

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**



**INTUICIONES PROBABILÍSTICAS EN EL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**Trabajo Fin de Grado en Educación Primaria**

**Realizado por:**

**Ana María Padilla López**

**Granada, 2015**

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>2. MARCO CURRICULAR.....</b>	<b>2</b>
<b>3. INVESTIGACIONES PREVIAS.....</b>	<b>4</b>
<b>4. DESARROLLO DEL PROYECTO.....</b>	<b>8</b>
<b>4.1.Descripción de la muestra.....</b>	<b>8</b>
<b>4.2.Desarrollo de las actividades.....</b>	<b>10</b>
<b>4.3.Resultados obtenidos.....</b>	<b>14</b>
<b>5. CONCLUSIONES.....</b>	<b>19</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>21</b>

## RESUMEN

El trabajo consiste en obtener información sobre la noción de Probabilidad y las intuiciones probabilísticas que tiene el alumnado, a través un proyecto educativo relacionado con Educación Física. Este estudio se ha llevado a cabo a partir de una muestra de alumnos obtenida durante el periodo que conforma el Practicum II. La obtención de resultados se ha conseguido mediante la aplicación de juegos y su observación.

### 1. INTRODUCCIÓN

Las probabilidades constituyen una rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado.

El diccionario de la Real Academia Española define «azar» como una casualidad, un caso fortuito, y afirma que la expresión «al azar» significa «sin orden». El concepto de Probabilidad tiene una estrecha relación con el concepto de azar, que nos ayuda a comprender las posibilidades que tiene un suceso. Pierre-Simón Laplace afirmó: *"Es notable que una ciencia que comenzó con consideraciones sobre juegos de azar haya llegado a ser el objeto más importante del conocimiento humano"*. Comprender y estudiar el azar es indispensable, porque la probabilidad es un soporte necesario para tomar decisiones en cualquier ámbito.

Como citan Anderson y Loynes (1987), *"la estadística es inseparable de sus aplicaciones"*, puesto que está presente en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Históricamente la estadística ha estado influenciada por diversas áreas de conocimiento, aportando y recibiendo ideas, donde al tener que hacer frente a la resolución de diversos problemas (caracteres hereditarios, medida de la inteligencia, etc.), ha generado conceptos y métodos estadísticos para la práctica general. Por tanto, en esta área debemos centrarnos en la resolución de problemas de la vida cotidiana en vez de hacer tanto hincapié en la resolución de problemas relacionados con el conocimiento. Un modo de fomentar este modelo de trabajo, sería trabajar por proyectos, donde según (Graham, 1987) el alumno tendría que cuestionarse lo siguiente: *¿Cuál es mi problema?, ¿Necesito datos?, ¿Cuáles?, ¿Cómo puedo obtenerlos?, ¿Qué*

*significa este resultado en la práctica?* Trabajar por proyectos hace que el alumnado se motive haciendo una práctica personal, llevando la resolución de problemas a un contexto real de la vida cotidiana.

Como indica Holmes (1997) el trabajo de la estadística por medio de proyectos favorece los siguientes aspectos:

-Los proyectos pueden llevar la estadística a contextos reales y hacerla más significativa.

-Los proyectos fomentan la motivación y el interés del alumnado si este es quien propone el tema a trabajar.

-Se adquieren mejor los conocimientos cuando son datos reales, ya que estos son más precisos y fiables.

-Hacen ver que la estadística va más allá de los contenidos matemáticos.

De modo que a continuación vamos a desarrollar un proyecto educativo sobre la noción de probabilidad y las intuiciones probabilísticas que tiene el alumnado a través del área de Educación Física. De este modo trabajaremos la transversalidad y motivaremos al alumnado llevando el estudio a la práctica real. Para ello, tenemos que tener muy claros los objetivos que vamos a trabajar:

- *Objetivo 1:* Realizar juegos de probabilidad en el área de educación física para evaluar los conocimientos previos del alumnado.
- *Objetivo 2:* Observar cómo actúan los alumnos y el lenguaje utilizado.
- *Objetivo 3:* Realizar un estudio de los resultados obtenidos.

## **2. MARCO CURRICULAR**

En este apartado vamos a ver el Marco Curricular en el que se enmarca el trabajo, centrándonos en la probabilidad que se contempla en la Educación Primaria, tanto por parte del Ministerio de Educación, como de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.

