-0.16	-0.04	0.09	0.58	-0.09	0.58	1.00																					
Ni	-0.24	-0.15	-0.04	0.14	0.60	-0.09	0.65	0.76	1.00																				
Ba	0.07	-0.09	0.01	-0.14	0.37	0.26	0.30	0.26	0.26	1.00																			
Fe	-0.19	0.01	0.03	0.14	0.61	-0.24	0.76	0.62	0.70	0.22	1.00																		
Mn	0.05	-0.01	0.18	0.19	0.43	-0.13	0.38	0.64	0.43	0.09	0.57	1.00																	
Cr	-0.31	-0.10	0.02	0.20	0.54	-0.30	0.64	0.61	0.77	0.18	0.86	0.52	1.00																
Mg	-0.06	-0.13	0.08	0.13	0.66	-0.10	0.58	0.67	0.64	0.32	0.70	0.64	0.69	1.00															
Al	0.24	0.09	-0.02	-0.08	0.27	0.63	0.39	0.19	0.24	0.24	0.00	-0.11	-0.05	0.11	1.00														
V	-0.26	-0.05	0.04	0.19	0.56	-0.29	0.69	0.62	0.72	0.20	0.92	0.55	0.94	0.70	-0.05	1.00													
Be	-0.36	-0.23	-0.02	0.37	0.30	-0.33	0.36	0.42	0.49	0.00	0.45	0.37	0.55	0.36	-0.02	0.54	1.00												
Nb	0.31	0.23	0.21	0.05	0.20	0.19	0.05	0.09	-0.06	0.07	0.15	0.30	0.00	0.28	-0.06	0.07	-0.21	1.00											
Ca	0.03	0.05	-0.08	0.06	-0.12	-0.32	-0.15	-0.07	-0.21	-0.16	0.00	0.14	-0.03	0.09	-0.43	0.03	-0.02	0.13	1.00										
Cu	0.05	0.06	0.21	0.10	0.56	0.04	0.52	0.50	0.55	0.20	0.64	0.50	0.65	0.52	0.07	0.67	0.38	0.14	-0.08	1.00									
Ti	0.03	0.04	0.11	0.17	0.41	-0.05	0.37	0.40	0.28	0.18	0.53	0.51	0.45	0.59	-0.10	0.52	0.03	0.68	0.22	0.36	1.00								
Y	-0.27	-0.27	-0.21	0.13	0.41	-0.29	0.41	0.53	0.48	0.20	0.49	0.36	0.48	0.44	0.02	0.47	0.46	0.00	0.07	0.29	0.26	1.00							
Sr	0.36	0.15	-0.07	-0.23	0.02	0.31	-0.02	-0.07	-0.13	0.40	-0.20	-0.23	-0.28	-0.02	0.18	-0.24	-0.32	0.14	0.24	-0.22	0.00	-0.01	1.00						
Na	-0.22	-0.16	-0.19	0.17	-0.26	-0.49	-0.28	-0.15	-0.20	-0.27	-0.19	-0.07	-0.14	-0.08	-0.40	-0.16	0.14	-0.09	0.62	-0.33	-0.14	0.09	0.18	1.00					
Li	0.24	0.16	0.19	0.16	0.43	0.25	0.30	0.40	0.35	0.25	0.30	0.44	0.27	0.57	0.24	0.30	0.15	0.38	0.01	0.28	0.43	0.16	0.15	-0.14	1.00				
K	0.07	-0.08	-0.08	0.02	0.07	0.06	0.09	-0.01	-0.01	0.24	-0.04	-0.13	-0.07	0.08	0.14	-0.06	-0.08	0.03	0.05	-0.10	0.05	0.07	0.26	0.03	0.06	1.00			
Au	0.24	0.14	0.24	-0.07	-0.07	0.22	-0.14	-0.13	-0.20	-0.06	-0.18	-0.05	-0.19	-0.10	0.02	-0.18	-0.18	0.12	0.05	0.00	-0.02	-0.18	0.04	-0.05	0.03	-0.07	1.00		

Tabla III.5. Matriz de correlación de Spearman, establecida para los rangos de las variables del Area Total.

	P	B	As	Sn	Zn	Pb	Cd	Co	Ni	Ba	Fe	Mn	Cr	Mg	Al	V	Be	Nb	Ca	Cu	Ti	Y	Sr	Na	Li	K	Au	
P	1.00																											
B	0.46	1.00																										
As	0.16	0.18	1.00																									
Sn	-0.15	-0.07	0.01	1.00																								
Zn	-0.07	-0.11	0.09	0.08	1.00																							
Pb	0.44	0.26	0.22	-0.13	0.17	1.00																						
Cd	-0.09	-0.02	0.07	0.11	0.47	0.04	1.00																					
Co	-0.12	-0.17	0.02	0.07	0.41	-0.12	0.51	1.00																				
Ni	-0.26	-0.19	-0.01	0.12	0.55	-0.12	0.55	0.60	1.00																			
Ba	0.04	-0.15	-0.02	-0.12	0.23	0.18	0.23	0.15	0.16	1.00																		
Fe	-0.23	-0.01	0.06	0.10	0.49	-0.23	0.76	0.55	0.61	0.11	1.00																	
Mn	0.04	-0.02	0.13	0.12	0.28	-0.14	0.36	0.64	0.32	0.03	0.49	1.00																
Cr	-0.31	-0.15	0.05	0.15	0.41	-0.26	0.58	0.48	0.71	0.05	0.78	0.34	1.00															
Mg	-0.10	-0.18	0.04	0.12	0.47	-0.15	0.54	0.51	0.55	0.24	0.62	0.55	0.55	1.00														
Al	0.20	0.00	0.00	-0.04	0.20	0.56	0.38	0.13	0.19	0.22	0.00	-0.07	0.02	0.11	1.00													
V	-0.25	-0.11	0.09	0.13	0.42	-0.25	0.61	0.51	0.63	0.06	0.83	0.39	0.88	0.55	-0.01	1.00												
Be	-0.16	-0.15	0.12	0.29	0.18	-0.17	0.16	0.23	0.27	-0.03	0.22	0.20	0.28	0.18	-0.03	0.28	1.00											
Nb	0.13	0.13	0.01	0.01	0.06	0.03	0.04	0.01	-0.13	-0.02	0.11	0.23	-0.11	0.16	-0.09	-0.05	-0.05	1.00										
Ca	0.02	0.03	-0.06	0.06	-0.06	-0.21	0.00	0.05	-0.06	-0.09	0.04	0.15	0.02	0.15	-0.25	0.09	0.01	0.08	1.00									
Cu	0.02	0.02	0.27	0.10	0.39	0.05	0.41	0.40	0.40	0.09	0.50	0.37	0.47	0.41	0.10	0.54	0.19	0.06	-0.04	1.00								
Ti	-0.03	0.00	-0.01	0.13	0.27	-0.11	0.39	0.33	0.21	0.09	0.50	0.42	0.31	0.53	-0.07	0.40	-0.02	0.53	0.20	0.28	1.00							
Y	-0.25	-0.22	-0.09	0.08	0.32	-0.23	0.28	0.44	0.39	0.13	0.39	0.23	0.38	0.21	-0.02	0.35	0.23	0.01	0.07	0.15	0.11	1.00						
Sr	0.30	0.06	-0.15	-0.16	-0.03	0.31	-0.03	-0.08	-0.13	0.43	-0.22	-0.20	-0.28	-0.06	0.20	-0.26	-0.16	0.05	0.18	-0.22	-0.06	-0.08	1.00					
Na	-0.18	-0.27	-0.13	0.11	-0.19	-0.35	-0.20	-0.07	-0.08	-0.19	-0.18	-0.07	-0.14	-0.05	-0.23	-0.17	0.17	-0.07	0.25	-0.27	-0.23	0.09	0.19	1.00				
Li	0.14	0.07	0.04	0.18	0.24	0.10	0.26	0.29	0.28	0.19	0.24	0.36	0.17	0.52	0.22	0.17	0.09	0.21	0.01	0.22	0.36	0.02	0.08	-0.16	1.00			
K	0.06	-0.12	-0.08	0.02	0.09	0.06	0.12	-0.01	-0.01	0.26	-0.03	-0.09	-0.06	0.11	0.16	-0.05	-0.06	0.00	0.04	-0.07	0.05	0.00	0.24	0.03	0.04	1.00		
Au	0.06	0.04	0.36	0.00	-0.01	0.08	-0.01	0.02	-0.05	-0.05	-0.04	0.02	-0.05	-0.05	0.01	-0.04	-0.02	0.08	-0.01	0.13	-0.01	-0.02	-0.05	-0.04	-0.04	-0.05	1.00	

4.2. Análisis de componentes principales

4.2.1. ACP a partir de los datos brutos

En primer lugar, se llevará a cabo un análisis de componentes principales a partir de los datos brutos del Area Total, es decir, a partir de la matriz de correlación de Pearson. En este caso también se han descartado aquellos valores extremos, valores máximos de una serie de variables (Tabla III.3), que producen una enorme distorsión en la matriz de correlación, tal y como se ha visto previamente en el apartado anterior. Además, de forma general se ha procedido a la rotación de las componentes una vez calculadas, por medio del método varimax, y los resultados que se van a mostrar a continuación se refieren a las componentes ya rotadas, por ser ésta la forma en la que los resultados aparecen más coherentes con la información geoquímica disponible.

Los resultados del ACP rotado, partiendo de la matriz de correlación de Pearson se muestran en la Tabla III.6, en la que aparecen los pesos de las diferentes variables en relación a las 8 primeras componentes principales, que explican cerca del 70% de la varianza total del sistema. Lo primero que hay que destacar en esta aplicación es la enorme diversidad que presentan los datos, lo que motiva que haya que considerar un número elevado de factores para explicar un porcentaje considerable de inercia. Observando los resultados de la Tabla III.6, se puede observar como, a excepción de la CP1, el resto de componentes tienen porcentajes de varianza bastante bajos, nunca llegan al 8% de la σ^2 total. Esto está motivado por la presencia de pocos elementos en cada factor, dos o a lo más tres, reflejando la variabilidad existente en el sistema y que se intentará explicar adecuadamente con los datos geológicos y geoquímicos del área de Finisterre B2-Fervenza. Si se realiza una cartografía de cada una de las componentes principales es posible analizar su distribución geográfica y su relación con las distintas litologías. En el Anexo B de la memoria se recogen todas las cartografías de las componentes, por medio de mapas de tonos de grises.

La componente principal 1 es la que explica un porcentaje de varianza mayor, cerca del 22%, y es la que engloba a los elementos calcófilos: Fe, Cr, Cd, Ni, Cu, Co, Zn, además del Mg y V, que presentan

Análisis Geoestadístico de Estudio de Anomalías Geoquímicas

Tabla III.6. Pesos rotados del ACP aplicado sobre los diferentes elementos del Area Total (27 variablesx1204 muestras). Además, se presentan los valores propios de cada factor y el porcentaje de varianza explicada por cada uno de éstos.

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8
V	0.91	-0.12	0.12	0.01	0.01	0.04	-0.09	-0.01
Fe	0.89	-0.08	0.08	0.19	-0.02	-0.01	-0.06	0.06
Cr	0.88	-0.13	0.05	-0.06	-0.04	0.08	-0.16	0.01
Cd	0.78	0.22	-0.11	0.09	-0.01	0.06	0.06	0.03
Ni	0.74	0.06	-0.13	-0.09	-0.09	0.14	-0.17	0.28
Mg	0.63	0.20	0.06	0.41	-0.05	0.20	-0.05	0.21
Cu	0.61	-0.11	-0.14	0.12	0.32	0.07	0.12	0.07
Co	0.58	0.04	-0.16	0.14	0.01	0.03	-0.08	0.59
Zn	0.57	0.22	-0.24	0.10	0.08	0.06	-0.05	0.21
Sr	-0.22	0.74	0.17	-0.05	-0.13	-0.12	0.27	0.13
Ba	0.16	0.67	-0.20	0.07	0.07	-0.19	-0.10	0.11
K	0.04	0.66	0.06	0.06	0.01	0.11	-0.13	-0.35
Ca	0.06	0.15	0.78	0.10	-0.03	0.04	0.18	0.03
Al	0.14	0.42	-0.60	-0.14	-0.06	0.12	0.24	0.08
Na	-0.29	0.11	0.56	-0.22	-0.07	0.30	-0.26	0.26
Pb	-0.13	0.33	-0.55	-0.06	0.17	-0.05	0.52	0.00
Nb	-0.104	-0.01	0.04	0.81	0.08	-0.05	0.04	0.04
Ti	0.4.1	0.03	0.11	0.78	-0.03	-0.02	-0.01	-0.07
Au	-0.06	0.03	0.01	0.05	0.81	-0.05	-0.06	0.02
As	0.11	-0.09	-0.06	-0.04	0.77	0.10	0.24	-0.01
Sn	0.09	-0.08	0.04	0.11	-0.01	0.80	-0.09	-0.15
Be	0.22	-0.10	0.07	-0.17	0.11	0.59	-0.12	0.28
B	-0.01	-0.21	0.04	0.03	0.03	-0.12	0.77	-0.18
P	-0.20	0.17	-0.05	0.08	0.10	-0.06	0.77	0.08
Mn	0.41	-0.16	0.11	0.44	0.08	0.12	0.10	0.53
Y	0.37	0.05	0.11	-0.07	-0.01	-0.06	-0.35	0.46
Li	0.22	0.17	-0.20	0.48	-0.14	0.37	0.24	0.24
Valores propios	6.28	2.46	2.00	1.91	1.43	1.30	1.14	1.03
Varianza explicada	21.7	7.79	7.02	7.78	5.50	5.33	7.74	5.41

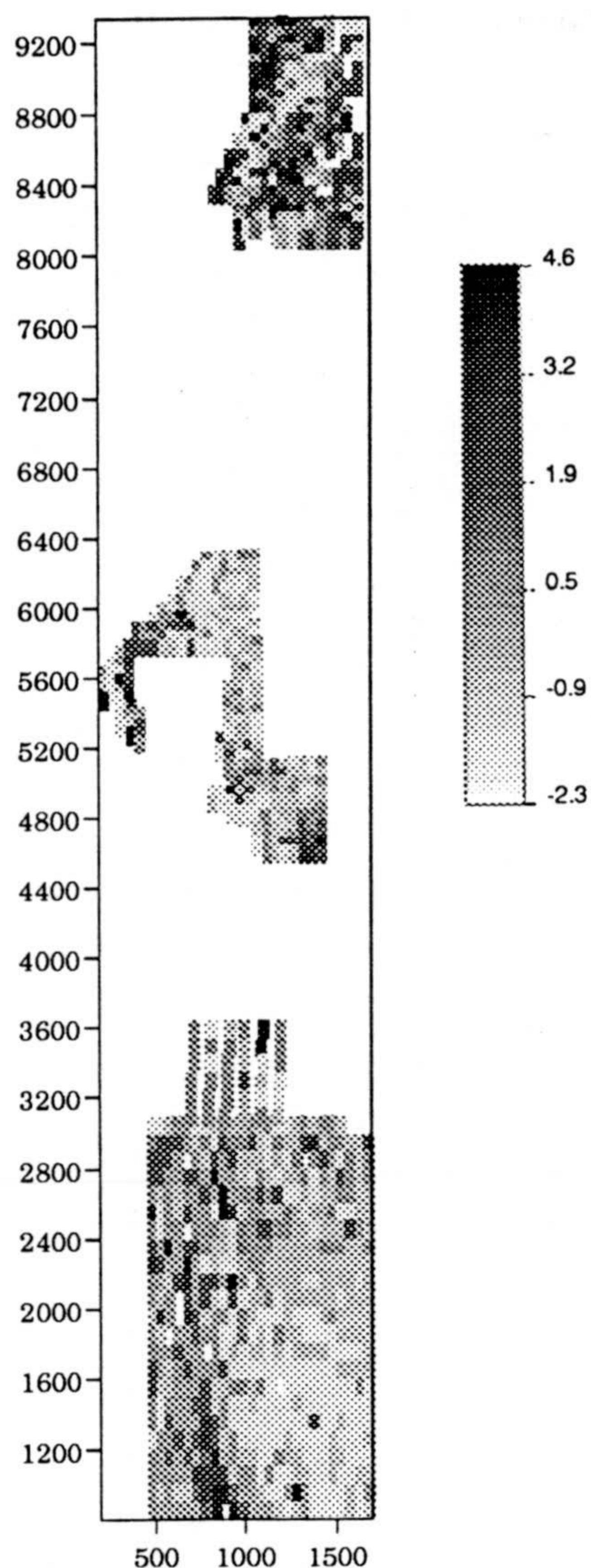


Figura III.6. Cartografía de la CP1 a partir del ACP de los datos brutos en el Area Total.

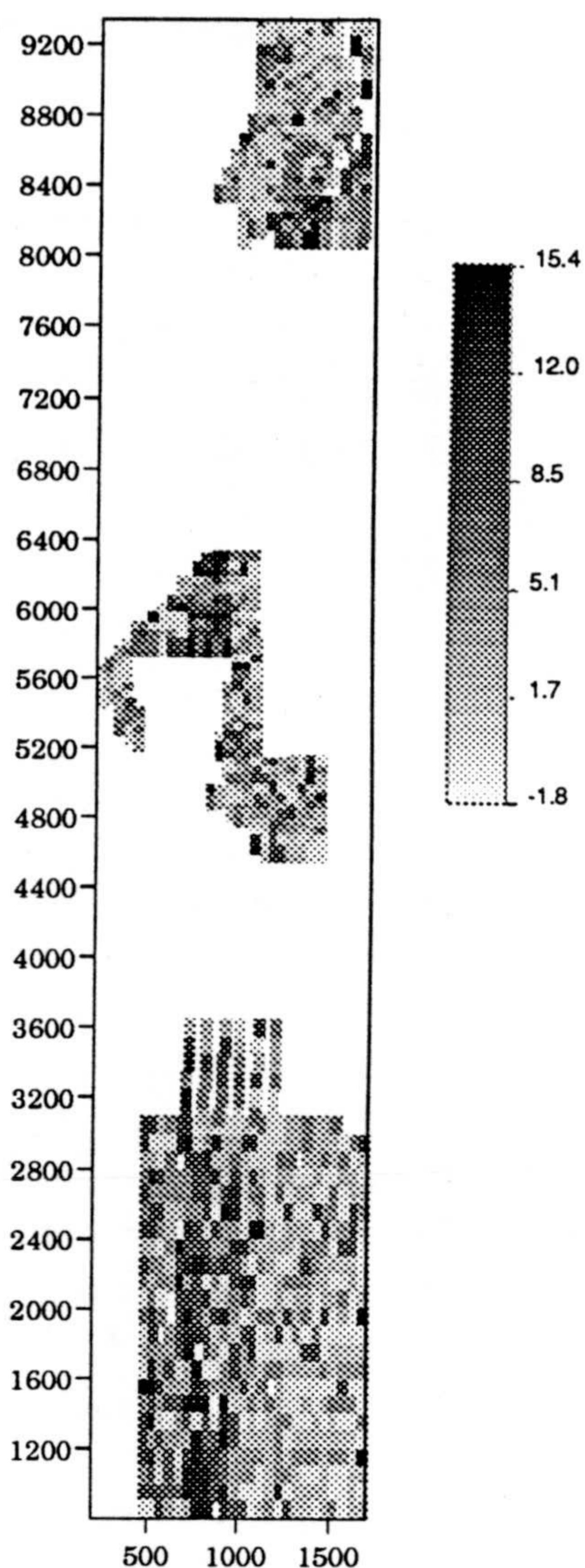


Figura III.7. Mapa de la CP5 procedente del ACP de los datos brutos en el Area Total.

pesos positivos y bastante elevados, cercanos a 1 en algunos casos como Fe. Se puede considerar que este factor refleja la mineralización sulfurada, de gran interés en el área. La cartografía de la CP1 (Fig. III.6) muestra un enriquecimiento en la asociación recogida por esta componente a lo largo del área de contacto entre los metasedimentos y los ortogneisses biotíticos, en las Zonas de La Mina y de Albores, mientras que en la Zona de

Vilarcovo se localizan fundamentalmente sobre los materiales aluviales del cuaternario, a ambos lados de las rocas cataclásticas. Como puede verse, las zonas más ricas siguen una tendencia N-S, siendo también de destacar que el área más pobre aparezca en torno a las rocas de tipo granitoide.

La segunda componente presenta una asociación de elementos con una clara correlación positiva con este factor, que explica un porcentaje de inercia próximo al 8%. Estos elementos son Sr, K Ba, con los mayores pesos, y Al y Pb con pesos algo menores. Esta asociación de variables podría interpretarse como un indicador de la alteración potásica existente en el Area; en general, se trata de una sericitización más o menos intensa dependiendo de las litologías. Esta componente aparece principalmente a lo largo de franjas de orientación E-W (Anexo B) y en las zonas de rocas graníticas debido a la alteración de los minerales potásicos (feldespatos, micas, etc) de este tipo de rocas. Es precisamente alrededor de las fracturas de tendencia E-W en donde esta alteración sericítica es más importante, lo que puede indicar una circulación tardía de fluidos favorecida por este sistema de fallas.

El tercer factor explica una varianza de algo más del 7% y se caracteriza por mostrar una clara asociación entre Ca y Na, con pesos de signo positivo en la CP3, mientras que Al y Pb aparecen correlacionados de forma negativa, mostrando una tendencia contraria. La cartografía de este factor (Anexo B) muestra los puntos más ricos a lo largo de las rocas metapelíticas, en las Zonas de La Mina y de Albores, apareciendo además en esta última Zona un área rica en las litologías de tipo cataclástico, al igual que en la Zona de Vilarcovo.

La CP4 ($\sigma^2=7.8\%$) presenta a Nb y Ti con pesos altos y positivos en este factor, y a Li, Mn y Mg con correlaciones algo menores con dicha componente. Podría considerarse como un factor que reflejaría un posible aporte detrítico ocurrido en la zona y que en la actualidad se localiza en aquellas litologías de origen sedimentario, como los metasedimentos. Como refleja el mapa de esta componente (Anexo B), la mayor concentración de estos elementos de tipo detrítico se localiza preferentemente en la franja de metasedimentos, siendo bastante pobre la Zona de Vilarcovo en esta asociación.

De todas las asociaciones resultantes del estudio por medio del ACP, quizá la más interesante es la que presentan As y Au. Estos dos elementos presentan pesos positivos y elevados en la CP5, siendo de destacar que el Cu también aparezca con una ligera correlación positiva con este factor. El resto de los pesos son próximos a cero, lo que resalta la falta de relación de un elemento como el Au con el resto de variables, a excepción de As y algo con Cu. Esta componente, que por los bajos pesos que presenta, sólo explica un 5.5% de la varianza total, se puede considerar como representativa de la mineralización del Au. Esta componente se localiza según una franja elongada en la dirección N-S, y sobre las litologías próximas a las cataclasitas, como los ONB, MT+AF, en las Zonas de La Mina y de Albores, o el cuaternario en la Zona de Vilarcovo (Fig. III.7). Destaca la gran influencia que ejerce sobre la concentración de estos elementos la fracturación principal debida al cizallamiento general del área. mejora

La componente 6, explicando un 5.3% (la que presenta un porcentaje menor de inercia), muestra la asociación Sn-Be-Li, que se puede asimilar a una componente indicativa de la alteración hidrotermal de gran interés como indicador, *a priori*, de zonas potencialmente favorables para la localización de la mineralización aurífera. De ahí que su cartografía muestre como área más ricas aquellas aproximadamente coincidentes con las del factor 5 (Au-As), aunque sea algo más extensa la distribución de la componente 6 que la del Au-As, ya que la influencia de litologías graníticas no está filtrada y aparece también representada.

Las dos últimas componentes procedentes del ACP a partir de los datos brutos resultan más difíciles de justificar desde un punto de vista geológico.

Con el fin de visualizar los resultados de una forma global se ha realizado un gráfico, como el que se muestra en la Figura III.8. En este diagrama se representan los pesos rotados de todos los elementos en relación a todas las componentes principales, apareciendo éstas representadas por subdiagramas yuxtapuestos entre sí y proporcionales a la varianza explicada por cada uno de los factores.

4.2.2. ACP a partir de los rangos

Con esta transformación se intentan superar problemas derivados de la presencia de valores aberrantes, al ordenar los valores de menor a mayor independientemente del rango de variación de unos valores a otros. Esto puede conllevar el inconveniente de que se produzca un suavizado de los datos de partida. Pues bien, a partir de la matriz de correlación de Spearman se aplicó el análisis de componentes principales, obteniéndose los resultados que aparecen en la Tabla III.7. Como hecho más destacado cabe reseñar el que el porcentaje de varianza explicada, para el mismo número de componentes, sea mayor en el caso de considerar los rangos, concretamente de casi un 77% para los 8 primeros factores. Por lo demás, los resultados son similares a los obtenidos a partir de la matriz de Pearson, con algunas particularidades que se pasan a comentar.

Analizando una a una las componentes seleccionadas, la CP1 que explica un 28.5% de la inercia total, engloba, de un modo más o menos general, a un conjunto de elementos similar al de los datos brutos: los elementos calcófilos (Fe, Cr, Ni, Cd, Zn, Cu, Co), aunque incluye a otras variables como Mg, Mn, Be e Y. También, en este caso, se puede asimilar esta componente como la que determina la mineralización sulfurada. El resto de componentes tienen un reflejo en las resultantes del ACP anterior, a excepción de la CP8 que asocia a Al, Pb y Li, que perfectamente esté indicando a las litologías de los granitos peraluminicos, y que no aparecía de una forma nítida anteriormente, tal y como se observa en la cartografía de este factor (Anexo B).

Caso de atención especial merece la componente 7 ($\sigma^2=5\%$), que presenta la asociación del Au, además de con el As, con otros elementos como Cu, Pb y P. Este hecho se presenta altamente interesante de cara a la determinación de las zonas anómalas para el Au, realizadas por medio de su correlación con otras variables, puesto que por sí mismo es poco definitorio de dichas anomalías. La cartografía de esta componente (Fig. III.9) es similar a la que se muestra en la Figura III.7, obtenida a partir del ACP de los datos brutos, aunque aparecen las zonas enriquecidas mejor definidas en el caso de trabajar con los rangos.

Análisis Geoestadístico de Estudio de Anomalías Geoquímicas

Tabla III.7. Resultados del análisis de componentes principales realizado sobre los datos transformados a sus respectivos rangos del Area Total: pesos rotados de las distintas variables, valores propios de cada factor y varianza explicada por cada uno de ellos.

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8
V	0.923	0.010	0.002	-0.005	0.073	0.088	0.071	-0.239
Fe	0.909	0.052	-0.024	0.013	0.009	0.148	0.122	-0.191
Cr	0.905	-0.051	-0.021	-0.030	0.093	0.025	0.072	-0.228
Ni	0.830	-0.155	-0.150	-0.015	0.059	-0.074	0.117	0.161
Cd	0.783	0.104	-0.186	0.191	0.021	-0.011	0.153	0.123
Mg	0.774	-0.119	0.092	0.084	0.045	0.357	-0.045	0.177
Co	0.766	-0.220	-0.005	-0.116	-0.023	0.137	0.036	0.309
Cu	0.747	0.154	-0.174	-0.070	0.023	0.075	-0.223	-0.089
Zn	0.703	-0.046	-0.162	0.165	0.010	0.186	-0.090	0.264
Mn	0.621	-0.030	0.141	-0.294	0.138	0.407	-0.137	0.096
Be	0.584	-0.213	0.145	-0.138	0.463	-0.309	-0.001	0.017
Y	0.579	-0.379	0.218	0.037	-0.006	-0.010	0.130	0.151
B	-0.037	0.891	0.012	-0.092	-0.080	0.063	0.017	0.053
P	-0.161	0.665	-0.017	0.044	-0.169	0.198	-0.236	0.404
Ca	-0.018	0.097	0.861	0.040	-0.045	0.173	-0.032	-0.115
Na	-0.185	-0.161	0.847	-0.004	0.182	-0.136	0.079	-0.032
K	-0.046	-0.036	0.029	0.836	0.133	0.039	0.074	0.021
Ba	0.312	-0.138	-0.171	0.557	-0.343	0.079	-0.121	0.232
Sn	0.109	-0.081	0.087	0.050	0.864	0.097	0.025	0.007
Nb	0.016	0.171	0.013	0.026	-0.003	0.88	-0.073	0.065
Ti	0.439	0.017	0.050	0.092	0.021	0.805	0.029	-0.098
Au	-0.149	0.030	0.022	-0.044	-0.106	0.022	-0.822	0.057
As	0.075	0.487	-0.141	0.003	0.222	0.108	-0.581	-0.059
Al	0.103	0.113	-0.487	0.163	-0.018	-0.172	0.106	0.678
Pb	-0.166	0.446	-0.470	0.153	-0.117	0.075	-0.225	0.560
Li	0.372	0.119	0.031	0.019	0.186	0.443	-0.091	0.529
Sr	-0.145	0.169	0.346	0.492	-0.412	0.041	0.037	0.456
Valores propios	8.202	3.785	2.464	2.002	1.202	1.145	0.969	0.916
Varianza explicada	28.490	7.924	8.558	5.649	5.500	8.370	4.937	7.183

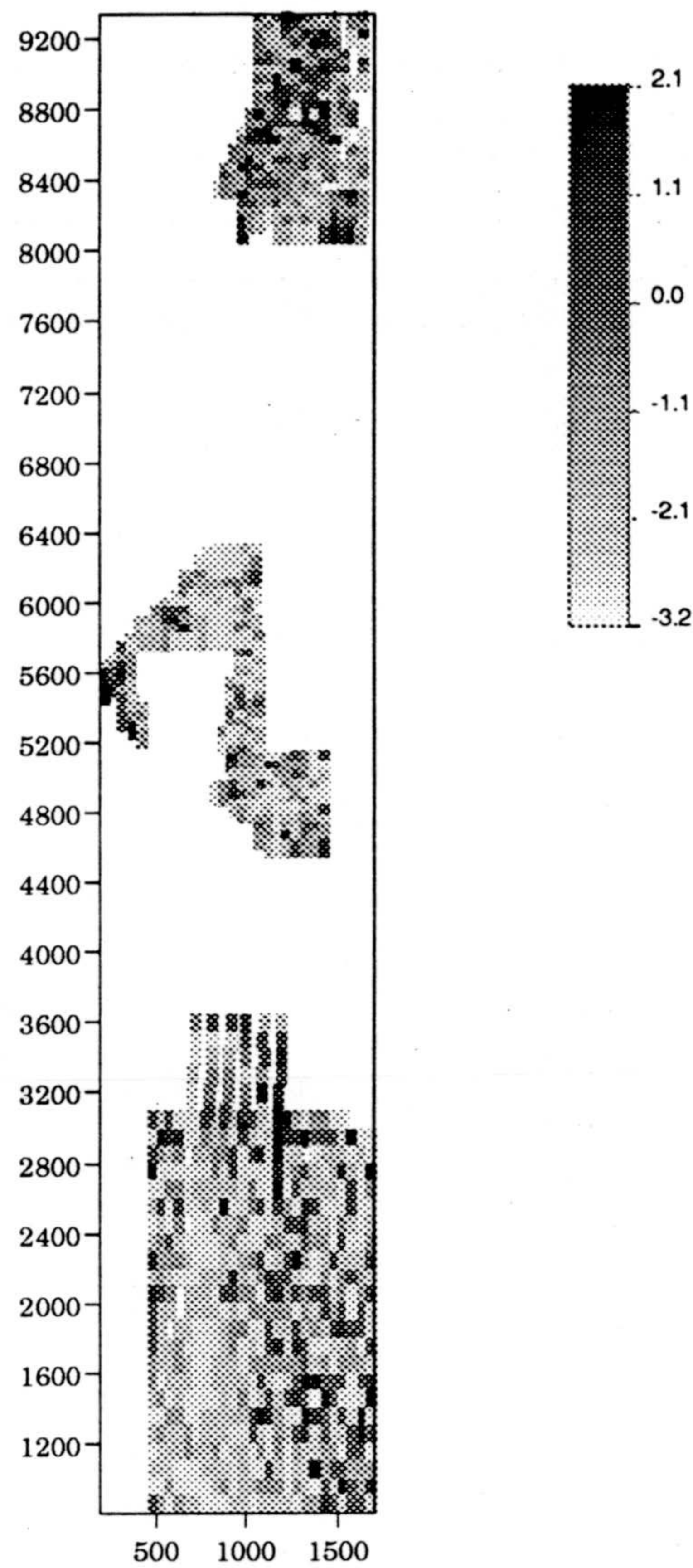


Figura III.9. Cartografía de la componente principal 7 procedente del ACP realizado sobre los datos del Area Total transformados a sus respectivos rangos.

Se puede decir, de forma general, que las cartografías de las componentes calculadas a partir de los rangos muestran esencialmente distribuciones similares a las obtenidas con los datos brutos, aunque existe una definición más nítida con los rangos, al desaparecer parte de los problemas distribucionales existentes en los datos sin transformar. Destacar, por ejemplo, cómo la distribución de la componente que engloba a K, Sr y

Ba queda mucho más restringida a lo largo del sistema de fracturas E-W y de una forma más clara que en el caso del ACP de datos brutos.

Al igual que se hizo anteriormente, los resultados se han presentado gráficamente a través de la yuxtaposición de "subdiagramas" representando los pesos rotados de todas las variables estudiadas en el Area Total (Fig. III.10).

En general, se puede señalar que los resultados obtenidos por medio de esta transformación se presentan como muy interesantes cuando se realizan estudios de variables como las geoquímicas, con valores extremos.

4.3. Análisis de correspondencias

Como ya se ha comentado al inicio del capítulo, ésta es una técnica de gran utilidad en el campo de la geología, ya que permite el tratamiento de variables cualitativas o cuantitativas (previamente codificadas en modalidades), de forma independiente, así como el tratamiento conjunto de ambos tipos de variables. No obstante, no está tan difundida como lo puedan estar otras técnicas factoriales como el análisis de componentes principales o el análisis factorial. Entre las aplicaciones de carácter geoquímico más significativas, destacar las siguientes: Campiglio y Darling (1974), David y Dagbert (1974), Valenchon (1988), Oleson y Carr (1990), Grunsky y Agterberg (1988) y Jiménez Espinosa et al. (1992).

En este estudio se han utilizado dos tipos de variables, que han requerido una serie de transformaciones previas a la aplicación del análisis de correspondencias, y que se pasan a comentar a continuación:

(i) *Variables de tipo cuantitativo.* Estas son simplemente las variables relativas a las concentraciones en los distintos elementos analizados, es decir, los mismos elementos químicos que han sido utilizados en el análisis de componentes principales. Para su utilización en el AC es necesario transformar esta matriz de concentraciones de elementos (1204x27) en una matriz de tipo disyuntivo o indicatriz, donde las diferentes muestras se codifican en valores de "ceros" y "unos" para las distintas variables, en función de unos criterios impuestos previamente. Se va a realizar la codificación según tres clases o modalidades para cada elemento, una para los valores más bajos, en la que se incluirían tanto los valores verdaderamente bajos como aquellos que son iguales al límite de detección; otra modalidad para los intermedios; y por último, otra para los valores más altos, cayendo en la misma tanto los valores realmente elevados, como los anómalos y los valores "outliers". Esta codificación es de gran interés en los problemas geoquímicos puesto que las variables geoquímicas presentan con bastante frecuencia una gran dependencia de la precisión de los aparatos de medida, errores muestrales y presencia de valores aberrantes, además de los valores por debajo del límite de detección. Así, se asignó a cada muestra una nueva variable desdoblada en tres valores, de los cuales sólo uno de ellos puede ser un "uno", y que corresponde a la clase a la que dicha muestra pertenece, mientras que los otros dos valores serán "ceros" (ver Figura III.4). De esta forma se pasaría a tener una matriz disyuntiva, en principio, de una dimensión de (1204x81), aunque posteriormente se ve que para el caso del Cd y del Au, sólo es posible establecer dos modalidades, por lo que la matriz disyuntiva definitiva, para las variables cuantitativas, pasa a tener una dimensión de (1204x79).

(ii) *Variables cualitativas.* Dentro de este grupo de variables se consideran todas aquellas variables que pueden influir de algún modo a la formación de las mineralizaciones del área, y así se establecen siete variables cualitativas, presencia-ausencia, atendiendo a criterios geológicos fundamentalmente:

Criterio geológico	Ausencia	Presencia
Rocas metapelíticas	MT0	MT1
Rocas gneissicas	N0	N1
Rocas graníticas	G0	G1
Cataclasitas	CM0	CM1
Cuaternario	Q0	Q1
Fracturas N-S	NS0	NS1
Fracturas E-W	EW0	EW1

De esta forma se establece una matriz disyuntiva cuyo criterio de ausencia-presencia de las características geológicas señaladas anteriormente, permite considerar dos clases para cada variable, obteniéndose una matriz de dimensión (1204x14).

El objetivo principal es el uso conjunto de ambos tipos de variables, por tanto se fusionan ambas matrices, la de variables cuantitativas y la de cualitativas, para obtener una matriz compuesta de dimensión (1204x93) que es la que sirve de entrada en los cálculos posteriores. Como se comentó en el apartado teórico inicial, el análisis de correspondencias se iba a llevar a cabo a partir de la llamada matriz de Burt, que no es otra cosa que una yuxtaposición de tablas de contingencia y que permite el estudio en modo-Q y en modo-R de forma simultánea, por los criterios de construcción de dicha matriz (ver Fig. III.5). La matriz de Burt para este conjunto de datos, de dimensión (93x93), se presenta en el Anexo B de esta memoria.

Una vez calculada la matriz de Burt, ésta se introduce en el algoritmo de cálculo del AC y obteniéndose los resultados que aparecen en la Tabla III.8, para los datos relativos a las masas, distancias y coordenadas para los 6 primeros factores; y en la Tabla III.9 para las contribuciones absolutas y relativas de cada factor y variable.

A la hora de interpretar los resultados de un AC hay que tener en cuenta una serie de cuestiones adicionales a las consideradas en otros métodos factoriales, como el ACP. En el AC las coordenadas no pueden interpretarse como grado de correlación de la variable o muestra con los ejes

Tabla III.8. Resultados del AC para las distintas modalidades y para los seis primeros factores: masas, distancia al origen y coordenadas para cada variable.

Clases	Masas	Dist/O	Coordenadas					
			F1	F2	F3	F4	F5	F6
P1	0.010	0.150	-0.110	0.310	0.080	0.120	0.050	-0.030
P2	0.011	0.070	-0.020	-0.080	0.070	-0.130	0.000	0.030
P3	0.009	0.160	0.150	-0.250	-0.170	0.030	-0.050	0.000
B1	0.010	0.110	-0.060	0.240	0.070	0.110	0.090	0.050
B2	0.010	0.080	-0.060	-0.120	-0.020	-0.070	0.000	0.000
B3	0.009	0.110	0.130	-0.140	-0.060	-0.040	-0.100	-0.060
As1	0.010	0.110	-0.030	0.250	-0.010	0.130	0.010	0.030
As2	0.010	0.080	0.080	-0.120	0.000	0.030	0.000	0.030
As3	0.010	0.090	-0.050	-0.140	0.010	-0.160	0.000	-0.050
Sn1	0.019	0.030	0.090	-0.030	-0.060	0.020	-0.020	0.000
Sn2	0.002	0.590	-0.040	-0.180	0.160	-0.100	-0.080	0.120
Sn3	0.009	0.110	-0.170	0.080	0.110	-0.020	0.060	-0.030
Zn1	0.010	0.230	0.420	0.190	0.070	-0.040	-0.020	-0.010
Zn2	0.010	0.090	-0.060	-0.190	0.070	0.020	0.040	0.010
Zn3	0.010	0.190	-0.370	0.000	-0.140	0.020	-0.020	-0.010
Pb1	0.010	0.130	-0.080	0.240	0.190	0.100	-0.030	0.030
Pb2	0.009	0.080	-0.050	-0.010	0.070	-0.100	0.010	-0.030
Pb3	0.010	0.170	0.130	-0.240	-0.280	-0.010	0.020	0.000
Cd1	0.022	0.040	0.170	-0.050	0.060	-0.010	0.020	0.000
Cd3	0.008	0.340	-0.500	0.160	-0.170	0.020	-0.050	-0.010
Co1	0.011	0.230	0.440	0.120	0.040	-0.050	-0.060	-0.020
Co2	0.010	0.090	-0.050	-0.190	0.020	0.070	0.110	0.000
Co3	0.009	0.270	-0.480	0.090	-0.070	-0.020	-0.060	0.030
Ni1	0.010	0.230	0.450	0.070	0.030	-0.050	-0.080	0.030
Ni2	0.009	0.110	-0.020	-0.230	0.080	0.060	0.100	0.000
Ni3	0.010	0.260	-0.460	0.150	-0.110	0.000	-0.020	-0.040
Ba1	0.010	0.110	0.170	0.150	0.120	-0.070	0.030	-0.030
Ba2	0.010	0.070	0.000	-0.090	0.090	-0.020	-0.030	0.000
Ba3	0.010	0.120	-0.170	-0.060	-0.210	0.090	0.000	0.030
Fe1	0.010	0.310	0.510	0.170	-0.070	-0.060	0.000	0.050
Fe2	0.010	0.140	-0.010	-0.300	0.130	0.090	0.080	-0.040
Fe3	0.010	0.290	-0.500	0.130	-0.070	-0.030	-0.080	-0.010
Mn1	0.010	0.190	0.350	0.160	-0.120	0.040	-0.010	0.040
Mn2	0.010	0.090	0.100	-0.140	0.080	0.070	0.060	-0.100
Mn3	0.010	0.240	-0.450	-0.020	0.040	-0.110	-0.060	0.060
Cr1	0.010	0.280	0.480	0.110	-0.110	-0.050	-0.020	0.080
Cr2	0.010	0.140	0.020	-0.280	0.160	0.080	0.070	-0.050
Cr3	0.010	0.310	-0.510	0.170	-0.050	-0.030	-0.050	-0.030
Mg1	0.010	0.260	0.440	0.210	-0.030	-0.060	-0.020	0.000
Mg2	0.010	0.100	0.040	-0.220	0.050	0.090	0.050	-0.100
Mg3	0.010	0.270	-0.490	0.000	-0.020	-0.030	-0.040	0.090
Al1	0.010	0.120	0.080	0.040	0.280	-0.010	-0.080	0.000
Al2	0.010	0.070	-0.090	0.040	0.010	0.000	0.050	0.000
Al3	0.010	0.120	0.010	-0.080	-0.290	0.000	0.030	0.010
V1	0.010	0.300	0.500	0.150	-0.090	-0.060	0.000	0.060
V2	0.010	0.160	-0.020	-0.310	0.150	0.100	0.070	-0.030
V3	0.010	0.310	-0.510	0.160	-0.050	-0.040	-0.070	-0.030

Tabla III.8. Continuación.

Clases	Masas	Dist/O	Coordenadas					
			E1	E2	E3	E4	E5	E6
BE1	0.011	0.160	0.340	-0.140	-0.070	0.010	-0.070	0.010
BE2	0.009	0.090	-0.110	-0.050	0.080	0.010	0.080	0.060
BE3	0.009	0.190	-0.320	0.210	0.000	-0.020	0.010	-0.070
NB1	0.011	0.130	0.030	0.310	-0.080	0.050	0.080	-0.020
NB2	0.009	0.090	0.110	-0.060	0.030	-0.040	-0.110	-0.100
NB3	0.010	0.150	-0.130	-0.290	0.070	-0.020	0.010	0.110
CA1	0.010	0.100	0.000	0.050	-0.220	-0.060	0.120	-0.040
CA2	0.009	0.070	-0.050	-0.070	0.050	-0.030	0.030	-0.040
CA3	0.010	0.100	0.050	0.010	0.180	0.090	-0.150	0.080
CU1	0.011	0.190	0.390	0.130	0.010	0.010	-0.020	0.060
CU2	0.009	0.100	-0.050	-0.180	0.050	0.090	0.060	-0.010
CU3	0.009	0.200	-0.390	0.030	-0.060	-0.100	-0.040	-0.050
TI1	0.010	0.170	0.250	0.260	-0.110	-0.050	0.100	0.020
TI2	0.010	0.090	0.100	-0.100	0.060	0.060	-0.090	-0.120
TI3	0.010	0.200	-0.360	-0.160	0.050	-0.010	-0.010	0.110
Y1	0.010	0.170	0.360	0.010	-0.010	-0.110	-0.040	-0.050
Y2	0.011	0.080	-0.070	-0.170	-0.010	0.010	0.050	0.010
Y3	0.009	0.190	-0.320	0.210	0.030	0.110	-0.020	0.030
SR1	0.010	0.120	-0.110	0.170	0.060	-0.170	0.080	-0.120
SR2	0.010	0.070	-0.050	-0.010	0.080	0.010	-0.030	0.080
SR3	0.010	0.130	0.170	-0.160	-0.140	0.160	-0.050	0.050
NA1	0.010	0.120	-0.050	-0.090	-0.260	-0.040	0.050	-0.060
NA2	0.010	0.080	-0.060	-0.060	0.080	-0.080	-0.030	-0.040
NA3	0.010	0.130	0.120	0.150	0.190	0.120	-0.020	0.100
LI1	0.010	0.150	0.230	0.250	0.020	-0.020	0.040	0.010
LI2	0.010	0.070	-0.030	-0.060	0.040	0.060	-0.020	-0.050
LI3	0.009	0.150	-0.220	-0.210	-0.070	-0.040	-0.020	0.030
K1	0.010	0.070	-0.010	0.040	0.060	-0.090	0.000	-0.100
K2	0.010	0.070	0.000	-0.060	-0.020	-0.010	0.030	0.000
K3	0.010	0.070	0.010	0.020	-0.050	0.110	-0.030	0.100
AU1	0.021	0.020	-0.060	0.070	0.000	0.030	0.010	0.010
AU3	0.009	0.120	0.160	-0.170	0.000	-0.080	-0.030	-0.030
MT0	0.025	0.010	0.080	0.010	-0.030	0.030	0.030	-0.020
MT1	0.004	0.440	-0.460	-0.080	0.180	-0.210	-0.170	0.120
N0	0.022	0.020	0.000	-0.090	-0.040	0.000	-0.040	0.040
N1	0.007	0.190	0.000	0.290	0.140	-0.010	0.140	-0.140
G0	0.021	0.040	-0.140	0.090	0.050	-0.030	0.060	0.030
G1	0.008	0.270	0.370	-0.240	-0.130	0.080	-0.160	-0.070
CM0	0.022	0.020	0.010	0.030	0.020	0.030	-0.060	-0.060
CM1	0.007	0.150	-0.020	-0.090	-0.050	-0.080	0.190	0.170
Q0	0.027	0.010	0.030	-0.030	0.010	-0.030	0.010	0.010
Q1	0.003	0.550	-0.330	0.310	-0.120	0.330	-0.130	-0.060
NS0	0.013	0.060	0.000	0.090	-0.030	0.150	-0.100	-0.080
NS1	0.017	0.040	0.000	-0.060	0.020	-0.110	0.070	0.060
EW0	0.022	0.010	0.000	0.030	-0.050	0.040	0.050	0.000
EW1	0.007	0.130	0.000	-0.080	0.160	-0.130	-0.140	0.000

retenidos, por lo que puede ocurrir que estas coordenadas no sean excesivamente significativas, ésto hace que haya que recurrir a las ayudas a la interpretación proporcionadas por las contribuciones. Principalmente, se consideran las contribuciones absolutas, que representan la explicación de cada eje por aquellas variables que presentan contribuciones absolutas mayores. En ciertos casos puntuales, como por ejemplo cuando existe un interés especial sobre algunas muestras o variables, las contribuciones relativas se suelen tener en cuenta, cuyo significado es ver cuáles son los factores que más contribuyen a explicar los puntos seleccionados.

Una vez interpretados los ejes, al igual que en los demás métodos factoriales, se trazan gráficos planos para pares de ejes en los cuales se proyectan las variables y/o las muestras, sabiendo que la proximidad entre puntos puede interpretarse en términos de semejanza, por el principio baricéntrico (a no ser que existan errores de perspectiva a la hora de realizar la representación gráfica). Cuando se trabaja con datos codificados a modalidades, dichas modalidades se suelen unir trazando trayectorias, en orden creciente, y se realiza la interpretación analizando cómo varían estas trayectorias en el plano considerado, según los factores representados.

En relación a los resultados concretos del Area Total, destacar que el análisis de correspondencias proporciona una mejor explicación de la varianza total del sistema, siendo necesario retener sólo 6 factores para explicar más del 77% de la inercia total. A continuación se pasará a comentar cada uno de los factores considerados.

En cuanto al primer factor, resalta el importante porcentaje de varianza explicada, $\sigma^2=42.5\%$, ya que asocia a un elevado número de variables, en el que las modalidades extremas (modalidad 1 y modalidad 3) presentan contribuciones absolutas importantes, tales como Zn, Co, Ni, Fe, Mn, Cr, Mg, V, Cu, así como la modalidad alta de algunas variables cualitativas, como G1. Además, las coordenadas de estas modalidades son también las más elevadas del conjunto. Por otra parte, estas variables presentan valores negativos en la coordenadas del segundo factor, en el que igualmente tienen contribuciones absolutas significativas, aunque menores que en el F1. Este comportamiento queda puesto de manifiesto sobre el gráfico factorial F1-F2 (Fig. III.11), donde se puede ver una fuerte asociación de este grupo de elementos con el primer factor, que opone las clases

Tabla III.9. Resultados del AC: contribuciones absolutas y relativas.

Clases	Contribuciones Absolutas						Contribuciones Relativas					
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
P1	0.200	4.300	0.600	2.900	0.600	0.300	0.080	0.630	0.040	0.100	0.020	0.000
P2	0.000	0.400	0.500	3.800	0.000	0.300	0.010	0.110	0.070	0.270	0.000	0.010
P3	0.400	2.400	2.700	0.100	0.600	0.000	0.140	0.380	0.190	0.010	0.020	0.000
B1	0.100	2.700	0.500	2.300	2.200	1.000	0.030	0.510	0.040	0.100	0.070	0.020
B2	0.100	0.700	0.000	1.000	0.000	0.000	0.040	0.190	0.000	0.070	0.000	0.000
B3	0.300	0.800	0.400	0.300	2.700	1.200	0.160	0.180	0.030	0.020	0.100	0.030
AS1	0.000	3.000	0.000	3.100	0.000	0.200	0.010	0.570	0.000	0.140	0.000	0.010
AS2	0.100	0.700	0.000	0.200	0.000	0.200	0.070	0.190	0.000	0.010	0.000	0.010
AS3	0.000	0.900	0.000	5.100	0.000	0.900	0.020	0.210	0.000	0.290	0.000	0.030
SN1	0.300	0.100	0.800	0.100	0.300	0.000	0.270	0.020	0.150	0.010	0.020	0.000
SN2	0.000	0.200	0.400	0.300	0.200	0.800	0.000	0.050	0.040	0.020	0.010	0.020
SN3	0.500	0.300	1.000	0.100	1.000	0.300	0.270	0.060	0.100	0.010	0.040	0.010
ZN1	3.300	1.600	0.500	0.300	0.100	0.000	0.750	0.150	0.020	0.010	0.000	0.000
ZN2	0.100	1.600	0.500	0.100	0.300	0.100	0.040	0.390	0.060	0.010	0.010	0.000
ZN3	2.500	0.000	2.000	0.100	0.100	0.000	0.740	0.000	0.110	0.000	0.000	0.000
PB1	0.100	2.700	3.900	2.000	0.300	0.400	0.040	0.420	0.280	0.070	0.010	0.010
PB2	0.000	0.000	0.500	2.000	0.100	0.400	0.030	0.000	0.070	0.140	0.000	0.010
PB3	0.300	2.600	7.500	0.000	0.100	0.000	0.100	0.350	0.460	0.000	0.000	0.000
CD1	1.200	0.300	0.800	0.000	0.200	0.000	0.750	0.070	0.090	0.000	0.010	0.000
CD3	3.600	0.800	2.300	0.100	0.500	0.000	0.750	0.070	0.090	0.000	0.010	0.000
CO1	3.800	0.700	0.200	0.500	1.000	0.100	0.840	0.060	0.010	0.010	0.020	0.000
CO2	0.000	1.700	0.100	1.000	3.200	0.000	0.030	0.400	0.010	0.050	0.130	0.000
CO3	3.700	0.300	0.500	0.100	0.700	0.200	0.840	0.030	0.020	0.000	0.010	0.000
NI1	3.900	0.200	0.100	0.500	1.600	0.400	0.870	0.020	0.000	0.010	0.020	0.010
NI2	0.000	2.300	0.600	0.600	2.500	0.000	0.000	0.470	0.060	0.030	0.090	0.000
NI3	3.900	1.000	1.200	0.000	0.100	0.400	0.800	0.090	0.050	0.000	0.000	0.000
BA1	0.500	1.000	1.400	1.000	0.200	0.200	0.250	0.200	0.120	0.050	0.010	0.010
BA2	0.000	0.300	0.900	0.100	0.200	0.000	0.000	0.110	0.120	0.000	0.010	0.000
BA3	0.500	0.200	4.400	1.500	0.000	0.300	0.250	0.030	0.380	0.070	0.000	0.010
FE1	4.800	1.300	0.400	0.700	0.000	0.800	0.840	0.090	0.010	0.010	0.000	0.010
FE2	0.000	4.000	1.700	1.400	1.600	0.600	0.000	0.620	0.120	0.050	0.040	0.010
FE3	4.500	0.700	0.400	0.100	1.700	0.000	0.860	0.060	0.010	0.000	0.020	0.000
MN1	2.200	1.100	1.300	0.300	0.000	0.400	0.640	0.130	0.070	0.010	0.000	0.010
MN2	0.200	0.900	0.600	1.000	1.000	3.400	0.100	0.220	0.070	0.060	0.040	0.110
MN3	3.700	0.000	0.200	2.300	0.800	1.300	0.850	0.000	0.010	0.050	0.010	0.020
CR1	4.400	0.600	1.200	0.500	0.100	2.000	0.840	0.040	0.040	0.010	0.000	0.020
CR2	0.000	3.500	2.600	1.100	1.200	0.900	0.000	0.560	0.180	0.040	0.030	0.020
CR3	4.800	1.300	0.200	0.100	0.600	0.200	0.850	0.090	0.010	0.000	0.010	0.000
MG1	3.600	2.000	0.100	0.600	0.100	0.000	0.750	0.170	0.000	0.010	0.000	0.000
MG2	0.000	2.100	0.200	1.600	0.700	3.300	0.020	0.450	0.020	0.080	0.030	0.090
MG3	4.400	0.000	0.000	0.200	0.400	3.000	0.910	0.000	0.000	0.000	0.010	0.030
AL1	0.100	0.100	7.700	0.000	1.600	0.000	0.060	0.010	0.650	0.000	0.050	0.000
AL2	0.200	0.100	0.000	0.000	0.600	0.000	0.120	0.020	0.000	0.000	0.030	0.000
AL3	0.000	0.300	8.100	0.000	0.200	0.000	0.000	0.060	0.700	0.000	0.010	0.000
V1	4.800	1.000	0.900	0.600	0.000	1.200	0.840	0.070	0.030	0.010	0.000	0.010
V2	0.000	4.300	2.200	1.700	1.400	0.400	0.000	0.620	0.140	0.060	0.040	0.010
V3	4.700	1.100	0.300	0.300	1.400	0.300	0.850	0.080	0.010	0.000	0.020	0.000

Tabla III.9. Continuación.

