

UNIVERSIDAD DE MALAGA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES.

DEPARTAMENTO DE ESTADISTICA Y ECONOMETRIA.

APLICACIONES DE LA TEORIA DE LAS VARIABLES  
REGIONALIZADAS EN ECONOMIA.

Tesis de licenciatura que presenta el Lcdo.  
D. Jorge M. Chica Olmo.

Vº Bº de los Directores

Fdo: Jorge Chica Olmo.

Fdo. D. Jose María Otero Moreno.  
Catedrático de Econometría.  
Universidad de Málaga.

Fdo. D. Mario Chica Olmo.  
Doctor en Ciencias.  
Universidad de Granada.

Málaga, Marzo de 1988

A mis padres

## AGRADECIMIENTOS

La realización de este trabajo ha sido posible, gracias a la colaboración de un conjunto de personas que en todo momento me han ayudado y animado a superar las múltiples dificultades acaecidas en su realización, a quienes les manifiesto mi sincero agradecimiento.

Particularmente, quisiera expresar mi más profunda gratitud al profesor D. José M. Otero Moreno y a mi hermano Mario Chica Olmo, ambos directores de este trabajo, por sus valiosísimas críticas, consejos y el aliento que me han brindado.

Por otra parte, al director de la Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de la Universidad de Granada D. Isidoro Gil Roman por facilitarme el acceso al microordenador en el cual se han realizado las prácticas expuestas.

A D. Buenaventura Clares, D. Salvador Villena y D. Alberto Prieto por el asesoramiento ofrecido en el tratamiento informático del software utilizado.

Por último, quiero exponer mi más ferviente agradecimiento a E. Polo, M. Garcia y A. Carvajal por su colaboración y constante apoyo moral; y como no, a las personas que han posibilitado la impresión gráfica, a E. Aguilera por sus magníficos dibujos y al Estudio de Informática de J.A. Cárdenas, en especial a María Moratalla por mecanografiar el original.

## INDICE GENERAL

### INTRODUCCION

1. PLANTEAMIENTOS DEL ESTUDIO .....	13
2. OBJETIVOS .....	16

### PRIMERA PARTE

#### CONCEPTOS BASICOS SOBRE LA TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

#### CAPITULO I: ASPECTOS BASICOS RELACIONADOS CON LA VARIABLE REGIONALIZADA

1. INTRODUCCION .....	21
2. FINALIDAD DE LA T.V.R. ....	22
3. NOCION DE VARIABLE REGIONALIZADA .....	22
4. CARACTERES DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS .....	26
4.1. LOCALIZACION .....	26
4.2. CONTINUIDAD .....	27
4.3. ANISOTROPIA .....	28
5. INTERFERENCIA ESTADISTICA .....	29
5.1. HIPOTESIS ESTACIONARIA E INTRINSECA .....	30
5.1.1. Hipotesis Estacionaria .....	31
5.1.2. Hipótesis Intrínseca .....	32

## CAPITULO II : COVARIANZA Y VARIOGRAMA

1. RELACION ENTRE COVARIANZA Y VARIOGRAMA .....	35
2. ALGUNAS PROPIEDADES DE LA COVARIANZA Y EL VARIOGRAMA .....	36
3. REPRESENTACION GRAFICA DE LA COVARIANZA Y EL VARIOGRAMA .....	38

## CAPITULO III. ESTUDIO DE LA FUNCION VARIOGRAMA

1. INTRODUCCION .....	41
2. CONSTRUCCION Y CALCULO DEL VARIOGRAMA EXPERIMENTAL .....	42
2.1. VARIOGRAMA DE UNA DIMENSION .....	43
2.1.1. Datos regularmente espaciados .....	43
2.1.2. Datos irregularmente espaciados .....	47
2.2. VARIOGRAMA EN DOS DIMENSIONES .....	48
2.2.1. Datos regularmente espaciados .....	49
2.2.2. Datos irregularmente espaciados .....	50
3. COMPORTAMIENTO EN EL GRAFICO DEL VARIOGRAMA .....	51
3.1. COMPORTAMIENTO EN EL ORIGEN .....	52
3.2. ESTUDIO DE LA ESTACIONARIDAD .....	56
3.2.1. Variograma estacionario .....	57
3.2.2. Variograma no estacionario .....	59
3.3. ANISOTROPIA Y EFECTO PROPORCIONAL .....	60
3.3.1. Anisotropía .....	60
3.3.2. Efecto proporcional .....	62
3.4. COMPORTAMIENTOS PARTICULARES .....	63

4. AJUSTE DEL VARIOGRAMA A UN MODELO TEORICO .....	65
4.1. TIPOS DE MODELOS .....	66
4.1.1. Modelos con meseta .....	67
4.1.2. Modelos sin meseta .....	69
4.1.3. Modelos particulares .....	70

#### CAPITULO IV : METODO DE ESTIMACION: EL KRIGEAGE

1. NOCION Y CARACTERISTICAS DEL KRIGEAGE .....	75
2. KRIGEAGE SIMPLE .....	78
2.1. CONCEPTO .....	78
2.2. SISTEMA DE ECUACIONES DE K.S. ....	79
2.3. ERROR DE ESTIMACION POR K.S. ....	83
3. KRIGEAGE UNIVERSAL .....	84
3.1. CONCEPTO .....	84
3.2. SISTEMA DE ECUACIONES DE K.U. ....	86
3.3. ERROR DE ESTIMACION POR K.U. ....	88
4. PROPIEDADES Y CARACTERISTICAS DEL KRIGEAGE .....	88

#### SEGUNDA PARTE

##### APLICACIONES PRACTICAS A SERIES TEMPORALES ECONOMICAS

1. INTRODUCCION.....	95
2. SISTEMATICA UTILIZADA .....	95
3. SOBRE EL MODELO DE PREDICCION .....	97

**CAPITULO V: ANALISIS DE UNA SERIE TEMPORAL CON DERIVA:**

**EL DESEMPLEO EN GRANADA**

1. OBJETIVOS .....	101
2. ANALISIS PRELIMINAR Y ORIGEN DE LA INFORMACION .....	103
3. CALCULO Y AJUSTE DEL VARIOGRAMA .....	106
4. PREDICCION E INTERPOLACION POR KRIGEAGE .....	109
5. CONCLUSIONES .....	119

**CAPITULO VI: ANALISIS DE UNA SERIE TEMPORAL CON**

**COMPONENTE ESTACIONAL**

1. OBJETIVOS .....	121
2. DATOS DISPONIBLES .....	122
3. ESTRUCTURA DE LA VARIABLE .....	123
3.1. ANALISIS DE LA SERIE DESAGREGADA .....	126
3.2. VARIOGRAMA MEDIO .....	130
3.3. VARIOGRAMA AJUSTADO .....	132
4. PREDICCION Y RESTITUCION .....	135
4.1. PREDICCION .....	135
4.2. RESTITUCION DE LA SERIE .....	139
5. CONCLUSIONES .....	146

<b>RESUMEN Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>151</b>
-------------------------------------	------------

<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>157</b>
---------------------------	------------

<b>ANEXOS .....</b>	<b>165</b>
---------------------	------------

I N T R O D U C C I O N

## 1. PLANTEAMIENTOS DEL ESTUDIO

Antes de iniciar el desarrollo de los fundamentos teóricos y prácticos que componen esta Tesis de Licenciatura, quiero exponer las razones más sobresalientes que han motivado su realización.

Para ello, es conveniente comenzar haciendo referencia al concepto de Econometría. Según Barbancho (1) "la Econometría es aquella rama de la ciencia económica que trata de cuantificar, es decir, de representar numéricamente las relaciones económicas, lo cual se realiza mediante una adecuada combinación de la teoría económica, matemática y de la Estadística"; continua diciendo "La Econometría es una Estadística especialmente adaptada a la investigación económica. Esta adaptación ha supuesto... el que los económetras hayan empleado practicamente todos los desarrollos estadísticos existentes" (2). De lo anteriormente expuesto se deduce claramente que la Econometría ha hecho acopio de todas las técnicas que le proporciona la Estadística para alcanzar sus objetivos.

---

(1) BARBANCHO, A.G.: Fundamentos y posibilidades de la Econometría (1976), p. 26

(2) Ob. cit. p.189.

Dentro de este contexto, se justifica la realización del presente trabajo. En él, se exponen las principales bases metodológicas de una nueva teoría probabilística que ha sido aplicada en otras ciencias, principalmente en aquellas relacionadas con las Ciencias de la Tierra; pero que dado el carácter general de esta metodología, se plantea como tesitura la aplicación de la misma en el tratamiento de datos económicos. Esto supondrá para la Econometría la incorporación de un nuevo instrumento estadístico adicional, que sirva de apoyo para el análisis cuantitativo de variables económicas. Esta nueva Teoría se denomina Teoría de las Variables Regionalizadas y ha sido desarrollada conceptualmente por MATHERON (1965).

El interés fundamental de aplicación de la Teoría de las Variables Regionalizadas en Econometría estriba en que puede aportar un enfoque diferente, del hasta ahora utilizado, en el tratamiento de los fenómenos económicos, y que, a diferencia de los métodos clásicos, se basa en la consideración de la posición en el tiempo o en el espacio de la variable analizada.

Por otra parte, también es de interés resaltar la versatilidad y el fácil manejo que presenta esta metodología, como lo demuestran las distintas aplicaciones presentadas en este trabajo sobre variables económicas.

Así mismo, hay que considerar que desde el punto de vista operativo, la realización de dichas aplicaciones prácticas sólo ha requerido la utilización de un microordenador,

lo que en conjunto, proporciona una herramienta rápida para la obtención de los resultados y, consecuentemente, el abaratamiento de los costos de la investigación.

Las aplicaciones presentadas en este trabajo, se han obtenido en gran parte, gracias a la utilización de programas informáticos específicos, del Centre de Géostatistique et Morphologie Mathématique de Fontainebleau, escritos en lenguaje FORTRAN, que han sido adaptados para ser procesados en el microordenador (1) que dispone la Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de Granada. Este software ha sido completado con programas propios elaborados exprofeso, para posibilitar su posterior utilización.

Por último, quiero hacer referencia a las dificultades que de diversa índole se han presentado en la elaboración de este trabajo.

Destaco principalmente, las que se derivan de la utilización de una bibliografía muy específica que se caracteriza por su elevada especialización en el tratamiento de variables de las Ciencias de la Tierra, principalmente Geológicas y Mineras; haciendo notar que existe una ausencia total de referencias bibliográficas sobre aplicaciones de la misma al caso de variables económicas.

Esto significa, que no ha sido posible eludir el aprendizaje de una nueva terminología probabilística, necesaria para la asimilación de los fundamentos teóricos que componen

(1) DATA GENERAL, MPT/100, con disco de 5 MB.

esta metodología, todo ello, fuera del contexto de las Ciencias Económicas.