En el REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de Educación primaria, se incluye este contenido dentro del

bloque 4, Tratamiento de la información, azar y probabilidad. Donde se incluye los siguientes contenidos específicos de estadística y probabilidad en este bloque

**•Primer Ciclo:**

- *Carácter aleatorio de algunas experiencias. Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.*

- *Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y el aprendizaje organizado a partir de la investigación sobre situaciones reales. Respeto por el trabajo de los demás”.*

Criterios de evaluación:

-*Realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras. Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos. Se trata de valorar la capacidad de interpretar gráficos sencillos de situaciones familiares y verificar la habilidad para reconocer gráficamente informaciones cuantificables. También se pretende evaluar si los niños y las niñas están familiarizados con conceptos y términos básicos sobre el azar: seguro, posible, imposible.*

En el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, se incluye este contenido dentro del bloque 5, Estadística y probabilidad. Donde se incluye los siguientes contenidos específicos, criterios de evaluación y estándares, que vamos a extraer del primer ciclo.

*Contenidos:*

-*Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.*

-*Carácter aleatorio de algunas experiencias. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.*

Criterios de evaluación:

-*Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.*

*-Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.*

*-Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.*

Estándares de aprendizaje evaluables:

*-4.1. Identifica situaciones de carácter aleatorio.*

*-4.2. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...).*

*-5.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.*

*-5.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.*

### **3. INVESTIGACIONES PREVIAS**

En este apartado vamos a recoger un breve resumen de las investigaciones previas sobre el razonamiento probabilístico en niños en las que se ha apoyado el trabajo realizado.

De acuerdo a Batanero (2001), Piaget estableció criterios para clasificar a los niños de distintas edades según el nivel de desarrollo intelectual, partiendo de la comprensión de conceptos. Según el autor, el conocimiento es construido por el sujeto, que se va adquiriendo mediante la experiencia.

Godino, Batanero y Cañizares (1987) caracterizaron sus teorías en relación a la probabilidad, en las que decían que el niño cuando adquiere una nueva idea choca con

las ideas previas, y se produce un "conflicto cognitivo" o "desequilibrio" en su estado mental. Al suceder esto, el niño asimila la nueva idea y la adecúa a su estructura mental.

Los autores clasifican a los niños en distintas etapas de acuerdo con su nivel cognitivo. Centrándonos en este proyecto en el Razonamiento probabilístico en niños del primer ciclo de Educación Primaria nos encontramos en la etapa pre-operacional.

Según Piaget (1951), el concepto de azar no se puede desarrollar hasta una edad avanzada, pues el autor la concibe como complemento a la relación causa-efecto; además basada en la comprensión de la proporción y la combinatoria, que son esquemas propios del periodo de las operaciones formales.

La Etapa pre-operacional (2 a 7 años): Es la etapa de desarrollo en la que el sujeto no comprende las operaciones reversibles. El niño se basa en sus experiencias reales para comprender los conceptos, identificando patrones a partir de la manipulación de objetos reales. En estas edades el niño no puede interpretar la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios. No puede estimar correctamente las posibilidades a favor y en contra de los sucesos aleatorios, debido a que no tiene adquirido el razonamiento proporcional. Puede realizar combinaciones, permutaciones y variaciones de forma correcta, sin buscar estrategias sistemáticas de enumeración; por lo que le será más complejo identificar todos los elementos de un espacio muestral.

Por otro lado, según las investigaciones de Fischbein la intuición es como *“una clase de conocimiento que no está basado en la evidencia empírica o en argumentos lógicos rigurosos y, que, a pesar de ello, se tiende a aceptar como cierto y evidente”* (Fischbein, 1975, p. 26).

Según Batanero (2001), Fischbein (1975) diferencia entre intuiciones primarias, que se forman a partir de la experiencia del sujeto, e intuiciones secundarias, que aparecen como resultado de la educación.

Las Intuiciones primarias de los niños sobre la probabilidad: según Fischbein (1975) la intuición sobre el azar es primaria, permite distinguir un fenómeno aleatorio de uno determinado y se da en los niños entre los 6 o 7 años, incluso antes. Esta intuición cambia hacia una estructura conceptual y organizada a partir de los 7 años, cuando el niño comienza a comprender los fenómenos aleatorios, aunque hasta llegar a la etapa de operaciones formales no llega a construir una idea de azar.

Por otra parte, según el autor, la noción de probabilidad corresponde a una intuición secundaria. Considera que los niños pueden hacer juicios probabilísticos, es decir, que son capaces de estimar intuitivamente las posibilidades a favor de algún suceso. De modo que dichos juicios estén directamente influidos por sus percepciones del experimento aleatorio.

