



UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

TESIS DOCTORAL

INTERACCIÓN E INTERACTIVIDAD CON NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

ANTONIO CODINA SÁNCHEZ

GRANADA 2015

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: Antonio Codina Sánchez
ISBN: 978-84-9125-425-6
URI: <http://hdl.handle.net/10481/41755>



UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

TESIS DOCTORAL

INTERACCIÓN E INTERACTIVIDAD CON NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Memoria de TESIS DOCTORAL realizada bajo la dirección del Doctor Enrique Castro Martínez y la Doctora María Consuelo Cañadas Santiago del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta Antonio Codina Sánchez para optar al Grado de Doctor en Didáctica de la Matemática

Fdo: Antonio Codina Sánchez

VºBº de los Directores

Fdo: Enrique Castro Martínez

Fdo: Maria Consuelo Cañadas Santiago

El trabajo que se presenta en este documento pretende cumplir con el requisito de la elaboración de una tesis doctoral, para la obtención del grado de doctor dentro del programa de doctorado “Didáctica de la Matemática” impartido en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Este trabajo se ha realizado en el Grupo de Investigación FQM-193 del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico” de la Universidad de Granada y en el Grupo de Investigación HUM-886 del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía “Innovación e Investigación en Educación Científica y Matemática”.

El doctorando Antonio Codina Sánchez y los directores de la tesis Enrique Castro Martínez y María Consuelo Cañadas Santiago. Garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de los directores de la tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada, 15 de septiembre de 2015

Doctorando

Fdo.; Antonio Codina Sánchez

Director/es de la Tesis

Fdo.: Enrique Castro Martínez

Fdo.: María Consuelo Cañadas Santiago

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de investigación no habría sido posible sin el apoyo y colaboración de numerosas personas que me han acompañado y empujado durante estos años. Sin ellos y ellas no estarían escritas estas líneas. ¡Muchas gracias!

Compañeros y compañeras del Departamento la Universidad de Almería, Antonio, Asun, Francís, Paco e Isabel, este trabajo es sin duda vuestro también.

A mis compañeros de la Universidad de Granada, Encarna, Enrique, Isídooro, Lupí, Luís, Marta, María, siempre habéis estado cuando lo he necesitado.

A mis amigos y amigas de la Universidad de Almería, Antonio Fernández, Antonio, Inma, Julián, María del Mar y Jose, vuestra continua pregunta ¿para cuándo? ..., bueno, ¿para eso estáis!

A mí padres Manolí y Rafael, mi hermana Cefe, mi hermano Simón (¡muchas gracias por el apoyo en la transcripción!), mis sobrinos Pablo, Carmen, Simón, Carlota y Jorge, y mi cuñados Paco y Justí. Sois un apoyo constante y siempre mantenéis vivo el empuje para seguir para adelante.

A mi familia política, Pedro, María, Pedro, Julia y mis sobrinas Marta y Lucía y el peque de la casa, Pedro, gracias por el apoyo.

Y a María Jesús, quién más cerca ha sufrido todo este proceso. Con su presencia, esfuerzo y paciencia he podido elaborar esta investigación. ¡Gracias por estar junto a mí!

Y mis niñas, María y Cristina, quienes hacen que cada día sea más ilusionante y bonito despertarse.

¡TODO ES, NADA ES, ENTONCES SE!

ÍNDICE

Presentación	1
Capítulo I. El problema de investigación	7
I.1 Motivación y justificación de la investigación	7
I.1.1. Motivación personal.....	8
I.1.2. Motivación y justificación desde la investigación en resolución de problemas	9
I.1.3. Motivación y justificación desde la investigación en tecnologías digitales.....	13
I.2. Problema de investigación	17
Capítulo II. Antecedentes de la investigación	19
II.1. La resolución de problemas matemáticos.....	20
II.1.1. La resolución de problemas en educación matemática.....	20
II.1.2. Estadios en resolución de problemas, la óptica macroscópica	22
II.1.3. Aproximaciones metodológicas desde la óptica macroscópica	30
II.1.4. Problemas de optimización matemática escolares.....	31
II.2. Tecnología (digital) en educación matemática	34
II.2.1. Tecnología y educación matemática en los últimos 30 años	34
II.2.1.1. Primer periodo.....	35
II.2.1.2. Segundo periodo	36
II.2.1.3. Tercer periodo	37
II.2.2. Sistemas interactivos.....	38
II.3. Trabajo colaborativo, cognición distribuida y tecnologías digitales	41
II.4. Antecedentes personales	47
II.4.1. Memoria de tercer ciclo	47
II.4.1.1 Método	48
II.4.1.2. Resultados	51
II.4.1.3. Visión retrospectiva	51
II.4.2. Experiencia inicial	52
II.4.2.1 Método	52
II.4.2.2. Resultados	55
II.4.2.3. Visión retrospectiva	56
II.5. Objetivos de investigación.....	58

Capítulo III. Marco teórico	63
III.1. Estadios en resolución de problemas matemáticos	64
III.1.1. Problema, solución y resolución	64
III.1.2. Estadios en resolución de problemas	66
III.2. Interactividad	84
III.2.1. Interactividad, interacción y objetos de aprendizaje	84
III.2.2. Tipologías de interactividad, los manipuladores virtuales matemáticos.....	87
III.3. Tecnología y resolución de problemas	96
III.3.1. Tecnología digital y espacio compartido del problema	101
III.3.2. Tecnología digital, trabajo colaborativo y cognición distribuida	102
III.3.3. Diseño de actividades en formato web o MVM	108
III.4. Los problemas de optimización matemática.....	112
Capítulo IV. Método.....	117
IV.1. El problema de optimización.....	118
IV.1.1. Justificación de la elección del problema	119
IV.1.2. Diferentes acercamientos a la resolución del problema de la hormiga	121
IV.1.2.1. Resolución basada en funciones y técnicas de derivación.....	122
IV.1.2.2. Resolución basada en el desarrollo plano	122
IV.1.2.3. Resolución por aproximación y basada en SGD	126
IV.2. La Investigación de diseño	129
IV.2.1. Consideraciones iniciales al estudio de los ciclos	133
IV.2.2. Ciclo 1.....	137
IV.2.2.1. Antecedentes	137
IV.2.2.2. Muestra	139
IV.2.2.3. Espacio de desarrollo de la i-actividad	140
IV.2.2.4. Primer prototipo de i-actividad	141
IV.2.2.5. Análisis y discusión	146
IV.2.2.6. Análisis retrospectivo	157
IV.2.3. Ciclo 2.....	160
IV.2.3.2. Espacio de desarrollo de la i-actividad	161
IV.2.3.3. Segundo prototipo de i-actividad.....	163
IV.2.3.4. Análisis y discusión	169
IV.2.3.5. Análisis retrospectivo	184
IV.3. Ciclo 3	186
IV.3.1 Investigación observacional.....	187
IV.3.2. Diseño observacional.....	189

IV.3.3. Fases del método observacional	190
IV.3.3.1. Fase I. Planteamiento del problema.....	191
IV.3.3.1.1. Contexto, espacio de desarrollo de la i-actividad	191
IV.3.3.1.2. Medios técnicos	193
IV.3.3.2. Fase II. Recogida y optimización de datos	194
IV.3.3.2.1. Instrumento de observación	196
IV.3.3.2.2. Codificación de registros	212
IV.3.3.2.3. Fiabilidad del registro	214
IV.3.3.3. Muestra	217
IV.3.3.4. Diseño final de la i-actividad.....	217
IV.3.3.5. Fase III. Análisis y discusión.....	223
IV.3.3.5.1. Modificación en el diseño.....	223
IV.3.3.5.2. Validación del diseño, relaciones	228
IV.3.3.5.3. Influencia de la interactividad	235
IV. 4. Visión retrospectiva global.....	253
IV.4.1 Visión retrospectiva del proceso global	253
IV.4.1 Dificultades y acciones asociadas al proceso global	264
Capítulo V. Análisis y discusión de datos.....	271
V.1. Estructura del análisis, aspectos previos	272
V.2. Pareja 1, estudiantes A1 y A2.....	278
V.2.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios	278
V.2.1.1. Estadísticas básicas	279
A) Criterio resolución de problemas.....	279
B) Criterio página	280
C) Criterio ratón.....	281
D) Criterio arrastre.....	281
V.2.1.2. Concurrencias entre criterios	281
A) Criterio página Vs. resolución de problemas.....	282
B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas	285
C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas.....	286
D) Criterio página Vs. ratón.....	286
E) Criterio página Vs. arrastre	287
F) Criterio ratón Vs. arrastre	288
V.2.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas	288
A) Grafos de transición y cadenas significativas	288
B) Gráficos de activación e inhibición.....	292
V.2.2. Influencia de la interactividad	297
V.2.3. Trabajo colaborativo.....	301
V.2.4. Resultados.....	310

V.3. Pareja 2, estudiantes A3 y A4.....	320
V.3.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios.....	320
V.3.1.1. Estadísticas básicas	320
A) Criterio resolución de problemas	321
B) Criterio página.....	323
C) Criterio ratón	323
D) Criterio arrastre	324
V.3.1.2. Concurrencias entre criterios.....	324
A) Criterio página Vs. resolución de problemas	325
B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas.....	329
C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas	330
D) Criterio página Vs. ratón.....	331
E) Criterio página Vs. arrastre.....	332
F) Criterio ratón Vs. arrastre	333
V.3.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas.....	333
A) Grafos de transición y cadenas significativas	333
B) Gráficos de activación e inhibición.....	337
V.3.2. Influencia de la interactividad.....	344
V.3.3. Trabajo colaborativo	348
V.3.4. Resultados	356
V.4. Pareja 3, estudiantes A5 y A6.....	368
V.4.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios.....	368
V.4.1.1. Estadísticas básicas	369
A) Criterio resolución de problemas	369
B) Criterio página.....	371
C) Criterio ratón	372
D) Criterio arrastre	372
V.4.1.2. Concurrencias entre criterios.....	372
A) Criterio página Vs. resolución de problemas	373
B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas.....	377
C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas	378
D) Criterio página Vs. ratón.....	378
E) Criterio página Vs. arrastre.....	379
F) Criterio ratón Vs. arrastre	380
V.4.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas.....	380
A) Grafos de transición y cadenas significativas	380
B) Gráficos de activación e inhibición.....	385
V.4.2. Influencia de la interactividad.....	392
V.4.3. Trabajo colaborativo	396
V.4.4. Resultados	404

V.5. Pareja 4, estudiantes A7 y A8.....	419
V.5.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios	419
V.5.1.1. Estadísticas básicas	419
A) Criterio resolución de problemas	419
B) Criterio página	421
C) Criterio ratón	422
D) Criterio arrastre	422
V.5.1.2. Concurrencias entre criterios	423
A) Criterio página Vs. resolución de problemas	423
B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas	427
C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas.....	428
D) Criterio página Vs. ratón.....	429
E) Criterio página Vs. arrastre	429
F) Criterio ratón Vs. arrastre	430
V.5.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas	430
A) Grafos de transición y cadenas significativas	431
B) Gráficos de activación e inhibición.....	436
V.5.2. Influencia de la interactividad	440
V.5.3. Trabajo colaborativo	443
V.5.4. Resultados.....	450
V.6. Grupal, conjunto de estudiantes.....	463
V.6.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios	463
V.6.1.1. Estadísticas básicas	463
A) Criterio resolución de problemas	463
B) Criterio página	465
C) Criterio ratón	466
D) Criterio arrastre	466
V.6.1.2. Concurrencias entre criterios	467
A) Criterio página Vs. resolución de problemas.....	467
B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas	472
C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas.....	473
D) Criterio página Vs. ratón.....	474
E) Criterio página Vs. arrastre	474
F) Criterio ratón Vs. arrastre	475
V.6.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas	475
A) Grafos de transición y cadenas significativas	476
B) Gráficos de estimulación e inhibición.....	477
V.6.2. Influencia de la interactividad	481
V.6.3. Trabajo colaborativo	486
V.6.4. Resultados.....	493
V.7. Síntesis Final	503

Capítulo VI. Conclusiones	511
VI.1 Conclusiones relativas a los objetivos específicos de investigación	512
VI.1.1 Conclusiones relativas al objetivo específico 1	512
VI.1.2 Conclusiones relativas al objetivo específico 2	515
VI.1.3 Conclusiones relativas al objetivo específico 3	523
VI.2 Conclusiones respecto del objetivo general	526
VI.3 Otros aportes de la investigación	527
VI.4 Limitaciones de la investigación	529
VI.5 Líneas abiertas	530
Referencias	533

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla II- 1. Principales líneas de investigación en resolución de problemas.....	20
Tabla II- 2. Líneas de investigación en resolución de problemas en España.....	21
Tabla II- 3. Muestra, experiencia inicial	53
Tabla III- 1. Modelos de estadios del proceso de resolución de problemas.....	67
Tabla III- 2. Tipologías de interactividad.....	89
Tabla III- 3. Tipos de interacciones	92
Tabla III- 4. Tipos de operaciones en SGI	94
Tabla III- 5. Etapas en la resolución de problemas y tipos de arrastre	111
Tabla IV- 1. Muestra del ciclo1	140
Tabla IV- 2. Distribución teórica de estadios por página de la i-actividad, ciclo 1	146
Tabla IV- 3. Muestra del ciclo2	161
Tabla IV- 4. Criterio 1, sujetos.....	197
Tabla IV- 5. Criterio 2, visualización.....	197
Tabla IV- 6. Criterio 3, ratón.....	197
Tabla IV- 7. Criterio 4, estadio	198
Tabla IV- 8. Criterio 5, interactividad.....	198
Tabla IV- 9. Criterio 6, arrastre.....	198
Tabla IV- 10. Muestra del ciclo 3	217
Tabla IV- 11. Distribución teórica de estadios por página de la i-actividad, ciclo 3	229
Tabla IV- 12. Odds ratio, criterio página Vs. resolución de problemas, IC del 95%	229
Tabla IV- 13. Probabilidad condicionada, página Vs. resolución de problemas	231
Tabla IV- 14. Coocurrencias, página Vs. resolución de problemas.....	233
Tabla IV- 15. Descripción y categorías del criterio interactividad	235
Tabla IV- 16. Estadísticas básicas, interactividad.....	236
Tabla IV- 17. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas.....	237
Tabla IV- 18. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, grupal	239
Tabla IV- 19. Coocurrencias, interactividad Vs. páginas, grupal	240
Tabla IV- 20. Influencia de la interactividad y ECP, pareja 3 (1).....	243
Tabla IV- 21. Influencia de la interactividad, <i>insight</i> , pareja 2.....	243

Tabla IV- 22. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 4	245
Tabla IV- 23. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 1	246
Tabla IV- 24. Influencia de la interactividad y ECP, pareja 3 (2).....	248
Tabla IV- 25. Categoría no interactividad, pareja 4	248
Tabla IV- 26. Categoría no interactividad, pareja 3	251
Tabla IV- 27. Resultados de las acciones derivadas de las consecuencias del ciclo 2	254
Tabla V- 1. Tipologías de traslaciones de ejecución.....	276
Tabla V- 2. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A1, A2 y pareja 1.....	279
Tabla V- 3. Concurrencias resolución de problemas y página, A1	282
Tabla V- 4. Trabajo cooperativo y en paralelo, A1 y A2	301
Tabla V- 5. Continuidad y traslación de ejecución, problemas, pareja 1	308
Tabla V- 6. No influencia de la interactividad con el <i>applet</i> 2, pareja 3	415
Tabla V- 7. No influencia interactividad, pareja 4	460
Tabla VI- 1. Objetivos de investigación Vs. capítulos de la memoria	526

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura II- 1. Organización secuencial de Schoenfeld	25
Figura II- 2. Parrilla de observación Artz y Armour-Thomas.....	26
Figura II- 3. Parrilla de observación de Lee y Hollebrands	28
Figura II- 4. Marco general de la interacción Dix et al.	39
Figura II- 5. Gráfico de contingencia de Suthers et al.	45
Figura II- 6. Espacio de observación de la MTC	49
Figura II- 7. Espacio de observación, experiencia inicial	54
Figura II- 8. Relación entre objetivos.....	61
Figura IV- 1. Problema de la caja	118
Figura IV- 2. Enunciado problema de la hormiga.....	119
Figura IV- 3. Problema de la hormiga, desarrollo plano.....	123
Figura IV- 4. Problema de la hormiga, solución rutas <i>A</i> , <i>B</i> y <i>C</i>	123
Figura IV- 5. Problema de la hormiga, solución rutas <i>D</i> y <i>E</i>	124
Figura IV- 6. Aplicación del Teorema de Thales.....	125
Figura IV- 7. Problema de la hormiga, resolución por arrastre.....	127
Figura IV- 8. Problema de la hormiga, resolución tabular.....	127
Figura IV- 9. Problema de la hormiga, resolución con Geogebra.....	128
Figura IV- 10. Esquema diseño investigación	131
Figura IV- 11. Espacio de observación del ciclo 1	141
Figura IV- 12. Organización de enlaces del prototipo nº 1 de la i-actividad	141
Figura IV- 13. Página 1, prototipo nº 1 de la i-actividad	142
Figura IV- 14. Página 2, prototipo nº 1 de la i-actividad	143
Figura IV- 15. Página 3, prototipo nº 1 de la i-actividad	144
Figura IV- 16. Página 3, prototipo nº 1 de la i-actividad, “pista” seleccionada.....	145
Figura IV- 17. Página 4, prototipo nº 1 de la i-actividad	146
Figura IV- 18. Pareja 5 con <i>applet</i> 2, abertura del techo	148
Figura IV- 19. Ciclo 1, pareja 5, modelo-esquema	149
Figura IV- 20. Ciclo1, pareja 1, variabilidad de rutas.....	150
Figura IV- 21. Ciclo 1, pareja 1, fórmula del tiempo tachada.....	150
Figura IV- 22. Construcción del modelo-esquema por la pareja 2 (1).....	152
Figura IV- 23. Construcción del modelo-esquema por la pareja 2 (2).....	153

Figura IV- 24. Ciclo 1, pareja 8, modelo-esquema	153
Figura IV- 25. Ciclo 1, pareja 8, trayectoria.....	155
Figura IV- 26. Ciclo 1, pareja 4, modelo-esquema	155
Figura IV- 27. Espacio de observación, ciclo 2.....	162
Figura IV- 28. Modelo a escala de corcho.....	162
Figura IV- 29. Organización de enlaces del prototipo nº 2 de la i-actividad.....	163
Figura IV- 30. Página 1, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	164
Figura IV- 31. Página 2, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	165
Figura IV- 32. Página 3, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	166
Figura IV- 33. Página 4, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	167
Figura IV- 34. Página 5, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	168
Figura IV- 35. Página 6, prototipo nº 2 de la i-actividad.....	169
Figura IV- 36. Ciclo 2, pareja 3, error modelo en Cabri	170
Figura IV- 37. Ejemplo de parrilla de observación inicial	171
Figura IV- 38. Ciclo 2, pareja 4, gestos.....	172
Figura IV- 39. Ciclo 2, pareja 4, datos y primera ruta.....	173
Figura IV- 40. Ciclo 2, pareja 1, gesto de trayectoria	175
Figura IV- 41. Ciclo 2, pareja 1, interactividad <i>applet</i> 3.....	176
Figura IV- 42. Ciclo 2, pareja 2, interactividad <i>applet</i> 2.....	176
Figura IV- 43. Ciclo 2, pareja 1, interactividad <i>applet</i> 2_2.....	177
Figura IV- 44. Ciclo 2, pareja 1, interactividad con <i>applet</i> 2_3	177
Figura IV- 45. Ciclo 2, pareja 2, modelo en Cabri-Geomètre.....	178
Figura IV- 46. Ciclo 2, pareja 1, operaciones.....	178
Figura IV- 47. Ciclo 2, pareja 2, interactividad con <i>applet</i> nº 2.....	179
Figura IV- 48. Ciclo 2, pareja 2, modelo-esquema	180
Figura IV- 49. Ciclo 2, pareja 4, <i>insight</i>	180
Figura IV- 50. Ciclo 2, pareja 5, idea de ruta	181
Figura IV- 51. Ciclo 2, pareja 5, ruta recta ACF	182
Figura IV- 52. Ciclo 2, pareja 5, manipulación modelo corcho (1)	182
Figura IV- 53. Ciclo 2, pareja 5, manipulación modelo corcho (2)	183
Figura IV- 54. Diseños observacionales.....	189
Figura IV- 55. Espacio de desarrollo de la i-actividad para el ciclo 3	192
Figura IV- 56. Ejemplo de procesamiento de video.....	194
Figura IV- 57. Construcción del criterio resolución de problemas	201
Figura IV- 58. Codificación con Atlas-ti.....	213

Figura IV- 59. Organización de enlaces del diseño final de la i-actividad	218
Figura IV- 60. Página 1, diseño final de la i-actividad	219
Figura IV- 61. Página 2, diseño final de la i-actividad	219
Figura IV- 62. Página 3, diseño final de la i-actividad	220
Figura IV- 63. Página 4, diseño final de la i-actividad	221
Figura IV- 64. Página 5, diseño final de la i-actividad	222
Figura IV- 65. Página 6, diseño final de la i-actividad	222
Figura IV- 66. Diseño final de la i-actividad	223
Figura IV- 67. Gesto metafórico	225
Figura IV- 68. Esbozo de trayectoria lateral (1).....	225
Figura IV- 69. Esbozo trayectoria lateral (2)	226
Figura IV- 70. Visualización gráfica <i>applet</i> 3.....	227
Figura V- 1. Cuadrantes de activación e inhibición.....	274
Figura V- 2. Rrepresentación secuencial, pareja 1	277
Figura V- 3. Grafo de transición y cadenas significativas, A1	288
Figura V- 4. Grafo de transición y cadenas significativas, A2	290
Figura V- 5. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 1.....	291
Figura V- 6. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , pareja 1.....	293
Figura V- 7. Influencia de la interactividad, pareja 1 (1).....	318
Figura V- 8. Influencia de la interactividad, pareja 1 (2).....	318
Figura V- 9. Grafo de transición y cadenas significativas, A3	333
Figura V- 10. Grafo de transición y cadenas significativas, A4	335
Figura V- 11. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 2.....	336
Figura V- 12. Influencia interactividad, pareja 2 (1).....	366
Figura V- 13. Influencia interactividad, pareja 2 (2).....	366
Figura V- 14. Grafo de transición y cadenas significativas, A5.....	380
Figura V- 15. Grafo de transición y cadenas significativas, A6.....	382
Figura V- 16. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 3.....	383
Figura V- 17. Grafo de transición y cadenas significativas, A7.....	431
Figura V- 18. Grafo de transición y cadenas significativas, A8	433
Figura V- 19. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 4.....	434
Figura V- 20. Cálculo trayectoria, pareja 4.....	460
Figura V- 21. Comparativa cadenas, página, grupal	465
Figura V- 22. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag1</i> , grupal.....	468
Figura V- 23. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag2</i> , grupal.....	469

Figura V- 24. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag3</i> , grupal	469
Figura V- 25. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag4</i> , grupal	470
Figura V- 26. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag5</i> , grupal	471
Figura V- 27. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, <i>Pag6</i> , grupal	472
Figura V- 28. Grafo de transición y cadenas significativas, grupal	476

ÍNDICE DE EXTRACTOS

Extracto 1. Ciclo 1, estudiante A16C1	147
Extracto 2. Ciclo 1, pareja 5	147
Extracto 3. Ciclo 1, pareja 5	148
Extracto 4. Ciclo 1, pareja 8, interactividad	149
Extracto 5. Ciclo 1, pareja 1, interactividad	150
Extracto 6. Ciclo 1, pareja 1, fenómeno de compensación	151
Extracto 7. Ciclo 1, pareja 2, influencia de la interactividad	152
Extracto 8. Ciclo 1, pareja 8, Espacio Conjunto del Problema	153
Extracto 9. Ciclo 1, pareja 8, Espacio Conjunto del Problema	154
Extracto 10. Ciclo 1, pareja 4, influencia del término mosca	155
Extracto 11. Ciclo 1, pareja 8, influencia del término mosca	156
Extracto 12. Ciclo 2, pareja 4, gestos	171
Extracto 13. Ciclo 2, pareja 4, influencia hormiga.....	172
Extracto 14. Ciclo 2, pareja 2, influencia hormiga.....	173
Extracto 15. Ciclo 2, pareja 3, influencia hormiga.....	173
Extracto 16. Ciclo 2, pareja 3, estadio de análisis.....	174
Extracto 17. Ciclo 1, pareja 1, plan de resolución (1).....	175
Extracto 18. Ciclo 1, pareja 1, plan de resolución (2).....	175
Extracto 19. Ciclo 1, pareja 1, obviar rutas laterales.....	175
Extracto 20. Ciclo 2, pareja 2, <i>insight</i>	179
Extracto 21. Ciclo 2, pareja 4, <i>insight</i>	180
Extracto 22. Ciclo 2, pareja 2, variabilidad.....	181
Extracto 23. Ciclo 2, pareja 5, <i>insight</i>	181
Extracto 24. Ciclo 2, pareja 3, ruta ACF	184
Extracto 25. Pareja 1, modificación enunciados y preguntas.....	224
Extracto 26. Ciclo 3, pareja 1, influencia interactividad.....	225
Extracto 27. Ciclo 3, pareja 4, influencia interactividad rutas alternativas.....	226
Extracto 28. Ciclo 3, pareja 2, influencia interactividad rutas alternativas.....	227
Extracto 29. Ejemplo influencia interactividad en la pareja 1	317
Extracto 30. Ejemplo influencia interactividad en la pareja 2	365

Presentación

El trabajo de investigación recogido en esta memoria tiene su centro de interés en la descripción del proceso de resolución de un problema de optimización, presentado en formato web, y el estudio de la influencia de la interactividad en dicho proceso, cuando resuelven parejas de estudiantes universitarios para maestro en distintas especialidades. El estudio, enmarcado en las líneas de los trabajos en resolución de problemas matemáticos y tecnologías digitales en educación matemática desarrollados por el grupo “FQM193.Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico”, presenta un diseño mixto (Creswell, 2003) que combina la investigación de diseño por un lado, y la metodología observacional y las técnicas del análisis secuencial por el otro.

El marco de la investigación de diseño es utilizado fundamentalmente para la elaboración de una actividad en formato web de un problema de optimización, siendo implementado en tres ciclos iterativos. Por su parte, el marco de la metodología observacional y las técnicas del análisis secuencial es utilizado fundamentalmente para el estudio del proceso de resolución, el trabajo colaborativo puesto en juego por las parejas durante la resolución, y el análisis de la influencia de la interactividad en dicho proceso de resolución. A continuación, describo brevemente el proceso de investigación efectuado.

Inicialmente, diversos trabajos personales relacionados con el uso de tecnologías digitales, la resolución de problemas y la interactividad (Codina, 2000a, 2000b, 2001; Codina y Lupiáñez, 2000a, 2000b, 2002; Lupiáñez y Codina, 2002; Cardona y Codina, 2002; Codina y Becerril, 2003; Codina, Becerril, y Lupiáñez, 2003) motivaron la revisión de los antecedentes teóricos y personales que contribuyen a delimitar el problema de investigación, definir los objetivos de investigación específicos y determinar las ideas clave del marco teórico.

En una primera etapa, este trabajo centra sus esfuerzos en el diseño y experimentación de distintos prototipos de actividad en formato web. A lo largo de tres ciclos de diseño-rediseño, se testan dos prototipos de actividad en formato web que dan lugar a la versión final de la actividad en formato web. A la vez y durante el diseño-rediseño de los prototipos, son llevadas a cabo observaciones y análisis del proceso de resolución, el trabajo colaborativo puesto en juego y, la influencia de la interactividad, cuestionando enfoques y realizando diversas presentaciones a la comunidad científica (Codina y Castro, 2004, 2005 y 2007; Lupiáñez y Codina, 2004).

Todo ello permite que la investigación avance hacia una segunda etapa. Dicha etapa centra sus esfuerzos en la descripción y análisis del proceso de resolución llevado a cabo, y la influencia de la interactividad utilizando el diseño final de actividad en formato web del tercer ciclo. Para ello, primero son concretados los elementos claves necesarios para aplicar la metodología observacional y las técnicas del análisis secuencial. Una vez concretados, es establecido un diseño observacional y verificado que es plausible utilizar las técnicas del análisis secuencial. Durante esta segunda etapa presento diversos avances a la comunidad científica para su discusión y análisis (Codina, Cañadas y Castro, 2010, Codina, Castro y Cañadas, 2011).

En la tercera etapa son implementadas las técnicas del análisis secuencial para la descripción y análisis del proceso de resolución, el trabajo colaborativo y la influencia de la interactividad. Durante esta tercera etapa, presento diversos avances a la comunidad científica para su discusión y análisis (Codina, Cañadas, y Castro, 2012, 2015).

La cuarta etapa es la elaboración de esta memoria de investigación que recoge el proceso seguido y expone las conclusiones obtenidas.

Por último, no quiero dejar pasar la oportunidad de agradecer la colaboración desinteresada de los 9 investigadores y los 55 estudiantes para maestro de distintas especialidades de la Universidad de Almería que participan en distintos momentos en el proceso de investigación.

Estructura de la memoria

La memoria está articulada en torno a seis capítulos, seguido del listado de referencias bibliográficas y los anexos. A continuación describo el contenido de cada uno de ellos:

Capítulo I. Problema de investigación. Este capítulo presenta la motivación y justificación del problema de investigación desde tres perspectivas principales: desde la personal, desde la investigación en resolución de problemas, y desde la investigación en tecnologías digitales. Finaliza el capítulo con la concreción del problema y objetivo general de investigación.

Capítulo II. Antecedentes. Este capítulo describe el conjunto de antecedentes que dan origen a la concreción de los objetivos específicos de investigación y del posterior marco teórico. El capítulo está estructurado en seis secciones:

La primera sección comienza centrando el discurso acerca de la óptica macroscópica de la investigación en resolución de problemas. Posteriormente, son identificados antecedentes relativos a los problemas de optimización escolares, el pensamiento variacional y, los principales errores y obstáculos asociados a la resolución de problemas de optimización escolares.

La segunda sección presenta la relación entre las tecnologías digitales y la Educación Matemática. A partir de los denominados sistemas interactivos y los conceptos de interacción e interactividad, son descritos los antecedentes y el actual desarrollo e influencia de la tecnología en la Educación Matemática.

La tercera sección presenta la relación entre el trabajo colaborativo y la resolución de problemas, así como la conexión de estos con la teoría de cognición distribuida. Finaliza la sección con antecedentes relacionados con los estudios centrados en el aprendizaje colaborativo soportado por ordenador.

La cuarta sección contiene dos antecedentes personales, la Memoria de Tercer Ciclo y una Experiencia Inicial. En cada uno de estos antecedentes son expuestos los objetivos, actividades, resultados y un análisis retrospectivo. Dichas investigaciones son el germen del presente trabajo de investigación.

La sexta sección, a raíz de los antecedentes descritos a lo largo del capítulo, presenta los objetivos específicos de investigación.

Capítulo III. Marco teórico. Este capítulo describe los constructos que sirven como marco para explicar e interpretar los datos obtenidos y las observaciones realizadas en esta memoria investigación. El capítulo está estructurado en cuatro secciones:

La primera sección presenta los constructos teóricos relacionados con los estadios en resolución de problemas.

La segunda sección presenta los constructos de interactividad, interacción y objetos de aprendizaje. Esta sección presenta diversas tipologías de interactividad y su relación con la Educación Matemática.

La tercera sección está centrada en la interrelación entre tecnología digital, la resolución de problemas matemáticos, y el trabajo colaborativo. Finalmente, en esta sección recojo un conjunto de recomendaciones para el diseño de actividades en formato web.

La cuarta sección está centrada en los problemas de optimización y sus clasificaciones.

Capítulo IV. Método. Este capítulo presenta cómo es puesto en juego el paradigma de la investigación de diseño, y la metodología observacional y parte de las técnicas del análisis secuencial en la investigación. El capítulo está estructurado en 4 secciones:

La primera sección expone y justifica la elección de un tipo particular de problema de optimización para la investigación. Esta sección también presenta diferentes aproximaciones a la resolución del problema seleccionado, con y sin tecnología digital.

La segunda sección, centrada en el paradigma de la investigación de diseño, describe como es puesta en juego en los ciclos 1 y 2. En este sentido, describe cómo el diseño de la actividad en formato web es modificada y rediseñada. Paralelamente, la sección recoge unas primeras observaciones tanto de la influencia de la interactividad en el proceso de resolución, como del proceso de resolución y el trabajo colaborativo puesto en juego por los estudiantes en esos dos ciclos. A su vez, la sección presenta los análisis retrospectivos de los ciclos 1 y 2, y cómo estos actúan de elementos nucleares para el diseño final de actividad en formato web, que es diseñada para el ciclo 3.

La tercera sección está dedicada en exclusiva al ciclo 3 y en la puesta en juego de la metodología observacional. La sección recoge el diseño metodológico utilizado, las fases del método para el ciclo 3 y el instrumento de observación elaborado. La tercera sección continúa con la validación del diseño definitivo de la actividad en formato web utilizando técnicas del análisis secuencial y, describiendo un conjunto de aspectos generales relativos al proceso de resolución del problema seleccionado y a la influencia de la interactividad.

La cuarta y última sección presenta el análisis retrospectivo global del proceso iterativo de diseño-rediseño puesto en juego en los tres ciclos.

Capítulo V. Análisis. En este capítulo, centrado exclusivamente en lo acontecido en el ciclo 3, presenta el análisis y discusión de las relaciones entre los estadios en resolución de problemas y el tránsito entre ellos, el trabajo colaborativo puesto en juego y cómo las interacciones entre los estudiantes están influenciadas por la interactividad. El análisis y discusión es realizado bajo el paraguas de la metodología observacional y el empleo de las técnicas del análisis secuencial. El capítulo está estructurado en 7 secciones. La primera de ellas presenta la estructura del análisis realizado junto con unas consideraciones previas. Desde la sección segunda a la sección quinta está descrito el análisis y los resultados de cada una de las parejas (pareja 1, pareja 2, pareja 3 y pareja 4). La sexta sección recoge el análisis y resultado grupal del conjunto de todas las parejas, tomadas como unidad de análisis. Por último, la séptima sección contiene una síntesis final de los resultados obtenidos en el ciclo 3.

Capítulo VI. Conclusiones. Estructurado en 5 secciones, este último capítulo presenta las conclusiones derivadas del proceso de investigación efectuado. En la primera y segunda secciones presento las conclusiones relativas a los objetivos específicos y general de investigación. En la tercera sección recojo otros aportes derivados de la investigación realizada. La cuarta sección presenta las limitaciones encontradas mientras que la quinta refleja las líneas abiertas del trabajo de investigación.

Capítulo I. El problema de investigación

En este capítulo presento el problema de investigación. Comienzo motivando y justificando la investigación que desarrollo esta memoria desde mi propia trayectoria personal. A continuación, establezco la motivación y justificación desde el campo científico de la Educación Matemática, en concreto, desde la resolución de problemas matemáticos y desde las tecnologías digitales. Finalmente, concreto el problema de investigación y el objetivo general consecuente. Este capítulo sirve como punto de partida para la descripción del conjunto de antecedentes que sustentan el marco teórico utilizado en la investigación.

I.1. Motivación y justificación de la investigación

En esta sección describo las inquietudes personales, desde mi inicio como estudiante de la Licenciatura de Matemáticas, que me llevaron a interesarme por la resolución de problemas matemáticos y la inclusión de tecnologías digitales en Educación Matemática. Mostraré la importancia de estas dos líneas de investigación en nuestra disciplina, poniendo de manifiesto cómo ambas están interrelacionadas y cómo están desarrollándose de forma paralela, especialmente en las últimas décadas.

I.1.1. Motivación personal

Mi interés por los temas relacionados con la docencia en matemáticas y la utilización de tecnologías digitales tiene su inicio durante la Licenciatura de Matemáticas (1993-1997), especialmente en los dos últimos años durante los cuales cursé las materias Prácticas de Enseñanza y Didáctica de la Matemática en Bachillerato. Este interés me llevó a iniciar los estudios de doctorado en Didáctica de la Matemática, cursando parte de los mismos en el departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México), gracias a una beca del programa ALFA de la Unión Europea. Durante este periodo inicié mi orientación investigadora en dos líneas de trabajo principales: (a) tecnologías digitales y (b) resolución de problemas matemáticos.

Bajo la dirección del Doctor Antonio Rivera, defendí el trabajo de maestría para la obtención del título de Maestro en Ciencias, especialidad en Matemática Educativa (Codina, 2000a), titulado *Elementos para la reflexión acerca del uso de la computadora en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato vía resolución de problemas*. Este trabajo abordó la resolución de problemas utilizando el software de geometría dinámica (SGD) Cabri-Géomètre con estudiantes de secundaria. Considero que esta memoria de maestría es el primer desencadenador de esta investigación pues, entre otras cosas, centra su análisis en la resolución de un problema de optimización con Cabri-Géomètre por parte de estudiantes de bachillerato. Las conclusiones obtenidas hicieron crecer en mí la necesidad de indagar con mayor profundidad en la relación entre resolución de este tipo de problemas y las tecnologías digitales. Esta necesidad se plasma en diversos trabajos sobre estos ámbitos de los que soy autor (Codina, 2000b; Codina y Lupiáñez, 2000a, 2000b; Hitt y Codina, 2000).

De vuelta de mi estancia en México, comencé a trabajar como profesor en el área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Almería y me integré en el grupo de investigación FQM-193: “Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico”, del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación. Mi labor de docente universitario me ha permitido conectar tanto la resolución de problemas matemáticos como la utilización de tecnología digital. Como resultado, publico diversos trabajos relacionados con la resolución de problemas de optimización, la interactividad, el

diseño de actividades en formato web o la enseñanza virtual (Cardona y Codina, 2002; Codina, 2001, 2008, 2009; Codina y Becerril, 2003; Codina, et al., 2003; Codina y Castro, 2004, 2005, 2007; Codina et al., 2011; Codina et al., 2010, 2012, 2015; Codina y Gil, 2007; Codina y Lupiáñez, 2002; Lupiáñez y Codina, 2002, 2004).

I.1.2. Motivación y justificación desde la investigación en resolución de problemas

La investigación en resolución de problemas matemáticos ha consolidado su posición como una corriente de investigación tradicional en Educación Matemática, con un extenso y heterogéneo cuerpo de conocimiento generado por la diversidad de análisis y orientaciones metodológicas empleadas (Cai, 2010; Castro, 2008; Lesh y Sriraman, 2010; Törner, Reiss, y Schoenfeld, 2007). Son numerosas las investigaciones sobre resolución de problemas matemáticos. A modo de ejemplo no exhaustivo destaco algunas de ellos, realizadas con distintos enfoques. Por ejemplo, desde la Psicología y siguiendo un enfoque cognitivo está Mayer (1983, 1985), desde un enfoque gestalista destaco a Duncker (1945), y desde el procesamiento de la información Newell y Simon (1972). Con un foco más matemático y desde la Educación Matemática (Cañadas, 2007; Carrillo, 1995; Castro, 1991; Cobo y Fortuny, 2000; Goldin, 1987; Poincaré, 1908; Pólya, 1945; Puig, 1996; Rico, 1988; Schoenfeld, 1985). Recientes orientaciones desde de la teoría de la Interacción Humano-Máquina de las ciencias computacionales y el diseño de sistemas interactivos o learning-objects hacen que destaque trabajos como los de Codina et al. (2010), Dix, Finlay, Abowd y Beale (2004), Mgombelo y Buteau, (2009) y desde la Neurociencia, Butterworth (1999) o Radford y André (2009).

Centrado específicamente en el ámbito de actuación de la Educación Matemática, Santos-Trigo (2014), en la reciente Enciclopedia de Educación Matemática (Lerman, 2014), establece que la resolución de problemas es un dominio de investigación y de práctica para el fomento de la investigación en el desarrollo y comprensión del conocimiento matemático. Como dominio de investigación incluye el análisis de las componentes cognitivas, sociales y afectivas que influyen y dan forma al desarrollo de la habilidad resolutoria de los estudiantes. Como dominio de práctica instruccional, incluye el diseño e implementación de propuestas curriculares y materiales docentes para la mejora de la resolución de problemas en la escuela. El elemento clave en ambos

dominios es “la caracterización de los problemas y de los procesos que conlleva la resolución de problemas” (Santos-Trigo, 2014, p. 496).

La resolución de problemas matemáticos puede ser entendida bien como una actividad matemática o bien como una tarea educativa relevante en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Para ilustrar esta idea, Castro (2008) agrupa las investigaciones en: (a) investigaciones centradas en enseñar a resolver problemas y (b) investigaciones centradas en estudiar cómo pensamos cuando resolvemos problemas. A lo que añado una tercera línea propuesta por Cai (2010), la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas.

Por otro lado, Puig (1996) señala que la investigación en resolución de problemas matemáticos es abordada desde dos ópticas principales: (a) macroscópica y (b) microscópica. Por un lado, la perspectiva macroscópica implica dividir el proceso de resolución en secuencias de estadios¹ de la misma naturaleza para obtener modelos o mapas de resolución y de interacción.

La perspectiva microscópica lleva a indagar en profundidad los procesos de resolución. Ejemplos de la óptica macroscópica son los trabajos Artzt y Armour-Thomas, (1990, 1992), Cañadas y Castro (2007), Goos, Galbraith y Renshaw (2000, 2002), Lester (1985), Poincaré (1908), Pólya (1945), Puig (1996), Villegas, Castro, y Gutiérrez (2009), Yimer y Ellerton (2006, 2010).

Aunque como he señalado existe una abundante producción científica en resolución de problemas matemáticos², Cai (2010) expresa su preocupación por cierta pérdida de interés por la resolución de problemas como campo de investigación. El autor señala que aun existen más preguntas sin responder que respuestas, y que además en los

¹ En esta memoria considero el término estadio como sinónimo del término acuñado por Schoenfeld (1985) de episodio y, que define como “periodo de tiempo durante el cual un individuo o grupo de resolutores están ocupados con una determinada tarea... o persiguen una meta común” (p. 292).

² En adelante, utilizo el término “resolución de problemas” para expresar implícitamente “resolución de problemas matemáticos”. Me alejo así de significados y perspectivas más psicológicas y/o conductuales del término “resolución de problemas”.

tratamientos curriculares, el aprendizaje y enseñanza de la resolución de problemas es considerado como un elemento clave desde hace ya varias décadas³.

Desde los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, la competencia⁴ en resolución de problemas es de naturaleza transversal, y su evaluación centra su atención en las habilidades cognitivas requeridas para resolver problemas o situaciones problemáticas de la vida real. Puesto que dichas situaciones caen posiblemente dentro de dominios extracurriculares y dado que la tecnología impregna la sociedad actual, las situaciones problemáticas deben considerar la incorporación de una componente tecnológica acorde a las necesidades formativas actuales que la sociedad demanda. La integración de tecnologías digitales y la resolución de problemas se revela pues como una incipiente línea de indagación (Cai, 2010, Santos-Trigo, 2007, 2014, Santos-Trigo, Moreno y Camacho, 2015), dónde “los marcos clásicos en resolución de problemas surgidos del estudio de resolutores con lápiz y papel necesitan ser ajustados de acuerdo a cómo utiliza esas herramientas [computacionales] los resolutores” (Santos-Trigo, 2007, p. 524). Dado que el empleo de tecnologías permite acercamientos más visuales y empíricos, aumentando las posibilidades de aproximación a la resolución de problemas (Barrera y Reyes, 2013, Santos-Trigo, 2007), surge de manera natural el siguiente interrogante: ¿Se puede ajustar los marcos clásicos de investigación sobre los estadios durante la resolución de problemas en conjunción con la interactividad de las tecnologías digitales?

³ Los currículum y especialmente en la última década, consideran como un elemento clave en la formación de los estudiantes la resolución de problemas matemáticos. En este sentido la National Council of Teachers of Mathematics incorpora en el 2000 un estándar específico en su documento *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000); desde 2003 la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (siglas en inglés OECD) la incorpora como dominio de evaluación específico en los estudios PISA (OECD, 2004) siendo recientemente motivo de análisis en los documentos *PISA 2012 field trial problem solving framework* (OECD, 2010) y en *PISA 2015. Draft collaborative problema solving framework* (OECD, 2014); o como se incluye en los lineamientos generales de las leyes de educación y reales decretos de enseñanzas mínimas tanto nacionales (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, 2007a, 2007b) como autonómicos (Junta de Andalucía, 2007; Consejería de Educación, 2007a, 2007b, 2007c, 2007d, 2008).

⁴ Se define competencia en resolución de problemas como: “una capacidad individual para participar en la comprensión y resolución de situaciones problemáticas en las que el método de resolución no es inmediatamente obvio. Incluye la voluntad de comprometerse con tales situaciones con el fin de alcanzar/mejorar su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo” (OCDE, 2010, p.11). La componente afectiva derivada de la concepción del concepto problema asumido por PISA-2012 no era considerada en la definición de PISA-2003.

Para indagar en la respuesta a la anterior pregunta, considero que hay que partir de los trabajos que dividen el proceso de resolución en secuencias de estadios de la misma naturaleza (Artz y Armour-Thomas, 1992; Arzarello, Michelletti, Olivero, Robutti, Paola y Galino, 1998; Goldman, Zech, Biswas y Noser, 1999; Goos et al., 2002; Kursat y Okur, 2012; *Organisation for Economic Co-operation Development* [OECD], 2013, 2014; Pólya, 1945; Shoenfeld, 1985; Yimer y Ellerton, 2006, 2010). La revisión de dichos trabajos permite tener una visión de los marcos de los estadios en resolución de problemas a la vez que ponen de manifiesto el tratamiento externo de la tecnología digital como medio, herramienta o recurso. Es decir, no integran la tecnología digital como un elemento interno en sus caracterizaciones de los distintos estadios.

De manera adicional, diversos autores ponen de relieve la influencia e importancia de la interactividad durante los procesos de resolución de problemas matemáticos (Castro, 2008; English y Sriraman, 2011; Kim y Hannafin, 2011; Moreno y Santos-Trigo, 2013; Santos-Trigo, 2007; Törner et al., 2007). En la literatura en Educación Matemática parece existir cierto consenso acerca de la importancia de las tecnologías digitales en resolución de problemas. Kim y Hannafin (2011) sostienen la necesidad de disponer de marcos empíricos que guíen futuras investigaciones acerca de la influencia del diseño de tecnologías digitales de tal forma que sean consistentes con una investigación en resolución de problemas matemáticos. En relación a ello, la construcción de cualquier marco empírico presta especial atención a la interactividad producida por las interfaces de las tecnologías digitales. A este respecto, Sacristán, Calder, Rojano, Santos-Trigo, Friedlander, Meisser, et al. (2010) señalan cómo los resolutores centran su atención en los elementos representacionales y observables que no tienen contenido matemático, o bien no son capaces de distinguirlos de aquellos que si lo tienen en ocasiones.

La interactividad del medio digital en la resolución de problemas debe estar orientada hacia propósitos educacionales o de investigación. Particularmente, debe estar orientada al tránsito de los resolutores por los distintos estadios en resolución de problemas. Este tránsito, influenciado por la interactividad de la tecnología, proporciona nueva información para caracterizar la competencia de los sujetos en resolución de problemas. Santos-Trigo y Camacho (2013) señalan la necesidad de seguir indagando con mayor profundidad sobre ello.

En cuanto al interés por los problemas de optimización matemática en la resolución de problemas, radica en que: (a) están presentes en la propia actividad cotidiana de los seres humanos, en una variedad de situaciones y aplicaciones reales que facilitan en el resolutor la activación de la intuición y sus experiencias previas durante su resolución (Malaspina, 2007); (b) permiten diferentes posibilidades de representación y modelización lo que posibilita ampliar el rango de estrategias, conexiones y métodos para su resolución (Villegas et al. 2009); (c) son un tópico de aprendizaje en la escuela matemática, especialmente en secundaria y bachillerato, conectando las matemáticas con otras disciplinas científicas (Ministerio de Educación y Ciencia [MEC], 2006, 2007a, 2007b, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD], 2014; National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000, González y Sierra, 2004; Malaspina, 2011); (d) el actual desarrollo tecnológico, especialmente el software educacional, facilita su resolución y permite su inclusión en situaciones de aula (Camacho y González, 1998; Codina, 2000a; Forbes, 2001; Scher, 1999; Verderber, 1992) y, (e) al trabajo desarrollado en la Memoria de Tercer Ciclo y en una experiencia que denomino Experiencia Inicial (Capítulo II, p. 47)

I.1.3. Motivación y justificación desde la investigación en tecnologías digitales

La sociedad actual está inmersa en un mundo dominado e impulsado por el avance y el desarrollo de las tecnologías digitales⁵. Desde la aparición de las primeras calculadoras y ordenadores personales, investigadores de distintos campos científicos trabajan sobre la influencia que estas tecnologías tienen en la sociedad, en el comportamiento humano y en la educación. La comunidad de investigadores en Didáctica de la Matemática no es ajena a ello. Como prueba, están los dos estudios centrados en la influencia de la tecnología en la Educación Matemática encargados por la Comisión Internacional de la Enseñanza de las Matemáticas (ICMI), el primero desarrollado en 1985 (Cornu y

⁵ De forma general, una tecnología digital es cualquier medio material, recurso tecnológico con componentes eléctricos o software que pueden tener algún tipo de relación con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Dado que así considerado el rango de tecnologías digitales es muy amplio, concreto identificando tecnologías digitales con: a) Instrumentos físicos como calculadoras gráficas, smartphone, tablets, ordenadores, e-reader, etc.; b) software específico de matemáticas como Mathematica, Derive, Matlab, R, Geogebra, Cabri-Géomètre, etc.; c) Web 2.0 o elementos en red que incluye páginas web, Aulas Virtuales, Applets, videoturiales, canales educativos, etc. y d) Software generalista como las Hojas de Cálculo.

Radson, 1992) y el segundo en 2006 (Hoyles y Lagrange, 2010). Dichos trabajos han marcado el devenir investigador relacionado con las tecnologías digitales en las tres últimas décadas. Las indicaciones y sugerencias del primer estudio propició que en la década de los noventa surgiera un nuevo paradigma investigativo, que Roberts, Leung y Lins (2013) etiquetan como: *El estudio del potencial pedagógico de las tecnologías en la Educación Matemática*. En dicho paradigma consideran que la tecnología digital transforma la forma de aprender, hacer y enseñar matemáticas, convirtiéndose en agente del cambio (Artigue, 2011; Clements, 2013; Fey, 1993; Hoyles y Lagrange, 2005, 2008; Kaput y Thompson, 1994; Leung, 2013; Perks, Prestage y Hewitt, 2002; Santos-Trigo, 2007; Santos-Trigo y Espinosa, 2002).

Aunque inicialmente las investigaciones conjeturaban sobre los posibles beneficios atribuibles a las tecnologías digitales cuando son puestas en juego, los trabajos diversificaron gradualmente sus objetivos de investigación en torno a: (a) el potencial de la tecnología digital como herramienta que permite a los estudiantes abordar e investigar la resolución de problemas reales, a la vez que fomentar la adquisición de conocimientos matemáticos; (b) la creación de nuevos recursos tecnológicos; (c) la introducción de la tecnología en los currículum; y (d) la potenciación del rigor científico en relación a los efectos del trabajo con tecnologías digitales. Ejemplo de esta diversificación son los trabajos de Balacheff, 1994; Balacheff y Kaput, 1996; De Corte, 1990; Healy, Hoelzl, Hoyles, y Noss, 1994a, 1994 b; Hoyles y Noss, 1994; Kaput, 1992; MEC, 1991; NCTM, 1989, 2000; Pea, 1985, 1987, 1993; Schoenfeld, 1985.

A comienzos del siglo XXI, la incorporación masiva en los hogares y escuelas de ordenadores e Internet, el tránsito entre la Web 1.0 a la Web 2.0⁶, o el actual tránsito entre la Web 2.0 a la Web Semántica⁷, provoca lo que Schrage (2001) etiqueta como *revolución relacional* donde “el valor real de los medios no reside tanto en la información que conllevan sino en las posibilidades de creación de comunidades” (p. 2).

⁶ El término Web 1.0 está referido al empleo de internet a través de páginas web, programadas normalmente en html, estáticas y que normalmente no permitían una interacción directa con el usuario. En cambio, el término Web 2.0 se refiere al empleo de internet a través de páginas web dinámicas que permiten una interacción directa con el usuario. Como señala Gadanidis (2008, p. 2): “El paradigma Web 2.0 no observa Internet únicamente como páginas de lectura estática, sino como una ambiente dinámico de lectura y escritura (como las wiki) donde el usuario interactúa y co genera contenido y experiencias”.

⁷ La Web Semántica surge de la transformación de la Web 2.0 a raíz de la introducción de metadatos adicionales en las páginas web de tal forma que permita la inter-operatividad entre páginas sin necesidad de intervención humana.

Durante este periodo, las investigaciones comienzan a mostrar interés en las posibilidades de la interactividad de los medios y de interacción, comunicación e intercambio de información que se pueden establecer entre humanos, entre humanos y sistemas tecnológicos y entre sistemas tecnológicos en sí. Esta visión provoca que los investigadores evolucionen de considerar las tecnologías digitales como elementos mediadores en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas centradas en el individuo, a interesarse también por el papel de las tecnologías como mediadores en la construcción del conocimiento compartido (trabajo colaborativo) presencial y on-line. Ahora los procesos interactivos conllevan una dialéctica bidireccional entre sujeto/s y medio. Por otra parte, el diseño de entornos web o materiales digitales cobra relevancia, tanto para el sujeto/s como para la red de conocimiento compartido y las interacciones que en ella ocurren (Cobo y Fortuny, 2005; Codina, 2008; Codina y Castro, 2004; Codina et al., 2010; Chiappe, Segovia y Rincón, 2007; Gadanidis, Jardine, y Sedig, 2007; Gadanidis, Sedig, y Liang, 2004; Hoadley, 2000; Jacobs, 2005; Liang y Sedig, 2010a, 2010b; Litz, 2007; Mgombelo y Buteau, 2009; Murillo, 2001).

Como consecuencia, surgen numerosos interrogantes que necesitan ser abordados. Conscientes de ello, el segundo estudio de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) sobre tecnologías digitales parte de 41 preguntas abiertas relacionadas con las tecnologías y la Educación Matemática (Hoyles y Lagrange, 2005). Como ocurrió con el primer estudio, dichas preguntas están marcando la agenda de investigación actual. De entre ellas, las siguientes están relacionadas con la investigación que presento en esta memoria:

- 1-¿Cómo se pueden diseñar los entornos tecnológicos para capturar los momentos significativos del aprendizaje?
- 2-¿Qué tipo de actividades matemáticas podrían potenciar las diferentes tecnologías digitales y cómo se pueden diseñar las experiencias de aprendizaje (incluyendo las herramientas, las tareas y las configuraciones) para aprovechar estas potencialidades?

- 3-¿Cómo podemos diseñar herramientas digitales que fomenten el pensamiento matemático? ¿Qué principios generales hay que articular para desarrollar dichas herramientas tecnológicas? ¿Cómo deberían esos principios adaptarse desde el aprendizaje matemático presencial al aprendizaje a distancia?
- 4-¿Qué marcos teóricos y metodologías son útiles para la comprensión de cuestiones generales relacionadas con la aplicación de las tecnologías digitales en la Educación Matemática?
- 5-¿Cuál es la contribución potencial, en el aprendizaje de las matemáticas, de los diferentes niveles de interactividad y las diferentes modalidades de interacción, y cómo podría hacerse realidad este potencial?

Estas cuestiones necesitan concreción, así en referencia al primer interrogante Drijvers, Mariotti, Olive y Sacristán (2010) matizan el propósito de la pregunta estableciendo el significado que según los autores presenta la palabra “capturar”:

Consideramos el término "capturar" no como la función tecnológica de grabar acciones de los estudiantes mientras se trabaja en un entorno tecnológico, sino más bien el sentido que presenta la palabra es cómo la tecnología puede ser catalizador para que sucedan momentos significativos de aprendizaje, [...] , esto puede constituir un problema abierto y un foco para la investigación futura.
(p. 85)

En la misma línea, Moreno y Santos-Trigo (2013) añaden que “además tenemos que identificar las ideas y los procesos fundamentales que son esenciales para fomentar la apropiación del conocimiento matemático y las formas en las que los medios digitales pueden ser incorporados para ello” (p. 7). En referencia a ello, Flores y Braker (2013) sostienen que hay que enfrentar a los estudiantes a situaciones donde puedan descubrir, probar, revisar, refinar y rechazar formas alternativas de pensamiento. En esta línea, Fischer, Kollar, Stegman y Wecker (2013) señalan que los ambientes de aprendizaje colaborativo apoyados por ordenador permiten nuevas experiencias de aprendizaje que fomentan los procesos de alto nivel señalados por Flores y Braker (2013) y, por tanto, se potencia el aprendizaje colaborativo significativo.

La línea argumentativa anterior pone de manifiesto la necesidad de continuar investigando en tecnologías digitales, en especial, en el diseño de nuevas herramientas tecnológicas que propicien la aparición de momentos de aprendizaje significativos. Dichas herramientas ejercen de guía y enfrentan a los estudiantes a procesos de interpretación de la información, de adopción de juicios, de descubrimiento, revisión y reformulación de formas de pensamiento. Además, las cada vez mayores capacidades de interactividad de las tecnologías constituyen un elemento esencial a tener en consideración en los diseños de nuevas herramientas. Parece justificarse entonces las investigaciones que presten atención tanto el diseño de herramientas tecnológicas como la interactividad de estas. Es mi propósito indagar sobre ello.

I.2. Problema de investigación

En las secciones previas de este capítulo pongo de manifiesto cómo la comunidad de educadores matemáticos establece como una de las líneas actuales de investigación la conexión entre la resolución de problemas matemáticos y las tecnologías digitales. Dentro de esta línea, las posibilidades actuales de interactividad de las tecnologías digitales están abriendo un abanico de interrogantes aun por explorar. Ello permite plantearme el siguiente problema general de investigación:

La descripción de la influencia de la interactividad con tecnología digital en la resolución de problemas matemáticos (de optimización) y la caracterización del diseño de una actividad en formato web que potencie dicha interactividad.

Para dar respuesta a dicha pregunta, pretendo abordar el siguiente objetivo general de investigación:

Describir el proceso de resolución de un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso en parejas de resolutores, empleando como recurso una actividad en formato web, que se diseñará a tal efecto.

En el siguiente capítulo presento un conjunto de antecedentes que dan forma y sustentan la concreción del objetivo general en los objetivos específicos de investigación.

Capítulo II. Antecedentes de La investigación

En este capítulo presento los antecedentes que contribuyen a delimitar el problema de investigación, definir los objetivos de investigación específicos así como determinar las ideas clave del marco teórico.

El capítulo está estructurado en cinco secciones. En la primera describo los antecedentes de la resolución de problemas desde la Educación Matemática, la óptica macroscópica y los relacionados con los problemas de optimización. En la segunda sección, centro el discurso sobre tecnología digital. Realizo un breve recorrido histórico de esta tecnología hasta centrarme en los sistemas interactivos. En la tercera sección abordo los antecedentes sobre el trabajo colaborativo y la cognición distribuida como elemento teórico para los estudios relacionados con el aprendizaje colaborativo mediado o soportado por ordenador. En la cuarta sección presento dos antecedentes personales de este trabajo de tesis. Durante las cuatro secciones anteriores, mostraré el estado de la cuestión en los distintos aspectos contemplados en el objetivo general descrito en el Capítulo 1. Problema de investigación. Para cada uno de ellos, concluiré con un conjunto de demandas o líneas abiertas que me llevan a plantearme mis objetivos de investigación. En la quinta sección, organizo y concreto dichos objetivos.

II.1. La resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas matemáticos ha consolidado su posición como una corriente de investigación en Educación Matemática. En esta sección presento una serie de antecedentes sobre la resolución de problemas como campo de investigación. Dado el objetivo general de esta memoria, a continuación centro el interés en la revisión de antecedentes de la resolución de problemas desde la Educación Matemática, la óptica macroscópica y las etapas en el proceso de resolución de problemas matemáticos y, por último, en los problemas de optimización matemática.

II.1.1. La resolución de problemas en educación matemática

Según Cai (2010), la resolución de problemas matemáticos está actualmente perdiendo cierto interés, a pesar de los esfuerzos de investigadores en la identificación de nuevas direcciones de indagación. La historia revela distintos intentos por orientar los trabajos en resolución de problemas hacia nuevos enfoques. En la Tabla II-1 recopiló alguna de dichos intentos, en los que pongo de manifiesto como en los últimos años existe una clara influencia de las tecnologías digitales en las líneas de investigación en resolución de problemas.

Tabla II- 1. Principales líneas de investigación en resolución de problemas

Periodo	Énfasis en la investigación en Resolución de Problemas
1970-1978	Aislar las claves que determinan la dificultad de los problemas; identificación de las características de los buenos resolutores; entrenamiento heurístico.
1978-1985	Comparación entre resolutores expertos y novatos; estrategias de entrenamiento.
1985-1990	Metacognición; relación de las creencias y la afectividad en la resolución de problemas; entrenamiento en metacognición.
1990-1996	Influencias sociales; resolución de problemas en contexto (resolución de problemas situado).
1996-2000	Invenición de problemas; representaciones y resolución de problemas.
2000-2005	Interacciones sociales; Tecnología, y resolución de problemas.
2005-2013	Tecnología, redes e interacción en resolución de problemas; Neurociencia.

Nota. Adaptado de (Lester, 1994) y (Castro, 2008).

Así mismo, en la actualidad existen otras perspectivas que conectan la resolución de problemas matemáticos con otras orientaciones. Por ejemplo: (a) el marco para la resolución de problemas en términos de la modelización matemática y el estudio de los

modelos (English, Lesh y Fennewald, 2008; López, 2014; Lesh y Doerr, 2003; Lesh y Zawojewski, 2007; OCDE, 2010, 2014; Zawojewski, Magiera y Lesh, 2013; Zawojewski, 2013); (b) el análisis de las interrelaciones entre los estadios en los procesos de modelización matemática (López, 2014); (c) la relación de los sistemas de representación y la resolución de problemas (Cañadas, 2007; Goldin, 1998; Kaput, 1992; Villegas et al., 2009); (d) la influencia de la interacción social en la resolución de problemas (Cobo, 1998).

Por su parte, Castro (2008) además de señalar las distintas perspectivas internacionales recogidas en la Tabla II-1, refleja las principales investigaciones y líneas en resolución de problemas en España. El autor menciona al grupo Cero de Valencia y al grupo de Pensamiento Numérico de la Universidad de Granada (FQM-193) como los precursores de la investigación desde la Educación Matemática en nuestro país. La Tabla II-2 recoge una actualización propia partiendo del trabajo de Castro (2008).

Tabla II- 2. Líneas de investigación en resolución de problemas en España

Líneas de investigación	Autores
Invenición y planteamiento de problemas	Ayllón, 2012; Castro y Castro, 1996; Cazares, 2007; Espinoza 2011; Maza, 2000; Rico 1988; Tortosa y Castro, 1997.
Dominio afectivo	Gómez-Chacón, 2003; Hernández, 1996.
Actitudes	Gil, Blanco, y Guerrero, 2005; Pérez-Tyteca, 2007.
Concepciones	Carrillo, 1995; Contreras, 1998.
Problemas de enunciado verbal	Díez ,2011; Fernández, Castro, Segovia, y Rico, 1996; Puig, 1996; Núñez, 2011; Segovia, 1995.
Lenguaje	Castro, 1991; Castro, Rico, y Gil, 1992.
Problemas de estructura multiplicativa	Castro, Rico, y Castro, 1995; Puig y Cerdán, 1988; Benavides, 2008.
Problemas compuestos	Cerdán, 2008.
Atención a la diversidad	Benavides, Maz, Castro, y Blanco, 2004; López, 2010.
Razonamiento Inductivo y algebraico	Cañadas, 2007; Espinosa, 2005; Fernández, 2001; Ortiz 1997.
Niños superdotados	Benavides, 2008; Espinoza, 2011.

Lo expuesto anteriormente refleja el dinamismo de la investigación en la resolución de problemas matemáticos y como continua siendo un campo abierto de investigación. Desde una perspectiva general, la resolución de problemas matemáticos puede ser considerada, bien como una actividad matemática o bien como una tarea educativa relevante en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Con esta perspectiva, las investigaciones pueden ser agrupadas: (a) investigaciones centradas en enseñar a

resolver problemas, (b) investigaciones centradas en estudiar cómo pensamos cuando resolvemos problemas y (c) la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas. Por otra parte, según Puig (1996), las investigaciones se desarrollan desde dos ópticas principales: (a) la macroscópica, que consiste en dividir el proceso de resolución en secuencias de estadios de la misma naturaleza para obtener modelos o mapas de resolución y, (b) la microscópica: “escudriñar” los procesos de resolución. Para abordar el objetivo general de investigación, decido situarme bajo la óptica macroscópica para describir el proceso de resolución. Por ello, la siguiente sección describe los antecedentes desde esta óptica y las etapas en resolución de problemas.

II.1.2. Estadios en resolución de problemas, la óptica macroscópica

La investigación en resolución de problemas desde la óptica macroscópica consiste en dividir el proceso de resolución en secuencias de estadios de la misma naturaleza para obtener modelos o mapas de resolución (Puig, 1996). Este enfoque tiene su punto partida en los trabajos de Hilbert (1902), Poincaré (1908) y Dewey (1916) sobre los estadios del pensamiento en resolución de problemas científicos y matemáticos. Dichos autores, desde una perspectiva matemático-psicológica, caracterizan los distintos estadios del pensamiento por las que transitan resolutores ideales cuando resuelven problemas matemáticos. Hilbert deja entrever que un resolutor transita por (a) deducción de las hipótesis, (b) resolver las hipótesis y (c) establecer la validez cuando resuelve problemas matemáticos:

... que deberá ser posible establecer la validez de la solución por medio de un número finito de pasos, en un número finito de hipótesis, que sean deducidas del enunciado del problema y siempre formuladas de manera precisa. (Hilbert, 1902, p. 439)

Poincaré establece tres estadios cuando un sujeto resuelve problemas matemáticos: (a) un periodo de trabajo consciente, (b) un periodo de trabajo inconsciente y (c) un segundo periodo de trabajo consciente. Dewey, desde la psicológica, considera cinco estadios en la resolución de problemas matemáticos: (a) sentir la dificultad, (b) definir y localizar la dificultad, (c) sugerir posibles soluciones, (d) considerar las consecuencias y (e) aceptar la solución.

Décadas después, J. Hadamard (1865-1963), inspirado en el trabajo de Poincaré y en su obra *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Hadamard, 1945), destaca los procesos de creación matemática como procesos de resolución de problemas relacionados con la actividad consciente, la reflexión y el trabajo inconsciente. Este autor establece seis estadios en el proceso de resolución de problemas: (a) documentación, (b) preparación, (c) Incubación, (d) iluminación, (e) verificación y (f) conclusión.

Desde una orientación cercana a la docencia y a la investigación educativa, Pólya (1945) publica *How to Solve It*, que ha tenido y tiene un gran impacto e influencia en las investigaciones en resolución de problemas en Educación Matemática. Prueba de ello son las claras referencias a las ideas desarrolladas por Pólya en el marco para la evaluación de la resolución de problemas de PISA-2012 (OECD, 2010, 2014), en distintos currículum (NCTM, 2000; MEC, 2006, 2007a, 2007b) o en numerosas investigaciones, como las desarrolladas por Artz y Armour-Thomas (1990, 1992), Castro (1994), Cerdán (2008), Goos et al. (2002), Lee y Hollebrands (2006), Puig (1996), Schoenfeld (1985), Yerushalmy (2000), Yimer y Ellerton (2010).

Pólya (1945) realiza su trabajo centrado en los métodos heurísticos⁸ y el razonamiento matemático. Empleando su propia experiencia como docente, describe los estadios por los que un sujeto ideal debe transitar cuando resuelve problemas matemáticos. La idea central de Pólya es considerar que la resolución activa procesos cognitivos destinados a encontrar una solución a un obstáculo que se interpone en el camino hacia un objetivo o meta. Como docente matemático, su libro tiene el propósito de servir de guía para la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, orientándose más hacia la docencia que hacía la investigación. Con base en la idea de que un resolutor ideal avanza linealmente desde un enunciado hasta la solución y, considerando que la resolución del problema finaliza cuando el resolutor verifica que la solución es adecuada y estudia posibles extensiones o utilidades, diseña un modelo en cuatro estadios del proceso de resolución de problemas matemáticos:

⁸ Según Pólya, la heurística trata el comportamiento humano frente a problemas intentando comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular, las operaciones mentales típicamente útiles en los procesos de resolución de problemas matemáticos.

(a) comprender el problema, (b) concebir un plan, (c) ejecutar el plan y (d) examinar la solución obtenida.

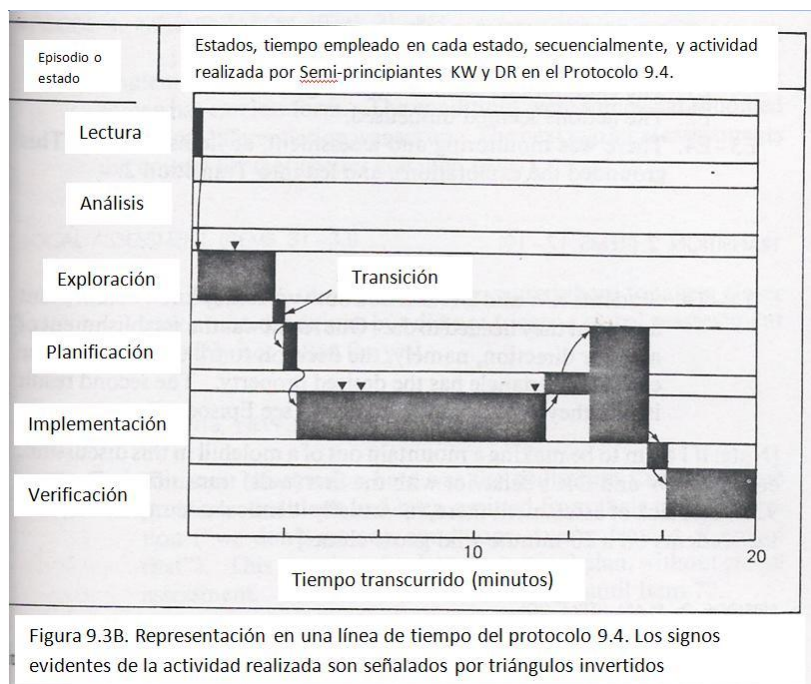
Influenciado por Pólya, Schoenfeld (1985) publica la obra *Mathematical Problem Solving*. Dicho trabajo también es considerado como una de las obras más influyentes en la literatura científica sobre resolución de problemas⁹. El autor idea un protocolo de observación sistemática para analizar y describir el proceso de resolución, que le sirve para establecer sus estadios en la resolución de problemas. A diferencia de Pólya, Schoenfeld observa parejas de resolutores reales y toma decisiones a nivel de ejecución (cognición) y de control (metacognición) del proceso, que construye su modelo. Si Pólya destaca la cognición, la propuesta de Schoenfeld destaca la importancia de la componente metacognitiva. La aportación de Schoenfeld a la investigación en resolución de problemas es relevante, tanto por su modelo en seis estadios y la toma en consideración de los aspectos metacognitivos, como por la sistematización metodológica que emplea para la observación del proceso de resolución de problemas matemáticos. La introducción de la noción de episodio como unidad de observación ofrece a los investigadores en resolución de problemas una herramienta conceptual poderosa, que permite replicar su método con las consideraciones y adaptaciones pertinentes para cada estudio.

El modelo de Schoenfeld está compuesto por seis¹⁰ estadios: (a) lectura, (b) análisis, (c) exploración, (d) planificación, (e) implementación y (f) verificación.

A partir del proceso de resolución realizado por estudiantes que trabajan individualmente, el protocolo de observación empleado conlleva identificar los episodios en las producciones verbales y escritas de los resolutores, asignando cada episodio a uno y solo uno de los seis estadios. El autor organiza los datos en un gráfico secuencial temporal que permite la visualización y el tratamiento cualitativo del proceso de resolución puesto en juego (Figura II-1).

⁹ Una rápida búsqueda en Google Scholar arroja 6207 citas directas del trabajo de Pólya y 3512 del trabajo de Schoenfeld, lo que ofrece una muestra de la gran influencia de dichas obras en la literatura científica.

¹⁰ Algunos autores señalan que el modelo de Schoenfeld está compuesto solo por 5 estadios. Ello es debido, tal y como señala el propio autor, a la dificultad existente para diferenciar con la suficiente nitidez los estadios de planificación e implementación.



Nota. Traducción propia (Schoenfeld, 1985, p. 303)

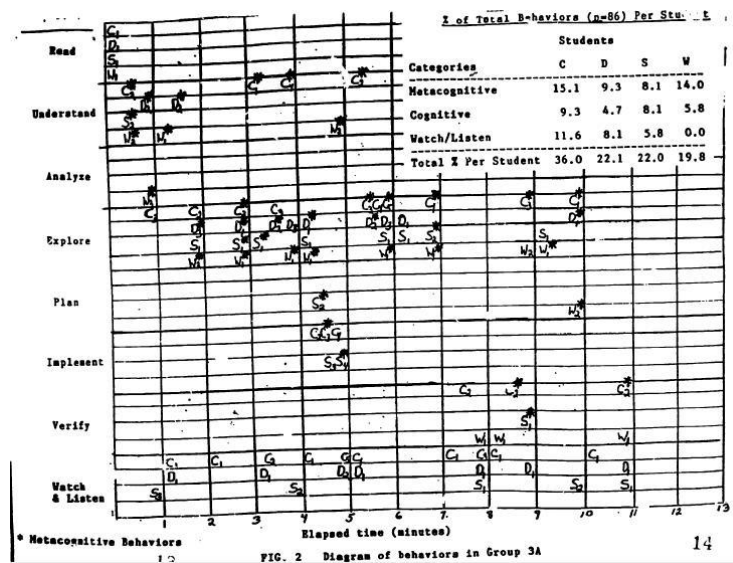
Figura II- 1. Organización secuencial de Schoenfeld

Schoenfeld detecta que el tránsito y las relaciones entre los distintos estadios no son lineales principalmente debido a los procesos metacognitivos. Este hecho marca una diferencia clave respecto del trabajo de Pólya quién suponía que el tránsito entre estadios era lineal. Por otro lado, en su trabajo, reconoce que no identificar todos los indicadores locales de la actividad metacognitiva es una limitación de su trabajo. De hecho, ni registra ni diferencia las actividades metacognitivas de las cognitivas dentro de cada estadio. Es más, la componente metacognitiva la considera solo (a) cuando se incorpora nueva información y (b) cuando se produce una transición entre estadios.

A raíz de esta limitación, expuesta por el propio Schoenfeld, Artz y Armour-Thomas (1990, 1992) intentan diferenciar las componentes cognitivas y metacognitivas dentro de cada estadio, analizando los procesos de resolución de problemas matemáticos llevados a cabo por parejas de estudiantes trabajando de forma colaborativa. Artz y Armour-Thomas, al considerar parejas de resolutores, detectan la necesidad de diferenciar los estadios de planificación e implementación. La principal razón que esgrimen es que estos estadios no siempre ocurren simultáneamente cuando la resolución es abordada en parejas o pequeños grupos. De hecho, “es bastante usual que un estudiante proponga un plan que es inmediatamente rechazado por el compañero/a”

(Artz y Armour-Thomas, 1992, p. 141). Además, el trabajo en parejas les lleva a introducir dos nuevos estadios respecto de los estadios de Schoenfeld: (a) escuchar y observar (uno de los sujetos observa o escucha al compañero) y (b) comprender el problema (cuando los estudiantes realizan comentarios que reflejan un intento de clarificar el significado del problema). Con este último estadio, los autores diferencian la componente metacognitiva del estadio lectura. El modelo de estadios de Artz y Armour-Thomas consta de ocho estadios: (a) lectura, (b) comprensión, (c) análisis, (d) exploración, (e) planificación, (f) implementación, (g) verificación y (h) observación y escucha.

Como Schoenfeld (1985), Artz y Armour-Thomas (1992) identifican los estadios en las producciones verbales y escritas de los resolutores. Posteriormente, los datos son organizados en un gráfico secuencial temporal que permite la visualización y el tratamiento cualitativo del proceso de resolución. Los autores además registran aisladamente los procesos cognitivos y los metacognitivos en cada estadio (Figura II-2).



Nota. Extraído de Artz y Armour-Thomas (1990, p. 12)

Figura II- 2. Parrilla de observación Artz y Armour-Thomas

Los trabajos de Artz y Armour-Thomas sugieren que aquellos estudiantes que tienen éxito en los procesos de resolución describen un continuo vaivén entre los procesos cognitivos y metacognitivos, así como entre los distintos estadios (tanto de los procesos internos a cada estadio como en los inter-estadios). Además, los vaivenes son más

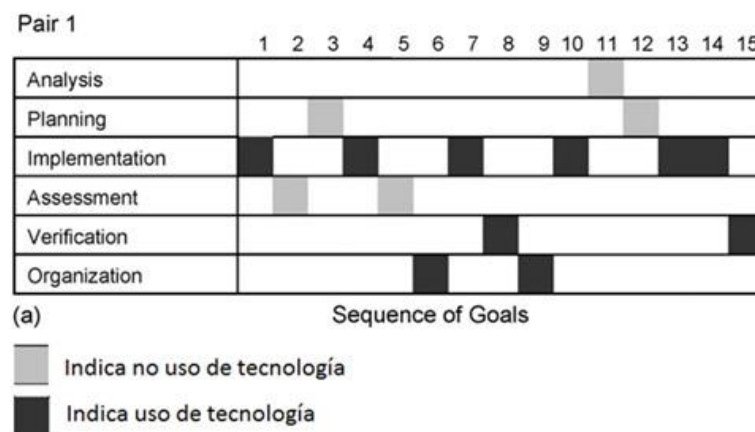
frecuentes en resoluciones con éxito del problema, y los estadios de comprensión y lectura son a los que más regresan los estudiantes. El estadio de exploración (en ambas componentes, cognitiva y metacognitiva) presenta mayor frecuencia de ocurrencia, dándose simultáneamente con el estadio de análisis dentro de la pareja en algunas ocasiones.

Yerushalmy (2000), utilizando el modelo de Schoenfeld, centra la atención especialmente en el estadio de implementación y en cómo el uso de los recursos durante el proceso de resolución crea nuevas formas de interacción entre los distintos estadios. Este autor observa parejas de estudiantes resolviendo problemas de álgebra, desde una aproximación funcional y utilizando tecnología digital. El modelo de Yerushalmy no añade ningún estadio nuevo. El autor detecta la producción de vaivenes entre pequeños periodos que involucran en el estadio de planificación siempre que esté acompañado con una fuerte presencia de procesos metacognitivos. El autor señala que muchos de estos procesos de vaivén están motivados por la inclusión de tecnología digital y/o por grandes periodos en el estadio de implementación. Yerushalmy sugiere, a raíz de estos hallazgos, la cantidad y naturaleza de los vaivenes entre estadios necesita ser explorada con mayor profundidad, con objeto de comprender mejor como se desarrollan o evolucionan las estrategias y la planificación en la resolución de problemas matemáticos. Esta sugerencia es recogida en el trabajo de Lee y Hollebrands (2006), quienes estudian los procesos de resolución de problemas presentados en un formato de pequeño programa informático que contiene una aplicación de java (específicamente diseñado para el problema). Los autores proponen problemas a estudiantes de educación primaria. Adaptan los indicadores de cada estadio debido a la introducción de elementos relacionados con la tecnología, consideran un nuevo estadio denominado organización, integran lectura en el estadio de análisis y añaden un estadio específico para el control o evaluación del proceso de resolución que está siendo realizado y que denominan evaluación. Así pues, el modelo de Lee y Hollebrands (2006) consta de seis estadios: (a) análisis, (b) planificación, (c) implementación, (d) evaluación, (e) verificación y (f) organización.

Lee y Hollebrands registran de forma secuencial tanto la ocurrencia de los estadios como el uso de la tecnología en cada estadio (Figura II-3). El registro realizado no es temporal sino puramente secuencial en función de la consecución de metas o hitos durante la resolución. Los autores definen hito como:

Un objetivo o propósito hacía el que se dirige el esfuerzo. Así un objetivo en la resolución de problemas puede ser explícito (enuncian la meta) o implícito (llevan a cabo acciones físicas o verbales) durante la resolución del problema. (Lee y Hollebrands 2006, p. 256)

Así, cada segmento de observables en la que se identifica un hito fue asignado a uno de los seis estadios. Esto implica que los estadios contienen un gran número de hitos en algunos casos.



Nota. Extraído de Lee y Hollebrands (2006, p. 258)

Figura II- 3. Parrilla de observación de Lee y Hollebrands

Lee y Hollebrands detectan que en aquellos estudiantes que logran resolver más frecuentemente los problemas, la secuencia de estadios “implementación→evaluación→implementación” es también más frecuente, que los estudiantes que tienen menos éxito presentan menos procesos de control tras periodos en el estadio de implementación. En relación con el uso de la tecnología, los autores afirman que esta es generalmente usada durante el estadio de implementación y que casi no es usada en los estadios de análisis y planificación.

Continuando con la idea de estudiar las interrelaciones y transiciones entre estadios, Yimer y Ellerton (2006, 2010) analizan la resolución de problemas matemáticos por profesores en formación que trabajan individualmente. Para describir la variedad de transiciones durante los procesos de resolución de problemas, Yimer y Ellerton desarrollan un modelo de cinco estadios: (a) comprometer, (b) transformar-formular, (c) ejecutar, (d) evaluar, y (e) internalizar. Los autores confirman las observaciones de Schoenfeld (1985), al detectar cómo las transiciones entre los cinco estadios no son lineales ni unidireccionales. Además, añaden que las transiciones usualmente involucran periodos de relectura que sirven como “catalizadores de las decisiones metacognitivas que se producen y orientan a la elección del camino a seguir o la puesta en juego de otras acciones metacognitivas dentro del mismo estadio en el que los estudiantes se encuentran” (Yimer y Elleerton, 2010, p. 251). Kusrast y Okur (2012) obtienen similares conclusiones, añadiendo que para que los resolutores tengan éxito, deben conocer cuándo y cómo usar las estrategias en cada episodio, conociendo previamente las habilidades metacognitivas y transiciones que deben poner en juego.

Kusrast y Okur (2012) no hacen sino confirmar los resultados obtenidos por Goos et al. (2002), quienes retoman el trabajo de Artz y Armour-Thomas (1990) para analizar las relaciones entre la autorregulación de un sujeto de la regulación de la interacción con el pensamiento del compañero. Goos et al. (2002) indagan, a través del análisis de los intercambios conversacionales entre los componentes de la pareja y en la identificación de los procesos metacognitivos considerados por Schoenfeld. Es decir, indagan cuándo nueva información es incorporada al proceso de resolución o, se produce una evaluación de un aspecto particular del razonamiento, estrategia o solución realizada. Para ello, utilizan la noción de calidad transactiva del diálogo propuesto por Kruger (1993), caracterizando el razonamiento transactivo como “la clarificación, elaboración, justificación y crítica de razonamiento propio y del razonamiento del compañero” (Goos et al., 2002, p. 199). Entre los resultados, destaca que las parejas de estudiantes que no tuvieron éxito en la resolución de problemas pueden caracterizarse por llevar a cabo procesos metacognitivos pobres, a la vez que los sujetos no responden críticamente a las ideas del compañero. Mientras que las parejas que sí resuelven con éxito los problemas, pueden caracterizarse por discutir, criticar y refutar las ideas inútiles que a la vez apoyan estrategias que consideraban útiles.

II.1.3. Aproximaciones metodológicas desde la óptica macroscópica

Los antecedentes anteriores tienen sus pilares en distintas aproximaciones metodológicas y de diseño. A continuación reflejo brevemente algunos elementos que tienen en común.

En cuanto a los sujetos de observación¹¹, Pólya (1945) realiza una aproximación teórica con base en sus conocimientos de resolución de problemas. Goos et al. (2002), Lee y Hollebrands (2006), Puig (1996), Schoenfeld (1985) y Yerushalmy (2000) observan principalmente parejas de resolutores; Artz y Armour-Thomas (1992), grupos de 4 o 5 resolutores; y Kusrast y Okur (2012), Yimer y Ellerton (2010) y Villegas et al. (2009) sujetos individuales.

En cuanto al procedimiento, detecto dos elementos recurrentes en las investigaciones consultadas. Por un lado, la utilización de videograbaciones y sus transcripciones y, por el otro, la utilización de la técnica del pensamiento verbal en voz alta (Ericsson y Simon, 1980, 1993). Las videograbaciones y transcripciones permiten a los investigadores la toma de datos sin necesidad de repetir el experimento. La técnica del pensamiento en voz alta permite analizar las verbalizaciones y acciones que explícitamente llevan a cabo los resolutores y también aquellas inferidas a través del habla, por movimientos corporales o gestuales. A partir de ahí, los investigadores ven incrementada la cantidad de procesos observables, especialmente si se compara con los experimentos en condiciones de silencio (Villegas et al., 2009). Dicha técnica ha sido empleada también en ámbitos como la lectura (Armengol, 2007).

En referencia a la fiabilidad y validación del proceso de codificación, Schoenfeld (1985), Artz y Armour-Thomas (1992), Puig (1996) y Villegas et al. (2009) utilizan la técnica de concordancia consensuada (Anguera, 1990, 2003). Por su parte, Artz y Armour-Thomas (1992) calculan el índice de fiabilidad interobservador e

¹¹ En varios de los estudios consultados los sujetos de observación no se limitan a los expuestos, bien por los objetivos propios de sus investigaciones, bien por la utilización de otros instrumentos de investigación. Por ejemplo, Lee y Hollebrands (2006) también observan al profesor que trabajaba con cada pareja de estudiantes y realizan entrevistas individuales, Artz y Armour-Thomas (1992), aunque su nivel de referencia era grupos de 4 o 5 sujetos, las observaciones se realizan sobre parejas de sujetos, o como Yimer y Ellerton (2010), quienes aparte de utilizar parejas, también utilizan las observaciones de la clase entera, de pequeños grupos o entrevistas individuales.

intraobservador. Una técnica similar es empleada por Kursat y Okur (2012) aunque no detallan el índice interobservador obtenido. Yimer y Ellerton (2010) utilizan el método de comparación constante (Maykut y Morehouse, 1994), método que combina la codificación de categorías inductiva con la comparación simultánea de todas las unidades de significado identificadas.

Llegado a este punto, los antecedentes mostrados en esta sección constatan el esfuerzo y avance de la comunidad de investigadores en Educación Matemática y la necesidad de continuar indagando en la identificación y caracterización de los distintos estadios en resolución de problemas, el tránsito entre ellos y las relaciones entre las componentes cognitivas y metacognitivas intra e inter estadios.

II.1.4. Problemas de optimización matemática escolares

En esta sección describo un conjunto de antecedentes relativos a los problemas de optimización matemática escolares. Primero ubico el tratamiento curricular de los problemas de optimización. Seguidamente, centro el discurso en la naturaleza del pensamiento optimizador, su relación con el pensamiento variacional y los principales errores y obstáculos asociados a este. Finalizo la sección ofreciendo un listado de errores y dificultades asociados a la resolución de los problemas de optimización escolares.

Los problemas de optimización matemática han sido abordados desde la época de los griegos y son un contenido curricular recurrente, especialmente en bachillerato¹². Este estudio está centrado en los problemas de optimización escolares. Dichos problemas tradicionalmente están referidos a la optimización de funciones de variable real, y su resolución está basada en técnicas del análisis funcional¹³. Generalmente los problemas de optimización que se encuentran en los libros de texto involucran a una sola variable (Esteves, 2008; González, 2004; González y Sierra, 2004), aunque como señalan Camacho y González (1998), y Malaspina, (2008), existen diversas tipologías de problemas de optimización, para los que en su resolución pueden emplearse técnicas geométricas, tabulares, medios tecnológicos o diversas estrategias heurísticas.

¹² Una revisión de cómo la resolución de problemas y los problemas de optimización son abordados en el currículo puede consultarse en el Anexo XVI.

¹³ El Anexo III está dedicado a la descripción de las técnicas de resolución basada en el análisis funcional.

Por otro lado, según Malaspina (2007) el deseo de optimizar es inherente en la naturaleza humana y, como tal, ocurre en numerosas situaciones cotidianas, estando dominada fundamentalmente por la intuición y/o experiencia previa. Además, Cantoral y Farfán (1998) señalan que todo problema de optimización tiene sus raíces en el pensamiento variacional¹⁴. La adquisición de este pensamiento, como parte del pensamiento funcional, es de vital importancia en la resolución de problemas de optimización. En esta adquisición, el manejo significativo y rico de los sistemas de representación tiene un papel destacado (Bonilla, Romero, Narváez y Bohórquez, 2015; Cantoral y Farfán, 1998; Cantoral y Mirón, 2000; Villegas et al., 2009; Zambrano, 2010).

Diversos estudios constatan que entre los principales errores y obstáculos para el desarrollo del pensamiento variacional, y por ende, para la resolución de problemas de optimización escolares son la poca o nula utilización de enfoques visuales o numéricos en la resolución de problemas de optimización; la dificultad en la creación de la representación interna de variación; el poco o nulo trabajo en relación con la optimización discreta y; la influencia negativa de la intuición y la experiencia previa del resolutor (Cantoral y Farfán, 1998; Cantoral y Mirón, 2000; Malaspina, 2007, 2008; Maury, Palmezano, y Cárcamo, 2012; Sánchez-Matamoro, García, y Llinares, 2008; Villegas et al., 2009). Puesto que las dificultades y errores en el aprendizaje forman parte del proceso de conocimiento, siendo una posibilidad permanente para su adquisición y consolidación, como docentes y/o diseñadores de actividades tenemos que controlarlos.

Según Rico (1998), el error es un conocimiento deficiente e incompleto, y como tal, “hay que enfrentar a los estudiantes con los potenciales errores y, a partir del conflicto cognitivo, tratar de lograr la superación del alumno” (Rico, 1998, p. 66). Por su parte, una dificultad puede ser considerada como un obstáculo en la consecución de un objetivo que no necesariamente da lugar a la aparición de errores. De hecho, Rico (1998) señala que no existe un desarrollo sistemático que permita clasificar, interpretar y predecir los errores en términos de obstáculos o dificultades. Es por ello que en

¹⁴ Cantoral y Farfán (1998) definen por pensamiento variacional a “...una línea de investigación que, ubicada al seno del acercamiento socioepistemológico, permita tratar la articulación entre la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos” (p. 4).

cualquier diseño de una actividad, hay que tener presente, además de los errores, las posibles dificultades que puedan presentarse a los estudiantes.

El listado que presento a continuación es un compendio de dificultades y errores asociados a los problemas de optimización escolares y han sido recogidas de diversas fuentes (Camacho y González, 1998; Codina, 2000a; Hitt, 2000; Maury et al., 2012; Nieves y Mejía, 2005; Ortiz, 2002; Zawojewski et al., 2013).

- *Fenómenos de compensación.* Durante la resolución de pueden darse “fenómenos de compensación”, es decir, los resolutores interpretan que cuando en un tramo aumenta su medida (por ejemplo, la distancia), el otro la disminuye en la misma proporción. Ello genera que se produzca una compensación de la medida a optimizar, quedando esta siempre constante.
- *Construcción del modelo-esquema.* La obtención del modelo es una estrategia heurística propia de la resolución de problemas o parte de un proceso de modelización matemática. Una adecuada construcción del mismo mejora la comprensión del problema, mientras que la correcta elección del sistema de referencia, elección de variables y determinación del dominio de validez favorece la puesta en juego de otros tipos de conocimiento matemático, como los asociados con la geometría euclidiana.
- *Elección de variables.* La elección de la variable dependiente e independiente es una dificultad habitual en la enseñanza y aprendizaje de contenidos asociados con el análisis funcional, así como en la algebratización de la situación problemática. La elección de variables está relacionada con la adecuada obtención de un modelo y comprensión del problema.
- *Elección de sistema de referencia.* Una incorrecta elección del sistema de referencia propiciará la incorrecta algebratización de la situación problemática.
- *Determinación del Dominio.* Una incorrecta determinación del dominio de validez de las variables conllevará la obtención de respuestas erróneas en el contexto del problema.

- *Algebraicos*. Son errores y dificultades asociados al establecimiento de las ecuaciones, es decir, la determinación de la función a optimizar.
- *Interpretación gráfica y articulación entre distintos registros semióticos*. Son aquellos errores asociados a una incorrecta interpretación gráfica, así como la articulación (tratamiento y conversión) entre registros semióticos.
- *Métodos de ensayo y error*. Aunque no es un procedimiento común en la resolución con lápiz y papel, la utilización de tecnología promueve métodos de ensayo y error que inhiben el pensamiento analítico, tanto sobre la representación gráfica como en las distintas articulaciones entre los distintos registros semióticos puestos en juego.

En este mismo capítulo indico dos trabajos que permitirán delimitar inicialmente el tipo de problema de optimización que utilizaré en esta investigación: un problema de cálculo de distancias (Camacho y González, 1998). Posteriormente, en el capítulo IV-método describo con mayor profundidad las razones de dicha elección.

II.2. Tecnología (digital) en educación matemática

En esta sección describo un conjunto de antecedentes en relación a la tecnología digital y la Educación Matemática. Comienzo con una breve descripción de la evolución histórica más reciente. De acuerdo con el objetivo general de esta memoria, centraré el discurso en los sistemas interactivos.

II.2.1. Tecnología y educación matemática en los últimos 30 años

Establezco tres periodos de frontera difusa en la que encuadrar las distintas investigaciones que relacionan tecnología con Educación Matemática. El primero abarca desde mediados de los ochenta y el primer estudio ICMI sobre tecnología (1985), hasta principios de los noventa con la universalización de las calculadoras y aparición de primeros softwares específicos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El segundo comprende desde principios de los noventa hasta la aparición de la Web 2.0¹⁵ o Web Semántica (principios del siglo XXI). El tercer periodo comprende desde la irrupción de la Web 2.0 hasta la actualidad.

II.2.1.1. Primer periodo

El primer estudio ICMI, en 1985, estuvo centrado en la influencia de la tecnología en la Educación Matemática (Cornu y Radson, 1992). A raíz de dicho congreso, las calculadoras (u ordenadores) pasaron de ser consideradas como instrumentos de investigación a ser consideradas como elementos a introducir en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Durante este primer periodo, las investigaciones están centradas en los aspectos técnicos o conceptuales relativos a las posibilidades de cálculo y de programación de los ordenadores (Fey, 1993). Aun son escasos, aunque incipientes, los trabajos orientados a los procesos y las componentes teóricas en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Hoyles y Lagrange, 2008). Estos trabajos y la cada vez mayor accesibilidad por parte de los ciudadanos y escuelas a los recursos tecnológicos propicia su incorporación tanto en las aulas como en los diversos lineamientos curriculares (NCTM, 1989; MEC, 1991)¹⁶.

El surgimiento de la relación entre las tecnologías y la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas hace aparecer nuevas necesidades de formación específica para los profesionales de la educación. Las investigaciones comienzan a indagar sobre las implicaciones derivadas de la introducción de tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aunque inicialmente los trabajos conjeturaban sobre los posibles beneficios atribuibles a las tecnologías (Cornú y Ralston, 1992, Fey, 1993), gradualmente y con el paso de los años, los objetivos de investigación se deslizaron hacia “la búsqueda del potencial de los ordenadores y las calculadoras como herramientas que permiten a los estudiantes abordar e investigar la resolución de

¹⁵ El término Web 1.0 está referido al empleo de internet a través de páginas web programadas normalmente en html. Dichas web son estáticas y no permitían una interacción con el usuario directa. El término Web 2.0 está referido al empleo de internet a través de páginas web dinámicas y que permiten una interacción directa con el internauta; como señala Gadanidis (2008, p. 2): “El paradigma Web 2.0 no observa Internet únicamente como páginas de lectura estática, sino como una ambiente dinámico de lectura y escritura (como las wiki) donde el usuario interactúa y cogenera contenido y experiencias”. La Web Semántica se refiere a la transformación de la Web 2.0 a través de la introducción de metadatos adicionales en las páginas web de tal forma que permita la inter-operatividad entre páginas sin necesidad de intervención humana.

¹⁶ El Anexo XVI recoge el tratamiento curricular de la tecnología.

problemas reales a la vez que fomenta la adquisición de conocimientos matemáticos” (Fey, 1993, p. 7). Los investigadores adoptan ya en sus trabajos la premisa de que la tecnología transforma la forma de aprender, hacer y enseñar matemáticas y, que esta se convierte en agente del cambio (Artigue, 2011; Clements, 2013; Fey, 1993; Hoyles y Lagrange, 2005, 2008; Kaput y Thompson, 1994; Leung, 2013; Perks et al., 2002; Santos-Trigo, 2007; Santos-Trigo y Espinosa, 2002). Ello posibilita el desarrollo de un nuevo paradigma investigativo en el ámbito de la educación y, en particular, en la Educación Matemática: la investigación en tecnologías digitales aplicadas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Roberts et al., 2013). Así pues, es a finales de los ochenta cuando empiezan a desarrollarse investigaciones relacionados con los aspectos procesales y/o teóricos de las tecnologías, con la práctica docente, la gestión de información, los tutoriales digitales, la capacidad gráfica y de simulación así como la relación de la tecnología con el aprendizaje de conceptos y la resolución de problemas matemáticos (Hoyles y Lagrange, 2010).

II.2.1.2. Segundo periodo

A partir de la herencia del anterior periodo y la rápida evolución tecnológica, durante estos diez años se crean y/o perfeccionan softwares como Cabri-Géomètre, Geometre Skethpatd, Hojas de Cálculo (Excel, Lotus), SPSS, Mathematica, Derive, calculadoras con capacidades de cálculo simbólico y geometría dinámica (TI-83, TI-92), entre otros. A su vez, los documentos curriculares dan cuenta de la importancia de la tecnología digital en la formación del estudiante cada vez con mayor intensidad (MECD, 2002; NCTM, 2000). Paralelamente y progresivamente, las investigaciones documentan con mayor rigor los efectos de las tecnologías y, relacionan a estas con situaciones de resolución de problemas matemáticos, de modelización, de representación, de formación del profesorado, etcétera, elaborándose y/o adaptándose marcos teóricos (Balacheff, 1994; Balacheff y Kaput, 1996; Bedoya, 2002; De Corte, 1990; Healy et al., 1994a, 1994b; Hoyles y Noss, 1994; Kaput, 1992; Ortíz, 2002).

Durante este periodo toma cuerpo el incipiente paradigma surgido en los años noventa como campo de investigación. Aunque su evolución va a remolque de la rápida e incansable evolución tecnológica, las nuevas investigaciones disponen de un amplio campo de indagación debido a las evolución de las posibilidades de cálculo y

representación de tareas o problemas matemáticos, la forma en la que las tecnologías ayudan a visualizar las relaciones matemáticas, permiten construir, visualizar, revisar y cambiar construcciones casi instantáneamente y dinámicamente y, ayudan a potenciar las estrategias en resolución de problemas (Santos-Trigo y Espinosa, 2002).

II.2.1.3. Tercer periodo

Los avances tecnológicos acaecidos durante la pasada década y lo que llevamos de esta, junto con la incorporación masiva de tecnología en los hogares y escuelas, han propiciado la consolidación del paradigma investigativo y la ampliación de líneas de investigación. Al igual que en 1985 la celebración del congreso del ICMI supuso un hito, en la actualidad, lo es el tránsito entre la Web 1.0 y la Web 2.0 y la aparición de nuevas formas de comunicación e interacción con las tecnologías. Dicho tránsito es etiquetado por Schrage (2001) como revolución relacional:

Cuando tratamos de observar el impacto de los nuevos medios, la importancia de la información está subordinada a la de la comunicación. El valor real de un medio recae menos en la información que en las posibilidades de comunicación que puede crear. (p. 2)

Así, el avance tecnológico posibilita que las investigaciones ya no se centren mayoritariamente en observar-describir las tecnologías como elementos mediadores centradas en el individuo en la actualidad. Ahora también son consideradas como elementos mediadores y generadores de conocimiento compartido, presencial y on-line (Cobo y Fortuny, 2005; Codina, 2008), potenciando los procesos interactivos (Codina y Castro, 2004; Gadanidis et al., 2004; Jacobs, 2005; Liang y Sedig, 2010b) o, la construcción y diseño de entornos web y/o learning objetos (Codina et al., 2010; Chiappe et al., 2007; Gadanidis et al., 2007; Mgombelo y Buteau, 2009; Molina y Castro, 2004). Ello deriva en la aparición de una rama de investigación denominada Aprendizaje Colaborativo Soportado por Ordenador (ACSO) o, en inglés, *Computer Supported Collaborative Learning* [CSCL] (Hoadley, 2000; Litz, 2007; Murillo, 2001). Todo ello junto a la naturalización de la tecnología en el entorno humano es trasladado a los currículos quienes recogen la importancia vital que tiene en la formación de ciudadanos la competencia tecnológica. Durante este periodo las aulas están cada vez más equipadas tecnológicamente, la tecnología se transforma en una componente

curricular transversal de especial importancia y, es considerada en todas las etapas escolares obligatorias (MEC, 2006a, 2006b, 2007, NCTM, 2000). La importancia de la tecnología digital también queda patente en los estudios internacionales como TIMSS (MECD, 2012), donde permite el uso de la calculadora en sus evaluaciones; o PISA (OCDE, 2013, 2015), donde las tecnologías son parte integral en el proceso de evaluación de la resolución de problemas y los test son realizados en entornos digitales.

II.2.2. Sistemas interactivos

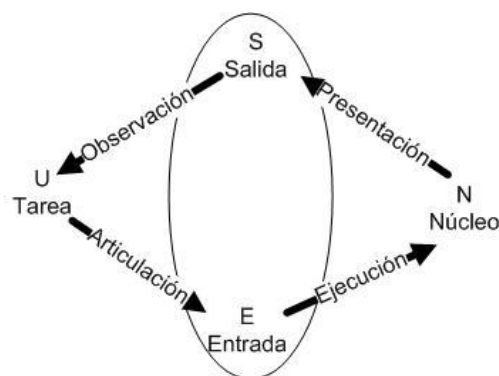
El estudio de tecnologías (digitales) interactivas ha experimentado un rápido crecimiento propiciado, en gran medida, por el nacimiento de una rama multidisciplinar denominada *Interacción Humano-Ordenador* (IHO) o en inglés, *Human Computer Interaction* (HCI). Dicha rama tiene por objetivo principal: “estudiar el diseño, evaluación e implementación de sistemas informáticos interactivos para uso humano y el estudio de los fenómenos que lo rodean” (Hewett et al. 1992, p. 5). La ambigüedad del objetivo pone de relieve que la disciplina presta atención a numerosos factores que intervienen en el proceso comunicativo entre tecnología y humano. Algunos estudios están centrados en el diseño de la Interfaz¹⁷, otros en los factores psicológicos, cognitivos, ergonómicos, de los procesos de implementación, configuración, funcionalidad y de los propósitos, en referencia a la experiencia de uso final, desde el punto de vista tecnológico, educacional o social (Dix et al., 2004; Forrester y Reatson, 1990; Sabatini, 2009).

Diversos autores como Dix et al. (2004), Forrester y Reatson (1990), Marcos (2001), Nickerson, y Landauer (1997), Sims (1997) o Sabatini (2009) señalan que aun no existe una teoría unificada para el ámbito científico de la IHO. Ello puede ser debido a su naturaleza interdisciplinar y a la relativa juventud de ámbito de conocimiento. A pesar de ello, las fuentes consultadas señalan tres aspectos esenciales en los estudios en IHO: (a) la noción de sistema interactivo como aquel en el que interactúan persona y artefacto

¹⁷ El concepto de Interfaz presenta distintas acepciones según el contexto en el que se utilice. La RAE (2015) lo define como una conexión física, como instrumento físico (por ejemplo, un ratón), y funcional, como el espacio dónde se produce la interacción y se desarrollan los intercambios comunicativos entre dos aparatos o sistemas independientes. Bajo esta óptica, Molina (2008) la define como: “el medio entre el usuario (persona física) y el contenido o información digital” (p.326) es decir, es el “instrumento a través del cual los hombres y las computadoras se comunican entre sí”. (Correa, 2010, para. 5)

con el objetivo de que este y la interacción sirva para ayudar al usuario¹⁸ a realizar una determinada actividad, (b) considerar que la interactividad involucra tres agentes principales: (b1) el usuario, (b2) el artefacto con sus componentes y el sistema computarizado que presenta, y (b3) el proceso interactivo, y (c) las interrelaciones entre los agentes.

En un primer nivel las interrelaciones puestas en juego entre los agentes permiten que la interactividad de un sistema interactivo sea interpretada como una secuencia de acciones-reacciones referidas a la producción de una tarea o actividad (Figura II-4) donde: 1- un usuario introduce una Entrada [Input] en la interfaz del sistema interactivo; 2- el sistema interactivo se activa y reacciona y; 3- el sistema interactivo produce una respuesta o Salida [Output] que se visualiza en la interfaz (Dix et al., 2004; Sims, 1997). Esta interpretación hace emerger el concepto de interfaz como un elemento de especial importancia en los sistemas interactivos.



Nota: Traducción propia (Dix et al., 2004, p. 127)

Figura II- 4. Marco general de la interacción Dix et al.

La interfaz, según Molina (2008), es el instrumento a través del cual, hombres y computadoras establecen comunicación entre ellos, es el medio entre el usuario (persona física) y el contenido o información digital. Pero más allá de ser considerado solo un medio, algunos autores como Correa (2010) consideran que la interfaz debe entenderse como un lenguaje de interacción entre usuario y ordenador. Ello conlleva que, en el ámbito de la IHO, la interfaz no pueda considerarse como un elemento aislado dentro de un sistema interactivo. De hacerlo, Forrester y Reatson (1990)

¹⁸ Cuando nos referimos al término usuario, no debemos limitarnos a considerar sólo un sujeto. La noción abarca desde un único sujeto hasta un grupo de sujetos interactuando a través de la red.

sostienen que surgiría la falsa creencia de independencia de acciones entre el usuario y el sistema:

... una ventana figurativa por la cual el usuario (por lo general el humano, pero no necesariamente) redirecciona, manipula y se informa acerca del software del sistema. Esta visión es inadecuada pues desacopla al usuario y al sistema, proporcionando una autonomía a cada uno falsa. (p. 284)

Estos autores sostienen que existe una influencia mutua entre el sistema, el usuario (a través de la interfaz) y la interactividad puesta en juego como un lenguaje de interacción. Bajo esta consideración, la interfaz de una tecnología (digital) no es neutra en la interacción entre tecnología y humano. Puesto que los sistemas interactivos y los usuarios no tienen por qué utilizar el mismo lenguaje en la comunicación, distingo entre (a) el *lenguaje del sistema*: referido al lenguaje computacional y, (b) el *lenguaje de la tarea* del usuario: referido al empleado por el usuario en su interacción con la interfaz y por ende, con el sistema. Además, en esta distinción de lenguajes hay que tener presente que dado que la interfaz está situada entre ambos lenguajes, es necesario precisar la distinción entre el *lenguaje de entrada y salida* hacia y desde la Interfaz. Dada la existencia e interrelación entre lenguajes, la investigación en IHO otorga especial importancia al diseño de la interfaz y del lenguaje de interacción, en especial a los obstáculos derivados de la conversión y traducción entre los registros de los distintos lenguajes puestos en juego. Estas ideas están reflejadas en el modelo o marco general de la interacción representado en la Figura II-4 en la que puede observarse las distintas conversiones-traduccioness entre los lenguajes existentes en un proceso de interacción.

Dicho marco describe el ciclo de interacción. Este comienza cuando un usuario formula un objetivo o meta a conseguir ($U \equiv \text{Tarea}$), para lo cual, manipula el artefacto a través de una “entrada” ($E \equiv \text{entrada}$) siendo la tarea convertida del lenguaje del usuario al lenguaje de entrada ($(U \rightarrow E) \equiv \text{articulación}$). El siguiente proceso consiste en la transformación del lenguaje de entrada al lenguaje del sistema ($N \equiv \text{núcleo}$). Dicha operación es realizada por el sistema, quien ejecuta las órdenes y lleva a cabo un tratamiento en función de las operaciones y traducción del lenguaje de entrada al lenguaje del sistema ($(E \rightarrow N) \equiv \text{ejecución}$). Posteriormente, el sistema transforma al lenguaje de salida ($S \equiv \text{salida}$) el resultado de aplicar la etapa de ejecución. Dicha

operación es realizada por el sistema al convertir los resultados de la ejecución del lenguaje del sistema a marcos y/o conceptos del lenguaje de salida ((N→S)≡presentación). Finalmente, el usuario visualiza (escucha, siente, etc.) y convierte dicha salida a su propio lenguaje, evaluando los resultados de la interacción en función de la meta u objetivo inicial ((S→U)≡observación) comenzando un nuevo ciclo si así fuera necesario.

De manera natural, surgen ciertas analogías entre el marco general de la interacción (Figura II-4) y los procesos de resolución de problemas matemáticos. Cuando un usuario formula la meta y lo expresa en el lenguaje de entrada en la interfaz, el usuario está realizando un proceso de lectura, análisis y exploración del problema. Ello también conlleva realizar a su vez una planificación de lo que espera que el sistema ejecute. Posteriormente, cuando el sistema devuelve los resultados de la ejecución en la interfaz a través del lenguaje de salida y el proceso de presentación, el usuario los percibe poniendo en juego procesos metacognitivos de verificación. Esta analogía deja solo parcialmente sin contenido el proceso de implementación en resolución de problemas matemáticos. Ello es así dado que este se produce internamente en el sistema interactivo y sin intervención aparente del usuario. Señalo que parcialmente dado que dependerá de la funcionalidad y capacidad del sistema.

A raíz de todo lo expuesto anteriormente, puedo considerar una actividad en formato web como un tipo particular de sistema interactivo. El diseño de este tipo de actividades está en constante evolución, debido a la incorporación de los avances tecnológicos, y existe una “necesidad de hacer investigación en el campo del e-learning que contribuya a mejorar los aspectos de diseño, implementación y evaluación de este tipo de estrategia de formación” (Ferruzca, 2008, p. 303).

II.3. Trabajo colaborativo, cognición distribuida y tecnologías digitales

La investigación en el aprendizaje colaborativo está cobrando un nuevo impulso debido a las posibilidades que ofrecen las tecnologías digitales para la colaboración (Roschelle, 2013). A este respecto, han surgido nuevas líneas de investigación, que bajo distintas denominaciones como Aprendizaje Colaborativo Soportado por Ordenador (ACSO) o,

en inglés, *Computer Supported Collaborative Learning* [CSCL] (Hoadley, 2000; Litz, 2007; Murillo, 2001), están revisando las nociones de trabajo o aprendizaje colaborativo. A este respecto Zañartu (2003) señala que es un reto determinar el grado de influencia de las interacciones en el proceso cognitivo y de aprendizaje entre los agentes que intervienen en situaciones colaborativas.

Según Gros (2007), el ACSO parte de dos ideas básicas: (a) en el aprendizaje colaborativo, el sujeto no es una persona aislada, sino un sujeto en interacción con los demás y (b) el papel del ordenador es clave como elemento mediador que apoya/sostiene este proceso. Bajo estas dos ideas, el ACSO asume que el ordenador es un amplificador o reorganizador de las capacidades cognitivas humanas, en los términos expresados por Pea (1985). En esta línea, Waldegg (2002, p. 5) afirma que:

(a) el aprendizaje colaborativo asistido por las tecnologías puede mejorar la interacción entre pares y el trabajo en equipos, y

(b) la colaboración, así como la tecnología, facilitan el conocimiento compartido y distribuido, además del desarrollo de habilidades y destrezas entre los miembros de la comunidad.

Estas ideas han sido estudiadas por diversos autores, los cuales han mostrado cómo la interacción y su influencia son un elemento clave en el aprendizaje colaborativo, no solo entre los sujetos, sino también entre éstos y el ordenador, es decir, la interactividad (Callejo, 2011; Codina, 2000a, Codina y Romero, 2015; Ferruzca, 2008; Fischer et al., 2013; Gadanidis, 2008; García, Romero y Gómez-Chacón, 2015; Gros, 2007; Wu-Yuin, Shadiev, Ray Yueh-Min, Yi-Ting, Yu-Shu, y Jia-Han, 2013; Wu-Yuin y Shih-Shin, 2012; Liand y Sedig, 2010; Yerushalmy, 2005; Waldegg, 2002).

Por otra parte, Santos-Trigo et al. (2015) reflejan cómo las tecnologías digitales provocan cambios estructurales en el sistema cognitivo a través de la interactividad, reorganizando y transformando las actividades que los sujetos realizan mediados por estos instrumentos: “la apropiación de la herramienta depende de los esquemas cognitivos que el aprendiz desarrolla mientras usa la herramienta para representar y explorar el problema” (Santos-Trigo et al., 2015, p. 6). No obstante, como señala Roschelle (2013), aun no hay una base empírica clara que muestre que el aprendizaje

efectivo no ocurre por el mero hecho de proporcionar herramientas tecnológicas digitales a los estudiantes para que trabajen juntos. Hollan, Hutchins, y Kirsh, 2000; Hutchins, 1994; Núñez, Edwards, y Matos, 1999; Pea, 1993; Rogers, 1997, sostienen que en la actualidad, es un reto tratar de comprender cómo emergen las propiedades cognitivas a partir de las interacciones entre las partes constitutivas del mismo.

En este contexto, la cognición distribuida proporciona un marco para el estudio de los procesos cognitivos que son distribuidos a través de un ambiente de aprendizaje mediado por ordenador. Dicho marco intenta usar la comprensión del contexto social, cultural y material de las prácticas cognitivas para examinar los modelos de procesos cognitivos dentro y entre las mentes individuales en ambientes colaborativos (Hutchins, 1994). Lozares (2000), a este respecto, identifica que el proceso de interacción, en tanto que es dinámico, implica un intercambio, negociación y apropiación de los procesos cognitivos. En palabras de Rogers y Ellis (1994, p. 122):

El objetivo principal es dar cuenta de cómo las estructuras distribuidas, que conforman el sistema funcional [sistema cognitivo], son coordinadas a través del análisis de las diversas contribuciones del entorno en el que la actividad se lleva a cabo, los medios de representación (por ejemplo, instrumentos, pantallas, manuales, reglas de navegación), las interacciones de los individuos entre sí y el uso interactivo de artefactos.

Dado que el sistema cognitivo, en conjunto, es el fenómeno a observar, autores como Hutchings (1994), Lozano (2000) o Ferruzca (2008) afirman que las investigaciones deben enfocar las observaciones sobre: (a) los procesos cognitivos de un individuo, (b) un individuo en interacción con el conjunto de artefactos o, (c) el grupo de individuos en interacción entre sí y con el conjunto de artefactos. Del mismo modo, Waldegg (2002) destaca la importancia de realizar investigaciones observacionales, descriptivas y de corte principalmente cualitativo para investigar los cambios cognitivos estructurales. En una línea similar, Winn (2003) afirma que las investigaciones longitudinales, basadas en grupos control, en la aleatoriedad de la muestra, etc., son útiles pero no pueden abarcar la complejidad del aprendizaje en ambientes computacionales dinámicos e interactivos.

Quizás por ello, tal y como afirman Ferruzca (2008) y Rogers (1997), las investigaciones basadas en la cognición distribuida utilizan un número variado de métodos, donde la metodología de investigación adoptada depende de la unidad de análisis y del grado de profundidad con el que se desea explicar el sistema cognitivo. Por su parte, Hollan et al (2000) señalan que la mayoría de las investigaciones que utilizan el marco de la cognición distribuida emplean metodologías etnográficas que permiten la observación, documentación y análisis del flujo de la información, las propiedades cognitivas de los sistemas, la organización social y los procesos culturales. Así, la mayor parte de los estudios realizados hasta el momento se centran en proponer procedimientos y marcos que proveen perspectivas teóricas y metodológicas para observar la interacción, más que para explicar o establecer predicciones. A continuación presento algunos de estos procedimientos y marcos.

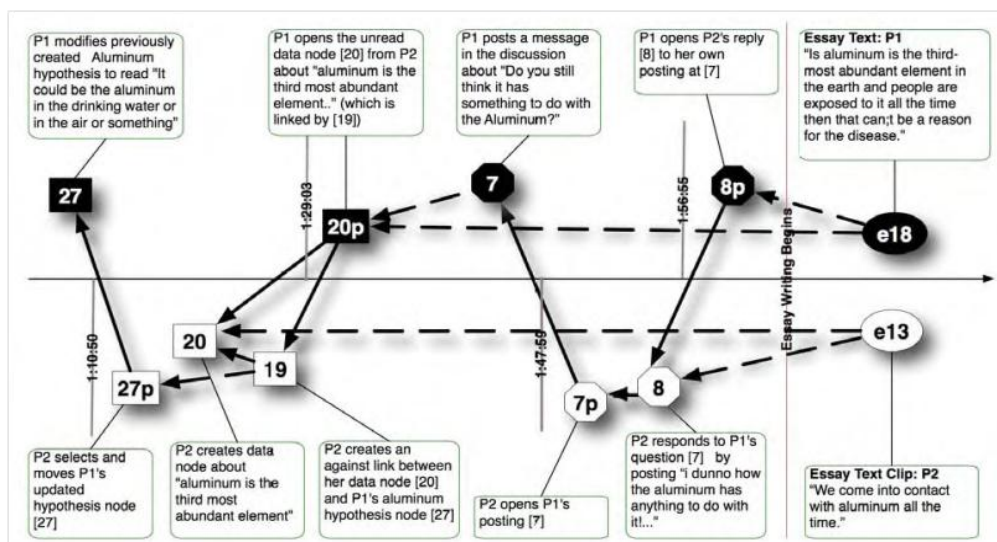
Hutchins y Klausen (1996) y Lozares (2000) para el proceso de observación, documentación y análisis. Dicho modelo presenta las siguientes cinco etapas:

- 1) Generar una primera representación de cada evento a través de la grabación en video y audio en el contexto natural donde suceden.
- 2) Generar una segunda representación de cada evento a través de la transcripción de verbalizaciones, movimientos gestuales y otras conductas que sean de interés.
- 3) Generar una tercera representación de cada evento grabado que consiste en una descripción de las acciones que se producen.
- 4) Generar una cuarta representación de los eventos dando una interpretación de las acciones identificadas en la etapa anterior.
- 5) Finalmente, a partir de todas esas representaciones, crear un mapa teórico.

Aunque Hutchins y Klausen (1996) y Lozano (2000) consideran como principal fuente de información las grabaciones en video y audio, observamos que en su proceso tienen en consideración otras fuentes de información. De acuerdo con lo expresado, la investigación bajo el marco de la cognición distribuida también utilizan como fuentes de información diarios escritos, imágenes y grabaciones de la interfaz de los artefactos,

el entorno contextual y cultural, portafolios de trabajos co-presentados y co-elaborados (individuales o grupales), registros de intercambios comunicativos a través de medios sincrónicos (chat), asincrónicos (foros de discusión), etcétera. Es más, la variedad y diversidad de posibles fuentes para analizar cómo la cognición es distribuida provoca que los investigadores diseñen marcos propios para conceptualizar y representar la interacción distribuida. Ejemplos de ellos son el elaborado por Suthers, Dwyer, Medina y Vatrappu (2010) y su marco basado en la noción de *uptake analysis framework*, que he traducido como *marco de análisis para la captación*, o el proporcionado por Strijbos, Martens y Jochems (2004) y su visión probabilística a través de la identificación de la interacción esperada.

Suthers et al. (2010), establecen su marco en función de la organización de la interacción en eventos secuenciales de eventos en el tiempo bajo la noción de *uptake* o captación. Los autores identifican la captación cuando un sujeto considera aspectos acontecidos en eventos anteriores que tienen relevancia para la actividad en curso. En la práctica, los autores representan la interacción mediante gráficos de contingencia que unifican representacionalmente el flujo de eventos y captaciones obtenidos desde las diversas fuentes y situaciones de interacción (Figura II-5).



Nota: Extraído de Suthers et al. (2010, p. 18)

Figura II- 5. Gráfico de contingencia de Suthers et al.

Estos gráficos de contingencia sirven como “transcripciones abstractas” que documentan cómo la interacción se distribuye a través de múltiples medios de comunicación.

Otro ejemplo es proporcionado por Strijbos et al. (2004) quienes proponen un marco para el análisis, diseño y reajuste de entornos de trabajo ACSO. Los autores adoptan una visión probabilística a través de la identificación de la interacción esperada. Para ello centran la atención en los procesos de aprendizaje en interacción en lugar de solo en los resultados obtenidos, considerando las diferencias individuales del trabajo de sujetos en colaboración como “posibilidades” de intervención en el aprendizaje compartido. Strijbos et al. (2004) asumen que dichas diferencias no siempre influyen en los demás sujetos y que es difícil especificar a priori qué diferencias individuales pueden afectar a la interacción en un ACSO. Es necesario un análisis retrospectivo que revele las verdaderas oportunidades y las diferencias individuales significativas que afectan a la interacción de tal forma que permita el rediseño del ambiente de aprendizaje en un entorno digital. Los autores consideran que ello permite compensar los posibles efectos negativos que las diferencias individuales en la interacción puedan tener sobre el aprendizaje compartido en un ambiente ASCO. El análisis retrospectivo permite el diseño y reajuste.

Strijbos et al. (2004) presentan un marco en seis etapas donde las dos primeras se producen simultáneamente: (a) determinar los objetivos de aprendizaje, (b) determinar los cambios esperados (en) la interacción, (c) seleccionar el tipo de tarea, (d) determinar si se necesita una pre-estructuración y cuánto, (e) determinar el tamaño del grupo y (f) determinar cómo el ordenador puede apoyar el ACSO.

Las investigaciones sobre cognición distribuida buscan el análisis y descripción detallada de situaciones reales concretas, en escenarios naturales donde, o no existe o es muy escaso el control sobre las variables. Los antecedentes mostrados revelan que la adaptación de diversos métodos es una actividad habitual en dichas investigaciones (Ferruzca, 2008). Este autor destaca que los estudios basados en la cognición distribuida empíricos son principalmente estudios de análisis de eventos y procesos; en particular, estudios de caso. Por otro lado, y en conjunción con las tecnologías digitales, Kim y Hannafin (2011) sostienen la necesidad de disponer de marcos empíricos que guíen

futuras investigaciones acerca de la influencia del diseño de tecnologías digitales de tal forma que sean consistentes con una investigación en resolución de problemas matemáticos.

Los antecedentes reflejan la necesidad actual de completar y/o proponer procedimientos y marcos que permitan ir más allá de la mera descripción de las situaciones objeto de observación. La elaboración de estos procedimientos y marcos, como método, es en la actualidad, no es solo un objetivo propio de las investigaciones basadas en la cognición distribuida, sino también de las investigaciones en resolución de problemas.

II.4. Antecedentes personales

En esta sección detallo los principales aspectos y conclusiones de dos trabajos que han servido como antecedentes claves de la investigación. El primero es la Memoria de Tercer Ciclo (MTC) (Codina, 2000a), desarrollada para obtener la suficiencia investigadora en el programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. El segundo antecedente es una primera aproximación con el objeto de investigación que estoy desarrollando en esta memoria de tesis. Dicho antecedente lo denominé Experiencia Inicial.

Para ambos antecedentes personales describo el objetivo de investigación, contexto, sujetos intervinientes, medios materiales, espacio de desarrollo y metodología de investigación empleada. Así mismo, presento la secuencia de actividades que configuran la situación experimental. Finalizo cada uno de ellos realizando una revisión retrospectiva formulada a través de un conjunto de acciones y/o propuestas de mejora. Un informe detallado de cada antecedente está descrito en el Anexo I.

II.4.1. Memoria de tercer ciclo

Realicé la MTC bajo la dirección del Doctor Antonio Rivera Figueroa, durante mi estancia como becario del programa Alfa, red FIEMAL, en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) de México DF. El trabajo está centrado en las posibilidades de uso de software de geometría

dinámica (SGD) para el estudio y resolución de problemas de optimización. Concretamente, el problema de investigación fue:

Cómo son entendidos los términos problema, resolución y solución en Educación Matemática y analizar la resolución de problemas con el uso de la computadora como herramienta de mediación y observar las habilidades, toma de decisiones y comportamiento de alumnos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas con apoyo de esta tecnología (Codina, 2000a, p. 8).

Uno de los objetivos de investigación que abordé está especialmente relacionado con mi tesis. En concreto: “observar y describir el desempeño de un conjunto de estudiantes de bachillerato a la hora de resolver tareas matemáticas y un problema de optimización en un ambiente informático” (Codina, 2000a, p. 10). El problema de optimización utilizado es del tipo de cálculo de distancias (Camacho y González, 1998) y, para su resolución, los sujetos utilizan Cabri-Géomètre II¹⁹.

II.4.1.1. Método

En la investigación participaron nueve estudiantes de bachillerato mexicanos (16-19 años). Dichos sujetos no habían cursado ninguna materia específica de cálculo o análisis funcional. Ninguno de los estudiantes conocía ni había utilizado SGD. Los estudiantes fueron distribuidos en parejas formadas libremente, quedando un único estudiante sin pareja y que realizó la experiencia solo. El espacio de desarrollo fue un aula equipada con diversos ordenadores y con el software Cabri instalado, más un ordenador conectado a un proyector. Cada pareja fue situada frente a un ordenador (Figura II-6).

¹⁹ En lo sucesivo, denomino el software de Geometría Dinámica *Cabri-Géomètre II* como *Cabri*.

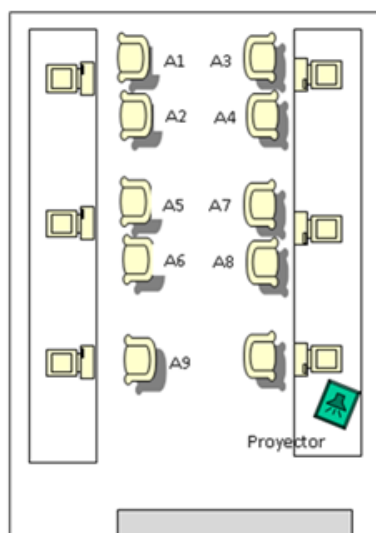


Figura II- 6. Espacio de observación de la MTC

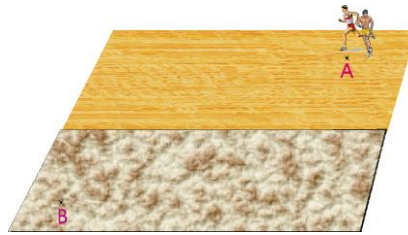
La investigación, de corte cualitativa, está encuadrada en las investigaciones descriptivas en el sentido expresado por Best (1970, extraído de Cohen y Manion, 1990). Durante todo el desarrollo del proceso de obtención de datos participaron dos investigadores que realizaron una observación participante, comprometiéndose en las actividades que observan y dirigen (Buendía, Colás, y Hernández, 1999; Cohen y Manion, 1990).

Secuenciación y actividades

Diseñé un taller de matemáticas con Cabri realizado durante cinco días consecutivos y con una duración por sesión de 5 horas (en total 20 horas de taller). Dividido en dos bloques, el primero (sesiones 1 y 2) pretendía que los estudiantes adquirieran conocimientos mínimos acerca del funcionamiento de Cabri. Con este fin, plateé actividades para el estudio de propiedades geométricas de cuadrados, círculos y triángulos, de lugares geométricos a través de la traza, de animación de objetos, de tabulación de datos y el manejo de variables numéricas. En el segundo bloque (sesiones 3, 4 y 5), los estudiantes tenían que resolver un problema de optimización de distancias. El problema utilizado es un precedente directo del tipo de problema que utilizaré en esta investigación. Denominado como “una carrera singular”, su enunciado es:

UNA CARRERA SINGULAR

Pedro y Juan compiten en una carrera, parte de la cual se realiza sobre tartán y otra parte en fango. Pedro ha participado en olimpiadas internacionales, mientras que Juan solamente ha participado en competencias de su pueblo. Pedro es más veloz que Juan en tartán, pero Juan corre más rápido que Pedro en el terreno lodoso. Ambos corredores partirán de un punto **A**, que se encuentra dentro de la zona de tartán y la meta es un punto **B** que se encuentra en el fango, a una distancia de 100 metros del punto **A** en línea recta.



En carreras de 100 metros, las velocidades que desarrollan en promedio cada uno de los corredores son las siguientes:

En **tartán**:

Pedro puede correr a una velocidad promedio de 36 kilómetros por hora (100 metros en 10 segundos) y Juan a una velocidad promedio de 30 kilómetros por hora (100 metros en 12 segundos).

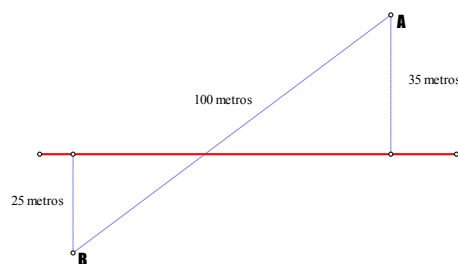
En el **fango**:

Pedro corre, también en promedio, a una velocidad de 12 kilómetros por hora, mientras que Juan es más rápido y corre a una velocidad promedio de 20 kilómetros por hora.

Se pregunta: ¿Quién gana la carrera, Pedro o Juan?

Si la carrera se realizara en un solo tipo de terreno, la respuesta sería muy simple: en tartán gana Pedro, en fango gana Juan. Pero en este caso especial la respuesta dependerá de las posiciones relativas de los puntos A y B respecto a la línea que separa los dos diferentes terrenos.

La Figura de abajo está hecha a escala y representa un esquema del terreno donde van a competir. Cada centímetro representa 10 metros. La línea recta que aparece en la Figura representa la división entre los dos tipos de terrenos.



II.4.1.2. Resultados

Como ya he mencionado, la MTC es el primer desencadenador de este trabajo de tesis. Los resultados obtenidos han provocado en mí la necesidad de indagar con mayor profundidad en ellas. En este sentido, se obtuvo que la tecnología:

- Permite que los estudiantes de secundaria aborden con relativo éxito la resolución de problemas de optimización no rutinarios.
- Permite a los estudiantes fomentar los procesos de validación durante la resolución de problemas así como mejorar la comprensión de resultados.
- Permite a los estudiantes trabajar dinámicamente con distintos sistemas de representación, facilitando el tránsito entre las representaciones.
- Los estudiantes presentan dificultades asociadas con la modelización de las situaciones problemáticas en la tecnología.
- Los estudiantes presentan dificultades cognitivas asociadas con la adaptación al micromundo generado por el uso de la tecnología.

II.4.1.3. Visión retrospectiva

El análisis retrospectivo dio lugar a un conjunto de interrogantes o preguntas abiertas que originan la realización de la Experiencia Inicial. En este sentido, el intento por dar respuesta de las preguntas sirve como elemento motivador y, aunque sus enunciados pueden ser ingenuos, propios de un estudiante que inicia los estudios de doctorado, han posibilitado que pueda ir perfilando mis objetivos de investigación. Las preguntas son:

¿Puede el software de geometría dinámica ser un elemento obstaculizador en la resolución de problemas de optimización?

¿Cómo han influido los conocimientos matemáticos de los sujetos a la hora de abordar el problema de optimización?

La noción de variabilidad de variables y en particular, la concepción que de ella tienen los sujetos, ¿puede ser un obstáculo en el proceso de resolución de problemas de optimización?

¿Cómo influye la presentación de los datos y las transformaciones (conversiones de medidas)?

¿Cómo influye el modelo en la resolución de problemas de optimización? ¿Tiene que aparecer en el enunciado? ¿Y su construcción en el software?

¿Cómo influye la visualización de acciones en el software en el proceso de resolución?

¿Cuál es la metodología de investigación que nos pueda brindar las herramientas necesarias para abordar nuestra investigación? ¿Qué técnicas son susceptibles de ser empleadas?

II.4.2. Experiencia inicial

La Experiencia Inicial relaciono la utilización de Cabri con la resolución de problemas y surgió a raíz de las preguntas abiertas señaladas en la visión retrospectiva de la MTC. En concreto, el objetivo principal lo focalicé en observar y describir el desempeño de un conjunto de estudiantes para maestro, a la hora de resolver un problema de optimización, usando Cabri. El tipo de problema de optimización usado nuevamente es de distancias y es un precedente directo del problema que utilizaré en esta investigación.

II.4.2.1. Método

En la experiencia inicial participaron nueve estudiantes (5 mujeres y 4 hombres) de segundo curso de la diplomatura de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Almería. Dichos estudiantes fueron voluntarios de entre el conjunto de alumnos que habían seguido un taller de iniciación a Cabri, de 5 horas de duración, impartido como parte de la asignatura “La geometría y la medida en la educación primaria”.

Al igual que en la MTC, la investigación constaba dos bloques. En el primer bloque, los 9 estudiantes recibieron un taller de 10 horas de profundización en el manejo de Cabri. En el segundo bloque los estudiantes tuvieron que resolver un problema de optimización del tipo de distancias. La distribución de los sujetos fue intencional para el segundo bloque, atendiendo a la destreza-capacidad mostrada durante las actividades

desarrolladas en el bloque I. De esta forma, consideré tres parejas mientras que otros tres realizaron las actividades individualmente (Tabla II-3).

Tabla II- 3. Muestra, experiencia inicial

Tipo	Estudiante	Destreza-capacidad
Pareja 1	A1ExpIni	Baja
	A2ExpIni	Baja
Pareja 2	A3ExpIni	Baja
	A4ExpIni	Elevada
Pareja 3	A5ExpIni	Media
	A6ExpIni	Elevada
Individual	A7ExpIni	Baja
Individual	A8ExpIni	Media
Individual	A9ExpIni	Bueno

Esta distribución intencional de los estudiantes obedeció a dos aspectos. En primer lugar, el caso de Alonso, descrito en la MTC (Anexo I), sugirió observar el desempeño de estudiantes trabajando solos y con distinta destreza-capacidad. En segundo lugar, la posibilidad de establecer parejas formadas con estudiantes de distinto nivel de destreza y capacidad.

En cuanto al espacio de desarrollo, para el bloque I utilicé un aula de informática con puestos para cada pareja de estudiantes y un cañón proyector conectado al ordenador del docente. Para el segundo bloque, utilicé el seminario del departamento de didáctica de la matemática. En dicho seminario situé los estudiantes sentados en una mesa y frente a ellos, en otra mesa, un ordenador con el software Cabri. Para la captura de las acciones de los estudiantes, dispuse una cámara de video en el centro del seminario. Con ello pretendía, por un lado, observar cuando los estudiantes sentían la necesidad de utilizar Cabri (los estudiantes tenían que levantarse y desplazarse hasta el ordenador situado en otra mesa para poder utilizarlo). Por el otro lado, la situación de la cámara de video permitía grabar el audio y el video de ambos espacios con un leve giro de la misma. Así, pude videogravar tanto el trabajo con lápiz y papel como aquel realizado en la mesa del ordenador. La investigación contó con la participación de dos investigadores-observadores. En la Figura II-7 presento la distribución de estos elementos en el seminario.

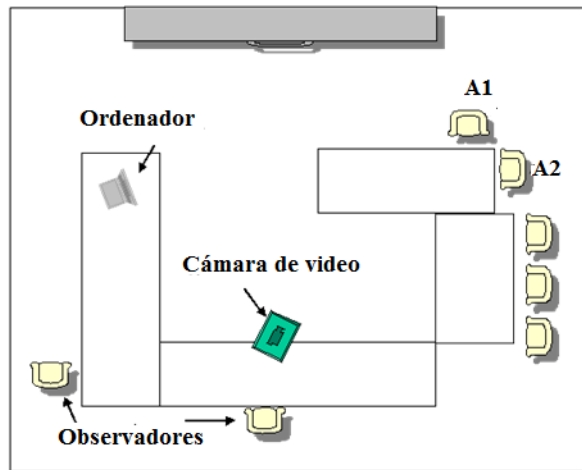


Figura II- 7. Espacio de observación, experiencia inicial

Al igual que antes, la investigación es de corte cualitativa, encuadrada en las investigaciones descriptivas, con una observación participante para el primer bloque y no participante para el segundo.

Secuenciación y actividades

Diseñé un taller de profundización con Cabri realizado durante seis días, con una duración por sesión de 2 horas (en total 11 horas de taller, la última sesión tuvo una duración de una hora). Dividido en dos bloques, el primero (sesiones de la 1 a la 5) pretendió que los estudiantes adquirieran los conocimientos mínimos acerca del funcionamiento y posibilidades de Cabri. Con este fin plateé actividades similares a las realizadas en el bloque I de la MTC relacionadas con el estudio de propiedades geométricas de círculos y triángulos, la utilización de la traza, la animación de objetos, la tabulación de datos, el manejo de variables numéricas o de la herramienta calcular.

En el segundo bloque (sesión 6), los estudiantes tenían que resolver un problema de optimización de distancias. Puesto que conté con la participación de 3 parejas y 3 sujetos que trabajaron individualmente, realicé seis experiencias de una hora aproximada de duración. El problema de optimización utilizado es un precedente directo del tipo de problema que utilicé en esta investigación. Denominado como “problema de las estaciones”, su enunciado es:

Las ciudades A y B están al mismo lado de una vía del tren, a las distancias de 5 y 10 km. La distancia en línea recta entre A y B es de 13 km. La compañía de ferrocarriles propone construir una estación (E) para las dos ciudades. ¿Cuál es el mejor lugar para construir la estación? El terreno es plano y no hay obstáculos para construir las carreteras desde A y B hacía E.

II.4.2.2. Resultados

La Experiencia Inicial es el segundo desencadenador de este trabajo de tesis. Los resultados obtenidos de esta experiencia relacionados con este trabajo de tesis son:

- Ningún sujeto que trabajo individualmente ni pareja obtuvo la solución del problema sin ayuda de los observadores-investigadores.
- La variable modelo-esquema (el texto con el enunciado del problema no lo presenta) es determinante en los intentos de resolución. Los sujetos comenten errores y presentan dificultades de tal forma que ninguno consigue construir el modelo-esquema con el software. El modelo tiene que ser proporcionado.
- Existen dificultades asociadas a la idea de variabilidad de las rutas (Cantoral y Farfán, 1998) y la influencia de la intuición optimizadora (Malaspina, 2008). Los estudiantes, una vez disponen del modelo y tras la realización de algunas operaciones, emiten una respuesta-solución del problema. Dicha respuesta viene dada por las trayectorias que pasa por algún vértice de la figura modelo.
- Existen dificultades asociadas a la interpretación gráfica y a la utilización correcta de métodos de ensayo y error.
- Un estudiante y una pareja no utilizan el software durante el proceso de resolución del problema.
- Realizo una primera aproximación a una representación-modelo gráfico, de tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas. Se detectan deficiencias en el modelo asociadas a la representación de la actuación de la pareja, la unidad de tiempo de observación o la representación del uso del software.

II.4.2.3. Visión retrospectiva

Como acabo de poner de manifiesto, el desempeño de los sujetos puso de manifiesto errores y dificultades relacionados con la construcción del modelo-esquema, la interpretación gráfica o la utilización correcta de métodos de ensayo y error. Así mismo detecté dificultades asociadas a la idea de variabilidad de las rutas (Cantoral y Farfán, 1998) así como asociadas a la influencia de la intuición optimizadora en el proceso de resolución (Malaspina, 2008).

La experiencia inicial permitió observar que:

ExpIni_a²⁰. La variable “modelo del problema” fue determinante para la resolución del problema, especialmente en la elaboración del gráfico-dibujo que representa la situación, tanto en papel como en Cabri.

ExpIni_b. El entrenamiento en el manejo del software y en especial, la utilización del arrastre como técnica de validación de construcciones, debería ser más intenso. Las construcciones ofrecidas por los sujetos no soportaban la prueba del arrastre, eran fijas o erróneas.

ExpIni_c. Al igual que en la MTC, existieron dificultades relativas al trabajo conceptual derivado de la idea de variabilidad “rutas” o “posiciones de la estación”. Detecté una tendencia general a considerar solo rutas con tránsito por los vértices y por el punto medio.

ExpIni_d. El arrastre de elementos en las creaciones en Cabri fue un elemento generador de *insight* o momentos de iluminación. A su vez, el arrastre también ejerció de generador-creador-impulsor de estrategias cognitivas y metacognitivas.

ExpIni_e. Los sujetos realizaban evaluaciones locales con frecuencia.

ExpIni_f. La situación del ordenador hizo que este fuera obviado. El ordenador debería haber estado cerca de los estudiantes.

²⁰ Cada observación de la experiencia inicial esta etiquetada por ExpIni_ seguido, en orden, por una letra del alfabeto. ExpIni proviene de las tres letras iniciales de *Experiencia Inicial*.

ExpIni_g. Existió pérdida de tiempo en la realización de cálculos que provocó la pérdida del hilo conductor del proceso de resolución. Debería de proporcionar elementos auxiliares como calculadoras.

En relación al diseño, elaboración y puesta en práctica de un registro esquemático del proceso de resolución de los sujetos y el tránsito por los estadios:

ExpIni_h. Detecté dificultad para situar en un mismo registro el desempeño de ambos sujetos, especialmente cuando trabajan en paralelo (cada uno en un estadio del proceso de resolución).

ExpIni_i. Me surgen las siguientes cuestiones: ¿La introducción de Cabri implica la existencia de nuevos estadios del proceso de resolución como el estadio de Construcción del modelo? O bien, ¿es posible integrarlos en otros ya definidos en la literatura científica?

ExpIni_j. Detecté que en ocasiones, la duración de los estadios es inferior a 1 minuto. Ello obligó a establecer solapamientos verticales en el gráfico de registro (Anexo I), lo que conlleva la no exhaustividad de las categorías consideradas. La escala del gráfico (1 minuto) es insuficiente para reflejar adecuadamente los observables de tal forma que permita realizar una descripción de lo acontecido lo más fiel posible.

ExpIni_k. Debiera ser posible reflejar en el registro esquemático los momentos de iluminación o *insight*.

ExpIni_l. Tuve dificultad para establecer el grado, intensidad o influencia de la interactividad con el software en el proceso de resolución.

ExpIni_m. Durante el proceso de resolución, las intervenciones del observador fueron necesarias para que los sujetos avanzaran en la resolución del problema. Se produce sesgo del observador. Debiera entrenarse o dar instrucciones precisas a los observadores para no contaminar el proceso de investigación.

Por otro lado, los antecedentes señalados en este capítulo sugieren que el problema de optimización elegido: (a) deberá ser un problema que resulte no rutinario a los estudiantes, resoluble a través de una estrategia heurística y, en el que la falta de

conocimiento de técnicas analíticas o de heurísticas no sea un impedimento esencial para la resolución del problema; (b) deberá tener una estructura conceptual similar al problema de las estaciones. También, en relación a la actividad en formato web, esta deberá: a) incorporar elementos interactivos que fomenten las habilidades cognitivas y la puesta en juego de las representaciones internas y de control de los sujetos; b) estar adaptada al tránsito por los estadios en la resolución de problemas y; c) contener elementos que permita a los estudiantes abordar su resolución aunque no posean conocimientos de SGD.

II.5. Objetivos de investigación

En el Capítulo I presenté la justificación de esta memoria de tesis, que permitió concretar el objetivo general de investigación:

Objetivo General

Describir el proceso de resolución de un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso, en parejas de resolutores, empleando como recurso una actividad en formato web.

A lo largo de este capítulo he mostrado el estado de la cuestión en los distintos aspectos contemplados en el objetivo general. Para cada uno de ellos, he concluido con un conjunto de demandas o líneas abiertas que llevan a plantearme tres objetivos específicos de investigación, relacionados entre sí.

A partir del objetivo general y en un contexto de trabajo colaborativo, el primer objetivo específico está relacionado con el diseño de la actividad en formato web. El segundo, con la descripción y análisis del proceso de resolución de un problema de optimización, El tercero, con el análisis de la influencia de la interactividad. A continuación enuncio dichos objetivos específicos y describo un conjunto de acciones para abordarlos.

Objetivo específico 1

Diseñar una actividad en formato web que fomente la interactividad para la resolución de un problema de optimización.

Acciones:

- 1.1. Elaborar una primera versión basada en los antecedentes y el marco teórico.
Ponerlo en práctica con estudiantes.
- 1.2. Evaluar los resultados obtenidos, realizar una revisión retrospectiva y reelaborar la primera versión.
- 1.3. Poner en práctica la segunda versión, evaluar y realizar un análisis retrospectivo de este.
- 1.4. Sobre la base de los análisis realizados, establecer el diseño definitivo de una actividad en formato web y validarlo.

Objetivo específico 2

Describir y analizar el proceso de resolución de un problema de optimización.

Acciones:

- 2.1. Describir y caracterizar los estadios en la resolución de problemas.
- 2.2. Caracterizar los problemas de optimización, describir las características particulares y la pertinencia del problema a utilizar.
- 2.3. Poner en práctica una metodología que permita:
 - 2.3.1. Implementar un estudio de casos basado en el análisis de eventos para analizar el proceso de resolución, en el que se integre como elemento la interactividad con la actividad en formato web y el trabajo colaborativo.

2.3.2. Estudiar las relaciones entre los estadios, los tránsitos entre ellos, de tal forma que no estén los resultados ligados a los sujetos participantes.

2.4. Describir y caracterizar el trabajo colaborativo puesto en juego durante la resolución del problema de optimización.

Objetivo específico 3

Analizar la influencia de la interactividad en el proceso de resolución de un problema de optimización bajo el formato de actividad en formato web.

Acciones:

3.1. Identificar los orígenes, la fundamentación y principales características de los sistemas interactivos y de la interactividad.

3.2. Establecer el grado de influencia de la interactividad en los distintos estadios de la resolución de problemas.

3.3. Describir, analizar y estudiar los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes en sus interacciones colaborativas y cómo estas están influenciadas por la interactividad con la actividad en formato web.

Represento mediante un triángulo equilátero las relaciones entre los objetivos. En dicho triángulo, la influencia de la interactividad impregna cualquiera de sus lados y vértices (Figura II-8). Esto es así dado que la cognición no es solo interna al sujeto, sino que los procesos cognitivos están distribuidos entre los agentes, los artefactos y el ambiente en el que se producen (Hutchins, 1994; Lozares, 2000; Núñez et al., 1999; Pea, 1993; Vega, 2005). Pretendo examinar los procesos cognitivos dentro y entre las mentes individuales, en un ambiente de trabajo colaborativo, donde el entorno y los artefactos también son parte del sistema de procesamiento cognitivo.



Figura II- 8. Relación entre objetivos

Partiendo de los objetivos y acciones de esta investigación, en el siguiente capítulo, presentaré los constructos teóricos que permiten abordar la descripción del proceso de resolución de un problema de optimización, la influencia de la interactividad en dicho proceso y el diseño de la actividad en formato web que emplearé para este fin.

Capítulo III. Marco teórico

En este capítulo describo los constructos que sirven como marco para explicar e interpretar los datos obtenidos y las observaciones realizadas en esta investigación. El capítulo está dividido en cuatro secciones: Estadios en resolución de problemas matemáticos; Interactividad; Tecnología y Resolución de problemas y; Errores y Dificultades en los problemas de optimización. En la primera sección defino los conceptos de problema, solución y resolución; a continuación presento distintos modelos de estadios en resolución de problemas matemáticos. La segunda sección está relacionada con la Interactividad, la Interacción y los Objetos de Aprendizaje; seguidamente describo distintas tipologías de interactividad y finalizo la sección refiriéndome a un tipo particular de objeto de aprendizaje, los denominados Manipuladores Matemáticos Virtuales. En la tercera sección presento la interrelación entre Tecnología y Resolución de problemas matemáticos; centro la exposición en la relación entre la construcción y mantenimiento del Espacio Compartido del Problema y la Tecnología Digital, junto con una serie de recomendaciones para el diseño de Actividades en Formato Web. Cierro este capítulo con la cuarta sección relativa a los problemas de optimización y sus clasificaciones.

III.1. Estadios en resolución de problemas matemáticos

Según Schoenfeld (1985), toda investigación en resolución de problemas debe comenzar clarificando los términos y conceptos problema, resolución, solución y resolución de problemas, aclarando su uso. Dado que "...los principios del lenguaje 'matemático' no pueden y no sabrían reemplazar simplemente a aquellos del lenguaje común o cotidiano utilizado" (Maier, 1999, p. 4), comienzo describiendo el origen etimológico del término problema, solución y resolución. A continuación, centraré la exposición en los distintos modelos de estadios en resolución de problemas existentes en la literatura. Todo ello permitirá posteriormente, en el método, establecer un sistema propio de estadios que incluya la influencia de la interactividad.

III.1.1. Problema, solución y resolución

La palabra problema proviene del griego $\pi\rho\omicron\beta\lambda\eta\mu\alpha$ ("castellanizado" como problema), composición de $\pi\rho\omicron$ que significa "delante de" y de $\beta\alpha\lambda\lambda\epsilon\iota\nu$, "lanzar, tirar" (Sebastián, 1988; Little, Fowler, Coulson y Onions, 1959). Originariamente, significaba algún objeto físico que una persona encuentra en su camino, un obstáculo. Fácilmente surge la analogía entre el sentido físico y el psicológico; problema viene a ser algo que se interpone en el camino entre la realidad y lo que necesita o desea una persona. Según la RAE (2015) y el Diccionario Enciclopédico Santillana (1991), el término problema está relacionado con los sentimientos e impresiones de los humanos ante situaciones matemáticas o no, identificando el término con una cuestión que se trata de aclarar o resolver, la existencia de una dificultad, un disgusto, situación negativa o perjudicial, que tiene difícil solución.

Desde el punto de vista matemático, Castro (1991) señala que el término problema involucra: (a) Una proposición o enunciado, (b) unos datos conocidos que hay que estudiar, (c) una acción: que alguien o algunos sujetos debe(n) averiguar, (d) una meta u objetivo: obtener un resultado, (e) un proceso: el modo de actuación para alcanzar el resultado. A lo que yo añado: (f) Unas reglas: que se deben seguir para alcanzar la meta.

Es por ello que para la Matemática, los problemas son aquellas cuestiones o interrogantes no totalmente aclaradas o resueltas. Es más, tal y como señala Kilpatrick (1985, p. 3): "... todas las matemáticas son creadas en un proceso de formulación y

resolución de problemas”. Los matemáticos, en general, trabajan sobre y con problemas, pero “... no hacen de la propia actividad de resolución de problemas su objeto de investigación” (Castro, 1991, p. 179), es decir, los matemáticos no se preocupan por entender cómo los humanos resuelven problemas. A diferencia de éstos u otros científicos, donde el concepto de problema es independiente del sujeto, desde la Educación Matemática y la Psicología parece haber cierto consenso en considerar que “ser un problema no es una propiedad inherente a una tarea matemática. Es más, es la relación particular entre el individuo y la tarea es la que hace que esta sea un problema para el individuo” (Schoenfeld, 1985, p. 74). Esta idea se refleja también en las definiciones del término problema de autores como Mayer y Wittrock, (2006), Pólya (1945), Chi y Glaeser, (1985), Brown (1985), Lester (1983), Kantowski (1981), Puig (1996), Lesh y Zawojeski, (2007). Dichas definiciones tiene en común que una tarea matemática es un problema dependiendo del resolutor que lo afronte y, caracterizan los problemas porque hay que realizar una acción partiendo de un enunciado para conseguir un objetivo o meta.

Por otro lado, en cuanto a los términos resolución y solución, autores como Castro (1991) y Pólya (1945) consideran ambos términos sinónimos: “las soluciones no conllevan solo las respuestas sino también el procedimiento que conduce a ellas” (Pólya, 1945, p. 233); mientras que otros autores como Puig (1996) distinguen entre resolución y solución al considerar este último como una versión “limpia” de la resolución.

“El término solución lo usaremos para indicar la presentación final del conjunto de pasos que conducen de los datos a la incógnita o de la hipótesis a la conclusión. Finalmente, usaremos el término resolución para indicar el conjunto de las acciones del resolutor durante el proceso, que pueden conducir a obtener la solución o no” (Puig, 1996, p. 34).

Para este trabajo considero como *problema* a una tarea o situación presentada a través de un enunciado (verbal, gráfico, simbólico, o combinación de éstos); descrito en un contexto (explícito o implícito); con unos datos y una meta a alcanzar (solución); en la que necesariamente interviene un sujeto (o sujetos) que se apropian del “problema”; y para cuya resolución con éxito se requieren acciones, en principio desconocidas, sobre

los datos del problema que conduzcan a la solución. Interpreto por *resolución* a los procesos mentales y acción o acciones puestas en juego para alcanzar un objetivo o meta, a la que llamo *solución*. En este sentido, la solución designará el resultado o efecto de la acción de resolver, siempre y cuando verifique las condiciones supuestas en el problema.

Este posicionamiento obliga a distinguir entre *intento de resolución sin éxito* y *con éxito*. Durante el proceso de resolución, un resolutor puede realizar pruebas erróneas, pruebas visuales, acercarse a la solución mediante “aproximaciones sucesivas”, por ensayo y error, etcétera. Estos recursos, técnicas o herramientas que el resolutor utiliza son parte del proceso de resolución. Es más, puede darse el caso que las acciones, los razonamientos o las técnicas conduzcan a conclusiones erróneas que no son solución del problema. Cuando ello ocurre diré que dicho proceso es un *intento de resolución sin éxito*. Entendido así, el concepto de resolución lleva implícito el éxito y en consecuencia, la obtención de la solución del problema. Tales procesos, en su conjunto, los denomino *intentos de resolución con éxito*. La distinción entre intento de resolución con éxito y solución es borrosa. En los problemas “de demostración” no es posible distinguirlos, toda la resolución es a la vez la solución (Codina y Rivera, 2001).

III.1.2. Estadios en resolución de problemas

Precisados el uso de los términos problema, solución, resolución, intento de resolución sin éxito, centro la atención a partir de ahora en los distintos modelos de estadios en resolución de problemas matemáticos. En la medida de lo posible, seguiré el orden cronológico de presentación desarrollado en la sección “Estadios en resolución de problemas, la óptica macroscópica” del capítulo II. Antecedentes.

Para este trabajo, los términos estadio, etapa o fase, son considerados sinónimos al concepto de episodio acuñado por Schoenfeld (1985). Dicho concepto es definido como “periodo de tiempo durante el cual un individuo o grupo de resolutores están ocupados con una determinada tarea... o persiguen una meta común” (p. 292). Decido utilizar el término estadio en vez de los otros puesto que: (a) el término episodio es utilizado en ciencias sociales para indicar una variedad de situaciones (por ejemplo, intervalos de tiempo de observación); (b) el término fase sugiere cierta linealidad; (c) el término etapa sugiere la existencia de cierta necesidad de superarlas para alcanzar la solución (como

las etapas de una vuelta ciclista); y (d), el término estadio conlleva un significado neutro en cuanto a la variedad de situaciones en las que puede emplearse, no refleja linealidad ni exigencia de superación de todos los estadios.

Aunque no es objeto analizar cuantos modelos de estadios están descritos en la literatura, la Tabla III-1 ofrece un recorrido por ellos que permitirá tener una visión general de los aspectos comunes. La información recogida proviene de diversas fuentes (Barroso y Rodríguez, 2007, p.259; Castro, 1991, p. 39; Hernández y Socas, 1994, pp. 82-90 y Mancera, 1996, pp. 221-225).

Tabla III- 1. Modelos de estadios del proceso de resolución de problemas	
Periodo 1900-1981	Periodo 1983-2014
Poincaré, 1908	Majmutow, 1983
Un período de trabajo consciente	Organización de la situación problemática
Un período de trabajo inconsciente	Determinación y formulación del problema
Un segundo período de trabajo consciente	Búsqueda de las vías de solución
	Establecimiento de hipótesis y su comprobación
	Constatación de la solución hallada
Dewey, 1910	Bransford y Stein, 1984
Se siente una dificultad	Identificación del problema
La dificultad es definida y localizada	Definición y representación del problema
Se sugieren las posibles soluciones	Exploración de posibles estrategias
Se consideran las consecuencias	Actuación, fundada en una estrategia
Se acepta una solución	Logros. Observación y evaluación
Wallas, 1926	Garofalo y Lester, 1985
Un período de preparación	Orientación
Una etapa de incubación	Organización
Una etapa de iluminación	Ejecución
Verificación	Verificación
Rossmann, 1931	Schoenfeld, 1985
Observación de una necesidad o dificultad	Lectura
Formulación del problema	Análisis
Revisión de la información disponible	Exploración
Formulación de soluciones	Planificación/Implementación
Examen crítico de las soluciones	Verificación
Formulación de nuevas ideas	
Examen y aceptación de las nuevas ideas	
Pólya, 1945	Artz y Armour-Thomas, 1990, 1992
Comprender el problema	Lectura
Concebir un plan	Comprensión
Ejecutar el plan	Análisis
Examinar la solución obtenida	Exploración
	Planificación
	Implementación
	Verificación
	Observación y Escucha

Tabla III- 1. Modelos de estadios del Proceso de Resolución de Problemas (continuación)

Periodo 1900-1981	Periodo 1983-2014
Hadamard, 1945 Documentación Preparación Incubación Iluminación Verificación Conclusión	De Guzman, 1991 Familiarizarse con el problema Búsqueda de estrategias Lleva adelante tu estrategia
Vinacke, 1952 Confrontación con el problema Trabajo en búsqueda de la solución Solución	Escareño y Mancera, 1993 Planteamiento de un problema Estimación del resultado Resolución del problema de maneras diversas Planteamiento de problemas que se resuelven de manera similar pero con los mismos datos Planteamiento de problemas que se resuelven de manera similar pero con distintos datos Detección de los métodos de resolución que se plantearon antes y siguen siendo aplicables o no Introducción de los contenidos apoyados en la etapa anterior Determinación de todos los datos o parte de ellos para obtener una respuesta dada
Johnson, 1955 Preparación Producción Juicio	Hernández y Socas, 1994 Lectura del enunciado Comprensión Representación, ejecución y solución visual-geométrica Representación, ejecución y solución formal. Soluciones Comprobación
Merrifield, 1962 Preparación Análisis Producción Verificación Replicación	Puig y Cerdán, 1998 Lectura Comprensión Traducción Cálculo Solución Revisión-Comprobación

Tabla III- 1. Modelos de estadios del Proceso de Resolución de Problemas (continuación)

Periodo 1900-1981	Periodo 1983-2014
Osborn, 1963	Yerushalmy (2000)
Pensar todas las fases del problema	Lectura
Seleccionar subproblemas	Análisis
Detectar información	Diseño o Planificación
Seleccionar las fuentes de información	Implementación
Pensar en todas las ideas claves	Verificación
Pensar en todas las formas posibles de probar	
Seleccionar las formas más seguras de probar	
Imaginar todas las contingencias posibles	
Decidir la respuesta final	
Centro de Humanidades, 1977	Lee y Hollebrands (2006)
Estado del problema	Análisis
Recabar de hechos	Planificación
Generar ideas para solucionar el problema	Implementación
Verificar cada idea con respecto a los hechos	Control
Encontrar una solución y verificarla.	Verificación
	Organización
Brightman, 1980	Yimer y Ellerton (2006)
Conciencia del problema	Compromiso
Diagnóstico del problema	Transformar-Formular
Definición de objetivos de decisión	Ejecutar
Diseño de acciones alternativas	Evaluar
Predicción de consecuencias de acciones	Internalizar
Juicio de soluciones alternativas	
Solución aceptable. Pre-implementación	
Acción de implementación	
Supervisión del logro	
Acciones correctivas o reciclaje del problema	
Hayes, 1981	OCDE (2014). PISA
Encontrar el problema	Exploración y Comprensión
Representar el problema	Representación y Formulación
Planificación de la solución	Planificación y Ejecución
Llevar a cabo el plan	Revisión y Reflexión
Evaluación de la solución	
Consolidación de los beneficios	

La Tabla III-1 me permite obtener algunas regularidades globales iniciales sobre los modelos de estadios en resolución de problemas:

- (a) Todos presentan uno o dos estadios iniciales en la que los resolutores se “apropian” e intentan comprender el problema. Es decir, el resolutor necesita percatarse y ser consciente de la existencia del problema y hacer suyo la

necesidad de resolverlo. Los resolutores necesitan comprender el problema, identificar datos, información relevante y el objetivo final.

(b) Todos los modelos presentan uno o dos estadios finales relacionados con la verificación, control y/o extensión del proceso de resolución. Parece existir cierto consenso en la consideración de que el proceso de resolución no termina con la emisión de una solución, sino que este acaba con el examen crítico de la misma, revisión de la resolución implementada y la formulación de nuevas ideas y/o conexiones derivadas del proceso seguido.

(c) Las mayores divergencias en los modelos recaen en los estadios intermedios que acontecen entre la comprensión del problema y la verificación-extensión del proceso de resolución. Estos estadios implican procesos de exploración del problema, concepción del plan, puesta en juego de posibles estrategias, la ejecución del plan y/o, el control de las acciones implementadas.

A continuación, presento, por orden cronológico, los modelos descritos por Pólya (1945), Schoenfeld (1985), Artz y Armour-Thomas (1992), Yerushalmy (2000), Lee y Hollebrands (2006), Yimer y Ellerton (2006, 2010) y OCDE (2010). La elección de estos modelos no es arbitraria y obedece fundamentalmente a que: (a) los trabajos de Pólya (1945), Schoenfeld (1985), Artz y Armour-Thomas (1992) y OCDE (2010) son referentes ampliamente citados en la literatura científica, (b) los trabajos de Yerushalmy (2000), Lee y Hollebrands (2006) y Yimer y Ellerton emplean en sus investigaciones tecnología digital, (c) la mayoría de ellos implementan una metodología de investigación y técnicas de registro similares (pensamiento en voz alta, gráficos secuenciales, etc.). Estos modelos sirven como marco para el diseño de un sistema propio en el que integraré la interactividad.

Pólya (1945) presenta una caracterización del proceso de resolución en cuatro estadios. Para cada uno de ellos, el autor ofrece un listado de reglas heurísticas, a modo de preguntas, que un resolutor ideal debe responder o plantearse para ir avanzando en la resolución. Los estadios así como alguna de las preguntas son (pp. 28-37):

- (1) *Estadio 1. Comprensión del problema.* En este estadio el resolutor debe comprender y desear resolver el problema. Es decir, comprender el enunciado verbal, ser capaz de identificar los elementos importantes (qué es conocido y qué desconocido) y desear resolver el problema. Para ello, primeramente el resolutor se familiariza con el problema, visualizándolo como un todo y sin entrar en los detalles. Seguidamente, debe considerar desde diversos puntos de vista los elementos importantes y establecer las relaciones entre ellos. En este estadio el resolutor tiene que traducir el enunciado verbal al lenguaje matemático, introduciendo la notación. Las preguntas que el resolutor deberá plantearse son: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria? Dibuja un modelo o esquema. ¿Detectas relaciones entre los datos? ¿Y entre los datos y la condición?
- (2) *Estadio 2. Concebir un plan.* En este estadio el resolutor elabora un plan de resolución. Pólya (1945) señala que se dispone de un plan: “cuando sabemos, al menos grosso modo, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita” (p. 30). Según el autor, el hito importante en este estadio es que al menos se disponga de la idea de plan. Para ello, el resolutor primero debe considerar las partes importantes y estructurarlas. Seguidamente considerar otros puntos de vista, realizar ensayos, poner en juego conocimientos y experiencias previas, buscar otras aproximaciones cuando se presentan situaciones de bloqueo y revisar los procedimientos y planes parciales. Es también en este estadio cuando se presta atención a las informaciones nuevas surgidas de las acciones y considerar su alcance dentro del plan general. Las preguntas que pueden ayudar al resolutor en este estadio son: ¿Se ha encontrado con un problema semejante, o ligeramente diferente o relacionado? ¿Puede utilizar el problema relacionado, su resultado o su método? ¿Le hace falta introducir algún elemento auxiliar? ¿Puede enunciar el problema de forma diferente, imaginarse un problema análogo más accesible, un problema más general o un problema más particular? ¿Puede resolver alguna parte del problema, considerar solo una parte de las condiciones? ¿Ha empleado todos los datos y la condición?

(3) *Estadio 3. Ejecución del plan.* Llevar a cabo el plan diseñado. En este estadio el resolutor debe tomar consciencia de que el plan solo es una línea general para abordar la resolución. También debe asegurarse de que “todo encaja bien”, que dispone de una “plena comprensión del problema”. Es importante que el resolutor verifique cada paso de la ejecución del plan.

¿Puede ver que todos los pasos son correctos? ¿Puede usted demostrarlo? ¿Se escapa algo?

(4) *Estadio 4. Examinar la solución-visión retrospectiva.* Una vez que el resolutor emite una solución y expuesto, sin lugar a duda, el razonamiento que conduce a ella (la resolución), deberá reexaminar, tanto el proceso como la solución misma. El resolutor deberá reflexionar a su vez sobre las posibles conexiones que su resolución tiene con otros problemas. Con ello “podrá consolidar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver problemas” (p. 35). Las preguntas a tener en cuenta son:

¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Por su parte Schoenfeld (1985, pág. 297-301) crea un protocolo de observación sistemática para analizar y describir el proceso de resolución que le sirve para establecer un modelo de estadios en la resolución de problemas. Al ser un protocolo de observación, el autor sugiere un conjunto de preguntas que permiten al observador identificar y categorizar las acciones que desarrolla un resolutor, asociándolo a uno y solo uno de los estadios de su modelo, es decir, sus estadios son mutuamente excluyentes. El modelo se compone de seis²¹ estadios cuya descripción y preguntas clave son:

²¹ Algunos autores señalan que el modelo de Schoenfeld está compuesto solo por 5 estadios. Esto es debido, tal y como señala el propio autor, a la dificultad existente en ocasiones para diferenciar, con la suficiente nitidez, los estadios de planificación e implementación.

(1) *Estadio 1. Lectura.* El sujeto lee el problema, en voz alta o en silencio. Son indicadores también de este estadio cualquier silencio producido tras la lectura, verbalizaciones de partes del problema o, relecturas. También incluye el tiempo invertido por el resolutor para asimilar las condiciones del problema. Las preguntas clave son:

¿Han sido anotadas todas las condiciones del problema?, ¿explícita o implícitamente? ¿La meta u objetivo está bien identificada?, ¿explícita o implícitamente? ¿Se produce en el resolutor una evaluación de su conocimiento sobre el problema?

(2) *Estadio 2. Análisis.* Este estadio ocurre cuando, tras el estadio de lectura, el resolutor no dispone de un procedimiento aparente de resolución. Caracterizado por el intento del resolutor por adquirir una comprensión profunda del problema. El resolutor intenta seleccionar una perspectiva apropiada, reformular el problema en términos de dicha perspectiva e introducir cuantos principios o mecanismos considere adecuados para la resolución. Es por ello que las acciones o procedimientos en este episodio son estructurados y cercanos a las condiciones y objetivo del problema. Este estadio usualmente conduce directamente al desarrollo de un plan de resolución o también puede ser obviado si tras la lectura se tiene consciencia de una idea del procedimiento de resolución. Las preguntas clave son:

¿Qué perspectiva ha elegido para resolver el problema?, ¿es explícita o implícita?
¿Las acciones del resolutor se efectúan a partir de las condiciones del problema?
¿Las acciones del resolutor se efectúan a partir del objetivo o meta del problema?
¿Se establece una relación entre las condiciones y la meta del problema? El episodio, ¿Es un todo coherente?, es decir, ¿las acciones puestas en juego son razonables?

Alguna de las acciones que pueden hacer el resolutor en este estadio son: Dibujar un diagrama (si es posible), examinar casos particulares, seleccionar valores particulares para ejemplificar el problema y encontrarle sentido, analizar casos límite o tratar de simplificar el problema.

(3) *Estadio 3. Exploración.* A diferencia del anterior estadio, en este el procedimiento es menos estructurado y más alejado de las condiciones y objetivo del problema original. En este estadio, el resolutor realiza un “paseo” por el espacio del problema. El objetivo de hallar información relevante no detectada para integrarla en el proceso de resolución. Ello incluye detectar estrategias heurísticas potenciales, nuevos procesos o nuevas aproximaciones a aplicar. Dada la estructura débil de este estadio, es necesario que el resolutor realice constantes evaluaciones locales y globales de sus acciones. El autor identifica por evaluación local a aquellas medidas de control del progreso realizadas en un estado no finalista del proceso de resolución. Las preguntas clave son:

¿La exploración está conducida por las condiciones del problema o por la meta?
¿Las acciones desarrolladas están claramente focalizadas o dirigidas y se tiene claro su propósito? ¿Se desarrolla durante la exploración procesos de control-evaluación? ¿Evalúa su actual conocimiento del proceso de resolución? ¿Evalúa la relevancia o pertinencia de la nueva información detectada? ¿Es apropiada?
¿Cuáles son las consecuencias en el proceso de resolución de la ausencia o presencia de dichas medidas de control? El episodio, como un todo, ¿es coherente?, ¿las acciones puestas en juego son razonables?

Alguna de las acciones que pueden hacer el resolutor en este estadio son: considerar problemas equivalentes, reemplazar algunas condiciones por otras equivalentes, recombinar elementos del problema de diferente forma, introducir elementos auxiliares, reformular el problema cambiando la notación, introduciendo contradicciones, suponer el problema resuelto y observar las consecuencias, seleccionar submetas, descomponer el problema y trabajarlo caso a caso, diseñar problemas semejantes o fijar una variable y modificar las demás.

(4) *Estadio 4. Planificación.* Caracterizado por la selección de los pasos y estrategias que va a emplear el resolutor en su intento de resolución. En ocasiones no es fácil poder distinguir este estadio del estadio de implementación, de hecho, realiza la descripción de ambos estadios de forma conjunta. Las preguntas clave son:

¿Existe evidencia de la presencia de un plan global? ¿Este es inferido de la conducta del sujeto o es explícito en sus acciones? ¿Es el plan relevante para la resolución del problema? ¿Es apropiado? ¿Está bien estructurado? ¿El resolutor evalúa la calidad del plan como relevante, apropiado o estructurado?

(5) *Estadio 5. Implementación.* Caracterizado por la ejecución del plan de resolución e incluye el control del proceso (si el plan está bien estructurado y si la ejecución se lleva a cabo de manera ordenada). Las preguntas clave son:

¿La implementación sigue la estructura del plan diseñado?, ¿se producen medidas de control local o global del proceso de implementación? ¿Cuáles son las consecuencias de la evaluación de la solución si esta es dada, o si no lo da, por qué no lo hace?

(6) *Estadio 6. Verificación.* Caracterizado por la evaluación global del proceso de resolución y la revisión de la solución. Las preguntas clave son:

¿El resolutor revisa la resolución? ¿La solución es comprobada de alguna forma? Y si es así, ¿Cómo? Si se produce una evaluación de la solución, ¿se evalúa el proceso? ¿Se evalúa la confianza en el resultado? ¿Cumple la solución con las siguientes pruebas? ¿Usa los datos pertinentes? ¿Concuerda con las predicciones o estimaciones originales?

Artz y Armour-Thomas (1992), delimitan en su modelo las componentes cognitivas y metacognitivas asociadas a cada estadio, permitiéndoles diferenciar los estadios de planificación e implementación. Aunque en su trabajo observan grupos de 4 o 5 estudiantes trabajando colaborativamente la resolución de problemas, en su análisis adoptan por unidad parejas de resolutores. Esta elección de diseño les permite introducir un nuevo estadio: “observar y escuchar” (uno de los sujetos observa o escucha al compañero). Por otro lado, introducen el estadio “comprender el problema” de Pólya (1945), estadio intermedio entre los estadios de lectura y análisis de Schoenfeld (1985).

El modelo de Artz y Armour-Thomas (1992, p. 172-175) consta de ocho estadios. Los autores identifican para cada uno de ellos, la componente cognitiva y/o metacognitiva, realizan una breve descripción y, proporcionan los indicadores que permiten al investigador categorizar las acciones de los resolutores:

(1) *Estadio 1. Lectura (cognitivo)*

Descripción: El estudiante lee el problema.

Indicadores: Leer el problema o escuchar la lectura del compañero, releer el problema en silencio o en voz alta al grupo.

(2) *Estadio 2. Comprensión (metacognitivo)*

Descripción: El estudiante considera dominio específico relevante para la resolución. Este dominio incluye el reconocimiento de la lingüística, semántica o atributos esquemáticos del problema y, la representación del problema de una forma diferente.

Indicadores: Releer el problema con sus propias palabras, preguntarse con objeto de clarificar el significado del problema, representar el problema anotando los elementos clave, haciendo un diagrama o una lista, recordar asimismo las condiciones del problema, preguntarse si ha realizado algún problema similar, y discutir la presencia o ausencia de elementos importantes de información.

(3) *Estadio 3. Análisis (metacognitivo)*

Descripción: El estudiante descompone el problema en sus elementos básicos y examina implícita o explícitamente las relaciones entre los datos y la meta del problema.

Indicadores: simplificar o reformular el problema, seleccionar una perspectiva adecuada y reformular el problema en esos términos.

(4) *Estadio 4. Planificación (metacognitivo)*

Descripción: El estudiante selecciona los pasos y la estrategia para combinarlos que potencialmente le permitirán alcanzar la solución si son llevados a cabo y, seleccionar una representación de la información del problema. En este estadio el estudiante valora el estatus de la solución y adoptar decisiones de cambio de dirección en caso de que lo estime oportuno.

Indicadores: El estudiante describe una aproximación que pretende usar para resolver el problema. Esto puede ser proporcionado en forma de pasos o estrategias a realizar.

(5) *Estadio 5. Exploración*

Exploración (cognitiva).

Descripción: Empleo de la estrategia de ensayo y error con vistas a reducir las posibles discrepancias entre los datos y la meta del problema.

Indicadores: El estudiante lleva a cabo una variedad de cálculos sin una estructura ni un orden aparente.

Exploración (metacognitiva).

Descripción: Control del progreso de los pasos y/o cálculos, control de la dirección de resolución. Toma de decisiones acerca de la dirección. La principal diferencia con el estadio de análisis estriba en el hecho de que este estadio es menos estructurado y está más alejado del problema original. En este estadio puede detectarse nueva información, de hacerlo, el estudiante debe valorar su utilidad y decidir incorporarla en el estadio de análisis para mejorar la comprensión del problema.

Indicadores: El estudiante controla si se está alejando del problema; ofrece sugerencias al compañero o al grupo sobre qué es lo siguiente en realizar o intentar; controla el estatus de la exploración efectuada.

(6) *Estadio 6. Implementación*

Implementación (cognitiva).

Descripción: Ejecuta estrategias surgidas de los estadios de comprensión, análisis, planificación y/o valoraciones realizadas previamente. A diferencia con el estadio de exploración, se muestra sistematización y ejecución deliberada de acciones con miras a transformar los datos en la meta del problema.

Indicadores: El estudiante realiza un conjunto de cálculos y acciones coherentes y estructuradas. Existe una clara evidencia de un proceder ordenado.

Implementación (metacognición).

Descripción: Realización de los mismos procesos metacognitivos que en el estadio de exploración, salvo que estos están motivados por decisiones adoptadas previamente. Además, en este estadio el estudiante puede considerar una relocalización de sus recursos con objeto de fortalecerlos en el contexto de la resolución del problema que está efectuando.

Indicadores: Control de la ejecución, el estudiante se distancia de la resolución para valorar qué está realizando y hacia dónde le puede conducir.

(7) *Estadio 7. Verificación*

Verificación (Cognitiva).

Descripción: Valorar y revisar las respuestas obtenidas y operaciones efectuadas.

Indicadores: El estudiante rehace operaciones o cálculos antes de revisar si son correctas o adecuadas.

Verificación (Metacognitiva).

Descripción: Valorar el problema a través de juicios acerca de la idoneidad de la respuesta en referencia a su comprensión del problema, el análisis, planificación y/o implementación efectuados. El estudiante deberá descubrir en este estadio cualquier discrepancia, adoptando decisiones para corregir y/o ajustar procesos cognitivos y metacognitivos erróneos que le han conducido a una resolución sin éxito del problema (autoevaluación).

Indicadores. Después de que el estudiante decide que ha alcanzado la solución, o parte de la solución, revisa el sentido del proceso de resolución; la que la solución verifique las condiciones del problema, y explica al grupo como ha obtenido la resolución del problema.

(8) *Estadio 8. Observación y Escucha (sin categoría)*

Descripción: Atender a las ideas y trabajo de otros compañeros. Indicadores. El estudiante está observando y escuchando lo que habla o escribe el compañero.

Yerushalmy (2000) basa su modelo sobre el desarrollado por Schoenfeld (1985). El autor analiza la construcción del concepto de función a través de la resolución de problemas algebraicos. El autor no considera el estadio de exploración pues según él, sus sujetos de investigación no podrán repetir problemas familiares que promuevan cualquier exploración, en el sentido descrito por Schoenfeld, al ser desconocida para ellos la aproximación algebraica del concepto función. Por otro lado, al introducir en su trabajo tecnología digital detecta que “la naturaleza del trabajo con múltiples representaciones del software provoca que los estadios de implementación y verificación sean indistinguibles” (Yerushalmy, 2000, p. 141). Debido a ello, al autor modifica los indicadores de dichos estadios respecto de los expuestos por Schoenfeld. A pesar de lo cual, el mismo Yerushalmy señala que tuvo serias dificultades en la codificación de determinados observables a los estadios implementación y verificación (rompiendo la asignación de cada observable a un único estadio). Finalmente, el autor también detecta que parte de los procesos o acciones pertenecientes al estadio de planificación de Schoenfeld migran al estadio de implementación.

El modelo que propone Yerushalmy (2000, p. 41) consta de 5 estadios.

- (1) *Estadio 1. Lectura.* Leer el enunciado del problema.
- (2) *Estadio 2. Análisis.* El estudiante hace suyo el problema.
- (3) *Estadio 3. Diseño o Planificación.* El estudiante establece un diseño o *planificación* del proceso de resolución, realiza un control retrospectivo del mismo y, valora la existencia de nuevas aproximaciones. Yerushalmy considera este estadio bajo el paraguas de la metacognición;
- (4) *Estadio 4. Implementación.* El estudiante lleva a cabo los procesos matemáticos diseñados, con acciones semiestructuradas y un discurso cercano al discurso matemático.
- (5) *Estadio 5. Verificación.* El estudiante revisa y controla la validez de la resolución realizada.

Lee y Hollebrands (2006), también introduce tecnología digital y adopta como referente principal el modelo de estadios de Schoenfeld (1985). En esta ocasión, el modelo propuesto por Lee y Hollebrands presenta las siguientes particularidades.

- *Primero*, el estadio de lectura se integra en el estadio de análisis, estableciendo un nuevo estadio denominado organización.
- Segundo, añaden un estadio específico para el control o evaluación del proceso de resolución que está siendo realizado. Este estadio lo denominan evaluación.
- Tercero, utilizan la noción de metas²² o hitos, adoptando como unidad de registro la consecución de éstos durante la resolución del problema.
- Cuarto, definen cuatro marcos de uso de la tecnología²³. Los autores detectan para cada meta o hito, qué marco emplean (en caso de hacerlo) y si este ayudó o no en la consecución de la meta o hito. Lee y Hollebrands (2006) definen los siguientes marcos de uso tecnológico: (1) Estático, el usuario no posee ningún control sobre él; (2) Dinámico manipulador, el usuario puede manipular directamente objetos; (3) Dinámico actualizador, su activación actualiza la información para proporcionar feedback al usuario mientras resuelve el problema, y (4) De

²² Definen por meta a: “un objetivo o propósito hacia el que se dirige el esfuerzo. Así un objetivo en la resolución de problemas puede ser explícito (enuncian la meta) o implícito (llevan a cabo acciones físicas o verbales) durante la resolución del problema” (Lee y Hollebrands 2006, p. 256).

²³ Los autores utilizan applet como herramienta tecnológica digital.

activación, activan partes del *applet*. Los autores afirman que para poder registrar si el empleo de estos marcos ayuda a los estudiantes en la consecución del hito, es necesario examinar cómo ellos interactúan con la tecnología.

- Quinto, los autores señalan que el *applet* permite la exploración del problema, ofreciendo acceso a diferentes estrategias de resolución y representaciones que permiten dar sentido al problema. Consideran que no es necesario incorporar en su modelo el estadio de exploración de Schoenfeld (1985) pues este se integra en los marcos de uso de la tecnología.

El modelo de Lee y Hollebrands (2006, p. 257) consta 6 estadios cuya descripción breve es:

- (1) *Estadio 1. Análisis.* El estudiante intenta comprender el problema, sus condiciones o restricciones y considerar perspectivas útiles para resolverlo.
- (2) *Estadio 2. Planificación.* El estudiante intenta establecer una secuencia de acciones o formular una estrategia para encontrar la solución del problema.
- (3) *Estadio 3. Implementación.* El estudiante ejecuta la estrategia pre-planificada, la cual puede ser declarada o no explícitamente en su discurso.
- (4) *Estadio 4. Control.* El estudiante realiza acciones explícitamente para controlar su progreso hacia la solución.
- (5) *Estadio 5. Verificación.* El estudiante cree haber alcanzado la solución y evalúa si esta es correcta o, realiza acciones para justificar o explicar la resolución.
- (6) *Estadio 6. Organización.* El estudiante realiza acciones para organizar su entorno (ya sea con lápiz y papel o en la herramienta tecnológica) de tal forma que pueda percibir que esta organización será beneficiosa para alcanzar la solución.

En cuanto al trabajo de Yimer y Ellerton (2006, 2010), los autores sostienen que su modelo, “tomado en conjunto”, permite describir el comportamiento y las relaciones metacognitivas-cognitivas de los estudiantes mientras resuelven un problema matemático. Para ello establecen relaciones entre los estadios de su modelo y los estadios de Schoenfeld (1985), Artzt y Armour-Thomas (1992), Garofalo y Lester (1985) y Geiger y Galbraith (1998). Su modelo en seis estadios y las relaciones son (2006, p. 580; 2010, p. 250):

- (1) *Estadio 1. Compromiso.* Toma de contacto inicial, encontrar el sentido del sentido al problema.

Indicadores: (a) Comprensión inicial (anotar las ideas iniciales, hacer un dibujo); (b) Análisis de la información (dar sentido al problema, identificar elementos e información clave para la resolución, relacionar el problema con ciertos dominios matemáticos); (c) Reflexionar sobre el problema (valorar la familiaridad o recordar problemas similares resueltos anteriormente, valorar el grado de dificultad, valorar el conocimiento que se posee en relación con el problema).

Relación con los estadios de los referentes teóricos: estadio de orientación de Garofalo y Lester (1985), estadios de comprensión y análisis de Artz y Armour-Thomas (1992), estadios de compromiso y recursos de Geiger y Galbraith (1998).

- (2) *Estadio 2. Transformar-formular.* Transformar la información inicial para su exploración y elaborar un plan formal de resolución.

Indicadores: (a) Explorar (utilizando casos particulares o números para visualizar la situación del problema); (b) Conjeturar (basado en observaciones concretas o experiencias previas); (c) Reflexionar si son viables o no las conjeturas y exploraciones realizadas; (d) Formular un plan (elaboración de una estrategia de resolución, ya sea para probar conjeturas o elaborar un plan local y general); (e) Reflexionar sobre la viabilidad del plan confrontándolo con los elementos clave del problema.

Relación con los estadios de los referentes teóricos: estadios de planificación y exploración de Artz y Armour-Thomas (1992), y en parte con: el estadio de organización de Garofalo y Lester (1985), estadio de verificación de Schoenfeld (1985) y, estadio de conductas ejecutivas de Geiger y Galbraith (1998).

- (3) *Estadio 3. Ejecutar.* Actuar (implementar) controladamente sobre el plan y las exploraciones.

Indicadores: (a) Explorar los elementos clave del problema (descomponiendo el plan en sub-planes si es necesario); (b) Evaluación del plan respecto de las condiciones y requisitos del problema; (c) Ejecución del plan (realizar acciones de cálculo y análisis); (d) Reflexionar sobre la pertinencia de las acciones.

Relación con los estadios de los referentes teóricos: estadio de implementación de Artz y Armour-Thomas (1992), y en parte con: los estadios de organización y ejecución de Garofalo y Lester (1985), estadio de verificación de Schoenfeld (1985) y, estadio de conductas ejecutivas de Geiger y Galbraith (1998).

(4) *Estadio 4. Evaluar.* Emitir juicios sobre la idoneidad del plan, acciones y soluciones halladas.

Indicadores: (a) Releer el problema para determinar si se ha respondido a la pregunta; (b) Valorar la coherencia del plan respecto de los elementos clave del problema, detectar, si los hubiere, errores de cálculo y análisis; (c) Valorar la razonabilidad de los resultados; (d) Adoptar decisiones respecto la admisión de la resolución como respuesta al problema.

Relación con los estadios de los referentes teóricos: Estadio de verificación de Garofalo and Lester (1985), y parcialmente con: el estadio de verificación de Schoenfeld (1985), de conductas ejecutivas de Geiger y Galbraith (1998) y, de verificación de Artzt y Armour-Thomas (1992).

(5) *Estadio 5. Internalizar.* Reflexionar sobre el grado de apertura u otras cualidades del proceso de resolución.

Indicadores: (a) Reflexionar sobre el proceso de resolución como un todo; (b) Identificar características o momentos clave del proceso de resolución; (c) Evaluar la adaptabilidad del proceso a otros problemas, otras formas de resolverlo o la elegancia del proceso; (d) Reflexionar sobre el rigor matemático desarrollado, la autoconfianza mostrada durante el proceso y el grado de satisfacción.

Relación con los estadios de los referentes teóricos: Incluye algunos elementos de los estadios de ejecución y verificación de Garofalo y Lester (1985), el sistema de creencias de Schoenfeld (1985), el estadio de creencias de Geiger y Galbraith (1998) y el estadio de exploración de Artzt y Armour-Thomas (1992).

Por otro lado, informes internacionales como PISA-2012 (OCDE, 2010) señalan un modelo de procesos (estadios) implicados para la evaluación de la resolución de problemas. Dicho modelo de procesos (estadios) presenta una clara influencia del modelo teórico de Pólya (1945) y consta de 4 estadios (OCDE, 2013, p.20):

- (1) *Estadio 1. Exploración y Comprensión.* Construcción de la representación mental de cada una de las partes de información presentadas en el problema. Esto involucra: (a) Explorar la situación del problema, observándolo e interactuando con él. Buscando información, detectando limitaciones y obstáculos; (b) Comprender la información proporcionada en el enunciado o descubierta durante la interacción con la situación problemática, fijación de conceptos relevantes asociados.
- (2) *Estadio 2. Representación y Formulación.* Construcción coherente de la representación mental de la situación del problema. Es decir, elaborar un modelo de la situación problemática. Seleccionar la información relevante, organizarla mentalmente e integrarla con el conocimiento previo. Esto involucra: (a) Elaborar representaciones del problema a través de representaciones tabulares, gráficas, simbólicas o verbales. Desplazarse entre las distintas representaciones; (b) Identificar factores relevantes del problema, sus relaciones. Organizar y evaluar críticamente la información. Formular hipótesis.
- (3) *Estadio 3. Planificación y Ejecución.* Fijar los objetivos particulares y general. Elaborar, en caso necesario, un plan o estrategia de resolución que incluye la descripción de los pasos a realizar. Ejecutar el plan diseñado.
- (4) *Estadio 4. Revisión y Reflexión.* Revisar cada paso del plan, incluyendo la verificación de resultados intermedios y finales, detectar resultados inesperados y adoptar medidas correctoras cuando sea necesario. Reflexionar sobre el proceso de resolución en su globalidad, adoptar perspectivas diferentes, evaluar críticamente los supuestos, detectar y valorar resoluciones alternativas, buscar información adicional.

Los estudios señalados permiten tener un referente más concreto de los modelos de estadios en resolución de problemas. Tomados en conjunto, los modelos descritos me permite disponer de mapa de estadios, su descripción y, un conjunto de indicadores o descriptores para cada uno de ellos. Es una meta de este trabajo conseguir integrar en

dichos indicadores la influencia de la interactividad, de tal forma que el modelo resultante me permita analizar procesos de resolución de problemas con tecnología digital de forma integral.

Finalmente, gran parte de los autores consultados consideran el proceso de resolución como un flujo de observables secuenciales en el tiempo. En cambio, las relaciones entre los distintos estadios son normalmente obviadas, salvo los caminos descritos en el trabajo de Yimer y Ellerton (2010). Este trabajo pretende también indagar en dichas relaciones.

III.2. Interactividad

El significado de los conceptos de interactividad, sistema interactivo e interacción con tecnología digital dependen del contexto en el que se emplean. De ello da muestra la gran variedad de usos, tipologías de clasificaciones de interactividad o de interacción humano-tecnología digital (Dix et al., 2004; Hannon y Atkins, 2002; Muirhead y Juwath, 2003; Sabatini ,2009; Sims, 1997). Es propósito de esta sección, en primer lugar, precisar dichos conceptos y presentar diversas tipologías. Posteriormente, centraré la exposición en un tipo particular de herramienta digital interactiva, los denominados los manipuladores virtuales matemáticos y, como caso particular, los *applets*. Todo ello posibilita disponer de un marco para adoptar decisiones en cuanto a: (a) la relación de la interactividad en el diseño de la actividad en formato web, (b) la introducción en los indicadores de los estadios en resolución de problemas la interactividad, (c) construir unos indicadores propios de la influencia de la interactividad.

III.2.1. Interactividad, interacción y objetos de aprendizaje

Los términos “interactivo, interactividad, interacción,...” han adquirido diversos significados en función del contexto en el que estén empleados, lo que provoca cierta ambigüedad en cuanto a su significado. No es raro observar estos términos asociados a cualidades de objetos físicos a modo de etiqueta de calidad y modernidad tecnológica, como “pizarra interactiva”, “video interactivo”, “página web interactiva”, “juego interactivo”, “CD-ROM interactivo”, etc. Pero, ¿qué es la interactividad?, ¿qué significados presenta este vocablo?

Según la RAE (2015), el término interactividad es definido como una cualidad de los objetos, remitiéndonos al concepto de interactivo. En su primera acepción, indica que es el efecto de una interacción, la cual es definida como una acción recíproca entre dos objetos o agentes. Esta definición posibilita que coloquialmente los términos puedan emplearse para describir situaciones en las que dos cuerpos chocan (cada uno ejerce una fuerza sobre el otro), o dos imanes son enfrentados (se atraen o se repelen), o dos personas hablan por teléfono (existe un intercambio comunicativo mediado por un instrumento tecnológico), etcétera. Luego la interacción no está restringida solo a agentes inteligentes entre los que existe cierta interacción social, sino que puede incluir a agentes inertes.

En relación a ello, Castro (2004) añade que la interacción no solo ocurre entre los agentes, sino también entre ellos y su entorno. Si empujo un carrito de la compra, ejerzo una fuerza sobre el carrito y este sobre mí, pero, además, la interacción producida también está influenciada por el terreno sobre el que se desliza el carro, calidad de las ruedas, el entorno ambiental, etc. La situación descrita muestra como la interacción está influenciada por elementos que, sin ser los agentes directos en la producción de dicha interacción, sí la determinan; es lo que Castro denomina ambientes de acción.

Por lo que respecta a la RAE (2015), en su segunda acepción del término interactivo explícitamente hacen alusión al uso del término en ambientes computacionales, considerando el concepto de interactividad como una cualidad de aquellos programas informáticos que permiten una interacción a modo de diálogo, generalmente entre los seres humanos y los artefactos²⁴. Esta acepción otorga cierto intelecto al ordenador (artefacto), puesto que es este quién, a través del programa informático, establece el diálogo con el humano.

Si centro la atención sobre el diálogo como modo de interacción, el empleo del término interactivo puede entenderse en función de tres niveles de comunicación (Sabatini, 2009): (a) No interactiva: cuando un mensaje no se relaciona con otro previo; (b) Reactiva: cuando un mensaje se relaciona únicamente con el mensaje previo

²⁴ Inicialmente el término interactividad e interacción en ambientes informáticos involucraba casi en exclusiva a los ordenadores, en la actualidad, la diversidad de aparatos tecnológicos justifica el uso de la noción de artefacto para referirnos tanto a ordenadores como a tablets, smartphone, smartTV, ebook, Web 2.0, etcétera.

inmediato; y (c) Interactiva: cuando un mensaje se relaciona con una serie de mensajes o elementos previos. Esta idea me permitirá articular el término interacción alrededor del concepto de mensaje.

En un ambiente informático, y considerando la idea de interrelación entre los mensajes, la interacción puede entenderse como “cualquier comunicación [intercambio de información, diálogo,...] entre un usuario y un ordenador, ya sea directa o indirecta²⁵” (Dix et al., 2004, p.4). Por tanto, dicha comunicación es bidireccional entre el ordenador, artefacto o tecnología (digital) y el usuario. Bajo estas premisas, consideraré que ha existido interactividad entre la tecnología (digital) y el usuario, si la comunicación es efectiva. Ello dota a la tecnología (digital) de la capacidad de ser interactiva.

Un caso particular de tecnología digital interactiva son los denominados objetos de aprendizaje. Al igual que ocurre con el término interactividad, existe una variedad de definiciones que hace confusa su conceptualización (Wiley, 2000; Morales y Agüera, 2002; Chiappe, 2006). La amplitud de concepciones queda patente en el intento que el Institute of Electrical and Electronics Engineers [IEEE]²⁶ llevó a cabo para concretar su significado. Finalmente, el IEEE establece como objeto de aprendizaje a: “una entidad, digital o no digital que puede ser utilizada, reutilizada o referenciada durante el aprendizaje asistido por tecnologías” (IEEE, 2002, p.6). Aunque el esfuerzo marca un camino, no es menos cierto que tal definición permite considerar como un objeto de aprendizaje desde un conjunto de Lego (piezas de construcción) hasta un pequeño programa informático para enseñar la operación aritmética de adición.

Lo que es claro es que la definición del IEEE tiene un marcado carácter educacional. En este sentido, Wiley (2000) definió dos años antes los objetos de aprendizaje como entidades digitales que permiten la reutilización, a la vez que son soporte para un

²⁵ Según Dix et al. (2004) la interacción directa es aquella que implica un diálogo con retroalimentación y un control sobre la ejecución de la tarea que se está llevando a cabo, y por indirecta la que implica el procesamiento por lotes o control del ambiente de trabajo a través de sensores. Según estos autores, lo importante radica en la idea de que el usuario interactúa con el ordenador para realizar alguna tarea.

²⁶ El documento al que hacemos referencia en la bibliografía, aunque data del 2002, es la versión final de conclusiones del IEEE para definir los estándares de los metadatos en los objetos de aprendizaje. En este sentido, el término objeto de aprendizaje fue definido e introducido como elemento de partida para la discusión a la comunidad científica en el año 2000.

aprendizaje. Así, un objeto de aprendizaje es: “cualquier recurso digital que puede ser reutilizado como soporte en el aprendizaje” (p. 4). Concretando esta idea, Chiappe et al. (2007) identifican las componentes principales que deben contener los objetos de aprendizaje educativos: “una entidad digital, independiente y reutilizable con un claro objetivo de aprendizaje que incluye al menos tres componentes interconectados: el contenido, las actividades de aprendizaje y elementos de contexto” (p. 675). Recientemente, y dada la expansión de los entornos web, Kay y Knaack (2009, p. 148) limitan el campo de acción de los objetos de aprendizaje educativos a dichos entornos, potenciando el carácter operativo de los mismos. Para estos autores, los objetos de aprendizaje son “herramientas interactivas web que apoyan el aprendizaje de conceptos específicos a través de la amplificación, aumento y/o guía de los procesos cognitivos de los aprendices”. Finalmente, en el ámbito de la Educación Matemática, Mgombelo y Buteau (2009, p. 1055) interrelacionan los objetos de aprendizaje con la interactividad, al considerar que son “un ambiente computarizado dinámico e interactivo que permite un aprendizaje a través del juego o la realización de actividades y que guía al aprendiz, paso a paso, en su desarrollo y comprensión del concepto matemático”. Para este trabajo, la definición de Mgombelo y Buteau es la más cercana a mis propósitos.

III.2.2. Tipologías de interactividad, los manipuladores virtuales matemáticos

En esta sección comienzo presentando la propuesta de tipología de interactividad de Rhodes y Azbell (1985) y Jonassen (1988). Dichos autores orientan su tipología en función de las acciones que puede ejecutar un usuario sobre la tecnología digital y su relación con la enseñanza y aprendizaje. A continuación, expongo las propuestas de Sims (1997) y Dix et al. (2004), quienes orientan su tipología a nivel instrumental y desde una orientación educativa, en función de las necesidades de los diseñadores y programadores. Después, presento el concepto de manipulador virtual matemático (MVM), como un objeto de aprendizaje particular y los tipos de interactividad que promueve, en función de las acciones y operaciones fundamentales que un usuario puede realizar sobre y con un MVM (Mackrell, 2011; Sedig y Sumner, 2006). Finalizo esta sección con un tipo particular de interactividad, el arrastre en los softwares de geometría dinámica o MVM obtenidos a partir de dichos softwares.

Rhodes y Azbell (1985) identifican 3 niveles de interactividad, dependiendo del grado de control que el usuario puede ejercer sobre la estructura del contenido y la secuencia de pasos en un sistema interactivo: a) Nivel Reactivo, el usuario ejerce poco control sobre la estructura del contenido, mientras que el sistema controla la secuencia de pasos; b) Nivel Coactivo, el usuario ejerce control sobre la secuencia de pasos, el ritmo y estilo, pero no sobre la estructura del contenido ni sobre la retroalimentación; c) Nivel Proactivo, el usuario ejerce control sobre la estructura del contenido y sobre la secuencia de pasos.

Los niveles de Rhodes y Azbell (1985) no informan acerca del posible aprendizaje del usuario. Jonassen (1988) añade en su clasificación aspectos relacionados con procesos de enseñanza y aprendizaje e incluye elementos relacionados con las características de los aprendices, las tareas, los procesos cognitivos que se potencian y/o se ponen en juego, los atributos del programa, etc. De esta forma, Jonassen considera los siguientes niveles de interactividad: (a) la modalidad de la respuesta del aprendiz [por ejemplo, apretar una tecla], (b) la naturaleza de la tarea, (c) el procesamiento de información [procesos cognitivos que se requiere del sujeto para efectuar la tarea], (d) el tipo de programa y (e) el nivel de inteligencia en el diseño [las posibilidades de adaptación del sistema interactivo a la modalidad de respuesta del aprendiz].

Por su parte Sims (1997) centra su taxonomía en cómo un usuario (estudiante) utiliza los elementos en una interfaz de un sistema interactivo. El autor propone un conjunto de 10 principios o tipos de interactividad (Tabla III-2), de tal forma que estos pueden servir a los diseñadores (educacionales o no) como herramientas conceptuales para crear sistemas interactivos. Sims (1997) señala que es la conjunción de dos o más de estos tipos de interactividad lo que proporciona mejores trasposiciones didácticas, otorgando mayor potencialidad educativa a la interactividad.

Tabla III- 2. Tipologías de interactividad

De Objeto	Los objetos en la interfaz se activan a través de un clic de ratón u otro dispositivo existiendo alguna forma de respuesta audiovisual.
Lineal	Existencia de una secuencia lineal predeterminada de presentación del contenido.
Jerárquica	Existencia de un conjunto predefinido de opciones de las cuales el usuario puede seleccionar una ruta especificada o la estructura de acceso al contenido, por ejemplo, un menú.
De Apoyo	Objetos que van desde simples mensajes de ayuda a los complejos sistemas de tutoriales.
De Actualización	Objetos que generan un diálogo entre el estudiante y el contenido generado por el sistema a una entrada del estudiante. Van desde simples formatos de preguntas y respuestas a las complejas respuestas condicionadas. Esta forma de interacción proporciona retroalimentación donde el interés educacional dependerá del grado de significatividad que para el usuario tenga la respuesta.
De Construcción	Es una extensión de la interactividad de actualización y requiere la creación de un ambiente en el cual el alumno manipule o construya objetos para alcanzar unos objetivos específicos. Estas interacciones requieren más esfuerzo estratégico y de diseño para su implementación adecuada.
Reflexiva	Generación de respuestas o indicaciones de texto tipo “experto” a las respuestas generadas por los usuarios. Permite al usuario comparar y reflexionar sobre su respuesta.
De Hipervínculo	Aquella que permite el acceso a la información a través de hipervínculos y dónde el usuario puede navegar a su antojo. Aunque técnicamente fácil de implementar, el reto es diseñar la navegación de tal manera que se evite el fenómeno “perdido en el hiperespacio”.
No Inversiva de Contexto.	Ampliación y combinación de todos o varios de los niveles anteriores. El objetivo es transportar al estudiante a un micromundo que simula el entorno experiencial de trabajo existente y dónde las tareas son similares a los de su entorno de trabajo siendo un reflejo del campo de experiencia del estudiante.
Inversiva virtual.	Es un ambiente interactivo en el cual el usuario es proyectado en un mundo generado completamente por el ordenador (Realidad Virtual)

Nota. Extraído de Sims (1997).

Sedig y Summer (2006) utilizan el concepto de representaciones matemáticas visuales para proponer un marco taxonómico que caracteriza y categoriza la interacción en términos de las posibilidades de acción de los sujetos con representaciones matemáticas visuales interactivas (RMVI), en el contexto de acciones epistémicas²⁷ de bajo nivel y/o tareas cognoscitivas. Esta noción parte del concepto de manipulador virtual (MV) y manipulador virtual matemáticos (MVM).

²⁷ Sedig y Sumner (2006) emplean la noción de acción epistémica para referirse a aquellas acciones físicas, externas, que son puestas en juego para facilitar el trabajo mental e interno, haciendo que éste sea más fácil y fiable. Por ejemplo, anotar resultados intermedios en un papel en tareas de resolución de problemas.

Un MV es “una versión computacional de materiales físicos” (Resnick, Martin, Berg, Borovoy, Colella, Kramer, et al., 1988, p. 1). Si a ello añado la interactividad, el desarrollo en entornos web y una orientación centrada en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los MV son denominados manipuladores virtuales matemáticos (MVM), que se definen como “una representación visual de un objeto dinámico e interactivo, basado en la Web, que presenta oportunidades para la construcción del aprendizaje matemático” (Moyer, Bolyard y Spikell, 2002, p. 373).

Sedig y Summer (2006) utilizan el término de representaciones matemáticas visuales para referirse a MV en las que las representaciones de la interfaz codifican visualmente las propiedades causales, funcionales, estructurales y semánticas, así como las relaciones de un mundo representado de estructuras o conceptos matemáticos. Ello les permite considerar las RMVI como aquellas representaciones matemáticas visuales en las que las representaciones mostradas en la interfaz reaccionan o responden a las acciones de los estudiantes, es decir, hay interactividad.

Las RMVI, si se realizan para un entorno web, son una extensión de los MVM. Con ello pongo de manifiesto que no son solo réplicas de objetos físicos como los MV, ni son solo un conjunto de representaciones interactivas, sino un conjunto de objetos interactivos, en formato web, diseñado para que un sujeto pueda manipularlo y que tenga una clara orientación hacia el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Un ejemplo básico de RMVI lo constituyen los applets²⁸ matemáticos, que según Richard (2011) son aquellos applets cuyo uso “se destina al desarrollo de las competencias matemáticas o al mismísimo ejercicio de conceptualización” (p. 9).

Sedig y Sumner (2006) emplean tres ideas nucleares para desarrollar su taxonomía:

Potencialidad de la interacción: Forma en las que las RVMI en la interface dan información de estar siendo empleada o manipulada. Dos tipos; a) Real: aquellas manipulaciones que realmente están permitidas y, b) Percibida: aquellas manipulaciones que el usuario percibe que están permitidas y son posibles. El objetivo educacional es

²⁸ Un applet es “un programa escrito en el lenguaje de programación Java™ que puede ser incluido en una página de HTML de forma similar a como es incluida una imagen” (Oracle Corporation, n.d.). Normalmente son subprogramas que se insertan en una página web y que reaccionan instantáneamente a acciones de un usuario. En el Anexo II muestro un listado, a modo de ejemplos, de applet junto con sus bondades supuestas para la enseñanza de las matemáticas.

que dichas RMVI “comuniquen su potencialidad” tan claramente que el estudiante perciba sin dificultad su potencial real.

Flujo de la interacción: Forma en la que el estudiante percibe la relación entre su acción y el efecto (reacción o respuesta) del RMVI. Dos tipos; a) Continuo, relación observable simultáneamente y, b) discreto.

Foco de la interacción: Detectar el centro de interés del aprendiz mientras interactúa con los RMVI. Dado que los controles que pueden permitir la interacción con un RMVI pueden ser internos o externos, el foco de la interacción puede ser: (a) Directa, si el centro de interés para el estudiante sobre un RMVI y su interacción se produce sin ningún tipo de representaciones intermedias; (b) Indirectas, cuando es necesario la interacción con representaciones intermedias.

A partir de estas ideas, los autores organizan las interacciones con los RMVI en tres categorías principales: (a) Interacciones básicas: las que sirven como elementos básicos y fundacionales de las otras formas de interactividad y están basadas en la metáfora del modelo del mundo real²⁹; (b) Interacciones basadas en tareas: aquellas interacciones relacionadas con las tareas cognitivas que los estudiantes emplean cuando exploran RMVI y que pueden producirse de manera combinada y; (c) El redibujado. La Tabla III-3 presenta una descripción de cada tipo.

²⁹ “En un sistema construido sobre la metáfora del modelo-mundo real, la interface en sí misma es un mundo donde el usuario puede actuar y el cual cambia de estado en función de las acciones del usuario. El mundo de los intereses es representado explícitamente y no hay intermediación entre el usuario y el mundo. El uso apropiado de la metáfora del modelo del mundo real puede crear la sensación en el usuario de actuar sobre objetos del dominio de la tarea en sí misma” (Norman y Draper’s, 1987, citado en Dix et al., 2004, p.172).

Tabla III- 3. Tipos de interacciones

Básicas	
Conversar	Expresión de las acciones e intenciones del estudiante a través de un Lenguaje de Entrada en la RMVI. Generalmente el aprendiz debe tener conocimiento del Lenguaje de Entrada.
Manipular	Manipulación de un RMVI a través del cursor (arrastrar, seleccionar,...) para realizar alguna acción sobre ella. La reacción del sistema a la manipulación y la forma en la que se observa anuncia la potencialidad de interacción de la RMVI, permitiendo al aprendiz discernir entre lo que es manipulable o no.
Navegar	Moverse sobre, en, o a través de la RMVI entendiendo dicho movimiento como un proceso exploratorio estructural y conceptual de la representación.
Basadas en Tareas	
Animar	Generar movimiento dentro de un RMVI, puede ser unidimensional o multidimensional (ocurren varios movimientos simultáneamente)
Anotar	Aumentar un RMVI añadiendo notas o marcas. Pueden ser manuales o automáticas, permanentes o temporales.
Agrupar	Formar una nueva estructura visual agrupando manual o automáticamente elementos visuales similares o relacionados, pero disjuntos. La intención es que los estudiantes pueden reflexionar o relacionarse con esta nueva estructura como un elemento único.
Componer	Crear un nuevo RMVI componiéndolo a través de elementos visuales no relacionados.
Recortar	Eliminar partes no deseadas o innecesarias de un RMVI para ejercer mayor control sobre las regiones que quedan expuestas.
Filtrar	Exponer, ocultar o transformar un subconjunto seleccionado de elementos visuales de un RMVI según ciertas características o criterios.
Fragmentar	Descomponer un RMVI en sus partes constitutivas o elementales.

Tabla III- 3. Tipos de interacciones (continuación)

Probar	Concentrar o centrar algunos aspectos, propiedades o componentes de un RMVI para un posterior análisis. Algunos RMVI codifican la información en capas y como tal, esta información no siempre es explícitamente visible o accesible. Se persigue que el estudiante puede concentrarse en un aspecto particular para investigarlo y explorarlo.
Reorganizar	Modificar la posición espacial y/o dirección de elementos dentro de un RMVI. Esta nueva organización puede permitir al estudiante comprender mejor las relaciones internas.
Redibujar	Dibujar un RMVI de una manera alternativa para visualizar nuevas perspectivas. Se pueden producir de tres maneras: espacialmente, la forma del RMVI es invariable; semánticamente, el estudiante está preocupado con el sentido y la equivalencia conceptual del RMVI y para ello busca formas figurativas alternativas semánticamente congruentes con el RMVI; y estéticamente, el estudiante está preocupado por la apariencia, colores, aspecto,...
Ajustar	Variar el grado en el cual un RMVI es visualmente construido/deconstruido ajustando su campo de visión.
Buscar	Explorar la existencia o posición de aspectos específicos, elementos o estructuras dentro de un RMVI orientada a responder alguna pregunta o desarrollar una mejor comprensión de alguna idea.

Nota: Tabla extraída de Sedig y Sumner (2006).

Por su parte Mackrell (2011), partiendo del trabajo de Sedig y Sumner (2006), desarrolla una taxonomía de las operaciones fundamentales que pueden realizarse en un software de geometría interactiva (SGI³⁰), y por ende, en MVM derivados de ellos. El autor afirma que las operaciones fundamentales que describen pueden implicar más de un tipo de interactividad de los descritos por Sedig y Sumner. Partiendo del análisis de una actividad (cálculo del área de un círculo) en distintos software de geometría dinámica (SGD), el autor identifica seis tipos de tensiones que acontecen en la toma de decisiones de los diseñadores durante la creación de un SGD o un MVM derivado. El análisis de dichas tensiones permite a Mackrell (2011) identificar 8 tipologías de interacción. El autor las explicita estableciendo también la correspondencia entre ellas y la tipología propuesta por Sedig y Sumner (2006) (Tabla III-4):

³⁰ Mackrell (2011) utiliza el término software de geometría interactiva (SGI) en vez de Software de geometría dinámica (SGD).

Tabla III- 4. Tipos de operaciones en SGI

Tipo de operación	Descripción	Tipo de interacción de Sedig y Sumner (2006)
De construcción	Construir un objeto a partir de los objetos preexistentes.	Componer, probar,
Con objetos	Realizar un cambio en un objeto ya existente.	Anotar ^a , reorganizar ^{a,b} , redibujar ^b , filtrar, y recortar, <i>redefinir</i>
Con herramientas	Modificar las herramientas disponibles para el usuario (menús)	Filtrar, fragmentar, componer
Visuales	Cambiar la forma en que se visualiza la página geométrica o mostrar vistas alternativas	Probar, redibujar [reajustar y buscar]
De información	Cualquier interacción de prueba que no produce un objeto nuevo y que no cambia la vista del mismo.	Probar
De repetición	Ajustar y reajustar la construcción del objeto en función de un punto de vista particular. Puede conllevar deshacer o rehacer el objeto.	Ajustar
De exportación	Transformar la página geométrica en un medio diferente (guardar, imprimir, capturar la pantalla, exportar a html, etc.)	s/n
De paginación	Convertir múltiples páginas geométricas en un solo documento.	s/n

Notas. Tabla extraída de Mackerll (2011).

En cursiva, tipo de interactividad no clasificado por Sedig y Sumner y que son característicos de los SGI. s/n->sin correspondencia a los tipos de interacción de Sedig y Sumner.

^{a)} Mackerll introduce el etiquetado como un tipo de interactividad que está presente en las categorías de anotar y reorganizar.

^{b)} Mackerll introduce el arrastre como un tipo de interactividad que está presente en las categorías de reorganizar y redibujar.

Entre las numerosas acciones interactivas nativas de los SGD, destaca el arrastre o *dragging* de componentes de la figura o representaciones que se visualizan en la interfaz del applet. El arrastre de objetos, según Gutiérrez (2005) es la característica más peculiar del SGD y por tanto, un tipo de interactividad especial. Arzarello et al. (1998) y Olivero (2002) identificaron siete tipos de arrastre en tareas de resolución de problemas geométricos:

- 1-*Errático (Wandering dragging)*: arrastre aleatorio de puntos básicos u otros objetos sobre la pantalla, sin un plan, sin importar como es realizado el arrastre. El objetivo perseguido con este tipo de arrastre es descubrir regularidades o configuraciones interesantes particulares del dibujo o figura.

2-*Vinculado (bound dragging)*: arrastre de un punto semilibre³¹ construido sobre un dibujo o figura.

3-*Guiado (Guided dragging)*: arrastre de puntos básicos u otros objetos de un dibujo o figura para obtener casos particulares o una configuración particular.

4-*De lugar geométricos ocultos (Lieu muet dragging)*: arrastre de un punto básico u otros objetos de tal manera que la figura conserve una propiedad descubierta, normalmente un lugar geométrico. Puede ocurrir que el usuario no sea consciente de dicha propiedad.

5-*De alineación (Line dragging)*: dibujar nuevos puntos que se corresponden con posiciones ocupadas por algún punto de la figura o dibujo cuando esta conserva cierta propiedad.

6-*Ligado (Linked dragging)*: Unir un punto a un objeto y arrastrarlo hacia objeto.

7-*De test (dragging test)*: arrastre de un objeto, puntos libres o semilibres para observar si el dibujo mantiene las propiedades iniciales. Si esto no ocurre, el dibujo no fue construido sobre las propiedades geométricas pretendidas, afirmando que tal dibujo no soporta la prueba del arrastre.

Además, los sujetos cuando realizan arrastres lo hacen en función de su modalidad cognitiva y epistemológica (Arzarello et al., 1998; Hölzl, 1996). Olivero (2002) identificó tres acciones fundamentales:

1) Disponer de feedback. El arrastre permite al estudiante tener el control de la adecuación de la construcción a las propiedades requeridas en el enunciado del problema;

³¹ Un punto semi-libre es un punto sobre un objeto que puede ser arrastrado (movido) pero sólo sobre el objeto en el que se sitúa. Es decir, son libres en el campo de dominio del objeto sobre la que se sitúa.

- 2) De mediación. El arrastre permite tener un elemento de mediación entre dibujo y figura a través de la prueba del arrastre³²;
- 3) De validación. El arrastre permite al estudiante disponer de un instrumento de validación (verificar un resultado que el estudiante prevé) o de búsqueda (reconocer o buscar elementos invariantes).

Entre las posibilidades que tienen los diseñadores de actividades en formato web a la hora de introducir interactividad es incorporar en sus diseño applet. En este sentido, los SGI o SGD permiten generar applets que heredan numerosas propiedades interactivas, entre las que destacan la posibilidad de realizar arrastres.

Las distintas taxonomías expuestas a lo largo de esta sección me permitirán tomar decisiones a nivel de diseño de la actividad en formato web y que son expuestas en el capítulo siguiente.

III.3. Tecnología y resolución de problemas

En esta sección describo la influencia de la tecnología en la resolución de problemas matemáticos y derivó algunas implicaciones para el diseño de actividades mediadas con tecnología digital.

Según Santos-Trigo (2007, p. 524):

La resolución de problemas matemáticos, como un dominio de investigación y práctica ha evolucionado a lo largo del desarrollo y disponibilidad de las herramientas computacionales y, como un resultado, las preguntas de investigación y las prácticas instruccionales necesitan ser examinadas con mayor profundidad con el objetivo de caracterizar postulados que apoyan este dominio.

...

³²Healy et al. (1994a, 1994b) y (Hoyles y Noss, 1994) describen como una de las principales dificultades de los estudiantes cuando trabajan con SGD admitir que las construcciones geométricas y sus relaciones dependen de un o unos objetos iniciales y, que dicha dependencia lleva asociada la prueba del arrastre entendida como el mantenimiento de todas las propiedades geométricas sobre las que se basa la construcción cuando es arrastrada.

Los marcos clásicos en resolución de problemas surgidos del estudio de resolutores con lápiz y papel necesitan ser ajustados de acuerdo a cómo utiliza esas herramientas [computacionales] los resolutores.

Las palabras de Santos-Trigo obligan a replantear el contexto y cómo ha evolucionado la influencia de la tecnología digital en las investigaciones en resolución de problemas matemáticos. Dado que toda actividad cognitiva está mediada por instrumentos (Wertsch, 1991), la tecnología digital es un instrumento de mediación en la construcción y estructuración de los procesos cognitivos producidos durante la resolución de problemas. A este respecto, las tecnologías digitales son un actor más en el proceso de resolución y no una simple herramienta que se utiliza intencionalmente (Gadanidis y Geiger, 2010). De hecho, Jones (1999) sugiere que la tecnología digital no solo facilita los procesos mentales, sino que es a través de la interactividad de esta que los transforma. Como herramienta cognitiva, “el papel de tales instrumentos va más allá de servir de prótesis para la acción. La presencia de tales instrumentos puede reorganizar todo el funcionamiento cognitivo” (Rojano y Moreno, 1999, p.331).

Las tecnológicas digitales, entonces, pueden constituir micromundos³³ donde las personas exploran y aprenden a través de la retroalimentación de sus acciones con las herramientas (Hoyles y Noss, 2003). Tal retroalimentación se encuadra dentro del dominio del micromundo y las acciones y objetos matemáticos subyacentes a este (Balacheff y Kaput, 1996). El micromundo es una componente integral de la ecología cognitiva establecida entre usuario y herramienta tecnológica (Gadanidis y Geiger, 2010).

³³ La noción de micromundo asociado a ambientes computacionales fue inicialmente desarrollada por Papert quién la define como “mundos autónomos donde los estudiantes pueden aprender a transferir hábitos de exploración desde su experiencia personal al dominio formal de la construcción científica” (Papert, 1980, p. 177, citado en Healy y Kynigos, 2010, p. 64). En sentido similar, Thompson (1987, citado por Sacristán, 2003) describe la idea de micromundo matemático como “un sistema compuesto de objetos, relaciones entre objetos, y operaciones que transforman los objetos y sus relaciones” (p. 2). Posteriormente, Sarama y Clements (2002; citado en Healy y Kynigos, 2010) en relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje describe los micromundos como “un conjunto coherente de conceptos científicos y relaciones diseñados para que con un conjunto adecuado de tareas y objetivos pedagógicos, los estudiantes puedan participar en actividades de exploración y construcción ricas en la generación de significados” (p. 64). Estas actividades, de acuerdo a Sacristán (2003) utilizarán únicamente las herramientas dadas por el micromundo, la programación informática prácticamente desaparece en los micromundos para los estudiantes.

El anterior planteamiento implica que la naturaleza de los significados construidos no es solo una construcción individual, sino un conocimiento que es moldeado por la interactividad del ambiente, la naturaleza de la retroalimentación o influencia obtenida y la naturaleza de las restricciones existentes en la interactividad con la tecnología digital. A este respecto, Sutherland y Balacheff (1999, p. 6) señalan que las tecnologías digitales “producen representaciones manipulativas a niveles internos y de interfaz, se comunican con el usuario u otros ordenadores, teniendo [en referencia al instrumento tecnológico] competencias en algunos problemas, así como algún control sobre la comunicación y el proceso de resolución”.

Dado que la tecnología digital produce representaciones que tienen sus propias limitaciones y reglas de significados, la interacción con ella y, por tanto, la interactividad conlleva la existencia de una tensión entre el significado de las representaciones, lo que se capta y el dominio cognitivo del estudiante. Dicha tensión es trasladada a los procesos de resolución de problemas (Codina, 2000a), al orientar los resolutores su proceso de resolución en función de lo que para ellos significan los objetos con los que interactúan, la influencia de la interactividad y las expectativas derivadas de dicha interactividad. El significado y, por ende, el aprendizaje son construidos a partir de la interacción entre resolutor, el instrumento empleado, su experiencia y la interactividad (Moreno, 1999).

Desde luego, el estudiante está enfrentado a una nueva naturaleza de objetos y acciones que son presentados en un nuevo registro semiótico, el producido en y por la tecnología digital. Así, un resolutor tiene que articular las medidas cognitivas necesarias, de tal forma que no confunda esta nueva naturaleza de los objetos (los presentados en y con la tecnología digital) con aquellas con las que está familiarizado (Duval, 1993; Laborde, Gutiérrez, Noss, y Harkov, 1999). Por ejemplo, para el caso de SGD, Healy et al. (1994a, 1994b) señalan que los estudiantes tienen que comprender la diferenciación entre las construcciones que soportan la prueba del arrastre y aquellas que no lo hacen, comprender la noción de dependencia de los objetos construidos, de objeto libre o independiente y de objeto dependiente.

Por ejemplo, la actividad descrita en el Anexo I (p. 4), consistente en la construcción de un cuadrado en Cabri sin utilizar el comando “Polígono Regular”, es un reflejo de

situación en la que los estudiantes no sienten la necesidad de verificar si la construcción realizada soporta la prueba del arrastre. Además, estos mismos estudiantes tampoco comprueban si el procedimiento de construcción sigue pautas geométricas adecuadas. Los comportamientos de estos estudiantes ponen de manifiesto como ellos no tienen asimilada la nueva naturaleza de los objetos representados en la interfaz del SGD. Este mismo ejemplo también refleja como el empleo de la tecnología puede provocar la pérdida de autonomía durante los procesos de resolución, especialmente si los estudiantes no cuestionan lo que observan en la interfaz e ignoran el sentido común de dichos objetos (Olivero 2002, Olive, Makar, Hoyos, Kee, Kosheleva y Straber, 2010).

Lo anterior expuesto pone de manifiesto que un resolutor no podrá utilizar significativamente la tecnología digital si durante la resolución no tiene presente al menos dos aspectos principales: por una parte, la nueva naturaleza de los objetos y de las acciones y, por otra, la consideración de la tecnología como un dominio de validación.

Por otro lado, en la actualidad es bastante habitual que las representaciones que ofrecen las tecnologías digitales sean ejecutables (Kaput, 1992). Dichas representaciones, presentadas en la interfaz, suelen permitir su modificación casi instantánea y/o dinámica, es decir, son RMVI (en particular, MVM). Asimismo, ahora es usual que las tecnologías digitales permitan visualizar conjuntamente varios sistemas de representación de un mismo objeto matemático. Esta multirrepresentación, junto con la interactividad, favorece la conversión entre registros y el procesamiento en un mismo registro (Duval, 1995), facilitando al resolutor la articulación entre ellos (De Faria, 2000). Según Santos-Trigo y Espinosa (2002), el potencial multirrepresentacional permite presentar tareas o problemas de manera que ayuden a los estudiantes a visualizar los cambios dinámicos de las relaciones matemáticas, favoreciendo el análisis, exploración y verificación en los procesos de resolución de problemas, así como la influencia de la interactividad. En estas situaciones, el diseñador de las actividades digitales o MVM pretende que los estudiantes problematicen su aprendizaje, enfocando “las actividades alrededor de preguntas en donde se cuestione por qué las cosas se presentan de tal forma, investigar y analizar soluciones y, resolver incongruencias o rediseñar o formular nuevos problemas” (Santos-Trigo, 1998, p.433).

Con la tecnología digital, las tareas rutinarias pueden ser rediseñadas de tal forma que permite nuevas formas de exploración de las propiedades y de la propia tarea. Ahora, el docente puede convertir ejercicios rutinarios en actividades de resolución de problemas, ampliando las potenciales estrategias de resolución que pueden ponerse en juego (Santos-Trigo y Espinosa, 2002). También la tecnología digital permite que los estudiantes puedan abordar la resolución de problemas no rutinarios que de otra forma serían difícilmente abordables (Codina, 2000a; Sacristán et al., 2010). A este respecto, como señala Hitt (2000), hay que prestar atención a que la tecnología no trivialice la resolución de la tarea, no fomente el uso aleatorio ni asistemático de los elementos interactivos. Es decir, del mismo modo que la tecnología digital permite transformar tareas rutinarias en problemas, el camino contrario es también factible, convertir problemas no rutinarios en tareas rutinarias. Este hecho es vital que esté presente en cualquier diseño de una actividad en formato web.

Además de lo anterior, los diseñadores tienen que prestar atención al rango de posibles acercamientos a la resolución de un problema, debido a la tecnología digital puesta en juego. Como señala Sacristán et al. (2010), el diseñador-docente tiene que ser consciente de que:

El uso de tecnología para fomentar en los estudiantes la construcción de conceptos matemáticos y métodos de resolución de problemas involucra repensar las maneras de seleccionar, diseñar y usar las tareas; y tener influencia en el entorno o las condiciones de aprendizaje, en el rol de profesor y las interacciones entre estudiantes. El análisis de esas tareas ofrece al profesor información relevante para pensar en actividades en las cuales el estudiante reconozca las ventajas de construir representaciones dinámicas de los problemas que les permitan identificar y explorar no solo las relaciones interesantes sino también diversas estrategias de resolución. (p. 193)

Por otro lado, el empleo de tecnología digital permite la abstracción situada (Noss y Hoyles, 1996), la tecnología ejerce de dominio de abstracción. Ahora bien, las ideas informales y experiencias previas interactúan con aquellas más formalizadas durante la construcción del conocimiento matemático. Un ejemplo de ello es la actividad del ángulo central descrita en el Anexo I (p. 10). En esta actividad, los estudiantes abstraen

el teorema a raíz de una exploración dirigida con Cabri. Durante el trabajo con el software, surge una abstracción situada, los estudiantes se convencen de la validez de sus conjeturas, a la vez que abstraen propiedades matemáticas. Esta capacidad de transformación de la tecnología en un dominio de abstracción favorece que los procesos de resolución de problemas avancen hacia la solución buscada. Pero también puede ocurrir lo contrario, es decir, la abstracción situada puede obstaculizar el tránsito entre el pensamiento empírico y el teórico:

Si el profesor no motiva a los estudiantes a encontrar por qué una conjetura (o proposición) es válida, las justificaciones de los estudiantes permanecen en un terreno empírico: la proposición es válida porque la propiedad observada en la figura cabri permanece igual cuando arrastramos la figura, la hipótesis no cambia. Cuando tal creencia es compartida por una clase, entonces Cabri se convierte en un obstáculo en la transición entre el pensamiento empírico y el teórico, como si se permitiera la validación de una proposición sin necesidad de usar la teoría. (Olivero, 2002, p. 70)

Además, la naturaleza casi instantánea de las respuestas de las tecnologías digitales facilita la exploración de ideas, la retroalimentación de acciones o el poder volver sobre los pasos (hacer-deshacer). Todo ello, en un ambiente de trabajo colaborativo, estimula la discusión y confrontación de ideas, promueve la indagación de resultados no esperados y la aplicación de enfoques y procedimientos diferentes. Como señalan Sacristán et al. (2010), estos hechos puede deberse a que los conflictos cognitivos que genera la tecnología digital pueden apoyar la construcción del *Espacio Compartido del Problema* (Roschelle y Teasley, 1995).

III.3.1. Tecnología digital y espacio compartido del problema

Roschelle y Teasley (1995), partiendo de una perspectiva social del aprendizaje, definen *Espacio Compartido del Problema* (ECP) como una estructura conceptual y compartida de conocimiento que apoya la actividad de la resolución de problemas a través de: (a) unas metas, (b) la descripción del estado actual del problema, (c) la conciencia de las acciones disponibles para la resolución del problema, y (d) las asociaciones que relacionan las metas, marcos del estado actual del problema y las acciones disponibles.

Durante el proceso de construcción del ECP, Hennessy y Murphy (1999) señalan que la tecnología juega un rol crítico y explícito en el estadio de planificación, especialmente en la discusión, aceptación y refutación de planes de actuación. Además, la tecnología digital permite que estudiantes resolviendo colaborativamente problemas no dependan exclusivamente del lenguaje para construir y mantener una comprensión compartida del proceso de resolución. Esto es así dado que a través de la interactividad, la tecnología proporciona un contexto facilitador de la producción de acciones y gestos³⁴ que acompañan el discurso y lo dotan de mayor significado (Rochelle y Teasley, 1995).

Los gestos permiten representar conceptos y comunicarlos, forman parte de un sistema habla-gesto que facilita la construcción de múltiples representaciones de una tarea (Hennessy y Murphy, 1999; McNeill, 1992), siendo parte integral del habla, el pensamiento y la comunicación (Edwards, 2005). Por ello diversos autores como Arzarello y Robutti (2004) o Reynolds y Reeve (2001) consideran que la producción de gestos (espontáneos o no) revelan y propulsan cambios cognitivos en los sujetos, particularmente durante procesos de resolución de problemas. Según Schoenfeld (1985), los cambios cognitivos revelan posibles cambios de dirección en la resolución de problemas. Luego la interactividad, al fomentar gestos, también potencian cambios cognitivos, que a su vez revelan cambios de dirección durante la resolución.

III.3.2. Tecnología digital, trabajo colaborativo y cognición distribuida

Damon y Phelps (1989) afirman que un trabajo o interacción colaborativa ocurre en aquellas situaciones en las que estudiantes de similar nivel de competencia dan forma a sus ideas con el objetivo de resolver un problema conjuntamente. Como consecuencia “... tales interacciones animan a los estudiantes a una participación activa en el razonamiento, en la resolución de problemas y en el intercambio social de las ideas” (Damon y Phelps, 1989, p. 18). En este marco, el aprendizaje en la interacción colaborativa se deriva de la reflexión común, del intercambio de ideas y de la

³⁴ En este trabajo consideramos el ratón como una extensión del cuerpo y por tanto, las acciones que pueden hacerse con éste son consideramos como gestos. Nótese que cada vez más las tecnologías son táctiles y por tanto, tal consideración no está alejada de la realidad.

negociación, donde los participantes necesitan mantener cierto grado de comprensión mutua (Baker, Hansen, y Joiner, 1999).

A este respecto Dillenbourg (1999) sugiere analizar a posteriori qué interacciones realmente ocurrieron durante la colaboración, sin poner demasiada atención en afirmaciones individuales aisladas, centrandó las observaciones en cómo las ideas se mejoran o refinan a lo largo de toda la interacción. Hay aprendizaje si se crea o existe un espacio para la negociación (Dillenbourg y Baker, 1996) o un espacio compartido del problema (Roschelle y Teasley, 1995):

Una estructura compartida de conocimiento que apoya la resolución de problemas mediante la integración en el proceso de resolución de (a) las metas, (b) la descripción del estado del problema, (c) el conocimiento y adecuación de las posibles acciones para resolver el problema y, (c) las relaciones y asociaciones con la meta a alcanzar, los marcos sobre los que gira el estado del problema y las acciones permitidas y/o disponibles (p. 8).

Por tanto, según Roschelle y Teasley (1995), para que se produzca una interacción colaborativa exitosa en resolución de problemas matemáticos, los sujetos deben construir y mantener de forma compartida y consensuada el espacio compartido del problema: "...la colaboración en la resolución de problemas consiste fundamentalmente en dos actividades concurrentes, resolver el problema y construir un espacio compartido del problema" (Roschelle y Teasley, 1995, p. 70). El aprendizaje colaborativo en tareas de resolución de problemas se deriva entonces de la construcción y mantenimiento del espacio compartido del problema. Así pues, en este ámbito, la determinación del grado de influencia de las interacciones en el proceso cognitivo y de aprendizaje, puede ser interpretado en relación a la construcción del espacio compartido del problema.

Por otro lado, como señalé en el capítulo de antecedentes, la línea de investigación ASCO tiene como objetivo principal investigar el aprendizaje colaborativo a raíz de las posibilidades que ofrecen las tecnologías digitales para la colaboración, especialmente las derivadas de los entornos web. En un intento por abordar como puede estimularse el aprendizaje colaborativo mediado por ordenador, Kollar, Fischer, y Slotta (2007) y Fischer et al. (2013) desarrollan la noción de guion de colaboración interno. Ellos

utilizan dicha noción para referirse a los conocimientos que permiten a un estudiante colaborar en entornos ACSO:

Un guion de colaboración interno es una configuración de componentes de conocimiento acerca de una práctica de colaboración constituido en partes de diferentes niveles de complejidad (los denominados componentes internos de script de colaboración) que guían la comprensión de la persona y de las acciones en la colaboración (Fischer et al. 2013, p. 57).

Para estos autores, los guiones de colaboración internos son desarrollados y construidos dinámicamente. La carencia o no funcionalidad de estos guiones dificulta el aprendizaje en entornos ACSO. Para compensar dicha carencia, proponen guiones de colaboración externos que orienten a los sujetos en las situaciones de colaboración. Dichos guiones externos son “configuraciones de las representaciones (por ejemplo, textual o gráfica) de una práctica de colaboración y sus partes en (potencialmente) diferentes niveles de complejidad (los llamados componentes de secuencia de comandos de colaboración externa)” (Fischer et al. 2013, p. 57). Los guiones de colaboración externos son presentados (representados) a un grupo de estudiantes a través de fuentes externas (como por ejemplo un profesor o una actividad en formato web) como un recurso que les permita orientar su colaboración. Estos autores asumen que las orientaciones de los guiones de colaboración externos emergen como una consecuencia de la influencia de las representaciones externas en la configuración (o reconfiguración) de los guiones de colaboración internos de los sujetos.

La perspectiva de Fischer et al. (2013) deja entrever que el aprendizaje y la adquisición de conocimiento es compartido y distribuido no solo internamente en los individuos, sino que está distribuido entre los agentes, los artefactos y el ambiente en el que se producen los procesos. Se trata de comprender cómo emergen las propiedades cognitivas a partir de las interacciones entre las partes constitutivas del mismo (Hollan et al., 2000; Hutchins, 1994; Núñez et al., 1999; Pea, 1993; Rogers, 1997).

Entendido de este modo, el entorno (y las fuentes externas donde se (re)presentan los guiones de colaboración externos) es considerado como parte del sistema del procesamiento cognitivo. Como la cognición está mediada y distribuida por los agentes, artefactos y ambiente, esta queda “embebida” y/o “extendida” entre ellos y el resultado

de la interacción llevada a cabo por y entre los mismos (Ferruzca, 2008; Hutchins, 1994; Rogers, 1997, 2004; Rogers y Ellis, 1994). Es decir, los procesos internos del conocimiento son co-determinados por la actividad situada, dado el supuesto dialéctico de las interacciones entre los individuos, los artefactos y el entorno (y en particular, de las interacciones entre los guiones de colaboración internos y externos). Todos estos, tomados conjuntamente, generan la unidad de análisis de la actividad y la cognición en interacción. Como señala Rogers (1997, p. 2):

La aproximación de la cognición distribuida enfatiza la naturaleza distribuida de los fenómenos a través de los individuos, artefactos y representaciones internas y externas en términos de un lenguaje común de estados representacionales y medios,..., y se centra en las interacciones entre las estructuras distribuidas del fenómeno que está siendo investigado.

Las consideraciones anteriores suponen la puesta en juego de unos mecanismos de interacción que son de comunicación entre individuos, artefactos y las representaciones internas y externas en términos de un lenguaje común de estados representacionales (Rogers, 1997). Lo importante en la cognición distribuida es la interacción entre, de y sobre todos los elementos. El proceso de interacción es dinámico e implica el intercambio, negociación y apropiación de los procesos cognitivos (Lozares, 2000).

Hollan et al. (2000) señala que la cognición distribuida mantiene una diferencia con otras propuestas debido especialmente a dos principios teóricos básicos. El primero hace referencia a los límites de la unidad de análisis para la cognición. Puesto que los procesos cognitivos están delimitados por las relaciones funcionales y, de interacción entre los elementos que participan. Al mismo tiempo, es más fácil y preciso determinar los procesos y propiedades en un sistema externo al sujeto (ya que estos pueden ser observados directamente). Entonces, bajo esas dos premisas, el sistema cognitivo constituye la unidad de análisis. El segundo principio está referido a la variedad de mecanismos que pueden participar en los procesos cognitivos. En este sentido, la cognición distribuida se preocupa de eventos cognitivos donde quieran que ocurran y, por tanto, no necesariamente internamente a los sujetos. Como señala Perkins (2001, p. 127), “el entorno (los recursos físicos y sociales inmediatos fuera de la persona)

participa en la cognición, no solo como fuente de entrada de información y como receptor de productos finales, sino como un vehículo de pensamiento”.

Entendido de esta forma, es posible la observación directa de las representaciones que se producen en el sistema, sus transformaciones y distribución al ser externas a la mente de los individuos (Susi y Ziemke, 2001). Además estos procesos, transformaciones y propiedades no pueden reducirse a las propiedades cognitivas de los sujetos o elementos intervinientes. Ello es así dado que es considerado el sistema cognitivo, en su conjunto, como unidad de análisis (Hutchins, 1994; Rogers, 2004). Además, dado que las observaciones pueden enfocarse en un individuo, individuo y artefactos, grupo de individuos o, grupos de individuos y artefactos, en los estudios basados en la cognición distribuida hay cierta flexibilidad en la configuración de la unidad de observación (Ferruzca, 2008).

Fijados los dos principios, cobra mayor sentido las palabras y afirmaciones de Hutchins (1994) al afirmar que para comprender la cognición humana hay que tener en cuenta que los procesos cognitivos pueden ser distribuidos a través de

a) los miembros de un grupo social; b) los procesos cognitivos que implican la coordinación entre las estructuras internas y externas (material o ambiental); c) el tiempo, de tal forma que los productos de eventos anteriores pueden modificar la naturaleza de futuros eventos (Hutchins, 1994, p. 2).

Las propiedades comportamentales de la unidad de análisis lo son en términos de estructura, de proceso de las representaciones y de las actividades internas a dicha unidad; no pueden reducirse las propiedades cognitivas a las propiedades individuales (Hutchings, 1994). Ello implica que en un ambiente de resolución de problemas colaborativo, las propiedades comportamentales de la unidad de análisis lo son en términos de la construcción y mantenimiento del ECP del grupo.

Por otro lado, el ACSO aunque inicialmente su centro de interés es investigar cómo la tecnología puede facilitar el intercambio y la creación de conocimientos y experiencias a través de la interacción entre pares y los procesos grupales de aprendizaje, las nuevas posibilidades de comunicación han propiciado la derivación hacia investigaciones que involucran el aprendizaje en red. En este sentido, los

ambientes ACSO en la actualidad incluyen plataformas web, foros y sistemas de videoconferencia que permiten la comunicación inter-geográfica asincrónica y sincrónica (Beatty y Geiger, 2010). Beatty y Geiger afirman que el trabajo online incrementa las habilidades para resolver problemas con éxito, donde los estudiantes sienten la responsabilidad de verificar, criticar, perfeccionar y justificar sus propias resoluciones o las de los compañeros, es decir, sienten la necesidad de construir y mantener el ECP. Codina y Gil (2007) y Codina y Romero (2015), identifican comportamientos similares en un curso de formación de profesores. De hecho, en una discusión en red, se comparten los objetos matemáticos y representaciones que pueden aparecer con distintas vistas, configuraciones o ajustes y que requieren la coordinación y negociación colectiva de significados. Debido a ello, los estudiantes tienen que precisar su discurso de tal manera que sea comprensible al resto. Ello conduce a una comprensión más profunda de la situación problemática (White, 2006; Beatty y Geiger, 2010).

Finalmente, los planteamientos señalados a lo largo de este capítulo dejan entrever que las tecnologías modifican las estrategias y métodos de resolución respecto al modo de proceder con lápiz y papel. Lo expuesto hasta ahora refleja cómo, en términos generales, el estadio de lectura es el que menos influencia recibe a raíz de la introducción de tecnología en los procesos de resolución de problemas. En cambio, los demás estadios pueden ser drásticamente influenciados. Así, durante el estadio de planificación, el resolutor (o resolutores) puede orientar su plan de resolución en función de lo que espera obtener o lo que obtiene cuando interactúa con la tecnología. Es decir, la tecnología es utilizada como una herramienta de investigación del pensamiento y acciones a ejecutar para obtener los objetivos o resultados deseados. Estas acciones serán posteriormente implementadas en el estadio de ejecución o implementación, cuyos resultados son verificados en el estadio de exploración y verificación. Además, dado que la tecnología puede adoptar el papel de máquina de calcular, también permite al resolutor centrar su atención en otras facetas del proceso de resolución.

Por otro lado, las tecnologías pueden permitir controlar con mayor efectividad el proceso de resolución, debido a la posibilidad del *feedback* de las acciones (por ejemplo, con comandos de deshacer/rehacer o guardando los archivos). Ello potencia la

actividad metacognitiva. Por ejemplo, los SGD (como Cabri) disponen de una opción que reconstruye la secuencia pasos realizados en una construcción (comando *Revisar construcción*). Con ello, un resolutor puede volver cuando estima oportuno sobre lo realizado para usarlo nuevamente, analizarlo o modificarlo.

Las tecnologías pueden influir en la elección de estrategias cognitivas como analizar casos sencillos, particularizaciones o generalizaciones, modifican los recursos propios al añadir los específicos asociados al instrumento tecnológico (como el arrastre o la traza en SGD). Es decir, la tecnología puede influir en las concepciones sobre ella, la actividad, los recursos disponibles e incluso sobre las propias matemáticas.

Así pues, dada las posibles influencias de la interactividad, o de la tecnología en general, en el proceso de resolución de problemas matemáticos, cuando un docente o diseñador de software pretende “crear” una herramienta o actividad digital, deberá de tener en cuenta estas posibles influencias.

III.3.3. Diseño de actividades en formato web o MVM

El diseño de la interfaz y el diseño pedagógico subyacente en cualquier MVM o actividad en formato web están intrínsecamente unidos. Ambos diseños afectan a la experiencia matemática de los estudiantes y a las matemáticas que el MVM pretende abordar. Teniendo ello en mente, los atenderé separadamente.

Recomendaciones de la presentación de la interfaz.

Uno de los principales objetivos del diseñador es que la presentación de la información en la pantalla sea inteligible para el usuario. Es decir, que esta transmita el significado adecuado, de tal forma que permita a los estudiantes trabajar con dicha información. Gadanidis et al. (2004) proponen un conjunto recomendaciones que cualquier diseñador tiene que tener en cuenta:

- (a) Ser cuidadoso con las representaciones/elementos elegidos. Dos representaciones/elementos pueden ser informacionalmente equivalentes en lo que ellas representan, pero computacionalmente no equivalentes, al ser procesadas cognitivamente de forma diferente por los estudiantes.

- (b) Ser cuidadoso con la codificación visual. Las señales intencionalmente puestas para comunicar el sentido de la información deben ayudar al usuario a comprender la información correctamente. Esto incluye elementos como el color, tamaño de letra, etcétera.
- (c) Ser cuidadoso con la organización. La organización lógica de la información mejora los procesos mentales, afecta a la percepción inicial del estudiante e influye en los procesos cognitivos posteriores. La localización de los elementos en relación a otros afecta significativamente al procesamiento cognitivo de la información. La proximidad de elementos sugiere causalidad, proximidad semántica. Colocar un elemento en el centro implica que los elementos de alrededor están conceptualmente relacionados. De esta forma, una mala organización dificulta la comprensión de cómo los elementos constituyentes están relacionados y cuál es el elemento focal. Un uso adecuado de la organización ayuda a comprender mejor la historia del MVM y las relaciones (Gadanidis et al., 2004).
- (d) Ser cuidadoso con la continuidad visual. El estudiante debe visualizar una continuidad global del contexto de la información y de los elementos. Evitar discontinuidades visuales.
- (e) Ser cuidadoso con el empleo de metáforas representacionales. La interpretación de dichas metáforas por los estudiantes no tiene por qué coincidir con la interpretación del diseñador. Hay que incorporar elementos que ayuden a dirigir la interpretación del usuario en la dirección deseada por el diseñador.

Recomendaciones pedagógicas de la interactividad

Respecto del diseño pedagógico, aparte de la concepción pedagógica del diseñador, la cual influye en el propio diseño (consciente o inconscientemente), el diseñador deberá prestar atención a que la interactividad del MVM permita:

- (a) Actuar sobre las representaciones, experimentar con ellas de tal forma que el estudiante pueda construir su propia comprensión de las matemáticas puestas en juego (Arcavi y Hadas, 2000; Olive, 2000).

- (b) Apoyar el planteamiento de razonamientos dialécticos. La interactividad debe fomentar el cuestionamiento de las representaciones/elementos para interpretarlos y comprenderlos (Stylianou, 2002).
- (c) Al estudiante controlar en algún grado el comportamiento de las representaciones. Debe permitir conectar los múltiples aspectos de los conceptos e ideas matemáticas con sus representaciones internas, a través del reajuste y la observación de los efectos de estos en las representaciones/elementos (Moyer-Packenham, Salkind y Bolyard, 2008).
- (d) Coordinar las representaciones matemáticas internas y externas (Sedig, Klawe y Westrom, 2001).
- (e) Establecer ayudas visuales con las que el estudiante perciba qué manipular y cómo hacerlo.
- (f) Recibir retroalimentación inmediata.
- (g) La reversibilidad de las acciones, potenciando la exploración de la información (Shneiderman y Plaisant, 2005).
- (h) Ayudar a superar obstáculos asociados con la comprensión de conceptos y procedimientos de las matemáticas subyacentes en el MVM.

Por otro lado, en la sección IV.2.2., y en relación a los applets como MVM (especialmente los construidos a partir de SGD), pongo de manifiesto la importancia del arrastre y los tipos existentes. A nivel pedagógico es importante conocer de antemano qué arrastres utilizan los estudiantes. La tabla III-5 muestra las relaciones entre tipos de arrastre y estadios en la resolución de problemas de conjeturas o demostración (Gutiérrez, 2005). Dado que según Camacho y González (1998), los planteamientos de los problemas de optimización llevan a una situación de carácter numérico-funcional o geométrico, las relaciones establecidas por Gutiérrez (2005) ofrecen a diseñadores y docentes información del arrastre que usan los estudiantes en los estadios de la resolución de problemas de demostración. Dicha información permite prever acciones didácticas orientadas a la superación de obstáculos por parte de los estudiantes en su proceso de resolución.

Tabla III- 5. Etapas en la resolución de problemas y tipos de arrastre

Etapas de resolución de un problema de conjetura y demostración	Tipos de arrastre
Construcción Inicial	De Test Errático
Descubrimiento de propiedades	Errático Guiado
Elaboración de una conjetura	De lugar geométrico oculto Guiado
Verificación de la conjetura	Test Guiado
Demostración de la conjetura	

Nota: Extraído de Gutiérrez, A. (2005, p. 37).

Entre los objetivos de esta investigación está el diseño y desarrollo de una actividad en formato web que apoye la realización de una actividad o actividades matemáticas. Ello permite considerar una actividad en formato web como un tipo particular de objeto de aprendizaje y en particular, como un MVM puesto que es una entidad digital (página web), independiente (no asociada a ningún programa específico) y reutilizable (puede visitarse y utilizarse cuantas veces el usuario lo desee). Si además la actividad en formato web incorpora elementos interactivos que facilitan el desarrollo de la propia actividad matemática, dicha actividad en formato web la denominaré *i-actividad*.

Defino pues una *i-actividad* como:

“Una actividad en formato web interactiva cuyo objetivo es facilitar el desarrollo de la propia actividad y el consiguiente aprendizaje a través de la interacción del estudiante con el ordenador” (Codina et al., 2011, p.159).

Para el diseño de la *i-actividad* deberé tener en cuenta qué elementos interactivos introducir y cómo introducirlos, prestando atención a las recomendaciones referidas al diseño de la interfaz, al diseño pedagógico y por supuesto a lo detectado en los antecedentes y este capítulo de marco teórico. Todo ello en el marco de los estadios en resolución de problemas y considerando un problema de optimización. Por otro lado, si el objetivo es que la *i-actividad* facilite el aprendizaje, deberé tener en consideración los errores y dificultades existentes en la literatura en relación a la resolución de problemas de optimización. La siguiente sección presenta una síntesis de dichos errores y dificultades.

III.4. Los problemas de optimización matemática

A continuación, profundizo en el concepto de problema de optimización matemática. Esta sección, junto con las justificaciones iniciales de la elección de los problemas de optimización aportadas en los Capítulos I y II, me permite dar razones que afianzan la elección de esta tipología de problemas matemáticos.

Según Malaspina (2007), la tendencia a optimizar se manifiesta en numerosas situaciones cotidianas. Por ejemplo, cuando alguien pretende ir de una dirección a otra, busca el camino más corto en distancia o en el que se invierte menos tiempo. Según la RAE (2015, ¶), optimizar es “buscar la mejor manera de realizar una actividad”. En esa búsqueda, el sujeto tiene que realizar una elección (de la mejor manera) y, en la que según Malaspina (2007), interviene la intuición y/o la experiencia (raramente las matemáticas formales). Es decir, Malaspina entiende que la optimización es propia del ser humano y está dominada fundamentalmente por la intuición y/o experiencia previa.

Por otro lado, según Cantoral y Farfán (1998), todo problema de optimización tiene sus raíces en el pensamiento variacional, como parte del pensamiento funcional. Para su adquisición, los autores afirman la necesidad de que el sujeto maneje adecuadamente los sistemas de representación (Cantoral y Farfán, 1998; Cantoral y Mirón, 2000; Villegas et al., 2009; Zambrano, 2010).

Dentro del ámbito de las Matemáticas, un problema de optimización consiste en hallar el/los elemento/s mínimo/s (máximo/s) de un conjunto C en el que se ha definido una relación binaria (\leq) que verifica las propiedades reflexiva y transitiva (cuasiorden). Las condiciones del problema y las restricciones a considerar permiten establecer el conjunto C sobre el que buscar el valor máximo/mínimo (Malaspina, 2008). C y cómo es la relación binaria \leq determinan las diversas tipologías de problemas de optimización matemática y su clasificación. De forma general, los problemas de optimización matemática³⁵ derivan de la modelización de situaciones que atienden a una función objetivo f , de una o varias variables, cuyo dominio F , denominado “conjunto factible”,

³⁵ El Anexo III presento un resumen del tratamiento funcional de los problemas de optimización de variable real.

está determinado por las restricciones impuestas en el enunciado del problema a las variables (González, 2006; Malaspina, 2008).

Entre las clasificaciones y/o tipologías de problemas de optimización matemática, atienden fundamentalmente a la naturaleza del conjunto factible F ; al tipo de función objetivo f y/o a los métodos de resolución que pueden aplicarse. Sin pretender ser exhaustivo, presento tres de estas clasificaciones, todas en el contexto matemático y que ponen de manifiesto la complejidad y diversidad de situaciones matemáticas³⁶ en las que pueden involucrarse este tipo de problemas matemáticos. En la clasificación de Pinto y Velho (2003) toman como criterio principal la naturaleza del conjunto factible F . En ella se distinguen cuatro tipologías de problemas de optimización: (a) continuo, cuando F es un subconjunto continuo de R_n , generalmente diferenciable; (b) discreto cuando F es un subconjunto discreto de R_n , generalmente $F \subseteq Z_n$; (c) combinatorio cuando F es finito; y (d) variacional cuando F es un subconjunto de dimensión infinita de un espacio de funciones.

La clasificación descrita en Barrios, Carrillo, Gil, González y Pestano (2005) y por Campero (2010) adopta como criterio principal la inclusión de una variable temporal en el problema de optimización. Para estos autores, un problema de optimización puede ser: (a) estático (uniobjetivo o multiobjetivo), si analiza modelos de situaciones en un instante temporal dado, es decir, prescinde del tiempo para hallar soluciones de punto/s óptimo/s; o (b) dinámico (continuo o discreto), si analiza modelos de situaciones dependientes del tiempo.

Una tercera clasificación, propuesta por la organización Neos Server (2014), adopta como criterio principal la naturaleza de la función objetivo y como criterios secundarios la existencia de restricciones y los métodos de optimización numérica susceptibles de ser empleados para su resolución con éxito.

Como contenido curricular, la optimización matemática se encuadra en los niveles educativos de secundaria y bachillerato; si bien Malaspina (2007, 2008 y 2011) señala que es posible introducir la optimización matemática desde la educación primaria, apoyándose precisamente en la intuición optimizadora. En las etapas de secundaria y

³⁶ En <http://neos-guide.org/optimization-tree> se muestran un conjunto de métodos y técnicas de optimización bastante exhaustiva.

bachillerato, los problemas de optimización que se presentan en el aula y libros de texto suelen involucrar a una sola variable, principalmente una variable real (Esteves, 2008; González, 2004; González y Sierra, 2004). Además, estos problemas son apropiados para conectar las matemáticas otras ramas científicas (MEC, 2006a, 2006b, 2007; NCTM, 2000).

Presento a continuación dos clasificaciones de los problemas de optimización matemática de carácter curricular. La primera, proporcionada por Camacho y González (1998), es una clasificación de tipologías de problemas de optimización descritos en los libros de texto de bachillerato. Los autores además ofrecen algunas sugerencias para trabajarlas en el aula utilizando tecnología digital, en concreto, la calculadora gráfica TI-92. Los tipos de los problemas de optimización de los libros de texto son:

- De números. Cuando el objetivo es encontrar un conjunto de números de tal manera que se optimice alguna/s operaciones aritméticas.
- De ángulos. El objetivo es optimizar el ángulo de una situación que puede modelarse geoméricamente, fundamentalmente con triángulos.
- Del nadador. El objetivo es optimizar el tiempo en función de la suma de distancias recorridas en función de la velocidad.
- De inscribir/circunscribir figuras. El objetivo es optimizar una figura geométrica en relación a alguna medida de una figura de referencia.
- De construcción de figuras de costo mínimo. El objetivo es la construcción (modelado) de una figura optimizando el costo del material.
- De cálculo de distancias de puntos a funciones. El objetivo es optimizar la función distancia en función de unos datos de partida.
- De vallado. El objetivo es optimizar la construcción (modelado) de una figura optimizando el costo del material con alguna restricción de la figura.
- Problemas de enunciado variado.

Camacho y González (1998) afirman que “el planteamiento de la mayoría de los problemas de optimización lleva a una situación de carácter numérico-funcional o de carácter geométrico” (p. 137). Luego según los autores, los problemas de optimización escolares de los libros de texto son reducibles a un problema de tipo numérico o bien a un problema de tipo geométrico. Son estos dos tipos de problemas los que están en el corazón de la enseñanza y aprendizaje de este contenido curricular.

La segunda clasificación (Malaspina, 2008), utiliza como criterio principal los procedimientos matemáticos que pueden ser empleados en la resolución. El autor obtiene la siguiente tipología de los problemas de optimización matemática: aritméticos, algebraicos, geométricos, de geometría analítica, de análisis matemático y mixto.

Tanto Malaspina (2008) como Camacho y González (1998), advierten que la asignación de un problema de optimización a una categoría o tipología depende de la utilización didáctica del mismo en el aula.

Este capítulo, junto con el Capítulo II de antecedentes, proporcionan la fuente de información y constituyen el sustento para información para la toma de decisiones en relación con: (a) el diseño metodológico de esta investigación; (b) la construcción de un modelo propio de estadios en resolución de problemas matemáticos que tenga en cuenta la interactividad, y (c) el diseño y construcción de una actividad en formato web. En el Capítulo IV, denominado Método, pongo de manifiesto cómo es puesto en juego el marco teórico para la construcción de la i-actividad y para la elaboración del sistema de categorías de observación.

Capítulo IV. Método

Para abordar el objetivo general y los tres específicos, planifico una investigación basada en el paradigma de la investigación de diseño. Bajo este paradigma, abordo el diseño de una i-actividad que fomente la interactividad para la resolución de optimización escogido (objetivo específico 1). Ello se traduce en la realización de un proceso iterativo de tres ciclos de diseño-rediseño de la i-actividad, que culmina con el establecimiento y validación del diseño definitivo en el ciclo 3. En este ciclo, implemento la versión definitiva de la i-actividad. Utilizo lo acontecido en dicho ciclo para: (a) estudiar el tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas y validar el diseño (objetivo específico 1), (b) abordar parcialmente la descripción y análisis del proceso de resolución del problema de la hormiga en formato web (objetivo específico 2) y (c) los aspectos relacionados con la influencia de la interactividad en el proceso de resolución (objetivo específico 3).

Estructuro el presente capítulo en cuatro secciones. En la primera, expongo y justifico la elección del tipo de problema de optimización utilizado en la investigación, y diferentes aproximaciones a su resolución. En la segunda, explico los supuestos del paradigma de la investigación de diseño y describo los ciclos iniciales 1 y 2. En dicha sección centro las observaciones en cómo modifico el diseño y lo rediseño, en cómo influye la interactividad y cómo los sujetos realizan el trabajo colaborativo de en el proceso de resolución. Los dos primeros ciclos sirven como antecedente para el ciclo 3.

La tercera sección está dedicada al ciclo 3. En ella describo cómo pongo en juego la metodología observacional para el análisis y discusión del ciclo tercero. Presento el diseño metodológico, las fases del método para el ciclo 3 y el sistema de categorías de observación propio elaborado. Dicha sección finaliza con el análisis y la validación del diseño definitivo de la i-actividad, utilizando técnicas del análisis secuencial en relación al tránsito por los distintos estadios y los aspectos relacionados con la influencia de la interactividad. Concluyo este capítulo de método con la cuarta sección en la que realizo un análisis retrospectivo global y detecto un conjunto de dificultades del proceso iterativo puesto en juego en el diseño de la i-actividad.

IV.1. El problema de optimización

El problema que utilizamos en esta investigación es un problema de optimización de los denominados “de distancias” (Camacho y González, 1998, capítulo III, p. X). En particular, utilizo el problema de la hormiga, el cual admite diversas formulaciones y enunciados (p. ej., Callejo, 1994; Sabate, 1999). Callejo (1994, p. 174) presenta el siguiente enunciado genérico para este problema (Figura IV-1).

Calcula el camino más corto entre P y Q desplazándose sobre las caras del paralelepípedo.

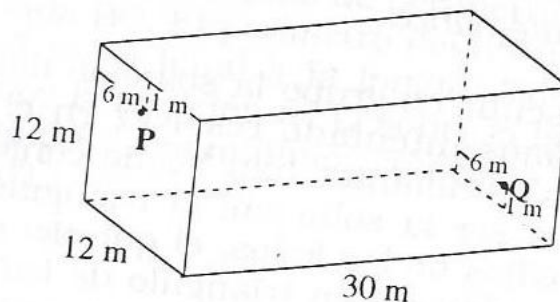


Figura IV- 1. Problema de la caja

En este trabajo utilizo una adaptación del problema de la caja que denomino “problema de la hormiga”. Concretamente, el enunciado es el siguiente (Figura IV-2):

Los puntos A y F son vértices de una habitación con las siguientes dimensiones:

$$AB=4 \text{ m.}, BC=3 \text{ m.}, BE=2 \text{ m.}$$

Una hormiga esta sobre el vértice A de la habitación. ¿Qué camino debe seguir la hormiga, desplazándose por las paredes, para recorrer la menor distancia si desea llegar al punto F ?

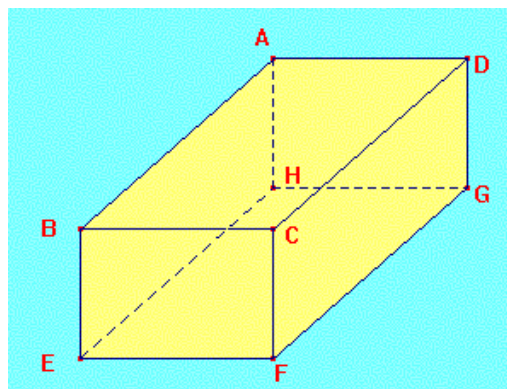


Figura IV- 2. Enunciado problema de la hormiga

IV.1.1. Justificación de la elección del problema

En primer lugar, la elección de un problema de distancia es debido a que este tipo de problemas están fuertemente contextualizados, al encontrarse habitualmente en situaciones cotidianas en las que se requiere la búsqueda de caminos más cortos y, por tanto, existe una fuerte componente de intuición optimizadora (Malaspina, 2008). La existencia de dicha intuición optimizadora permite minimizar, a priori, las dificultades y errores que puede generar una mala representación interna del concepto de variación, minimizando errores de comprensión del enunciado y, como consecuencia directa, errores relativos a la traducción entre sistemas de representación que permita la elección del plan de resolución. A la vez, este tipo de problemas posibilita observar cómo esta representación interna es puesta en juego. Hay que prestar atención a los fenómenos de compensación, dificultad asociada especialmente a la mala comprensión de la variabilidad y a una intuición optimizadora no adecuada.

En segundo lugar, los problemas de distancias suelen ser no rutinarios para estudiantes de bachillerato o con conocimientos muy básicos de análisis funcional, como he constatado en el capítulo de Antecedentes. A consecuencia de ello, espero que

los sujetos utilicen sus propias estrategias para resolver el problema. Al mismo tiempo, y dado que los sujetos de estudio a los que tenemos acceso presumiblemente no poseen conocimientos suficientes en técnicas de optimización funcional, necesitamos que el problema sea resoluble sin recurrir a estas técnicas. Con ello pretendo evitar, por un lado, las dificultades derivadas de la aplicación de técnicas del análisis funcional, como por ejemplo, la elección de las variables, la elección del sistema de referencia o la concreción del dominio. Por otro lado, los problemas de distancias favorecen la posible aparición de estrategias, el empleo de aproximaciones geométricas, tabulares, etc.

En tercer lugar, los problemas de distancias suelen tener un modelo bien definido, fácil de visualizar y de construir que facilita la traducción del enunciado a un simbolismo algebraico sencillo, que permite su posterior resolución basada en aproximaciones sucesivas, el análisis tabular de datos o la resolución con técnicas geométricas o gráficas. La riqueza de aproximaciones, en cuanto a su versatilidad, potencia a su vez la utilización de medios tecnológicos como recurso auxiliar. No obstante, también aparecen dificultades/obstáculos clásicos de los problemas de optimización, como son la traducción del enunciado a una representación matemática adecuada (algebraica o geométrica), la construcción del modelo de la situación y, la identificación de la función a optimizar junto con las restricciones que hubiese (Camacho y González, 1998). Es una meta de este trabajo potenciar las ventajas y minimizar la influencia de los posibles obstáculos y/o dificultades asociados.

En el problema particular de la hormiga, la resolución funcional sin la utilización de medios tecnológicos, o incluso con ellos, es compleja, especialmente por las ecuaciones que hay que resolver. Asimismo, mis antecedentes revelan cómo los sujetos suplen sus carencias funcionales con la puesta en juego de estrategias y la utilización del arrastre en su resolución con tecnología, aunque ello pueda promover métodos de ensayo y error.

En cuarto lugar, los problemas de distancias permiten la incorporación-utilización de tecnologías, de tal manera que el resolutor puede poner en juego una modelización interactiva de la situación problemática. En concreto, la utilización de software de geometría dinámica permite poner en juego simultáneamente diversos registros representacionales, a la vez que observar dinámicamente los efectos que en las distintas

representaciones-modelizaciones produce la variación continua de los elementos constitutivos de la construcción. Ello posibilita a los observadores la visualización dinámica de las posibles estrategias de resolución empleadas (Camacho y González, 1998; Codina, 2000a).

En particular, el problema de la hormiga es versátil en cuanto a la adaptabilidad a un enunciado en formato de i-actividad, donde potenciar la influencia de la interactividad, a la vez que ayude a superar obstáculos clásicos (como la construcción del modelo-esquema, la elección del sistema de referencia, el dominio de validez, etc.). No obstante, la introducción de medios tecnológicos favorece: (a) la aparición de errores derivados de la falta de destreza en su uso (errores instrumentales) que, a su vez, pueden ser potenciados por errores conceptuales (Camacho y Rojas, 2005), (b) problemas de abuso de la técnica del ensayo y error, y (c) problemas asociados a la visualización. Con objeto de minimizar la aparición de los mismos, realizaré tres ciclos iterativos de investigación en los que experimentar y ajustar el diseño de la i-actividad. En dichos ciclos buscaré minimizar los posibles obstáculos e intentaré que la interactividad no requiera de destrezas ni conocimientos de la tecnología empleada de tal forma que permita observar la influencia de esta a través de la técnica del arrastre. La posibilidad de incorporar el arrastre es un motivo más que justifica la elección de esta tipología de problemas, puesto que hará explícitas las estrategias cognitivas y metacognitivas de control del progreso que realizan los sujetos.

IV.1.2. Diferentes acercamientos a la resolución del problema de la hormiga

En esta sección describo tres acercamientos a la resolución del problema de la hormiga. Para cada uno de ellos, establezco los conocimientos y herramientas que son puestas en juego. El primer acercamiento está basado en el análisis funcional y las técnicas de derivación; el segundo, en la utilización del desarrollo plano y los teoremas de Pitágoras y Thales; y el tercero, en la utilización de las posibilidades del SGD para su resolución, especialmente para una resolución por aproximación.

IV.1.2.1. Resolución basada en funciones y técnicas de derivación

El interés por presentar este método de resolución radica en dos motivos. Primero, es el método matemático formal más empleado en el estudio de los problemas de optimización matemática. Segundo, durante el proceso de resolución son puestas en juego ideas y estrategias que subyacen a los demás métodos de resolución, menos sofisticados y más intuitivos.

Dada la complejidad de las operaciones, y puesto que mis estudiantes no utilizarán dicha aproximación en sus procesos de resolución, presento a continuación solo el listado de herramientas, destrezas y/o conocimientos que son puestos en juego al resolver el problema de la hormiga con técnicas funcionales. En el Anexo III describo tanto el tratamiento funcional de los problemas de optimización de variable real, como la resolución del problema de la hormiga utilizando dicho tratamiento. Para resolver el problema utilizando el análisis funcional el estudiante debe conocer y por ende, manejar:

- El tratamiento aritmético de datos.
- El tratamiento algebraico de expresiones.
- El desarrollo plano del paralelepípedo.
- La representación cartesiana de datos.
- Las simetrías y giros.
- La función distancia entre dos puntos.
- La continuidad de funciones.
- La derivabilidad de funciones.
- Los teoremas implicados para el cálculo de máximos y mínimos de funciones reales de variable real.
- Software de cálculo simbólico.

IV.1.2.2. Resolución basada en el desarrollo plano

La habitación del problema de la Hormiga puede entenderse como un paralelepípedo del que podemos hacer su/s desarrollo/s plano (Figura IV-3) para trabajar en un ambiente bidimensional.

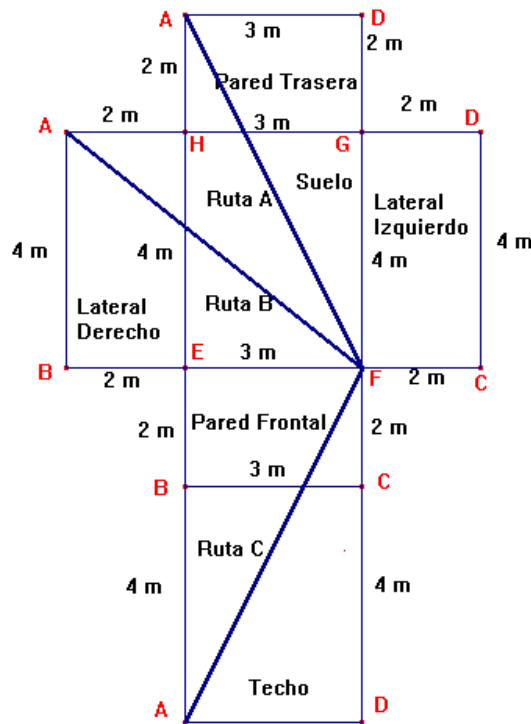


Figura IV- 3. Problema de la hormiga, desarrollo plano

Dado que la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta que los une y todo triángulo rectángulo verifica el teorema de Pitágoras, es posible obtener las distintas trayectorias y distancias:

Para la *Ruta A*, *B* y *C* tenemos que (Figura IV-4):

$$d = \sqrt{3^2 + (2+4)^2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ m}$$

$$d = \sqrt{(2+3)^2 + 4^2} = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ m}$$

$$d = \sqrt{3^2 + (4+2)^2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ m}$$

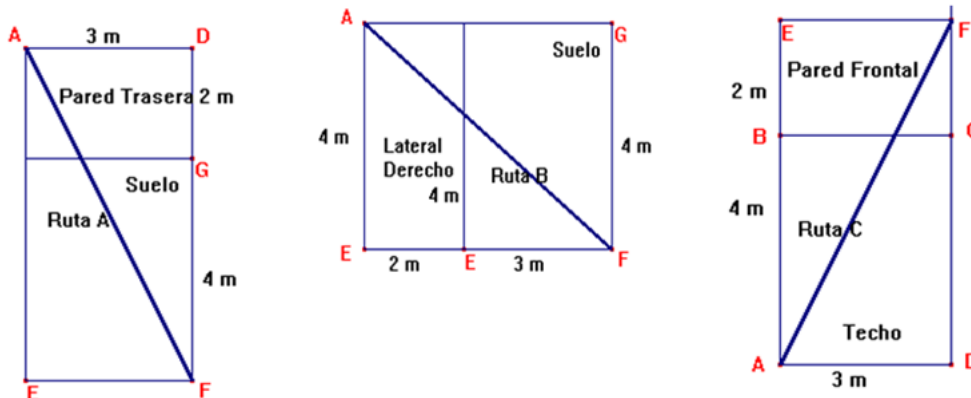


Figura IV- 4. Problema de la hormiga, solución rutas *A*, *B* y *C*

Si analizo las trayectorias por las paredes laterales tengo que (Figura IV-5):

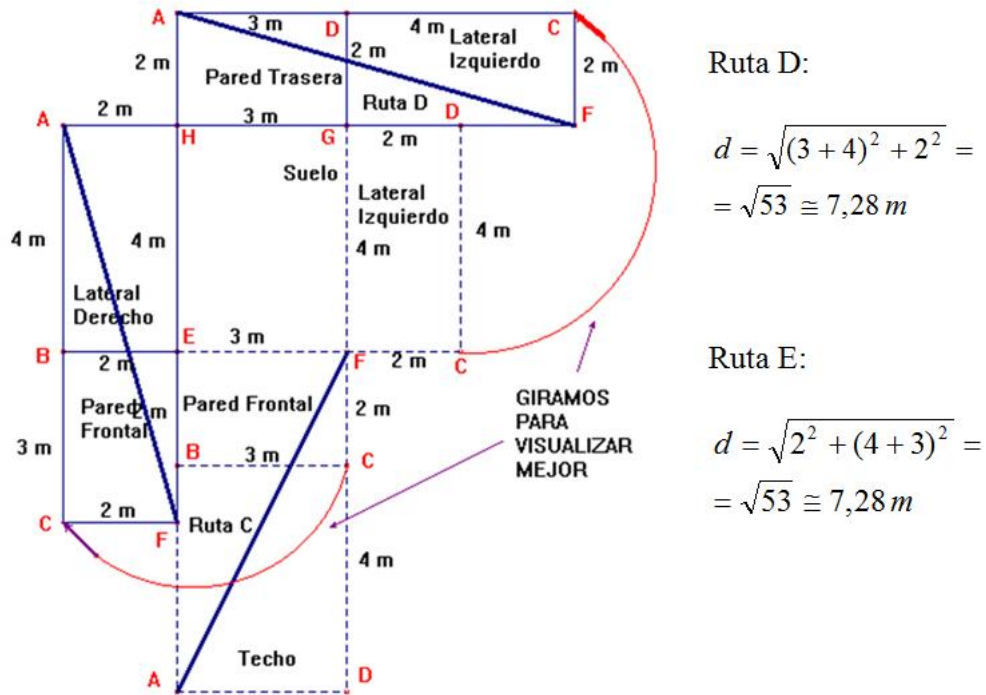


Figura IV- 5. Problema de la hormiga, solución rutas *D* y *E*

Por lo tanto, la ruta óptima es la *B*.

En esta resolución destacan diversas componentes conceptuales, especialmente el concepto de desarrollo plano de Figuras geométricas y el concepto de distancia entre dos puntos. Paralelamente, es puesto en juego conocimiento heurístico: trabajar en dos dimensiones en vez de hacerlo sobre las tres dimensiones iniciales del modelo del enunciado. Por último, hay que prestar atención y no olvidar las “rutas laterales”, realizando el desarrollo plano por dichos laterales o realizando un giro de 90° del frontal o lateral izquierdo.

Aunque el problema, atendiendo al enunciado expuesto, está resuelto, supongo que he abarcado todos los desarrollos planos, o bien, he realizado analogías por simetrías, obteniendo las rutas mínimas. Ahora bien, ¿puedo situar o describir completamente las rutas de la hormiga? Tomando como ejemplo la ruta *A*: ¿cómo situo el punto sobre la arista *HG* por la que debe de pasar la hormiga? Idénticas cuestiones puedo plantearme para el resto de rutas. Para solventar esta dificultad, utilizo el teorema de Tales:

En el plano, si tres o más paralelas son cortadas por transversales, la razón entre las medidas de dos segmentos cualesquiera cortados por una transversal será igual a la razón de las medidas de los segmentos correspondientes de la otra, es decir, son proporcionales.

Lo ejemplifico para la ruta A (Figura IV-6):

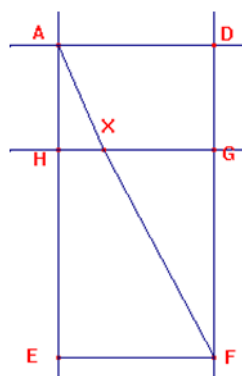


Figura IV- 6. Aplicación del Teorema de Tales

Aplicando el teorema de Tales a los triángulos semejantes $\Delta(AEF)$ y $\Delta(AHX)$, tengo

que $\frac{XH}{AH} = \frac{FE}{AE} \Rightarrow \frac{XH}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow XH = 1$, Luego la mosca deberá pasar a 1 metro de H.

De igual modo, obtengo para el resto de rutas:

Ruta B: Pasa a 2,4m. de E

Ruta C: Pasa a 1m. de C

Ruta D: Pasa a $(1+1/7)$ m. de G

Ruta E: Pasa a $(1+1/7)$ m. de B

Ahora están completamente determinadas las trayectorias mínimas. En síntesis, en esta resolución, los conocimientos y herramientas puestos en juego y que el estudiante debe conocer y manejar son:

- El tratamiento aritmético de los datos.
- El tratamiento algebraico de expresiones.
- El Desarrollo plano del paralelepípedo.
- Las Simetrías y giros.
- Que la distancia más corta entre dos puntos en el plano es la medida del segmento que los une.
- El Teorema de Pitágoras y el Teorema de Thales.

Como es puesto de manifiesto las cuatro primeras, e incluso la quinta, también son puestos en juego en el método analítico.

IV.1.2.3. Resolución por aproximación y basada en SGD

Utilizo dos SGD para resolver el problema de la hormiga. Por un lado el software de geometría dinámica *Cabri-Geomètré II* (Laborde y Bellemain, 1998) y por el otro, *Geogebra 4.2* (Hohenwater, 2012). La elección de estos SGD está motivada por tres razones principales: (a) *Cabri-Geomètré II* es el primer SGD en aparecer, siendo ampliamente reconocido; (b) *Geogebra* es el principal software de geometría dinámica libre con una amplia comunidad que lo respalda, con una versión web totalmente operativa, (c) ambos permiten trabajar varios sistemas de representación simultáneamente, y (d) son reconocidos en el mundo académico-investigativo.

Nuevamente ejemplifico el procedimiento para la ruta A (techo→pared frontal). Realizo el desarrollo plano, sitúo un punto libre (X) sobre el segmento HG y solicito la medida de los segmentos AX , y XF . El conjunto de todas las trayectorias viene determinado por el arrastre del punto X sobre HG . Como la distancia de esas trayectorias es la suma de las distancias $A\rightarrow X$ y $X\rightarrow F$, basta observar los valores mientras arrastro X . El valor menor proporciona la trayectoria mínima (Figura IV-7).

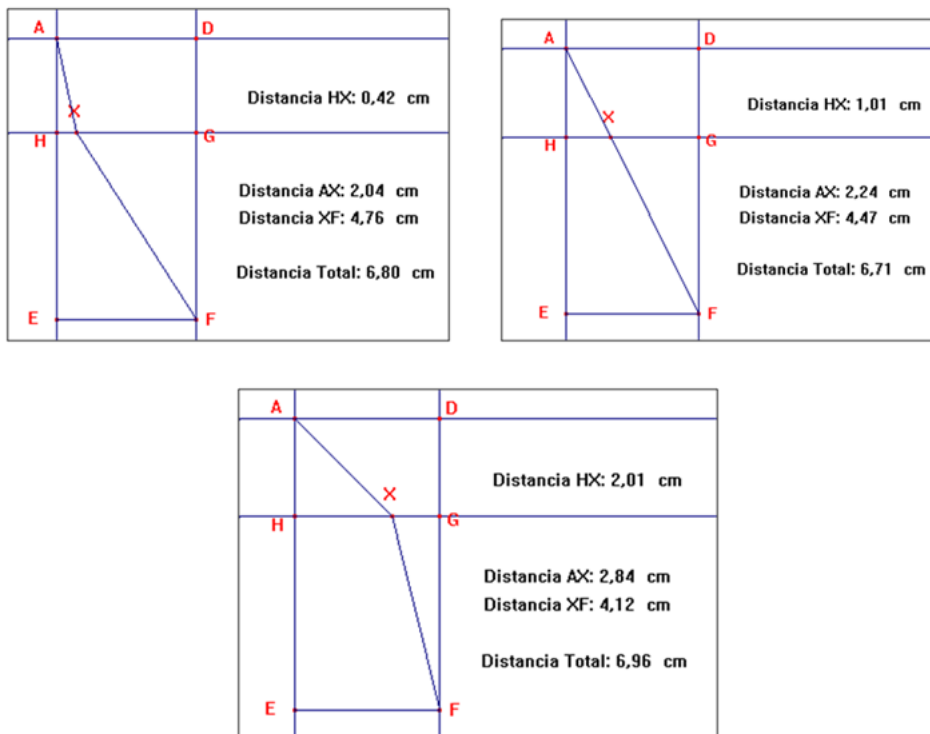


Figura IV- 7. Problema de la hormiga, resolución por arrastre

Otra forma de obtener la respuesta es a través de un estudio tabular de la distancia recorrida. Para ello, empleo los comandos *animación múltiple* y *tabular* (Figura IV-8) en Cabri- Geomètré II. En este caso, he tabulado la distancia del punto de paso de la hormiga por la arista (*Dist HX*) y la distancia total recorrida (*Dis Total*). Establezco el grado de precisión al inicio de la resolución (dos decimales):

	Dist HX:	Dist Total:						
1	0,00	7,00	33	1,26	6,73	69	2,68	7,36
2	0,04	6,98	34	1,30	6,73	70	2,72	7,39
3	0,08	6,95	35	1,34	6,74	71	2,76	7,42
4	0,12	6,93	36	1,38	6,75	72	2,80	7,45
5	0,16	6,91	37	1,42	6,75	73	2,84	7,48
6	0,20	6,89	38	1,46	6,76	74	2,88	7,51
7	0,24	6,88	39	1,50	6,77	75	2,92	7,54
8	0,28	6,86	40	1,54	6,78	76	2,96	7,57
9	0,32	6,84	41	1,58	6,79	77	2,92	7,54
10	0,36	6,83	42	1,62	6,80	78	2,88	7,51
11	0,39	6,81	43	1,66	6,82	79	2,84	7,48
12	0,43	6,80	44	1,70	6,83	80	2,80	7,45
13	0,47	6,79	45	1,74	6,84	81	2,76	7,42
14	0,51	6,77	46	1,78	6,86	82	2,72	7,39
15	0,55	6,76	47	1,82	6,87	83	2,68	7,36
16	0,59	6,75	48	1,86	6,89	84	2,64	7,33
17	0,63	6,75	49	1,89	6,90	85	2,61	7,30
18	0,67	6,74	50	1,93	6,92	86	2,57	7,28
19	0,71	6,73	51	1,97	6,94	87	2,53	7,25
20	0,75	6,73	52	2,01	6,96	88	2,49	7,22
21	0,79	6,72	53	2,05	6,98	89	2,45	7,20
22	0,83	6,72	54	2,09	7,00	90	2,41	7,17
23	0,87	6,71	55	2,13	7,02	91	2,37	7,15
24	0,91	6,71	56	2,17	7,04	92	2,33	7,13
25	0,95	6,71	57	2,21	7,06	93	2,29	7,10
26	0,99	6,71	58	2,25	7,08	94	2,25	7,08
27	1,03	6,71	59	2,29	7,10	95	2,21	7,06
28	1,07	6,71	60	2,33	7,13	96	2,17	7,04
29	1,11	6,71	61	2,37	7,15	97	2,13	7,02
30	1,14	6,71	62	2,41	7,17			
31	1,18	6,72	63	2,45	7,20			
32	1,22	6,72	64	2,49	7,22			
			65	2,53	7,25			
			66	2,57	7,28			
			67	2,61	7,30			
			68	2,64	7,33			

Figura IV- 8. Problema de la hormiga, resolución tabular

La Figura IV-9 representa la misma situación con Geogebra. Esta vez utilizo los valores numéricos de la suma de distancias como la representación funcional a través de la traza. El resto de trayectorias pueden calcularse de manera similar.

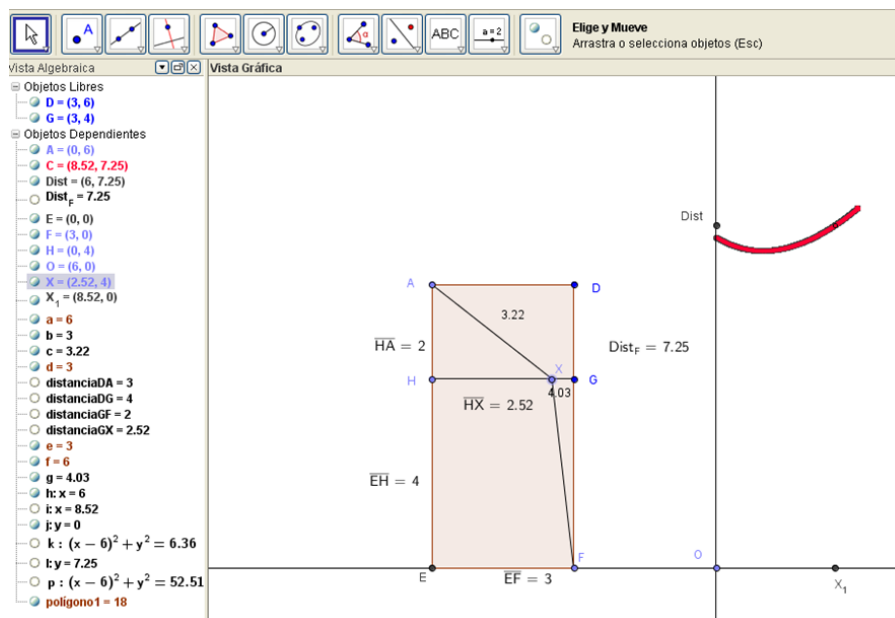


Figura IV- 9. Problema de la hormiga, resolución con Geogebra

En síntesis, en esta resolución, los conocimientos y herramientas puestos en juego y que el estudiante debe conocer y manejar son:

- El tratamiento aritmético de datos.
- El tratamiento algebraico de expresiones.
- El desarrollo plano del paralelepípedo.
- La representación cartesiana de datos.
- Las simetrías y giros.
- Que una recta queda determinada por dos puntos pertenecientes a ella.
- Que existe una única recta perpendicular a una recta r por un punto exterior p .
- El Teorema 1: la distancia más corta entre dos puntos en el plano es la medida del segmento que los une.
- Conceptos propios del manejo del programa.

Como puedo observar, los cinco primeros también son puestos en juego en el método analítico.

IV.2. La Investigación de diseño

Para abordar el objetivo específico 1 y las acciones 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 3.2 y 3.3, he optado por la utilización del paradigma de la investigación de diseño (Brown, 1992; Collins, 1992; Kelly y Lesh, 2000; Plomp y Nieveen, 2007; Swayer, 2006; Van De Akker, Gravemeijer, McKenney y Nieveen, 2006).

Entiendo por *diseño* la elaboración, puesta en práctica y evaluación de herramientas educativas (Confrey, 2006), dónde la práctica debe desplazarse de los entornos de laboratorio hacia aquellos más naturalistas, especialmente cuando la pretensión es la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje en contextos que habitualmente son cambiantes, complejos y ricos (Barab, 2006; Barab y Squire, 2004).

Según Brown (1992), la complejidad de estos estudios no permite aislar y controlar todas las variables puestas en juego. A este respecto, Collins (1992) sugiere utilizar procedimientos cercanos al diseño científico como los empleados en los campos industriales o de la inteligencia artificial. El propósito debe estar entonces más próximo a la construcción, implementación y revisión de un diseño que a la mera ejecución de un conjunto de reglas y procedimientos metodológicos (Confrey y Lachance, 2000; Kelly y Lesh, 2000; Kelly, Lesh y Baek, 2008).

Atendiendo a ello, a lo largo de este capítulo, pongo de manifiesto el proceso de construcción, implementación y revisión de las distintas versiones de la i-actividad. Para la revisión de las distintas versiones, opto por la utilización de la orientación cualitativa y el desarrollo de un informe narrativo, tal y como recomiendan diSessa y Cobb (2004).

Hay que tener en cuenta entonces que los posibles resultados son “relativamente humildes en el sentido de que están centradas en un dominio específico del proceso de aprendizaje” (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, y Schauble, 2003, p. 9). Particularizando en mí caso, y como iré describiendo más adelante, desarrollo una herramienta educativa concreta (una i-actividad), en el contexto de una materia optativa para maestro/a, en un entorno cercano al natural de los estudiantes y en un dominio específico: la resolución de problemas de optimización matemática.

Entre las diferentes orientaciones que se pueden encontrar en la literatura de investigación para caracterizar la investigación de diseño, todas comparten su naturaleza cíclica o iterativa a través de un refinamiento progresivo³⁷ de los procesos de elaboración, implementación y evaluación-control del diseño. De entre los modelos que describen la naturaleza cíclica de la investigación de diseño (p. ej. Gravemeijer y Cobb, 2006; McKenney, Nieveen, y Van Den Akker, 2006; Moschkovich y Brenner, 2000), tomando como referencia los modelos de Reeves (2000, 2006), Molina, Castro, Molina, y Castro (2011) y Wademan (2005), puedo visualizar cómo es abordado el proceso de investigación y las fases mínimas en toda investigación de diseño, las cuales son:

Fase 1: Estudio preliminar: análisis del contexto y problemática, revisión de la literatura, desarrollo de marcos conceptuales y teóricos para el estudio;

Fase 2: Experimentación: puesta en práctica del diseño, microciclos de implementación→análisis de datos→revisión dónde el centro de interés es mejorar y refinar el diseño;

Fase 3: Retrospectividad: revisión del proceso, declaraciones acerca de las especificaciones básicas del diseño (principios), recomendaciones para su mejora, identificación de dificultades.

La Figura IV-10 muestra esquemáticamente el proceso seguido de implementación de las fases mínimas de la investigación de diseño.

³⁷ Aunque la noción de refinamiento progresivo es atribuida por algunos autores a Collins et al. (2004), Lesh y Kelly (2000) previamente habían descrito lo que ellos denominan principio de refinamiento-modelo iterativo para los Experimentos de Enseñanza. Para Lesh y Kelly (2000) el principio afirma que hay que describir la interacción entre los niveles (investigadores, docentes y estudiantes) para cada ciclo. Esto es así puesto que en cada ciclo hay que realizar y valorar de diversas formas las interpretaciones efectuadas así como las adaptaciones del diseño a las necesidades surgidas o existentes. Como consecuencia la interpretación de los datos no debe realizarse al final del proyecto, cuando todos los datos están recogidos, sino ciclo a ciclo y entre niveles.