Este aprendizaje, ha posibilitado la interpretación y posterior aplicación a variables de tipo económico de todos los conceptos teóricos asimilados.

Por las referencias de que dispongo, creo que este tipo de trabajo, puede ser pionero en la aplicación de esta Teoría sobre variables económicas.

Hay que tener en cuenta, también, las dificultades derivadas de la necesidad de desarrollar y adaptar el software específico que se ha utilizado en la realización de las prácticas aquí expuestas. Para ello he tenido que recibir una formación previa en la Ciencia de la Informática y en particular en lenguajes de alto nivel -Fortran-

## 2. OBJETIVOS

El principal objetivo que se ha perseguido en la elaboración del presente trabajo ha consistido, por una parte, en la exposición de las bases conceptuales de esta nueva Teoría, y por otra, la aplicación práctica de la misma dentro del ámbito de la Ciencia Económica, con la finalidad de que ésta pueda tener a su alcance un instrumento probabilístico complementario para el análisis cuantitativo de variables económicas.

Para la consecución de este doble objetivo, ha sido

necesario dividir el contenido del trabajo en dos partes esenciales.

En la primera parte, se realiza un introducción a los conceptos básicos sobre los que descansa la Teoría de las Variables Regionalizadas y cuyo objetivo es presentar las principales conclusiones metodológicas de índole teórica. En ella, se define la Variable Regionalizada, sus características y las hipótesis restrictivas necesarias para realizar la inferencia estadística. También, se estudian los útiles de que dispone esta Teoría para conocer la estructura de la variable -variograma-, y para hacer frente a los problemas de estimación. Esta parte se ha ilustrado, siempre que ha sido posible, con ejemplos obtenidos de datos reales económicos.

La segunda parte, se ocupa de analizar y desarrollar varios casos prácticos obtenidos de la realidad y que tienen como fin ratificar la potencialidad de esta nueva teoría, dentro del campo económico. Los trabajos aquí expuestos han sido elegidos por su actual interés en el campo de la economía, por lo tanto, con la esperanza de que sirvan para abrir unas expectativas futuras de aplicación en el ámbito macroeconómico y empresarial.

En resumen, en este doble enfoque del trabajo, se ha pretendido, no solamente abordar en detalle los aspectos teóricos de un nuevo modelo probabilístico, sino también complementar dicho enfoque teórico con ejemplos prácticos de variables económicas.

PRIMERA PARTE

CONCEPTOS BASICOS SOBRE LA TEORIA DE LAS VARIABLES  
REGIONALIZADAS

## CAPITULO I: ASPECTOS BASICOS RELACIONADOS CON LA VARIABLE REGIONALIZADA

### 1. INTRODUCCION

La primera presentación de lo que sería posteriormente la Teoría de las Variables Regionalizadas (abrev. T.V.R.) fué expuesta por MATERN entre los años 1947-1960. Posteriormente, en 1965, MATHERON llegaría a formalizar conceptualmente esta teoría, tal y como se conoce actualmente.

Esta metodología probabilística que toma en consideración la posición en el tiempo y/o en el espacio de la variable analizada, dió lugar al nacimiento de una nueva rama de la ciencia denominada Geoestadística. Esta ciencia se utiliza para la resolución práctica de problemas de estimación y simulación de variables geológicas y mineras en campos de una, dos o tres dimensiones, usando herramientas probabilísticas.

Fue en 1962 cuando por primera vez se utiliza la palabra Geoestadística, creada por MATHERON (1962), que aparece como fruto de las investigaciones que en el campo de la estadística aplicada a la estimación de recursos mineros se venían realizando. Estos estudios se basaron en los realizados por DE WIJS (1951); KRIGE (1951); SICHEL (1952), etc. Con la publicación en los años 1962 y 1963 de las obras "Traité de Géostatistique Appliquée" y de "Le Krigeage", la Geoestadística comienza a sistematizarse, formando una nueva rama de la ciencia.

## 2. FINALIDAD DE LA T.V.R.

Para MATHERON (1970) los objetivos que pretende alcanzar la T.V.R. son:

1. Establecer las bases teóricas que permitan reconocer las características estructurales de los fenómenos analizados bajo una forma matemática apropiada.

2. Proporcionar un instrumento práctico para resolver los diferentes problemas de estimación que se planteen a partir de los datos obtenidos en el muestreo.

Estos objetivos son generales en el estudio de todos aquellos fenómenos que se caractericen por la distribución de una o más variables en el espacio o en el tiempo; y que presenten junto a un alto grado de irregularidad espacial o temporal, una aparente estructura de correlación subyacente.

## 3. NOCION DE VARIABLE REGIONALIZADA

La idea de Variable Regionalizada (abrev. V.R.) según MATHERON (1965) se utiliza para calificar un fenómeno que se desarrolla en el espacio y/o en el tiempo y que va a presentar una cierta estructura de autocorrelación, esta característica es uno de los aspectos más importantes que poseen estas variables. En nuestro caso la variable que caracteriza a tal fenómeno es de tipo económico.

Para MIGUEZ (1984), la V.R. se define como aquella variable que se distribuye en el espacio y/o el tiempo, y que toma valores para un soporte determinado al desplazarse

este en un campo dado. Aparecen aquí dos términos -soporte y campo- que son esenciales en el estudio de la T.V.R. y que serán definidos en apartados siguientes.

Sin embargo, desde el punto de vista matemático, la V.R. es simplemente una función  $Z(x)$ , donde  $x$  es un punto en el espacio o en el tiempo, y  $Z$  es el valor que toma en dicho punto la característica del fenómeno estudiado (DELHOMME, 1976).

A continuación, se presenta un ejemplo de una variable económica en el cual se ponen de manifiesto las características o aspectos más relevantes de la V.R. y que ya se reflejaban en las definiciones anteriores.

Así, si se examina la evolución temporal del índice general bursatil en España entre los años 1971-1985 (Figura I.1), se aprecia que el desarrollo del mismo es "aparentemente errático", caracterizado por irregularidades locales de los datos en el tiempo; pero también, se puede observar en este gráfico la existencia de un "aspecto estructural" determinado por los rasgos principales de variación que presenta la evolución general del fenómeno. Estas dos características esenciales, son las que van a definir a las variables regionalizadas.

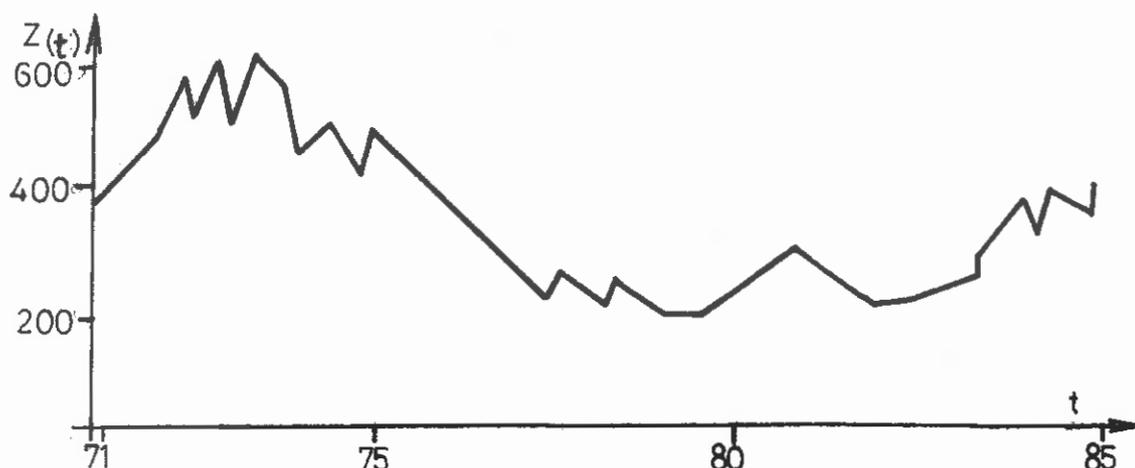


Figura I.1. Índice general bursatil entre 1971 y 1985.  
Fuente: Revista Situación 1986/2.

Las V.R.s. presentan un doble aspecto aparentemente contradictorio:

**ALEATORIEDAD.** - Los valores numéricos de la variable van a variar irregularmente e imprevisiblemente de un lugar o momento a otro.

**REGIONALIDAD.** - Los valores numéricos no son enteramente independientes de su localización. Se dirá que los valores en dos puntos próximos presentan autocorrelación.

Esta dependencia del valor de la variable con respecto al punto o momento donde ha sido tomada, es la principal característica de las V.R.s..

Si se toma en consideración este doble aspecto, se puede pensar en fenómenos de tipo económico que por cumplir con estas características merecen el calificativo de Variables Regionalizadas. Así, podemos denominar como tales a: el

precio del suelo rústico o urbano, el desempleo, el índice bursatil, etc.

El siguiente ejemplo ilustra la relación existente entre el valor de la variable y la posición en el espacio o en el tiempo en el que se mide dicho valor, que es lo que caracteriza a este tipo de variables.

Supongamos que se toman dos muestreos A y B de una variable. Los muestreos se han realizado a intervalos iguales de distancia o de tiempo.

Sean los valores de las dos muestras:

A: 1 5 3 12 20 4 2 3 5

B: 20 12 5 4 3 5 3 2 1

$\bar{X}_A = 6.1$                        $\sigma_A = 5.7$

$\bar{X}_B = 6.1$                        $\sigma_B = 5.7$

Desde el punto de vista de la estadística clásica, los dos muestreos aparecen como iguales. Así, los dos presentan igual media  $\bar{X}_A = \bar{X}_B = 6.1$  e igual desviación típica  $\sigma_A = \sigma_B = 5.7$ . No se ha tenido en cuenta la posición de los valores obtenidos en las dos series, aspecto que las diferencia como se observa en la Figura I.2.

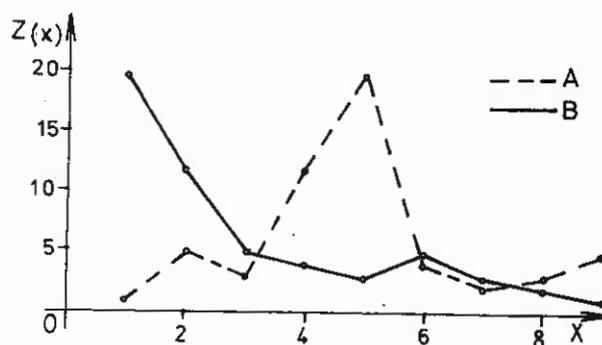


Figura I.2. Representación gráfica de las series A y B.