En cuanto al lenguaje utilizado, los Decretos de Enseñanzas Mínimas (MEC, 2006) recomiendan transmitir al niño un lenguaje básico probabilístico mediante juegos, experimentos y observación de fenómenos naturales, para que así aprenda a identificar situaciones aleatorias y llegue a determinar algunas probabilidades sencillas. Los libros de texto de primaria contienen diversas representaciones que pueden ser: verbal, numérico, simbólico, tabular y gráfico.

Según (Godino, Batanero y Font, 2007), el lenguaje matemático es muy importante en el enfoque ontosemiótico (EOS) que defiende que los conocimientos matemáticos se obtienen a través de la práctica del sujeto o alumno en la resolución de problemas, y que estas prácticas se evalúan a través del lenguaje empleado, siendo este un instrumento de evaluación representacional y activo. Los autores también muestran la posibilidad de que haya problemas a la hora de interpretar el lenguaje matemático, a nivel significativo se presentarían dificultades cuando dos sujetos le atribuyen un significado distinto a la misma expresión (Godino, Batanero y Font, 2007, p.133).

Según investigaciones llevadas cabo por (Gómez, 2014) podemos observar en la Figura 1, diferentes expresiones verbales relacionadas con los conceptos de aleatoriedad, experimentos aleatorios, probabilidad, sucesos, y al significado que se asocian dentro de esta área de conocimiento que aparecen en los libros de texto. Destacando estas terminologías ya que son las trabajadas en este proyecto:



Concepto	Expresión verbal	Significado a que se asocia	
Aleatoriedad	Acertar, Adivinar	Clásico, frecuencial, intuitivo	
	<i>Aleatoria</i>	Clásico, frecuencial, intuitivo	
	Asegurar resultado	Frecuencial, intuitivo	
	Azar	Intuitivo	
	No saber	Frecuencial, intuitivo	
	Saber qué saldrá	Clásico, intuitivo	
	Saber de antemano	Clásico	
	Saber resultados posibles	Clásico	
	Sin mirar	Clásico, intuitivo	
	Suerte	Clásico, intuitivo	
	Experimento aleatorio	Coger/sacar objeto	Clásico
		<i>Datos</i>	Frecuencial
		Distribuir cartas	Clásico
Elegir/extraer		Clásico, intuitivo	
<i>Experiencia</i>		Clásico, frecuencial, intuitivo	
Girar peonza/ruleta		Clásico	
Juego de pares y nones		Intuitivo	
Lanzar dado/moneda		Clásico	
Observar		Frecuencial	
Parchís; Sorteo (lotería)		Clásico	
Sacar (salir) bola/carta		Clásico	
Sacar (salir) resultado		Frecuencial	
Situación		Clásico, frecuencial, intuitivo	
Probabilidad	<i>Tabla (de datos)</i>	Frecuencial	
	Tirar (lanzar) chapa, dardo	Frecuencial	
	<i>Cálculo de probabilidades</i>	Clásico	
	<i>Comparar probabilidad</i>	Clásico	
	<i>Medir, valorar</i>	Clásico	
	Ocurrir sucesos	Clásico, frecuencial, intuitivo	
	<i>(Nº. de) posibilidad(es) entre</i>	Clásico	
	<i>Posibilidad</i>	Intuitivo	
	<i>Probabilidad</i>	Clásico, frecuencial	
	Seguridad	Intuitivo	
	Suceso y tipos	Bastante/poco probable	Intuitivo
		<i>Casos favorables/casos posibles</i>	Clásico
		Hay más/tantas/menos posibilidad	Intuitivo
Más fácil de conseguir		Clásico	
Más, menos, muy probable		Intuitivo	
Ocurre siempre/a veces/ nunca		Intuitivo	
<i>Posibles resultados</i>		Intuitivo	
Probablemente		Intuitivo	
Resultado		Intuitivo	
<i>Seguro posible/imposible</i>		Clásico, frecuencial	
<i>Suceso</i>		Intuitivo	
<i>Suceso muy/igual/poco probable</i>		Clásico, frecuencial, intuitivo	

Figura 1: Listado de conceptos más usados en libros de texto según Gómez (2014)

Según Watson (2006) en sus investigaciones sobre la comprensión de los contenidos incluidos en la normativa sobre la estadística y probabilidad y su relación con el desarrollo cultural en los alumnos, considera que es importante poner a los alumnos ante problemas estadísticos en los que intervenga el contexto, ya que estos son los que se encontraran en un futuro.