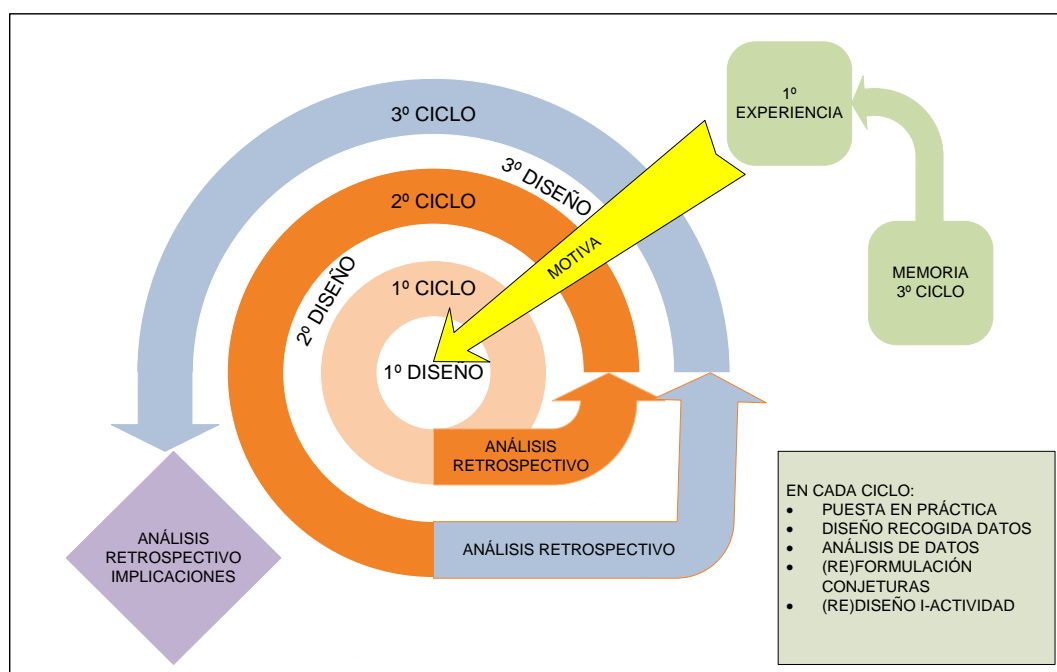


Figura IV- 10. Esquema diseño investigación

Así, en esta memoria de tesis, la fase 1 está documentada en los capítulos I, II y III; la fase 2 la documento a continuación, en este mismo capítulo IV, a través del informe narrativo de los tres ciclos implementados; mientras que la fase 3 la documento en este mismo capítulo IV para cada ciclo, y en el capítulo VI de conclusiones. Para cada ciclo de implementación del prototipo de i-actividad, explicito los sujetos que intervienen (muestra), el espacio de desarrollo de la i-actividad³⁸, los materiales, el prototipo de i-actividad puesto en práctica (para los ciclos), la recogida de datos, el análisis retrospectivo por experiencia y ciclo, y las propuestas de rediseño.

Por otro lado, diversos autores (Bell, 2004; Bell, Hoadley y Linn, 2004; Hoadley, 2002) consideran que una investigación de diseño tendrá un elevado nivel de validez si los resultados y conclusiones reflejan lo más fielmente posible la situación o realidad estudiada de acuerdo con la teoría considerada. Para ello, el informe de investigación tiene que ser una descripción narrativa detallada del contexto, la influencia de las variables y cómo es desarrollado el trabajo (Collins, Joseph, y Bielaczyc, 2004).

³⁸ Por espacio de desarrollo de la i-actividad designo al espacio físico dónde llevo a cabo la experimentación de los distintos ciclos.

La descripción narrativa debe proporcionar información acerca de los cambios y oportunidades emergentes en la propia investigación, de tal forma que permita juzgar el valor de los resultados obtenidos. Las investigaciones de diseño utilizan una gran cantidad de información, situando al investigador ante el reto de seleccionar, justificar y documentar exhaustivamente los elementos objeto de estudio, el tipo de datos y el análisis necesario para describir, comprender el sistema y el diseño elaborado (Collins et al. 2004). Es precisamente la operatividad³⁹ con la cantidad de datos, tal y como recoge el *principio fundamental de la investigación mixta* (Burke y Onwuegbuzie, 2004), una de las principales dificultades en las investigaciones de diseño. Para solventarlo, algunos autores proponen la triangulación⁴⁰ como elemento clave (Burke y Onwuegbuzie, 2004; Cohen, Manion, y Morrison, 2007; Dede, Nelson, Ketelhut, Clarke y Bowman, 2004; Rodríguez, Pozo, y Gutiérrez, 2006). Dede et al. (2004) sugiere utilizar dos tipos de triangulación: *la triangulación de datos* (uso de múltiples fuentes de datos para obtener diversas visiones de un tópico con objeto de validarlo), y *la triangulación de investigador* (empleo de varios observadores, aunque no todos ocupen los mismos roles, en el proceso de observación, recogida y validación de datos).

Además, es la capacidad potencial del proceso y del diseño para implementarse en otras situaciones, con las consecuentes adaptaciones, las que permiten descubrir hasta qué punto los resultados son locales y generalizables (Hoadley, 2002; Molina et al., 2011). En tal sentido, la calidad de los argumentos esgrimidos en la caracterización del diseño en la práctica y no tanto la naturaleza cualitativa o cuantitativa de los procedimientos, el nivel de detalle de las actividades prácticas implementadas por los usuarios y la evolución del contexto son las que confieren robustez a los estudios de diseño (Collins et al., 2004).

³⁹ Nos referimos por operatividad a la selección, justificación y documentación de los elementos que serán objeto de estudio, el tipo de datos y de análisis necesarios para describir, comprender el sistema y el diseño elaborado.

⁴⁰ Según los autores consultados, la *Triangulación* es la utilización de múltiples métodos para abordar un problema de investigación. Señalan a N. Denzin, en 1970, como el primero en concretar el término y las tipologías en el campo de la investigación social y educativa. Según este autor, existen cuatro tipos básicos de triangulación: a) La triangulación de datos: confrontación de diferentes fuentes de datos, con tres subtipos (tiempo, espacio e informantes); b) triangulación de investigador: el empleo de múltiples observadores, aunque no todos ocupen los mismos roles, en el proceso de observación, recogida y validación de datos; c) triangulación teórica: examinar el mismo objeto de estudio desde diferentes teorías y; d) triangulación metodológica: empleo de diferentes métodos sobre el mismo objeto o igual método en diferentes ocasiones temporales. Algunos autores, como Bisquerra (1989) añaden e) triangulación múltiple: combinación de varios tipos de triangulación en el estudio de más de un nivel de análisis.

IV.2.1. Consideraciones iniciales al estudio de los ciclos

Previo al desarrollo del informe narrativo de cada uno de los ciclos, en esta sección presento algunas consideraciones que otorgan una visión general de conjunto del proceso de investigación. Posteriormente y en cada ciclo, concreto cada uno de ellas. Así en total, en este trabajo de investigación utilicé 19 videograbaciones de parejas de sujetos resolviendo el problema de la hormiga en formato de i-actividad. En conjunto suponen 10 horas, 30 minutos y 54 segundos de grabación. De estas, 4 horas, 41 minutos y 36 segundos corresponden a las videograbaciones del ciclo 1, 4 horas, 20 minutos y 42 segundos del ciclo 2, y 1 hora, 28 minutos y 36 segundos del ciclo 3. Junto con las videograbaciones, también utilicé grabaciones de audio capturadas con una grabadora y las hojas de anotaciones de los estudiantes y de los investigadores-observadores.

Para seleccionar los elementos objeto de estudio, el tipo de datos y el análisis a efectuar sigo distintas estrategias para los ciclos 1 y 2 que para el ciclo 3. En concreto, para los ciclos 1 y 2 efectuó un visionado general, que junto con las hojas de anotaciones de los estudiantes y las anotaciones del observador, me permite extraer información general e identificar segmentos de grabación de especial interés respecto de nuestras preguntas de investigación. Transcribo y analizo dichos segmentos en profundidad desde una óptica cualitativa, prestando especial atención a la adecuación del diseño prototipo de la i-actividad y a la influencia de la interactividad en el proceso de resolución.

Para el ciclo 3, en el que considero que la i-actividad está en una fase terminal del diseño, utilicé una aproximación mixta que combina un tratamiento principalmente cualitativo con la utilización de un tratamiento cuantitativo basado en las técnicas del análisis secuencial de datos. Para ello, transcribo todas las videograbaciones. El tipo de datos que obtengo son, por un lado, segmentos de videograbaciones, las anotaciones de los sujetos y del investigador, y por el otro, datos provenientes de la codificación de observables bajo un sistema de categorías. Dichos códigos identifican a cada sujeto, el estadio de resolución, la influencia de la interactividad y la duración. Este proceso de codificación es validado utilizando la técnica de concordancia consensuada (Anguera, 1990, 2003) entre tres investigadores.

Por otro lado, en conjunto participan un total de 37 estudiantes en la investigación (18 en el ciclo 1, 11 en el ciclo 2 y 8 en el ciclo 3 y 3 investigadores (incluido yo mismo). Los investigadores ocupan diversos roles en el proceso de observación, recogida y validación de datos. El autor de esta memoria, como investigador-docente, participa en los tres ciclos en el proceso de observación, recogida de datos y codificación. Uno de los otros dos investigadores también colabora en el proceso de observación para el ciclo 3 y finalmente, los tres investigadores juntos participan en el estudio de fiabilidad y validación de los datos de las grabaciones, así como de la codificación del ciclo 3.

En cuanto a la fiabilidad⁴¹ de los estudios de diseño, sigo las directrices de Molina et al. (2011). Así:

- a) Realizo un análisis sistemático de todo el proceso.
- b) Utilizo criterios explícitos para las argumentaciones que realizo. Ello permitirá a otros investigadores monitorizar el análisis.
- c) Justifico las argumentaciones y afirmaciones finales siguiendo las sucesivas fases del análisis.
- d) El análisis es criticado por otros investigadores, no todos familiares con el contexto de recogida de los datos. Estas críticas provienen de presentaciones al grupo FQM-193, diversas comunicaciones en congresos y publicaciones (Codina y Castro, 2005, Codina et al., 2010; Codina et al., 2011; Codina et al., 2012, 2015).

Por otro lado, antes de empezar con el informe narrativo de los ciclos es preceptivo realizar algunas consideraciones previas relacionadas la descripción del contexto de la muestra participante en la investigación, y con la tipología de interactividad empleadas en el diseño-rediseño y la interfaz de la i-actividad en todos los ciclos de la investigación.

⁴¹ En los estudios de diseño el concepto de fiabilidad está normalmente asociado al grado de justificación y plausibilidad de las inferencias y afirmaciones realizadas en el análisis retrospectivo.

En cuanto al contexto de los sujetos participante en la investigación. En el total de los ciclos participan 37 estudiantes voluntarios. Todos acababan de cursar la materia optativa para maestro Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas, con una carga de trabajo de 6 créditos y cuyos programas oficiales están descritos en el Anexo IV. En el ciclo 1, la materia es impartida bajo la modalidad de enseñanza presencial, mientras que en el ciclo 2 y el ciclo 3, es impartida bajo un modelo de enseñanza semipresencial, con un porcentaje de virtualización del 66% de la carga docente.

A cada estudiante le asigno un nivel de competencia atendiendo a: su competencia matemática, tecnológica y la titulación de procedencia. En cuanto al nivel de competencia matemática, tengo en cuenta la calificación obtenida en la materia, asignando el valor de competencia baja si la calificación es menor de 6 puntos, media si es mayor o igual que 6 y menor que 8 y, elevada si es superior o igual a 8 puntos. En cuanto al nivel de competencia en el uso de la tecnología, asigno un valor de competencia baja si el estudiante, durante el desarrollo de la materia, necesita constante ayuda y retroalimentación por parte del docente-investigador y/o compañeros/as para superar las actividades, media si esa ayuda o retroalimentación es ocasional y, elevada si casi nunca necesita la ayuda. En cuanto a la titulación de procedencia, entiendo que titulaciones con un carácter más cercano a las ciencias matemáticas implican una mejor competencia en matemáticas mientras que aquellas cercanas a las humanidades, una menor competencia. El cruce de estos indicadores posibilita considerar tres niveles de competencia para cada estudiante participante en la investigación: baja, media y, elevada.

Por otro lado, considero que todos los estudiantes participantes tienen las bases matemáticas suficientes para resolver el problema de la hormiga en formato de i-actividad al no ser necesario disponer de conocimientos específicos del cálculo diferencial, ni específicos de software matemático. Además, los estudiantes están habituados al trabajo en parejas colaborativamente, a trabajar con tecnología digital, a resolver problemas matemáticos y a argumentar, explicar y discutir su proceso de resolución, todo ello consecuencia de la metodología docente de la materia.

En todos los ciclos, cada pareja tiene que resolver un problema de optimización a través de una i-actividad, indicando que deben verbalizar en voz alta⁴², que pueden utilizar las hojas en blanco para anotar cuanto deseen, y que no deben borrar nada. También informo que pueden usar, si lo estiman oportuno, cualquier recurso que esté disponible en el ordenador.

Para cada prototipo y según avanza el diseño de la i-actividad, tengo en cuenta las tipologías de interactividad descritas en el capítulo del marco teórico, introduciendo elementos que generan interactividad. Siguiendo la terminología de Sims (1997), utilizo interactividad “De Objeto” (por ejemplo, preguntas que son activadas cuando es situado el cursor sobre ellas), “Lineal” (hay una secuencia lineal predeterminada de presentación del contenido), “De Actualización” (incorporación de *applets* que fomentan un diálogo entre el estudiante y el contenido generado por el sistema a una entrada del estudiante, como seleccionar una pista o realizar un arrastre), y “De Hipervínculo” (cada página de la i-actividad tiene hipervínculos a otras páginas).

Así mismo, siguiendo la terminología de Sedig y Summer (2006), el flujo de la interacción es continuo, el estudiante percibe la relación entre su acción y el efecto (reacción o respuesta) de la i-actividad simultáneamente. El foco de la interacción es directa (el centro de interés para el estudiante sobre la i-actividad y su interacción son producidas sin ningún tipo de representaciones intermedias). Entre los tipos de interactividad puestos en juego están los Básicos como Manipular (manipulación de la i-actividad a través del cursor como arrastrar, seleccionar,... para realizar alguna acción sobre ella) y Navegar (moverse sobre, en, o a través de la i-actividad, entendiendo dicho movimiento como un proceso exploratorio estructural y conceptual de la representación, como sucede con los arrastres en los *applets*). Entre los tipos de interactividad “Basados en Tareas”, introduzco “Animar” (generar movimiento dentro de la i-actividad tanto unidimensional como tridimensional), “Anotar” (la i-actividad aumenta significados al añadir marcas automáticas a través de la traza y el arrastre de elementos en los *applets*), y “Reorganizar” (el estudiante puede modificar la posición espacial de elementos de la

⁴² La validez y utilidad de la técnica de la resolución en voz alta está ampliamente documentada utilizándose en numerosas investigaciones. Dicha técnica permite describir y observar los procesos cognitivos que se producen en la resolución de problemas de parejas trabajando colaborativamente. En este trabajo nos inspiramos fundamentalmente en los trabajos de Castro y Villegas (2003); Puig (1996); Schoenfeld (1985); Villegas et al. (2009).

i-actividad). Además, dado que un tipo de interactividad esencial en la i-actividad es la posibilidad del arrastre de elementos, en el diseño permito tres tipos de arrastres, el “Errático”, el “Vinculado” y el “Guiado” (Arzarello et al., 1998; Olivero, 2002).

Por otra parte, tengo presente en la elaboración de cada prototipo y versión final las recomendaciones proporcionadas por Gadanidis et al. (2004) en relación a la presentación de la interfaz de la i-actividad. Especialmente las relacionadas con la organización y localización de los elementos y la existencia de una continuidad visual global del contexto del problema. También evito utilizar metáforas representacionales o la introducción de elementos representacionales informacionalmente equivalentes. Por último, en cuanto a las recomendaciones pedagógicas, he intentado seguir lo máximo posible todas ellas.

Realizadas las consideraciones previas, paso a describir el informe detallado de los dos primeros ciclos. Cada ciclo parte del análisis retrospectivo de su antecedente. A continuación indico la muestra, el espacio de desarrollo de la i-actividad, el prototipo de i-actividad, presento y discuto los datos y finalizo con la realización de un análisis retrospectivo.

IV.2.2. Ciclo 1

A continuación desarrollo lo acontecido en el ciclo 1 partiendo del análisis retrospectivo de la investigación antecedente denominada Experiencia Inicial, descrita en el capítulo II de antecedentes.

IV.2.2.1. Antecedentes

Las consecuencias extraídas de la investigación antecedente Experiencia Inicial y que son tenidas en cuenta para el primer diseño son (Capítulo II, pp. 56-58):

ExpIni_a⁴³. La variable “modelo del problema” es determinante para la resolución del problema, especialmente para la elaboración del gráfico-dibujo que representa la situación, tanto en papel como en Cabri.

⁴³ Cada consecuencia de la experiencia inicial está etiquetada por ExpIni_ seguido, en orden, por una letra del alfabeto. ExpIni proviene de las tres letras iniciales de *Experiencia Inicial*.

ExpIni_b. El entrenamiento en el manejo del software y en especial, la utilización del arrastre como técnica de validación de construcciones, tiene que ser más intenso. Las construcciones ofrecidas por los sujetos no soportan la prueba del arrastre, son fijas o erróneas.

ExpIni_c. Al igual que en la memoria de tercer ciclo, existen dificultades relativas al trabajo conceptual derivado de la idea de variabilidad “rutas” o “posiciones de la estación”. Detecto una tendencia general a considerar solo rutas con tránsito por los vértices o puntos medios.

ExpIni_d. El arrastre de elementos en las creaciones en Cabri es un elemento generador de *insight* o momentos de iluminación, así como generador-creador-impulsor de estrategias cognitivas y metacognitivas.

ExpIni_e. Los sujetos realizan evaluaciones locales con frecuencia.

ExpIni_f. El ordenador debe estar situado cerca de los sujetos para evitar que sea ignorado.

ExpIni_g. Proporcionar elementos auxiliares como calculadoras para la realización de los cálculos puede provocar la pérdida del hilo conductor del proceso de resolución.

Entre las necesidades y dificultades detectadas en cuanto al diseño, elaboración y puesta en práctica del gráfico del proceso de resolución de los sujetos:

ExpIni_h. Encuentro dificultad para situar en un mismo gráfico el desempeño de ambos sujetos, especialmente cuando trabajan en paralelo (cada uno en un estadio del proceso de resolución).

ExpIni_i. Introducir el software Cabri obliga a introducir estadios nuevos (como el estadio de Construcción del modelo) y/o discutir la necesidad cómo integrarlos en otros ya definidos en la literatura científica.

ExpIni_j. La escala del gráfico (1 minuto) es insuficiente para reflejar adecuadamente los observables de tal forma que permita realizar una descripción de lo acontecido lo más fiel posible. Hay estadios que presentan una duración inferior a 1 minuto, lo que obliga a establecer solapamientos verticales, lo que conlleva la no exhaustividad de las categorías consideradas.

ExpIni_k. Es necesario definir como reflejar en el gráfico los momentos de iluminación o *insight*.

ExpIni_l. He tenido dificultad a la hora de establecer el grado, intensidad o influencia de la interactividad con el software en el proceso de resolución.

ExpIni_m. Mis intervenciones durante el proceso de resolución han sido necesarias para que los sujetos avancen en la resolución del problema. Ello implica la posible contaminación o introducción del sesgo del observador en la investigación.

Además, el análisis de las dos investigaciones antecedentes además sugieren que: (a) la utilización de un problema de optimización que resulte no rutinario a los estudiantes de la muestra, resoluble a través de una estrategia y en el que la falta de conocimiento de técnicas analíticas o de heurísticas no sea un impedimento esencial para la resolución del problema; (b) el problema tenga una estructura conceptual similar al problema de las estaciones; (c) la i-actividad incorpore *applets* interactivos que fomenten las habilidades cognitivas y la puesta en juego de las representaciones internas y de control de los sujetos; (d) la i-actividad debe estar adaptada al tránsito por los estadios en la resolución de problemas y; (e) la i-actividad debe contener elementos que permita a los estudiantes abordar su resolución, aun cuando no poseen conocimientos de Software de Geometría Dinámica.

IV.2.2.2. Muestra

El ciclo 1 cuenta con la colaboración de 18 estudiantes voluntarios de la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas, optativa para Maestro de educación infantil, primaria y musical, de la Universidad de Almería, con las siguientes características (Tabla IV-1):

Tabla IV- 1. Muestra del ciclo1

Pareja	Sujeto	Titulación	Competencia
1	A1C1	Maestro Infantil	Baja
	A2C1	Maestro Infantil	Baja
2	A3C1	Maestro Infantil	Media
	A4C1	Maestro Infantil	Baja
3	A5C1	Maestro Infantil	Baja
	A6C1	Maestro Infantil	Baja
4	A7C1	Maestro Infantil	Baja
	A8C1	Maestro Infantil	Baja
5	A9C1	Maestro Infantil	Baja
	A10C1	Maestro Infantil	Baja
6	A11C1	Maestro Infantil	Media
	A12C1	Maestro Infantil	Baja
7	A13C1	Maestro Primaria	Elevada
	A14C1	Maestro Musical	Baja
8	A15C1	Maestro Primaria	Media
	A16C1	Maestro Primaria	Elevada
9	A17C1	Maestro Primaria	Baja
	A18C1	Maestro Infantil	Baja

IV.2.2.3. Espacio de desarrollo de la i-actividad

El espacio elegido para el ciclo 1 es el aula donde es impartida la docencia de la materia con objeto de minimizar el sesgo por reactividad⁴⁴. Grabo también tres sesiones previas de docencia para acostumbrar a los estudiantes a la presencia de la cámara. El espacio elegido posibilita situar cada pareja frente a un puesto de ordenador, atendiendo a la consecuencia ExpIni_f extraída de la Experiencia Inicial.

La Figura IV-11 recoge la disposición de los elementos del aula. Una cámara de vídeo, situada a la misma altura del lugar de trabajo de los estudiantes, sirve para capturar los gestos, acciones, anotaciones en las hojas de papel, etc., de los estudiantes mientras resuelven el problema. Además, la situación de la videocámara posibilita la captura de las acciones con el ordenador, girándola hacia la proyección del cañón, aunque ello implica la pérdida momentánea de la visual directa de los sujetos. Sitúo una grabadora de audio sobre la mesa de trabajo para recoger con mayor nitidez el pensamiento hablado de la pareja. Yo, como investigador-docente, me sitúo junto a la videocámara.

⁴⁴ La reactividad es un posible sesgo de los datos y Anguera et al. (1993, p. 612) la define como: “proceso por el cual las variables de conducta adoptan valores debidos a efectos no buscados de la intervención del observador sobre el ambiente de los sujetos, sea por alteración de este o su sustitución por un entorno artificial (laboratorio), sea por el mero hecho de que el sujeto se sabe o siente observado, tanto si el observador es perceptible como si no”.

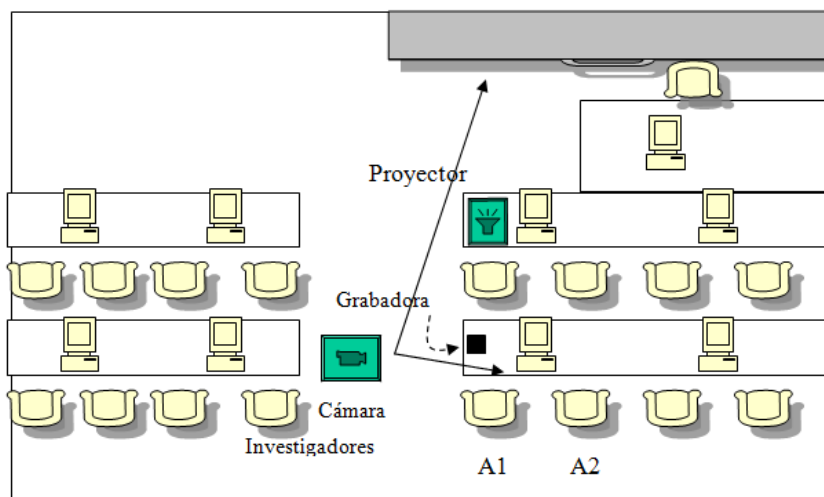


Figura IV- 11. Espacio de observación del ciclo 1

El ciclo 1 es desarrollado durante las horas lectivas de la materia y una vez que los estudiantes conocen sus calificaciones. Desarrollo tres sesiones de trabajo, citando a tres parejas por sesión. Para este ciclo, pongo en juego el primer prototipo de i-actividad.

IV.2.2.4. Primer prototipo de i-actividad

El primer prototipo consta de 4 páginas interconectadas (Figura IV-12) del problema de optimización que denomino “Problema de la Mosca”. La organización y distribución de los enlaces entre las páginas, así como la información que ellas recogen, pretende abordar algunas de las consecuencias detectadas en las investigaciones mostradas en el capítulo de antecedentes. Así, como resultado de la consecuencia de código ExpIni_b, establezco y diseño un prototipo de i-actividad susceptible de ser resuelto sin recurrir al empleo de Cabri y sin emplear técnicas de cálculo diferencial. Para fomentar la interactividad, incluyo dos *applets*.

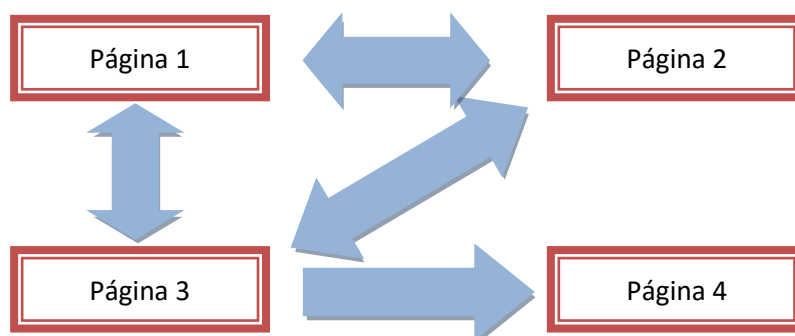


Figura IV- 12. Organización de enlaces del prototipo n° 1 de la i-actividad

Establezco un diseño teórico de tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas. Concretamente, el prototipo elaborado para este ciclo, página a página es:

Página 1. Diseñada para permitir trabajar el estadio de lectura. Muestra el enunciado del problema, un modelo-esquema de la situación problemática y un enlace a la página 2 (Figura IV-13).

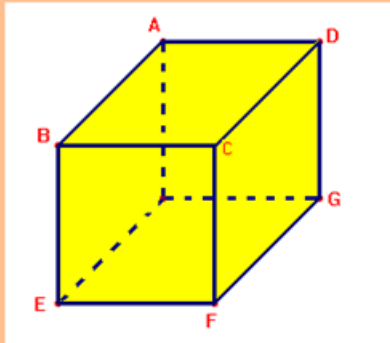
La consecuencia ExpIni_a señala que la variable “modelo del problema” es determinante para la resolución con éxito del problema. Por ello, proporciono un modelo pictórico, junto al enunciado textual del problema. Además, pretendo evitar la pérdida de tiempo en la búsqueda y posterior construcción, tanto en papel como con Cabri, de dicho modelo.

PROBLEMA DE LA MOSCA

Los puntos A y F son vértices de una habitación con las siguientes dimensiones:
 $AB = 4 \text{ m.}$, $BC = 3 \text{ m.}$, $BE = 2 \text{ m.}$

Una mosca "sin alas" está sobre el punto A situado en el lado BA.

¿Qué camino debe seguir la mosca para recorrer la menor distancia si desea llegar al punto F?



[Pasa a la página siguiente](#)

Figura IV- 13. Página 1, prototipo nº 1 de la i-actividad

Página 2. Diseñada para trabajar los estadios de análisis y exploración. La página contiene tres preguntas, una oración imperativa, dos enlaces e incrustado el *applet* 1 (Figura IV-14).

Introduzco dos preguntas de reflexión para que los sujetos hagan explícito el grado de comprensión del enunciado del problema: *¿Cuál crees que es la trayectoria más corta? ¿Por qué?* Ello pretende que los estudiantes expliciten su comprensión acerca de la variabilidad de rutas además de contrastar si mantienen la tendencia general de

considerar solo rutas que pasan por vértices o por los puntos medios de las aristas del paralelepípedo.

También incorporo el *applet* 1, que permite visualizar dinámicamente distintas trayectorias de la mosca, con punto de paso por la arista BC , donde el punto X es arrastrable solo sobre dicha arista. La oración imperativa (*Arrastra el punto rojo X*) junto con el *applet* 1 persigue: (a) hacer explícito y más observable la interactividad, (b) el fomento de momentos de iluminación y, (c) el fomento y desarrollo de estrategias metacognitivas y cognitivas.

Por último, La página 2 contiene dos enlaces, el primero (*Volver al enunciado del problema*) enlaza con la página 1, el segundo (*Avanzar*) enlaza con la página 3.

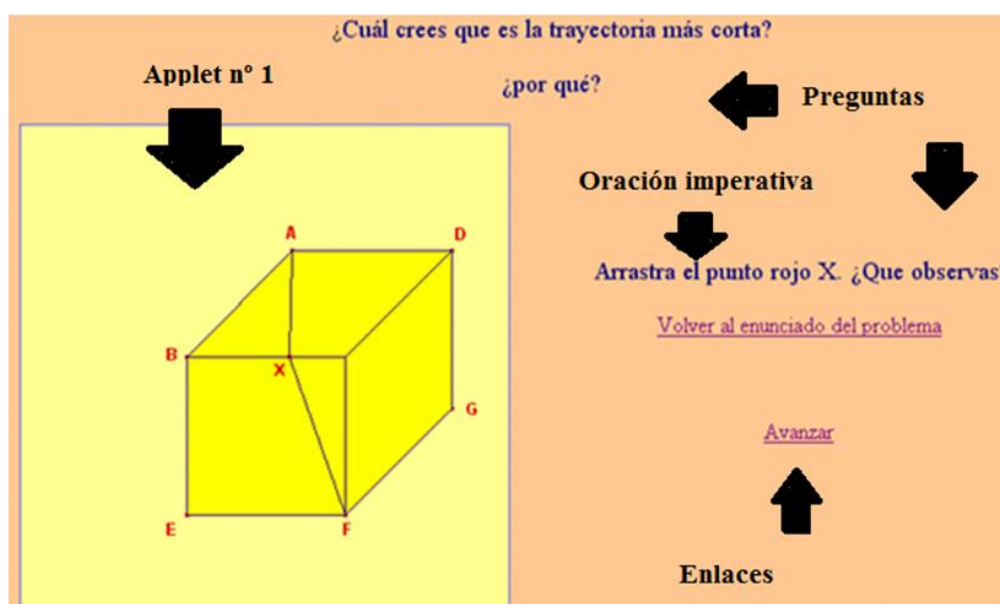


Figura IV- 14. Página 2, prototipo nº 1 de la i-actividad

Página 3. Diseñada para trabajar los estadios de exploración y planificación. La página contiene dos preguntas, una oración imperativa, tres enlaces e incrustado el *applet* 2 (Figura IV-15).

Esta página persigue que los estudiantes realicen, en primer lugar, la acción solicitada en la oración imperativa (*Selecciona el cuadro pista*). Al hacerlo, el “techo” del paralelepípedo se “abre”. Las dos preguntas (*¿Qué opinas ahora? ¿Qué información te da la pista?*) buscan contrastar la opinión realizada como respuesta a las preguntas de la página 2, acerca de las trayectorias de la mosca, con las acciones que realizan con el

applet 2. A la vez, pretendo que los estudiantes hagan explícita la información extraída con la interacción con el *applet* y, particularmente, con el cuadro pista. Este diseño afronta las consecuencias con códigos ExpIni_c, ExpIni_d y ExpIni_e.

En cuanto al *applet 2*, este está compuesto por un cuadro de selección (*Pista*), cuatro botones de acción (*Arriba*, *Abajo*, *Izq.* y *Dech.*) y el paralelepípedo con una trayectoria arrastrable (Figura IV-15). Cuando el cuadro de selección pista es seleccionado, el techo del paralelepípedo se levanta; si los botones son presionados, cambia el punto de vista del paralelepípedo; si se selecciona el punto rojo, unión de los dos segmentos que unen los vértices en el paralelepípedo, puede arrastrarse (Figura IV-16). Este *applet 2* persigue hacer explícita una estrategia de resolución del problema, en concreto, realizar el desarrollo plano del paralelepípedo.

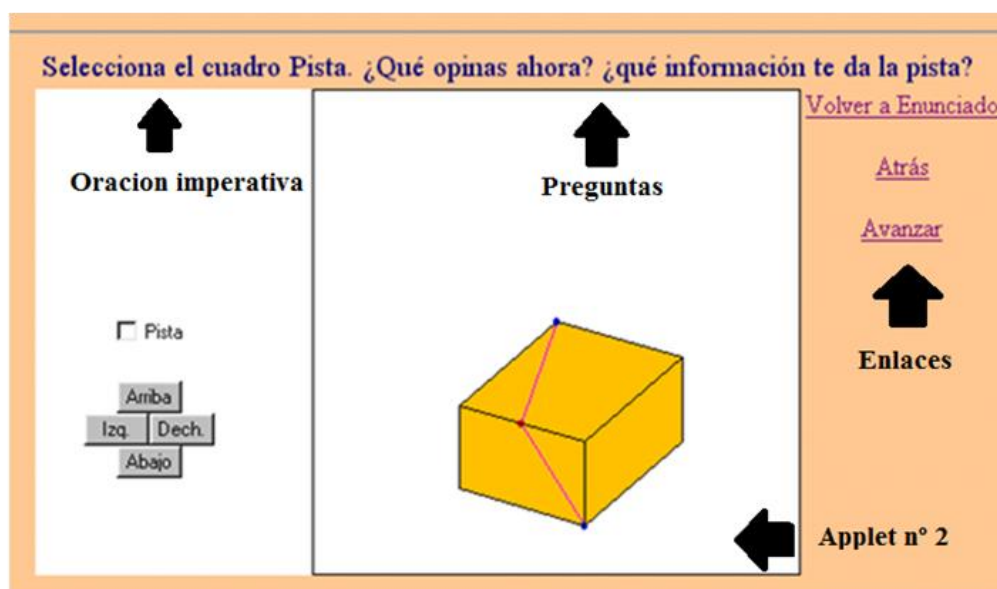


Figura IV- 15. Página 3, prototipo nº 1 de la i-actividad

Con la página 3 pretendo que los sujetos puedan establecer, a raíz de la interactividad con el *applet 2*, un plan de acción, que lo ejecuten y, posiblemente, emitan una respuesta-solución. En cuanto a los enlaces de navegación, contiene un enlace a la página 1 (*Volver al enunciado*), a la página 2 (*Atrás*) y a la página 4 (*Siguiente*).

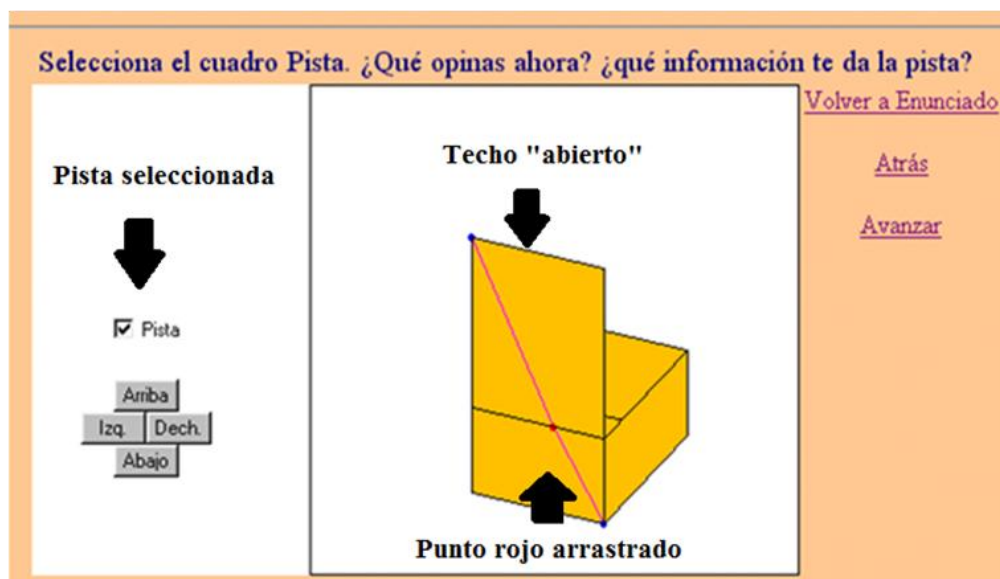


Figura IV- 16. Página 3, prototipo nº 1 de la i-actividad, “pista” seleccionada

Página 4. Diseñada para trabajar los estadios de ejecución y verificación. La página contiene seis preguntas y una oración declarativa. La página 4 es terminal y no contiene enlaces a ninguna página previa (Figura IV-17).

La página 4 pretende que los estudiantes realicen una revisión y control del trabajo efectuado, dado el supuesto de que tras la página 3 habían establecido un plan de acción que es llevado a cabo y que han emitido una respuesta-solución. Para ello, establezco primeramente dos preguntas control (*¿Has resuelto ya el problema? ¿Puedes calcular y verificar tu suposición?*). Por otro lado, dado que no es habitual que los estudiantes realicen un análisis retrospectivo de su actividad, añado un conjunto de preguntas para fomentarlo: *¿Cuál es la incógnita del problema? (¿Qué te pide el problema?), ¿Cuáles son los datos del problema?, ¿Cuál es la condición del problema?, ¿Conoces algún problema relacionado o similar?* Estas preguntas también persiguen hacer explícito el grado de comprensión de la solución emitida y del proceso de resolución.

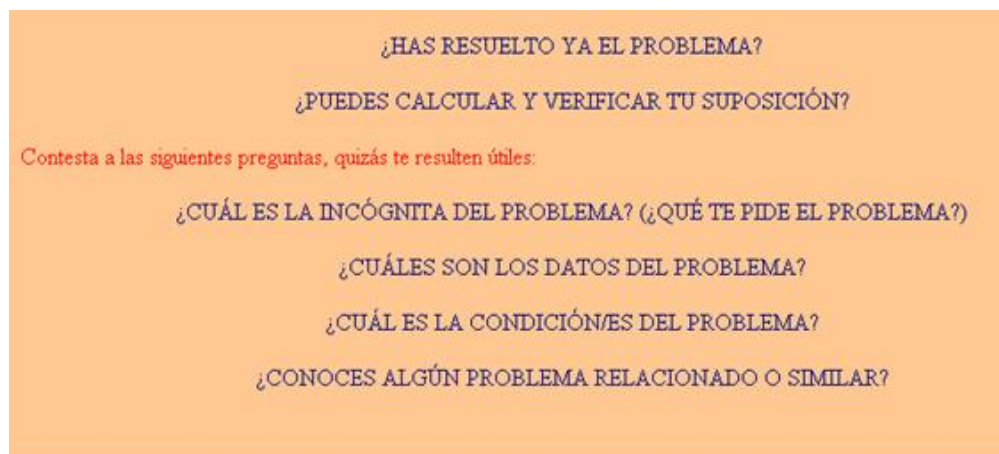


Figura IV- 17. Página 4, prototipo nº 1 de la i-actividad

Por último, respecto del diseño y la distribución teórica del tránsito por los distintos estadios de la resolución de problemas a través de las páginas de la i-actividad (Tabla IV-2), entiendo que esta es relativa. Ello es así, debido a que, probablemente, durante la visualización de cualquiera de las páginas, los estudiantes pueden llevar a cabo acciones no correspondientes al estadio teórico asignado a dicha página. Esta situación no resta valor al diseño teórico, siempre que la mayoría de dichas acciones correspondan con el estadio teórico propuesto.

Tabla IV- 2. Distribución teórica de estadios por página de la i-actividad, ciclo 1

Página	Estadios en resolución de problemas					
	Lectura	Análisis	Exploración	Planificación	Implementación	Verificación
1	■					
2		■				
3			■	■		
4					■	■

IV.2.2.5. Análisis y discusión

A continuación, presento el análisis y discusión del prototipo de i-actividad y el comportamiento resolutor de los sujetos. Basado en un análisis cualitativo a través del visionado de los videos, la transcripción y las anotaciones del investigador del proceso de resolución de los sujetos, organizo el discurso utilizando las consecuencias de la Experiencia Inicial y que darán origen a un conjunto nuevo de consecuencias con las que rediseñar la i-actividad.

En relación a las consecuencias con código ExpIni_a y ExpIni_b, de las 9 parejas participantes en este ciclo, solo tres no utilizan el software de geometría dinámica Cabri.

De las seis parejas que lo utilizan, cinco construyen el modelo-esquema de tal forma que soporta la prueba del arrastre (en ocasiones, yo como investigador-docente, tengo que recordar y ofrecer algunas pistas, por ejemplo, recordando la utilidad del comando transferencia de medidas). La actuación de los estudiantes sugieren que la variable “modelo del problema” y manejo del software no influyen en la elaboración del modelo.

En cuanto a la consecuencia con código Explni_c, en general, todas las parejas señalan inicialmente como ruta óptima aquella que transcurre por alguna de las aristas del paralelepípedo. La más común es la ruta $A \rightarrow C$, y $C \rightarrow F$. Al igual que en las investigaciones antecedentes, detecto dificultades conceptuales respecto a la variabilidad de rutas.

En el Extracto-1 muestro un ejemplo, pertenece al sujeto 16 de la pareja 8. En él, A16C1 tras un razonamiento visual, establece la ruta $A \rightarrow C$, y $C \rightarrow F$:

Extracto 1. Ciclo 1, estudiante A16C1

A16C1. Pues, vemos, vemos, vemos, eh,... sumamos esta distancia con esta, con CF, y vemos cuantos metros ha recorrido y después vemos si, si podría hacer, por ejemplo, la otra posibilidad sería, está, esta y esta (señala B, G y E) cosa que va a recorrer más, y yo pienso que la distancia mínima sería de AC y de C a F.

Otro ejemplo de una situación parecida lo reflejo en el Extracto-2, perteneciente a la pareja 5. Este extracto comienza justo al inicio de la actividad y después de realizar la lectura en silencio del enunciado. Durante el diálogo e intercambio de opiniones, A9C1 y A10C1 establecen la ruta $A \rightarrow H$, $H \rightarrow F$ ⁴⁵.

Extracto 2. Ciclo 1, pareja 5

A9C1. ¿Se te ocurre algo?

A10C1. No.

A10C1. Como no sea así tal (realiza un gesto de trayectoria volando)

Observador. Tenéis que hablar fuerte, ¿vale?

Sujeto 10. Es que si no tiene alas, la hipotenusa, como va a volar, ¿sabes lo que te digo?

A9C1. Si.

A10C1. Si como fuese, sería caer y luego andar, pero ¿si no tiene alas, No?

A9C1. Claro.

A10C1. Espérate, a ver.

⁴⁵ Es la única pareja que ha considerado la ruta por el fondo y después el suelo.

A9C1. Lo voy a calcular.

A10C1. No, es igual voy al dibujo.

A10C1. Este sería (Le señala la trayectoria en la pantalla del ordenador con la mano).

A9C1. ¿Pero cómo sería que baja para abajo?

A10C1. Mira como está en el punto F, en el punto A, la mosca, y tiene que llegar al punto F, entonces, para eso, si no tiene alas, no va a llegar volando hasta el punto F.

A9C1. Claro.

A10C1. Tendrá que llegar hasta bajar, caer, y después ir andando hasta el vértice de la habitación, ¿no?

A9C1. A bueno, sí.

En cuanto a la influencia de la interactividad, y como pretendía el diseño de la i-actividad a raíz de la consecuencia ExpIni_d, la interactividad tanto del *applet* 1 como del *applet* 2 generan momentos de *insight*. El Extracto 3, perteneciente la pareja 5, muestra cómo la interactividad puesta en juego a través del arrastre del punto rojo en el *applet* 2 favorece la activación de estrategias cognitivas y metacognitivas. Como consecuencia del arrastre, los estudiantes desechan como ruta óptima $A \rightarrow C$, $C \rightarrow F$ (por las aristas), percatándose de la estrategia del desarrollo plano para resolver el problema.

Extracto 3. Ciclo 1, pareja 5

A10C1. A ver (pasa a la página 3, abre la caja y se queda un rato observando, Figura IV-18).



Figura IV- 18. Pareja 5 con *applet* 2, abertura del techo

A10C1. Esto no es igual, je (Se percata de que puede haber más rutas).

Observador. El puntito rojo, ese de la caja, se puede mover, eh!

A10C1. ¿Se puede mover?

Observador. Sí.

A9C1. Pues si se pone completamente en el borde 1, es el camino más corto, ¿no? (Arrastra el punto hasta el vértice C).

A10C1. Espérame.

A9C1. La diagonal.

A9C1. Mira, lo hace otra vez, que baja, de ahí a ahí (arrastrando el punto rojo sobre BC).

A10C1. Comprendo (vuelven a la página 3), a ver.

A9C1. Vamos a hacerlo con el Cabri, ¿no? Lo hacemos con que este que sea un rectángulo (Figura IV-19).

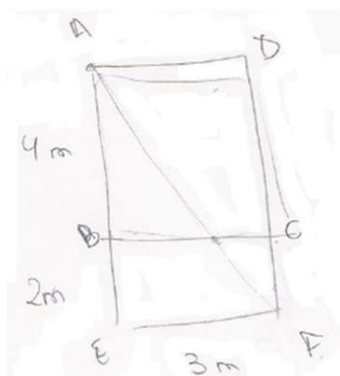


Figura IV- 19. Ciclo 1, pareja 5, modelo-esquema

También la influencia de la interactividad hace visible la variabilidad de rutas. El Extracto-4, perteneciente a la pareja 8, refleja como a raíz de la interactividad con el *applet 2*, los estudiantes son conscientes de la existencia de infinitas rutas que pasan por la arista *BC*.

Extracto 4. Ciclo 1, pareja 8, interactividad

Observador. Y antes, habéis dicho que era de A a C, lo que os ha salido ahí, y de C a F, ¿no?

A15C1. Sí, pero ya ha cambiado.

A16C1. Sí porque no hemos tomado en cuenta el punto ese... del cubo.

A15C1. ¿Del cubo?

A16C1. O sea, que no hemos caído en cuenta.

A15C1. En la recta.

A16C1. Nos hemos fijado simplemente.

A15C1. En el lado BC.

A16C1. En un punto fijo,... no nos hemos fijado en un punto independiente de.

A15C1. De BC.

A16C1. De BC, claro.

En cambio, no siempre la influencia de la interactividad consigue hacer visible la variabilidad de rutas. El Extracto-5 es un ejemplo de ello. En él, los estudiantes aun interactuando con el *applet 2*, no consiguen desechar las rutas con paso por alguna arista. Adicionalmente, este mismo extracto muestra como los estudiantes intentan poner en juego la estrategia “recordar un problema similar”, creyendo haber obtenido un plan de resolución:

Extracto 5. Ciclo 1, pareja 1, interactividad

A1C1. Arrastra el punto X. ¿Puedes arrastrarlo, no? (Están en la página 2).

A2C1. Vale, (Lo arrastra un poco).

A1C1. No ves mira, ponlo ahí (Señalando el punto B).

Observador. Hablad muy fuerte (A1C1 lo arrastra hasta el punto B).

A1C1. Ese es el camino que hemos hecho, lo ves, el que yo quería ver.

A1C1 De A a B.

A2C1. De AB y de B A.

A1C1. La diagonal de F.

A2C1. Sí.

A1C1. Entonces ahora es lo que hicimos la otra vez, mira, si el punto A,...., por ejemplo, este hemos dicho que mide cuatro, tenemos este, que podemos ir de distintos puntos,... ¿no? Hasta el F,...., que es el punto de llegada. De este hemos dicho que mide dos metros. Entonces las diagonales que hay aquí, esta, esta, esta,.... Esas son las que tenemos que calcular (Figura IV-20).

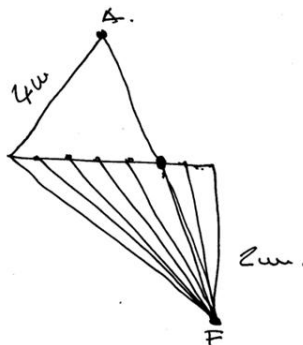


Figura IV- 20. Ciclo1, pareja 1, variabilidad de rutas

A2C1. ¿Son todos los caminos, no?

A1C1. Serían todos los caminos posibles Entonces,...., sería tiempo es igual a F de A,... espacio partido velocidad (Anota la fórmula, recuerda un problema similar realizado en clase en el que influye la velocidad).

A1C1. Pero la velocidad aquí no la tenemos,...., no nos valdría (Tacha la fórmula, Figura IV-21). Miraríamos todos los metros. El que menos metros tenga.

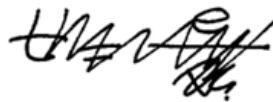


Figura IV- 21. Ciclo 1, pareja 1, fórmula del tiempo tachada

A2C1. Claro, ahora ya no sería ya la velocidad.

A1C1. Yo la trayectoria que he hecho desde el principio hacía, de A a B y de.

A2C1. La diagonal.

A1C1. B a F, por la diagonal a F.

A1C1. Que si arrastro el punto...

Observador. Um, Um.

A1C1. *Me,..., me pone o me señala los distintos caminos que yo puedo hacer, los distintos caminos.*

Observador. *Pincha hay.*

A1C1. *Este sería la A (Señala A con el ratón),..., el camino este, este sería el X (Señala el camino y el punto con el ratón) y este el F (Señala F con el ratón).*

A1C1. *Seguiré tendiéndolo todo,..., todo horizontal,...*

Observador. *¿Cómo?*

A1C1. *Todo vertical.*

A2C1. *Así.*

A1C1. *Si tú pones la caja todo vertical ese sería el punto A y B, sería el mismo dibujo que hemos tenido antes.*

A2C1. *Que información,..., ¡ah!, pues que ya no pasa...*

A1C1. *Ahha, ¡¡ya!!*

Observador. *Ahha ¿qué?*

A1C1. *Porque si la vemos así (Arrastra X al extremo B), ya no pasa por aquí,..., o sea, ahora mismo si pasa por aquí, pero si tu mueves este punto (Refiriéndose al punto B).*

A2C1. *Claro, ya va a ir.*

A1C1. *Te hace las diagonales de arriba y las diagonales de arriba también pueden ir desde distintos puntos,..., respecto de la diagonal de abajo. Pero, lo mismo que hacemos en la diagonal del cuadrado de abajo, podemos hacerlo en el cuadrado de arriba.*

A2C1. *Yo que cuando lo mueves esto así, pues se hace (Arrastra X a lo largo del BC),..., una diagonal no, desde este punto (Señala A) a este (Señala F),..., que podemos hacer caminos de aquí a aquí más (Señala A y F),..., ¿no?*

A1C1. *Pon el punto aquí.*

A2C1. *¿Aquí? (Arrastra X al vértice C).*

A1C1. *Ahí solo teníamos las diagonales de arriba (Señalándolas con el ratón).*

A2C1. *Esta.*

A1C1. *Sí, pues lo mismo que hemos hecho de aquí a aquí (Señalando la ruta ABF), podemos hacer de aquí a aquí (Señalando la ruta ACF),..., Pero mediría lo mismo,..., ¿no? digo yo, no sé,..., sería así.*

A2C1. *Entonces ya lo tenemos resuelto.*

Continuando con la influencia de la interactividad, esta provocó la aparición del fenómeno de la compensación⁴⁶. El Extracto-6 muestra un ejemplo de ello perteneciente a la pareja 1.

Extracto 6. Ciclo 1, pareja 1, fenómeno de compensación

A2C1 *entre esto (Sitúa el punto rojo del applet nº 2 con la tapa cerrada de tal forma que se aprecia una línea recta entre A y F) y esto (Sitúa el punto rojo sobre el vértice C). Es que, lo que necesitamos, lo que necesitamos, lo que le quitamos a esta diagonal (Señala con el ratón la diagonal por el*

⁴⁶ El fenómeno de compensación es una dificultad o error detectado en la literatura y ocurre cuando los resolutores, resolviendo un problema de distancias, interpretan que cuando un tramo aumenta su medida, el otro la disminuye en la misma proporción. Ello genera que se produzca una compensación de la medida a optimizar quedando esta siempre constante.

techo, volviendo a colocar después el punto rojo de forma que se visualiza una línea recta entre A y F), se lo ponemos a esta (Señala con el ratón la diagonal que va por la cara de abajo. A continuación presionan el botón "pista" y arrastran el punto rojo hasta que nuevamente se visualiza un segmento recto, desactivan el botón "pista" y observan que el segmento ya no se visualiza recto).

A1C1. Es que se ve diferente.

A2C1. Esta línea es más corta que si estuviera hacía aquí (Señalando con el ratón el punto B), pero esta es más larga que si estuviera de aquí a aquí (Señalando con el ratón el punto C).

A2C1. El que hemos hecho al principio.

A1C1. O este, o este, haciendo la diagonal desde abajo y la diagonal desde arriba.

A1C1. Del A al B.

Observador. Por la arista.

A1C1. Y del B al F por la diagonal, por la arista y del A al C,..., y del C al F, por la diagonal de arriba.

A2C1. Yo sigo pensando que el primer camino que hemos hecho, este del A al B y del B a F, la diagonal (Señala en la Hoja de papel el camino).

Observador. Del A al B y después la diagonal.

A2C1. Sí.

Por otro lado, la influencia de la interactividad va más allá del momento en el que se produce dicha interactividad. Ejemplo de ello es el siguiente extracto (Extracto-7), perteneciente a la pareja 2, en el reflejo el instante en el que la interactividad ocurre y, trascurrido un tiempo, el instante en el que la interactividad influyó en los estudiantes.

Extracto 7. Ciclo 1, pareja 2, influencia de la interactividad

Los sujetos acaban de interactuar con el applet 2, visualizan la estrategia de "abrir la caja" pero mantienen la idea de que la ruta más corta es $A \rightarrow C \rightarrow F$, ello a pesar de llegar al acuerdo de que la ruta debe atravesar por un punto de la arista BC pues cuando abren la caja visualizan el camino más corto como la línea recta que une A y F aunque al cerrar la caja no se visualice recta. Pareciera en un primer momento que tienen claro la estrategia, pero cuando trasladan la información al papel, siguen forzando a que la ruta pase por el vértice C. La Figura IV-22 muestra como han situado ambas caras del paralelepípedo separadas.



Figura IV- 22. Construcción del modelo-esquema por la pareja 2 (1)

Tras una breve discusión, se percatan de que su dibujo no es correcto y no coincide con el observado en el applet 2 (cuando se “abre la caja”), momento en el cual deciden juntarlos y señalan la diagonal correcta, pero no llegan a implementar un plan de actuación puesto que deciden hacerlo con Cabri. Tras la construcción con el software, calculan distancias y obtienen el valor del camino óptimo (Figura IV-23), no sienten la necesidad de probar rutas laterales.



Figura IV- 23. Construcción del modelo-esquema por la pareja 2 (2)

Por otro lado, en aquellas parejas cuyos componentes tenían nivel de desempeño similar realizan ambos un esfuerzo similar por crear y mantener el espacio compartido del problema (Roschelle y Teasley, 1995) durante el proceso de resolución. En cambio, en las parejas con cierta asimetría, es el sujeto con menor nivel de desempeño el que más esfuerzo realiza por mantener el espacio compartido del problema. Para lograrlo, esos estudiantes realizan continuas preguntas y requerimientos a su compañero/a, en un esfuerzo por seguir y comprender el proceder del compañero/a. El Extracto-8, perteneciente a la pareja 8, muestra un ejemplo de ello.

Extracto 8. Ciclo 1, pareja 8, Espacio Conjunto del Problema

A16C1. La mosca está aquí, ¿no? (Señala el punto A de la Figura IV-24)

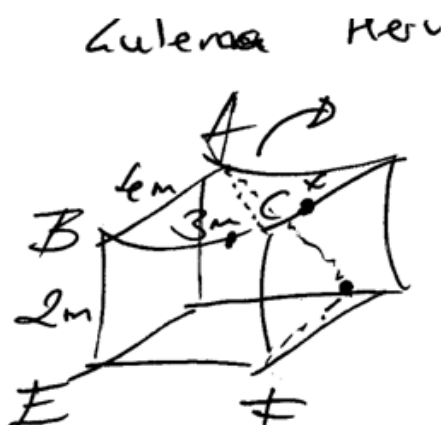


Figura IV- 24. Ciclo 1, pareja 8, modelo-esquema

A15C1. Sí, ¿dónde está?, si...

Observador. En voz alta.

A16C1. A ver, cuatro, dos, ..., vamos a ver.

Observador. ¿Qué haces?

A15C1. ¿Calculando la hipotenusa?

A16C1. Yo, pues trabajando.

Observador. Quiero que me cuentes lo que haces, ya sé que estás trabajando.

A15C1. ¡Que cuentes que estás haciendo!

A16C1. Pues que voy a hacer,

A15C1. Consiguiendo la AC, o sea, sacando la,.. Hipotenusa a lo mejor pues,.. ¿No? (va marcando con el bolígrafo en la pantalla, busca respuesta de A16C1).

A16C1. Sí [en sentido confirmatorio y con indicación de que siga hablando, mueve los brazos como diciendo que es así].

A15C1. Pensaba que el recorrido de AC da menos.

Continuando con esta pareja, el Extracto-9, aparte de mostrar el intento por mantener y compartir el espacio compartido del problema, refleja cómo los estudiantes validan una conjetura gracias a la influencia de la interactividad del *applet* 2. Este extracto ejemplifica cómo la interactividad fomenta la realización de evaluaciones locales (la consecuencia Explni_e sugiere que suelen ser frecuentes en este tipo de tareas).

Extracto 9. Ciclo 1, pareja 8, Espacio Conjunto del Problema

A16C1. Pues entonces, tenemos un punto ahí, tenemos otro punto aquí,... pues la distancia más corta podríamos decir, a lo mejor que, si como un sistema, pues digamos que puede ser AX y XF.

A15C1. Ya pero,...

A16C1. Eso.

A15C1. ¿Sería recta completamente?, sería si estuviera.

A16C1. Hay sería.

A15C1. Si hay tres dimensiones,..

A16C1. Hay sería.

A15C1. Sería así.

A16C1. Hay parece estar recta, ¿no?

A15C1. ¿Me entiendes lo que te digo?,..., a ver, sería, hacer..., y luego así (Señala en la mesa una trayectoria hasta el borde y luego baja desde el borde para abajo en el espacio “que hay entre la mesa”. A fin de cuentas, parece que está señalando lo mismo que en realidad dice su compañero).

A15C1. Porque ese cuadro, ..., ese cubo tiene tres dimensiones, no dos, ... no sé (El A15C1 espera confirmación de su compañero. A la vez, ambos están observando la pantalla).

A15C1. ¿Me entiendes lo que te digo?

*A16C1. Que si a la hora de poner esto así,... y ampliamos,... y tenemos este cuadrado levantado,... (Realiza la Figura IV-25 en el que señala una posible trayectoria. A continuación presionan el botón del *applet* n° 2 que levanta la caja. Aquí se produce una validación de la suposición en base a la interactividad de la i-actividad).*

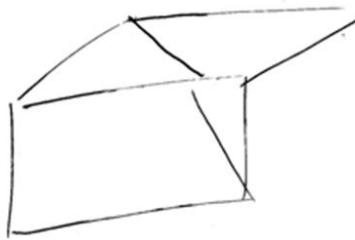


Figura IV- 25. Ciclo 1, pareja 8, trayectoria

A15C1. Aquí.

A16C1. Claro, eso es lo que yo decía, levantarlo para arriba (Mueve las manos con gesto confirmatorio).

Por otro lado, los términos “mosca” y “sin alas” del enunciado influyen en el proceso de resolución. Ejemplo de ello es el Extracto-2 expuesto anteriormente, así como el Extracto-10, perteneciente a la pareja 4 y, el Extracto-11, perteneciente a la pareja 8. Nuevamente, el Extracto-11 refleja el intento de A15C1 por mantener el espacio compartido del problema y, gracias a ello, A16C1 reafirma una suposición.

Extracto 10. Ciclo 1, pareja 4, influencia del término mosca

A7C1. Tengo, que del A al B vale cuatro metros, del B al C vale tres metros y del B al E vale dos metros. Sí del B al E son dos metros,...., el C al F también medirá dos metros,...., entonces podemos hacer o del A al B, del B al E y del E al F, del E al F que serían tres metros, serían cuatro, cinco seis, siete, ocho, (los suma pasando con el bolígrafo por encima de las aristas) que medirían lo mismo los dos caminos,...., pero también puede ir del A al B, del B al F, (Señala arista AB y después diagonal del B al F),...., ¿puedo construir yo caminos, o tienen que ser estos que hay aquí? Es que no lo sé.

Observador. ¿Y tú qué opinas? (Preguntando directamente a A8C1).

A8C1. ¿Qué Sí puede construir caminos?

A7C1. Lo que voy a intentar es hacer esto, hacer la diagonal de aquí a aquí,...., a ver si mide menos (Dibuja el segmento AF en el modelo de la Figura IV-26, a continuación pasa de página de la i-actividad).

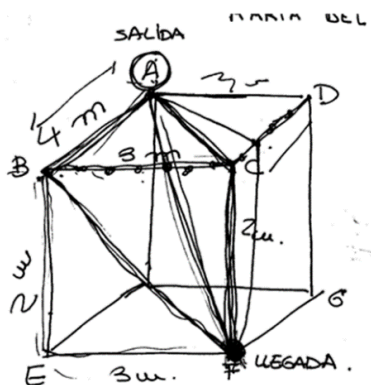


Figura IV- 26. Ciclo 1, pareja 4, modelo-esquema

Extracto 11. Ciclo 1, pareja 8, influencia del término mosca

A16C1. Ya, pero también podríamos,... hombre,... hombre, sí ¿se podría ir a través del cubo, o sea, de A a F sin pasar por ningún punto? ¿Directamente?

A16C1. Y tiene que ir entonces forzosamente de un lado a,... de un punto a otro, ¿no puede hacer así?

A15C1. ¡¡Pero si no tiene alas!!

A16C1. Pues ahí está, pues andando, pues [Abre los brazos confirmando su idea].

A15C1. Ah!, entonces no tiene alas.

A16C1. Vamos a ver (Risas).

A16C1. Pues ya está, hacemos la hipotenusa que hay de A. Calculamos la distancia.

A15C1. Un momento (Solicita al compañero una pausa para comprender lo que A16C1 afirma).

A16C1. Mira, verás,... AC es igual a la raíz cuadrada.

A continuación, centro el análisis y discusión en el diseño teórico del prototipo de la i-actividad en referencia a la distribución de los estadios a través de las páginas de la i-actividad (Ver Tabla IV-2). Los procesos de resolución puestos en juego cuando los estudiantes transitaban por las distintas páginas reflejan que la asignación teórica de los estadios a las páginas del prototipo de i-actividad no es adecuada.

Respecto del estadio análisis, el prototipo de i-actividad no lo potencia, siendo casi obviado por todas las parejas y estudiantes, y el estadio de planificación es ejecutado a un nivel de reflexión bajo. Ello refleja que los supuestos iniciales respecto de las páginas 2 y 3 no son adecuados. La influencia de la interactividad provoca en los estudiantes la realización de exploraciones erráticas, especialmente con el *applet* 1, al cual llegan sin tener interiorizadas las condiciones y objetivo del problema. Así mismo, dado que los sujetos han adquirido cierta destreza previa con Cabri, intentan resolver el problema en dicho ambiente informático pero sin tener concretado un plan de actuación. Además, la visibilidad inmediata de los textos en las páginas, especialmente los textos interrogativos, invita a los estudiantes a emitir respuestas rápidas, provocando que no siguieran el orden teórico considerado en el prototipo.

En cuanto al estadio de verificación, la evaluación global es obviada por todos los estudiantes. Las preguntas de control de la página 4 no cumplen su función. Cuando los estudiantes alcanzan dicha página, o bien han emitido una respuesta al problema y por tanto han transitado ya por el estadio de implementación, o bien llegan con un grado de desconcierto que no les permite responder adecuadamente a las preguntas. Además, el

carácter terminal de la página 4, sin enlaces a las páginas anteriores ni al enunciado, conlleva en los estudiantes la sensación de que la actividad acaba allí, provocando que no sientan la necesidad de realizar un control de su proceso de resolución. Es más, aun con la solución parcial por la cara central y utilizando la estrategia mostrada en el *applet* 2, no sienten la necesidad de comprobar las rutas laterales.

Respecto del estadio lectura, este es puesto en juego especialmente en la página 1, mientras que el estadio exploración, aunque es puesto en juego en las páginas 2 y 3, es más visible en la página 3.

Por último, la formación previa recibida por los estudiantes en la materia potencia que siete de las nueve parejas intenten resolver el problema usando Cabri. De ellos, cinco consiguen la respuesta correcta por la cara central y dos no consiguen resolver el problema. Cabe resaltar que las tres parejas que utilizaron lápiz y papel exclusivamente, consiguen resolver el problema.

IV.2.2.6. Análisis retrospectivo

Para el análisis retrospectivo del ciclo 1 sigo una doble estrategia. Por un lado, realizo un primer análisis que es expuesto en un seminario de investigación del grupo FQM-193 (siguiendo la recomendación de Molina et al. 2011). Por el otro, tras los comentarios y sugerencias de los investigadores del grupo, reviso el análisis y extraigo las consecuencias. Esta doble estrategia me permite: (a) introducir elementos de validez al trabajo, (b) compartir y confrontar la investigación con colegas que desconocen el trabajo y, (c) contrastar sus comentarios y propuestas de mejora en relación con las que previamente he obtenido, centrándome en el plan metodológico y en el diseño del siguiente prototipo de la i-actividad.

De este proceso extraigo las siguientes consecuencias que he codificado como ConsC1_X (Cons =consecuencia, C1=ciclo1, X=indicador numérico de la consecuencia):

La página 4 conllevó en los estudiantes la sensación de que la actividad acaba allí, provocando la pérdida de necesidad de control sobre la solución emitida y sobre el proceso de resolución implementado.

ConsC1_1. El diseño terminal de la página 4 no es adecuado.

Los estudiantes producen gestos y señalan con sus manos sobre la pantalla del ordenador o sobre el papel distintas trayectorias, especialmente tras interactuar con los *applets* y llevar a cabo arrastres erráticos y guiados. La disposición de medios técnicos de grabación no permitió registrar visualmente dichos gestos. Hay pérdidas momentáneas de la visual directa de los sujetos.

ConsC1_2. Dificultad de registrar visualmente los movimientos gesticulares de los estudiantes. Pérdidas momentáneas de la visual directa de los estudiantes.

Los términos “mosca” y “sin alas” influyen en el proceso de resolución, generando distractores que provocan errores de interpretación (Extracto 2, p. 147, Extracto 10, p. 155 y Extracto 11, p.156).

ConsC1_3. El término “mosca” y “sin alas” es un distractor.

El estadio de análisis es casi obviado, la página 2 no está bien diseñada. La influencia de la interactividad con el *applet* 1 conlleva la realización directa de exploraciones erráticas, sin transitar por el estadio de análisis.

ConsC1_4. El estadio de análisis es casi obviado.

Los estudiantes realizan planificaciones con un nivel de reflexión bajo. El diseño de la página 3 no es adecuado.

ConsC1_5. El estadio de planificación es ejecutado con un nivel de reflexión bajo.

Los estudiantes, aun obteniendo la ruta óptima por la cara central (debido principalmente a la influencia de la interactividad con el *applet* 2), no sienten la necesidad de comprobar la existencia de rutas por las caras laterales ni por el suelo.

ConsC1_6. Los estudiantes no sienten la necesidad de comprobar rutas laterales o por el suelo.

La visibilidad inmediata de los textos en las páginas propicia respuestas rápidas, sin reflexión, perdiendo el hilo de las instrucciones dadas.

ConsC1_7. La visibilidad inmediata obstaculiza el proceso de resolución.

La influencia de la interactividad debido a arrastres erráticos propicia la aparición de *insight*, mientras que los debidos a arrastres guiados propicia la verificación de ideas o soluciones parciales. En ambos casos, la influencia de la interactividad permite a los estudiantes avanzar en su proceso de resolución.

ConsC1_8. La influencia de la interactividad propicia la aparición de *insight* y la realización de evaluaciones locales que favorecen el avance en la resolución del problema.

A pesar de que el diseño teórico de tránsito por los estadios no es adecuado, la i-actividad fomenta la resolución con éxito del problema.

ConsC1_9. La i-actividad facilita la resolución con éxito del problema.

El desempeño de los estudiantes, así como el intercambio comunicativo puesto en juego, genera dudas acerca de que la i-actividad fomente la creación y/o mantenimiento de un espacio compartido del problema.

ConsC1_10. No hay indicios nítidos de que los estudiantes crean, mantienen y/o comparten un espacio compartido del problema.

Aparecen dificultades no observadas en las investigaciones antecedentes propias, pero sí en la literatura científica. En concreto, el fenómeno de compensación.

ConsC1_11. Aparición del fenómeno de compensación.

En referencia a las consecuencias detectadas en la experiencia inicial:

-ExpIni_a. Pierde influencia al presentarse un modelo en el enunciado y no detectar excesivas dificultades a la hora de realizar modelo-esquema del problema.

-ExpIni_b. No la detecto. Las parejas que emplearon Cabri realizan, no sin esfuerzo y cierta ayuda, construcciones que soportan la prueba del arrastre.

-ExpIni_c. La mantengo. Los estudiantes continúan presentando dificultades respecto a la idea de variabilidad de rutas (relacionada con ConsC1_5).

-ExpIni_d. La confirmo (relacionada con ConsC1_8).

-ExpIni_e. La confirmo parcialmente. Durante el trabajo con lápiz y papel ocurre, aun así, la influencia de la interactividad no genera evaluaciones locales y/o globales con la intensidad prevista (relacionada con ConsC1_1, ConsC1_6 y, ConsC1_10).

-ExpIni_f. Desaparece. Los estudiantes están situados frente a un ordenador.

-ExpIni_g. Pierde influencia. Los estudiantes utilizan los recursos libremente, y tras hacerlo, vuelven a la i-actividad.

Puesto que en el análisis detecto que el prototipo de la i-actividad no es acertado, las consecuencias ExpIni_h; ExpIni_i; ExpIni_j; ExpIni_k y ExpIni_l relativas a la metodología de registro y tratamiento de los datos serán tratadas en los ciclos siguientes.

Por último,

-ExpIni_m. La confirmo parcialmente. Las parejas avanzan en el proceso de resolución en mayor grado que en la experiencia inicial antecedente. Aun así, considero que las intervenciones del observador fueron excesivas.

IV.2.3. Ciclo 2

A continuación desarrollo lo acontecido en el ciclo 2. Partiendo del análisis retrospectivo y las consecuencias que acabo de señalar, indicando la muestra, el espacio de desarrollo de la i-actividad, el primer prototipo de i-actividad, presento y discuto los datos y finalizo con la realización de un análisis.

IV.2.3.1. Muestra

El ciclo 2 cuenta con la colaboración de 11 estudiantes voluntarios de la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas, optativa para Maestro de educación infantil, primaria y lengua extranjera, de la Universidad de Almería. La materia es impartida bajo un modelo de enseñanza semipresencial, con un porcentaje de virtualización del 66% de la carga docente. Los estudiantes presentan las siguientes características (Tabla IV-3):

Tabla IV- 3. Muestra del ciclo 2

Pareja	Sujeto	Titulación	Competencia
1	A1C2	Maestro Primaria	Elevada
	A2C2	Maestro Primaria	Media
2	A3C2	Maestro Lengua Extranjera	Baja
	A4C2	Maestro Lengua Extranjera	Baja
3	A5C2	Maestro Infantil	Media
	A6C2	Maestro Infantil	Baja
4	A7C2	Maestro Infantil	Baja
	A8C2	Maestro Infantil	Baja
5	A9C2	Maestro Primaria	Media
	A10C2	Maestro Infantil	Baja
6	A11C2	Maestro Infantil	Baja

IV.2.3.2. Espacio de desarrollo de la i-actividad

El espacio elegido para el ciclo 2 es el seminario de Didáctica de la Matemática. Este nuevo espacio, más cercano al contexto natural de trabajo de los estudiantes, permite diferenciar entre el ambiente presencial y el virtual:

- Ambiente presencial. El aula de informática dónde cada puesto de ordenador es compartido por dos estudiantes.
- Ambiente virtual. Cualquier lugar o espacio dónde el estudiante realiza su actividad remotamente (su hogar, salas de trabajo de la biblioteca, etc.).

La Figura IV-27 recoge la disposición de los elementos del seminario de didáctica de la matemática. Una cámara de vídeo, situada frente a los estudiantes, sirve para capturar la proyección del cañón, y los gestos, acciones, anotaciones en las hojas de papel, etc., de los estudiantes mientras resuelven el problema. La situación de la videocámara posibilita la captura de las acciones con el ordenador sin necesidad de girarla o tocarla y sin perder la visual de los estudiantes, afrontando así la consecuencia ConsC1_2. Sitúo una grabadora de audio sobre la mesa de trabajo para recoger con mayor nitidez el pensamiento hablado de la pareja. Dispongo una televisión de 32” conectada a la videocámara con la que obtener una visión directa de la grabación de video y ocultar a los investigadores del campo visual de los estudiantes.

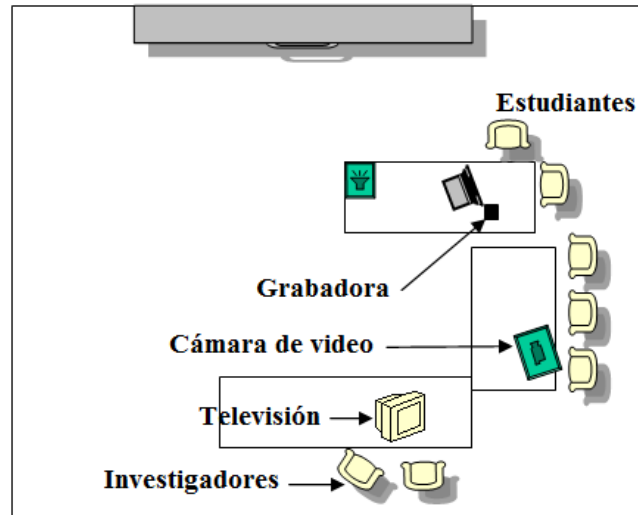


Figura IV- 27. Espacio de observación, ciclo 2

Además, a raíz de las consecuencias ConsC1_2 relativa a la producción de gestos, ConsC1_6, relativa a la existencia de rutas laterales y ConsC1_8, relativa a la influencia de la interactividad, producción de *insight* y evaluaciones locales, y recogiendo la sugerencia realizada por los expertos externos en el seminario de investigación del grupo FQM-193, creo y proporciono un modelo físico de corcho, a escala, de la habitación, con dos chinchetas y una goma (Figura IV-28). El modelo permite simular físicamente la trayectoria óptima (el recorrido de mínima tensión de la goma), modeliza las acciones que pueden desarrollarse con el *applet* 1 y puede fomentar la producción de gestos.



Figura IV- 28. Modelo a escala de corcho

El ciclo 2 es desarrollado durante las horas lectivas de la materia, una vez que los estudiantes conocen sus calificaciones. Desarrollo tres sesiones de trabajo, citando a dos parejas por sesión. Para este ciclo, pongo en juego el segundo prototipo de i-actividad. Debido a la consecuencia ConsC1_7, el enunciado de las preguntas solo es visible si el cursor está situado sobre ellas e informo a los estudiantes de que no pueden avanzar de página hasta que no consideren que hayan contestado a todas las preguntas que aparecen en la página.

IV.2.3.3. Segundo prototipo de i-actividad

El segundo prototipo consta de 6 páginas interconectadas (Figura IV-29) del problema de optimización que denomino “Problema de la Hormiga”. La organización y distribución de los enlaces entre las páginas, así como la información que ellas recogen, pretende abordar algunas de las consecuencias detectadas en el ciclo 1.

A raíz de la consecuencia ConsC1_3, modifíco la denominación del problema y el enunciado (cambio “mosca2 y “sin alas” por “hormiga”), de la consecuencia ConsC1_7, introduzco que los textos de las preguntas solo son visibles si el cursor está situado sobre ellas, de la consecuencia ConsC1_1, todas las páginas tienen al menos un enlace a la página anterior, de las consecuencias ConsC1_4, ConsC1_5 y ConsC1_6, introduzco dos páginas nuevas, modifíco los enunciados de los textos e introduzco un nuevo *applet*. También realizo mejoras visuales en relación al diseño de la interfaz suavizando el color del fondo de las páginas y mejorando el aspecto de los botones.

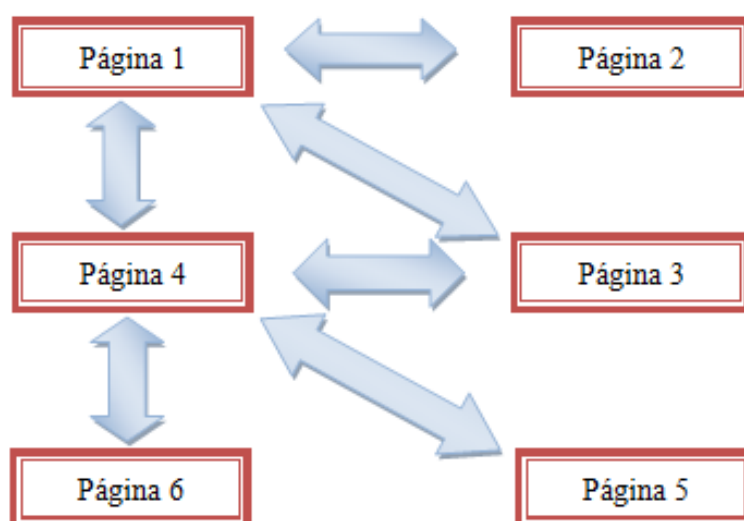


Figura IV- 29. Organización de enlaces del prototipo n° 2 de la i-actividad

Establezco un nuevo diseño teórico de tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas. Concretamente, el prototipo elaborado para este ciclo, página a página es:

Página 1. Diseñada para permitir trabajar el estadio de lectura. Muestra el enunciado del problema, un modelo-esquema de la situación problemática y un enlace a la página 2 con el rótulo “Bajar” (Figura IV-30).

Mantengo el diseño de la página 1 del primer prototipo con objeto de que la consecuencia ExpIni_a no influya. Cambio “mosca sin alas” por “hormiga” en el enunciado del problema como consecuencia de ConsC1_3. Construyo un modelo físico y dibujo el modelo pictórico a escala, recogiendo la sugerencia de los expertos del grupo FQM-193.

EL PROBLEMA DE LA HORMIGA

Los puntos A y F son vértices de una habitación con las siguientes dimensiones:
 $AB = 4 \text{ m}$, $BC = 3 \text{ m}$, $BE = 2 \text{ m}$

Una hormiga está sobre el vértice A de la habitación. ¿Qué camino debe seguir la hormiga, desplazándose por las paredes, para recorrer la menor distancia si desea llegar al punto F?

BAJAR

Figura IV- 30. Página 1, prototipo nº 2 de la i-actividad

Página 2. Diseñada para trabajar el estadio de análisis. La página contiene cuatro preguntas, y tres enlaces (Figura IV-31).

Motivado por la consecuencia ConsC1_4, introduzco esta nueva página en la i-actividad. El objeto es fomentar la reflexión y el tránsito por el estadio análisis, a la vez que registrar el grado de comprensión alcanzado por parte de los estudiantes del enunciado del problema a través de tres preguntas directas. A raíz de la consecuencia ConsC1_5, introduzco una cuarta pregunta orientada a la obtención de la primera idea del plan de resolución. Con esta nueva página pretendo que los estudiantes hagan

explícito las representaciones internas de la situación problemática, deducida directamente del enunciado, o de su experiencia previa. Las preguntas son:

- P.1 ¿Qué se pretende obtener?
- P.2 ¿Cuáles son los datos del problema?
- P.3 ¿Qué condición/es presenta el problema?
- P.4 ¿Tenéis alguna idea que os pueda ser útil para resolver el problema?

La página 2 contiene tres enlaces con los rótulos “subir” (enlace a la página 1), “bajar” (enlace a la página 3) e “ir a enunciado” (enlace a la página 1).

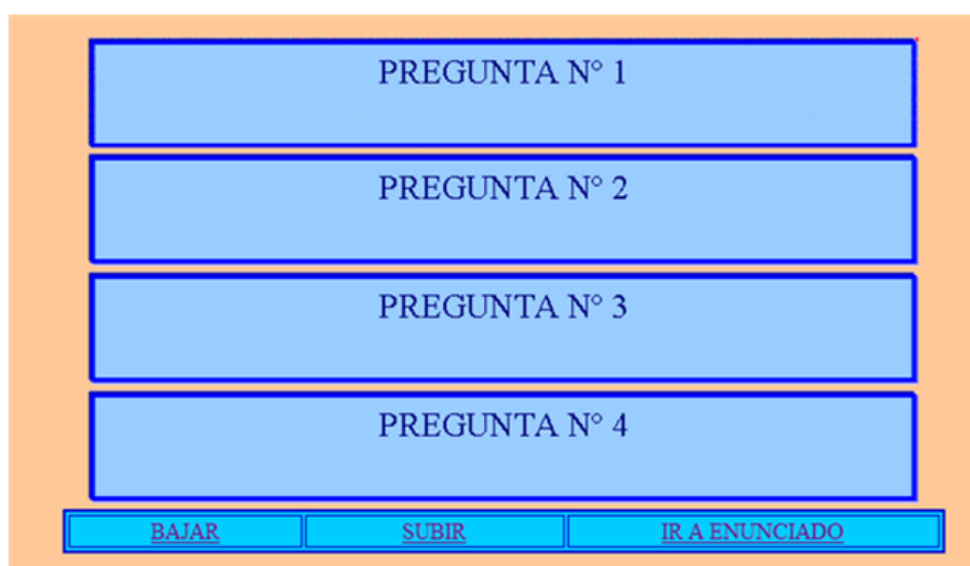


Figura IV- 31. Página 2, prototipo nº 2 de la i-actividad

Página 3. Diseñada para trabajar principalmente el estadio de análisis y exploración. La página 3 se corresponde con la página 2 del primer prototipo y contiene una oración imperativa, dos preguntas, tres enlaces y el *applet* 1 (Figura IV-32).

Al igual que el modelo físico y el modelo pictórico, el *applet* 1 presenta la situación a escala. La página 3 solicita en primer lugar que los estudiantes arrastren del punto X del *applet* 1, visualizando así distintas trayectorias de la hormiga con punto de paso sobre la arista *BC*. Esta página pretende romper con la idea inicial detectada en las consecuencias *ExpIni_c* y *ConsC1_6* relativa a que *“la ruta más corta es por las aristas del paralelepípedo”*- o, *“la ruta más corta es $A \rightarrow C \rightarrow F$ (diagonal-arista)”*. Junto con el *applet* 1 y ocultas hasta que no esté situado el cursor sobre ellas, dos preguntas directas:

- P.5 ¿Qué observáis?
- P.6 ¿Cuál crees que es la trayectoria más corta? ¿Por qué?

Dichas preguntas pretenden abordar la consecuencia ConsC1_10 y que los estudiantes contrasten su opinión tras el arrastre del punto X con la realizada al responder las preguntas de la página 2.

La página 3 contiene tres enlaces con los rótulos “subir” (enlace a la página 2), “bajar” (enlace a la página 4) e “ir a enunciado” (enlace a la página 1).

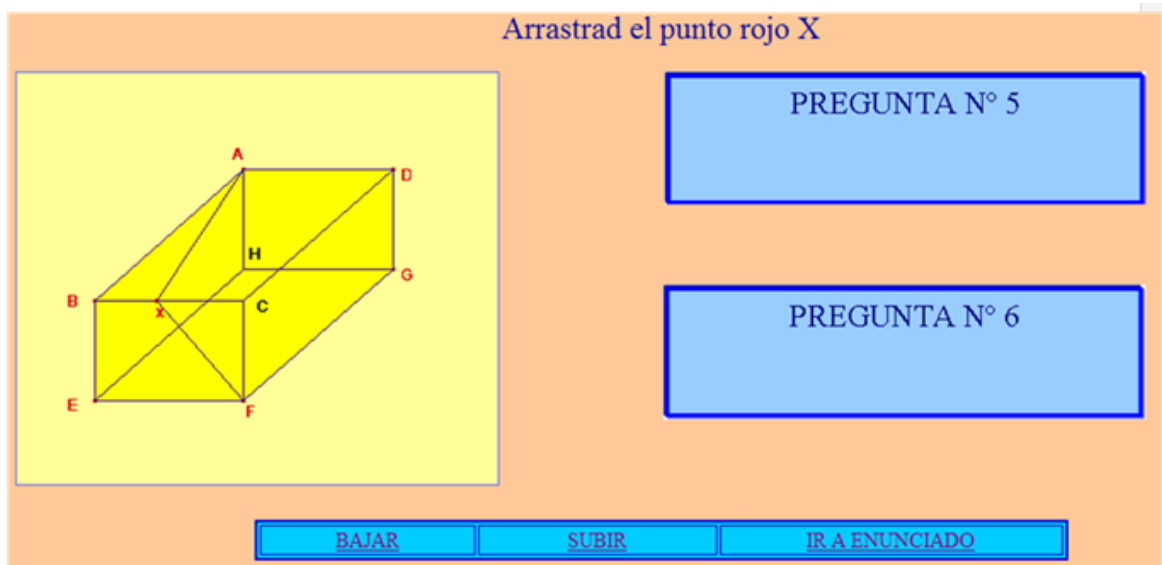


Figura IV- 32. Página 3, prototipo nº 2 de la i-actividad

Página 4. Diseñada para trabajar el estadio de planificación. La página contiene dos preguntas, una oración imperativa, un botón de enlace y tres enlaces (Figura IV-33).

Motivado por la consecuencia ConsC1_5, modifiqué esta página de la i-actividad con el objeto de fomentar la reflexión y el tránsito por el estadio de planificación. La oración imperativa pretende que los estudiantes hagan explícita la información de la que disponen en ese momento, obligándolos a realizar una revisión retrospectiva de su proceso de resolución. La pregunta pretende que los estudiantes hagan explícito un plan de resolución, en caso de disponer de él. Esta página también aborda la consecuencia ConsC1_10. Los enunciados son:

- P.7 Haced un resumen de la información que tenéis hasta ahora.
- P.8 ¿Por dónde debéis empezar a resolver el problema?

La página 4 contiene tres enlaces con los rótulos “subir” (enlace a la página 3), “bajar” (enlace a la página 6) e “ir a enunciado” (enlace a la página 1).

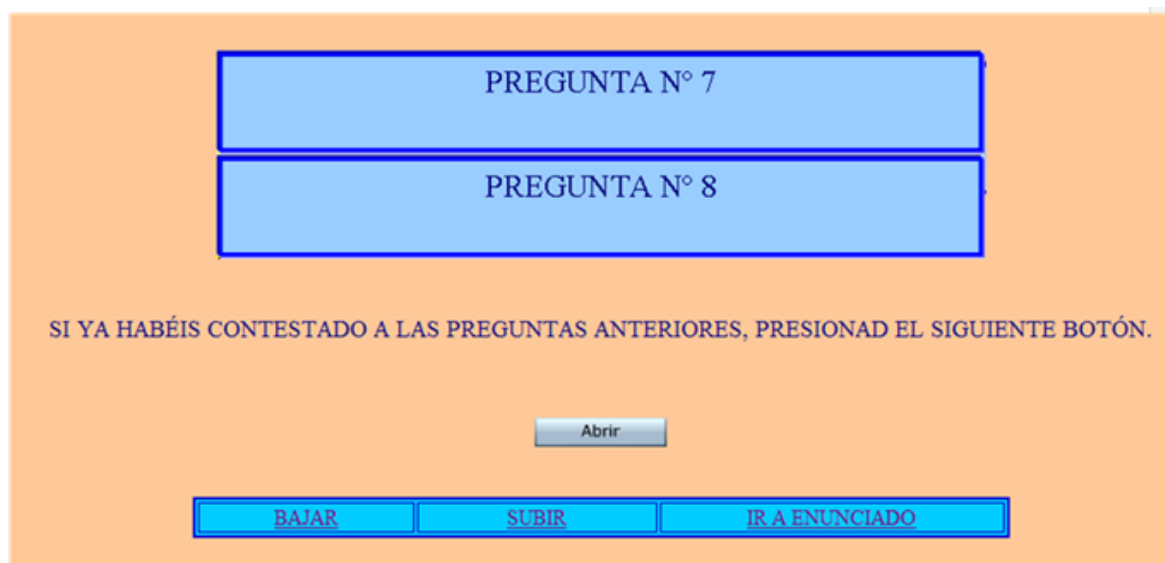


Figura IV- 33. Página 4, prototipo nº 2 de la i-actividad

Página 5. Diseñada para trabajar acciones cognitivas y metacognitivas relacionadas con los estadios de exploración y planificación. La página contiene una oración imperativa, un nuevo *applet* y un enlace (Figura IV-34)

Motivado por la consecuencia ConsC1_6 y ConsC1_11, introduzco esta nueva página en la i-actividad que incorpora un nuevo *applet*. El *applet* 3 permite la comparación dinámica, a través de un gráfico de distancias, de las rutas que pasan por la arista *BC* respecto de las rutas que lo hacen por la arista *DC*. Decido situar la página antes que aquella que muestra la estrategia del desarrollo plano con objeto de que los estudiantes visualizaran otras rutas alternativas a la que pasa por la arista *BC*. Además, la incorporación de esta página dota a la i-actividad de mayor capacidad de influencia de la interactividad y por tanto, de la aparición de posibles *insight* (ConsC1_8).

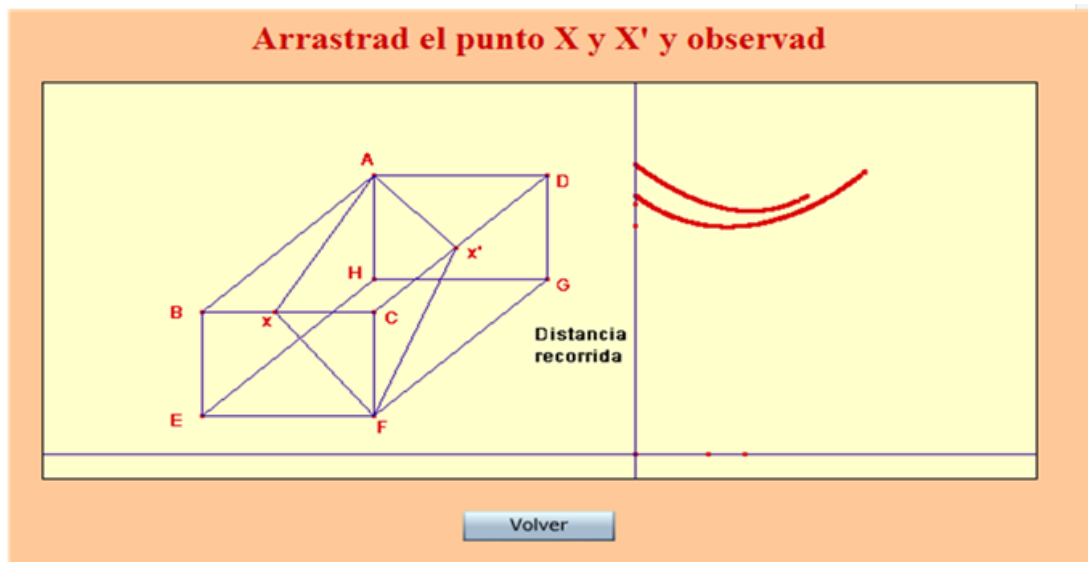


Figura IV- 34. Página 5, prototipo nº 2 de la i-actividad

Esta página solo tiene un botón con el rótulo “volver” (enlace a la página 4)

Página 6. Diseñada para trabajar el estadio de exploración. La página contiene dos preguntas, una oración imperativa, tres enlaces y el *applet* 2 (Figura IV-35).

La página 6 es la equivalente a la página 3 del prototipo del ciclo 1. Al ser la página que muestra una posible estrategia de resolución, modifiqué el enunciado de los textos respecto del primer diseño. En primer lugar, la oración imperativa solicita la activación y presión de los botones direccionales del *applet* 2. Tras ello, propongo dos preguntas cuyas respuestas pondrán de manifiesto el grado de comprensión de lo observado así como el efecto que esta información tiene en el plan de resolución (ConsC1_8). Las preguntas fueron:

- P.9 ¿Qué observáis?
- P.10 ¿Podéis resolver el problema?

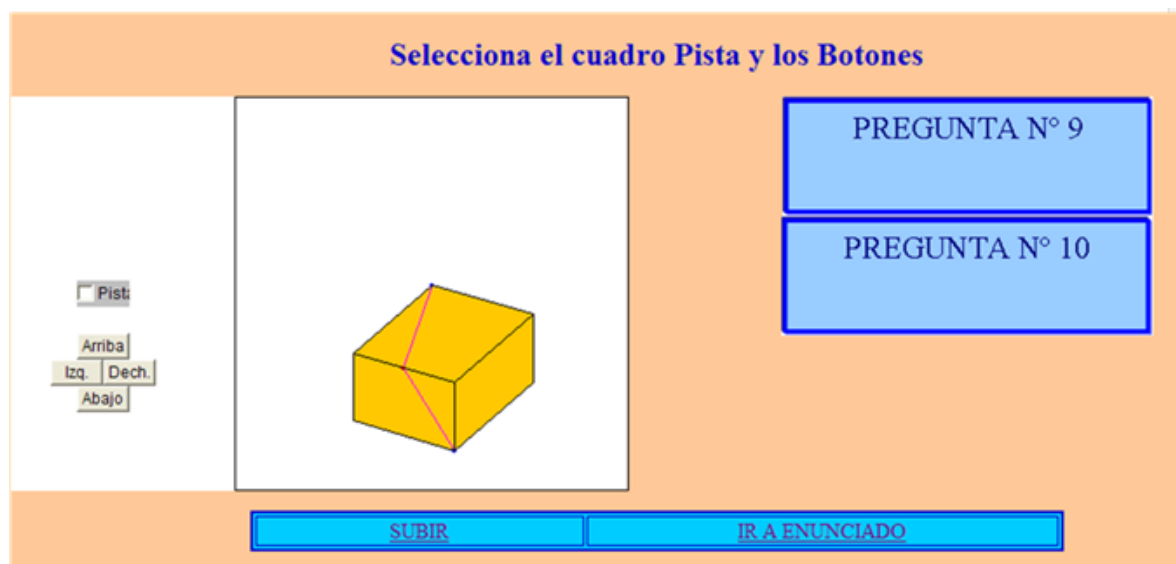


Figura IV- 35. Página 6, prototipo n° 2 de la i-actividad

Esta página presenta dos enlaces, uno con el rótulo “subir” (enlace con la página 4) y otro con el rótulo “ir a enunciado” (enlace con la página 1).

IV.2.3.4. Análisis y discusión

A continuación, presento el análisis y discusión del segundo prototipo de i-actividad y el comportamiento resolutor de los sujetos. Basado en un análisis cualitativo a través del visionado de los videos, la transcripción y las anotaciones de los investigadores del proceso de resolución de los sujetos, organizo el discurso utilizando las consecuencias de la Experiencia Inicial y del ciclo 1, dando origen a un conjunto nuevo de consecuencias con las que rediseñar la i-actividad.

En cuanto a la consecuencia ExpIni_b relativo a la utilización de Cabri, de las 5 parejas participante en el ciclo 2, solo la pareja 1 resuelve el problema utilizando Cabri. Las otras cuatro parejas intentan utilizarlo sin éxito en algún momento. La pareja 3 intenta construir un modelo-esquema en perspectiva sobre Cabri y, aunque el procedimiento de arrastre de un punto situado sobre la arista BC es adecuado, incurren en un error de medidas que no les permite resolver el problema (Figura IV- 36). Las parejas 4 y 5, una vez abierto Cabri, deciden que es más complicado hacer el modelo-esquema en dicho software y abandonan su utilización casi sin hacer nada. Por último, la pareja 2, directamente no utilizan Cabri.



Figura IV- 36. Ciclo 2, pareja 3, error modelo en Cabri

En cuanto a la consecuencia ExpIni_m, las intervenciones de los investigadores para cuestiones no técnicas son numerosas. Todo ello a pesar de disponer de un protocolo de observación que previamente habían acordado seguir (Anexo V).

En cuanto a la ExpIni_g desaparece. Los estudiantes utilizan libremente los recursos, y tras hacerlo, vuelven a la i-actividad sin apreciarse pérdida de tiempo. Igualmente ocurre con ExpIni_a, la cual pierde influencia al presentarse un modelo en el enunciado.

En cuanto a las consecuencias ExpIni_h, ExpIni_j, ExpIni_k y ExpIni_l, las cuales no son abordadas en el ciclo 1, diseño una parrilla de observación (Figura IV-37) que pretende recoger una visión global del proceso de resolución de las parejas. Persigo situar en un mismo gráfico el proceso de resolución de ambos estudiantes de tal forma que pueda relacionar lo acontecido con la influencia de la interactividad (Anexo VI). Dicha parrilla es presentada a discusión por investigadores externos en el IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), celebrado en Córdoba en el 2005 (Codina y Castro, 2005). En dicho simposio, también es presentada una primera versión del tercer prototipo de la i-actividad.

A pesar de que el diseño de la parrilla permite situar en un mismo gráfico el desempeño de ambos sujetos (ExpIni_h), reduzco la unidad de tiempo a 30 segundos (ExpIni_j), e identifico los momentos de *insight* (ExpIni_k), no permite registrar el grado e intensidad de la influencia de la interactividad, distinguir dicha la influencia por estudiantes ni cuánto tiempo abarca (ExpIni_l).

			1	2	3	4	5	6	7
LECTURA	A1		A	A	A	A			
	Interacción								
	A2		A	A	A	A			
Interactividad	A1								
	A2								
ANÁLISIS	A1				Δ				
	Interacción								
	A2				A	A			⊙
Interactividad	A1								
	A2				R				
EXPLORACIÓN	A1					X	☺		
	Interacción								
	A2								
Interactividad	A1								
	A2								

Figura IV- 37. Ejemplo de parrilla de observación inicial

En cuanto a la consecuencia ConsC1_1, rediseño la i-actividad introduciendo una nueva página (página 2), detecto que los estudiantes ahora ponen en juego estrategias metacognitivas de control del progreso y realizan una revisión retrospectiva de lo realizado al contestar a las preguntas de la página 2. La información sugiere que el rediseño y formulación de las preguntas es acertado.

En cuanto a la consecuencia ConsC1_2, la situación de la cámara de video permite el registro de los gestos. Mantengo cierta pérdida de información debido a la realización de zoom sobre la proyección del ordenador para capturar con detalle las acciones sobre la i-actividad, perdiendo la visual de los estudiantes.

En el Extracto-12 muestro un ejemplo de gesto con la mano y pertenece a la pareja 4. El sujeto A8C2 realiza un gesto con la intención de otorgar mayor fuerza a su argumento respecto a la ruta que pasa por las diagonales. A la vez, con dicho gesto, el estudiante pretende que la compañera valide su propuesta (Extracto-12 y Figura IV-38).

Extracto 12. Ciclo 2, pareja 4, gestos

A8C2. Bueno, ¿cómo sabemos la distancia desde A hasta C, o desde H hasta F?

A8C2. Eso no es lo que tenemos que calcular (Señala con el ratón la diagonal AC), con la de AB y de B a C, son la diagonales (Realiza gesto circular con el dedo de la mano).

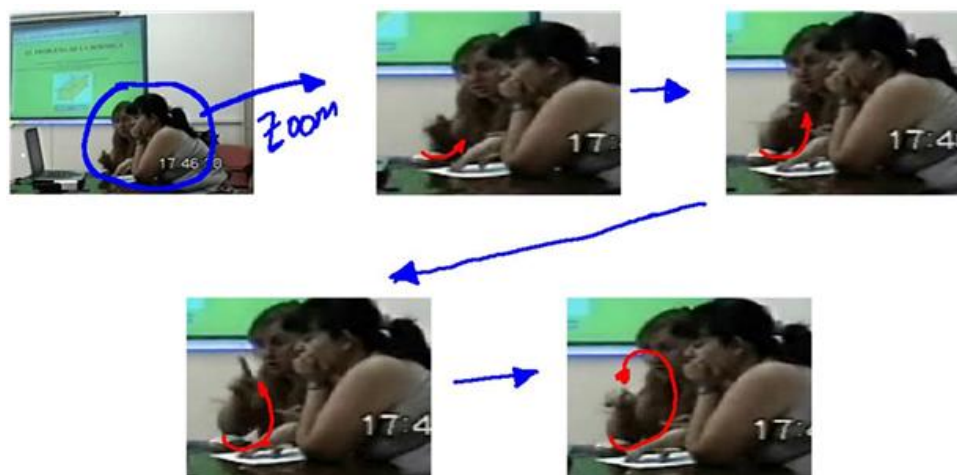


Figura IV- 38. Ciclo 2, pareja 4, gestos

En cuanto a la consecuencia ConsC1_3, no fue detectada al modificar los términos “mosca” y “sin alas”, por una “hormiga” y, añadiendo “por las paredes” en el enunciado de la página 1. Ello provoca que en este ciclo 2, los estudiantes no consideren rutas directas entre A y F , atravesando la habitación.

En cuanto a la consecuencia ConsC1_4, la inclusión de la página 2 en la i-actividad permite a los estudiantes centrar sus esfuerzos en el estadio de análisis a la vez que registrar el grado de comprensión del enunciado.

El Extracto IV-13, Extracto IV-14 y Extracto IV-15, muestran como las parejas no consideran rutas directas y ejemplifican el tránsito por el estadio de análisis durante la visualización de la página 2. Pertenecen respectivamente a la pareja 4, 2 y 3.

Extracto 13. Ciclo 2, pareja 4, influencia hormiga

(Bajan a la página 2) A8C2. ¿Cuáles son los datos del problema?

(Suben a la página 1) A8C2. Los datos del problema sería la distancia entre los, entre los puntos, AB igual a cuatro metros, BC tres metros, BE dos metros y que te está diciendo que la hormiga parte del vértice A (Realiza Figura IV-39).

A7C2. Y llega hasta el F.

A8C2. Y llega hasta el F y te dice que A y F son dos vértices de la, de la habitación, ¿no?, ¿Esos son todos los datos?

(Bajan a la página 2) A8C2. ¿Qué condición o condiciones presenta el problema?

(Sube a la página 1) A8C2. Que tiene pasar por las paredes, sería una de las condiciones, desplazándose por las paredes.

A7C2. Y que sea la menor distancia, que sea la menor distancia.

A8C2. Y que se parte de A y se termina en F, ¿no?

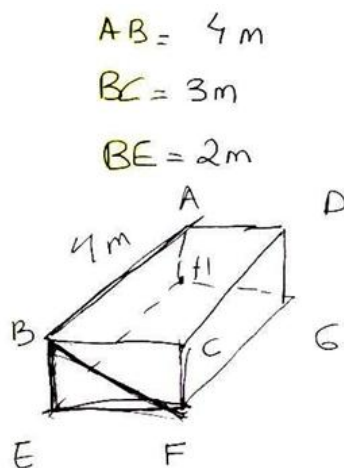


Figura IV- 39. Ciclo 2, pareja 4, datos y primera ruta

Extracto 14. Ciclo 2, pareja 2, influencia hormiga

A4C2. ¿Tenéis alguna idea que os pueda ser útil para resolver el problema? (Lectura de la pregunta nº 4. El sujeto toma el bolígrafo y hace una mueca, mientras A3C2 se acerca a la hoja en la que escribe su compañera A4C2 el dibujo 1, suspira y pasa el bolígrafo por encima del dibujo 1 buscando alguna idea nueva, marca alguna trayectoria por encima. Pausa de reflexión de 13 segundos).

A3C2. Puede pasar por esta esquina y luego tirar para abajo (a la vez señala la trayectoria con el dedo sobre el dibujo 1).

A4C2. Pero tiene, tiene que pasar por, um,..., que no puede pasar en la diagonal, tiene que ser por los puntos, por las esquinas, ¿o puede ser por donde yo quiera?

A3C2. Ah!, Una hormiga puede pasar por donde quiera (A3C2 mueve las manos con un gesto que denota evidencia, mira la pantalla y las anotaciones escritas buscando nueva información y moviendo las manos como diciendo que es evidente y buscando nuevas ideas. Mientras A4C2 señala con el bolígrafo por encima del dibujo 1 la ruta AC-CF. Se produce un silencio de 10 segundos).

A3C2. ¿Así no hace más no? (A3C2 señala con los dedos la ruta AB-BF como respuesta a la ruta AC-CF que realiza A4C2).

A4C2. Esto ya tendríamos que probar con,...

Extracto 15. Ciclo 2, pareja 3, influencia hormiga

A5C2. De aquí a aquí son tres y de,..., aquí a aquí son dos, ¿no? (Señala con el dedo sobre la pantalla del ordenador), ¡¡¡je, je, je!!!

A6C2. Ya, eso pone ahí, ¡¡¡je, je, je!!!

A5C2. Ya para saber los que son, ... , los metros que ahí. El camino que debe seguir la hormiga desplazándose por las paredes para recorrer, la menor distancia si desea llegar al punto F.

A6C2. La hormiga está ahí (Señala con el puntero el vértice A).

A5C2. Si, está ahí.

A6C2. Se tiene que desplazar por las paredes.

A6C2. De aquí a aquí cuatro, tres y dos (Señalando con el dedo sobre la pantalla del ordenador los segmentos).

En el Extracto-16, perteneciente a la pareja 3, muestro un ejemplo del tránsito por el estadio de análisis y, constantemente, vuelven a la página 1 con la intención de comprender mejor el enunciado y dar cumplida respuesta a las preguntas.

Extracto 16. Ciclo 2, pareja 3, estadio de análisis

A5. *¿Qué se pretende obtener?, pues que la hormiga recorre,..., o sea que baje hasta el punto F, que vaya hacia el punto F en la menor distancia.*

A6. *En la menor distancia.*

A5. *¿Hay que escribir eso?*

Observador. *No hace falta, como lo estamos grabando también.*

A5. *Vale.*

A6. *¿Cuáles son los datos del problema?*

A5. *Los datos del problema. Vuelve otra vez (A6 maneja el ratón y vuelve a la página 1 “enunciado”, se quedan mirando la pantalla 3 segundos).*

A5. *Los datos que nos dan, las dimensiones de la caja. A y B cuatro, B y C tres y B y D dos, ¿no?*

A6. *Si.*

A6. *La hormiga está en el vértice A y tiene que ir al F (Vuelven a bajar a la página 2, preguntas).*

A5. *Condiciones que presenta el problema. Que los haga en el menor, en la menor distancia posible, ¿no? Ahora mira a ver si hay otra condición,... ¿vale? (Vuelven hacia atrás para leer el problema y ver si hay alguna otra condición).*

A6. *A ver.*

A6. *Y que se desplaza por las paredes.*

A5. *Que se desplaza por las paredes (asintiendo con la cabeza).*

A6. *Si (Vuelven a bajar a la página 2 “preguntas”).*

A5. *La cuarta, ¿tienes alguna idea que os pueda ser útil para resolver el problema? (Vuelven a subir al enunciado).*

A5. *Alguna idea (Observan la pantalla durante 7 segundos).*

A6. *Calcular, utilizar la distancia. O sea, pues,... utilizar Cabri,... para ir haciendo,... para calcular distancias para ver cuál es la menor.*

En cuanto a la consecuencia ConsC1_5, la inclusión de la página 2 en la i-actividad y la pregunta nº 4, junto con la nueva redacción de la pregunta nº 8 de la página 4, permite a los estudiantes explicitar un plan de resolución con mayor nivel de reflexión.

En el Extracto-17 y el Extracto-18, perteneciente ambos a la pareja 1, muestro como los estudiantes reflexionan sobre el plan de resolución. El Extracto-17 sucede a raíz de la lectura de la pregunta nº 4 de la página 2, mientras que el Extracto-18 sucede justo cuando A2C2 empieza a leer el enunciado de la pregunta nº 8 de la página 4:

Extracto 17. Ciclo 1, pareja 1, plan de resolución (1)

A1. ¿Tenéis alguna idea que os pueda ser útil para resolver el problema? Pues calcular estos dos. Este trozo y este de aquí, es la hipotenusa esa (Señala con el bolígrafo sobre la pantalla los segmentos del triángulo ABC, ver Figura IV-40).



Figura IV- 40. Ciclo 2, pareja 1, gesto de trayectoria

Extracto 18. Ciclo 1, pareja 1, plan de resolución (2)

A2. Teorema de Pitágoras (A2 escribe en la hoja “4. Pitágoras”).
 A2. ¿Por dónde debéis empezar a resolver el problema? Pues hallar, hallar lo de la hipotenusa, ¿no?, lo de las diagonales.
 A1. Claro, si, la cosa del problema es para hallar la diagonal, haciendo la fórmula del triángulo de Pitágoras, tenemos dos catetos y nos falta hallar lo otro (Mientras A2 escribe en el papel: “Hallando las diagonales a partir de Pitágoras”).
 A2. Si (Pasan a la siguiente página).

En cuanto a la consecuencia ConsC1_6, la actuación de los estudiantes sugiere que la introducción de la nueva página 5, que contiene el *applet* 3, y su disposición en el diseño de la i-actividad, fomenta, a diferencia de lo acontecido en el ciclo 1, la consideración por parte de los estudiantes de rutas “laterales” y por el “fondo”. Las parejas 2 y 4 obtienen la ruta óptima por la arista *CD* y, la pareja 1 aun detectando la existencia de rutas por la arista *CD*, tras calcular la ruta óptima por *BD*, no la calculan (Extracto-19).

Extracto 19. Ciclo 1, pareja 1, obviar rutas laterales

A1C1. Yo no lo entiendo bien, pero lo que hay ahí, pero ese recorrido, pero no sé cuál es la distancia que puede hacer eso (Refiriéndose al recorrido que pasa por *X'*), es que no la sé [Figura IV-41].

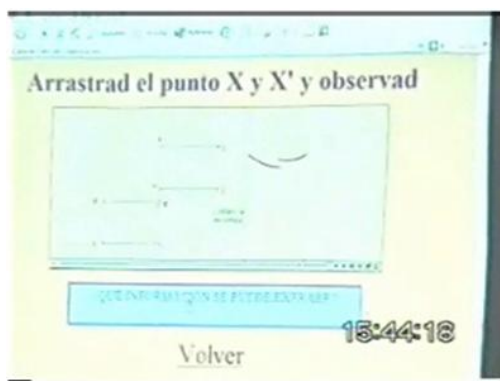


Figura IV- 41. Ciclo 2, pareja 1, interactividad *applet 3*

A2C2. *Pregunta 9, qué información se puede extraer. ... lo que pasa aquí...*

A1C2. *Lo que pasa aquí que por todos los lados, hace más recorrido, pero bueno, ..., pero.*

A2C2. *¿Pero qué? ... je, je, ... qué información se puede extraer (Es la tercera vez que A2C2 lee el enunciado de la pregunta).*

A2C2. *Que por los puntos X, X', podemos ver el recorrido que hace menos (Señala la pantalla del ordenador la gráfica).*

A1C2. *Si pero como nos muestra recorrido pero no dice metros ni dice nada, yo no, ..., si pero claro.*

Observador. *Eso, ¿lo podéis relacionar con lo que vosotros habéis visto antes?*

A1C1. *Puede ser, que puede ser otro camino, que no sé la medida de la distancia, puede ser menor que el que nosotros teníamos, pero que no lo sé, que me da otro camino que podría ser.*

[Transcurrido un periodo de tiempo y ya en la página 6].

A2C2. *Ahora seleccionar el cuadro pista y los botones. ¿La pista es esto de aquí? (Sitúa el curso sobre el cuadro pista).*

Observador. *Um, Um, lo que no se ve entero es la pista, donde aparece pista*

(A2C2 presiona el botón de pista y se abre la caja, después lo deselecciona y al tapa se baja, Figura IV-42).

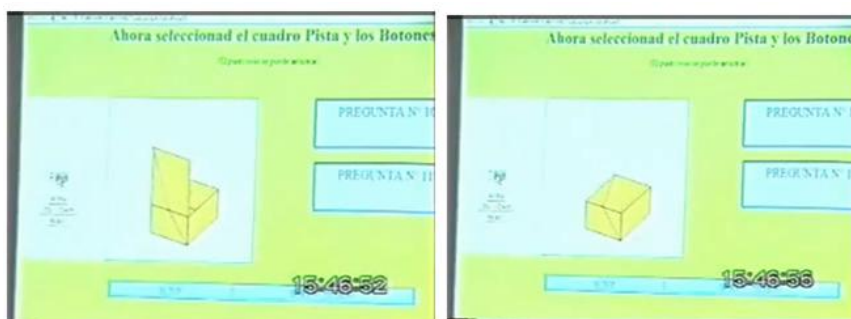


Figura IV- 42. Ciclo 2, pareja 2, interactividad *applet 2*

Observador. *Y con los botones se mueve de derecha a izquierda, para arriba y para abajo (A2C2 selecciona pista, vuelve a levantar la tapa).*

A2C2. *¿Qué información da la pista? (Mientras va girando la caja y poniéndola cada vez más frontal).*

A1C2. *Que si fuera la diagonal.*

A2C2. *Que si fuera recta (Hablan a la vez, A1 arrastra buscando ponerla recta y que salga la diagonal, Figura IV-43).*

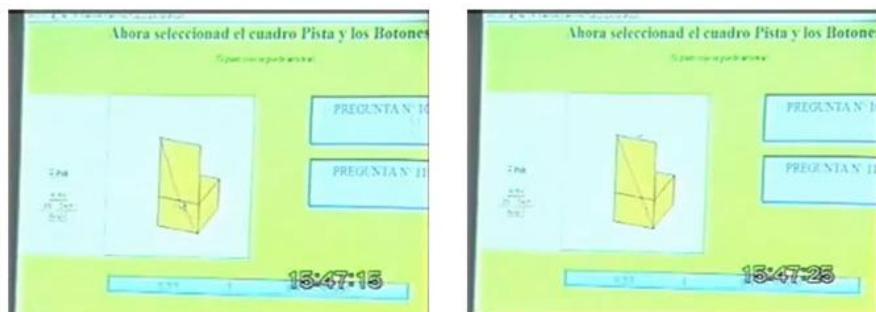


Figura IV- 43. Ciclo 2, pareja 1, interactividad *applet 2_2*

A1C2. *Que fuera menor desgraciadamente, ese sería el rectángulo que hay ahí, por este de ahí (Sitúa el punto rojo de tal forma que se ve recto en la diagonal).*

A2C2. *Se ve bien.*

A1C2. *El rectángulo que hemos dicho antes.*

A1C2. *Pues que nos hemos equivocado (Justo después de bajar nuevamente la tapa pero ahora con el punto rojo situado de tal forma que al estar levantada es la línea recta, Figura IV-44).*



Figura IV- 44. Ciclo 2, pareja 1, interactividad con *applet 2_3*

(Más adelante se disponen a realizar el rectángulo con Cabri obteniendo la ruta óptima por la arista BC Figura IV-45. Aun así no les cuadra el resultado puesto que previamente habían calculado la ruta AC-CF y habían obtenido un valor de 5.6, que es menor que la ofrecida por Cabri. Los alumnos se pierden y no saben explicar este resultado. A la vista de ello y viendo que no progresan, el observador solicita que revisen las cuentas).

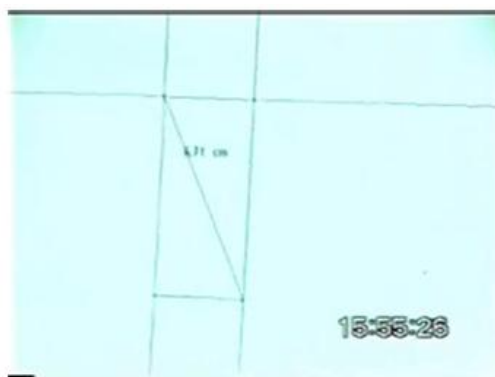


Figura IV- 45. Ciclo 2, pareja 2, modelo en Cabri-Geomètré

A2C2. Esto vale cuatro, ahí va el fallo, este vale 4, la base mide 3 y, este lado mide cuatro centímetros, yo he puesto 2, entonces.

A1C2. Dieciséis.

A2C2. Claro, son.

A1C2. Dieciséis más nueve.

A2C2. Dieciséis más nueve.

A2C2. Raíz cuadrada de veinticinco que son cinco.

A1C2. Sale menos que antes, ¿no?

A2C2. A ver, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15, me llevo una, 25, y cinco por cinco 25, raíz de eso, cinco, ah!!! Espérate, más los dos centímetros son 7!!! (Figura IV-46).

A1C2. A ver que me estás liando a mí.

A1C2. Cabri está bien, eso si es así.

A2C2. Je, je, ..., da siete y esta nos da seis con sesenta y siete, ahora ya está bien.

A1C2. Entonces ya lo hemos resuelto.

Observador. Entonces, ¿ya está?

A2C2. Si.

Observador. ¿Cuál es la solución entonces?

A1C2. 6,71 metros (Emiten esta solución y la dan por concluido la resolución del problema).

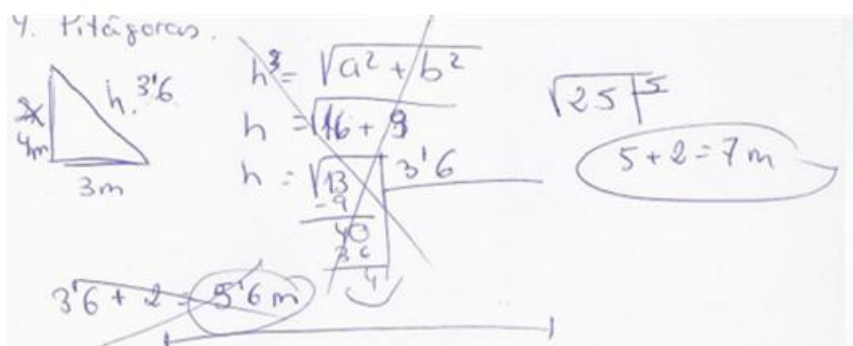


Figura IV- 46. Ciclo 2, pareja 1, operaciones

En cuanto a la consecuencia ConsC1_7, la ocultación del texto de las preguntas hasta que es situado el cursor sobre las mismas minimiza el impulso de los estudiantes de contestar rápidamente a dichas preguntas. La introducción de este elemento de

interactividad propicia primero, que los estudiantes centren su atención en las instrucciones iniciales visibles de cada página, y después, una vez realizada las acciones de las instrucciones iniciales, revisen los enunciados de las preguntas e intenten responderlas.

En cuanto a la consecuencia ConsC1_8, sigue ocurriendo.

En el Extracto-20 y Extracto-21, muestro ejemplos de aparición de *insight* y acciones de control debido a la influencia de la interactividad. El Extracto-20, perteneciente a la pareja 2, ocurre cuando están interactuando con el *applet* 2. El Extracto-21, perteneciente a la pareja 4, ocurre mientras interactúan con el *applet* 3.

Extracto 20. Ciclo 2, pareja 2, insight

A4C2. Yo es que no sé qué es lo que quiere decir esta pista.

A3C2. Si eso es, pues de eso se trata (Mueve el punto rojo de la caja de un lado para el otro, al final lo deja en la posición en la que se observa la trayectoria como una línea recta con la caja abierta Figura IV-47).

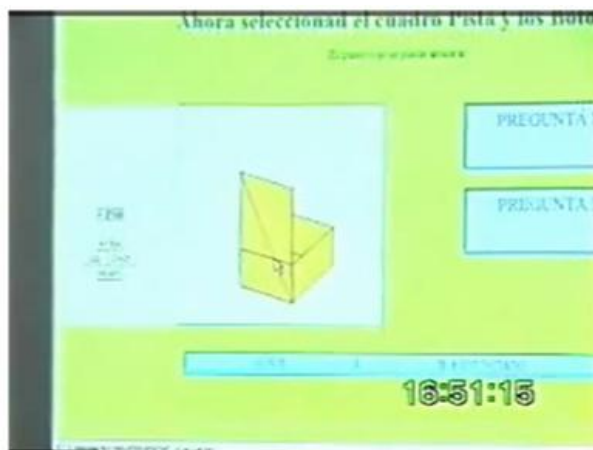


Figura IV- 47. Ciclo 2, pareja 2, interactividad con *applet* n° 2

A3C2. Entonces esto sería, como si fuese una habitación, esto sería los vértices de la habitación (Señalando con el dedo en la pantalla).

A4C2. Esta es la caja, este sería el punto A y este sería el punto F (Señalando con el ratón sobre la caja).

A3C2. Ya, ya, ya, si lo sé.

A4C2. Y la menor distancia debe de estar por aquí más o menos.

A3C2. Sería la recta, ¿cuál es la distancia mínima entre un punto y otro? La recta (leves risas), ¿no?, tiene que ser eso (Pidiendo confirmación).

Observador. ¿Y eso, entonces? (Refiriéndose a la imagen que hay en el ordenador de la línea recta entre A y F con la caja abierta).

A3C2. Eso es la diagonal de todo entero, ¡jhállala!!

A4C2. ¿Y cómo se hace esto?

A3C2. Midiendo la distancia real a la que está.

A4C2. Porque es que yo... (Indica que no sabe cómo hacerlo y coge las hojas).

A3C2. Súmale, si esto media, ¿cuánto medía esto? (señalando con el dedo la pantalla).

A4C2. Esto mide cuatro (Mirando la hoja donde tiene anotados los datos).

A3C2. Cuatro, pues cuatro más este trozo que valía dos ¿no?

A4C2. Seis (Realiza la Figura IV-48).

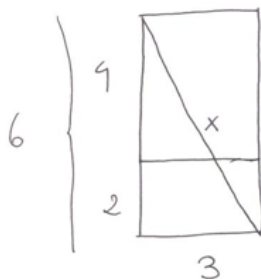


Figura IV- 48. Ciclo 2, pareja 2, modelo-esquema

Extracto 21. Ciclo 2, pareja 4, insight

A8C2. Los dos puntos, los dos puntos de la X, la trayectoria que va haciendo desde, en el segmento, la para, ¡ah, mira!, desde donde, la parábola que hace de la trayectoria, hace la parábola, entonces aquí es donde se ve el punto más corto (Figura IV-49).



Figura IV- 49. Ciclo 2, pareja 4, insight

En cuanto a la consecuencia ConsC1_9, la confirmo. Aunque solamente dos de las parejas consiguen resolver el problema con éxito, las otras tres están cerca de conseguirlo. Esto es así puesto que la consecuencia ExpIni_c respecto a la variabilidad de rutas la minimizo. Las parejas, antes o después, consideran la existencia de otras rutas debido a la influencia de la interactividad con los *applets*.

En el Extracto-22, perteneciente a la pareja 2, y en el Extracto-23, perteneciente a la pareja 5, muestro cómo los estudiantes ponen en juego la idea de variabilidad de rutas al realizar un razonamiento por aproximación sucesiva para obtener la ruta óptima. Además, el Extracto-23 refleja a su vez la utilización del modelo físico a escala y cómo, a pesar de que la pareja 5 acuerdan que la trayectoria tiene que estar próxima al vértice C , calculan la trayectoria, utilizando el desarrollo plano del paralelepípedo, con punto de paso por BC a 1 metro de C , obviando lo obtenido previamente. Además, transcurrido un tiempo y situando en el *applet* 2 la trayectoria “recta” con la “caja abierta”, no consideran necesario obtener dicha trayectoria sobre el triángulo AEF .

Extracto 22. Ciclo 2, pareja 2, variabilidad

A4C2. *¡Pero aquí no se puede poner la medida!, tenemos que hacerlo en Cabri, sino no se cual es más corto porque si no sé lo que mide puede ser este, este, este y este (Señala moviendo con el ratón diversas trayectorias, risas bajas).*

Extracto 23. Ciclo 2, pareja 5, insight

A9C2. *Pues que la distancia más corta que hemos observado o lo que hemos visto es de A a C y de C a F, y de C a F,..., pero claro, puede ser que pudiera ser más corta por ahí, por algún punto en medio (Breve silencio).*

A9C2. *Pues entonces ahora tendríamos que hallar la mitad de,..., del punto medio, otra vez (Señala la pantalla del ordenador y el gesto de la cara es como de repetición, a continuación mira a A10C2 y al profesor buscando su aprobación,... transcurre un pequeño periodo de tiempo en el que discuten como calcular la trayectoria).*

A9C2. *Teniendo la distancia de A al punto X y del X al punto F, y sumando esas distancias, sabemos cuál es la más corta, es lo que hicimos en Cabri*

A10C2. *Si por el punto medio de,... (Arrastra el punto rojo y lo sitúa por en medio, Figura IV-50).*

A9C2. *Vale.*

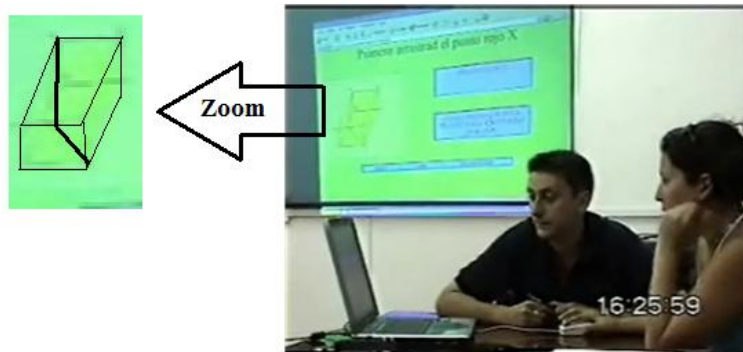


Figura IV- 50. Ciclo 2, pareja 5, idea de ruta

(... transcurre un pequeño periodo de tiempo).

A9C2. Lo podemos calcular (Haciendo referencia a obtener las medidas de AX y XF).

A10C2. Claro, se tiene que hacer el rectángulo completo, poner las medidas, el punto medio y eso [señala con gesto de la mano la trayectoria]

(... transcurre un pequeño periodo de tiempo).

A9C2. Se supone que la medida más corta es más o menos así (Arrastra el punto rojo y lo sitúa muy próximo a C pero sin ser visualmente AX-XF recto).

A10C2. ¿Así, a ojo?

A9C2. Claro, se puede hacer como tú dices, ¿no? Poner las medidas, en Cabri, de A a X y de X a F, ¿no? (Buscando aprobación de la compañera).

A10C2. Si.

A9C2. No sé si, ... ¿así? (Mueve el punto rojo hasta que parece que es una recta que une el punto A con el F, esto parece confundirle Figura IV-51).

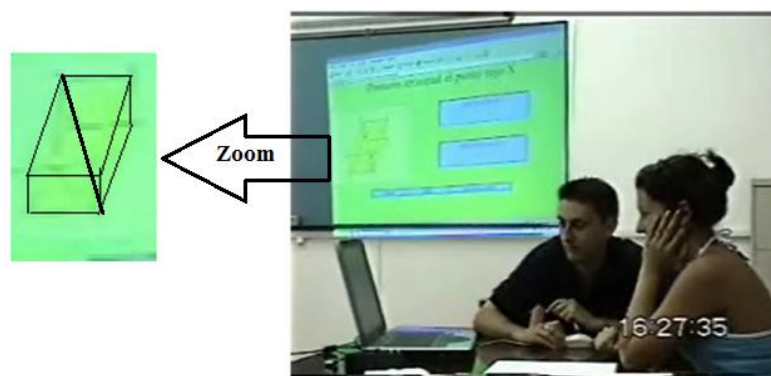


Figura IV- 51. Ciclo 2, pareja 5, ruta recta ACF

(Los sujetos continúan observando y discutiendo acerca de lo que parece confundir a A9C2, momento en el cual ponen el juego el modelo de corcho con la goma Figura IV-52).



Figura IV- 52. Ciclo 2, pareja 5, manipulación modelo corcho (1)

A9C2. Está en el punto F (Clava un alfiler sobre el vértice del modelo en corcho), tenemos que hacer desde aquí, aaa, aquí, ¿no? (Clava un alfiler sobre el otro vértice y sitúa la goma. A9C2 se queda mirando lo que hace la goma y mira a su compañera riéndose puesto que no pasa por el vértice C).

A10C2. Si tiene que ir de aquí a aquí, y esto es lo que me da la distancia más corta (Mueve la goma de un lado a otro simulando lo que ha realizado el applet nº 1).

A9C2. Ya pero se supone que la, debería de ver la recta, ..., ¿qué dices tú?

A10C2. Yo digo que si se acerca más al punto C es más corta.

A9C2. Como eso.

A10C2. Cuando más se acerca (A9C2 toma el modelo, lo pone para que se vea frontal, pero finalmente lo deja, Figura IV-53).



Figura IV- 53. Ciclo 2, pareja 5, manipulación modelo corcho (2)

(Posteriormente se deciden a calcular la trayectoria cuyo punto de corte por BC se sitúa a 1 de C, calculan a través del teorema de Pitágoras el valor de AX y de XF obteniendo la ruta que buscan. Después de algunos cálculos, observan que la estrategia de aproximación sucesiva es larga. En el applet nº 3 observan la existencia de rutas distintas a las consideradas antes, las que pasan por BD así como que la más óptima no es por el centro, sino un poco más hacia el vértice C. La pareja “rompe” con el problema de la perspectiva -la línea recta- y con la estrategia de aproximación sucesiva. Aparece un momento de insight e influencia de la interactividad).

A9C2. Será, la línea, lo que..., conforme, la mayor distancia, ¡no mira!, empieza de más a menos digo yo que se supone que será eso, y luego va subiendo, va aumentando. (Mueve el punto X' del applet a la vez que habla).

A10C2. ¡¡Ah!!

A9C2. No ves que cuando hemos empezado desde el punto A a B era siete y pico, y luego hemos obtenido seis y algo y luego siete, que sube.

A10C2. ¡Si, si, si! Lo que la línea que, pues eso, que conforme va del punto, o sea.

A9C2. Sería la mayor, sería mayor menor distancia, conforme.

A10C2. Si está más arriba es que recorre más distancia y conforme la línea va más abajo, menos distancia y si sube, vuelve a subir la distancia (Señala la distancia, subiendo y bajando las manos a la vez que habla).

A9C2. Que hay más.

Observador. ¿Y eso que os indica?

A9C2. Pues que.

A10C2. Pues que la menor distancia estará entre medio...

A9C2. Está un poco más de la mitad para acá.

A10C2. Del segmento.

En cuanto a la consecuencia ConsC_10, el desempeño de las parejas mostró que en este ciclo los estudiantes sí intentan construir y mantener un espacio compartido del problema. Los extractos hasta ahora presentados son ejemplo de ello.

En el ciclo 2, como está siendo recurrente en las distintas experiencias y en el ciclo 1, la idea inicial de ruta óptima es aquella que pasa por alguna de las aristas del paralelepípedo, siendo la más común la ruta $A \rightarrow C \rightarrow F$.

El Extracto-24 muestra un ejemplo, perteneciente a la pareja 3.

Extracto 24. Ciclo 2, pareja 3, ruta ACF

A5. *¿Cuál creéis que es la trayectoria más corta y por qué? (Se quedan 7 segundos mirando la pantalla del ordenador).*

A6. *Del A al F, y después al C, o sea, del A al C y después del C al F.*

IV.2.3.5. Análisis retrospectivo

Para el análisis retrospectivo del ciclo 2 sigo una doble estrategia. Por un lado, realizo un primer análisis presentado en el IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Codina y Castro, 2005). Por el otro, tras los comentarios y sugerencias de los investigadores externos, reviso el análisis y extraigo las consecuencias. Esta doble estrategia permite: (a) introducir elementos de validez al trabajo, (b) compartir y confrontar la investigación con colegas que desconocen el trabajo y (c) contrastar sus comentarios y propuestas de mejora en relación con las que previamente he obtenido, centrándome en el plan metodológico y en el diseño del siguiente prototipo de la i-actividad.

De este proceso extraigo las siguientes consecuencias que he codificado como ConsC2_X (Cons =consecuencia, C2=ciclo 2, X=indicador numérico de la consecuencia):

Los estudiantes cuando interactuaban con el *applet* 3 sienten confusión y bloqueo debido a que Aun no disponen de un plan de resolución asentado.

ConsC2_1. La disposición de la página 5 en la i-actividad bloquea el avance en el proceso de resolución.

La página 5 solo contiene un enlace a la página 4 a diferencia de las demás páginas que contienen tres enlaces (a la página anterior, a la página posterior y al enunciado). La carencia de dichos enlaces obstaculiza la realización de acciones de control como volver al enunciado.

ConsC2_2. Carencia en la página 5 de enlaces.

Los estudiantes no prestan atención a los textos que no son preguntas directas o imperativas.

ConsC2_3. Los textos no imperativos o preguntas indirectas pasan más inadvertidos.

La ubicación de la página 5 y 6, así como los textos de las preguntas no permiten a los estudiantes detectar la existencia de rutas alternativas.

ConsC2_4. Ubicación y textos inadecuados de las páginas 5 y 6. Falta de fomento de la existencia de rutas alternativas.

Los estudiantes persisten las ideas iniciales de rutas por los vértices y/o la que pasa por la arista BC como rutas óptimas.

ConsC2_5. Persisten ideas iniciales de las rutas por los vértices y por la arista BC .

La pregunta nº 6 (¿Cuál creéis que es la trayectoria más corta? ¿Por qué?) de la página 3, propicia que los estudiantes comiencen la resolución del problema sobre la base de sus respuestas a las preguntas nº 4 y 5 (¿Tenéis ya una idea de cuál es el camino más corto?; ¿Qué observáis?). Ello provoca que las preguntas de la página 4 sean redundantes, especialmente la pregunta nº 8 (¿Por dónde debéis empezar a resolver el problema?).

ConsC2_6. Redundancia en el contenido de las preguntas.

ConsC2_7. La consecuencia ExpIni_i no es abordada.

No tengo en consideración el empleo de la parrilla de observación por la operatividad y complejidad del proceso de codificación, por la dificultad para distinguir el tipo de interactividad, y por la dificultad de registrar el grado de influencia en el proceso de resolución de la parrilla de observación. La decisión parte de considerar las

aportaciones-sugerencias recabadas de la presentación en el IX SEIEM y de un intento de registro del proceso de resolución de una pareja.

ConsC2_8. La parrilla de observación no es adecuada.

ExpIni_b no influye, aun mantengo lo detectado en el ciclo 1. La i-actividad permite abordar la resolución del problema sin la utilización de software de geometría dinámica y las construcciones de las parejas que lo usaron soportan la prueba del arrastre.

ConsC2_9. La i-actividad ayuda a la resolución del problema de la hormiga sin utilizar software de geometría dinámica.

ExpIni_m la mantengo, el número de intervenciones de los investigadores en aspectos no técnicos fue excesivo a pesar de contar con un protocolo de observación.

ConsC2_10. El entrenamiento de los investigadores para realizar una observación no participante es insuficiente.

Aunque la disposición de la cámara de video permite grabar a los estudiantes y la proyección de las acciones con la i-actividad, la realización de primeros planos conlleva pérdida de información visual.

ConsC2_11. Pérdida de información visual en las grabaciones de video.

IV.3. Ciclo 3

En el ciclo 3 implemento la versión definitiva de la i-actividad. La finalización de los informes narrativos de los Ciclos 1 y 2 actúan como antecedentes del diseño final de la i-actividad. Utilizo lo acontecido en el ciclo 3 para: (a) estudiar el tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas y validar el diseño (objetivo específico 1); (b) abordar parcialmente la descripción y análisis del proceso de resolución del problema de la hormiga en formato de i-actividad (objetivo específico 2); y (c) analizar los aspectos relacionados con la influencia de la interactividad en el proceso de resolución (objetivo específico 3).

Así, el informe narrativo del ciclo 3 presenta una estructura ligeramente diferente del empleado para los ciclos 1 y 2. Contiene en tres secciones: (a) marco de la investigación

observacional, (b) diseño observacional considerado y (c) con base en las fases del método observacional, concreción del diseño al estudio del ciclo 3. Esta tercera sección aborda tres de las cuatro fases de la investigación observacional:

- Fase I, planteamiento del problema. Establezco el contexto situacional, el espacio de desarrollo de la i-actividad y los medios técnicos empleados en la investigación;
- Fase II, recogida y optimización de datos. Concreto el instrumento de observación, el sistema de categorías propuesto, el proceso de codificación, el análisis de fiabilidad del registro de datos, y describo la muestra participante así como el diseño final de i-actividad;
- Fase III, análisis y discusión. Presento las modificaciones realizadas en la i-actividad que dan lugar a la versión final de la misma, valido el diseño y realizo un estudio de la influencia de la interactividad.

IV.3.1 Investigación observacional

La investigación observacional estudia y desarrolla tanto el método observacional como las técnicas observacionales. Este tipo de investigación puede definirse como:

Un procedimiento encaminado a articular una percepción deliberada de la realidad manifiesta con su adecuada interpretación, captando su significado, de forma que mediante un registro objetivo, sistemático y específico de la conducta generada de forma espontánea en el contexto indicado, y una vez se ha sometido a una adecuada codificación-análisis, nos proporcione resultados válidos dentro del marco específico de conocimientos en que se sitúa (Anguera, 1990, p. 128).

Como opción científica para el estudio del comportamiento humano, la investigación observacional está encuadrada dentro de las investigaciones de corte cualitativo y ha sido fuertemente impulsada desde los últimos 30 años. Las investigaciones observacionales “toman como objeto de estudio el comportamiento en el contexto donde aparece de manera natural, aunque ello suponga renunciar en algunos casos a

ejercer el control y el rigor que posibilitan las situaciones cuidadosamente diseñadas por el experimentador” (Coll, 1981, p. 114).

Como método tiene entidad suficiente para la obtención de conocimiento científico, ajustándose a la estructura esquemática del método general de la ciencia. Como técnica no es solo una estrategia de recogida de datos, sino una gama de elecciones en el sentido amplio de la palabra. De esta forma, el método es de carácter abierto y, marca el recorrido metodológico para la toma de decisiones en y durante la investigación. Mientras, las técnicas, actualizarán y dirigirán la aplicación de tales decisiones (Riba, 1993).

El ciclo 3 se encuadra bajo el perfil *observación de Laboratorio con intervención y/o intento de control*. Según Riba (1993) la observación de laboratorio mantiene suficientes rasgos esenciales que lo permiten encuadrarlo en la investigación observacional, aunque “se compromete a ciertos tipos de intervención activa, pero bajo la forma de consignas o instrucciones dadas directamente al sujeto o sujetos” (Riba, 1993, p. 88). En la Observación de Laboratorio, la situación o entorno artificial debe asemejarse al contexto natural de observación, procurando evitar, en lo máximo posible, un control restrictivo, de tal forma que no distorsione los observables a examinar. El enfoque ofrece la paradójica ventaja de minimizar efectos de reactividad aun a pesar de situar la observación en un entorno artificial. Dicho entorno o situación debe estructurarse a un nivel social marcado por los propios sujetos participantes y por la utilización de técnicas de observación oculta⁴⁷ que facilita que el observado olvide la presencia del observador (Riba, 1993). Así, el ciclo 3 está encuadrado bajo el perfil observación de Laboratorio con intervención y/o intento de control dado que: (a) el espacio de desarrollo es un seminario que imita, por un lado, el ambiente normal de aula y por el otro, el ambiente de trabajo virtual, (b) la intervención activa es realizada en forma de consignas o instrucciones dadas directamente a los estudiantes, (c) el observador está situado fuera del campo de visión de los estudiantes.

⁴⁷ Las técnicas de observación oculta son aquellas técnicas que permiten al investigador-observador visualizar las conductas u observables a analizar de los sujetos, sin que éstos vean al investigador.

IV.3.2. Diseño observacional

Cualquier diseño observacional se estructura en tres dimensiones esenciales: temporalidad, unidades de estudio y dimensionalidad. Ello genera $(2 \times 2 \times 2)$ ocho posibles diseños observacionales (Figura IV-54). La dimensión temporalidad puede ser secuencial o diacrónica (seguimiento) y puntual (carácter estático), las unidades de estudio pueden ser idiográfica (la unidad está formada por un sujeto, una diada o un grupo) o nomotética (las unidades son múltiples, sujetos, diadas o grupos), la dimensionalidad puede ser unidimensional (los niveles de respuesta forman una única modalidad de observables) o multidimensional (los niveles de respuesta son heterogéneos) (Anguera, 1993; Anguera, Blanco-Villaseñor, Hernández, y Losada, 2011; Anguera et al., 2000).

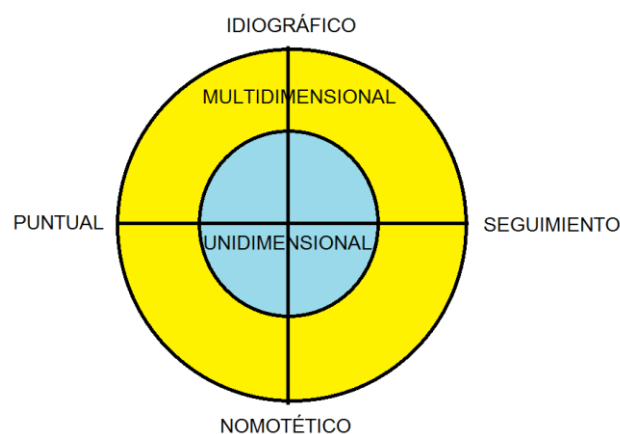


Figura IV- 54. Diseños observacionales

Por otro lado, cualquiera de los 8 tipos de diseños observacionales está complementado en función de la naturaleza del dato (Anguera et al., 2011) y la métrica utilizada para el registro (frecuencia, el orden y la duración).

Para el estudio del ciclo 3, propongo un diseño observacional: (a) puntual, ya que propongo una única sesión de observación por pareja, aunque con seguimiento intrasesional; (b) idiográfico, puesto que analizaré cada una de las parejas, y nomotético, ya que también analizaré de manera grupal al conjunto de parejas; (c) multidimensional, en tanto que estoy interesado en distintos observables como la visualización de las páginas de la i-actividad, el manejo del ratón, la influencia de la interactividad de la i-actividad, la tipología de arrastre, los estadios en la resolución de

problemas y el tránsito entre ellos. Respecto de la naturaleza del dato, registro Datos secuenciales de eventos con tiempo (Bakeman y Quera, 1996) y la métrica seleccionada es la duración. Para cada observable, registro su duración tomando como unidad de tiempo el segundo y en el orden en el que se suceden.

IV.3.3. Fases del método observacional

Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, y Hernández (2000) identifican cuatro fases para la metodología observacional como método científico:

Fase I. Planteamiento del problema. En esta fase hay que formular el problema de investigación, delimitando correctamente lo(s) observable(s), el contexto y la situación de observación, el período de tiempo de observación, y los sujetos de observación. En esta fase resulta vital el cumplimiento del requisito de homogeneidad inter e intrasesional, evitando en la medida de lo posible los sesgos de reactividad y expectancia⁴⁸. La Fase I pretende dar respuesta a las preguntas qué, para qué, cómo, dónde y cuándo observar.

Fase II. Recogida y optimización de datos. En esta fase hay que establecer la unidad de observación y la construcción del instrumento *ad hoc* que permita la codificación de los registros. En esta fase resulta vital controlar la fiabilidad del registro. La Fase II pretende dar respuesta a las preguntas cómo registrar y con qué medios.

Fase III. Análisis de datos. Puesta en juego del diseño observacional⁴⁹ para el análisis de los datos.

Fase IV. Interpretación de resultados. Obtención de respuestas que resultan del proceso ejecutado y que será, en muchas ocasiones, el punto de partida de una nueva intervención o toma de decisiones.

⁴⁸ Expectancia: “Efecto que las suposiciones y los prejuicios del observador producen sobre la detección, recuento e interpretación de las unidades de conducta” (Anguera et al., 1993, p. 599).

⁴⁹ Anguera et al. (2011, p. 64) definen por diseño observacional como: “la pauta o guía flexible que facilita la cadena de tomas de decisión que deben llevarse a cabo a lo largo del estudio empírico observacional, siempre subordinado a la delimitación de objetivos, y que atañen esencialmente a la recogida de datos (y por tanto también a la construcción del instrumento de observación), gestión de datos (y consecuentemente afecta a las transformaciones de datos de una modalidad a otra), y análisis de datos (básicamente análisis cuantitativos, pero también existen implicaciones respecto a su análisis cualitativo)”.

A continuación, explico la fase I y II del método observacional para el ciclo 3. Abordo la fase III en esta sección y en el siguiente capítulo de la memoria de tesis. Describo la fase IV en el capítulo de conclusiones.

IV.3.3.1. Fase I. Planteamiento del problema

El problema de investigación, así como el objetivo general y los objetivos específicos están descritos respectivamente en el capítulo I y II de esta memoria de tesis.

IV.3.3.1.1. Contexto, espacio de desarrollo de la i-actividad

Las observaciones exploratorias-pasivas, de carácter asistemático, realizadas en el ciclo 1 y 2 permitieron tomar las siguientes decisiones previo a la implementación del ciclo 3: (a) acotar y precisar el problema de investigación, (b) disminuir el sesgo de reactividad trasladando el espacio de desarrollo de la i-actividad, estableciendo un protocolo de adaptación de los sujetos, (c) mejorar el entrenamiento del investigador-observador estableciendo un protocolo de observación (Anexo V) y una plantilla de registro anecdótico (Anexo VII) y (d) perfilar el instrumento de observación para la recogida de datos, elaborando Sistemas de Categorías de observables.

Para el ciclo 3, participan 8 estudiantes de la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas, optativa para Maestro de educación infantil y primaria, de la Universidad de Almería, que es impartida bajo un modelo de enseñanza semipresencial, con un porcentaje de virtualización del 66% de la carga docente. En esta situación, tal y como ocurre para el ciclo 2, el contexto natural de los sujetos es mixto (presencial y virtual). Procediendo de igual manera, elijo el seminario de Didáctica de la Matemática (Ver Figura IV-55) como espacio de desarrollo de la i-actividad, el cual, tal y como describo en el ciclo 2, permite simular ambos contextos, el presencial y el virtual.

En este contexto situacional, decido llevar a cabo una observación activa, donde el observador es participante e indirecto y con niveles de respuesta no verbal y verbal (Anguera et al., 2000). En concreto:

- Es activa puesto que la observación es posterior a la observación pasiva realizada durante el diseño y elaboración de la i-actividad, con el problema de investigación general y específicos acotados.
- Es participante puesto que el observador y observados interactúan aunque solo sea a nivel de instrucciones técnicas.
- Es Indirecta puesto que incluye tanto el registro de observables encubiertos a partir de las producciones textuales de los sujetos (anotaciones en folios), como transducciones de la realidad a partir de las grabaciones de video (que incluyen el audio).
- Con niveles de respuesta verbal y no verbal, como el contenido de mensajes escritos o motores (gestos).

Además, garantizo la homogeneidad entre las diferentes sesiones de observación (una para cada pareja) mantenido la constancia intersesional. Para lograrlo, los estudiantes participantes son voluntarios, fijo el tiempo máximo de observación (40 minutos); no hay interrupciones externas en ninguna de las sesiones y, al inicio de todas las sesiones, pongo en juego un protocolo de adaptación. Hay constancia intrasesional al no presentarse interrupciones temporales. Es decir, hay ausencia de circunstancias sobrevenidas en el transcurso de las sesiones de observación ni situaciones que ocasionaran una interrupción de la actividad que supusiera más del 5% de la duración de la sesión.

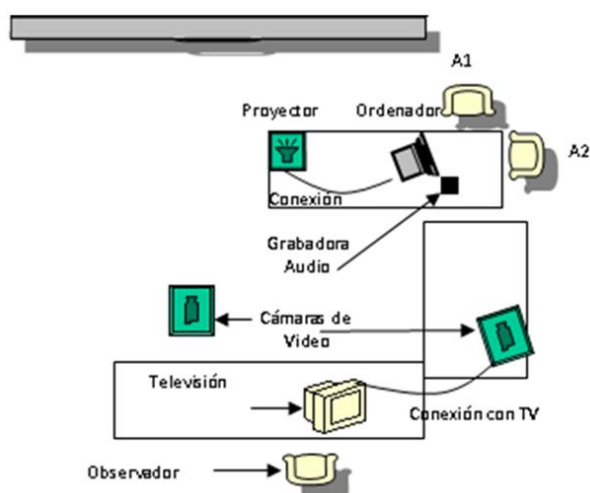


Figura IV- 55. Espacio de desarrollo de la i-actividad para el ciclo 3

El ciclo 3 es desarrollado durante las horas lectivas de la materia y una vez que los estudiantes conocen sus calificaciones. Desarrollo cuatro sesiones de trabajo, trabajando con dos parejas por sesión. Para este ciclo puse en juego el tercer prototipo de i-actividad.

IV.3.3.1.2. Medios técnicos

Los medios utilizados para la recogida de la información son:

- Un ordenador portátil con Windows XP, Cabri-Geomètré y la i-actividad.
- Un cañón proyector conectado a un portátil.
- Dos cámaras de video, una orientada hacia los sujetos y otra orientada hacia la proyección del cañón. La introducción de esta segunda cámara para el ciclo 3 pretende abordar la consecuencia ConsC2_11 relativa a la pérdida de información visual.
- Una grabadora de audio para reforzar el audio obtenido de las videograbaciones.
- Una televisión de 32 pulgadas conectada al video que graba a los sujetos. La televisión permite ocultar del campo de visión de los estudiantes al observador y a la vez, permite disponer de un primer plano de las acciones de los sujetos, facilitando la recogida de datos en el registro anecdótico.
- La i-actividad “problema de la hormiga”.
- Plantilla de registro anecdótico.
- Hojas de anotaciones de los estudiantes.
- Modelo en corcho de la situación.

Esta infraestructura permite, para cada pareja, tener las siguientes fuentes de información: dos videograbaciones (una recoge las acciones de los sujetos y otra las acciones con la i-actividad), una audiograbación y dos materiales escritos de notas en vivo (la del investigador y la de las parejas).

IV.3.3.2. Fase II. Recogida y optimización de datos

Previo a la optimización de datos, realizo una transducción de la realidad presentada (del lenguaje natural y de los fenómenos y procesos percibidos por el observador) a nuevos soportes que facilitan la recolección de los observables y el registro y recogida de datos. El procedimiento que sigo es:

Primero sincronizo y superpongo, utilizando la técnica del *CromaKey* y el software de edición de video *Studio 9.0* (Avid Technology, 2005), las dos grabaciones de video. Obtengo dos nuevos videos que permiten visualizar simultáneamente a los sujetos y las acciones-reacciones sobre la i-actividad, eliminando perdida de información visual.

Simultáneamente, transcribo el audio utilizando el software libre *Subtitle Workshop 2.51* (Gluskin, 2004) y eventualmente, para intervalos de baja calidad de audio, la audiograbación en cinta magnética. Elimino en gran medida la perdida de información auditiva.

Por último, transformo la transcripción del audio a formato de subtítulo a través del software libre *VirtualDub 1.9.11* (Lee, 2010), y sincronizo esta con los videos obtenidos utilizando el filtro *subtiter.vdf* y el software *Studio 9.0* (Figura IV-56).

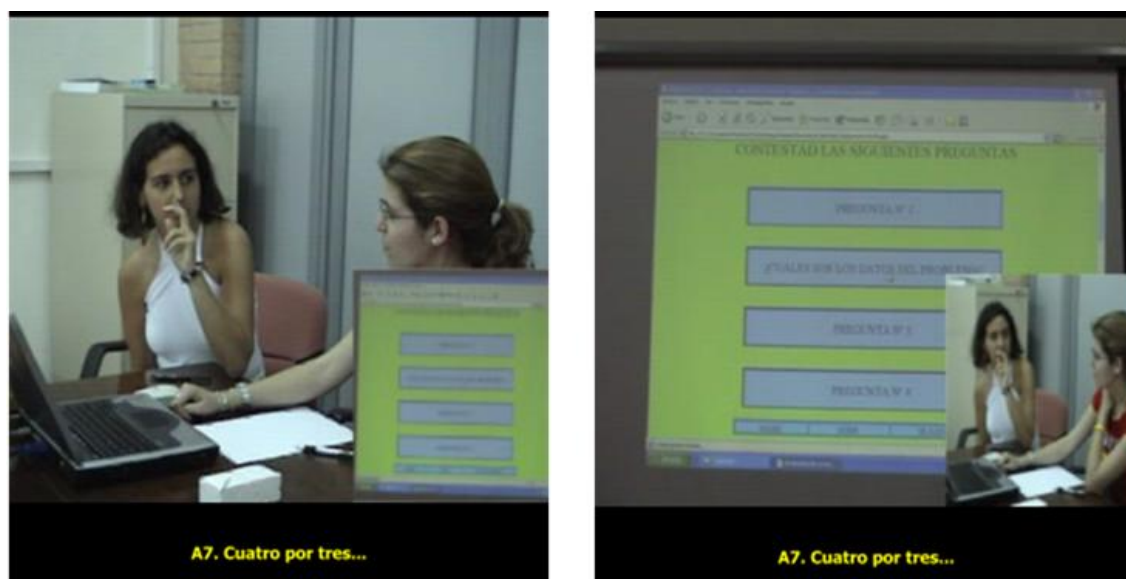


Figura IV- 56. Ejemplo de procesamiento de video

El proceso de transducción consigue minimizar la pérdida de información, tanto visual como auditiva, proporcionando dos nuevos soportes que capturan casi toda la

realidad de las situaciones puestas en juego. Dado que la resolución de problemas es una actividad fluida, no dominada por la casualidad o el azar, llevar a cabo una observación rigurosa del proceso es una tarea difícil y compleja. Lo será más a medida que queramos profundizar y abarcar más sobre los invariantes y elementos clave.

En este sentido, el diseño observacional elegido condiciona el registro y optimización de los datos. El estudio está encuadrado en un diseño idiográfico/nomotético, multidimensional y puntual, con unidad temporal el segundo y la métrica primaria duración en el orden en el que suceden.

En la componente idiográfica, la unidad de observación para el análisis de los procesos de resolución de problemas y la interactividad con la i-actividad es “la resolución de las parejas del problema de optimización”. Nótese que es el desarrollo del proceso de resolución por las parejas y la influencia lo que pretendo describir y a partir de él, describir las relaciones fundamentales respecto a la dinámica de funcionamiento. Las parejas entonces no pueden ser entendidas como elementos aislados en la dinámica del proceso de resolución y la interactividad con la i-actividad. Por ello, haré referencia a la interacción entre cada uno de los sujetos y de éstos con la i-actividad. Por su parte, en la componente nomotética, empleada para el análisis agrupado del conjunto de todas las parejas, la unidad de observación es dicho conjunto.

En cuanto a la componente multidimensional, lo es en tanto que interesa distintas modalidades de observables, visualización de las páginas de la i-actividad, manejo del ratón, influencia de la interactividad de la i-actividad, tipo de arrastre y el proceso de resolución de problemas y el tránsito entre los estadios. Cada una de las modalidades de observación da lugar a un criterio del instrumento de observación, constituyéndose en las unidades de análisis. La métrica utilizada es la duración, para cada observable registro, en el orden en el que suceden, su tiempo de inicio y final.

En cuanto a la componente puntual, lo es en tanto que trata de sesiones únicas por parejas, con un seguimiento intrasesional.

IV.3.3.2.1. Instrumento de observación

Una vez concretado el diseño, describo el instrumento de observación, elaborado *ad hoc* para registrar la ocurrencia o no de los observables, a través de un determinado código. En este caso utilizo un sistema mixto que combina el Formato Campo y los Sistemas de Categorías⁵⁰.

La técnica del formato de campo garantiza el registro sistemático de varios aspectos de un evento natural a través de la propuesta de criterios relevantes. Dichos criterios los describo y transformo en sistema de categorías. Dado que pretendo obtener datos secuenciales de eventos con tiempo, necesito que las categorías sean cerradas, exhaustivas y mutuamente excluyentes [EME].

El instrumento de observación está formado por un sistema constituido por seis criterios y un total de treinta y cinco categorías. Cada uno de estos criterios conforma en sí mismo un sistema de categoría compuesto por un número variable de categorías EME para dicho sistema o criterio. El proceso de construcción de los criterios y las categorías parte, tanto de los referentes teóricos expuestos a lo largo de esta memoria de investigación, como de las observaciones no sistemáticas realizadas en las experiencias antecedentes y ciclos 1 y 2.

Dichas observaciones asistemáticas permiten recoger información referida a los eventos naturales para los que modifíco y/o propongo criterios relevantes. Para cada uno de los criterios, establezco un listado de acciones asociadas a los eventos naturales que finalmente son agrupados en indicadores de las categorías del criterio. Ello permite realizar los registros contextualizados y exhaustivos de los observables asociados a dichas categorías y criterio.

Dado que en trabajo con parejas de sujetos, en las que necesariamente registro observables concurrentes, se trata de una situación mixta. Los subsistemas cumplen la condición EME internamente, referidos a cada sujeto, pero al aplicarle el análisis a la pareja proporcionarían registros simultáneos y concurrentes.

⁵⁰ También es denominado esquemas de codificación o catálogo de códigos (Bakeman y Gottman, 1989).

Los criterios seleccionados para la configuración del formato de campo y el subsecuente sistema de categoría son (Tabla IV-4, Tabla IV-5, Tabla IV-6, Tabla IV-7, Tabla IV-8 y Tabla IV-9):

Tabla IV- 4. Criterio 1, sujetos

Identificación de cada sujeto interviniente		
Categorías	Código	Descripción
Sujeto 1	A1	Estudiante de 4° de L. Matemáticas con competencia matemática elevada
Sujeto 2	A2	Estudiante de 4° de L. Matemáticas con competencia matemática elevada
Sujeto 3	A3	Estudiante de 3° de Maestro en Educación Física con competencia matemática baja.
Sujeto 4	A4	Estudiante de 3° de L. Filología Inglesa con competencia matemática media
Sujeto 5	A5	Estudiante de 2° de Maestro en Educación Infantil con competencia matemática baja.
Sujeto 6	A6	Estudiante de 2° de Maestro en Educación Infantil con competencia matemática baja.
Sujeto 7	A7	Estudiante de 5° de L. Matemáticas con competencia matemática Elevada.
Sujeto 8	A8	Estudiante de 3° de Maestro en Lengua Extranjera con competencia matemática Media.
Observador	Prof	Observador-Profesor.

Tabla IV- 5. Criterio 2, visualización

Visualización de la pantalla del ordenador		
Categorías	Código	Descripción
Página 1	Pag1	Visualización de la primera página de la i-actividad
Página 2	Pag2	Visualización de la segunda página de la i-actividad
Página 3	Pag3	Visualización de la tercera página de la i-actividad
Página 4	Pag4	Visualización de la cuarta página de la i-actividad
Página 5	Pag5	Visualización de la quinta página de la i-actividad
Página 6	Pag6	Visualización de la sexta página de la i-actividad
No Página	NoPag	No se visualiza ninguna página de la i-actividad.

Tabla IV- 6. Criterio 3, ratón

Cuando alguno de los sujetos maneja el ratón y lleva a cabo alguna acción con el mismo.		
Categorías	Código ^a	Descripción
Ratón	AxRat	El sujeto Ax está llevando a cabo una acción con el ratón
No Ratón	NoRat	Ningún sujeto lleva a cabo una acción con el ratón o simplemente tiene posada la mano sobre el mismo.

Nota: ^a cuando no existan posibilidades de confusión, se omite la identificación del sujeto (Ax).

Tabla IV- 7. Criterio 4, estadio

Periodo de tiempo durante el cual un sujeto está ocupado con un estadio de resolución de problemas		
Categorías	Código ^a	Descripción
Lectura	AxLec	El sujeto Ax está en el episodio de Lectura
Análisis	AxAna	El sujeto Ax está en el episodio de Análisis
Exploración	AxExp	El sujeto Ax está en el episodio de Exploración
Planificación	AxPla	El sujeto Ax está en el episodio de Planificación
Implementación	AxImp	El sujeto Ax está en el episodio de Implementación
Verificación	AxVer	El sujeto Ax está en el episodio de Verificación
Observación y escucha	AxObs	El sujeto Ax está en el episodio de Observación y Escucha
Conversación	AxCon	El sujeto Ax se encuentra en el episodio de Diálogo con el Observador.

Nota: ^a cuando no existan posibilidades de confusión, se omite la identificación del sujeto (Ax).

Tabla IV- 8. Criterio 5, interactividad

Hay una reacción en un sujeto derivada de alguna acción con el ratón sobre la i-actividad.		
Categorías	Código ^a	Descripción
Interactividad 1	AxInt1	Cuando la reacción es simultánea y producida por el mismo sujeto (Ax) que está manejando el ratón.
Interactividad 2	AxInt2	Cuando la reacción es justo después y producida por el mismo sujeto (Ax) que estaba manejando el ratón
Interactividad 3	AxInt3	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón (Ax) y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad
Interactividad 4	AxInt4	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón (Ax) y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad
Interactividad 5	AxInt5	Cuando la reacción es producida por un sujeto (Ax) haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad.
Interactividad 6	AxNoInt	Cuando no hay reacción a alguna acción con el ratón sobre la i-actividad

Nota: ^a cuando no existan posibilidades de confusión, se omite la identificación del sujeto (Ax).

Tabla IV- 9. Criterio 6, arrastre

Seleccionar algún elemento libre de algún <i>applet</i> de la i-actividad y moverlo o arrastrarlo.		
Categorías	Código ^a	Descripción
Errático	AxErr	Ax ejecuta un arrastre sin un plan específico, de forma aleatoria.
Guiado	AxGui	Ax ejecuta un arrastre con un plan específico, para comprobar alguna propiedad o característica de la Figura observada
No arrastre	NoArr	No se ejecuta ningún arrastre sobre algún <i>applet</i> .

Nota: ^a cuando no existan posibilidades de confusión, se omite la identificación del sujeto (Ax).

A continuación, y siguiendo las recomendaciones de Anguera et al. (2000), defino y describo con profundidad cada criterio y categorías asociadas, intentando contemplar todos los matices, cuidando al máximo la definición operacional y utilizando ejemplos y contraejemplos clarificadores, tanto del núcleo categorial como del grado de apertura con los indicadores asociados. Cuando es necesario, realizo breves referencias a los constructos teóricos que los sustentan.

CRITERIO 1. SUJETOS

Dado que participan diadas de estudiantes en las que necesariamente registro observables concurrentes, es necesario establecer un criterio que permita identificar cada uno de los estudiantes.

Descripción: El criterio identifica a cada uno de los estudiantes.

Grado de apertura, indicadores:

Aunque el criterio presenta 9 categorías, por sesión solo son registradas cinco (las dos parejas de estudiantes por sesión y el observador). Los rangos y códigos asociados son AX , donde A significa alumno/a y $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ identifica a los distintos alumnos/as y $Prof$ identifica al Observador. Los códigos AX acompañan a los códigos de los criterios Ratón, Resolución de Problemas, Interactividad y Arrastre, a modo de etiqueta complementaria, salvo en las categorías complementarias para dichos criterios. El código $Prof$ lo registro cuando el observador inicia una locución y finaliza cuando esta termina. Los códigos también permiten identificar a las parejas (Los alumnos/as AX y $A(X+1)$ forman pareja). Las categorías para este criterio constituyen un sistema EME.

CRITERIO 2. PÁGINAS

Este criterio permite conocer aquella página de la i-actividad que es visualizada por los estudiantes en la pantalla del ordenador. En el diseño final de la i-actividad (ciclo 3) contiene un conjunto de 6 páginas entrelazadas (Capítulo IV, p. 217).

Descripción: El criterio representa la página visualizada en la pantalla del ordenador.

Grado de apertura, indicadores:

El rango posible de categorías y códigos asociados serán $PagX$, donde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $NoPag$, donde $NoPag$ identifica la categoría complementaria. Dicha código es asignado cuando en la pantalla del ordenador no es visualizada ninguna de las páginas que componen la *i*-actividad. El conjunto constituye un sistema EME. Este criterio solo es necesario registrarlo al inicio de visualización en la pantalla del ordenador de la página, puesto que el inicio de otra categoría implica la finalización de la categoría previa.

CRITERIO 3. RATÓN

A lo largo de las experiencias realizadas he ido observando la necesidad de establecer un criterio que refleje quién maneja el ratón de la pareja. Defino por *manejo del ratón* cuando un estudiante tiene situada una mano sobre el ratón y se visualizan movimientos del cursor sobre la pantalla del ordenador a la vez que dicho estudiantes los observa.

Descripción: El criterio representa qué estudiante maneja el ratón.

Grado de apertura, indicadores:

El rango posible de categorías y códigos asociados será $AXRat$, donde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y $NoRat$, que identifica la categoría complementaria. El conjunto así diseñado constituye un sistema EME. El criterio solo es necesario registrarlo al inicio del movimiento y visualización, el inicio de la otra categoría implica la finalización de la categoría previa y coincidirá cuando el estudiante no tiene la mano sobre el ratón, o no hay movimiento del ratón, o aun observándola, el estudiante no está mirando el movimiento del puntero en la pantalla del ordenador.

CRITERIO 4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Este criterio es el referente de los procesos que llevan a cabo los estudiantes cuando están resolviendo el problema de optimización. El criterio está basado en los constructos teóricos descritos en el capítulo III de esta memoria de investigación, teniendo como referentes principales los trabajos de Artzt y Armour-Thomas (1992), Pólya (1945) y Schoenfeld (1985). Dicho criterio ha ido modificándose a lo largo de los distintos ciclos, especialmente debido a la necesidad de introducir la interactividad como un

elemento más en los distintos estadios, abordando la consecuencia asociada ExpIni_i. Dicha consecuencia no había sido abordada específicamente en los anteriores ciclos.

A partir de lo anterior, para este estudio propongo una nueva estructuración de los estadios, tomando el siguiente rango de categorías⁵¹ y códigos asociados: lectura [AxLec], análisis [AXAna], exploración [AxExp], planificación [AxPla], implementación [AxImp], verificación [AxVer] y observación y escucha [AxObs], al que añado la categoría conversación con el observador-profesor [AxCon]. La Figura IV-57 muestra la relación existente entre los distintos estadios de Pólya (1945), Schoenfeld (1985) y Artzt y Armour-Thomas (1992). El criterio y sus categorías constituyen un sistema EME. Las categorías solo es necesaria registrarlas al inicio de cada una, puesto que el inicio de otra implica la finalización de la categoría previa.

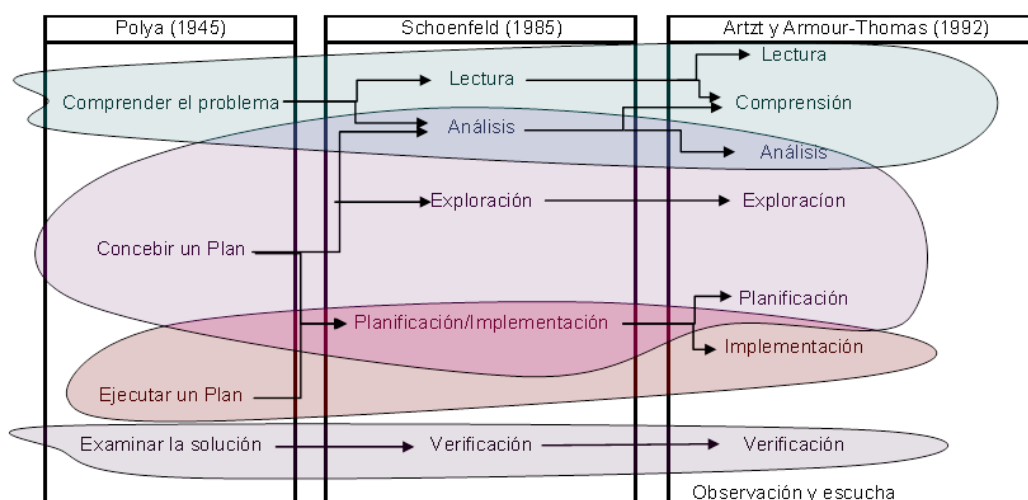


Figura IV- 57. Construcción del criterio resolución de problemas

Para la descripción del criterio resolución de problemas y el grado de apertura en cada una de las categorías (estadios) que lo componen, tendré en cuenta aspectos relacionados con observables asociados a la interactividad y su influencia en el proceso de resolución, así como observables asociados al criterio arrastre. En la redacción que a

⁵¹ Salvando las diferencias en la terminología, situamos las fases de trabajo de Pólya (1945) al mismo nivel que los episodios de Schoenfeld (1985) y las fases de Artzt y Armour-Thomas (1992). En términos de la metodología observacional, estos episodios se corresponden con nuestras categorías.

continuación utilizo, opto por el singular, aunque el estudio trata con diadas de estudiantes⁵².

Categoría lectura

Descripción: El estudiante realiza la lectura del enunciado del problema e interioriza las condiciones y objetivo del problema. Cabe aquí hacer una matización respecto de qué entiendo por enunciado. Tradicionalmente, un enunciado es la información textual de una situación problemática y que puede venir acompañada de ilustraciones o representaciones. En nuestro caso, considero por enunciado cualquier texto que aparezca en la i-actividad, así como la imagen que describe la situación problemática situada en la primera página. No considero parte del enunciado los distintos *applets* que contiene la i-actividad.

Grado de apertura, indicadores:

- 1.1 El estudiante lee, relee, en voz alta, en silencio o “murmurando”.
- 1.2 El estudiante va señalando con el cursor del ratón mientras lee (en voz alta, en silencio o murmurando).
- 1.3 El estudiante establece relaciones entre el enunciado y el acto de señalar (realizando un gesto deíctico o situando el cursor del ratón sobre una parte del enunciado).
- 1.4 El estudiante solo anota los datos del problema (condiciones y objetivo).
- 1.5 El estudiante observa la pantalla con la intención de comprender el enunciado del problema.

Categoría análisis

Descripción: En esta categoría el estudiante intenta “comprender el problema, seleccionar una perspectiva adecuada para abordar su resolución, simplificar o reformular el problema atendiendo a esta perspectiva e introducir las consideraciones o

⁵² Debido a la complejidad que puede acarrear la interpretación de las categorías, y tal y como recomienda Anguera (1993) y Anguera et al. (2000), en el Anexo X expongo ejemplos explicativos para cada categoría.

mecanismos que el estudiante crea pertinentes cuando no existe una aparente forma de proceder” (Schoenfeld, 1985, p. 298). El estudiante suele considerar “conocimiento específico que es relevante para el problema” (Artzt y Armour-Thomas, 1992, p.172). Las conductas y procesos suelen ser estructurados con acciones que tienen un objetivo prefijado cercano a las condiciones del problema.

Grado de apertura, indicadores:

- 2.1 El estudiante modifica el enunciado a su lenguaje, simplificándolo o reformulándolo.
- 2.2 El estudiante modeliza el enunciado como consecuencia o a través de la interactividad con la i-actividad o bien, con representaciones directamente extraídas del enunciado.
- 2.3 El estudiante identifica información importante extraíble directamente del enunciado o la ausencia de ella.
- 2.4 El estudiante establece relaciones entre los datos y las metas.
- 2.5 El estudiante establece a groso modo un Plan.
- 2.6 El estudiante revisa las condiciones y el significado del problema.
- 2.7 El estudiante se pregunta si ha realizado algún problema similar.

Categoría exploración

Descripción: En esta categoría, el estudiante suele utilizar estrategias e idealmente no tiene un procedimiento estructurado de acción, haciendo necesario ejercer mayor control del progreso mediante evaluaciones locales y globales. En cierto sentido, es una revisión de la estructura del problema, en busca de información relevante que pueda incorporarse a una secuencia análisis-plan-ejecución. Es en el proceso de exploración en el que suelen producirse los *insight*, por ello prestare especial atención a los que ocurran a raíz de interactividad de la i-actividad y a la realización de arrastres.

Grado de apertura, indicadores:

3.1 El estudiante busca información relevante no extraíble directamente del enunciado, pudiendo utilizar heurísticos para ello. El estudiante obtiene la información como consecuencias de deducciones, inferencias lógicas u operaciones con otros datos importantes que no son obtenidos directamente del enunciado.

3.2 El estudiante realizar experiencias de ensayo y error sin aparente estructura con

- lápiz y papel,
- interactuando con la i-actividad,
- movimientos gesticulares.

3.3 El estudiante da sugerencias de acerca de nuevas formas de exploración.

Categoría planificación

Descripción: En esta categoría el estudiante selecciona los pasos y las estrategias que potencialmente pueden conducir a la resolución del problema, con una predisposición por implementar a continuación la planificación descrita. Con ello diferencio este proceder del descrito en el indicador 2.5 de la categoría análisis.

Ahora bien, tengo que tener en cuenta, tal y como señala Artzt y Armour-Thomas (1992, p. 141), que "... es bastante usual que un estudiante proponga un plan que es inmediatamente rechazado por algún compañero". Esta situación, a pesar de tener una decida apuesta por el plan, puede producir que, o bien la implementación no sea llevada a cabo, o bien surja una situación de trabajo en paralelo de los estudiantes donde solo uno implemente el plan.

Grado de apertura, indicadores:

- 4.1 El estudiante enuncia un proceso de resolución.
- 4.2 El estudiante selecciona estrategias.
- 4.3 El estudiante interactúa con la i-actividad para explicitar un proceso de resolución.

Categoría implementación

Descripción: En esta categoría el estudiante ejecuta las acciones previamente estructuradas en la categoría de planificación.

Grado de apertura, indicadores:

- 5.1 El estudiante ejecuta un Plan de resolución.
- 5.2 El estudiante ejecuta cálculos y acciones que evidencian un plan previamente establecido.
- 5.3 El estudiante interactúa con la i-actividad ejemplificando acciones que evidencian un plan previamente establecido.

Categoría verificación

Descripción: Esta categoría recoge, tanto la evaluación o control durante la resolución del problema (Evaluaciones Locales), como aquella producida una vez que el estudiante emite una solución (Evaluación Global). Las Evaluaciones Locales permiten adoptar un nuevo camino, continuar o desechar lo que se está realizando y son indicadoras de cambios cognitivos y/o metacognitivos. En la Evaluación Global, el estudiante analiza la pertinencia, coherencia, exactitud y posibles aplicaciones de la solución y resolución alcanzada. Al contrario de lo que pudiera pensarse, la Evaluación Global no indica finalización del proceso de resolución; nótese que puede darse el caso de que la solución emitida sea incorrecta y sea necesario volver sobre alguna categoría previa.

Para este trabajo, considero que el estudiante lleva a cabo una Evaluación Local si previamente no ha enunciado o explicitado una solución del problema y solicita al compañero/a o realiza una parada o reflexión sobre el proceso de resolución llevado a cabo. En caso contrario, considero que está realizando una Evaluación Global. En todos los casos, considero como evaluaciones las interacciones con la i-actividad producidas simultáneamente con observables que tengan un marcado carácter intencional de control o evaluación.

Grado de apertura, indicadores:

6.1 El estudiante:

- reflexiona acerca del proceso seguido una vez emitida la solución (Evaluación Global).
- solicita al compañero o reflexiona acerca de lo que está realizando (Evaluación local).

6.2 El estudiante evalúa la solución (Evaluación Global) o resultados parciales (Evaluación Local) a través de comprobaciones numéricas, visuales, gesticulares, utilizando material estructurado o con la interacción con la i-actividad.

6.3 El estudiante evalúa utilidad de información nueva.

Categoría conversación

Descripción: Esta categoría refleja, por un lado, aquellas conversaciones entre los estudiantes a modo de pequeño descanso, como aquellas de un estudiante dirigidas hacia el observador-profesor relativas a cuestiones técnicas y de funcionamiento de la i-actividad, o la escucha de la misma por el otro estudiante. Por otro lado, refleja las conversaciones entre los estudiantes relativos cuestiones técnicas de funcionamiento de la i-actividad. El contenido de la conversación no está referido expresamente a la resolución del problema.

Grado de apertura, indicadores:

- 7.1 El estudiante mantiene una conversación con el observador-profesor.
- 7.2 El estudiante escucha la conversación entre el compañero y el profesor.
- 7.3 Los estudiantes mantienen una conversación relativa al funcionamiento técnico de la i-actividad.
- 7.4 Los estudiantes mantienen una conversación no relacionada directamente con la resolución del problema.

Categoría observación y escucha

Descripción: son las situaciones en las que uno de los estudiantes atiende y/u observa el trabajo o acciones del compañero/a.

Grado de apertura, indicadores:

- 8.1 El estudiante observa y escucha lo que la otra persona está realizando.

Un ejemplo de esta categoría está descrito en la secuencia del ejemplo A) de la categoría de análisis.

CRITERIO 5. INTERACTIVIDAD

Como señala Castro (2004), la interactividad está implicada en todo el proceso instructivo a modo de diálogo entre estudiante y medio interactivo. Este diálogo irremediablemente conlleva algún tipo de influencia sobre los estudiantes, que es necesario identificar y ordenar. Este criterio está referido entonces a aquellos procesos interactivos acontecidos durante el proceso de resolución del problema de optimización con la i-actividad y su influencia en el proceso de resolución del problema a modo de reacción. Con ello pretende abordar la consecuencia ExpIni_1 relacionada con el establecimiento del grado o intensidad de la influencia de la interactividad.

El criterio está basado principalmente en los constructos teóricos descritos a lo largo del presente trabajo relativo a los sistemas interactivos y los manipuladores virtuales matemáticos (MVM), junto con las observaciones no sistemáticas efectuadas durante el proceso de construcción de la i-actividad⁵³.

Descripción:

Considero que existe influencia de la interactividad cuando esta produce una reacción sobre el comportamiento del estudiante/s durante la resolución del problema claramente identificable en alguna de las categorías propuestas para el criterio Resolución de Problemas.

Grado de apertura del criterio.

El criterio presenta un conjunto de 6 categorías siendo una de ellas la categoría complementaria *NoInt*, la cual está referida a las situaciones en las que no existe influencia directa de la interactividad. Las 6 categorías componen un conjunto EME que caracteriza la influencia de la interactividad en el proceso de resolución del problema de optimización.

El rango de códigos posibles son $AxIntY$, donde $X=\{1,2,3,4,5,6,7 \text{ y } 8\}$ e $Y=\{1,2,3,4,5\}$ y *NoInt*. La codificación AX permite identificar al estudiante mientras que Y identifica el tipo de influencia. Aunque puede considerarse que la reacción ocurre en un instante determinado, su influencia abarca un periodo de tiempo más extenso. Para superar la dificultad que conlleva cuantificar dicha influencia, adopto el siguiente criterio de mínimos: considero que la reacción que motiva la interactividad influye, al menos, durante todo el estadio del criterio Resolución de Problemas que ha sido codificado en el momento de producirse la reacción.

Con esta consideración, el inicio de cada categoría del criterio influencia lo sitúo en el instante en el que la reacción tiene lugar, y sitúo el final coincidiendo con el final de la categoría de resolución de problemas en la que la reacción tuvo lugar. Por último, el inicio de la categoría *NoInt* coincidirá con el inicio de la categoría *AxNoRat*

⁵³ Debido a la complejidad que puede acarrear la interpretación de las categorías, y tal y como recomienda Anguera (1993) y Anguera et al. (2000), en el Anexo X expongo ejemplos explicativos para cada categoría del criterio interactividad.

correspondiente y sitúo el final, o bien al inicio de cualquiera de las otras categorías del criterio Interactividad, o bien al inicio de la categoría *Rat*.

Categoría Interactividad 1

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es simultánea y producida por el mismo estudiante que maneja el ratón.

Categoría Interactividad 2

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es justo después y producida por el mismo estudiante que maneja el ratón.

Categoría Interactividad 3

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es producida por un estudiante que no maneja el ratón y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad del otro estudiante.

Categoría Interactividad 4

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es producida por un estudiante que no maneja el ratón y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad.

Categoría Interactividad 5

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es producida por un estudiante haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad.

Categoría No Interactividad

Grado de apertura, indicador:

- No hay reacción de ningún estudiante a la acción con el ratón sobre la i-actividad.

CRITERIO 6. ARRASTRES

Dado que los diseños y experiencias antecedentes utilizan SGD o *applet* basados en ellos, considero necesario establecer un criterio específico para el tipo de arrastre permitido en los diseños de la i-actividad. Esto es así dado que dichos arrastres ofrecen información relevante en referencia a los propósitos y/o modos de actuación de los estudiantes durante el proceso de resolución.

Descripción: Este criterio hace referencia al tipo de arrastre que efectúa el estudiante sobre los *applets*. En nuestro caso, los distintos diseños de la i-actividad presentan *applets* sobre los que realizar dos tipos de arrastre, el errático y el guiado (Arzarello et al., 1998; Gutiérrez, 2005).

1. Arrastre errático: Realización de un arrastre sin un plan específico, de forma aleatoria, con la finalidad de modificar el dibujo pero sin que importe cómo es esa modificación.
2. Arrastre guiado: Realización de un arrastre de un punto u objeto con el fin de comprobar alguna suposición o propiedad, o bien obtener un caso particular de la Figura.

El arrastre errático, por la propia naturaleza de la definición anterior, deberá de ser habitualmente concurrente con la categoría exploración del criterio Resolución de Problemas. Nótese que el proceso de arrastre tiene por objeto explorar el campo del problema, buscando invariantes matemáticos sin aparente idea previa de qué buscar ni dónde encontrarlos.

De igual forma, el arrastre guiado deberá ser habitualmente concurrente con la categoría de análisis o con la categoría verificación del criterio Resolución de Problemas. Nótese que este arrastre tiene por objetivo obtener casos particulares,

comprobar propiedades o suposiciones. Por tanto, existe una aparente idea prefijada previa al arrastre.

Bajo estos dos tipos de arrastre defino tres categorías, una para cada tipo de arrastre y la categoría complementaria (no hay arrastre). Las tres categorías propuestas componen el criterio Arrastre y conforman un conjunto EME. El rango de códigos posibles son $AxErr$ para la categoría Arrastre Errático y $AxGui$ para la categoría Arrastre Guiado y $AxNoArr$ para la categoría no arrastre y donde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. La codificación AX permite identificar al estudiante⁵⁴.

Categoría arrastre errático

Grado de apertura, indicador:

Realización de un arrastre por un sujeto, sin un aparente plan específico, de forma aleatoria, con la finalidad de modificar el dibujo pero sin que importe cómo es esa modificación.

El inicio de esta categoría coincide con el inicio del arrastre y finaliza o bien en el instante en el que finaliza el arrastre o bien, en el instante en el que el comportamiento del sujeto que lleva a cabo el arrastre no es codificada en la Categoría exploración del criterio Resolución de Problemas.

Categoría arrastre guiado

Grado de apertura, indicador:

Realización de un arrastre de un punto u objeto con el fin de comprobar alguna suposición o propiedad o, obtener un caso particular de la Figura.

El inicio de esta categoría coincide con el inicio del arrastre y finaliza o bien en el instante en el finaliza el arrastre o bien, en el instante en el que el comportamiento del estudiante que lleva a cabo el arrastre no es codificada en la categoría de análisis o

⁵⁴ Debido a la complejidad que puede acarrear la interpretación de las categorías, y tal y como recomienda Anguera (1993) y Anguera et al. (2000), en el Anexo X expongo ejemplos explicativos para cada categoría arrastre.

verificación del criterio resolución de problemas, salvo que sea un tránsito entre las anteriores categorías.

Categoría no Arrastre

Grado de apertura, indicador:

No hay ningún tipo de arrastre.

El inicio de esta categoría coincide con la finalización de cualquiera de las otras dos categorías de este criterio y la finalización coincide con el inicio de cualquiera de las dos categorías de este mismo criterio.

IV.3.3.2.2. Codificación de registros

Por registro observacional considero “al conjunto de datos (generalmente en forma de códigos o símbolos) que describen la conducta de uno o más sujetos durante uno o más períodos temporales de observación” (Blanco-Villaseñor, 1993, p. 155). Para poder llevar a cabo dicho registro es necesario delimitar las unidades de análisis, que en nuestro caso son multieventos que describen los seis criterios anteriores.

Por otro lado, el registro de datos propuesto es de carácter continuo, sin fisura en el flujo comportamental. Considero que no existe influencia de la inobservabilidad, la existente es de tipo tecnológico y en ningún caso ha superado la ruptura de la continuidad de la sesión de observación por un periodo superior al 5% del total de la misma. La constancia intra-intersesional está garantizada al no presentarse circunstancias excepcionales de ruptura del flujo comportamental (Anguera, 1990; Hernández, 1996).

Las unidades de registro son eventos en la que se registra la duración y el orden en el que se suceden. El registro es activado por transiciones, es decir, se registra la ocurrencia de la categoría únicamente en los momentos en que se produce la transición entre ocurrencias de categorías, momento en la que una categoría finaliza y se inicia la siguiente (Bakeman y Gottman, 1989).

Dado que dispongo de seis criterios, cada uno de los cuales constituye un sistema de categorías EME, obtengo un registro continuo de categorías sucesivas. Estas son

transformadas bajo la sintaxis de un flujo comportamental codificado de datos secuenciales de eventos con tiempo, que a su vez son fácilmente transformable en datos secuenciales de eventos (Bakeman y Quera, 1996).

Para el registro llevo a cabo una codificación directa utilizando el Atlas-ti. Dicho software permite la identificación y asignación de códigos en instantes continuos del tiempo. Se emplea tanto la transcripción en formato texto como los videos para asignar la duración del evento en la transcripción de la sesión (Figura IV-58).

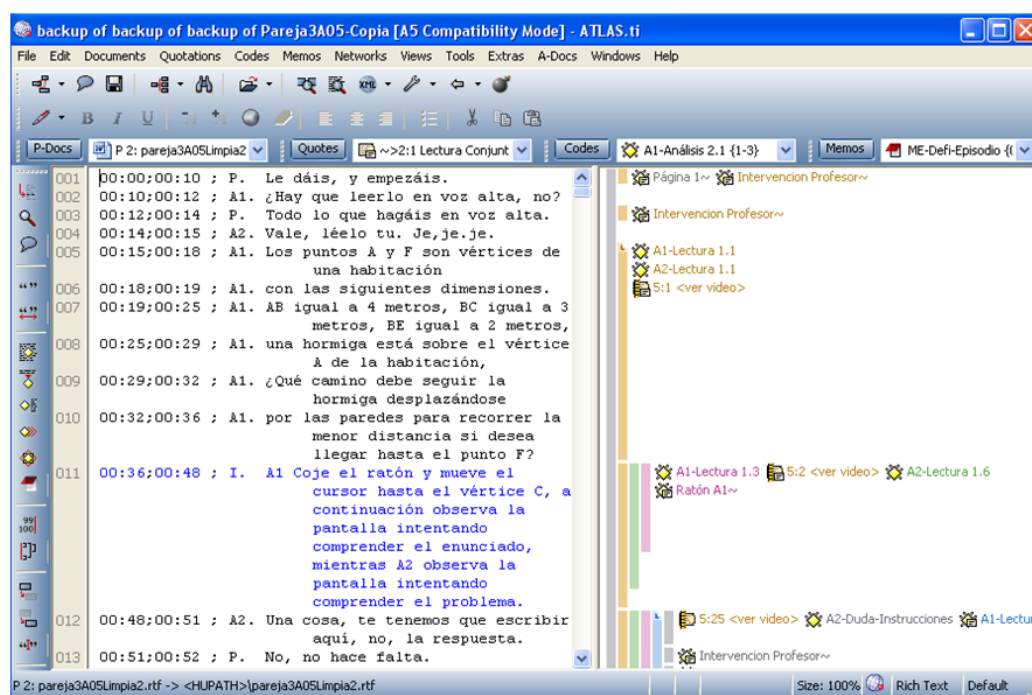


Figura IV- 58. Codificación con Atlas-ti

El procedimiento realizado sigue las siguientes pautas:

- 1) Codificar la categoría prof.
- 2) Codificar el criterio páginas.
- 3) Codificar el criterio ratón.
- 4) Codificar el criterio resolución de problemas.
- 5) Codificar el criterio interactividad.
- 6) Codificar el criterio arrastre.

Las tres primeras pautas pueden intercambiarse, puesto que no requiere tener en cuenta los otros criterios para su asignación, registro y codificación. El orden establecido en las tres últimas pautas proviene de que el registro y codificación de los criterios Interactividad y Arrastre dependen del registro y codificación del criterio Resolución de problemas. Por último, el criterio sujeto no es necesario registrarlo y/o codificarlo, pues es extraíble del registro y codificación del criterio resolución de problemas.

Por otro lado, debido a las posibilidades del software GSEQ (Bakeman y Quera, 2015) de análisis secuencial, el registro efectuado permite realizar estudios estableciendo factores, como sujeto, nivel, pares, impares; o introducir nuevos códigos a partir de otros. Por ejemplo, permite detectar coocurrencias de estadios de resolución de problemas entre los miembros de una pareja, también posibilita considerar estos códigos con tiempo o sin él (códigos de eventos), etc. Es decir, una vez registrado y codificado el comportamiento de la pareja, las posibilidades de GSEQ son numerosas y por tanto, los posibles análisis también⁵⁵.

IV.3.3.2.3 Fiabilidad del registro

La validez de la técnica de la resolución en voz alta para describir y observar los procesos cognitivos y metacognitivos en ambientes de resolución de problemas está suficientemente documentada (Schoenfeld, 1985; Villegas, 2003; Villegas et al., 2009). Unido a ello, y con objeto de controlar la fiabilidad del registro y la codificación de las categorías que componen los distintos criterios, triangularizo los datos a través de la técnica de la concordancia consensuada⁵⁶ (Anguera, 1990, 2003).

Tres investigadores participamos en la triangularización: el autor de esta memoria y dos investigadores expertos en Didáctica de la Matemática, externos a esta investigación y entrenados previamente en relación a la estructura, objetivos de investigación, así como en la descripción de cada criterio y categoría. La intención de la concordancia consensuada es lograr el acuerdo entre los investigadores antes del

⁵⁵ El Anexo IX describe las técnicas del análisis secuencial y sus posibilidades.

⁵⁶ Esta técnica ha sido empleada en otras investigaciones en resolución de problemas con tecnologías como es el caso de Pifarré y Sany (2000a, 200b).

registro (y no después) de cada secuencia de observación. Realizamos este trabajo utilizando las grabaciones que incluyen las transcripciones de las sesiones.

Dado que existen diversos índices y métricas para medir la calidad de dato que cuantifica el grado de concordancia (Blanco-Villaseñor, 1993), sigo la sugerencia propuesta por Bakeman, McArthur y Quera (1996) y, Bakeman y Quera (2011) utilizando el índice Kappa de Cohen⁵⁷. Este índice es el más común para valorar la calidad de los registros observacionales:

$$K = \frac{P_0 - P_c}{1 - P_c} \text{ con } P_0 = \sum_{i=1}^k p_{ii} \text{ y } P_c = \sum_{i=1}^k p_{+j} p_{i+}$$

Donde P_0 es la probabilidad de concordancia observada. P_c es la probabilidad de concordancia esperada por el azar, k es el número de códigos, p_{ij} es la probabilidad para la celda i -ésima en la columna j -ésima, p_{i+} la probabilidad para la fila i -ésima y p_{+j} probabilidad para la columna j -ésima de una matriz $K \times K$ de concordancia entre observadores.

El procedimiento seguido es el siguiente: Primeramente, el equipo de investigadores realiza la codificación y registro del 15% de cada sesión, elegido aleatoriamente, a través de la concordancia consensuada. Transcurridos 15 días, el equipo vuelve a registrar y codificar los mismos periodos de tiempo nuevamente. A continuación, calculo el índice Kappa (Blanco-Villaseñor, 1993, Bakeman y Quera, 2011). Dado que el software GSEQ permite el cálculo de índices para cada criterio, y siguiendo la recomendación de Bakeman y Quera (2011), obtengo para el conjunto de las parejas (Global) y para cada pareja los índice kappa por unidad de tiempo, el porcentaje de acuerdo y el kappa máximo, con tolerancia 0, ± 1 segundo y ± 5 segundos, el índice kappa por alineamiento de eventos, el kappa máximo y el porcentaje de acuerdo con solapamiento de un 80% y tolerancia 0, 2 y 5. Los valores obtenidos indican un alto grado de fiabilidad que según Landis y Koch (1997, tomado de Bakeman y Quera, 2011) son excelentes (Tabla Anexo VIII-1, Tabla Anexo VIII-2, Tabla Anexo VIII-3, Tabla Anexo VIII-4, y Tabla Anexo VIII-5, Anexo VIII, pp. 1-3).

⁵⁷ En Bakeman y Quera (2011) se realiza un estudio detallado de utilización del índice Kappa de Cohen para el análisis secuencial y observacional. Por otro lado, el software GSEQ (Bakeman y Quera, 2015) que se utilizará en este trabajo dispone de una instrucción que permite el cálculo de dicho índice.

Por otro lado, para poder aplicar la técnica de coordenadas polares⁵⁸, es conveniente tener cierta “licencia para pescar”, es decir, garantizarme a priori que existen relaciones entre las categorías del criterio que analizo. Esto no quiere decir que “sin licencia no se pueda pescar” o lo que es lo mismo, que no es posible aplicar la técnica, sino que de hacerlo puede que no obtenga relaciones. El método consiste en aplicar el test de la Chi-Cuadrado de independencia para cada retardo⁵⁹ o *lag* desde -5 a 5 entre las categorías de un mismo criterio a un cierto nivel de significación (en este caso elijo $p > 0,01$). Aplico dicha prueba para el criterio resolución de problemas tomando al conjunto de sujetos (Grupal), para cada pareja (4 parejas) y para cada sujeto (Tabla Anexo VIII-6, Tabla Anexo VIII-7, Tabla Anexo VIII-8, Tabla Anexo VIII-9, Tabla Anexo VIII-10, Tabla Anexo VIII-11, Tabla Anexo VIII-12, Tabla Anexo VIII-13, y Tabla Anexo VIII-14; Anexo VIII, pp. 3-7).

Los datos revelan que existe asociación entre las categorías del criterio resolución de problemas para los lag desde -5 a 5 considerando el conjunto de todos los sujetos (Tabla Anexo VIII-1, Anexo VIII, p. 1); existe asociación en cada lag para la pareja 3 (Tabla Anexo VIII-4, Anexo VIII, p. 2), no tenemos garantizado la asociación para los lag -5 y 5 en la pareja 1 (Tabla Anexo VIII-2, Anexo VIII, p. 1) y la pareja 2 (Tabla Anexo VIII-3, Anexo VIII, p. 2); y no tenemos garantizada la asociación para los lag 0, 1, -1, 5 y -5 en la pareja 4 (Tabla Anexo VIII-5, Anexo VIII, p. 3). En nuestro caso y a pesar de no tener garantizada la existencia de relaciones en algunas parejas y algunos lag, al aplicar la técnica de coordenadas polares obtengo relaciones.

Hasta ahora he presentado el método observacional y las fases de su diseño, concretadas para el ciclo 3. En dicha concreción, expongo y justifico la construcción del instrumento de observación, detallo los distintos criterios y categorías que los componen, el proceso de codificación aplicado y, establezco la validez y fiabilidad del registro. Resumidamente, todo ello permite emplear las herramientas del análisis secuencial, pues:

⁵⁸ Dicha técnica es explicada en el Anexo IX.

⁵⁹ Un retardo o lag indica “saltos” en el flujo de códigos. Así, retardo 0 o lag 0 indica coocurrencia, retardo -1 o lag -1 indica anterior, retardo 1 o lag 1 indica sucesor, etc.

- Tengo garantizado la homogeneidad entre las sesiones, al mantener la constancia inter e intra sesión.
- La validez de la técnica de la resolución en voz alta para describir y observar los procesos cognitivos y metacognitivos en ambientes de resolución de problemas está suficientemente documentada.
- La fiabilidad del registro y la codificación de las categorías de los distintos criterios está garantizada a través de la triangulación de datos y la técnica de concordancia consensuada.
- La calidad de dato está garantizada al obtener valores Kappa que indican un alto grado de fiabilidad.
- La aplicación de la técnica de coordenadas polares está garantizada. El test de la Chi-Cuadrado de independencia refleja asociación entre los estadios en resolución de problemas en la mayoría de los supuestos.

IV.3.3.3. Muestra

El ciclo 3 cuenta con la colaboración de 8 estudiantes voluntarios para maestro con las siguientes características (Tabla IV-10):

Tabla IV- 10. Muestra del ciclo 3

Parejas	Sujetos ⁶⁰	Edad	Estudios de procedencia	Competencia
P1	A1	22	4º Matemáticas	Elevado
	A2	23	4º Matemáticas	Elevado
P2	A3	23	3º Maestro en Educación Física	Bajo
	A4	23	3º Filología Inglesa	Medio
P3	A5	25	2º Maestro en Educación Infantil	Bajo
	A6	21	2º Maestro en Educación Infantil	Bajo
P4	A7	22	5º Matemáticas	Elevado
	A8	22	3º Maestro en Lengua Extranjera	Medio

IV.3.3.4. Diseño final de la i-actividad

El diseño final de la i-actividad consta de 6 páginas interconectadas (Figura IV-59) del problema de optimización denominado Problema de la Hormiga. La organización y distribución de los enlaces entre las páginas, así como la información que ellas recogen, pretende abordar algunas de las consecuencias detectadas en el ciclo 2.

⁶⁰ En los ciclos previos la codificación de los sujetos es AXCY, donde X identifica al sujeto e Y identifica el ciclo. En esta ocasión y dado que los estudiantes del ciclo 3 son los sujetos de la experiencia final, he preferido nombrarlos simplemente como AX, con $X \in \{1, \dots, 8\}$.

A raíz de las consecuencias ConsC2_1, ConsC2_2, ConsC2_3, ConsC2_4 y ConsC2_6, el segundo prototipo de i-actividad necesita un rediseño y reorganización de las páginas. Decido intercambiar el orden de las páginas 5 y 6 del segundo prototipo, así, la página 5 pasa ahora a ser la página 6 y última, y la página 6 del segundo prototipo pasa ahora a ser la página 5 del diseño final de la i-actividad.

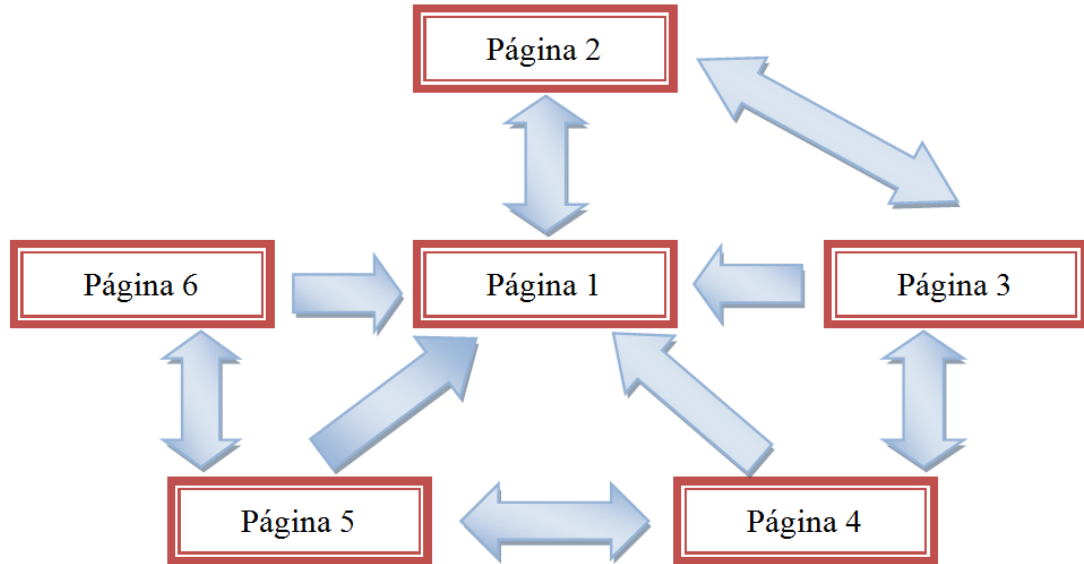


Figura IV- 59. Organización de enlaces del diseño final de la i-actividad

Además, establezco un nuevo diseño teórico de tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas. Concretamente, la versión final de la i-actividad implementada en el ciclo 3, página a página es:

Página 1. Diseñada para permitir trabajar el estadio de lectura, mostrando el enunciado del problema, un modelo-esquema a escala de la situación problemática y un único enlace a la página 2 con el rótulo “bajar” (Figura IV-60).

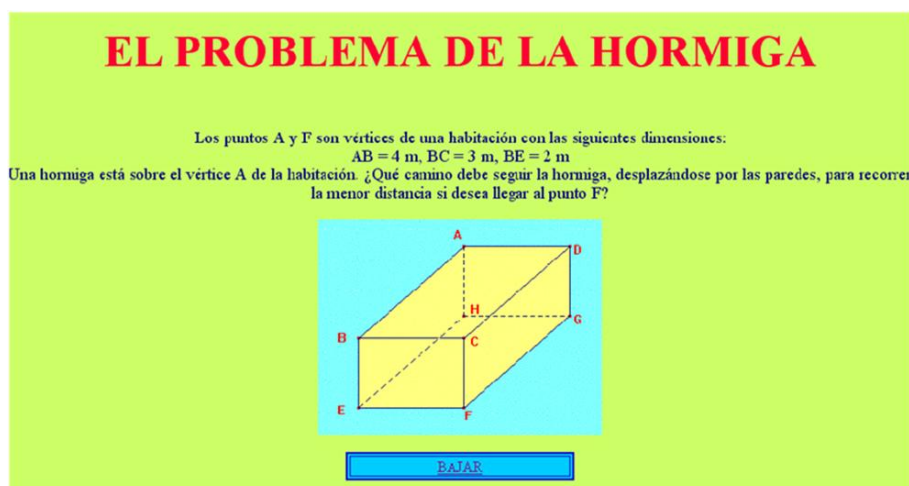


Figura IV- 60. Página 1, diseño final de la i-actividad

Página 2. Coincide con la página 2 del ciclo 2 y persigue los mismos objetivos. Diseñada para trabajar el estadio de análisis. La página contiene cuatro preguntas y tres enlaces (Figura IV-61).

Las preguntas son:

- P.1 ¿Qué se pretende obtener?
- P.2 ¿Cuáles son los datos del problema?
- P.3 ¿Qué condición/es presenta el problema?
- P.4 ¿Tenéis alguna idea que os pueda ser útil para resolver el problema?

La página 2 contiene tres enlaces con los rótulos “subir” (enlace a la página 1), “bajar” (enlace a la página 3) e “ir a enunciado” (enlace a la página 1).

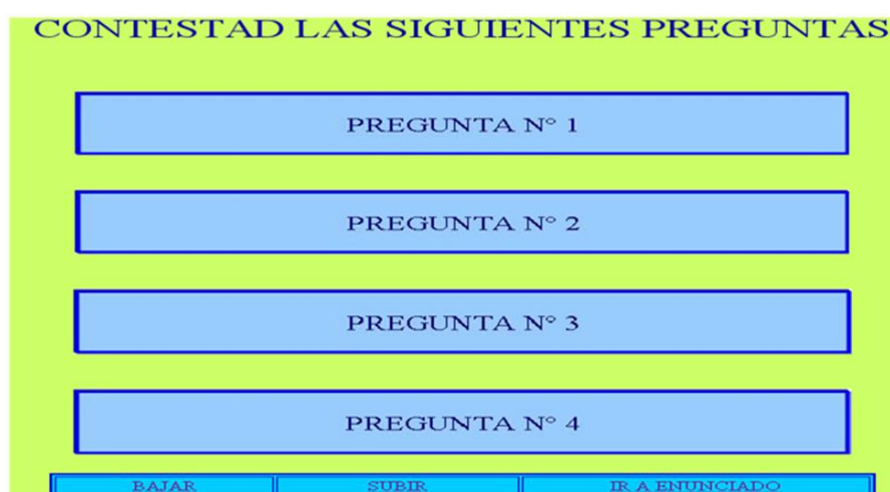


Figura IV- 61. Página 2, diseño final de la i-actividad

Página 3. Coincide con la página 3 del ciclo 2 y persigue los mismos objetivos. Diseñada para trabajar los estadios de exploración y análisis. En esta página 3 modifiqué el enunciado a raíz de las consecuencias ConsC2_6. Añadé la palabra “Primero” en el texto del encabezado de la página para que los estudiantes realicen, en primer lugar, la acción que el texto solicita. Es decir, que en primer lugar interactúen con el *applet* 1 arrastrando el punto rojo X (Figura IV-62).

Las preguntas son:

- P.5 ¿Qué observáis?
- P.6 ¿Cuál crees que es la trayectoria más corta? ¿Por qué?

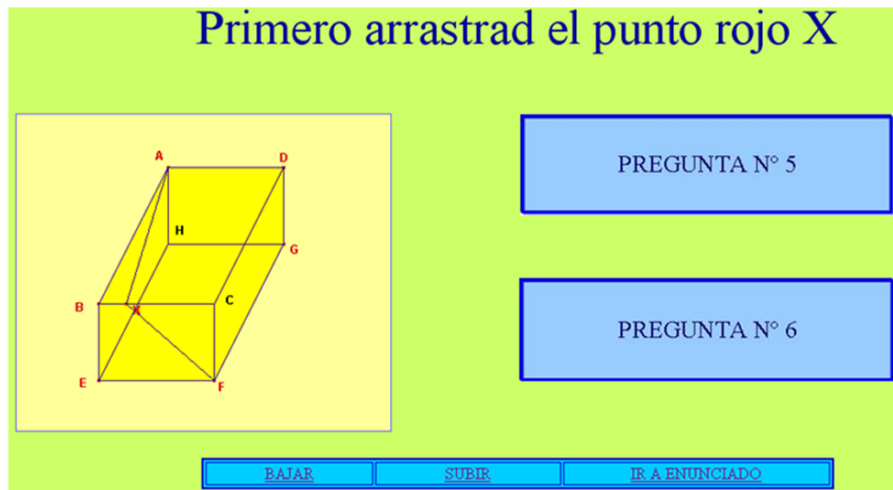


Figura IV- 62. Página 3, diseño final de la i-actividad

Página 4. Diseñada para trabajar el estadio de planificación. La página 4 es una simplificación de la página 4 del ciclo 2 (Figura IV-63) en la que eliminé las preguntas 7 y 8, añadiendo una única pregunta con el siguiente enunciado:

- Pregunta nº 7: Entonces, ¿cómo creéis que se resuelve el problema?

El enunciado así expresado pretende hacer que los estudiantes expliciten su plan de resolución, o en su caso, el proceso que hasta ese momento han puesto en juego.

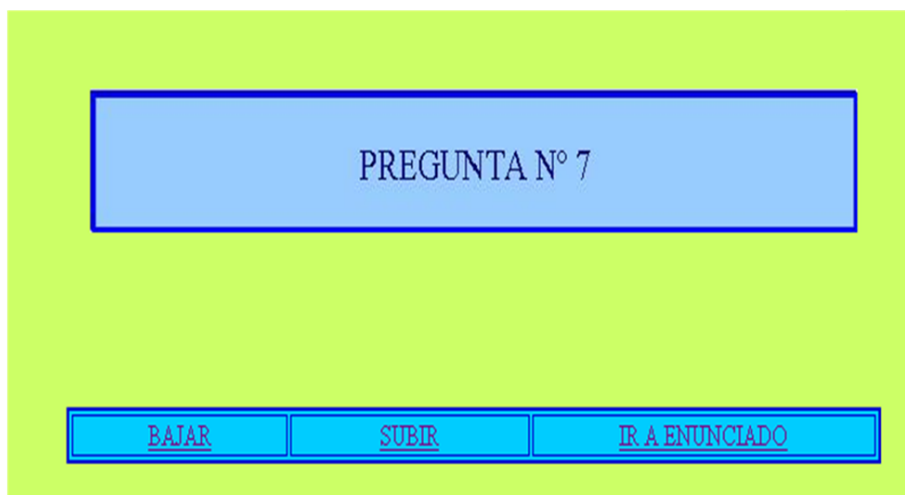


Figura IV- 63. Página 4, diseño final de la i-actividad

Página 5. Diseñada para trabajar el estadio de implementación así como secundariamente, los estadios de exploración y verificación (Figura IV-64). La página 5 es una modificación de la página 6 del segundo prototipo (Ver Figura IV-35, p.169), en la que:

(a) Cambio el texto del encabezamiento por la oración imperativa:

Activa el cuadro pista, presionad los botones y observad.

(El punto rojo se puede arrastrar).

(b) Cambio el texto de los enunciados de las preguntas por:

- Pregunta n°8. ¿Ha cambiado vuestra idea de cuál es el camino más corto?
- Pregunta n°9. ¿Tenéis alguna idea nueva para resolver el problema?

(c) Añado la siguiente oración imperativa:

- Pregunta n°10. Resolved ahora el problema con lápiz y papel.

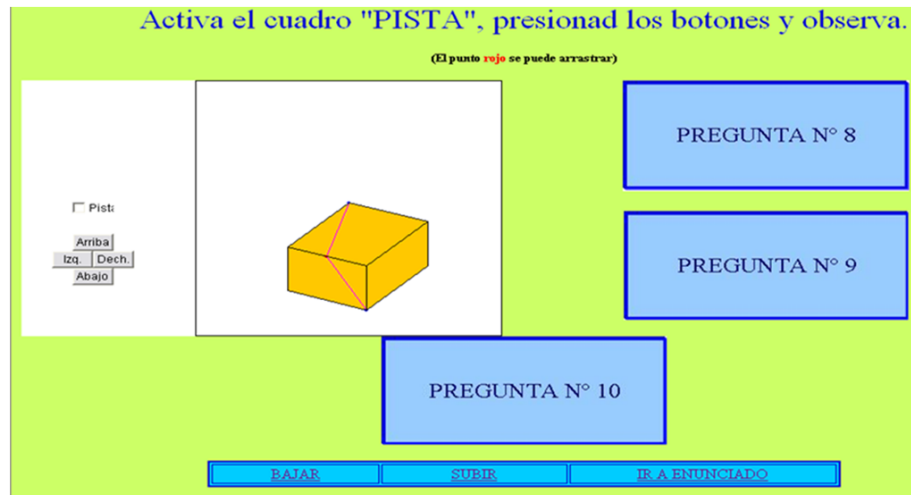


Figura IV- 64. Página 5, diseño final de la i-actividad

Página 6. Diseñada para trabajar los estadios de verificación y exploración (Figura IV-65). La página 6 es una modificación de la página 5 del segundo prototipo (Ver Figura IV-34, p. 168) en la que:

- (a) Añado un encabezamiento, introduciendo la oración imperativa:

Ahora arrastrad el punto X y X' y observad.

- (b) Añado dos preguntas nuevas, con el texto:

Pregunta nº 11. ¿Coincide con lo obtenido antes?

Pregunta nº 12. ¿Ha cambiado vuestra idea sobre la solución que habíais dado?

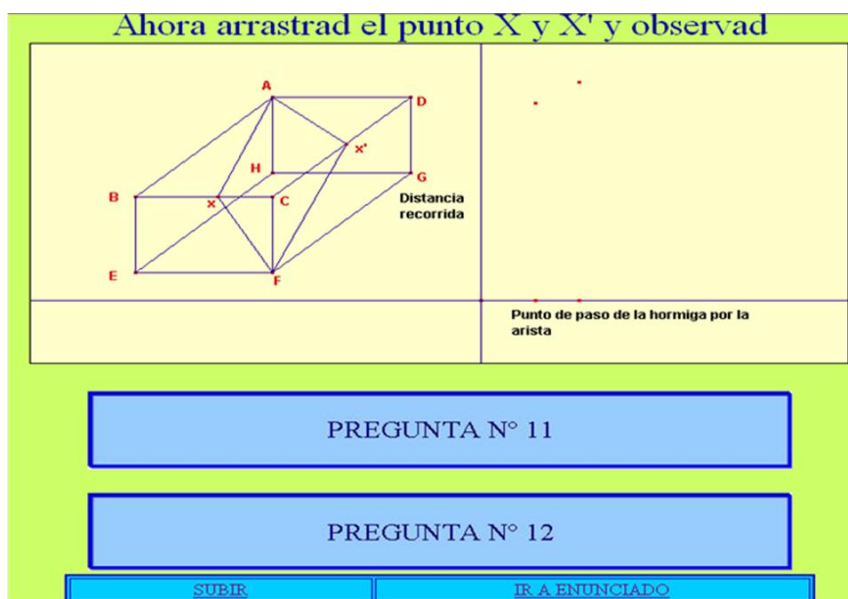


Figura IV- 65. Página 6, diseño final de la i-actividad

Este diseño final de la i-actividad (Figura IV-66) es presentado a discusión en el *I Encontro Internacional TIC e Educação* (Codina et al., 2010).

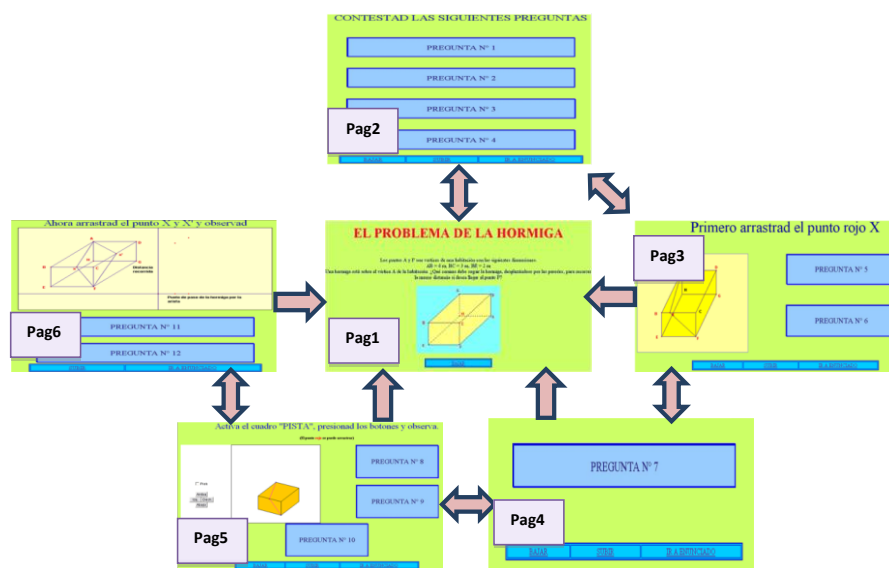


Figura IV- 66. Diseño final de la i-actividad

IV.3.3.5. Fase III. Análisis y discusión

A continuación, presento el análisis y discusión del diseño final de la i-actividad. Organizo esta sección en tres bloques: (1) reviso las modificaciones en el diseño derivadas de las consecuencias obtenidas en el ciclo 2; (2) valido el diseño de las páginas en relación al tránsito teórico por los distintos estadios en resolución de problemas; y (3) analizo y discuto la influencia de la interactividad a través de una aproximación cualitativa y cuantitativa.

IV.3.3.5.1. Modificación en el diseño

Para la elaboración del diseño final tengo en cuenta las consecuencias detectadas en el análisis retrospectivo del ciclo 2.

A raíz de las consecuencias ConsC2_1, ConsC2_2, ConsC2_3, ConsC2_4 y ConsC2_5, relativas a la disposición de la página 5, la carencia de enlaces en dicha página, los enunciados de los textos que pasan inadvertidos, la ubicación de los mismos y la persistencia en los estudiantes de las ideas iniciales de rutas por los vértices y arista *BC* del paralelepípedo, decido introducir en el diseño un conjunto de modificaciones, como la inclusión-exclusión de preguntas y textos, enlaces, y la reordenación de páginas.

En cuanto a la modificación y/o inclusión-exclusión de los textos, transformación de las preguntas indirectas en directas y/o oraciones imperativas, la actuación de los estudiantes refleja que dichas modificaciones provocan los efectos perseguidos. Es decir, una vez que los estudiantes leen los enunciados, contestan a las preguntas o realizan la acción que piden las oraciones imperativas. El Extracto-25, perteneciente a la pareja 1, muestra un ejemplo de ello.

Extracto 25. Pareja 1, modificación enunciados y preguntas

[Los estudiantes visualizan por primera vez la página 2].

A1. ¿Qué se pretende obtener?

A1. Pues la menor distancia posible.

A2. Un, un m.

A1. ¿Cuáles son los datos del problema?

A2. Las medidas de las paredes, ¿no?

A1. Las medidas de las paredes, de A a B.

A2. Las distancias.

A1. Si, las distancias.

A1. ¿Qué condición presenta el problema?

A2. Que el camino que recorra va a ser más corto.

A1. Cierto.

A1. ¿Tenéis ya alguna idea de cuál es el camino más corto?

A1. Creemos que es el mismo para todos, o sea que recorre, por donde tire.

A2. Va a recorrer lo mismo.

A1. Recorre lo mismo.

[Presionan el botón "bajar", visualizan la página 3].

A1. Primero arrastra el punto rojo X.

[A1 arrastra el punto rojo X sobre la arista BC, A2 observa].

A2. Es que no hemos tenido en cuenta que podía cruzar por aquí en medio.

Hemos tenido solo en cuenta las paredes.

[A2 realiza un gesto metafórico con el bolígrafo sobre la pantalla del ordenador recorriendo la diagonal del cubo. También señala las paredes.

A1 sonrío mientras A2].

A2. ¿No?

A1. Vale, sí.

A2. A ver, a ver la pregunta.

A1. Si, por que sí, ¿no?

A1. ¿Qué observáis?

A1. Pues que el camino AC no lo hemos contemplado en ningún momento, solo hemos visto el de A a B y el de.

A2. De B a E y de E a F.

A1. B a E y de E a F.

[Mientras A1 habla, señala con el ratón sobre el applets los puntos que dice].

A2. Que hemos utilizado todos los puntos antes.

A1. Claro.

En cuanto a la nueva disposición de la página 5 del segundo prototipo (reconvertida ahora en la página 6 y última), y la influencia de la interactividad del *applet* 3, dicha

página rompe con la idea de existencia solo de caminos por los vértices o por la arista BC , permitiendo el avance en el proceso de resolución⁶¹. Cuando las parejas llegan a la página 6, tienen o una solución parcial (por la arista BC) o, al menos, un plan de resolución. Tras interactuar con el *applet* 3, las parejas reafirman su solución parcial o detectan la existencia de más rutas.

El Extracto-26, perteneciente a la pareja 1, muestra como la influencia de la interactividad del *applet* 3 y el enunciado de la pregunta 11, permite a la pareja detectar la existencia de otros caminos. La Figura IV-67 muestra la utilización de gestos metafóricos por parte de A2 para indicar la acción de levantar la tapa y apoyar su argumentación.

Extracto 26. Ciclo 3, pareja 1, influencia interactividad

A2. ¡Es que si tu vuelves a levantar la tapa como antes!, ¿no? (Figura IV-67. Gesto metafórico).

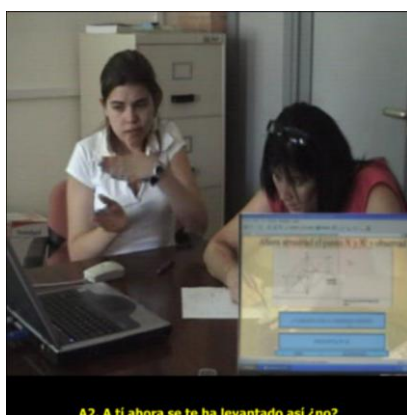


Figura IV- 67. Gesto metafórico

A1. Pero es que ahora tienes tres y dos, nena,..., mira tres y tres (Figura IV-68. Esbozo de trayectoria lateral).

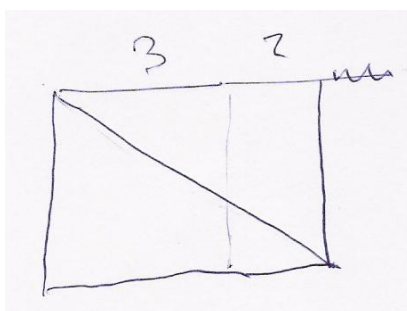


Figura IV- 68. Esbozo de trayectoria lateral (1)

⁶¹ La pareja 3 no llegó a visualizar la página 6.

A2. *¿Cómo tres y dos?*

A1. *Si yo levanto así para acá.*

A2. *Si.*

A1. *Tú tienes tres,..., por aquí, y dos hacia el otro lado. Mira, y entonces tienes que va para acá, tú tienes, tú tienes que va.*

A2. *A ti ahora se te ha levantado así ¿no?*

A1. *Si. Y para acá, o sea que puedes, hacer así,..., entonces ahora,..., quizás el camino sea distinto, ¿no? Tres al cuadrado menos,...,*

El Extracto-27, perteneciente a la pareja 4, muestra cómo la influencia de la interactividad hizo consciente a la pareja de la existencia de rutas alternativas a la que pasa por la arista BC . La pareja 4 calcula correctamente la ruta mínima de paso por la arista BC y aun reconociendo la existencia de rutas por la arista CD , debido a la observación de las gráficas de distancia para X y X' , no consiguen resolver el problema. Los estudiantes cometen el error de considerar la habitación como un cubo, y no como un paralelepípedo. En el extracto nuestro también como utilizan gestos metafóricos para apoyar sus argumentaciones y la idea de levantar la tapa por la arista CD (Figura IV-69).

Extracto 27. Ciclo 3, pareja 4, influencia interactividad rutas alternativas

A7. *¿Coincide con lo obtenido antes?,..., pues, este sí.*

A8. *¿Pero el otro,..., con el X' ? Que tiene que estar más o menos igual.*

A7. *Yo creo que si lo levantas así,..., sí, no sé, se ve, si, si levantamos la caja así, como se ha hecho antes (Figura IV-69. Esbozo trayectoria lateral 2),...,*

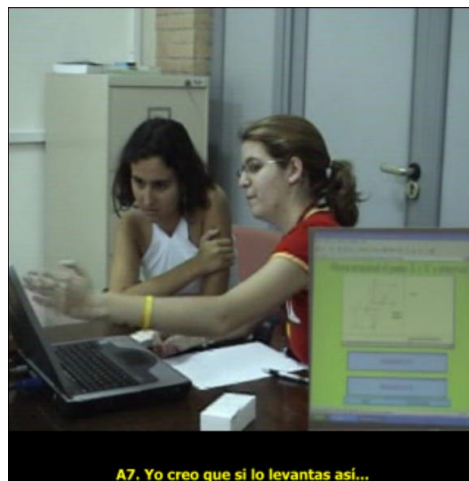


Figura IV- 69. Esbozo trayectoria lateral (2)

,..., pues así a simple vista pues,..., puede ser que si, o puede ser que no. Yo creo que sí ¿no? Pero que más da ponerlo a otro lado, se supone que tiene que ser que si (Figura IV-70. Visualización gráfica applet 3).

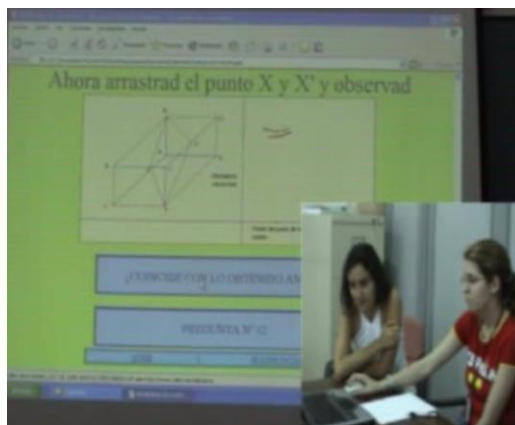


Figura IV- 70. Visualización gráfica *applet* 3

El Extracto-28, perteneciente a la pareja 2, muestra cómo la influencia de la interactividad con el *applet* 3 les hace detectar la existencia de otras rutas. Gracias a ello, la pareja 2 resuelve el problema. Previamente habían calculado correctamente la ruta mínima que pasa por la arista BC .

Extracto 28. Ciclo 3, pareja 2, influencia interactividad rutas alternativas

A4. Distancia, distancia recorrida,..., punto de paso de la hormiga por la arista.

A3. ¡¡¡Amigo!!!

A4. ¡Ah vale, vale, vale! Esto es como un ese de coordenadas ¿no?

A3. Uum.

A4. Claro. Es que no podía, yo pillar el principio.

A3. No ves, para llegar.

A4. Vale, vale.

A3. Tiene más, más trayectoria.

A4. Uum.

A3. Sabemos que tenemos que determinar la distancia.

A4. Claro, más distancia.

A3. Por lo que se trata de hacer.

A4. A ver ahí.

A3. La distancia hacia aquí.

A4. No Sería, justo en el momento que empieza a subir otra vez.

A3. Claro, en el mínimo. Es decir más o menos ahí. Es demasiado.

A4. Claro pero.

A3. Más o menos, más o menos, venga.

A4. El punto de menos trayectoria.

A3. Y ahora este pues lo voy a hacer de medición. Pero espérate esos son distintos.

A4. Claro porque son como,..., son dos soluciones diferentes.

A3. Claro son dos distintas...

A4. Ya está pues sí, a ver cuál era la pregunta.

A3. Claro es que este rectángulo que sale aquí, es distinto al de arriba. Entonces con X'...

A3. Te sale otra sol, otra función.

A raíz de las consecuencias ConsC2_7 y ConsC2_8 relacionadas con la dificultad para distinguir el tipo de interactividad, así como de la dificultad de registrar el grado de influencia en el proceso de resolución, surge la necesidad de encontrar un nuevo procedimiento para la recogida de datos, su codificación y análisis. Tras un periodo de búsqueda y reflexión, considero utilizar el marco de la investigación observacional y las técnicas del análisis secuencial. Utilizo dicho marco y técnicas para validar el diseño final de las páginas de la i-actividad en relación al tránsito teórico de los resolutores por los distintos estadios en resolución de problemas. A la vez, posibilita analizar y discutir, junto con una aproximación cualitativa, la influencia de la interactividad durante la resolución del problema. La unidad de análisis considerada para validar el diseño y estudiar la interactividad es el conjunto de parejas.

En cuanto a la consecuencia ConsC2_10, relativa a las intervenciones del observador, su influencia es reducida debido al entrenamiento y al protocolo de observación puesto en juego.

IV.3.3.5.2. Validación del diseño, relaciones

Para la validación del diseño teórico de tránsito de estadios en resolución de problemas por las páginas de la i-actividad, utilizaré el análisis secuencial de datos. Dicho análisis puede entenderse como “un conjunto de técnicas⁶² cuya finalidad es poner de manifiesto las relaciones, asociaciones, o dependencias secuenciales entre unidades de conducta” (Quera, 1993, p. 349). Dichas unidades de conducta son los observables codificados bajo el sistema de categorías descrito.

Para validar el último diseño de i-actividad realizado, teniendo en cuenta las consecuencias detectadas en las experiencias previas, centraré el análisis en las relaciones entre en el criterio páginas y el criterio resolución de problemas. La Tabla IV-11 presenta el diseño teórico de tránsito por los estadios de resolución de problemas por página de la i-actividad propuesta.

⁶² En el Anexo IX presento y describo un compendio técnicas empleadas en el análisis secuencial de datos y que utilizaré, en su mayoría, en este trabajo de tesis.

Tabla IV- 11. Distribución teórica de estadios por página de la i-actividad, ciclo 3

Estadios en resolución de problemas						
Página	Lectura	Análisis	Exploración	Planificación	Implementación	Verificación
1	■					
2		■				
3		■	■			
4			■	■		
5			■		■	■
6						■

Como he puesto de manifiesto, los datos que obtengo para el ciclo 3 son datos secuenciales de eventos con tiempo. Dada las posibilidades del software GSEQ, cuando sea necesario, transformo dichos datos en datos secuenciales de eventos.

Para llevar a cabo la validación del diseño, calcularé los valores de la razón de probabilidades o *odds ratio* (Tabla IV-12), los valores de probabilidad condicionada (Tabla IV-13) y los valores de coocurrencia (Tabla IV-14) entre los criterios página y resolución de problemas.

La Tabla IV-12 presenta los valores *odds ratio* o razón de probabilidades. Estos valores ponen de manifiesto cuándo la probabilidad de que los resolutores transiten por el estadio teórico, para cada página, es mayor que la probabilidad de que no lo hagan.

Tabla IV- 12. Odds ratio, criterio página Vs. resolución de problemas, IC del 95%

Dado	Objetivo							IC 95%						
	Pag1	Pag2	Pag3	Pag4	Pag5	Pag6	NoPag	Pag1	Pag2	Pag3	Pag4	Pag5	Pag6	NoPag
Lec	5,66	1,4	0,38	1,09	0,68	0,22	0,35	4,9-6,5	1,2-1,6	0,3-0,5	0,7-1,6	0,6-0,8	0,2-0,3	0,1-0,7
Ana	0,56	3,5	1,5	0	0,67	0,89	0	0,5-0,7	3-4,1	1,3-1,7	No def.	0,6-0,8	0,8-1	No def.
Exp	0,47	0,12	1,28	1,34	1,03	2,62	2,08	0,4-0,6	0,1-0,2	1,1-1,5	0,9-1,9	0,9-1,2	2,3-3	1,4-3,1
Pla	1,93	0	1,03	11,02	1,47	0,03	0	1,5-2,6	No def.	0,7-1,4	7,4-16,3	1,1-1,9	0-0,1	No def.
Imp	0,61	0,4	1,65	0	1,79	0,41	12,17	0,5-0,8	0,3-0,6	1,3-2	No def.	1,5-2,2	0,3-0,5	8,1-18,1
Ver	0,25	0,86	0,82	1,13	1,44	2,31	0,05	0,2-0,3	0,7-1,1	0,7-1	0,7-1,7	1,2-1,7	2-2,7	0-0,3

La información reflejada en la Tabla IV-12 sugiere la adecuación del diseño teórico de tránsito de los estadios por las páginas puesto que:

- en la página 1, el estadio más probable que ocurra es lectura (5,66), seguido a distancia de planificación (1,93);
- en la página 2, el estadio más probable que ocurra es análisis (3,5), seguido a distancia de lectura (1,4);

- (c) en la página 3, los estadios más probables que ocurran son implementación (1,65) y análisis (1,5), con valores cercanos, seguido ambos del estadio de experimentación (1,28), y un poco más alejado en probabilidad y cercano a la equiprobabilidad, el estadio de planificación (1,03);
- (d) en la página 4, el estadio más probable que ocurra es planificación (11,02), seguido a gran distancia en probabilidad por los estadios de experimentación (1,34), verificación (1,13) y lectura (1,09), estos dos últimos cercanos a la equiprobabilidad;
- (e) en la página 5, el estadio más probable que ocurra es implementación (1,79), seguido por los estadios planificación (1,47) y verificación (1,44), ambos con valores cercanos. A continuación, el estadio más probable y cercano a la equiprobabilidad es exploración (1,03);
- (f) en la página 6, los estadios más probables que ocurran son exploración (2,62) y verificación (2,31), seguido a distancia, y cercano a la equiprobabilidad, por el estadio de análisis (0,89);
- (g) por último, cuando no visualizan ninguna página, el estadio más probable que ocurra es implementación (12,17), seguido a gran distancia, en probabilidad, por el estadio de exploración (2,08).

La información refleja varios hechos. En primer lugar, para las páginas 1, 2, 4 y 6 (categorías *Pag1*, *Pag2*, *Pag4* y *Pag6*) los estadios más probables corresponden con el diseño teórico, siendo la presencia en probabilidad de otros estadios sensiblemente menor. En segundo lugar, cuando no visualizan ninguna página (categoría *NoPag*), el valor elevado de probabilidad del estadio implementación, junto con el valor del estadio exploración son coherentes con procesos de lápiz y papel relacionados con acciones de exploración y ejecución de un plan. En tercer lugar, la página 3 (categoría *Pag3*) tiene un diseño teórico para el tránsito por los estadios de análisis y exploración. En cambio, detecto la presencia en probabilidad del estadio de implementación y quizás, el estadio de planificación. En quinto lugar, la página 5 (categoría *Pag5*) tiene un diseño teórico para el tránsito principalmente por el estadio implementación, y secundariamente, por los estadios de exploración y verificación. En cambio, detecto la presencia en

probabilidad del estadio de planificación y la casi equiprobabilidad de este con verificación.

Estos hechos, especialmente los relacionados con las páginas 3 y 5 deben ser analizados con mayor profundidad. Para ello calculo la tabla de probabilidades condicionadas (Tabla IV-13), por unidad de tiempo el segundo, entre el criterio páginas y el criterio resolución de problemas.

Tabla IV- 13. Probabilidad condicionada, página
Vs. resolución de problemas

Dado	Objetivo					
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver
Pag1	0,52	0,16	0,13	0,06	0,06	0,06
Pag2	0,29	0,47	0,04	0,00	0,04	0,16
Pag3	0,12	0,30	0,26	0,04	0,13	0,15
Pag4	0,25	0,00	0,27	0,28	0,00	0,20
Pag5	0,19	0,18	0,22	0,05	0,13	0,22
Pag6	0,08	0,22	0,37	0,00	0,05	0,29
NoPag	0,1	0,00	0,37	0,00	0,52	0,01

Para el análisis y discusión de la información reflejada en la Tabla IV-13, necesito adoptar un criterio de mínimos: tendré en consideración aquellas probabilidades condicionadas superiores a 0,20. Así:

- (a) en la página 1 el estadio lectura obtiene mayor probabilidad condicionada, coincidiendo con nuestro diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12. Por otro lado, las probabilidades obtenidas para dicho estadio en todas las páginas no deben extrañarme, dado que cada vez que un estudiante lee un texto de la página, dicho periodo de tiempo es codificado como la categoría *Lec*. Además, los valores obtenidos por el estadio lectura en las páginas 2 y 4 son coherentes con el hecho de que dichas páginas solo contienen texto.

Explicados los valores obtenidos para el estadio lectura, analizo y discuto las distintas páginas, sin tener en cuenta la categoría *Lec*:

- (b) en la página 2, el estadio análisis obtiene mayor probabilidad condicionada, coincidiendo con nuestro diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12.

- (c) en la página 3, los estadios análisis y exploración obtienen mayor probabilidad condicionada, coincidiendo con nuestro diseño teórico y reforzando lo obtenido de la Tabla IV-12 en relación a dichos estadios.
- (d) en la página 4, el estadio planificación obtiene mayor probabilidad condicionada, coincidiendo con nuestro diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12. Además, la probabilidad condicionada por el estadio exploración obtenido en esta página sugiere que los estudiantes, ante el reto de contestar la pregunta: “Entonces, ¿Cómo creéis que se resuelve el problema?”, aun no tienen un plan de resolución asentado, por lo que deben recurrir a explorar el problema. Ello explica a su vez la probabilidad obtenida por el estadio de verificación.
- (e) en la página 5, los estadios de exploración y verificación obtienen mayor probabilidad, coincidiendo con el diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12. Aunque en dicha página, el estadio de análisis no llega a superar la probabilidad condicionada mínima establecida, su valor es próximo. La información refleja la importancia del *applet 2* en el proceso de resolución del problema. Nótese que el *applet 2* muestra una estrategia de resolución y, por tanto, los estudiantes tienen que analizar y comprender la información derivada de la interacción con dicho *applet*. Una vez comprendida la información, el proceso de implementación de la estrategia para la resolución del problema de la hormiga es relativamente rápido. Eso explica la obtención de valores condicionados para el estadio implementación relativamente bajos, a pesar de que el valor de la razón de probabilidades sea el mayor en dicha página 5.
- (f) en la página 6, los estadios de exploración y verificación obtienen mayor probabilidad condicionada, de nuevo coincidiendo con el diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12. Además, en esta página, el estadio de análisis obtiene un valor superior a 0,2, aunque su razón de probabilidad es menor que 1. Ello sugiere que el *applet 3* y el significado de las interacciones con él, es difícil de comprender para los estudiantes.

(g) cuando los estudiantes no visualizan ninguna página, los estadios de implementación y verificación obtienen mayor probabilidad, lo que nuevamente coincide con nuestro diseño teórico y con lo obtenido de la Tabla IV-12.

La discusión realizada confirma globalmente el diseño teórico propuesto de tránsito de los estadios en resolución de problemas por las páginas. Considero entonces que dicho diseño es satisfactorio. Aun así, para realizar un análisis más fino y completar lo expuesto hasta ahora, discuto la información de la tabla de coocurrencias, en eventos, entre el criterio páginas y el criterio resolución de problemas (Tabla IV-14).

Tabla IV- 14. Coocurrencias, página Vs. resolución de problemas

Dado	Siguiente						Total
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	
Pag1	32	36	21	12	4	34	107
Pag2	36	59	4	0	6	33	138
Pag3	28	42	37	8	7	65	187
Pag4	8	0	7	3	0	5	23
Pag5	51	29	44	12	15	78	229
Pag6	22	32	40	1	6	84	185
NoPag	2	0	5	0	6	1	14
Total	179	198	158	36	44	300	915

La información de la Tabla IV-14 sugiere que:

- (a) durante la visualización de la página 5, los estudiantes transitan por más estadios distintos, siendo los más frecuentes los estadios de verificación y lectura, seguidos del estadio de exploración (coincide con el diseño teórico). La frecuencia obtenida es coherente en cuanto que los estudiantes, durante la visualización de la página 5, realizan acciones de exploración con mayor atención. Además, la exploración con el *applet* 2 provoca que las parejas tengan que recordar el enunciado del problema, o bien analizar, controlar y comprender, tanto las acciones con el *applet* 2 como el proceso de resolución que realizan.
- (b) el estadio de verificación presenta mayor número de coocurrencias durante la visualización de las páginas 3 y 6, ambas con similar frecuencia. Al igual que para la página 5, esta información es coherente con la presencia de los *applets* 1 y 3, y la influencia de la interacción con ellos.

- (c) en la página 3, tras el estadio de verificación, los siguientes estadios en frecuencia de coocurrencia son análisis y exploración (coincide con el diseño teórico). Durante la visualización de esta página, los estudiantes intentan comprender el problema y seleccionar una perspectiva adecuada para resolverlo. Ejemplo de ello es el expuesto en la Tabla Anexo X-11 (Anexo X, p. 13), donde además la interacción con el *applet* 1 desestabiliza las ideas iniciales del plan de resolución. Ello provoca la puesta en juego de acciones encuadradas en la categoría exploración, tales como la búsqueda de información relevante no directamente extraíble del enunciado o la realización de acciones de ensayo y error, o la aparición de *insight*. Los estudiantes ejercen un control sobre dichas acciones.
- (d) En la página 6, tras el estadio de verificación, los siguientes estadios en frecuencia de coocurrencia son exploración y análisis. La interacción con el *applet* 3 desestabiliza el proceso de resolución de las parejas al advertir de la existencia de rutas laterales (Extracto-26, p. 225, Extracto-27, p. 226 y Extracto-28, p. 227, de este mismo capítulo IV). Los valores de frecuencia informan, además, de que el *applet* 3 presenta mayor dificultad de comprensión, provocando en las parejas la necesidad de continuar explorando el problema. Ello explica por qué esta categoría presenta mayor número de coocurrencias que la categoría análisis, siendo coherente con el diseño teórico.

La frecuencia de ocurrencia de los estadios por páginas es un elemento más que aporta información en cuanto a la validación del diseño teórico. Su análisis añade información adicional relacionada con lo que ocurre cuando los estudiantes transitan por las páginas. Así, he detectado como la interacción con el *applet* 3 (página 6) desestabiliza el proceso de resolución de las parejas, que a su vez provoca la realización de acciones de exploración, o como la interacción con el *applet* 1 (página 3) fomenta la aparición de *insight*, los cuales habitualmente suceden en el estadio de exploración, o como en la páginas dónde hay *applets* (página 3, 5 y 6), los estudiantes realizan procesos de control.

IV.3.3.5.3. Influencia de la interactividad

A raíz de la consecuencia ConsC2_7, relacionada con la dificultad para distinguir el tipo de interactividad, así como de la dificultad de registrar el grado de influencia en el proceso de resolución, consideré necesario establecer un criterio específico para la interactividad. En este sentido, he supuesto que existe influencia de la interactividad cuando esta produce una reacción sobre el comportamiento del estudiante o de los estudiantes durante la resolución del problema, claramente identificable en alguna de las categorías propuestas para el criterio resolución de problemas. Con dicho supuesto, definí las categorías del criterio influencia de la interactividad en la sección IV.3.3.2.1. La Tabla IV-15 sintetiza las categorías de este criterio.

Tabla IV- 15. Descripción y categorías del criterio interactividad

Descripción del criterio interactividad		
Cuando se produce una reacción en un sujeto o sujetos derivada de alguna acción con el ratón sobre la i-actividad		
Categorías	Código ^a	Descripción
Interactividad 1	AxInt1	Cuando la reacción es simultánea y producida por el mismo sujeto que está manejando el ratón
Interactividad 2	AxInt2	Cuando la reacción es justo después y producida por el mismo sujeto que estaba manejando el ratón
Interactividad 3	AxInt3	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad
Interactividad 4	AxInt4	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad
Interactividad 5	AxInt5	Cuando la reacción es producida por un sujeto haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad
Interactividad 6	AxNoInt	Cuando no hay reacción de un sujeto a alguna acción con el ratón sobre la i-actividad

Nota: ^a Se omite la identificación del sujeto (Ax) cuando no existen posibilidades de confusión.

A continuación, realizo un estudio de la influencia de la interactividad desde dos ópticas, una cuantitativa y una cualitativa. Los ejemplos que expondré a lo largo de esta sección reflejan cómo la influencia de la interactividad modifica el proceder de los estudiantes durante la resolución del problema.

Aproximación cuantitativa

Para llevar a cabo el análisis y discusión del criterio influencia de la interactividad, desde una aproximación cuantitativa, calculo los estadísticos básicos de dicho criterio (Tabla IV-16), así como las coocurrencias del criterio interactividad con los criterios resolución de problemas (Tabla IV-23, p. 246), arrastre (Tabla IV-24, p. 248) y páginas (Tabla IV-25, p. 248).

La Tabla IV-16 muestra los valores obtenidos de frecuencia, frecuencia relativa, duración, probabilidad y duración media para las categorías del criterio interactividad.

Tabla IV- 16. Estadísticas básicas, interactividad

Tipo	freq ^a	relf ^b	dura ^c	prob ^d	avgD ^f
Int1	19	0,15	253	0,02	13,32
Int2	4	0,03	21	0	5,25
Int3	16	0,13	46	0	2,88
Int4	6	0,05	18	0	3,00
Int5	13	0,11	142	0,01	10,92
NoInt	65	0,53	10152	0,95	156,23
Total	123	1	10632	1	

Nota: El tiempo total es 10632 segundos.

^a frecuencia de eventos;

^b frecuencia relativa;

^c duración total;

^d probabilidad simple;

^f duración media.

En primer lugar, los valores obtenidos en la categoría *NoInt* debo entenderlos como naturales en el contexto del trabajo con la i-actividad y el proceso de resolución. No es de esperar que estén la mayoría del tiempo bajo la influencia de la interactividad con la i-actividad. Nótese que la duración media arroja un valor de 156,23 segundos, es decir, cerca de dos minutos y medio. Además, en el diseño de páginas de la i-actividad, tres de las seis no contienen *applets*.

En segundo lugar, dado que el estudiante que maneja el ratón tiene focalizada generalmente toda su atención en el proceso de interacción, no debe extrañar que los valores más altos lo obtenga en la categoría *Int1* (la reacción es simultánea y producida por el mismo estudiante que maneja el ratón). *Int1* representa casi el 52% de la duración total de la influencia de la interactividad.

Por otro lado, la influencia de la interactividad va más allá del tiempo en el que los estudiantes interaccionan con la i-actividad. De hecho, *Int5* (la reacción es producida por un estudiante haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad) representa el 30% de la duración total de la influencia de la interactividad. *Int5* identifica los periodos en los que los estudiantes “caen” en la cuenta de algún hecho importante derivado de un proceso de interactividad previo. Además, conjuntamente *Int1* e *Int5* (la reacción es producida por un estudiante haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad) acaparan el 83% del tiempo total del criterio Interactividad.

En tercer lugar, *Int3* (la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad) presenta valores bajos, en relación a la duración. Esto refleja que el estudiante que maneja el ratón, sigue con su interacción con el *applet*, a no ser que acepte la influencia de la interactividad provocada en el compañero. Esta interpretación, a su vez, explica los valores obtenidos por la categoría *Int2* (la reacción es justo después y producida por el mismo estudiante que maneja el ratón) e *Int4* (la reacción es producida por un estudiante que no maneja el ratón y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad). Presento dos ejemplos de esta situación en la siguiente sección denominada aproximación cualitativa (Tabla IV-24, p. 248 y Tabla IV-25, p.248).

Una vez puesto en contexto el criterio interactividad, la Tabla IV-17 muestra los valores en frecuencia y tiempo de la coocurrencia entre las categorías interactividad y resolución de problemas.

Tabla IV- 17. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	9	98	12	141	0	0	0	0	4	10	0	0	2	4	27	253
Int2	0	0	1	3	2	15	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	4	21
Int3	0	0	3	13	6	24	0	0	0	0	7	9	0	0	0	0	16	46
Int4	0	0	1	4	1	1	0	0	0	0	4	13	0	0	0	0	6	18
Int5	0	0	5	41	4	81	0	0	0	0	5	18	0	0	1	2	15	142
NoInt	171	1386	186	1218	143	1032	36	235	43	533	284	993	143	275	773	4480	1779	10152
Total	171	1386	205	1377	168	1294	36	235	43	533	305	1046	143	275	776	4486	1847	10632

Nota: fr=frecuencia; T=tiempo, medido en segundos.

La Tabla IV-17 informa acerca de la no existencia de influencia de la interactividad en los estadios de lectura, planificación, implementación y conversación. La interactividad influye cuando alguno de los estudiantes transita por los estadios análisis, exploración, verificación u observación y escucha.

Considerando la influencia de la interactividad en su conjunto ($Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$), es decir, sin considerar la categoría *NoInt*, los valores para *Int* sugieren que la influencia recae sobre aquellos estadios que requieren de los estudiantes mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo. *Int* coocurre en 25 ocasiones con el estadio exploración, en 21 con el estadio verificación y en 19 ocasiones con el estadio análisis, siendo solo en 3 ocasiones con el estadio observación y escucha.

Con el foco de atención sobre la duración de la influencia, los valores sugieren que los estudiantes tienen dificultades en la exploración y el análisis de la información derivada de la interactividad de los *applets*. El estadio de exploración presente un valor de 262 segundos, el estadio de análisis, un valor de 159 segundos. Sin embargo, el estadio de verificación, con un valor de 53 segundos, sugiere que el control de la exploración y análisis de la interactividad no es profundo.

Respecto del tipo de interactividad, la información reafirma la importancia de quién es el que maneja el ratón. Es en este estudiante sobre el que recae la influencia de la interactividad y la activación de estrategias metacognitivas y cognitivas en el proceso de resolución. La mayor frecuencia está relacionada con el estudiante que maneja el ratón ($\{Int1, Int3\}$), datos que concuerdan con los valores obtenidos en la Tabla Anexo XI-28 (Anexo XI, p. 19). Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, grupal (Anexo XI, p. 19). Además, la información contenida en la Tabla IV-17, refleja como $(Int1 \cup Int3) \cap \{R. Problemas\}$ representa el 63% del total de la frecuencia de la influencia de la interactividad (42 coocurrencias de un total de 68), y el 61% de la duración total de la influencia (296 segundos de 480 segundos).

Además, la información pone de manifiesto la importancia de *Int5* en la activación de estrategias metacognitivas y cognitivas en los estudiantes más allá, en el tiempo, del proceso de interactividad. *Int5* representa el 22% de la frecuencia de coocurrencia (15 de 68) y el 30% del tiempo total de influencia de la interactividad (142 segundos de 480 segundos). La influencia sobre el estudiante que no maneja el ratón $\{Int2, Int4\}$ supone

solo el 15% en coocurrencia (10 de 68) y tan solo 39 segundos de 480 segundos totales. Es decir, la importancia de *Int2* e *Int4*, en el proceso de resolución, es relativa y recae fundamentalmente sobre la aparición de *insight*, la realización de acciones de metacognición, o el mantenimiento del espacio compartido del problema.

Con objeto de llevar a cabo un análisis más fino de la influencia de la interactividad, discuto la información obtenida, tanto en la Tabla IV-18 relativa a la frecuencia y el tiempo de coocurrencias entre los criterios interactividad y arrastre, como la obtenida en el estudio de las coocurrencias entre los criterios interactividad y páginas, Tabla IV-19.

Tabla IV- 18. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, grupal

Tipo	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	6	48	12	78	16	127	34	253
Int2	1	11	0	0	3	10	4	21
Int3	0	0	1	3	15	43	16	46
Int4	0	0	0	0	7	18	7	21
Int5	0	0	0	0	12	142	12	142
NoInt	34	315	35	291	117	9546	186	10152
Total	45	374	48	372	170	9886	259	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Se obtiene mayores frecuencias del criterio Interactividad debido a los solapamientos de codificación.

La Tabla IV-18 refleja cómo la influencia de la interactividad va más allá de la acción de arrastre en los *applets*. Además, dado que los arrastres erráticos suelen realizarse cuando no hay un plan predefinido, los valores obtenidos son coherentes. Nótese cómo la proporción de tiempo de influencia de la interactividad es más de dos segundos mayor para el arrastre errático ($59/7=8,4$) que para el arrastre guiado. El arrastre guiado suele realizarse cuando se persigue un objetivo claramente definido. En cambio, respecto de la frecuencia, la interactividad ($Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$) en los arrastre guiados (13) es más frecuente que en los erráticos (7).

Asimismo, la información presentada en la Tabla IV-18 no permite deducir, sin una duda razonable, si los dos tipos de arrastre potencian por igual la no aparición de influencia de la interactividad. Esto es así dado que ambos tipos de arrastre presentan una frecuencia y duración total similar ($Freq(Err)=36$, $Freq(Gui)=42$), con una leve diferencia de dos segundos en cuanto a la duración media ($AvgD(Err)=10,38$,

$AvgD(Gui)=8,85$) (Anexo XI, Tabla Anexo XI-20, p. 17). En cambio, los datos parecen sugerir que el arrastre guiado potencia casi el doble la aparición de influencia de interactividad respecto del arrastre errático.

Por último, según la definición adoptada para *Int1* e *Int3*, considero coherente que sean estas categorías las que mayor frecuencia de coocurrencias presenten, en relación con los tipos de arrastres (34 y 16 respectivamente). Lo que a priori pudiera chocar es el número de coocurrencias de *Int1* e *Int3* con la categoría *NoArr* (16 y 15 respectivamente). Esta situación no debe extrañar puesto que considero como unidad de análisis al conjunto de comportamientos de todas las parejas. Es decir, si el observable, para el sujeto *A*, es codificado como *Int1*, entonces *A* maneja el ratón y por tanto, *B* no lo hace, codificándose durante ese periodo, su observable como *NoArr*. Así, en la casilla $Int1 \cap NoArr$ deberá de aparecer una marca. Similar razonamiento explica la frecuencia de $Int3 \cap NoArr$. El hecho de que la categoría *NoInt* coocurra casi con igual frecuencia para ambos tipos de arrastre y con una duración total similar, refuerza la argumentación expuesta.

Por último, la Tabla IV-19 refleja la frecuencia y tiempo de coocurrencia entre los criterios interactividad y páginas.

Tabla IV- 19. Coocurrencias, interactividad Vs. páginas, grupal

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	6	67	0	0	8	104	5	82	0	0	19	253
Int2	0	0	0	0	1	11	0	0	1	3	2	7	0	0	4	21
Int3	0	0	0	0	6	24	0	0	8	18	2	4	0	0	16	46
Int4	0	0	0	0	2	10	0	0	3	4	1	4	0	0	6	18
Int5	1	6	0	0	3	20	0	0	7	54	2	62	0	0	13	142
NoInt	14	2070	18	1300	32	1762	12	286	41	2407	20	2115	6	212	143	10152
Total	15	2076	18	1300	50	1894	12	286	68	2590	32	2274	6	212	201	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

La información recogida sugiere que tanto la categoría *Pag2*, como *Pag4*, coocurren solo con la categoría *NoInt*. Este hecho es normal si consideramos que la página 2 es la inmediatamente siguiente a la página del enunciado del problema de la hormiga; y que la página 4 solo solicita a los estudiantes hacer explícito el plan de resolución. Además, ambas páginas no contienen ningún *applets*. Aun así me surge un interrogante. Dado que *Pag1* tampoco contiene un *applet* y en cambio si coocurre con *Int5*, entonces: ¿por qué no ha habido influencia en *Pag2* y *Pag4*, dado que *Int5* no depende directamente

del arrastre y se registra una vez una vez transcurrido cierto tiempo? Una explicación inicial es que ambas páginas contienen preguntas que supuestamente los resolutores ya han contestado, luego las parejas no consideran necesario volver sobre ellas, imposibilitando la aparición de marcas del código *Int5* en dichas páginas. Esta pregunta es una cuestión abierta del presente trabajo de investigación.

Para finalizar este análisis detecto que, en proporción, el *applet 3* presenta mayor dificultad que el *applet 2*. De hecho, en proporción, la duración de $Int \cap Pag6$ dobla a la de $Int \cap Pag3$ e $Int \cap Pag5$ (13,25 segundos frente a 7,3 segundos y 6,7 segundos respectivamente).

El análisis y discusión realizados sugieren que el estudiante que maneja el ratón juega un papel fundamental en el proceso de resolución del problema y en el trabajo colaborativo de la pareja. Sobre él recaen casi dos terceras partes de la influencia de la interactividad y por ende, las reacciones que pueden provocar cambios de dirección o acciones de control sobre el proceso de resolución derivadas de la influencia de la interactividad. El sujeto que maneja el ratón, durante los periodos de interacción con la i-actividad, dirige el proceso de resolución. Además, a no ser que este acepte las indicaciones del compañero/a, continuará con la interacción con la i-actividad.

Así mismo, detecto que la interactividad influye en aquellos estadios que conllevan mayor gasto metacognitivo y cognitivo (estadio de análisis, exploración, verificación). Por otra parte, durante la interacción con los *applets*, los procesos de control relacionados con las acciones de exploración y análisis no suelen ser profundos. Dichos procesos de control parecen limitarse a indicaciones relacionadas con futuras acciones con el ratón, recordatorios de acciones o propuestas ya emitidas, o simplemente emitiendo enunciados confirmatorios en relación a las acciones que realiza el compañero.

He detectado que no existe influencia de la interactividad en el estadio de planificación. Ello sugiere la siguiente pregunta abierta: *¿por qué no aparece coocurrencias de la influencia de la interactividad con el estadio de planificación, cuando este conlleva un importante gasto cognitivo?* También, detecto que el arrastre guiado potencia casi el doble la aparición de influencia de la interactividad respecto del arrastre errático. Ello parece sugerir que el arrastre errático debería de potenciar, en

mayor medida, la no aparición de influencia. En cambio, no tengo suficiente información para deducirlo, generando la siguiente pregunta abierta: *¿Algún tipo de arrastre potencia, en mayor medida, la no aparición de influencia de la interactividad?* Ambas cuestiones son preguntas abiertas de este trabajo de investigación.

Por último, he detectado la importancia en el proceso de resolución de la influencia de la interactividad cuando esta es producida trascurrido un tiempo de la interacción con la i-actividad.

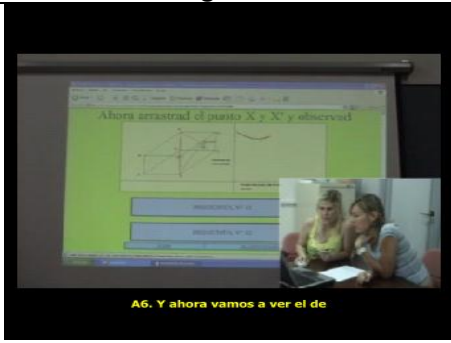
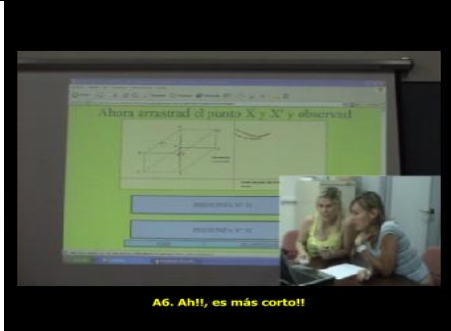
Aproximación cualitativa

Con motivo de las revisiones retrospectivas realizadas en los ciclos 1 y 2, detecto dos influencias principales de la interactividad. Por una parte, la influencia de la interactividad tiene un especial reflejo en la aparición de *insight* en los resolutores. Por otra parte, dicha influencia generalmente potencia la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema en los estudiantes.

A continuación, presento ejemplos ilustrativos de ambos tipos de influencia. En concreto, los *insights* junto con la interacción con los *applets*, provoca en las parejas la puesta en juego de herramientas metacognitivas de control (Tabla IV-20, Tabla IV-21), la identificación de información no directamente extraíble del enunciado (Tabla IV-21, Tabla IV-22, Tabla IV-23), o la identificación de estrategias de resolución (Tabla IV-24). En la mayoría de estos ejemplos, también queda reflejada cómo la interactividad influye en el espacio compartido del problema. Además, dichos ejemplos sirven para ilustrar los resultados obtenidos en la aproximación cuantitativa.

El primer ejemplo, Tabla IV-20, pertenece a la pareja 3 y muestra la realización de una pregunta de control como consecuencia del arrastre de X' y la visualización de la gráfica de distancias en el *applet* 3. La pregunta de control es realizada por la estudiante A5 y evoca acciones que la pareja había realizado. La estudiante que maneja el ratón confirma la pregunta realizada por la compañera.

Tabla IV- 20. Influencia de la interactividad y ECP, pareja 3 (1)

Fotogramas	Transcripción
	<p>A6- Y ahora vamos a ver el de X' Observación. Arrastra el punto X' por la arista DC hacia el vértice C, el <i>applet</i> dibuja la traza de la distancia a la vez que realiza el arrastre</p>
<p style="text-align: center;">↓</p> 	<p>A6: Ah!!, es más corto A5: ¿El que hemos hecho nosotras? A6- Si. Observación: A6 continua arrastrando el punto X'</p>

El segundo ejemplo, Tabla IV-21, pertenece a la pareja 2 y muestra como la aparición de un *insight* provoca la identificación de una estrategia de resolución y la obtención de información relevante no directamente extraíble del enunciado. En este ejemplo, la reacción derivada de la influencia de la interactividad recae sobre A5, el estudiante que maneja el ratón. A6 se limita a observar y a acompañar con su silencio y lectura de las preguntas de la i-actividad, las deducciones de A5.

Tabla IV- 21. Influencia de la interactividad, *insight*, pareja 2

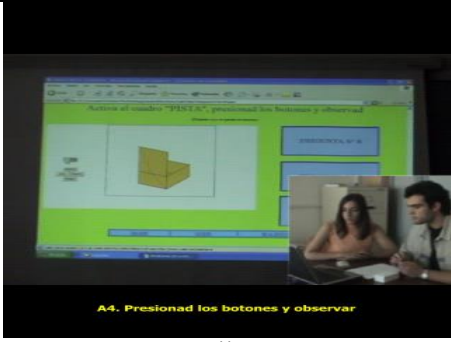
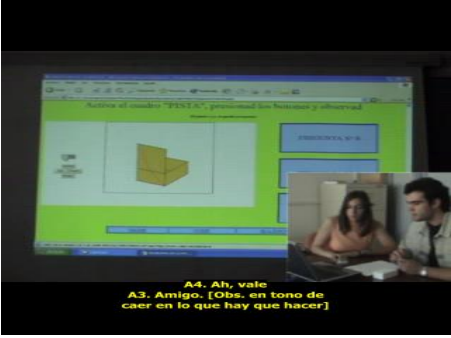
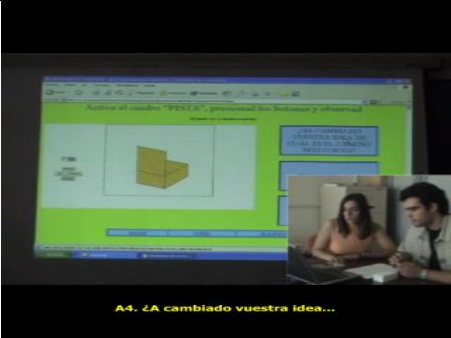
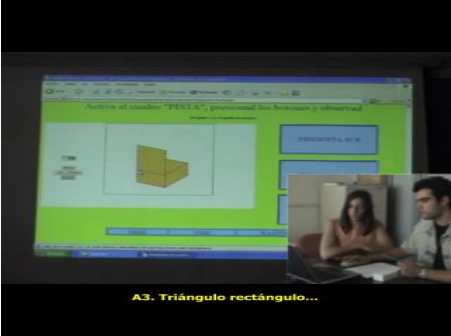
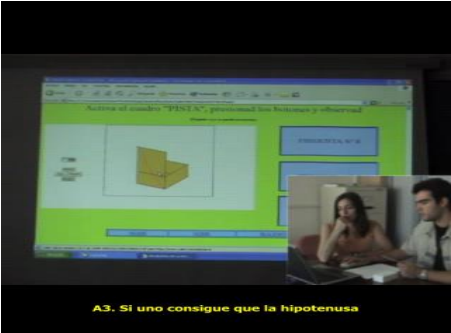
Fotogramas	Transcripción
	<p>A4- Activad el cuadro pista,..., vale, presionad los botones y observad</p>
<p style="text-align: center;">↓</p>	

Tabla IV- 21. Influencia de la interactividad, *insight*, pareja 2 (continuación)

Fotogramas	Trascripción
	<p>A4- ¡Ah!, vale A3- ¡Amigo! Observación. En tono de caer en lo que hay que hacer A3- Vale</p>
<p style="text-align: center;">↓</p> 	<p>A4- ¿A cambiado vuestra idea de cuál es el camino más corto?</p>
<p style="text-align: center;">↓</p> 	<p>A3- Pues va a ser que sí, triángulo rectángulo</p>
<p style="text-align: center;">↓</p> 	<p>A3- Si uno consigue que la hipotenusa sea recta, coges, coges los dos rectángulos, tienes lo mismo</p>

Nota: Mientras se produce la secuencia, el sujeto A3 arrastra el punto rojo sobre la arista *BC*

El tercer ejemplo, Tabla IV-22, pertenece a la pareja 4 y muestra como la influencia de la interactividad permite a los resolutores confirmar un procedimiento de aproximación a la resolución del problema que con anterioridad habían enunciado. En

este caso, A8 emite un enunciado confirmatorio que es refrendado por A7, la estudiante que maneja el ratón.

Tabla IV- 22. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 4

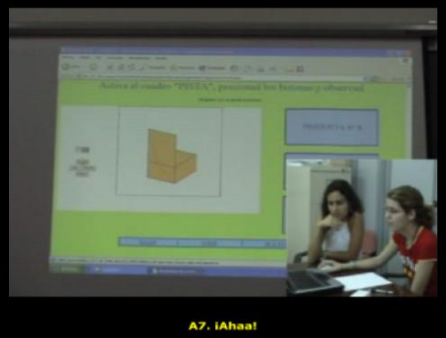
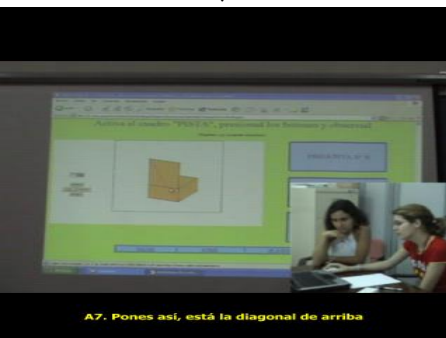
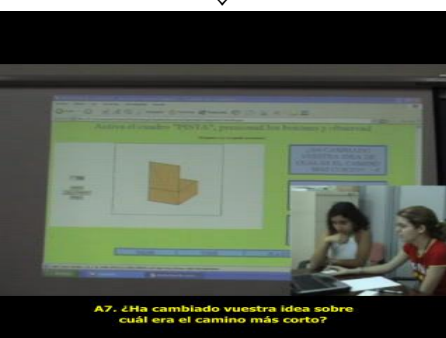

Fotogramas	Transcripción
	<p>A7. ¡Ahaa!</p>
↓	
	<p>A7- Pones así, está la diagonal arriba, porque así tienes un rectángulo grande</p>
↓	
	<p>A7- ¿Ha cambiado vuestra idea sobre cuál era el camino más corto?</p>
↓	
	<p>A7- Pues no. A8- No, sigue igual. A7- Se sigue manteniendo.</p>
↓	

Tabla IV- 22. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 4 (continuación)

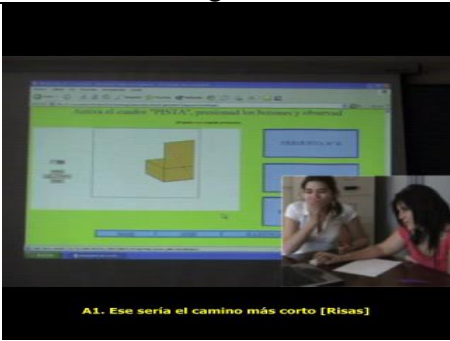
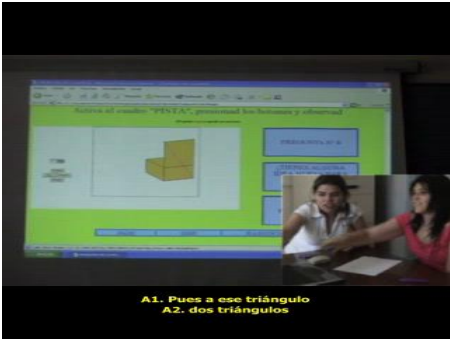
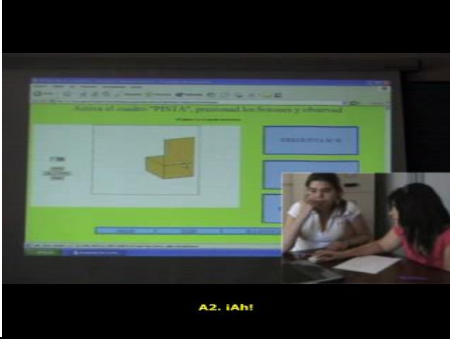
Fotogramas	Transcripción
	<p>A7- ¿Tienes alguna idea nueva para resolver el problema?</p>
<p style="text-align: center;">⇓</p>	<p>A7- Pues sí, ya me encaja todo el jaleo ese de x, uno menos x...</p> <p>A8- Claro, preguntando recto. Seguiríamos utilizando el teorema, ..., de Pitágoras.</p> <p>A7- Si.</p>

El cuarto ejemplo, Tabla IV-23, pertenece a la pareja 1 y muestra como la influencia de la interactividad permite a los resolutores obtener una nueva estrategia de resolución. En este caso, *A1* maneja el ratón y *A2* observa. Aunque inicialmente no comprenden lo que visualizan en la pantalla, la interactividad influye en ambas estudiantes a la vez tras el arrastre del punto rojo, coincidiendo ambas en la identificación de la información y la estrategia a seguir. Posteriormente, ante una duda generada por *A2* (realizando una pregunta de control del progreso), *A1* ofrece una respuesta que es aceptada por *A2*.

Tabla IV- 23. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 1

Fotogramas	Transcripción
<p style="text-align: center;">⇓</p> <p style="text-align: center;">⇓</p>	<p>A2- Presionad los botones y observar. O sea arriba, abajo, que sube.</p> <p>A1- No lo entiendo, ¿no?</p> <p>A2. Um.</p> <p>Observación. Están presionando los botones del <i>applet</i>.</p> <p>A1- ¿Ha cambiado vuestra idea sobre cuál era el camino más corto?</p>

Tabla IV- 23. Influencia de la interactividad, metacognición, pareja 1 (continuación)

Fotogramas	Trascripción
 <p>A1. Ese sería el camino más corto [Risas]</p>	<p>A1- Ese sería el camino más corto [Risas]. A2- Si. Observación. Arrastran el punto rojo de tal forma que se ve en línea recta. A1- Si ha cambiado nuestra idea pero, ... , claro</p>
<p style="text-align: center;">↓</p>  <p>A1. Pues a ese triángulo A2. dos triángulos</p>	<p>A1- ¿Tenéis alguna idea nueva para resolver el problema? A2- Si, ahora esos dos A1- Pues a ese triángulo A2- Dos triángulos.</p>
<p style="text-align: center;">↓</p>  <p>A2. ¡Ah!</p>	<p>A2- ¿Pero cómo sabemos dónde está? A1-Este Observación. A1 señala el punto rojo. A2. ¡Ah!</p>

El quinto ejemplo, Tabla IV-24, pertenece a la pareja 3 y muestra un intento de la pareja para llegar a consensos en el modo de proceder. El arrastre sobre el *applet* 2 produce una reacción en A5, que a su vez provoca una intervención de A6. La situación describe un ejemplo en la que el observable de A6 es codificado con *Int2* mientras que el de A5 es codificado con *Int3*. Finalmente, A6 no confirma la indicación sugerida por A5.

Tabla IV- 24. Influencia de la interactividad y ECP, pareja 3 (2)

Fotogramas	Transcripción
	<p>Observación: A6 sitúa el cursor sobre el vértice B. A5. El punto rojo no. Observación. A6 arrastra el punto rojo hacia el vértice C. A5. Es que esto no puede hacer si dice que tiene que ir por las paredes, ¿no?</p>
<p style="text-align: center;">↓</p>	<p>A6. Si, pero a lo mejor también puede ir por el suelo y sigue siendo,..., ¡yo que sé!</p>

La emisión de las preguntas de control en el proceso comunicativo de los estudiantes, especialmente cuando concurre influencia de la interactividad, refleja cómo esta fomenta la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema. La situación descrita anteriormente (Tabla IV-24), así como las otras cuatro situaciones, son ejemplos de ello.

El sexto ejemplo, Tabla IV-25, pertenece a la pareja 4 y muestra como la estudiante A7, que maneja el ratón y tras tener un *insight*, no considera la opinión de la compañera. El *insight* permite a A7 disponer de un plan de resolución.

Tabla IV- 25. Categoría no interactividad, pareja 4

Fotogramas	Transcripción
<p style="text-align: center;">↓</p>	<p>A7. Presionad los botones y observad.</p>

Tabla IV- 25. Categoría no interactividad, pareja 4 (continuación)



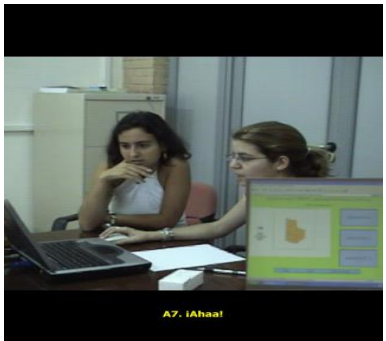
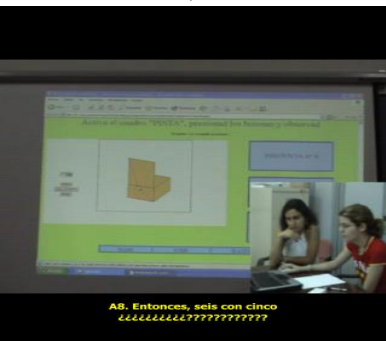
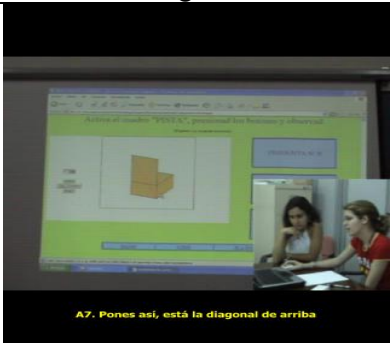
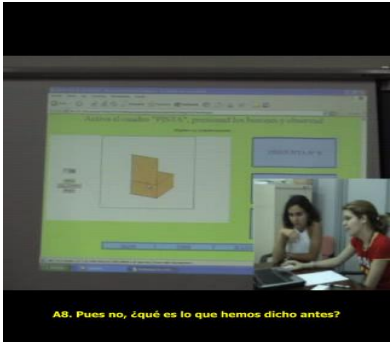
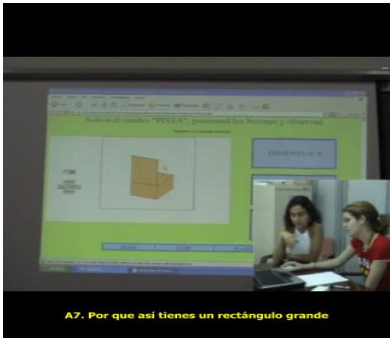
Fotogramas	Trascripción
	A8. Hay que activar el cuadro
	A7. ¡Ah! El cuadro pista
	A7. ¡Ahaa!
	A8. Entonces, seis con cinco

Tabla IV- 25. Categoría no interactividad, pareja 4 (continuación)

Fotogramas	Trcripción
	A7. Pones así, está la diagonal de arriba
<p style="text-align: center;">↓</p> 	A8. Pues no, ¿qué es lo que hemos dicho antes?
<p style="text-align: center;">↓</p> 	A7. Por qué así tienes un rectángulo grande, este de aquí

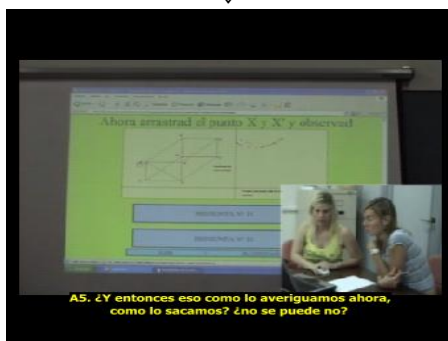
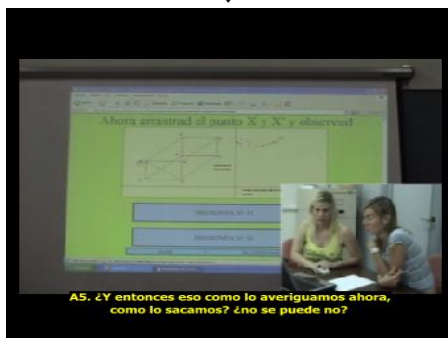
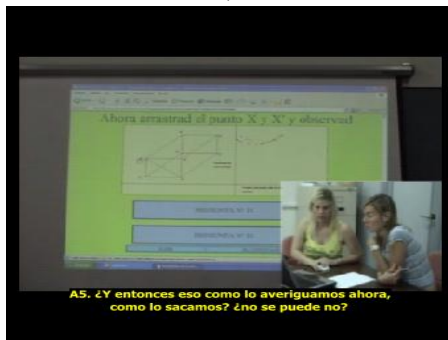
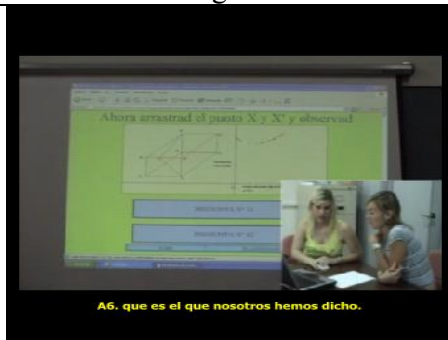
El séptimo ejemplo, Tabla IV-26, pertenece a la pareja 3 y muestra cómo la interacción con los *applets* no siempre produce influencia en el proceso de resolución. En el ejemplo, A6 y A5 hablan mientras A6 mueve el punto *X*, del *applet* 3 de un lado a otro del vértice *EF*, sin aparente propósito. No hay reacción a dicho arrastre en ninguna de las estudiantes.

Tabla IV- 26. Categoría no interactividad, pareja 3

Fotogramas

Transcripción

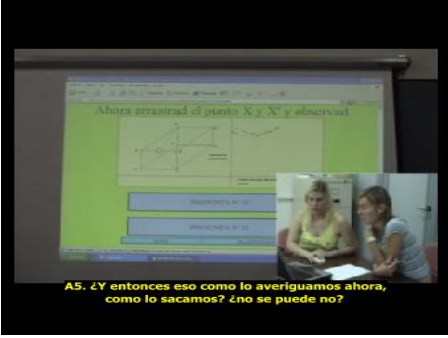
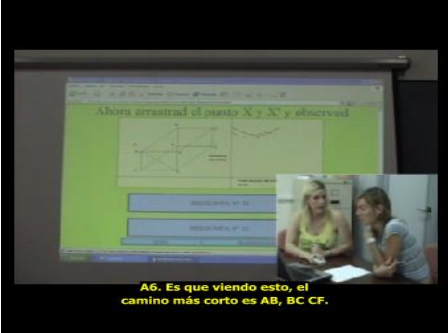
A6. que es el que nosotros hemos dicho



A5. ¿Y entonces eso como lo averiguamos ahora, como lo sacamos?
¿No se puede no?

Observación: A6 está arrastrando el punto X sobre la arista BC sin aparente propósito y rápidamente. A5 mientras habla está observando la pantalla
Observación: A6 está arrastrando el punto X sobre la arista BC. A5 observa.

Tabla IV- 26. Categoría no interactividad, pareja 3 (continuación)

Fotogramas	Trascripción
	<p>A6. Es que viendo esto, el camino más corto es AB, BC, CF</p> <p>Observación: A6 sigue mirando la pantalla del ordenador. No ha habido reacción al movimiento del ratón por parte de ningún sujeto.</p>
<p style="text-align: center;">↓</p> 	

Los ejemplos expuestos en esta sección reflejan como la influencia de la interactividad recae principalmente sobre el estudiante que maneja el ratón. El sujeto que maneja el ratón, durante los periodos de interacción con la i-actividad, dirige el proceso de resolución. Así mismo, la generación de *insight* derivados de la interactividad de la i-actividad, generalmente fomenta puesta en práctica de actividades metacognitivas y cognitivas, así como el fortalecimiento del espacio compartido del problema en la pareja.

Aun así, he puesto de manifiesto cómo no siempre ocurre esto. En concreto, el ejemplo expuesto la Tabla IV-26 refleja cómo la interactividad con la i-actividad no genera una influencia, no provoca una reacción, y no fortalece el espacio compartido del problema. Tal y como he detectado en la aproximación cuantitativa: “el estudiante que maneja el ratón, a no ser que este acepte las indicaciones del compañero/a, continuará con la interacción con la i-actividad”.

Por otro lado, los ejemplos expuestos reflejan claramente cómo la interactividad influye en aquellos estadios que conllevan mayor gasto metacognitivo y cognitivo (estadio de análisis, exploración, verificación). Además, durante la interacción con la i-actividad, los procesos de control se limitan a indicaciones relacionadas con futuras

acciones con el ratón, recordatorios de acciones o propuestas ya emitidas, o la verbalización de enunciados confirmatorios en relación a las acciones que realiza el compañero. Ello no significa que dichos procesos de control no tengan importancia en el proceso de resolución del problema. Es más, en ocasiones son estos procesos de control los que permiten a la pareja continuar construyendo el espacio compartido del problema a la vez que avanzar en la resolución del mismo, el ejemplo descrito en la Tabla IV-22 es una muestra de ello.

IV. 4. Visión retrospectiva global

En esta sección presento, por un lado, la visión retrospectiva global del proceso de investigación, a través de un refinamiento progresivo, en relación al diseño, construcción, implementación y revisión de la i-actividad en tres ciclos iterativos. Por el otro, las principales dificultades detectadas en la puesta en práctica de las metodologías utilizadas y las acciones puestas en juego para minimizar su efecto.

IV.4.1. Visión retrospectiva del proceso global

Toda visión retrospectiva debe comenzar valorando el proceso de investigación en sí mismo. En este sentido, procuro alcanzar un alto nivel de sistematicidad en cuanto a la implementación de los procesos de investigación basados en el paradigma de la investigación de diseño. Opto, siguiendo la recomendación de diSessa y Cobb (2004), por la utilización de una orientación cualitativa y el desarrollo de informes narrativos. Dichos informes intentan reflejar lo más fielmente posible la realidad estudiada, y son exhaustivos atendiendo a la recomendación de Collins et al. (2004) respecto de la calidad de las investigaciones de diseño. Para mejorar la operatividad con la excesiva cantidad de datos, realizo tanto la triangulación de datos como la de investigador. Los informes reflejan la naturaleza cíclica de la investigación.

Por otro lado, tengo garantizado la fiabilidad del estudio a través del análisis sistemático de la realidad estudiada, la utilización de criterios explícitos para mis argumentaciones, que justifico a lo largo del proceso iterativo de diseño-implementación-revisión de cada ciclo, y la confrontación de resultados parciales con investigadores externos (Codina y Castro, 2005, Codina et al., 2010; Codina et al., 2011; Codina et al., 2012, 2015).

En relación a las consecuencias detectadas en el ciclo 2, todas han sido abordadas satisfactoriamente. La Tabla IV-27 presenta las consecuencias detectadas en dicho ciclo, las acciones realizadas y los resultados obtenidos tras la puesta en práctica del diseño final de i-actividad.

Tabla IV- 27. Resultados de las acciones derivadas de las consecuencias del ciclo 2

	Consecuencia	Acción	Resultado
ConsC2_1	La disposición de la página 5 bloquea el avance en la resolución	Intercambio de posición de las páginas 5 y 6 para el diseño final	Reducción del bloqueo
ConsC2_2	Carencia de enlaces en la página 5	Incorporación de enlaces	Reducción del bloqueo
ConsC2_3	Los textos no imperativos o preguntas indirectas pasan más inadvertidos	Transformación en enunciados imperativos y preguntas directas	Los sujetos centran su atención en realizar las acciones y responder adecuadamente las preguntas
ConsC2_4	Ubicación y textos inadecuados de las páginas 5 y 6. Falta de fomento de la existencia de rutas alternativas	Modificación de la ubicación de los textos	La nueva disposición rompe con la idea de existencia solo de caminos por los vértices o por la arista <i>BC</i> , permitiendo el avance en el proceso de resolución
ConsC2_5	Persisten ideas iniciales de las rutas por los vértices y por la arista <i>BC</i>	Modificación textos e intercambio de las página 5 y 6 para el diseño final	Aun persisten, aunque la nueva disposición rompe con mayor facilidad las ideas iniciales
ConsC2_6	Redundancia en el contenido de las preguntas	Modificación del contenido de los textos	Evito redundancia de contenido
ConsC2_7	ExpIni_i no es abordada	Elaboración de nuevos estadios, integración de la interactividad en los indicadores de los estadios	Obtención de categorías EME
ConsC2_8	La parrilla de observación no es adecuada	Elaboración de un instrumento de observación	El instrumento resulta válido

Tabla IV- 27. Resultados de las acciones derivadas de las consecuencias del ciclo 2 (continuación)

	Consecuencia	Acción	Resultado
ConsC2_9	La i-actividad ayuda a la resolución del problema de la hormiga sin utilizar software de geometría dinámica	Ninguna	Se confirma
ConsC2_10	El entrenamiento de los investigadores para realizar una observación no participante es insuficiente	Mejora del entrenamiento	Realización de una observación no participante
ConsC2_11	Perdida de información visual en las grabaciones de video	Introducción de dos cámaras de video	Reducción importante de la pérdida de información visual

A continuación, presento una revisión del proceso en tanto que declaro elementos básicos para el diseño de i-actividades, identifiqué dificultades y propongo recomendaciones. Aunque encuadrada en un dominio específico, en este caso, la resolución de problemas de optimización matemática, los elementos, dificultades y recomendaciones pueden ser aplicadas a otros dominios, con las necesarias adaptaciones particulares.

A) En relación a la elección del problema:

A1) Debe ser un problema no rutinario, resoluble sin la necesidad de conocimientos específicos de software ni de la interactividad que puede producir la i-actividad. Ello evita que los estudiantes gasten más tiempo en averiguar cómo utilizar correctamente el software o cómo funciona la interactividad, que en el proceso de resolución del problema. El objetivo es fomentar que los estudiantes centren toda su atención en la resolución del problema.

En la Experiencia Inicial pongo de manifiesto como algunas parejas intentan utilizar el software sin éxito, con una pérdida de tiempo, apareciendo el desánimo y la no resolución con éxito el problema. Esta dificultad es reducida en los ciclos debido a la incorporación del modelo de la situación problemática en el enunciado del problema, y el entrenamiento de los estudiantes en el software. En el ciclo 3, los estudiantes no tienen la necesidad de recurrir al software, aun estando entrenados.

A2) Debe ser un problema resoluble sin conocimientos específicos de un campo matemático particular (salvo que sea el propósito de la i-actividad), con un modelo matemático subyacente rico en cuanto a posibilidades de aproximación a su resolución. Ello favorece, por un lado, las posibilidades de resolución con éxito, y por el otro, la adaptabilidad en el diseño. Con cambios leves, la i-actividad pueda ser reutilizable para distintos niveles académicos.

El problema de la hormiga es resoluble con conocimientos básicos de matemáticas, por lo que es adaptable a varios niveles educativos.

A3) Debe ser un problema fuertemente contextualizado, no directamente matemática, y cercana a la experiencia cotidiana del estudiante. De este modo, estos pueden poner en juego su intuición. Ello favorecerá la aparición de *insight*.

Uno de los principales motivos de la elección de un problema de optimización es la existencia de la intuición optimizadora (Malaspina, 2008) en los humanos, la cual puede permitir minimizar dificultades y errores. El Extracto 5 (p. 150), Extracto 22 (p. 181) y Extracto 23 (p. 181), presentados en este mismo capítulo IV, son ejemplos relacionados con la intuición optimizadora y la idea de variabilidad.

A4) Debe realizarse un estudio previo documentalista del problema seleccionado. Ello permite diseñar e introducir elementos específicos para trabajar errores y dificultades asociadas a la resolución de ese tipo de problema.

En este trabajo, un ejemplo es la introducción del *applet* 1. Dicho *applet* es incorporado a la i-actividad para abordar la variabilidad de rutas, dificultad detectada tanto en la literatura como en las experiencias antecedentes.

B) En relación al diseño de la interfaz y de la estructura de la i-actividad:

B1) Debe existir linealidad en el diseño de la estructura, con la incorporación de elementos que permitan a los estudiantes volver sobre sus pasos.

Tanto en el ciclo 1 como en el ciclo 2 detecto que la no existencia de hiperenlaces a las páginas anteriores o al enunciado en algunas páginas, obstaculiza el proceso de resolución de las parejas (ConsC1_1 y ConsC2_2, presentados en la sección IV.2.2.6,

pp. 157-160). El diseño de los prototipos mantiene una linealidad estructural, el tránsito entre páginas lo presupongo ascendente.

B2) Debe existir continuidad visual de la interfaz y en la estructura de las acciones a realizar. Usar mismo color, tipo y tamaño de fuente, etc. La estructura de acciones que la i-actividad solicita al estudiante en las distintas páginas que componen la i-actividad debe ser similar.

A lo largo de la elaboración de los distintos diseños de la i-actividad, mejoro la continuidad visual de la interfaz. Por ejemplo, en el ciclo 1 existe ruptura de la continuidad en el tamaño del texto de las páginas respecto del tamaño de los hiperenlaces; en el ciclo 2, existe ruptura en relación al color de los textos; en el diseño final, considero haber alcanzado una continuidad visual adecuada.

Por otro lado, en todos los diseños de la i-actividad, las páginas presentan la misma estructura. Solicito primero realizar las acciones con los *applets*, y si la página no contiene un *applet*, solicito responder a alguna pregunta.

B3) Diseñar, localizar y organizar adecuadamente los elementos que incorporan las páginas.

En el diseño de las páginas de las distintas versiones de la i-actividad, cuando es posible, sigue una estructura en F, especialmente cuando las páginas incorporan un *applet*. Nielsen (2006) demuestra que los visitantes de sitios web realizan una lectura visual siguiendo esa estructura. Así, las acciones iniciales que la i-actividad solicita al estudiante, siempre está situada en la parte superior, centrada. Los *applets*, están situados en la parte derecha y las preguntas, en la parte izquierda.

C) En relación al contenido de la i-actividad:

C1) Debe existir y mantener la linealidad estructural de la i-actividad. Para ello debo prestar atención a que los estudiantes visualicen, en primer lugar, las acciones a realizar con los principales elementos interactivos de la i-actividad (en este caso, los *applet*). Los demás textos (oraciones y preguntas) deben estar ocultos hasta que los estudiantes no realicen dichas acciones.

En el ciclo 1, la visibilidad inmediata de los enunciados y/o preguntas fomentó la transición rápida entre ellos, la baja reflexión y la pérdida del hilo conductor (ConsC1_7, presentado en la sección IV.2.2.6, pp. 157-160).

C2) Diseñar las oraciones en imperativo y las preguntas directas.

En el segundo prototipo (ciclo 2), los estudiantes no prestan toda la atención necesaria cuando los textos no eran enunciados/preguntas directas o imperativas (ConsC2_3, presentado en la sección IV.3.2.5, pp. 184-186). La transformación de los textos para el diseño final (ciclo 3) mejora la atención y la realización de las acciones que solicitan.