Clases	Contribuciones Absolutas						Contribuciones Relativas					
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
BE1	2.500	1.000	0.500	0.000	1.400	0.000	0.720	0.110	0.030	0.000	0.030	0.000
BE2	0.200	0.100	0.600	0.000	1.600	1.200	0.120	0.030	0.080	0.000	0.070	0.040
BE3	1.800	1.900	0.000	0.100	0.000	1.600	0.550	0.240	0.000	0.000	0.000	0.030
NB1	0.000	4.700	0.700	0.500	1.900	0.100	0.010	0.730	0.050	0.020	0.050	0.000
NB2	0.200	0.100	0.100	0.200	2.600	3.300	0.130	0.040	0.010	0.020	0.120	0.120
NB3	0.300	3.700	0.400	0.100	0.000	4.500	0.110	0.580	0.030	0.000	0.000	0.090
CA1	0.000	0.100	5.000	0.600	3.800	0.600	0.000	0.020	0.480	0.030	0.140	0.020
CA2	0.000	0.200	0.200	0.200	0.300	0.500	0.030	0.060	0.030	0.010	0.010	0.020
CA3	0.000	0.000	3.400	1.500	6.200	2.200	0.020	0.000	0.330	0.080	0.230	0.060
CU1	3.100	0.800	0.000	0.000	0.100	1.200	0.800	0.090	0.000	0.000	0.000	0.020
CU2	0.000	1.300	0.200	1.500	1.000	0.000	0.030	0.330	0.030	0.090	0.040	0.000
CU3	2.700	0.000	0.400	2.000	0.400	0.900	0.770	0.000	0.020	0.050	0.010	0.010
TI1	1.200	3.000	1.100	0.400	2.600	0.100	0.360	0.380	0.060	0.010	0.060	0.000
TI2	0.200	0.500	0.300	0.700	1.900	5.000	0.120	0.120	0.040	0.040	0.090	0.170
TI3	2.400	1.100	0.300	0.000	0.000	3.800	0.670	0.130	0.010	0.000	0.000	0.060
Y1	2.400	0.000	0.000	2.300	0.400	0.700	0.750	0.000	0.000	0.070	0.010	0.010
Y2	0.100	1.500	0.000	0.000	0.600	0.100	0.070	0.390	0.000	0.000	0.030	0.000
Y3	1.600	1.700	0.100	2.000	0.100	0.400	0.520	0.230	0.000	0.060	0.000	0.010
SR1	0.200	1.400	0.300	5.300	1.700	5.500	0.110	0.260	0.030	0.240	0.060	0.130
SR2	0.000	0.000	0.700	0.000	0.300	2.300	0.030	0.000	0.100	0.000	0.010	0.090
SR3	0.500	1.200	2.000	4.900	0.700	0.700	0.210	0.200	0.150	0.200	0.020	0.020
NA1	0.100	0.300	7.000	0.300	0.700	1.200	0.030	0.060	0.590	0.010	0.020	0.030
NA2	0.100	0.200	0.700	1.300	0.200	0.600	0.050	0.050	0.090	0.090	0.010	0.020
NA3	0.300	1.000	3.500	2.600	0.200	3.500	0.110	0.180	0.290	0.110	0.000	0.080
LI1	1.100	2.900	0.000	0.100	0.500	0.100	0.370	0.410	0.000	0.000	0.010	0.000
LI2	0.000	0.200	0.200	0.600	0.100	0.700	0.020	0.050	0.030	0.050	0.010	0.030
LI3	0.900	1.900	0.400	0.200	0.100	0.300	0.340	0.300	0.030	0.010	0.000	0.010
K1	0.000	0.100	0.400	1.600	0.000	3.600	0.000	0.030	0.060	0.120	0.000	0.150
K2	0.000	0.200	0.000	0.000	0.200	0.000	0.000	0.060	0.000	0.000	0.010	0.000
K3	0.000	0.000	0.200	2.100	0.200	3.300	0.000	0.000	0.030	0.150	0.010	0.130
AU1	0.200	0.400	0.000	0.400	0.100	0.100	0.210	0.240	0.000	0.060	0.010	0.010
AU3	0.400	1.100	0.000	1.100	0.100	0.200	0.210	0.240	0.000	0.060	0.010	0.010
MT0	0.300	0.000	0.200	0.600	0.500	0.300	0.480	0.010	0.070	0.100	0.070	0.030
MT1	1.700	0.100	1.400	3.500	3.300	2.000	0.480	0.010	0.070	0.100	0.070	0.030
N0	0.000	0.900	0.400	0.000	1.200	1.600	0.000	0.450	0.100	0.000	0.100	0.100
N1	0.000	2.800	1.400	0.000	3.700	4.900	0.000	0.450	0.100	0.000	0.100	0.100
G0	0.800	0.800	0.500	0.400	2.100	0.600	0.500	0.220	0.060	0.020	0.100	0.020
G1	2.000	2.100	1.400	1.000	5.600	1.500	0.500	0.220	0.060	0.020	0.100	0.020
CM0	0.000	0.100	0.100	0.300	2.300	2.500	0.000	0.060	0.020	0.040	0.250	0.200
CM1	0.000	0.300	0.200	0.900	7.000	7.400	0.000	0.060	0.020	0.040	0.250	0.200
Q0	0.100	0.100	0.000	0.600	0.100	0.000	0.190	0.180	0.030	0.200	0.030	0.010
Q1	0.500	1.200	0.400	5.800	1.200	0.300	0.190	0.180	0.030	0.200	0.030	0.010
NS0	0.000	0.400	0.100	5.300	3.200	2.800	0.000	0.120	0.010	0.350	0.150	0.100
NS1	0.000	0.300	0.100	3.900	2.400	2.100	0.000	0.120	0.010	0.350	0.150	0.100
EW0	0.000	0.100	0.600	0.800	1.300	0.000	0.000	0.050	0.200	0.140	0.160	0.000
EW1	0.000	0.200	1.800	2.500	3.800	0.000	0.000	0.050	0.200	0.140	0.160	0.000

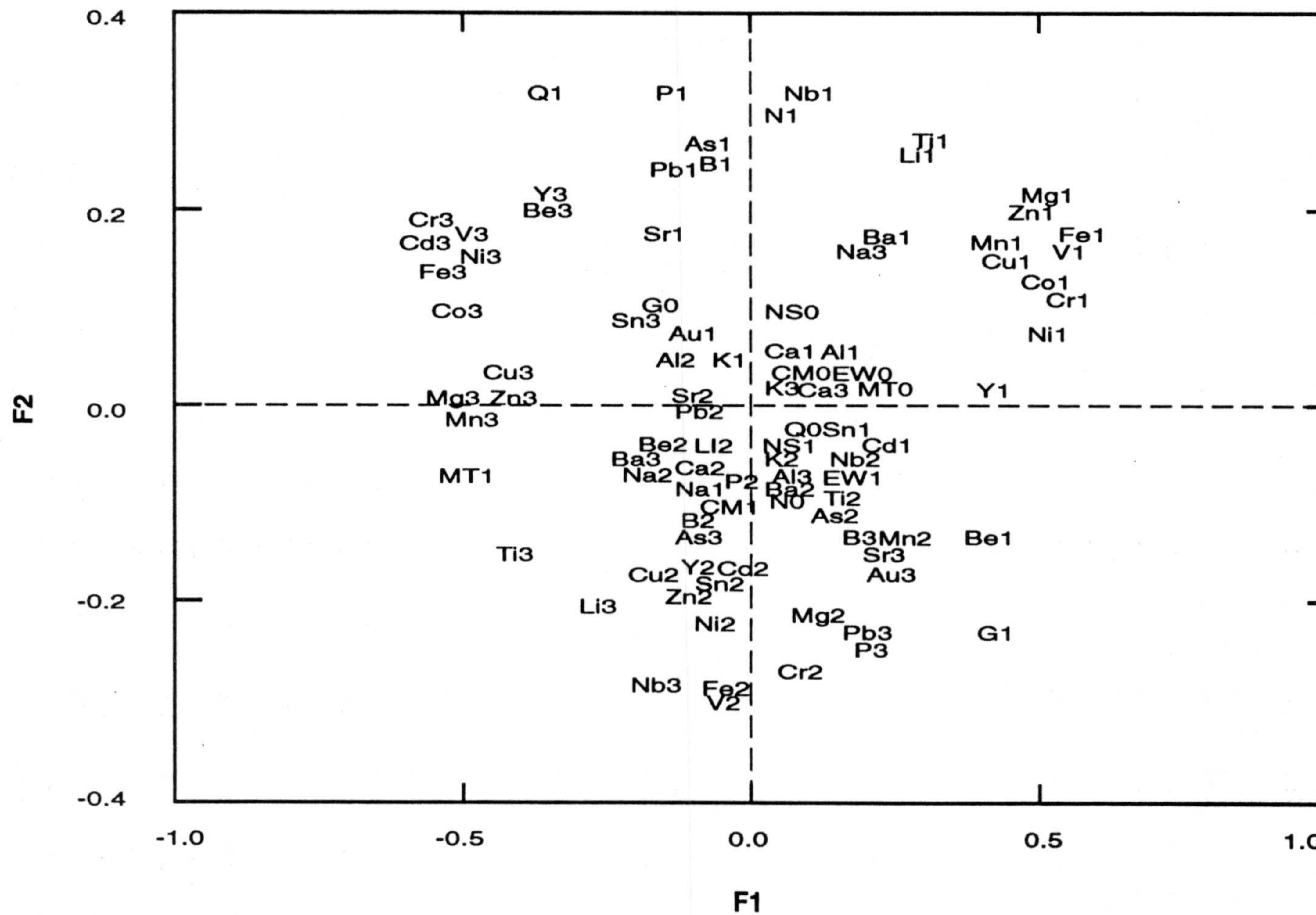


Figura III.11. Gráfico del plano factorial formado por los dos primeros factores del análisis de correspondencias realizado sobre el Area Total, con las modalidades de todas las variables.

elevadas (pesos negativos) a las clases más bajas (pesos positivos), mientras que el F2 separa los valores extremos de estas variables de los intermedios (modalidades intermedias). Esta disposición sobre el plano F1-F2 de las variables Zn, Co, Ni, Fe, Mn, Cr, Mg, V, Cu, MT y Q muestra lo que se conoce como efecto "horseshoe" (Greenacre, 1984), que se corresponde con una relación no lineal entre estos dos ejes, lo que supone que el primer factor proporciona una explicación correcta de las variables altamente correlacionadas con él (Jiménez Espinosa et al., 1992). En relación a las variables cualitativas destaca la correlación de la presencia de metasedimentos, MT1, y de material aluvial del cuaternario, Q, con las clases elevadas de estos elementos, lo que puede ser indicativo de cara a la localización de mineralizaciones sulfuradas.

Existen una serie de variables con una tendencia más o menos nítida a lo largo del eje 2 ($\sigma^2=17,5\%$), tales como P, Pb, As, Au, Nb, Sr y G, presentando contribuciones importantes en dicho factor, de tal forma que aparece una oposición de altas y bajas modalidades a lo largo de F2, creciendo todos ellos en el mismo sentido, es decir, las clases bajas con pesos positivos y las altas con pesos negativos. Y por otra parte, la variable N presenta una tendencia contraria, con pesos positivos de N1 en el F2. Esta asociación está indicando a las variables que muestran una relación con el Au, siendo de destacar la relación entre los granitoides y las demás variables asociados al Au, como As o Pb. Se podría establecer este factor como indicativo de una posible mineralización de Au, con el inconveniente de que la contribución absoluta del Au no es excesivamente elevada, aunque este elemento no presenta porcentajes importantes de contribución con ningún otro factor, y por otra parte, las coordenadas mayores del A3 aparecen en relación a F1 y F2. Si se consideran las contribuciones relativas para el Au destaca que sean más importantes en los ejes 1 y 2. En relación al F1, la correlación del Au es contraria a la que presentan los calcófilos relacionados fuertemente con este eje, puesto que la clase alta presenta una coordenada positiva, mientras que los elementos calcófilos la tienen negativa.

El Ti, Li y Be presentan pesos importantes tanto en el eje 1 como en el 2, aunque la tendencia del Be es contraria a la de Ti y Li.

El F3, con una varianza explicada del 8%, también presenta

relaciones interesantes, en primer lugar destaca la asociación entre el Al y el Pb a lo largo de este eje, lo que indica la doble afinidad del Pb, por una parte asociado a la mineralización aurífera, y por otra relacionado con el Al. Esta asociación con el F3 está indicando la existencia de estos elementos en los granitos peralcalinos, mostrado también por la presencia de G. También es de señalar la tendencia contraria de Ca y Na respecto a Pb y Al.

Las variables cualitativas de presencia-ausencia de fracturas no se han presentado relacionadas claramente con ninguna de las asociaciones de elementos establecidas.

Además de este estudio global por medio de análisis de correspondencias de todo el conjunto de datos se ha realizado un tratamiento detallado seleccionando aquellas variables que pudieran ser importantes de cara al estudio del Au. El resto de variables de interés han quedado lo suficientemente bien identificadas por medio del AC anterior, por lo que ahora el análisis se va a centrar únicamente en el problema del Au. Para ello se va a seleccionar un subconjunto de variables medidas sobre todas las 1204 muestras de la Reserva, estas variables son: Au, As, Pb, Cu, y las variables de tipo cualitativo presencia-ausencia de determinadas características geológicas (MT, N, G, CM, Q, NS y EW). Con estas 11 variables codificadas en tres clases para As, Pb y Cu, y dos para el resto, se calcula la matriz de Burt, la cual se presenta en el Anexo B de la Tesis. A partir de esta matriz se aborda el estudio multivariante, obteniéndose los resultados que se muestran en la Tabla III.10 y Figura III.12. Los 6 primeros factores proporcionan una explicación de casi el 80% de la varianza total del sistema, de la cual el primer eje explica el 23% de esta varianza, y siendo significativos el segundo y tercer ejes, con una inercia del 19% y 13%, respectivamente.

Analizando el F1 resulta interesante ver el comportamiento similar que presentan a lo largo de este eje una serie de elementos asociados entre sí: As, Pb, Au, CM y NS, que manifiestan tendencias paralelas de modo que las modalidades más bajas tienen coordenadas positivas significativas en este factor, mientras que las modalidades más elevadas presentan pesos positivos. Además, se observa una disposición contraria para N y Q, también con pesos significativos pero de tendencia contraria a los anteriores. Todas estas variables son las que muestran unas contribuciones absolutas

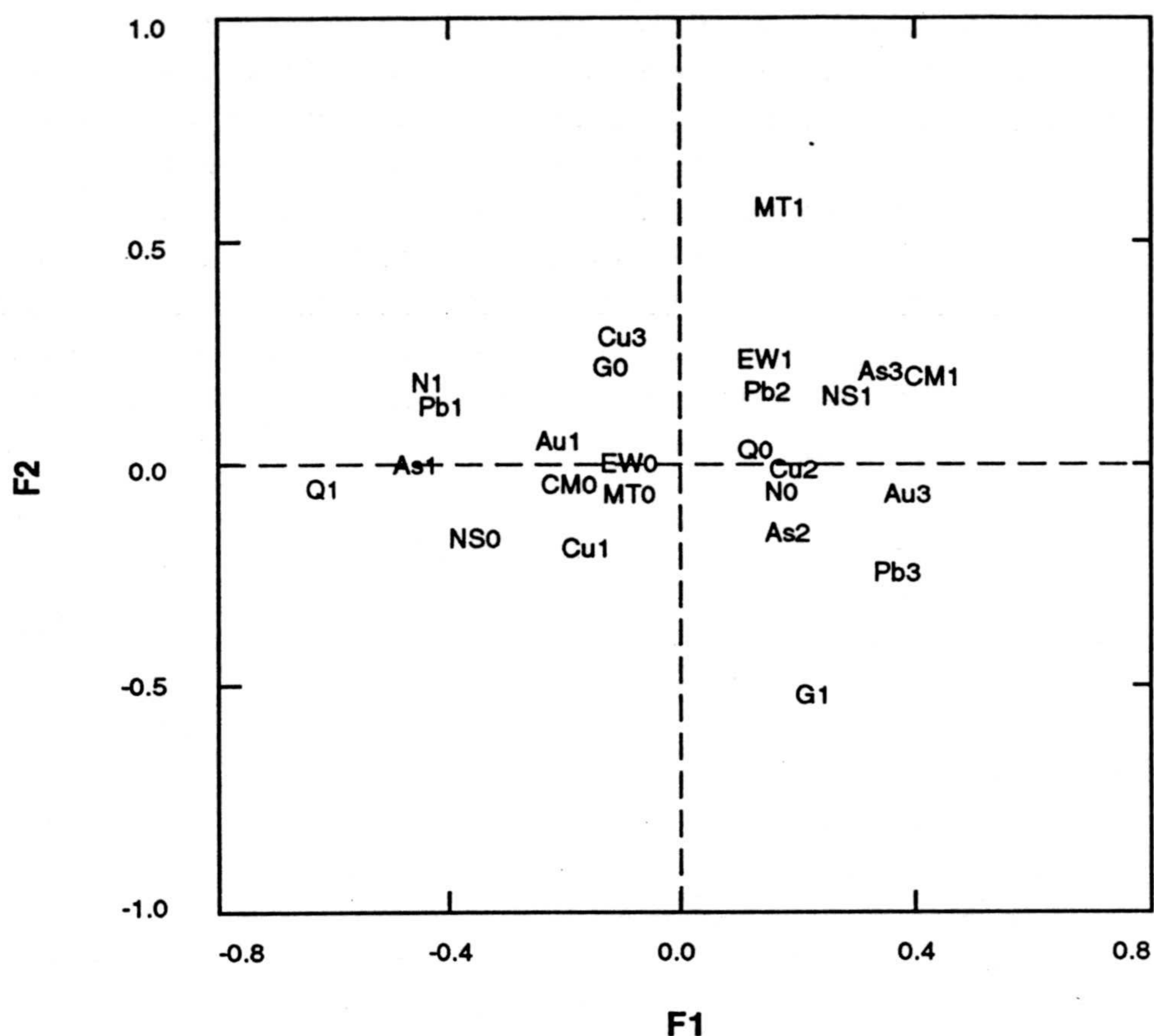


Figura III.12. Plano factorial formado por los dos primeros factores del AC realizado a partir de la selección de variables relacionadas con el Au.

más importantes en el primer factor, siendo de destacar cómo el F1 tiene unas contribuciones relativas de 0.37 para las dos modalidades del Au, las más importantes de este elemento en todos los ejes. Este factor está representando una clara asociación indicativa de la mineralización de Au, puesta de manifiesto por todos aquellos condicionantes geológicos que, *a priori*, debían de conducir a la mineralización de este elemento, como son las asociaciones con el As y el Pb, con las rocas de tipo cataclástico (CM) y con las fracturas de orientación N-S (NS). Por otra parte, la presencia de gneisses y materiales aluviales del cuaternario (N y Q, respectivamente) parecen tener una correlación de tipo negativa con el Au.

Para poder hacer las cartografías de los diferentes factores se han realizado las proyecciones suplementarias de las muestras sobre la matriz de Burt previa, con el fin de obtener una serie de índices que son los que dan los valores de las muestras sobre los ejes retenidos. Analizando la cartografía del primer factor (Fig. III.13) se puede observar la localización de las áreas con valores mayores para la asociación de variables indicada anteriormente. Estas áreas aparecen con una tendencia N-S, en las Zonas Sur y Centro, mientras que en la Zona Norte siguen la fracturación N45E del área. En general, se localizan alrededor de las rocas cataclásticas y condicionadas por la fracturación de cizalla dominante en el área. Comparando este mapa con el obtenido del ACP (Fig. III.9, por ejemplo) se ve cómo el área de valores elevados se restringe más en la Zona Sur, quedando más circunscrita a la parte central, en donde afloran las cataclasitas, siendo mucho más evidente esta asociación a estas rocas en las Zonas de Albores y Vilarcovo. Si se analiza la cartografía geológica (Fig. I.17) se puede comprobar cómo el mapa del factor 1 del AC refleja de forma aproximada la localización de las rocas cataclásticas, lo que indica la gran influencia que presentan estas rocas de cara a la localización de las mineralizaciones de Au.

Otros factores que presentan ciertas implicaciones sobre el conjunto de datos son principalmente el F4 y el F5. El primero de ellos presenta la asociación entre las modalidades presencia de N y Q, lo cual aparece justificado por la clara relación geográfica que estos dos tipos de materiales presentan, sobre todo en la Zona Vilarcovo (ver cartografía en el Anexo B).

Tabla III.10. Resultados del AC sobre una selección de variables en el conjunto de las 1204 muestras. En esta tabla se presentan los valores de: masa, distancia al origen, coordenadas, contribuciones absolutas y relativas, para cada variable.

Clases	Masas Dist/O		F1 F2 F3 F4 F5 F6						F1 F2 F3 F4 F5 F6						F1 F2 F3 F4 F5 F6					
AS1	0.031	0.22	-0.37	-0.02	-0.06	0.04	0	0.06	12.3	0	0.6	0.3	0	1.6	0.61	0	0.02	0.01	0	0.02
AS2	0.03	0.2	0.11	-0.17	0	0.08	-0.2	-0.05	1.1	3	0	1.3	11.9	0.8	0.07	0.14	0	0.04	0.2	0.01
AS3	0.03	0.23	0.27	0.19	0.06	-0.12	0.2	-0.02	6.3	3.7	0.6	2.8	11.5	0.2	0.32	0.15	0.02	0.07	0.17	0
PB1	0.032	0.21	-0.33	0.11	-0.01	0.07	-0.2	0.01	10.2	1.3	0	0.9	12.3	0	0.51	0.05	0	0.02	0.18	0
PB2	0.029	0.2	0.07	0.15	0.02	0	0.21	0	0.4	2.3	0	0	12.2	0	0.02	0.11	0	0	0.21	0
PB3	0.03	0.24	0.29	-0.26	0	-0.07	0.01	-0.01	7.2	7.1	0	1	0	0	0.35	0.28	0	0.02	0	0
CU1	0.033	0.18	-0.08	-0.21	-0.09	0.19	0.03	0.22	0.7	5.3	1.3	7.3	0.4	20	0.04	0.25	0.04	0.2	0.01	0.27
CU2	0.028	0.2	0.12	-0.03	-0.04	-0.05	-0.13	-0.39	1.2	0.1	0.2	0.4	4.6	53.7	0.07	0	0.01	0.01	0.08	0.75
CU3	0.029	0.22	-0.02	0.27	0.14	-0.17	0.09	0.13	0	7.4	2.8	5.2	2.1	6.1	0	0.32	0.08	0.13	0.03	0.08
AU1	0.065	0.04	-0.13	0.04	-0.04	0	-0.08	0.02	3	0.3	0.6	0	4.2	0.4	0.37	0.03	0.04	0	0.15	0.01
AU3	0.026	0.26	0.31	-0.09	0.1	0	0.2	-0.06	7.2	0.8	1.5	0	10.4	1	0.37	0.03	0.04	0	0.15	0.01
MT0	0.078	0.02	-0.01	-0.09	-0.09	0.01	0.04	-0.01	0	2.4	3.5	0.1	1.1	0	0.01	0.4	0.41	0.01	0.07	0
MT1	0.013	0.78	0.09	0.56	0.57	-0.07	-0.23	0.03	0.3	14.5	21	0.4	6.6	0.2	0.01	0.4	0.41	0.01	0.07	0
N0	0.069	0.04	0.12	-0.04	0.03	-0.12	-0.08	0.05	2.9	0.4	0.3	5.7	3.9	2.5	0.35	0.04	0.02	0.33	0.14	0.07
N1	0.022	0.41	-0.38	0.13	-0.1	0.36	0.24	-0.17	9.1	1.2	1	18	12.2	7.8	0.35	0.04	0.02	0.33	0.14	0.07
G0	0.066	0.06	-0.06	0.2	-0.08	-0.02	0	-0.02	0.7	9.8	2.4	0.1	0	0.3	0.06	0.74	0.13	0	0	0.01
G1	0.025	0.39	0.16	-0.54	0.22	0.04	-0.01	0.05	1.8	25.7	6.3	0.3	0	0.8	0.06	0.74	0.13	0	0	0.01
CM0	0.068	0.05	-0.12	-0.06	0.15	0.02	0.04	-0.03	2.7	0.9	7.8	0.1	1.1	0.7	0.3	0.08	0.5	0.01	0.03	0.02
CM1	0.023	0.41	0.35	0.18	-0.45	-0.06	-0.12	0.09	8.2	2.6	23.6	0.4	3.3	2.1	0.3	0.08	0.5	0.01	0.03	0.02
Q0	0.082	0.01	0.06	0.01	0.01	0.08	-0.01	0	0.8	0	0	3.6	0.1	0	0.27	0	0	0.57	0.01	0
Q1	0.008	1.17	-0.56	-0.07	-0.06	-0.82	0.08	0	7.8	0.2	0.2	35	0.6	0	0.27	0	0	0.57	0.01	0
NS0	0.039	0.17	-0.28	-0.19	0.11	-0.14	0.02	-0.04	8.8	4.9	2.2	4.6	0.1	0.7	0.46	0.21	0.07	0.11	0	0.01
NS1	0.052	0.09	0.21	0.14	-0.08	0.1	-0.01	0.03	6.6	3.7	1.7	3.4	0.1	0.5	0.46	0.21	0.07	0.11	0	0.01
EW0	0.068	0.03	-0.03	-0.05	-0.13	-0.07	0.02	-0.01	0.1	0.6	5.5	2.3	0.3	0.1	0.02	0.07	0.46	0.15	0.01	0
EW1	0.022	0.32	0.08	0.15	0.38	0.22	-0.07	0.04	0.4	1.7	16.8	6.9	1	0.4	0.02	0.07	0.46	0.15	0.01	0

El F5 muestra una asociación que podría considerarse como litológica, ya que asocia a algunas modalidades elevadas de elementos del primer factor como As, Pb, o incluso Au, con litologías como gneisses (N1) con pesos positivos, lo que indicaría una afinidad litológica de estos elementos con los gneisses, pero desligado de la mineralización, de hecho es la modalidad intermedia del Pb la que se presenta con un peso más importante en este eje. La cartografía de este factor se recoge en el Anexo B.

Ya por último destacar la falta de correlación puesta de manifiesto entre el Au y el Cu, ausente de la asociación con F1, y además, el Cu aparece aislado en el sexto factor, desligado del resto de variables.

5. CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS MULTIVARIANTE

En primer lugar señalar la importancia del uso de este tipo de metodologías en el tratamiento de datos de prospección geoquímica, ya que proporcionan un medio eficaz de sintetizar esta información, compleja y extensa, por medio de la identificación de las asociaciones de elementos existentes, lo que permite una reducción de los espacios puestos en juego.

El análisis de componentes principales pone de manifiesto la complejidad del sistema, reflejado por la gran cantidad de componentes necesarias para explicar porcentajes adecuados de varianza, y que cada uno de los factores sólo asocie a unos pocos elementos, excepto la CP1 que muestra la asociación de los elementos pertenecientes a la mineralización sulfurada no desestabilizada, y que tiene un porcentaje de inercia bastante importante. El resto de componentes reflejan de algún modo todos los procesos que debieron tener lugar en el área: diferentes litologías, alteraciones potásica e hidrotermal, aporte detrítico, y sobre todo el factor que muestra la asociación del Au con el As, principalmente, y con otros elementos como Pb e incluso P. Estas características generales del área de trabajo se han puesto de manifiesto tanto, a partir de los datos brutos, como a partir de los datos transformados a rangos, aunque con la mejora sustancial al usar este tipo de transformación, al evitarse la influencia de los valores extremos en los cálculos, y resultando una explicación bastante buena

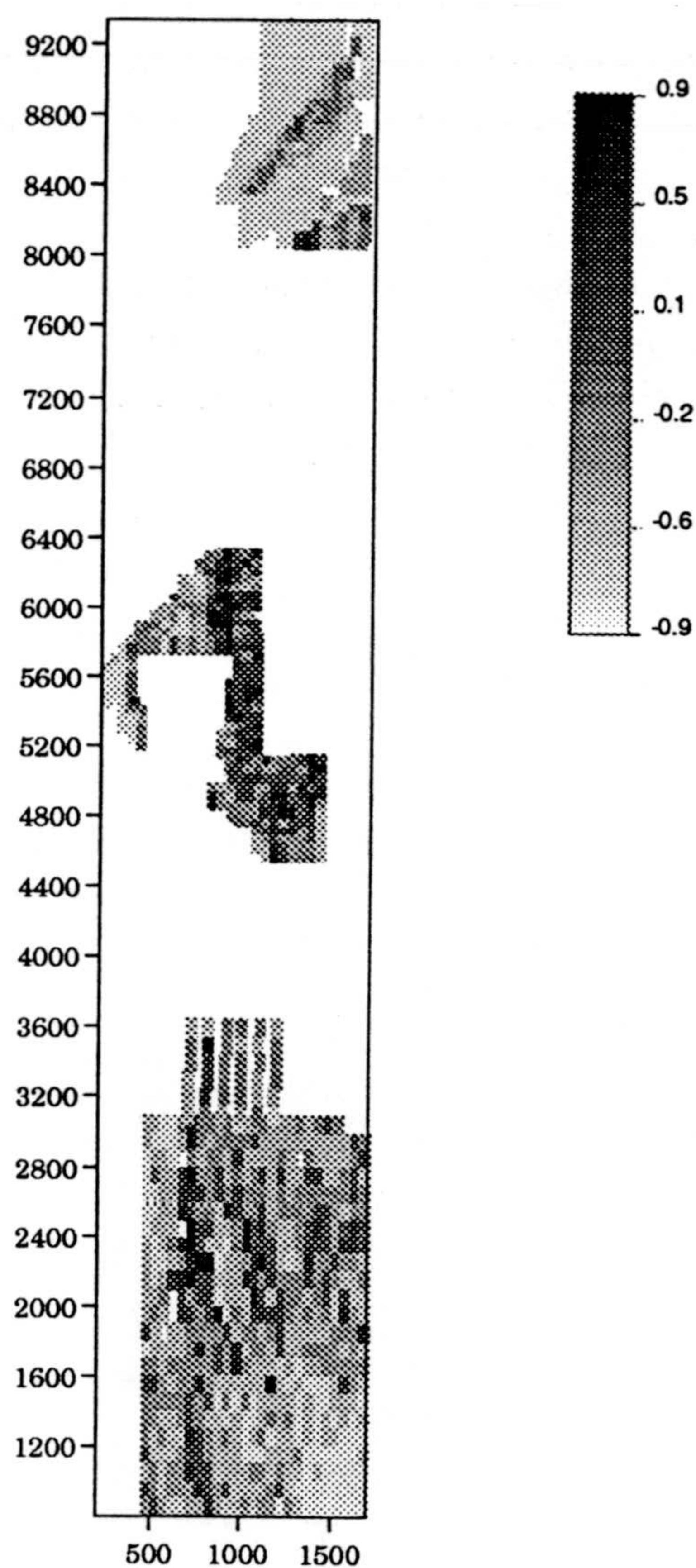
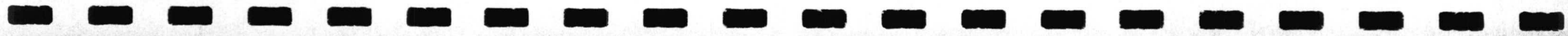


Figura III.13. Cartografía del factor 1 del análisis de correspondencias realizado sobre la selección de variables relacionadas con el Au, sobre el Area Total.

de la varianza del sistema. Las cartografías de las distintas componentes han mostrado la relación litológica de las mismas con ciertas rocas, y en otros casos se presentan las áreas más interesantes para la localización de las mineralizaciones de interés, estableciendo potenciales zonas anómalas, como en el caso de la asociación del Au o de los elementos calcófilos.

Por su parte el análisis de correspondencias conlleva un interés adicional para este tipo de estudios, ya que permite el uso de variables cualitativas de forma conjunta con las cuantitativas. Esto ha permitido establecer una asociación entre el Au y una serie de variables cualitativas de gran interés: presencia de cataclasitas, fracturación N-S y rocas gneíssicas, además del resto de elementos con los que ya aparecía correlacionado en el ACP. El mapa del factor que aglutina esta asociación de variables podría considerarse como una cartografía de las zonas potencialmente interesantes para localizar el Au.



**IV. ANALISIS GEOESTADISTICO
UNIVARIANTE**



IV. ESTUDIO GEOESTADISTICO UNIVARIANTE

1. INTRODUCCION

Todo el estudio realizado hasta el momento en el área de la Reserva se ha basado en considerar los datos como valores numéricos independientes de su posición en el espacio. No hay que olvidar que cada muestra, en una campaña de prospección geoquímica, ha sido tomada en un punto del que se conocen sus coordenadas geográficas, de ahí que sea importante tener en cuenta esta información espacial disponible como una variable añadida al estudio. Desde esta nueva perspectiva, la **geoestadística** se presenta como un conjunto de técnicas apropiadas para abordar la problemática del estudio de datos de exploración geoquímica. Obviamente, todo el tratamiento estadístico previo resulta de gran utilidad y no deben considerarse los métodos geoestadísticos como sustitutos de los estadísticos clásicos, sino como complementarios, ya que el correcto conocimiento del conjunto de datos es un paso importante de cara a una fiel aplicación de los métodos geoestadísticos más convenientes.

En este apartado dedicado al tratamiento geoestadístico univariante de datos geoquímicos se han seguido una serie de pasos encaminados a la correcta identificación de las zonas potencialmente favorables, elemento a elemento, de cara a una futura explotación minera, fin último de un estudio de exploración geoquímica. Las etapas básicas que llevan a la elaboración del estudio geoestadístico univariante realizado en este trabajo pueden quedar sintetizadas a continuación (Fig. IV.1):

Análisis estructural o variográfico: es el punto de partida de un

estudio geoestadístico, y supone una etapa fundamental, pues en ella se calculan los variogramas experimentales, en distintas direcciones del espacio, y posteriormente se ajustan a un modelo válido para el área de estudio seleccionada. La importancia de esta etapa radica en dos cuestiones fundamentales, (i) por una parte, el variograma es una herramienta básica para informar sobre las características espaciales del fenómeno, y esta información gráfica está estrechamente relacionada con las características geológicas y geoquímicas de la variable, los resultados procedentes del estudio variográfico deben estar de acuerdo con la realidad física; (ii) por otro lado, para poder realizar cualquier aplicación geoestadística no es posible usar directamente el variograma experimental, sino que es necesario usar un modelo teórico.

- *Estimación geoestadística o krigaje*: este es uno de los objetivos básicos de la geoestadística, y en este trabajo ha sido el método elegido para llevar a cabo la identificación de anomalías geoquímicas. Existen numerosos métodos de estimación y todos ellos reciben el nombre genérico de krigaje, aunque los más comunes suelen ser métodos basados en interpolación por medio de combinaciones lineales ponderadas de los datos experimentales, para lo cual el krigaje utiliza también la información procedente del análisis estructural.
- *Interpretación de resultados*: es la etapa que lleva a la identificación de las anomalías geoquímicas, para lo cual se utilizará toda la información y tratamiento realizado sobre las diferentes variables. A esta altura de la investigación no se debe abandonar la ayuda que otros métodos, como los estadísticos, pueden aportar para tratar de localizar las zonas potencialmente anómalas, además de que estas áreas estén en consonancia con la realidad geológica y geoquímica.

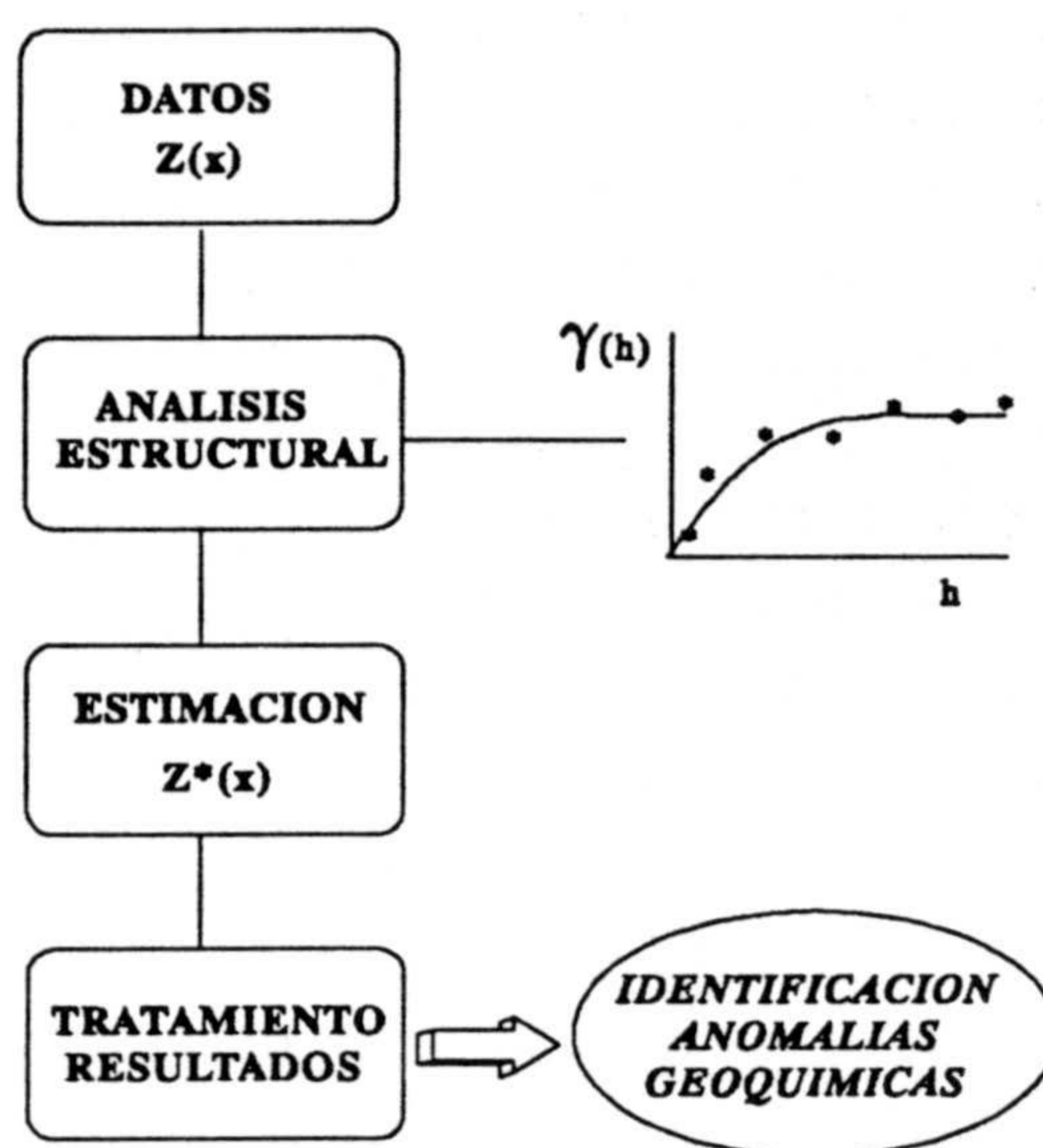


Figura IV.1. Pasos esquemáticos en la realización de un estudio geoestadístico de datos de prospección geoquímica.

Dentro de la aplicación concreta a las variables de interés del área de trabajo, se realizó el estudio geoestadístico univariante sobre aquellos elementos que no cumplían las condiciones necesarias para poder ser utilizados en los tratamientos geoestadísticos multivariantes (se verán en el capítulo V), fundamentalmente la no estructuración de variogramas cruzados entre las variables implicadas. Para llevar a cabo esta fase del estudio, se utilizaron los elementos del grupo del Au, por su gran importancia económica dentro del conjunto general de datos. Esta asociación está formada por el propio Au, más As y Pb, como elementos trazadores del Au, de forma que se analiza cada uno de ellos de forma individual y se comparan, posteriormente, los resultados de los tres. Para cada una de estas variables se realiza el análisis estructural, como un primer apartado dentro del presente capítulo de la memoria, y cuyos resultados se emplearán para la aplicación de aquellos tipos de kriging que se han considerado como más apropiados para los datos de prospección geoquímica: kriging ordinario (validación cruzada), kriging factorial y kriging de indicatrices. La

presentación teórica y práctica de estos tres tipos de métodos de estimación se realizará de forma separada para cada uno de ellos, y serán objeto de los apartados 2, 3 y 4 de este capítulo IV dedicado a geoestadística univariante.

2.- ANÁLISIS ESTRUCTURAL O VARIOGRÁFICO

Este análisis es el proceso de definición del modelo geoestadístico en el marco de los conceptos de la teoría de funciones aleatorias. Por lo tanto, el análisis variográfico supone tener en cuenta el tipo de hipótesis que se va a hacer sobre la variabilidad del fenómeno en estudio, es decir, implica determinar si la variable se puede considerar estacionaria o si se requiere la definición de una tendencia y, en caso de requerirla, la forma que tendrá esta deriva. Todo este proceso establece una serie de puntos de encuentro entre las nociones cualitativas y cuantitativas de la realidad geológica. Todo este proceso, recogido bajo la denominación de análisis estructural, conlleva una serie de pasos: (i) *inspección de los datos y verificación*: es necesario tener un conocimiento sobre los datos disponibles de la variable que va a ser objeto de estudio, esto implica reexaminar aquellas observaciones que puedan ser cuestionables, debido a errores de muestreo, de transcripción o cualquier otro tipo de sesgo introducido a los datos; (ii) *estimación de los valores del variograma*: basándose en las observaciones existentes, se estiman los valores de la función variograma, además, el variograma experimental se suele calcular en varias direcciones del espacio para identificar posibles anisotropías; (iii) *modelización del variograma*: teniendo en cuenta las características de la variable y del variograma experimental, se establece un modelo de variograma, cuyos parámetros se estiman a partir de los valores del variograma experimental; (iv) *validación del modelo impuesto*: la función variograma puede ser validada por medio de técnicas aplicadas directamente sobre las observaciones, como es el caso del método de validación cruzada.

En el capítulo I se introdujo el concepto de variograma, siendo esta función el punto de partida de toda aplicación geoestadística y base para el estudio del comportamiento de espacial de cada elemento (regionalización), y el de las relaciones existentes entre ellos (corregionalización). Como se ha visto, se define como una función aleatoria intrínseca que representa la

mitad de los incrementos cuadráticos medios de la variable para puntos distantes h .

$$\gamma(h) = 1/2 \text{Var} \{Z(x+h) - Z(x)\}$$

Como se ha supuesto que $E\{Z(x+h) - Z(x)\} = 0$, $\gamma(h)$ vale entonces

$$\gamma(h) = 1/2 E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\}$$

$$\text{con } \gamma(h) = 0 \text{ cuando } h = 0$$

La validez de cualquier aplicación geoestadística se fundamenta en que el variograma sea correcto. Para ello se requiere un sólido conocimiento del variograma, por lo que a continuación se va a hacer un breve repaso de las características del variograma (Chica Olmo, 1988).

2.1. Características del variograma

El estudio del comportamiento gráfico del variograma resulta de gran interés, pues permite obtener una información sintetizada de la estructura de variación del fenómeno bajo estudio, además permite conocer la relación entre dicha estructura y la precisión de cualquier estimación. Las principales propiedades del variograma son las que se van a comentar.

2.1.1. Alcance y zona de influencia

La mayor o menor rapidez con que crece el variograma refleja el grado de disminución de la influencia de un dato respecto a otro, a medida que aumenta la distancia que los separa. Cuando el variograma alcanza un valor límite, llamado *meseta* (sólo en casos de fenómenos estacionarios), significa que se ha alcanzado la distancia para la cual se estacionariza el variograma, y corresponde a la distancia para la que dos datos separados por h aparecen incorrelados. Esta distancia recibe el nombre de *alcance*. Teóricamente la meseta coincide con el valor de la varianza experimental de los datos. Aunque no todos los variogramas alcanzan la meseta, cuando se

trata de fenómenos no estacionarios (tienen variograma, pero no covarianza), se tienen variogramas con deriva, en estos variogramas lo que se acaba de comentar carece de sentido, puesto que crecen por encima del valor de la varianza *a priori*.

En la Figura IV.2 se esquematiza, por un lado, el variograma de un fenómeno estacionario (a), con su correspondiente función covarianza, y por otro el variograma de un fenómeno no estacionario, con deriva (b).

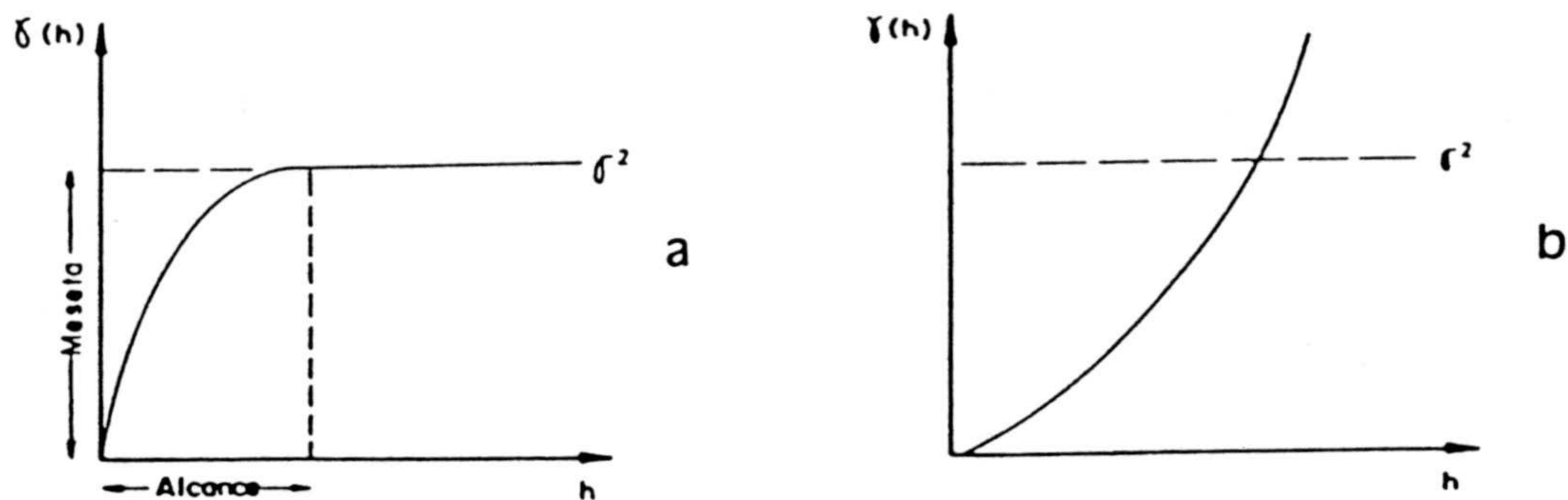


Figura IV.2. Variograma estacionario (a). Variograma con deriva (b). (Tomado de Chica Olmo, 1988).

El alcance tiene un significado geológico preciso, ya que informa de la *zona de influencia o continuidad geológica* del fenómeno bajo estudio. Por ejemplo, si se está estudiando una zona mineralizada que aparece en forma de filón dispuesto según la dirección N-S y se calcula el variograma experimental en la dirección E-W, se tiene que el variograma crecerá mientras se estén considerando muestras ricas, pero al relacionar muestras ricas con otras menos ricas (fuera del filón) ya siempre aparecerá el mismo grado de correlación, por lo que se habrá llegado a una distancia tal, el alcance, para la cual la variabilidad ya no aumenta, y el variograma se hace estacionario alrededor del valor de la meseta.

2.1.2. Comportamiento en el origen

Como consecuencia de su propia definición el variograma es igual a cero en el origen. El objetivo de este apartado es estudiar las distintas formas que puede adoptar el variograma cuando h tiende a 0. Las fuentes de variabilidad de escala inferior a la del paso h no pueden ser observadas por la escala del muestreo experimental, de ahí que sea interesante examinar las formas que pueden adoptar éstos en el entorno del origen, pues se relaciona con la continuidad y la regularidad espacial de la VR. En la Figura IV.3 aparecen los principales tipos de comportamientos en el origen.

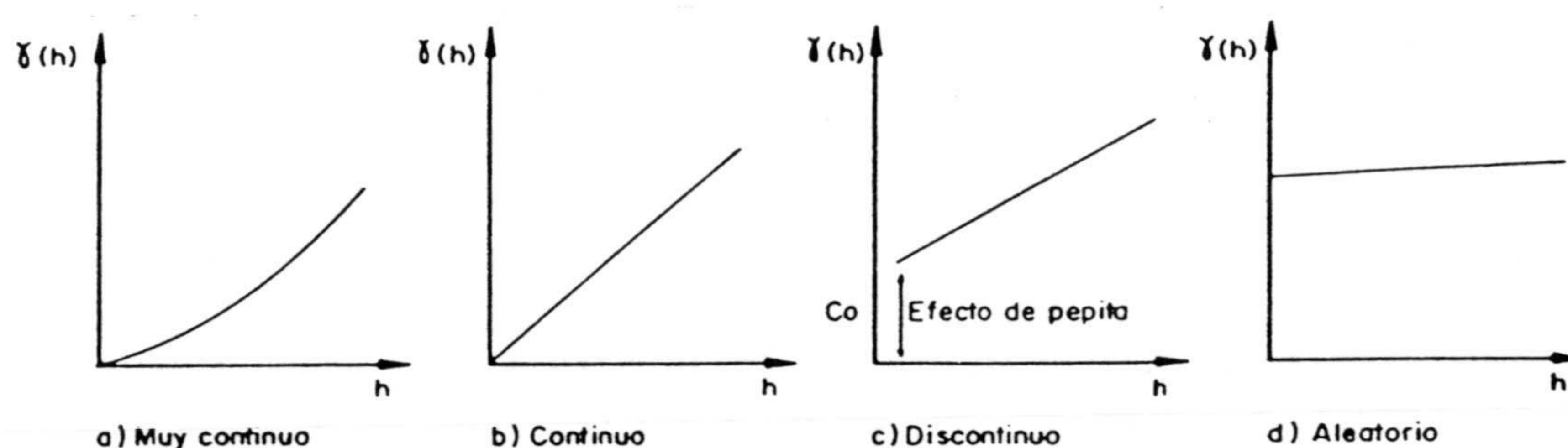


Figura IV.3. Principales tipos de comportamientos de los variogramas en el origen. (Tomado de Chica Olmo, 1988).

De todas estas formas, quizás la más usual es la discontinua, apareciendo el llamado *efecto de pepita*, esto es, cuando h tiende a 0 entonces $\gamma(h)$ no tiende a 0. Significa que la variable no es continua en media cuadrática por lo que representa a una variable muy irregular. El origen de esta discontinuidad puede deberse a una de las siguientes causas: (i) una microestructura, que no puede ser detectada con el paso utilizado, al ser de escala inferior; (ii) errores sistemáticos de medida, debido por ejemplo al aparato que analiza las muestras. Realmente resulta difícil decidir cual de las dos causas es la responsable de la aparición de un efecto de pepita, aunque prácticamente la mayoría de los variogramas experimentales presentan esta discontinuidad en el origen.

2.1.3. Anisotropías

Se dice que una VR tiene un comportamiento anisótropo cuando presenta direcciones particulares de variabilidad. En la práctica, una anisotropía real se corresponde generalmente con la existencia de direcciones genéticas o estructurales del fenómeno, que normalmente son conocidas *a priori*. Por ejemplo, una mineralización dispuesta según una lineación en una dirección determinada. Para estudiar la presencia de anisotropías es necesario calcular el variograma en varias direcciones, representar estos variogramas conjuntamente y ver si tienen un comportamiento similar o no. Las anisotropías, en la práctica, suelen ser de tres tipos genéricos: *anisotropía elíptica o geométrica, efecto proporcional y anisotropía zonal*.

a) La *anisotropía elíptica* se manifiesta por el hecho de que el alcance varía con la dirección, mientras que la meseta se mantiene constante (Fig. IV.4a). Este tipo de anisotropía puede tratarse mediante una transformación lineal de coordenadas (Samper y Carrera, 1990). Se llama relación de anisotropía al cociente entre el alcance máximo y el mínimo, y las direcciones correspondientes se denominan principales. La transformación lineal entre las coordenadas originales (x,y) y las nuevas (x',y') , en las que el variograma es isótropo, viene dada por

$$\begin{matrix} x' \\ y' \end{matrix} = \begin{matrix} \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} \cos\phi & \text{sen}\phi \\ -\text{sen}\phi & \cos\phi \end{matrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$$

donde λ es la relación de anisotropía y ϕ es el ángulo formado por los ejes de la elipse de anisotropía (direcciones principales) con los de las coordenadas originales (Fig. IV.4b). Haciendo el cambio indicado anteriormente se pueden emplear todas las ecuaciones del variograma isótropo. Este tipo de transformación requiere un conocimiento muy preciso de la anisotropía, por lo que no siempre es operativo.

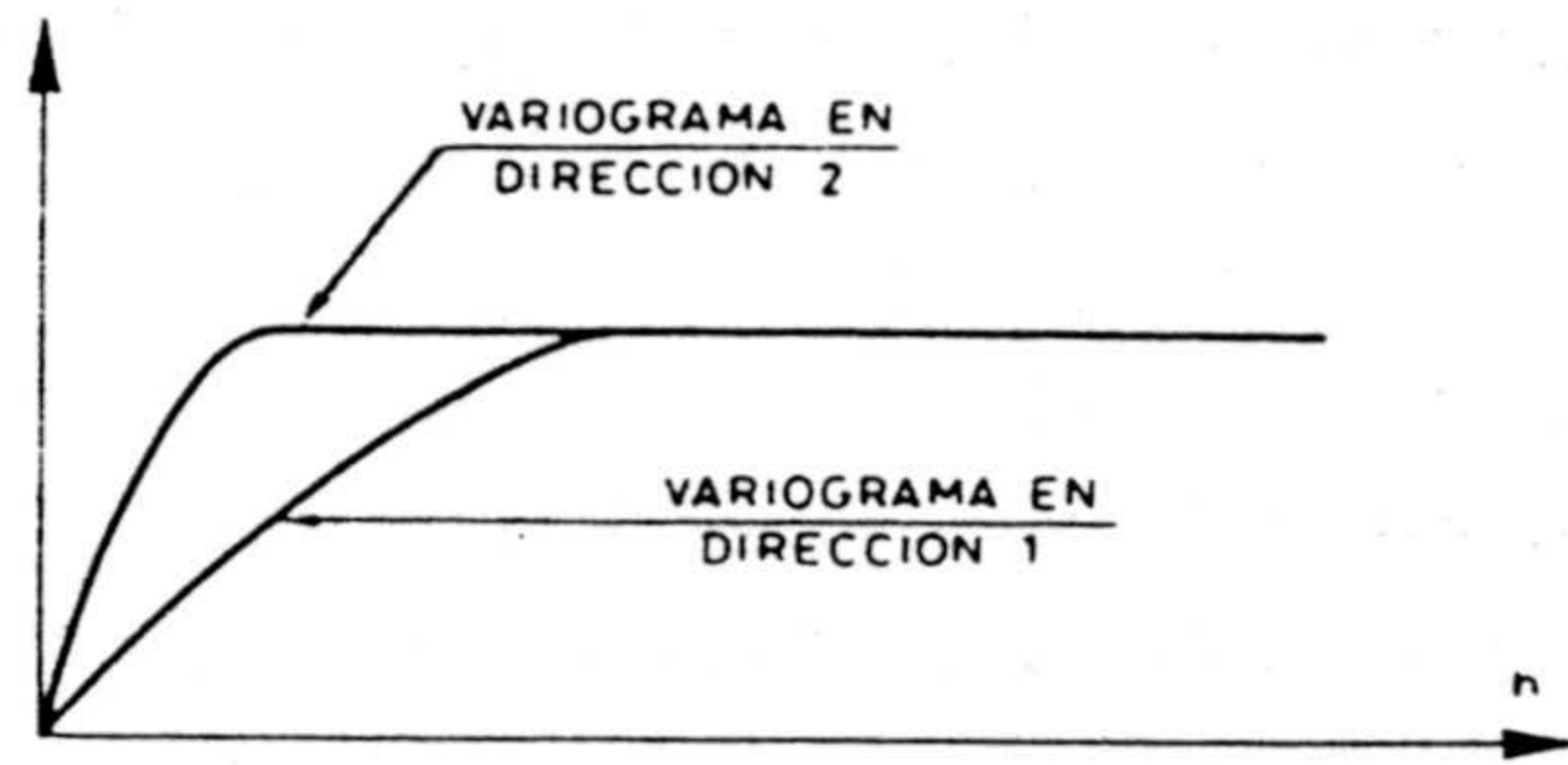


Fig. IV.4. (a) Anisotropía elíptica y (b) corrección de este tipo de anisotropía (Tomado de Samper y Carrera, 1990).

b) El efecto proporcional aparece cuando los variogramas presentan alcances similares, pero diferentes mesetas (Fig. IV.5).

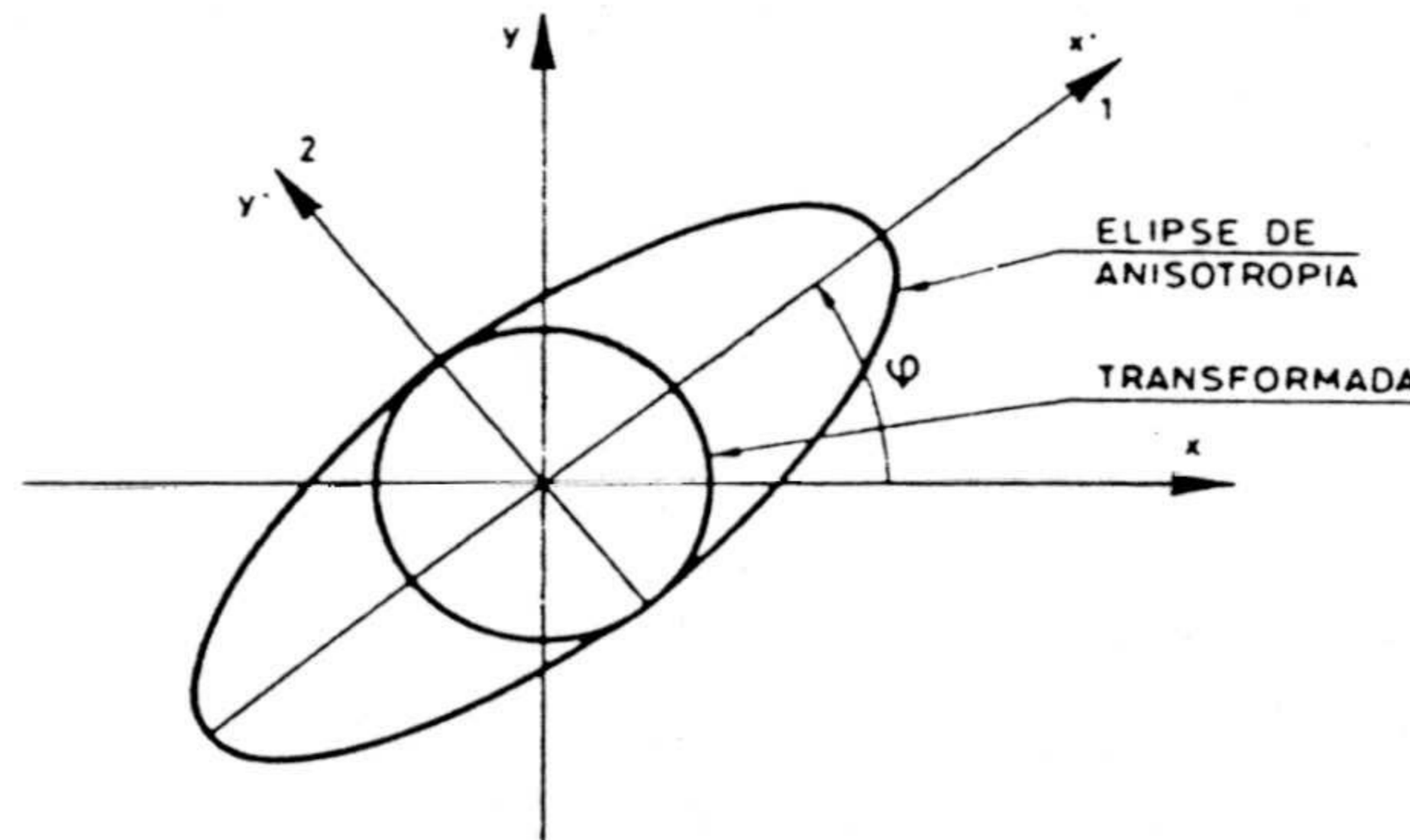


Figura IV.5. Efecto proporcional. (Tomado de Chica Olmo, 1988).

En la práctica, se puede utilizar un único variograma de base $\gamma_0(h)$ a partir del cual se deducen los variogramas direccionales $\gamma_i(h)$ mediante una corrección lineal del tipo

$$\gamma_i(h) = f_i \cdot \gamma_o(h)$$

El coeficiente de proporcionalidad f_i es, en general, función del cuadrado de la media experimental (Journel y Huijbregts, 1978).

c) La *anisotropía zonal* se presenta cuando existen características diferentes tanto en relación al alcance como a la meseta de los distintos variogramas direccionales (Fig. IV.6). Este tipo de anisotropía suele ser la más frecuente en las aplicaciones prácticas y, además, no se puede reducir por una simple transformación lineal de coordenadas.

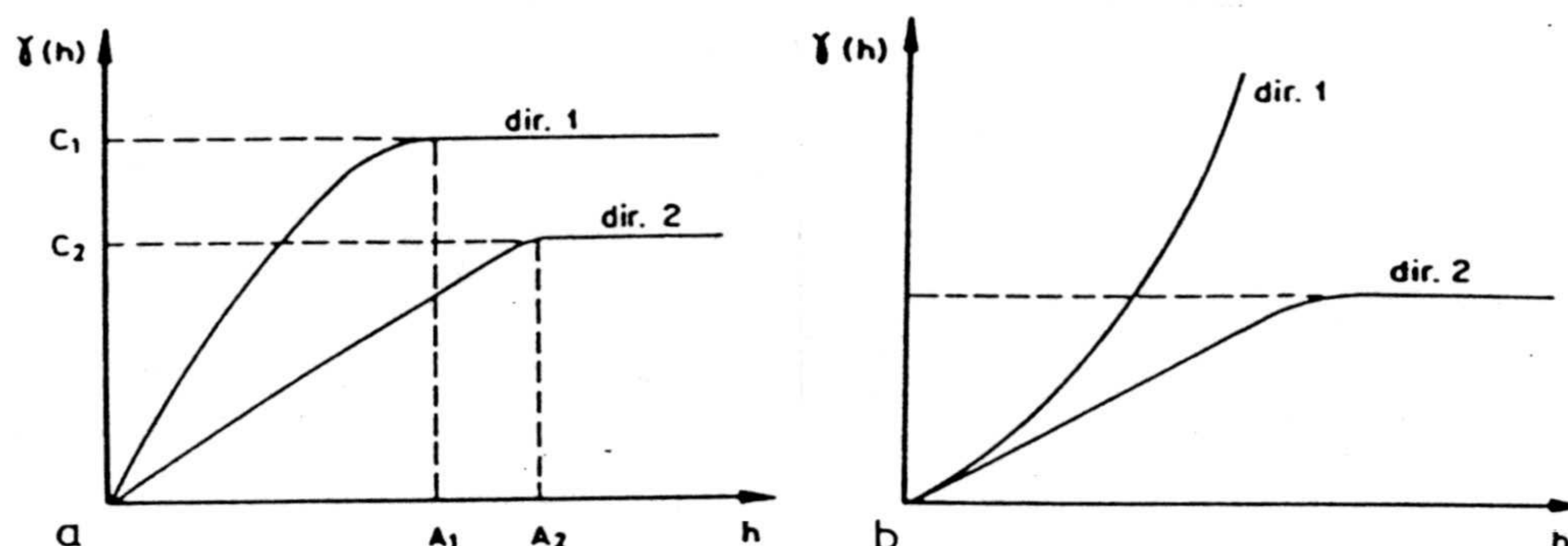


Figura IV.6. Anisotropía zonal: a) caso estacionario; b) caso con deriva. (Tomado de Chica Olmo, 1988).

En ciertos casos este tipo de anisotropía puede deberse a la presencia de una deriva regional en la distribución espacial de la variable. Se demuestra, basándose en las propiedades de la función variograma, que si un FA es intrínseca entonces el variograma crece más lentamente que una parábola, es decir, que h^2 . En concreto:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\gamma(h)}{|h|^2} = 0$$

Si $\gamma(h)$ crece más rápidamente que h^2 probablemente se deba al hecho de que exista una deriva impuesta.

2.1.4. Estructuras imbricadas: superposición de variogramas

La variabilidad espacial de los fenómenos naturales, y en este caso concreto los fenómenos geoquímicos, puede suponerse como la superposición de distintas escalas de variabilidad. Cuando el variograma presenta este comportamiento se habla de existencia de *estructuras imbricadas*. Por ejemplo, si se considera el caso concreto del estudio de anomalías geoquímicas de un determinado elemento, se tiene que la anomalía es una componente con estructura de autocorrelación netamente local y comportamiento errático o poco estructurado, claramente separable de la componente regional, que representa el fondo geoquímico, con una estructura más continua tanto en su distribución como en su variación espaciales. De esta forma, se puede decir que cada escala integra las variabilidades de escala inferior, el problema de llegar a separar las diferentes escalas de variabilidad presentes en un fenómeno geoquímico será uno de los objetivos de la aproximación geoestadística a la determinación de anomalías geoquímicas.