El razonamiento estadístico tienen componentes fundamentales en el aprendizaje según Wild y Pfannkuch (1999), *“El análisis de los datos, las distintas representaciones de los datos, la recogida de los datos, los diferentes modelos estadísticos, y por último y lo más importante, llevar la estadística a situaciones reales”*.

Debido a esto surgió la necesidad de trabajar el razonamiento estadístico con proyectos. Dejando a un lado el estudio de conceptos y técnicas descontextualizadas, y planteando situaciones de la vida cotidiana. Se trata de hacer un proyecto de investigación estadística siguiendo una serie de fases como: plantear un problema, decidir sobre los datos que vas a recoger, recoger y analizar los datos y obtener las conclusiones sobre el problema planteado.

## **4. DESARROLLO DEL PROYECTO**

### **4.1. Descripción de la muestra**

Este apartado está destinado para recoger un breve resumen sobre el centro en el que se ha realizado el proyecto y la muestra de alumnos que ha hecho posible que se lleve a cabo.

El proyecto de observación de intuiciones probabilísticas propuesto ha sido llevado a cabo en el C. E. I. P. Ave María – San Cristóbal, con alumnos del 1<sup>er</sup> Ciclo de Primaria, concretamente para el 1<sup>o</sup> curso, comprendidos entre la edad de 6-7 años. La muestra consta de 18 alumnos, siendo 9 alumnos y 9 niñas, un grupo heterogéneo. Disponiendo el centro en Educación Primaria de una sola línea.

La mayoría de los alumnos presentan el mismo nivel, excepto algunos que van más avanzados y terminan antes la tarea, y unos pocos que van más atrasados que el resto, les cuesta más trabajo y requieren más ayuda del profesor. He podido observar que el nivel de los alumnos también depende mucho del grado de motivación que poseen por la asignatura. En la clase, hay una alumna que sobresale del resto en todas las asignaturas.

El centro está situado en la provincia de Granada, en el barrio del Albayzín. El acceso se realiza fácilmente por la Ctra. de Murcia (Bus N8 y N9) con parada en la puerta del Centro, o bien por la Cuesta del Chapiz (Bus C1).



Figura 2. Plano del centro Ave María San Cristóbal

Es un centro privado concertado que se encuentra ubicado en una finca con una extensión aproximada de 20000 m<sup>2</sup>. Se trata de un centro integrado por varios edificios independientes donde se imparten los diferentes niveles educativos de enseñanza autorizados: Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria, Programas de Cualificación Profesional Inicial, Programas de Transición a la Vida Adulta y Laboral, Ciclos Formativos de Grado Medio, Ciclos Formativos de Grado Superior y Formación Profesional Ocupacional.

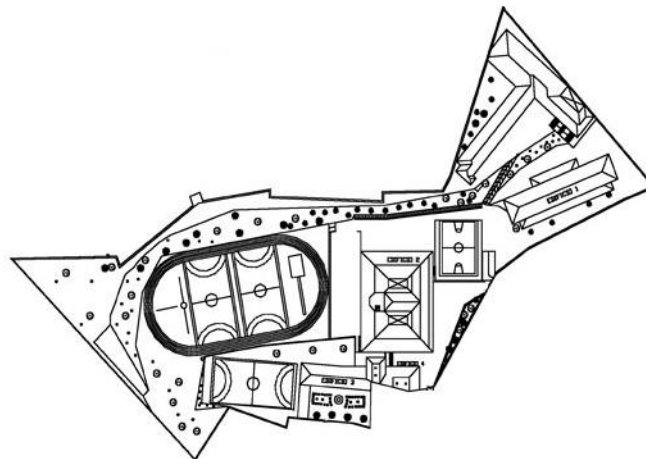


Figura 3. Plano de las instalaciones del centro

Las familias atendidas por el Colegio Ave María – San Cristóbal poseen características distintivas diversas y algunas de ellas conllevan situaciones condicionantes para la convivencia. El nivel socioeconómico y cultural de la población

es muy diverso. Coexisten familias con un status económico medio o medio alto, con otras de niveles más bajo.

La recogida de datos se ha llevado a cabo durante el periodo del Practicum II, correspondiente al segundo semestre del 4º curso del Grado de Educación Primaria, del curso 2014-2015.