C3) Incorporar el modelo de la situación o problema en el enunciado del mismo (salvo que sea la construcción del modelo objeto de indagación).

En la Experiencia Inicial detecté que la variable modelo es determinante en el proceso de resolución del problema (ExpIni_a, presentada en la sección II.4.2.3, pp. 56-58). La influencia de las dificultades asociadas a su construcción o asociadas a errores derivados de una mala construcción del modelo, es minimizada cuando dicho modelo es proporcionado en el enunciado del problema.

C4) Evitar, en la medida de lo posible, las metáforas representacionales o la introducción de elementos representacionales equivalentes.

Un ejemplo de la dificultad asociada a las metáforas representacionales ocurre en el primer diseño. En concreto, la metáfora representacional entre el contenido semántico de los términos “mosca” y “sin alas”, en relación con las acciones posibles sobre el *applet* 1, y la representación en tres dimensiones de las rutas sobre el paralelepípedo. Dicha metáfora genera errores de interpretación de las rutas no permitidas, es decir, las rutas directas a través de la habitación, por el aire (ConsC1_3, presentado en la sección IV.2.2.6, pp. 157-160). Ejemplos de esta situación están descritos en el Extracto 2 (p. 147), Extracto 10 (p. 155) y el Extracto 11 (p. 156), expuestos en la sección IV.2.2.5 (pp. 146-157).

C5) Evitar, en la medida de lo posible, la conversión y/o traducción de representaciones entre distintos registros semióticos, en una misma página.

La capacidad de cambiar de un sistema de representación es un punto crítico en los procesos de resolución de problemas (Duval, 2005). En este caso, la dificultad que conlleva la interpretación de la interacción con el *applet* 3 produce en los estudiantes confusión y bloqueo. Entre los motivos detectados está la ausencia de un plan de resolución asentado en los estudiantes que permita cambiar entre el sistema de representación de ejes coordenados y la representación visual tridimensional de las rutas (ConsC2_1, presentado en la sección IV.3.2.5, pp. 184-186) y, la ausencia de hiperenlaces al enunciado o a la página que contiene el *applet* 2 (ConsC2_2, presentado en la sección IV.3.2.5, pp. 184-186). Un ejemplo de esta situación está descrito en el Extracto 19 (p. 175).

C6) Evitar problemas asociados a la visualización.

No cabe duda que las representaciones en tres dimensiones son más difíciles de interpretar, en este sentido, hay que presar atención a la utilización de gráficos en tres dimensiones. Aunque no ha sido un problema específico de la investigación, a raíz de una sugerencia de los investigadores externos, todas las representaciones del paralelepípedo están construidas a escala tanto en el segundo prototipo como en la versión final de la i-actividad.

C7) Fomentar que el contenido de la i-actividad promueva la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema, para el caso de diseños pensados para el trabajo en grupo.

La i-actividad debe permitir a los estudiantes externalizar sus representaciones internas de la situación. Para ello, la inclusión de oraciones imperativas así como preguntas directas que explícitamente soliciten externalizar dichas representaciones, fomenta la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema. Ejemplo de ello es cómo, la modificación de los enunciados del primer y segundo prototipo al tercero potencia la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema (ConsC1_10, presentado en la sección IV.2.2.6, pp. 157-160; ConsC2_3, presentado en la sección IV.3.2.5, pp. 184-186).

D) En relación a la interactividad y su influencia:

D1) Introducir elementos interactivos fáciles de utilizar por los estudiantes. Ello evitará la aparición de errores y dificultades asociados a la falta de destreza en su uso.

Los elementos interactivos incluidos en la i-actividad son intuitivos en relación a su uso, facilitando que el estudiante centre la atención en lo que observa y no en comprender como utilizar dichos elementos interactivos. Ejemplos de elementos interactivos sencillos son las preguntas que son visualizadas solo si el cursor es situado sobre ellas (elemento interactivo De Objeto, Sims, 1997).

D2) Diseñar la interactividad de tal forma que el foco de la interacción sea directo. Debe evitarse utilizar representaciones intermedias entre el centro de interés del estudiante, en la interacción, y el efecto de la misma.

Las representaciones que muestran los distintos *applets* no utilizan representaciones intermedias, de tránsito entre la acción del estudiante y el efecto de la misma.

D3) Diseñar la interactividad de tal forma que el flujo de la interacción sea continuo. Deben utilizarse elementos interactivos dinámicos o De Actualización (Sims, 1997), donde el efecto de las acciones y la propia acción sobre la i-actividad son producidas simultáneamente. Ello fomenta el diálogo entre el estudiante y el contenido generado por el elemento interactivo.

En este caso el flujo de la interacción es continuo. Todos los elementos interactivos, incluidos los *applets*, presentan el efecto de las acciones de forma simultánea a la acción del estudiante. Con ello potencio la reflexión crítica de las acciones y la posibilidad de utilizar el ensayo y error, o el arrastre errático y guiado. El Extracto 3 (p. 148), Extracto 5 (p. 150), Extracto 19 (p. 175) son ejemplos de la continuidad del flujo, en concreto, de la utilización del arrastre.

D4) Incorporar elementos interactivos que ayuden a los estudiantes a superar los errores y dificultades asociadas al tipo de problemas.

En este caso, introduzco tres elementos interactivos concretos, dos de ellos relacionados con la existencia de rutas (*applet* 1 y 3) y un tercero, relacionado con una estrategia de resolución (*applet* 2).

D5) Incorporar elementos interactivos que potencien la generación de *insight* así como la construcción y/o mantenimiento del espacio compartido del problema.

En este caso, la modificación de los enunciados y preguntas así como los *applets* incorporados fomentan la generación de *insight*. Ello facilita que los resolutores puedan avanzar en su proceso de resolución y en el mantenimiento y/o construcción del espacio compartido del problema. Ejemplo de ellos son el Extracto 26 (p. 225), Extracto 27 (p. 226) o el Extracto 28 (p. 227).

Por último, todo diseño web tiene un sustento filosófico-teórico en función de los objetivos a alcanzar y el ámbito de la Educación Matemática no debe ser ajeno a ello. A largo de este capítulo he mostrado como es posible diseñar, construir y analizar una i-actividad. Para ello me baso en los trabajos en los estadios en resolución de problemas y de la interactividad, bajo el paradigma de la investigación de diseño y observacional, junto con la utilización de las técnicas del análisis secuencial.

Los ejemplos expuestos reflejan como la i-actividad fomenta que los estudiantes avancen en la resolución de un problema de optimización, en la que la influencia de la interactividad es un actor importante. Pongo de manifiesto como el diseño de páginas web interactivas para el aprendizaje de las matemáticas, no es una actividad simple, sencilla, ni en la que es esperable resultados positivos en las primeras instancias del diseño. La necesaria experimentación realizada, con controles internos y externos, ha posibilitado conocer las distintas dificultades y potencialidades de los distintos diseños, realizar análisis retrospectivos e ir refinando el proceso de construcción hasta la obtención de un diseño final de i-actividad. Así, en este capítulo doy cumplimiento al objetivo específico 1, realizando las acciones asociadas.

Objetivo específico 1

Diseño de una i-actividad que fomente la interactividad para la resolución de un problema de optimización.

Acciones:

- 1.1. Elaborar una primera versión basada en los antecedentes y el marco teórico.
Ponerlo en práctica con estudiantes.
- 1.2. Evaluar los resultados obtenidos, realizar una revisión retrospectiva y reelaborar la primera versión.
- 1.3. Poner en práctica la segunda versión, evaluar y realizar un análisis retrospectivo de este.
- 1.4. Sobre la base de los análisis realizados, establecer el diseño definitivo de la i-actividad y validarlo.

Llegado a este punto, a lo largo de lo expuesto en este capítulo también cumplo parcialmente con el objetivo específico 2 y con el objetivo específico 3:

Objetivo específico 2

Describir y analizar el proceso de resolución de problemas de un problema de optimización por parejas de resolutores.

Concretamente,

- La acción 2.1. Describir y caracterizar los estadios en la resolución de problemas.
La he abordado en los capítulos de antecedentes y marco teórico.
- La acción 2.2. Caracterizar los problemas de optimización, describir las características particulares y la pertinencia del problema a utilizar. Es abordada en el capítulo IV, sección 1.

La acción 2.3. Poner en práctica una metodología que permita:

2.3.1. Implementar un estudio de casos basado en el análisis de eventos para analizar el proceso de resolución, en el que se integre como elemento la interactividad con la i-actividad y el trabajo colaborativo. Es abordada parcialmente. Así, en el diseño del instrumento de observación, integro la influencia de la interactividad. Propongo la utilización del análisis secuencial para el estudio del proceso de resolución, el cual será objeto de análisis y discusión en el siguiente capítulo.

2.3.2. Estudiar las relaciones entre los estadios, los tránsitos entre ellos, de tal forma que no estén los resultados ligados a los sujetos participantes. Será objeto de análisis y discusión en el siguiente capítulo.

La acción 2.4. Describir y caracterizar el trabajo colaborativo puesto en juego durante la resolución del problema de optimización. Es abordado parcialmente puesto que los distintos ejemplos presentados a lo largo de este capítulo han puesto de manifiesto como las parejas crean y/o mantienen el espacio compartido del problema, desde una visión cualitativa. Esta acción será objeto de un análisis y discusión más fina en el siguiente capítulo.

Y en relación con el objetivo específico 3:

Objetivo específico 3

Analizar la influencia de la interactividad en el proceso de resolución de un problema de optimización presentado como una i-actividad.

Concretamente:

La acción 3.1. Identificar los orígenes, la fundamentación y principales características de los sistemas interactivos y de la interactividad.

La acción 3.2. Establecer el grado de influencia de la interactividad en los distintos estadios de la resolución de problemas. La he abordado en los capítulos de antecedentes y marco teórico.

La acción 3.3. Describir, analizar y estudiar los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes en sus interacciones colaborativas y cómo estas están influenciadas por la interactividad con la i-actividad. Ha sido abordado parcialmente a lo largo de este capítulo y desde una visión cualitativa. Esta acción será objeto de un análisis y discusión, desde una óptica cuantitativa en el siguiente capítulo.

IV.4.2. Dificultades y acciones asociadas al proceso global

Esta sección recoge y sintetiza las principales dificultades detectadas en la puesta en práctica de las metodologías utilizadas y las acciones puestas en juego para minimizar su efecto. Algunas de las dificultades son conocidas y están documentadas en la literatura científica, en cambio, otras surgen de la fase empírica, principalmente de los primeros ciclos.

A- Una clara dificultad de esta investigación es la obtención, cantidad y tratamiento de los datos, especialmente en el ciclo 3 cuando implemento la metodología observacional. En la obtención de datos, los métodos verbales son usados con frecuencia como herramienta de investigación con sus propias limitaciones (Castro y Villegas, 2003). Entre ellas destaca la limitada capacidad de los estudiantes para expresar de manera escrita y verbal su propio pensamiento, o la presencia física del observador en el espacio de desarrollo de la observación. Por otro lado, tanto en las investigaciones de diseño como en las observacionales, es de importancia cómo manejar los datos, el contraste de perspectivas de la situación objeto de estudio, y la ejecución de medidas que garanticen tanto la calidad de dato como del análisis efectuado.

Aunque es imposible mitigar completamente el efecto de las dificultades asociadas con la obtención, cantidad y tratamiento de los datos, en este trabajo pongo en práctica diversas estrategias con objeto de minimizar su efecto:

A1- Para reducir el impacto del método verbal,

A1-1: los estudiantes están entrenados en expresar su pensamiento verbalmente. Durante el desarrollo de la materia que cursan, el investigador-docente pone especial interés en practicar la expresión del pensamiento en voz alta,

A1-2: el observador está situado detrás de una pantalla de televisión, fuera del campo de visión de los estudiantes,

A1-3: es elaborado, para el ciclo 3, un único registro que incorpora tres de las principales fuentes de información: las videgrabaciones, las anotaciones en papel de los estudiantes, y la transcripción del audio.

A2- Respecto del contraste de la situación objeto de estudio,

A2-1: el trabajo delimita el foco de la investigación, reduciendo los observables a considerar de entre la gran cantidad de información recogida,

A2-2: en cada sesión y ciclo, participa un investigador de apoyo con el que se contrasta la información generada,

A2-3: tras cada implementación de un ciclo, el análisis retrospectivo es confrontado entre los investigadores que participan en dicho ciclo, proponiendo aspectos susceptibles de considerar para la implementación del siguiente ciclo.

A3- Respecto de las medidas de garantía de la calidad de dato,

A3-1: la investigación cuenta con una parrilla de observación de registro anecdótico cuya función es contrastar los puntos de vista entre investigadores (triangulación de investigadores),

A3-2: los investigadores prestan una especial atención en la reducción del sesgo del observador, manteniendo la constancia inter e intra de las sesiones de observación,

A3-3: es integrado en un mismo registro observacional los registros obtenidos de las videgrabaciones y transcripciones del audio de las sesiones (triangulación y reducción de datos). Esto facilita las exploraciones a posteriori de la actividad y la identificación de nuevos observables, dejando en un plano secundario a otros,

A3-4: son confrontados tanto el diseño de la i-actividad como del sistema de categorías con expertos externos, presentándolos en seminarios específicos y a la comunidad científica en congresos de Educación Matemática. Destaco las siguientes publicaciones por orden cronológico descendente:

- Codina, A., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2015). La resolución de problemas matemáticos a través del análisis secuencial de procesos. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 13(1), 73-110.
- Codina, A., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2011). Un ejemplo de uso del análisis secuencial en la investigación en resolución de problemas en Educación Matemática. En M. Marín y Climent, N. (Eds.) *Investigación en educación matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 251-270). Ciudad Real: SEIEM.
- Codina, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. (2011). Un sistema de categorías para el análisis de la interactividad en una i-actividad de resolución de problemas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 157-164). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Codina, A., Cañadas, M.C. y Castro, E. (2010). Diseño de una e-actividad orientada a la resolución de problemas. En *I Encontro Internacional Tic e Educação. Inovação curricular com TIC* (pp. ¶). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

- Codina, A. y Castro, M. C. (2005). Resolución de problemas, interactividad e interacción. Una parrilla de Observación. En A. Maz, Gómez, B., Torralbo, M. (Eds.). *Actas del IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Educativa* (pp. ¶). Córdoba: SEIEM.

A4- Respecto de los datos para el análisis efectuado,

A4-1: los datos provenientes de la codificación de observables bajo el sistema de categorías es validada utilizando la técnica de concordancia consensuada con tres investigadores, realizando a su vez un estudio de fiabilidad a través del cálculo de diversos índices (Kappa, alineamiento, etc.) y,

A4-2: para asegurar la existencia de relaciones entre los estadios, la investigación utiliza el contraste de hipótesis de la Chi-Cuadrado.

B- Otra dificultad es el papel del observador cuando este asume dos roles. En este trabajo concretamente esta dificultad está originada por el papel como investigador y a la vez docente de los estudiantes de uno de los investigadores. Ello provoca cierta tensión en las sesiones de observación entre ambos papeles del investigador, que en ocasiones era mimetizada por el segundo investigador.

Para reducir la influencia del sesgo del observador,

B-1: es diseñado un protocolo de observación que delimita las funciones y el papel de los investigadores-observadores (Ver Anexo V y Anexo VII) y,

B-2: tras cada sesión de observación, con objeto de mejorar el entrenamiento, los investigadores contrastaban lo acontecido respecto a su papel, con objeto de actuar exclusivamente como observadores, y no como docentes.

En cuanto del análisis efectuado diferencio las dificultades en el análisis bajo el paradigma de la investigación de diseño del realizado bajo el método observacional y la utilización de las técnicas del análisis secuencial.

C- Respecto del análisis bajo el paradigma de la investigación de diseño, la principal dificultad es diferenciar el análisis retrospectivo del análisis *in situ* de lo acontecido en las diferentes sesiones que componen cada ciclo. Este análisis *in situ* ofrece una visión parcial de la situación, cuando se contrasta dicha visión con lo acontecido en el ciclo previo o con el diseño inicial propuesto. En cambio, el análisis retrospectivo es una reflexión comprensiva y en profundidad de la situación, que requiere poner en juego elementos del diseño que no están presentes en el análisis a lo largo del proceso. Además, en el primer análisis no se tienen en cuenta algunos de los datos generados, mientras que para el segundo, se consideran todos los datos posibles, así como los resultados obtenidos del ciclo anterior.

Para reducir la dificultad de diferenciación,

C-1: el análisis retrospectivo es realizado de manera más sosegada, contrastando los resultados parciales del análisis *in situ* con el proceso de diseño-rediseño de la i-actividad, que a su vez es confrontado con la versión previa de la i-actividad. Dicha confrontación permite la obtención e identificación de los elementos que varían y que son objeto de revisión para el siguiente ciclo.

D- Respecto del análisis bajo el método observacional y la utilización de las técnicas del análisis secuencial, he tenido dificultades en relación al diseño de la investigación observacional, en relación al tratamiento de los datos, comentado anteriormente, y en relación a la aplicación y significado del análisis secuencial de datos.

Una de las principales dificultades de las investigaciones observacionales es concretar el diseño. Ello requiere precisar la unidad/es de observación, la unidad de registro y disponer de un sistema de categorías adecuado. En el caso de esta investigación, la incorporación de la influencia de la interactividad en los indicadores del criterio resolución de problemas, y el diseño del criterio influencia de la interactividad son dos de los principales obstáculos en la concreción del diseño.

D1- Respecto del efecto derivado de la concreción de la influencia de la interactividad,

D1-1: es detectado tempranamente el obstáculo. Concretamente es una dificultad puesta de manifiesto explícitamente en la conclusión ExpIni_1 de la Experiencia Inicial (Ver sección II.4.2.3., p. 56),

D1-2: durante los dos primeros ciclos, una parte importante de los esfuerzos están centrados en la detección de elementos comunes y recurrentes de la influencia de la interactividad en el proceso de resolución,

D1-3: la información obtenida en los dos primeros ciclos sirve para concretar e incorporar la interactividad en las caracterizaciones de los estadios, desarrollando un criterio propio en el sistema de categorías que es utilizado en el ciclo 3.

En cuanto al uso de las técnicas del análisis secuencial, una limitación clara es la escasa literatura científica que ejemplifique y refleje cómo emplear dichas técnicas fuera del campo de la Psicología o de las Ciencias de la Actividad Física y Deportiva. En este sentido, este trabajo es pionero en cuanto a la aplicación dichas técnicas en el campo de la Educación Matemática. Ello ha conllevado la necesaria experimentación por analogía y por ensayo-error en la implementación e interpretación de los efectos de las técnicas sobre los datos, así como en el diseño de los criterios a observar. Esto implica la aparición natural de dificultades asociadas a la experimentación por analogía y por ensayo y error.

D2- Para reducir el impacto de la experimentación,

D2-1: documento ampliamente en las técnicas del análisis secuencial (Anexo IX) y,

D2-2: presento y contrasto en distintos foros resultados parciales.

Capítulo V. Análisis y discusión de datos

En este capítulo discuto las relaciones entre los estadios en resolución de problemas y el tránsito entre ellos, el trabajo colaborativo puesto en juego y cómo las interacciones entre los estudiantes están influenciadas por la interactividad. Con ello pretendo abordar los puntos 2.3.1, 2.3.2 y 2.4 del objetivo específico 2 (proceso y tránsito por los estadios en resolución de problemas, y el trabajo colaborativo puesto en juego), y el punto 3.3 del objetivo específico 3 (influencia de la interactividad en el proceso de resolución). Propongo la realización de un estudio de caso centrado en lo acontecido en el ciclo 3, enmarcado dentro del método observacional y en el que empleo las técnicas del análisis secuencial⁶³. En el análisis integro como la interactividad con la i-actividad y el trabajo colaborativo.

El capítulo lo estructuro en 7 secciones. En la primera, expongo algunas cuestiones generales, comunes al análisis y discusión efectuado. Desde la sección segunda a la quinta, desarrollo el estudio de caso de las cuatro parejas de estudiantes que intervienen en el ciclo 3. En la sección sexta, desarrollo el análisis y discusión de lo acontecido

⁶³ En el Anexo IX-Análisis Secuencial. Tratamiento de datos, describo las diversas técnicas y herramientas del análisis secuencial utilizadas.

tomando como unidad al conjunto de todos los estudiantes. Por último, en la séptima sección, sintetizo los resultados obtenidos del análisis.

V.1. Estructura del análisis, aspectos previos

A continuación presento un conjunto de consideraciones previas al análisis de datos. Identifico los casos objeto de estudio, describo la organización del discurso a lo largo de los distintos casos, el uso y disposición de las tablas y figuras que organizan la información, presento la organización del análisis de cada caso, y realizo algunas planteamientos teóricos sobre el tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas y el trabajo colaborativo.

Dada las posibilidades del análisis secuencial y puesto que en el ciclo 3 intervienen 8 estudiantes agrupados en parejas de dos, dispongo inicialmente que cuatro casos, uno por cada pareja. Además, considero el caso general en el que la unidad de observación es el conjunto de las actuaciones de los ocho estudiantes. Es decir, este nuevo caso consiste en adoptar como un único sujeto de observación al conjunto de los observables codificados de todos los estudiantes. Por tanto, en el análisis realizo cinco estudios de caso: *pareja 1, pareja 2, pareja 3, pareja 4 y grupal*.

Por otro lado y en la medida de lo posible, la organización del discurso a lo largo de los distintos casos seguirá un orden prefijado. Así, para cada herramienta o técnica⁶⁴ empleada, presento los datos obtenidos para, a continuación, discutirlos. Al finalizar cada caso, realizo una síntesis de los aspectos más significativos obtenidos. Esta propuesta de discurso entremezcla razonamientos, observaciones y deducciones que pretenden dar respuesta a las acciones pendientes de los objetivos específicos 2 y 3. Considero que dicho proceder hace patente la interconexión entre ambos objetivos específicos.

En relación a la presentación de tablas y figuras que organizan la información, dado su volumen, he optado por presentar ejemplos de cada una de ellas solo en la primera

⁶⁴ En el Anexo IX detallo las distintas herramientas y técnicas susceptibles de ser empleadas en el análisis secuencial de eventos.

pareja que analizo, la *pareja 1*. Para el resto, remitiré al Anexo⁶⁵ correspondiente que se trate. Concretamente, para *grupal*, el Anexo XI, para la *pareja 1*, el Anexo XII, para la *pareja 2*, el Anexo XIII, para la *pareja 3*, el Anexo XIV, para la *pareja 4*, el Anexo XV, y para *grupal*, el Anexo XI.

En cuanto a la organización del análisis de cada caso, primero describo los aspectos relacionados con el proceso de resolución del problema y el tránsito por los distintos estadios. Después, centro la atención en el trabajo colaborativo puesto en juego. Por último, analizo y describo la influencia de la interactividad en el proceso. A lo largo de la memoria, reflejo la interconexión del proceso de resolución con el trabajo colaborativo y la influencia de la interactividad. Desgrano a continuación el proceso de análisis para cada uno de los casos objeto de estudio:

(A) Para el análisis del proceso de resolución, primero presento las estadísticas básicas de los criterios *resolución de problemas*, *páginas*, *ratón* y *arrastré*. Seguidamente analizo las concurrencias entre estos criterios, para después, realizar el estudio de los *grafos de transición*, las *cadena recurrentes significativas* y los *grafos de activación-inhibición* de los estadios en resolución de problemas. A continuación describo en qué consisten estas últimas técnicas.

Los grafos de transición informan acerca de la probabilidad de que un estadio en resolución de problemas suceda a otro. He decidido mostrar solo aquellos nodos cuya probabilidad de transición es superior a 0,2, esto es así dado que los nodos con probabilidades inferiores no ofrecen la suficiente garantía para su interpretación. Las probabilidades obtenidas deben entenderse desde el punto de vista probabilístico o estocástico, es decir, el primer estadio es antecedente o consecuente, con un determinado grado de probabilidad de transición de carácter asociativo.

Las cadenas recurrentes de estadios informan de patrones en el proceso de resolutor de los estudiantes y/o la pareja. Es decir, dichas cadenas o secuencias de estadios ocurren de forma significativa durante el proceso de resolución a nivel de significación $p < 0,05$. Son cadenas cuya ocurrencia va más allá de la debida al azar. Las cadenas

⁶⁵ Para cada caso y anexo correspondiente presento todas las tablas y figuras utilizadas en el análisis de los datos.

recurrentes provienen de las tablas de probabilidades condicionadas para distintos retardos⁶⁶.

Los gráficos de activación-inhibición informan acerca de qué estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Dichos gráficos configuran un mapa de relaciones entre estadios que va más allá del estudio del estadio siguiente o anterior. Ello facilita la descripción del tránsito e influencia entre estadios más allá de las situaciones instantáneas.

Para obtener los gráficos de activación-inhibición aplico la técnica de coordenadas polares, en su versión de Retrospectividad genuina (Gorospe y Anguera, 2000). La representación de los estadios como vectores en un sistema coordinado proporciona un gráfico de relaciones de inhibición y activación entre dichos estadios y un estadio focal o criterio. Las relaciones son significativas si los módulos de los vectores son superiores a 1,96. El ángulo del vector respecto del origen informa de la naturaleza (activación o inhibición) de la relación. La Figura V-1 sintetiza la interpretación de los cuadrantes de las coordenadas polares⁶⁷. En el apartado siguiente presento un ejemplo para un estadio focal o criterio concreto.

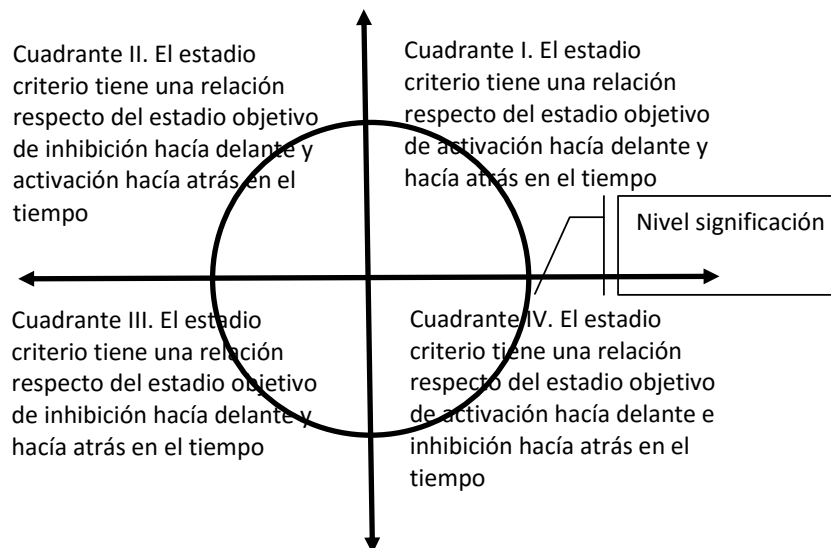


Figura V- 1. Cuadrantes de activación e inhibición, interpretación

⁶⁶ Si no se dispone de un número suficiente de observables codificados, como sucede, pueden obtenerse las cadenas de las tablas de p-valores resultantes de aplicar permutaciones aleatorias a la secuencia de observables. Bakeman, Robison y Quera, (1996) demostró que este procedimiento es adecuado en caso de no disponer de suficientes observables codificados. Para ello, utilizo el software de análisis de permutaciones PSEQ (ver Anexo IX).

⁶⁷ Para ampliar información acerca de la técnica de coordenadas polares, ver Anexo IX.

En la medida de lo posible, elaboro el análisis y discusión de los grafos de activación-inhibición con base a las relaciones de activación por un lado, y las relaciones de inhibición por el otro.

(B) Para el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante la resolución del problema, parto del análisis de dos situaciones base: (1) el *trabajo en paralelo*, donde los estudiantes están en procesos o estadios distintos, y (2) el *trabajo cooperativo*, donde ambos estudiantes centran sus esfuerzos y atención sobre el mismo proceso o estadio. Concretamente defino:

(1) *Trabajo en paralelo*: como aquellas situaciones en las que los observables de los estudiantes son asignadas a estadios distintos de resolución de problemas en un periodo de tiempo (t_n, t_m) con $m > n$;

(2) *Trabajo cooperativo*: como aquellas situaciones en las que los observables de los estudiantes son asignados al mismo estadio en resolución de problemas durante un periodo de tiempo (t_n, t_m) con $m > n$.

Por otro lado, en las pruebas piloto de aplicación de la técnica de coordenadas polares detecté la existencia de relaciones de autoactivación y autoinhibición de los estadios en resolución de problemas. Dichas autorrelaciones ofrecen indicios de la existencia de nuevas relaciones. Dichas relaciones permitirán mejorar la comprensión del trabajo colaborativo puesto en juego por los estudiantes. Para ello defino la relación colaborativa *Traslación de ejecución* como:

Aquellas situaciones en las que el observable, de al menos uno de los estudiantes de la pareja y en un periodo determinado, es asignado en el estadio del compañero/as en el periodo inmediatamente anterior.

A raíz de esta definición y suponiendo que *A* y *B* son los respectivos estudiantes, puedo considerar las siguientes tres tipologías de traslaciones de ejecución:

(a) *Traslación de continuidad de ejecución de A*: cuando si en un periodo de tiempo (t_n, t_m) el estudiante *B* está en el estadio *X*, entonces en el periodo inmediatamente siguiente, el estudiante *A* está en el estadio *X*. Admite con dos posibilidades para *B*, que

mantenga el estadio X , o que no lo mantenga, asignándose en dicho periodo otro estadio Y diferente (A adopta el estadio de B).

(b) Traslación de continuidad de ejecución de B : igual que traslación de continuidad de ejecución de A intercambiando B por A y A por B (B adopta el estadio de A).

(c) Traslación mutua de ejecución: cuando en un periodo de tiempo (t_n, t_m), si el estudiante A está en el estadio X y B en Y , entonces en el periodo inmediatamente siguiente, A está en el estadio Y y B en X (intercambio de asignación de estadios). La Tabla V-1 muestra la casuística de cada tipo de traslación de ejecución:

Tabla V- 1. Tipologías de traslaciones de ejecución

Tipo		Sujeto	Secuencia codificada			
			t_n	t_m		
Continuidad de A	B mantiene	A	...	X	Y	...
		B	...	Y	Y	...
	B no mantiene	A	...	X	Y	...
		B	...	Y	Z	...
Continuidad de B	A mantiene	A	...	X	X	...
		B	...	Y	X	...
	A no mantiene	A	...	X	Z	...
		B	...	Y	X	...
Traslación mutua	A	...	X	Y	...	
	B	...	Y	X	...	

Nota. X, Y y Z son códigos asignados a observables de un mismo criterio. En cursiva conducta trasladada.

(C) Para el análisis y discusión de la influencia de la interactividad en el proceso de resolución, en primer lugar, presento las estadísticas básicas del criterio *interactividad*, para después estudiar las concurrencias entre dicho criterio con los criterios *resolución de problemas*, *páginas*, *ratón* y *arrastre*.

Por otro lado, las posibilidades del software GSEQ facilita la obtención del *gráfico secuencial*, que hace posible visualizar secuencialmente y conjuntamente todos los criterios y sus categorías. Así, en la gráfica puedo detectar las concurrencias entre criterios e identificar los periodos de trabajo en paralelo y cooperativo durante el proceso de resolución o detectar la influencia de la interactividad. Es decir, el gráfico secuencial es una “foto” de lo acontecido durante el proceso de resolución de las parejas de estudiantes. La obtención del gráfico secuencial ha constituido un reto y es uno de

los logros de este trabajo⁶⁸. A modo de ejemplo, en la Figura V-2 presento a continuación un “trozo” de la gráfica secuencial de la *pareja 1* (Figura Anexo XII-1, Anexo XII, p. 42) en la que identifiqué periodos de trabajo en paralelo rodeándolos en rojo.

En este trabajo, utilizo los gráficos secuenciales para afinar y/o visualizar algunas de las relaciones que detecto; ello facilita una apreciación más precisa de lo acontecido durante el proceso de resolución. Por este motivo, no están incluidas específicamente en el análisis de cada uno de los casos, aunque sí están elaboradas en los respectivos Anexos para cada caso objeto de estudio.

Las Figuras Anexo XII-1, XII-2 y XII-3 (Anexo XII, pp. 42-48) presentan dichas gráficas secuenciales para la *pareja 1*, A1 y A2; las Figuras Anexo XIII-1, XIII-2 y XIII-3 (Anexo XIII, pp. 34-42), son las gráficas para la *pareja 2*, A3 y A4; las Figuras Anexo XIV-1, XIV-2 y XIV-3 (Anexo XIV, pp. 32-38), son las gráficas para la *pareja 3*, A5 y A6; y las Figuras Anexo XV-1, XV-2 y XV-3 (Anexo XV, p.31-37), son las gráficas para la *pareja 4*, A7 y A8.

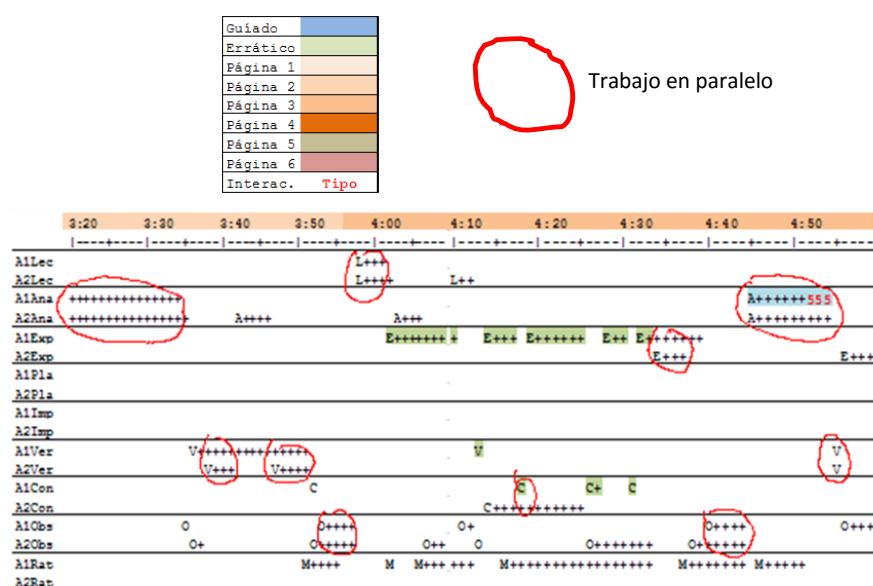


Figura V- 2. Representación secuencial, pareja 1

⁶⁸ En el Capítulo IV de método identifiqué la obtención de dicho gráfico como una de las mayores dificultades que he encontrado en el proceso de investigación. Prueba de ello lo refleja el hecho de que tras presentar y discutir un modelo de representación gráfica en la SEIEM del 2005, decidí abandonarla por poco operativa. Sin embargo, la posibilidad de representación de GSEQ, me ha permitido realizar un gráfico en el que representar todos y cada uno de los criterios conjuntamente.

A continuación presento algunas observaciones generales centradas específicamente en el análisis de los datos:

Los códigos que utilizo durante el análisis, para las distintas categorías de los criterios, están descritos en el capítulo IV de método. También, pueden encontrarse en el índice de abreviaciones situado al inicio de esta memoria de investigación.

El criterio *página* solo es tenido en cuenta cuando la unidad de observación es la pareja. Esto es así dado que la página visualizada en la pantalla del ordenador es común a ambos sujetos, por tanto, no tiene sentido analizar y discutir dicho criterio por estudiante.

En el estudio de las concurrencias que involucran al criterio resolución de problemas, el estadio observación y escucha (identificado por el código *Obs*) será el que mayor frecuencia y tiempo total presente siempre. Esto es así dado que los estudiantes están trabajando en parejas y, salvo que estén realizando trabajo en paralelo la mayor parte del tiempo, uno de los dos deberá estar observando o escuchando lo que realiza el otro compañero/a. Es decir, uno de los dos estudiantes estará observando o escuchando al otro mientras realiza acciones escritas, u ofrece explicaciones verbales o gestuales, o bien, observarán ambos la interacción con la i-actividad, lo que acontece en la pantalla del ordenador.

V.2. Pareja 1, estudiantes A1 y A2

La *pareja 1* está compuesta por los estudiantes *A1* y *A2*, ambos con nivel de competencia matemática elevada. El tiempo total invertido en la sesión de trabajo es de 1147 segundos (19 minutos y 17 segundos). La *pareja 1* consigue resolver el problema.

V.2.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios

A continuación centro la atención en el proceso de resolución y tránsito por los distintos estadios de la *pareja 1*.

V.2.1.1. Estadísticas básicas

Comienzo la descripción y análisis partiendo de las estadísticas básicas de los criterios resolución de problemas (Tabla Anexo XII-1, Anexo XII, p. 1), páginas (Tabla Anexo XII-60, Anexo XII, p. 34), ratón (Tabla Anexo XII-56, Anexo XII, p. 33) y arrastre (Tabla Anexo XII-49, Anexo XII, p. 31). Dichas tablas presentan la frecuencia (medida en número de ocurrencia), la duración total (medido en segundos), probabilidad de ocurrencia y duración media (medida en segundos) de cada una de las categorías que componen el criterio considerado.

A) Criterio resolución de problemas

Tal y como señalo al inicio del este capítulo, expongo, a modo de ejemplo, la Tabla V-2 se corresponde con la Tabla Anexo XII-1 (Anexo XII, p. 1) de estadísticas básicas para los estudiantes *A1*, *A2* y la pareja 1 [*P1*] en relación con el criterio resolución de problemas:

Tabla V- 2. Estadísticas básicas, resolución de problemas, *A1*, *A2* y pareja 1

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1
Lec	19	13	32	204	178	382	0,2	0,2	0,2	11	14	12
Ana	13	17	30	96	157	253	0,1	0,1	0,1	7,4	9,2	8,4
Exp	18	7	25	215	58	273	0,2	0,1	0,1	12	8,3	11
Pla	1	0	1	13	0	13	0	0	0	13	0	13
Imp	7	10	17	189	82	271	0,2	0,1	0,1	27	8,2	16
Ver	24	21	45	177	184	361	0,2	0,2	0,2	7,4	8,8	8
Con	18	7	25	46	26	72	0	0	0	2,6	3,7	2,9
Obs	52	55	107	207	462	669	0,2	0,4	0,3	4	8,4	6,3
Total	152	130	282	1147	1147	2294						

Nota. Cat = categoría.

Los valores obtenidos en las estadísticas básicas para el criterio resolución de problemas proporcionan información acerca de quién ha llevado el peso de las acciones en el proceso de resolución. En este caso, todo parece indicar que es *A1* quien lo lleva. Nótese que aunque, ambos estudiantes obtienen valores similares de frecuencia, *A2* está más del doble del tiempo observando y escuchando que *A1*. Esta suposición inicial está reforzada porque: (a) *A1* dobla en ocurrencia y duración total a *A2* en *Exp* (exploración); (b) *A1* invierte más tiempo y realiza más procesos de lectura y comprensión (*Lec*); (c)

A1 es el único que realiza procesos de planificación; (d) *A1* duplica, en duración total, el tiempo invertido en la realización de procesos de implementación (*Imp*), no así en frecuencia donde los valores para ambos estudiantes son cercanos; (e) *A1* presenta valores menores en el estadio de análisis e invierte menos tiempo que *A2* en procesos asociados a dicho estadio y; (f) *A1* realiza más altos en el camino, bien para comprender el funcionamiento técnico de la i-actividad o bien para descansar, de hecho, duplica en ocurrencia y tiempo a *A2* en el estadio de conversación (*Con*).

No obstante, aunque *A1* asuma el peso de las acciones en el proceso de resolución, los valores obtenidos indican que ambos estudiantes realizan un esfuerzo por crear y mantener un espacio compartido del problema (ECP). Esto es así dado que el estadio *Ver* (control y monitoreo del proceso de resolución) presenta valores y frecuencias elevados para la pareja, siendo similares para ambos estudiantes. Ello implica que los estudiantes asumen cierta corresponsabilidad en los procesos y acciones de control. Por otro lado, los valores y frecuencia elevados de *Lec*, tanto para la pareja como para cada estudiante, indican que ambos necesitan recurrentemente comprender los enunciados y preguntas que presenta la i-actividad, con objeto de compartirlos y avanzar en el proceso de resolución.

Por último, tal y como he señalado previamente en la sección de cuestiones generales, el estadio *Obs* está fuertemente presente durante el proceso de resolución de la pareja, presentando valores de ocurrencia, duración total, probabilidad y duración media sensiblemente superiores respecto de las demás estadios.

B) Criterio página

En cuanto al criterio página (Tabla Anexo XII-60, Anexo XII, p.34), la frecuencia de cada página es 1. Ello indica que la *pareja 1* (la pareja y por ende, los estudiantes) no sienten la necesidad de volver sobre sus pasos en relación a la información que pueden extraer de cada una de las páginas y de los enunciados expuestos.

Como cabe esperar, los valores obtenidos en la Tabla Anexo XII-60 (Anexo XII, p. 34) reflejan la dificultad de la pareja para comprender el significado de las interacciones con los *applet*. De ello da muestras el hecho de que cerca del 77% del tiempo total visualizan alguna página que contiene un *applet*. En este sentido, el *applet 3* parece ser

el que mayor dificultad ha presentado para esta pareja, visualizándose la página 6 en 347 s. Los otros dos *applet* tienen un nivel de dificultad aparentemente similar. Las páginas que contienen esos *applets* (páginas 3 y 5) presentan valores próximos en tiempo. Por último, los estudiantes avanzan en el proceso de resolución sin obstáculos asociados a la comprensión del enunciado del problema descrito en la página 1 dado que la pareja solo invierten 96 s en dicha página, que no vuelven a visualizar.

C) Criterio ratón

En cuanto al criterio ratón (Tabla Anexo XII-56, Anexo XII, p.33), los valores indican que, en consonancia con los resultados del criterio resolución de problemas, es *A1* quien lleva el peso en la interacción con la i-actividad, ya que maneja el ratón el 96% del tiempo (233 s de 242 s totales). Además, esta pareja maneja el ratón durante cerca del 20% del tiempo total de la sesión (242 s de 1147 s totales).

D) Criterio arrastre

En cuanto al criterio arrastre (Tabla Anexo XII-49, Anexo XII, p. 31), los valores apoyan la conjetura de que es *A1* quien lleva el peso de las acciones en el proceso de resolución, pues solo este estudiante realiza arrastres. Además, los estudiantes, en tiempo, invierten más en la búsqueda de información cuando interactúan con la i-actividad, y dicha interacción no es producida contando con un plan predefinido de acción. Esto es así dado que la frecuencia del arrastre *Err* (arrastre errático) casi duplica a *Gui* (arrastre guiado) (8 y 5 respectivamente), y en tiempo, *Err* cuadruplica a *Gui* (92 s y 21 s respectivamente).

V.2.1.2. Concurrencias entre criterios

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total obtengo 18 tablas de concurrencias considerando todos los cruces entre criterios, y cada cruce para el estudiante *A1*, el *A2* y la *pareja 1* (30 si considero además los cruces con el criterio interactividad). A modo de ejemplo, presento la Tabla V-3 (Tabla Anexo XII-2, Anexo XII, p. 1) de concurrencias entre los criterios página y resolución de problemas, para *A1*. Los valores representan frecuencia y tiempo total de concurrencias entre las páginas y los estadios:

Tabla V- 3. Concurrencias resolución de problemas y página, A1

Pag	A1Lec		A1Ana		A1Exp		A1Pla		A1Imp		A1Ver		A1Con		A1Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	2	89	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	5	96
Pag2	4	34	4	40	0	0	0	0	0	0	4	28	2	7	9	31	23	140
Pag3	3	22	2	14	8	53	0	0	3	85	8	22	5	12	15	52	44	260
Pag4	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	0	0	3	17	5	30
Pag5	5	32	3	11	2	41	1	13	3	94	5	45	4	5	12	33	35	274
Pag6	4	20	3	30	8	121	0	0	1	10	6	76	6	21	14	69	42	347
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	19	204	13	96	18	215	1	13	7	189	24	177	18	46	54	207	154	1147

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos; Pag=páginas.

A) Criterio página Vs. resolución de problemas

Describo los aspectos más significativos de los valores obtenidos al cruzar el criterio resolución de problemas y el criterio página. La Tabla Anexo XII-2, Tabla Anexo XII-3 y Tabla Anexo XII-4 (Anexo XII, p. 1, p. 1 y p. 2 respectivamente) presentan el cruce para el estudiante A1, A2 y la pareja 1 respectivamente.

En la página 1, la *pareja 1* invierte un total de 192 s, de los cuales el 97% (185 s) realizan procesos de lectura del enunciado. La frecuencia y el tiempo invertido por ambos estudiantes es similar [185 s en total para el estadio *Lec*, dónde A1 invierte 96 s, y A2 89 s, con una frecuencia de 2 para ambos estudiantes]. En esta página no hay concurrencias con los estadios exploración (*Exp*), planificación (*Pla*), implementación (*Imp*) y verificación (*Ver*).

En la página 2, la *pareja 1* invierte un total de 280 s, de los cuales en un 40% (110s) realizan procesos asociados al estadio de análisis, en un 24% (67s) al estadio *Obs* y, en un 21% (59 s) al estadio *Lec*. Ambos estudiantes presentan valores similares en el estadio *Obs* (31 s, 9 en frecuencia para A1 y, 36 s, 7 en frecuencia para A2). Además, durante la visualización de la página 2, los estudiantes comienzan a realizar acciones asociadas al estadio *Ver* (37 s de duración total y frecuencia 6). Dónde 28 s corresponden a A1, con una frecuencia de 4, y 9 s corresponden a A2, con una frecuencia de 2. En esta página no hay concurrencias con los estadios exploración (*Exp*), planificación (*Pla*) e implementación (*Imp*).

En la página 3, la *pareja 1* invierte un total de 520 s, siendo la página en la que comienzan a realizar acciones asociadas con el estadio *Exp* e *Imp*. Concretamente, el 44% aproximadamente del tiempo (241 s) realizan procesos de *Imp* y *Exp* (130 s y

frecuencia 7; 101 s y frecuencia 11 respectivamente). En cuanto a *Imp*, *A1* casi dobla en tiempo a *A2* (85 s y 45 s respectivamente), con una frecuencia similar (3 y 4 respectivamente). En cuanto a *Exp*, *A1* casi triplica en frecuencia a *A2* (8 y 3 respectivamente), con un tiempo invertido similar (53 s frente a 48 s). En relación a los procesos asociados al estadio *Obs*, la pareja invierte cerca del 28% del tiempo en ellos (149 s), doblando en tiempo *A2* a *A1* (97 s y 52 s respectivamente) y con frecuencia similar (14 y 15 respectivamente). Respecto al estadio *Ver* y el estadio *Ana*, la *pareja 1* invierte poco tiempo (38 s y 30 s respectivamente), realizando más procesos de control en tiempo y frecuencia *A1* que *A2* (22 s y 8 concurrencias frente a 16 s y 5 concurrencias respectivamente). En tiempo, *Ver* representa aproximadamente el 7% y *Ana* el 6%. No hay concurrencias con el estadio *Pla*.

En la página 4, la *pareja 1* invierte un total de 60 s, de los cuales en un 45% del tiempo (27 s) realizan procesos asociados al estadio *Obs*, en un 38% (23 s) aproximadamente al estadio *Ver* y en un 16% (10 s) aproximadamente al estadio *Lec*. De los procesos asociados al estadio *Obs*, *A1* casi dobla en tiempo a *A2* (17 s y 10 s respectivamente), mientras que *A2* casi triplica a *A1* en los procesos asociados a *Ver* (17 s y 6 s). De los procesos asociados al estadio *Lec*, *A1* dobla en tiempo a *A2* (7 s y 3 s respectivamente). No hay concurrencias con el estadio *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp* y *Con*.

En la página 5, la *pareja 1* invierte un total de 548 s, de los cuales en un 31% del tiempo (168 s) realizan procesos asociados al estadio *Obs*, en un 24% (130 s) aproximadamente al estadio *Ver*, en un 21% (118 s) aproximadamente al estadio *Imp*, en un 9% (50 s) al estadio *Lec*, en un 8% (42 s) al estadio *Exp*, en un 3% (18 s) al estadio *Ana*, en un 2% a los estadios *Pla* y *Con* (13 s y 9 s respectivamente).

Es en esta página en la única ocasión en la concurre el estadio *Pla* perteneciendo la concurrencia al estudiante *A1*. De los procesos asociados al estadio *Obs*, *A2* cuadruplica en tiempo total a *A1* (135 s y 33 s respectivamente), siendo los valores similares en cuanto a frecuencia (15 y 12 respectivamente). De los procesos asociados al estadio *Imp*, *A1* casi cuadruplica en tiempo total a *A2* (94 s y 24 s respectivamente), doblando casi en frecuencia *A2* a *A1* (5 y 3 respectivamente). De los procesos asociados al estadio *Ver*, la relación se invierte. Así, *A2* casi dobla en tiempo total y frecuencia a *A1* (85 s, 7 concurrencias, y 45 s, 4 concurrencias respectivamente). Los estudiantes invierten cerca

del 70% del tiempo en los procesos asociados al triplete *Obs*, *Imp* y *Ver*. Por otro lado, *A1* es quien realiza procesos asociados al estadio *Pla*. En cuanto al estadio *Lec*, *A1* casi dobla en tiempo total y frecuencia a *A2* (32 s, 5 concurrencias, y 18 s, 2 concurrencias respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, ambos estudiantes presentan valores similares y bajos (11 s, 3 concurrencias para *A1*, y 7 s, 3 concurrencias para *A2*). En cuanto al estadio *Exp*, puede considerarse que los procesos son realizados por el estudiante *A1* (41 s de los 42 s). Por último, la pareja invierte 9 s en el estadio conversación (*Con*).

En la página 6, la *pareja 1* invierte un total de 694 s, de los cuales en un 36% del tiempo (253 s) realizan procesos asociados al estadio *Obs*, en un 20% (133 s) aproximadamente al estadio *Ver*, en un 19% (130 s) aproximadamente al estadio *Exp*, en un 13% (90 s) al estadio *Ana*, en un 5% (32 s) al estadio *Lec*, en un 4% (29 s) al estadio *Con*, en un 3% al estadio *Imp* (23 s). No hay concurrencias con el estadio *Pla*. De los procesos asociados al estadio *Obs*, *A2* casi triplica en tiempo total a *A1* (184 s y 69 s respectivamente), siendo los valores relativamente similares en cuanto a frecuencia (18 y 14 respectivamente). En cuanto al estadio *Ver*, los estudiantes *A1* y *A2* presentan igual frecuencia de concurrencia (6), mientras que en tiempo, *A1* presenta un valor algo mayor que *A2* (76 s y 57 s respectivamente). De los procesos asociados al estadio *Exp*, *A1* terciodecupla en tiempo a *A2* (121 s y 9 s respectivamente), y casi triplica en frecuencia (8 y 3 respectivamente). En relación al estadio *Ana*, *A2* duplica en tiempo y frecuencia a *A1* (64 s y 30 s respectivamente). En cuanto al estadio *Lec*, ambos estudiantes presentan valores similares (20 s, 4 concurrencias para *A1*, 12 s y 3 concurrencias para *A2*). En relación al estadio *Con*, *A1* casi triplica en tiempo total a *A2* (21 s y 8 s respectivamente), y lo duplica en frecuencia (6 y 3 respectivamente). Por último, en relación al estadio *Imp*, ambos estudiantes presentan valores similares (10 s, 1 concurrencia para *A1*, 13 s, 1 concurrencia para *A2*).

La descripción de los valores obtenidos en el cruce de los criterios página y resolución de problemas permite mantener el planteamiento de que es *A1* quien lleva el peso de las acciones en el proceso de resolución del problema. De ello da cuenta por un lado, los valores y proporción de tiempo que invierte *A1* en los estadios que requieren mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo (*Ana*, *Exp*, *Pla* y *Ver*), especialmente en las páginas 3, 5 y 6. Y por el otro, los valores y proporción de tiempo que invierte *A2* en

procesos del estadio *Obs*. Adicionalmente, y centrado en el estadio *Ver*, los valores revelan que ambos estudiantes realizan procesos de verificación y control, especialmente en las páginas 3, 5 y 6, las cuales contienen un *applet*.

Además, los valores de *Exp*, tanto en la página 3 (*applet* 1) como en la página 6 (*applet* 3), indican que los estudiantes, y en especial *A1*, realizan un esfuerzo por revisar la estructura del problema en busca de información relevante que le permita resolverlo en dichas páginas. Asimismo, los valores obtenidos para *Ana* y *Con* en la página 6 reflejan que el *applet* 3 es el más difícil de comprender para la pareja.

Todo lo anterior, también pone de manifiesto que los estudiantes crean y mantienen su ECP. Aunque *A1* lleva el peso de las acciones en la resolución, el proceso es supervisado y controlado tanto por *A1* como por *A2*.

Por último, los valores obtenidos en el estadio *Lec* y el hecho de que no vuelven a visitar la página 1 (Ver Tabla Anexo XII-60, Anexo XII, p. 34) puede indicar que los estudiantes no han tenido dificultad en la comprensión del enunciado problema.

B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XII-5 (Anexo XII, p. 2), Tabla Anexo XII-6 (Anexo XII, p. 2) y Tabla Anexo XII-7 (Anexo XII, p. 2) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y ratón, para el estudiante *A1*, *A2* y la *pareja 1* respectivamente. Dado que el ratón es manejado por *A2* durante solo 9 s, con una frecuencia de 5 (Ver Tabla Anexo XII-56, Anexo XII, p. 33), hablaré directamente de *pareja 1*, aunque tendré presente que realmente *A1* es quien maneja el ratón.

La *pareja 1* utiliza el ratón durante 227 s, es decir, durante aproximadamente el 20% del tiempo total del proceso de resolución (1147 s). Del tiempo que maneja el ratón, el 65% lo emplean para llevar a cabo tareas de *Exp* y *Obs* (102 s, 16 de frecuencia, y 47 s, 17 de frecuencia respectivamente). La *pareja 1* solo lo emplea durante 17 s en tareas del estadio de *Ana* y durante 14 s en tareas de *Ver*.

Para esta pareja, los *applets* no han sido utilizados para controlar su proceso ni realizar acciones de análisis del problema. Es decir, los *applets* parecen no servir para llevar a cabo tareas de *Ana* y *Ver*. En cambio, el manejo del ratón si es puesto en juego

en acciones de exploración del problema como puede ser la búsqueda de información relevante.

C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XII-8 (Anexo XII, p. 2), Tabla Anexo XII-9 (Anexo XII, p. 3) y Tabla Anexo XII-10 (Anexo XII, p. 3) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y arrastre, para el estudiante *A1*, *A2* y la *pareja 1* respectivamente. Al igual que antes, cuando refiero a la *pareja 1*, realmente quien lleva a cabo los arrastres es *A1* (Ver Tabla Anexo XII-49, Anexo XII, p. 31). De hecho, *A2* no presenta frecuencia alguna.

La *pareja 1* utiliza el arrastre durante 113 s, es decir, durante aproximadamente el 10% del tiempo total del proceso de resolución (1147 s). De estos 113 s, en el 78% del tiempo (92 s) realizan arrastres erráticos, y el 22% (21 s) guiados. De los arrastres erráticos, el 87 % concurren con el estadio *Exp* (80s), y el 50% de los guiados concurren con el estadio *Ana* (11 s). Esta pareja solo presenta una concurrencia entre el arrastre guiado y la etapa de verificación, con una duración de 4 s. Además, mientras *A1* realiza arrastres, *A2* ocupa la mayoría de su tiempo en realizar acciones de *Obs*. Ello es puesto de manifiesto al analizar las concurrencias entre el criterio arrastre para *A1* y el criterio resolución de problemas para *A2* (Tabla Anexo XII-11, Anexo XII, p. 3).

Los valores obtenidos reflejan que esta pareja no necesita manejar el ratón para realizar arrastres durante mucho tiempo en su proceso de resolución, de hecho, solo lo hacen el 10% del tiempo. Cuando lo utilizan, suele ser para la búsqueda de información relevante, para realizar una exploración del problema. Por otro lado, el arrastre guiado no lo utilizan para una de sus funciones principales, verificar suposiciones. De ello da muestra la única frecuencia de concurrencia, de duración pequeña (4 s), de la categoría arrastre guiado con el estadio *Ver*.

D) Criterio página Vs. ratón

La Tabla Anexo XII-57 (Anexo XII, p. 33), Tabla Anexo XII-58 (Anexo XII, p. 33) y Tabla Anexo XII-59 (Anexo XII, p. 33) presentan las concurrencias entre el criterio página y ratón, para el estudiante *A1*, *A2* y la *pareja 1* respectivamente. Al igual que

antes, cuando refiero a la *pareja 1*, realmente quien maneja el ratón es el estudiante *A1* (Ver Tabla Anexo XII-56, Anexo XII, p. 33). De hecho, *A2* solo lo utiliza durante 9 s.

La *pareja 1*, como es obvio, emplea el ratón en un 94% del tiempo (228 s de 242 s) en las páginas 3 (86 s), 5 (40 s) y 6 (102 s) puesto que son estas en las que están situados los *applets*. Las demás concurrencias no son significativas.

Los valores reflejan como en las páginas 3 y 6, los estudiantes utilizan en mayor medida el ratón, y por ende, interactúan en mayor medida con los *applets*. Ello reafirma que los *applet 1* y 3 presentan mayor dificultad de comprensión, y por ende, mayor dificultad cognitiva. Los demás usos del ratón y sus concurrencias pueden considerarlos como extensiones de movimientos gestuales o como acciones deícticas de señalamiento. Es decir, el puntero del ratón es usado como un apuntador en la lectura o simplemente como un activador de los enunciados de las preguntas.

E) Criterio página Vs. arrastre

La Tabla Anexo XII-53 (Anexo XII, p. 32), Tabla Anexo XII-54 (Anexo XII, p. 32) y Tabla Anexo XII-55 (Anexo XII, p. 32) presentan las concurrencias entre el criterio página y arrastre, para el estudiante *A1*, *A2* y la *pareja 1* respectivamente. Al igual que antes, cuando refiero a la *pareja 1*, realmente quien maneja el ratón y casi todos los arrastres es el estudiante *A1* (Ver Tabla Anexo XII-56, Anexo XII, p. 33). De hecho, *A2* solo lo utiliza durante 9 s.

La *pareja 1* realiza arrastres solo en las páginas 3, 5 y 6, las que contienen *applets*. En la página 3 realizan arrastres durante 36 s, de los cuales, 25 s son arrastres erráticos y 11 s guiados. En la página 5 realizan arrastre durante 20 s, de los cuales 14 s son arrastres erráticos y 6 s arrastres guiados, y en la página 6 realizan arrastres durante 57 s, de los cuales 53 s son arrastre erráticos (47%) y 4 s arrastre guiados. En total, realizan durante 92 s arrastre erráticos (81%) y durante 21 s arrastres guiados (19%).

Como pone de manifiesto los valores obtenidos, la *pareja 1* realiza fundamentalmente arrastres erráticos, siendo el 81% de estos realizados durante la visualización de la página 6. Ello explica la dificultad que conlleva la interacción con el *applet* situado en dicha página.

F) Criterio ratón Vs. arrastre

La Tabla Anexo XII-50 (Anexo XII, p. 31), Tabla Anexo XII-51 (Anexo XII, p. 32), Tabla Anexo XII-52 (Anexo XII, p. 32) presentan las concurrencias entre el criterio ratón y arrastre, para el estudiante *A1*, *A2* y la *pareja 1* respectivamente. Al igual que antes, cuando refiero a la *pareja 1*, realmente quien realiza todos los arrastres es el estudiante *A1* (Ver Tabla Anexo XII-49, Anexo XII, p. 31).

Los datos redundan en lo comentado en los cruces de los criterios anteriores, el ratón es empleado por la *pareja 1* en 113 s, de los cuales, 92 s son arrastres erráticos y 21 s arrastres guiados.

V.2.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas

A continuación centro la atención en cómo los estudiantes transitan por los distintos estadios. Utilizo para ello: (a) los grafos de transición, que informan acerca de la probabilidad de que un estadio suceda a otro; (b) las cadenas de ocurrencias de estadios significativamente recurrentes (solo muestro aquellas con probabilidades superiores a 0,2); y (c) los gráficos de activación e inhibición que obtengo de aplicar la técnica de las coordenadas polares, dichos gráficos informan acerca de que estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios.

A) Grafos de transición y cadenas significativas

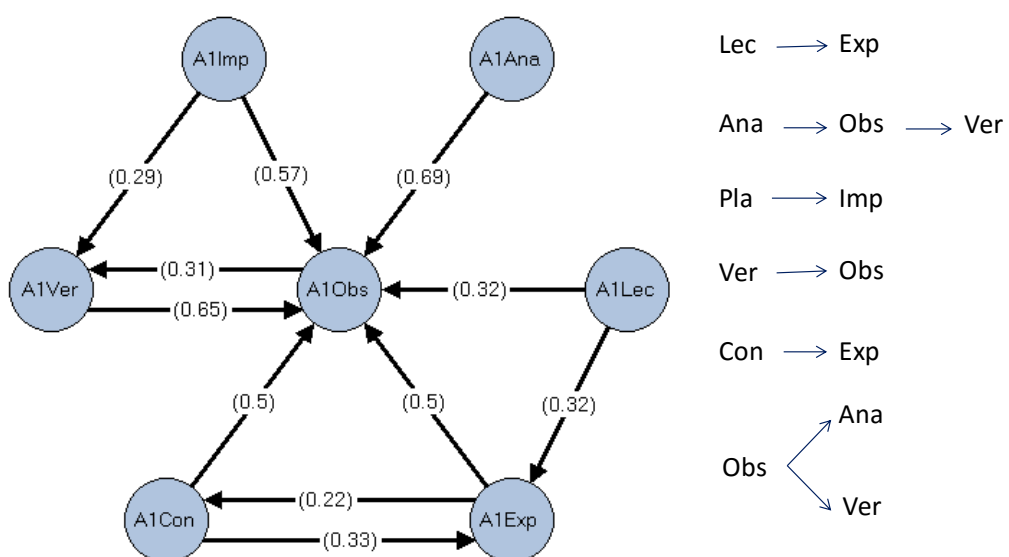


Figura V- 3. Grafo de transición y cadenas significativas, A1

La Figura V-3 presenta el grafo de transición⁶⁹ y de cadenas significativas⁷⁰ del estudiante A1. En ella detecto como en el estudiante A1 las probabilidades de transición más elevadas son cuando el estadio *Obs* es el estadio siguiente, con probabilidades superiores a 0,5 para los estadios *Ana*, *Exp*, *Imp*, *Ver* y *Con*. Con probabilidades de transición superiores a 0,2 obtengo las transiciones de *Imp* a *Ver* (0,29), de *Lec* a *Obs* (0,32) y de *Exp* a *Con* (0,22). La única cadena de un eslabón significativo y estadio siguiente *Obs* es *Ver*→*Obs*. Y teniendo como inicio *Obs*, hay dos cadenas de un eslabón significativas, *Obs*→*Ana* y *Obs*→*Ver*, con probabilidades 0,19 y 0,31 respectivamente. Hago notar ahora que aunque la cadena *Pla*→*Imp* es significativa, no la tengo en cuenta dada que la frecuencia de transición es 1 (Tabla Anexo XII-12, Anexo XII, p. 3), lo que implica que la probabilidad condicionada sea 1. También obtengo otras dos cadenas significativas de un eslabón y probabilidades ligeramente superior a 0,3 [*Lec*→*Exp*, *Con*→*Exp*]. Por último existe una cadena significativa de tres eslabones [*Ana*→*Obs*→*Ver*].

Los valores obtenidos respecto de la probabilidad de transición con estadio siguiente *Obs*, entre *Imp* y *Ver*, y la existencia de la cadena diádica *Ver*→*Obs* y de la cadena triádica significativa *Ana*→*Obs*→*Ver*, apuntan a que el modo de proceder de A1 en su proceso de resolución es prudente. Tras realizar distintas acciones A1 observa y escucha lo que el compañero/a tiene que aportar. Además, las relaciones anteriores también indican interés de A1 por construir y mantener el ECP. En cuanto a la cadena diádica *Lec*→*Exp*, indica que A1, tras la lectura de las preguntas y enunciados imperativos de las distintas páginas de la i-actividad, realiza acciones de exploración para responderlas. Esta relación no está motivada por la lectura del enunciado del problema. Por último, la probabilidad de transición entre *Exp* y *Con*, indica dudas de A1 en relación al funcionamiento de los *applets*.

⁶⁹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XII-14 (Anexo XII, p. 4) y Tabla Anexo XII-15. P-valores, resolución de problemas, lag 1 y lag 2, A1 (Anexo XII, p. 14), respectivamente.

⁷⁰ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XII-13. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A1 (Anexo XII, p. 14).

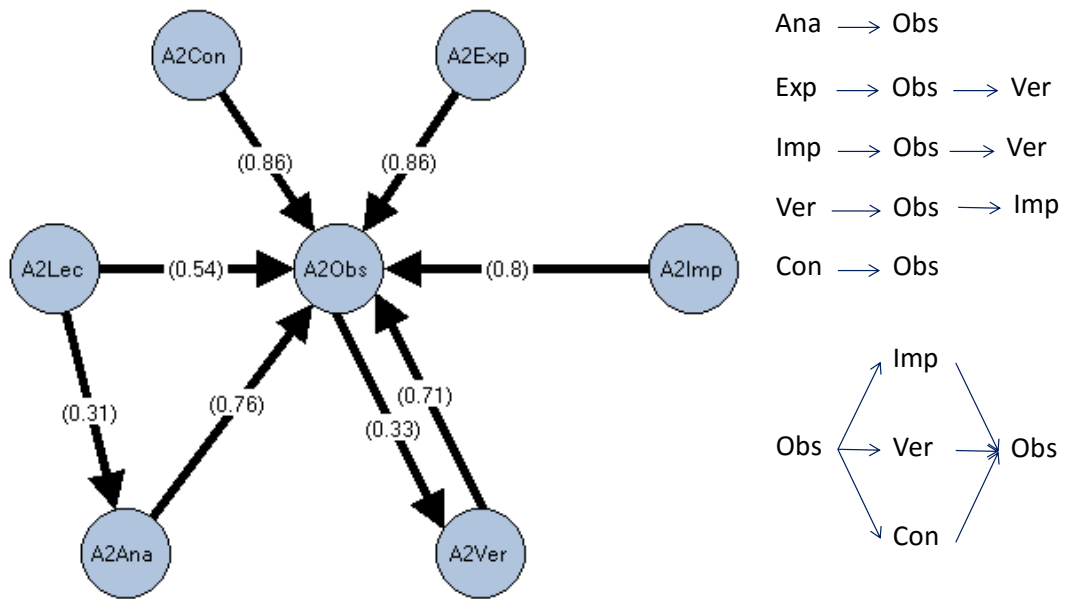


Figura V- 4. Grafo de transición y cadenas significativas, A2

En la Figura V-4, al igual que para el estudiante *A1*, destaca que las probabilidades de transición más elevadas para *A2*^{71 72} recaen cuando *Obs* es el estadio siguiente. En este caso, obtengo probabilidades superiores a 0,7 para los estadios anteriores *Ana*, *Exp*, *Imp*, *Ver* y *Con*, y con probabilidad superior a 0,5 para *Lec*. Además, presentan probabilidades de transición mayores que 0,3 del estadio *Lec* a *Ana* (0,31) y del estadio *Obs* a *Ver* (0,33). Por otro lado, solo hay una cadena significativa de un eslabón *Con*→*Obs*, con probabilidad de transición 0,86. El resto de cadenas significativas son de dos eslabones. En ellas destaca la importancia de los estadios *Obs*, *Ver* e *Imp*. De hecho, *Obs* es el estadio central en 4 de las 7 cadenas significativas de tres eslabones [*Ana*→*Obs*→*Lec*, *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Imp*→*Obs*→*Ver*, *Ver*→*Obs*→*Imp*], y es el estadio inicial y final en las otras tres [*Obs*→*Imp*→*Obs*, *Obs*→*Ver*→*Obs*, *Obs*→*Con*→*Obs*].

Al igual que para *A1*, el modo de proceder de *A2* en su proceso de resolución es prudente. Ello lo deduzco de los valores obtenidos respecto de la probabilidad de transición con estadio siguiente *Obs*, entre *Obs* y *Ver*, y la existencia de las cadenas triádicas con estadio central *Obs*, *Ana*→*Obs*→*Lec*, *Ver*→*Obs*→*Imp*, *Exp*→*Obs*→*Ver*,

⁷¹ Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XII-17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A2 (Anexo XII, p. 5).

⁷² Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XII-18 (Anexo XII, p. 5) y Tabla Anexo XII-19. P-valores, resolución de problemas, lag 1 y lag 2, A2 (Anexo XII, p. 6), respectivamente.

$Imp \rightarrow Obs \rightarrow Ver$. Tras realizar distintas acciones, *A2* observa y escucha lo que el compañero/a tiene que aportar. Además, las relaciones anteriores junto con la cadena triádica $Obs \rightarrow Ver \rightarrow Obs$ y la probabilidad de transición de *Lec* a *Ana*, indican el interés de *A2* por construir y mantener el ECP, para lo cual ejerce de supervisor del trabajo de la pareja, llevando a cabo un pensamiento más analítico del proceso de resolución. Por último, la cadena $Obs \rightarrow Con \rightarrow Obs$ indica que *A2* realiza mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo que *A1* para interiorizar el funcionamiento o la información derivada de la interacción con los *applets*.

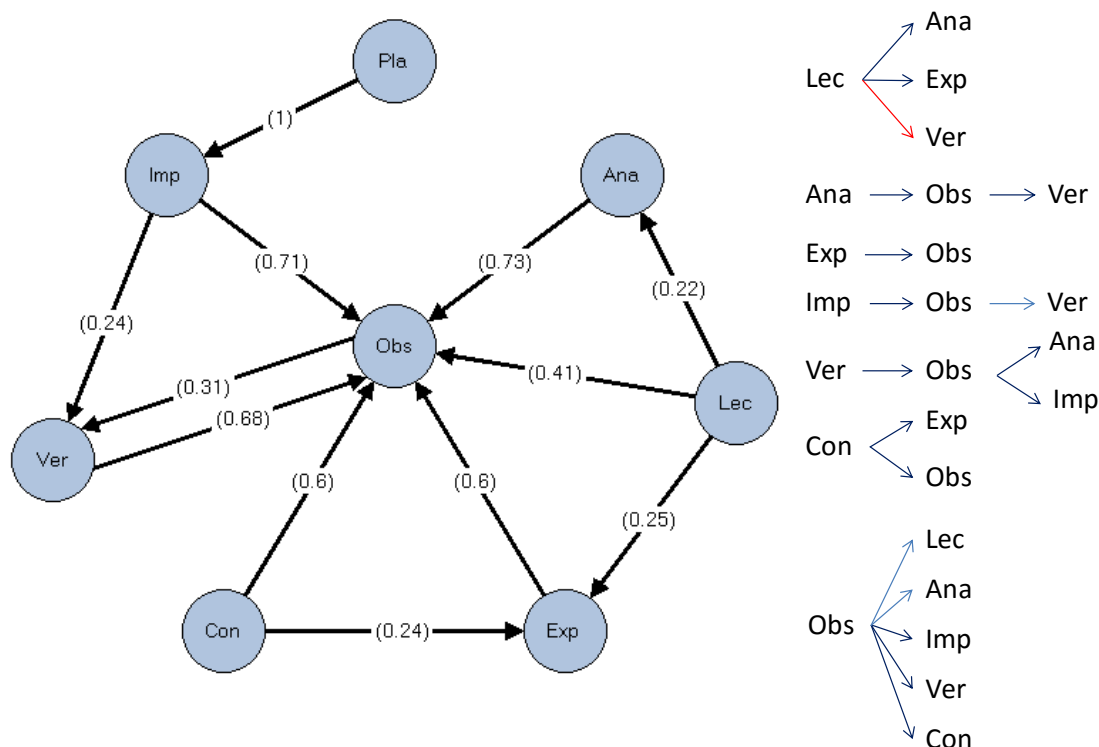


Figura V- 5. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 1

Considero ahora a la *pareja 1*^{73 74} como unidad de análisis. La Figura V-5 refleja que los valores obtenidos nuevamente muestran como es el estadio *Obs*, actuando de estadio siguiente, presenta probabilidades superiores a 0,6 para los estadios *Ana*, *Exp*, *Imp*, *Ver*, y *Con*, y superior a 0,4 para el estadio *Lec*. De estas relaciones, dos cadenas diádicas son significativas, $Exp \rightarrow Obs$ y $Con \rightarrow Obs$. Por otro lado, la *pareja 1* presenta 5

⁷³ Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XII-21. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 1 (Anexo XII, p. 6).

⁷⁴ Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XII-22 (Anexo XII, p. 7) y Tabla Anexo XII-23 (Anexo XII, p. 7). P-valores, resolución de problemas, lag1 y lag 2, pareja 1 respectivamente.

transiciones con probabilidades comprendidas entre 0,22 y 0,31, del estadio *Lec* a *Ana*, de *Lec* a *Exp*, de *Imp* a *Ver*, de *Con* a *Exp*, y de *Obs* a *Ver*. De estas relaciones, cuatro son cadenas diádicas significativas, $Lec \rightarrow Ana$, $Lec \rightarrow Exp$, $Con \rightarrow Exp$ y $Obs \rightarrow Ver$. Añadido a todo ello, la *pareja 1* presenta cuatro cadenas de triádicas significativas, todas involucrando al estadio *Obs* como estadio intermediario, $Ana \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Imp \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Ana$ y $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Imp$.

Las probabilidades de transición con estadio siguiente *Obs* y la existencia de la cadena diádica significativa $Exp \rightarrow Obs$ indican que como pareja intentan crear y mantener su ECP. Por otro lado, la pareja establece un plan de resolución, lo cual es coherente con los valores de las probabilidades de transición de *Lec* a *Ana*, y *Lec* a *Exp* obtenidos. En cuanto a la cadena diádica significativa $Con \rightarrow Exp$, indica que la pareja busca información derivada de la interactividad de la i-actividad. Es decir, tras establecer una conversación relativa al funcionamiento de los *applets* o realizar un pequeño descanso, realizan acciones de exploración en busca de información. Por último, la existencia de la cadena diádica significativa $Obs \rightarrow Ver$, junto con las cadenas triádicas $Ana \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Imp \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Ana$ y $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Imp$, señalan que la pareja constantemente intenta controlar su proceso de resolución, refuerzan su ECP y el modo de proceder de la pareja en su proceso de resolución es prudente.

B) Gráficos de activación e inhibición

Los gráficos de activación e inhibición informan acerca de qué estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Para obtenerlos, aplico la técnica de coordenadas polares en su versión de retrospectividad genuina, a partir de los valores de las tablas Z_{sum} para *A1*, *A2* y la *pareja 1*. Los gráficos de activación o inhibición están disponibles para su consulta en el Anexo XII, desde la Figura Anexo XII-11 a la Figura Anexo XII-34 (Anexo XII, pp. 51-62). A modo de ejemplo, presento el gráfico de la *pareja 1* considerando el estadio focal *Lec* (Figura V-6).

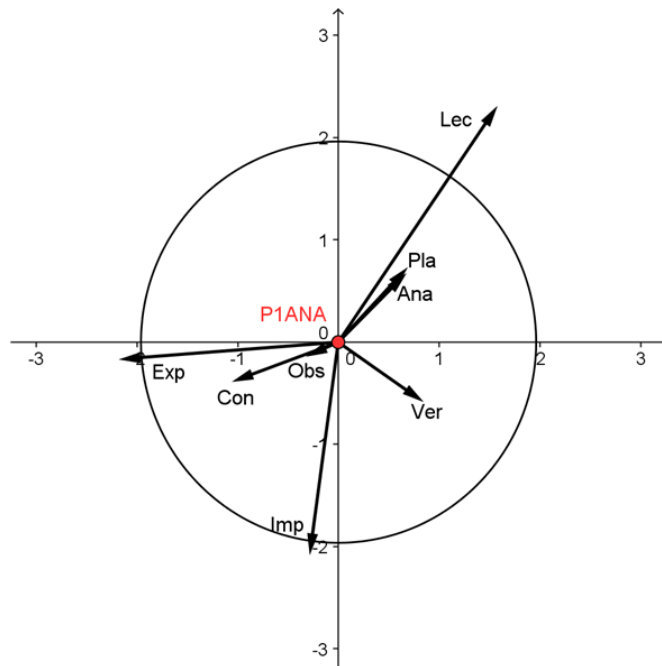


Figura V- 6. Coordenadas polares, categoría *Lec*, pareja 1

Las relaciones significativas detectadas tomando como referencia el estadio focal considerado son:

(1) Estadio focal *Lec*:

Para *A2* y la *pareja 1*, el estadio *Lec* activa en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Ana*, con radio 2,9 y 2,8 respectivamente.

Para la *pareja 1*, el estadio *Lec* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,24.

(2) Estadio focal *Ana*:

Para *A2* y la *pareja 1*, *Ana* activa en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Lec*, con radio 2,9 y 2,8 respectivamente.

Para *A1* y la *pareja 1*, *Ana* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Exp*, con radio 1,99 y 2,19 respectivamente.

Para *A2* y la *pareja 1*, *Ana* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,02 y 2,10 respectivamente.

(3) Estadio focal *Exp*:

Para *A2* y la *pareja 1*, *Exp* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 1,98 y 2,83 respectivamente.

Para *A1* y la *pareja 1*, *Exp* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva a los estadios *Ana* y *Obs*, con radios 1,99 y 2,19; 2,27 y 2,15 respectivamente.

Para *A1* y la *pareja 1*, *Exp* activa en las componentes prospectiva y retrospectiva al estadio *Con*, con radio 3,19 y 3,68 respectivamente.

Para la *pareja 1*, *Exp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 5,5.

(4) Estadio focal *Pla*:

Para *A1*, *Pla* se autoactiva en la componente prospectiva y se autoinhibe en la retrospectiva, con radio 2,03.

(5) Estadio focal *Imp*:

Para *A1*, *Imp* activa en la componente retrospectiva e inhibe en la prospectiva al estadio *Pla*, con radio 2,03.

Para *A1*, *Imp* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Con*, con radio 2,25.

Para *A2* y *pareja 1*, *Imp* inhibe en las componentes prospectiva y retrospectiva a los estadios *Ana* y *Exp*, con radios 2,02 y 2,10; 1,98 y 2,83 respectivamente.

Para *A2* y *pareja 1*, *Imp* y *Ver* se activan mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,13 y 2,96 respectivamente. Además, *Imp* se autoactiva, con radio 2,19 y 3,16 respectivamente.

Para la *pareja 1*, *Imp* y *Lec*; *Imp* y *Con*, se inhiben mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radios 2,24 y 2,46 respectivamente.

(6) Estadio focal *Ver*:

Para *A2* y la *pareja 1*, *Ver* e *Imp* se activan mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,13 y 2,96.

(7) Estadio focal *Con*:

Para *A1* y la *pareja 1*, *Con* y *Exp* se activan mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,19 y 3,68.

Para *A1*, *Con* activa en la componente retrospectiva e inhibe en la prospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,25.

Para la *pareja 1*, *Con* inhibe a *Imp* en las componentes retrospectiva y prospectiva, con radio 2,46.

(8) Estadio focal *Obs*:

Para *A1* y la *pareja 1*, *Obs* y *Exp* se inhiben mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 2,27 y 2,15 respectivamente.

Para la *pareja 1*, *Obs* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 2,48.

En la medida de lo posible elaboro el análisis en base a las relaciones de activación por un lado y las relaciones de inhibición por el otro. Comencemos por las relaciones de activación.

El estadio *Lec* activa en las componentes prospectivas y retrospectivas al estadio de *Ana* para *A2*, mientras que *A1* no presenta dicha relación. En cambio, para la *pareja*, *Lec* y *Ana* se activan mutuamente en ambas componentes. Como *pareja*, estas relaciones señalan que tras un proceso de lectura, proceden al análisis de la información y a su vez, cuando dicho análisis genera dudas, vuelven a la lectura. Es decir, a nivel de *pareja*, intentan disponer de una comprensión profunda del problema, potenciada especialmente por *A2*.

Los estadios *Exp* y *Con* se activan mutuamente en las componentes prospectivas y retrospectivas para *A1*, mientras que *A2* no presenta dicha relación. En cambio, a nivel

de pareja, *Exp* y *Con* se activan mutuamente en ambas componentes. De ello deduzco que como pareja y durante la exploración del problema, recurren a pequeños “descansos” que pueden facilitar la toma de consciencia del proceso de resolución o bien, necesitan aclarar algún aspecto técnico de funcionamiento de los *applet*. Dichos descansos o aclaraciones están potenciados por *AI*, que es quien lleva el peso de las acciones con los *applets* durante el proceso de resolución. Por otro lado y a nivel de pareja, *Exp* se autoactiva, ello indica que la pareja ejerce control sobre su progreso y busca información que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Además, este hecho pone de manifiesto como actuaciones independientes, en mayor o menor medida, conllevan una visión coordinada de las actuaciones a nivel de pareja, al contrario de lo que podría esperarse. En concreto, la relación de autoactivación de *Exp*, está relacionada con el esfuerzo de la pareja para crear y mantener su ECP.

El estadio *Pla* activa a *Imp* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva solo para *AI*. Dichas relaciones son lógicas puesto que *AI* es quien establece el plan de resolución, que finalmente implementado. Además, la no existencia de activación significativa en la componente retrospectiva apunta a que *AI* no presenta dudas sobre dicho plan.

Los estadios *Imp* y *Ver* se activan mutuamente en ambas componentes, para *A2* y para la *pareja 1*. Es decir, a nivel de pareja, esta ejerce control sobre la implementación del plan de resolución, y dicho control es llevado a cabo principalmente por *A2* puesto que no hay relación de activación entre *Imp* y *Ver* para *AI*. Por otro lado, que *Imp* active en la componente retrospectiva a *Con* para *AI*, informa que este estudiante realiza pequeños descansos previo o durante la implementación del proceso de resolución o realiza preguntas al observador o compañero/a acerca del funcionamiento de la i-actividad. Ello es coherente a la vista de que es *AI* quien maneja casi siempre el ratón, realiza los arrastres y lleva el peso de las acciones del proceso de resolución. Esto precisamente explica la relación de autoactivación de *Imp* obtenida, tanto para *A2* como para la *pareja 1*.

En un proceso de resolución de problemas colaborativo, los componentes de la pareja o grupo intercambien ideas, opiniones, etc. Entonces la existencia de una autoactivación de *Obs*, en ambos componentes, indica que efectivamente, realizan un proceso de

resolución colaborativo. La autoactivación de *Obs* es coherente con un proceso de resolución colaborativo, la relación informa que ambos estudiantes constantemente observan y escuchan las acciones y comentarios de su pareja. La pareja intenta crear y mantener su ECP.

En cuanto a las relaciones de inhibición, que *Lec* e *Imp* presenten una inhibición mutua en ambos niveles, indica que el problema de la hormiga si es un “problema” para los estudiantes. Lo contrario implicaría que la pareja conoce como resolver el problema, o bien, los estudiantes realizan una lectura superficial del enunciado e implementan acciones sin un plan preestablecido coherente. La pareja no dispone de un plan de resolución tras la lectura del enunciado.

Los estadios *Ana* y *Exp* presentan para *A1* una relación de inhibición en ambas componentes. Esta relación apunta a que *A1* obtiene cierta comprensión del problema, lo que le permite diseñar un plan de resolución en el que confía. Además, *A2* asume dicho plan puesto que para la *pareja 1*, obtengo dicha relación de inhibición y la relación de inhibición mutua entre *Ana* e *Imp*. *A2* asume el proceder de *A1*. Además, la relación de inhibición mutua entre *Ana* e *Imp* para la *pareja 1* indica, las acciones de análisis realizadas por la pareja no les permite establecer un plan de resolución estructurado que les permita directamente llevar cabo acciones de implementación.

Además, dado que los procesos de exploración son realizados en su mayoría por *A1*, la relación de inhibición entre *Exp* y *Obs*, en ambas componentes para *A1* y la *pareja 1*, es esperable. Al igual y dado lo expuesto, también es esperable la existencia de la relación de inhibición mutua entre *Exp* e *Imp*, en ambas componentes para *A2* y la *pareja 1*. Por último, que *Imp* inhiba a *Pla* y *Con* en la componente prospectiva para *A1* indica la seguridad que tiene este estudiante en su plan de resolución.

V.2.2. Influencia de la interactividad

Centro ahora la atención en la descripción y análisis de la influencia de la interactividad de la i-Actividad en el proceso de resolución. Para ello utilizaremos los datos obtenidos desde la Tabla Anexo XII-61 hasta la Tabla Anexo XII-73 (Anexo XII, pp. 34-37). Dichas tablas describen las estadísticas básicas para el criterio interactividad y las concurrencias entre este criterio y los criterios resolución de problemas, arrastre, ratón y

páginas, para *A1*, *A2* y la *pareja 1*. Comienzo la descripción y análisis con la Tabla Anexo XII-61 (Anexo XII, p. 34) de estadísticas básicas.

Considero el conjunto $Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$ como el conjunto de todas las influencias de la interactividad. Los datos de la Tabla Anexo V-60 (Anexo XII, p. 34), de estadísticas básicas, revelan que la *pareja 1* recibe influencia de la interactividad (*Int*) cerca del 9% del tiempo total del proceso de resolución (95 s de 1147 s totales), con una frecuencia de 12, correspondiendo 6 a *A1* y las otras 6 a *A2*. Del conjunto de influencias, *Int5* es la de mayor frecuencia y duración (5, 74 s). La influencia sobre el que maneja el ratón ($\{Int1 \cup Int2\}$), tiene una frecuencia de 3 y una duración total conjunta de 13 s, de los cuales 10 s corresponden a *Int1*. Respecto de la influencia sobre el estudiante que no maneja el ratón ($\{Int3 \cup Int4\}$), tiene una frecuencia de 4 y duración total conjunta de 8 s, de los cuales, 6 s corresponden a *Int3*. En cuanto a la influencia pasado cierto tiempo tras la interacción con la i-actividad (*Int5*), la duración total es de 74 s, de los cuales, 66 s corresponden a *A1*, con una frecuencia de 3, mientras que *A2* recibe la influencia durante 8 s, con una frecuencia de 2.

Los datos revelan que para esta pareja, la influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre *A1* (79 s de 95 s totales, un 83%), recuerdo que es quien realiza todos los arrastres y fundamentalmente maneja el ratón. Aun así, los valores indican que *A2* no es un sujeto pasivo durante el proceso de resolución colaborativo y la influencia de la interactividad, de hecho recibe el 17% de esta, con una duración total de 16 s. Ello corrobora que *A2* participa activamente en el proceso de resolución y en el intento por crear y mantener el ECP.

La descripción y análisis efectuado permite establecer que efectivamente *A1* lleva el peso de las acciones en la resolución puesto que además de lo expuesto en secciones anteriores, la influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre este estudiante. Dicha influencia es duradera en el tiempo para *A1* y la *pareja 1*, tal y como es deducible de los valores obtenidos en *Int5*. Las acciones con la i-actividad tienen que ser interiorizadas para que produzcan efecto, y ambos estudiantes presentan igual frecuencia para *Int5*. Esto también refuerza el indicio de que la pareja crear y/o mantener su ECP.

En síntesis, la influencia de la interactividad indica que los estudiantes crean y/o mantienen su ECP, *A1* lleva el peso de las acciones en la resolución, y recibe la mayoría de la influencia de la interactividad, especialmente aquella que recibe pasado un tiempo desde la acción.

Estudio a continuación las concurrencias entre el criterio interactividad y resolución de problemas, página, ratón y arrastre.

En cuanto a la concurrencia entre los criterios interactividad y resolución de problemas (Tabla Anexo XII-62, Tabla Anexo XII-63 y Tabla Anexo XII-64; Anexo XII, p. 34, p. 35 y p. 35 respectivamente), los datos para la *pareja 1* (Tabla Anexo XII-64, Anexo XII, p. 35), revelan que *Int5* concurre fundamentalmente durante *Exp* (frecuencia 2, 62 s de 74), seguida de *Ana* (frecuencia 2 y 7 s de 74). *Int2*, *Int3* e *Int4* concurren fundamentalmente durante el estadio *Ver* (7 s y frecuencia 4). Ahora bien, añadido a ello, el cruce con de *Int5* con *Ver*, este estadio la concurrencia en este estadio es de 12 s, con una frecuencia de 6. Por otro lado, *Int1* con frecuencia 1, concurre con el estadio *Exp* (7 s). Por estudiantes, la influencia de la interactividad sobre *A2* concurre con el estadio *Ver* en 7 s y frecuencia 4 y 4 s, con *Ana*, en 4 s y frecuencia 1, y con *Exp*, en 5 s y frecuencia 1 (Tabla Anexo XII-63, Anexo XII, p. 35). Para *A1*, concurre con los estadios *Exp*, *Ana*, y *Ver* (64 s y frecuencia 2, 10 s y frecuencia 3 y, 5 s y frecuencia 2 respectivamente) (Tabla Anexo XII-62, Anexo XII, p. 34).

Por otro lado, *A2* recibe mayor influencia asociada a acciones de control y verificación del proceso de resolución. Ello es coherente con los valores obtenidos respecto de la influencia sobre *A1*, la cual recae fundamentalmente sobre *Exp* y *Ana*. Es decir, *A1* es quien lleva el peso de las acciones en el proceso de resolución y *A2* realiza acciones de control sobre dicho proceso. Además, como la influencia ocurre fundamentalmente transcurrido un tiempo, lleva a pensar que mientras la pareja interacciona con la i-actividad, realizando acciones de exploración del problema, no consigue extraer información importante y, no es hasta pasado un tiempo, en el que interiorizan la influencia de la interactividad que le sacan provecho a su exploración para obtener información relevante.

Por último, en cuanto a la coocurrencia con el criterio página (Tabla Anexo XII-71, Tabla Anexo XII-72 y Tabla Anexo XII-73, Anexo XII, p. 37, p. 37 y p. 37

respectivamente), la mayoría concurre cuando visualizan la página 6 (77 s de 95 s), siendo concurrente sobre la página 5 en 15 s y sobre la página 3 en 3 s. Por otro lado, un tercio de la influencia de A2 concurre con la página 5 (6 s) y dos tercios con la página 6 (10 s). En cambio, la mayoría de la influencia para el estudiante A1 concurre en la página 6 (67 s de 79 s), siendo solo 9 s concurrente con la página 5, y 3 s concurrente con la página 3.

Esta información establece nuevamente que es el tercer *applet* el de mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo para la pareja. Sorprende en cambio la poca influencia de la interactividad con el primer *applet*, situado en la página 3. Este hecho quizás es debido a que la pareja, llegado a esta página, tiene interiorizado la idea de variabilidad de rutas sobre la arista *BC* o bien, que la influencia no ha permitido hacer explícita dicha variabilidad. También destaca que un tercio de la influencia para A2 recaiga en la página 5, mientras que para A1, recae casi toda la influencia sobre la página 6. En esta página, el estudiante A2 es quien está realizando acciones de supervisión de la interacción con la i-actividad y del proceso de resolución.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio ratón (Tabla Anexo XII-68, Tabla Anexo XII-69 y Tabla Anexo XII-70, Anexo XII, p. 36, p. 36 y p. 37 respectivamente), El estudiante A1 presenta una frecuencia del manejo del ratón concurrente con *Int5*, es decir, la influencia hace referencia a una acción anterior con la i-actividad, y otra concurrente con *Int1*. Las demás concurrencias para A1 concurren mientras que no maneja el ratón. En cuanto al estudiante A2, todas las concurrencias son con la categoría *NoRat*, obvio puesto que casi no maneja el ratón y no realiza ningún tipo de arrastre.

Nuevamente, estos valores son coherentes con los valores de frecuencia y tiempo para la influencia *Int5*, tanto para A1, como para A2.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio arrastre (Tabla Anexo XII-65, Tabla Anexo XII-66 y Tabla Anexo XII-67, Anexo XII, p. 35, p. 36 y p. 36 respectivamente), dado que A2 no maneja el ratón prácticamente, todas las concurrencias del criterio interactividad lo hacen sobre la categoría *NoArr*. Para A1, solo *Int1* concurre con *Err* (7 s y frecuencia 1), coocurriendo las otras tres con *NoArr*.

Estos valores son coherentes puesto que la mayor parte de la influencia es del tipo *Int5*, es decir, transcurrido cierto tiempo tras la interacción con la *i*-actividad y por tanto, del arrastre.

V.2.3. Trabajo colaborativo

A continuación centro la atención en abordar el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante la resolución del problema. Para ello partimos de dos situaciones base que definimos en la introducción a este capítulo del trabajo de tesis:

(a) *Trabajo cooperativo*: representa aquellas situaciones en las que los observables de los estudiantes son asignados al mismo estadio en resolución de problemas durante un periodo de tiempo (t_n, t_m) con $m > n$.

(b) *Trabajo en paralelo*: representa a aquellas situaciones en las que los observables de los estudiantes son asignadas a estadios distintos de resolución de problemas en un periodo de tiempo (t_n, t_m) con $m > n$.

En el trabajo en paralelo, los estudiantes están en procesos distintos mientras que en el trabajo cooperativo, ambos centran su atención sobre el mismo proceso. A modo de ejemplo, presento la Tabla V- 4 (correspondiente a la Tabla Anexo XII-24, Anexo XII, p. 7), la cual refleja el tiempo y frecuencia del trabajo en paralelo y cooperativo de los estudiantes *A1* y *A2*.

Tabla V- 4. Trabajo cooperativo y en paralelo, A1 y A2

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A1Lec	11	149	1	6	1	6	0	0	0	0	2	12	0	0	8	31	23	204
A1Ana	1	1	7	51	0	0	0	0	1	2	2	27	0	0	6	15	17	96
A1Exp	5	15	3	7	7	22	0	0	0	0	2	4	2	11	20	156	39	215
A1Pla	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	1	13
A1Imp	1	2	0	0	0	0	0	0	9	75	6	48	0	0	14	64	30	189
A1Ver	1	2	7	42	2	8	0	0	0	0	13	66	0	0	18	59	41	177
A1Con	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	8	13	37	18	46
A1Obs	3	8	9	47	4	22	0	0	3	5	9	27	4	7	28	91	60	207
Total	23	178	28	157	14	58	0	0	13	82	34	184	10	26	107	462	229	1147

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Los datos revelan que hay un total de 79 intervalos o periodos de trabajo cooperativo (suma de los valores de la diagonal de la tabla), de un total de 229 intervalos de concurrencias entre estadios (aproximadamente el 35%). La duración total de los 79 periodos asciende a 462 s, representando aproximadamente el 40% del tiempo total (1147 s). Si no considero cuando los dos estudiantes observan la pantalla del ordenador, o mantienen una conversación entre ellos, el total de intervalos de trabajo cooperativo es de 47, con un tiempo de 363 s, representando el 35% del tiempo total (1048 s).

- Respecto del estadio *Lec*: la concurrencia de *Lec* es el que mayor frecuencia y tiempo (11 y 149 s respectivamente).

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Lec* para ambos estudiantes supone en frecuencia el 8% (24 intervalos, 12 si fijo *AI**Lec* y 12 si fijo *A2**Lec*) del total (300⁷⁵), y en tiempo el 6% (84 s, 55 s si fijo *AI**Lec* y 29 s si fijo *A2**Lec*) del total (1370⁷⁶ s). Destacan los 8 intervalos de trabajo en paralelo en las que *AI* está realizando procesos de *Lec* y *A2* procesos de *Obs*, con un tiempo de 31 s ($\text{Tiempo}(AI\text{Lec} \cap A2\text{Obs}) = 31 \text{ s}$), y viceversa, los 3 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A2* está realizando procesos de *Lec* y *AI* procesos de *Obs*, con un tiempo de 8 s ($\text{Tiempo}(AI\text{Obs} \cap A2\text{Lec}) = 8 \text{ s}$). Así como los 2 intervalos de $AI\text{Lec} \cap A2\text{Ver}$, con un tiempo de 12 s, y 5 intervalos de $AI\text{Exp} \cap A2\text{Lec}$, con un tiempo de 15 s.

El trabajo cooperativo en *Lec* es coherente con el hecho de que ambos estudiantes leen simultáneamente el enunciado del problema, sobre todo al inicio. Si observo el gráfico secuencial (Figura Anexo XII-1, Anexo XII, p. 42), durante los primeros 96 s ambos estudiantes están leyendo el enunciado del problema descrito en la página 1. Por otro lado, el trabajo en paralelo fijado *Lec* refleja que los estudiantes realizan acciones aparentemente no coordinadas.

⁷⁵ La frecuencia total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la frecuencia total y la frecuencia total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $399-116=283$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $283 \times 2=566$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

⁷⁶ El tiempo total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la duración total y la duración total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $1632-412=1220$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $1220 \times 2=2440$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

- Respecto del estadio *Ana*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* es 51 s, representando el 53% y el 32% del tiempo total del estadio *Ana* para *A1* y *A2* (96 s y 157 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ana \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* representa el 63% para *A1* y el 46% para *A2*. Es decir, *A1* realiza cooperativamente casi dos tercios de sus las acciones relacionadas con *Ana* y *A2* casi la mitad.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Ana* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 10% (31 intervalos, 10 si fijo $A1Ana$ y 21 si fijo $A2Ana$) del total (300), y en tiempo el 11% (151 s, 45 s si fijo $A1Ana$ y 106 s si fijo $A2Ana$) del total (1370 s). Destacan los 9 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A1* está realizando procesos de *Obs* y *A2* procesos de *Ana*, con un tiempo de 47 s ($Tiempo(A1Obs \cap A2Ana) = 47 s$), y viceversa, los 6 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A2* está realizando procesos de *Obs* y *A1* procesos de *Ana*, con un tiempo de 15 s ($Tiempo(A1Obs \cap A2Lec) = 15 s$). Así como los 7 intervalos de $A1Ver \cap A2Ana$, con un tiempo de 42 s, y viceversa, los 2 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A2* está realizando procesos de *Ver* y *A1* procesos de *Ana*, con un tiempo de 27 s.

El trabajo cooperativo en *Ana* refleja el esfuerzo, especialmente por parte de *A1*, de crear y mantener el ECP, reafirmando el resultado obtenido previamente, el cual afirma que la pareja ejerce control sobre su progreso, con una visión coordinada de acciones independientes. Esto está reflejado, por un lado, en el porcentaje de trabajo cooperativo en *Ana* por parte de *A1*, y por el otro, en los 9 intervalos en los que *A1* observa y escucha, y los 7 intervalos en los que monitorea las acciones de *A2* relacionadas con *Ana*, invirtiendo en ello 47 s y 42 s respectivamente.

- Respecto del estadio *Exp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* es 22 s, representando el 10% y el 38% del tiempo total del estadio *Exp* para *A1* y *A2* (215 s y 58 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Exp \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* representa el 37% para *A1* y el 61% para *A2*. Es decir, *A1* realiza cooperativamente más de un tercio de sus las acciones relacionadas con *Exp* y *A2* casi dos tercios.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Exp* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 13% (39 intervalos, 32 si fijo $A1Exp$ y 7 si fijo $A2Exp$) del total

(300), y en tiempo el 17% (229 s, 193 s si fijo *A1Exp* y 36 s si fijo *A2Exp*) del total (1370 s). Destacan los 20 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A1* está realizando procesos de *Exp* y *A2* procesos de *Obs*, con un tiempo de 156 s, y viceversa, los 4 intervalos en los que *A2* está realizando procesos de *Exp* y *A1* procesos de *Obs*, con un tiempo de 22 s. Así como los 2 intervalos en los que *A1* está realizando procesos de *Exp* y *A2* procesos de *Con*, con un tiempo de 11 s, y los 2 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A1* está realizando procesos de *Exp* y *A2* procesos de *Ver*, con un tiempo de 4 s, y viceversa, los 2 intervalos en los que *A1* está realizando procesos de *Obs* y *A2* procesos de *Exp*, con un tiempo de 8 s.

El trabajo cooperativo en *Exp* refleja el esfuerzo por parte de *A2* de crear y mantener el ECP, siguiendo el proceder de *A1*. Ello es así dado que casi dos tercios de las acciones de *Exp*, por parte de *A1*, son de trabajo en paralelo; en 20 intervalos *A2* observa y escucha las acciones de *A1*, con una duración total de 156 s; y *A2* realiza casi dos tercios de las acciones relacionadas con *Exp* de forma cooperativa. Además, los 11 s de concurrencia entre *A1Exp* y *A2Con* suceden mientras *A1* está realizando un arrastre (Figura Anexo XII-1, Anexo XII, p. 42). Por último, en este estadio, los estudiantes han realizado pocas acciones de control y verificación.

- Respecto del estadio *Pla*: no hay trabajo cooperativo, solo una concurrencia de *A1Pla* con *A2Obs* de 9 s y una de *A1Pla* con *A2Ana* de 4 s, además, en este orden y seguida (Figura Anexo XII-1, Anexo XII, p. 42).

Las relaciones detectadas refuerzan que *A2* asume el plan de resolución propuesto por *A1*.

- Respecto del estadio *Imp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Imp* es 75 s, representando el 40% y el 91% del tiempo total del estadio *Imp* para *A1* y *A2* (189 s y 82 s respectivamente). Si no considero la concurrencia *Imp*↔*Obs* para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Imp* representa el 60% para *A1* y el 97% para *A2*. Es decir, *A1* realiza cooperativamente casi dos tercios de sus las acciones relacionadas con *Imp* y *A2* las realiza casi todas.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Imp* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 8% (25 intervalos, 21 si fijo *A1Imp* y 4 si fijo *A2Imp*) del total

(229), y en tiempo el 9% (121 s, 114 s si fijo *A1Imp* y 7 s si fijo *A2Imp*) del total (1147 s). Destacan los 14 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A1* está realizando procesos de *Imp* y *A2* procesos de *Obs*, con un tiempo de 64 s, y viceversa, los 3 intervalos en los que *A2* está realizando procesos de *Imp* y *A1* procesos de *Obs*, con un tiempo de 5 s. Y, los 6 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A1* está realizando procesos de *Imp* y *A2* procesos de *Ver*, con un tiempo de 48 s.

El trabajo cooperativo en *Imp* refleja claramente como es *A1* quien lleva el peso de las acciones en el proceso de resolución, y como, para este estadio, *A2* sigue y monitoriza las acciones de *A1*. El trabajo en paralelo fijado el estadio *Imp* es un ejemplo de cómo la pareja ejerce control sobre su progreso (por *A2*), con una visión coordinada de acciones independientes (*A1* realiza acciones de *Imp* mientras *A2* de *Ver*).

- Respecto del estadio *Ver*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* es 66 s, representando el 37% y el 36% del tiempo total del estadio *Ver* para *A1* y *A2* (177 s y 184 s respectivamente). Si no considero la concurrencia *Ver*↔*Obs* para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* representa el 56% para *A1* y el 42% para *A2*. Es decir, *A1* realiza cooperativamente más de la mitad de sus las acciones relacionadas con *Ver* y *A2* casi la mitad.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Ver* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 16% (49 intervalos, 28 si fijo *A1Ver* y 21 si fijo *A2Ver*) del total (300), y en tiempo el 17% (229 s, 111 s si fijo *A1Ver* y 118 s si fijo *A2Ver*) del total (1370 s). Destaca como *A2Ver* presenta concurrencias con *A1Lec*, *A1Ana*, *A1Exp*, *A1Imp* e *A1Obs*, con frecuencia y tiempo (2, 12 s), (2, 27 s), (2, 4 s), (6, 48 s) y (9, 27 s) respectivamente. Por otro lado, destacan las concurrencias de *A1Ver* con *A2Ana* y *A2Obs*, con frecuencia y tiempo (7, 47 s) y (18, 59 s) respectivamente. Además, si considero los 363 s en los que ambos estudiantes están en trabajo cooperativo (sin considerar *Obs* ni *Con*), y considero el tiempo en *Ver* restante, la pareja está un total de 592 s (56% del tiempo) en los que trabajan cooperativamente, o bien uno de ellos controla y monitorea el trabajo o acción del otro.

El trabajo cooperativo en *Ver* refleja el esfuerzo de la pareja por controlar y monitorizar su progreso. Aunque los valores para *Ver* respecto del trabajo cooperativo y el tiempo invertido en el trabajo en paralelo son similares para ambos estudiantes, los

datos reafirman que es *A2* quien adquiere el rol de supervisor del proceso de resolución. Ello está reflejado por el hecho de que *A2* presenta concurrencias con casi todos los estadios para *A1*. O lo que es lo mismo, durante el proceso, *A2* lleva el peso del control del progreso en la resolución del problema, especialmente en el estadio *Imp*.

- Respecto del estadio *Con*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Con* es 8 s, representando el 17% y el 30% del tiempo total del estadio *Con* para *A1* y *A2* (46 s y 26 s respectivamente). Si no considero la concurrencia *Con*↔*Obs* para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Con* representa el 88% para *A1* y el 44% para *A2*. Es decir, *A1* realiza cooperativamente casi todas sus las acciones relacionadas con *Con* y *A2* casi la mitad.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Con* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 6% (20 intervalos, 14 si fijo *A1Con* y 6 si fijo *A2Con*) del total (300), y en tiempo el 4% (56 s, 38 s si fijo *A1Con* y 18 s si fijo *A2Con*) del total (1370 s). Destaca como *A2Con* presenta concurrencias con *A1Exp*, con frecuencia y tiempo (2,11 s), y como *A1Con* presenta concurrencias básicamente con *A2Obs*, con frecuencia y tiempo (13, 37 s).

El tiempo de trabajo cooperativo en *Con* es bajo para sacar resultados significativos, aun así, que el trabajo en paralelo para *A1Con* recaiga casi todo sobre *A2Obs*, refleja el hecho de que efectivamente *A1* lleva el peso de las acciones en la resolución. Por otro lado, la concurrencia de *A2Con* con *A1Exp* ocurre mientras *A1* está realizando un arrastre.

- Respecto del estadio *Obs*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Obs* es 91 s, representando el 44% y el 20% del tiempo total del estadio *Obs* para *A1* y *A2* (207 s y 462 s respectivamente).

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Obs* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 41% (111 intervalos, 32 si fijo *A1Obs* y 79 si fijo *A2Obs*) del total (300), y en tiempo el 4% (56 s, 116 s si fijo *A1Obs* y 371 s si fijo *A2Obs*) del total (1370 s). Las concurrencias con los demás estadios ya han sido descritas anteriormente, solo volver a destacar los valores para *A1Obs* con *A2Ana*, *A2Exp* y *A2Ver*, con frecuencia y tiempo (9, 47 s), (4, 22 s) y (9, 27 s) respectivamente, y los valores para

A2Obs con *A1Exp*, *A1Imp*, *A1Ver*, con frecuencia y tiempo (20, 156 s), (14, 64 s) y (18, 59 s).

Claramente, el estudiante *A2* está más tiempo y en más ocasiones observando y escuchando al estudiante *A1*, lo que incide en que efectivamente *A1* lleva el peso de las acciones en la resolución.

Por otro lado, los periodos de trabajo en paralelo y las relaciones de autoactivación y autoinhibición de estadios en resolución de problemas detectados, apuntan a la existencia de nuevas relaciones que permiten añadir más información en relación al trabajo colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante el proceso de resolución del problema. Dichas nuevas relaciones las he definido en la primera sección de este capítulo y las he denominado *Traslaciones de ejecución*. En concreto, presento tres tipologías de traslaciones de ejecución.

a) *Traslación de continuidad de ejecución de A*: cuando si en un periodo de tiempo (t_n , t_m) el estudiante *B* está en el estadio *X*, entonces en el periodo inmediatamente siguiente, el estudiante *A* está en el estadio *X*. Admite dos posibilidades para *B*, que mantenga o no el estadio *X* en el intervalo inmediatamente siguiente (*A* “asume” el estadio de *B*).

b) *Traslación de continuidad de ejecución de B*: igual que traslación de continuidad de ejecución de *A* intercambiando *B* por *A* y *A* por *B* (*B* “asume” el estadio de *A*).

c) *Traslación mutua de ejecución*: cuando en un periodo de tiempo (t_n , t_m), si el estudiante *A* está en el estadio *X* y *B* en *Y*, entonces en el periodo inmediatamente siguiente, *A* está en el estadio *Y* y *B* en *X* (intercambio de estadios entre *A* y *B*).

La Tabla V- 5, que se corresponde con la Tabla Anexo XII-25 (Anexo XII, p. 8), ofrece los valores obtenidos de las distintas traslaciones de ejecución.

Tabla V- 5. Continuidad y traslación de ejecución, problemas, pareja 1

Tipo		A1	A2	SigA1	SigA2	Frec	Total
Mutua		Ana	Obs	Obs	Ana	1	
		Obs	Exp	Exp	Obs	1	
		Obs	Ver	Ver	Obs	1	
		Obs	Con	Con	Obs	1	4
A1->A2	A2 Mantiene	Exp	Obs	Obs	Obs	6	
		Con	Obs	Obs	Obs	6	
		Obs	Ver	Ver	Ver	5	
		Ver	Obs	Obs	Obs	3	
		Lec	Obs	Obs	Obs	2	
		Imp	Obs	Obs	Obs	2	
		Obs	Ana	Ana	Ana	2	
		Obs	Imp	Imp	Imp	2	
		Lec	Ana	Ana	Ana	1	
		Exp	Con	Con	Con	1	
		Ana	Obs	Obs	Obs	1	
		Ana	Lec	Lec	Lec	1	
		Exp	Ana	Ana	Ana	1	
		Obs	Exp	Exp	Exp	1	
		Obs	Lec	Lec	Lec	1	
		Obs	Con	Con	Con	1	36
A2->A1	A2 No Mantiene	Exp	Con	Con	Obs	1	
		Imp	Obs	Obs	Con	1	
		Ver	Obs	Obs	Con	1	
		Ana	Obs	Obs	Ver	1	
		Imp	Obs	Obs	Ver	1	
		Ver	Obs	Obs	Imp	1	
		Obs	Imp	Imp	Ver	1	7
A2->A1	A1 Mantiene	Imp	Obs	Imp	Imp	7	
		Ver	Obs	Ver	Ver	5	
		Exp	Obs	Exp	Exp	4	
		Exp	Lec	Exp	Exp	2	
		Obs	Ver	Obs	Obs	2	
		Obs	Ana	Obs	Obs	1	
		Ver	Ana	Ver	Ver	1	
		Ana	Obs	Ana	Ana	1	
		Obs	Con	Obs	Obs	1	24
A1->A2	A1 No mantiene	Obs	Ana	Ver	Obs	3	
		Obs	Con	Ana	Obs	1	
		Ver	Obs	Imp	Ver	1	5

Los valores obtenidos reflejan un total de 76 traslaciones de ejecución, de estas, 43 son traslaciones del estudiante *A1*, 29 de *A2* y 4 traslaciones mutuas. De las traslaciones de ejecución, en 60 ocasiones *A1* o *A2* mantienen su estadio. Dichas traslaciones generan entonces periodos de trabajo cooperativo. Luego de los 79 periodos de trabajo cooperativo registrados anteriormente, 60 provienen de traslaciones de ejecución en las que precede un periodo de trabajo en paralelo. Por otro lado, de las 76 traslaciones, 54 involucran a *Obs*, *Ver* o a ambas.

De las 43 traslaciones de ejecución para *A1*, la mayoría involucra de una forma u otra a *Obs* (solo 4 no lo hacen). *A2* mantiene su estadio en 36 ocasiones, lo que genera 36 periodos de tiempo de trabajo cooperativo que provienen de un periodo antecedente de trabajo en paralelo. De estos, 20 generan periodos de trabajo cooperativo en el estadio *Obs*, 5 en *Ver*, 4 en *Ana*, 2 en *Imp*, *Con* y *Lec*, y 1 en *Exp*. Es decir, en 5 periodos, *A1* suma esfuerzos a la acción de monitoreo, en 4 al análisis del problema y en 2 a las acciones de implementación que realiza *A2*. Por otro lado, *A2* no mantiene su estadio en 7 ocasiones que involucran de alguna involucran al estadio *Obs*. Todas ellas provienen de periodos de trabajo en paralelo y generan periodos de trabajo en paralelo.

De las 29 traslaciones de ejecución para el sujeto *A2*, la mayoría involucra de una forma u otra a *Obs* (solo 3 no lo hacen). *A1* mantiene su estadio en 24 ocasiones, lo que genera 24 periodos nuevos de trabajo cooperativo que provienen de un periodo de trabajo en paralelo. De estos, a diferencia de lo que sucede para *A1*, solo 4 generan periodos de trabajo cooperativo en el estadio *Obs*, generando 7 en *Imp*, 6 en *Ver* y *Exp*, y 1 en *Ana*. Es decir, en 7 ocasiones, *A2* suma esfuerzos a la acción de implementación, en 6 a la acción de monitoreo y exploración, y en 1 a las acciones de análisis del problema. Por otro lado, *A1* no mantiene su estadio en 5 ocasiones que involucran de alguna involucran todas a *Obs*.

De las 4 traslaciones mutuas, todas involucran a *Obs* y tienen una frecuencia de 1.

Los datos reflejan claramente como es *A1* el que lleva el peso en las acciones en el proceso de resolución. Prueba de ello es que la mayoría de las traslaciones para *A1* involucran a *Obs*, siendo codificado el observable de *A2* en ese mismo estadio. Además, las frecuencias de traslación de ejecución para *A2*, cuando *A1* mantiene su estadio, indica que *A2* colabora en los procesos de exploración e implementación del plan que

propone *A1*. Es decir, *A2* no es un compañero pasivo en el proceso de resolución. Además, los datos reflejan como *A2* ejerce de revisor del proceso de resolución, bien cuando *A1* suma esfuerzos al control del progreso que realiza *A2*, o bien, cuando es *A2* quien suma los esfuerzos. En la creación y mantenimiento del ECP de la pareja, *A2* forma parte activa. Por otro lado, el hecho de que el 70% de las traslaciones totales involucren a *Obs*, *Ver* o ambos, indica el modo de proceder prudente de la pareja en su proceso de resolución.

V.2.4. Resultados

El análisis efectuado permite obtener un conjunto de resultados relativos al proceso de resolución llevado a cabo por los estudiantes. En esta ocasión, y con objeto de responder a los objetivos de investigación aun abiertos, centro la atención en los siguientes aspectos: (a) las relaciones entre los estadios en el proceso de resolución, (b) el tránsito entre ellos, (c) el trabajo colaborativo puesto en juego y, (c) la influencia de la interactividad. Dado que estos aspectos están interrelacionados, presento un discurso que los aborda integralmente, agrupados en evidencias de distintos resultados relacionados con el proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. Codifico utilizando el siguiente juego de códigos $P_i/R_j/E_k$, donde i indica número de pareja, j indica, en orden ascendente, el número de resultado, y k indica, en orden ascendente, el número de evidencia.

Pareja 1 / Resultado 1 (P1/R1)

La pareja 1 ejerce un control continuo sobre su progreso, con acciones independientes coordinadas que confluyen en el objetivo común de resolver el problema.

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 1/ Evidencia 1 (P1/R1/E1). El estadio *Ver* es el segundo en frecuencia y duración para la pareja, con valores globales similares para *A1* y *A2* (según las estadísticas básicas obtenidas). Además, la concurrencia de *Ver* en las distintas páginas indica que ambos estudiantes realizan acciones de control y monitoreo a lo largo del tránsito por las distintas páginas, con especial intensidad en aquellas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo. *A2* emplea más tiempo que *A1* en

Ver en las páginas 4 y 5 mientras que *A1* emplea más tiempo que *A2* en las páginas 2, 3 y 6.

Pareja 1 / Resultado 2 (P1/R2)

Los estudiantes asumen roles más o menos estables a lo largo del todo el proceso de resolución, lo que permite la coordinación de las acciones independientes. A continuación, desarrollo los distintos roles para cada miembro y presento las evidencias correspondientes.

- *A1* lleva el peso de las actividades en el proceso de resolución a través de la realización de acciones más experimentales y de implementación.

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 1 (P1/R2/E1). Los valores obtenidos por *A1* en las estadísticas básicas de los estadios *Imp* y *Exp*, especialmente del estadio *Exp* en las páginas 5 y 6, y del estadio *Imp*, en las páginas 3 y 5.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 2 (P1/R2/E2). Los valores obtenidos por *A1* en el manejo del ratón y la realización de arrastres con los *applets*. Es más, este estudiante es prácticamente el que maneja el ratón, y es el que realiza todos los arrastres.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 3 (P1/R2/E3). La influencia de la Interactividad recae fundamentalmente sobre *A1*, especialmente el tipo *Int5* y en Concurrencia con el estadio *Exp*.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 4 (P1/R2/E4). La existencia de la cadena significativa *Lec*→*Exp* para *A1* y la pareja, y de la cadena *Pla*→*Imp* para *A1*.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 5 (P1/R2/E5). La existencia de relaciones de activación en las componentes retrospectiva y prospectiva entre los estadios entre *Exp* y *Con*, para *A1* y la pareja; entre *Pla* e *Imp* en la componente prospectiva para *A1*; entre *Imp* y *Con*, en la componente prospectiva y de inhibición en la componente retrospectiva para *A1*; y la relación de inhibición, en ambas componentes, entre *Exp* y *Obs*, para *A1* y la pareja.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 6 (P1/R2/E6). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Imp* y del trabajo en paralelo con el estadio *A1Imp* y *A2Ver*. Los valores obtenidos del trabajo en paralelo con el estadio *A1Con* y *A2Obs*.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 7 (P1/R2/E7). Las frecuencias de traslación de ejecución para *A2*, cuando *A1* mantiene su estadio, indica que *A2* colabora en los procesos de exploración e implementación del plan que propone *A1*.

- *A2* lleva a cabo más acciones analíticas y de observación y escucha. *A2* ejerce de supervisor a lo largo de todo el proceso de resolución, especialmente sobre el proceso de implementación.

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 8 (P1/R2/E8). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas de los estadios *Obs* y *Ana* para *A2*, especialmente los obtenidos por *A2* en el estadio *Ana*, en las páginas 2 y 6, y en el estadio *Obs* en las páginas 3, 5 y 6.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 9 (P1/R2/E9). Los valores obtenidos en el manejo del ratón, en la realización de arrastres con los *applets* y la concurrencia entre el criterio arrastre para *A1* y el criterio resolución de problemas para *A2*. *A2* prácticamente no maneja el ratón, no realiza ningún arrastre y mientras *A1* lo maneja, *A2* está fundamentalmente observando y escuchando.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 10 (P1/R2/E10). La influencia de la interactividad. *A2* recibe más influencia asociada a acciones de control y verificación del proceso de resolución.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 11 (P1/R2/E11). La probabilidad de transición entre *Lec* y *Ana*, junto con la existencia de la cadena estadios significativa *Lec*→*Ana*, para la pareja [relacionado con la evidencia siguiente]; y la existencia de las cadenas triádicas de estadios significativas con estadio central *Obs* para *A2* y la pareja.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 12 (P1/R2/E12). La existencia de relaciones de activación en las componentes retrospectiva y prospectiva entre los estadios entre *Lec* y *Ana*, y entre *Imp* y *Ver*, para *A2* y la pareja; así como de inhibición, en ambas componentes entre *Exp* e *Imp* para *A2*.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 13 (P1/R2/E13). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Imp*, *Ana* y *Ver*, así como del trabajo en paralelo con el estadio *A1Imp* y *A2Ver*; *A1Obs* y *A2Ana*; y de los valores obtenidos del trabajo en paralelo con el estadio *A1Con* y *A2Obs*; *A1Lec* y *A2Ver*; *A1Ver* y *A2Ana*.

-Pareja 1/ Resultado 2/ Evidencia 14 (P1/R2/E14). Las frecuencias de traslación de ejecución para *A2*, cuando *A1* mantiene su estadio, generan periodos de trabajo cooperativo en los que *A2* suma esfuerzos a las acciones de implementación, de monitoreo y de exploración del problema.

Pareja 1/ Resultado 3 (P1/R3)

Ambos estudiantes tienen un modo de proceder “prudente” durante la resolución del problema.

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 1 (P1/R3/E1). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas y concurrencias del estadio *Obs* y *Ver* para *A1*, *A2* y la pareja.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 2 (P1/R3/E2). Los valores de probabilidad del estadio *Obs* cuando este es considerado como estadio siguiente en los gráficos de transición para *A1*, *A2* y la pareja.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 3 (P1/R3/E3). La existencia de cadenas triádicas de estadios significativos con estadio central *Obs*, así como con estadio inicial y final *Obs*, para *A1*, *A2* y la pareja.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 4 (P1/R3/E4). Los valores obtenidos en relación al trabajo cooperativo y el tiempo de trabajo en paralelo para el estadio *Ver*, sin considerar *Obs* ni *Con* (la pareja está un total del 56% del tiempo trabajando cooperativamente, o bien, uno controla y monitorea el trabajo o acción de su pareja).

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 5 (P1/R3/E5). El hecho de que el 70% de las traslaciones totales involucren a *Obs*, *Ver* o ambos.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 6 (P1/R3/E6). La existencia de la cadena $Lec \rightarrow Exp$. Ello indica que *AI* sigue las instrucciones marcadas por los enunciados de los textos imperativos o preguntas.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 7 (P1/R3/E7). Las probabilidades de transición entre *Exp* y *Con*, la cadena $Con \rightarrow Exp$, junto con las relaciones de activación en ambas componentes entre *Exp* y *Con* para *AI* y la pareja. Esta, influenciada especialmente por *AI*, intenta disponer de una comprensión profunda del funcionamiento de los *applets*.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 8 (P1/R3/E8). Las probabilidades de transición entre *Lec* y *Ana*, la cadena $Lec \rightarrow Ana$ para la pareja, junto con la relación de activación en ambas componentes entre *Lec* y *Ana* para *A2* y la pareja. La pareja, influenciada especialmente por *A2*, intenta disponer de una comprensión profunda del problema.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 9 (P1/R3/E9). La relación de autoactivación de *Exp* para la pareja, junto con las relaciones de inhibición en ambas componentes de *Exp* con *Ana* y *Obs*, para *AI* y la pareja, y entre *Exp* e *Imp* para *A2* y la pareja. La pareja, realiza una constante búsqueda de información a través de la exploración del problema o de la interactividad con la *i*-actividad, donde dicha exploración no conlleva directamente a procesos de implementación.

-Pareja 1/ Resultado 3/ Evidencia 10 (P1/R3/E10). La relación de activación entre *Imp* y *Ver* para *A2* y la pareja.

Pareja 1/ Resultado 4 (P1/R4)

Durante el proceso de resolución, ambos estudiantes crean y mantienen un Espacio Compartido del Problema (ECP).

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 1 (P1/R4/E1). La asunción de roles, más o menos definidos, en los que ningún estudiante es pasivo.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 2 (P1/R4/E2). Los valores de las estadísticas básicas del criterio páginas, y los valores de concurrencia entre los criterios página y resolución de problemas. La pareja avanza por las páginas sin volver sobre sus pasos.

No hay obstáculos asociados a la comprensión de los enunciados y preguntas de las distintas páginas. Las concurrencias informan acerca de la asunción de roles.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 3 (P1/R4/E3). Los valores del estadio *Pla* y la relación de inhibición mutua entre *Ana* e *Imp* para la pareja. Las acciones de análisis realizadas no les permiten establecer directamente un plan de resolución estructurado, de tal forma que puedan llevar a cabo procesos de implementación tras el análisis. *A1* presenta un plan, que es asumido por *A2* (ausencia de ocurrencia de *A2Pla*), y sobre el que no presentan dudas (por la relación de inhibición para *A1* de *Imp* con *Pla* en la componente retrospectiva). *A2* controla la implementación. Como pareja, esta obtiene una buena comprensión del problema.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 4 (P1/R4/E4). Los valores de las estadísticas básicas de *Obs*, *Ver*, de sus concurrencias con los demás estadios, de los grafos de transición y las cadenas de estadios significativas que involucran a *Obs* y *Ver*. La pareja ejerce control continuo sobre su proceso de resolución, con acciones independientes coordinadas que confluyen en objetivos comunes y comparten la información, tras realizar alguna acción, observan y escuchan la opinión y/o acciones del compañero.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 5 (P1/R4/E5). La relación de autoactivación entre *Exp* y *Obs*, solo para la pareja. Ello indica un esfuerzo para crear y mantener su ECP a nivel de pareja.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 6 (P1/R4/E6). Los valores de la influencia de la interactividad tipo *Int5* junto con el hecho de que el 17% de la influencia de la interactividad sea recibida por *A2*. Ello indica el esfuerzo por parte de *A2* por mantener el ECP.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 7 (P1/R4/E7). Los valores obtenidos del trabajo cooperativo para la pareja. El 40% del tiempo total del proceso están realizando trabajo cooperativo.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 8 (P1/R4/E8). Los valores de trabajo cooperativo en *Ana* por un lado, y por el otro, los obtenidos en *Exp*. Ello indica el esfuerzo por parte de *A1* y *A2* (respectivamente) por crear y mantener su ECP.

-Pareja 1/ Resultado 4/ Evidencia 9 (P1/R4/E9). Las traslaciones de ejecución. En ellas queda reflejado como A2 forma parte activa en la creación y mantenimiento del ECP.

Pareja 1/ Resultado 5 (P1/R5)

La interactividad: influye especialmente sobre A1, no conlleva su aplicación inmediata al proceso de resolución, fomenta el trabajo colaborativo y la aparición de *insight*.

Evidencias:

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 1 (P1/R5/E1). En frecuencia, los valores obtenidos de *Int* para ambos estudiantes son iguales.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 2 (P1/R5/E2). El 83% de la influencia de la interactividad recae en A1, y aunque A2 no realiza ningún arrastre, también recibe influencia. Ello evidencia también que A2 no es un sujeto pasivo en el proceso de resolución.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 3 (P1/R5/E3). La interactividad influye especialmente durante el estadio *Exp* y sobre A1. La influencia sobre A2 recae en mayor medida sobre el estadio *Ver*, con valores pequeños en tiempo.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 4 (P1/R5/E4). Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, así como los valores de concurrencia entre *Arr* y *Ver*, y entre *Gui* y *Ver*, indican que la pareja no ha realizado un control y monitoreo de los arrastres. Ello explica en parte por qué el 78% de la influencia de la interactividad es del tipo *Int5*, es decir, aquella que ocurre transcurrido cierto tiempo tras la realización de la interacción. Los estudiantes necesitan interiorizar la influencia para poder aplicarla a su proceso de resolución. La información que los estudiantes extraen de las acciones de exploración no es incorporada inmediatamente al proceso de resolución.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 5 (P1/R5/E5). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia indican que el *applet* nº 3 es el más difícil de comprender y manejar, requiriendo un mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo. El

81% del tiempo de influencia de la interactividad recae en la página 6, donde la pareja lleva a cabo la mayoría de los arrastres erráticos.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 6 (P1/R5/E6). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia son bajos para el *applet* 1. Aun así, su influencia será determinante en el proceso de resolución. El hecho de tener valores muy bajos de concurrencia es debido a que con dicho *applet*, los estudiantes no tienen problemas relacionados con la comprensión del funcionamiento y de la información que puede extraerse del mismo. El Extracto-29 muestra como los estudiantes, a raíz de la interactividad con el *applet* 1, desarrollan un proceso de resolución, que posteriormente es refinado a raíz de la interacción con el *applet* 2.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 7 (P1/R5/E7). La influencia de la interactividad fomenta el trabajo colaborativo y la creación y mantenimiento del ECP. El Extracto-29 muestra como durante la interacción con el *applet* 1 los estudiantes intercambian información, construyendo su ECP.

Extracto 29. Ejemplo influencia interactividad en la pareja 1

(Los estudiantes están interactuando con el applet 1, realizando arrastres por la arista BC).

A1. Ah vale,...

A2. Vuelve, vuelve a ponerlo hay en medio (Ver Figura V-7).

A1. Dónde.

A2. Se ha puesto distinto ya.

A1. Es que no se ve para el mínimo [Risa],..., se supone que es la diagonal.

A2. Supongo que si coges ese camino, ¿no?

A1. Esta [señala ratón].

A2. Es más corto (Ver Figura V-7).

A1. Aquí [Se lo lleva al vértice C], ese es el más corto evidentemente, ..., Si.

A2. Sí, porque sería de aquí a aquí, si porque si lo pones por ahí en medio, ya tendrías que sumar lo que mide esta longitud, y el trocillo este.

A1. Como si estuvieran, esa diagonal, um [sentido Confirmatorio].

A2. La longitud de la diagonal se tiene.

A1. Okeyyy.

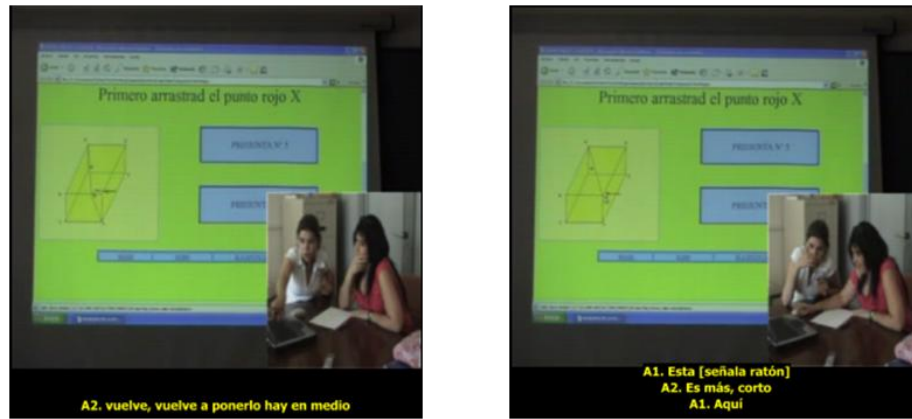


Figura V- 7. Influencia de la interactividad, pareja 1 (1)

(Arrastra trayectoria de tal forma que se vea “recta”, tras lo cual, A1 directamente pasa a aplicar el teorema de Pitágoras sin hacer caso a las indicaciones de A2, calcula las trayectorias $A \rightarrow B \rightarrow F$, y $A \rightarrow C \rightarrow F$).

A2. ¿Y si, lo vamos a poner en medio tía?, ..., prueba a ponerlo, ..., de aquí P. Por qué no le das a actualizar a la página, ¿vale? A ver si va un poquillo más rápido.

A1. A ver, poniendo, por aquí, por la pared, ..., el C es menos tres G????????, ..., entonces, ¡ea!, si sabemos cómo se calcula la diagonal. Sería, um, um, la raíz cuadrada de aquí, dos al cuadrado más tres al cuadrado, igual.

(Más adelante, en el applet 2 y tras activar el cuadro pista, detectan su error y lo corrigen).

A1. Ese sería el camino más corto (Ver Figura V-8).

(Más adelante, en el applet 2 y tras una pequeña exploración, obtienen como calcular la trayectoria y explican el método de resolución).

A2. Pues tienes que trazar una diagonal, de A a C, de ahí descubres que puedes sacar lo que vale esa diagonal por el Teorema de Pitágoras.

A1. Vale, pues al subir, digamos al abrir la caja, um, ..., pues nos sale otro rectángulo, cortas la diagonal, como tienes las medidas. Pues, ..., otra vez teorema Pitágoras (Ver Figura V-8).

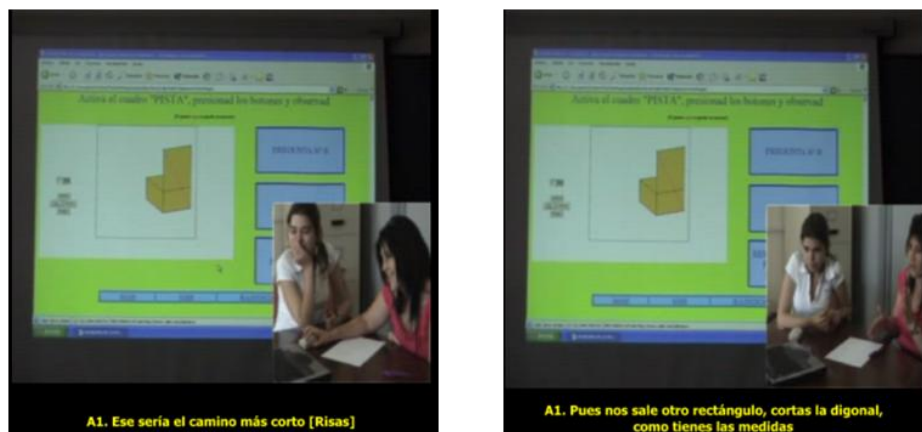


Figura V- 8. Influencia de la interactividad, pareja 1 (2)

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 8 (P1/R5/E8). El estudio de las cadenas de estadios significativas, así como los valores de la influencia de la interactividad y su concurrencia con el criterio resolución de problemas indican que A2 realiza mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo para la comprensión del funcionamiento y la obtención de información derivada de los arrastres con los distintos *applets*.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 9 (P1/R5/E9). La interactividad fomenta la aparición de *insight*. Un ejemplo de *insight* es presentado en la Tabla IV-21 (Ver sección IV.3.3.5.3, p. 243). Dicho ejemplo muestra un *insight* relacionado con la metacognición, en concreto, recoge la propuesta de utilizar los triángulos correctamente, y por ende, el teorema de Pitágoras mientras interactúan con el *applet 2*.

-Pareja 1/ Resultado 5/ Evidencia 10 (P1/R5/E10). Los valores del criterio arrastre y la concurrencia de este con el criterio resolución de problemas evidencian como los arrastres son utilizados fundamentalmente para realizar tareas de exploración, en las que no existe casi control y monitoreo, siendo la mayoría arrastres erráticos.

Pareja 1/ Resultado 6 (P1/R6)

La i-actividad ha constituido un verdadero problema para los estudiantes.

Evidencia:

-Pareja 1/ Resultado 6/ Evidencia 1 (P1/R6/E1). La relación de inhibición mutua, en ambos niveles, entre *Lec* e *Imp*. Ello indica que para los estudiantes, se enfrentan a un problema para ellos, no a un mero ejercicio.

A modo de resumen, puedo afirmar que en un ambiente de resolución de problemas matemáticos por parejas, la riqueza de relaciones entre estadios y de tránsitos entre ellos potencia la creación y mantenimiento del ECP y, en consecuencia, del trabajo colaborativo entre los componentes de la pareja. Por otro lado, el análisis efectuado ha permitido caracterizar el comportamiento resolutor de la pareja y de los estudiantes, así como identificar el rol asumido durante el proceso de resolución.

Así, puedo afirmar que la *pareja 1*, y en particular, los estudiantes, llevan a cabo un proceso de resolución caracterizado por la prudencia, para lo cual, la pareja ejerce un control continuo sobre su progreso. Los estudiantes realizan acciones independientes,

pero coordinadas, que confluyen en el objetivo común de resolver el problema. En este caso, los estudiantes asumen roles más o menos estables a lo largo del todo el proceso de resolución. Así, *A1* lleva el peso de las actividades en el proceso de resolución a través de la realización de acciones más experimentales y de implementación. *A2* lleva a cabo más acciones analíticas y de observación y escucha, ejerciendo de supervisor a lo largo de toda la resolución, especialmente en los procesos de implementación.

Por otro lado, La interactividad de la i-actividad ha influenciado el proceso de resolución, especialmente sobre el estudiante *A1*. Además, esta influencia no ha sido inmediata. Los estudiantes necesitan interiorizarla para que surta efecto en el proceso de resolución. Así mismo, la interactividad ha fomentado el trabajo colaborativo, el intercambio de roles y la aparición de *insight*. Respecto de los distintos *applets*, los resultados muestran como el *applet 3* ha requerido mayor gasto cognitivo y metacognitivo por los estudiantes, seguido del *applet 1*.

V.3. Pareja 2, estudiantes A3 y A4

La *pareja 2* está compuesta por los sujetos *A3* y *A4*, con nivel de competencia matemática baja y media respectivamente. El tiempo total invertido en la sesión de trabajo es de 1631 segundos (27 minutos y 11 segundos). La *pareja 2* consigue resolver el problema.

V.3.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios

A continuación centro la atención en el proceso de resolución y tránsito por los distintos estadios de la *pareja 2*.

V.3.1.1. Estadísticas básicas

Comienzo la descripción y análisis partiendo de las estadísticas básicas de los criterios resolución de problemas (Tabla Anexo XIII-1, Anexo XIII, p. 1), páginas (Tabla Anexo XIII-56, Anexo XIII, p. 23), ratón (Tabla Anexo XIII-52, Anexo XIII, p. 22) y arrastre (Tabla Anexo XIII-45, Anexo XIII, p. 21). Dichas tablas presentan la frecuencia (medida en número de ocurrencia), la duración total (medido en segundos), probabilidad

de ocurrencia y duración media (medida en segundos) de cada una de las categorías que componen el criterio considerado.

A) Criterio resolución de problemas

La Tabla Anexo XIII-1 (Anexo XIII, p. 1) refleja las estadísticas básicas del criterio resolución de problemas para los estudiantes *A3*, *A4* y *pareja 2*. La frecuencia total para la *pareja 2* es de 680, de los cuales 299 corresponden a *A3* y 381 a *A4*. Y el tiempo total invertido para la *pareja 2* es de 1631 s, con una duración media por estadio de 5,79 s.

Para la *pareja 2*, y los estudiantes, destaca el valor obtenido por *Obs*, estando fuertemente presente durante el proceso de resolución. Así presenta valores de ocurrencia, duración total, probabilidad y duración media sensiblemente superior respecto de las demás estadios. La frecuencia de *Obs* para la *pareja 2* es de 293, con una duración total de 1343 s, duración media 4,58 s. y probabilidad 0,41. De los 293 de frecuencia, 121 corresponden a *A3* y 172 a *A4*, doblando la duración total para *A4* a la de *A3* (882 s frente a 461 s respectivamente).

Los valores obtenidos en las estadísticas básicas parecen indicar que es *A3* quien lleva el peso del proceso de resolución en la *pareja*. Nótese que: a) en *Exp*, *A3* a pesar de tener valores menores en frecuencia que *A4* (frecuencia 12 frente a 17 respectivamente), en duración total es mayor (138 s frente a 98 s respectivamente) y en media, *A3* dobla a los valores de *A4* (11,5 s frente a 5,7 s respectivamente); b) *A3* presenta similar frecuencia y casi el doble del tiempo en *Lec* que *A4* (frecuencia 31 frente a 30; 263 s frente a 158 s respectivamente); c) *A3*, aunque la frecuencia en *Imp* es menor que la de *A4* (7 frente a 9), *A3* duplica en duración total al tiempo de *A4* (101 s frente a 52 s respectivamente); d) en *Pla*, *A3* duplica en frecuencia y quintuplica en tiempo total a *A4* (frecuencia 12 frente a 7, y 94 s frente a 22 s respectivamente); e) ambos estudiantes tienen similares valores en frecuencia para *Ana*, en cambio la duración total de *A3* duplica a la de *A4* (frecuencia 47 frente a 40 y, 383 s frente a 164 s respectivamente); f), *A3* presenta una frecuencia y tiempo menor en *Ver* que *A4* (55 frente a 79 y, 159 s frente a 199 s respectivamente); (g) *A4* realiza más altos en el camino, bien para comprender el funcionamiento técnico de la i-actividad o bien para descansar, de hecho, casi duplica en frecuencia y tiempo a *A3* en *Con* (frecuencia 27 frente a 14, y 56 s frente a 32 s); y (h) *A4* duplica en tiempo a *A3* en el estadio *Obs*.

Por otro lado, si considero como unidad a la *pareja 2*, los valores reflejan que existe cierta corresponsabilidad en las acciones de control y monitoreo puesto que para la pareja: (a) *Ver* es el segundo estadio en frecuencia tras *Obs* (134); (b) *Ver* es el cuarto estadio en tiempo invertido (358 s), cercano al tercer estadio que es *Lec* (421 s); y (c) aunque los valores de *Ver* para *A4* pueden sugerir que el peso del control y monitoreo recae sobre este estudiante, *A3* también presenta unos valores relativamente elevados en *Ver* respecto de los demás estadios.

Por otro lado, la *pareja 2*, sin considerar el estadio *Obs*:

Invierte el 40% del tiempo en procesos asociados a *Ana* y *Exp* (28% y 12% respectivamente). Respecto de *Ana*, *A3* invierte el 33% mientras que *A4* invierte el 22%. En cuanto a *Exp*, ambos estudiantes invierte el mismo porcentaje, 12%.

En procesos asociados a *Lec*, la pareja invierte el 22% del tiempo de resolución, siendo el porcentaje de ambos estudiantes similar (22% para *A3* y 21% para *A4*). En conjunto, la pareja invierte en *Ana*, *Exp* y *Lec* el 62% del tiempo.

En procesos asociados a *Ver*, la pareja invierte el 19% del tiempo de resolución, dónde *A3* invierte el 14% mientras que *A4* el 27%. Además, en frecuencia, el estadio *Ver* es la que mayor valor presenta (134), seguido a distancia de *Ana* (87) y *Lec* (61).

En procesos asociados a *Pla*, *Imp* y *Con*, la pareja y los estudiantes invierten aproximadamente el mismo tiempo en porcentaje, concretamente, el 6% para *Pla*, el 8% para *Imp* y el 5% para *Con*.

Todo ello y con base en los valores de las estadísticas básicas, indica que los estudiantes asumen roles más o menos estables, donde *A3* asume en rol de director, dirigiendo y monitorizando también el proceso de resolución y las acciones a realizar, por su parte, *A4* no es un mero observador, de hecho, también es corresponsable tanto en las acciones de control y monitoreo, como en las acciones de exploración, implementación y comprensión del funcionamiento de la i-actividad.

B) Criterio página

En cuanto al criterio Página (Tabla Anexo XIII-56, Anexo XIII, p. 23), la pareja 2 visualiza *Pag1*, *Pag2*, *Pag3* y *Pag4* en una única ocasión, y *Pag5*, *Pag6* y *NoPag* en dos ocasiones. Como cabe esperar, los valores obtenidos en la Tabla Anexo XIII-59 (Anexo XIII, p. 24) reflejan la dificultad de la pareja para comprender el significado de las interacciones con los *applet*. De ello ofrece indicios el hecho de que cerca del 71% del tiempo total visualizan alguna página que contiene un *applet*. En este sentido, el *applet* 3 parece ser el que mayor dificultad ha presentado para esta pareja, visualizándose *Pag6* durante 560 s. Los otros dos *applet* tienen un nivel de dificultad aparentemente similar, las páginas que los contienen, *Pag3* y *Pag5*, presentan valores próximos (303 s y 296 s respectivamente). Por otro lado, las cuestiones planteadas en *Pag2* han supuesto cierto esfuerzo a la pareja, presentando valores de duración (269 s) próximo al tiempo invertido en *Pag5*. En el resto, *Pag1* y *Pag4*, invierten respectivamente 115 s, 269 s y 26 s de tiempo.

Por otro lado, la *pareja* y por ende, los estudiantes, no sienten necesidad de volver sobre sus pasos, en referencia a la información que pueden extraer de cada una de las páginas y de los enunciados expuestos. Esto es así dado que no hay transiciones “hacia abajo”⁷⁷. Esta conclusión está sustentada dos hechos: (a) durante los periodos donde no es visualizada ninguna página (*NoPag*), la pareja invierte cerca del 89% del tiempo en la realización de acciones de implementación y observación y escucha (53 s y 56 s de 124 s totales para *NoPag*), (b) Las transiciones son las siguientes *Pag5*→*NoPag*→*Pag5* y *Pag6*→*NoPag*→*Pag6* lo que explica el valor de frecuencia para las categorías *Pag5*, *Pag6* y *NoPag*. Todo esto hace pensar que los estudiantes avanzan en el proceso de resolución sin obstáculos asociados a la comprensión del enunciado del problema descrito en *Pag1*, ni de los enunciados imperativos y cuestiones de las demás páginas.

C) Criterio ratón

En cuanto al criterio Ratón (Tabla Anexo XIII-52, Anexo XIII, p. 22)), la *pareja* 2 utiliza el ratón aproximadamente durante el 29% del tiempo total (464 s de 1631 s). Respecto de los estudiantes, *A4* dobla, en frecuencia, a *A3* (frecuencia 26 frente a 13

⁷⁷ Defino una transición “hacia abajo” para el criterio Página cuando se produce una transición entre una página con un índice mayor hacia una página con un índice menor, por ejemplo, *Pag5*->*Pag4*.

respectivamente), pero en tiempo de manejo, A3 dobla a A4 (311 s frente a 153 s). Además, la duración media para A3 del manejo de ratón es de 23,92 s frente a los 5,88 s para A4. Ello induce nuevamente a pensar que sobre A3 recae la dirección del proceso de resolución, y que A4 es un compañero/a activo. Esto también induce a pensar que los estudiantes están comprometidos en la construcción y mantenimiento conjunto del ECP.

D) Criterio arrastre

En cuanto al criterio Arrastre (Tabla Anexo XIII-45, Anexo XIII, p. 21), si consideramos la dupla {*Err*, *Gui*}, presenta una frecuencia conjunta de 29, de los cuales, 24 corresponden al estudiantes A3 y 5 a A4. El tiempo total invertido en los arrastres es de 258 s, representando el 17% del tiempo total del proceso de resolución.

Para la *pareja 2*, en frecuencia, *Gui* casi triplica a *Err* (21 frente a 8 respectivamente), y en tiempo, *Gui* casi duplica a *Err* (163 s frente a 95 s respectivamente). Además, A3 realiza todos los *Gui*, representando el 73% de los arrastres e invirtiendo el 63% del tiempo total (163 s de 258 s). Los datos ofrecen nuevamente indicios de que efectivamente A3 es quien lleva el peso del proceso de resolución puesto que: (a) A3 invierte más tiempo en los procesos asociados al arrastre *Gui*, (b) A3, con los arrastres *Gui* intenta validar su proceso de resolución.

Por otro lado, en cuanto a *Err*, el tiempo total invertido es de 95 s, siendo los valores para A3 y A4 similares (40 s y 55 s respectivamente). En frecuencia, A3 realiza tres arrastres erráticos, mientras que A4 realiza cinco (todos los arrastres de A4 son *Err*). Los estudiantes, en tiempo, invierten más en la validar su proceso de resolución a través de *Gui*, que en la búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución a través de *Err*. Además, dichas verificaciones son efectuadas por A3. El hecho de que A4 presente esos valores para *Err* indica su implicación en el proceso de resolución y por ende, en la construcción del ECP.

V.3.1.2. *Concurrencias entre criterios*

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total, obtengo 18 tablas de concurrencias, considerando todos los cruces entre criterios, y cada cruce para el

estudiante *A3*, el *A4* y la *pareja 2* (30 si considero también los cruces con el criterio interactividad).

A) Criterio página Vs. resolución de problemas

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total, obtengo 18 tablas de concurrencias, considerando todos los cruces entre criterios, y cada cruce para el estudiante *A3*, el *A4* y la *pareja 2* (30 si considero también los cruces con el criterio interactividad). La Tabla Anexo XIII-2, Tabla Anexo XIII-3 y Tabla Anexo XIII-4 (Anexo XIII, p. 1, p. 1 y p. 2 respectivamente) presentan el cruce para el estudiante *A3*, *A4* y la *pareja 2* respectivamente.

El estadio *Obs* es el que mayor tiempo total (1343 s) y frecuencia (302) presenta, distribuidos fundamentalmente entre las páginas 6 (492 s), 3 (268 s), 5 (243 s) y 2 (202 s), lo que representa el 90% del tiempo total de las concurrencias. A continuación, describo el cruce de las categorías página a página:

En la página 1, la *pareja 2* invierte un total de 230 s, del que el 46% (105 s) corresponden con procesos de lectura del enunciado. De los 105 s, 58 s corresponden a *A3* y 47 s a *A4*. Es interesante señalar como esta pareja, durante la visualización de *Pag1*, invierte en *Ana*, 35 s (12 s corresponden a *A3* y 23 s a *A4*), invierte en *Obs*, 73 s (42 s corresponden a *A3* y 31 s a *A4*), e inclusive, invierte en *Ver*, 9 s (2 s corresponden a *A3* y 7 s a *A4*).

Ello informa que ambos estudiantes comienzan a resolver el problema justo después de leer el enunciado, no sintiendo la necesidad de avanzar a la siguiente página de la i-actividad. Además, los valores para *Ana* y *Ver* sugieren que inicialmente *A4* es quien asume la responsabilidad del proceso de resolución.

En la página 2, la *pareja 2* invierte un total de 538 s, de los cuales en un 37% (202s) realizan procesos de observación y escucha, casi triplicando en tiempo invertido y casi doblando en frecuencia en *Obs*, *A4* a *A3* (147 s frente a 55 s, y 33 frente a 18 respectivamente). El siguiente estadio en el que la pareja invierte más tiempo es *Ana*, con un 32% (174 s), doblando casi, en tiempo, *A3* a *A4* aunque con similar frecuencia (110 s frente a 64 s, y frecuencia 15 frente a 16 respectivamente). Le sigue, en tiempo,

el estadio *Lec* en el que la *pareja 2* invierte el 20% (111 s), quintuplicando casi en tiempo A3 a A4 aunque con igual frecuencia (91 s frente a 20 s respectivamente, y frecuencia 7 para ambos). Durante la visualización de *Pag2*, la *pareja 2* realiza también procesos y/o acciones de control, en concreto, invierten un total de 40 s, con una frecuencia de 20 en *Ver*, doblando en tiempo A4 a A3 (27 s frente a 13 s) y con similar frecuencia (11 frente a 9 respectivamente). Por su parte, el estadio *Con* presenta una duración total de 11 s y una frecuencia de 6, todos correspondientes al sujeto A4. Por último, no hay concurrencias del criterio página con *Exp*, *Imp* y *Pla*.

Los datos reflejan que es A3 toma el relevo en la dirección del proceso de resolución. Este estudiante, en la *Pag2*, invierte la mayoría del tiempo en procesos de análisis (110 s) y lectura (91 s), representando el 75% del tiempo (201 s de 269 s totales). Es decir, durante los procesos y acciones de análisis, A3 realiza lecturas con objeto de comprender el problema, es decir, A3 parece no tener una comprensión nítida del enunciado del problema. Este hecho parece ser compartido por A4, nótese que la frecuencia de *Ana* es similar para ambos estudiantes, aunque en tiempo, A3 dobla a A4. Además, es en esta página donde asientan los roles en el proceso de resolución. De ello da también indicios los valores obtenidos para el estadio *Ver* y *Obs*. En este caso, los roles son, A3 dirige mientras que A4 revisa y controla.

En la página 3, la *pareja 2* invierte el 44% del tiempo en el estadio *Obs* (268 s de 606 s), con similar frecuencia y doblando casi en tiempo invertido A4 a A3 (frecuencia 32 y 173 s, frente a frecuencia 31 y 95 s respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, la *pareja 2* invierte el 26% del tiempo (160 s), casi doblando en frecuencia y casi triplicando en tiempo invertido A3 a A4 (frecuencia 16 y 119 s, frente a frecuencia 9 y 41 s respectivamente). Respecto al estadio *Ver*, solo invierten el 9% del tiempo, con similar frecuencia y doblando sobradamente en tiempo invertido A4 a A3 (frecuencia 14 y 37 s, frente a frecuencia 11 y 16 s respectivamente). En cuanto al estadio *Exp*, la *pareja 2* casi no transita por él, invirtiendo solo el 3% del tiempo total (17 s), doblando casi en frecuencia y tiempo A3 a A4 (frecuencia 2 y 11 s, frente a frecuencia 1 y 6 s). En cambio, esta pareja si invierte tiempo en el estadio *Pla* (7%, 41 s), casi doblando en frecuencia y casi triplicando en tiempo invertido A3 a A4 (frecuencia 5 y 30 s, frente a frecuencia 3 y 11 s respectivamente).

Los datos reflejan como *A3* dirige el proceso en esta página y *A4* ejerce el papel de observador y controlador de las acciones. De ello da indicios la duración en *Ana* y *Pla* para *A3*, y en *Obs* y *Ver* para *A4*. Aun así, el estudiante *A4* no es pasivo, participando también con acciones de *Ana* y *Pla*. Igualmente, *A3* también realiza acciones de control y de observación y escucha. Ello apunta a un intento de los estudiantes por crear y mantener su ECP.

Además, como pondré de manifiesto más adelante, la realización de acciones de planificación se debe a la influencia de la interactividad con el *applet* nº 1 situado en esta página. De hecho, el tiempo total de influencia de la interactividad mientras visualizan *Pag3* supone más de la mitad del tiempo total de influencia de la interactividad para la pareja 3, recayendo fundamentalmente sobre *A3*. En lo que respecta a los estadios *Lec* y *Con*, la pareja invierte 7% y 4% (43 s y 24 s respectivamente), siendo la frecuencia y tiempo invertido por *A3* y *A4* similares (frecuencia 5 y 22 s, frente a frecuencia 5 y 21 s respectivamente para *Lec*; frecuencia 4 y 10 s, frente a frecuencia 5 y 14 s respectivamente para *Con*). No hay ocurrencias para *Imp*.

En la página 4, la *pareja 2* realiza fundamentalmente actividades de planificación (*Pla*), invirtiendo el 45% del tiempo (23 s de 52 s totales), con una única frecuencia y cuadruplicando casi en tiempo invertido *A3* a *A4* (18 s y 5 s respectivamente). Ello sugiere que *A3* pone más recursos a la hora de obtener un plan de resolución que *A4*. Por otro lado, la *pareja 2* invierte el 20% en *Lec* (10 s), con ambos estudiantes invirtiendo 5 s y con frecuencia 1. Además, el 19% del tiempo lo invierten en *Obs* (9 s), con frecuencia 2 para ambos estudiantes y tiempo 3 s para *A3* y 6 s para *A4*. El estudiante *A4*, con frecuencia 1, invierte el 13% en *Con* (7 s) y el 5% en *Ver* (3 s). No hay ocurrencias para *Imp*, *Ana* y *Exp*. *A3* tampoco tiene ocurrencias para *Ver* ni *Con*. Esta página no contiene un *applet*.

Los valores apuntan nuevamente a que es *A3* quien dirige el proceso de resolución mientras visualizan *Pag4* mientras que *A4* controla el proceso. Ello lo obtengo de los valores para *Pla* y *Ver* de *A3*.

En la página 5, la *pareja 2* invierte cerca del 65% del tiempo en los procesos asociados al triplete *Obs*, *Imp* y *Ver*. Concretamente, invierten el 41% del tiempo en

Obs (243 s de 592 s totales), con similar frecuencia y casi doblando en tiempo invertido *A4* a *A3* (frecuencia 28 y 152 s, frente a frecuencia 24 y 91 s respectivamente). Además, es en esta página donde por primera vez los estudiantes realizan actividades de implementación (Ver Figura Anexo XIII-1, Figura Anexo XIII-2 y Figura Anexo XIII-3, Anexo XIII, p. 34, p. 38 y p. 42 respectivamente). La pareja invierte en *Imp* cerca del 11% del tiempo (68 s), doblando en frecuencia *A4* a *A3* (5 frente a 2 respectivamente) y doblando casi en tiempo invertido *A3* a *A4* (44 s frente a 24 s respectivamente).

Por otro lado, en el estadio *Ver*, la *pareja 2* invierte el 13% del tiempo (76 s), presentando ambos estudiantes similar frecuencia y tiempo (frecuencia 10 y 41 s para *A3*, y frecuencia 12 y 35 s para *A4*). Además, la pareja invierte en *Pla* el 9% del tiempo (52 s), doblando en frecuencia y casi octuplicando en tiempo *A3* a *A4* (frecuencia 6 y 46 s, frente a frecuencia 3 y 6 s respectivamente). Ello indica que los estudiantes no tienen aun plan de resolución efectivo y/o asentado.

En cuanto al estadio *Lec*, ambos estudiantes invierten similar tiempo y frecuencia (frecuencia 9 y 55 s para *A3*, y frecuencia 9 y 44 s para *A4*). Finalmente, en *Exp* la pareja invierte un 4% (25s), de los que 24 s corresponden a *A4*, con frecuencia 3, mientras que solo invierte el 1% en *Ana* (6 s), correspondientes a *A4*. Y en referencia a *Con*, la pareja invierte también el 4% (23 s), con frecuencia similar y triplicando en tiempo *A3* a *A4* (frecuencia 6 y 18 s, frente a frecuencia 4 y 5 s respectivamente).

En esta página, los estudiantes intercambian el rol asumido al menos durante un periodo de tiempo. En este caso, *A4* asume el rol de director por un tiempo. Ello es extraído de los valores obtenidos para el estadio *Imp* y *Ver*, así como del hecho de que en el estadio *Obs*, *A4* dobla en tiempo a *A3*. Dicho intercambio de roles indica a su vez un compromiso de los estudiantes por crear y mantener su ECP.

En la página 6, la *pareja 2* invierte cerca del 44% del tiempo en *Obs* (492 s de 1120 s), doblando casi en frecuencia y doblando en tiempo *A4* a *A3* (frecuencia 38 y 336 s, frente a frecuencia 67 y 156 s respectivamente). En cuanto al estadio *Exp*, la pareja invierte el 16% del tiempo (182 s), casi doblando en frecuencia y tiempo *A4* a *A3* (frecuencia 13 y 114 s, frente a frecuencia 8 y 68 s respectivamente), además, la *pareja 2* invierte cerca del 77% del tiempo total del estadio *Exp* durante el proceso de resolución en esta página 6 (182 s de 236 s totales). Igual porcentaje de tiempo que *Exp*

emplea la pareja en *Ver* (16 %, 176 s), doblando casi en frecuencia y con similar tiempo A4 a A3 (frecuencia 38 y tiempo 90 s, frente a frecuencia 23 y 86 s respectivamente). Respecto del estadio *Ana*, la *pareja 2* invierte el 15% del tiempo (172 s), con similar frecuencia y casi quintuplicando en tiempo invertido A3 a A4 (frecuencia 13 y 142 s, frente a frecuencia 10 y 30 s respectivamente). La pareja invierte en *Lec* casi el 5% del tiempo (53 s), con similar frecuencia y tiempo para A3 y A4 (frecuencia 5 y 32 s, y frecuencia 5 y 21 s), invierte en *Imp* el 3% del tiempo (32 s), con igual frecuencia y casi todo el tiempo invertido por A3 frente a A4 (frecuencia 2, y 27 s frente a 5 s respectivamente), e invierten el 1% en *Con* (13 s). No concurre *Pla*.

Durante esta página, A3 y A4 intercambian nuevamente el rol de director del proceso de resolución. De ello ofrece indicios los valores obtenidos en el estadio *Exp*, el hecho de que el 77% del tiempo total de *Exp* concorra en esta página, que A3 quintuple el tiempo invertido de A4 en *Ana*, y A3 acapare casi todo el tiempo en *Imp*.

En síntesis, los valores obtenidos del cruce del criterio resolución de problemas con el criterio página pone de manifiesto que los roles inicialmente supuestos no son estables durante todo el proceso, sino que en ocasiones, son intercambiados entre los estudiantes. Ello indica corresponsabilidad de ambos estudiantes en el proceso de resolución, así el trabajo colaborativo puesto en juego es de intercambio de ideas y asunción de roles, donde acciones individuales confluyen en el objetivo común. Hay un esfuerzo por mantener el ECP.

B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XIII-5, Tabla Anexo XIII-6 y Tabla Anexo XIII-7 (Anexo XIII, p. 2, p. 2 y p. 2 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y ratón, para el estudiante A3, A4 y la *pareja 2* respectivamente.

La *pareja 2* utiliza el ratón durante 464 s, es decir, durante aproximadamente el 28% del tiempo total del proceso de resolución (1631 s). Ambos estudiantes presentan una frecuencia similar, doblando en tiempo total de utilización A3 a A4 (frecuencia 42 y 311 s, frente a frecuencia 44 y 153 s). Del tiempo que maneja la pareja el ratón, el 57% lo utilizan para llevar a cabo tareas de *Ana* y *Exp* (268 s). En tareas de *Ana*, el ratón es manejado casi en exclusividad por A3 (frecuencia 8 y 100 s de un total de frecuencia 9 y

102 s), y del total de tiempo invertido por la pareja en *Ana*, el 19% lo hacen a través de acciones con el ratón. En tareas de *Exp*, *A3* duplica en frecuencia y tiempo a *A4* (frecuencia 12, 116 s, frente a 4 y 50 s respectivamente), y del total de tiempo invertido por la pareja en *Exp*, el 70% lo hacen a través de acciones con el ratón. En el estadio *Obs* la pareja 2 invierte cerca del 19% del tiempo total de utilización del ratón, representando el 6% del tiempo total de *Obs*. En este estadio, los estudiantes presentan valores similares frecuencia y casi dobla en tiempo *A4* a *A3* (frecuencia 15 y 53 s, frente a frecuencia 13 y 35 s respectivamente). El ratón es utilizado en exclusiva por *A3* en acciones de *Pla* (frecuencia 2 y 24 s), representando el 20% del tiempo total invertido por la pareja en *Pla*. Así mismo, *A3* utiliza el ratón casi en exclusiva para llevar a cabo acciones de *Ver* (frecuencia 5 y 30 s de un total de frecuencia 8 y 34 s), representando el 9% del tiempo total invertido por la pareja en *Ver*. El ratón es utilizado en exclusiva por *A4* en acciones de *Imp* (frecuencia 4 y 21 s) y casi en exclusiva en *Con* (frecuencia 11 y 12 s de un total de frecuencia 12 y 13 s). El manejo del ratón por *A4* en *Imp* es realizado mientras no visualizan ninguna página, es decir, utilizan la calculadora del ordenador para realizar operaciones. En tareas de *Lec*, *A3* presenta una frecuencia de 1 y 5 s, mientras que *A4* una frecuencia de 6 y 11 s.

Respecto del manejo del ratón, los valores reflejan mayor uso por parte de *A3*, especialmente en aquellos estadios que requieren un mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo (*Ana*, *Exp*, *Pla*, y *Ver*). Y puesto que en la concurrencia con *Obs*, *A4* duplica en tiempo a *A3*, ambos hechos indican que *A3* dirige el proceso de resolución cuando alguno de los dos estudiantes utiliza el ratón. Por otro lado y para esta pareja, los valores obtenidos apuntan a que el manejo del ratón durante la interacción con los *applet* es utilizado para analizar y explorar el problema. En menor medida, los estudiantes utilizan el ratón para establecer un plan y controlar su proceso de resolución. Conjuntamente, los valores apuntan a que los *applet* son utilizados para llevar a cabo acciones de *Ana*, *Exp* y *Ver*.

C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XIII-8, Tabla Anexo XIII-9 y Tabla Anexo XIII-10 (Anexo XIII, p. 2, p. 3 y p. 4 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y arrastre, para el estudiante *A3*, *A4* y la *pareja 2* respectivamente.

La *pareja 2* utiliza el ratón durante 464 s, es decir, durante aproximadamente el 28% del tiempo total del proceso de resolución (1631 s). De estos 464 s, durante el 56% del tiempo (258 s) realizan arrastres, que equivale al 16% del tiempo total. De los arrastres, los erráticos representan el 37% (95 s) y los guiados el 63% (163 s). Los arrastres guiados son realizados en exclusiva por *A3*, mientras que los erráticos, son realizados por ambos, con valores ligeramente superiores en frecuencia y tiempo por *A4* respecto de *A3* (frecuencia 8 y 55 s, frente a frecuencia 5 y 40 s). Los arrastres erráticos concurren en un 87% del tiempo con *Exp* (83 s), mientras que los guiados, concurren en un 48% con *Ana* (79 s), un 28% con *Exp* (45 s), un 11% con *Obs* (18 s), un 9% con *Ver* (15 s) y un 4% con *Pla* (6 s). En total, los estadios que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo [*Ana*, *Exp* y *Ver*] acumulan un total de 85% del tiempo (139 s). *A3* invierte el cuádruple de tiempo en la realización de arrastres guiados que en erráticos (163 s y 40 s respectivamente).

Los valores obtenidos reflejan que los estudiantes utilizan conjuntamente el arrastre en su proceso de resolución, dirigiendo el proceso *A3* (*Gui* es realizado en exclusividad por *A3*). Por otro lado, los valores de concurrencia entre *Err* y *Exp* pueden indicar cierta impulsividad en el proceso de resolución. Por otro lado, la participación de *A4* es activa en lo que respecta a la exploración del problema y del significado de la interacción con la i-actividad. *A4* ayuda y/o apoya la búsqueda de información nueva que pueda ser incorporada al proceso de resolución. De ello ofrece indicios los valores obtenidos en *Err* correspondientes a *A4*. Por otro lado, para esta pareja, *Gui* sirve a su vez para verificar y/o controlar el proceso de resolución y planificar el proceso de resolución. De hecho, $Gui \cap (Exp \cup Ver \cup Pla)$ representa el 41% del tiempo total de *Gui*. Por último, que *A4* participe en los arrastres indica esfuerzo por parte de la pareja en crear y mantener su ECP.

D) Criterio página Vs. ratón

La Tabla Anexo XIII-53, Tabla Anexo XIII-54 y Tabla Anexo XIII-55 (Anexo XIII, p. 22, p. 23 y p. 23 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y ratón, para el estudiante *A3*, *A4* y la *pareja 2* respectivamente.

La pareja 2 emplea el ratón en un 86% del tiempo (398 s. de 464 s.) en las páginas 3, 5 y 6, páginas dónde están los *applets* (85 s, 87 s y 226 s respectivamente). Los demás

usos del ratón son considerados como extensión de las manos pues el puntero del ratón es usado como un apuntador en la lectura o simplemente para poder visualizar los enunciados de las preguntas. Además, casi el 50 % del tiempo del ratón concurre con *Pag6*, siendo el tiempo de uso del ratón similar en *Pag3* y *Pag5* (18% y 19% respectivamente).

Los valores indican que para esta pareja, el *applet 3* requiere mayor gasto cognitivo en los estudiantes, es decir, presenta mayor dificultad de comprensión siendo sensiblemente más difícil que el *applet 1* y el *applet 2*. Por su parte, estos *applet* parecen presentar similar nivel de dificultad.

E) Criterio página Vs. arrastre

La Tabla Anexo XIII-49, Tabla Anexo XIII-50 y Tabla Anexo XIII-51 (Anexo XIII, p. 22, p. 22 y p. 22 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y arrastre, para el estudiante *A3*, *A4* y la *pareja 2* respectivamente.

La *pareja 2* realiza arrastres solo en *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*, las que contienen *applets*. Como *pareja*, la frecuencia de *Err* es similar en dichas páginas (2, 3 y 3 respectivamente), mientras duplican página a página el tiempo invertido en *Err* (14 s, 28 s y 53 s respectivamente). Por su parte, la frecuencia y tiempo invertido en *Gui* es diferente según la página (frecuencia 7, 4 y 10; tiempo invertido 25 s, 15 s y 123 s respectivamente). Por estudiantes, *A4* realiza los tres *Err* concurrentes con *Pag5* (duración 28 s) y dos concurrentes con *Pag6* (duración 27 s), no realizando ningún *Gui*. Por su parte, *A3* realiza los tres *Err* y los siete *Gui* concurrentes con *Pag3* (duración 14 s y 25 s respectivamente), además, realizan un *Err* concurrente con *Pag6* (duración 26 s).

Los valores reflejan la corresponsabilidad de *A3* y *A4* en la creación y mantenimiento del ECP y la resolución compartida del problema. Nótese como inicialmente *A3* dirige el proceso de resolución (es el único sujeto que realiza arrastres durante la visualización de *Pag3*); en cambio durante *Pag5*, *A4* realiza los *Err*, tras lo cual, la *pareja* realiza acciones de *Ver*, *Obs* y *Con* para a continuación, *A4* implementar *Gui* (Ver Figura VI-1); por último, en *Pag6* nuevamente *A4* participa y comienza con la exploración del

problema a través de la realización de *Err*, para después tomar el relevo *A3*. En esta página, el peso es soportado por *A3*.

F) Criterio ratón Vs. arrastre

La Tabla Anexo XIII-46, Tabla Anexo XIII-47 y Tabla Anexo XIII-48 (Anexo XIII, p. 21, p. 21 y p. 21 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio ratón y arrastre, para el estudiante *A3*, *A4* y la *pareja 2* respectivamente.

Los valores de la tabla redundan en lo obtenido previamente, pues no es posible realizar un arrastre sino maneja el ratón. Así, la frecuencia de la concurrencia entre *Err* con *A3Rat* y *A4Rat* es 3 y 5 respectivamente, con una duración de 40 s y 55 s respectivamente. La frecuencia de *Gui* con *A3Rat* es 21, con una duración de 163 s. *A4* no presenta *Gui*.

V.3.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas

A continuación centro la atención en cómo los estudiantes transitan por los distintos estadios.

A) Grafos de transición y cadenas significativas

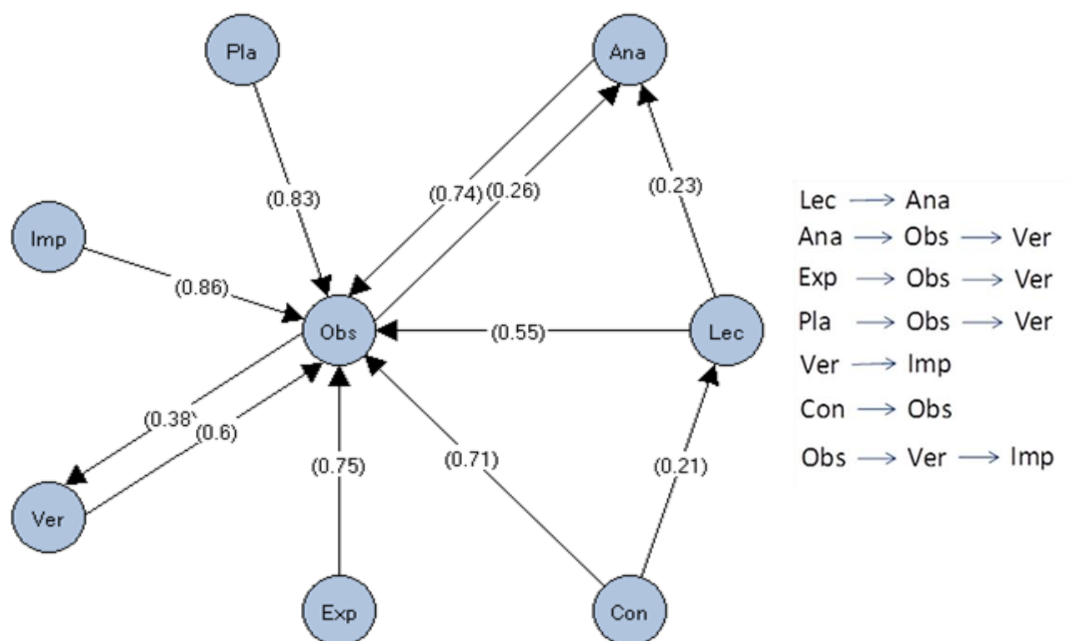


Figura V- 9. Grafo de transición y cadenas significativas, *A3*

El grafo de transición⁷⁸ y de cadenas significativas⁷⁹ (Figura V-9), muestran como en el estudiante *A1* las probabilidades de transición más elevadas son cuando el estadio *Obs* es el estadio siguiente, con probabilidades superiores a 0,5 para todos los estadios del criterio resolución de problemas. Con probabilidades de transición superiores a 0,2 obtengo las transiciones de *Con* a *Lec* (0,21), de *Lec* a *Ana* (0,23), de *Obs* a *Ana* (0,26) y de *Obs* a *Ver* (0,38). Se presentan tres cadenas diádicas significativas *Lec*→*Ana*, *Ver*→*Imp* y *Con*→*Obs*. Obtengo a su vez cuatro cadenas de estadios triádicas significativas, todas involucrando al estadio *Obs*, tres de ellas como estadio intermedio y con estadio final *Ver* (*Ana*→*Obs*→*Ver*, *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Pla*→*Obs*→*Ver*) y una cuarta con *Obs* como estadio inicial (*Obs*→*Ver*→*Imp*).

Los valores obtenidos respecto de la probabilidad de transición con estadio siguiente *Obs* junto con la existencia de las cadenas triádicas *Ana*→*Obs*→*Ver*, *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Pla*→*Obs*→*Ver* apuntan que *A3* tiene un modo de proceder prudente. De ello ofrece también indicios la existencia de las cadenas diádicas significativas *Ver*→*Imp* y *Con*→*Obs*, la probabilidad de transición entre *Obs* y *Ver*, y la existencia de la cadena triádica significativa *Obs*→*Ver*→*Imp*. Es decir, esto refleja que *A3*, previo a la realización de acciones de implementación, lleva a cabo acciones de control y monitoreo, escuchando y observando a *A4* y/o resolviendo dudas respecto del funcionamiento de la i-actividad. Por otro lado, la existencia de la cadena significativa diádica *Lec*→*Ana* y los valores de probabilidad de tránsito entre *Lec* y *Ana*, y entre *Obs* y *Ana* indican que *A3*, durante su proceso de resolución, intenta obtener una comprensión profunda del problema.

⁷⁸ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-11 (Anexo XIII, p. 3) de probabilidad de transición, resolución de problemas, *A3*.

⁷⁹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-12 (Anexo XIII, p. 3) y Tabla Anexo XIII-13 (Anexo XIII, p. 4) de p-valores, resolución de problemas, *lag1* y *lag2*, *A3* respectivamente.

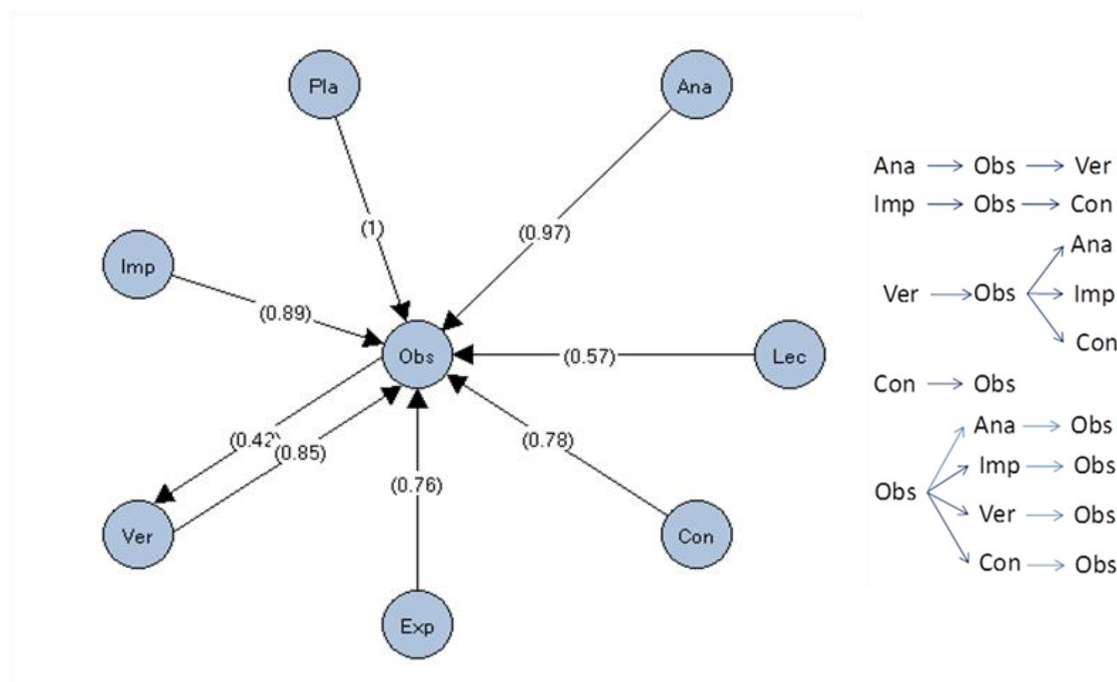


Figura V- 10. Grafo de transición y cadenas significativas, A4

Al igual que para el estudiante A3, la Figura V-10 refleja que las probabilidades de transición más elevadas para A4^{80 81} recaen cuando *Obs* es el estadio siguiente. En este caso, obtengo probabilidades superiores a 0,75 para los estadios anteriores *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp*, *Ver* y *Con*, y con probabilidad superior a 0,5 para *Lec*. Además, presentan probabilidades de transición mayores que 0,4 del estadio *Obs* a *Ver*. Por otro lado, solo hay una cadena significativa de un eslabón *Con*→*Obs*, con probabilidad de transición 0,78. El resto de cadenas de estadios significativas son triádicas. En ellas destaca la importancia de los estadios *Obs*, *Ver*. De hecho, todas las cadenas involucran a *Obs*. *Obs* es el estadio central en 5 de las 9 cadenas significativas de tres eslabones [*Ana*→*Obs*→*Ver*, *Imp*→*Obs*→*Con*, *Ver*→*Obs*→*Ana*, *Ver*→*Obs*→*Imp*, *Ver*→*Obs*→*Con*], y es el estadio inicial y final en las otras cuatro [*Obs*→*Ana*→*Obs*, *Obs*→*Imp*→*Obs*, *Obs*→*Ver*→*Obs*, *Obs*→*Con*→*Obs*].

Los valores reflejan como el papel principal de A4 es controlar y monitorizar el proceso de resolución, pero siendo parte activa también del mismo. De ello da indicios las cadenas triádicas con estadio inicial *Ver*, junto con las cadenas *Ana*→*Obs*→*Ver* y

⁸⁰ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-14 (Anexo XIII, p. 14) de probabilidad de transición, resolución de problemas, A4.

⁸¹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-15 (Anexo XIII, p. 4) y Tabla Anexo XIII-16 Anexo XIII, p. 5) de p-valores, resolución de problema, *lag1* y *lag2*, A4 respectivamente.

Obs→*Ver*→*Obs*. Además, las cadenas significativas obtenidas involucran el control de acciones de análisis e implementación, en las que recuerdo que *A3* invierte el doble del tiempo que *A4* (Tabla XIII-1). Ello a su vez indica la implicación de *A4* en la creación y mantenimiento del ECP. La existencia de la única cadena diádica significativa *Con*→*Obs* y de las cadenas triádicas *Obs*→*Con*→*Obs*, *Imp*→*Obs*→*Con*, *Ver*→*Obs*→*Con* señalan el esfuerzo de *A4* por obtener una comprensión del significado de las acciones con los *applet* de la *i*-actividad. Finalmente, la probabilidad de transición entre *Pla* y *Obs* indica que *A4*, siempre, tras acciones de planificación, observa y escucha a *A3*. Es más, tras acciones de planificación de *A4*, *A3* lleva a cabo principalmente acciones de verificación, continuando con acciones de planificación (Figura Anexo XIII-1, Anexo XIII, p. 34).

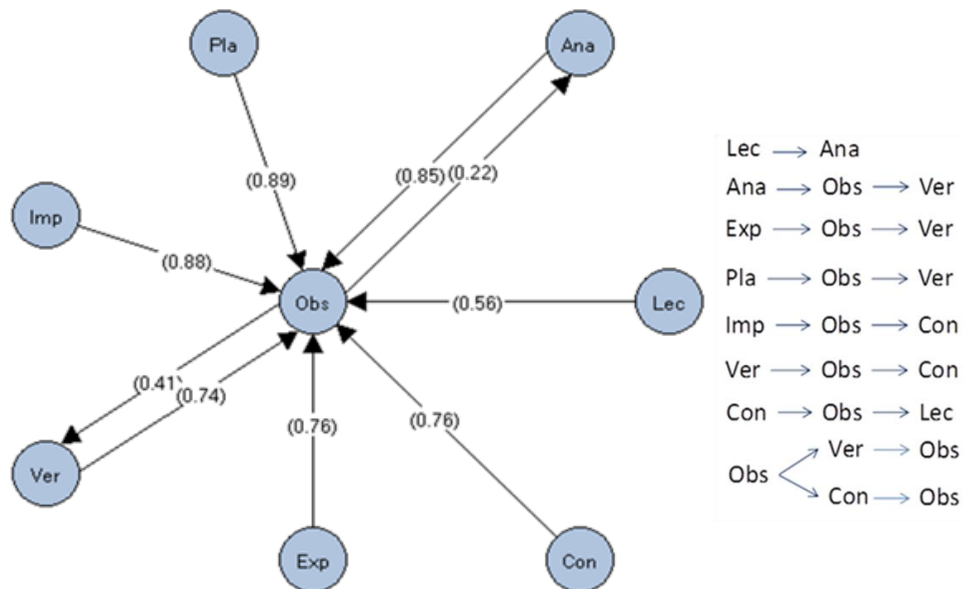


Figura V- 11. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 2

Considero ahora la *pareja 2*^{82 83} como unidad de análisis. La Figura V-11 refleja como los valores obtenidos nuevamente muestran que es el estadio *Obs*, actuando como siguiente, el que presenta probabilidades superiores a 0,7 para los estadios *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp*, *Ver* y *Con*, y superior a 0,5 para el estadio *Lec*. De estas relaciones, solo una

⁸² Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-14 (Anexo XIII, p. 4) de probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 2.

⁸³ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIII-18 (Anexo XIII, p. 5) y Tabla Anexo XIII-19 (Anexo XIII, p. 6) de p-valores, resolución de problemas, *lag1* y *lag2*, pareja 2, respectivamente.

es significativa, la cadena diádica $Lec \rightarrow Ana$. La *pareja 2* también presenta 2 transiciones con probabilidades mayores que 0,2 [del estadio *Obs* a *Ver*, de *Obs* a *Ana*]. Añadido a todo ello, la *pareja 2* presenta ocho cadenas de estadios triádicas significativas, todas involucrando al estadio *Obs*, de las cuales, en seis *Obs* es el estadio intermedio [$Ana \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Exp \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Pla \rightarrow Obs \rightarrow Ver$, $Imp \rightarrow Obs \rightarrow Con$, $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Con$ y $Con \rightarrow Obs \rightarrow Lec$] y dos es el estadio inicial y final [$Obs \rightarrow Ver \rightarrow Obs$ y $Obs \rightarrow Con \rightarrow Obs$].

Como pareja, la existencia de la cadena diádica $Lec \rightarrow Ana$ junto con los valores de probabilidad de *Lec* a *Obs*, y de *Obs* a *Ana*, indican que la pareja intenta disponer de una comprensión profunda del problema. Esto es a su vez reforzado debido a la existencia de la cadena triádica $Con \rightarrow Obs \rightarrow Lec$. Dicha cadena indica que tras preguntar sobre el funcionamiento de la i-actividad, observan y vuelven a realizar procesos de lectura. Es decir, intentan disponer también de una mejor comprensión del significado de la interactividad. Por otro lado, el valor de probabilidad de *Obs* a *Ver*, junto con la existencia de las tres cadenas triádicas con estadio final *Ver*, la cadena $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Con$ y $Obs \rightarrow Ver \rightarrow Obs$ indican que, como pareja, los estudiantes son prudentes en su modo de proceder, intercambiando opiniones y observaciones que les permiten controlar y monitorizar su proceso de resolución. Claramente, esto indica la implicación en mantener su ECP. Además, la existencia de las cadenas que involucran a *Con* denota intento de comprensión del significado de las interacciones con los *applets* de la i-actividad.

B) Gráficos de activación e inhibición

Los gráficos de activación e inhibición informan acerca de que estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Para obtenerlos, aplico la técnica de coordenadas polares utilizando la información de las tablas de valores Z_{sum} para *A3*, *A4* y la *pareja 2*⁸⁴. Los gráficos de coordenadas polares de activación o inhibición están desde la Figura Anexo XIII-11 a la Figura Anexo XIII-34 (Anexo XIII, pp. 34-58).

⁸⁴ Para ampliar información acerca de la técnica de coordenadas polares, ver Anexo IX. Las tablas utilizadas comprende desde la Tabla Anexo XIII-22 hasta la Tabla Anexo XIII-44 (Anexo XIII, pp. 9-20). La representación figural de las relaciones están disponibles desde la Figura Anexo XIII-11 a la Figura Anexo XIII-34 (Anexo XIII, pp. 47-58).

Las relaciones significativas detectadas tomando como referencia el estadio focal considerado son:

(1) Estadio focal *Lec*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Lec* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 4,69, 2,55 y 3,97; y el estadio *Lec* se activa mutuamente con el estadio *Con* en ambas componentes, con radio 6,73, 4,72 y 5,72, respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A3*, el estadio *Lec* se inhibe mutuamente con el estadio *Imp* en ambas componentes, con radio 2,32 y 2,40 respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Lec* se inhibe mutuamente con el estadio *Obs* en ambas componentes, con radio 2,52 y 2,45 respectivamente; y el estadio *Lec* activa en la componente prospectiva e inhibe en la componente retrospectiva a *Exp*, con radio 2,25 y 2,02 respectivamente.

Para *A4*, el estadio *Lec* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 2,07; y el estadio *Lec* activa a *Imp* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva, con radio 2,22.

(2) Estadio focal *Ana*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Ana* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 13,45, 8,29 y 10,33; y el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con los estadios *Pla*, *Imp* y *Con* en ambas componentes, con radios 3,87, 3,49 y 2,34 respectivamente para *Pla*; 3,48, 2,32 y 2,74 respectivamente para *Imp*; y 4,48, 3,51 y 2,64 respectivamente para *Con*.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con los estadios *Exp* y *Ver*, en ambas componentes, con radios 3,46 y 3,66 respectivamente para *Exp*, y 2,86 y 2,13 respectivamente para *Ver*.

Para *A4*, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Lec* en ambas componentes, con radio 2,07.

(3) Estadio focal *Exp*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Exp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 13,60, 7,61 y 11,32.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 3,46 y 3,66 respectivamente; y el estadio *Exp* inhibe en la componente prospectiva e activa en la componente retrospectiva a *Lec*, con radio 2,25 y 2,02 respectivamente.

Para la *pareja 2*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con los estadios *Pla* y *Con*, en ambas perspectivas, con radio 2,19 y 2,57 respectivamente.

Para la *A4*, el estadio *Exp* inhibe al estadio *Con* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,41; el estadio *Exp* inhibe al estadio *Ver* en ambas componentes, con radio 2,26.

(4) Estadio focal *Pla*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Pla* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 7,87, 4,77 y 6,23; y el estadio *Pla* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 3,87, 3,49 y 2,34 respectivamente.

Para la *pareja 2*, el estadio *Pla* se inhibe mutuamente con el estadio *Exp*, con radio 2,19.

Para *A3*, el estadio *Pla* activa al estadio *Imp* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva, con radio 2,04.

Para *A4*, el estadio *Pla* inhibe al estadio *Con* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,47.

(5) Estadio focal *Imp*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Imp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 13,02, 10,09 y 8,60; y el estadio *Imp* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 3,48, 2,32 y 2,74 respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Imp* inhibe al estadio *Ver* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,56 y 2,30 respectivamente; y el estadio *Imp* activa al estadio *Con* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva, con radio 3,13 y 3,21 respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A3*, el estadio *Imp* se inhibe mutuamente con el estadio *Lec* en ambas, con radio 2,32 y 2,40 respectivamente.

Para *A4*, el estadio *Imp* inhibe a *Lec* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,22.

Para *A3*, el estadio *Imp* inhibe al estadio *Pla* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,04.

(6) Estadio focal *Ver*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Ver* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 5,21, 3,23 y 4,02.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Ver* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 2,86 y 2,13 respectivamente; y el estadio *Ver* activa a los estadios *Imp* y *Con* en la componente prospectiva y los inhibe en la retrospectiva, con radio 2,56 y 2,30 respectivamente para *Imp*, y 2,64 y 2,43 respectivamente para *Con*.

Para *A4*, el estadio *Ver* inhibe con el estadio *Exp* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 2,26.

(7) Estadio focal *Con*:

Para la *pareja 2* y *A3*, el estadio *Con* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,19 y 2,95 respectivamente.

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Con* se activa mutuamente con el estadio *Lec* en ambas componentes, con radio 6,73, 4,72 y 5,72, respectivamente; y el estadio *Con* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 4,48, 3,51 y 2,64 respectivamente.

Para la *pareja 2*, el estadio *Con* se inhibe mutuamente con el estadio *Exp*, con radio 2,57.

Para *A4*, el estadio *Con* activa a los estadios *Exp* y *Pla* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva, con radio 2,41 y 2,47 respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Con* inhibe a los estadios *Imp* y *Ver* en la componente prospectiva y lo activa en la retrospectiva, con radio 3,13 y 3,21 respectivamente para *Imp*, y 2,64 y 2,43 respectivamente para *Ver*.

(8) Estadio focal *Obs*:

Para la *pareja 2*, *A3* y *A4*, el estadio *Obs* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,00, 1,98 y 2,06 respectivamente.

Para la *pareja 2* y *A4*, el estadio *Obs* se inhibe mutuamente con el estadio *Lec* en ambas componentes, con radio 2,52 y 2,45 respectivamente.

Las relaciones significativas detectadas para la *pareja 2* reflejan la influencia de las acciones de *A3* y de *A4* en el proceso de resolución y las relaciones entre los estadios. En primer lugar, casi todos los estadios se autoactivan en ambas componentes para la *pareja*, *A3* y *A4* (*Lec*, *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp*, *Ver* y *Obs*) y solo *Con* se autoactiva para la *pareja 2* y *A3*.

Por otro lado, *Lec* y *Con* se activan mutuamente en ambas componentes. Ello indica que tanto los estudiantes, como a nivel de *pareja*, tras la lectura, realizan pausas o preguntan acerca del funcionamiento de la *i*-actividad, y viceversa, tras preguntar acerca de la *i*-actividad, realizan procesos de lectura. Es decir, los estudiantes intentan disponer de una comprensión profunda de la propia *i*-actividad y de las acciones que sobre ella pueden realizarse.

En cuanto a las relaciones de inhibición, en ambas componentes, entre *Lec* e *Imp* para la pareja y *A3* indican que el problema de la hormiga, si es un “problema” para la pareja y dicho estudiante. Lo contrario, implicaría que la pareja conoce como resolver el problema, o bien, que los estudiantes realizan una lectura superficial del enunciado del problema e implementan acciones sin un plan preestablecido coherente. Es justamente lo que presenta con *A4*, es decir, *Lec* activa en la componente prospectiva a *Imp* para *A4*, y lo inhibe en la retrospectiva. Ello indica cierta impulsividad por parte de *A4* a la hora de llevar a cabo el proceso de resolución. Las relaciones obtenidas apuntan a que *A3* contrarresta dicha impulsividad a nivel de pareja.

Por otro lado, para *A4*, *Lec* y *Ana* se inhiben mutuamente, y *Lec* activa a *Exp* en la componente prospectiva y la inhibe en la retrospectiva. Ello indica que para este estudiante, tras la lectura, realiza acciones de exploración del problema y no de análisis del mismo, y viceversa, cuando realiza acciones de análisis o de exploración, no vuelve a realizar procesos de lectura. Ello refleja que puede existir falta de comprensión del problema, ausencia de obtención de información relevante en los procesos de *Ana* y *Exp*, y/o cierta impulsividad en el modo de proceder de *A4*.

Dicha falta de comprensión no es tan evidente a nivel de pareja, pues aunque no obtengo la relación de inhibición entre *Lec* y *Ana*, si obtengo la relación de activación e inhibición entre *Lec* y *Exp*. Nuevamente, puedo considerar que el proceder de *A3* contrarresta la falta de comprensión a nivel de pareja.

Añadido a ello, tanto para los estudiantes como para la pareja, *Ana* se inhibe mutuamente, en ambas componentes, con *Pla*, *Imp* y *Con*. Ello indica que tras la realización de acciones de análisis, no consiguen establecer un plan de resolución, ni obtener dicho plan “camuflado” con un proceso de implementación. Y al revés, los estudiantes y la pareja, tras realizar acciones de planificación y/o implementación, no sienten la necesidad de volver a llevar a cabo acciones de análisis. Ello refleja, por un lado, que las acciones de análisis no generan los frutos adecuados para resolver el problema y por el otro, que tras diseñar un plan, o implementarlo, los estudiantes (y por ende, la pareja), tienen plena confianza el dicho plan o implementación. No les he necesario volver al análisis de la situación problemática. El plan de resolución no se

deriva directamente de los procesos de análisis de la situación problemática. Igual reflexión puede realizarse a raíz de la relación de inhibición mutua entre *Ana* y *Con*.

Otro indicio que apoya la reflexión anterior proviene de la existencia de la relación, solo para *A3*, de activación entre *Pla* e *Imp* para la componente prospectiva, y de inhibición para la retrospectiva. Dicha relación es lógica puesto que *A3* es quien establece el plan de resolución, que finalmente es implementado. Además, la no existencia de activación significativa entre *Pla* e *Imp* en la componente retrospectiva apunta a que *A3* no presenta dudas sobre dicho plan. Dicha convicción no es trasladada directamente a nivel de pareja (como apunta la existencia de la relación de inhibición mutua entre *Exp* y *Pla* para la pareja), sino que la pareja alcanza dicha convicción tras llevar a cabo acciones de implementación.

Las dudas y el modo de proceder de *A4* reflejan como este estudiante tiene influencia en el proceso de resolución a nivel de pareja. Esto es así debido a la existencia de las relaciones de inhibición mutua, en ambas componentes, entre *Ana* y *Exp*, y entre *Ana* y *Ver*, para *A4*. Dichas relaciones son trasladadas a la pareja mientras que *A3* no las presenta. Esto apunta a que hay cierta prudencia en el modo de proceder de la pareja y *A4*. La existencia de la relación de inhibición en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva entre *Exp* y *Con* para *A4*, y como esta es una relación de inhibición mutua para la pareja, apunta a lo anterior también. Llegado a este punto, establezco la siguiente matización: precisamente que no exista la relación entre *Exp* y *Con* en la componente retrospectiva para *A4*, sugiere que tras los descansos o la interactividad con la i-actividad, el problema para *A4* no necesita volver a ser explorado. Es decir, hay esfuerzo y cierta comprensión de las acciones con la i-actividad también por parte de *A4*.

Es más, la relación de activación entre *Exp* y *Ver*, en la componente prospectiva, y de inhibición en la retrospectiva para *A4*, indica que este estudiante intenta llevar cierto control del proceso de exploración y de la búsqueda de información relevante. Es decir, *A4* asume cierto rol de controlador del proceso, apuntando a un modo de proceder prudente.

Por otro lado, la existencia, para *A4*, de las relaciones de inhibición en la componente prospectiva entre *Pla* y *Con* y entre *Pla* y *Ver*, indican que aunque pudiera *A4*

inicialmente admitir el plan de resolución, la relación de activación en la componente retrospectiva apunta a que *A4* necesita supervisar dicho plan. Además, dichas relaciones no son trasladadas a la pareja, lo que refleja la dirección del proceso por parte de *A3*.

La existencia de la relación de activación entre *Imp* y *Con* en la componente prospectiva, para *A4* y la pareja, refleja que tras los procesos de implementación, tienen que hacer pequeños descansos o preguntar acerca del funcionamiento de la i-actividad. Dado que existe la relación de inhibición entre estos estadios en la retrospectiva, puedo suponer que finalmente alcanzan cierta comprensión, no siendo necesario volver sobre la implementación. Ello también está sustentado por la relación de inhibición entre *Imp* y *Ver*, en la componente prospectiva y de activación en la retrospectiva. Todo ello a su vez indica un proceder prudente.

Finalmente, lo expuesto en esta sección indica claramente que *A4* colabora de manera activa en el proceso de resolución.

V.3.2. Influencia de la interactividad

Centro ahora la atención en la descripción y análisis de la influencia de la interactividad de la i-Actividad en el proceso de resolución. Para ello utilizaremos los datos obtenidos desde la Tabla Anexo XIII-57 hasta la Tabla Anexo XIII-69 (Anexo XIII, pp. 23-27). Dichas tablas describen las estadísticas básicas para el criterio interactividad y las concurrencias entre este criterio y los criterios resolución de problemas, arrastre, ratón y páginas, para *A3*, *A4* y la *pareja 2*. Comienzo la descripción y análisis con la Tabla Anexo XIII-57 (Anexo XIII, p. 23) de estadísticas básicas.

Considero el conjunto $Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$ como el conjunto de todas las influencias de la interactividad. Los datos revelan que la *pareja 2* recibe influencia de la interactividad (*Int*) cerca del 2% del tiempo total del proceso de resolución (43 s de 1631 s totales). Con una frecuencia de 11, 5 correspondiente a *A3* y 6 a *A4*, en tiempo, *A3* recibe influencia durante 29 s y *A4* durante 14 s. Del conjunto de influencias, *Int3* es la de mayor frecuencia, con un valor de 5. En cambio, *Int1* es la de mayor duración, con un tiempo total de 28 s. No hay influencia *Int2*, y *A3* tampoco recibe influencia *Int5*.

La influencia sobre el que maneja el ratón ($\{Int1 \cup Int2\}$) recae íntegramente sobre *Int1*, presentando una frecuencia conjunta de 3, de los cuales, 2 corresponden a *A3*, con una duración de 24 s. Respecto de la influencia sobre el que no maneja el ratón ($\{Int3 \cup Int4\}$), con una frecuencia de 7, presenta una duración total conjunta de 13 s, de los cuales, 9 s corresponden a *Int3*. En cuanto a la influencia pasado cierto tiempo tras la interacción con la i-actividad (*Int5*), esta recae íntegramente sobre *A4*, con una frecuencia de 1 y duración total es de 2 s.

Los datos revelan que para esta pareja, la influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre *A3* (29 s de 43 s totales, un 67%). Además, de estos 29 s, 24 s corresponden con *Int1*. Recuerdo que *A3* ocupa el 78% del tiempo de los arrastres. Aun así, los valores indican que *A4* no es un sujeto pasivo durante el proceso de resolución colaborativo y la influencia de la interactividad. De hecho, recibe el 33% de esta, con una duración total de 14 s. Ello corrobora que *A4* participa activamente en el proceso de resolución y en el intento por crear y mantener el ECP.

La descripción y análisis efectuado permite establecer que efectivamente *A3* lleva el peso de las acciones en el proceso de resolución puesto que además de lo expuesto en secciones anteriores, la influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre este estudiante. Dicha influencia concurre durante la interacción con los *applet*, es decir, es una influencia instantánea al arrastre, indicando cierta impulsividad a la hora de interpretar y asimilar dicha influencia en el proceso de resolución. Además, la relación de inhibición entre *Ana* y *Con* junto con la inhibición en la componente prospectiva e activación en la retrospectiva de *Exp* con *Con* para *A4*, indican que dicho estudiante necesita interiorizar dicha influencia para aceptarla e incorporar la información obtenida al proceso de resolución. Dichas relaciones son trasladadas a nivel de pareja, es más, la relación entre *Exp* y *Con* es de inhibición en ambas perspectivas. Ello implica que la pareja ejerce cierto control sobre la interactividad, motivado por *A4*, a su vez, refleja el interés de *A4* y de la pareja por crear y mantener el ECP.

En cuanto a la concurrencia entre los criterios interactividad y resolución de problemas (Tabla Anexo XIII-58, Tabla Anexo XIII-59 y Tabla Anexo XIII-60, Anexo XIII, p. 24, p. 24 y p. 24 respectivamente), los datos para la *pareja 1*, revelan que *Int* concurre en mayor frecuencia con *Ver* (frecuencia 7 de 15), con un tiempo total de 10 s,

en cambio, concurre más tiempo con el estadio *Ana* (18 s de 43 s totales y frecuencia 2 de 15) representado cerca del 42% del tiempo de influencia. La concurrencia con *Exp*, en frecuencia es 4 y en tiempo 11 s, mientras que la concurrencia con *Obs* es en frecuencia 2, y en tiempo 4 s. No hay concurrencia con los estadios *Lec*, *Pla*, *Imp* y *Con*.

Respecto de *Int1* (frecuencia 7 y tiempo total 28 s), el tipo de influencia con mayor duración, recae fundamentalmente sobre *A3*. Y, más de la mitad del tiempo, *Int1* concurre con *Ana* (15 s de 28 s, 35% del tiempo total de *Int1*). El resto de concurrencia de *Int1* se produce con *Exp*, con una frecuencia de 2 (1 para cada estudiante) y tiempo 7 s (3 s con *A3* y 4 s con *A4*), con *Ver*, con una frecuencia de 2 y tiempo 2 s (con *A3*), y con *Obs*, con una frecuencia de 1 y tiempo 4 s (con *A3*). Respecto de *Int3* (frecuencia 5, tiempo total 9 s), representando el 21% del tiempo total de influencia. *Int3* concurre con igual duración, 3 s, y frecuencia 1, 1 y 2 con *Ana*, *Exp* y *Ver* respetivamente. De esta, la concurrencia con *Exp* se corresponde con *A3*, la concurrencia con *Ana*, se corresponde con *A4*, y la concurrencia con *Ver* es con *A3* (frecuencia 1 y duración 1 s) y *A4* (frecuencia 2 y duración 2 s). *Int4* e *Int5* concurren solo con *Ver* y para *A4*, con una frecuencia de 1 y duración 3 s y, frecuencia 1 y duración 2 s respectivamente.

Los valores reflejan como la interactividad influye principalmente sobre el estadio de *Ana* representando el 42% del tiempo de influencia. Por otro lado, la pareja, y en particular *A4*, recibe mayor frecuencia de influencia asociada a acciones de control y verificación del proceso de resolución. *Int* concurre con mayor frecuencia con *Ver*. Ello es coherente con los valores obtenidos respecto de la influencia de *A3*, la cual recae fundamentalmente sobre *Ana* y *Exp*. Es decir, *A3* lleva el peso de las acciones en la resolución y *A4* realiza más acciones de control sobre dicho proceso. Además, como la influencia ocurre fundamentalmente mientras que realizan acciones con los *applets*, esto lleva a pensar que mientras la pareja interactúa con la i-actividad los estudiantes creen haber detectado información relevante para la resolución del problema, o haber alcanzado una mejor comprensión del problema, incorporando dicha influencia con cierta impulsividad.

En cuanto a la coocurrencia del criterio interactividad con el criterio página (Tabla Anexo XIII-67, Tabla Anexo XIII-68 y Tabla Anexo XIII-69; Anexo XIII, p. 26, p. 27 y p. 27 respectivamente), la mayoría concurre cuando visualizan la página 3 (26 s de 43 s), siendo concurrente sobre la página 5 en 10 s y sobre la página 6 en 7 s. Por otro lado, el 80% de la influencia de A3 concurre con la página 3 (23 s), el 14% sobre la página 6 y el 6% sobre la página 5. Respecto de A4, el 58% (8 s) recae sobre la página 5 y el 21%, por igual, sobre las páginas 3 y 6 (3 s en cada una de ellas).

Los valores obtenidos apuntan a que para A3, la influencia de la interactividad con el *applet* 1 ha sido importante. Nótese que A3 es quien diseña el plan de resolución y globalmente dirige el proceso. En secciones anteriores los indicios sugieren que el *applet* 3 presenta mayor dificultad y, la información obtenida ahora indica que es la interactividad con el *applet* 1 la de mayor influencia en el proceso de resolución. Los otros dos *applets* presentan valores similares en cuanto a influencia. A pesar de ello, como mostraré más adelante, es la interactividad con el *applet* 2 la que otorga a los estudiantes la estrategia heurística necesaria para resolver el problema.

En cuanto a la coocurrencia del criterio interactividad con el criterio ratón (Tabla Anexo XIII-64, Tabla Anexo XIII-65 y Tabla Anexo XIII-66; Anexo XIII, p. 25, p. 26 y p. 26 respectivamente). Para el estudiante A3, la influencia concurre mientras maneja el ratón, *Int1* (frecuencia 2 y 21 s), o justamente después de manejarlo, *Int3* (frecuencia 1 y 3 s). Las demás concurrencias para A3 son producidas mientras no maneja el ratón, siendo concurrente con *Int1*, *Int3* e *Int4*, con frecuencia 1 y tiempo 3 s, 1 s y 1 s respectivamente. Para el estudiante A4, la influencia concurre cuando no maneja el ratón (10 s), bien justamente después de una acción, *Int3* (frecuencia 3 y 5 s) e *Int4* (frecuencia 1 y 3 s), o transcurrido cierto tiempo tras la acción, *Int5* (frecuencia 1 y 2 s). La demás influencia concurre mientras el estudiante A4 maneja el ratón, *Int1* (frecuencia 1 y 4 s). En total, para la pareja, el 65% de la influencia concurre con el manejo del ratón, (28 s de 43 s), y asciende al 86% si considero además la influencia que concurre justo después de usar el ratón.

Los valores reflejan que la influencia de la interactividad concurre mientras o justo después de realizar acciones con el ratón. Ello indica que para la pareja, la interactividad ha influye instantáneamente, poniendo en liza la información proporcionada por la

influencia justo a continuación. Además, que dicha influencia también lo haga sobre *A4*, índice en la apuesta por este estudiante respecto del mantenimiento del ECP.

En cuanto a la coocurrencia del criterio interactividad con el criterio arrastre (Tabla Anexo XIII-61, Tabla Anexo XIII-62 y Tabla Anexo XIII-63; Anexo XIII, p. 24, p. 25 y p. 25 respectivamente). La pareja, en el 65% del tiempo recibe influencia de la interactividad mientras no se produce ningún arrastre (28 s), el 25% (11 s) concurre con *Gui* y el 10% concurre con *Err*. De las concurrencias con *Gui*, la influencia se produce sobre *A3* (10 s), mientras que las concurrencias con *Err* lo son sobre *A4* (4 s).

Los valores indican en los análisis previos, solo resaltar que el porcentaje elevado de influencia producida tras la realización de un arrastre.

V.3.3. Trabajo colaborativo

A continuación centro la atención en abordar el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante la resolución del problema. La Tabla Anexo XIII-20 (Anexo XIII, p. 6) refleja el tiempo y frecuencia del trabajo en paralelo y cooperativo de los estudiantes *A3* y *A4*.

Los datos revelan que hay un total de 100 intervalos o periodos de trabajo cooperativo (suma de los valores de la diagonal de la tabla), de un total de 416 intervalos de concurrencias entre estadios (aproximadamente el 24%). La duración total de los 100 periodos asciende a 323 s, representando aproximadamente el 20% del tiempo total (1631 s). Si no considero cuando los dos estudiantes observan la pantalla del ordenador, o mantienen una conversación entre ellos, el total de intervalos de trabajo cooperativo es de 70, con un tiempo de 237 s, representando el 15% del tiempo total (1545 s).

- Respecto del estadio *Lec*: el tiempo de trabajo cooperativo en *Lec* es 118 s, representando el 45% y el 75% del tiempo total del estadio *Lec* para *A3* y *A4* (263 s y 158 s respectivamente). Si no considero la concurrencia *Lec*↔*Obs* para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Lec* representa el 76% para *A3* y el 90% para *A4*. Es decir, *A3* realiza cooperativamente casi tres cuartos de sus las acciones relacionadas con *Lec* y *A2* la gran mayoría.

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Lec* para ambos estudiantes supone en frecuencia el 16% (99 intervalos, 62 si fijo *A3Lec* y 37 si fijo *A4Lec*) del total (632⁸⁵), y en tiempo el 16% (421 s, 263 s si fijo *A3Lec* y 158 s si fijo *A4Lec*) del total (2616⁸⁶ s). Destacan los 24 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A3* está realizando procesos de *Lec* y *A4* procesos de *Obs*, con un tiempo de 107 s ($\text{Tiempo}(A3Lec \cap A4Obs) = 107 \text{ s}$), y viceversa, los 10 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A4* está realizando procesos de *Lec* y *A3* procesos de *Obs*, con un tiempo de 27 s ($\text{Tiempo}(A3Obs \cap A4Lec) = 27 \text{ s}$). Tras ello, destaca también los 3 intervalos de $A3Lec \cap A4Ana$, con un tiempo de 12 s.

- Respecto del estadio *Ana*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* es 42 s, representando el 11% y el 42% del tiempo total del estadio *Ana* para *A3* y *A4* (283 s y 164 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ana \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* representa el 57% para *A3* y el 68% para *A4*. Es decir, *A3* realiza cooperativamente algo más de la mitad de sus las acciones relacionadas con *Ana* y *A4* algo más de dos tercios.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Ana* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 10% (64 intervalos, 22 si fijo *A3Ana* y 42 si fijo *A4Ana*) del total (632), y en tiempo el 18% (463 s, 341 s si fijo *A3Ana* y 122 s si fijo *A4Ana*) del total (2616 s). Destacan los 2 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A4* está realizando procesos de *Obs* y *A3* procesos de *Ana*, con un tiempo de 310 s ($\text{Tiempo}(A3Ana \cap A4Obs) = 47 \text{ s}$), y viceversa, los 31 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A3* está realizando procesos de *Obs* y *A4* procesos de *Ana*, con un tiempo de 102 s ($\text{Tiempo}(A3Obs \cap A4Ana) = 102 \text{ s}$). Así como los 8 intervalos de $A3Ver \cap A4Ana$, con un tiempo de 8 s, y viceversa, los 14 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A4* está realizando procesos de *Ver* y *A3* procesos de *Ana*, con un tiempo de 20 s.

⁸⁵ La frecuencia total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la frecuencia total y la frecuencia total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $399 - 116 = 283$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $283 \times 2 = 566$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

⁸⁶ El tiempo total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la duración total y la duración total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $1632 - 412 = 1220$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $1220 \times 2 = 2440$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

El trabajo cooperativo en *Ana* refleja el esfuerzo, especialmente por parte de *A4*, de crear y mantener el ECP, reafirmando el resultado obtenido previamente, el cual afirma que la pareja ejerce control sobre su progreso, con una visión coordinada de acciones independientes. Esto está reflejado, por un lado, en el porcentaje de trabajo cooperativo en *Ana* por parte de *A4*, y por el otro, en los 3 intervalos en los que *A4* observa y escucha, y los 14 intervalos en los que *A4* monitorea las acciones de *A3* relacionadas con *Ana*, invirtiendo en ello 310 s y 20 s respectivamente. Además, este esfuerzo en mantener el ECP es compartido por *A3*, indicadores de ello son los 31 intervalos en los que *A3* observa y escucha, y los 8 intervalos en los que *A3* monitorea las acciones de *A4* relacionadas con *Ana*, invirtiendo en ello 102 s y 8 s respectivamente.

- Respecto del estadio *Exp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* es 19 s, representando el 14% y el 19% del tiempo total del estadio *Exp* para *A3* y *A4* (138 s y 98 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Exp \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* representa el 53% para *A3* y el 65% para *A4*. Es decir, *A3* realiza cooperativamente la mitad de sus las acciones relacionadas con *Exp* y *A4* casi dos tercios.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Exp* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 6% (40 intervalos, 24 si fijo *A3Exp* y 16 si fijo *A4Exp*) del total (632), y en tiempo el 7% (198 s, 119 s si fijo *A3Exp* y 79 s si fijo *A4Exp*) del total (2616 s). Destacan los 17 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A4* está realizando procesos de *Obs* y *A3* procesos de *Exp*, con un tiempo de 95 s ($Tiempo(A3Exp \cap A4Obs) = 95 s$), y viceversa, los 10 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A3* está realizando procesos de *Obs* y *A4* procesos de *Exp*, con un tiempo de 69 s ($Tiempo(A3Obs \cap A4Exp) = 69 s$). Así como los 4 intervalos de $A3Ver \cap A4Exp$, con un tiempo de 8 s, y viceversa, los 6 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A4* está realizando procesos de *Ver* y *A3* procesos de *Exp*, con un tiempo de 18 s.

El tiempo invertido en el trabajo cooperativo en *Exp* es relativamente pequeño, aun así, los datos del trabajo cooperativo junto con los relativos al trabajo en paralelo reflejan cierto esfuerzo por parte de *A4* de crear y mantener el ECP, siguiendo y controlando el proceder de *A3*. Así, casi dos tercios de las acciones de *Exp* por parte de *A4* son de trabajo en paralelo; en 17 intervalos *A4* observa y escucha las acciones de

exploración de *A3*, con una duración total de 95 s. Además, este esfuerzo es acompañado por *A3*, quien realiza casi la mitad de las acciones relacionadas con *Exp* de forma cooperativa.

- Respecto del estadio *Pla*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Pla* es de solo 5 s, representando el 5% y el 23% del tiempo total del estadio *Pla* para *A3* y *A4* (94 s y 22 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Pla \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Pla* representa el 28% para *A3* y el 71% para *A4*. Es decir, *A3* realiza cooperativamente un tercio de las acciones relacionadas con *Pla* y *A4* algo más de dos tercios.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Pla* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 4% (26 intervalos, 17 si fijo *A3Pla* y 9 si fijo *A4Pla*) del total (632), y en tiempo el 4% (106 s, 89 s si fijo *A3Pla* y 17 s si fijo *A4Pla*) del total (2616 s). Destacan los 13 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A4* está realizando procesos de *Obs* y *A3* procesos de *Pla*, con un tiempo de 76 s ($Tiempo(A3Pla \cap A4Obs) = 76 s$), y viceversa, los 7 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A3* está realizando procesos de *Obs* y *A4* procesos de *Pla*, con un tiempo de 15 s ($Tiempo(A3Obs \cap A4Pla) = 15 s$). Así como los 2 intervalos de $A3Ver \cap A4Pla$, con un tiempo de 2 s, y viceversa, los 3 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A4* está realizando procesos de *Ver* y *A3* procesos de *Pla*, con un tiempo de 6 s. Además, también destaco los 7 s en los que *A3* está realizando procesos de *Pla* y *A4* está en *Con*.

Hasta ahora, los datos van reflejando como es *A3* quien dirige el proceso de resolución, de ello ofrece indicios los porcentajes del tiempo que utiliza en el trabajo cooperativo *A3*. En relación a la planificación del proceso de resolución, los datos indican como claramente es *A3* quien lo formula y establece, donde el papel de *A4* es casi de observador. Aun así, *A4* también participa en la planificación (los 5 segundos de trabajo cooperativo y los 8 en los que *A3* observa y escucha las acciones de planificación de *A4*). En este sentido, dichas relaciones implican compromiso de ambos por crear y mantener el ECP. Además, *A4* lleva a cabo acciones de control y de control sobre el funcionamiento de la i-actividad.

- Respecto del estadio *Imp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Imp* es 36 s, representando el 36% y el 70% del tiempo total del estadio *Imp* para *A3* y *A4* (101 s y

52 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Imp \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en Imp representa el 80% para $A3$ y el 99% para $A4$. Es decir, $A3$ realiza cooperativamente algo más de tres cuartos de sus las acciones relacionadas con Imp y $A4$ las realiza casi todas.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado Imp para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 3% (20 intervalos, 14 si fijo $A3Imp$ y 6 si fijo $A4Imp$) del total (229), y en tiempo el 3% (81 s, 65 s si fijo $A3Imp$ y 16 s si fijo $A4Imp$) del total (2616 s). Destacan los 10 intervalos de trabajo en paralelo en las que $A3$ está realizando procesos de Imp y $A4$ procesos de Obs , con un tiempo de 55 s, y viceversa, los 5 intervalos en los que $A4$ está realizando procesos de Imp y $A3$ procesos de Obs , con un tiempo de 15 s. Y los 4 intervalos de trabajo en paralelo en las que $A3$ está realizando procesos de Imp y $A4$ procesos de Ver , con un tiempo de 10 s.

El trabajo cooperativo en Imp refleja claramente ambos estudiantes están implicados en el proceso de resolución. Además, nuevamente los valores indican que $A3$ dirige el proceso mientras que $A4$ realiza más acciones de control y monitoreo. De ello ofrece indicios los valores obtenidos de $A3Imp \cap A4Obs$ y $A3Imp \cap A4Ver$.

- Respecto del estadio Ver : El tiempo de trabajo cooperativo en Ver es 16 s, representando el 10% y el 8% del tiempo total del estadio Ver para $A3$ y $A4$ (159 s y 199 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ver \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en Ver representa el 43% para $A3$ y el 18% para $A4$. Es decir, $A3$ realiza cooperativamente casi la mitad de sus las acciones relacionadas con Ver y $A4$ casi un quinto.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado Ver para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 21% (136 intervalos, 60 si fijo $A3Ver$ y 76 si fijo $A4Ver$) del total (632), y en tiempo el 12% (326 s, 143 s si fijo $A3Ver$ y 183 s si fijo $A4Ver$) del total (2616 s). $A3Ver$ presenta concurrencias con $A4Lec$, $A4Ana$, $A4Exp$, $A4Pla$, $A4Imp$ y $A4Obs$. De estas, destacan las concurrencias de $A3Ver$ con $A4Ana$, $A4Exp$ y $A4Obs$, con frecuencia y tiempo (8, 8 s), (4, 8 s) y (44, 122 s) respectivamente. Por otro lado, $A4Ver$ presenta concurrencias con $A3Lec$, $A3Ana$, $A3Exp$, $A3Pla$, $A3Imp$ y $A3Obs$. De estas, destacan las concurrencias de $A4Ver$ con $A3Ana$, $A3Exp$, $A3Imp$ y $A3Obs$, con frecuencia y tiempo (14, 20 s), (6, 18 s), (4, 10 s) y (46, 111 s) respectivamente.

El trabajo cooperativo y en paralelo en *Ver* refleja el esfuerzo compartido de los estudiantes por controlar y monitorizar su progreso. Nótese que aunque los valores para *Ver* respecto del trabajo cooperativo es relativamente pequeño, el tiempo invertido en el trabajo en paralelo es relativamente similar para ambos estudiantes, dándose el hecho de que *Ver* en ambos estudiantes es concurrente con los demás estadios salvo con *Con*. Todo ello reafirma que es *A4* quien adquiere en mayor medida el rol de supervisor del proceso de resolución. Ello también es reflejado debido a que *A4* presenta concurrencias con casi todos los estadios, y con valores en tiempo superiores a las mismas ocurrencias pero para el estudiante *A3*. O lo que es lo mismo, durante todo el proceso, *A4* lleva más del control del progreso en la resolución del problema, especialmente en los estadios que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Ana*, *Exp* y *Ver*). Al igual que señalo anteriormente, la pareja realiza un esfuerzo por mantener el ECP.

- Respecto del estadio *Con*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Con* no es significativo, solo 1 s. Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Con* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 5% (30 intervalos, 13 si fijo *A3Con* y 17 si fijo *A4Con*) del total (632), y en tiempo el 3% (86 s, 31 s si fijo *A3Con* y 55 s si fijo *A4Con*) del total (2616 s). Destaca como *A3Con* solo presenta concurrencia con *A4Obs* (frecuencia 13, duración 31 s), mientras que *A4Con* presenta concurrencias con *A3Lec*, *A3Ana*, *A3Pla* y *A3Obs*, con frecuencia y tiempo (4, 7 s), (3, 5 s), (1, 7 s) y (18, 36 s).

El tiempo de trabajo cooperativo en *Con* es casi cero, y por tanto, poco más puedo decir. Aun así, el hecho de que el trabajo en paralelo, para *A3Con*, recaiga casi todo sobre *A4Obs*, refleja el hecho de que efectivamente, *A3* lleva el peso de las acciones en la resolución. Por otro lado, la concurrencia de *A4Con* con *A3Lec* y *A3Ana* refleja como la i-actividad ha generado dudas (concurrencia con lectura) y ha propiciado acciones de análisis del problema.

- Respecto del estadio *Obs*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Obs* es 86 s, representando el 28% y el 54% del tiempo total del estadio *Obs* para *A3* y *A4* (461 s y 882 s respectivamente).

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Obs* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 40% (250 intervalos, 127 si fijo *A3Obs* y 123 si fijo *A4Obs*) del total (632), y en tiempo el 44% (1171 s, 375 s si fijo *A3Obs* y 796 s si fijo *A4Obs*) del

total (2616 s). Las concurrencias con los otros estadios han sido descritas en las secciones previas, solo volver a destacar los valores obtenidos para *A3Obs* con *A4Ana*, *A4Exp* y *A4Ver*, con frecuencia y tiempo (31, 102 s), (10, 69 s) y (46, 11 s) respectivamente. Y los valores obtenidos para *A4Obs* con *A3Lec*, *A3Ana*, *A3Exp*, *A3Ver*, con frecuencia y tiempo (24, 107), (2, 310 s), (17, 95 s) y (4, 122 s). Los datos indican que es *A3* quien asume el papel de controlador, y *A4* no es un sujeto pasivo (concorre con cualquier otro estadio de *A3*). Claramente, *A4* está más tiempo y en más ocasiones observando y escuchando al estudiante *A3*, lo que incide en que efectivamente *A3* lleva el peso de las acciones en la resolución.

En cuanto a las traslaciones de ejecución, la Tabla Anexo XIII-21 (Anexo XIII, p. 21) refleja los valores y casuística de cada tipo de traslación.

Los valores obtenidos reflejan un total de 293 traslaciones de ejecución, de estas, 142 son traslaciones del estudiante *A3*, 151 de *A4* y 1 traslación mutua. De las traslaciones de ejecución, en 68 ocasiones *A3* o *A4* mantienen su estadio. Dichas traslaciones generan entonces periodos de trabajo cooperativo. Así, de los 100 periodos de trabajo cooperativo registrados, 68 provienen de traslaciones de ejecución. Por otro lado, solo hay una traslación mutua.

De las 142 traslaciones de ejecución para *A3*;

(a) *A4* mantiene su estadio en 23 ocasiones. Es decir, existen 23 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de *A4*, en los que *A3* intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de *A4*. Casi la mitad de estas traslaciones involucran a *Obs* (43%), además, el observable de *A4* también es codificado como *Obs* en 10 ocasiones (7 %).

(b) *A4* no mantiene su estadio en 119 ocasiones. Dichas traslaciones involucran casi todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que *A3* traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 127 (89%), dónde el observable de *A4* también es codificado como *Obs* con una frecuencia de 10. Con una frecuencia de 23, *A3* traslada su estadio a *Ver* (*A3* también controla y valida las observaciones realizadas por *A4*); y con una frecuencia de 21, *A3* traslada su estadio a *Ana* (*A3* continúa con las acciones realizadas por *A4*). Por último,

traslada su estadio a *Lec*, con frecuencia 5; a *Exp*, con frecuencia 2; a *Pla* con frecuencia 5; a *Imp* con frecuencia 3; y a *Con* con frecuencia 4.

Respecto de las 151 traslaciones de ejecución para *A4*;

(a) *A3* mantiene su estadio en 45 ocasiones. Es decir, existen 45 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de *A3*, en los que *A4* intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de *A3*. La mayoría de estas traslaciones involucran a *Obs* (frecuencia 43), además, el observable de *A4* también es codificado como *Obs* en 10 ocasiones.

(b) *A3* no mantiene su estadio en 106 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que *A4* traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 78, dónde el observable de *A3* también es codificado como *Obs* en 15 ocasiones; con una frecuencia de 21, *A4* traslada su estadio a *Ver* (*A4* también controla y valida las observaciones realizadas por *A3*); con una frecuencia de 24 y *A4* traslada su estadio a *Ana* (*A4* continúa con las acciones realizadas por *A3*). Por último, traslada su estadio a *Lec*, con frecuencia 6; a *Exp*, con frecuencia 7; a *Pla* con frecuencia 3; a *Imp* con frecuencia 2; y no traslada su estadio a *Con*.

Los datos reflejan como es *A3* lleva el peso en las acciones en el proceso de resolución. Prueba de ello es que el 89% (127 de 142) de las traslaciones para *A3* involucran a *Obs*. Por otro lado, los valores reflejan como *A4* no es un compañero pasivo en el proceso de resolución. Esto es así dado que las frecuencias de traslación de ejecución para *A4*, cuando *A3* mantiene su estadio, indica que *A4* colabora en los procesos de análisis y verificación que propone *A3*. Además, los datos también reflejan como *A4* no solo ejerce de revisor del proceso de resolución, sino que también que *A3* suma esfuerzos al control del progreso que realiza *A4*. En la creación y mantenimiento del ECP de la pareja *A4* forma parte activa.

V.3.4. Resultados

El análisis efectuado permite obtener un conjunto de resultados relativos al proceso de resolución llevado a cabo por los estudiantes. En esta ocasión, y con objeto de responder a los objetivos de investigación aun abiertos, centro la atención en los siguientes aspectos: (a) las relaciones entre los estadios en el proceso de resolución, (b) el tránsito entre ellos, (c) el trabajo colaborativo puesto en juego y, (c) la influencia de la interactividad. Dado que estos aspectos están interrelacionados, presento un discurso que los aborda integralmente, agrupados en evidencias de distintos resultados relacionados con el proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. Codifico utilizando el siguiente juego de códigos $P_i/R_j/E_k$, donde i indica número de pareja, j indica, en orden ascendente, el número de resultado, y k indica, en orden ascendente, el número de evidencia.

Pareja 2 / Resultado 1 (P2/R1)

La pareja 2 ejerce un control continuo sobre su progreso, con acciones independientes coordinadas que confluyen en el objetivo común de resolver el problema.

Evidencias:

-Pareja 2 / Resultado 1 / Evidencia 1 (P2/R1/E1). El estadio *Ver* es el segundo estadio en frecuencia, y el cuarto cerca del tercero en duración para la pareja, con valores globales algo mayores para *A4* que para *A3* (según las estadísticas básicas). Aunque los valores de *Ver* para *A4* pueden indicar que el peso del control y monitoreo recae sobre este estudiante, *A3* también presenta unos valores relativamente elevados. La concurrencia de *Ver* con las distintas páginas indica que ambos estudiantes realizan acciones de control y monitoreo, produciéndose mayor intensidad de acciones asociadas a *Ver* en aquellas páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo. *A4* emplea más tiempo en *Ver* que *A3* en todas las páginas salvo en *Pag5*, aun así, en *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*, los valores de tiempo y frecuencia para ambos estudiantes son similares.

-Pareja 2 / Resultado 1 / Evidencia 2 (P2/R1/E2). La utilización del ratón en tareas de *Ana* y *Ver*, y el tiempo que la pareja invierte en realizar arrastres *Gui* respecto de arrastres *Exp*.

-Pareja 2 / Resultado 1 / Evidencia 3 (P2/R1/E3). Los valores del estadio *Obs* y la existencia de probabilidad de transición de *Obs* a *Ver* superior a 0,2, para *A3*, *A4* y la pareja, la existencia de la cadena significativa diádica *Ver*→*Imp* para *A3*, y de las cadenas triádicas que involucran a *Obs* y a *Ver* para *A3*, *A4* y la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 1 / Evidencia 4 (P2/R1/E4). Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, siendo la de mayor frecuencia y por el hecho de que *Int4* e *Int5* solo concurren con *Ver*.

-Pareja 2 / Resultado 1 / Evidencia 5 (P2/R1/E5). Los valores del trabajo cooperativo y en paralelo en *Ana*, especialmente por *A4*, y por los valores similares del trabajo cooperativo en *Ver* para *A3* y *A4*.

Pareja 2 / Resultado 2 (P2/R2)

A lo largo del proceso de resolución, los estudiantes intercambian roles. Ello conlleva la necesidad de una coordinación adecuada de las acciones independientes, de tal forma que permita a la pareja abordar la resolución del problema con más garantías de éxito. Aun así, desde una visión global del proceso de resolución, puedo detectar cierta constancia en la asunción de roles por parte de los estudiantes. Así, a continuación, desarrollo los distintos roles principales asumidos por cada estudiante y presento las evidencias correspondientes.

- *A3* lleva el peso de las actividades en el proceso de resolución a través de la realización de acciones más experimentales, analíticas, de planificación y de implementación.

Evidencias:

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 1 (P2/R2/E1). Los valores obtenidos por *A3* en las estadísticas básicas en los estadios *Lec*, *Ana*, *Exp*, *Pla* e *Imp*, especialmente del estadio *Ana* en las páginas 3 y 6; del estadio *Exp* en *Pag3* y *Pag6*; del estadio *Pla* en *Pag4* y *Pag5*; y del estadio *Imp* en *Pag5* y *Pag6*. Cuando no considero el estadio *Obs*, *A4* presenta similar porcentaje en relación a *Lec*, *Exp*, *Pla*, *Imp* y *Con* (intercambio de roles en determinados momentos). Los valores de concurrencia entre el criterio resolución de problemas y el criterio página indican que *A4* asume el rol de dirección del proceso

inicialmente (*Pag1*), asumiéndolo parcialmente otra vez durante la visualización de *Pag5* y *Pag6*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 2 (P2/R2/E2). Los valores obtenidos por *A3* en el manejo del ratón y la realización de arrastres con los *applets*. Este estudiante presenta menor frecuencia de manejo del ratón, pero dobla en tiempo a *A4*; además, prácticamente es quien que realiza los arrastres (todos los *Gui* y la mayoría de los *Err*). El hecho de que *A4* presente mayor frecuencia en el manejo del ratón y que también realice arrastres indica intercambio de roles.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 3 (P2/R2/E3). La influencia de la interactividad recae sobre ambos estudiantes, doblando en duración la influencia sobre *A3* respecto de *A4*. Sobre *A3* recae fundamentalmente la influencia tipo *Int1* y en concurrencia con los estadios *Ana* y *Exp*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 4 (P2/R2/E4). La existencia de la cadena significativa *Lec*→*Ana* y *Ver*→*Imp*, los valores de probabilidad de tránsito entre *Lec* y *Ana*, y entre *Obs* y *Ana*, y el modo de proceder prudente de *A3* que es asumida por la pareja. Además, la cadena *Lec*→*Ana* es significativa también para la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 5 (P2/R2/E5). La existencia de relaciones de inhibición en las componentes retrospectiva y prospectiva entre los estadios *Ana* y *Exp* para *A4* y la pareja 2; Y de activación entre *Pla* e *Imp* en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva para *A3*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 6 (P2/R2/E6). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Ana*, y en paralelo entre los estadios *A3Ana* y *A4Ver*; los valores para el trabajo cooperativo en *Imp*, y en paralelo entre los estadios *A3Imp* y *A4Ver*; los valores obtenidos por el trabajo en paralelo entre *A3* y *A4*, fijado *A4Obs*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 7 (P2/R2/E7). Las frecuencias de traslación de ejecución para *A4*, cuando *A3* mantiene su estadio, indica que *A4* colabora en los procesos de exploración y análisis del problema que propone *A3*. *A4* no es un estudiante pasivo en relación a la exploración y análisis del problema.

- *A4* lleva a cabo más acciones de control y monitoreo, y de observación y escucha.

Evidencias:

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 8 (P2/R2/E8). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas de los estadios *Obs* y *Ver* para *A4*, especialmente los obtenidos en el estadio *Ver*, en la página 6, y en el estadio *Obs* en las páginas 3, 5 y 6.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 9 (P2/R2/E9). Los valores obtenidos en el manejo del ratón, en la realización de arrastres con los *applets*, y en la concurrencia entre el criterio arrastre y el criterio resolución de problemas para *A4*, especialmente con el estadio *Obs* y *Ver*. El estudiante *A3* es también activo en relación a las acciones de control y monitoreo a través de los arrastres *Err* realizados por *A4*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 10 (P2/R2/E10). Los valores de concurrencia entre el criterio interactividad y el estadio *Ver*. *A4* recibe más influencia asociada a acciones de control y verificación del proceso de resolución.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 11 (P2/R2/E11). La probabilidad de transición entre *Lec* y *Ana*, entre *Obs* y *Ver*, entre *Obs* y *Ver*, y entre *Con* y *Lec*, junto con la existencia de la cadena estadios significativa *Lec*→*Ana*, para la pareja; la existencia de las cadenas diádica *Con*→*Obs*, y las cadenas triádicas de estadios significativas con estadio central *Obs* para *A4* con estadio inicial *Ver* y estadios finales *Ana*, *Imp* y *Con*, y con estadio inicial *Ana* y estadio final *Ver*. Siendo además, estas dos últimas también significativas para la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 12 (P2/R2/E12). La existencia de relaciones de activación en la componente prospectiva entre *Exp* y *Ver*, entre *Ver* y *Imp*, y entre *Imp* y *Con* para *A4* y la pareja. Y la relación de inhibición mutua entre *Ana* y *Ver*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 13 (P2/R2/E13) Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Imp*, *Ana* y *Ver*, y especialmente por los valores del trabajo en paralelo entre *A3Ana*, *A3Exp*, *A3Imp*, *A3Ver* y *A4Ver*; y entre los estadios de resolución de problemas de *A3* y *A4Obs*.

-Pareja 2 / Resultado 2 / Evidencia 14 (P2/R2/E14). Las frecuencias de traslación de ejecución para *A4*, cuando *A3* mantiene su estadio, generan periodos de trabajo cooperativo en los que *A4* suma esfuerzos a las acciones de implementación, de monitoreo y de exploración del problema.

Pareja 2 / Resultado 3 (P2/R3)

Por lo general, los estudiantes presentan un modo de proceder durante la resolución de problemas “prudente”, y en ocasiones puntuales, con cierta impulsividad.

Evidencias:

Respecto de la prudencia

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 1 (P2/R3/E1). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas y concurrencias del estadio *Obs* y *Ver* para *A3*, *A4* y la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 2 (P2/R3/E2). Los valores de probabilidad del estadio *Obs* cuando este es considerado como estadio siguiente en los gráficos de transición para *A3*, *A4* y la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 3 (P2/R3/E3). La existencia de cadenas triádicas de estadios significativos con estadio central *Obs*, así como con estadio inicial y final *Obs*, para *A3*, *A4* y la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 4 (P2/R3/E4). Los valores obtenidos en relación al trabajo cooperativo y el tiempo de trabajo en paralelo para el estadio *Ver*, sin considerar *Obs* ni *Con*. La pareja, fijado *Ver* está un total del 12% del tiempo trabajando cooperativamente, el resto, uno controla y monitorea el trabajo o acción de su pareja en similar duración.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 5 (P2/R3/E5). El hecho de que el 82% de las traslaciones totales involucren a *Obs*, *Ver* o ambos.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 6 (P2/R3/E6). De los valores de probabilidad obtenidos entre *Obs* a *Ver*, junto con la existencia de las cadenas triádicas con estadio final *Ver*, y las cadenas $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Con$ y $Obs \rightarrow Ver \rightarrow Obs$ para la pareja.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 7 (P2/R3/E7). La existencia de la cadena diádica *Lec*→*Ana*, los valores de probabilidad obtenidos de *Lec* a *Obs*, y de *Obs* a *Ana*, indican que la pareja intenta disponer de una comprensión profunda del problema. Además, la cadena triádica *Con*→*Obs*→*Lec* apunta a que la pareja intenta disponer también de una mejor comprensión del significado de la interactividad y el funcionamiento de los *applets*.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 8 (P1/R3/E8). La relación de autoactivación de *Ana*, *Exp* y *Obs*; de activación entre *Lec* y *Con*, para *A3*, *A4* y la pareja; de inhibición entre *Exp* y *Ana*; de activación entre *Imp* y *Con*, y entre *Ver* e *Imp*, en la componente prospectiva para *A4* y la pareja; y de activación en la componente prospectiva entre *Exp* y *Ver* para *A4*.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 9 (P1/R3/E9). La frecuencia de concurrencia entre *Int* y *Ver*.

Respecto de la impulsividad y la desorientación.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 10 (P2/R3/E10). Los valores de concurrencia entre el criterio resolución de problemas y el criterio página en *Pag1*.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 11 (P2/R3/E11). Los valores de concurrencia entre *Err* y *Exp*.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 12 (P2/R3/E12). La existencia de la relación de activación en la componente prospectiva entre *Lec* e *Imp*, entre *Lec* y *Exp* y la de inhibición entre *Lec* y *Ana* para *A4*.

-Pareja 2 / Resultado 3 / Evidencia 13 (P2/R3/E13). La influencia de la interactividad que concurre durante la interacción con los *applets* es una influencia mayoritariamente instantánea.

Pareja 2 / Resultado 4 (P2/R4)

Durante el proceso de resolución, ambos estudiantes intentan crear y mantener un Espacio Compartido del Problema (ECP).

Evidencias:

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 1 (P2/R4/E1). La asunción de roles, más o menos definidos a lo largo del proceso de resolución, en los que ningún estudiante es pasivo.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 2 (P2/R4/E2). Los valores de las estadísticas básicas del criterio páginas, y los valores de concurrencia entre los criterios página y resolución de problemas. No hay transiciones “hacia abajo”, es decir, la pareja avanza por las páginas sin volver sobre sus pasos. No hay obstáculos asociados a la comprensión de los enunciados y preguntas de las distintas páginas. Las concurrencias informan acerca de la asunción e intercambio de roles. Los valores de concurrencia de las páginas con *Obs* y *Ver* fundamentalmente.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 3 (P2/R4/E3). Los valores de las estadísticas básicas del criterio ratón y del criterio arrastre, y de concurrencia de estos criterios con el criterio resolución de problemas. Ambos estudiantes son activos, manejando el ratón y realizando arrastres. Aunque predominan las acciones por parte de *A3*, el hecho de que *A4* también participe indica cierto compromiso en la creación y mantenimiento del ECP.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 4 (P2/R4/E4). Los valores del estadio *Pla* y la relación de inhibición mutua entre *Ana* e *Imp*. Las acciones de análisis realizadas por los estudiantes no les permiten establecer directamente un plan de resolución estructurado, de tal forma que puedan llevar a cabo procesos de implementación tras el análisis en la dirección correcta. *A3* presenta un plan, en el que *A4* participa con acciones puntuales de planificación (Ver Gráfico Secuencial). Sobre dicho plan, el estudiante *A3* no presenta dudas (por la relación de activación para *A3* entre *Pla* e *Imp* en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva y la inhibición mutua entre *Pla* y *Exp* para la pareja). *A4* controla la implementación del plan.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 5 (P2/R4/E5). Los valores de las estadísticas básicas de *Obs*, *Ver*, de sus concurrencias con los demás estadios, de los grafos de transición y las cadenas de estadios significativas que involucran a *Obs* y *Ver*. La pareja ejerce control continuo sobre su proceso de resolución, con acciones independientes coordinadas que confluyen en objetivos comunes y comparten la información, tras

realizar alguna acción, observan y escuchan la opinión y/o acciones del compañero. Todo ello refleja el esfuerzo continuado de la pareja en la creación y mantenimiento del ECP.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 6 (P2/R4/E6). La relación de activación en la componente prospectiva e inhibición en la retrospectiva para *A4* entre *Lec* e *Imp*, y de inhibición para *A3* y la pareja en ambas componentes. *A3* contrarresta la “impulsividad de *A4*”, que es asumida por este.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 7 (P2/R4/E7). Los valores de la influencia de la interactividad junto con el hecho de que el 33% de la influencia de la interactividad sea recibida por *A4*, y que esta fundamentalmente sea concurrente con *Ver*. Ello indica la participación activa en el proceso de resolución y el esfuerzo por parte de *A4* por mantener el ECP.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 8 (P2/R4/E8). Los valores obtenidos del trabajo cooperativo para la pareja. Aunque relativamente bajo (solo el 20% del tiempo total del proceso están realizando trabajo cooperativo), los valores de trabajo cooperativo en los distintos estadios reflejan como los esfuerzos de *A4* para crear y mantener el ECP son mayores que los realizados por *A3*.

-Pareja 2 / Resultado 4 / Evidencia 9 (P2/R4/E9). Las traslaciones de ejecución presentan una frecuencia similar para ambos estudiantes. Ello refleja que ambos estudiantes participan en el proceso de creación y mantenimiento del ECP.

Pareja 2 / Resultado 5 (P1/R5)

La interactividad: influye sobre ambos estudiantes, con especial incidencia en *A3*, fomenta el trabajo colaborativo, la aparición de *insight* y la elaboración de un plan de resolución.

Evidencias:

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 1 (P2/R5/E1). En frecuencia, los valores obtenidos de *Int* para ambos estudiantes son similares.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 2 (P2/R5/E2). El 67% de la influencia de la interactividad recae sobre *A3*, así como la realización de todos los *Gui* y la mitad de los *Err*. El hecho de que sobre *A4* recaiga el 33% de la influencia y que este realice la mitad de *Err* indica a su vez que *A4* no es un pasivo.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 3 (P2/R5/E3). El 65% de la influencia es de tipo *Int1*. Es una influencia “instantánea” al arrastre e interacción con los *applets*. Hay cierta impulsividad a la hora de interpretar y asimilar dicha influencia en el proceso de resolución.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 4 (P2/R5/E4). La relación de inhibición entre *Ana* y *Con*, y la inhibición en la componente prospectiva e activación en la retrospectiva de *Exp* con *Con* para *A4*, indican que dicho estudiante necesita interiorizar la influencia de la interactividad para aceptarla e incorporarla al proceso de resolución. Dichas relaciones son trasladadas a nivel de pareja, es más, la relación entre *Exp* y *Con* es de inhibición en ambas perspectivas. La pareja ejerce cierto control sobre la interactividad, motivado por *A4*, reflejando a su vez el interés de este estudiante y de la pareja por crear y mantener el ECP.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 5 (P2/R5/E5). Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, así como los valores de concurrencia entre *Arr* y *Ver*, y entre *Gui* y *Ver*, indican que la pareja no ha realizado un adecuado control y monitoreo de los arrastres. Además, la concurrencia con *Ver* de *Int4* e *Int5* solo es para *A4*. Es decir, *A4* necesita interiorizar la influencia de la interactividad para poder aplicarla a su proceso de resolución.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 6 (P2/R4/E6). Los valores de concurrencia, en duración, de *Int* con *Ana*. La información que los estudiantes extraen de las acciones de análisis no es incorporada al proceso de diseño de un plan de resolución. Mientras la pareja interacciona con la *i*-actividad, creen detectar información relevante para la resolución del problema, alcanzar una mayor comprensión del problema, y/o incorporan dicha influencia con cierta impulsividad.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 7 (P2/R5/E7). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia indican que la interactividad con el *applet* 1 es la más influyente y que la interactividad con el *applet* 3 es la menos influyente. Ello es coherente con el hecho de que dicho *applet* 3 es el que mayor dificultad de comprensión presenta para los estudiantes.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 8 (P2/R5/E8). La interactividad con el *applet* 2 otorga a la pareja la estrategia heurística necesaria para resolver el problema. Un ejemplo es presentado en la Tabla IV-23 (Ver sección IV.3.3.5.3, p. 246). En él refleja la influencia de la interactividad a través del surgimiento de un *insight* relacionado con la cognición, que hace visible la estrategia heurística. Rápidamente esta es reconocida por los estudiantes (*Int1*).

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 9 (P2/R5/E9). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia para el *applet* 1 reflejan dificultades relacionados con la comprensión del funcionamiento de la i-actividad y/o de la información que puede extraerse del mismo. El Extracto-30 muestra como los estudiantes, a raíz de la interactividad con el *applet* 1, desarrollan un plan de resolución inicial, que posteriormente es refinado a raíz de la interacción con el *applet* 2 y la aparición de *insight*.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 10 (P2/R5/E10). La influencia de la interactividad fomenta el trabajo colaborativo y la creación y mantenimiento del ECP. El Extracto-30 presenta como los estudiantes, a través del intercambio y las explicaciones, los estudiantes están construyendo su ECP (fomentado por la interactividad con el *applet* 1).

Extracto 30. Ejemplo influencia interactividad en la pareja 2

A3. Era lo que estábamos diciendo.

A4. Si, lo mismo.

A3. O sea, llevadnos hasta el punto C (Ver Figura V-12).

A4. Um, um, Claro.

A3. Esto va a ser menor que, que esta. En principio, así se ve.

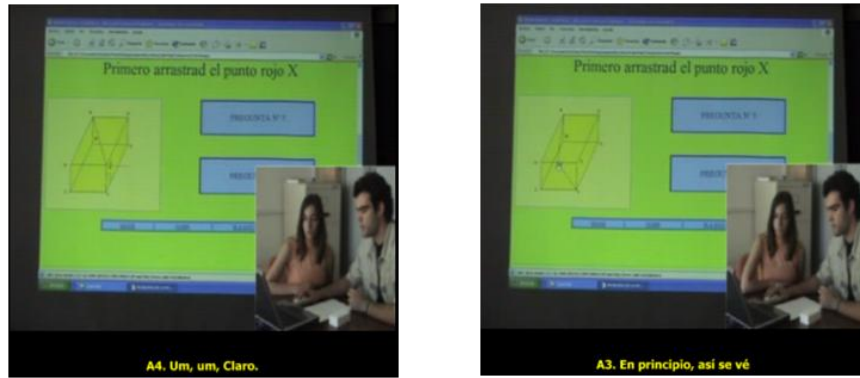


Figura V- 12. Influencia interactividad, pareja 2 (1)

(A3 no ha roto con la idea de trayectoria más corta por las aristas de la pared).

A4. Uummmmmmm. No creo [...], um... no sé yo ¿he?...

(A4 muestra dudas acerca de que la trayectoria por el vértice sea más corta que una trayectoria que pase por la arista BC. A continuación A3 intenta convencerla).

A3. Pues si tenemos un triángulo rectángulo, al hacerlo, en cualquier caso

A4. A bueno claro,..., si,...

A3. Vamos a tener dos triángulos rectángulos, ¿no? el superior...

A4. Sí, sí (Ver Figura V-13).

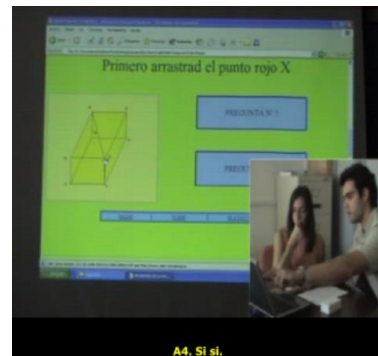


Figura V- 13. Influencia interactividad, pareja 2 (2)

(A4 utiliza gestos deícticos para mostrar la ruta por los vértices).

A3. Y el, y el inferior, es decir el que AB,..., C y BF.

A4. Si.

(A continuación, A3 sugiere un plan de resolución que es admitido por A4)

A3. Dos triángulos rectángulos. Entonces solamente hay que calcular la hipotenusa.

A4. Ya...

A3. La suma de las hipotenusas nos va a dar el,..., la distancia que lleva.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 11 (P2/R5/E11). El estudio de las cadenas de estadios significativas, así como los valores de la influencia de la interactividad y su concurrencia con el criterio resolución de problemas indican que *A4* realiza mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo para la comprensión del funcionamiento y la obtención de información derivada de los arrastres con los distintos *applets*.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 12 (P2/R5/E12). La interactividad fomenta la aparición de *insight*. Un ejemplo es presentado en la Tabla IV-23 (Ver sección IV.3.3.5.3, p. 246). En él muestro un *insight* relacionado con la cognición. En concreto, hace visible la estrategia heurística para resolver el problema mientras interactúan con el *applet* 2. Rápidamente es reconocida por los estudiantes.

-Pareja 2 / Resultado 5 / Evidencia 13 (P2/R5/E13). Los valores del criterio arrastre y la concurrencia de este con el criterio resolución de problemas evidencian como los arrastres son utilizados fundamentalmente para realizar tareas de análisis, siendo mayoritarios los *Gui*.

Pareja 2 / Resultado 6 (P2/R6)

La i-actividad ha constituido un verdadero problema para los estudiantes. A pesar de ello, los estudiantes avanzan sin obstáculos asociados a la comprensión del enunciado del problema, ni de los enunciados imperativos y cuestiones incluidos en las distintas páginas.

Evidencia:

-Pareja 2 / Resultado 6 / Evidencia 1 (P2/R6/E1). Los valores de concurrencia entre el criterio *Pag* y el criterio resolución de problemas.

-Pareja 2 / Resultado 6 / Evidencia 2 (P2/R6/E2). No hay transiciones “hacia abajo” entre las páginas. Ello quiere decir además que tras interactuar los estudiantes con los *applets*, o no disponen de una comprensión adecuada, no obtienen información necesaria para elaborar un plan, o bien, que la información que obtienen es suficiente según su criterio. En este caso, todo parece indicar que es este último supuesto el que sucede. Aun así, los valores de concurrencia en *Pag2* de los estadios *Ana* y *Lec* apuntan a que *A3* no dispone de una comprensión nítida del enunciado del problema de la

hormiga. O, los valores de concurrencia entre los estadios y *Pag4*, indican que a pesar de la influencia de la interactividad con el *applet* 1, la pareja aun no dispone de un plan asentado de resolución.

-Pareja 2 / Resultado 6 / Evidencia 3 (P2/R6/E3). Los valores de la concurrencia entre el criterio páginas y ratón, así como entre arrastre y páginas sugiere que el *applet* 3 requiere mayor esfuerzo cognitivo a los estudiantes, presentando mayor dificultad de comprensión.

-Pareja 2 / Resultado 6 / Evidencia 4 (P2/R6/E4). Los valores de probabilidad de *Con* a *Lec* para *A3*, los valores de transición de *Obs*, el modo de proceder “prudente”, especialmente de *A3* que en cierto modo es trasladado a la pareja; la existencia de la cadena triádica significativa *Con*→*Obs*→*Lec* para la pareja; y las relaciones triádicas obtenidas para *A3* y *A4*. Para los estudiantes, están frente a un problema, no a un mero ejercicio.

-Pareja 2 / Resultado 6 / Evidencia 5 (P2/R6/E5). Por las relaciones de activación-inhibición detectadas. Por ejemplo, (a) la relación de inhibición mutua, en ambas componentes, entre *Lec* e *Imp* para *A3* y la pareja; (b) la relación de inhibición, en ambas componentes entre *Lec* y *Ana* para *A4*; (c) las relaciones de inhibición entre *Ana* y *Pla* e *Imp* para *A3*, *A4* y la pareja (Aunque *A3*, una vez emitidas acciones de planificación, no presenta dudas, como sugiere la activación entre *Pla* e *Imp* en la componente prospectiva); (d) la relación de activación entre *Imp* y *Con* para *A4* y la pareja; etcétera.

V.4. Pareja 3, estudiantes A5 y A6

La *pareja 3* está compuesta por los sujetos *A5* y *A6*, ambos con nivel de competencia matemática baja. El tiempo total invertido en la sesión de trabajo es de 1632 segundos (27 minutos y 12 segundos). La *pareja 3* no consigue resolver el problema.

V.4.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios

A continuación centro la atención en el proceso de resolución y tránsito por los distintos estadios de la *pareja 3*.

V.4.1.1. Estadísticas básicas

Comienzo la descripción y análisis partiendo de las estadísticas básicas de los criterios resolución de problemas (Tabla Anexo XIV-1, Anexo XIV, p. 1), páginas (Tabla Anexo XIV-57, Anexo XIV, p. 23), ratón (Tabla Anexo XIV-53, Anexo XIV, p. 22) y arrastre (Tabla Anexo XIV-46, Anexo XIV, p.21). Dichas tablas presentan la frecuencia (medida en número de ocurrencia), la duración total (medido en segundos), probabilidad de ocurrencia y duración media (medida en segundos) de cada una de las categorías que componen el criterio considerado.

A) Criterio resolución de problemas

La tabla Anexo XIV-1 (Anexo XIV, p. 1) refleja las estadísticas básicas del criterio resolución de problemas para los estudiantes A5, A6 y pareja 3. La frecuencia total para la pareja 3 es de 583, de los cuales 272 corresponden a A5 y 311 a A6. Y el tiempo total invertido para la pareja 3 es de 1632 s, con una duración media por estadio de 5,83 s.

Para la pareja 3 y los estudiantes, destaca el valor obtenido por *Obs*, estando fuertemente presente durante el proceso de resolución. Así presenta valores de ocurrencia, duración total, probabilidad y duración media sensiblemente superior respecto de las demás estadios. La frecuencia de *Obs* para la pareja 3 es de 261, con una duración total de 1604 s, duración media 6,15 s. y probabilidad 0,41. De los 261 de frecuencia, 128 corresponden a A5 y 133 a A6, siendo casi un tercio mayor la duración total para A5 respecto de la de A6 (932 s frente a 672 s respectivamente).

Los valores obtenidos en las estadísticas básicas parecen indicar que A6 asume la responsabilidad del proceso de resolución. Nótese que: a) en *Lec*, A6 presenta casi un tercio más de frecuencia que A5, aunque en tiempo invertido los valores son similares (frecuencia 28 y tiempo 155 s para A5 y frecuencia 19 y tiempo 175 s para A5), pero en cambio, en duración media, el valor de *Lec* para A5 casi dobla al obtenido para A6 (10,29 s frente a 5,96 s respectivamente); b) en *Ana*, A6 con una frecuencia superior, duplica sobradamente en tiempo invertido a A5 (frecuencia de 39 y tiempo invertido 309 s frente a una frecuencia de 26 y tiempo invertido 136 s); f) en *Ver*, A6 dobla sobradamente a A5 tanto en frecuencia como en tiempo invertido (frecuencia 48 y tiempo 153 s para A6, frecuencia 37 y tiempo 76 s para A5). Para el resto de estadios,

ambos estudiantes presentan valores similares, así: en *Exp*, obtengo una frecuencia de 32 y tiempo de 213 s para A5, y una frecuencia de 29 y tiempo de 215 s para A6; en *Pla*, una frecuencia de 7 y tiempo de 39 s para A5, y una frecuencia de 7 y tiempo de 48 s para A6; en *Con*, una frecuencia de 20 y tiempo de 31 s para A5, y una frecuencia de 27 y tiempo de 43 s para A6; en *Imp*, aunque A5 casi dobla en frecuencia a A6, en tiempo invertido presentan valores similares (frecuencia 5 y tiempo 30 s para A5, frecuencia 3 y tiempo 37 s para A6).

Por otro lado, la *pareja* 3, sin considerar el estadio *Obs*:

Invierte el 52% del tiempo en procesos asociados a *Ana* y *Exp* (27% y 26% respectivamente). Respecto de *Ana*, A5 invierte el 20% mientras que A6 invierte el 32%, en cuanto a *Exp*, los porcentajes se invierten, A5 ocupa el 30% de su tiempo mientras que A6 lo hace en un 22%.

En procesos asociados a *Lec*, la pareja invierte el 20% del tiempo de resolución, donde A5 invierte el 25% y A6 el 16%. En conjunto, la pareja invierte en *Ana*, *Exp* y *Lec* el 72% del tiempo.

En procesos asociados a *Ver*, la pareja invierte el 14% del tiempo de resolución, donde A5 invierte el 11% mientras que A6 el 16%. En cuanto a frecuencia, la frecuencia de *Ver* es la primera (frecuencia 85, sin considerar la frecuencia de *Obs*), seguida por valores próximos en frecuencia por *Ana* y *Exp* (frecuencia 64 y 61 respectivamente).

En procesos asociados a *Pla*, *Imp* y *Con*, la pareja y los sujetos invierten aproximadamente el mismo tiempo en porcentaje, entre el 6% para *Pla*, el 4% para *Imp* y el 5% para *Con*.

Los valores obtenidos sugieren que A6 dirige el proceso de resolución, realizando más acciones asociadas con *Ana* y *Ver*. A5 presenta en duración valores más elevados que A6 en *Obs*, *Exp* y *Lec*. Además, dado que para las categorías *Pla*, *Imp* y *Con* ambos estudiantes son corresponsables (con similar frecuencia y duración) del proceso de resolución, ello indica cierto intento de la pareja por construir y mantener un espacio compartido del problema, donde A5 no es un estudiante pasivo en el proceso de resolución. Este indicio está reforzado a su vez por el hecho de que *Ver* es la que mayor

frecuencia presenta, es decir, existe cierta corresponsabilidad en los estudiantes en el control y monitoreo del proceso de resolución.

B) Criterio página

En cuanto al criterio Página (Tabla Anexo XIV-57, Anexo XIV, p. 23), los valores obtenidos reflejan tanto la dificultad del problema para los estudiantes en relación al significado de las interacciones con los *applets* de la i-actividad, como la dificultad para comprender el enunciado del problema. Las páginas que mayor duración presenta son *Pag1* y *Pag6* (676 s y 319 s respectivamente), seguida de *Pag5* (293 s) y *Pag3* (162 s). En cómputo global, las páginas que contienen *applet* acumulan aproximadamente el 47%, si considero además *Pag1*, el porcentaje sube hasta el 89% del tiempo de visualización. Además, el tiempo de visualización de las páginas ofrece indicios acerca de que el *applet* 3 les resulta más difícil, seguido del *applet* 2 y finalmente el *applet* de menor dificultad, el *applet* 1. Inicialmente, los valores apuntan a similar nivel de dificultad del *applet* 3 y el *applet* 2.

Por otro lado, los valores también inciden en la dificultad de la pareja para comprender el problema y la propia i-actividad. De ello ofrece indicios las transiciones hacia abajo⁸⁷ entre las páginas. Los estudiantes vuelven a ver el enunciado en dos ocasiones, pasando por todas las páginas anteriores. En concreto, la secuencia de visualización de las páginas es:

Pag1→Pag2→Pag3→Pag2→Pag1→Pag2→Pag3→Pag4→Pag5→Pag4→Pag3→Pag2
→Pag1→Pag2→Pag3→Pag4→Pag5→Pag6

Por otro lado, en frecuencia, la página más visualizada es *Pag2* (frecuencia 5), seguida de *Pag3* (frecuencia 4) y *Pag1* y *Pag4* (frecuencia 3 respectivamente), *Pag5* (frecuencia 2) y *Pag6* (frecuencia 1).

En síntesis, los estudiantes, presentan dificultades para obtener una comprensión profunda del problema así como comprender el significado de las interacciones con los *applets*, especialmente con los *applet* 3 y 2.

⁸⁷ Defino una transición “hacia abajo” para el criterio Página cuando se produce una transición entre una página con un índice mayor hacia una página con un índice menor, por ejemplo, Pag5->Pag4.

C) Criterio ratón

En cuanto al criterio Ratón (Tabla Anexo XIV-53, Anexo XIV, p. 22), la *pareja 3* utiliza el ratón aproximadamente durante el 28% del tiempo total (466 s de 1632 s). Respecto de los estudiantes, el ratón es manejado casi en exclusividad por A6, con una frecuencia de 43 frente a la frecuencia de 3 de A5. En tiempo, A6 maneja el ratón durante 416 s mientras que A5 lo hace durante 50 s. Ello aporta más indicios de que A6 asume el rol de director del proceso de resolución.

D) Criterio arrastre

En cuanto al criterio Arrastre (Tabla Anexo XIV-46, Anexo XIV, p. 21), si consideramos la dupla $\{Err, Gui\}$, presenta una frecuencia conjunta de 26, de los cuales y como cabe esperar, 24 corresponden al estudiante A6 y 2 a A5. El tiempo total invertido en los arrastres es de 234 s, representando el 14% del tiempo total del proceso de resolución. Para la *pareja 3*, en frecuencia y duración, ambos tipos de arrastres presentan valores similares (frecuencia 14 y duración 120 s para *Err*, y frecuencia 12 y duración 114 s para *Gui*).

Que A6 realice casi en exclusividad los arrastres, es un nuevo indicio de que es este estudiante quien lleva el peso de la resolución del problema. Por otro lado, que A5 realice dos arrastres (uno errático y uno guiado), hace pensar que existe una tímida colaboración en la búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución a través de la interactividad con los *applets*.

V.4.1.2. Concurrencias entre criterios

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total, obtengo 18 tablas de concurrencias, considerando todos los cruces entre criterios, y cada cruce para el estudiante A5, el A6 y la *pareja 3* (30 si considero también los cruces con el criterio interactividad).

A) Criterio página Vs. resolución de problemas

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas y página. La Tabla Anexo XIV-2, Tabla Anexo XIV-3 y Tabla Anexo XIV-4 (Anexo XIV, p. 1, p. 1 y p. 2 respectivamente) presentan el cruce para el estudiante A5, A6 y la *pareja 3* respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Obs* es el que mayor tiempo total (1604 s) y frecuencia (267) presenta, distribuidos fundamentalmente entre las páginas 1 (617 s), 5 (589 s), 3 (191 s) y 2 (152 s), lo que representa el 47% del tiempo total. A continuación, describo el cruce de las categorías página a página:

En la página 1, la *pareja 3* invierte un total de 1352 s, de los que aproximadamente en el 45% (617 s) concurre con *Obs* (303 s corresponden a A5 y 314 s a A6). Del resto, el 16% (221 s) concurre con el estadio *Lec* (127 s corresponden a A5 y 94 s a A6); el 12% (163 s) concurre con *Exp* (103 s corresponden a A5 y 60 s a A6); el 11% (150 s) concurre con *Ana* (67 s corresponden a A5 y 83 s a A6); el 6% (78 s) concurre con *Pla* (36 s corresponden a A5 y 42 s a A6); el 3% (35 s) concurre con *Imp* (1 s corresponden a A5 y 34 s a A6); el 5% (66 s) concurre con *Ver* (26 s corresponden a A5 y 40 s a A6); el 2% (24 s) concurre con *Con* (13 s corresponden a A5 y 9 s a A6).

Los valores obtenidos informan que ambos estudiantes comienzan a resolver el problema justo después de leer el enunciado, no sintiendo la necesidad de avanzar a la siguiente página de la i-actividad. Además, ambos estudiantes invierten similar tiempo en *Obs*, pero los valores para *Ana*, *Pla*, *Imp* y *Ver* para A6 indican que inicialmente este estudiante asume la responsabilidad del proceso de resolución. Asimismo, en este inicio del proceso de resolución, el estudiante A5 no es pasivo, de hecho, invierte casi el doble de tiempo que A6 en procesos asociados a *Exp*, y realiza junto a su compañero acciones de *Ana*, *Pla*, *Imp* y *Ver*. Por todo ello, los estudiantes comienzan a dar muestra de un intento por crear su ECP.

En la página 2, la *pareja 3* invierte un total de 266 s, de los cuales en un 57% (152 s) realizan procesos de observación y escucha, donde A5 invierte casi un tercio más en tiempo que A6, presentando ambos valores similares en frecuencia en *Obs* (92 s frente a 60 s, y 13 frente a 16 respectivamente). El siguiente estadio en el que la *pareja 3* invierte

más tiempo es *Ver*, con un 16% (42 s), correspondientes casi en exclusiva a A6 (40 s y frecuencia 3). Le sigue, en tiempo, el estadio *Imp*, en el que la *pareja* invierte el 12% (32 s), correspondiendo casi en exclusiva a A5 (29 s y frecuencia 4). Además, la pareja invierte en el 8% en *Ana* (29 s), doblando en tiempo A6 a A5, con una frecuencia similar (16 s y frecuencia 5, y 7 s y frecuencia 4 respectivamente), invierten en *Lec* 15 s (6%), correspondiendo mayoritariamente a A6 (12 s y frecuencia 5). No hay concurrencias del criterio página con *Exp* ni *Pla*.

En la página 2, los estudiantes continúan con el proceso iniciado durante *Pag1*. En la *Pag2*, A5 realiza fundamentalmente procesos de *Obs* así como la mayoría de los procesos asociados a *Imp*, lo que indica cierto cambio de rol. Por su parte, A6 centra su actividad en procesos de *Ana*, *Ver* y *Lec*, dirigiendo el proceder de la pareja. En *Pag2* no concurre *Exp* ni *Pla*, lo que indica que la pareja tienen cierta certeza sobre el plan diseñado en *Pag1* o bien, lo han abandonado. La división de tareas reflejada sugiere o puede indicar ciertas dificultades de la pareja por trabajar colaborativamente, y en su intento de crear y mantener su ECP. En este caso, todo parece indicar que más bien A5 ejecuta las acciones de implementación (*Imp*) propuestas por A6. Nótese que en *Pag1*, A5 lleva a cabo acciones de *Ana*, *Exp*, *Pla*,...

En la página 3, la *pareja 3* invierte el 59% del tiempo en el estadio *Obs* (191 s de 324 s), siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes e invirtiendo casi un tercio más en tiempo A5 que A6 (frecuencia 19 y 115 s, frente a frecuencia 19 y 76 s respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, la *pareja 3* invierte un 18% del tiempo (58 s), doblando casi en tiempo y con valores similares en frecuencia A6 a A5 (37 s y frecuencia 4 frente 21 s y frecuencia 5 respectivamente). Respecto al estadio *Ver*, solo invierten aproximadamente el 9% (28 s) del tiempo, triplicando en tiempo y casi doblando en frecuencia A6 a A5 (21 s y frecuencia 8, frente a 7 s y frecuencia 5 respectivamente). En cuando al estadio *Exp*, la pareja invierte el 6% del tiempo, doblando en tiempo y frecuencia A6 a A5 (12 s y frecuencia 4 frente a 6 s y frecuencia 2). Similares datos obtengo para el estadio *Lec*, la pareja invierte el 6% del tiempo, doblando en frecuencia y ligeramente superior en tiempo A6 a A5 (frecuencia 4 y tiempo 10 s frente a frecuencia 2 y tiempo 8 s respectivamente). Casi no hay concurrencia con el estadio *Con*, en el que invierten el 3% del tiempo y ambos

estudiantes con valores similares (frecuencia 4 y tiempo 5 s para A5, y frecuencia 5 y tiempo 6 s para A6). No hay concurrencias con los estadios *Pla* e *Imp*.

En esta página, el proceder de los estudiantes está influenciado por la interactividad del *applet* 1. De hecho, en *Pag3* no hay concurrencias ni con *Imp*, ni con *Pla*. Durante *Pag3* los estudiantes centran sus esfuerzos en la búsqueda de una mayor comprensión tanto del problema, como del significado de las acciones con el *applet*. Por otro lado, el proceso está claramente dirigido por A6, presentando valores sensiblemente superiores en los estadios que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Ana*, *Exp* y *Ver*).

En la página 4, la *pareja 3* invierte el 56% del tiempo en el estadio *Obs* (55 s de 98 s), siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes y casi doblando en tiempo A5 a A6 (frecuencia 5 y 39 s frente a frecuencia 7 y 16 s respectivamente). De los demás estadios, el 25% del tiempo (25 s) lo invierten en el estadio *Exp*, siendo igual la frecuencia para ambos estudiantes y cuadruplicando en tiempo A6 a A5 (frecuencia 2 y tiempo 20 s frente a frecuencia 2 y tiempo 5 s). Por otro lado, la pareja invierte el 10% del tiempo en el estadio *Lec* (10 s), siendo igual en frecuencia y tiempo para ambos estudiantes (frecuencia 1 y tiempo 5 s). Finalmente, casi no hay concurrencia con el estadio *Con*, el cual corresponde a A6 (frecuencia 3 y tiempo 8 s) y no existen concurrencia con los estadios *Ana*, *Pla*, *Imp* y *Ver*.

En esta página, los estudiantes continúan explorando el problema en búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución, dicha búsqueda es dirigida por A6. La pareja no obtiene los frutos deseados puesto que no hay concurrencia con *Ana*, *Pla*, *Imp* y *Ver*.

En la página 5, la *pareja 3* invierte cerca del 85% del tiempo en los procesos asociados al triplete *Obs*, *Ana* y *Exp*. Así, invierten el 48% del tiempo en *Obs* (255 s de 586 s totales), con similar frecuencia y casi doblando en tiempo invertido A5 a A6 (frecuencia 27 y tiempo 165 s frente a frecuencia 20 y tiempo 90 s respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, la pareja invierte el 18% del tiempo (104 s), casi triplicando en frecuencia y casi doblando en tiempo A6 a A5 (frecuencia 7 y tiempo 67 s frente a frecuencia 4 y tiempo 37 s). En lo que respecta al estadio *Exp*, la pareja invierte el 24% del tiempo (139 s), con valores similares en frecuencia y doblando en tiempo A6 a A5

(frecuencia 8 y tiempo 93 s para A6, frente a frecuencia 9 y tiempo 46 s para A5). En esta página la pareja invierte el 6% del tiempo en *Lec* y *Ver* (36 s), con valores relativamente similares para ambos estudiantes en tiempo y frecuencia (frecuencia 6 y tiempo 16 s para A5, frente a frecuencia 9 y tiempo 20 s para A6). No hay concurrencia ni con *Pla* ni con *Imp*. La pareja invierte en *Con*, 14 s, de los cuales, 9 s, corresponden a A5 y 5 s a A6.

Los valores reflejan la dificultad que encierra la comprensión del significado de las acciones de la pareja con el *applet* 2. De hecho, no obtienen un plan de resolución que pueda ser implementado. Nuevamente, los valores indican que A6 dirige el proceso de resolución, llevando el peso de las acciones relacionadas con los estadios que requieren mayor esfuerzo cognitivo (*Ana*, *Exp* y *Ver*). Por otro lado, A5 no es un estudiante pasivo en el proceso, participando también en las acciones relacionadas con los estadios *Ana*, *Exp* y *Ver*. Aun así, por lo obtenido en esta página y las anteriores, todo parece indicar que A5 “va” a remolque de las acciones de A6. Ello puede reflejar alejamiento o dificultad por parte de A5 en la construcción y mantenimiento del ECP, o bien, que A6 impone su criterio y por tanto, no se implica en la construcción del ECP.

En la página 6, la pareja 3 invierte cerca del 81% del tiempo en los procesos asociados al triplete *Obs*, *Ana* y *Exp*. Así, invierten el 52% del tiempo en *Obs* (344 s de 638 s totales), con similar frecuencia y casi doblando en tiempo invertido A5 a A6 (frecuencia 25 y tiempo 218 s frente a frecuencia 23 y tiempo 116 s respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, la pareja invierte el 17% del tiempo (110 s), realizado casi en exclusividad por A6 (frecuencia 1 y tiempo 4 s para A5 y frecuencia 7 y tiempo 106 s para A6). En lo que respecta al estadio *Exp*, la pareja invierte el 13% del tiempo (83 s), con valores similares en frecuencia y casi doblando en tiempo A5 a A6 (frecuencia 7 y tiempo 53 s para A5 frente a frecuencia 6 y tiempo 30 s para A6). En esta página la pareja invierte el 9% del tiempo en *Ver* (57 s), con valores relativamente similares para ambos estudiantes en tiempo e igual frecuencia (frecuencia 11 y tiempo 25 s para A5, frente a frecuencia 11 y tiempo 32 s para A6). La concurrencia con *Pla* no es significativa (frecuencia 2 y tiempo 9 s), mientras que con *Con*, se obtiene una frecuencia de 10 y tiempo 17 s, de los cuales, 13 s corresponden a A6. No hay concurrencia con *Imp*.

En esta página vuelve a pasar la situación descrita en *Pag5*. Los valores indican dificultades por parte de la pareja en la comprensión del significado de las acciones con el *applet* 3. Aunque ahora hay una diferencia, la pareja invierte más tiempo en procesos asociados con *Ana* que en los asociados con *Exp*. Ello indica la necesidad que tiene la pareja en alcanzar una comprensión adecuada de la situación problemática y de las acciones con el *applet*. Además, las acciones relacionadas con *Ana* son casi implementadas en exclusiva por *A6*, mientras que las acciones relacionadas con *Exp* presentan una duración mayor para *A5* que para *A6*. Esta situación indica que el estudiante *A5* es activo, “enganchándose” nuevamente al ECP. Indicador de ello es el tiempo similar en procesos de *Ver*.

B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XIV-5, Tabla Anexo XIV-6 y Tabla Anexo XIV-7 (Anexo XIV, p. 2, p. 2 y p. 2 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y ratón, para el estudiante *A5*, *A6* y la *pareja 3* respectivamente.

La *pareja 3* utiliza el ratón durante 466 s, es decir, durante aproximadamente el 28% del tiempo total del proceso de resolución (1632 s). El estudiante *A6* es quien principalmente maneja el ratón, de los 464 s, este estudiante lo hace en 416 s, mientras que *A5* solo 50 s (fundamentalmente en concurrencia con *Exp*, con un tiempo de 29 s, y con *Obs*, con un tiempo de 15 s). Respecto de *A6*, maneja el ratón fundamentalmente en concurrencia con los estadios *Ana*, *Exp* y *Obs* (128 s, 115 s y 130 s respectivamente), lo que representa el 80% del tiempo total de uso del ratón. El resto de concurrencias, es decir con *Lec*, *Ver* y *Con*, presenta valores similares en tiempo (11 s, 16 s y 16 s respectivamente). Para la pareja, no hay concurrencias con *Pla* ni *Imp*, además, para *A5* tampoco hay concurrencia con *Ana*.

Los valores apuntan a que *A6* dirige el proceso de resolución, manejando más tiempo el ratón. Por otro lado, *A5* también lo utiliza, principalmente para realizar acciones asociadas con *Exp*. El uso del ratón, a nivel de pareja, persigue obtener información que pueda ser incorporada al proceso de resolución (concurrencia con *Exp*), y a la obtención de una mejor comprensión del problema y del significado de las acciones con los *applets*. La pareja utiliza el ratón poco para controlar o verificar hipótesis (concurrencia con *Ver*). El manejo del ratón no produce efectos directos relacionados con *Pla*, ni con

Imp. Aunque A5 utiliza el ratón, globalmente, este estudiante centra su atención observar y escuchar a A6.

C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XIV-8, Tabla Anexo XIV-9 y Tabla Anexo XIV-10 (Anexo XIV, p. 2, p. 3 y p. 3 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y arrastre, para el estudiante A5, A6 y la *pareja 3* respectivamente.

La *pareja 3* utiliza el ratón durante 466 s, es decir, durante aproximadamente el 28% del tiempo total del proceso de resolución (1632 s). De estos 466 s, en el 50% del tiempo (234 s) realizan arrastres. De los arrastres, los erráticos representan el 51% (120 s) y los guiados el 49% (114 s). Los arrastres guiados son realizados casi en exclusiva por A6 (112 s de los 114 s totales), y concurrentes fundamentalmente con Ana (frecuencia 8 y tiempo 98 s). Las demás concurrencias se producen con Ver (frecuencia 4 y tiempo 7 s), Con (frecuencia 1 y tiempo 1 s) y con Obs (frecuencia 2 y tiempo 8 s). No hay concurrencias de Gui con Lec, Exp, Pla e Imp. Respecto de los erráticos, salvo el único realizado por A5 (con una duración de 23 s y concurrente con Exp), son llevados a cabo por A6, con una duración de 97 s y una frecuencia de 13. Estos arrastres son casi en exclusiva concurrentes con Exp (frecuencia 12 y tiempo 92 s).

Los valores reflejan como la pareja utiliza Err y Gui casi en la misma proporción (en tiempo) y a su vez confirman que A6 dirige el proceso de resolución. De hecho, es prácticamente este estudiante quien realiza los arrastres. Fundamentalmente, los Gui son empleados en la búsqueda de una mayor comprensión del problema y residualmente para verificar y/o control el proceso de resolución mientras que Err son empleados en la búsqueda de información nueva que pueda incorporarse al proceso de resolución. Es esta última búsqueda, también interviene A5. Finalmente, los valores indican cierta desorientación de los estudiantes en el proceso de resolución.

D) Criterio página Vs. ratón

La Tabla Anexo XIV-54, Tabla Anexo XIV-55 y Tabla Anexo XIV-56 (Anexo XIV, p. 22, p. 23 y p. 23 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y ratón, para el estudiante A5, A6 y la *pareja 3* respectivamente.

La pareja 3 emplea el ratón en un 75% del tiempo (353 s de 466 s) en *Pag5* y *Pag6* (155 s, 33%; y 198 s, 42% respectivamente) y el 17% (81 s) en la página 3. Como es de esperar, el uso principal del ratón recae en las páginas que contienen *applet*. Los demás usos del ratón son considerados como extensión de las manos pues el puntero del ratón es usado como un apuntador en la lectura o simplemente para poder visualizar los enunciados de las preguntas.

Por otro lado, *A6* maneja el ratón fundamentalmente, *A5* lo usa prácticamente en la *Pag6* (frecuencia 2 y 41 s de los 50 s totales), siendo los restantes 9 s concurrentes con *Pag3*, con una frecuencia de 1. Respecto de *A6*, el uso de ratón concurre casi por igual con *Pag5* y *Pag6* (155 s y 157 s respectivamente), utilizando el ratón mientras visualiza *Pag3* durante 72 s.

Los valores apuntan a que el *applet 3* es el más difícil de los tres, siendo el más fácil el *applet 1*.

E) Criterio página Vs. arrastre

La Tabla Anexo XIV-50, Tabla Anexo XIV-51 y Tabla Anexo XIV-52 (Anexo XIV, p. 22, p. 22 y p. 22 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y arrastre, para el estudiante *A5*, *A6* y la *pareja 3* respectivamente.

La pareja 3, como cabe esperar, realiza arrastres en las páginas que contienen un *applet*. Si considero la dupla $\{Err \cup Gui\}$, en duración concurre más con *Pag6* (121 s), seguido de *Pag5* (98 s) y *Pag3* (15 s). En dichas páginas concurren ambos tipos de arrastre. El único arrastre errático realizado por *A5* es concurrente con la página 5. La pareja realiza dos arrastres guiados y dos erráticos en *Pag3*, con una duración total de 8 s y 7 s respectivamente, 14 arrastres (11 *Err* y 3 *Gui*) en *Pag5*, con duración 85 s y 36 s respectivamente, y 8 arrastres (2 *Err* y 7 *Gui*) en *Pag6*, con duración 28 s y 70 s respectivamente. Los arrastres en *Pag5* son realizados íntegramente por *A6*, mientras que en *Pag6*, *A5* realiza un *Err*, con duración 23 s.

Los valores inciden nuevamente en el grado de dificultad de los *applets* (el más difícil es el *applet 3* y el de menor dificultad el *applet 1*). Además, los valores de concurrencia con *Pag5* apunta a que dicho *applet* ha sido utilizado fundamentalmente para la búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución

mientras que la concurrencia con *Pag6* apunta a que dicho *applet* ha sido utilizado fundamentalmente para la búsqueda de comprensión de la situación problemática. Tanto en *Pag3*, como en *Pag6*, el estudiante *A5* participa en los arrastres, indicando que durante ambas páginas, *A5* intenta crear y/o mantener el ECP de la pareja.

F) Criterio ratón Vs. arrastre

La Tabla Anexo XIV-47, Tabla Anexo XIV-48 y Tabla Anexo XIV-49 (Anexo XIV, p. 21, p. 21 y p. 21 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio ratón y arrastre, para el estudiante *A5*, *A6* y la *pareja 3* respectivamente.

Los valores de la tabla redundan en lo obtenido previamente, pues no es posible realizar un arrastre sin utilizar el ratón. Así, la frecuencia de la concurrencia entre *Err* con *A5Rat* y *A6Rat* es 1 y 37 respectivamente, con una duración de 23 s y 96 s respectivamente. Y, la frecuencia de la concurrencia entre *Gui* con *A5Rat* y *A6Rat* es 1 y 11 respectivamente, con una duración de 2 s y 112 s respectivamente.

V.4.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas

A continuación centro la atención en cómo los estudiantes transitan por los distintos estadios.

A) Grafos de transición y cadenas significativas

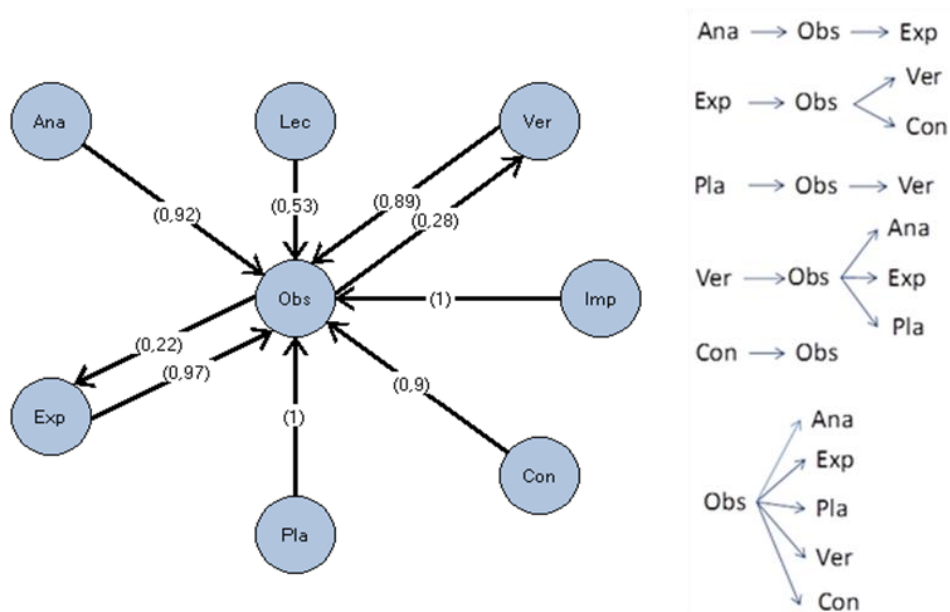


Figura V- 14. Grafo de transición y cadenas significativas, *A5*

El grafo de transición⁸⁸ y de cadenas significativas⁸⁹ presentado en la Figura V-14 refleja como en el estudiante A5 las probabilidades de transición más elevadas son cuando el estadio *Obs* es el estadio siguiente. Con valores de probabilidad muy próximos a 1 obtengo las transiciones de *Ana*, *Exp*, *Ver* y *Con* a *Obs* (0,92, 0,97, 0,89 y 0,9 respectivamente); con probabilidad igual a 1, las transiciones de *Pla* e *Imp* a *Obs*, y con probabilidad igual a 0,53 la transición de *Lec* a *Obs*. Además, hay dos transiciones con probabilidad superior a 0,2, concretamente de *Obs* a *Exp* (0,22) y de *Obs* a *Ver* (0,28). Por otro lado, obtengo seis cadenas de estadios diádicas significativas, todas involucrando al estadio *Obs*. Concretamente, una con estadio final *Obs* (*Con*→*Obs*), y las restantes cinco, con estadio inicial *Obs* (*Obs*→*Ana*, *Obs*→*Exp*, *Obs*→*Pla*, *Obs*→*Ver* y *Obs*→*Con*). Añadido a ello, obtengo siete cadenas de estadios significativas triádicas, todas con estadio central *Obs*, de las cuales, cinco involucran a *Ver* (*Ana*→*Obs*→*Exp*, *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Exp*→*Obs*→*Con*, *Pla*→*Obs*→*Ver*, *Ver*→*Obs*→*Ana*, *Ver*→*Obs*→*Exp*, y *Ver*→*Obs*→*Pla*).

A la vista de las relaciones y valores de probabilidad obtenidas, puedo considerar que el modo de proceder de A5 es prudente, y que en este caso, tal prudencia queda reflejada en los procesos de verificación que lleva a cabo. Esto es así dado que: (a) todos los tránsitos de A5 involucran a *Obs*, y salvo de *Lec* a *Obs*, presentan probabilidad superior a 0,89; (b) el estadio *Obs* es el estadio central en las siete cadenas de estadios triádicas significativas, y en cinco de ellas, está involucrado el estadio *Ver*; (c) Las cadenas triádicas indican cierto modo de actuación. A5 tras la realización de acciones de *Ana*, *Exp* o *Pla*, busca la complicidad de su compañero con acciones de *Obs*, para a continuación verificar o controlar el proceso. Y viceversa, tras realizar acciones de *Ver*, A5 observa o escucha lo que su compañero puede aportar, para continuar realizando acciones de *Ana*, *Exp* o *Pla*. Este último punto (c) refleja a su vez el intento por parte de A5 intenta crear y mantener un ECP compartido o adaptarse al proceso de resolución de A6. Los valores unitarios para las transiciones de *Pla* a *Obs*, y de *Imp*, a *Obs* inciden sobre lo anteriormente expuesto.

⁸⁸ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIV-12 (Anexo XIV, p. 3) y Tabla Anexo XIV-13 (Anexo XIV, p. 4) de p-valores, resolución de problemas, lag 1 y 2, A5, respectivamente.

⁸⁹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XIV-11 (Anexo XIV, p. 3) de probabilidad de transición, resolución de problemas, A5.

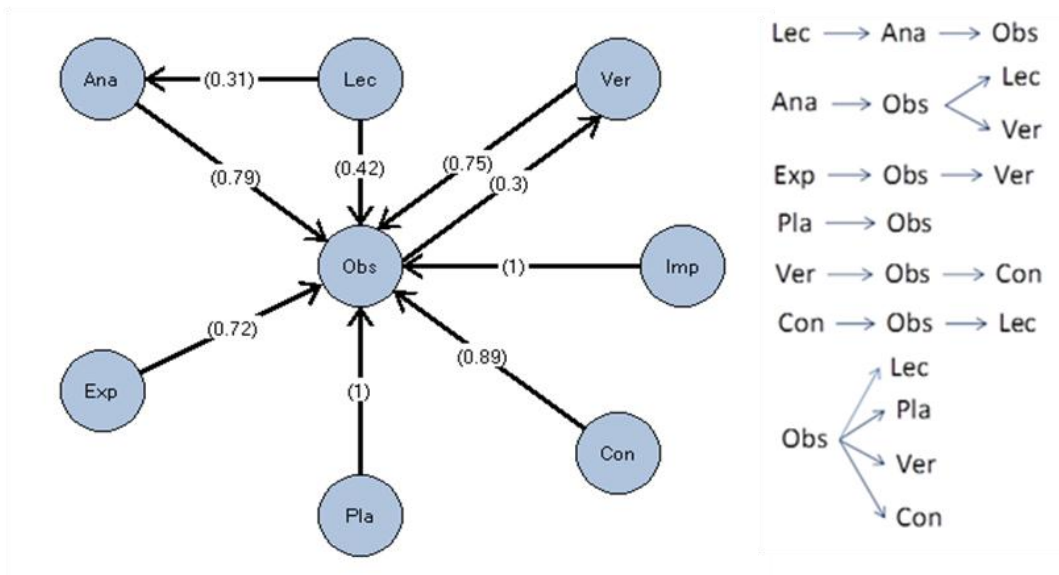


Figura V- 15. Grafo de transición y cadenas significativas, A6

Al igual que para el estudiante A5, la Figura V-15 refleja como las probabilidades de transición más elevadas para A6^{90 91} recaen cuando *Obs* es el estadio siguiente. Con valores de probabilidad superiores a 0,7 e inferior a 0,9, obtengo las transiciones de *Exp*, *Ver*, *Ana* y *Con* a *Obs* (0,72, 0,75, 0,79 y 0,89 respectivamente); con probabilidad igual a 1, las transiciones de *Pla* e *Imp* a *Obs*, y con probabilidad igual a 0,42 la transición de *Lec* a *Obs*. Además, hay dos transiciones con probabilidad superior a 0,2, concretamente de *Lec* a *Ana* (0,31) y de *Obs* a *Ver* (0,3).

Por otro lado, obtengo cinco cadenas de estadios diádicas significativas, todas involucrando al estadio *Obs*. Concretamente, una con estadio final *Obs* (*Pla*→*Obs*), y las restantes cuatro, con estadio inicial *Obs* (*Obs*→*Lec*, *Obs*→*Pla*, *Obs*→*Ver*, y *Obs*→*Con*). Además, hay seis cadenas de estadios significativas triádicas, cinco de las cuales presentan como estadio central *Obs* (*Ana*→*Obs*→*Lec*, *Ana*→*Obs*→*Ver*, *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Ver*→*Obs*→*Con* y *Con*→*Obs*→*Lec*) y una con estadio final *Obs* (*Lec*→*Ana*→*Obs*).

Al igual que su compañero, lo obtenido previamente parece reflejar un modo de proceder prudente puesto que: (a) todos los tránsitos de A6 involucran a *Obs*, salvo de

⁹⁰ Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XIV-14 (Anexo XIV, p. 4) de probabilidad de transición, resolución de problemas, A6.

⁹¹ Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XIV-15 (Anexo XIV, p. 4) y Tabla Anexo XIV-16 (Anexo XIV, p. 5) de p-valor, resolución de problemas, lag 1 y lag 2, A6, respectivamente.

Lec a *Ana* que presenta una probabilidad de transición superior de 0,31; (b) el estadio *Obs* es el estadio central en cinco de las seis cadenas de estadios triádicas significativas, y en tres de ellas también está involucrado *Ver*; (c) Las cadenas triádicas reflejan cierto modo de proceder de *A6*; tras la realización de acciones de *Ana*, *Exp*, *A6* busca la complicidad de su compañero con acciones de *Obs* para a continuación, verificar o controlar el proceso o bien, volver a procesos de lectura para alcanzar mejor comprensión del problema. Además, tras las acciones de *Ver*, *A6* observa y escucha al compañero para a continuación, realizar acciones relacionadas con la comprensión de la i-actividad. Igualmente, tras realizar acciones *Con*, *A6* observa y escucha para volver sobre procesos de *Lec* con objeto de alcanzar mayor comprensión del problema. Es decir, el sujeto intenta establecer cierta conexión entre el funcionamiento de la i-actividad y el enunciado del problema; (d) la relación *Lec*→*Ana*→*Obs* sugiere dudas en cuanto al análisis que realiza *A6* del enunciado o de los textos de la i-actividad, es decir, *A6* muestra ciertas dudas cuando realiza análisis antecedido por procesos de lectura. Y viceversa, tras realizar acciones de *Ver*, *A6* busca la complicidad de su compañero con acciones de *Obs* para a continuación, realizar acciones de *Ana*, *Exp* o *Pla*. Este modo de proceder, en especial cuando *Ver* es el estadio inicial refleja a su vez; (d) Hay cierto intento por parte de *A6* de crear y mantener un ECP compartido. Por último, los valores unitarios para las transiciones de *Pla* a *Obs*, y de *Imp*, a *Obs* inciden sobre todo lo anteriormente expuesto.