En términos de variograma esta superposición de estructuras, se traduce en que un variograma se puede considerar como suma de una serie de variogramas elementales, es decir,

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \dots + \gamma_n(h)$$

Esta ecuación anterior conlleva dos implicaciones de gran interés en datos geoquímicos (Samper y Carrera, 1990). La primera consiste en suponer que la variabilidad de cada escala de heterogeneidad es independiente de las demás. Esto permite descomponer Z en suma de variables independientes. La segunda, que puede considerarse como la razón física de la anterior, es que cabe pensar que el variograma de las escalas inferiores cambie espacialmente. En la Figura IV.7 se presenta un supuesto fenómeno en donde se dan dos escalas de heterogeneidad y la consiguiente superposición de variogramas. La superposición de variogramas será muy útil en la aplicación práctica de determinados métodos de krigeaje, como se verá más adelante.

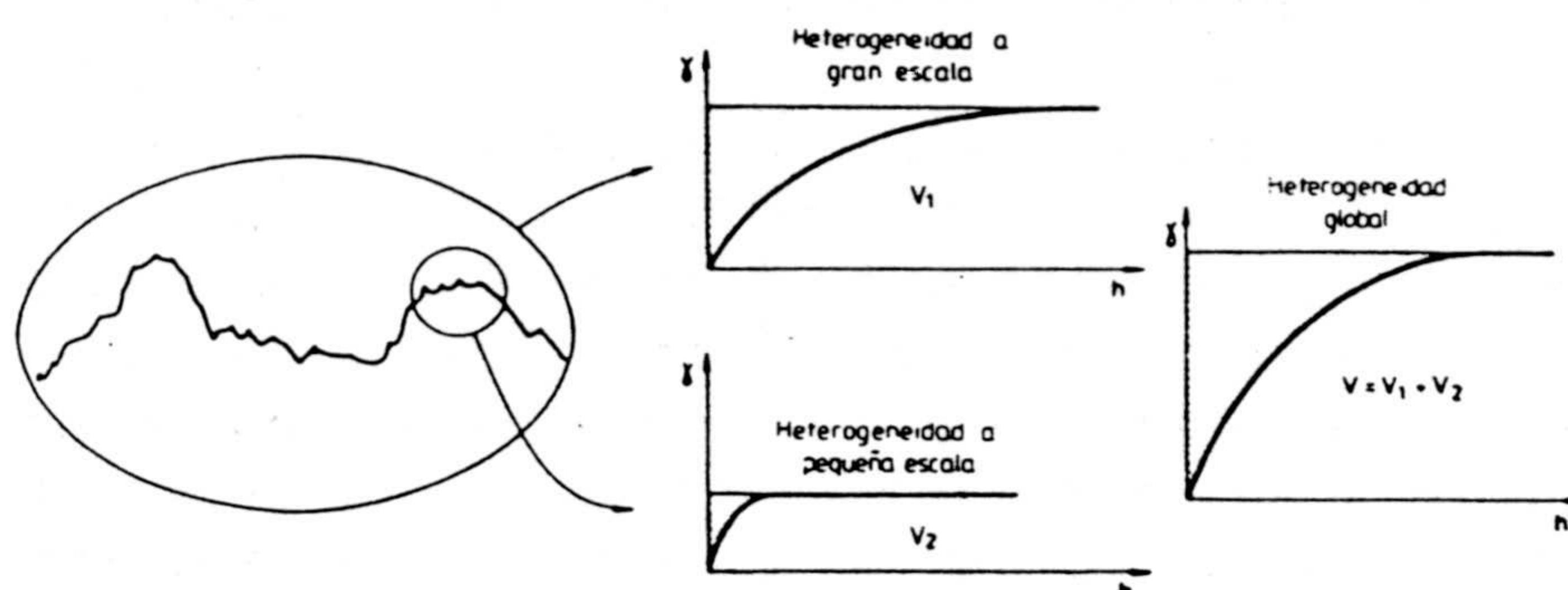


Figura IV.7. Superposición de variogramas correspondientes a distintas escalas de variación. (Tomado de Samper y Carrera, 1990)

2.2. Estimación del variograma

La determinación de la continuidad espacial de la variable bajo estudio es uno de los pilares básicos de la geoestadística, por tanto una cuantificación de la mayor o menor semejanza entre pares de valores, como una función de su vector de separación h , supone una parte esencial del estudio de un conjunto de datos espacialmente distribuidos. En casos como el de datos de calidad de agua subterráneas, minería o datos geoquímicos las observaciones se suelen presentar dispersas e irregularmente espaciadas, por lo que la descripción espacial de este tipo de variables implica el primer paso hacia la meta última de la estimación geoestadística. El estimador de esta variabilidad espacial se define según la siguiente relación:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2NP(h)} \sum_{i=1}^{NP(h)} [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2$$

donde

- $z(x_i)$ = datos experimentales
- h = paso del variograma
- $NP(h)$ = número de parejas distantes el vector h
- x_i, x_{i+h} = puntos experimentales en un espacio n -dimensional \mathbf{R}^n , $n = 1, 2$ ó 3

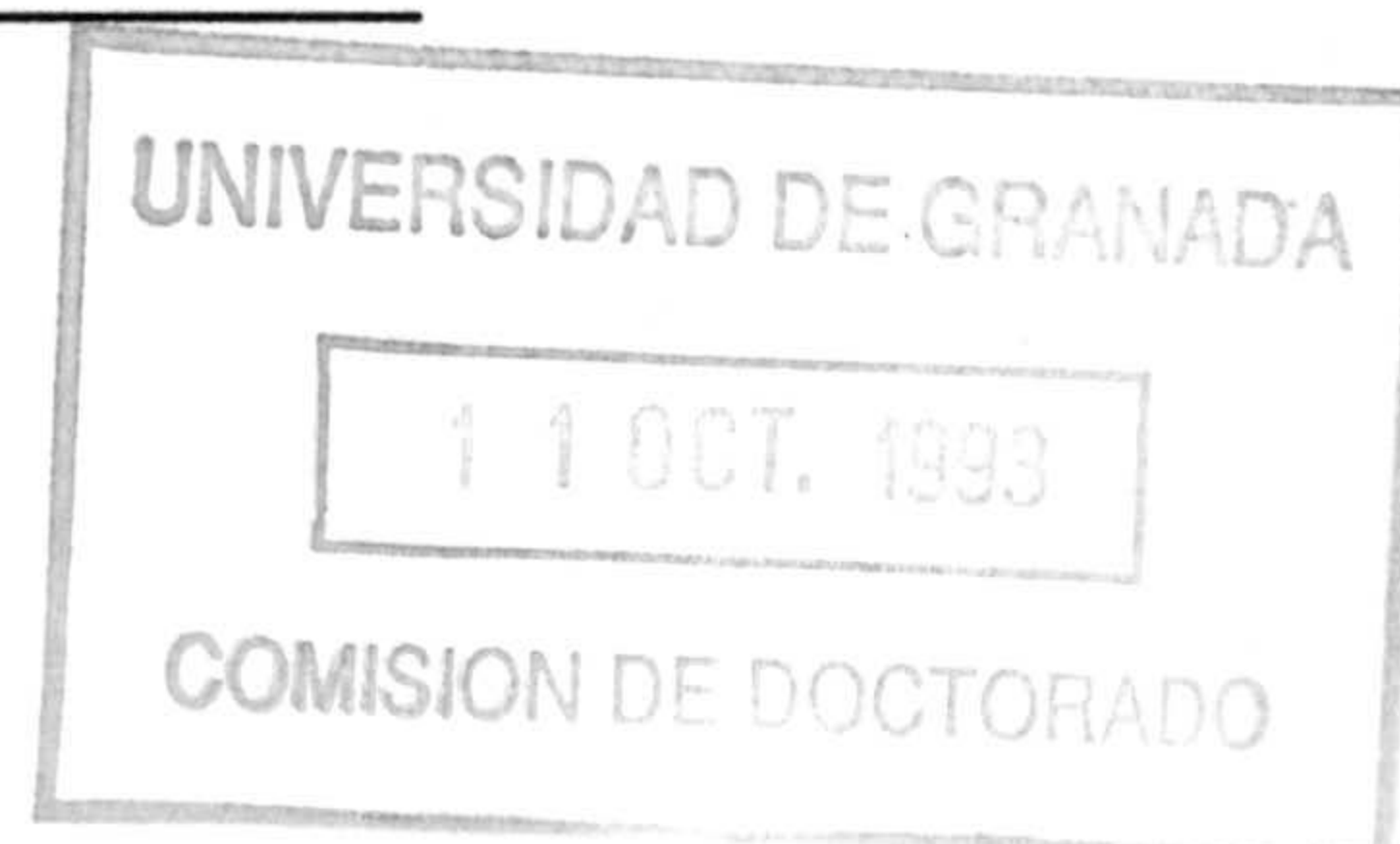
La estimación del variograma puede hacerse basándose exclusivamente en las medidas de la variable, sin embargo, el número de medidas necesarias debe ser alto para que la estimación sea fiable. Además, la selección de las hipótesis sobre la variable no es suceptible de un tratamiento riguroso, al margen del número de datos. En resumen, es necesario apoyar los datos cuantitativos con datos cualitativos. Ello conlleva dos aspectos, por un lado se requiere un conocimiento exhaustivo de la variabilidad del fenómeno bajo estudio; y por otro, es necesaria una adecuada comprensión de los conceptos geoestadísticos más relevantes, para poder traducir adecuadamente el conocimiento geológico en términos geoestadísticos.

2.3. Aplicación del análisis variográfico univariante a la asociación Au-As-Pb

Esta asociación de elementos, de gran interés para identificar la localización de las mineralizaciones de Au, se ha considerado como un grupo de cara al estudio geoestadístico, que desde el punto de vista geológico y estadístico multivariante ya han mostrado una tendencia similar, fundamentalmente As y Au. El cálculo de los variogramas experimentales simples de los tres elementos se va a llevar a cabo siguiendo los parámetros definidos por la malla de puntos de muestreo del área, 50x100m en la Zona de La Mina, y 50x50m en las otras dos Zonas. Estos parámetros de indican en la Tabla IV.1.

Tabla IV.1. Parámetros de cálculo de los variogramas experimentales en el Area Total.

Dirección	Paso (h)	Tolerancia de Distancia	Tolerancia Angular
E-W	50 m	10 m	10°
N45E	70 m	25 m	25°
N-S	100 m	10 m	10°
N135 E	70 m	25 m	25°



En el caso del Au se calculan los variogramas según las cuatro direcciones señaladas anteriormente y para 1199 datos, una vez eliminadas aquellas muestras con valores muy extremos y altamente distorsionantes, dándose el corte para un valor de 200 ppb, y quedando fuera de la estimación del variograma 5 muestras. Los variogramas experimentales del Au (Fig. IV.9) muestran una alta aleatoriedad en la distribución espacial de este elemento, apareciendo todos los variogramas con los puntos fluctuando alrededor de la varianza experimental de los datos, dando lugar a valores elevados del efecto de pepita, y, en ocasiones incluso, un efecto de pepita puro. No obstante, parece observarse cierta regionalización en los primeros pasos del variograma, que hacen posible realizar una modelización. Cabe destacar el variograma experimental de la dirección N-S, en el que se observa una caída brusca de los valores entre los 1500 m y 2500 m, que está indicando la zona de menor variabilidad para el Au, y que coincide con el emparejamiento entre valores de zonas más ricas entre sí y de las más pobres, también dentro de éstas.

El modelo ajustado a esta variable consta de un única estructura más un efecto de pepita. La estructura seleccionada ha sido un modelo esférico, con un importante efecto de pepita, de más del 50% de la varianza experimental de los datos. Los alcances son diferentes en cada una de las direcciones de la malla, dando lugar a una anisotropía zonal. Los parámetros del ajuste quedan recogido en la Tabla IV.2, junto con la representación de la anisotropía de los distintos alcances escogidos.

Tabla IV.2. Modelo ajustado del Au: efecto de pepita (C0, ppb²), meseta (C1, ppb²) y los alcances anisótropos (metros), así como su representación gráfica.

	C0	C1	A1 E-W	A1 N45E	A1 N-S	A1 N135E	Relación de Alcances
Au	90	80	350	650	550	250	

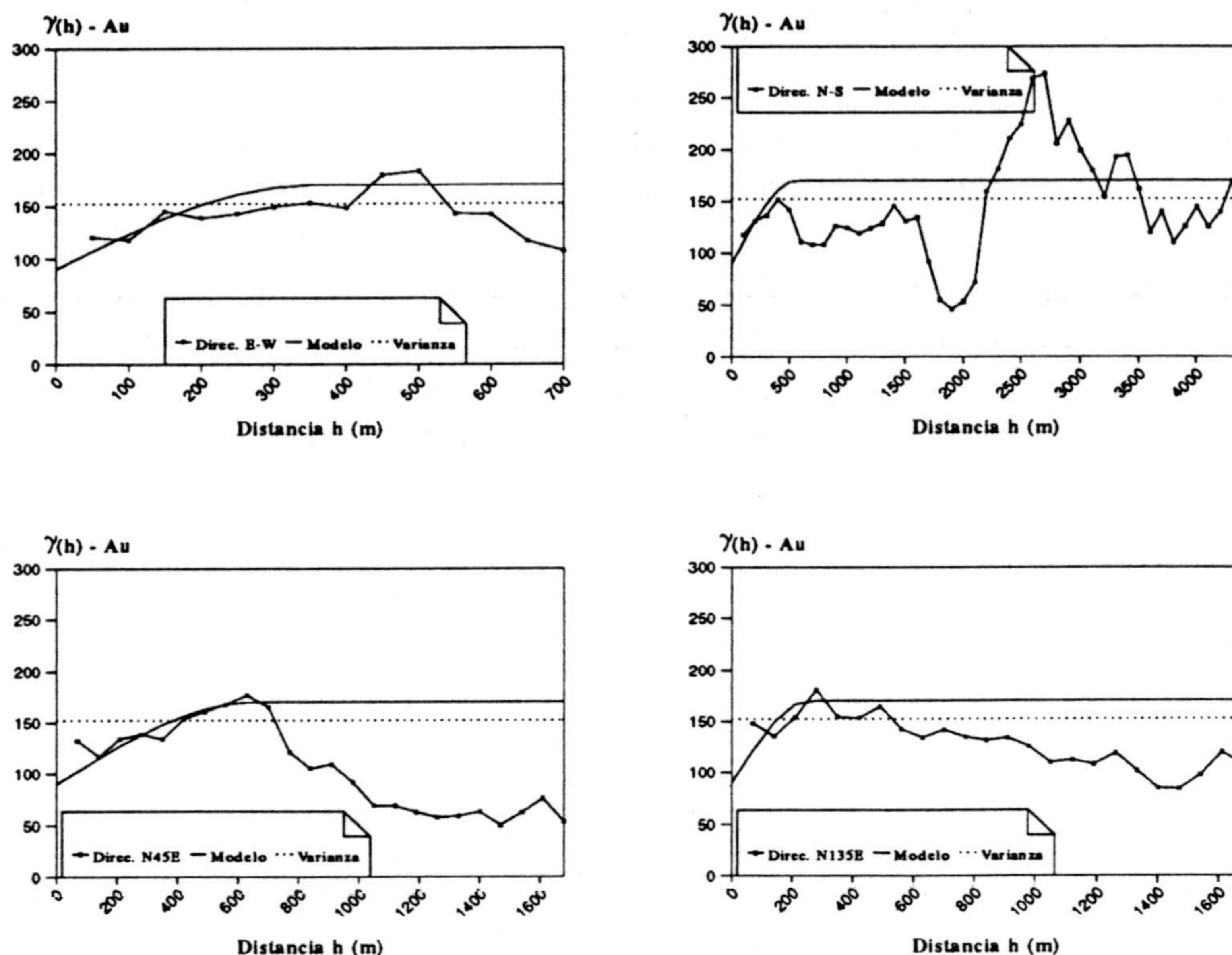


Figura IV.9. Variogramas experimentales y teóricos del Au para 1199 muestras, según las cuatro direcciones de la malla de muestreo establecidas para el Area Total.

Parece claro que para identificar las anomalías del Au utilizando solamente la información estructural de este elemento puede dar lugar a la localización de zonas difíciles de justificar desde el punto de vista geológico y geoquímico. Esta es la razón por la que es recomendable utilizar la información estructural de aquellos elementos establecidos como trazadores del Au, los relativos al As, fundamentalmente, y al Pb, e intentar ver si con todos ellos es posible encontrar las áreas más interesantes para las mineralizaciones del Au.

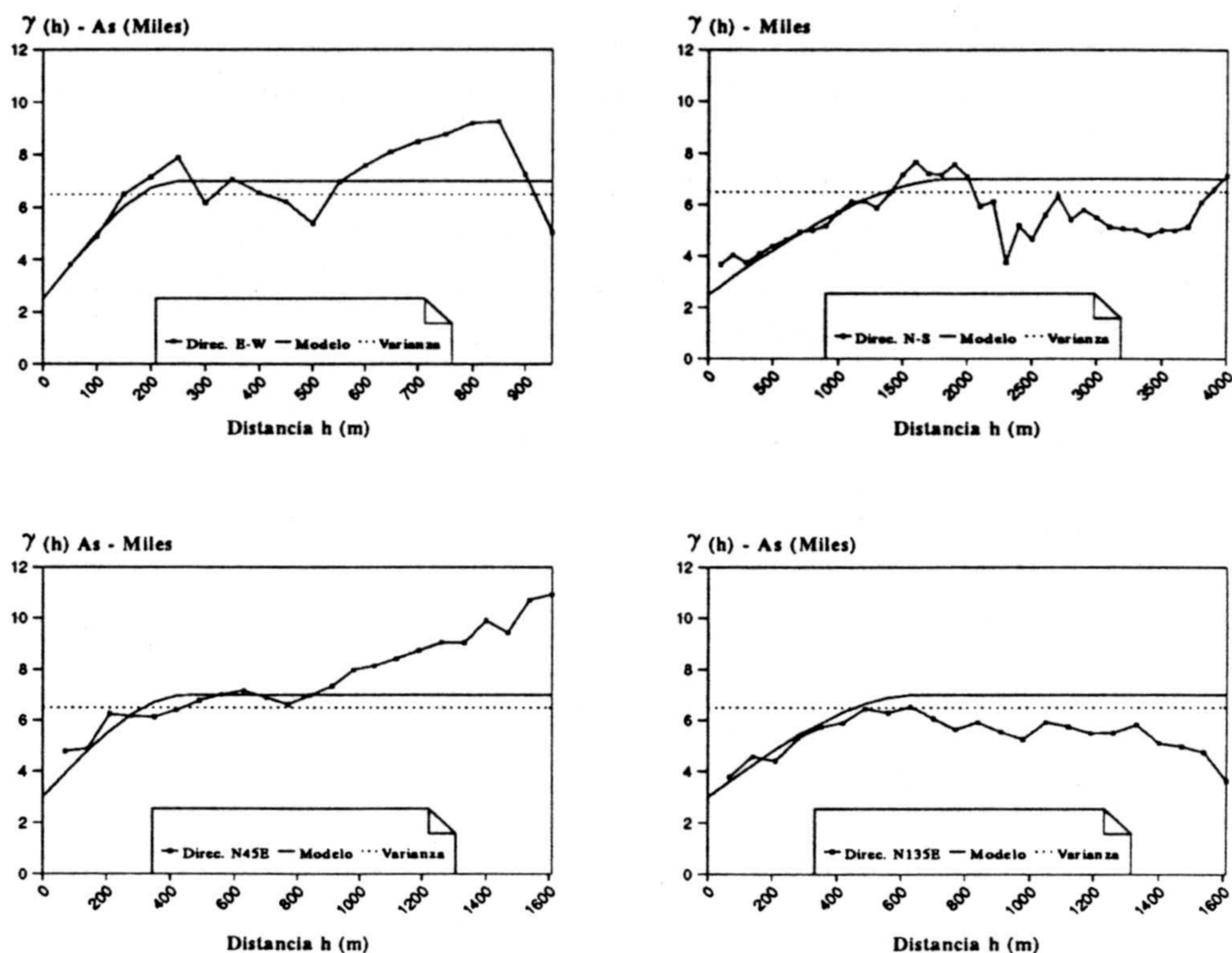


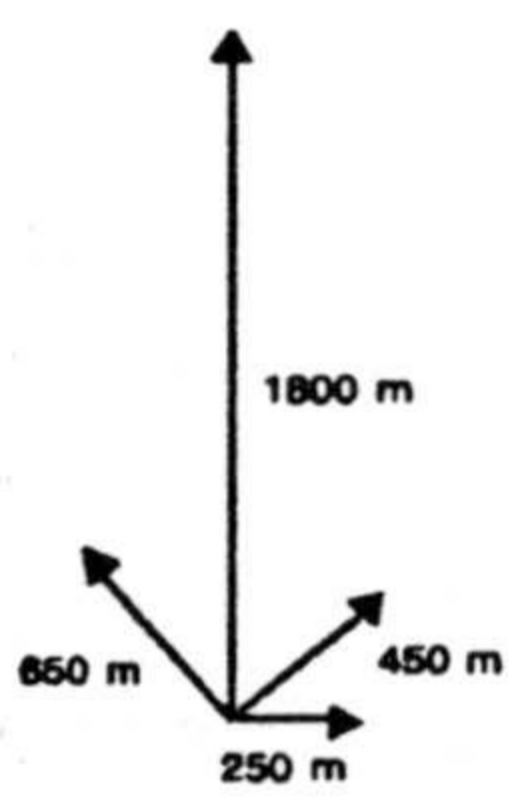
Figura IV.10. Variogramas experimentales y teóricos del As para 1203 muestras, según las cuatro direcciones de la malla de muestreo establecidas para el Area Total.

Los variogramas del As se han calculado usando los mismos parámetros que para el Au, los que aparecen recogidos en la Tabla IV.1, y eliminando el valor de 3000 ppm, altamente aberrante. Para este elemento la regionalización es bastante más nítida que para el Au, con variogramas en los que el efecto de pepita es menor, aunque también importante. Los variogramas experimentales del As (Fig. IV.10) muestran una anisotropía zonal, con los alcances diferentes en cada una de las direcciones de la malla de muestreo, y con la clara tendencia de carácter N-S del área de estudio, puesto que en esta dirección es en la que el alcance es mayor, siendo la dirección de menor variabilidad. Comparando la anisotropía del As con la que presentada por el Au, se observan ciertas diferencias, de las que

destaca, en primer lugar, el que la dirección de máxima elongación para el Au sea la de N45E, mientras que para el As es la N-S, siendo además unas tres veces superior la elongación que en el caso del As. Por otra parte, analizando la estructuración de los variogramas de la dirección N-S, se ve cómo la neta caída de variabilidad existente en el Au a la altura de los 1500-2000 m, también es visible en el As, aunque de una magnitud bastante menor y a una distancia más centrada en torno a los 2000 m. En cuanto a la dirección E-W, la estructuración de la dirección de máxima variabilidad es similar, al igual que también lo son las direcciones diagonales, con un mayor alcance en las del As que en las del Au, pero con estructuras similares, siendo de recalcar el que en la dirección N135E, ambos presentan una caída de la variabilidad alrededor de los 800 m.

El modelo utilizado para el As ha sido un esquema esférico con una única estructura (Tabla IV.3), y que consta de (i) un importante efecto de pepita, que sobrepasa el 40% de la varianza experimental; y, (ii) una meseta de algo menos del 60% de dicha varianza.

Tabla IV.3. Modelo ajustado del As: efecto de pepita (C0, ppm²), meseta (C1, ppm²) y los alcances anisótropos (metros), así como su representación gráfica.

	C0	C1	A1 E-W	A1 N45E	A1 N-S	A1 N135E	Relación de Alcances
As	3000	4000	250	450	1800	650	

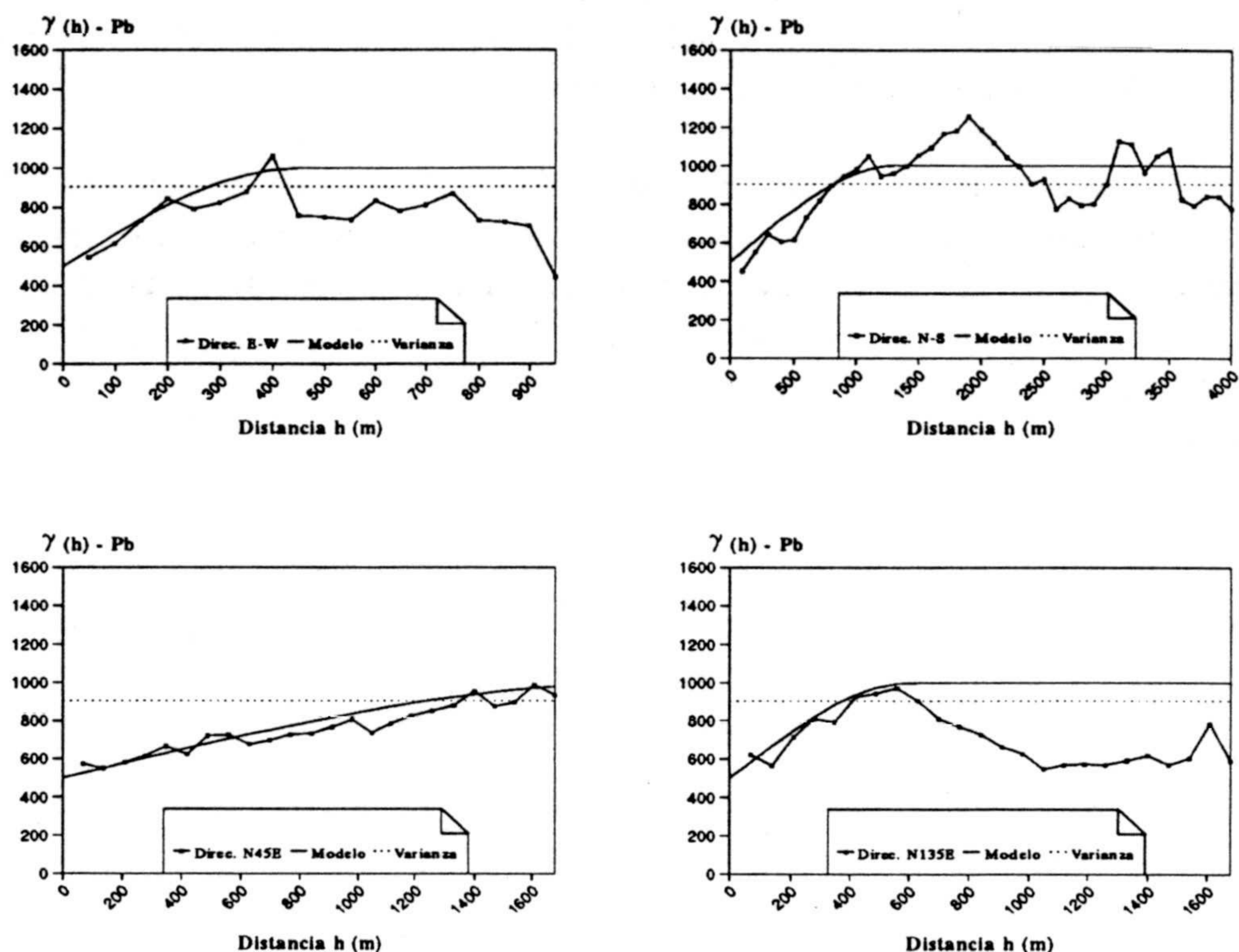


Figura IV.11. Variogramas experimentales y teóricos del Pb en el Area Total, para las cuatro direcciones principales de muestreo y eliminando el valor de 2300 ppm.

El análisis de la continuidad espacial del Pb refleja las características de este elemento en el ámbito del Area Total, para 1203 datos, habiéndose eliminado la muestra con valor de 2300 ppm, por el gran peso que ejerce sobre los valores del variograma experimental (ver Jiménez Espinosa y Chica Olmo, 1992, para ver la influencia de este valor en la estructuración del Pb). En la Figura IV.11 se muestran los variogramas experimentales de esta variable para las cuatro direcciones habituales, pudiéndose considerar, en general, que este elemento se presenta bien estructurado en esta zona, con una clara anisotropía zonal, en la que destaca la dirección N45E por la que presenta un alcance mayor. Este comportamiento es similar al que presentaba el Au en esta dirección, aunque no mostado por el As. Un punto

común a los tres elementos corresponde a la estructuración en la dirección N135E, en la que se observa, también para el Pb, una caída de la variabilidad para distancias de h elevadas.

El ajuste se hecho considerando un modelo esférico con una meseta equivalente al 50% de la varianza de los datos, y con un efecto de pepita con un valor similar, 500 ppm². Los alcances anisótropos se recogen en la Tabla IV.4, con su correspondiente esquema ilustrativo de la relación entre los mismos.

Tabla IV.4. Modelo teórico aplicado al Pb, compuesto por un efecto de pepita (C0, ppm²) y una meseta (C1, ppm²). Además, se indican los diferentes alcances (metros), y su relación gráfica.

	C0	C1	A1 E-W	A1 N45E	A1 N-S	A1 N135E	Relación de Alcances
Pb	500	500	450	2000	1300	600	

Haciendo una síntesis sobre la continuidad espacial de esta asociación de elementos, se podría comenzar señalando que el Au presenta ciertas dificultades para definir su comportamiento espacial, no obstante, se han calculado sus respectivos variogramas experimentales y se han conseguido modelizar, destacando como característica más sobresaliente el que la dirección en la que el alcance es mayor coincida con la dirección N45E, corroborado además por una variabilidad máxima, con el alcance más pequeño, en la dirección perpendicular a ésta, o sea, la N135E. Esta tendencia tiene gran interés de cara a localizar las mineralizaciones de Au, puesto que, además de la dirección geológica predominante, la N-S, habrá que tener en cuenta esta otra como significativa.

El comportamiento del As sigue aproximadamente las pautas dictadas por la tendencia geológica de la zona de la Reserva, con una dirección de variabilidad menor coincidente con la dirección N-S.

Por último, el Pb presenta una tendencia similar a la del Au, en el sentido de presentar una misma dirección de máxima elongación en los alcances de la dirección N135E, lo que da lugar a establecer una "elipse" anisótropa en esta dirección.

Con estas características y los parámetros de los modelos teóricos establecidos se llevarán a cabo, en el capítulo correspondiente a estimación geoestadística, las aplicaciones de las diferentes técnicas de estimación que se van a emplear para localizar las zonas anómalas de este grupo de elementos.

3.- KRIGEAJE ORDINARIO: VALIDACION CRUZADA

3.1. Aspectos teóricos

El método de estimación conocido como *krigeaje ordinario* (KO) es una técnica que, al igual todos los métodos del kriging, consiste en encontrar la mejor estimación posible de una característica considerando la información disponible, siendo la particularidad de este tipo de concreto de kriging el que se utilicen funciones aleatorias estacionarias de esperanza desconocida (Matheron, 1970). Las características principales de este método de estimación quedan recogidas en la denominación sajona de "BLUE." (Journel y Huijbregts, 1978), correspondiente a las iniciales de "best linear unbiased estimator". Así, analizando cada uno de estos términos, comenzar por señalar que el kriging ordinario es "linear" (lineal) porque sus estimaciones son combinaciones lineales ponderadas; es "unbiased" (insesgado), puesto que busca tener un valor medio de los residuos o errores tendente, m_R , a 0; por último, se considera "best" (mejor) porque trata de minimizar la varianza de los errores, σ_R . Los objetivos del kriging ordinario son algo ambiciosos y, desde un punto de vista práctico, inalcanzables dado que m_R y σ_R son siempre desconocidos. No obstante, la importancia de esta técnica

de estimación radica en que se emplea un modelo probabilístico en el que los pesos asignados a las muestras de la vecindad del punto a estimar se escogen de tal forma que se asegura que el error medio cometido sea cero, y que la varianza del error sea minimizada, es precisamente la aproximación al problema por medio de las funciones aleatorias la que permite expresar el error, su media y su varianza. La información experimental disponible consiste, por una parte, de una información experimental, compuesta por una serie de valores numéricos $\{Z(x_\alpha), \alpha=1 \text{ a } n\}$, medidos en distintos puntos del dominio; y por otro lado una información estructural, relativa a la FA Z e integrada por el variograma o la covarianza. A continuación se expondrá una breve descripción teórica de este método (Journel y Huigbregts, 1978; Chica Olmo, 1988).

Sea $Z(x)$ la función regionalizada bajo estudio, definida sobre un soporte puntual, secundaria de segundo orden, y con los siguientes momentos de primer y segundo orden:

- esperanza matemática, $E \{Z(x)\} = m$, siendo m una constante desconocida;
- covarianza centrada, $E \{Z(x+h) \cdot Z(x)\} - m^2 = C(h)$;
- variograma, $E \{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h)$.

La estimación del valor medio sobre un dominio $V(x_0)$ se hace por medio de la siguiente expresión:

$$Z_v(x_0) = \frac{1}{V} \int_{V(x_0)} Z(x) d(x)$$

que en la práctica se realiza a través del estimador lineal Z_k^* considerado como una combinación lineal de los n datos, $Z_k^* = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$. Los n pesos se calculan de modo que se asegure que el estimador sea insesgado y que la varianza de estimación sea mínima. Puesto que no se conoce el valor de la media m es necesario imponer una condición de no sesgo del estimador, para que el error $[Z_k - Z_v^*]$ sea nulo en esperanza. Para ello es suficiente con imponer la condición de universalidad: $\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1$, que implica que $E [Z_k - Z_v^*] = 0$.

Si se minimiza la varianza de estimación, bajo la condición de no

sesgo y aplicando el formalismo de Lagrange para anular cada una de las derivadas parciales, se obtiene el siguiente sistema de krigeaje (Matheron, 1970):

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) - \mu = \bar{C}(v_{\alpha}, V), \quad \forall \alpha, \beta = 1, n$$

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} = 1$$

sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas, que son los n ponderadores λ_{α} y el parámetro de Lagrange μ .

La varianza de estimación o varianza de krigeaje se podría expresar del siguiente modo:

$$\sigma_k^2 = E[Z_v - Z_k]^2 = \bar{C}(V, V) + \mu - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \bar{C}(v_{\alpha}, V)$$

En términos de función variograma, para un soporte puntual, el sistema de krigeaje ordinario quedaría expresado en los siguientes términos:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \bar{\gamma}(v_{\alpha}, v_{\beta}) + \mu = \bar{\gamma}(v_{\alpha}, x_0), \quad \forall \alpha, \beta = 1, n$$

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} = 1$$

y la correspondiente varianza de estimación sería:

$$\sigma_k^2 = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \bar{\gamma}(v_{\alpha}, x_0) + \mu - \bar{\gamma}(x_0, x_0)$$

Dentro del campo de aplicación del krigeaje ordinario, surge una interesante vía de utilización en exploración geoquímica, por medio de la técnica conocida como *validación cruzada* (Chica Olmo, 1988; Isaaks y Srivastava, 1989). Este es un método clásico y de fácil elaboración usado para la determinación de anomalías geoquímicas, y que consiste simplemente en estudiar la representatividad de cada dato en función de la distribución estadística de los errores de estimación de la población. En

definitiva, consiste en verificar el valor de una muestra dada y conocida, para lo cual esta muestra se descarta temporalmente y se estima su valor, en la misma localización, por medio de las muestras del entorno, de forma que este proceso se va repitiendo para todas las muestras del conjunto de datos (Fig. IV.12). Una vez que se ha obtenido el valor estimado se puede comparar con el dato verdadero eliminado durante el proceso de estimación.

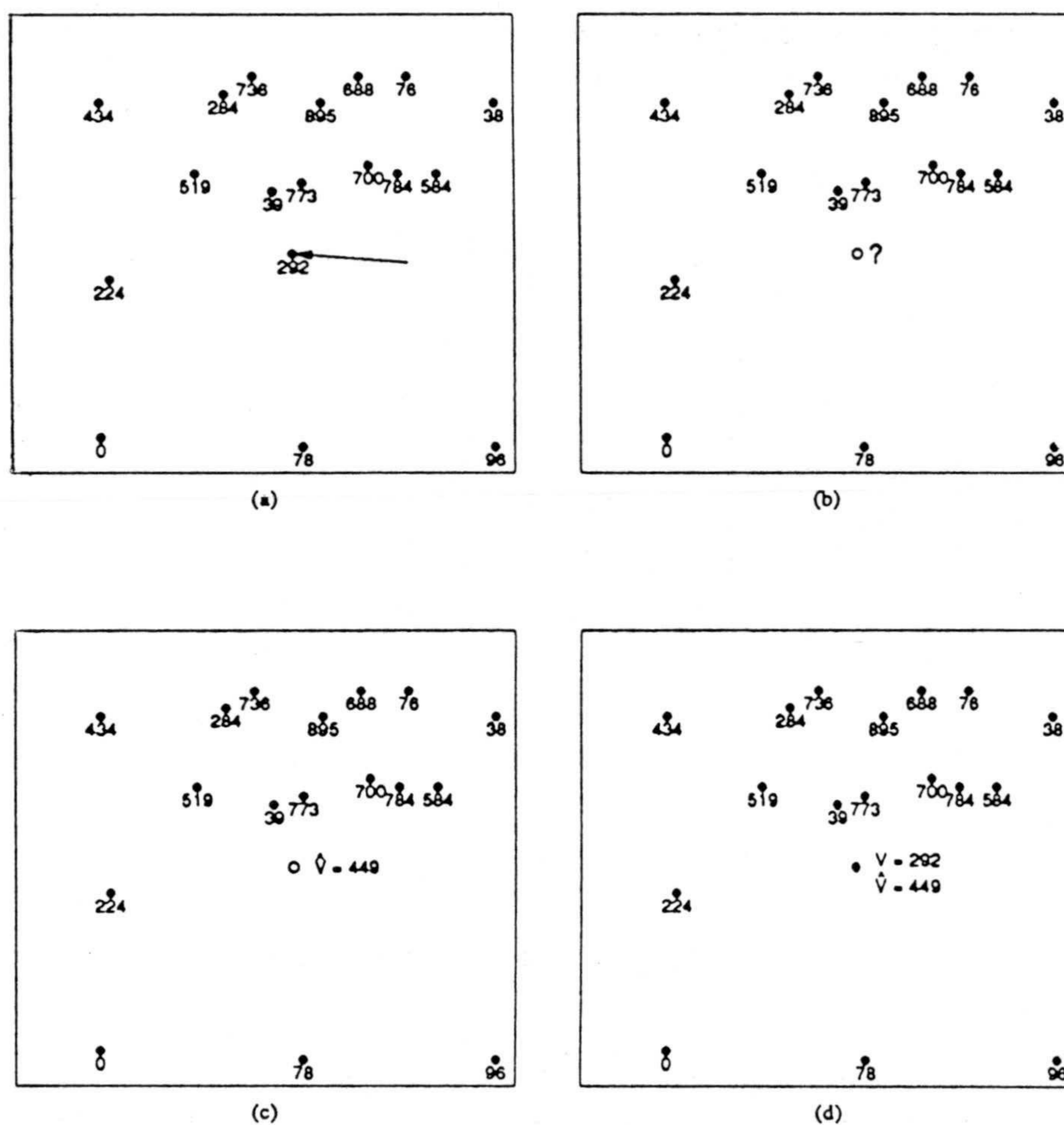


Figura IV.12. Ejemplo esquemático del procedimiento de validación cruzada: la muestra señalada con la flecha en (a) se elimina, dejando las 17 restantes tal y como aparece en (b) y estimando este punto usando estas 17 muestras (c). El resultado de la estimación entonces se compara con el valor verdadero (d). Este procedimiento se repite sucesivamente a lo largo de toda el área.

Para llevar a cabo la validación cruzada se construye un estimador $Z_k(x_\alpha)$ de cada dato experimental, $z_k(x_\alpha)$, de manera que el dato que se va a estimar no intervenga en la estimación. Repitiendo este proceso para todos los n puntos experimentales se obtienen todos los errores por medio de los cuales es posible construir la distribución de errores de estimación experimentales, $\epsilon = [Z_k(x_\alpha) - Z(x_\alpha)^*]$, que se ajusta sin dificultad a una distribución supuesta gaussiana, con $E[\epsilon] \approx 0$ y $E[\epsilon]^2 \approx \sigma_k^2$. Asumida esta situación estadística sobre los errores, el criterio de selección de anomalías consiste en trabajar punto por punto y considerar como valores anómalos aquel conjunto $\beta = 1$ a n' con $n > n'$, cuyos errores de estimación reales sean mayores a k veces la desviación típica σ_k , y que queda recogida bajo el término sajon de Z_{score} :

$$Z_{score} = \frac{Z(x_\alpha) - Z_k^*(x_\alpha)}{\sigma_k} > k$$

o bien en valores absolutos: $|Z(x_\alpha) - Z_k^*(x_\alpha)| > k \sigma_k$

El método se basa simplemente en estimar un punto a partir de los restantes valores de la vecindad "tapando" dicho punto, si este valor estimado es similar a los que les rodean, el punto se restituye bien y, por tanto, los errores serán pequeños, mientras que si el valor a restituir y los de la vecindad son muy diferentes los errores de estimación serán grandes, y dicho valor podrá ser considerado como anómalo respecto a sus vecinos.

El parámetro k es un valor numérico elegido en función de la ley normal y del nivel de probabilidad adoptado, y que en la práctica conviene establecer adecuadamente según los intereses del estudio. Por ejemplo, si se toma $k=1.96$ se tiene un nivel de probabilidad del 5% para los valores extremos, mientras que para un valor de $k=1$ se obtiene un 32% de probabilidad, lo que representa un 16% para cada cola. A nivel de identificación de anomalías geoquímica es obvio que la única parte de la distribución de errores que interesa es la positiva que es la que indica concentraciones elevadas de algún elemento químico en cuestión, es decir, habrá que centrarse en considerar solamente las colas positivas de las distribuciones.

Esta metodología ha sido aplicada por diversos autores sobre campañas de prospección geoquímica e hidrogeoquímica, ver, por ejemplo, Pereira (1980), Suslick (1981), Chica Olmo (1989), Jiménez Espinosa y Chica Olmo (1992), entre otros.

3.2. Aplicación de la validación cruzada al grupo Au-As-Pb

Esta técnica, de gran interés en prospección geoquímica, se ha aplicado a los datos de exploración geoquímica del presente estudio, y en concreto, a los del Au y sus trazadores, As y Pb, con el objetivo de identificar los posibles puntos anómalos para estos elementos. Para llevar a cabo esta aplicación hay que tomar como base la información estructural de las tres variables (apartado 2.3 de este capítulo), puesto que la información usada para realizar un krigeaje reside tanto en la información experimental, como en la estructural o variográfica.

La aplicación de la validación cruzada sobre Au, As y Pb se ha llevado a cabo siguiendo una serie de pasos comunes a los tres elementos:

En primer lugar se realiza la estimación por krigeaje ordinario de cada una de las muestras del Area Total para cada elemento, para posteriormente ver si los resultados de esta estimación son válidos para poder aplicar la técnica de validación. Esto es, analizar la distribución de los errores reales cometidos al estimar una realidad conocida, por medio de su correspondiente histograma de frecuencias, ya que interesa que esta distribución sea lo más próxima a una normal, para poder aplicar la expresión vista anteriormente del " Z_{score} ", sólo válida para el caso de que la distribución del error se aproxime a una normal.

También es interesante contrastar los valores estimados y los errores cometidos al estimar, para lo cual se construye un diagrama de dispersión que enfrente a ambas variables. En este gráfico, cuando todas las muestras están bien restituidas por las de la vecindad, los puntos se sitúan alrededor del valor de error 0.

Uno de los gráficos más significativos en los estudios de krigeaje es el diagrama de dispersión, que enfrenta los valores estimados a los valores reales. Proporciona una visión rápida de la calidad de la estimación realizada, ya que interesa que los puntos de este diagrama se sitúen lo más próximos posible a la recta de 45° para que una estimación sea fiable, aunque dado el proceso de cálculo de las estimaciones por validación cruzada, en el que siempre se conoce el valor real, aquellas muestras con valores reales muy diferentes del entorno quedan mal restituidas por éste, dando lugar a algunos puntos alejados de la tendencia de la recta de 45°, que en realidad son datos anómalos respecto a los de su alrededor y el objetivo final del método, después habrá que establecer siguiendo criterios geoquímicos si son o no valores anómalos.

Una cuestión importante es establecer el valor de corte k que será el que se emplee para discernir entre muestras anómalas y pertenecientes al fondo regional, habéndose considerado para este estudio concreto un valor de k de 1.96. Esta elección se justifica plenamente para el caso de la determinación de anomalías geoquímicas, pues interesa retener aquellas muestras que aparecen en las colas de las distribuciones, para lo cual se ha establecido un valor del parámetro k de 1.96, que da una probabilidad para los valores extremos del 5%, lo que supone un 2.5% para la cola positiva que es la que representa a aquellos datos con valores de $\epsilon = [Z_k(x_\alpha) - Z(x_\alpha)] > 1.96\sigma$, es decir, sólo aquellos con valores reales mayores que los estimados 1.96 veces la desviación típica.

Ya por último, una vez establecidas qué muestras se pueden considerar anómalas, la vía mejor de visualizarlas es por medio de su presentación en un mapa del área, en donde se localizan estas muestras con sus respectivas concentraciones en los elementos de estudio y se analiza su posible relación con las litologías aflorantes en la zona, con el fin de buscar una relación genética entre la anomalía y las rocas del entorno.

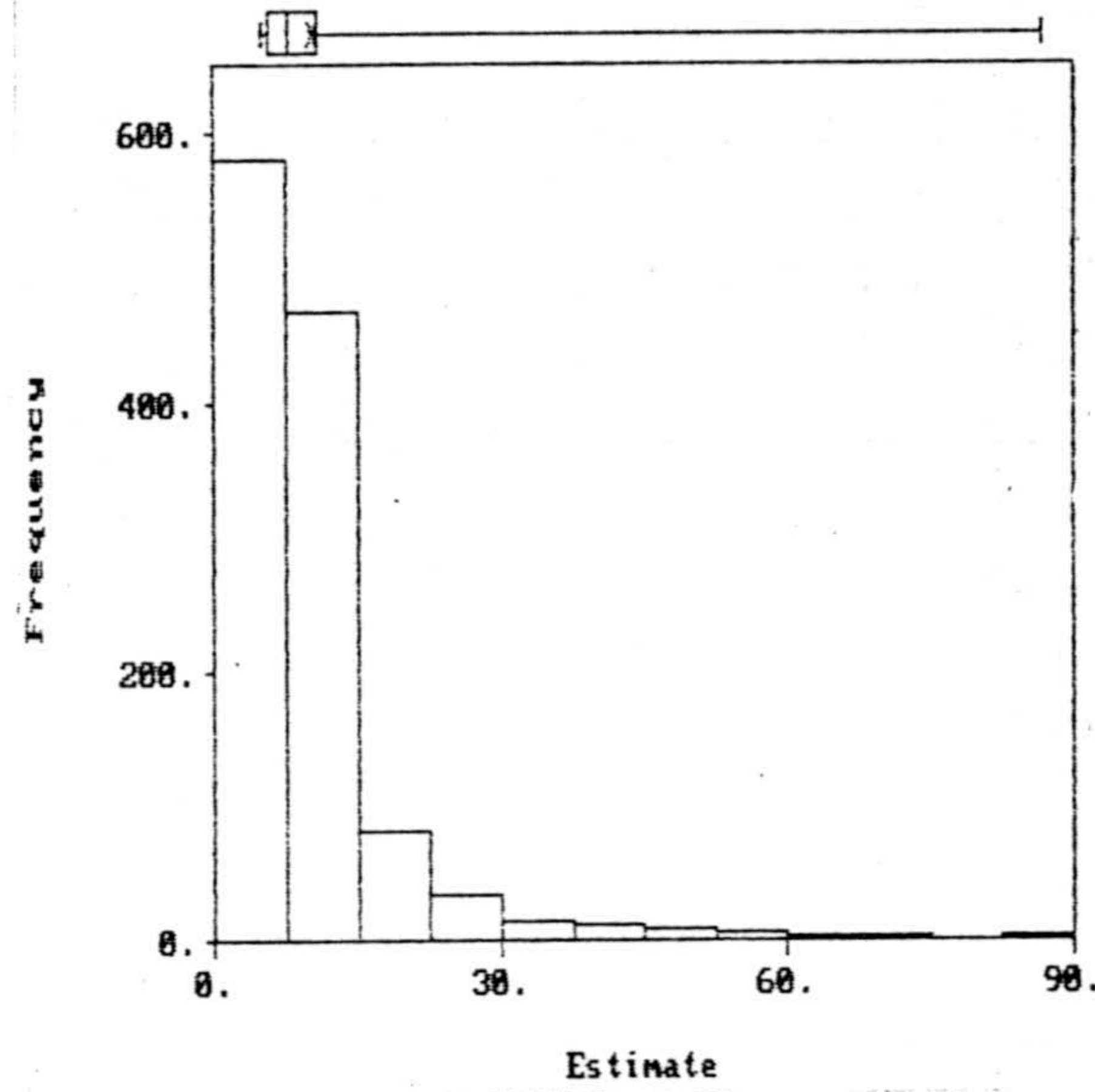


Figura IV.13. Histograma de valores estimados durante la validación cruzada del Au en el Area Total.

Para el caso de los tres elementos de la asociación, la aplicación de la validación cruzada sobre el Area Total da lugar a la obtención de valores estimados suavizados respecto a los reales, como se puede ver para el caso concreto del Au (Fig. IV.13), si se compara este histograma con el de los valores reales (Fig. II.3) se detecta fácilmente el efecto del suavizado. Este hecho suele ocurrir al realizar cualquier estimación en geoestadística.

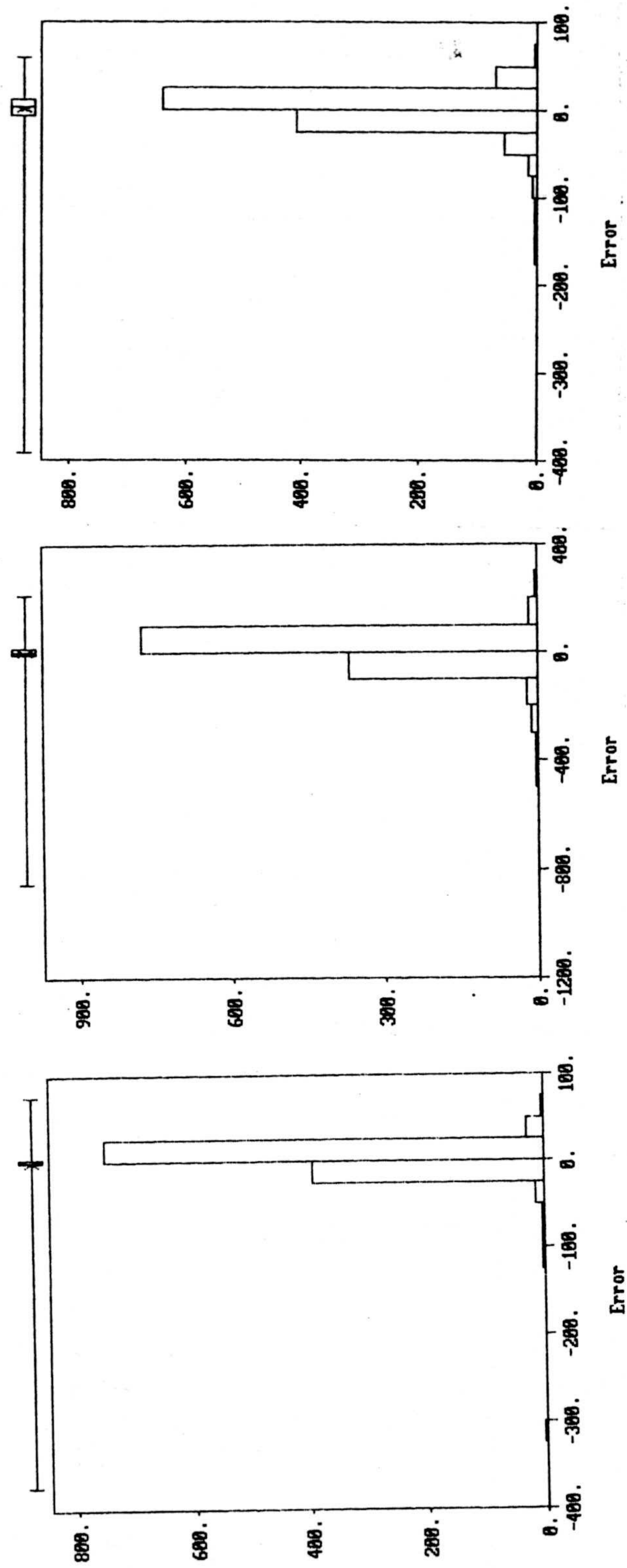


Figura IV.14. Histogramas de errores de estimación cometidos por KO (validación cruzada) en el Area Total: (a) Au, (b) As y (c) Pb.

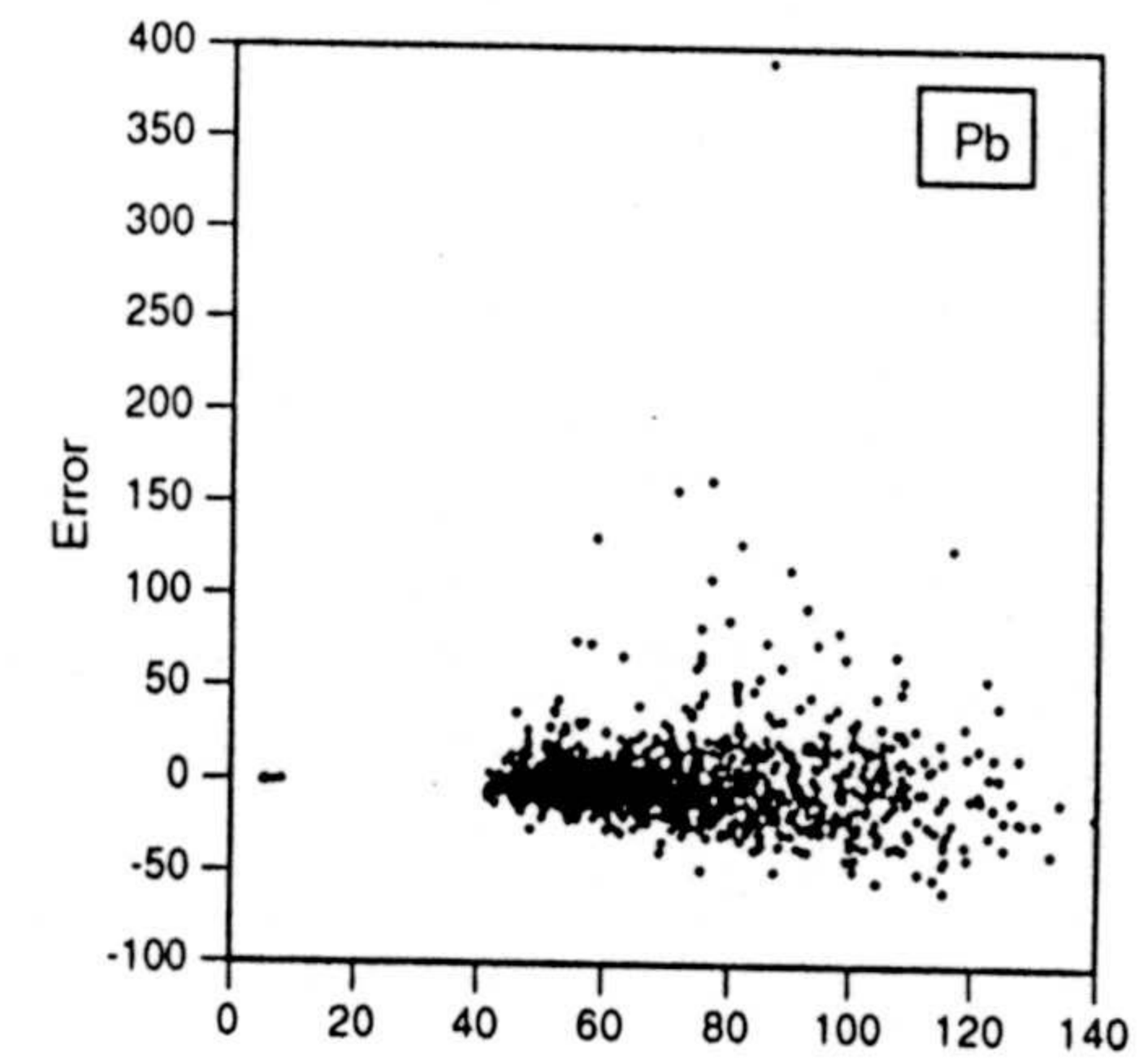
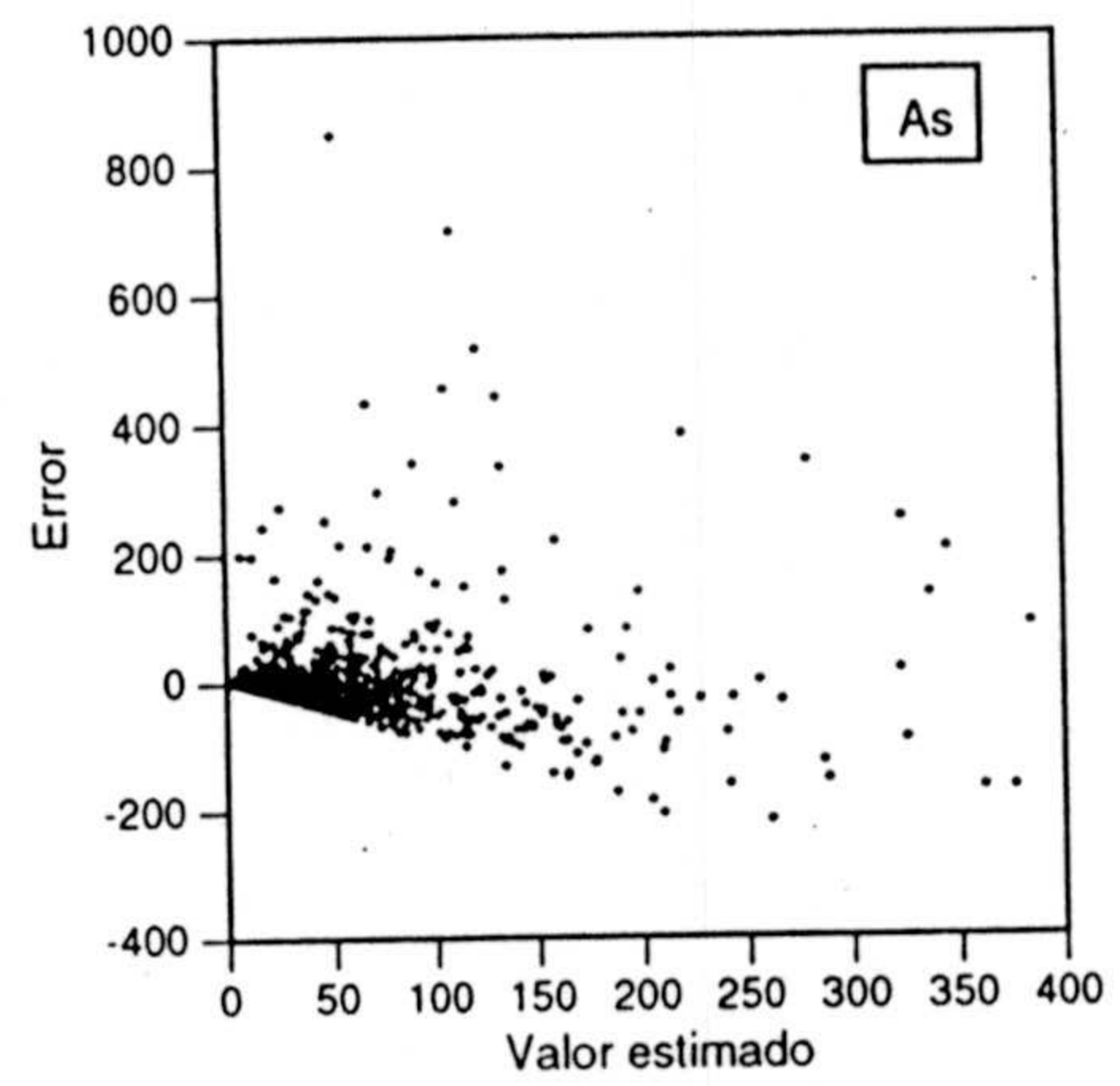
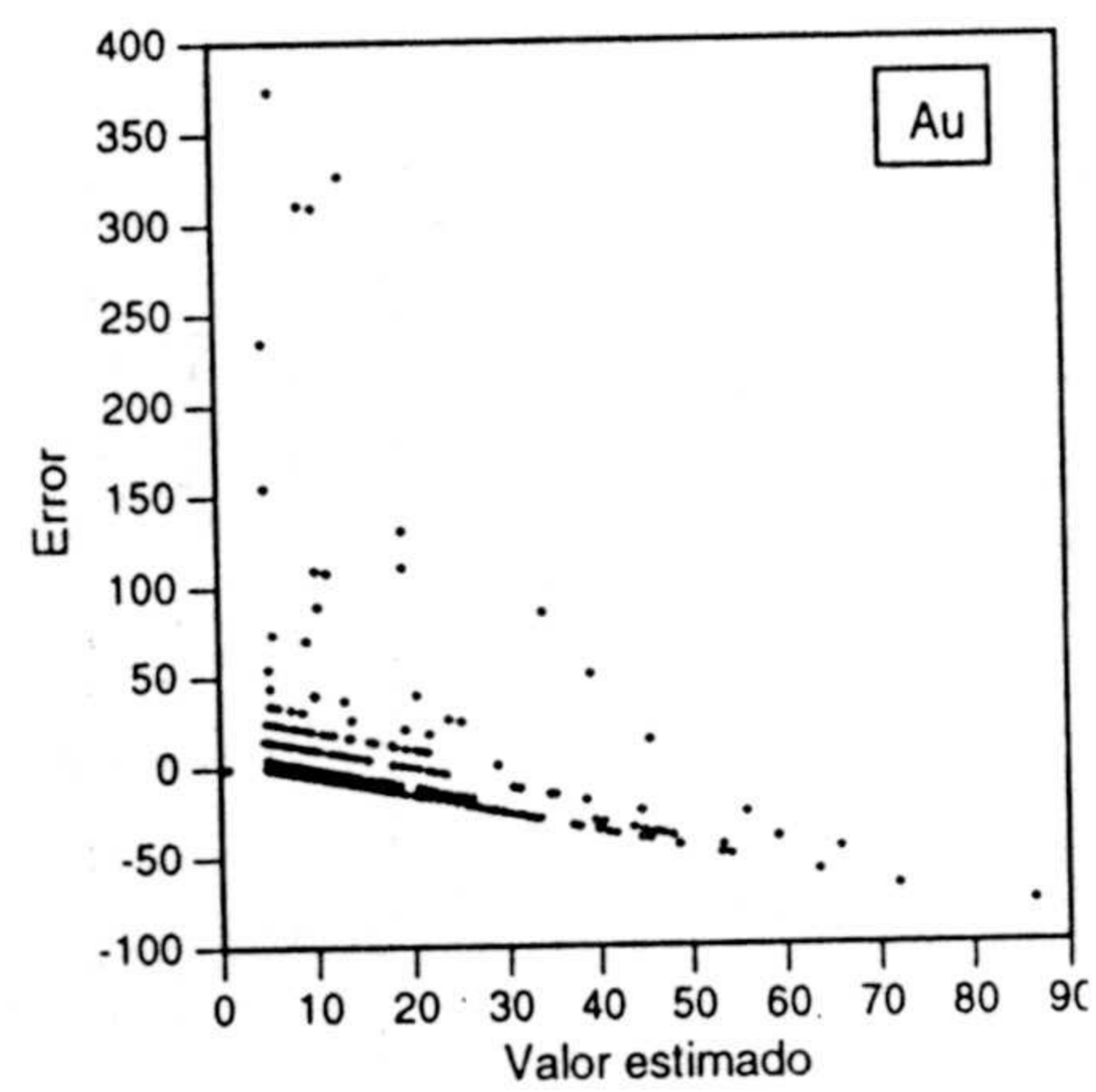


Figura IV.15. Diagrama de dispersión de valores estimados frente a errores reales (real-estimación) en los puntos experimentales del Area Total:
(a) Au, (b) As y (c) Pb.