El proyecto se les presento a los alumnos como una actividad complementaria de intuiciones probabilísticas con juegos de educación física. En la que los niños respondieron muy bien y se motivaron mucho por el material empleado y por ser algo nuevo para ellos.

Por otro lado, cabe destacar que estos alumnos no han adquirido a penas nociones básicas de probabilidad, ya que estos conceptos se empiezan a trabajar más a fondo en 2º de primaria. En este curso parten de los siguientes contenidos:

- Recuento de datos a partir de una imagen. Ordenación de datos gráficamente.
- Tabla de doble entrada.
- Recuento de datos y representación de forma gráfica en una tabla.
- Interpretación de una tabla de frecuencias.
- Interpretación de un diagrama de barras.
- Elaboración de un diagrama de barras.

#### **4.2. Desarrollo de las actividades**

A continuación vamos a desarrollar una serie de juegos de intuiciones probabilísticas para llevarlos a cabo en la clase de Ed. Física. Dichos juegos se han desarrollado para poder realizar las observaciones necesarias de las intuiciones probabilísticas en estas edades. Los juegos han sido adaptadas para el 1<sup>er</sup> curso de Educación Primaria y teniendo en cuenta los conceptos que ya han trabajado.

-PRIMER JUEGO:

*Nombre:* El encesta pelotas

*Objetivo:* Conseguir encestar el mayor número de pelotas y obtener la mayor puntuación

*Organización:* Se dividirá al alumnado en dos grupos

*Material:* Caja de probabilidad y pelotas de colores

*Desarrollo:* es un juego que a los niños les gusta mucho y se podría hacer para saber las intuiciones probabilísticas de los alumnos sería fabricar con un cartón un “encesta pelotas” animado, que tenga diferentes aperturas de distinto tamaño y que ellos fabriquen sus propias pelotas, lo cual puede hacer que los alumnos se impliquen más con el cuidado y mantenimiento del material.

Para este juego se harán dos grupos, es decir, se harán dos filas delante del encesta pelotas a una cierta distancia determinada por el profesor. El encesta pelotas tendrá diferentes puntuaciones según su dificultad, de modo que el agujero más pequeño tendrá la puntuación máxima: 3 puntos, el agujero mediano valdrá 2 puntos y el más grande 1 punto.

El juego se realizara durante un tiempo programado por el profesor, 5´ aproximadamente y se le irán metiendo variantes. Cada grupo deberá llevar el recuento de los puntos que obtengan en total, para así también fomentar la competencia matemática y que no se distraigan. El objetivo será obtener la mayor puntuación. Las pelotas de cada equipo serán de distinto color también para que no haya confusiones en el recuento.

*Variantes:* Se pueden meter variantes como por ejemplo aumentarle la distancia de tiro. Fabricar pelotas de distinto tamaño y peso...

En este juego podemos observar si los alumnos solo tiraran a la apertura más grande porque es más probable que encesten todas las veces y obtengan mayor puntuación al encestarlas todas, o si irán a encestarla en la apertura más pequeña por querer obtener 3 puntos sin darse cuenta de que es más difícil.

*Material fabricado y empleado:*

-Caja de tiro            -Pelotas de colores



Figura 4. Caja probabilística

**-SEGUNDO JUEGO:**

*Nombre:* Atrapa la cola de color:

*Objetivo:* Conseguir robar el pañuelo al compañero que tenga el color que salga en la ruleta de la probabilidad en el tiempo estimado.

*Organización:* Individual

*Material:* Ruletas de probabilidad y pañuelos de colores

*Desarrollo:* el juego se realizara a través de ruletas probabilística con diferentes colores y números. Se organizaran los alumnos por colores dependiendo del número que corresponda a cada color en la ruleta. Para diferenciarlos cada uno llevara un pañuelo de ese color como cola. Se elegirá a un alumno al azar para que se la quede.

El juego consiste en que el alumno/a que se la quede tiene que darle a la ruleta, decir en alto el color que haya salido y salir a pillar a los compañeros que tengan la cola de ese color, en un espacio y tiempo determinado por el profesor. De mientras los demás alumnos le cronometran el tiempo.

Dependiendo del número que tenga ese color podrá pillar a más niño/as o a menos. Cuando el alumno que se la queda pilla a otro compañero, se cambiarían los roles. El alumno pillado pasaría a quedársela y el otro pasaría a llevar la cola de color.

*Variantes:* Como variantes se podrían ir cambiando las ruletas o también que pasen a pillar dos alumnos.