Existe, por lo tanto, una característica -Variable Regionalizada- que debe ser considerada para hacer un análisis correcto de las dos series de datos.

Según JOURNAL (1975) para definir una V.R. será preciso disponer de:

- Su significación
- Su soporte
- Su campo de extensión o campo geométrico

Especificaciones que serán tratadas en el siguiente epígrafe.

#### 4. CARACTERISTICAS DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

##### 4.1. LOCALIZACION

La V.R. se estudia dentro de un espacio al cual se le denomina "Campo Geométrico". Así, si se quiere estudiar una serie temporal como la evolución del desempleo, el campo geométrico vendrá determinado por el periodo de tiempo a analizar.

En la práctica, la V.R. vendrá medida en puntos del espacio o el tiempo que se denominan "Soportes" que representan dimensiones finitas y perfectamente determinadas que en el caso de una serie temporal podría venir dado por el mes, año, etc. Los valores que toma la variable en los soportes podrán ser puntuales o medios de los volúmenes elementales estudiados.

Una característica que debe cumplir la elección de una V.R. es la "homogeneidad de la variable", para ello se debe cumplir que su significación, su soporte y campo geométrico no deben variar en el tiempo, porque ello podría enmascarar la estructura de la variable (JOURNEL, 1975).

Si se varia la medida del soporte para todo el campo geométrico dado, se obtendrá una nueva regionalización de la V.R. estudiada diferente a la primera. Así, por ejemplo, la serie temporal formada por la evolución de los datos trimestrales del desempleo, será diferente de la formada por los datos semestrales, en particular en sus dispersiones y valores de autocorrelación.

El histograma será un útil muy simple, que permitirá verificar la homogeneidad de una repartición espacial o temporal y distinguir datos extremos o sospechosos.

#### 4.2. - CONTINUIDAD

Esta trata de las variaciones espaciales o temporales que se producen en los valores de la variable de un lugar o momento a otro, estas variaciones podrán ser muy pequeñas o por el contrario muy grandes.

A pesar de las complejas fluctuaciones verificadas en los diversos valores de la V.R. en general, debe existir una continuidad en media.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} E [ Z(x) - Z(x_0) ] = 0$$

Pero, por el contrario, existen otros casos en los cuales no se verifica la continuidad en media de los valores y surge lo que se denomina "Efecto Pepita".

$$\lim_{x \rightarrow x_0} E [ Z(x) - Z(x_0) ] \neq 0$$

Esto significa que los valores que toma la variable en lugares o momentos próximos entre sí, son totalmente independientes, es decir, que existirán valores "altos" colindantes a otros "pobres".

Esta característica de continuidad de la variable será detectada por la función variograma.

#### 4.3. - ANISOTROPIA

Esta característica que puede presentar la V.R. es propia de las variables que se distribuyen en el plano. Cuando la variable se despliega en un espacio de dos dimensiones y presenta direcciones particulares de variabilidad, se dice que la variable tiene un comportamiento anisótropo. Esto significa que la continuidad en una determinada dirección del plano, es diferente a la continuidad en otra dirección distinta. Existen pues, unas direcciones privilegiadas con mayor variabilidad.

La anisotropía de la variable, se detecta calculando el variograma en diferentes direcciones del plano. El variograma es un útil que como se verá más adelante permite, sencillamente, determinar la variabilidad del fenómeno estudiado.

## 5. INFERENCIA ESTADISTICA

El objetivo que persigue la inferencia estadística consiste en generalizar a un "todo" las conclusiones deducidas de una "parte", para lo cual, sería ideal disponer de un número suficiente de realizaciones de la variable analizada que permita reconstruir la ley de probabilidades de la función aleatoria  $Z(x)$  (abrev. F.A.Z.), o al menos sus primeros momentos.

Una forma fácil de estudiar las dos características básicas de la V.R.: aleatoriedad y regionalidad, es haciendo uso de la interpretación probabilística de estas variables a partir de las F.A.s.

La V.R. se interpreta como una realización particular de una F.A., es decir, como el resultado de una tirada al azar de un conjunto de funciones (DELHOMME, 1978).

Así, sea un campo geométrico  $D$  al cual está asociado un conjunto de variables aleatorias  $Z(x_i)$ , cada una de las cuales se dice que es una realización de la F.A.Z.

A cada variable aleatoria  $Z(x_i)$  se le puede asociar un conjunto de valores  $Z(x_j)$  con una determinada ley de probabilidad.

$$f [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_i), \dots, Z(x_n)]$$

Los valores que toma el fenómeno estudiado  $z(x_j)$ , son considerados como si se hubieran obtenido simultáneamente por una tirada al azar efectuada según la ley de probabili-

dad de la variable aleatoria; y cada uno de estos valores que toma será considerado como una realización particular de la V.A.  $Z(x_i)$  y el conjunto de todos los valores.

$$z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_j), \dots, z(x_n)$$

es a su vez, una realización particular del conjunto de variables aleatorias, que por definición también lo es de la F.A.Z.

La utilización de la teoría de las funciones aleatorias para realizar la inferencia estadística implica conocer la ley de distribución de éstas, o al menos, deducir sus primeros momentos que, como se sabe, no es posible realizar a partir de una sola realización. Este es el caso del conjunto de los fenómenos económicos donde, generalmente, tan sólo se dispone de una única realización del fenómeno analizado.

Por esta razón, en la práctica, la inferencia estadística requiere la introducción de hipótesis restrictivas sobre la F.A. que permitan superar la imposibilidad antes aludida. Estas hipótesis afectan a los dos primeros momentos de la función  $Z(x)$ , o bien a sus incrementos de primer orden.

### 5.1. HIPOTESIS ESTACIONARIA E INTRINSECA

La inferencia estadística a partir de una única realización de la V.R. implica la introducción de una serie de hipótesis suplementarias, que son la hipótesis estacionaria y la hipótesis intrínseca que de una forma esquemática se desarrolla seguidamente, en base al trabajo realizado por MATHERON en 1970.

### 5.1.1. Hipótesis Estacionaria

Una F.A. se dice estacionaria si la ley de probabilidad de los valores tomados por esta función en  $K$  puntos arbitrarios del espacio o el tiempo es invariable por traslación del conjunto de éstos.

Esto significa que el fenómeno observado es estacionario sí, tiene cierta homogeneidad espacial o temporal. De lo anterior se deduce que cada realización particular es suficiente para generar el conjunto de realizaciones. Por lo tanto la inferencia estadística a partir de una realización es entonces posible, al reemplazar las medias que se obtienen sobre el conjunto de realizaciones por las medias obtenidas sobre la única realización.

Esta hipótesis se va a limitar a los dos primeros momentos de la ley, de ser invariables por traslación.

Hipótesis estacionaria de 2° orden:

La F.A.  $Z(x)$  es estacionaria de orden 2 sí:

1.- La esperanza matemática existe y no depende del punto de soporte, o lo que es igual, la media es supuesta constante:

$$E [Z(x)] = m(x) = m = E [Z(x + h)]$$

independiente de  $x$ .

2.- Para cada par  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$  la covarianza existe y sólo depende del vector  $h$  en magnitud y dirección. Esto es la covarianza entre los puntos  $x$  y  $x + h$  no depende separa-

damente de los dos puntos de apoyo sino solamente del vector  $h$ .

$$C(h) = E \{ [Z(x) - m] [Z(x+h) - m] \}$$

En particular:

$$C(0) = E \{ [Z(x) - m]^2 \} = \text{Var} [Z(x)]$$

independiente de  $x$ .

La estacionaridad de la covarianza implica la de la varianza.

Bajo esta hipótesis se supone la existencia de una varianza finita que en teoría debe de coincidir con el valor de la varianza experimental de los datos. Pero sin embargo pueden existir fenómenos económicos que presenten una capacidad de dispersión ilimitada y por lo tanto no presenten una varianza a priori finita.

Por lo tanto habrá que suplir esta hipótesis por otra más débil.

### 5.1.2. Hipótesis Intrínseca

Una hipótesis menos restrictiva que la anterior es la hipótesis intrínseca. En ella se supone que los incrementos de primer orden de la variable son estacionarios. Por tanto, para todo vector  $h$  el incremento  $Z(x+h) - Z(x)$  tiene una esperanza matemática nula y una varianza independiente del punto  $x$ .

Así, la F.A.Z.(x) es intrínseca si:

1.- la esperanza existe y no depende del punto de soporte.

$$E [Z(x)] = m \quad \forall x.$$

2.- Para cada par  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$  el variograma existe y sólo depende del vector  $h$  en magnitud y dirección.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 1/2 \text{Var}[(Z(x + h) - Z(x))] = \\ &= 1/2 E [(Z(x + h) - Z(x))^2] \end{aligned}$$

La función  $\gamma(h)$  se denomina "semi-variograma", aunque genéricamente se la da el nombre de variograma.

La hipótesis estacionaria de orden 2 implica la intrínseca pero no al contrario. Cuando el fenómeno cumple alguna de estas hipótesis, cada pareja de valores  $Z(x)$ ,  $Z(x + h)$  de la V.R. distantes  $h$ , pueden ser consideradas como realizaciones diferentes de la variable aleatoria, siendo posible la estimación de los momentos de la F.A.

En numerosos fenómenos se presenta deriva en los datos, existe un crecimiento constante en la evolución de los datos. Estos fenómenos se presentan en el campo de la economía con regularidad, como es el caso de la evolución de la inflación o del desempleo, por citar alguno, en los cuales la hipótesis estacionaria puede no cumplirse, al menos a una escala grande de trabajo.

$$E [Z(x + h) - Z(x)] = m(x) \neq 0$$

Habrá que aplicar en estos casos, la formulaci3n del Krigeage Universal (MATHERON, 1969) que permite filtrar la deriva.

## CAPITULO II : COVARIANZA Y VARIOGRAMA

Las funciones variograma y covarianza son dos instrumentos que debido a su capacidad para representar la variabilidad de los fenómenos analizados, son utilizados como instrumentos para reconocer de manera eficaz las características estructurales de los mismos. Estas funciones constituyen el útil de base para realizar el análisis estructural, y además permiten que sea posible conseguir el objetivo final de la estimación.