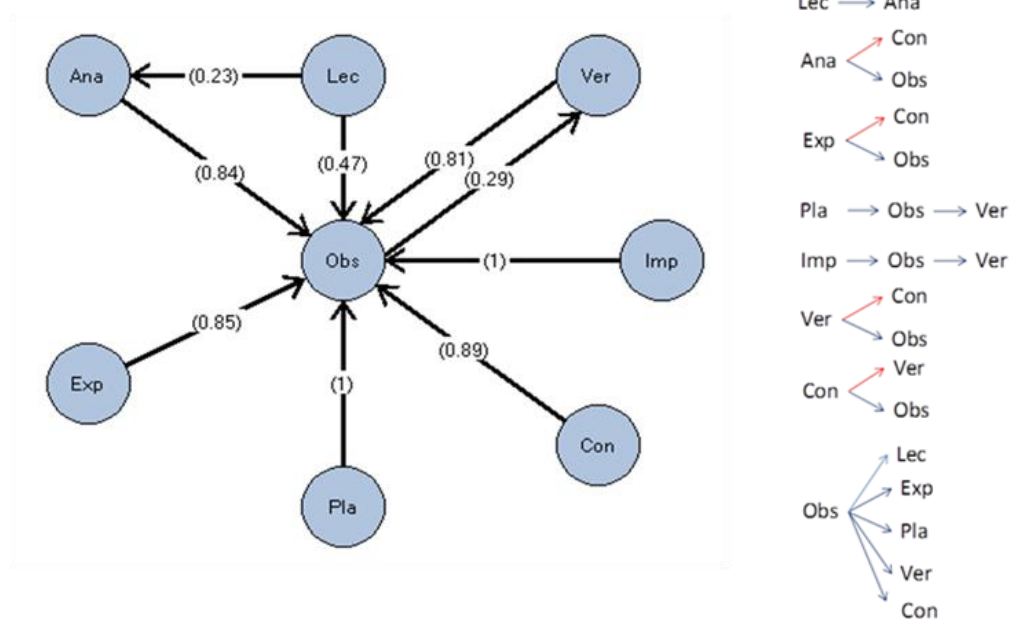


Figura V- 16. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 3

Considero ahora la *pareja 3*^{92 93} como unidad de análisis. La Figura V-16 muestra como los valores obtenidos nuevamente reflejan que cuando *Obs* actúa como estadio siguiente, obtiene las probabilidades de transición más elevadas. En concreto, presenta valores de probabilidad superiores a 0,7 e inferior a 0,9, las transiciones de *Ver*, *Ana*, *Exp* y *Con* a *Obs* (0,81, 0,84, 0,85 y 0,89 respectivamente); con probabilidad igual a 1, las transiciones de *Pla* e *Imp* a *Obs*, y con probabilidad igual a 0,47 la transición de *Lec* a *Obs*. Además, hay dos transiciones con probabilidad superior a 0,2, concretamente de *Lec* a *Ana* (0,23) y de *Obs* a *Ver* (0,29).

Por otro lado, obtengo trece cadenas de estadios diádicos significativos, cuatro de inhibición y nueve de activación. Las cadenas diádicas de inhibición involucran todas al estadio *Con*, concretamente *Ana*→*Con*, *Exp*→*Con*, *Ver*→*Con* y *Con*→*Ver*. Por su parte, las cadenas diádicas de activación, salvo la cadena *Lec*→*Ana*, involucran todas al estadio *Obs*. Así, como estadio de llegada están *Ana*→*Obs*, *Exp*→*Obs*, *Ver*→*Obs*, *Obs*→*Lec*, y como estadio de inicio, las cadenas *Obs*→*Exp*, *Obs*→*Pla*, *Obs*→*Ver* y *Obs*→*Con*. Por otro lado, solo hay dos cadenas de estadios triádicos significativos, ambas con estadio central *Obs* y estadio final *Ver*, concretamente *Pla*→*Obs*→*Ver* y *Imp*→*Obs*→*Ver*.

A nivel de pareja, los valores y relaciones obtenidos reflejan como la prudencia de los estudiantes es trasladada al comportamiento de la pareja. De ello dan indicios las dos cadenas triádicas significativas detectadas (*Pla*→*Obs*→*Ver* e *Imp*→*Obs*→*Ver*). Estas apuntan a que la pareja, tanto para la elaboración del plan como para su implementación, buscan la complicidad mutua con acciones de *Obs* para a continuación, verificar o controlar el proceso. Ello también es un reflejo del interés de los estudiantes por crear y mantener su ECP, al menos durante la visualización de *Pag1*. Por otro lado, la influencia de *A6* en el proceder de la pareja (recuerdo que todos los indicios apunta a que es este estudiante quien dirige el proceso de resolución) está reflejado en la aparición de la cadena diádica significativa *Lec*→*Ana* para la pareja. Ello apunta también a que la pareja, tras la lectura, analiza la información obtenida. Además, dado

⁹² Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XIV-17 (Anexo XIV, p. 5) de probabilidad de transición, resolución de problemas, *pareja 3*.

⁹³ Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XIV-18 (Anexo XIV, p. 5) y Tabla Anexo XIV-19 (Anexo XIV, p. 6) de p-valor, resolución de problemas, lag 1 y lag 2, *pareja 3*, respectivamente.

que la cadena *Ana*→*Obs* es significativa, y puesto que las probabilidades de transición con estadio siguiente *Obs* son elevadas para el resto de estadios, como pareja, prefieren compartir y dar pequeños pasos, con cierto consenso y seguridad. Ahora bien, dado que tal y como he detectado, *A5* va a “remolque” de *A6*, la información de las cadenas diádicas de activación informan de la influencia de *A6* en el proceder de la pareja.

Por otro lado, detecto cuatro cadenas de estadios inhibitorias (*Ana*→*Con*, *Exp*→*Con*, *Ver*→*Con* y *Con*→*Ver*) que involucran todas a *Con* y dos de ellas a *Ver*. Estas cadenas ofrecen un primer indicio relativo al trabajo con los *applets* y la influencia de la interactividad. Así, tras realizar procesos de *Ana*, *Exp* o *Ver*, la pareja no siente la necesidad de hacer pequeños descansos o no siente la necesidad de preguntar acerca del funcionamiento de los *applets* de la i-actividad. Como pareja, el análisis indica que no reflejan problemas asociados a la comprensión del funcionamiento de los *applets*. En cambio en análisis previos he detectado dificultades de comprensión derivadas de la interactividad e interacción con los *applets*. Así, estas dos indicaciones, tomadas en conjunto, indican la existencia de cierta impulsividad y/o desorientación en relación al uso y comprensión de las interacciones con los *applets*.

B) Gráficos de activación e inhibición

Los gráficos de activación e inhibición informan acerca de que estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Para obtenerlos, aplico la técnica de coordenadas polares utilizando la información de las tablas de valores Z_{sum} para *A5*, *A6* y la pareja 3^{94} . Los gráficos de activación o inhibición están disponibles para su consulta en el Anexo XIV, desde la Figura Anexo XIV-11 a la Figura Anexo XIV-34 (Anexo XIV, pp. 43-54).

Las relaciones significativas detectadas tomando como referencia el estadio focal considerado son:

⁹⁴ Para ampliar información acerca de la técnica de coordenadas polares, ver Anexo IX. Las tablas utilizadas comprende desde la Tabla Anexo XIV-22 hasta la Tabla Anexo XIV-45 (Anexo XIV, pp. 9-20).

(1) Estadio focal *Lec*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Lec* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 5,91, 3,41 y 4,6.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Lec* se activa mutuamente con el estadio *Con* en ambas componentes, con radio 6,61 y 3,76 respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A6*, el estadio *Lec* inhibe en ambas componentes a los estadios *Obs* y *Pla*, con radios 4,03 y 2,04 para *Obs*, y 2,13 y 2,37 para *Pla*, respectivamente; *Lec* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva a *Ana*, con radio 3,90 y 3,09 respectivamente.

Para *A6*, el estadio *Lec* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva a *Con*, con radio 2,74.

Para la *pareja 3*, el estadio *Lec* inhibe en ambas componentes a los estadios *Imp* y *Ver*, con radios 2,86 y 2,32 respectivamente.

(2) Estadio focal *Ana*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Ana* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 16,37, 6,15 y 4,74 respectivamente; y el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Pla* en ambas componentes, con radio 4,43, 2,47 y 2,14 respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente en ambas componentes con los estadios *Exp*, *Imp* y *Ver*, con radios 5,21 y 2,57 para *Exp*, 4,51 y 2,11 para *Imp*, y 2,91 y 2,57 respectivamente para *Ver*.

Para la *pareja 3* y *A6*, el estadio *Ana* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Lec*, con radio 3,90 y 3,09 respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Con* en ambas componentes, con radio 5,43.

(3) Estadio focal *Exp*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Exp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 13,48, 2,13 y 3,83.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con los estadios *Ana* e *Imp*, en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radios 5,21 y 2,57 para *Ana*, y 4,46 y 1,98 para *Imp*, respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A6*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con el estadio *Obs*, en las componentes prospectivas y retrospectivas, con radios 2,36 y 2,10 respectivamente.

Para *A5*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con el estadio *Con*, en las componentes prospectivas y retrospectivas, con radio 2,63.

Para *A6*, el estadio *Exp* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva a *Ver*, con radio 2,76.

Para la *pareja 3*, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con el estadio *Pla*, en las componentes prospectivas y retrospectivas, con radio 2,43.

(4) Estadio focal *Pla*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Pla* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 11,71, 3,84 y 4,54; y el estadio *Pla* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 4,43, 2,47 y 2,14 respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Pla* se activa mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva con el estadio *Ver*, con radio 2,34 y 2,38 respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A6*, el estadio *Pla* se inhibe mutuamente en las componentes prospectiva y retrospectiva con el estadio *Lec*, con radio 2,13 y 2,37 respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Pla* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva, al estadio *Imp*, con radio 2,20; *Pla* se inhibe mutuamente en ambas perspectiva, con el estadio *Exp*, con radio 2,43.

(5) Estadio focal *Imp*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Imp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 13,53, 11,89 y 3,31.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Imp* se inhibe mutuamente con los estadios *Ana* y *Exp*, en la componente prospectiva y retrospectiva, con radios 4,51 y 2,11 para *Ana*, y 4,46 y 1,98 para *Exp* respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Imp* se inhibe mutuamente en ambas componentes con el estadio *Lec*, con radio 2,86; *Imp* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Pla* con radio 2,20; *Imp* activa en la componente prospectiva al estadio *Con* y la inhibe en la retrospectiva, con radio 3,94; *Imp* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva a *Ver*, con radio 2,64.

(6) Estadio focal *Ver*:

Para la *pareja 3*, el estadio *Ver* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 6,73.

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Ver* se inhibe mutuamente con el estadio *Con* en ambas componentes, con radios 5,07, 2,15 y 2,35 respectivamente.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Ver* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radios 2,91 y 2,57 respectivamente; y el estadio *Ver* se activa mutuamente con el estadio *Pla* en ambas componentes, con radios 2,34 y 2,38 respectivamente.

Para *A6*, el estadio *Ver* activa en la componente retrospectiva e inhibe en la prospectiva al estadio *Exp*, con radio 2,76.

Para la *pareja 3*, el estadio *Ver* se inhibe mutuamente en ambas componentes con *Lec*, con radios 2,32; *Ver* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,64.

(7) Estadio focal *Con*:

Para la *pareja 3*, *A5* y *A6*, el estadio *Con* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 9,26, 2,61 y 5,76 respectivamente; el estadio *Con* se inhibe mutuamente en ambas componentes con el estadio *Ver*, con radios 5,07, 2,15 y 2,35 respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Con* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana*, con radio 5,43; *Con* activa en la componente retrospectiva e inhibe en la prospectiva al estadio *Imp*, con radio 3,94.

Para *A5*, el estadio *Con* se inhibe mutuamente en ambas componentes con el estadio *Exp*, con radio 2,63.

Para la *pareja 3* y *A5*, el estadio *Con* se activa mutuamente en ambas componentes con el estadio *Lec*, con radios 6,61 y 3,76 respectivamente.

Para *A6*, el estadio *Con* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva al estadio *Lec*, con radio 2,74; *Con*, se inhibe mutuamente en ambas componentes con el estadio *Obs*, con radio 2,12.

(8) Estadio focal *Obs*:

Para *A5* y *A6*, el estadio *Obs* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 2,92 y 5,95 respectivamente;

Para la *pareja 3*, y *A6*, el estadio *Obs* se inhibe mutuamente en ambas perspectivas con los estadios *Lec* y *Exp*, con radios 4,03 y 2,04, y 2,36 y 2,16 respectivamente.

Para la *pareja 3*, el estadio *Obs* se inhibe mutuamente, en ambas componentes, con el estadio *Con*, con radio 2,12.

En la medida de lo posible elaboro el análisis en base a las relaciones de activación por un lado y las relaciones de inhibición por el otro. Comienzo por las relaciones de activación.

Tanto para la *pareja*, como para los estudiantes, obtengo relativamente pocas relaciones de activación. En concreto, todas las autoactivaciones que informan acerca

del trabajo colaborativo (periodos de trabajo cooperativo y de traslaciones de ejecución) y, las relaciones entre *Lec* y *Con*; entre *Lec* y *Ana*, *Pla* e *Imp*; entre *Pla* y *Ver*; e *Imp* y *Con*.

Comienzo con la relación de activación entre *Lec* y *Ana* en la componente prospectiva para *A6* y la pareja. En primer lugar, ello informa de la influencia del proceder de *A6* en la pareja. Es decir, como pareja, estas relaciones señalan que tras un proceso de lectura, proceden al análisis de la información. Por otro lado, la inhibición en la componente retrospectiva apunta a que dichos análisis no generan dudas en relación a la información contenida en los textos de la i-actividad. En segundo lugar, indica prudencia en el modo de proceder, la pareja busca disponer de una comprensión profunda del problema antes de continuar su proceso de resolución, potenciada por las acciones de *A6*.

Todo lo anterior es reforzado por el hecho de presentarse la relación de activación mutua entre *Lec* y *Con* para *A5* y la pareja, siendo dicha relación solo en la componente prospectiva para *A6*. En este caso, predomina en la pareja la influencia de *A5* y el interés de este estudiante de alcanzar una comprensión adecuada tanto del problema, como del significado de las interacciones con la i-actividad.

Para la pareja, el estadio *Pla* activa a *Imp* en la componente prospectiva y lo inhibe en la retrospectiva, ello indica que esta asume el plan de resolución que finalmente es implementado. A su vez, la inhibición apunta a que dicho plan no genera dudas en la pareja. Es indicio de ello también la relación de activación en la componente retrospectiva y de inhibición en la prospectiva entre *Imp* y *Ver* para la pareja. Es decir, tras la realización de procesos de implementación, la pareja está segura y no es hasta un nuevo proceso de control y la observación de algún hecho, que no vuelven sobre su proceso de implementación. Es más, la existencia de activación mutua entre *Pla* y *Ver* para la pareja y *A5* indica que antes de proceder a la implementación, la pareja (influenciado por *A5*) verifica su plan de resolución. Por último, la relación de activación en la componente prospectiva entre *Imp* y *Con* para la pareja, sugiere que esta hace descansos tras procesos de implementación, o que durante ellos, realizan preguntas al observador y/o compañero acerca del funcionamiento de la i-actividad. Por otro lado, la relación de inhibición entre *Imp* y *Con* en la retrospectiva indica que tras

procesos de *Con*, no vuelven a realizar procesos de *Imp*. Este hecho, extraño en principio, es normal al observar el gráfico secuencial de la pareja (Figura Anexo XIV-1, Anexo XIV, p. 32), en la que detecto que solo hay una concurrencia entre *Imp* y *Con*, siendo esta en el último intervalo de ocurrencia de *Imp*. Por otro lado, la relación de autoactivación de *Imp* indica que los lapsos entre intervalos de *Imp* son pequeños, tal y como puede apreciarse en el gráfico secuencial de la pareja (Figura Anexo XIV-1, Anexo XIV, p. 32). Todo lo anterior refleja cierto intento por la pareja de crear y mantener su ECP.

En cuanto a las autoactivaciones de *Exp* y *Ver*, estas indican que la pareja (y estudiantes) intentan ejercer cierto control sobre su proceso y buscar información que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Además, estos hechos ponen de manifiesto como actuaciones independientes, en mayor medida o menor medida, conllevan una visión coordinada de las actuaciones a nivel de pareja. En concreto, la autoactivación de *Exp* está relacionada con el esfuerzo por crear y mantener el ECP, la autoactivación de *Ver* con el esfuerzo compartido de controlar el proceso de resolución.

Todo ello es coherente con la existencia de la autoactivación de *Obs* para A5 y A6. Ello refleja un intercambio de ideas, opiniones, etc., entre ambos estudiantes y que efectivamente, ha habido un proceso de trabajo colaborativo. Es decir, ambos estudiantes constantemente observan y escuchan las acciones y comentarios de su pareja. Hay un intento por crear y mantener su ECP. Además, la autoactivación de *Ana* y *Pla* indica que precisamente los análisis efectuados y el plan es compartido o asumido por la pareja, para la cual, es necesario cierta complicidad entre ambos estudiantes en referencia a la adecuación de dichos análisis y plan de resolución. Por último, la autoactivación de *Lec* es coherente con procesos de trabajo en pareja en los que ambos, en determinados intervalos, están leyendo a la vez los textos de la i-actividad.

En cuanto a las relaciones de inhibición, que *Lec* e *Imp* presente una relación de inhibición mutua en ambas componentes, indica que el problema de la hormiga si es un “problema” para la pareja. Lo contrario implicaría que la pareja conoce cómo resolver el problema, o bien, que la pareja realiza una lectura superficial del enunciado del problema e implementan acciones sin un plan preestablecido coherente. Esto es coherente con las relaciones de inhibición mutua en ambas componentes entre *Lec* y

Pla, y entre *Lec* y *Ver*. La relación la obtengo a pesar de que en *Pag1*, tras la lectura del enunciado, intentan resolver el problema sin éxito. Ello indica que la pareja advierte que están frente a un problema para ellos.

Que los estadios *Ana* y *Exp* presenten para *A5* y la pareja una relación de inhibición en ambas componentes apunta a que *A5* y la pareja tienen dificultades para adquirir una comprensión profunda del problema. Además, la relación de inhibición mutua entre *Ana* e *Imp*, y entre *Ana* y *Ver*, para *A5* y la pareja indican en que las acciones de análisis realizadas no les permite establecer un plan de resolución adecuado que les permita directamente llevar a cabo acciones de implementación, ni tampoco controlar y verificar el análisis efectuado. Ello es coherente con la existencia de la relación de inhibición mutua en ambas componentes entre *Ana* y *Pla* para los estudiantes y la pareja.

Sobre ello indican las relaciones de inhibición entre *Exp* y *Obs*; y entre *Exp* y *Pla*, para la pareja; y entre *Exp* e *Imp* para *A5* y la pareja. Es decir, la exploración del problema, al igual que con las acciones de análisis, no llevan a los estudiantes a establecer un plan ni a la realización de procesos de implementación. La pareja no consigue extraer información relevante que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Es más, como he puesto de manifiesto, el plan es puesto en juego dialéctico con procesos de ida y vuelta de *Pla* con *Ver* (activación mutua en ambas componentes para *A5* y la pareja), y la relación de estimulación prospectiva para *A6* entre *Exp* y *Ver*.

V.4.2. Influencia de la interactividad

Centro ahora la atención en la descripción y análisis de la influencia de la interactividad de la i-Actividad en el proceso de resolución. Para ello utilizo los datos obtenidos desde la Tabla Anexo XIV-58 hasta la Tabla Anexo XIV-70 (Anexo XIV, pp. 23-27). Dichas tablas describen las estadísticas básicas para el criterio interactividad y las concurrencias entre este criterio y los criterios resolución de problemas, arrastre, ratón y páginas, para *A5*, *A6* y la *pareja 3*. Comienzo la descripción y análisis con la Tabla Anexo XIV-58 (Anexo XIV, p. 23) de estadísticas básicas.

Considero el conjunto $Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$ como el conjunto de todas las influencias de la interactividad. Los datos revelan que la *pareja 3* recibe influencia de la interactividad (*Int*) cerca del 10% del tiempo total del proceso de resolución (177 s

de 1632 s totales), con una frecuencia de 22, correspondiendo 12 a A5 y 10 a A6. En tiempo, A5 recibe influencia durante 78 s y A6 durante 99 s, valores relativamente similares.

Del conjunto de influencias, *Int1* es la de mayor frecuencia y tiempo, seguida de *Int5* (frecuencia 8 y tiempo 85 s para *Int1*, y frecuencia 6 y tiempo 63 s para *Int5*). Entre las dos tipologías de influencias representan cerca del 84% de la influencia que reciben los estudiantes de la *pareja 3* (48% *Int1* y 34% *Int5*). Respecto de *Int1*, la influencia es recibida casi en exclusiva sobre el estudiante A6 (62 s de 85 s, lo que representa el 73% de la influencia tipo *Int1*). Para *Int5*, A5 dobla en frecuencia a A6 (4 y 2 respectivamente) y en tiempo, la duración es similar (33 s y 30 s respectivamente). Respecto de *Int3*, la influencia recae en exclusiva sobre A5 (frecuencia 6 y duración 21). Por último, para *Int4*, A5 presenta igual frecuencia que para A6, y en duración, A5 casi no recibe influencia (1 s) y A6 muy poca (6 s). No hay influencia tipo 2.

La influencia sobre el que maneja el ratón ($\{Int1 \cup Int2\}$) recae íntegramente sobre *Int1* puesto que *Int2* no presenta ocurrencia. Por tanto, la mayoría de dicha influencia recae sobre A6. Respecto de la influencia sobre el que no maneja el ratón ($\{Int3 \cup Int4\}$), esta presenta una duración conjunta de 28 s. Como es de esperar, a la vista de los datos relativos al criterio ratón, la influencia sobre el que no maneja el ratón recae casi en exclusiva sobre A5 (22 s). Además, *Int3* acapara 21 s de los 28 s totales.

La influencia de la interactividad en los estudiantes es similar para ambos, a pesar de que el uso del ratón y la realización de los arrastres recaen principalmente en A6. Ello indica que A5 es un sujeto activo en el proceso de resolución colaborativo. De hecho, A5 recibe el 44% de la influencia de la interactividad. Por otro lado, los valores obtenidos apuntan hacia la importancia de la influencia de la interactividad pasado cierto tiempo (*Int5*) tras la interacción con los *applets*. Esta tipología de interactividad influye más o menos igual en ambos estudiantes, pero en frecuencia, A5 dobla a A6. Queda patente entonces cierto compromiso por parte de A5 en el proceso de resolución, y por ende, en la creación y mantenimiento del ECP. Además, los valores para *Int5* indican la dificultad en la comprensión del significado de las acciones con la i-actividad puesto que dichas acciones tienen que ser interiorizadas para que produzcan efectos. Por otro lado, como cabe esperar, *Int1* recae sobre A6 e *Int3* sobre A5.

En cuanto a la concurrencia entre los criterios interactividad y resolución de problemas (Tabla Anexo XIV-59, Tabla Anexo XIV-60 y Tabla Anexo XIV-61; Anexo XIV, p. 24, p. 24 y p. 24 respectivamente), los datos para la *pareja 3* (Tabla Anexo XIV-61, Anexo XIV, p. 24) revelan que *Int* concurre en mayor frecuencia y tiempo con *Ana* (frecuencia 10 de 22 y 98 s), representando en duración el 55% de la concurrencia entre influencia y el criterio resolución de problemas. Si unido a ello, contabilizo la concurrencia con *Exp* (frecuencia 5 y tiempo total 49 s), que representa en duración el 28%, el porcentaje total asciende al 83% de la concurrencia. El otro 17% corresponde a la concurrencia de *Int* con *Ver* (frecuencia 7 y tiempo total 28 s).

De la concurrencia de *Int* con *Ana*, esta es casi soportada por *A6*, doblando en frecuencia y sextuplicando en tiempo *A6* a *A5* (frecuencia 7 y 3; tiempo 16 s y 82 s respectivamente). Además, el tipo de influencia dominante es *Int1* (frecuencia 5, tiempo 54 s, exclusivo de *A6*), seguida de *Int5* (frecuencia 3, tiempo 34 s, asociado fundamentalmente a *A5*). La concurrencia de *Int* con *Exp* es exclusiva sobre *A5*, predominando la influencia *Int1* (frecuencia 1 y tiempo 23 s) e *Int5* (frecuencia 2 y tiempo 19 s). En la concurrencia de *Int* con *Ver*, *A5* y *A6* presentan valores similares respecto de frecuencia y tiempo (frecuencia 4 y 3, tiempo 13 s y 15 s respectivamente). Predominan en $Int \cap Ver$ las influencias *Int1* (frecuencia 2, tiempo 8 s), *Int4* (frecuencia 2, tiempo 8 s) e *Int5* (frecuencia 1, tiempo 8 s). *Int4* e *Int1* influyen principalmente en *A6*, mientras que *Int5* lo hace sobre *A5*.

Los valores apuntan a que la influencia de la interactividad recae especialmente sobre los procesos de *Ana*, con mayor incidencia en *A6*. Aun así, *A5* no es un sujeto pasivo en relación a la influencia de la interactividad, de hecho, la influencia que recae en los procesos de *Exp* indican únicamente sobre *A5*. Es decir, es *A5* sobre el que recae la influencia de la interactividad para la búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Por otro lado, para esta pareja, la influencia de la interactividad sobre acciones de *Ver* recae de manera similar para ambos estudiantes.

Lo anterior refleja como la influencia de la interactividad potencia la creación y mantenimiento del ECP. Además y aunque como he venido detectando a lo largo del análisis realizado, todo indica que *A6* dirige el proceso de resolución, la influencia de la interactividad es duradera en el tiempo para ambos estudiantes y para la pareja, tal y

como es deducible de los valores obtenidos para *Int5*. Dicha influencia está más presente en acciones de *Ana*, recayendo sobre *A6*, pero también está presente en acciones de *Exp*, recayendo sobre *A5*. Es decir, las acciones con la i-actividad, tanto para un estudiante como para el otro, tienen que ser interiorizadas para que produzcan efecto, tanto en *Ana* como en *Exp*. Por otro lado, dado que la pareja no consigue resolver el problema y en consonancia con lo detectado en secciones anteriores, parece que la interacción con la i-actividad y su influencia no producen el efecto deseado o bien, los estudiantes no expresen toda la información derivada de dicha interacción.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio página (Tabla Anexo XIV-68, Tabla Anexo XIV-69 y Tabla Anexo XIV-70; Anexo XIV, p. 27, p. 27 y p. 27), el 54% concurre cuando visualizan *Pag6* (96 s de 177 s), el 23% concurrente con *Pag3* (41 s), el 19% con *Pag5* (34 s) y el 3% con *Pag1* (6 s).

Por otro lado, el 77% de *Int1* y el 38% de *Int5* concurren con *Pag6*. Respecto de *Int1*, concurre con *Pag3* en 13 s (de *A6*), con *Pag5* en 7 s (de *A6*), y con *Pag6* en 65 s (23 s de *A5* y 42 s de *A6*). Respecto de *Int5*, concurre con *Pag1* en 6 s (de *A5*), con *Pag3* en 14 s (de *A6*), con *Pag5* en 19 s (de *A5*) y con *Pag6* en 24 s (8 s de *A5* y 16 s de *A6*). Respecto de *Int3*, concurre con similar duración en *Pag3*, *Pag5* y *Pag6* (7 s, 8 s y 6 s respectivamente) todos de *A5*. Por último, *Int4* concurre básicamente con *Pag3* (7 s de *A6*).

Los valores reflejan como la influencia de la interactividad recae principalmente cuando los estudiantes interactúan con el *applet 3*, el más difícil. En cambio, aunque el *applet 2* es más difícil que el *applet 1*, la influencia es mayor en el primero que en el segundo. Ello apunta a que la interacción con el *applet 1* ha influido algo más en el proceso de resolución de la pareja que con el *applet 2*. Los indicios que apuntan a que el *applet 3* requiere mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo para la pareja. Por otro lado, los valores en *Pag3* apuntan a que la pareja, llegado a esta página, no tiene interiorizado la idea de variabilidad de rutas sobre la arista *BC*. Destaca también la importancia de *Int5*, categoría concurrente con todas las páginas que contiene *applet* y con la *Pag1*.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio ratón (Tabla Anexo XIV-65, Tabla Anexo XIV-66 y Tabla Anexo XIV-67; Anexo XIV, p. 26, p. 26 y p. 26). Para el estudiante *A5*,

la influencia concurre mientras maneja el ratón, *Int1* (frecuencia 1 y 23 s), las demás concurrencias se producen mientras A5 no maneja el ratón, siendo concurrente con *Int3*, *Int4* e *Int5*, con frecuencia 6, 4 y 1, y tiempo 21 s, 1 s y 33 s respectivamente. Para el estudiante A6, la influencia concurre mientras maneja el ratón, *Int1* (frecuencia 8 y 64 s), *Int5* (frecuencia 1 y 14 s), las demás concurrencias se producen mientras A6 no maneja el ratón, siendo concurrente con *Int1*, *Int4* e *Int5*, con frecuencia 4, 1 y 1, y tiempo 16 s, 7 s y 16 s respectivamente. En total, para la pareja, el 47% de la influencia se produce mientras manejan el ratón, (83 s de 177 s), y asciende al 51% si considero también la influencia que concurre justo después de manejar el ratón.

Los valores reflejan la importancia, que para esta pareja, ha tenido *Int5* y como han necesitado interiorizar el significado de las acciones con los *applets* para que produzca influencia. Por otro lado, los demás valores son coherentes con lo obtenido en anteriores secciones.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio arrastre (Tabla Anexo XIV-62, Tabla Anexo XIV-63 y Tabla Anexo XIV-64; Anexo XIV, p. 25, p. 25 y p. 25 respectivamente). La pareja, en el 65% del tiempo recibe influencia de la interactividad mientras no se produce ningún arrastre (114 s), el 22% (40 s) concurre con *Gui* y el 13% concurre con *Err* (23 s). De las concurrencias con *Gui*, la influencia se produce solo sobre A6, mientras que las concurrencias con *Err* lo son solo sobre A5.

Los valores reflejan que la influencia para esta pareja concurre en casi dos tercios cuando no están utilizando el ratón, incidiendo en lo detectado hasta ahora.

V.4.3. Trabajo colaborativo

A continuación centro la atención en abordar el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante la resolución del problema. La Tabla Anexo XIV-20 (Anexo XIV, p. 6), refleja el tiempo y frecuencia del trabajo en paralelo y cooperativo de los estudiantes A5 y A6.

Los datos revelan que hay un total de 116 intervalos o periodos de trabajo cooperativo (suma de los valores de la diagonal de la tabla), de un total de 399 intervalos de concurrencias entre estadios (aproximadamente el 29%). La duración total de los 116 periodos asciende a 412 s, representando aproximadamente el 25% del

tiempo total (1632 s). Si no considero cuando los dos estudiantes observan la pantalla del ordenador, o mantienen una conversación entre ellos, el total de intervalos de trabajo cooperativo es de 35, con un tiempo de 189 s, representando el 13% del tiempo total (1409 s).

- Respecto del estadio *Lec*: el tiempo de trabajo cooperativo en *Lec* es 111 s, representando el 63% y el 71% del tiempo total del estadio *Lec* para A5 y A6 (175 s y 155 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Lec \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Lec* representa el 94% para A5 y el 92% para A6. Es decir, tanto A5 como A6 realizan cooperativamente la mayoría de sus acciones relacionadas con *Lec*.

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Lec* para ambos estudiantes supone en frecuencia el 6% (32 intervalos, 12 si fijo A5*Lec* y 20 si fijo A6*Lec*) del total (566⁹⁵), y en tiempo el 7% (108 s, 64 s si fijo A5*Lec* y 44 s si fijo A6*Lec*) del total (1632 s⁹⁶). No destacan periodos de trabajo en paralelo fijado *Lec* para ambos estudiantes salvo aquellos que involucran a *Obs*. Es decir, los 9 intervalos de trabajo en paralelo en las que A5 está realizando procesos de *Lec* y A6 procesos de *Obs*, con un tiempo de 57 s ($Tiempo(A5Lec \cap A6Obs) = 57 s$), y viceversa, los 15 intervalos de trabajo en paralelo en los que A6 está realizando procesos de *Lec* y A5 procesos de *Obs*, con un tiempo de 35 s ($Tiempo(A6Lec \cap A5Obs) = 35 s$).

Estos valores son coherentes con el hecho de que, sobre todo al inicio de la resolución del problema, ambos estudiantes leen el problema. Por otro lado, las concurrencias entre *Lec* y *Obs* para ambos estudiantes refleja el hecho de que A6 dirige el proceso de resolución.

⁹⁵ La frecuencia total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la frecuencia total y la frecuencia total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $399 - 116 = 283$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $283 \times 2 = 566$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

⁹⁶ El tiempo total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la duración total y la duración total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $1632 - 412 = 1220$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $1220 \times 2 = 2440$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

- Respecto del estadio *Ana*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* es 44 s, representando el 32% y el 14% del tiempo total del estadio *Ana* para A5 y A6 (136 s y 309 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ana \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* representa el 83% para A5 y el 73% para A6. Es decir, A5 realiza cooperativamente algo más cuatro quintos de sus acciones relacionadas con *Ana* y A6 algo más de tres cuartos.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Ana* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 9% (52 intervalos, 7 si fijo A5*Ana* y 45 si fijo A6*Ana*) del total (566), y en tiempo el 14% (357 s, 92 s si fijo A5*Ana* y 265 s si fijo A6*Ana*) del total (2440 s). Destacan el intervalo de trabajo en paralelo en las que A5 está realizando procesos de *Ana* y A6 procesos de *Obs*, con un tiempo de 83 s ($Tiempo(A5Ana \cap A6Lec) = 83 s$), y viceversa, los 39 intervalos de trabajo en paralelo en los que A5 está realizando procesos de *Obs* y A6 procesos de *Ana*, con un tiempo de 249 s ($Tiempo(A5Obs \cap A6Ana) = 249 s$). Así como los 4 intervalos de $A5Exp \cap A6Ana$, con un tiempo de 12 s. El resto de concurrencias no son significativas.

El trabajo cooperativo en *Ana* refleja el esfuerzo, especialmente por parte de A5, de crear y mantener el ECP, reafirmando indicios obtenidos previamente. Ello está reflejado en los valores de concurrencia, no solo del trabajo cooperativo, sino de los periodos de tiempo en los que uno observa y escucha al otro. Aun así, también realizan trabajo independiente como refleja la concurrencia $A5Exp \cap A6Ana$.

- Respecto del estadio *Exp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* es 30 s, representando el 14% del tiempo total del estadio *Exp* para A5 y A6 (213 s y 215 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Exp \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* representa el 64% para A5 y el 61% para A6. Es decir, para ambos estudiantes, realizan cooperativamente casi dos tercios de sus acciones relacionadas con *Exp*.

Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Exp* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 13% (75 intervalos, 35 si fijo A5*Exp* y 40 si fijo A6*Exp*) del total (566), y en tiempo el 15% (368 s, 183 s si fijo A5*Exp* y 185 s si fijo A6*Exp*) del total (2440 s). Destacan los 27 intervalos de trabajo en paralelo en las que A5 está realizando procesos de *Exp* y A6 procesos de *Obs*, con un tiempo de 166 s

(Tiempo($A5Exp \cap A6Obs$) = 166 s), y viceversa, los 31 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A5* está realizando procesos de *Obs* y *A6* procesos de *Exp*, con un tiempo también de 166 s (Tiempo($A5Obs \cap A6Exp$) = 166 s). Así como los 5 intervalos de $A5Ver \cap A6Exp$, con un tiempo de 9 s, y viceversa, los 4 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A6* está realizando procesos de *Ver* y *A5* procesos de *Exp*, con un tiempo de 5 s. La concurrencia $A5Exp \cap A6Ana$ ya ha sido detectada anteriormente.

El tiempo invertido en el trabajo cooperativo en *Exp* es relativamente pequeño, aun así, los datos del trabajo cooperativo junto con los relativos al trabajo en paralelo reflejan cierto esfuerzo por parte de *A5* de crear y mantener el ECP, siguiendo y controlando en mayor medida el proceso de resolución que *A6*. De ello ofrece indicios el porcentaje de tiempo de trabajo cooperativo (sin y/o considerando la concurrencia de *Exp* con *Obs*) y los valores obtenidos en la concurrencia con *Ver*. Por otro lado, los valores también reflejan el esfuerzo de ambos estudiantes por la obtención de información que pudiera ser integrada en el proceso de resolución.

- Respecto del estadio *Pla*: No hay trabajo cooperativo, luego no hay un esfuerzo conjunto en la elaboración del plan de resolución, sino que son las acciones independientes, las que una vez asumidas, son llevadas a cabo.

Por otro lado, el trabajo en paralelo fijado *Pla* para ambos estudiantes supone en frecuencia el 3% (16 intervalos, 7 si fijo *A5Pla* y 9 si fijo *A6Pla*) del total (566), y en tiempo el 4% (87 s, 39 s si fijo *A5Pla* y 48 s si fijo *A6Pla*) del total (2440 s). Los valores reflejan que el trabajo en paralelo, fijado *Pla*, concurre prácticamente solo con *Obs* para ambos estudiantes. De hecho, solo hay un segundo en los que *A6* está realizando acciones de *Pla* y *A5* acciones de *Ver*.

Los valores reflejan el hecho de que la pareja no consiga disponer de un plan de resolución, además, nótese que la mayoría de la concurrencia de *Pla* es con *Pagl* y al inicio del proceso de resolución. Además, el hecho de que el trabajo en paralelo sea con *Obs* significa cierta independencia no consensuada en la planificación del proceso de resolución, sino que ambos estudiantes, cuando diseñan o proponen alguna acción de *Pla*, esta es asumida. Por último, en relación al ECP, durante los procesos de planificación, los estudiantes no realizan esfuerzo ni comparten el ECP.

- Respecto del estadio *Imp*: El tiempo de trabajo cooperativo es 1 s. Puedo considerar entonces que no hay trabajo cooperativo. Ello indica que no hay un esfuerzo conjunto en las acciones de implementación y que estas, una vez realizadas, son asumidas por el compañero. Las concurrencias, fijado *Imp*, son prácticamente en exclusiva con *Obs* para ambos estudiantes.

Los valores apuntan a que los estudiantes presentan dificultades para crear y/o mantener su ECP en los procesos asociados a *Imp*.

- Respecto del estadio *Ver*: El tiempo de trabajo cooperativo es 2 s. Puedo considerar entonces que no hay trabajo cooperativo. Ello indica que no hay un esfuerzo conjunto en las acciones de control, las cuales son implementadas de forma independiente por cada estudiante. A su vez, también puede indicar cierta desorientación e impulsividad en el proceso de resolución, motivado por la falta de coordinación en las acciones independientes.

Por otro lado, el trabajo en paralelo fijado *Ver* para ambos estudiantes representa, en frecuencia, el 15% (85 intervalos, 37 si fijo *A5Ver* y 48 si fijo *A6Ver*) del total (399), y en tiempo el 9% (225 s, 74 s si fijo *A5Ver* y 151 s si fijo *A6Ver*) del total (2440 s). Destacan los 29 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A5* está realizando procesos de *Ver* y *A6* procesos de *Obs*, con un tiempo de 60 s ($\text{Tiempo}(A5Ver \cap A6Obs) = 60 \text{ s}$), y viceversa, los 39 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A5* está realizando procesos de *Obs* y *A6* procesos de *Ver*, con un tiempo también de 138 s ($\text{Tiempo}(A5Obs \cap A6Ver) = 138 \text{ s}$). Así como los 5 intervalos de $A5Ver \cap A6Exp$, con un tiempo de 9 s, y viceversa, los 4 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A6* está realizando procesos de *Ver* y *A5* procesos de *Exp*, con un tiempo de 5 s. Igualmente, señalo la concurrencia $A5Exp \cap A6Ana$, con una frecuencia de 2 y tiempo 4 s, y la concurrencia $A5Lec \cap A6Ver$, con una frecuencia de 2 y tiempo 5 s.

Al igual que detecto para *Pla* e *Imp*, la gran mayoría del esfuerzo en acciones de control y monitoreo es implementado de forma independiente. Dichas acciones de control son observadas por el compañero, que las asume.

- Respecto del estadio *Con*: El tiempo de trabajo cooperativo es 1 s. Puedo considerar entonces que no hay trabajo cooperativo. Ello puede ser natural puesto que *Con* indica acciones relacionadas con la comprensión del funcionamiento de la i-actividad o la realización de pequeños descansos.

Por otro lado, el trabajo en paralelo fijado *Con* para ambos estudiantes representa, en frecuencia, el 8% (45 intervalos, 21 si fijo *A5Con* y 24 si fijo *A6Con*) del total (566), y en tiempo el 3% (69 s, 31 s si fijo *A5Con* y 38 s si fijo *A6Con*) del total (2440 s). Destacan los 14 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A5* está realizando procesos de *Con* y *A6* procesos de *Obs*, con un tiempo de 17 s ($\text{Tiempo}(A5Con \cap A6Obs) = 17\text{ s}$), y viceversa, los 24 intervalos de trabajo en paralelo en los que *A5* está realizando procesos de *Obs* y *A6* procesos de *Con*, con un tiempo también de 38 s ($\text{Tiempo}(A5Obs \cap A6Con) = 38\text{ s}$). También señalo los 2 intervalos de $A5Con \cap A6Exp$, con un tiempo de 7 s, y los 4 intervalos de $A5Con \cap A6Lec$, con un tiempo de 6 s.

Los valores reflejan un hecho que en cierto modo es natural. Si uno de los estudiantes realiza acciones de *Con*, el otro observa y escucha dicha acción con objeto de integrarla en su conocimiento acerca del proceso de resolución. Aun así, el hecho de que el trabajo en paralelo, para *A6Con*, recaiga casi todo sobre *A5Obs*, reafirma que efectivamente *A6* lleva el peso de las acciones en la resolución. Por otro lado, las concurrencias de *A5Con* con *A6Lec* y *A6Exp* reflejan como la i-actividad genera dudas (concurrency con lectura) y propicia acciones de exploración del problema.

La anterior información, junto con la ausencia o casi ausencia de trabajo cooperativo en *Pla*, *Imp*, *Ver* indican, que a nivel de estudiantes, tienen dificultades crear y compartir el ECP. En cambio, las relaciones de activación-inhibición detectadas entre *Pla*, *Imp* y *Ver*, reflejan cierto esfuerzo a nivel de pareja para crear y mantener el ECP. Esto es así dado que las acciones asociadas a estadios son observadas por el compañero/a, en un intento por coordinar las acciones independientes como pone de manifiesto el análisis del estadio *Obs*.

- Respecto del estadio *Obs*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Obs* es 223 s, representando el 24% y el 33% del tiempo total del estadio *Obs* para A5 y A6 (932 s y 672 s respectivamente).

Por otro lado, el trabajo en paralelo fijado *Obs* para ambos estudiantes supone, en frecuencia, el 44% (251 intervalos, 160 si fijo A5*Obs* y 91 si fijo A6*Obs*) del total (566), y en tiempo el 47% (56 s, 375 s si fijo A5*Obs* y 796 s si fijo A6*Obs*) del total (2440 s). Las concurrencias con los otros estadios han sido descritas en las secciones previas, solo volver a destacar los valores obtenidos para A5*Obs* con A6*Ana*, A6*Exp* y A6*Ver*, con frecuencia y tiempo (39, 249 s), (31, 166 s) y (39, 138 s) respectivamente. Y los valores obtenidos para A6*Obs* con A5*Lec*, A5*Ana*, A5*Exp*, A5*Ver*, con frecuencia y tiempo (9, 57), (1, 83 s), (27, 166 s) y (29, 60 s).

Los datos indican que es A6 quien asume más el papel de controlador, y A5 no es un sujeto pasivo (concorre con cualquier otro estadio de A6). Claramente, A5 está más tiempo y en más ocasiones observando y escuchando al estudiante A6, lo que incide en que efectivamente A6 lleva el peso de las acciones en la resolución.

En cuanto a las traslaciones de ejecución, la Tabla Anexo XIV-21 (Anexo XIV, p. 7) muestra la casuística de cada tipo de traslación.

Los valores obtenidos reflejan un total de 218 traslaciones de ejecución, de estas, 66 son traslaciones del estudiante A5, 83 de A6 y 69 traslación mutua. De las traslaciones de ejecución, en 92 ocasiones A5 o A6 mantienen su estadio. Dichas traslaciones generan entonces periodos de trabajo cooperativo. Así, de los 116 periodos de trabajo cooperativo registrados, 92 provienen de traslaciones de ejecución.

De las 66 traslaciones de ejecución para A5;

(a) A6 mantiene su estadio en 38 ocasiones. Es decir, existen 38 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de A6, en los que A5 intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de A6. La mayoría de estas traslaciones involucran a *Obs* (frecuencia 37), además, el observable de A6 también es codificado como *Obs* en 28 ocasiones.

(b) A6 no mantiene su estadio en 28 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que A5 traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 54, dónde el observable de A6 también es codificado como *Obs* en 28 ocasiones; con una frecuencia de 2, A5 traslada su estadio a *Ver* (A5 también controla y valida las observaciones realizadas por A6); y con una frecuencia de 3, A5 traslada su estadio a *Ana* (A5 continúa con las acciones realizadas por A6). Por último, traslada su estadio a *Lec*, con frecuencia 1; a *Exp*, con frecuencia 4; a *Imp* con frecuencia 1.

De las 83 traslaciones de ejecución para A6;

(a) A5 mantiene su estadio en 54 ocasiones. Es decir, existen 54 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de A5, en los que A6 intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de A5. La mayoría de estas traslaciones involucran a *Obs* (frecuencia 44), además, el observable de A6 también es codificado como *Obs*.

(b) A5 no mantiene su estadio en 29 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que A6 traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 88, dónde el observable de A5 también es codificado como *Obs* en 73 ocasiones; con una frecuencia de 10, A6 traslada su estadio a *Ver* (A6 también controla y valida las observaciones realizadas por A5); y con una frecuencia de 4, A6 traslada su estadio a *Ana* (A6 continúa con las acciones realizadas por A5). Por último, traslada su estadio a *Lec*, con frecuencia 6; a *Exp*, con frecuencia 11; a *Pla* con frecuencia 4; a *Imp* con frecuencia 1; a *Con* con frecuencia 3.

De las 69 traslaciones mutuas, todas involucran a *Obs*, es decir, en las traslaciones mutuas, alguno de los dos estudiantes está observando y escuchando para posteriormente trasladar su observable a la conducta del otro estudiante y el otro, trasladar su observable a observación y escucha. En concreto, A5 traslada su ejecución del estadio *Obs* al estadio de A6 con una frecuencia de 36. De estas, 14 (39%) traslada el estadio a *Ana*, 10 (28%) lo hace a *Ver*, 7 (19%) lo hace a *Exp*, y el resto (14%) lo hace a *Con* (2), *Imp* (2) y *Pla* (1). Y viceversa, A6 traslada su ejecución de *Obs* al

estadio de *A5* con una frecuencia de 33. De estas, 12 (36%) traslada el estadio a *Ana*, 9 (27%) lo hace a *Ver*, 8 (24%) lo hace a *Exp*, y el resto (13%) lo hace a *Con* (2) e *Imp* (2). En conjunto, las traslaciones mutuas al estadio *Ana* presentan una frecuencia de 26 (38%), al estadio *Ver* presentan una frecuencia de 19 (27%) y al estadio *Exp* presentan una frecuencia de 15 (22%), que conjuntamente son el 87% de las traslaciones de ejecución mutua.

Los datos reflejan como es *A6* lleva el peso en las acciones en el proceso de resolución. Prueba de ello es que el 80% (121 de 142) de las traslaciones de *A6* involucran a *Obs* y por las frecuencias de traslación de *A6* a *Ver*, *Ana*, *Exp* y *Pla* cuando *A5* no mantiene su estadio, y por las frecuencias de traslaciones mutuas a *Ana*, *Ver* y *Exp*.

Por otro lado, los valores reflejan como *A5* es un compañero algo pasivo en el proceso de resolución. Esto es así por las frecuencias de traslación de ejecución para *A5* en los procesos de análisis y exploración cuando *A6* mantiene su estadio, y por la frecuencia de las traslaciones mutuas en las que *A5* traslada su observable a *Ana*, *Ver* y *Exp*. Además, los valores obtenidos de las traslaciones de ejecución para *A5* también indican cierta implicación de este estudiante en la creación y mantenimiento del ECP de la pareja.

V.4.4. Resultados

El análisis efectuado permite obtener un conjunto de resultados relativos al proceso de resolución llevado a cabo por los estudiantes. En esta ocasión, y con objeto de responder a los objetivos de investigación aun abiertos, centro la atención en los siguientes aspectos: (a) las relaciones entre los estadios en el proceso de resolución, (b) el tránsito entre ellos, (c) el trabajo colaborativo puesto en juego y, (c) la influencia de la interactividad. Dado que estos aspectos están interrelacionados, presento un discurso que los aborda integralmente, agrupados en evidencias de distintos resultados relacionados con el proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. Codifico utilizando el siguiente juego de códigos $P_i/R_j/E_k$, donde i indica número de pareja, j indica, en orden ascendente, el número de resultado, y k indica, en orden ascendente, el número de evidencia.

Pareja 3 / Resultado 1(P3/R1)

La pareja 3 intenta ejercer cierto control sobre su progreso, con acciones independientes, no claramente coordinadas, que confluyen en el objetivo común de resolver el problema. La pareja no utiliza el ratón y los arrastres para llevar a cabo acciones de control y monitoreo.

Evidencias:

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 1 (P3/R1/E1). El estadio *Ver* es el segundo en frecuencia, y el cuarto en duración para la pareja, con valores globales mayores para *A6* que para *A5* (según las estadísticas básicas). Aunque los valores de *Ver* para *A6* indican que el peso del control y monitoreo recae sobre este estudiante, *A5* también presenta unos valores que indican cierta implicación en los procesos de control y monitoreo del proceso de resolución. La concurrencia de *Ver* para ambos estudiantes son similares para *Pag1*, *Pag5* y *Pag6*, algo mayor para *A6* en *Pag3*, y casi en exclusiva para *A6* en *Pag2*, no hay concurrencia en *Pag4*. La intensidad de las acciones de control y monitoreo es mayor en *Pag1* y *Pag6*, páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo.

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 2 (P3/R1/E2). Los valores bajos de concurrencia entre *Rat* y *Ver*, y entre la dupla {*Err*, *Gui*} y *Ver*.

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 3 (P3/R1/E3). Los valores del estadio *Obs* en los distintos procedimientos; la existencia de probabilidad de transición de *Obs* a *Ver* superior a 0,2, para *A5*, *A6* y la pareja; la cantidad de cadenas diádicas y triádicas que involucran al estadio *Obs* para *A5* (7 diádica y 6 triádicas), para *A6* (6 diádica y 5 triádicas) y para la pareja (9 diádicas y 2 triádicas) del total (20 de 25 diádicas y 15 de 15 triádicas); y la cantidad de cadenas diádicas y triádicas que involucran al estadio *Ver* para *A5* (1 diádica y 5 triádicas), para *A6* (1 diádica y 3 triádicas) y para la pareja (4 diádicas y 2 triádicas) del total (10 de 25 diádicas y 6 de 15 triádicas).

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 4 (P3/R1/E4) Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, recayendo de manera similar para ambos estudiantes y por el hecho de que *Int4* solo concurre con *Ver*.

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 5 (P3/R1/E5). Los valores muy bajos del trabajo cooperativo en *Ver*, del trabajo en paralelo fijado *Obs* para ambos estudiantes, y del trabajo en paralelo fijado *Ver* para ambos estudiantes.

-Pareja 3 / Resultado 1 / Evidencia 6 (P3/R1/E6). La existencia de activación mutua entre *Pla* y *Ver*, para *A5* y la pareja; de autoactivación de *Exp* y *Ver* solo para la pareja, y de activación en la componente prospectiva entre *Exp* y *Ver* para *A6*, junto con la existencia fundamentalmente de las relaciones de inhibición de *Imp*, en especial, de *Imp* y *Ver* para la pareja.

Pareja 3 / Resultado 2 (P3/R2)

Al inicio del proceso de resolución, ambos estudiantes asumen un proceso de resolución en la que no están claramente definidos los roles. Paulatinamente y conforme avanza el proceso de resolución, *A6* asume el rol de director y *A5* va a cada vez más a “remolque” de las acciones de *A6*, sin asumir un rol específico y sin dejar de participar. Este juego de roles provoca descoordinación de las acciones independientes de los estudiantes. La pareja presenta dificultades para abordar la resolución del problema con más garantías de éxito.

Dicho lo anterior, desde una visión global del proceso de resolución, los principales roles asumidos por cada estudiante y las evidencias asociadas son:

- *A6* lleva el peso de las actividades en el proceso de resolución a través de la realización de acciones analíticas y de verificación, participando también activamente en acciones asociadas los demás estadios.

Evidencias:

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 1 (P3/R2/E1). Los valores obtenidos por *A6* en las estadísticas básicas en los estadios *Ana* y *Ver*; Los valores próximos respecto del estadístico duración de *Lec* para *A6* y *A5*; y los valores similares para *A6* y *A5* para *Exp*, *Pla*, *Imp* y *Con*. Así como los valores y porcentajes, sin considerar *Obs*, de los estadios *Ana* y *Ver* para *A6* y *A5*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 2 (P3/R2/E2). Los valores obtenidos por *A6* en el manejo del ratón y la realización de arrastres con los *applets*. Este estudiante utiliza casi en exclusividad el ratón y realiza casi todos los arrastres (*Gui* y *Err*).

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 3 (P3/R2/E3). Los valores de *Int* para *A6*, y en especial, los valores de *Int1* e *Int5*. Juntos, *Int1* e *Int5* representan el 84% de la influencia, recibiendo *A6* el 73% de *Int1* y el 48% de *Int5*. En total, *A6* recibe el 56% de la influencia. La concurrencia de *Int* con *Ana* recae fundamentalmente sobre *A6*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 4 (P3/R2/E4). El valor de concurrencia entre *Pag2* y *Lec* es mayor para *A6*, presentando valores similares para *Pag3*, *Pag4*, *Pag5* y *Pag6*. Es menor en *Pag1*. Los valores de concurrencia entre *Pag3*, *Pag4* y *Pag5* y *Exp* es mayor para *A6*, presentando valores sensiblemente menores en *Pag1*, *Pag6*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 5 (P3/R2/E5) La existencia, para *A6*, de la cadena significativa *Lec*→*Ana*, los valores de probabilidad de tránsito entre *Lec* y *Ana*, y entre *Obs* y *Ver*. Dicha probabilidad de tránsito también es superior a 0,2 para la pareja y la cadena significativa diádica se transforma en una cadena triádica que involucra a *Obs* (*Lec*→*Ana*→*Obs*). Esto último refleja a su vez la influencia de las acciones de *A6* sobre la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 6 (P3/R2/E6). La existencia de la relación de activación entre *Lec* y *Ana* para *A6* y la pareja. Esta evidencia refleja la influencia de *A6*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 7 (P3/R2/E7). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Lec*, *Ana* y *Exp*, y en paralelo entre los estadios *A6Ana* y *A5Obs* y *A6Exp* y *A5Obs*. Y los valores del trabajo en paralelo del estadio *Ver* y *Con*, en particular, entre los *A6Ver* y *A5Obs*, y *A6Con* y *A5Obs*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 8 (P3/R2/E8). El porcentaje de traslaciones de *A6* que involucran a *Obs*, los valores de las frecuencias de traslación de *A6* a *Ver*, *Ana*, *Exp* y *Pla* cuando *A5* no mantiene su estadio, y por las frecuencias de traslaciones mutuas a *Ana*, *Ver* y *Exp*.

- A5, en general, va a “remolque” de las acciones realizadas por A6. Aun así, no es un estudiante pasivo, siendo la implicación de A5 mayor en acciones de *Exp* y *Lec*, y similar en acciones de *Pla*, *Imp* y *Con*, utilizando un poco el ratón, realizando algún arrastre y recibiendo influencia de la interactividad.

Evidencias:

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 9 (P3/R2/E9). Los valores obtenidos por el estadio *Obs* (en general), y los valores en las estadísticas básicas de *Lec* y *Exp* (sin considerar *Obs*), para A5.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 10 (P3/R2/E10). Los valores obtenidos por A5 en el manejo del ratón y la realización de arrastres con los *applets*. A5 utiliza poco el ratón y realiza solo dos arrastres (uno *Gui* y uno *Err*).

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 11 (P3/R2/E11). Los valores de *Int* para A5, y en especial, los valores de *Int3* e *Int5*. A5 recibe el 52% de *Int5* y el 100% de *Int3*. En total supone el 44% de la influencia. La concurrencia de *Int* con *Exp* recae en exclusiva sobre A5.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 12 (P3/R2/E12). Las probabilidades de transición para A5 cuando *Obs* es el estadio siguiente son muy próximas a la unidad; las probabilidades unitarias de las transiciones *Pla* e *Imp* a *Obs*; y las probabilidades de *Obs* a *Ver* y de *Obs* a *Exp*. Además, todas las cadenas para A5 involucran a *Obs*, y la cadena triádica *Pla*→*Obs*→*Ver* es significativa para la pareja. Esto último refleja como A5 es activo e influyen sus acciones sobre la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 13 (P3/R2/E13). La existencia de la relación de activación entre *Lec* y *Con*, y entre *Pla* y *Ver*, refleja la influencia de A5 sobre la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 14 (P3/R2/E14). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Lec*, *Ana* y *Exp*, y del trabajo en paralelo entre los estadios *A5Lec* y *A6Obs*; *A5Ana* y *A6Obs*; *A5Exp* y *A6Obs*. Y los valores del trabajo en paralelo del estadio *Ver*, en particular, de *A5Ver* y *A6Obs*. Los valores indican que A5 no es un estudiante pasivo, especialmente en las acciones relacionadas con el estadio *Exp*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 15 (P3/R2/E15). Por los valores de las frecuencias de traslación para *A5* a *Ana* y *Exp*, cuando *A6* mantiene su estadio y las frecuencias de traslación mutua a *Ana*, *Ver* y *Exp*.

-Pareja 3 / Resultado 2 / Evidencia 16 (P3/R2/E16). El valore de concurrencia entre *Pag1* y *Lec* es mayor para *A5*, presentando valores similares para *Pag3*, *Pag4*, *Pag5* y *Pag6*. Es menor en *Pag2*. Los valores de concurrencia entre *Pag1*, *Pag6* y *Exp* es mayor para *A5*, presentando valores sensiblemente menores en *Pag3*, *Pag4* y *Pag5*.

Pareja 3 / Resultado 3 (P3/R3)

Por lo general, los estudiantes presentan alternancias entre la impulsividad-desorientación y la prudencia en el modo de proceder durante la resolución del problema.

Evidencias:

Respecto de la prudencia

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 1 (P3/R3/E1). Los valores obtenidos para el estadio *Obs* en las estadísticas básicas y concurrencia con el criterio páginas para *A3*, *A4* y la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 2 (P3/R3/E2). Los valores de duración de la *Pag1*, y la existencia de transiciones “había abajo” en las páginas. Ello indica cierta prudencia derivada de las dificultades para alcanzar una comprensión profunda del problema.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 3 (P3/R3/E3). Los valores de probabilidad del estadio *Obs* cuando este es considerado como estadio siguiente, especialmente el valor unitario de la probabilidad de transición de *Pla* e *Imp* a *Obs*, y el valor de *Obs* a *Ver* para *A5*, *A6* y la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 4 (P3/R3/E4) La mayoría de las cadenas diádicas y triádicas involucran a *Obs*, principalmente como estadio inicial o central, así como el número de cadenas que involucran a *Ver* para *A5*, *A6* y la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 5 (P3/R3/E5). La existencia, para la pareja, de la cadena diádica *Lec*→*Ana*, los valores de probabilidad obtenidos de *Lec* a *Obs* y las cadenas triádicas *Pla*→*Obs*→*Ver*, *Imp*→*Obs*→*Ver*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 6 (P3/R3/E6). La existencia de la relación de activación en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva entre *Lec* y *Ana* para A6 y la pareja; la existencia de la relación de activación mutua entre *Pla* y *Ver* para A5 y la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 7 (P3/R3/E7). Los valores obtenidos en relación al trabajo en paralelo para el estadio *Ver* con *Obs*. Existe cierto control y monitoreo que es implementado de forma independiente.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 8 (P3/R3/E8). Los valores de traslación que involucran a *Obs*, que representan el 95% de las traslaciones totales.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 9 (P3/R3/E9). La relaciones, para la pareja, de autoactivación de *Ana*, *Exp* y *Obs*; de activación entre *Lec* y *Con*; de inhibición entre *Exp* y *Ana*; de activación entre *Imp* y *Con* en la componente prospectiva; y entre *Ver* e *Imp*.

Respecto de la impulsividad y la desorientación

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 10 (P3/R3/E10). La existencia y valores de concurrencias entre *Pag1* y los estadios *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp* y *Ver*. La no existencia de concurrencia de *Pla* en *Pag2*, *Pag3*, *Pag4* y *Pag5*, ni de *Imp* en *Pag3*, *Pag4*, *Pag5* y *Pag6*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 11 (P3/R3/E11). Los valores de concurrencias elevados de *Ana* y *Exp* en todas las páginas, en especial en aquellas páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Pag1*, *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*).

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 12 (P3/R3/E12). Los valores de concurrencias del manejo del ratón con *Ana*, *Exp* y *Obs* y el hecho de no existir concurrencia con *Pla*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 13 (P3/R3/E13). Los valores de concurrencias de *Gui* con *Ana*, y de *Err* con *Exp*; los bajos valores de concurrencia de *Gui* con *Ver*; y el hecho de no existir concurrencia de los arrastres con *Pla* y de *Err* con *Ver*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 14 (P3/R3/E14). La existencia de cadenas diádicas inhibitorias relacionadas con *Con*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 15 (P3/R3/E15). Los valores de *Int1* e *Int3*, así como el bajo valor de concurrencia entre *Int* y *Ver*.

-Pareja 3 / Resultado 3 / Evidencia 16 (P3/R3/E16). El valor casi inexistente del trabajo cooperativo en *Ver*.

Pareja 3 / Resultado 4 (P3/R4)

Durante el proceso de resolución, ambos estudiantes intentan crear y mantener un Espacio Compartido del Problema (ECP), aunque con dificultades.

Evidencias:

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 1 (P3/R4/E1). La asunción de roles, definidos paulatinamente a lo largo del proceso de resolución, en los que ningún estudiante es pasivo.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 2 (P3/R4/E2). Los valores de las estadísticas básicas para el criterio resolución de problemas, y en particular, los valores de *Exp*, *Pla* e *Imp*.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 3 (P3/R4/E3). Los valores de concurrencia entre los criterios página y resolución de problemas indican que la pareja tiene dificultades para la creación y mantenimiento de su ECP.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 4 (P3/R4/E4) Los valores de las estadísticas básicas del criterio ratón y arrastre ponen de manifiesto una tímida colaboración en la búsqueda de información y análisis del problema por A5. Se refleja cierto compromiso de este estudiante en la creación y mantenimiento del ECP.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 5 (P3/R4/E5). Los valores de las probabilidades de transición, especialmente de aquellas que involucran a *Obs*, para ambos estudiantes y la pareja. La existencia de cadenas triádicas que involucran a *Obs* (como estadio central), y a *Ver* (como estadio inicial y como estadio final) para A5, y A6.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 6 (P3/R4/E6). Los valores de probabilidad con estadio siguiente *Obs*, la existencia de la cadena significativa diádica *Ana*→*Obs*, y las triádicas *Pla*→*Obs*→*Ver* y *Imp*→*Obs*→*Ver*, para la pareja.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 7 (P3/R4/E7). Las relaciones de activación la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva entre *Pla* e *Imp*, y *Ver* e *Imp*; de activación mutua entre *Pla* y *Ver*, para la pareja (siendo esta última también significativa para A5); las autoactivaciones de *Exp* y *Ver* para la pareja; las autoactivaciones de *Obs*, *Pla* y *Ana* para A5 y A6.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 8 (P3/R4/E8). Los valores de la influencia de la interactividad junto con el hecho de que el 44% de la influencia de la interactividad sea recibida por A5, y que la concurrencia de *Int* con *Ana* recaiga sobre A6, que la de *Int* con *Exp* sobre A5 y que la de *Int* con *Ver* sobre ambos estudiantes.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 9 (P3/R4/E9). Los valores obtenidos del trabajo cooperativo para la pareja (cerca del 25% del tiempo total del proceso están realizando trabajo cooperativo). La ausencia o casi ausencia de trabajo cooperativo en *Pla*, *Imp*, *Ver* y *Con* indican, que a nivel de estudiantes, tienen dificultades crear y compartir el ECP. En cambio, las evidencias P3/R4/(E5→E8) reflejan cierto esfuerzo a nivel de pareja para crear y mantener el ECP. Esto es así dado que las acciones asociadas a estadios son observadas por el compañero/a, en un intento por coordinar las acciones independientes. Como pone de manifiesto el análisis del estadio *Obs*. Además, este esfuerzo es mayor por parte de A5.

-Pareja 3 / Resultado 4 / Evidencia 10 (P3/R4/E10). Las traslaciones de ejecución presentan una frecuencia relativamente similar para ambos estudiantes. Ello refleja que ambos estudiantes participan en el intento de creación y mantenimiento del ECP.

Pareja 3 / Resultado 5 (P3/R5)

La interactividad influye sobre ambos estudiantes, a pesar de que el uso del ratón y la realización de arrastres recaen principalmente sobre A6. La interactividad fomenta el trabajo colaborativo, la aparición de *insight*. Las acciones con la i-actividad para ambos estudiantes tienen que ser interiorizadas para que produzcan efectos, tanto en concurrencia con *Exp*, con *Ana* y con *Ver*. En cambio, la influencia de la interactividad no ha propiciado la elaboración de un plan de resolución adecuado. La interacción con la i-actividad no produce el efecto deseado, o bien la pareja (o estudiantes) no sacan todo el provecho a la información obtenida de la interactividad con la i-actividad.

Evidencias:

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 1 (P3/R5/E1). Los valores de tiempo de visualización o duración de las categorías páginas apuntan hacia la dificultad de comprensión del significado de las interacciones con los *applets*. De ello desprendo la siguiente prelación de dificultad: *applet 3*, *applet 2* y *applet 1* (*Pag6*, *Pag5* y *Pag3*), siendo los dos primeros inicialmente de dificultad similar.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 2 (P3/R5/E2). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia recae principalmente cuando los estudiantes interactúan con el *applet 3*. Dicho *applet* es el de mayor dificultad de comprensión. Además, aunque el *applet 2* presenta inicialmente mayor dificultad de comprensión respecto del *applet 1*, los valores de concurrencia indican que la interacción con el *applet 1* influye algo más en el proceso de resolución de la pareja que la interacción con el *applet 2*.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 3 (P3/R5/E3). En frecuencia, los valores obtenidos de *Int* para ambos estudiantes son similares, y en duración, algo menores la influencia sobre A5 respecto de la influencia sobre A6.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 4 (P3/R5/E4) El 48% de la influencia es de tipo *Int1*. Es una influencia “instantánea” al arrastre e interacción con los *applets*. Ello indica cierta impulsividad a la hora de interpretar y asimilar la influencia de la interactividad en el proceso de resolución. La impulsividad en cierto modo es contrarrestada por el 36% de la influencia tipo *Int5*. Los valores apuntan a que existe dificultad en la

comprensión del significado de las acciones con la i-actividad, puesto que estas tienen que ser interiorizadas para que produzca efecto. El conjunto $\{Int1, Int5\}$ representa el 84% de la influencia total sobre los estudiantes, en duración.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 5 (P3/R5/E5). En términos de duración, la influencia *Int1* e *Int4* recae fundamentalmente sobre A6, *Int3* recae en exclusiva sobre A6, e *Int5* en ambos estudiantes (con valores similares). No hay influencia tipo *Int2*.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 6 (P3/R5/E6). Los valores de duración de la concurrencia de *Int* con *Ana* (55%, recayendo fundamentalmente sobre A6) y *Exp* (28%, recayendo en exclusiva sobre A5), representando conjuntamente el 83% de la duración total de la concurrencia de *Int* con los distintos estadios. La información que los estudiantes extraen de las acciones de análisis o de exploración no es incorporada al proceso de diseño de un plan de resolución. Mientras la pareja interactúa con la i-actividad, creen detectar información relevante o alcanzar una mayor comprensión del problema, pero incorporan dicha influencia con cierta impulsividad. Prueba de ello son los valores relativamente bajos de concurrencia, en duración, entre *Int* y *Ver* (18%), recayendo sobre ambos estudiantes con valores similares.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 7 (P3/R5/E7). La existencia de las cadenas inhibitorias que involucran a *Con*, o a *Ver*, la relación de inhibición mutua entre *Con* y *Ver* para la pareja y estudiantes; de inhibición mutua entre *Con* y *Ana* para la pareja; junto con las dificultades de comprensión del significado de la interactividad derivada de las acciones sobre los *applets* apuntan a la existencia de cierta impulsividad y/o desorientación en relación al uso y comprensión de las interacciones con los *applets*.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 8 (P3/R5/E8). A pesar de que la interactividad con el *applet* 2 otorga a la pareja la estrategia heurística necesaria para resolver el problema, la influencia no es lo suficientemente robusta para generar un *insight* que haga posible incorporar la estrategia a un plan de resolución. El siguiente ejemplo (Tabla V-6) refleja dicha situación, donde a pesar de visualizar la estrategia, la ruta óptima, sorprenderse de la pregunta de la i-actividad, y de que A5 reflexiona acerca de lo que visualiza, A6 decide que no tienen que cambiar de idea (el camino más corto es $A \rightarrow B \rightarrow F$).

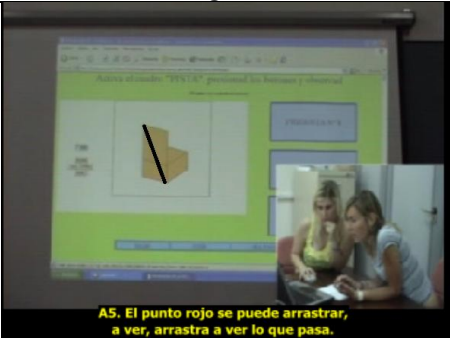
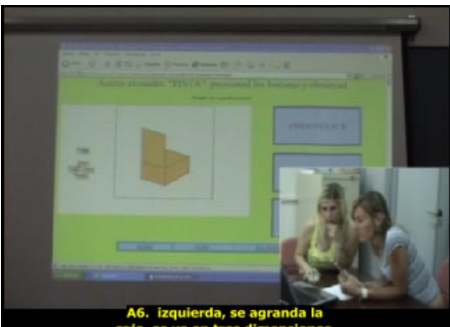
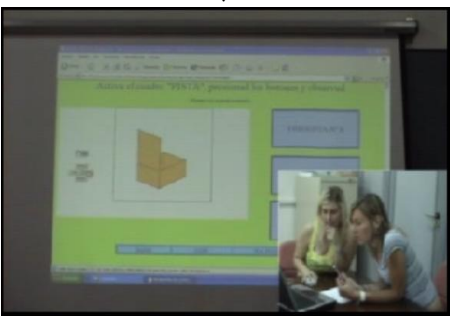
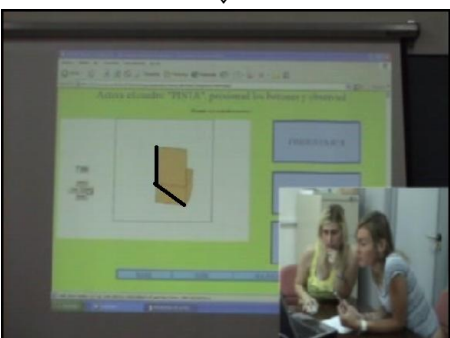
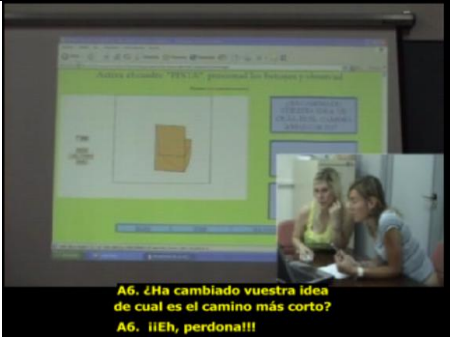
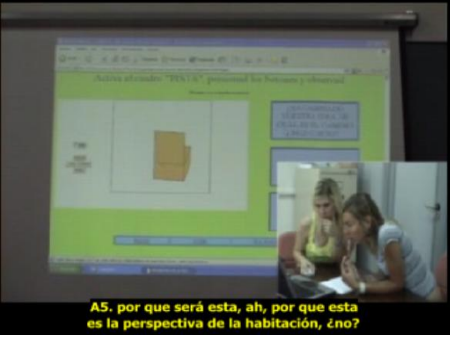
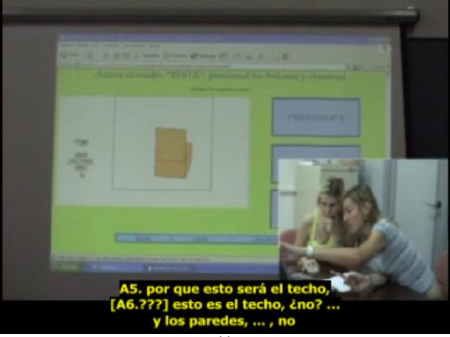
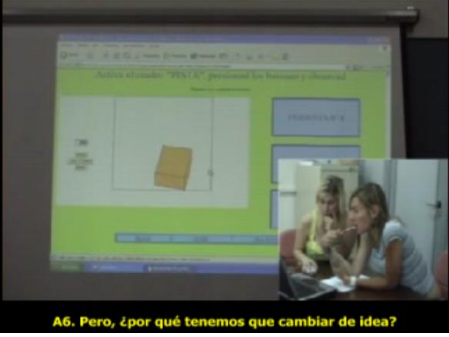
Fotogramas	Transcripción
 <p data-bbox="375 649 630 683">A5. El punto rojo se puede arrastrar, a ver, arrastra a ver lo que pasa.</p>	<p data-bbox="790 347 1268 414">A5. El punto rojo se puede arrastrar, a ver, arrastra a ver lo que pasa.</p>
 <p data-bbox="391 1019 614 1052">A6. Izquierda, se agranda la caja, se ve en tres dimensiones.</p>	<p data-bbox="790 716 1268 784">A6. Izquierda, se agranda la caja, se ve en tres dimensiones.</p>
 <p data-bbox="399 1400 606 1433">A5. Se ve como va girándose.</p>	<p data-bbox="845 1086 1212 1131">A5. Se ve como va girándose.</p>
	<p data-bbox="798 1456 1260 1534">Observador: A6 arrastra el punto rojo hacia el vértice B.</p>

Tabla V- 6. No influencia de la interactividad con el applet 2, pareja 3
(continuación)

Fotogramas	Trcripción
	<p>A6. ¿Ha cambiado vuestra idea de cuál es el camino más corto? A6. ¡¡Eh, perdona!!</p>
	<p>A5. Por qué será esta, ah, por qué esta es la perspectiva de la habitación, ¿no?</p>
	<p>A5. Por qué esto será el techo [A6. ¿¿??], esto es el techo, ¿no? Y las paredes, ..., no.</p>
	<p>A6. Pero, ¿por qué tenemos que cambiar de idea?</p>

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 9 (P3/R5/E9). Los valores de concurrencia entre el criterio resolución de problemas y el criterio influencia, cuando visualizan *Pag1*, indican que la interacción con el *applet* 1 desestabiliza las ideas iniciales del plan de

resolución. Además, también reflejan dificultades asociadas a la comprensión de la idea de variabilidad de rutas. Todo ello provoca la puesta en juego de acciones encuadradas en la categoría exploración, tales como la búsqueda de información relevante no directamente extraíble del enunciado o la realización de acciones de ensayo y error, o la aparición de *insight*, como refleja el ejemplo expuesto en la Tabla Anexo X-14, (Anexo X, p. 27).

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 10 (P3/R5/E10). La influencia de la interactividad fomenta el trabajo colaborativo y la creación y mantenimiento del ECP. Un ejemplo lo describo en la Tabla IV-20 (Ver sección IV.3.3.5.3, p. 243). En él presento como la realización de una pregunta de control derivada del arrastre de X' y la visualización de la gráfica de distancias en el *applet* 3 fomenta el ECP de la pareja. La pregunta de control es realizada por A5 y evoca acciones que la pareja había realizado. A6, que maneja el ratón, confirma la pregunta de A5.

-Pareja 3 / Resultado 5 / Evidencia 11 (P3/R5/E11). La interactividad fomenta la aparición de *insight*. El anterior ejemplo, el presentado en la Tabla IV-24 (Ver sección IV.3.3.5.3, p.248) también refleja la generación de *insight* derivado de la interactividad con la i-actividad. Aun así, aunque el *insight* es pertinente, es posteriormente desechado por A6 a raíz de unas acciones de control incorrectas.

Pareja 3 / Resultado 6 (P3/R6)

La i-actividad ha constituido un verdadero problema para los estudiantes, y durante el proceso he puesto de manifiesto dificultades asociadas a la comprensión del problema y a la comprensión del significado de la interactividad con la i-actividad. Además, la pareja ha tenido dificultades para crear y mantener su ECP como he puesto de manifiesto en el resultado P3/R3 y que no vuelvo a señalar aquí.

Evidencia:

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 1 (P3/R6/E1). Los valores de concurrencia del criterio páginas, y los valores de concurrencia entre el criterio páginas y el criterio resolución de problemas, en especial, en las páginas que contienen *applets* (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*). Los valores reflejan la imposibilidad de la pareja de obtener un plan adecuado

para resolver el problema, así como de alcanzar una comprensión profunda del problema y del significado de las interacciones con la i-actividad.

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 2 (P3/R6/E2). La existencia de transiciones “hacia abajo” entre las páginas. Ello indica dificultades en la comprensión profunda del problema y de las interacciones con los *applets*.

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 3 (P3/R6/E3). Los valores de la concurrencia entre el criterio páginas y ratón, así como entre arrastre y páginas. Dichos valores sugieren que el *applet* 3 requiere mayor esfuerzo cognitivo a los estudiantes, presentando mayor dificultad de comprensión (nótese la duración de *Pag6* y los valores de frecuencia y duración de *Err* y *Gui*), mientras que el *applet* 1 es el de menor dificultad y el *applet* 2 es utilizado principalmente para la búsqueda de información (por los valores de *Err*).

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 4 (P3/R6/E4) Los valores de probabilidad obtenidos y las cadenas significativas obtenidas (diádicas y triádicas) y en especial, las cadenas de activación e inhibición que involucran a *Con*. Todo ello aporta indicios en relación a la cierta prudencia de la pareja en el proceso de resolución, así como falta de comprensión del significado de las interacciones con la i-actividad. Los estudiantes están ante un problema para ellos, no a un mero ejercicio.

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 5 (P3/R6/E5). Por las relaciones de activación-inhibición detectadas. Por ejemplo, (a) la relación de inhibición mutua, en ambas componentes, entre *Lec* e *Imp* para la *pareja*; (b) las relaciones de inhibición entre *Ana* y *Pla* (para *A5*, *A6* y la *pareja*), y entre *Ana* e *Imp*, *Exp* y *Ver* para *A5* y la *pareja*; (c) la relación de inhibición entre *Exp* y *Pla* para la *pareja*, etcétera.

-Pareja 3 / Resultado 6 / Evidencia 6 (P3/R6/E6). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia de la interactividad, junto con el hecho de que el 65% del tiempo reciben influencia mientras no manejan el ratón.

V.5. Pareja 4, estudiantes A7 y A8

La *pareja 4* está compuesta por los sujetos A7 y A8, con nivel de competencia matemática elevada y media respectivamente. El tiempo total invertido en la sesión de trabajo es de 906 segundos (15 minutos y 6 segundos). La *pareja 4* no consigue resolver el problema completamente.

V.5.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios

A continuación centro la atención en el proceso de resolución y tránsito por los distintos estadios de la *pareja 4*.

V.5.1.1. Estadísticas básicas

Comienzo la descripción y análisis partiendo de las estadísticas básicas de los criterios resolución de problemas (Tabla Anexo XV- 1, Anexo XV, p. 1), páginas (Tabla Anexo XV- 57, Anexo XV, p. 23), ratón (Tabla Anexo XV- 53, Anexo XV, p. 22) y arrastre (Tabla Anexo XV- 46, Anexo XV, p. 20). Dichas tablas presentan la frecuencia (medida en número de ocurrencia), la duración total (medido en segundos), probabilidad de ocurrencia y duración media (medida en segundos) de cada una de las categorías que componen el criterio considerado.

A) Criterio resolución de problemas

La Tabla Anexo XV-1 (Anexo XV, p. 1) refleja las estadísticas básicas del criterio resolución de problemas para los estudiantes A7, A8 y *pareja 4*. La frecuencia total para la *pareja 4* es de 272, de los cuales 158 corresponden a A7 y 119 a A8. Y el tiempo total invertido para la *pareja 4* es de 906 s, con una duración media por estadio de 8,04 s.

Para la *pareja 4*, y los estudiantes, destaca el valor obtenido por *Obs*, estando fuertemente presente durante el proceso de resolución. Así presenta valores de ocurrencia, duración total, probabilidad y duración media sensiblemente superior respecto de las demás estadios. La frecuencia de *Obs* para la *pareja 4* es de 114, con una duración total de 870 s, duración media 7,56 s. y probabilidad 0,48. De los 114 de

frecuencia, 56 corresponden a A7 y 58 a A8, siendo más del triple la duración total para A8 respecto de la de A7 (670 s frente a 200 s respectivamente).

Los valores obtenidos en las estadísticas básicas para el criterio resolución de problemas también proporcionan información acerca de quién ha llevado el peso del proceso de resolución. En este caso, todo parece indicar que A7 lleva más peso del proceso de resolución que A8 en la pareja. Es más, los valores sugieren que A8 tiene un papel secundario en el proceso de resolución. Nótese que: a) en *Lec*, A7 presenta casi la mitad más de frecuencia y tiempo que A8 (frecuencia 21 y tiempo 150 s respecto a frecuencia 14 y tiempo 103 s respectivamente), pero en cambio, en duración media, el valor de *Lec* para A7 es similar al obtenido para A8 (7,14 s frente a 7,36 s respectivamente); b) en *Ana*, A7 dobla en frecuencia y quintuplica sobradamente en tiempo invertido a A8 (frecuencia de 11 y tiempo invertido 112 s frente a una frecuencia de 5 y tiempo invertido 20 s); f) en *Exp*, A7 presenta casi un tercio más de frecuencia y cuatro veces más en tiempo invertido que A8 (frecuencia 24 y tiempo invertido 288 s frente a frecuencia 18 y tiempo invertido 69 s respectivamente); g) en *Ver*, A7 presenta similares valores en frecuencia y dobla en tiempo invertido a A8 (frecuencia 19 y tiempo invertido 66 s frente a frecuencia 17 y tiempo invertido 32 s respectivamente); h) en *Imp*, aunque ambos estudiantes presentan un valor de 1 en frecuencia, el tiempo invertido en este estadio es casi en exclusividad realizado por A7 (40 s de 42 s totales); i) en *Pla*, solo presenta ocurrencia A7, con frecuencia 2 y tiempo invertido 19 s; y j) en *Con*, A7 cuadruplica en frecuencia y triplica en tiempo a A8 (frecuencia 24 y tiempo invertido 31 s frente a frecuencia 6 y tiempo invertido 10 s).

Por otro lado, la *pareja 4*, sin considerar el tiempo que invierten en observación y escucha:

La *pareja 4* invierte el 52% de su tiempo en procesos asociados a *Ana* y *Exp* (14% y 38% respectivamente). Respecto de *Ana*, A7 invierte el 16% mientras que A8 invierte el 8%, en cuanto a *Exp*, A7 invierte el 41% de su tiempo mientras que A8 lo hace en un 29%.

En procesos asociados a *Lec*, la pareja invierte el 27% del tiempo de resolución, donde A7 invierte el 21% y A8 el 44%. En conjunto, la pareja invierte en *Ana*, *Exp* y *Lec* el 79% del tiempo.

En procesos asociados a *Ver*, la pareja invierte el 11% del tiempo de resolución, dónde A7 invierte el 9% mientras que A8 el 14%.

En procesos asociados a *Pla*, estos son ejecutados exclusivamente por A7, con una frecuencia de 2 y tiempo invertido 19 s, representando el 2% del tiempo para la pareja y el 3% para A7.

En procesos asociados a *Imp*, la pareja invierte el 4% del tiempo, representando el 6% para A7 y el 1% para A8. Los procesos de *Imp* son casi ejecutados en exclusividad por A7.

Respecto del estadio *Con*, la pareja invierte el 4%, siendo dicho porcentaje el tiempo invertido por A7 y A8.

En cuanto a frecuencia, el estadio *Exp* es el de mayor frecuencia (42), seguido por *Ver* (36), *Lec* (35), *Con* (30), *Ana* (16) y *Pla* e *Imp* (cada uno con 2). En cuanto a tiempo invertido, el estadio *Exp* es el que mayor valor presenta (357 s), seguido de *Lec* (253 s), *Ana* (132 s), *Ver* (98 s), *Imp* (42 s), *Con* (41 s) y *Pla* (19 s).

En síntesis, los valores de las estadísticas básicas parecen indicar que A8 asume un papel secundario en el proceso de resolución, de acompañante del proceso de resolución que realiza A7. Además, los valores no proporcionan indicios relativos a la existencia de un intento de la pareja por crear y mantener un espacio compartido del problema.

B) Criterio página

En cuanto al criterio Página (Tabla Anexo XV-57, Anexo XV, p. 23), las páginas que mayor tiempo de visualización presentan son *Pag6* y *Pag3* (230 s y 222 s respectivamente), seguida de *Pag1* (151 s), *Pag5* (113 s), *Pag2* (108 s) y *Pag4* (82 s). En cómputo global, las páginas que contienen *applet* (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*) representan aproximadamente el 62% del tiempo de visualización. Ello informa acerca de la dificultad de la pareja para comprender el significado de las interacciones con los *applet*, en especial los *applet* 1 y 3. Además, el valor para *Pag1*, así como la existencia de transiciones hacia abajo⁹⁷ pueden indicar dificultades de la pareja para tener una

⁹⁷ Defino una transición “hacia abajo” para el criterio Página cuando se produce una transición entre una página con un índice mayor hacia una página con un índice menor, por ejemplo, *Pag5*->*Pag4*.

comprensión profunda del problema o bien, como es este caso, prudencia a la hora de resolver el problema, para lo cual, los estudiantes intenta asegurarse de haber tomado correctamente los datos proporcionados en *Pag1*; los estudiantes tras un tiempo en *Pag5* vuelven a ver el enunciado (yendo directamente a *Pag1* en la que permanecen 1 minuto y 11 segundos), para después ir a la *Pag6* pasando brevemente por el resto de páginas (menos de 4 s por página salvo en *Pag5* con 21 s). En concreto, la secuencia de visualización de las páginas es:

Pag1→Pag2→Pag3→Pag4→Pag5→Pag1→Pag2→Pag3→Pag4→Pag5→Pag6

En frecuencia, todas las páginas presentan un valor de 2 salvo *Pag6*, que presenta una frecuencia de 1.

En síntesis, la pareja puede tener cierta dificultad para alcanzar una comprensión profunda del problema, o bien, presentan un modo de proceder prudente en su proceso de resolución. Por otro lado, los valores también señalan cierta dificultad en la incorporación del significado de las interacciones con los *applets* en su proceso de resolución, en especial, en *applet* 1 y 3.

C) Criterio ratón

En cuanto al criterio Ratón (Tabla Anexo XV-53, Anexo XV, p. 22), la *pareja 4* utiliza el ratón aproximadamente durante el 39% del tiempo total (357 s de 906 s), manejado en exclusividad por A7, con una frecuencia de 27. Esto refuerza los roles asumidos por los estudiantes detectados anteriormente, particularmente, sobre A7 recae la dirección del proceso de resolución.

D) Criterio arrastre

En cuanto al criterio Arrastre (Tabla Anexo XV-46, Anexo XV, p. 20), dado que A7 es quien maneja solo el ratón, los arrastres para la pareja coinciden con los arrastres realizados por el estudiante A7. Ahora, la dupla {*Err*, *Gui*} presenta una frecuencia conjunta de 10, de los cuales 6 son *Err* y 4 *Gui*, con una duración de 67 s y 74 s respectivamente. La pareja invierte el 16% del tiempo en la realización de arrastres.

Nuevamente, los valores ofrecen más indicios en relación a que A7 dirige el proceso de resolución. Además, este estudiante utiliza los arrastres, casi en igual medida, tanto

para obtener información nueva que pueda ser incorporada al proceso de resolución como para controlar y monitorizar hipótesis o suposiciones.

V.5.1.2. *Concurrencias entre criterios*

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total, obtengo 18 tablas de concurrencias, considerando todos los cruces entre criterios, y cada cruce para el estudiante A7, el A8 y la *pareja 4* (30 tablas si considero también los cruces con el criterio interactividad).

A) Criterio página Vs. resolución de problemas

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas y página. La Tabla Anexo XV-2, Tabla Anexo XV-3 y Tabla Anexo XV-4 (Anexo XV, p. 1, p. 1 y p. 2 respectivamente) presentan el cruce para el estudiante A7, A8 y la *pareja 4* respectivamente.

Para la *pareja 4*, el estadio *Obs* es el que mayor tiempo total (869 s) y frecuencia (129) presenta, distribuidos fundamentalmente entre *Pag6* (288 s), *Pag3* (219 s), *Pag1* (111 s) *Pag5* (106 s), lo que representa el 83% del tiempo total. La concurrencia entre *Obs* y las páginas que contienen un *applet* (*{Pag3, Pag5 y Pag6}*) representa el 70% del tiempo de concurrencia. A continuación, describo el cruce de las categorías página a página:

En la página 1, la *pareja 4* invierte un total de 302 s, de los que aproximadamente en el 37% (111 s) concurre con *Obs*, doblando en tiempo invertido A8 a A7 (32 s corresponden a A7 y 79 s a A8). El 42% (129 s) concurre con *Lec* (68 s corresponden a A7 y 61 s corresponden a A8). Del resto, el 14% (42 s) concurre con *Imp* (40 s corresponden a A7 y 2 s a A8); el 4% (11 s) concurre con *Ana* (4 s corresponden a A7 y 7 s a A8); y el 3% (9 s) concurre con *Con* (7 s corresponden a A7 y 2 s a A8). La *pareja 4* no presenta concurrencias en esta página con *Exp*, *Pla* y *Ver*.

En esta página, ambos estudiantes comienzan a resolver el problema justo después de leer el enunciado, no sintiendo la necesidad de avanzar a la siguiente página de la i-actividad. Ello refleja cierta impulsividad puesto que no disponen de un plan de

resolución asentado. Además, los valores para *Ana* e *Imp* reflejan como A7 asume inicialmente el papel de director del proceso de resolución.

En la página 2, la *pareja 1* invierte un total de 216 s, de los cuales en un 45% (97 s) realizan procesos de observación y escucha. De estos 97 s, A8 dobla entiendo invertido a A7 (frecuencia 9 y tiempo 32 s para A7, frente a frecuencia 13 y tiempo 65 s para A8). El siguiente estadio en el que la pareja invierte más tiempo es *Ana*, con un 22% (48 s), triplicando en tiempo invertido A7 a A8 (frecuencia 6 y tiempo 35 s para A7, frente a frecuencia 4 y tiempo 13 s para A8); a continuación el estadio *Lec*, en el que la *pareja 4* invierte el 17% (37 s), presentando valores similares A7 y A8 (frecuencia 4 y tiempo 22 s para A7, frente a frecuencia 4 y tiempo 15 s para A8); después, el estadio *Exp*, en el que la pareja invierte el 14% (30 s), presentando valores similares A7 y A8 (frecuencia 2 y tiempo 18 s para A7, frente a frecuencia 2 y tiempo 12 s para A8). Por último, la pareja invierte en *Ver* solo el 1% (3 s) y en *Con* prácticamente el 0% (1 s). No hay concurrencias con *Pla*, ni con *Imp*.

Los valores señalan como en *Pag2*, A8 también participa en el proceso de resolución, siendo A7 quien continúa asumiendo el rol de director del proceso de resolución. Ello es así por los valores en *Ana* y *Obs*, así como por los valores similares para ambos estudiantes en *Exp* y *Lec*. Ello también puede ofrecer un indicio de intento de construcción por parte de los estudiantes de su ECP, a pesar de que la no existencia de concurrencia con *Pla*, ni con *Imp*, indique cierta desorientación respecto al proceder de la pareja en *Pag1*.

En la página 3, la *pareja 4* invierte el 49% del tiempo en el estadio *Obs* (291 s de 444 s), siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes e invirtiendo casi cuatro veces más en tiempo A8 que A7 (frecuencia 18 y 173 s, frente a frecuencia 14 y 43 s respectivamente). En cuando al estadio *Exp*, la pareja invierte el 28% (123 s) del tiempo, siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes e invirtiendo casi dos veces y media más tiempo A7 que A8 (88 s y frecuencia 9 frente a 34 s y frecuencia 8). En esta página, A7 invierte cerca del 40% de su tiempo en el estadio *Exp* por el 16% de A8. En cuanto al estadio *Ana*, la *pareja 4* invierte un 11% del tiempo (51 s), que corresponde íntegramente a A7, lo que representa el 23% del tiempo para este estudiante en *Ana*. Respecto al estadio *Ver*, solo invierten aproximadamente el 8% (36 s) del

tiempo, casi triplicando en tiempo y casi doblando en frecuencia A7 a A8 (26 s y frecuencia 9 frente a 10 s y frecuencia 5 respectivamente). En esta página, A7 invierte cerca del 12% de su tiempo en el estadio *Exp* por el 4% de A8. En relación al estadio *Lec*, la pareja solo invierte el 3% (12 s) del tiempo, siendo la frecuencia y tiempo para A7, 4 y 10 s, y para A8, 1 y 2 s. Finalmente, respecto del estadio *Con*, la pareja invierte el 1% del tiempo, siendo los valores similares en frecuencia y tiempo para ambos sujetos (frecuencia 4 y tiempo 4 s para A7, y frecuencia 2 y tiempo 3 s para A8). No hay concurrencias con los estadios *Pla* e *Imp*.

Los valores señalan como en *Pag3*, A8 tiene poca participación en el proceso de resolución, asumiendo la mayor parte de ella A7. Ello es así por los valores en *Ana* y *Obs* así como por la proporción de tiempo que ocupan en *Exp* y *Ver* los estudiantes. En esta página, no hay indicios claros de construcción compartida del ECP, más bien, A8 intenta seguir o engancharse al proceso de resolución puesto en juego por A7. Los valores de *Exp* y *Ver* indican cierta prudencia en el proceso de resolución.

En la página 4, la *pareja 4* invierte el 54% del tiempo en el estadio *Obs* (89 s de 164 s), siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes y casi doblando en tiempo A8 a A7 (frecuencia 7 y 32 s para A7, frente a frecuencia 8 y 57 s para A8). De los demás estadios, el 24% del tiempo (39 s) lo invierten en el estadio *Exp*, siendo similar la frecuencia para ambos estudiantes y dos tercios mayor en tiempo A7 a A8 (frecuencia 3 y tiempo 24 s frente a frecuencia 4 y tiempo 15 s). Por otro lado, la pareja invierte el 10% del tiempo en el estadio *Lec* (16 s), siendo igual en frecuencia y tiempo para ambos estudiantes (frecuencia 2 y tiempo 8 s). Igual porcentaje invierte la pareja en el estadio *Pla*, correspondiendo este en exclusiva a A7 (frecuencia 1, tiempo 17 s). Finalmente casi no existe concurrencia con *Ver* (frecuencia 2 y tiempo 2 s para la pareja), correspondiendo en exclusiva a A8, ni con el estadio *Con* (frecuencia 1 y tiempo 1 s), correspondiendo en exclusiva a A7. Para la pareja, no hay concurrencias con los estadios *Ana* e *Imp*.

Los valores obtenidos en *Pag4* reafirman como A7 asume la responsabilidad en el proceso de resolución. De ello ofrece nuevamente indicios la proporción de tiempo invertido entre los estudiantes en *Obs* y *Exp*, y el hecho de que solo A7 realiza acciones del estadio *Pla*. A8 participa también en el proceso de resolución como refleja los

valores de este estudiante en *Obs*, *Exp*, *Lec*. Hay cierto intento por crear y mantener el ECP.

En la página 5, la pareja 4 invierte cerca del 68% del tiempo en los procesos asociados al triplete *Obs*, *Ana* y *Exp*. Así, invierten el 47% del tiempo en *Obs* (106 s de 226 s totales), doblando en frecuencia y casi quintuplicando en tiempo A8 a A7 (frecuencia 12 y tiempo 82 s frente a frecuencia 7 y tiempo 17 s respectivamente). En cuanto al estadio *Ana*, la pareja invierte el 9% del tiempo (22 s), correspondiendo en exclusiva a A7, representando el 20% del tiempo invertido en esta página para dicho estudiante. En lo que respecta al estadio *Exp*, la pareja invierte el 12% del tiempo (29 s), con valores similares en frecuencia y casi cuadruplicando en tiempo A7 a A8 (frecuencia 4 y tiempo 23 s frente a frecuencia 3 y tiempo 6 s respectivamente). En esta página la pareja invierte el 6% del tiempo en *Ver* (14 s), con valores similares para ambos estudiantes en frecuencia y doblando en tiempo A7 a A8 (frecuencia 4 y tiempo 9 s frente a frecuencia 3 y tiempo 5 s respectivamente). Similares datos obtengo para *Con*, invirtiendo la pareja el 6% (14 s), con frecuencia 6 y tiempo 9 s para A7, frente a frecuencia 2 y tiempo 5 s para A8). En lo que respecta al estadio *Lec*, la pareja invierte el 21% del tiempo (48 s), con valores similares en frecuencia y doblando en tiempo A7 a A8 (frecuencia 5 y tiempo 33 s frente a frecuencia 4 y tiempo 15 s respectivamente). No hay concurrencia con *Pla* e *Imp*.

Los valores inciden en los análisis realizados anteriormente, A7 lleva el peso del proceso de resolución. Por otro lado, los valores bajos en *Exp* y *Ver* y la ausencia de concurrencia con *Imp* ofrecen indicios de que la pareja, en esta página, no dispone de un plan adecuado de resolución, existen cierta desorientación respecto del proceso de resolución. Además, la poca participación de A8 indica las dificultades de la pareja por crear y mantener un ECP.

En la página 6, la pareja invierte el 46% del tiempo (258 s) en el estadio *Obs*, doblando en frecuencia y casi quintuplicando en tiempo A8 a A7 (frecuencia 8 y tiempo 244 s frente a frecuencia 17 y tiempo 44 s respectivamente). En esta página, el tiempo invertido por A8 en *Obs* supone el 93% frente al 19% para A7 del tiempo total invertido por estos estudiantes en esta página. Respecto del estadio *Exp*, la pareja invierte el 30% del tiempo (137 s), correspondiendo casi en exclusividad a A7, con una frecuencia de 7

y tiempo 135 s, representando para este estudiante el 59% del tiempo invertido en la *Pag6*. Respecto al estadio *Ver*, la pareja invierte el 9% del tiempo (43 s), presentado valores similares en frecuencia y casi triplicando en tiempo A7 a A8 (frecuencia 6 y tiempo 31 s frente a frecuencia 5 y tiempo 12 s respectivamente). En cuanto al estadio *Con*, la pareja invierte el 2% (9 s), correspondiendo en exclusiva a A7. En procesos asociados a *Lec*, la pareja invierte el 2% del tiempo (11 s), de los cuales, 9 s corresponden a A7, con una frecuencia de 4, y 2 s corresponden a A8, con una frecuencia de 1. No hay concurrencias con los estadios *Ana*, *Pla* e *Imp*.

Los valores obtenidos ponen de manifiesto como el papel de A8 en el proceso de resolución es secundario, dejando casi toda la responsabilidad sobre A7. Indicios de ello es que las acciones asociadas a *Exp* son llevadas a cabo solo por A7, las proporciones en tiempo entre los estudiantes para *Obs* y *Ver*, y el hecho de que solo A7 realiza acciones asociadas a *Con*. Los valores a su vez apuntan a la desorientación en el proceso de resolución por parte de la pareja.

B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XV-5, Tabla Anexo XV-6 y Tabla Anexo XV-7 (Anexo XV, p. 2, p. 2 y p. 2 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y ratón, para el estudiante A7, A8 y la *pareja 4* respectivamente. Al igual que antes, cuando refiero a la *pareja 4*, realmente quien maneja el ratón es el estudiante A7 (Tabla Anexo XV- 53, Anexo XV, p. 22).

La *pareja 4* utiliza el ratón durante 357 s, es decir, durante aproximadamente el 40% del tiempo total del proceso de resolución (906 s). El uso del ratón concurre principalmente con el estadio *Exp*, con un tiempo de 187 s y una frecuencia de 14, representando el 52% del tiempo de uso del ratón. El siguiente estadio, en cuanto a tiempo de uso del ratón, es *Ana* con 72 s, lo que representa el 20% del tiempo. Conjuntamente, las concurrencias con *Ana* y *Exp*, representan el 72% del tiempo de uso del ratón. La concurrencia con el estadio *Obs* representa el 15% del tiempo (54 s), con *Lec*, el 5% del tiempo (19 s), con *Ver*, el 4% del tiempo (14 s), y con *Con*, el 3% del tiempo (11 s). No hay concurrencias con *Pla* e *Imp*.

Los valores indican que la pareja utiliza el ratón para llevar a cabo acciones asociadas a *Exp*, y en menor medida, acciones asociadas a *Ana*. El ratón no es utilizado para actividades asociadas a *Ver*. Ello indica cierta desorientación a la hora de utilizar el ratón ya que las acciones no están suficientemente controladas y monitorizadas. Por otro lado, para esta pareja los *applets* no han sido utilizados para controlar su proceso de resolución, a pesar de emplearlo en acciones asociadas a *Exp*, y en menor medida, a *Ana*. Es decir, la interacción con los *applet* o bien no ha permitido obtener información relevante que pueda ser incorporada al proceso de resolución (como en el caso de *applet* 3), o bien, la obtenida es asumida como verdadera por la pareja e incorporada al proceso de resolución (como la obtenida del *applet* 1 y el *applet* 2).

C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XV-8, Tabla Anexo XV-9 y Tabla Anexo XV-10 (Anexo XV, p. 3, p. 3 y p. 3 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y arrastre, para el estudiante A7, A8 y la *pareja 4* respectivamente. Al igual que antes, los arrastres son realizados en exclusiva por A7, por lo que los valores para dicho estudiante son también los valores para la *pareja 4*.

La *pareja 4* utiliza el ratón durante 357 s, de éstos, en el 40% del tiempo (141 s) realizan arrastres, lo que supone que durante el 16% del tiempo total invertido, la pareja realiza arrastres. De los arrastres, los erráticos representan el 47% (67 s) y los guiados el 53% (74 s). *Err* concurre solo con *Exp*, con una frecuencia de 6. *Gui* concurre casi en exclusividad con *Ana* (frecuencia 4 y tiempo 72 s), siendo la concurrencia con *Exp* solo de 2 s y frecuencia 1. Además, mientras A7 realiza los arrastres, A8 ocupa la mayoría de su tiempo en observar y escuchar a A7, los valores de concurrencia del criterio arrastre para A7 y el criterio resolución de problemas para A8 lo reflejan (Tabla Anexo XV-11, Anexo XV, p. 3). Ello a su vez indica descoordinación en la creación y mantenimiento del ECP.

Los valores obtenidos indican que la pareja no maneja el ratón para realizar arrastres durante mucho tiempo en su proceso de resolución. De hecho solo lo hacen el 16% del tiempo. Cuando lo utilizan, lo hace casi por igual para la búsqueda de información relevante o explorar el problema como para el análisis del mismo. Por otro lado, la pareja no emplea los arrastres *Gui* para una de sus funciones importantes, verificar

suposiciones o hipótesis. Ello lo extraigo de la ausencia de concurrencia de *Gui* con *Ver* y de los valores que reflejan descoordinación y desconcierto entre *A7* y *A8*. Nótese que mientras *A7* realiza arrastres guiados (74 s), *A8* lleva a cabo acciones de *Exp* durante 18 s.

D) Criterio página Vs. ratón

La Tabla Anexo XV- 54, Tabla Anexo XV- 55 y Tabla Anexo XV- 56 (Anexo XV, p. 22, p. 22 y p. 22 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y ratón, para el estudiante *A7*, *A8* y la *pareja 4* respectivamente. Al igual que antes, los datos para *A7* son a su vez los datos para la pareja.

La pareja 4, del tiempo de manejo del ratón, en un 45% (162 s de 357 s) lo hace en *Pag6*, un 33% (118 s) en *Pag3* y un 16% (55 s) en *Pag5*. Es decir, el 94% del tiempo que están manejando un ratón, la pareja visualiza una página que contiene un *applet*. Las demás concurrencias no son significativas.

Los valores reflejan como en las páginas 3 y 6, los estudiantes utilizan en mayor medida el ratón, y por ende, interactúan en mayor medida con los *applets*. Ello reafirma que los *applet 1* y *3* presentan mayor dificultad de comprensión, y por ende, mayor dificultad cognitiva. Los demás usos del ratón son considerados como extensión de las manos pues el puntero del ratón es usado como un apuntador en la lectura o simplemente para poder visualizar los enunciados de las preguntas.

E) Criterio página Vs. arrastre

La Tabla Anexo XV- 50, Tabla Anexo XV- 51 y Tabla Anexo XV- 52 (Anexo XV, p. 21, p. 21 y p. 21 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio página y arrastre, para el estudiante *A7*, *A8* y la *pareja 4* respectivamente. Al igual que antes, los valores para *A7* son también los valores para la pareja.

La pareja 4, realiza los arrastres en *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*. En *Pag3*, la pareja realiza cinco arrastres durante 81 s, de los cuales 29 s son *Err*, con una frecuencia 3, y 52 s *Gui*, con una frecuencia 3. En *Pag5*, la pareja realiza durante 8 s *Err*, con una frecuencia de 3, y durante 22 s realiza *Gui*, con una frecuencia de 1. En *Pag6*, la pareja solo realiza

Err, con una duración de 30 s y frecuencia 2. En conjunto, el 57% de los arrastres lo realiza en *Pag3*, el 21,5% en *Pag5* y el 21,5% en *Pag6*.

Como pone de manifiesto los valores obtenidos, la pareja invierte mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo en el *applet* 1 y por tanto, para la pareja la interacción con este *applet* conlleva mayor dificultad de comprensión del significado respecto de los otros dos *applet*. Por otro lado, a priori parece que el *applet* 2 y 3 presentan similar nivel de dificultad de comprensión, en cambio un análisis más fino revela que la pareja encuentra mayor dificultad de comprensión en el *applet* 3. En dicho *applet* solo llevan a cabo *Err*, mientras que en el *applet* 2 realizan *Err* y *Gui*, este último en mayor medida.

F) Criterio ratón Vs. arrastre

La Tabla Anexo XV- 47, Tabla Anexo XV- 48 y Tabla Anexo XV- 49 (Anexo XV, p. 20, p. 21 y p. 21 respectivamente) presentan las concurrencias entre el criterio ratón y arrastre, para el estudiante *A7*, *A8* y la *pareja 4* respectivamente.

Los valores de la tabla redundan en lo obtenido previamente, pues no es posible realizar un arrastre sin estar utilizando el ratón. Así, la frecuencia de la concurrencia entre *Err* y *Gui* con *A7Rat* es frecuencia 6 y tiempo 67 s, y frecuencia 4 y tiempo 74 s respectivamente.

V.5.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas

A continuación fijo la atención en cómo los estudiantes transitan por los distintos estadios.

A) Grafos de transición y cadenas significativas

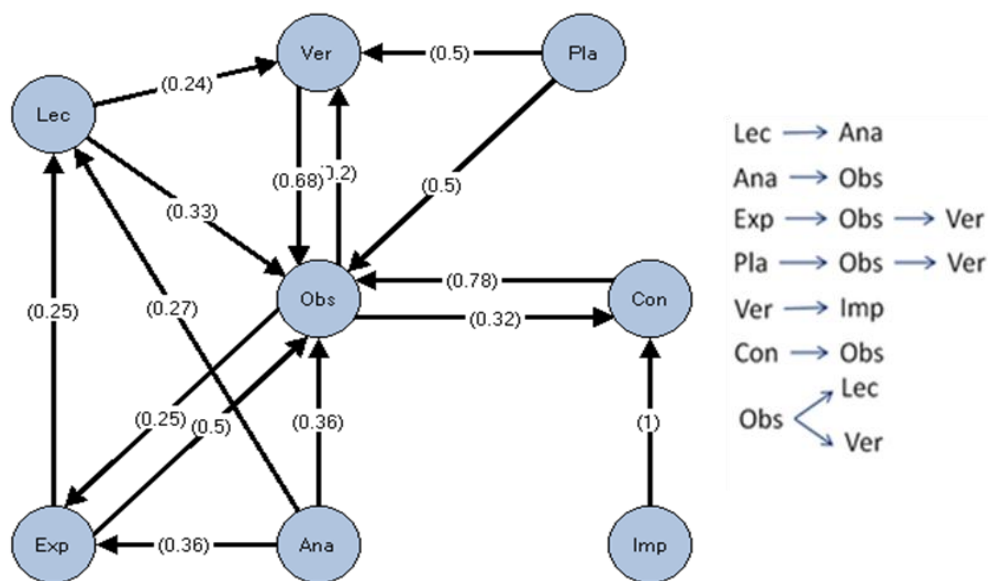


Figura V- 17. Grafo de transición y cadenas significativas, A7

El grafo de transición⁹⁸ y de cadenas significativas⁹⁹ (Figura V-17), muestran como en el estudiante A7 las probabilidades de transición más elevadas son cuando el estadio *Obs* es el estadio siguiente. Con valores de probabilidad superiores a 0,5 obtengo las transiciones de *Exp*, *Pla*, *Ver* y *Con* a *Obs* (0,5, 0,5, 0,68 y 0,78 respectivamente) y de *Pla* a *Ver* (0,5); con probabilidad comprendida entre 0,3 y 0,4, obtengo las transiciones de *Ana* y *Lec* a *Obs* (0,36 y 0,33 respectivamente), de *Ana* a *Exp* (0,36) y de *Obs* a *Con* (0,32). Y con probabilidad comprendida entre 0,2 y 0,3, obtengo las transiciones *Lec* y *Obs* a *Ver* (0,24 y 0,2 respectivamente), *Ana* y *Exp* a *Lec* (0,27 y 0,25 respectivamente), y de *Obs* a *Exp* (0,25). Por último, tenemos con probabilidad 1 el tránsito de *Imp* a *Con*.

Por otro lado, hay seis cadenas de estadios diádicas significativas. Dos de ellas involucran al estadio *Obs* como estadio final (*Ana*→*Obs*, *Con*→*Obs*); y otras dos, con *Obs* como estado inicial (*Obs*→*Lec*, *Obs*→*Ver*), las otras dos no involucran a *Obs* (*Lec*→*Ana*, *Ver*→*Imp*). Además, obtengo dos cadenas de estadios significativas triádicas, todas con estadio central *Obs* (*Exp*→*Obs*→*Ver*, *Pla*→*Obs*→*Ver*).

⁹⁸ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XV-13 (Anexo XV, p. 4) y Tabla Anexo XV-14 (Anexo XV, p. 4) de p-valores, resolución de problemas, lag 1 y 2, A7, respectivamente.

⁹⁹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XV-12 (Anexo XV, p. 4) de probabilidad de transición, resolución de problemas, A7.

Lo primero que salta a la vista es la gran cantidad de transiciones entre estadios con probabilidades mayores que 0,2 que presenta A7, concretamente 15 transiciones, lo que indica un continuo vaivén entre estadios, en un intento por alcanzar una comprensión profunda del problema, reflejando un modo de proceder prudente. Además, ello añade indicios en cuanto a que efectivamente es A7 quien lleva el peso del proceso de resolución. De los 15 transiciones, 9 involucran a *Obs* (6 como estadio siguiente y 3 como estadio inicial), que junto con la existencia de las cadenas diádicas *Ana*→*Obs*, *Con*→*Obs*, *Obs*→*Lec*, *Obs*→*Ver*, y las triádicas *Exp*→*Obs*→*Ver*, *Pla*→*Obs*→*Ver*, apuntan efectivamente a A7, y en particular la pareja, procede de forma prudente en su proceso de resolución. Para A7, la existencia de cadenas triádicas apoya esta hipótesis puesto que tras la realización de la mayoría de las acciones, A7 busca la complicidad de su compañero en referente a lo que este puede aportar en el proceso de resolución. Ello indica cierto intento por parte de A7 para crear y mantener un ECP compartido.

Además, las probabilidades de transición *Exp* a *Lec*, de *Lec* a *Ver*, y de *Ana* a *Lec*, junto con la cadena diádica *Lec*→*Ana*, indica que A7, tras la realización de procesos de exploración o de análisis del problema, necesita leer o volver a leer las preguntas y enunciados imperativos de las distintas páginas. Y que dicha lectura conlleva la realización de acciones de control y monitoreo, o bien nuevas acciones de análisis del problema. Ello apunta que A7 no sabe bien cómo proceder en el proceso de resolución, hay cierta desorientación, motivo por el cual, también refleja prudencia en el procedimiento de resolución, como también apunta la probabilidad unitaria de *Imp* a *Con*. Tras un proceso de implementación A7 necesita cierto descanso o comprender el funcionamiento de la i-actividad para asimilar el proceso implementado.

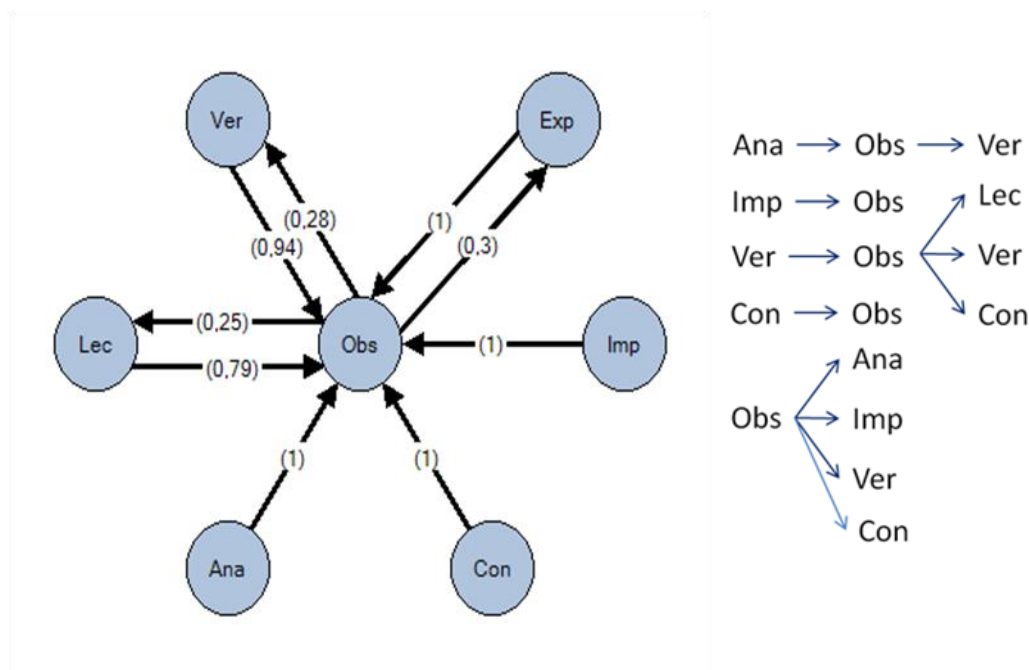


Figura V- 18. Grafo de transición y cadenas significativas, A8

Para $A8^{100\ 101}$, la Figura V-18 refleja como todas las transiciones con probabilidad mayor que 0,2 involucran al estadio *Obs*. Así, con valores de probabilidad superiores a 0,7 e inferior a 0,95, obtengo obtienen las transiciones de *Lec* y *Ver* a *Obs* (0,79 y 0,94 respectivamente); con probabilidad igual a 1, obtengo las transiciones de *Ana*, *Exp*, *Imp* y *Con* a *Obs*. Si *Obs* es el estadio inicial, obtengo tres transiciones con probabilidad superior a 0,2 e inferior a 0,31, concretamente de *Obs* a *Exp*, a *Lec* y *Ver* (con probabilidad 0,3, 0,28 y 0,25 respectivamente).

Por otro lado, al igual que para las probabilidades, todas las cadenas de estadios significativas involucran a *Obs*. Así, hay cuatro cadenas de estadios diádicas significativas con estadio inicial *Obs* ($Obs \rightarrow Ana$; $Obs \rightarrow Imp$; $Obs \rightarrow Ver$ y $Obs \rightarrow Con$); y dos con estadio final *Obs* ($Imp \rightarrow Obs$ y $Con \rightarrow Obs$). Además, obtengo cuatro cadenas de estadios significativas triádicas, todas presentando como estadio central *Obs* ($Ana \rightarrow Obs \rightarrow Ver$, $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Lec$, $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Ver$ y $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Con$).

¹⁰⁰ Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XV-15 (Anexo XV, p. 5) de probabilidad de transición, resolución de problemas, A8.

¹⁰¹ Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XV-16 (Anexo XV, p. 5) y Tabla Anexo XV-17 (Anexo XV, p. 5) de p-valores, resolución de problemas, lag 1 y lag 2, A8, respectivamente.

Lo primero que salta a la vista son las probabilidades unitarias para las transiciones de *Exp*, *Ana*, *Con* e *Imp* a *Obs*. Cabe decir que esto ocurre ya que, en el caso de *Exp*, *Ana*, y *Con*, todas las transiciones a estadio siguiente son a *Obs*, y en el caso de *Imp*, es debido a que la frecuencia de *Imp* es 1. Que dichas probabilidades de transición sean cuando *Obs* es el estadio inicial, junto con que dichas probabilidades finalmente son cadenas significativas, indican que *A8* intenta seguir las acciones de *A7*. Ello es reforzado por el hecho de la existencia de tres cadenas triádicas significativas con estadio inicial *Ver* y estadio siguiente *Obs*. Dichas relaciones indican que *A8* presenta un modo de proceder que indica cierta desorientación, con excesiva prudencia y no inducen a pensar que realice un esfuerzo por crear y mantener el ECP. Tras una acción de control, observa al compañero para volver a leer el problema, sigue con una acción de control, pregunta acerca del funcionamiento de los *applets*, o hace un pequeño descanso. Ello apunta a que *A8* presenta cierta inseguridad en su proceder.

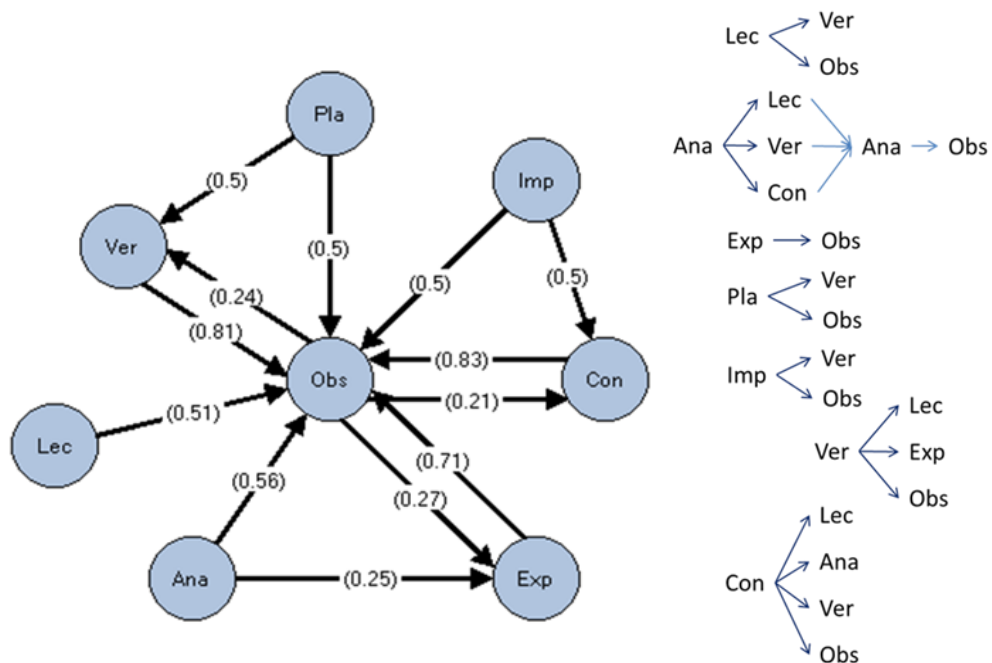


Figura V- 19. Grafo de transición y cadenas significativas, pareja 4

Como *pareja 4*^{102 103}, es decir, tomando a esta como unidad de análisis, la Figura V-19 muestra como los valores con las probabilidades de transición más elevadas son

¹⁰² Grafo de Transición obtenido a partir de la Tabla Anexo XV-18 (Anexo XV, p. 6) de probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 4.

aquellos en las que el estadio *Obs* actúa como siguiente. En concreto, presenta valores de probabilidad superiores a 0,7 e inferior a 0,85, las transiciones de *Exp*, *Ver* y *Con* a *Obs* (0,71, 0,81 y 0,83 respectivamente); con probabilidad igual o ligeramente superior a 0,5, las transiciones de *Lec*, *Ana*, *Imp* y *Pla* a *Obs* (0,51, 0,56, 0,5 y 0,5 respectivamente). Por otro lado, detecto tres transiciones con estadio inicial *Obs* y probabilidad superior a 0,2 e inferior a 0,3, concretamente de *Obs* a *Exp*, *Con* y *Ver* (0,27, 0,21 y 0,24 respectivamente). Por último, obtengo tres transiciones que no involucran al estadio *Obs*, concretamente de *Imp* a *Con* (0,5 de probabilidad), de *Pla* a *Ver* (0,5 de probabilidad) y de *Ana* a *Exp* (0,25 de probabilidad).

Por otro lado, existen catorce cadenas de estadios diádicos significativos. En seis de ellas el estadio *Obs* es el estadio final (*Lec*→*Obs*, *Exp*→*Obs*, *Pla*→*Obs*, *Imp*→*Obs*, *Ver*→*Obs* y *Con*→*Obs*), cuatro con estadio final es *Ver* (*Lec*→*Ver*, *Pla*→*Ver*, *Imp*→*Ver* y *Con*→*Ver*), dos con estadio final *Lec* (*Ver*→*Lec* y *Con*→*Lec*) y una con estadio final *Ana* (*Con*→*Ana*) y otra con estadio final *Exp* (*Con*→*Exp*). Por otro lado, hay tres cadenas de estadios cuatriádicos significativos, *Ana*→*Lec*→*Ana*→*Obs*, *Ana*→*Ver*→*Ana*→*Obs* y *Ana*→*Con*→*Ana*→*Obs*.

Las probabilidades de transición con estadio siguiente *Obs* y la existencia de las cadenas diádicas significativas con estadio final *Obs*, aparentemente indican que como pareja intentan crear y mantener su ECP. Ahora bien, un análisis más detallado de las relaciones obtenidas ofrece indicios de lo contrario.

En primer lugar, los valores obtenidos en relación a la probabilidad de transición para la pareja están claramente influenciados por las probabilidades unitarias de las relaciones de A8. Ejemplos de estas situaciones son las probabilidades de *Ana*, *Exp* e *Imp* a *Obs* y la existencia de las cadenas diádicas *Exp*→*Obs* e *Imp*→*Obs*.

En segundo lugar, las relaciones que indican que la pareja dispone de un plan de resolución están claramente influenciadas por A7, de hecho, las transiciones en las que no interviene *Obs*, solo obtiene probabilidades superiores a 0,2 el estudiante A7, a saber, de *Ana* a *Exp*, de *Imp* a *Con*, de *Pla* a *Ver* y de *Pla* a *Obs*. Como pareja obtengo dos

¹⁰³ Cadenas Significativas obtenidas a partir de la Tabla Anexo XV-19 (Anexo XV, p. 6) y Tabla Anexo XV-20 (Anexo XV, p. 6) de p-valores, resolución de problemas, lag1 y lag 2, pareja 4, respectivamente.

cadena diádicas significativas asociadas a dichas transiciones ($Pla \rightarrow Obs$ y $Pla \rightarrow Ver$). También, como pareja o más bien, por A7, las acciones de análisis del problema conllevan realizar acciones asociadas a la exploración, tras procesos de implementación, conlleva realizar descansos, o preguntar acerca del funcionamiento de la i-actividad, y tras acciones de planificación, procede a monitorizar su proceso de resolución.

Aun así, la cantidad de relaciones diádicas y triádicas obtenidas en las que está involucrado *Ver*, indica que como pareja, si existe una preocupación por el control y monitoreo del proceso de resolución y en cierto modo, para dichos procesos, si existe cierto ECP. De hecho, tales relaciones apuntan a que la pareja tiene dificultades en su proceso de resolución. Esto es así puesto que las relaciones $Lec \rightarrow Ver$ y $Ver \rightarrow Lec$, y las relaciones $Con \rightarrow Lec$, $Con \rightarrow Ana$ y $Con \rightarrow Ver$, indican que como pareja recurren a acciones de control y monitoreo, vuelven a llevar a cabo la lectura de los enunciados, y que tras un descanso o pregunta relacionada con el funcionamiento de la i-actividad, vuelven a analizar el problema, leer enunciados o controla su progreso. Todo ello apunta a que la pareja actúa de forma prudente, intentando disponer de una comprensión profunda del problema en la que ambos estudiantes están involucrados. De ello también ofrece indicios las relaciones $Ver \rightarrow Obs$ y $Ver \rightarrow Exp$.

Además, la existencia de las cadenas cuatriádicas obtenidas, en las que claramente durante los procesos de análisis, los estudiantes tienen que recurrir a la lectura, verificación u obtención de información acerca del funcionamiento de la i-actividad, indican en el carácter prudente del proceso de resolución de la pareja. Por último, la no existencia de la cadena diádica $Con \rightarrow Exp$, junto con la existencia de las cadenas asociadas a *Con* sugiere que la pareja tiene dificultades para incorporar la información relevante derivada de la interactividad de la i-actividad y que de encontrarla, no es puesta en juego adecuadamente o no son conscientes de los errores que puedan estar cometiendo.

B) Gráficos de activación e inhibición

Los gráficos de activación e inhibición informan acerca de que estadios activan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Para obtenerlos, aplico la técnica de coordenadas polares utilizando la información de las

tablas de valores Z_{sum} para A7, A8 y la pareja 4¹⁰⁴. Los gráficos de activación o inhibición están disponibles para su consulta en el Anexo XV, desde la Figura Anexo XV-11 a la Figura Anexo XV-34 (Anexo XV, pp.43-54).

Las relaciones significativas detectadas tomando como referencia el estadio focal considerado son:

(1) Estadio focal *Lec*:

Para la pareja 4, A7 y A8, el estadio *Lec* se activa mutuamente con el estadio *Ana* en ambas componentes, con radio 3,85, 4,21 y 2,40 respectivamente; y el estadio *Lec* se activa mutuamente en la componente prospectiva y se inhibe mutuamente en la componente retrospectiva con el estadio *Imp*, con radio 3,10, 2,14 y 2,09 respectivamente.

(2) Estadio focal *Ana*:

Para la pareja 4, A7 y A8, el estadio *Ana* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 7,06, 3,04 y 6,06 respectivamente; y el estadio *Ana* se activa mutuamente con el estadio *Lec*, en ambas componentes, con radio 3,85, 4,21 y 2,40 respectivamente.

Para la pareja 4 y A8, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Exp*, en ambas componentes, con radios 2,05 y 2,37.

Para la pareja 4, el estadio *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Con*, en ambas componentes, con radio 2,73.

(3) Estadio focal *Exp*:

Para la pareja 4, A7 y A8, el estadio *Exp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 3,19, 2,37 y 2,15 respectivamente.

Para la pareja 4 y A8, el estadio *Exp* se inhibe mutuamente con el estadio *Ana*, en ambas componentes, con radio 2,05 y 2,37 respectivamente.

¹⁰⁴ Para ampliar información acerca de la técnica de coordenadas polares, ver Anexo XV. Las tablas utilizadas comprende desde la Tabla Anexo XV-23 hasta la Tabla Anexo XV-45 (Anexo XV, pp. 9-20).

(4) Estadio focal *Pla*:

La *pareja 4*, *A7* y *A8* no presentan relaciones significativas en este estadio.

(5) Estadio focal *Imp*:

Para la *pareja 4*, *A7* y *A8*, el estadio *Imp* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Lec*, con radio 3,10, 2,09 y 2,14;

Para la *pareja 4* y *A7*, el estadio *Imp* se activa mutuamente con el estadio *Con*, en ambas componentes, con radio 3,47 y 3,36 respectivamente.

(6) Estadio focal *Ver*:

Para la *pareja 4* y *A7*, el estadio *Ver* se autoactiva en ambas componentes, con radio 5,13 y 5,75 respectivamente; el estadio *Ver*, se inhibe mutuamente con el estadio *Con*, en ambas componentes, con radio 4,08 y 3,64 respectivamente.

(7) Estadio focal *Con*:

Para la *pareja 4* y *A7*, el estadio *Con* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 6,07 y 5,23 respectivamente; el estadio *Con* se inhibe mutuamente en ambas componentes con los estadios *Ana* y *Ver*, con radios 2,73 y 3,05 para *Ana* respectivamente, y 4,08 y 3,64 para *Ver* respectivamente; el estadio *Con* se activa mutuamente en ambas componentes con el estadio *Imp*, con radio 3,47 y 3,36.

(8) Estadio focal *Obs*:

Para la *pareja 4*, el estadio *Obs* se autoactiva en ambas componentes, con radio 2,8.

Para este caso, elaboro el análisis en base a las relaciones de activación e inhibición de forma conjunta.

El estadio *Lec* y *Ana* se activan en las componentes prospectivas y retrospectivas para la *pareja*, *A7* y *A8*. Ello indica que tras un proceso de lectura, proceden al análisis de la información y a su vez, cuando dicho análisis genera dudas, vuelven a la lectura. Es decir, tanto a nivel de estudiantes como de *pareja*, realizan un esfuerzo por adquirir una comprensión profunda del problema. Ahora bien, dado que existe la relación de

activación entre *Lec* e *Imp* en la componente prospectiva (tras realizar procesos de lectura, ejecutan acciones de implementación), junto con la no existencia de relaciones entre *Imp* y *Ver*, sugiere que dicho intento de comprensión profunda del problema está motivado por cierta impulsividad y/o desorientación en las acciones (especialmente al inicio del proceso de resolución), o bien, están plenamente convencidos de las acciones de implementación que realizan. Para esta pareja, es precisamente esto último lo que sucede. Además, lo anterior indica que el problema de la hormiga si es un “problema” para los estudiantes, pues aunque tras la lectura del enunciado creen disponer del conocimiento suficiente del problema, los procesos de implementación efectivos concurren hasta la visualización de *Pag5*.

Por otro lado, que *Ana* y *Exp* se autoactiven en ambas componentes y para la pareja, *A7* y *A8*, indica un intento por ejercer un control sobre el análisis del problema, del progreso en la resolución y de la búsqueda de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Ahora bien, la inhibición en ambas componentes entre *Exp* y *Ana* para la pareja y *A8*, y la no existencia de relación entre ambos estadios para *A7*, indica que durante dicha búsqueda de información no obtiene los frutos adecuados que le permita incorporarlos al proceso de resolución. Y, puesto que no obtengo relación entre *Ana* e *Imp*, las relaciones apuntan a que la pareja, a pesar de disponer de un plan inicial emitido en *Pag2*, no disponen del método de resolución adecuado que les permita ir directamente a su implementación. Y no es hasta la interacción con el *applet 2* que lo implementan. Nótese en este sentido que para la pareja, *A7* y *A8*, no hay relaciones de activación ni de inhibición de *Pla* con los demás estadios.

La relación de activación mutua entre *Imp* y *Con*, en ambas componentes y para la pareja y *A7*, indica la realización de pequeños descansos previo y/o durante la implementación, o la realización preguntas al observador o compañero/a acerca del funcionamiento de la i-actividad. Así mismo, la relación de autoactivación de *Con* así como la relación de inhibición mutua en ambas componentes entre *Ana* y *Con*, y entre *Ver* y *Con*, ponen de manifiesto la dificultad de comprensión o la inseguridad sobre el significado de las interacciones con la i-actividad, por parte de la pareja y sobre todo, por parte de *A7*. Ello es así dado que es este estudiante quien maneja el ratón, realiza los arrastres y lleva el peso de las acciones del proceso de resolución.

Por último, en un proceso de resolución de problemas colaborativo, los componentes de la pareja o grupo intercambian ideas, opiniones, etc. La existencia de autoactivación de *Obs* para la pareja sugiere inicialmente que ambos componentes han prestado atención a lo que cada uno puede aportar en el proceso de resolución del problema. Ahora bien, la existencia de la relación de autoactivación de *Ver* para la pareja y A7, y no así para A8, indica que A7 es quien está constantemente ejerciendo un control sobre el progreso del proceso de resolución, por lo que dicho intercambio de ideas no es fructífera. Es decir, la pareja tiene dificultades para crear y mantener su ECP.

V.5.2. Influencia de la interactividad

Centro ahora la atención en la descripción y análisis de la influencia de la interactividad de la i-Actividad en el proceso de resolución. Para ello utilizaremos los datos obtenidos desde la Tabla Anexo XV-58 hasta la Tabla Anexo XV-70 (Anexo XV, pp. 23-27). Dichas tablas describen las estadísticas básicas para el criterio interactividad y las concurrencias entre este criterio y los criterios resolución de problemas, arrastre, ratón y páginas, para A7, A8 y la *pareja 4*. Comienzo la descripción y análisis con la Tabla Anexo XV-58 (Anexo XV, p. 23) de estadísticas básicas.

Considero el conjunto $Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$ como el conjunto de todas las influencias de la interactividad. Los datos revelan que la *pareja 4* recibe influencia de la interactividad (*Int*) cerca del 18% del tiempo total del proceso de resolución (165 s de 906 s totales), con una frecuencia de 12, correspondiendo 9 a A7 y 3 a A8. En tiempo, A7 recibe influencia durante 151 s y A8 durante 14 s, claramente la mayor parte de la influencia es recibida por A7.

Del conjunto de influencias, *Int1* es la de mayor frecuencia y tiempo, seguida de *Int2* e *Int3* (frecuencia 7 y tiempo 133 s para *Int1*; frecuencia 2 y tiempo 15 s para *Int2*; y frecuencia 3 y tiempo 14 s para *Int3*). Entre las tres tipologías de influencias representan cerca del 98% de la influencia que reciben los estudiantes de la *pareja 4*. *Int1*, *Int2* e *Int5* es recibida exclusivamente por A7. *Int3* es recibida exclusivamente por A8. Los valores para *Int5* son frecuencia 1 y duración 3 s. No presenta valores *Int4*.

La influencia sobre el que maneja el ratón ($\{Int1 \cup Int2\}$) representa casi el 90% (148 s) del tiempo de influencia total de la pareja. La influencia sobre el que no maneja el ratón ($\{Int3 \cup Int4\}$), representa el 8% (14 s). La influencia pasado el tiempo ($Int5$), representa el 2% del tiempo total.

La descripción y análisis efectuado permite establecer que efectivamente A7 lleva el peso de las acciones en la resolución puesto que además de lo expuesto en secciones anteriores, la influencia de interactividad recae fundamentalmente sobre este estudiante. Dicha influencia sucede mientras o justo después de realizar los arrastres, lo que pone en duda si el significado de la influencia es interiorizado para la pareja y en especial, para A7. Este indicio está reforzado atendiendo a los valores de $Int5$ obtenidos. En este sentido, la influencia de la interactividad pone de manifiesto las dificultades que han tenido los estudiantes para crear y mantener su ECP.

Estudio a continuación las concurrencias entre el criterio interactividad y resolución de problemas, página, ratón y arrastre.

En cuanto a la concurrencia entre los criterios interactividad y resolución de problemas (Tabla Anexo XV-59, Tabla Anexo XV-60 y Tabla Anexo XV-61; Anexo XV, p. 23, p. 24 y p. 24 respectivamente), los datos para la *pareja 4* (Tabla Anexo XV-61, Anexo XV, p. 24) revelan que Int concurre en mayor frecuencia y tiempo con Exp (frecuencia 13 y 133 s), representando el 80% del tiempo total de influencia de la interactividad. Por otro lado, Int concurre el 17% del tiempo con el estadio Ana (frecuencia 3 y 29 s), y el otro 3%, con el estadio Ver (frecuencia 1 y 3 s).

De la concurrencia de Int con Exp , esta es casi soportada en su totalidad por A7 (frecuencia 10 y tiempo 119 s), distribuyéndose en 104 s de $Int1$, y 15 s de $Int2$. A8 presenta una frecuencia de 3 y tiempo 14 s, los correspondientes a la influencia $Int3$. Respecto de la concurrencia de Int con Ana durante 29 s, esta corresponde al tipo $Int1$ y al estudiante A7 (con una frecuencia de 3). Finalmente, la concurrencia de Int con Ver corresponde al tipo $Int5$ y al estudiante A7, durante 3 s.

Los valores obtenidos de la concurrencia de Int con los estadios en resolución de problemas evidencia claramente como A7 dirige el proceso de resolución, además, la influencia es producida conjuntamente con la exploración del problema, en la que A8

prácticamente no interviene. Unido a ello, la casi inexistente influencia pasado el tiempo y los valores de la concurrencia con *Ver* refuerzan el hecho de que la interactividad de la *i*-actividad no ha permitido la obtención de información que pueda ser puesta en juego en un proceso de análisis-planificación-implementación, solo el 17% de la concurrencia de *Int* es con *Ana*.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio página (Tabla Anexo XV-68, Tabla Anexo XV-69 y Tabla Anexo XV-70, Anexo XV, p. 26, p. 27 y p. 27 respectivamente), el 38% (62 *s* de 165 *s*) concurre cuando visualizan *Pag3*, el 17% (28 *s*) cuando visualizan *Pag5*, y el 45% (75 *s*) cuando visualizan *Pag6*.

Por otro lado, el 26% (34 *s* de 133 *s* totales) de *Int1*, el 73% (11 *s* de 15 *s* totales) de *Int2*, el 100% (14 *s*) de *Int3*, y el 100% (3 *s*) de *Int5*, concurre con *Pag3*. El 21% (28 *s*) de *Int1* concurre con *Pag5*. El 53% (71 *s*) de *Int1* y el 27% (4 *s*) de *Int2* concurren con *Pag6*. Salvo la concurrencia con *Int3*, todas las demás son influencias sobre *A7*.

Los valores identifican nuevamente que es el tercer *applet* el de mayor esfuerzo metacognitivo y cognitivo para la pareja y en particular, para *A7*. Le sigue, en esfuerzo metacognitivo y cognitivo el primer *applet* 1, siendo el que menor esfuerzo o dificultad de comprensión el *applet* 2. La pareja si logra superar la idea de variabilidad de rutas por BC gracias al *applet* 1 y el material físico proporcionado (modelo a poliespam), identifican y aplican la heurística mostrada en el *applet* 2 e, identifican la existencia de rutas laterales gracias al *applet* 3.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio ratón (Tabla Anexo XV-65, Tabla Anexo XV-66 y Tabla Anexo XV-67; Anexo XV, p. 25, p. 26 y p. 26 respectivamente). Para el estudiante *A7* (y la *pareja* 4), la influencia *Int1* concurre casi en exclusividad mientras maneja el ratón (frecuencia 8 y 119 *s*) e *Int2* en exclusividad mientras maneja el ratón (frecuencia 2 y 15 *s*). Las demás concurrencias suceden mientras *A7* no maneja el ratón, es decir, es concurrente con *Int1*¹⁰⁵, *Int3* e *Int5* (frecuencia 3, 3 y 1, tiempo de la

¹⁰⁵ Hay tres concurrencias de *Int1* con *A7NoRat* debido al criterio de mínimos adoptado para la identificación de la duración de la influencia: “Para superar la dificultad que conlleva cuantificar dicha influencia, adopto el siguiente criterio de mínimos: considero que la reacción que motiva la interactividad influye, al menos, durante todo el estadio del criterio resolución de problemas que ha sido codificado en el momento de producirse la reacción”(capítulo IV, p. 209). En este caso, la influencia sigue produciéndose una vez que *A7* deja de manejar el ratón.

influencia 14 s, 14 s y 3 s respectivamente). En total para la pareja el 81% de la influencia sucede mientras manejan el ratón (134 s de 165 s).

Estos resultados son coherentes con el hecho de que A7 es quien maneja el ratón y con el hecho de que A8 recibe poca influencia de la interactividad.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio arrastre (Tabla Anexo XV-62, Tabla Anexo XV-63 y Tabla Anexo XV-64; Anexo XV, p. 24, p. 25 y p. 25 respectivamente). La pareja, en el 66% del tiempo recibe influencia de la interactividad mientras no realizan arrastres (110 s), el 19% (31 s) concurre con *Gui* y el 15% concurre con *Err* (24 s). Dado que A8 solo recibe influencia *Int3*, las concurrencias con *Err* y con *Gui* corresponden a A7.

El hecho de que el 66% de la influencia es mientras no hay arrastre indica aleatoriedad en las acciones de arrastre así como dificultad a la hora de comprender las acciones de arrastre. Es decir no hay un claramente un plan prefijado para la realización de los arrastres. Solo un 19% de la influencia concurre durante la realización de arrastre guiados.

V.5.3. Trabajo colaborativo

A continuación centro la atención en abordar el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por los estudiantes durante la resolución del problema. La Tabla Anexo XV- 21 (Anexo XV, p. 7) refleja el tiempo y frecuencia del trabajo en paralelo y cooperativo de los estudiantes A7 y A8.

Los datos revelan que hay un total de 65 (30%) intervalos de trabajo cooperativo (suma de los valores de la diagonal de la tabla) de un total de 214 intervalos de concurrencias entre estadios. Los estudiantes, a la vista de los datos, están realizando un trabajo cooperativo (ambos en el mismo estadio) durante 246 s, aproximadamente el 27% del tiempo total (906 s). En porcentajes, el trabajo cooperativo representa el 18% del total (123 s de 575 s) si no considero los intervalos en los que ambos estudiantes observan la pantalla del ordenador o mantienen una conversación. No hay trabajo cooperativo en *Pla* ni *Con*. Por otro lado, los datos revelan que *Obs* es el que mayor frecuencia y tiempo de concurrencia presenta (frecuencia 142 y tiempo 670 s para

A8Obs; frecuencia 72 y tiempo 200 s para *A7Obs*). A continuación analizo estadios por estadio:

Respecto de *Lec*. La concurrencia con *Lec* presenta; (a) una frecuencia de 29 y duración 150 s fijado *A7Lec*; (b) una frecuencia 14 y tiempo 103 s fijado *A8Lec*). Por otro lado, si no considero cuando *A7* o *A8* están escuchando y observando, el trabajo en paralelo para ambos estudiantes y en este estadio se reduce a 4 s. Este hecho lo puedo considerar normal pues, sobre todo al inicio del problema, ambos sujetos leen simultáneamente el enunciado del problema. Es más, $A7Lec \cap A8Lec$ representa el 69% del tiempo fijado *A7Lec*, y el 100% fijado *A8Lec*. Es decir, *A7* y *A8* ocupan el 69% y el 100% del tiempo de *Lec* en trabajo cooperativo (103 s de 150 s y de 103 s respectivamente).

El trabajo cooperativo en *Lec* es coherente con el hecho de que ambos estudiantes leen simultáneamente el/los enunciados del problema, sobre todo al inicio. Así, durante los primeros 37 s (Ver Figura XV-1), ambos estudiantes leen el enunciado del problema de la hormiga. Por otro lado, la ausencia de concurrencia entre *Lec* y los demás estadios, y en especial, con *Ana* y con *Exp*, informan que no existe coordinación entre más allá de la detectada para *Lec*. Es decir, los estudiantes tienen dificultades para crear y mantener su ECP.

Respecto de *Ana*; el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* es de 8 s, representando el 7% y el 40% del tiempo total del estadio *Ana* para *A7* y *A8* (112 s y 20 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ana \leftrightarrow Obs$ para ambos estudiantes, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* representa el 26% para *A7* y el 80% para *A8*. Es decir, en tiempo, *A7* realiza cooperativamente casi algo más de un cuarto de sus acciones relacionadas con *Ana* mientras que *A8* realiza cuatro quintos.

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Ana* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 13% (38 intervalos, 30 si fijo *A7Ana* y 8 si fijo *A8Ana*) del total (298¹⁰⁶), y en tiempo el 1% (132 s, 112 s si fijo *A7Ana* y 20 s si fijo *A8Ana*) del total

¹⁰⁶ La frecuencia total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la frecuencia total y la frecuencia total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $399-116=283$; 2) multiplico por dos dado que dicha frecuencias están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $283 \times 2=566$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

(1320¹⁰⁷ s). Destacan los 19 intervalos en los que A8 está realizando procesos de *Obs* y A7 procesos de *Ana*, con un tiempo de 82 s, y viceversa, los 4 intervalos de trabajo en paralelo en las que A7 está realizando procesos de *Obs* y A8 procesos de *Ana*, con un tiempo de 10 s. Así como los 5 intervalos de $A7Ana \cap A8Exp$, con un tiempo de 18 s.

El trabajo cooperativo en *Ana*, refleja la poca participación de A8 en el análisis del problema y cómo es A7 quien lleva el peso de la resolución. Además, en análisis-descripción realizado informa de las dificultades para la pareja de crear o mantener su ECP. Esto queda reflejado por un lado, por el valor pequeño del trabajo cooperativo (8 s) así como por el valor elevado de la concurrencia $A7Ana \cap A8Obs$, y el valor, relativamente alto, fijado $A7Ana$ de la concurrencia con $A8Exp$. No parece existir una visión coordinada de las acciones de los estudiantes.

Respecto del estadio *Exp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* es 3 s, representando el 1% y el 4% del tiempo total del estadio *Exp* para A7 y A8 (288 s y 69 s respectivamente). Dado la poca significación del tiempo de trabajo cooperativo, paso a describir el trabajo en paralelo en el estadio *Exp*.

En conjunto el trabajo en paralelo para ambos estudiantes supone en frecuencia el 27% (62 intervalos, 30 si fijo $A7Exp$ y 22 si fijo $A8Exp$) del total (229), y en tiempo el 39% (351 s, 285 s si fijo $A7Exp$ y 66 s si fijo $A8Exp$) del total (906 s). Destacan los 26 intervalos de trabajo en paralelo en las que A7 está realizando procesos de *Exp* y A8 procesos de *Obs*, con un tiempo de 280 s, y viceversa, los 14 intervalos en los que A8 está realizando procesos de *Exp* y A7 procesos de *Obs*, con un tiempo de 45 s. Así como los 3 intervalos en paralelo en los que A7 está realizando procesos de *Exp* y A8 procesos de *Ver*, con un tiempo de 4 s, y los 5 intervalos en las que A7 está realizando procesos de *Ana* y A8 procesos de *Exp*, con un tiempo de 18 s.

¹⁰⁷ El tiempo total se obtiene: 1) realizando la diferencia entre la duración total y la duración total sin considerar la obtenida en el trabajo cooperativo. Es decir, $1632-412=1220$; 2) multiplico por dos dado que dicha duración están contabilizadas dobles, una por cada sujeto. Es decir, $1220 \times 2=2440$; Este procedimiento lo aplico para los demás estadios.

La pareja, prácticamente no ha trabajado cooperativamente en el estadio *Exp*. Los valores obtenidos reflejan un tímido interés, por parte de la pareja, de crear y mantener un ECP. Ello queda reflejado por los valores del trabajo cooperativo [$A7Exp \cap A8Exp$], los valores de $A7Ana \cap A8Exp$ y los de $A7Exp \cap A8Obs$ y $A7Obs \cap A8Exp$.

Respecto del estadio *Pla*; solo hay una concurrencia, la de $A7Pla \cap A8Obs$, con una frecuencia de 2 y duración 19 s. *A8* no presenta concurrencia.

Claramente observo como *A7* es el único estudiante que emite un plan de resolución, y durante su explicación, *A8* se limita a observar y escuchar.

Respecto del estadio *Imp*; solo hay una concurrencia, la de $A7Imp \cap A8Imp$, con una frecuencia de 1 y duración 2 s. *A8* no presenta concurrencia. Esta relación no es significativa.

Respecto del estadio *Ver*; el tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* es 7 s, representando el 11% y el 22% del tiempo total del estadio *Ver* para *A7* y *A8* (66 s y 32 s respectivamente). Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo para ambos estudiantes supone en frecuencia el 7% (21 intervalos, 14 si fijo $A7Ver$ y 7 si fijo $A8Ver$) del total (298), y en tiempo el 1% (84 s, 59 s si fijo $A7Ver$ y 25 s si fijo $A8Ver$) del total (1320 s). Destacan los 15 intervalos de trabajo en paralelo en las que *A7* está realizando procesos de *Ver* y *A8* procesos de *Obs*, con un tiempo de 56 s, y viceversa, los 10 intervalos en los que *A8* está realizando procesos de *Ver* y *A7* procesos de *Obs*, con un tiempo de 18 s. Así como los 3 intervalos en paralelo en los que *A7* está realizando procesos de *Ver* y *A8* procesos de *Exp*, con un tiempo de 3 s, los 3 intervalos en las que *A7* está realizando procesos de *Exp* y *A8* procesos de *Ver*, con un tiempo de 4 s y los 2 intervalos en las que *A7* está realizando procesos de *Ana* y *A8* procesos de *Ver*.

El trabajo cooperativo en *Ver* presenta un valor relativamente pequeño, solo 7 segundos, representando un porcentaje también bajo (11% fijado $A7Ver$ y un 22% fijado $A8Ver$). Los valores mayores de concurrencia se dan cuando uno de los dos estudiantes está en *Obs* (frecuencia 15 y duración 56 s para *A8* en *Obs*, y frecuencia 10 y duración 18 s para *A7* en *Obs*). Todo esto indica que la pareja no ejerce un control compartido del proceso de resolución. Por otro lado, los valores también reflejan que *A8* ejerce algo

más de control sobre las acciones de A7 ($A7Ana \cap A8Ver=3$ s y $A7Exp \cap A8Ver=4$ s, mientras que $A7Ver \cap A8Exp=3$ s).

Respecto del estadio *Con*; no hay trabajo cooperativo en *Con*. Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo para ambos estudiantes supone en frecuencia el 10% (30 intervalos, 24 si fijo *A7Con* y 6 si fijo *A8Con*) del total (298), y en tiempo el 1% (41 s, 31 s si fijo *A7Con* y 10 s si fijo *A8Con*) del total (1320 s). Destacan los 23 intervalos de trabajo en paralelo en las que A7 está realizando procesos de *Con* y A2 procesos de *Obs*, con un tiempo de 29 s, y viceversa, los 3 intervalos en los que A8 está realizando procesos de *Con* y A7 procesos de *Obs*, con un tiempo de 4 s. Así como el intervalo en paralelo en los que A7 está realizando procesos de *Lec* y A8 procesos de *Con*.

La pareja no dialoga en relación al funcionamiento de la interactividad con el *applet*, lo que indica que efectivamente no hay o tienen dificultades para en crear y mantener su ECP. Los valores ofrecen indicios de trabajo independiente, aunque están en grupo.

Respecto del estadio *Obs*: el tiempo de trabajo cooperativo en *Obs* es de 123 s, representando el 61% y el 20% del tiempo total del estadio *Obs* para A1 y A2 (200 s y 670 s respectivamente). Por otro lado, en conjunto el trabajo en paralelo fijado *Obs* para ambos estudiantes, supone en frecuencia el 44% (132 intervalos, 31 si fijo *A7Obs* y 101 si fijo *A8Obs*) del total (298), y en tiempo el 47% (624 s, 77 s si fijo *A7Obs* y 547 s si fijo *A8Obs*) del total (1320 s). Las ocurrencias con otros estadios han sido descritos previamente, solo destacar los valores obtenidos para *A7Obs* con *A8Exp*, *A8Ver* y *A8Ana* (14, 45 s), (10, 18 s) y (4, 10 s respectivamente). Y los valores obtenidos para *A8Obs*, con *A7Exp*, *A7Ana* y *A7Ver* (26, 280 s), (19, 82 s) y (15, 56 s).

Claramente, A8 está más tiempo y en más ocasiones observando y escuchando al estudiante A7, lo que incide en que efectivamente este estudiante lleva el peso de las acciones en la resolución.

En cuanto a las traslaciones de ejecución, la Tabla Anexo XV-22 (Anexo XV, p. 8) ofrece la casuística de cada tipo de traslación.

Los valores obtenidos reflejan un total de 146 traslaciones de ejecución, de estas, 64 son traslaciones del estudiante A7, 58 de A8 y 24 traslación mutua. De las traslaciones de ejecución, en 55 ocasiones A7 o A8 mantienen su estadio. Dichas traslaciones

generan entonces periodos de trabajo cooperativo. Así, de los 65 periodos de trabajo cooperativo registrados, 55 provienen de traslaciones de ejecución.

De las 64 traslaciones de ejecución para A7;

(a) A8 mantiene su estadio en 35 ocasiones. Es decir, existen 35 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de A8, en los que A7 intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de A8. Todas estas traslaciones involucran a *Obs*, además, el observable de A8 también es codificado como *Obs* en 31 ocasiones.

(b) A8 no mantiene su estadio en 29 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que A7 traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 45, dónde el observable de A8 también es codificado como *Obs* en 31 ocasiones; con una frecuencia 10, A7 traslada su estadio a *Exp* (A7 continúa con las acciones de exploración de A8); con una frecuencia de 4, A7 traslada su estadio a *Ana* (A7 continúa con las acciones realizadas por A8); con frecuencia de 3, A7 traslada su estadio a *Lec* (A7 continúa leyendo). Por último, traslada su estadio a *Imp* y a *Ver*, con frecuencia 1.

De las 58 traslaciones de ejecución para A8;

(a) A7 mantiene su estadio en 20 ocasiones. Es decir, existen 20 periodos de tiempo de trabajo colaborativo, motivados por la acción de A7, en los que A8 intenta seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de A7. Casi todas involucran al estadio *Obs* (frecuencia 19), además, con frecuencia 8, el observable de A7 es codificado como *Obs*.

(b) A7 no mantiene su estadio en 38 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs*.

Por otro lado, cabe destacar que A8 traslada su estadio a *Obs* con una frecuencia de 43, dónde el observable de A7 también es codificado como *Obs* en 8 ocasiones; con una frecuencia de 5, A8 traslada su estadio a *Exp* (A8 continúa la exploración comenzada por A7); y con una frecuencia de 4, A8 traslada su estadio a *Lec* (A8 continúa con la

lectura de los enunciados). Por último, traslada su estadio a *Ana*, *Imp*, *Ver* y *Con*, con frecuencia 1.

De las 24 traslaciones mutuas, todas involucran a *Obs*, es decir, en las traslaciones mutuas, alguno de los dos estudiantes está observando y escuchando para posteriormente trasladar su observable a la conducta del otro estudiante y el otro, trasladar su observable a observación y escucha. En concreto, A7 traslada su ejecución del estadio *Obs* al estadio de A8 con una frecuencia de 11. De estas, 5 traslada el estadio a *Exp*, 4 lo hace a *Ver*, y 2 lo hace a *Ana*. Y viceversa, A8 traslada su ejecución de *Obs* al estadio de A7 con una frecuencia de 13. De estas, 5 traslada el estadio a *Exp* y al estadio *Ver*, y 2 lo hace a *Ana*.

En conjunto las traslaciones mutuas al estadio *Ana* presentan una frecuencia de 4, al estadio *Ver*, una frecuencia de 9 (37%) y al estadio *Exp*, una frecuencia de 10 (41%). Conjuntamente, las traslaciones mutuas a *Ver* y a *Exp* representan el 79% de las traslaciones de ejecución mutua.

Los datos apuntan claramente a que A7 es el que lleva el peso en las acciones en el proceso de resolución. Prueba de ello es que el 94% de las traslaciones de A7 involucran a *Obs* (o bien, en el estadio siguiente A7 es codificado como *Obs*, o bien A8 es codificado como *Obs*), siendo codificado el observable de A8 en ese mismo estadio en 31 ocasiones (48%). Por su parte, el 77% de las traslaciones de A8 involucran a *Obs*, siendo codificado el observable de A7 en ese mismo estadio en 9 ocasiones (14%). Esto implica a su vez que A8 colabora en menor medida en el proceso de resolución. Es más, A8 ejerce de revisor del proceso de resolución, bien cuando A7 suma esfuerzos al control del progreso que realiza A8, o bien, cuando A8 es quien suma los esfuerzos. Ello apunta a un tímido intento por parte de A8 en el intento por crear y mantener un ECP de la pareja. Por otro lado, el hecho de que el 94% de las traslaciones totales involucren a *Obs*, *Ver* o ambos, indica el modo de proceder prudente de la pareja en su proceso de resolución.

Además, las frecuencias de traslación de ejecución para A8, cuando A7 mantiene su estadio, indica que A8 también intenta colaborar en procesos de exploración e implementación del plan.

V.5.4. Resultados

El análisis efectuado permite obtener un conjunto de resultados relativos al proceso de resolución llevado a cabo por los estudiantes. En esta ocasión, y con objeto de responder a los objetivos de investigación aun abiertos, centro la atención en los siguientes aspectos: (a) las relaciones entre los estadios en el proceso de resolución, (b) el tránsito entre ellos, (c) el trabajo colaborativo puesto en juego y, (c) la influencia de la interactividad. Dado que estos aspectos están interrelacionados, presento un discurso que los aborda integralmente, agrupados en evidencias de distintos resultados relacionados con el proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. Codifico utilizando el siguiente juego de códigos $P_i/R_j/E_k$, donde i indica número de pareja, j indica, en orden ascendente, el número de resultado, y k indica, en orden ascendente, el número de evidencia.

Pareja 4 / Resultado 1 (P4/R1)

La pareja 4 no realiza acciones coordinadas respecto del control y monitoreo del proceso de resolución. Dichas acciones son mayoritariamente llevadas a cabo por el estudiante $A7$, con una participación minoritaria de $A8$. Las acciones asociadas con *Ver* son independientes del uso del ratón y de la influencia de la interactividad.

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 1 / Evidencia 1 (P4/R1/E1). El estadio *Ver* es el tercero en frecuencia, y el cuarto en duración para la pareja si no consideramos el estadio *Obs*, con valores globales mayores para $A7$ que para $A8$ (según las estadísticas básicas). La pareja no presenta concurrencia de *Ver* en *Pag1*, es escasa en *Pag2* (3 s) y *Pag4* (2 s), algo mayor en *Pag5* (14 s), y valores superiores que reflejan más intensidad en las acciones de control y monitoreo en *Pag3* (36 s) y *Pag6* (43 s). Es en estas páginas donde $A8$ participa realizando algunas acciones de control y monitoreo.

-Pareja 4 / Resultado 1 / Evidencia 2 (P4/R1/E2). Las escasas relaciones de *Ver* con los demás estadios y los valores bajos de concurrencia entre *Rat* y *Ver* y la ausencia de concurrencia entre la dupla $\{Err, Gui\}$ y *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 1 / Evidencia 3 (P4/R1/E3). Los valores del estadio *Obs* en los distintos procedimientos; los valores de probabilidad de transición superiores a 0,2 entre *Obs* y *Lec*, *Exp* y *Ver* para A8; los valores de probabilidad de transición superior a 0,2 entre *Obs* con *Ver*, *Exp* y *Con* para A7, y cómo estos últimos son trasladados a la pareja. La cantidad de cadenas diádicas y triádicas que involucran al estadio *Obs* para A7 (4 diádicas de 6, y 2 triádicas de 2), para A8 (6 diádica de 6, y 4 triádicas de 4), y para la pareja (9 diádicas de 14, y 3 cuatriádicas de 3); la cantidad de cadenas diádicas y triádicas que involucran al estadio *Ver* para A7 (2 diádicas de 6 y 2 triádicas de 2), para A8 (1 diádica de 6 y 2 triádicas de 4) y para la pareja (7 diádicas de 14 y 1 cuatriádicas de 3).

-Pareja 4 / Resultado 1 / Evidencia 4 (P4/R1/E4) Los valores muy bajos de concurrencia entre *Int* y *Ver* para A7 y la pareja, no existiendo concurrencia de *Int* con *Ver* para A8.

-Pareja 4 / Resultado 1 / Evidencia 5 (P4/R1/E5). Los valores muy bajos del trabajo cooperativo en *Ver* y del trabajo en paralelo fijado *Ver*, destacando la diferencia de valores entre los procesos en los que A7 está realizando procesos de *Ver* y A8 procesos de *Obs*, y viceversa.

Pareja 4 / Resultado 2 (P4/R2)

Para el caso de la pareja 4, los roles están claramente definidos siendo A7 quien ejerce de director del proceso de resolución y recayendo sobre A8 un papel secundario, de observador y actor puntual del proceso de resolución. A8 va a remolque de las acciones de A7 durante todo el proceso de resolución. Los roles detectados provoca la descoordinación de las acciones de los estudiantes y la falta de motivación para la creación y mantenimiento del ECP.

Dicho lo anterior, desde una visión global del proceso de resolución, los principales roles asumidos por cada estudiante y las evidencias asociadas son:

- A7 lleva el peso de todas y cada una de las actividades realizadas durante el proceso de resolución, salvo en el estadio *Obs*.

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 1 (P4/R2/E1). Los valores obtenidos por A7 en las estadísticas básicas en todos los estadios, salvo en *Obs*, especialmente en *Ana*, *Ver* e *Imp*. Así como los valores y porcentajes, sin considerar *Obs*, de todos *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp* y *Con* para A7 y A8.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 2 (P4/R2/E2). Los valores obtenidos por A7 en el manejo del ratón y realización de arrastres, de hecho es el único que maneja el ratón y realiza arrastres.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 3 (P4/R2/E3). Los valores de *Int*, *Rat* y {*Err*, *Gui*} para A7. Prácticamente solo A7 recibe influencia (92%), es quien realiza los arrastres y la influencia recae sobre el que maneja el ratón.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 4 (P4/R2/E4). Los valores de concurrencia entre el criterio páginas y el criterio resolución de problemas. Dichos valores indican, con bastante nitidez, que es A7 quien dirige el proceso de resolución. Por su parte, A8 no ha sido un estudiante completamente pasivo, como lo demuestran los valores para dicho estudiante, especialmente en *Pag3*, y *Pag4* donde participa principalmente con acciones asociadas con *Exp*, y en *Pag3*, *Pag6*, con acciones de *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 5 (P4/R2/E5) La existencia de 15 probabilidades de transición entre estadios superiores a 0,2 para A7, de las cuales 6 no involucran al estadio *Obs* (de *Exp Lec*, de *Lec* a *Ver*, de *Ana* a *Lec*, de *Pla* a *Ver*, de *Ana* a *Exp* y de *Imp* a *Con*). Las tres últimas con valores de probabilidad mayores a 0,2 para la pareja, lo que indica la influencia de A7 en el proceder de esta. La existencia para A7 de las cadenas diádicas *Lec*→*Ana*, y *Ver*→*Imp* y las cadenas triádicas *Exp*→*Obs*→*Ver* y *Pla*→*Obs*→*Ver*. Y la existencia para la pareja de las cadenas diádicas significativas *Pla*→*Obs* y *Pla*→*Ver*. Esta evidencia proporciona un nuevo indicio relativo a la influencia del proceder de A7 en la pareja, como deduzco de las cadenas triádicas y del hecho de que las relaciones diádicas para la pareja tienen su reflejo en los valores superiores a 0,2 de las probabilidades de transición que no involucran a *Obs* para A7.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 6 (P4/R2/E6). La existencia, para A7 de la relación de activación mutua entre *Imp* y *Con*, de inhibición mutua entre *Ver* y *Con*. El resto de relaciones para A7 también las detecto para A8.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 7 (P4/R2/E7). Los valores obtenidos en el trabajo cooperativo en *Lec*, *Ana* y *Exp*, y por los valores del trabajo en paralelo entre los estadios A7*Ana* y A8*Obs*, A7*Exp* y A8*Obs*, A7*Pla* y A8*Obs*, A7*Ver* y A8*Obs*, y A7*Con* y A8*Obs*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 8 (P4/R2/E8). Los valores de las traslaciones de ejecución para A7 que involucran a *Obs*, con el estadio de A8 también *Obs*, y la frecuencia de traslaciones hacia *Exp* y *Ana*. Y viceversa, los valores de las traslaciones de ejecución para A8 que involucran a *Obs*, con el estadio de A7 también *Obs*.

- A8, en general, va a “remolque” de las acciones realizadas por A7. Asume un papel secundario, interviniendo puntualmente en el proceso de resolución. Aun así, A8 no es un estudiante completamente pasivo.

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 9 (P4/R2/E9). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas de A8 en *Obs* y en el resto de estadios respecto de los valores obtenidos por A7. Si no considero el estadio *Obs*, los valores reflejan una tímida colaboración en el proceso de resolución, siendo algo mayor en los procesos asociados a *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 10 (P4/R2/E10). Los valores inexistentes del criterio ratón y arrastre para A8.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 11 (P4/R2/E11). Los valores de *Int* sobre A8. Solo recibe influencia durante 14 s y toda del tipo *Int3* y concurrente con *Exp*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 12 (P4/R2/E12). Todas las transiciones con probabilidad superior a 0,2 para A8 involucran a *Obs*, siendo las probabilidades de transición cuando *Obs* es el estadio siguiente son muy próximas a la unidad de *Lec*, *Exp* y *Ver* a *Obs* o igual a la unidad de *Imp*, *Ana* y *Con* a *Obs*. Por otro lado, todas las cadenas significativas para A8 involucran al estadio *Obs*. Ello refleja el intento de A8

por seguir las acciones de A7, además, las cadenas triádicas significativas obtenidas apuntan a que A8 presenta un modo de proceder con cierta desorientación, con excesiva prudencia. La influencia de A8 tiene su reflejo en la pareja a través de la frecuencia de cadenas que involucran a *Obs*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 13 (P4/R2/E13). La existencia de la relación de activación mutua entre *Lec* y *Ana*, y de activación en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva entre *Lec* y *Imp*, junto con la no existencia de relaciones entre *Imp* y *Ver* para A8.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 14 (P4/R2/E14). El valor muy bajo del trabajo cooperativo, los valores del trabajo en paralelo con estadio *Obs* para A8 y los valores de las traslaciones de ejecución para A8, los cuales involucran casi todos a *Obs*.

-Pareja 4 / Resultado 2 / Evidencia 15 (P4/R2/E15). Los valores del estadio *Obs* en todas y cada una de las páginas para A8, sensiblemente superiores a los obtenidos para A7, especialmente en las páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*)

Pareja 4 / Resultado 3 (P4/R3)

En el caso de la pareja 4, el proceder ha sido dominado por las acciones realizadas por el estudiante A7. Aun así a nivel de pareja los valores apuntan a un modo de proceder esencialmente prudente, con alternancia con cierta impulsividad y desorientación.

Evidencias:

Respecto de la prudencia.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 1 (P4/R3/E1). Los valores obtenidos para el estadio *Obs* en las estadísticas básicas así como los valores de concurrencia con las distintas páginas, especialmente los obtenidos por el estudiante A8.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 2 (P4/R3/E2). Los valores de duración de la *Pag1*, y la existencia de transiciones “había abajo” en las páginas. Ello indica interés por alcanzar una comprensión profunda del problema.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 3 (P4/R3/E3). Los valores de probabilidad del estadio *Obs* cuando este es considerado como estadio siguiente para *A7*, *A8* y la pareja; la cantidad de probabilidades de transición mayores que 0,2 de *A7* y la pareja; el valor unitario de la probabilidad de transición de *Ana*, *Exp*, *Imp* y *Con* a *Obs* para *A8*, y los valores cercanos a la unidad de las probabilidades de transición de *Ver* a *Obs* para *A8*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 4 (P4/R3/E4) La mayoría de las cadenas significativas detectadas involucran a *Obs* y a *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 5 (P4/R3/E5). La existencia de las cadenas diádicas *Lec*→*Ana*, *Exp*→*Obs*→*Ver* y *Pla*→*Obs*→*Ver* junto con los valores de transición de *Ana* y *Exp* a *Lec* para *A7*; los valores de probabilidad obtenidos de *Lec* a *Obs*; la existencia de las cadenas *Lec*→*Obs*, *Lec*→*Ver* y *Ana*→*Lec*→*Ana*→*Obs*, *Ana*→*Ver*→*Ana*→*Obs* para la pareja.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 6 (P4/R3/E6). La existencia de autoactivación de *Ana*, *Exp*, *Ver*, *Con* y *Obs* para *A7*, *A8* y la pareja.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 7 (P4/R3/E7). Los valores obtenidos en relación al trabajo en paralelo para el estadio *Ver* con *Obs*. Existe un tímido control y monitoreo que es implementado de forma independiente.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 8 (P4/R3/E8). Los valores de traslación que involucran a *Obs*, que representan el 99% de las traslaciones totales.

Respecto de la impulsividad y desorientación

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 9 (P4/R3/E9). La existencia y valores de concurrencias entre *Pag1* y los estadios *Lec*, *Ana* e *Imp*, y la no existencia de concurrencia con *Ver*. La no existencia de concurrencia de *Pla* e *Imp* en *Pag2*, *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*, ni de *Ana* e *Imp* en *Pag4*, ni *Ana* en *Pag6*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 10 (P4/R3/E10). Los valores de concurrencias elevados de *Exp* y *Ana* en las páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*), especialmente de *Exp* en *Pag3* y *Pag6* y de *Ana* en *Pag3*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 11 (P4/R3/E11). Los valores de concurrencias del manejo del ratón con *Ana*, *Exp* y *Obs* y el hecho de no existir concurrencia con *Pla* y presentar un valor de concurrencia bajo en *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 12 (P4/R3/E12). Los valores de concurrencias de *Gui* con *Ana*, de *Err* con *Exp* y la inexistencia de concurrencia con *Ver* ni *Pla*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 13 (P4/R3/E13). La existencia de la relación de activación entre *Lec* e *Imp* en la componente prospectiva (tras realizar procesos de lectura, ejecutan acciones de implementación), junto con la no existencia de relaciones entre *Imp* y *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 14 (P4/R3/E14). La existencia de la relación de inhibición en ambas componentes entre *Exp* y *Ana* para la pareja y A8, junto con la inexistencia de dicha relación para A7 ni de la relación entre *Ana* e *Imp* apunta a que la pareja puede tener ciertas dificultades respecto de la comprensión del problema, o que información detectada en las búsquedas no ha sido incorporada al proceso de resolución. Ello apunta a cierta desorientación en el modo de proceder a pesar de que intenten monitorizar sus acciones.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 15 (P4/R3/E15). El valor muy bajo de concurrencia de *Int* y *Ver*.

-Pareja 4 / Resultado 3 / Evidencia 16 (P4/R3/E16). El valor casi inexistente del trabajo cooperativo en *Ver*.

Pareja 4 / Resultado 4 (P4/R4)

Durante el proceso de resolución, los estudiantes no consiguen mantener un Espacio Compartido del Problema (ECP).

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 1 (P4/R4/E1). La asunción de roles definidos a lo largo del proceso de resolución, en los que el estudiante A8 asume un papel secundario, participando poco en el proceso de resolución.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 2 (P4/R4/E2). Los valores de las estadísticas básicas para el criterio resolución de problemas, y en particular, los valores de *Ana*, *Exp*, *Pla* e *Imp* para A7 y A8.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 3 (P4/R4/E3). Los valores de concurrencia entre los criterios página y resolución de problemas apuntan a que la pareja no consigue crear y mantener su ECP. Aun así, en las distintas páginas, como en *Pag2*, los estudiantes realizan tímidos intentos por crear y mantener el ECP.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 4 (P4/R4/E4) Los valores de las estadísticas básicas del criterio ratón y arrastre ponen de manifiesto como A7 es el único que utiliza el ratón y realiza los arrastres, no reflejando compromiso general por crear y mantener el ECP. Es más, durante 18 s en las que A7 realiza arrastres guiados, A8 realiza acciones de *Exp*, es decir, existe descoordinación en las acciones de A7 y A8.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 5 (P4/R4/E5). La cantidad de probabilidades de transición superiores a 0,2 para A7 respecto de las existentes para A8; los valores que involucran a *Obs*; y la existencia de tres cadenas triádicas significativas con estadio inicial *Ver* y estadio siguiente *Obs* para A8, a la existencia de dificultades para la creación y mantenimiento del ECP.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 6 (P4/R4/E6). La cantidad de relaciones diádicas y triádicas en las que está involucrado *Ver*, indica que como pareja, existe cierta preocupación por el control y monitoreo del proceso de resolución, y en cierto modo, dichos procesos apunta a un tímido ECP.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 7 (P4/R4/E7). Las relaciones de autoactivación de *Ana*, *Exp* y *Obs* para A7, A8 y la pareja; la inhibición en ambas componentes entre *Exp* y *Ana* para la pareja y A8, y la no existencia de relación entre ambos estadios para A7; y la no existencia de relaciones con *Pla* ni entre *Ana* e *Imp*; la relación de autoactivación de *Ver* para A7 y la pareja.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 8 (P4/R4/E8). Los valores de la influencia de la interactividad para A7 y la casi inexistencia de influencia para A8.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 9 (P4/R4/E9). Los valores obtenidos del trabajo cooperativo para la pareja, siendo estos inexistentes o casi inexistentes para *Ana, Exp, Pla, Imp, Ver* y *Con* indican la poca existencia de un ECP, y como la descoordinación de las acciones independientes en una búsqueda común.

-Pareja 4 / Resultado 4 / Evidencia 10 (P4/R4/E10). Los valores de traslación de ejecución reflejan un intento tímido, en particular, por parte de A8, en la creación y mantenimiento del ECP, así como en la realización de acciones de exploración e implementación del plan.

Pareja 4 / Resultado 5 (P4/R5)

La interactividad influye casi en exclusividad sobre A7 debido principalmente a que es este estudiante quien maneja en exclusiva el ratón y lleva a cabo todos los arrastres. Para esta pareja, la interactividad no fomenta el trabajo colaborativo, pero sí, la aparición de *insight*. De hecho, la influencia de la interactividad ha permitido a los estudiantes implementar la heurística para el caso de paso de la hormiga por la arista BC, así mismo, ha permitido que los estudiantes sean consciente de la existencia de rutas laterales. La influencia de la interactividad propicia la reacomodación e implementación del plan inicial de los estudiantes, aun así, no consiguen resolver el problema dado que la pareja (o estudiantes) no aprovecha adecuadamente la información obtenida de la interactividad con la i-actividad, en especial, en la interacción con el *applet* 3.

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 1 (P4/R5/E1). Los valores de tiempo de visualización o duración de las categorías páginas apuntan hacia cierta dificultad de comprensión del significado de las interacciones con los *applets*, especialmente del *applet* 3. Ello proporciona la prelación de dificultad siguiente: *applet* 3, *applet* 1 y *applet* 2 (*Pag6, Pag3* y *Pag5*), siendo los dos primeros inicialmente de dificultad similar.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 2 (P4/R5/E2). En frecuencia, los valores obtenidos de *Int* indican que la influencia recae fundamentalmente sobre A7, siendo la influencia sobre A8 baja.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 3 (P4/R5/E3). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia recae principalmente cuando los estudiantes interactúan con el *applet* 3, seguido del *applet* 1 y *applet* 2. El *applet* 3 es el de mayor dificultad de comprensión pero en cambio, con la influencia de la interactividad menor, por otro lado, los valores indican que la interacción con el *applet* 1 tiene más influencia en el proceso de resolución de la pareja, en cambio, es la interacción con el *applet* 2 la que permite implementar la heurística al plan que habían diseñado.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 4 (P4/R5/E4) El 81% de la influencia es de tipo *Int1* y recae exclusivamente sobre A7. Es una influencia “instantánea” al arrastre e interacción con los *applets*, lo que puede generar impulsividad a la hora de interpretar y asimilar la influencia de la interactividad. Por otro lado, el 8% de la influencia es de tipo *Int2* (recae en exclusiva sobre A7) e *Int3* (recae en exclusiva sobre A8). Entre los tres, acumulan el 98% de la influencia. Para esta pareja, la impulsividad o desorientación no es contrarrestada por la influencia tipo *Int5*, es decir, la influencia una vez pasado cierto tiempo. Los valores apuntan a la existencia de dificultad inicial respecto de la comprensión del significado de las acciones con la i-actividad. No hay influencia tipo *Int4*.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 6 (P4/R5/E6). Los valores de duración de la concurrencia de *Int* con *Exp* (80% recayendo fundamentalmente sobre A7) y *Ana* (17% recayendo en exclusiva sobre A7), representan conjuntamente el 97% de la duración total de la concurrencia de *Int* con los distintos estadios, y los valores de concurrencia, en duración, entre *Int* y *Ver*. La información que los estudiantes extraen de las acciones de análisis o de exploración con el tercer *applet* no es incorporada al proceso de resolución, a pesar de que la extraída en los dos primeros *applets* si lo es.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 7 (P4/R5/E7). El 66% de la influencia es recibida mientras no se realizan arrastres, lo que indica dificultad en la comprensión del arrastre y por ende, de la interactividad.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 8 (P4/R5/E8). La existencia de las cadenas inhibitorias que involucran a *Con*, o a *Ver*, especialmente para la pareja; la relación de inhibición mutua entre *Con* y *Ana* y entre *Con* y *Ver*; y la relación de activación mutua entre *Con* e *Imp* para la pareja y A7; ponen de manifiesto, o bien, las dificultades de la

pareja (y en particular, de A7) para comprender el significado de las acciones con los *applets*, o bien, la inseguridad en las acciones e interacciones con los *applets*. Los valores apuntan, en relación al uso y comprensión de las interacciones con los *applets*, a que en la interactividad y su influencia (concretamente con el *applet* 3), no llega a ser efectiva.

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 9 (P4/R5/E9). La interactividad con el *applet* 2 otorga a la pareja la estrategia heurística necesaria para resolver el problema a través de la generación de un *insight*. El siguiente ejemplo refleja el momento en el que A7 recibe el *insight*. Transcurrido un poco más de tiempo, la pareja detecta que dicho *insight* es adecuado, proporcionando la herramienta de resolución que posteriormente llevan a cabo. La secuencia esta descrita en la Tabla IV-22 (Ver sección IV.3.3.5.3, p. 245). Justo después calculan la trayectoria correctamente (Figura V-20):

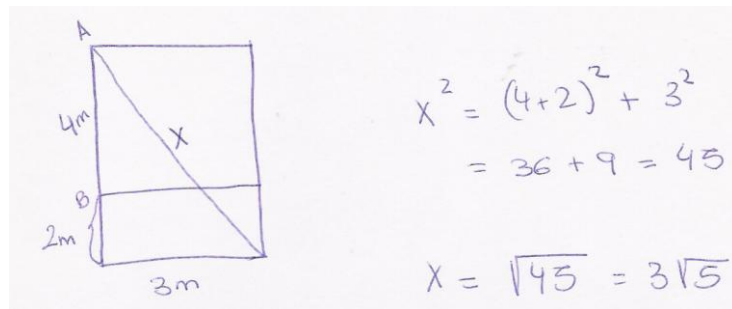


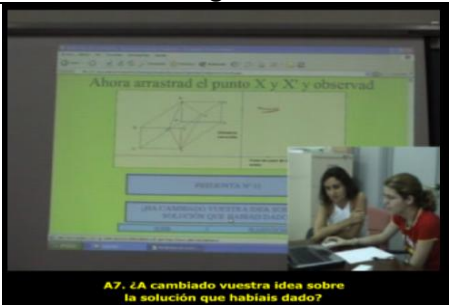
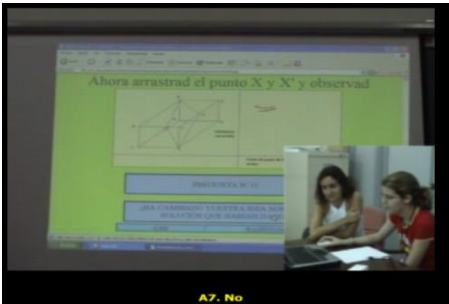
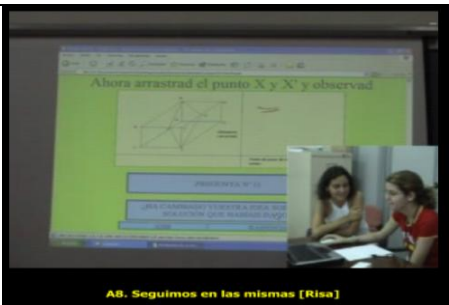
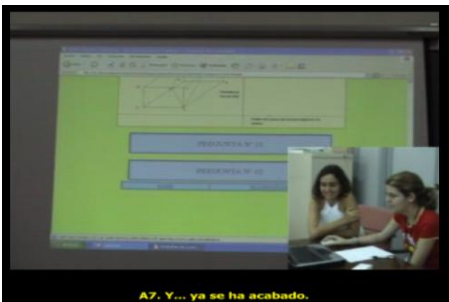
Figura V- 20. Cálculo trayectoria, pareja 4

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 10 (P4/R5/E10). La influencia de la interactividad con el *applet* 3 no ha sido lo suficientemente robusta para que la pareja sienta la necesidad de abatir sobre la cara DC y calcular dicha ruta. Estiman que el resultado debe ser igual que por la arista BC. Hay un fallo en la comprensión de los datos del enunciado. No hay influencia efectiva de la interactividad (Tabla V-7).

Tabla V- 7. No influencia interactividad, pareja 4

Fotogramas	Transcripción
	<p>A7. Pues yo creo que si coincide con lo que hemos obtenido.</p> <p>A8. Si</p>

Tabla V- 7. No influencia interactividad, pareja 4 (continuación)

Fotogramas	Transcripción
	A7- ¿Ha cambiado vuestra idea sobre la solución que habiais dado?
	A7-No
	A8- Seguimos en las mismas (Risa)
	A7- Y..., ya se ha acabado

-Pareja 4 / Resultado 5 / Evidencia 11 (P4/R5/E11). La influencia de la interactividad no fomenta el trabajo colaborativo y la creación y mantenimiento del ECP. El estudiante A8 acompaña las acciones y opiniones de A7.

Pareja 4 / Resultado 6 (P4/R6)

La i-actividad ha constituido un problema para los estudiantes abordable. Durante el proceso de resolución los estudiantes no han puesto de manifiesto grandes dificultades

asociadas a la comprensión del problema, aunque si algunas asociadas a la comprensión del significado de la interactividad con la i-actividad, especialmente con el *applet* 3. La pareja no ha creado ni mantenido su ECP como he puesto de manifiesto en el resultado P4/R3 y que no vuelvo a señalar.

Evidencias:

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 1 (P4/R6/E1). Las estadísticas básicas del criterio páginas, y los valores de concurrencia entre el criterio páginas y el criterio resolución de problemas, en especial, en las páginas que contienen *applets* (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*).

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 2 (P4/R6/E2). La existencia de transiciones “hacia abajo” entre las páginas. Ello indica dificultades en la comprensión profunda del problema y de las interacciones con los *applets* o bien, un modo de proceder prudente en el proceso de resolución.

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 3 (P4/R6/E3). Los valores de la concurrencia entre el criterio páginas y ratón, así como entre arrastre y páginas. Dichos valores sugieren que el *applet* 3 requiere mayor esfuerzo cognitivo a los estudiantes, de hecho, la pareja no consigue aprovechar la información que otorga dicho *applet*. Le sigue en dificultad el *applet* 1 y en menor medida, el *applet* 2. Los estudiantes si consiguen incorporar la información ofrecida por la interactividad de dichos *applets* a su proceso de resolución.

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 4 (P4/R6/E4) Los valores de probabilidad obtenidos y las cadenas significativas obtenidas (diádicas, triádicas y cuatriádicas) y en especial, las cadenas que involucran a *Con*. Todo ello aporta indicios en relación a la cierta prudencia de la pareja en el proceso de resolución, y a las dificultades de comprensión del significado de las interacciones con la i-actividad. Los estudiantes están ante un problema para ellos, no a un mero ejercicio.

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 5 (P4/R6/E5). Por las relaciones de activación-inhibición detectadas. Por ejemplo, (a) la relación de inhibición en la componente retrospectiva y de activación en la prospectiva entre *Lec* e *Imp* para la pareja, A7 y A8; (b) la no existencia de relación de activación entre *Ana* y *Pla*, y entre *Ana* e *Imp*; (c) La

existencia de activación mutua entre *Ana* y *Exp*, y *Ana* y *Con* para la pareja; (d) La ausencia de relaciones significativas con el estadio *Pla*; etcétera.

-Pareja 4 / Resultado 6 / Evidencia 6 (P4/R6/E6). Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia de la interactividad, junto con el hecho de que el 81% del tiempo reciben influencia mientras manejan el ratón.

V.6. Grupal, conjunto de estudiantes

A continuación presento el análisis considerando la unidad de observación el conjunto de todas las actuaciones de todos los estudiantes. Así, denomino a dicha unidad por el término *Grupal* y el acrónimo *Gr*. Dicha unidad considera las actuaciones de todos los estudiantes como si fueran un único sujeto de observación.

V.6.1. Proceso de resolución y tránsito por los estadios

A continuación centro la atención en el proceso de resolución y tránsito por los distintos estadios.

V.6.1.1. Estadísticas básicas

Comienzo la descripción y análisis partiendo de las estadísticas básicas de los criterios resolución de problemas (Tabla Anexo XI- 1), páginas (Tabla Anexo XI- 24), ratón (Tabla Anexo XI-22) y arrastre (Tabla Anexo XI-19) (Anexo XI, p. 1, p. 18, p. 17 y p. 16 respectivamente). Dichas tablas presentan la frecuencia (medida en número de ocurrencia), la duración total (medido en segundos), probabilidad de ocurrencia y duración media (medida en segundos) de cada una de las categorías que componen el criterio considerado.

A) Criterio resolución de problemas

La Tabla Anexo XI-1 (Anexo XI, p. 1) refleja las estadísticas básicas del criterio resolución de problemas para *Gr*. La frecuencia total es de 1822 y el tiempo total invertido es de 10632 s (2 horas 57 minutos y 12 segundos), con una duración media por estadio de 6,68 s.

Para *Gr*, destaca el valor obtenido por *Obs*, estando fuertemente presente durante el proceso de resolución. *Obs* presenta valores de ocurrencia, duración total, probabilidad y duración media sensiblemente superior respecto de las demás estadios. La frecuencia de *Obs* para *Gr* es 775, con una duración total de 4486 s, duración media 5,79 s y probabilidad 0,42. En conjunto, los estudiantes (*Gr*) invierten el 42% del tiempo en *Obs*.

Por otro lado, sin considerar el tiempo invertido en *Obs*:

En frecuencia, el estadio con mayor valor y porcentaje es *Ver* (300, 29%), seguido de *Ana* (197, 19%), *Lec* (171, 16%), *Exp* (157, 15%), *Con* (143, 13%), *Imp* (43, 4%) y *Pla* (36, 3%).

En duración, el estadio con mayor valor y porcentaje es *Lec* (1386 s, 22%), seguido de *Ana* (1377 s, 22%), *Exp* (1294 s, 21%), *Ver* (1046 s, 17%), *Con* (275 s, 4%), *Imp* (533 s, 9%) y *Pla* (235 s, 4%).

De lo anterior deduzco que los estadios *Lec* y *Ver* intercambian su posición en las cadenas ordenadas según frecuencia y según duración.

El 60% (3717 s) del tiempo invertido por *Gr* está asociado a procesos de *Ana*, *Exp* y *Ver*.

El 7% (768 s) del tiempo invertido por *Gr* está asociado a procesos de *Pla* e *Imp*.

En duración media, el estadio con mayor valor es *Imp* (12,40 s), seguido de *Exp* (8,24 s), *Lec* (8,11 s), *Ana* (6,99 s), *Pla* (6,53 s), *Obs* (5,79 s), *Ver* (3,49 s) y *Con* (1,92 s).

El valor de la frecuencia y la duración total del estadio *Ver* apunta a que en conjunto (*Gr*), los estudiantes y/o las parejas, intentan monitorizar y controlar su proceso de resolución. A su vez, la baja duración media de *Ver* para *Gr* proporciona indicios de que dichos procesos son relativamente fáciles y/o rápidos de controlar, o bien, el control y monitorización es superficial. Por otro lado, la duración de *Lec* es consistente con el hecho de que todos los estudiantes, en su primera toma de contacto con el problema de la hormiga, invierten tiempo en la lectura y comprensión del enunciado del problema. La duración de *Lec* para *Gr* se estabiliza si centro la atención en la duración media.

Por otro lado, los valores de *Gr* en *Ana* y *Exp* reflejan que las parejas o estudiantes presentan dificultades asociadas con el intento de comprensión profunda del problema y la búsqueda de información relevante susceptible de incorporarse al proceso de resolución. El valor de duración media de *Exp* apoya estos indicios. Igualmente, los valores de *Con* junto con los valores de *Ana* y *Exp* para *Gr* aportan evidencias acerca de las dificultades de comprensión del funcionamiento de la i-actividad y de la realización de descansos en sus procesos de resolución que pueden contribuir a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente, y en consecuencia, de construcción y mantenimiento del ECP. Sin considerar *Obs*, *Gr* invierte cerca del 60% del tiempo en procesos que requieren mayor esfuerzo cognitivo (*Ana*, *Exp* y *Ver*).

Finalmente, los valores bajos en frecuencia y duración de *Pla* e *Imp* expresan que los estudiantes en conjunto, o bien no consigue disponer de un plan de resolución adecuado, o bien, que de tenerlo, los procesos de implementación son relativamente rápidos.

B) Criterio página

En cuanto al criterio Página (Tabla Anexo XI-24, Anexo XI, p. 18), los datos reflejan un rango de frecuencias para *Gr* de 5 a 9, siendo la frecuencia de *Pag2* la mayor (9), y la de *Pag6* la menor (5). Respecto del estadístico duración, he obtenido un rango comprendido entre los 187 s de *Pag4* y los 1456 s de *Pag6*. Respecto de la duración media de visualización, las páginas que contienen un *applet*, *Pag3* (59,19 s), *Pag5* (69,71 s) y *Pag6* (145,60 s) junto con la página del enunciado, *Pag1* (74,14 s) son las que presentan mayor duración. El siguiente gráfico (Figura V-21), comparo la cadena ordenada de categorías según frecuencia de ocurrencia respecto a la cadena ordenada según duración.

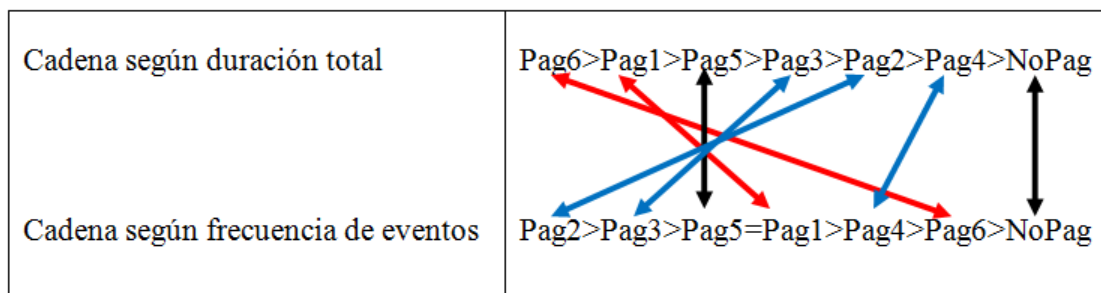


Figura V- 21. Comparativa cadenas, página, grupal

Visualmente, la Figura V-21 presenta la existencia de cierta relación inversa entre el estadístico duración y el estadístico frecuencia. A mayor frecuencia, las categorías presentan menor duración total y viceversa. Considerando porcentajes respecto a la duración, el tiempo de visualización, *Pag6* representa el 27% del tiempo total, *Pag1*, el 20%, *Pag5* y *Pag3* el 18%, *Pag2* el 12%, *Pag4* el 4% y *NoPag* el 1%.

Los estudiantes, en conjunto, invierten más tiempo en aquellas páginas que contienen un *applet*, transitando con mayor frecuencia por las que no contienen *applet*. Además, la posición de *Pag1* en ambas cadenas apunta a que los estudiantes, en general, tienen que recurrir al enunciado del problema con objeto de obtener una mayor comprensión del problema, o para validar/controlar su proceso, y por tanto, siendo el modo de proceder de *Gr* prudente.

C) Criterio ratón

En cuanto al criterio Ratón (Tabla Anexo XI-22, Anexo XI, p. 17), *Gr* lo utiliza durante el 29% del tiempo total aproximadamente (1529 s de 5316 s), con una frecuencia de 144. La duración media de utilización del ratón es de 10,61 s.

D) Criterio arrastre

Respecto de los arrastres (Tabla Anexo XI-19, Anexo XI, p. 16), tanto en frecuencia como en duración, ambos tipos presentan valores similares. Si considero la dupla {*Err*, *Gui*}, presenta una frecuencia conjunta de 79, de los que 37 son *Err* y 42, *Gui*. La duración total de {*Err*, *Gui*} es 746 s, siendo 374 s correspondientes a *Err* y 372 s correspondientes a *Gui*. Los valores indican que *Gr* (los estudiantes en conjunto) invierte el 14% del tiempo en la realización de arrastres, con una duración media por arrastre de 9,6 s. La duración media de *Err* es mayor que la duración media de *Gui* (10,38 s y 8,85 s respectivamente).

Los valores reflejan que *Gr* utiliza ambos tipos de arrastres por igual, siendo la utilización de *Err*, en duración media, algo superior que la de *Gui*. Ello indica que *Gr* tiene mayor dificultad a la hora de obtener información derivada de la interactividad con la i-actividad. Además, los valores para *Gui* reflejan menor duración en la utilización del arrastre para procesos de análisis, controlar o monitorizar la resolución y la obtención de mayor comprensión del problema.

V.6.1.2. *Concurrencias entre criterios*

A continuación presento una descripción y análisis de las concurrencias entre los criterios resolución de problemas, página, ratón y arrastre. En total, obtengo 9 tablas de concurrencias (Tabla Anexo XI- 2, 3, 4, 20, 21, 23, 25, 26 y 27, Anexo XI, p. 1, 1, 1, 17, 17, 17, 18, 18 y 19 respectivamente), considerando todos los cruces entre criterios (incluido también los cruces con el criterio interactividad).

A) Criterio página Vs. resolución de problemas

En la sección 3 del capítulo IV de método presento el análisis del diseño teórico de la i-actividad en relación al tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas por las distintas páginas. Dicho análisis confirma el diseño teórico de tránsito por los estadios. A continuación, describo la concurrencia del criterio página y el criterio resolución de problemas (Tabla Anexo XI-2, Anexo XI, p. 1).

Para *Gr*, el estadio *Obs* presenta el mayor tiempo total (4486 s) y frecuencia (825), distribuidos entre (de mayor a menor duración) la *Pag6* (1337 s), *Pag3* (824 s), *Pag1* (806 s), *Pag5* (765 s), *Pag2* (518 s), *Pag4* (180 s) y *NoPag* (56 s). La duración de *Obs* en *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*, representa el 65% del tiempo total del estadio *Obs* (2926 s).

Los valores apuntan a que para *Gr* (o el conjunto de los estudiantes), la comprensión del significado de la interacción con el *applet* 3 presenta mayor dificultad, seguido del *applet* 1 y *applet* 2. Así mismo, el valor elevado de *Pag1* sugiere que para el conjunto de los estudiantes, el problema de la hormiga ha resultado ser un “problema” y que necesitan volver al enunciado, o bien, a intentar disponer de una mayor comprensión del problema, o bien, a la revisión de los datos y condiciones.

Si no tengo en consideración a *Obs*, *Gr* transita por más estadios distintos durante *Pag6*, *Pag3* y *Pag5* (frecuencia 272, 218 y 210 respectivamente), siendo en estas páginas *Ver* el estadio más frecuente, con valores de frecuencia 106, 65 y 56 respectivamente. Los valores inciden en es la *Pag6* la que mayor dificultad genera en los estudiantes. A continuación, describo el cruce de los distintos estadios en resolución de problemas página a página (Tabla Anexo XI-2, Anexo XI, p. 1).

En *Pag1* invierten un total de 2076 s, de los que aproximadamente en el 39% (806 s) concurre con *Obs* y el 30% (640 s) con *Lec*. Conjuntamente ambos estadios representan el 69% del tiempo invertido. Por otro lado, los estadios *Ana* y *Exp* presenta valores similares (9% y 197 s; 8% y 163 s respectivamente). En cuanto a los estadios *Pla*, *Imp* y *Ver*, presentan igual frecuencia (4) y similar duración (78 s, 77 s y 75 s respectivamente). Por último, en *Pag1*, la concurrencia de *Con* representa el 2% (40 s) del tiempo invertido.

La Figura V-22 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag1*. Ello permite tener de una representación visual que compara frecuencia con duración total de los estadios.

	Valor	36	32	34	29	21	12	4
Cadena ordenada según frecuencia		Ana >	Lec >	Ver >	Con >	Exp >	Pla >	Imp
	Valor	640	197	163	78	77	75	40
Cadena ordenada según duración		Lec >	Ana >	Exp >	Pla >	Imp >	Ver >	Con

Figura V- 22. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag1*, grupal

Los valores y la figura apuntan a que durante *Pag1*, los estudiantes invierten más tiempo en *Lec*. Por otro lado *Gr*, en *Pag1*, comienza a realizar acciones de los demás estadios, especialmente de *Ana*, *Ver*, *Con* y *Exp*. La existencia de dichas concurrencias pone de manifiesto cierta impulsividad en el intento de resolución del problema, la creencia de disponer de un plan de resolución o de tener adquirido una comprensión profunda del problema. Además, los valores de concurrencia de *Pag1* con *Pla* e *Imp*, junto con los de *Con* y *Ver*, indican el intento de los estudiantes por controlar y monitorizar su proceso de resolución.

En *Pag2*, invierten un total de 1300 s, de los que aproximadamente en el 40% (518 s) concurre con *Obs*, el 27% (355 s) con *Ana*, y el 17% (222 s) con *Lec*. Conjuntamente, estos estadios representan el 84% del tiempo invertido en *Pag2*. En lo que respecta a *Ver*, concurre el 9% (122 s). Por último, los estadios *Exp*, *Imp* y *Con* concurren el 2% cada uno, con una duración de 30 s, 32 s y 21 s. No hay concurrencia con el estadio *Pla*.

La Figura V-23 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag2*.

	Valor	59	36	33	10	6	4	0
Cadena ordenada según frecuencia		Ana >	Lec >	Ver >	Con >	Imp >	Exp >	Pla
		↕	↕	↕	↗	↘	↘	
	Valor	Ana >	Lec >	Ver >	Imp >	Exp >	Con >	Pla
Cadena ordenada según duración		355	222	122	32	30	21	0

Figura V- 23. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag2*, grupal

Los valores apuntan a que durante la visualización de *Pag2*, los estudiantes están centrados en los procesos de análisis en un intentando obtener una comprensión profunda del problema. Además, durante estos procesos de análisis, intentan controlar y monitorizar sus acciones. Por otro lado, la ausencia de concurrencia con *Pla* indica que las acciones de análisis no permiten a los estudiantes disponer de un plan de resolución asentado. Los valores de *Imp*, *Exp* y *Con* son pequeños, heredados del modo de actuación llevado a cabo en *Pag1*.

En *Pag3*, invierten un total de 1894 s, de los que aproximadamente en el 44% (824 s) concurre con *Obs*, el 16% (299 s) con *Ana*, y el 13% (258 s) con *Exp*. Conjuntamente, estos estadios representan el 73% del tiempo invertido en *Pag3*. Respecto de *Ver*, concurre el 8% (155 s); *Imp* el 7% (130 s), *Lec* el 6% (119 s), *Con* el 4% (68 s) y por último, *Pla* concurre el 2% (41 s). La Figura V-24 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag3*.

	Valor	65	42	37	31	28	8	7
Cadena ordenada según frecuencia		Ver >	Ana >	Exp >	Con >	Lec >	Pla >	Imp
		↗	↘	↘	↗	↕	↘	↘
	Valor	Ana >	Exp >	Ver >	Imp >	Lec >	Con >	Pla
Cadena ordenada según duración		299	258	155	130	119	68	41

Figura V- 24. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag3*, grupal

Los valores reflejan como durante la interacción con el *applet* 1, los estudiantes centran su atención en obtener una mejor comprensión del problema y/o información que pueda ser incorporada al proceso de resolución. Por otro lado, durante *Pag3*, los estudiantes realizan numerosas acciones de control y verificación, lo que indica un modo general de proceder prudente. De hecho, *Ver* presenta la mayor frecuencia de concurrencia con *Pag3*. Además, en esta página, los estudiantes realizan acciones de planificación e implementación, es decir, el *applet* 1 permite obtener algún proyecto de plan de resolución que es puesto en juego. Y, los valores de *Con*, indican que los estudiantes realizan pequeños descansos, formulan cuestiones relativas al funcionamiento de la i-actividad o hace impases con pueden contribuir a la creación de identidad de pareja que trabaja colaborativamente.

En la página 4, *Gr* invierte 374 s, de los que aproximadamente en el 48% (180 s) concurre con *Obs*, el 17% (64 s) con *Exp*, el 14% (40 s) con *Pla*, y el 12% (46 s) con *Lec*. Conjuntamente, estos cuatro estadios representan el 88% del tiempo invertido en *Pag4*. Por los que respecta a *Ver*, esta concurre el 10% (28 s) del tiempo, y *Con* el 4% (16 s). No hay concurrencias con los estadios *Ana* e *Imp*. La Figura V-25 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag4*.

	Valor	11	10	5	5	3	0	0
Cadena ordenada según frecuencia		Exp >	Lec >	Ver =	Con >	Pla >	Ana	Imp
		↕	↕	↘	↗	↘		
	Valor	64	46	40	28	16	0	0
Cadena ordenada según duración		Exp >	Lec >	Pla >	Ver >	Con >	Ana	Imp

Figura V- 25. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag4*, grupal

Durante *Pag4*, *Gr* invierte la mayoría del tiempo en acciones de exploración, lectura y planificación del problema. Dichas acciones también son monitorizadas y controladas. Por otro lado, la ausencia de concurrencia con *Ana* e *Imp* indica que las acciones de *Exp* y *Pla* no generan los resultados esperados, o lo que es lo mismo, no consiguen obtener información que pueda ser incorporada a un plan de resolución.

En la página 5, *Gr* invierte un total de 1952 s, de los que aproximadamente en el 39% (765 s) concurre con *Obs*, el 12% (235 s) con *Exp*, el 13% (256) con *Ver* y el 12% (235 s) con *Lec*. Conjuntamente, los cuatro estadios representan el 76% del tiempo invertido en *Pag5*. Respecto a las acciones de *Ana*, estas representan el 8%, con duración de 150 s, en *Imp* invierte el 9% (186 s) y, finalmente, en *Pla* y *Con* invierte el 3% (65 y 60 s respectivamente). La Figura V-26 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag5*.

	Valor	56	44	33	31	21	15	10
Cadena ordenada según frecuencia		Ver >	Lec >	Con >	Exp >	Ana >	Imp >	Pla
		↕	↕	↘	↗	↕	↗	↘
	Valor	256	235	235	186	150	65	60
Cadena ordenada según duración		Ver >	Lec =	Exp	Imp >	Ana >	Pla >	Con

Figura V- 26. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag5*, grupal

Durante *Pag5*, los estudiantes, en conjunto, emplean bastante tiempo en acciones de control y monitoreo, lo que apunta a la prudencia en el modo de proceder. De hecho, *Ver* es la que presenta mayor frecuencia y duración en *Pag5*. Por otro lado, los valores de *Lec*, *Exp*, *Imp* y *Ana*, apunta a que los estudiantes, en conjunto, emplean el *applet 2* con objeto de buscar información relevante en mayor medida que para analizar el problema. Dicho proceso de análisis y exploración a su vez es un intento de obtener una mayor comprensión del problema y del significado de las interacciones con el *applet 2* (dado los valores en frecuencia de *Con* y de duración y frecuencia de *Lec*). Los procesos de *Exp* con el *applet 2* parecen provocar que tengan que recordar el enunciado del problema, analizar, controlar y comprender el significado de la interacción con el *applet 2* así como el propio proceso de resolución que llevan a cabo. Una consecuencia de ello es el establecimiento de un plan de resolución que es implementado. Además, los valores de *Con* también indican el intento de los estudiantes en crear identidad de pareja y el consecuente ECP.

En la página 6, los estudiantes, en conjunto, invierten un total de 2912 s, de los que aproximadamente en el 46% (1337 s) concurre con *Obs*, el 18% (532 s) con *Exp*, el 14% (409) con *Ver* y el 13% (376 s) con *Ana*. Conjuntamente estos cuatro estadios representan el 91% del tiempo invertido en *Pag6*. Si no considero *Obs*, el tiempo

invertido en *Exp*, *Ver* y *Ana* representa el 83%. Respecto del tiempo invertido en *Lec*, este representa el 4% (124 s), y el tiempo invertido en *Imp* y *Con*, el 2% (55 s y 68 s respectivamente). El estadio *Pla* prácticamente no tiene concurrencia (11 s). La Figura V-27 presenta las cadenas ordenadas según frecuencia y duración de los distintos estadios en *Pag3*.








	Valor	106	53	40	35	29	6	3
Cadena ordenada según frecuencia		Ver >	Exp >	Ana >	Con >	Lec >	Imp >	Pla
								
	Valor	532	409	376	124	68	55	11
Cadena ordenada según duración		Exp >	Ver >	Ana >	Lec >	Con >	Imp >	Pla

Figura V- 27. Cadenas ordenadas según frecuencia y duración, *Pag6*, grupal

Los valores de concurrencia obtenidos apuntan a la dificultad que ha conllevado la comprensión de la interactividad con el *applet 3* para el conjunto de estudiantes. Prueba de ello es los procesos de *Ana*, *Exp* y *Ver* (sin considerar *Obs*) suponen el 91% del tiempo total. Además, claramente los estudiantes utilizan el *applet 3* para la búsqueda de información, acompañado de periodos de análisis del problema. Dichas acciones intentan controlarlas y monitorizarlas (*Ver* es el primer estadio en frecuencia y el segundo en duración). Por otro lado, queda a su vez patente como el *applet 3* es el de mayor dificultad de comprensión para el conjunto de estudiantes. De ello da indicios también los valores de concurrencia con *Con*, que además refleja cierto intento de los estudiantes por mantener su identidad de pareja que trabaja colaborativamente. Finalmente, las acciones de *Ana*, *Exp* y *Ver*, en conjunto, no surten los efectos deseados (nótese el valor, en relación a los demás estadios, de *Pla* e *Imp*).

B) Criterio ratón Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XI-3 (Anexo XI, p. 1) presenta las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y ratón, para *Gr*.

Los estudiantes, en conjunto, utilizan el ratón durante 1524 s, es decir, durante aproximadamente el 28% del tiempo total del proceso de resolución (5316 s). El uso del ratón concurre principalmente con el estadio *Exp*, con un tiempo de 596 s y una frecuencia de 66, representando el 39% del tiempo de uso del ratón. El siguiente

estadio, en cuanto a tiempo de uso del ratón, es *Obs* con 337 s, lo que representa el 22% del tiempo, y *Ana* con 319 s y representando el 21% del tiempo. Conjuntamente, las concurrencias con *Exp*, *Obs* y *Ana*, representan el 82% del tiempo de uso del ratón. Llama la atención el valor de concurrencia con *Ver* (85 s representando el 6% del tiempo), lo que indica que no utilizan el ratón en acciones de verificación. Por último, la concurrencia con *Lec* representa el 5% del tiempo (77 s), con *Con* el 4% del tiempo (65 s), con *Pla* el 2% del tiempo (24 s), y con *Imp* el 1%, el 1% del tiempo (21 s). Si no considero el estadio *Obs*, la concurrencia con *Exp* representa el 50%, con *Ana* el 27%, con *Con* el 10%, con *Ver* el 7%, y con *Imp* y *Pla* el 2%.

Los valores de concurrencia reflejan que la interacción con el *applet* 3 ha tenido una marcada dirección, a saber, analizar y explorar el problema. Además, el valor de *Con*, indica que los estudiantes, en conjunto, tienen dificultad para la comprensión del funcionamiento de la i-actividad. Estos dos hechos añaden indicios acerca de que el significado de la interacción de las acciones con el *applet* 3 son las más difíciles de comprender para el conjunto de los estudiantes. Además, los valores pequeños de concurrencia del criterio ratón con el criterio resolución de problemas para los estadios *Imp* y *Pla* sugieren que las acciones de análisis, exploración y control no parecen haber dado los frutos esperados para los estudiantes.

C) Criterio arrastre Vs. resolución de problemas

La Tabla Anexo XI-4 (Anexo XI, p. 1) presenta las concurrencias entre el criterio resolución de problemas y arrastre para *Gr*. De los 1524 s de utilización del ratón, durante el 49% (746 s) realizan arrastres. De éstos, ambos presentan una duración similar pero en cambio, en frecuencia, *Gui* es un tercio mayor respecto de *Err* (frecuencia 64 y 372 s, frente a frecuencia 49 y tiempo 374 s respectivamente). Por otro lado, *Err* concurre casi en exclusividad con *Exp*, con una frecuencia de 36 y tiempo 345 s de 374 s. También presenta concurrencia con *Obs* (frecuencia 5 y tiempo 15 s), con *Lec* (frecuencia 3 y tiempo 7 s), con *Con* (frecuencia 4 y tiempo 5 s) y con *Ana* (frecuencia 1 y tiempo 2 s). Por su parte, *Gui* concurre mayoritariamente con *Ana* (frecuencia 29 y tiempo 260 s), presentando también concurrencia con *Exp* (frecuencia 8 y tiempo 47 s), con *Ver* (frecuencia 12 y tiempo 26 s), con *Obs* (frecuencia 10 y

tiempo 30 s) y finalmente con *Pla* (frecuencia 3 y tiempo 6 s) y *Con* (frecuencia 2 y tiempo 3 s).

Los valores reflejan como los estudiantes, en conjunto, utilizan la técnica del arrastre para buscar información que pueda incorporarse al proceso de resolución (el 52% del tiempo concurren los arrastres con *Exp*), y para analizar el problema (el 35% del tiempo concurren los arrastres con *Ana*). Por otro lado, solo *Gui* concurre con *Ver*, representando el 3% del tiempo. Ello informa que los arrastres no han sido utilizados para controlar y monitorizar el proceso de resolución. Además, los valores de concurrencia con *Pla* y la ausencia de esta con *Imp* apuntan a que los arrastres no ha propiciado la creación directa, durante o tras el arrastre, de un plan ni la puesta en práctica de procesos de implementación.

D) Criterio página Vs. ratón

La Tabla Anexo XI-23 (Anexo XI, p. 17) presenta las concurrencias entre el criterio página y ratón. Del tiempo de manejo del ratón, en un 45% (688 s de 1529 s) lo hace en *Pag6*, un 25% (370 s) en *Pag3* y un 22% (337 s) en *Pag5*. Es decir, el 92% del tiempo que están manejando un ratón, los estudiantes visualizan una página que contiene un *applet*. Los demás usos del ratón son considerados como extensión de las manos pues el puntero del ratón es usado como un apuntador en la lectura o simplemente para poder visualizar los enunciados de las preguntas.

Los valores obtenidos son coherentes con el diseño de la i-actividad, además, añaden indicios acerca del grado de dificultad de los distintos *applets*, siendo el más difícil el *applet* 3, cuyos valores casi doblan en duración a los de los otros dos *applets*.

E) Criterio página Vs. arrastre

La Tabla Anexo XI-21 (Anexo XI, p. 17) presenta las concurrencias entre el criterio página y arrastre para *Gr*. Los arrastres son concurrentes con *Pag3*, *Pag5* y *Pag6*. En *Pag3*, los estudiantes realizan 23 arrastres durante 171 s (el 23% del tiempo de los arrastres); *Err* concurre durante 75 s, con frecuencia 8, y *Gui* durante 96 s y frecuencia 15. En *Pag5*, la pareja realiza 27 arrastres durante 214 s (el 28% del tiempo de los arrastres). *Err* concurre durante 135 s, con frecuencia 18, y *Gui* durante 79 s y frecuencia 9. En *Pag6*, la pareja realiza 29 arrastres durante 361 s (el 48% del tiempo de

los arrastres). *Err* concurre durante 164 s, con frecuencia 11, y *Gui* durante 197 s y frecuencia 18. No hay concurrencias con *Pag1*, *Pag2* ni *Pag4*.

Los valores apuntan claramente a que en *Pag6*, los estudiantes, en conjunto, han realizado mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo. De hecho el 43% de los arrastres es en el *applet 3*. Ello incide nuevamente en la mayor dificultad del *applet 3*. Es más, 204 s de los 392 s totales de concurrencia entre el criterio arrastre y el criterio resolución de problemas, para el estadio *Exp*, concurren *Pag6*. Igualmente, 117 s de los 262 s totales de concurrencia entre el criterio arrastre y el criterio resolución de problemas, para *Ana*, concurren en *Pag6*.

Por otro lado, la duración de las concurrencia entre el criterio arrastre y *Pag5* reflejan que el *applet 2* es más difícil que el *applet 1*, con la particularidad de que es en *Pag5* dónde *Gui* concurre a su vez en 5 s con *Pla*. La concurrencia de *Ver* con *Gui* se distribuye con duración igual entre *Pag5* y *Pag6*.

F) Criterio ratón Vs. arrastre

La Tabla Anexo XI-20 (Anexo XI, p. 17) presenta las concurrencias entre el criterio ratón y arrastre para el conjunto de todos los estudiantes. Los valores obtenidos redundan en análisis previos pues no es posible realizar un arrastre sin utilizar el ratón. La frecuencia de la concurrencia conjunta entre *Err* y *Rat* es de 36 y el tiempo 373 s y de *Gui* con *Rat* 42 y tiempo 365 s. En total el conjunto {*Err*, *Gui*} concurre durante 738 s con *Rat* (99%).

V.6.1.3. Tránsito por los estadios en resolución de problemas

A continuación fijo la atención en cómo *Gr* transita por los distintos estadios. Es decir, la siguiente figura (Figura XI-28) representa las transiciones y cadenas significativas para el conjunto de los estudiantes, tomado este como única unidad de observación, como si fuera un único estudiante.

A) Grafos de transición y cadenas significativas

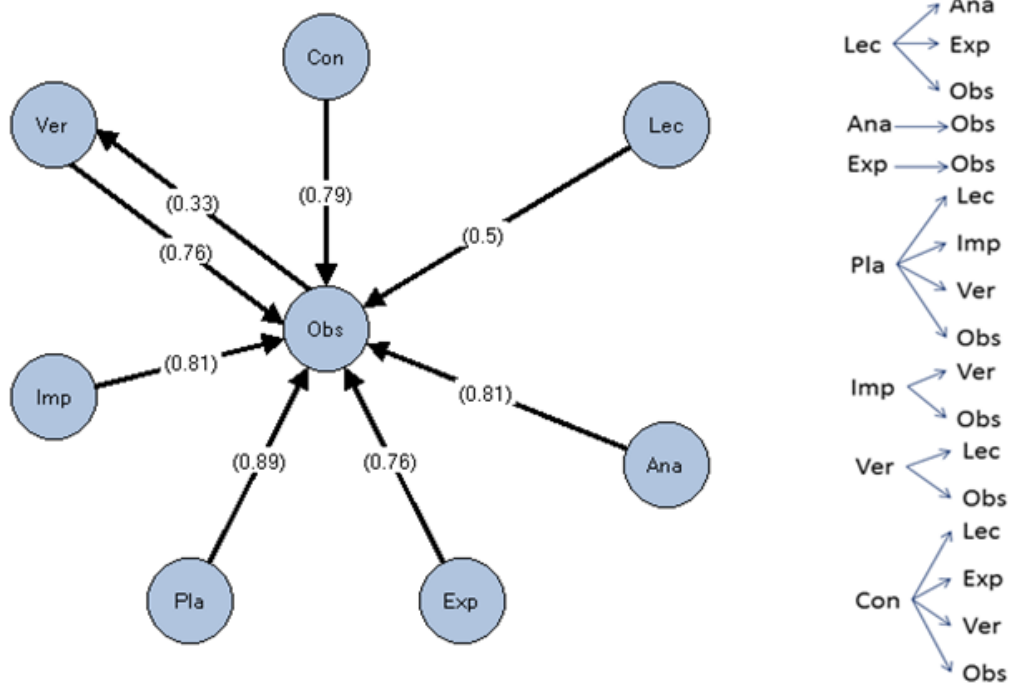


Figura V- 28. Grafo de transición y cadenas significativas, grupal

El grafo de transición¹⁰⁸ y de cadenas significativas¹⁰⁹, reflejan las probabilidades de transición entre estadios para *Gr*. En este caso, todas las transiciones con probabilidad superior a 0,2 involucran a *Obs*, siendo la única que tiene por origen *Obs* la probabilidad de transición de *Obs* a *Ver* (probabilidad 0,33). Presentan probabilidad superior a 0,75 todas salvo la transición de *Lec* a *Obs*, cuya probabilidad es 0,5. Ordenadas de mayor a menor probabilidad de transición cuando el estadio final es *Obs* obtengo: de *Pla*, *Ana*, *Imp*, *Con*, *Ver* y *Exp* a *Obs*, con probabilidades 0,89, 0,81, 0,81, 0,79, 0,76 y 0,76 respectivamente.

Respecto de las cadenas de estadios significativas, *Gr* presenta 17 cadenas diádicas significativas. Siete presentan estadio final *Obs* (*Ana*→*Obs*, *Exp*→*Obs*, *Pla*→*Obs*, *Ver*→*Obs* y *Con*→*Obs*), tres involucran al estadio *Ver* o al estadio *Lec* como estado Final (*Pla*→*Ver*, *Imp*→*Ver*, *Con*→*Ver*; *Pla*→*Lec*, *Ver*→*Lec* *Con*→*Lec*), dos involucran

¹⁰⁸ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XI-6 (Anexo XI, p. 2) y Tabla Anexo XI-8. P-valores, resolución de problemas, lag 1 y 2, grupal (Anexo XI, p. 3), respectivamente.

¹⁰⁹ Obtenido a partir de la Tabla Anexo XI-5. Probabilidad de transición, resolución de problemas, grupal (Anexo XI, p. 2).

a *Exp* como estadio final ($Lec \rightarrow Exp$, $Con \rightarrow Exp$); y una al estadio *Ana* e *Imp* como estadio final ($Lec \rightarrow Ana$, $Pla \rightarrow Imp$). No obtengo cadenas significativas de estadios triádicas.

Los valores de probabilidad así como las cadenas obtenidas reflejan que, los estudiantes en conjunto, realizan un proceso de resolución prudente. De ello ofrece indicios, por un lado, la existencia de cadenas con estadio final *Obs*, y por el otro, la existencia de las cadenas diádicas $Pla \rightarrow (Ver \text{ y } Lec)$, $Imp \rightarrow Ver$, y $Ver \rightarrow Lec$. Es decir, los estudiantes, en conjunto, tras planificar un plan de resolución, leen enunciados de la i-actividad y/o realizan verificaciones; tras procesos de implementación, los controla y; tras procesos de control, leen enunciados. Estas relaciones, a su vez, también pueden sugerir cierta desorientación durante el proceso de resolución al igual que la relación $Lec \rightarrow Exp$ apunta a cierta impulsividad en las acciones de los estudiantes. Por último, la relación $Pla \rightarrow Imp$ es natural en un proceso de resolución cuando se dispone de un plan de resolución.

Por otro lado, las cadenas diádicas significativas con estadio inicial *Con* apuntan a que el conjunto de estudiantes, tras realizar una pausa o preguntar acerca del funcionamiento de la i-actividad, llevan a cabo procesos de lectura o verificación. Ello sugiere que presumiblemente intentan alcanzar una mejor comprensión del problema y crear identidad de pajera. Así mismo, la relación $Con \rightarrow Exp$ apunta a que los estudiantes, en conjunto, adquieren cierta comprensión de la duda surgida respecto de la i-actividad.

B) Gráficos de estimulación e inhibición

Los gráficos de estimulación e inhibición informan acerca de que estadios estimulan o inhiben, en la componente prospectiva y retrospectiva, a los demás estadios. Para obtenerlos, aplico la técnica de coordenadas polares utilizando la información de las tablas de valores Z_{sum} para *Grupal*¹¹⁰. Los gráficos de activación o inhibición están disponibles para su consulta en el Anexo XI, desde la Figura Anexo XI-4 a la Figura Anexo XI-11 (Anexo XI, pp. 21-24).

¹¹⁰ Para ampliar información acerca de la técnica de coordenadas polares, ver Anexo IX. Las tablas utilizadas comprende desde la Tabla Anexo XI-11 hasta la Tabla Anexo XI-18 (Anexo XI, pp. 9-16).

Las relaciones significativas detectadas tomando como referencia el estadio focal considerado son:

(1) Estadio focal *Lec*:

El estadio *Lec* se autoactiva en ambas componentes, al prospectiva y la retrospectiva, con un radio de 3,85; *Lec* se activa mutuamente con *Ana* y *Con*, en ambas componentes, con radio 5,15 y 3,82 respectivamente; y el estadio *Lec* se inhibe mutuamente en la componente prospectiva y retrospectiva con los estadios *Imp* y *Obs*, con radio 3,35 y 3,92 respectivamente.

(2) Estadio focal *Ana*:

El estadio *Ana* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 4,61; *Ana* se activa mutuamente con el estadio *Lec*, en ambas componentes, con radio 5,15; *Ana* se inhibe mutuamente con el estadio *Pla*, *Imp*, y *Obs*, en ambas componentes, con radio 3,29, 3,27 y 2,36 respectivamente.

(3) Estadio focal *Exp*:

El estadio *Exp* se autoactiva en las componentes prospectiva y retrospectiva, con radio 4,67; *Exp* se activa mutuamente con el estadio *Ver*, en ambas componentes, con radio 2,15; *Exp* se inhibe mutuamente con *Pla* e *Imp*, en ambas componentes, con radio 2,02 y 3,33 respectivamente.

(4) Estadio focal *Pla*:

El estadio *Pla* se autoactiva en ambas componentes, con radio 6,70; *Pla* se inhibe mutuamente con *Ana*, *Exp* en ambas componentes, con radio 3,29 y 2,02 respectivamente. *Pla* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,18.

(5) Estadio focal *Imp*:

El estadio *Imp* se autoactiva en ambas componentes, con radio 8,86; *Imp* se activa mutuamente con el estadio *Ver* en ambas componentes, con radio 2,89; *Imp* se inhibe mutuamente en ambas perspectivas con los estadios *Lec*, *Ana* y *Exp*, con radio 3,35, 3,27 y 3,33 respectivamente. *Imp* activa en la componente prospectiva e inhibe en la retrospectiva al estadio *Con*, con radio 2,65. *Imp* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Pla*, con radio 2,18.

(6) Estadio focal *Ver*:

El estadio *Ver* se activa mutuamente con los estadios *Exp* y *Imp*, en ambas componentes, con radio 2,15 y 2,89 respectivamente.

(7) Estadio focal *Con*:

El estadio *Con* se activa mutuamente con el estadio *Lec*, en ambas perspectivas, con radio 3,82; *Con* inhibe en la componente prospectiva y activa en la retrospectiva al estadio *Imp*, con radio 2,65.

(8) Estadio focal *Obs*:

El estadio *Obs* se autoactiva en ambas componentes, con radio 5,86; *Obs* se inhibe mutuamente con los estadios *Lec* y *Ana*, en ambas componentes, con radio 3,92 y 2,36 respectivamente.

En la medida de lo posible elaboro el análisis en base a las relaciones de estimulación por un lado y las relaciones de inhibición por el otro. Comencemos por las relaciones de estimulación.

La existencia de una relación significativa mutuamente activatoria entre *Lec* y *Ana* indica que los estudiantes, en conjunto, ponen en juego conductas metacognitivas asociadas con la comprensión del enunciado. Tras la lectura de este, analizan la información, y tras un periodo de análisis, vuelven a la lectura. Ambos movimientos entre estos dos estadios están orientados a obtener una mejor comprensión del problema. En cuanto a la relación de activación entre *Lec* y *Con*, esta apunta a la producción de intercambios de opiniones acerca del problema tras la lectura de

enunciados o a la emisión de respuestas a las preguntas de la i-actividad, realizan pequeños descansos, emiten preguntas sobre el funcionamiento de la i-actividad o intercambian opiniones en busca de cohesionar la identidad de pareja. Ello indica que los estudiantes mantienen un modo de proceder prudente o bien, intentan, por lo general, crear y mantener un ECP.

La relación de mutua activación entre *Ver* y *Exp*, junto con la no existencia de relación de activación entre *Ver* y *Pla* permite considerar que los estudiantes, en conjunto, desechan lo planificado, que dicha planificación no es convincente (de ahí que exploren el problema), o bien, no estiman necesario revisar el plan de resolución. La ausencia de la relación entre *Ver* y *Pla* también indica que los estudiantes, en conjunto, recaen en sus propios errores y presentan dificultades para avanzar en la resolución del problema, ello sugiere cierta inseguridad en la exploración del problema, la no obtención de información relevante, o que de obtenerla, no es incorporada al proceso de resolución. Este análisis es coherente con un modo de proceder prudente en el proceso de resolución.

En cuanto a la existencia de relaciones de activación mutua entre *Imp* y *Ver*, y entre *Imp* y *Pla*, es coherente con una dinámica estándar de los procesos de resolución. La planificación conlleva un proceso de ejecución de lo planificado (de admitirse el plan) y de control local durante y/o después de dicha ejecución. Estas relaciones son consistentes con la existencia de la relación de activación entre *Imp* y *Con* en la componente prospectiva. Es decir, los estudiantes, en conjunto, si admiten un plan, lo implementan e intentan controlar lo que realizan.

Paralelamente, la no existencia de autoactivación ni inhibición entre *Ver* y *Con*, junto con la elevada frecuencia de *Ver* y la existencia de las relaciones de activación de *Ver* con *Exp* e *Imp*, en las componentes prospectivas y retrospectivas, sugiere que los estudiantes, en conjunto, intentan realizar un proceso de resolución colaborativo, y en cierto modo, indican cierto interés por crear y mantener un ECP.

En cuanto a las relaciones de inhibición, que directamente *Lec* no suceda o anteceda a *Imp* indica que en general los estudiantes no disponen de un procedimiento de resolución inmediatamente después de leer el enunciado. Ello apunta a que para el conjunto de los estudiantes, el problema de la hormiga representa una actividad no

rutinaria, el problema de la hormiga es un verdadero problema. La inhibición entre *Lec* y *Obs* es coherente puesto que la lectura es una actividad individual.

La relación de inhibición entre *Obs* y *Ana* refleja dificultades para trabajar colaborativamente en este estadio. Además, los estudiantes, en su conjunto, han tenido dificultades en la obtención de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución, de ello ofrece indicios el hecho de que *Ana* y *Exp* no sucedan o antecedan a *Pla*. Por otro lado, las relaciones reflejan que el conjunto de los estudiantes no han dispuesto de *insight* “exitosos”, o que de disponerlos, no han sido capaces de incorporar a un plan de resolución la información derivada de los *insight* producidos. Ello es deducible de la existencia de las relaciones de inhibición entre *Ana* y *Exp* con *Imp*. Así, las acciones ejecutadas no van más allá del análisis y exploración del campo del problema, sin resultados aparentemente útiles.

Sobre esta idea inciden las relaciones de inhibición entre *Imp* y *Plan*, en la componente prospectiva, y entre *Plan* e *Imp* en la retrospectiva. Es decir, en general, los estudiantes no han dispuesto de un procedimiento de resolución del que estén convencidos o que de tenerlo, presentan dificultades en cuanto a su aplicación. Por último, la existencia de relación de activación entre *Imp* y *Con*, en la componente prospectiva informa de pequeños descansos durante el proceso de implementación, momentos de desorientación, la realización de preguntas asociadas al funcionamiento técnico de la i-actividad, o realización de impases que contribuyen a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente.

V.6.2. Influencia de la interactividad

Centro ahora la atención en la descripción y análisis de la influencia de la interactividad de la i-Actividad en el proceso de resolución. Para ello utilizaremos los datos obtenidos desde la Tabla Anexo XI-25 hasta la Tabla Anexo XI-29 (Anexo XI, pp. 18-19). Dichas tablas describen las estadísticas básicas para el criterio interactividad y las concurrencias entre este criterio y los criterios resolución de problemas, arrastre, ratón y páginas. Comienzo la descripción y análisis con la Tabla Anexo XI-25 (Anexo XI, p. 18) de estadísticas básicas.

Considero el conjunto $Int = \{Int1 \cup Int2 \cup Int3 \cup Int4 \cup Int5\}$ como el conjunto de todas las influencias de la interactividad. Los datos revelan que en conjunto, los estudiantes reciben influencia de la interactividad (Int) cerca del 4% del tiempo total del proceso de resolución (480 s de 10632 s totales), con una frecuencia de 58.

Del conjunto de influencias, $Int1$ es la de mayor frecuencia y tiempo, seguida de $Int5$ (frecuencia 19 y tiempo 253 s para $Int1$; frecuencia 13 y tiempo 142 s para $Int5$). Estas dos tipologías de influencias representan cerca del 82% de la influencia que reciben en conjunto todos los estudiantes.

En cuanto a la influencia sobre el que maneja el ratón ($\{Int1 \cup Int2\}$), esta representa casi el 57% (274 s) del tiempo total de influencia. Por otro lado, la influencia sobre el que no maneja el ratón ($\{Int3 \cup Int4\}$) representa el 13% (64 s) del tiempo total de influencia. Y por último, la influencia pasado cierto tiempo ($Int5$) representa el 30% del tiempo total de influencia.

Los valores obtenidos para el conjunto de los estudiantes reflejan dos aspectos importantes. Por un lado, la importancia de la influencia $Int5$ en el proceso de resolución. Es decir, la influencia de la interactividad necesita ser interiorizada para que produzca efecto. Por otro lado, la importancia del estudiante que maneja el ratón, pues es sobre este que recae la mayoría de la influencia.

En cuanto a la concurrencia entre los criterios interactividad y resolución de problemas (Tabla Anexo XI-26, Anexo XI, p. 18), los datos reflejan como Int concurre con Ana , Exp , Ver y Obs (frecuencia 19 y tiempo 159 s; frecuencia 25 y tiempo 262 s; frecuencia 21 y tiempo 53 s; y frecuencia 3 y tiempo 6 s respectivamente). En porcentaje estas concurrencias con Int representan el 55% con Exp , el 33% con Ana , el 11% con Ver y el 1% con Obs .

De la concurrencia de Int con Exp , el 55% (141 s) concurre con $Int1$ y el 31% (81 s) con $Int5$. Del resto, el 10% (24 s) concurre con $Int3$; el 6% (15 s) con $Int2$ y el 1% con $Int4$. Conjuntamente $Int1$ e $Int5$ acaparan el 86% del tiempo de concurrencia de Int con Exp . Respecto de la concurrencia de Int con Ana , las influencias $Int1$ e $Int5$ conjuntamente acaparan el 87% (139 s). Concretamente $Int1$ representa el 61% (98 s) del tiempo de influencia de la concurrencia de Int con Ana , e $Int5$ representa el 26%

restante. Del resto de influencias en concurrencia con *Ana*, *Int3* representa el 8% (13 s), *Int4* el 3% (4 s), e *Int2* el 2% (3 s). De la concurrencia de *Int* con *Ver*, el 34% (18 s) concurre con *Int5*, el 24% (13 s) con *Int4*, el 19% (10 s) con *Int1*, el 17% (9 s) con *Int3* y el 6% (3 s) con *Int2*. Conjuntamente, *Int1*, *Int5* e *Int4* representan el 77% de la influencia de la interactividad concurrente con *Ver*.

Los valores obtenidos para el conjunto de todos los estudiantes informan acerca de que la interactividad influye principalmente sobre las acciones de *Exp*. Es decir, hay mayor influencia de la interactividad cuando los estudiantes están explorando el problema, buscando obtener información relevante para la situación problemática. Esta influencia, más de la mitad de las veces recae sobre el que maneja el ratón y un tercio de ellas cuando transcurre cierto tiempo desde la interacción. Estos valores indican que el estudiante que no está manejando el ratón también juega un papel importante pues cerca del 10% de la influencia recae sobre este. Similar análisis obtengo de los valores de concurrencia con *Ana*, aunque en esta ocasión, el porcentaje de influencia que recae sobre el que maneja el ratón asciende a casi dos tercios, mientras que la influencia pasada un tiempo baja hasta un cuarto, manteniéndose relativamente la influencia sobre el que no maneja el ratón. Ello indica que en los procesos de análisis, la influencia sobre el que maneja el ratón es más probable que en los procesos de exploración del problema. Esta situación es natural puesto que las acciones de análisis suelen ser estructuradas.

En referencia a los valores de concurrencia con *Ver*, concurre fundamentalmente sobre el que no maneja el ratón (en un 41%) y una vez transcurrido un periodo de tiempo (34%). Es decir, los valores señalan la importancia del compañero/a, que observa el proceder y la interacción sobre la i-actividad, en el proceso de resolución de problemas. También indica a su vez los esfuerzos del compañero/a en la creación y mantenimiento del ECP. Además, esta influencia recae con mayor intensidad sobre *Pag6*, página donde está el *applet* que mayores dificultades ha generado en el conjunto de los estudiantes, seguido de *Pag5* y *Pag3*, con valores relativamente similares.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio página (Tabla Anexo XI-29, Anexo XI, p. 19), el 27% (132 s de 480 s) concurre cuando visualizan *Pag3*, el 18% (87 s) cuando

visualizan *Pag3*, el 53% (255 s) cuando visualizan *Pag6* y el 1% (6 s) cuando visualizan *Pag1*.

Respecto de *Pag3*, el 51% (67 s) de la concurrencia es con *Int1*, representando a su vez el 27% del tiempo total de influencia de *Int1* para el conjunto de todos los estudiantes; el 18% (24 s) concurre con *Int3*, representando a su vez el 52% del tiempo total de influencia de *Int3*; el 15% (20 s) concurre con *Int5*, representando a su vez el 14% del tiempo total de influencia de *Int5*; el 8% (11 s) concurre con *Int2*, representando a su vez el 53% del tiempo total de influencia de *Int2*; y el 8% (10 s) concurre con *Int4*, representando a su vez el 56% del tiempo total de influencia de *Int4*.

Respecto de *Pag5*, el 57% (104 s) de la concurrencia es con *Int1*, representando a su vez el 41% del tiempo total de influencia de *Int1*; el 29% (54 s) concurre con *Int5*, representando a su vez el 38% del tiempo total de influencia de *Int5*; el 10% (18 s) concurre con *Int3*, representando a su vez el 39% del tiempo total de influencia de *Int3*; el 2% (4 s) concurre con *Int4*, representando a su vez el 22% del tiempo total de influencia de *Int4*; y, el 2% (3 s) concurre con *Int2*, representando a su vez el 14% del tiempo total de influencia de *Int2*.

Respecto de *Pag6*, el 52% (82 s) de la concurrencia es con *Int1*, representando a su vez el 32% del tiempo total de influencia de *Int1*; el 40% (62 s) concurre con *Int5*, representando a su vez el 44% del tiempo total de influencia de *Int5*; el 4% (7 s) concurre con *Int2*, representando a su vez el 33% del tiempo total de influencia de *Int2*; el 2% (4 s) concurre con *Int4*, representando a su vez el 22% del tiempo total de influencia de *Int4*; y el 2% (4 s) concurre con *Int3*, representando a su vez el 9% del tiempo total de influencia de *Int3*.

Respecto de *Pag1*, solo hay una concurrencia, con una frecuencia de 1 y duración 6 s correspondiente a *Int5*, representando a su vez el 4% del tiempo total de *Int5*.

Los valores obtenidos reflejan como el *applet* 1 tiene un papel destacado en el proceso de resolución, aunque es el más fácil de comprender el significado de las interacciones con él. De ello ofrece indicios el porcentaje de concurrencia de *Int* con *Pag3*. Por otro lado, en dicha página, la influencia predominante recae sobre el que lleva el ratón, seguida por aquella producida una vez transcurrido cierto tiempo de la

interacción. Además, es la influencia sobre el que no maneja el ratón es sensiblemente superior en *Pag3* en comparación con *Pag5* y *Pag6*. Todo ello refleja que la exploración del problema y el análisis del mismo, a través de la interactividad con el *applet* 1, genera influencia en el proceso de resolución no solo sobre el que maneja el ratón, sino sobre el compañero/a. Ello también indica cierto nivel de trabajo colaborativo durante este página.

En *Pag5* y *Pag6*, la influencia sobre el que maneja el ratón la predominante. Ahora bien, los valores de *Int5* en *Pag6* indican que el significado de la interacción con el *applet* 3 es más difícil de asimilar que para el resto de *applet*.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio ratón (Tabla Anexo XI-28, Anexo XI, p. 19), la influencia *Int5*, *Int3* e *Int4* concurre mayoritariamente con *NoRat* (126 s de 142 s; 43 s de 46 s; y 17 s de 18 s respectivamente), e *Int* e *Int2* concurre mayoritariamente con *Rat* (220 s de 253 s; y 18 s de 24 s).

En total, el 54% de la influencia concurre mientras manejan el ratón, (258 s de 480 s), y asciende al 87% si considero también la influencia que concurre justo después de manejar el ratón y la correspondiente a la concurrencia de *Int1* e *Int2* con *NoRat*. Ello refleja la importancia del estudiante que maneja el ratón sobre el proceso de resolución del problema.

En cuanto a la coocurrencia con el criterio arrastre (Tabla Anexo XI-27, Anexo XI, p. 19), en el 71% del tiempo recibe influencia de la interactividad mientras no realizan ningún arrastre (340 s), el 12% (59 s) concurre con *Err* y el 17% concurre con *Gui* (81 s). Por otro lado, el 19% (48 s) del tiempo de influencia *Int1* concurre con *Err*, el 31% (78 s) concurre con *Gui* y el 50% (127) concurre con *NoArr*. *Int2* concurre con *Err* y *NoArr* con valores similares (11 s y 10 s respectivamente), no presenta concurrencia con *Gui*. *Int3*, concurre casi en exclusividad con *NoArr* (43 s de 46 s totales). *Int4* e *Int5* concurre exclusivamente con *NoArr* (21 s y 139 s respectivamente).

V.6.3. Trabajo colaborativo

A continuación centro la atención en abordar el análisis y discusión del proceso colaborativo puesto en juego por el conjunto de los estudiantes durante la resolución del problema. Para esta sección, considero la Tabla Anexo XI-9 (Anexo XI, p. 4), donde reflejo el tiempo y frecuencia del trabajo en paralelo y cooperativo de los estudiantes con código *par* (A2, A4, A6 y A8) respecto de los *impares* (A1, A3, A5 y A7).

Los datos revelan que hay un total de 359 (27%) intervalos de trabajo cooperativo (suma de los valores de la diagonal de la tabla) de un total de 1336 intervalos de concurrencias entre estadios. El conjunto de estudiantes están realizando trabajo cooperativo durante 1443 s, representando aproximadamente el 27% del tiempo total (5316 s). En porcentajes, el trabajo cooperativo representa el 15% del total (910 s de 4783 s) cuando no están considerados los intervalos en los que ambos estudiantes observan la pantalla del ordenador o mantienen una conversación.

Respecto de *Lec*. La concurrencia con *Lec* presenta; (a) una frecuencia de 141 y duración 792 s fijado *Impar* y *Lec*; (b) una frecuencia 28 y tiempo 70 s fijado *Par* y *Lec*. En cuanto al trabajo cooperativo en *Lec*, presenta una duración de 481 s y frecuencia 63, representando el 60% del tiempo fijado *Impar* y *Lec*, y el 81% fijado *Par* y *Lec*. Es decir, los estudiantes pares y los estudiantes impares ocupan el 60% y el 81% del tiempo de *Lec* en trabajo cooperativo (481 s de 792 s y de 594 s respectivamente). Del trabajo en paralelo, fijado *Impar*, 238 s (de 311 s) corresponde a cuando el estudiante *Par* observa y escucha, mientras que fijado *Par*, 70 s (de 113 s) corresponden a cuando el estudiante *Impar* observa y escucha.

El trabajo cooperativo en *Lec* es coherente con el hecho de que ambos estudiantes de cada pareja leen simultáneamente el/los enunciados expuestos en la i-actividad, sobre todo al inicio del proceso de resolución. Además, nótese que la concurrencia con *Obs* supone un elevado porcentaje del trabajo en paralelo fijado *Lec*. Del resto de concurrencias entre *Lec* y los demás estadios, fijado este para *Pares*, destacan los 21 s con *Exp* para *Impares*. Y fijado *Lec* para *Impares*, destacan los 35 s para *Ver* y los 18 s para *Ana*. Estas concurrencias indican periodos de trabajo individual de cada estudiante, no existe coordinación más allá de la detectada para *Lec*.

Respecto de *Ana*; el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* es de 145 s, representando el 20% y el 22% del tiempo total del estadio *Ana* para los *Impares* y *Pares* (727 s y 650 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Ana \leftrightarrow Obs$, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ana* representa el 61% para *Impares* y el 60% para *Pares*. Es decir, en tiempo, los estudiantes realizan cooperativamente algo menos de dos tercios de sus acciones relacionadas con *Ana*.

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Ana* para los estudiantes *Impares* y *Pares*, supone, en duración, 582 s y 505 s respectivamente. De estos, fijado *Ana* para *Impar*, 490 s concurren con *Obs* para *Par*, del resto de concurrencias, cabe destacar los 53 s con *Ver* y los 22 s con *Exp*. Y viceversa, fijado *Ana* para *Par*, 408 s concurren con *Obs* para *Impar*, del resto de concurrencias, cabe destacar los 54 s con *Ver*, 19 s con *Exp* y 18 s con *Lec*.

Los valores reflejan cierta paridad entre estudiantes impares y pares no solo a nivel de trabajo cooperativo en *Ana*, sino también a nivel de trabajo en paralelo, especialmente en *Ver*. Ello indica que los estudiantes, en general, intentan crear y mantener su ECP. En cambio, los valores de concurrencia con *Exp* y las demás concurrencias, aunque bajos en duración, informan a su vez de cierta dificultad en coordinar las acciones por parte de los estudiantes cuando uno de ellos está realizando acciones de *Ana*. Ello también indica dificultad de coordinación de acciones, lo que puede a su vez dificultar el mantenimiento del ECP.

Respecto del estadio *Exp*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* es 74 s, representando el 9% y el 14% del tiempo total del estadio *Exp* para para los *Impares* y *Pares* (854 s y 440 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Exp \leftrightarrow Obs$, el tiempo de trabajo cooperativo en *Exp* representa el 47% para *Impares* y el 54% para *Pares*. Es decir, en tiempo, los estudiantes realizan cooperativamente algo menos de la mitad del tiempo los *Impares* y algo más de la mitad del tiempo, los *Pares*, sus acciones relacionadas con *Exp*.

Por otro lado, en conjunto, el trabajo en paralelo fijado *Exp* para los estudiantes *Impares* y *Pares*, supone, en duración, 780 s y 366 s respectivamente. De estos, fijado *Exp* para *Impar*, 697 s concurren con *Obs* para *Par*, del resto de concurrencias, cabe destacar los 31 s con *Ver* y los 21 s con *Lec* y los 19 con *Ana*. Y viceversa, fijado *Exp*

para *Par*, 302 s concurren con *Obs* para *Impar*, del resto de concurrencias, cabe destacar los 28 s con *Ver* y los 22 s con *Exp*.

Los valores reflejan poco trabajo cooperativo en el estadio *Exp*. Dichos valores pueden ser coherente con el hecho de que solo un componente de la pareja puede manejar el ratón para explorar el problema, lo que obliga al otro componente a observar y escuchar o bien, a controlar y monitorizar las acciones de su semejante. De ello ofrece indicios los valores de concurrencia con *Obs* y con *Ver*, fijados *Exp* para *Impares* y *Pares*. Si considero esta perspectiva, durante el trabajo con *Exp*, las parejas realizan un esfuerzo por crear y mantener su ECP. Las acciones independientes (concurrencias con el resto de estadios) son relativamente bajas (salvo quizás con *Ana*).

Respecto del estadio *Pla*; El tiempo de trabajo cooperativo en *Pla* es 5 s, valor no significativo. Solo cabe destacar los 143 s de concurrencia, fijado *Pla* para *Impar*, con *Obs* para *Par*. Y viceversa, los 62 s de concurrencia, fijados *Pla* para *Par* y *Obs* para *Impar*.

Los valores indican que son los estudiantes impares los que más tiempo invierten en *Pla*, lo que sugiere que éstos dirigen durante más tiempo el proceso de resolución.

Respecto del estadio *Imp*; El tiempo de trabajo cooperativo en *Imp* es 114 s, representando el 32% y el 66% del tiempo total del estadio *Imp* para para los *Impares* y *Pares* (360 s y 173 s respectivamente). Si no considero la concurrencia $Imp \leftrightarrow Obs$, el tiempo de trabajo cooperativo en *Imp* representa el 64% para *Impares* y el 97% para *Pares*. Es decir, en tiempo, los estudiantes realizan cooperativamente algo menos de dos tercios del tiempo los *Impares* y casi todo el tiempo para los *Pares*, de sus acciones relacionadas con *Imp*. Respecto del trabajo en paralelo, cabe destacar solo cuando fijo *Imp* para los *Impares*. En este caso, 58 s es la concurrencia con *Ver* para *Par*.

Los valores reflejan como cuando los estudiantes realizan acciones de implementación, suelen hacerlo de manera cooperativa. Ello indica corresponsabilidad y por tanto, un esfuerzo por crear y mantener el ECP. Además, los valores de concurrencia con *Ver* reflejan claramente como los estudiantes impares llevan el peso y dirección de la resolución, siendo los pares los que asumen tareas de control y monitoreo del proceso.

Respecto del estadio *Ver*; El tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* es 91 s, representando el 19% y el 16% del tiempo total del estadio *Ver* para para los *Impares* y *Pares* (478 s y 568 s respectivamente). Si no considero la concurrencia *Ver*↔*Obs*, el tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* representa el 50% para *Impares* y el 33% para *Pares*. Es decir, en tiempo, los estudiantes realizan cooperativamente la mitad del tiempo los *Impares* y un tercio para los *Pares*, de sus acciones relacionadas con *Ver*.

Respecto del trabajo en paralelo, cabe destacar, cuando fijo *Ver* para los *Impares*, los 54 s de concurrencia con *Ana*, y los 28 s con *Exp*. Y cuando fijo *Ver* para los *Pares*, los 58 s con *Imp*, los 53 s con *Ana*, los 35 s con *Lec* y los 31 s con *Exp*.

Los valores reflejan claramente como los estudiantes impares asumen en mayor medida las acciones de control y monitoreo del proceso de resolución. De ello ofrece indicios los valores de concurrencia de los estadios fijado *Ver* para los *Pares*, y el incremento de los porcentajes del trabajo cooperativo cuando no considero *Obs* para *Impares* y *Pares*. Por otro lado, el valor del trabajo cooperativo en *Ver* es bajo, lo que indica las dificultades de los estudiantes por crear y mantener su ECP.

Respecto del estadio *Con*; El tiempo de trabajo cooperativo en *Con* es 10 s, valor no significativo. Las concurrencias con los demás estadios también ofrecen unos valores bajos no significativos, salvo quizás los 13 s y 12 s con *Exp* y *Lec*, fijado *Con* para los *Pares*.

Los valores indican que son los estudiantes pares los que más tiempo emplean en comprender el funcionamiento de la i-actividad, quizás en su intento por controlar y monitorizar el proceso de resolución. Ello indica a su vez, el intento por parte de estos estudiantes de crear y mantener el ECP.

Respecto del estadio *Obs*: El tiempo de trabajo cooperativo en *Obs* es 523 s, representando el 29% y el 19% del tiempo total del estadio *Ver* para para los *Impares* y *Pares* (1800 s y 2686 s respectivamente). Por otro lado, los datos revelan que *Obs* presenta una frecuencia 529 y tiempo 1800 s para *Impares*; y frecuencia 662 y tiempo 2868 s para *pares*. Respecto del trabajo en paralelo, cabe destacar, cuando fijo *Obs* para los *Impares*, los 408 s de concurrencia con *Ana*, los 302 s con *Exp* y los 294 con *Ver*. Y

cuando fijo *Obs* para los *Pares*, los 697 *s* con *Exp*, los 490 *s* con *Ana*, los 297 *s* con *Ver* y los 238 *s* con *Lec*.

Claramente, los estudiantes pares están más tiempo y en más ocasiones observando y escuchando a los estudiantes impares, lo que incide en que efectivamente éstos estudiantes llevan el peso de las acciones en la resolución. Además, nótese como el valor de concurrencia de *Ver*, en duración, es más elevado si fijo *Obs* en los impares que si lo fijo en los pares.

En cuanto a las traslaciones de ejecución, la Tabla Anexo XI-10 (Anexo XI, p. 5) presenta la casuística de cada tipo de traslación. Los valores obtenidos reflejan un total de 841 traslaciones de ejecución, de estas, 318 son traslaciones de estudiantes *impares*, 311 traslaciones de estudiantes *pares* y 212 traslaciones mutuas.

Del total de traslaciones de ejecución, en 250 ocasiones algún estudiante mantiene su estadio. Dichas traslaciones generan entonces periodos de trabajo cooperativo. Así, de los 359 periodos de trabajo cooperativo registrados, 250 provienen de traslaciones de ejecución.

De las 318 traslaciones de ejecución para los estudiantes impares;

(a) Los estudiantes pares mantienen su estadio en 145 ocasiones. Es decir, existen 145 periodos de tiempo de trabajo cooperativo, motivados por la acción de los estudiantes pares, en los que los estudiantes impares intentan seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de los estudiantes pares. Casi todas estas traslaciones involucran a *Obs* (138) de alguna forma. Además, el observable del estudiante par mantiene el estadio *Obs* en 75 ocasiones. Por otro lado, el observable del estudiante impar es trasladado a *Exp*, *Ana*, *Lec*, *Ver*, *Imp*, *Pla*, y *Con* en 18, 16, 14, 11, 9, 1 y 1 ocasiones respectivamente.

(b) Los estudiantes pares no mantienen su estadio en 173 ocasiones. Salvo en una, dichas traslaciones involucran al estadio *Obs* de alguna forma.

Por otro lado, los estudiantes impares trasladan su estadio a *Obs* con una frecuencia de 242, dónde el observable del estudiante par también es codificado como *Obs* en 75 ocasiones; con una frecuencia 18, los estudiantes impares trasladadas su estadio a *Exp* (el estudiante impar continúa con las acciones de exploración del estudiante par); con una frecuencia de 17, los estudiantes impares trasladan su estadio a *Ana* (el estudiante impar continúa con las acciones realizadas por el estudiante par); con frecuencia de 13, los estudiantes impares trasladan su estadio a *Ver* (el estudiante impar continua con las acciones de control y monitoreo del estudiante par); con frecuencia de 9, los estudiantes impares trasladan su estadio a *Imp* (el estudiante impar continua con las acciones de implementación del estudiante par). Por último, traslada su estadio a *Con* y a *Pla*, con frecuencia 3 y 1 respectivamente.

De las 311 traslaciones de ejecución de los estudiantes pares;

(a) Los estudiantes impares mantienen su estadio en 105 ocasiones. Es decir, existen 105 periodos de tiempo de trabajo cooperativo, motivados por la acción de los estudiantes impares, en los que los estudiantes pares intentan seguir, mantener o controlar los planteamientos, sugerencias o acciones de los estudiantes impares. Casi todas estas traslaciones involucran a *Obs* (99) de alguna forma. Además, el observable del estudiante impar mantiene el estadio *Obs* en 61 ocasiones. Por otro lado, el observable del estudiante par es trasladado a *Ver*, *Ana*, *Exp*, *Imp*, *Lec*, *Pla*, y *Con* en 12, 11, 8, 5, 5, 2 y 1 ocasiones respectivamente.

(b) Los estudiantes impares no mantienen su estadio en 206 ocasiones. Dichas traslaciones involucran todas a *Obs* de alguna forma.

Llos estudiantes pares trasladan su estadio a *Obs* con una frecuencia de 254, dónde el observable de los estudiantes impares también es codificado como *Obs* en 61 ocasiones; con una frecuencia de 14, los estudiantes pares trasladan su estadio a *Ver* (el estudiante par continúa con acciones de control y monitoreo del estudiante impar); con una frecuencia de 13, los estudiantes pares trasladan su estadio a *Ana* (el estudiante par continúa con las acciones de análisis); con frecuencia de 10, los estudiantes pares trasladan su estadio a *Exp* (el estudiante par continúa con las acciones de exploración); con frecuencia de 6, los estudiantes pares trasladan su estadio a *Lec* e *Imp* (los

estudiantes pares continúan con procesos de lectura e implementación). Por último, los estudiantes pares trasladan su estadio a *Pla* y *Con*, con frecuencia 2.

De las 212 traslaciones mutuas, salvo una, todas involucran a *Obs*, es decir, en las traslaciones mutuas, alguno de los dos estudiantes está observando y escuchando para posteriormente trasladar su observable a la conducta del otro estudiante y el otro, trasladar su observable a observación y escucha. En concreto, los estudiantes impares trasladan su ejecución del estadio *Obs* al estadio del estudiante par con una frecuencia de 102. De estas, 35 traslada el estadio a *Ver*, 33 lo hace a *Ana*, 18 lo hace a *Exp*, 11 lo hace a *Imp*, 3 lo hace a *Con*, y 2 lo hace a *Pla*. Y viceversa, los estudiantes pares trasladan su ejecución de *Obs* al estadio de los impares con una frecuencia de 109. De estas, 36 traslada el estadio a *Ver*, 35 lo hacen al estadio *Ana*, 16 lo hacen al estadio *Exp*, 12 lo hacen al estadio *Imp*, 5 al estadio *Con*, 4 al estadio *Pla* y 1 lo hacen al estadio *Lec*. La traslación que no involucra a *Obs* es del estadio *Exp* al estadio *Ver*.

En conjunto, sin considerar la traslación mutua de *Exp* a *Ver*, las traslaciones mutuas al estadio *Ver* presenta una frecuencia de 71 (33%), al estadio *Ana*, presenta una frecuencia de 68 (32%), al estadio *Exp*, presenta una frecuencia de 34 (16%) y al estadio *Imp*, presenta una frecuencia de 23 (11%). Conjuntamente, estas traslaciones representan el 92% de las traslaciones de ejecución mutua.

Los valores reflejan como los estudiantes impares llevan más el peso del proceso de resolución que los pares, prueba de ello son los valores obtenidos cuando *par* traslada su estadio e *impar* no lo mantiene (193 frente a 167 en los que *impar* traslada y *par* no mantiene). Además, la mayoría de las traslaciones de los impares involucran a *Obs*, y las frecuencias de traslación de ejecución para *par*, cuando *impar* mantiene su estadio, son más elevadas que al revés. Ello indica que *par* colabora en los procesos siguiendo en más ocasiones las acciones de *impar*. Todo ello refleja que los estudiantes pares son activos en el proceso de resolución y por tanto, realizan un esfuerzo por crear y mantener el ECP. Por otro lado, el hecho de que el 87% de las traslaciones totales involucren a *Obs*, *Ver* o ambas, indica que el modo de proceder de las parejas en su proceso de resolución es prudente.

V.6.4. Resultados

El análisis efectuado permite obtener un conjunto de resultados relativos al proceso de resolución llevado a cabo por el conjunto de todos los estudiantes, tomados estos como una única unidad de observación. Como vengo exponiendo, centro la atención en responder los objetivos de investigación aun abiertos: (a) las relaciones entre los estadios en el proceso de resolución, (b) el tránsito entre ellos, (c) el trabajo colaborativo puesto en juego y, (d) la influencia de la interactividad. Dado que estos aspectos están interrelacionados, presento un discurso que los aborda integralmente, agrupados en evidencias de distintos resultados relacionados con el proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. Codifico utilizando el siguiente juego de códigos $Gr/Rj/Ek$, donde j indica, en orden ascendente, el número de resultado, y k indica, en orden ascendente, el número de evidencia.

Grupal / Resultado 1 (Gr/R1)

El conjunto de estudiantes, en general, intentan ejercer un control continuo sobre su progreso, con un escaso uso del ratón y los arrastres para dicho control.

Evidencias:

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 1 (Gr/R1/E1). El estadio *Ver* es el primer estadio en frecuencia, el cuarto en duración (sin considerar el estadio *Obs*) y el séptimo (penúltimo en duración media). El estadio *Ver* es el primer estadio, en frecuencia, en las páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*). En las demás páginas *Ver* se sitúa en frecuencia en posiciones intermedias.

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 2 (Gr/R1/E2). El valor bajo de concurrencia de *Ver* con *Rat*, con *Err* y con *Gui*. El ratón y los arrastres no han sido utilizados para controlar y monitorizar el proceso de resolución.

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 3 (Gr/R1/E3). La existencia de probabilidad de transición de *Obs* a *Ver* superior a 0,2, y de las cadenas diádicas significativas $Pla \rightarrow Ver$, $Imp \rightarrow Ver$, $Con \rightarrow Ver$, $Ver \rightarrow Lec$ y $Ver \rightarrow Obs$.

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 4 (Gr/R1/E4) Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, siendo la segunda en frecuencia. Dicha influencia en concurrencia con *Ver* es más común transcurrido cierto tiempo desde el arrastre, y recibida por el estudiante que no maneja el ratón.

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 5 (Gr/R1/E5). Los valores del trabajo cooperativo en *Ana*, y en paralelo en conjunción con *Ver*, y los valores de frecuencia de las traslación mutua al estadio *Ver*.

-Grupal / Resultado 1 / Evidencia 6 (Gr/R1/E6). La existencia de la relación de activación mutua entre *Ver* y los estadios *Exp* e *Imp*. Así como la relación de activación entre *Imp* y *Con* en la componente prospectiva.

Grupal / Resultado 2 (Gr/R2)

A lo largo del proceso de resolución, los estudiantes asumen determinados roles obligando a la necesaria coordinación de las acciones independientes que les permitan abordar la resolución del problema con mayores garantías de éxito. Desde una visión global del proceso de resolución, los estudiantes *impares* llevan más peso del proceso de resolución que los *pares*, realizando éstos últimos más esfuerzos en la creación y mantenimiento del ECP y en las acciones de control y monitoreo.

Evidencias:

-Grupal / Resultado 2 / Evidencia 1 (Gr/R2/E1). Los valores del trabajo cooperativo y en paralelo en *Ver* (sin considerar la concurrencia $Ver \leftrightarrow Obs$). Los estudiantes *pares* realizan más esfuerzos en las acciones de control y monitoreo (el tiempo de trabajo cooperativo en *Ver* representa el 50% para *impares* y el 33% para *pares*) y en la creación y mantenimiento del ECP que los estudiantes *impares*.

-Grupal / Resultado 2 / Evidencia 2 (Gr/R2/E2). Los valores de traslación a *Obs* cuando el estudiante *par* traslada su estadio e *impar* no lo mantiene frente a los que *impar* traslada y *par* no mantiene. Los estudiantes *pares* realizan más esfuerzo en las acciones de observación y escucha de las acciones que realizan los *impares*. Los estudiantes *impares* asumen mayor responsabilidad en la dirección del proceso de resolución.

-Grupal / Resultado 2 / Evidencia 3 (Gr/R2/E3). La mayoría de los valores de traslación de los *impares* involucra a *Obs*, y las frecuencias de traslación de los *pares* cuando los *impares* mantienen su estadio son más elevadas que al revés. Los *pares* colaboran con mayor intensidad en las acciones que realizan los *impares* que al revés.

Grupal / Resultado 3 (Gr/R3)

Los estudiantes en conjunto presentan un modo de proceder “prudente” y en ocasiones, con cierta impulsividad durante el proceso de resolución del problema.

Evidencias:

Junto con parte de las evidencias relacionadas con los resultados Gr/R1 y Gr/R2 respecto del intento de control constante y la asunción de roles más o menos definidos, las cuales también apuntan a un modo de proceder “prudente”, obtenemos:

Respecto de la prudencia

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 1 (Gr/R3/E1). Los valores obtenidos en las estadísticas básicas y concurrencias del estadio *Obs* y *Ver*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 2 (Gr/R3/E2). Los valores de probabilidad cuando el estadio *Obs* es considerado como estadio siguiente.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 3 (Gr/R3/E3). Los valores de concurrencia entre el criterio página y los estadios *Obs* y *Ver*. Especialmente en las páginas que contienen un *applet* (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*).

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 4 (Gr/R3/E4) La evidencia Gr/R2/E2, el valor de probabilidad de *Obs* a *Ver*, la existencia de las cadenas diádicas significativas con estadio final *Obs* para todos los demás estadios, que *Pla*, *Imp* y *Con* presenten una cadena significativa diádica con estadio final *Ver*, y la existencia de la cadena *Ver*→*Lec*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 5 (Gr/R3/E5). La existencia de la relación de activación mutua entre *Lec* y *Con*, y de inhibición mutua entre *Lec* e *Imp*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 6 (Gr/R3/E6). La existencia de las relaciones de autoactivación de *Ana*, *Exp* y *Obs*; de activación mutua entre *Lec* y los estadios *Ana* y *Con*, de inhibición entre *Lec* e *Imp*, de activación mutua entre *Exp* y *Ver* y, entre *Imp* y *Ver*, así como la existencia de la relación de inhibición mutua entre *Imp* y los estadios *Ana* y *Exp*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 7 (Gr/R3/E7). Los valores obtenidos en relación al trabajo cooperativo y el tiempo de trabajo en paralelo para el estadio *Ver*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 8 (Gr/R3/E8). Los valores de las traslaciones de ejecución que involucran a *Obs*, *Ver* o ambas, los cuales suponen el 87% de las traslaciones.

Respecto del proceder impulsivo, con cierta desorientación o inseguridad.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 9 (Gr/R3/E9). Los valores de concurrencia entre el criterio resolución de problemas y el criterio páginas. En especial, la existencia de valores para las concurrencias de *Pla* e *Imp* con *Pag1*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 10 (Gr/R3/E10). Los valores de las estadísticas básicas para *Err* y *Gui*, el hecho de que en duración media, el valor de *Err* es algo superior al de *Gui* y, los valores de concurrencia entre *Err* y *Exp*.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 11 (Gr/R3/E11). La existencia de las cadenas diádicas significativas *Lec*→*Exp*, *Pla*→*Lec*, *Ver*→*Lec* y *Con*→*Lec*, induce a pensar en la posibilidad de que los estudiantes presenten cierta impulsividad, desorientación o inseguridad durante su proceso de resolución.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 12 (Gr/R3/E12). La ausencia de relación de activación en la componente prospectiva entre *Ver* y *Pla* induce a pensar en que los estudiantes muestran cierta inseguridad en su/s plan/es de resolución.

-Grupal / Resultado 3 / Evidencia 13 (Gr/R3/E13). Los valores de las estadísticas básicas para *Int1* e *Int2* reflejan que la influencia es mayoritariamente instantánea. Además de la posible “impulsividad” en la interpretación del significado de las interacciones con el *applet*, los valores también informan de la generación de *insight*, tal y como pongo de manifiesto en el análisis de cada pareja.

Grupal / Resultado 4 (Gr/R4)

Durante el proceso de resolución los estudiantes, no sin dificultades, intentan crear y mantener un Espacio Compartido del Problema (ECP) así como identidades de parejas que trabajan colaborativamente.

Evidencias:

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 1 (Gr/R4/E1). La asunción de roles más o menos definidos a lo largo del proceso de resolución, en los que ningún estudiante es pasivo (resultado Gr/R2).

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 2 (Gr/R4/E2). Los valores de las estadísticas básicas para *Con*. Ello informa de posibles impases que pueden ser contribuir a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente y, de la realización de un esfuerzo conjunto en la construcción y mantenimiento del ECP.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 3 (Gr/R4/E3). Los valores de concurrencia del criterio páginas y el estadio *Con*, especialmente en las páginas que contienen *applet* (*Pag3*, *Pag5* y *Pag6*).

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 4 (Gr/R4/E4) La relación de activación mutua entre *Lec* y *Con*, la no existencia de relación entre *Ver* y *Con*, la elevada frecuencia de *Ver* y la existencia de las relaciones de activación mutua en ambas componentes entre *Ver* y *Exp* e *Imp*.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 5 (Gr/R4/E5). Los valores de concurrencia de *Int* con *Ver* y el cruce con *NoRat*. Dicho cruce refleja que concurre la influencia de la interactividad en las acciones de verificación concurren fundamentalmente sobre el estudiante que no maneja el ratón (en un 41%) y una vez transcurrido un periodo de tiempo (*Int5*, 34%). Ello ofrece nuevos indicios que apuntan a la importancia del compañero/a (que no maneja el ratón) y el esfuerzo de éstos por crear y mantener el ECP.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 6 (Gr/R4/E6). El valor del porcentaje de tiempo en la que los estudiantes llevan a cabo acciones de trabajo cooperativo (27%). Hay un esfuerzo general conjunto de las parejas en crear y mantener un ECP. Indicio de ello son los valores obtenidos del trabajo en cooperativo en *Ana* y en paralelo de *Ana* con *Ver*, junto con los valores del trabajo cooperativo en *Imp*.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 7 (Gr/R4/E7). Los valores del trabajo cooperativo en *Con*. Los estudiantes *pares* emplean más tiempo y esfuerzo en la comprensión el funcionamiento de la i-actividad y en contribuir a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente. Ello a su vez refleja el esfuerzo de los estudiantes *pares* en la creación y mantenimiento del ECP.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 8 (Gr/R4/E8). Los valores de las estadísticas básicas de *Obs* para los estudiantes *pares* e *impares*, junto con el valor de concurrencia de *Ver*, fijado *Obs*.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 9 (Gr/R4/E9). Los valores de traslación, en frecuencia y duración, para los estudiantes *pares* e *impares*. La frecuencia similar refleja que los estudiantes en conjunto intentan crear y mantener su ECP. Aun así, los valores respecto de la duración apuntan a que los estudiantes *pares* realizan un esfuerzo mayor.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 10 (Gr/R4/E10). La existencia de la relación de inhibición entre *Obs* y *Ana*, junto los valores de concurrencia de *Int* con *Exp* y con *Ana*. Estas evidencias reflejan la existencia de dificultades para trabajar colaborativamente en ambos estadios, especialmente en el estadio *Ana*. Por tanto, a su vez reflejan dificultades en la creación y mantenimiento del ECP.

-Grupal / Resultado 4 / Evidencia 11 (Gr/R4/E11). El valor del trabajo cooperativo en *Ver* es relativamente bajo, apuntando a que los estudiantes en este estadio no trabajan cooperativamente. Ello puede reflejar cierta descoordinación en la realización de acciones individuales. En estas situaciones, la asunción de roles juega un papel determinante en la creación y mantenimiento del ECP.

Grupal / Resultado 5 (Gr/R5)

La influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre el estudiante que maneja el ratón, es principalmente instantánea o produce efectos una vez que los estudiantes interiorizan el significado de las interacciones con los *applets*. La influencia recae fundamentalmente sobre acciones de análisis y exploración del problema y es poco utilizado para el control y monitoreo. La influencia resalta la importancia del papel del estudiante que no maneja el ratón. A continuación, expongo las evidencias detectadas, algunas de ellas comentadas anteriormente.

Evidencias:

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 1 (Gr/R5/E1). Los valores de concurrencia de *Int* con *Rat* y *NoRat*, junto con la de *Int* con *Exp* y *Ana*. La interactividad influye más sobre el que maneja el ratón y durante acciones de exploración y análisis del problema.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 2 (Gr/R5/E2). Los valores de las estadísticas básicas de *Int5*. Los estudiantes necesitan interiorizar el significado de las interacciones para que la interactividad influya en el proceso de resolución de problemas.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 3 (Gr/R5/E3). La evidencia Gr/R4/E5: “Los valores de concurrencia de *Int* con *Ver* y el cruce con *NoRat*. Dicho cruce refleja que concurre la influencia de la interactividad en las acciones de verificación concurren fundamentalmente sobre el estudiante que no maneja el ratón (en un 41%) y una vez transcurrido un periodo de tiempo (*Int5*, 34%). Ello ofrece nuevos indicios que apuntan a la importancia del compañero/a (que no maneja el ratón) y el esfuerzo de éstos por crear y mantener el ECP”.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 4 (Gr/R5/E4) Los valores de concurrencia entre el criterio página y el criterio influencia de la interactividad. El *applet* 1 es el más influyente, y el que menos, el *applet* 3.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 5 (Gr/R5/E5). Los valores de concurrencia entre el criterio ratón y el criterio influencia de la interactividad. La influencia sobre el que no maneja el ratón es sensiblemente superior en *Pag3* en comparación con *Pag5* y *Pag6*. La interactividad con el *applet* 1 genera influencia en el proceso de resolución no solo sobre el que maneja el ratón, sino también sobre el compañero/a.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 6 (Gr/R5/E6). Los valores de concurrencia del criterio páginas y el criterio resolución de problemas, y los valores de concurrencia de *Int* con el criterio páginas. Estos valores reflejan el grado de dificultad de comprensión del significado de las interacciones con los distintos *applet*. El *applet* 3 es el más difícil, mientras que el *applet* 1 es el más fácil.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 7 (Gr/R5/E7). La evidencia Gr/R3/E13: “Los valores de las estadísticas básicas para *Int1* e *Int2* reflejan que la influencia es mayoritariamente instantánea. Además de la posible “impulsividad” en la interpretación del significado de las interacciones con el *applet*, los valores también informan de la generación de *insight*, tal y como pongo de manifiesto en el análisis de cada pareja”.

-Grupal / Resultado 5 / Evidencia 8 (Gr/R5/E8). La evidencia (Gr/R1/E4): “Los valores de concurrencia entre *Int* y *Ver*, siendo la segunda en frecuencia. Dicha influencia en concurrencia con *Ver* es más común transcurrido cierto tiempo desde el arrastre, y recibida por el estudiante que no maneja el ratón.”, junto a los valores de concurrencia entre *Gui* y *Ver*, y la ausencia de concurrencia entre *Err* y *Ver*. Informan además que los estudiantes en conjunto no utilizan los arrastres para controlar y monitorizar su proceso de resolución.

Grupal / Resultado 6 (Gr/R6)

La i-actividad ha constituido un verdadero problema para los estudiantes. Los estudiantes, en conjunto, presentan dificultades para adquirir una comprensión profunda del problema, el funcionamiento de la i-actividad, y para buscar nueva información que pueda ser incorporada al proceso de resolución.

Evidencias:

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 1 (Gr/R6/E1). Los valores de las estadísticas básicas del criterio resolución de problema, especialmente los valores para *Pla* e *Imp*. Esta evidencia deja entrever la existencia de dificultades relacionadas con la comprensión profunda del problema y del funcionamiento de la i-actividad.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 2 (Gr/R6/E2). Los valores de las estadísticas básicas del criterio *Pag*. Los estudiantes en conjunto invierten más tiempo en aquellas páginas que contienen un *applet*, transitando con mayor frecuencia por las que no contienen *applet*. Además, los valores de *Pag1* informa que los estudiantes, en conjunto, tienen que recurrir a la lectura del enunciado del problema con objeto de obtener una mayor comprensión del mismo, o para validar/controlar su proceso.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 3 (Gr/R6/E3). Los valores de concurrencia entre el criterio resolución de problemas y el criterio página señalan que en conjunto, los estudiantes, transitan por más estadios distintos en *Pag6*, *Pag3* y *Pag5*. Además, en estas páginas *Ver* es el estadio más frecuente y es donde mayor valor de concurrencia presenta *Con*. Estas evidencias apuntan a que los estudiantes tienen dificultades para comprender el funcionamiento y significado de las interacciones con los *applet*.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 4 (Gr/R6/E4) Los valores de concurrencia del criterio ratón con el criterio resolución de problemas. En particular, los valores de concurrencia con *Pla* e *Imp* indican que las acciones con el ratón no generan un plan de resolución ni propician acciones de implementación. Y los valores de concurrencia con *Ana* y *Exp* indican que el análisis y exploración del problema con el ratón no genera “ideas” robustas de un plan de resolución ni propician acciones de implementación por los estudiantes.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 5 (Gr/R6/E5). Los valores de la concurrencia entre el criterio páginas y ratón, así como entre los criterios arrastre y páginas informan que el *applet 3* requiere mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo a los estudiantes, presentando mayor dificultad de comprensión el significado de las interacciones. Le sigue en dificultad de comprensión el *applet 2* y finalmente, por el *applet 1*.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 6 (Gr/R6/E6). Los valores de concurrencia de *Int* con el criterio página y en particular, de *Int5* con *Pag6*. Esta evidencia aporta otro indicio en relación al grado de dificultad del *applet* 3.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 7 (Gr/R6/E7). El valor de concurrencia entre el criterio arrastre y el estadio *Pla*, junto con la ausencia de concurrencia con *Imp*. Los arrastres no propician la creación directa, durante o tras el arrastre, de un plan ni la puesta en práctica de procesos de implementación.

-Grupal / Resultado 6 / Evidencia 8 (Gr/R6/E8). La existencia de las relaciones de activación-inhibición detectadas, como:

(a) la relación de inhibición mutua, en ambas componentes, entre *Lec* e *Imp*. Los estudiantes, tras la lectura del enunciado, no disponen de un plan de resolución robusto que les permita ejecutar acciones de implementación adecuadas).

(b) las relaciones de inhibición entre *Ana* y *Exp*, y los estadios *Pla* e *Imp*. Los estudiantes han tenido dificultades en la obtención de información que pueda ser incorporada al proceso de resolución (*Ana* y *Exp* no suceden o anteceden a *Pla*). Por otro lado, esta evidencia refleja que el conjunto de los estudiantes, aunque como he puesto de manifiesto en el análisis de cada pareja ha tenido *insight*, la información obtenida de estos no ha sido incorporada “exitosamente” para el diseño de un plan de resolución robusto.

(c) la relación de activación entre *Imp* y *Con* en la componente prospectiva y de inhibición en la retrospectiva. Indican dificultades a la hora de interpretar las acciones de implementación con el significado que estas tienen en relación al funcionamiento de la i-actividad.

(d) La existencia de la relación de inhibición entre *Imp* y *Plan*, en la componente prospectiva, y entre *Plan* e *Imp* en la retrospectiva. Es decir, en general, los estudiantes no han dispuesto de un procedimiento de resolución del que estén convencidos o que de tenerlo, presentan dificultades en cuanto a su aplicación.

V.7. Síntesis Final

El análisis efectuado permite describir el comportamiento resolutor de los estudiantes como entes pensantes e independientes, así como de pareja que trabaja colaborativamente, confrontando además las actuaciones individuales con el comportamiento de la pareja. La identificación de los roles asumidos y cómo son puestos en juego; la obtención de las traslaciones de ejecución, del trabajo cooperativo, del trabajo en paralelo; la identificación de las relaciones entre estadios intra estudiante, inter-estudiante, como pareja y como conjunto de estudiantes; ofrece una colección de evidencias que reflejan y desgranán la dinámica del proceso resolutor que éstos han puesto en juego. Todo ello bajo el prisma de la dinámica continua de tránsito y relaciones entre estadios, influenciados por la interactividad de la i-actividad. A continuación expongo la síntesis en relación a los objetivos específicos objeto de estudio en este capítulo: la descripción del proceso de resolución derivado de las relaciones y tránsitos entre estadios, el trabajo colaborativo puesto en juego y la influencia de la interactividad.

En referencia a la *pareja 1*, y en particular los estudiantes *A1* y *A2*. Esta pareja lleva a cabo un proceso de resolución caracterizado por la prudencia, con un continuo control y monitorización de su proceso de resolución. La asunción de roles claramente definidos y asumidos por los estudiantes les permiten realizar acciones independientes pero coordinadas, que confluyen en el objetivo común de resolver el problema. En este caso, *A1* lleva el peso de las actividades en el proceso de resolución a través de la realización de acciones más experimentales y de implementación, mientras que *A2* asume la realización de las acciones más analíticas y de observación y escucha, ejerciendo de supervisor a lo largo de toda la resolución, especialmente en los procesos de implementación.

Por otro lado, el trabajo colaborativo puesto en juego refleja el esfuerzo de *A1* y *A2* por adquirir una identidad de pareja que trabaja colaborativamente, creando y manteniendo su ECP. Ello está reflejado especialmente en aquellos estadios y páginas de la i-actividad en los que se requiere un mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo. En esta pareja, ambos estudiantes son activos y están comprometidos con el objetivo a conseguir.

Además, para esta pareja 1 y estudiantes, la influencia de la interactividad ha potenciado el intercambio de roles momentáneos y la aparición de *insight* que provocan cambios de dirección en el proceso de resolución. Al mismo tiempo, la influencia contribuye fomentando la creación de la identidad como pareja, especialmente la influencia *Int5*, es decir, aquella que necesita ser interiorizada para que influya en el comportamiento resolutor. La influencia de la interactividad recae fundamentalmente sobre *A1*, siendo la de *A2* concurrente con procesos de control.

Respecto de la pareja 2 y al igual que en la pareja 1, realiza un proceso de resolución caracterizado globalmente por la prudencia, con un continuo control de su proceso de resolución intercalado con algunos intervalos de tiempo de actuaciones impulsivas y/o que denotan cierta desorientación. La asunción de roles aunque globalmente estables, son intercambiados en algunos periodos de tiempo durante el proceso de resolución. En general, *A3* asume el rol de director del proceso de resolución, realizando más acciones experimentales, analíticas, de planificación y de implementación. Mientras *A4* asume en más ocasiones el papel de controlador del proceso de resolución y de observador. En esta pareja 2, los estudiantes se esfuerzan por implementar acciones independientes, pero coordinadas, que confluyan en el objetivo común de resolver el problema.

El trabajo colaborativo puesto en juego por *A3* y *A4* refleja a su vez el esfuerzo de los estudiantes por adquirir una identidad de pareja que resuelve un problema conjuntamente. De hecho *A4* no es un estudiante pasivo en relación al análisis, exploración, implementación y planificación del problema, al igual que *A3* no lo es en relación a las acciones de control y monitoreo, y de observación y escucha del proceso de resolución. Este intercambio de roles de los estudiantes ha fomentado la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente para la resolución del problema, potenciando la consecuente creación y mantenimiento del ECP. En esta pareja, ambos son estudiantes activos, realizando más esfuerzos *A4* que *A3* en la creación y mantenimiento del ECP.

Por su parte, la influencia de la interactividad ha potenciado el intercambio de roles a la vez que algunas acciones impulsivas y cierta desorientación en el proceso de resolución. La influencia es mayoritariamente del tipo *Int1*, es decir, concurrente con el proceso de arrastre efectuado. Aun así para esta pareja la interactividad fomenta la

aparición de *insight*, el ECP, la detección de la estrategia heurística y el establecimiento de un plan de resolución. Por otro lado, ambos estudiantes son activos en cuanto al uso del arrastre, reciben influencia de la interactividad y presentan dificultades en cuanto a la comprensión del funcionamiento de la i-actividad y/o la información que puede extraerse de la interactividad. Presenta mayores dificultades el estudiante A4.

Respecto de la pareja 3, y en particular los estudiantes A5 y A6. La pareja 3 lleva a cabo un proceso de resolución caracterizado por la alternancia entre un proceder prudente y periodos de tiempo de trabajo impulsivo y/o que denotan desorientación. En esta ocasión, como pareja el análisis refleja un intento de controlar su proceso de resolución, siendo la asunción de roles un proceso progresivo. Uncialmente los roles de ambos estudiantes son indefinidos, siendo ambos corresponsables en las acciones. Paulatinamente y poco a poco, A6 asume el rol de director del proceso y sobre el recae gran parte de la responsabilidad del proceso de resolución. E inversamente, poco a poco A5 se libera responsabilidades en el proceso de resolución con más acciones asociadas con el estadio *Obs* y actuando cada vez más a “remolque” de las acciones de A6. Aun así, A5 continua activo, sobre todo en las acciones asociadas a *Exp*. Este proceso de asunción de roles provoca descoordinación de las acciones independientes de los estudiantes, siendo esto un obstáculo para el control del proceso de resolución y para abordar la resolución del problema de forma colaborativa con mayores garantías de éxito. Hay dificultades en la creación y mantenimiento del ECP.

En lo referente al trabajo colaborativo puesto en juego por A5 y A6, el análisis refleja dificultades para llevar a cabo acciones coordinadas, especialmente las relacionadas con las acciones de control y verificación, y las escasas de planificación, implementación y conversación. Las acciones de verificación son implementadas de forma independiente, conjugándose con acciones impulsivas y desorientadas a lo largo del proceso de resolución. La pareja no consigue establecer un plan de resolución coherente y estructurado que les permita llevar a cabo procesos de implementación.

Esta dinámica de alternancias es más visible en aquellas páginas que requieren de mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo, poniendo de manifiesto las dificultades de los estudiantes en su intento por crear y mantener un ECP. Es el estudiante A5 quien

tiene más dificultades y a la vez está más comprometido con la creación y mantenimiento del ECP.

Para esta pareja 3 y estudiantes, la influencia de la interactividad recae sobre ambos en similar medida, a pesar de que la realización de arrastres y el manejo del ratón es realizado principalmente por A6. Asimismo, la influencia de la interactividad ha contribuido a la creación de una identidad como pareja, especialmente la influencia tipo *Int5*. Además, esta tipología contrarresta la impulsividad y/o desorientación derivada de la influencia predominante en la pareja, la influencia tipo *Int1* y que recae fundamentalmente sobre A6. Por otro lado, detecto que la influencia de la interactividad concurrentes con *Exp*, *Ana* y *Ver* tienen que ser interiorizadas por los estudiantes antes de que sea explícito su efecto. La pareja 3 y en particular los estudiantes sufren dificultades relacionadas con la comprensión del significado de las interacciones con los *applets*. La información que extraen de las acciones de análisis y exploración no es incorporada efectivamente al proceso de resolución, con un control de la influencia relativamente bajo. A pesar de todo ello globalmente la influencia de la interactividad contribuye a la aparición de *insight* y al fortalecimiento del ECP.

Respecto de la pareja 4, y en particular los estudiantes A7 y A8. Esta pareja lleva a cabo un proceso de resolución con escaso control y monitoreo, donde aunque la asunción de roles está muy definido, podría considerarse que el proceso de resolución no es en pareja, sino por el estudiante A7. Es decir, el proceso de resolución está dominado por las acciones del estudiante A7 y donde el papel de A8 es secundario, dejándose llevar por las acciones de A7, interviniendo solo puntualmente y limitándose gran parte del tiempo a observar y escuchar. Los roles puestos en juego provocan la descoordinación de las acciones individuales, falta de motivación para la creación y mantenimiento del ECP, y obstaculizan el desarrollo de la resolución del problema de forma colaborativa. Para esta pareja 4, A7 acapara gran parte de las acciones para resolver el problema, es el único que maneja el ratón, realiza de arrastres, y recibe gran parte de la influencia de la interactividad. A pesar de ello y como pareja el análisis refleja un proceder prudente, dirigido por A7 y con un esfuerzo de A8 por seguir las acciones de su compañero. A8 participa con acciones de exploración y de control.

En lo referente al trabajo colaborativo puesto en juego por A7 y A8, el análisis refleja un escaso trabajo cooperativo en *Ana*, *Exp*, *Pla*, *Imp*, *Ver*, y *Con*. En general, los estudiantes no ponen en juego acciones coordinadas, con escaso control interno compartido. Las acciones de *Ver* son implementadas de forma independiente, aunque como pareja, detecto cierta preocupación por el control y monitoreo del proceso de resolución, fomentado con mayor intensidad por A8. Por otro lado, los estudiantes reflejan un modo de proceder impulsivo y/o desorientado a lo largo del proceso de resolución. Esta pareja no consigue o casi no consigue crear y mantener un ECP. Los pocos indicios de creación y mantenimiento del ECP son debidos al esfuerzo de A8.

Para esta pareja 4 y los estudiantes, la influencia de la interactividad recae casi en exclusiva sobre A7, es este estudiante quien dirige el proceso de resolución, siendo el papel de A8 de “acompañante”. Además, A7 maneja en exclusiva el ratón y realiza todos los arrastres. Para esta pareja, la influencia de la interactividad no fomenta el trabajo colaborativo, ni la creación y mantenimiento del ECP, aunque si la generación de *insight* que indican cambios de dirección y por ende, cambio cognitivos y metacognitivos. Por otro lado, la interactividad si propicia que A7 y la pareja pueda implementar la heurística para el caso de la hormiga que pasa por la arista BC, y que sean conscientes de la existencia de rutas laterales. Es más, la influencia permite el reacomodo del plan inicial de los estudiantes. A pesar de todo ello, no consiguen resolver el problema dado que la pareja, ni A7 como director del proceso, ni A8 como observador, aprovechan adecuadamente la información derivada de la interacción con la i-actividad, especialmente la derivada de la interacción con el *applet* 3. En cuanto al tipo de influencia, la gran mayoría es tipo *Int1*, es decir, una influencia concurrente con el arrastre. En esta ocasión, la impulsividad derivada de *Int1* no es contrarrestada por *Int5* como sucede con las parejas 1 y 2, y presenta unos valores muy bajos. La impulsividad genera dificultades en la comprensión del significado de las interacciones, en especial, con el *applet* 3.

Por último, el análisis efectuado tomando como unidad de observación al conjunto de estudiantes permite establecer una visión global de lo acontecido. En general, las parejas y estudiantes intentan ejercer un control y monitoreo continuo de su proceso de resolución, con especial intensidad en las páginas que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo, y con escaso uso del ratón y arrastres para ello. Asimismo,

los estudiantes asumen determinados roles durante el proceso de resolución que obliga a la necesaria coordinación de acciones independientes. En este sentido, los estudiantes impares asumen mayor responsabilidad en la dirección del proceso mientras que los pares lo hacen en las acciones de control y monitoreo. Es más, son los estudiantes pares los que mayor esfuerzo realizan por intentar crear y mantener un ECP, colaborando con mayor intensidad en las acciones que realizan los estudiantes impares que al revés. En conjunto, hay un esfuerzo general de las parejas para crear y mantener un ECP.

Respecto del trabajo colaborativo, en general, los estudiantes de las parejas no son pasivos, participando y colaborando tanto en el proceso de resolución, como en los esfuerzos por controlar y monitorizar dicho proceso. Las parejas, en conjunto, presentan un proceder “prudente” y en ocasiones, cierta impulsividad y/o desorientación. Por otro lado, los estudiantes realizan un esfuerzo compartido para crear y mantener un ECP. En este sentido, los estudiantes pares emplean más tiempo y esfuerzo en la comprensión del funcionamiento de la i-actividad y en contribuir a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente que los estudiantes impares. Las mayores dificultades para llevar a cabo trabajo colaborativo se producen en los estadios *Ana* y *Exp*, precisamente aquellos que requieren mayor esfuerzo cognitivo y metacognitivo.