Por otra parte, la distribución estadística de los errores para los elementos de grupo también muestran tendencias similares, con histogramas de los errores siguiendo aproximadamente una normal, con una media próxima a 0 (0.068 para Au, 0.29 para As y -0.1 para Pb), aunque con algún valor alejado de la tendencia central, que no obstante hace posible su utilización en validación cruzada. Los histogramas de los errores para estas tres variables se presentan en la Figura IV.14. Obviamente, estos valores extremos que aparecen en las distribuciones del error son los que han sido mal restituidos por la vecindad, y que en realidad se corresponden con potenciales puntos anómalos.

Analizando los diagramas de dispersión de valores estimados frente a errores reales aparece, de forma más o menos generalizada a los tres elementos (Fig. IV.15), una concentración de valores alrededor de la recta que indica un error nulo (0), aunque con un número importante de puntos en los que los datos reales son mucho mayores que la estimación, y que corresponden a aquellas muestras con altas concentraciones de los elementos del grupo, rodeadas de otras bajas (datos anómalos), que al ser estimados por KO dan valores más afines con la vecindad. Destaca que el Pb tenga una tendencia mucho más plana y con un número bastante menor de puntos alejados de la recta que representa un error igual a 0 que As y Au, lo que se puede interpretar como una mejor restitución del Pb a partir de las estimaciones que las otras dos variables del grupo. También aparece como un hecho claro que el diagrama que muestra una peor restitución por medio de los valores estimados es el del Au, como puede ser de esperar dadas las características distribucionales tan peculiares de este elemento, con un gran número de valores coincidentes y con una serie de datos extremos.

Como se ha comentado previamente, la calidad de una estimación geoestadística se puede medir por medio de un diagrama de dispersión de valores estimados frente a valores reales. En la Figura IV.16 aparecen los diagramas correspondientes a las tres variables de la asociación, en los cuales se detecta la presencia de los puntos mal restituidos como aquellos que más se alejan de la recta de 45°, en general son valores elevados correspondientes a estimaciones mucho más pobres, y que quedan mal restituidos por la vecindad. En este tipo de representación gráfica se constata de nuevo que sea el Pb el que mejor estimación presente, por tener valores estimados más afines a los reales que para As, y sobre todo, para

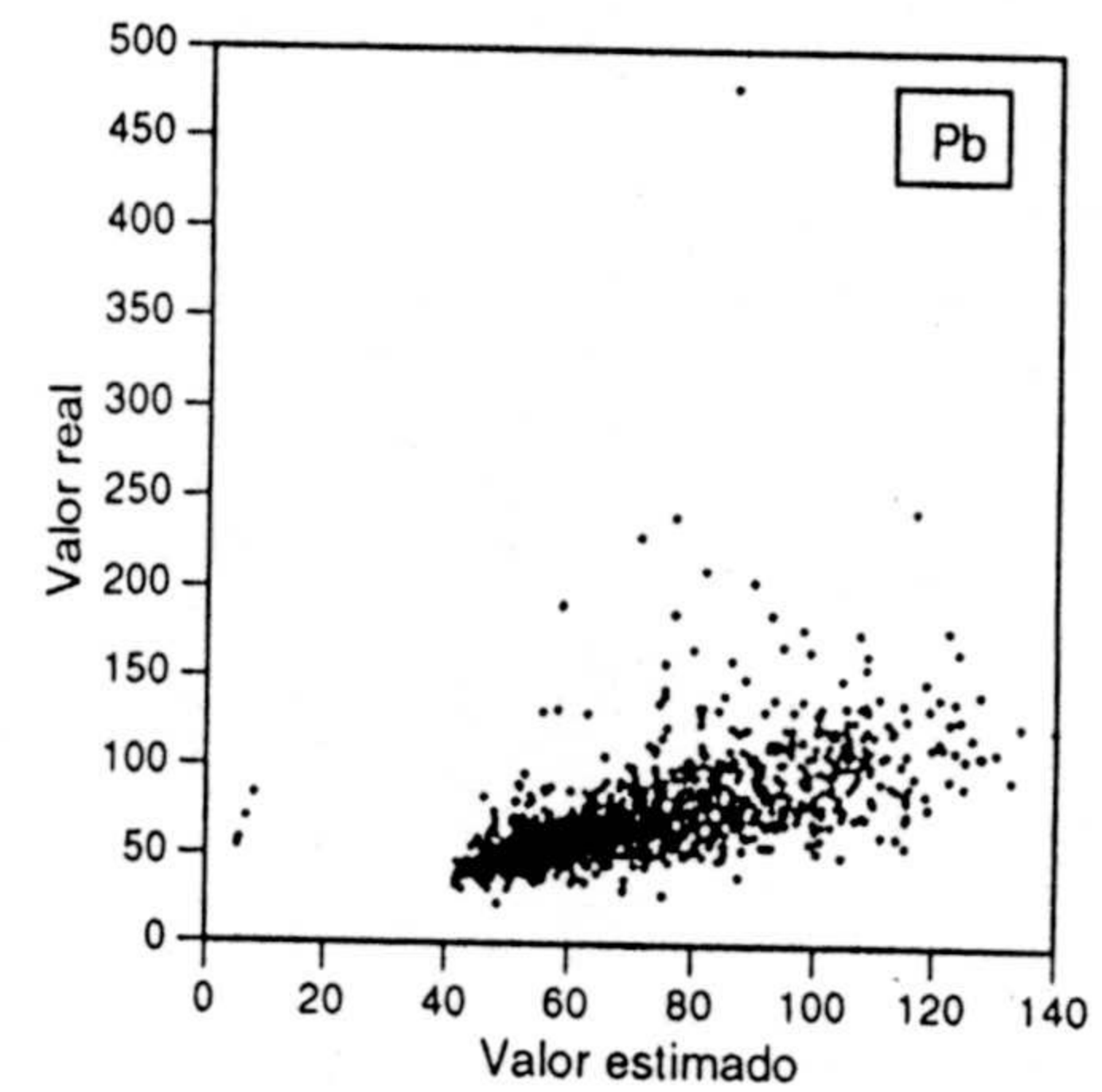
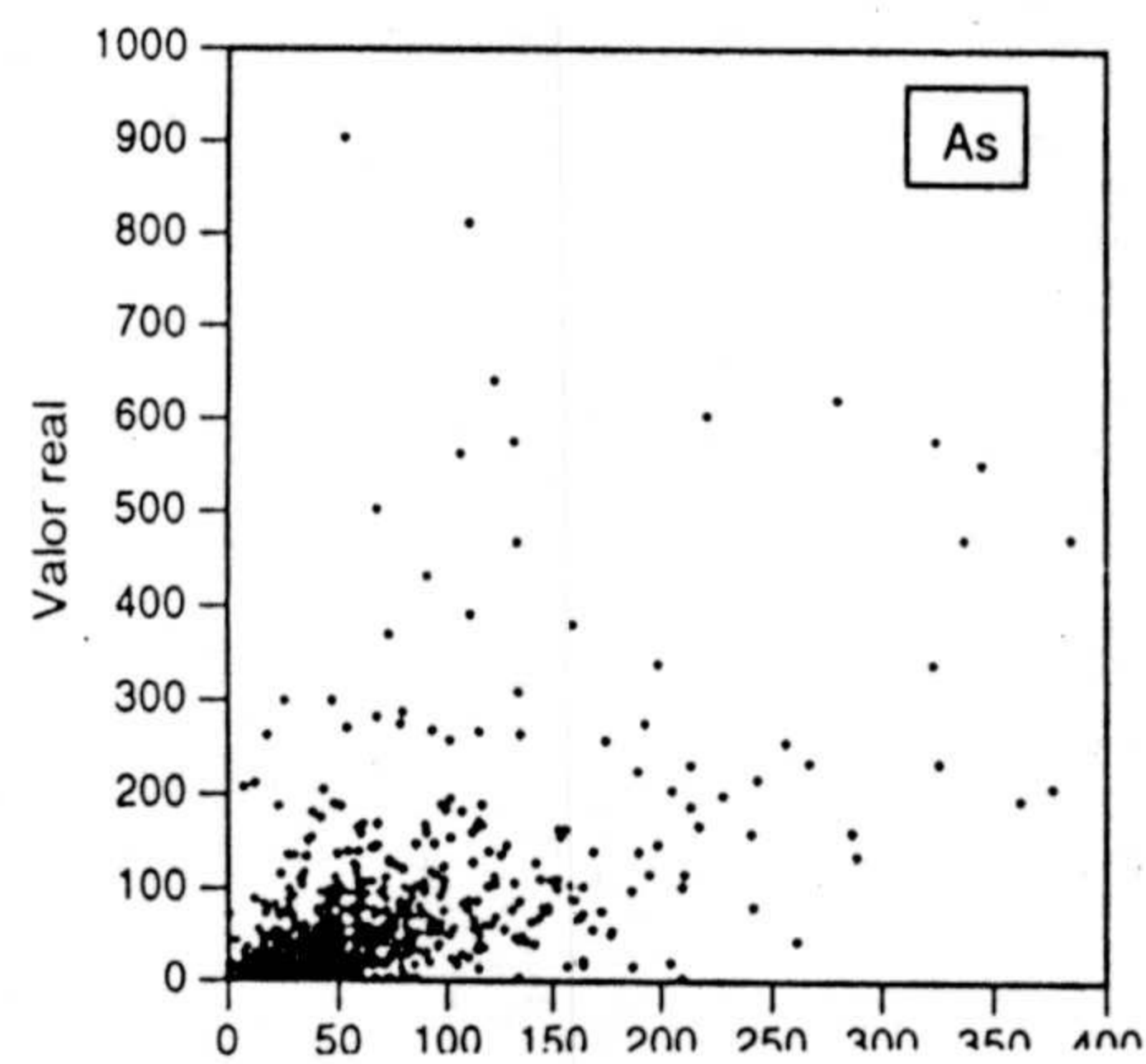
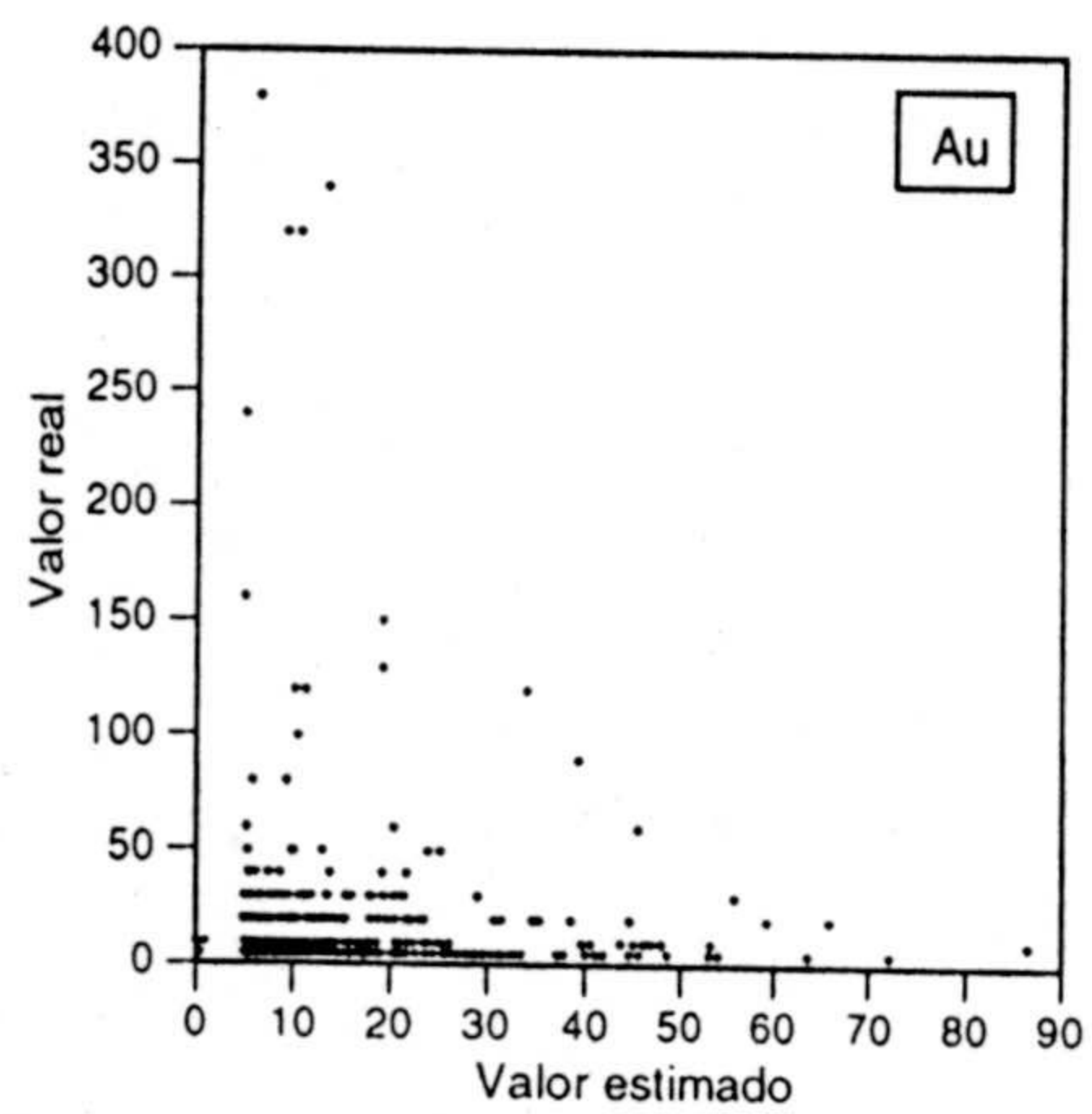


Figura IV.16. Diagrama de dispersión de valores reales frente a valores estimados por KO (validación cruzada) en el Area Total: (a) Au, (b) As y (c) Pb.

Au, que es en el que la distribución de puntos se aleja más de una recta ideal de 45°.

La determinación de los puntos anómalos para los elementos de la asociación de Au-As-Pb se ha llevado a cabo usando un valor de k de 1.96. Para el caso del Au en el Area Total, al aplicar este criterio resultan una serie de muestras anómalas, que se han representado sobre un mapa del Area por medio de puntos, con sus respectivas concentraciones en Au, para tener una visión general de todo el conjunto (Fig. IV.17). Estos puntos se concentran preferentemente en las Zonas de La Mina y de Albores, aunque en la Zona de Vilarcovo aparecen unas pocas muestras con concentraciones de Au bastante ricas, pero muy puntuales. Concretamente, las muestras de la Zona de Vilarcovo se presentan dispuestas siguiendo la forma del afloramiento de las rocas cataclásticas (CM1), a ambos lados de éstas sobre los materiales del cuaternario (Q). Por otra parte, cabe destacar la importante concentración de valores elevados que aparece en la Zona de Albores y, además, localizados en una estrecha franja de terreno, en relación con el contacto de las cataclasitas (CM1) con las rocas adyacentes, principalmente ortogneises biotíticos (ONB) y algún que otro punto de valores menores situado por la Zona de forma aleatoria. Ya por último, la Zona de La Mina también presenta las muestras con concentraciones mayores alrededor de las rocas cataclásticas (CM2), concretamente sobre los metasedimentos (MT) y los ortogneises biotíticos (ONB), siendo en estas litologías en las que los valores de Au son los más elevados; además aparecen algunos datos establecidos como anómalos por el método de validación cruzada en la parte más oriental de la Zona, aunque sus concentraciones son algo bajas para considerarse anómalos (30, 40 ppb), de ahí que no deban tenerse en cuenta. Parece un hecho el que las rocas de naturaleza cataclástica condicionen la localización del Au en esta zona de estudio, y por tanto la disposición de los valores establecidos como anómalos.

En el caso del As se ha impuesto el criterio de $k=1.96$ para la determinación de anomalías. Todas las muestras identificadas como anómalas por validación cruzada quedan recogidas de un modo más claro sobre un mapa de localización de los diferentes puntos (Fig. IV.18). En este mapa las muestras anómalas se sitúan en áreas similares a las mostradas por el Au (Fig. IV.17), aunque con ligeras diferencias. En la Zona de Vilarcovo se mantiene la disposición de muestras con valores elevados a ambos lados del afloramiento de cataclasitas (CM1), siendo para el As mayor el número de puntos con valores altos que para el Au. La localización de las muestras anómalas en la Zona de Albores para el As se

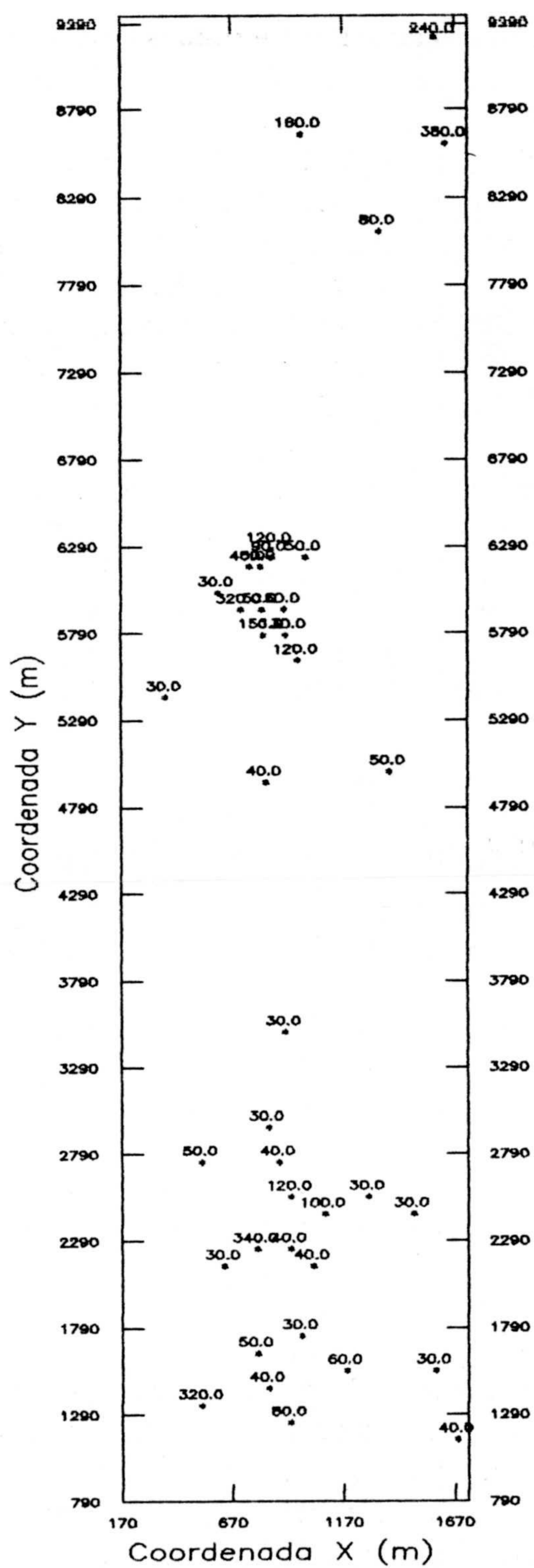


Figura IV.17. Localización de muestras anómalas en Au en el Area Total establecidas a través de validación cruzada ($k=1.96$).

Estudio Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

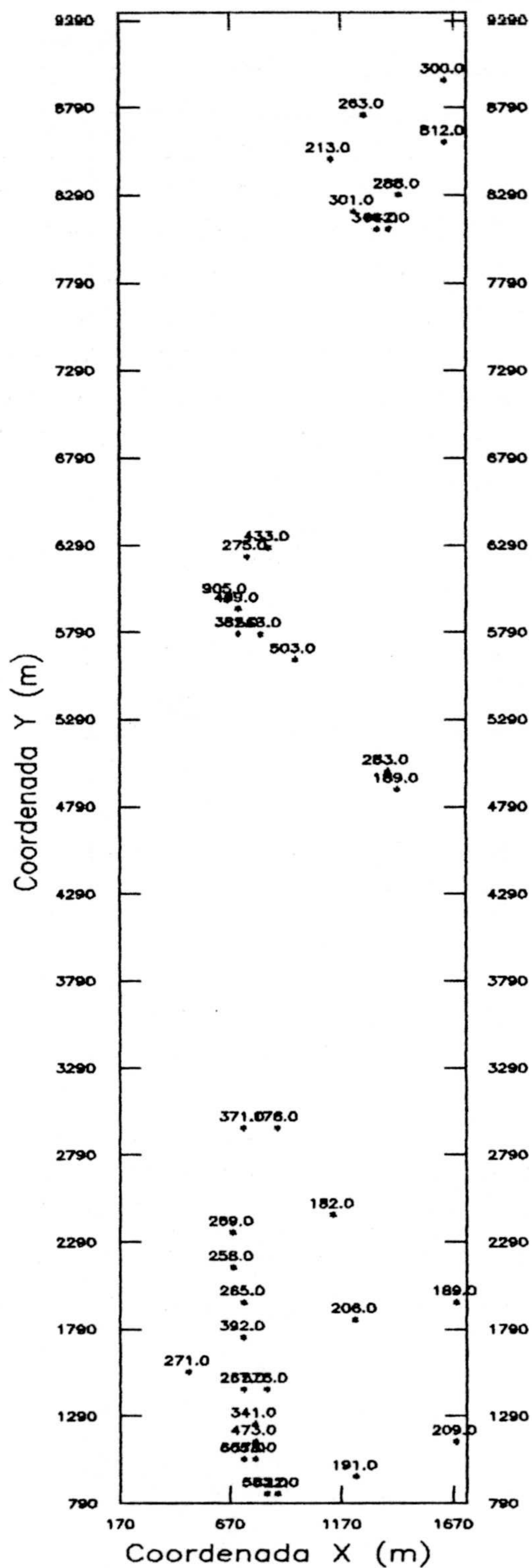


Figura IV.18. Localización de muestras anómalas en As en el Area Total establecidas

a través de validación cruzada ($k=1.96$).

da alrededor del contacto de las rocas cataclásticas con las rocas adyacentes, ortogneisses (ONB) y rocas de tipo metapelítico (MT+AF), que como se puede observar es una localización muy semejante a la ofrecida por el Au. Por último, la Zona de La Mina es la que muestra mayores diferencias con el Au, quedando mucho más restringidos los datos elevados a la franja de contacto entre MT y ONB, en la parte sur del área, y en el contacto de estas litologías con las cataclasitas (CM2) más hacia el centro; también aparecen una serie de muestras distribuidas por la parte más oriental de la Zona ligadas a diferentes litologías.

Para seleccionar aquellas muestras identificadas como anómalas en Pb se ha establecido también un valor de corte de $k=1.96$, a partir del cual se han obtenido los puntos identificados en el mapa de la figura IV.19, en el que se observa una mayor concentración de muestras anómalas en la Zona de La Mina, y concretamente en las proximidades de las rocas de tipo cataclástico (CM2), al igual que ocurre con los otros dos elementos para esta Zona. Por otra parte, cabe destacar que los valores anómalos no se localicen en el área de afloramiento de las rocas de tipo granítico (GR y GRH, de la Zona de La Mina principalmente) que son las que albergan a este elemento de una forma natural, este hecho se debe a que el método de identificación de anomalías de validación cruzada establece como tales muestras anómalas aquellas que no se restituyen bien por los datos de la vecindad, y los granitos presentan valores de fondo geoquímico en Pb altos (ver, por ejemplo, el mapa de medias móviles del Pb en la figura II.34), de ahí, que no se identifiquen como anómalas las muestras con valores elevados de estas litologías. La Zona de Albores presenta solamente cuatro valores anómalos, coincidentes con algunos de los que As y Au muestran en el área. Por último, en la Zona de Vilarcovo aparecen una serie de valores anómalos localizados al sur de las cataclasitas (CM1), mientras que al norte de estas rocas no hay ningún dato.

Estudio Geoestadístico de Anomalías Geoquímicas

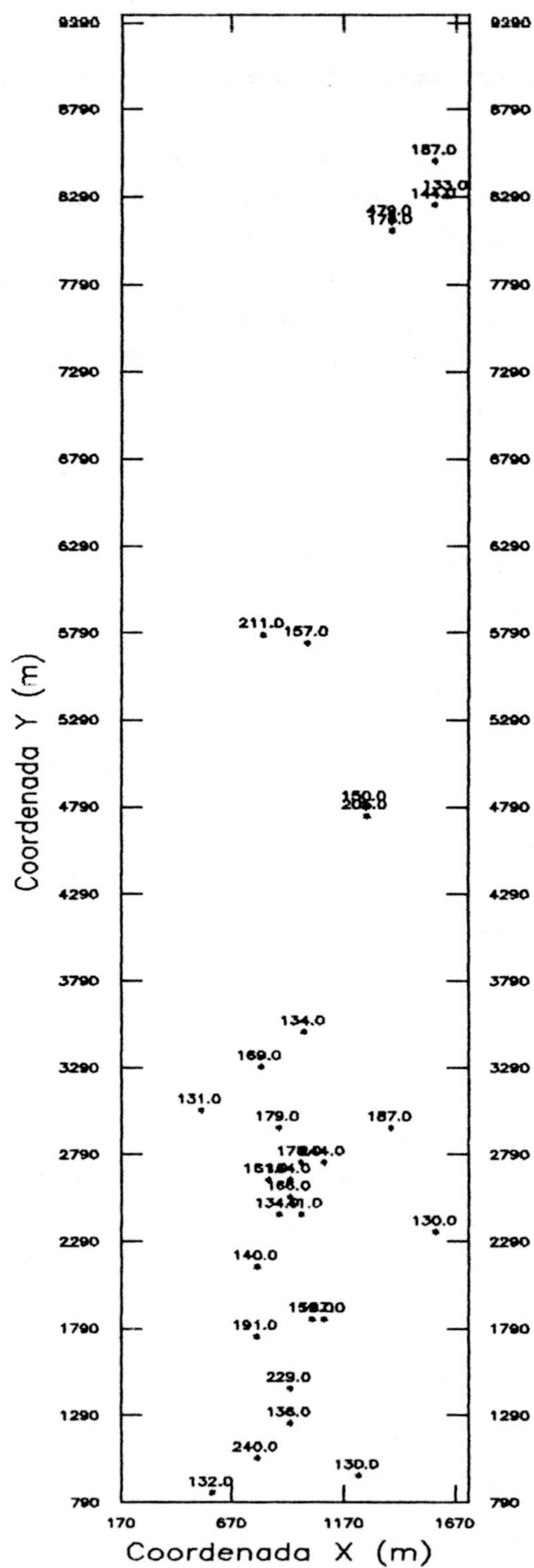


Figura IV.19. Mapa de localización de muestras anómalas para el Pb en Area Total

establecidas a partir de validación cruzada ($k=1.96$).

3.2.1. Síntesis del uso del KO (validación cruzada) en el grupo Au-As-Pb

Este método presenta un gran interés en el campo de aplicación de los datos de prospección geoquímica por una serie de razones, entre las que destacan las siguientes: (i) es un método de fácil aplicación e interpretación de los resultados; y, (ii) presenta la ventaja de que se usan los puntos de la malla de muestreo de los datos experimentales, que en exploración geoquímica suele ser lo bastante densa como para no necesitarse la realización de un krigeaje con el fin de estimar sobre una malla menor. Por otra parte muestra la desventaja de que se usa un único variograma para toda la zona de trabajo, que no siempre puede ser representativo de toda el área.

Para la aplicación concreta sobre el grupo Au-As-Pb, los resultados obtenidos muestran una serie de áreas de interés comunes a los tres elementos y que sirven, principalmente, para confirmar los resultados sacados a partir del Au, que como se ha visto a lo largo de la presente Tesis no presenta unas características numéricas ideales para la aplicación de ningún método. A partir de As y Pb, establecidos como trazadores del Au, se han localizado por de validación cruzada, una serie de áreas interesantes de cara a la exploración de la Reserva Finisterre B2- Fervenza, concretamente, aquellas situadas en los alrededores de las rocas cataclásticas, tanto CM1 como CM2, en rocas gneíssicas (ONB) o metapelíticas (MT), que son en las que las mineralizaciones se dan, favorecidas por la circulación de fluidos a través de las cataclasitas.

4.- KRIGEAJE FACTORIAL

4.1. Introducción

En esta investigación, se van a considerar los conceptos de anomalía y fondo regional por medio de una herramienta de naturaleza probabilística: la función covarianza (o función variograma), que se infieren a partir de las medidas experimentales en el área de estudio. En efecto, se considerará que una anomalía supone, *a priori*, nuestra incapacidad para prever un valor de este tipo a partir de la información circundante, mientras que por el contrario, el fondo regional está ligado al poder de predicción, siempre *a priori* de las medidas observadas. Este planteamiento metodológico considera que la anomalía y el fondo regional son una combinación de "señales" deterministas de frecuencias diferentes.

El comportamiento del variograma experimental en el origen informa sobre el carácter aleatorio o continuo de la regionalización y el modelo de variograma ajustado es, generalmente la suma de varios esquemas elementales. Si bien el ajuste de un modelo a un variograma experimental conlleva una parte de arbitrariedad en la elección de los modelos elementales y el número de ellos, se constata, sin embargo, que los parámetros de los modelos retenidos (en particular sus alcances) suelen corresponderse con las escalas de las estructuras geológicas conocidas en el área. El análisis estructural de una variable regionalizada finaliza, por tanto, con el ajuste de un modelo de variograma que suele ser la suma de varias estructuras elementales. Se establece una conexión entre las estructuras observadas en los variogramas o funciones de covarianza y los conceptos de anomalía y fondo regional. La primera se observa a través de la componente aleatoria de la regionalización, efecto de pepita, y la segunda se define a partir de la componente estructurada, las estructuras de mayor alcance de los variogramas.

Por ejemplo, si el modelo de variograma es la suma de un efecto de pepita, una estructura esférica de pequeño alcance y una segunda gaussiana de gran alcance, el krigeaje factorial permite estimar en cualquier punto, y por tanto cartografiar, las componentes pepítica, esférica y gaussiana del fenómeno. Se pueden interpretar cada una de estas componentes en

términos de anomalía y de fondo regional, el efecto de pepita representa la parte más errática y el esquema gaussiano de gran alcance la parte más continua.

Toda la atención se da al análisis estructural y la determinación de las estructuras de los variogramas, después de su interpretación geoquímica. Se busca igualmente una estimación cuantitativa de estas componentes y, en este sentido, el modelo probabilístico ayudará a descomponer fácilmente las observaciones experimentales en partes anómalas y regionales. Posteriormente, el krigeaje factorial permite estimar en un punto cualquiera del campo de estudio unas variables elementales ficticias cuyos variogramas o covarianzas corresponden a los diferentes esquemas utilizados en el modelo retenido.

La construcción de estos modelos implica una cierta arbitrariedad, necesaria por otra parte, para que el prospector pueda introducir sus propias decisiones a la hora de definir lo que él considera anomalía y fondo regional. Todo está basado en el análisis estructural, siendo el investigador junto con el geoquímico conocedor del comportamiento geoquímico del área de estudio, el encargado de escoger aquel modelo que mejor se adapte a las características concretas, aunque es inevitable la existencia de una cierta arbitrariedad. Esta arbitrariedad se puede reducir si el número de datos es importante (variogramas más robustos) y también por el carácter multivariable intrínseco al fenómeno geoquímico.

Este método de filtrado geoestadístico, tal y como se plantea, puede presentar cierta analogía con el análisis espectral, por la equivalencia formal entre la función covarianza y la transformada de Fourier (Sandjivy y Galli, 1984; Galli et al., 1984). La puesta en evidencia de varias componentes estructurales en la función covarianza lleva a identificar varias "longitudes de onda" en la regionalización, las cuales interesa separar. Se trabaja con cada uno de estos armónicos como componentes intrínsecas de la regionalización, que pueden asociarse con los factores resultantes de un análisis de componentes principales. No obstante, este método presenta varias ventajas sobre el método clásico del análisis espectral:

- Se puede aplicar en espacios de dimensión superior a 1.

- No requiere la distribución de los datos según una malla regular.
- Las bandas de frecuencia puestas en juego se corresponden con las estructuras del variograma experimental, en los cuales se puede encontrar una realidad física.

4.2. Aspectos teóricos

La revisión teórica que se va a hacer en este trabajo va a estar circunscrita al marco univariante y estacionario (Matheron, 1982, Sandjivy, 1984; 1985).

Sea $Z(x)$ la variable regionalizada contenido en un determinado elemento geoquímico en un dominio V . Considérese que dicha variable, $Z(x)$, es una realización de una función aleatoria estacionaria de orden dos. Bajo estas hipótesis:

$$E(Z(x)) = m, \text{ existe y no depende de } x$$

$$Cov(x,y) = E((Z(x)-m)(Z(x+h)-m)) = C(h), \text{ también existe la función covarianza, dependiendo sólo del vector } h.$$

Se parte de la descomposición lineal de la variable estudiada $Z(x)$ en tantas componentes elementales, $Y_u(x)$, como estructuras identificadas.

$$Z(x) = \sum_u a_u Y_u(x) \quad u=1 \text{ a } n$$

donde las $Y_u(x)$ son funciones aleatorias mutuamente ortogonales:

$$Cov(Y_u(x), Y_v(x+h)) = C_{uv}(h) = 0 \quad \forall u \neq v$$

$C_u(h)$ representa la función covarianza asociada con $Y_u(h)$. Por lo tanto, la función covarianza de $Z(x)$, $C(h)$ es:

$$C(h) = \sum_u a_u^2 C_u(h)$$

Los a_{ν}^2 son coeficientes numéricos que pueden deducirse del variograma de $Z(x)$.

Cada uno de los términos de $C_{\nu}(h)$ está asociado con una cierta escala de la estructura.

La etapa siguiente consiste en cartografiar las diferentes componentes $Y_{\nu}(x)$. En realidad, estas componentes no accesibles numéricamente, incluso en los x puntos experimentales, puesto que las incógnitas son siempre más numerosas que los datos. No obstante, se puede solucionar el problema por medio del método de estimación geoestadística multivariante del cokrigaje (ver capítulo V) cartografiando las estimaciones óptimas de los diferentes términos $Y_{\nu}(x)$. Por lo tanto, se estimarán los $Y_{\nu}(x)$ por cokrigaje, usando los valores de los datos experimentales Z_{α} :

$$Y_{\nu}^*(x) = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$$

donde los λ_{α} son los pesos del cokrigaje.

La condición de no sesgo es $E \{Y^*(x) - Y(x)\} = 0$.

De hecho, no es posible estimar las $Y_{\nu}(x)$ por sí mismas, puesto que no es posible encontrar una única descomposición de $E\{Z(x)\} = m$ entre las diferentes $Y_{\nu}(x)$. Un caso particular de trabajo sería considerar $E\{Z(x)\} = 0$, por ejemplo cuando $Z(x)$ sea el resultado de una anamorfosis gaussiana (media = 0, varianza = 1). Por lo tanto se debe estudiar $Z(x) - m$ si se conoce m , o imponer una condición sobre los λ_{α} . En el caso estacionario, m podría corresponder a una "deriva" y $Z(x) - m$ el "residuo". Se van a estimar los "residuos" de $Y(x)$ relacionados con la "deriva" m .

Se puede escribir, por tanto, que

$$E \{Y_{\nu}(x)\} = 0$$

y la condición de insesgo

$$\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 0$$

$$E \{ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha} - Y_{\mu}(x) \} = 0 \quad \text{si} \quad \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 0 \quad \text{y} \quad E \{ Y_{\mu}(x) \} = 0$$

Señalar que cuando m es igual a 0 o es conocida a priori, no se necesita ninguna condición sobre los λ_{α} . Esto sería similar al krigeaje con media conocida, mientras que $\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 0$ es la correspondiente condición de universalidad para el krigeaje cuando se desconoce la media, krigeaje ordinario.

La minimización de la cantidad $E \{ [Y_{\mu}^*(x) - Y_{\mu}(x)]^2 \}$ lleva al siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta} \lambda_{\beta} C(x_{\alpha}, x_{\beta}) &= a_{\mu} C_{\mu}(x_{\alpha}, x_0) + \mu \\ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} &= 0 \quad \mu = \text{parámetro de Lagrange} \end{aligned}$$

para el caso de $E(Z(x))=m$ desconocida.

O bien el sistema:

$$\sum_{\beta} \lambda_{\beta} C(x_{\alpha}, x_{\beta}) = a_{\mu} C_{\mu}(x_{\alpha}, x_0) \quad \text{si } m \text{ es conocida}$$

La correspondiente varianza de estimación es:

$$\sigma^2 = C_{\mu}(0) - a_{\mu} \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} C_{\mu}(x_{\alpha}, x_0)$$

aunque en realidad no es una verdadera varianza de estimación de $Y_{\mu}(x)$, si no de su proyección en el espacio generado por $\lambda(x)Z(x)^{\mu}$.

Con este desarrollo se ha mostrado como, en el caso estacionario, si se conoce la función de covarianza asociada con una variable regionalizada $Z(x)$, y si su función puede ser expresada como suma de modelos de covarianza básicos, se pueden estimar las diferentes componentes $Y_{\mu}(x)$ correspondientes a cada covarianza en cada punto x del dominio V .

Además debe verificarse la siguiente relación de coherencia:

donde

Z^* → valor krigeado de Z en el punto x

$$\forall x \in V \quad Z^*(x) = \sum_u a_u Y_u^*(x) + m^*$$

$Y_u^*(x)$ → valor cokrigado de Y_u en el punto x
 m^* → esperanza conocida $E\{Z(x)\}$ o su estimado krigado en V .

Los coeficientes de correlación entre cada valor experimental (Z) y sus correspondientes componentes (Y_i) puede expresarse por medio de la siguiente relación:

$$r_u(x) = \frac{a_u \|Y_u(x)\|}{\sqrt{a_u^2 \|Y_u^*(x)\|^2}}$$

4.2.1. Nota sobre la estimación de la media

Por todo lo visto hasta ahora, se llega a la conclusión de que la estimación de las componentes espaciales pasa por la resolución de un sistema de ecuaciones cuya dimensión es, normalmente, muy elevada, lo que conlleva problemas computacionales. En el caso de media conocida, el sistema sería de $n \times p$ ecuaciones, y la complejidad aumenta con las condiciones de universalidad, cuando la media se desconoce.

Una solución para este problema consiste en utilizar, en el sistema de cokrigaje, sólo algunas de las muestras próximas al punto a estimar (cokrigaje por vecindad móvil), no olvidando el hecho de que lo que se pretende es obtener una información acerca de las diferentes escalas espaciales del fenómeno. Esto conduce a seleccionar solamente las muestras más próximas, como es habitual en las aplicaciones tradicionales de krigaje. Galli et al. (1984) realizan una discusión acerca de la conveniencia de escoger una vecindad móvil o única. Los argumentos a favor y en contra esgrimidos por estos autores aparecen recogidos en Jiménez Espinosa (1992).

Las componentes espaciales, así calculadas, pueden ser cartografiadas, constituyendo una herramienta más útil que los factores obtenidos con cualquier método factorial de análisis de datos. No obstante, hay que tener en cuenta que, por definición (Sandjivy, 1984), la componente Y_0 , correspondiente al efecto de pepita, sólo existe en los puntos experimentales, de ahí que no se puedan trazar mapas de isolíneas, y sólo puedan hacerse representaciones puntuales. Las componentes espaciales son, por construcción, ortogonales, mientras que sus estimadores obtenidos por krigeaje factorial, ya no lo son. Esto hace que la explicación de la inercia total por cada una de las componentes no sea posible, por lo que éstas no pueden ser jerarquizadas. Así se impide el que puedan retenerse las componentes más importantes, reduciéndose la dimensión del espacio de trabajo, característica habitual en los métodos factoriales de análisis de datos.

4.3. Aplicación del krigeaje factorial a la asociación Au-As-Pb

En esta metodología es muy importante la etapa de análisis estructural, ya que el ajuste de las variables geoquímicas a un modelo teórico suele hacerse como la suma de una serie de estructuras o variogramas elementales, para que posteriormente el KF estime, generalmente en los puntos experimentales del dominio, unas variables ficticias cuyos variogramas corresponden a las diferentes estructuras utilizadas en el modelo retenido, teniendo cada una de estas componentes un significado geoquímico claro, de modo que puedan ser interpretadas en términos de anomalía y fondo geoquímico regional. Por tanto, esta técnica permite descomponer la cartografía de una variable regionalizada "elemento geoquímico" en una serie de cartografías elementales representativas de una cierta banda de frecuencia del fenómeno, llevando a cabo un filtrado geoquímico de la variable. Por otra parte, habrá que tener en cuenta el grado de correlación entre el valor de cada una de las componentes y el valor de la variable en cada punto, ya que este coeficiente de correlación ayudará a decidir si determinados valores pertenecen a la anomalía o al "background", por ejemplo, para cualquier valor anómalo, los coeficientes r_0 , r_1 y r_2 con Y_0 , Y_1 y Y_2 (en el caso de un efecto de pepita y dos estructuras

imbricadas) indicarán si un punto es o no anómalo, pues un valor de correlación alto con el efecto de pepita (r_0) apunta hacia una muestra anómala, mientras que si es r_2 el que es elevado, señala una muestra perteneciente al fondo regional.

Bajo esta óptica se ha llevado la aplicación del krigeaje factorial sobre el Au y sus trazadores, tomando como base el análisis variográfico realizado previamente para estos tres elementos (apartado 2.3. del presente capítulo), y que sirve para establecer tantas componentes elementales como estructuras identificadas en dichos variogramas.

4.3.1. Análisis del Au

Para este elemento se estableció un modelo de regionalización (ver tabla IV.2) compuesto por un efecto de pepita más una estructura esférica anisótropa:

$$\gamma(h) = C0 + C1-sph (h, A2 anis)$$

en el que la estructura $C1$ presenta una elipse de anisotropía con la dirección de menor variabilidad (máxima elongación) según N45°E, y la máxima continuidad (menor elongación) en la dirección perpendicular, N135°E. A partir de los esquemas elementales identificados en este modelo se calculan las respectivas componentes del krigeaje factorial, una correspondiente al efecto de pepita y otra a la estructura $C1$, con lo que se consigue descomponer la variable original "Au" en sus dos respectivas variables ficticias "Y0" e "Y1". Los resultados del KF para este elemento se mostrarán a través de los mapas de las componentes, así como de la variable bruta, comparándolos entre sí, de este modo y, como paso previo, se analizará la cartografía de los valores brutos de Au en el Area Total, expresado como mapa de tonos de grises (Fig. IV.20), y habiendo utilizado un criterio para establecer las clases en función de los siguientes cuantiles: 50%, 75%, 90% y 95%. En este mapa se pueden ver una serie de valores con concentraciones más elevadas, aunque en general son bastante pocos, localizados fundamentalmente en las Zonas de Albores y de La Mina, próximos a los contactos entre las rocas cataclásticas y las litologías anexas,

observándose algunas muestras ricas en las rocas de tipo granítico (GRH y GH), asociadas posiblemente a estas litologías a través de Pb. De todos estos puntos con valores elevados, el krigeaje factorial va a permitir identificar cuáles pertenecen al fondo geoquímico y cuáles son realmente anómalos, analizando los mapas de las componentes del KF (Figs. IV.21 y IV.22, para Y0 e Y1, respectivamente), así como los de localización de los puntos con valores de coeficientes de correlación entre las muestras originales y estas componentes estimadas (Figs. IV.23 y IV.24, para r0 y r1, respectivamente). Las figuras correspondientes a la componente Y0 (Fig. IV.21) y la de r0 (Fig. IV.23) muestran los puntos más interesantes desde el punto de vista de la exploración geoquímica, y sirven para mostrar cómo el KF permite discriminar entre muestras con valores elevados pertenecientes al fondo geoquímico, y aquellas consideradas como anómalas. En la Zona de Albores aparece bastante clara la filiación rocas cataclásticas-mineralización de Au, pues las muestras ricas en este elemento se distribuyen a lo largo del contacto de estas rocas con las adyacentes, mientras que esta asociación es compartida con otras localizaciones (en los granitoides, p.e) en la Zona de La Mina, aunque destacando la mayor concentración alrededor de las cataclasitas (CM2).

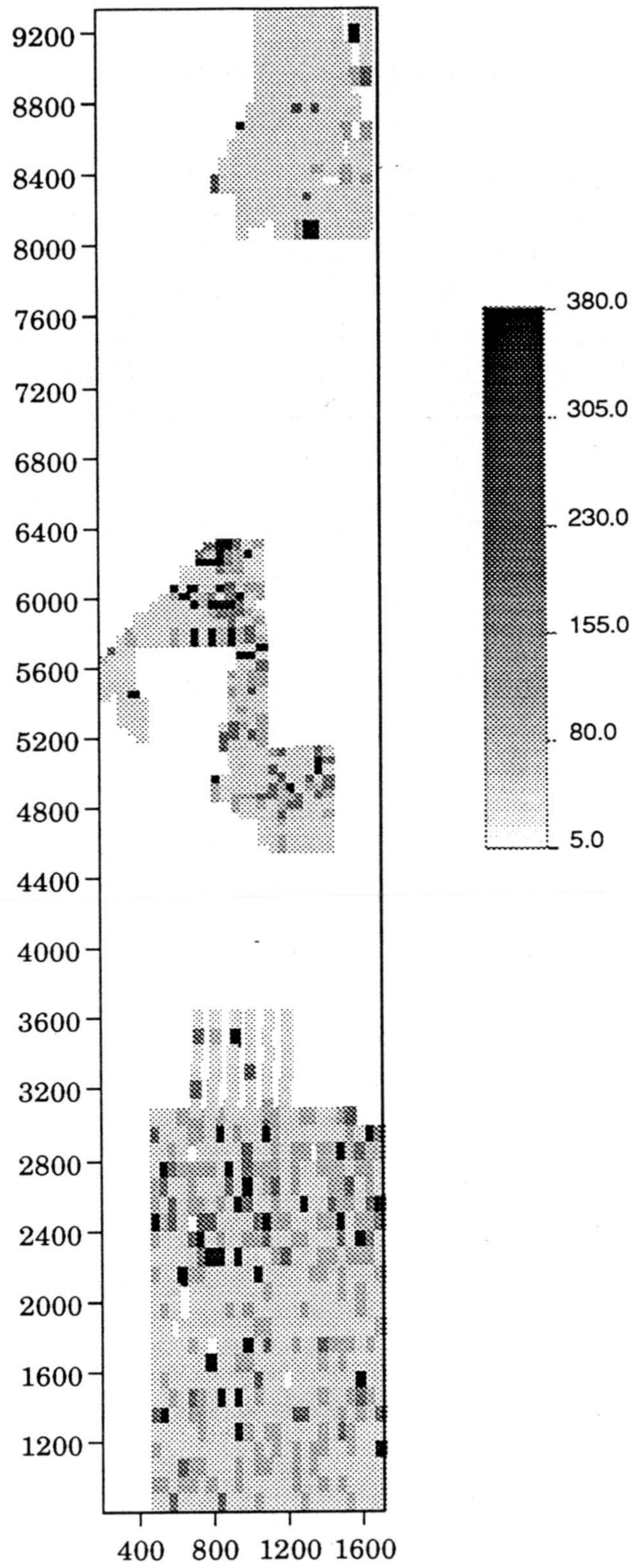


Figura IV.20. Mapa de los valores brutos del Au en el Area Total, asignando diversos tonos de grises en función de las clases establecidas: 50%, 75%, 90% y 95%.

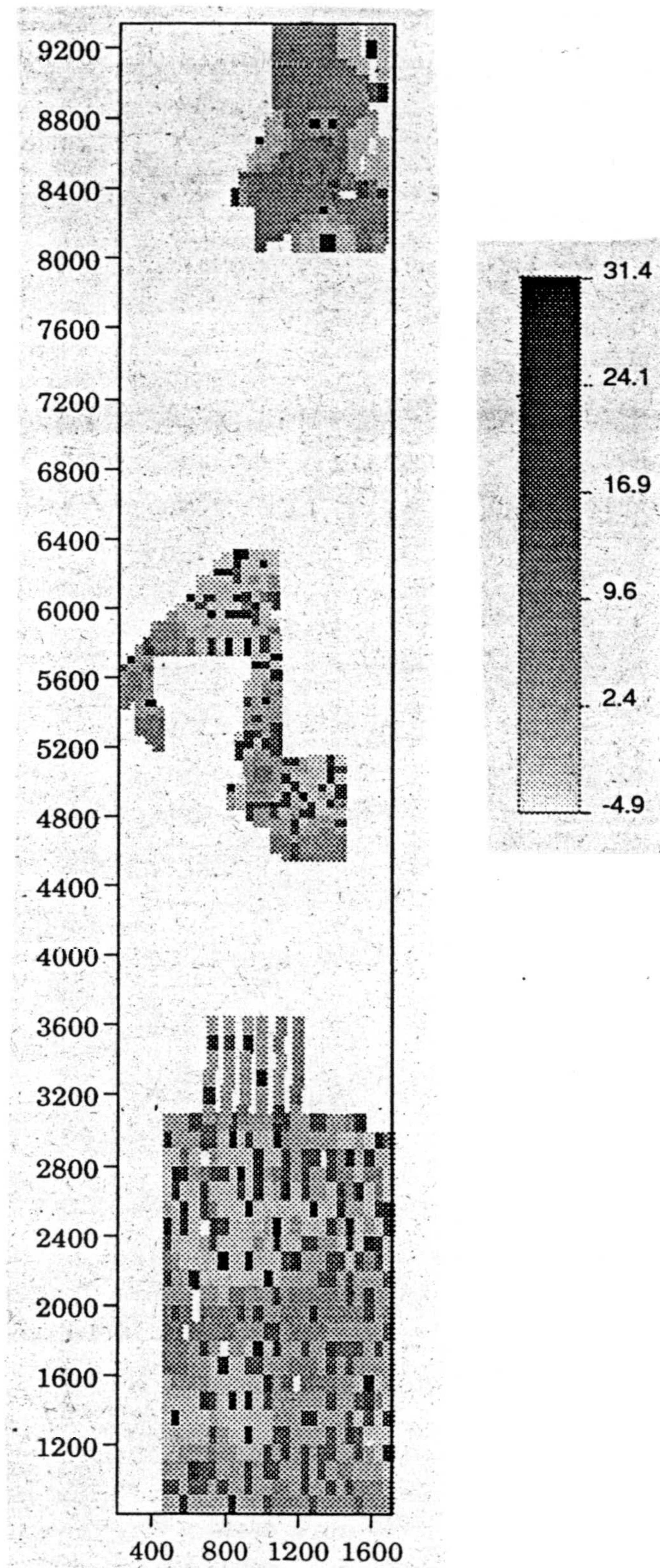


Figura IV.21. Mapa de la componente Y0 del Au, procedente de KF en el Area Total.

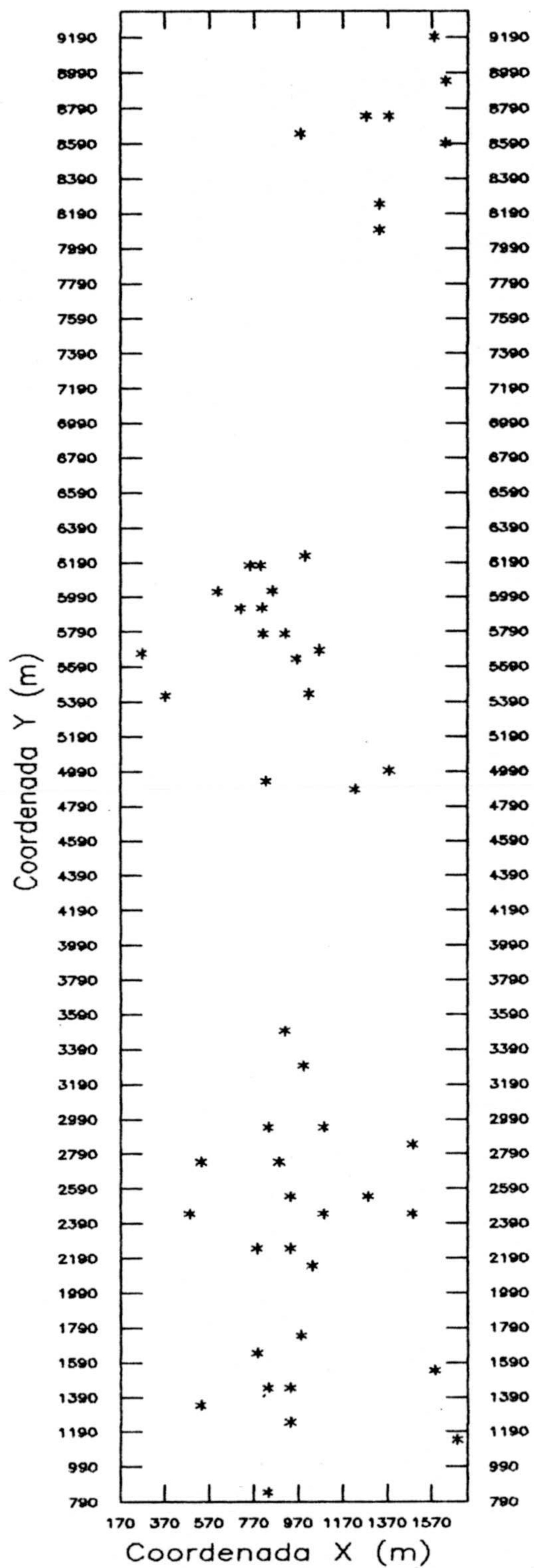


Figura IV.23. Mapa de la componente Y1 del Au, procedente del KF en el Area Total.

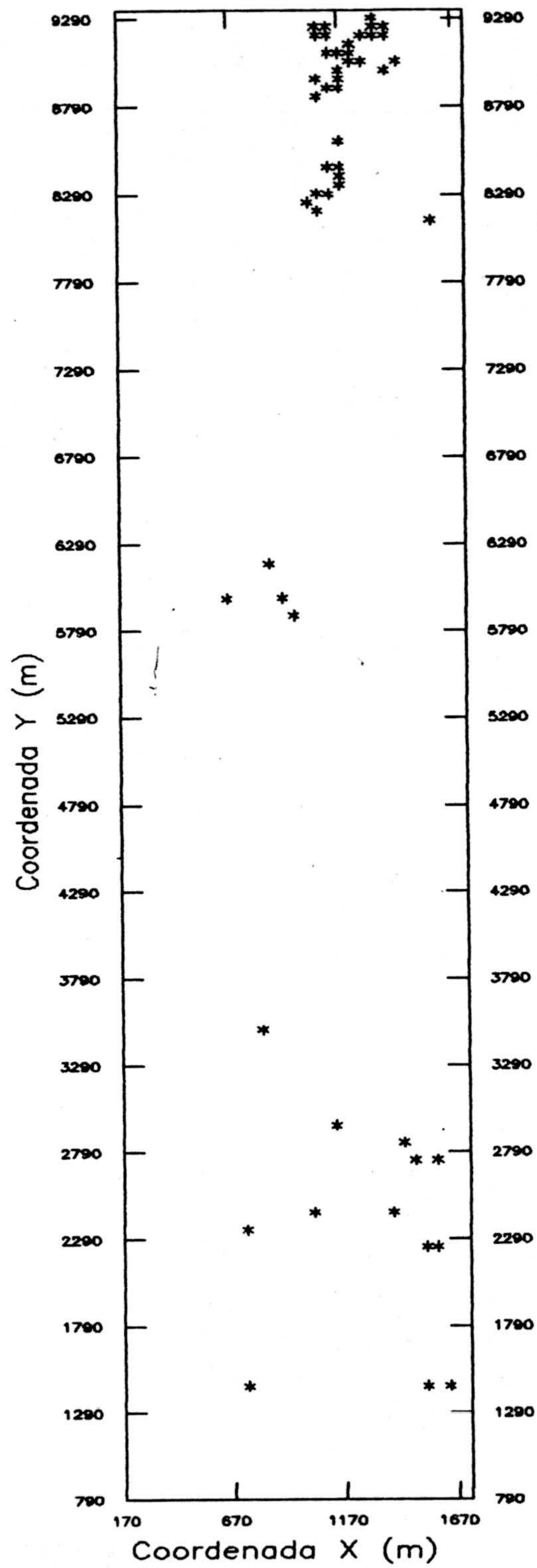


Figura IV.24. Mapa de localización de puntos correlacionados con Y0 del Au en el Area Total.