### 1.- RELACION ENTRE COVARIANZA Y VARIOGRAMA

Una consecuencia inmediata de la hipótesis de estacionariedad de 2º orden es que implica la estacionariedad del variograma y de la covarianza, bajo esta condición se demuestra que la relación entre la covarianza y el variograma es : (CHICA-OLMO, 1981).

$$\gamma(h) = C(0) - C(h).$$

Así, la covarianza se define como:

$$C(h) = E \{ [Z(x) - m] [Z(x+h) - m] \}$$

$$\text{En particular: } C(0) = E \{ [Z(x) - m]^2 \} = \text{Var} (Z(x))$$

Y el variograma se define como:

$$\gamma(h) = 1/2 E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \}$$

Desarrollando:

$$\gamma(h) = 1/2 \{ E [Z(x+h)]^2 + E [Z(x)]^2 - 2 E [Z(x+h) Z(x)] \}$$

Sabiendo que bajo la hipótesis de estacionariedad se cumple:

$$\begin{aligned}
 C(h) &= E \{ [Z(x+h) - m] [Z(x) - m] \} = \\
 &= E [Z(x+h) Z(x)] - m^2 \\
 C(0) &= E [Z(x)^2] - m^2
 \end{aligned}$$

Sustituyendo queda:

$$\gamma(h) = 1/2 \{ 2 [C(0) + m^2] - 2 [C(h) + m^2] \} = C(0) - C(h)$$

Esta es la relación que existe entre el variograma y la covarianza para aquellos fenómenos que son estacionarios. Esta relación va a permitir utilizar a las funciones covarianza y variograma como dos herramientas equivalentes para caracterizar la autocorrelación entre las variables  $Z(x)$  y  $Z(x+h)$ .

Otra relación de interés entre el variograma y la covarianza es la que ofrece el correlograma  $p(h)$ :

$$p(h) = \frac{C(h)}{C(0)} = 1 - \frac{\gamma(h)}{C(0)}$$

El correlograma es una covarianza reducida.

## 2. ALGUNAS PROPIEDADES DE LA COVARIANZA Y EL VARIOGRAMA

Las principales características que presentan las funciones covarianza y variograma son el resultado de la teoría de los procesos estocásticos, que según JOURNEL, 1977, se resumen en:

a.- Propiedades de la covarianza.

1.- La varianza a priori es no negativa.

$$C(0) = \text{Var} [Z(x)] \geq 0.$$

2.- Función simétrica.

$$C(h) = C(-h).$$

3.- Desigualdad de Schwarz.

$$C(h) \leq C(0).$$

En general, el grado de correlación entre los valores que toma la variable en dos puntos distantes  $h$ ,  $Z(x + h)$  y  $Z(x)$  decrece al aumentar la distancia  $h$ , llegando a ser nula a partir de cierta distancia. Por lo que la forma de la función covarianza suele ser decreciente a partir del origen y prácticamente nula cuando  $h \gg a$ .

Por otra parte la existencia de la covarianza provoca la del variograma:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h).$$

b.- Propiedades del variograma.

La definición del variograma como varianza de los incrementos de la F.A. implica:

1.- Función positiva.

$$\gamma(h) \geq 0; \quad \gamma(0) = 0.$$

2.- Función simétrica.

$$\gamma(h) = \gamma(-h).$$

El variograma es siempre positivo  $\gamma(h) = \gamma(-h) \geq 0$  mientras que la covarianza puede presentar valores negativos.

El variograma en general crecerá a partir del origen, al reflejar la desviación cuadrática media entre los puntos  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$  distantes  $h$ , a medida que aumenta  $h$ . La variabilidad del fenómeno tenderá en ocasiones a estabilizarse a partir de una distancia  $h > a$ , a partir de la cual la variable aleatoria está incorrelacionada y por lo tanto  $C(h) = 0$  y  $\gamma(h) = C(0)$ . Un variograma con estas características representa un fenómeno de transición, en este caso la F.A. es estacionaria e intrínseca.

### 3.- REPRESENTACION GRAFICA DE LA COVARIANZA Y EL VARIOGRAMA

Para poder representar la función  $C(h)$  para los distintos valores de  $h$ , es necesario tener en cuenta las propiedades de esta función.

La función covarianza tiene la particularidad, como se puede apreciar según su primera propiedad, de que para  $h = 0$  coincide con la varianza experimental de los datos.

$$C(0) = E \{ [Z(x) - m] [Z(x) - m] \} = \sigma_{\text{exp}}^2$$

Por lo que la función covarianza tendrá en el origen el valor  $\sigma_{\text{exp}}^2$  y será decreciente a medida que  $h$  crece anulándose para  $h \geq a$  (Figura II.1).

Se denomina por "alcance" a la distancia  $a$ , que indica la zona de "influencia" de la V.R., para la cual se cumple que  $C(h) = 0$ .

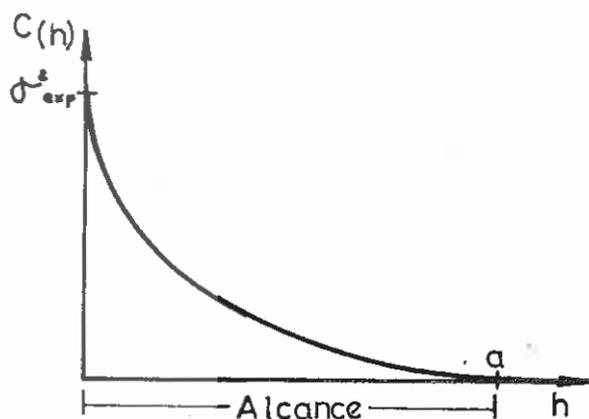


Figura II.1. Función covarianza

La función variograma se representa a partir de su relación con la función covarianza. Así, según su primera propiedad la función variograma se anula para  $h = 0$ . Mientras que si se relaciona con la covarianza, a medida que  $h$  crece, la función  $\gamma(h)$  crece, hasta estabilizarse a partir de una distancia  $h \geq a$  cuyo valor se denomina "meseta", véase Figura II.2.

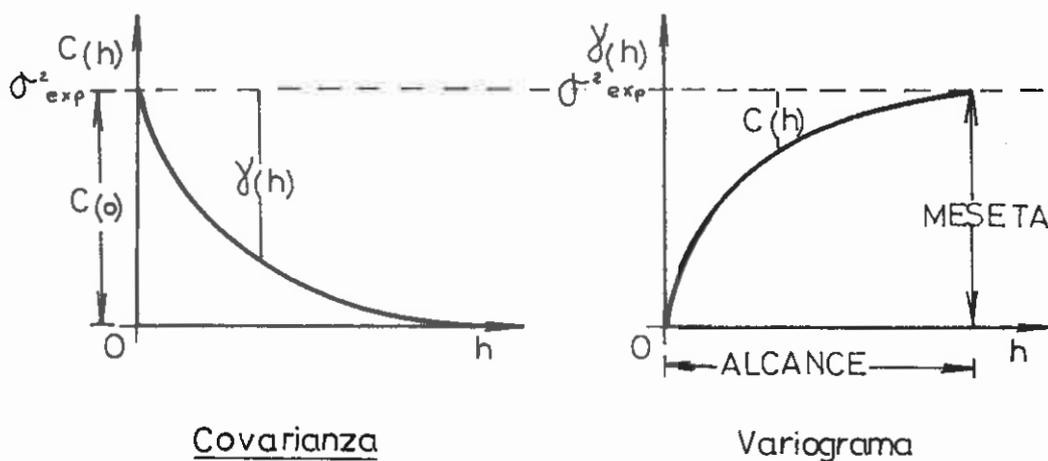


Figura II.2. Relación gráfica entre la función covarianza y variograma en la hipótesis estacionaria.

### CAPITULO III: ESTUDIO DE LA FUNCION VARIOGRAMA

#### 1. - INTRODUCCION

Existen fenómenos de tipo económico que por sus particularidades cumplen las características vistas en los epígrafes anteriores, y por lo tanto pueden ser interpretadas como V.R.s.

Desde el punto de vista práctico lo que interesa es realizar estimaciones sobre este tipo de fenómenos económicos, que serán realizadas a partir de  $N$  valores experimentales. Este conjunto de datos constituyen, como un todo, una única realización de una F.A. cuya ley de distribución de probabilidades es desgraciadamente desconocida.

Por lo cual, es necesario introducir hipótesis suplementarias de estacionaridad de los valores o de los incrementos. Así, se ha llegado a la introducción del concepto de función variograma:

$$\gamma(h) = 1/2 E \left\{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \right\}$$

El variograma de una F.A. intrínseca es por definición:

$$\gamma(h) = 1/2 \text{Var} [Z(x+h) - Z(x)]$$

Si se supone que :  $E [Z(x+h) - Z(x)] = 0$

(Hipótesis intrínseca)

se llega a la fórmula de la función variograma:

$$\gamma(h) = 1/2 E \left\{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \right\}$$

En sentido matemático el variograma es una función vectorial, dependiente del vector  $h$ , que cuantifica probabilísticamente la variabilidad temporal y espacial del parámetro y que está definida por la esperanza de sus incrementos cuadráticos medios (MATHERON, 1970).

También, se puede interpretar probabilísticamente la función variograma como la varianza del error que se comete al estimar un valor desconocido en  $x + h$  con la ayuda de un dato  $Z(x)$  situado en  $x$ . (MARECHAL, 1975).

## 2.- CONSTRUCCION Y CALCULO DEL VARIOGRAMA EXPERIMENTAL

Antes de realizar el cálculo del variograma experimental, debe de efectuarse un análisis previo de los datos experimentales que definen la V.R. estudiada.

El procedimiento para la construcción del variograma experimental dependerá en gran medida de que la información sea homogénea y regular, para lo cual es necesario realizar una crítica de los datos experimentales, detectando en su caso errores en los datos, valores aberrantes, elección del soporte de estimación, etc.

Según que los datos experimentales se distribuyan en el tiempo o en el plano, se distinguen dos casos:

- Variograma en una dimensión
- Variograma en dos dimensiones

## 2.1.- VARIOGRAMA EN UNA DIMENSION

Es el caso que corresponde a datos de series temporales, más frecuentes en Econometría.

Si se dispone de N parejas de datos distantes h, la expresión del variograma experimental para el paso h se calcula con la siguiente expresión:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Z(t_i + h) - Z(t_i)]^2$$

Donde h es un vector que define espacios de tiempo.

Se distinguen esencialmente dos configuraciones de datos según que estos se encuentren distribuidos de forma regular o no (CHICA-OLMO, 1981).

### 2.1.1.- Datos regularmente espaciados.

Corresponden al caso en que los datos se encuentran espaciados de forma regular, es decir, todos los espacios de tiempo tienen igual duración y son sistemáticamente analizados. Esta es la situación más general que se presenta en el estudio de variables microeconómicas y macroeconómicas que se distribuyen en el tiempo. Los tramos de medida o soportes vendrán dados por el día, el mes, el trimestre, etc. y van a coincidir con el escalar h, que determina el paso del variograma.

El variograma experimental se calcula para valores múltiples del paso h, mediante la fórmula:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2 \cdot NP(h)} \sum_{i=1}^{NP(h)} [Z(t_i + h) - Z(t_i)]^2$$

donde:

$h$  = paso del variograma.