Respecto de la interactividad, esta recae principalmente sobre el estudiante que maneja el ratón {*Int1* e *Int2*}, siendo mayoritaria *Int1*, seguida de *Int5*. De hecho, la influencia concurrente con *Ver* es más común transcurrido cierto tiempo (*Int5*). Esto permite a las parejas contrarrestar de alguna forma la impulsividad y desorientación. Además, *Int5* es recibida mayoritariamente por el estudiante que no maneja el ratón, denotando la importancia del compañero que observa y escucha en el proceso de resolución.

En cuanto al grado de influencia y dificultad de comprensión del significado de las interacciones, el análisis refleja como para el conjunto de estudiantes, el *applet* 1 es el más influyente, no solo sobre el que maneja el ratón, sino también en el compañero que observa y escucha, siendo el menos influyente el *applet* 3. En cambio, el *applet* 3 es el más difícil de comprender el significado de las interacciones, siendo el más fácil el *applet* 1. En general, la influencia de la interactividad fomenta el trabajo colaborativo y

la aparición de *insight*. Por último, la i-actividad si ha sido un problema para todos los estudiantes y parejas.

A modo de resumen final puedo afirmar que en un ambiente de resolución de problemas matemáticos en formato de i-actividad y por parejas, la riqueza de relaciones y tránsitos entre estadios, y la influencia de la interactividad en la dinámica continua del proceso de resolución: (a) facilita la adquisición de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente, potenciando la creación y mantenimiento del ECP, (b) potencia la aparición de *insight* que generan cambios cognitivos y metacognitivos en los estudiantes; y (c) facilita que los estudiantes transiten por los distintos estadios en resolución de problemas.

Capítulo VI. Conclusiones

El trabajo recogido en esta memoria es un estudio enmarcado en el campo de la Educación Matemática, cuyo objetivo general de investigación es: “describir el proceso de resolución de un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso, en parejas de resolutores, empleando como recurso una actividad en formato web”.

Para dar respuesta al objetivo general de investigación, la revisión de antecedentes asociados permitió concretar tres objetivos específicos y un conjunto de acciones asociadas a ellos. Con los objetivos específicos y acciones delimitadas, el marco teórico y las metodologías de investigación seleccionadas permiten: (a) revisar el estado de la cuestión en relación a la resolución de problemas y los distintos estadios, (b) revisar e identificar los elementos clave en el diseño de actividades en formato web, (c) definir un modelo propio de estadios en resolución de problemas que tiene en cuenta entre los descriptores a la interactividad, (d) definir el concepto de influencia de la interactividad y caracterizarlo en los procesos de resolución de problemas, (e) diseñar una actividad en formato web (que posteriormente es definida como i-actividad), (f) analizar los tránsitos por los distintos estadios en resolución de problemas, (g) analizar la influencia de la interactividad en el proceso de resolución de problemas, (h) analizar las relaciones entre los distintos estadios en resolución de problemas e, (i) analizar el trabajo colaborativo puesto en juego y cómo influye la interactividad en dicho trabajo colaborativo.

Por otro lado, esta investigación presenta un diseño mixto que combina la investigación de diseño por un lado, y la metodología observacional y las técnicas del análisis secuencial por el otro. Aunque presentadas de manera diferenciada en esta memoria, durante el proceso de investigación han coexistido paralelamente. La primera aproximación, el marco de investigación de diseño, es puesto en juego para la construcción de la i-actividad. La segunda aproximación, el marco de la metodología observacional y las técnicas del análisis secuencial, es puesto en juego para el estudio del tránsito y relaciones entre estadios, la influencia de la interactividad y el trabajo colaborativo puesto en juego. En torno a estas dos metodologías, que conjugan aproximaciones cualitativas y cuantitativas, está articulado el proceso de investigación.

Este capítulo está estructurado en cinco secciones. En la primera de ellas presento los aportes y reflexiones de cada uno de los objetivos específicos. En la segunda sección describo las conclusiones relativas al logro del objetivo general de investigación. En la tercera sección presento otras contribuciones derivadas del proceso de investigación. La cuarta sección contiene las limitaciones de esta investigación. En la quinta y última sección describo las futuras líneas de investigación abiertas y derivadas de este trabajo de investigación.

VI.1. Conclusiones relativas a los objetivos específicos de investigación

En esta sección presento las conclusiones derivadas de este trabajo de investigación relativas a cada uno de los tres objetivos específicos de investigación.

VI.1.1. Conclusiones relativas al objetivo específico 1

El primer objetivo específico de este trabajo de tesis es: “diseñar una actividad en formato web que fomente la interactividad para la resolución de un problema de optimización”, concretamente, diseñar un tipo particular de actividad en formato web denominada i-actividad y que definimos como:

“Una actividad en formato web interactiva cuyo objetivo es facilitar el desarrollo de la propia actividad y el consiguiente aprendizaje a través de la interacción del estudiante con el ordenador” (Codina et al., 2011, p. 159).

El proceso de investigación efectuado para abordar este objetivo específico 1 consta de cuatro acciones:

Acción 1.1: “elaborar una primera versión basada en los antecedentes y el marco teórico. Ponerlo en práctica con estudiantes”.

Acción 1.2: “evaluar los resultados obtenidos, realizar una revisión retrospectiva y reelaborar la primera versión”.

Acción 1.3: “poner en práctica la segunda versión, evaluar y realizar un análisis retrospectivo de este”.

Acción 1.4. “sobre la base de los análisis realizados, establecer el diseño definitivo de una actividad en formato web y validarlo”.

El capítulo IV-método detalla la sistematicidad del refinamiento progresivo de las fases de elaboración, implementación y evaluación-control de los diseños sucesivos de la i-actividad, bajo el modelo de la investigación de diseño en tres ciclos (acciones 1.1, 1.2 y 1.3). Para cada uno de los ciclos está desarrollado un informe narrativo que describe los sujetos que intervienen (muestra), el espacio de desarrollo de la i-actividad, los materiales, el prototipo de i-actividad puesto en práctica, la recogida de datos, el análisis retrospectivo, y las propuestas de rediseño. La Figura IV-10 muestra gráficamente el proceso seguido (Ver sección IV-2, p. 131).

Las principales conclusiones relativas al objetivo específico 1 son, por un lado, el propio diseño de i-actividad (acción 1.4) y por el otro, un conjunto de recomendaciones derivadas del proceso que pueden ser tenidas en cuenta de cara al diseño de este tipo de actividades en formato web. Tanto el diseño final de la i-actividad como las recomendaciones están descritos con mayor precisión en el ciclo 3 y en el análisis retrospectivo global presentado en el capítulo IV.

En cuanto a la versión final de i-actividad, el análisis realizado refleja cómo esta fomenta la interactividad. Las evidencias están recogidas a lo largo de los capítulos IV-método y V-análisis. La Figura IV-66 presenta el diseño final de i-actividad (Ver sección IV.3.3.4., p. 223). Además, el proceso de construcción de la i-actividad pone en evidencia por un lado, que la construcción de i-actividades no es una tarea simple, ni en

la que es esperable resultados positivos en las primeras versiones e instancias del diseño. Por el otro, que la necesaria experimentación, con controles internos y externos, hace posible conocer las limitaciones y potencialidades de las distintas versiones y, donde los análisis retrospectivos de los ciclos permiten refinar el proceso de construcción hasta obtener una versión adecuada a los propósitos del diseñador.

Finalmente, la implementación y validación de la versión final de la i-actividad, en el último de los tres ciclos de diseño, permite ofrecer evidencias de: (a) la importancia de la influencia de la interactividad en el tránsito de los estudiantes por los distintos estadios en el proceso de resolución de problemas y; (b) cómo el propio diseño ofrece la posibilidad a los estudiantes de transitar por ellos.

En cuanto al conjunto de recomendaciones de cara al diseño de i-actividades, a continuación presento una síntesis de las mismas en torno a cuatro aspectos: la elección del problema, el diseño de la interfaz y la estructura, el contenido y, la interactividad.

A) En relación a la elección del tipo problema involucrado en la i-actividad:

El problema es no rutinario, resoluble sin la necesidad de conocimientos específicos del software ni de la interactividad que puede producir la i-actividad y, ni de conocimientos específicos de un campo matemático particular. Además, dispone de un modelo matemático subyacente rico en cuanto a las posibilidades de aproximación a su resolución, favoreciendo la adaptabilidad del diseño y la reutilización del mismo para otros niveles educativos y otras tipologías de problemas. Asimismo, la situación problemática está fuertemente contextualizada y es cercana a la experiencia cotidiana del estudiante. Ello, como es puesto en evidencia, puede favorecer la puesta en juego de la intuición optimizadora y la aparición de *insight*.

B) En relación al diseño de la interfaz y de la estructura de la i-actividad:

Existe linealidad en el diseño de la estructura la cual incorpora elementos que pueden permitir a los estudiantes volver sobre sus pasos. A su vez, existe continuidad visual de la interfaz y de la estructura de las acciones a realizar. La localización y organización de los elementos de la i-actividad está bajo una estructura en F tal y como recomiendan los diseñadores de páginas web.

C) En relación al contenido de la i-actividad:

Mantiene una linealidad estructural de tal forma que los estudiantes pueden visualizar el orden inicial de las acciones a realizar con los elementos interactivos. Los textos permanecen ocultos hasta que los estudiantes no realizan dichas acciones. Dichos textos son oraciones imperativas y preguntas directas. Además, en el enunciado del problema está incorporado el modelo subyacente del problema. Dicho modelo intenta ser lo más fiel posible a la realidad representada. Los textos y acciones a realizar son elementos que pueden fomentar la construcción y mantenimiento del ECP.

Finalmente, cada una de las páginas de la i-actividad están libres de metáforas representacionales; no coexisten elementos representacionales equivalentes; ni hay conversiones y/o traducciones representacionales.

D) En relación a la interactividad y su influencia:

Contiene elementos interactivos sencillos de utilizar, dónde la interacción es directa (evitando representaciones intermedias entre el centro de interés del estudiante, en la interacción, y el efecto de la misma). Los elementos interactivos son dinámicos y De Actualización, donde el efecto de las acciones y la propia acción sobre la i-actividad son simultáneas.

Por otro lado, la i-actividad incorpora elementos interactivos que pueden ayudar a los estudiantes a superar errores y dificultades asociadas a la tipología del problema (en este caso, problemas de optimización), pueden potenciar la generación de *insight* y donde el flujo de la interacción es continuo. Dicha influencia puede ayudar a fomentar el ECP.

VI.1.2. Conclusiones relativas al objetivo específico 2

El segundo objetivo específico de este trabajo de tesis es: “describir y analizar el proceso de resolución de un problema de optimización”. Para abordar este objetivo específico propongo cuatro acciones que giran en torno a la resolución de problemas y a una tipología particular de problema, los problemas de optimización. Concretamente:

Acción 2.1: “describir y caracterizar los estadios en la resolución de problemas”.

La revisión teórica permite describir y caracterizar los estadios en resolución de problemas y desarrollar un modelo de estadios propio que es tratado como uno de los criterios del diseño observacional. Dicho modelo consta de 8 estadios e incorpora dos aportaciones originales. Por un lado, la integración de la interactividad como un elemento más en los indicadores de los distintos estadios. Por otro lado, la consideración de un nuevo estadio no contemplado como tal en los distintos modelos revisados, concretamente el estadio conversación.

Una aportación de este trabajo de investigación es considerar el uso de tecnología digital y su influencia como parte de las acciones propias de los estadios en resolución de problemas. La revisión teórica refleja cómo las tecnologías y su influencia son abordadas de forma paralela al proceso de resolución de problemas matemáticos. Esta visión dificulta considerar cómo la tecnología modifica el proceder de los estudiantes, al igual que el hecho de que los estudiantes utilizan la tecnología para llevar a cabo acciones propias de los distintos estadios. La aproximación considerada en este trabajo de investigación integra la influencia en el propio proceso de resolución del problema.

Otra aportación de este trabajo es considerar un nuevo estadio en resolución de problemas denominado “conversación”. Dicho estadio cubre un hueco detectado en la revisión de la literatura científica. Concretamente, en la revisión de los distintos modelos de estadios detecto que no forma parte de ellos los periodos de periodos de tiempo en los que los estudiantes, trabajando en parejas o grupos, (a) se cuestionan acerca del funcionamiento de una determinada tecnología o; (b) realizan pequeños descansos manteniendo una breve conversación no referida expresamente a la resolución de problemas. Para estos periodos de tiempo defino el estadio conversación. Dicho estadio no es irrelevante puesto que estos periodos cumplen diversas funciones que pueden ser importantes en el proceso de resolución de problemas por parejas o grupal. Por ejemplo posibilita que los estudiantes realicen procesos de instrumentalización (Artigue, 2002), posibilita relajar tensiones entre los componentes de la pareja o grupo, evitar bloqueos y/o, contribuye a la creación de una identidad de pareja que trabaja colaborativamente.

A continuación, presento resumidamente el modelo propio de estadios en resolución de problemas y sobre el cual está integrado la interactividad y su influencia:

Estadio lectura

Descripción: El estudiante realiza la lectura del enunciado del problema e interioriza las condiciones y objetivo del problema, considerando por enunciado cualquier texto o imagen que aparezca en la i-actividad situada en la primera página. No considero parte del enunciado los distintos Applets.

Son indicadores de este estadio acciones como que el estudiante lea, relea (en voz alta, en silencio o “murmurando”); señale con el cursor del ratón mientras lee; establece relaciones entre el enunciado y el acto de señalar a través de gestos o el ratón; anota los datos del problema; u observa la pantalla con la intención de comprender el enunciado del problema.

Estadio análisis

Descripción: El estudiante intenta comprender el problema (simplificándolo o reformulándolo), introduce nuevos elementos y considera conocimiento específico relevante para la resolución del problema. Las acciones suelen tener un objetivo prefijado.

Son indicadores de este estadio acciones como la modificación del enunciado (simplificación o reformulación); la modelización del enunciado (como consecuencia de la interactividad con la tecnología o de representaciones extraídas del enunciado); identificación de información importante o ausencia de ella en el enunciado; establecimiento de relaciones entre los datos y la meta o la revisión de las condiciones.

Estadio exploración

Descripción: El estudiante lleva a cabo una revisión de la estructura del problema para obtener información a incorporar a la secuencia análisis->plan->implementación. En este estadio suelen producirse *insight*.

Son indicadores de este estadio acciones como deducciones, inferencias u operaciones con los datos, así como la utilización de heurísticos para la búsqueda de

información; realización de experiencia de ensayo y error con lápiz y papel, con la tecnología u otros materiales y enuncia otras nuevas formas de proceder; aparición de *insight* a raíz de la interactividad.

Estadio planificación

Descripción: El estudiante planifica las acciones que potencialmente pueden conducir a la resolución del problema.

Son indicadores de este estadio acciones como la descripción de un plan, la selección de estrategias o procedimientos o la interacción con la tecnología para explicitar un plan.

Estadio implementación

Descripción: El estudiante lleva a cabo el plan previamente estructurado en el estadio de planificación.

Son indicadores de este estadio acciones como la implementación del plan estructurado, realización de cálculos o la interacción con la i-actividad de acciones que evidencia un plan previamente establecido.

Estadio verificación

Descripción: El estudiante lleva acciones de control y monitoreo locales (control de acciones intermedias) y/o globales (una vez emitida una solución). Considero como evaluaciones las interacciones con la tecnología producidas simultáneamente con observables que tengan un marcado carácter intencional de control o monitorización de las acciones.

Son indicadores de este estadio acciones la reflexión sobre el proceso o solicitud de dicha reflexión; el control de resultados (parciales o globales) e hipótesis (parciales o globales), que incluyen aquellas realizadas a través de la interacción con tecnología.

Estadio conversación

Descripción: Los estudiantes se cuestionan acerca del funcionamiento de una determinada tecnología o realizan pequeños descansos manteniendo una breve conversación no referida expresamente a la resolución de problemas.

Son indicadores de este estadio el mantenimiento y/o escucha de una conversación con el observador-profesor, o con el compañero relacionada con el funcionamiento de la tecnología o no directamente relacionada con el problema.

Categoría observación y escucha

Descripción: El estudiante atiende y/u observa el trabajo o acciones del compañero.

El indicador de este estadio es la observación y escucha del estudiante de las acciones y/o trabajo que el compañero está realizando.

Acción 2.2: “caracterizar los problemas de optimización, describir las características particulares y la pertinencia del problema a utilizar”.

La realización de la acción 2.2 proporciona dos aportes de este trabajo de investigación. Por un lado, el primer aporte es el propio análisis conceptual realizado de los problemas de optimización escolares. Ello permite caracterizar, describir y justificar la elección de esta tipología de problemas para este estudio. Por el otro, el segundo aporte es la obtención de un conjunto de orientaciones para la elección de otros tipos de problemas susceptibles de ser transformados al formato de i-actividad. Dichas recomendaciones están presentadas en la sección anterior relativo a las conclusiones del objetivo específico 1.

Acción 2.3: “Poner en práctica una metodología que permita:

- 2.3.1. Implementar un estudio de casos basado en el análisis de eventos para analizar el proceso de resolución, en el que se integre como elemento la interactividad con la actividad en formato web y el trabajo colaborativo.
- 2.3.2. Estudiar las relaciones entre los estadios, los tránsitos entre ellos, de tal forma que no estén los resultados ligados a los sujetos participantes”.

Para llevar a cabo la acción 2.3 era necesario seleccionar una metodología que permitiera abordar las sub-acciones 2.3.1 y 2.3.2. En este sentido, es un aporte metodológico de esta investigación no la elección de un diseño de investigación observacional, encuadrado en el perfil de la observación de laboratorio con intervención y/o intento de control, ni la utilización de las técnicas del análisis secuencial, sino la puesta en juego de estos.

Otro aporte de este trabajo de investigación es la descripción y análisis más fino del proceso de resolución del problema de optimización gracias a: (a) la utilización de la unidad de observación “pareja” y, la unidad “grupala”, las cuales permiten estudiar las relaciones entre estadios y el tránsito entre ellos sin que estén los resultados ligados a los estudiantes y; (b) El cruce de estas relaciones con las obtenidas en los estudios particulares de cada estudiante. Tales relaciones junto con los cruces están expuestas en el estudio de cada caso. Como muestra presento aquí algunas de ellas:

Para la pareja 1 y estudiantes *A1* y *A2*:

El estadio *Lec* activa en las componentes prospectivas y retrospectivas al estadio de *Ana* para *A2*, mientras que *A1* no presenta dicha relación. En cambio, para la pareja, *Lec* y *Ana* se activan mutuamente en ambas componentes. Como pareja, estas relaciones señalan que tras un proceso de lectura, la pareja procede al análisis de la información y a su vez, cuando dicho análisis genera dudas, vuelven a la lectura. Es decir, a nivel de pareja, intentan disponer de una comprensión profunda del problema, potenciada especialmente por *A2*.

o

La existencia de las cadenas triádicas $Ana \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Imp \rightarrow Obs \rightarrow Ver$; $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Ana$ y $Ver \rightarrow Obs \rightarrow Imp$, señalan que la pareja constantemente intenta controlar su proceso de resolución, refuerzan su ECP y el modo de proceder de la pareja en su proceso de resolución es prudente.

Para la pareja 4 y los estudiantes A7 y A8:

La relación de activación mutua entre *Imp* y *Con* en ambas componentes para la pareja y A7, indica la realización de pequeños descansos previo y/o durante la implementación, o la realización preguntas al observador o compañero/a acerca del funcionamiento de la i-actividad. Así mismo, la relación de autoactivación de *Con* y la relación de inhibición mutua en ambas componentes entre *Ana* y *Con* y, entre *Ver* y *Con*, ponen de manifiesto la dificultad de comprensión o la inseguridad sobre el significado de las interacciones con la i-actividad, por parte de la pareja y sobre todo, por parte de A7.

Para la unidad de análisis grupal:

La ausencia de relación entre *Ver* y *Pla* indica que los estudiantes, en conjunto, recaen en sus propios errores y presentan dificultades para avanzar en la resolución del problema. Ello sugiere cierta inseguridad en la exploración del problema, la no obtención de información relevante, o que de obtenerla, no es incorporada al proceso de resolución.

Acción 2.4: “describir y caracterizar el trabajo colaborativo puesto en juego durante la resolución del problema de optimización”.

Otro aporte de este trabajo de investigación es la identificación de cómo el tránsito y las relaciones entre estadios están estrechamente ligados al trabajo colaborativo puesto en juego por los estudiantes. Además, la interpretación confrontada de las relaciones y tránsitos por los estadios en resolución de problemas, para las distintas unidades de observación, permiten describir la dinámica del proceso de resolución, del proceso colaborativo y en general, del proceso de resolución del problema de optimización. En este sentido, no solo es abordado la acción 2.4, sino también la 2.3.2 y en conjunto, el objetivo específico 2. Así, el análisis permite:

(a) Describir y caracterizar los distintos roles asumidos por los estudiantes, cómo son puestos en juego y su relación respecto del trabajo colaborativo y la creación y mantenimiento del ECP. En concreto, el análisis permite identificar al estudiante que dirige el proceso de resolución, quién asume el rol de controlador del proceso y detectar los intercambios de roles. En general, las parejas que tienen éxito en el proceso de

resolución presentan roles definidos a lo largo de todo el proceso de resolución, asumiendo con naturalidad el intercambio puntual de roles.

(b) Detectar los esfuerzos de los estudiantes y de las parejas en la creación y mantenimiento del ECP. En concreto, la asunción de roles y el intercambio de los mismos refleja qué estudiantes y/o parejas realizan más esfuerzo por crear y mantener un espacio compartido del problema, de diálogo y de reflexión entre iguales.

(c) Detectar y describir las interrelaciones de los estadios intra estudiante, inter-estudiantes, intra pareja e inter conjunto de estudiantes:

(c1) La interrelación de los estadios por los que transita cada estudiante, como sujeto individual que resuelve un problema, permite caracterizar el comportamiento individual resolutor, detectar sus fortalezas, debilidades y, evidencias iniciales del rol asumido.

(c2) La interrelación entre los estadios de cada uno de los estudiantes que componen cada pareja, como sujetos que trabajan “juntos” en la resolución de un problema, permite describir el comportamiento resolutor de los estudiantes como miembros de una pareja, relacionando los roles individuales en el intento común de resolver el problema.

(c3) La interrelación entre los estadios de cada pareja, como unidad que resuelve un problema, permite poner de manifiesto cómo las aportaciones individuales son trasladadas al funcionamiento de la pareja, así como la identificación de aspectos nucleares del proceder resolutor de la pareja.

(c4) La interrelación entre los estadios del conjunto de los estudiantes, como unidad que resuelve un problema, permite detectar actuaciones más allá de los estudiantes individuales o de las parejas. Los resultados obtenidos no están ligados a ellos de forma explícita, sino a los estudiantes como comunidad que resuelve un problema, es decir, es como el análisis del funcionamiento conjunto de una colmena de abejas o una colonia de hormigas.

(d) Otro aporte de esta investigación es la descripción de la dinámica colaborativa de los estudiantes a través del estudio de las traslaciones de ejecución. Estas permiten detectar sinergias en las acciones de los estudiantes que complementan la información extraída respecto del trabajo colaborativo del estudio de las relaciones y tránsitos entre estadios.

VI.1.3. Conclusiones relativas al objetivo específico 3

El tercer objetivo específico de este trabajo de tesis es: “analizar la influencia de la interactividad en el proceso de resolución de un problema de optimización bajo el formato de actividad en formato web”. Para abordar este objetivo específico propongo tres acciones que giran en torno a los sistemas interactivos, la interactividad y su influencia en la resolución de problemas matemáticos. Concretamente:

Acción 3.1: “identificar los orígenes, la fundamentación y principales características de los sistemas interactivos y de la interactividad”.

Una aportación de este trabajo de investigación es la propia revisión teórica de los conceptos de sistemas interactivos, interactividad, interacción, objeto de aprendizaje y manipulador virtual matemático. Ello permite la adopción de posicionamientos en relación al significado de dichos conceptos y bajo los cuales es definido el concepto de i-actividad.

Acción 3.2: “establecer el grado de influencia de la interactividad en los distintos estadios de la resolución de problemas”.

Otro aporte teórico-metodológico de este trabajo de investigación es el desarrollo *ad hoc* de la noción de influencia de la interactividad y su adaptación, como un criterio propio del instrumento de observación para el análisis del proceso de resolución de problemas. Este aporte deriva de la acción 3.1 y de las observaciones no sistemáticas realizadas durante las acciones del objetivo específico 1.

Este trabajo de investigación considera que existe influencia de la interactividad cuando esta produce una reacción sobre el comportamiento del estudiante/s durante la resolución del problema claramente identificable en alguna de las categorías propuestas para el criterio Resolución de Problemas (capítulo IV, p. 207).

Bajo el paraguas de esta definición, es concretado el criterio influencia de la interactividad para procesos de resolución en parejas (o grupo con pequeñas adaptaciones). El criterio está compuesto por 6 categorías (tipologías) descritas brevemente a continuación:

Interactividad 1 (Int1): La reacción es simultánea y producida por el mismo sujeto que maneja el ratón.

Interactividad 2 (Int2): La reacción es justo después y producida por el mismo sujeto que maneja el ratón.

Interactividad 3 (Int3): La reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad del otro sujeto.

Interactividad 4 (Int4): La reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-actividad.

Interactividad 5 (Int5): La reacción es producida por un sujeto haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-actividad.

No Interactividad (NoInt): No hay reacción de ningún sujeto a la acción con el ratón sobre la i-actividad.

Paralelamente, otro aporte del trabajo es la consideración de la influencia de la interactividad como parte de las acciones propias de los estadios en resolución de problemas, tal y como está puesto de manifiesto en las conclusiones relativas a la acción 2.1.

Acción 3.3: “describir, analizar y estudiar los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes en sus interacciones colaborativas y cómo estas están influenciadas por la interactividad con la actividad en formato web”.

Un aporte de esta investigación es la identificación de *insight* que permiten reflejar los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes influenciados por la interactividad. En este sentido, los ejemplos expuestos a lo largo del capítulo IV-método

y del capítulo V-análisis permiten describir cómo la influencia de la interactividad fomenta en los estudiantes:

- (a) El abandono de ideas iniciales incompletas e incorrectas. Tal es el caso de la superación de la creencia inicial relacionada con la existencia de rutas únicamente por los vértices del paralelepípedo;
- (b) El asentamiento de la noción de variabilidad de rutas que pasan por las aristas;
- (c) La incorporación elementos clave en el plan de resolución;
- (d) La asimilación e implementación de la estrategia heurística y;
- (d) La verificación y/o monitorización de supuestos propios, percatándose de errores o ampliando conocimiento de la situación problemática. Tal es el caso de percatarse de la necesidad de comprobar rutas laterales a raíz de la interacción con el applet 3.

Por otro lado, este trabajo de investigación contribuye a cómo el estudio del criterio influencia de la interactividad arroja luces en relación a cómo la interactividad influye en el quehacer de los estudiantes y de las parejas. En este sentido es detectada la importancia de la influencia tipo *Int5* en relación a los cambios de dirección o al control del proceso de resolución, y de *Int1* en cuanto a la generación de acciones impulsivas. Además, el cruce entre la interactividad con los demás criterios ponen de manifiesto otros aspectos como son los relacionados con la dificultad de comprensión del significado de la interactividad (el applet 3 es el de mayor dificultad y el applet 1 el que menos), el grado de influencia en el proceso de resolución de los distintos applets (el applet 1 es el más influyente, mientras que el applet 3 el que menos influye), o cómo la influencia y la dirección del proceso recae principalmente sobre el estudiante que maneja el ratón.

En la Tabla VI-1 resumo la correspondencia entre los objetivos particulares y las acciones en los diferentes capítulos.

Tabla VI- 1. Objetivos de investigación Vs. capítulos de la memoria

Objetivo Específico	Acciones	Capítulos					
		I	II	III	IV	V	VI
1	1.1		■	■	■	■	
	1.2			■	■	■	
	1.3			■	■		
	1.4				■	■	
2	2.1		■	■	■	■	■
	2.2		■	■	■		
	2.3				■	■	■
	2.4				■	■	
3	3.1		■	■	■	■	■
	3.2			■	■	■	
	3.3				■	■	■

Nota: En negrita el capítulo o capítulos dónde es abordada la acción con mayor intensidad.

VI.2. Conclusiones respecto del objetivo general

Las conclusiones aportadas en este capítulo informan del grado de consecución del objetivo general de investigación, el cual es: “describir el proceso de resolución de un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso, en parejas de resolutores, empleando como recurso una actividad en formato web”.

En este sentido la sección de conclusiones del objetivo específico 1, dedicado especialmente al diseño de la i-actividad y desarrollado en el capítulo IV-método, refleja lo complejo del proceso de elaboración de la i-actividad como un tipo particular de actividad en formato web. Además, la investigación pone de manifiesto como la i-actividad fomenta la interactividad y el tránsito por los distintos estadios en el proceso de resolución. A su vez, durante la elaboración de la i-actividad son detectados elementos relacionados con el propio proceso de resolución por parejas del problema de optimización y, de la influencia de la interactividad en dicho proceso.

Por su parte, la sección de conclusiones del objetivo específico 2, dedicado especialmente a la descripción y análisis del proceso de resolución y, desarrollado fundamentalmente en el capítulo V-análisis, refleja la obtención de una descripción macroscópica más fina del proceso de resolución puesto en juego por los estudiantes. El estudio de las relaciones y tránsitos entre estadios efectuado permite describir las distintas dinámicas del proceso de resolución de las parejas así como el trabajo colaborativo de los estudiantes.

Por último, la sección de conclusiones del objetivo específico 3, dedicado especialmente a la descripción y análisis de la influencia de la interactividad y, desarrollado tanto en el capítulo IV-método, como en el capítulo V-análisis, reflejan cómo influye la interactividad en el quehacer de los estudiantes y de la pareja. Este trabajo de investigación pone de manifiesto como la interactividad influye en la aparición de *insight*, en los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes durante su proceso de resolución, en el tránsito por los distintos estadios en resolución de problemas y, en la asunción de roles en el trabajo colaborativo.

VI.3. Otros aportes de la investigación

En esta sección presento otros aportes derivados del proceso de investigación y que no han sido señalados anteriormente. Las contribuciones reflejadas a continuación otorgan a este trabajo un valor añadido.

Es una contribución de esta investigación el concepto de influencia de la interactividad considerado, la concreción de la misma como un criterio propio del instrumento de observación, y como un elemento más en la descripción de los distintos estadios del modelo propio de estadios en resolución de problemas.

Igualmente, es una aportación de este trabajo la identificación del proceso de resolución como un flujo de observables secuencial en el tiempo. Ello se deriva de la revisión conceptual de los distintos modelos de estadios en resolución de problemas y de las distintas formas en las que los autores consultados abordan el estudio de las interrelaciones y tránsitos entre estadios.

Por otro lado, es una contribución de esta investigación cómo la combinación cuidadosa de marcos metodológicos permite alcanzar el objetivo de investigación. Dicha combinación es acompañada de un aumento de la fiabilidad de los registros y la calidad de dato a través de: la triangulación de múltiples fuentes de datos y de investigador (con distintos observadores que no ocupan los mismos roles); la utilización de la técnica de concordancia consensuada; el cálculo diversos índices (kappa por unidad de tiempo, el porcentaje de acuerdo y el kappa máximo, con tolerancia 0, ± 1 segundo y ± 5 segundos, el índice kappa por alineamiento de eventos, el kappa máximo y el porcentaje de acuerdo con solapamiento de un 80% y tolerancia 0, 2 y 5); o la aplicación de pruebas de independencia como la Chi-cuadrado.

Es una aportación de esta investigación el análisis realizado con dos tipos de datos y dos aproximaciones. Por un lado, la aproximación cualitativa de los datos derivados de las videograbaciones, las anotaciones de los estudiantes y del investigador. Por el otro, la aproximación cuantitativa derivada del proceso de codificación. Estos códigos identifican a cada estudiante, estadio de resolución de problemas, influencia de la interactividad y duración. Para la obtención de estos dos tipos de datos sigo dos estrategias, una para los ciclos 1 y 2, y otra para el ciclo 3. En los dos primeros ciclos, tras el visionado global de las grabaciones de los estudiantes y las hojas de anotaciones de los estudiantes y de los observadores, extraigo información general e identifico segmentos de grabación de especial interés respecto al objetivo de investigación. Dichos segmentos son transcritos y analizados en profundidad desde una óptica cualitativa, prestando especial atención a la adecuación del diseño prototipo de la i-actividad. Para el ciclo 3 y con el diseño final de i-actividad implemento una aproximación mixta cualitativa-cuantitativa. Primero elaboro un registro único que integra las videograbaciones y transcripciones del audio para cada pareja resolviendo el problema. Segundo, codifico los observables bajo un instrumento de observación elaborado *ad hoc*.

Dicho instrumento de observación es una contribución más de este trabajo de investigación. Elaborado combinando el formato campo y el de los sistemas de categorías, la componente multidimensional del diseño observacional junto con la variedad de observables detallados en la descripción del instrumento otorga significado al mismo a la vez que puede servir como referente para futuras investigaciones.

Igualmente, es un aporte original de esta tesis la elección de la *unidad de observación y análisis*. En esta investigación utilizo tres unidades distintas: el estudiante individual, la pareja y el conjunto de parejas o estudiantes. Esta elección posibilita por un lado, analizar cada una de ellas por independiente, y por el otro, cruzar los análisis y resultados obteniendo un análisis más fino del proceso de resolución acontecido. Además, el uso de la pareja y el grupo proporcionan resultados desligados de los estudiantes particulares.

Por último, es una contribución significativa la utilización de las técnicas del análisis secuencial, la técnica de coordenadas polares y el uso del software GSEQ (Bakeman y Quera, 2015) para el estudio del proceso de resolución de problemas, la influencia de la interactividad y el trabajo colaborativo. En este trabajo reflejo como el uso de dichas técnicas y software permite en los distintos análisis establecer factores y detectar coocurrencias entre criterios y entre las propias categorías de cada criterio.

VI.4. Limitaciones de la investigación

Esta sección recoge y sintetiza las principales limitaciones de este trabajo de investigación. Estas limitaciones hacen referencia a dificultades detectadas en la puesta en práctica de las metodologías utilizadas, surgidas de la fase empírica.

Es una limitación de este trabajo la selección intencional de la muestra en cada uno de los ciclos. Todos son estudiantes universitarios que participan voluntariamente y acaban de cursar la materia optativa para maestro “Nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas” de la Universidad de Almería. Además en el ciclo tres el tamaño de la muestra no permite la generalización de las conclusiones, pero si la individualización e identificación de elementos nucleares en función de la unidad de análisis considerada.

Igualmente sucede con la utilización de un único tipo de problema de optimización y una única i-actividad. Es otra limitación de la investigación. Aunque esta elección sirve para alcanzar el objetivo general de investigación, la ampliación a otros problemas y otras i-actividades ofrecerá información y datos que pueden ser relevantes para la extracción de regularidades que posteriormente permitan cierta generalización de los resultados.

Por otro lado, el trabajo de investigación presentado en esta memoria refleja sistematicidad metodológica y rigor. Ahora bien constituye una limitación del estudio el carácter pionero de la investigación en cuanto a la aplicación del análisis secuencial para el estudio de la resolución de problemas y la influencia de la interactividad, junto con la necesaria experimentación por analogía y por ensayo-error en la implementación e interpretación de los efectos de dichas técnicas sobre los datos.

VI.5. Líneas abiertas

La investigación recogida en esta memoria es un trabajo realizado por inducción, siendo una investigación “viva” que se transforma y modifica según avanzaba. Ello obliga a que el documento de la memoria de tesis tenga una fuerte componente teórica-metodológica con objeto de sustentar y poder abordar el objetivo general y los consecuentes objetivos específicos. Dicho aporte teórico-metodológico está descrito en los antecedentes, el marco teórico y el método.

Debido a ello, es una línea abierta ahondar en la experimentación empírica. Una réplica del estudio con otros estudiantes, universitarios o no, tiene interés y proporcionaría datos relevantes no solo acerca del proceso e influencia de la interactividad en la resolución de problemas, sino acerca del propio diseño de i-actividad. El aumento del número de estudiantes intervinientes, el número de i-actividades, tipos de problemas matemáticos, o la utilización de otros datos como una encuesta semiestructurada al finalizar cada sesión, ofrecerá información y datos que pueden ser relevantes para la extracción de regularidades que posteriormente permitan cierta generalización de los resultados.

Por otro lado, de la parte empírica surgen varios interrogantes que ofrecen vías de continuidad a este trabajo. En concreto, detecto que no existe influencia de la interactividad en el estadio de planificación, o que el arrastre guiado potencia casi el doble la aparición de influencia de la interactividad respecto del arrastre errático. Esto último parece sugerir que el arrastre errático debería de potenciar, en mayor medida, la no aparición de influencia. En cambio, no hay suficiente información que permita deducirlo. Surgen pues las siguientes preguntas abiertas:

¿Por qué no aparece coocurrencias de la influencia de la interactividad con el estadio de planificación, cuando este conlleva un importante gasto cognitivo?

¿Algún tipo de arrastre potencia, en mayor medida, la no aparición de influencia de la interactividad?

Así mismo, la importancia que ha tenido en el proceso de resolución de la influencia de la interactividad cuando esta se produce trascurrido un tiempo de la interacción con la i-actividad (*Int5*), es una nueva línea de investigación. Un trabajo futuro sería poner el foco de atención en esta tipología de influencia de la interactividad.

Por otro lado, es una actividad futura presentar los resultados de investigación no solo en escenarios relacionados con la Educación Matemática, sino también en campos científicos distintos. El objetivo es alcanzar mayor comprensión de las posibilidades de las técnicas del análisis secuencial, y conocer con mayor profundidad la interpretación de los efectos sobre los datos.

Por último, es una línea abierta la exploración del potencial del análisis secuencial para realizar investigaciones en otros tópicos pertenecientes al campo de la Educación Matemática. Un ejemplo de ello es explorar las posibilidades de utilización del análisis secuencial en el trabajo de Gómez, González y Romero (2014) en relación a las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, los caminos de aprendizaje y los objetivos. Es una línea abierta estudiar las posibilidades de obtener modelos eficaces de caminos de aprendizajes específicos para tópicos matemáticos, o bien, utilizar el análisis secuencial para reducir los grafos de las secuencias de aprendizaje.

Referencias

A

- Anguera, M. T. (1990). Metodología observacional. En J. Arnau, M. T. Anguera y J. Gómez (Eds.), *Metodología de la investigación en ciencias del comportamiento* (pp. 125-236). Murcia: Universidad de Murcia.
- Anguera, M. T. (1993). *Metodología observacional en la investigación psicológica* (Vol. 2). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.
- Anguera, M. T. (2003). La observación. En C. Moreno (Ed.), *Evaluación psicológica. Concepto, proceso y aplicación en las áreas del desarrollo y de la inteligencia* (pp. 271-308). Madrid: Sáenz y Tórrres.
- Anguera, M. T., Behar, J., Blanco-Villaseñor, A., Carreras, M. V., Losada, J. L., Quera, V., y Riba, C. (1993). Glosario. En M. T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación psicológica*, (Vol. 2, pp. 587-616). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.
- Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Hernández, A., y Losada, J. L. (2011). Diseños observacionales: ajuste y aplicación en psicología del deporte. *Cuadernos de Psicología del Deporte*, 11(2), 63-76.

- Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J. L., y Hernández, A. (2000). La metodología observacional en el deporte: conceptos básicos. *Revista digital EFDeportes.com*, 1-7. Recuperado desde <http://www.efdeportes.com/efd24b/obs.htm>
- Armengol, L. (2007). Los protocolos de pensamiento en voz alta como instrumento para analizar el proceso de escritura. *Revista Española de Lingüística Aplicada*, 20, 27-36.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274. doi: 10.1023/A:1022103903080
- Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6(6), 18-33.
- Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(1), 63-85. doi: 10.1023/A:1009841817245
- Artzt, A. F., y Armour-Thomas, E. (1990, abril). Protocol analysis of group problem solving in mathematics: a cognitive-metacognitive framework for assessment. Artículo presentado en el *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Boston, M. A. Recuperado desde la base de datos ERIC (N. ED320927).
- Artzt, A. F., y Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175. doi: 10.1207/s1532690xci0902_3
- Arzarello, F., y Robutti, O. (2004). Approaching functions through motion experiments. *Educational Studies in Mathematics*, 57(3), 305-308. doi: 10.1007/s10649-004-5933-4.

- Arzarello, F., Michelletti, C., Olivero, F., Robutti, O., Paola, D., y Galino, G. (1998). Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 32-39). South Africa: Stellenbosch University.
- Avid Technology (2005). *Pinnacle Studio 9.0* [Software]. Mountain View, C.: Avid Technology. Disponible desde <http://www.pinnaclesys.com>
- Ayllón, M. F. (2012). *Invención-resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

B

- Bakeman, R., y Gottman, J. M. (1989). *Observación de la interacción: introducción al análisis secuencial*. Madrid: Ediciones Morata.
- Bakeman, R., y Quera, V. (1996). *Análisis de la interacción: Análisis secuencial con SDIS y GSEQ*. Madrid: Ra-Ma.
- Bakeman, R., y Quera, V. (2011). *Sequential analysis and observational methods for the behavioral sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bakeman, R., y Quera, V. (2015). *GSEQ 5.1* [Software]. Barcelona. Disponible en <http://www2.gsu.edu/~psyrab/gseq/>
- Bakeman, R., McArthur, D., y Quera, V. (1996). Detecting group differences in sequential association using sampled permutations: Log odds, kappa, and phi compared. *Behavior Research Methods, Instruments and Computers*, 28(3), 446-457. doi: 10.3758/BF03200524
- Baker, M. J., Hansen, T., y Joiner, R. (1999). The role of grounding in collaborative learning tasks. En P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches* (pp. 31-63). Oxford: Elsevier.
- Balacheff, N. (1994). Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14, 9-42.

- Balacheff, N., y Kaput, J. (1996). Computer-based environments in mathematics. En A. Bishop (Ed.), *International handbook of mathematical education* (pp. 469-501). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Barab, S. (2006). Design-based research: A methodological toolkit for the learning scientist. En R. Keith (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (Vol. 13, pp. 153-169). Cambridge: Cambridge University Press.
- Barab, S., y Squire, K. (2004). Design-based research: Putting a stake in the ground. *The Journal of the Learning Science*, 2(2), 1-14. doi: 10.1207/s15327809jls1301_1
- Barrera, F., y Reyes, A. (2013). Cognitive processes developed by students when solving mathematical problems within technological environments. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 109-136. Recuperado desde <http://scholarworks.umt.edu/tme/vol10/iss1/7>
- Barrios, J. A., Carrillo, M., Gil, M. C., González, C., y Pestano, C. (2005). *Análisis de funciones en economía y empresa. Un enfoque interdisciplinar*. Madrid: Diaz de Santos.
- Barroso, R., y Rodríguez, I. R. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, 257-286. Recuperado desde <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre342/re34213.pdf?documentId=0901e72b8123cffb>
- Beatty, R., y Geiger, V. (2010). Technology, communication, and collaboration: Rethinking communities of inquiry, learning and practice. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp. 251-284). New York: Springer.
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Bell, A. (2004). On the theoretical breadth of design-based research in education. *Educational Psychologist*, 39(4), 243-253. doi:10.1207/ s15326985ep3904_6

- Bell, P., Hoadley, C. M., y Linn, M. C. (2004). Design-Based Research in Education. En M. C. Linn, E. A. Davis y P. Bell (Eds.), *Internet environments for science education* (pp. 73-85). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Benavides, M., Maz, A., Castro, E., y Blanco, R. (Eds.). (2004). *La educación de niños con talento en Iberoamérica*. Santiago de Chile: OREAL/UNESCO.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de Investigación Educativa*. Guía Práctica. Barcelona: Ceac.
- Blanco-Villaseñor, A. (1993). Fiabilidad, precisión, validez y generalización de los diseños observacionales. En M. T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación psicológica. Fundamentación* (Vol. 2, pp. 149-261). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.
- Bonilla, M., Romero, J., Narváez, D., y Bohórquez, A. (2015). Características del proceso de construcción del significado del concepto de variación matemática en estudiantes para profesor de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 73-93. Recuperado desde <http://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/107>
- Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178. doi: 10.1207/s15327809jls0202_2
- Brown, S. I. (1985). Problem-solving and teacher education: The humanism twist models and muddles. En R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education. The education of secondary school teachers of mathematics* (Vol. 4, pp. 3-29). Paris: UNESCO. Recuperado desde <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001248/124808eo.pdf>
- Buendía, L., Colás, P., y Hernández, F. (1999). *Métodos de investigación en Psicopedagogía*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Burke, R., y Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14-26. doi: 10.3102/0013189X033007014

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Londres: Macmillan.

C

- Cai, J. (2010). Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: A representational discussion. En B. Sriraman y L. D. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeking new frontiers* (pp. 251-260). Londres: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2_25
- Callejo, M. L. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea, S. A.
- Callejo, M. L. (2011). Uso de applets en educación matemática. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 58, 5-7.
- Camacho, M., y González, A. (1998). Una aproximación a los problemas de optimización en libros de texto de bachillerato y su resolución con la TI-92. *Aula*, 10, 137-152.
- Camacho, M., y Rojas, M. (2005). Resolviendo un problema de máximos y mínimos utilizando la calculadora simbólica Voyage 2000: un estudio de casos. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 7, 141-157.
- Campero, J. (2010). *Propuesta didáctica en optimización dinámica: el caso del cálculo de variaciones y la teoría de control*. Tesis doctoral. Instituto Politécnico Nacional, México D.F. Recuperado desde http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/campero_2010.pdf
- Cantoral, R., y Farfán, R. M. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, 42, 1131-9321.
- Cantoral, R., y Mirón, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada: de la epistemología de Joseph Lagrange, al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(3), 265-292. Recuperado desde <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33503302>
- Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

- Cañadas, M. C., y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 69-81. Recuperado desde [http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Cannadas2007PNA1\(2\)AProposal.pdf](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Cannadas2007PNA1(2)AProposal.pdf)
- Cardona, A., y Codina, A. (2002, septiembre). El billar, una actividad para resolverla con Cabri. Artículo presentado en el *X Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. El Ejido, España.
- Carrillo, J. (1995). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. Tesis doctoral*. Universidad de Sevilla.
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Memoria de tercer ciclo. Universidad de Granada.
- Castro, E. (1994). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Castro, E. (2004). Páginas web interactivas. Descartes básico. En M. Peñas, A. Moreno y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación* (pp. 165-170). Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Universidad de Granada.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En G. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII, actas del XII simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (Vol. 1, pp. ¶). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Castro, E., y Castro, E. (1996). Conocimiento de contenido pedagógico de los estudiantes de magisterio sobre la estructura multiplicativa. En J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 119-141). Granada: Comares.

- Castro, E., y Villegas, J. (2003). Pensamiento en voz alta en resolución de problemas. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática, Actas del Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (Vol. 1, pp. 349-354). Granada: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Castro, E., Rico, L., y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Castro, E., Rico, L., y Gil, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(3), 243-253.
- Cazares, J. A. (2007). El desarrollo de la competencia aritmética en estudiantes de primaria en la formulación de problemas. En E. Castro y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigaciones en educación matemática: Pensamiento numérico* (pp. 29-49). Granada: Editorial de la Universidad de Granada.
- Cerdán, F. (2008). *Estudio sobre la familia de problemas aritméticos-algebraicos. Tesis doctoral*. Universidad de Valencia.
- Chi, M. T. H., y Glaeser, R. (1986). Capacidad de resolución de problemas. En R. J. Sternberg (Ed.), *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información* (pp. 293-324). Barcelona: Labor.
- Chiappe, A. (2006). *Modelo de diseño instruccional basado en objetos de aprendizaje (MDIBOA): aspectos relevantes*. Recuperado en noviembre de 2011 desde <http://www.generalsantanderied.edu.co/ova/44495345c3914f2b494e535452554343494f4e414c.pdf>
- Chiappe, A., Segovia, Y., y Rincón, H. Y. (2007). Towards an instructional design model based on learning objetos. *Educational Technology Research*, 6(55), 671-681. doi: 10.1007/s11423-007-9059-0
- Clements, M.A. (2013). Past, present and future dimensions of mathematics education: introduction to the third international handbook of mathematics education. En M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (Vol. 27, pp. v-xi). London: Springer.

- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Research*, 1(32), 9-13. doi: 10.3102/0013189X032001009
- Cobo, P. (1998). *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Cobo, P., y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 115-140. doi: 10.1023/A:1004187711956
- Cobo, P., y Fortuny, J. M. (2005). El sistema tutorial AgentGeom y su contribución a la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática, Actas del IX simposio de la sociedad española de educación matemática* (pp. 55-70). Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Universidad de Córdoba.
- Codina, A. (2000a). *Elementos para la reflexión acerca del uso de la computadora en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato vía resolución de problemas*. Memoria de tercer ciclo. Universidad de Granada.
- Codina, A. (2000b). El papel de la tecnología en la resolución de problemas para futuros profesores de matemáticas. En F. Hitt y A. Hernández (Eds.), *Experimentaciones en educación matemática en los niveles medio superior y universitario* (pp. 33-42). México D.F.: Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Codina, A. (2001). Un problema de optimización en el ambiente de Cabri-Géomètre. En M. Berenguer, B. Cobo y J. M. Navas (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Retos de la educación matemática del siglo XXI* (pp. 147-154). Granada: Universidad de Granada, Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Codina, A. (2008). Una experiencia de trabajo colaborativo y evaluación formativa en ambientes virtuales en Educación Matemática. Ventajas, peligros y riesgos. *Enseñanza de la Matemática*, 17(2), 59-78.

- Codina, A. (2009). El papel del foro en la asignatura Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas. Un análisis inicial. *Jornadas de Buenas Prácticas en Teleformación del Campus Andaluz Virtual*, 1(2), 1-9. Recuperado desde <http://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/formacioncav/article/view/54>
- Codina, A., y Becerril, E. (2003). Teselando con Cabri. *Revista Mexicana de Pedagogía*, 72, 1-4.
- Codina, A., Becerril, E., y Lupiáñez, J. L. (2003). La Física, las Matemáticas y las nuevas tecnologías. *Revista Mexicana de Pedagogía*, 72, 1-5.
- Codina, A., y Castro, E. (2004). Applets interactivos y resolución de problemas. En M. Peñas, A. Moreno y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el Aula de Matemáticas, Tecnologías de la Información y la Comunicación* (pp. 191-200). Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, Universidad de Granada.
- Codina, A., y Castro, E. (2005). Resolución de problemas, interactividad e interacción. Una parrilla de observación. En B. Gómez, M. J. González, L. Moreno, P. Bolea, P. Flores y M. Camacho (Eds.), *Actas del IX simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática* (pp. ¶). Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática; Universidad de Córdoba.
- Codina, A., y Castro, E. (2007). Resolución de problemas y representaciones con geometría dinámica. En E. Castro y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigaciones en educación matemática: pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano* (pp. 393-410). Granada: Universidad de Granada.
- Codina, A., Castro, E., y Cañadas, M. C. (2011). Un sistema de categorías para el análisis de la interactividad en una i-actividad de resolución de problemas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática* (pp. 157-164). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

- Codina, A., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2010). Diseño de una e-actividad orientada a la resolución de problemas de matemáticas. En F. Albuquerque, G. Lobato, J. F. De Matos, I. Chagas y E. Cruz (Eds.), *I Encontro Internacional Tic e Educação. Inovação curricular com TIC* (pp. 1-7). Lisboa: Instituto de Educacao da Universidade de Lisboa.
- Codina, A., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2012). Un ejemplo de uso del análisis secuencial en la investigación de resolución de problemas en educación matemática. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en educación matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM* (pp. 251-270). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Codina, A., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2015). La resolución de problemas matemáticos a través del análisis secuencial de procesos. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 13(1), 73-110. doi: <http://dx.doi.org/10.14204/ejrep.35.14045>
- Codina, A., y Gil, F. (2007). Las tutorías virtuales en la formación de profesores de matemáticas. *Educación y Futuro Digital*, 1, 1-9.
- Codina, A., y Lupiáñez, J. L. (2000a). The calculator as an instrument of validation of mathematical knowledge: a case study. En M. L. Fernandez (Ed.), *Proceedings of the 22th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 698). Columbus: ERIC Clearinghouse.
- Codina, A., y Lupiáñez, J. L. (2000b, julio). Estudio de sistemas de ecuaciones no lineales en el sistema de cálculo simbólico Mathematica. Artículo presentado en la *Decimocuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Ciudad de Panamá, Panamá.
- Codina, A., y Lupiáñez, J. L. (2002). Resolución de problemas y nuevas tecnologías. En J. M. Cardeñoso, E. Castro, A. J. Moreno y M. Peñas (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Sociedad Andaluza de Educación Matemática-Thales.

- Codina, A., y Rivera, A. (2001). Hacia una instrucción basada en la resolución de problemas: los términos problema, solución y resolución. En L. Rico y P. Gómez (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 125-136). Granada: Universidad de Granada.
- Codina, A., y Romero, I. (2015). Espacios de trabajo matemático en formación de maestros en un contexto de e-learning. En I. Gómez-Chacón, J. Escribano, A. Kuzniak y P. R. Richard (Eds.), *Espacios de Trabajo Matemático. Actas del cuarto simposio internacional ETM* (pp. 537-554). San Lorenzo del Escorial, Madrid: Instituto de Matemáticas Interdisciplinar.
- Cohen, J., y Manion, C. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La muralla.
- Cohen, L., Manion, C., y Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (7th ed.). New York: Routledge.
- Coll, C. (1981). Algunos problemas planteados por la metodología observacional: niveles de descripción e instrumentos de validación. *Anuario de Psicología*, 24, 111-131.
- Collins, A. (1992). Towards a design science of education. En E. Scanlon y T. O'Shea (Eds.), *New directions in educational technology* (pp. 15-22). Berlín: Springer-Verlag.
- Collins, A., Joseph, D., y Bielaczyc, K. (2004). Design research: theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42. doi: 10.1207/s15327809jls1301_2
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R. Keith (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 135-152). New York: Cambridge University Press.
- Confrey, J., y Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 17-34). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum.

- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2007a). Decreto 230/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación primaria en Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía*, 9-15. Sevilla: Junta de Andalucía.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2007b). Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía*, 15-25. Sevilla: Junta de Andalucía.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2007c). Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía*, 4-23. Sevilla: Junta de Andalucía.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2007d). Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía*, 4-62. Sevilla: Junta de Andalucía.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2008). Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía*, 98-222. Sevilla: Junta de Andalucía.
- Contreras, L. (1998). Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula. Tesis doctoral. Universidad de Huelva.
- Cornu, B., y Radson, A. (Eds.) (1992). The influence of computers and informatics on mathematics and it's teaching. *Science and technology education. Document series 44*. Paris: UNESCO.
- Correa, L. (2010, febrero). Comunicabilidad, paradigma de la Interacción Humano-Computador. *No Solo Usabilidad: Revista Multidisciplinar sobre Personas, Diseño y Tecnología*, 9, pp. ¶ . Recuperado desde <http://www.nosolousabilidad.com/articulos/comunicabilidad.htm>
- Creswell, J. W. (2003). *Research design qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. London: SAGE Publications.

D

- Damon, W., y Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to peer education. *International Journal of Educational Research*, 13(1), 9-19. doi: 10.1016/0883-0355(89)90013-X
- De Corte, E. (1990). Aprender en la escuela con las nuevas tecnologías de la información: Perspectivas desde la psicología del aprendizaje y de la instrucción. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 6, 93-113.
- De Faria, E. (2000). La tecnología y las múltiples representaciones. *Innovaciones Educativas*, 32, 2-5.
- Dede, C., Nelson, B., Ketelhut, D., Clarke, J., y Bowman, C. (2004). Design-based research strategies for studying situated learning in a multi-user virtual environment. En Y. B. Kafi, W. Sandoval y N. Enyedy (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Learning Sciences. International Society of the Learning Sciences* (pp. ¶). Santa Mónica, California: International Society of the Learning Sciences.
- Dewey, J. (1916). *Essays in experimental logic*. Chichago, Illinois: University of Chicago Press.
- Diccionario Enciclopédico Santillana (1991). *Diccionario*, Vol. 3. Madrid: Santillana.
- Díez, A. (2011). *Evaluación del rendimiento aritmético. Un estudio comparativo*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.
- Dillenbourg, P. (1999). Introduction: What do you mean by “collaborative learning”? En P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative learning: Cognitive and computational approaches* (pp. 1-19). Amsterdam: Pergamon, Elsevier Science.
- Dillenbourg, P., y Baker, M. (1996). Negotiation spaces in human-computer collaborative learning. En *Proceeding of Second International Conference on Design of Cooperative Systems* (pp. 187-206). Juan-Les-PIN: INRIA.
- diSessa, A., y Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 77-103. doi: http://dx.doi.org/10.1207%2Fs15327809jls1301_4

- Dix, A., Finlay, J. E., Abowd, G. D., y Beale, R. (2004). *Human-computer interaction*. Harlow: Pearson Education Limited.
- Drijvers, P., Mariotti, M. A., Olive, J., y Sacristán, A. I. (2010). Introduction to Section 2. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 81-88). London: International Commission on Mathematical Instruction, Springer.
- Duncker, K. (1945). On problem-solving. *Psychological Monographs*, 58(5), 1-113. doi: 10.1037/h0093599
- Duval, R. (1993). Semiosis y noesis. En E. Sánchez y G. Zubieta (Eds.), *Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela francesa* (pp. 118-144). México D.F.: Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Paris, France: Peter Lang.

E

- English, L. D., Lesh, R., y Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. En M. Santos-Trigo y Y. Shimizu (Eds.), *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education* (pp. ¶). Monterrey, México: International Commission on Mathematical Instruction.
- English, L. D., y Sriraman, B. (2011). Problem solving for the 21th Century. En B. Sriraman y L. D. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeking new frontiers* (pp. 263-290). London: Springer.
- Ericsson, K. A., y Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review*, 87(3), 215-379.
- Ericsson, K. A., y Simon, H. A. (1983). *Verbal protocol analysis*. Cambridge, M.A.: MIT Press.
- Espinosa, M. E. (2005). *Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre la evaluación*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Espinoza, J. (2011). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: un estudio exploratorio*. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada.

Esteves, A. E. (2008). *Evolução histórica dos problemas de optimização e o seu Tratamento no ensino secundario portugues nos seculos XX e XXI*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.

F

Fernández, C. (2001). *Relaciones lógicas-ordinales entre los términos de la secuencia numérica en niños de 3 a 6 años*. Tesis doctoral. Universidad de Málaga.

Fernández, F., Castro, E., Segovia, I., y Rico, L. (1996). El lenguaje matemático. En A. Romero (Ed.), *Lenguaje y enseñanza* (pp. 317-344). Granada: Fundación Educación y Futuro.

Ferruzca, M. V. (2008). *Estudio teórico y evidencia empírica de la aplicación del marco teórico de "Cognición Distribuida" en la gestión de sistemas de formación e- Learning*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña.

Fey, J. T. (1993). Technology and mathematics education at ICME-7. En J. A. Dossey (Ed.), *American perspectives on the seventh international congress on mathematical education* (pp. 6-11). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Fischer, F., Kollar, I., Stegmann, k., y Wecker, C. (2013). Toward a script theory of guidance in computer-supported collaborative learning. *Educational Psychologist*, 48(1), 56-66. doi: 10.1080/00461520.2012.748005

Flores, A., y Braker, J. (2013). Developing the art of seeing the easy when solving problems. *The Mathematics Enthusiast*, 10(2), 365-378.

Forbes, I. (2001). The circle of understanding optimisation with the TI-92. *Micromath*, 17(3), 15-18.

Forrester, M., y Reatson, D. (1990). HCI 'intraface model' for system design. *Interacting with Computers*, 2(3), 279-296. doi:10.1016/0953-5438(90)90002-Y

G

- Gadanidis, G. (2008, marzo). Rare events: Technology throughout the history of ICMI. Artículo presentado en el *Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, working group 4*, Roma, Italia. Recuperado desde <https://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG4/Papers/GADANID.pdf>
- Gadanidis, G., y Geiger, V. (2010). A social perspective on technology-enhanced mathematical learning: from collaboration to performance. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 91-104. doi: 10.1007/211858-009-0213-5
- Gadanidis, G., Jardine, R., y Sedig, K. (2007). Designing digital windows into mathematics. En C. Montgomerie y J. Seale (Eds.), *Proceedings of EDMedia: World Conference on Educational Media and Technology* (pp. 3532-3537). Cheseapeake, VA: Association for the Advancement of Computing in Education.
- Gadanidis, G., Sedig, K., y Liang, H. (2004). Designing online mathematical investigation. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 3(23), 275-298. doi: 10.1007/s10649-006-0400-z
- García, M. M., Romero, I., y Gómez-Chacón, I. (2015). Procesos de argumentación de estudiantes de secundaria: influencias cognitivas y actitudinales. En I. Gómez-Chacón, J. Escribano, A. Kuzniak y P. R. Richard (Eds.), *Espacios de Trabajo Matemático. Actas del cuarto simposio internacional ETM* (pp. 421-444). San Lorenzo del Escorial, Madrid: Instituto de Matemáticas Interdisciplinar.
- Garofalo, J., y Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176. doi: 10.2307/748391
- Geiger, V., y Galbraith, P. (1998). Developing a diagnostic framework for evaluating student approaches to applied mathematics problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(4), 533-559. doi: 10.1080/0020739980290406

- Gil, N., Blanco, L. J., y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32.
- Gluskin, R. (2004). *Subtitle Workshop 2.51* [Software]. UruWorks.
- Goldin, G. A. (1987). Cognitive representational systems for mathematical problem solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning mathematics* (pp. 125-145). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning and problema solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 2(17), 137-165. doi: 10.1016/S0364-0213(99)80056-1
- Goldman, S. R., Zech, L. K., Biswas, G., y Noser, T. (1999). Computer technology and complex problem solving: Issues in the study of complex cognitive activity. *Instructional Science*, 27(3-4), 235-268. doi: 10.1023/A:1003110731392
- Gómez-Chacón, I. (2003). La tarea intelectual en matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-247.
- Gómez, P., González, M. J., Romero, I. (2014). Caminos de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas. Objetivos, tareas y evaluación. *Revista del Currículum y Formación del Profesorado*, 18(3), 319-338.
- González, M. (2006). Solución de problemas de optimización usando geometría dinámica. En B. R. Sarmiento (Ed.), *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Cabri* (pp. 1-13). Bogotá: Universidad Tadeo Lozano.
- González, M. T. (2004). Los problemas de optimización en la enseñanza secundaria de España durante el siglo XX. Un paseo a través de las reformas, orientaciones y libros de texto. En D. Moreira y J. M. Matos (Eds.), *Actas del XIII Encontro de InvestigaÇao em EducaÇao Matematica*. (pp. 33-58). Beja: Sociedade Portuguesa de Investigaçao em Educaçao Matematica.
- González, M. T., y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.

- Goos, M., Galbraith, P., y Renshaw, P. (2000). A money problem: a source of insight into problem solving. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 13, 1-21.
- Goos, M., Galbraith, P., y Renshaw, P. (2002). Socially mediated metacognition: Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), 193-223. doi: 10.1023/A:1016209010120
- Gorospe, G., y Anguera, M. T. (2000). Modificación de la técnica clásica de coordenadas polares mediante un desarrollo distinto de la retrospectividad: aplicación al tenis. *Psicothema*, 2(2), 279-282.
- Gravemeijer, K., y Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. En J. Van Den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 45-85). Londres: Routledge.
- Gros, B. (2007). El aprendizaje colaborativo a través de la red: límites y posibilidades. *Aula de Innovación Educativa*, 162, 44-50.
- Gutiérrez, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría Dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática, Actas del IX simposio de la sociedad española de educación matemática* (pp. 26-44). Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Universidad de Córdoba.

H

- Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press.
- Hannon, J., y Atkins, P. (2002). *All about interactivity. Enhancing interactivity in online learning, a TAFE Frontiers Project*. Recuperado en Julio de 2006 desde <http://www.acebank.vic.edu.au/TAFEfrontiers/QuickPDFinal/Docs/interactivity.pdf>

- Healy, L., y Kynigos, C. (2010). Charting the microworld territory over time: design and construction in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 63-76. doi: 10.1007/s11858-009-0193-5
- Healy, L., Hoelzl, R., Hoyles, C., y Noss, R. (1994a). Cabri constructions. *Micromath*, 2(4), 13-16.
- Healy, L., Hoelzl, R., Hoyles, C., y Noss, R. (1994b). Messing up. *Micromath*, 10(1), 14-16.
- Hennessy, S., y Murphy, P. (1999). The Potencial for collaborative problem solving in design and technology. *International Journal of Technology and Design Education*, 9(1), 1-36. doi: 10.1023/A:1008855526312
- Hernández, J. (1996). *Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos. Tesis doctoral*. Universidad de la Laguna.
- Hernández, J., y Socas, M. M. (1994). Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemáticas. *Suma*, 16, 82-90.
- Hewett, T. T., Baecker, R., Card, S., Carey, T., Gasen, J., Mantei, M., ..., Verplank, W. (Eds.). (1992). *ACM SIGCHI Curricula for human-computer interaction*. New York, N.J.: Association for Computing Machinery.
- Hilbert, D. (1902). Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 8, 437-479. doi: <http://dx.doi.org/10.1090/S0002-9904-1902-00923-3>
- Hitt, F. (2000). Construction of mathematical concepts and the use of symbolic calculators. En T. Etchells, C. Leinbach y D. Pountney (Eds.), *Proceedings of the Fourth International Derive-I89/92* (pp. 1-9). Liverpool: John Moores University.
- Hitt, F., y Codina, A. (2000). Demostración en matemáticas y su relación con el uso de contraejemplos. En F. Hitt y A. Hernández (Eds.), *Experimentaciones en educación matemática en los niveles medio superior y universitario* (pp. 95-112). México D.F.: Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN.

- Hoadley, C. M. (2000). Teaching science through online, peer discussions: Speak easy in the knowledge integration environment. *International Journal of Science Education*, 22(8), 839-857. doi: 10.1080/095006900412301
- Hoadley, C. M. (2002). Creating context: Design-based research in creating and understanding CSCL. En G. Stahl (Ed.), *Proceeding of Computer Support for Collaborative Learning 2002 Conference* (pp. 453-462). Boulder, Colorado: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hollan, J., Hutchins, E., y Kirsh, D. (2000). Distributed cognition: toward a new foundation for human-computer interaction research. *ACM Transactions on Computer-Human Interaction*, 7(2), 174-196.
- Hölzl, R. (1996). How does 'dragging' affect the learning of geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(2), 169-187. doi: 10.1007/BF00571077
- Hoyles, C., y Lagrange, J. B. (2005). *The seventeenth ICMI study "technology revisited", discussion document*. Recuperado desde http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/DiscussionDocs/DD_icmiStudy17_02.pdf
- Hoyles, C., y Lagrange, J. B. (2008). *The seventeenth ICMI study "technology revisited", draft ICMI Rome*. Recuperado desde <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG4/Papers/HOYLAGR.pdf>
- Hoyles, C., y Lagrange, J. B. (Eds.). (2010). *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. The 17th ICMI Study*. New York: Springer.
- Hoyles, C., y Noss, R. (1994). Dynamic geometry environments: What's the point? *Mathematics Teacher*, 87(9), 716-717.
- Hoyles, C., y Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? En A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 323-349). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hutchings, E., y Klausen, T. (1996). Distributed cognition in an airline cockpit. En D. Middleton y M. Engeström (Eds.), *Communication and cognition at work* (pp 15-34) Cambridge: Cambridge University Press.

Hutchins, E. (1994). Distributed cognition. En J. S. Neil y B. B. Paul (Eds.), *Internacional encyclopedia of social and behavioral sciences* (pp. 2068-2072). Oxford: Pergamon.

I

Institute of Electrical and Electronics Engineers, [IEEE]. (2002). *Draft Standard for Learning Object Metadata*. New York, N.J. Recuperado en enero de 2004 desde <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/mostRecentIssue.jsp?reload=true&punumber=5445241>

J

Jacobs, K. L. (2005). Investigation of interactive online visual tools for the learning of mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(7), 761-768. doi: 10.1080/00207390500271149

Jones, K. (1999). Student interpretations of a dynamic geometry environment. En I. Schwank (Ed.), *Proceeding of European Research in Mathematics Education* (pp. 245-258). Osnabruk: Forschungsinstitut fur mathematikdidaktik.

Junta de Andalucía. (2007). Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de educación de Andalucía. *Boletín oficial de la Junta de Andalucía* (pp. 5-36). Sevilla: Junta de Andalucía.

K

Kantowski, M. G. (1981). Problem solving. En E. Fennema (Ed.), *Mathematics education research: Implications for the 80's* (pp. 111-126). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). New York: MacMillan.

- Kaput, J., y Thompson, P. W. (1994). Technology in mathematics education research: the first 25 years in the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 676-684. doi: 10.2307/749579
- Kay, R. H., y Knaack, L. (2009). Assessing learning, quality and engagement in learning objects: the learning object evaluation scale for students (LOES-S). *Education Teaching Research Development*, 2(57), 147-168. doi: 10.1007/s11423-008-9094-5
- Kelly, A. E., y Lesh, R. (Eds.). (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kelly, A. E., Lesh, R., y Baek, J. Y. (Eds.). (2008). *Handbook of design research methods in education: innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching*. New York: Routledge.
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. En E. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspective* (pp. 1-15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kim, M. C., y Hannafin, M. J. (2011). Scaffolding problem solving in technology-enhanced learning environments (TELEs): Bridging research and theory with practice. *Computers and Education*, 56(2), 403-417. doi: 0.1016/j.compedu.2010.08.024
- Kollar, I., Fischer, F., y Slotta, J. D. (2007). Internal and external scripts in computersupported collaborative inquiry learning. *Learning and Instruction*, 17(6), 708-721. doi: 10.1016/j.learninstruc.2007.09.021
- Kruger, A.C. (1993). Peer collaboration: Conflict, cooperation or both? *Social Development*, 2(3), 165-182. doi: 10.1111/j.1467-9507.1993.tb00012.x
- Kursat, A., y Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality and Quantity*, 46(1), 89-102. doi: 10.1007/s11135-010-9329-5

L

- Laborde, J. M., y Bellemain, F. (1998). *Cabri Géomètre II 1.0* [Software]. Grenoble: S. A. S. Cabrilog.
- Laborde, J. M., Gutiérrez, A., Noss, R., y Harkov, S. (1999). Group 2: tools and technologies. En I. Schwank (Ed.), *Proceeding of European Research in Mathematics Education* (pp. 182-188). Osnabruk: Forschungsinstitut für mathematikdidaktik.
- Lee, A. (2010). *VirtualDub 1.9.11* [Software]. Disponible desde <http://www.virtualdub.org/index>
- Lee, H. S., y Hollebrands, K. F. (2006). Students' use of technological features while solving a mathematics problem. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 252-266. doi: 10.1016/j.jmathb.2006.09.005
- Lerman, S. (Ed.). (2014). *Encyclopedia of mathematics education*. London: Springer.
- Lesh, R., y Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., y Kelly, A. (2000). Multitiered teaching experiments. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (Vol. 1, pp. 197-230). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., y Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing mathematics education as a design science. En B. Sriraman y L. D. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeking new frontiers* (pp. 123-146). Londres: Springer.
- Lesh, R., y Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. En F. K. Lester (Ed.), *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisitions of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). London: Academy Press.

- Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem solving instruction. En E. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675. doi: 10.2307/749578
- Leung, F. K. S. (2013). Part III. Introduction to section C: technology in the mathematics curriculum. En M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (Vol. 27, pp. 517-524). London: Springer.
- Liang, H., y Sedig, K. (2010a). Can interactive visualization tools engage and support pre-university students in exploring non-trivial mathematical concepts? *Computers and Education*, 54(4), 972-991. doi: 10.1016/j.compedu.2009.10.001
- Liang, H., y Sedig, K. (2010b). Role of interaction in enhancing the epistemic utility of 3D mathematical visualizations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(3), 191-224. doi: 10.1007/s10758-010-9165-7
- Little, W., Fowler, H. W., Coulson, J. S., y Onions, C. T. (1959). *The Shorter Oxford English dictionary on historical principles* (Vol. 3). Oxford: Clarendon Press.
- Litz, I. R. (2007). *Student adoption of a computer-supported collaborative learning (CSCL) mathematical problem solving environment: The case of the math forum's virtual math teams (VMT) chat service*. Tesis doctoral. Nova Southeastern University, Florida. Recuperado desde <http://www.gerrystahl.net/vmtwiki/ilene.pdf>
- López, P. (2010). *Estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de Ecuador en secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona.
- López, R. C. (2014). *Resolución de problemas en cálculo mediante nuevas tecnologías*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Lozares, C. (2000). La actividad situada y/o el conocimiento socialmente distribuido. *Papers. Revista de Sociología*, 62, 97-131.

- Lupiáñez, J. L., y Codina, A. (2002, septiembre). Implementando problemas de optimización con calculadora gráfica. Artículo presentado en el *X Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. El Ejido, España.
- Lupiáñez, J. L., y Codina, A. (2004). Calculadora y Sensores: La Matemática en movimiento. En M. Peñas, A. Moreno y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el Aula de Matemáticas, Tecnologías de la Información y la Comunicación* (pp. 143-149). Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES; Universidad de Granada.

M

- Mackrell, K. (2011). Design decisions in interactive geometry software. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 43(3), 373-387. doi: 10.1007/s11858-011-0327-4
- Maier, H. (1999). *El conflicto para los alumnos entre lenguaje matemático y lenguaje común*. México D.F.: Iberoamérica.
- Malaspina, U. (2007). Intuición, rigor y resolución de problemas de optimización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(3), 365-399.
- Malaspina, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis doctoral. Universidad Pontificia Católica del Perú, Lima. Recuperado desde http://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2012/05/Tesis_Doctoral_Uldarico_Malaspina_Jurado.pdf
- Malaspina, U. (2011). Resolución de problemas y estímulo del pensamiento optimizador en la educación básica. En A. Ruíz (Ed.), *Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. ¶). Recife, Brasil: Comisión Interamericana de Educação Matemática.
- Mancera, E. (1996). *Concepciones de maestros expertos en la enseñanza de la matemática por medio de la resolución de problemas*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México D.F.

- Marcos, M. C. (2001). HCI (Human Computer Interaction): concepto y desarrollo. *El Profesional de la Información*, 6(10), 4-16.
- Maury, E. A., Palmezano, G. J., y Cárcamo, S. J. (2012). Sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en 5° grado de educación básica primaria. *Escenarios*, 10(1), 7-16.
- Mayer, R. E. (1983). *Thinking, problem solving, cognition* [(1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona: Paidós]. New York: Freeman and Company.
- Mayer, R. E. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problema solving. En E. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving* (pp. 123-138). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Mayer, R. E., y Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. En P. A. Alexander y P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (Vol. 2, pp. 287-304). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Maykut, P., y Morehouse, R. (1994). *Beginning qualitative research. A philosophic and practical guide*. London: The Falmer Press.
- Maza, C. (2000). *Análisis de la formulación y resolución de problemas porcentuales de cambio en estudiantes para maestro*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.
- McKenney, S., Nieveen, N., y Van Den Akker, J. (2006). Design research from a curriculum perspective. En J. Van Den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 110-143). New York: Routledge.
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind. What gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago.
- Mgombelo, J., y Buteau, C. (2009). Prospective secondary teachers repositioning by designing, implementing and testing mathematics learning objects: a conceptual framework. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(8), 1051-1068. doi: 10.1080/00207390903236459

- Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (1991). Real decreto 1345/1991 por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria. *Boletín oficial del estado*. Madrid: Gobierno de España.
- Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (2006). Real decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria. *Boletín oficial del estado*. Madrid: Gobierno de España.
- Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (2007a). Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *Boletín oficial del estado*. Madrid: Gobierno de España.
- Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (2007b). Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria. *Boletín oficial del estado*. Madrid: Gobierno de España.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD]. (2002). Ley orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de calidad de la educación. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid: Gobierno de España.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD]. (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la evaluación*. Madrid: Secretaría General Técnica.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD]. (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín oficial del estado*. Madrid:Gobierno de España
- Molina, S. (2008). HUI o gestos tangibles. En M. Lozano y J. A. Gallud (Eds.), *Actas del IX Congreso Internacional de Interacción Persona-Ordenador* (pp. 325-340). Albacete: Universidad de Castilla la Mancha.
- Molina, M., y Castro, E. (2004). Applets que promueven la comprensión de las situaciones de igualdad. En M. Peñas, L. Moreno y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas, tecnologías de la información y la comunicación* (pp. 219-226). Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, Universidad de Granada.

- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.
- Morales, R., y Agüera, A. S. (2002). Capacitación basada en objetos reusables de aprendizaje. *Boletín del Instituto de Investigaciones Eléctricas*, 26(1), 23-28.
- Moreno, L. (1999). On representations and situated tools. En F. Hitt y M. Santos-Trigo (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 97-104). Columbus, O.H.: ERIC Claringhouse.
- Moreno, L., y Santos-Trigo, M. (2013). Introduction to International perspectives on problem solving research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 3-8.
- Moschkovich, J.N., y Brenner, M.E. (2000). Integrating a naturalistic paradigm into research on mathematics and science cognition and learning. En A. E. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research designs in mathematics and science education* (pp. 457-486). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Moyer, P., Bolyard, J. J., y Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 6(8), 372-377.
- Moyer-Packenham, P. S., Salkind, G., y Bolyard, J. J. (2008). Virtual manipulatives used by K-8 teachers for mathematics instruction: Considering mathematical, cognitive, and pedagogical fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(3), 202-218.
- Muirhead, B., y Juwath, C. (2003). *Interactivity in computer-mediated college and university education: A recent review of the literature* [Discusión en línea]. Recuperado en abril de 2007 desde http://ifets.ieee.org/discussions/discuss_november2003.html
- Murillo, J. (2001). *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la geometría en la E.S.O.* Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

N

- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Neos Server (2014). Introduction to optimization. En *Neos server project: state-of-the-art solvers for numerical optimization* (para. 2) [Página web]. Madison: University of Wisconsin. Recuperado desde <http://neos-guide.org/content/optimization-introduction>.
- Newell, A., y Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Nickerson, R. S., y Landauer, T. K. (1997). Human-computer interaction: Background and issues. En M. Helander, T. K. Landauer y P. Prabhu (Eds.), *Handbook of human-computer interaction* (pp. 3-32). Amsterdam: Edelweiser.
- Nielsen, F. (2006). *F-Shaped pattern for reading web content*. Artículo recuperado de Nielsen Norman Group [Página web] desde <http://www.nngroup.com/articles/f-shaped-pattern-reading-web-content/>
- Nieves, A., y Mejía, H. R. (2005). Metodología para resolver problemas de máximos y mínimos en precálculo. En J. Cortés y F. Hitt (Eds.), *Reflexiones sobre el aprendizaje del Cálculo y su enseñanza* (pp. 13-34). Michoacán, México: Morevallado Editores.
- Noss, R., y Hoyles, C. (1996). Windows on mathematical meanings. Learning cultures and computers. Dordrecht: Kluwer.
- Núñez, J. D. (2011). Representaciones mentales en la resolución de problemas aritméticos. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.

Núñez, R., Edwards, L., y Matos, J. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 45-65. doi: 10.1023/A:1003759711966

O

Olive, J. (2000). Using dynamic geometry technology: Implications for teaching, learning y research. En M. O. Thomas (Ed.), *Proceedings of TIME 2000-An International Conference on Technology in Mathematics Education* (pp. 236-243). Auckland: University of Auckland.

Olive, J., Makar, K., Hoyos, V., Kee, L., Kosheleva, O., y Straber, R. (2010). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. The 17th ICMI study* (pp. 133-178). New York: Springer.

Olivero, F. (2002). *The proving process within a dynamic geometry environment*. Tesis doctoral. University of Bristol, Bristol. Recuperado desde <http://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190412/en/>

Oracle, Corporation (n.d.). *Samples and Apps. Applets*. Artículo recuperado de Oracle [Página web] desde <http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/index-141145.html>

Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2010). *PISA 2012 field trial problem solving framework. Discussion draft* [Doc. ProbSolvFrmwrk_2012]. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). Recuperado desde <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46962005.pdf>

Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2013). *PISA 2012 results: what students know and can do student performance in mathematics, reading and science* (Vol. 1). Organisation for Economic Co-operation Development Publishing. Recuperado desde <http://www.oecd.org/about/publishing/Corrigendum-PISA-2012-results-volume-I.pdf>

- Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2014). *PISA 2015. Draft collaborative problem solving framework*. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). Recuperado desde <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Collaborative%20Problem%20Solving%20Framework%20.pdf>
- Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2015). *Preguntas PISA por ordenador, ejemplos*. Recuperado desde <http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/preguntas-liberadas-pisa-piaac/pisa-por-ordenador>
- Ortíz, A. (1997). *Razonamiento inductivo numérico. Un estudio en educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Ortíz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Estudio evaluativo de un programa de formación*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

P

- Pea, R. (1985). Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist*, 20(4), 167-182.
- Pea, R. (1987). Cognitive technology for mathematics education. En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 89-122). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Pea, R. (1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. En G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions. Psychological and educational considerations* (pp. 47-87). Cambridge: Cambridge University Press.
- Pérez-Tyteca, P. (2007). *Actitudes hacia las matemáticas de alumnos de primer curso de la Universidad de Granada*. Trabajo de investigación tutelado. Universidad de Granada.
- Perkins, D. N. (2001). La persona-más: una visión distribuida del pensamiento y el aprendizaje. En G. Salomon (Ed.), *Cogniciones distribuidas. consideraciones psicológicas y educativas* (pp. 126-152). Buenos Aires, Argentina: Amorrortu.

- Perks, P., Prestage, S., y Hewitt, D. (2002). Does the software change the Maths? Part. 1. *Micromath*, 18(1), 28-31.
- Pifarré, M., y Sanuy, J. (2000a). El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas con hoja de cálculo. *Suma*, 35, 35-43.
- Pifarré, M., y Sanuy, J. (2000b). El diseño de contextos educativos mediados por ordenador y el aprendizaje de contenidos procedimentales de matemáticas en la ESO. *Cultura y Educación*, 12(3), 87-100.
- Pinto, P. C., y Velho, L. (2003). *Mathematical optimization in graphics and vision* [Documento en línea]. Recuperado desde <http://www.visgraf.impa.br/otim-02/notes.pdf>
- Plomp, T., y Nieveen, N. (Eds.). (2007). *An introduction to educational design research*. Amsterdam: SLO-Netherlands institute for curriculum development.
- Poincaré, H. (1908). *Science at méthode*. París: Flammarion.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princenton: Princenton University Press.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- Puig, L., y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Q

- Quera, V. (1993). Análisis secuencial. En M. T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación educativa* (Vol. 2, pp. 341-583). Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.

R

- Radford, L., y André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12, 215-250.
- Real Academia Española, [RAE]. (2015). *Diccionario de la Lengua Española. Vigésima Segunda Edición* [Página web]. Disponible en <http://www.rae.es>

- Reeves, T. (2000). Enhancing the worth of instructional technology research through design experiments and other development research strategies. En American Educational Research (Ed.), *Creating Knowledge in the 21st Century: Insights from Multiple Perspectives, Proceedings of International Perspectives on Instructional Technology Research for the 21st Century* (pp. 1-15). Washington, D.C.: American Educational Research Association.
- Reeves, T. (2006). Design research from a technology perspective. En J. Van Den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 52-66). Londres: Routledge.
- Resnick, M., Martin, F., Berg, R., Borovoy, R., Colella, V., Kramer, K., y Silverman, B. (1998). Digital manipulatives: New toys to think with. En C. M. Karat, A. Lund, J. Coutaz y J. Karat (Eds.), *Proceedings of the CHI '98 conference* (pp. 281-287). Los Angeles, CA: Association for Computing Press.
- Reynolds, F. J., y Reeve, R. A. (2001). Gesture in collaborative mathematics problem-solving. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4(10), 447-460. doi: 10.1016/S0732-3123(02)00091-3
- Rhodes, D. M., y Azbell, J. W. (1985). Designing interactive video instruction professionally. *Training and Development Journal*, 39(12), 31-33.
- Riba, C. (1993). Proceso de categorización. En M. T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación psicológica. Fundamentación* (Vol. 1, pp. 115-168). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.
- Rico, L. (1988). *Didáctica activa para la resolución de problemas*. Granada: Universidad de Granada.
- Roberts, D. L., Leung, A., y Lins, A. F. (2013). From the slate to the web: Technology in the mathematics curriculum. En M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y A. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 525-547). New York: Springer.
- Rodríguez, C., Pozo, T., y Gutiérrez, J. (2006). La triangulación analítica como recurso para la validación de estudios de encuesta recurrentes e investigaciones de réplica en educación superior. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 12(2), 289-305.

- Rogers, Y. (1997). A brief introduction to distributed cognition. En Y. Rogers, H. Sharp y J. Preece (Eds.), *Interaction desing. Beyond human-computer interaction: John Wiley y Sons* (ed. 4th) [Libro en línea]. Recuperado desde <http://www.id-book.com/>.
- Rogers, Y. (2004). New theoretical approaches for human-computer interaction. *Annual Review of Information, Science and Technology*, 38, 87-143.
- Rogers, Y., y Ellis, J. (1994). Distributed cognition: an alternativa framework for analysing and explaining collaborative working. *Journal of Information Technology*, 9, 119-128. doi: DOI: 10.1057/jit.1994.12
- Rojano, T., y Moreno, L. (1999). Educación matemática: investigación y tecnología en el nuevo siglo. *Avance y Perspectiva*, 18, 325-334.
- Roschelle, J. (2013). Special issue on CSCL: Discussion. *Educational Psychologist*, 48(1), 67-70. doi: 10.1080/00461520.2012.748005
- Roschelle, J., y Teasley, S. D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. En C. E. O'Malley (Ed.), *Computer-supported collaborative learning* (pp. 69-197). Berlín: Springer-Verlag.

S

- Sabate, J. (1999). *Jugar con los números*. Barcelona: Tres Torres y Edunsa.
- Sabatini, A. (2009). *Interacción humano máquina* [Documento en línea]. Recuperado en marzo de 2010 desde <http://interfacemindbraincomputer.wetpaint.com/>
- Sacristán, A. I. (2003). La importancia de los micromundos computacionales como entornos didácticos estructurados para fomentar e investigar el aprendizaje matemático. En *Memorias del Tercer congreso internacional de enseñanza de la matemática asistida por computadora* [Documento en línea]. Cartago, Costa Rica: Tecnológico de Costa Rica. Recuperado desde <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/memorias/3erCIEMAC/Conferencias/Sacristan.pdf>

- Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos-Trigo, M., Friedlander, A., Meisser, H., ... Perrusquía, E. (2010). The influence and shaping of digital technologies on the learning – and learning trajectories – of mathematical concepts. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. The 17th ICMI study* (pp. 179-226). New York: Springer.
- Sánchez-Matamoro, G., García, M., y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 267-296.
- Santos-Trigo, M. (1998). Problematizar el estudio de las matemáticas: Un aspecto esencial en la organización del curriculum y en el aprendizaje de los estudiantes. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en educación matemática II* (pp. 425-444). México D.F.: Iberoamérica.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), 523-536. doi: 10.1007/s11858-007-0057-9
- Santos-Trigo, M. (2014). Problem solving in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 496-501). London: Springer.
- Santos-Trigo, M., y Camacho, M. (2013). Framing the use of computational technology in problem solving approaches. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 279-302.
- Santos-Trigo, M., y Espinosa, H. (2002). Searching and exploring properties of geometric configurations using dynamic software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 33(1), 37-50.
- Santos-Trigo, M., Moreno, L., y Camacho, M. (2015). The coordinated use of digital technologies to extend mathematical problem solving reasoning. En I. Gómez-Chacón, J. Escribano, A. Kuzniak y P. R. Richard (Eds.), *Espacios de Trabajo Matemático. Actas del cuarto simposio internacional ETM* (pp. 371-386). San Lorenzo del Escorial, Madrid: Instituto de Matemáticas Interdisciplinar.
- Scher, D. (1999). Problem solving and proof in the age of dynamic geometry. *Micromath*, 15(1), 24-30.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

- Schrage, M. (2001). The relationship revolution. *A forum for new ideas* [Discusión en línea]. Recuperado desde <http://web.archive.org/web/20030602025739/http://www.ml.com/woml/forum/relationship.htm>
- Sebastián, F. I. (1988). *Diccionario Griego Español*. Barcelona: Sopena.
- Sedig, K., Klawe, M., y Westrom, M. (2001). Role of interface manipulation style and scaffolding on cognition and concept learning in learnware. *ACM transactions on computer-human interaction*, 8(1), 34-59. doi: 10.1145/371127.371159
- Sedig, K., y Sumner, M. (2006). Characterizing interaction with visual mathematical representations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(11), 1-55. doi: 10.1007/s10758-006-0001-z
- Segovia, I. (1995). Estimación de cantidades discretas: estudio de variables y procesos. Tesis de doctorado. Universidad de Granada.
- Sims, R. (1997). Interactivity: A forgotten art? *Computer in Human Behavior*, 13(2), 157-180. doi: 10.1016/S0747-5632(97)00004-6
- Shneiderman, B., y Plaisant, C. (2005). *Designing the user interface*. Boston: Pearson Education.
- Strijbos, J. W., Martens, R. L., y Jochems, W. M. G. (2004). Designing for interaction: Six steps to designing computer-supported group-based learning. *Computers and Education*, 42, 403-424. doi: 10.1016/j.compedu.2003.10.004
- Stylianou, D. A. (2002). On the interaction of visualization and analysis: the negotiation of a visual representation in expert problem solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 255-400. doi: 10.1016/S0732-3123(02)00131-1
- Susi, T., y Ziemke, T. (2001). Social cognition, artefacts, and stigmergy: A comparative analysis of theoretical frameworks for the understanding of artefact-mediated collaborative activity. *Journal of Cognitive Systems Research*, 2(4), 273-290. doi: 10.1016/S1389-0417(01)00053-5
- Sutherland, R., y Balacheff, N. (1999). Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4(1), 1-26. doi: 10.1023/A:1009882419704

Suthers, D. D., Dwyer, N., Medina, R., y Vatrappu, R. (2010). A framework for conceptualizing, representing, and analyzing distributed interaction. *International Journal of Computer Supported Collaborative Learning*, 5(1), 5-42. doi: 10.1007/s11412-009-9081-9

Swayer, R. K. (2006). *The Cambridge handbook of learning sciences*. New York: Cambridge University Press.

T

Törner, G., Reiss, K. M., y Schoenfeld, A. (2007). Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), 353-353. doi: 10.1007/s11858-007-0053-0

Tortosa, A., y Castro, E. (1997). Invención de problemas a través de situaciones ambientales. En J. Gutiérrez, J. Perales, J. Benayas y S. Calvo (Eds.), *Líneas de investigación en educación ambiental* (pp. 81-85). Granada: Proyecto Sur.

V

Vega, J. (2005). Mentes híbridas: cognición, representaciones externas y artefactos epistémicos. *Revista de Antropología Iberoamericana*, Nov-Dic, para. ¶.

Verderber, N. (1992). Tin cans revisited. *The Mathematics Teacher*, 85(5), 346-349.

Villegas, J. (2003). *Representaciones en resolución de problemas: Un marco de análisis de protocolos*. Memoria de tercer ciclo. Universidad de Granada.

Villegas, J., Castro, E., y Gutiérrez, J. (2009). Representaciones en resolución de problemas: un estudio de caso con problemas de optimización. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(17), 279-308.

W

Wademan, M. (2005). Utilizing development research to guide people capability maturity model adoption considerations. Tesis doctoral. Syracuse University, N. J.

- Waldegg, G. (2002). El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. *Revista electrónica de Investigación Educativa*, 4(1), para. ¶.
- Wertsch, J. (1991). *Voices of the mind. A sociocultural approach of mediated action*. London: Harveser.
- White, T. (2006). Code talk: Student discourse and participation with networked handhelds. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 1(2), 359-382. doi: 10.1007/s11412-006-9658-5
- Wiley, D. (2000). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. En D. Wiley (Ed.), *The instructional use of learning objects: online version*. Recuperado en noviembre de 2005 desde <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>
- Winn, W. (2003). Beyond constructivism: A return to science-based research and practice in educational technology. *Educational Technology*, 43(6), 5-14.
- Wu-Yuin, H. y Shih-Shin, H. (2013). Analysis of peer learning behaviors using multiple representations in virtual reality and their impacts on geometry problem solving. *Computers and Education*, 62(marzo 2013), 308-319. doi: 10.1016/j.compedu.2012.10.005
- Wu-Yuin, H., Shadiev, R., Ray Yueh-Min, H., Yi-Ting, C., Yu-Shu, Y., y Jia-Han, S. (2013). Effects of drag-and-response interaction mechanism of multi-touch operated tabletop technology on users' awareness and collaborative performance. *Computers and Education*, 67(Septiembre 2013). doi: 10.1016/j.compedu.2013.03.004

Y

- Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematical resources: A longitudinal view on problem solving in a function based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 125-147. doi: 10.1023/A:1017566031373

- Yerushalmy, M. (2005). Functions of Interactive Visual Representations in Interactive Mathematical Textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(3), 217-249. doi: 10.1007/s10758-005-0538-2
- Yimer, A., y Ellerton, N. F. (2006). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: An emerging model. En P. Grootenboer, R. Zevenbergen y M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures, and learning spaces* (pp. 575-582). Adelaida: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Yimer, A., y Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 2(42), 245-261. doi: 10.1007/s11858-009-0223-3

Z

- Zambrano, G. (2010). Diseño e implementación de un software multimedia de apoyo a los procesos de enseñanza-aprendizaje para la resolución de problemas en investigación de operaciones solución gráfica de máximos. *Inventum*, 8, 52-58.
- Zañartu, L. (2003). Aprendizaje colaborativo: una nueva formación de diálogo interpersonal y en red. *Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías. Contexto Educativo*, 5(28), 1-10.
- Zawojewski, J. S. (2013). Problem solving versus modeling. En R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines y A. Hurford (Eds.), *Modelin students' mathematical modeling competences* (pp. 237-244). London: Springer.
- Zawojewski, J. S., Magiera, M. T., y Lesh, R. (2013). A proposal for a problem-driven mathematics curriculum framework. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 469-506.

ANEXOS

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo I. Antecedentes personales: Memoria de tercer ciclo, Experiencia inicial

Anexo II. Applets como MVM, ejemplos

Anexo III. Tratamiento funcional de los problemas de optimización, resolución del problema de la hormiga

Anexo IV. Programas oficiales de la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas

Anexo V. Protocolo de observación

Anexo VI. Parrilla de observación, comunicación SEIEM-05

Anexo VII. Parrilla de observación anecdótica

Anexo VIII. Fiabilidad y validez del registro

Anexo IX. Análisis secuencial, tratamiento de datos

Anexo X. Indicadores de las categorías

Anexo XI. Datos unidad de observación global

Anexo XII. Datos unidad de observación pareja 1

Anexo XIII. Datos unidad de observación pareja 2

Anexo XIV. Datos unidad de observación pareja 3

Anexo XV. Datos unidad de observación pareja 4

Anexo XVI. Resolución de problemas y tecnología en el currículo

ANEXO I

Antecedentes personales:

Memoria de tercer ciclo,

Experiencia inicial

ÍNDICE

0. Introducción.....	1
1. Memoria de tercer ciclo.....	1
1.1 Contexto	2
1.2. Descripción de actividades y secuenciación.....	3
1.2.1. Bloque I.	3
1.2.2. Bloque II. El problema de los corredores	6
1.3. Resultados.....	11
1.3.1. Resultados del bloque I.	13
1.3.2. Resultados del bloque II.	18
1.4. Visión retrospectiva.....	27
2. Experiencia Inicial.....	28
2.1. Contexto	29
2.2. Descripción de actividades y secuenciación.....	30
2.2.1. Bloque I. Taller de profundización.....	31
2.2.2 Bloque II. El problema de la estación.....	36
2.3. Resultados.....	40
2.3.1. Resultados del bloque I.	40
2.3.2. Resultados del bloque II.	41
2.4. Visión retrospectiva.....	53
3. Referencias	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura Anexo I- 1. Espacio de observación de la MTC	2
Figura Anexo I- 2. Cuadrado que soporta prueba del arrastre	4
Figura Anexo I- 3. Construcción Teorema del ángulo central (1)	5
Figura Anexo I- 4. Construcción Teorema del ángulo central (2)	5
Figura Anexo I- 5. Alineación de puntos notables de un triángulo.....	6
Figura Anexo I- 6. Problema de los corredores, cálculo distancia NM	8
Figura Anexo I- 7. Problema de los corredores, construcción a escala del modelo.....	9
Figura Anexo I- 8. Problema de los corredores, modelo de la situación.....	9
Figura Anexo I- 9. Problema de los corredores, modelo de la situación.....	10
Figura Anexo I- 10. Problema de los corredores, cálculo de tiempos.....	11
Figura Anexo I- 11. Problema de los corredores, gráfica comparativa de tiempos	11
Figura Anexo I- 12. Construcción de un cuadrado por arrastre	14
Figura Anexo I- 13. Teorema del ángulo central, arrastre de puntos	15
Figura Anexo I- 14. Construcción triángulo equilátero por arrastre	16
Figura Anexo I- 15. Construcción de triángulos por Alonso	17
Figura Anexo I- 16. Recta de Euler, alineación de puntos notables.....	18
Figura Anexo I- 17. Problema de los corredores, construcción por arrastre.....	19
Figura Anexo I- 18. Problema de los corredores, modelo de la pareja 1	20
Figura Anexo I- 19. Problema de los corredores, ruta pareja 2.....	22
Figura Anexo I- 20. Problema de los corredores, ruta pareja 3.....	22
Figura Anexo I- 21. Problema de los corredores, ruta AMB	23
Figura Anexo I- 22. Problema de los corredores, modelo de Alonso	25
Figura Anexo I- 23. Espacio de observación, experiencia inicial	30
Figura Anexo I- 24. Imagen del archivo Triángulos1.fig, experiencia inicial	32
Figura Anexo I- 25. Resolución actividad 1, experiencia inicial	33
Figura Anexo I- 26. Datos actividad 2, experiencia inicial.....	33
Figura Anexo I- 27. Datos actividad 3, experiencia inicial.....	34
Figura Anexo I- 28. Datos actividad 3, experiencia inicial.....	34
Figura Anexo I- 29. Actividad del mosaico, experiencia inicial.....	35
Figura Anexo I- 30. Actividad de cuerpos de revolución, experiencia inicial	35
Figura Anexo I- 31. Problema de la estación, construcción del modelo.....	37
Figura Anexo I- 32. Problema de la estación, modelo	37
Figura Anexo I- 33. Problema de la estación, resolución por arrastre	38

Figura Anexo I- 34. Problema de la estación, resolución por simetría	39
Figura Anexo I- 35. Problema de la estación, resolución por tabulación y gráfico	39
Figura Anexo I- 36. Problema de la estación, modelos pareja 1 y 2	42
Figura Anexo I- 37. Problema de la estación, ruta AMB	43
Figura Anexo I- 38. Problema de la estación, rutas pareja 3, alumno 8 y 9.....	44
Figura Anexo I- 39. Problema de la estación, cálculos rutas sujeto 8.....	44
Figura Anexo I- 40. Problema de la estación, cálculo rutas sujeto 9	44
Figura Anexo I- 41. Problema de la estación, planteamiento rutas pareja 3	45
Figura Anexo I- 42. Problema de la estación, construcción modelo pareja 1	47
Figura Anexo I- 43. Problema de la estación, ruta sujeto 2	47
Figura Anexo I- 44. Problema de la estación, ruta sujeto 2	47
Figura Anexo I- 45. Problema de la estación, ruta sujeto 1	48
Figura Anexo I- 46. Problema de la estación, planteamiento sujeto 1	48
Figura Anexo I- 47. Problema de la estación, exploración pareja 3.....	49
Figura Anexo I- 48. Gráfico desempeño de la pareja 1	51
Figura Anexo I- 49. Gráfico desempeño de la pareja 2.....	51
Figura Anexo I- 50. Gráfico desempeño de la pareja 3.....	52
Figura Anexo I- 51. Gráfico desempeño del sujeto 7.....	52
Figura Anexo I- 52. Gráfico desempeño del sujeto 8.....	53
Figura Anexo I- 53. Gráfico desempeño del sujeto 9.....	53

ÍNDICE DE EXTRACTOS

Extracto Anexo I- 1. Memoria tercer ciclo.....	12
Extracto Anexo I- 2. Memoria tercer ciclo.....	14
Extracto Anexo I- 3. Memoria tercer ciclo.....	21
Extracto Anexo I- 4. Memoria tercer ciclo.....	21
Extracto Anexo I- 5. Memoria tercer ciclo.....	22
Extracto Anexo I- 6. Memoria tercer ciclo.....	22
Extracto Anexo I- 7. Memoria tercer ciclo.....	24
Extracto Anexo I- 8. Memoria tercer ciclo.....	26

0. Introducción

Este anexo es un informe detallado de los dos trabajos que han servido como antecedentes claves en mi investigación. El primero es la memoria de tercer ciclo (MTC) (Codina, 2000), desarrollada para obtener la suficiencia investigadora en el programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. El segundo antecedente es una primera toma de contacto con el objeto de investigación que estoy desarrollando en esta memoria de tesis. Dicho antecedente lo denomino Experiencia Inicial.

Para ambos antecedentes personales describo el objetivo, contexto, sujetos intervinientes, medios materiales, espacio de desarrollo, metodología de investigación empleada y descripción-secuenciación de actividades. Finalizo cada uno de ellos realizando una revisión retrospectiva formulada a través de un conjunto de acciones y/o propuestas de mejora.

1. Memoria de tercer ciclo

La MTC la realice bajo la dirección del Doctor Antonio Rivera Figueroa durante mi estancia como becario del programa Alfa, red FIEMAL, en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) de México DF. El trabajo está centrado en las posibilidades de uso de software de geometría dinámica para el estudio y resolución de problemas de optimización. Concretamente, el problema de investigación objeto de indagación fue:

Cómo son entendidos los términos problema, resolución y solución en Educación Matemática y analizar la resolución de problemas con el uso de la computadora como herramienta de mediación y observar las habilidades, toma de decisiones y comportamiento de alumnos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas con apoyo de esta tecnología. (Codina, 2000, p. 8)

En dicho trabajo, uno de los objetivos de investigación que abordé está especialmente relacionado mi tesis. En concreto: “observar y describir el desempeño de un conjunto de estudiantes de bachillerato a la hora de resolver tareas matemáticas y un problema de optimización en un ambiente informático” (Codina, 2000, p. 10). El

problema de optimización utilizado es del tipo de cálculo de distancias (Camacho y González, 1998) y para su resolución, los sujetos utilizan Cabri-Géomètre II¹.

1.1 Contexto

En la investigación participaron nueve estudiantes de bachillerato mexicanos (16-19 años). Dichos sujetos no habían cursado ninguna materia específica de Cálculo, entendida esta como una materia enfocada al estudio del análisis funcional de variable real. Ocho de los sujetos disponían de ordenador personal en casa y ninguno conocía ni había utilizado software de geometría dinámica anteriormente. Los estudiantes fueron distribuidos en parejas formadas libremente, quedando un único estudiante sin pareja y que realizó toda la experiencia solo. El espacio de observación fue un aula equipada con diversos ordenadores con el software Cabri instalado más un ordenador conectado a un proyector. Cada pareja fue situada frente a un ordenador con una disposición que se puede observar en la Figura Anexo I- 1.

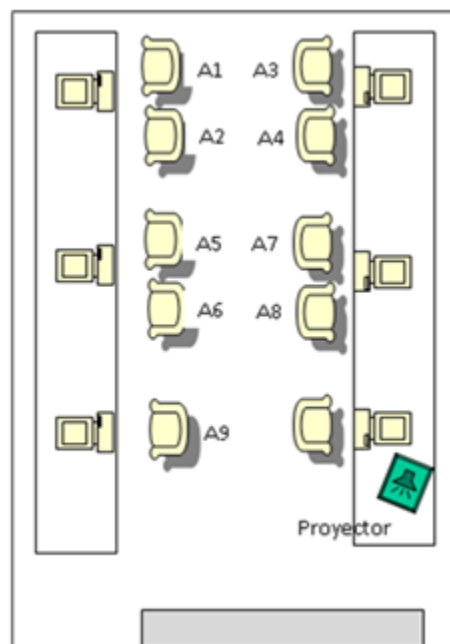


Figura Anexo I- 1. Espacio de observación de la MTC

La investigación, de corte cualitativa, está encuadrada en las investigaciones descriptivas en el sentido expresado por Best (1970, extraído de Cohen y Manion, 1990). Durante todo el desarrollo del proceso de obtención de datos participaron dos

¹ En lo sucesivo, me refiero al software de Geometría Dinámica *Cabri-Géomètre II* simplemente como *Cabri*

investigadores que realizaron una observación participante, comprometiéndose en las actividades que observan y dirigen (Buendía, Colás, y Hernández, 1999; Cohen y Manion, 1990).

1.2. Descripción de actividades y secuenciación.

Diseñé un taller de matemáticas con Cabri, de una duración total de 20 horas, distribuidas en cinco días consecutivos (de lunes a viernes) y en sesiones de 5 horas. Al inicio del taller informé a los estudiantes del contenido del mismo, que éste formaba parte de un trabajo de investigación y que las sesiones estaban distribuidas en dos bloques.

El primer bloque (sesión 1 y 2) pretendía que los estudiantes adquirieran conocimientos mínimos acerca del funcionamiento de Cabri. Entre ellos conocimientos de los comandos básicos y de edición (cambio de estilos, de color, grosor, etcétera); dependencia de objetos y figuras, objeto dependiente e independiente; concepto de arrastre o dragging como instrumento de validación de construcciones geométricas y de validación de conjeturas, tabulación de datos y/o introducción de fórmulas dinámicas. En el segundo bloque (sesión 3, 4 y 5), los estudiantes tenían que resolver un problema de optimización de distancias utilizando como recurso Cabri.

1.2.1. Bloque I.

Tal y como he mencionado previamente, el bloque I persiguió la familiarización de los estudiantes con el entorno informático (comandos, edición,...), trabajar la dependencia en las construcciones, la noción de arrastre y el concepto de validez-generalización asociado, medición, el concepto de transferencia de medidas así como la tabulación de datos. Para abordar este bloque, planteo actividades concretas para el estudio de propiedades geométricas de cuadrados, círculos y triángulos, de lugares geométricos a través de la traza, de animación de objetos, de tabulación de datos y el manejo de variables numéricas. A continuación describo alguna de estas actividades:

Una de las primeras actividades del taller estaba diseñada para introducir la noción de arrastre como test de validación de construcción. La actividad consistió en la construcción de construir un cuadrado cualquiera sin utilizar el comando Polígono Regular.

Tras un tiempo prudente, yo presento a los estudiantes un ejemplo de secuencia de acciones para la construcción del cuadrado que soporta el arrastre (empleando rectas perpendiculares o paralelas (Figura Anexo I- 2). Durante esta presentación, pedí sugerencias y formas alternativas de construcción del cuadrado. Con ello los estudiantes también trabajaron los comandos transferencia de medidas y compás.

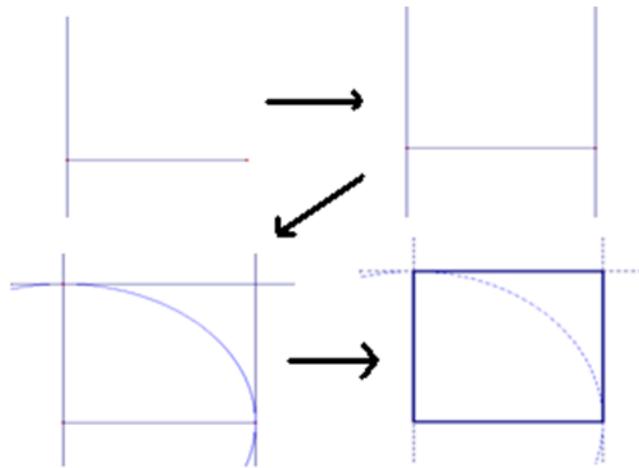


Figura Anexo I- 2. Cuadrado que soporta prueba del arrastre

Continuando en el bloque I, durante la segunda sesión los estudiantes abordaron actividades relacionadas con el estudio de propiedades geométricas de círculos y triángulos. El objeto era trabajar las construcciones de figuras geométricas básicas (círculos, triángulos, etc.), distintas representaciones con Cabri (tabulación de datos, realización de cálculos aritméticos), establecer y verificar conjeturas (fundamentalmente a través del arrastre), explorar las posibilidades de la animación y la traza (lugares geométricos). Durante el desarrollo de esta sesión, los estudiantes, guiados por el docente, realizaron entre otras actividades las siguientes:

Construcción de una parábola (Lugar geométrico, traza, animación, arrastre)

Construcción de la función seno (Tabulación, arrastre, realización de cálculos aritméticos)

A modo de ejemplo, presento las siguientes dos actividades que fueron abordadas por las parejas de estudiantes sin guía del docente:

Teorema del ángulo central (Conjeturar-Validación, arrastre)

Recta de Euler (Conjeturar-Validación, arrastre)

Para el teorema del ángulo central solicité a los estudiantes que dibujaran una circunferencia (C,r) , y sobre esta, tres puntos A, I, B , así como los segmentos \overline{AI} , \overline{BI} (Figura Anexo I- 3).

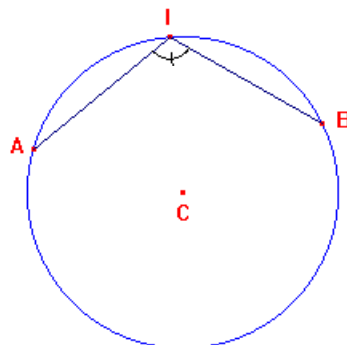


Figura Anexo I- 3. Construcción Teorema del ángulo central (1)

Realizada la construcción, pregunté acerca de la variación del ángulo formado por los segmentos $\overline{AI}, \overline{BI}$ cuando era arrastrado el vértice I (variación de α) sobre la circunferencia (C,r) . Posteriormente pedí obtener el ángulo β que forman los segmentos \overline{AC} y \overline{CB} , con C el centro de la circunferencia. Nuevamente planteé el estudio del comportamiento de dicho ángulo, esta vez al arrastrar A o B . Finalmente solicité conjeturar y verificar, de existir, la relación entre los ángulos α y β (Figura Anexo I- 4).

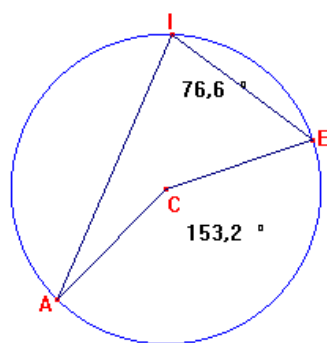


Figura Anexo I- 4. Construcción Teorema del ángulo central (2)

Respecto a la actividad de la recta de Euler, previamente trabajé la construcción de triángulos (equilátero, isósceles, escaleno, etc.) y la obtención de los puntos notables (baricentro, circuncentro y ortocentro). Una vez construidos dichos puntos notables sobre un triángulo cualquiera (verificando la prueba del arrastre), pedí conjeturar y verificar la existencia de una relación entre ellos, es decir, pido a los estudiantes que

lleguen a establecer que los puntos están alineados, es decir, que pasa una recta siempre por ellos, dicha recta es conocida como la recta de Euler (Figura Anexo I- 5).

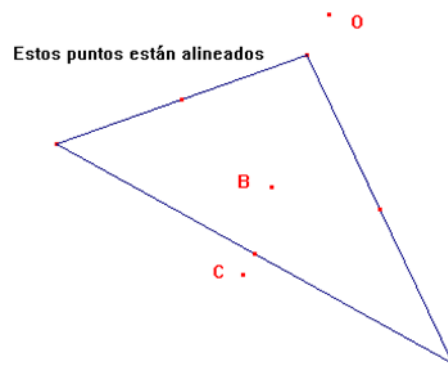


Figura Anexo I- 5. Alineación de puntos notables de un triángulo

1.2.2. Bloque II. El problema de los corredores

Como menciono previamente, el bloque II consistió en la resolución de un problema de optimización del tipo de distancias. De las tres sesiones de trabajo, en los primeros 30 minutos de la tercera presenté y planteé el problema a resolver, denominado “Una carrera singular”. A los estudiantes les entregué el siguiente enunciado en papel:

UNA CARRERA SINGULAR

Pedro y Juan compiten en una carrera, parte de la cual se realiza sobre tartán y otra parte en fango. Pedro ha participado en olimpiadas internacionales, mientras que Juan solamente ha participado en competencias de su pueblo. Pedro es más veloz que Juan en tartán, pero Juan corre más rápido que Pedro en el terreno lodoso. Ambos corredores partirán de un punto **A**, que se encuentra dentro de la zona de tartán y la meta es un punto **B** que se encuentra en el fango, a una distancia de 100 metros del punto **A** en línea recta.



En carreras de 100 metros, las velocidades que desarrollan en promedio cada uno de los corredores son las siguientes:

En tartán:

Pedro puede correr a una velocidad promedio de 36 kilómetros por hora (100 metros en 10 segundos) y Juan a una velocidad promedio de 30 kilómetros por hora (100 metros en 12 segundos).

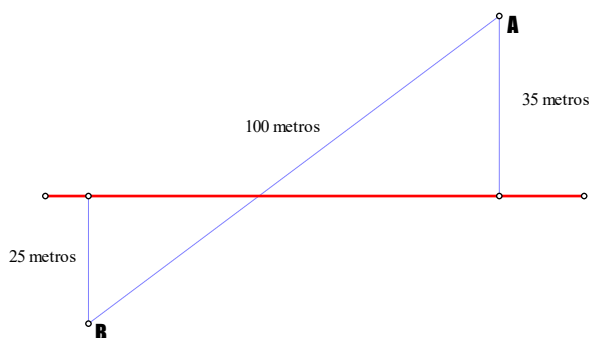
En el fango:

Pedro corre, también en promedio, a una velocidad de 12 kilómetros por hora, mientras que Juan es más rápido y corre a una velocidad promedio de 20 kilómetros por hora.

Se pregunta: ¿Quién gana la carrera, Pedro o Juan?

Si la carrera se realizara en un solo tipo de terreno, la respuesta sería muy simple: en tartán gana Pedro, en fango gana Juan. Pero en este caso especial la respuesta dependerá de las posiciones relativas de los puntos **A** y **B** respecto a la línea que separa los dos diferentes terrenos.

La Figura de abajo está hecha a escala y representa un esquema del terreno donde van a competir. Cada centímetro representa 10 metros. La línea recta que aparece en la Figura representa la división entre los dos tipos de terrenos.



Para resolver el problema con Cabri, primeramente hay que convertir las medidas del enunciado. En este caso, elijo cambiar las velocidades de Km/h a m/s.

Para Juan:

En tartán: $30 \text{ km/h} = (25/3) \text{ m/s}$.

En fango: $20 \text{ km/h} = (50/9) \text{ m/s}$.

Para Pedro:

En tartán: $36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$.

En fango: $12 \text{ km/h} = (10/3) \text{ m/s}$.

Después toca elaborar un modelo a escala de la situación. Para ello es necesario conocer la distancia entre los puntos N y M . Dicha distancia es obtenida aplicando el teorema de Pitágoras sobre el triángulo $\triangle ABC$ (Figura Anexo I- 6):

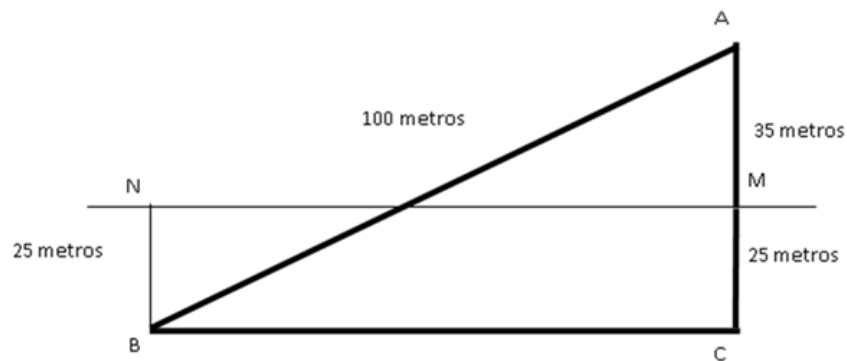


Figura Anexo I- 6. Problema de los corredores, cálculo distancia NM

Es decir, $100^2 = BC^2 + AC^2$, luego $BC^2 = 100^2 - AC^2 = 100^2 - 60^2$, entonces

$$BC = \sqrt{100^2 - 60^2} = \sqrt{6400} = 80$$

Con este valor, ya es posible construir el modelo a escala en Cabri (Figura Anexo I- 7).

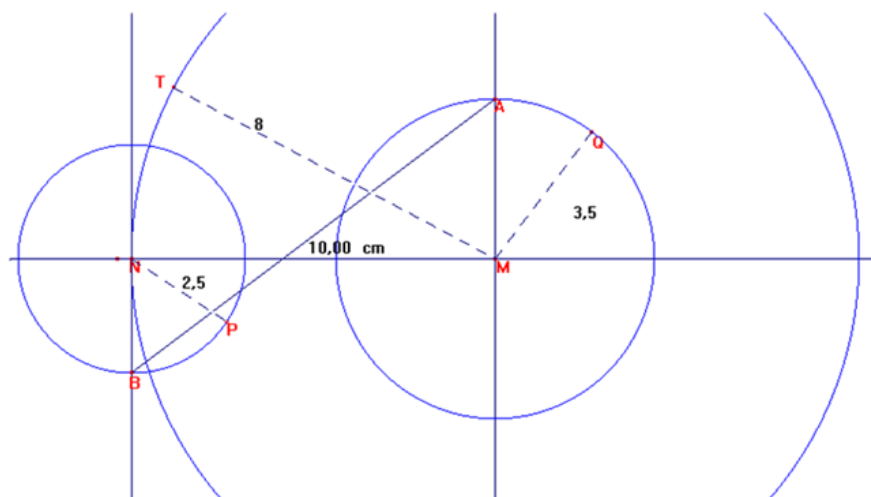


Figura Anexo I- 7. Problema de los corredores, construcción a escala del modelo

La Figura Anexo I- 8 muestra el modelo una vez ocultados los elementos secundarios.

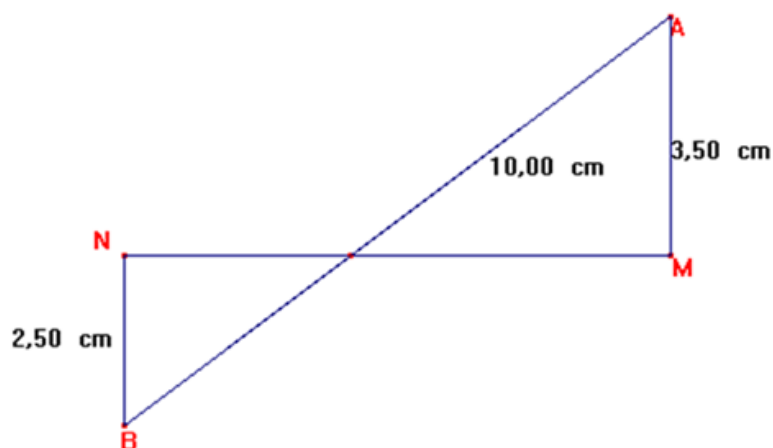


Figura Anexo I- 8. Problema de los corredores, modelo de la situación

Sobre dicho modelo establezco una trayectoria arbitraria a través de la creación de dos segmentos \overline{AI} e \overline{IB} , donde I es un punto situado sobre el segmento \overline{NM} . Ya sólo queda determinar el tiempo que tardan cada uno de los corredores en recorrer esa trayectoria (Figura Anexo I- 8). Puesto que el punto I está situado sobre \overline{NM} , este punto se puede arrastrar (es libre sobre dicho segmento). La situación descrita se puede observar en la Figura Anexo I- 9.

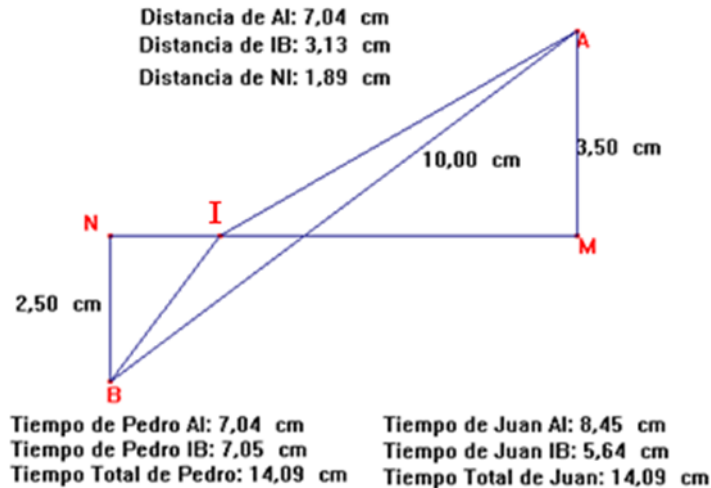


Figura Anexo I- 9. Problema de los corredores, modelo de la situación

Esta disposición me permite observar cómo varían los tiempos de ambos corredores mientras arrastro el punto I . Con ello obtengo que el menor tiempo de Juan es 14.09 segundos y lo hace cuando el punto I está a una distancia aproximada de 18 metros respecto de N , mientras que el menor tiempo de Pedro es de 15.84 y lo hace cuando el punto I está a una distancia aproximada de 8 metros de N . Puedo concluir que Juan si elige su trayectoria mínima, siempre será el ganador.

Aunque la respuesta anterior responde al problema, no agota todas las posibilidades del problema. Surgen entonces preguntas del tipo: ¿Juan siempre gana independientemente del recorrido que Pedro elija? Para realizar una primera aproximación a esta pregunta tabulo la distancia entre el punto I y el punto N , el tiempo para Juan y el tiempo para Pedro. Ello me permite observar el rango de valores respecto de N en los que Juan siempre será ganador independientemente de la trayectoria que tome Pedro. En este caso, el intervalo es el comprendido de 0 a 53 metros de distancia del punto I al punto N (Figura Anexo I- 10).

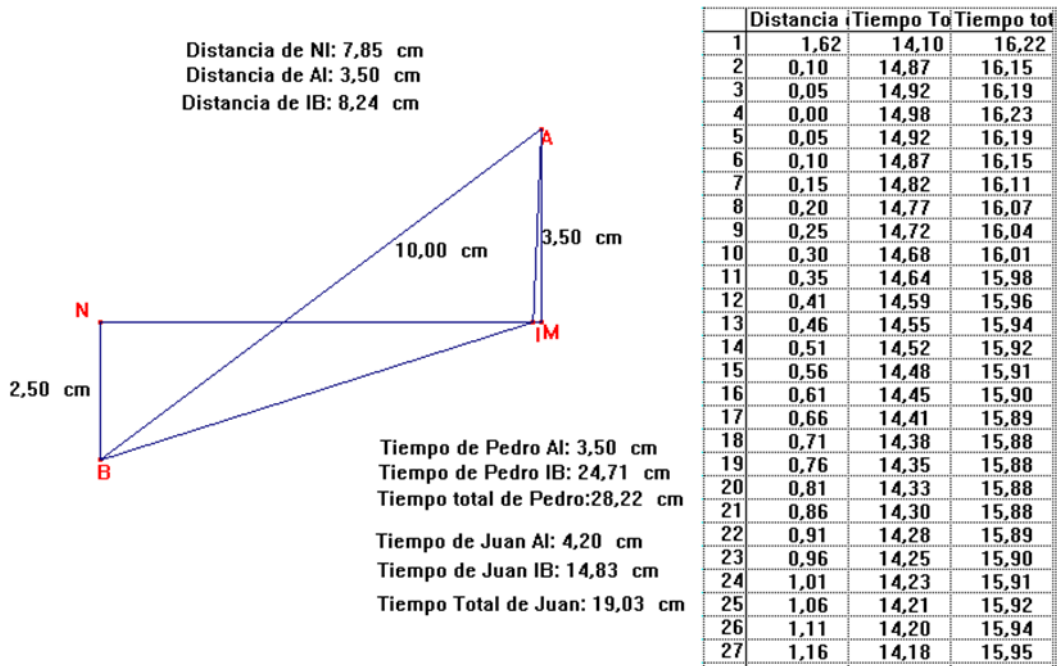


Figura Anexo I- 10. Problema de los corredores, cálculo de tiempos

Por último, podemos realizar la gráfica de ambos tiempos.



Figura Anexo I- 11. Problema de los corredores, gráfica comparativa de tiempos

El tratamiento gráfico me permite afirmar que Juan es el ganador siempre que tome por camino aquel cuyo punto de intersección con los terrenos esté más cerca o igual de N que el del camino de Pedro.

1.3. Resultados

Primeramente voy a realizar algunas observaciones iniciales relativas al funcionamiento del taller para a continuación centrarme en las actuaciones de los sujetos.

En primer lugar, recuerdo que la muestra la componen 9 estudiantes de bachillerato mexicanos, los cuales trabajan en parejas durante la investigación salvo un sujeto que trabaja solo. Además, resulta que este estudiante es el que mayor conocimiento posee de matemáticas superiores. Por ambos motivos, en esta exposición de resultados tendrá un tratamiento diferenciado.

En segundo lugar, en la conversación inicial mantenida al inicio de la experiencia, los estudiantes que tenían ordenador en casa afirman que solo lo utilizan para jugar, ver internet y chatear. Deducimos entonces que no poseen conocimientos acerca de los posibles usos para el aprendizaje de las matemáticas del ordenador (salvo el uso de la calculadora básica de Windows).

En tercer lugar, ambos observadores coincidimos al señalar cómo el interés e implicación de los estudiantes creció a lo largo de las sucesivas sesiones de trabajo, siendo su implicación en las actividades cada vez mayor.

En cuarto lugar, durante la conversación mantenida al finalizar la experiencia con los estudiantes, todos afirman que han descubierto nuevas posibilidades de uso del ordenador y, valoran muy positivamente la ayuda que este tipo de software puede suministrar en sus estudios. A modo de ejemplo de estas opiniones, muestro la respuesta de uno de los estudiantes cuando le pido que diera su impresión acerca del taller desarrollado (Extracto Anexo I- 1):

Extracto Anexo I- 1. Memoria tercer ciclo

Estudiante. Yo me siento miserable cuando estoy delante de una computadora (...) El taller me ha hecho ver la máquina distinta a como la veía, ahora sé que se pueden hacer cosas más interesantes que sólo escribir, jugar, (...) Me ha resultado muy interesante y provechoso el taller. (Codina, 2000, p. 81)

En quinto lugar, durante la realización de la tercera sesión, los observadores advierten que la pareja 3 tenía un desempeño inferior y se distraen con mayor frecuencia. Motivado por ello, decidimos separarlos, provocando un poco de malestar inicial. Estos estudiantes, tras mantener una conversación conmigo y tras afirmar que pondrían mayor interés, vuelven a formar pareja. El efecto es positivo y el desempeño de dicha pareja en las dos últimas sesiones está en consonancia con las del resto.

En sexto lugar, en las dos primeras sesiones detecto algunas dificultades asociadas al software y la novedad de éste para los estudiantes. Por ejemplo, al disponer de una versión Demo de Cabri, no pude cambiar el idioma obligándome a trabajar con los comandos en inglés. A pesar de ello, no advertí especial dificultad ya que los principales comandos tienen una escritura similar al español, siendo el único comando que mereció un reforzamiento el de Mediatriz, que su traducción en inglés es Perpendicular bisector. Por otro lado, tuve que adoptar algunos posicionamientos iniciales en cuando al uso de las unidades de medida. Puesto que en Cabri puedo alterar la unidad de medición, decidí que los estudiantes trabajen con milímetros en vez de la unidad por defecto (centímetros). Ello está motivado a que una vez convertido la velocidad a m/s, basta “olvidarse” de los milímetros y “considerar” las mediciones visualizadas en la pantalla como metros. Sólo hay que prestar atención a la transferencia de medidas a través de la edición numérica, puesto que Cabri los considera en centímetros, independientemente de la unidad adoptada en las opciones del software. Este hecho es advertido a los sujetos, generando dificultades puntuales. Por último, y respecto del software, decido disponer dos decimales de grado de precisión.

1.3.1. Resultados del bloque I.

A continuación muestro los resultados más significativos derivados de las actividades del bloque I.

Actividad: construcción del cuadrado sin utilizar el comando polígono regular.

La construcción de las parejas comienza dibujando un segmento \overline{AB} horizontal a la pantalla y sin escalones², mide dicho segmento y transfieren dicha medida sobre los puntos A y B . Obtienen dos nuevos segmentos que colocan arrastrando hasta que “parecen perpendiculares” a \overline{AB} . Finalizan la construcción del cuadrado uniendo los puntos resultantes a través de segmentos (Figura Anexo I- 12)

² Escalones: debido a la resolución de la pantalla, cuando se dibuja una recta con un cierto grado de inclinación, visualmente aparecen ciertos “escalones” que pueden ser interpretados por un observador como que el dibujo generado no es una recta; en cambio, el programa identifica dicha gráfica como una recta.

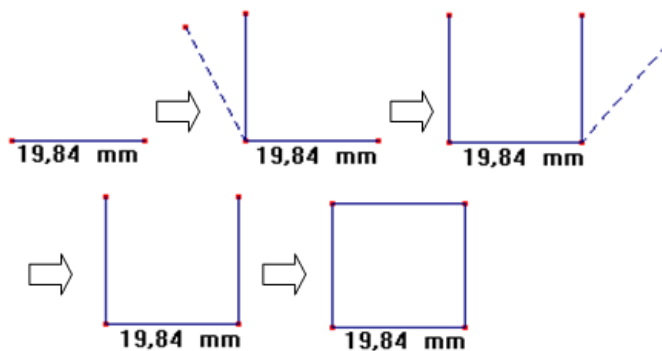


Figura Anexo I- 12. Construcción de un cuadrado por arrastre

Los estudiantes muestran conocer las propiedades fundamentales de los cuadrados. En cambio, ante la pregunta ¿se ha construido un cuadrado?, todos afirman que así es. Las argumentaciones de los estudiantes ante la pregunta se basa en atributos visuales y ninguno utiliza la prueba del arrastre para validar su construcción del cuadrado. A pesar de que los sujetos conocen los comandos: recta perpendicular, círculos, compás, el menú preguntas, etc., no sienten la necesidad de verificar la construcción. Este tipo de comportamiento y argumentaciones pone de manifiesto como la nueva naturaleza de las Figuras en este ambiente informático no es visible para los estudiantes. Confunden dichos objetos sobre la pantalla con aquellos con los que están familiarizados y con el modo de actuación con lápiz y papel. Los estudiantes no tienen en consideración la validez del método de construcción, realizando argumentaciones basadas en los atributos visuales (Extracto Anexo I- 2).

Extracto Anexo I- 2. Memoria tercer ciclo

-Estudiante. Son perpendiculares porque así se muestra en la pantalla, es un segmento recto porque no tiene escalones,... (Codina, 2000, p.83)

Para cerrar esta actividad, los investigadores muestran como sus construcciones del cuadrado no soportan la prueba del arrastre e inician la distinción entre figura y dibujo en Cabri.

Actividad: Teorema del ángulo central

Las parejas construyen la circunferencia (C,r) , sitúan tres puntos sobre ella A, B, C y dibujan los segmentos \overline{AC} , \overline{BC} (Figura Anexo I- 3). A continuación pregunto acerca de la variación del ángulo formado por los segmentos \overline{AC} y \overline{CB} si arrastro el vértice

C (variación de α) sobre la circunferencia (O,r) . Posteriormente pido construir el ángulo β definido por los segmentos \overline{AO} y \overline{OB} , con O el centro de la circunferencia. Planteo nuevamente el estudio del comportamiento de dicho ángulo cuando se arrastra A o B y que intenten establecer alguna relación entre los ángulos α y β , en caso de que exista (Figura Anexo I- 4).

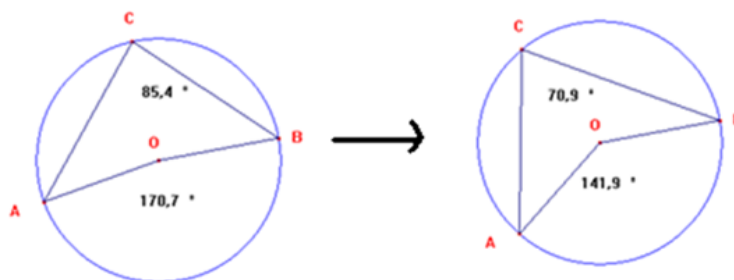


Figura Anexo I- 13. Teorema del ángulo central, arrastre de puntos

En esta actividad las parejas conjeturan que el ángulo α decrece cuando el punto C se aproxima tanto a A como a B y crece cuando se aleja de ellos. Establecida la conjetura, interrogo acerca de si existe alguna forma de verificarla o refutarla. Ante este cuestionamiento, las parejas obtienen la medida del ángulo y realizan una refutación por observación de los valores del ángulo cuando arrastran el vértice C . Los estudiantes observan que la medida del ángulo es constante en cada una de las secciones circulares descritas por los puntos A y B .

Una vez construido el ángulo β , solicito que establezcan, si existe, la relación entre los ángulos α y β . Los estudiantes arrastran el punto A y observan que el ángulo β , miden dicho ángulo y nuevamente lo arrastran detectando que éste toma valores comprendidos en el intervalo $[0,180^\circ]$ (Figura Anexo I- 13). Aunque dicho intervalo es detectado, las parejas no son capaces de establecer una conjetura acerca de la relación entre α y β . Debido a ello les insto a utilizar la calculadora de Cabri. La introducción de esta sugerencia provoca que una de las parejas obtenga la respuesta, para ello multiplicaron la medida del ángulo α por 2, obteniendo el valor de la medida del ángulo central β . Establecen, a través del arrastre de A y B el teorema del ángulo central.

Teorema del ángulo central

El ángulo descrito por los segmentos \overline{AC} , \overline{CB} , es el doble del descrito por \overline{AO} , \overline{OB} .

El hecho de que los estudiantes acepten que α era constante en cada una de las secciones circulares descritas por los puntos A y B , y que β toma valores en el intervalo $[0,180^\circ]$, o que el Teorema del ángulo central era válido, refleja un nuevo tipo de razonamiento a través del cual establecer nuevos criterios de validez, tanto para las acciones ejecutadas como para los resultados. Dicha validez se deriva de la aceptación del criterio de arrastre como instrumento de validez y de la visualización dinámica del recorrido (los valores de) las variables α y β .

Actividad: Construcción de triángulos equiláteros e isósceles. Determinación del Baricentro, Ortocentro y Circuncentro. La recta de Euler.

En la construcción de un triángulo equilátero, todas las parejas, excepto la número 3, utilizan el comando de Cabri “polígono regular”. El procedimiento de la pareja 3 consiste en un acercamiento por ensayo y error pseudovisual. Primero construyen un segmento, obtienen su medida y transfieren ésta a los extremos del segmento previamente dibujado. Al transferir obtienen dos nuevos puntos que arrastran hasta que solapanlos. Finalmente unen dichos puntos con los extremos del segmento para obtener visualmente el triángulo pedido (Figura Anexo I- 14).

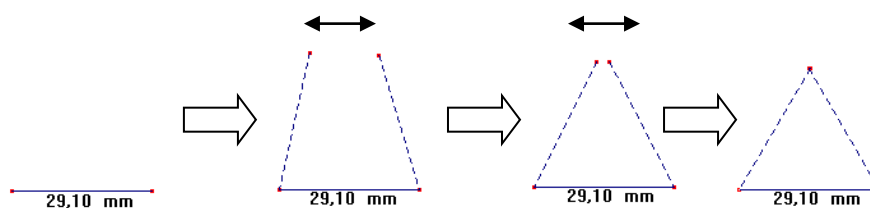


Figura Anexo I- 14. Construcción triángulo equilátero por arrastre

A pesar de que previamente, en la actividad del cuadrado y otras insistí en la necesidad de que las construcciones soporten la prueba del arrastre, dicha pareja realiza una construcción que no la soporta y que en el micromundo de Cabri, no puede considerarse como un triángulo equilátero correcto.

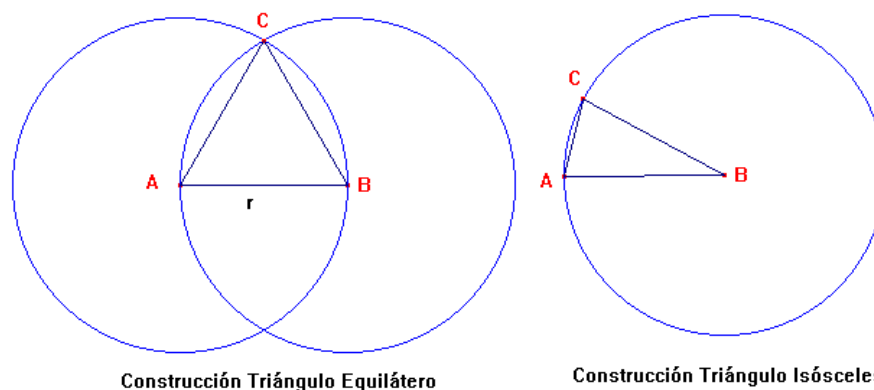


Figura Anexo I- 15. Construcción de triángulos por Alonso

En cuanto a la construcción del triángulo isósceles, a pesar de que previamente discutí y presente como la construcción del triángulo equilátero de la pareja 3 no soportaba la prueba del arrastre, todas las parejas realizaron su construcción por ensayo y error. Ninguna utilizó las propiedades de los triángulos isósceles “no visuales”. Interrogados por ello, los estudiantes señalan que han realizado dicho acercamiento porque desconocen otra forma distinta de hacerlo. Sólo el sujeto que trabaja solo (Alonso) realiza una Figura basada en propiedades geométricas en la construcción de ambos triángulos. Finalmente, en la discusión grupal de los procedimientos puestos en juego, todas las parejas afirman que es el método de construcción de Alonso el correcto. La Figura Anexo I- 15 muestra dicho método para el caso del triángulo isósceles.

Finalmente, durante la discusión los estudiantes establecen las conexiones entre las propiedades geométricas euclídeas y las construcciones que pueden ser realizadas con Cabri que soportan la prueba del arrastre. Estas conexiones son fundamentales para la comprensión, estructuración y realización del trabajo, como pone de manifiesto el ejemplo de Alonso.

A continuación pedí construir el baricentro, el circuncentro y el ortocentro de un triángulo cualquiera y describir el comportamiento de dichos puntos al arrastrar los vértices del triángulo.

Aunque todos recuerdan, con diferente grado de exactitud, las definiciones de medianas y mediatrices, ningún estudiante ofrece una definición correcta de altura. Para poder avanzar, dicha definición la proporciono. A pesar de ello, los sujetos muestran un salto cualitativo en el tratamiento de la resolución del problema y utilizan más

significativamente el software en su resolución. Primero recaban información teórica y ponen el énfasis sobre los aspectos relevantes del problema. En segundo lugar y basándose en los aspectos relevantes para la construcción de las mediatrices, las alturas y las medianas apoyándose en las diversas opciones de Cabri (recta perpendicular, recta paralela, punto medio, bisectriz, mediatriz, etcétera). Cuando pregunto acerca de la relación entre los puntos notables, arrastran uno de los vértices del triángulo afirmando, tras un proceso de visualización, que los tres puntos son colineales (Figura Anexo I-16). En tercer lugar, a través del arrastre deducen que los tres puntos son colineales (primero a través de una comprobación visual y después con el comando de “preguntas” de Cabri). Los estudiantes consiguen formular el teorema:

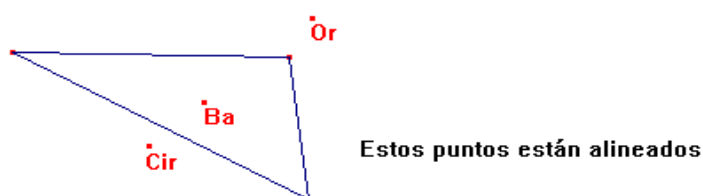


Figura Anexo I- 16. Recta de Euler, alineación de puntos notables

Teorema

El baricentro, circuncentro y ortocentro de un triángulo están alineados generando la recta conocida como Recta de Euler.

1.3.2. Resultados del bloque II.

El bloque II que consiste en la resolución del problema “la carrera singular”. Los primeros 30 minutos los dedico a la presentación y planteamiento del problema e invito a que los estudiantes tomaran sus propias notas. Aunque en apariencia todas las parejas afirman comprender el enunciado del problema, en la práctica observo lo contrario y sólo Alonso mostró una comprensión adecuada del enunciado.

Para la construcción del modelo a escala en Cabri, todos obtienen un modelo “a escala” que sirve para resolver el problema aunque nuevamente la técnica empleada está basada en el ensayo y error a través del arrastre. Visualmente, el modelo es el buscado (Figura Anexo I- 17) y el procedimiento que siguen los estudiantes es:

Construyen una recta y sobre ella un segmento \overline{NM} , y editan numéricamente 6, 3.5 y 2.5.

A continuación dibujan las rectas perpendiculares sobre los extremos N y M . Para ello transfieren las medidas correspondientes sobre N y M , y sitúan visualmente (a través del arrastre) dicha medida sobre las perpendiculares. Redefinen los puntos obtenidos sobre las perpendiculares, etiquetando los puntos como A y B . Finalmente trazan un segmento que une A con B , obtienen su medida, ajustan (arrastrando N o M) hasta que el segmento \overline{AB} mide 100 mm.

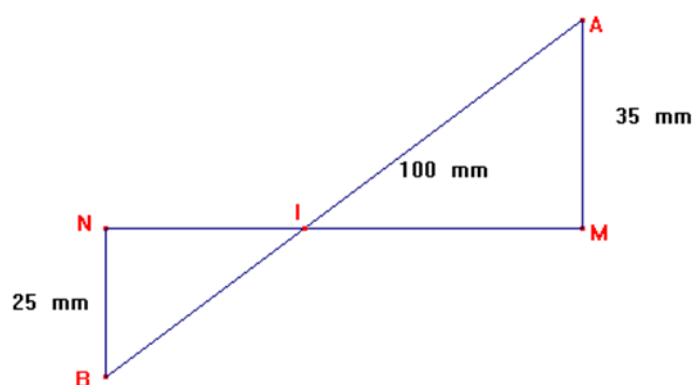


Figura Anexo I- 17. Problema de los corredores, construcción por arrastre

Durante la construcción del modelo la pareja 3, al ser cuestionados por un observador, afirma que les es difícil conseguir que el segmento \overline{AB} fuera “recto” cuando arrastran el punto N con objeto de que $dist(AB)=100\text{ mm}$. En su pantalla el segmento aparece “escalonado” por un problema de resolución de la pantalla. Este hecho es aclarado por un observador. Lo interesante aquí no es la duda surgida, sino que no admitan como “recta” la visualización en “escalones” del segmento, más cuando previamente han trabajado situaciones similares en actividades previas.

Con el modelo construido, todos los estudiantes usan la calculadora de Cabri para realizar los cálculos que les permiten convertir las velocidades de km/h a m/s. Las parejas 2 y 3 tienen dificultades en la realización de la conversión de unidades y necesitan ser ayudados. La pareja 1 consigue obtener el procedimiento correcto una vez que uno de los componentes de la pareja sugiere utilizar la regla de tres para la

⁶ Recuerdo que previamente el sistema de medición lo establezco en milímetros y el grado de precisión en cero unidades.

conversión. Alonso, el estudiante que trabaja sólo, realiza la conversión sin problemas. En lo sucesivo y salvo indique lo contrario, me refiero al desempeño de las parejas. El caso de Alonso tiene un tratamiento diferenciado posterior.

Las parejas, con los datos adecuados continúan resolviendo el problema. Todas trabajan sobre la trayectoria $\overline{AI} - \overline{IB}$ (Figura Anexo I- 17) y realizan sus cálculos suponiendo que ambos corredores realizan la misma trayectoria. Esta suposición creo que está motivada o inducida por el hecho de que en el enunciado proporcionado se muestra dicho segmento. Ninguna pareja observa que en dicho enunciado no se explicita que ambos tengan que ir por la misma ruta, ni que tampoco exista una única ruta. Este hecho refleja una mala comprensión inicial del enunciado.

Las parejas detectan que para seguir avanzando es necesario conocer las medidas de los segmentos \overline{AI} e \overline{IB} . Lo destacable aquí es que en vez de recurrir al comando de “medir” de Cabri, todas las parejas realizan cálculos con lápiz y papel intentando involucrar propiedades del seno y el coseno del ángulo que forman el segmento \overline{AI} con \overline{NM} , ni tampoco utilizan el teorema de Pitágoras (Figura Anexo I- 18).

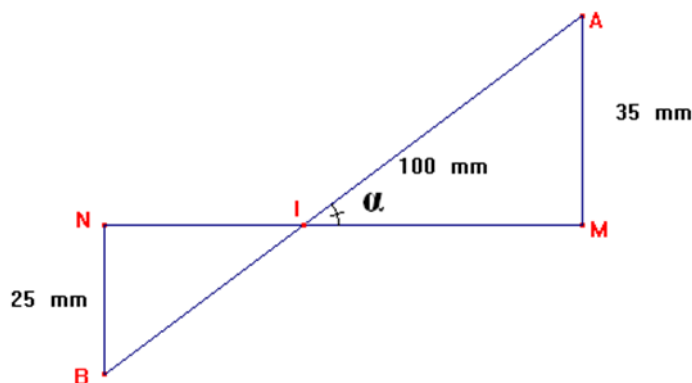


Figura Anexo I- 18. Problema de los corredores, modelo de la pareja 1

Por ejemplo, la pareja 1 actúa como sigue: miden el ángulo ($\alpha = 36.9^\circ$) y con la calculadora realizan la siguiente operación: $\text{sen}(36.9) * 35 = 21$. Dado que ángulos opuestos son iguales, realizan la operación $\text{sen}(36.9) * 25 = 15$. Suman ambos valores y se bloquean al observar que dicha suma no es 100 como esperaban. En ese momento la pareja se encuentra bloqueada. Tras una puesta en común, todos utilizan la el comando “distancia y longitud” para obtener los valores correspondientes.

Con dichos valores, las parejas calculan los tiempos para Juan y Pedro, desechando cualquier utilizar el lápiz y el papel y sin reflexionar ni buscar sus propios errores. Por ejemplo, la pareja 3, inmediatamente después de tener las mediciones de \overline{AI} e \overline{IB} emite una respuesta al problema que propicia un diálogo con uno de los observadores (Extracto Anexo I- 3):

Extracto Anexo I- 3. Memoria tercer ciclo

-P3. Gana Juan.

-Observador. ¿Cómo lo sabéis?

-P3. AI es 58.3 m.; Pedro va a $\frac{10 \text{ m}}{1 \text{ s}}$ y Juan a $\frac{25 \text{ m}}{3 \text{ s}}$, entonces Pedro le

saca una diferencia de casi 2 segundos. Como IB es 41.7 m.; Pedro va a $\frac{10 \text{ m}}{3 \text{ s}}$ y Juan a $\frac{50 \text{ m}}{9 \text{ s}}$, entonces Juan le saca un poco más de 2

segundos, por lo que recupera lo perdido en tartán y por lo tanto, Juan gana la carrera.

-Observador. ¿Entonces no importa para nada en nuestro problema y según vuestro razonamiento lo que miden AI e IB? (Tras esta pregunta, los estudiantes mantienen un breve silencio y continúan con su trabajo). (Codina, 2000, p.92)

Mientras las demás realizan sus cálculos, aplican la fórmula $t = d/v$ (a la pareja 2 le proporcioné la fórmula pues no la recordaban bien) y suman los tiempos en cada tipo de terreno tanto para Juan como para Pedro. A continuación emiten una respuesta (Extracto Anexo I- 4):

Extracto Anexo I- 4. Memoria tercer ciclo

-P2. Juan gana pues hace menos tiempo.

-Observador. ¿Estáis todos seguros? ¿Es la única ruta posible? (Codina, 2000, p.92)

Ante este cuestionamiento, los estudiantes reflexionan y detectan la existencia de más rutas. Tras ello, las analizan considerando que ambos corredores van por ella. En la (Figura Anexo I- 19), la pareja 2 analiza la ruta A→N→B.

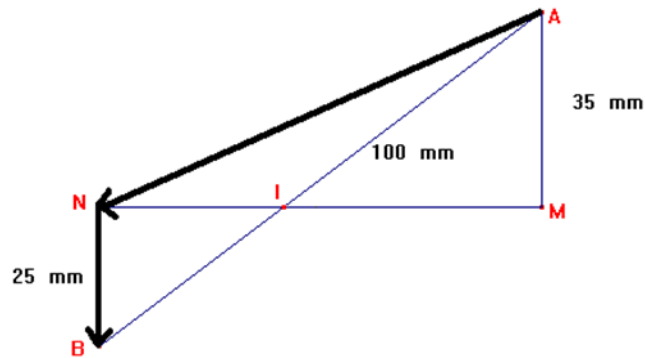


Figura Anexo I- 19. Problema de los corredores, ruta pareja 2

A la vista de ello, pregunto a la pareja que explique por qué la ha elegido, a lo que responden (Extracto Anexo I- 5):

Extracto Anexo I- 5. Memoria tercer ciclo

P2. Como Pedro corre más rápido que Juan en tartán deberá intentar recorrer la menor distancia posible sobre Fango y eso ocurre para esta trayectoria. (Codina, 2000, p.93)

Otro ejemplo de ruta alternativa es la que analiza por la pareja 3. Como podemos observar dicha ruta no es muy acertada (Figura Anexo I- 20).

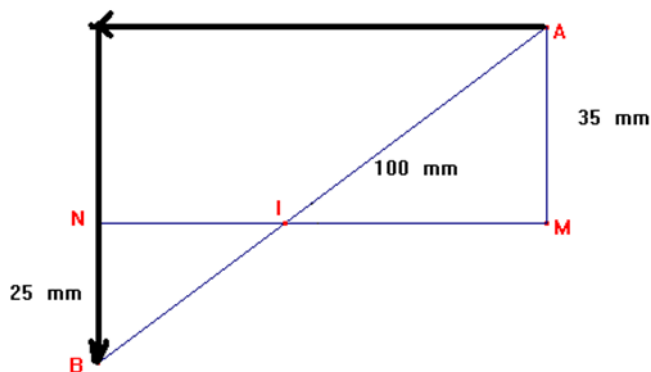


Figura Anexo I- 20. Problema de los corredores, ruta pareja 3

En este caso, los jóvenes justifican su decisión como sigue (Extracto Anexo I- 6):

Extracto Anexo I- 6. Memoria tercer ciclo

P3. Como Pedro corre más que Juan en tartán, debe recorrer la mayor cantidad posible en tartán y ésta es la ruta en la que recorre más tartán. (Codina, 2000, p. 93)

Dado el tiempo consumido de la sesión, preferí no dejar a los estudiantes comprobar que la ruta considerada es mala para Pedro y les justifiqué porque no era conveniente su análisis. La pareja 3, tras un rato de reflexión llegan a establecer la misma ruta que la pareja 2. Una vez analizada dicha ruta para Pedro y Juan, analizan la posibilidad pseudo-óptima, en principio, para Juan, es decir, la ruta $A \rightarrow M \rightarrow B$ (Figura Anexo I-21).

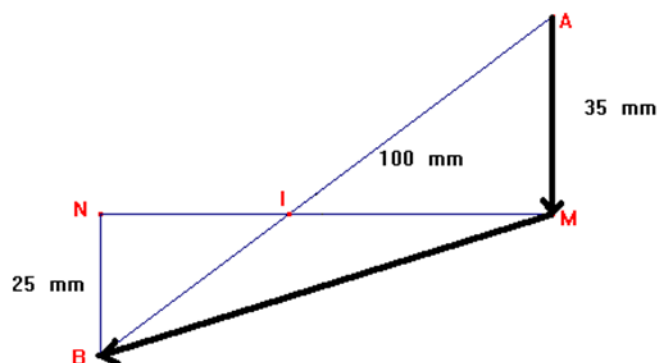


Figura Anexo I-21. Problema de los corredores, ruta AMB

Teniendo los cálculos de las rutas $A \rightarrow N \rightarrow B$ (pseudo-óptima para Pedro) y $A \rightarrow M \rightarrow B$ (pseudo-óptima para Juan), todas las parejas afirman nuevamente que Juan es el ganador puesto que por ambas rutas (recordemos que los estudiantes suponen que los corredores van a la vez por las rutas), Juan era el ganador. Dado que las parejas no superan el obstáculo de suponer que Juan y Pedro pueden ir simultáneamente por rutas distintas, decido intervenir presentando dicha situación. Rápidamente los estudiantes asienten y se percatan de la necesidad de capturar todas las rutas posibles, tanto para Juan como para Pedro.

Primeramente proponen el análisis de varias rutas distintas para ambos corredor y detectan la dificultad de abarcarlas todas, es decir, tener que repetir los cálculos para cada una de las rutas. Llegado este punto, construyo un punto I sobre el segmento \overline{NM} y los segmentos \overline{AI} e \overline{IB} , estableciendo la ruta genérica $A \rightarrow I \rightarrow B$. En ese instante arrastro el punto I , momento en el cual los estudiantes caen en la cuenta de que con el arrastre de I se consiguen todas las rutas posibles. Con ello en mente, las parejas realizan los cálculos sobre la ruta $A \rightarrow I \rightarrow B$, observan cómo varían las distancias y los tiempos para Pedro y Juan, obteniendo los valores mínimos para ambos corredores. A continuación,

emiten la solución del problema y nuevamente realizo una pregunta (Extracto Anexo I-7):

Extracto Anexo I- 7. Memoria tercer ciclo

*Grupo Clase. Solución: Juan gana la carrera pues realiza menor tiempo que Pedro si toma este camino (señalan el camino en la computadora).
Observador. ¿Puedo saber exactamente dónde está el punto I? (Codina, 2000, p. 95)*

La pareja 2 sugiere establecer un sistema de ejes, mientras la pareja 3 sugiere medir el ángulo que forman los segmentos \overline{AI} con \overline{NM} . Al final prevalece la opción de la pareja 2, las parejas establecen un sistema de referencia con origen en N y sentido positivo hacia M , miden la distancia desde el punto N al punto I , y responden satisfactoriamente mi pregunta.

Una vez todas las parejas están convencidas de sus respuestas, decido presentar el proceso de resolución, esta vez, añado la representación tabular de los tiempos para Pedro y Juan respecto de la distancia entre N e I y realizo la siguiente pregunta: ¿existe algún rango de puntos de paso por el segmento \overline{NM} por el cual Juan se asegure ganar independientemente de la ruta elegida por Pedro?

Ante este nuevo cuestionamiento, los estudiantes arrastran el punto I y observan los tiempos tras tabular los datos con el comando de animación de la tabla. Con ello, ofrecen una respuesta al interrogante planteado satisfactoriamente. Finalmente, para acabar el problema el taller y el problema de los corredores, cambio la velocidad de Pedro en Fango a 16 km/h y pido nuevamente que resuelvan el problema. A pesar de presentar dificultad otra vez en la conversión de las unidades, solventada esta resuelven adecuadamente la nueva tarea, localizando sin esfuerzo el rango de valores donde Pedro le gana a Juan.

Como cierre del taller, presento como conseguir realizar la gráfica del tiempo respecto de la longitud del segmento \overline{NI} , realizo un estudio cualitativo del problema a partir de la gráfica y concluyo el taller.

El Caso de Alonso

Alonso es el sujeto que trabaja solo durante todo el taller. Desde el principio este estudiante muestra una disposición excelente, motivado si cabe por trabajar en un

ambiente novedoso para él al incorporar software y un ordenador para hacer matemáticas, más si cabe al ser el único sujeto del estudio que no dispone de ordenador en su casa. Por otro lado, Alonso muestra una capacidad matemática superior a las de sus compañeros/as durante todo el taller y en especial en la resolución del problema de los corredores. El estudiante comienza la resolución con un diagrama de la situación problemática en su cuaderno, estableciendo incógnitas para aquello que desconoce (Figura Anexo I- 22).

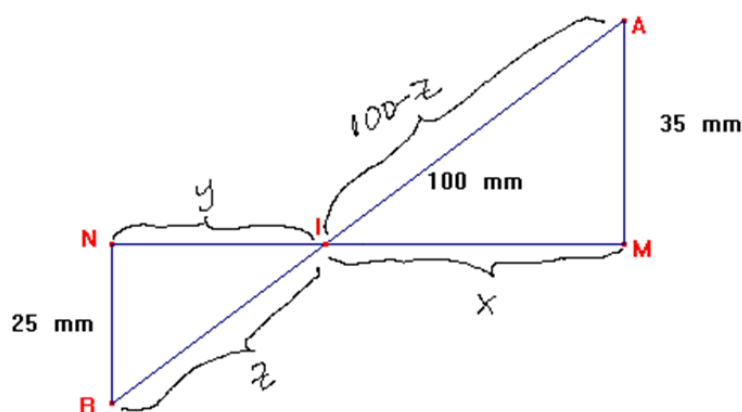


Figura Anexo I- 22. Problema de los corredores, modelo de Alonso

Pronto advierte que no dispone de todos los datos para construir el modelo de la situación problemática en Cabri al desconocer la longitud \overline{NM} . Así comienza a trabajar con lápiz y papel con el objetivo de hallar las incógnitas x e y (Figura Anexo I- 22). Aplica el teorema de Pitágoras sobre los triángulos $\triangle AIM$ y $\triangle NIB$, con lo que obtiene el siguiente sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas:

$$\begin{aligned} 100 - z &= \sqrt{x^2 + 35^2} \\ z &= \sqrt{25^2 - y^2} \end{aligned}$$

Tras realizar varios intentos para resolver dicho sistema, cambia de estrategia y analiza si con la medida del ángulo descrito por \overline{AI} y \overline{NM} puede obtener algún dato significativo. Tras veinte minutos de intento, decide construir también su modelo a escala por ensayo y error, es decir, arrastrando los vértices N o M hasta que el valor del segmento \overline{AB} es 100 (Figura Anexo I- 17)

Tras la construcción del modelo, mide los segmentos \overline{NI} , \overline{IM} , \overline{AI} e \overline{IB} , comprobando las mediciones obtenidas con las realizadas por él con lápiz y papel, observa que dan los mismos valores y decide dar por válido el modelo construido. Esta comprobación informa que el estudiante es consciente de que su modelo no está bien construido (en el sentido de que no soporta la prueba del arrastre) y que necesita, para seguir avanzando tener cierta certeza de que el modelo es fiel a la situación descrita en el problema.

Solo 1 hora después del inicio de la actividad, Alonso tiene en su disposición todos los elementos necesarios para resolver el problema, es decir, dispone de un modelo a escala, conoce la fórmula de la velocidad y, por ende, la que expresa el tiempo en función de la distancia y de la velocidad, luego dispone de todas las distancias. Como los demás estudiantes, comienza trabajando sobre la trayectoria recta descrita por el segmento \overline{AB} y calcula los tiempos de Juan y Pedro para esa trayectoria. Tras ello, a diferencia de los demás estudiantes supone diversas rutas sobre las que calcula los distintos tiempos para Pedro y Juan. Las primeras en las que trabaja son las rutas pseudo-ideales para Pedro y Juan (Figura Anexo I- 20 y Figura Anexo I- 21). Es relevante hacer notar que Alonso sintió la necesidad de comprobar más rutas por sí mismo.

Advirtiendo la rapidez con la que Alonso cada vez está más cerca de resolver el problema y con objeto de que no se aburriera, decido sugerirle realizar el análisis sobre una trayectoria arbitraria desplazando el punto I sobre \overline{NM} de una de las trayectorias alternativas que está analizando. Alonso considera la sugerencia, borra las distintas rutas realizadas y desarrolla nuevamente sus cálculos sobre una hipotética trayectoria $AI \rightarrow IB$. Después de obtener diversos tiempos para distintas trayectorias arrastrando I , emite una solución del problema, instante en el que cuestiono su respuesta (Extracto Anexo I- 8):

Extracto Anexo I- 8. Memoria tercer ciclo

Alonso-Solución, Juan gana la carrera siempre y cuando se vaya por el punto en el que hace mínimo su tiempo ya que éste es menor que el tiempo mínimo de Pedro.

Observador-Imagina que yo soy el entrenador de Juan. ¿Por dónde tengo que avisarle para que cruce del terreno de tartán al terreno lodoso? (Codina, 2000, p. 98)

Alonso advierte que necesita conocer otro dato, bien y o bien x (Figura Anexo I- 22). Para ello mide la distancia $N \rightarrow I$ y establece un sistema de ejes coordenados con centro N . A la vista de ello, le propongo tabular los datos (le cuerdo como hacerlo) y le cuestiono acerca del rango de valores para los que Juan es seguro que gana la carrera con independencia de la ruta que seleccione Pedro. Alonso obtiene la respuesta correcta. A continuación le muestro como obtener la gráfica del tiempo en función de la distancia. Con ella, el estudiante y sin pedirlo yo explícitamente, realiza un análisis cualitativo llegando a conclusiones similares a las obtenidas con los valores numéricos anteriormente obtenidos.

Finalmente, para abordar el problema modificando la velocidad de Pedro en Fango a 16 km/h, Alonso aprovecha la construcción realizada y modifica sólo los datos necesarios e implicados. Con ello nuevamente establece el rango en los que Juan se asegura ganar independientemente de la trayectoria elegida por Pedro.

Como ya he mencionado, la memoria de tercer ciclo es el primer desencadenador de mi trabajo de tesis. Los resultados obtenidos han provocado en mí la necesidad de indagar con mayor profundidad en ellas. En este sentido, se obtuvo que la tecnología:

- Permite que los estudiantes de secundaria aborden con relativo éxito la resolución de problemas de optimización no rutinarios.
- Permite a los estudiantes fomentar los procesos de validación durante la resolución de problemas así como mejorar la comprensión de resultados.
- Permite a los estudiantes trabajar dinámicamente con distintos sistemas de representación, facilitando el tránsito entre las representaciones.
- Los estudiantes presentan dificultades asociadas con la modelización de las situaciones problemáticas en la tecnología.
- Los estudiantes presentan dificultades cognitivas asociadas con la adaptación al micromundo generado por el uso de la tecnología.

A continuación muestro el análisis retrospectivo del trabajo de tercer ciclo.

1.4. Visión retrospectiva

El análisis retrospectivo dio lugar a un conjunto de interrogantes o preguntas abiertas cuyo intento de respuesta origina la realización de la Experiencia Inicial. En este

sentido, mi intento por dar respuesta de las preguntas me ha servido como elemento motivador y, aunque sus enunciados pueden ser ingenuos, propios de un estudiante que inicia los estudios de doctorado, han posibilitado que pueda ir perfilando mis objetivos de investigación. Las preguntas son:

- ▶ ¿Puede el software de geometría dinámica ser un elemento obstaculizador en la resolución de problemas de optimización?
- ▶ ¿Cómo han influido los conocimientos matemáticos de los sujetos a la hora de abordar el problema de optimización?
- ▶ La noción de variabilidad de variables y en particular, la concepción que de ella tienen los sujetos, ¿puede ser un obstáculo en el proceso de resolución de problemas de optimización?
- ▶ ¿Cómo influye la presentación de los datos y las transformaciones (conversiones de medidas)?
- ▶ ¿Cómo influye el modelo en la resolución de problemas de optimización? ¿Tiene que aparecer en el enunciado? ¿Y su construcción en el software?
- ▶ ¿Cómo influye la visualización de acciones en el software en el proceso de resolución?
- ▶ ¿Cuál es la metodología de investigación que nos pueda brindar las herramientas necesarias para abordar nuestra investigación?
- ▶ ¿Qué técnicas son susceptibles de ser empleadas?

2. *Experiencia Inicial*

La Experiencia Inicial relaciono la utilización de Cabri con la resolución de problemas y surgió a raíz de las preguntas abiertas señaladas en la visión retrospectiva de la MTC. En concreto, el objetivo principal lo focalicé en observar y describir el desempeño de un conjunto de estudiantes para maestro, a la hora de resolver un problema de optimización, usando Cabri. El tipo de problema de optimización usado nuevamente es de distancias y es un precedente directo del problema que utilizaré en esta investigación.

2.1. Contexto

En la experiencia inicial participaron nueve estudiantes (5 mujeres y 4 hombres) de segundo curso de la diplomatura de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Almería. Dichos estudiantes fueron voluntarios de entre el conjunto de alumnos que habían seguido un taller de iniciación a Cabri, de 5 horas de duración, impartido como parte de la asignatura “La geometría y la medida en la educación primaria”.

Al igual que en la MTC, la investigación constaba dos bloques. En el primer bloque, los 9 estudiantes recibieron un taller de profundización en el manejo de Cabri, de 10 horas de duración, mientras que en el segundo bloque, los estudiantes tuvieron que resolver un problema de optimización del tipo de distancias. La distribución de los sujetos fue intencional para el segundo bloque, atendiendo a la destreza-capacidad mostrada durante las actividades desarrolladas en el bloque I. De esta forma, consideré tres parejas mientras que otros tres realizaron las actividades individualmente (Tabla Anexo I- 1).

Tabla Anexo I- 1. Muestra, experiencia inicial.

Tipo	Estudiante	Destreza-capacidad
Pareja 1	A1ExpIni	Baja
	A2ExpIni	Baja
Pareja 2	A3ExpIni	Baja
	A4ExpIni	Elevada
Pareja 3	A5ExpIni	Media
	A6ExpIni	Elevada
Individual	A7ExpIni	Baja
Individual	A8ExpIni	Media
Individual	A9ExpIni	Bueno

Esta distribución intencional de los estudiantes obedeció a dos aspectos. En primer lugar, el caso de Alonso descrito en la MTC (Anexo I, p. 24) me sugirió observar el desempeño de estudiantes trabajando solos y con distinta destreza-capacidad. En segundo lugar, la posibilidad de establecer parejas formadas con estudiantes de distinto nivel de destreza y capacidad.

En cuanto al espacio de desarrollo, para el bloque I utilicé un aula de informática con puestos para cada pareja de estudiantes y un cañón proyector conectado al ordenador del docente. Para el segundo bloque, utilicé el seminario del departamento de didáctica de la matemática. En dicho seminario situé los estudiantes sentados en una mesa y frente a

ellos, en otra mesa, un ordenador con el software Cabri. Para la captura de las acciones de los estudiantes, dispuse una cámara de video en el centro del seminario. Con ello pretendía, por un lado, observar cuando los estudiantes sentían la necesidad de utilizar Cabri (los estudiantes tenían que levantarse y desplazarse hasta el ordenador situado en otra mesa para poder utilizarlo). Por el otro lado, la situación de la cámara de video permitía grabar el audio y el video de ambos espacios con un leve giro de la misma. Así, pude videograbar tanto el trabajo con lápiz y papel como aquel realizado en la mesa del ordenador. La investigación contó con la participación de dos investigadores-observadores. En la Figura Anexo I- 23 presento la distribución de estos elementos en el seminario.

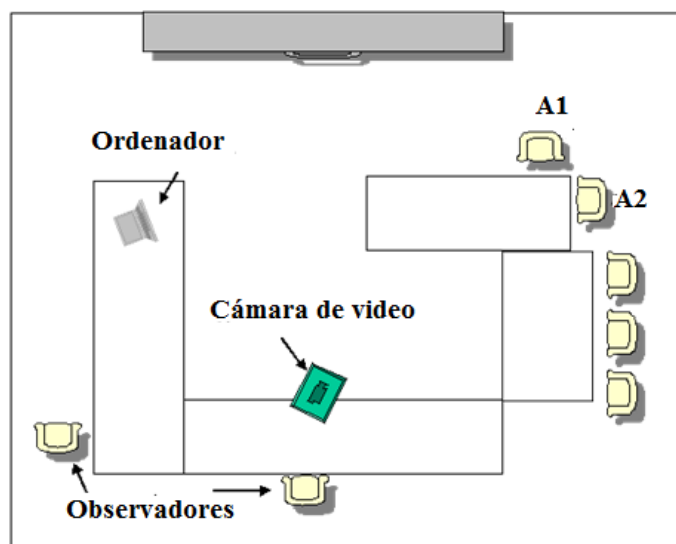


Figura Anexo I- 23. Espacio de observación, experiencia inicial

Al igual que antes, la investigación es de corte cualitativa, encuadrada en las investigaciones descriptivas, con una observación participante para el primer bloque y no participante para el segundo.

2.2. Descripción de actividades y secuenciación

El taller de iniciación a Cabri tiene una duración de 5 horas lectivas y consiste en una aproximación inicial al funcionamiento, principales comandos y posibilidades del software Cabri. Este primer taller aborda la construcción de objetos geométricos fundamentales, cómo articular varias de esas construcciones, se muestra las propiedades de algunas de ellas, se trabajan los comandos principales, cambios de estilo, etcétera. En este periodo presto especial interés en presentar las peculiaridades de los objetos de

dependen de construcciones previas así como introducir la noción de arrastre como criterio y test de validación.

El taller de profundización, de carácter no lectivo y en el que participan los 9 estudiantes voluntarios tiene una duración de 10 horas. A lo largo de este taller, los sujetos profundizan en el manejo del software y resuelven actividades similares a las descritas en la memoria de tercer ciclo. En este sentido, llevan a cabo actividades para el estudio de propiedades geométricas de círculos y triángulos, utilización de la traza, la animación de objetos, tabulación de datos, el manejo de variables numéricas o la herramienta calcular. Durante todo bloque, dos observadores conducimos el desarrollo del taller y ayudamos en el aprendizaje del software y en la realización de las actividades.

El segundo bloque consiste en la resolución del problema de optimización denominado De las estaciones, cuyo enunciado más conocido es:

Las ciudades A y B están al mismo lado de una vía del tren, a las distancias de 5 y 10 km. La distancia en línea recta entre A y B es de 13 km. La compañía de ferrocarriles propone construir una estación (E) para las dos ciudades. ¿Cuál es el mejor lugar para construir la estación? El terreno es plano y no hay obstáculos para construir las carreteras desde A y B hacia E.

Se realizaron seis sesiones de observación (3 para las parejas y 3 para los sujetos individuales). Al inicio de cada sesión de observación, comunico a los estudiantes que pueden utilizar, cuando estimen oportuno, el ordenador con Cabri, informo que la duración máxima estimada es de 30 minutos y que no pueden recibir ayuda.

A continuación describo las principales actividades del bloque I y centraré la atención especialmente en el segundo bloque.

2.2.1. Bloque I. Taller de profundización.

Como una de las actividades iniciales del taller de profundización propongo, al igual que en la memoria de tercer ciclo, la construcción de un cuadrado sin utilizar el comando polígono regular. El objetivo es afianzar la noción de arrastre o *dragging* como test, el manejo de la transferencia de medidas y la utilización del comando

compás. Con posterioridad, los estudiantes realizan diversas actividades relacionadas con la construcción de triángulos, el empleo de las distintas posibilidades de representación de datos (tabulación, datos calculados) y la realización de conjeturas. Finalmente, siguiendo el modelo de la memoria de tercer ciclo, realizamos la actividad de obtener la recta de Euler. A modo de ejemplo detallo la actividad denominada “Triángulo 1” pues en ella los estudiantes pueden poner en juego la mayoría de los comandos y herramientas susceptibles de ser empleadas para la resolución del problema de las estaciones. Es decir, los estudiantes profundizan en los conceptos de objeto dependiente e independiente y pueden utilizar la transferencia de medidas, el compás, la animación, la animación múltiple, la tabulación de datos, la calculadora, el arrastre de puntos libres, etcétera.

Actividad Triángulo 1

Abre el archivo Triangulo1.fig (Figura Anexo I- 24) en el que se muestran tres segmentos a, b y c. Se pide que construyas un triángulo de forma que la longitud de los segmentos a, b y c sean la longitud de sus tres lados y la Figura resultante verifique la prueba del arrastre (es decir, no se deforma al arrastrar alguno de sus componentes). Investiga, arrastrando alguno de los extremos de los segmentos a, b y c, que ocurre con el triángulo. ¿Encuentras alguna relación?

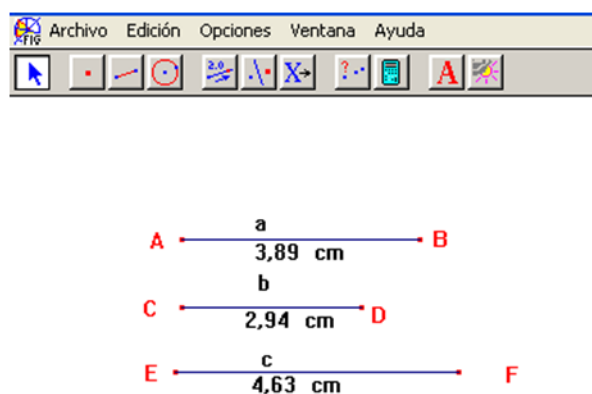


Figura Anexo I- 24. Imagen del archivo Triángulos1.fig, experiencia inicial

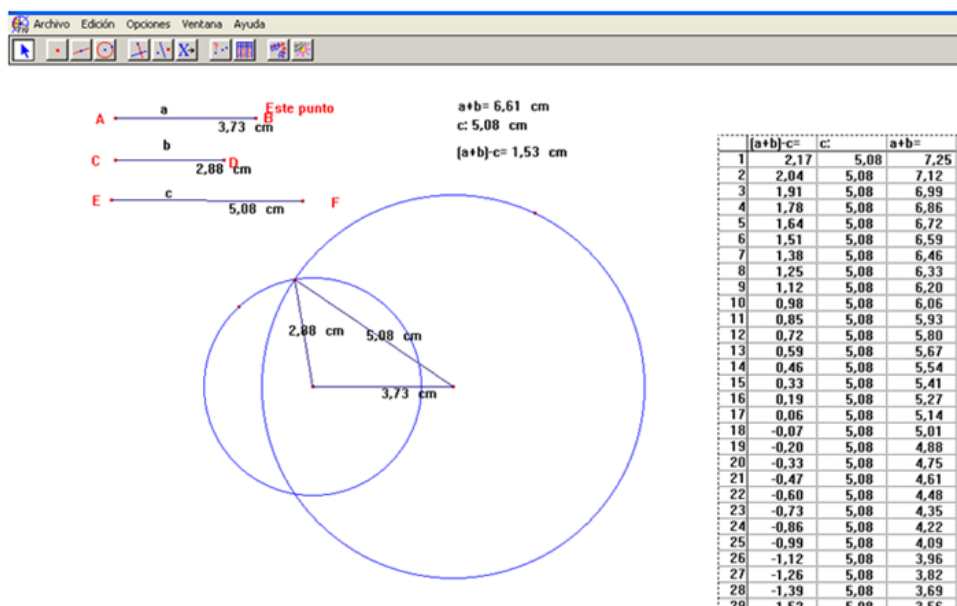


Figura Anexo I- 25. Resolución actividad 1, experiencia inicial

Otras actividades relacionadas con los triángulos que abordan los estudiantes son:

Actividad Triángulo 2

Abre el archivo Triangulo2.fig (Figura Anexo I- 26) en el que se muestran tres segmentos a , b y mediana. Se pide que construyas un triángulo de forma que la longitud de los segmentos a , b , sea la longitud de dos de sus lados y mediana sea la longitud de una de las medianas. Comprueba que la Figura resultante verifica la prueba del arrastre.

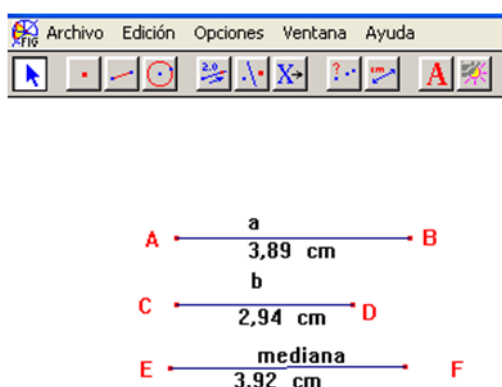


Figura Anexo I- 26. Datos actividad 2, experiencia inicial

Actividad Triángulo 3

Abre el archivo *Triangulo2.fig* (Figura Anexo I- 27) en el que se muestran tres segmentos a , b y altura. Se pide que construyas un triángulo de forma que la longitud de los segmentos a , b , se la longitud de dos de sus lados y altura sea la longitud de una de sus alturas. Comprueba que la Figura resultante verifica la prueba del arrastre.

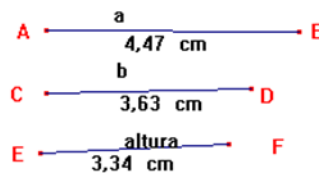
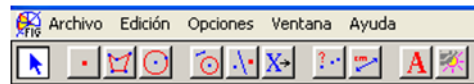


Figura Anexo I- 27. Datos actividad 3, experiencia inicial

Actividad Triángulo 4.

Abre el archivo *Triangulo2.fig* (Figura Anexo I- 28) en el que se muestran tres segmentos a , b y ángulo. Se pide que construyas un triángulo de forma que la longitud de los segmentos a , b , se la longitud de dos de sus lados y ángulo sea el valor de ángulo que definen los segmentos a y b . Comprueba que la Figura resultante verifica la prueba del arrastre.

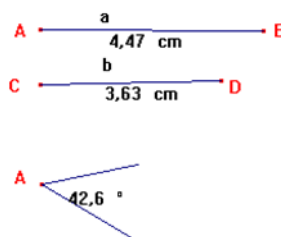


Figura Anexo I- 28. Datos actividad 3, experiencia inicial

Actividad 5- Construcción de la recta de Euler

Construye el baricentro, ortocentro y circuncentro de un triángulo cualquiera, ¿encuentras alguna relación entre esos tres puntos?

También, con objeto de que los estudiantes también trabajen la simetría axial, la traza y la animación se proponen las siguientes tres actividades:

Actividad 6- Construcción de un mosaico

Realizar un mosaico con figura base un triángulo equilátero (Figura Anexo I-29).

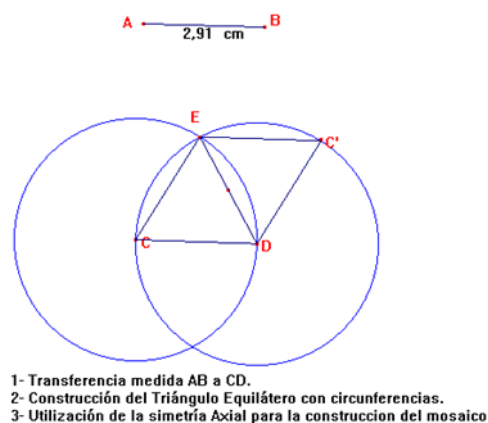


Figura Anexo I- 29. Actividad del mosaico, experiencia inicial

Actividad 7- Presentación de algunos cuerpos de revolución, el toro y el cono (Figura Anexo I- 30)

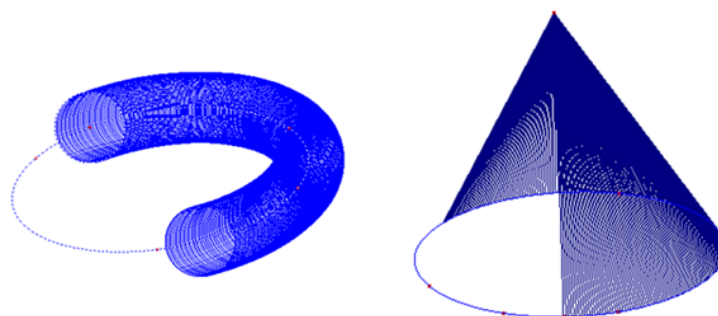


Figura Anexo I- 30. Actividad de cuerpos de revolución, experiencia inicial

2.2.2 Bloque II. El problema de la estación

El problema de la estación es un problema de optimización de los denominados de distancias (Camacho y González, 1998). Dado que teníamos 6 sesiones de observación, decido crear tres enunciados distintos del problema base descrito anteriormente de tal forma que, al menos, una pareja y un sujeto individual afronten la resolución del mismo enunciado. Entrego el enunciado en un papel que sólo contiene el texto, es decir, no se presenta el modelo-esquema de la situación. Los enunciados son:

Problema 1.

El agente 007 está en el yate del Doctor “No” situado a 250 metros de la costa. El objetivo de 007 es hacer estallar el yate pero debe parecer que él no está implicado, para ello necesita ir a la fiesta de la playa y dejarse ver. A continuación debe dirigirse lo más rápido posible a su yate, situado a 500 metros de la costa, y activar el detonador. La distancia en línea recta entre los dos barcos es de 650 metros. ¿Qué recorrido deberá hacer 007 para tardar lo menos posible suponiendo que nada con velocidad constante?

Problema 2.

En Villarobledo Alto existe una tradicional carrera. Partiendo de la charca del pueblo, los corredores deben tocar un muro y dirigirse a continuación hacia el olivo milenario situado al mismo lado del muro. El muro se encuentra situado a 250 y 500 metros, en línea recta, de la charca y del olivo respectivamente. Por otro lado, la distancia en línea recta entre la charca y el olivo es de 650 metros. ¿Qué recorrido deberán hacer los aldeanos para asegurarse correr la menor distancia?

Problema 3.

Las ciudades A y B están al mismo lado de una vía del tren, respectivamente a las distancias de 5 y 10 km. La distancia en línea recta entre A y B es de 13 km. La compañía de ferrocarriles propone construir una estación (E) para las dos ciudades. Obviamente se tienen que construir también carreteras desde A y B hacia E; el terreno alrededor de las ciudades es muy plano y no hay obstáculos para su construcción. ¿Cuál es el mejor lugar para construir la estación?

Todos tienen el mismo modelo-esquema subyacente. En la Figura Anexo I- 31 presento la construcción de dicho modelo sobre el software, mientras que en la Figura Anexo I- 32 presento el mismo modelo pero con los gráficos auxiliares ocultos.

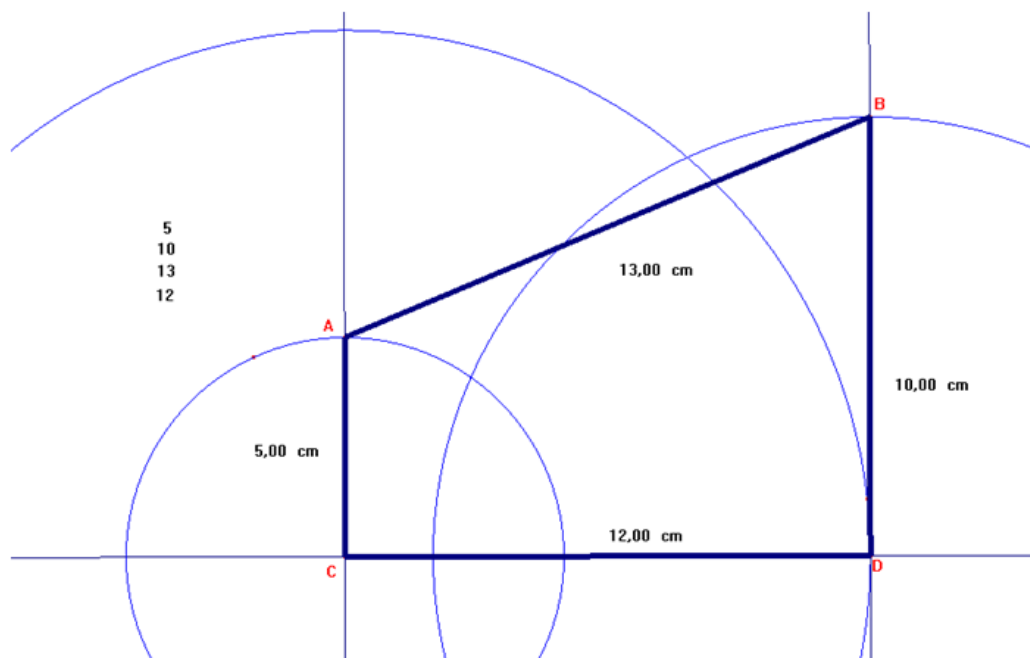


Figura Anexo I- 31. Problema de la estación, construcción del modelo

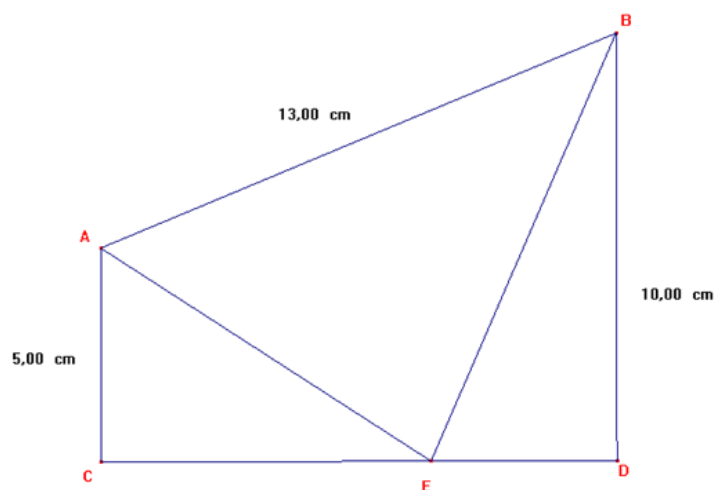


Figura Anexo I- 32. Problema de la estación, modelo

Al igual que ocurre con el problema de los corredores de la MTC, para la resolución de cualquiera de los tres enunciados del problema de la estación necesito conocer la medida del segmento \overline{CD} . Ella la obtengo aplicando el teorema de Pitágoras sobre el triángulo $\triangle ACD$ al ser la hipotenusa \overline{AD} igual que \overline{AB} , Así:

$$13^2 = CD^2 + 5^2 \rightarrow CD = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

Este valor me permite construir el modelo en Cabri y por tanto, realizar una primera aproximación a la resolución empleando el arrastre del punto E (Figura Anexo I- 33). Para ello, situó dicho punto E [Estación] sobre el segmento \overline{CD} , dibujó los segmentos \overline{AE} y \overline{EB} , obtengo sus medidas y las sumo con el comando calcular. A continuación, obtengo la medida de la distancia entre el punto C y el punto E . Con todo ello, basta ahora arrastrar E sobre \overline{CD} y observar cuando el valor de la suma de las distancias es mínima. Con una precisión de dos decimales, el mínimo se sitúa en un valor de 19,21 km, estando la estación está situada en el intervalo [3.73, 4.26] de distancia de C , tomando C como origen de un sistema coordenado con sentido positivo hacia D .

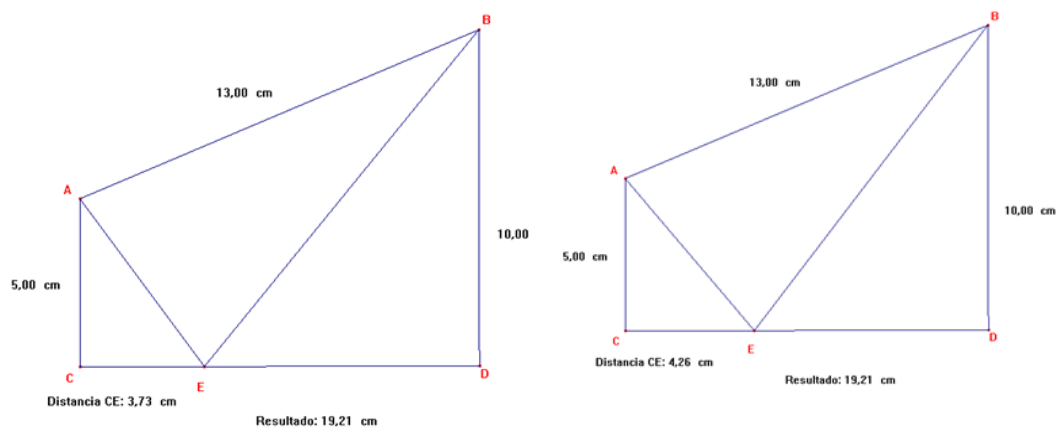


Figura Anexo I- 33. Problema de la estación, resolución por arrastre

Aunque esta resolución presentada el potencial de cálculo de Cabri es obvio que no es exacta. En este sentido, utilizo la estrategia heurística del “simétrico” para calcular exactamente el valor mínimo de la suma de las distancia $A \rightarrow E \rightarrow B$. Para ello elijo hacer el simétrico del punto A respecto al segmento \overline{CD} , obtengo un nuevo punto etiquetado como A' . A continuación dibujo el segmento que une A' con B . El punto de corte del segmento $\overline{A'B}$ con el segmento \overline{CD} me proporciona la situación de la estación, es decir, el punto E el cual debe situarse a 4 km de C (Figura Anexo I- 34).

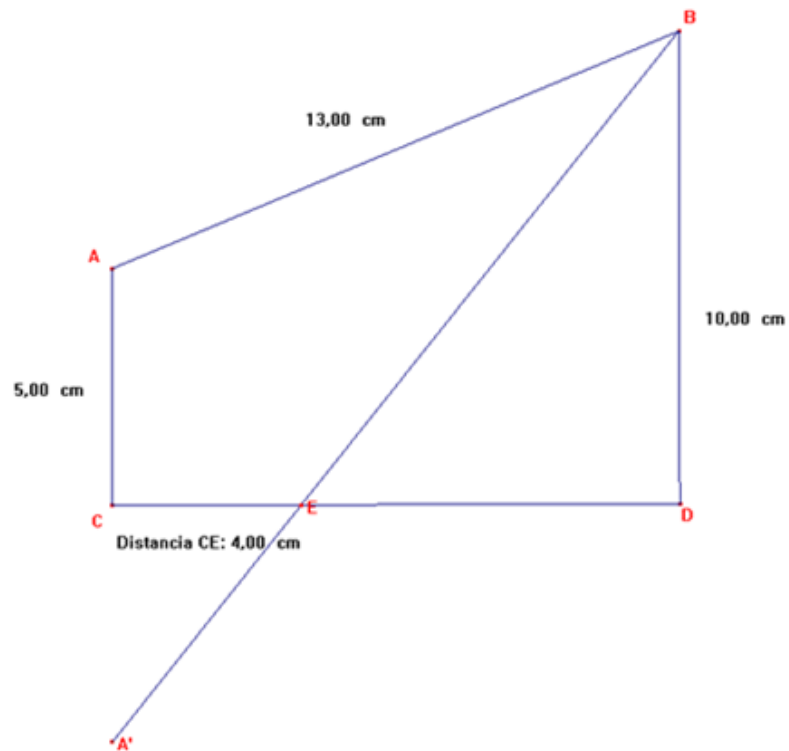


Figura Anexo I- 34. Problema de la estación, resolución por simetría

Al igual que en el problema de los corredores, el problema puedo resolverlo a través de la tabulación de datos, e igualmente puedo realizar la gráfica de la $dist(AE-EB)$ en función de $dist(CE)$ (Figura Anexo I- 35).

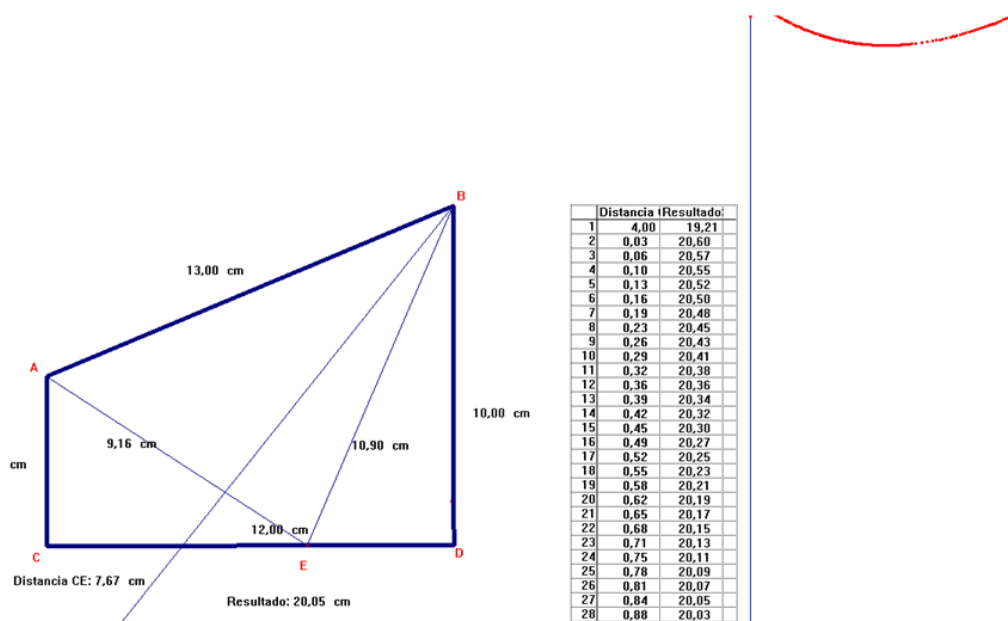


Figura Anexo I- 35. Problema de la estación, resolución por tabulación y gráfico

Dado que los estudiantes pueden o no levantarse para utilizar Cabri, presento a continuación dos resoluciones del problema con técnicas de lápiz y papel. La primera está basada en técnicas geométricas mientras que la segunda en técnicas algebraicas.

La resolución basada en geometría consiste en aplicar primero el teorema de Pitágoras para hallar el valor del segmento $A'B$ y posteriormente el teorema de Thales:

$$\text{Por el teorema de Pitágoras: } \text{dist}(A'B) = \sqrt{12^2 + 15^2} = \sqrt{369} = 19,209$$

$$\text{Por el teorema de Thales: } \frac{\text{dist}(DE)}{\text{dist}(DB)} = \frac{\text{dist}(CD)}{\text{dist}(AC)} \rightarrow \text{dist}(DE) = \frac{10 * 12}{15} = 8$$

La resolución basada en técnicas algebraicas utiliza las ecuaciones de rectas. Para ello establezco un sistema de ejes coordenados (Origen C y sentidos positivos hacia D y hacia A). Ello me permite identificar la estación como un punto E con coordenadas $(p, 0)$ con $p \in [0, 12]$. El objetivo ahora es averiguar el valor de p .

Establezco las coordenadas de $A=(0,5)$, $B=(12,10)$, $A'=(0,-5)$; luego el punto p es la intersección de la recta r_{CD} con la recta $r_{A'B}$.

La ecuación de $r_{A'B}$ es: $y = \frac{10 - (-5)}{12 - 0}(x - 0) - 5 = \frac{15}{12}x - 5$. Por tanto, el punto que busco es la intersección de $r_{A'B}$ con la recta $r_{CD}=0$. De donde $p=4$.

$$\frac{15}{12}x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \times 5}{15} = 4$$

2.3. Resultados

Primeramente voy a realizar algunas observaciones-resultados iniciales relativos al taller de perfeccionamiento para a continuación centrarme en los resultados obtenidos en la actividad del problema de las estaciones.

2.3.1. Resultados del bloque I.

Como he señalado, parte de las actividades realizadas en este bloque son semejantes a las planteadas en la memoria de tercer ciclo y en cierto modo he encontrado situaciones similares a las ya descritas. Por otro lado, dado el carácter de taller que tenía

este bloque y que las actividades eran dirigidas, las observaciones-resultados son generalistas al conjunto de los nueve estudiantes participantes.

He detectado que en la actividad de construcción del cuadrado sin utilizar el comando polígono regular, los estudiantes actúan de forma similar a la descrita en la memoria de tercer ciclo, es decir, construyen el cuadrado arrastrando y a “ojo”. Este hecho es persistente a lo largo de las demás actividades a pesar de que los observadores-docentes pusimos especial interés en trabajar la diferencia entre figura y dibujo en Cabri, es decir, que la construcción soporte la prueba del arrastre.

En cuanto a la actividad “triángulo 1”, los estudiantes muestran cierto conocimiento sobre la forma de proceder (utilizan la transferencia de medidas y circunferencias). En cambio, para el estudio de las relaciones entre los lados de un triángulo, los sujetos no fueron capaces de deducir dichas relaciones, ante lo cual, tuve que intervenir. Entre las actuaciones más comunes encontré la puesta en juego de sólo dos de sus lados, obviando el tercero; dividir lado entre lado o arrastrar vértices y observar que ocurría. Es sólo cuando indico que relacionen de alguna forma los tres lados que un sujeto suma dos de ellos y observa, al arrastrar un vértice, cuando dicha suma era menor y cuando mayor al tercer lado.

Aunque la actividad triángulo 1 necesito algo más de guía, las demás actividades con triángulos no necesito especial atención por mi parte, salvo recordar que es una mediana, que es una altura y cómo construir un ángulo.

2.3.2. Resultados del bloque II.

Primero presento algunos resultados generales para, a continuación, describo con mayor profundidad los resultados obtenidos para las parejas y para los sujetos que trabajaron individualmente. Finalmente intento sintetizar la información obtenida apoyándome en el modelo de Schoenfeld (1985).

En primer lugar, ninguna de las parejas ni de los sujetos que trabajan individualmente obtuvo la solución del problema sin ayuda de los observadores-investigadores, en mayor o menor medida. El sujeto A7ExpIni no llegó a emitir una solución adecuada incluso con la ayuda de los investigadores-observadores. La pareja 3,

a pesar de haber mostrado cierta habilidad durante el desarrollo del taller de profundización, decidió no utilizar Cabri.

En segundo lugar, la variable modelo (recuerdo que en el texto con el enunciado del problema que entrego a los estudiantes no tiene dibujado el modelo-esquema de la situación) es determinante en los intentos de resolución sin éxito de todos los sujetos de estudio. Así, tras observar que la pareja 1 y 2 emplean la mayoría del tiempo y esfuerzos en la búsqueda de dicho modelo-esquema, decido que a partir de entonces voy a proporcionar a los restantes sujetos el modelo-esquema de la situación. La Figura Anexo I- 36 muestra varios intentos de ambas parejas en la que utilizan una representación triangular que no les permite aproximarse a la solución.

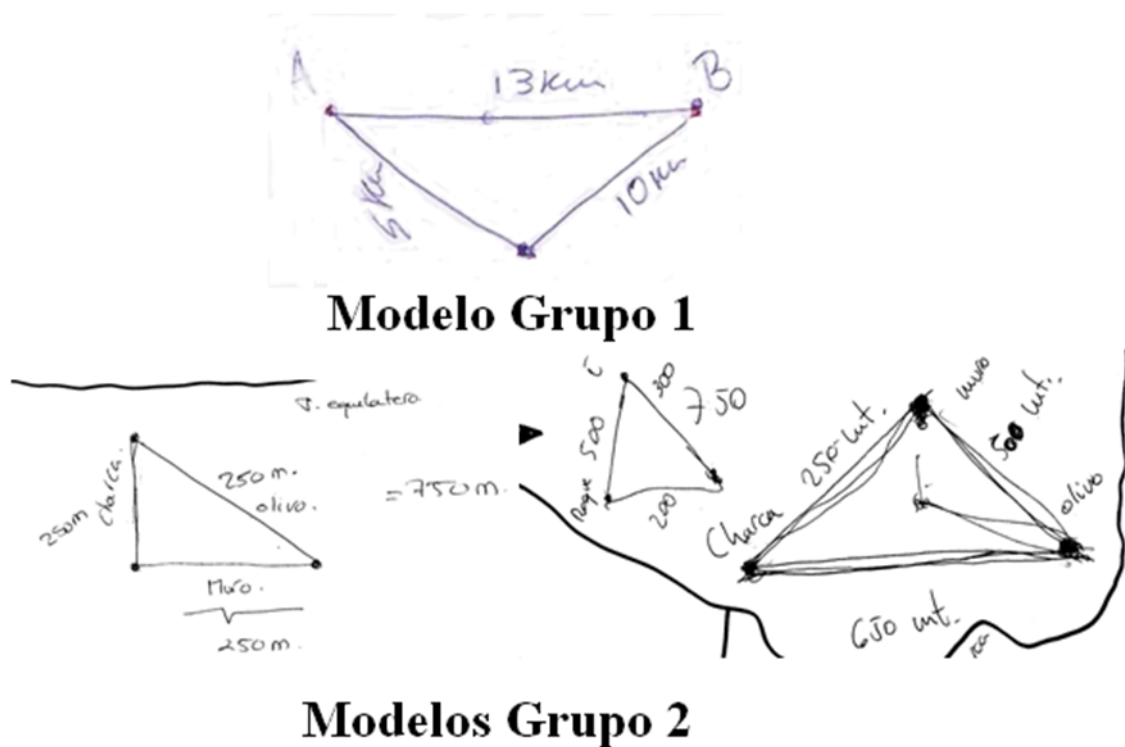


Figura Anexo I- 36. Problema de la estación, modelos pareja 1 y 2

Sitúo ahora mis observaciones-resultados una vez que los sujetos disponen del modelo-esquema.

En tercer lugar y de forma similar a lo detectado en la memoria de tercer ciclo, los estudiantes pasados unos pocos minutos de reflexión sobre el modelo y el enunciado, y tras la realización de algunas operaciones, emiten una respuesta-solución del problema. Dicha respuesta viene dada por la siguiente trayectoria (Figura Anexo I- 37).

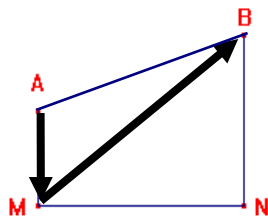


Figura Anexo I- 37. Problema de la estación, ruta AMB

Cuando cuestiono dicha solución, las argumentaciones de los sujetos están basadas en reflexiones intuitivas, aproximaciones numéricas y/o comparación de longitudes. Este es el caso de la pareja 1, que declara: *-Si primero baja hacia el muro [señala la trayectoria] y luego va por la diagonal, entonces el camino es más corto ya que da menos rodeo.* Asimismo, tras el cuestionamiento anterior y pasados unos pocos minutos, las parejas 1, 2 y el sujeto A7ExpIni abandonan la resolución del problema. En cambio, la pareja 3 y los sujetos A8ExpIni y A9ExpIni, tras mi cuestionamiento calculan la longitud de otras trayectoria, en concreto, las trayectorias AM-MB y AM-MN-NB. Para ello emplean el teorema de Pitágoras para obtener la medida de \overline{MB} y de \overline{MN} . Aunque no lo hacen correctamente, el método gráfico auxiliar utilizado fue adecuado (Figura Anexo I- 38). Desarrollo ahora estos tres casos:

La Figura Anexo I- 39 muestra el proceder el sujeto A8ExpIni. Éste calcula la medida de las rutas $A \rightarrow M \rightarrow B$ y $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$. Para obtener la medida de la distancia entre M y B , así como de la distancia entre A y N , A8ExpIni pone en juego el teorema de Pitágoras (Figura Anexo I-1). Obtenidos los valores anteriores, A8ExpIni afirma que la ruta más corta es $A \rightarrow M \rightarrow B$ y que por tanto, la estación debe de situarse en el punto M . Ante dicha respuesta, cuestiono nuevamente si dichas rutas son las únicas posibles. A la vista de mi cuestionamiento, el estudiante cae rápidamente en la cuenta de que existen más rutas y decide trabajar con el software, levantándose de la mesa y dirigiéndose hacia la mesa con el ordenador.

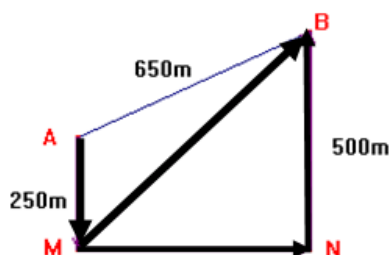


Figura Anexo I- 38. Problema de la estación, rutas pareja 3, alumno 8 y 9

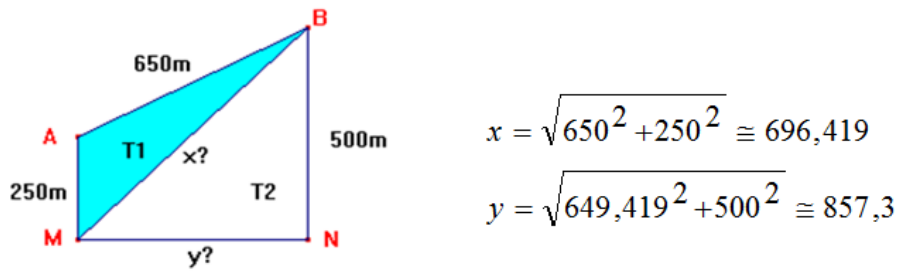


Figura Anexo I- 39. Problema de la estación, cálculos rutas sujeto 8

Por su parte, el estudiante A9ExpIni en cambio basa su razonamiento sobre el triángulo $\triangle APB$. Obtiene, por paralelismo, que la medida de \overline{AP} es igual que la de \overline{MN} . Aunque el razonamiento gráfico es pertinente, A9ExpIni comete varios errores a parte de la incorrecta utilización del teorema de Pitágoras. Entre ellos, la utilización de toda la longitud del segmento \overline{NB} (que recuerdo es 500m.) como medida de \overline{PB} (que recuerdo es 250 m.). Obtiene un valor de 820,06 m. Similar procedimiento efectúa para calcular la medida de \overline{MB} , para lo cual utiliza el triángulo $\triangle AMB$. Obtiene un valor de 696,41 (Figura Anexo I- 40). Como le ocurre al sujeto A8ExpIni, cuando cuestiono la existencia de otras rutas, A9ExpIni reacciona rápidamente y cae en la cuenta de considerar rutas alternativas. Igualmente empieza a trabajar con el software.

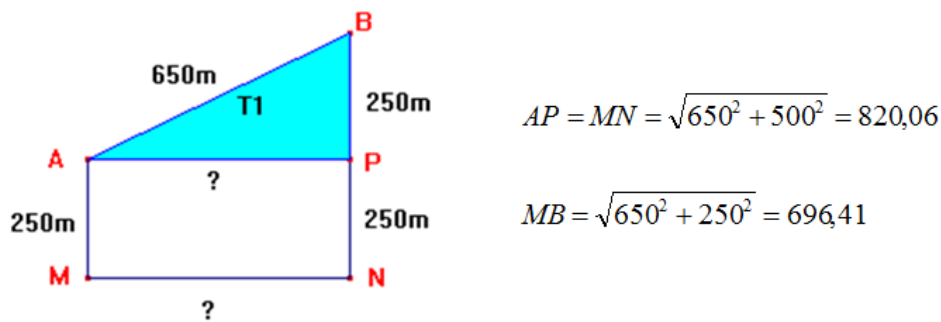


Figura Anexo I- 40. Problema de la estación, cálculo rutas sujeto 9

La pareja 3, efectúa el mismo procedimiento que A9ExpIni aunque ellos si utilizan los valores correctos para calcular la medida del segmento \overline{PB} (250 m). De esta forma obtiene que $? = AP = MN = \sqrt{650^2 + 250^2} = 696,419$. La pareja 3 se toma la licencia de considerar dicho valor como 700. Con dicha medida (recuerdo que dicho pareja no utilizó en ningún momento el ordenador), calculan la longitud del segmento \overline{MB} obteniendo un valor de 860,2. Suman las medidas de las trayectorias obteniendo

que para $A \rightarrow M \rightarrow B$ un valor de 1110,23, mientras que para $A \rightarrow N \rightarrow B$ obtienen un valor de 1243,3. En este punto, la pareja afirma que la primera es la más corta y es la solución del problema.

Al igual que para A8ExpIni y A9ExpIni, cuando cuestiono si dichas rutas son las únicas, la pareja detecta que puede ser que la ruta que pasa por el punto medio del segmento \overline{MN} puede tener un valor inferior. Utilizando el mismo procedimiento obtienen un valor de 1040,3, valor inferior a los dos anteriores. Este hecho les confunde y provoca que acepten la posibilidad de que existan otros puntos en los que la medida sea menor y los pintan sobre el dibujo-modelo con el que están trabajando. Llegado a este punto, la pareja 3 sitúa un punto genérico x sobre el segmento \overline{MN} , establecen que dicho punto está a una distancia x de M y a $(700-x)$ del N (Figura Anexo I- 41). La pareja muestra en este instante una prenoición de variación de la variable x y situándose en un punto de partida adecuado en la búsqueda de una fórmula que les proporcione el punto x en función de la distancia de éste a M . A pesar de ello, la pareja 3 no obtiene dicha función y pasados unos minutos abandonan la resolución.

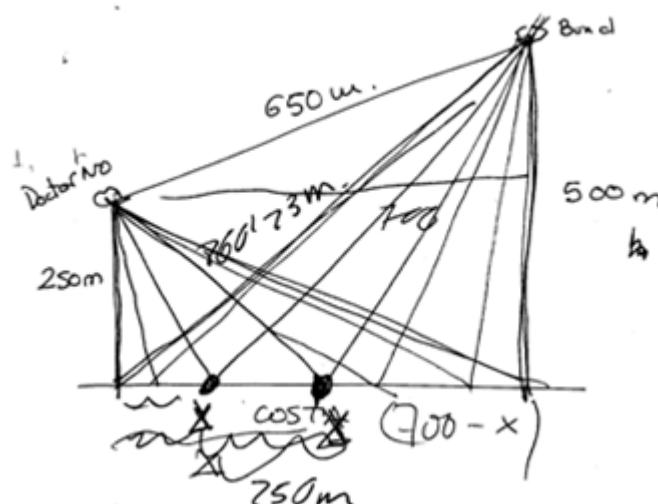


Figura Anexo I- 41. Problema de la estación, planteamiento rutas pareja 3

En cuarto lugar y en referencia a la utilización del software. Recuerdo que A7ExpIni no utilizó el ordenador en ningún momento (no llega a comprender el enunciado del problema, estando desbordado prácticamente desde el principio de la actividad) y que la pareja 3 tampoco lo utiliza, a pesar de ser los sujetos que mayor destreza demuestran en el manejo del software durante el taller de profundización. Cuestionados ante ello, la

pareja 3 argumenta que se olvidan de su existencia al estar toda su atención puesta en la realización de las operaciones con lápiz y papel y al disponer de una calculadora básica (que le entrego a petición suya) para hacer las operaciones.

En cuanto a las parejas 1 y 2, ambos usan Cabri para construir el modelo que creían correcto (recuerdo que ambos basan sus razonamientos sobre un modelo triangular, Figura Anexo I- 42). Para ambas parejas, el ordenador ejerce como una mesa de dibujo la mayor parte del tiempo. Además, a pesar de haber trabajado insistentemente los comandos de edición numérica y transferencia de medidas, ambas parejas utilizan la técnica del arrastre para intentar, sin éxito, establecer las medidas de los segmentos. Y a lista de no obtener los valores correctos, ambas parejas admiten como adecuados los valores aproximados obtenidos. Adicionalmente para la pareja 1, el recurso también ejerce de elemento auxiliar para el control del progreso en su intento de resolución. La pareja 1 procedió de la siguiente manera: Inicialmente, la construcción del modelo en Cabri lo inician con un esquema lineal (Figura Anexo I- 42, modelo 1). Este modelo es abandonado por otro triangular (arrastrando vértices y para el tercer lado, uniendo los vértices “olivo” y “charca”, Figura Anexo I- 42, modelo 2). La pareja espera obtener una medida de 6,00 (como señala el enunciado), cuando obtienen un valor de 5,68, caen en la cuenta de que su modelo es errónea al ser casi los otros dos lados correctos. Algo contrariados vuelven a la mesa de trabajo con lápiz y papel. En este momento, el trabajo con el software ejerce de control del progreso y como herramienta de validación. Tras unos breves minutos razonando sobre el modelo a obtener, vuelven a utilizar Cabri, realizan el modelo 3 que desechan rápidamente y los modelos 4 y 5 para buscar otro enfoque. En esta situación, decido intervenir y proporcionar el modelo. Ello se debe a que los sujetos no avanzan en la resolución del problema y el tiempo estimado de la sesión se está agotando (Figura Anexo I- 42, modelo 6).

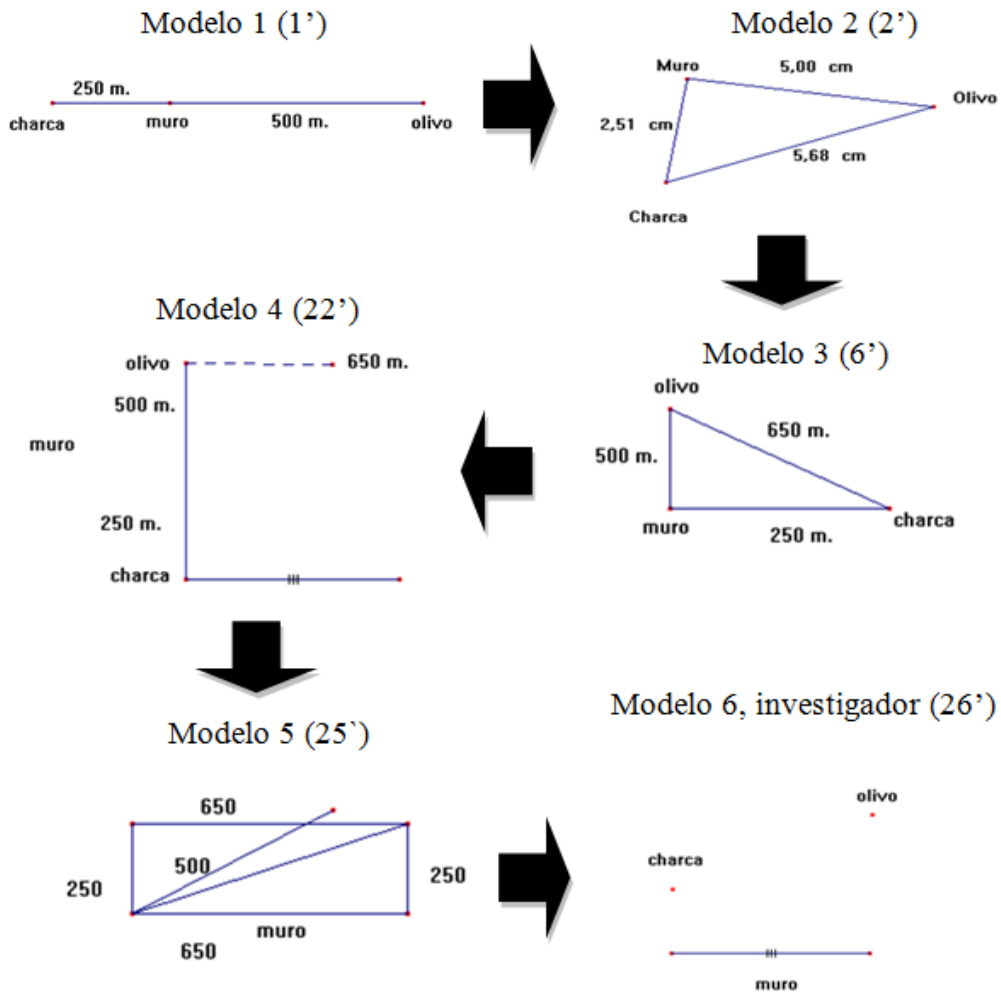


Figura Anexo I- 42. Problema de la estación, construcción modelo pareja 1

Ya con el modelo adecuado, el sujeto A2ExpIni propone analizar el siguiente recorrido



Figura Anexo I- 43. Problema de la estación, ruta sujeto 2



Figura Anexo I- 44. Problema de la estación, ruta sujeto 2

A la vez, el sujeto A1ExpIni señala el mismo recorrido y añade otro que pasa por el punto medio de la base (Figura Anexo I- 45).



Figura Anexo I- 45. Problema de la estación, ruta sujeto 1

A continuación, ambos sujetos releen el enunciado, tras el cual el sujeto A1ExpIni emite una primera solución (el recorrido inicial propuesto por ambos). Ante ello, decido preguntar: *-¿Seguro?*, a lo que A1ExpIni responde: *-Bueno, ya no sé... por el punto medio... tendría que probarlo*. En este punto del proceso de resolución, los observadores coinciden en que la pareja parece haber estado trabajando cada uno por su lado. Tras un breve silencio, A2ExpIni dibuja la Figura Anexo I- 46, para lo cual considera la longitud del muro como la suma de los otros dos lados. Obtiene un valor de 750. A continuación sitúa el punto medio en 375, instante en el que el sujeto A1ExpIni le pregunta por qué sabe que mide eso. Esta pregunta bloquea a A2ExpIni que no responde. Instantes después, ambos sujetos deciden abandonar la actividad.



Figura Anexo I- 46. Problema de la estación, planteamiento sujeto 1

La pareja 2, utilizan el software para trabajar la estrategia de ensayo y error. El proceder de esta pareja es el siguiente: una vez construido el modelo triangular y motivado por las actividades realizadas en el taller de profundización, calculan el baricentro, el circuncentro y el punto de intersección de las rectas perpendiculares a cada lado por los vértices. La pareja advierte que dichos puntos no son útiles para la

resolución del problema y se trasladan nuevamente a la mesa para trabajar con lápiz y papel. Tras un minuto de reflexión, deciden abandonar la resolución. A la vista de ello, les proporciono el modelo y pregunto nuevamente dónde está la estación. El sujeto A4ExpIni señala con una x un punto interior. Esta acción me muestra que la pareja está cansada o no han comprendido adecuadamente el enunciado del problema. Al cuestionar la elección de A4ExpIni, la pareja 3 vuelve a leer el problema y señalan varios puntos sobre el segmento que hace de vía del tren. En ese instante, la pareja 3 tiene situada su incógnita y deciden continuar su trabajo, pero ahora utilizando Cabri para construir el modelo correcto.

En su intento de construcción del modelo en el software, la pareja no muestra indicios de saber cómo construirlo. Intentan buscar relaciones a través de dibujar varias circunferencias $[C(A, \overline{AD}); C(B, \overline{BD})]$ con la idea subyacente de que la estación está de ambas circunferencias. El problema es que dicha intersección se sitúa fuera del modelo e incluso de la pantalla (Figura Anexo I- 47). Finalmente abandonan la resolución del problema.

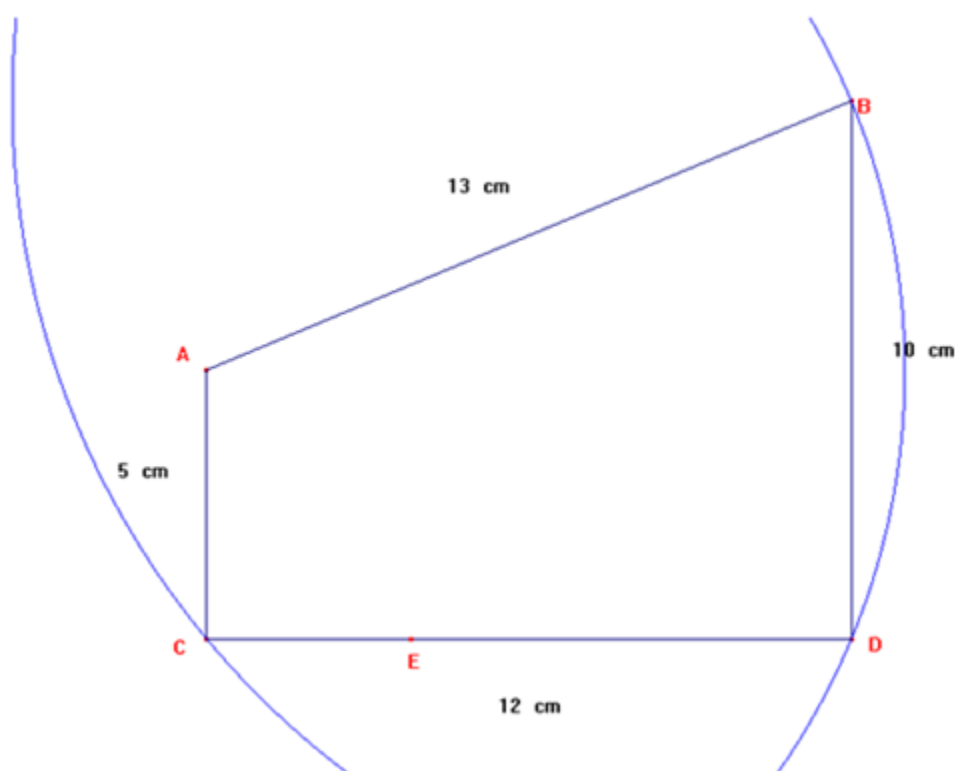


Figura Anexo I- 47. Problema de la estación, exploración pareja 3

Respecto de los sujetos A8ExpIni y A9ExpIni, ambos disponen de los datos necesarios para construir el modelo (aunque dichos datos no son correctos) y saben que tienen que observar lo que ocurre cuando sitúan el punto E (Estación) sobre el segmento \overline{MN} . Decido ayudar a dichos estudiantes en la construcción del modelo en Cabri. Ello está motivado por dos razones, la primera las grandes dificultades que han experimentado los anteriores sujetos observados para la construcción del modelo, la segunda, al bajo rendimiento y manejo de Cabri detectado en ambos sujetos durante el taller de profundización. El objetivo es minimizar en parte la influencia de la variable modelo-esquema del problema.

Una vez ambos sujetos tienen construido el modelo en Cabri (con sus datos erróneos), ambos sujetos sitúan un punto arbitrario P sobre \overline{MN} , construyen los segmentos \overline{AP} y \overline{PB} , los miden y tabulan los datos. En este punto, A8ExpIni utiliza $AP+PB+AB$ en la tabulación, no permitiendo que el sujeto obtenga una solución adecuada. Por su parte, al sujeto A9ExpIni le tengo que guiar acerca de qué medidas tenía que tabular. En ambos, el juego con las distintas representaciones ejecutables en el ambiente Cabri les permite acercarse a la solución del problema.

En quinto lugar intentó sintetizar gráficamente el desempeño de los sujetos a través de un modelo gráfico inspirado en el trabajo de Schoenfeld (1985). Este intento me proporciona la primera aproximación al sistema de categorías que posteriormente diseño en las sucesivas experiencias piloto y que finalmente concreto en la experiencia final de investigación.

El gráfico de la pareja 1 (Figura Anexo I- 48) muestra como la pareja emplea la mayoría de tiempo en la construcción del modelo. Es justamente después de la construcción de este y al final del proceso que la pareja 1 realiza una exploración del problema. El grueso del trabajo con Cabri lo dedican a la construcción de la figura. Cabe destacar que la pareja 1 retoma en numerosas ocasiones la lectura del enunciado, indicando esto un intento por comprender el problema a la vez que intentan controlar su proceso de resolución. Finalmente, la pareja 1 casi no invierte tiempo en los estadios de diseño del plan y ejecución.

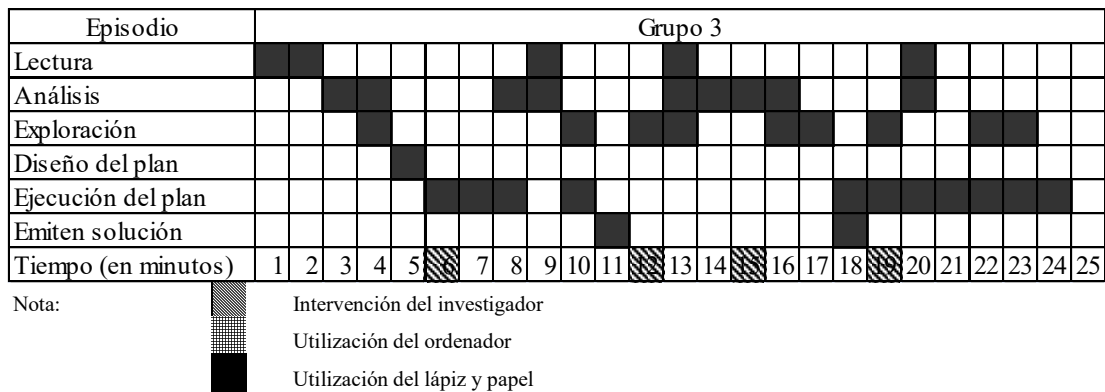


Figura Anexo I- 50. Gráfico desempeño de la pareja 3

El gráfico del sujeto A7ExpIni (Figura Anexo I- 51) refleja que el sujeto no utiliza Cabri en su proceso de resolución. Igualmente, las grandes cantidades de tiempo empleadas en el proceso de Lectura indica una dificultad por comprender el problema, incluso tras mis intervenciones (minutos 16-18 y 20-22). A7ExpIni no llega a emitir solución y prácticamente no implementa ningún plan de resolución.

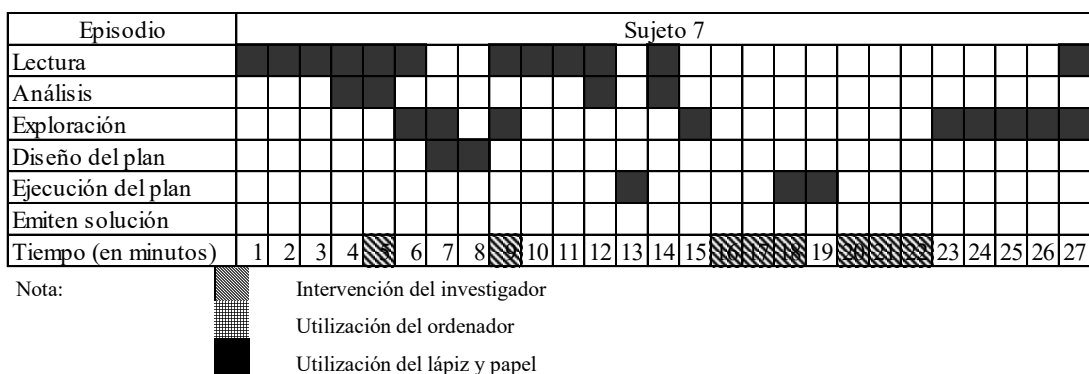


Figura Anexo I- 51. Gráfico desempeño del sujeto 7

El gráfico del sujeto A8ExpIni (Figura Anexo I- 52) refleja que tras una lectura del enunciado, el sujeto parece tener claro el procedimiento para resolver el problema y pasa, casi directamente, a la ejecución de un plan de resolución, tras lo cual emite una solución. Durante este periodo, A8ExpIni no utiliza el software. Al intervenir yo, el sujeto siente la necesidad de analizar con mayor profundidad el problema, decide explorarlo y utiliza para ello el software. A8ExpIni consigue diseñar un plan, ponerlo en práctica y emitir una nueva solución del problema (con mi ayuda).

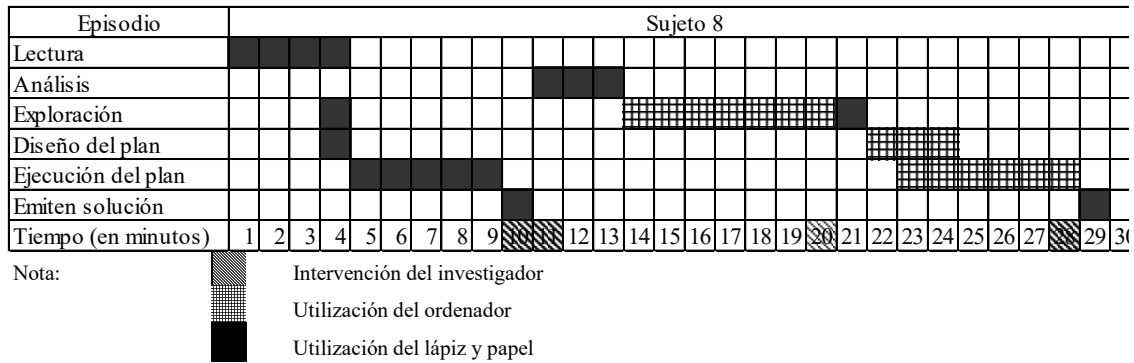


Figura Anexo I- 52. Gráfico desempeño del sujeto 8

Al igual que el anterior caso, El gráfico del sujeto A9ExpIni (Figura Anexo I- 53) refleja como éste no emplea el ordenador en los minutos iniciales, llegando incluso a emitir una solución. En este periodo, los continuos vaivenes entre Lectura, Análisis, Exploración y Ejecución de un Plan reflejan el intento de A9ExpIni para llevar un control de su progreso. Durante todo este periodo, el sujeto no utiliza el software. Tras ofrecer una solución, yo le cuestiono la misma, momento en el que el sujeto decide trabajar con el software, fundamentalmente en las estadios de exploración, análisis del problema y ejecución de un plan. Finalmente emite una solución (con ayuda mia).

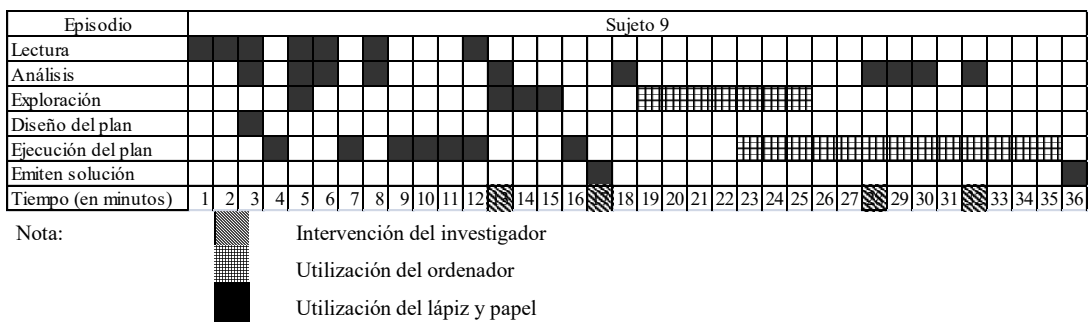


Figura Anexo I- 53. Gráfico desempeño del sujeto 9

2.4. Visión retrospectiva

El desempeño de los sujetos puso de manifiesto errores y dificultades relacionados con la construcción del modelo-esquema, la interpretación gráfica o la utilización correcta de métodos de ensayo y error. Así mismo detecté dificultades asociadas a la idea de variabilidad de las rutas (Cantoral y Farfán, 1998) así como asociadas a la influencia de la intuición optimizadora en el proceso de resolución (Malaspina, 2008).

La experiencia inicial me permitió observar que:

E.Inicial_a³. La variable “modelo del problema” fue determinante para la resolución del problema, especialmente en la elaboración del gráfico-dibujo que representa la situación, tanto en papel como en Cabri.

ExpIni_b. El entrenamiento en el manejo del software y en especial, la utilización del arrastre como técnica de validación de construcciones, debería ser más intenso. Las construcciones ofrecidas por los sujetos no soportaban la prueba del arrastre, eran fijas o erróneas.

ExpIni_c. Al igual que en la MTC, existieron dificultades relativas al trabajo conceptual derivado de la idea de variabilidad “rutas” o “posiciones de la estación”. Detecté una tendencia general a considerar sólo rutas con tránsito por los vértices y por el punto medio.

ExpIni_d. El arrastre de elementos en las creaciones en Cabri fue un elemento generador de “insigh” o momentos de iluminación. A su vez, el arrastre también ejerció de generador-creador-impulsor de estrategias cognitivas y metacognitivas.

ExpIni_e. Los sujetos realizaban evaluaciones locales con frecuencia.

ExpIni_f. La situación del ordenador hizo que este fuera obviado. El ordenador debería haber estado cerca de los estudiantes.

ExpIni_g. Existió pérdida de tiempo en la realización de cálculos que provocó la pérdida del hilo conductor del proceso de resolución. Debería de proporcionar elementos auxiliares como calculadoras.

En relación al diseño, elaboración y puesta en práctica de un registro esquemático del proceso de resolución de los sujetos y el tránsito por los estadios:

ExpIni_h. Detecté dificultad para situar en un mismo registro el desempeño de ambos sujetos, especialmente cuando trabajan en paralelo (cada uno en un estadio del proceso de resolución).

³ Cada observación de la experiencia inicial vendrá etiquetada por ExpIni_ seguido, en orden, por una letra del alfabeto.

ExpIni_i. Me surgen las siguientes cuestiones: ¿La introducción de Cabri implica la existencia de nuevos estadios del proceso de resolución como el estadio de Construcción del modelo? O bien, ¿es posible integrarlos en otros ya definidos en la literatura científica?

ExpIni_j. Detecté que en ocasiones, la duración de los estadios es inferior a 1 minuto. Ello me obligó a establecer solapamientos verticales en el gráfico de registro, lo que conlleva la no exhaustividad de las categorías consideradas. La escala del gráfico (1 minuto) es insuficiente para reflejar adecuadamente los observables de tal forma que permita realizar una descripción de lo acontecido lo más fiel posible.

ExpIni_k. Debiera ser posible reflejar en el registro esquemático los momentos de iluminación o *insigh*.

ExpIni_l. Tuve dificultad para establecer el grado, intensidad o influencia de la interactividad con el software en el proceso de resolución.

ExpIni_m. Durante el proceso de resolución, las intervenciones del observador fueron necesarias para que los sujetos avanzaran en la resolución del problema. Se produce sesgo del observador. Debiera entrenarse o dar instrucciones precisas a los observadores para no contaminar el proceso de investigación.

Por otro lado, los antecedentes señalados en este capítulo sugieren que el problema de optimización elegido: (a) deberá ser un problema que resulte no rutinario a los estudiantes, resoluble a través de una estrategia heurística y, en el que la falta de conocimiento de técnicas analíticas o de heurísticas no sea un impedimento esencial para la resolución del problema; (b) deberá tener una estructura conceptual similar al problema de las estaciones. También, en relación a la actividad en formato web, esta deberá: a) incorporar elementos interactivos que fomenten las habilidades cognitivas y la puesta en juego de las representaciones internas y de control de los sujetos; b) estar adaptada al tránsito por los estadios en la resolución de problemas y; c) contener elementos que permita a los estudiantes abordar su resolución aunque no posean conocimientos de Software de Geometría Dinámica.

3. Referencias

- Buendía, L., Colás, P., y Hernández, F. (1999). *Métodos de investigación en Psicopedagogía*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Camacho, M., y González, A. (1998). Una aproximación a los problemas de optimización en libros de texto de bachillerato y su resolución con la TI-92. *Aula*, 10, 137-152.
- Codina, A. (2000a). *Elementos para la reflexión acerca del uso de la computadora en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato vía resolución de problemas*. Memoria de tercer ciclo. Universidad de Granada.
- Cohen, J., y Manion, C. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La muralla.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problema solving*. New York: Academic Press.

Anexo II

Applets como MVM, ejemplos

Applets como MVM, ejemplos

Según declaro, un ejemplo básico de RMVI o MVM lo constituyen los applets matemáticos, que según Richard (2011), son aquellos que “su uso se destina al desarrollo de las competencias matemáticas o al mismísimo ejercicio de conceptualización” (p. 9). Según Kamthan (1998), Matus y Miranda (2010) y, Mawatta (1998) la utilización de applet en la educación matemática presenta distintas bondades y propiedades. En este anexo presento un listado de distintos MVM basados en applet junto con alguna de las bondades supuestas:

- Permiten generar numerosos casos particulares o ejemplos en tiempo real y sin necesidad de “perder” excesivo tiempo para generarlos. Ejemplos: estudio de las raíces de una familia de polinomios de grado 3 (http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/sites/default/files/Ejercicio_32cal.html): probabilidad en el lanzamiento de monedas (http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_305_g_3_t_5.html?from=category_g_3_t_5.html).
- No son solo una réplica virtual de manipulativos “concretos” o “físicos”, sino que estos aportan información extra. Ejemplos: Geoplano virtual (http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_166_g_2_t_3.html?open=activities) aporta área y perímetro instantáneamente; Regletas de Cuissenaire (<http://www.uco.es/~ma1marea/Aritmetica/Naturales/Problemas/ConocerRegletas.swf>), aporta un pequeño tutor con preguntas.
- Permiten simular conceptos y operaciones que no pueden ser fácilmente representadas con manipulativos tradicionales. Ejemplo, Balanza de expresiones algebraicas (<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=10>)
- Permiten combinar varios sistemas de representación. En el ejemplo anterior de la probabilidad en el lanzamiento de monedas están representado simultáneamente los sistemas icónico, gráfico y numérico.

- Permiten registrar las acciones o resultados para proveer feedback. Ejemplo, al hacer doble clic sobre cualquier applet generado con Cabri-geometre, aparece una barra de construcción con el que poder revisar los pasos realizados en la elaboración del applet. Ejemplo: Recta de Euler generalizada (<http://www.aloj.us.es/rbarroso/trianguloscabri/sol/eulgen.htm>)
- Proporcionan a los estudiantes ejercicios simples con los que potenciar su seguridad a la vez que mejorar la comprensión de definiciones y conceptos. Ejemplo: Teorema de Pitágoras (<http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/1triangulos/pitag42.htm>)
- Mejoran la capacidad de visualización de conceptos y relaciones matemáticas. Ejemplo: Poliedros o Sólidos geométricos (<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=70>)
- Generan datos para el análisis y realización de conjeturas. Ejemplo: Juego de los Factores (<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=12>)
- Guían al estudiante a través de una secuencia de pasos en la resolución de actividades. Ejemplos: la mayoría de los desarrollados bajo el proyecto “Descartes” (<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>).
- Presentan “pruebas dibujadas”. Con la animación es posible visualizar pruebas de forma dinámica. Ejemplo, demostración del Teorema de Pitágoras (<http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/1triangulos/pitag01.htm>).
- Ayudan al desarrollo de habilidades relacionadas con la resolución de problemas.
- Permiten generar situaciones manipulativas que son imposibles físicamente. Ejemplo: Máquina de vapor y la función seno (<http://jmora7.com/Mecan/Mecan/cabjav/230sinex.htm>).

El conjunto de bondades listadas anteriormente dan idea de la potencia como recursos educativo de los applets, especialmente cuando su diseño conlleva una reflexión pedagógica en cuanto a instrumento para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, sin una contextualización de la actividad adecuada, sin un diseño pedagógico y de instrucción que los sustente con firmeza, sin una

experimentación-análisis con usuarios, etc., no podemos afirmar que dichas bondades realmente puedan llegar a producirse.

Referencias

Kamthan, P. (1999). Java applets in education. *Internet Related Technologies*. Recuperado el 18 de octubre de 2001 desde <http://tech.irt.org/articles/js151>

Mawatta, C.H. (1998). Uses of java applets in mathematics education. En Wou Y. (Ed.), *Proceedings of the Third Asian Technology Conference in Mathematics*. Recuperado en abril de 2002 desde <http://www.cs.runet.edu/~atcm/EPATCM98>

Matus, C., y Miranda, H. (2010). Lo que la investigación sabe acerca del uso de manipulativas virtuales en el aprendizaje de la matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5 (6), 143-152. Recuperado desde <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6926/6612>

Richard, P. R. (2011). La interacción con applets java para el aprendizaje de las matemáticas. *Uno*, 58, 8-24.

Anexo III

Tratamiento funcional de los
problemas de optimización,
resolución del problema de la
hormiga

ÍNDICE

Anexo III-1. Tratamiento funcional de los problemas de optimización de variable real .	1
Anexo III-2. Resolución del problema de la hormiga a través del análisis funcional	5
Referencias	9

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura Anexo III- 1. Problema de la hormiga, rutas.....	5
Figura Anexo III- 2. Problema de la hormiga, resolución con WolframAlpha.....	6
Figura Anexo III- 3. Problema de la hormiga, primera derivada ruta A	7
Figura Anexo III- 4. Problema de la hormiga, primera derivada ruta A	7
Figura Anexo III- 5. Problema de la hormiga, raíz 1er derivada ruta A.	8
Figura Anexo III- 6. Problema de la hormiga, segunda derivada ruta A	8
Figura Anexo III- 7. Problema de la hormiga, soluciones rutas B, C, D y E	8

Anexo III-1. Tratamiento funcional de los problemas de optimización de variable real

Tradicionalmente los problemas de máximos y mínimos escolares tienen un tratamiento basado en el análisis funcional. Con este anexo pretendo poner de manifiesto, como desde el ámbito de las matemáticas, el estudio funcional es complejo (conceptual y procedimentalmente), no siendo accesible el mismo para estudiantes que opten por ramas distintas a las científicas. En este sentido, el anexo justifica la elección del problema de optimización elegido puesto que para su resolución, no es necesario aplicar las definiciones, teoremas y proposiciones que a continuación describo.

Los problemas de optimización de una variable real son de tipo *continuo* (Pinto y Velho, 2003) donde el conjunto factible F es un subconjunto \mathbb{R}^n generalmente diferenciable. A continuación presentamos un breve paseo por el cálculo diferencial de funciones de variable real y las técnicas de maximización y minimización de funciones.

Definición 1

V se dirá que es un espacio vectorial sobre un cuerpo K , cuando V no es vacío y se pueden definir dos operaciones, una interna $[+]$ y otra externa o producto escalar $[*]$

$$+: V \times V \rightarrow V \qquad *: K \times V \rightarrow V$$

$$(u, v) \rightarrow u+v \qquad (a, v) \rightarrow a*v$$

tal que:

1) $+$ sea conmutativa

$$u+v=v+u, \forall u, v \in V$$

2) + sea asociativa

$$u+(v+w) = (u+v)+w \quad \forall u, v, w \in V$$

3) + tenga elemento neutro

$$\exists \mathbf{0} \in V / u+\mathbf{0}=u \quad \forall u \in V$$

4) + tenga elemento opuesto

$$\forall u \in V, \exists w \in V / u+w=\mathbf{0}$$

5) * tenga la propiedad asociativa

$$a*(b*u)=(a*b)*u, \quad \forall a, b \in K \wedge \forall u \in V$$

6) * tenga elemento neutro respecto de K

Supongamos que $\mathbf{1}$ es el elemento neutro de K , entonces

$$\mathbf{1}*u=u \quad \forall u \in V$$

7) * tenga las propiedades distributivas

$$a*(u+v) = a*u+a*v, \quad \forall a \in K \wedge \forall u, v \in V$$

^

$$(a+b)*u = a*u+b*u, \quad \forall a, b \in K \wedge \forall u \in V$$

Definición 2

Sea V un espacio vectorial y R el conjunto de los números reales.

Sea aplicación $\| \cdot \|: V \rightarrow R$, $\| \cdot \|$ se llama norma, si:

(i) $\|x\| \geq 0 \quad \forall x \in V$

(ii) $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$.

(iii) $\|\alpha*x\| = |\alpha| * \|x\| \quad \forall x \in V \text{ y } \forall \alpha \in R$

(iv) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\| \quad \forall x, y \in V$ (desigualdad triangular).

Si no se exige la condición (ii), la aplicación $\|\cdot\|$ se llama seminorma.

Definición 3.

Un espacio normado es un par $(V, \|\cdot\|)$ donde V es un espacio vectorial y $\|\cdot\|$ una norma.

Proposición.

Si $(V, \|\cdot\|)$ es un espacio normado, la aplicación $d(x, y) = \|x - y\|$, $\forall x, y \in V$ es una métrica y verifica

$$\text{i) } d(x + z, y + z) = d(x, y); \quad \forall x, y \in V$$

$$\text{ii) } d(\lambda x, \lambda y) = |\lambda|d(x, y); \quad \forall x, y \in V$$

Recíprocamente, si V es un espacio vectorial y (V, d) es un espacio métrico en el que se verifican i) y ii), entonces $(V, \|\cdot\|)$ es un espacio normado, donde $\|x\| = d(x, 0)$.

Definición 4.

Sean E y F espacios normados, sea $A = \overset{0}{A} \subset E$, y $a \in A$. Se dice que una función $f : E \rightarrow F$ es diferenciable en a si y sólo si $\exists \lim_{x \rightarrow a} \frac{\|f(x) - f(a) - L(x - a)\|}{\|x - a\|} = 0$ con $L \in L(E, F)$ “conjunto de funciones lineales entre E y F ”.

Proposiciones:

1. Si existe función diferencia, es única.
2. En Espacios de dimensión finita, la diferenciación no depende de la norma.
3. Toda función diferenciable tiene derivadas parciales según todas sus direcciones

Definición 5.

Sea $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, f alcanza

un máximo relativo en a sí y solamente sí $\exists \delta > 0$ tal que $B(a, \delta) \subset A$ y $\|x\| < \delta$ entonces $f(a+x) \leq f(a)$.

un mínimo relativo en a sí y solamente sí $\exists \delta > 0$ tal que $B(a, \delta) \subset A$ y $\|x\| < \delta$ entonces $f(a+x) \geq f(a)$.

y

serán absolutos si la última desigualdad es estricta en ambos casos.

Teorema.

Supongamos $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ dos veces diferenciable en a con $Df(a)=0$, entonces:

Si $\exists c > 0$ tal que $D^2f(a)(x,x) \geq c \|x\|^2 \forall x \in A \Rightarrow f$ alcanza en a un mínimo relativo estricto.

Si f alcanza un mínimo relativo en $a \Rightarrow D^2f(a)(x,x) \geq 0$

Si particularizamos sobre funciones reales de variable real, se dice que una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua y derivable alcanza un máximo [respectivamente mínimo] en a si $Df(a)=0$ y $D^2f(a) < 0$ [$Df(a)=0$ y $D^2f(a) > 0$]

Anexo III-2. Resolución del problema de la hormiga a través del análisis funcional

Debido a la complejidad de las operaciones, para la resolución empleo el paquete ofimático *Mathematica* en su versión web denominado *WolframAlpha*¹ (Wolfram Research Company, 2015). En primer lugar defino una función de variable real para cada una de las rutas, prestando especial atención a la elección del sistema de ejes. Una vez definidas las funciones, introduzco las mismas en Wolfram Alpha obteniendo su gráfica, derivada y mínimo global. La tecnología existente me permite obtener los resultados sin necesidad de calcular cuando $f'(a)=0$ y $f''(a)>0$. Las rutas a considerar para definir la función y el sistema de eje son (Figura Anexo III- 1.):

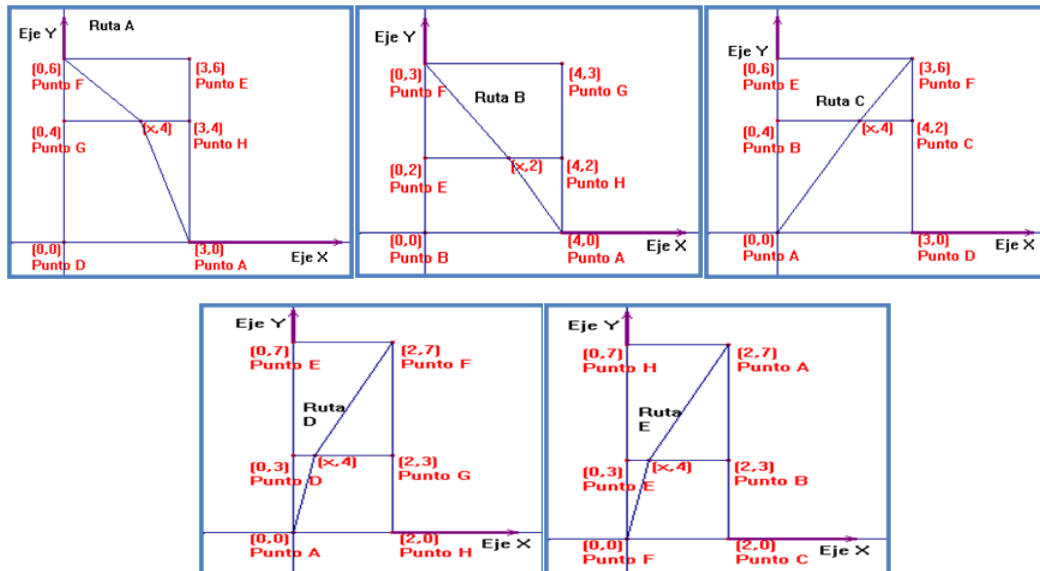


Figura Anexo III- 1. Problema de la hormiga, rutas

Ejemplifiquemos el proceso para la ruta A con objeto de poner de manifiesto la complejidad del método analítico si las operaciones son realizadas con lápiz y papel (Figura Anexo III- 3; Figura Anexo III- 4; Figura Anexo III- 5 y, Figura Anexo III- 6)

Tomamos el sistema de coordenadas con origen en D y sentidos positivos hacia F y A respectivamente. De este modo, la función distancia queda definida como:

¹ <http://www.wolframalpha.com/>

$$f_A(x) = d[(0,6), (x,4)] + d[(x,4), (3,0)] = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(x-3)^2 + 16}$$

Calculo ahora la primera derivada [desarrollo todos los pasos]:

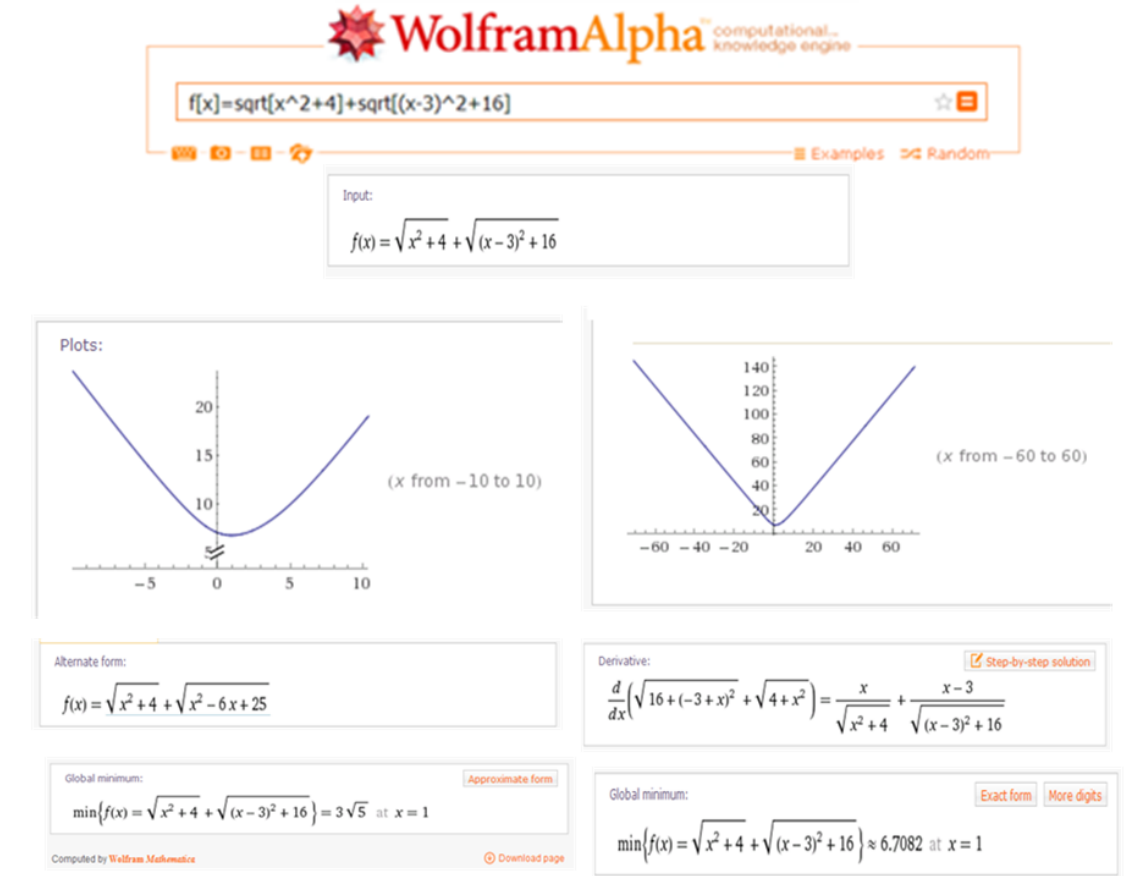


Figura Anexo III- 2. Problema de la hormiga, resolución con WolframAlpha

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x^2+4} + \sqrt{(8x-3)^2+16}) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\sqrt{x^2+4}) + \frac{d}{dx}(\sqrt{(8x-3)^2+16})$$

Differentiate the sum term by term:

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x^2+4}) = \frac{\frac{du}{dx}}{2\sqrt{u}}$$

Using the chain rule, $\frac{d}{dx}(\sqrt{x^2+4}) = \frac{\frac{du}{dx}}{2\sqrt{u}}$, where $u = x^2+4$ and $\frac{d\sqrt{u}}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$:

$$\frac{\frac{d}{dx}(x^2+4)}{2\sqrt{x^2+4}} + \frac{d}{dx}(\sqrt{(8x-3)^2+16})$$

Differentiate the sum term by term:

$$\frac{\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(4)}{2\sqrt{x^2+4}} + \frac{d}{dx}(\sqrt{(8x-3)^2+16})$$

The derivative of 4 is zero:

$$\frac{\frac{d}{dx}(x^2) + 0}{2\sqrt{x^2+4}} + \frac{\frac{d}{dx}((8x-3)^2) + \frac{d}{dx}(16)}{2\sqrt{(8x-3)^2+16}}$$

The derivative of 16 is zero:

$$\frac{\frac{d}{dx}(x^2)}{2\sqrt{x^2+4}} + \frac{\frac{d}{dx}((8x-3)^2) + 0}{2\sqrt{(8x-3)^2+16}}$$

The derivative of x^2 is $2x$:

$$\frac{\frac{d}{dx}((8x-3)^2)}{2\sqrt{(8x-3)^2+16}} + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}$$

Using the chain rule, $\frac{d}{dx}((8x-3)^2) = 2u \frac{du}{dx}$, where $u = 8x-3$ and $\frac{du}{dx} = 8$:

$$\frac{2(8x-3)(\frac{d}{dx}(8x-3))}{2\sqrt{(8x-3)^2+16}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

Differentiate the sum term by term and factor out constants:

$$\frac{(8x-3)(\frac{d}{dx}(8x-3) + \frac{d}{dx}(-3))}{\sqrt{(8x-3)^2+16}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

The derivative of -3 is zero:

$$\frac{(8x-3)(8(\frac{d}{dx}(x)) + 0)}{\sqrt{(8x-3)^2+16}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

The derivative of x is 1:

Answer:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{8(8x-3)}{\sqrt{(8x-3)^2+16}}$$

Figura Anexo III- 3. Problema de la hormiga, primera derivada ruta A

Igualo a cero para obtener los posibles puntos críticos expresando la primera derivada como una única fracción:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{8(8x-3)}{\sqrt{64x^2-48x+25}} \Rightarrow \frac{64\sqrt{x^2+4}x + \sqrt{64x^2-48x+25}x - 24\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}\sqrt{64x^2-48x+25}}$$

Figura Anexo III- 4. Problema de la hormiga, primera derivada ruta A

La ecuación a resolver sería el numerador igualado a cero, que resulta muy complejo para hacerlo con lápiz y papel. En su lugar, calculo la raíz con una aproximación, obteniendo:

Root:
 $x \approx 0.363812$

Figura Anexo III- 5. Problema de la hormiga, raíz 1er derivada ruta A.

Calculo la segunda derivada y la evalúo en el punto crítico, obtengo que $f''[0,363812] > 0$, es decir, el punto crítico es un mínimo.

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{8(-3+8x)}{\sqrt{16+(3-8x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} \right) =$$

$$-\frac{64(3-8x)^2}{(64x^2-48x+25)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{x^2}{(x^2+4)^{3/2}} + \frac{64}{\sqrt{(3-8x)^2+16}}$$

Figura Anexo III- 6. Problema de la hormiga, segunda derivada ruta A

Resta evaluar nuestra función f sobre dicho valor obteniendo $3\sqrt{5} \cong 6.7082$. Fin para la Ruta A, el camino más corto para esta ruta es ir en línea recta desde F hasta la arista GH , atravesándola a un metro de H y continuar en línea recta ahora hacia A .

De igual forma tengo que calcularlo para el resto de rutas. La Figura Anexo III- 7 sintetiza las operaciones:

$$fb[x_] := \sqrt{x^2 + (2-5)^2} + \sqrt{(4-x)^2 + 2^2}$$

FindMinimum[fb[x], {x, 0, 4}]

{6.40312, {x → 2.4}}

$$fc[x_] := \sqrt{(x-3)^2 + (4-6)^2} + \sqrt{x^2 + 4^2}$$

FindMinimum[fc[x], {x, 0, 3}]

{6.7082, {x → 2.}}

$$fd[x_] := \sqrt{(x-2)^2 + (3-7)^2} + \sqrt{x^2 + 3^2}$$

FindMinimum[fd[x], {x, 0, 2}]

{7.28011, {x → 0.857143}}

$$fe[x_] := \sqrt{(x-2)^2 + (3-7)^2} + \sqrt{x^2 + 3^2}$$

FindMinimum[fe[x], {x, 0, 2}]

{7.28011, {x → 0.857142}}

Figura Anexo III- 7. Problema de la hormiga, soluciones rutas B, C, D y E

Como pongo de manifiesto la resolución basada en técnicas analíticas implica un conocimiento avanzado de matemáticas: destreza en cálculo simbólico y numérico, conocimiento de los teoremas y reglas necesarias y, capacidad de visualización para seleccionar los sistemas de ejes adecuados que permiten definir las funciones a minimizar.

Referencias

Pinto, P. C., y Velho, L. (2003). *Mathematical optimization in graphics and vision* [Documento en línea]. Recuperado desde <http://www.visgraf.impa.br/otim-02/notes.pdf>

Wolfram Research Company (2015). *WolframAlpha.com, computational knowledge engine* [Página web]. Recuperado en agosto de 2015 desde <http://www.wolframalpha.com/>

ANEXO IV

Programas oficiales de la
materia Nuevas Tecnologías en
La Enseñanza de las
Matemáticas

Programa Oficial de la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas para los ciclos 1, 2 y 3¹

Asignatura: NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Código: 1720756

Titulación: Maestro

Carácter: Optativo

Ciclo: Primero

Curso y Grupo:

Créditos Teóricos y Prácticos: 2 teóricos y 4 prácticos

Descriptor El uso del ordenador y la calculadora en la enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos. Internet como recurso en el aula de la matemática.

Departamento: Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales

Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática

Profesor/es: D. Antonio Codina Sánchez / Profesor Asociado.

Modalidad: Semipresencial

OBJETIVOS:

Nos proponemos que el futuro maestro posea unos conocimientos y destrezas que le permita usar el ordenador y la calculadora como recursos didácticos en el aula, especialmente para un aprendizaje activo de la Matemática, y como una ayuda en sus actividades fuera del aula. Así pretendemos:

1. Proporcionar al futuro profesor elementos de análisis y reflexión sobre el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.
2. Conocimiento de distintos programas analizando su interés para el aprendizaje de distintos contenidos matemáticos.
3. Estudio de las posibilidades de Internet en la enseñanza de las matemáticas.
4. Conocer y manejar programas específicos para la Educación Matemática.
5. Desarrollar el interés por la utilización de la informática en el aula.
6. Favorecer el espíritu crítico e investigador y fomentar el trabajo cooperativo.

CONTENIDOS

I. NUEVAS TECNOLOGÍAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

1. La informática como cultura básica.
2. El ordenador y la calculadora como recursos didácticos en el trabajo con matemáticas.
3. Resolución de problemas con el ordenador y la calculadora.

II. UTILIZACIÓN DE PROGRAMAS INFORMÁTICOS PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

1. Matemáticas con Excel: Introducción a la Hoja de cálculo Excel. Tratamiento de la aritmética, álgebra, estadística y gráficas.
2. Matemáticas con Derive: Introducción al programa Derive. Aritmética, Álgebra y trigonometría. Tratamiento gráfico de funciones elementales.

¹ Puede descargarse de

<http://cms.ual.es/UAL/estudios/titulaciones/titulacion/asignaturas/asignatura/TITULACION1799?idAss=17997354&idTit=1799&idCaracter=O>

3. Matemáticas con Cabri: Introducción al programa Cabri. Geometría en el plano. Traslaciones, giros y simetrías. Medida y lugares geométricos.
4. Las calculadoras como recurso didáctico. Cálculo aritmético. Estimación. Aproximación. Tratamiento gráfico.

III. INTERNET EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.

1. Internet como fuente de información para el profesor.
2. Criterios de búsqueda y selección de la información para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
3. Internet en el aula de matemáticas.

METODOLOGÍA

La asignatura tiene un carácter eminentemente práctico aunque se proporcionarán contenidos teóricos básicos. El profesor facilitará esquemas e información sobre los diversos temas y sobre la actividad a realizar por los grupos. Los alumnos trabajarán experimentando con los recursos informáticos mediante la realización de ejercicios y actividades exploratorias, tanto individualmente como colaborando con otros compañeros en su ejecución.

EVALUACIÓN

La evaluación se basará en:

- Un trabajo escrito, realizado individualmente o en equipo por los alumnos y encargado por el profesor.
- Las observaciones que realice el profesor del progreso de cada uno de los alumnos durante el desarrollo de las clases.
- Una prueba final individual de carácter práctico.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- ÁLVAREZ GARCÍA, M. Y OTROS (). Informática para docentes. Ed. Anaya.
- CAJARAVILLA, J. (1992) Ordenador y educación matemática. Ed. Síntesis.
- CARRILLO DE ALBONOS A. Y LLAMAS I. (1999) Cabri Géomètre II para windows, construcciones y lugares geométricos. Ed Rama. Madrid.
- CARRILLO A. Y LLAMAS I. (1994) Derive. Aplicaciones matemáticas para PC Ed. Rama Madrid.
- CASTRO CHADID, I (1992) Cómo hacer matemáticas con derive Ed Reverté Colombiana
- DIAZ GODINO, J Y OTRO. (1986) Microordenadores en la Escuela. Ed Rama.
- GARCIA, A., MARTÍNEZ, A. Y MIÑANO, R. (1995) Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas. Madrid. Síntesis
- HUNTER, B. (1985) Mis alumnos usan Ordenador. Integración de la informática en el currículo escolar Ed. Martínez Roca
- PAPPER, S. (1981) Desafío a la mente. Ed. Galápagos.
- PAULOGORRÁN C. Y PÉREZ C. (1993) Cálculo matemático con Derive para PC Ed. Rama Madrid
- REGGINI, H.(). Alas para la mente. Ed Galápagos.
- ROANES MACIAS E. Y ROANES LOZANO E.(1988) Matemáticas con ordenador. Ed. Síntesis. Madrid
- SJÖSTRAND, D. (1997) Matemáticas con Excel. Ed. Upco Madrid

ANEXO V

Protocolo de observación

MANUAL DE INSTRUCCIONES PARA EL OBSERVADOR PRINCIPAL Y EL OBSERVADOR SECUNDARIO

Es misión del observador principal introducir a los alumnos en la experiencia que se va a desarrollar, para ello llevará la siguiente hoja explicativa:

1. Presentación de la Experiencia:
 - a. Participación Voluntaria en una investigación sobre Educación Matemática y Nuevas Tecnologías en el seno del departamento y dentro de un proyecto de investigación.
 - b. Se guardarán los criterios de confidencialidad exigibles.
 - c. La actividad no forma parte de la evaluación de la materia.
 - d. El tiempo aproximado de duración de la actividad es de 30 minutos.
 - e. Investigador responsable: Antonio Codina.
 - f. Cualquier pregunta o información, dirigirse al observador principal.
2. Serie de preguntas informativas:
 - a. ¿Queréis colaborar con esta investigación?
 - b. Podéis decirme vuestra Edad
 - c. Podéis decirme la calificación obtenida en la materia Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas.
 - d. Podéis decirme los estudios que estáis realizando y curso.
 - e. Podéis decirme las asignaturas de matemáticas cursadas y las calificaciones obtenidas.
3. Presentación de la página Web:
 - a. Indicar que tienen que resolver un problema descrito en una página web.
 - b. Indicar que es una serie de hojas entrelazadas entre sí con un orden establecido de arriba-abajo.

- c. Indicar que para ver las preguntas de la página web, basta colocarse sobre el texto con el puntero para que aparezca.
 - d. Los enlaces a partes del documento aparecen subrayados.
 - e. Hay un enlace a otra hoja que aparece con forma de botón.
4. Normas de actuación de los alumnos:
- a. Indicar que tienen que ir por orden, es decir, ir desde la hoja inicial hasta la hoja final y realizar las acciones o contestar las preguntas desde arriba-hacia abajo en cada hoja.
 - b. En cualquier momento pueden volver sobre lo ya revisado.
 - c. Insistir en la comunicación nítida y clara, en el volumen y que expresen todo aquello que se les pase por la cabeza.
 - d. Pueden utilizar cualquier recurso que estimen oportuno en el momento que ellos deseen (hojas de papel para realizar anotaciones, Cabri-Géomètre II, Calculadora de Windows, Excel, material físico)
 - e. Que las anotaciones en las hojas de papel no pueden ser borradas, en todo caso, las pueden tachar con una cruz.
 - f. Es imprescindible que se comuniquen entre ellos con voz alta y nítida, leyendo en voz alta lo que está escrito en la página web.
5. Normas de actuación del observador mientras se desarrolla la experiencia.
- a. No contestar ninguna pregunta relacionada con el problema, sólo puede contestar preguntas relacionadas con el funcionamiento de la página web.
 - b. Si observa que los alumnos están atascados (al menos un minuto sin realizar ninguna acción o realizando acciones no coordinadas), realizar preguntas del tipo:
 - i. ¿Qué ocurre?
 - ii. ¿Qué es lo que pretendéis hacer?
 - iii. ¿Cómo creéis que lo podéis solventar?
 - iv. ¿Por qué no consultas a tu compañero?
 - v. ¿Por qué no os comunicáis lo que estáis haciendo?
 - c. Realizar cuantas anotaciones considere oportuno en base a los criterios de observación:
 - i. Anotar gestos entre los sujetos o sonidos onomatopéyicos de los sujetos.

- ii. Anotar las diferentes representaciones utilizadas por los estudiantes y el instante en el que las realizan.
- iii. Observar y anotar las impresiones acerca de la interpretación del enunciado del problema, la identificación de las variables del problema (qué pide el enunciado, cuáles son los datos, qué condiciones hay), la construcción de un modelo, la introducción de una notación adecuada,....
- iv. Observar y anotar las dificultades y obstáculos cognitivos de los sujetos ligada al empleo de representaciones.
- v. Observar y anotar las estrategias metacognitivas utilizadas por los alumnos.
- vi. Observar y anotar las dificultades y obstáculos asociados a la interacción de los sujetos con el ambiente informático dinámico y las representaciones allí presentadas.
- vii. Observar y describir la utilización de la técnica del “arrastre” en la resolución del problema de optimización.
- viii. Describir el trabajo (la resolución del problema) con Cabri u otro programa informático y la conexión con las representaciones internas de los alumnos.

El observador secundario será el encargado de manejar la cámara de video, en este caso es el profesor del área. Este investigador no debe de interactuar con los sujetos de investigación. Es misión del cámara intentar captar los gestos de los alumnos, así como sus producciones escritas y la proyección del ordenador portátil.

ANEXO VI

Parrilla de observación,
Comunicación a la SEIEM

Resolución de problemas, interactividad e interacción. Una parrilla de observación¹

Antonio Codina Sánchez Enrique Castro Martínez
acodina@ual.es ecastro@ual.es
U. Almería U. Granada

Resumen

En esta comunicación presentamos a discusión el diseño de la parrilla de observación de una investigación enmarcada en un proyecto de tesis que tiene como propósito general indagar acerca de cómo parejas de resolutotes, trabajando colaborativamente, resuelven un problema de optimización mediados por la inclusión de un recurso informático: una web con Applets² interactivos.

Introducción: Contextualización.

La presencia de la tecnología³, entendida como herramienta cognitiva (Rojano y Moreno, 1999) está transformando la forma de aprender, hacer y enseñar matemáticas, convirtiéndose en agente de cambio (Perks, Prestage, y Hewitt, 2002, Santos y Espinosa, 2002). Estos cambios están produciendo diversos interrogantes acerca de la influencia de estos medios en el quehacer de los estudiantes surgiendo preguntas del tipo:

¿Cómo influye a nivel cognitivo y metacognitivo la interactividad de una web en la resolución de problemas y en la interacción entre parejas de sujetos cuando trabajan colaborativamente?

Adoptando dicha cuestión como pregunta de investigación, buscamos realizar un análisis de comportamiento global de los sujetos para lo cual se plantean objetivos de investigación que relacionan cuatro dimensiones: Interactividad (con el ordenador), Trabajo Colaborativo, Resolución de Problemas y Sistemas de Representación. Dichos objetivos son:

1. Describir el proceso de resolución de los sujetos y cómo éste se puede ver influenciado por la interactividad con el ordenador.
2. Describir las interacciones entre sujetos y cómo éstas se pueden ver influenciadas por la interactividad con el ordenador.
3. Describir los sistemas de representación, con especial énfasis en los gestos, que utilizan los sujetos durante el proceso de resolución.

Desglosándose en los siguientes objetivos particulares:

1. Observar y analizar los procesos de resolución desde el punto de vista cognitivo y metacognitivo.

¹ Trabajo financiado por el proyecto del MCyT con referencia BSO 2002-03035

² Applets: subprogramas escritos en lenguaje Java que permiten interactuar con ellos en ambientes web.

³ Por tecnologías entenderemos en este trabajo a calculadoras gráficas, software como las hojas de cálculo, *Cabri-Géomètre II* o bien el mundo de Internet y las aplicaciones dinámicas (Applets)

2. Describir y analizar los cambios metacognitivos y cognitivos de los sujetos debidos a la interactividad con el ordenador durante el proceso de resolución del problema.
3. Describir las interacciones entre los sujetos cuando trabajan colaborativamente en la resolución del problema utilizando como recurso el ordenador.
4. Describir y analizar los cambios metacognitivos y cognitivos de los sujetos en sus interacciones debido a la interactividad con el ordenador.
5. Observar y analizar la producción e influencia de los gestos como medio de representación en el proceso de resolución de problemas.

Referentes teóricos, contextualización

Se han utilizado diversos referentes teóricos relativos a las dimensiones subyacentes en nuestro trabajo: La Resolución de Problemas, la Interacción entre los sujetos (sociabilidad) y la Interactividad del medio informático.

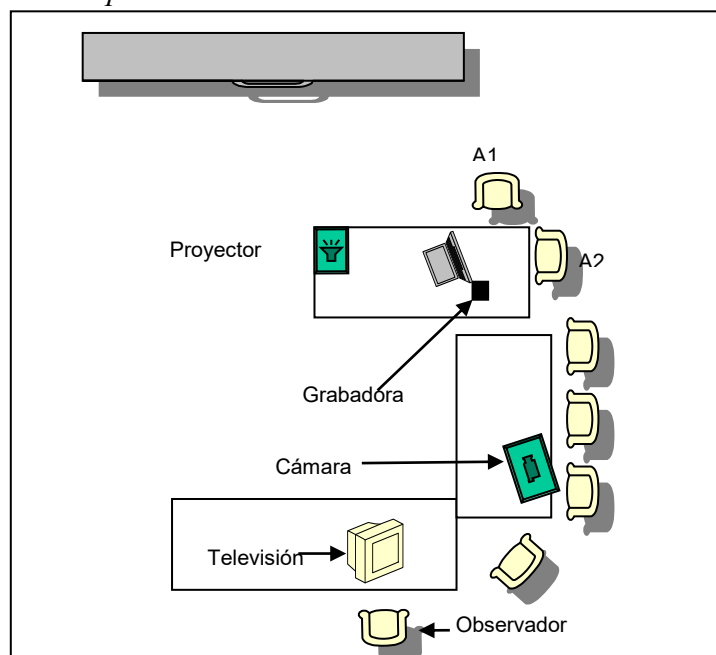
Así, entre otras fuentes, se han consultado los trabajos sobre metacognición y cognición en la resolución de problemas de Castro y otros (1995), Rico (1996), Puig (1996), Schoenfeld (1985), Armour-Thomas (1992), Goos (2002a, 2002b), Kwang (2003) y Roschelle y Teasley (1995). Para el análisis de la interacción, el trabajo colaborativo y los gestos los trabajos de Cobo (1998), Dillenbourg (1996), McNeill (1992), Edwards (2005) y Radford (2003 y 2005), Goldin-Meadow (2000). Finalmente, respecto a la dimensión Interactiva y el uso de nuevas tecnologías de la información los trabajos de Hoyles y Noss (1994, 1996, 2003), Kaput (1992) y Steen (2002).

Metodología

El metodología de investigación que proponemos para la investigación es de corte cualitativa-descriptiva siendo el método de recogida de la información observacional (Buendía, L., y Colás, P. y Hernández, F.,1998; De Katele y Roegiers, 1995).

Situación ambiental y descripción del espacio de observación.

La aplicación de la prueba se desarrolló en el seminario de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Almería, realizándose una citación voluntaria a cada pareja de sujetos de investigación. Se desarrolló en la primera semana de Junio del 2005, en tres sesiones de trabajo, citando dos parejas por sesión. Los alumnos son de distintas carreras universitarias y habían cursado la optativa Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas. La prueba no formaba parte de la evaluación



de la materia.

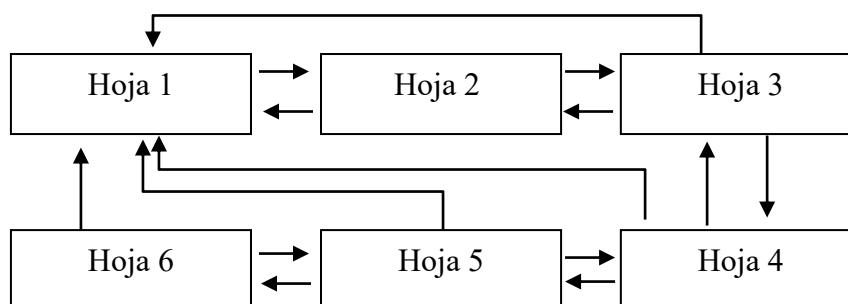
Al inicio de la prueba se informó que se guardarían los criterios de confidencialidad, el tiempo disponible (30 minutos), que verbalizar en voz alta y nítida, así como que no borrarán nada de lo que anotaran en las hojas de papel. Igualmente se indicó que podían utilizar cualquier recurso disponible en el ordenador (Calculadora, Cabri-Géomètre o Internet), un material estructurado que se facilitaba así como instrucciones relativas al uso de la página web (no podían avanzar en la página hasta que el observador situado fuera del campo de visión de los sujetos se los indicara).

Enunciado del problema

Los puntos A y B son vértices de una habitación con las siguientes dimensiones: $AB=2m$; $BC=3m$; $BE=2m$. Una hormiga está sobre el vértice A de la habitación. ¿Qué camino debe seguir la hormiga, desplazándose por las paredes para recorrer la menor distancia si desea llegar al punto F?

Estructura del diseño web

La página web consta de seis páginas entrelazadas como se muestra en el siguiente diagrama:



Las flechas indican la dirección o sentido de los movimientos posibles entre las hojas.

1. La primera hoja presenta el enunciado del problema con un dibujo a escala de la situación descrita en el enunciado. Se corresponde con el episodio de Lectura.
2. La segunda hoja contiene una serie de preguntas destinadas a observar el grado de comprensión del enunciado salvo la última, diseñada para obtener información acerca de la primera “idea” del plan de resolución. Con esto se pretende observar las representaciones internas de la situación deducidas directamente del enunciado y de la experiencia previa. Esta hoja se corresponde principalmente con el episodio de Análisis. Las preguntas son:
 - P.1 ¿Qué se pretende obtener?
 - P.2 ¿Cuáles son los datos del problema?
 - P.3 ¿Qué condición presenta el problema?
 - P.4 ¿Tenéis ya alguna idea de cual es el camino más corto?
3. La tercera hoja presenta un primer Applets con el que los alumnos pueden visualizar distintas trayectorias de la hormiga, con punto de paso sobre la arista BC. Se pretende observar la ruptura de la idea inicial: -“la ruta más corta es por las aristas

del paralelepípedo”- observada en experiencias previas. Se corresponde con el episodio de Exploración. Se han diseñado dos preguntas:

- P.5 ¿Qué observáis?
 - P.6 ¿Cuál crees que es la trayectoria más corta? ¿Por qué?
4. La cuarta hoja pretendemos que los sujetos expliciten su plan de resolución, se corresponde con el episodio de Planificación, para ello se les pregunta:
- P. 7. Entonces, ¿Cómo creéis que se resuelve el problema?
5. La quinta hoja, diseñada para observar el efecto que tiene en la concepción del plan y en su ejecución una estrategia heurística concreta, presenta un applets que realiza un desarrollo plano del paralelepípedo, se corresponde con el episodio de Implementación. Se han diseñado tres preguntas:
- P.8. ¿Ha cambiado vuestra idea de cual es el camino más corto?
 - P. 9. ¿Tenéis alguna idea nueva para resolver el problema?
 - P. 10. Resolved ahora el problema con lápiz y papel.
6. En la sexta hoja los alumnos, a través de un nuevo applets, visualizan dinámicamente distintas trayectorias junto con un gráfico de ejes que muestra la distancia recorrida en los distintos caminos. Este Applets pretende poner de manifiesto dos hechos que han sido detectados como dificultades en experiencias previas; en primer lugar, que es necesario tener en cuenta que la representación del objeto de 3 dimensiones se realiza sobre 2 dimensiones, y en segundo lugar, que existen otras rutas además de la que pasa por la arista BC. Se corresponde con el episodio de Verificación.

Así mismo, se proporciona un modelo físico a escala (paralelepípedo de corcho), junto con dos chinchetas y una goma elástica. El objetivo es disponer al alcance de los sujetos un instrumento que permite visualizar la solución: “si clavan las chinchetas en los vértices del paralelepípedo y se coloca una goma, está tiende a situarse en la trayectoria más corta, es la posición en la que la goma tiene que soportar menor tensión, y por tanto modeliza la situación problemática”. Dicho material estará sobre la mesa de trabajo.

Vista de la página web

EL PROBLEMA DE LA HORMIGA

Los puntos A y F son vértices de una habitación con las siguientes dimensiones:
 $AB = 4 \text{ m}$, $BC = 3 \text{ m}$, $BE = 2 \text{ m}$

Una hormiga está sobre el vértice A de la habitación. ¿Qué camino debe seguir la hormiga, desplazándose por las paredes, para recorrer la menor distancia si desea llegar al punto F?

BAJAR

Hoja 1

CONTESTAD LAS SIGUIENTES PREGUNTAS

PREGUNTA Nº 1

PREGUNTA Nº 2

PREGUNTA Nº 3

PREGUNTA Nº 4

BAJAR SUBIR IR A ENUNCIADO

Hoja 2

Primero arrastrad el punto rojo X

PREGUNTA Nº 5

PREGUNTA Nº 6

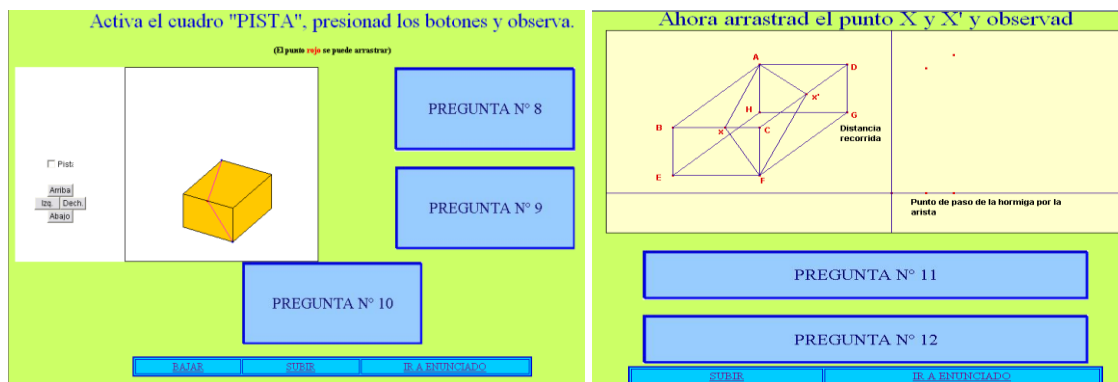
BAJAR SUBIR IR A ENUNCIADO

Hoja 3

PREGUNTA Nº 7

BAJAR SUBIR IR A ENUNCIADO

Hoja 4



Hoja 5

Hoja 6

Descripción de la parrilla de observación

Con la parrilla de observación que presentamos podremos obtener una visión global del proceso de resolución así como información que permita relacionar lo ocurrido con nuestras preguntas de investigación. Se ha tomado como unidad de observación la definición de episodios dada por Schoenfeld (1985), adaptando la división del proceso de resolución de problemas en episodios de los modelos de Schoenfeld (1985) y Armour-Thomas (1992): Lectura, Análisis, Exploración, Planificación, Implementación, Verificación.

Las unidades temporales de observación tendrán una duración de 30 segundos. Las letras A, B, C, D, E, F, indicarán las hojas de la página web que los sujetos están visualizando (hoja 1, 2, 3, 4, 5, y 6 respectivamente). Estas letras se sitúan en la filas de A1 y A2 inferior y en el episodio correspondiente al proceso de resolución en el que se encuentre el sujeto.

La fila denominada “*Interacción*” se rellenará de gris para indicar que intercambio comunicativo entre los sujetos, es decir, en el intervalo de 30 segundos, los sujetos han trabajado más tiempo colaborativamente que de forma aislada (al menos 15 segundos). En caso contrario o si se produce un proceso de reflexión silenciosa o “*impas2* se dejará en blanco.

La fila “*Interactividad*” indicara el sujeto que está interactuando con el ordenador a través del ratón. Nuevamente se tomará el sujeto esté más tiempo manejando el ratón (al menos 15 segundos), en caso de que se dividan la tarea de manejar el ratón entre los dos, se rellenará con gris ambos recuadros, y cuando se produzca un cambio respecto al manejo del ratón, se escribirá también la letra “R”.

En la parte superior de las filas de los sujetos A1 y A2 se situarán una cruz para indicar un momento de “*iluminación*” o aporte de *nuevas ideas* sí este ha sido producido a consecuencia de una acción con el ordenador y con un triángulo sí ha sido por la intervención de un compañero.

Respecto a los gestos, se situará una “*cara oscura*” sí se observa un gesto de asombro o desconcierto, y una “*sonriente*” si se observa un gesto de alegría o satisfacción. Así mismo, se situará la letra M para indicar un gesto Metafórico, la letras IF para indicar un gesto icónico-físico y IS para un gesto icónico-simbólico que sean relevantes en el proceso de resolución.

También se indicará con flechas el sentido del movimiento a través de los distintos episodios.

A continuación reproducimos un trozo de la parrilla de observación rellena y una completa en blanco.

		1	2	3	4	5	6	7
LECTURA	A1	A	A	A	A			
	Interacción							
	A2	A	A	A	A			
Interactividad	A1							
	A2							
ANÁLISIS	A1			Δ				
	Interacción							
	A2			A	A			
Interactividad	A1						⊕	
	A2			R				
EXPLORACIÓN	A1				X	☺		
	Interacción							
	A2				B	B	B	B
Interactividad	A1					R		
	A2							

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
LECTURA	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
ANÁLISIS	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
EXPLORACIÓN	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
PLANIFICACIÓN	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
IMPLEMENTACIÓN	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
VERIFICACIÓN	A1															
	Interacción															
	A2															
Interactividad	A1															
	A2															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Bibliografía

- Buendía, L., Colás, P., y Hernández, F. (1999). *Métodos de Investigación en Psicopedagogía*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Castro, E.; Rico, L. y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Grupo Editorial Iberoamericana: México.
- Cobo, P. (1998). Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales en la resolución de problemas de matemáticas. Tesis Doctoral: Universitat Autònoma de Barcelona
- De Ketele, J. M. y Roegiers, X. (1995). *Metodología para la recogida de información*. Madrid: La muralla
- Edwards, L. D. (2005). Metaphors and Gestures in Fraction Talk. *Proceedings Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guixols: <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/1/wglistofpapers.htm>
- Goldin-Meadow, S. (2000). Beyond Words: The Importance of Gesture to Researchers and Learners. *Child Development*. 1 (71), 231-239.
- Goos, M., Calbraith, P., y Renshaw, P. (2002). Socially Mediated Metacognition: Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics*. 49 ,193-223.
- Hoyles, C. y Noss, R. (1994). Dynamic Geometry Environments: What's the Point? *Micromath*. 9 (87), 716-717.
- Kaput, J. (1992). Technology and Mathematics Education. En D. Grouws (Ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 515-556.
- McNeill, D. (1992). *Hand and Mind. What Gestures Reveal about Thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- Perks, P., Prestage, S., y Hewitt, D. (2002). Does the Software Change the Maths? Part 1. *Micromath*. 1 (18), 28-41.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares
- Radford, L. (2003). Gestures, Speech, and the sprouting of Signs: a Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*. 5 (1),37-70.
- Radford, L., Bardini, C., y Sabena, C. (2005). Perceptual Semiosis and the Microgenesis of Algebraic Generalizations. *Proceedings Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guixols: <http://cerme4.crm.es/>
- Rico, L., Castro, E., Romero, I. (1996). The role of representation systems in the learning of numerical structures. En Gutiérrez, A., Puig, L. (Eds.), *Proceedings of the twentieth international conference for the psychology of mathematics education* (1). Valencia: Universidad de Valencia, 87-102
- Rojano, T. y Moreno, L. (1999). Educación Matemática: Investigación y Tecnología en el Nuevo Siglo. *Avance y Perspectiva*. (18), 325-333.
- Santos, M. y Espinosa, H. (2002). Searching and Exploring Properties of Geometric Configurations Using Dynamic Software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 1 (33), 37-50.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. London: Academic Press

ANEXO VII

Parrilla de observación
anecdótica

Plantilla Registro Anecdótico

Nombres: _____

Día: _____

Min	Descripción
1	
2	
3	
4	

Nota: Continúa hasta el minuto 40.