En este juego los alumnos deben de ver que los colores que más se repitan y obtengan un número más alto de colas son más fáciles de pillar.

Podremos observar como estos alumnos que tienen las colas de colores más repetitivos estarán más alerta para que no los pillen. Y el alumno/a que se la queda podrá ver en cada tirada cuando es más probable que pille a un compañero.

*Material fabricado y empleado:*

- Pañuelos de colores
- Ruletas de probabilidad (Las ruletas han sido fabricadas con panes y tornillos)



Figuras 5 y 6. Ruletas probabilísticas y pañuelos



Estos dos juegos dependiendo del número de alumnado se podrían hacer a modo de circuito, es decir, que cada uno sea una estación. Se podría dividir la clase en 4 grupos y cada dos grupos se irían a una estación distinta. Intentando de este modo que se haga una participación más activa y que todos los alumnos pasen por los dos juegos y participen bastante. De este modo se podría observar mejor las distintas reacciones de los alumnos tras sus experiencias.

### 4.3. Resultados obtenidos

Este apartado trata de los resultados que hemos obtenido mediante la observación de las actuaciones de los niños ante los juegos propuestos.

A la hora de poner en práctica los juegos con los alumnos, antes de comenzar se les hizo una breve y clara explicación de cada uno, introduciéndolos en el tema de la probabilidad y haciéndoles unas preguntas previas y posteriores a la práctica.

En primer lugar, se les hizo el juego del “encesta pelotas”. Primero se les mostro el material que íbamos a utilizar. Al enseñarles la caja con las diferentes aberturas se les preguntó:

- ¿En qué agujero es más probable o fácil encestar? ¿Por qué?
- ¿Y en cual es menos probable o difícil encestar? ¿Por qué?

A lo cual, la mayoría de los alumnos respondieron bien. Diciendo que era más fácil encestar en el agujero más grande porque la abertura era mayor y cogían mejor las bolas, y más difícil en el más pequeño porque la abertura era menor y costaba más que entrasen las bolas. Tras esto, se les explico la puntuación de las distintas aberturas y comenzó el juego.





### Figura 7. Puntuación de la caja de probabilidad

Pude observar como reaccionaban los niños al ponerle la puntuación a los distintos agujeros sin tener en cuenta lo que habíamos hablado antes de cual era más fácil y más difícil.

Al principio casi todos tiraban a encestar en el agujero más grande porque sabían que era más probable meterla, y al ser la primera vez que lo hacían les costaba más. Pero en el momento en el que un alumno/a encesto en el agujero mediano o en el pequeño y consiguió más puntuación, los demás alumnos/as empezaron también a lanzar al agujero mediano y pequeño para intentar obtener más puntuación. Sin darse cuenta que era más difícil encestar en estos que en el agujero grande todas las veces que tiraban.

A pasar un determinado tiempo y ver las distintas reacciones de los alumnos se paró el juego y se hizo un recuento de las bolas. Obteniendo el siguiente resultado:

Equipo 1: 2 Puntos	Equipo 2: 10 Puntos
-Agujero grande (1 punto): 1	-Agujero grande (1 punto): 4
-Agujero mediano (2 puntos): 1	-Agujero mediano (2 puntos): 0
-Agujero pequeño (3 puntos): 0	-Agujero pequeño (3 puntos): 2

Al ver los resultados obtenidos se hizo una reflexión de lo que sucedió, y se les hizo una serie de preguntas como:

- ¿Por qué creéis que el equipo 2 ha obtenido una mayor puntuación?
- ¿Y por qué el equipo 1 ha obtenido menor puntuación?

A lo que algunos respondían que habían tenido más suerte, que tenía mejor puntería o que habían hecho trampa. Pero uno o dos respondieron que era porque habían enceestado más pelotas en el agujero grande y dos en el pequeño. En este caso, destoco una alumna que dijo que su grupo había perdido porque había lanzado más veces a los agujeros más pequeños siendo estos más difícil de encestar.

Posteriormente se les volvió a repetir la prueba, pero esta vez se le metió la variante de disminuirle la distancia de tiro, a ver si de este modo les era más fácil. Para observar como actuaban después de los resultados obtenidos anteriormente.