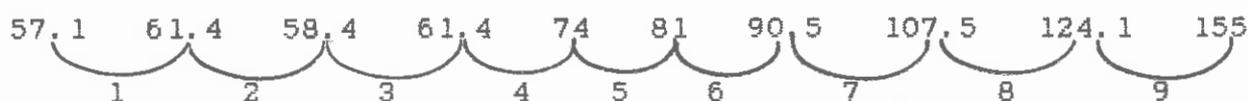
$NP(h)$  = número de parejas para el paso  $h$ .

$Z(t_i + h)$  y  $Z(t_i)$  = valores que toma la variable en los puntos del tiempo  $(t_i + h)$  y  $t_i$ .

Un pequeño ejemplo puede ilustrar la facilidad de su aplicación: se dispone de la evolución de los créditos concedidos al sector agrario, para el periodo comprendido entre 1973-1982, por las Cajas de Ahorro, en miles de millones de pesetas (1).

años	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
Créditos	57.1	61.4	58.4	61.4	74	81	90.5	107.5	124.1	155

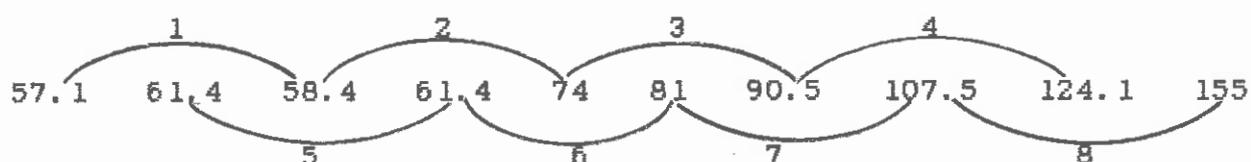
Para el paso  $h = 1$ :



$$\gamma(1) = \frac{1}{2 \times 9} \sum_{i=1}^9 [Z(t_i + 1) - Z(t_i)]^2 = 103$$

(1) Fuente: Larrea Ereño, S. Diagnóstico de la agroindustria española: por debajo de sus posibilidades. Revista Situación 1983/2, pag. 10.

Para el paso  $h = 2$ :



$$\gamma(2) = \frac{1}{2 \times 8} \sum_{i=1}^8 [Z(t_i + 2) - Z(t_i)]^2 = 311.8$$

.

.

.

.

Si se continua de igual forma para:  $h = 3$ ,  $h = 4$ ,  $h = 5$ , etc. se obtiene el siguiente cuadro:

Paso $h$	$NP(h)$	$2NP(h)$	$[Z(t_i + h) - Z(t_i)]^2$	$\gamma(h)$
1	9	18	1853.8	103
2	8	16	4988.9	311.8
3	7	14	8674.9	619.6
4	6	12	11811.4	984.8
5	5	10	14321.1	1432.1
6	4	8	16318.2	2039
7	3	6	15803	2633
8	2	4	13249.9	3312
9	1	2	9584.4	4792

CUADRO III.1

En la Figura III.1 se encuentran representados los valores experimentales obtenidos de  $\gamma(h)$ . Este variograma caracteriza a una variable que presenta una deriva en el

tiempo y que por lo tanto no cumple la hipótesis estacionaria.

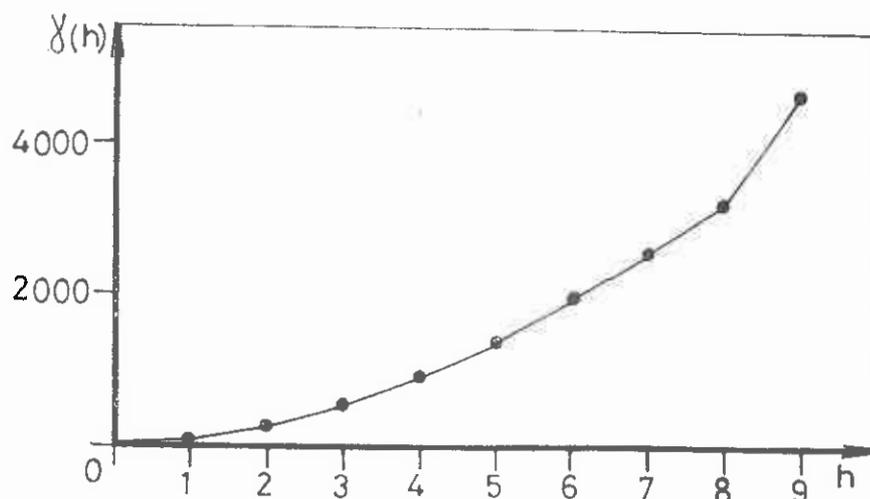


Figura III.1. Variograma experimental de los créditos concedidos al sector agrario entre 1973 y 1982.

En el cuadro III.1 puede observarse como a medida que crece el paso  $h$  menor es el número de parejas formadas  $NP(h)$ ; aspecto que influye en el significado del valor obtenido de  $\gamma(h)$ , ya que depende directamente del número de parejas utilizadas. Como regla general para hallar el variograma experimental, se debe de tomar un valor máximo de  $h$  hasta la mitad de la longitud total del campo geométrico (JOURNEL, 1975).

Un caso particular lo constituye cuando los datos se presentan de forma regular, pero no todos los tramos son sistemáticamente analizados, es decir, que falta el valor de alguno de los datos, como se observa en la Figura III.2. En este caso, se procede como en el caso general de datos regularmente espaciados.

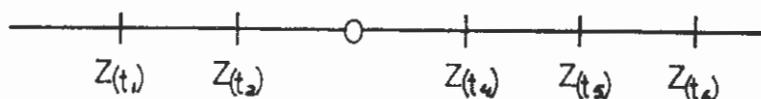


Figura III.2. Ausencia de datos experimentales.

La ausencia de datos sólo influye sobre el número de parejas formadas para el cálculo del variograma y, por lo tanto, sobre la estimación y fiabilidad de este.

#### 2.1.2.- Datos irregularmente espaciados.

Cuando los datos se encuentran espaciados de forma irregular se puede proceder de las siguientes formas, según el caso:

a. Si los tramos o periodos de medida no son de longitud constante, pero son todos analizados de forma continua, se puede reconstruir soportes de longitud constante  $L$ , formados por uno o varios fragmentos de tramos reales, véase Figura III.3.

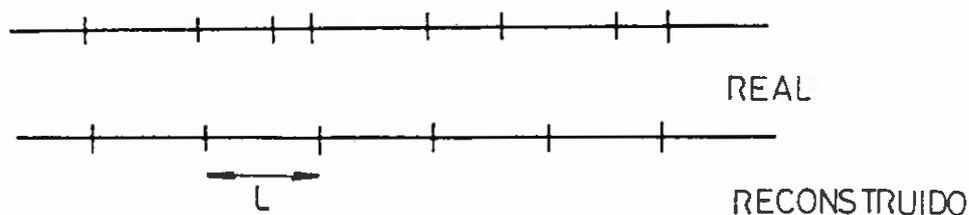


Figura III.3. Reconstrucción con soportes de longitud constante  $L$ .

La reconstrucción provoca un error de alisamiento debido a la implantación de un soporte constante  $L$ . La dimensión del soporte  $L$  a reconstruir debe de ser superior a la dimensión media de los soportes reales.

b.- Implantación de una malla aleatoria pura. Para construir en este caso el variograma experimental, se necesita agrupar las parejas de datos disponibles por clases de distancias. Se toman para la construcción del variograma, todas aquellas parejas que se encuentren distantes  $h \pm \xi(h)$ ; siendo  $\xi(h)$  la tolerancia de la distancia. Esta deberá ser más débil para pequeñas distancias de  $h$  y más fuerte para grandes distancias de  $h$ . (Figura III.4).

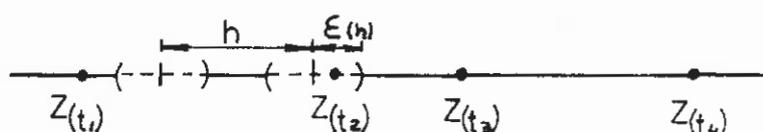


Figura III.4. Malla aleatoria pura.

## 2.2.- VARIOGRAMA EN DOS DIMENSIONES

Cuando el fenómeno que se estudia se desarrolla en el plano, la distancia  $h$  viene dada por las componentes en  $x$ , y  $(h_1, h_2)$ , o en coordenadas polares por el módulo  $|h| = \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$  y el ángulo  $\theta$ .

$$\gamma(h) = \gamma(h_1, h_2) = \gamma(|h|, \theta)$$

Del estudio del comportamiento del variograma en las

diferentes direcciones se establece la anisotropía o isotropía del fenómeno.

Según como esten distribuidos los datos en el plano, se pueden distinguir las siguientes formas de obtención del variograma experimental.

### 2.2.1.- Datos regularmente espaciados.

Cuando los datos de tipo económico se encuentran distribuidos en el plano, conforme a una malla regular (Figura III.5), el variograma se obtiene con la ayuda de la siguiente fórmula:

$$\gamma(h_\alpha) = \frac{1}{2 NP(h_\alpha)} \sum_{i=1}^{NP(h_\alpha)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]$$

donde:

$\alpha$  = es la dirección en el plano.

$NP(h_\alpha)$  = es el número de parejas  $(x_i, x_i + h)$  según la dirección  $\alpha$ .

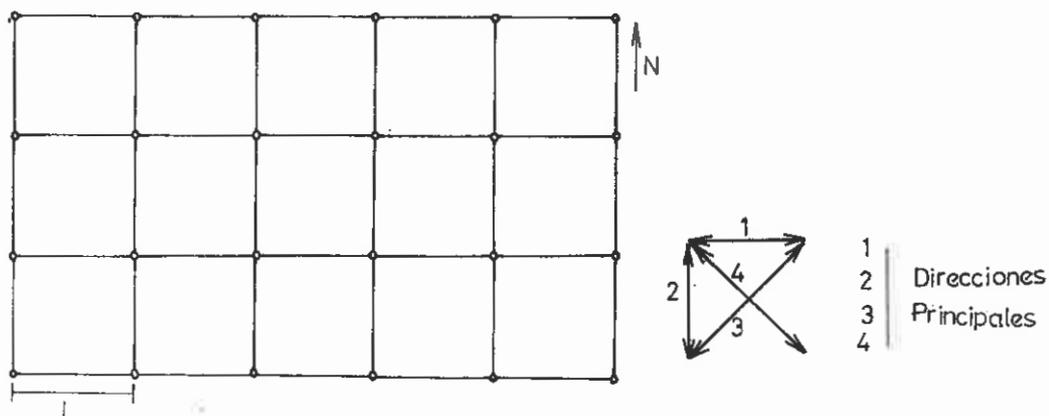


Figura III.5. Malla regular.