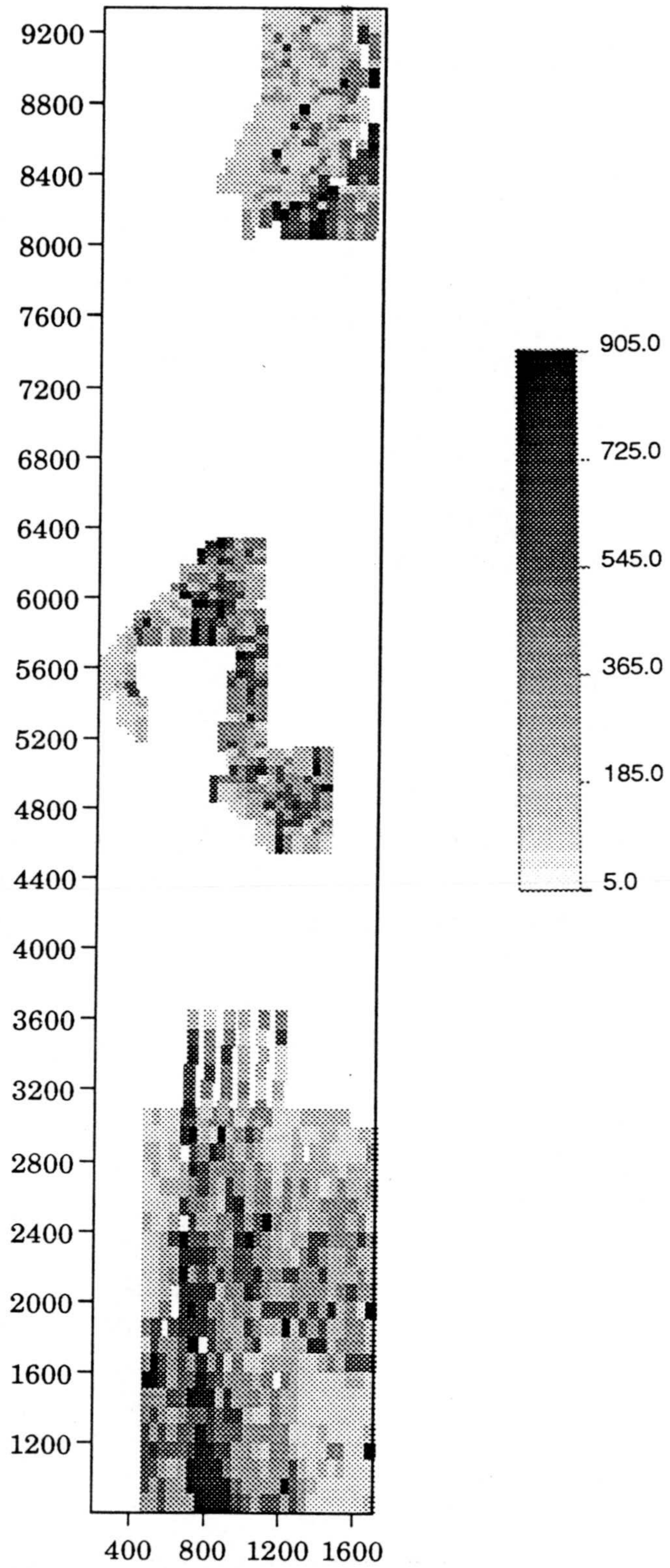


Figura IV.25. Mapa de localización de puntos correlacionados con Y1 del Au en el Area Total.

4.3.2. Análisis del As

Para este elemento se ha seguido una vía de estudio similar a la llevada a cabo para el Au, comenzando por analizar el modelo de variograma utilizado para ajustar los variogramas del As. Este modelo puede sintetizarse por medio de la siguiente expresión:

$$\gamma(h) = C0 + C1-sph(h, A2 anis)$$

modelo compuesto por un efecto de pepita más una estructura esférica anisótropa, de modo que esta anisotropía está representada por una elipse elongada en la dirección N-S, con un factor de elongación bastante acusado (ver tabla IV.3). Usando esta información estructural se realizó el krigeaje factorial de esta variable, estimando las dos componentes correspondientes a las dos estructuras identificadas en los variogramas. Analizando el mapa de los valores brutos del As (Fig. IV.25), se observa una zona de valores elevados localizada en la parte más meridional de la Zona de La Mina, en las rocas de tipo gneíssico (ONB) al sur de las cataclasitas, ya que estas litologías marcan, una vez más, la distribución de estos elementos en el Area. También cabe destacar, que en las Zonas de Albores y de Vilarcovo la localización de muestras ricas es similar a la del Au. A partir de estos valores brutos, y a través del KF, es posible identificar las muestras realmente anómalas, ya que no todas los valores brutos elevados son anómalos, sino que muchos pertenecen al "background".

El mapa de la componente Y0 para este elemento (Fig. IV.26) muestra los puntos que pueden ser considerados anómalos, así como la relativa a la componente Y1 (Fig. IV.27), correspondiente a la estructura regional. Además de analizar estos mapas es necesario tener en cuenta la localización de las muestras altamente correlacionadas con cada una de las componentes (Figs. IV.28 y IV.29, para r0 y r1 respectivamente). Usando toda esta información se pueden localizar los puntos anómalos para el As fundamentalmente en las áreas con valores brutos elevados, pero limitando éstos a los que aparecen con valores elevados en el mapa de Y0 (Fig. IV.26), así como considerar los puntos de r0 alto (Fig. IV.28). El mapa de la componente Y1 (Fig. IV.27) sirve para establecer una cartografía de la distribución regional para este elemento, una vez eliminado el ruido debido a las muestras anómalas, mostrando una estructura bastante continua y fácilmente asimilable a la cartografía geológica.

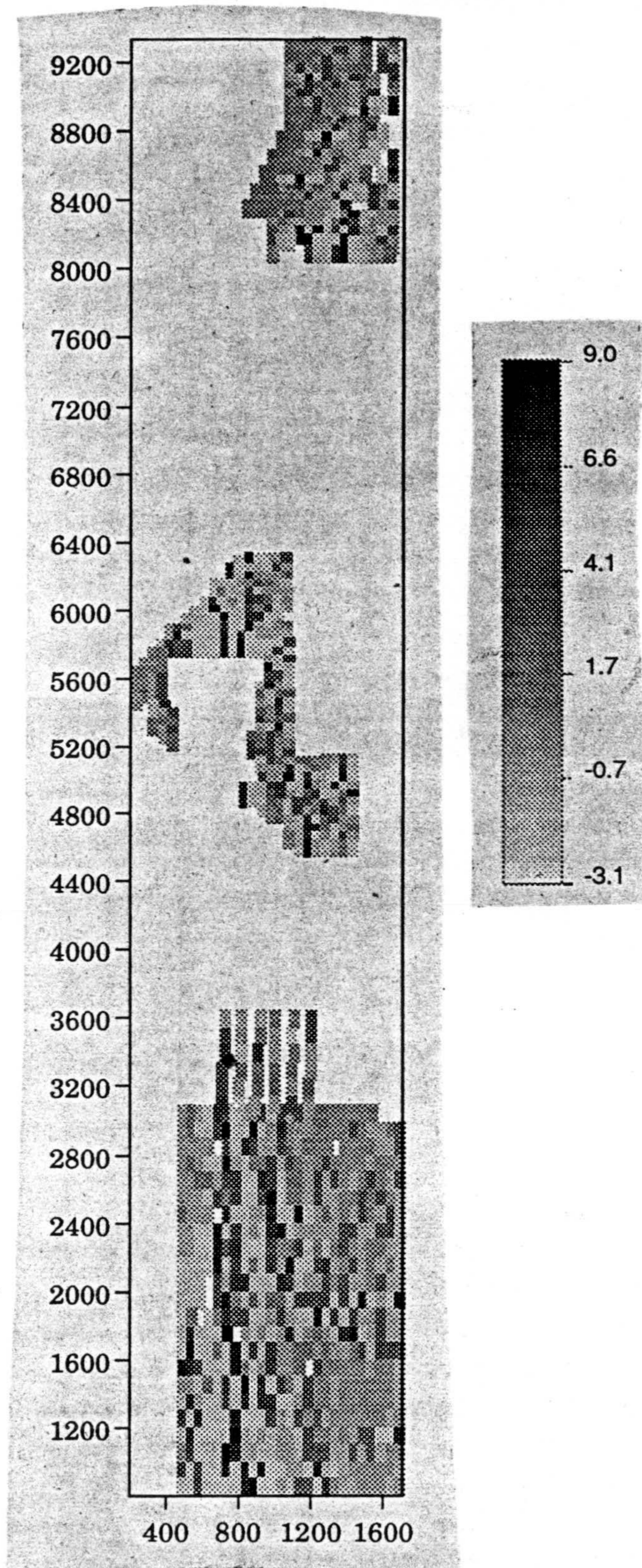


Figura IV.26. Mapa de la componente Y0 del As, procedente del KF en el Area Total.

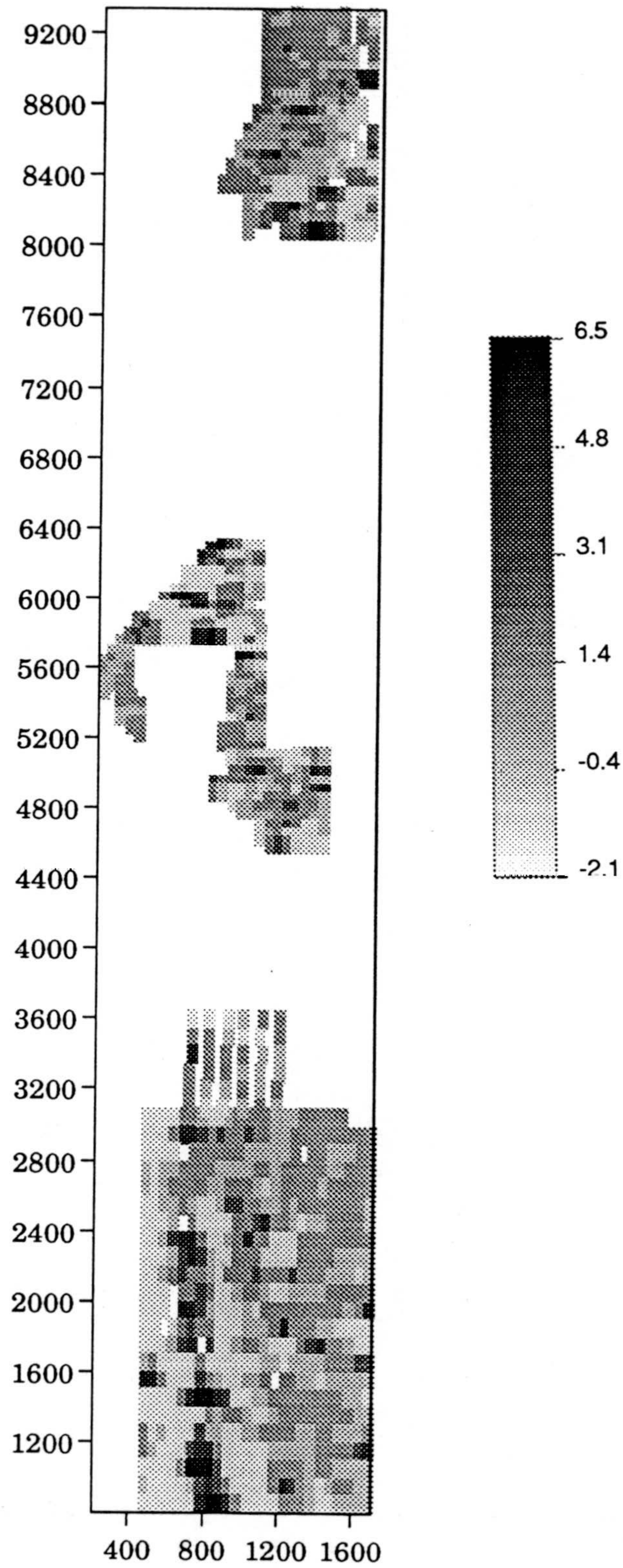


Figura IV.27. Mapa de la componente Y1 del As, realizado por KF en el Area Total.

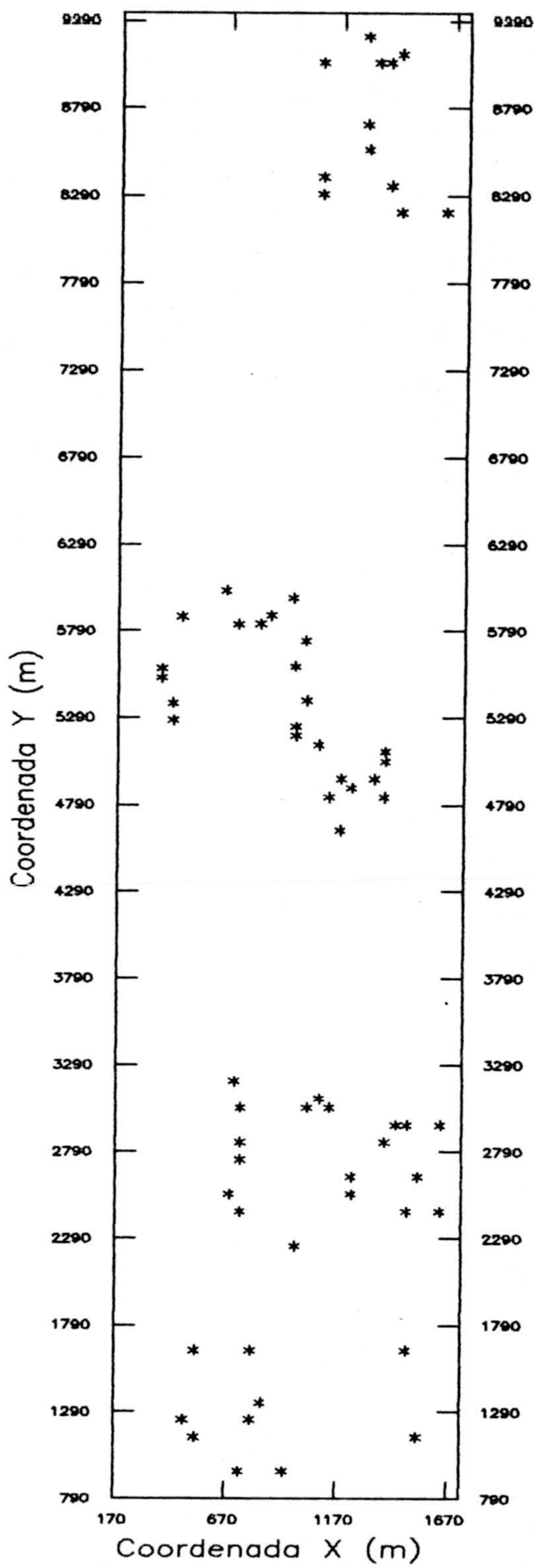


Figura IV.28. Mapa de localización de puntos correlacionados con Y0, del As en el Area Total.

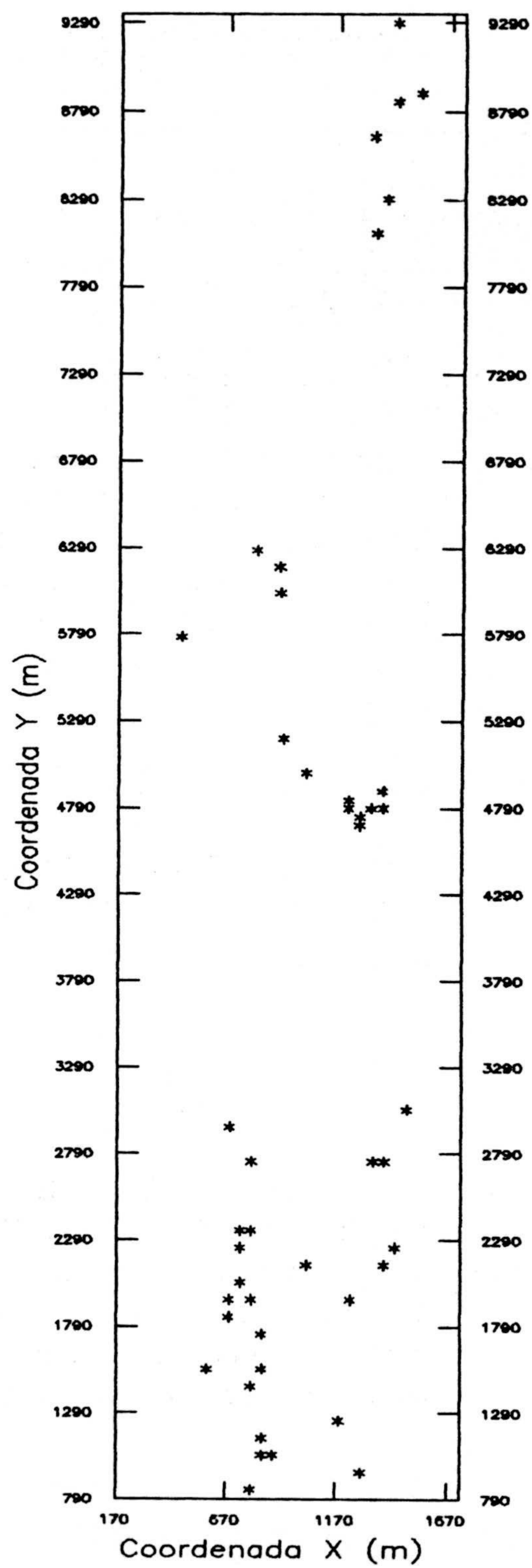


Figura IV.29. Mapa de localización de puntos correlacionados con Y1 del As en el Area Total.

4.3.3. Análisis del Pb

Este elemento presenta un variograma teórico compuesto por un efecto de pepita más una estructura esférica anisótropa (tabla IV.4), al igual que los otros dos elementos de la asociación:

$$\gamma(h) = C0 + C1-sph (h, A2 anis)$$

Incluso la estructura de anisotropía del Pb es similar a la presentada por el Au, con la dirección de máxima continuidad geológica según N45E. Basándose en esta modelización el krigeaje factorial efectúa el filtrado de la variable original en las dos componentes elementales, resultando unos mapas similares a los ya expuestos para Au y As. Antes de comentar los mapas de las componentes, es conveniente analizar el mapa de la variable bruta (Fig. IV.31), el cual apunta hacia una serie de áreas de interés para el Pb, entre las que cabe distinguir la doble tendencia de este elemento, por una parte están aquellas áreas correspondientes a las rocas graníticas peraluminicas, como granitos inhomogéneos (GH), en donde aparece correlacionado con el Al (ver cartografía de la CP8 del ACP de rangos en el Anexo B); y por otro lado, aparece el Pb asociado a la mineralización aurífera, probablemente removilizado de las litologías contiguas anteriores y ligado a las rocas de tipo cataclástico (CM). El mapa de la componente Y0 (Fig. IV.32) permite localizar los puntos potencialmente anómalos para el Pb, concentrados alrededor de las cataclasitas preferentemente, aunque también en las rocas graníticas aparecen algunos valores de Y0 elevados, que hay que discernir desde el punto de vista geológico-geoquímico si son o no interesantes. El mapa de la componente Y1 (Fig. IV.33) muestra claramente la tendencia global de la variable en la dirección N45E, mientras que Y0 aparece más relacionada con la estructura N-S del Area, visualizados de una forma más nítida a partir del mapa de localización de los puntos altamente correlacionados con la componente errática, Y0 (Fig. IV.34). El mapa de localización de los puntos correlacionados con Y1 aparece recogido en la figura IV.35.

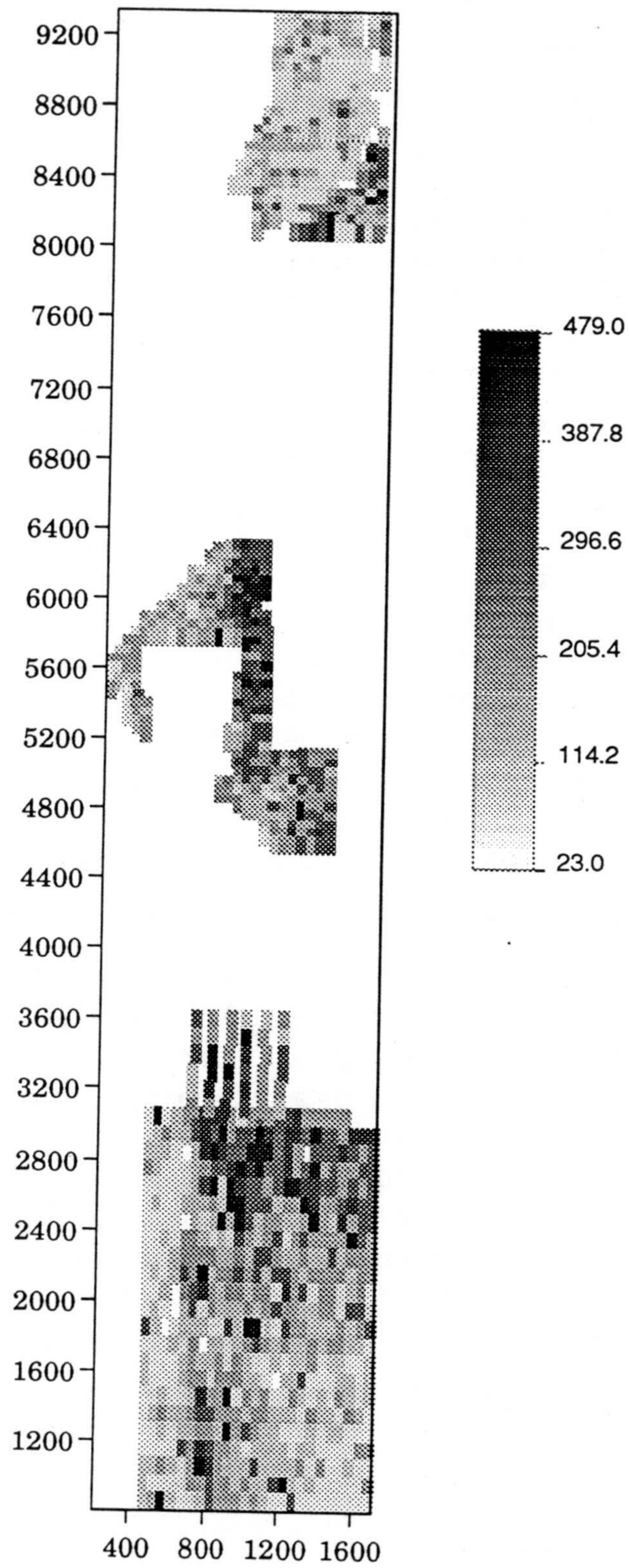


Figura IV.30. Mapa de los datos brutos del Pb, en el Area Total.

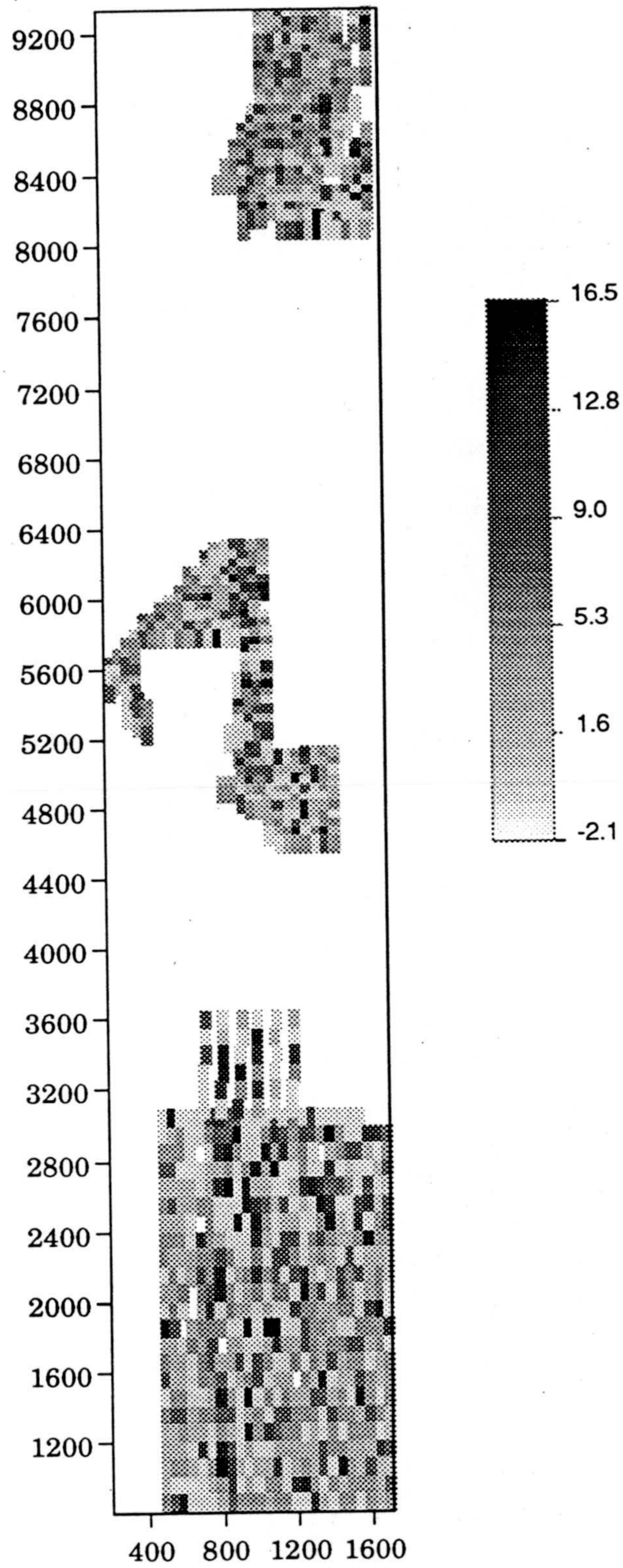


Figura IV.31. Mapa de la componente Y0 del Pb, realizado por KF en el Area Total.

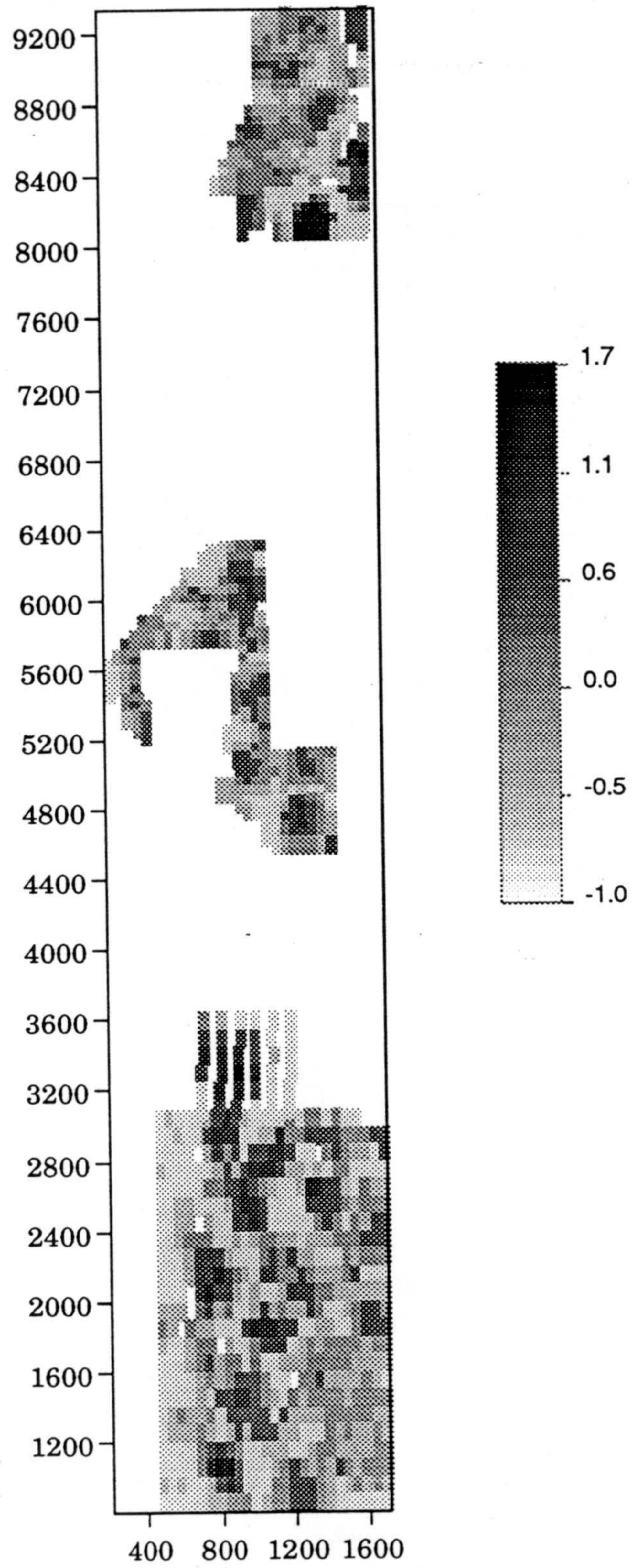


Figura IV.32. Mapa de la componente Y1 del Pb procedente del KF en el Area Total.

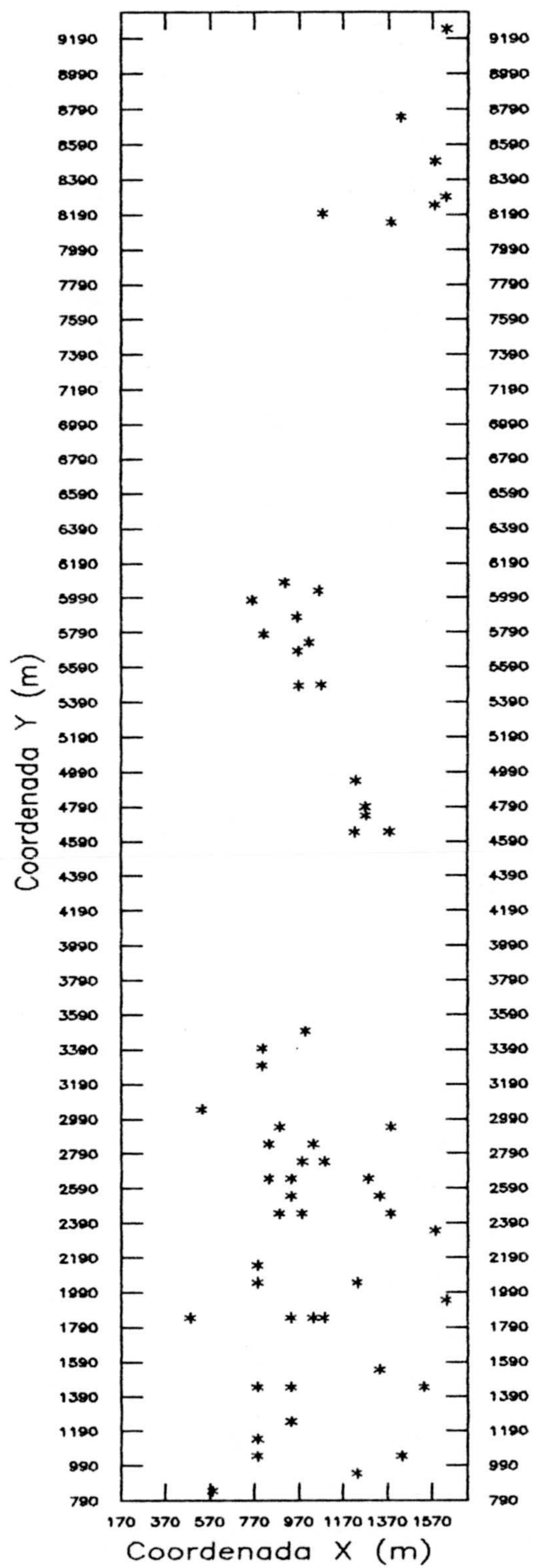


Figura IV.33. Mapa de localización de puntos correlacionados con Y0 del Pb en el Area Total.

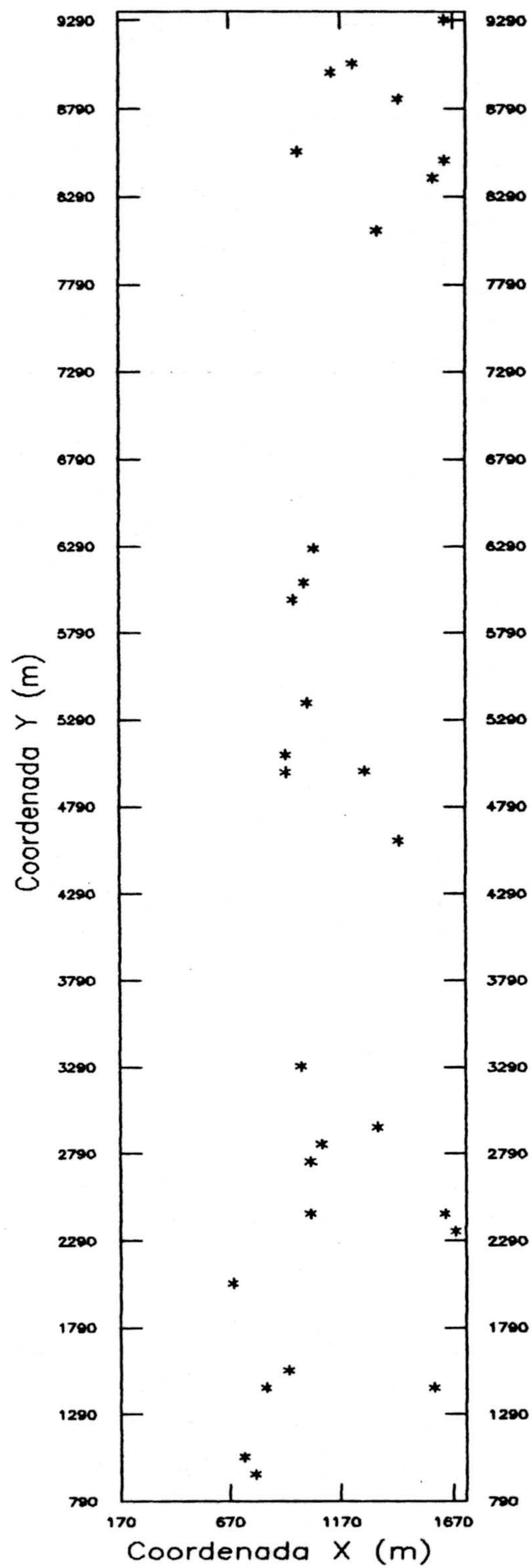


Figura IV.34. Mapa de localización de los puntos altamente correlacionados con la componente Y1 del Pb en el Area Total.

4.3.4. Conclusiones del krigeaje factorial sobre la asociación Au-As-Pb

La conclusión más interesante del krigeaje factorial es que se presenta como una de las técnicas más apropiadas en el tratamiento de datos de prospección geoquímica, ya que permite descomponer la variable bruta en tantas componentes elementales como estructuras identificadas en el variograma. La componente de menor escala (en este caso el efecto de pepita) es la que mayor interés presenta para identificar anomalías, y corresponde a la parte errática de fenómeno geoquímico, aquella que no es posible establecer *a priori*. En ocasiones también puede interesar destacar la tendencia regional de un elemento, para lo cual se recurrirá al análisis de las componentes de gran escala identificativas de esta parte del fenómeno geoquímico.

Una vez analizados los resultados del KF sobre cada uno de los elementos de la asociación parece que existen una serie de puntos de encuentro entre los tres, fundamentalmente referidos a la localización de las muestras anómalas. Como se ha visto, estas muestras más ricas aparecen en relación con las rocas adyacentes a las zonas más deformadas del Área, como son las zonas de afloramiento de las rocas cataclásticas, producto de la intensa fracturación existente en la zona de estudio. Por otra parte, la cartografía de las componentes regionales de cada variable pone de manifiesto las diferencias de tendencias litológicas de cada elemento, ya que permite analizar la cartografía asociada a los patrones regionales eliminando el ruido producido por la presencia de los puntos anómalos.

También es interesante destacar la ventaja que conlleva el uso de este tipo de elementos trazadores para el estudio de anomalías geoquímicas de Au, pues permite cerciorarse de que las zonas establecidas solamente a partir de los datos de Au son reales y no debidas a los algoritmos matemáticos, ya que dadas las características numéricas de este elemento los resultados obtenidos por los diferentes métodos hay que contrastarlos con otros resultados. En el caso concreto de la aplicación del KF, la información proporcionada sobre las anomalías de los elementos trazadores del Au ayudan a decidir sobre las obtenidas para el Au.

**V. ANALISIS GEOESTADISTICO
MULTIVARIANTE**



V. ANALISIS GEOESTADISTICO MULTIVARIANTE

1.- INTRODUCCION

Un fenómeno regionalizado, como es el caso de las variables geoquímicas, está representado por la interconexión de una serie de variables medidas en diferentes puntos de muestreo, de ahí que resulte de gran utilidad estudiarlas simultáneamente y dilucidar las relaciones existentes entre las mismas, con el fin de estimar conjuntamente todas ellas. Desde este punto de vista, tradicionalmente las aplicaciones no han sido demasiado abundantes, tanto por problemas de costes de campañas geoquímicas con un gran número de elementos, como por presentar una complejidad computacional y de notación bastante significativas. No obstante, con el avance en las técnicas de muestreo y la mayor disponibilidad de campañas de exploración multivariante, así como el desarrollo del "software" y "hardware" de una forma tan vertiginosa en los últimos tiempos, las aplicaciones de estas técnicas han crecido considerablemente (ver, por ejemplo, Aboufirassi y Mariño, 1984; Myers y Carr, 1984; Leenaers et al., 1989; Stein, 1993). Además, la geoestadística multivariante presenta grandes posibilidades en el ámbito del análisis estructural, tal y como fue descrito por Wackernagel (1988), ya que el análisis de los variogramas simples y cruzados de las diferentes variables enriquece los resultados de los métodos clásicos de análisis de datos, que no tienen en cuenta la localización espacial de las muestras. En el caso de estudio de la presente Tesis existe una fuerte correlación entre una serie de elementos, y es de gran interés conocer el comportamiento espacial de estas variables altamente correlacionadas, para ver si presentan zonas mineralizadas similares. En otros casos, puede ser útil disponer de la

información procedente de una variable para compensar la ausencia de información de otra, pobremente muestreada, pero con la que presenta una fuerte correlación.

La aproximación probabilística a la correogionalización es similar a la de la regionalización de una única variable (Journel y Huijbregts, 1978). Las regionalizaciones simultáneas (o la correogionalización) de p VRs muestreadas en n puntos $\{z_1(x_1), z_2(x_2), \dots, z_p(x_n)\}$ se interpretan como la realización particular del conjunto de las p FAs intercorrelacionadas $\{Z_1(x_1), \dots, Z_p(x_n)\}$. Bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden se pueden definir los mismos momentos que en el caso de la regionalización:

- Para cada FA $Z(x_i)$, la esperanza matemática es

$$E\{Z_j(x_i)\} = m_j = cte, \quad \forall x_i; \quad [1]$$

- Para cada par de FAs $Z_j(x_i), Z_l(x_i)$, la covarianza cruzada es

$$E\{Z_j(x_i+h) \cdot Z_l(x_i)\} - m_j m_l = C_{jl} \quad \forall x_i; \quad [2]$$

- Y el variograma cruzado:

$$E\{[Z_j(x_i+h) - Z_j(x_i)] [Z_l(x_i+h) - Z_l(x_i)]\} = 2\gamma_{jl}(h), \quad \forall x_i. \quad [3]$$

2.- ANALISIS ESTRUCTURAL MULTIVARIANTE

Al igual que se hizo para el caso de un única variable, se puede calcular el variograma cruzado experimental por medio de un estimador de dicha función, que se define como:

$$\gamma_{jl}^*(h) = \frac{1}{2NP(h)} \sum_{i=1}^{NP(h)} [z_j(x_i+h) - z_j(x_i)] [z_l(x_i+h) - z_l(x_i)]$$

donde $NP(h)$ es el número de parejas de puntos distanciados h .

Las principales propiedades de los momentos cruzados aparecen sintetizadas a continuación.

a.- Cuando $j = l$, las fórmulas de covarianza y variograma cruzados quedan reducidas a las de covarianza y variograma del caso univariante, respectivamente.

b.- Un variograma cruzado puede tomar valores negativos, mientras que uno directo siempre es positivo. Un valor negativo en un variograma cruzado indica que un incremento positivo en una de las variables se corresponde con una disminución en la otra.

c.- Bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden, la existencia de covarianzas cruzadas implica la de variogramas cruzados, y ambos están relacionados por

$$2\gamma_{jl}(h) = 2C_{jl}(0) - C_{jl}(h) - C_{lj}(h)$$

d.- El variograma cruzado es simétrico en (j,l) y $(h,-h)$ mientras que esto no tiene porque darse para la covarianza cruzada

$$\gamma_{lj}(h) = \gamma_{jl}(h) \quad \text{y} \quad \gamma_{lj}(h) = \gamma_{lj}(-h),$$

$$C_{jl}(h) = C_{lj}(-h) \quad \text{y} \quad C_{lj}(-h) \neq C_{lj}(h).$$

e.- La relación existente entre variograma y covarianza cruzados es

$$\gamma_{jl}(h) = \sigma_{jl} - 1/2 [C_{jl}(h) + C_{lj}(h)]$$

en donde

$$C_{jl}(h) = E \{ [Z_j(x_i) - m_j] [Z_l(x_i+h) - m_l] \}$$

y

$$\sigma_{jl} = E \{ [Z_j(x_i) - m_j] [Z_l(x_i) - m_l] \}$$

La covarianza a paso cero entre las variables j y l viene dada por σ_{jl} .

Resulta ilustrativo representar gráficamente este cuadro multivariante que se acaba de describir por medio de la figura V.1, en la que aparecen los

distintos variogramas simples y cruzados como K matrices simétricas sucesivas, siendo K el número de pasos del variograma (Sousa, 1988). Por lo que para cada paso concreto se tiene una matriz $\gamma_{j,l}(h_k)$ de valores de γ para ese paso concreto, además en la diagonal principal aparecen los variogramas simples de las p variables para ese paso dado.

En paralelo con la geoestadística univariante, se puede decir que una correogionalización se traduce en una suma de estructuras imbricadas, revelando una sucesión de fenómenos de transición a diferentes escalas espaciales que actúan de modo análogo para las p VR. Por lo tanto un variograma simple o cruzado es posible reducirlo a la superposición de NS estructuras imbricadas:

$$\gamma_{j,l}(h) = \sum_{u=0}^{NS-1} C_{j,l}^u \gamma_{j,l}^u(h)$$

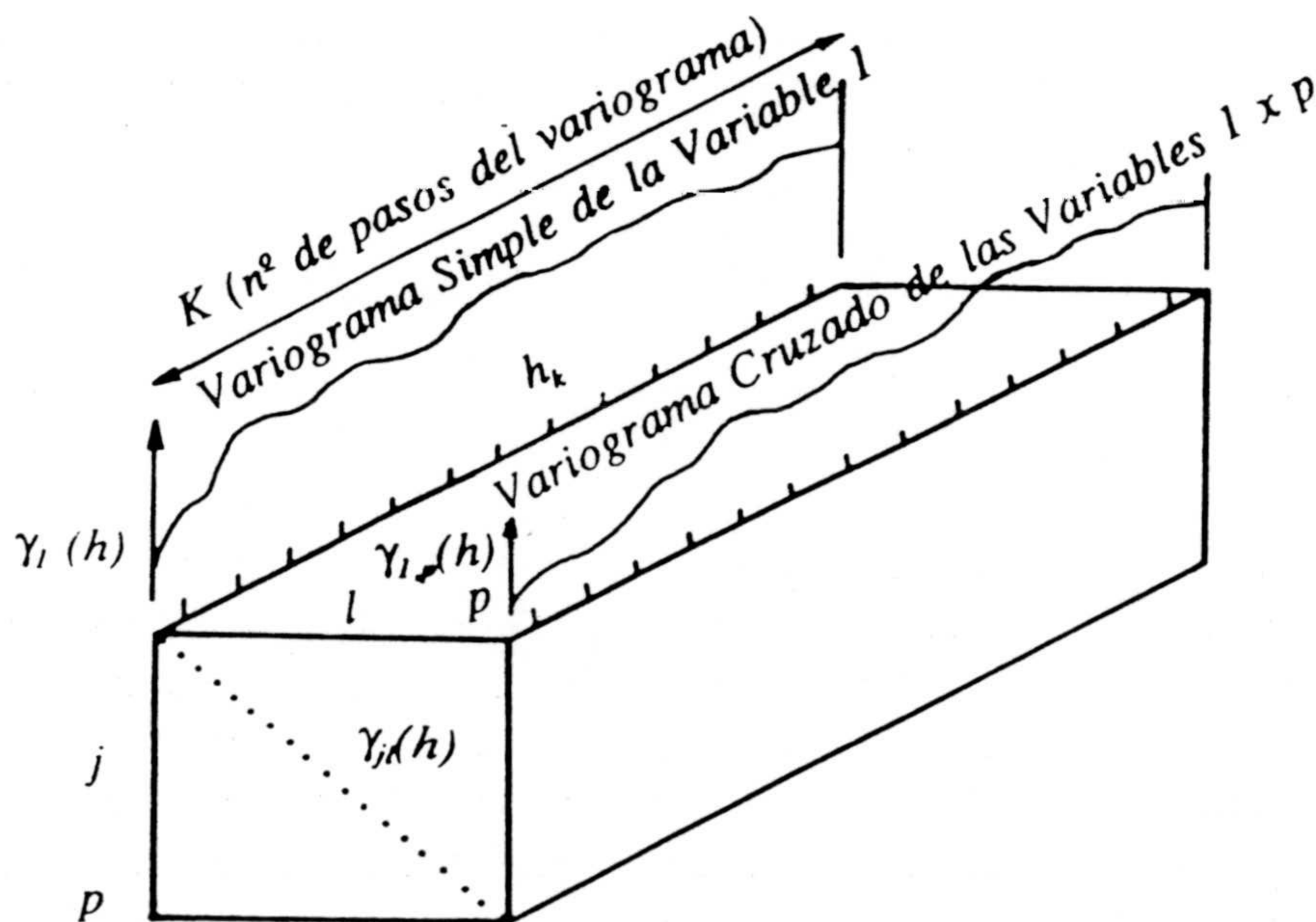


Figura V.1. Matriz de variogramas simples y cruzados. (Tomado de Sousa, 1988).

2.1. Modelos teóricos de correogionalización

Al igual que una función cualquiera no podía ser considerada como la covarianza o el variograma de una FA estacionaria de segundo orden, tampoco cualquier conjunto de funciones pueden ser consideradas como matriz de covarianzas o variogramas de un conjunto de FAs correogionalizadas. La matriz de covarianzas $C_{ji}(h)$ debe ser definida positiva para asegurar que las varianzas de todas las combinaciones lineales finitas de las FAs básicas sean positivas. En la práctica para crear un modelo de correogionalizaciones, primero se construirá un modelo de intercorrelación espacial de las FAs. Este modelo matricial de correogionalización será entonces, por definición, definido positivo. El modelo será un combinación lineal de $NS+1$ coeficientes b_{ji}^u con funciones variograma elementales $g_u(h)$ (Wackernagel, 1988):

$$\gamma_{ji}(h) = \sum_{u=0}^{NS} b_{ji}^u g_u(h)$$

Las funciones $g_u(h)$ tienen que ser definidas condicionalmente negativas (Matheron, 1970) y las matrices de los coeficientes b_{ji}^u , para un u fijo, deben ser definidas positivas.

2.1.1. Modelo lineal

Este modelo, definido por Wackernagel (1985), implica que, para cada escala de variación u , la forma y la amplitud de los variogramas deben ser las mismas para todas las variables, con lo cual se simplifica el número de parámetros a considerar, puesto que para todas las p variables se tiene un mismo modelo de correogionalización. Esto lleva a manipular una cantidad de información menor, ya que se pasa de tener una estructura con un gran número de variogramas (Fig. V.1) a la consideración de, apenas, NS matrices ($NS \ll K$), cada una de las cuales refleja una estructura imbricada, válida para todas las p variables, como se muestra en la figura V.2 (Sousa, 1988).

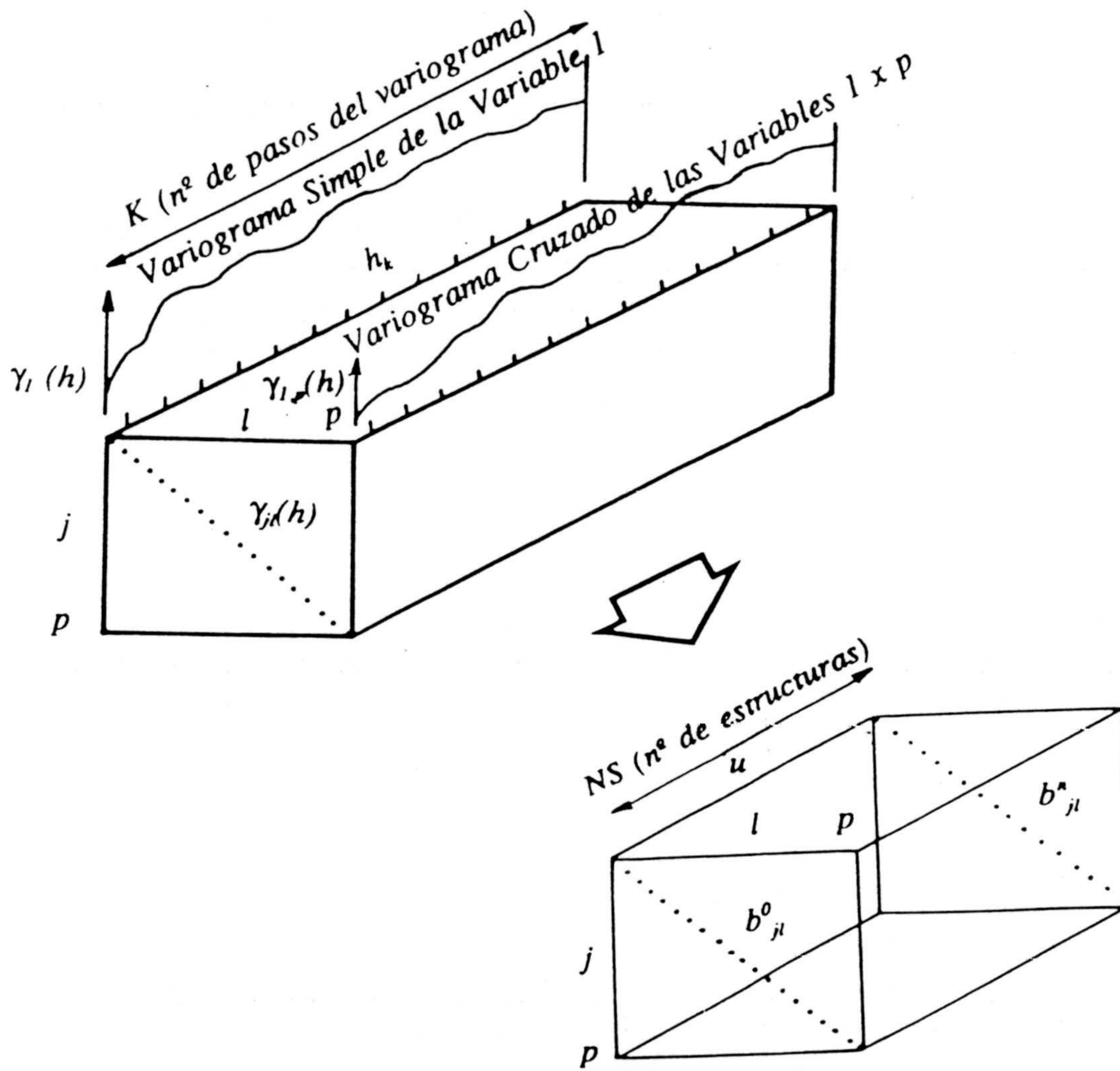


Figura V.2.. Matriz de variogramas simples y cruzados, en el caso del modelo lineal. (Tomado de Sousa, 1988).

En esta formulación el elevado número de variogramas simples y cruzados $\gamma_{jl}(h)$ vienen dados por:

$$\gamma_{jl}(h) = \sum_{u=0}^{NS-1} b_{jl}^u \gamma^u(h)$$

donde b_{jl}^u es la meseta del variograma cruzado para las variables j y l y para la estructura u .

En general, NS es del orden de 2 o 3, lo que permite reducir el problema de descripción estructural de las variables correlacionadas espacialmente por medio de 2 o 3 matrices B^u de dimensión $(p \times p)$ cuya suma reproduce la matriz de varianza-covarianza de los datos:

$$\sigma_{jl} = \sum_{u=0}^{NS-1} b_{jl}^u$$

En la práctica, una vez calculada la matriz de varianza-covarianza de los datos y analizados los variogramas experimentales para cada variable (lo que permite tener una primera idea del número de estructuras imbricadas presentes en la regionalización), el problema es descomponer la matriz de varianza-covarianza en la suma de NS matrices que respeten a los variogramas simples y cruzados y que sean de tipo definido positivo. Esta última condición, además de ser exigida por la coherencia interna del método, conduce a combinaciones lineales autorizadas, asegurando varianzas positivas.

Recordar que una matriz b se dice definida positiva si, para todo vector x no nulo, se verifica la siguiente relación:

$$x' b x \geq 0$$

Entre los diversos criterios que permiten verificar si una matriz es o no definida positiva, destacan los siguientes (Sousa, 1988):

- 1) Una matriz b es definida positiva si todos los valores propios fuesen positivos o nulos.

2) Una matriz real y simétrica es definida positiva si todos los menores principales fuesen positivos o nulos. Como consecuencia de este criterio se tiene que

$$|b_{ji}^u| \leq \sqrt{b_{jj}^u b_{ii}^u}$$

y

$$b_{jj}^u \geq 0$$

De las dos relaciones anteriores se puede concluir que

$$b_{jj}^u = 0$$

$$b_{ii}^u = 0$$

por lo tanto

$$b_{ji}^u = 0$$

Es interesante resaltar que toda estructura presente en un variograma cruzado tiene, necesariamente, que aparecer en los variogramas simples de las variables correspondientes, mientras que lo contrario no tiene por que ser cierto: una estructura puede aparecer en un variograma simple sin que tenga por que manifestarse en los cruzados (Journel y Huijbregts, 1978).

2.1.2. Modelo intrínseco

En el modelo lineal se admite que las amplitudes son iguales (en cada estructura) para todos los variogramas, mientras que en el modelo de correogionalización intrínseco todos los variogramas simples y cruzados se pueden derivar a partir de un único modelo básico γ_0 , por medio de la multiplicación por una constante (Sousa, 1988). Se trata de un modelo en el que las matrices B^u son proporcionales a una matriz B . Este es un modelo significativamente más simple que el modelo lineal, pero no obstante, más difícil de ajustar a los datos. En este caso los variogramas vienen dados por

$$\gamma_{ji}(h) = \sum_{u=0}^{NS-1} b_{ji}^u \gamma^u(h)$$

con

$$b_{ji}^u = b_{ji} \beta^u; \quad \text{tal que } \beta^u = \text{cte proporcionalidad}$$

El gran número de variogramas que se tenían quedan reducidos, en el marco del modelo intrínseco, a una única matriz B .

El análisis multivariante, en el caso del modelo intrínseco, se reduce al análisis univariante de los factores resultantes de un análisis de componentes principales.

2.2. Análisis estructural del grupo de elementos calcófilos

Dentro de este conjunto de variables se han considerado aquellos elementos formadores de sulfuros: Zn, Co, Ni, Cd, Fe, Cr y Cu, que fueron considerados económicamente interesantes, y que ya mostraban un comportamiento estadístico similar. Recordar cómo estos elementos presentaban una fuerte correlación entre sí y con el primer factor en los tratamientos multivariantes globales, y esta coherencia estadística hace que todas estas variables se hayan considerado conjuntamente desde el punto de vista geoestadístico, con el objetivo de que estos elementos muestren un comportamiento espacial similar, es decir, que se pueda establecer un modelo de correogionalización común a todos ellos.

Desde un punto de vista del estudio geoestadístico parece lógico considerar por separado cada una de las Zonas diferenciadas en la Reserva, puesto que la separación entre ellas es bastante importante y puede dar lugar a resultados difíciles de interpretar. Por otra parte, analizando la distribución espacial de la concentración de estos elementos (Anexo C), se puede ver cómo el área más rica se localiza en la Zona Sur. Todo esto unido a que es el área que tiene un mayor número de datos, llevó a establecer la Zona Sur como área de trabajo para realizar el estudio geoestadístico de estas variables.

En primer lugar se calcularon los variogramas simples y cruzados de los ocho elementos siguiendo los parámetros definidos por la malla de puntos del área, 50 m x100 m, y que se indican a continuación:

Dirección	Paso (h)	Tolerancia de Distancia	Tolerancia Angular
E-W	50 m	5 m	5°
N25E	111 m	15 m	10°
N-S	100 m	5 m	5°
N115 E	111 m	15 m	10°

Todos los variogramas experimentales, un total de 8 simples y 28 cruzados ($[n^2 \text{ variables} \times (n^2 \text{ variables}-1)]/2$), se intentaron modelizar según un modelo lineal de correogionalización (Wackernagel, 1985), para lo cual hay que seguir una serie de pasos, ya introducidos en al principio del presente capítulo, y que se presentan más abajo:

- 1.- Determinación visual del número de estructuras elementales presentes en los variogramas experimentales simples, así como de los parámetros de forma respectivos (alcances de los modelos de variograma).
- 2.- Ajuste de los parámetros de forma de los variogramas cruzados, sabiendo que una estructura no puede aparecer en un variograma cruzado si no estuviera también presente en los variogramas simples correspondientes. Es decir, que los variogramas cruzados se ajustan según los mismos modelos teóricos que los simples.
- 3.- Ajuste visual de las mesetas de cada una de las estructuras presentes en los variogramas experimentales simples y cruzados.
- 4.- Diagonalización de las matrices bu^k , mesetas de las distintas estructuras elementales identificadas en los variogramas, y que reproducen la matriz de varianza-covarianza de los datos. Si los

Análisis Geoestadístico Univariante

valores propios son todos positivos o nulos, estas matrices se consideran definidas positivas. Si alguna de las matrices no cumple la condición de ser definida positiva, se deberá reconstruir la matriz de correlación, pero asegurando la coherencia con los valores experimentales, es decir, volver a realizar el ajuste hasta conseguir una coherencia entre la condición de definida positiva de la matriz y los datos de los que se dispone.

Al intentar ajustar todas las variables según un mismo modelo, no resultó posible, puesto que, desde el punto de vista geoestadístico este grupo de elementos no presentan la misma homogeneidad que desde la óptica estadística, apareciendo dos subgrupos de variables, ajustados cada uno de ellos según un modelo de correogionalización lineal diferente, aunque con una tendencia similar. Esta distinción queda justificada por la mineralogía de la Zona, apareciendo los dos subgrupos como reflejo de diferentes asociaciones minerales. Un primer grupo de variables, formado por Zn, Co, Ni y Cd, ligado a una mineralización de pirita-esfalerita, propia de una etapa de cataclasis tardía (tabla I.3), y que albergaría esta asociación de elementos. Por otra parte, es posible establecer un segundo grupo de elementos, Cr-Cu-Fe, más ligados a una mineralogía en la que la calcopirita sea dominante, y perteneciente a una etapa posterior, concretamente a una post-cataclasis.

2.2.1. Grupo Zn-Co-Ni-Cd

La característica más sobresaliente de este grupo es la presencia de una anisotropía en los variogramas calculados según las diferentes direcciones de la malla de muestreo. Se observa la existencia de una dirección de mayor variabilidad y, por tanto, menor continuidad espacial, la dirección E-W, en la que es posible ver cómo en la mayoría de los variogramas experimentales la estacionaridad se alcanza por encima del valor de la varianza experimental de los datos. Además, en esta dirección, esta variabilidad crece rápidamente, dando lugar a variogramas con alcances menores que en resto de las direcciones. Por otra parte, se observa que la dirección N-S aparece con una gran continuidad espacial, con alcances muy grandes y con un gran número de valores por debajo de la varianza experimental, lo que está evidenciando una escasa variabilidad espacial en

esta dirección, y por tanto, una gran continuidad geológica. Las otras dos direcciones presentan comportamientos intermedios entre los dos anteriores, destacando el comportamiento más marcado de los variogramas calculados según N115E. Estos variogramas presentan una tendencia más próxima a la de la dirección E-W, con una variabilidad notable por encima de la varianza experimental. Los variogramas experimentales y teóricos, simples y cruzados, de las variables de este grupo aparecen en el Anexo C, en donde se pueden analizar los rasgos que se acaban de comentar.