ANEXO VIII

Fiabilidad y validez del
registro

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Anexo VIII- 1. Fiabilidad interobservador grupal.....	1
Tabla Anexo VIII- 2. Fiabilidad interobservador, pareja 1	2
Tabla Anexo VIII- 3. Fiabilidad interobservador, pareja 2	2
Tabla Anexo VIII- 4. Fiabilidad interobservador, pareja 3	3
Tabla Anexo VIII- 5. Fiabilidad interobservador, pareja 4	3
Tabla Anexo VIII- 6. Test de independencia, grupal	4
Tabla Anexo VIII- 7. Test de independencia, pareja 1.....	4
Tabla Anexo VIII- 8. Test de independencia, A1 y A2.....	5
Tabla Anexo VIII- 9. Test de independencia, pareja 2.....	6
Tabla Anexo VIII- 10. Test de independencia, A3 y A4.....	6
Tabla Anexo VIII- 11. Test de independencia, pareja 3.....	7
Tabla Anexo VIII- 12. Test de independencia, A5 y A6.....	7
Tabla Anexo VIII- 13. Test de independencia, pareja 4.....	8
Tabla Anexo VIII- 14. Test de independencia, A7 y A8.....	8

FIABILIDAD Y VALIDEZ, DATOS

Tabla Anexo VIII- 1. Fiabilidad interobservador grupal

Criterio	Timed-unit Kappa	Agreement	Kapa Maximo	Even Aligment Kappa	Kappa Maximo	Agreement
			Tolerance 0		Tolerance 0, overlap 80%	
Resolución Problemas	0,9	92%	0,96	0,83	0,95	87%
Arrastre	1	100%	1	0,93	0,93	96%
Interactividad	1	100%	1	0,83	0,83	92%
Ratón	0,95	99%	0,98	0,73	0,85	85%
Páginas	1	100%	1	0,94	0,94	95%
			Tolerance +-1sg		Tolerance 2, overlap 80%	
Resolución Problemas	0,92-0,92	94%-94%	0,96-0,96	0,82	0,95	86%
Arrastre	1	100%	1	0,93	0,93	96%
Interactividad	1	100%	1	0,83	0,83	92%
Ratón	0,97-0,98	99%-99%	0,98-0,99	0,77	0,84	87%
Páginas	1	100%	1	0,94	0,94	95%
			Tolerance +-2sg		Tolerance 5, overlap 80%	
Resolución Problemas	0,93-0,93	95%-95%	0,97-0,96	0,8	0,96	84%
Arrastre	1	100%	1	0,93	0,93	96%
Interactividad	1	100%	1	0,83	0,83	92%
Ratón	0,98-0,99	100%-100%	0,98-0,99	0,84	0,88	91%
Páginas	1	100%	1	0,94	0,94	95%

Tabla Anexo VIII- 2. Fiabilidad interobservador, pareja 1

Criterio	Timed-unit		Kapa	Even	Kappa	
	Kappa	Agreement	Maximo	Aligment Kappa	Maximo	Agreement
	Tolerance 0			Tolerance 0, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,78	84%	0,86	0,74	0,83	80%
Arrastre	1	100%	1	0,88	0,88	92%
Interactividad	1	100%	1	0,58	0,58	80%
Ratón	0,85	95%	0,93	0,5	0,71	68%
Páginas	1	100%	1	0,71	0,71	80%
	Tolerance +-1sg			Tolerance 2, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,82-0,82	86%-86%	0,88-0,87	0,72	0,87	78%
Arrastre	1	100%	1	0,88	0,88	92%
Interactividad	1	100%	1	0,58	0,58	80%
Ratón	0,91-0,93	97%-98%	0,95-0,98	0,55	0,7	71%
Páginas	1	100%	1	0,71	0,71	80%
	Tolerance +-2sg			Tolerance 5, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,84-0,86	88%-89%	0,89-0,89	0,76	0,88	82%
Arrastre	1	100%	1	0,88	0,88	92%
Interactividad	1	100%	1	0,58	0,58	80%
Ratón	0,94-0,95	98%-98%	0,94-0,98	0,68	0,76	90%
Páginas	1	100%	1	0,71	0,71	80%

Tabla Anexo VIII- 3. Fiabilidad interobservador, pareja 2

Criterio	Timed-unit	Agreement	Kapa	Even	Kappa	Agreement
	Kappa		Maximo	Aligment Kappa	Maximo	
	Tolerance 0			Tolerance 0, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,93	94%	0,94	0,87	0,92	90%
Arrastre	1	100%	1	1	1	100%
Interactividad	0	100%	0	0	0	100%
Ratón	1	100%	1	1	1	100%
Páginas	1	100%	1	1	1	100%
	Tolerance +-1sg			Tolerance 2, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,93-0,94	95%-95%	0,94-0,95	0,87	0,92	90%
Arrastre	1	100%	1	1	1	100%
Interactividad	0-0	100%-100%	0-0	0	0	100%
Ratón	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Páginas	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
	Tolerance +-2sg			Tolerance 5, overlap 80%		
Resolución Problemas	0,95-0,94	96%-96%	0,95-0,95	0,83	0,92	96%
Arrastre	1	100%	1	1	1	100%
Interactividad	0-0	100%-100%	0-0	0	0	100%
Ratón	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Páginas	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%

Tabla Anexo VIII- 4. Fiabilidad interobservador, pareja 3

criterio	Timed-unit Kappa	Agreement	Kapa Maximo	Even Aligment Kappa	Kappa Maximo	Agreement
Tolerance 0			Tolerance 0, overlap 80%			
Resolución Problemas	0,92	95%	0,98	0,87	0,97	90%
Arrastre	0	100%	0	0	0	100%
Interactividad	0	100%	0	0	0	100%
Ratón	0	100%	0	0	0	100%
Páginas	0	100%	0	0	0	100%
Tolerance +-1sg			Tolerance 2, overlap 80%			
Resolución Problemas	0,93-0,93	96%-95%	0,97-0,98	0,84	0,95	89%
Arrastre	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Interactividad	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Ratón	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Páginas	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Tolerance +-2sg			Tolerance 5, overlap 80%			
Resolución Problemas	0,94-0,93	96%-96%	0,97-0,98	0,74	0,95	85%
Arrastre	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Interactividad	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Ratón	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%
Páginas	0-0	100%-100%	0-0	0	0	1%

Tabla Anexo VIII- 5. Fiabilidad interobservador, pareja 4

criterio	Timed-unit Kappa	Agreement	Kapa Maximo	Even Aligment Kappa	Kappa Maximo	Agreement
Tolerance 0			Tolerance 0, overlap 80%			
Resolución Problemas	0,96	97%	0,97	0,91	0,91	94%
Arrastre	1	100%	1	1	1	100%
Interactividad	1	100%	1	1	1	100%
Ratón	1	100%	1	1	1	100%
Páginas	1	100%	1	1	1	100%
Tolerance +-1sg			Tolerance 2, overlap 80%			
Resolución Problemas	0,99-0,98	99%-99%	0,99-0,99	0,95	0,95	97%
Arrastre	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Interactividad	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Ratón	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Páginas	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Tolerance +-2sg			Tolerance 5, overlap 80%			
Resolución Problemas	1-0,99	100%-100%	1-0,99	0,95	0,95	97%
Arrastre	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Interactividad	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Ratón	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%
Páginas	1-1	100%-100%	1-1	1	1	100%

PRUEBAS CHI-CUADRADO DE INDEPENDENCIA

Tabla Anexo VIII- 6. Test de independencia, grupal

Retardo	χ^2	df
lag -5	85.21*	49
lag -4	272.47*	49
lag -3	293.74*	49
lag -2	574.03*	49
lag -1	144.09*	41
lag 1	144.09*	41
lag 2	574.03*	49
lag 3	293.74*	49
lag 4	272.47*	49
lag 5	85.21*	49

*p < .01

Tabla Anexo VIII- 7. Test de independencia, pareja 1

Retardo	χ^2	df	p.
lag -5	47,27	49	0,54
lag -4	82,63	49	<0,01
lag -3	81,56	49	<0,01
lag -2	138,43	49	<0,01
lag -1	88,83	41	<0,01
lag 1	88,83	41	<0,01
lag 2	138,43	49	<0,01
lag 3	81,56	49	<0,01
lag 4	82,63	49	<0,01
lag 5	47,27	49	0,54

Tabla Anexo VIII- 8. Test de independencia, A1 y A2

	χ^2	df	p.
Estudiante A1			
lag -5	51,59	49	0,37
lag -4	58,05	49	0,18
lag -3	54,68	49	0,27
lag -2	81,7	49	<0,01
lag -1	70,7	41	<0,01
lag 1	70,7	41	<0,01
lag 2	81,7	49	<0,01
lag 3	54,68	49	0,27
lag 4	58,05	49	0,18
lag 5	51,59	49	0,37
Estudiante A2			
lag -5	28,99	49	0,99
lag -4	63,35	49	0,08
lag -3	63,46	49	0,08
lag -2	107,85	49	<0,01
lag -1	31,42	41	0,86
lag 1	31,42	41	0,86
lag 2	107,85	49	<0,01
lag 3	63,46	49	0,08
lag 4	63,35	49	0,08
lag 5	28,99	49	0,99

Tabla Anexo VIII- 9. Test de independencia, pareja 2

Retardo	χ^2	df	p.
lag -5	155,89	49	0,54
lag -4	373,55	49	<0,01
lag -3	267,02	49	<0,01
lag -2	756,86	49	<0,01
lag -1	85,07	41	<0,01
lag 1	85,07	41	<0,01
lag 2	756,86	49	<0,01
lag 3	267,02	49	<0,01
lag 4	373,55	49	<0,01
lag 5	155,89	49	0,54

Tabla Anexo VIII- 10. Test de independencia, A3 y A4

Retardo	χ^2	df	p.
Estudiante A3			
lag -5	62,92	49	0,09
lag -4	124,43	49	<0,01
lag -3	105,96	49	<0,01
lag -2	269,53	49	<0,01
lag -1	62,29	41	0,02
lag 1	62,99	41	0,02
lag 2	269,53	49	<0,01
lag 3	105,96	49	<0,01
lag 4	124,43	49	<0,01
lag 5	62,92	49	0,09
Estudiante A4			
lag -5	140,07	49	<0,01
lag -4	298,84	49	<0,01
lag -3	205,58	49	<0,01
lag -2	531,7	49	<0,01
lag -1	82,71	41	<0,01
lag 1	82,71	41	<0,01
lag 2	531,7	49	<0,01
lag 3	205,58	49	<0,01
lag 4	298,84	49	<0,01
lag 5	140,07	49	<0,01

Tabla Anexo VIII- 11. Test de independencia, pareja 3.

Retardo	χ^2	df	p.
lag -5	166,38	49	<0,01
lag -4	342,49	49	<0,01
lag -3	249,94	49	<0,01
lag -2	574,31	49	<0,01
lag -1	80,75	41	<0,01
lag 1	80,76	41	<0,01
lag 2	574,31	49	<0,01
lag 3	249,94	49	<0,01
lag 4	342,49	49	<0,01
lag 5	166,38	49	<0,01

Tabla Anexo VIII- 12. Test de independencia, A5 y A6

Retardo	χ^2	df	p.
Estudiante A5			
lag -5	137,09	49	<0,01
lag -4	256,07	49	<0,01
lag -3	172,84	49	<0,01
lag -2	328,94	49	<0,01
lag -1	58,7	41	0,04
lag 1	58,7	41	0,04
lag 2	328,94	49	<0,01
lag 3	172,84	49	<0,01
lag 4	256,07	49	<0,01
lag 5	137,09	49	<0,01
Estudiante A6			
lag -5	69,99	49	0,03
lag -4	142,11	49	<0,01
lag -3	107,08	49	<0,01
lag -2	298,35	49	<0,01
lag -1	55,7	41	0,06
lag 1	55,7	41	0,06
lag 2	298,35	49	<0,01
lag 3	107,08	49	<0,01
lag 4	142,11	49	<0,01
lag 5	69,99	49	0,03

Tabla Anexo VIII- 13. Test de independencia, pareja 4

Retardo	χ^2	df	p.
lag -5	77,89	49	0,01
lag -4	121,01	49	<0,01
lag -3	128,96	49	<0,01
lag -2	226,57	49	<0,01
lag -1	59,19	41	0,03
lag 1	59,19	41	0,03
lag 2	226,57	49	<0,01
lag 3	128,96	49	<0,01
lag 4	121,01	49	<0,01
lag 5	77,89	49	0,01

Tabla Anexo VIII- 14. Test de independencia, A7 y A8

Retardo	χ^2	df	p.
Estudiante A7			
lag -5	55,4	49	0,25
lag -4	70,73	49	0,02
lag -3	94,36	49	<0,01
lag -2	132,53	49	<0,01
lag -1	56,94	41	0,05
lag 1	56,94	41	0,05
lag 2	132,53	49	<0,01
lag 3	94,36	49	<0,01
lag 4	70,73	49	0,02
lag 5	55,4	49	0,25
Estudiante A8			
lag -5	61,98	49	0,1
lag -4	111,01	49	<0,01
lag -3	84,22	49	<0,01
lag -2	145,6	49	<0,01
lag -1	41,57	41	0,45
lag 1	41,57	41	0,45
lag 2	145,6	49	<0,01
lag 3	54,22	49	<0,01
lag 4	111,01	49	<0,01
lag 5	61,98	49	0,1

ANEXO IX

Análisis Secuencial,
tratamiento de datos

ÍNDICE

Introducción.....	1
IX.1. Fiabilidad y validez	2
IX.2. Parámetros de la métrica del registro en el análisis secuencial.....	3
IX.2.1. Parámetros primarios.....	4
-Frecuencia simple o incondicionadas.....	4
-Duración.....	4
-Probabilidad simple o incondicionadas.....	5
-Orden de una secuencia.....	6
IX.2.2. Parámetros secundarios	6
-Frecuencia relativa de un código.....	6
-Tasa o ratio	7
-Duración relativa.....	8
-Duración media	8
-frecuencia de transición 1 entre dos códigos.....	9
-frecuencia de transición r	10
-Probabilidad de transición 1 entre dos códigos.....	10
- probabilidad de transición múltiple r	12
-frecuencia de retardo r entre dos códigos.....	12
-frecuencia total de retardo r de un código	13
-Probabilidad de retardo r entre dos códigos	14
IX.2.3. Parámetros terciarios	15
IX.2.4. El problema de la independencia	15
IX.3. Análisis de retardos. Tablas de contingencia. Patrones de retardo	15
IX.3.1. Frecuencia conjunta esperada, residuo y residuo ajustado.....	16
IX.4. Representaciones gráficas de datos secuenciales	18

IX.4.1. Tablas de microanálisis	18
XI.4.2. Grafos de transición y de patrones	20
IX.4.3. Perfiles de retardo.....	21
IX.5. Técnica de coordenadas polares, reducción de datos	22
Referencias	25

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Anexo IX- 1. Cálculo frecuencia incondicionada	4
Tabla Anexo IX- 2. Cálculo de duración.....	5
Tabla Anexo IX- 3. Cálculo de probabilidad simple.....	6
Tabla Anexo IX- 4. Cálculo de frecuencia relativa.....	7
Tabla Anexo IX- 5. Cálculo de la ratio.....	7
Tabla Anexo IX- 6. Cálculo de la duración relativa.....	8
Tabla Anexo IX- 7. Cálculo de la duración media.....	8
Tabla Anexo IX- 8. Cálculo de la frecuencia incondicionada.....	9
Tabla Anexo IX- 9. Cálculo de la frecuencia de transición 2.....	10
Tabla Anexo IX- 10. Cálculo de la probabilidad de transición 1.....	11
Tabla Anexo IX- 11. Cálculo de frecuencia de retardo 2 entre dos códigos.....	13
Tabla Anexo IX- 12. Cálculo de frecuencia total de retardo para un código.....	13
Tabla Anexo IX-- 13. Cálculo de la probabilidad de retardo 2, dos códigos.....	14
Tabla Anexo IX- 14. Microanálisis para la secuencia 1B.....	19
Figura Anexo IX- 4. Gráfico secuencial.....	19
Tabla Anexo IX-- 15. Grafo de transición para la secuencia 1B.....	20
Tabla Anexo IX-- 16. . Valores z-ajustados para el criterio G.....	21

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura Anexo IX- 1. Secuencia nº 1 datos secuenciales.....	3
Figura Anexo IX- 2. Secuencia nº 1B datos secuencia.....	3
Figura Anexo IX- 3. Secuencia nº 2 datos secuenciales.....	4
Figura Anexo IX- 5. Grafo de retardos.....	20
Figura Anexo IX- 6. Grafica de perfiles de retardo agrupado.....	21
Figura Anexo IX- 7. Modelo de coordenadas polares de retrospectividad genuina.....	22
Figura Anexo IX- 8. Cuadrantes para las coordenadas polares.....	23
Figura Anexo IX- 9. Ejemplo gráfico coordenadas polares.....	24

Introducción

En el capítulo IV-método presento la metodología observacional y sitúo el trabajo bajo el paraguas de la observación de laboratorio con intervención y/o intento de control. A continuación concreto el diseño observacional como puntual, idiográfico y nomotético, y multidimensional. Utilizo la métrica primaria duración que permite describir y analizar el trabajo de parejas de estudiantes resolviendo un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso.

Para llevar a cabo la investigación utilizo el análisis secuencial como técnica de observación. Diversos trabajos sirven como referencia nuclear de este enfoque (Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, y Hernández, 2000; Anguera, Blanco-Villaseñor, Hernández y Losada, 2011; Bakeman y Gottman, 1989; Bakeman y Quera, 1996, 2011, 2012; Bakeman, Robinson, y Quera, 1996; Bakeman, Quera y Gnisci, 2009; Quera, 1993, Quera, Bakeman y Gnisci, 2007).

La técnica del análisis secuencial puede entenderse como “un conjunto de técnicas cuya finalidad es poner de manifiesto las relaciones, asociaciones, o dependencias secuenciales entre unidades de conducta” (Quera, 1993, p.349) para lo cual se revela necesario disponer los datos registrados secuencialmente. Las unidades de conducta son codificadas bajo un sistema de categorías cuya elaboración y características se rigen por los principios de la metodología observacional descritos en el capítulo IV.

Ahora bien, Quera (1993) señala que el análisis secuencial puede abordarse desde dos perspectivas diferentes. En la primera denominada *de modelización*, el investigador formula una hipótesis sobre un modelo de secuencias de observables. El objetivo es comparar las secuencias observadas con las esperadas, establecer la bondad de ajuste y aceptar o rechazar el modelo. En la segunda, denominada *de descripción*, el investigador trata de descubrir regularidades en la secuencia de observables. Por ejemplo, estudiar cómo cambian las probabilidades de ocurrencia de ciertos observables en función de la ocurrencia de otras, comparar frecuencias, estudiar relaciones obtenidas diacrónicamente (obtenidas en momentos diferentes de la sesión de observación), coocurrencias, etc. Es esta segunda perspectiva la que se adecúa a los objetivos de investigación de esta investigación.

Para llevar a cabo el análisis secuencial previamente definido en el capítulo IV el instrumento observacional, el cual puede entenderse como el conjunto de procedimientos a través de los cuales un observador registra y categoriza los observables de un sujeto o sujetos. En nuestro caso el conjunto de seis criterios con sus correspondientes sistema de categoría exhaustivo y mutuamente excluyente (EME) componen el instrumento de observación (Ver capítulo IV, sección IV.3.3.2.1., p. 193).

Por otro lado, el registro observacional, entendido como el conjunto de datos (generalmente en forma de códigos o símbolos) que describen los observables de uno o más sujetos durante uno o más períodos temporales de observación. En nuestro caso, delimito la unidad de análisis como multieventos que describen los seis criterios y donde las unidades de registro son eventos en los que se registra la duración y el orden en el que se suceden, siendo estos activados por transiciones.

Dado que disponemos de seis criterios, cada uno de los cuales constituye un sistema de categorías EME, obtengo un registro continuo de categorías sucesivas que son transformadas bajo la sintaxis de un flujo de observables codificados de datos secuenciales de eventos con tiempo (TSD), que a su vez son fácilmente transformables en datos secuenciales de eventos (ESD) (Bakeman y Quera, 1996)

IX.1. Fiabilidad y validez

Para el estudio de fiabilidad y validez utilizo la técnica de la concordancia consensuada para el registro y codificación de las categorías, y por el otro utilizo, siguiendo la propuesta de Bakeman y Quera (2011), el índice Kappa de Cohen¹ como medida del grado de concordancia entre observadores:

$$K = \frac{P_0 - P_c}{1 - P_c} \text{ con } P_0 = \sum_{i=1}^k p_{ii} \text{ y } P_c = \sum_{i=1}^k p_{+j} p_{i+}$$

Donde P_0 es la probabilidad de concordancia observada. P_c es la probabilidad de concordancia esperada por el azar, k es el número de códigos, p_{ij} es la probabilidad para la celda i -ésima en la columna j -ésima, p_{i+} la probabilidad para la fila i -ésima y p_{+j}

¹ En Bakeman y Quera (2011) se realiza un estudio detallado de utilización del índice Kappa de Cohen para el análisis secuencial. Por otro lado, el software GSEQ (Bakeman y Quera, 1996) que se utilizará en este trabajo dispone de una instrucción que permite el cálculo de dicho índice.

probabilidad para la columna j -ésima de una matriz $K \times K$ de concordancia entre observadores.

IX.2. Parámetros de la métrica del registro en el análisis secuencial

Los parámetros de la métrica del registro en el análisis secuencial dependen del tipo de dato obtenido. Para la descripción que a continuación se detalla se han utilizado principalmente los trabajos de Anguera et al. (2000), Bakeman y Gottman (1989), y Bakeman y Quera (1996, 2011).

Para ir ejemplificando los distintos parámetros y métricas, se proponen dos ejemplos de secuencias de observables escritas en la sintaxis de GSEQ. La primera esta compuesta por un conjunto de categorías {A, B, C} suponiendo que son EME y en la que supongo una duración total de observación de 40 segundos. Se trata de una secuencia tipo TSD que se puede transformar en una secuencia ESD obviando el tiempo [secuencia 1B]:

Timed A B C;
A,0:00-0:03 B,0:03-0:10 A,0:10-0:14 C,0:14-0:20 B,0:20-0:25 C,0:25-0:27
A,0:27-0:34 B,0:34-0:40/

Figura Anexo IX- 1. Secuencia nº 1 datos secuenciales

Event A B C;
ABACBCAB/

Figura Anexo IX- 2. Secuencia nº 1B datos secuenciales

La segunda secuencia se diferencia de la primera en que existen eventos que se pueden suceder a sí mismos. Nuevamente consideramos {A, B, C} un conjunto de categorías EME y la duración total de la observación es de 40 s.

Event A B C;
 A B A A B C C B/

Figura Anexo IX- 3. Secuencia n° 2 datos secuenciales

IX.2.1. Parámetros primarios

-Frecuencia simple o incondicionadas

Para ESD, SSD y TSD, la frecuencia se define como el número de ocurrencias del código. Se denota como [f_A]

Tabla Anexo IX- 1. Cálculo frecuencia incondicionada

Secuencia 1		Secuencia 2	
$f_A=3$		$f_A=3$	
$f_B=3$		$f_B=3$	
$f_C=2$		$f_C=2$	
Resultados en GSEQ			
Codes: freq		Codes: freq	
A	3	A	3
B	3	B	3
C	2	C	2
Totals	8	Totals	8
#Units:40 seconds		#Units:40 seconds	

Para ISD, la frecuencia se define como el número de intervalos que contienen al código que están precedidos por un intervalo que no lo contiene.

-Duración

Para ESD no tiene sentido.

Para SSD y TSD se define como el número de unidades de tiempo en las que dicho código ha sido codificado a lo largo de la sesión de observación.

Tabla Anexo IX- 2. Cálculo de duración

Secuencia 1	
$d_A=$	14
$d_B=$	18
$d_C=$	8
Resultados en GSEQ	
Codes: dura	
A	14
B	18
C	8
Totals	40
#Units:40 seconds	

Para ISD^2 se define como el número total de intervalos en los que se registró el código.

-Probabilidad simple o incondicionadas

Para datos ESD la probabilidad simple informa acerca de qué proporción de códigos fueron codificados de una determinada manera en relación a su número total y coincide con la frecuencia relativa. Se denota como $[p_A]$.

Para datos SSD, TSD e ISD, en los que interviene el tiempo, la probabilidad simple se estima dividiendo las duraciones de los códigos por el tiempo total. Así, este estadístico nos informa de cómo las categorías observadas ocupan su tiempo. La probabilidad simple puede interpretarse también como la probabilidad de que un código se codifique en un punto cualquiera del registro si su ocurrencia no depende de qué códigos ha sido codificado antes.

Hay que prestar atención pues si los códigos pueden coocurrir, la suma podría ser mayor que 1; sino son exhaustivos, podría ser menor que 1.

² En datos ISD, para reducir el sesgo derivado de la propia técnica de muestreo, se aplica una estimación de la duración propuesta por Suen y Ary, (1989, citado en Bakeman y Quera, 1996).

Tabla Anexo IX- 3. Cálculo de probabilidad simple

<u>Secuencia 1</u>	<u>Secuencia 1B</u>	<u>Secuencia 2</u>
$p_A=14/40=0.35$	$p_A=3/8=0.375$	$p_A=3/8=0.375$
$p_B=18/40=0.45$	$p_B=3/8=0.375$	$p_B=3/8=0.375$
$p_C= 8/40=0.20$	$p_C= 2/8=0.25$	$p_C= 2/8=0.25$

Resultados en GSEQ		
Codes: prob	Codes: prob	Codes: prob
A ,35	A ,38	A ,38
B ,45	B ,38	B ,38
C ,20	C ,25	C ,25
Totals 1,00	Totals 1,00	Totals 1,00
#Units:40 seconds	#Units:8 events	#Units:8 events

-Orden de una secuencia

Una secuencia se dirá que posee *orden* si existe algún código cuya codificación en un punto del registro dependa de qué códigos han sido codificados antes.

En oposición al orden, se dirá que una secuencia es aleatoria cuando la codificación de cualquier código en un punto cualquiera del registro es independiente de los códigos codificados previamente.

IX.2.2. Parámetros secundarios*-Frecuencia relativa de un código*

Es el cociente entre la frecuencia simple y el número total de codificaciones de todos los códigos. La suma de las frecuencias relativas de todos los códigos debe ser 1. Se denota como $[F_A]$

Para ISD, no tiene sentido.

La frecuencia relativa es una estimación de la probabilidad de que, al seleccionar al azar un registro, está sea el código sobre la que se quiere obtener su frecuencia relativa.

Tabla Anexo IX- 4. Cálculo de frecuencia relativa

<u>Secuencia 1</u>	<u>Secuencia 1B</u>	<u>Secuencia 2</u>
$F_A=3/8=0.375$	$F_A=3/8=0.375$	$F_A=3/8=0.375$
$F_B=3/8=0.375$	$F_B=3/8=0.375$	$F_B=3/8=0.375$
$F_C=2/8=0.25$	$F_C=2/8=0.25$	$F_C=2/8=0.25$

Resultados en GSEQ		
Codes: relf	Codes: relf	Codes: relf
A ,38	A ,38	A ,38
B ,38	B ,38	B ,38
C ,25	C ,25	C ,25
Totals 1,00	Totals 1,00	Totals 1,00
#Units:40 seconds	#Units:8 events	#Units:8 events

-Tasa o ratio

$$\text{ratio} = \frac{\text{Frecuencia simple de código}}{\text{Tiempo total de observación}}$$

En datos con tiempo de inicio y final, la ratio es el número de veces por unidad de tiempo que el código ha sido codificado. Se denota como [Ratio_A]

Para ISD, no tiene sentido.

Tabla Anexo IX- 5. Cálculo de la ratio

<u>Secuencia 1</u>	<u>Secuencia 1B</u>	<u>Secuencia 2</u>
Ratio _A =3/40	Ratio _A =3/8	Ratio _A =3/8
Ratio _B =3/40	Ratio _B =3/8	Ratio _B =3/8
Ratio _C =2/40	Ratio _C =2/8	Ratio _C =2/8

Resultados en GSEQ		
Rate: #/1 seconds	Rate: #/1 seconds	Rate: #/1 seconds
Codes: rate	Codes: rate	Codes: rate
A 0,075	A 0,375	A 0,375
B 0,075	B 0,375	B 0,375
C 0,05	C 0,25	C 0,25
Totals 0,2	Totals 1	Totals 1
#Units:40 seconds	#Units:8 events	#Units:8 events

-Duración relativa

Cociente de la duración en unidades de tiempo de un código de una categoría entre la suma de las duraciones en unidades de tiempo de todos los códigos codificados en la categoría. La suma debe dar 1 y se denota como $[dr_A]$.

Es la estimación de la probabilidad de que al extraer al azar un intervalo de tiempo (t_1 , t_2), el código esté codificado en él.

Tabla Anexo IX- 6. Cálculo de la duración relativa

Secuencia 1	
$dr_A=14/40=0.35$	
$dr_B=18/40=0.45$	
$dr_C=8/40=0.2$	
Resultados en GSEQ	
Codes: reld	
A ,35	
B ,45	
C ,20	
Totals 1,00	
#Units:40 seconds	

-Duración media

Cociente del tiempo total del código codificado por el número de veces que éste fue codificado.

La duración media no tiene sentido para datos ESD o códigos no mutuamente excluyentes (coocurrentes).

Tabla Anexo IX- 7. Cálculo de la duración media

Secuencia 1		
$dr_A=14/3=4.6667$		
$dr_B=18/3=6$		
$dr_C=8/2=4$		
Resultados en GSEQ		
Codes: dura	avgD	
A 14	4,6667	
B 18	6	
C 8	4	
Totals 40		
#Units:40 seconds		

-frecuencia de transición 1 entre dos códigos

El número de veces que el código subsecuente sigue al código antecedente. O lo que es lo mismo, el número de veces que se codifica una transición entre un par de códigos codificados [Tf_{AB}^1].

Denotaremos por *frecuencia marginal con el código A antecedente para el retardo 1* al número de veces en los que el código A es seguido por cualquier otro código dentro del registro y se denota como [Tf_{A+}^1]

Denotaremos por *frecuencia marginal con el código B subsecuente para el retardo 1* al número de veces en los que el código B es precedido por cualquier otro código dentro del registro y se denota como [Tf_{+B}^1]. La frecuencia de transición sólo tiene sentido para datos en los que no se incluya el tiempo (ESD y SSD)

Tabla Anexo IX- 8. Cálculo de la frecuencia incondicionada

Secuencia 1B	Secuencia 2
$Tf_{AB}^1=2$	$Tf_{AA}^1=1$
$Tf_{AC}^1=1$	$Tf_{AB}^1=2$
$Tf_{BA}^1=1$	$Tf_{AC}^1=0$
$Tf_{BC}^1=1$	$Tf_{BB}^1=0$
$Tf_{CA}^1=1$	$Tf_{BA}^1=1$
$Tf_{CB}^1=1$	$Tf_{BC}^1=1$
	$Tf_{CC}^1=1$
	$Tf_{CA}^1=0$
	$Tf_{CB}^1=1$

Matriz de Frecuencia de Transición 1

	A	B	C	Tf_{i+}^1		A	B	C	Tf_{+j}^1
A	0	2	1	3	A	1	2	0	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	1	1	0	2	C	0	1	1	2
Tf_{+j}^1	2	3	2	7	Tf_{+j}^1	2	3	2	7

Resultados en GSEQ

Lag: +1 <#1>					Lag: +1 <#1>				
JNTF Target:					JNTF Target:				
Given: A	B	C	Totals		Given: A	B	C	Totals	
A	0	2	1	3	A	1	2	0	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	1	1	0	2	C	0	1	1	2
Totals	2	3	2	7	Totals	2	3	2	7

Notas.

Tf_{+j}^1 = marginal por observables subsecuentes.

Tf_{i+}^1 =marginal por observables antecedentes.

-frecuencia de transición r

Número de veces que se codifica una transición entre r códigos adyacentes tomados como dados y otro código situado a una distancia r del primer código de la secuencia de códigos adyacentes dados. A continuación mostramos un ejemplo para la frecuencia de transición 2. Se denota como $[{}^T f_{i_1 \dots i_r \dots i_{r+1}}^r]$

Tabla Anexo IX- 9. Cálculo de la frecuencia de transición 2

Secuencia 1B	Secuencia 2
$Tf_{ABA}^2=1; Tf_{ABC}^2=0; Tf_{ACA}^2=0; Tf_{ACB}^2=1;$ $Tf_{BAB}^2=0; Tf_{BAC}^2=1; Tf_{BCB}^2=0; Tf_{BCA}^2=1;$ $Tf_{CAC}^2=0; Tf_{CAB}^2=1; Tf_{CBC}^2=1; Tf_{CBA}^2=0$	$Tf_{AAA}^2=0; Tf_{AAB}^2=1; Tf_{AAC}^2=0; Tf_{ABA}^2=1;$ $Tf_{ACA}^2=0; Tf_{BAA}^2=1; Tf_{CAA}^2=0; Tf_{ABC}^2=1;$ $Tf_{ACB}^2=0; Tf_{BBB}^2=0; Tf_{BBA}^2=0; Tf_{BBC}^2=0;$ $Tf_{BAB}^2=0; Tf_{BCB}^2=0; Tf_{ABB}^2=0; Tf_{CBB}^2=0;$ $Tf_{BAC}^2=0; Tf_{BCA}^2=0; Tf_{CCC}^2=0; Tf_{CCA}^2=0;$ $Tf_{CCB}^2=1; Tf_{CAC}^2=0; Tf_{CBC}^2=0; Tf_{ACC}^2=0;$ $Tf_{BCC}^2=1; Tf_{CBA}^2=0; Tf_{CAB}^2=0$

Matriz de Frecuencia de Transición 2

	A	B	C	Tf_{i+}^2		A	B	C	Tf_{i+}^1
A	1	1	0	2	A	1	1	1	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	0	1	1	2	C	0	1	0	1
Tf_{+j}^2	2	2	2	6	Tf_{+j}^1	2	2	2	6

Resultados en GSEQ

Lag: +2 <#1>					Lag: +2 <#1>				
JNTF Target:					JNTF Target:				
Given: A	B	C	Totals		Given: A	B	C	Totals	
A	1	1	0	2	A	1	1	1	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	0	1	1	2	C	0	1	0	1
Totals	2	2	2	6	Totals	2	2	2	6

Notas.

Tf_{+j}^2 = marginal por observables subsecuentes.

Tf_{i+}^2 =marginal por observables antecedentes.

-Probabilidad de transición 1 entre dos códigos

Es la estimación de la probabilidad de que, habiendo codificado un código en un punto del registro (código antecedente), el registro inmediatamente siguiente corresponda a otro cierto código (código subsecuente). Hablaremos entonces de probabilidad de transición de orden 1. Dicho en términos de observables, es la probabilidad de que ocurra un observable subsecuente en un punto de la secuencia condicionada a que en el punto inmediatamente anterior haya ocurrido el observable antecedente.

Para estimar la probabilidad de transición entre dos códigos, se divide la frecuencia de transición entre el número de veces que el código antecedente se codifica y puede conocerse qué observable la sigue [número de veces en que el código codificado le sigue cualquier otro código codificado]. En una tabla de contingencia serían los marginales.

$$T_p^{1)}_{AB} = \frac{T f_{AB}^{1)}}{T f_{A+}^{1)}}$$

Tabla Anexo IX- 10. Cálculo de la probabilidad de transición 1

Secuencia 1B	Secuencia 2
$T_p^{1)}_{AB}=2/3$	$T_p^{1)}_{AA}=1/3$
$T_p^{1)}_{AC}=1/3$	$T_p^{1)}_{AB}=2/3$
$T_p^{1)}_{BA}=1/2$	$T_p^{1)}_{AC}=0$
$T_p^{1)}_{BC}=1/2$	$T_p^{1)}_{BB}=0$
$T_p^{1)}_{CA}=1/2$	$T_p^{1)}_{BA}=1/2$
$T_p^{1)}_{CB}=1/2$	$T_p^{1)}_{BC}=1/2$
	$T_p^{1)}_{CC}=1/3$
	$T_p^{1)}_{CA}=0$
	$T_p^{1)}_{CB}=1/3$

Matriz de Probabilidad de Transición 1

	A	B	C		A	B	C
A	0	2/3	1/3	A	1/3	2/3	0
B	1/2	0	1/2	B	1/2	0	1/2
C	1/2	1/2	0	C	0	1/3	1/3

Resultados en GSEQ

Lag: +1 <#1>				Lag: +1 <#1>			
CONP Target:				CONP Target:			
Given:	A	B	C	Given:	A	B	C
A	,00	,67	,33	A	,33	,67	,00
B	,50	,00	,50	B	,50	,00	,50
C	,50	,50	,00	C	,00	,50	,50

La probabilidad de transición es un tipo de probabilidad condicionada donde el código objetivo o condicionado (target) y el código dado (given) se codifican en momentos diferentes. Suele emplearse el término “retardo” o “lag” para indicar este desplazamiento en el tiempo [GSEQ coincide con CONP=probabilidad condicional]

La probabilidad de transición no tiene por qué coincidir con la probabilidad simple para secuencia de eventos. Por ejemplo, en la secuencia 1B, $p_{AB}=2/6$, mientras que $T_p^{1)}_{AB}=2/3$

- probabilidad de transición múltiple r

Una probabilidad de transición múltiple es la probabilidad de que, habiendo sido codificados un conjunto de r códigos en un orden determinado (antecedentes), el elemento siguiente codificado se corresponda con cierto código (subsecuente)

$${}^T p_{i_1 \dots i_r) \dots i_{r+1}}^{r)} = \frac{{}^T f_{i_1 \dots i_r) \dots i_{r+1}}^{r)}}{{}^T f_{i_1 \dots i_r+}^{1)}}$$

Por ejemplo, para la terna ABA sería:

$${}^T p_{ABA}^{2)} = \frac{{}^T f_{ABA}^{2)}}{{}^T f_{AB+}^{2)}}$$

En el caso de la secuencia 1:

$${}^T p_{ABA}^{2)} = \frac{{}^T f_{ABA}^{2)}}{{}^T f_{AB+}^{2)}} = \frac{1}{1}$$

En el caso de la secuencia 2:

$${}^T p_{ABC}^{2)} = \frac{{}^T f_{ABC}^{2)}}{{}^T f_{AB+}^{2)}} = \frac{1}{2}$$

-frecuencia de retardo r entre dos códigos

Dos códigos A y B se dicen que están codificados con retardo r , si el número de códigos codificados en el registro del flujo de observables entre el código A (antecedente) y el código B (subsecuente) es $r-1$. Si $r=0$, indica concurrencia. También se puede hablar de retardos negativos para indicar el número de códigos codificados en el registro del flujo de observables entre el código A (antecedente) y el código B (subsecuente). Se denota como $[f_{AB}^r]$

Por ejemplo, en la secuencia 1: ABACBCAB, A y B están codificados con retardo 1 al inicio de la misma [objetivo es el código B], pero también podemos considerar que AB están codificados con retardo -1 [objetivo es el código A]

La frecuencia de retardo r se define como el número de veces en las que la distancia entre los dos códigos codificados es $(r-1)$ para retardos positivos [similar interpretación habría que ofrecer para retardos negativos]. Por ejemplo:

$f^2)_{AA}$ es el número de veces que la cadena $A X A$ ocurre en el registro del flujo de observables, con X otro código cualquiera.

Tabla Anexo IX- 11. Cálculo de frecuencia de retardo 2 entre dos códigos

Secuencia 1B	Secuencia 2
$f^2)_{AA}=1; f^2)_{AB}=1; f^2)_{AC}=0; f^2)_{BB}=0; f^2)_{BA}=1;$ $f^2)_{BC}=1; f^2)_{CC}=1; f^2)_{CA}=0; f^2)_{CB}=1$	$f^2)_{AA}=1; f^2)_{AB}=2; f^2)_{AC}=0; f^2)_{BB}=0;$ $f^2)_{BA}=1; f^2)_{BC}=1; f^2)_{CC}=1; f^2)_{CA}=1; f^2)_{CB}=1$

Matriz de Frecuencia de Retardo 2

$f^2)$	A	B	C	$f^2)_{i+}$	$f^2)$	A	B	C	$f^2)_{i+}$
A	1	1	0	2	A	1	1	1	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	0	1	1	2	C	0	1	0	1
$f^2)_{+j}$	2	2	2	4	$f^2)_{+j}$	2	2	2	6

Resultados en GSEQ

Lag: +2 <#1>					Lag: +2 <#1>				
Given: A	JNTF B	Target: C	Totals		Given: A	JNTF B	Target: C	Totals	
A	1	1	0	2	A	1	1	1	3
B	1	0	1	2	B	1	0	1	2
C	0	1	1	2	C	0	1	0	1
Totals	2	2	2	6	Totals	2	2	2	6

Notas.

$f^2)_{i+}$ es el marginal por observables antecedentes.

$f^2)_{+j}$ es el marginal por observables subsecuentes.

-frecuencia total de retardo r de un código

Es el número de veces que se contabilizan cadenas del tipo *Código* $\frac{****... **}{r \text{ códigos}}$ en el registro del flujo de observables. Son los marginales de la matriz de frecuencia de retardo r .

Tabla Anexo IX- 12. Cálculo de frecuencia total de retardo para un código

Secuencia 1B	Secuencia 2
$f^2)_{A+}=2$	$f^2)_{A+}=3$
$f^2)_{B+}=2$	$f^2)_{B+}=2$
$f^2)_{C+}=2$	$f^2)_{C+}=3$

Nota.

$A+=AX\bullet\bullet r) \bullet\bullet X$ con X otro código cualquiera.

-Probabilidad de retardo r entre dos códigos

La probabilidad de retardo r entre un código antecedente y un código subsecuente se define como la probabilidad de que se codifique el código subsecuente condicionada a que el código antecedente ha sido codificado r veces antes en el registro, con independencia de qué códigos han sido codificados entre una y otra.

$$p_{AB}^{(r)} = \frac{f_{AB}^{(r)}}{f_{A+}^{(r)}}$$

De manera similar, se pueden definir frecuencias y probabilidades de retardos negativos.

Las probabilidades de retardo 1 coinciden con las probabilidades de transición 1, pero no se puede asegurar para retardo 2,3,...

Por ejemplo, $p_{AB}^{(2)}$ = número de veces que se da la cadena AXB , con X cualquier código entre el número total de secuencias del tipo AXY con X e Y cualquier código

Tabla Anexo IX- 13. Cálculo de la probabilidad de retardo 2, dos códigos

Secuencia 1B	Secuencia 2
$p_{AA}^{(2)}=1/2; p_{AB}^{(2)}=1/2; p_{AC}^{(2)}=0; p_{BB}^{(2)}=0;$ $p_{BA}^{(2)}=1/2; p_{BC}^{(2)}=1/2; p_{CC}^{(2)}=1/2; p_{CA}^{(2)}=0;$ $p_{CB}^{(2)}=1/2$	$p_{AA}^{(2)}=1/3; p_{AB}^{(2)}=2/3; p_{AC}^{(2)}=0; p_{BB}^{(2)}=0;$ $p_{BA}^{(2)}=1/2; p_{BC}^{(2)}=1/2; p_{CC}^{(2)}=1/3;$ $p_{CA}^{(2)}=1/3; p_{CB}^{(2)}=1/3$

Matriz de Probabilidades de Retardo 2

$p^{(2)}$	A	B	C	$p^{(2)}$	A	B	C
A	1/2	1/2	0	A	1/3	1/3	1/3
B	1/2	0	1/2	B	1/2	0	1/2
C	0	1/2	1/2	C	0	1	0

Resultados en GSEQ

Lag: +2 <#1>				Lag: +2 <#1>			
CONP Target:				CONP Target:			
Given:	A	B	C	Given:	A	B	C
A	,50	,50	,00	A	,33	,33	,33
B	,50	,00	,50	B	,50	,00	,50
C	,00	,50	,50	C	,00	1,00	,00

IX.2.3. Parámetros terciarios

Para datos TSD y SSD, se pueden obtener duraciones medias, mínimas y máximas entre *lapsos* (entendiendo por turno la distancia temporal entre el tiempo final de la codificación del código en un punto del registro y el tiempo de inicio de ese mismo código en otro punto siguiente en el registro), entre *inicios* (entendiendo por inicios la distancia temporal entre el tiempo de inicio de un mismo código codificado en dos puntos distintos del registro) y entre *latencia* (entendiendo por latencia la distancia temporal desde que se inicia el registro hasta el tiempo de inicio de la primera vez que es codificado el código).

IX.2.4. El problema de la independencia

Aunque en el diseño de los criterios y las categorías se pone especial atención a que ellas sean exhaustivas y mutuamente excluyentes, las posibilidades de creación de otras variable por parte del programa GSEQ nos hace necesario en ocasiones recurrir a la prueba *Chi-Cuadrado de Person*. Dicha prueba mide tanto la discrepancia entre una distribución teórica y una distribución observada, como en qué medida las diferencias existentes se deben al azar así como la independencia entre variables utilizando la presentación de los datos dispuestos en tablas de contingencia. Este es nuestro uso más habitual.

Cuanto mayor sea el estadístico χ^2 , menos verosímil será la prueba de hipótesis, con grados de libertad $(r-1)(k-1)$. El programa GSEQ nos proporciona tanto el valor de χ^2 como el de la prueba de razón de verisimilitud G-Cuadrado.

IX.3. Análisis de retardos. Tablas de contingencia. Patrones de retardo

Recordemos que una secuencia se dirá que posee *orden* si existe algún código cuya codificación en un punto del registro dependa de qué códigos han sido codificados antes. Por tanto, decir que en una secuencia de códigos existe un orden n equivale a afirmar que ciertos códigos están asociados secuencialmente o en otras palabras, que entre ellos se da una contingencia secuencial.

Un par de códigos, dado y condicionado, si se hallan asociados con retardo r entonces constituyen un *patrón de retardo*. Decimos que ese patrón existe cuando la probabilidad

de retardo r entre el código dado y el condicionado difiere de la probabilidad incondicionada del código condicionado [$p_{AB}^r \neq p_B$]. Será de activación cuando la probabilidad de retardo r es mayor que la probabilidad incondicionada [$p_{AB}^r > p_B$] y será de inhibición, cuando la probabilidad es menor [$p_{AB}^r < p_B$].

La comparación de la probabilidad de retardo con la incondicionada sólo es adecuada con datos ESD y todo observable puede sucederse a sí mismo. En caso contrario, la comparación debe hacerse respecto a una probabilidad esperada bajo hipótesis nula.

En el análisis secuencial, las tablas de frecuencias de transición y de retardo pueden analizarse como tablas de contingencia sin temor a cometer errores tipo I (Quera, 1993) fijado un p-valor. Además, si el análisis secuencial es de corte descriptivo, como es nuestro caso, no se establece a priori patrones de activación o de una inhibición del código dado sobre el condicionado. Es por ello, que la hipótesis nula en los estudios descriptivos es la ausencia de pauta secuencial y la alternativa a la hipótesis nula sería la presencia de pauta secuencial.

IX.3.1. Frecuencia conjunta esperada, residuo y residuo ajustado

Para la estimación de la frecuencia, los autores consultados concuerdan en la existencia de varios procedimientos estadísticos para su cálculo. En este trabajo tomaremos la que utilizan Bakeman y Quera (1996) y que implementan en el programa de análisis secuencial GSEQ pues es esta herramienta tecnológica la que emplearemos en nuestro estudio.

El cálculo de frecuencias esperadas es distinto si se trata de ESD repetibles o no repetibles así como también según el orden de la transición (1,2,3...) y el tipo de retardo (1,2,...). Es por ello que los autores dividen inicialmente el estudio de las frecuencias esperadas en dos casos: a) para ESD y con códigos adyacentes repetibles y b) ESD sin códigos adyacentes repetibles.

a) En ESD repetibles, definen la frecuencia conjunta esperada de grado 1 para dos códigos A, B como:

$$f_{esp}^{1) (AB)} = \frac{f_{A+}^{1)} \times f_{+B}^{1)}}{f_{++}}$$

Es decir, la frecuencia esperada de AB de grado 1 es igual al cociente del producto de las frecuencias simples marginales de cada código entre la frecuencia total del registro.

De esta forma, el *residuo bruto* [RSDL en lenguaje de GSEQ] vendrá dado por:

$$resi(AB) = f_{AB}^{(1)} - f_{exp(AB)}^{(1)}$$

Y el *residuo ajustado* [ADJR en lenguaje GSEQ] como:

$$Z_{resi(AB)} = \frac{f_{AB}^{(1)} - f_{exp(AB)}^{(1)}}{\sqrt{f_{exp(AB)}^{(1)} \left(1 - \frac{f_{AB}^{(1)}}{f_{+B}^{(1)}}\right) \left(1 - \frac{f_{AB}^{(1)}}{f_{A+}^{(1)}}\right)}}$$

Según Bakeman y Quera (1996), el residuo ajustado se distribuye de forma aproximadamente normal en el supuesto de que los efectivos se asignen a las casillas independientemente. La aproximación es aceptable cuando $0.1 < \frac{f_{exp(AB)}^{(1)}}{f_{A+}^{(1)}} < 0.9$ y $f_{A+}^{(1)} > 30$, a pesar de estas condiciones, el cumplimiento de las mismas no debe considerarse como una garantía de normalidad. Además, afirman que dicho estadístico proporciona una aproximación razonable tanto para ESD repetibles como para ESD no repetibles. Por último, la probabilidad de retardo es igual a la probabilidad incondicionada cuando las autotransiciones de códigos son posibles

b) En ESD no repetibles, la probabilidad de transición 1 de un observable hacia sí mismo es nulo: $Tp^{(1)}_{XX} = 0$ y como es normal $Tf^{(1)}_{XX} = 0$. Es decir, la tabla de frecuencias de transición 1 contendrá ceros lógicos o estructurales en la diagonal principal. La hipótesis nula sólo se establece en las casillas fuera de la diagonal principal.

Para este tipo de códigos, GSEQ utiliza un procedimiento de ajuste proporcional iterativo propuesto por Goodman (1986, citado por Bakeman y Quera, 1996) para el cálculo de las frecuencias esperadas. El proceso es complejo y escapa del propósito explicativo de este trabajo al igual que ocurre con el cálculo de frecuencias esperadas y residuos ajustados para retardos superiores a 1. Remitimos al lector a los documentos originales citados en esta sección.

Por ejemplo, en la secuencia 1B, $p_{AB}^2=1/2$ y $p_B=3/9$. En este caso $p_{AB}^2 > p_B$ y por tanto existe un patrón de activación $A \rightarrow B$ de orden 2. En general, la comparación entre ambas probabilidades debe hacerse respecto a una probabilidad esperada bajo hipótesis nula y cierto grado de significación.

IX.4. Representaciones gráficas de datos secuenciales

Las representaciones gráficas de datos secuenciales nos muestran como han ido evolucionando tanto los criterios como las categorías a lo largo del tiempo y/o número de eventos sucedidos. También sirven para visualizar las relaciones existentes entre categorías. En esta sección mostramos algunas formas de representar datos secuenciales y aunque no todas ellas van a ser utilizadas posteriormente en el análisis de los datos, se considera adecuado presentarlas para trabajos futuros.

IX.4.1. Tablas de microanálisis

Las tablas de microanálisis son básicamente redistribuciones de los códigos codificados de un sistema de categoría mutuamente excluyente en función de las medidas implicadas. Así, se divide el tiempo total de la sesión en intervalos de amplitud fija y en cada uno de estos intervalos, ordenados secuencialmente, se anota el lugar del orden de ocurrencia de cada código codificado en dicho intervalo. Dicha información se dispone en una tabla denominada de microanálisis

Veamos un ejemplo: Supongamos el sistema de categorías de la secuencia 1B que tiene una duración = 40 segundos. Supongamos que la duración de cada observable viene dada por la tabla de registro (ver Tabla Anexo IX-14). A continuación, dividimos el tiempo total en intervalos de 8 segundos.

Tabla Anexo IX- 14. Microanálisis para la secuencia 1B

Tabla de registro		Tabla de microanálisis								
Observable	Duración	<i>I/O</i>	1	2	3	4	5	<i>f</i>	<i>fm</i>	<i>D</i>
A	3	A	1	2	2 → 1			3	4	14
B	7	B	2 → 1			3 → 1		3	4	18
A	4	C		3 → 1	2	2		2	4	8
C	6									40
B	5									
C	2									
A	7									
B	6									

Notas.

I=Intervalo

O=Observable

f=frecuencia [cantidad de veces que se ha codificado el observable]

fm=frecuencia modificada [cantidad de veces que se ha codificado el observable sobre el total de intervalos]

D=duración total del observable

A partir de estos valores, se puede analizar comparativamente el comportamiento de una categoría a nivel intersesional o bien dentro de una misma sesión entre distintos sujetos que interactúan entre sí.

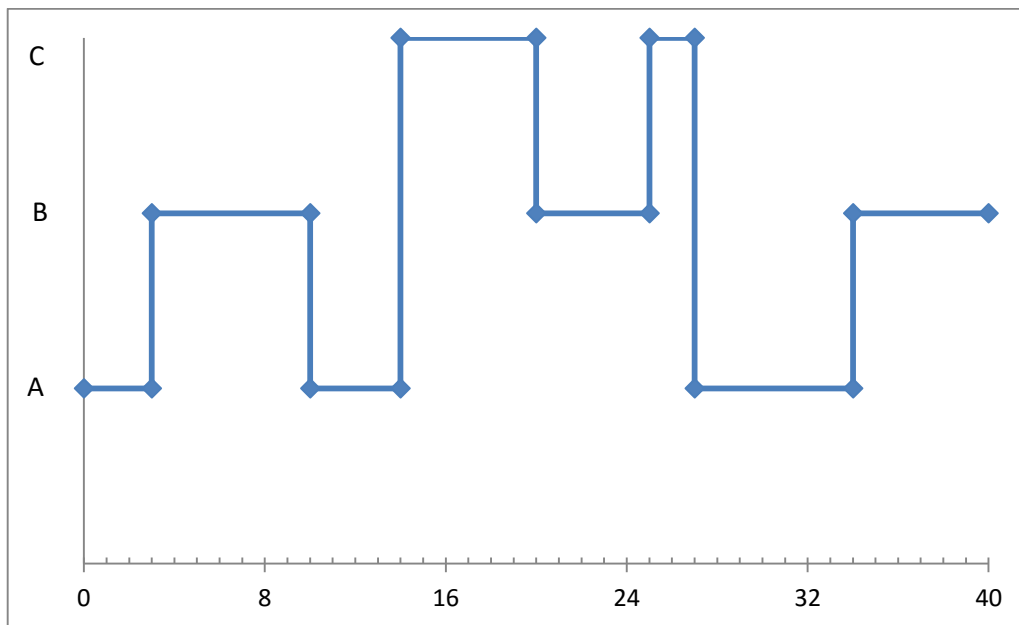
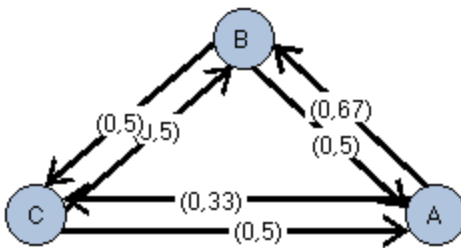


Figura Anexo IX- 4. Gráfico secuencial

XI.4.2. Grafos de transición y de patrones

Dada una matriz de probabilidades de transición se pueden representar los datos mediante diagramas o grafos. En el grafo, cada código se corresponde con un nodo y cada flecha representa la probabilidad de transición desde el código dado al código condicionado u objetivo.

Por ejemplo, para la secuencia 1B se tiene:

Tabla Anexo IX- 15. Grafo de transición para la secuencia 1B				
Matriz de Probabilidades de Transición 1	Grafo de Probabilidades de transición 1			
	A	B	C	
A	0	2/3	1/3	
B	1/2	0	1/2	
C	1/2	1/2	0	

De igual forma se puede obtener el grafo de retardos (Figura Anexo IX- 5) que nos indicará tanto los patrones obtenidos como el sentido de los mismos (Activación o Inhibición). Para su construcción, en primer lugar, se observa en la matriz de residuos ajustados para dicho retardo, aquellos valores mayores que 1.98 (Activación) y menores que -1.98 (Inhibición). A continuación, de la matriz de p-valores, se observan aquellos que son cercanos a cero (Se rechaza la hipótesis nula y significativos). Finalmente se dispone un grafo en el que cada nodo corresponde a un código y cada transición una flecha desde el código dado al código objeto. La flecha se acompaña con el signo del residuo ajustado.

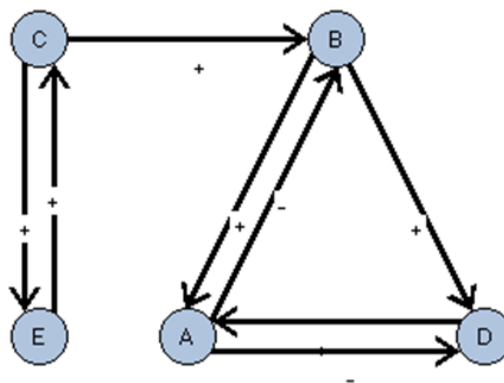


Figura Anexo IX- 5. Grafo de retardos

IX.4.3. Perfiles de retardo

Un perfil de retardo es la representación gráfica de los residuos ajustados de un código objeto respecto de un código dado, en función de un retardo. Si el código dado y objeto es el mismo, el perfil se denominará de autocontingencia ajustado, si son distintos, de contingencia cruzada ajustada. Se suele incluir la banda de significación $(-1.98, 1.98)$ a fin de destacar los patrones de inhibición y activación.

El empleo de perfiles normalizados facilita la comparación de los efectos de un mismo código dado sobre distintos códigos objeto. Para su elaboración, se utiliza la técnica de Sackett (1980). Veamos con un ejemplo tomado de Quera (1993)

Supongamos A=código criterio; A, B, C, D y E como códigos objetivos. Supongamos que el sistema de codificación {A, B, C, D, E} es EME no repetibles y que presenta los siguientes valores de la *z ajustada* tomando como código criterio G y los restantes como códigos dados en los retardos 1, 2 y 3.

Tabla Anexo IX- 16. . Valores z-ajustados para el criterio G

Retardo	Códigos objeto				
	A	B	C	D	E
1	0	0,9	4,1	-2,35	-3,1
2	-2,26	2,45	-0,35	-0,8	-0,2
3	0,9	2,1	-3,15	0,35	-0,45

El gráfico de perfiles de retardo agrupado (Figura Anexo IX- 6):

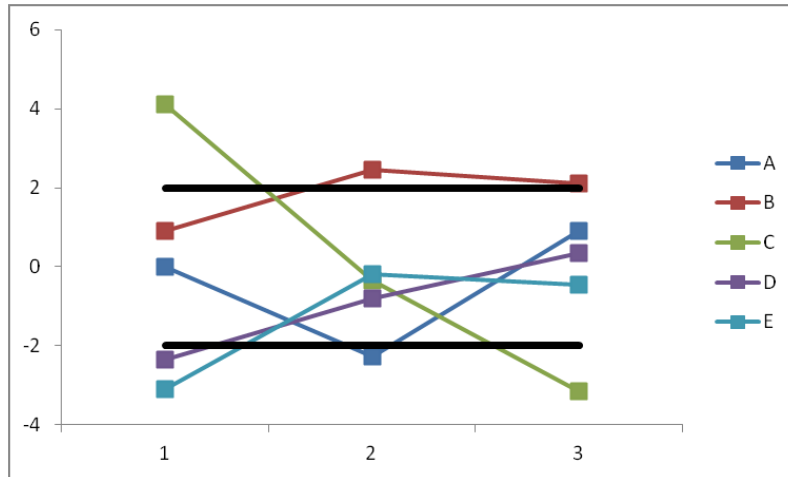


Figura Anexo IX- 6. Grafica de perfiles de retardo agrupado

IX.5. Técnica de coordenadas polares, reducción de datos

Entre las técnicas de análisis del comportamiento en la metodología observacional, la técnica de coordenadas polares (Sackett, 1980) es un potente reductor de datos que permite conocer las relaciones entre los códigos que conforman un sistema de categorías obteniendo un mapa de relaciones a través del cual objetivar en qué medida cada una de las categorías repercute en las otras y si esta influencia es inhibidora o activadora.

Aunque inicialmente fue propuesto por Sackett (1980), en este trabajo adoptaremos la modificación de retrospectividad genuina (Gorospe y Anguera, 2000). Para explicar el proceso, supongamos que tenemos un sistema de categorías $\{A, B, C, D, E\}$; fijado un código, por ejemplo, el código E , se considera: a) la perspectiva prospectiva, es decir, tener en cuenta las puntuaciones z de los residuos ajustados en el número de retardos considerados, tomando E como código criterio y las demás (A, B, C, D) como objetivo o apareo y, b) la perspectiva retrospectiva, considerar ahora el código E como objetivo o apareo y cada uno de los demás como criterio o dado.

Una vez obtenidas las puntuaciones z , se obtienen los valores del estadístico $Z_{sum} = \frac{\sum z}{\sqrt{n}}$ siendo z los valores independientes obtenidos en los respectivos retardos considerados y siendo n el número de retardos.

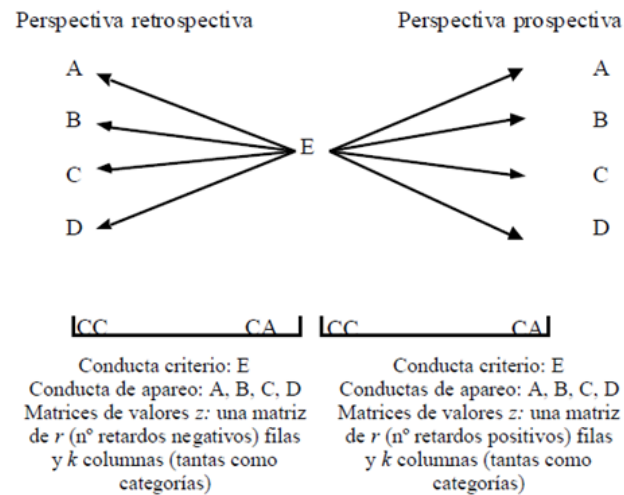


Figura Anexo IX- 7. Modelo de coordenadas polares de retroactividad

(Gorospe y Anguera, 2000, p. 279)

Si llamamos Z_{sumX} a los valores del estadístico para la perspectiva prospectiva y Z_{sumY} para la retrospectiva, el par (Z_{sumX}, Z_{sumY}) nos permite definir vectores con los que construir un mapa de códigos de inhibición y excitación entre códigos sobre un sistema de ejes coordenados. Para que las relaciones se consideren significativas a nivel $\alpha=0.05$, los módulos de los vectores generados deberán ser superiores a 1.96 mientras que el ángulo respecto del origen nos proporcionará la naturaleza de la relación (inhibición o excitación). La interpretación se sintetiza en la Figura Anexo IX- 8.

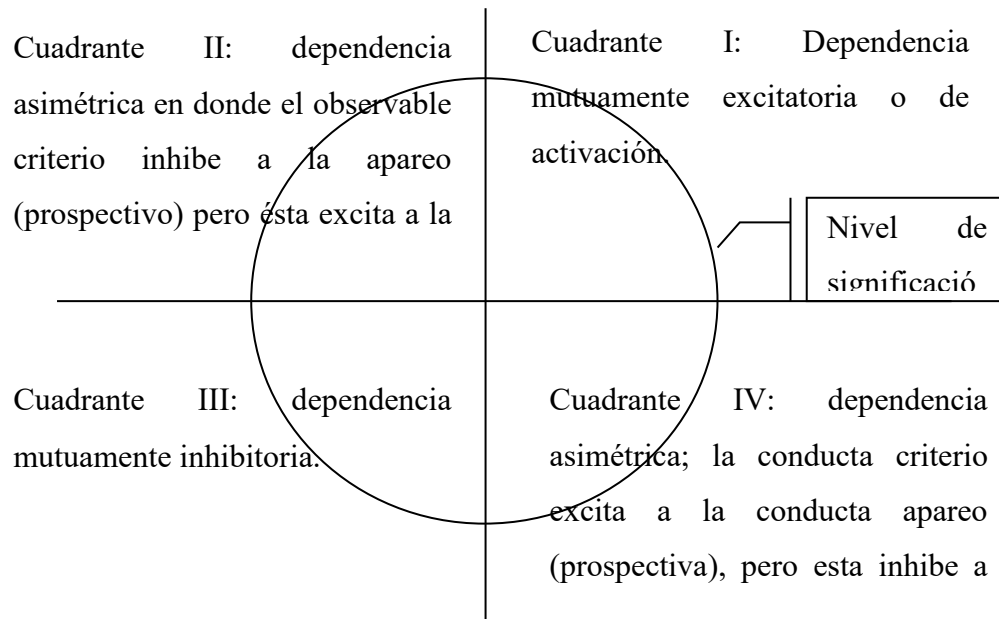


Figura Anexo IX- 8. Cuadrantes para las coordenadas polares

La variante de la retrospectividad genuina (Gorospe y Anguera, 2000) considera calcular los retardos positivos, de +1 a +5 en la perspectiva prospectiva mientras que de -1 a -5 en la perspectiva retrospectiva. De esta forma, los valores a hallar son:

1. Z_{sumX} = Sumatorio de los residuos ajustados del retardo 1 al 5 dividido entre la raíz del número de retardos.

$$Z_{sumX} = \frac{\sum z}{\sqrt{5}}$$

2. Z_{sumY} = Sumatorio de los residuos ajustados del retardo -1 al -5 dividido entre la raíz del número de retardos.

$$Z_{sumY} = \frac{\sum z}{\sqrt{5}}$$

3. Cuadrante del vector = Cuadrante en que se situará la categoría de apareo en función del valor positivo o negativo de Z_{sumX} y Z_{sumY}

4. Módulo o longitud del radio = Raíz cuadrada de la suma del cuadrado de Z_{sumX} y del cuadrado de Z_{sumY} .

$$\text{Módulo} = \sqrt{Z_{sumX}^2 + Z_{sumY}^2}$$

5. Ángulo inicial; $\varphi = \arcseno\left(\frac{Z_{sumY}}{\sqrt{Z_{sumX}^2 + Z_{sumY}^2}}\right)$.

6. Ángulo transformado del vector:

φ si el vector está en el cuadrante I [(+,+)]

$180^\circ - \varphi$ si el vector está en el cuadrante II [(-,+)]

$180^\circ + \varphi$ si el vector está en el cuadrante III [(-,-)]

$360^\circ - \varphi$ si el vector está en el cuadrante IV [(+,-)]

En la Figura Anexo IX-9 presenta como la categoría E tiene una relación de activación mutua con las categorías C y A, en ambas perspectivas, mientras que tiene una relación de inhibición mutua con la categoría D en las componentes prospectiva y retrospectiva.

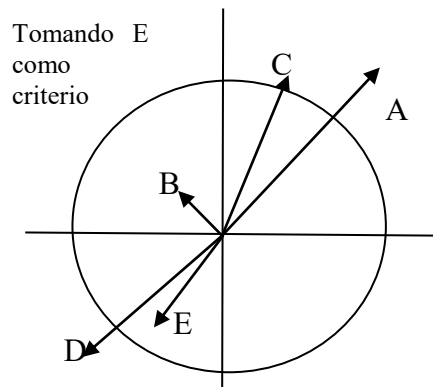


Figura Anexo IX- 9. Ejemplo gráfico coordenadas polares

Referencias

- Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J. L., y Hernández, A. (2000). La metodología observacional en el deporte: conceptos básicos. *Revista digital EFDeportes.com*, 1-7. Recuperado desde <http://www.efdeportes.com/efd24b/obs.htm>

- Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Hernández, A., y Losada, J. L. (2011). Diseños observacionales: ajuste y aplicación en psicología del deporte. *Cuadernos de Psicología del Deporte*, 11(2), 63-76.
- Bakeman, R., y Gottman, J. M. (1989). *Observación de la interacción: introducción al análisis secuencial*. Madrid: Ediciones Morata.
- Bakeman, R., y Quera, V. (1996). *Análisis de la interacción: Análisis secuencial con SDIS y GSEQ*. Madrid: Ra-Ma.
- Bakeman, R., y Quera, V. (2011a). *Sequential analysis and observational methods for the behavioral sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bakeman, R., y Quera, V. (2015). *GSEQ 5.1* [Software]. Barcelona. Disponible en <http://www2.gsu.edu/~psyrab/gseq/>
- Bakeman, R., Quera, V., & Gnisci, A. (2009). Observer agreement for timed-event sequential data: A comparison of time-based and event-based algorithms. *Behavior Research Methods*, 41(1), 137-147.
- Gorospe, G., y Anguera, M. T. (2000). Modificación de la técnica clásica de coordenadas polares mediante un desarrollo distinto de la retrospectividad: aplicación al tenis. *Psicothema*, 2(2), 279-282.
- Quera, V. (1993). Análisis secuencial. En M. T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación educativa* (Vol. 2, pp. 341-583). Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.
- Quera, V., Bakeman, R., & Gnisci, A. (2007). Observer agreement for event sequences: Methods and software for sequence alignment and reliability estimates. *Behavior Research Methods*, 39(1), 39-49.
- Sackett, G.P. (1980). Lag Sequential Analysis as a data Reduction Technique in Social Interaction Research. En D.B. Sawin, R.C. Hawkins, L.O. Walker y J.H. Penticuff (Eds.), *Exceptional infant. Psychosocial risks in infant-environment transactions* (pp. 300-340). New York: Brunner/Mazel

ANEXO X

Indicadores de las categorías

ÍNDICE

Introducción.....	1
1. Criterio sujeto	5
2. Criterio páginas	5
3. Criterio ratón	6
4. Criterio resolución de problemas.....	6
4.1. Categoría lectura	7
4.2. Categoría análisis	10
4.3. Categoría exploración	14
4.4. Categoría planificación	20
4.5. Categoría implementación	22
4.6. Categoría verificación.....	23
4.7. Categoría conversación.....	24
4.8. Categoría observación y escucha	25
5. Criterio interactividad.....	25
5.1. Categoría Interactividad 1	26
5.2. Categoría Interactividad 2.....	29
5.3. Categoría Interactividad 3.....	31
5.4. Categoría Interactividad 4.....	31
5.5. Categoría Interactividad 5.....	31
5.6. Categoría No Interactividad.....	34
6. Criterio arrastres	36

6.1. Categoría arrastre errático.....	37
6. 2. Categoría arrastre guiado	38
6.3. Categoría no arrastre	38
7. Referencias	38

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Anexo X- 1. Criterio 1, sujetos.....	3
Tabla Anexo X- 2. Criterio 2, visualización.....	3
Tabla Anexo X- 3. Criterio 3, ratón	3
Tabla Anexo X- 4. Criterio 4, estadio	4
Tabla Anexo X- 5. Criterio 5, interactividad.....	4
Tabla Anexo X- 6. Criterio 6, arrastre.....	4
Tabla Anexo X- 7. Categoría lectura, ejemplo A	9
Tabla Anexo X- 8. Categoría lectura, ejemplo B	9
Tabla Anexo X- 9. Categoría lectura, ejemplo C.	10
Tabla Anexo X- 10. Categoría análisis, ejemplo A.....	12
Tabla Anexo X- 11. Categoría análisis, ejemplo B	13
Tabla Anexo X- 12. Categoría exploración, ejemplo A.....	15
Tabla Anexo X- 13. Categoría exploración, ejemplo B	18
Tabla Anexo X- 14. Categoría interactividad 1.....	27
Tabla Anexo X- 15. Categoría interactividad 2, ejemplo.....	30
Tabla Anexo X- 16. Categorías Interactividad 4 y 5, ejemplo	32
Tabla Anexo X- 17. Categoría No interactividad, ejemplo.....	35

ÍNDICE DE FIGURAS Y EXTRACTOS

Figura Anexo X- 1. Construcción del criterio Resolución de Problemas.....	7
Extracto Anexo X- 1. Categoría análisis, ejemplo C.....	14
Extracto Anexo X- 2. Categoría planificación, ejemplo A	21
Extracto Anexo X- 3. Categoría planificación, ejemplo B.....	22
Extracto Anexo X- 4. Categoría Implementación, ejemplo	22
Extracto Anexo X- 5. Categoría verificación, rjemplo A.....	24
Extracto Anexo X- 6. Categoría verificación, ejemplo B	24
Extracto Anexo X- 7. Categoría conversación	25

Introducción

Concretado el diseño en el capítulo IV, en este Anexo describo el instrumento de observación, elaborado *ad hoc*, para registrar la ocurrencia o no de los observables, a través de un determinado código. En mi caso, utilizo un sistema mixto que combina el Formato Campo y los Sistemas de Categorías¹.

La técnica del formato de campo garantiza el registro sistemático de varios aspectos de un evento natural a través de la propuesta de criterios relevantes. Dichos criterios, son descritos y transformados en sistema de categorías situado bajo su cobertura. Dado que pretendo obtener datos secuenciales de eventos con tiempo, necesito que las categorías sean cerradas, exhaustivas y mutuamente excluyentes [EME].

Por su parte, un sistema de categorías es una “especie de receptáculos o moldes elaborados a partir de un componente empírico (realidad) y un marco teórico a los que se asignarán las conductas registradas” (Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, y Hernández, 2000). Para su elaboración, hay que seguir un proceso recurrente entre realidad y marco teórico, en las que las categorías constituyen un instrumento que específica como los observables tienen que ser seleccionados y registrados a partir del flujo de observables. Adicionalmente Bakeman y Gottman (1989) señalan que un sistema de categorías puede entenderse como una hipótesis informal que es “probada” a través del estudio completo en el cual se enmarca el sistema de categorías: “si la hipótesis tiene sentido, si se halla claramente centrada y plantea distinciones adecuadas, deberán emerger resultados sensibles e interpretables” (Bakeman y Gottman, 1989, p. 73).

Dichas criterios y categorías deben definirse y describirse con profundidad, contemplando todos los matices, cuidando al máximo la definición operacional y

¹ También es denominado *esquemas de codificación o catálogo de códigos* (Bakeman y Gottman, 1989).

utilizando ejemplos y contraejemplos clarificadores, tanto del núcleo categorial como del nivel de plasticidad o apertura (Anguera, 1993; Anguera et al., 2000).

Siguiendo estas premisas, mi instrumento de observación está formado por un sistema constituido por seis criterios y treinta y cinco categorías. Cada uno de estos criterios conforma un sistema de categorías e incluye un número variable de categorías exhaustivas y mutuamente excluyentes (EME) para dicho sistema. El proceso de construcción del sistema y las categorías parte, tanto de los referentes teóricos expuestos a lo largo de esta memoria de investigación, como de las observaciones no sistemáticas realizadas en las experiencias antecedentes y Ciclo 1 y 2.

Dichas observaciones asistemáticas permiten recoger información referida a los eventos naturales para los que modifíco y/o propongo criterios relevantes, y para cada uno de los criterios, un listado de acciones. Finalmente estas acciones configuran las categorías que me permiten realizar registros contextualizados y exhaustivos de los observables.

Dado que en este estudio considero diadas de sujetos, en las que necesariamente registro observables coocurrentes, estoy frente a una situación mixta. Los subsistemas cumplen la condición EME internamente, referidos a cada sujeto, pero al aplicarle el análisis a la pareja proporcionarían registros simultáneos y coocurrentes.

Los criterios seleccionados para la configuración del formato de campo y el subsecuente sistema de categoría son:

Tabla Anexo X- 1. Criterio 1, sujetos.

Identificación de cada sujeto interviniente		
Categorías	Código	Descripción
Sujeto 1	A1	Estudiante de 4° de L. Matemáticas con competencia matemática elevada
Sujeto 2	A2	Estudiante de 4° de L. Matemáticas con competencia matemática elevada
Sujeto 3	A3	Estudiante de 3° de Maestro en Educación Física con competencia matemática baja.
Sujeto 4	A4	Estudiante de 3° de L. Filología Inglesa con competencia matemática media
Sujeto 5	A5	Estudiante de 2° de Maestro en Educación Infantil con competencia matemática baja.
Sujeto 6	A6	Estudiante de 2° de Maestro en Educación Infantil con competencia matemática baja.
Sujeto 7	A7	Estudiante de 5° de L. Matemáticas con competencia matemática Elevada.
Sujeto 8	A8	Estudiante de 3° de Maestro en Lengua Extranjera con competencia matemática Media.
Observador	Prof	Observador-Profesor.

Tabla Anexo X- 2. Criterio 2, visualización.

Visualización de la pantalla del ordenador		
Categorías	Código	Descripción
Página 1	Pag1	Visualización de la primera página de la i-Actividad
Página 2	Pag2	Visualización de la segunda página de la i-Actividad
Página 3	Pag3	Visualización de la tercera página de la i-Actividad
Página 4	Pag4	Visualización de la cuarta página de la i-Actividad
Página 5	Pag5	Visualización de la quinta página de la i-Actividad
Página 6	Pag6	Visualización de la sexta página de la i-Actividad
No Página	NoPag	No se visualiza ninguna página de la i-Actividad.

Tabla Anexo X- 3. Criterio 3, ratón

Cuando alguno de los sujetos maneja el ratón y lleva a cabo alguna acción con el mismo.		
Categorías	Código	Descripción
Ratón	AxRat	El sujeto Ax está llevando a cabo una acción con el ratón
No Ratón	NoRat	Ningún sujeto lleva a cabo una acción con el ratón o simplemente tiene posada la mano sobre el mismo.

Tabla Anexo X- 4. Criterio 4, estadio

Periodo de tiempo durante el cual un sujeto está ocupado con un estadio de resolución de problemas		
Categorías	Código	Descripción
Lectura	AxLec	El sujeto Ax está en el episodio de Lectura
Análisis	AxAna	El sujeto Ax está en el episodio de Análisis
Exploración	AxExp	El sujeto Ax está en el episodio de Exploración
Planificación	AxPla	El sujeto Ax está en el episodio de Planificación
Implementación	AxImp	El sujeto Ax está en el episodio de Implementación
Verificación	AxVer	El sujeto Ax está en el episodio de Verificación
Observación y escucha	AxObs	El sujeto Ax está en el episodio de Observación y Escucha
Conversación	AxCon	El sujeto Ax se encuentra en el episodio de Diálogo con el Observador.

Tabla Anexo X- 5. Criterio 5, interactividad

Hay una reacción en un sujeto derivada de alguna acción con el ratón sobre la i-Actividad.		
Categorías	Código	Descripción
Interactividad 1	AxInt1	Cuando la reacción es simultánea y producida por el mismo sujeto (Ax) que está manejando el ratón.
Interactividad 2	AxInt2	Cuando la reacción es justo después y producida por el mismo sujeto (Ax) que estaba manejando el ratón
Interactividad 3	AxInt3	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón (Ax) y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-Actividad
Interactividad 4	AxInt4	Cuando la reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón (Ax) y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-Actividad
Interactividad 5	AxInt5	Cuando la reacción es producida por un sujeto (Ax) haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-Actividad.
Interactividad 6	AxNoInt	Cuando no hay reacción a alguna acción con el ratón sobre la i-Actividad

Tabla Anexo X- 6. Criterio 6, arrastre

Seleccionar algún elemento libre de algún applet de la i-Actividad y moverlo o arrastrarlo.		
Categorías	Código	Descripción
Errático	AxErr	Ax ejecuta un arrastre sin un plan específico, de forma aleatoria.
Guiado	AxGui	Ax ejecuta un arrastre con un plan específico, para comprobar alguna propiedad o característica de la figura observada
No arrastre	NoArr	No se ejecuta ningún arrastre sobre algún applet.

A continuación, para cada uno de los criterios, detallo la relación de indicadores del criterio, el grado de apertura del mismo y las categorías consideradas, haciendo breves referencias, en caso necesario, a los constructos teóricos que los sustentan.

1. Criterio sujeto

Dado que en mi estudio considero diadas de sujetos en las que necesariamente registro observables coocurrentes, es necesario establecer un criterio que me permita identificar cada uno de los sujetos.

Descripción: El criterio identifica a cada uno de los sujetos.

Grado de apertura, indicadores:

Aunque el criterio presenta 9 categorías, por sesión solo son registradas cinco (las dos parejas de sujetos por sesión y el observador). Los rangos y códigos asociados son AX , donde A significa alumno/a y $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ identifica a los distintos alumnos/as y $Prof$ identifica al Observador. Los códigos AX acompañan a los códigos de los criterios Ratón, Resolución de Problemas, Interactividad y Arrastre, a modo de etiqueta complementaria, salvo en las categorías complementarias para dichos criterios. El código $Prof$ lo registro cuando el observador inicia una locución y finaliza cuando ésta termina. Los códigos también permiten identificar a las parejas (Los alumnos/as AX y $A(X+1)$ forman pareja). Las categorías para este criterio constituyen un sistema EME.

2. Criterio páginas

Este criterio permite conocer aquella página de la i-actividad que es visualizada por los estudiantes en la pantalla del ordenador. En el diseño final de la i-actividad (Ciclo 3) contiene un conjunto de 6 páginas entrelazadas (Ver Capítulo IV, apartado 3.3.4).

Descripción: El criterio representa la página visualizada en la pantalla del ordenador.

Grado de apertura, indicadores:

El rango posible de categorías y códigos asociados serán $PagX$, donde $X=\{1,2,3,4,5,6\}$ y $NoPag$, donde $NoPag$ identifica la categoría complementaria. Dicha código es asignado cuando en la pantalla del ordenador no es visualizada ninguna de las páginas que componen la i-actividad. El conjunto constituye un sistema EME. Este criterio solo es necesario registrarlo al inicio de visualización

en la pantalla del ordenador de la página, puesto que el inicio de otra categoría implica la finalización de la categoría previa.

3. *Criterio ratón*

A lo largo de las experiencias realizadas he ido observando la necesidad de establecer un criterio que refleje quién maneja el ratón de la pareja. Defino por *manejo del ratón* cuando un sujeto tiene situada una mano sobre el ratón y se visualizan movimientos del cursor sobre la pantalla del ordenador a la vez que dicho sujeto los observa.

Descripción: El criterio representa qué sujeto maneja el ratón.

Grado de apertura, indicadores:

El rango posible de categorías y códigos asociados será *AXRat*, donde $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ y *NoRat*, que identifica la categoría complementaria. El conjunto así diseñado constituye un sistema EME. El criterio sólo es necesario registrarlo al inicio del movimiento y visualización, el inicio de la otra categoría implica la finalización de la categoría previa y coincidirá cuando el sujeto no tiene la mano sobre el ratón, o no hay movimiento del ratón, o aún observándola, el sujeto no está mirando el movimiento del puntero en la pantalla del ordenador.

4. *Criterio resolución de problemas*

Este criterio es el referente de los procesos que llevan a cabo los sujetos cuando están resolviendo el problema de optimización. El criterio está basado en los constructos teóricos descritos en el Capítulo III-marco teórico, teniendo como referentes principales los trabajos de Artzt y Armour-Thomas (1992), Pólya (1945) y Schoenfeld (1985). Dicho criterio ha ido modificándose a lo largo de los distintos ciclos, especialmente debido a la necesidad de introducir la interactividad como un elemento más en los distintos estadios.

A partir de lo anterior, para este estudio propongo una nueva estructuración de los estadios, tomando el siguiente rango de categorías² y códigos asociados: lectura

² Salvando las diferencias en la terminología, situamos las fases de trabajo de Pólya (1945) al mismo nivel que los episodios de Schoenfeld (1985) y las fases de Artzt y Armour-Thomas (1992). En términos de la metodología observacional, estos episodios se corresponden con nuestras categorías.

[*AxLec*], análisis [*AXAna*], exploración [*AxExp*], planificación [*AxPla*], implementación [*AxImp*], verificación [*AxVer*] y observación y escucha [*AxObs*], al que añado la categoría diálogo con el observador-profesor [*AxDlg*]. La Figura Anexo X- 2 muestra la relación existente entre las distintas categorías según los autores señalados anteriormente. El conjunto así diseñado constituye un sistema EME. El criterio solo es necesario registrarlo al inicio de cada categoría puesto que el inicio de otra implica la finalización de la categoría previa.

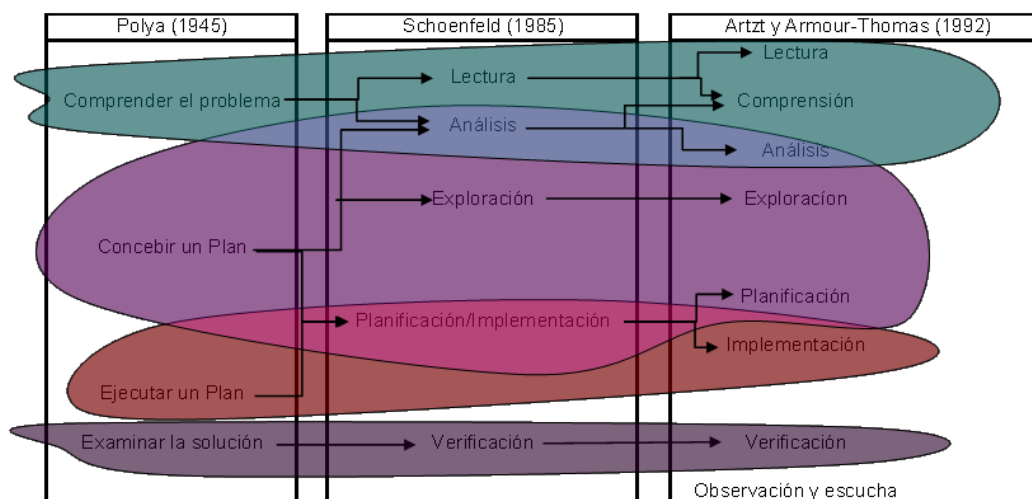


Figura Anexo X- 2. Construcción del criterio Resolución de Problemas

Como he señalado previamente, el formato de campo y sistema de categorías está compuesto por una serie de criterios que por sí mismos son EME pero, en conjunto, pueden ser concurrentes, y de hecho lo son. Por ello, la descripción y el grado de apertura en cada una de las categorías de este criterio contienen aspectos relacionados con el criterio Arrastre, así como observables asociados a la interactividad y a su influencia en el proceso de resolución. En la redacción que a continuación utilizo, he optado por usar el singular, aunque el estudio trata con diadas de sujetos³.

4.1. Categoría lectura

Descripción: El sujeto realiza la lectura del enunciado del problema e interioriza las condiciones y objetivo del problema. Cabe aquí hacer una matización respecto de qué se entenderá por enunciado. Tradicionalmente, un enunciado es la información textual de una situación problemática y que puede venir acompañada de ilustraciones o representaciones. En nuestro caso, considero por enunciado cualquier texto que

³ Debido a la complejidad que puede acarrear la interpretación de las categorías, y tal y como recomienda Anguera (1993) y Anguera et al. (2000), en el Anexo X expongo ejemplos explicativos para cada categoría.

aparezca en la i-actividad, así como la imagen que describe la situación problemática situada en la primera página. No considero parte del enunciado los distintos Applets que contiene la i-actividad.

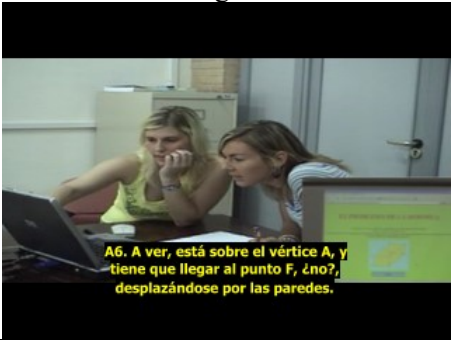
Grado de apertura, indicadores:

- 1.1 El estudiante lee, relee, en voz alta, en silencio o “murmurando”.
- 1.2 El estudiante va señalando con el cursor del ratón mientras lee (en voz alta, en silencio o murmurando).
- 1.3 El estudiante establece relaciones entre el enunciado y el acto de señalar (realizando un gesto deíctico o situando el cursor del ratón sobre una parte del enunciado).
- 1.4 El estudiante sólo anota los datos del problema (condiciones y objetivo).
- 1.5 El estudiante observa la pantalla con la intención de comprender el enunciado del problema.

A continuación muestro algunos ejemplos de secuencias de observables de esta categoría:

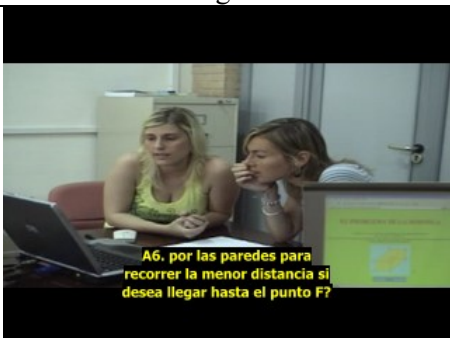
A) En el fotograma de la Tabla Anexo X- 7 muestro cómo el sujeto *A6* señala sobre la pantalla con gestos deícticos, a la vez que intenta comprender el enunciado del problema. La transcripción de su verbalización corrobora esta asignación: *-A6: A ver, está sobre el vértice A, y tiene que llegar al punto F, ¿no?, desplazándose por las paredes.* Las relaciones que establece *A6* están destinadas a la comprensión del enunciado y no a la comprensión de la estructura del problema en cuyo caso estaríamos hablando de un observable tipificado por el indicador 2.2 de la categoría de análisis.

Tabla Anexo X- 7. Categoría lectura, ejemplo A

Fotograma	Transcripción
	<p>A6. A ver, está sobre el vértice A, y tiene que llegar al punto F, ¿no?, desplazándose por las paredes</p>

B) En el fotograma de la Tabla Anexo X- 8 muestro como *A5* y *A6* leen el enunciado del problema, *A6* en voz alta (*A6- por las paredes para recorrer la menor distancia si desea llegar hasta el punto F*) y *A5* en silencio, observando la pantalla del ordenador.

Tabla Anexo X- 8. Categoría lectura, ejemplo B

Fotograma	Transcripción
	<p>A6. por las paredes para recorrer la menor distancia si desea llegar hasta el punto F</p>

C) En la siguiente secuencia de fotogramas de la Tabla Anexo X- 9 muestro como *A2* lee el enunciado en silencio mientras *A1* anota los datos del problema. Considerar que solo anota los datos nos permite diferenciar este observable de la tipificada en el indicador 2.3 de la Categoría análisis.

Tabla Anexo X-9. Categoría lectura, ejemplo C.

Fotograma 1



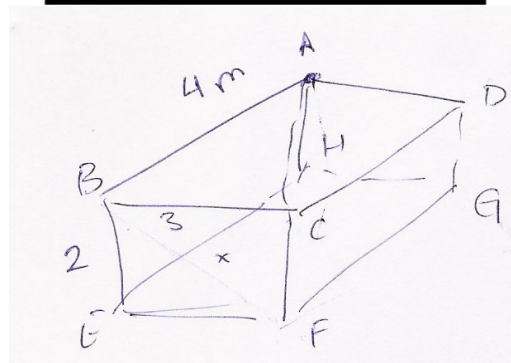
Fotograma 2



Fotograma 3



Representación gráfica



4.2. Categoría análisis

Descripción: En esta categoría el sujeto intenta “comprender el problema, seleccionar una perspectiva adecuada para abordar su resolución, simplificar o reformular el problema atendiendo a esta perspectiva e introducir las consideraciones o mecanismos que el sujeto crea pertinentes cuando no existe una aparente forma de proceder” (Schoenfeld, 1985, p. 298). El sujeto suele considerar “conocimiento específico que es

relevante para el problema” (Artzt y Armour-Thomas, 1992, p. 172). Las conductas y procesos suelen ser estructurados con acciones que tienen un objetivo prefijado cercano a las condiciones del problema.

Grado de apertura, indicadores:

- 2.1 El estudiante modifica el enunciado a su lenguaje, simplificándolo o reformulándolo.
- 2.2 El estudiante modeliza el enunciado como consecuencia o a través de la interactividad con la i-Actividad o bien, con representaciones directamente extraídas del enunciado.
- 2.3 El estudiante identifica información importante extraíble directamente del enunciado o la ausencia de ella.
- 2.4 El estudiante establece relaciones entre los datos y las metas.
- 2.5 El estudiante establece a groso modo un Plan.
- 2.6 El estudiante revisa las condiciones y el significado del problema.
- 2.7 El estudiante se pregunta si ha realizado algún problema similar.

A continuación muestro algunos ejemplos de secuencias de observables de esta categoría:

A) En la siguiente secuencia de fotogramas de la Tabla Anexo X- 10 muestro a *A5* describiendo sobre la pantalla del ordenador, a través de su dedo índice, dos trayectorias. La primera trayectoria está relacionada con el enunciado de la i-actividad mientras que en la segunda añade información extraíble directamente del enunciado (ello me permite identificar este observable en esta categoría). Durante ocurre esto, *A6* observa y escuchando. Nótese que la información obtenida no proviene de una deducción, inferencia lógica u operación con los datos, en ese caso correspondería con la categoría 3.1.

Tabla Anexo X- 10. Categoría análisis, ejemplo A

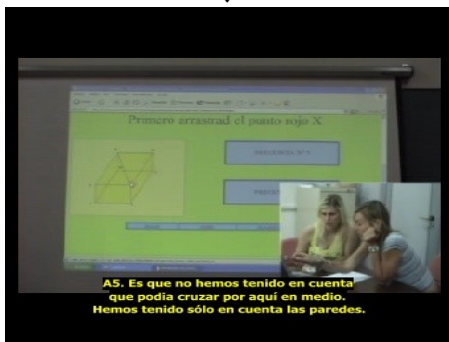
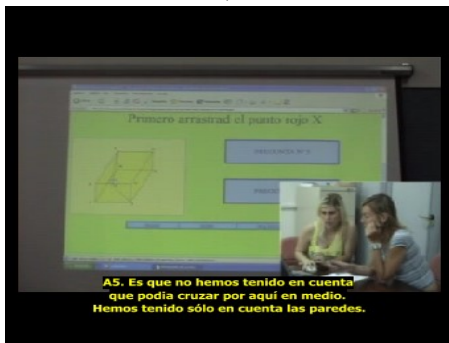
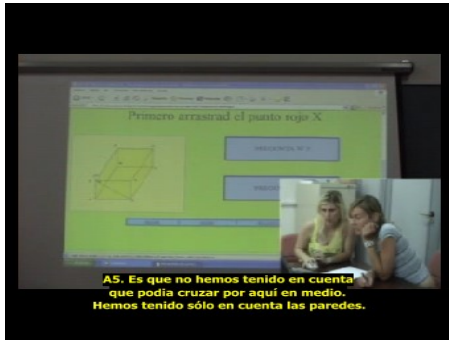
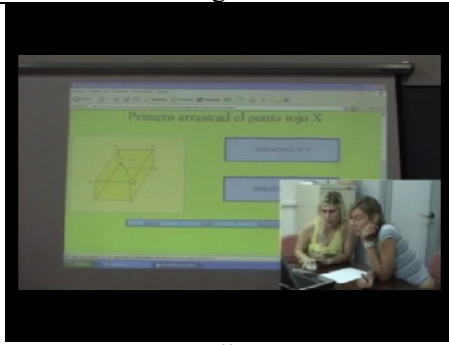
Fotogramas	Transcripción
	<p>A5. por que si va por aquí, tiene que bajar, luego ir hasta el E y del E al F,</p>
<p>↓</p>	
	<p>A5. que es lo mismo que si hace del A al D y del D al G y del G al F</p>

B) En la siguiente secuencia de fotogramas de la Tabla Anexo X- 11, *A6* lleva a cabo una modelización que le permite revisar las condiciones del problema como consecuencia de la interactividad. Nótese que mientras *A6* arrastra el punto rojo *X* (1er applet) sobre la artista *BC*, *A5* observa. Llegado un momento, como consecuencia de las acciones de *A6*, *A5* declara: -*A5*: *Es que no hemos tenido en cuenta que podía cruzar por aquí en medio. Hemos tenido sólo en cuenta las paredes.* Es esto lo que me permite identificarlo en esta categoría.

Tabla Anexo X- 11. Categoría análisis, ejemplo B

Fotogramas

Transcripción



A5. Es que no hemos tenido en cuenta que podía cruzar por aquí en medio. Hemos tenido sólo en cuenta las paredes.

Observación: A6 está arrastrando el punto rojo sobre la arista BC.

C) La siguiente transcripción (Extracto Anexo X- 1) muestra cómo *A3* establece, a grosso modo, un plan de resolución. Durante el tiempo que transcurre, *A3* ejemplifica sus palabras con el movimiento del punto rojo *X* del primer applet sobre la arista *BC* mientras que *A4* acompaña el razonamiento de *A3*.

Extracto Anexo X- 1. Categoría análisis, ejemplo C

A3. Era lo que estábamos diciendo

A4. Si, lo mismo

A3. O sea llevadnos hasta el punto C

A4. Um, um, Claro

A3. Esto va a ser menor que, que ésta. En principio, así se ve

A4. Ummmmmmmm, cre..., uum, ... no sé yo ¿he?...

A3. Pues si tenemos un triángulo rectángulo, al hacerlo, en cualquier caso

A4. A bueno claro .. si...

A3. Vamos a tener dos triángulos rectángulos, ¿no? el superior...

A4. Si si.

A3. Y el, y el inferior, es decir el que AB.. C y BF.

A4. Si.

A3. Dos triángulos rectángulos. Entonces solamente hay que calcular la hipotenusa.

A4. Ya...

A3. La suma de las hipotenusas nos va a dar el, ..., la distancia que lleva

4.3. Categoría exploración

Descripción: En esta categoría, el sujeto suele utilizar estrategias e idealmente no tiene un procedimiento estructurado de acción, haciendo necesario ejercer mayor control del progreso mediante evaluaciones locales y globales. En cierto sentido, es una revisión de la estructura del problema, en busca de información relevante que se pueda incorporar a una secuencia análisis-plan-ejecución. Es en el proceso de exploración en el que suelen producirse los *insigh*, por ello prestare especial atención a los que ocurran a raíz de interactividad de la i-actividad y a la realización de arrastres.

Grado de apertura, indicadores:

3.1 El estudiante busca información relevante no extraíble directamente del enunciado, pudiendo utilizar heurísticos para ello. El sujeto obtiene la información como consecuencias de deducciones, inferencias lógicas u operaciones con otros datos importantes que no son obtenidos directamente del enunciado.

3.2 El estudiante realizar experiencias de ensayo y error sin aparente estructura con

- lápiz y papel,

- interactuando con la i-Actividad,
- movimientos gesticulares.

3.3 El estudiante da sugerencias de acerca de nuevas formas de exploración.

A continuación muestro algunos ejemplos de secuencias de observables de esta categoría:

A) La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 12), separadas brevemente en el tiempo, muestra como *A3* tiene un insight acerca de una estrategia de resolución debido a la interactividad con el applet. Como consecuencia obtienen información no directamente extraíble del enunciado.

Tabla Anexo X- 12. Categoría exploración, ejemplo A

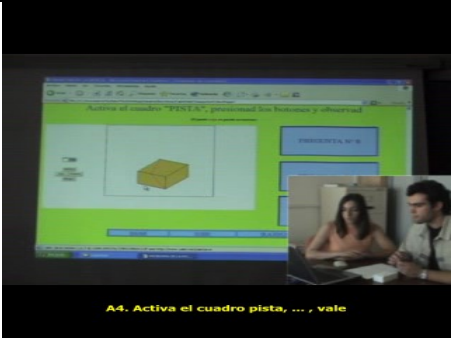
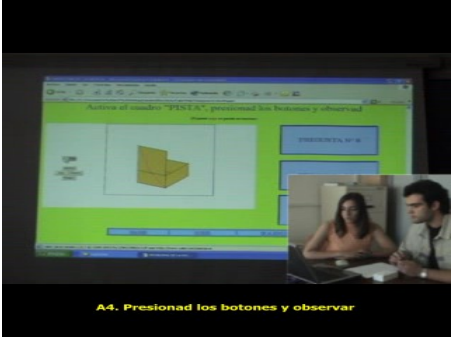
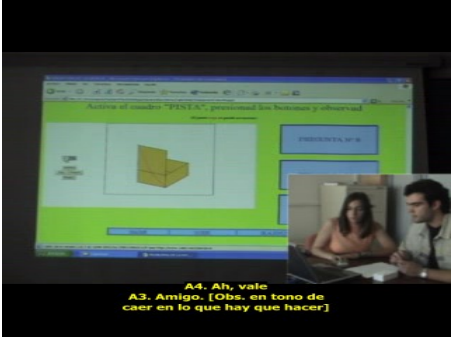
Fotogramas	Transcripción
	A4. Activad el cuadro pista, ..., vale
	A4. Presionad los botones y observad
	<p>A4. Ah, vale A3. Amigo Observación: En tono de caer en lo que hay que hacer</p>

Tabla Anexo X- 12. Categoría exploración, ejemplo A (continuación)

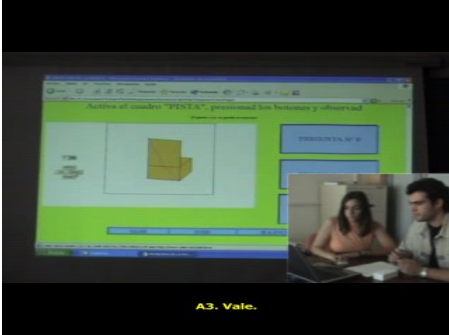
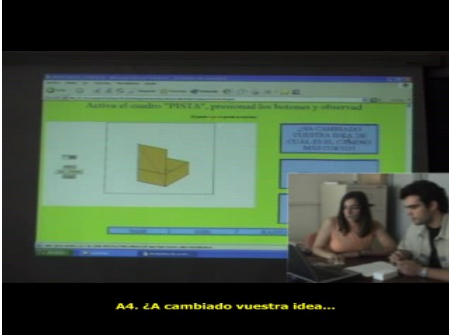
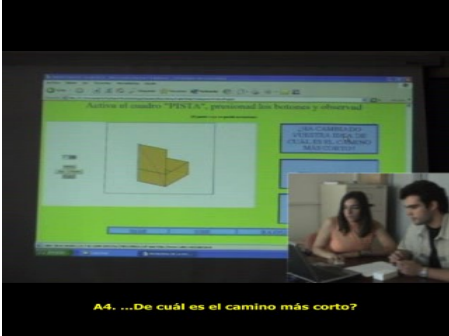
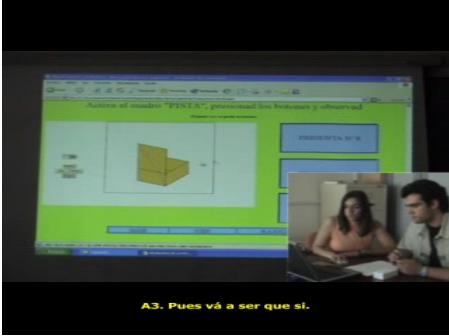
Fotogramas	Transcripción
	A3. Vale
	A4. ¿A cambiado vuestra idea...
	A4. ... de cual es el camino más corto?
	A3. Pues vá a ser que sí.

Tabla Anexo X- 12. Categoría exploración, ejemplo A (continuación)

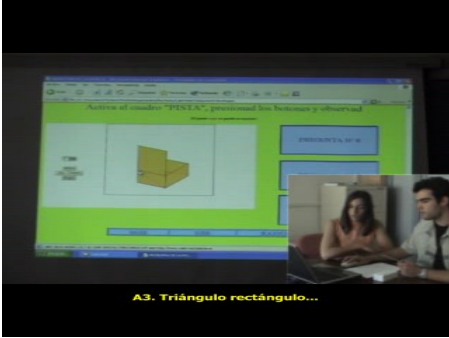
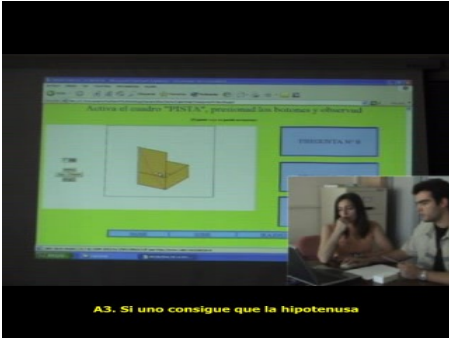
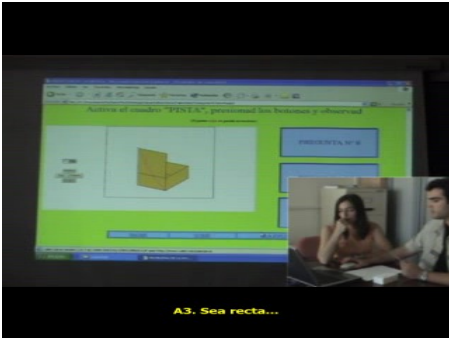

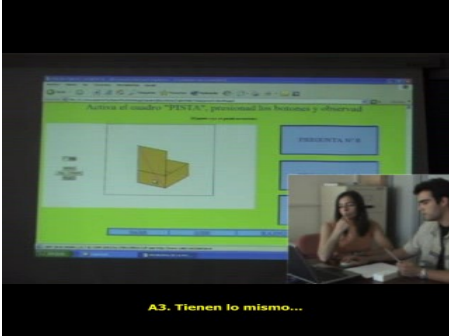
Fotogramas	Trascripción
	A3. Triángulo rectángulo
	A3. Si uno consigue que la hipotenusa
	A3. Sea recta
	A3. cojes, cojes los dos rectángulos

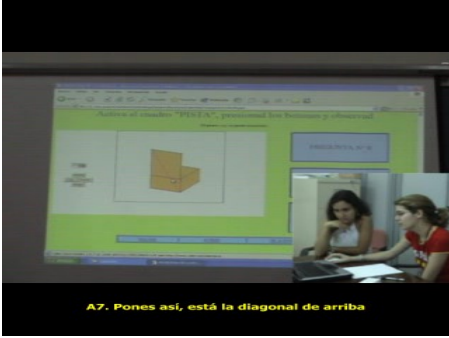
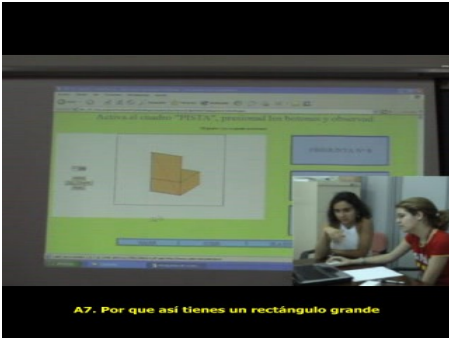
Tabla Anexo X- 12. Categoría exploración, ejemplo A (continuación)

Fotogramas	Transcripción
	A3. Tiene el mismo..

Nota: Mientras se produce la secuencia, el sujeto A3 arrastra el punto rojo sobre la arista BC.

B) La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 13), separadas brevemente en el tiempo, muestra como modifican el procedimiento de aproximación a la resolución del problema debido a la interactividad y lo que observan sobre la pantalla. La pareja desecha el antiguo procedimiento, planteando una nueva forma de exploración.

Tabla Anexo X- 13. Categoría exploración, ejemplo B

Fotogramas	Transcripción
	A7. Pones así, está la diagonal arriba
↓	
	A7. Por que así tienes un rectángulo grande
↓	

Ahora bien, tengo que tener en cuenta, tal y como señala Artzt y Armour-Thomas (1992, p. 141), que "... es bastante usual que un estudiante proponga un plan que es inmediatamente rechazado por algún compañero". Esta situación, a pesar de tener una decida apuesta por el plan, puede producir que, o bien la implementación no sea llevada a cabo, o bien surja una situación de trabajo en paralelo de los sujetos donde solo uno implemente el plan.

Grado de apertura, indicadores:

4.1 El estudiante enuncia un proceso de resolución.

4.2 El estudiante selecciona estrategias.

4.3 El estudiante interactúa con la i-Actividad para explicitar un proceso de resolución.

A continuación muestro algunos ejemplos de secuencias de observables de esta categoría:

A) En el siguiente extracto de la transcripción (Extracto Anexo X- 2) muestro cómo A7 y A8 enuncian un proceso de resolución y señalan una estrategia.

Extracto Anexo X- 2. Categoría planificación, ejemplo A

A7. ¿Cómo creéis que se resuelve el problema?

A8. ¿Pues teniendo en cuenta los datos, los de antes, hay que tenerlos en cuenta.

A7. El teorema de Pitágoras, ..., un poco.

A8. Puede que dándole, ..., como si estuviese..., tienes que venir en la A.

A7. Si mientras que, ..., aunque cortes aquí..., pues aquí tienes un triángulo rectángulo, ..., tú sabes cuento esto y cuento esto.

A8. Ah, claro. Pero aquí también sería... cuando ya aquí también baja.

A7. Claro, también tienes un triángulo aquí, y para sacar esta distancia y esta. Y si vas variando esto pues señal, se saca.

A8. Claro pero tenemos este de aquí, luego lo que haría sería.

A7. Claro, tienes ésta distancia pero, ..., a esto lo llamas X, ..., pones, ..., esto, ..., los dos, ..., esto que medía tres, ..., tres menos, ..., X es éste trozo, ..., y esto es, ..., lo pones todo en función de equis y sacas el mínimo.

B) En el siguiente extracto (Extracto Anexo X- 3) muestra como A6 enuncia un plan de resolución que es confirmado por el sujeto A5, con la clara intención de llevarlo a cabo.

Extracto Anexo X- 3. Categoría planificación, ejemplo B

A6. Es que yo no sé si será eso, porque sino como vamos a calcular esto, si tenemos los datos de esto, de los dos lados, el rectángulo como si fuera dos triángulos.

A5. Pues bueno, vamos a hacerlo. Si, si.

A6. ¡Míralo!

A5. Pero es que esto es, cuando, según el cateto que queramos.

A6. Ese es el cuatro.

4.5. Categoría implementación

Descripción: En esta categoría el sujeto ejecuta las acciones previamente estructuradas en la categoría de planificación.

Grado de apertura, indicadores:

5.1 El estudiante ejecuta un Plan de resolución.

5.2 El estudiante ejecuta cálculos y acciones que evidencian un plan previamente establecido.

5.3 El estudiante interactúa con la i-Actividad ejemplificando acciones que evidencian un plan previamente establecido.

En el siguiente extracto de la transcripción (Extracto Anexo X- 4) muestro un ejemplo de esta categoría:

Extracto Anexo X- 4. Categoría Implementación, ejemplo

A5. Pues será, cuatro al cuadrado, más tres al cuadrado y lo que tenemos que saber es lo que vale C. Si, es, espérate, cuatro al cuadrado 16,0.

A6. Veinticinco, ¿no?

A5. Veinticinco, lo que vale es este c es 5, 5 centímetros, ..., que yo no creo que sea, ¿5 centímetros de aquí a aquí, no?

A5. Bueno pues nosotros creemos que para resolver el problema lo que se tiene que hacer es el teorema de Pitágoras.

A5. ¿Por qué? Por que si nosotros ponemos, la, vemos la caja desde, desde arriba.

A5. Eh, sólo se ve una planta, ¿no? entonces si nosotros queremos saber el, sabemos el recorrido que hay desde A a B, que son cuatro metros, y sabemos el recorrido que hay de B a C, lo que queremos ahora saber es el recorrido que hay desde A, desde H a F y para eso vamos hecho el teorema de Pitágoras que nos sale cinco centímetros.

A6. Vamos a pintarlo aquí, ..., entonces como son cinco centímetros, si va de A a C son cinco más dos, o sea son siete.

A5. De la otra manera serían nueve centímetros, o sea la manera más corta es desde A a C y desde C a F.

4.6. Categoría verificación

Descripción: Esta categoría recoge, tanto la evaluación o control durante la resolución del problema (Evaluaciones Locales), como aquella se que se produce una vez que el sujeto emite una solución (Evaluación Global). Las Evaluaciones Locales permiten adoptar un nuevo camino, continuar o desechar lo que se está realizando y son indicadoras de cambios cognitivos y/o metacognitivos. En la Evaluación Global, el sujeto analiza la pertinencia, coherencia, exactitud y posibles aplicaciones de la solución y resolución alcanzada. Al contrario de lo que se pudiera pensar, la Evaluación Global no indica finalización del proceso de resolución; nótese que puede darse el caso de que la solución emitida sea incorrecta y sea necesario volver sobre alguna categoría previa.

Para este trabajo, considero que el estudiante lleva a cabo una Evaluación Local si previamente no ha enunciado o explicitado una solución del problema y solicita al compañero/a o realiza una parada o reflexión sobre el proceso de resolución llevado a cabo. En caso contrario, considero que está realizando una Evaluación Global. En todos los casos, considero como evaluaciones las interacciones con la i-actividad producidas simultáneamente con observables que tengan un marcado carácter intencional de control o evaluación.

Grado de apertura, indicadores:

6.1 El estudiante:

- reflexiona acerca del proceso seguido una vez emitida la solución (Evaluación Global).
- solicita al compañero o reflexiona acerca de lo que está realizando (Evaluación local).

6.2 El estudiante evalúa la solución (Evaluación Global) o resultados parciales (Evaluación Local) a través de comprobaciones numéricas, visuales, gesticulares, utilizando material estructurado o con la interacción con la i-Actividad.

6.3 El estudiante evalúa utilidad de información nueva.

A continuación muestro algunos ejemplos de secuencias de observables de esta categoría:

A) El siguiente extracto de la transcripción (Extracto Anexo X- 5) muestra a A8 ejerciendo un control a raíz de una afirmación dubitativa de A7.

Extracto Anexo X- 5. Categoría verificación, ejemplo A

A7. *¿Coincide con lo obtenido antes? Pues... este si...*

A8. *¿Pero el otro..?, ..., ¿con el X'?, ..., Que tiene que estar más o menos igual.*

B) El siguiente extracto de transcripción (Extracto Anexo X- 6) muestra la secuencia en la que A4 ejerce un control de las suposiciones y afirmaciones que A3 emite.

Extracto Anexo X- 6. Categoría verificación, ejemplo B

A3. *Era lo que estábamos diciendo.*

A4. *Si, lo mismo.*

A3. *O sea llevadnos hasta el punto C.*

A4. *Um, um, Claro.*

A3. *Esto va a ser menor que, que ésta.*

A3. *En principio, así se ve.*

A4. *Ummmmmmmm. cr.*

A4. *Uum... no se yo ¿he?...*

A3. *Pues si tenemos un triángulo rectángulo, al hacerlo, en cualquier caso.*

A4. *A bueno claro .. si...*

A3. *Vamos a tener dos triángulos rectángulos.*

A3. *¿No? el superior...*

A4. *Si si.*

A3. *Y el, y el inferior.*

A3. *Es decir el que AB.. C y BF.*

A4. *Si.*

A3. *Dos triángulos rectángulos. Entonces solamente hay que calcular la hipotenusa.*

A4. *Ya...*

A3. *La suma de las hipotenusas nos va a dar el, ..., la distancia que lleva.*

4.7. Categoría conversación

Descripción: Esta categoría refleja, por un lado, aquellas conversaciones de un sujeto dirigidas hacia el observador-profesor relativas a cuestiones técnicas y de funcionamiento de la i-actividad, así como la escucha de la misma por el otro sujeto. Por otro lado, refleja las conversaciones entre los sujetos relativas cuestiones técnicas de funcionamiento de la i-actividad. El contenido de la conversación no está referido expresamente a la resolución del problema.

Grado de apertura, indicadores:

- 7.1 El sujeto mantiene una conversación con el observador-profesor.
- 7.2 El sujeto escucha la conversación entre el compañero y el profesor.
- 7.3 Los sujetos mantienen una conversación relativa al funcionamiento técnica de la i-Actividad.

El siguiente extracto (Extracto Anexo X- 7) muestra un ejemplo de diálogo entre A1 y el Observador-profesor (P):

Extracto Anexo X- 7. Categoría conversación

A1. ¿Tenemos que contestar?

O. Si, pero a mí...

O. A mí imaginaros que ya yo no estoy, ¿vale?

A1. Vale.

O. Entonces eh, tenéis que contestar esas preguntas.

4.8. Categoría observación y escucha

Descripción: son las situaciones en las que uno de los sujetos atiende y/u observa el trabajo o acciones del compañero/a.

Grado de apertura, indicadores:

- 8.1 El estudiante observa y escucha lo que la otra persona está realizando.

Un ejemplo de esta categoría está descrito en la secuencia del ejemplo A) de la categoría de análisis.

5. Criterio interactividad

Como señala Castro (2004), la interactividad está implicada en todo el proceso instructivo a modo de diálogo entre sujeto y medio interactivo. Este diálogo irremediamente conlleva algún tipo de influencia sobre los sujetos, que es necesario identificar y ordenar. Este criterio está referido entonces a aquellos procesos interactivos acontecidos durante el proceso de resolución del problema de optimización con la i-actividad y su influencia en el proceso de resolución del problema a modo de reacción.

El criterio está basado principalmente en los constructos teóricos descritos a lo largo del presente trabajo relativo a los sistemas interactivos y los MVM, junto con las observaciones no sistemáticas efectuadas durante el proceso de construcción de la actividad.

Descripción:

Considero que existe influencia de la interactividad cuando ésta produce una reacción sobre el comportamiento del sujeto/s durante la resolución del problema claramente identificable en alguna de las categorías propuestas para el criterio Resolución de Problemas.

Grado de apertura del criterio.

El criterio presenta un conjunto de 6 categorías siendo una de ellas la categoría complementaria *NoInt*, la cual está referida a las situaciones en las que no existe influencia directa de la interactividad. Las 6 categorías componen un conjunto EME que caracteriza la influencia de la interactividad en el proceso de resolución del problema de optimización.

El rango de códigos posibles son $AxIntY$, donde $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ e $Y=\{1,2,3,4,5\}$ y *NoInt*. La codificación AX permite identificar al sujeto mientras que Y identifica el tipo de influencia. Aunque se puede considerar que la reacción se produce en un instante determinado, su influencia abarca un periodo de tiempo más extenso. Para superar la dificultad que conlleva cuantificar dicha influencia, adopto el siguiente criterio de mínimos: considero que la reacción que motiva la interactividad influye, al menos, durante todo el estadio del criterio Resolución de Problemas que ha sido codificado en el momento de producirse la reacción.

Con esta consideración, el inicio de cada categoría del criterio influencia lo sitúo en el instante en el que se produce la reacción y sitúo el final coincidiendo con el final de la categoría de resolución de problemas en la que se produce. Por último, el inicio de la categoría *NoInt* coincidirá con el inicio de la categoría *AxNoRat* correspondiente y sitúo el final, o bien al inicio de cualquiera de las otras categorías del criterio Interactividad, o bien al inicio de la categoría *Rat*.

5.1. Categoría Interactividad 1

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es simultánea y producida por el mismo sujeto que maneja el ratón.

La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 14), separadas brevemente en el tiempo, muestra a *A6* manejando el ratón sobre el applet 3 y a *A5* observando la pantalla. Previamente a la secuencia, *A6* ha arrastrado el punto X sobre la arista BC obteniendo una gráfica (a través de la traza). La secuencia comienza cuando *A6* inicia el arrastre de X' . Mientras lleva a cabo dicho arrastre y en un instante determinado, *A6* reacciona debido a la gráfica que se representa, a continuación *A5* realiza una pregunta control.

Tabla Anexo X- 14. Categoría interactividad 1

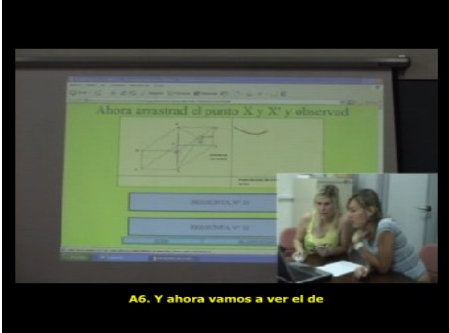
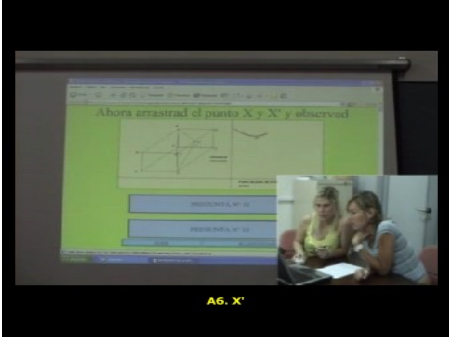
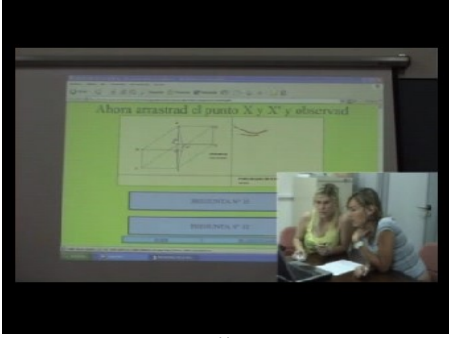
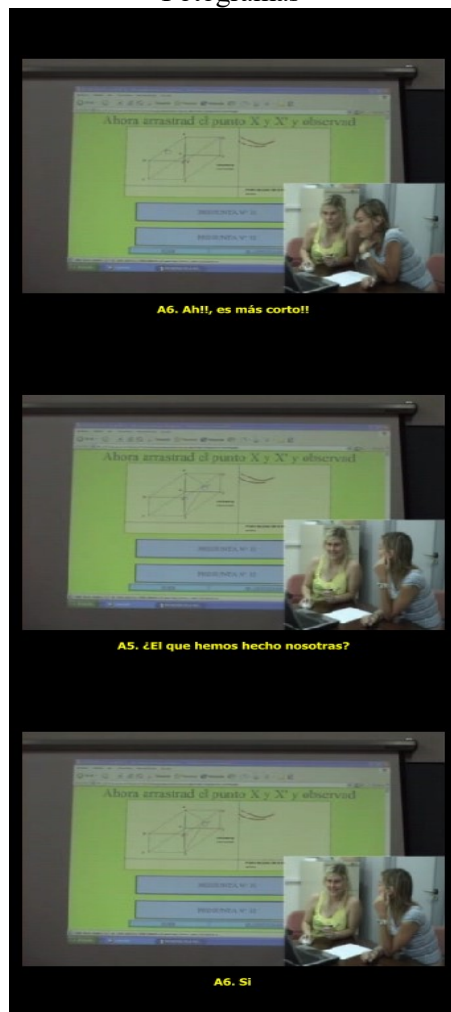
Fotogramas	Transcripción
	A6. Y ahora vamos a ver el de
<p style="text-align: center;">⇓</p> 	A6. X'
<p style="text-align: center;">⇓</p>  <p style="text-align: center;">⇓</p>	Observación: Arrastra el punto X' por la arista DC hacia el vértice C , el Applet dibuja la traza de la distancia a la vez que realiza el arrastre

Tabla Anexo X- 14. Categoría interactividad 1 (continuación)
Fotogramas Trascrición



A6. Ah!!, es más corto

A5. ¿El que hemos hecho nosotras?
Observación: A6 continua arrastrando el punto X'

A6. Si
Observación: A6 continua arrastrando el punto X'

5.2. Categoría Interactividad 2

Grado de apertura, indicador:

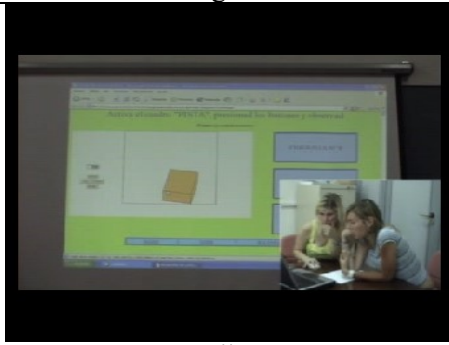
- La reacción es justo después y producida por el mismo sujeto que maneja el ratón.

La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 15) muestra a *A6* manejando el ratón del applet 2 y a *A5* observando la pantalla. *A6* arrastra el punto rojo *X* desde el vértice *B* al vértice *A*. El arrastre produce una reacción en *A5*, que a su vez produce una reacción en *A6*. Estamos ante un ejemplo de *Int2* para el sujeto *A6* (fotograma 4) e *Int3* para el sujeto *A5* (fotograma 3). Finalmente, *A6* no confirma la indicación sugerida por *A5*.

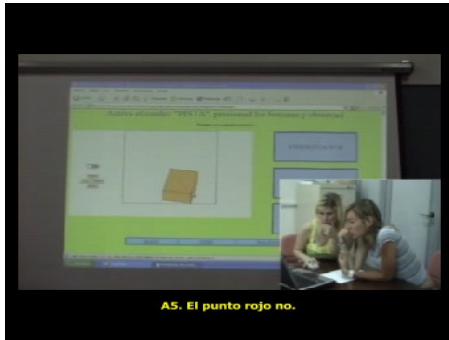
Tabla Anexo X- 15. Categoría interactividad 2, ejemplo

Fotogramas

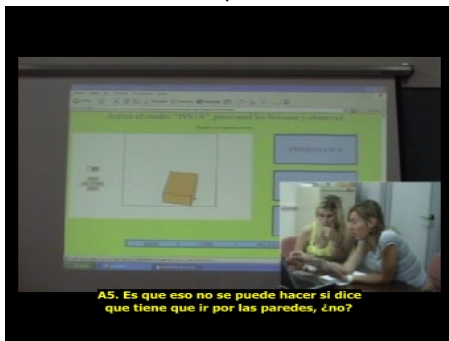
Transcripción



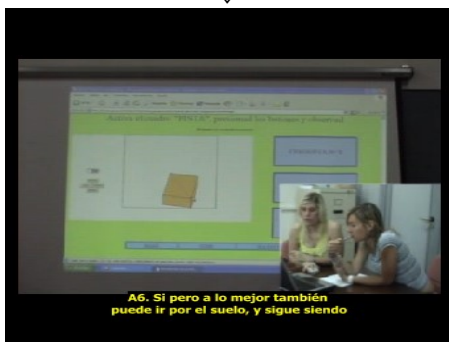
Observación: A6 sitúa el cursor sobre el vértice B



A5. El punto rojo no
Observación: A6 arrastra el punto rojo hacia el vértice C



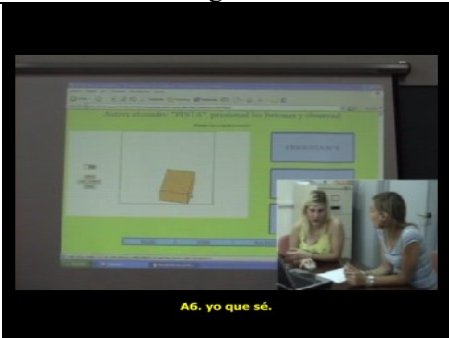
A5. Es que esto no puede hacer si dice que tiene que ir por las paredes, ¿no?



A6. Si pero a lo mejor también puede ir por el suelo y sigue siendo



Tabla Anexo X- 15. Categoría Interactividad 2, ejemplo (continuación)

Fotogramas	Trascripción
	<p data-bbox="1023 412 1198 441">A6. Yo que sé</p>

5.3. Categoría Interactividad 3

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y simultánea a la observación de una acción con el ratón sobre la i-Actividad del otro sujeto.

La secuencia de fotogramas mostrada en la Tabla Anexo X- 14, presentan al estudiante *A6* manejando el ratón sobre el applet 1 y a *A5* observando la pantalla. Llegado un instante y a la vez que se lleva a cabo la acción con el ratón, *A5* presenta una reacción del tipo *insight*.

5.4. Categoría Interactividad 4

Grado de apertura, indicador:

- La reacción es producida por un sujeto que no maneja el ratón y justo después a la observación de una acción con el ratón sobre la i-Actividad.

5.5. Categoría Interactividad 5

Grado de apertura, indicador:

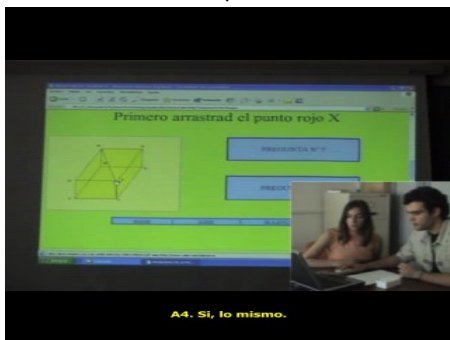
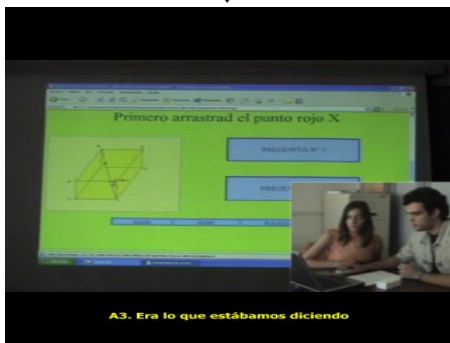
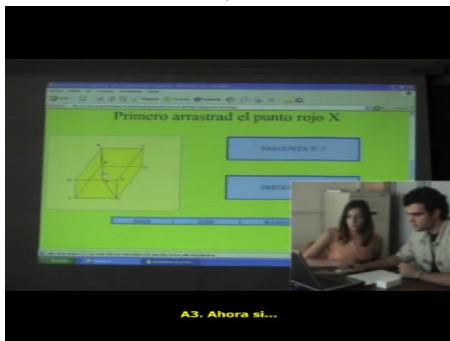
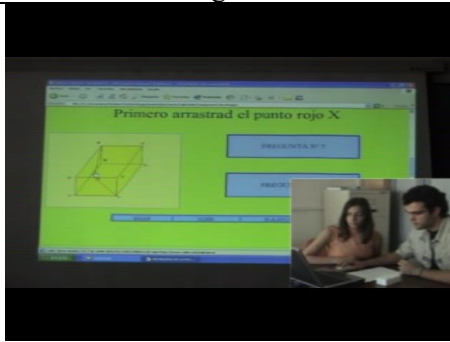
- La reacción es producida por un sujeto haciendo referencia a una acción pasada con el ratón sobre la i-Actividad.

La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 16), separadas brevemente en el tiempo, muestra un ejemplo de interactividad 4 (Fotogramas 4, 11 y 12) e interactividad 5 (Fotogramas 3, 5 y 8).

Tabla Anexo X- 16. Categorías Interactividad 4 y 5, ejemplo

Fotogramas

Transcripción

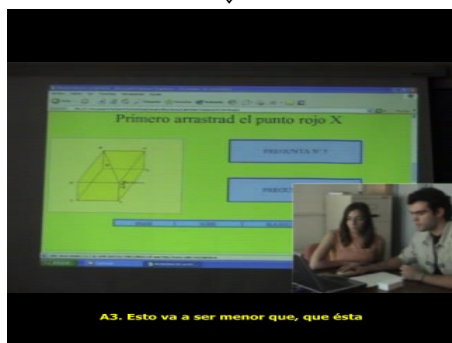
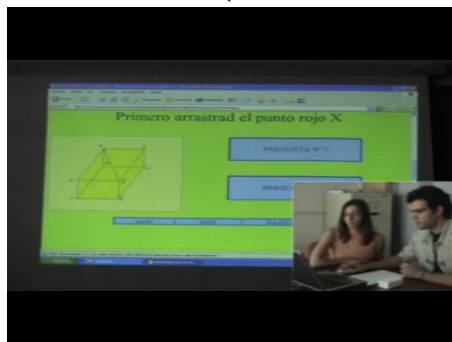
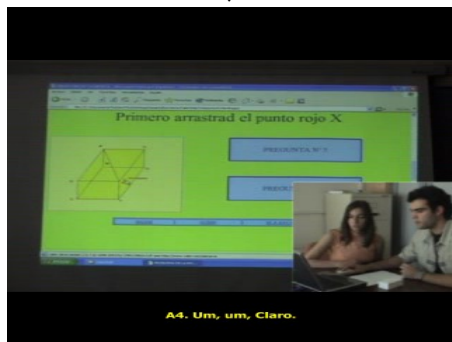
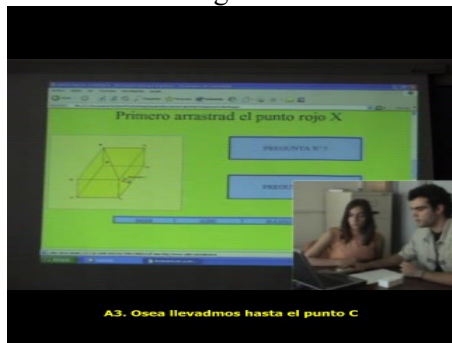


A3. Ahora si...

A3. Era lo que estábamos diciendo
Observación: A3 deja de arrastrar el punto rojo X

A4. Si, lo mismo.

Tabla Anexo X- 16. Categorías Interactividad 4 y 5, ejemplo (continuación)
Fotogramas



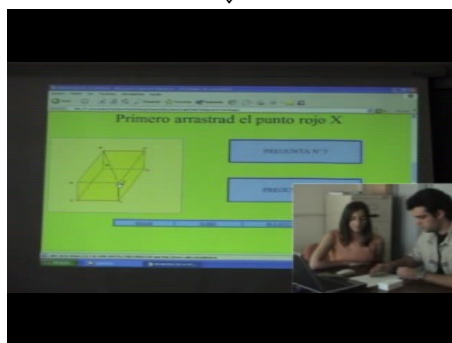
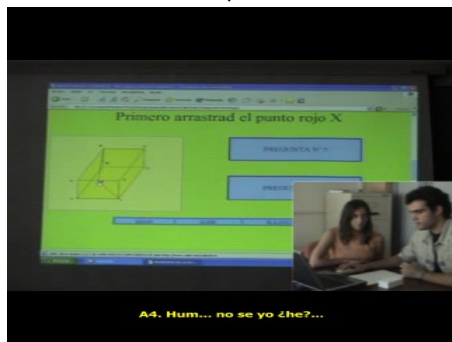
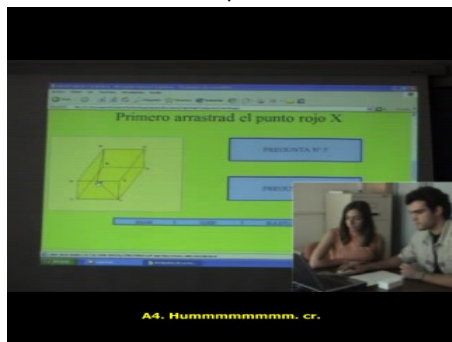
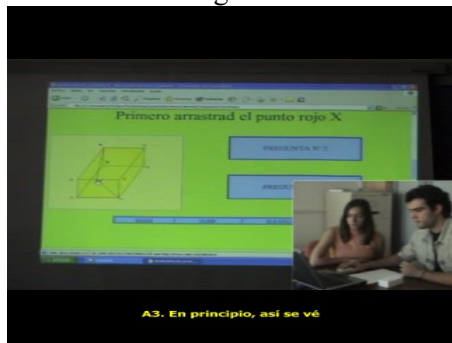
Trascripción

A3. Osea llevadnos hasta el punto C

A4. Um, um, claro

A3. Esto va a ser menor que, que ésta
Observación: Señala con el puntero la trayectoria descrita antes.

Tabla Anexo X- 16. Categorías Interactividad 4 y 5, ejemplo (continuación)
Fotogramas



Trascripción

A3. En principio, así se vé
Observación: Arrastra nuevamente el punto rojo X

A4. Ummmmm, cr.

A4. Um..., no se yo ¿eh?

5.6. Categoría No Interactividad

Grado de apertura, indicador:

- No hay reacción de ningún sujeto a la acción con el ratón sobre la i-Actividad.

La siguiente secuencia de fotogramas (Tabla Anexo X- 17) muestra como *A6* y *A5* están hablando mientras *A6* mueve el punto *X* de un lado a otro del vértice *EF* sin aparente propósito en el applet 3. No hay reacción a dicho arrastre.

Tabla Anexo X- 17. Categoría No interactividad, ejemplo

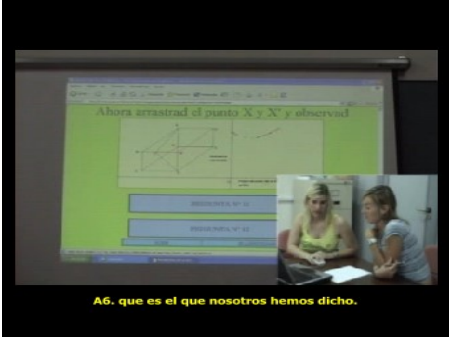
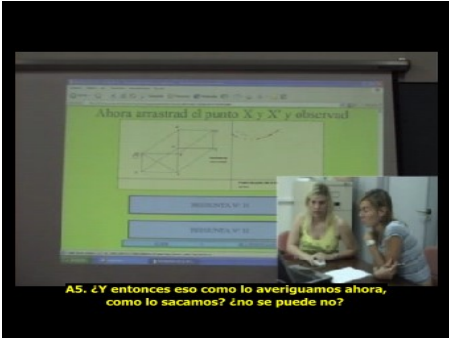
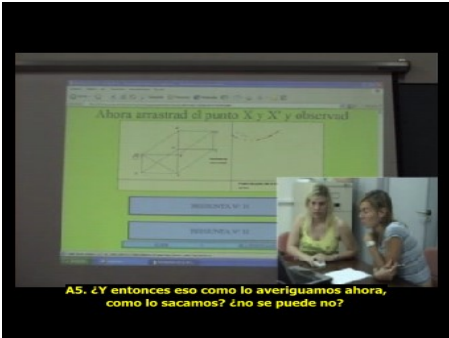
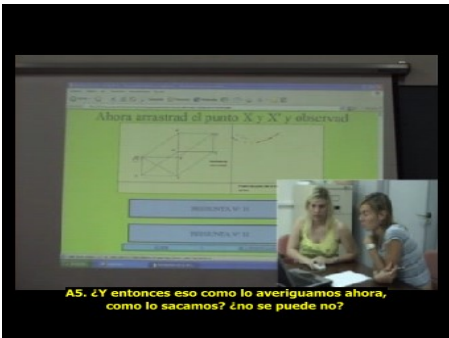
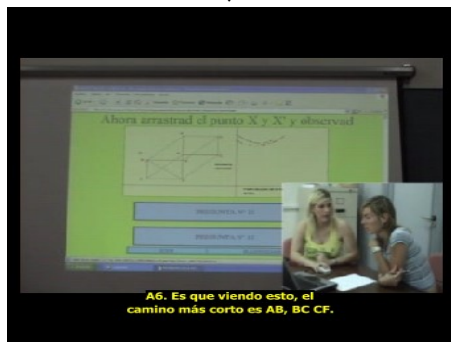
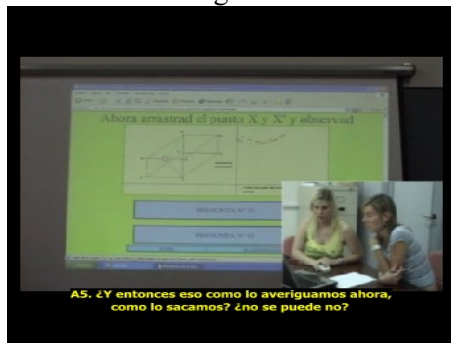
Fotogramas	Transcripción
 <p>A6. que es el que nosotros hemos dicho.</p>	A6. que es el que nosotros hemos dicho
 <p>A5. ¿Y entonces eso como lo averiguamos ahora, como lo sacamos? ¿no se puede no?</p>	A5. ¿Y entonces eso como lo averiguamos ahora, como lo sacamos? ¿No se puede no?
 <p>A5. ¿Y entonces eso como lo averiguamos ahora, como lo sacamos? ¿no se puede no?</p>	Observación: A6 está arrastrando el punto X sobre la arista BC sin aparente propósito y rápidamente. A5 mientras habla está observando la pantalla Observación: A6 está arrastrando el punto X sobre la arista BC. A5 observa.
 <p>A5. ¿Y entonces eso como lo averiguamos ahora, como lo sacamos? ¿no se puede no?</p>	

Tabla Anexo X- 17. Categoría No Interactividad, ejemplo (continuación)
Fotogramas Trascrición



A6. Es que viendo esto, el camino más corto es AB, BC, CF
Observación: A6 sigue mirando la pantalla del ordenador. No ha habido reacción al movimiento del ratón por parte de ningún sujeto.

6. Criterio arrastres

Dado que en los diseños y experiencias antecedentes se utiliza SGD o applet basados en ellos, considero necesario establecer un criterio específico para el tipo de arrastre permitido en los diseños de la i-actividad. Esto es así dado que dichos arrastres ofrecen información relevante en referencia a los propósitos y/o modos de actuación de los estudiantes durante el proceso de resolución.

Descripción: Este criterio hace referencia al tipo de arrastre que efectúa el sujeto sobre los applets. En nuestro caso, los distintos diseños de la i-actividad presentan applets sobre los que se pueden llevar a cabo dos tipos de arrastre, el errático y el guiado (Arzarello, Michelletti, Olivero, Robutti, Paola y Galino, 1998; Gutiérrez, 2005).

1. Arrastre errático: Realización de un arrastre sin un plan específico, de forma aleatoria, con la finalidad de modificar el dibujo pero sin que importe cómo es esa modificación.
2. Arrastre guiado: Realización de un arrastre de un punto u objeto con el fin de comprobar alguna suposición o propiedad, o bien obtener un caso particular de la figura.

El arrastre errático, por la propia naturaleza de la definición anterior, deberá de ser habitualmente concurrente con la categoría exploración del criterio Resolución de Problemas. Nótese que el proceso de arrastre tiene por objeto explorar el campo del problema, buscando invariantes matemáticos sin aparente idea previa de qué buscar ni dónde encontrarlos.

De igual forma, el arrastre guiado deberá ser habitualmente concurrente con la categoría de análisis o con la categoría verificación del criterio Resolución de Problemas. Nótese que este arrastre tiene por objetivo obtener casos particulares, comprobar propiedades o suposiciones. Por tanto, existe una aparente idea prefijada previa al arrastre.

Bajo estos dos tipos de arrastre defino tres categorías, una para cada tipo de arrastre y la categoría complementaria (no hay arrastre). Las tres categorías propuestas componen el criterio Arrastre y conforman un conjunto EME. El rango de códigos posibles son $AxErr$ para la categoría *Arrastre Errático* y $AxGui$ para la categoría *Arrastre Guiado* y $AxNoArr$ para la categoría no arrastre y donde $X=\{1,2,3,4,5,6,7 \text{ y } 8\}$. La codificación AX permite identificar al sujeto.

6.1. Categoría arrastre errático

Grado de apertura, indicador:

Realización de un arrastre por un sujeto, sin un aparente plan específico, de forma aleatoria, con la finalidad de modificar el dibujo pero sin que importe cómo es esa modificación.

El inicio de esta categoría coincide con el inicio del arrastre y finaliza o bien en el instante en el que finaliza el arrastre o bien, en el instante en el que el comportamiento del sujeto que lleva a cabo el arrastre no es codificada en la Categoría exploración del criterio Resolución de Problemas.

Un ejemplo de secuencia de comportamiento etiquetada como arrastre errático está descrito en la Tabla Anexo X-14, p. 26.

6.2. Categoría arrastre guiado

Grado de apertura, indicador:

Realización de un arrastre de un punto u objeto con el fin de comprobar alguna suposición o propiedad o, obtener un caso particular de la figura.

El inicio de esta categoría coincide con el inicio del arrastre y finaliza o bien en el instante en el finaliza el arrastre o bien, en el instante en el que el comportamiento del sujeto que lleva a cabo el arrastre no es codificada en la categoría de Análisis o Verificación del criterio Resolución de Problemas, salvo que sea un tránsito entre las anteriores categorías.

Un ejemplo de secuencia de comportamiento etiquetada como arrastre guiado está descrito en la Tabla Anexo X- 13, p. 18.

6.3. Categoría no arrastre

Grado de apertura, indicador:

No hay ningún tipo de arrastre.

El inicio de esta categoría coincide con la finalización de cualquiera de las otras dos categorías de este criterio y la finalización coincide con el inicio de cualquiera de las dos categorías de este mismo criterio.

7. Referencias

Anguera, M. T. (1993). *Metodología observacional en la investigación psicológica* (Vol. 2). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.

Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J. L., y Hernández, A. (2000). La metodología observacional en el deporte: conceptos básicos. *Revista digital EFDeportes.com*, 1-7. Recuperado desde <http://www.efdeportes.com/efd24b/obs.htm>

Artzt, A. F., y Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175. doi: 10.1207/s1532690xci0902_3

- Arzarello, F., Michelletti, C., Olivero, F., Robutti, O., Paola, D., y Galino, G. (1998). Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22th Conference of the Internatinal Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 32-39). South Africa: Stellenbosch University.
- Bakeman, R., y Gottman, J. M. (1989). *Observación de la interacción: introducción al análisis secuencial*. Madrid: Ediciones Morata.
- Gutiérrez, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría Dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática, Actas del IX simposio de la sociedad española de educación matemática* (pp. 26-44). Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Universidad de Córdoba.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princenton: Princenton University Press.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

ANEXO XI

DATOS UNIDAD DE

OBSERVACIÓN

GLOBAL

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Anexo XI- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, grupal.....	1
Tabla Anexo XI- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, grupal	1
Tabla Anexo XI- 3. Concurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, grupal	1
Tabla Anexo XI- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, grupal.....	1
Tabla Anexo XI- 5. Probabilidad de transición, resolución de problemas, grupal	2
Tabla Anexo XI- 6. P-valores, resolución de problemas, lag 1, grupal	2
Tabla Anexo XI- 7. Residuos ajustados, resolución de problemas lag 2, grupal.....	3
Tabla Anexo XI- 8. P-valores, resolución de problemas, lag 2, grupal	3
Tabla Anexo XI- 9. Coocurrencias, resolución de problemas, pares Vs. Impares, grupal	4
Tabla Anexo XI- 10. Continuidad y traslación Desempeño, resolución de problemas, grupal.....	5
Tabla Anexo XI- 11. Zsum, categoría Focal <i>Lec</i> , grupal.....	9
Tabla Anexo XI- 12. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , grupal	10
Tabla Anexo XI- 13. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , grupal	11
Tabla Anexo XI- 14. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , grupal.....	12
Tabla Anexo XI- 15. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , grupal	13
Tabla Anexo XI- 16. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , grupal.....	14
Tabla Anexo XI- 17. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , grupal.....	15
Tabla Anexo XI- 18. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , grupal	16
Tabla Anexo XI- 19. Estadísticas básicas, arrastre, grupal.....	16
Tabla Anexo XI- 20. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, grupal	17
Tabla Anexo XI- 21. Coocurrencias, arrastre Vs. página, grupal	17
Tabla Anexo XI- 22. Estadísticas básicas, ratón, grupal.....	17
Tabla Anexo XI- 23. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, grupal	17
Tabla Anexo XI- 24. Estadísticas básicas, páginas, grupal.....	18
Tabla Anexo XI- 25. Estadísticas básicas, interactividad, grupal.....	18
Tabla Anexo XI- 26. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, grupal.....	18
Tabla Anexo XI- 27. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, grupal.....	19
Tabla Anexo XI- 28. Coocurrencias, Interactividad vs ratón, grupal	19
Tabla Anexo XI- 29. Coocurrencias, interactividad Vs. página, grupal	19

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura Anexo XI- 1. Gráfico de transición, grupal	20
Figura Anexo XI- 2. Patrones de conducta, grupal.....	20
Figura Anexo XI- 4. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , grupal	21
Figura Anexo XI- 5. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , grupal	21
Figura Anexo XI- 6. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , grupal.....	22
Figura Anexo XI- 7. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , grupal	22
Figura Anexo XI- 8. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , grupal.....	23
Figura Anexo XI- 9. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , grupal	23
Figura Anexo XI- 10. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , grupal	24
Figura Anexo XI- 11. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , grupal	24

Tabla Anexo XI- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, grupal

	Frecuencia	Duración	Probabilidad	Duración Media
Lec	171	1386	0,13	8,11
Ana	197	1377	0,13	6,99
Exp	157	1294	0,12	8,24
Pla	36	235	0,02	6,53
Imp	43	533	0,05	12,40
Ver	300	1046	0,1	3,49
Con	143	275	0,03	1,92
Obs	775	4486	0,42	5,79
Total eventos	1822			
Total segundos		10632		

Tabla Anexo XI- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, grupal

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	32	640	36	197	21	163	12	78	4	77	34	75	29	40	143	806	311	2076
Pag2	36	222	59	355	4	30	0	0	6	32	33	122	10	21	118	518	266	1300
Pag3	28	119	42	299	37	258	8	41	7	130	65	155	31	68	162	824	380	1894
Pag4	10	46	0	0	11	64	3	40	0	0	5	28	5	16	37	180	71	374
Pag5	44	235	21	150	31	235	10	65	15	186	56	256	33	60	145	765	355	1952
Pag6	29	124	40	376	53	532	3	11	6	55	106	409	35	68	210	1337	482	2912
NoPag	0	0	0	0	1	12	0	0	6	53	1	1	2	2	10	56	20	124
Total	179	1386	198	1377	158	1294	36	235	44	533	300	1046	145	275	825	4486	1885	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 3. Concurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, grupal

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	38	77	32	319	66	596	2	24	4	21	34	85	49	65	113	337	338	1524
NoRat	164	1309	186	1058	120	698	34	211	42	512	284	961	102	210	721	4149	1653	9108
Total	202	1386	218	1377	186	1294	36	235	46	533	318	1046	151	275	834	4486	1991	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, grupal

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	3	7	1	2	36	345	0	0	0	0	0	0	4	5	5	15	49	374
Gui	0	0	29	260	8	47	3	6	0	0	12	26	2	3	10	30	64	372
NoArr	171	1379	194	1115	141	902	36	229	43	533	297	1020	137	267	765	4441	1784	9886
Total	174	1386	224	1377	185	1294	39	235	43	533	309	1046	143	275	780	4486	1897	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 5. Probabilidad de transición, resolución de problemas, grupal

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0	0,18	0,13	0,01	0,01	0,08	0,09	0,5
Ana	0,06	0	0,05	0	0,01	0,07	0,02	0,81
Exp	0,08	0,06	0	0	0,01	0,06	0,04	0,76
Pla	0,03	0	0	0	0,06	0,03	0	0,89
Imp	0,02	0	0,02	0	0	0,12	0,02	0,81
Ver	0,07	0,06	0,04	0,02	0,02	0	0,02	0,76
Con	0,11	0,01	0,06	0	0	0,03	0	0,79
Obs	0,14	0,18	0,14	0,04	0,04	0,33	0,15	0

Tabla Anexo XI- 6. Residuos ajustados, resolución de problemas, lag 1, grupal

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0	7,16*	4,38*	-0,37	-0,51	-1,3	2,25*	-4,44*
Ana	0,59	0	-0,88	-1,5	-0,85	-0,52	-1,66	1,43
Exp	0,36	-0,06	0	-1,4	-0,7	-1,25	-0,06	0,96
Pla	-1,03	-1,5	-1,4	0	2,07*	-1,52	-1,38	2,41*
Imp	-1,14	-1,58	-0,7	-0,75	0	0,59	-0,68	1,49
Ver	0,42	0,72	0,38	2,02*	1,73	0	-2,11*	-0,61
Con	2,72*	-2,06*	0,4	-1,38	-1,44	-2,76*	0	1,47
Obs	-1,13	-2,1*	-1,49	0,91	0,05	2,44*	1,19	0

Nota: + = Dado activa Siguiete; - = Dado inhibe Siguiete; * $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 6. P-valores, resolución de problemas, lag 1, grupal

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	1	$\sim <,01^*$	$\sim <,01^*$	$\sim,71$	$\sim,61$	0,19	$\sim,02^*$	$<,01^*$
Ana	0,55	$\sim 1,00$	$\sim,38$	$\sim,13$	$\sim,39$	0,6	$\sim,10$	0,15
Exp	0,72	$\sim,95$	$\sim 1,00$	$\sim,16$	$\sim,48$	0,21	$\sim,95$	0,34
Pla	0,3	$\sim,13$	$\sim,16$	$\sim 1,00$	$\sim,04^*$	0,13	$\sim,17$	0,02*
Imp	0,25	$\sim,11$	$\sim,48$	$\sim,45$	$\sim 1,00$	0,56	$\sim,50$	0,14
Ver	0,67	$\sim,47$	$\sim,70$	$\sim,04^*$	$\sim,08^*$	1	$\sim,03^*$	0,54
Con	0,01*	$\sim,04^*$	$\sim,69$	$\sim,17$	$\sim,15$	0,01*	$\sim 1,00$	0,14
Obs	0,26	$\sim,04^*$	$\sim,14$	$\sim,36$	$\sim,96$	0,01*	$\sim,23$	1

Nota. \sim no se cumple la regla del pulgar, * $\alpha < 0,05$

Tabla Anexo XI- 7. Residuos ajustados, resolución de problemas lag 2, grupal

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0,69	2,44*	-0,3	-0,42	-1,13	-0,96	0,44	-0,77
Ana	2,36*	-0,91	-0,5	-0,63	-0,19	7,88*	-0,75	-6,04*
Exp	-0,46	-0,84	0,63	-0,44	-1,2	8,15*	1,82	-6,27*
Pla	1,36	-1,24	-0,44	-0,9	0,16	5,27*	-0,4	-3,44*
Imp	-2,15*	-1,95	-1,2	-0,95	0,07	4,8*	4,48*	-2,65*
Ver	0,87	3,98*	3,18*	2,94*	3,52*	-4,88*	4,47*	-5,75*
Con	5,4*	-0,06	2,92*	1,57	-0,54	0,99	-0,64	-5,89*
Obs	-5,06*	-2,51*	-3,37*	-1,58	-0,87	-9,01*	-5,26*	17,45*

Nota: + = Dado activa Siguiete; - = Dado inhibe Siguiete; * p<,05

Tabla Anexo XI- 8. P-valores, resolución de problemas, lag 2, grupal

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0,49	~,01*	~,76	~,67	~,26	0,34	~,66	0,44
Ana	0,02*	~,36	~,62	~,53	~,85	<,01*	~,45	<,01*
Exp	0,65	~,40	~,53	~,66	~,23	<,01*	~,07	<,01*
Pla	0,18	~,21	~,66	~,37	~,87	<,01*	~,69	<,01*
Imp	0,03*	~,05*	~,23	~,34	~,94	<,01*	~<,01*	0,01*
Ver	0,39	~<,01*	~<,01*	~<,01*	~<,01*	<,01*	~<,01*	<,01*
Con	<,01*	~,95	~<,01*	~,12	~,59	0,32	~,52	<,01*
Obs	<,01*	~,01*	~<,01*	~,11	~,39	<,01*	~<,01*	<,01*

Nota: ~ no se cumple la regla del pulgar, * α<,05

Tabla Anexo XI- 9. Coocurrencias, resolución de problemas, pares Vs. Impares, grupal

		Pares																	
		Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
		fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Impares	Lec	63	481	4	18	2	7	0	0	0	0	11	35	6	13	65	238	141	792
	Ana	4	9	33	145	8	22	0	0	1	2	21	53	4	6	106	490	177	727
	Exp	6	21	7	19	27	74	0	0	0	0	15	31	3	12	90	697	148	854
	Pla	0	0	1	4	0	0	3	5	0	0	3	6	1	7	23	143	31	165
	Imp	1	2	0	0	0	0	0	0	18	114	10	58	1	2	30	184	60	360
	Ver	2	4	17	54	14	28	3	3	1	1	30	91	0	0	106	297	173	478
	Con	5	7	1	2	2	7	0	0	0	0	0	0	6	10	63	114	77	140
	Obs	28	70	83	408	59	302	15	62	12	56	104	294	49	85	179	523	529	1800
Total		109	594	146	650	112	440	21	70	32	173	194	568	70	135	662	2686	1336	5316

Tabla Anexo XI- 10. Continuidad y traslación Desempeño, resolución de problemas, grupal

Tipo	AImpar	APar	SigAImpar	SigAPar	Frec	Total
Mutua	Ver	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	36	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ana</i>	35	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	35	
	Obs	Ana	<i>Ana</i>	<i>Obs</i>	33	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	18	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	16	
	Imp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Imp</i>	12	
	Obs	Imp	<i>Imp</i>	<i>Obs</i>	11	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	<i>Con</i>	5	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	<i>Pla</i>	4	
	Obs	Con	<i>Con</i>	<i>Obs</i>	3	
	Obs	Pla	<i>Pla</i>	<i>Obs</i>	2	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	<i>Lec</i>	1	
	Exp	Ver	<i>Ver</i>	<i>Exp</i>	1	212
	AImpar->APar APar Mantiene	Con	Obs	<i>Obs</i>	Obs	34
Ver		Obs	<i>Obs</i>	Obs	20	
Obs		Ana	<i>Ana</i>	Ana	16	
Obs		Exp	<i>Exp</i>	Exp	15	
Obs		Lec	<i>Lec</i>	Lec	11	
Obs		Ver	<i>Ver</i>	Ver	10	
Obs		Imp	<i>Imp</i>	Imp	9	
Ana		Obs	<i>Obs</i>	Obs	9	
Exp		Obs	<i>Obs</i>	Obs	5	
Pla		Obs	<i>Obs</i>	Obs	4	
Lec		Obs	<i>Obs</i>	Obs	3	
Ver		Exp	<i>Exp</i>	Exp	2	
Ver		Lec	<i>Lec</i>	Lec	2	
Obs		Con	<i>Con</i>	Con	1	
Lec		Exp	<i>Exp</i>	Exp	1	
Con		Lec	<i>Lec</i>	Lec	1	
Obs		Pla	<i>Pla</i>	Pla	1	
Ana		Ver	<i>Ver</i>	Ver	1	145

Nota: en cursiva estadios trasladados

Tabla Anexo XI- 10A (Continuación Tabla Anexo XI-10). Continuidad y traslación
Desempeño, resolución de problemas, grupal

Tipo	AImpar	APar	SigAImpar	SigAPar	Frec	Total
AImpar->APar	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Con	40	
APar No Mantiene	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Ver	16	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Ver	14	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Exp	14	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Ana	12	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Lec	11	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Ver	9	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Exp	7	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Ana	6	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	Pla	5	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Pla	4	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Pla	4	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	Ver	3	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	Ver	3	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Exp	2	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Ana	2	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Lec	2	
	Imp	Obs	<i>Obs</i>	Ver	2	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Imp	2	
	Ver	Ana	<i>Ana</i>	Obs	1	
	Obs	Con	<i>Con</i>	Exp	1	
	Obs	Con	<i>Con</i>	Lec	1	
	Ver	Lec	<i>Lec</i>	Obs	1	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Con	1	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Lec	1	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Lec	1	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Pla	1	
	Imp	Obs	<i>Obs</i>	Con	1	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	Ana	1	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	Con	1	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Con	1	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Lec	1	
	Lec	Ver	<i>Ver</i>	Ana	1	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	Imp	1	173

Nota: en cursiva estadios trasladados

Tabla Anexo XI- 10B (Continuación Tabla Anexo XI-10A Continuidad y traslación

Tipo	AImpar	APar	SigAImpar	SigAPar	Frec	Total
APar->AImpar	Obs	Ver	Obs	<i>Obs</i>	20	
	Obs	Exp	Obs	<i>Obs</i>	16	
	Ver	Obs	Ver	<i>Ver</i>	12	
	Obs	Lec	Obs	<i>Obs</i>	10	
	Ana	Obs	Ana	<i>Ana</i>	9	
	Exp	Obs	Exp	<i>Exp</i>	8	
	Obs	Pla	Obs	<i>Obs</i>	8	
	Obs	Imp	Obs	<i>Obs</i>	5	
	Imp	Obs	Imp	<i>Imp</i>	4	
	Lec	Obs	Lec	<i>Lec</i>	3	
	Lec	Ana	Lec	<i>Lec</i>	2	
	Obs	Ana	Obs	<i>Obs</i>	2	
	Ana	Exp	Ana	<i>Ana</i>	1	
	Ana	Lec	Ana	<i>Ana</i>	1	
	Con	Obs	Con	<i>Con</i>	1	
	Pla	Obs	Pla	<i>Pla</i>	1	
	Imp	Ver	Imp	<i>Imp</i>	1	
	Pla	Ver	Pla	<i>Pla</i>	1	105
	APar->AImpar	Obs	Con	Obs	<i>Obs</i>	38
Obs		Obs	Con	<i>Obs</i>	32	
Obs		Ana	Ver	<i>Obs</i>	18	
Obs		Obs	Ver	<i>Obs</i>	14	
Obs		Obs	Lec	<i>Obs</i>	11	
Obs		Exp	Ver	<i>Obs</i>	9	
Obs		Obs	Exp	<i>Obs</i>	8	
Obs		Pla	Ver	<i>Obs</i>	8	
Obs		Ver	Con	<i>Obs</i>	8	
Obs		Obs	Pla	<i>Obs</i>	5	
Obs		Ver	Ana	<i>Obs</i>	5	
Obs		Obs	Ana	<i>Obs</i>	4	
Obs		Imp	Ver	<i>Obs</i>	3	
Obs		Lec	Ver	<i>Obs</i>	3	
Obs		Ver	Exp	<i>Obs</i>	3	
Obs		Ana	Exp	<i>Obs</i>	2	
Obs		Con	Ana	<i>Obs</i>	2	
Obs		Con	Pla	<i>Obs</i>	2	
Obs		Con	Ver	<i>Obs</i>	2	

Nota. En cursiva estadios trasladados

Tabla Anexo XI- 11C (Continuación Tabla Anexo XI-10B Continuidad y traslación
Desempeño, resolución de problemas, grupal

Tipo	AImpar	APar	SigAImpar	SigAPar	Frec	Total
	Con	Exp	Obs	<i>Con</i>	2	
	Obs	Obs	Imp	<i>Obs</i>	2	
	Ana	Ver	Obs	<i>Ana</i>	2	
	Obs	Ana	Con	<i>Obs</i>	1	
	Con	Ana	Obs	<i>Con</i>	1	
	Obs	Con	Exp	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Con	Imp	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Con	Lec	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Exp	Ana	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Exp	Con	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Exp	Lec	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Exp	Pla	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Imp	Con	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Lec	Ana	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Lec	Exp	<i>Obs</i>	1	
	Ana	Lec	Obs	<i>Ana</i>	1	
	Con	Lec	Obs	<i>Con</i>	1	
	Exp	Obs	Ana	<i>Exp</i>	1	
	Lec	Obs	Exp	<i>Lec</i>	1	
	Ver	Obs	Exp	<i>Ver</i>	1	
	Ver	Obs	Pla	<i>Ver</i>	1	
	Imp	Obs	Ver	<i>Imp</i>	1	
	Obs	Ver	Imp	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Ver	Lec	<i>Obs</i>	1	
	Exp	Ver	Obs	<i>Exp</i>	1	
	Obs	Ver	Pla	<i>Obs</i>	1	206

Nota. En cursiva estadios trasladados

Tabla Anexo XI- 11. Zsum, categoría Focal *Lec*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Lec	2,68	-0,89	-1,06	-0,2	-1,05	-0,94	-0,47	0,75
-4	Lec	2,87	1,74	-0,17	-0,23	-0,53	-0,07	-0,88	-2,08
-3	Lec	-0,16	-2,14	-0,48	-1,49	0,55	-1,79	0,34	3,14
-2	Lec	0,69	2,36	-0,46	1,36	-2,15	0,87	5,4	-5,06
-1	Lec	0	0,59	0,36	-1,03	-1,14	0,42	2,72	-1,13
1	Lec	0	7,16	4,38	-0,37	-0,51	-1,3	2,25	-4,44
2	Lec	0,69	2,44	-0,3	-0,42	-1,13	-0,96	0,44	-0,77
3	Lec	-0,16	-1,36	-0,95	-1,55	-1,14	2,03	1,71	-0,17
4	Lec	2,87	1,28	0,29	0,12	-2,2	-1,92	-0,31	-0,48
5	Lec	2,68	1,88	-0,97	0,11	-1,15	-0,8	0,63	-1,72
	Xsum	6,08	11,4	2,45	-2,11	-6,13	-2,95	4,72	-7,58
	Ysum	6,08	1,66	-1,81	-1,59	-4,32	-1,51	7,11	-4,38
	X	2,72	5,10	1,10	-0,94	-2,74	-1,32	2,11	-3,39
	Y	2,72	0,74	-0,81	-0,71	-1,93	-0,68	3,18	-1,96
	Cuadrante	I	I	IV	III	III	III	I	III
	Radio	3,85*	5,15*	1,36	1,18	3,35*	1,48	3,82*	3,92*
	Ángulo	45,00	8,28	36,46	37,00	35,17	27,11	56,42	30,02
	Ángulo corregido	45,00	8,28	323,54	217,00	215,17	207,11	56,42	210,02

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 12. Zsum, categoría focal *Ana*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ana	1,88	0,69	-1,19	-1,17	-1,37	-0,11	0,81	-0,53
-4	Ana	1,28	2,93	-0,18	0,09	0,38	-2,23	0,41	-1,25
-3	Ana	-1,36	4,58	-0,49	-1,86	-1,95	-1,96	-0,68	1,52
-2	Ana	2,44	-0,91	-0,84	-1,24	-1,95	3,98	-0,06	-2,51
-1	Ana	7,16	0	-0,06	-1,5	-1,58	0,72	-2,06	-2,1
1	Ana	0,59	0	-0,88	-1,5	-0,85	-0,52	-1,66	1,43
2	Ana	2,36	-0,91	-0,5	-0,63	-0,19	7,88	-0,75	-6,04
3	Ana	-2,14	4,58	-0,52	-1,25	-0,2	-3,93	-1,43	3,22
4	Ana	1,74	2,93	-1,22	-0,04	-1,38	0,38	0,1	-2,09
5	Ana	-0,89	0,69	0,11	-1,27	-0,81	-0,93	0,08	1,46
	Xsum	1,66	7,29	-3,01	-4,69	-3,43	2,88	-3,66	-2,02
	Ysum	11,4	7,29	-2,76	-5,68	-6,47	0,4	-1,58	-4,87
	X	0,74	3,26	-1,35	-2,10	-1,53	1,29	-1,64	-0,90
	Y	5,10	3,26	-1,23	-2,54	-2,89	0,18	-0,71	-2,18
	Cuadrante	I	I	III	III	III	I	III	III
	Radio	5,15*	4,61*	1,83	3,29*	3,27*	1,30	1,78	2,36*
	Ángulo	81,72	45,00	42,52	50,45	62,07	7,91	23,35	67,47
	Ángulo corregido	81,72	45,00	222,52	230,45	242,07	7,91	203,35	247,47

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XI- 13. Zsum, categoría focal *Exp*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Exp	-0,97	0,11	-0,16	-1,03	-0,61	-0,4	-0,64	1,87
-4	Exp	0,29	-1,22	4,88	-1,02	-0,6	0,98	0,46	-2,74
-3	Exp	-0,95	-0,52	2,04	0,19	-1,83	-2,85	-0,32	2,66
-2	Exp	-0,3	-0,5	0,63	-0,44	-1,2	3,18	2,92	-3,37
-1	Exp	4,38	-0,88	0	-1,4	-0,7	0,38	0,4	-1,49
1	Exp	0,36	-0,06	0	-1,4	-0,7	-1,25	-0,06	0,96
2	Exp	-0,46	-0,84	0,63	-0,44	-1,2	8,15	1,82	-6,27
3	Exp	-0,48	-0,49	2,04	-0,45	-1,83	-2,71	-1,45	3,1
4	Exp	-0,17	-0,18	4,88	0,18	-1,22	-0,58	0,9	-2,31
5	Exp	-1,06	-1,19	-0,16	-0,47	-0,61	1,01	-1,73	2,06
	Xsum	-1,81	-2,76	7,39	-2,58	-5,56	4,62	-0,52	-2,46
	Ysum	2,45	-3,01	7,39	-3,7	-4,94	1,29	2,82	-3,07
	X	-0,81	-1,23	3,30	-1,15	-2,49	2,07	-0,23	-1,10
	Y	1,10	-1,35	3,30	-1,65	-2,21	0,58	1,26	-1,37
	Cuadrante	II	III	I	III	III	I	II	III
	Radio	1,36	1,83	4,67*	2,02*	3,33*	2,15*	1,28	1,76
	Ángulo	53,54	47,48	45,00	55,11	41,62	15,60	79,55	51,29
	Ángulo corregido	126,46	227,48	45,00	235,11	221,62	15,60	100,45	231,29

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 14. Zsum, categoría focal *Pla*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Pla	0,11	-1,27	-0,47	0,31	-0,96	-0,03	0,98	0,68
-4	Pla	0,12	-0,04	0,18	6,29	-0,95	-1,5	0,31	-0,83
-3	Pla	-1,55	-1,25	-0,45	4,89	-0,95	-0,51	-1,04	1,78
-2	Pla	-0,42	-0,63	-0,44	-0,9	-0,95	2,94	1,57	-1,58
-1	Pla	-0,37	-1,5	-1,4	0	-0,75	2,02	-1,38	0,91
1	Pla	-1,03	-1,5	-1,4	0	2,07	-1,52	-1,38	2,41
2	Pla	1,36	-1,24	-0,44	-0,9	0,16	5,27	-0,4	-3,44
3	Pla	-1,49	-1,86	0,19	4,89	-0,95	-1,57	-0,39	2,17
4	Pla	-0,23	0,09	-1,02	6,29	1,36	0,04	-1,61	-0,93
5	Pla	-0,2	-1,17	-1,03	0,31	-0,93	0,03	0,45	1,38
	Xsum	-1,59	-5,68	-3,7	10,59	1,71	2,25	-3,33	1,59
	Ysum	-2,11	-4,69	-2,58	10,59	-4,56	2,92	0,44	0,96
	X	-0,71	-2,54	-1,65	4,74	0,76	1,01	-1,49	0,71
	Y	-0,94	-2,10	-1,15	4,74	-2,04	1,31	0,20	0,43
	Cuadrante	III	III	III	I	IV	I	II	I
	Radio	1,18	3,29*	2,02*	6,70*	2,18*	1,65	1,50	0,83
	Ángulo	53,00	39,55	34,89	45,00	69,44	52,38	7,53	31,12
	Ángulo corregido	233,00	219,55	214,89	45,00	290,56	52,38	172,47	31,12

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 15. Zsum, categoría focal *Imp*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Imp	-1,15	-0,81	-0,61	-0,93	0,05	-0,26	-0,49	2,37
-4	Imp	-2,2	-1,38	-1,22	1,36	7,46	1,63	-0,5	-0,86
-3	Imp	-1,14	-0,2	-1,83	-0,95	6,43	-0,25	-1,15	0,93
-2	Imp	-1,13	-0,19	-1,2	0,16	0,07	3,52	-0,54	-0,87
-1	Imp	-0,51	-0,85	-0,7	2,07	0	1,73	-1,44	0,05
1	Imp	-1,14	-1,58	-0,7	-0,75	0	0,59	-0,68	1,49
2	Imp	-2,15	-1,95	-1,2	-0,95	0,07	4,8	4,48	-2,65
3	Imp	0,55	-1,95	-1,83	-0,95	6,43	-2,66	-1,16	2,72
4	Imp	-0,53	0,38	-0,6	-0,95	7,46	-0,82	0,81	-1,56
5	Imp	-1,05	-1,37	-0,61	-0,96	0,05	-0,83	0,8	2,36
	Xsum	-4,32	-6,47	-4,94	-4,56	14,01	1,08	4,25	2,36
	Ysum	-6,13	-3,43	-5,56	1,71	14,01	6,37	-4,12	1,62
	X	-1,93	-2,89	-2,21	-2,04	6,27	0,48	1,90	1,06
	Y	-2,74	-1,53	-2,49	0,76	6,27	2,85	-1,84	0,72
	Cuadrante	III	III	III	II	I	I	IV	I
	Radio	3,35*	3,27*	3,33*	2,18*	8,86*	2,89*	2,65*	1,28
	Ángulo	54,83	27,93	48,38	20,56	45,00	80,38	44,11	34,47
	Ángulo corregido	234,83	207,93	228,38	159,44	45,00	80,38	315,89	34,47

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XI- 16. Zsum, categoría focal *Ver*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ver	-0,8	-0,93	1,01	0,03	-0,83	-2,85	-1,64	3,87
-4	Ver	-1,92	0,38	-0,58	0,04	-0,82	6,46	2,24	-4,48
-3	Ver	2,03	-3,93	-2,71	-1,57	-2,66	0,27	-2,81	5,38
-2	Ver	-0,96	7,88	8,15	5,27	4,8	-4,88	0,99	-9,01
-1	Ver	-1,3	-0,52	-1,25	-1,52	0,59	0	-2,76	2,44
1	Ver	0,42	0,72	0,38	2,02	1,73	0	-2,11	-0,61
2	Ver	0,87	3,98	3,18	2,94	3,52	-4,88	4,47	-5,75
3	Ver	-1,79	-1,96	-2,85	-0,51	-0,25	0,27	-3	5,76
4	Ver	-0,07	-2,23	0,98	-1,5	1,63	6,46	0,58	-4,5
5	Ver	-0,94	-0,11	-0,4	-0,03	-0,26	-2,85	0	3,2
	Xsum	-1,51	0,4	1,29	2,92	6,37	-1	-0,06	-1,9
	Ysum	-2,95	2,88	4,62	2,25	1,08	-1	-3,98	-1,8
	X	-0,68	0,18	0,58	1,31	2,85	-0,45	-0,03	-0,85
	Y	-1,32	1,29	2,07	1,01	0,48	-0,45	-1,78	-0,80
	Cuadrante	III	I	I	I	I	III	III	III
	Radio	1,48	1,30	2,15*	1,65	2,89*	0,63	1,78	1,17
	Ángulo	62,89	82,09	74,40	37,62	9,62	45,00	89,14	43,45
	Ángulo corregido	242,89	82,09	74,40	37,62	9,62	225,00	269,14	223,45

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 17. Zsum, categoría focal *Con*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							Obs
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	
-5	Con	0,63	0,08	-1,73	0,45	0,8	0	-1,54	0,98
-4	Con	-0,31	0,1	0,9	-1,61	0,81	0,58	3,06	-2,3
-3	Con	1,71	-1,43	-1,45	-0,39	-1,16	-3	0,17	3,25
-2	Con	0,44	-0,75	1,82	-0,4	4,48	4,47	-0,64	-5,26
-1	Con	2,25	-1,66	-0,06	-1,38	-0,68	-2,11	0	1,19
1	Con	2,72	-2,06	0,4	-1,38	-1,44	-2,76	0	1,47
2	Con	5,4	-0,06	2,92	1,57	-0,54	0,99	-0,64	-5,89
3	Con	0,34	-0,68	-0,32	-1,04	-1,15	-2,81	0,17	3,16
4	Con	-0,88	0,41	0,46	0,31	-0,5	2,24	3,06	-3,29
5	Con	-0,47	0,81	-0,64	0,98	-0,49	-1,64	-1,54	2,16
	Xsum	7,11	-1,58	2,82	0,44	-4,12	-3,98	1,05	-2,39
	Ysum	4,72	-3,66	-0,52	-3,33	4,25	-0,06	1,05	-2,14
	X	3,18	-0,71	1,26	0,20	-1,84	-1,78	0,47	-1,07
	Y	2,11	-1,64	-0,23	-1,49	1,90	-0,03	0,47	-0,96
	Cuadrante	I	III	IV	IV	II	III	I	III
	Radio	3,82*	1,78	1,28	1,50	2,65*	1,78	0,66	1,43
	Ángulo	33,58	66,65	10,45	82,47	45,89	0,86	45,00	41,84
	Ángulo corregido	33,58	246,65	349,55	277,53	134,11	180,86	45,00	221,84

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 18. Zsum, categoría focal *Obs*, grupal

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Obs	-1,72	1,46	2,06	1,38	2,36	3,2	2,16	-5,8
-4	Obs	-0,48	-2,09	-2,31	-0,93	-1,56	-4,5	-3,29	9
-3	Obs	-0,17	3,22	3,1	2,17	2,72	5,76	3,16	-11,38
-2	Obs	-0,77	-6,04	-6,27	-3,44	-2,65	-5,75	-5,89	17,45
-1	Obs	-4,44	1,43	0,96	2,41	1,49	-0,61	1,47	0
1	Obs	-1,13	-2,1	-1,49	0,91	0,05	2,44	1,19	0
2	Obs	-5,06	-2,51	-3,37	-1,58	-0,87	-9,01	-5,26	17,45
3	Obs	3,14	1,52	2,66	1,78	0,93	5,38	3,25	-11,38
4	Obs	-2,08	-1,25	-2,74	-0,83	-0,86	-4,48	-2,3	9
5	Obs	0,75	-0,53	1,87	0,68	2,37	3,87	0,98	-5,8
	Xsum	-4,38	-4,87	-3,07	0,96	1,62	-1,8	-2,14	9,27
	Ysum	-7,58	-2,02	-2,46	1,59	2,36	-1,9	-2,39	9,27
	X	-1,96	-2,18	-1,37	0,43	0,72	-0,80	-0,96	4,15
	Y	-3,39	-0,90	-1,10	0,71	1,06	-0,85	-1,07	4,15
	Cuadrante	III	III	III	I	I	III	III	I
	Radio	3,92*	2,36*	1,76	0,83	1,28	1,17	1,43	5,86*
	Ángulo	59,98	22,53	38,71	58,88	55,53	46,55	48,16	45,00
	Ángulo corregido	239,98	202,53	218,71	58,88	55,53	226,55	228,16	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XI- 19. Estadísticas básicas, arrastre, grupal

	Frecuencia	Duración	Probabilidad	Duración Media
Err	36	374	0,04	10,38
Gui	42	372	0,03	8,85
NoArr	80	9886	0,93	123,58
Total eventos	158			
Total segundos		10632		

Nota. El total de segundos representa el total de las cuatro parejas, dado que un arrastre solo puede ser realizado por un estudiante a la vez, el total de segundos que pueden realizar arrastres es la mitad de 10632 s, es decir, 5316 s.

Tabla Anexo XI- 20. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, grupal

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	36	373	1	1	37	374
Gui	42	365	1	7	43	372
NoArr	141	791	152	9095	293	9886
Total	219	1529	154	9103	373	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 21. Coocurrencias, arrastre Vs. página, grupal

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	8	75	0	0	18	135	11	164	0	0	37	374
Gui	0	0	0	0	15	96	0	0	9	79	18	197	0	0	42	372
NoArr	14	2076	18	1300	37	1723	14	374	37	1738	37	2551	4	124	161	9886
Total	14	2076	18	1300	60	1894	14	374	64	1952	66	2912	4	124	240	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XI- 22. Estadísticas básicas, ratón, grupal

	Frecuencia	Duración	Probabilidad	Duración Media
Rat	144	1529	0,14	10,61
NoRat	152	9103	0,86	59,88
Total eventos	296			
Total segundos		10632		

Nota. El total de segundos representa el total de las cuatro parejas, dado que el ratón solo puede ser manejado por un estudiante a la vez, el total de segundos que pueden manejar el ratón es la mitad de 10632 s, es decir, 5316 s.

Tabla Anexo XI- 23. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, grupal

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	8	16	26	51	39	370	9	20	42	337	37	688	5	47	166	1529
NoRat	14	2060	28	1249	42	1524	12	354	47	1615	46	2224	6	77	195	9103
Total	22	2076	54	1300	81	1894	21	374	89	1952	83	2912	11	124	361	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 24. Estadísticas básicas, páginas, grupal

	freq	relf	dura	prob	avgD
Pag1	7	0,16	1038	0,2	74,14
Pag2	9	0,20	650	0,12	36,11
Pag3	8	0,18	947	0,18	59,19
Pag4	6	0,16	187	0,04	13,35
Pag5	7	0,16	976	0,18	69,71
Pag6	5	0,11	1456	0,27	145,6
NoPag	2	0,04	62	0,01	15,50
Total	45	1	5316	1	

Nota. Tiempo Total = 5319 segundos, dado que las páginas se visualizan para ambos estudiantes, se ha considerado para la realización de esta tabla un solo un estudiante por pareja.

Tabla Anexo XI- 25. Estadísticas básicas, interactividad, grupal

	frecuencia	Duración	Probabilidad	Duración Media
Int1	19	253	0,02	13,32
Int2	4	21	0	5,25
Int3	16	46	0	2,88
Int4	6	18	0	3,00
Int5	13	142	0,01	10,92
NoInt	65	10152	0,95	156,23
Total eventos	123			
Total segundos		10632		

Tabla Anexo XI- 26. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, grupal

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	9	98	12	141	0	0	0	0	4	10	0	0	2	4	27	253
Int2	0	0	1	3	2	15	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	4	21
Int3	0	0	3	13	6	24	0	0	0	0	7	9	0	0	0	0	16	46
Int4	0	0	1	4	1	1	0	0	0	0	4	13	0	0	0	0	6	18
Int5	0	0	5	41	4	81	0	0	0	0	5	18	0	0	1	2	15	142
NoInt	171	1386	186	1218	143	1032	36	235	43	533	284	993	143	275	773	4480	1779	10152
Total	171	1386	205	1377	168	1294	36	235	43	533	305	1046	143	275	776	4486	1847	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 27. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, grupal

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	6	48	12	78	16	127	34	253
Int2	1	11	0	0	3	10	4	21
Int3	0	0	1	3	15	43	16	46
Int4	0	0	0	0	7	21	7	21
Int5	0	0	0	0	12	139	12	139
NoInt	34	315	35	291	117	9546	186	10152
Total	41	374	48	372	170	9886	259	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 28. Coocurrencias, Interactividad vs ratón, grupal

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	21	220	8	33	29	253
Int2	3	18	1	3	4	21
Int3	1	3	15	43	16	46
Int4	1	1	6	17	7	18
Int5	2	16	12	126	14	142
NoInt	153	1271	181	8881	334	10152
Total	181	1529	223	9103	404	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XI- 29. Coocurrencias, interactividad Vs. página, grupal

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	6	67	0	0	3	39	10	147	0	0	19	253
Int2	0	0	0	0	1	11	0	0	1	3	2	7	0	0	4	21
Int3	0	0	0	0	6	24	0	0	6	12	4	10	0	0	16	46
Int4	0	0	0	0	2	10	0	0	2	3	2	5	0	0	6	18
Int5	1	6	0	0	3	20	0	0	5	30	4	86	0	0	13	142
NoInt	14	2070	18	1300	32	1762	14	374	31	1865	32	2657	4	124	145	10152
Total	15	2076	18	1300	50	1894	14	374	48	1952	54	2912	4	124	203	10632

Nota. fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

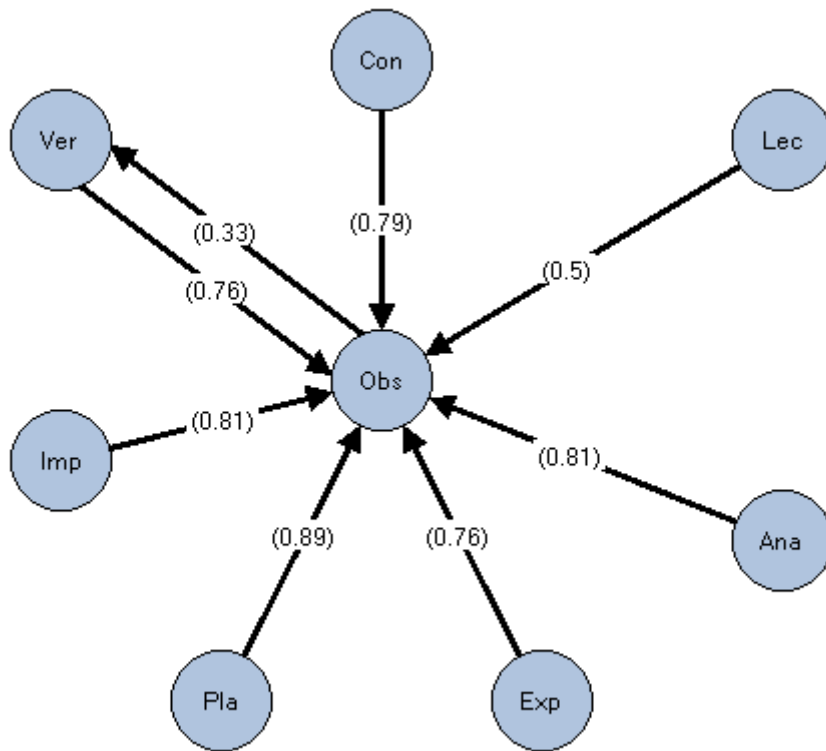


Figura Anexo XI- 1. Gráfico de transición, grupal

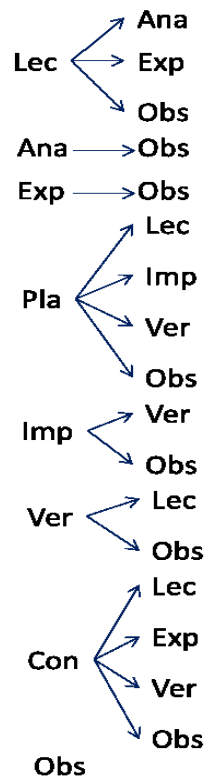


Figura Anexo XI- 2. Patrones de conducta, grupal

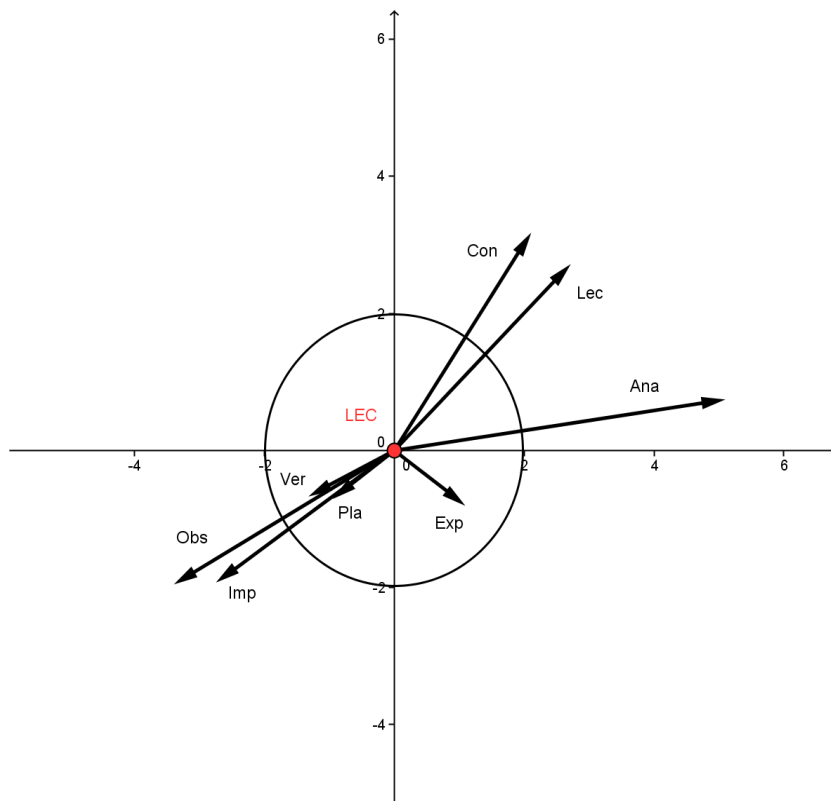


Figura Anexo XI- 3. Coordenadas polares, categoría *Lec*, grupal

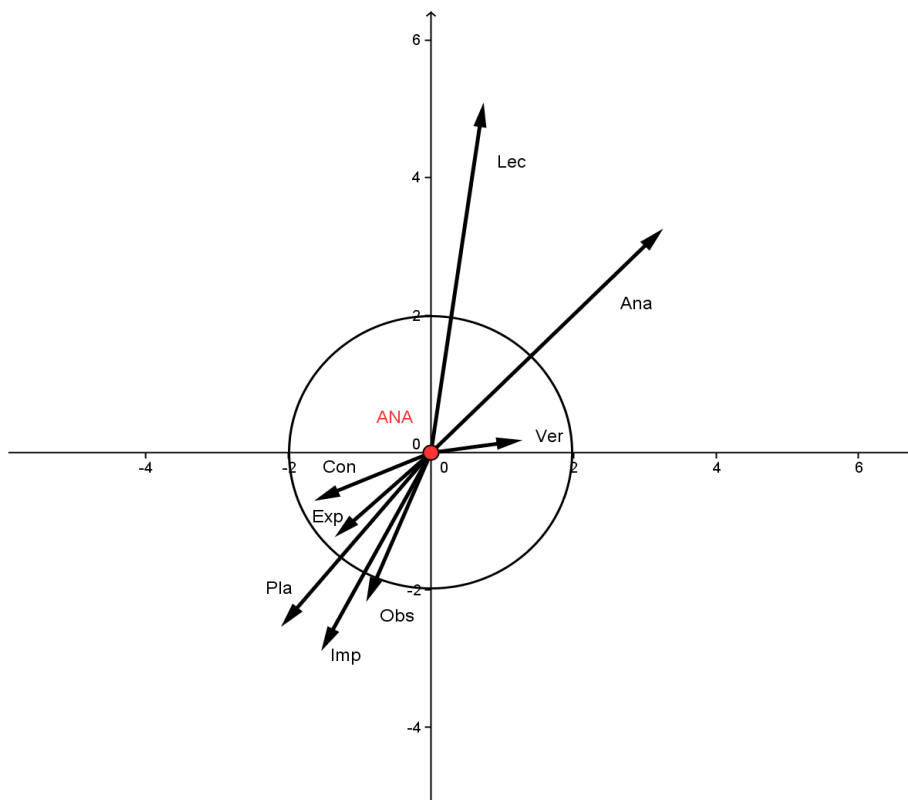


Figura Anexo XI- 4. Coordenadas polares, categoría *Ana*, grupal

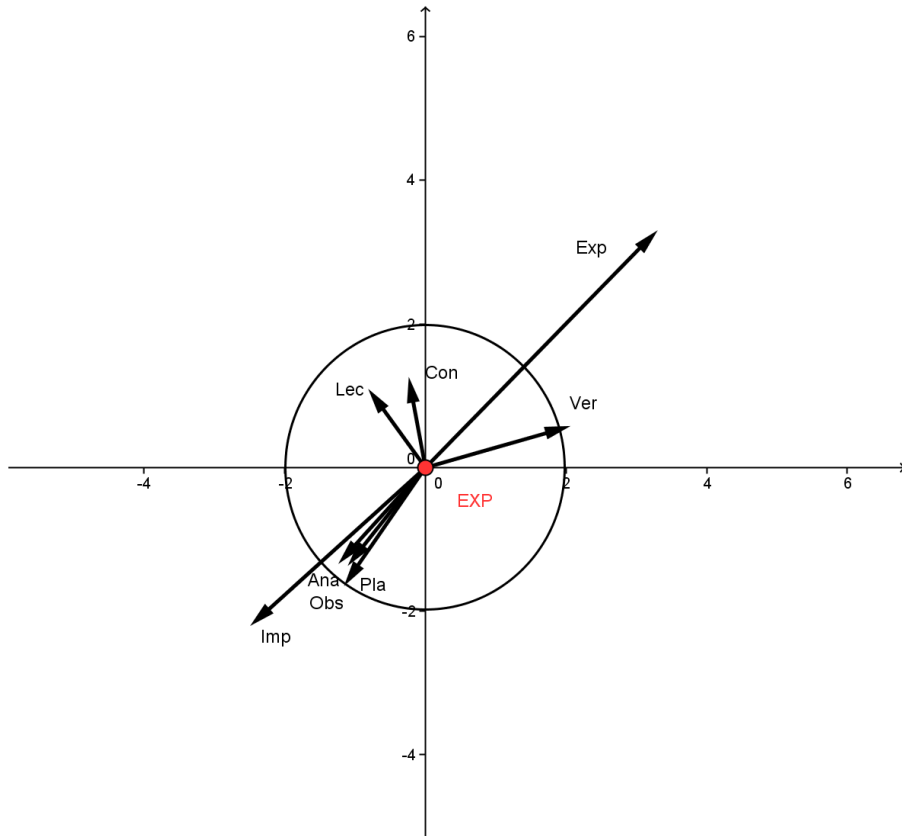


Figura Anexo XI- 5. Coordenadas polares, categoría *Exp*, grupal

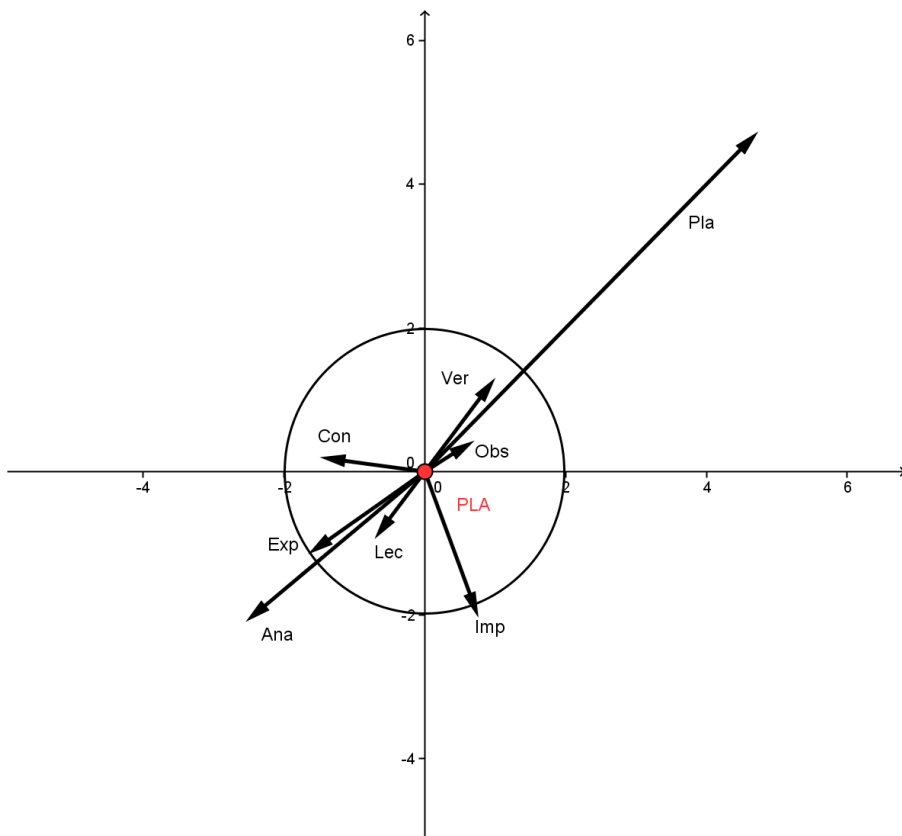


Figura Anexo XI- 6. Coordenadas polares, categoría *Pla*, grupal

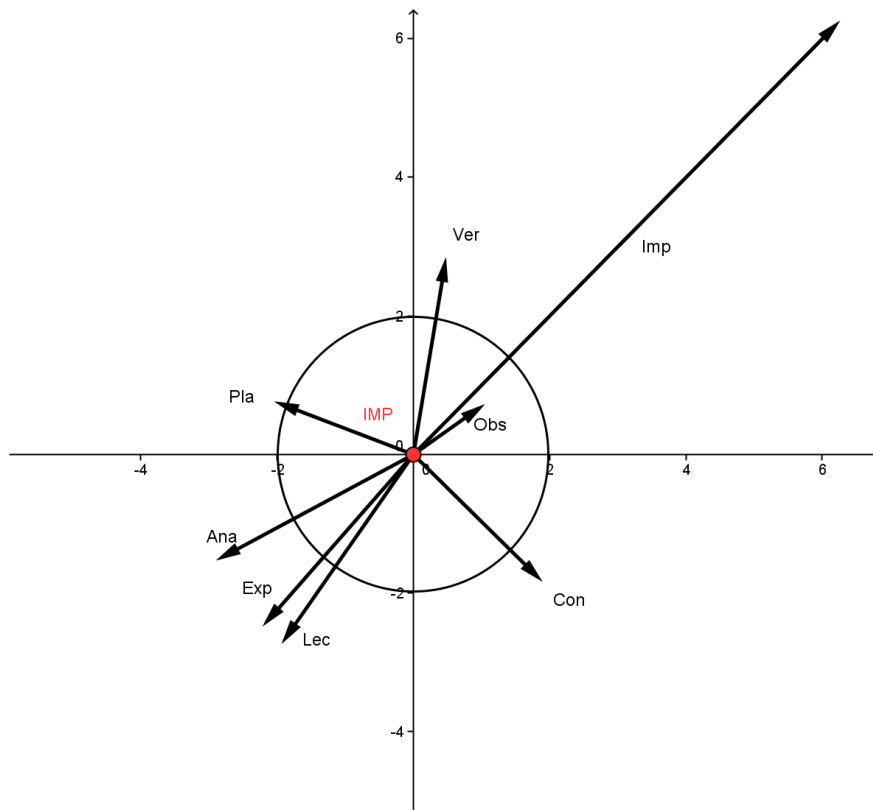


Figura Anexo XI- 7. Coordenadas polares, categoría *Imp*, grupal

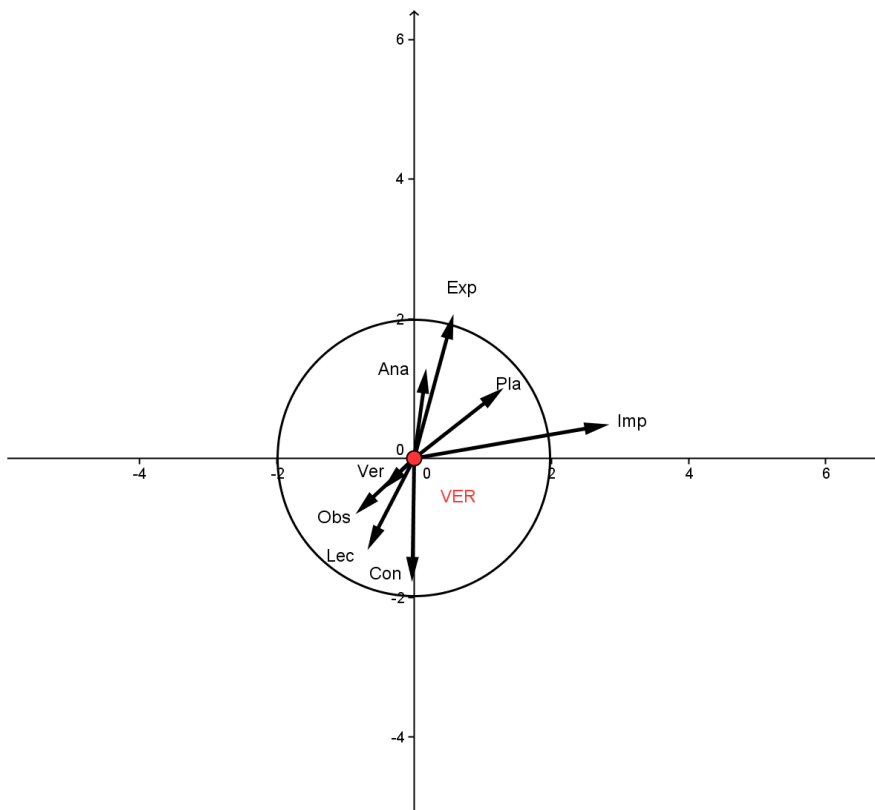


Figura Anexo XI- 8. Coordenadas polares, categoría *Ver*, grupal

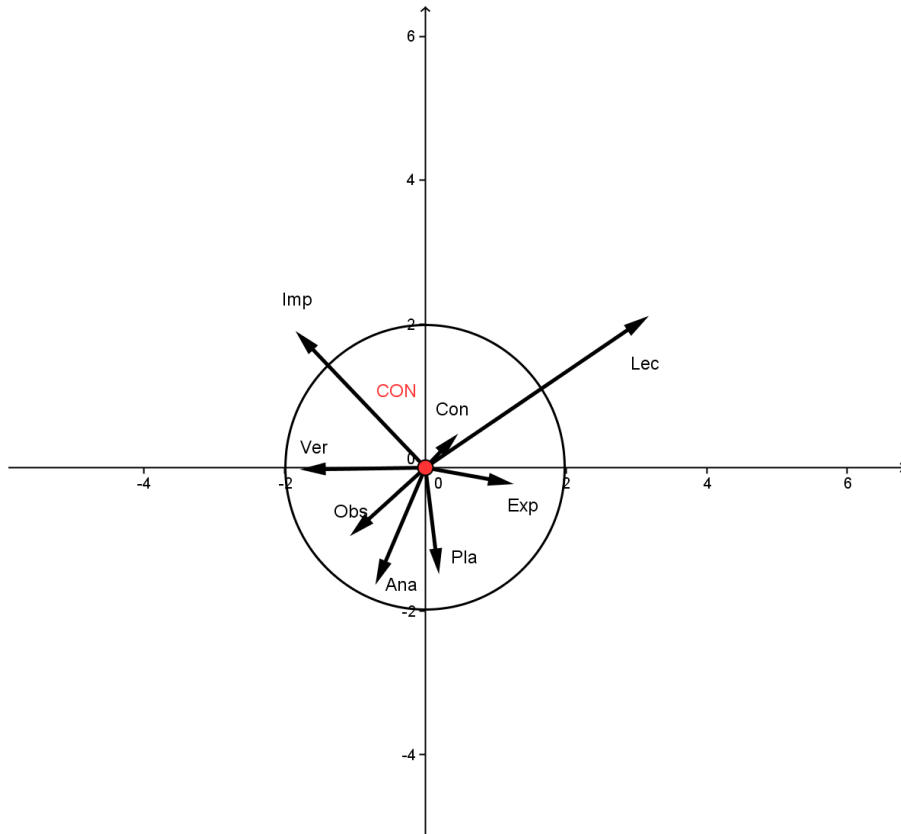


Figura Anexo XI- 9. Coordenadas polares, categoría *Con*, grupal

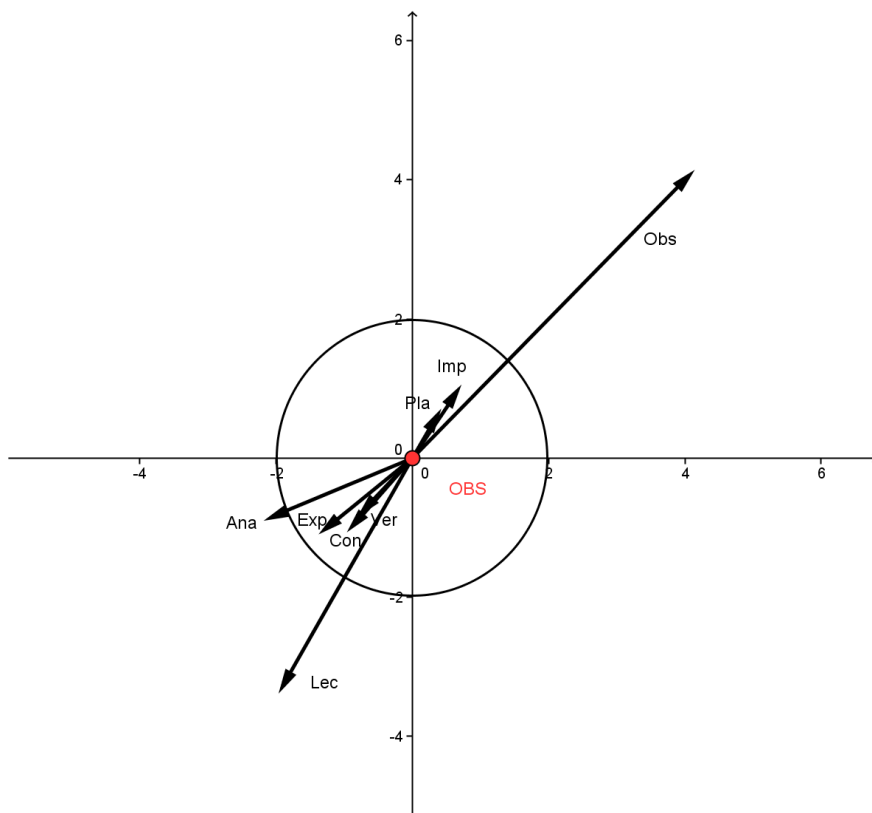


Figura Anexo XI- 10. Coordenadas polares, categoría *Obs*, grupal

ANEXO XII

DATOS UNIDAD DE
OBSERVACIÓN PAREJA 1

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Anexo XII- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A1 y A2, pareja 1	1
Tabla Anexo XII- 2. Coocurrencias resolución de problemas y página, A1	1
Tabla Anexo XII- 3. Coocurrencias resolución de problemas y página, A2	1
Tabla Anexo XII- 4. Coocurrencias resolución de problemas y página, pareja 1.	2
Tabla Anexo XII- 5. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, A1	2
Tabla Anexo XII- 6. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, A2.....	2
Tabla Anexo XII- 7. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, pareja 1	2
Tabla Anexo XII- 8. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, A1	2
Tabla Anexo XII- 9. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, A2.....	3
Tabla Anexo XII- 10. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, pareja 1	3
Tabla Anexo XII- 11. Concurrencias arrastre para A1 y resolución de problemas para A2.	3
Tabla Anexo XII- 12. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, A1	3
Tabla Anexo XII- 13. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A1	4
Tabla Anexo XII- 14. P-valores, resolución de problemas, lag1, A1	4
Tabla Anexo XII- 15. P-valores, resolución de problemas, lag2, A1	4
Tabla Anexo XII- 16. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, A2	5
Tabla Anexo XII- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A2.....	5
Tabla Anexo XII- 18. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A2	5
Tabla Anexo XII- 19. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A2.....	6
Tabla Anexo XII- 20. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, pareja 1	6
Tabla Anexo XII- 21. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 1	6
Tabla Anexo XII- 22. P-valores, resolución de problemas, lag 1, pareja 1	7
Tabla Anexo XII- 23. P-valores, resolución de problemas, lag 2, pareja 1	7
Tabla Anexo XII- 24. Trabajo cooperativo y en paralelo, resolución de problemas, A1 y A2	7
Tabla Anexo XII- 25. Continuidad y traslación de ejecución, resolución de problemas, pareja 1.....	8
Tabla Anexo XII- 26. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A1.....	9
Tabla Anexo XII- 27. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A1	10
Tabla Anexo XII- 28. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A1	11
Tabla Anexo XII- 29. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A1	12
Tabla Anexo XII- 30. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A1	13
Tabla Anexo XII- 31. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A1.....	14
Tabla Anexo XII- 32. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A1.....	15
Tabla Anexo XII- 33. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A1	16
Tabla Anexo XII- 34. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A2	17
Tabla Anexo XII- 35. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A2.....	18
Tabla Anexo XII- 36. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A2	19
Tabla Anexo XII- 37. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A2	20

Tabla Anexo XII- 38. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A2.....	21
Tabla Anexo XII- 39. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A2.....	22
Tabla Anexo XII- 40. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A2.....	23
Tabla Anexo XII- 41. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , pareja 1.....	24
Tabla Anexo XII- 42. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , pareja 1.....	25
Tabla Anexo XII- 43. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , pareja 1.....	26
Tabla Anexo XII- 44. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , pareja 1.....	27
Tabla Anexo XII- 45. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , pareja 1.....	28
Tabla Anexo XII- 46. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , pareja 1.....	29
Tabla Anexo XII- 47. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , pareja 1.....	30
Tabla Anexo XII- 48. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , pareja 1.....	31
Tabla Anexo XII- 49. Estadísticas básicas, arrastre, A1 y A2, pareja 1.....	31
Tabla Anexo XII- 50. Coocurrencias arrastre y ratón, A1.....	31
Tabla Anexo XII- 51. Coocurrencias arrastre y ratón, A2.....	32
Tabla Anexo XII- 52. Coocurrencias arrastre y ratón, pareja 1.....	32
Tabla Anexo XII- 53. Coocurrencias arrastre y página, A1.....	32
Tabla Anexo XII- 54. Coocurrencias arrastre y página, A2.....	32
Tabla Anexo XII- 55. Coocurrencias arrastre y página, pareja 1.....	32
Tabla Anexo XII- 56. Estadísticas básicas, ratón, A1 y A2, pareja 1.....	33
Tabla Anexo XII- 57. Coocurrencias ratón y página, A1.....	33
Tabla Anexo XII- 58. Coocurrencias ratón y página, A2.....	33
Tabla Anexo XII- 59. Coocurrencias ratón y página, pareja 1.....	33
Tabla Anexo XII- 60. Estadísticas básicas, páginas, A1 y A2, pareja 1.....	34
Tabla Anexo XII- 61. Estadísticas básicas, interactividad, A1 y A2, pareja 1.....	34
Tabla Anexo XII- 62. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, A1.....	34
Tabla Anexo XII- 63. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, A2.....	35
Tabla Anexo XII- 64. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, pareja 1.....	35
Tabla Anexo XII- 65. Coocurrencias interactividad y arrastre, A1.....	35
Tabla Anexo XII- 66. Coocurrencias interactividad y arrastre, A2.....	36
Tabla Anexo XII- 67. Coocurrencias interactividad y arrastre, pareja 1.....	36
Tabla Anexo XII- 68. Coocurrencias interactividad y ratón, A1.....	36
Tabla Anexo XII- 69. Coocurrencias interactividad y ratón, A2.....	36
Tabla Anexo XII- 70. Coocurrencias interactividad y ratón, pareja 1.....	37
Tabla Anexo XII- 71. Coocurrencias interactividad y página, A1.....	37
Tabla Anexo XII- 72. Coocurrencias interactividad y página, A2.....	37
Tabla Anexo XII- 73. Coocurrencias interactividad y página, pareja 1.....	37

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura Anexo XII- 1. Gráfico secuencial, pareja 1	42
Figura Anexo XII- 2. Gráfico secuencial, A1	45
Figura Anexo XII- 3. Gráfico secuencial, A2	48
Figura Anexo XII- 4. Grafo de transición, pareja 1	48
Figura Anexo XII- 5. Grafo de transición, A1	49
Figura Anexo XII- 6. Grafo de transición, A2	49
Figura Anexo XII- 10. Patrones de conducta A1, A2 y pareja 1	50
Figura Anexo XII- 11. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , pareja 1	51
Figura Anexo XII- 12. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , pareja 1	51
Figura Anexo XII- 13. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , pareja 1	52
Figura Anexo XII- 14. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , pareja 1	52
Figura Anexo XII- 15. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , pareja 1	53
Figura Anexo XII- 16. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , pareja 1	53
Figura Anexo XII- 17. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , pareja 1	54
Figura Anexo XII- 18. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , pareja 1	54
Figura Anexo XII- 19. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A1	55
Figura Anexo XII- 20. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A1	55
Figura Anexo XII- 21. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A1	56
Figura Anexo XII- 22. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A1	56
Figura Anexo XII- 23. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A1	57
Figura Anexo XII- 24. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A1	57
Figura Anexo XII- 25. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A1	58
Figura Anexo XII- 26. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A1	58
Figura Anexo XII- 27. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A2	59
Figura Anexo XII- 28. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A2	59
Figura Anexo XII- 29. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A2	60
Figura Anexo XII- 30. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A2	60
Figura Anexo XII- 31. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A2	61
Figura Anexo XII- 32. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A2	61
Figura Anexo XII- 33. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A2	62
Figura Anexo XII- 34. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A2	62

Tabla Anexo XII- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A1 y A2, pareja 1

categoría	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1
Lec	19	13	32	204	178	382	0,2	0,2	0,2	11	14	12
Ana	13	17	30	96	157	253	0,1	0,1	0,1	7,4	9,2	8,4
Exp	18	7	25	215	58	273	0,2	0,1	0,1	12	8,3	11
Pla	1	0	1	13	0	13	0	0	0	13	0	13
Imp	7	10	17	189	82	271	0,2	0,1	0,1	27	8,2	16
Ver	24	21	45	177	184	361	0,2	0,2	0,2	7,4	8,8	8
Con	18	7	25	46	26	72	0	0	0	2,6	3,7	2,9
Obs	52	55	107	207	462	669	0,2	0,4	0,3	4	8,4	6,3
Total eventos	152	130	282									
Total segundos				1147	1147	2294						

Tabla Anexo XII- 2. Coocurrencias resolución de problemas y página, A1

	A1Lec		A1Ana		A1Exp		A1Pla		A1Imp		A1Ver		A1Con		A1Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	2	89	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	5	96
Pag2	4	34	4	40	0	0	0	0	0	0	4	28	2	7	9	31	23	140
Pag3	3	22	2	14	8	53	0	0	3	85	8	22	5	12	15	52	44	260
Pag4	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	0	0	3	17	5	30
Pag5	5	32	3	11	2	41	1	13	3	94	5	45	4	5	12	33	35	274
Pag6	4	20	3	30	8	121	0	0	1	10	6	76	6	21	14	69	42	347
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	19	204	13	96	18	215	1	13	7	189	24	177	18	46	54	207	154	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 3. Coocurrencias resolución de problemas y página, A2

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	2	96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	96
Pag2	4	25	5	70	0	0	0	0	0	0	2	9	0	0	7	36	18	140
Pag3	3	24	3	16	3	48	0	0	4	45	5	16	2	14	14	97	34	260
Pag4	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	17	0	0	3	10	5	30
Pag5	2	18	3	7	1	1	0	0	5	24	7	85	2	4	15	135	35	274
Pag6	3	12	6	64	3	9	0	0	1	13	6	57	3	8	18	184	40	347
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	15	178	17	157	7	58	0	0	10	82	21	184	7	26	57	462	134	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 4. Coocurrencias resolución de problemas y página, pareja 1.

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	4	185	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	7	192
Pag2	8	59	9	110	0	0	0	0	0	0	6	37	2	7	16	67	41	280
Pag3	6	46	5	30	11	101	0	0	7	130	13	38	7	26	29	149	78	520
Pag4	2	10	0	0	0	0	0	0	0	0	2	23	0	0	6	27	10	60
Pag5	7	50	6	18	3	42	1	13	8	118	12	130	6	9	27	168	70	548
Pag6	7	32	9	94	11	130	0	0	2	23	12	133	9	29	32	253	82	694
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	34	382	30	253	25	273	1	13	17	271	45	361	25	72	111	669	288	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 5. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, A1

	A1Lec		A1Ana		A1Exp		A1Pla		A1Imp		A1Ver		A1Con		A1Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A1Rat	9	25	5	18	16	103	0	0	0	0	6	18	11	22	16	47	63	233
A1NoRat	18	179	11	78	10	112	1	13	7	189	24	159	9	24	42	160	122	914
Total	27	204	16	96	27	215	1	13	7	189	30	177	20	46	58	207	185	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 6. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, A2

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A2Rat	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	0	0	1	3	5	9
A2NoRat	12	175	17	157	7	58	0	0	10	82	22	181	7	26	56	459	131	1138
Total	14	178	17	157	7	58	0	0	10	82	24	184	7	26	57	462	136	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 7. Coocurrencias resolución de problemas y ratón, pareja 1

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	11	28	5	18	16	103	0	0	0	0	8	21	11	22	17	50	68	242
NoRat	30	354	28	235	17	170	1	13	17	271	46	340	16	50	98	619	253	2052
Total	41	382	34	253	34	273	1	13	17	271	52	361	27	72	115	669	321	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 8. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, A1

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	1	2	0	0	10	80	0	0	0	0	0	0	3	4	2	6	16	92
Gui	0	0	3	11	0	0	0	0	0	0	1	4	1	2	2	4	7	21
NoArr	19	202	12	85	13	135	1	13	7	189	25	173	14	40	50	197	141	1034
Total	20	204	15	96	23	215	1	13	7	189	26	177	18	46	54	207	163	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Esta tabla coincide para la correspondiente para la pareja 1 ya que A2 no presenta arrastre.

Tabla Anexo XII- 9. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, A2

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NoArr	1	178	1	157	1	58	0	0	1	82	1	184	1	26	1	462	1	1147	
Total	1	178	1	157	1	58	0	0	1	82	1	184	1	26	1	462	1	1147	

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Esta tabla coincide para la correspondiente para la pareja 1 ya que A2 no presenta arrastre.

Tabla Anexo XII- 10. Coocurrencias resolución de problemas y arrastre, pareja 1

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	1	2	0	0	10	80	0	0	0	0	0	0	3	4	2	6	16	92
Gui	0	0	3	11	0	0	0	0	0	0	1	4	1	2	2	4	7	21
NoArr	20	380	13	242	14	193	1	13	8	271	26	357	15	66	51	659	148	2181
Total	21	382	16	253	24	273	1	13	8	271	27	361	19	72	55	669	171	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Esta tabla coincide para la correspondiente para la pareja 1 ya que A2 no presenta arrastre.

Tabla Anexo XII- 11. Concurrencias arrastre para A1 y resolución de problemas para A2.

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
A1Err	1	1	1	1	2	8	0	0	0	0	1	1	1	10	8	71	14	92
A1Gui	0	0	2	9	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	9	5	21
A1NoArr	2	177	3	147	3	47	0	0	1	82	2	183	2	16	11	382	24	1034
Total	3	178	6	157	6	58	0	0	1	82	3	184	3	26	21	462	43	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Esta tabla coincide para la correspondiente para la pareja 1 ya que A2 no presenta arrastre.

Tabla Anexo XII- 12. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, A1

Dado	Siguiete									Total
	A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs		
A1Lec	0	3	6	0	0	1	3	6		19
A1Ana	1	0	0	0	0	2	1	9		13
A1Exp	1	1	0	0	1	2	4	9		18
A1Pla	0	0	0	0	1	0	0	0		1
A1Imp	1	0	0	0	0	2	0	4		7
A1Ver	3	1	1	0	2	0	1	15		23
A1Con	2	0	6	0	0	1	0	9		18
A1Obs	10	8	5	1	3	16	9	0		52
Total	18	13	18	1	7	24	18	52		151

Tabla Anexo XII- 13. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A1

Dado	Siguiete							
	A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
A1Lec	0	0,16	0,32	0	0	0,05	0,16	0,32
A1Ana	0,08	0	0	0	0	0,15	0,08	0,69
A1Exp	0,06	0,06	0	0	0,06	0,11	0,22	0,5
A1Pla	0	0	0	0	1	0	0	0
A1Imp	0,14	0	0	0	0	0,29	0	0,57
A1Ver	0,13	0,04	0,04	0	0,09	0	0,04	0,65
A1Con	0,11	0	0,33	0	0	0,06	0	0,5
A1Obs	0,19	0,15	0,1	0,02	0,06	0,31	0,17	0

Tabla Anexo XII- 14. P-valores, resolución de problemas, lag1, A1

Dado	Siguiete							
	A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
A1Lec	-0,08	+0,21	+0,01*	-0,87	-0,38	-0,15	+0,40	-0,51
A1Ana	-0,49	-0,33	-0,18	-0,91	-0,53	INS	-0,53	+0,01*
A1Exp	-0,31	-0,52	-0,10	-0,88	+0,60	-0,43	+0,14	+0,11
A1Pla	-0,87	-0,91	-0,88	+1,00	+0,04*	-0,84	-0,88	-0,66
A1Imp	+0,62	-0,53	-0,41	-0,95	-0,75	+0,30	-0,40	+0,18
A1Ver	+0,61	-0,36	-0,18	-0,84	+0,31	-0,01*	-0,18	+0,00*
A1Con	-0,60	-0,18	+0,01*	-0,88	-0,41	-0,18	-0,10	+0,11
A1Obs	+0,06	+0,03*	-0,37	+0,34	+0,45	+0,00*	+0,11	-0,00*

* p<,05; INS = Inestable

Tabla Anexo XII- 15. P-valores, resolución de problemas, lag2, A1

Dado	Siguiete							
	A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
A1Lec	-0,31	+0,5	-0,6	-0,87	-0,39	-0,4	-0,61	+0,14
A1Ana	-0,16	-0,33	-0,18	+0,08	+0,47	+0,00*	-0,18	-0,3
A1Exp	+0,39	+0,47	+0,03*	-0,88	-0,4	+0,56	+0,35	-0,02*
A1Pla	+0,12	-0,91	-0,88	1	-0,95	-0,84	-0,88	-0,66
A1Imp	-0,38	-0,53	+0,59	-0,95	+0,24	+0,08	+0,59	-0,24
A1Ver	+0,15	+0,33	+0,56	-0,84	+0,3	-0,08	+0,12	-0,04*
A1Con	+0,39	+0,18	INS	-0,88	-0,4	-0,44	+0,03	-0,38
A1Obs	-0,32	-0,29	-0,38	-0,66	+0,44	-0,1	-0,08	+0,00

* p<,05; INS = Inestable

Tabla Anexo XII- 16. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, A2

Dado	Siguiete								Totals
	A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs	
A2Lec	0	4	2	0	0	0	0	7	13
A2Ana	0	0	0	0	1	2	1	13	17
A2Exp	0	1	0	0	0	0	0	6	7
A2Pla	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Imp	0	0	0	0	0	2	0	8	10
A2Ver	2	2	1	0	1	0	0	15	21
A2Con	0	1	0	0	0	0	0	6	7
A2Obs	10	9	4	0	8	17	6	0	54
Total	12	17	7	0	10	21	7	55	129

Tabla Anexo XII- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A2

Dado	Siguiete							
	A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
A2Lec	0	0,31	0,15	0	0	0	0	0,54
A2Ana	0	0	0	0	0,06	0,12	0,06	0,76
A2Exp	0	0,14	0	0	0	0	0	0,86
A2Pla	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Imp	0	0	0	0	0	0,2	0	0,8
A2Ver	0,1	0,1	0,05	0	0,05	0	0	0,71
A2Con	0	0,14	0	0	0	0	0	0,86
A2Obs	0,19	0,17	0,07	0	0,15	0,31	0,11	0

Tabla Anexo XII- 18. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A2

Dado	Siguiete							
	A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
A2Lec	-0,27	+0,07	+0,15	+1,00	-0,34	-0,10	-0,47	+0,27
A2Ana	-0,15	-0,10	-0,36	+1,00	-0,61	-0,45	+0,63	+0,00*
A2Exp	-0,48	+0,63	-0,71	+1,00	-0,56	-0,28	-0,67	+0,02*
A2Pla	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00
A2Imp	-0,33	-0,23	-0,56	+1,00	-0,47	-0,51	-0,56	+0,01*
A2Ver	INS	-0,45	-0,68	+1,00	-0,50	-0,02	-0,28	+0,00*
A2Con	-0,47	+0,63	-0,67	+1,00	-0,56	-0,28	-0,71	+0,02*
A2Obs	+0,01*	+0,24	+0,33	+1,00	+0,01*	+0,00*	+0,02*	-0,00*

* p<,05; INS = Inestable

Tabla Anexo XII- 19. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A2.

Dado	Siguiete							
	A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
A2Lec	-0,27	+0,22	-0,47	+1,00	+0,66	-0,34	+0,52	+0,48
A2Ana	+0,00*	-0,35	+0,63	+1,00	+0,38	+0,28	+0,63	-0,00*
A2Exp	-0,47	+0,22	-0,71	+1,00	-0,57	+0,01*	-0,67	-0,12
A2Pla	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00
A2Imp	-0,33	-0,23	-0,56	+1,00	-0,48	+0,00*	+0,09	-0,13
A2Ver	INS	+0,03*	+0,31	+1,00	+0,00*	-0,33	+0,31	-0,00*
A2Con	+0,14	-0,37	+0,04*	+1,00	-0,57	+0,31	-0,71	-0,12
A2Obs	-0,03*	-0,19	-0,37	+1,00	-0,12	-0,00*	-0,12	+0,00*

* $p < 0,05$; INS = Inestable

Tabla Anexo XII- 20. Frecuencia de transición, resolución de problemas, lag 1, pareja 1

Dado	Siguiete								
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs	Total
Lec	0	7	8	0	0	1	3	13	32
Ana	1	0	0	0	1	4	2	22	30
Exp	1	2	0	0	1	2	4	15	25
Pla	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Imp	1	0	0	0	0	4	0	12	17
Ver	5	3	2	0	3	0	1	30	44
Con	2	1	6	0	0	1	0	15	25
Obs	20	17	9	1	11	33	15	0	106
Total	30	30	25	1	17	45	25	107	280

Tabla Anexo XII- 21. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 1

Dado	Siguiete								
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs	
Lec	0	0,22	0,25	0	0	0,03	0,09	0,41	
Ana	0,03	0	0	0	0,03	0,13	0,07	0,73	
Exp	0,04	0,08	0	0	0,04	0,08	0,16	0,6	
Pla	0	0	0	0	1	0	0	0	
Imp	0,06	0	0	0	0	0,24	0	0,71	
Ver	0,11	0,07	0,05	0	0,07	0	0,02	0,68	
Con	0,08	0,04	0,24	0	0	0,04	0	0,6	
Obs	0,19	0,16	0,08	0,01	0,1	0,31	0,14	0	

Tabla Anexo XII- 22. P-valores, resolución de problemas, lag 1, pareja 1

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	-0,02*	+0,04*	+0,00*	-0,88	-0,12	-0,02*	+0,56	+0,44
Ana	-0,12	-0,03*	-0,05	-0,90	-0,44	-0,48	-0,49	+0,00*
Exp	-0,20	-0,49	-0,10	-0,91	-0,54	-0,20	+0,17	+0,02*
Pla	-0,88	-0,89	-0,91	+1,00	+0,06	-0,84	-0,91	-0,62
Imp	-0,40	-0,14	-0,20	-0,94	-0,36	+0,28	-0,20	+0,00*
Ver	+0,40	-0,26	-0,20	-0,84	+0,53	-0,00*	-0,07	+0,00*
Con	-0,44	-0,22	+0,01*	-0,91	-0,20	-0,06	-0,10	+0,02*
Obs	+0,00*	+0,02*	-0,51	+0,38	+0,02*	+0,00*	+0,02*	-0,00*

* p<,05

Tabla Anexo XII- 23. P-valores, resolución de problemas, lag 2, pareja 1

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	-0,29	+0,24	-0,44	-0,89	-0,40	-0,21	+0,56	+0,18
Ana	+0,10	-0,16	-0,23	+0,10	+0,26	+0,00*	-0,23	-0,00*
Exp	+0,55	+0,26	+0,04*	-0,91	-0,20	+0,08	+0,38	-0,00*
Pla	+0,11	-0,89	-0,91	+1,00	-0,94	-0,84	-0,91	-0,61
Imp	-0,12	-0,14	-0,54	-0,94	+0,64	+0,00*	+0,18	-0,06
Ver	+0,23	+0,03*	+0,36	-0,84	+0,00*	-0,04*	+0,08	-0,00*
Con	+0,13	+0,51	+0,16	-0,91	-0,20	+0,56	+0,35	-0,10
Obs	-0,03*	-0,13	-0,20	-0,62	-0,32	-0,00*	-0,01*	+0,00*

* p<,05

Tabla Anexo XII- 24. Trabajo cooperativo y en paralelo, resolución de problemas, A1 y A2

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A1Lec	<i>11</i>	<i>149</i>	1	6	1	6	0	0	0	0	2	12	0	0	8	31	23	204
A1Ana	1	1	7	<i>51</i>	0	0	0	0	1	2	2	27	0	0	6	15	17	96
A1Exp	5	15	3	7	7	22	0	0	0	0	2	4	2	11	20	156	39	215
A1Pla	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	1	13
A1Imp	1	2	0	0	0	0	0	0	9	75	6	48	0	0	14	64	30	189
A1Ver	1	2	7	42	2	8	0	0	0	0	<i>13</i>	<i>66</i>	0	0	18	59	41	177
A1Con	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	8	13	37	18	46
A1Obs	3	8	9	47	4	22	0	0	3	5	9	27	4	7	28	91	60	207
Total	23	178	28	157	14	58	0	0	13	82	34	184	10	26	107	462	229	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. En cursiva, valore de trabajo cooperativo

Tabla Anexo XII- 25. Continuidad y traslación de ejecución,
resolución de problemas, pareja 1

Tipo		A1	A2	SigA1	SigA2	Frec	Total
Mutua		Ana	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ana</i>	1	
		Obs	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	1	
		Obs	Ver	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	1	
		Obs	Con	<i>Con</i>	<i>Obs</i>	1	4
A1→A2	A2 Mantiene	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Obs	6	
		Con	Obs	<i>Obs</i>	Obs	6	
		Obs	Ver	<i>Ver</i>	Ver	5	
		Ver	Obs	<i>Obs</i>	Obs	3	
		Lec	Obs	<i>Obs</i>	Obs	2	
		Imp	Obs	<i>Obs</i>	Obs	2	
		Obs	Ana	<i>Ana</i>	Ana	2	
		Obs	Imp	<i>Imp</i>	Imp	2	
		Lec	Ana	<i>Ana</i>	Ana	1	
		Exp	Con	<i>Con</i>	Con	1	
		Ana	Obs	<i>Obs</i>	Obs	1	
		Ana	Lec	<i>Lec</i>	Lec	1	
		Exp	Ana	<i>Ana</i>	Ana	1	
		Obs	Exp	<i>Exp</i>	Exp	1	
		Obs	Lec	<i>Lec</i>	Lec	1	
		Obs	Con	<i>Con</i>	Con	1	36
		A2 No Mantiene		Exp	Con	<i>Con</i>	Obs
Imp	Obs			<i>Obs</i>	Con	1	
Ver	Obs			<i>Obs</i>	Con	1	
Ana	Obs			<i>Obs</i>	Ver	1	
Imp	Obs			<i>Obs</i>	Ver	1	
Ver	Obs			<i>Obs</i>	Imp	1	
Obs	Imp			<i>Imp</i>	Ver	1	7
A2→A1	A1 Mantiene	Imp	Obs	Imp	<i>Imp</i>	7	
		Ver	Obs	Ver	<i>Ver</i>	5	
		Exp	Obs	Exp	<i>Exp</i>	4	
		Exp	Lec	Exp	<i>Exp</i>	2	
		Obs	Ver	Obs	<i>Obs</i>	2	
		Obs	Ana	Obs	<i>Obs</i>	1	
		Ver	Ana	Ver	<i>Ver</i>	1	
		Ana	Obs	Ana	<i>Ana</i>	1	
		Obs	Con	Obs	<i>Obs</i>	1	24
A1 No mantiene		Obs	Ana	Ver	<i>Obs</i>	3	
		Obs	Con	Ana	<i>Obs</i>	1	
		Ver	Obs	Imp	<i>Ver</i>	1	5

Tabla Anexo XII- 26. Zsum, categoría focal *Lec*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Lec	-0,06	0,45	-0,06	-0,36	1,44	-0,47	-0,78	0,12
-4	A1Lec	1,52	2,28	-0,84	-0,36	-0,98	0,25	-0,77	-1,01
-3	A1Lec	-0,91	0,38	-1,68	-0,37	0,18	-0,54	0,64	1,5
-2	A1Lec	-0,9	-1,39	0,65	2,72	-1	1,56	0,65	-0,65
-1	A1Lec	0	-0,33	-0,75	-0,33	0,4	0,33	0,07	0,21
1	A1Lec	0	1,51	3,21	-0,34	-0,94	-1,24	0,8	-1,66
2	A1Lec	-0,9	0,39	-0,12	-0,37	-1	-0,6	-0,03	1,46
3	A1Lec	-0,91	1,27	-0,91	-0,37	0,18	2,12	-0,83	-0,62
4	A1Lec	1,52	0,37	-0,15	-0,37	-1,01	-1,31	-0,84	0,95
5	A1Lec	-0,06	-0,43	-0,92	2,69	-1,01	0,04	2,3	-0,66
	Xsum	-0,35	3,11	1,11	1,24	-3,78	-0,99	1,4	-0,53
	Ysum	-0,35	1,39	-2,68	1,3	0,04	1,13	-0,19	0,17
	X	-0,16	1,39	0,50	0,55	-1,69	-0,44	0,63	-0,24
	Y	-0,16	0,62	-1,20	0,58	0,02	0,51	-0,08	0,08
	Cuadrante	III	I	IV	I	II	II	IV	II
	Radio	0,22	1,52	1,30	0,80	1,69	0,67	0,63	0,25
	Ángulo	45,00	24,08	67,50	46,35	0,61	48,78	7,73	17,78
	Ángulo corregido	225,00	24,08	292,50	46,35	179,39	131,22	352,27	162,22

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 27. Zsum, categoría focal *Ana*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Ana	-0,43	2,06	-0,43	3,37	-0,81	-0,73	0,58	-0,69
-4	A1Ana	0,37	0,88	-0,52	-0,31	0,53	-0,82	-0,45	0,32
-3	A1Ana	1,27	-1,17	-0,51	-0,31	-0,84	-0,01	0,38	0,34
-2	A1Ana	0,39	-1,16	0,39	-0,31	-0,83	0,81	1,29	-0,92
-1	A1Ana	1,51	0	-0,32	-0,27	-0,75	-0,66	-1,29	0,7
1	A1Ana	-0,33	0	-1,29	-0,27	-0,75	0,14	-0,32	1,2
2	A1Ana	-1,39	-1,16	-1,39	3,26	0,54	4,69	-1,35	-0,92
3	A1Ana	0,38	-1,17	0,38	-0,31	1,91	-0,86	0,47	-0,28
4	A1Ana	2,28	0,88	-1,4	-0,31	-0,84	0,7	-1,36	-0,29
5	A1Ana	0,45	2,06	-0,52	-0,31	0,52	-1,67	-0,46	0,3
	Xsum	1,39	0,61	-4,22	2,06	1,38	3	-3,02	0,01
	Ysum	3,11	0,61	-1,39	2,17	-2,7	-1,41	0,51	-0,25
	X	0,62	0,27	-1,89	0,92	0,62	1,34	-1,35	0,00
	Y	1,39	0,27	-0,62	0,97	-1,21	-0,63	0,23	-0,11
	Cuadrante	I	I	III	I	IV	IV	II	IV
	Radio	1,52	0,39	1,99*	1,34	1,36	1,48	1,37	0,11
	Ángulo	65,92	45,00	18,23	46,49	62,93	25,17	9,59	87,71
	Ángulo corregido	65,92	45,00	198,23	46,49	297,07	334,83	170,41	272,29

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 28. Zsum, categoría focal *Exp*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Exp	-0,92	-0,52	1,38	-0,37	-1,01	-0,57	0,72	0,47
-4	A1Exp	-0,15	-1,4	1,39	-0,37	-1,01	0,83	0,74	-0,64
-3	A1Exp	-0,91	0,38	2,18	2,71	-1	-1,24	0,64	-0,62
-2	A1Exp	-0,12	-1,39	2,2	-0,37	0,19	0,17	-0,12	-0,65
-1	A1Exp	3,21	-1,29	0	-0,33	-0,91	-1,11	3,38	-1,9
1	A1Exp	-0,75	-0,32	0	-0,33	0,4	-0,45	1,73	-0,19
2	A1Exp	0,65	0,39	2,2	-0,37	-1	0,08	0,76	-2,24
3	A1Exp	-1,68	-0,51	2,18	-0,37	-1	-0,61	1,54	-0,09
4	A1Exp	-0,84	-0,52	1,39	-0,37	-1,01	-0,63	0,74	0,42
5	A1Exp	-0,06	-0,43	1,38	-0,37	1,35	0,72	-0,06	-1,72
	Xsum	-2,68	-1,39	7,15	-1,81	-1,26	-0,89	4,71	-3,82
	Ysum	1,11	-4,22	7,15	1,27	-3,74	-1,92	5,36	-3,34
	X	-1,20	-0,62	3,20	-0,81	-0,56	-0,40	2,11	-1,71
	Y	0,50	-1,89	3,20	0,57	-1,67	-0,86	2,40	-1,49
	Cuadrante	II	III	I	II	III	III	I	III
	Radio	1,30	1,99*	4,52	0,99	1,76	0,95	3,19*	2,27*
	Ángulo	22,50	71,77	45,00	35,06	71,38	65,13	48,69	41,16
	Ángulo corregido	157,50	251,77	45,00	144,94	251,38	245,13	48,69	221,16

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 29. Zsum, categoría focal *Pla*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Pla	2,69	-0,31	-0,37	-0,08	-0,22	-0,43	-0,36	-0,72
-4	A1Pla	-0,37	-0,31	-0,37	-0,08	-0,22	-0,43	-0,36	1,38
-3	A1Pla	-0,37	-0,31	-0,37	-0,08	-0,22	2,35	-0,37	-0,72
-2	A1Pla	-0,37	3,26	-0,37	-0,08	-0,22	-0,43	-0,37	-0,73
-1	A1Pla	-0,34	-0,27	-0,33	0	-0,19	-0,39	-0,33	0,94
1	A1Pla	-0,33	-0,27	-0,33	0	5,3	-0,4	-0,33	-0,86
2	A1Pla	2,72	-0,31	-0,37	-0,08	-0,22	-0,44	-0,36	-0,73
3	A1Pla	-0,37	-0,31	2,71	-0,08	-0,22	-0,44	-0,36	-0,72
4	A1Pla	-0,36	-0,31	-0,37	-0,08	-0,22	-0,44	-0,36	1,38
5	A1Pla	-0,36	3,37	-0,37	-0,08	-0,22	-0,44	-0,36	-0,73
	Xsum	1,3	2,17	1,27	-0,32	4,42	-2,16	-1,77	-1,66
	Ysum	1,24	2,06	-1,81	-0,32	-1,07	0,67	-1,79	0,15
	X	0,58	0,97	0,57	-0,14	1,98	-0,97	-0,79	-0,74
	Y	0,55	0,92	-0,81	-0,14	-0,48	0,30	-0,80	0,07
	Cuadrante	I	I	IV	III	IV	II	III	II
	Radio	0,80	1,34	0,99	0,20	2,03*	1,01	1,13	0,75
	Ángulo	43,65	43,51	54,94	45,00	13,61	17,23	45,32	5,16
	Ángulo corregido	43,65	43,51	305,06	225,00	346,39	162,77	225,32	174,84

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 30. Zsum, categoría focal *Imp*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Imp	-1,01	0,52	1,35	-0,22	-0,61	-0,1	-0,98	0,51
-4	A1Imp	-1,01	-0,84	-1,01	-0,22	3,04	0,97	-0,98	0,48
-3	A1Imp	0,18	1,91	-1	-0,22	-0,6	-0,09	-1	0,49
-2	A1Imp	-1	0,54	-1	-0,22	1,24	1	-1	0,47
-1	A1Imp	-0,94	-0,75	0,4	5,3	0	1,25	-0,91	-0,3
1	A1Imp	0,4	-0,75	-0,91	-0,19	0	1,19	-0,91	0,38
2	A1Imp	-1	-0,83	0,19	-0,22	1,24	1,99	0,25	-1,16
3	A1Imp	0,18	-0,84	-1	-0,22	-0,6	-1,19	0,25	2,12
4	A1Imp	-0,98	0,53	-1,01	-0,22	3,04	-1,19	2,67	-1,15
5	A1Imp	1,44	-0,81	-1,01	-0,22	-0,61	-1,2	-0,98	2,09
	Xsum	0,04	-2,7	-3,74	-1,07	3,07	-0,4	1,28	2,28
	Ysum	-3,78	1,38	-1,26	4,42	3,07	3,03	-4,87	1,65
	X	0,02	-1,21	-1,67	-0,48	1,37	-0,18	0,57	1,02
	Y	-1,69	0,62	-0,56	1,98	1,37	1,36	-2,18	0,74
	Cuadrante	IV	II	III	II	I	II	IV	I
	Radio	1,69	1,36	1,76	2,03*	1,94	1,37	2,25*	1,26
	Ángulo	89,39	27,07	18,62	76,39	45,00	82,48	75,27	35,89
	Ángulo corregido	270,61	152,93	198,62	103,61	45,00	97,52	284,73	35,89

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 31. Zsum, categoría focal Ver, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Ver	0,04	-1,67	0,72	-0,44	-1,2	0,15	-0,54	1,34
-4	A1Ver	-1,31	0,7	-0,63	-0,44	-1,19	2,63	1,57	-1,53
-3	A1Ver	2,12	-0,86	-0,61	-0,44	-1,19	-1,05	-1,3	1,78
-2	A1Ver	-0,6	4,69	0,08	-0,44	1,99	-1,66	-0,6	-1,55
-1	A1Ver	-1,24	0,14	-0,45	-0,4	1,19	0	-1,16	1,1
1	A1Ver	0,33	-0,66	-1,11	-0,39	1,25	0	-1,11	0,92
2	A1Ver	1,56	0,81	0,17	-0,43	1	-1,66	1,71	-1,89
3	A1Ver	-0,54	-0,01	-1,24	2,35	-0,09	-1,05	-1,16	2,45
4	A1Ver	0,25	-0,82	0,83	-0,43	0,97	2,63	-1,17	-1,87
5	A1Ver	-0,47	-0,73	-0,57	-0,43	-0,1	0,15	0,95	0,49
	Xsum	1,13	-1,41	-1,92	0,67	3,03	0,07	-0,78	0,1
	Ysum	-0,99	3	-0,89	-2,16	-0,4	0,07	-2,03	1,14
	X	0,51	-0,63	-0,86	0,30	1,36	0,03	-0,35	0,04
	Y	-0,44	1,34	-0,40	-0,97	-0,18	0,03	-0,91	0,51
	Cuadrante	IV	II	III	IV	IV	I	III	I
	Radio	0,67	1,48	0,95	1,01	1,37	0,04	0,97	0,51
	Ángulo	41,22	64,83	24,87	72,77	7,52	45,00	68,98	84,99
	Ángulo corregido	318,78	115,17	204,87	287,23	352,48	45,00	248,98	84,99

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 32. Zsum, categoría focal *Con*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Con	2,3	-0,46	-0,06	-0,36	-0,98	0,95	-0,78	-0,97
-4	A1Con	-0,84	-1,36	0,74	-0,36	2,67	-1,17	0,85	0,08
-3	A1Con	-0,83	0,47	1,54	-0,36	0,25	-1,16	0,75	-0,44
-2	A1Con	-0,03	-1,35	0,76	-0,36	0,25	1,71	0,76	-1,57
-1	A1Con	0,8	-0,32	1,73	-0,33	-0,91	-1,11	0	-0,19
1	A1Con	0,07	-1,29	3,38	-0,33	-0,91	-1,16	0	-0,19
2	A1Con	0,65	1,29	-0,12	-0,37	-1	-0,6	0,76	-0,65
3	A1Con	0,64	0,38	0,64	-0,37	-1	-1,3	0,75	-0,09
4	A1Con	-0,77	-0,45	0,74	-0,36	-0,98	1,57	0,85	-1,01
5	A1Con	-0,78	0,58	0,72	-0,36	-0,98	-0,54	-0,78	1,14
	Xsum	-0,19	0,51	5,36	-1,79	-4,87	-2,03	1,58	-0,8
	Ysum	1,4	-3,02	4,71	-1,77	1,28	-0,78	1,58	-3,09
	X	-0,08	0,23	2,40	-0,80	-2,18	-0,91	0,71	-0,36
	Y	0,63	-1,35	2,11	-0,79	0,57	-0,35	0,71	-1,38
	Cuadrante	II	IV	I	III	II	III	I	III
	Radio	0,63	1,37	3,19*	1,13	2,25*	0,97	1,00	1,43
	Ángulo	82,27	80,41	41,31	44,68	14,73	21,02	45,00	75,48
	Ángulo corregido	97,73	279,59	41,31	224,67	165,27	201,01	45,00	255,48

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 33. Zsum, categoría focal *Obs*, A1

Lag	focal	Objetivo							
		A1Lec	A1Ana	A1Exp	A1Pla	A1Imp	A1Ver	A1Con	A1Obs
-5	A1Obs	-0,66	0,3	-1,72	-0,73	2,09	0,49	1,14	-0,49
-4	A1Obs	0,95	-0,29	0,42	1,38	-1,15	-1,87	-1,01	1,61
-3	A1Obs	-0,62	-0,28	-0,09	-0,72	2,12	2,45	-0,09	-1,99
-2	A1Obs	1,46	-0,92	-2,24	-0,73	-1,16	-1,89	-0,65	3,6
-1	A1Obs	-1,66	1,2	-0,19	-0,86	0,38	0,91	-0,19	0
1	A1Obs	0,21	0,7	-1,9	0,94	-0,3	1,1	-0,19	0
2	A1Obs	-0,65	-0,92	-0,65	-0,73	0,47	-1,55	-1,57	3,6
3	A1Obs	1,5	0,34	-0,62	-0,72	0,49	1,78	-0,44	-1,99
4	A1Obs	-1,01	0,32	-0,64	1,38	0,48	-1,53	0,08	1,61
5	A1Obs	0,12	-0,69	0,47	-0,72	0,51	1,34	-0,97	-0,49
	Xsum	0,17	-0,25	-3,34	0,15	1,65	1,14	-3,09	2,73
	Ysum	-0,53	0,01	-3,82	-1,66	2,28	0,09	-0,8	2,73
	X	0,08	-0,11	-1,49	0,07	0,74	0,51	-1,38	1,22
	Y	-0,24	0,00	-1,71	-0,74	1,02	0,04	-0,36	1,22
	Cuadrante	IV	II	III	IV	I	I	III	I
	Radio	0,25	0,11	2,27*	0,75	1,26	0,51	1,43	1,73
	Ángulo	72,22	2,29	48,84	84,84	54,11	4,51	14,52	45,00
	Ángulo corregido	287,78	177,71	228,84	275,16	54,11	4,51	194,52	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 34. Zsum, categoría focal Lec, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Lec	-0,06	1,39	-0,85	0	-1,02	-0,72	-0,78	0,91
-4	A2Lec	1,92	0,34	-0,88	0	0,05	0,81	-0,81	-1,26
-3	A2Lec	0,9	-0,54	0,45	0	1,19	-1,62	-0,88	0,61
-2	A2Lec	-1,17	3,94	-0,88	0	-1,06	0,03	1,79	-1,88
-1	A2Lec	0	-1,08	-0,65	0	-0,79	0,89	-0,65	0,62
1	A2Lec	0	3,41	2,79	0	-0,83	-1,29	-0,68	-1,09
2	A2Lec	-1,17	1,26	-0,88	0	0,07	-0,79	0,46	0,58
3	A2Lec	0,9	-1,38	-0,88	0	-1,06	0,83	1,78	-0,06
4	A2Lec	1,92	1,35	0,44	0	-1,07	-1,63	0,44	-0,64
5	A2Lec	-0,06	0,42	0,43	0	0,04	-0,83	0,43	-0,05
	Xsum	1,59	5,06	1,9	0	-2,85	-3,71	2,43	-1,26
	Ysum	1,59	4,05	-2,81	0	-1,63	-0,61	-1,33	-1
	X	0,71	2,26	0,85	0,00	-1,27	-1,66	1,09	-0,56
	Y	0,71	1,81	-1,26	0,00	-0,73	-0,27	-0,59	-0,45
	Cuadrante	I	I	IV	III	III	III	IV	III
	Radio	1,01	2,90*	1,52	0,00	1,47	1,68	1,24	0,72
	Ángulo	45,00	38,67	55,94		29,77	9,34	28,69	38,44
	Ángulo corregido	45,00	38,67	304,06		209,77	189,34	331,31	218,44

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 35. Zsum, categoría focal *Ana*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Ana	0,42	-0,92	0,12	0	-1,26	-0,49	-0,96	1,82
-4	A2Ana	1,35	0,66	1,3	0	0,72	-1,2	1,56	-2,02
-3	A2Ana	-1,38	2,24	-1,03	0	-1,25	-1,18	-1,03	1,8
-2	A2Ana	1,26	-0,97	1,23	0	-1,29	2,26	-1,06	-1,15
-1	A2Ana	3,41	0	0,73	0	-0,97	0,29	0,73	-1,4
1	A2Ana	-1,08	0	-0,8	0	0,31	0,29	0,73	0,16
2	A2Ana	3,94	-0,97	0,08	0	0,65	0,85	0,08	-2,73
3	A2Ana	-0,54	2,24	0,07	0	-1,3	-1,27	-1,07	0,93
4	A2Ana	0,34	0,66	0,06	0	-1,3	0,82	1,2	-1,14
5	A2Ana	1,39	-0,92	-1,08	0	-0,35	-0,6	0,05	0,95
	Xsum	4,05	1,01	-1,67	0	-1,99	0,09	0,99	-1,83
	Ysum	5,06	1,01	2,35	0	-4,05	-0,32	-0,76	-0,95
	X	1,81	0,45	-0,75	0,00	-0,89	0,04	0,44	-0,82
	Y	2,26	0,45	1,05	0,00	-1,81	-0,14	-0,34	-0,42
	Cuadrante	I	I	II	III	III	IV	IV	III
	Radio	2,90*	0,64	1,29	0,00	2,02*	0,15	0,56	0,92
	Ángulo	51,33	45,00	54,60		63,83	74,29	37,51	27,43
	Ángulo corregido	51,33	45,00	125,40		243,83	285,71	322,49	207,43

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 36. Zsum, categoría focal *Exp*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Exp	0,43	-1,08	-0,66	0	-0,8	-0,18	-0,61	1,65
-4	A2Exp	0,44	0,06	4,43	0	-0,8	-0,17	-0,61	-1,53
-3	A2Exp	-0,88	0,07	-0,66	0	-0,8	-0,16	-0,66	1,64
-2	A2Exp	-0,88	0,08	-0,65	0	-0,79	0,89	2,76	-0,75
-1	A2Exp	2,79	-0,8	0	0	-0,58	0,47	-0,48	-0,56
1	A2Exp	-0,65	0,73	0	0	-0,58	-0,91	-0,48	0,64
2	A2Exp	-0,88	1,23	-0,65	0	-0,79	2,99	-0,65	-1,54
3	A2Exp	0,45	-1,03	-0,66	0	-0,8	-0,16	-0,66	1,59
4	A2Exp	-0,88	1,3	4,43	0	0,64	-0,17	-0,66	-2,32
5	A2Exp	-0,85	0,12	-0,66	0	-0,8	-1,22	-0,66	2,39
	Xsum	-2,81	2,35	2,46	0	-2,33	0,53	-3,11	0,76
	Ysum	1,9	-1,67	2,46	0	-3,77	0,85	0,4	0,45
	X	-1,26	1,05	1,10	0,00	-1,04	0,24	-1,39	0,34
	Y	0,85	-0,75	1,10	0,00	-1,69	0,38	0,18	0,20
	Cuadrante	II	IV	I	III	III	I	II	I
	Radio	1,52	1,29	1,56	0,00	1,98*	0,45	1,40	0,39
	Ángulo	34,06	35,40	45,00		58,28	58,06	7,33	30,63
	Ángulo corregido	145,94	324,60	45,00		238,28	58,06	172,67	30,63

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 37. Zsum, categoría focal *Imp*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Imp	0,04	-0,35	-0,8	0	0,24	0,28	0,8	-0,11
-4	A2Imp	-1,07	-1,3	0,64	0	1,47	0,29	-0,74	0,53
-3	A2Imp	-1,06	-1,3	-0,8	0	2,71	1,19	-0,8	-0,12
-2	A2Imp	0,07	0,65	-0,79	0	-0,96	2,99	-0,79	-1,48
-1	A2Imp	-0,83	0,31	-0,58	0	0	0,05	-0,58	0,45
1	A2Imp	-0,79	-0,97	-0,58	0	0	1,22	-0,58	0,43
2	A2Imp	-1,06	-1,29	-0,79	0	-0,96	3,88	2,1	-1,48
3	A2Imp	1,19	-1,25	-0,8	0	2,71	-1,47	-0,8	0,5
4	A2Imp	0,05	0,72	-0,8	0	1,47	0,29	-0,8	-0,81
5	A2Imp	-1,02	-1,26	-0,8	0	0,24	1,16	-0,8	1,17
	Xsum	-1,63	-4,05	-3,77	0	3,46	5,08	-0,88	-0,19
	Ysum	-2,85	-1,99	-2,33	0	3,46	4,8	-2,11	-0,73
	X	-0,73	-1,81	-1,69	0,00	1,55	2,27	-0,39	-0,08
	Y	-1,27	-0,89	-1,04	0,00	1,55	2,15	-0,94	-0,33
	Cuadrante	III	III	III	III	I	I	III	III
	Radio	1,47	2,02*	1,98*	0,00	2,19*	3,13*	1,02	0,34
	Ángulo	60,23	26,17	31,72		45,00	43,38	67,36	75,41
	Ángulo corregido	240,23	206,17	211,72		45,00	43,38	247,36	255,41

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 38. Zsum, categoría focal *Ver*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Ver	-0,83	-0,6	-1,22	0	1,16	-0,34	-0,01	1,1
-4	A2Ver	-1,63	0,82	-0,17	0	0,29	1,6	1,12	-1,37
-3	A2Ver	0,83	-1,27	-0,16	0	-1,47	-1,59	-0,16	2,54
-2	A2Ver	-0,79	0,85	2,99	0	3,88	-0,93	0,89	-3,32
-1	A2Ver	-1,29	0,29	-0,91	0	1,22	0	-0,91	0,43
1	A2Ver	0,89	0,29	0,47	0	0,05	0	-0,91	-0,32
2	A2Ver	0,03	2,26	0,89	0	2,99	-0,93	0,89	-3,32
3	A2Ver	-1,62	-1,18	-0,16	0	1,19	-1,59	-1,21	2,93
4	A2Ver	0,81	-1,2	-0,17	0	0,29	1,6	0,87	-1,37
5	A2Ver	-0,72	-0,49	-0,18	0	0,28	-0,34	-0,18	1,01
	Xsum	-0,61	-0,32	0,85	0	4,8	-1,26	-0,54	-1,07
	Ysum	-3,71	0,09	0,53	0	5,08	-1,26	0,93	-0,62
	X	-0,27	-0,14	0,38	0,00	2,15	-0,56	-0,24	-0,48
	Y	-1,66	0,04	0,24	0,00	2,27	-0,56	0,42	-0,28
	Cuadrante	III	II	I	III	I	III	II	III
	Radio	1,68	0,15	0,45	0,00	3,13*	0,80	0,48	0,55
	Ángulo	80,66	15,71	31,94		46,62	45,00	59,86	30,09
	Ángulo corregido	260,66	164,29	31,94		46,62	225,00	120,14	210,09

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 39. Zsum, categoría focal *Con*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Con	0,43	0,05	-0,66	0	-0,8	-0,18	1,21	0,07
-4	A2Con	0,44	1,2	-0,66	0	-0,8	0,87	1,22	-1,53
-3	A2Con	1,78	-1,07	-0,66	0	-0,8	-1,21	-0,66	1,64
-2	A2Con	0,46	0,08	-0,65	0	2,1	0,89	-0,65	-1,54
-1	A2Con	-0,68	0,73	-0,48	0	-0,58	-0,91	0	0,65
1	A2Con	-0,65	0,73	-0,48	0	-0,58	-0,91	0	0,64
2	A2Con	1,79	-1,06	2,76	0	-0,79	0,89	-0,65	-1,54
3	A2Con	-0,88	-1,03	-0,66	0	-0,8	-0,16	-0,66	2,38
4	A2Con	-0,81	1,56	-0,61	0	-0,74	1,12	1,22	-1,29
5	A2Con	-0,78	-0,96	-0,61	0	0,8	-0,01	1,21	0,39
	Xsum	-1,33	-0,76	0,4	0	-2,11	0,93	1,12	0,58
	Ysum	2,43	0,99	-3,11	0	-0,88	-0,54	1,12	-0,71
	X	-0,59	-0,34	0,18	0,00	-0,94	0,42	0,50	0,26
	Y	1,09	0,44	-1,39	0,00	-0,39	-0,24	0,50	-0,32
	Cuadrante	II	II	IV	III	III	IV	I	IV
	Radio	1,24	0,56	1,40	0,00	1,02	0,48	0,71	0,41
	Ángulo	61,31	52,49	82,67		22,64	30,14	45,00	50,75
	Ángulo corregido	118,69	127,51	277,33		202,64	329,86	45,00	309,25

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 40. Zsum, categoría focal *Obs*, A2

Lag	focal	Objetivo							
		A2Lec	A2Ana	A2Exp	A2Pla	A2Imp	A2Ver	A2Con	A2Obs
-5	A2Obs	-0,05	0,95	2,39	0	1,17	1,01	0,39	-3,32
-4	A2Obs	-0,64	-1,14	-2,32	0	-0,81	-1,37	-1,29	4,28
-3	A2Obs	-0,06	0,93	1,59	0	0,5	2,93	2,38	-4,93
-2	A2Obs	0,58	-2,73	-1,54	0	-1,48	-3,32	-1,54	6,24
-1	A2Obs	-1,1	0,16	0,64	0	0,42	-0,32	0,64	0
1	A2Obs	0,62	-1,4	-0,56	0	0,44	0,43	0,65	0
2	A2Obs	-1,88	-1,15	-0,75	0	-1,48	-3,32	-1,54	6,24
3	A2Obs	0,61	1,8	1,64	0	-0,12	2,54	1,64	-4,93
4	A2Obs	-1,26	-2,02	-1,53	0	0,53	-1,37	-1,53	4,28
5	A2Obs	0,91	1,82	1,65	0	-0,11	1,1	0,07	-3,32
	Xsum	-1	-0,95	0,45	0	-0,74	-0,62	-0,71	2,27
	Ysum	-1,27	-1,83	0,76	0	-0,2	-1,07	0,58	2,27
	X	-0,45	-0,42	0,20	0,00	-0,33	-0,28	-0,32	1,02
	Y	-0,57	-0,82	0,34	0,00	-0,09	-0,48	0,26	1,02
	Cuadrante	III	III	I	III	III	III	II	I
	Radio	0,72	0,92	0,39	0,00	0,34	0,55	0,41	1,44
	Ángulo	51,78	62,57	59,37		15,12	59,91	39,25	45,00
	Ángulo corregido	231,78	242,57	59,37		195,12	239,91	140,75	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 41. Zsum, categoría focal *Lec*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Lec	-0,06	1,22	-0,4	-0,34	0,21	-0,83	-0,98	0,62
-4	Lec	2,41	1,78	-1,12	-0,34	-0,65	0,72	-1,02	-1,62
-3	Lec	-0,16	-0,16	-1,16	-0,35	0,93	-1,47	0,19	1,47
-2	Lec	-1,39	1,72	0,2	2,88	-1,48	1,19	1,56	-1,77
-1	Lec	0	-1,03	-0,79	-0,29	-0,32	0,74	0	0,5
1	Lec	0	3,08	4,48	-0,3	-1,3	-1,76	0,67	-2,01
2	Lec	-1,39	1,1	-0,47	-0,35	-0,67	-0,97	0,28	1,42
3	Lec	-0,16	-0,1	-1,16	-0,35	-0,68	2,15	0,27	-0,56
4	Lec	2,41	1,15	0,18	-0,35	-1,49	-2,05	-0,43	0,24
5	Lec	-0,06	-0,06	-0,51	2,85	-0,7	-0,5	2,29	-0,59
	Xsum	0,8	5,17	2,52	1,5	-4,84	-3,13	3,08	-1,5
	Ysum	0,8	3,53	-3,27	1,56	-1,31	0,35	-0,25	-0,8
	X	0,36	2,31	1,13	0,67	-2,16	-1,40	1,38	-0,67
	Y	0,36	1,58	-1,46	0,70	-0,59	0,16	-0,11	-0,36
	Cuadrante	I	I	IV	I	III	II	IV	III
	Radio	0,51	2,80*	1,85	0,97	2,24*	1,41	1,38	0,76
	Ángulo	45,00	34,32	52,38	46,12	15,14	6,38	4,64	28,07
	Ángulo corregido	45,00	34,32	307,62	46,12	195,14	173,62	355,36	208,07

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 42. Zsum, categoría focal *Ana*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ana	-0,06	0,58	-0,4	2,96	-1,44	-0,83	-0,26	1,03
-4	Ana	1,15	1,15	0,24	-0,34	0,98	-1,42	0,4	-1,22
-3	Ana	-0,1	1,17	-1,11	-0,34	-1,46	-0,87	-0,43	1,65
-2	Ana	1,1	-1,39	0,88	-0,35	-1,48	2,25	0,2	-1,37
-1	Ana	3,08	0	0,01	-0,29	-1,26	-0,44	-0,78	-0,41
1	Ana	-1,03	0	-1,57	-0,29	-0,31	0,11	0,01	1,14
2	Ana	1,72	-1,39	-1,15	2,88	0,94	3,75	-1,09	-2,56
3	Ana	-0,16	1,17	0,19	-0,35	0,12	-1,51	-0,42	0,63
4	Ana	1,78	1,15	-1,17	-0,35	-1,49	1,08	-0,43	-0,95
5	Ana	1,22	0,58	-1,18	-0,35	0,1	-1,54	-0,44	1,01
	Xsum	3,53	1,51	-4,88	1,54	-0,64	1,89	-2,37	-0,73
	Ysum	5,17	1,51	-0,38	1,64	-4,66	-1,31	-0,87	-0,32
	X	1,58	0,68	-2,18	0,69	-0,29	0,85	-1,06	-0,33
	Y	2,31	0,68	-0,17	0,73	-2,08	-0,59	-0,39	-0,14
	Cuadrante	I	I	III	I	III	IV	III	III
	Radio	2,80*	0,96	2,19*	1,01	2,10*	1,03	1,13	0,36
	Ángulo	55,68	45,00	4,45	46,80	82,18	34,73	20,16	23,67
	Ángulo corregido	55,68	45,00	184,45	46,80	262,18	325,27	200,16	203,67

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XII- 43. Zsum, categoría focal *Exp*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Exp	-0,51	-1,18	1,24	-0,32	-1,35	-0,6	0,67	1,14
-4	Exp	0,18	-1,17	3,44	-0,32	-1,35	0,56	0,68	-1,51
-3	Exp	-1,16	0,19	2	3,17	-1,34	-1,14	0,54	0,25
-2	Exp	-0,47	-1,15	2,02	-0,31	-0,46	0,6	1,28	-1,09
-1	Exp	4,48	-1,57	0	-0,26	-1,13	-0,69	3,74	-2,07
1	Exp	-0,79	0,01	0	-0,26	-0,09	-0,73	2,03	-0,03
2	Exp	0,2	0,88	2,02	-0,31	-1,34	1,68	0,63	-2,82
3	Exp	-1,16	-1,11	2	-0,32	-1,34	-0,61	1,36	0,64
4	Exp	-1,12	0,24	3,44	-0,32	-0,48	-0,63	0,6	-1,08
5	Exp	-0,4	-0,4	1,24	-0,32	0,38	-0,08	-0,15	-0,24
	Xsum	-3,27	-0,38	8,7	-1,53	-2,87	-0,37	4,47	-3,53
	Ysum	2,52	-4,88	8,7	1,96	-5,63	-1,27	6,91	-3,28
	X	-1,46	-0,17	3,89	-0,68	-1,28	-0,17	2,00	-1,58
	Y	1,13	-2,18	3,89	0,88	-2,52	-0,57	3,09	-1,47
	Cuadrante	II	III	I	II	III	III	I	III
	Radio	1,85	2,19*	5,50*	1,11	2,83*	0,59	3,68*	2,15*
	Ángulo	37,62	85,55	45,00	52,02	62,99	73,76	57,10	42,90
	Ángulo corregido	142,38	265,55	45,00	127,98	242,99	253,76	57,10	222,90

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 44. Zsum, categoría focal *Pla*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Pla	2,85	-0,35	-0,32	-0,06	-0,26	-0,44	-0,3	-0,78
-4	Pla	-0,35	-0,35	-0,32	-0,06	-0,26	-0,44	-0,3	1,28
-3	Pla	-0,35	-0,35	-0,32	-0,06	-0,26	2,3	-0,32	-0,78
-2	Pla	-0,35	2,88	-0,31	-0,06	-0,26	-0,43	-0,31	-0,79
-1	Pla	-0,3	-0,29	-0,26	0	-0,21	-0,37	-0,26	0,73
1	Pla	-0,29	-0,29	-0,26	0	4,9	-0,38	-0,26	-0,96
2	Pla	2,88	-0,35	-0,31	-0,06	-0,26	-0,44	-0,31	-0,79
3	Pla	-0,35	-0,34	3,17	-0,06	-0,26	-0,44	-0,31	-0,79
4	Pla	-0,34	-0,34	-0,32	-0,06	-0,26	-0,44	-0,31	1,28
5	Pla	-0,34	2,96	-0,32	-0,06	-0,26	-0,45	-0,31	-0,79
	Xsum	1,56	1,64	1,96	-0,24	3,86	-2,15	-1,5	-2,05
	Ysum	1,5	1,54	-1,53	-0,24	-1,25	0,62	-1,49	-0,34
	X	0,70	0,73	0,88	-0,11	1,73	-0,96	-0,67	-0,92
	Y	0,67	0,69	-0,68	-0,11	-0,56	0,28	-0,67	-0,15
	Cuadrante	I	I	IV	III	IV	II	III	III
	Radio	0,97	1,01	1,11	0,15	1,81	1,00	0,95	0,93
	Ángulo	43,88	43,20	37,98	45,00	17,94	16,09	44,81	9,42
	Ángulo corregido	43,88	43,20	322,02	225,00	342,06	163,91	224,81	189,42

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 45. Zsum, categoría focal *Imp*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Imp	-0,7	0,1	0,38	-0,26	-0,06	0,17	-0,39	0,32
-4	Imp	-1,49	-1,49	-0,48	-0,26	3,06	0,87	-1,29	0,8
-3	Imp	-0,68	0,12	-1,34	-0,26	2,03	0,88	-1,34	0,31
-2	Imp	-0,67	0,94	-1,34	-0,26	-0,04	2,96	-1,34	-0,76
-1	Imp	-1,3	-0,31	-0,09	4,9	0	0,76	-1,13	0,41
1	Imp	-0,32	-1,26	-1,13	-0,21	0	1,5	-1,13	0,81
2	Imp	-1,48	-1,48	-0,46	-0,26	-0,04	4,25	1,37	-1,79
3	Imp	0,93	-1,46	-1,34	-0,26	2,03	-1,88	-0,42	1,82
4	Imp	-0,65	0,98	-1,35	-0,26	3,06	-0,54	1,34	-1,27
5	Imp	0,21	-1,44	-1,35	-0,26	-0,06	0,13	-1,32	2,32
	Xsum	-1,31	-4,66	-5,63	-1,25	4,99	3,46	-0,16	1,89
	Ysum	-4,84	-0,64	-2,87	3,86	4,99	5,64	-5,49	1,08
	X	-0,59	-2,08	-2,52	-0,56	2,23	1,55	-0,07	0,85
	Y	-2,16	-0,29	-1,28	1,73	2,23	2,52	-2,46	0,48
	Cuadrante	III	III	III	II	I	I	III	I
	Radio	2,24*	2,10*	2,83*	1,81	3,16*	2,96*	2,46*	0,97
	Ángulo	74,86	7,82	27,01	72,06	45,00	58,47	88,33	29,74
	Ángulo corregido	254,86	187,82	207,01	107,94	45,00	58,47	268,33	29,74

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 46. Zsum, categoría focal *Ver*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							Obs
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	
-5	Ver	-0,5	-1,54	-0,08	-0,45	0,13	-0,12	-0,47	1,73
-4	Ver	-2,05	1,08	-0,63	-0,44	-0,54	3,01	1,9	-2,04
-3	Ver	2,15	-1,51	-0,61	-0,44	-1,88	-1,86	-1,18	3,04
-2	Ver	-0,97	3,75	1,68	-0,44	4,25	-1,84	-0,03	-3,41
-1	Ver	-1,76	0,12	-0,73	-0,38	1,5	0	-1,38	1,12
1	Ver	0,74	-0,44	-0,69	-0,37	0,76	0	-1,35	0,46
2	Ver	1,19	2,25	0,6	-0,43	2,96	-1,84	1,87	-3,65
3	Ver	-1,47	-0,87	-1,14	2,3	0,88	-1,86	-1,65	3,81
4	Ver	0,72	-1,42	0,56	-0,44	0,87	3,01	-0,5	-2,27
5	Ver	-0,83	-0,83	-0,6	-0,44	0,17	-0,12	0,65	1,08
	Xsum	0,35	-1,31	-1,27	0,62	5,64	-0,81	-0,98	-0,57
	Ysum	-3,13	1,9	-0,37	-2,15	3,46	-0,81	-1,16	0,44
	X	0,16	-0,59	-0,57	0,28	2,52	-0,36	-0,44	-0,25
	Y	-1,40	0,85	-0,17	-0,96	1,55	-0,36	-0,52	0,20
	Cuadrante	IV	II	III	IV	I	III	III	II
	Radio	1,41	1,03	0,59	1,00	2,96*	0,51	0,68	0,32
	Ángulo	83,62	55,41	16,24	73,91	31,53	45,00	49,81	37,67
	Ángulo corregido	276,38	124,59	196,24	286,09	31,53	225,00	229,81	142,33

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 47. Zsum, categoría focal *Con*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Con	2,29	-0,44	-0,15	-0,31	-1,32	0,65	-0,02	-0,88
-4	Con	-0,43	-0,43	0,6	-0,31	1,34	-0,5	1,53	-0,93
-3	Con	0,27	-0,42	1,36	-0,31	-0,42	-1,65	0,61	0,42
-2	Con	0,28	-1,09	0,63	-0,31	1,37	1,87	0,63	-2,26
-1	Con	0,67	0,01	2,03	-0,26	-1,13	-1,35	0	-0,01
1	Con	0	-0,78	3,74	-0,26	-1,13	-1,38	0	-0,03
2	Con	1,56	0,2	1,28	-0,31	-1,34	-0,03	0,63	-1,52
3	Con	0,19	-0,43	0,54	-0,32	-1,34	-1,18	0,61	1,08
4	Con	-1,02	0,4	0,68	-0,3	-1,29	1,9	1,53	-1,67
5	Con	-0,98	-0,26	0,67	-0,3	-0,39	-0,47	-0,02	0,99
	Xsum	-0,25	-0,87	6,91	-1,49	-5,49	-1,16	2,75	-1,15
	Ysum	3,08	-2,37	4,47	-1,5	-0,16	-0,98	2,75	-3,66
	X	-0,11	-0,39	3,09	-0,67	-2,46	-0,52	1,23	-0,51
	Y	1,38	-1,06	2,00	-0,67	-0,07	-0,44	1,23	-1,64
	Cuadrante	II	III	I	III	III	III	I	III
	Radio	1,38	1,13	3,68*	0,95	2,46*	0,68	1,74	1,72
	Ángulo	85,36	69,84	32,90	45,19	1,67	40,19	45,00	72,56
	Ángulo corregido	94,64	249,84	32,90	225,19	181,67	220,19	45,00	252,56

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 48. Zsum, categoría focal *Obs*, pareja 1

Lag	focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Obs	-0,59	1,01	-0,24	-0,79	2,32	1,08	0,99	-2,58
-4	Obs	0,24	-0,95	-1,08	1,28	-1,27	-2,27	-1,67	4,24
-3	Obs	-0,56	0,63	0,64	-0,79	1,82	3,81	1,08	-4,75
-2	Obs	1,42	-2,56	-2,82	-0,79	-1,79	-3,65	-1,52	7,01
-1	Obs	-2,02	1,14	-0,03	-0,96	0,81	0,46	-0,03	0
1	Obs	0,5	-0,41	-2,07	0,73	0,41	1,11	-0,01	0
2	Obs	-1,77	-1,37	-1,09	-0,79	-0,76	-3,41	-2,26	7,01
3	Obs	1,47	1,65	0,25	-0,78	0,31	3,04	0,42	-4,75
4	Obs	-1,62	-1,22	-1,51	1,28	0,8	-2,04	-0,93	4,24
5	Obs	0,62	1,03	1,14	-0,78	0,32	1,73	-0,88	-2,58
	Xsum	-0,8	-0,32	-3,28	-0,34	1,08	0,43	-3,66	3,92
	Ysum	-1,51	-0,73	-3,53	-2,05	1,89	-0,57	-1,15	3,92
	X	-0,36	-0,14	-1,47	-0,15	0,48	0,19	-1,64	1,75
	Y	-0,68	-0,33	-1,58	-0,92	0,85	-0,25	-0,51	1,75
	Cuadrante	III	III	III	III	I	IV	III	I
	Radio	0,76	0,36	2,15*	0,93	0,97	0,32	1,72	2,48*
	Ángulo	62,09	66,33	47,10	80,58	60,26	52,97	17,44	45,00
	Ángulo corregido	242,09	246,33	227,10	260,58	60,26	307,03	197,44	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XII- 49. Estadísticas básicas, arrastre, A1 y A2, pareja 1

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1
Err	8	0	8	92	0	92	0,08	0	0,04	11,5	0	11,5
Gui	5	0	5	21	0	21	0,02	0	0,01	5,2	0	5,2
NoArr	14	1	15	1034	1147	2181	0,90	1	0,95	73,86	1147	145,4
Total	27	1	28	1147	1147	2294	1	1	0,5			

Tabla Anexo XII- 50. Coocurrencias arrastre y ratón, A1

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	8	92	0	0	8	92
Gui	5	21	0	0	5	21
NoArr	28	120	27	914	55	1034
Total	41	232	33	914	73	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 51. Coocurrencias arrastre y ratón, A2

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	0	0
Gui	0	0	0	0	0	0
NoArr	4	9	5	1138	9	1147
Total	4	9	5	1138	9	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 52. Coocurrencias arrastre y ratón, pareja 1

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	8	92	0	0	0	0
Gui	5	21	0	0	0	0
NoArr	32	129	32	2052	64	1147
Total	45	242	5	2052	9	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 53. Coocurrencias arrastre y página, A1

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	2	25	0	0	2	14	4	53	0	0	8	92
Gui	0	0	0	0	3	11	0	0	1	6	1	4	0	0	5	21
NoArr	1	96	1	140	6	224	1	30	4	254	6	290	0	0	19	1034
Total	1	96	1	140	11	260	1	30	7	274	11	347	0	0	32	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XII- 54. Coocurrencias arrastre y página, A2

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NoArr	1	96	1	140	1	260	1	30	1	274	1	347	0	0	5	1147
Total	1	96	1	140	1	260	1	30	1	274	1	347	0	0	5	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XII- 55. Coocurrencias arrastre y página, pareja 1.

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	2	25	0	0	2	14	4	53	0	0	8	92
Gui	0	0	0	0	3	11	0	0	1	6	1	4	0	0	5	21
NoArr	2	192	2	280	12	484	2	60	8	528	12	637	0	0	36	2181
Total	2	192	2	280	17	520	2	60	11	548	17	694	0	0	5	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XII- 56. Estadísticas básicas, ratón, A1 y A2, pareja 1

	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1
Rat	28	4	32	233	9	242	0,2	0	0,1	8,32	2,25	0,1
NoRat	29	5	34	914	1138	2052	0,8	1	0,9	31,5	227,6	0,9
Total	57	9	66	1147	1147	2294	1	1	1			

Tabla Anexo XII- 57. Coocurrencias ratón y página, A1

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	1	2	5	12	8	83	0	0	8	38	7	98	0	0	29	233
NoRat	1	94	4	128	8	177	1	30	7	236	8	249	0	0	29	914
Total	2	96	9	140	16	260	1	30	15	274	15	347	0	0	58	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 58. Coocurrencias ratón y página, A2

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	0	0	0	0	1	3	0	0	1	2	2	4	0	0	4	9
NoRat	1	96	1	140	2	257	1	30	2	272	3	343	0	0	5	1138
Total	1	96	1	140	3	260	1	30	3	274	5	347	0	0	9	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 59. Coocurrencias ratón y página, pareja 1

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	1	2	5	12	9	86	0	0	9	40	9	102	0	0	33	242
NoRat	2	190	5	268	10	434	2	60	9	508	11	592	0	0	34	2052
Total	3	192	10	280	19	520	2	60	18	548	20	694	0	0	67	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 60. Estadísticas básicas, páginas, A1 y A2, pareja 1

Cat	frecuencia	duración	probabilidad	Duración Media
Pag1	1	96	0,08	96
Pag2	1	140	0,12	140
Pag3	1	260	0,23	260
Pag4	1	30	0,03	30
Pag5	1	274	0,24	274
Pag6	1	347	0,3	347
NoPag	0	0	0	0
Total	6	1147	1	

Tabla Anexo XII- 61. Estadísticas básicas, interactividad, A1 y A2, pareja 1

Cat	freq			dura			prob		
	A1	A2	P1	A1	A2	P1	A1	A2	P1
Int1	2	0	2	10	0	10	0,01	0	0
Int2	1	0	1	3	0	3	0,01	0	0
Int3	0	2	2	0	2	2	0	0	0
Int4	0	2	2	0	6	6	0	0,01	0
Int5	3	2	5	66	8	74	0,06	0,01	0,03
NoInt	7	7	14	1068	1131	2199	0,93	0,99	0,96
Total	13	13	26	1147	1147	2294	1	1	1
Total seg.	1147	1147	2294						

Tabla Anexo XII- 62. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, A1

	A1Lec		A1Ana		A1Exp		A1Pla		A1Imp		A1Ver		A1Con		A1Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A1Int1	0	0	1	3	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	10
A1Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	1	3
A1Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1Int5	0	0	2	7	1	57	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	4	66
A1NoInt	19	204	11	86	17	151	1	13	7	189	22	172	18	46	52	207	147	1068
Total	19	204	14	96	19	215	1	13	7	189	24	177	18	46	52	207	154	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 63. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, A2

	A2Lec		A2Ana		A2Exp		A2Pla		A2Imp		A2Ver		A2Con		A2Obs		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
A2Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	2	2	2
A2Int4	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	6	6
A2Int5	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	2	8	8
A2NoInt	13	178	16	153	6	53	0	0	10	82	21	177	7	26	55	462	128	1131	1131
Total	13	178	17	157	7	58	0	0	10	82	25	184	7	26	55	462	134	1147	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 64. Coocurrencias interactividad y resolución de problemas, pareja 1

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
Int1	0	0	1	3	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	10	10
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	1	3	3
Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	2	2	2
Int4	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	6	6
Int5	0	0	2	7	2	62	0	0	0	0	2	5	0	0	0	0	6	74	74
NoInt	32	382	27	239	23	204	1	13	17	271	43	349	25	72	107	669	275	2199	2199
Total	32	382	31	253	26	273	1	13	17	271	49	361	25	72	107	669	288	2294	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 65. Coocurrencias interactividad y arrastre, A1

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	1	7	0	0	1	3	2	10
Int2	0	0	0	0	1	3	1	3
Int3	0	0	0	0	0	0	0	0
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0
Int5	0	0	0	0	1	66	1	66
NoInt	9	85	5	21	18	962	32	1068
Total	10	92	5	21	21	1034	57	1147

Tabla Anexo XII- 66. Coocurrencias interactividad y arrastre, A2

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	0	0	0	0
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	0	0	2	2	2	2
Int4	0	0	0	0	2	6	2	6
Int5	0	0	0	0	2	8	2	8
NoInt	0	0	0	0	7	1131	7	1131
Total	0	0	0	0	13	1147	13	1147

Tabla Anexo XII- 67. Coocurrencias interactividad y arrastre, pareja 1

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	1	7	0	0	1	3	2	10
Int2	0	0	0	0	1	3	1	3
Int3	0	0	0	0	2	2	2	2
Int4	0	0	0	0	2	6	2	6
Int5	0	0	0	0	3	74	2	74
NoInt	9	85	5	21	25	2093	7	2199
Total	10	92	5	21	34	2181	16	2294

Tabla Anexo XII- 68. Coocurrencias interactividad y ratón, A1

	A1Rat		A1NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	1	7	1	3	2	10
Int2	0	0	1	3	1	4
Int3	0	0	0	0	0	0
Int4	0	0	0	0	0	0
Int5	1	2	3	64	4	66
NoInt	30	221	31	847	61	1068
Total	32	229	36	917	68	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 69. Coocurrencias interactividad y ratón, A2.

	A2Rat		A2NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	0	0
Int2	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	2	2	2	2
Int4	0	0	2	6	2	6
Int5	0	0	2	8	2	8
NoInt	4	9	11	1122	15	1131
Total	4	9	17	1138	21	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 70. Coocurrencias interactividad y ratón, pareja 1

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	1	7	1	3	2	10
Int2	0	0	1	3	1	3
Int3	0	0	2	2	2	2
Int4	0	0	2	6	2	6
Int5	1	2	5	72	6	74
NoInt	34	230	42	1969	76	2199
Total	36	239	53	2052	89	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 71. Coocurrencias interactividad y página, A1

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
A1Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7	0	0	1	7
A1Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	3	0	0	2	6
A1Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1Int5	0	0	0	0	1	3	0	0	1	6	1	57	0	0	3	66
A1NoInt	1	96	1	140	2	257	1	30	3	265	4	280	0	0	12	1068
Total	1	96	1	140	3	260	1	30	5	274	7	347	0	0	18	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 72. Coocurrencias interactividad y página, A2

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A2Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	2	2
A2Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	4	0	0	2	6
A2Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	5	0	0	2	8
A2NoInt	1	96	1	140	1	260	1	30	4	268	4	337	0	0	12	1131
Total	1	96	1	140	1	260	1	30	7	274	7	347	0	0	18	1147

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XII- 73, Coocurrencias interactividad y página, pareja 1.

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7	0	0	1	7
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	3	0	0	2	6
Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	2	2
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	4	0	0	2	6
Int5	0	0	0	0	1	3	0	0	2	9	2	62	0	0	5	74
NoInt	2	192	2	280	3	517	2	60	7	533	8	617	0	0	24	2199
Total	2	192	2	280	4	520	2	60	12	548	14	694	0	0	36	2294

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30	
A1Lec	L+++++						L+++++		L+++++		L+++++
A2Lec	L+++++										
A1Ana									A		
A2Ana											
A1Exp											
A2Exp											
A1Pla											
A2Pla											
A1Imp											
A2Imp											
A1Ver											
A2Ver											
A1Con								C			
A2Con											
A1Obs								O++++			
A2Obs											
A1Rat										M++++	
A2Rat											

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10	
A1Lec	++++			L+++		L+++++		L+++++			
A2Lec	+			L+++		L+++++		L+++++			
A1Ana			A++++	A+			A++++			A+++++	
A2Ana			A++++	A+++++		A+++++		A+++++		A+++++	
A1Exp											
A2Exp											
A1Pla											
A2Pla											
A1Imp											
A2Imp											
A1Ver			V		V+++++			V			
A2Ver											
A1Con	C++++										
A2Con											
A1Obs	O++	O++++	O+ O	O++++				O+		O++++	
A2Obs	O+++++		O	O+	O++			O			
A1Rat			M			M		M			
A2Rat											

	8:20	8:30	8:40	8:50	9:00	9:10	9:20	9:30	9:40	9:50
A1Lec	++++			L+++++			L++		L++	
A2Lec				L+++++						
A1Ana								A++		A55+
A2Ana										
A1Exp				E+++++	E+++++	E+++++				
A2Exp					E					
A1Pla										P++
A2Pla										
A1Imp										
A2Imp										
A1Ver		V++++						V22	V5	
A2Ver	V+++++							V4+++++	555+++33	
A1Con							C+			
A2Con										
A1Obs	O+++++	O++++	O			O+	O	O+++	O++	O
A2Obs	O++++	O++			O+++++	O+++++	O+++++	O+++++	O+++++	O+++++
A1Rat			M	M++++	M+++++	M+++++	M++++		M	M+++
A2Rat										

	10:00	10:10	10:20	10:30	10:40	10:50	11:00	11:10	11:20	11:30
A1Lec									L+++++	
A2Lec										
A1Ana										A
A2Ana	A+++									A
A1Exp									E+++++	
A2Exp										
A1Pla	+++++									
A2Pla										
A1Imp	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++
A2Imp	I+		I+++		I					
A1Ver										
A2Ver		V++++		V+		V+	V+++++	V+++++	V+++++	V+++++
A1Con										
A2Con										
A1Obs										O
A2Obs	+++++	O++	O++++	O++	O+++++	O++			O+++++	O+++++
A1Rat										
A2Rat										

	11:40	11:50	12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50	13:00	13:10
A1Lec							L++++			
A2Lec				L+						
A1Ana	+++									
A2Ana	+	A								
A1Exp										
A2Exp										
A1Pla										
A2Pla										
A1Imp	I++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++	I+++++
A2Imp	I+++		I+++++		I+++++					
A1Ver	V+++++		V+					V+++++	V+++++	V+++++
A2Ver	V+++++		V+++++					V+++++	V+++++	V+++++
A1Con						C	C			C
A2Con						C				C++
A1Obs	O+					O	O+			O++++
A2Obs	O+	O+	O+		O++	O+++	O+++++	O+++++	O+++++	O+++++
A1Rat						M				M++
A2Rat				M+						

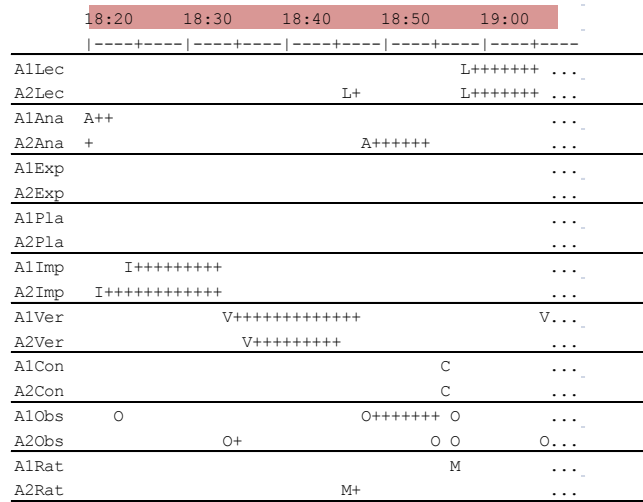


Figura Anexo XII- 1. Gráfico secuencial, pareja 1

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30
AlLec	L+++++						L+++++			
AlAna	A									
AlExp										
AlPla										
AlImp										
AlVer										
AlCon									C	
AlObs									O++++	
AlRat										M+++++

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10
AlLec	+++			L+++		L+++++		L+++++		
AlAna		A++++		A+			A++++			A+++++
AlExp										
AlPla										
AlImp										
AlVer			V		V+++++			V		
AlCon	C++++									
AlObs	O++	O+++++	O+ O	O+++				O+		O+++++
AlRat			M		M		M			

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
AlLec					L+++					
AlAna	+++++									A+++++555
AlExp				E+++++	E+++	E+++++	E++	E+++++		
AlPla										
AlImp										
AlVer		V+++++			V					V
AlCon			C			C	C+	C		
AlObs	O		O++++		O+				O++++	O+++
AlRat			M++++	M	M+++++	M+++++	M+++++	M+++++	M+++++	M+++++

	5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50	6:00	6:10	6:20	6:30
AlLec		L+++++				L++++				
AlAna										
AlExp	E+++		E+++++				E+++++			
AlPla										
AlImp								I+++++		
AlVer	V++++			V++++						
AlCon										
AlObs	+++		O+	O+++++		O++++				
AlRat	M+++++				M+++++					

	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10
AlLec										L++
AlAna									A+++	
AlExp										
AlPla										
AlImp	+++++			I+++++		I++++				
AlVer		V			V		V++			V+++
AlCon								C+	C++++	
AlObs			O+ O+			O+ O+	O+	O+++++	O++	O+
AlRat								M+++++		M

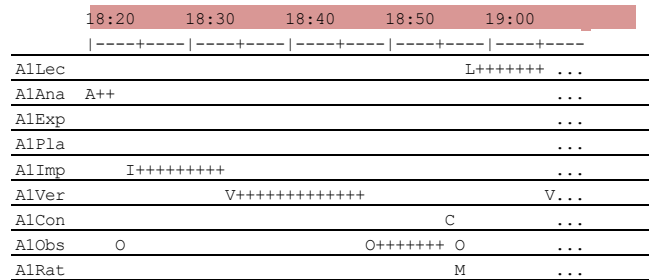
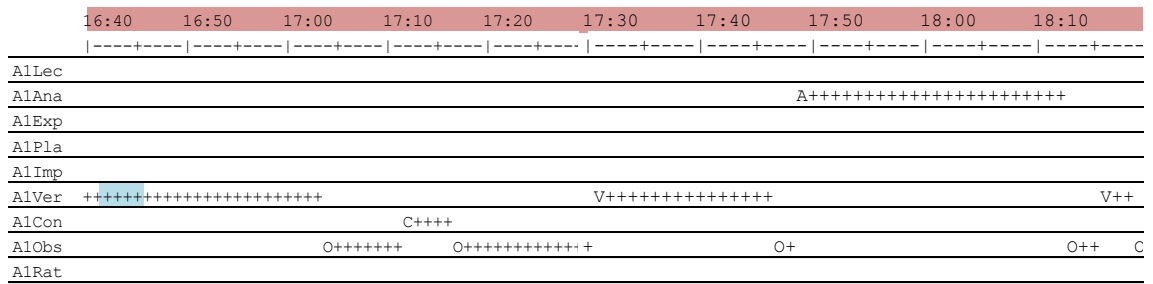


Figura Anexo XII- 2. Gráfico secuencial, A1

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30
A2Lec	L+++++									
A2Ana										
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver										
A2Con										
A2Obs										
A2Rat										

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10
A2Lec	+			L+++		L++++			L+++++	
A2Ana			A++++		A+++++		A+++++		A+++++	
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver										
A2Con										
A2Obs	O+++++		O	O+		O++		O		
A2Rat										

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
A2Lec					L+++		L++			
A2Ana	+++++		A++++		A+++				A+++++	
A2Exp								E+++		E+++
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver		V+++	V++++							V
A2Con							C+++++			
A2Obs		O+		O++++	O++	O		O+++++	O+++++	
A2Rat										

	5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50	6:00	6:10	6:20	6:30
A2Lec	L+++++									
A2Ana	A+									
A2Exp	+++++			E+++++		+++++				
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver										
A2Con										
A2Obs	O						O+++++		O+++++	
A2Rat										

	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10
A2Lec										
A2Ana										
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp	I+++++		I+		I+++++		I++++			
A2Ver			V	V+			V+			
A2Con										
A2Obs	O+		O++++	O++		O+	O	O+++++	O+++++	
A2Rat										

	8:20	8:30	8:40	8:50	9:00	9:10	9:20	9:30	9:40	9:50	
A2Lec				L+++++							
A2Ana											
A2Exp					E						
A2Pla											
A2Imp											
A2Ver		V+++++						V4+++++555+++33			
A2Con											
A2Obs	O++++		O++		O+++++					O+++++	
A2Rat											

	10:00	10:10	10:20	10:30	10:40	10:50	11:00	11:10	11:20	11:30
A2Lec										
A2Ana	A+++									A
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp		I+		I++++		I				
A2Ver			V++++	V+		V+	+++++			
A2Con										
A2Obs	+++++	O++	O++++	O++	O+++++	O++			O+++++	
A2Rat										

	11:40	11:50	12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50	13:00	13:10
A2Lec				L+						
A2Ana	+	A								
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp			I+++		I+++++					
A2Ver	V+++++		V+++++						V+++++	
A2Con						C				C++
A2Obs	O+	O+	O+		O++	O+++	+++++			O++++
A2Rat				M+						

	13:20	13:30	13:40	13:50	14:00	14:10	14:20	14:30	14:40	14:50
A2Lec										
A2Ana										
A2Exp					E			E++		
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver						V3				
A2Con										
A2Obs	+++++					O++++	+++++			O++++
A2Rat										

	15:00	15:10	15:20	15:30	15:40	15:50	16:00	16:10	16:20	16:30	
A2Lec									L+		
A2Ana		A444							A+		A+
A2Exp						E 5555					
A2Pla											
A2Imp											
A2Ver		V+++++					V++				
A2Con											
A2Obs	+++++	O+		+++++			O++	+++++		O++++	
A2Rat			M+								

	16:40	16:50	17:00	17:10	17:20	17:30	17:40	17:50	18:00	18:10
A2Lec										
A2Ana	+++++				A+++++				A+	
A2Exp										
A2Pla										
A2Imp										
A2Ver							V++++	V+++++		
A2Con				C++++				C+		
A2Obs					O+++++		O+++	O		O
A2Rat										

	18:20	18:30	18:40	18:50	19:00
A2Lec				L+	L+++++
A2Ana	+			A+++++	...
A2Exp					...
A2Pla					...
A2Imp	I+++++				...
A2Ver			V+++++		...
A2Con				C	...
A2Obs		O+		O O	O...
A2Rat			M+		...