### 2.2.2.- Datos irregularmente espaciados.

Cuando los datos se distribuyen en el espacio de manera irregular, el variograma experimental se calcula de la siguiente forma:

Se agrupan los datos experimentales por clases de ángulos y de distancias. Así, para una determinada dirección  $\theta$  (ángulo de la dirección) se utilizará cada dato  $Z(x_0)$ , asociado con todos los datos situados en un ángulo  $\theta \pm \delta\theta$  (siendo  $\delta\theta$  la tolerancia angular) y a una distancia  $h \pm \xi(h)$  (siendo  $\xi(h)$  la tolerancia de la distancia), véase Figura III.6.

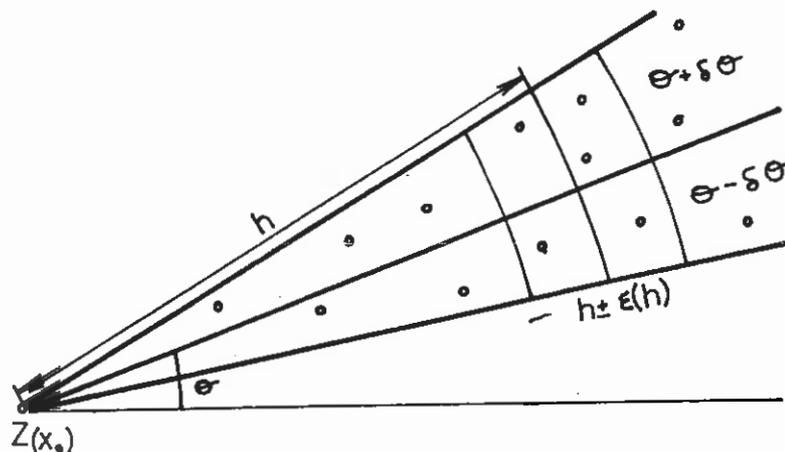


Figura III.6. Cálculo del variograma en el plano, definido por clases de ángulos y de distancias.

El variograma experimental obtenido, contendrá todas las variaciones direccionales del intervalo  $(\theta + \delta\theta)$ . Hay por lo tanto, un alisamiento que en ciertos casos podría provocar el enmascaramiento del comportamiento espacial del fenómeno.

### 3. COMPORTAMIENTO EN EL GRAFICO DEL VARIOGRAMA

Del análisis del comportamiento del gráfico del variograma, se puede obtener una descripción sintetizada de la estructura del fenómeno.

La Figura III.7 representa gráficamente la información que se puede derivar del gráfico del variograma.

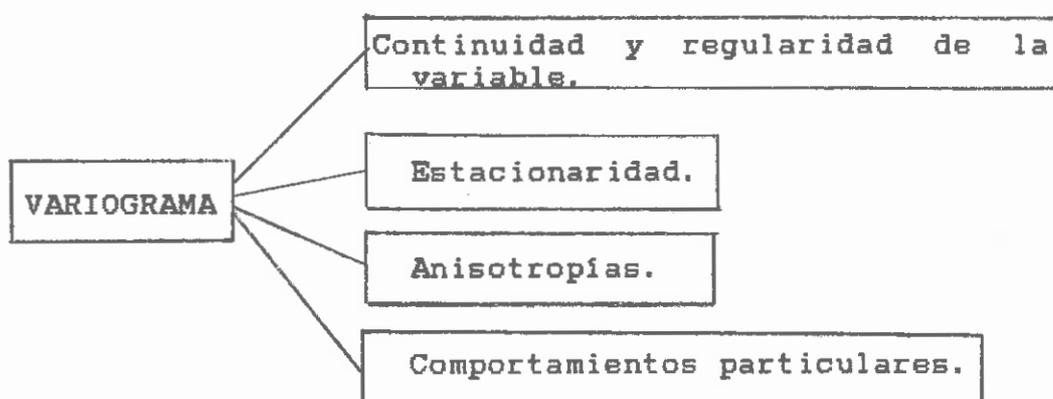


Figura III.7. Información deducible del gráfico de la función variograma.

En primer lugar al analizar el comportamiento en el origen del gráfico de la función variograma, se obtiene información sobre el grado de continuidad y regularidad del fenómeno analizado.

La estacionaridad refleja la zona de influencia de un dato respecto a otro. Esta influencia será menor a medida que la distancia que separa dichos puntos es mayor. Distinguiendo entre variables estacionarias y variables con deriva o tendencia.

La anisotropía informa si la variable analizada presenta direcciones particulares de variabilidad en el plano. Esta característica sólo se presenta en las variables espaciales.

Por último, las variables pueden presentar comportamientos particulares diferentes a los anteriores, con superposición de estructuras de diferentes escalas, periodicidad, etc., comportamientos que se deducen del gráfico de la función variograma.

### 3.1.- COMPORTAMIENTO EN EL ORIGEN

Se pueden distinguir cuatro tipos de comportamientos en el origen del gráfico de la función variograma, en función del grado de continuidad y regularidad de la variable. (DELHOMME, 1976), véase Figura III.8.

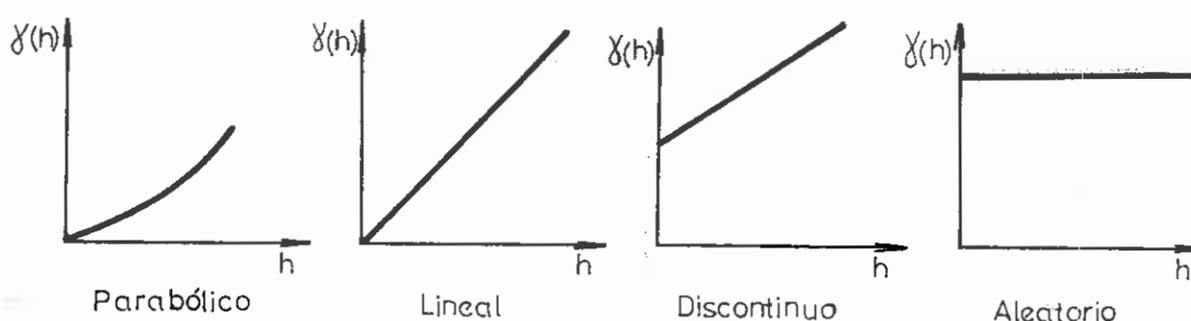


Figura III.8. Comportamiento del variograma en el origen.

#### 1.- Comportamiento parabólico.

Este comportamiento se produce para pequeñas distancias de  $h$ , y caracteriza a una variable con un alto grado de

regularidad. (Figura III.8).

Como ejemplo práctico, he detectado este tipo de comportamiento en el origen en el estudio de la evolución de la población de la provincia de Granada entre los años 1924 y 1954 (1) véase Figura III. 9.

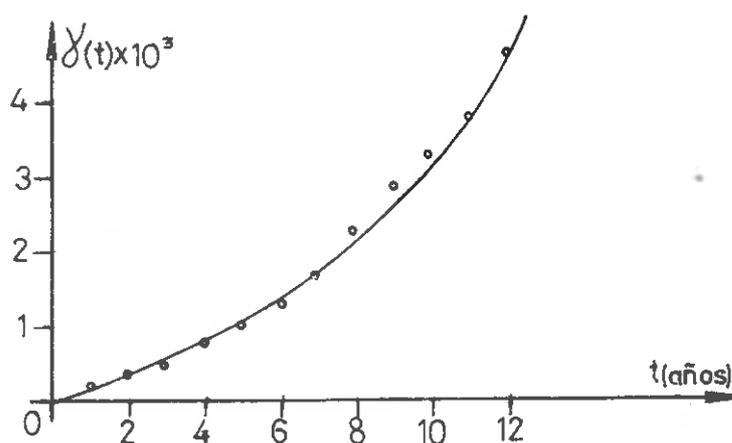


Figura III.9. Variograma experimental de la serie población en el periodo 1924-1954. Véase Anexo 4.

## 2.- Comportamiento lineal.

El variograma experimental presenta un comportamiento lineal en el origen, por lo que caracteriza a una variable menos regular que en el caso anterior. (Figura III.8).

(1) Los datos utilizados son anuales, obtenidos de los Padrones rectificadas. Se han eliminado los datos referentes a los años 1936 y 1937 por ser irrelevantes al no poderse realizar en estos años dichos Padrones en 64 municipios granadinos debido a la Guerra Civil española. Fuente: I.N.E. Granada.

Un ejemplo de este comportamiento del gráfico se ha obtenido al calcular el variograma experimental de la serie temporal económica, desempleo en Granada. Véase Figura III.10.

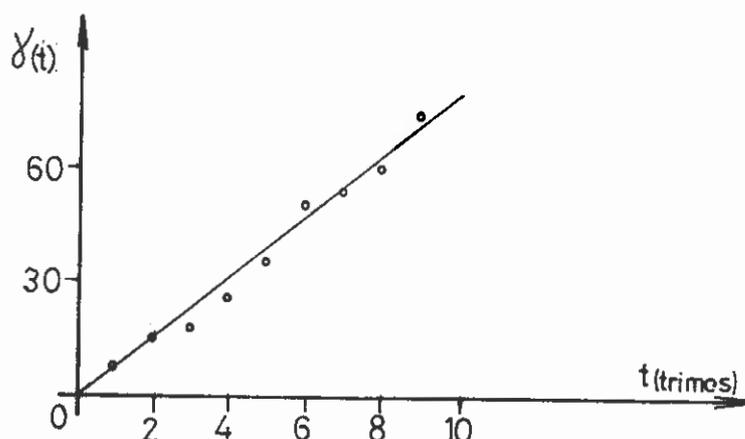


Figura III.10. Variograma experimental de la serie económica, desempleo en Granada. Véase Anexo 1.

### 3.- Comportamiento discontinuo.

Una discontinuidad en el origen del gráfico del variograma experimental representa a una variable extremadamente irregular. (Figura III.8).

A esta discontinuidad en el origen se le denomina "efecto pepita", que suele deberse a errores de tipo humano, de medida, análisis, etc., o a la existencia de fenómenos regionalizados de escala inferior a la analizada (DELHOMME, 1978).

En el variograma experimental del número de empleados en establecimientos comerciales e industriales para 1977,

en la provincia de Granada, por municipios (1), presenta un comportamiento en el origen con efecto de pepita, véase Figura III.11.