Todas estas características espaciales evidenciadas por los variogramas experimentales, están perfectamente justificadas por la estructura geológica y disposición de la mineralización sulfurada del área. En general, para los elementos de este grupo la mineralización aparece según la tendencia dominante del área marcada por la banda de cizalla de dirección N-S y localizada justo en el sector occidental de la Zona. Esto hace que la variabilidad según la dirección N-S sea mínima, al aparecer la corrida de la mineralización según esta dirección y, además explicaría el comportamiento expuesto de los variogramas N-S. Por otra parte, en la dirección perpendicular a la anterior, la E-W, existe una gran variabilidad espacial, pasándose de zonas donde prácticamente no existe mineralización a otras ricas hacia el oeste. La localización de la zona más rica en el sector occidental del área implica que el variograma según esta dirección muestre también este hecho, un paso de zonas más pobres a otras más mineralizadas, con el consiguiente aumento de variabilidad espacial. Si se observan los mapas de concentraciones brutas de estos elementos (Figs. V.4, V.9, V.13 y V.17, del siguiente apartado de estimación), es posible localizar las zonas más ricas a lo largo de una franja la dirección N-S y constatar las características comentadas sobre la base geológica.

En cuanto a la modelización de este grupo de variables, se escogió un modelo de correogionalización lineal, como se ha indicado al comienzo de este apartado. Se consideró que el fenómeno era estacionario de segundo orden, puesto que a las distancias consideradas se puede establecer que existe una pseudo-estacionaridad, aunque en determinadas direcciones, aparece cierto crecimiento después de alcanzar el valor de la varianza experimental. Esto es debido a que el alcance del variograma presenta una distancia mayor a la ocupada por la zona mineralizada, y aproximadamente la mitad de la amplitud del área de estudio en la dirección E-W (dirección con deriva), lo

Análisis Geoestadístico Univariante

cual no implica que para distancias menores de 600 metros no pueda considerarse estacionario.

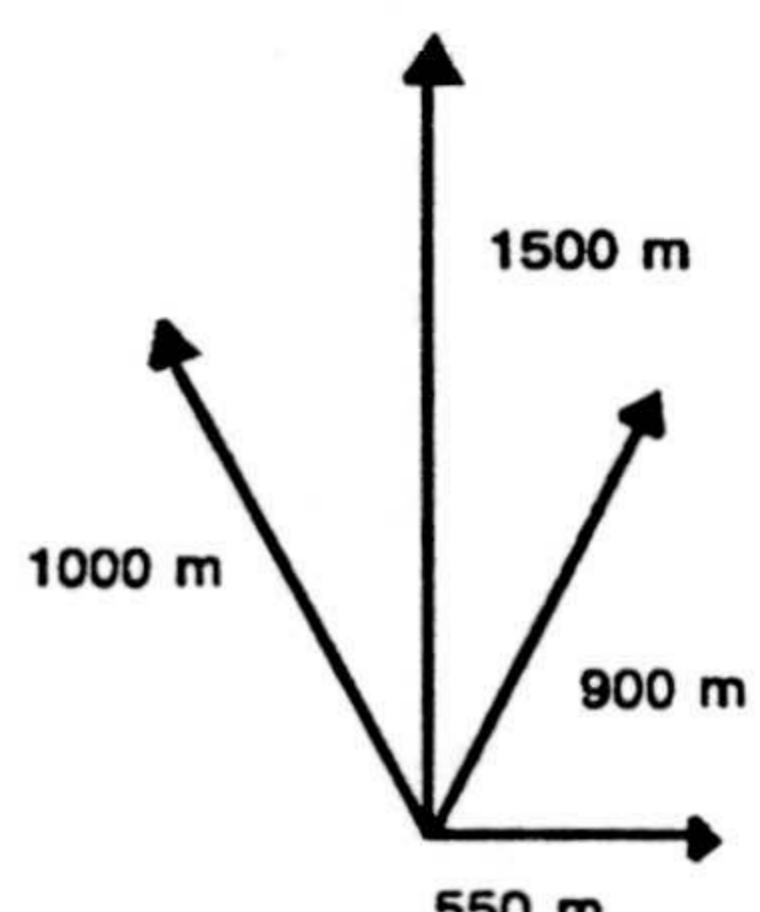
Los parámetros de ajuste del modelo teórico aparecen recogidos en la tabla V.1, quedando sintetizado en la siguiente expresión:

$$\gamma_{ij}(h) = b_{ij}^0 C0 + b_{ij}^1 C1\text{-sph}(h,120m) + b_{ij}^2 C2\text{-gauss}(h,A2\text{ anis})$$

Se consideraron tres modelos teóricos: (i) Un efecto de pepita $C0$, que representa aproximadamente el 20% de la varianza experimental (covarianza en los variogramas cruzados) de los datos, y que está indicando el grado de incertidumbre en los datos, ya sea a través posibles errores sistemáticos cometidos durante el muestreo, o por la existencia de algún tipo de microrregionalización de escala menor al paso considerado. (ii) Un primer modelo isótropo esférico, $C1$, de alcance pequeño, 120 metros. Este primer modelo de alcance menor indica una corregeionalización a escala local, o sea, un comportamiento isótropo de las variables para pequeñas distancias. (iii) Un segundo modelo gaussiano anisótropo, $C2$, manifestándose esta anisotropía según una elipse de elongación N-S, en la dirección de la corrida de la mineralización. Este segundo esquema de corregeionalización ya no presenta al fenómeno geoquímico como algo regular, sino que está indicando que para distancias mayores los elementos presentan distintos comportamientos y tendencias según la dirección considerada, acordes con las características geológicas expuestas.

Aproximación Numérica al Estudio de Anomalías Geoquímicas

Tabla V.1. Mesetas (ppm²) y alcances (metros) del modelo de correionalización lineal ajustado al grupo Zn-Co-Ni-Cd, y relación de dichos alcances. (En los alcances de la estructura gaussiana se han representado los alcances teóricos, que son "a·√3", siendo "a" el alcance práctico).

	Zn	Co	Ni	Cd	Zn-Co	Zn-Ni	Zn-Cd	Co-Ni	Co-Cd	Ni-Cd
C0	300	10	60	0.2	30	75	6	10	0.7	2.7
C1	800	4.6	50	0.13	15	75	3	15	0.4	0.7
C2	480	9.1	92.5	0.19	59.7	190	8	26.3	1	3.7
A1	120									
A2 E-W	550									
A2 N25E	900									
A2 N-S	1500									
A2 N115E	1000									
Relación de Alcances										

En la figura V.3 se muestran los variogramas experimentales y teóricos de dos de los elementos de este grupo, Zn y Ni, en las direcciones principales E-W y N-S, con el fin de ilustrar las características que se acaban de indicar.

Análisis Geoestadístico Univariante

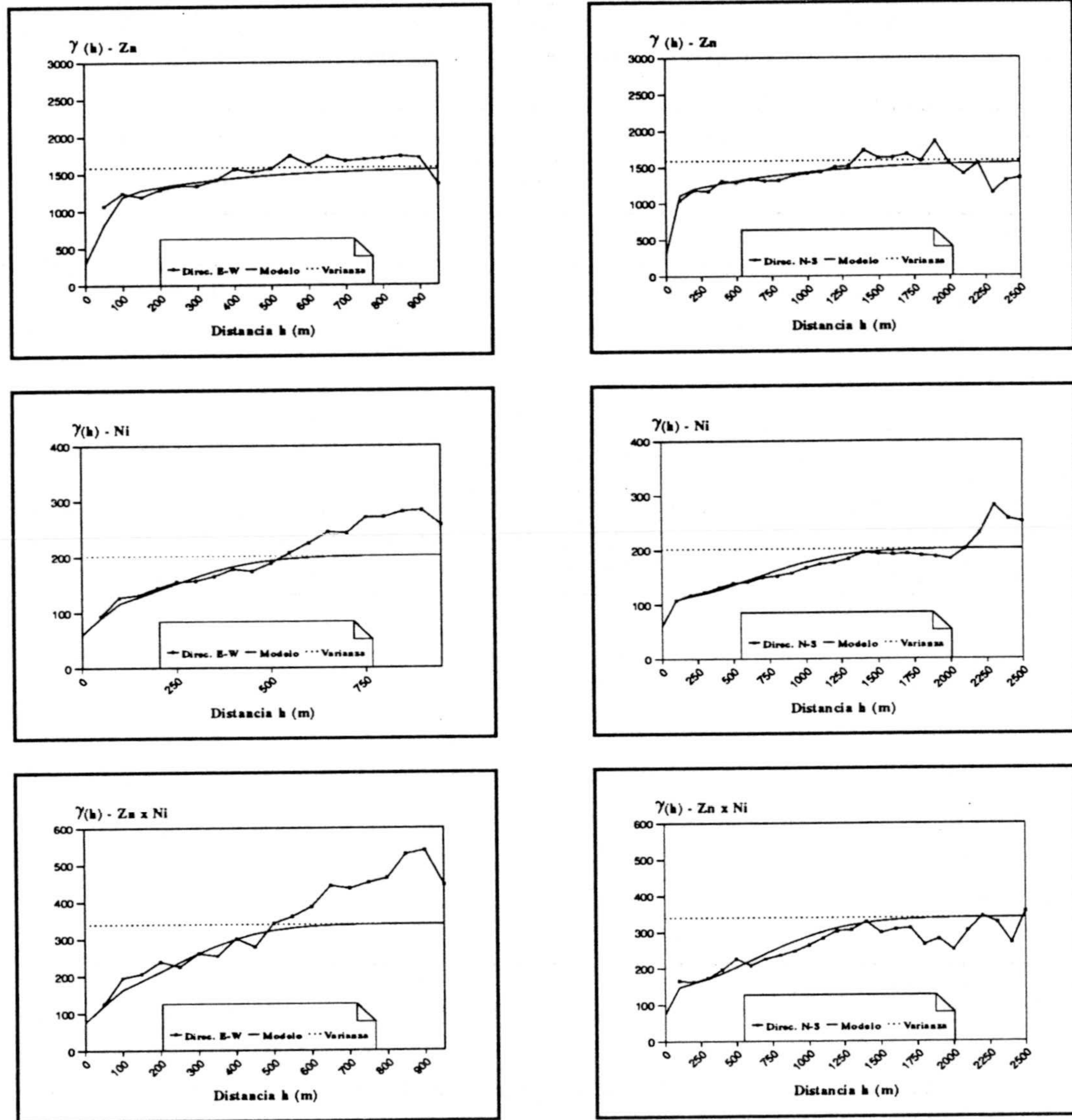


Figura V.3. Variogramas experimentales y teóricos, simples y cruzados, del Zn y del Ni, en las direcciones E-W y N-S.

2.2.2. Grupo Cr-Cu-Fe

Este grupo presenta características estadísticas y de localización de zonas mineralizadas bastante parecidas al anterior, de hecho, en un principio, se pensó considerar todo el grupo de variables corregeionalizadas compuesto por las anteriores más éstas. Al no ser posible la elección del mismo modelo de corregeionalización lineal para todos los elementos, se vio que en realidad se disponían de dos grupos diferenciados, uno formado por Zn-Co-Ni-Cd, y ya comentado en el apartado previo, y otro, formado por Cr-Cu-Fe, con unas características estructurales diferentes, que se pasan a comentar seguidamente. Los variogramas experimentales (Anexo C) muestran una anisotropía espacial clara, semejante a la presentada por el grupo del Zn, con una dirección de mayor variabilidad espacial y otra de gran continuidad geológica, la E-W y N-S respectivamente. La principal diferencia entre los variogramas de ambos grupos puede centrarse en la mayor acentuación de la relación de anisotropía en la corregeionalización de las variables del grupo del Cr. En este grupo de variables aparecen variogramas con una estructuración definida por una continuidad muy marcada en la dirección N-S, o sea un alcance muy grande. Mientras que, en la dirección perpendicular, aparece, por el contrario, una disposición con un variograma que crece rápidamente alcanzándose muy pronto el valor de la varianza experimental de los datos, teniendo un alcance más pequeño que en el otro grupo.

Al igual que se comentó para el grupo del Zn, aquí se tiene también una perfecta correspondencia entre las características estructurales y geológicas de las variables. La zona mineralizada se localiza en el sector occidental del área, según una banda de orientación N-S. No obstante, el comportamiento de los variogramas está indicando que en relación a estas variables la mineralización debe estar localizada en una franja más estrecha y homogénea que la de los elementos del otro grupo, puesto que los variogramas tienen una mayor continuidad en la dirección de corrida de la mineralización y en la dirección ortogonal el alcance es más pequeño (ver los mapas de valores brutos en las figuras V.21, V.25 y V.29).

La modelización de estos elementos se realizó siguiendo un modelo de corregeionalización lineal que se cumple para estas tres variables. Para realizar el ajuste se consideraron los mismos modelos teóricos que en el caso

Análisis Geoestadístico Univariante

Tabla V.2. Mesetas (ppm²) y alcances (metros) del modelo de correionalización lineal ajustado al grupo Cr-Cu-Fe. También se representa el esquema de la relación de alcances. (En los alcances de la estructura gaussiana se han representado los alcances teóricos, que son " $a\sqrt{3}$ ", siendo "a" el alcance práctico).

	Cr	Cu	Fe	Cr-Cu	Cr-Fe	Cu-Fe
C0	400	100	1	75	10	2
C1	300	50	0.9	50	15	5
C2	525	118	1.5	220	26	11
A1	120					
A2 E-W	350					
A2 N25E	600					
A2 N-S	1800					
A2 N115E	1200					
Relación de Alcances						

anterior, pero con diferentes parámetros de forma: (i) un efecto de pepita *C0* que supone aproximadamente el 30% de la varianza experimental de los datos; (ii) una primera estructura isótropa esférica, *C1*, de alcance pequeño, 120 metros, igual a la de otro grupo de variables; y, (iii) una segunda

estructura anisótropa, C2, de alcance mayor y ajustada según un modelo gaussiano. La dirección de máxima elongación de la elipse de anisotropía aparece en la dirección N-S. En la tabla V.2 se presentan los parámetros de ajuste.

3.- COKRIGEAJE

Se trata de un método de estimación multivariante, en el que se estiman simultáneamente un conjunto de variables (Matheron, 1979; François-Bongarçon, 1981). Esta técnica permite mejorar la estimación de todas las variables implicadas en la correogionalización, ya que supone una reducción de la varianza de estimación cometida durante la realización del cokriguaje, en comparación con el kriguaje variable a variable (Myers, 1983). Por otra parte, es conocido el hecho de que realizar directamente el kriguaje de una combinación lineal no es óptimo (Matheron, 1979; Myers 1984), puesto que no es lo mismo hacer el kriguaje sobre una combinación lineal de variables dependientes que la combinación lineal de variables cokrigueadas. El uso del cokriguaje para llevar a cabo una estimación conjunta de variables correogionalizadas ha sido utilizado ampliamente por Myers como alternativa a la aplicación del kriguaje sobre combinaciones lineales o a la utilización directa del kriguaje univariante (ver por ejemplo Myers, 1984, 1988). Dentro del campo de aplicación del cokriguaje está el problema del submuestreo, que aparece cuando una variable de interés principal está peor muestreada que otras variables de las que se conoce su valor en un mayor número de puntos, y con las cuales está altamente correlacionada. Esto es simplemente, usar las variables suplementarias para compensar la falta de información de la variable principal, aunque este es sólo un caso especial de la formulación general (Myers, 1984). Este tipo de enfoque ha recibido un interés primordial en las aplicaciones mineras (Journel y Huijbregts, 1988), así como en el campo de las ciencias medioambientales (Aboufirassi y Mariño, 1984; Hoeksema et al., 1989; Leenaers, 1989).

3.1. Aspectos teóricos

Las regionalizaciones simultáneas (o la correogionalización) de p VRs $\{z_1(x), z_2(x), \dots, z_p(x)\}$ se interpretan como la realización particular del conjunto de las p FAs intercorrelacionadas $\{Z_1(x), \dots, Z_p(x)\}$. Bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden se pueden definir los momentos de primer y segundo orden (ver las expresiones [1], [2] y [3], en el apartado de Introducción).

La estimación del valor medio de la FA $Z_{j_0}(x)$ sobre el soporte V_{j_0} , por medio de la estimación conjunta usando el resto de FAs correogionalizadas, se puede definir como:

$$Z_{V_{j_0}} = \frac{1}{V_{j_0}} \int_{V_{j_0}(x)} Z_{j_0}(x) d(x)$$

Los datos de los que se dispone son $\{Z_{\alpha_j}, \alpha_j = 1 \text{ a } n_j, \text{ para cada } j = 1 \text{ a } p\}$ han sido medidos en una serie de soportes $\{v_{\alpha_j}\}$:

$$Z_{\alpha_j} = \frac{1}{v_{\alpha_j}} \int_{v_{\alpha_j}} Z_j(x) d(x)$$

El estimador $Z_{V_{j_0}}^*$ es una combinación lineal de todos los datos disponibles de todas las p variables en la correogionalización:

$$Z_{V_{j_0}}^* = \sum_{j=1}^p \sum_{\alpha_j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha_j} Z_{\alpha_j}$$

La esperanza matemática del error implicado en la estimación es:

$$\begin{aligned} E\{Z_{V_{j_0}} - Z_{V_{j_0}}^*\} &= E\{Z_{V_{j_0}}\} - \sum_{\alpha_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}} E\{Z_{\alpha_{j_0}}\} - \sum_{j \neq j_0} \sum_{\alpha_j} \lambda_{\alpha_j} E\{Z_{\alpha_j}\} \\ &= m_{j_0} [1 - \sum_{\alpha_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}}] - \sum_{j \neq j_0} m_j \sum_{\alpha_j} \lambda_{\alpha_j} \end{aligned}$$

La condición de no sesgo, $E\{Z_{V_{j_0}} - Z_{V_{j_0}}^*\} = 0$, se expresa por medio de las p condiciones siguientes:

$$\sum_{\alpha_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}} = 1 \quad y \quad \sum_{\alpha_j} \lambda_{\alpha_j} = 0, \quad \forall j \neq j_0 \quad [4]$$

lo que significa que la suma de los pesos aplicados a la variable a estimar debe ser igual a 1, mientras que la suma de los pesos aplicados a cualquiera de las otras variables se hace igual a 0.

Obsérvese que la condición $\sum_{\alpha_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}} = 1$ puede no ser cierta si $n_{j_0} = 0$,

indicando que se requiere al menos un valor experimental de la variable principal Z_{j_0} .

La minimización de la varianza $\sigma_{V_{j_0}}^2 = E\{[Z_{V_{j_0}} - Z_{V_{j_0}}^*]^2\}$ bajo las p condiciones de no sesgo dan lugar a un sistema de $(\sum_j n_j + p)$ ecuaciones lineales llamado sistema de cokrigearje, siendo las incógnitas los $\sum_j n_j$ pesos λ_{α_j} y los p parámetros de Lagrange μ_j :

$$\sum_{i=1}^p \sum_{\beta_i=1}^{n_i} \lambda_{\beta_i} \bar{C}_{ij}(v_{\beta_i}, v_{\alpha_j}) - \mu_j = \bar{C}_{j_0j}(V_{j_0}, v_{\alpha_j}),$$

$$\forall \alpha_j = 1 a n_j, \quad \forall j = 1 a p$$

$$\sum_{\beta_{j_0}=1}^{n_{j_0}} \lambda_{\beta_{j_0}} = 1$$

$$\sum_{\beta_j} \lambda_{\beta_j} = 0, \quad \forall j \neq j_0$$

Este sistema de cokrigearje, establecido bajo las dos condiciones de no sesgo recogidas en la expresión [4], se denomina normalmente *cokrigearje ordinario tradicional* o *cokrigearje con dos condiciones de no sesgo* (Isaaks y Srivastava, 1989).

La varianza de estimación minimizada o varianza de cokrigearje ordinario se define como:

$$\sigma_{V_{j_0}}^2 = \bar{C}_{j_0j_0}(V_{j_0}, V_{j_0}) + \mu_{j_0} - \sum_{j=1}^p \sum_{\alpha=1}^{n_j} \lambda_{\alpha_j} \bar{C}_{j_0j}(V_{j_0}, v_{\alpha_j})$$

Myers (1983) demuestra que la varianza de estimación procedente del

cokrigeaje es menor que la correspondiente al krigeaje de la combinación lineal de las funciones aleatorias implicadas en la correogionalización, denotada por $W^*(x)$:

$$\sigma_{W^*(x)}^2 > \sigma_{V_{j_0}}^2$$

Aparte de este estimador del cokrigeaje, se pueden considerar otros tipos de cokrigeaje, entre el que destaca el método de estimación multivariante llamado *cokrigeaje ordinario estandarizado* o *cokrigeaje con una condición de no sesgo* (Deutsch y Journel, 1992), y que a menudo ofrece una mejor aproximación que el ordinario tradicional. Consiste en crear nuevas variables secundarias con la misma media que la variable principal, con lo que todos los pesos están obligados a ser 1. En este caso el estimador se expresaría como

$$Z_{V_{j_0}}^* = \sum_{\alpha_{j_0}}^{n_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}} Z_{\alpha_{j_0}} + \sum_{j=1}^{p-1} \sum_{\alpha_j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha_j} (Z_{\alpha_j} + m_{j_0} - m_j)$$

con la única condición de $\sum_{\alpha_{j_0}}^{n_{j_0}} \lambda_{\alpha_{j_0}} + \sum_{\alpha_j}^{n_j} \lambda_{\alpha_j} = 1, \quad \forall j \neq j_0$

donde m_{j_0} corresponde a la media de la variable principal y m_j representa las medias del resto de variables secundarias correogionalizadas con la principal. Como se puede ver, este estimador requiere información adicional, concretamente una estimación de los valores medios de las variables en el área de estimación. Una forma simple de estimar las medias es calcular las medias aritméticas con los datos disponibles, lo que es bastante razonable cuando se trabaja con datos que no presentan agrupamientos en zonas de altos o bajos valores, el llamado "clustering" para las variables con las que se va a trabajar (Isaaks y Srivastava, 1989).

3.2. Cokrigeaje de la asociación Zn-Co-Ni-Cd

Esta técnica geoestadística persigue la estimación conjunta de una serie de variables, una vez establecida la correlación espacial entre las mismas. Desde este punto de vista, se ha utilizado este método de estimación para realizar una cartografía detallada de las variables de este grupo, con el fin de identificar las zonas más interesantes de cara a la exploración minera del área. Se realizó la estimación de cada uno de los elementos utilizando para ello la información estructural de los otros tres, correspondiente al modelo de correogionalización lineal propuesto para esta asociación (ver tabla V.1). En el plan del cokrigeaje usado se consideró una malla de estimación regular para bloques de dimensión 25x50 m. (la mitad de la malla muestral), además la dirección principal de la anisotropía sirvió como criterio para establecer el radio de búsqueda, estableciendo este radio mayor en la dirección N-S. Con estos parámetros de estimación se llevó a cabo el cokrigeaje para las cuatro variables, teniendo en cuenta los dos tipos de cokrigeaje comentados, con una y con dos condiciones de sesgo. Para el caso de una única condición de sesgo, se obtuvieron resultados más satisfactorios que con dos condiciones, para todos los elementos en general, de ahí que se haya optado por presentar sólo el fruto del cokrigeaje ordinario con una condición de sesgo. Además, se realizó la estimación univariante por medio de krigeaje ordinario (KO) de cada una de estas variables, para contrastar los resultados con los de la estimación conjunta multivariante, así para cada elemento se tiene una cartografía realizada a partir del cokrigeaje ordinario (CoKO) y otra procedente del KO, aparte de la información propia de los datos originales. La vía para mostrar gráficamente los resultados procedentes de la estimación ha sido la realización de mapas de escalas de grises para las cartografías de los valores estimados y los datos brutos, en los que el valor del bloque estimado o de la muestra, según el caso, se corresponde con un grado de sombra mayor o menor según la escala de grises adjunta a cada mapa, y que señala el rango de variación de cada variable mapeada.

En el caso del Zn los resultados de la estimación quedan recogidos en las tablas V.3 y V.4. En la primera de estas tablas aparecen comparados los estadísticos de las estimaciones tanto por KO como por CoKO, así como los de los datos originales, mientras que en la tabla V.4, se presentan las correspondientes varianzas de estimación con ambos métodos. Cabe

destacar una similitud en ambas estimaciones, con un mayor suavizado en el caso del krigaje. No obstante, sobresale el hecho de que el promedio de los valores de la varianza de estimación sea mayor para los valores cokrigeados, aunque con un máximo menor. Esto se justifica por el hecho de que en ciertas ocasiones el cokrigaje no mejora los resultados del krigaje, concretamente en algunos casos en los que la variable primaria aparece muestreada en los mismos puntos que las secundarias (Isaaks y Srivastava, 1989), aunque en general la estimación, en cuanto a suavizado, similitud con los valores reales, etc, se suele mejorar con el cokrigaje, dando lugar a cartografías más afines con la realidad.

Tabla V.3. Estadísticos de las estimaciones del Zn por medio de krigaje y cokrigaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigaje Ordinario	Cokrigaje Ordinario
n	602	602	602
m	81.28	81.51	81.66
σ	44.31	27.96	27.70
CV	54.51	34.30	33.92
min	14.00	30.25	32.10
Q1	53.00	63.62	64.51
M	74.00	80.50	80.06
Q3	102.00	95.63	95.59
max	560.00	322.83	341.69

Tabla V4.. Valores de la varianza de estimación del Zn, al usar krigaje ordinario y cokrigaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	360.00	361.56
mínimo	180.20	178.29
máximo	958.37	900.86

Con el fin de comparar las dos estimaciones realizadas sobre las diferentes variables, se han cartografiado los valores brutos, los valores krigeados y los cokrigeados. Para el caso concreto del Zn, en las figuras V.4, V.5. y V.6. aparecen respectivamente estas cartografías. Los datos brutos permiten establecer una zona de valores más ricos en la parte más occidental de la Zona Sur, con una pequeña área al SE con una clara concentración de valores mínimos, coincidente con rocas de tipo granítico (GRH) y algo con ortogneises (ONB). El mapa de las estimaciones por KO (Fig. V.5) muestra de una forma más continua y suave los valores de Zn en la Zona Sur, localizando algo mejor aquellos datos elevados, aunque dando un área mayor de valores ricos que con los datos brutos. Respecto a los valores cokrigeados (Fig. V.6) destaca la mayor nitidez con la que los valores elevados aparecen localizados, restringiendo a una franja N-S al oeste del área los valores de mayor interés, y más concretamente dentro de esta franja, en la parte más próxima a los afloramientos de las rocas cataclásticas (CM1) en contacto con los metasedimentos (MT). No obstante, para este elemento concreto es necesario señalar que la utilización del cokrigaje no mejora excesivamente los resultados de la estimación univariante, mientras que en el resto de elementos estudiados el resultado es completamente satisfactorio por medio del uso del cokrigaje.

Valores brutos / Zn

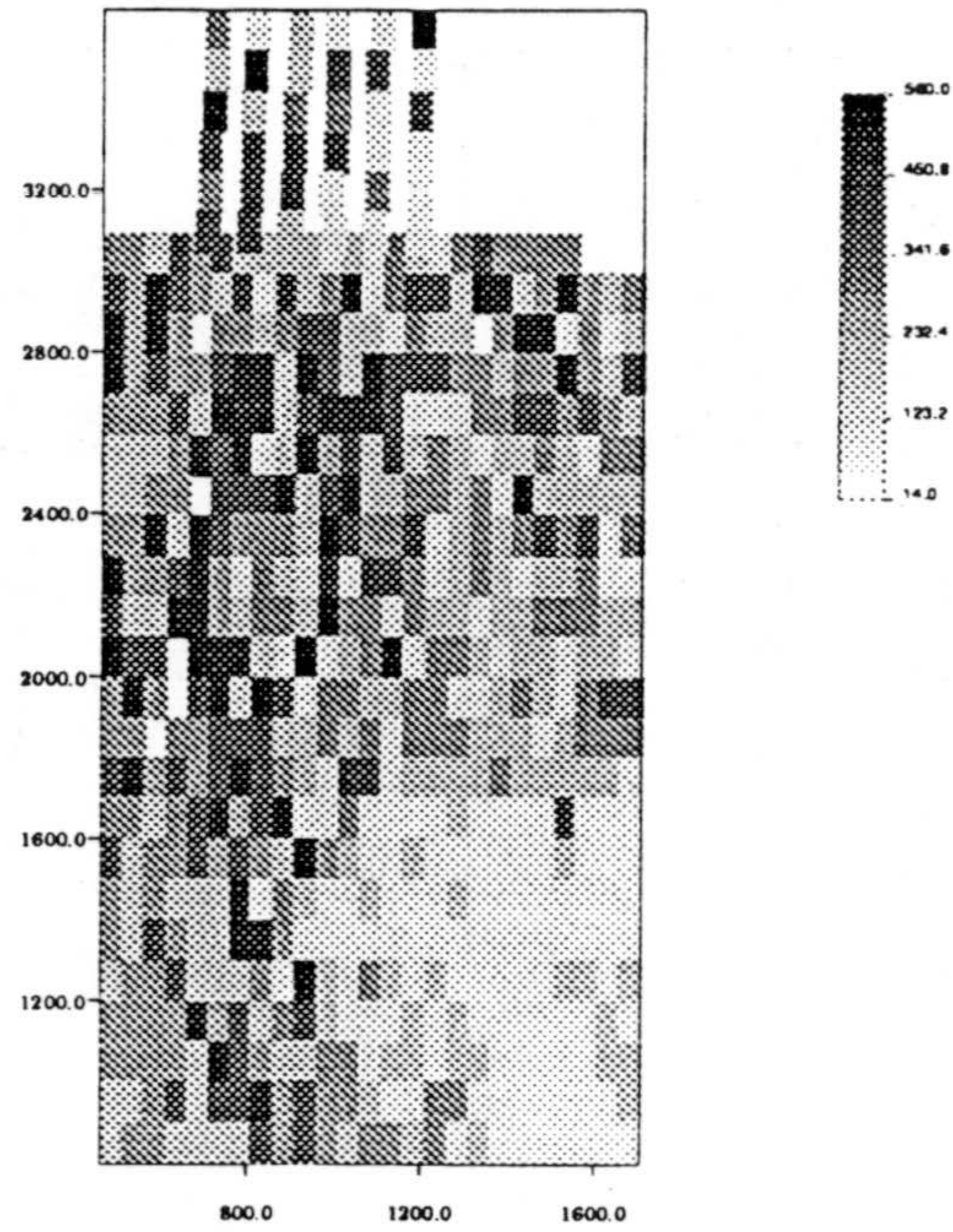


Figura V.4. Cartografía de los datos brutos del Zn en la Zona Sur.

KO / Zn

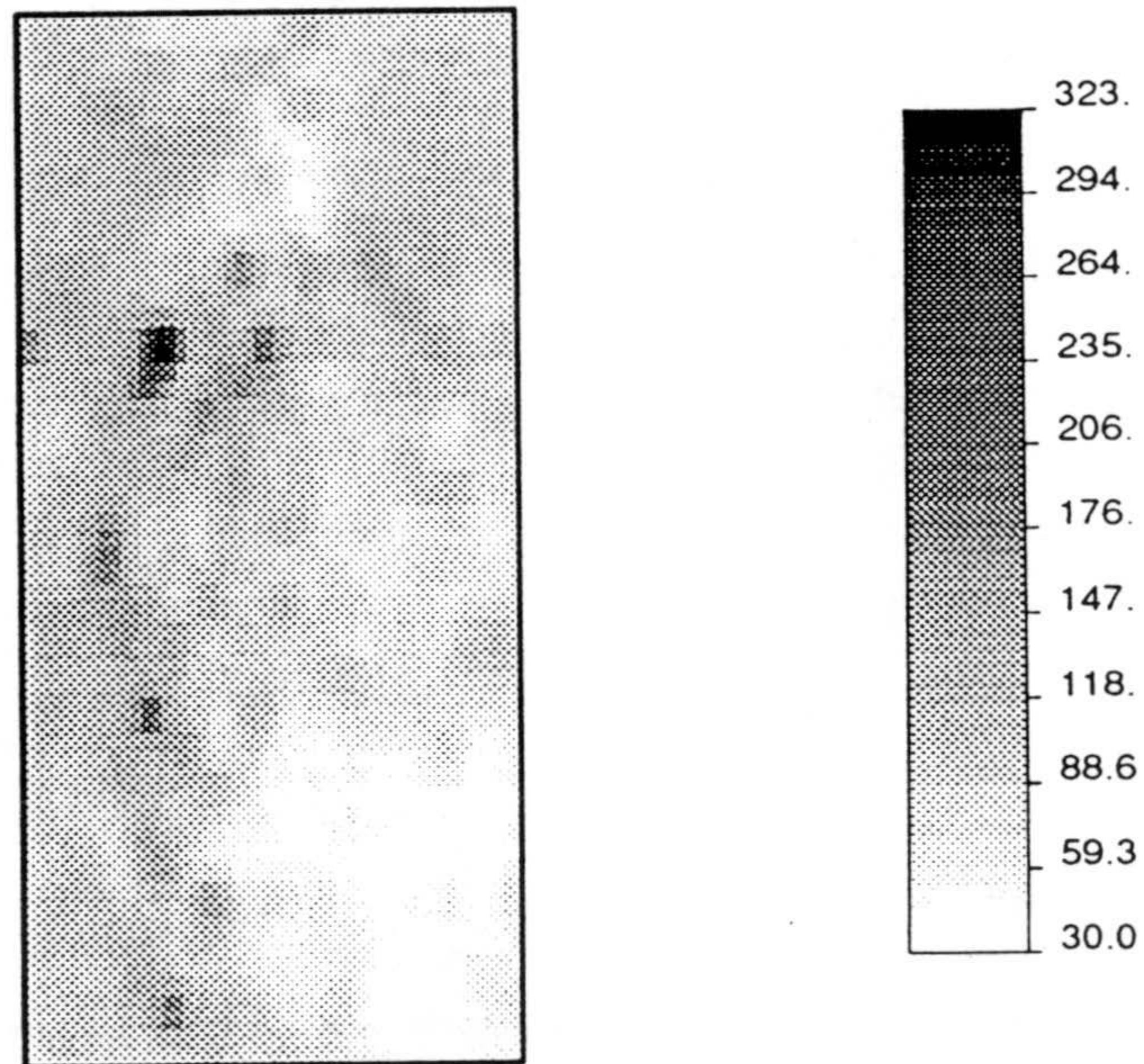


Figura V.5. Mapa de los valores estimados del Zn en la Zona Sur, por medio de krigeaje ordinario y según una malla de 25x50 m.

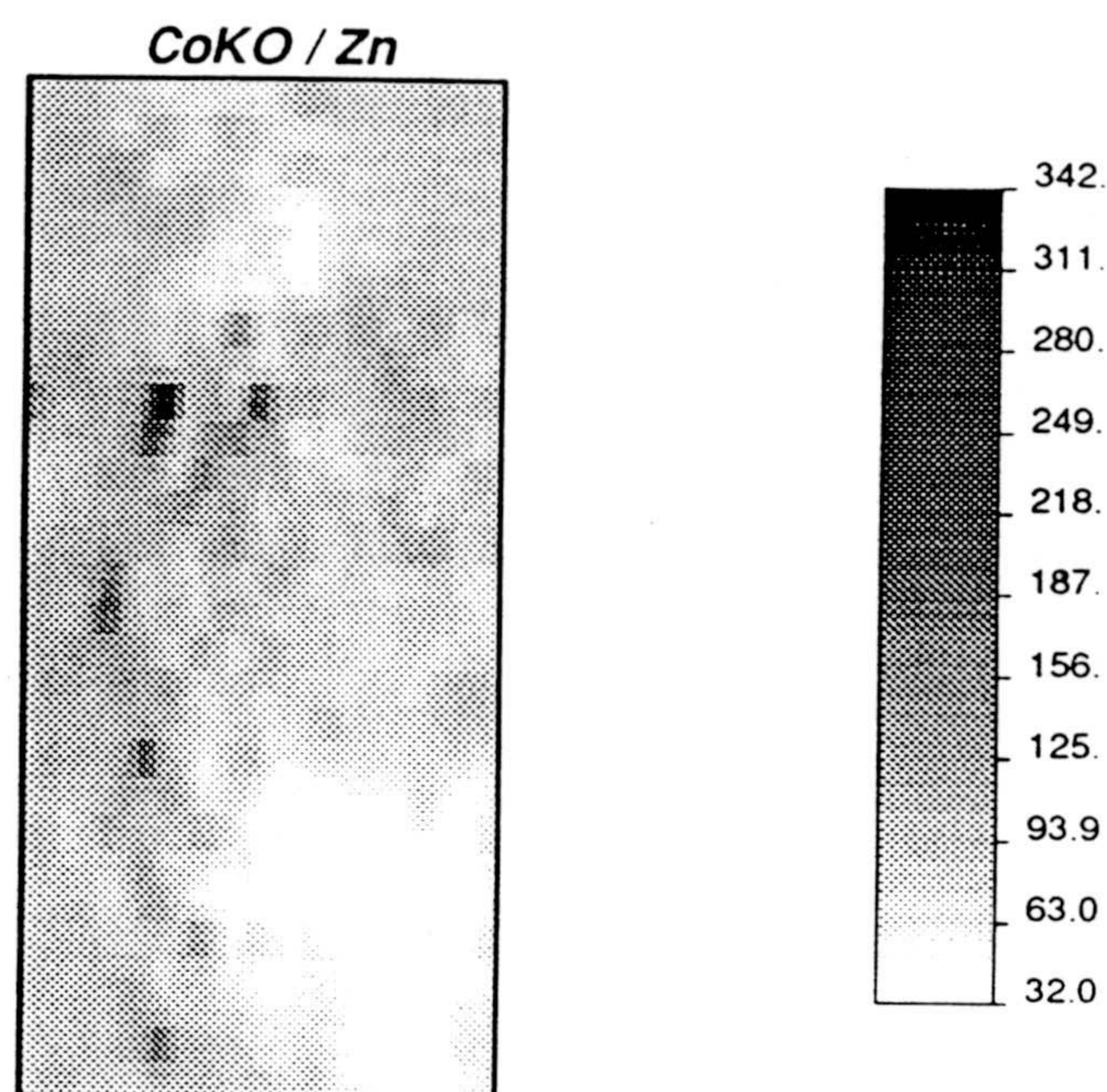


Figura V.6. Cartografía de los valores estimados por cokrigeaje en la Zona Sur y según una malla de 25x50 m.

De forma general a todas las variables estudiadas, y dada la geometría regular de la muestras, la varianza de estimación presenta unas características peculiares. La malla de estimación se ha diseñado para bloques de un tamaño de 25x50 con el centro de los bloques a 12.5 m de cualquier punto de X y 25 de Y, en el centro de la cuadrícula establecida por los datos experimentales, de forma que no hubiera coincidencia entre los puntos estimados y los valores reales. Esto hace que la distancia de cualquier punto estimado a un valor experimental sea siempre el mismo, dando para estos puntos estimados un mismo valor de varianza de estimación, mientras que en aquellas zonas en donde esta simetría de valores no existía (falta de algún dato), como en la zona norte, la varianza de estimación cambiaba dando valores diferentes en cada caso. De ahí, que para cada variable el mapa de los errores sea el mismo en forma (variando los valores específicos de cada elemento), ya que están establecidos según un mismo criterio geométrico. La figura V.7 recoge la cartografía de la

varianza experimental del Zn, en donde se puede ver lo que se acaba de comentar al respecto. Por otra parte, el gráfico de los valores estimados frente a la varianza de estimación refleja de una forma bastante nítida cómo la varianza se concentra alrededor de un valor, dando lugar a un gráfico bastante característico y similar para todos los elementos. En la figura V.8(a) y V.8(b) aparece este diagrama para el Zn, en el caso del KO y del CoKO, respectivamente.

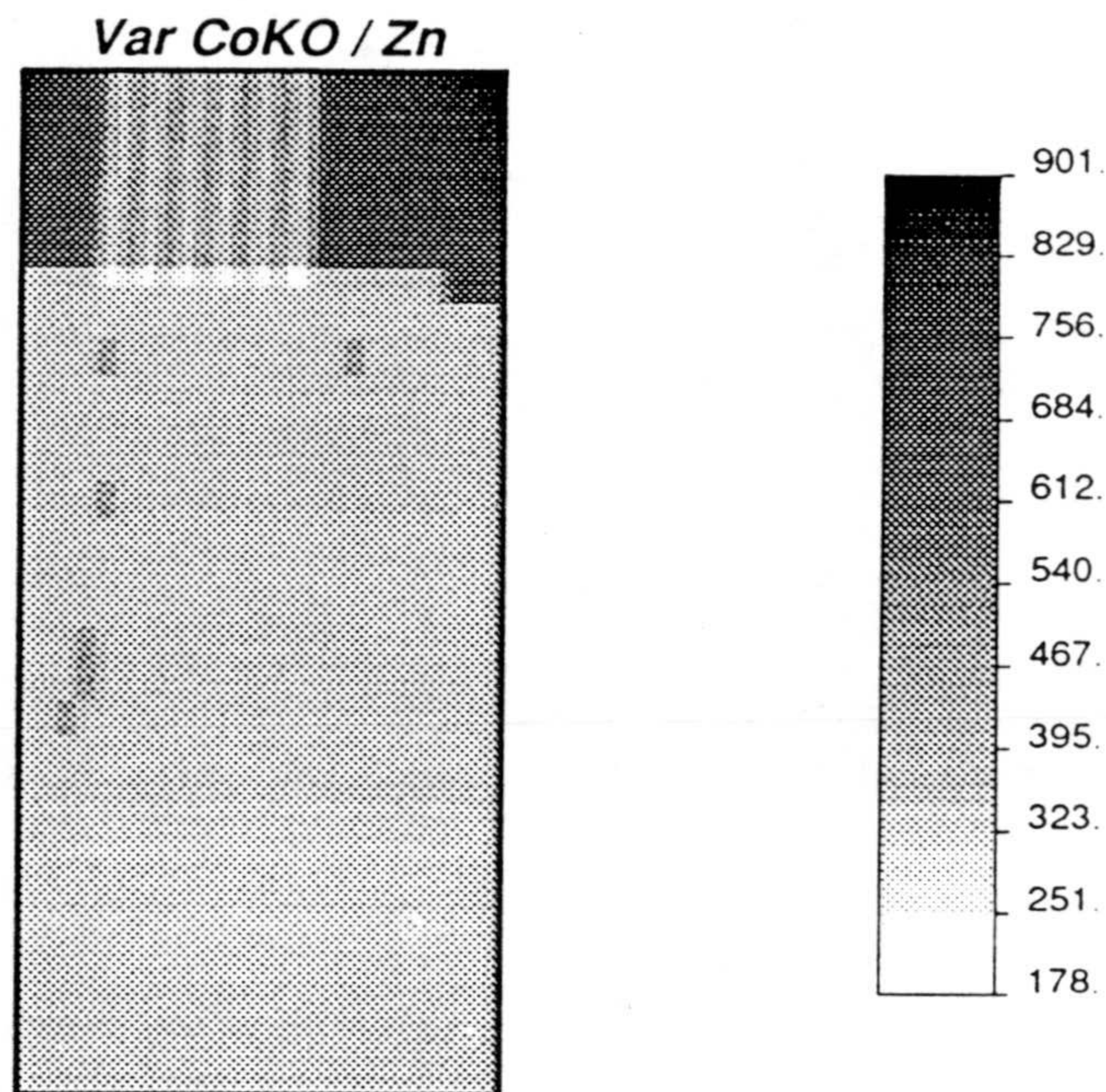


Figura V.7. Cartografía de la varianza de estimación por cokrigaje del Zn en la Zona Sur.

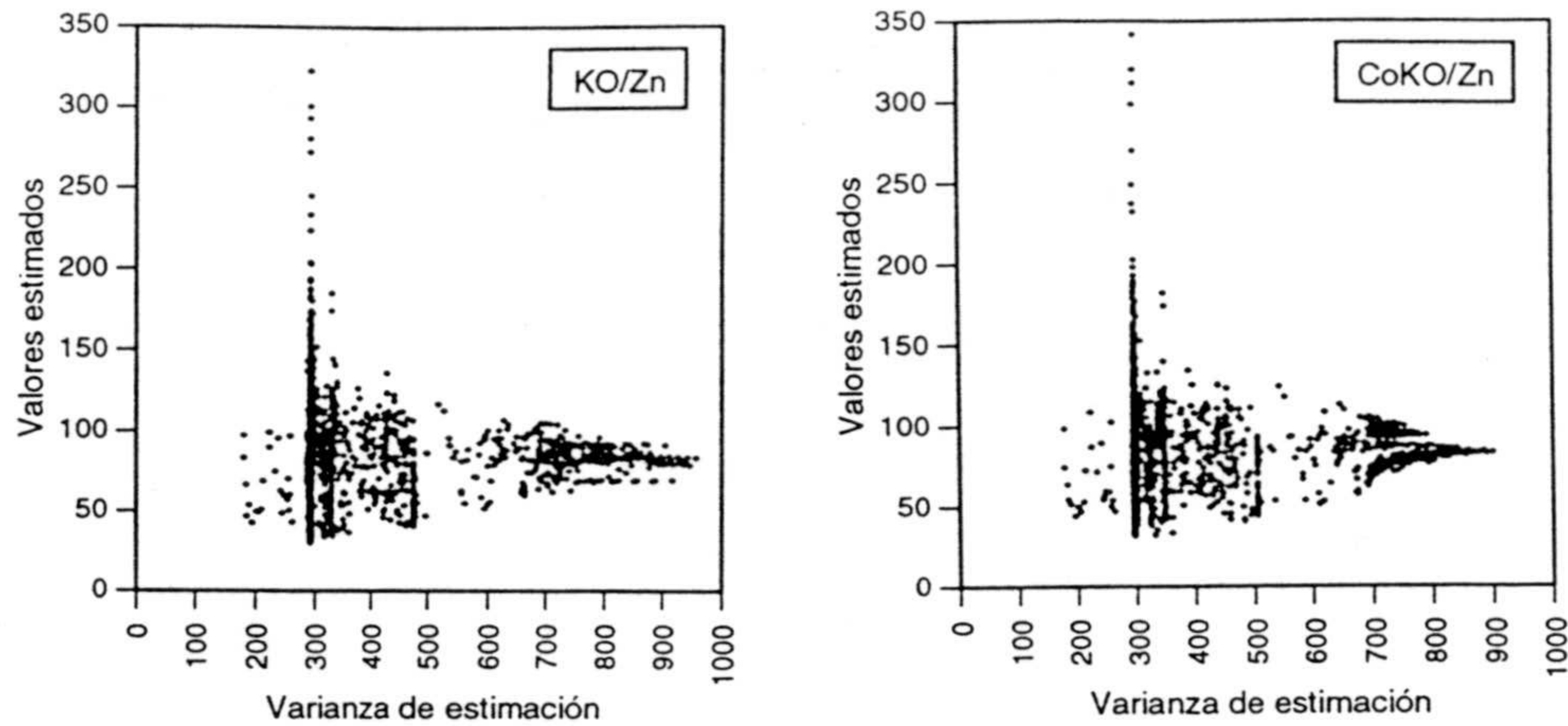


Figura V.8. Diagramas de valores estimados frente a varianza de estimación del Zn en la Zona Sur: a) para krigeaje ordinario; b) para cokrigeaje ordinario.

Analizando la estimación del **Co**, en el mismo sentido en el que se ha llevado a cabo con el Zn, comenzar por estudiar los valores de la estimación por medio de KO y CoKO para este elemento (Tabla V.5). Con ambos métodos resulta un valor promedio mayor al de los datos originales, aunque el suavizado que se produce queda implícito tanto por la menor varianza de los valores estimados, como por el coeficiente de variación, también más pequeño. En cuanto a los errores cometidos durante la estimación, la tabla V.6 recoge el promedio de la varianza de estimación para krigeaje y cokrigeaje, siendo menor en este último método y dando un valor máximo para el error también inferior, lo que aparece más en consonancia con lo comentado desde el punto de vista teórico para ambas técnicas de estimación.

Tabla V.5. Estadísticos de las estimaciones del Co por medio de krigeaje y cokrigeaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigeaje Ordinario	Cokrigeaje Ordinario
n	602	602	602
m	7.18	7.40	7.34
σ	5.38	3.31	3.08
CV	75.00	44.67	4202
min	2.50	2.50	1.71
Q1	2.50	4.71	4.87
M	6.00	7.04	7.22
Q3	10.00	9.51	9.59
max	45.00	19.44	17.25

Tabla V.6. Valores de la varianza de estimación del Co, al usar krigeaje ordinario y cokrigeaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	3.15	3.09
mínimo	2.23	2.10
máximo	9.94	8.87

La cartografía de los datos brutos del Co se presenta en la figura V.9, en la que es posible distinguir una zona de datos con bajos valores en la zona este, concretamente hacia la parte sur y centro. Esta zona más pobre se localiza de una forma clara a lo largo de las litologías de granitoides (GRH) y de ortogneises (ONB). Destaca el que las muestras más enriquecidas aparezcan en una franja de dirección N-S bastante restringida a las litologías de metasedimentos (MT), hacia la parte más occidental.

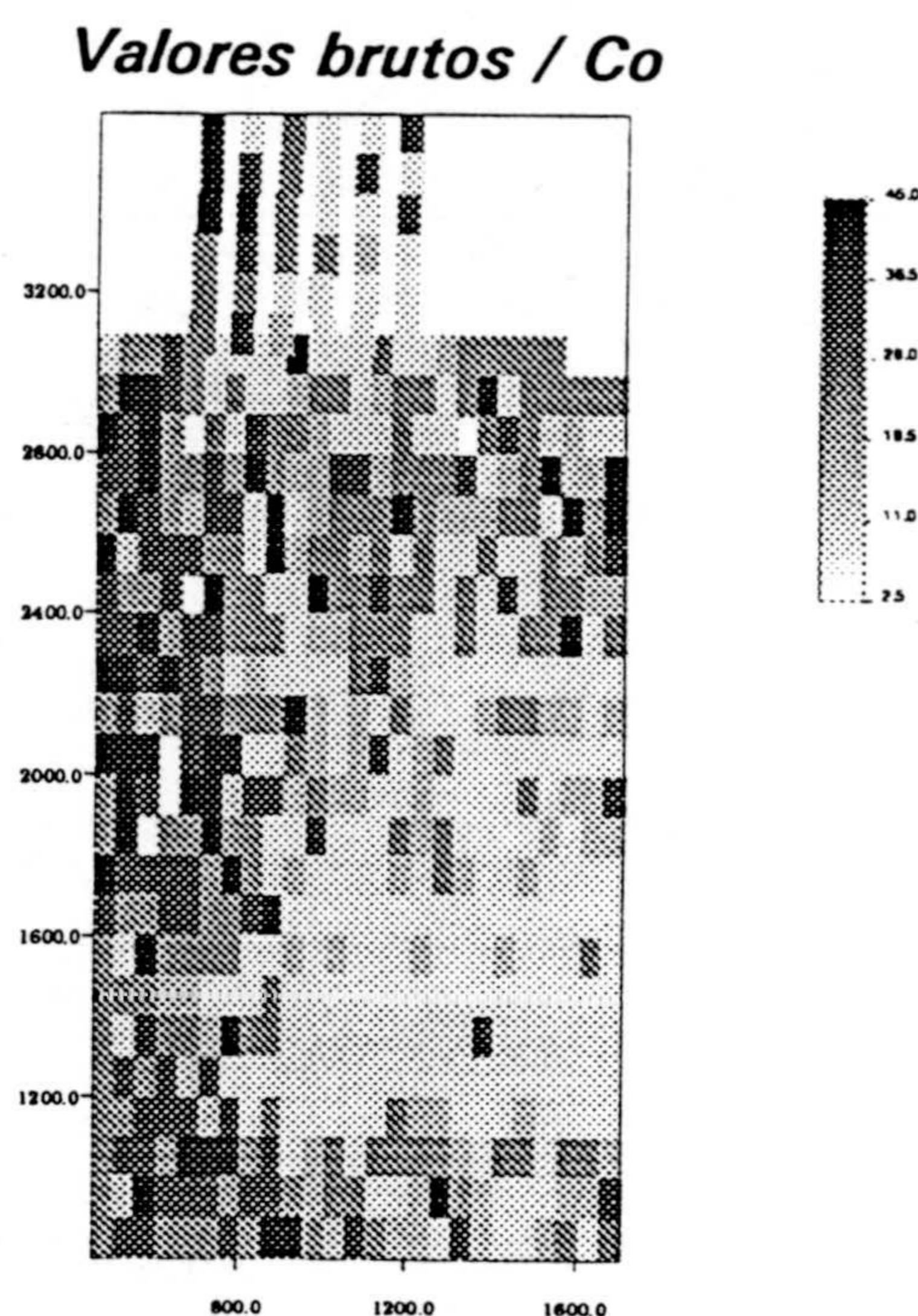


Figura V.9. Mapa de los valores brutos del Co en la Zona Sur.

Realizando las cartografías de los valores estimados por krigeaje y cokrigeaje (Fig. V.10 y Fig. V.11, respectivamente) es posible delimitar de un modo más conciso los puntos con valores elevados, que en el caso de considerar el mapa de los datos experimentales directamente. Se observa cómo la zona en la que afloran los metasedimentos (MT) aparece delimitada de forma neta como la que presenta una mayor concentración en Co.

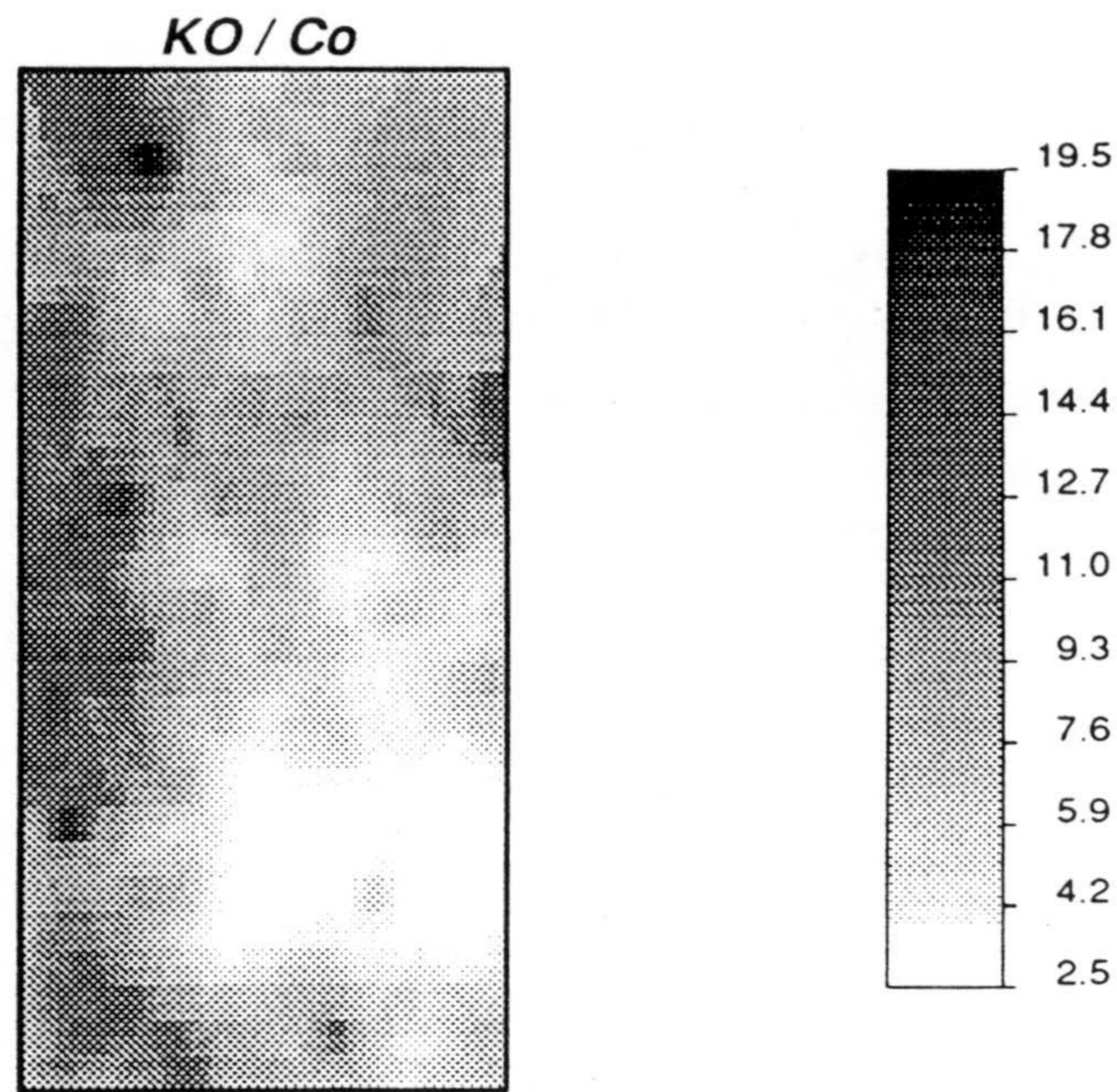


Figura V.10. Cartografía de los valores estimados por krigeaje ordinario para el Co en la Zona Sur (malla de 25x50 m).

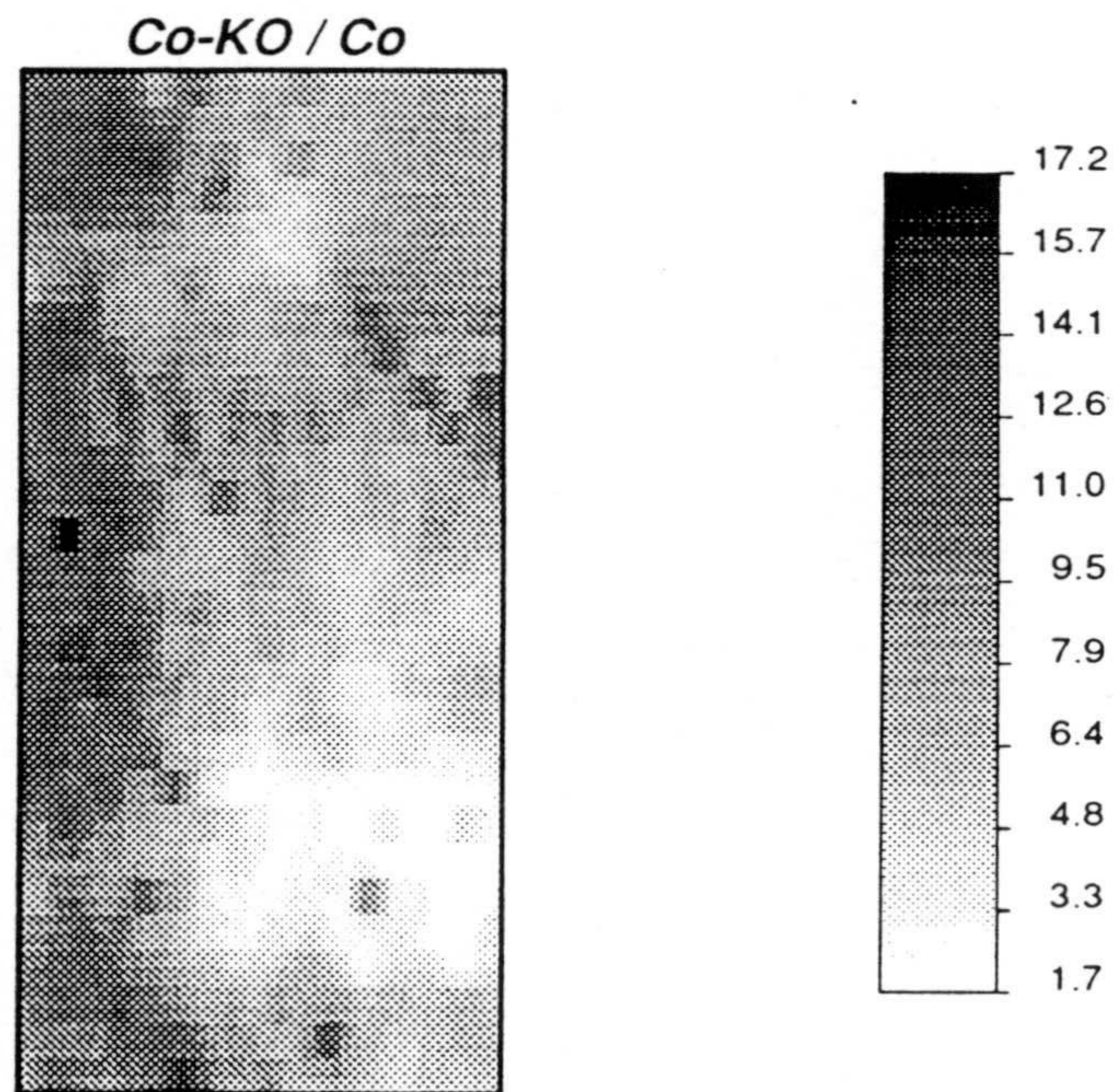


Figura V.11. Mapa de valores estimados de Co para la Zona Sur, según una malla de 25x50 m y usando cokrigeaje ordinario.