Figura Anexo XII- 3. Gráfico secuencial, A2

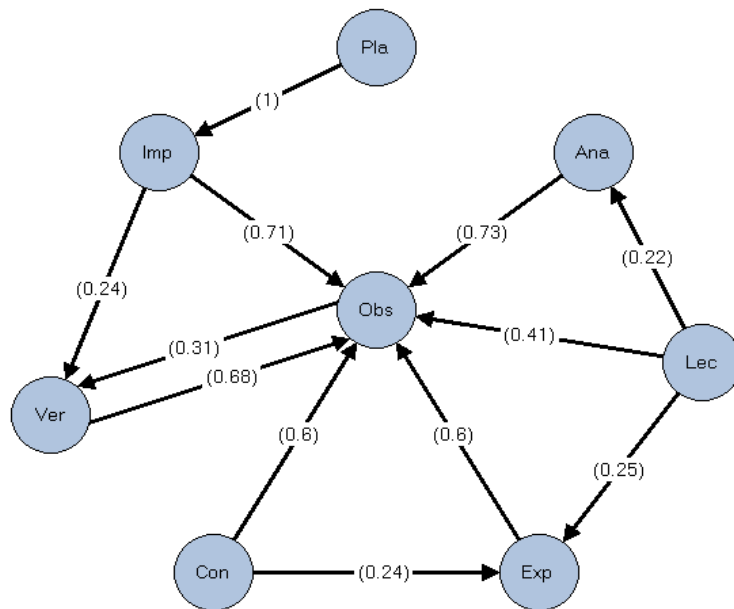


Figura Anexo XII- 4. Grafo de transición, pareja 1

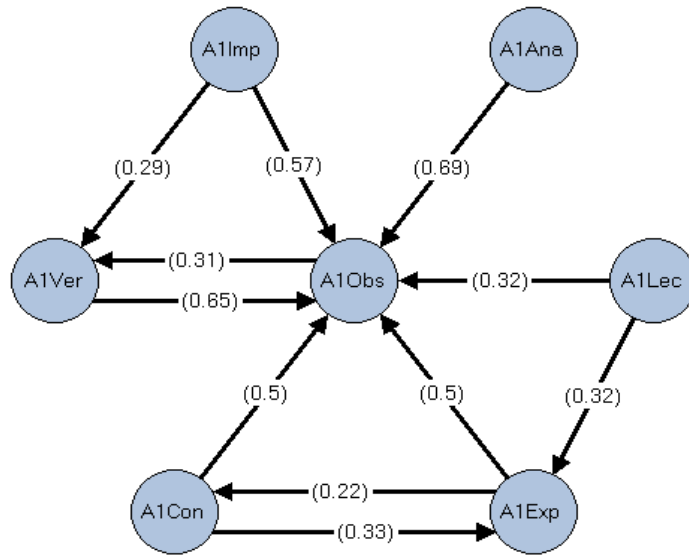


Figura Anexo XII- 5. Grafo de transición, A1

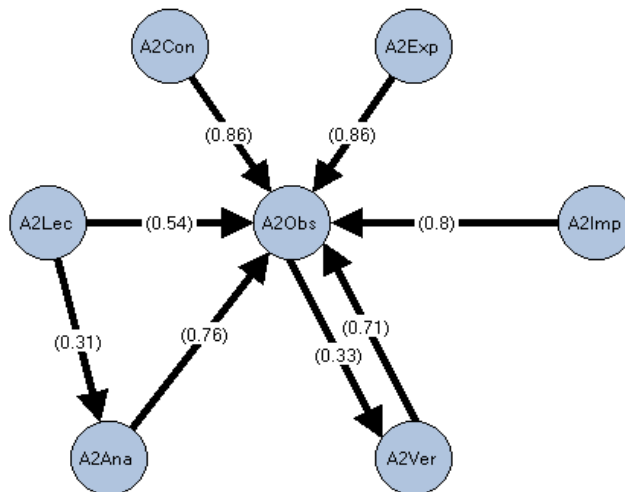


Figura Anexo XII- 6. Grafo de transición, A2

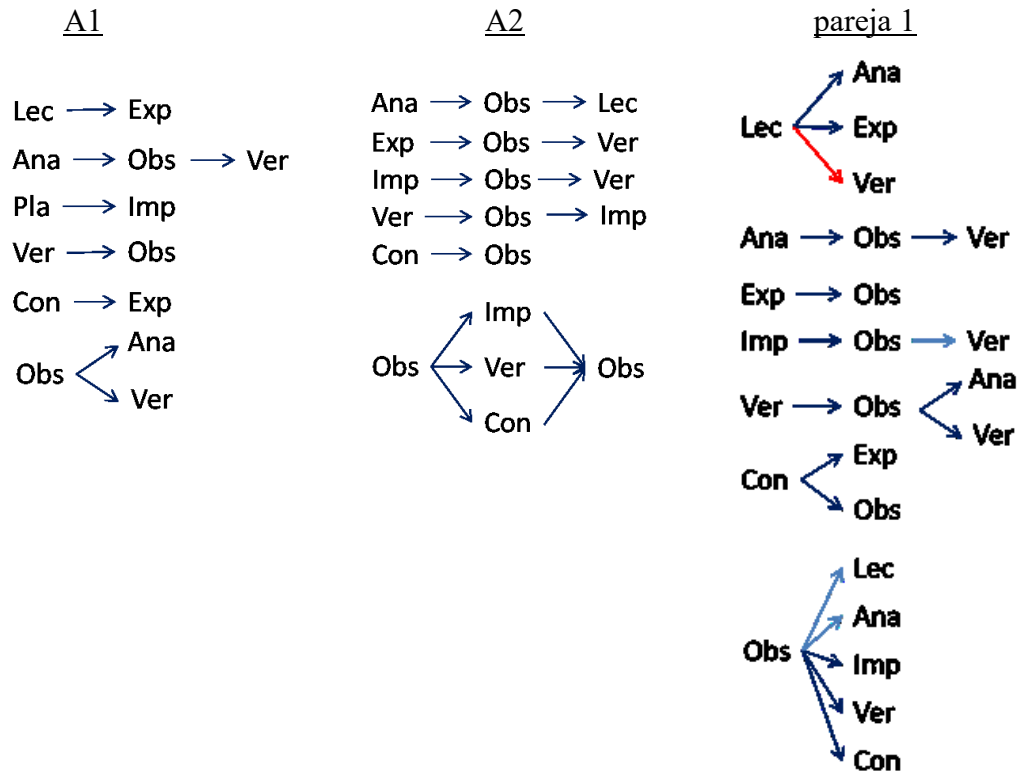


Figura Anexo XII- 7. Patrones de conducta A1, A2 y pareja 1

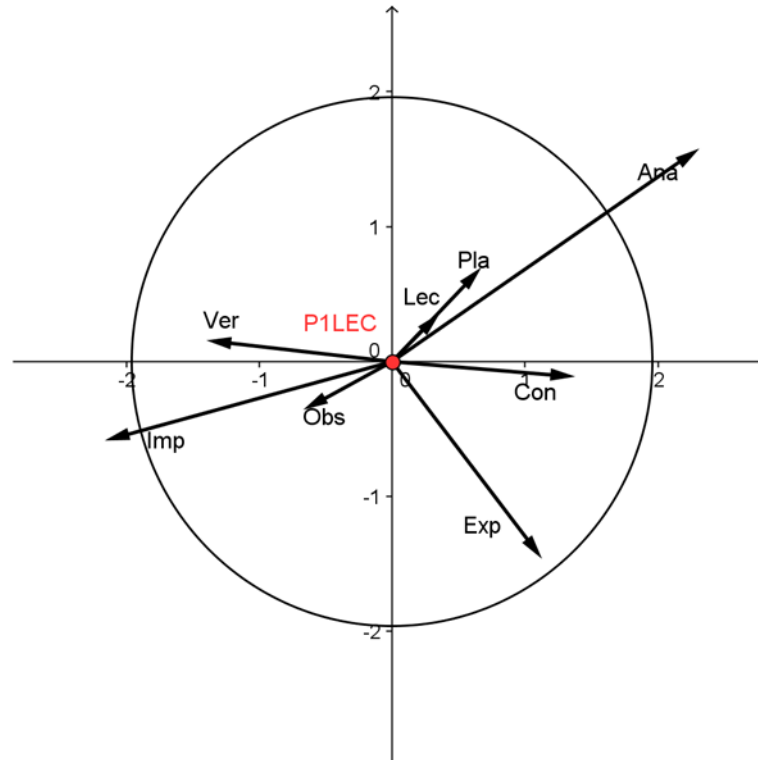


Figura Anexo XII- 8. Coordenadas polares, categoría *Lec*, pareja 1

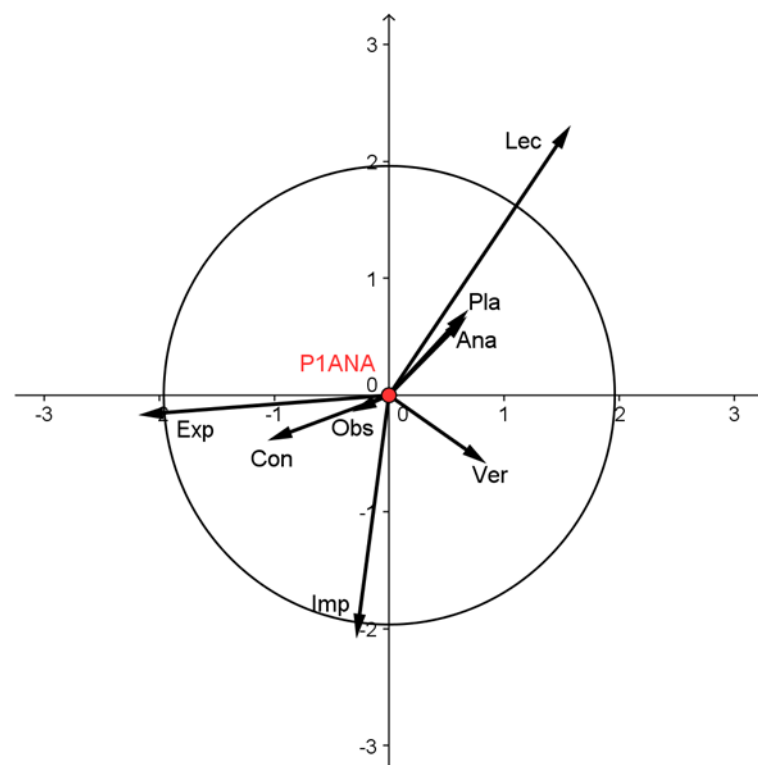


Figura Anexo XII- 9. Coordenadas polares, categoría *Ana*, pareja 1

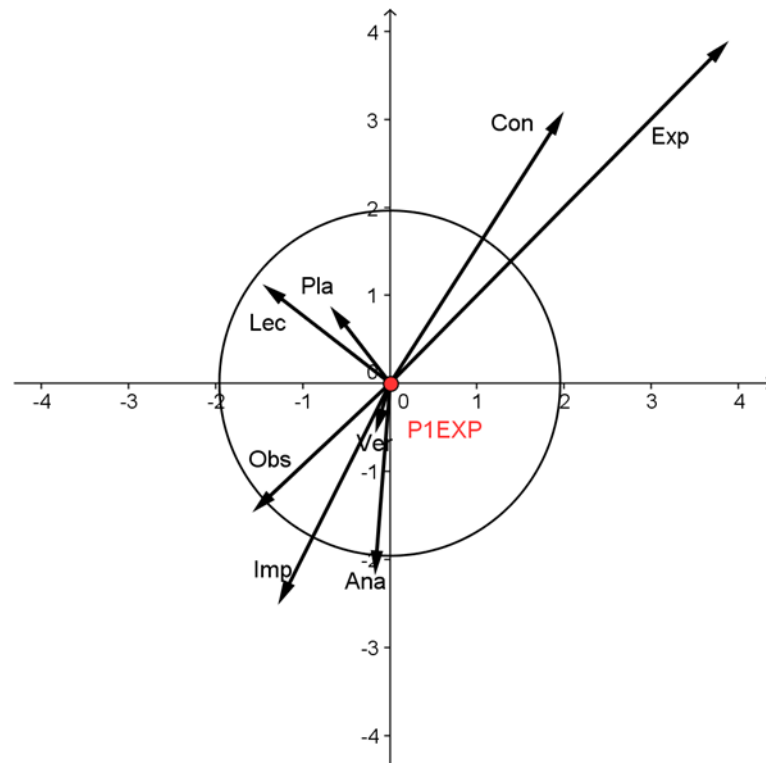


Figura Anexo XII- 10. Coordenadas polares, categoría *Exp*, pareja 1

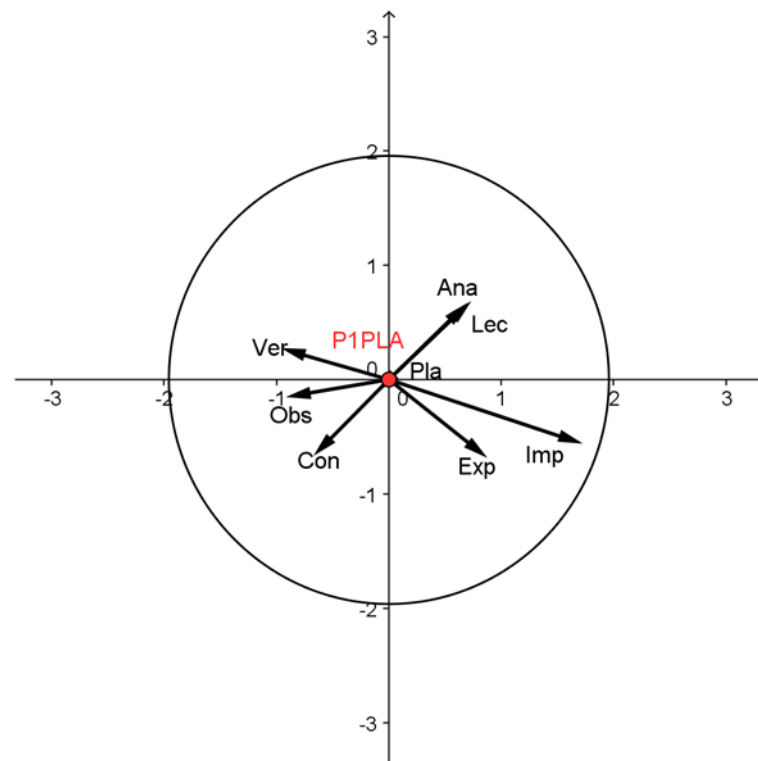


Figura Anexo XII- 11. Coordenadas polares, categoría *Pla*, pareja 1

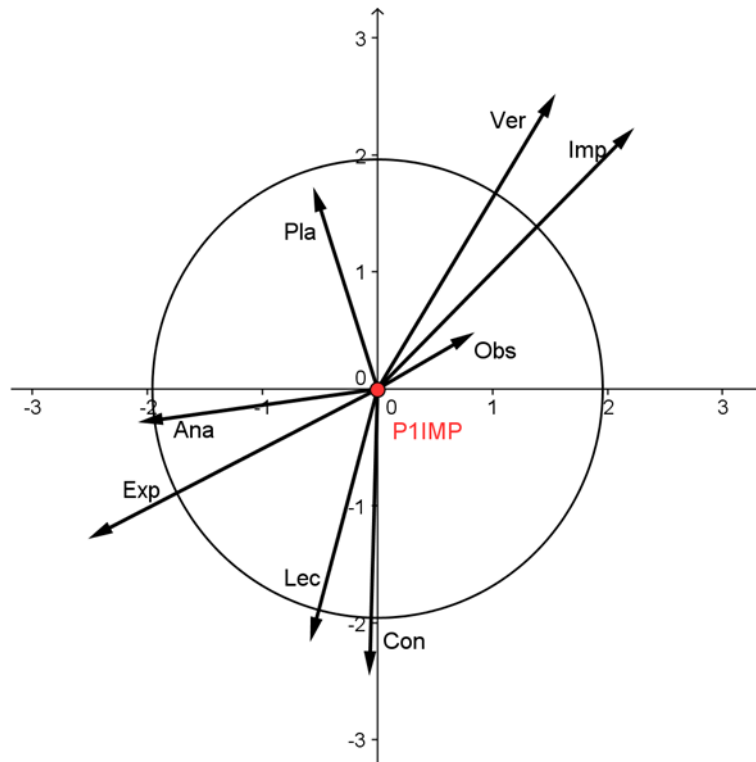


Figura Anexo XII- 12. Coordenadas polares, categoría *Imp*, pareja 1

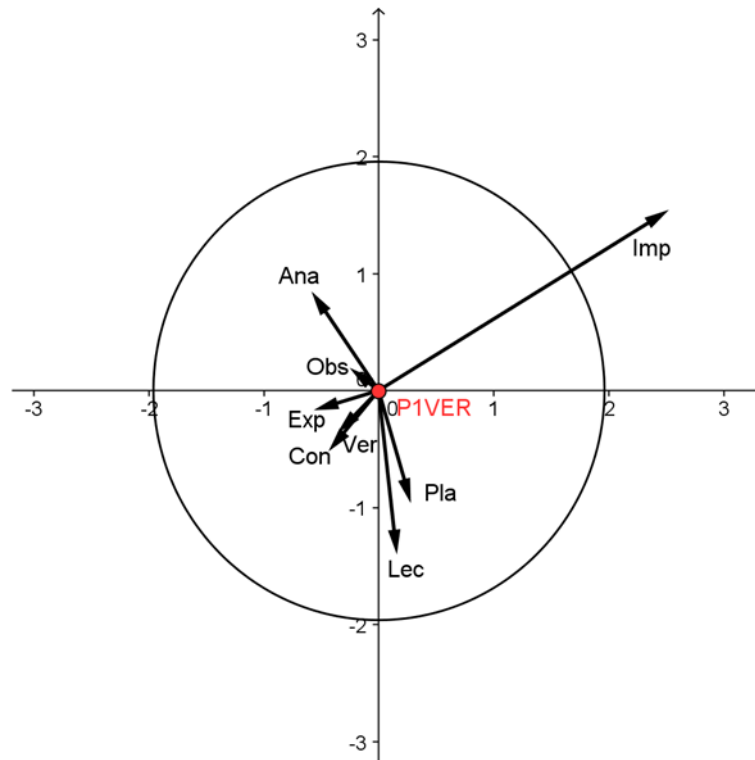


Figura Anexo XII- 13. Coordenadas polares, categoría *Ver*, pareja 1

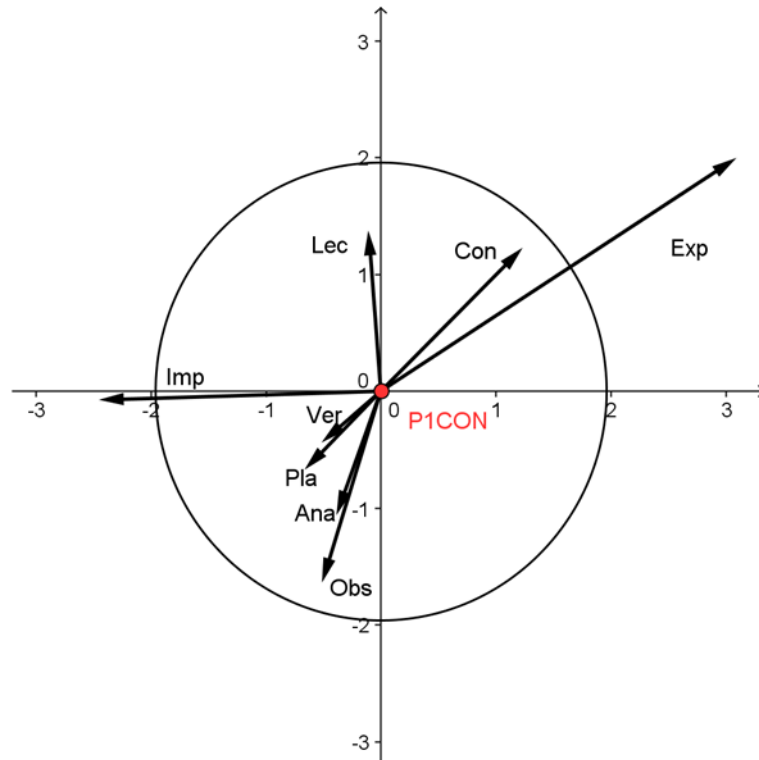


Figura Anexo XII- 14. Coordenadas polares, categoría *Con*, pareja 1

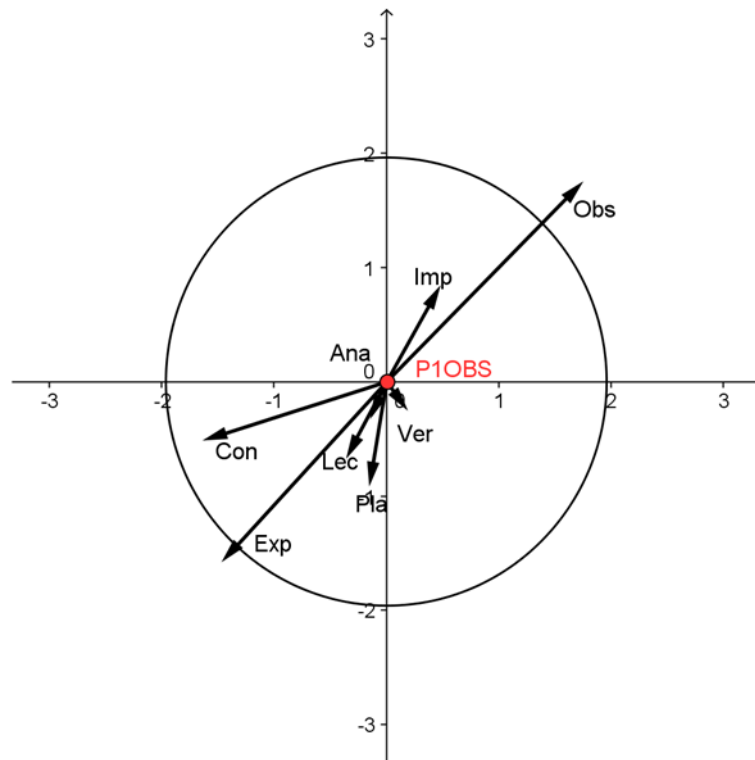


Figura Anexo XII- 15. Coordenadas polares, categoría *Obs*, pareja 1

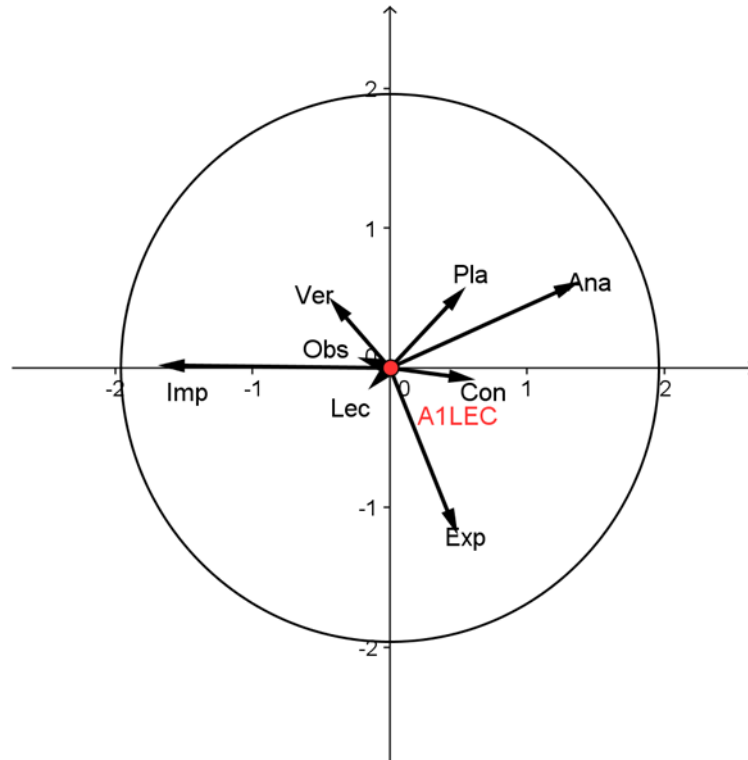


Figura Anexo XII- 16. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A1

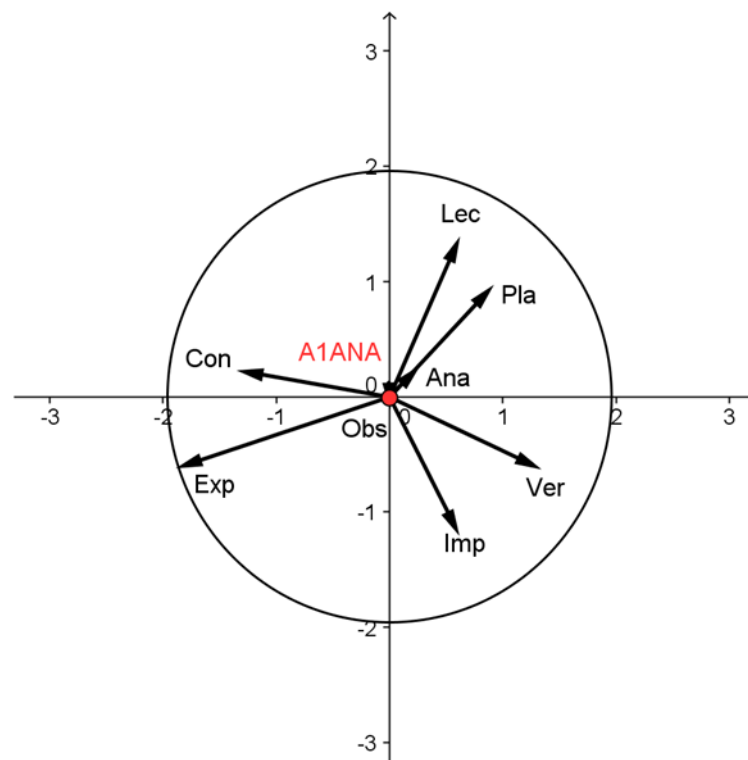


Figura Anexo XII- 17. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A1

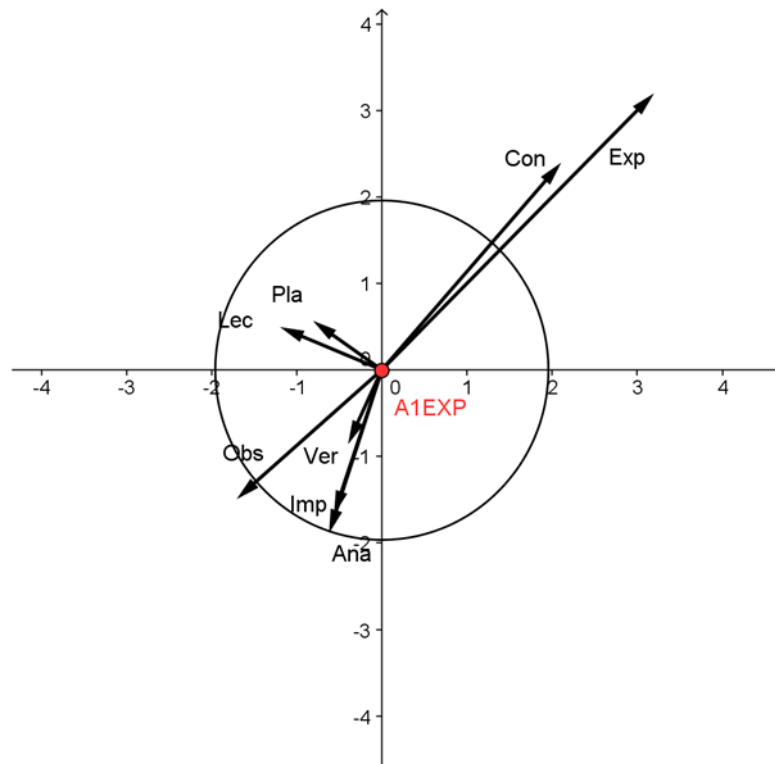


Figura Anexo XII- 18. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A1

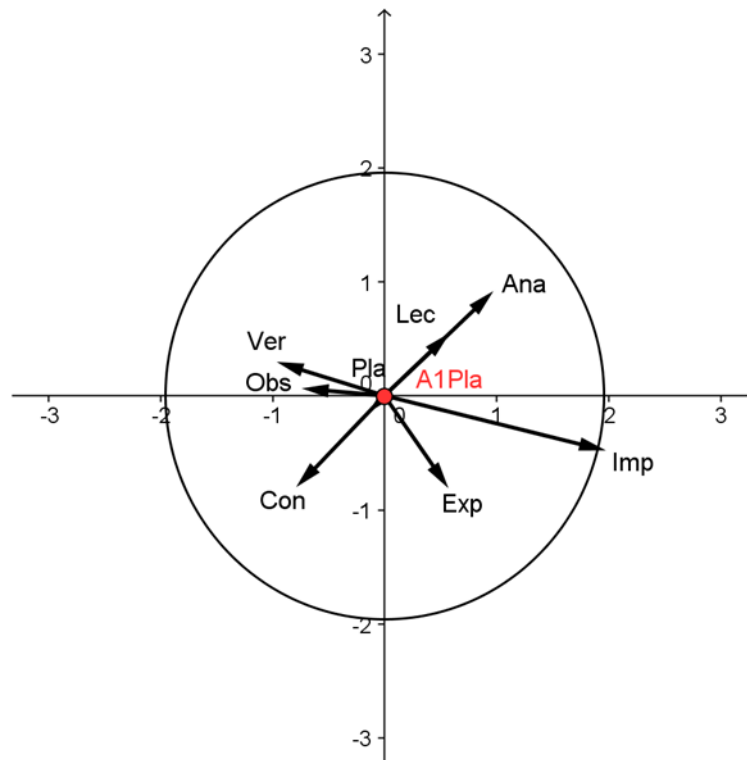


Figura Anexo XII- 19. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A1

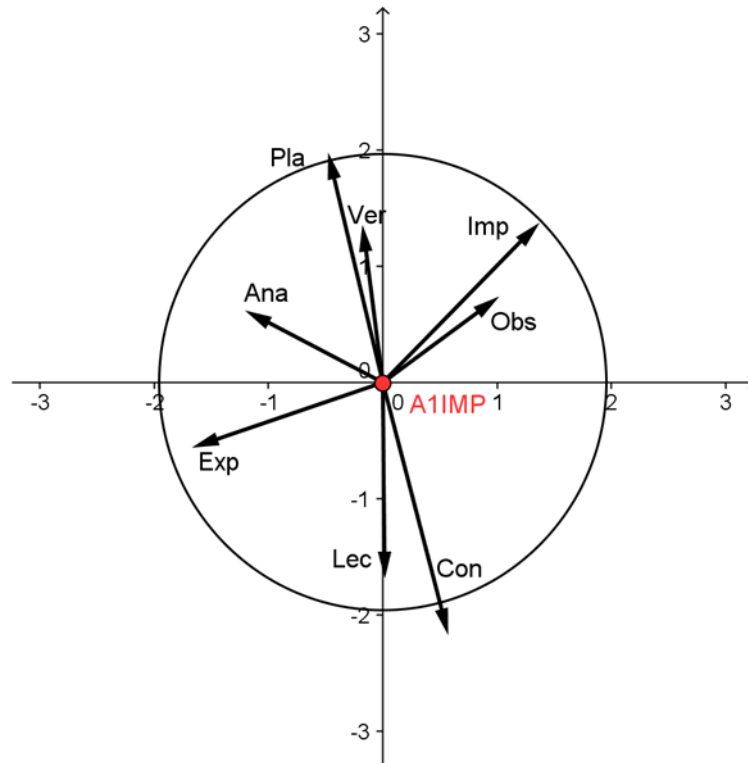


Figura Anexo XII- 20. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A1

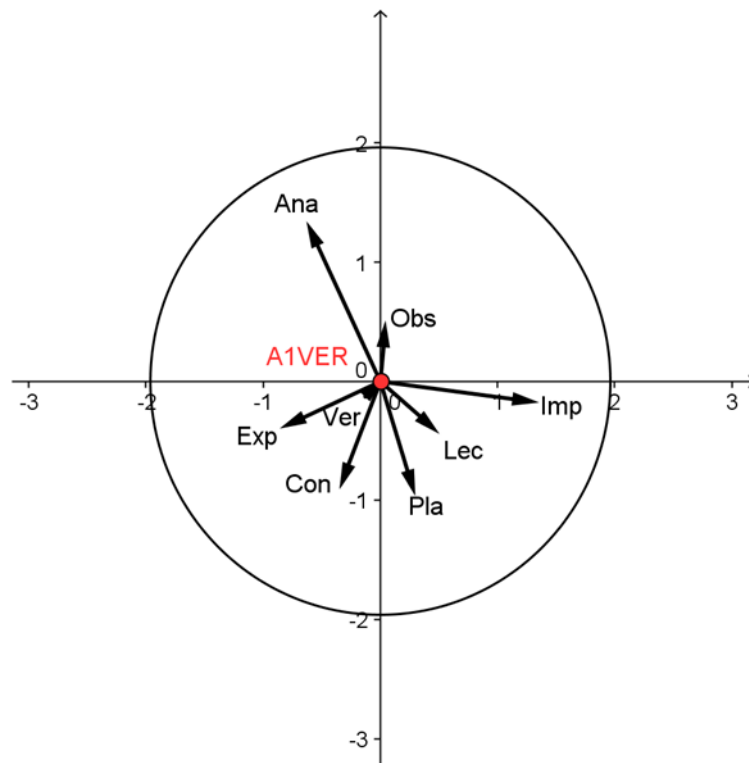


Figura Anexo XII- 21. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A1

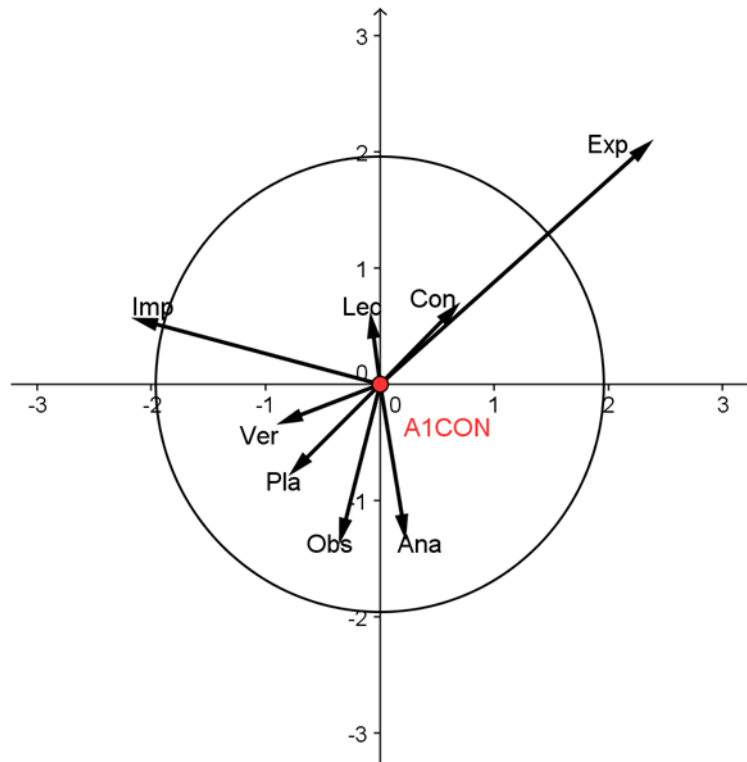


Figura Anexo XII- 22. Coordenadas polares, categoría *Con*, A1

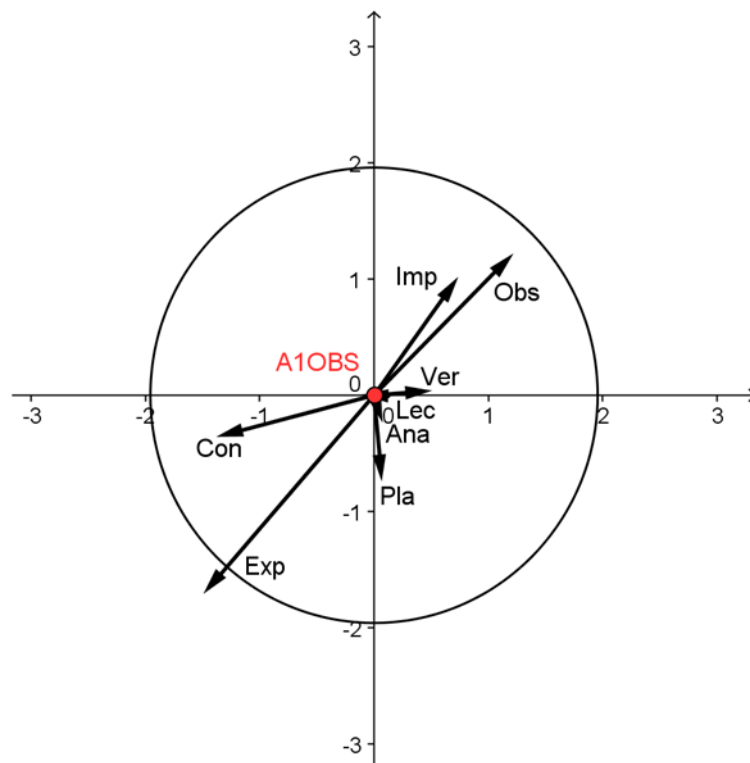


Figura Anexo XII- 23. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A1

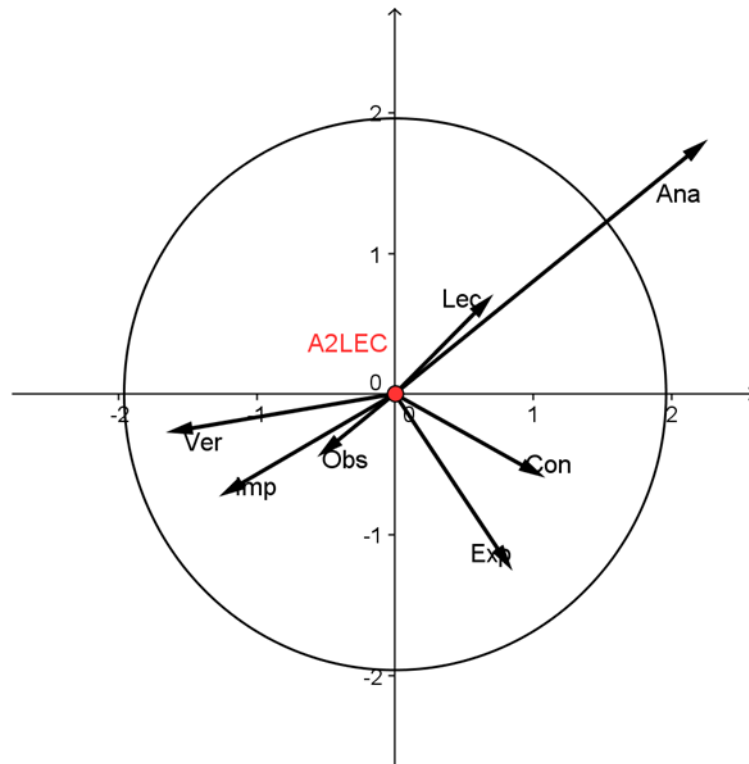


Figura Anexo XII- 24. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A2

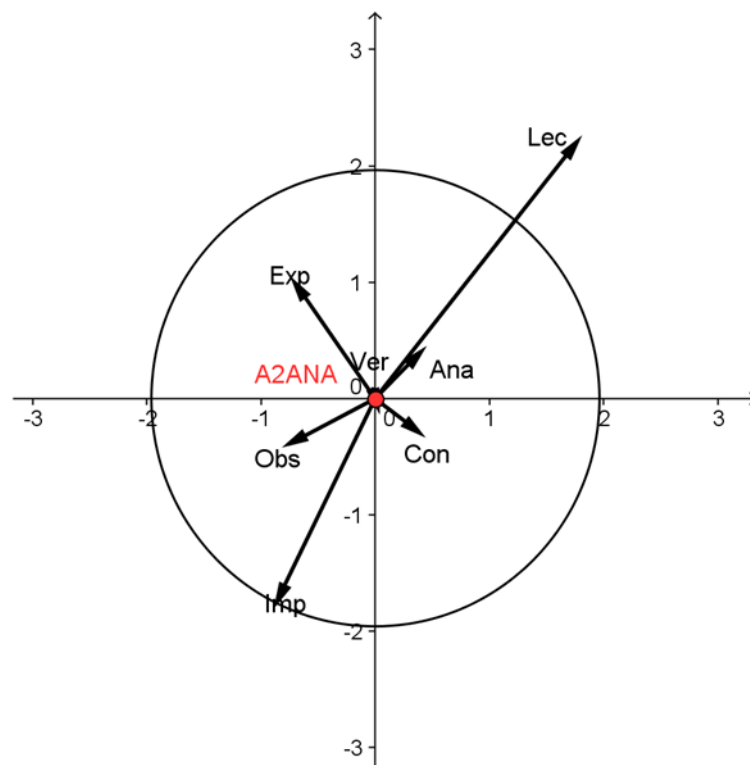


Figura Anexo XII- 25. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A2

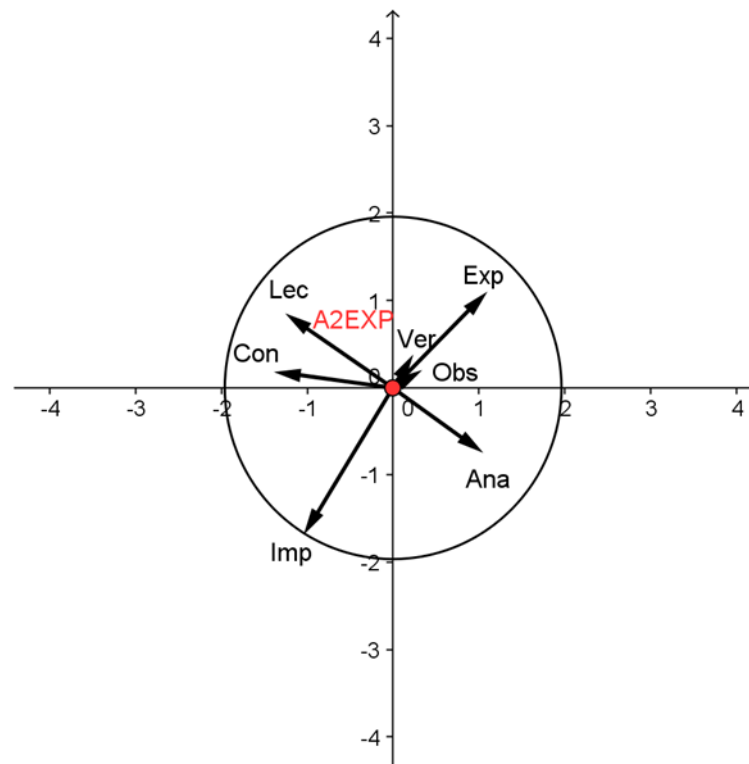


Figura Anexo XII- 26. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A2

Figura Anexo XII- 27. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A2

No presenta

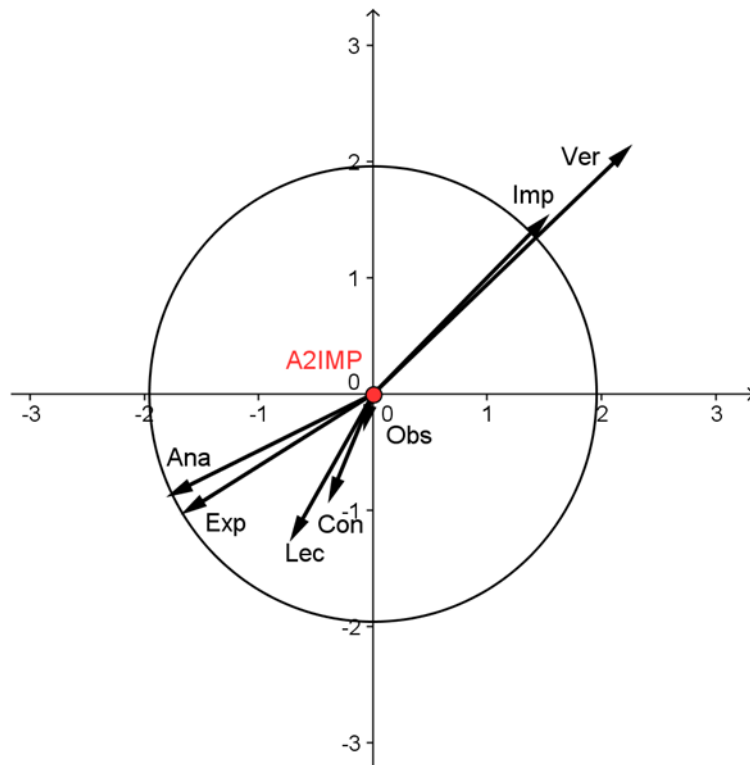


Figura Anexo XII- 28. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A2

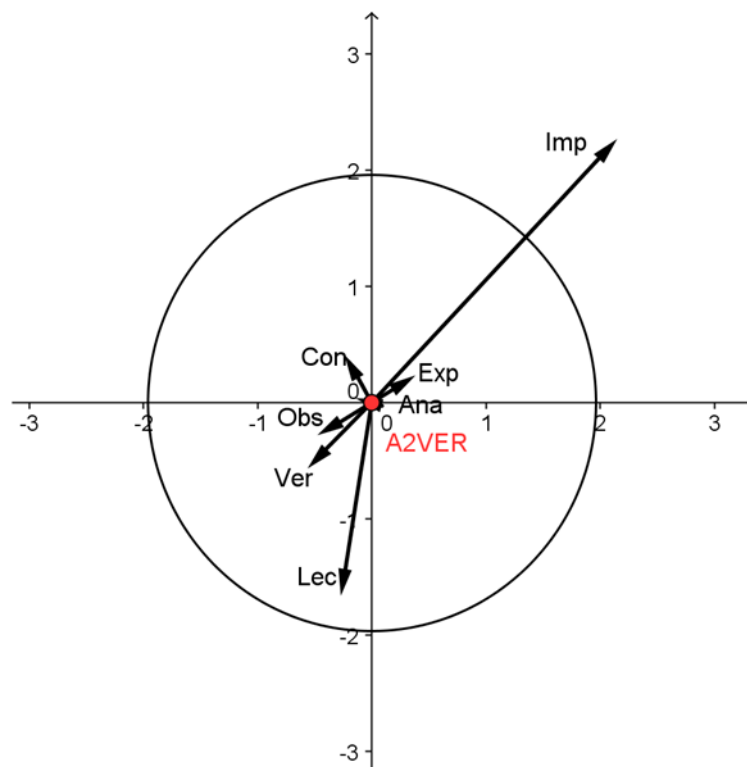


Figura Anexo XII- 29. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A2

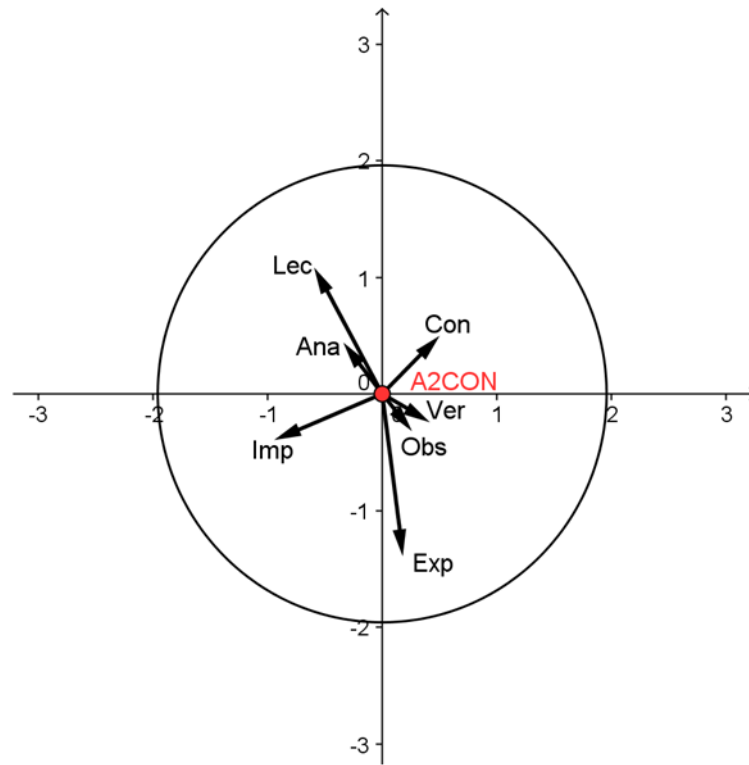


Figura Anexo XII- 30. Coordenadas polares, categoría *Con*, A2

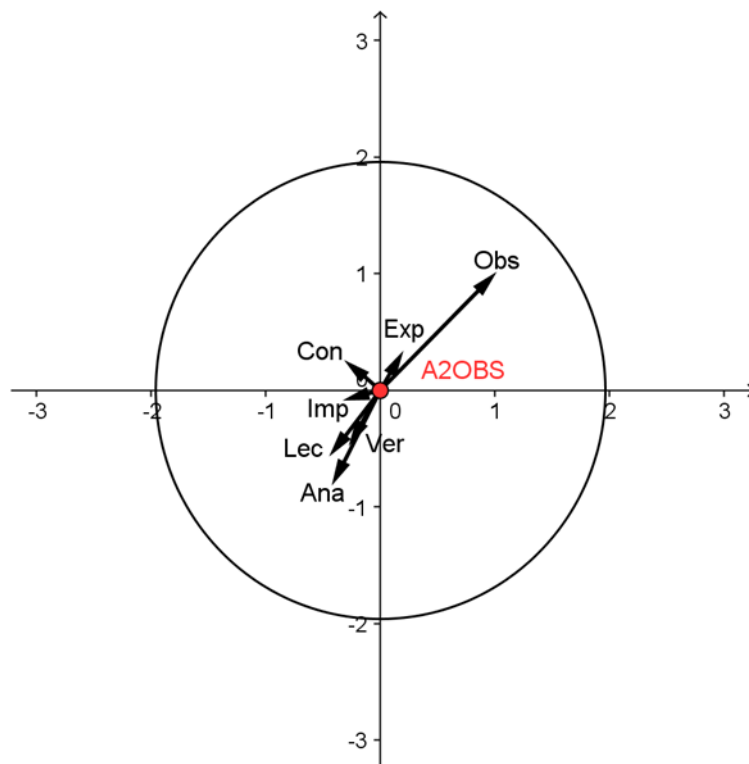


Figura Anexo XII- 31. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A2

ANEXO XIII

DATOS UNIDAD DE
OBSERVACIÓN PAREJA 2

INDICE DE TABLAS

Tabla Anexo XIII- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A3 y A4, pareja 2.....	1
Tabla Anexo XIII- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A3	1
Tabla Anexo XIII- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A4	1
Tabla Anexo XIII- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 2.	2
Tabla Anexo XIII- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A3	2
Tabla Anexo XIII- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A4	2
Tabla Anexo XIII- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 2	2
Tabla Anexo XIII- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A3	2
Tabla Anexo XIII- 9. Coocurrencias resolución de problemas Vs. arrastre, A4	3
Tabla Anexo XIII- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 2	3
Tabla Anexo XIII- 11. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A3.....	3
Tabla Anexo XIII- 12. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A3.....	3
Tabla Anexo XIII- 13. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A3.....	4
Tabla Anexo XIII- 14. Probabilidad de transición, Resolución de problemas, A4	4
Tabla Anexo XIII- 15. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A4.....	4
Tabla Anexo XIII- 16. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A4.....	5
Tabla Anexo XIII- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 2.....	5
Tabla Anexo XIII- 18. P-valores, resolución de problemas, lag 1, pareja 2.....	5
Tabla Anexo XIII- 19. P-valores, resolución de problemas, lag 2, pareja 2.....	6
Tabla Anexo XIII- 20. Concurrencias, resolución de problemas, A3 y A4.....	6
Tabla Anexo XIII- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 2	7
Tabla Anexo XIII- 22. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A3	9
Tabla Anexo XIII- 23. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A3.....	9
Tabla Anexo XIII- 24. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A3.....	10
Tabla Anexo XIII- 25. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A3	10
Tabla Anexo XIII- 26. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A3.....	11
Tabla Anexo XIII- 27. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A3	11
Tabla Anexo XIII- 28. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A3	12
Tabla Anexo XIII- 29. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A3.....	12
Tabla Anexo XIII- 30. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A4	13
Tabla Anexo XIII- 31. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A4.....	13
Tabla Anexo XIII- 32. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A4.....	14

Tabla Anexo XIII- 33. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A4	14
Tabla Anexo XIII- 34. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A4.....	15
Tabla Anexo XIII- 35. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A4	15
Tabla Anexo XIII- 36. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A4	16
Tabla Anexo XIII- 37. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A4.....	16
Tabla Anexo XIII- 38. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , pareja 2.	17
Tabla Anexo XIII- 38. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , pareja 2.....	17
Tabla Anexo XIII- 39. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , pareja 2.....	18
Tabla Anexo XIII- 40. Zsum, categoría focal <i>Plan</i> , pareja 2.....	18
Tabla Anexo XIII- 41. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , pareja 2.....	19
Tabla Anexo XIII- 42. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , pareja 2.	19
Tabla Anexo XIII- 43. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , pareja 2.	20
Tabla Anexo XIII- 44. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , pareja 2.....	20
Tabla Anexo XIII- 45. Estadísticas básicas, arrastre, A3 y A4, pareja 2.....	21
Tabla Anexo XIII- 46. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A3	21
Tabla Anexo XIII- 47. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A4.....	21
Tabla Anexo XIII- 48. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 2	21
Tabla Anexo XIII- 49. Coocurrencias, arrastre Vs. página, A3.....	22
Tabla Anexo XIII- 50. Coocurrencias, arrastre Vs. página, A4.....	22
Tabla Anexo XIII- 51. Coocurrencias, arrastre Vs. página, pareja 2.....	22
Tabla Anexo XIII- 52. Estadísticas básicas, ratón, A3 y A4, pareja 2	22
Tabla Anexo XIII- 53. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A3.....	22
Tabla Anexo XIII- 54. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A4.....	23
Tabla Anexo XIII- 55. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 2.....	23
Tabla Anexo XIII- 56. Estadísticas básicas, páginas, A3, A4, Pareja 2	23
Tabla Anexo XIII- 57. Estadísticas básicas, interactividad, A3, A4, pareja 2.....	23
Tabla Anexo XIII- 58. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A3	24
Tabla Anexo XIII- 59. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A4	24
Tabla Anexo XIII- 60. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, pareja 2	24
Tabla Anexo XIII- 61. Coocurrencias, interactividad Vs. Arrastre, A3	24
Tabla Anexo XIII- 62. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A4	25
Tabla Anexo XIII- 63. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 2	25
Tabla Anexo XIII- 64. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A3	25
Tabla Anexo XIII- 65. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A4	26
Tabla Anexo XIII- 66. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 2	26

Tabla Anexo XIII- 67. Coocurrencias, interactividad Vs. página, A3.....	26
Tabla Anexo XIII- 68. Coocurrencias, interactividad Vs. página, A4.....	27
Tabla Anexo XIII- 69. Coocurrencias, interactividad Vs. página, pareja 2.....	27

INDICE DE FIGURAS

Figura Anexo XIII- 1. Gráfico secuencial, pareja 2.....	34
Figura Anexo XIII- 2. Gráfico secuencial, A3.....	38
Figura Anexo XIII- 3. Gráfico secuencial, A4.....	42
Figura Anexo XIII- 4. Grafo de transición, pareja 2.....	43
Figura Anexo XIII- 5. Grafo de transición, A3.....	43
Figura Anexo XIII- 6. Grafo de transición, A4.....	44
Figura Anexo XIII- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 2.....	44
Figura Anexo XIII- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A3	45
Figura Anexo XIII- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A4	45
Figura Anexo XIII- 10. Patrones de conducta, A3, A4 y pareja 2.....	46
Figura Anexo XIII- 11. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , pareja 2.....	47
Figura Anexo XIII- 12. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , pareja 2	47
Figura Anexo XIII- 13. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , pareja 2	48
Figura Anexo XIII- 14. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , pareja 2	48
Figura Anexo XIII- 15. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , pareja 2	49
Figura Anexo XIII- 16. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , pareja 2.....	49
Figura Anexo XIII- 17. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , pareja 2.....	50
Figura Anexo XIII- 18. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , Pareja 2.....	50
Figura Anexo XIII- 19. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A3.....	51
Figura Anexo XIII- 20. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A3	51
Figura Anexo XIII- 21. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A3	52
Figura Anexo XIII- 22. Coordenadas polares, categoría <i>Plan</i> , A3.....	52
Figura Anexo XIII- 23. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A3	53
Figura Anexo XIII- 24. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A3.....	53
Figura Anexo XIII- 25. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A3.....	54
Figura Anexo XIII- 26. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A3	54
Figura Anexo XIII- 27. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A4.....	55
Figura Anexo XIII- 28. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A4	55
Figura Anexo XIII- 29. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A4	56
Figura Anexo XIII- 30. Coordenadas polares, categoría <i>Plan</i> , A4.....	56
Figura Anexo XIII- 31. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A4	57

Figura Anexo XIII- 32. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A4.....	57
Figura Anexo XIII- 33. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A4.....	58
Figura Anexo XIII- 34. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A4.....	58

Tabla Anexo XIII- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A3 y A4, pareja 2

Categoría	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A3	A4	P2	A3	A4	P2	A3	A4	P2	A3	A4	P2
Lec	31	30	61	263	158	421	0,16	0,1	0,13	8,4839	5,2667	6,9016
Ana	47	40	87	383	164	547	0,23	0,1	0,17	8,1489	4,1	6,2874
Exp	12	17	29	138	98	236	0,08	0,06	0,07	11,5	5,7647	8,1379
Pla	12	7	19	94	22	116	0,06	0,01	0,04	7,8333	3,1429	6,1053
Imp	7	9	16	101	52	153	0,06	0,03	0,05	14,429	5,7778	9,5625
Ver	55	79	134	159	199	358	0,1	0,12	0,11	2,8909	2,519	2,6716
Con	14	27	41	32	56	88	0,02	0,03	0,03	2,2857	2,0741	2,1463
Obs	121	172	293	461	882	1343	0,28	0,54	0,41	3,8099	5,1279	4,5836
Total eventos	299	381	680									
Total segundos				1631	1631	3262						

Tabla Anexo XIII- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A3

	A3Co																	
	A3Lec		A3Ana		A3Exp		A3Pla		A3Imp		A3Ver		n		A3Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	4	58	3	12	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	8	42	17	115
Pag2	7	91	15	110	0	0	0	0	0	0	9	13	0	0	18	55	49	269
Pag3	5	22	16	119	2	11	5	30	0	0	11	16	4	10	31	95	74	303
Pag4	1	5	0	0	0	0	1	18	0	0	0	0	0	0	2	3	4	26
Pag5	9	55	0	0	1	1	6	46	2	44	10	41	6	18	24	91	58	296
Pag6	5	32	13	142	8	114	0	0	2	27	23	86	3	3	38	156	92	560
NoPag	0	0	0	0	1	12	0	0	4	30	1	1	0	0	4	19	10	62
Total	31	263	47	383	12	138	12	94	8	101	55	159	14	32	125	461	304	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A4

	A4Co																	
	A4Lec		A4Ana		A4Exp		A4Pla		A4Imp		A4Ver		A4Con		A4Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	3	47	2	23	0	0	0	0	0	0	3	7	3	7	9	31	20	115
Pag2	7	20	16	64	0	0	0	0	0	0	11	27	6	11	33	147	73	269
Pag3	5	21	9	41	1	6	3	11	0	0	14	37	5	14	32	173	69	303
Pag4	1	5	0	0	0	0	1	5	0	0	1	3	1	7	2	6	6	26
Pag5	9	44	3	6	3	24	3	6	5	24	12	35	4	5	28	152	67	296
Pag6	5	21	10	30	13	68	0	0	2	5	38	90	6	10	67	336	141	560
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	2	23	0	0	2	2	6	37	10	62
Total	30	158	40	164	17	98	7	22	9	52	79	199	27	56	177	882	386	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 2.

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	7	105	5	35	0	0	0	0	0	0	4	9	4	8	17	73	37	230
Pag2	14	111	31	174	0	0	0	0	0	0	20	40	6	11	51	202	122	538
Pag3	10	43	25	160	3	17	8	41	0	0	25	53	9	24	63	268	143	606
Pag4	2	10	0	0	0	0	2	23	0	0	1	3	1	7	4	9	10	52
Pag5	18	99	3	6	4	25	9	52	7	68	22	76	10	23	52	243	125	592
Pag6	10	53	23	172	21	182	0	0	4	32	61	176	9	13	105	492	233	1120
NoPag	0	0	0	0	1	12	0	0	6	53	1	1	2	2	10	56	20	124
Total	61	421	87	547	29	236	19	116	17	153	134	358	41	88	302	1343	690	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A3

	A3Lec		A3Ana		A3Exp		A3Pla		A3Imp		A3Ver		A3Con		A3Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Rat	1	5	8	100	12	116	2	24	0	0	5	30	1	1	13	35	42	311
A3NoRat	30	258	45	283	6	22	10	70	7	101	51	129	13	31	111	426	324	1320
Total	31	263	53	383	18	138	12	94	7	101	56	159	14	32	124	461	366	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A4

	A4Lec		A4Ana		A4Exp		A4Pla		A4Imp		A4Ver		A4Con		A4Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Rat	6	11	1	2	4	50	0	0	4	21	3	4	11	12	15	53	44	153
A4NoRat	29	147	39	162	14	48	7	22	8	31	76	195	20	44	168	829	361	1478
Total	35	158	40	164	18	98	7	22	12	52	79	199	31	56	183	882	405	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 2

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	7	16	9	102	16	166	2	24	4	21	8	34	12	13	28	88	86	464
NoRat	59	405	84	445	20	70	17	92	15	132	127	324	33	75	279	1255	634	2798
Total	66	421	93	547	36	236	19	116	19	153	135	358	45	88	307	1343	720	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A3

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
Err	0	0	0	0	3	37	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	5	40
Gui	0	0	11	79	7	45	3	6	0	0	7	15	0	0	6	18	34	163
NoArr	31	263	49	304	11	56	12	88	7	101	53	144	13	31	114	441	290	1428
Total	31	263	60	383	21	138	15	94	7	101	60	159	14	32	121	461	329	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XIII- 9. Coocurrencias resolución de problemas Vs. arrastre, A4

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	2	5	1	2	4	46	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	8	55
Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NoArr	30	153	39	162	15	52	7	22	9	52	79	199	27	56	172	880	378	1576
Total	32	158	40	164	19	98	7	22	9	52	79	199	27	56	173	882	386	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XIII- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 2

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	2	5	1	2	7	83	0	0	0	0	0	0	1	1	2	4	13	95
Gui	0	0	11	79	7	45	3	6	0	0	7	15	0	0	6	18	34	163
NoArr	61	416	88	466	26	108	19	110	16	153	132	343	40	87	286	1321	668	3004
Total	63	421	100	547	38	236	22	116	16	153	139	358	41	88	294	1343	713	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 11. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A3

Dado	Siguiete								
	A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs	
A3Lec	0	0,23	0,03	0	0	0,06	0,13	0,55	
A3Ana	0,11	0	0,02	0	0	0,11	0,02	0,74	
A3Exp	0	0,17	0	0	0	0,08	0	0,75	
A3Pla	0,08	0	0	0	0,08	0	0	0,83	
A3Imp	0	0	0,14	0	0	0	0	0,86	
A3Ver	0,05	0,13	0,07	0,07	0,05	0	0,02	0,6	
A3Con	0,21	0	0	0	0	0,07	0	0,71	
A3Obs	0,16	0,26	0,04	0,07	0,03	0,38	0,07	0	

Tabla Anexo XIII- 12. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A3

Dado	Siguiete								
	A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs	
A3Lec	-0,02*	+0,03*	-0,65	-0,23	-0,56	-0,10	+0,06	+0,20	
A3Ana	+0,24	-0,02*	-0,65	-0,22	-0,55	+0,54	-0,49	+0,04*	
A3Exp	-0,26	+0,36	-0,67	-0,59	+0,82	-0,46	-0,53	+0,04*	
A3Pla	-0,60	-0,22	-0,60	-0,60	+0,20	-0,11	-0,50	+0,00*	
A3Imp	-0,55	-0,55	+0,18	-0,80	-0,94	-0,42	-0,76	+0,12	
A3Ver	-0,25	+0,17	+0,07	+0,10	+0,02*	+0,00*	-0,29	+0,43	
A3Con	+0,21	-0,16	-0,53	-0,50	-0,76	-0,29	-0,46	+0,02*	
A3Obs	+0,04*	+0,51	-0,34	+0,08	-0,18	+0,00*	+0,19	+0,00*	

* $p < ,05$;

Tabla Anexo XIII- 13. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A3

Dado	Siguiete							
	A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
A3Lec	-0,58	+0,45	-0,65	+0,14	-0,56	-0,25	+0,51	+0,50
A3Ana	+0,46	+0,42	-0,65	-0,59	-0,55	+0,00*	-0,16	-0,03*
A3Exp	-0,65	-0,26	+0,33	-0,60	-0,82	+0,01*	+0,46	-0,12
A3Pla	+0,14	-0,22	-0,59	-0,60	-0,80	+0,02*	-0,50	-0,27
A3Imp	-0,55	-0,55	-0,82	-0,80	-0,93	+0,16	+0,23	-0,58
A3Ver	+0,54	+0,17	-0,46	+0,60	-0,43	+0,00*	+0,41	+0,16
A3Con	+0,22	-0,16	+0,11	+0,50	-0,76	+0,41	+0,15	-0,04*
A3Obs	-0,08	+0,33	-0,63	-0,53	+0,01	+0,00*	-0,36	+0,01*

* p<,05

Tabla Anexo XIII- 14. Probabilidad de transición, Resolución de problemas, A4

Dado	Siguiete							
	A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
A4Lec	0	0,1	0,1	0,07	0,03	0,07	0,07	0,57
A4Ana	0	0	0	0	0	0,03	0	0,97
A4Exp	0,12	0,06	0	0	0	0,06	0	0,76
A4Pla	0	0	0	0	0	0	0	1
A4Imp	0	0	0	0	0	0,11	0	0,89
A4Ver	0,08	0,03	0	0,01	0	0	0,04	0,85
A4Con	0,19	0	0	0	0	0,04	0	0,78
A4Obs	0,1	0,2	0,08	0,02	0,05	0,42	0,13	0

* p<,05

Tabla Anexo XIII- 15. P-valores, resolución de problemas, lag 1, A4

Dado	Siguiete							
	A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
A4Lec	-0,04*	+0,34	+0,08	+0,12	+0,55	-0,10	-0,55	+0,29
A4Ana	-0,10	-0,24	-0,45	-0,65	-0,59	-0,13	-0,16	+0,00*
A4Exp	+0,30	+0,55	-0,70	-0,80	-0,76	-0,46	-0,39	+0,28
A4Pla	-0,52	-0,65	-0,80	-0,91	-0,86	-0,34	-0,59	+0,01*
A4Imp	-0,45	-0,59	-0,76	-0,86	-0,86	-0,68	-0,54	+0,04*
A4Ver	+0,33	-0,33	-0,14	+0,66	-0,28	+0,00*	-0,45	+0,00*
A4Con	+0,08	-0,16	-0,39	-0,60	-0,54	-0,07	-0,13	+0,01*
A4Obs	+0,29	+0,04	+0,10	INS	+0,04*	+0,00*	+0,00*	+0,00*

* p<,05; INS = Inestable

Tabla Anexo XIII- 16. P-valores, resolución de problemas, lag 2, A4

Dado	Siguiete							
	A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
A4Lec	+0,33	+0,34	+0,08	-0,52	-0,46	+0,53	-0,55	-0,23
A4Ana	-0,36	-0,24	-0,45	-0,65	-0,60	+0,00*	-0,50	+0,00*
A4Exp	-0,31	-0,46	+0,31	-0,80	-0,76	+0,01*	-0,39	-0,46
A4Pla	+0,48	-0,65	-0,80	-0,91	-0,86	+0,01*	-0,59	-0,07
A4Imp	-0,46	-0,59	-0,76	-0,86	-0,86	-0,68	+0,00*	-0,22
A4Ver	-0,46	+0,00*	+0,54	+0,65	+0,01*	-0,01*	+0,00*	+0,00*
A4Con	+0,02*	-0,49	+0,21	+0,40	+0,46	+0,32	-0,13	-0,04*
A4Obs	-0,23	-0,10	-0,06	+0,33	-0,21	+0,00*	-0,04*	+0,00*

* p<,05; INS = Inestable

Tabla Anexo XIII- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 2

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0,00	0,16	0,07	0,03	0,02	0,07	0,10	0,56
Ana	0,06	0,00	0,01	0,00	0,00	0,07	0,01	0,85
Exp	0,07	0,10	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,76
Pla	0,05	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,89
Imp	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,06	0,00	0,88
Ver	0,07	0,07	0,03	0,04	0,02	0,00	0,03	0,74
Con	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,76
Obs	0,12	0,22	0,07	0,04	0,04	0,41	0,10	0,00

Tabla Anexo XIII- 18. P-valores, resolución de problemas, lag 1, pareja 2

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	+0,00*	+0,03*	+0,19	+0,60	-0,62	-0,02*	+0,22	0,13
Ana	-0,53	-0,01*	-0,40	-0,17	-0,31	-0,27	-0,11	+0,00*
Exp	-0,58	+0,31	-0,44	-0,48	-0,62	-0,30	-0,20	+0,04*
Pla	-0,40	-0,17	-0,48	-0,57	+0,33	-0,04*	-0,27	+0,00*
Imp	-0,25	-0,31	+0,39	-0,67	-0,79	-0,40	-0,42	+0,01*
Ver	-0,50	+0,41	+0,46	+0,14	+0,29	+0,00*	-0,23	+0,00*
Con	+0,04*	-0,02*	-0,20	-0,26	-0,42	-0,04*	-0,06	+0,00*
Obs	+0,04*	+0,11	+0,36	+0,16	+0,30	+0,00*	+0,00*	+0,00*

* p<,05

Tabla Anexo XIII- 19. P-valores, resolución de problemas, lag 2, pareja 2

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	+0,45	+0,29	+0,19	+0,30	-0,25	-0,35	INS	-0,35
Ana	-0,54	-0,54	-0,40	-0,50	-0,32	+0,00*	-0,11	+0,00*
Exp	-0,30	-0,12	+0,18	-0,48	-0,62	+0,00*	-0,55	-0,13
Pla	+0,11	-0,17	-0,48	-0,57	-0,67	+0,00*	-0,27	-0,04*
Imp	-0,25	-0,32	-0,62	-0,67	-0,79	+0,29	+0,00*	-0,21
Ver	+0,49	+0,00*	-0,54	+0,57	+0,10	+0,00*	+0,01*	-0,08
Con	+0,01*	-0,11	+0,05	+0,35	+0,58	+0,25	-0,52	+0,00*
Obs	-0,04*	-0,34	-0,13	+0,52	+0,31	+0,00*	-0,04*	+0,00*

* p<,05

Tabla Anexo XIII- 20. Concurrencias, resolución de problemas, A3 y A4

	A4Lec		A4Ana		A4Exp		A4Pla		A4Imp		A4Ver		A4Con		A4Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Lec	23	118	3	12	1	1	0	0	0	0	7	18	4	7	24	107	62	263
A3Ana	2	5	16	42	1	1	0	0	0	0	14	20	3	5	2	310	38	383
A3Exp	1	6	0	0	8	19	0	0	0	0	6	18	0	0	17	95	32	138
A3Pla	0	0	0	0	0	0	3	5	0	0	3	6	1	7	13	76	20	94
A3Imp	0	0	0	0	0	0	0	0	7	36	4	10	0	0	10	55	21	101
A3Ver	1	2	8	8	4	8	2	2	1	1	12	16	0	0	44	122	72	159
A3Con	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	13	31	14	32
A3Obs	10	27	31	102	10	69	7	15	5	15	46	111	18	36	30	86	157	461
Total	37	158	58	164	24	98	12	22	13	52	92	199	27	56	153	882	416	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

En cursiva frecuencia y tiempo del trabajo cooperativo.

Tabla Anexo XIII- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 2

Tipo	A3	A4	SigA3	SigA4	Frec	total
Mutua	Ver	Exp	Exp	Ver	1	
A3->A4, A4 Mantiene	Obs	Ver	Ver	Ver	4	
	Imp	Obs	Obs	Obs	3	
	Con	Obs	Obs	Obs	2	
	Ver	Obs	Obs	Obs	2	
	Obs	Ana	Ana	Ana	2	
	Obs	Lec	Lec	Lec	2	
	Ana	Lec	Lec	Lec	1	
	Exp	Obs	Obs	Obs	1	
	Lec	Obs	Obs	Obs	1	
	Pla	Obs	Obs	Obs	1	
	Ver	Imp	Imp	Imp	1	
	Ver	Pla	Pla	Pla	1	
	Obs	Imp	Imp	Imp	1	
	Obs	Pla	Pla	Pla	1	23
A3->A4, A4 No Mantiene	Obs	Ver	Ver	Obs	18	
	Obs	Ana	Ana	Obs	16	
	Ver	Obs	Obs	Ver	14	
	Ana	Obs	Obs	Ver	13	
	Ana	Obs	Obs	Ana	13	
	Ver	Obs	Obs	Con	5	
	Pla	Obs	Obs	Ver	4	
	Obs	Pla	Pla	Obs	3	
	Exp	Obs	Obs	Exp	3	
	Con	Obs	Obs	Ana	2	
	Lec	Obs	Obs	Ver	2	
	Ver	Ana	Ana	Obs	2	
	Obs	Con	Con	Obs	2	
	Obs	Exp	Exp	Obs	2	
	Pla	Obs	Obs	Pla	2	
	Ana	Con	Con	Obs	1	
	Ana	Obs	Obs	Con	1	
	Con	Obs	Obs	Exp	1	
	Con	Obs	Obs	Imp	1	
	Con	Obs	Obs	Lec	1	
	Con	Obs	Obs	Pla	1	
	Con	Obs	Obs	Ver	1	
	Exp	Obs	Obs	Con	1	
	Exp	Obs	Obs	Ver	1	
	Lec	Ana	Ana	Obs	1	
	Lec	Con	Con	Obs	1	

Tabla Anexo XIII- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 2 (Continuación)

	Ver	Obs	Obs	Ana	1	
	Ver	Obs	Obs	Lec	1	
	Obs	Lec	Lec	Exp	1	
	Obs	Ver	Ver	Pla	1	
	Obs	Imp	Imp	Obs	1	
	Obs	Lec	Lec	Obs	1	
	Imp	Obs	Obs	Imp	1	119
A4->A3, A3 Mantiene	Obs	Con	Obs	Obs	11	
	Ana	Obs	Ana	Ana	11	
	Ver	Obs	Ver	Ver	7	
	Exp	Obs	Exp	Exp	4	
	Lec	Obs	Lec	Lec	4	
	Obs	Ver	Obs	Obs	3	
	Lec	Con	Lec	Lec	1	
	Lec	Ver	Lec	Lec	1	
	Obs	Ana	Obs	Obs	1	
	Imp	Obs	Imp	Imp	1	
	Pla	Obs	Pla	Pla	1	45
A4->A3, A3 No Mantiene	Obs	Ver	Ver	Obs	18	
	Obs	Ana	Ana	Obs	16	
	Ver	Obs	Obs	Ver	14	
	Ana	Obs	Obs	Ana	13	
	Obs	Ver	Ana	Obs	9	
	Obs	Ana	Ver	Obs	4	
	Obs	Exp	Ver	Obs	4	
	Exp	Obs	Obs	Exp	3	
	Obs	Pla	Pla	Obs	3	
	Obs	Ver	Pla	Obs	3	
	Pla	Obs	Obs	Pla	2	
	Obs	Con	Con	Obs	2	
	Obs	Exp	Exp	Obs	2	
	Obs	Lec	Ver	Obs	2	
	Obs	Pla	Ver	Obs	2	
	Imp	Obs	Obs	Imp	1	
	Obs	Imp	Imp	Obs	1	
	Obs	Lec	Lec	Obs	1	
	Obs	Ana	Con	Obs	1	
	Obs	Ana	Lec	Obs	1	
	Obs	Con	Ana	Obs	1	
	Obs	Imp	Con	Obs	1	
	Obs	Imp	Ver	Obs	1	
	Obs	Ver	Lec	Obs	1	106

Tabla Anexo XIII- 22. Zsum, categoría focal *Lec*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Lec	0,52	-1,47	-1,19	-0,22	-0,90	-1,71	0,63	2,69
-4	A3Lec	0,53	0,64	-0,21	-1,19	-0,90	0,81	1,57	-1,26
-3	A3Lec	-0,72	-1,46	-1,19	-0,21	0,37	0,26	0,64	1,51
-2	A3Lec	3,70	-0,39	-0,21	1,75	-0,90	-0,73	1,44	-2,40
-1	A3Lec	0,00	0,98	-0,97	0,24	-0,73	-0,64	2,30	-0,44
1	A3Lec	0,00	2,23	0,24	-0,97	-0,73	-1,21	3,41	-1,05
2	A3Lec	3,70	-0,47	-0,24	0,72	-0,91	-1,83	0,48	-0,59
3	A3Lec	-0,72	0,56	0,72	-0,25	-0,92	-0,37	2,27	-0,57
4	A3Lec	0,53	0,55	-1,21	-1,21	-0,92	-0,38	0,59	0,58
5	A3Lec	0,52	-1,01	0,71	-1,21	-0,92	1,56	1,50	-0,95
	Xsum	4,03	1,86	0,22	-2,92	-4,40	-2,23	8,25	-2,58
	Ysum	4,03	-1,70	-3,77	0,37	-3,06	-2,01	6,58	0,10
	X	1,80	0,83	0,10	-1,31	-1,97	-1,00	3,69	-1,15
	Y	1,80	-0,76	-1,69	0,17	-1,37	-0,90	2,94	0,04
	Cuadrante	I	IV	IV	II	III	III	I	II
	Radio	2,55*	1,13	1,69	1,32	2,40*	1,34	4,72*	1,15
	Ángulo	45,00	42,43	86,66	7,22	34,82	42,03	38,58	2,22
	Ángulo corregido	45,00	317,57	273,34	172,78	214,82	222,03	38,58	177,78

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 23. Zsum, categoría focal *Ana*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Ana	-1,01	0,65	0,07	-1,54	-0,12	0,63	-0,06	0,32
-4	A3Ana	0,55	5,00	-0,73	-0,73	-1,17	-0,60	-1,61	-1,98
-3	A3Ana	0,56	-0,64	0,08	-1,54	-1,16	-1,88	-0,05	2,57
-2	A3Ana	-0,47	8,09	-1,53	-1,53	-1,16	-0,64	-1,66	-2,91
-1	A3Ana	2,23	0,00	0,72	-1,25	-0,94	0,25	-1,36	-0,33
1	A3Ana	0,98	0,00	-0,27	-1,25	-0,94	-0,70	-0,45	0,66
2	A3Ana	-0,39	8,09	-0,73	-0,73	-1,16	0,94	-1,66	-4,86
3	A3Ana	-1,46	-0,64	-0,73	-0,73	-0,12	-2,34	-0,92	4,25
4	A3Ana	0,64	5,00	-0,73	0,07	-1,17	0,51	-1,61	-3,23
5	A3Ana	-1,47	0,65	0,07	-1,54	0,92	-0,73	-1,61	1,99
	Xsum	-1,70	13,10	-2,39	-4,18	-2,47	-2,32	-6,25	-1,19
	Ysum	1,86	13,10	-1,39	-6,59	-4,55	-2,24	-4,74	-2,33
	X	-0,76	5,86	-1,07	-1,87	-1,10	-1,04	-2,80	-0,53
	Y	0,83	5,86	-0,62	-2,95	-2,03	-1,00	-2,12	-1,04
	Cuadrante	II	I	III	III	III	III	III	III
	Radio	1,13	8,29*	1,24	3,49*	2,32*	1,44	3,51*	1,17
	Ángulo	47,57	45,00	30,18	57,61	61,50	43,99	37,18	62,95
	Ángulo corregido	132,43	45,00	210,18	237,61	241,50	223,99	217,18	242,95

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 24. Zsum, categoría focal *Exp*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Exp	0,71	0,07	0,76	-0,73	-0,55	-0,13	-0,76	0,09
-4	A3Exp	-1,21	-0,73	3,75	0,76	1,39	0,65	0,68	-1,73
-3	A3Exp	0,72	-0,73	2,26	-0,73	-0,55	-0,91	-0,76	0,68
-2	A3Exp	-0,24	-0,73	5,26	-0,73	-0,55	-0,90	0,60	-0,51
-1	A3Exp	0,24	-0,27	0,00	-0,57	2,06	2,27	-0,62	-1,24
1	A3Exp	-0,97	0,72	0,00	-0,57	-0,43	-0,48	-0,62	0,68
2	A3Exp	-0,21	-1,53	5,26	-0,73	-0,55	2,11	0,60	-2,31
3	A3Exp	-1,19	0,08	2,26	-0,73	-0,55	-1,69	-0,79	1,91
4	A3Exp	-0,21	-0,73	3,75	-0,73	-0,55	1,33	-0,76	-1,11
5	A3Exp	-1,19	0,07	0,76	-0,73	-0,55	-0,94	-0,76	1,91
	Xsum	-3,77	-1,39	12,03	-3,49	-2,63	0,33	-2,33	1,08
	Ysum	0,22	-2,39	12,03	-2,00	1,80	0,98	-0,86	-2,71
	X	-1,69	-0,62	5,38	-1,56	-1,18	0,15	-1,04	0,48
	Y	0,10	-1,07	5,38	-0,89	0,80	0,44	-0,38	-1,21
	Cuadrante	II	III	I	III	II	I	III	IV
	Radio	1,69	1,24	7,61*	1,80	1,43	0,46	1,11	1,30
	Ángulo	3,34	59,82	45,00	29,82	34,39	71,39	20,26	68,27
	Ángulo corregido	176,66	239,82	45,00	209,82	145,61	71,39	200,26	291,73

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 25. Zsum, categoría focal *Pla*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Pla	-1,21	-1,54	-0,73	2,25	-0,55	1,41	-0,76	0,69
-4	A3Pla	-1,21	0,07	-0,73	0,76	-0,55	-0,89	2,11	0,67
-3	A3Pla	-0,25	-0,73	-0,73	2,26	-0,55	0,62	-0,76	0,08
-2	A3Pla	0,72	-0,73	-0,73	2,27	-0,55	-0,14	0,60	-0,51
-1	A3Pla	-0,97	-1,25	-0,57	0,00	-0,43	2,27	-0,62	0,20
1	A3Pla	0,24	-1,25	-0,57	0,00	2,06	-1,39	-0,62	1,16
2	A3Pla	1,75	-1,53	-0,73	2,27	-0,55	2,11	-0,79	-1,71
3	A3Pla	-0,21	-1,54	-0,73	2,26	1,39	-0,17	0,60	0,11
4	A3Pla	-1,19	-0,73	0,76	0,76	1,39	-0,18	-0,76	0,70
5	A3Pla	-0,22	-1,54	-0,73	2,25	-0,55	0,57	0,67	0,11
	Xsum	0,37	-6,59	-2,00	7,54	3,74	0,94	-0,90	0,37
	Ysum	-2,92	-4,18	-3,49	7,54	-2,63	3,27	0,57	1,13
	X	0,17	-2,95	-0,89	3,37	1,67	0,42	-0,40	0,17
	Y	-1,31	-1,87	-1,56	3,37	-1,18	1,46	0,25	0,51
	Cuadrante	IV	III	III	I	IV	I	II	I
	Radio	1,32	3,49*	1,80	4,77*	2,04*	1,52	0,48	0,53
	Ángulo	82,78	32,39	60,18	45,00	35,12	73,96	32,35	71,87
	Ángulo corregido	277,22	212,39	240,18	45,00	324,88	73,96	147,65	71,87

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 26. Zsum, categoría focal *Imp*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Imp	-0,92	0,92	-0,55	-0,55	-0,42	0,73	-0,58	0,13
-4	A3Imp	-0,92	-1,17	-0,55	1,39	4,61	-0,26	-0,57	0,12
-3	A3Imp	-0,92	-0,12	-0,55	1,39	4,62	-0,27	-0,57	-0,65
-2	A3Imp	-0,91	-1,16	-0,55	-0,55	7,15	-1,26	-0,60	0,91
-1	A3Imp	-0,73	-0,94	-0,43	2,06	0,00	2,54	-0,47	-0,86
1	A3Imp	-0,73	-0,94	2,06	-0,43	0,00	-1,05	-0,47	1,01
2	A3Imp	-0,90	-1,16	-0,55	-0,55	7,15	0,69	1,21	-1,43
3	A3Imp	0,37	-1,16	-0,55	-0,55	4,62	-1,28	-0,60	0,93
4	A3Imp	-0,90	-1,17	1,39	-0,55	4,61	-0,30	1,29	-0,64
5	A3Imp	-0,90	-0,12	-0,55	-0,55	-0,42	-0,30	-0,58	1,71
	Xsum	-3,06	-4,55	1,80	-2,63	15,96	-2,24	0,85	1,58
	Ysum	-4,40	-2,47	-2,63	3,74	15,96	1,48	-2,79	-0,35
	X	-1,37	-2,03	0,80	-1,18	7,14	-1,00	0,38	0,71
	Y	-1,97	-1,10	-1,18	1,67	7,14	0,66	-1,25	-0,16
	Cuadrante	III	III	IV	II	I	II	IV	IV
	Radio	2,40*	2,32*	1,43	2,04*	10,09*	1,20	1,30	0,72
	Ángulo	55,18	28,50	55,61	54,88	45,00	33,45	73,06	12,49
	Ángulo corregido	235,18	208,50	304,39	125,12	45,00	146,55	286,94	347,51

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 27. Zsum, categoría focal *Ver*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Ver	1,56	-0,73	-0,94	0,57	-0,30	-1,91	-1,77	2,05
-4	A3Ver	-0,38	0,51	1,33	-0,18	-0,30	2,38	1,15	-2,85
-3	A3Ver	-0,37	-2,34	-1,69	-0,17	-1,28	0,37	-1,76	3,56
-2	A3Ver	-1,83	0,94	2,11	2,11	0,69	4,26	0,29	-4,94
-1	A3Ver	-1,21	-0,70	-0,48	-1,39	-1,05	0,00	-0,66	1,68
1	A3Ver	-0,64	0,25	2,27	2,27	2,54	0,00	-0,66	-1,32
2	A3Ver	-0,73	-0,64	-0,90	-0,14	-1,26	4,26	0,32	-1,78
3	A3Ver	0,26	-1,88	-0,91	0,62	-0,27	0,37	-1,10	1,62
4	A3Ver	0,81	-0,60	0,65	-0,89	-0,26	2,38	1,23	-2,28
5	A3Ver	-1,71	0,63	-0,13	1,41	0,73	-1,91	-0,25	1,46
	Xsum	-2,01	-2,24	0,98	3,27	1,48	5,10	-0,46	-2,30
	Ysum	-2,23	-2,32	0,33	0,94	-2,24	5,10	-2,75	-0,50
	X	-0,90	-1,00	0,44	1,46	0,66	2,28	-0,21	-1,03
	Y	-1,00	-1,04	0,15	0,42	-1,00	2,28	-1,23	-0,22
	Cuadrante	III	III	I	I	IV	I	III	III
	Radio	1,34	1,44	0,46	1,52	1,20	3,23*	1,25	1,05
	Ángulo	47,97	46,01	18,61	16,04	56,55	45,00	80,50	12,26
	Ángulo corregido	227,97	226,01	18,61	16,04	303,45	45,00	260,50	192,26

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 28. Zsum, categoría focal *Con*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Con	1,50	-1,61	-0,76	0,67	-0,58	-0,25	-0,79	1,00
-4	A3Con	0,59	-1,61	-0,76	-0,76	1,29	1,23	1,97	-0,74
-3	A3Con	2,27	-0,92	-0,79	0,60	-0,60	-1,10	-0,82	0,74
-2	A3Con	0,48	-1,66	0,60	-0,79	1,21	0,32	4,31	-1,48
-1	A3Con	3,41	-0,45	-0,62	-0,62	-0,47	-0,66	0,00	-0,40
1	A3Con	2,30	-1,36	-0,62	-0,62	-0,47	-0,66	0,00	0,49
2	A3Con	1,44	-1,66	0,60	0,60	-0,60	0,29	4,31	-2,04
3	A3Con	0,64	-0,05	-0,76	-0,76	-0,57	-1,76	-0,82	2,18
4	A3Con	1,57	-1,61	0,68	2,11	-0,57	1,15	1,97	-2,45
5	A3Con	0,63	-0,06	-0,76	-0,76	-0,58	-1,77	-0,79	2,19
	Xsum	6,58	-4,74	-0,86	0,57	-2,79	-2,75	4,67	0,37
	Ysum	8,25	-6,25	-2,33	-0,90	0,85	-0,46	4,67	-0,88
	X	2,94	-2,12	-0,38	0,25	-1,25	-1,23	2,09	0,17
	Y	3,69	-2,80	-1,04	-0,40	0,38	-0,21	2,09	-0,39
	Cuadrante	I	III	III	IV	II	III	I	IV
	Radio	4,72*	3,51*	1,11	0,48	1,30	1,25	2,95*	0,43
	Ángulo	51,42	52,82	69,74	57,65	16,94	9,50	45,00	67,20
	Ángulo corregido	51,42	232,82	249,74	302,35	163,06	189,50	45,00	292,80

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 29. Zsum, categoría focal *Obs*, A3

Lag	Focal	Objetivo							
		A3Lec	A3Ana	A3Exp	A3Pla	A3Imp	A3Ver	A3Con	A3Obs
-5	A3Obs	-0,95	1,99	1,91	0,11	1,71	1,46	2,19	-4,31
-4	A3Obs	0,58	-3,23	-1,11	0,70	-0,64	-2,28	-2,45	5,22
-3	A3Obs	-0,57	4,25	1,91	0,11	0,93	1,62	2,18	-6,10
-2	A3Obs	-0,59	-4,86	-2,31	-1,71	-1,43	-1,78	-2,04	8,32
-1	A3Obs	-1,05	0,66	0,68	1,16	1,01	-1,32	0,49	0,00
1	A3Obs	-0,44	-0,33	-1,24	0,20	-0,86	1,67	-0,40	0,00
2	A3Obs	-2,40	-2,91	-0,51	-0,51	0,91	-4,94	-1,48	8,32
3	A3Obs	1,51	2,57	0,68	0,08	-0,65	3,56	0,74	-6,10
4	A3Obs	-1,26	-1,98	-1,73	0,67	0,12	-2,85	-0,74	5,22
5	A3Obs	2,69	0,32	0,09	0,69	0,13	2,05	1,00	-4,31
	Xsum	0,10	-2,33	-2,71	1,13	-0,35	-0,51	-0,88	3,13
	Ysum	-2,58	-1,19	1,08	0,37	1,58	-2,30	0,37	3,13
	X	0,04	-1,04	-1,21	0,51	-0,16	-0,23	-0,39	1,40
	Y	-1,15	-0,53	0,48	0,17	0,71	-1,03	0,17	1,40
	Cuadrante	IV	III	II	I	II	III	II	I
	Radio	1,15	1,17	1,30	0,53	0,72	1,05	0,43	1,98*
	Ángulo	87,78	27,05	21,73	18,13	77,51	77,50	22,80	45,00
	Ángulo corregido	272,22	207,05	158,27	18,13	102,49	257,50	157,20	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 30. Zsum, categoría focal *Lec*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Lec	1,20	-0,05	-1,22	0,66	-0,88	0,51	-0,77	-0,04
-4	A4Lec	1,92	-0,68	-1,22	0,66	-0,88	-1,40	2,94	-0,42
-3	A4Lec	-0,93	-1,30	-0,28	-0,77	-0,88	1,00	2,20	-0,05
-2	A4Lec	4,08	-1,30	-1,21	0,67	-0,87	-0,94	2,96	-1,59
-1	A4Lec	0,00	-1,25	2,13	-0,49	-0,56	2,41	4,83	-2,05
1	A4Lec	0,00	1,65	3,59	4,01	1,43	-0,48	1,33	-2,04
2	A4Lec	4,08	-0,10	1,52	-0,78	-0,89	-0,59	-0,10	-1,73
3	A4Lec	-0,93	-1,35	-0,32	-0,78	1,60	0,34	0,63	0,58
4	A4Lec	1,92	-0,11	0,59	0,62	-0,89	-0,60	0,70	-0,97
5	A4Lec	1,20	-0,74	-1,24	-0,79	1,60	-1,54	1,44	0,58
	Xsum	6,27	-0,65	4,14	2,28	2,85	-2,87	4,00	-3,58
	Ysum	6,27	-4,58	-1,80	0,73	-4,07	1,58	12,16	-4,15
	X	2,80	-0,29	1,85	1,02	1,27	-1,28	1,79	-1,60
	Y	2,80	-2,05	-0,80	0,33	-1,82	0,71	5,44	-1,86
	Cuadrante	I	III	IV	I	IV	II	I	III
	Radio	3,97*	2,07*	2,02*	1,07	2,22*	1,47	5,72*	2,45*
	Ángulo	45,00	81,92	23,50	17,75	55,00	28,83	71,79	49,22
	Ángulo corregido	45,00	261,92	336,50	17,75	305,00	151,17	71,79	229,22

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 31. Zsum, categoría focal *Ana*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Ana	-0,74	0,95	-0,65	-0,92	-1,05	-2,57	-0,50	3,00
-4	A4Ana	-0,11	5,30	-1,45	-0,92	0,05	0,34	1,38	-3,37
-3	A4Ana	-1,35	-0,13	-1,45	-0,92	-1,04	-2,55	-1,21	4,67
-2	A4Ana	-0,10	10,22	-1,45	-0,92	-1,04	0,32	-1,20	-4,72
-1	A4Ana	1,65	0,00	0,35	-0,58	-0,66	-0,98	-1,18	0,35
1	A4Ana	-1,25	0,00	-0,92	-0,58	-0,66	-1,63	-1,18	1,61
2	A4Ana	-1,30	10,22	-1,45	-0,92	-1,04	2,33	-1,20	-5,73
3	A4Ana	-1,30	-0,13	-1,45	-0,92	-1,04	-3,03	-1,86	5,38
4	A4Ana	-0,68	5,30	-1,45	0,32	-1,05	2,72	0,16	-4,38
5	A4Ana	-0,05	0,95	-1,46	-0,92	-1,05	-2,63	-1,16	3,37
	Xsum	-4,58	16,34	-6,73	-3,02	-4,84	-2,24	-5,24	0,25
	Ysum	-0,65	16,34	-4,65	-4,26	-3,74	-5,44	-2,71	-0,07
	X	-2,05	7,31	-3,01	-1,35	-2,16	-1,00	-2,34	0,11
	Y	-0,29	7,31	-2,08	-1,91	-1,67	-2,43	-1,21	-0,03
	Cuadrante	III	I	III	III	III	III	III	IV
	Radio	2,07*	10,33*	3,66*	2,34*	2,74*	2,63*	2,64*	0,12
	Ángulo	8,08	45,00	34,64	54,67	37,69	67,62	27,35	15,64
	Ángulo corregido	188,08	45,00	214,64	234,67	217,69	247,62	207,35	344,36

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 32. Zsum, categoría focal *Exp*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Exp	-1,24	-1,46	0,28	1,26	-0,66	-1,53	-0,17	2,65
-4	A4Exp	0,59	-1,45	7,46	-0,58	0,97	0,32	-0,21	-2,83
-3	A4Exp	-0,32	-1,45	0,28	-0,58	-0,66	-1,52	0,76	2,15
-2	A4Exp	1,52	-1,45	9,88	-0,58	-0,66	-0,92	0,76	-3,33
-1	A4Exp	3,59	-0,92	0,00	-0,36	-0,41	-1,40	-0,74	0,19
1	A4Exp	2,13	0,35	0,00	-0,36	-0,41	-0,47	-0,74	-0,18
2	A4Exp	-1,21	-1,45	9,88	-0,58	-0,66	0,89	-1,17	-2,33
3	A4Exp	-0,28	-1,45	0,28	-0,58	-0,66	-0,95	-1,17	2,67
4	A4Exp	-1,22	-1,45	7,46	-0,58	-0,66	1,49	-1,15	-1,83
5	A4Exp	-1,22	-0,65	0,28	-0,58	-0,66	-0,96	-1,15	2,67
	Xsum	-1,80	-4,65	17,90	-2,68	-3,05	0,01	-5,38	1,00
	Ysum	4,14	-6,73	17,90	-0,84	-1,42	-5,05	0,40	-1,17
	X	-0,80	-2,08	8,01	-1,20	-1,36	0,01	-2,41	0,45
	Y	1,85	-3,01	8,01	-0,38	-0,64	-2,26	0,18	-0,52
	Cuadrante	II	III	I	III	III	IV	II	IV
	Radio	2,02*	3,66*	11,32*	1,26	1,50	2,26*	2,41*	0,69
	Ángulo	66,50	55,36	45,00	17,40	24,97	90,20	4,25	49,48
	Ángulo corregido	113,50	235,36	45,00	197,40	204,97	270,00	175,75	310,52

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 33. Zsum, categoría focal *Pla*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Pla	-0,79	-0,92	-0,58	-0,37	-0,42	-0,41	0,78	1,41
-4	A4Pla	0,62	0,32	-0,58	2,46	-0,42	-1,35	3,70	-1,65
-3	A4Pla	-0,78	-0,92	-0,58	2,46	-0,42	-0,40	0,74	0,64
-2	A4Pla	-0,78	-0,92	-0,58	5,30	-0,42	-0,42	0,74	-0,12
-1	A4Pla	4,01	-0,58	-0,36	0,00	-0,26	0,58	-0,46	-0,87
1	A4Pla	-0,49	-0,58	-0,36	0,00	-0,26	-0,89	-0,46	0,87
2	A4Pla	0,67	-0,92	-0,58	5,30	-0,42	2,39	-0,74	-2,42
3	A4Pla	-0,77	-0,92	-0,58	2,46	-0,42	-1,37	0,74	1,42
4	A4Pla	0,66	-0,92	-0,58	2,46	-0,42	2,37	-0,73	-1,65
5	A4Pla	0,66	-0,92	1,26	-0,37	-0,42	-1,38	0,78	0,65
	Xsum	0,73	-4,26	-0,84	9,85	-1,94	1,12	-0,41	-1,13
	Ysum	2,28	-3,02	-2,68	9,85	-1,94	-2,00	5,50	-0,59
	X	0,33	-1,91	-0,38	4,41	-0,87	0,50	-0,18	-0,51
	Y	1,02	-1,35	-1,20	4,41	-0,87	-0,89	2,46	-0,26
	Cuadrante	I	III	III	I	III	IV	II	III
	Radio	1,07	2,34*	1,26	6,23*	1,23	1,03	2,47*	0,57
	Ángulo	72,25	35,33	72,60	45,00	45,00	60,75	85,74	27,57
	Ángulo corregido	72,25	215,33	252,60	45,00	225,00	299,25	94,26	207,57

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 34. Zsum, categoría focal *Imp*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Imp	1,60	-1,05	-0,66	-0,42	1,73	-0,70	-0,83	0,63
-4	A4Imp	-0,89	-1,05	-0,66	-0,42	3,95	1,81	-0,84	-0,72
-3	A4Imp	1,60	-1,04	-0,66	-0,42	1,74	-1,54	-0,84	1,31
-2	A4Imp	-0,89	-1,04	-0,66	-0,42	6,17	1,79	0,47	-2,08
-1	A4Imp	1,43	-0,66	-0,41	-0,26	0,00	-1,00	-0,53	0,47
1	A4Imp	-0,56	-0,66	-0,41	-0,26	0,00	0,28	-0,53	0,47
2	A4Imp	-0,87	-1,04	-0,66	-0,42	6,17	-0,73	4,41	-2,08
3	A4Imp	-0,88	-1,04	-0,66	-0,42	1,74	-1,56	-0,84	2,68
4	A4Imp	-0,88	0,05	0,97	-0,42	3,95	-1,56	4,50	-2,07
5	A4Imp	-0,88	-1,05	-0,66	-0,42	1,73	-1,57	-0,83	2,68
	Xsum	-4,07	-3,74	-1,42	-1,94	13,59	-5,14	6,71	1,68
	Ysum	2,85	-4,84	-3,05	-1,94	13,59	0,36	-2,57	-0,39
	X	-1,82	-1,67	-0,64	-0,87	6,08	-2,30	3,00	0,75
	Y	1,27	-2,16	-1,36	-0,87	6,08	0,16	-1,15	-0,17
	Cuadrante	II	III	III	III	I	II	IV	IV
	Radio	2,22*	2,74*	1,50	1,23	8,60*	2,30*	3,21*	0,77
	Ángulo	35,00	52,31	65,03	45,00	45,00	4,01	20,96	13,07
	Ángulo corregido	145,00	232,31	245,03	225,00	45,00	175,99	339,04	346,93

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 35. Zsum, categoría focal *Ver*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Ver	-1,54	-2,63	-0,96	-1,38	-1,57	-3,51	-0,73	6,94
-4	A4Ver	-0,60	2,72	1,49	2,37	-1,56	6,24	-0,81	-6,77
-3	A4Ver	0,34	-3,03	-0,95	-1,37	-1,56	-4,43	-2,28	7,69
-2	A4Ver	-0,59	2,33	0,89	2,39	-0,73	8,05	-0,31	-8,30
-1	A4Ver	-0,48	-1,63	-0,47	-0,89	0,28	0,00	-1,05	1,03
1	A4Ver	2,41	-0,98	-1,40	0,58	-1,00	0,00	0,47	-0,10
2	A4Ver	-0,94	0,32	-0,92	-0,42	1,79	8,05	1,21	-6,94
3	A4Ver	1,00	-2,55	-1,52	-0,40	-1,54	-4,43	-1,24	6,51
4	A4Ver	-1,40	0,34	0,32	-1,35	1,81	6,24	1,36	-5,58
5	A4Ver	0,51	-2,57	-1,53	-0,41	-0,70	-3,51	-0,16	5,24
	Xsum	1,58	-5,44	-5,05	-2,00	0,36	6,35	1,64	-0,87
	Ysum	-2,87	-2,24	0,00	1,12	-5,14	6,35	-5,18	0,59
	X	0,71	-2,43	-2,26	-0,89	0,16	2,84	0,73	-0,39
	Y	-1,28	-1,00	0,00	0,50	-2,30	2,84	-2,32	0,26
	Cuadrante	IV	III	III	II	IV	I	IV	II
	Radio	1,47	2,63*	2,26*	1,03	2,30*	4,02*	2,43*	0,47
	Ángulo	61,17	22,38	0,00	29,25	85,99	45,00	72,43	34,14
	Ángulo corregido	298,83	202,38	180,00	150,75	274,01	45,00	287,57	145,86

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 36. Zsum, categoría focal *Con*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Con	1,44	-1,16	-1,15	0,78	-0,83	-0,16	-0,64	0,92
-4	A4Con	0,70	0,16	-1,15	-0,73	4,50	1,36	0,11	-2,34
-3	A4Con	0,63	-1,86	-1,17	0,74	-0,84	-1,24	-0,72	2,72
-2	A4Con	-0,10	-1,20	-1,17	-0,74	4,41	1,21	3,94	-2,88
-1	A4Con	1,33	-1,18	-0,74	-0,46	-0,53	0,47	0,00	0,10
1	A4Con	4,83	-1,18	-0,74	-0,46	-0,53	-1,05	0,00	-0,20
2	A4Con	2,96	-1,20	0,76	0,74	0,47	-0,31	3,94	-3,28
3	A4Con	2,20	-1,21	0,76	0,74	-0,84	-2,28	-0,72	1,55
4	A4Con	2,94	1,38	-0,21	3,70	-0,84	-0,81	0,11	-2,48
5	A4Con	-0,77	-0,50	-0,17	0,78	-0,83	-0,73	-0,64	1,76
	Xsum	12,16	-2,71	0,40	5,50	-2,57	-5,18	2,69	-2,65
	Ysum	4,00	-5,24	-5,38	-0,41	6,71	1,64	2,69	-1,48
	X	5,44	-1,21	0,18	2,46	-1,15	-2,32	1,20	-1,19
	Y	1,79	-2,34	-2,41	-0,18	3,00	0,73	1,20	-0,66
	Cuadrante	I	III	IV	IV	II	II	I	III
	Radio	5,72*	2,64*	2,41*	2,47*	3,21*	2,43*	1,70	1,36
	Ángulo	18,21	62,65	85,75	4,26	69,04	17,57	45,00	29,18
	Ángulo corregido	18,21	242,65	274,25	355,74	110,96	162,43	45,00	209,18

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 37. Zsum, categoría focal *Obs*, A4

Lag	Focal	Objetivo							
		A4Lec	A4Ana	A4Exp	A4Pla	A4Imp	A4Ver	A4Con	A4Obs
-5	A4Obs	0,58	3,37	2,67	0,65	2,68	5,24	1,76	-9,67
-4	A4Obs	-0,97	-4,38	-1,83	-1,65	-2,07	-5,58	-2,48	10,89
-3	A4Obs	0,58	5,38	2,67	1,42	2,68	6,51	1,55	-12,03
-2	A4Obs	-1,73	-5,73	-2,33	-2,42	-2,08	-6,94	-3,28	14,07
-1	A4Obs	-2,04	1,61	-0,18	0,87	0,47	-0,11	-0,20	0,00
1	A4Obs	-2,05	0,35	0,19	-0,87	0,47	1,03	0,10	0,00
2	A4Obs	-1,59	-4,72	-3,33	-0,12	-2,08	-8,30	-2,88	14,07
3	A4Obs	-0,05	4,67	2,15	0,64	1,31	7,69	2,72	-12,03
4	A4Obs	-0,42	-3,37	-2,83	-1,65	-0,72	-6,77	-2,34	10,89
5	A4Obs	-0,04	3,00	2,65	1,41	0,63	6,94	0,92	-9,67
	Xsum	-4,15	-0,07	-1,17	-0,59	-0,39	0,59	-1,48	3,26
	Ysum	-3,58	0,25	1,00	-1,13	1,68	-0,88	-2,65	3,26
	X	-1,86	-0,03	-0,52	-0,26	-0,17	0,26	-0,66	1,46
	Y	-1,60	0,11	0,45	-0,51	0,75	-0,39	-1,19	1,46
	Cuadrante	III	II	II	III	II	IV	III	I
	Radio	2,45*	0,12	0,69	0,57	0,77	0,47	1,36	2,06*
	Ángulo	40,78	74,36	40,52	62,43	76,93	56,16	60,82	45,00
	Ángulo corregido	220,78	105,64	139,48	242,43	103,07	303,84	240,82	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 38. Zsum, categoría focal *Lec*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Lec	1,25	-1,08	-1,71	0,27	-1,26	-0,84	-0,25	1,80
-4	Lec	1,73	0,15	-1,04	-0,55	-1,26	-0,49	3,16	-1,23
-3	Lec	-1,11	-1,88	-1,03	-0,55	-0,36	0,87	2,02	0,97
-2	Lec	5,55	-1,06	-1,03	1,93	-1,25	-1,21	3,10	-2,86
-1	Lec	0,00	0,40	0,60	0,14	-0,91	0,98	4,72	-1,87
1	Lec	0,00	3,12	2,44	1,27	0,32	-1,28	3,17	-2,27
2	Lec	5,55	-0,34	0,92	0,23	-1,27	-1,71	0,17	-1,70
3	Lec	-1,11	-0,35	0,25	-0,58	0,49	-0,04	1,85	-0,04
4	Lec	1,73	0,44	-0,42	-0,59	-1,28	-0,73	0,84	-0,33
5	Lec	1,25	-1,17	-0,42	-1,40	0,48	-0,07	1,98	-0,31
	Xsum	7,42	1,70	2,77	-1,07	-1,26	-3,83	8,01	-4,65
	Ysum	7,42	-3,47	-4,21	1,24	-5,04	-0,69	12,75	-3,19
	X	3,32	0,76	1,24	-0,48	-0,56	-1,71	3,58	-2,08
	Y	3,32	-1,55	-1,88	0,55	-2,25	-0,31	5,70	-1,43
	Cuadrante	I	IV	IV	II	III	III	I	III
	Radio	4,69*	1,73	2,25*	0,73	2,32*	1,74	6,73*	2,52*
	Ángulo	45,00	63,90	56,66	49,21	75,96	10,21	57,86	34,45
	Ángulo corregido	45,00	296,10	303,34	130,79	255,96	190,21	57,86	214,45

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 39. Zsum, categoría focal *Ana*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ana	-1,17	1,27	-0,43	-1,71	-0,81	-1,42	-0,52	2,20
-4	Ana	0,44	7,44	-1,56	-1,01	-0,81	-0,24	-0,09	-3,84
-3	Ana	-0,35	-0,42	-0,99	-1,70	-1,56	-3,17	-1,05	4,97
-2	Ana	-0,34	12,97	-2,12	-1,70	-1,56	-0,29	-2,06	-5,44
-1	Ana	3,12	0,00	0,80	-1,23	-1,13	-0,35	-1,85	-0,12
1	Ana	0,40	0,00	-0,76	-1,23	-1,13	-1,51	-1,20	1,47
2	Ana	-1,06	12,97	-1,55	-1,00	-1,56	2,23	-2,06	-7,53
3	Ana	-1,88	-0,42	-1,55	-1,01	-0,80	-3,83	-2,06	6,66
4	Ana	0,15	7,44	-1,56	0,37	-1,56	2,20	-1,01	-5,43
5	Ana	-1,08	1,27	-1,00	-1,71	-0,06	-2,41	-2,00	3,65
	Xsum	-3,47	21,26	-6,42	-4,58	-5,11	-3,32	-8,33	-1,18
	Ysum	1,70	21,26	-4,30	-7,35	-5,87	-5,47	-5,57	-2,23
	X	-1,55	9,51	-2,87	-2,05	-2,29	-1,48	-3,73	-0,53
	Y	0,76	9,51	-1,92	-3,29	-2,63	-2,45	-2,49	-1,00
	Cuadrante	II	I	III	III	III	III	III	III
	Radio	1,73	13,45*	3,46*	3,87*	3,48*	2,86*	4,48*	1,13
	Ángulo	26,10	45,00	33,81	58,07	48,96	58,74	33,77	62,11
	Ángulo corregido	153,90	45,00	213,81	238,07	228,96	238,74	213,77	242,11

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 40. Zsum, categoría focal *Exp*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Exp	-0,42	-1,00	0,69	0,20	-0,86	-1,26	-0,56	2,10
-4	Exp	-0,42	-1,56	8,17	0,21	1,63	0,67	0,22	-3,26
-3	Exp	0,25	-1,55	1,64	-0,94	-0,86	-1,74	0,22	2,10
-2	Exp	0,92	-1,55	11,01	-0,94	-0,86	-1,27	0,99	-2,87
-1	Exp	2,44	-0,76	0,00	-0,66	1,16	0,54	-1,00	-0,55
1	Exp	0,60	0,80	0,00	-0,66	-0,61	-0,75	-1,00	0,34
2	Exp	-1,03	-2,12	11,01	-0,94	-0,86	2,02	-0,60	-3,25
3	Exp	-1,03	-0,99	1,64	-0,94	-0,86	-1,79	-1,40	3,29
4	Exp	-1,04	-1,56	8,17	-0,94	-0,86	2,00	-1,37	-2,10
5	Exp	-1,71	-0,43	0,69	-0,94	-0,86	-1,33	-1,37	3,29
	Xsum	-4,21	-4,30	21,51	-4,42	-4,05	0,15	-5,74	1,57
	Ysum	2,77	-6,42	21,51	-2,13	0,21	-3,06	-0,13	-2,48
	X	-1,88	-1,92	9,62	-1,98	-1,81	0,07	-2,57	0,70
	Y	1,24	-2,87	9,62	-0,95	0,09	-1,37	-0,06	-1,11
	Cuadrante	II	III	I	III	II	IV	III	IV
	Radio	2,25*	3,46*	13,60*	2,19*	1,81	1,37	2,57*	1,31
	Ángulo	33,34	56,19	45,00	25,73	2,97	87,19	1,30	57,66
	Ángulo corregido	146,66	236,19	45,00	205,73	177,03	272,81	181,30	302,34

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 41. Zsum, categoría focal *Plan*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Pla	-1,40	-1,71	-0,94	2,05	-0,69	0,77	-0,11	1,32
-4	Pla	-0,59	0,37	-0,94	2,05	-0,69	-1,58	3,81	-0,56
-3	Pla	-0,58	-1,01	-0,94	3,47	-0,69	0,18	-0,13	0,37
-2	Pla	0,23	-1,00	-0,94	4,88	-0,69	-0,42	0,83	-0,55
-1	Pla	1,27	-1,23	-0,66	0,00	-0,48	2,33	-0,80	-0,57
1	Pla	0,14	-1,23	-0,66	0,00	1,69	-1,63	-0,80	1,26
2	Pla	1,93	-1,70	-0,94	4,88	-0,69	3,06	-1,12	-2,90
3	Pla	-0,55	-1,70	-0,94	3,47	0,84	-1,04	0,82	0,87
4	Pla	-0,55	-1,01	0,21	2,05	0,84	1,29	-1,10	-0,55
5	Pla	0,27	-1,71	0,20	2,05	-0,69	-0,47	0,89	0,41
	Xsum	1,24	-7,35	-2,13	12,45	1,99	1,21	-1,31	-0,91
	Ysum	-1,07	-4,58	-4,42	12,45	-3,24	1,28	3,60	0,01
	X	0,55	-3,29	-0,95	5,57	0,89	0,54	-0,59	-0,41
	Y	-0,48	-2,05	-1,98	5,57	-1,45	0,57	1,61	0,00
	Cuadrante	IV	III	III	I	IV	I	II	II
	Radio	0,73	3,87*	2,19*	7,87*	1,70	0,79	1,71	0,41
	Ángulo	40,79	31,93	64,27	45,00	58,44	46,61	70,00	0,63
	Ángulo corregido	319,21	211,93	244,27	45,00	301,56	46,61	110,00	179,37

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 42. Zsum, categoría focal *Imp*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Imp	0,48	-0,06	-0,86	-0,69	1,02	-0,07	-1,01	0,56
-4	Imp	-1,28	-1,56	-0,86	0,84	6,01	1,22	-1,02	-0,46
-3	Imp	0,49	-0,80	-0,86	0,84	4,35	-1,35	-1,02	0,56
-2	Imp	-1,27	-1,56	-0,86	-0,69	9,36	0,56	0,03	-0,96
-1	Imp	0,32	-1,13	-0,61	1,69	0,00	1,10	-0,73	-0,16
1	Imp	-0,91	-1,13	1,16	-0,48	0,00	-0,63	-0,73	1,04
2	Imp	-1,25	-1,56	-0,86	-0,69	9,36	-0,11	4,27	-2,50
3	Imp	-0,36	-1,56	-0,86	-0,69	4,35	-2,02	-1,03	2,63
4	Imp	-1,26	-0,81	1,63	-0,69	6,01	-1,39	4,41	-1,98
5	Imp	-1,26	-0,81	-0,86	-0,69	1,02	-1,39	-1,01	3,14
	Xsum	-5,04	-5,87	0,21	-3,24	20,74	-5,54	5,91	2,33
	Ysum	-1,26	-5,11	-4,05	1,99	20,74	1,46	-3,75	-0,46
	X	-2,25	-2,63	0,09	-1,45	9,28	-2,48	2,64	1,04
	Y	-0,56	-2,29	-1,81	0,89	9,28	0,65	-1,68	-0,21
	Cuadrante	III	III	IV	II	I	II	IV	IV
	Radio	2,32*	3,48*	1,81	1,70	13,12*	2,56*	3,13*	1,06
	Ángulo	14,04	41,04	87,03	31,56	45,00	14,76	32,40	11,17
	Ángulo corregido	194,04	221,04	272,97	148,44	45,00	165,24	327,60	348,83

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 43. Zsum, categoría focal *Ver*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ver	-0,07	-2,41	-1,33	-0,47	-1,39	-3,91	-1,57	6,67
-4	Ver	-0,73	2,20	2,00	1,29	-1,39	6,37	0,01	-6,98
-3	Ver	-0,04	-3,83	-1,79	-1,04	-2,02	-3,18	-2,84	8,21
-2	Ver	-1,71	2,23	2,02	3,06	-0,11	8,96	-0,05	-9,49
-1	Ver	-1,28	-1,51	-0,75	-1,63	-0,63	0,00	-1,37	1,92
1	Ver	0,98	-0,35	0,54	2,33	1,10	0,00	-0,27	-0,84
2	Ver	-1,21	-0,29	-1,27	-0,42	0,56	8,96	1,22	-6,43
3	Ver	0,87	-3,17	-1,74	0,18	-1,35	-3,18	-1,62	6,06
4	Ver	-0,49	-0,24	0,67	-1,58	1,22	6,37	1,86	-5,70
5	Ver	-0,84	-1,42	-1,26	0,77	-0,07	-3,91	-0,24	5,00
	Xsum	-0,69	-5,47	-3,06	1,28	1,46	8,24	0,95	-1,91
	Ysum	-3,83	-3,32	0,15	1,21	-5,54	8,24	-5,82	0,33
	X	-0,31	-2,45	-1,37	0,57	0,65	3,69	0,42	-0,85
	Y	-1,71	-1,48	0,07	0,54	-2,48	3,69	-2,60	0,15
	Cuadrante	III	III	II	I	IV	I	IV	II
	Radio	1,74	2,86*	1,37	0,79	2,56*	5,21*	2,64*	0,87
	Ángulo	79,79	31,26	2,81	43,39	75,24	45,00	80,73	9,80
	Ángulo corregido	259,79	211,26	177,19	43,39	284,76	45,00	279,27	170,20

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 44. Zsum, categoría focal *Con*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Con	1,98	-2,00	-1,37	0,89	-1,01	-0,24	-0,90	1,39
-4	Con	0,84	-1,01	-1,37	-1,10	4,41	1,86	1,17	-2,28
-3	Con	1,85	-2,06	-1,40	0,82	-1,03	-1,62	-0,98	2,70
-2	Con	0,17	-2,06	-0,60	-1,12	4,27	1,22	5,75	-3,14
-1	Con	3,17	-1,20	-1,00	-0,80	-0,73	-0,27	0,00	0,05
1	Con	4,72	-1,85	-1,00	-0,80	-0,73	-1,37	0,00	0,31
2	Con	3,10	-2,06	0,99	0,83	0,03	-0,05	5,75	-3,79
3	Con	2,02	-1,05	0,22	-0,13	-1,02	-2,84	-0,98	2,59
4	Con	3,16	-0,09	0,22	3,81	-1,02	0,01	1,17	-3,36
5	Con	-0,25	-0,52	-0,56	-0,11	-1,01	-1,57	-0,90	2,77
	Xsum	12,75	-5,57	-0,13	3,60	-3,75	-5,82	5,04	-1,48
	Ysum	8,01	-8,33	-5,74	-1,31	5,91	0,95	5,04	-1,28
	X	5,70	-2,49	-0,06	1,61	-1,68	-2,60	2,25	-0,66
	Y	3,58	-3,73	-2,57	-0,59	2,64	0,42	2,25	-0,57
	Cuadrante	I	III	III	IV	II	II	I	III
	Radio	6,73*	4,48*	2,57*	1,71	3,13*	2,64*	3,19*	0,88
	Ángulo	32,14	56,23	88,70	20,00	57,60	9,27	45,00	40,86
	Ángulo corregido	32,14	236,23	268,70	340,00	122,40	170,73	45,00	220,86

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIII- 45. Zsum, categoría focal *Obs*, pareja 2.

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Obs	-0,31	3,65	3,29	0,41	3,14	5,00	2,77	-10,06
-4	Obs	-0,33	-5,43	-2,10	-0,55	-1,98	-5,70	-3,36	11,69
-3	Obs	-0,04	6,66	3,29	0,87	2,63	6,06	2,59	-13,01
-2	Obs	-1,70	-7,53	-3,25	-2,90	-2,50	-6,43	-3,79	16,12
-1	Obs	-2,27	1,47	0,34	1,25	1,03	-0,84	0,31	0,00
1	Obs	-1,87	-0,12	-0,56	-0,57	-0,16	1,92	0,05	0,00
2	Obs	-2,86	-5,44	-2,87	-0,55	-0,96	-9,49	-3,14	16,12
3	Obs	0,97	4,97	2,10	0,37	0,56	8,21	2,70	-13,01
4	Obs	-1,23	-3,84	-3,26	-0,56	-0,46	-6,98	-2,28	11,69
5	Obs	1,80	2,20	2,10	1,32	0,56	6,67	1,39	-10,06
	Xsum	-3,19	-2,23	-2,49	0,01	-0,46	0,33	-1,28	4,74
	Ysum	-4,65	-1,18	1,57	-0,92	2,32	-1,91	-1,48	4,74
	X	-1,43	-1,00	-1,11	0,00	-0,21	0,15	-0,57	2,12
	Y	-2,08	-0,53	0,70	-0,41	1,04	-0,85	-0,66	2,12
	Cuadrante	III	III	II	IV	II	IV	III	I
	Radio	2,52*	1,13	1,32	0,41	1,06	0,87	0,88	3,00*
	Ángulo	55,55	27,89	32,23	89,38	78,79	80,20	49,14	45,00
	Ángulo corregido	235,55	207,89	147,77	270,62	101,21	279,80	229,14	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIII- 46. Estadísticas básicas, arrastre, A3 y A4, pareja 2

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A3	A4	P1	A3	A4	P1	A3	A4	P1	A3	A4	P1
Err	3	5	8	40	55	95	0,02	0,03	0,03	13,33	11	11,87
Gui	21	0	21	163	0	163	0,10	0	0,05	7,76	0	7,76
NoArr	23	6	29	1428	1576	3004	0,88	0,97	0,92	62,08	262,67	103,59
Total	47	11	58	1631	1631		1	1	1			

Tabla Anexo XIII- 47. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A3

	A3Rat		A3NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A3Err	3	40	0	0	3	40
A3Gui	21	163	0	0	21	163
A3NoArr	21	108	14	1320	35	1428
Total	45	311	14	1320	59	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 48. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A4

	A4Rat		A4NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A4Err	5	55	0	0	5	55
A4Gui	0	0	0	0	0	0
A4NoArr	22	98	27	1478	49	1576
Total	27	153	27	1478	54	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 49. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 2

	P2Rat		P2NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	8	95	0	0	8	95
Gui	21	163	0	0	21	163
NoArr	43	206	41	2798	84	3004
Total	72	464	41	2798	113	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 50. Coocurrencias, arrastre Vs. página, A3

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Err	0	0	0	0	2	14	0	0	0	0	1	26	0	0	3	40
A3Gui	0	0	0	0	7	25	0	0	4	15	10	123	0	0	21	163
A3NoArr	1	115	1	269	9	264	1	26	6	281	12	411	2	62	32	1428
Total	1	115	1	269	18	303	1	26	10	296	23	560	2	62	56	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 51. Coocurrencias, arrastre Vs. página, A4

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Err	0	0	0	0	0	0	0	0	3	28	2	27	0	0	5	55
A4Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A4NoArr	1	115	1	269	1	303	1	26	5	268	4	533	2	62	49	1576
Total	1	115	1	269	1	303	1	26	8	296	6	560	2	62	54	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 52. Coocurrencias, arrastre Vs. página, pareja 2.

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	2	14	0	0	3	28	3	53	0	0	8	95
Gui	0	0	0	0	7	25	0	0	4	15	10	123	0	0	21	163
NoArr	2	230	2	538	10	567	2	52	11	549	16	944	4	124	47	3004
Total	2	230	2	538	19	606	2	52	18	592	29	1120	4	124	76	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Se realiza sobre la pareja ya que las páginas son iguales para ambos sujetos.

Tabla Anexo XIII- 53. Estadísticas básicas, ratón, A3 y A4, pareja 2

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A3	A4	P1	A3	A4	P1	A3	A4	P1	A3	A4	P1
Rat	13	26	39	311	153	464	0,19	0,09	0,14	23,92	5,88	11,89
NoRat	14	27	41	1320	1478	2798	0,81	0,91	0,86	94,28	54,71	68,24
Total	27	53	80	1631	1631	3262	1	1	1			

Tabla Anexo XIII- 54. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A3

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Rat	0	0	0	0	4	80	0	0	2	40	7	191	0	0	13	311
A3NoRat	1	115	1	269	5	223	1	26	4	256	9	369	2	62	23	1320
Total	1	115	1	269	9	303	1	26	6	296	16	560	2	62	36	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 55. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A4

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Rat	1	5	6	11	2	5	3	3	9	47	4	35	5	47	30	153
A4NoRat	1	110	5	258	2	298	2	23	9	249	6	525	4	15	29	1478
Total	2	115	11	269	4	303	5	26	18	296	10	560	9	62	59	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 56. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 2

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	1	5	6	11	6	85	3	3	11	87	11	226	5	47	43	464
NoRat	2	225	6	527	7	521	3	49	13	505	15	894	6	77	52	2798
Total	3	230	12	538	13	606	6	52	24	592	26	1120	11	124	95	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 57. Estadísticas básicas, páginas, A3, A4, Pareja 2

Cat	frecuencia	duración	probabilidad	Duración Media
Pag1	1	115	0,07	115
Pag2	1	269	0,16	269
Pag3	1	303	0,19	303
Pag4	1	26	0,02	26
Pag5	2	296	0,18	148
Pag6	2	560	0,34	280
NoPag	2	62	0,04	31
Total	10	1631	1	

Tabla Anexo XIII- 58. Estadísticas básicas, interactividad, A3, A4, pareja 2

Cat	freq			dura			prob		
	A3	A4	P1	A3	A4	P1	A3	A4	P1
Int1	2	1	3	24	4	28	0,01	0,01	0,01
Int2	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
Int3	2	3	5	4	5	9	0,00	0,00	0,00
Int4	1	1	2	1	3	4	0,00	0,00	0,00
Int5	0	1	1	0	2	2	0,00	0,00	0,00
NoInt	6	7	13	1602	1617	3219	0,99	0,99	0,99
Total	11	13	24	1631	1631		1	1	1
Total seg.	1631	1631							

Tabla Anexo XIII- 59. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A3

	A3Lec		A3Ana		A3Exp		A3Pla		A3Imp		A3Ver		A3Co n		A3Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
	A3Int1	0	0	1	15	1	3	0	0	0	0	2	2	0	0	1	4	5
A3Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3Int3	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2	4
A3Int4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
A3Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3NoInt	31	263	46	365	11	134	12	94	7	101	52	156	14	32	120	457	293	1602
Total	31	263	48	383	13	138	12	94	7	101	55	159	14	32	121	461	301	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 60. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A4

	A4Lec		A4Ana		A4Exp		A4Pla		A4Imp		A4Ver		A4Con		A4Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Int1	0	0	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4
A4Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A4Int3	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	3	5
A4Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	1	3
A4Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2
A4NoInt	30	158	40	164	16	91	7	22	9	52	76	192	27	56	172	882	377	1617
Total	30	158	40	164	18	98	7	22	9	52	80	199	27	56	172	882	383	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 61. Coocurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, pareja 2

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	1	15	2	7	0	0	0	0	2	2	0	0	2	4	7	28
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	1	3	1	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	5	9
Int4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	2	4
Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2
NoInt	61	421	86	529	27	225	19	116	16	153	128	348	41	88	292	1339	670	3219
Total	61	421	88	547	31	236	19	116	16	153	135	358	41	88	294	1343	685	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 62. Coocurrencias, interactividad Vs. Arrastre, A3

	A3Err		A3Gui		A3NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Int1	1	1	2	7	4	16	7	24
A3Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
A3Int3	0	0	1	3	1	1	2	4
A3Int4	0	0	0	0	1	1	1	1
A3Int5	0	0	0	0	0	0	0	0
A3NoInt	1	39	18	153	26	1410	45	1602
Total	2	40	21	163	32	1428	55	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 63. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A4

	A4Err		A4Gui		A4NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Int1	1	4	0	0	0	0	1	4
A4Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
A4Int3	0	0	0	0	3	5	3	5
A4Int4	0	0	0	0	1	3	1	3
A4Int5	0	0	0	0	1	2	1	2
A4NoInt	5	51	0	0	11	1566	16	1617
Total	6	55	0	0	16	1576	22	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 64. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 2

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	2	5	2	7	4	16	8	28
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	1	3	4	6	5	9
Int4	0	0	0	0	2	4	2	4
Int5	0	0	0	0	1	2	1	2
NoInt	8	90	13	153	29	2976	50	3219
Total	10	95	16	163	40	3004	66	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 65. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A3

	A3Rat		A3NoRat			Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	T
A3Int1	2	21	1	3	3		24
A3Int2	0	0	0	0	0		0
A3Int3	1	3	1	1	2		4
A3Int4	0	0	1	1	1		1
A3Int5	0	0	0	0	0		0
A3NoInt	14	287	16	1315	30		1602
Total	17		19	1320	36		1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 66. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A4

	A4Rat		A4NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A4Int1	1	4	0	0	1	4
A4Int2	0	0	0	0	0	0
A4Int3	0	0	3	5	3	5
A4Int4	0	0	1	3	1	3
A4Int5	0	0	1	2	1	2
A4NoInt	26	149	32	1468	58	1617
Total	27	153	37	1478	64	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 67. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 2

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	3	25	1	3	4	28
Int2	0	0	0	0	0	0
Int3	1	3	4	6	5	9
Int4	0	0	2	4	2	4
Int5	0	0	1	2	1	2
NoInt	40	436	48	2783	88	3219
Total	44	464	56	2798	100	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 68. Coocurrencias, interactividad Vs. página, A3

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A3Int1	0	0	0	0	1	20	0	0	0	0	1	4	0	0	2	24
A3Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3Int3	0	0	0	0	1	3	0	0	1	1	0	0	0	0	2	4
A3Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
A3Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3NoInt	1	115	1	269	3	280	1	26	4	294	3	556	2	62	15	1602
Total	1	115	1	269	5	303	1	26	6	296	4	560	2	62	20	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 69. Coocurrencias, interactividad Vs. página, A4









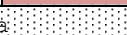
	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A4Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	0	0	0	0	1	4
A4Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A4Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	3	0	0	3	5
A4Int4	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3
A4Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2
A4NoInt	1	115	1	269	2	300	1	26	6	288	3	557	2	62	16	1617
Total	1	115	1	269	3	303	1	26	10	296	4	560	2	62	22	1631

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIII- 70. Coocurrencias, interactividad Vs. página, pareja 2

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	1	20	0	0	1	4	1	4	0	0	3	28
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	0	0	1	3	0	0	3	3	1	3	0	0	5	9
Int4	0	0	0	0	1	3	0	0	1	1	0	0	0	0	2	4
Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2
NoInt	2	230	2	538	5	580	2	52	10	582	6	1113	4	124	31	3219
Total	2	230	2	538	8	606	2	52	16	592	8	1120	4	124	42	3262

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Leyenda	
Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
No Página	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30
A3Lec	L+++++			L+++++			L++++		L+++++	
A4Lec	L+++++			L+++++					L++++	
A3Ana							A+++++		A++++	
A4Ana							A+++++			
A3Exp										
A4Exp										
A3Pla										
A4Pla										
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver									V+	
A4Ver									V+++	
A3Con				C						
A4Con				C+++						
A3Obs	O++	O+++++		O	O+++++		O+	O++		O
A4Obs	O++	O++	O++			O++	O+++++			
A3Rat										
A4Rat										

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10
A3Lec	L+++++			L+++++					L+++++	
A4Lec	L								L+ L+	
A3Ana	+++	A+++++			A++		A+++			
A4Ana	A			A A+		A+++ A++ A		A++++		
A3Exp										
A4Exp										
A3Pla										
A4Pla										
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver				V+ V		V		V++ V		
A4Ver	V+	V++		V+++		V		V		V++
A3Con										
A4Con	C+ C							C++		
A3Obs	O+++++			O++ O		O+++		O+++++		O O++
A4Obs	O++ O	O+++ O++++	O+++++	O+++++	O+ O	O+++++	O	O O+	O++ O	O O+
A3Rat										
A4Rat	R+++++								R	

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
A3Lec	+++++			L+ L+++++		L+++++		L+++++		
A4Lec				L++		L++++		L++		L+++
A3Ana	A+++++		A++++		A+		A+++++		A+	
A4Ana	A++		A+++++		A+					
A3Exp										
A4Exp										
A3Pla										
A4Pla										
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver				V		V		V		V+++
A4Ver	+	V		V+	V	V++++		V	V+++	
A3Con										
A4Con				C			C+++		C	
A3Obs	O++++		O		O++++		O++		O+++	
A4Obs	O++++	O+++++	O+	O+	O+	O+	O+++++	O++	O+++++	O+ O
A3Rat										
A4Rat				R+++			R			

	5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50	6:00	6:10	6:20	6:30
A3Lec										
A4Lec									L++	L++++
A3Ana	+++++	A+	A++	A++	A+	A++++	A+++++	A+++++		
A4Ana	A+++++	A++	A	A++	A+++	A+++++				
A3Exp										E++
A4Exp										E++
A3Pla										
A4Pla										
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver		V+		V	V					
A4Ver								V		
A3Con									C	
A4Con								C	C	C+++
A3Obs		O++	O	O++	O+	O+++	O++	O		O+++
A4Obs	+++	O++	O++	O++	O	O++++	O+++++	O++++	O+++++	O
A3Rat										R+++++
A4Rat								R+	R+	

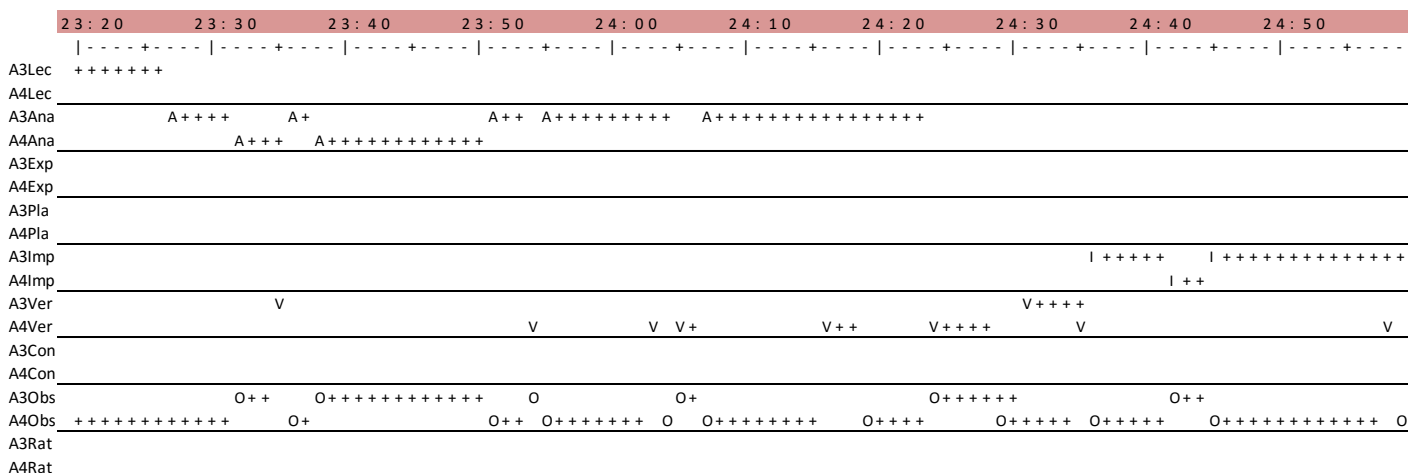
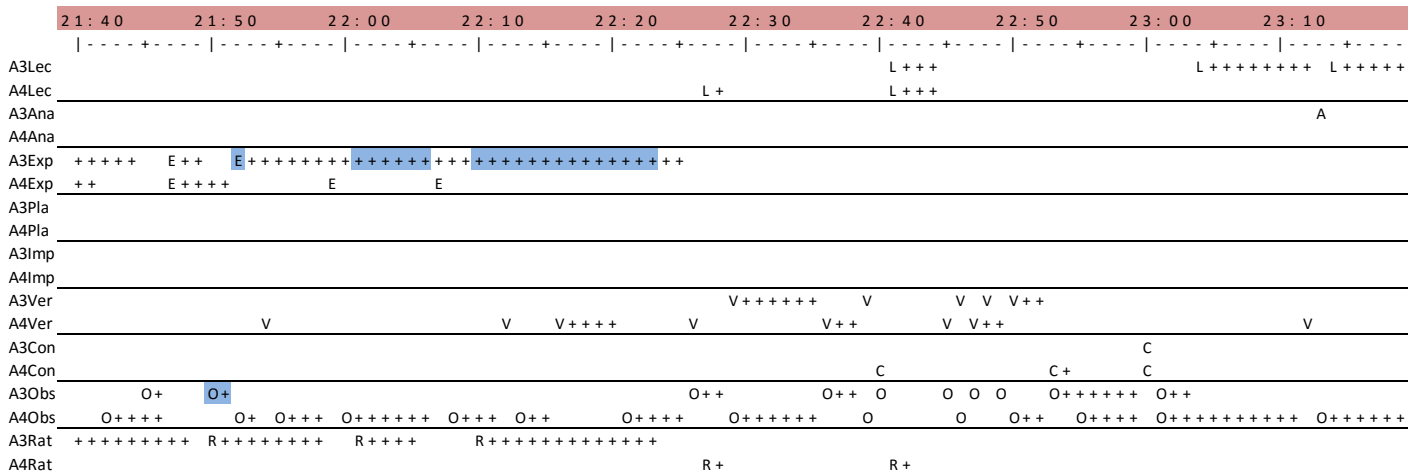
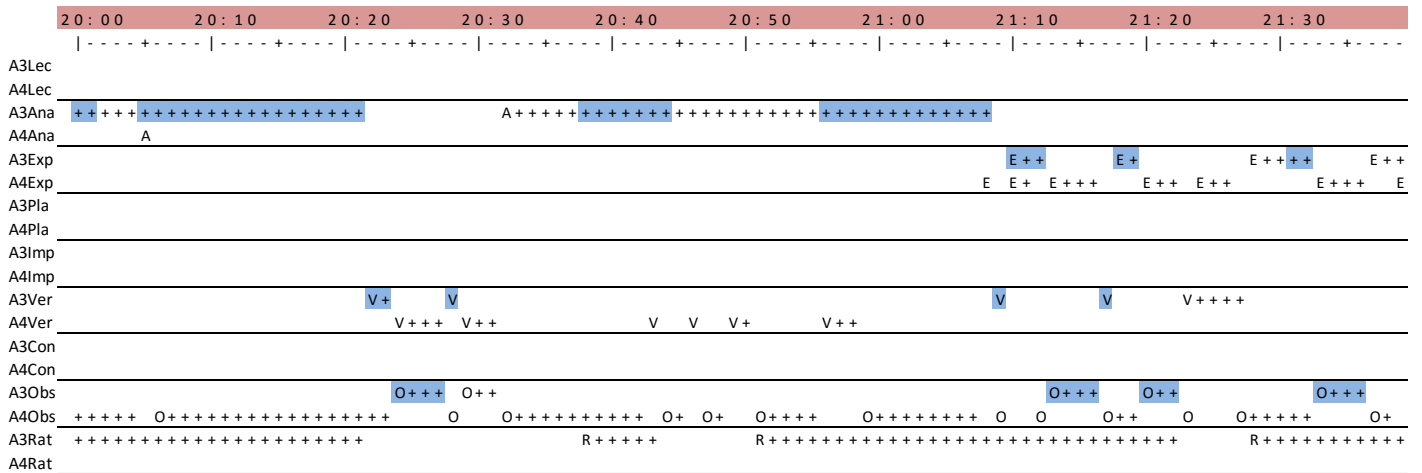
	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10
A3Lec										
A4Lec								L+		L+
A3Ana			A+++++	333	A+++++	A++	A+++++			
A4Ana										
A3Exp	+++++	E								
A4Exp	+++									
A3Pla									P+++++	P+
A4Pla										P+
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver								V++		
A4Ver	V+		V+	V+++	V+	V	V	V	V+	
A3Con		C							C+	C++++
A4Con									C++++	C
A3Obs		O+	O+++++		O++++	O+	O	O+	O+++++	O+
A4Obs	O+	O+++++	O+++++	O+++++	O+++++	O++	O+++++	O++	O+++++	O++
A3Rat	+++++					R++	R+++++			
A4Rat										

	8:20	8:30	8:40	8:50	9:00	9:10	9:20	9:30	9:40	9:50			
A3Lec													
A4Lec								L++	L+++++				
A3Ana			11111111111111						A++++	A	A+++++	A	A+
A4Ana									A+	A+	A+++	A++++	
A3Exp													
A4Exp													
A3Pla	+	P+++	P+++				P+++++						
A4Pla	P++++		P+++										
A3Imp													
A4Imp													
A3Ver	V	V	1		V		V	V++	V+				
A4Ver			V++		44+		V+		V+++				
A3Con													
A4Con													
A3Obs	O++++	O+	O	O11 11	O+	O+	O++	O		O+	O+	O+	O++++
A4Obs	+	O++++	O++	O+++++	O+++++	O+++++	O	O++		O++++	O	O++++	O
A3Rat			R+++++										
A4Rat								R+					

	10:00	10:10	10:20	10:30	10:40	10:50	11:00	11:10	11:20	11:30
A3Lec										L++++
A4Lec										L++++
A3Ana	+++	A+++++	A+++++	A+		A+++++	A+++++	A+++++		
A4Ana	A		A+++++	A+	A+++++		A+			
A3Exp										
A4Exp										
A3Pla										P++++
A4Pla										P++++
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver			V	V	V					
A4Ver	V+++++					V				
A3Con										
A4Con								C	C++	
A3Obs	O+++++		O+ O+		O+++++	O+	O+	O	O+++	O+
A4Obs	++	O+++++	O+++++	O		O+++++	O+++++	O+++++	O+++++	O+
A3Rat										
A4Rat									R+++	

	11:40	11:50	12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50	13:00	13:10
A3Lec			L++		L		L++			
A4Lec		L+++++		L++		L++				
A3Ana									A	
A4Ana										
A3Exp			4							
A4Exp			E+++++	E+++1111		E+++++				
A3Pla	+++++									P+++++
A4Pla										
A3Imp										
A4Imp										
A3Ver			3			V+++	V V+	V+++++	+++++	+++++
A4Ver	V++					V	V++++	V		3
A3Con										
A4Con	C+++++									
A3Obs		O+++	O++ O+++	O+++++	O+++++	O++ O	O+++++			
A4Obs	+++					O	O O+	O++++	O++++	O+++++
A3Rat									R+++++	R+++++
A4Rat	R	R	R+	R+++++		R+++++				

	13:20	13:30	13:40	13:50	14:00	14:10	14:20	14:30	14:40	14:50
A3Lec		L++++		L++	L+		L+++++			L
A4Lec		L++++		L++	L++++	L++++	L+++++		L	
A3Ana										
A4Ana										
A3Exp										
A4Exp										
A3Pla	+++	P	P+++++	P+++						
A4Pla		P+		P+						
A3Imp									I++	I+++++
A4Imp										V
A3Ver			V V							
A4Ver	3	V	55+		V+					
A3Con					C+			C+	C++++	
A4Con	C					C+				
A3Obs	O++	O+	O O	O+	O+++++	O+++		O+++++	O+++	O+++++
A4Obs	+++	O	O+++++	O+++++	O+	O+	O	O++	O+++++	O++++
A3Rat	+++	R								
A4Rat				R	R++++			R+++++	R+	



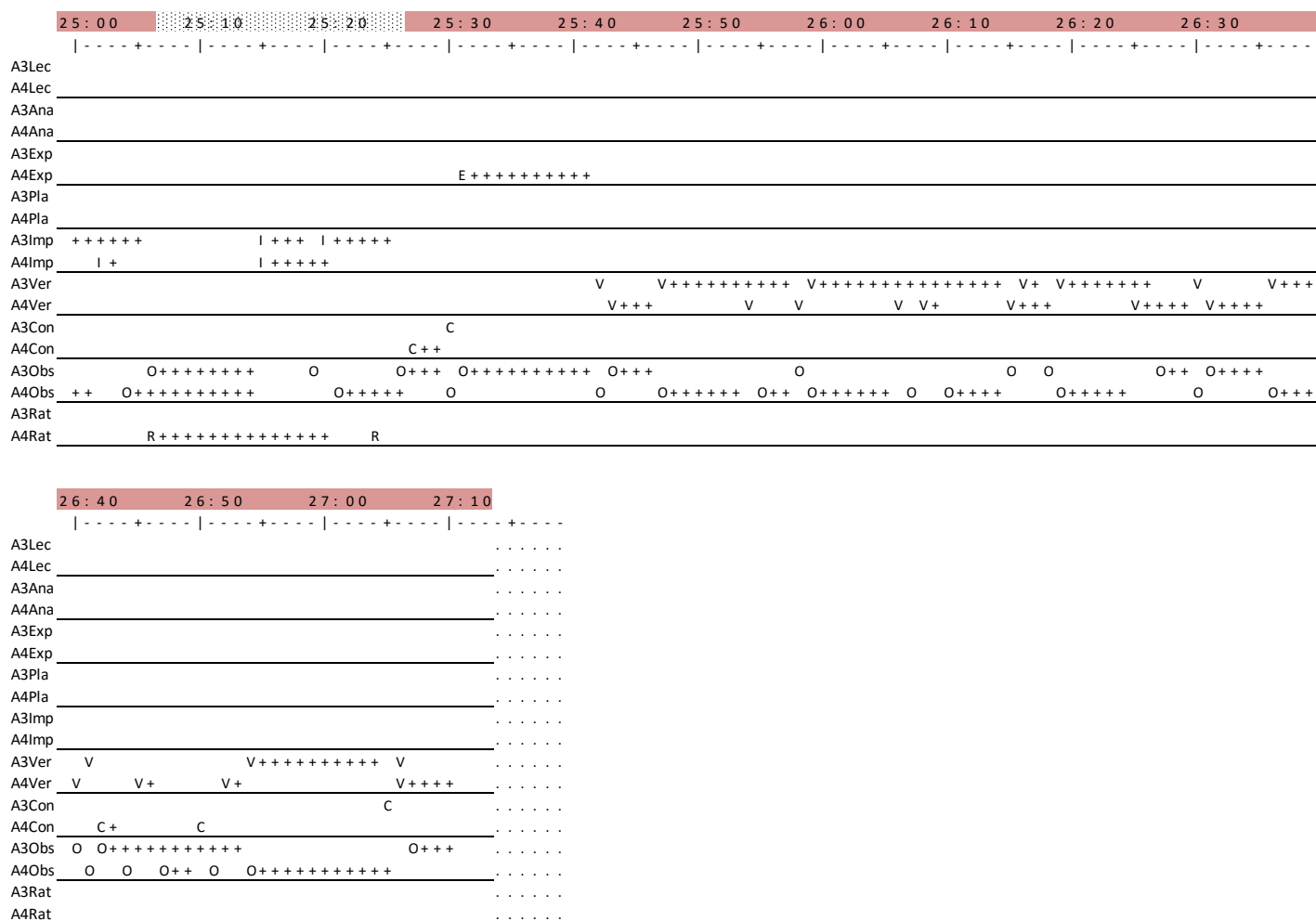

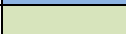
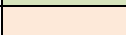






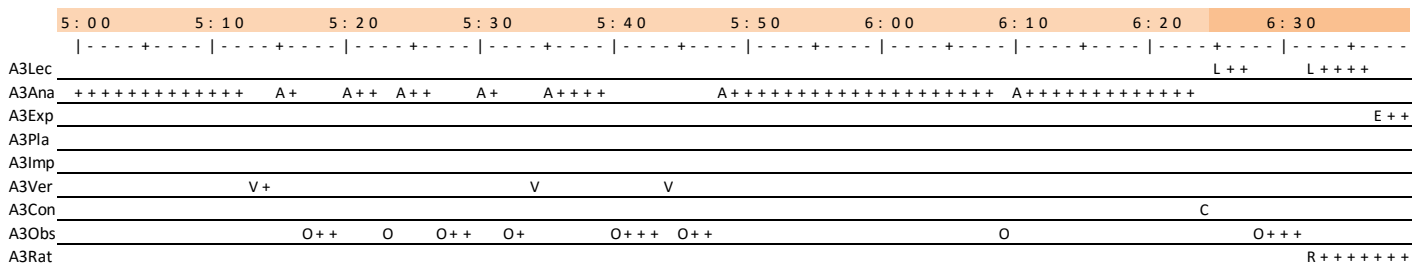
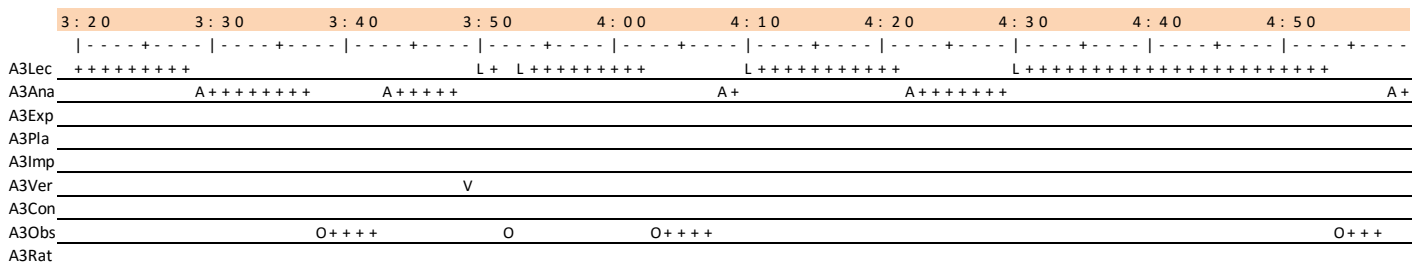
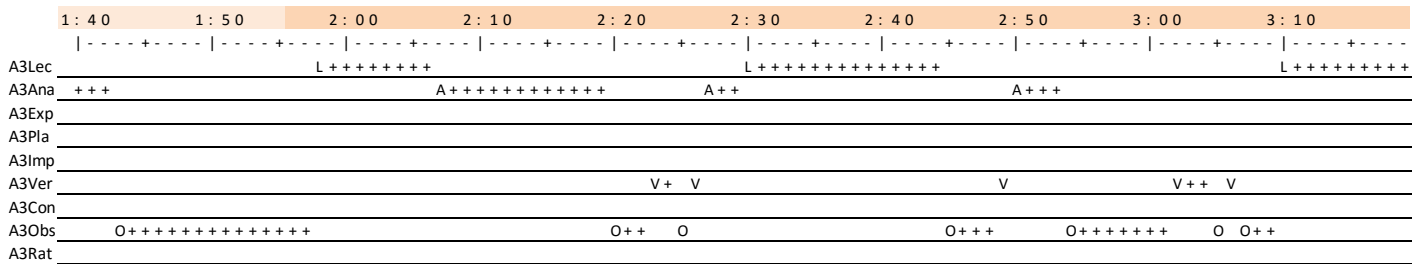
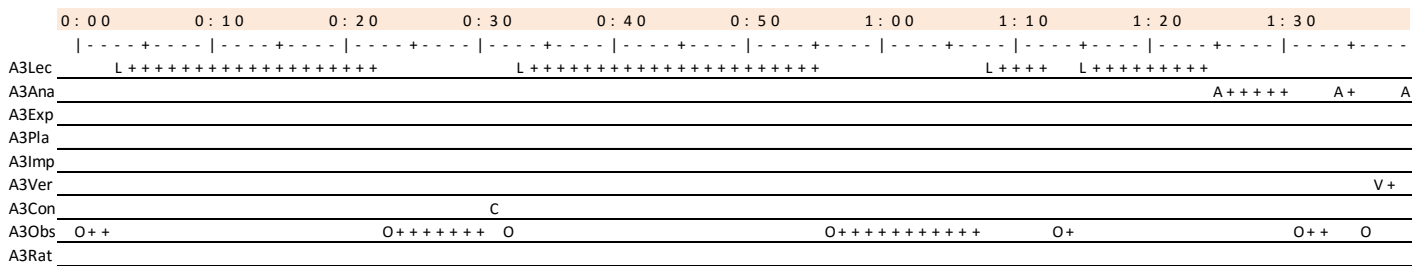


Figura Anexo XIII- 1. Gráfico secuencial, pareja 2

Leyenda	
Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
No Página	
Interac.	Tipo



	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10			
A3Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----									L+			
A3Ana			A+++++++333			A+++++		A++		A+++++			
A3Exp	+++++		E										
A3Pla										P+++++			
A3Imp													
A3Ver										V++			
A3Con	C											C+ C++++	
A3Obs	O+ O+++++		O++++			O+		O		O+		O+++++	
A3Rat	+++++					R++		R+++++				+++++	

	8:20	8:30	8:40	8:50	9:00	9:10	9:20	9:30	9:40	9:50		
A3Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----									L+++++		
A3Ana			111111111111111						A++++		A A+++++	
A3Exp												
A3Pla	+		P+++ P+++		P+++++							
A3Imp												
A3Ver	V		V		1		V		V++ V+			
A3Con												
A3Obs	O++++ O+		O		O11 11		O+		O+ O++		O	
A3Rat	R+++++											

	10:00	10:10	10:20	10:30	10:40	10:50	11:00	11:10	11:20	11:30			
A3Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----									L++++			
A3Ana	+++		A+++++			A+++++		A+		A+++++			
A3Exp													
A3Pla											P++++		
A3Imp													
A3Ver	V		V		V								
A3Con													
A3Obs	O+++++		O+ O+		O+++++			O+		O+		O	
A3Rat													

	11:40	11:50	12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50	13:00	13:10			
A3Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----									L++			
A3Ana													
A3Exp			4										
A3Pla	+++++										P+++++		
A3Imp													
A3Ver			3		V+++		V V+		V+++++				
A3Con													
A3Obs	O+++		O++ O+++		O+++++			O++ O		O++++			
A3Rat	R+++++												

	13:20	13:30	13:40	13:50	14:00	14:10	14:20	14:30	14:40	14:50		
A3Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----									L		
A3Ana	L++++											
A3Exp												
A3Pla	+++		P		P+++++			P+++				
A3Imp												
A3Ver	V V										V	
A3Con					C+						C+ C++++	
A3Obs	O++		O+		O O		O+		O+++++		O+++	
A3Rat	+++		R									

	15:00	15:10	15:20	15:30	15:40	15:50	16:00	16:10	16:20	16:30
A3Lec	-----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+-----									
A3Ana	+++++++ L+++++									
A3Exp										
A3Pla	P+++++++ P+++++									
A3Imp	+++++++ +++++++									
A3Ver	V V+									
A3Con	C++++ C C++									
A3Obs	O+ O++ O+++++ O+ O++									
A3Rat										

	16:40	16:50	17:00	17:10	17:20	17:30	17:40	17:50	18:00	18:10
A3Lec	-----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+-----									
A3Ana	L+ A++++ A++++ A+									
A3Exp	E+++++++									
A3Pla										
A3Imp	+++++++ +++++++									
A3Ver	V									
A3Con										
A3Obs	O++++ O+++++ O+++++ O+									
A3Rat										

	18:20	18:30	18:40	18:50	19:00	19:10	19:20	19:30	19:40	19:50
A3Lec	-----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+-----									
A3Ana	L+++ + A++ A+++++ A+++++ 1 1 E++++									
A3Exp	E+++++ 1 1									
A3Pla										
A3Imp										
A3Ver	1									
A3Con										
A3Obs	O+ O+									
A3Rat	R+++++									

	20:00	20:10	20:20	20:30	20:40	20:50	21:00	21:10	21:20	21:30
A3Lec	-----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+-----									
A3Ana	+++++ A+++++ A+++++ A+++++ E++ E+ E+++ E++									
A3Exp										
A3Pla										
A3Imp										
A3Ver	V+ V V V+++									
A3Con										
A3Obs	O+++ O+ O+++ O+ O+++									
A3Rat	+++++ R++++ R++++ R++++									

	21:40	21:50	22:00	22:10	22:20	22:30	22:40	22:50	23:00	23:10
A3Lec	-----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+----- -----+-----									
A3Ana	L+++ L+++++ L+++++ A									
A3Exp	++++ E++ E+++++ ++++++ ++++++ ++++++									
A3Pla										
A3Imp										
A3Ver	V+++++ V V V V++									
A3Con	C									
A3Obs	O+ O+ O++ O++ O O O O O++++ O++									
A3Rat	+++++ R++++ R++++ R++++									

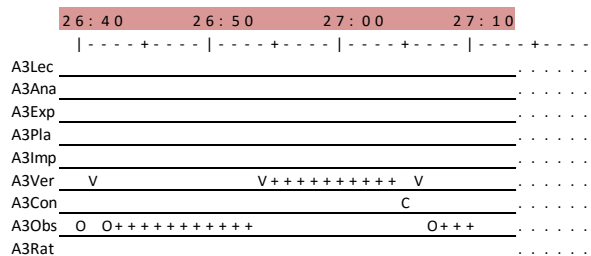
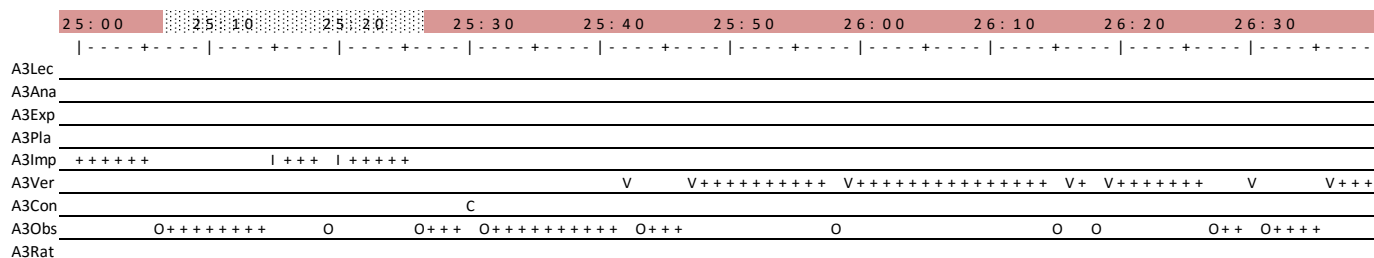
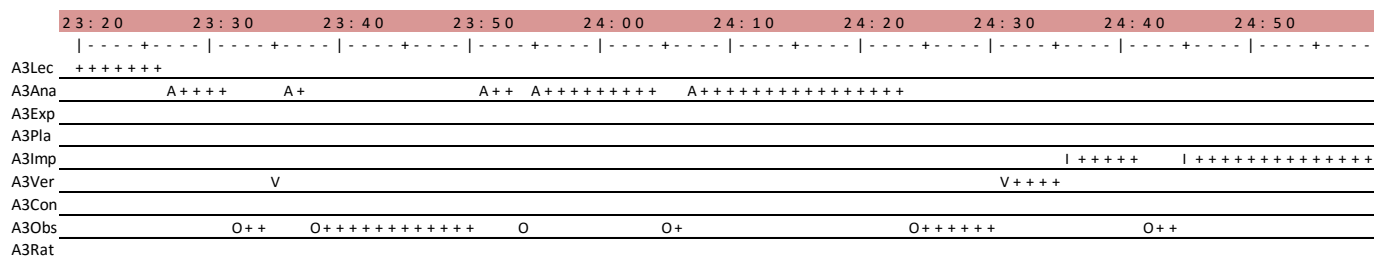


Figura Anexo XIII- 2. Gráfico secuencial, A3

Leyenda	
Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
No Página	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30
A4Lec	L+++++									
A4Ana						A+++++		A+++++		L+++
A4Exp										
A4Pla										
A4Imp										
A4Ver										
A4Con	C+++									
A4Obs	O++		O++	O++			O++		O+++++	
A4Rat										

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10				
A4Lec	L									L+ L+				
A4Ana				A	A A+		A+++ A++ A		A++++					
A4Exp														
A4Pla														
A4Imp														
A4Ver	V+				V++	V+++		V		V++				
A4Con	C+		C											
A4Obs	O++	O	O+++	O++++	O+++++	O+++++	O+	O	O+++++	O				
A4Rat	R++++									R				

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
A4Lec					L++		L+++		L++	L+++
A4Ana	A++		A+++++			A+				
A4Exp										
A4Pla										
A4Imp										
A4Ver	+			V	V+	V	V++++		V	V+++
A4Con	C									
A4Obs	O++++	O+++++			O+	O+	O+	O+++++	O++	O+++++
A4Rat	R+++					R				

	5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50	6:00	6:10	6:20	6:30
A4Lec										L++ L+++
A4Ana	A+++++		A++	A	A++	A+++	A+++++			
A4Exp										
A4Pla										
A4Imp										
A4Ver										
A4Con	V									
A4Obs	+++	O++	O++	O++	O	O++++	O+++++		O+++	O+++++
A4Rat	R+								R+	

	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10
A4Lec										L+
A4Ana										
A4Exp	+++									
A4Pla										
A4Imp										
A4Ver	V+			V+	V+++	V+	V	V	V	V+
A4Con	C++++									
A4Obs	O+	O+++++	O+++++	O+++++	O+	O+++++	O+	O+++++	O+	O+++++
A4Rat	R+									R+

	16:40	16:50	17:00	17:10	17:20	17:30	17:40	17:50	18:00	18:10	
A4Lec						L++++					
A4Ana									A	A	
A4Exp							E+++++				
A4Pla											
A4Imp	I+++	I+++++									
A4Ver											V+
A4Con	C				C			C			
A4Obs	+	O+++++	O++	O+++++				O+	O	O++++	
A4Rat	R+++++		R+++++		R+++++		R+++++				

	18:20	18:30	18:40	18:50	19:00	19:10	19:20	19:30	19:40	19:50	
A4Lec	L+++			L+++++							
A4Ana	A+	A+							A+++	A	A
A4Exp								333			
A4Pla											
A4Imp											
A4Ver						V+++		V++++		V V	
A4Con											
A4Obs	+	O++	O+++++				O+++++		O	O+	O O O
A4Rat	R+++										

	20:00	20:10	20:20	20:30	20:40	20:50	21:00	21:10	21:20	21:30	
A4Lec											
A4Ana	A										
A4Exp								E E+	E+++	E++	E++
A4Pla											
A4Imp											
A4Ver	V+++			V++		V V		V+		V++	
A4Con											
A4Obs	+++++	O+++++		O		O+++++		O+	O+	O++++	O
A4Rat											

	21:40	21:50	22:00	22:10	22:20	22:30	22:40	22:50	23:00	23:10	
A4Lec					L+		L+++				
A4Ana											
A4Exp	++	E++++		E	E						
A4Pla											
A4Imp											
A4Ver	V			V		V++++		V		V++	
A4Con					C			C+		C	
A4Obs	O++++	O+	O+++	O+++++	O+++	O++	O++++	O+++++	O	O++	O+++
A3Rat	+++++	R+++++		R++++		R+++++					
A4Rat						R+		R+			

	23:20	23:30	23:40	23:50	24:00	24:10	24:20	24:30	24:40	24:50		
A4Lec												
A4Ana	A+++		A+++++									
A4Exp												
A4Pla												
A4Imp												
A4Ver					V		V V+		V++		V++++	
A4Con												
A4Obs	+++++	O+		O++		O+++++		O	O+++++	O++++	O++++	
A4Rat												

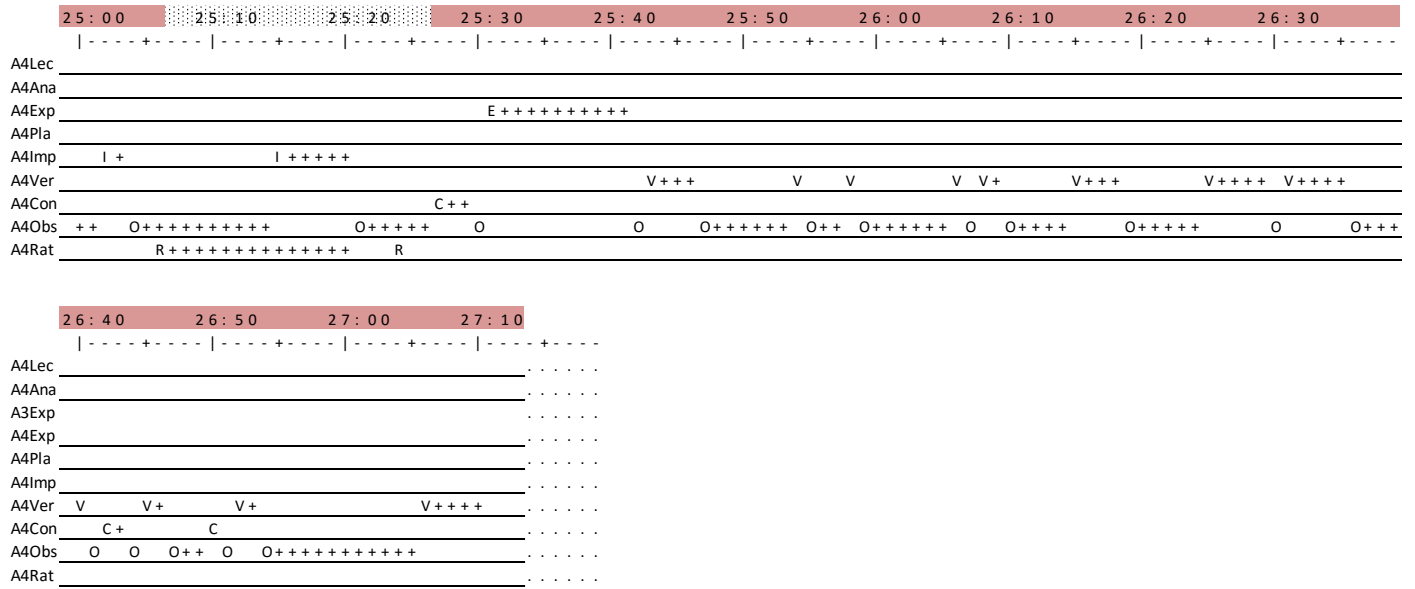


Figura Anexo XIII- 3. Gráfico secuencial, A4

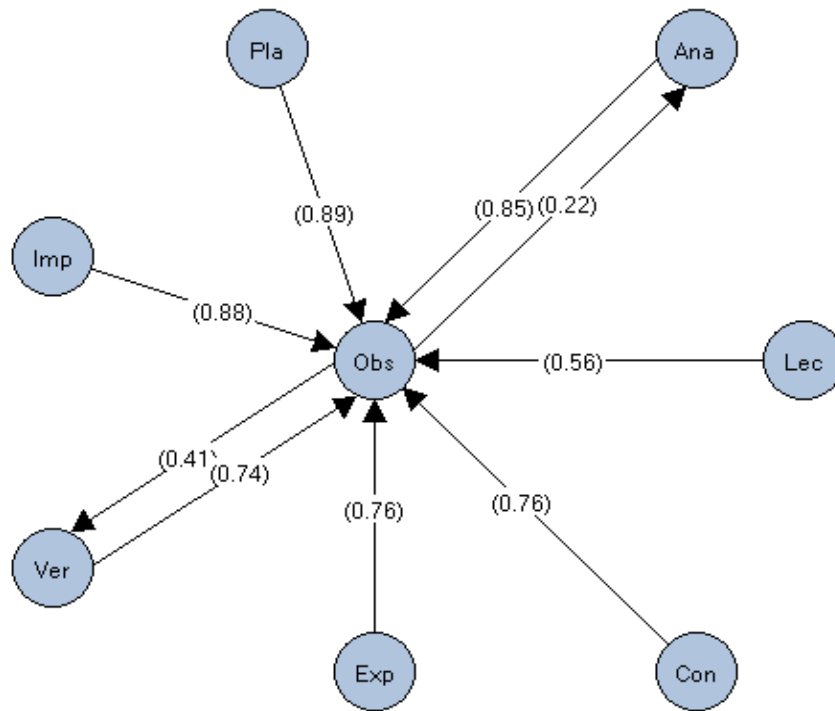


Figura Anexo XIII- 4. Grafo de transición, pareja 2

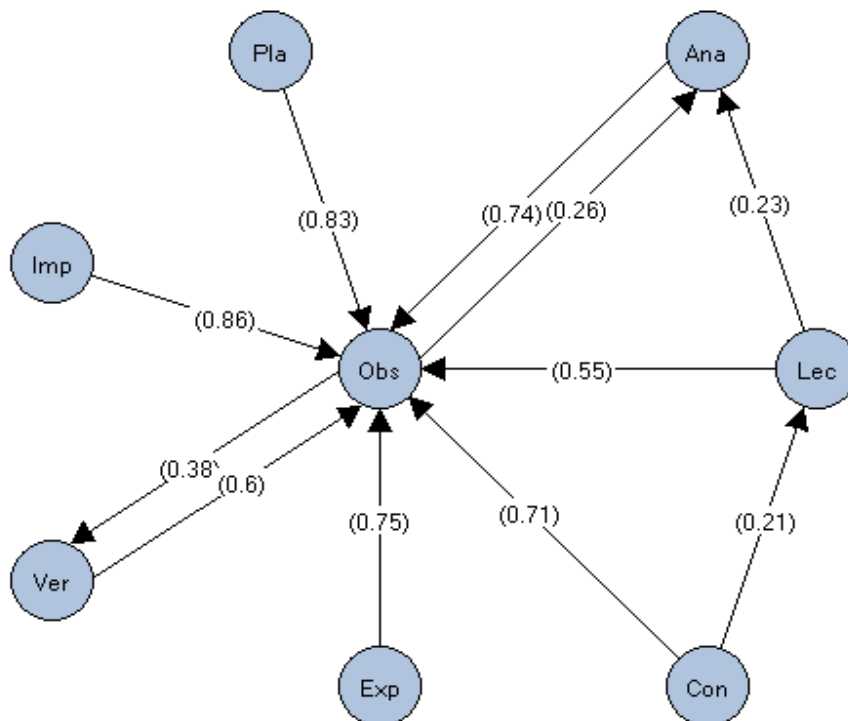


Figura Anexo XIII- 5. Grafo de transición, A3

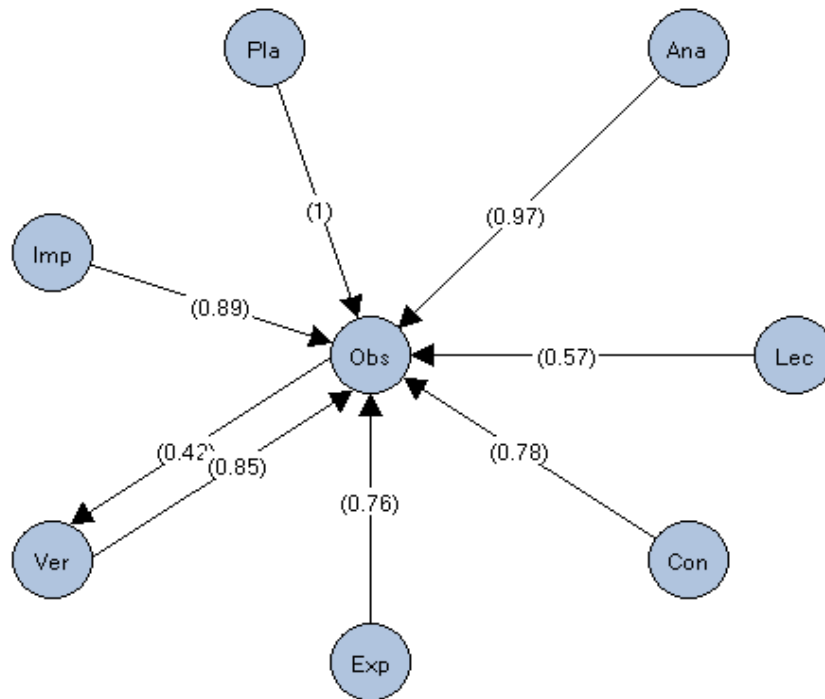


Figura Anexo XIII- 6. Grafo de transición, A4

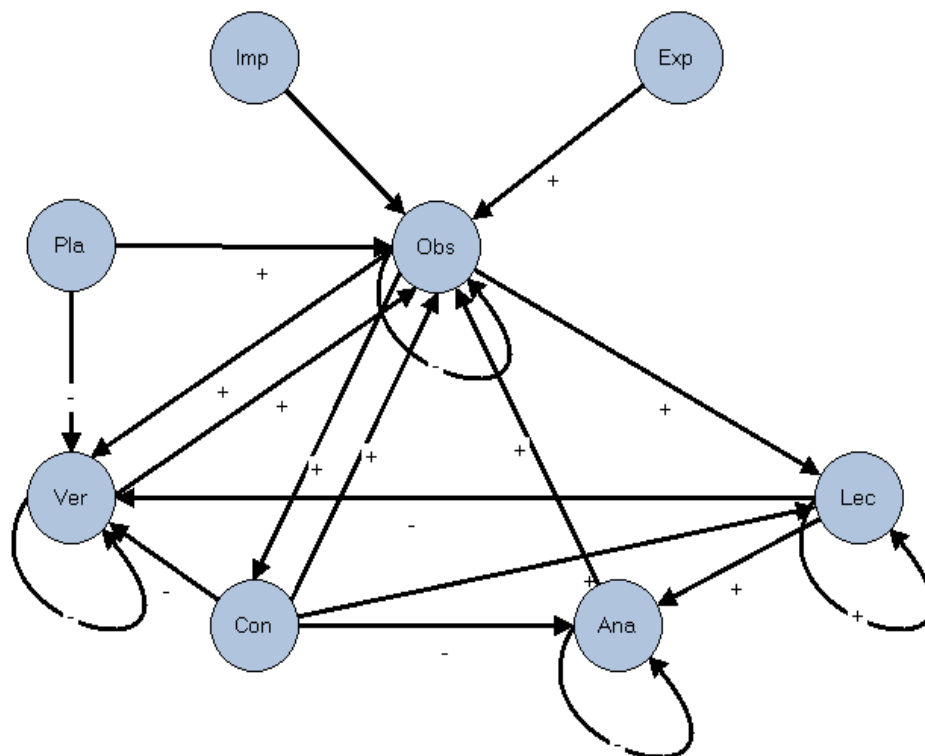


Figura Anexo XIII- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 2

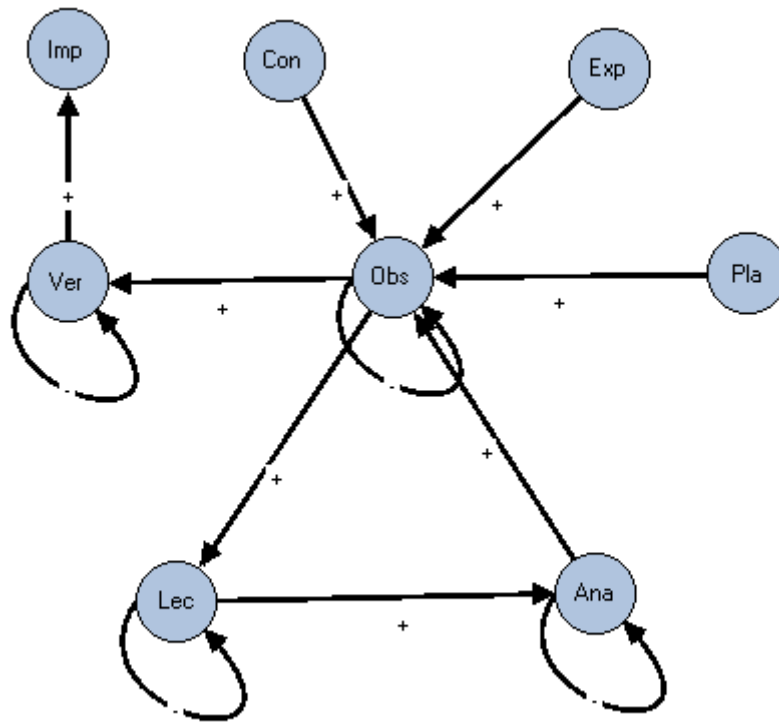


Figura Anexo XIII- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A3

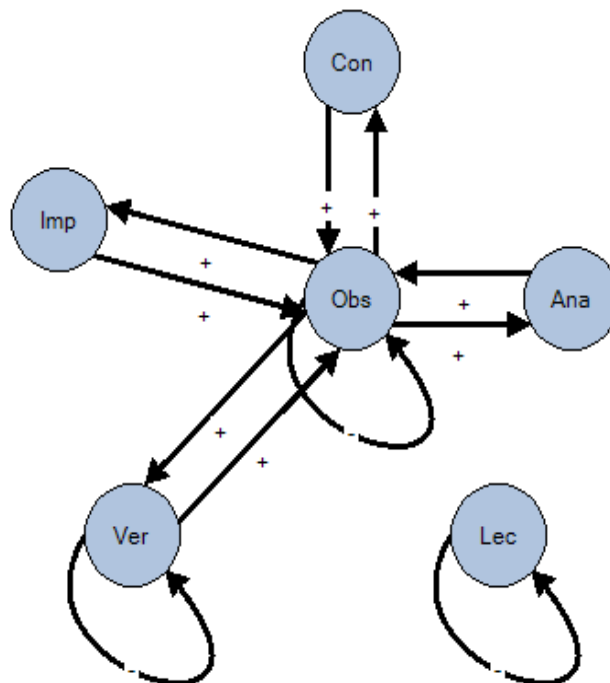


Figura Anexo XIII- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A4

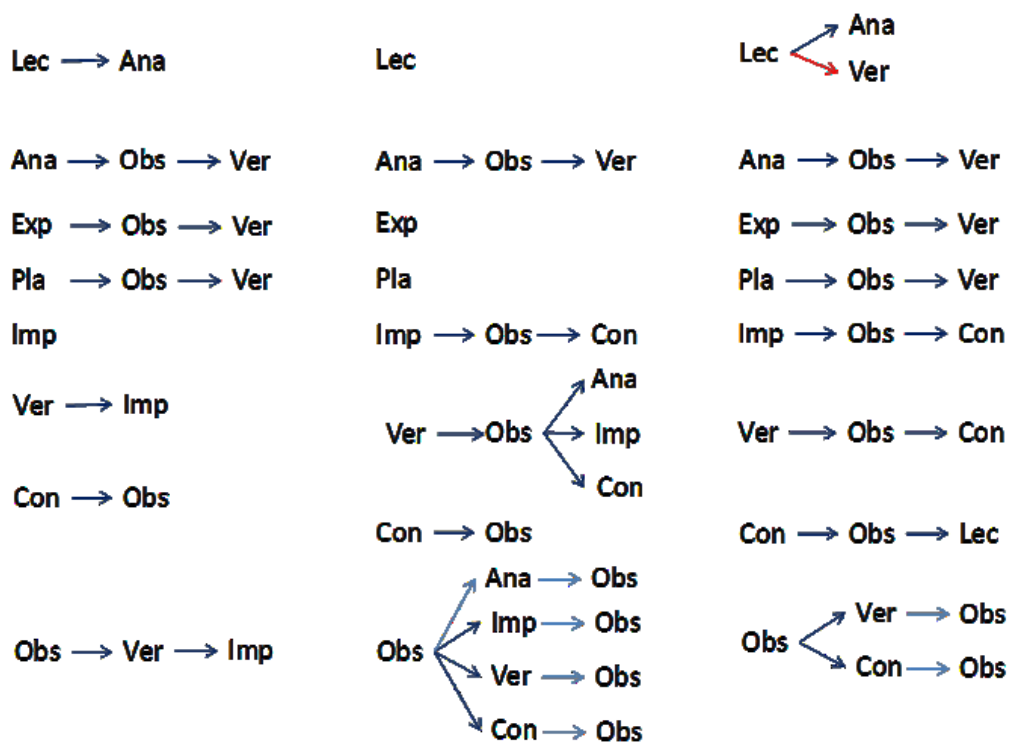


Figura Anexo XIII- 10. Patrones de conducta, A3, A4 y pareja 2

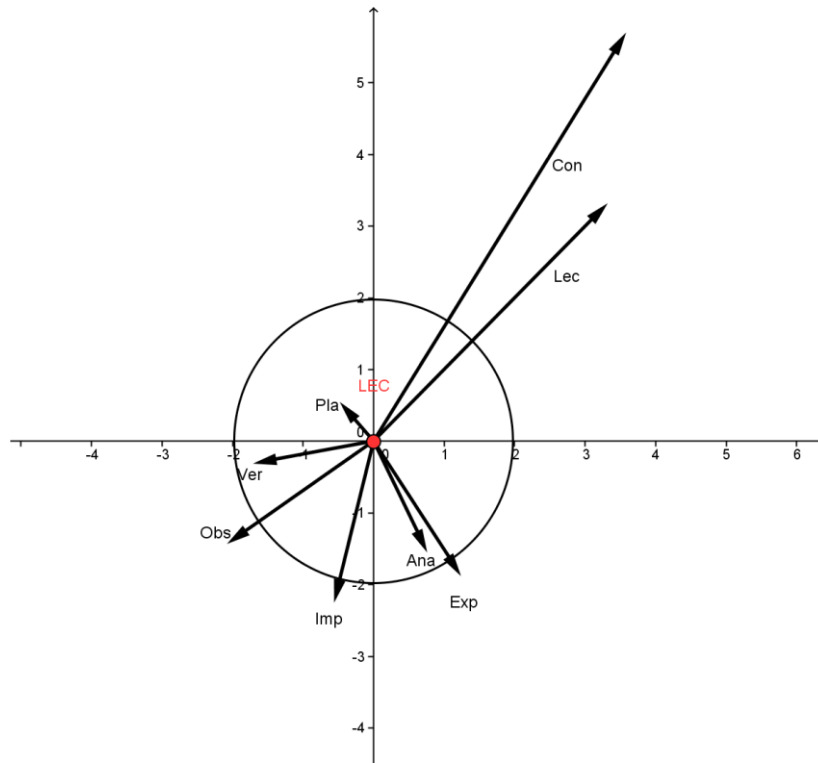


Figura Anexo XIII- 11. Coordenadas polares, categoría *Lec*, pareja 2

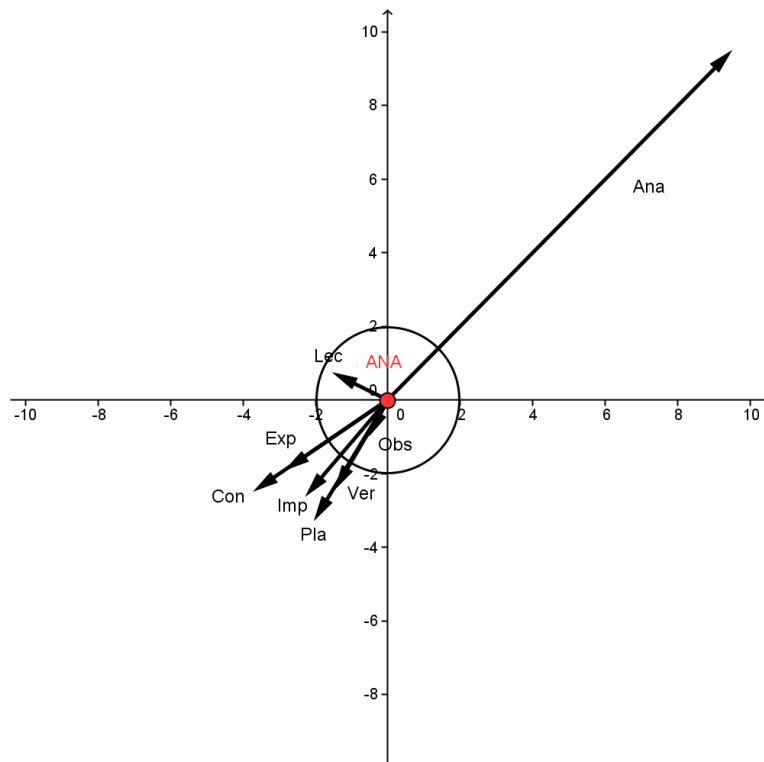


Figura Anexo XIII- 12. Coordenadas polares, categoría *Ana*, pareja 2

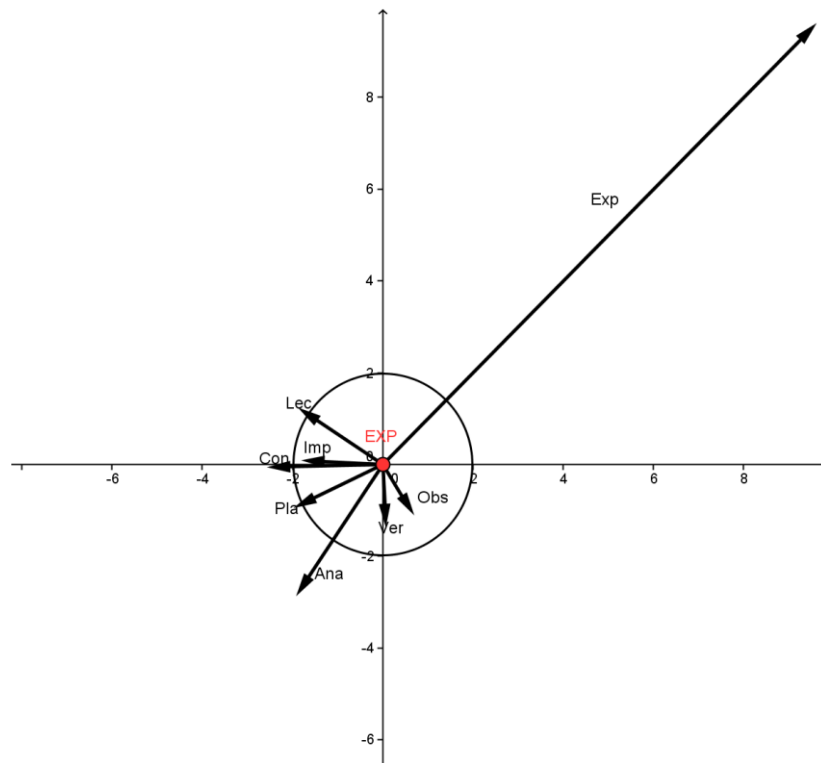


Figura Anexo XIII- 13. Coordenadas polares, categoría *Exp*, pareja 2

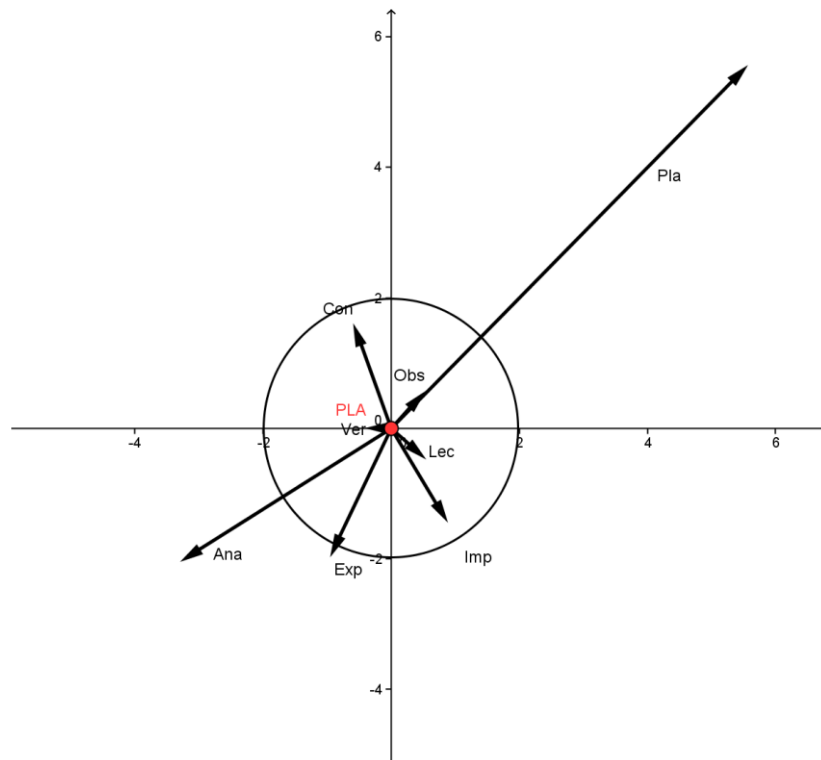


Figura Anexo XIII- 14. Coordenadas polares, categoría *Pla*, pareja 2

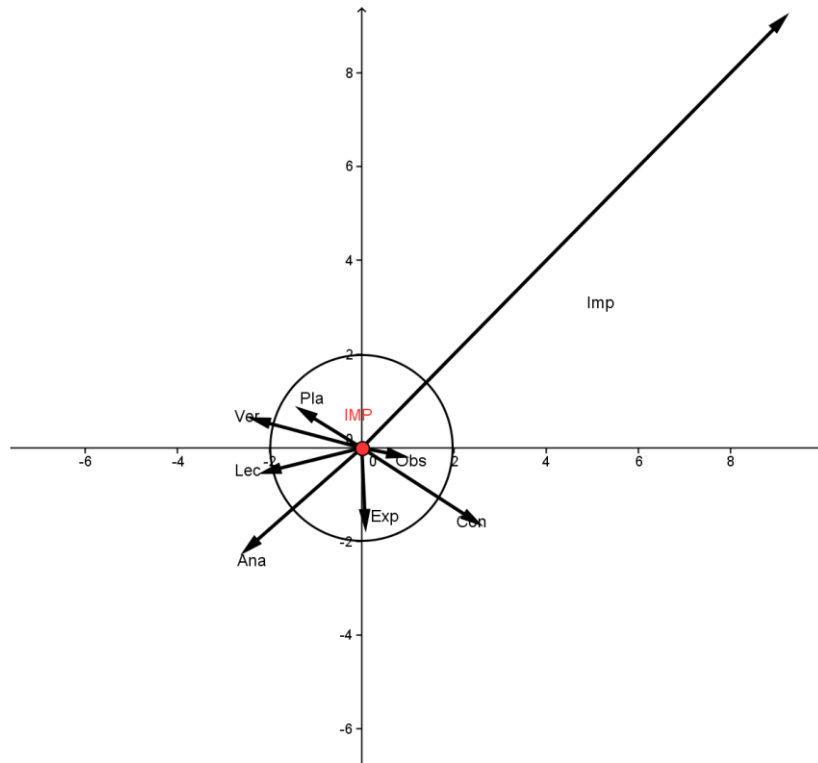


Figura Anexo XIII- 15. Coordenadas polares, categoría *Imp*, pareja 2

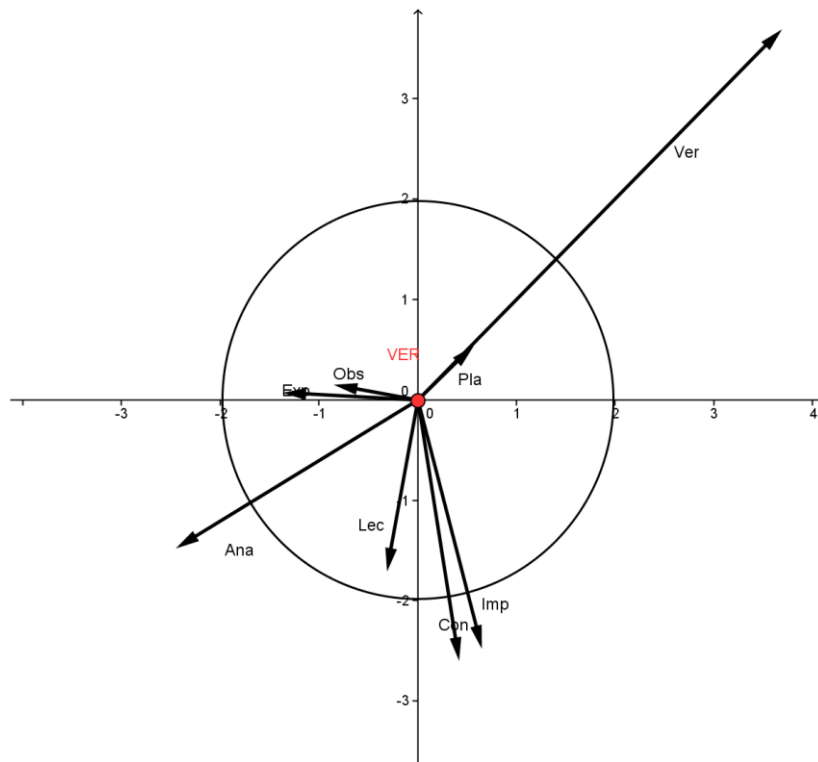


Figura Anexo XIII- 16. Coordenadas polares, categoría *Ver*, pareja 2

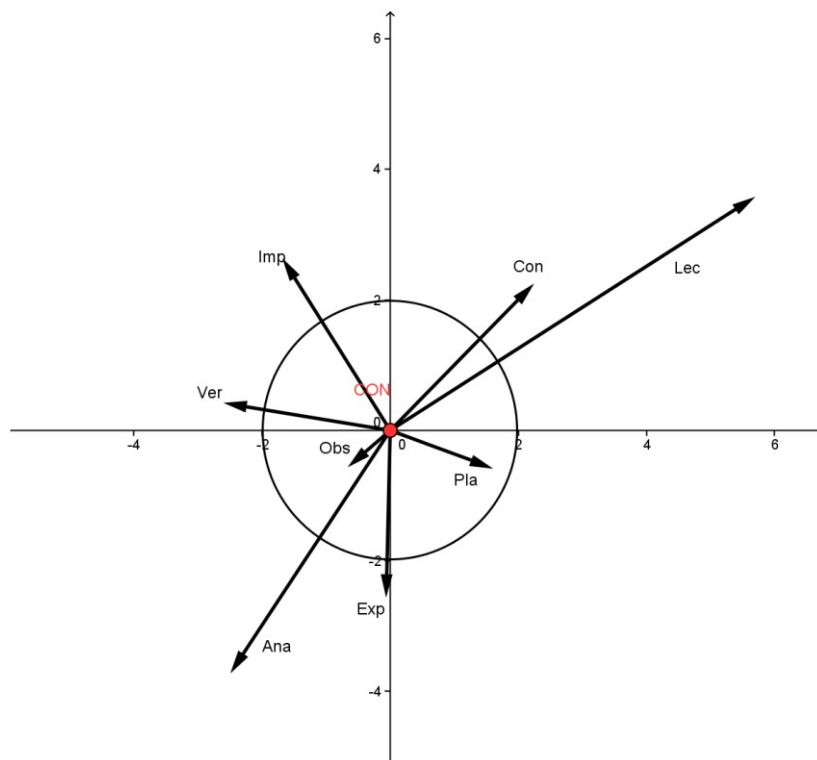


Figura Anexo XIII- 17. Coordenadas polares, categoría *Con*, pareja 2

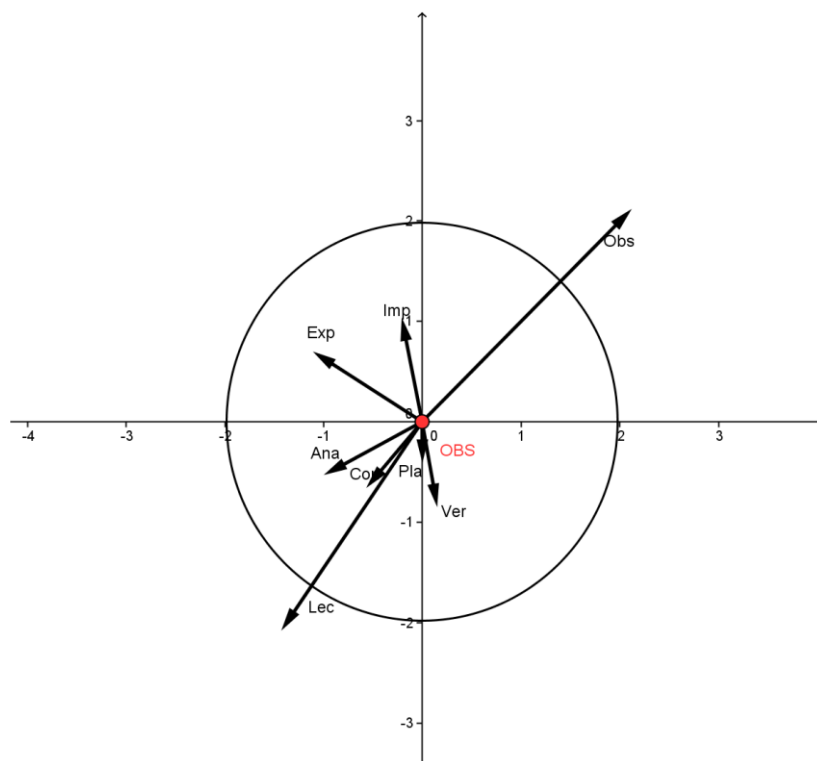


Figura Anexo XIII- 18. Coordenadas polares, categoría *Obs*, Pareja 2

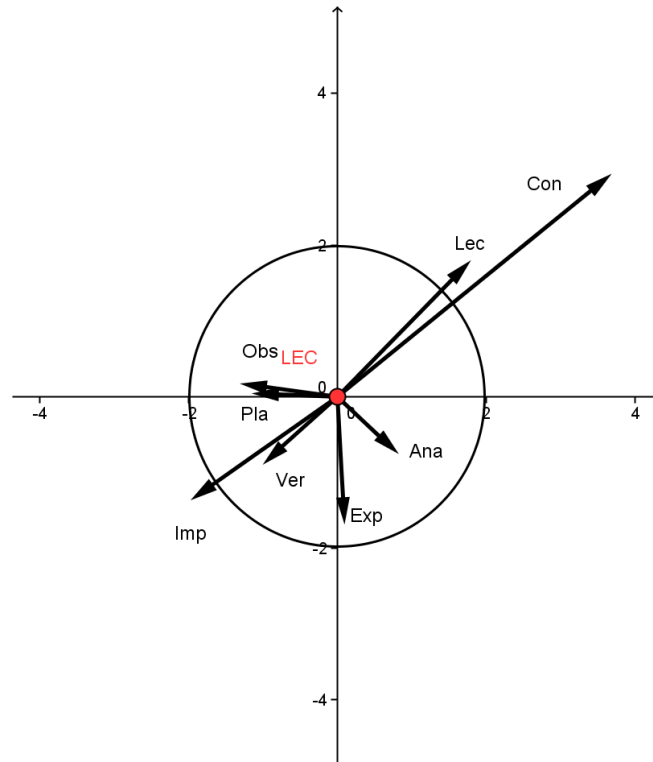


Figura Anexo XIII- 19. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A3

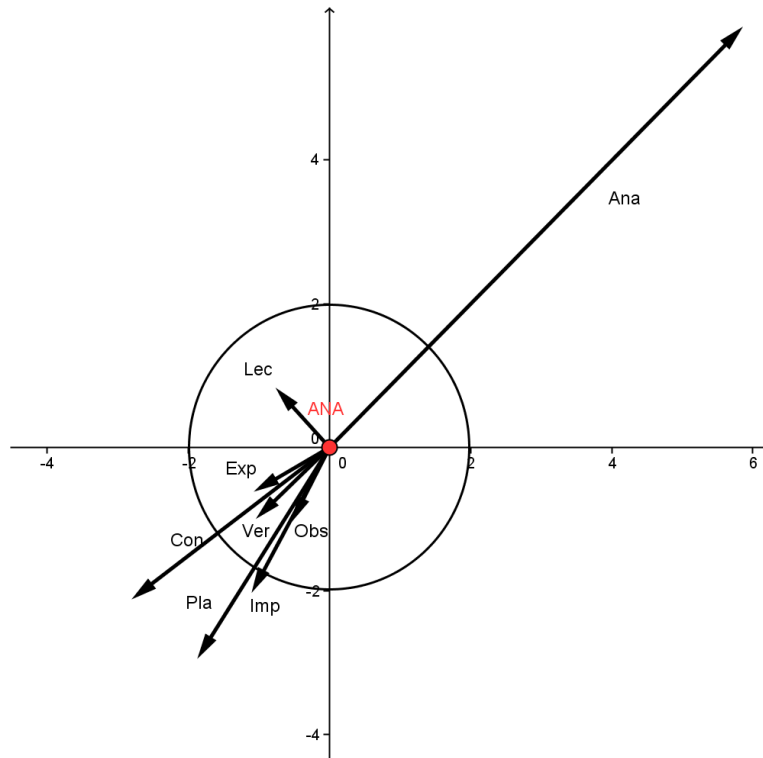


Figura Anexo XIII- 20. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A3

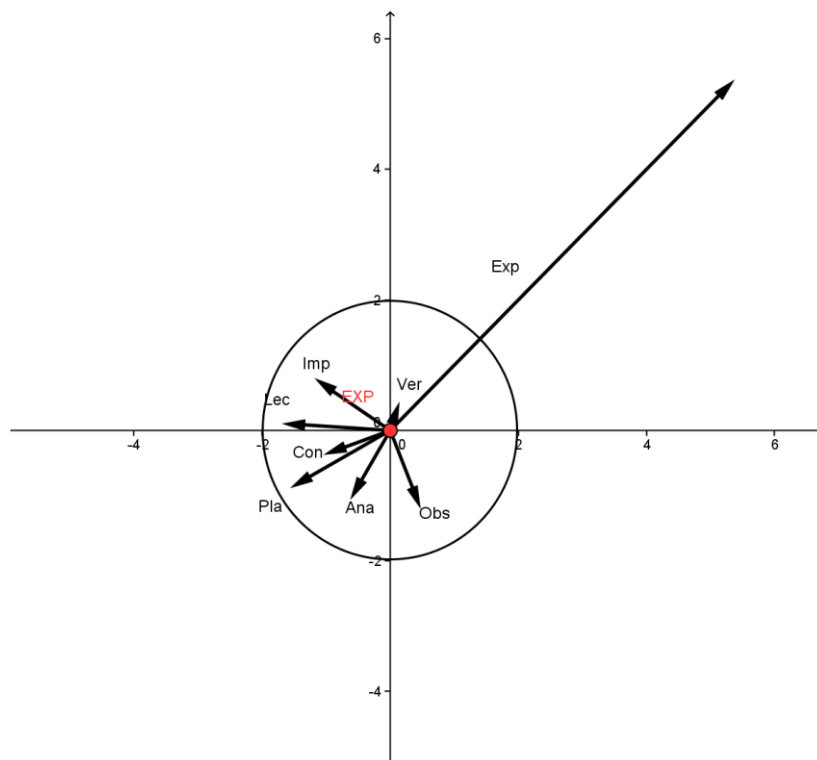


Figura Anexo XIII- 21. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A3

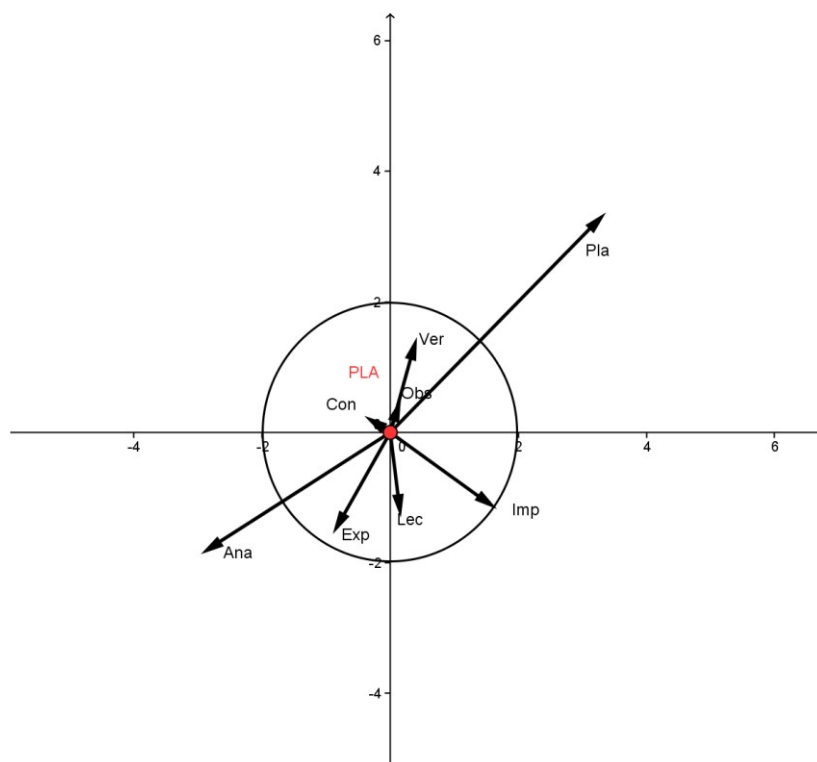


Figura Anexo XIII- 22. Coordenadas polares, categoría *Plan*, A3

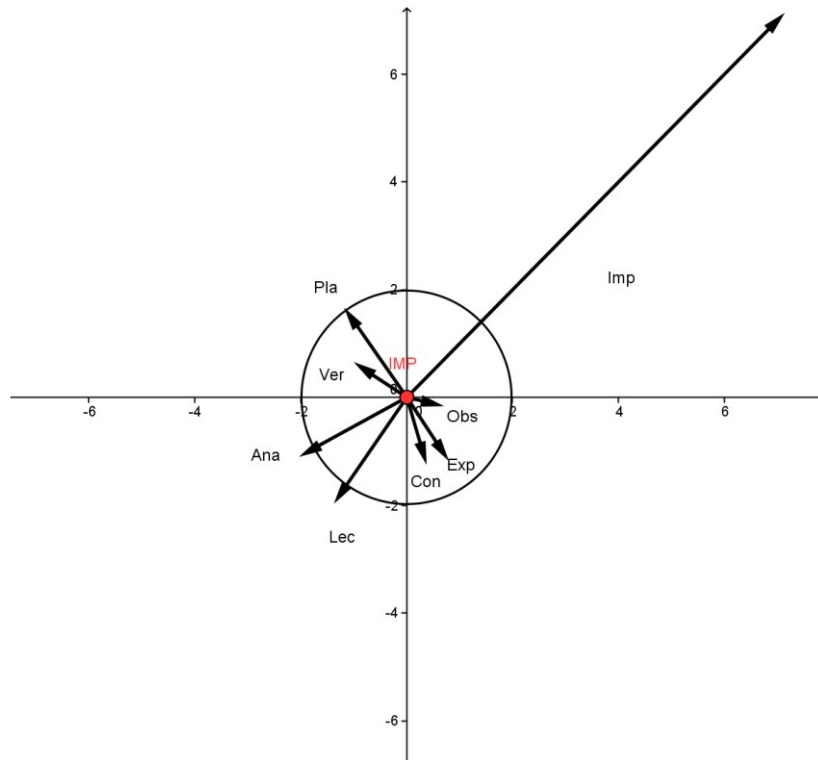


Figura Anexo XIII- 23. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A3

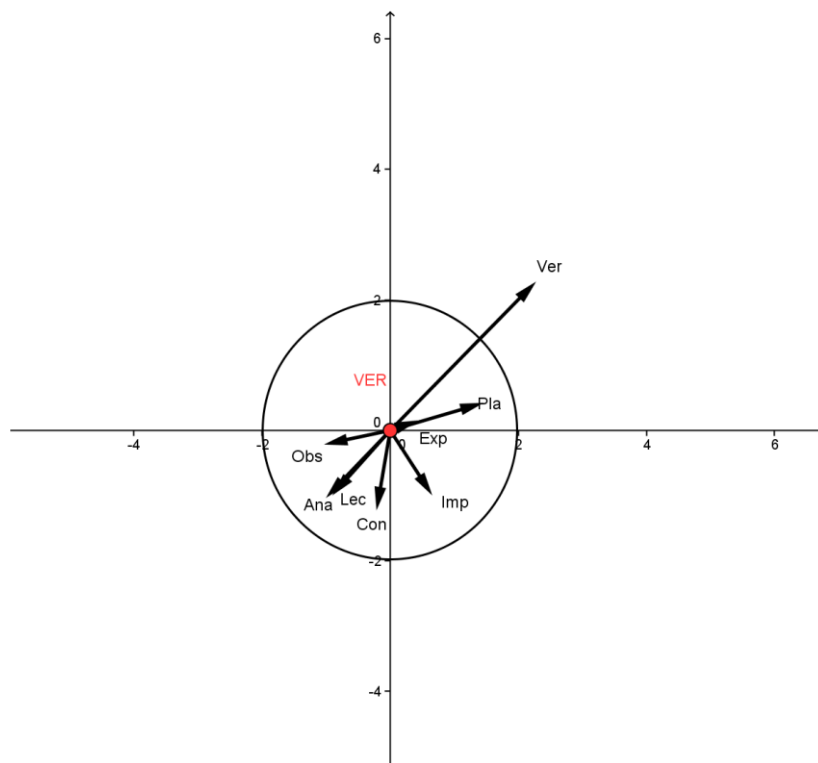


Figura Anexo XIII- 24. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A3

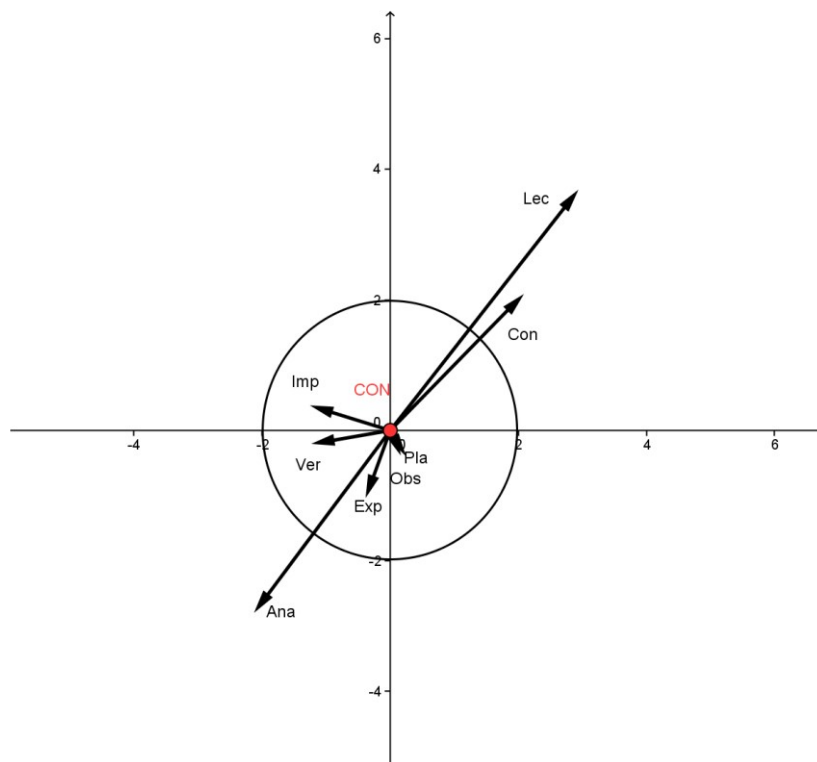


Figura Anexo XIII- 25. Coordenadas polares, categoría *Con*, A3

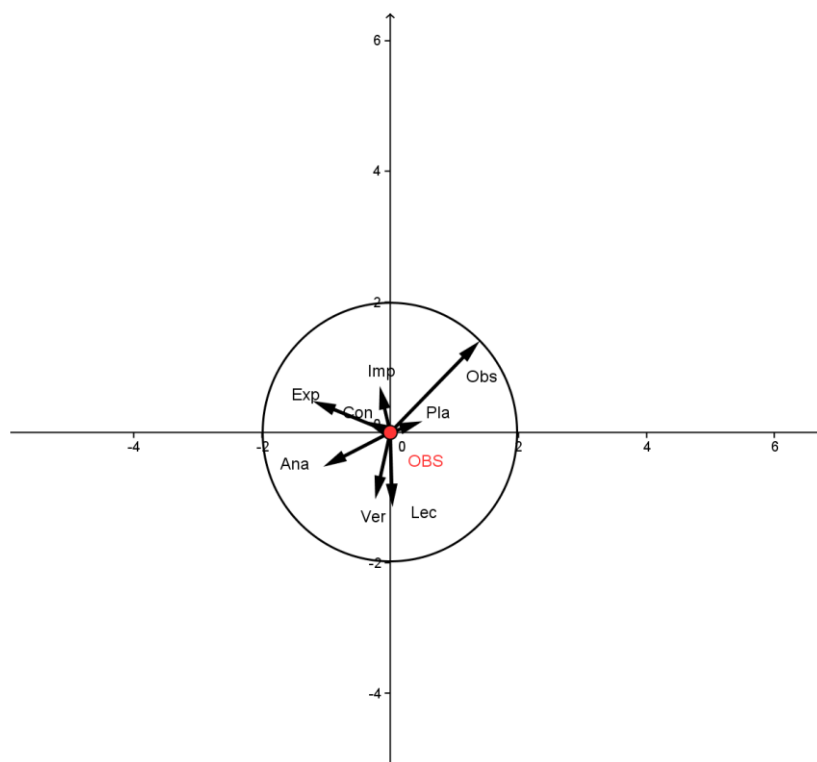


Figura Anexo XIII- 26. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A3

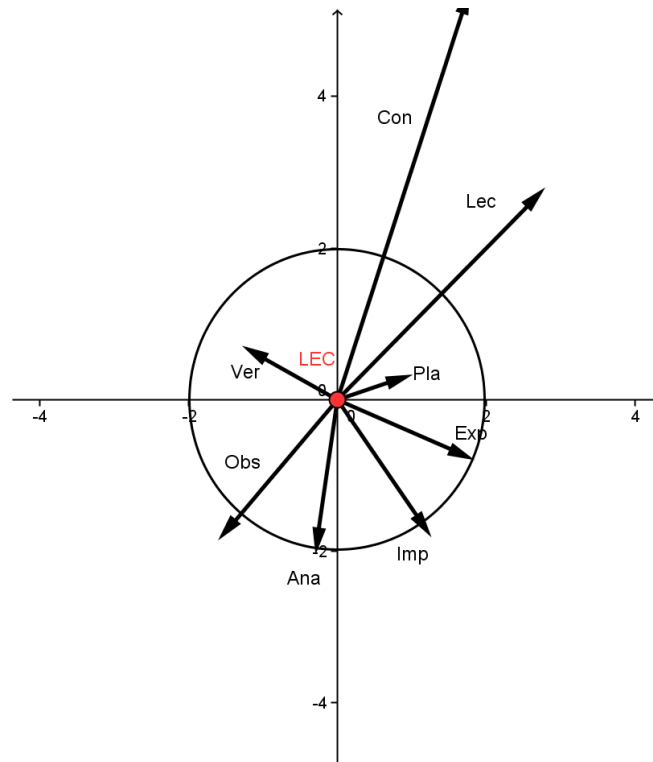


Figura Anexo XIII- 27. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A4

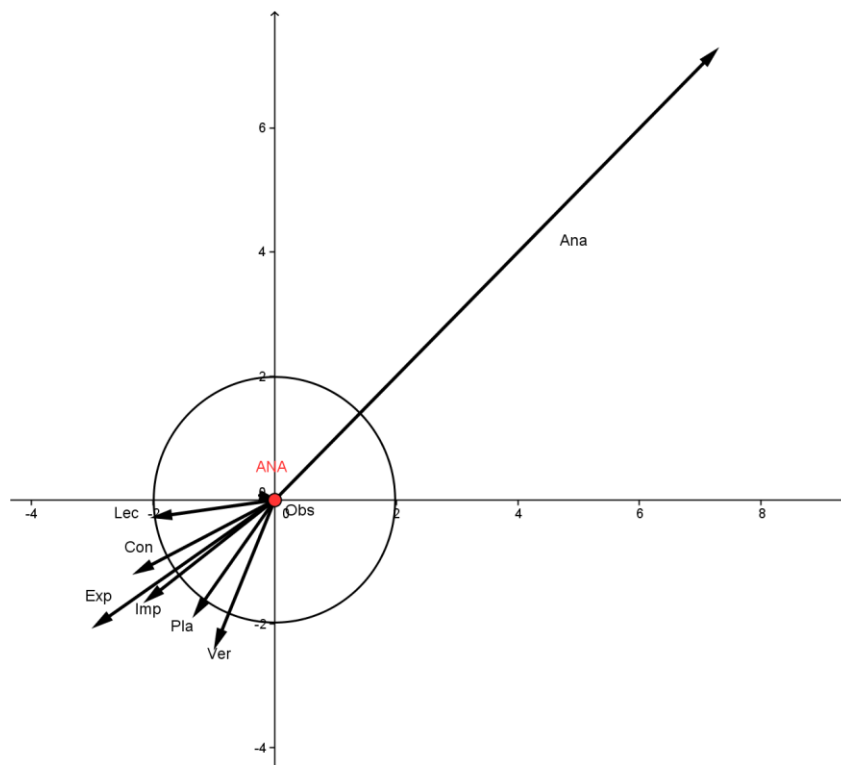


Figura Anexo XIII- 28. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A4

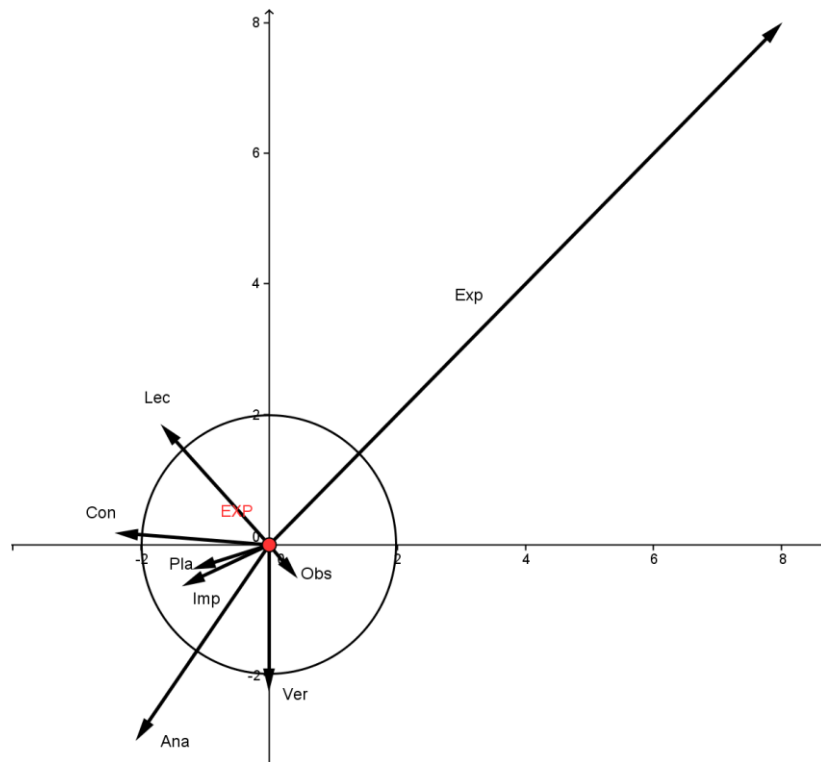


Figura Anexo XIII- 29. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A4

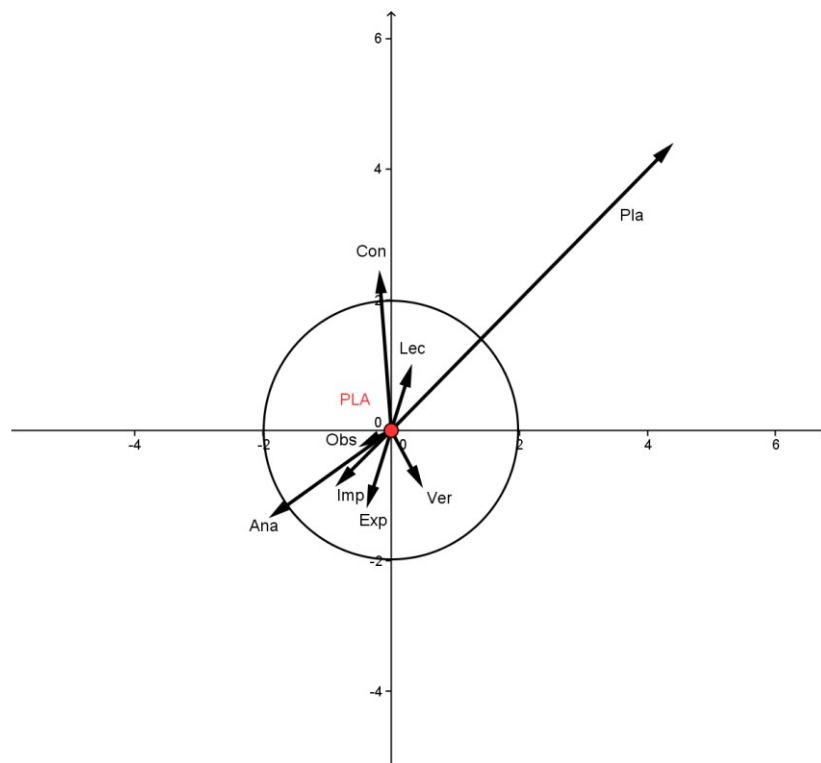


Figura Anexo XIII- 30. Coordenadas polares, categoría *Plan*, A4

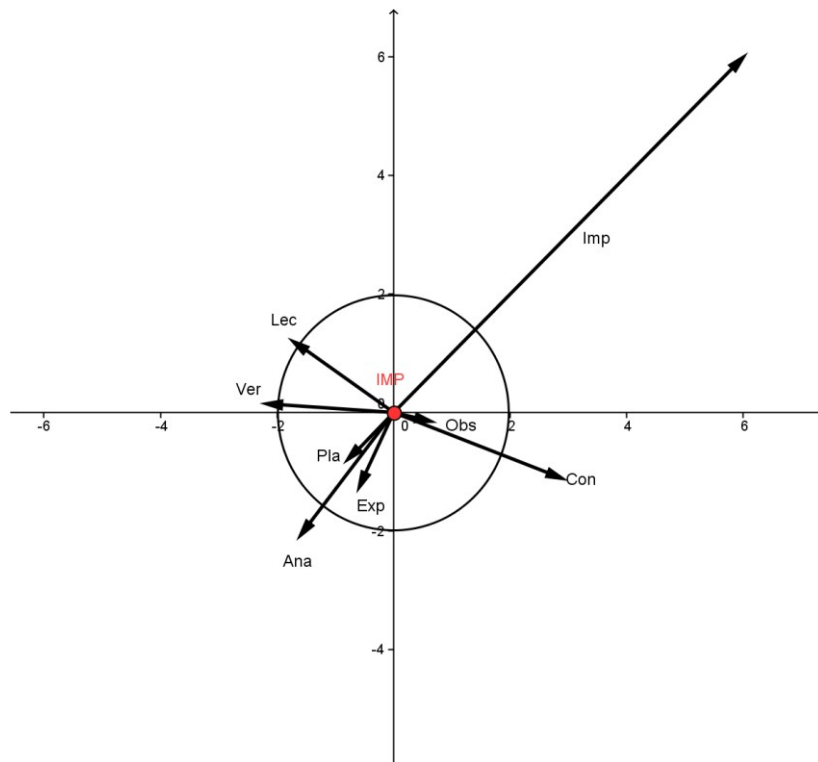


Figura Anexo XIII- 31. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A4

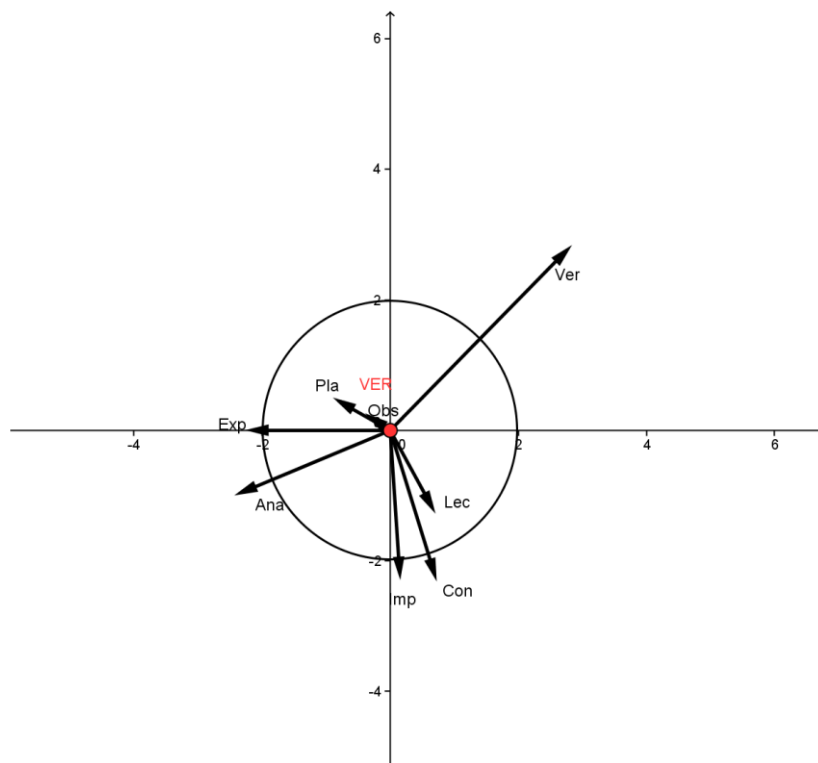


Figura Anexo XIII- 32. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A4

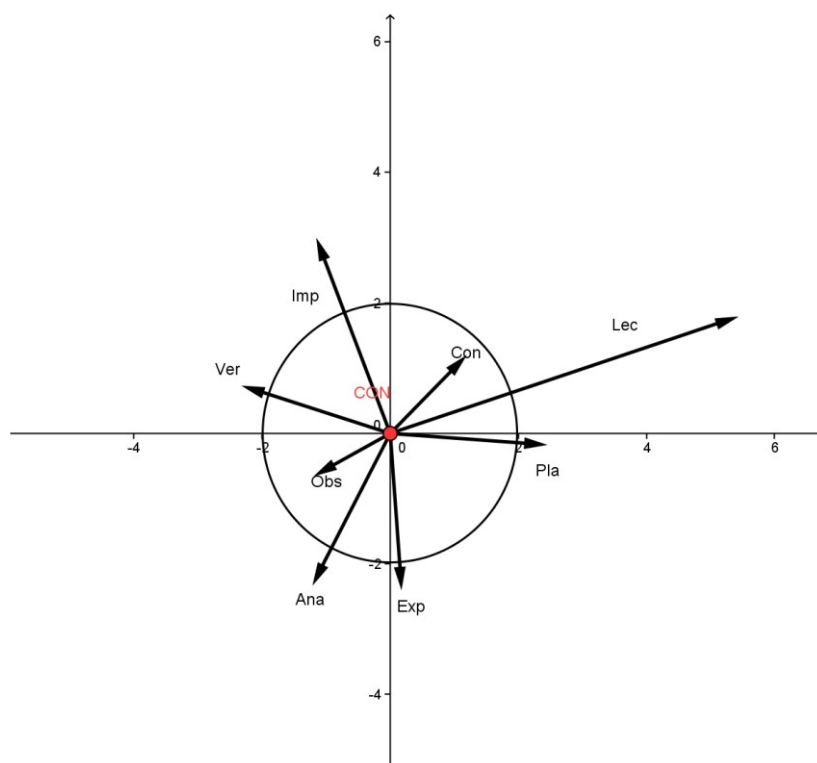


Figura Anexo XIII- 33. Coordenadas polares, categoría *Con*, A4

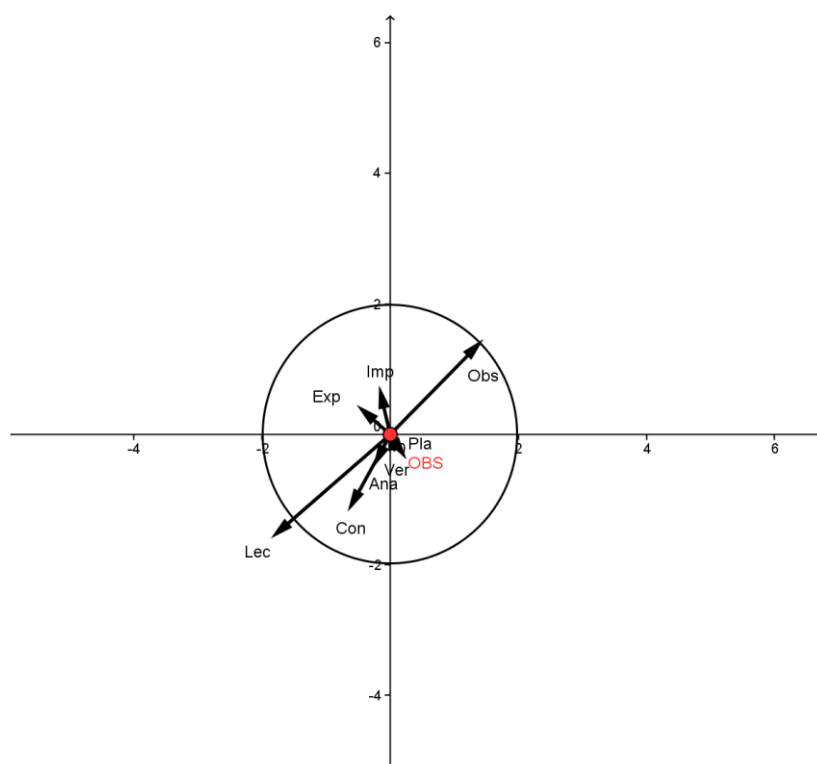


Figura Anexo XIII- 34. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A4

ANEXO XIV

DATOS UNIDAD DE
OBSERVACIÓN PAREJA 3

INDICE DE TABLAS

Tabla Anexo XIV- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A5, A6, pareja 3.....	1
Tabla Anexo XIV- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A5.....	1
Tabla Anexo XIV- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A6.....	1
Tabla Anexo XIV- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 3.....	2
Tabla Anexo XIV- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A5.....	2
Tabla Anexo XIV- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A6.....	2
Tabla Anexo XIV- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 3.....	2
Tabla Anexo XIV- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A5.....	2
Tabla Anexo XIV- 9. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A6.....	3
Tabla Anexo XIV- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 3.....	3
Tabla Anexo XIV- 11. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A5.....	3
Tabla Anexo XIV- 12. P-valores, resolución de problemas,, A5, lag 1.....	3
Tabla Anexo XIV- 13. P-valores, resolución de problemas,, A5, lag 2.....	4
Tabla Anexo XIV- 14. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A6.....	4
Tabla Anexo XIV- 15. P-valores, resolución de problemas,, A6, lag 1.....	4
Tabla Anexo XIV- 16. P-valores, resolución de problemas,, A6, lag 2.....	5
Tabla Anexo XIV- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 3.....	5
Tabla Anexo XIV- 18. P-valores, resolución de problemas,, pareja 3, lag 1.....	5
Tabla Anexo XIV- 19. P-valores, resolución de problemas,, pareja 3, lag 2.....	6
Tabla Anexo XIV- 20. Coocurrencias, resolución de problemas , A5, A6.....	6
Tabla Anexo XIV- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 3.....	7
Tabla Anexo XIV- 22. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A5.....	9
Tabla Anexo XIV- 23. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A5.....	9
Tabla Anexo XIV- 24. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A5.....	10
Tabla Anexo XIV- 25. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A5.....	10
Tabla Anexo XIV- 26. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A5.....	11
Tabla Anexo XIV- 27. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A5.....	11
Tabla Anexo XIV- 28. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A5.....	12
Tabla Anexo XIV- 29. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A5.....	12
Tabla Anexo XIV- 30. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A6.....	13
Tabla Anexo XIV- 31. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A6.....	13

Tabla Anexo XIV- 32. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A6.....	14
Tabla Anexo XIV- 33. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A6.....	14
Tabla Anexo XIV- 34. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A6.....	15
Tabla Anexo XIV- 35. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A6	15
Tabla Anexo XIV- 36. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A6	16
Tabla Anexo XIV- 37. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A6.....	16
Tabla Anexo XIV- 38. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , pareja 3	17
Tabla Anexo XIV- 39. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , pareja 3.....	17
Tabla Anexo XIV- 40. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , pareja 3	18
Tabla Anexo XIV- 41. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , pareja 3.....	18
Tabla Anexo XIV- 42. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , pareja 3	19
Tabla Anexo XIV- 43. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , pareja 3	19
Tabla Anexo XIV- 44. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , pareja 3.....	20
Tabla Anexo XIV- 45. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , pareja 3.....	20
Tabla Anexo XIV- 46. Estadísticas básicas, arrastre, A5, A6, pareja 3.....	21
Tabla Anexo XIV- 47. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A5	21
Tabla Anexo XIV- 48. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A6	21
Tabla Anexo XIV- 49. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 3	21
Tabla Anexo XIV- 50. Coocurrencias, arrastre vs página, A5.....	22
Tabla Anexo XIV- 51. Coocurrencias, arrastre vs página, A6.....	22
Tabla Anexo XIV- 52. Coocurrencias, arrastre vs página, pareja 3.....	22
Tabla Anexo XIV- 53. Estadísticas básicas, ratón, A5, A6, pareja 3.....	22
Tabla Anexo XIV- 54. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A5.....	22
Tabla Anexo XIV- 55. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A6.....	23
Tabla Anexo XIV- 56. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 3	23
Tabla Anexo XIV- 57. Estadísticas básicas, páginas A5, A6, pareja 3.....	23
Tabla Anexo XIV- 58. Estadísticas básicas, interactividad, A5, A6, pareja 3.....	23
Tabla Anexo XIV- 59. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, A5	24
Tabla Anexo XIV- 60. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, A6	24
Tabla Anexo XIV- 61. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, pareja 3	24
Tabla Anexo XIV- 62. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A5	25
Tabla Anexo XIV- 63. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A6	25
Tabla Anexo XIV- 64. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 3	25
Tabla Anexo XIV- 65. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A5	26
Tabla Anexo XIV- 66. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A6	26

Tabla Anexo XIV- 67. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 3	26
Tabla Anexo XIV- 68. Coocurrencias, interactividad vs página, A5.....	27
Tabla Anexo XIV- 69. Coocurrencias, interactividad vs página, A6.....	27
Tabla Anexo XIV- 70. Coocurrencias, interactividad vs página, pareja 3.....	27

INDICE DE FIGURAS

Figura Anexo XIV- 1 Gráfico secuencial, pareja 3	32
Figura Anexo XIV- 2. Gráfico secuencial, A5	35
Figura Anexo XIV- 3. Gráfico secuencial, A6	38
Figura Anexo XIV- 4. Grafo de transición, pareja 3	39
Figura Anexo XIV- 5. Grafo de transición, A5	39
Figura Anexo XIV- 6. Grafo de transición, A6	40
Figura Anexo XIV- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 3	40
Figura Anexo XIV- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A5	41
Figura Anexo XIV- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A6	41
Figura Anexo XIV- 10. Patrones de observables estudiantes A5, A6 y pareja 3	42
Figura Anexo XIV- 11. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , pareja 3	43
Figura Anexo XIV- 12. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , pareja 3	43
Figura Anexo XIV- 13. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , pareja 3	44
Figura Anexo XIV- 14. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , pareja 3	44
Figura Anexo XIV- 15. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , pareja 3	45
Figura Anexo XIV- 16. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , pareja 3	45
Figura Anexo XIV- 17. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , pareja 3	46
Figura Anexo XIV- 18. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , pareja 3	46
Figura Anexo XIV- 19. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A5	47
Figura Anexo XIV- 20. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A5	47
Figura Anexo XIV- 21. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A5	48
Figura Anexo XIV- 22. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A5	48
Figura Anexo XIV- 23. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A5	49
Figura Anexo XIV- 24. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A5	49
Figura Anexo XIV- 25. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A5	50
Figura Anexo XIV- 26. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A5	50
Figura Anexo XIV- 27. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A6	51
Figura Anexo XIV- 28. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A6	51
Figura Anexo XIV- 29. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A6	52
Figura Anexo XIV- 30. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A6	52

Figura Anexo XIV- 31. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A6	53
Figura Anexo XIV- 32. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A6.....	53
Figura Anexo XIV- 33. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A6.....	54
Figura Anexo XIV- 34. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A6	54

Tabla Anexo XIV- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A5, A6, pareja 3

Categoría	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A5	A6	P2	A5	A6	P2	A5	A6	P2	A5	A6	P2
Lec	17	26	43	175	155	330	0,11	0,09	0,1	10,29	5,96	7,67
Ana	26	38	64	136	309	445	0,08	0,19	0,14	5,23	8,13	6,95
Exp	32	29	61	213	215	428	0,13	0,13	0,13	6,66	7,41	7,02
Pla	7	7	14	39	48	87	0,02	0,03	0,03	5,57	6,86	6,21
Imp	5	3	8	30	37	67	0,02	0,02	0,02	6,00	12,33	8,38
Ver	37	48	85	76	153	229	0,05	0,09	0,07	2,05	3,19	2,69
Con	20	27	47	31	43	74	0,05	0,03	0,02	1,55	1,59	1,57
Obs	128	133	261	932	672	1604	0,57	0,41	0,49	7,28	5,05	6,15
Total eventos	272	311	583									
Total segundos				1632	1632	3264						

Tabla Anexo XIV- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A5

	A5Lec		A5Ana		A5Exp		A5Pla		A5Imp		A5Ver		A5Con		A5Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	7	127	12	67	12	103	6	36	1	1	13	26	9	13	51	303	111	676
Pag2	1	3	4	7	0	0	0	0	4	29	2	2	0	0	13	92	24	133
Pag3	2	8	5	21	2	6	0	0	0	0	5	7	4	5	19	115	37	162
Pag4	1	5	0	0	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	39	8	49
Pag5	5	20	4	37	9	46	0	0	0	0	6	16	4	9	27	165	55	293
Pag6	3	12	1	4	7	53	1	3	0	0	11	25	3	4	25	218	51	319
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	19	175	26	136	32	213	7	39	5	30	37	76	20	31	140	932	286	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A6

	A6Lec		A6Ana		A6Exp		A6Pla		A6Imp		A6Ver		A6Con		A6Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	8	94	16	83	9	60	6	42	1	34	17	40	8	9	58	314	123	676
Pag2	5	12	5	16	0	0	0	0	2	3	3	40	1	2	16	60	32	133
Pag3	5	10	4	37	4	12	0	0	0	0	8	21	5	6	19	76	45	162
Pag4	1	5	0	0	2	20	0	0	0	0	0	0	3	8	7	16	13	49
Pag5	5	18	7	67	8	93	0	0	0	0	9	20	5	5	20	90	54	293
Pag6	4	16	7	106	6	30	1	6	0	0	11	32	7	13	23	116	59	319
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	28	155	39	309	29	215	7	48	3	37	48	153	29	43	143	672	326	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 3

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	15	221	28	150	21	163	12	78	2	35	30	66	17	22	109	617	234	1352
Pag2	6	15	9	23	0	0	0	0	6	32	5	42	1	2	29	152	56	266
Pag3	7	18	9	58	6	18	0	0	0	0	13	28	9	11	38	191	82	324
Pag4	2	10	0	0	4	25	0	0	0	0	0	0	3	8	12	55	21	98
Pag5	10	38	11	104	17	139	0	0	0	0	15	36	9	14	47	255	109	586
Pag6	7	28	8	110	13	83	2	9	0	0	22	57	10	17	48	334	110	638
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	47	330	65	445	61	428	14	87	8	67	85	229	49	74	283	1604	612	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A5

	A5Lec		A5Ana		A5Exp		A5Pla		A5Imp		A5Ver		A5Con		A5Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Rat	1	3	0	0	1	29	0	0	0	0	0	0	2	3	6	15	10	50
A5NoRat	16	172	26	136	31	184	7	39	5	30	37	76	18	28	125	917	265	1582
Total	17	175	26	136	32	213	7	39	5	30	37	76	20	31	131	932	275	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A6

	A6Lec		A6Ana		A6Exp		A6Pla		A6Imp		A6Ver		A6Con		A6Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A6Rat	8	11	14	128	17	115	0	0	0	0	11	16	14	16	39	130	103	416
A6NoRat	24	144	34	181	17	100	7	48	4	37	42	137	15	27	117	542	260	1216
Total	32	155	48	309	34	215	7	48	4	37	53	153	29	43	156	672	363	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 3

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	8	14	11	128	18	144	0	0	0	0	11	16	16	19	42	145	106	466
NoRat	39	316	58	317	49	284	14	87	8	67	82	213	33	55	234	1459	517	2798
Total	47	330	69	445	67	428	14	87	8	67	93	229	49	74	276	1604	623	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A5

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
Err	0	0	0	0	1	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	23
Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2
NoArr	15	175	25	136	32	190	7	39	5	30	37	76	20	30	128	931	269	1607
Total	15	175	25	136	33	213	7	39	5	30	37	76	21	31	129	932	272	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XIV- 9. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A6

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	12	92	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	13	97
Gui	0	0	11	98	0	0	0	0	0	0	4	7	0	0	1	7	16	112
NoArr	26	155	38	211	24	123	7	48	3	37	46	146	27	43	132	660	303	1423
Total	26	155	49	309	36	215	7	48	3	37	50	153	27	43	134	672	332	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XIV- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 3

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	12	115	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	13	120
Gui	0	0	8	98	0	0	0	0	0	0	4	7	1	1	2	8	15	114
NoArr	43	330	61	347	55	313	14	87	8	67	83	222	46	73	260	1591	570	3030
Total	43	330	69	445	67	428	14	87	8	67	87	229	47	74	263	1604	598	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 11. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A5

Dado	Siguiete							
	A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
A5Lec	0	0,12	0,18	0	0	0,06	0,12	0,53
A5Ana	0,08	0	0	0	0	0	0	0,92
A5Exp	0	0	0	0	0	0,03	0	0,97
A5Pla	0	0	0	0	0	0	0	1
A5Imp	0	0	0	0	0	0	0	1
A5Ver	0,03	0	0,03	0,03	0,03	0	0	0,89
A5Con	0,1	0	0	0	0	0	0	0,9
A5Obs	0,09	0,19	0,22	0,05	0,03	0,28	0,14	0

Tabla Anexo XIV- 12. P-valores, resolución de problemas,, A5, lag 1

Dado	Siguiete							
	A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
A5Lec	-0,29	+0,32	+0,26	-0,55	-0,77	-0,32	+0,25	+0,57
A5Ana	+0,32	-0,35	-0,16	-0,57	-0,79	-0,10	-0,38	+0,00*
A5Exp	-0,14	-0,16	-0,06	-0,40	-0,68	-0,13	-0,20	+0,00*
A5Pla	-0,55	-0,57	-0,40	-0,79	-0,89	-0,32	-0,62	+0,00*
A5Imp	-0,77	-0,79	-0,68	-0,89	-0,97	-0,62	-0,81	+0,09
A5Ver	-0,32	-0,10	-0,13	+0,68	+0,38	-0,01*	-0,14	+0,00*
A5Con	+0,25	-0,37	-0,21	-0,61	-0,81	-0,14	-0,46	+0,00*
A5Obs	+0,07	+0,00*	+0,00*	+0,03*	+0,43	+0,00*	+0,00*	-0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activación.

Tabla Anexo XIV- 13. P-valores, resolución de problemas,, A5, lag 2

Dado	Siguiete							
	A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
A5Lec	+0,32	+0,09	-0,14	-0,55	-0,77	+0,37	+0,65	-0,43
A5Ana	+0,31	-0,34	+0,01	-0,57	-0,79	+0,34	+0,23	-0,01*
A5Exp	+0,56	+0,51	-0,06	+0,59	+0,32	+0,00*	+0,01*	-0,00*
A5Pla	-0,55	-0,57	+0,20	-0,79	-0,89	+0,01*	+0,38	-0,01*
A5Imp	-0,78	-0,79	-0,68	-0,89	-0,97	+0,06	+0,18	-0,16
A5Ver	+0,38	+0,03*	+0,00*	+0,01*	+0,38	-0,02*	-0,14	-0,00*
A5Con	+0,25	+0,05	+0,43	+0,38	-0,82	+0,24	+0,53	-0,00*
A5Obs	-0,03*	-0,00*	-0,00*	-0,10	-0,56	-0,00*	-0,00*	+0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activación.

Tabla Anexo XIV- 14. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A6

Dado	Siguiete							
	A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
A6Lec	0	0,31	0,15	0	0	0,08	0,04	0,42
A6Ana	0,03	0	0,11	0	0	0,08	0	0,79
A6Exp	0,1	0,07	0	0	0	0,1	0	0,72
A6Pla	0	0	0	0	0	0	0	1
A6Imp	0	0	0	0	0	0	0	1
A6Ver	0,04	0,1	0,06	0,02	0	0	0,02	0,75
A6Con	0,04	0,04	0,04	0	0	0	0	0,89
A6Obs	0,14	0,17	0,13	0,05	0,02	0,3	0,19	0

Tabla Anexo XIV- 15. P-valores, resolución de problemas,, A6, lag 1

Dado	Siguiete							
	A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
A6Lec	-0,08	+0,00	+0,14	-0,50	-0,80	-0,24	-0,37	-0,40
A6Ana	-0,20	-0,03	+0,20	-0,46	-0,77	-0,36	-0,07	+0,00*
A6Exp	+0,36	-0,56	-0,15	-0,56	-0,82	-0,59	-0,15	+0,04*
A6Pla	-0,50	-0,46	-0,55	-0,87	-0,95	-0,34	-0,57	+0,00*
A6Imp	-0,80	-0,77	-0,82	-0,95	-0,99	-0,70	-0,83	+0,16
A6Ver	-0,24	+0,41	-0,59	+0,66	-0,70	-0,00*	-0,15	+0,00*
A6Con	-0,38	-0,30	-0,45	-0,57	-0,83	-0,03*	-0,18	+0,00*
A6Obs	+0,00*	-0,54	+0,57	+0,04*	+0,15	+0,00*	+0,00*	-0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activación.

Tabla Anexo XIV- 16. P-valores, resolución de problemas,, A6, lag 2

Dado	Siguiete							
	A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
A6Lec	-0,59	+0,29	INS	-0,51	-0,80	-0,48	+0,62	+0,42
A6Ana	+0,04*	+0,60	-0,28	-0,46	-0,77	+0,01*	+0,17	-0,00*
A6Exp	-0,35	-0,56	+0,25	-0,56	-0,82	+0,00*	+0,24	-0,00*
A6Pla	-0,51	+0,54	-0,56	-0,87	+0,05	+0,05	+0,42	-0,04*
A6Imp	-0,80	-0,77	-0,82	-0,94	-0,99	+0,03*	-0,83	-0,36
A6Ver	-0,47	+0,40	+0,41	+0,05	+0,29	-0,06	+0,02*	-0,04*
A6Con	+0,00*	-0,59	+0,54	+0,09	-0,83	+0,36	-0,18	-0,00*
A6Obs	-0,00*	-0,38	+0,56	-0,24	-0,37	-0,00*	-0,00*	+0,00*

* p<,05; INS = Inestable; - = inhibitoria; + = activación.

Tabla Anexo XIV- 17. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 3

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0	0,23	0,16	0	0	0,07	0,07	0,47
Ana	0,05	0	0,06	0	0	0,05	0	0,84
Exp	0,05	0,03	0	0	0	0,07	0	0,85
Pla	0	0	0	0	0	0	0	1
Imp	0	0	0	0	0	0	0	1
Ver	0,04	0,06	0,05	0,02	0,01	0	0,01	0,81
Con	0,06	0,02	0,02	0	0	0	0	0,89
Obs	0,12	0,18	0,17	0,05	0,03	0,29	0,17	0

Tabla Anexo XIV- 18. P-valores, resolución de problemas,, pareja 3, lag 1

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	-0,02*	+0,00*	+0,08	-0,26	-0,60	-0,13	+0,58	-0,42
Ana	-0,45	-0,01*	-0,58	-0,25	-0,59	-0,10	-0,03*	+0,00*
Exp	-0,41	-0,18	-0,01*	-0,23	-0,57	-0,18	-0,03*	+0,00*
Pla	-0,27	-0,25	-0,23	-0,67	-0,84	-0,11	-0,35	+0,00*
Imp	-0,61	-0,59	-0,57	-0,85	-0,95	-0,42	-0,67	+0,01*
Ver	-0,13	-0,38	-0,18	+0,62	+0,57	-0,00*	-0,03*	+0,00*
Con	+0,58	-0,16	-0,14	-0,35	-0,66	-0,00*	-0,08	+0,00*
Obs	+0,00*	+0,06	+0,00*	+0,00*	+0,10	+0,00*	+0,00*	-0,00*

* p<,05; INS = Inestable; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XIV- 19. P-valores, resolución de problemas,, pareja 3, lag 2

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	+0,48	+0,07	-0,21	-0,27	-0,61	+0,55	+0,58	INS
Ana	+0,02*	-0,44	+0,23	-0,25	-0,58	+0,01*	+0,07	-0,00*
Exp	-0,42	-0,59	-0,35	-0,59	+0,43	+0,00*	+0,01*	-0,00*
Pla	-0,27	-0,62	+0,40	-0,67	+0,15	+0,00*	+0,26	-0,00*
Imp	-0,61	-0,59	-0,57	-0,84	-0,95	+0,00*	+0,33	-0,06
Ver	+0,37	+0,07	+0,00*	+0,00*	+0,17	-0,00*	+0,19	-0,00*
Con	+0,00*	+0,18	+0,41	+0,07	-0,66	+0,18	-0,31	-0,00*
Obs	-0,00*	-0,01*	-0,02*	-0,04*	-0,30	-0,00*	-0,00*	-0,00*

* $p < 0,05$; INS = Inestable; - = inhibitoria; + = activación.

Tabla Anexo XIV- 20. Coocurrencias, resolución de problemas , A5, A6

	A6Lec		A6Ana		A6Exp		A6Pla		A6Imp		A6Ver		A6Con		A6Obs		Total	
	Fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Lec	15	111	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5	1	2	9	57	27	175
A5Ana	1	3	7	44	2	3	0	0	0	0	3	3	0	0	1	83	14	136
A5Exp	0	0	4	12	9	30	0	0	0	0	4	5	0	0	27	166	44	213
A5Pla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	39	7	39
A5Imp	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	2	4	27	6	30
A5Ver	0	0	2	4	5	9	1	1	0	0	2	2	0	0	29	60	39	76
A5Con	4	6	0	0	2	7	0	0	0	0	0	0	1	1	14	17	21	31
A5Obs	15	35	39	249	31	166	8	47	4	36	39	138	24	38	81	223	241	932
Total	35	155	52	309	49	215	9	48	5	37	50	153	27	43	172	672	399	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 3

Tipo	A5	A6	SigA5	SigA6	Frec	Total
Mutuo	Obs	Ana	<i>Ana</i>	<i>Obs</i>	14	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ana</i>	12	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	10	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	9	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	8	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	7	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	<i>Con</i>	2	
	Imp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Imp</i>	2	
	Obs	Con	<i>Con</i>	<i>Obs</i>	2	
	Obs	Imp	<i>Imp</i>	<i>Obs</i>	2	
	Obs	Pla	<i>Pla</i>	<i>Obs</i>	1	69
A5->A6 A6 Mantiene	Ana	Lec	<i>Lec</i>	Lec	1	
	Obs	Imp	<i>Imp</i>	Imp	1	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	Ver	1	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Obs	2	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	Obs	2	
	Obs	Ana	<i>Ana</i>	Ana	3	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	Obs	3	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Obs	4	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	Exp	4	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Obs	8	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Obs	9	38
A5->A6 A6 No Mantiene	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Exp	1	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Pla	1	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	Ver	1	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Ana	1	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Pla	1	
	Imp	Obs	<i>Obs</i>	Ver	1	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	Ana	1	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	Ana	1	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	Exp	1	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Pla	1	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	Ver	2	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Con	2	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	Ana	3	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	Ver	4	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	Ver	7	28

Nota: En cursiva conducta trasladada

Tabla Anexo XIV- 21. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 3 (continuación)

Tipo		A5	A6	SigA5	SigA6	Frec	Total
A6->A5	A5 Mantiene	Con	Obs	Con	<i>Con</i>	1	
		Exp	Ver	Exp	<i>Exp</i>	1	
		Lec	Ver	Lec	<i>Lec</i>	1	
		Ana	Obs	Ana	<i>Ana</i>	2	
		Exp	Obs	Exp	<i>Exp</i>	2	
		Lec	Obs	Lec	<i>Lec</i>	3	
		Obs	Lec	Obs	<i>Obs</i>	3	
		Obs	Pla	Obs	<i>Obs</i>	4	
		Obs	Ana	Obs	<i>Obs</i>	5	
		Obs	Exp	Obs	<i>Obs</i>	5	
		Obs	Ver	Obs	<i>Obs</i>	9	
		Obs	Con	Obs	<i>Obs</i>	18	54
		A6->A5	A5 No Mantiene	Obs	Con	Lec	<i>Obs</i>
Obs	Con			Pla	<i>Obs</i>	1	
Obs	Exp			Lec	<i>Obs</i>	1	
Obs	Imp			Ver	<i>Obs</i>	1	
Obs	Lec			Ana	<i>Obs</i>	1	
Obs	Pla			Con	<i>Obs</i>	1	
Obs	Pla			Ver	<i>Obs</i>	1	
Obs	Ver			Ana	<i>Obs</i>	1	
Obs	Ver			Con	<i>Obs</i>	1	
Obs	Ver			Imp	<i>Obs</i>	1	
Obs	Ver			Pla	<i>Obs</i>	1	
Obs	Ana			Exp	<i>Obs</i>	2	
Obs	Exp			Pla	<i>Obs</i>	2	
Obs	Exp			Ver	<i>Obs</i>	2	
Obs	Ana			Ver	<i>Obs</i>	6	
Obs	Ver			Exp	<i>Obs</i>	6	29

Nota: En cursiva conducta trasladada

Tabla Anexo XIV- 22. Zsum, categoría focal *Lec*, A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Lec	3,31	-1,31	-0,65	-0,60	-0,55	-1,57	1,89	-0,01
-4	A5Lec	-0,02	0,39	2,46	-0,62	-0,57	-0,87	0,79	-1,30
-3	A5Lec	-0,01	-1,35	-0,72	-0,67	-0,57	-0,86	0,80	1,81
-2	A5Lec	2,11	0,40	0,08	-0,67	-0,57	0,66	0,80	-1,82
-1	A5Lec	0,00	2,54	-0,82	-0,36	-0,30	0,50	3,06	-1,04
1	A5Lec	0,00	2,54	3,63	-0,36	-0,30	0,50	3,06	-2,14
2	A5Lec	2,11	1,16	-1,56	-0,69	-0,59	0,49	-0,25	-0,50
3	A5Lec	-0,01	-0,55	-0,02	-0,70	-0,59	1,21	0,70	-0,48
4	A5Lec	-0,02	1,14	0,75	-0,70	-0,59	-0,98	-0,20	0,00
5	A5Lec	3,31	-1,40	-0,03	-0,70	-0,59	-0,98	0,77	-0,01
	Xsum	5,39	2,89	2,77	-3,15	-2,66	0,24	4,08	-3,13
	Ysum	5,39	0,67	0,35	-2,92	-2,56	-2,14	7,34	-2,36
	X	2,41	1,29	1,24	-1,41	-1,19	0,11	1,82	-1,40
	Y	2,41	0,30	0,16	-1,31	-1,14	-0,96	3,28	-1,06
	Cuadrante	I	I	I	III	III	IV	I	III
	Radio	3,41*	1,33	1,25	1,92	1,65	0,96	3,76*	1,75
	Ángulo	45,00	13,05	7,20	42,83	43,90	83,60	60,93	37,02
	Ángulo corregido	45,00	13,05	7,20	222,83	223,90	276,40	60,93	217,02

* Relación significativa a nivel $p < ,05$ Tabla Anexo XIV- 23. Zsum, categoría focal *Ana*, A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Ana	-1,40	-1,07	-1,98	-0,81	-0,74	-0,91	-1,53	4,48
-4	A5Ana	1,14	4,52	-0,07	-0,81	-0,74	0,91	1,62	-4,23
-3	A5Ana	-0,55	-0,36	-1,97	-0,88	-0,74	-1,50	-1,52	4,06
-2	A5Ana	1,16	6,64	-0,69	-0,88	-0,74	0,93	0,06	-4,23
-1	A5Ana	2,54	0,00	-1,03	-0,45	-0,38	-1,12	-0,79	0,34
1	A5Ana	2,54	0,00	-1,03	-0,45	-0,38	-1,12	-0,79	0,34
2	A5Ana	0,40	6,64	1,22	-0,88	-0,74	-0,34	0,06	-4,23
3	A5Ana	-1,35	-0,36	-1,33	-0,88	-0,74	-2,14	-1,52	4,47
4	A5Ana	0,39	4,52	1,21	-0,88	-0,74	0,25	0,93	-3,81
5	A5Ana	-1,31	-1,07	-0,07	-0,88	-0,74	-2,15	-0,68	3,61
	Xsum	0,67	9,73	0,00	-3,97	-3,34	-5,50	-2,00	0,38
	Ysum	2,89	9,73	-5,74	-3,83	-3,34	-1,69	-2,16	0,42
	X	0,30	4,35	0,00	-1,78	-1,49	-2,46	-0,89	0,17
	Y	1,29	4,35	-2,57	-1,71	-1,49	-0,76	-0,97	0,19
	Cuadrante	I	I	III	III	III	III	III	I
	Radio	1,33	6,15*	2,57*	2,47*	2,11*	2,57*	1,32	0,25
	Ángulo	76,95	45,00	90,00	43,97	45,00	17,08	47,20	47,86
	Ángulo corregido	76,95	45,00	270,00	223,97	225,00	197,08	227,20	47,86

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XIV- 24. Zsum, categoría focal *Exp*, A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Exp	-0,03	-0,07	-0,48	-0,91	-0,83	-1,28	-1,72	2,65
-4	A5Exp	0,75	1,21	2,43	1,63	-0,83	1,49	-1,00	-3,41
-3	A5Exp	-0,02	-1,33	-2,21	-0,99	-0,83	-0,71	-1,71	4,16
-2	A5Exp	-1,56	1,22	3,62	1,39	-0,83	3,18	-0,27	-4,55
-1	A5Exp	3,63	-1,03	0,00	-0,51	-0,43	-0,23	-0,89	-0,09
1	A5Exp	-0,82	-1,03	0,00	-0,51	-0,43	-0,23	-0,89	0,73
2	A5Exp	0,08	-0,69	3,62	0,20	0,57	3,07	1,89	-5,30
3	A5Exp	-0,72	-1,97	-2,21	0,20	-0,83	-1,86	-1,71	5,29
4	A5Exp	2,46	-0,07	2,43	0,19	-0,83	3,05	0,54	-4,92
5	A5Exp	-0,65	-1,98	-0,48	0,19	-0,83	-1,87	-1,67	4,11
	Xsum	0,35	-5,74	3,36	0,27	-2,35	2,16	-1,84	-0,09
	Ysum	2,77	0,00	3,36	0,61	-3,75	2,45	-5,59	-1,24
	X	0,16	-2,57	1,50	0,12	-1,05	0,97	-0,82	-0,04
	Y	1,24	0,00	1,50	0,27	-1,68	1,10	-2,50	-0,55
	Cuadrante	I	III	I	I	III	I	III	III
	Radio	1,25	2,57*	2,13*	0,30	1,98*	1,46	2,63*	0,56
	Ángulo	82,80	0,00	45,00	66,12	57,93	48,60	71,78	85,85
	Ángulo corregido	82,80	180,00	45,00	66,12	237,93	48,60	251,78	265,85

* Relación significativa a nivel $p < ,05$ Tabla Anexo XIV- 25. Zsum, categoría focal *Pla*, A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Pla	-0,70	-0,88	0,19	-0,41	-0,37	0,06	-0,76	1,32
-4	A5Pla	-0,70	-0,88	0,19	7,36	-0,37	0,07	-0,76	-0,99
-3	A5Pla	-0,70	-0,88	0,20	-0,44	-0,37	0,07	-0,76	1,32
-2	A5Pla	-0,69	-0,88	0,20	-0,44	-0,37	3,45	0,70	-1,76
-1	A5Pla	-0,36	-0,45	-0,51	0,00	-0,19	1,58	-0,39	-0,03
1	A5Pla	-0,36	-0,45	-0,51	0,00	-0,19	-0,56	-0,39	0,54
2	A5Pla	-0,67	-0,88	1,39	-0,44	-0,37	3,39	0,70	-2,53
3	A5Pla	-0,67	-0,88	-0,99	-0,44	-0,37	-1,07	-0,76	2,86
4	A5Pla	-0,62	-0,81	1,63	7,36	-0,34	0,21	-0,68	-2,33
5	A5Pla	-0,60	-0,81	-0,91	-0,41	-0,34	-0,99	-0,69	2,62
	Xsum	-2,92	-3,83	0,61	6,07	-1,61	0,98	-1,82	1,16
	Ysum	-3,15	-3,97	0,27	6,07	-1,67	5,23	-1,97	-0,14
	X	-1,31	-1,71	0,27	2,71	-0,72	0,44	-0,81	0,52
	Y	-1,41	-1,78	0,12	2,71	-0,75	2,34	-0,88	-0,06
	Cuadrante	III	III	I	I	III	I	III	IV
	Radio	1,92	2,47*	0,30	3,84*	1,04	2,38*	1,20	0,52
	Ángulo	47,17	46,03	23,88	45,00	46,05	79,39	47,27	6,88
	Ángulo corregido	227,17	226,03	23,88	45,00	226,05	79,39	227,27	353,12

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XIV- 26. Zsum, categoría focal *Imp* , A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Imp	-0,59	-0,74	-0,83	-0,34	3,02	-0,89	-0,64	1,50
-4	A5Imp	-0,59	-0,74	-0,83	-0,34	6,36	1,76	-0,64	-1,22
-3	A5Imp	-0,59	-0,74	-0,83	-0,37	3,03	-0,89	-0,64	1,50
-2	A5Imp	-0,59	-0,74	0,57	-0,37	6,39	0,44	-0,64	-1,22
-1	A5Imp	-0,30	-0,38	-0,43	-0,19	0,00	2,05	-0,33	-0,21
1	A5Imp	-0,30	-0,38	-0,43	-0,19	0,00	-0,47	-0,33	0,46
2	A5Imp	-0,57	-0,74	-0,83	-0,37	6,39	1,73	1,09	-2,13
3	A5Imp	-0,57	-0,74	-0,83	-0,37	3,03	-0,90	-0,64	1,50
4	A5Imp	-0,57	-0,74	-0,83	-0,37	6,36	0,41	1,14	-1,22
5	A5Imp	-0,55	-0,74	-0,83	-0,37	3,02	-0,91	1,13	0,58
	Xsum	-2,56	-3,34	-3,75	-1,67	18,80	-0,14	2,39	-0,81
	Ysum	-2,66	-3,34	-2,35	-1,61	18,80	2,47	-2,89	0,35
	X	-1,14	-1,49	-1,68	-0,75	8,41	-0,06	1,07	-0,36
	Y	-1,19	-1,49	-1,05	-0,72	8,41	1,10	-1,29	0,16
	Cuadrante	III	III	III	III	I	II	IV	II
	Radio	1,65	2,11*	1,98*	1,04	11,89*	1,11	1,68	0,39
	Ángulo	46,10	45,00	32,07	43,95	45,00	86,76	50,41	23,37
	Ángulo corregido	226,10	225,00	212,07	223,95	45,00	93,24	309,59	156,63

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 27. Zsum, categoría focal *Ver* , A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Ver	-0,98	-2,15	-1,87	-0,99	-0,91	-1,03	-0,52	4,50
-4	A5Ver	-0,98	0,25	3,05	0,21	0,41	2,09	2,18	-4,40
-3	A5Ver	1,21	-2,14	-1,86	-1,07	-0,90	-2,05	-1,86	4,85
-2	A5Ver	0,49	-0,34	3,07	3,39	1,73	2,64	0,18	-5,46
-1	A5Ver	0,50	-1,12	-0,23	-0,56	-0,47	0,00	-0,97	0,53
1	A5Ver	0,50	-1,12	-0,23	1,58	2,05	0,00	-0,97	0,01
2	A5Ver	0,66	0,93	3,18	3,45	0,44	2,64	-1,82	-5,00
3	A5Ver	-0,86	-1,50	-0,71	0,07	-0,89	-2,05	-1,14	4,00
4	A5Ver	-0,87	0,91	1,49	0,07	1,76	2,09	0,31	-3,20
5	A5Ver	-1,57	-0,91	-1,28	0,06	-0,89	-1,03	-1,09	3,59
	Xsum	-2,14	-1,69	2,45	5,23	2,47	1,65	-4,71	-0,60
	Ysum	0,24	-5,50	2,16	0,98	-0,14	1,65	-0,99	0,02
	X	-0,96	-0,76	1,10	2,34	1,10	0,74	-2,11	-0,27
	Y	0,11	-2,46	0,97	0,44	-0,06	0,74	-0,44	0,01
	Cuadrante	II	III	I	I	IV	I	III	II
	Radio	0,96	2,57*	1,46	2,38*	1,11	1,04	2,15*	0,27
	Ángulo	6,40	72,92	41,40	10,61	3,24	45,00	11,87	1,91
	Ángulo corregido	173,60	252,92	41,40	10,61	356,76	45,00	191,87	178,09

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 28. Zsum, categoría focal *Con* , A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Con	0,77	-0,68	-1,67	-0,69	1,13	-1,09	-0,38	1,96
-4	A5Con	-0,20	0,93	0,54	-0,68	1,14	0,31	3,24	-2,83
-3	A5Con	0,70	-1,52	-1,71	-0,76	-0,64	-1,14	-0,43	3,09
-2	A5Con	-0,25	0,06	1,89	0,70	1,09	-1,82	6,67	-3,91
-1	A5Con	3,06	-0,79	-0,89	-0,39	-0,33	-0,97	0,00	0,17
1	A5Con	3,06	-0,79	-0,89	-0,39	-0,33	-0,97	0,00	0,17
2	A5Con	0,80	0,06	-0,27	0,70	-0,64	0,18	6,67	-3,91
3	A5Con	0,80	-1,52	-1,71	-0,76	-0,64	-1,86	-0,43	3,55
4	A5Con	0,79	1,62	-1,00	-0,76	-0,64	2,18	3,24	-3,45
5	A5Con	1,89	-1,53	-1,72	-0,76	-0,64	-0,52	-0,38	2,12
	Xsum	7,34	-2,16	-5,59	-1,97	-2,89	-0,99	9,10	-1,52
	Ysum	4,08	-2,00	-1,84	-1,82	2,39	-4,71	9,10	-1,52
	X	3,28	-0,97	-2,50	-0,88	-1,29	-0,44	4,07	-0,68
	Y	1,82	-0,89	-0,82	-0,81	1,07	-2,11	4,07	-0,68
	Cuadrante	I	III	III	III	II	III	I	III
	Radio	3,76*	1,32	2,63*	1,20	1,68	2,15*	5,76*	0,96
	Ángulo	29,07	42,80	18,22	42,73	39,59	78,13	45,00	45,00
	Ángulo corregido	29,07	222,80	198,22	222,73	140,41	258,13	45,00	225,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 29. Zsum, categoría focal *Obs* , A5

Lag	Focal	Objetivo							
		A5Lec	A5Ana	A5Exp	A5Pla	A5Imp	A5Ver	A5Con	A5Obs
-5	A5Obs	-0,01	3,61	4,11	2,62	0,58	3,59	2,12	-9,33
-4	A5Obs	0,00	-3,81	-4,92	-2,33	-1,22	-3,20	-3,45	10,49
-3	A5Obs	-0,48	4,47	5,29	2,86	1,50	4,00	3,55	-11,76
-2	A5Obs	-0,50	-4,23	-5,30	-2,53	-2,13	-5,00	-3,91	13,01
-1	A5Obs	-2,15	0,33	0,72	0,54	0,46	0,00	0,17	0,00
1	A5Obs	-1,05	0,33	-0,10	-0,03	-0,21	0,52	0,17	0,00
2	A5Obs	-1,82	-4,23	-4,55	-1,76	-1,22	-5,46	-3,91	13,01
3	A5Obs	1,81	4,06	4,16	1,32	1,50	4,85	3,09	-11,76
4	A5Obs	-1,30	-4,23	-3,41	-0,99	-1,22	-4,40	-2,83	10,49
5	A5Obs	-0,01	4,48	2,65	1,32	1,50	4,50	1,96	-9,33
	Xsum	-2,37	0,41	-1,25	-0,14	0,35	0,01	-1,52	2,41
	Ysum	-3,14	0,37	-0,10	1,16	-0,81	-0,61	-1,52	2,41
	X	-1,06	0,18	-0,56	-0,06	0,16	0,00	-0,68	1,08
	Y	-1,40	0,17	-0,04	0,52	-0,36	-0,27	-0,68	1,08
	Cuadrante	III	I	III	II	IV	IV	III	I
	Radio	1,76	0,25	0,56	0,52	0,39	0,27	0,96	1,52
	Ángulo	52,96	42,06	4,57	83,12	66,63	89,06	45,00	45,00
	Ángulo corregido	232,96	42,06	184,57	96,88	293,37	270,94	225,00	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 30. Zsum, categoría focal *Lec*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Lec	2,26	-1,28	-0,93	-0,72	-0,51	-0,99	-0,09	1,21
-4	A6Lec	2,16	-0,06	0,46	-0,74	-0,52	-1,64	2,80	-1,55
-3	A6Lec	0,67	-1,96	-0,97	-0,80	-0,52	-0,47	-0,14	2,26
-2	A6Lec	2,18	1,86	-0,96	-0,79	-0,52	-0,47	3,56	-3,24
-1	A6Lec	0,00	-0,64	1,60	-0,59	-0,38	-0,21	-0,22	0,01
1	A6Lec	0,00	5,24	2,55	-0,59	-0,38	-0,21	-0,22	-2,52
2	A6Lec	2,18	0,50	-1,01	-0,81	-0,53	-1,15	-0,20	0,37
3	A6Lec	0,67	0,49	0,39	-0,81	-0,53	0,54	-0,14	-0,89
4	A6Lec	2,16	0,49	0,38	-0,81	-0,53	-1,17	-0,88	-0,04
5	A6Lec	2,26	-0,14	0,38	-0,82	-0,53	0,52	-0,15	-1,30
	Xsum	7,27	6,58	2,69	-3,84	-2,50	-1,47	-1,59	-4,38
	Ysum	7,27	-2,08	-0,80	-3,64	-2,45	-3,78	5,91	-1,31
	X	3,25	2,94	1,20	-1,72	-1,12	-0,66	-0,71	-1,96
	Y	3,25	-0,93	-0,36	-1,63	-1,10	-1,69	2,64	-0,59
	Cuadrante	I	IV	IV	III	III	III	II	III
	Radio	4,60*	3,09*	1,26	2,37*	1,57	1,81	2,74*	2,04*
	Ángulo	45,00	17,54	16,56	43,47	44,42	68,75	74,94	16,65
	Ángulo corregido	45,00	342,46	343,44	223,47	224,42	248,75	105,06	196,65

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 31. Zsum, categoría focal *Ana*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Ana	-0,14	-0,90	0,83	-0,93	-0,66	-1,36	-0,22	1,70
-4	A6Ana	0,49	3,84	-1,53	0,32	-0,65	-0,39	-0,82	-1,13
-3	A6Ana	0,49	-0,89	0,84	0,53	-0,65	-0,38	-1,43	1,34
-2	A6Ana	0,50	5,45	-0,93	0,16	-0,65	-0,38	-0,81	-2,53
-1	A6Ana	5,24	0,00	0,02	-0,73	-0,47	1,01	-0,69	-1,68
1	A6Ana	-0,64	0,00	1,61	-0,73	-0,47	-0,25	-1,51	0,43
2	A6Ana	1,86	5,45	-1,52	-1,00	-0,65	1,48	0,42	-4,63
3	A6Ana	-1,96	-0,89	0,84	-1,00	-0,65	-1,87	-1,38	3,75
4	A6Ana	-0,06	3,84	-1,53	-1,01	-0,65	0,51	1,73	-2,53
5	A6Ana	-1,28	-0,90	-0,36	-1,01	-0,66	-1,41	-0,14	3,06
	Xsum	-2,08	7,50	-0,96	-4,75	-3,08	-1,54	-0,88	0,08
	Ysum	6,58	7,50	-0,77	-0,65	-3,08	-1,50	-3,97	-2,30
	X	-0,93	3,35	-0,43	-2,12	-1,38	-0,69	-0,39	0,04
	Y	2,94	3,35	-0,34	-0,29	-1,38	-0,67	-1,78	-1,03
	Cuadrante	II	I	III	III	III	III	III	IV
	Radio	3,09*	4,74*	0,55	2,14*	1,95	0,96	1,82	1,03
	Ángulo	72,46	45,00	38,73	7,79	45,00	44,25	77,50	88,01
	Ángulo corregido	107,54	45,00	218,73	187,79	225,00	224,25	257,50	271,99

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 32. Zsum, categoría focal *Exp*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Exp	0,38	-0,36	-1,17	-0,80	-0,56	0,30	1,68	-0,13
-4	A6Exp	0,38	-1,53	2,18	2,32	-0,56	0,30	-0,38	-0,15
-3	A6Exp	0,39	0,84	-1,16	-2,31	-0,56	-0,77	1,01	0,26
-2	A6Exp	-1,01	-1,52	6,21	-0,86	-0,56	-0,22	-0,37	-1,34
-1	A6Exp	2,55	1,61	0,00	-0,62	-0,40	0,32	-0,35	-1,29
1	A6Exp	1,60	0,02	0,00	-0,62	-0,40	0,32	-1,29	-0,08
2	A6Exp	-0,96	-0,93	6,21	-0,86	-0,56	2,96	0,32	-4,49
3	A6Exp	-0,97	0,84	-1,16	-0,86	-0,56	-0,82	-1,02	2,20
4	A6Exp	0,46	-1,53	2,18	-0,86	-0,56	3,47	0,38	-2,91
5	A6Exp	-0,93	0,83	-1,17	-0,87	-0,56	0,24	-1,02	1,41
	Xsum	-0,80	-0,77	6,06	0,00	-2,64	6,17	-2,63	-3,87
	Ysum	2,69	-0,96	6,06	0,00	-2,64	-0,07	1,59	-2,65
	X	-0,36	-0,34	2,71	-1,82	-1,18	2,76	-1,18	-1,73
	Y	1,20	-0,43	2,71	0,00	-1,18	-0,03	0,71	-1,19
	Cuadrante	II	III	I	III	III	IV	II	III
	Radio	1,26	0,55	3,83*	1,86	1,67	2,76*	1,37	2,10*
	Ángulo	73,44	51,27	45,00	11,39	45,00	0,65	31,16	34,40
	Ángulo corregido	106,56	231,27	45,00	191,39	225,00	359,35	148,84	214,40

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 33. Zsum, categoría focal *Pla*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Pla	-0,82	-1,01	-0,87	2,38	-0,27	-0,08	0,52	0,79
-4	A6Pla	-0,81	-1,01	-0,86	0,00	-0,27	0,99	1,87	-0,76
-3	A6Pla	-0,81	-1,00	-0,86	0,00	-0,27	-0,07	-0,83	1,56
-2	A6Pla	-0,81	-1,00	-0,86	2,16	-0,26	2,06	1,88	-1,54
-1	A6Pla	-0,59	-0,73	-0,62	0,00	-0,19	0,58	-0,60	0,64
1	A6Pla	-0,59	-0,73	-0,62	0,00	-0,19	-0,85	-0,60	1,24
2	A6Pla	-0,79	0,16	-0,86	2,16	3,63	2,02	0,53	-2,31
3	A6Pla	-0,80	-0,53	-0,86	2,16	-0,27	-1,15	-0,81	2,32
4	A6Pla	-0,74	0,32	-0,80	2,38	-0,25	1,21	0,73	-1,30
5	A6Pla	-0,72	-0,93	-0,80	2,38	-0,25	0,07	-0,75	1,19
	Xsum	-3,64	-0,65	-3,94	9,08	2,67	1,30	-0,90	1,14
	Ysum	-3,84	-4,75	-4,07	4,54	-1,26	3,48	2,84	0,69
	X	-1,63	-0,29	-1,76	4,06	1,19	0,58	-0,40	0,51
	Y	-1,72	-2,12	-1,82	2,03	-0,56	1,56	1,27	0,31
	Cuadrante	III	III	III	I	IV	I	II	I
	Radio	2,37*	2,14*	2,53*	4,54*	1,32	1,66	1,33	0,60
	Ángulo	46,53	7,79	45,93	26,57	25,26	69,52	72,42	31,18
	Ángulo corregido	226,53	187,79	225,93	26,57	334,74	69,52	107,58	31,18

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 34. Zsum, categoría focal *Imp*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Imp	-0,53	-0,66	-0,56	-0,25	-0,17	-0,74	-0,54	2,03
-4	A6Imp	-0,53	-0,65	-0,56	0,00	-0,17	4,09	-0,54	-1,50
-3	A6Imp	-0,53	-0,65	-0,56	0,00	-0,17	-0,74	-0,54	2,02
-2	A6Imp	-0,53	-0,65	-0,56	3,63	5,74	0,88	-0,54	-1,50
-1	A6Imp	-0,38	-0,47	-0,40	-0,19	0,00	-0,55	-0,39	0,82
1	A6Imp	-0,38	-0,47	-0,40	-0,19	0,00	-0,55	-0,39	0,82
2	A6Imp	-0,52	-0,65	-0,56	-0,26	5,74	2,46	-0,54	-1,50
3	A6Imp	-0,52	-0,65	-0,56	-0,27	-0,17	-0,75	-0,53	2,01
4	A6Imp	-0,52	-0,65	-0,56	-0,27	-0,17	2,45	1,55	-1,50
5	A6Imp	-0,51	-0,66	-0,56	-0,27	-0,17	-0,75	-0,53	2,01
	Xsum	-2,45	-3,08	-2,64	-1,26	5,23	2,86	-0,44	1,84
	Ysum	-2,50	-3,08	-2,64	3,19	5,23	2,94	-2,55	1,87
	X	-1,10	-1,38	-1,18	-0,56	2,34	1,28	-0,20	0,82
	Y	-1,12	-1,38	-1,18	1,43	2,34	1,31	-1,14	0,84
	Cuadrante	III	III	III	II	I	I	III	I
	Radio	1,57	1,95	1,67	1,53	3,31*	1,83	1,16	1,17
	Ángulo	45,58	45,00	45,00	68,45	45,00	45,79	80,21	45,46
	Ángulo corregido	225,58	225,00	225,00	111,55	45,00	45,79	260,21	45,46

* Relación significativa a nivel $p < ,05$ Tabla Anexo XIV- 35. Zsum, categoría focal *Ver*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Ver	0,52	-1,41	0,24	0,07	-0,75	-1,47	-1,24	2,42
-4	A6Ver	-1,17	0,51	3,47	0,00	2,45	2,03	-0,12	-3,97
-3	A6Ver	0,54	-1,87	-0,82	0,00	-0,75	-1,02	-1,78	3,68
-2	A6Ver	-1,15	1,48	2,96	2,02	2,46	3,37	-0,11	-5,56
-1	A6Ver	-0,21	-0,25	0,32	-0,85	-0,55	0,00	-1,75	0,82
1	A6Ver	-0,21	1,01	0,32	0,58	-0,55	0,00	-1,01	-0,13
2	A6Ver	-0,47	-0,38	-0,22	2,06	0,88	3,37	1,62	-3,55
3	A6Ver	-0,47	-0,38	-0,77	-0,07	-0,74	-1,02	-2,26	3,16
4	A6Ver	-1,64	-0,39	0,30	0,99	4,09	2,03	0,58	-1,94
5	A6Ver	-0,99	-1,36	0,30	-0,08	-0,74	-1,47	-0,56	2,85
	Xsum	-3,78	-1,50	-0,07	3,48	2,94	2,91	-1,63	0,39
	Ysum	-1,47	-1,54	6,17	1,24	2,86	2,91	-5,00	-2,61
	X	-1,69	-0,67	-0,03	1,56	1,31	1,30	-0,73	0,17
	Y	-0,66	-0,69	2,76	0,55	1,28	1,30	-2,24	-1,17
	Cuadrante	III	III	II	I	I	I	III	IV
	Radio	1,81	0,96	2,76*	1,65	1,83	1,84	2,35*	1,18
	Ángulo	21,25	45,75	89,35	19,61	44,21	45,00	71,94	81,50
	Ángulo corregido	201,25	225,75	90,65	19,61	44,21	45,00	251,94	278,50

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XIV- 36. Zsum, categoría focal *Con*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Con	-0,15	-0,14	-1,02	-0,75	-0,53	-0,56	-1,66	2,47
-4	A6Con	-0,88	1,73	0,38	0,00	1,55	0,58	2,69	-3,35
-3	A6Con	-0,14	-1,38	-1,02	0,00	-0,53	-2,26	-0,93	4,12
-2	A6Con	-0,20	0,42	0,32	0,53	-0,54	1,62	4,02	-3,88
-1	A6Con	-0,22	-1,51	-1,29	-0,60	-0,39	-1,01	0,00	1,64
1	A6Con	-0,22	-0,69	-0,35	-0,60	-0,39	-1,75	0,00	1,32
2	A6Con	3,56	-0,81	-0,37	1,88	-0,54	-0,11	4,02	-3,88
3	A6Con	-0,14	-1,43	1,01	-0,83	-0,54	-1,78	-0,93	2,62
4	A6Con	2,80	-0,82	-0,38	1,87	-0,54	-0,12	2,69	-2,66
5	A6Con	-0,09	-0,22	1,68	0,52	-0,54	-1,24	-1,66	0,99
	Xsum	5,91	-3,97	1,59	2,84	-2,55	-5,00	4,12	-1,61
	Ysum	-1,59	-0,88	-2,63	-0,82	-0,44	-1,63	4,12	1,00
	X	2,64	-1,78	0,71	1,27	-1,14	-2,24	1,84	-0,72
	Y	-0,71	-0,39	-1,18	-0,37	-0,20	-0,73	1,84	0,45
	Cuadrante	IV	III	IV	IV	III	III	I	II
	Radio	2,74*	1,82	1,37	1,32	1,16	2,35*	2,61*	0,85
	Ángulo	15,06	12,50	58,84	16,11	9,79	18,06	45,00	31,85
	Ángulo corregido	344,94	192,50	301,16	343,89	189,79	198,06	45,00	148,15

* Relación significativa a nivel $p < ,05$ Tabla Anexo XIV- 37. Zsum, categoría focal *Obs*, A6

Lag	Focal	Objetivo							
		A6Lec	A6Ana	A6Exp	A6Pla	A6Imp	A6Ver	A6Con	A6Obs
-5	A6Obs	-1,30	3,06	1,41	1,19	2,01	2,85	0,99	-5,53
-4	A6Obs	-0,04	-2,53	-2,91	0,00	-1,50	-1,94	-2,66	7,02
-3	A6Obs	-0,89	3,75	2,20	2,32	2,01	3,16	2,62	-8,18
-2	A6Obs	0,37	-4,63	-4,49	-2,31	-1,50	-3,55	-3,88	11,30
-1	A6Obs	-2,52	0,43	-0,09	1,23	0,82	-0,14	1,32	0,00
1	A6Obs	0,01	-1,69	-1,29	0,63	0,82	0,81	1,63	0,00
2	A6Obs	-3,24	-2,53	-1,34	-1,54	-1,50	-5,56	-3,88	11,30
3	A6Obs	2,26	1,34	0,26	1,56	2,02	3,68	4,12	-8,18
4	A6Obs	-1,55	-1,13	-0,15	-0,76	-1,50	-3,97	-3,35	7,02
5	A6Obs	1,21	1,70	-0,13	0,79	2,03	2,42	2,47	-5,53
	Xsum	-1,31	-2,31	-2,65	0,68	1,87	0,00	0,99	4,61
	Ysum	-4,38	0,08	-3,88	2,43	1,84	0,00	-1,61	4,61
	X	-0,59	-1,03	-1,19	0,30	0,84	-1,17	0,44	2,06
	Y	-1,96	0,04	-1,74	1,09	0,82	0,00	-0,72	2,06
	Cuadrante	III	II	III	I	I	II	IV	I
	Radio	2,04*	1,03	2,10*	1,13	1,17	1,18	0,85	2,92*
	Ángulo	73,35	1,98	55,67	74,37	44,54	8,25	58,41	45,00
	Ángulo corregido	253,35	178,02	235,67	74,37	44,54	171,75	301,59	45,00

* Relación significativa a nivel $p < ,05$

Tabla Anexo XIV- 38. Zsum, categoría focal *Lec*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Lec	2,25	-1,48	-1,76	-0,63	-0,99	-2,22	0,55	2,46
-4	Lec	3,86	1,36	0,52	-1,25	-1,56	-1,62	3,52	-3,31
-3	Lec	-0,93	-2,59	-0,65	-1,33	0,05	-0,77	0,98	2,96
-2	Lec	4,16	1,64	-1,22	1,62	-2,09	-0,12	4,63	-5,04
-1	Lec	0,00	0,60	1,51	-0,62	-0,83	1,11	3,54	-2,04
1	Lec	0,00	7,12	5,32	0,15	-0,12	-0,68	3,05	-4,92
2	Lec	4,16	1,70	-1,06	-0,79	-1,07	-1,97	0,21	-0,96
3	Lec	-0,93	-0,11	-0,50	-1,38	-0,55	1,26	1,13	-0,10
4	Lec	3,86	1,16	0,62	-0,81	-1,62	-2,23	0,35	-1,10
5	Lec	2,25	-1,16	-1,11	-1,39	-0,04	-0,10	1,86	-0,44
	Xsum	9,34	8,71	3,27	-4,22	-3,40	-3,72	6,60	-7,52
	Ysum	9,34	-0,47	-1,60	-2,21	-5,42	-3,62	13,22	-4,97
	X	4,18	3,90	1,46	-1,89	-1,52	-1,66	2,95	-3,36
	Y	4,18	-0,21	-0,72	-0,99	-2,42	-1,62	5,91	-2,22
	Cuadrante	I	IV	IV	III	III	III	I	III
	Radio	5,91*	3,90*	1,63	2,13*	2,86*	2,32*	6,61*	4,03*
	Ángulo	45,00	3,09	26,07	27,64	57,90	44,22	63,47	33,46
	Ángulo corregido	45,00	356,91	333,93	207,64	237,90	224,22	63,47	213,46

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 39. Zsum, categoría focal *Ana*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ana	-1,16	1,08	-1,65	-1,51	-1,83	-2,41	-0,85	4,20
-4	Ana	1,16	9,54	-2,46	-0,40	-0,35	-0,36	-0,06	-4,80
-3	Ana	-0,11	0,61	-2,18	-2,12	-2,32	-3,25	-2,36	5,94
-2	Ana	1,70	14,65	-2,44	-1,58	-2,32	0,60	-1,54	-7,29
-1	Ana	7,12	0,00	0,18	-1,55	-1,70	-0,25	-2,47	-1,04
1	Ana	0,60	0,00	-0,18	-1,55	-1,02	-1,61	-2,11	1,63
2	Ana	1,64	14,65	-2,18	-1,04	-0,84	3,71	-2,10	-10,04
3	Ana	-2,59	0,61	-1,66	-1,59	-0,85	-4,43	-3,22	7,87
4	Ana	1,36	9,54	-1,94	-0,52	-2,33	2,02	-0,28	-6,21
5	Ana	-1,48	1,08	-1,96	-2,14	-0,37	-2,86	-2,00	5,26
	Xsum	-0,47	25,88	-7,92	-6,84	-5,41	-3,17	-9,71	-1,49
	Ysum	8,71	25,88	-8,55	-7,16	-8,52	-5,67	-7,28	-2,99
	X	-0,21	11,57	-3,54	-3,06	-2,42	-1,42	-4,34	-0,67
	Y	3,90	11,57	-3,82	-3,20	-3,81	-2,54	-3,26	-1,34
	Cuadrante	II	I	III	III	III	III	III	III
	Radio	3,90*	16,37*	5,21*	4,43*	4,51*	2,91*	5,43*	1,49
	Ángulo	86,91	45,00	47,19	46,31	57,59	60,79	36,86	63,51
	Ángulo corregido	93,09	45,00	227,19	226,31	237,59	240,79	216,86	243,51

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 40. Zsum, categoría focal *Exp*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Exp	-1,11	-1,96	0,64	-0,61	-2,06	-1,94	0,61	3,46
-4	Exp	0,62	-1,94	7,45	0,01	-0,97	1,49	0,56	-4,52
-3	Exp	-0,50	-1,66	-0,51	-0,09	-2,05	-2,83	0,21	4,29
-2	Exp	-1,06	-2,18	13,74	-0,67	-1,50	1,00	0,82	-6,38
-1	Exp	5,32	-0,18	0,00	-1,36	-0,74	-0,56	0,53	-1,30
1	Exp	1,51	0,18	0,00	-1,36	-0,74	-1,77	-0,32	0,64
2	Exp	-1,22	-2,44	13,74	-0,67	-1,50	4,92	0,51	-8,91
3	Exp	-0,65	-2,18	-0,51	-1,28	-2,05	-3,63	-1,34	6,50
4	Exp	0,52	-2,46	7,45	-0,69	-1,51	4,40	0,65	-6,03
5	Exp	-1,76	-1,65	0,64	-0,70	-0,97	-2,33	-1,88	4,97
	Xsum	-1,60	-8,55	21,32	-4,70	-6,77	1,59	-2,38	-2,83
	Ysum	3,27	-7,92	21,32	-2,72	-7,32	-2,84	2,73	-4,45
	X	-0,72	-3,82	9,53	-2,10	-3,03	0,71	-1,06	-1,27
	Y	1,46	-3,54	9,53	-1,22	-3,27	-1,27	1,22	-1,99
	Cuadrante	II	III	I	III	III	IV	II	III
	Radio	1,63	5,21*	13,48*	2,43*	4,46*	1,46	1,62	2,36*
	Ángulo	63,93	42,81	45,00	30,06	47,24	60,76	48,92	57,55
	Ángulo corregido	116,07	222,81	45,00	210,06	227,24	299,24	131,08	237,55

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 41. Zsum, categoría focal *Pla*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Pla	-1,39	-2,14	-0,70	2,85	-0,95	0,52	-0,49	1,96
-4	Pla	-0,81	-0,52	-0,69	6,56	-0,95	-0,84	2,65	-1,13
-3	Pla	-1,38	-1,59	-1,28	3,94	-0,95	0,53	-1,14	1,95
-2	Pla	-0,79	-1,04	-0,67	5,16	-0,95	2,34	1,36	-2,15
-1	Pla	0,15	-1,55	-1,36	0,00	-0,68	2,26	-1,28	0,47
1	Pla	-0,62	-1,55	-1,36	0,00	2,42	-1,41	-1,29	1,80
2	Pla	1,62	-1,58	-0,67	5,16	0,16	4,53	-0,52	-4,19
3	Pla	-1,33	-2,12	-0,09	3,94	0,15	-1,81	-0,52	2,64
4	Pla	-1,25	-0,40	0,01	6,56	0,21	1,53	-1,03	-1,55
5	Pla	-0,63	-1,51	-0,61	2,85	-0,93	-0,80	0,26	1,60
	Xsum	-2,21	-7,16	-2,72	18,51	2,01	2,04	-3,10	0,30
	Ysum	-4,22	-6,84	-4,70	18,51	-4,48	4,81	1,10	1,10
	X	-0,99	-3,20	-1,22	8,28	0,90	0,91	-1,39	0,13
	Y	-1,89	-3,06	-2,10	8,28	-2,00	2,15	0,49	0,49
	Cuadrante	III	III	III	I	IV	I	II	I
	Radio	2,13*	4,43*	2,43*	11,71*	2,20*	2,34*	1,47	0,51
	Ángulo	62,36	43,69	59,94	45,00	65,84	67,02	19,54	74,74
	Ángulo corregido	242,36	223,69	239,94	45,00	294,16	67,02	160,46	74,74

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 42. Zsum, categoría focal *Imp*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Imp	-0,04	-0,37	-0,97	-0,93	1,97	-0,42	-1,34	1,49
-4	Imp	-1,62	-2,33	-1,51	0,21	9,04	2,95	-1,35	-1,02
-3	Imp	-0,55	-0,85	-2,05	0,15	6,03	-0,83	-1,94	1,80
-2	Imp	-1,07	-0,84	-1,50	0,16	9,09	2,51	-0,79	-2,27
-1	Imp	-0,12	-1,02	-0,74	2,42	0,00	1,70	-1,41	-0,04
1	Imp	-0,83	-1,70	-0,74	-0,68	0,00	0,57	-0,62	1,17
2	Imp	-2,09	-2,32	-1,50	-0,95	9,09	3,67	3,80	-3,84
3	Imp	0,05	-2,32	-2,05	-0,95	6,03	-2,97	-0,79	3,68
4	Imp	-1,56	-0,35	-0,97	-0,95	9,04	-0,09	3,92	-2,89
5	Imp	-0,99	-1,83	-2,06	-0,95	1,97	-1,34	-0,75	3,98
	Xsum	-5,42	-8,52	-7,32	-4,48	26,13	-0,16	5,56	2,10
	Ysum	-3,40	-5,41	-6,77	2,01	26,13	5,91	-6,83	-0,04
	X	-2,42	-3,81	-3,27	-2,00	11,69	-0,07	2,49	0,94
	Y	-1,52	-2,42	-3,03	0,90	11,69	2,64	-3,05	-0,02
	Cuadrante	III	III	III	II	I	II	IV	IV
	Radio	2,86*	4,51*	4,46*	2,20*	16,53*	2,64*	3,94*	0,94
	Ángulo	32,10	32,41	42,76	24,16	45,00	88,45	50,85	1,09
	Ángulo corregido	212,10	212,41	222,76	155,84	45,00	91,55	309,15	358,91

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 43. Zsum, categoría focal *Ver*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ver	-0,10	-2,86	-2,33	-0,80	-1,34	-3,57	-2,87	8,06
-4	Ver	-2,23	2,02	4,40	1,53	-0,09	8,66	0,40	-9,54
-3	Ver	1,26	-4,43	-3,63	-1,81	-2,97	-3,73	-4,36	10,71
-2	Ver	-1,97	3,71	4,92	4,53	3,67	9,28	-0,61	-12,99
-1	Ver	-0,68	-1,61	-1,77	-1,41	0,57	0,00	-2,95	2,41
1	Ver	1,11	-0,25	-0,56	2,26	1,70	0,00	-2,33	-0,03
2	Ver	-0,12	0,60	1,00	2,34	2,51	9,28	1,87	-10,32
3	Ver	-0,77	-3,25	-2,83	0,53	-0,83	-3,73	-4,02	9,22
4	Ver	-1,62	-0,36	1,49	-0,84	2,95	8,66	1,44	-7,67
5	Ver	-2,22	-2,41	-1,94	0,52	-0,42	-3,57	-1,48	7,40
	Xsum	-3,62	-5,67	-2,84	4,81	5,91	10,64	-4,52	-1,40
	Ysum	-3,72	-3,17	1,59	2,04	-0,16	10,64	-10,39	-1,35
	X	-1,62	-2,54	-1,27	2,15	2,64	4,76	-2,02	-0,63
	Y	-1,66	-1,42	0,71	0,91	-0,07	4,76	-4,65	-0,60
	Cuadrante	III	III	II	I	IV	I	III	III
	Radio	2,32*	2,91*	1,46	2,34*	2,64*	6,73*	5,07*	0,87
	Ángulo	45,78	29,21	29,24	22,98	1,55	45,00	66,49	43,96
	Ángulo corregido	225,78	209,21	150,76	22,98	358,45	45,00	246,49	223,96

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 44. Zsum, categoría focal *Con*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Con	1,86	-2,00	-1,88	0,26	-0,75	-1,48	-1,16	3,14
-4	Con	0,35	-0,28	0,65	-1,03	3,92	1,44	5,81	-5,56
-3	Con	1,13	-3,22	-1,34	-0,52	-0,79	-4,02	-1,00	6,06
-2	Con	0,21	-2,10	0,51	-0,52	3,80	1,87	10,99	-7,50
-1	Con	3,05	-2,11	-0,32	-1,29	-0,62	-2,33	0,00	1,16
1	Con	3,54	-2,47	0,53	-1,28	-1,41	-2,95	0,00	1,26
2	Con	4,63	-1,54	0,82	1,36	-0,79	-0,61	10,99	-7,85
3	Con	0,98	-2,36	0,21	-1,14	-1,94	-4,36	-1,00	5,55
4	Con	3,52	-0,06	0,56	2,65	-1,35	0,40	5,81	-6,08
5	Con	0,55	-0,85	0,61	-0,49	-1,34	-2,87	-1,16	3,22
	Xsum	13,22	-7,28	2,73	1,10	-6,83	-10,39	14,64	-3,90
	Ysum	6,60	-9,71	-2,38	-3,10	5,56	-4,52	14,64	-2,70
	X	5,91	-3,26	1,22	0,49	-3,05	-4,65	6,55	-1,74
	Y	2,95	-4,34	-1,06	-1,39	2,49	-2,02	6,55	-1,21
	Cuadrante	I	III	IV	IV	II	III	I	III
	Radio	6,61*	5,43*	1,62	1,47	3,94*	5,07*	9,26*	2,12*
	Ángulo	26,53	53,14	41,08	70,46	39,15	23,51	45,00	34,70
	Ángulo corregido	26,53	233,14	318,92	289,54	140,85	203,51	45,00	214,70

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XIV- 45. Zsum, categoría focal *Obs*, pareja 3

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Obs	-0,44	5,26	4,97	1,60	3,98	7,40	3,22	-14,87
-4	Obs	-1,10	-6,21	-6,03	-1,55	-2,89	-7,67	-6,08	18,37
-3	Obs	-0,10	7,87	6,50	2,64	3,68	9,22	5,55	-20,41
-2	Obs	-0,96	-10,04	-8,91	-4,19	-3,84	-10,32	-7,85	26,32
-1	Obs	-4,92	1,63	0,64	1,80	1,17	-0,03	1,26	0,00
1	Obs	-2,04	-1,04	-1,30	0,47	-0,04	2,41	1,16	0,00
2	Obs	-5,04	-7,29	-6,38	-2,15	-2,27	-12,99	-7,50	26,32
3	Obs	2,96	5,94	4,29	1,95	1,80	10,71	6,06	-20,41
4	Obs	-3,31	-4,80	-4,52	-1,13	-1,02	-9,54	-5,56	18,37
5	Obs	2,46	4,20	3,46	1,96	1,49	8,06	3,14	-14,87
	Xsum	-4,97	-2,99	-4,45	1,10	-0,04	-1,35	-2,70	9,41
	Ysum	-7,52	-1,49	-2,83	0,30	2,10	-1,40	-3,90	9,41
	X	-2,22	-1,34	-1,99	0,49	-0,02	-0,60	-1,21	4,21
	Y	-3,36	-0,67	-1,27	0,13	0,94	-0,63	-1,74	4,21
	Cuadrante	III	III	III	I	II	III	III	I
	Radio	4,03*	1,49	2,36*	0,51	0,94	0,87	2,12*	5,95*
	Ángulo	56,54	26,49	32,45	15,26	88,91	46,04	55,30	45,00
	Ángulo corregido	236,54	206,49	212,45	15,26	91,09	226,04	235,30	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XIV- 46. Estadísticas básicas, arrastre, A5, A6, pareja 3

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A5	A6	P1	A5	A6	P1	A5	A6	P1	A5	A6	P1
Err	1	13	14	23	97	120	0,01	0,06	0,04	23	7,46	8,57
Gui	1	11	12	2	112	114	0,01	0,07	0,03	2	10,18	9,5
NoArr	3	23	26	1607	1423	3030	0,98	0,87	0,93	535,67	61,87	116,54
Total eventos	5	47	52									
Total Tiempo				1632	1632	3264						

Tabla Anexo XIV- 47. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A5

	A5Rat		A5NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A5Err	1	23	0	0	1	23
A5Gui	1	2	0	0	1	2
A5NoArr	3	25	4	1582	7	1607
Total	5	50	4	1582	9	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 48. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, A6

	A6Rat		A6NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A6Err	37	96	1	1	38	97
A6Gui	11	112	0	0	11	112
A6NoArr	13	208	1	1215	14	1423
Total	61	416	2	1216	106	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 49. Coocurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 3

	A6Rat		A6NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A6Err	38	119	1	1	39	120
A6Gui	12	114	0	0	12	114
A6NoArr	16	233	5	2797	21	3030
Total	66	466	6	2798	72	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 50. Coocurrencias, arrastre vs página, A5

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	23	0	0	1	23
A5Gui	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
A5NoArr	3	676	5	133	5	160	3	49	2	293	2	296	0	0	20	1607
Total	3	676	5	133	6	162	3	49	2	293	3	319	0	0	22	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 51. Coocurrencias, arrastre vs página, A6

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A6Err	0	0	0	0	2	7	0	0	11	85	1	5	0	0	14	97
A6Gui	0	0	0	0	1	6	0	0	3	36	7	70	0	0	11	112
A6NoArr	3	676	5	133	7	149	3	49	13	172	9	244	0	0	40	1423
Total	3	676	5	133	10	162	3	49	27	293	17	319	0	0	65	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 52. Coocurrencias, arrastre vs página, pareja 3

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	2	7	0	0	11	85	2	28	0	0	15	120
Gui	0	0	0	0	2	8	0	0	3	36	7	70	0	0	12	114
NoArr	6	1352	10	266	12	309	6	98	15	465	11	540	0	0	60	3030
Total	6	1352	10	266	16	324	6	98	29	586	20	638	0	0	87	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 53. Estadísticas básicas, ratón, A5, A6, pareja 3

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A5	A6	P1	A5	A6	P1	A5	A6	P1	A5	A6	P1
Rat	3	43	46	50	416	466	0,03	0,25	0,14	560,5	23,4	47,8
NoRat	4	44	48	1582	1216	2798	0,97	0,75	0,86	16,6	9,6	10,1
Total	7	87	94	1632	1632	3264						

Tabla Anexo XIV- 54. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A5

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Rat	0	0	0	0	1	9	0	0	0	0	2	41	0	0	3	50
A5NoRat	3	676	5	133	5	153	3	49	2	293	3	278	0	0	21	1582
Total	3	676	5	133	6	162	3	49	2	293	5	319	0	0	24	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 55. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, A6

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
A6Rat	4	6	8	17	13	72	4	9	13	155	11	157	0	0	53	416
A6NoRat	3	670	5	116	9	90	1	40	14	138	12	162	0	0	44	1216
Total	7	676	13	133	22	162	3	49	27	293	23	319	0	0	97	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 56. Coocurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 3

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	4	6	8	17	14	81	4	9	13	155	13	198	0	0	56	466
NoRat	6	1346	10	249	14	243	4	89	16	431	15	440	0	0	65	2798
Total	10	1352	18	266	28	324	6	98	29	586	28	638	0	0	121	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 57. Estadísticas básicas, páginas A5, A6, pareja 3

Cat	frecuencia	duración	probabilidad	Duración Media
Pag1	3	676	0,41	225,33
Pag2	5	133	0,08	26,6
Pag3	4	162	0,1	40,5
Pag4	3	49	0,03	16,333
Pag5	2	293	0,18	146,5
Pag6	1	319	0,2	319
NoPag	0	0	0	0
Total	18	1632	1	

Nota: Dado que ambos sujetos ven la misma página, los datos para sujetos coincide con los datos para la pareja.