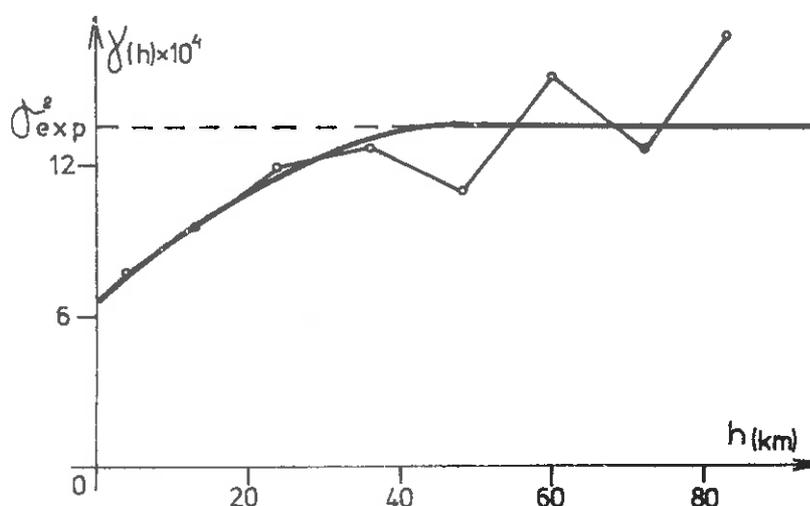


Figura III.11. Variograma experimental medio en el plano con efecto de pepita. Variable número de empleados por municipio. Véase Anexo 5.

Esta Figura representa el variograma medio de la serie analizada en el plano.

#### 4.- Efecto de pepita puro.

Es el caso límite de irregularidad, en el que se presenta una ausencia de correlación entre cualquier par de valores tomados de la variable regionalizada. (Figura III.8).

(1) Valores experimentales tomados de García Ruiz, A. (1982). La industria en la provincia de Granada. Univ. de Granada, p. 297

Un variograma de este tipo se ha presentado al estudiar las ventas a plazos por meses, realizadas en España desde 1980 a 1983 (1). Figura III.12.

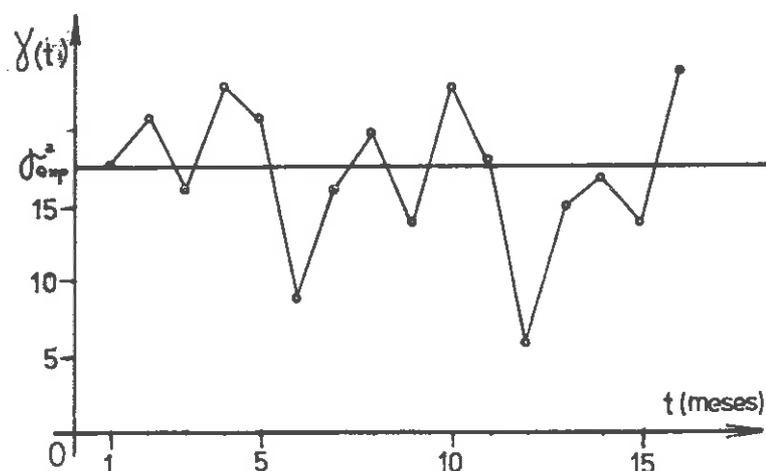


Figura III.12. Variograma experimental de la serie venta a plazos. Véase Anexo 3.

### 3.2. ESTUDIO DE LA ESTACIONARIDAD

Se va a analizar en este apartado el comportamiento del gráfico de la función variograma cuando  $h$  . La estabilización o no del crecimiento de la función variograma a medida que crece  $h$ , reflejará la estacionaridad o no de la variable.

Se pueden presentar dos casos:

- Variograma estacionario o limitado.
- Variograma no estacionario o indefinidamente creciente.

(1) Fuente: Boletín de Estadística, I.N.E.

### 3.2.1.- Variograma estacionario.

Es aquel variograma que para valores de  $h$  grandes tiende a encontrar un techo. En este caso el fenómeno es estacionario y el variograma crece hasta un límite denominado meseta, a partir del cual la función se estabiliza.

$$\gamma(\infty) = \text{constante}$$

Verificándose que existe estacionaridad de 2º orden y por lo tanto cumple:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

Esto significa que a medida que crece  $h$  y a partir de que  $h = a$ , la covarianza se anula y el variograma alcanza la meseta  $c$ , que coincide con la varianza a priori. Figura III.13.

$$C(0) = E\{[Z(x) - m]^2\} = \text{Var}[Z(x)] = \sigma^2 \exp.$$

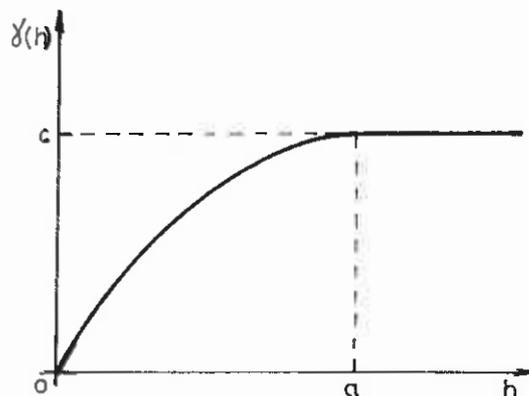


Figura III.13. Variograma estacionario.

Hay que destacar que la estacionaridad es relativa a la escala de observación y por lo tanto un fenómeno que no es estacionario a gran escala, puede convertirse en estacionario a una escala menor de observación (cuasi-estacionari-

dad).

Un ejemplo de variograma con meseta, se ha obtenido al analizar la población de derecho en 100 municipios de Granada, en el año 1977 (1). La Figura III.14 corresponde al variograma experimental medio de la variable analizada, que representa a un fenómeno estacionario con alcance igual a 65 km. Esto significa, que la población en la provincia de Granada no se encuentra distribuida de manera totalmente aleatoria, esto es, que existe un grado de autocorrelación más alto entre la población censada en municipios cercanos entre sí; y más bajo a medida que la distancia de separación entre ellos es mayor, anulándose para una distancia igual o superior a 65 km.

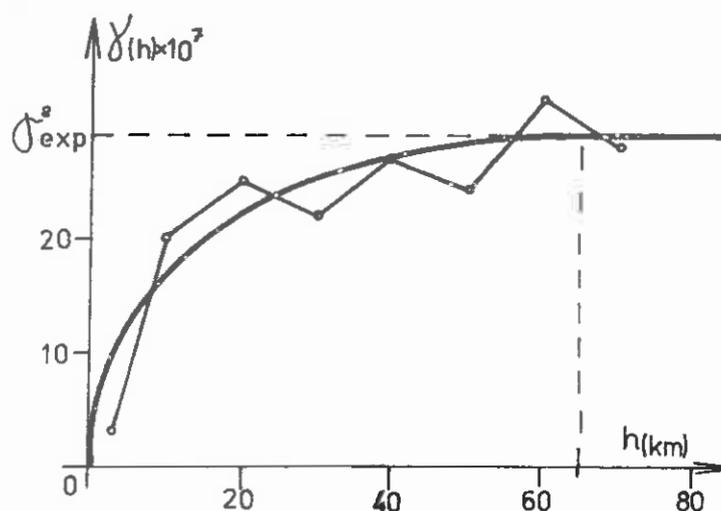


Figura III.14. Variograma medio, en el plano, de la población en Granada por municipios en 1977. Véase Anexo 5.

(1) Fuente: Rectificación del Padrón Municipal de habitantes referido al 31-12-1987. I.N.E. de Granada.

### 3.2.2. - Variograma no estacionario.

En este caso la hipótesis de estacionaridad de 2<sup>o</sup> orden no se cumple.

$$m(h) = E [Z(x)] \neq E [Z(x + h)]$$

La función  $m(h)$  es llamada deriva de la F. A.  $Z(x)$ . El efecto de deriva se traduce sobre el variograma experimental por un fuerte crecimiento de tipo parabólico, tomando valores que sobrepasan netamente el valor de la varianza de los datos.

En el estudio del número de desempleados en la provincia de Granada para el periodo 1976-1985, (1) se ha detectado un variograma con deriva, véase Figura III.15.

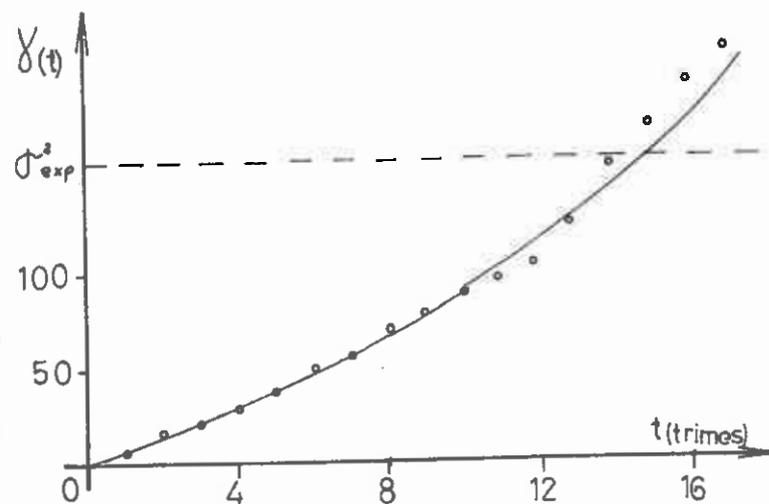


Figura III.15. Variograma experimental con deriva de la serie paro en Granada.

(1) Esta serie es analizada en el capítulo V.

### 3.3. ANISOTROPIA Y EFECTO PROPORCIONAL

Si una regionalización distribuida en un espacio de dos dimensiones, representada por  $\gamma(h)$ , sólo depende del módulo del vector  $h$ , se denomina isótropa; y si depende de la dirección de dicho vector, se denomina anisótropa (MIGUEZ, F. 1984). La anisotropía sólo puede aparecer en aquellas variables que se distribuyen en el plano.

Para detectar las anisotropías en la práctica, lo que se debe hacer es comparar los diversos variogramas direccionales.

Cuando se advierte una posible anisotropía debe de buscarse una razón genética que explique tal comportamiento, de lo contrario la razón de la existencia de direcciones particulares de variabilidad podría ser debida a otros factores como: la heterogeneidad de los datos, existencia de efecto proporcional, fluctuaciones experimentales, etc. (JOURNEL, 1977).

Existen dos tipos de anisotropía:

- Anisotropía geométrica
- Anisotropía zonal

#### 3.3.1.- Anisotropía

##### a.-Anisotropía geométrica

Existe anisotropía geométrica o afín, cuando los variogramas de las distintas direcciones en el plano, presentan

igual varianza. Cuando los variogramas son estacionarios, presentarán igual meseta y distintos alcances; mientras que si son variogramas no estacionarios, presentarán igual origen y diferente pendiente, véase Figura III.16.