La varianza de estimación cometida en el caso del Co da lugar a una cartografía semejante a la obtenida para el Zn, ya sea para el KO como para el CoKO (Figs. V.7 y V.8), obviamente con valores diferentes para ambas variables, de ahí que no se presente los mapas de los errores para las dos estimaciones realizadas. Lo que resulta de gran interés, para ver el orden de variación de los errores acaecidos durante la estimación, es analizar los gráficos de valores estimados frente a varianza de estimación, que para el Co se presentan en la figura V.12 y en la que se ve cómo hay un valor alrededor del cual se produce una mayor concentración de puntos, sobre 2.7 en la estimación por KO y 2.6 para el CoKO, el resto de valores corresponden a las zonas en las que la regularidad de la malla no existe.

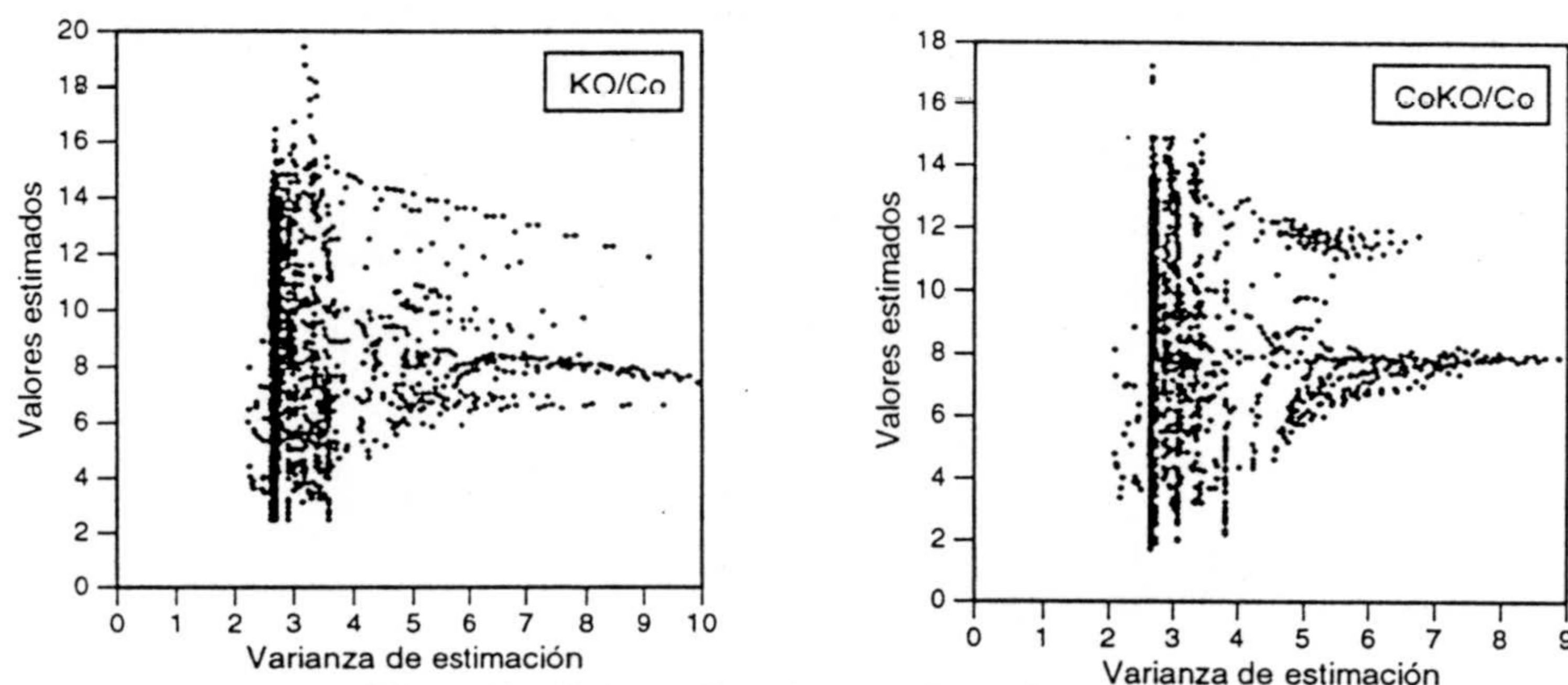


Figura V.12. Diagramas de valores estimados frente a varianza de estimación del Co en la Zona Sur: a) para krigeaje ordinario; b) para cokrigeaje ordinario.

En cuanto al análisis del Ni, los pasos seguidos han sido los mismos que para los elementos previos, comenzando por analizar los estadísticos de este elemento y su comparación con los de las estimaciones obtenidas por medio de krigaje y de cokrigaje. En este sentido se ha realizado la tabla V.7, en la que aparecen todos estos datos recogidos. Una vez más se puede comprobar el suavizado al que dan lugar las técnicas de estimación geoestadística, puesto de manifiesto, en el caso del Ni, por tener los valores estimados máximos de magnitud inferior a la de los valores reales, así como menores valores de desviación típica y coeficientes de variación, siendo más pequeños para la estimación por CoKO. También es de destacar el menor valor de la varianza de estimación en el caso del cokrigaje, tal y como aparece en la tabla V.8.

Tabla V.7. Estadísticos de las estimaciones del Ni por medio de krigaje y cokrigaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigaje Ordinario	Cokrigaje Ordinario
n	602	602	602
m	27.21	27.58	27.46
σ	15.01	9.67	9.41
CV	55.15	35.07	34.27
min	2.50	5.54	4.75
Q1	16.00	20.90	20.74
M	26.00	28.10	28.19
Q3	36.00	33.91	33.41
max	110.00	58.89	58.74

Tabla V.8. Valores de la varianza de estimación del Ni, al usar krigeaje ordinario y cokrigeaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	30.22	29.81
mínimo	19.30	18.40
máximo	100.55	91.20

Las cartografías de los valores brutos, valores estimados por krigeaje y por cokrigeaje para este elemento se recogen en las figuras V.13, V.14 y V.15, respectivamente. Analizando el mapa de los valores brutos del Ni se puede observar una configuración de valores ricos y pobres semejante a la de los otros elementos del grupo, con la zona de valores de menor concentración localizada en la parte oriental, alrededor de las rocas de tipo granitoide (GRH), aunque no se manifiesta una zona de valores altos y otra de bajos de una forma excesivamente clara. Por medio de la cartografía de los valores estimados, ya sea por KO como por CoKO, la localización de zonas de mayor o menor concentración se pueden definir de un modo más nítido, así analizando el mapa de los valores estimados del Ni por KO (Fig. V.14), es posible delimitar estas áreas de altas concentraciones que quedan restringidas a la zona de contacto entre los metasedimentos (MT) y los ortogneises (ONB), en la zona suroeste, y entre estos metasedimentos y las rocas cataclásticas (CM1). En el mapa de la estimación por CoKO es posible localizar las mismas zonas anómalas. Destaca en la parte sureste un punto con un valor bastante elevado en relación con los de alrededor (rocas granitoides) que da lugar a un área anómala bastante puntual, resulta interesante señalar que este punto anómalo también aparece en la cartografía del Co, de ahí que deba tenerse en cuenta y no ser considerado como un posible valor "outlier".

Valores brutos / Ni

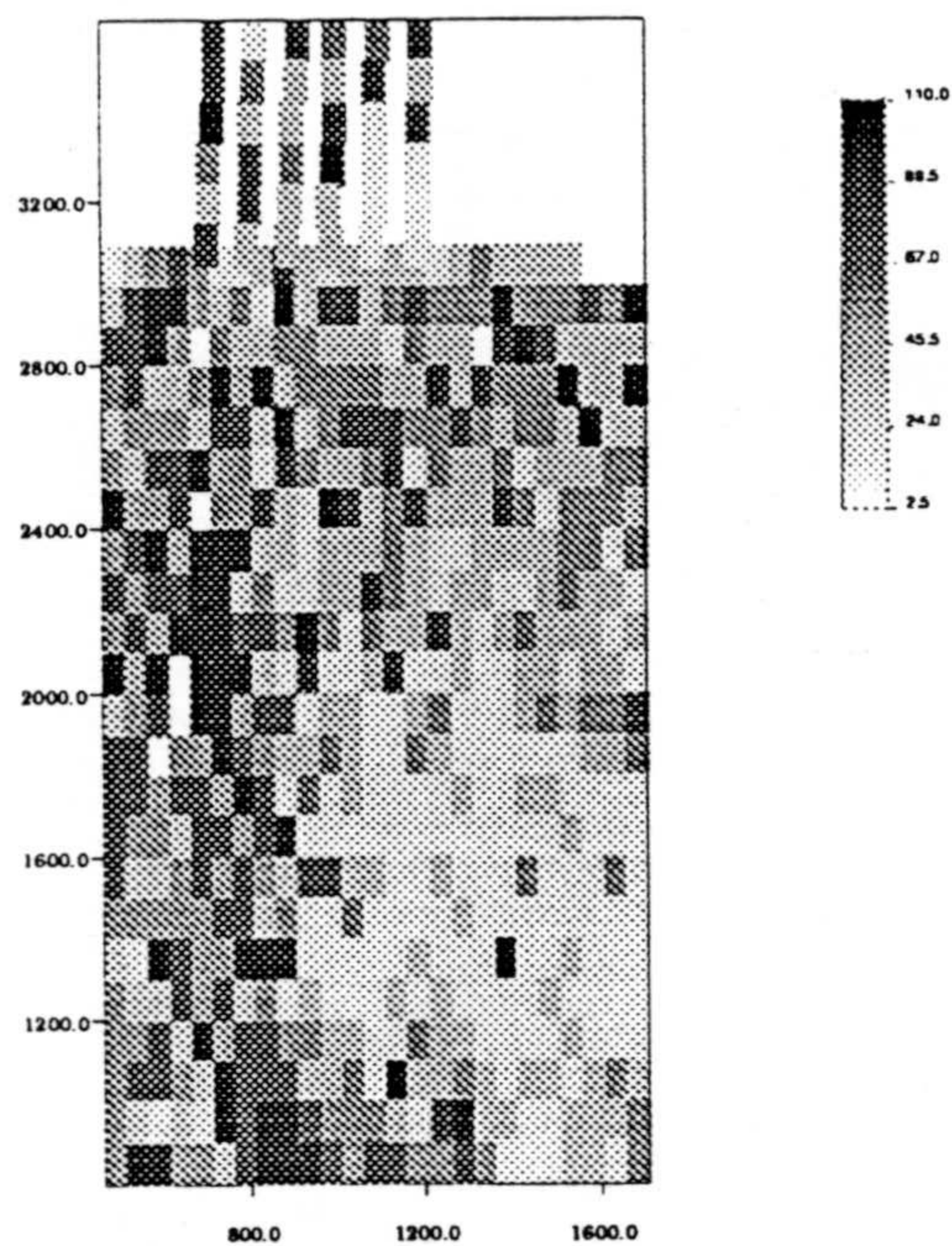


Figura V.13. Cartografía de los datos brutos del Ni en la Zona Sur.

KO / Ni

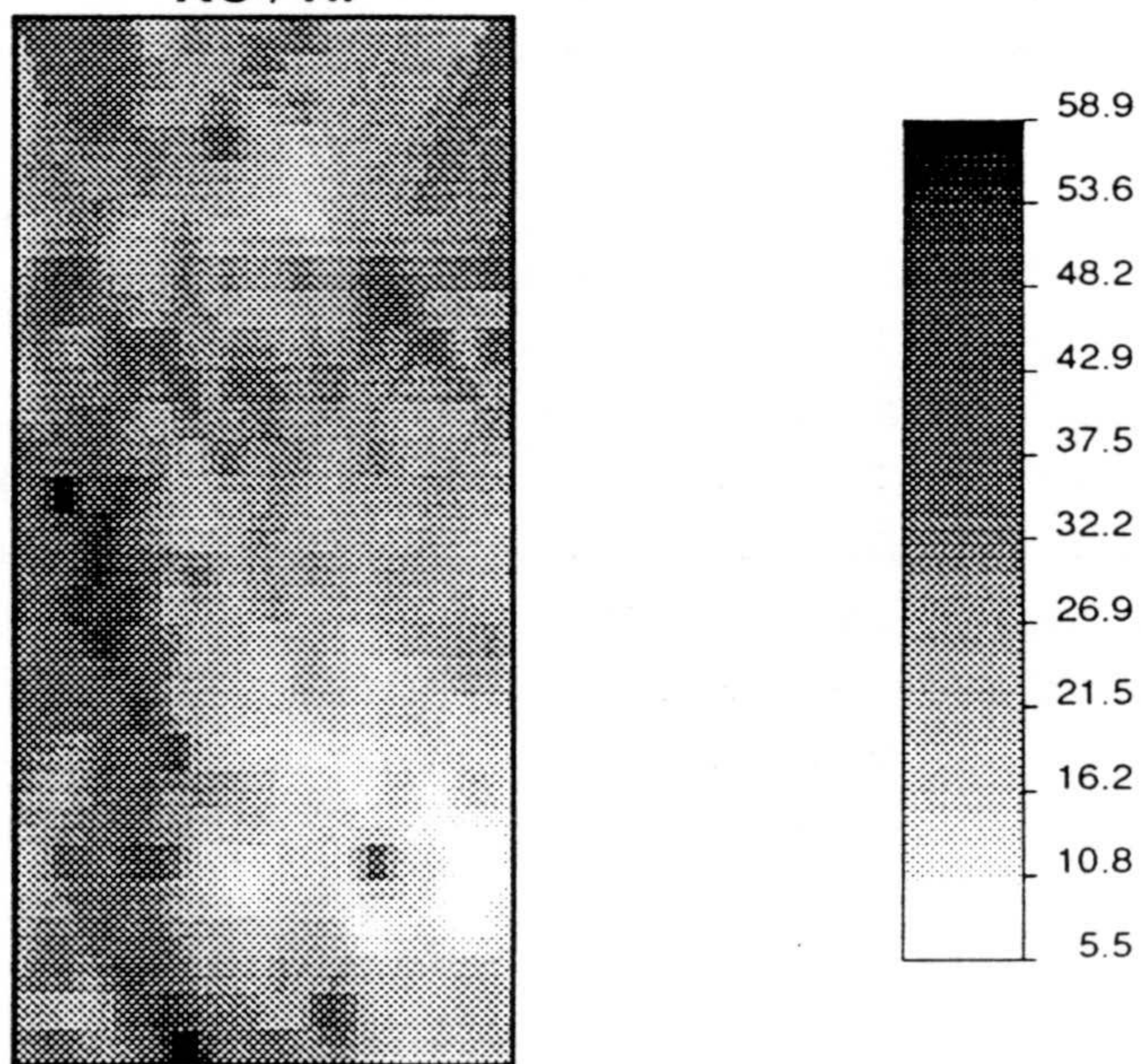


Figura V.14. Mapa de valores estimados del Ni en la Zona Sur, por medio de kriging ordinario en bloques de 25x50 m.

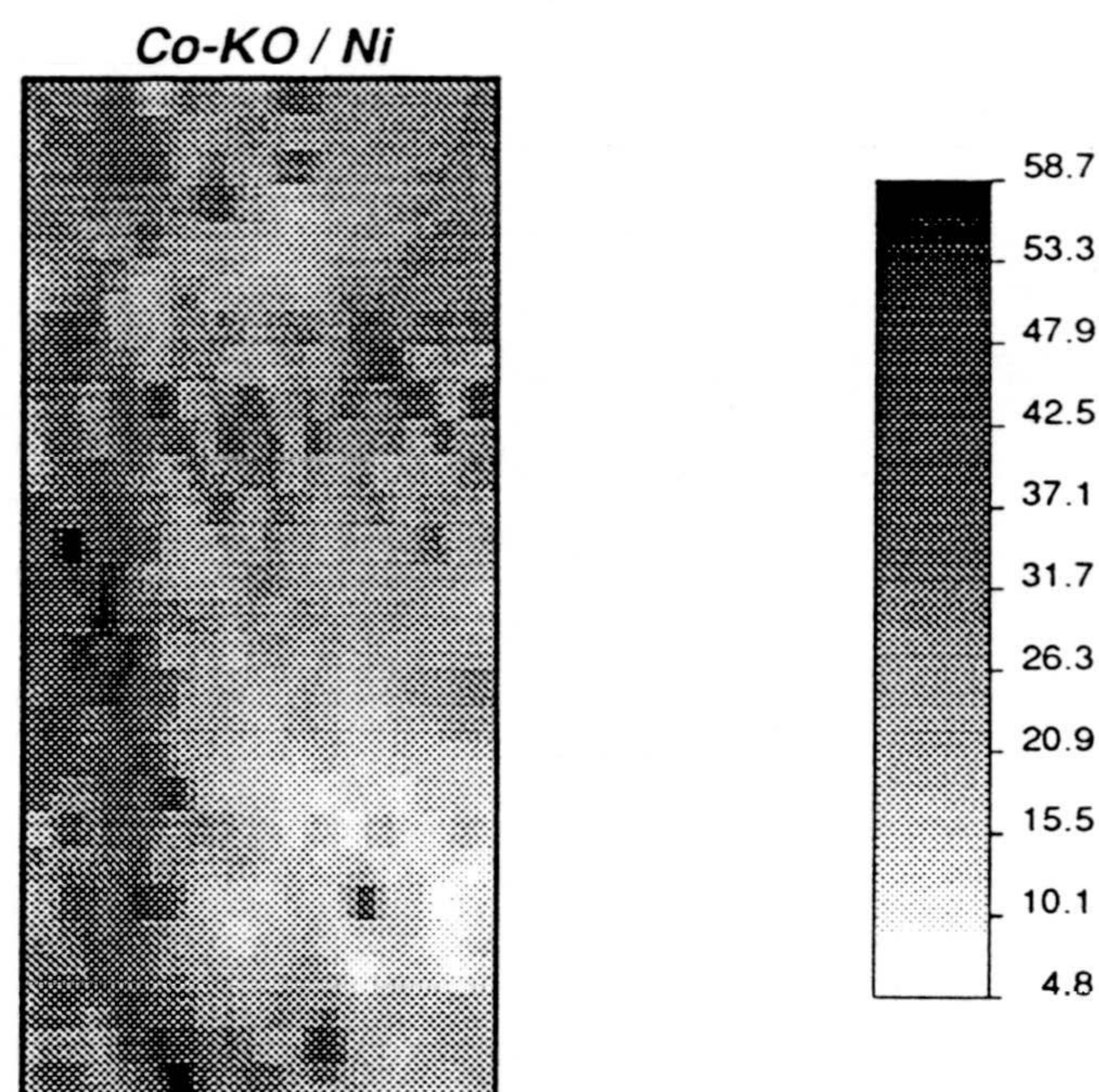


Figura V.15. Cartografía de los valores estimados del Ni por cokrigaje ordinario en la Zona Sur (bloques de 25x50 m).

En relación con los errores cometidos en el transcurso de la estimación comentar, una vez más, que la cartografía de los valores de varianza de estimación es similar a la obtenida para el Zn (Fig. 7), de ahí que se muestre solamente el diagrama de valores estimados *vs.* varianza de estimación (Fig. V.16) con el fin de localizar los valores de varianza alrededor de los cuales se concentran la mayor parte de los puntos. En este caso concreto, tanto para el KO como para el CoKO, se da un valor de varianza alrededor de 25, aunque el rango de variación para el KO es mayor que en el CoKO, dando lugar a una varianza de estimación mayor para el krigaje.

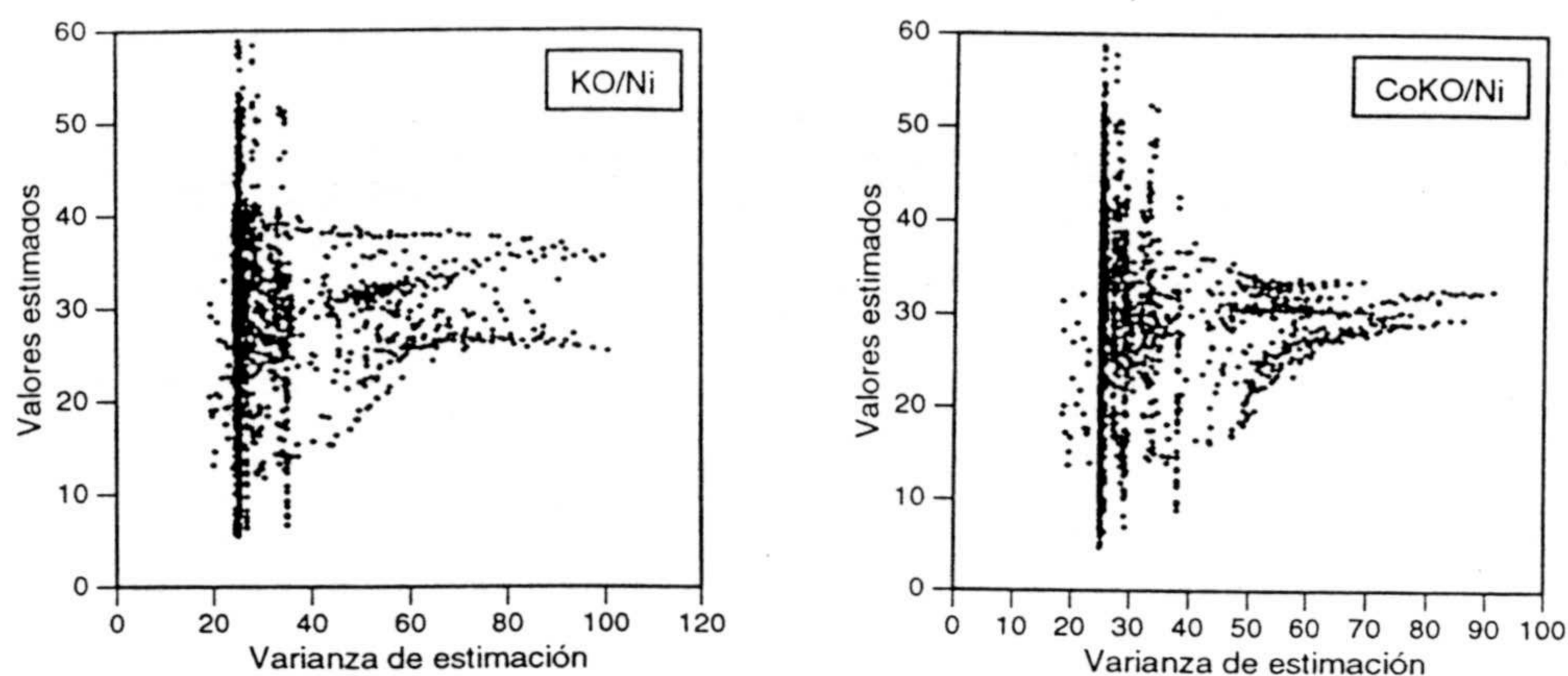


Figura V.16. Diagramas de valores estimados frente a varianza de estimación del Ni: (a) krigeaje ordinario; (b) cokrigeaje ordinario.

Para concluir con el estudio de los elementos de esta asociación de elementos, se comentarán los resultados de la estimación del Cd. Comenzar recordando las características estadísticas de este elemento (ver Tabla II.2) con una serie de valores iguales entre sí, que hacen que la cartografía de los datos brutos (Fig. V.17) presenten menor escala de variación de tonos de grises que los de otros elementos. El resultado de las estimaciones (tabla V.9) muestra valores menores de varianza y de coeficiente de variación de las estimaciones en relación con los datos experimentales, siendo los menores de todos para el caso del CoKO, además, examinando los valores de los errores de estimación (tabla V.10) se constata la ventaja de la utilización del cokrigeaje frente al krigeaje, puesto que la varianza de estimación es menor para el CoKO.

Tabla V.9. Estadísticos de las estimaciones del Cd por medio de krigaje y cokrigaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigaje Ordinario	Cokrigaje Ordinario
n	602	602	602
m	1.89	1.91	1.91
σ	0.71	0.44	0.42
CV	37.49	23.00	22.39
min	0.50	0.83	0.88
Q1	1.00	1.66	1.66
M	2.00	1.98	1.96
Q3	2.00	2.18	2.16
max	5.00	3.15	3.16

Tabla V.8. Valores de la varianza de estimación del Ni, al usar krigaje ordinario y cokrigaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	0.105	0.083
mínimo	0.066	0.055
máximo	0.447	0.226

Analizando la cartografía de los datos brutos (Fig. V.17), con el objetivo de intentar localizar las áreas potencialmente favorables, se constata una morfología de zonas de mayor y menor concentración similar a la del resto de variables. Para delimitar las zonas más específicas se cartografiaron los valores resultantes de la estimación por KO y CoKO, recogidas en las figuras V.18 y V.19, respectivamente. El mapa de los valores de krigaje produce una cartografía excesivamente suavizada de los valores del Cd, homogeneizando excesivamente las áreas de altos y bajos valores, de ahí que parezca más interesante para el Cd identificar las áreas

anómalas a partir del mapa de los valores de cokrigearje, que permite establecer un área de valores elevados en la parte más occidental de la Zona, coincidiendo con el contacto entre metasedimentos (MT) y ortogneises (ONB) y cataclasitas (CM1), existiendo una mayor concentración hacia la parte norte de las cataclasitas.

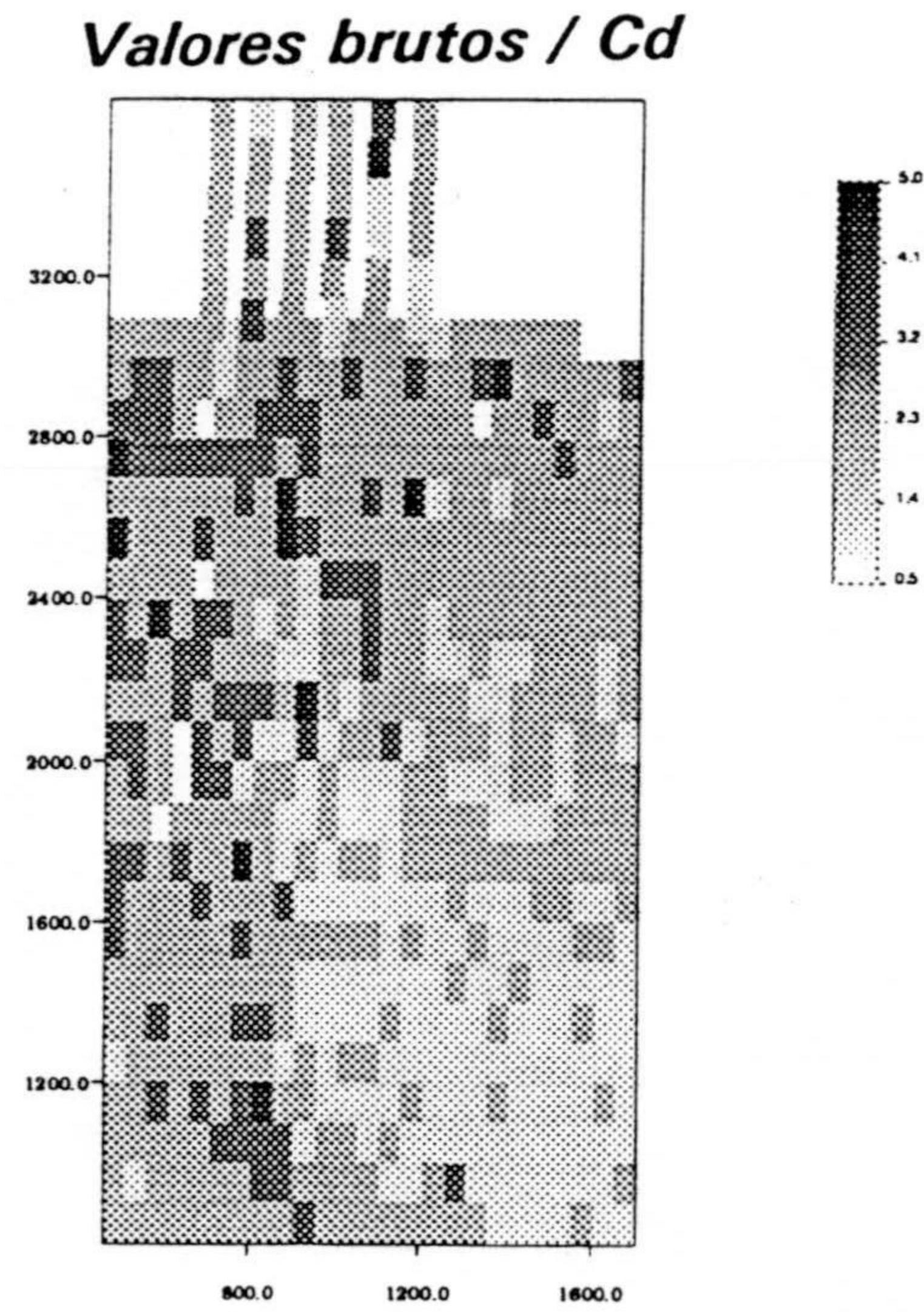


Figura V.17. Cartografía de los valores experimentales del Cd en la Zona Sur.

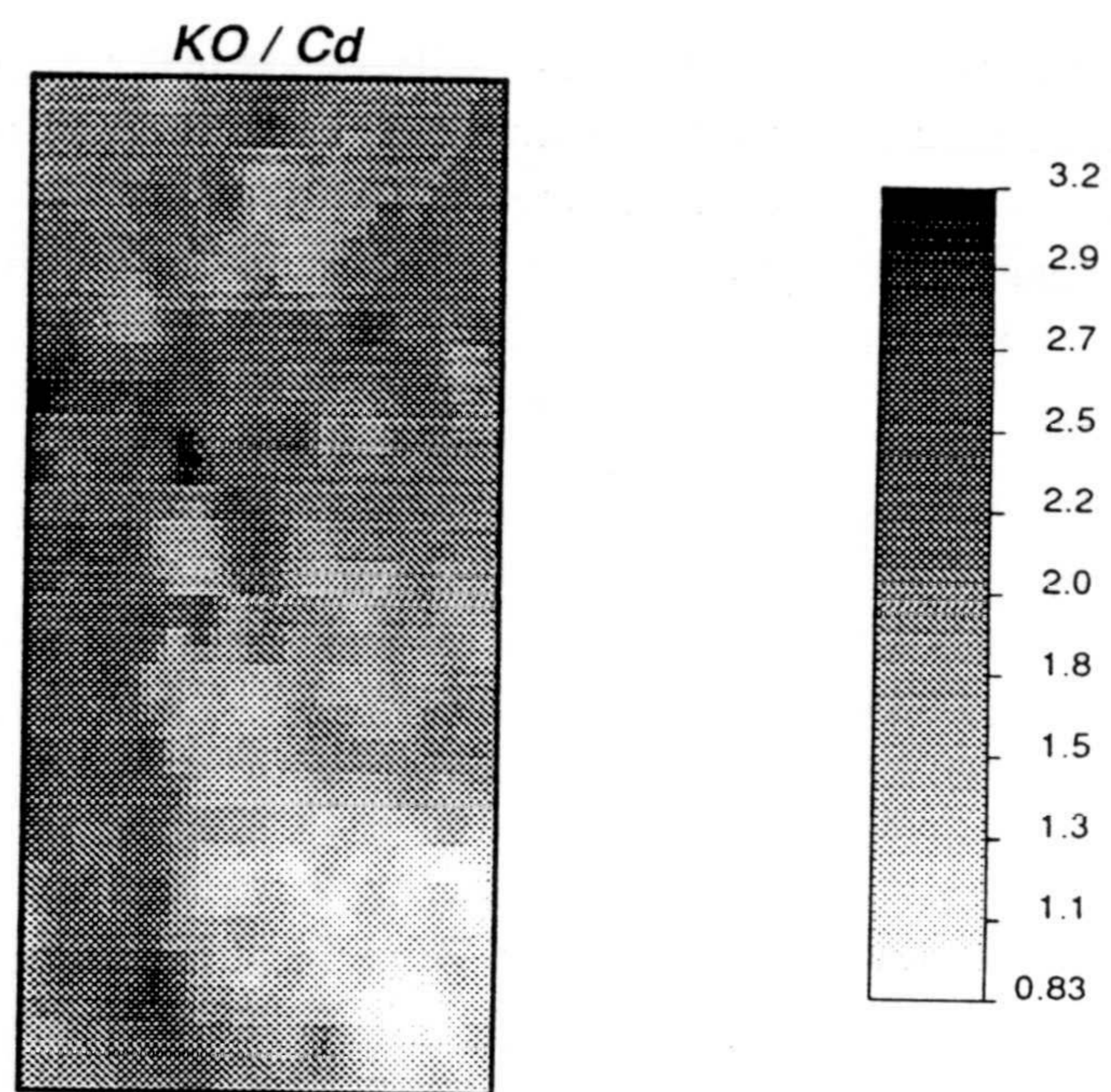


Figura V.18. Mapa de valores estimados de Cd por medio de krigeaje ordinario en la Zona Sur (malla de 25x50 m).

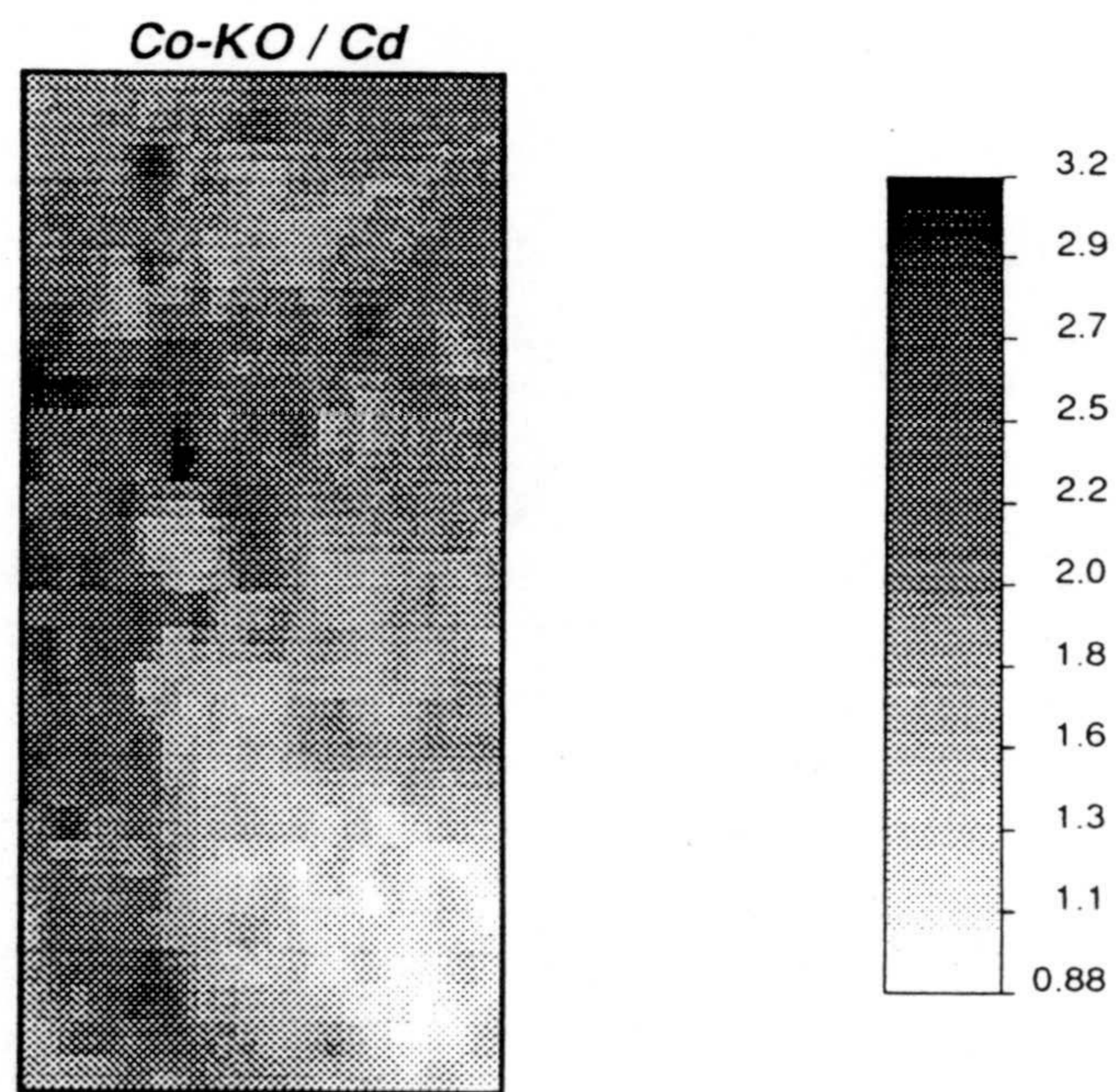


Figura V.19. Cartografía de los valores estimados del Cd por cokrigeaje ordinario según bloques de 25x50 m, en la Zona Sur.

Los valores de la varianza de estimación frente a los valores estimados dan lugar al típico diagrama (Fig. V.20) en el que se produce una concentración alrededor de un valor de varianza, que para el caso de KO se sitúa sobre 0.08, mientras que para el CoKO es de 0.07.

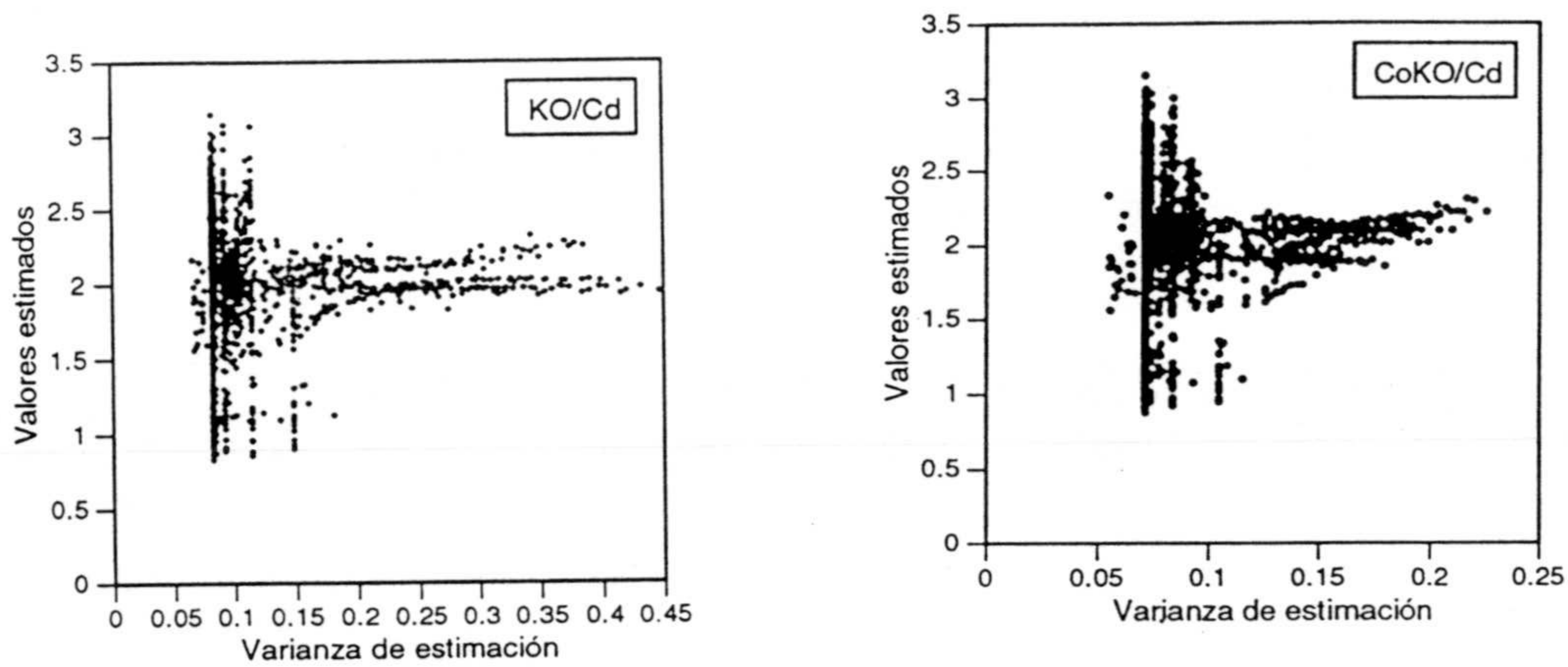


Figura V.20. Diagrama de valores estimados frente a varianza de estimación para el Cd: (a) krigeaje ordinario; (b) cokrigeaje ordinario.

Haciendo una síntesis de las zonas interesantes de cara a la localización de áreas anómalas comunes a los cuatro elementos de este grupo, parece un hecho general el que la zona occidental del área de estudio sea la más interesante desde este punto de vista. Concretamente, en la zona de afloramiento de los metasedimentos (MT), así como en el contacto entre éstos y los ortogneises biotíticos (ONB) al sur y las cataclasitas (CM1) más hacia el centro-norte. De forma más específica, parece existir una mayor afinidad entre Zn y Cd, ya que presentan las zonas de mayor concentración de localización similar, apareciendo los puntos anómalos en la zona norte

de las cataclasitas. Por otra parte, el Co y el Ni muestran como zona de valores más elevados la parte occidental, a lo largo de la franja N-S que limita los metasedimentos y los contactos con las rocas adyacentes.

3.3. Cokrigeaje del grupo Cr-Cu-Fe

Para los elementos de esta asociación se llevó a cabo una metodología similar a la usada para el grupo del Zn, habiendo realizado una estimación por medio de cokrigeaje ordinario con una condición de sesgo, y comparando los resultados con la estimación obtenida a partir de krigeaje ordinario. Además, se dan los datos relativos a los valores experimentales de cada variable, ya sea a nivel de estadísticos, como a través de la cartografía de los mismos.

Empezando por el Cr, al analizar los estadísticos resultantes de las estimaciones realizadas y al compararlos con los datos brutos de este elemento (tabla V.11), se puede observar unos valores bastante similares, en cuanto a medias y min, Q1, M y Q3, tanto de los datos experimentales como de los estimados, aunque el suavizado que produce la estimación repercute en una menor varianza y un menor coeficiente de variación, siendo estos valores, como siempre, menores en el CoKO. El error que se ha cometido durante la estimación, expresado como varianza de estimación (tabla V.12), refleja unos valores medios y máximos bastante mayores en el caso de las estimaciones por krigeaje que las de cokrigeaje, dando lugar a resultados más óptimos con esta última técnica.

Tabla V.11. Estadísticos de las estimaciones del Cr por medio de krigeaje y cokrigeaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigeaje Ordinario	Cokrigeaje Ordinario
n	602	602	602
m	56.17	55.53	55.61
σ	35.00	22.98	21.78
CV	62.31	41.38	39.18
min	5.00	17.42	17.88
Q1	32.00	39.71	39.93
M	51.00	50.00	51.86
Q3	73.00	69.75	68.07
max	296.00	185.22	156.98

Tabla V.12. Valores de la varianza de estimación del Cr, al usar krigeaje ordinario y cokrigeaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	192.00	183.22
mínimo	125.81	120.98
máximo	684.28	473.97

En cuanto al análisis de los distintos mapas de la variable, el mapa de los datos brutos del Cr (Fig. V.21) muestra un área de valores elevados localizada preferentemente en la parte suroccidental de la Zona, sobre los materiales gneísicos (ONB), también hacia el norte, siguiendo la franja N-S localizada al oeste del área, se pueden observar puntos de concentraciones importantes de Cr. A diferencia de los elementos del otro grupo de elementos de la mineralización sulfurada, el Cr no presenta una zona enriquecida en la parte centro-norte. No obstante, las zonas más ricas en este elemento se localizan de forma más clara por medio de las cartografías

de los valores estimados, ya sea a través de KO (Fig. V.22), o de CoKO (Fig. V.23), que permiten identificar un área al sur más concentrada que el resto, además de algunos valores en la parte central de la franja N-S más rica, en las proximidades de las cataclasitas (CM1).

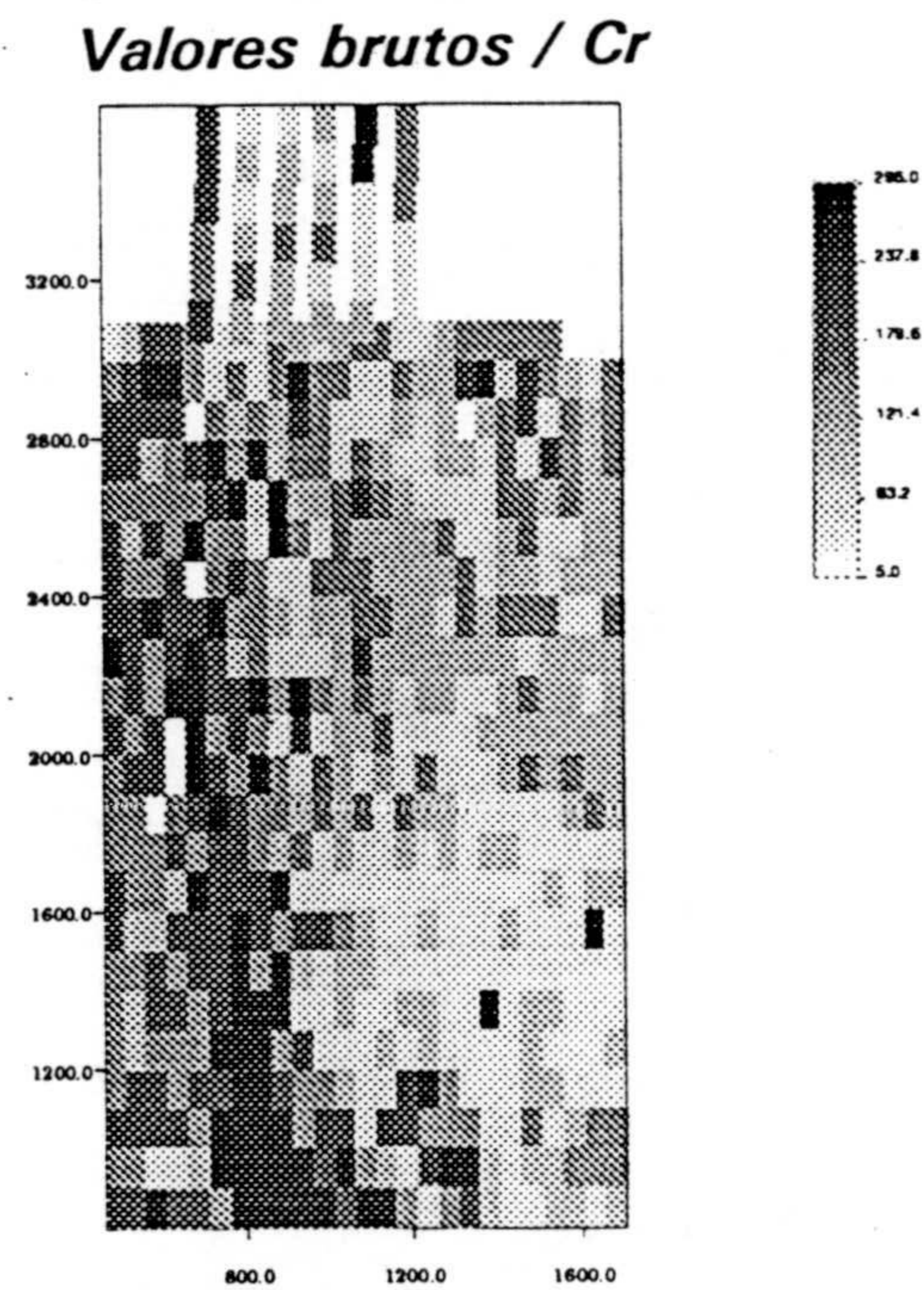


Figura V.21. Cartografía de los datos brutos de Cr en la Zona Sur.

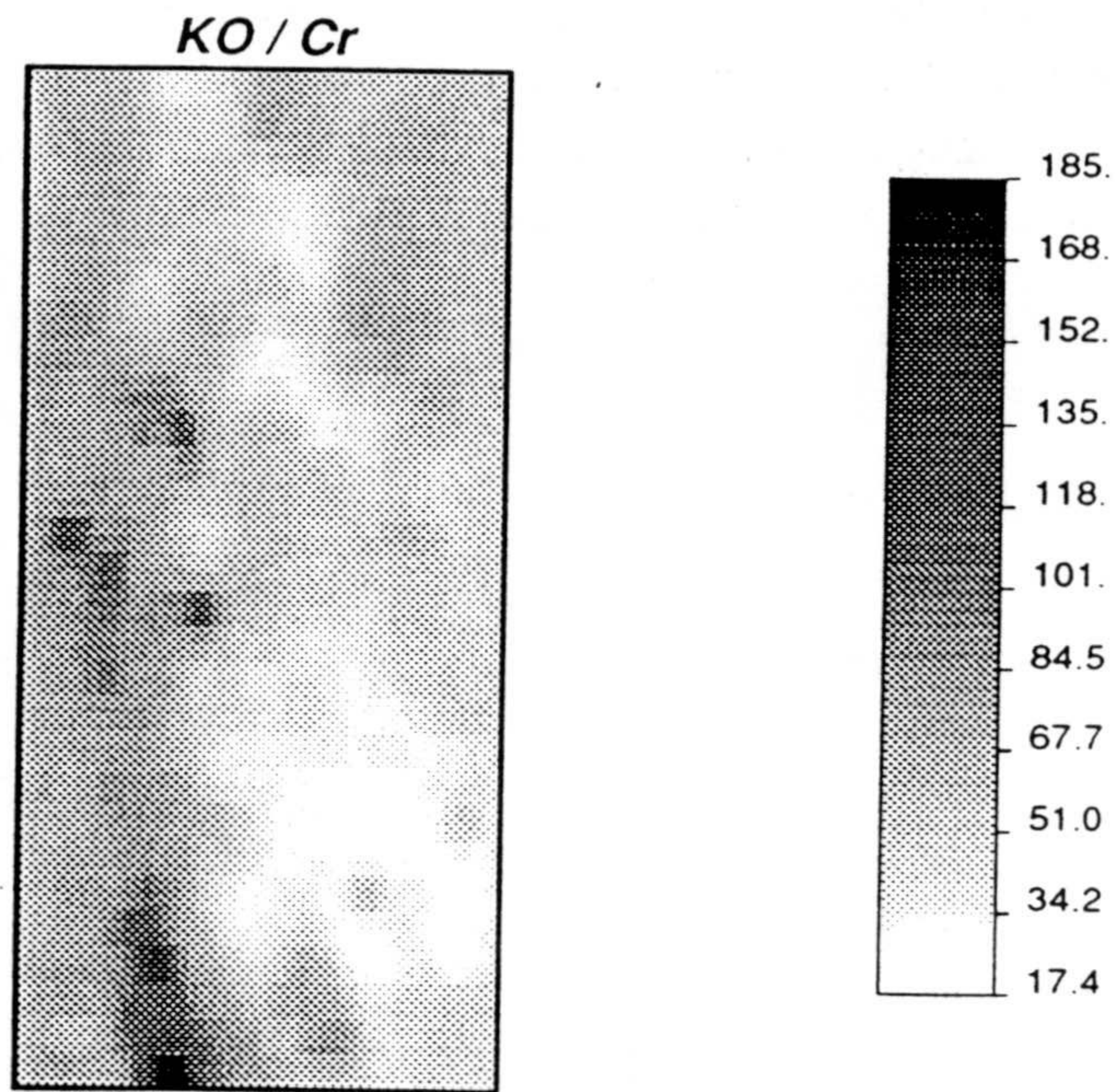


Figura V.22. Mapa de los valores estimados del Cr por kriging ordinario en la Zona Sur, usando una malla estimación de 25x50 m.

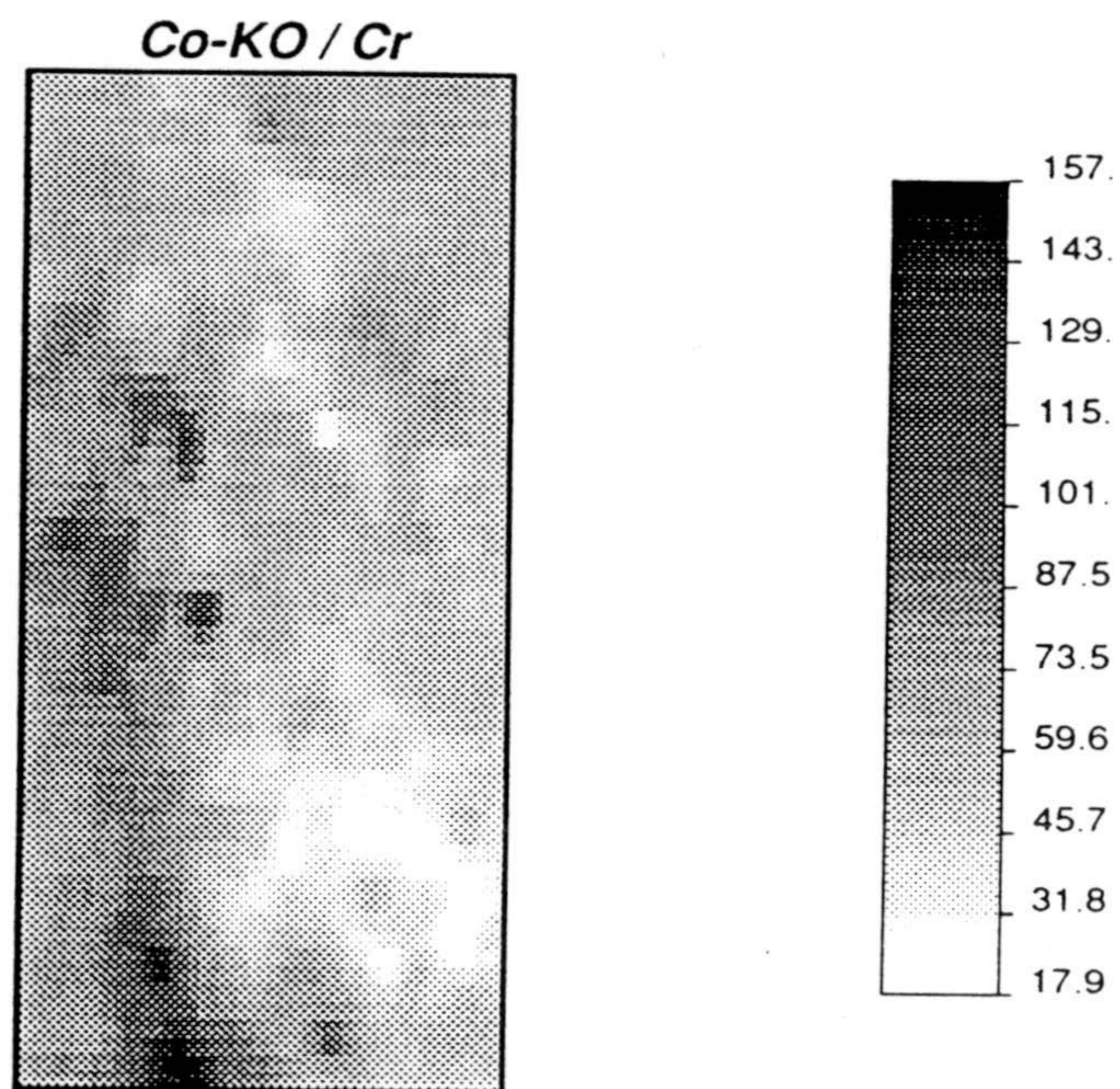


Figura V.23. Mapa de valores estimados de Cr por cokriging ordinario en la Zona Sur (malla de 25x50 m).

El gráfico de errores de estimación frente a los valores estimados del Cr (Fig. V.24) muestran un diagrama similar al obtenido para los elementos del grupo del Zn, con una concentración de puntos alrededor de un valor de varianza de estimación, que para el caso del KO es del orden de 161, mientras que para el CoKO es de 157, lo que indica que es mejor utilizar un método de estimación multivariante que univariante, en el caso de disponer de una serie de elementos poseedores de un mismo modelo de correogionalización, aunque el esfuerzo y el tiempo necesario sean mayores.

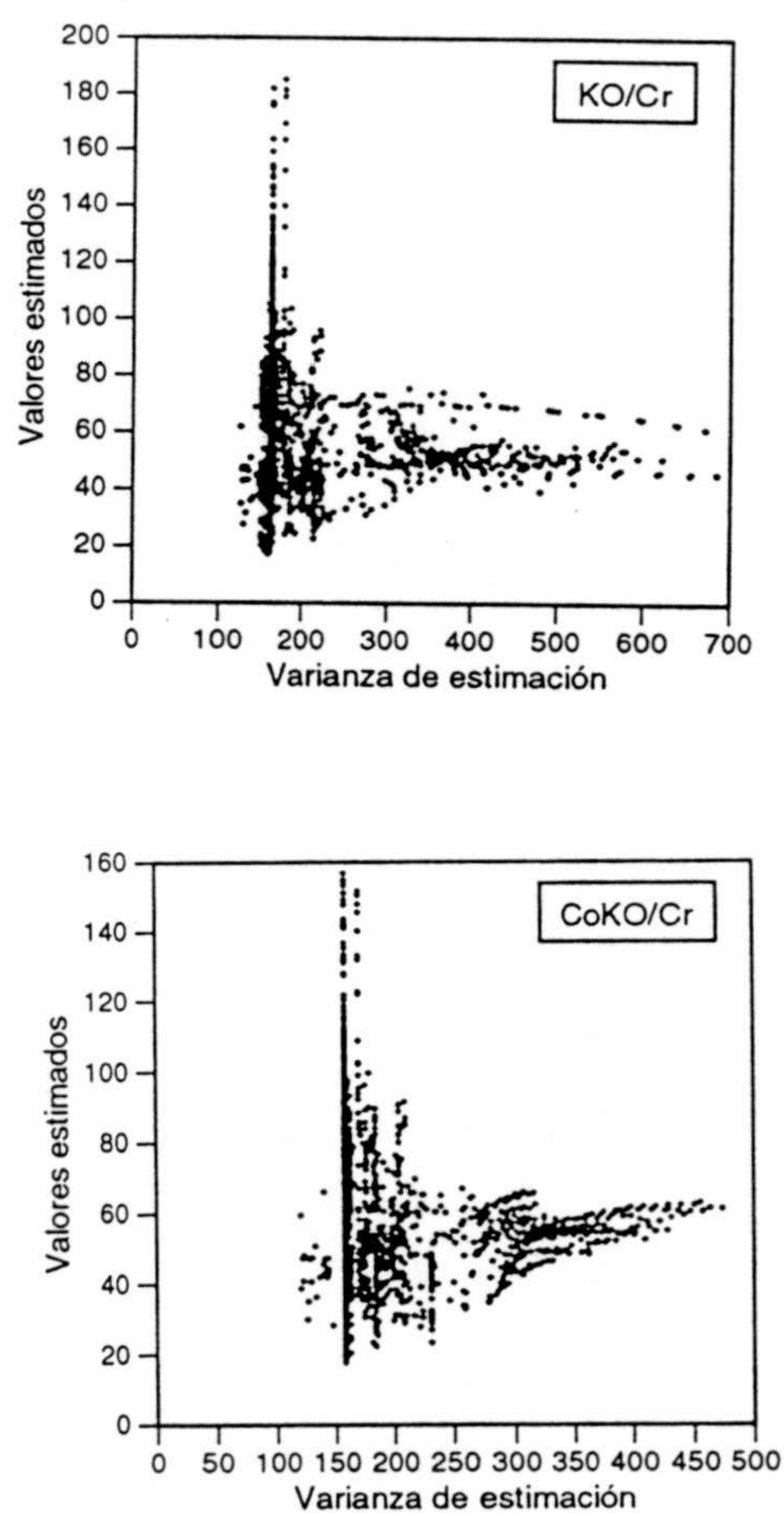


Figura V.24. Diagrama de valores estimados frente a varianza de estimación del Cr: (a) krigeaje ordinario; (b) cokrigeaje ordinario.