Tabla Anexo XIV- 58. Estadísticas básicas, interactividad, A5, A6, pareja 3

Cat	freq			dura			prob		
	A5	A6	P1	A5	A6	P1	A5	A6	P1
Int1	1	7	8	23	62	85	0,01	0,04	0,03
Int2	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
Int3	6	0	6	21	0	21	0,01	0,00	0,01
Int4	1	1	2	1	7	8	0,00	0,00	0,00
Int5	4	2	6	33	30	63	0,02	0,02	0,02
NoInt	13	11	24	1554	1533	3087	0,95	0,94	0,95
Total	25	21	46						
Total seg.				1632	1632	3264			

Tabla Anexo XIV- 59. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, A5

	A5Lec		A5Ana		A5Exp		A5Pla		A5Imp		A5Ver		A5Con		A5Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Int1	0	0	0	0	1	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	23
A5Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A5Int3	0	0	2	10	2	7	0	0	0	0	2	4	0	0	0	0	6	21
A5Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
A5Int5	0	0	1	6	2	19	0	0	0	0	1	8	0	0	0	0	4	33
A5NoInt	17	175	23	120	29	164	7	39	5	30	33	63	20	31	128	932	262	1554
Total	17	175	26	136	34	213	7	39	5	30	37	76	20	31	128	932	274	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 60. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, A6

	A6Lec		A6Ana		A6Exp		A6Pla		A6Imp		A6Ver		A6Con		A6Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A6Int1	0	0	5	54	0	0	0	0	0	0	2	8	0	0	0	0	7	62
A6Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7	0	0	0	0	1	7
A6Int5	0	0	2	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	30
A6NoInt	26	155	35	227	29	215	7	48	3	37	45	138	27	43	132	670	304	1533
Total	26	155	42	309	29	215	7	48	3	37	48	153	27	43	133	672	315	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 61. Coocurrencias, interactividad vs resolución de problemas, pareja 3

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	5	54	1	23	0	0	0	0	2	8	0	0	0	0	8	85
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	2	10	2	7	0	0	0	0	2	4	0	0	0	0	6	21
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	0	0	0	0	2	8
Int5	0	0	3	34	2	19	0	0	0	0	1	8	0	0	1	2	6	63
NoInt	43	330	58	347	58	379	14	87	8	67	78	201	47	74	261	1602	854	3087
Total	330	330	68	445	63	428	14	87	8	67	85	229	47	74	261	1604	876	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 62. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A5

	A5Err		A5Gui		A5NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Int1	1	23	0	0	0	0	1	23
A5Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
A5Int3	0	0	0	0	6	21	6	21
A5Int4	0	0	0	0	1	1	1	1
A5Int5	0	0	0	0	4	33	4	33
A5NoInt	0	0	1	2	14	1552	15	1554
Total	1	23	1	2	25	1607	27	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 63. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, A6

	A6Err		A6Gui		A6NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A6Int1	0	0	6	40	6	22	12	62
A6Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int3	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int4	0	0	0	0	1	7	1	7
A6Int5	0	0	0	0	2	30	2	30
A6NoInt	13	97	8	72	26	1364	47	1533
Total	13	97	14	112	35	1423	62	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 64. Coocurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 3

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	1	23	6	40	6	22	13	85
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	0	0	6	21	6	21
Int4	0	0	0	0	2	8	2	8
Int5	0	0	0	0	6	63	6	63
NoInt	13	97	9	74	40	2916	62	3087
Total	14	120	15	114	60	3030	89	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 65. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A5

	A5Rat		A5NoRat		fr	Total
	fr	T	fr	T		
A5Int1	1	23	0	0	1	23
A5Int2	0	0	0	0	0	0
A5Int3	0	0	6	21	6	21
A5Int4	0	0	1	1	1	1
A5Int5	0	0	4	33	4	33
A5NoInt	3	27	15	1527	18	1554
Total	4	50	26	1582	30	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 66. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, A6

	A6Rat		A6NoRat		fr	Total
	fr	T	fr	T		
A6Int1	8	46	4	16	12	62
A6Int2	0	0	0	0	0	0
A6Int3	0	0	0	0	0	0
A6Int4	0	0	1	7	1	7
A6Int5	1	14	1	16	2	30
A6NoInt	44	355	44	1178	88	1533
Total	53	415	50	1217	103	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 67. Coocurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 3

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	9	69	4	16	13	85
Int2	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	6	21	6	21
Int4	0	0	2	8	2	8
Int5	1	14	5	49	6	63
NoInt	47	382	59	2705	106	3087
Total	57	465	76	2799	134	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 68. Coocurrencias, interactividad vs página, A5

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A5Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	23	0	0	1	23
A5Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A5Int3	0	0	0	0	2	7	0	0	2	8	2	6	0	0	6	21
A5Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
A5Int5	1	6	0	0	0	0	0	0	2	19	1	8	0	0	4	33
A5NoInt	3	670	5	133	6	155	3	49	6	266	6	281	0	0	29	1554
Total	4	676	5	133	8	162	3	49	10	293	11	119	0	0	41	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XIV- 69. Coocurrencias, interactividad vs página, A6

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	Fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A6Int1	0	0	0	0	2	13	0	0	1	7	4	42	0	0	7	62
A6Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6Int4	0	0	0	0	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7
A6Int5	0	0	0	0	1	14	0	0	0	0	1	16	0	0	2	30
A6NoInt	3	676	5	133	7	128	3	49	3	286	6	261	0	0	27	1533
Total	3	676	5	133	11	162	3	49	4	293	11	319	0	0	37	1632

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

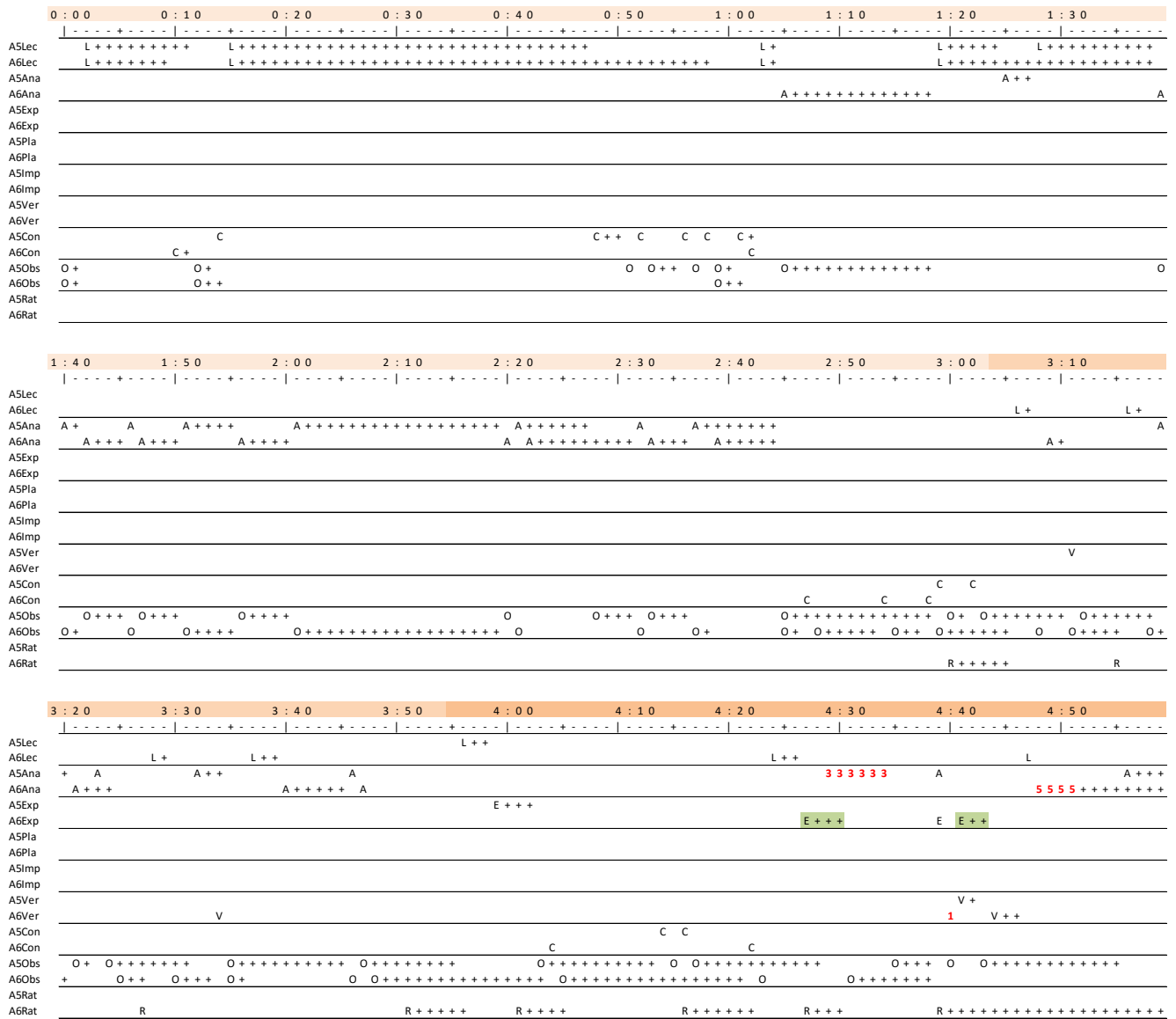
Tabla Anexo XIV- 70. Coocurrencias, interactividad vs página, pareja 3

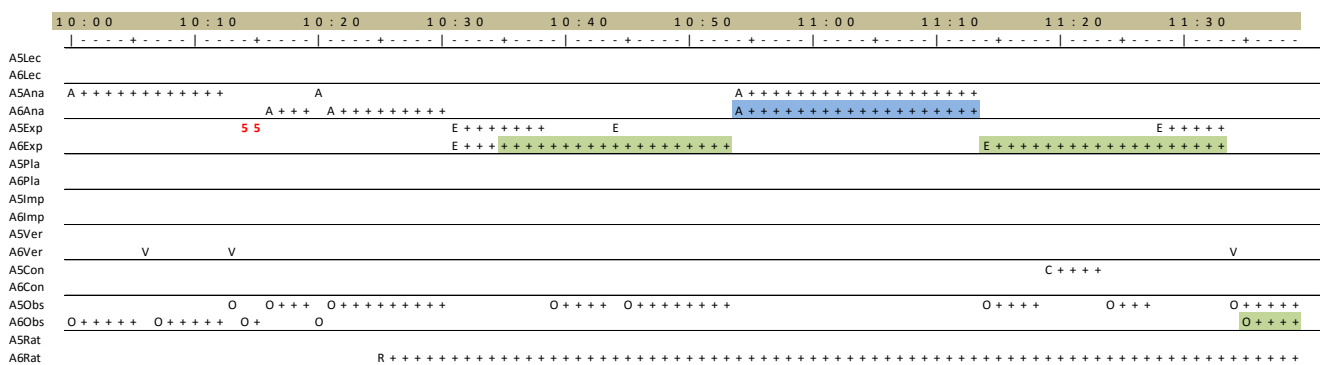
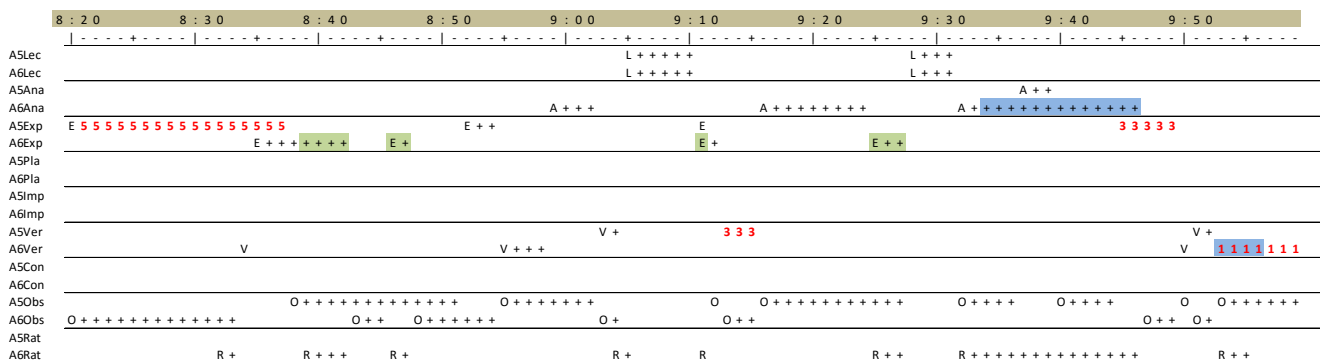
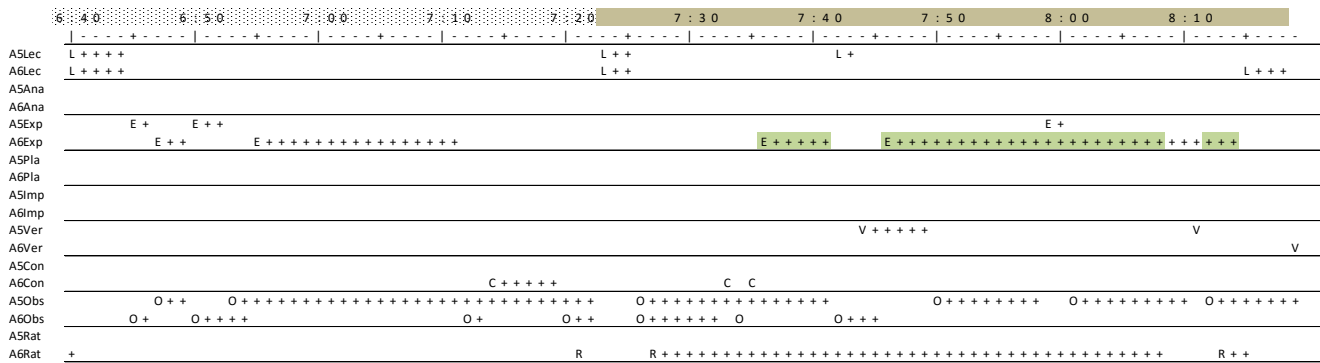
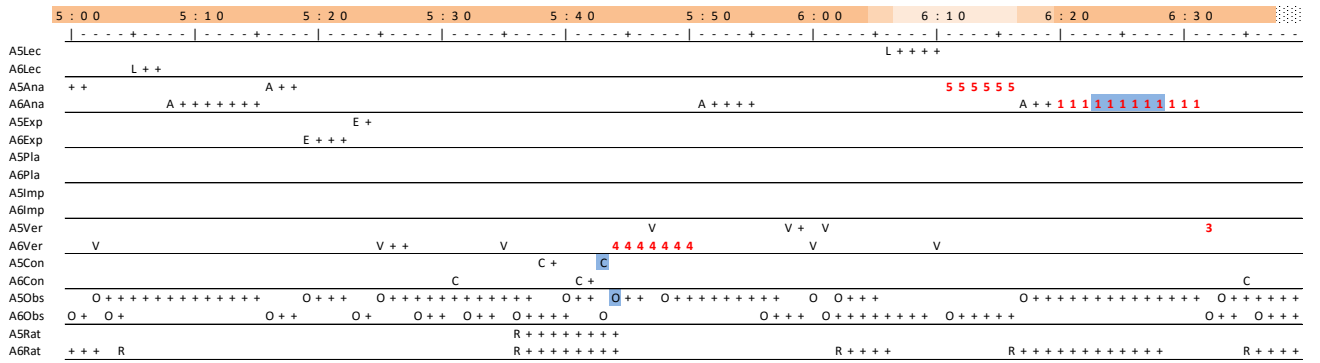
	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	0	0	0	0	2	13	0	0	1	7	5	65	0	0	8	85
Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int3	0	0	0	0	2	7	0	0	2	8	2	6	0	0	6	21
Int4	0	0	0	0	1	7	0	0	0	0	1	1	0	0	2	8
Int5	1	6	0	0	1	14	0	0	2	19	2	24	0	0	6	63
NoInt	6	1346	10	266	13	283	6	98	9	552	12	542	0	0	56	3087
Total	7	1352	10	266	19	324	6	98	14	586	22	438	0	0	78	3264

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Leyenda

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
No Página:	
Interac. Tipo	





	11:40	11:50	12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50	13:00	13:10	
A5Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----										
A6Lec	L++++										
A5Ana	L										
A6Ana	L+ A++++										
A5Exp	A++++										
A6Exp											
A5Pla											
A6Pla											
A5Imp											
A6Imp											
A5Ver	V+										
A6Ver	V++ V+++										
A5Con	C										
A6Con	C C+										
A5Obs	O+++++										
A6Obs	+ O+++++ O O+ O++ O++++										
A5Rat	O+++++										
A6Rat	+ O+++++ O+ O++ O++										
A5Lec	+										
A6Lec											
A5Ana	A+++++										
A6Ana	A+										
A5Exp	E+++++										
A6Exp	E+++ E+ E+++++										
A5Pla	E+++++										
A6Pla	E+++++ P+										
A5Imp											
A6Imp											
A5Ver	V										
A6Ver	V V++ V+++										
A5Con	C										
A6Con	O+ O+++++										
A5Obs	O+ O+++++										
A6Obs	+ O+ O+++++ O+++++										
A5Rat	O+++++										
A6Rat	O+ O+										

	13:20	13:30	13:40	13:50	14:00	14:10	14:20	14:30	14:40	14:50	
A5Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----										
A6Lec	+										
A5Ana	A+++++										
A6Ana	A+										
A5Exp	E+++++										
A6Exp	E+++ E+ E+++++										
A5Pla	E+++++										
A6Pla	E+++++ P+										
A5Imp											
A6Imp											
A5Ver	V										
A6Ver	V V++ V+++										
A5Con	C										
A6Con	O+ O+++++										
A5Obs	O+ O+++++										
A6Obs	+ O+ O+++++ O+++++										
A5Rat	O+++++										
A6Rat	O+ O+										

	15:00	15:10	15:20	15:30	15:40	15:50	16:00	16:10	16:20	16:30	
A5Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----										
A6Lec											
A5Ana	A++										
A6Ana											
A5Exp	E+++++										
A6Exp	E+ E+ E+++++										
A5Pla	E+++ E+										
A6Pla	P+++++										
A5Imp											
A6Imp											
A5Ver	V++++										
A6Ver	V++ V+++ V V++ V+++										
A5Con	V										
A6Con	V+ V++ V+++										
A5Obs	O+ O+ O+										
A6Obs	+++++ O+++++										
A5Rat	O+++++										
A6Rat	O+++++										

	16:40	16:50	17:00	17:10	17:20	17:30	17:40	17:50	18:00	18:10	
A5Lec	----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----										
A6Lec											
A5Ana											
A6Ana											
A5Exp	E+++++										
A6Exp	E+										
A5Pla	E+++++										
A6Pla	P+++ P++++ P+++++										
A5Imp											
A6Imp											
A5Ver	V V+										
A6Ver	V V++ V V++ V										
A5Con	V										
A6Con	V++										
A5Obs	O+ O+++++										
A6Obs	O+ O+++++										
A5Rat	O+++++										
A6Rat	O+++++										

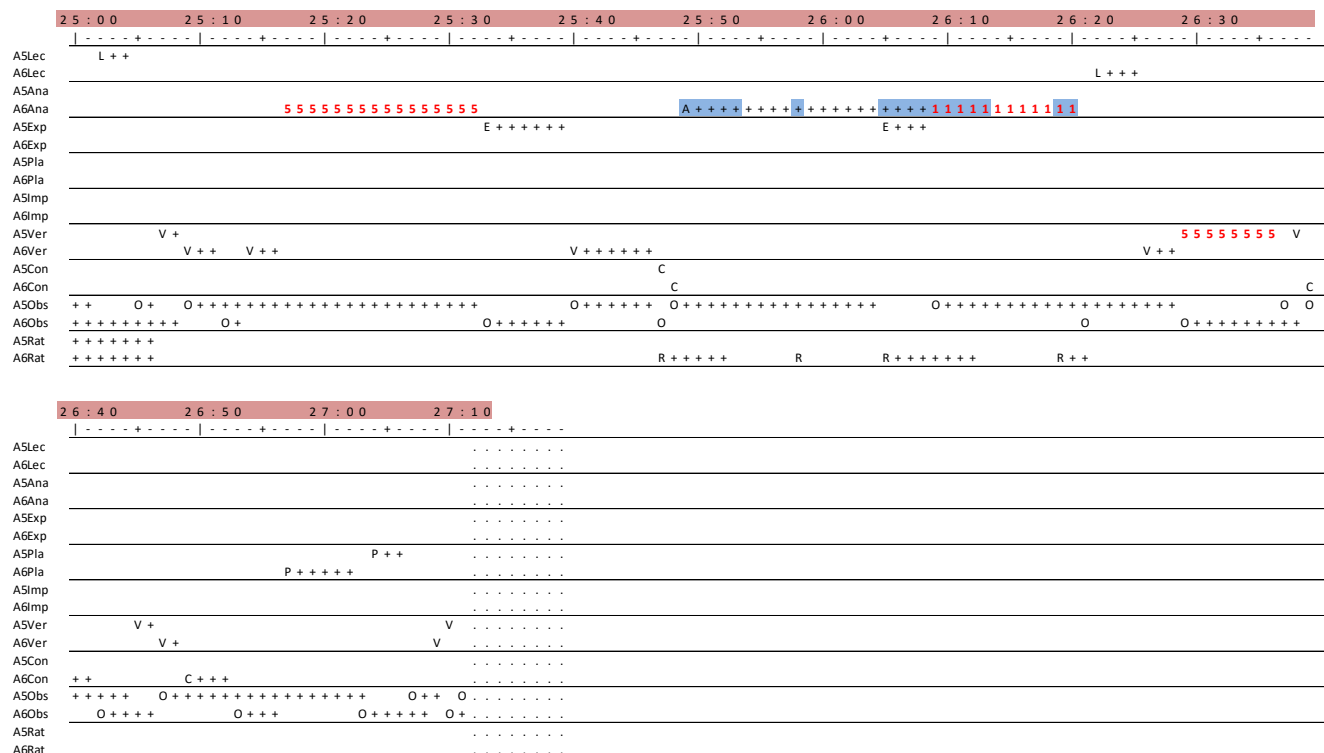


Figura Anexo XIV- 1 Gráfico secuencial, pareja 3

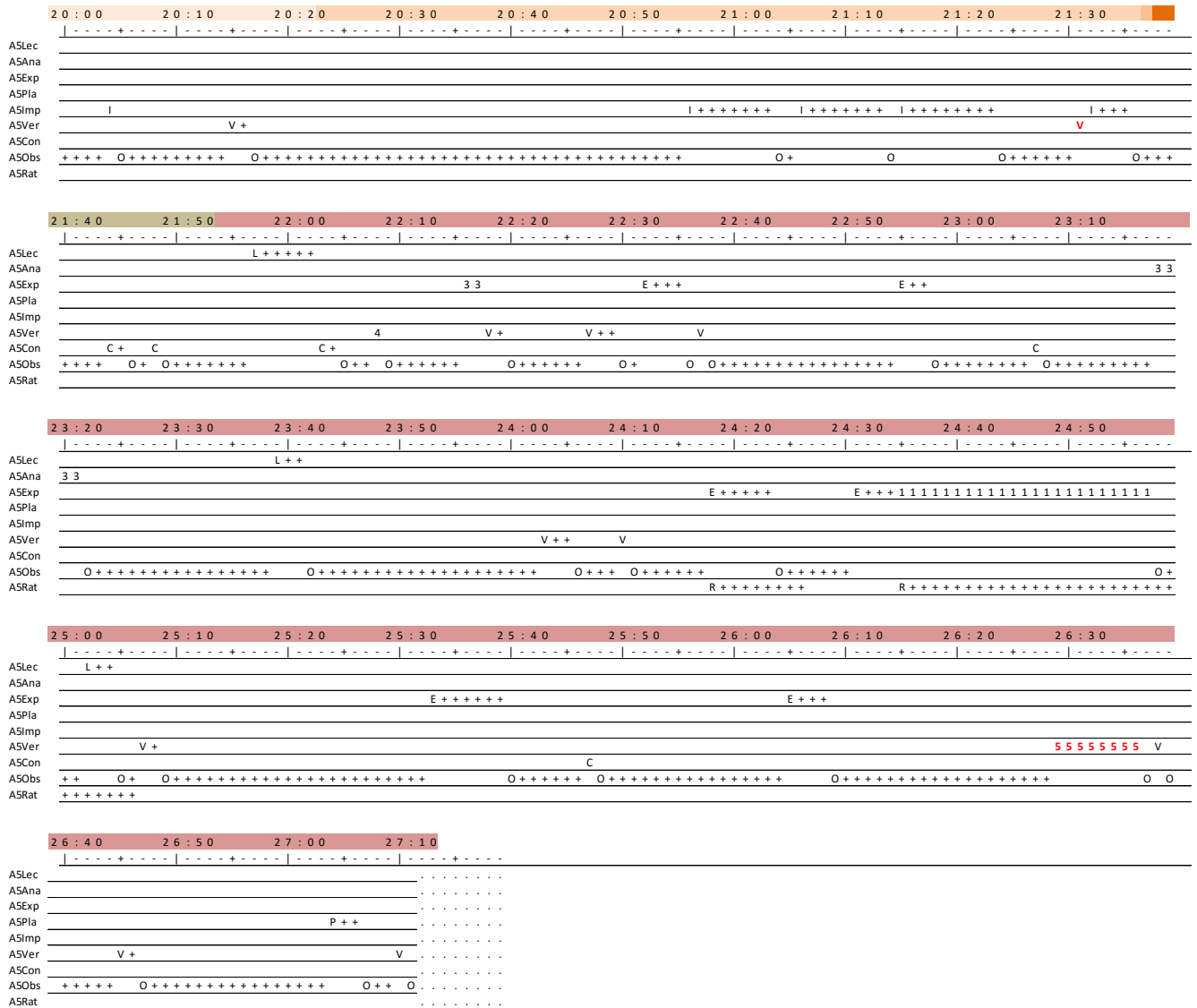
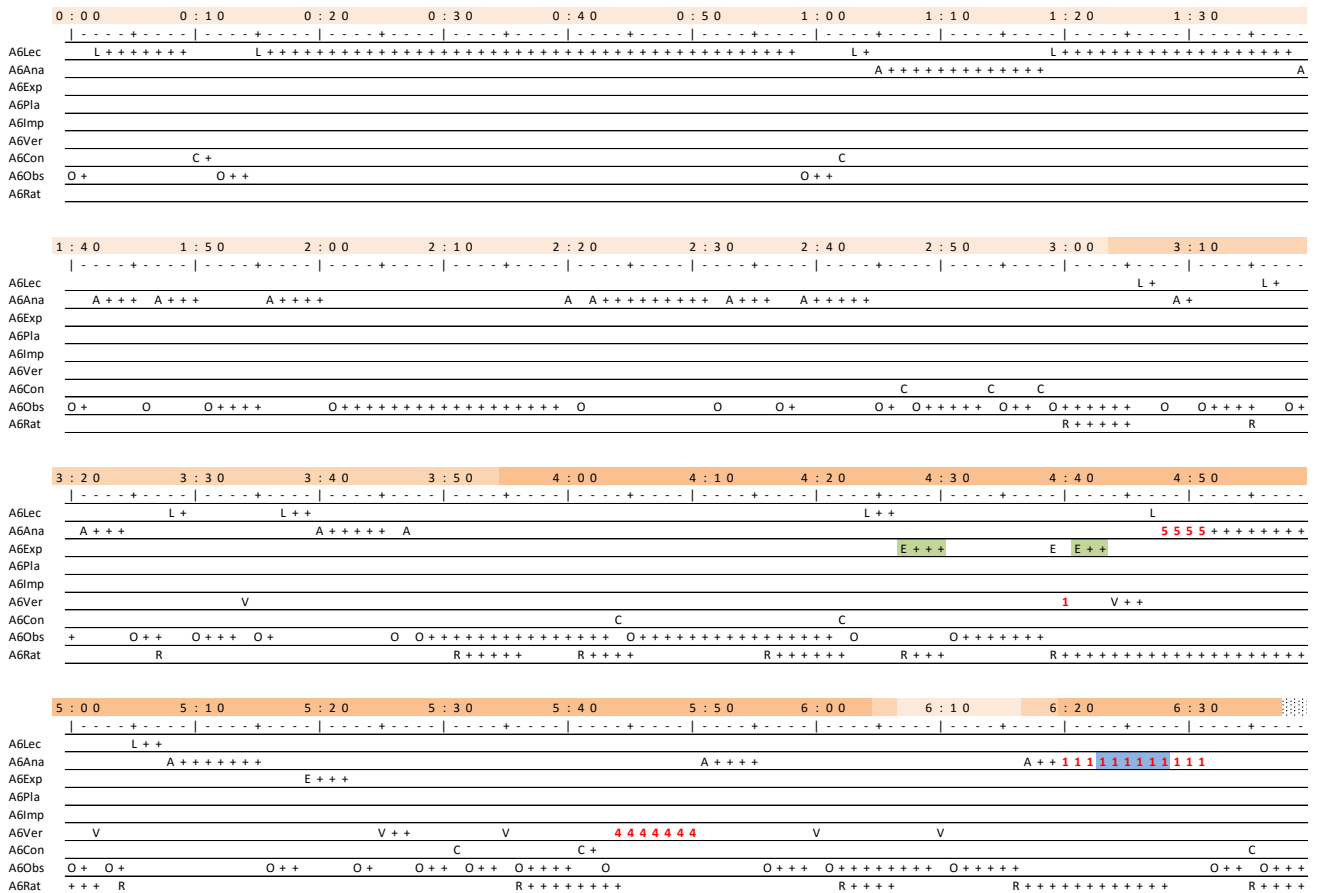


Figura Anexo XIV- 2. Gráfico secuencial, A5

Legenda

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
No Página:	
Interac. Tipo	



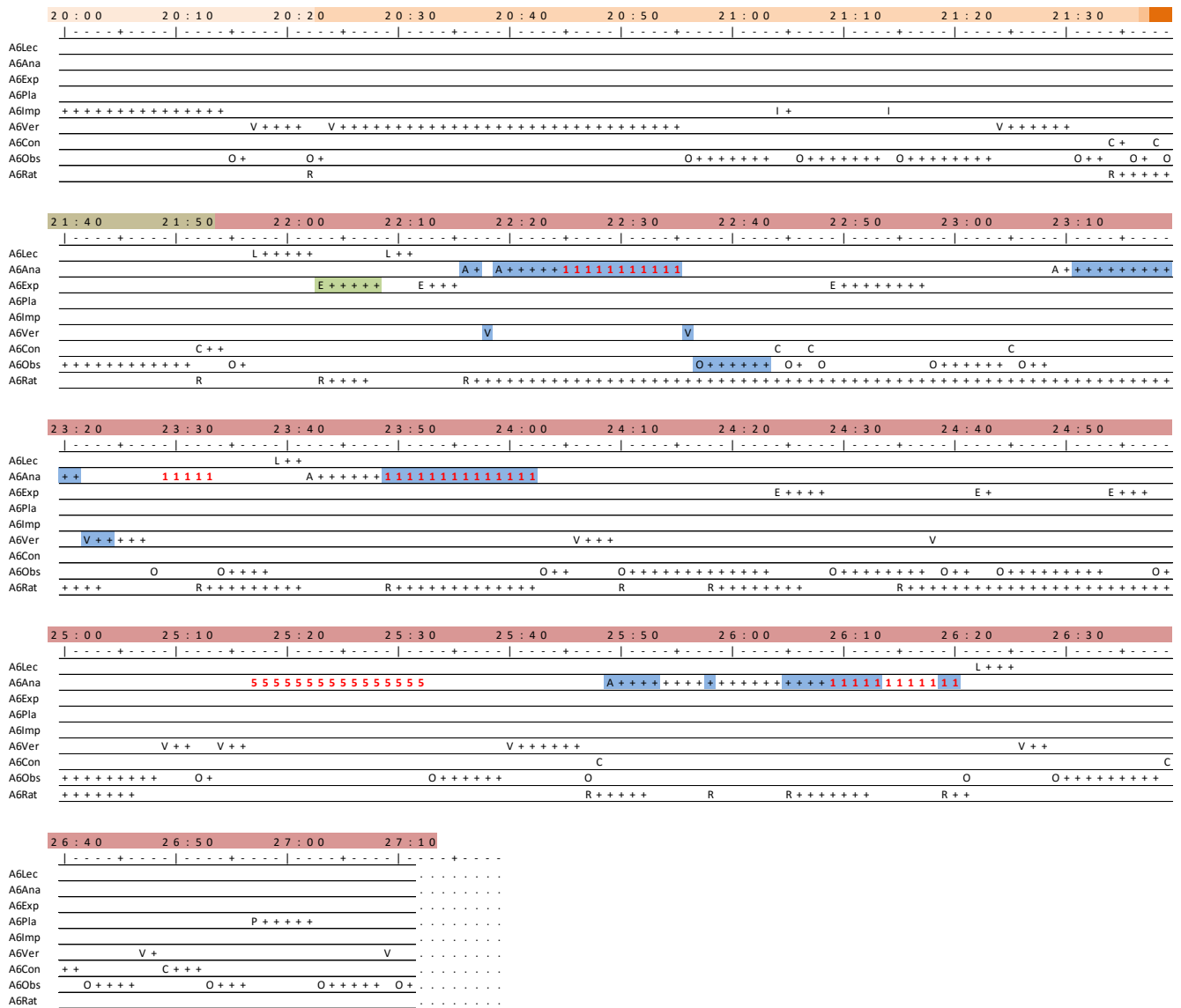


Figura Anexo XIV- 3. Gráfico secuencial, A6

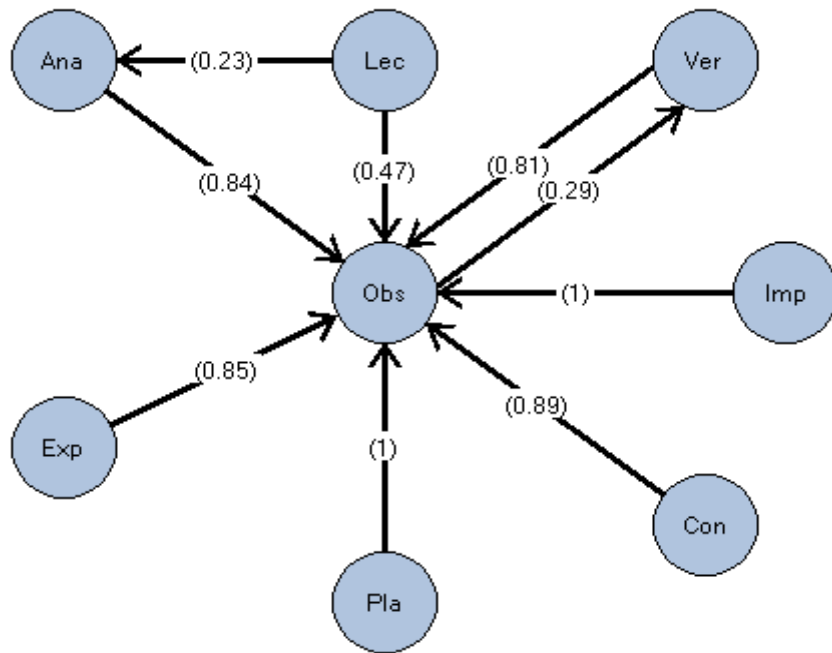


Figura Anexo XIV- 4. Grafo de transición, pareja 3

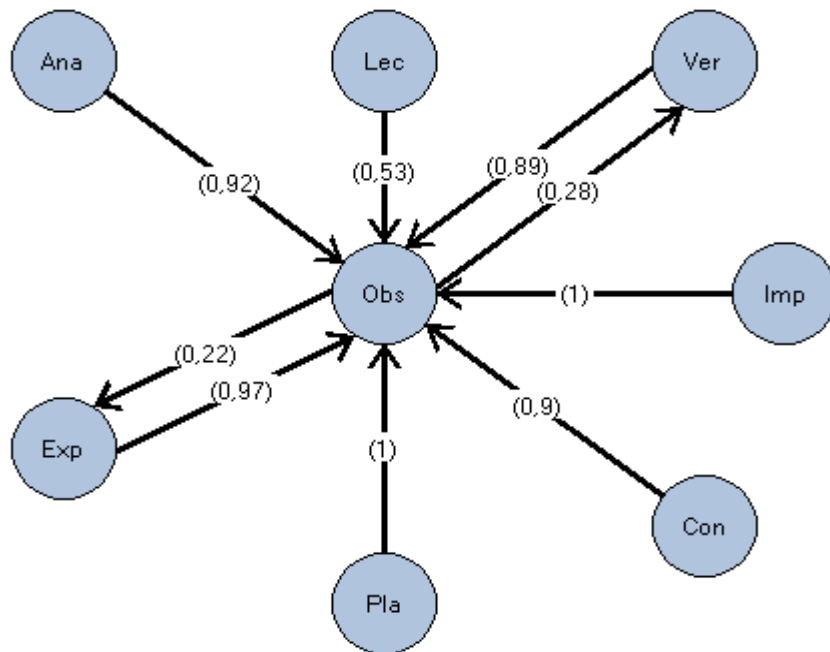


Figura Anexo XIV- 5. Grafo de transición, A5

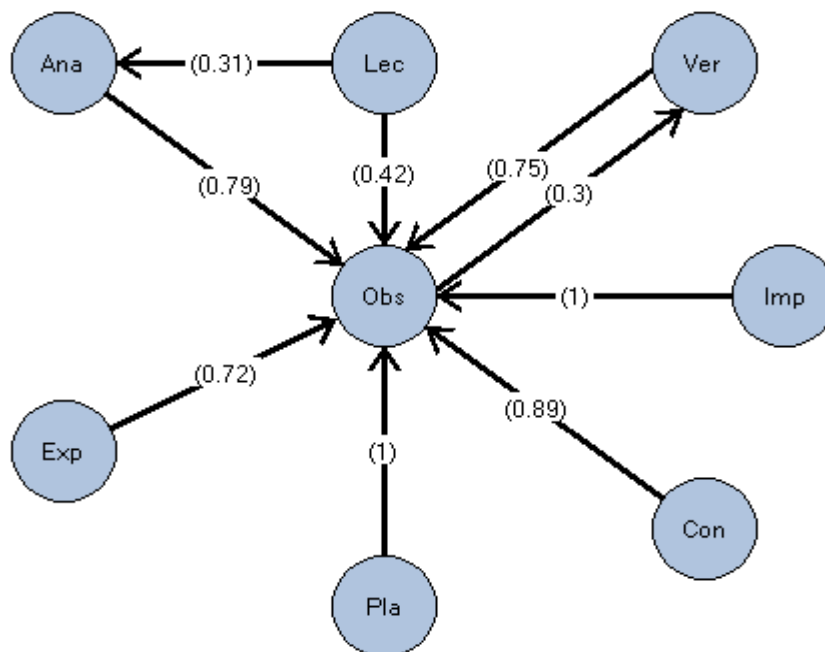


Figura Anexo XIV- 6. Grafo de transición, A6

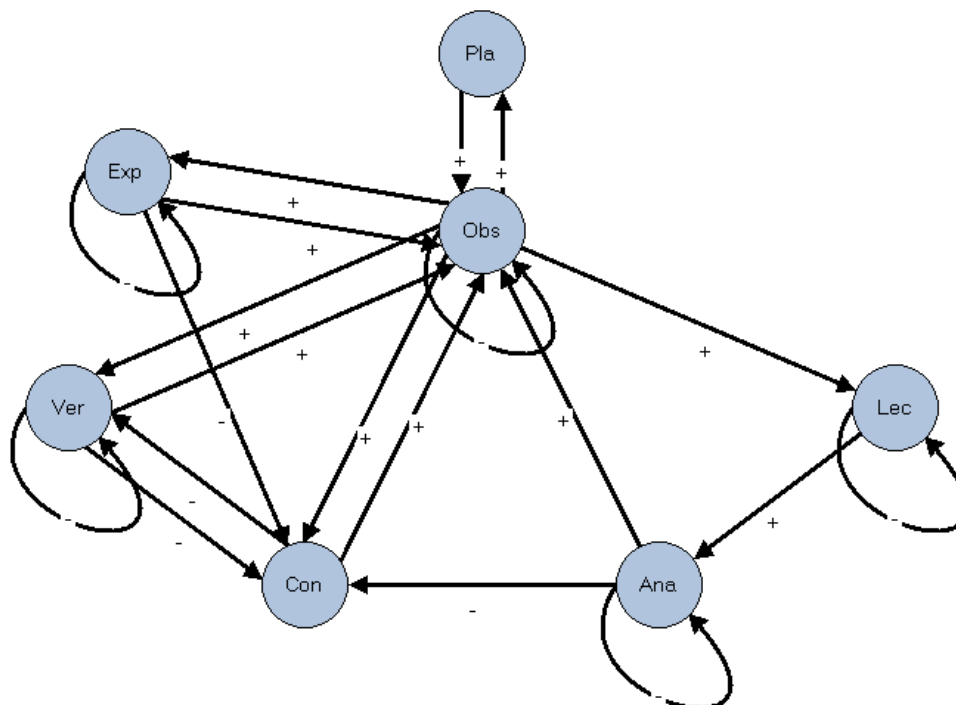


Figura Anexo XIV- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 3

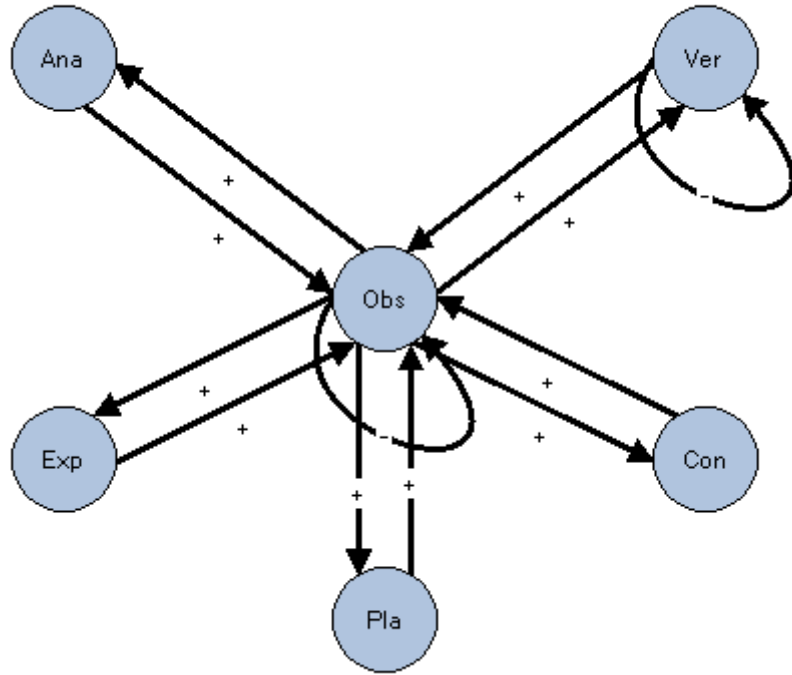


Figura Anexo XIV- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A5

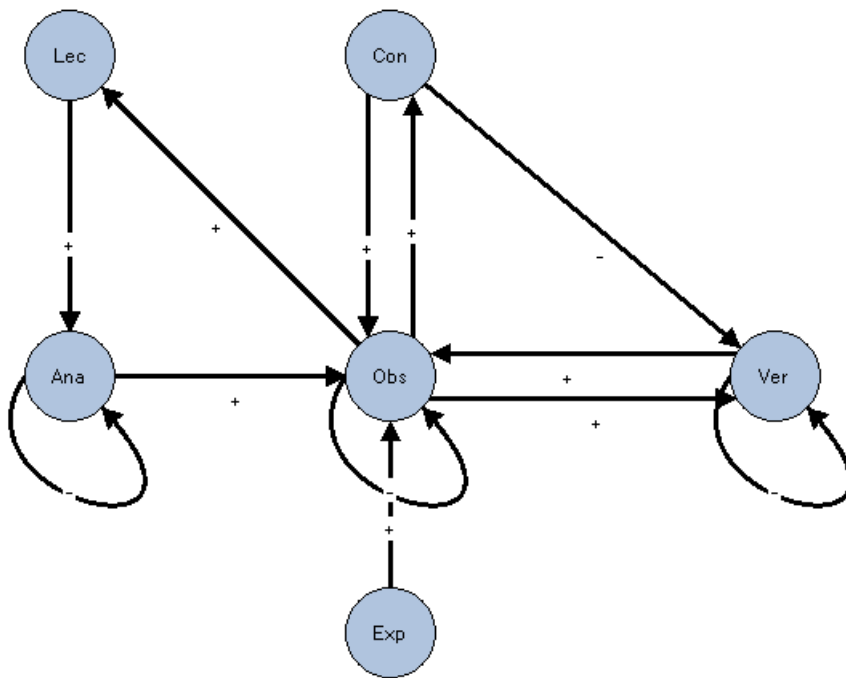


Figura Anexo XIV- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A6

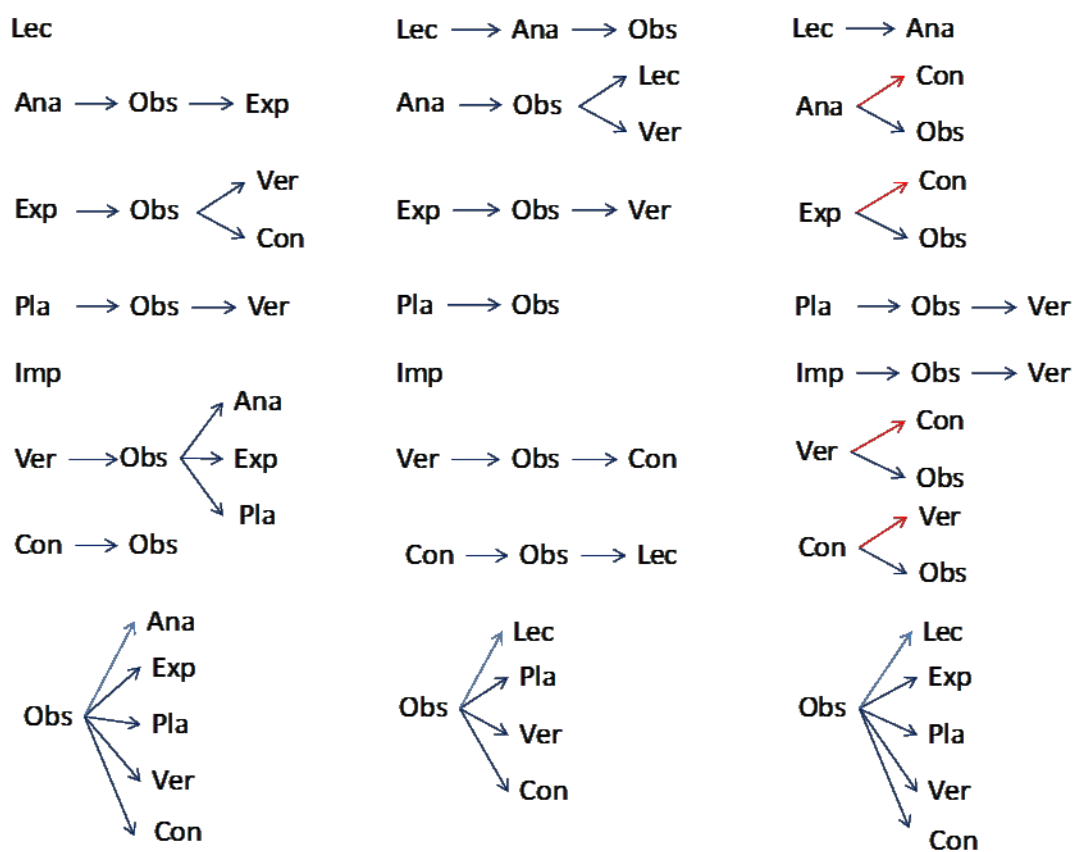


Figura Anexo XIV- 10. Patrones de observables estudiantes A5, A6 y pareja 3

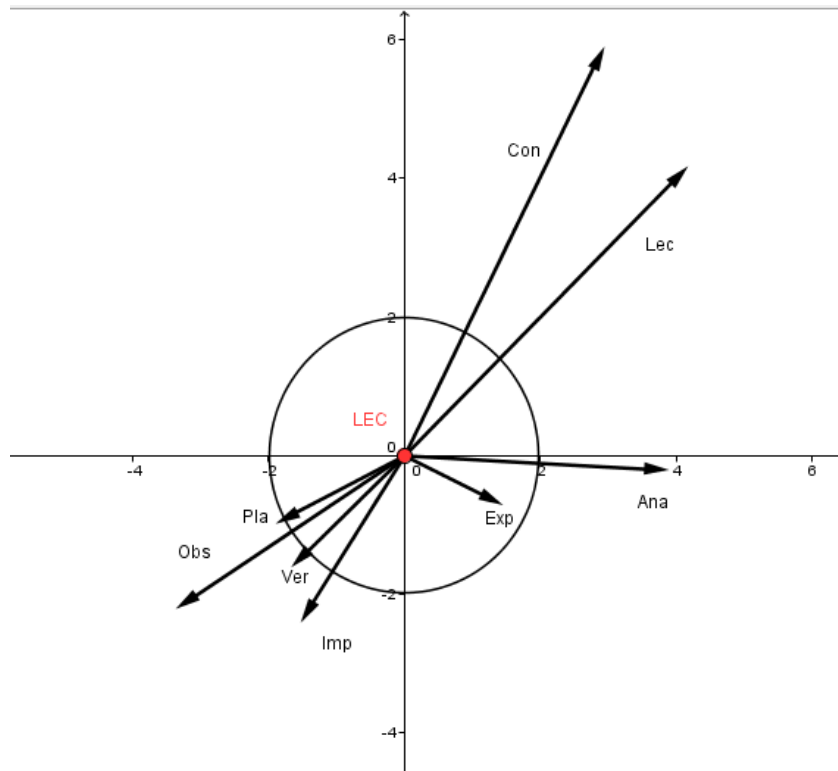


Figura Anexo XIV- 11. Coordenadas polares, categoría *Lec*, pareja 3

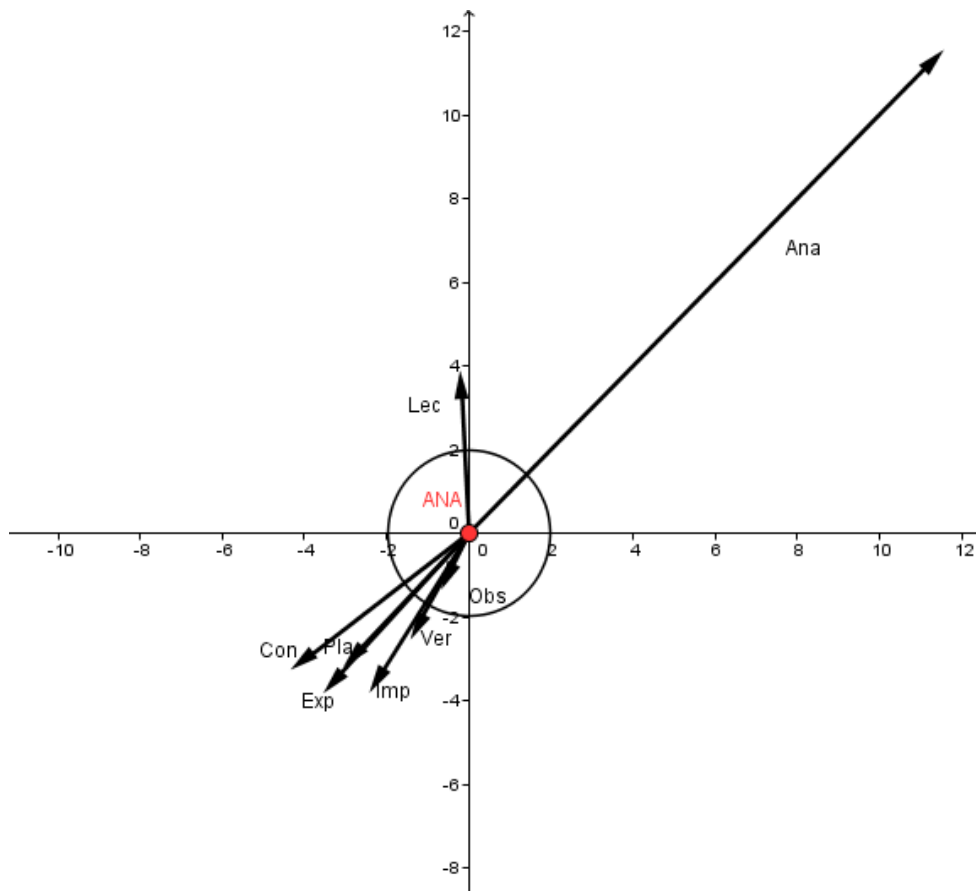


Figura Anexo XIV- 12. Coordenadas polares, categoría *Ana*, pareja 3

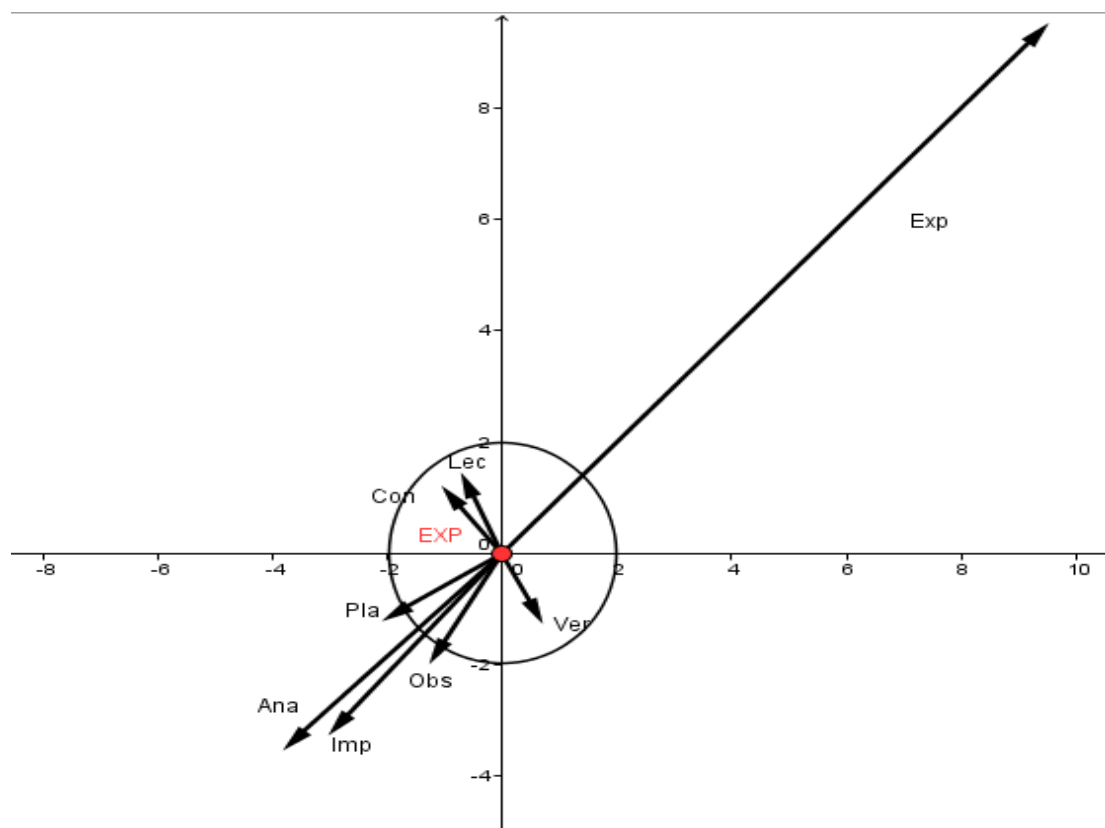


Figura Anexo XIV- 13. Coordenadas polares, categoría *Exp*, pareja 3

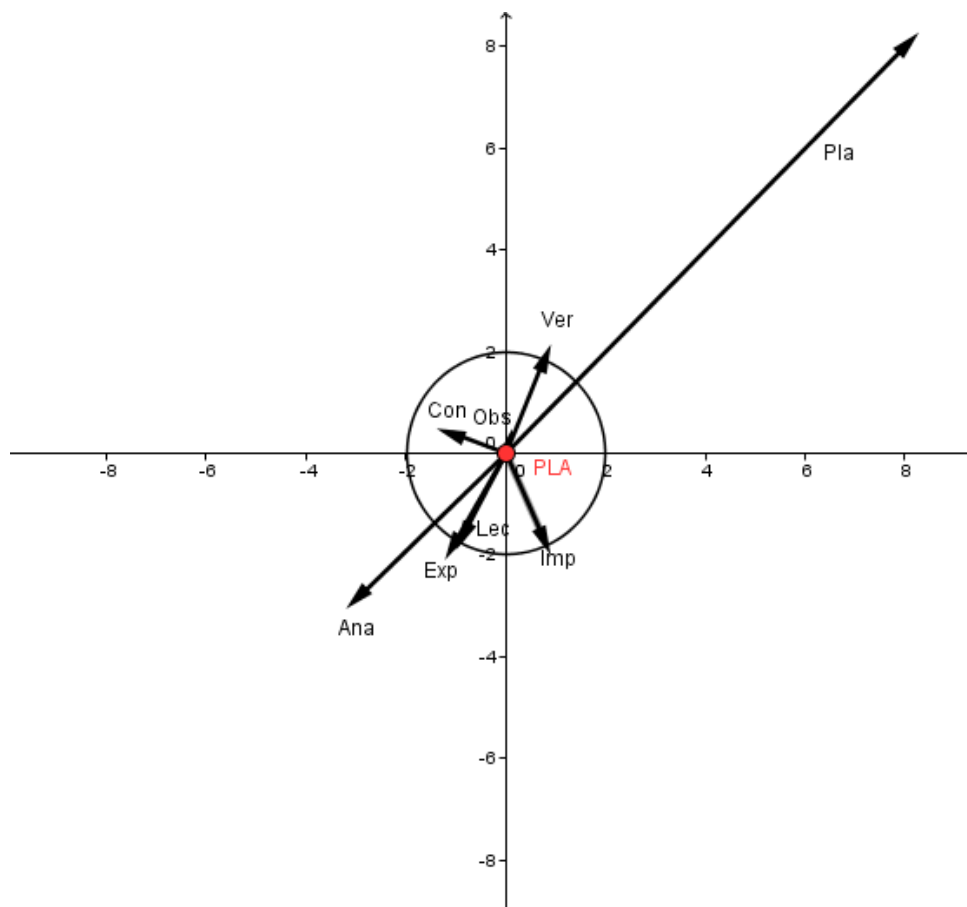


Figura Anexo XIV- 14. Coordenadas polares, categoría *Pla*, pareja 3

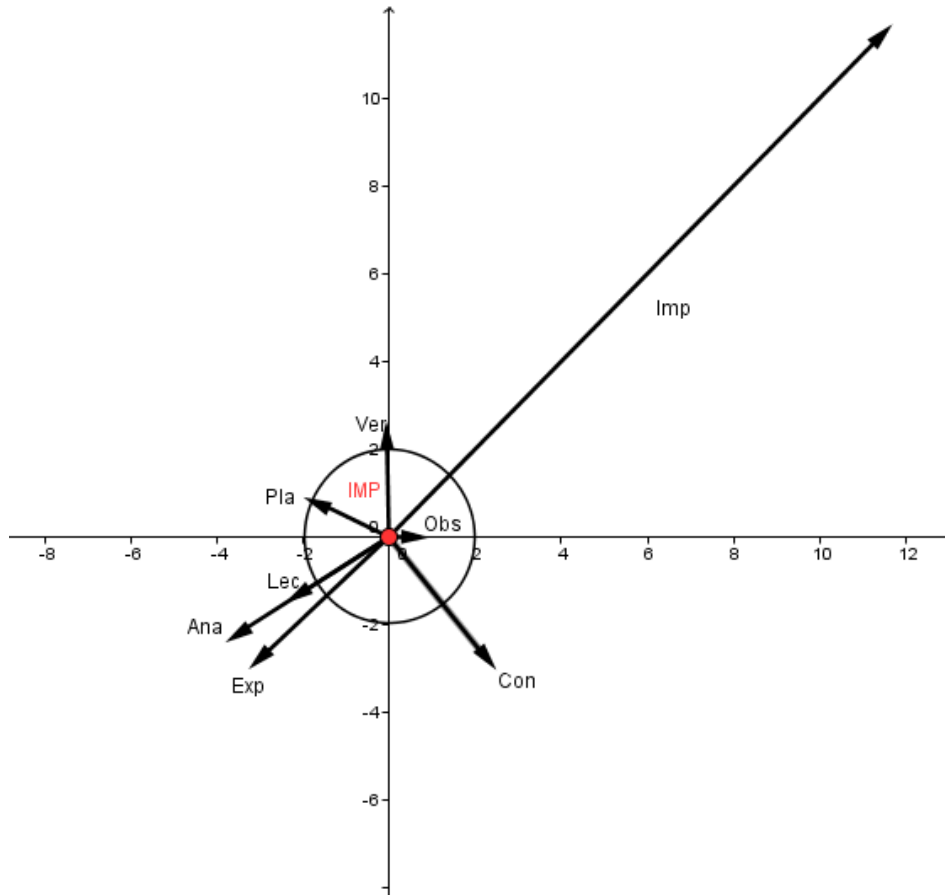


Figura Anexo XIV- 15. Coordenadas polares, categoría *Imp*, pareja 3

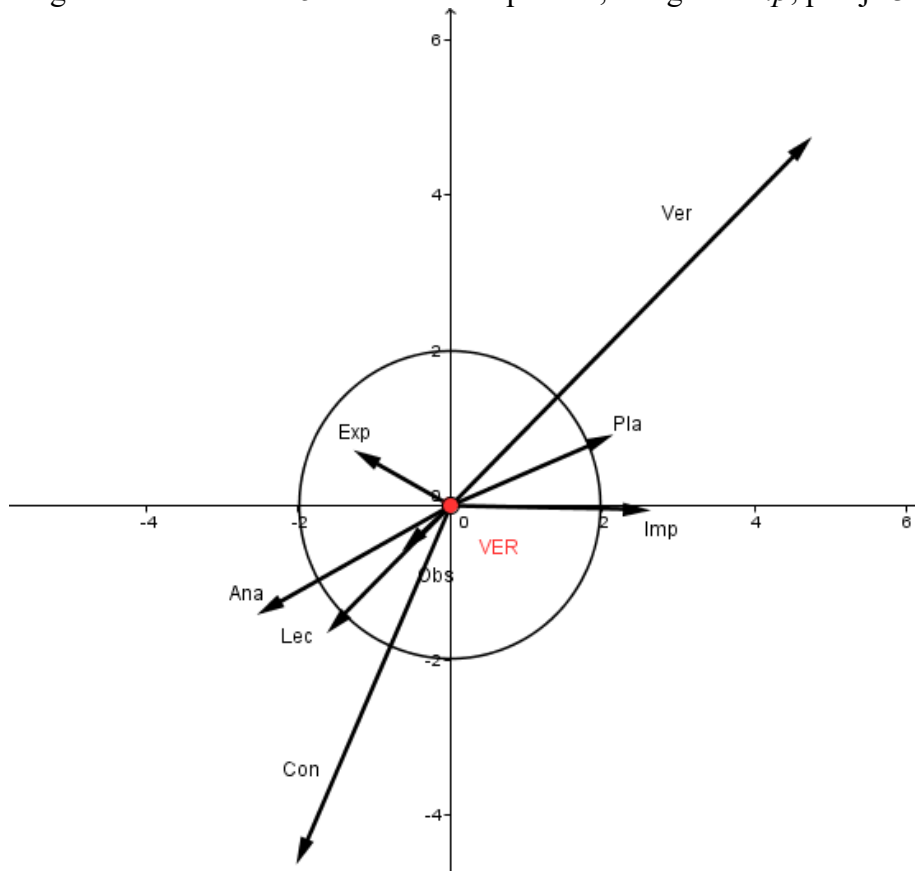


Figura Anexo XIV- 16. Coordenadas polares, categoría *Ver*, pareja 3

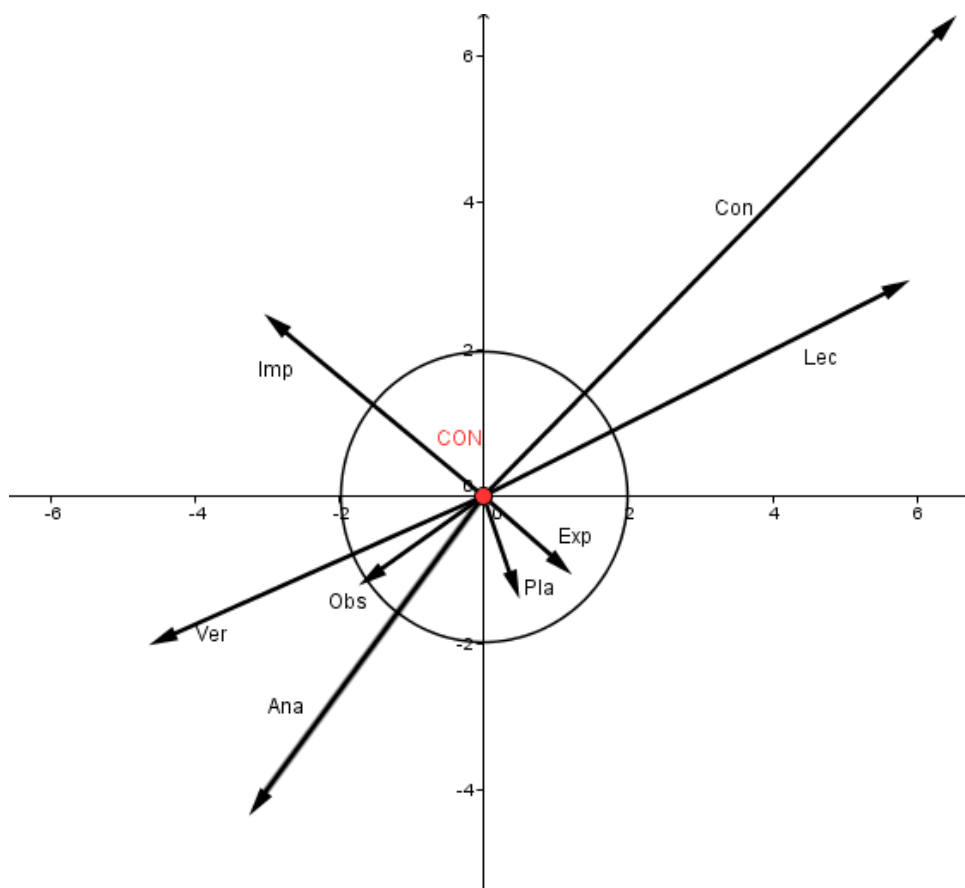


Figura Anexo XIV- 17. Coordenadas polares, categoría *Con*, pareja 3

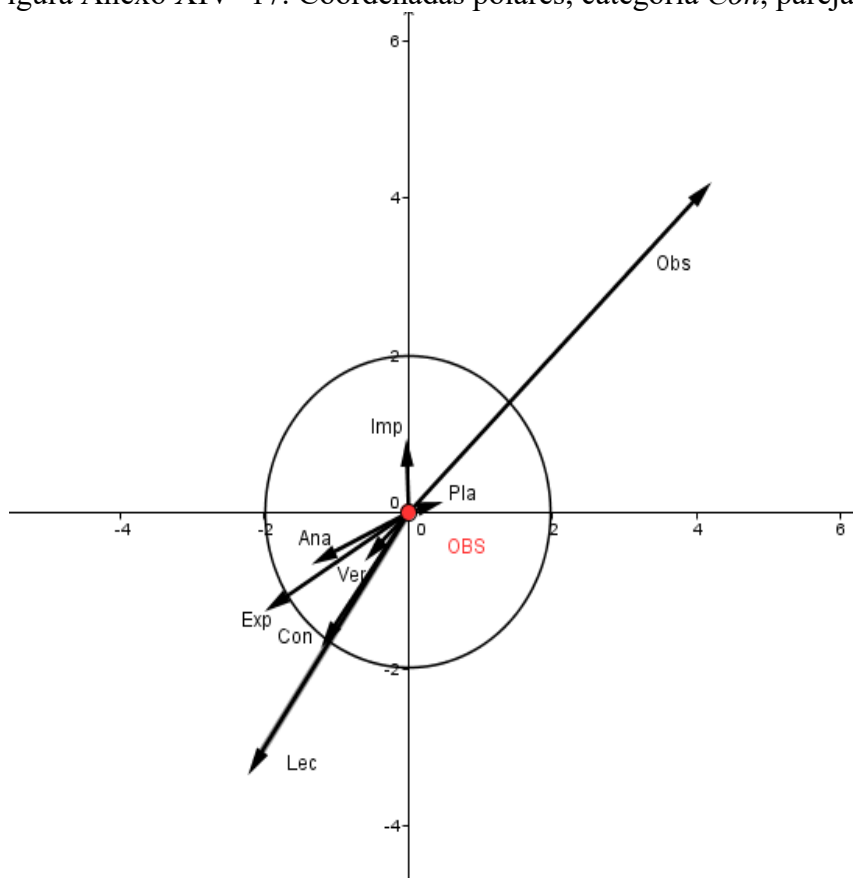


Figura Anexo XIV- 18. Coordenadas polares, categoría *Obs*, pareja 3

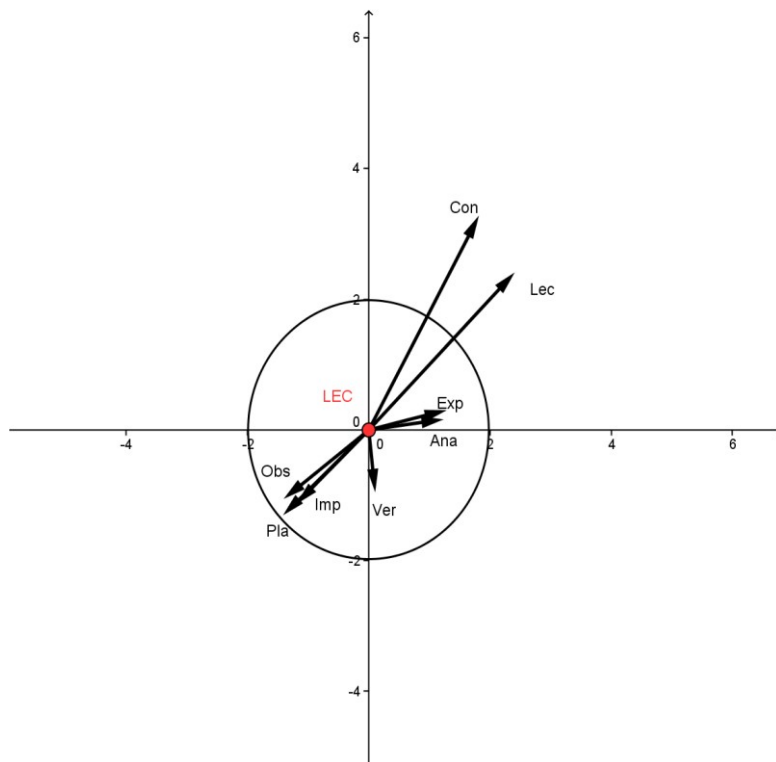


Figura Anexo XIV- 19. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A5

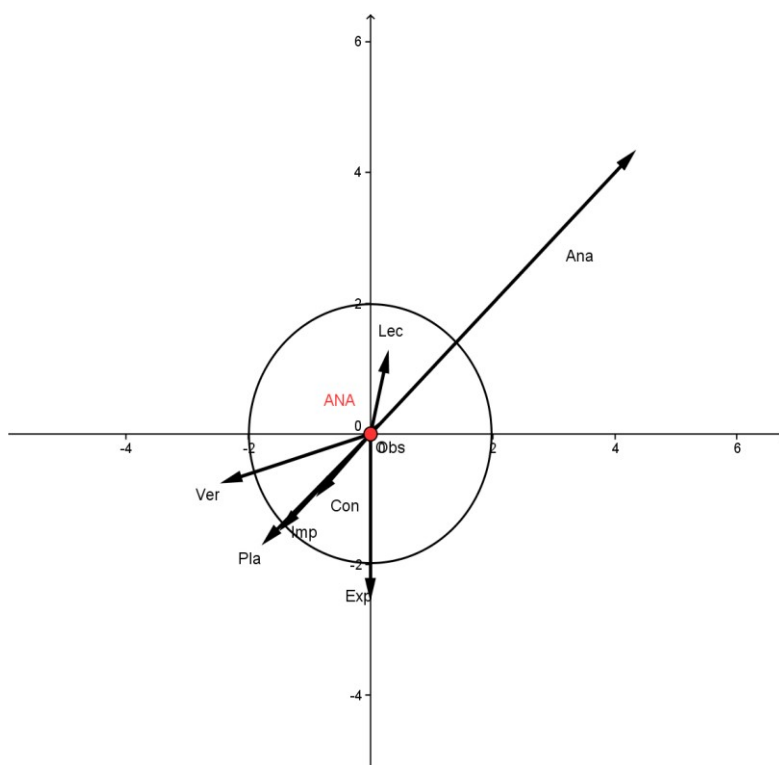


Figura Anexo XIV- 20. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A5

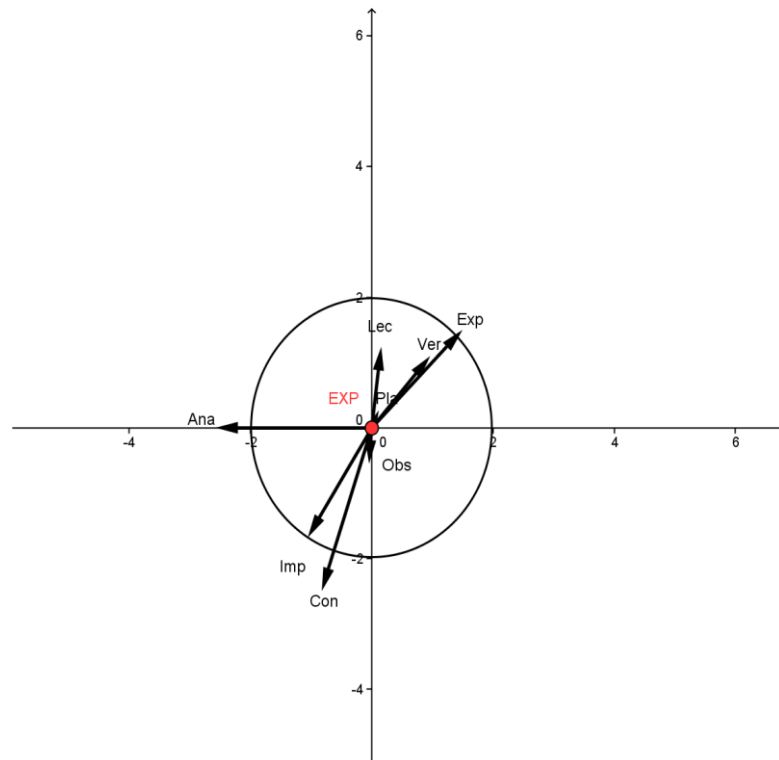


Figura Anexo XIV- 21. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A5

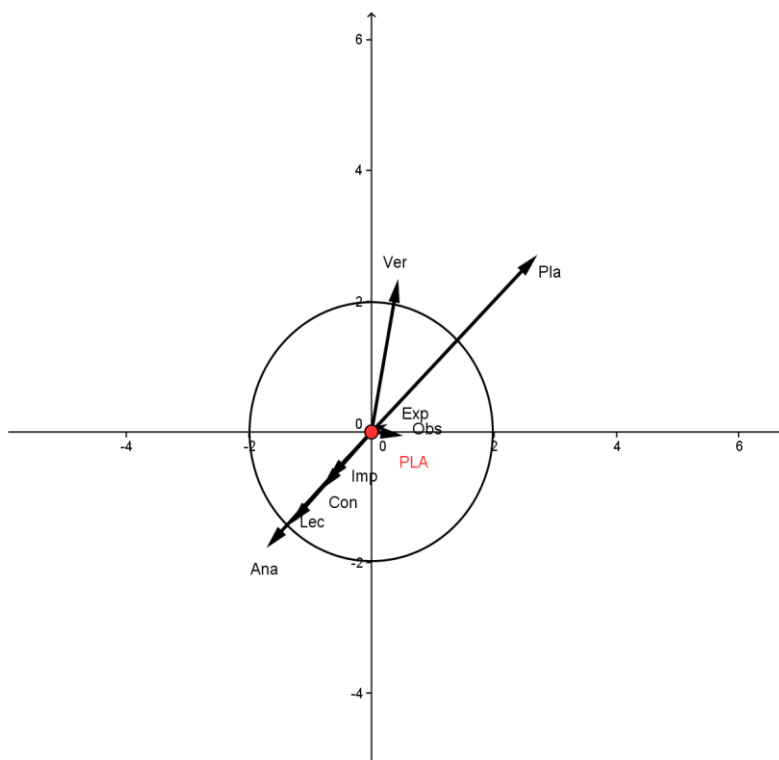


Figura Anexo XIV- 22. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A5

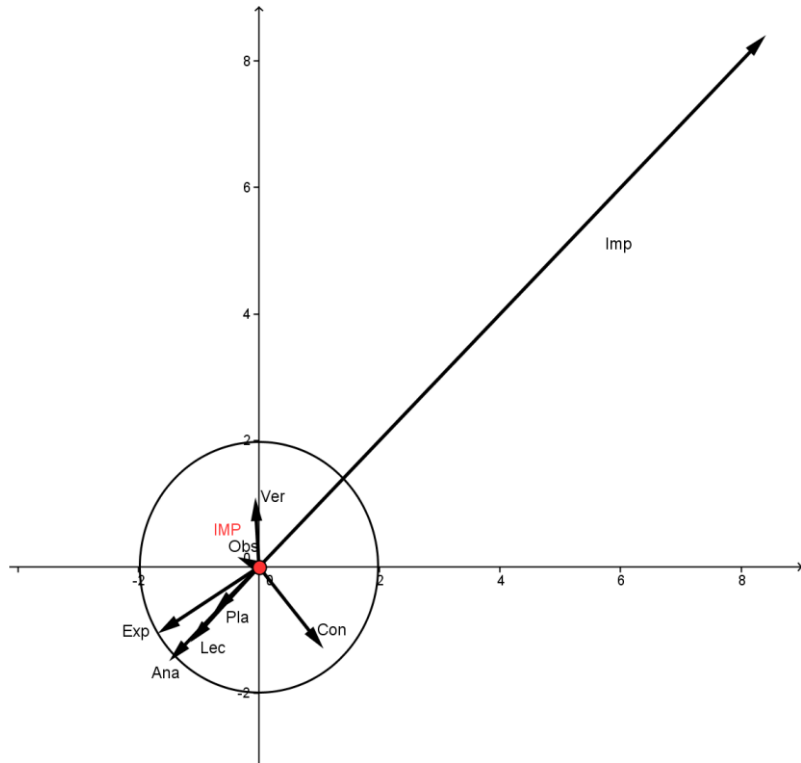


Figura Anexo XIV- 23. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A5

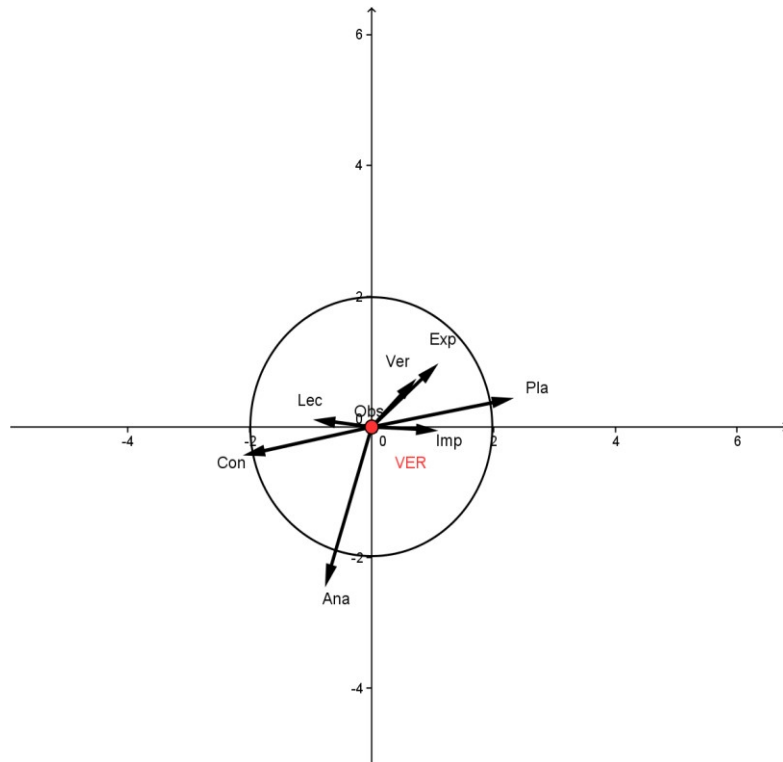
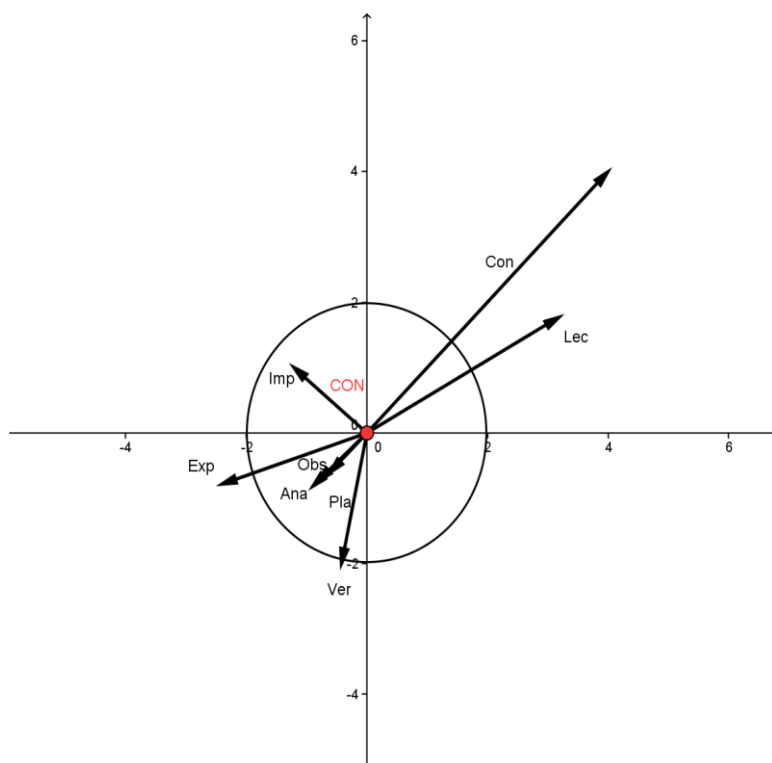
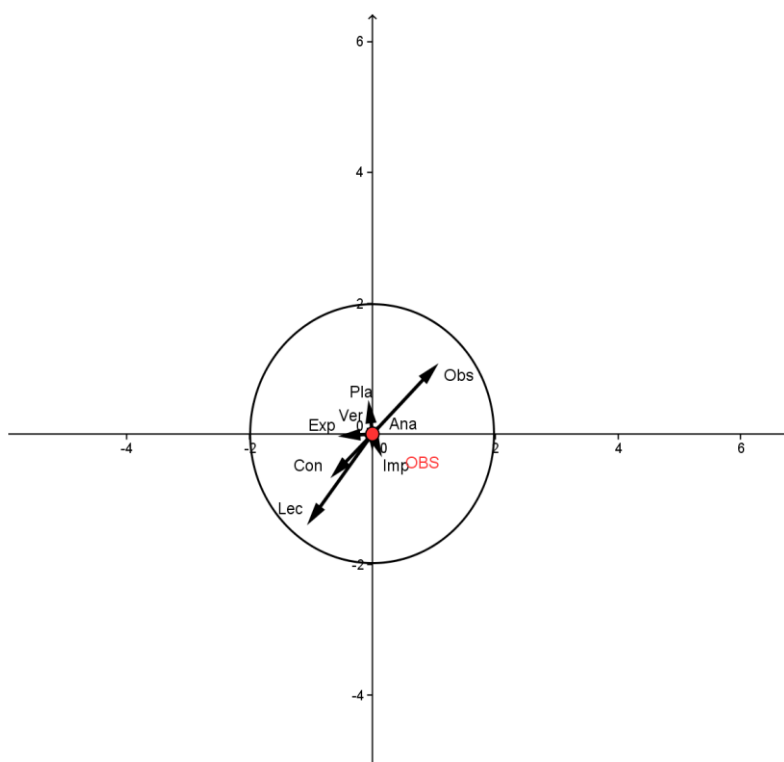


Figura Anexo XIV- 24. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A5

Figura Anexo XIV- 25. Coordenadas polares, categoría *Con*, A5Figura Anexo XIV- 26. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A5

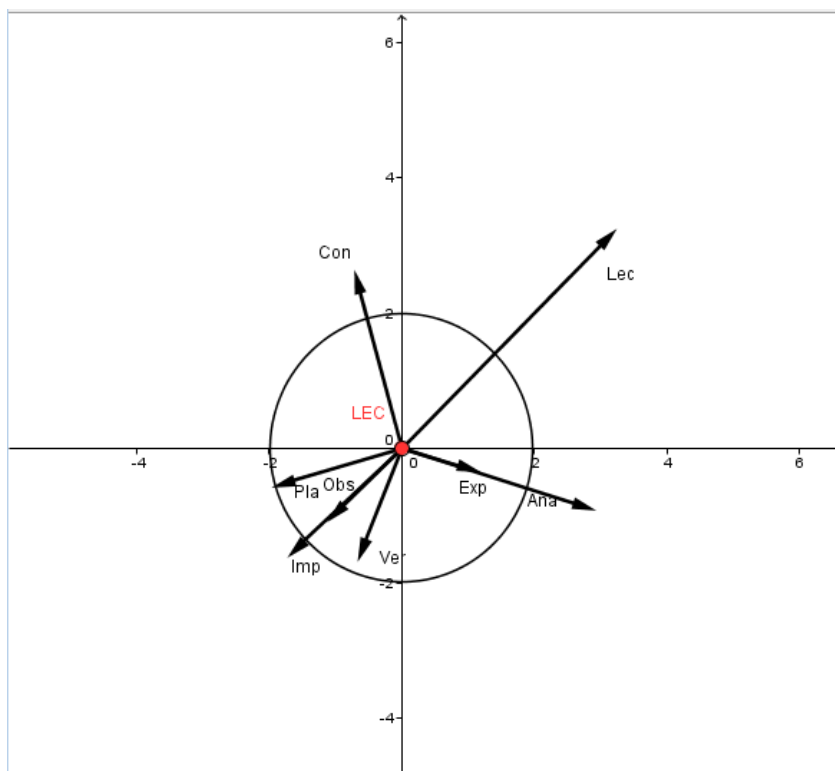


Figura Anexo XIV- 27. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A6

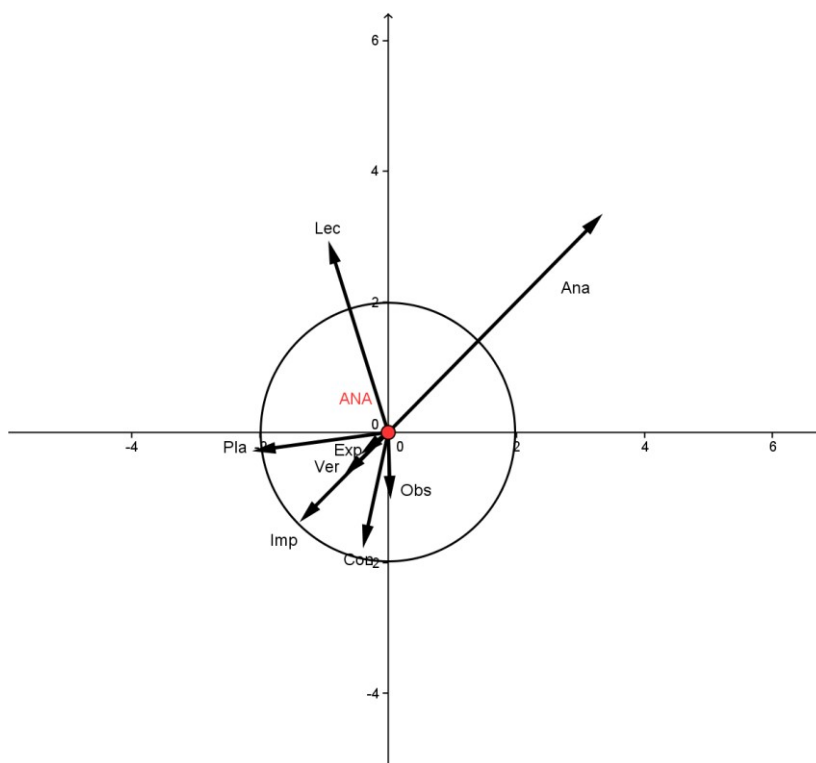


Figura Anexo XIV- 28. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A6

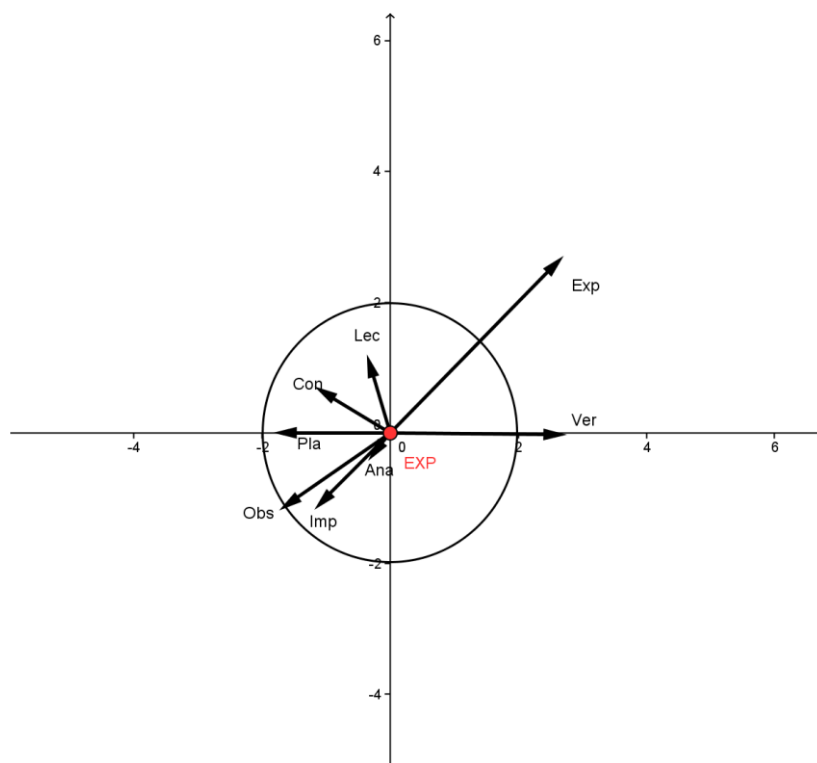


Figura Anexo XIV- 29. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A6

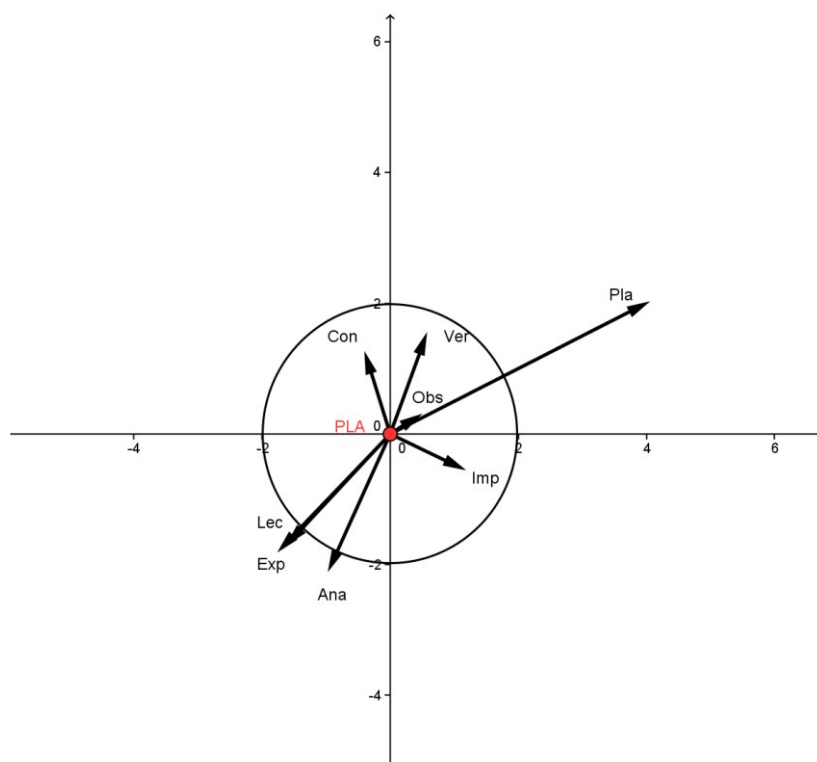


Figura Anexo XIV- 30. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A6

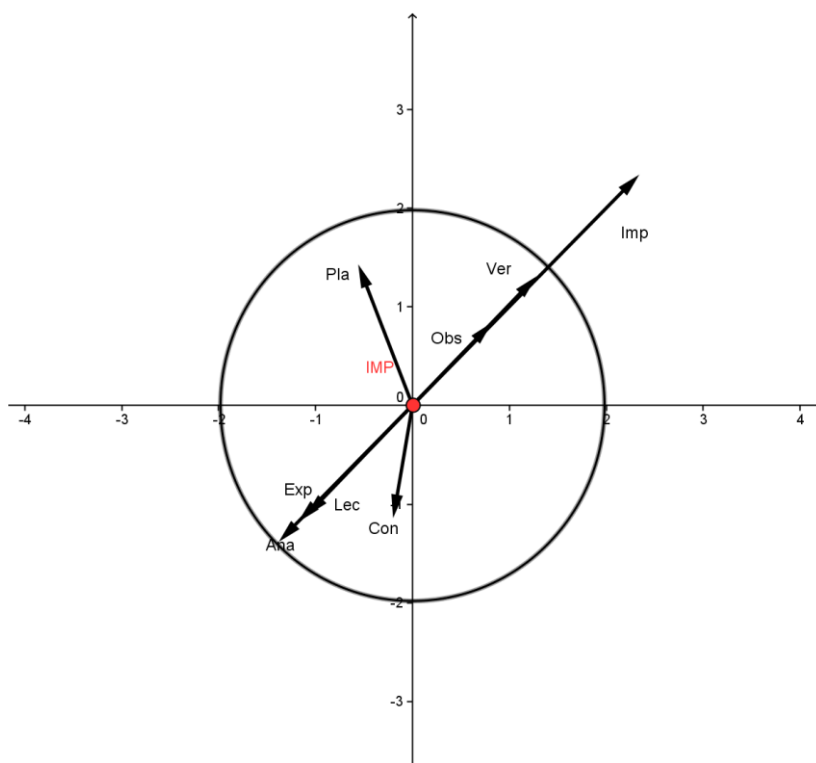


Figura Anexo XIV- 31. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A6

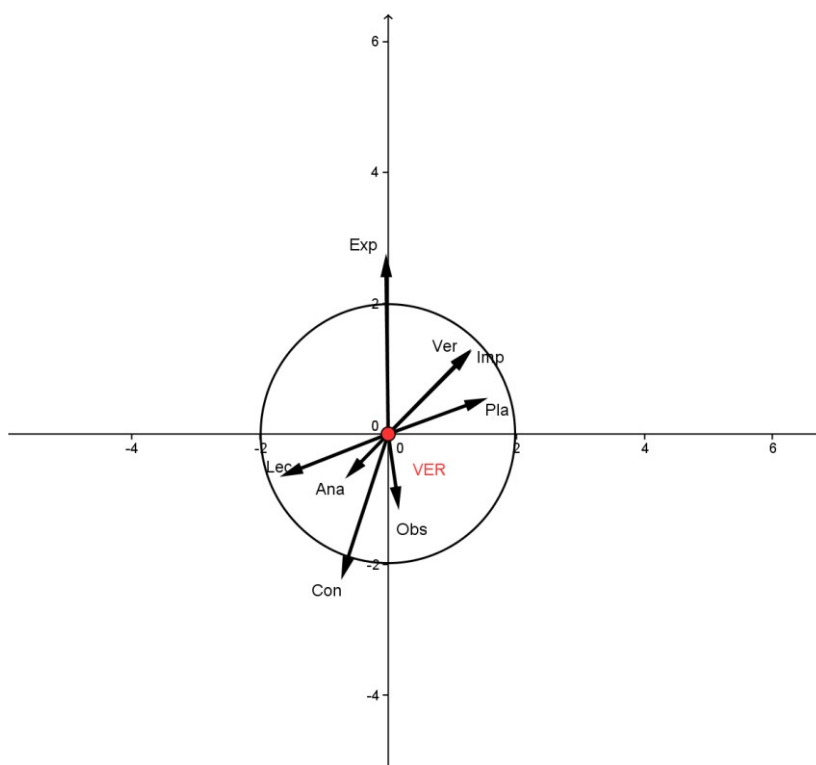


Figura Anexo XIV- 32. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A6

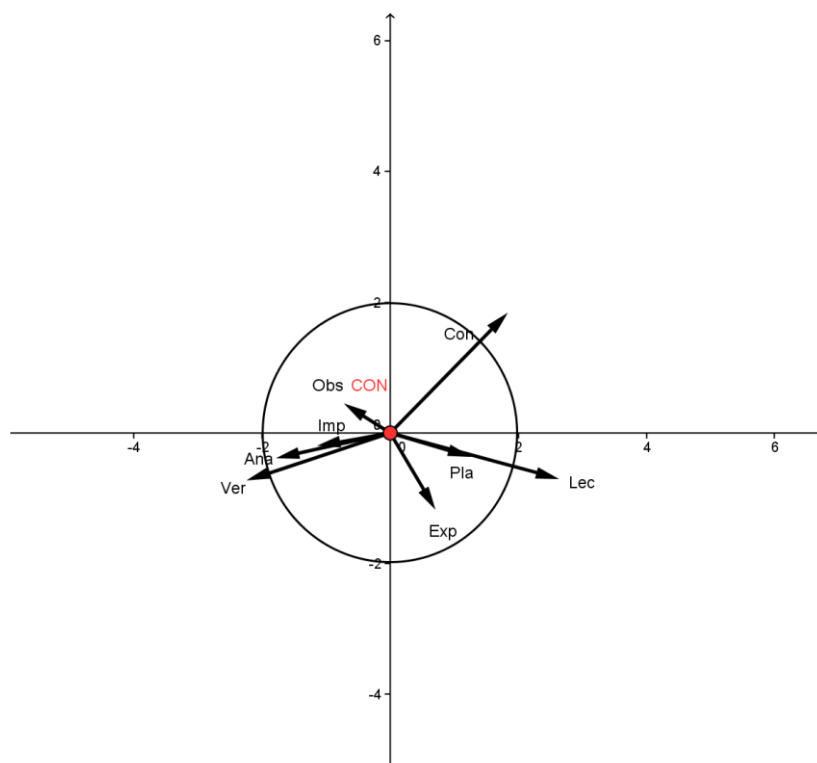


Figura Anexo XIV- 33. Coordenadas polares, categoría *Con*, A6

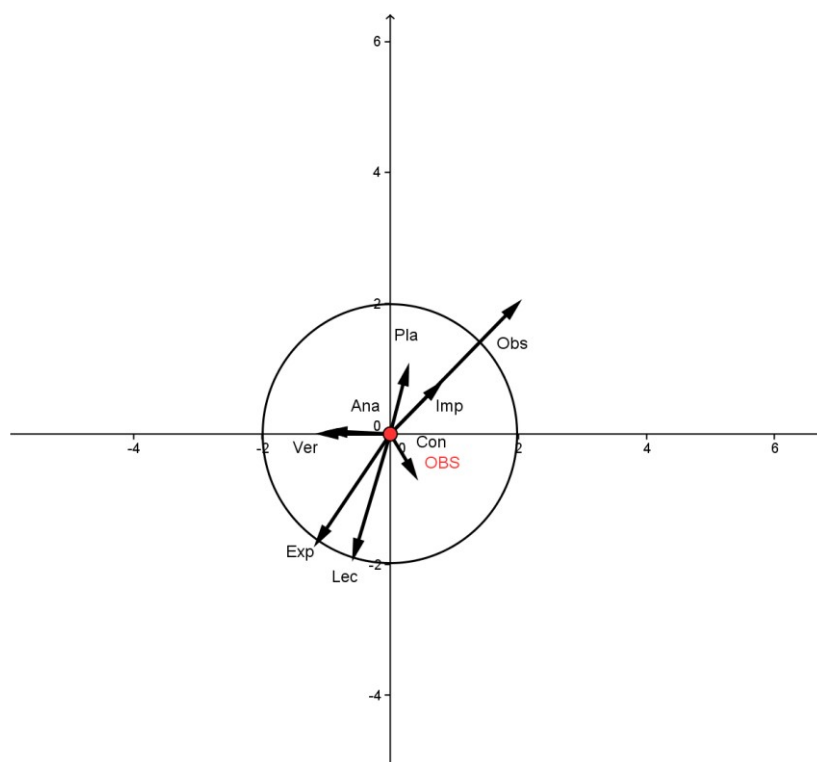


Figura Anexo XIV- 34. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A6

ANEXO XV

DATOS UNIDAD DE
OBSERVACIÓN PAREJA 4

INDICE DE TABLAS

Tabla Anexo XV- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A7 y A8, pareja 4.....	1
Tabla Anexo XV- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A7.....	1
Tabla Anexo XV- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A8.....	1
Tabla Anexo XV- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 4.....	2
Tabla Anexo XV- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A7.....	2
Tabla Anexo XV- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A8.....	2
Tabla Anexo XV- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 4.....	2
Tabla Anexo XV- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre,A7.....	3
Tabla Anexo XV- 9. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A8.....	3
Tabla Anexo XV- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 4.....	3
Tabla Anexo XV- 11. Concurrencias entre criterio arrastre para A7 y resolución de problemas para A8.	3
Tabla Anexo XV- 12. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A7.....	4
Tabla Anexo XV- 13. P-valores, resolución de problemas, A7, lag 1.....	4
Tabla Anexo XV- 14. P-valores, resolución de problemas, A7, lag 2.....	4
Tabla Anexo XV- 15. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A8.....	5
Tabla Anexo XV- 16. P-valores, resolución de problemas, A8, lag 1.....	5
Tabla Anexo XV- 17. P-valores, resolución de problemas, A8, lag 2.....	5
Tabla Anexo XV- 18. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 4.....	6
Tabla Anexo XV- 19. Resolución de Problemas. p-valores, Pareja 4, lag 1.....	6
Tabla Anexo XV- 20. Resolución de Problemas. p-valores, Pareja 4, lag 2.....	6
Tabla Anexo XV- 21. Coocurrencias, resolución de problemas , Sujetos A7 y A8.....	7
Tabla Anexo XV- 22. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 4.....	8
Tabla Anexo XV- 23. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A7.....	9
Tabla Anexo XV- 24. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A7.....	9
Tabla Anexo XV- 25. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A7.....	10
Tabla Anexo XV- 26. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , A7.....	10
Tabla Anexo XV- 27. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A7.....	11
Tabla Anexo XV- 28. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A7.....	11
Tabla Anexo XV- 29. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A7.....	12
Tabla Anexo XV- 30. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A7.....	12
Tabla Anexo XV- 31. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , A8.....	13
Tabla Anexo XV- 32. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , A8.....	13
Tabla Anexo XV- 33. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , A8.....	14
Tabla Anexo XV- 34. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , A8.....	14
Tabla Anexo XV- 35. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , A8.....	15
Tabla Anexo XV- 36. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , A8.....	15
Tabla Anexo XV- 37. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , A8.....	16
Tabla Anexo XV- 38. Zsum, categoría focal <i>Lec</i> , pareja 4.....	16
Tabla Anexo XV- 39. Zsum, categoría focal <i>Ana</i> , pareja 4.....	17
Tabla Anexo XV- 40. Zsum, categoría focal <i>Exp</i> , pareja 4.....	17
Tabla Anexo XV- 41. Zsum, categoría focal <i>Pla</i> , pareja 4.....	18
Tabla Anexo XV- 42. Zsum, categoría focal <i>Imp</i> , pareja 4.....	18
Tabla Anexo XV- 43. Zsum, categoría focal <i>Ver</i> , pareja 4.....	19
Tabla Anexo XV- 44. Zsum, categoría focal <i>Con</i> , pareja 4.....	19

Tabla Anexo XV- 45. Zsum, categoría focal <i>Obs</i> , pareja 4.....	20
Tabla Anexo XV- 46. Estadísticas básicas, arrastre, A7 y A8, pareja 4.....	20
Tabla Anexo XV- 47. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, A7	20
Tabla Anexo XV- 48. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, A8	21
Tabla Anexo XV- 49. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 4	21
Tabla Anexo XV- 50. Concurrencias, arrastre Vs. página, A7.....	21
Tabla Anexo XV- 51. Concurrencias, arrastre Vs. página, A8.....	21
Tabla Anexo XV- 52. Concurrencias, arrastre Vs. página, pareja 4.....	22
Tabla Anexo XV- 53. Estadísticas básicas, ratón, A7 y A8, pareja 4.....	22
Tabla Anexo XV- 54. Concurrencias, ratón Vs. páginas, A7	22
Tabla Anexo XV- 55. Concurrencias, ratón Vs. páginas, A8	22
Tabla Anexo XV- 56. Concurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 4	22
Tabla Anexo XV- 57. Estadísticas básicas, páginas, A7 y A8, pareja 4.....	23
Tabla Anexo XV- 58. Estadísticas básicas, interactividad, A7 y A8, pareja 4.....	23
Tabla Anexo XV- 59. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A7	23
Tabla Anexo XV- 60. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A8	24
Tabla Anexo XV- 61. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, pareja 4	24
Tabla Anexo XV- 62. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, A7	24
Tabla Anexo XV- 63. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, A8	25
Tabla Anexo XV- 64. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 4.....	25
Tabla Anexo XV- 65. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, A7	25
Tabla Anexo XV- 66. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, A8	26
Tabla Anexo XV- 67. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 4	26
Tabla Anexo XV- 68. Concurrencias, interactividad Vs. página, A7.....	26
Tabla Anexo XV- 69. Concurrencias, interactividad Vs. página, A8.....	27
Tabla Anexo XV- 70. Concurrencias, interactividad Vs. página, pareja 4.....	27

INDICE DE FIGURAS

Figura Anexo XV- 1. Gráfico secuencial, pareja 4.....	31
Figura Anexo XV- 2. Gráfico secuencial, A7.....	34
Figura Anexo XV- 3. Gráfico secuencial, A8.....	37
Figura Anexo XV- 4. Grafo de transición, pareja 4.....	38
Figura Anexo XV- 5. Grafo de transición, A7.....	38
Figura Anexo XV- 6. Grafo de transición, A8.....	39
Figura Anexo XV- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 4.....	39
Figura Anexo XV- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A7.....	40
Figura Anexo XV- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A8.....	41
Figura Anexo XV- 10. Patrones de conducta sujeto A7, A8 y Pareja 4.....	42
Figura Anexo XV- 11. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , pareja 4.....	43
Figura Anexo XV- 12. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , pareja 4.....	43
Figura Anexo XV- 13. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , pareja 4.....	44
Figura Anexo XV- 14. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , pareja 4.....	44
Figura Anexo XV- 15. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , pareja 4.....	45
Figura Anexo XV- 16. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , pareja 4.....	45
Figura Anexo XV- 17. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , pareja 4.....	46
Figura Anexo XV- 18. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , pareja 4.....	46
Figura Anexo XV- 19. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A7.....	47
Figura Anexo XV- 20. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A7.....	47
Figura Anexo XV- 21. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A7.....	48
Figura Anexo XV- 22. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A7.....	48
Figura Anexo XV- 23. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A7.....	49
Figura Anexo XV- 24. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A7.....	49
Figura Anexo XV- 25. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A7.....	50
Figura Anexo XV- 26. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A7.....	50
Figura Anexo XV- 27. Coordenadas polares, categoría <i>Lec</i> , A8.....	51
Figura Anexo XV- 28. Coordenadas polares, categoría <i>Ana</i> , A8.....	51
Figura Anexo XV- 29. Coordenadas polares, categoría <i>Exp</i> , A8.....	52
Figura Anexo XV- 30. Coordenadas polares, categoría <i>Pla</i> , A8.....	52
Figura Anexo XV- 31. Coordenadas polares, categoría <i>Imp</i> , A8.....	53
Figura Anexo XV- 32. Coordenadas polares, categoría <i>Ver</i> , A8.....	53
Figura Anexo XV- 33. Coordenadas polares, categoría <i>Con</i> , A8.....	54
Figura Anexo XV- 34. Coordenadas polares, categoría <i>Obs</i> , A8.....	54

Tabla Anexo XV- 1. Estadísticas básicas, resolución de problemas, A7 y A8, pareja 4

	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A7	A8	P2	A7	A8	P2	A7	A8	P2	A7	A8	P2
Lec	21	14	35	150	103	253	0,17	0,11	0,14	7,14	7,36	7,23
Ana	11	5	16	112	20	132	0,12	0,02	0,07	10,18	4,00	7,09
Exp	24	18	42	288	69	357	0,33	0,08	0,20	12	3,83	7,91
Pla	2	0	2	19	0	19	0,02	0	0,01	9,50	0,00	9,50
Imp	1	1	2	40	2	42	0,04	0	0,02	40,00	2,00	21,00
Ver	19	17	36	66	32	98	0,07	0,04	0,05	3,47	1,88	2,72
Con	24	6	30	31	10	41	0,03	0,01	0,02	1,29	1,66	1,36
Obs	56	58	114	200	670	870	0,22	0,74	0,48	3,57	11,55	7,56
Total eventos	158	119	272									
Total segundos				906	906	1812						

Tabla Anexo XV- 2. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A7

	A7Lec		A7Ana		A7Exp		A7Pla		A7Imp		A7Ver		A7Con		A7Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	3	68	1	4	0	0	0	0	1	40	0	0	5	7	8	32	13	151
Pag2	4	22	6	35	2	18	0	0	0	0	0	0	1	1	9	32	21	108
Pag3	4	10	3	51	9	88	0	0	0	0	9	26	4	4	14	43	39	222
Pag4	2	8	0	0	3	24	1	17	0	0	0	0	1	1	7	32	13	82
Pag5	5	33	1	22	4	23	0	0	0	0	4	9	6	9	7	17	27	113
Pag6	4	9	0	0	7	135	1	2	0	0	6	31	7	9	17	44	42	230
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	22	150	11	112	25	288	2	19	1	40	19	66	0	31	66	200	150	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 3. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, A8

	A8Lec		A8Ana		A8Exp		A8Pla		A8Imp		A8Ver		A8Con		A8Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	3	61	1	7	0	0	0	0	1	2	0	0	2	2	8	79	15	151
Pag2	4	15	4	13	2	12	0	0	0	0	2	3	0	0	13	65	25	108
Pag3	1	2	0	0	8	34	0	0	0	0	5	10	2	3	18	173	34	222
Pag4	2	8	0	0	4	15	0	0	0	0	2	2	0	0	8	57	16	82
Pag5	4	15	0	0	3	6	0	0	0	0	3	5	2	5	12	82	24	113
Pag6	1	2	0	0	1	2	0	0	0	0	5	12	0	0	8	214	15	230
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	15	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	67	670	129	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 4. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. páginas, pareja 4

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Pag1	6	129	2	11	0	0	0	0	2	42	0	0	7	9	16	111	33	302
Pag2	8	37	10	48	4	30	0	0	0	0	2	3	1	1	22	97	47	216
Pag3	5	12	3	51	17	123	0	0	0	0	14	36	6	7	32	219	74	444
Pag4	4	16	0	0	7	39	1	17	0	0	2	2	1	1	15	89	30	164
Pag5	9	48	1	22	7	29	0	0	0	0	7	14	8	14	19	106	43	226
Pag6	5	11	0	0	8	137	1	2	0	0	11	43	7	9	25	258	57	460
NoPag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	37	253	16	112	43	390	2	19	2	42	30	98	30	41	129	869	289	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 5. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A7

	A7Lec		A7Ana		A7Exp		A7Pla		A7Imp		A7Ver		A7Con		A7Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Rat	11	19	4	72	14	187	0	0	0	0	7	14	10	11	23	54	66	357
A7NoRat	21	131	8	40	15	101	2	19	1	40	15	52	14	20	44	146	106	549
Total	32	150	12	112	29	288	2	19	1	40	22	66	7	31	67	200	172	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 6. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, A8

	A8Lec		A8Ana		A8Exp		A8Pla		A8Imp		A8Ver		A8Con		A8Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A8Rat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoRat	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906
Total	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 7. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. ratón, pareja 4

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	11	19	4	72	14	187	0	0	0	0	7	14	10	11	23	54	66	357
NoRat	35	234	13	60	33	166	2	19	2	42	32	84	20	30	102	816	225	1455
Total	46	253	17	132	46	353	2	19	2	42	39	98	30	41	125	870	391	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 8. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre,A7

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
Err	0	0	0	0	6	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	67
Gui	0	0	4	72	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	74
NoArr	21	150	8	40	21	219	2	19	1	40	19	66	24	31	56	200	152	765
Total	21	150	12	112	28	288	2	19	1	40	19	66	24	31	56	200	163	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XV- 9. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, A8

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NoArr	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906
Total	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos.

Tabla Anexo XV- 10. Coocurrencias, resolución de problemas Vs. arrastre, pareja 4

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	Fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	6	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	67
Gui	0	0	4	72	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	74
NoArr	35	253	13	60	39	288	2	19	2	42	36	98	30	41	114	870	271	1671
Total	35	253	17	132	46	357	2	19	2	42	36	98	30	41	114	870	282	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 11. Concurrencias entre criterio arrastre para A7 y resolución de problemas para A8

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	7	66	8	67
A7Gui	0	0	0	0	5	18	0	0	0	0	2	4	1	1	11	51	19	74
A7NoArr	14	103	5	20	13	51	0	0	1	2	15	27	5	9	40	553	92	765
Total	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos. Esta tabla coincide para la correspondiente para la pareja 1 ya que A2 no presenta Arrastre.

Tabla Anexo XV- 12. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A7

Dado	Siguiete							
	A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
A7Lec	0,00	0,06	0,19	0,00	0,00	0,31	0,00	0,44
A7Ana	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
A7Exp	0,28	0,06	0,00	0,00	0,00	0,05	0,06	0,56
A7Pla	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50
A7Imp	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
A7Ver	0,18	0,06	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,65
A7Con	0,13	0,00	0,04	0,00	0,00	0,04	0,00	0,78
A7Obs	0,09	0,09	0,26	0,02	0,00	0,21	0,34	0,00

Tabla Anexo XV- 13. P-valores, resolución de problemas, A7, lag 1

Dado	Siguiete							
	A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
A7Lec	+0,01*	+0,27+	-0,47-	-0,63	+0,20	+0,09	+0,47	+0,47
A7Ana	+0,06	-0,81	-0,48	-0,90	-0,95	-0,48	-0,50	+0,51
A7Exp	+0,26	-0,48	-0,16	-0,75	-0,87	-0,45	+0,50	+0,20
A7Pla	-0,63	-0,90	-0,75	-0,98	-0,98	+0,25	-0,76	+0,54
A7Imp	-0,79	-0,95	-0,87	-0,98	+1,00	-0,86	+0,12	-0,68
A7Ver	+0,53	-0,48	+0,24	-0,75	-0,87	-0,16	-0,16	+0,07
A7Con	+0,47	-0,50	-0,16	-0,76	-0,88	-0,50	-0,21	+0,04*
A7Obs	+0,47	+0,18	+0,02*	+0,07	-0,68	+0,40	+0,13	-0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 14. P-valores, resolución de problemas, A7, lag 2

Dado	Siguiete							
	A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
A7Lec	+0,02*	+0,27	+0,52	-0,64	0,79	-0,20	-0,54	-0,16
A7Ana	+0,69	+0,19	+0,51	-0,90	0,95	-0,48	-0,51	+0,51
A7Exp	-0,20	-0,48	-0,50	+0,25	0,87	+0,01*	+0,50	-0,36
A7Pla	+0,37	-0,90	-0,75	-0,98	0,98	-0,75	-0,77	+0,53
A7Imp	-0,79	-0,95	-0,87	-0,98	1,00	-0,87	-0,87	+0,32
A7Ver	-0,20	-0,48	+0,54	+0,25	0,88	+0,50	+0,00*	-0,15
A7Con	+0,46	+0,49	+0,20	-0,77	0,12	-0,50	-0,60	-0,05
A7Obs	-0,16	-0,50	-0,36	-0,46	0,68	-0,60	-0,20	+0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 15. Probabilidad de transición, resolución de problemas, A8

Dado	Siguiete							
	A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
A8Lec	0,00	0,14	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,79
A8Ana	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
A8Exp	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
A8Pla	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A8Imp	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
A8Ver	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,94
A8Con	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
A8Obs	0,25	0,05	0,30	0,00	0,02	0,28	0,11	0,00

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 16. P-valores, resolución de problemas, A8, lag 1

Dado	Siguiete							
	A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
A8Lec	-0,17	+0,09	-0,24	+1,00	-0,86	-0,42	-0,46	+0,04*
A8Ana	-0,54	-0,86	+0,63	+1,00	-0,95	-0,51	-0,78	+0,04*
A8Exp	-0,24	-0,63	-0,39	+1,00	-0,9	-0,21	-0,56	+0,00*
A8Pla	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00
A8Imp	-0,86	-0,95	-0,89	+1,00	+1,00	-0,85	-0,94	+0,48
A8Ver	-0,12	-0,52	-0,59	+1,00	-0,85	-0,12	-0,43	+0,00*
A8Con	-0,46	-0,78	-0,56	+1,00	-0,94	-0,43	-0,78	+0,02*
A8Obs	+0,00*	+0,66	+0,01*	+1,00	+0,48	+0,00*	+0,02*	-0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 17. P-valores, resolución de problemas, A8, lag 2

Dado	Siguiete							
	A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
A8Lec	-0,17	+0,09	-0,63	+1,00	+0,14	+0,26	+0,14	-0,08
A8Ana	+0,09	-0,86	-0,63	+1,00	-0,95	+0,10	-0,78	-0,07
A8Exp	+0,11	-0,64	-0,39	+1,00	-0,89	+0,00*	-0,57	-0,00*
A8Pla	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00
A8Imp	-0,86	-0,95	-0,90	+1,00	+1,00	-0,85	+0,06	-0,52
A8Ver	+0,08	-0,51	+0,00*	+1,00	-0,85	-0,12	+0,16	-0,00*
A8Con	+0,14	-0,78	+0,08	+1,00	-0,94	+0,57	-0,78	-0,04*
A8Obs	-0,00*	+0,65	-0,02*	+1,00	-0,52	-0,00*	-0,03*	+0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 18. Probabilidad de transición, resolución de problemas, pareja 4

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	0,00	0,11	0,09	0,00	0,03	0,17	0,09	0,51
Ana	0,19	0,00	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,56
Exp	0,14	0,07	0,00	0,00	0,00	0,02	0,05	0,71
Pla	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50
Imp	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,50
Ver	0,08	0,03	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,81
Con	0,10	0,00	0,03	0,00	0,00	0,03	0,00	0,83
Obs	0,18	0,07	0,27	0,02	0,01	0,24	0,21	0,00

Tabla Anexo XV- 19. Resolución de Problemas. p-valores, Pareja 4, lag 1

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	-0,00*	+0,05	-0,21	-0,68	+0,32	+0,29	+0,61	+0,13
Ana	+0,19	-0,66	-0,31	-0,90	-0,90	-0,24	-0,40	+0,09
Exp	+0,57	-0,31	-0,06	-0,77	-0,77	-0,14	+0,64	+0,00*
Pla	-0,68	-0,90	-0,77	-0,99	-0,98	+0,27	-0,82	+0,63
Imp	-0,68	-0,90	-0,77	-0,98	-0,99	-0,73	+0,18	+0,63
Ver	-0,29	-0,24	+0,38	-0,74	-0,73	-0,02*	-0,06*	+0,00*
Con	+0,61	-0,41	-0,10	-0,82	-0,82	-0,26	-0,20	+0,00*
Obs	+0,01*	+0,25	+0,00*	+0,16	+0,63	+0,00*	+0,03*	-0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 20. Resolución de Problemas. p-valores, Pareja 4, lag 2

Dado	Siguiete							
	Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
Lec	+0,14	+0,05	+0,56	-0,68	+0,32	-0,51	+0,34	-0,02*
Ana	+0,20	+0,34	INS	-0,90	-0,90	+0,37	-0,41	-0,24
Exp	+0,56	-0,31	-0,24	+0,23	-0,77	+0,00*	+0,64	-0,01*
Pla	+0,32	-0,90	-0,77	-0,99	-0,98	-0,74	-0,82	+0,63
Imp	-0,68	-0,90	-0,77	-0,98	-0,99	-0,73	+0,18	+0,63
Ver	+0,49	-0,25	+0,02*	+0,27	-0,74	-0,27	+0,00*	-0,00*
Con	+0,05	+0,59	+0,04*	-0,82	+0,18	-0,55	-0,55	-0,00*
Obs	-0,00*	-0,50	-0,02*	-0,37	-0,37	-0,02*	-0,01*	+0,00*

* p<,05; - = inhibitoria; + = activatoria

Tabla Anexo XV- 21. Coocurrencias, resolución de problemas , Sujetos A7 y A8

	A8Lec		A8Ana		A8Exp		A8Pla		A8Imp		A8Ver		A8Con		A8Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Lec	14	103	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	14	43	29	150
A7Ana	0	0	3	8	5	18	0	0	0	0	2	3	1	1	19	82	30	112
A7Exp	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	3	4	1	1	26	280	33	288
A7Pla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	19	2	19
A7Imp	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	38	3	40
A7Ver	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	3	7	0	0	15	56	21	66
A7Con	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23	29	24	31
A7Obs	0	0	4	10	14	45	0	0	0	0	10	18	3	4	41	123	72	200
Total	14	103	8	20	25	69	0	0	1	2	18	32	6	10	142	670	214	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 22. Continuidad y traslación desempeño, resolución de problemas, pareja 4.

Tipo	A7	A8	SigA7	SigA8	Frec	Total
Mutua	Exp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	5	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	5	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	5	
	Obs	Ver	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	4	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ana</i>	2	
	Obs	Ana	<i>Ana</i>	<i>Obs</i>	2	
	Con	Obs	<i>Obs</i>	<i>Con</i>	1	24
A7->A8 A8 Mantiene	Con	Obs	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	17	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	5	
	Lec	Obs	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	5	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	3	
	Obs	Ana	<i>Ana</i>	<i>Ana</i>	2	
	Obs	Exp	<i>Exp</i>	<i>Exp</i>	2	
	Pla	Obs	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	1	35
A7->A8 A8 No Mantiene	Exp	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	7	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	4	
	Lec	Lec	<i>Lec</i>	<i>Obs</i>	3	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	<i>Con</i>	3	
	Obs	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	3	
	Ana	Ana	<i>Ana</i>	<i>Obs</i>	2	
	Ver	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	2	
	Ana	Obs	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	1	
	Exp	Obs	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	1	
	Imp	Imp	<i>Imp</i>	<i>Obs</i>	1	
	Ver	Exp	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	1	
	Ver	Ver	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	1	29
	A8->A7 A7 Mantiene	Exp	Obs	<i>Exp</i>	<i>Exp</i>	5
Lec		Obs	<i>Lec</i>	<i>Lec</i>	4	
Obs		Con	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	4	
Obs		Ver	<i>Obs</i>	<i>Obs</i>	4	
Ana		Obs	<i>Ana</i>	<i>Ana</i>	1	
Exp		Ver	<i>Exp</i>	<i>Exp</i>	1	
Imp		Obs	<i>Imp</i>	<i>Imp</i>	1	20
A8->A7 A7 No Mantiene	Obs	Obs	<i>Con</i>	<i>Obs</i>	18	
	Obs	Obs	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	6	
	Obs	Obs	<i>Lec</i>	<i>Obs</i>	4	
	Obs	Exp	<i>Pla</i>	<i>Obs</i>	2	
	Obs	Exp	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	2	
	Con	Obs	<i>Lec</i>	<i>Con</i>	1	
	Exp	Exp	<i>Obs</i>	<i>Exp</i>	1	
	Obs	Obs	<i>Ver</i>	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Ver	<i>Ana</i>	<i>Obs</i>	1	
	Obs	Ver	<i>Exp</i>	<i>Obs</i>	1	
	Ver	Ver	<i>Obs</i>	<i>Ver</i>	1	38

Nota. en cursiva, estadio trasladado

Tabla Anexo XV- 23. Zsum, categoría focal *Lec*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Lec	-0,52	-0,41	0,57	-0,55	-0,39	-0,26	0,77	-0,03
-4	A7Lec	2,29	-0,40	-1,40	-0,55	-0,39	-1,74	0,68	0,50
-3	A7Lec	-1,20	0,54	3,25	-0,55	-0,39	0,51	-0,65	-1,55
-2	A7Lec	-0,49	1,49	-2,04	1,58	-0,38	-1,05	0,03	1,48
-1	A7Lec	0,00	1,78	2,13	-0,50	-0,35	0,60	0,16	-2,19
1	A7Lec	0,00	0,78	0,07	-0,50	2,96	2,14	0,08	-1,76
2	A7Lec	-0,49	2,31	-0,15	-0,56	-0,40	-1,12	-0,80	0,78
3	A7Lec	-1,20	1,38	-0,16	-0,56	-0,40	0,30	-0,16	0,34
4	A7Lec	2,29	-1,37	0,47	1,51	-0,40	-1,14	-0,09	-0,67
5	A7Lec	-0,52	1,36	-2,13	-0,57	2,52	2,42	-0,76	-0,14
	Xsum	0,08	4,46	-1,90	-0,68	4,28	2,60	-1,73	-1,45
	Ysum	0,08	3,00	2,51	-0,57	-1,90	-1,94	0,99	-1,79
	X	0,04	1,99	-0,85	-0,30	1,91	1,16	-0,77	-0,65
	Y	0,04	1,34	1,12	-0,25	-0,85	-0,87	0,44	-0,80
	Cuadrante	I	I	II	III	IV	IV	II	III
	Radio	0,05	2,40*	1,41	0,40	2,09*	1,45	0,89	1,03
	Ángulo	45,00	33,93	52,88	39,97	23,94	36,73	29,78	50,99
	Ángulo corregido	45,00	33,93	127,12	219,97	336,06	323,27	150,22	230,99

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 24. Zsum, categoría focal *Ana*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Ana	1,36	1,46	-0,62	-0,40	-0,28	-1,26	0,37	-0,58
-4	A7Ana	-1,37	1,48	-1,48	2,37	-0,28	-0,28	-0,56	1,41
-3	A7Ana	1,38	2,70	-0,61	-0,39	-0,28	-0,27	-1,44	-0,59
-2	A7Ana	2,31	3,94	-1,47	-0,39	-0,28	-1,28	0,33	-1,88
-1	A7Ana	0,78	0,00	1,48	-0,34	-0,24	-0,10	-1,31	-0,39
1	A7Ana	1,78	0,00	2,42	-0,34	-0,24	-1,16	-1,34	-0,90
2	A7Ana	1,49	3,94	-0,60	-0,39	-0,28	-1,28	-1,47	-0,57
3	A7Ana	0,54	2,70	-0,61	-0,39	-0,28	1,58	-1,47	-1,20
4	A7Ana	-0,40	1,48	-0,62	-0,39	-0,28	-1,29	-1,44	2,06
5	A7Ana	-0,41	1,46	-0,62	-0,40	-0,28	2,50	-0,57	-1,19
	Xsum	3,00	9,58	-0,03	-1,91	-1,36	0,35	-6,29	-1,80
	Ysum	4,46	9,58	-2,70	0,85	-1,36	-3,19	-2,61	-2,03
	X	1,34	4,28	-0,01	-0,85	-0,61	0,16	-2,81	-0,80
	Y	1,99	4,28	-1,21	0,38	-0,61	-1,43	-1,17	-0,91
	Cuadrante	I	I	III	II	III	IV	III	III
	Radio	2,40*	6,06*	1,21	0,93	0,86	1,44	3,05*	1,21
	Ángulo	56,07	45,00	89,36	23,99	45,00	83,74	22,54	48,44
	Ángulo corregido	56,07	45,00	269,36	156,01	225,00	276,26	202,54	228,44

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 25. Zsum, categoría focal *Exp*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Exp	-2,13	-0,62	0,14	1,34	-0,43	0,12	0,98	0,71
-4	A7Exp	0,47	-0,62	0,16	-0,61	-0,43	0,13	-0,36	0,27
-3	A7Exp	-0,16	-0,61	-1,05	3,33	-0,43	-0,55	0,27	0,69
-2	A7Exp	-0,15	-0,60	4,49	-0,61	-0,43	0,05	-0,96	-2,07
-1	A7Exp	0,07	2,42	0,00	-0,55	-0,38	-0,42	-1,46	0,19
1	A7Exp	2,13	1,48	0,00	-0,55	-0,38	-1,14	-0,87	-0,50
2	A7Exp	-2,04	-1,47	4,49	1,37	-0,43	1,41	-1,04	-1,61
3	A7Exp	3,25	-0,61	-1,05	-0,61	-0,43	-1,31	-0,44	0,30
4	A7Exp	-1,40	-1,48	0,16	1,35	-0,43	2,73	-0,99	0,27
5	A7Exp	0,57	-0,62	0,14	1,34	-0,43	-0,66	-0,38	0,32
	Xsum	2,51	-2,70	3,74	2,90	-2,10	1,03	-3,72	-1,22
	Ysum	-1,90	-0,03	3,74	2,90	-2,10	-0,67	-1,53	-0,21
	X	1,12	-1,21	1,67	1,30	-0,94	0,46	-1,66	-0,55
	Y	-0,85	-0,01	1,67	1,30	-0,94	-0,30	-0,68	-0,09
	Cuadrante	IV	III	I	I	III	IV	III	III
	Radio	1,41	1,21	2,37*	1,83	1,33	0,55	1,80	0,55
	Ángulo	37,12	0,64	45,00	45,00	45,00	33,04	22,36	9,77
	Ángulo corregido	322,88	180,64	45,00	45,00	225,00	326,96	202,36	189,77

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 26. Zsum, categoría focal *Pla*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Pla	-0,57	-0,40	1,34	-0,16	-0,12	-0,52	-0,58	0,44
-4	A7Pla	1,51	-0,39	1,35	-0,16	-0,12	-0,52	-0,60	-1,05
-3	A7Pla	-0,56	-0,39	-0,61	-0,16	-0,11	-0,52	-0,59	1,92
-2	A7Pla	-0,56	-0,39	1,37	-0,16	-0,11	1,65	-0,59	-1,05
-1	A7Pla	-0,50	-0,34	-0,55	0,00	-0,10	-0,47	-0,53	1,27
1	A7Pla	-0,50	-0,34	-0,55	0,00	-0,10	1,99	-0,54	0,02
2	A7Pla	1,58	-0,39	-0,61	-0,16	-0,11	-0,53	-0,61	0,44
3	A7Pla	-0,55	-0,39	3,33	-0,16	-0,11	-0,53	-0,61	-1,04
4	A7Pla	-0,55	2,37	-0,61	-0,16	-0,12	-0,53	-0,60	0,45
5	A7Pla	-0,55	-0,40	1,34	-0,16	-0,12	-0,54	1,39	-1,04
	Xsum	-0,57	0,85	2,90	-0,64	-0,56	-0,14	-0,97	-1,17
	Ysum	-0,68	-1,91	2,90	-0,64	-0,56	-0,38	-2,89	1,53
	X	-0,25	0,38	1,30	-0,29	-0,25	-0,06	-0,43	-0,52
	Y	-0,30	-0,85	1,30	-0,29	-0,25	-0,17	-1,29	0,68
	Cuadrante	III	IV	I	III	III	III	III	II
	Radio	0,40	0,93	1,83	0,40	0,35	0,18	1,36	0,86
	Ángulo	50,03	66,01	45,00	45,00	45,00	69,78	71,45	52,59
	Ángulo corregido	230,03	293,99	45,00	225,00	225,00	249,78	251,45	127,41

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 27. Zsum, categoría focal *Imp*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Imp	2,52	-0,28	-0,43	-0,12	-0,08	-0,37	-0,41	-0,74
-4	A7Imp	-0,40	-0,28	-0,43	-0,12	-0,08	-0,36	2,39	-0,74
-3	A7Imp	-0,40	-0,28	-0,43	-0,11	-0,08	-0,36	-0,42	1,35
-2	A7Imp	-0,40	-0,28	-0,43	-0,11	-0,08	-0,37	2,41	-0,74
-1	A7Imp	2,96	-0,24	-0,38	-0,10	0,00	-0,33	-0,37	-0,88
1	A7Imp	-0,35	-0,24	-0,38	-0,10	0,00	-0,33	2,72	-0,87
2	A7Imp	-0,38	-0,28	-0,43	-0,11	-0,08	-0,37	-0,43	1,36
3	A7Imp	-0,39	-0,28	-0,43	-0,11	-0,08	-0,37	2,34	-0,73
4	A7Imp	-0,39	-0,28	-0,43	-0,12	-0,08	-0,38	-0,42	1,37
5	A7Imp	-0,39	-0,28	-0,43	-0,12	-0,08	-0,38	2,39	-0,73
	Xsum	-1,90	-1,36	-2,10	-0,56	-0,32	-1,83	6,60	0,40
	Ysum	4,28	-1,36	-2,10	-0,56	-0,32	-1,79	3,60	-1,75
	X	-0,85	-0,61	-0,94	-0,25	-0,14	-0,82	2,95	0,18
	Y	1,91	-0,61	-0,94	-0,25	-0,14	-0,80	1,61	-0,78
	Cuadrante	II	III	III	III	III	III	I	IV
	Radio	2,09*	0,86	1,33	0,35	0,20	1,14	3,36*	0,80
	Ángulo	66,06	45,00	45,00	45,00	45,00	44,37	28,61	77,12
	Ángulo corregido	113,94	225,00	225,00	225,00	225,00	224,37	28,61	282,88

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 28. Zsum, categoría focal *Ver*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Ver	2,42	2,50	-0,66	-0,54	-0,38	0,58	-1,91	-1,39
-4	A7Ver	-1,14	-1,29	2,73	-0,53	-0,38	2,88	-1,95	-0,85
-3	A7Ver	0,30	1,58	-1,31	-0,53	-0,37	1,37	-1,25	0,13
-2	A7Ver	-1,12	-1,28	1,41	-0,53	-0,37	4,26	-1,24	-1,38
-1	A7Ver	2,14	-1,16	-1,14	1,99	-0,33	0,00	-1,08	0,28
1	A7Ver	0,60	-0,10	-0,42	-0,47	-0,33	0,00	-1,86	1,14
2	A7Ver	-1,05	-1,28	0,05	1,65	-0,37	4,26	0,73	-2,41
3	A7Ver	0,51	-0,27	-0,55	-0,52	-0,36	1,37	-1,93	0,91
4	A7Ver	-1,74	-0,28	0,13	-0,52	-0,36	2,88	1,63	-1,74
5	A7Ver	-0,26	-1,26	0,12	-0,52	-0,37	0,58	-1,90	1,99
	Xsum	-1,94	-3,19	-0,67	-0,38	-1,79	9,09	-3,33	-0,11
	Ysum	2,60	0,35	1,03	-0,14	-1,83	9,09	-7,43	-3,21
	X	-0,87	-1,43	-0,30	-0,17	-0,80	4,07	-1,49	-0,05
	Y	1,16	0,16	0,46	-0,06	-0,82	4,07	-3,32	-1,44
	Cuadrante	II	II	II	III	III	I	III	III
	Radio	1,45	1,44	0,55	0,18	1,14	5,75*	3,64*	1,44
	Ángulo	53,27	6,26	56,96	20,22	45,63	45,00	65,86	88,04
	Ángulo corregido	126,73	173,74	123,04	200,22	225,63	45,00	245,86	268,04

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 29. Zsum, categoría focal *Con*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Con	-0,76	-0,57	-0,38	1,39	2,39	-1,90	-0,20	1,84
-4	A7Con	-0,09	-1,44	-0,99	-0,60	-0,42	1,63	3,53	-1,93
-3	A7Con	-0,16	-1,47	-0,44	-0,61	2,34	-1,93	-0,98	3,01
-2	A7Con	-0,80	-1,47	-1,04	-0,61	-0,43	0,73	5,92	-2,54
-1	A7Con	0,08	-1,34	-0,87	-0,54	2,72	-1,86	0,00	1,70
1	A7Con	0,16	-1,31	-1,46	-0,53	-0,37	-1,08	0,00	1,96
2	A7Con	0,03	0,33	-0,96	-0,59	2,41	-1,24	5,92	-3,36
3	A7Con	-0,65	-1,44	0,27	-0,59	-0,42	-1,25	-0,98	2,84
4	A7Con	0,68	-0,56	-0,36	-0,60	2,39	-1,95	3,53	-1,45
5	A7Con	0,77	0,37	0,98	-0,58	-0,41	-1,91	-0,20	0,18
	Xsum	0,99	-2,61	-1,53	-2,89	3,60	-7,43	8,27	0,17
	Ysum	-1,73	-6,29	-3,72	-0,97	6,60	-3,33	8,27	2,08
	X	0,44	-1,17	-0,68	-1,29	1,61	-3,32	3,70	0,08
	Y	-0,77	-2,81	-1,66	-0,43	2,95	-1,49	3,70	0,93
	Cuadrante	IV	III	III	III	I	III	I	I
	Radio	0,89	3,05*	1,80	1,36	3,36*	3,64*	5,23*	0,93
	Ángulo	60,22	67,46	67,64	18,55	61,39	24,14	45,00	85,33
	Ángulo corregido	299,78	247,46	247,64	198,55	61,39	204,14	45,00	85,33

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 30. Zsum, categoría focal *Obs*, A7

Lag	Focal	Objetivo							
		A7Lec	A7Ana	A7Exp	A7Pla	A7Imp	A7Ver	A7Con	A7Obs
-5	A7Obs	-0,14	-1,19	0,32	-1,04	-0,73	1,99	0,18	-0,61
-4	A7Obs	-0,67	2,06	0,27	0,45	1,37	-1,74	-1,45	1,08
-3	A7Obs	0,34	-1,20	0,30	-1,04	-0,73	0,91	2,84	-2,17
-2	A7Obs	0,78	-0,57	-1,61	0,44	1,36	-2,41	-3,36	4,77
-1	A7Obs	-1,76	-0,90	-0,50	0,02	-0,87	1,14	1,95	0,00
1	A7Obs	-2,19	-0,39	0,19	1,27	-0,88	0,27	1,70	0,00
2	A7Obs	1,48	-1,88	-2,07	-1,05	-0,74	-1,38	-2,54	4,77
3	A7Obs	-1,55	-0,59	0,69	1,92	1,35	0,13	3,01	-2,17
4	A7Obs	0,50	1,41	0,27	-1,05	-0,74	-0,85	-1,93	1,08
5	A7Obs	-0,03	-0,58	0,71	0,44	-0,74	-1,39	1,84	-0,61
	Xsum	-1,79	-2,03	-0,21	1,53	-1,75	-3,22	2,08	3,07
	Ysum	-1,45	-1,80	-1,22	-1,17	0,40	-0,11	0,16	3,07
	X	-0,80	-0,91	-0,09	0,68	-0,78	-1,44	0,93	1,37
	Y	-0,65	-0,80	-0,55	-0,52	0,18	-0,05	0,07	1,37
	Cuadrante	III	III	III	IV	II	III	I	I
	Radio	1,03	1,21	0,55	0,86	0,80	1,44	0,93	1,94
	Ángulo	39,01	41,56	80,23	37,41	12,88	1,96	4,40	45,00
	Ángulo corregido	219,01	221,56	260,23	322,59	167,12	181,96	4,40	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 31. Zsum, categoría focal *Lec*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Lec	-0,54	-0,82	-1,66	0,00	-0,36	-1,49	0,42	2,79
-4	A8Lec	-0,52	3,52	2,40	0,00	-0,36	-0,61	1,75	-3,14
-3	A8Lec	-0,51	-0,81	-1,64	0,00	-0,36	-1,53	-0,89	3,37
-2	A8Lec	0,40	2,10	0,82	0,00	-0,36	1,90	1,78	-3,73
-1	A8Lec	0,00	-0,35	-0,71	0,00	-0,15	-0,68	-0,38	0,40
1	A8Lec	0,00	6,47	-0,71	0,00	-0,15	1,25	-0,38	-0,83
2	A8Lec	0,40	1,97	-0,91	0,00	2,72	0,78	1,66	-2,18
3	A8Lec	-0,51	-0,85	-0,92	0,00	-0,37	-0,85	-0,93	2,42
4	A8Lec	-0,52	1,95	-0,15	0,00	2,70	0,75	1,95	-2,18
5	A8Lec	-0,54	-0,86	-0,16	0,00	-0,38	-1,67	-0,86	2,42
	Xsum	-1,17	8,68	-2,85	0,00	4,52	0,26	1,44	-0,35
	Ysum	-0,52	3,88	-1,27	0,00	2,02	0,12	0,64	-0,16
	X	-1,17	3,64	-0,79	0,00	-1,59	-2,41	2,68	-0,31
	Y	-0,52	1,63	-0,35	0,00	-0,71	-1,08	1,20	-0,14
	Cuadrante	III	I	III	III	IV	IV	I	III
	Radio	0,74	4,21*	1,32	0,00	2,14*	1,08	1,36	0,21
	Ángulo	45,00	22,75	15,49	#¡DIV/0!	19,38	83,84	61,75	41,53
	Ángulo corregido	225,00	22,75	195,49	#¡DIV/0!	340,62	276,16	61,75	221,53

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 32. Zsum, categoría focal *Ana*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Ana	-0,86	1,74	-0,99	0,00	-0,22	-0,89	1,51	0,54
-4	A8Ana	1,95	-0,49	-0,98	0,00	-0,21	0,47	-0,54	-0,40
-3	A8Ana	-0,85	1,77	-0,98	0,00	-0,21	-0,91	1,53	0,54
-2	A8Ana	1,97	1,78	-0,97	0,00	-0,21	-0,91	-0,53	-0,40
-1	A8Ana	6,47	0,00	-0,40	0,00	-0,09	-0,39	-0,22	-1,06
1	A8Ana	-0,35	0,00	-0,40	0,00	-0,09	-0,39	-0,22	0,27
2	A8Ana	2,10	1,78	-0,97	0,00	-0,21	1,65	-0,53	-2,23
3	A8Ana	-0,81	1,77	-0,98	0,00	-0,21	-0,95	-0,53	1,45
4	A8Ana	3,52	-0,49	0,27	0,00	-0,21	-0,95	-0,49	-1,31
5	A8Ana	-0,82	1,74	-0,99	0,00	-0,22	0,33	-0,49	0,54
	Xsum	3,64	4,80	-3,07	0,00	-0,94	-0,31	-2,26	-1,28
	Ysum	1,63	2,15	-1,37	0,00	-0,42	-0,14	-1,01	-0,57
	X	8,68	4,80	-4,32	0,00	-0,94	-2,63	1,75	-0,78
	Y	3,88	2,15	-1,93	0,00	-0,42	-1,18	0,78	-0,35
	Cuadrante	I	I	III	III	III	III	II	III
	Radio	4,21*	3,04*	2,37*	0,00	0,59	1,18	1,28	0,67
	Ángulo	67,25	45,00	54,60	0	45,00	83,28	37,75	31,36
	Ángulo corregido	67,25	45,00	234,60	0	225,00	263,28	142,25	211,36

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 33. Zsum, categoría focal *Exp*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Exp	-0,16	-0,99	-0,59	0,00	-0,43	-1,04	-1,09	2,22
-4	A8Exp	-0,15	0,27	0,84	0,00	-0,43	2,02	2,38	-2,96
-3	A8Exp	-0,92	-0,98	-1,27	0,00	-0,43	-1,10	-1,08	3,24
-2	A8Exp	-0,91	-0,97	4,42	0,00	-0,43	1,89	1,25	-3,98
-1	A8Exp	-0,71	-0,40	0,00	0,00	-0,18	0,94	-0,44	0,05
1	A8Exp	-0,71	-0,40	0,00	0,00	-0,18	-0,79	-0,44	0,42
2	A8Exp	0,82	-0,97	4,42	0,00	-0,43	2,46	-1,07	-4,50
3	A8Exp	-1,64	-0,98	-1,27	0,00	-0,43	-1,91	-1,08	4,26
4	A8Exp	2,40	-0,98	0,84	0,00	-0,43	1,69	2,79	-3,99
5	A8Exp	-1,66	-0,99	-0,59	0,00	-0,43	-1,21	-0,99	3,25
	Xsum	-0,79	-4,32	3,40	0,00	-1,90	0,24	-0,79	-0,56
	Ysum	-0,35	-1,93	1,52	0,00	-0,85	0,11	-0,35	-0,25
	X	-2,85	-3,07	3,40	0,00	-1,90	2,71	1,02	-1,43
	Y	-1,27	-1,37	1,52	0,00	-0,85	1,21	0,46	-0,64
	Cuadrante	III	III	I	III	III	I	II	III
	Radio	1,32	2,37*	2,15*	0,00	1,20	1,22	0,58	0,69
	Ángulo	74,51	35,40	45,00	0,00	45,00	84,94	52,24	68,61
	Ángulo corregido	254,51	215,40	45,00	0,00	225,00	84,94	127,76	248,61

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 34. Zsum, categoría focal *Imp*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Imp	-0,38	-0,22	-0,43	0,00	-0,09	-0,39	-0,24	1,04
-4	A8Imp	2,70	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	-0,39	-0,24	-0,98
-3	A8Imp	-0,37	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	-0,40	-0,23	1,04
-2	A8Imp	2,72	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	-0,40	-0,23	-0,98
-1	A8Imp	-0,15	-0,09	-0,18	0,00	0,00	-0,17	-0,10	0,13
1	A8Imp	-0,15	-0,09	-0,18	0,00	0,00	-0,17	-0,10	0,13
2	A8Imp	-0,36	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	-0,41	4,32	-0,98
3	A8Imp	-0,36	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	-0,42	-0,23	1,04
4	A8Imp	-0,36	-0,21	-0,43	0,00	-0,09	2,41	-0,21	-0,98
5	A8Imp	-0,36	-0,22	-0,43	0,00	-0,09	-0,42	-0,22	1,04
	Xsum	-1,59	-0,94	-1,90	0,00	-0,36	0,99	3,56	0,25
	Ysum	-0,71	-0,42	-0,85	0,00	-0,16	0,44	1,59	0,11
	X	4,52	-0,94	-1,90	0,00	-0,36	-1,75	-1,04	0,25
	Y	2,02	-0,42	-0,85	0,00	-0,16	-0,78	-0,47	0,11
	Cuadrante	II	III	III	III	III	IV	IV	I
	Radio	2,14*	0,59	1,20	0,00	0,23	0,90	1,66	0,16
	Ángulo	70,62	45,00	45,00	0,00	45,00	60,50	16,28	45,00
	Ángulo corregido	109,38	225,00	225,00	0,00	225,00	299,50	343,72	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 35. Zsum, categoría focal *Ver*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Ver	-1,67	0,33	-1,21	0,00	-0,42	-0,96	-1,05	3,05
-4	A8Ver	0,75	-0,95	1,69	0,00	2,41	2,95	-1,05	-3,30
-3	A8Ver	-0,85	-0,95	-1,91	0,00	-0,42	-1,02	-1,04	3,57
-2	A8Ver	0,78	1,65	2,46	0,00	-0,41	1,28	0,15	-3,82
-1	A8Ver	1,25	-0,39	-0,79	0,00	-0,17	0,00	-0,43	0,04
1	A8Ver	-0,68	-0,39	0,94	0,00	-0,17	0,00	-0,43	0,04
2	A8Ver	1,90	-0,91	1,89	0,00	-0,40	1,28	1,44	-3,66
3	A8Ver	-1,53	-0,91	-1,10	0,00	-0,40	-1,02	-1,01	3,38
4	A8Ver	-0,61	0,47	2,02	0,00	-0,39	2,95	-0,89	-2,94
5	A8Ver	-1,49	-0,89	-1,04	0,00	-0,39	-0,96	-0,89	3,20
	Xsum	-2,41	-2,63	2,71	0,00	-1,75	2,25	-1,78	0,02
	Ysum	-1,08	-1,18	1,21	0,00	-0,78	1,01	-0,80	0,01
	X	0,26	-0,31	0,24	0,00	0,99	2,25	-3,42	-0,46
	Y	0,12	-0,14	0,11	0,00	0,44	1,01	-1,53	-0,21
	Cuadrante	II	III	I	III	II	I	III	IV
	Radio	1,08	1,18	1,22	0,00	0,90	1,42	1,72	0,21
	Ángulo	6,16	6,72	5,06	0,00	29,50	45,00	62,50	87,51
	Ángulo corregido	173,84	186,72	5,06	0,00	150,50	45,00	242,50	272,49

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 36. Zsum, categoría focal *Con*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Con	-0,86	-0,49	-0,99	0,00	-0,22	-0,89	-0,54	2,37
-4	A8Con	1,95	-0,49	2,79	0,00	-0,21	-0,89	-0,54	-2,23
-3	A8Con	-0,93	-0,53	-1,08	0,00	-0,23	-1,01	-0,59	2,60
-2	A8Con	1,66	-0,53	-1,07	0,00	4,32	1,44	1,32	-2,45
-1	A8Con	-0,38	-0,22	-0,44	0,00	-0,10	-0,43	0,00	0,29
1	A8Con	-0,38	-0,22	-0,44	0,00	-0,10	-0,43	0,00	0,29
2	A8Con	1,78	-0,53	1,25	0,00	-0,23	0,15	1,32	-2,45
3	A8Con	-0,89	1,53	-1,08	0,00	-0,23	-1,04	-0,59	1,76
4	A8Con	1,75	-0,54	2,38	0,00	-0,24	-1,05	-0,54	-1,61
5	A8Con	0,42	1,51	-1,09	0,00	-0,24	-1,05	-0,54	0,93
	Xsum	2,68	1,75	1,02	0,00	-1,04	-3,42	-0,35	-1,08
	Ysum	1,20	0,78	0,46	0,00	-0,47	-1,53	-0,16	-0,48
	X	1,44	-2,26	-0,79	0,00	3,56	-1,78	-0,35	0,58
	Y	0,64	-1,01	-0,35	0,00	1,59	-0,80	-0,16	0,26
	Cuadrante	I	IV	IV	III	II	III	III	II
	Radio	1,36	1,28	0,58	0,00	1,66	1,72	0,22	0,55
	Ángulo	28,25	52,25	37,76	0,00	73,72	27,50	45,00	28,24
	Ángulo corregido	28,25	307,75	322,24	0,00	106,28	207,50	225,00	151,76

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 37. Zsum, categoría focal *Obs*, A8

Lag	Focal	Objetivo							
		A8Lec	A8Ana	A8Exp	A8Pla	A8Imp	A8Ver	A8Con	A8Obs
-5	A8Obs	2,42	0,54	3,25	0,00	1,04	3,20	0,93	-6,95
-4	A8Obs	-2,18	-1,31	-3,99	0,00	-0,98	-2,94	-1,61	7,74
-3	A8Obs	2,42	1,45	4,26	0,00	1,04	3,38	1,76	-8,56
-2	A8Obs	-2,18	-2,23	-4,50	0,00	-0,98	-3,66	-2,45	9,34
-1	A8Obs	-0,85	0,26	0,40	0,00	0,12	0,02	0,28	0,00
1	A8Obs	0,38	-1,06	0,03	0,00	0,12	0,02	0,28	0,00
2	A8Obs	-3,73	-0,40	-3,98	0,00	-0,98	-3,82	-2,45	9,34
3	A8Obs	3,37	0,54	3,24	0,00	1,04	3,57	2,60	-8,56
4	A8Obs	-3,14	-0,40	-2,96	0,00	-0,98	-3,30	-2,23	7,74
5	A8Obs	2,79	0,54	2,22	0,00	1,04	3,05	2,37	-6,95
	Xsum	-0,33	-0,78	-1,45	0,00	0,24	0,00	0,57	1,57
	Ysum	-0,15	-0,35	-0,65	0,00	0,11	-0,21	0,25	0,70
	X	-0,37	-1,29	-0,58	0,00	0,24	0,00	-1,09	1,57
	Y	-0,17	-0,58	-0,26	0,00	0,11	0,00	-0,49	0,70
	Cuadrante	III	III	III	III	I	III	IV	I
	Radio	0,22	0,67	0,70	0,00	0,15	0,21	0,55	0,99
	Ángulo	48,27	58,84	21,80	0,00	45,00	0,00	62,39	45,00
	Ángulo corregido	228,27	238,84	201,80	0,00	45,00	180,00	297,61	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 38. Zsum, categoría focal *Lec*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Lec	-0,73	-0,77	-0,61	-0,53	-0,53	-1,17	0,93	1,71
-4	Lec	1,5	1,6	0,43	-0,53	-0,53	-1,73	1,46	-1,7
-3	Lec	-1,25	0,04	1,48	-0,53	-0,53	-0,64	-0,92	0,94
-2	Lec	-0,13	2,42	-1,07	1,65	-0,53	0,43	0,9	-1,34
-1	Lec	0	1,67	1,47	-0,42	-0,42	-0,03	0,43	-1,23
1	Lec	0	2,64	-0,37	-0,42	2,3	1,95	0,37	-1,77
2	Lec	-0,13	3,04	-0,69	-0,54	1,58	-0,33	0,09	-0,87
3	Lec	-1,25	0,72	-0,71	-0,55	-0,55	-0,35	-0,5	1,77
4	Lec	1,5	-0,06	0,27	1,56	1,56	-0,36	0,81	-1,96
5	Lec	-0,73	0,69	-1,75	-0,55	1,55	0,68	-0,99	1,42
	Xsum	-0,61	7,03	-3,25	-0,5	6,44	1,59	-0,22	-1,41
	Ysum	-0,61	4,96	1,7	-0,36	-2,54	-3,14	2,8	-1,62
	X	-0,27	3,14	-1,45	-0,22	2,88	0,71	-0,10	-0,63
	Y	-0,27	2,22	0,76	-0,16	-1,14	-1,40	1,25	-0,72
	Cuadrante	III	I	II	III	IV	IV	II	III
	Radio	0,39	3,85*	1,64	0,28	3,10*	1,57	1,26	0,96
	Ángulo	45,00	35,20	27,61	35,75	21,52	63,14	85,51	48,96
	Ángulo corregido	225,00	35,20	152,39	215,75	338,48	296,86	94,49	228,96

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 39. Zsum, categoría focal *Ana*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ana	0,69	2,22	-1,07	-0,36	-0,36	-1,55	1,11	-0,28
-4	Ana	-0,06	1,14	-1,77	2,64	-0,36	0,03	-0,6	0,76
-3	Ana	0,72	3,34	-1,05	-0,36	-0,36	-0,78	-0,59	-0,29
-2	Ana	3,04	4,46	-1,76	-0,35	-0,35	-1,58	0,25	-1,87
-1	Ana	2,64	0	1,27	-0,27	-0,27	-0,31	-1,12	-1,08
1	Ana	1,67	0	2,17	-0,27	-0,27	-1,27	-1,14	-0,65
2	Ana	2,42	4,46	-1,04	-0,35	-0,35	-0,08	-1,45	-1,87
3	Ana	0,04	3,34	-1,05	-0,36	-0,36	0,66	-1,45	-0,26
4	Ana	1,6	1,14	-0,35	-0,36	-0,36	-1,62	-1,41	0,76
5	Ana	-0,77	2,22	-1,07	-0,36	-0,36	2,15	-0,57	-0,77
	Xsum	4,96	11,16	-1,34	-1,7	-1,7	-0,16	-6,02	-2,79
	Ysum	7,03	11,16	-4,38	1,3	-1,7	-4,19	-0,95	-2,76
	X	2,22	4,99	-0,60	-0,76	-0,76	-0,07	-2,69	-1,25
	Y	3,14	4,99	-1,96	0,58	-0,76	-1,87	-0,42	-1,23
	Cuadrante	I	I	III	II	III	III	III	III
	Radio	3,85*	7,06*	2,05*	0,96	1,08	1,88	2,73*	1,76
	Ángulo	54,80	45,00	72,99	37,41	45,00	87,81	8,97	44,69
	Ángulo corregido	54,80	45,00	252,99	142,59	225,00	267,81	188,97	224,69

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 40. Zsum, categoría focal *Exp*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Exp	-1,75	-1,07	-0,28	1,34	-0,61	-0,61	0,33	2
-4	Exp	0,27	-0,35	0,67	-0,61	-0,61	1,46	0,8	-1,77
-3	Exp	-0,71	-1,05	-1,63	3,31	-0,61	-1,15	-0,27	2,66
-2	Exp	-0,69	-1,04	6,29	-0,61	-0,61	1,31	-0,25	-4,17
-1	Exp	-0,37	2,17	0	-0,48	-0,48	-0,43	-1,3	0,32
1	Exp	1,47	1,27	0	-0,48	-0,48	-1,64	-0,69	0,08
2	Exp	-1,07	-1,76	6,29	1,36	-0,61	2,71	-1,4	-4,17
3	Exp	1,48	-1,05	-1,63	-0,61	-0,61	-2,26	-0,88	3,06
4	Exp	0,43	-1,77	0,67	1,34	-0,61	3,15	0,35	-2,45
5	Exp	-0,61	-1,07	-0,28	1,34	-0,61	-1,31	-0,77	2,4
	Xsum	1,7	-4,38	5,05	2,95	-2,92	0,65	-3,39	-1,08
	Ysum	-3,25	-1,34	5,05	2,95	-2,92	0,58	-0,69	-0,96
	X	0,76	-1,96	2,26	1,32	-1,31	0,29	-1,52	-0,48
	Y	-1,45	-0,60	2,26	1,32	-1,31	0,26	-0,31	-0,43
	Cuadrante	IV	III	I	I	III	I	III	III
	Radio	1,64	2,05*	3,19*	1,87	1,85	0,39	1,55	0,65
	Ángulo	62,39	17,01	45,00	45,00	45,00	41,74	11,50	41,63
	Ángulo corregido	297,61	197,01	45,00	45,00	225,00	41,74	191,50	221,63

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 41. Zsum, categoría focal *Pla*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Pla	-0,55	-0,36	1,34	-0,12	-0,12	-0,53	-0,49	0,27
-4	Pla	1,56	-0,36	1,34	-0,12	-0,12	-0,53	-0,49	-1,18
-3	Pla	-0,55	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,54	-0,49	1,7
-2	Pla	-0,54	-0,35	1,36	-0,12	-0,12	1,58	-0,49	-1,18
-1	Pla	-0,42	-0,27	-0,48	0	-0,09	-0,43	-0,38	0,82
1	Pla	-0,42	-0,27	-0,48	0	-0,09	2,25	-0,39	-0,33
2	Pla	1,65	-0,35	-0,61	-0,12	-0,12	-0,55	-0,5	0,26
3	Pla	-0,53	-0,36	3,31	-0,12	-0,12	-0,56	-0,5	-1,17
4	Pla	-0,53	2,64	-0,61	-0,12	-0,12	-0,56	-0,48	0,26
5	Pla	-0,53	-0,36	1,34	-0,12	-0,12	-0,56	1,83	-1,17
	Xsum	-0,36	1,3	2,95	-0,48	-0,57	0,02	-0,04	-2,15
	Ysum	-0,5	-1,7	2,95	-0,48	-0,57	-0,45	-2,34	0,43
	X	-0,16	0,58	1,32	-0,21	-0,25	0,01	-0,02	-0,96
	Y	-0,22	-0,76	1,32	-0,21	-0,25	-0,20	-1,05	0,19
	Cuadrante	III	IV	I	III	III	IV	III	II
	Radio	0,28	0,96	1,87	0,30	0,36	0,20	1,05	0,98
	Ángulo	54,25	52,59	45,00	45,00	45,00	87,46	89,02	11,31
	Ángulo corregido	234,25	307,41	45,00	225,00	225,00	272,54	269,02	168,69

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 42. Zsum, categoría focal *Imp*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Imp	1,55	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,53	-0,49	0,27
-4	Imp	1,56	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,53	1,8	-1,18
-3	Imp	-0,55	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,54	-0,49	1,7
-2	Imp	1,58	-0,35	-0,61	-0,12	-0,12	-0,54	1,81	-1,18
-1	Imp	2,3	-0,27	-0,48	-0,09	0	-0,43	-0,38	-0,33
1	Imp	-0,42	-0,27	-0,48	-0,09	0	-0,43	2,54	-0,33
2	Imp	-0,53	-0,35	-0,61	-0,12	-0,12	-0,55	1,77	0,26
3	Imp	-0,53	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,56	1,76	0,27
4	Imp	-0,53	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	1,53	-0,48	0,26
5	Imp	-0,53	-0,36	-0,61	-0,12	-0,12	-0,56	1,83	0,28
	Xsum	-2,54	-1,7	-2,92	-0,57	-0,48	-0,57	7,42	0,74
	Ysum	6,44	-1,7	-2,92	-0,57	-0,48	-2,57	2,25	-0,72
	X	-1,14	-0,76	-1,31	-0,25	-0,21	-0,25	3,32	0,33
	Y	2,88	-0,76	-1,31	-0,25	-0,21	-1,15	1,01	-0,32
	Cuadrante	II	III	III	III	III	III	I	IV
	Radio	3,10*	1,08	1,85	0,36	0,30	1,18	3,47*	0,46
	Ángulo	68,48	45,00	45,00	45,00	45,00	77,49	16,87	44,22
	Ángulo corregido	111,52	225,00	225,00	225,00	225,00	257,49	16,87	315,78

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 43. Zsum, categoría focal *Ver*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Ver	0,68	2,15	-1,31	-0,56	-0,56	-0,24	-2,21	1,2
-4	Ver	-0,36	-1,62	3,15	-0,56	1,53	4,14	-2,24	-2,81
-3	Ver	-0,35	0,66	-2,26	-0,56	-0,56	0,26	-1,65	2,64
-2	Ver	-0,33	-0,08	2,71	-0,55	-0,55	3,95	-1,06	-3,55
-1	Ver	1,95	-1,27	-1,64	2,25	-0,43	0	-1,07	0,53
1	Ver	-0,03	-0,31	-0,43	-0,43	-0,43	0	-1,82	1,11
2	Ver	0,43	-1,58	1,31	1,58	-0,54	3,95	1,25	-4,18
3	Ver	-0,64	-0,78	-1,15	-0,54	-0,54	0,26	-2,2	3,06
4	Ver	-1,73	0,03	1,46	-0,53	-0,53	4,14	0,95	-3,21
5	Ver	-1,17	-1,55	-0,61	-0,53	-0,53	-0,24	-2,1	3,66
	Xsum	-3,14	-4,19	0,58	-0,45	-2,57	8,11	-3,92	0,44
	Ysum	1,59	-0,16	0,65	0,02	-0,57	8,11	-8,23	-1,99
	X	-1,40	-1,87	0,26	-0,20	-1,15	3,63	-1,75	0,20
	Y	0,71	-0,07	0,29	0,01	-0,25	3,63	-3,68	-0,89
	Cuadrante	II	III	I	II	III	I	III	IV
	Radio	1,57	1,88	0,39	0,20	1,18	5,13*	4,08*	0,91
	Ángulo	26,86	2,19	48,26	2,54	12,51	45,00	64,53	77,53
	Ángulo corregido	153,14	182,19	48,26	177,46	192,51	45,00	244,53	282,47

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$ Tabla Anexo XV- 44. Zsum, categoría focal *Con*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Con	-0,99	-0,57	-0,77	1,83	1,83	-2,1	0,04	2,26
-4	Con	0,81	-1,41	0,35	-0,48	-0,48	0,95	3,85	-3,03
-3	Con	-0,5	-1,45	-0,88	-0,5	1,76	-2,2	-0,76	3,43
-2	Con	0,09	-1,45	-1,4	-0,5	1,77	1,25	6,79	-3,66
-1	Con	0,37	-1,14	-0,69	-0,39	2,54	-1,82	0	1,05
1	Con	0,43	-1,12	-1,3	-0,38	-0,38	-1,07	0	1,28
2	Con	0,9	0,25	-0,25	-0,49	1,81	-1,06	6,79	-4,35
3	Con	-0,92	-0,59	-0,27	-0,49	-0,49	-1,65	-0,76	2,89
4	Con	1,46	-0,6	0,8	-0,49	1,8	-2,24	3,85	-2,34
5	Con	0,93	1,11	0,33	-0,49	-0,49	-2,21	0,04	0,27
	Xsum	2,8	-0,95	-0,69	-2,34	2,25	-8,23	9,92	-2,25
	Ysum	-0,22	-6,02	-3,39	-0,04	7,42	-3,92	9,92	0,05
	X	1,25	-0,42	-0,31	-1,05	1,01	-3,68	4,44	-1,01
	Y	-0,10	-2,69	-1,52	-0,02	3,32	-1,75	4,44	0,02
	Cuadrante	IV	III	III	III	I	III	I	II
	Radio	1,26	2,73*	1,55	1,05	3,47*	4,08*	6,27*	1,01
	Ángulo	4,49	81,03	78,50	0,98	73,13	25,47	45,00	1,27
	Ángulo corregido	355,51	261,03	258,50	180,98	73,13	205,47	45,00	178,73

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 45. Zsum, categoría focal *Obs*, pareja 4

Lag	Focal	Objetivo							
		Lec	Ana	Exp	Pla	Imp	Ver	Con	Obs
-5	Obs	1,42	-0,77	2,4	-1,17	0,28	3,66	0,27	-4,84
-4	Obs	-1,96	0,76	-2,45	0,26	0,26	-3,21	-2,34	6,31
-3	Obs	1,77	-0,26	3,06	-1,17	0,27	3,06	2,89	-7,06
-2	Obs	-0,87	-1,87	-4,17	0,26	0,26	-4,18	-4,35	10,02
-1	Obs	-1,77	-0,65	0,08	-0,33	-0,33	1,11	1,28	0
1	Obs	-1,23	-1,08	0,32	0,82	-0,33	0,53	1,05	0
2	Obs	-1,34	-1,87	-4,17	-1,18	-1,18	-3,55	-3,66	10,02
3	Obs	0,94	-0,29	2,66	1,7	1,7	2,64	3,43	-7,06
4	Obs	-1,7	0,76	-1,77	-1,18	-1,18	-2,81	-3,03	6,31
5	Obs	1,71	-0,28	2	0,27	0,27	1,2	2,26	-4,84
	Xsum	-1,62	-2,76	-0,96	0,43	-0,72	-1,99	0,05	4,43
	Ysum	-1,41	-2,79	-1,08	-2,15	0,74	0,44	-2,25	4,43
	X	-0,72	-1,23	-0,43	0,19	-0,32	-0,89	0,02	1,98
	Y	-0,63	-1,25	-0,48	-0,96	0,33	0,20	-1,01	1,98
	Cuadrante	III	III	III	IV	II	II	IV	I
	Radio	0,96	1,76	0,65	0,98	0,46	0,91	1,01	2,80*
	Ángulo	41,04	45,31	48,37	78,69	45,78	12,47	88,73	45,00
	Ángulo corregido	221,04	225,31	228,37	281,31	134,22	167,53	271,27	45,00

* Relación significativa a nivel $p < 0,05$

Tabla Anexo XV- 46. Estadísticas básicas, arrastre, A7 y A8, pareja 4

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A7	A8	P1	A7	A8	P1	A7	A8	P1	A7	A8	P1
Err	6	0	6	67	0	67	0,07	0	0,04	11,17	0	14,60
Gui	4	0	4	74	0	74	0,08	0	0,04	18,50	0	18,50
NoArr	9	1	10	765	906	1671	0,84	1	0,92	85,00	906	173
Total eventos	19	1	20									
Total segundos				906	906	1812						

Tabla Anexo XV- 47. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, A7

	A7Rat		A7NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A7Err	6	67	0	0	6	67
A7Gui	4	74	0	0	4	74
A7NoArr	26	216	28	547	54	765
Total	36	357	28	547	64	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 48. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, A8

	A8Rat		A8NoRat		Total	
	Fr	T	fr	T	fr	T
A8Err	0	0	0	0	0	0
A8Gui	0	0	0	0	0	0
A8NoArr	0	0	1	906	1	906
Total	0	0	1	906	1	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 49. Concurrencias, arrastre Vs. ratón, pareja 4

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Err	6	67	0	0	6	67
Gui	4	74	0	0	4	74
NoArr	26	216	28	1455	55	1671
Total	36	357	30	1455	65	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 50. Concurrencias, arrastre Vs. página, A7

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Err	0	0	0	0	2	29	0	0	3	8	2	30	0	0	7	67
A7Gui	0	0	0	0	3	52	0	0	1	22	0	0	0	0	4	74
A7NoArr	2	151	2	108	6	141	2	82	4	83	2	200	0	0	18	765
Total	2	151	2	108	11	222	2	82	8	113	2	230	0	0	29	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 51. Concurrencias, arrastre Vs. página, A8

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A8Err	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Gui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoArr	2	151	2	108	2	222	2	82	2	113	1	230	0	0	11	906
Total	2	151	2	108	2	222	2	82	2	113	1	230	0	0	11	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 52. Concurrencias, arrastre Vs. página, pareja 4

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Err	0	0	0	0	2	29	0	0	3	8	2	30	0	0	7	67
Gui	0	0	0	0	3	52	0	0	1	22	0	0	0	0	4	74
NoArr	4	302	4	216	8	363	4	164	6	196	3	430	0	0	29	1671
Total	4	302	4	216	13	444	4	164	10	226	5	460	0	0	40	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos..

Tabla Anexo XV- 53. Estadísticas básicas, ratón, A7 y A8, pareja 4

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A7	A8	P1	A7	A8	P1	A7	A8	P1	A7	A8	P1
Rat	27	0	27	357	0	357	0,39	0	0,2	13,22	0	13,22
NoRat	28	1	29	549	906	1455	0,61	1	0,8	19,6	906	50,17
Total eventos	55	1	56									
Total segundos				906	906	1812						

Tabla Anexo XV- 54. Concurrencias, ratón Vs. páginas, A7

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Rat	2	3	7	11	10	118	2	8	9	55	4	162	0	0	34	357
A7NoRat	2	148	5	97	9	104	1	74	7	58	4	68	0	0	28	549
Total	4	151	12	108	19	222	3	82	16	113	8	230	0	0	62	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 55. Concurrencias, ratón Vs. páginas, A8

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A8Rat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoRat	2	151	2	108	2	222	2	82	2	113	1	230	0	0	11	906
Total	2	151	2	108	2	222	2	82	2	113	1	230	0	0	11	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 56. Concurrencias, ratón Vs. páginas, pareja 4

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Rat	2	3	7	11	10	118	2	8	9	55	4	162	0	0	34	357
NoRat	4	299	7	205	11	226	3	156	9	171	5	298	0	0	39	1455
Total	6	302	14	216	21	344	5	164	18	226	9	460	0	0	73	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 57. Estadísticas básicas, páginas, A7 y A8, pareja 4

Cat	frecuencia	duración	probabilidad	Duración Media
Pag1	2	151	0,17	75,5
Pag2	2	108	0,12	54
Pag3	2	222	0,25	111
Pag4	2	82	0,09	41
Pag5	2	113	0,12	56,5
Pag6	1	230	0,25	230
NoPag	0	0	0	0
Total		906		

Tabla Anexo XV- 58. Estadísticas básicas, interactividad, A7 y A8, pareja 4

Cat	Frecuencia			Duración			Probabilidad			Duración Media		
	A7	A8	P4	A7	A8	P4	A7	A8	P4	A7	A8	P7
Int1	7	0	7	133	0	133	0,15	0	0,8	19	0	19
Int2	2	0	2	15	0	15	0,02	0	0,01	7,5	0	7,50
Int3	0	3	3	0	14	14	0	0,02	0,01	0	4,67	4,67
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
Int5	1	0	1	3	0	3	0	0	0	3	0	3,00
NoInt	10	4	14	755	892	1647	0,83	0,98	0,90	75,5	223	117,6
Total	20	7	26									
Total seg.				906	906	1812						

Tabla Anexo XV- 59. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A7

	A7Lec		A7Ana		A7Exp		A7Pla		A7Imp		A7Ver		A7Con		A7Obs		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Int1	0	0	3	29	8	104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	133
A7Int2	0	0	0	0	2	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	15
A7Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	1	3
A7NoInt	21	150	10	83	20	169	2	19	1	40	18	63	24	31	56	200	152	755
Total	21	150	13	112	30	288	2	19	1	40	19	66	24	31	56	200	164	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 60. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, A8

	A8Lec		A8Ana		A8Exp		A8Pla		A8Imp		A8Ver		A8Con		A8Obs		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
A8Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int3	0	0	0	0	3	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	14	
A8Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoInt	14	103	5	20	15	55	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	116	892	
Total	14	103	5	20	18	69	0	0	1	2	17	32	6	10	58	670	119	906	

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 61. Concurrencias, interactividad Vs. resolución de problemas, pareja 4

	Lec		Ana		Exp		Pla		Imp		Ver		Con		Obs		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
Int1	0	0	3	29	8	104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	133	
Int2	0	0	0	0	2	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	15	
Int3	0	0	0	0	3	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	1	3	
NoInt	35	253	15	103	35	224	2	19	2	42	35	95	30	41	114	870	268	1647	
Total	35	253	18	132	48	357	2	19	2	42	36	98	30	41	114	870	282	1812	

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 62. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, A7

	A7Err		A7Gui		A7NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Int1	2	13	4	31	6	89	12	144
A7Int2	1	11	0	0	1	4	2	15
A7Int3	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int4	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int5	0	0	0	0	1	3	1	3
A7NoInt	4	43	3	43	13	669	20	755
Total	7	67	7	74	21	765	35	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 63. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, A8

	A8Err		A8Gui		A8NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	Fr	T
A8Int1	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int2	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int3	0	0	0	0	3	14	3	14
A8Int4	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int5	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoInt	0	0	0	0	4	892	4	892
Total	0	0	0	0	7	906	7	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 64. Concurrencias, interactividad Vs. arrastre, pareja 4

	Err		Gui		NoArr		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	2	13	4	31	6	89	12	133
Int2	1	11	0	0	1	4	2	15
Int3	0	0	0	0	3	14	3	14
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0
Int5	0	0	0	0	1	3	1	3
NoInt	4	43	3	43	17	1561	24	1647
Total	7	67	7	74	28	1671	42	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 65. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, A7

	A7Rat		A7NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A7Int1	8	119	3	14	11	133
A7Int2	2	15	0	0	2	15
A7Int3	0	0	0	0	0	0
A7Int4	0	0	0	0	0	0
A7Int5	0	0	1	3	1	3
A7NoInt	32	223	28	532	60	755
Total	42	357	33	553	72	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 66. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, A8

	A8Rat		A8NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
A8Int1	0	0	0	0	0	0
A8Int2	0	0	0	0	0	0
A8Int3	0	0	3	14	3	14
A8Int4	0	0	0	0	0	0
A8Int5	0	0	0	0	0	0
A8NoInt	0	0	4	892	4	892
Total	0	0	7	906	7	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 67. Concurrencias, interactividad Vs. ratón, pareja 4

	Rat		NoRat		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T
Int1	8	119	3	14	11	133
Int2	2	15	0	0	2	15
Int3	0	0	3	14	3	14
Int4	0	0	0	0	0	0
Int5	0	0	1	3	1	3
NoInt	32	223	32	1424	64	1647
Total	42	357	40	1442	82	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 68. Concurrencias, interactividad Vs. página, A7

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total	
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T
A7Int1	0	0	0	0	3	34	0	0	1	28	3	71	0	0	7	133
A7Int2	0	0	0	0	1	11	0	0	0	0	1	4	0	0	2	15
A7Int3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A7Int5	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3
A7NoInt	2	151	2	108	6	174	2	82	3	85	5	155	0	0	20	755
Total	2	151	2	108	11	222	2	82	4	113	9	230	0	0	30	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 69. Concurrencias, interactividad Vs. página, A8

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
A8Int1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int3	0	0	0	0	3	14	0	0	0	0	0	0	0	0	3	14	14
A8Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8Int5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A8NoInt	2	151	2	108	5	208	2	82	2	113	1	230	0	0	14	892	892
Total	2	151	2	108	8	222	2	82	2	113	1	230	0	0	17	906	906

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

Tabla Anexo XV- 70. Concurrencias, interactividad Vs. página, pareja 4

	Pag1		Pag2		Pag3		Pag4		Pag5		Pag6		NoPag		Total		
	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	fr	T	
Int1	0	0	0	0	3	34	0	0	1	28	3	71	0	0	7	133	133
Int2	0	0	0	0	1	11	0	0	0	0	1	4	0	0	2	15	15
Int3	0	0	0	0	3	14	0	0	0	0	0	0	0	0	3	14	14
Int4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Int5	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	3
NoInt	4	302	4	216	11	382	4	164	5	198	6	385	0	0	34	1647	1647
Total	4	302	4	216	19	444	4	164	6	226	10	460	0	0	47	1812	1812

Nota: fr=frecuencia; T= tiempo medido en segundos

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50	
A7Lec		L				L+		L			
A8Lec						L+					
A7Ana											
A8Ana											
A7Exp	E+++++	E22222222221111111111+++11111111 11						E+++++111111111111			
A8Exp		E33333						E+			
A7Pla											
A8Pla											
A7Imp											
A8Imp											
A7Ver						V+++++	V++	V++++	V+	V55	
A8Ver						V+++	V		V		
A7Con									C		
A8Con											
A7Obs +						O+++	O	O+			
A8Obs	+++++					O+	++	O+++++	O++	O+++++	O+++++
A7Rat	+++++					M+++		M+++		M++++	
A8Rat											

	5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50	6:00	6:10	6:20	6:30	
A7Lec											
A8Lec											
A7Ana											
A8Ana											
A7Exp	11	E+++++						E	E+++++	E+++++	
A8Exp		E333	E333				++++	E+++++	E+	E+++	
A7Pla											
A8Pla											
A7Imp											
A8Imp											
A7Ver						V	V++	V	V+		
A8Ver	V+				V+						
A7Con										C	
A8Con	C				C+						
A7Obs	O++				O+++++	O+	O++++	O+	O++	O++++	
A8Obs	O++	O++	O	O+++++	O++	O	O+	O	O+++++	O+++++	
A7Rat	M+++++				M+		M				
A8Rat											

	6:40	6:50	7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50	8:00	8:10
A7Lec	L+++++									L+++++
A8Lec	L+++++									L+++++
A7Ana										
A8Ana										
A7Exp			E+++	E+++++	E++	+++++				E+++++
A8Exp			E+++	E++	E+++	E++				
A7Pla							P+++++			
A8Pla										
A7Imp										
A8Imp										
A7Ver										
A8Ver					V				V	V
A7Con	C	C	C							
A8Con										
A7Obs +	O+	O+	O+++++	O+++	O+++	O++	O++	O+++++		
A8Obs	+++++	O+++	O+++++	O+++++	O++	+++++	O+++++	O++	O++	O++
A7Rat	M+++++									M
A8Rat										

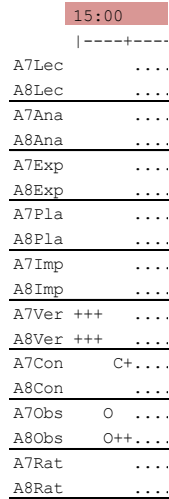
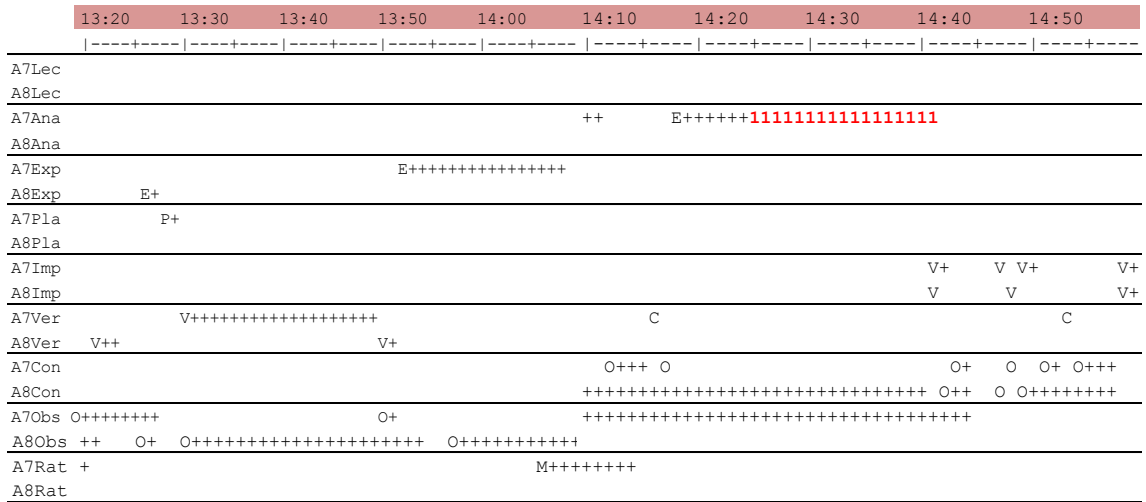


Figura Anexo XV- 1. Gráfico secuencial, pareja 4

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30	
A7Lec	L+++++						L+++++		L+++++		
A7Ana									A+++	A	A++++
A7Exp											
A7Pla											
A7Imp											
A7Ver											
A7Con					C	C+	C		C+		
A7Obs	O+++++				O+++	O++++	O+	O+++++	O	O++++	O+
A7Rat									M++	M++	

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10		
A7Lec	L++		L++++	L++++						L++++		
A7Ana	A+++	A++++	A++++	A++++	A+++++	++++						
A7Exp							E+++++	E+++		E++++		
A7Pla												
A7Imp												
A7Ver												
A7Con									C			
A7Obs	O++++		O+		O++++		O+++++		O+++	O+	O	C
A7Rat	M		M		M+				M	M	M+++++	

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
A7Lec		L					L+		L	
A7Ana										
A7Exp	E+++++	E22222222221111111111++11111111							E+++++111111111111	
A7Pla										
A7Imp										
A7Ver						V++++	V++	V++++	V+	V55
A7Con									C	
A7Obs	+					O+++	O		O+	
A7Rat	+++++						M+++		M+++	M++++

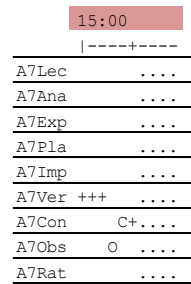
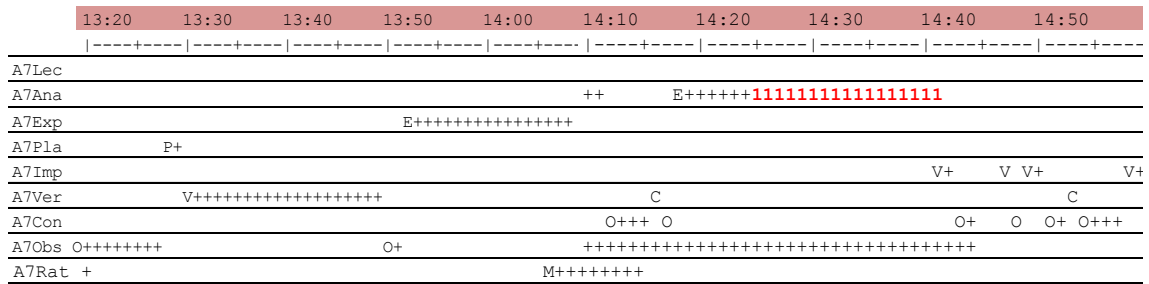


Figura Anexo XV- 2. Gráfico secuencial, A7

Guiado	
Errático	
Página 1	
Página 2	
Página 3	
Página 4	
Página 5	
Página 6	
Interac.	Tipo

	0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50	1:00	1:10	1:20	1:30	
A8Lec	L+++++						L+++		L++	L++	
A8Ana							A+++++				A+
A8Exp											
A8Pla											
A8Imp											
A8Ver											V
A8Con					C	C					
A8Obs	O+++++			O++++		O+++					
A8Rat											

	1:40	1:50	2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50	3:00	3:10
A8Lec	L++	L+++								
A8Ana	A++++	A++	A++							
A8Exp						E+++++		E+++		
A8Pla										
A8Imp										
A8Ver				V+						
A8Con										
A8Obs	O+++	O+	O	O+++++		O+++++	+++	O+++++		O+++++
A8Rat										M

	3:20	3:30	3:40	3:50	4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50	
A8Lec						L+					
A8Ana											
A8Exp						E33333		E+			
A8Pla											
A8Imp											
A8Ver				V+++		V	V				
A8Con											
A8Obs	+++++					O+ ++	O++++	O++	O+++++	O+++++	O+++++
A8Rat											

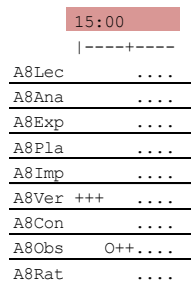
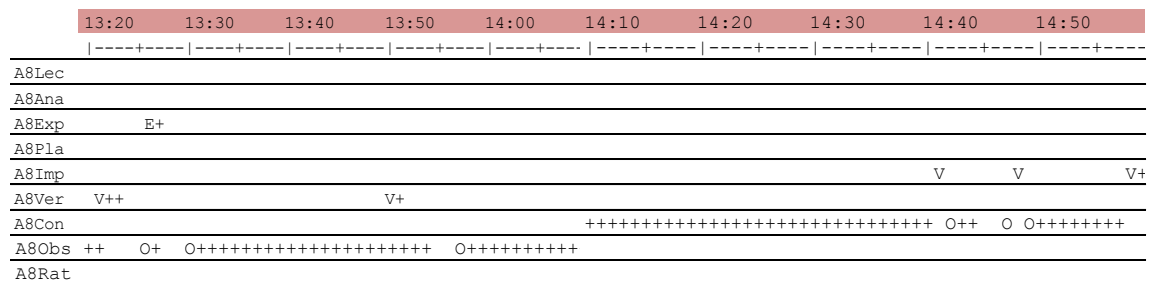


Figura Anexo XV- 3. Gráfico secuencial, A8

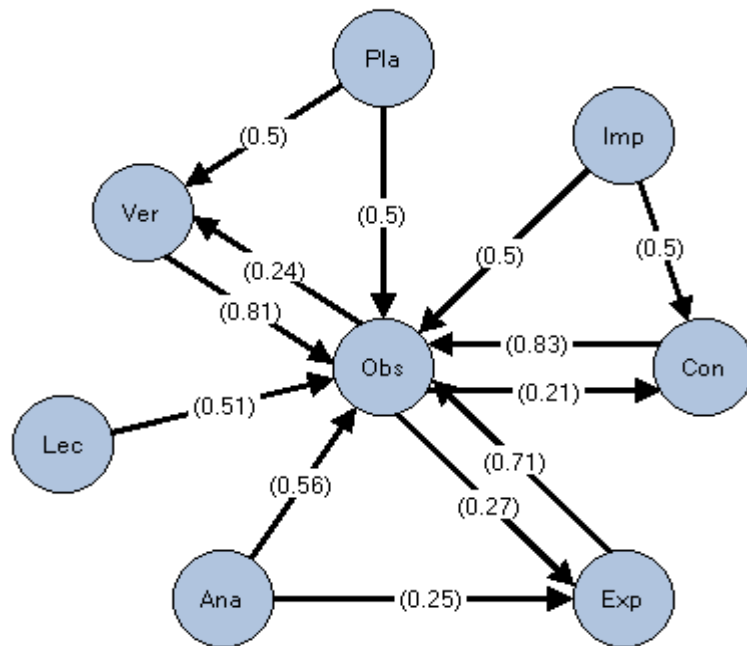


Figura Anexo XV- 4. Grafo de transición, pareja 4

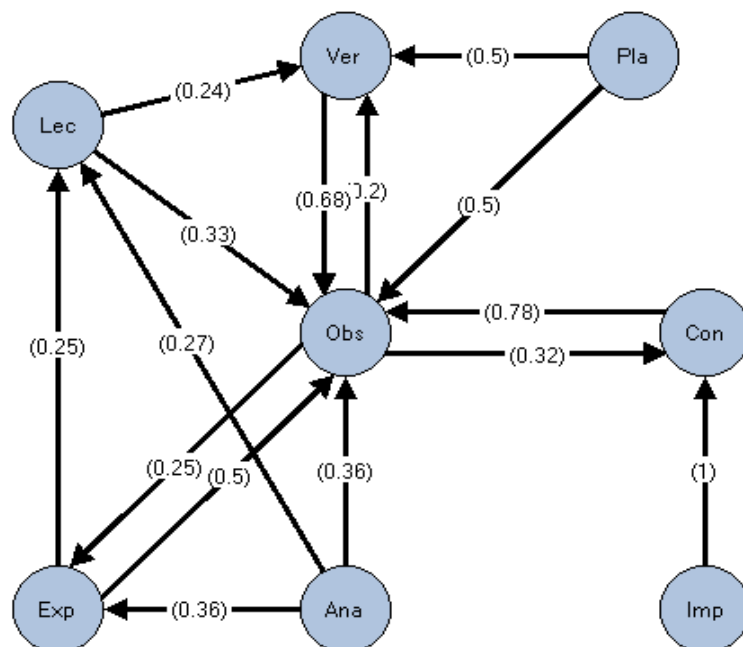


Figura Anexo XV- 5. Grafo de transición, A7

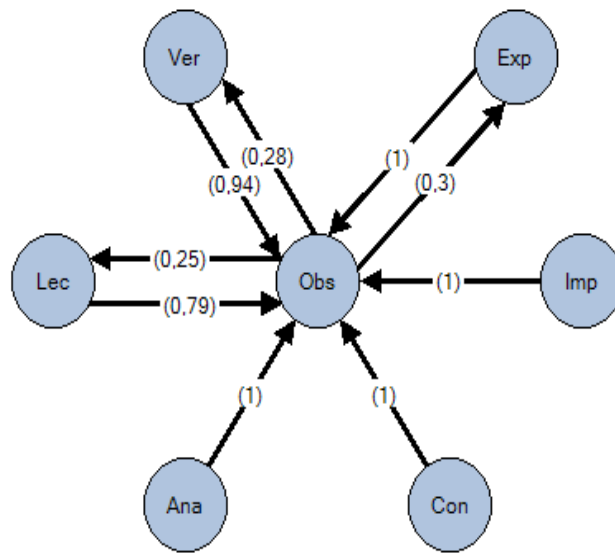


Figura Anexo XV- 6. Grafo de transición, A8

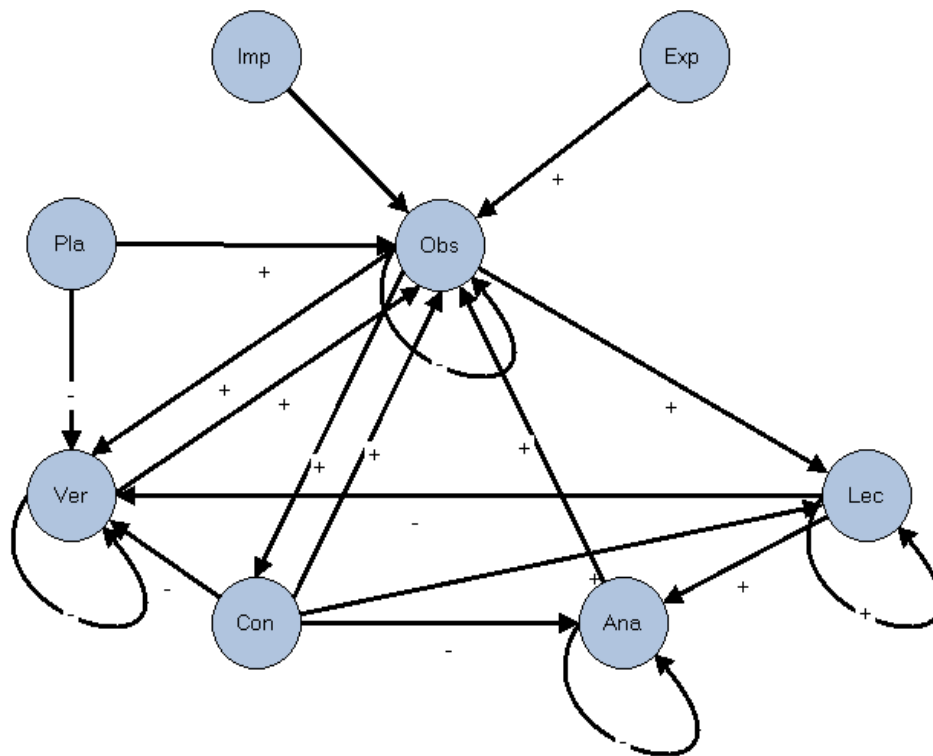


Figura Anexo XV- 7. Gráfico activación-inhibición, lag 1, pareja 4

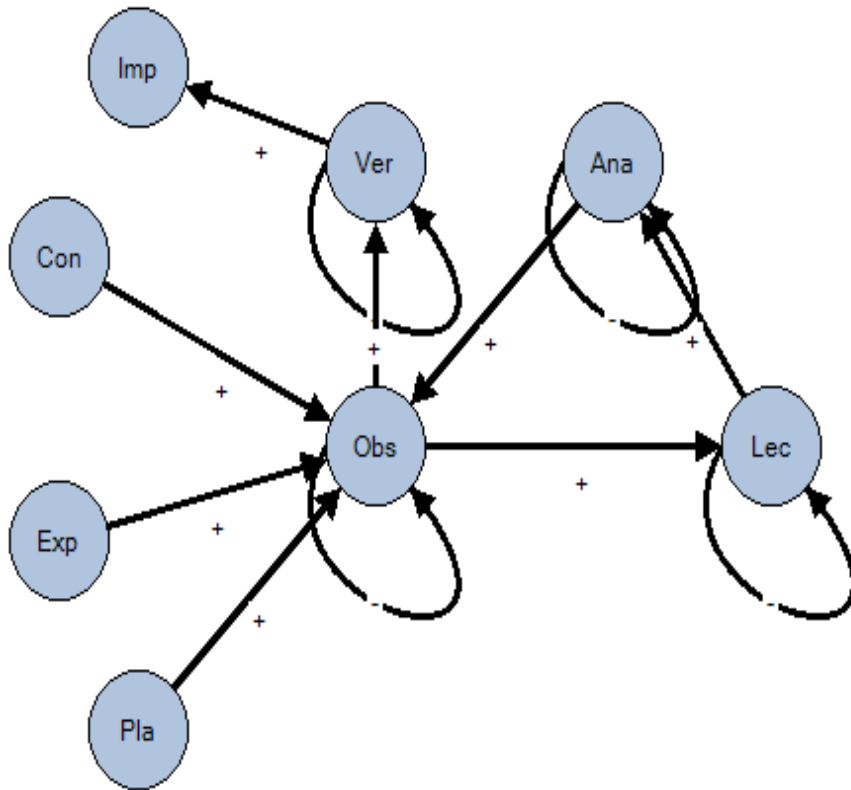


Figura Anexo XV- 8. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A7

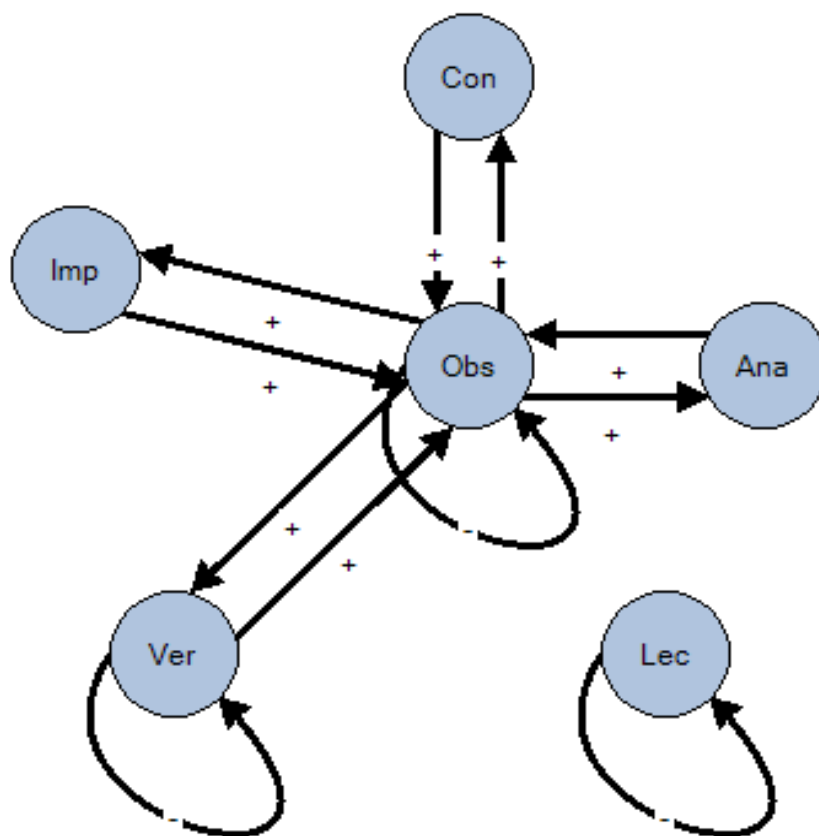


Figura Anexo XV- 9. Gráfico activación-inhibición, lag 1, A8

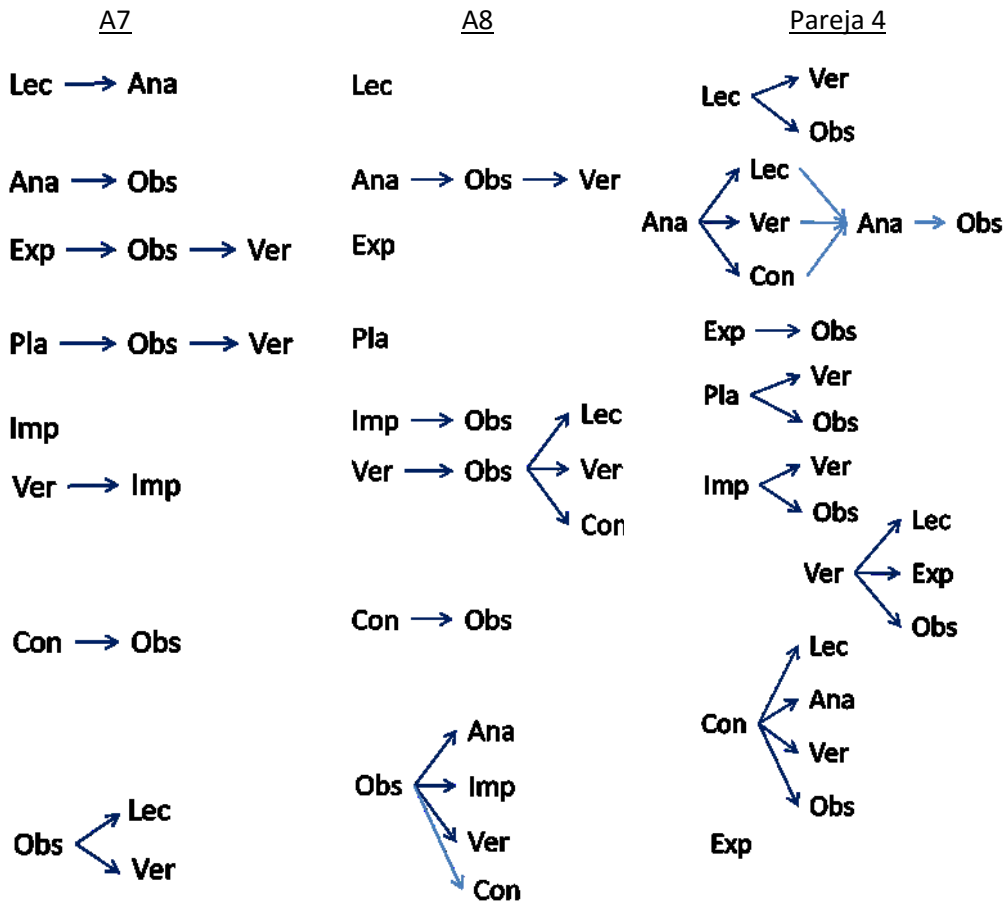


Figura Anexo XV- 10. Patrones de conducta sujeto A7, A8 y Pareja 4

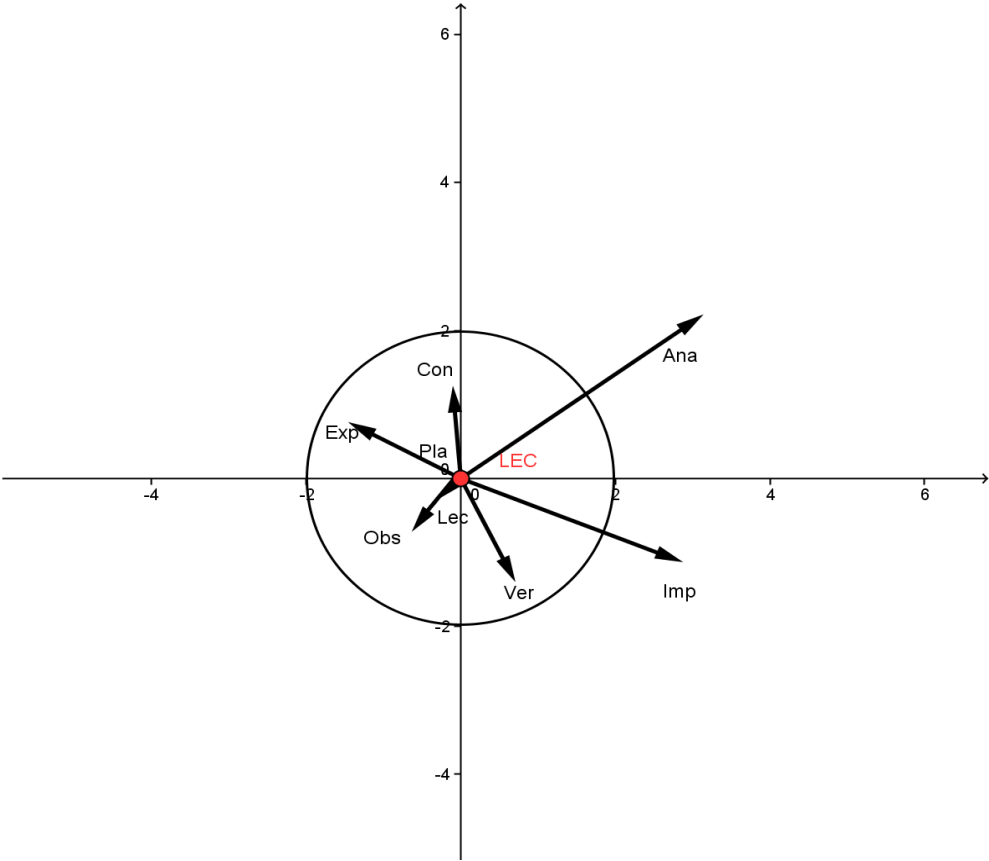


Figura Anexo XV- 11. Coordenadas polares, categoría *Lec*, pareja 4

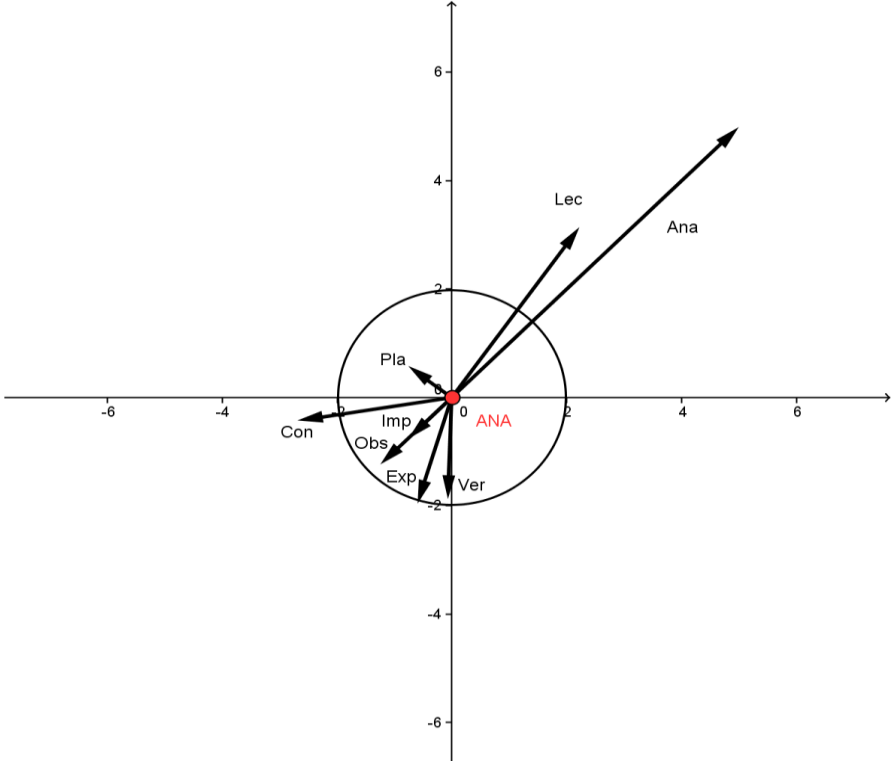


Figura Anexo XV- 12. Coordenadas polares, categoría *Ana*, pareja 4

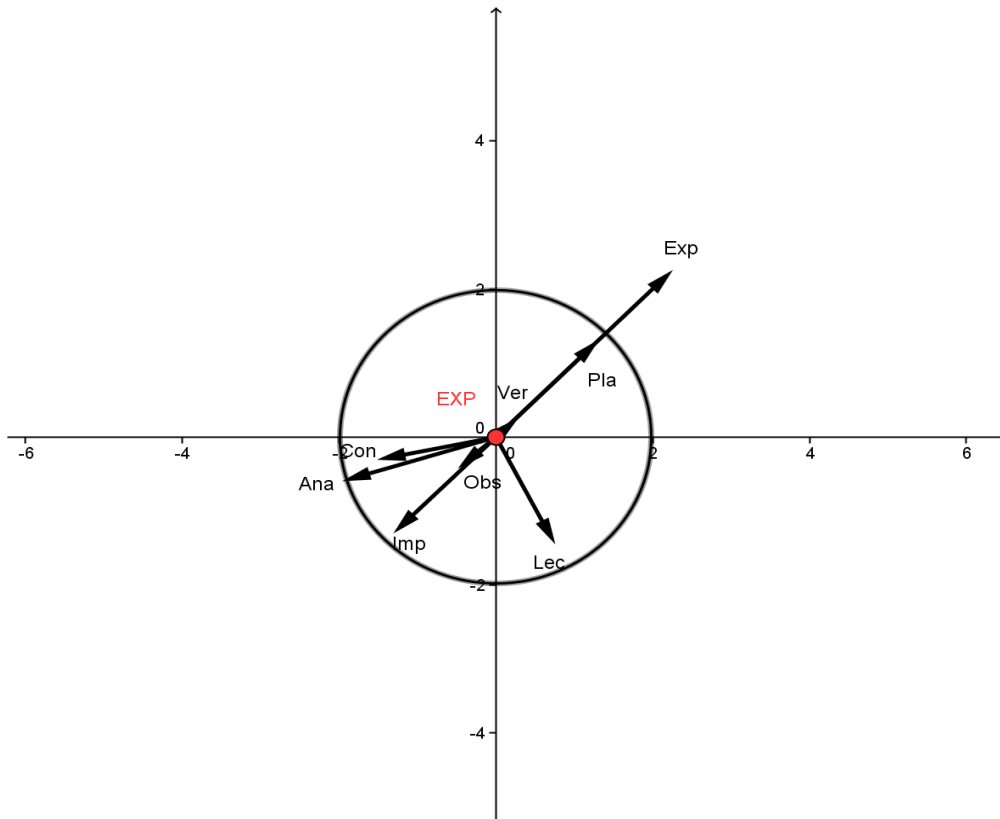


Figura Anexo XV- 13. Coordenadas polares, categoría *Exp*, pareja 4

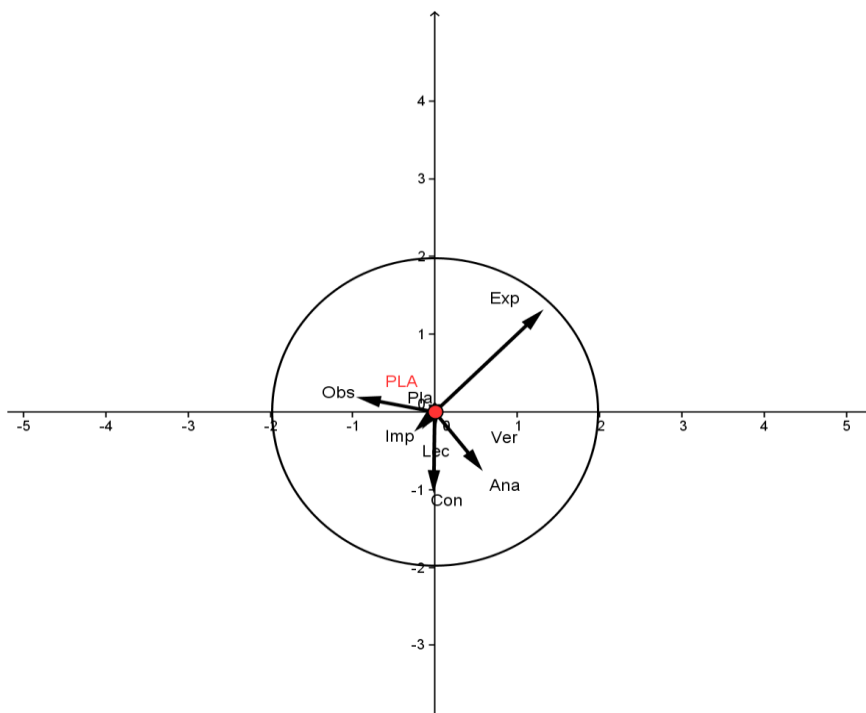


Figura Anexo XV- 14. Coordenadas polares, categoría *Pla*, pareja 4

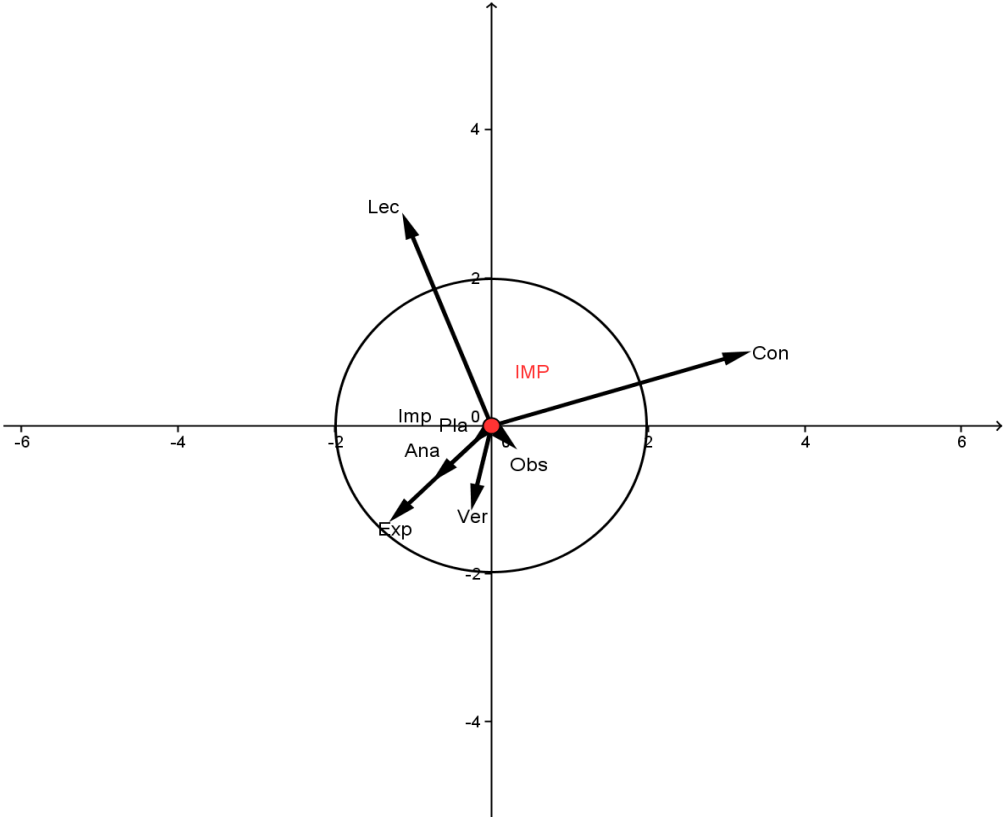


Figura Anexo XV- 15. Coordenadas polares, categoría *Imp*, pareja 4

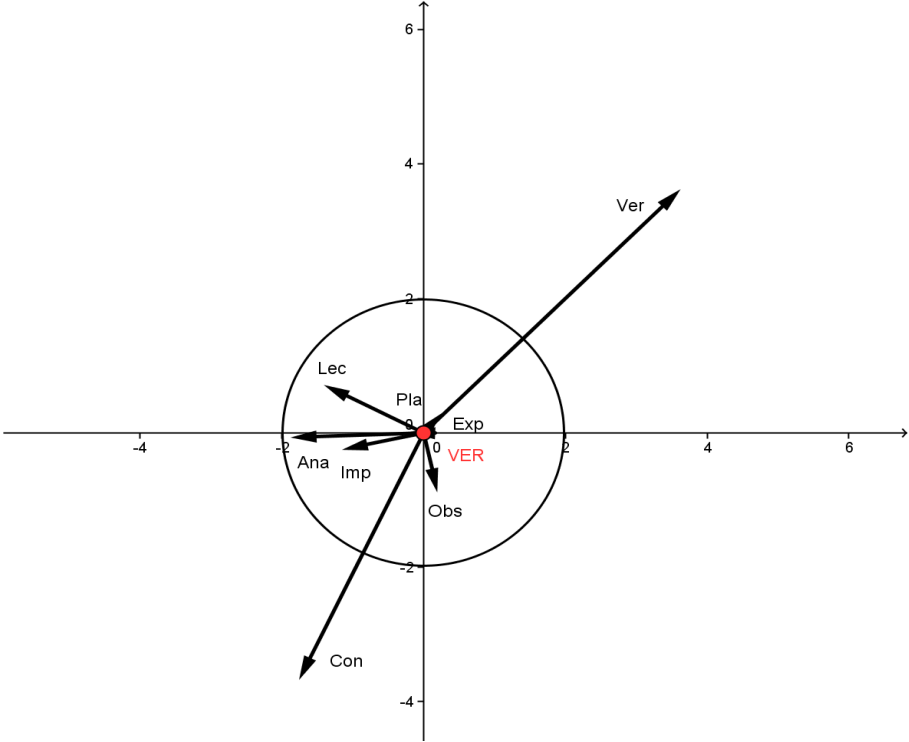


Figura Anexo XV- 16. Coordenadas polares, categoría *Ver*, pareja 4

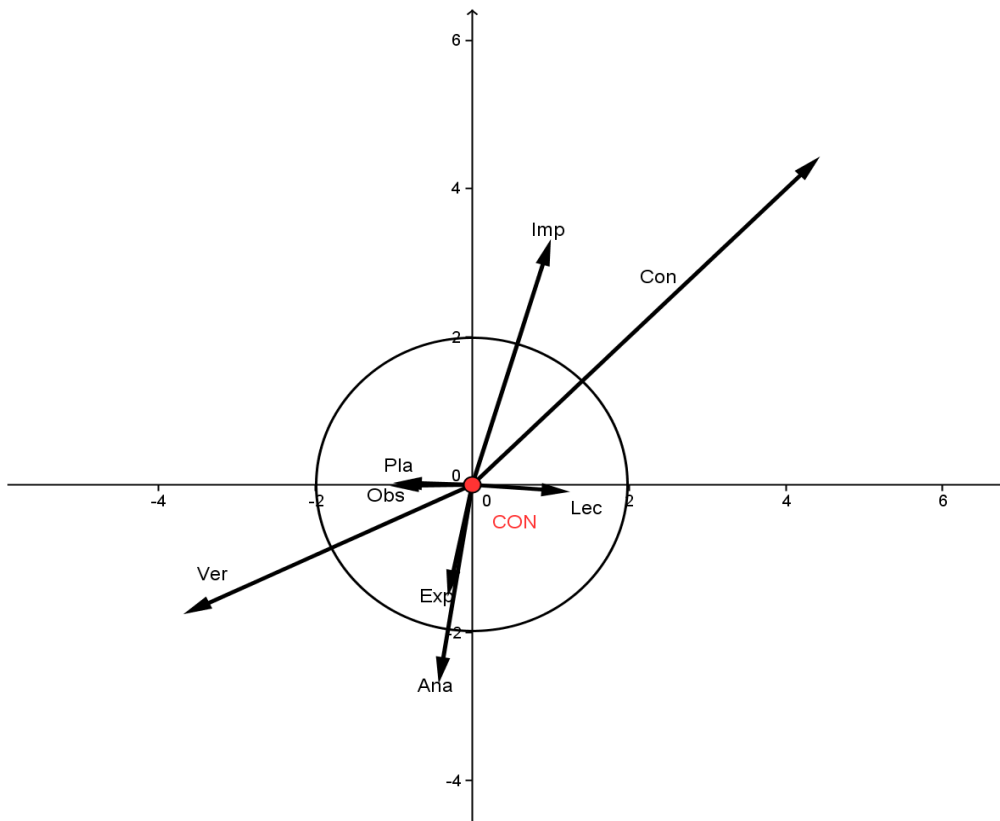


Figura Anexo XV- 17. Coordenadas polares, categoría *Con*, pareja 4

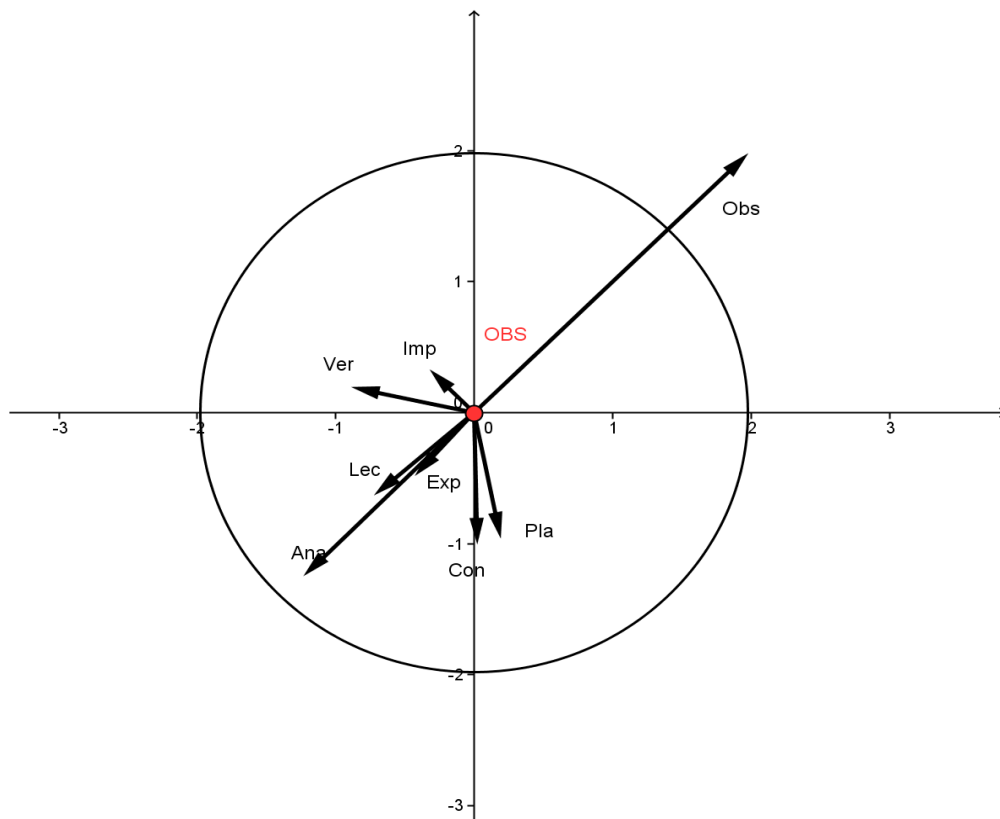


Figura Anexo XV- 18. Coordenadas polares, categoría *Obs*, pareja 4

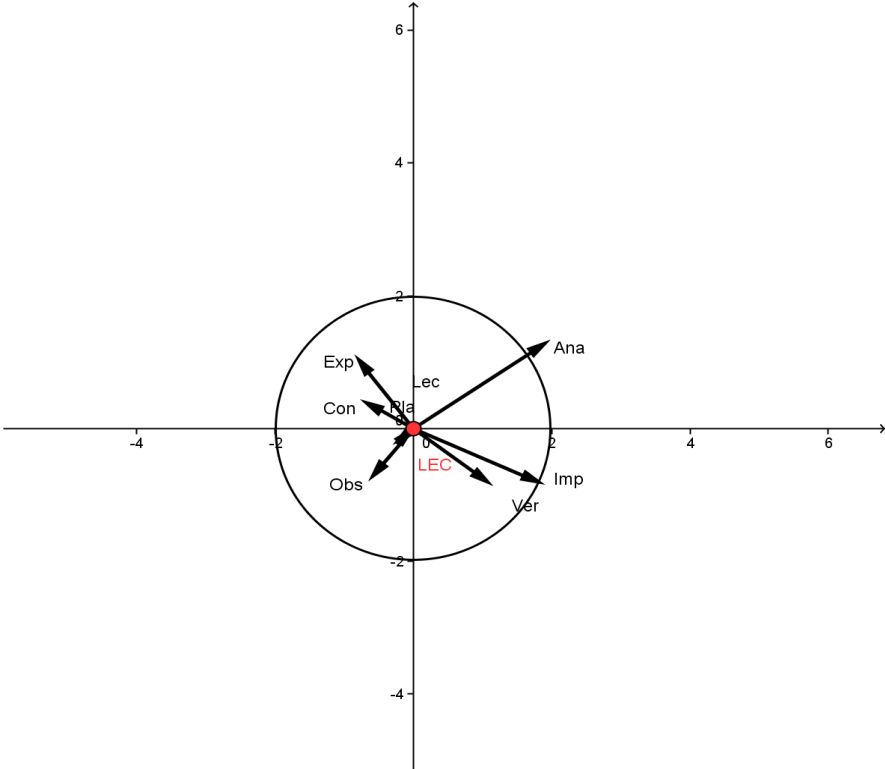


Figura Anexo XV- 19. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A7

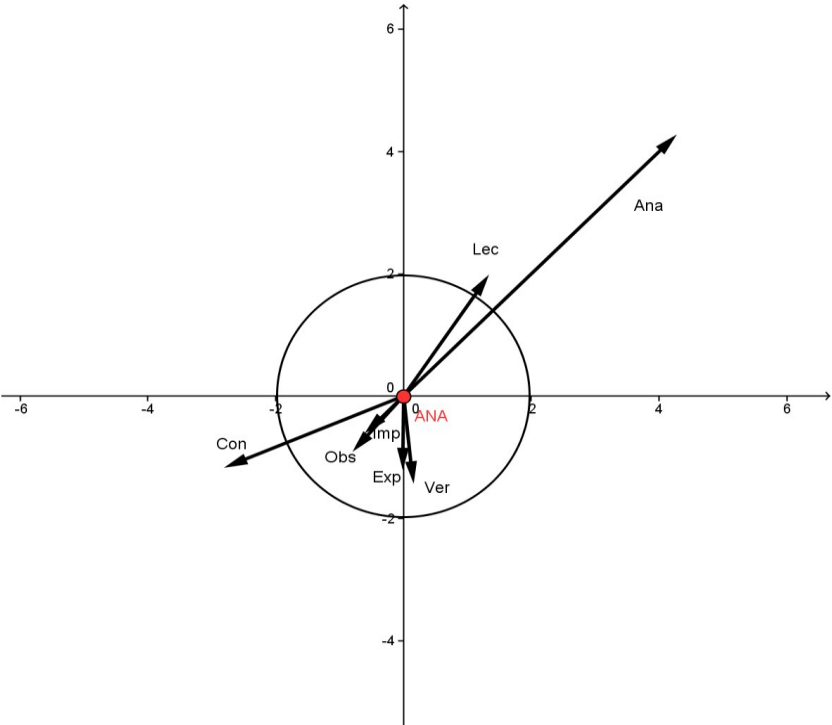


Figura Anexo XV- 20. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A7

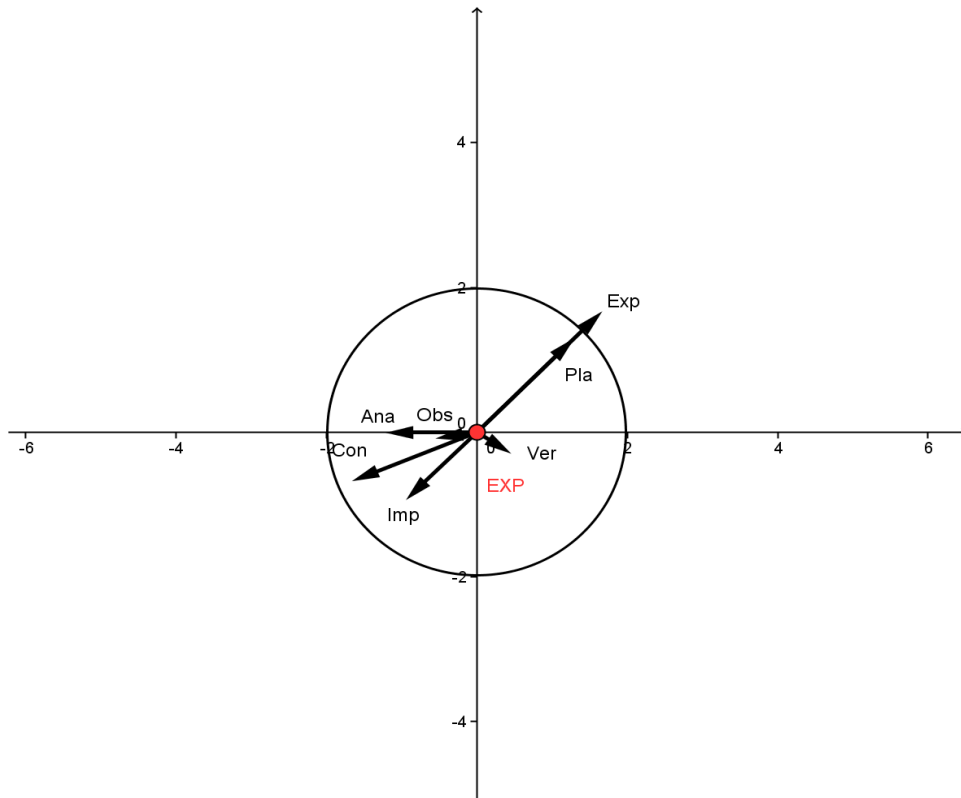


Figura Anexo XV- 21. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A7

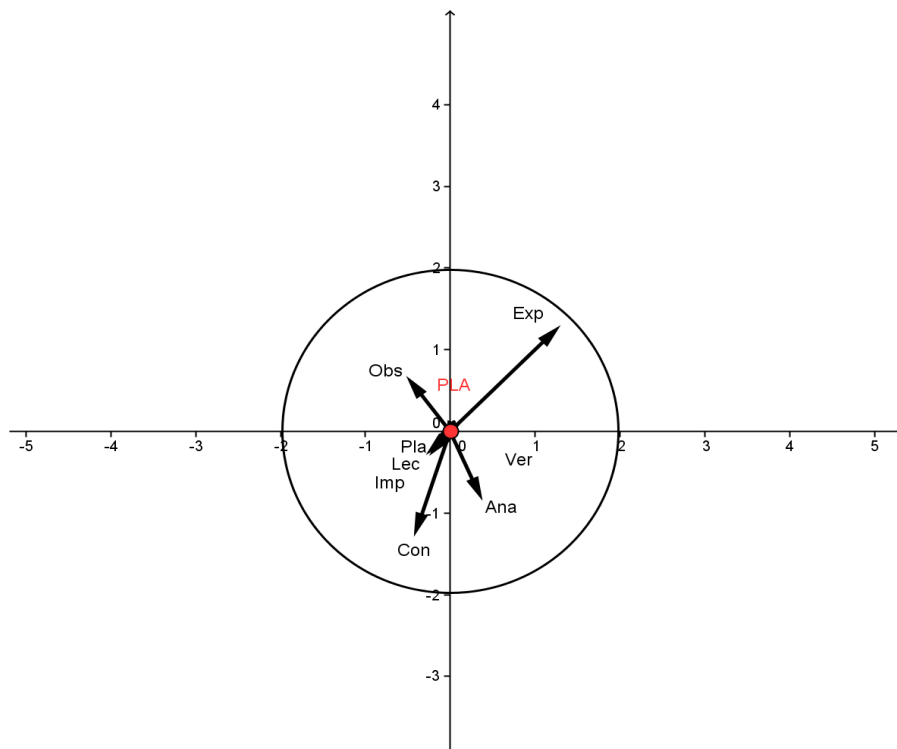


Figura Anexo XV- 22. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A7

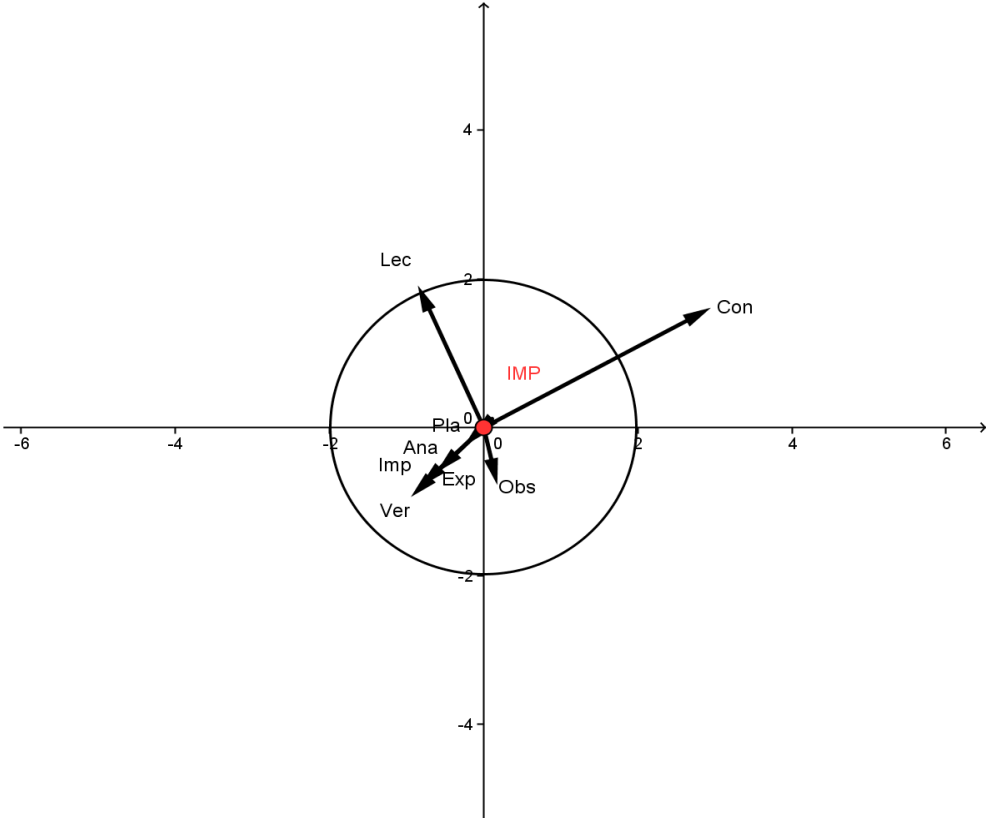


Figura Anexo XV- 23. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A7

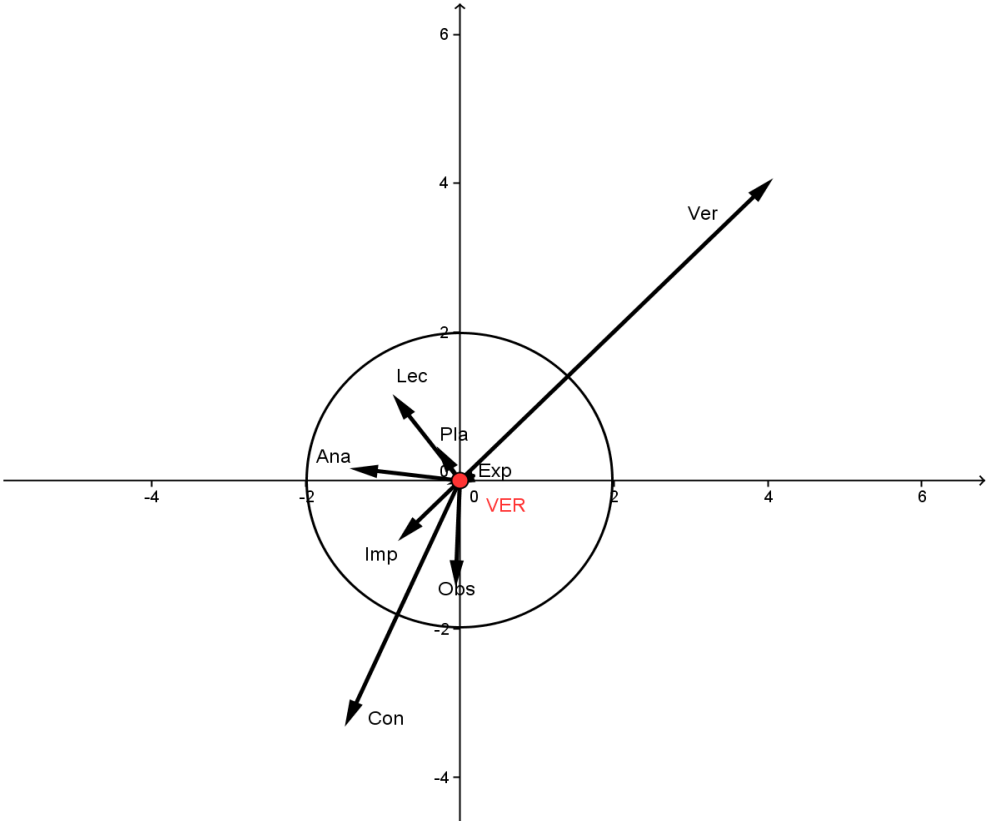


Figura Anexo XV- 24. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A7

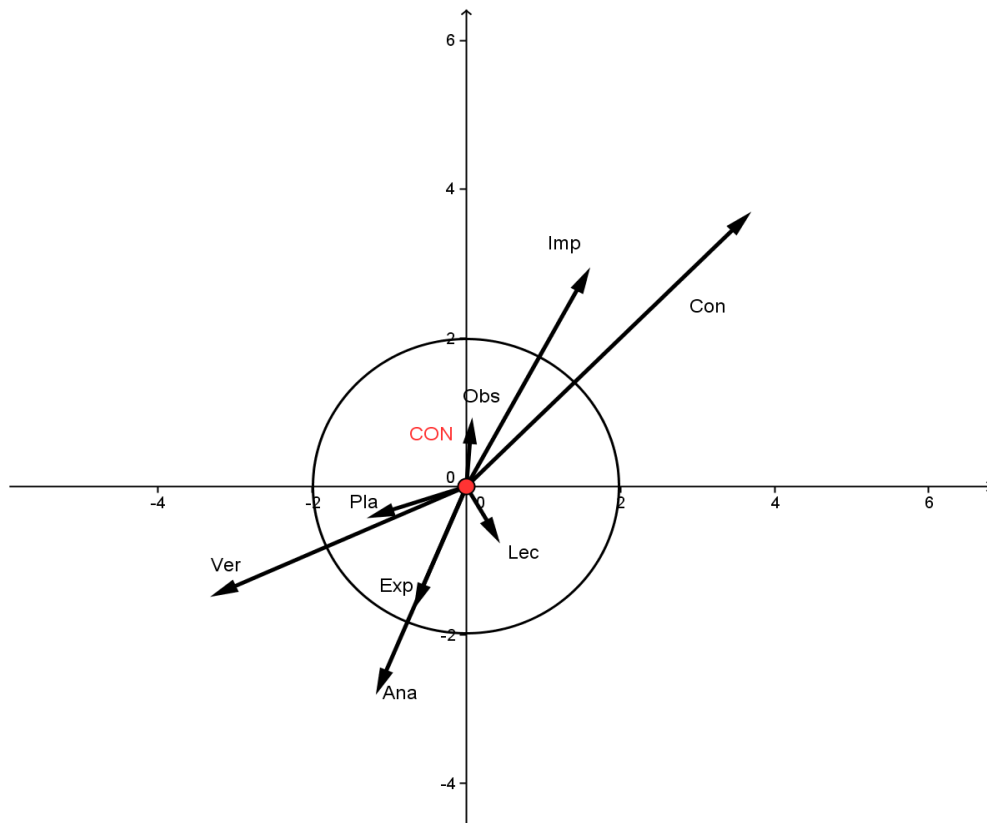


Figura Anexo XV- 25. Coordenadas polares, categoría *Con*, A7

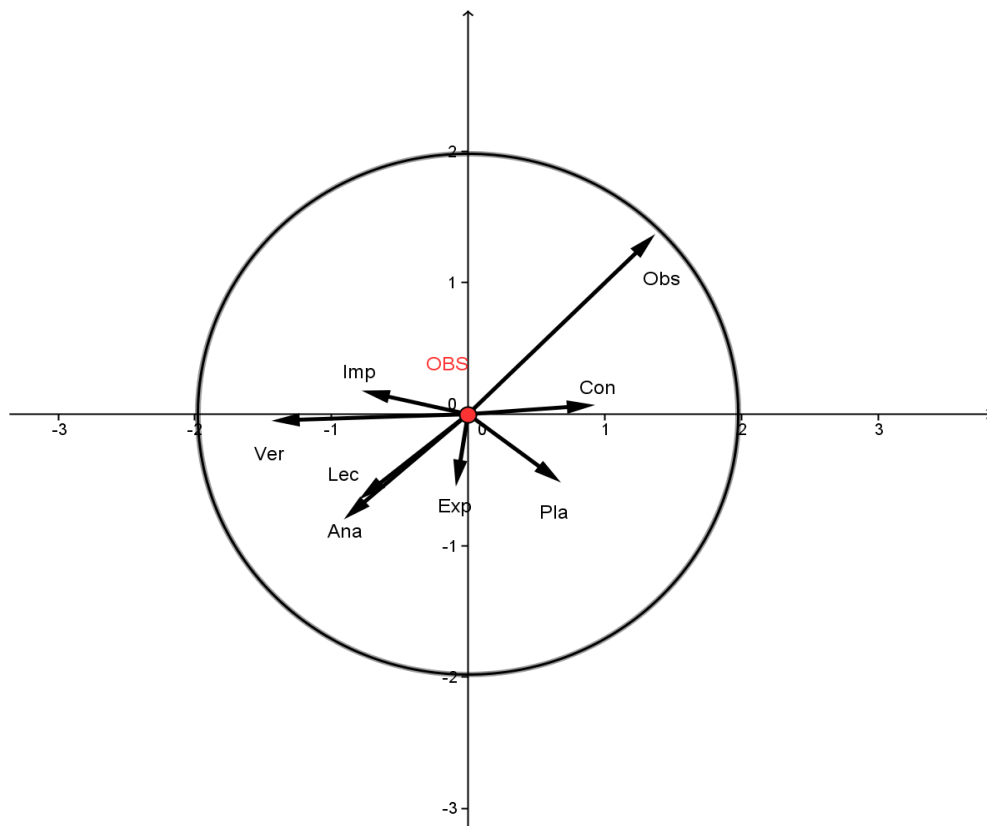


Figura Anexo XV- 26. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A7

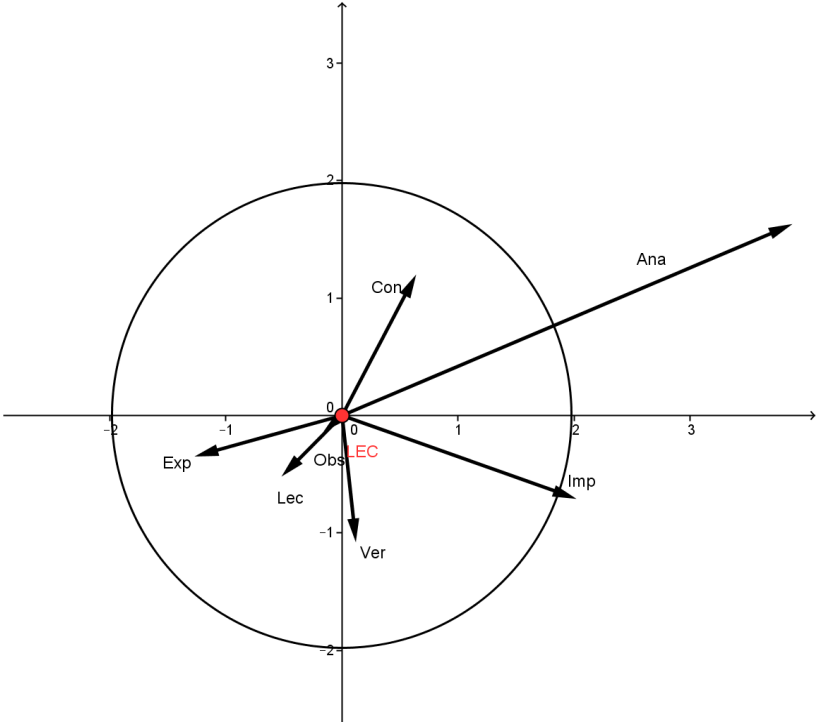


Figura Anexo XV- 27. Coordenadas polares, categoría *Lec*, A8

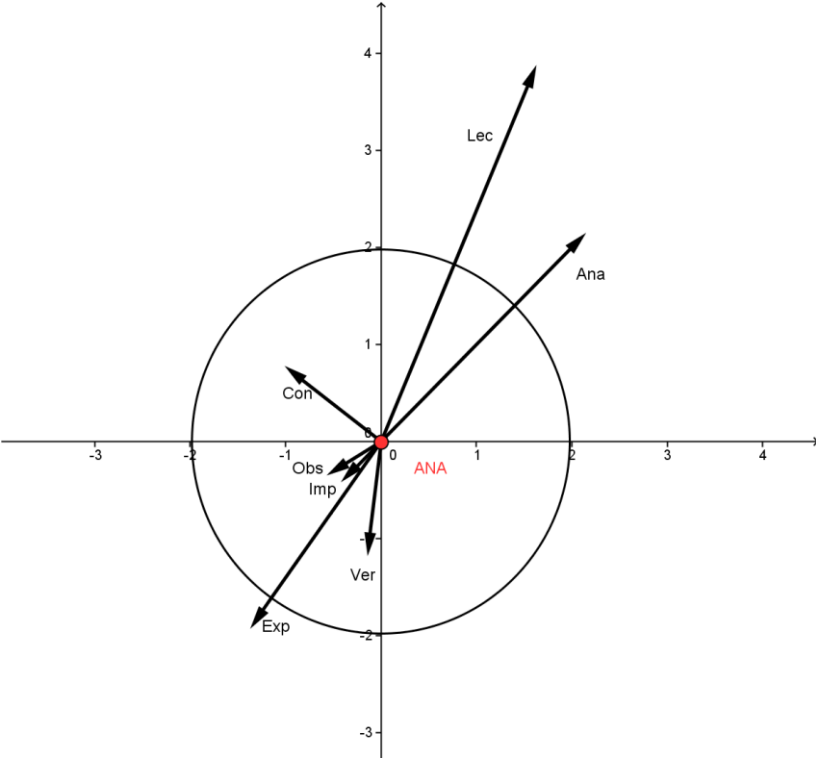


Figura Anexo XV- 28. Coordenadas polares, categoría *Ana*, A8

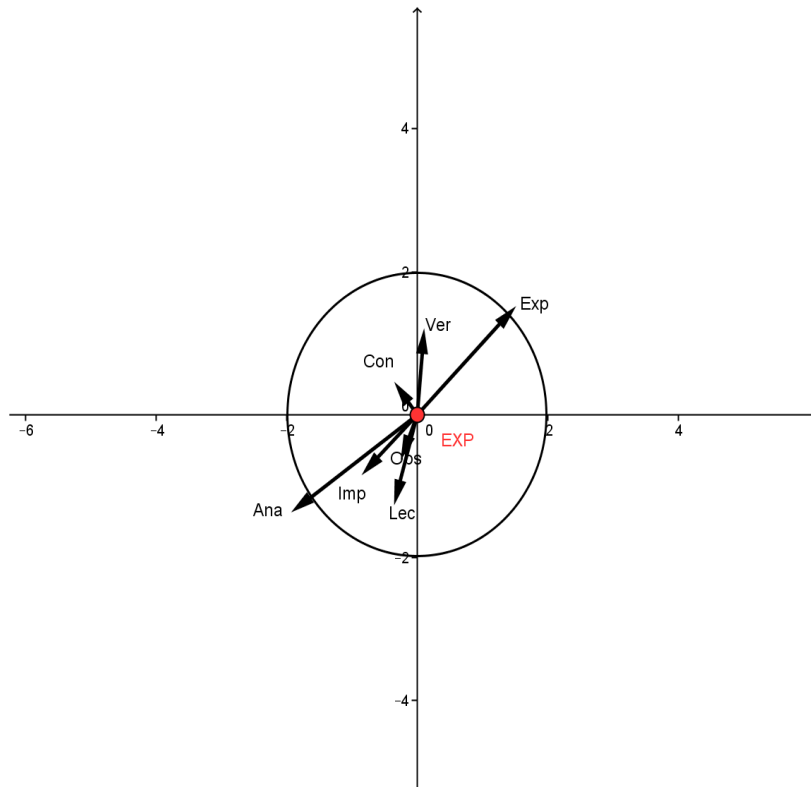


Figura Anexo XV- 29. Coordenadas polares, categoría *Exp*, A8

Figura Anexo XV- 30. Coordenadas polares, categoría *Pla*, A8

No presenta

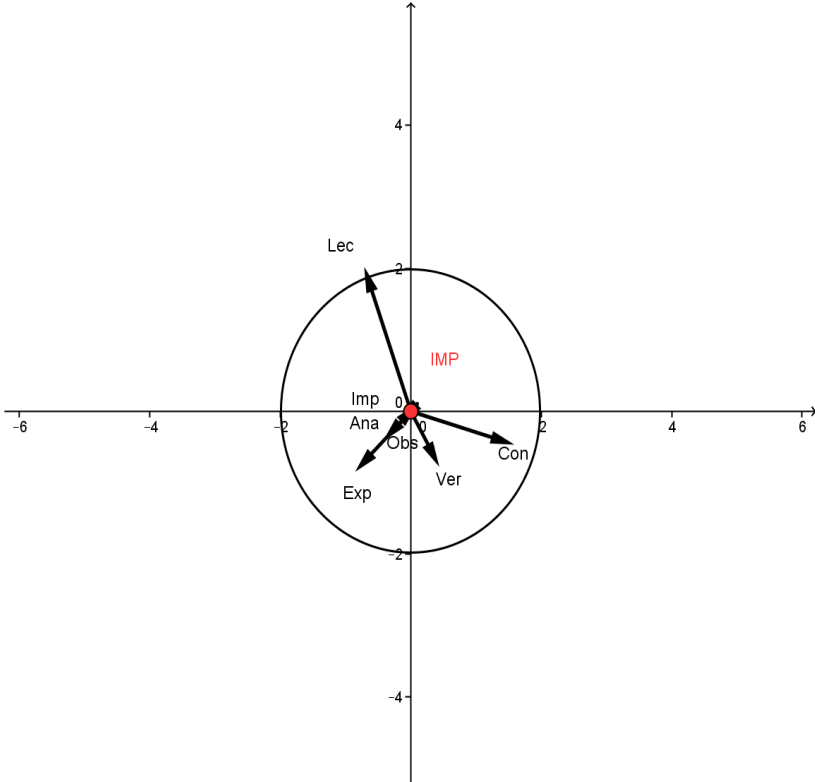


Figura Anexo XV- 31. Coordenadas polares, categoría *Imp*, A8

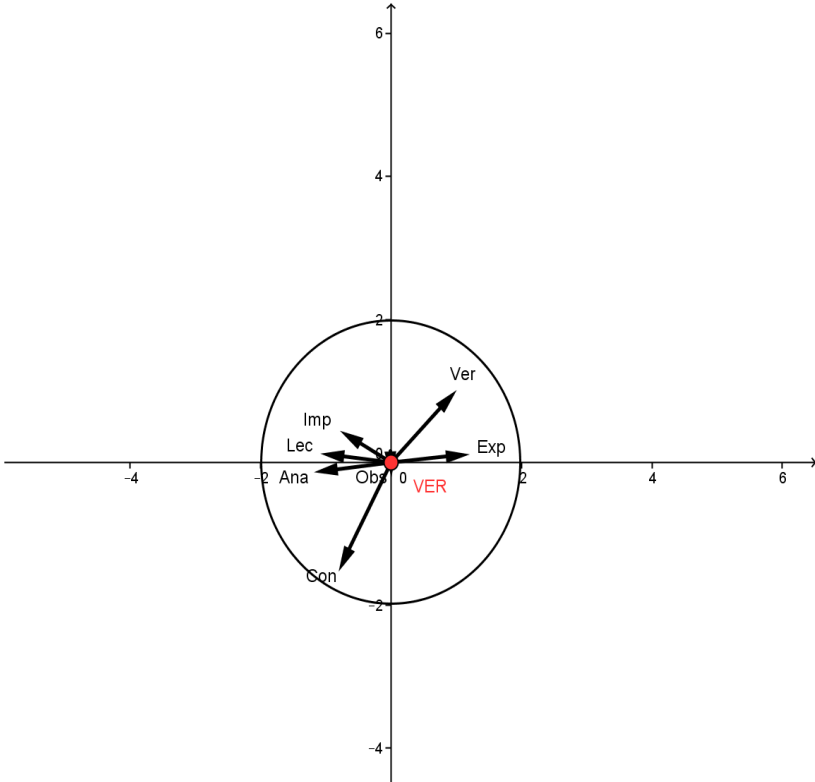


Figura Anexo XV- 32. Coordenadas polares, categoría *Ver*, A8

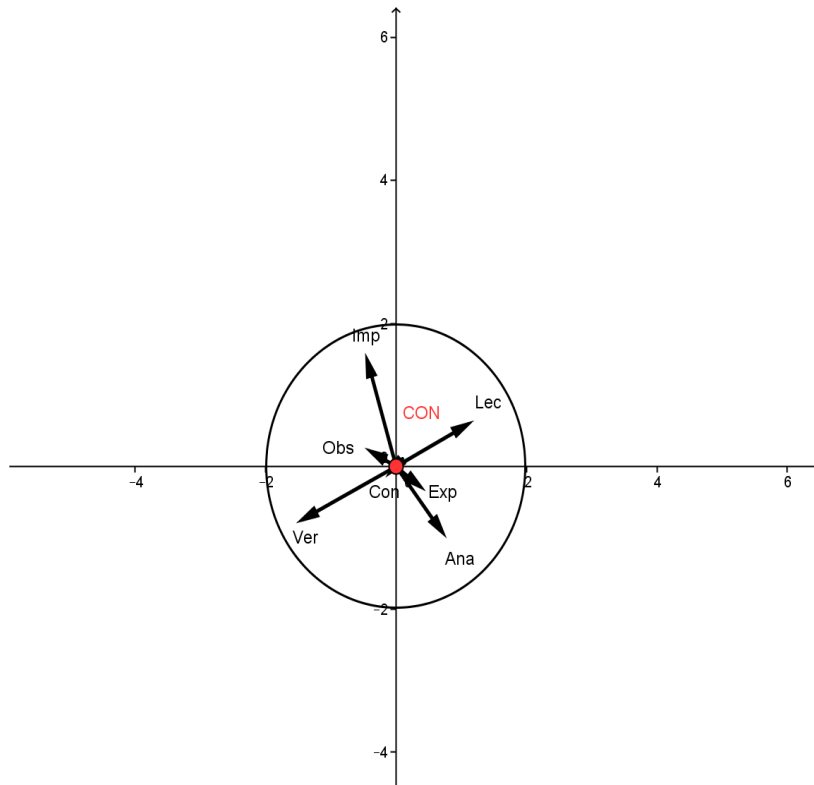


Figura Anexo XV- 33. Coordenadas polares, categoría *Con*, A8

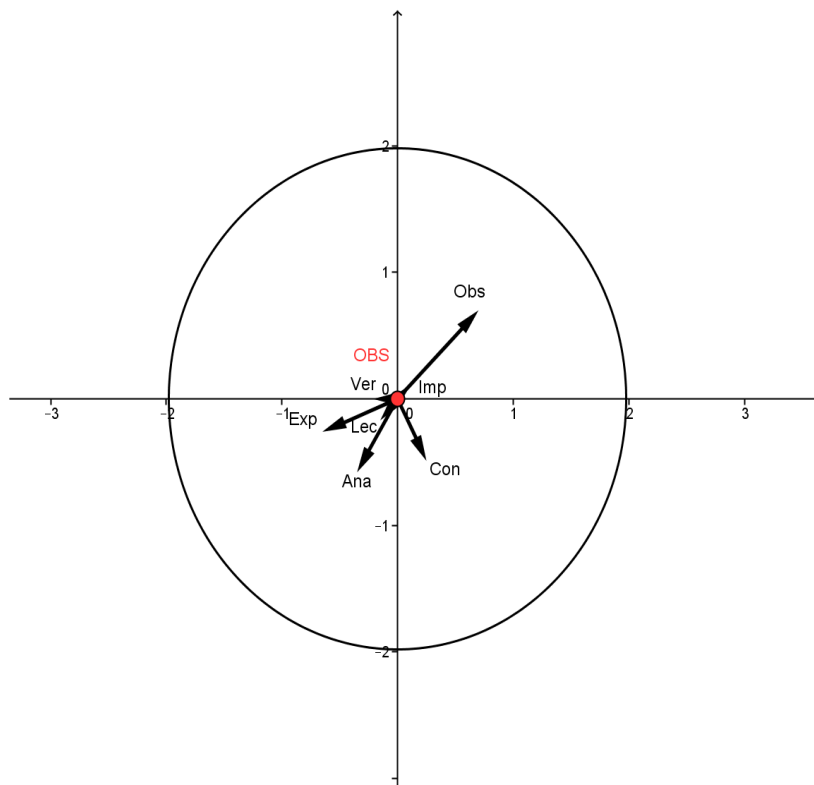


Figura Anexo XV- 34. Coordenadas polares, categoría *Obs*, A8

ANEXO XVI

Resolución de problemas y
tecnología digital en el
currículo

Introducción

Este anexo es un breve paseo por el tratamiento curricular de la resolución de problemas y las tecnologías digitales. Durante la exposición realizo referencias a documentos de los Estados Unidos de América, de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, el Gobierno de España y la Junta de Andalucía.

Anexo XVI.1. La resolución de problemas en el currículo

En esta sección repaso brevemente la historia más reciente relativa a la resolución de problemas matemáticos desde la dimensión curricular. Para ello parto del documento *Agenda For Action* (NCTM, 1980), documento que provoca un auge de las investigaciones en la resolución de problemas matemáticos. En él se detallan sugerencias o líneas de trabajo para los posteriores años. Entre las mismas destaco aquella en la que recomienda que los investigadores centren sus esfuerzos en estudiar la naturaleza de la resolución de problemas y la forma efectiva de desarrollarlas así como que los currículos estén organizados alrededor de la resolución de problemas matemáticos. El incremento de trabajos en resolución de problemas propicia, que a nivel curricular, hacia final de la década de los ochenta, la resolución de problemas se recoja como uno de los ejes vertebradores transversal a todos los niveles educativos. Ello puede observarse en el documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989).

Mientras tanto en España, la resolución de problemas matemáticos es abordada desde una óptica básica, de problemas simples, sencillos en infantil (MEC, 1991a) y primaria (MEC, 1991b). Solo el currículo de secundaria (MEC, 1991c) establece la necesidad de relacionar los contenidos matemáticos y su enseñanza en un contexto de resolución de problemas. Cabe aquí hacer mención que dichos documentos han estado vigentes en España hasta 2006.

Entrado el siglo XXI, el documento *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) avanza en la importancia de la resolución de problemas

matemáticos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Prueba de ello es la incorporación de un estándar propio para la resolución de problemas que presenta las siguientes líneas estratégicas:

La construcción de nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas.

La resolución de problemas que surjan desde la matemática y otros contextos

Aplicar y adaptar una variedad de estrategias apropiadas para resolver problemas

Controlar y reflexionar sobre el proceso matemático de resolver problemas (NCTM, p. 52)

Desde el año 2003 y durante la década posterior, la denominada “competencia en resolución de problemas” es un elemento clave de evaluación en los estudios PISA de la *Organisation for Economic Co-operation Development* [OECD]¹. Tal es la relevancia otorgada a dicha competencia que recientemente la OECD, a través de los documentos *PISA 2012 Field Trial Problem Solving Framework* (OECD, 2010) y *Draft Collaborative Problema Solving Framework* (OECD, 2014) han revisado el papel que la resolución de problemas matemáticos debe tener en los mismos. Estos documentos hacen especial hincapié en destacar la importancia de la competencia resolución de problemas. Como muestra de ello, reproduzco el siguiente extracto del documento del 2010: “la adquisición de niveles cada vez mayores de competencia en resolución de problemas² provee la base para futuros aprendizajes, para la participación efectiva en la sociedad y la realización de actividades personales” (OCDE, 2010, p. 6). Aunque la OCDE plasma en estos documentos explícitamente la importancia de la resolución de problemas matemáticos, Rico (2006) ya lo pone de manifiesto al señalar como los

¹ Aunque los documentos de la OCDE no pueden ser considerados como curriculares, no cabe duda que estos así como los informes de resultados de los estudios PISA son tenidos en cuenta por los legisladores a la hora de elaborar el currículo de matemáticas, de ahí que en esta sección los presento. Además, esta influencia recientemente ha provocado una reacción por parte de un grupo de prestigiosos investigadores en educación. Dichos investigadores, a través de una carta abierta dirigida a Dr. Schleicher, director del programa PISA y publicada en el diario inglés *The Guardian* el 6 de mayo (Strauss, 2014), señalan como el ranking PISA está influenciando negativamente en las diversas reformas educativas en distintos países, especialmente debido a la periodicidad de los estudios PISA y las “prisas” de los gobiernos por legislar con el objetivo de obtener mayor puntuación en dicho ranking.

² Se define competencia en resolución de problemas como: “una capacidad individual para participar en la comprensión y resolución de situaciones problemáticas en las que el método de resolución no es inmediatamente obvio. Incluye la voluntad de comprometerse con tales situaciones con el fin de alcanzar/mejorar su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo” (OCDE, 2010, p.11). La

estudios PISA consideran la actividad matemática concretizada en la actividad de matematización, la cual está formalizada sobre la base de una metodología de resolución de problemas matemáticos.

Volviendo al ámbito local, la resolución de problemas matemáticos es considerada como un eje transversal de los conocimientos matemáticos, por primera vez y en todos los niveles educativos, en la Ley de Educación (Jefatura del Estado, 2006), en los reales decretos de enseñanzas mínimas para primaria (MEC, 2006), secundaria (MEC, 2007b) y bachillerato (MEC, 2007a). Es decir, tuvieron que pasar cerca de 15 años para que España superara la visión inmovilista de los documentos curriculares de 1991. Centrado en el cambio normativo del año 2006, la concreción la resolución de problemas se contempla en un primer nivel en los objetivos generales de la *Ley de Educación* (Jefatura del Estado, 2006) para la educación primaria (artículo 17, apartado g) y para la educación secundaria (artículo 23, apartado f) y, en un segundo nivel, en los reales decretos de enseñanzas mínimas (MEC, 2006 y 2007b). Por ejemplo, entre los objetivos para la enseñanza de la matemática en educación primaria y entre otros aspectos puedo leer:

2. Reconocer situaciones de su medio habitual para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados y explicar oralmente y por escrito los procesos seguidos (MEC, 2006, p. 43097).

Y en cuanto a la educación secundaria:

7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones (MEC, 2007b, p. 752).

Si bien es cierto que la *Ley de Educación* (Jefatura del Estado, 2006) no contempla específicamente la resolución de problemas como un objetivo general para el bachillerato, si está considerada como una habilidad básica y un elemento fundamental en las ciencias. De ello da cuenta y puede sobreentenderse de los objetivos *i)* y *j)* del artículo 33 de la citada Ley. Es más, en el *Real Decreto 1467/2007 por el que se*

establece la estructura del bachillerato (MEC, 2007a), se hace referencia explícita a la resolución de problemas en los objetivos para la Matemáticas (objetivos 1, 3, 5 y 6). A modo de ejemplo, el objetivo sexto declara:

6. Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, encadenar coherentemente los argumentos, comunicarse con eficacia y precisión, detectar incorrecciones lógicas y cuestionar aseveraciones carentes de rigor científico (MEC, 2007a, p. 45449).

Puesto que en España las comunidades autónomas tienen competencias en educación, desarrollaré brevemente cómo está contemplada la resolución de problemas matemáticos en el ámbito de mi comunidad autónoma, Andalucía. Así, es en el artículo 38 de la *Ley de Educación de Andalucía* (Junta de Andalucía, 2007) dónde la resolución de problemas matemáticos está descrita como una de las competencias básicas de las enseñanzas obligatorias (primaria y secundaria). Al igual que sucede a nivel estatal, es en el posterior desarrollo normativo del currículo andaluz para primaria (Consejería de Educación, 2007a) y secundaria (Consejería de Educación, 2007b) donde se concreta a la resolución de problemas matemáticos como un núcleo temático transversal sobre el que gira la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, resaltando ambos desarrollos normativos la especial importancia de la resolución de problemas matemáticos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Así puedo leer:

La resolución de problemas debe entenderse como la esencia fundamental del pensamiento y el saber matemático, y en ese sentido ha de impregnar e inspirar todos los conocimientos que se vayan construyendo en esta etapa educativa, considerándose como eje vertebrador de todo el aprendizaje matemático y orientándose hacia la reflexión, el análisis, la concienciación y la actitud crítica ante la realidad que nos rodea en la vida cotidiana (Consejería de Educación, 2007a, p. 19).

En cuanto al bachillerato, la *Ley de Educación de Andalucía* (Junta de Andalucía, 2007) remite los objetivos de esta etapa educativa a los señalados en la *Ley de Educación* del estado español (Jefatura del Estado, 2006) y por ende se plantea la misma situación descrita previamente. En cambio, la concreción y desarrollo normativo del currículo en Andalucía (Consejería de Educación, 2008), a diferencia de la legislación estatal, señala el desarrollo de capacidades relacionadas con el uso de estrategias de resolución de problemas como una de las tres finalidades básicas de la materia ciencias para el mundo contemporáneo, materia común a todas las modalidades del bachillerato.

Por último, señalar que recientemente se ha publicado la *Ley para la mejora de la calidad educativa* (Jefatura del Estado, 2013), el *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria* y el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte [MECD], 2014, 2015). Estos documentos curriculares continúan recogiendo la importancia de la resolución de problemas matemáticos como eje transversal así como uno de los elementos fundamentales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Muestra de ello son las siguientes citas, la primera correspondiente al currículo de educación primaria y la segunda, correspondiente al currículo de educación secundaria:

El trabajo en esta área en la Educación Primaria estará basado en la experiencia; los contenidos de aprendizaje parten de lo cercano, y se deberán abordar en contextos de identificación y resolución de problemas....Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014, p. 19386)

La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen los ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Una de las capacidades esenciales que se desarrollan con la actividad matemática es la habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas, ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares en contextos reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico. En este proceso de resolución e investigación están involucradas muchas otras competencias, además de la matemática, entre otras la comunicación lingüística, al leer de forma comprensiva los enunciados y comunicar los resultados obtenidos; el sentido de iniciativa y emprendimiento al establecer un plan de trabajo en revisión y modificación continua en la medida que se va resolviendo el problema; la competencia digital, al tratar de forma adecuada la información y, en su caso, servir de apoyo a la resolución del problema y comprobación de la solución; o la competencia social y cívica, al implicar una actitud abierta ante diferentes soluciones (MECD, 2015, p. 389)

Anexo XVI.2. Tecnología digital en el currículo

Es a finales de los ochenta cuando la investigación sobre tecnología cobra un mayor impulso, a su vez, los ciudadanos cada vez tiene mayor accesibilidad a las tecnologías y

la escuela va incorporándolas en sus quehaceres diarios. Ello se traduce en la incorporación paulatina de la tecnología (digital) en los distintos currículum. En este sentido, el documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) ya señala la necesidad de introducir tecnologías digitales afirmando incluso que la naturaleza misma de los problemas matemáticos que pueden y deben abordarse en la escuela han cambiado por el avance tecnológico. Similar concepción recoge el *Real Decreto por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria* (MEC, 1991, p. 74), al declarar:

Los más recientes progresos, así como un mejor conocimiento de la naturaleza misma del conocimiento matemático, tienen también consecuencias sobre la educación en matemáticas, un área que, si bien ha estado presente tradicionalmente en la enseñanza académica, sin embargo, puede y merece ser enseñada con contenidos y mediante procedimientos a menudo bien distintos de los tradicionales. La misma introducción y aplicación de nuevos medios tecnológicos en matemáticas obliga a un planteamiento diferente tanto en los contenidos como en la forma de enseñanza.

Ello pone de manifiesto, al igual que ocurre con la resolución de problemas matemáticos, como es a finales de los ochenta y principios de los noventa que los currículos empiezan a tener en consideración el empleo de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aun así, no es hasta la década del dos mil que los documentos curriculares incorporan las tecnologías digitales como elementos claves en la formación de los estudiantes. En este sentido, el NCTM incorpora un principio de la tecnología en su documento *Principles and Standards for School Mathematics*: “La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; influyen en las matemáticas que tienen que ser enseñadas y mejoran el aprendizaje de los estudiantes” (NCTM, 2000, p. 26). La importancia que otorga dicho documento a la tecnología también se evidencia en el conjunto de actividades con tecnología digital que proponen, a modo de orientaciones, para los diferentes estándares. Cabe hacer mención aquí el papel destacado que otorga dicho documento a las tecnologías y la conexión de éstas con los demás estándares, en especial con la resolución de problemas:

Las tecnologías electrónicas –calculadoras y ordenadores– son herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y para hacer matemáticas. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y análisis de datos, y permiten calcular de manera eficiente y precisa. Las tecnologías pueden ayudar a los estudiantes en sus trabajos en todas las áreas

de matemáticas, incluyendo geometría, estadística, álgebra, medida y números. Si las herramientas tecnológicas están disponibles, los estudiantes pueden concentrar su trabajo en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. (NCTM, 2000, p. 24)

En España, la *Ley orgánica de calidad de la educación* (Jefatura del Estado, 2002) recoge tímidamente la importancia de la tecnología y no es hasta la *Ley Orgánica de Educación* (Jefatura del Estado, 2006) que hay un cambio radical respecto de la tecnología. En dicha ley, la tecnología digital es introducida desde la etapa de educación infantil, siendo recurrente y aumentando su importancia conforme se avanza en el resto de etapas educativas obligatorias. En este sentido, las tecnologías digitales están recogidas en los objetivos generales y particulares de las distintas etapas educativas (MEC, 2006; 2007b), destacando a su vez la conexión de las tecnologías digitales con la resolución de problemas:

Utilización de la calculadora en la resolución de problemas de la vida cotidiana, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos. (MEC, 2006, p. 43099)

En la construcción del conocimiento, los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer matemáticas. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, la calculadora y las herramientas informáticas son hoy dispositivos comúnmente usados en la vida cotidiana, por tanto el trabajo de esta materia en el aula debería reflejar tal realidad. (MEC, 2007b, p. 751)

Recientemente, la *Ley orgánica de mejora de la calidad educativa* (Jefatura del Estado, 2013) otorga a las tecnologías un papel esencial con vistas a la transformación que propone del sistema educativo español junto con el fomento del plurilingüismo y la modernización de la Formación Profesional. De hecho puede leerse:

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación serán una pieza fundamental para producir el cambio metodológico que lleve a conseguir el objetivo de mejora de la calidad educativa. Asimismo, el uso responsable y ordenado de estas nuevas tecnologías por parte de los alumnos y alumnas debe estar presente en todo el sistema educativo. (Jefatura del Estado, 2013, p. 97865)

Para no ser repetitivo, las distintas leyes y desarrollos normativos, en relación a la tecnología, a nivel autonómico, adoptan los lineamientos marcados por la legislación estatal.

En cuanto al tratamiento de la tecnología (digital) en los estudios internacionales, observo que tiene un tratamiento fundamentalmente instrumental. Por ejemplo, en los estudios PISA (OCDE, 2012) se considera como una parte integral en el proceso de evaluación de la resolución de problemas, aunque el foco principal sean los procesos cognitivos esenciales para la resolución de problemas con o sin tecnología. O en el estudio TIMSS del 2011 (MECD, 2012), que aunque pareciera que otorga más relevancia a las tecnologías digitales, una lectura más fina revela que a pesar de permitir el uso de éstas en sus evaluaciones, las cuestiones que se preguntan a los estudiantes están diseñadas para que el empleo o no de la tecnología no otorgue ventaja o en desventaja a los estudiantes.

Por último, me resulta cuando menos curioso que tanto PISA como TIMSS consideren la competencia en resolución de problemas requiere que los resolutores interactúen con las situaciones problemáticas para lo cual recomiendan el uso e integración de ordenadores u otras herramientas tecnológicas en los salones de clase, y en cambio, no son admitidas en sus pruebas o el uso de las mismas no es relevante.

Referencias

- Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2007a). Decreto 230/2007, de 31 de julio de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación primaria en Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 156, 4-23.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía. (2007b). Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 156, 15-25.
- Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2008). Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 169, 98-222.
- Jefatura del Estado, Gobierno de España (2002). Ley orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de calidad de la educación. *Boletín Oficial del Estado*, 307, 45188-45220.

Jefatura del Estado, Gobierno de España (2006). Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo de educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, 17158-17207.

Jefatura del Estado, Gobierno de España (2013). Ley orgánica 8/2013, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295, 97858-97921.

Junta de Andalucía, Presidencia (2007). Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 252, 5-36.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC] (1991a). Real decreto 1333/1991, de 6 de septiembre, por el que se aprueba el currículo de la educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 216, 29716-29726.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC] (1991b). Real decreto 1333/1991, de 6 de septiembre, por el que se aprueba el currículo de la educación primaria *Boletín Oficial del Estado*, 220, 30226-30228.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC] (1991c). Real decreto 1345/1991 por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 220, 30228-30231.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC] (2006). Real decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 293, 43053-43102.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC] (2007a). Real decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *Boletín Oficial del Estado*, 266, 45381-45477.

Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (2007b). Real decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 5, 677-773.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD] (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la evaluación*. Madrid: Secretaría General Técnica.

- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD] (2014). Real decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52, 19349-19420.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD] (2015). Real decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3, 169-546.
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (1980). *An agenda for action*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2010). PISA 2012 field trial problem solving framework. Discussion draft: *Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)*.
- Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2012). *PISA 2012 results: what students know and can do student performance in mathematics, reading and science* (Vol. 1): Organisation for Economic Co-operation Development Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation Development, [OECD]. (2014). *PISA 2015. Draft collaborative problem solving framework*
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*.(Número extraordinario), 275-294.
- Strauss, V. (5 de mayo de 2014). OECD and Pisa tests are damaging education worldwide - academics, *The Guardian*. Recuperado desde

<http://www.theguardian.com/education/2014/may/06/oecd-pisa-tests-damaging-education-academics>

Suplemento del Boletín Oficial del Estado (B.O.E.) número 220 de 13 de septiembre de 1991. *Boletín Oficial del Estado*, 72-82.