En esta segunda puesta en práctica, el equipo 2 siguió haciendo más lanzamientos al agujero grande y los alumnos más habilidosos lanzaban a los agujeros con más dificultad. Pero el equipo 1, con el fin de obtener más puntuación y poder ganar al equipo 2, siguió lanzando más a los agujeros más pequeños sin obtener resultado. De modo que las puntuaciones obtenidas en esta prueba fueron las siguientes:

Equipo 1: 6 Puntos

Equipo 2: 10 Puntos

-Agujero grande (1 punto): 1

-Agujero grande (1 punto): 7

-Agujero mediano (2 puntos): 1

-Agujero mediano (2 puntos): 0

-Agujero pequeño (3 puntos): 1

-Agujero pequeño (3 puntos): 1

Tras el recuento de bola y la obtención de los resultados, hicimos una última puesta en común. En la que se les volvió a preguntar a los alumnos que: ¿qué había sucedido?, ¿quién había ganado? y, ¿por qué? A lo que los alumnos respondieron bien, diciendo que había sido por lo que habíamos dicho anteriormente, que el equipo 2 hizo más lanzamientos al agujero grande que era más probable encestar, por lo que la mayoría de las bolas entraban y conseguían más puntos mientras el equipo 1 fallaba al intentar meterla en los agujeros más pequeños y dificultosos.

Al finalizar el juego y hacer estas puestas en común todos los alumnos comprendieron cuales eran los casos más favorables y los menos. Aunque hubo alumnos más observadores que desarrollaron antes sus intuiciones probabilísticas y se lo hicieron ver a los demás. Por último, cabe destacar que los alumnos respondieron muy bien ante el juego y las distintas preguntas.



Figura 8. Puesta en escena del juego: “el encesta pelotas”

En segundo lugar, se les hizo el juego de “atrapa la cola de color”, en este juego pudieron percibir mejor cuales son los casos favorables y posibles de un suceso aleatorio, ya que el material principal fueron ruletas probabilísticas.

En primer lugar, se les explico lo que era una ruleta de probabilidad y se hicieron varias pruebas para que viesen cuales eran los casos más favorables y los menos. Se les mostraron las distintas ruletas y se le hizo las siguientes preguntas:

- ¿En qué color o colores es más posible que caiga? ¿por qué?
- Y ¿en cuál es menos posible? ¿Por qué?



Figura 9. Ruleta probabilidad 1

Al mostrarles esta ruleta, al principio los alumnos respondían por responder y decían un color al azar. Al hacerles más hincapié y preguntarles, ¿Qué es más fácil que caiga en los colores que tienes más espacio muestral o en los que tienen menos?, los alumnos empezaron a razonar y a decir que era más fácil que cayese en el color azul y naranja porque tenían más espacio y que era más difícil que cayese en el color verde porque tenía menos espacio.

Por otro lado, en el juego tenían que razonar si había más posibilidades de pillar a un compañero/a si tocaba un color u otro. Por lo que se les pregunto si era más probable pillar a un compañero cuando saliese el color naranja que lo tenían 4 compañeros, o si era más probable pillar a al color verde que solo lo tenía un compañero/a. A esta cuestión los alumnos al principio respondían que era más fácil pillar al color verde que solo tenían que pillar a 1 compañero, que al naranja. Al hacerles reflexionar un poco más, poniéndoles ejemplos de la vida cotidiana como por ejemplo: ¿Qué es más fácil coger una manzana de un manzano que tiene muchas manzanas? O, ¿cogerla de uno que solo tiene una manzana y quizás este muy alta? A lo que a estas preguntas de la vida cotidiana respondían bien, ya que se iban a hechos o situaciones de la vida real. Lo cual les hizo razonar sobre el juego, y algunos alumnos/as más aventajados empezaron a decir que era más probable pillar cuando saliese el color naranja que habían más participantes a los que poder pillar, y más difícil cuando saliese el color verde que solo se podía pillar a un participante y este quizás corriese más o supiese esquivarlo más.

El problema surgió cuando se les presento la siguiente ruleta probabilística:



Figura 10. Ruleta probabilidad 2

Cuando se les pregunto a los alumnos que: ¿qué color era más probable de salir?, los alumnos no sabían que responder, ya que al ver que todos tenían el mismo espacio muestral y que no era como la ruleta anterior se quedaron más parados y respondían algunos colores al azar. Hasta que una alumna dijo que todos los colores tenían el mismo tamaño, es decir el mismo espacio muestral, por lo que todos tendrían la misma posibilidad de salir. Ya al decir esto la alumna, ya los demás lo comprendieron también. Y ya vieron que en esta ruleta todos los colores tenían las mismas posibilidades de salir, que la única dificultad que tenía la ruleta eran los números de los colores, y la

probabilidad que había de pillar cuando salía el color naranja que lo tenían 5 alumnos o cuando salía el color azul que lo tenía un alumno.