Para el caso del **Cu**, los resultados de las estimaciones realizadas sobre este elemento (tabla V.13) muestran que los valores medios son prácticamente iguales en los tres conjuntos de datos, mientras que los valores máximos son bastante dispares, apareciendo un valor bastante bajo en el caso del CoKO. Comparando este valor con el resto de los datos de la distribución (min, Q1, M y Q3), éste aparece más coherente con los mismos, pudiendo atribuirse el máximo de los valores brutos a algún dato aberrante. Los valores de desviación típica también es diferente entre los datos reales y los estimados, siendo menor en estos últimos, al igual que el coeficiente de variación, debido una vez más al suavizado que la estimación produce.

Tabla V.13. Estadísticos de las estimaciones del Cu por medio de krigaje y cokrigaje ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Krigaje Ordinario	Cokrigaje Ordinario
n	602	602	602
m	26.91	26.68	26.63
σ	20.00	11.82	10.74
CV	74.35	44.31	40.33
min	5.00	7.84	7.33
Q1	14.00	18.11	18.71
M	22.00	24.88	25.47
Q3	34.00	34.20	32.56
max	211.00	107.75	87.43

Tabla V.14. Valores de la varianza de estimación del Cu, al usar krigaje ordinario y cokrigaje ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	36.68	33.68
mínimo	25.75	23.28
máximo	140.60	92.92

La cartografía de los datos brutos del Cu (Fig. V.25) revela unas zonas de valores elevados bastante similar a las del Cr, principalmente en las litologías de ortogneises (ONB) y a lo largo de la franja N-S de la parte occidental de la Zona Sur. El mapa de los valores estimados, ya sea por KO (Fig. V.26), como por CoKO (Fig. V.27), produce una identificación de los puntos anómalos de una forma más clara que la cartografía de los valores brutos. Estas zonas de valores ricos en Cu aparecen en la parte más meridional de la franja N-S y justo al norte de las rocas cataclásticas (CM1), más o menos coincidiendo con las del Cr.

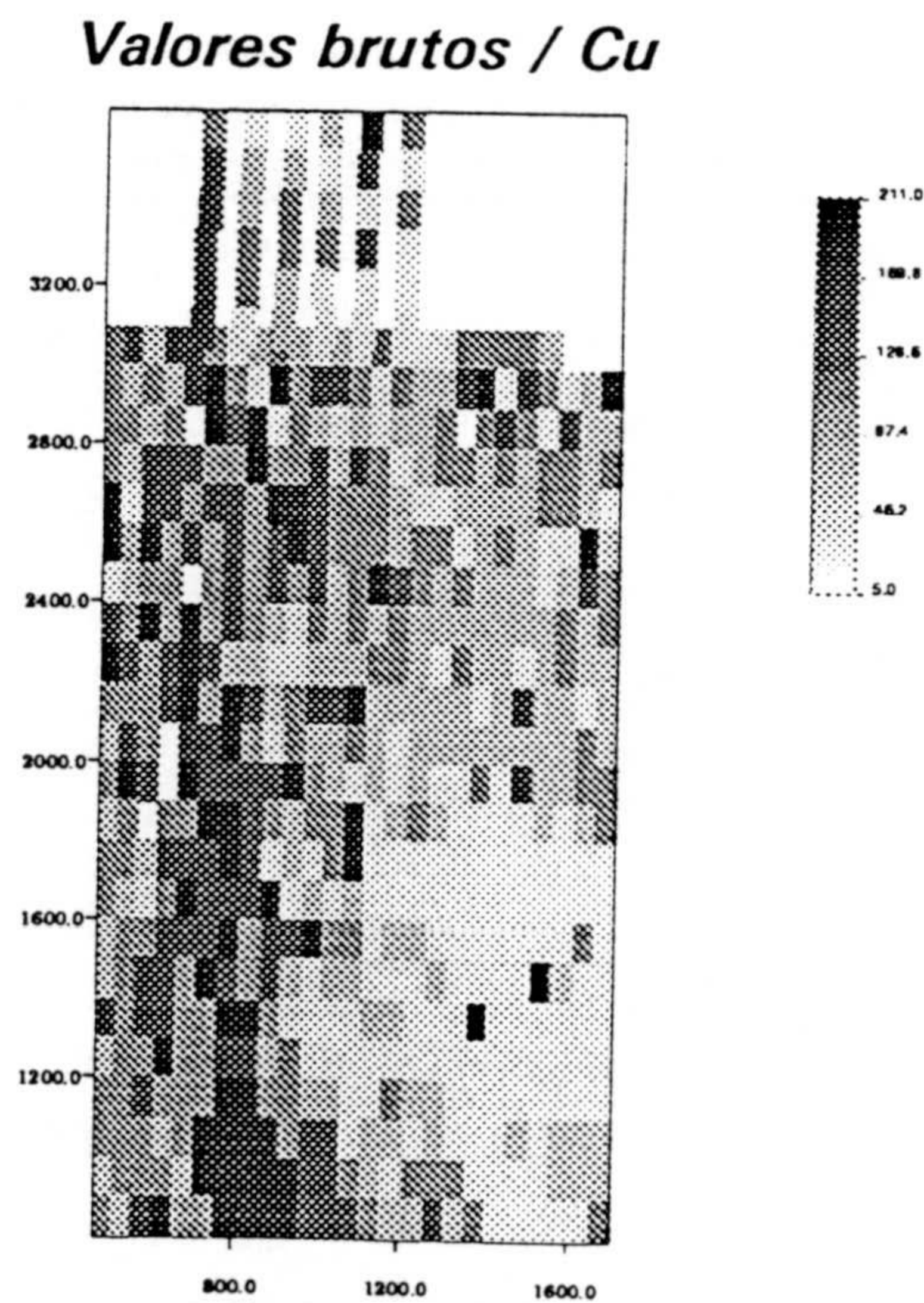


Figura V.25. Cartografía de los datos brutos del Cu en la Zona Sur.

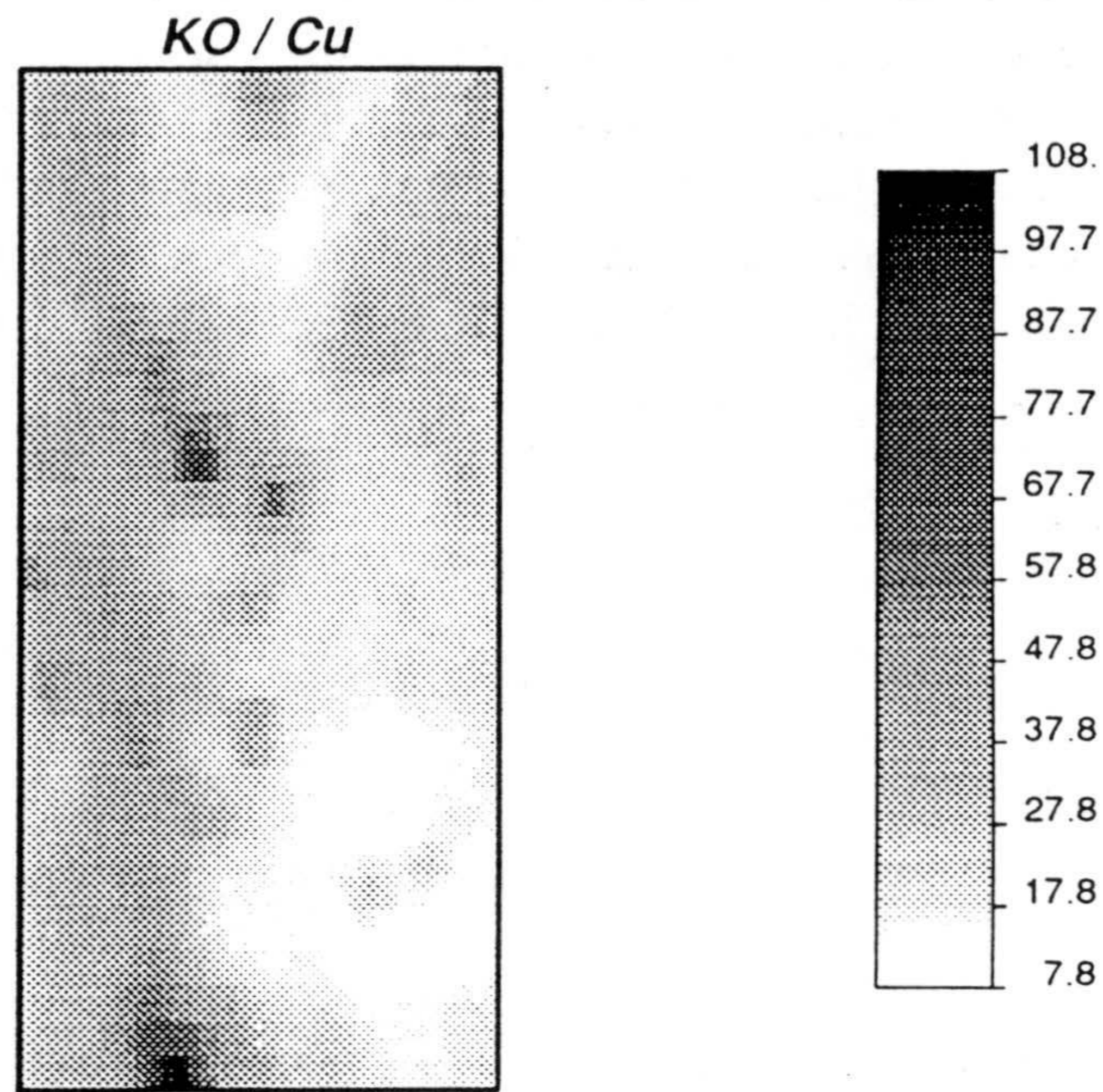


Figura V.26. Mapa de valores estimados del Cu en la Zona Sur por medio de kriging ordinario, según una malla de 25x50.

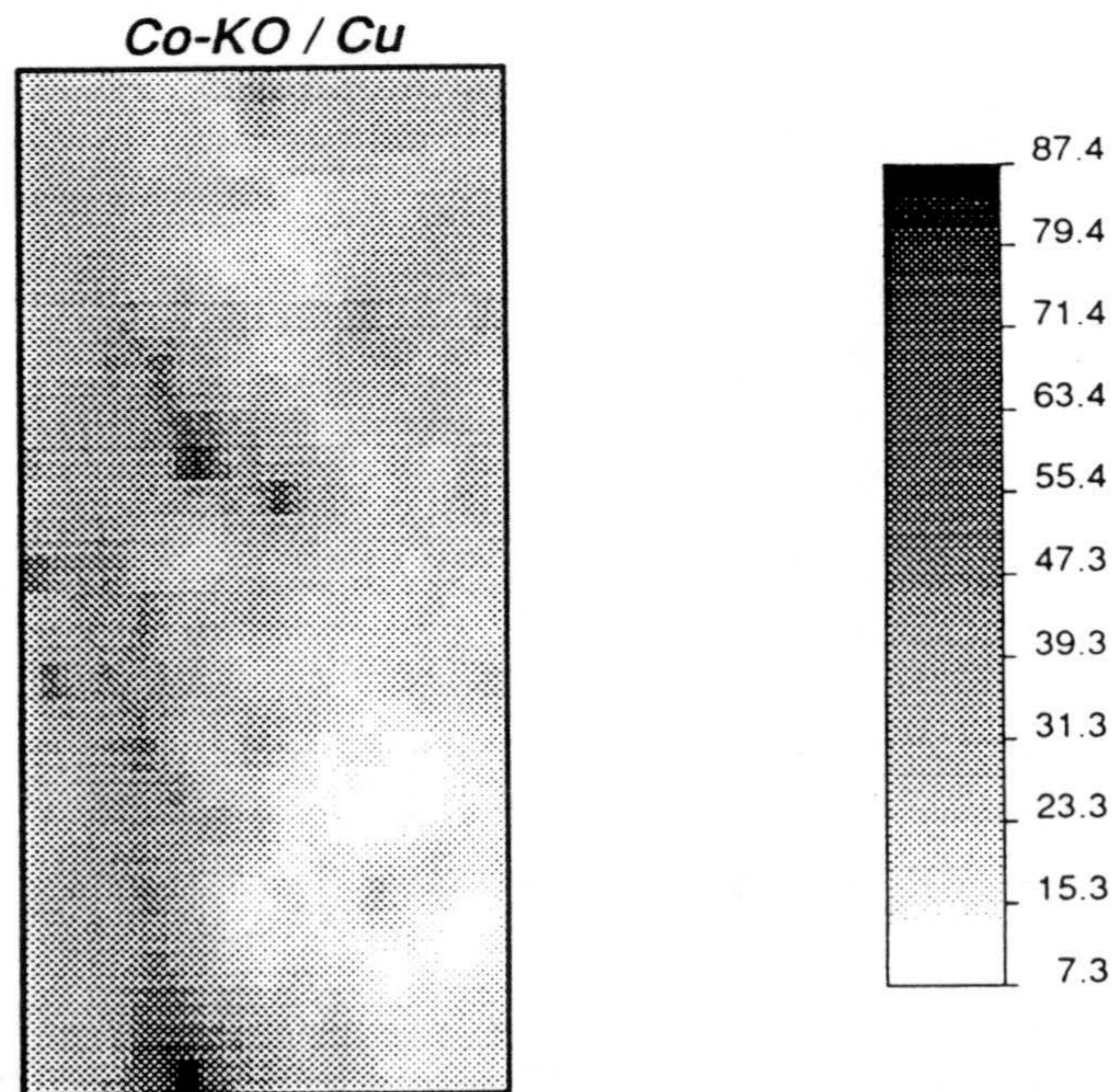


Figura V.27. Cartografía de los valores estimados del Cu en la Zona Sur a través de cokriging ordinario (malla de 25x50 m).

La representación de la varianza de estimación frente a los valores estimados muestra un diagrama con la mayor parte de los puntos localizados a lo largo de un valor de varianza (Fig. V.28), que para el caso de los valores estimados a partir de KO, es del orden de 31, mientras que para los valores del cokrigeeaje, el valor se sitúa entorno a 29.

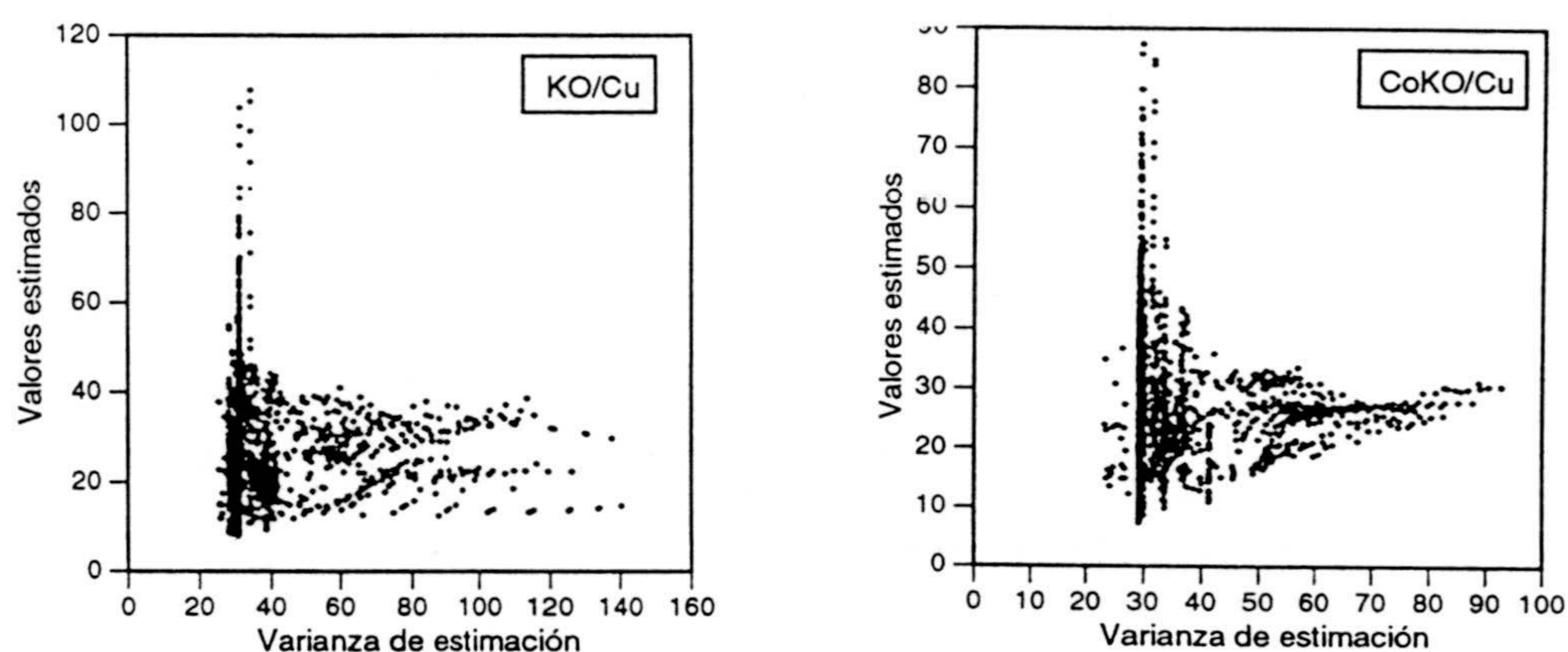


Figura V.28. Diagrama de valores estimados frente a varianza de estimación para el Cu en la Zona Sur.

El Fe, como último elemento de esta asociación de variables, muestra unas características estadísticas similares entre los datos estimados y reales, aunque con ciertas diferencias. En primer lugar, y como algo común a todas las estimaciones, los valores estimados tienen una menor varianza y un menor coeficiente de variación que los datos reales, además de presentar máximos menos dispares que los datos experimentales. En cuanto a los errores cometidos al estimar (tabla V.14), los datos relativos a la varianza de

estimación para el kriging resultan mayores que para el caso del cokriging, mostrando la conveniencia de uso de este último.

Tabla V.16. Estadísticos de las estimaciones del Fe por medio de kriging y cokriging ordinarios, así como los de los valores brutos de esta variable.

	Valores Brutos	Kriging Ordinario	Cokriging Ordinario
n	602	602	602
m	5.73	5.75	5.75
σ	1.84	1.23	1.21
CV	32.04	21.47	21.17
min	0.86	3.14	3.25
Q1	4.34	4.86	4.88
M	5.67	5.63	5.67
Q3	6.99	6.66	6.63
max	14.33	9.11	9.67

Tabla V.17. Valores de la varianza de estimación del Fe, al usar kriging ordinario y cokriging ordinario.

	Varianza KO	Varianza CoKO
valor medio	0.57	0.53
mínimo	0.35	0.34
máximo	2.26	1.42

La cartografía de los valores brutos (Fig. V.29) muestra ligeras diferencias respecto a los otros miembros del grupo. En primer lugar, la franja N-S de la parte occidental del área aparece más ancha, con más cantidad de valores elevados, e incluso, menos restringida al contacto de los

metasedimentos con las rocas adyacentes, y más sobre los propios metasedimentos. Los mapas de los valores estimados, presentados en las figuras V.30 y V.31, para KO y CoKO, respectivamente, localizan estas zonas ricas y muestran cómo se extiende al oeste de una forma importante, no obstante, también aparecen los puntos con valores elevados al norte de las cataclasitas, al igual que el Cr y el Cu.

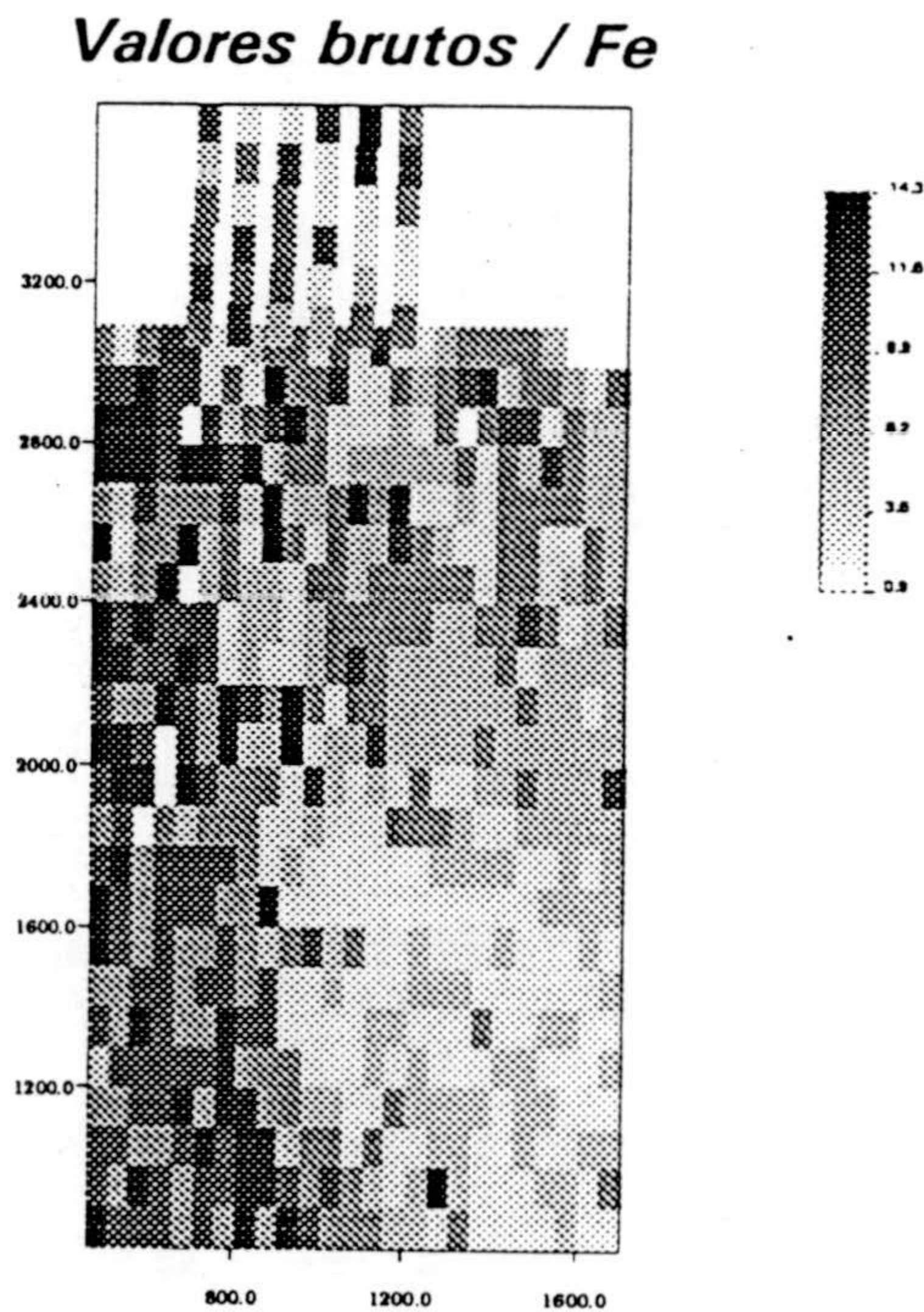


Figura V.29. Cartografía de los valores experimentales del Fe en la Zona Sur.

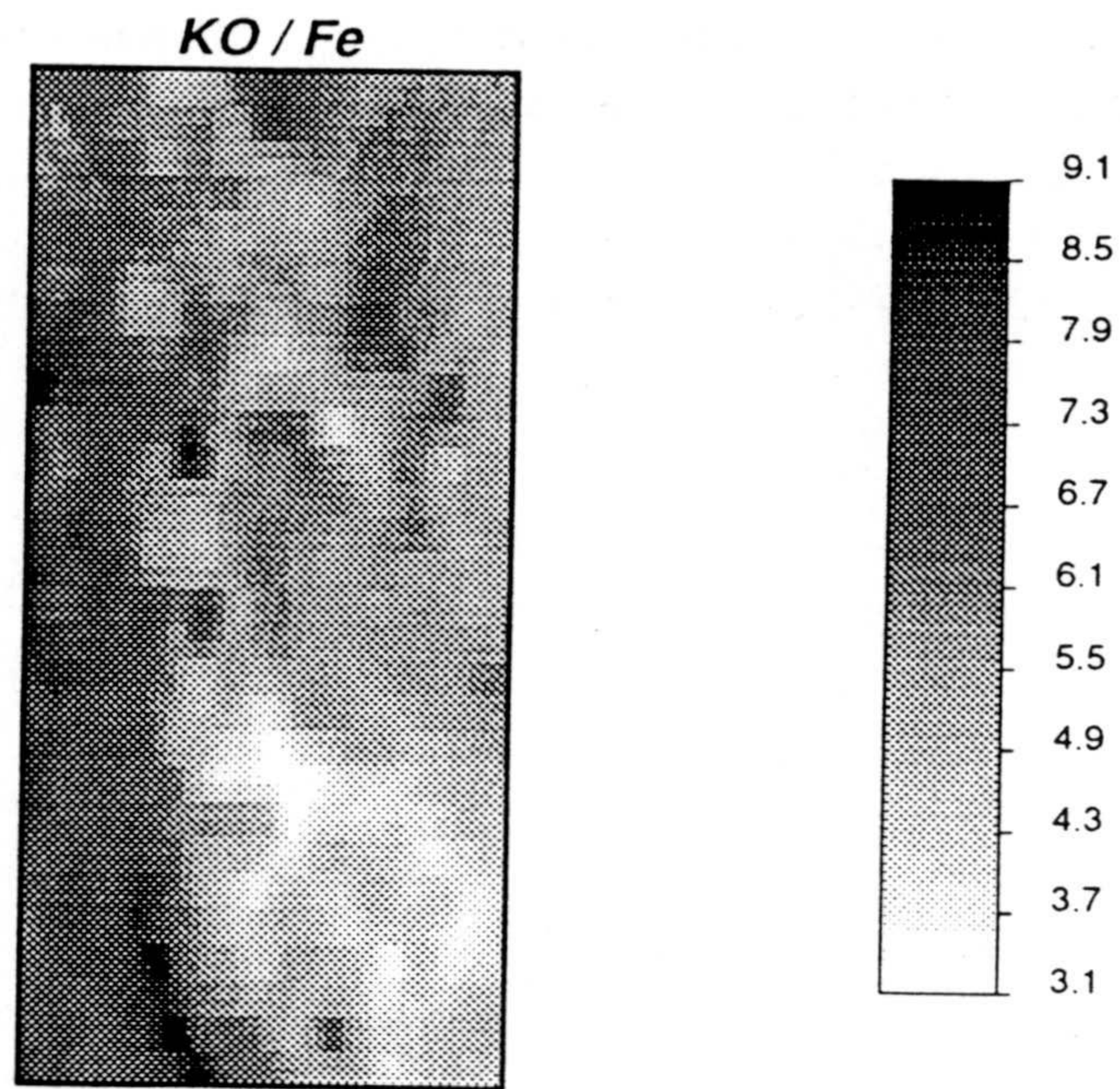


Figura V.30. Mapa de los valores estimados de Fe en la Zona Sur por medio de kriging ordinario y según una malla de 25x50 m.

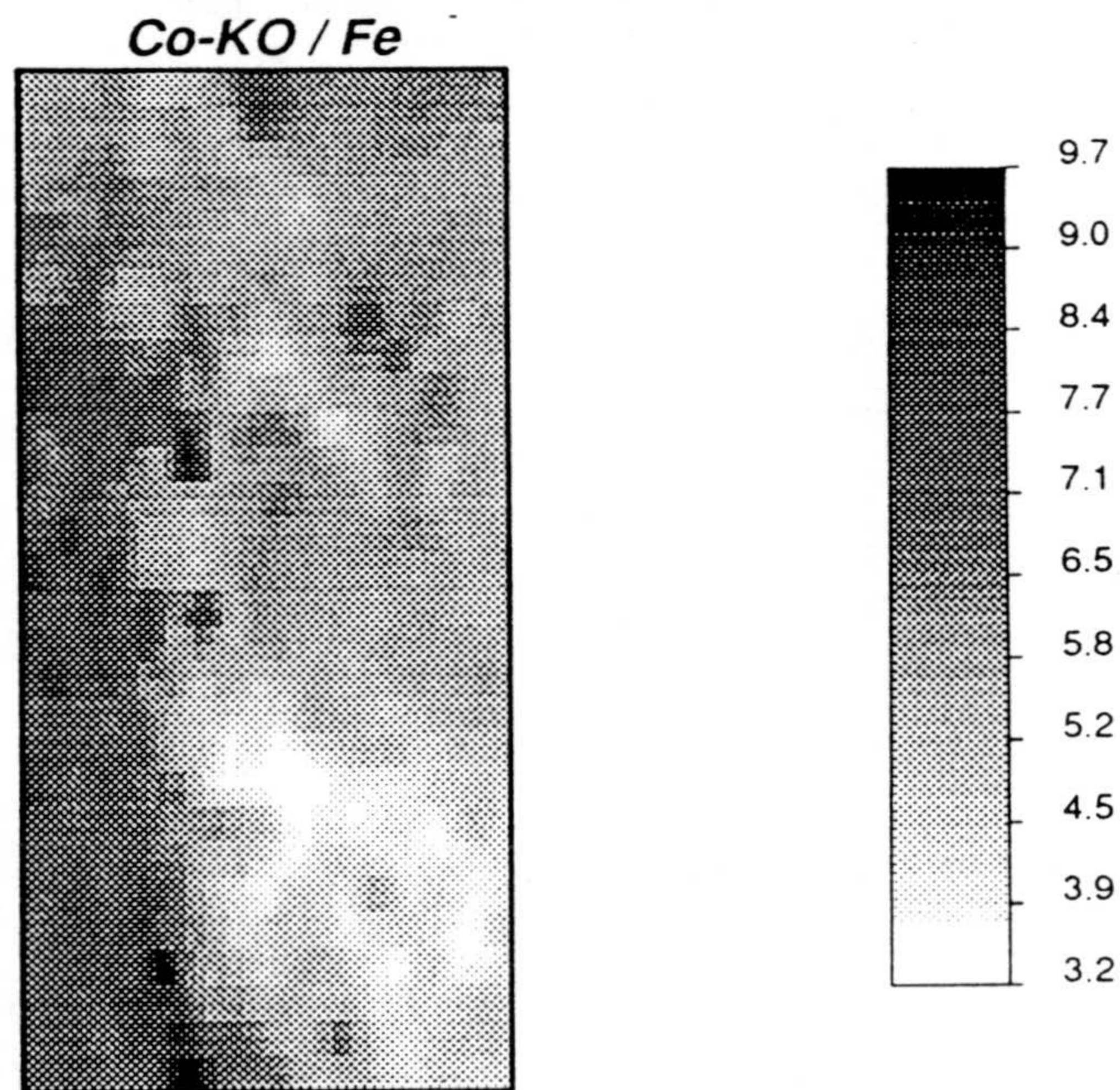


Figura V.31. Cartografía de valores estimados de Fe por cokriging ordinario en la Zona Sur (malla de 25x50 m).

En la figura V.32 aparece el diagrama que enfrenta los valores estimados al error cometido durante la estimación, para el caso del KO y para el del CoKO. Una vez más se observa la localización de una cantidad importante de los valores alrededor de un valor de varianza, que para el kriguaje es del orden de 0.46 y para el cokriguaje de 0.45.

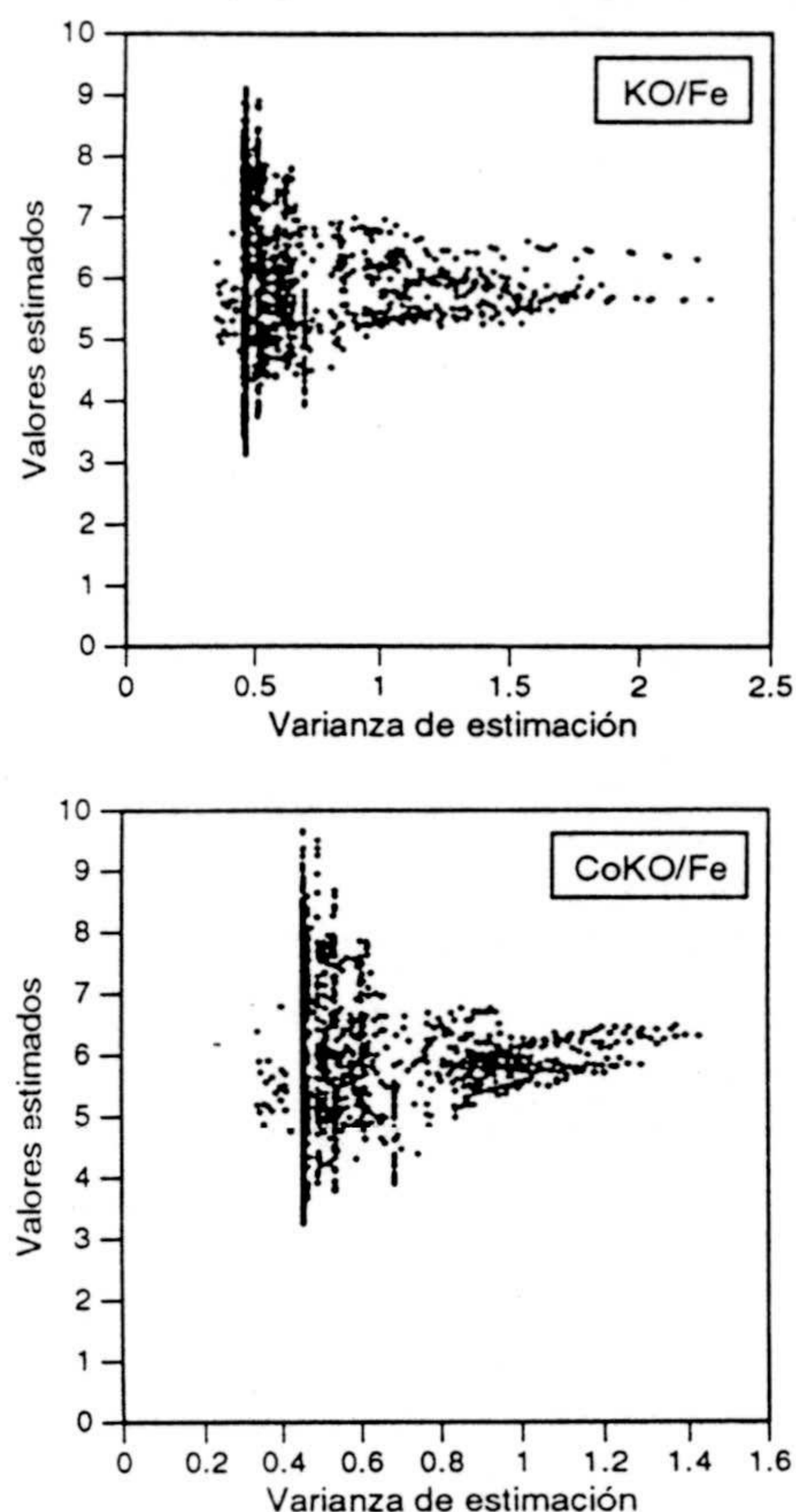


Figura V.32. Diagrama de valores estimados de Fe vs. varianza de estimación cometida, para la Zona Sur.

A modo de conclusión sobre la aplicación del cokriguaje al grupo de Cr-Cu-Fe, se puede señalar la buena disposición de esta metodología como técnica de estimación y la coincidencia entre ciertas zonas con valores elevados para las tres variables, tanto al sur de la franja de contacto de los metasedimentos con las rocas adyacentes, como en la parte norte de las cataclasitas.

VI. CONCLUSIONES



VI. CONCLUSIONES

El trabajo de investigación se ha realizado sobre el conjunto de datos de prospección geoquímica llevada a cabo por ENADIMSA en el área de la Reserva en donde existen una serie de indicios mineros de Au asociados a zonas de cizalla, concretamente esta mineralización aparece genéticamente relacionada con la evolución tectónica de la Unidad de Malpica-Tuy y del Área Esquistosa de Galicia Central (Zona de Galicia-Tras os Montes, Macizo Ibérico). Este estudio ha consistido en una aplicación multidisciplinar en el ámbito de la estadística y la geoestadística, utilizando las técnicas más adecuadas para la información geoquímica e intentando sacar el máximo de información de este tratamiento. Como se ha visto a lo largo de la Tesis Doctoral los datos procedentes de una campaña geoquímica presentan unos rasgos específicos, como son la manipulación de grandes cantidades de datos a procesar, la falta general de precisión de estos datos, su carácter multivariante (análisis multielemento) y la dependencia espacial de las muestras, que le confiere el carácter regionalizado. Con estos rasgos, la mejor aproximación cuantitativa al estudio de los datos de prospección geoquímica, la proporciona la *teoría de las variables regionalizadas* (Matheron, 1965, 1972; Journel y Huijbregts, 1978), base conceptual de la **geoestadística**. No obstante, por el carácter multivariante de éstos, los métodos de **análisis de datos** (Benzecri, 1973; Davis, 1973), usados conjuntamente con las técnicas geoestadísticas, resultan de gran utilidad, y sin dejar atrás la aportación que los métodos estadísticos univariantes puedan aportar.

El primer paso obligado fue tomar contacto con los datos con los que se iba a trabajar. Era necesario tener un conocimiento de las características geoquímicas concretas de la campaña, así como una buena noción de la geología del área, como único medio para llegar a interpretar

coherentemente cualquier resultado numérico obtenido. Esto supuso una labor bibliográfica importante, tanto para actualizar los conocimientos sobre cuestiones puntuales de prospección geoquímica, como para disponer de la información geológica necesaria de un área tan compleja tectónicamente como lo es la de la Reserva.

Ya dentro del tratamiento numérico de los datos, la descripción univariante de cada una de las variables geoquímicas de las que se disponen lleva a obtener como conclusión general que puede señalar que es común a todas las subáreas estudiadas la existencia de una serie de elementos en los que el rango intercuartílico es cero. Son todas aquellas variables que presentan más del 75% de los valores concentrados alrededor del valor límite de detección: W, Bi, Ta, Ag y Mo. Aparte de estos elementos, hay otros como el Cd o el Au que en algunas Zonas también tienen RIC nulo, concretamente el Cd en la Zona de Albores y el Au en la Zona de Vilarcovo. En principio, todas estas variables serían susceptibles de ser eliminadas de tratamientos posteriores, sobre todo las del primer grupo (W, Bi, Ta, Ag y Mo). Sin embargo, el Au, por ser uno de los objetivos de este trabajo de investigación, no se puede descartar y habrá que tratarlo con las técnicas adecuadas para superar las dificultades de su tratamiento. También es un hecho común que la mayoría de los elementos químicos estudiados presenten una distribución de tendencia lognormal con simetría positiva y, en muchas de ellas, con grandes colas debidas a la existencia de algunos valores extremos, que en posteriores tratamientos se tratará de dilucidar si se trata de valores anómalos o no. Ya por último, dentro del estudio estadístico univariante, comentar que algunas de las variables como B, Ba, Fe o Al muestran distribuciones ligeramente diferentes, con una mayor tendencia de tipo normal, aunque manteniendo la simetría positiva, pero con coeficientes de sesgo muy pequeños., utilizándose para ello las técnicas estadísticas univariantes clásicas y otras más innovadoras, tales como las del análisis exploratorio de datos. En esta etapa del estudio fue posible revelar la existencia de una serie de características comunes a todos los datos del área y que hacían complicado el estudio de una de las variables de mayor interés, el Au. Este elemento presenta bastantes valores iguales entre sí e iguales al límite de detección del aparato de análisis, concretamente había zonas (sector más septentrional) en el que el rango intercuartílico era nulo, siendo en el resto bastante pequeño. Todos estos rasgos hacen que parte del estudio posterior haya estado centrado en

Conclusiones

identificar la forma óptima de afrontar el caso del Au.

Cuando se está trabajando con datos de tipo multivariante parece obligado ver las relaciones existentes entre los diferentes elementos químicos, ya que esta vía proporciona una doble ventaja, por una parte se intentarán solventar las deficiencias muestrales de algunos elementos por medio de sus relaciones con otros (caso del Au) y, por otro lado, se han podido establecer tendencias y anomalías geoquímicas multielementales, que siempre son más generales que cuando afectan a una sola variable. Dado que el objetivo primordial de la investigación era el estudio de la mineralización aurífera de esta Reserva minera, el objetivo fue buscar aquellas técnicas que permitieran su estudio y, por tanto, el análisis de componentes principales, así como el análisis de correspondencias, se presentan como métodos de gran interés en el estudio de variables geoquímicas. A modo de conclusión general sobre esta aplicación, señalar en primer lugar, la importancia del uso de este tipo de metodologías en el tratamiento de datos de prospección geoquímica, ya que proporcionan un medio eficaz de sintetizar esta información, compleja y extensa, por medio de la identificación de las asociaciones de elementos existentes, lo que permite una reducción de los espacios puestos en juego. Por su parte el análisis de componentes principales pone de manifiesto la complejidad del sistema, reflejado por la gran cantidad de componentes necesarias para explicar porcentajes adecuados de varianza, y que cada uno de los factores sólo asocie a unos pocos elementos, excepto la CP1 que muestra la asociación de los elementos pertenecientes a la mineralización sulfurada no desestabilizada, y que tiene un porcentaje de inercia bastante importante. El resto de componentes reflejan de algún modo todos los procesos que debieron tener lugar en el área: diferentes litologías, alteraciones potásica e hidrotermal, aporte detrítico, y sobre todo el factor que muestra la asociación del Au con el As, principalmente, y con otros elementos como Pb e incluso P. Estas características generales del área de trabajo se han puesto de manifiesto tanto, a partir de los datos brutos, como a partir de los datos transformados a rangos, aunque con la mejora sustancial al usar este tipo de transformación, al evitarse la influencia de los valores extremos en los cálculos, y resultando una explicación bastante buena de la varianza del sistema. Las cartografías de las distintas componentes han mostrado la relación litológica de las mismas con ciertas rocas, y en otros casos se presentan las áreas más interesantes para la localización de las

mineralizaciones de interés, estableciendo potenciales zonas anómalas, como en el caso de la asociación del Au o de los elementos calcófilos. Por su parte el análisis de correspondencias conlleva un interés adicional para este tipo de estudios, ya que permite el uso de variables cualitativas de forma conjunta con las cuantitativas. Esto ha permitido establecer una asociación entre el Au y una serie de variables cualitativas de gran interés: presencia de cataclasitas, fracturación N-S y rocas gneíssicas, además del resto de elementos con los que ya aparecía correlacionado en el ACP. El mapa del factor que aglutina esta asociación de variables podría considerarse como una cartografía de las zonas potencialmente interesantes para localizar el Au.

El uso del análisis geoestadístico, como metodología numérica que trata las variables geoquímicas desde un punto de vista espacial, supone una de las partes más útiles del estudio y se planteó como una de las partes más importantes de este estudio. La aproximación geoestadística se ha hecho desde varias perspectivas. Por un lado, el estudio geoestadístico individual de aquellas variables interesantes económicamente. Por otro, el análisis geoestadístico multivariante de los elementos corregeionalizados, bastante tedioso y no siempre posible de aplicar. Todas estas aproximaciones diferentes llevan a resultados numéricos, cuyo fin último y objetivo final es armonizar coherentemente, basándose en la información geoquímica y geológica disponible. El análisis estructural o variográfico, como primer paso, tiene el objetivo de calcular la función variograma simple y/o cruzada experimental de los diferentes elementos geoquímicos, así como la función teórica. Por medio de esta herramienta geoestadística se consiguió tener un conocimiento de la estructura espacial de la variables que se han estudiado. Estas variables han sido, por una parte y desde la óptica geoestadística univariante, las del grupo de elementos asociados al Au, tales como As y Pb; y desde la óptica multivariante se han estudiado los elementos establecidos como calcófilos, que pudieron ajustarse a un modelo lineal de corregeionalización en dos subgrupos de variables. Estos modelos teóricos, todos acordes con la estructura geológica definida por la zona de cizalla de dirección N-S, son los que posteriormente se han usado para llevar a cabo los diferentes tipos de estimaciones geoestadísticas, tanto uni como multivariantes. En este trabajo, por las características concretas del estudio, sólo se han usado métodos de estimación geoestadística, llamados *krigeaje*, puesto que interesa a partir de la información de la que se dispone

Conclusiones

establecer las tendencias regionales de variación y las anomalías, para lo cual determinados métodos de estimación geoestadística son los más adecuados. El estudio geoestadístico, como ya se ha indicado, se ha llevado a cabo desde la doble perspectiva del tratamiento uni y multivariante, de modo que los procedimientos abordados han sido particulares para cada caso, tanto bajo la óptica del análisis estructural, como de la estimación. **U** de los métodos usados en estimación univariante, y de los más simples, ha sido el de krigeaje ordinario (validación cruzada), que permitirá estudiar la representatividad "estadística" de cada dato en relación a la información vecina, por medio de su estimación puntual. El estudio de valores anómalos se hará atendiendo a criterios de error relativo de restitución. Este método fue aplicado al grupo de elementos del Au, dando una serie de puntos anómalos localizados preferentemente en las zonas de contacto de la cataclasitas con las rocas del entorno, apareciendo además zonas anómalas comunes para los tres elementos. Otra técnica de gran interés en prospección geoquímica es el krigeaje factorial, que permite descomponer el campo de variación del contenido geoquímico en componentes elementales que representen las diferentes escalas de variación. Cada componente podrá ser cartografiada en un plano con el objeto de interpretar las anomalías (componente de escala local) y el fondo geoquímico o "background" (componente de escala regional). El KF se aplicó también a los elementos trazadores del Au, obteniéndose una serie de cartografías que permitían localizar de una forma más precisa las áreas ricas en estos elementos, situadas en las zonas ya indicadas a partir del KO. Ya dentro del campo de aplicación de la estimación geoestadística multivariante se ha usado el cokrigeaje, que permite realizar la estimación de un elemento geoquímico utilizando su relación espacial con el resto de variables corregionalizadas, dando lugar a cartografías mucho más en consonancia con la realidad geoquímica, la mayoría de las veces de carácter multielemental. Este método ha resultado de gran interés para el estudio de las variables de afinidad calcófila pues ha permitido identificar una serie de áreas anómalas de carácter multivariante para los elementos analizados, yb todo ello basándose en el modelo lineal de corregionalización escogido para cada caso.

En definitiva, esta Tesis supone una síntesis importante de metodologías que empleadas de forma conjunta puede ayudar mucho en la etapa de tratamiento de la información geoquímica.



VII. REFERENCIAS



VII. REFERENCIAS

- Aboufirassi M, Mariño MA (1984) Cokriging of aquifer transmissivities from field measurements of transmissivity and specific capacity. *Math Geol*, 16: 19-35.
- Agudo Fernández ML, Hernán Reguera P, Maldonado Beltrán M (1989) Prospección geoquímica de detalle de mineralizaciones auríferas ligadas a cizalla ductil. Galicia NW-España. III Congreso de Geoquímica de España. III-33-III-49.
- Benzécri JP (1973) *L'Analyse des données*, Tome II, *L'Analyse des correspondences*. Dunod, Paris, 619 pp.
- Björklund A (1983) Effects of exponentially decaying spatial patterns on the probability distribution of anomalous values. *J Geochem Explor*, 19: 349-359.
- Bonnemaison M, Marcoux E (1987) Les zones de cisaillement aurifères du socle Hercynien Françaises. *Chron Rech Min*, 488: 29-42.
- Boyle RW (1979) The geochemistry of gold and its deposits. *Geo Surv Canada, Bull* 280.
- Campbell NA (1982) Statistical treatment of geochemical data. En: Smith RE (Ed), *Geochemical exploration in deeply weathered terrain*. CSIRO. 141-144.
- Castroviejo R (1990) Gold ores related to shear zones, West Santa Comba-Fervenza Area (Galicia, NW Spain): a mineralogical study. *Mineral Deposita*, 25: S42-S52.

Catalán Alonso JM (1990) Análisis factorial. In: III curso de tratamiento estadístico-matemático de datos geológicos. Fundación Gómez Pardo. Madrid. Febrero 1990.

Connor JJ, Shacklette HT (1975) Background geochemistry of some soils, plants and vegetables in the conterminous United States. US Geol Surv Prof Pap 574-F, 164pp.

Conover WJ (1980) Practical nonparametric statistics. John Wiley & sons. New York. 486 pp.

Cook DR (1987) A crisis for economic geologists and the future of the society. *Econ Geol* 82: 792-804.

Chacón Oreja E (1990) Análisis de las correspondencias. In: III curso de tratamiento estadístico-matemático de datos geológicos. Fundación Gómez Pardo. Madrid. Febrero 1990.

Chork CY, Mazzucchelli RH (1989) Spatial filtering of exploration geochemical data using EDA and robust statistics. *J Geoch Explor* 31: 221-243.

David M, Campiglio C, Darling R (1974) Progresses in R- and Q-mode analysis: correspondence analysis and its application to the study of geological processes. *Can J Earth Sci*, 11: 131-146.

David M, Dagbert M (1974) Lakeview revisited: variograms and correspondence analysis-New tools for the understanding of geochemical data. Proc. 8th. exploration, geochemistry symposium. 163-181.

Davis JL (1973) Statistics and data analysis in Geology. John Wiley and Sons.

Deutsch CV, Journel AG (1992) Geostatistical software library and user's guide. Oxford University Press. New York. 340 pp.

Díaz García F (1990) La geología del sector occidental del complejo de Ordenes (Cordillera hercínica, NO de España). Serie Nova Terra. Laboratorio Geológico de Laxe, 230 pp.

Referencias

- ENADIMSA (1987a) Reserva Finisterre B2-Fervenza. Informe anual 1986. Memoria y planos.
- ENADIMSA (1987b) Programa de investigación sistemática de recursos minerales. Zona Noroeste. Finisterre B-2. Fervenza. Informe anual 1987.
- Esbensen K, Lindquist L, Lundholm I, Nisca D, Wold S (1987) Multivariate modelling of geochemical and geophysical exploration data. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2: 161-175.
- Esbensen KH, Steenfelt A (1989) Geochemical prospecting in complex sample media-multivariate data analysis of indirect observations (PLS-regression between modal mineralogy and geochemistry). *J Geochem Explor*, 32: 345-347.
- Evans AM (1993) Ore geology and industrial minerals. An introduction. Blackwell Scientific Publications, 390 pp.
- Farias P (1992) El Paleozoico inferior de la zona de Galicia-Tras os Montes (Cordillera herciniana, NW de España). JG Gutiérrez Marco, J Saavedra, I Rabano (Eds): *Paleozoico Inferior de Ibero-América*. 495-504.
- Farias P, Gallastegui G, González Lodeiro F, Marquínez J, Martín Parra LM, Martínez Catalán JR, De Pablo Macia JG, Rodríguez Fernández LR (1987) Aportaciones al conocimiento de la litoestratigrafía y estructura de Galicia Central. IX Reun Geol Oeste Peninsular, Oporto.
- François-Bongarçon D (1981) Le coregionalisations. Le cocrigeage. Ecole National Supérieur des Mines de Paris. 26pp
- Gapais D (1987) Les orthogneisses: structure et mécanisme de déformation et analyse sinématique. Tesis Doctoral. Universidad de Rennes I.
- García del Amo D (199?) Geología y metalogénia de la mineralización aurífera de Albores (La Coruña). Tesis de Licenciatura.

García del Amo D, Lunar R, Sierra J, Oyarzun R, Doblas M (1992) La franja aurífera de Xallas (Galicia occidental, España): las mineralizaciones de Albores dentro de un contexto tectónico y metalogénico evolutivo. *Bol. Geol. Min.* 103: 109-119.

Gil Ibarra JI, Ortega E (1985) Petrology, structure and geotectonic implications of glaucophane-bearing eclogites and related rocks from the Malpica-Tuy (MT) Unit, Galicia, Northwest Spain. *Chem Geol*, 50: 145-162.

Goldschmidt VM (1954) *Geochemistry*. Clarendon Press. Oxford. 730 pp.

Granier CL (1973) *Introduction à la prospection géochimique des gîtes metallifères*. Masson et Cie.

Green J (1959) Geochemical table of elements for 1959. *Geol Soc Amer Bull*, 70: 1127-1184.

Greenacre MJ (1984) *Theory and application of correspondence analysis*. Academic Press, Londres, 364 pp.

Grunsky EC, Agterberg FP (1988) Spatial and multivariate analysis of geochemical data from metavolcanic rocks in the Ben Nevis area, Ontario. *Math Geol*, 20: 825-861.

Hoeksema RJ (1989) Cokriging model for estimation of water table elevation. *Water Resources Reserach*, 25: 429-438.

Howarth RJ (Ed) (1983) *Statistics and data analysis in geochemical prospecting*. Elsevier. Amsterdam.

Howarth RJ (1984) Statistical applications in geochemical prospecting: a survey of recent developments. *J Geochem Explor*, 21: 41-61.

Isaaks EH, Srivastava RM (1989) *Applied Geostatistics*. Oxford University Press. New York. 561 pp.

Referencias

Jiménez-Espinosa R, Sousa AJ, Chica-Olmo M (1993) Identification of geochemical anomalies using principal component analysis and factorial kriging analysis. *J Geochem Explor*, 46: 245-256.

Jiménez-Espinosa R, Sousa AJ, Chica-Olmo M (1993) Application of correspondence analysis and factorial kriging analysis: a case study on geochemical exploration. In: Soares A (ed), *Geostatistics Tróia '92*, 853-864. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.

Journel A, Huijbregts ChJ (1978) *Mining Geostatistics*. Academic Press. Londres. 600 pp.

Kürzli H (1988) Exploratory data analysis: recent advances for the interpretation of geochemical data. *J Geochem Explor*, 30: 309-332.

Journel AG, Huijbregts ChJ (1978) *Mining Geostatistics*. Academic Press.

Lakin HW, Curtin GC, Hubert AE (1974) Geochemistry of gold in the weathering cycle. *U S Geol Surv Bull*, 1130 80pp.

Lebart L, Morineau A, Tabard N (1979) *Techniques de la description statistique. Méthodes et logiciels pour l'analyse des grands tableaux*. Dunod.

Leenaers H, Okx JP, Burrough PA (1989) Co-kriging: an accurate and inexpensive means of mapping floodplain soil pollution by using elevation data. Armstrong M (ed), *Geostatistics vol 1*, 371-382. Kluwer Academic Publishers.

Lepeltier C (1969) A simplified statistical treatment of geochemical data by graphical representation. *Econ Geol* 64: 538-550.

Lofty GJ, Hillier JA, Burton EM, Mitchell DC, Cooke SA, Linley KA (1989) *World Mineral Statistics*. British Geological Survey, Keyworth.

Mason B (1958) *Principles of Geochemistry*. John Wiley, New York. 310pp.

Matheron G (1970) La theorie des variables regionalisées et ses aplicaciones. Centre Géostatistique et de Morphologie Mathématique, Ecole National Superieur des Mines de Paris, 5, 212 pp.

Matheron G (1979) Recherche de simplification dans un probleme de cokrigeage. Centre Géostatistique et de Morphologie Mathématique, Ecole National Superieur des Mines de Paris, N-628.

Miesch AT (1969) Critical review of some multivariate procedures in the analysis of geochemical data. *Math Geol*, 1: 171-184.

Myers DE (1983) Estimation of linear combinations and co-kriging. *Math Geol*, 15: 5.

Myers DE (1984) Co-kriging - New developments. In: Verly et al. (eds), *Geostatistics for natural resources characterization, part 1*, 295-305. Reidel Publishing Company.

Myers DE (1988) Multivariable geostatistical analysis for environmental monitoring. *Geomathematics and Geostatistics Analysis Applied and Time Dependant Data*, in *Sci de la Terre, Sér Inf, Nancy*, 27: 411-427.

Myers DE, Carr J (1984) Co-kriging and principal component analysis. Bentonite data revisited. *Sciences de la Terre, Informatique Geologique*, 21: 65-77.

Nichol I (1986) Geochemical exploration for gold: a special problem. En: Thorton I, Howarht RJ (eds), *Applied geochemistry in the 1980s*. Graham & Trotman Limited, 61-85.

Oleson S, Carr JR (1990) Correspondence analysis of water quqlity data: implications for fauna daths at stillwater lakes, Nevada. *Math Geol*, 22: 665-698.

Ortega E (1980) Aportaciones a la estructura geológica en los alrededores de Malpica, extremo septentrional de la Fosa Blastomilonítica, La Coruña. *Cuad Lab Xeol Laxe*, 1: 177-186.

Referencias

Pagés JL, Chambolle P (1987) Marco geológico de las mineralizaciones auríferas del W de Santa Comba-A Coruña. Cuaderno Lab Xeol Laxe, 12: 261-271.

Pereira HG (1990) Análise de dados geológico-mineiros. Aplicações e estudo metodológico. CVRM - Instituto Superior Técnico, Lisboa. 263 pp.

Pereira HG, Sousa AJ (1988) Análise de dados para o tratamento de quadros multidimensionais. CVRM - Instituto Superior Técnico, Lisboa. 115 pp.

Peters WC (1987) Exploration and Mining Geology. John Wiley & sons. 2nd ed. 685 pp.

Rock NMS (1988) Summary statistics in geochemistry: a study of the performance of robust estimates. Math Geol, 20: 243-275.

Rose AW, Hawkes HE, Webb JS (1979) Geochemistry in mineral exploration. Academic Press.

Royer JJ (1988) New approaches to the recognition of anomalies in exploration geochemistry. In: CF Chung et al. (Eds) Quantitative analysis of mineral and energy resources, 89-112.

Samper FJ, Carrera J (1990) Geoestadística. Aplicaciones a la hidrogeología subterránea. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Barcelona.

Sousa AJ (1988) Análise de dados e geoestatística multivariada. Aplicação à tipologia de minérios complexos. Tesis Doctoral. CVRM - Instituto Superior Técnico, Lisboa. 154 pp.

Spearman C (1904) The proof and measurement of association between two things. Amer J Psychol, 15: 72-111.

Stanley CR, Sinclair AJ (1987) Anomaly recognition for multi-element geochemical data - a background characterization approach. J Geochem Explor, 29: 333-353.

Stanley CR, Sinclair AJ (1989) Comparison of probability plots and the gap statistic in the selection of thresholds for exploration geochemistry data. *J Geochem Explor*, 32: 355-357.

Stein A (1993) Spatial interpolation of soil moisture data with universal cokriging. In: Soares A (ed), *Geostatistics Tróia '92*, 841-852. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.

Taylor SR (1964) Abundance of chemical elements in the continental crust: a new table. *Geochem Cosmochim Acta*, 28: 1273-1286.

Thornton I, Howarth RJ (eds) (1986) *Applied Geochemistry in the 1980s*. Graham & Trotman Limited. Londres.

Tukey JW (1977) *Exploratory data analysis*. Addison-Wesley, Reading. 506 pp.

Vairinho M, Sousa AJ, Oliveira V, Guerreiro L, Gonçalves A (1991) Tratamiento geomatemático y cartografía de dados de prospecção geoquímica da região de Moura-Ficalho. *Geociências, Rev Univ Aveiro*, 6: 145-159.

Valençon F (1982) The use of correspondence analysis in geochemistry. *Math Geol*, 14: 331-342.

Wackernagel H (1985) The inference of the linear model of the coregionalization in the case of a geochemical data set. *Sciences de la Terre*.

Wackernagel H (1988) Geostatistical techniques for interpreting multivariate spatial information. In: Chung C et al. (eds), *Quantitative analysis of mineral and energy resources*, 393-409. Reidel. Dordrecht.

Weber L, Davis, JC (1990) Multivariate statistical analysis of stream-sediment geochemistry in the Grazer Paläozoikum, Austria. *Mineral Deposita*, 25: 213-220.

Wedepohl KH (Ed) (1969-1978) *Handbook of geochemistry 2-4*. Springer. Berlin.

Referencias

Wright DF, Bonham-Carter GF, Rogers PJ (1989) Spatial data integration of lake-sediment geochemistry, geology and gold occurrences, Meguma terrane, eastern Nova Scotia, Canada. *Trans Instn Min Metall*, 98: B175-B183.

Zhou D (1985) Adjustment of geochemical background by robust multivariate statistics. *J Geochem Explor*, 24: 207-222.