Después de poner en común estos aspectos, se puso en práctica el juego, el cual se llevó a cabo muy bien. Los alumnos/as estuvieron muy implicados y motivados con el juego, el uso de materiales nuevos y al ser un juego nuevo para ellos ayudo a que les gustase más y pusiesen más de su parte.

Casi todos querían quedársela para poder darle a la ruleta probabilística, a algunos que le daban se les olvidaba ir a pillar a los compañeros que tuviesen ese color y se ponían a contar también. El alumno/a que tenía el único pañuelo de un color estaba siempre más atento/a porque sabía que si salía su color era más probable que le pillasen.

Aunque a medida que pasaba el juego, los alumnos/as no entendían que su color no saliese y que casi siempre se repitiese el mismo color. Les costaba comprender que era un juego de azar y que podía salir cualquier color.



Figura 11. Puesta en escena del juego: “atrapa la cola de color”

## 5. CONCLUSIONES

Con este trabajo se ha pretendido obtener información mediante un estudio de la noción de probabilidad y las intuiciones probabilísticas en alumnos que están empezando a trabajar estos conceptos, es decir en alumnos del primer ciclo de Educación Primaria. Para ello se ha diseñado un proyecto educativo de probabilidad llevado a cabo en el área de educación física.

Como bien sabemos la competencia matemática es una de las áreas que presenta más fracaso escolar, pero esto no se debe ni a los contenidos, ni al profesorado que la

enseña, ni al alumnado que la aprende, sino que el problema está en proceso de enseñanza-aprendizaje rutinario. De modo que, debemos fomentar una metodología más activa y hacer uso de elementos lúdico como el juego. Ya que a través de este, el niño es capaz de resolver problemas de más motivante.

Trabajar con proyectos es un modo diferente de adquirir conocimientos mediante las experiencias reales vividas. Con este proyecto hemos pretendido fomentar la competencia matemática a través del área transversal de educación física, es decir, llevando la teoría probabilística a la práctica real en las clases de educación física. Hemos intentado motivar al alumnado con experiencias lúdicas nuevas y casos reales de probabilidad, además de hacerle ver que las matemáticas son fundamentales y están presentes en muchos ámbitos de la vida cotidiana.

Una vez realizado el proyecto hemos podido observar las reacciones del alumnado y el lenguaje empleado ante las diversas cuestiones que se les han hecho. En lo que he podido concluir que el alumnado al presentarle los materiales de probabilidad tuvieron más dificultad para responder a las cuestiones que se les hacían sobre los mismos, pero cuando se les hacía cuestiones de la vida cotidiana y se les ponía ejemplos, los alumnos comenzaban a razonar y a responder bien a las cuestiones sobre probabilidad. Estos respondían adecuadamente usando los términos probabilísticos sobre lo que se les cuestionaba. Cabe destacar que había una serie de alumnos más aventajados que guiaba al resto del grupo.

Con este proyecto hemos conseguido alcanzar todos los objetivos propuestos, además de acercar al alumnado más al concepto de probabilidad mediante el uso de juegos probabilísticos para motivarlos. También hemos comprobado que debemos potenciar más las capacidades de los alumnos/as, ya que estos han sido capaces de realizar el proyecto sin dificultad alguna.

Tras el análisis del estudio realizado, he llegado a la conclusión de que sería posible introducir con más precocidad nociones y elementos de probabilidad en el currículo de Educación Primaria. Es decir, que sería necesario hacer una buena planificación de esta y darle más importancia a esta noción en el sistema educativo

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. New York: Wiley
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: *Grupo de Investigación en Educación Estadística*.
- Batanero, C, Díaz, C, Arteaga, P, Contreras, J.M. (2011). Enseñanza de la Estadística a través de Proyectos. En C. Batanero y C. Díaz (Eds.). *Estadística con proyectos* (pp. 9-46). Los autores.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probability thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, Vol. 39 (1-2): 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Holmes, P. (1997). Assessing project work by external examiners. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), *The assesment challenge in statistics education* (pp. 153-164). Voorburg: IOS Press.
- LOE (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*.
- LOMCE (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C. J. and Pfannkuch, M. (1999). *Statistical thinking in empirical enquiry*. *Internat. Statist. Rev.* 67 223-265