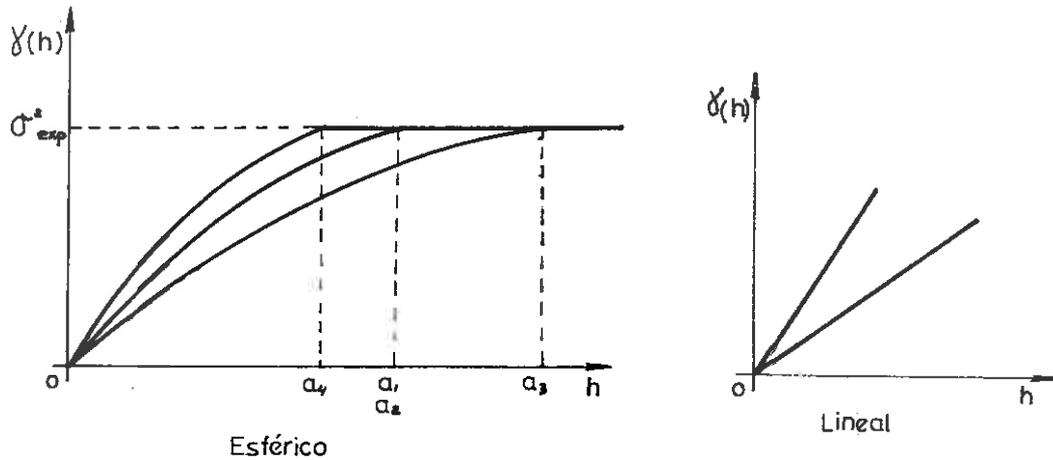


Figura III.16. Anisotropía geométrica.

La anisotropía geométrica se denomina así porque afecta a las características geométricas de variación de la variable, dejando invariable la varianza. Esto se puede expresar gráficamente representando los diferentes alcances en una rosa de datos. (Figura III.17).

Expresando el lugar geométrico de dichos parámetros direccionales, que formarán una elipse -caso anisótropo- o un círculo -caso isótropo-.

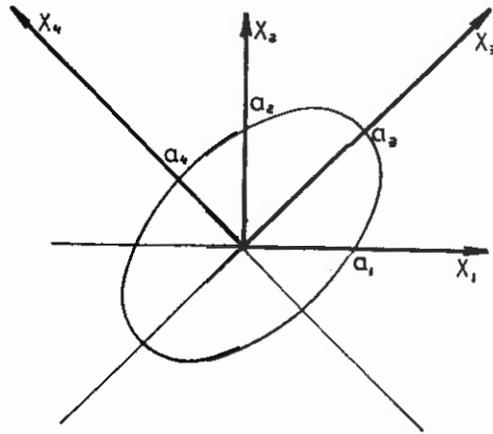


Figura III.17. Rosa formada por los alcances de los variogramas direccionales.

b. - Anisotropía zonal.

La anisotropía zonal afecta al conjunto del variograma, es decir, tanto a sus características de variabilidad como geométricas, así los variogramas direccionales presentarán diferentes mesetas y alcances. (Figura III.18).

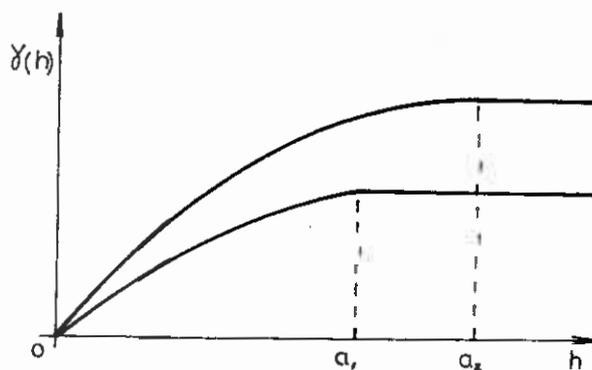


Figura III.18. Anisotropía zonal.

3.3.2. Efecto Proporcional.

El efecto proporcional se produce cuando el valor medio de los datos evoluciona con la variabilidad de estos.

Se dice que existe efecto proporcional, cuando los diversos variogramas experimentales se corresponden por un alcance común y diferente meseta. (Figura III.19).

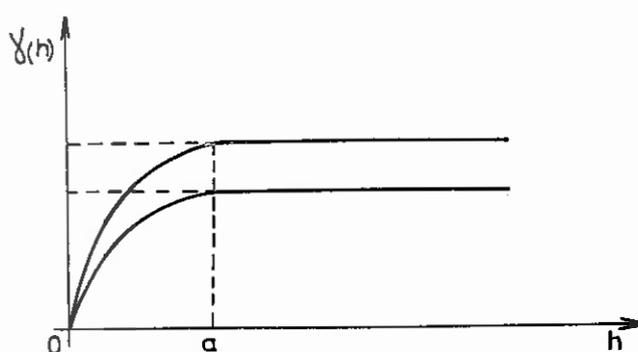


Figura III.19. Efecto proporcional.

El efecto proporcional es directo si las mesetas de los variogramas experimentales aumentan al aumentar la correspondiente media experimental, e inverso si las mesetas disminuyen al aumentar la media.

#### 3.4. COMPORTAMIENTOS PARTICULARES

En la práctica, se presentan comportamientos particulares del variograma como son: periodicidades, superposiciones de variaciones a escalas diferentes, etc. Así, se distinguen tres tipos fundamentales de comportamiento particular de la función variograma:

## 1.- Estructuras superpuestas.

La V.R. puede mostrar una organización jerarquizada, con superposición de variabilidades a diferentes escalas para un mismo fenómeno, a los cuales hay que añadir una variabilidad adicional debida a errores de medida. Pero una parte de esta sucesión de variabilidades será la que más interese.

En el caso general, el variograma estará compuesto por una sucesión de estructuras a escalas diferentes.

$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^6 \gamma_i(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \gamma_3(h) + \gamma_4(h) + \gamma_5(h) + \gamma_6(h)$$

Las primeras microestructuras  $\gamma_1(h)$ ,  $\gamma_2(h)$  representan variabilidades parásitas que deberán ser reducidos al máximo para no influenciar sobre la estimación. Las macroestructuras serán las más interesantes  $\gamma_3(h)$ ,  $\gamma_4(h)$  y las hiperestructuras  $\gamma_5(h)$ ,  $\gamma_6(h)$  que no tendrán ninguna influencia sobre la estimación (JOURNEL, 1975).

## 2.-Estructuras con periodicidad.

Un variograma con estructura periódica, se caracteriza por la existencia de valores de  $\gamma(h)$  simétricos, consecuencia de una correlación de tipo positivo y negativo.

La Figura VI.2 representa un variograma de tipo periódico. La serie analizada está formada por el número de personas de nacionalidad española que han pernoctado en hoteles de la provincia de Málaga. En este variograma se

aprecian ciclos regulares que expresan una alternancia en la variabilidad de la serie, de máxima a mínima (Véase el capítulo VI).

### 3.-Estructuras con efecto de pozo.

Cuando el crecimiento correspondiente al variograma experimental no es monótono, se dice que presenta efecto de pozo o de hoyo (MIGUEZ, F. 1984).

Estas estructuras pueden presentar o no meseta. Se acredita la aparición de este tipo de estructuras a fenómenos que poseen alguna componente periódica o pseudo-periódica.

Este tipo de estructura se ha presentado al obtener el variograma experimental de la serie PERNA filtrada (véase el capítulo VI).

## 4. AJUSTE DEL VARIOGRAMA A UN MODELO TEORICO

Con la información experimental disponible sobre la variable estudiada, se ha realizado un tratamiento que ha dado lugar al cálculo del variograma experimental. Se trata ahora de elaborar un modelo teórico que tenga en cuenta las principales características estructurales del fenómeno observado, y que sirva para realizar la estimación. La elaboración de estos modelos se justifica en la necesidad de hacer manejable la información que se desprende del análisis del variograma experimental, puesto que en estos modelos

están tabulados los parámetros que se utilizarán posteriormente para la estimación.

En la práctica, el ajuste de estos modelos teóricos al variograma experimental se hace de modo gráfico, mediante un proceso iterativo con diversas tentativas.

Los requisitos que deben cumplir los modelos, según JOURNEL (1975), son:

- Tomar en consideración las principales características estructurales de la regionalización observada.
- Deben ser operacionales, simples y adaptables.
- Deben garantizar que la varianza de la combinación lineal:

$$Y = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

sea siempre positiva.

#### 4.1. TIPOS DE MODELOS

En la práctica se utiliza generalmente alguno de los siguientes modelos, o combinación apropiada de ellos (véase modelos particulares). Los modelos teóricos se pueden clasificar principalmente en:

- Modelos con meseta.
- Modelos sin meseta.
- Modelos particulares.

#### 4.1.1.- Modelos con meseta.

Corresponden a aquellos variogramas limitados o estacionarios que presentan un crecimiento rápido en el origen, para después estabilizarse en torno a la meseta.

##### a) Modelo esférico o de MATHERON.

Este tipo de modelo presenta un comportamiento lineal en el origen y después es creciente hasta alcanzar el valor de meseta  $c$  (Figura III.20). Su ecuación es:

$$\gamma(h) = \begin{cases} c \left( \frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right) & \text{para } h \leq a \\ c & \text{para } h > a \end{cases}$$

siendo:  $a$  = Alcance.

$h$  = Paso del variograma.

$c = \sigma^2 \text{ exp.}$

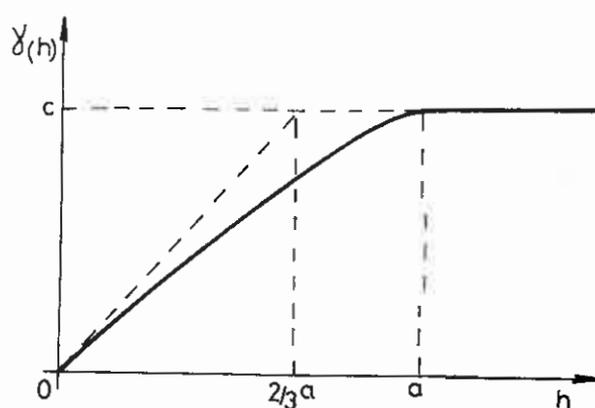


Figura III.20. Modelo esférico o de MATHERON.

El alcance viene determinado por la tangente a la curva en el origen, que corta con el valor de la meseta a una distancia igual a  $2/3 a$ .

b) Modelo exponencial o de FORMERY.

Es un modelo que como el esférico representa un fenómeno estacionario. Pero en cambio, éste alcanza su meseta de forma asintótica para  $h = \infty$ , véase Figura III.21.

Cuando no hay efecto de pepita, su ecuación es:

$$\gamma(h) = c \left[ 1 - e^{-\left(\frac{h}{a}\right)} \right] \quad \text{para } h \geq 0$$

Siendo  $a$  el alcance, que viene determinado por el corte entre la tangente al origen y la meseta. En la práctica se suele tomar como valor del alcance  $a = 3a$ .

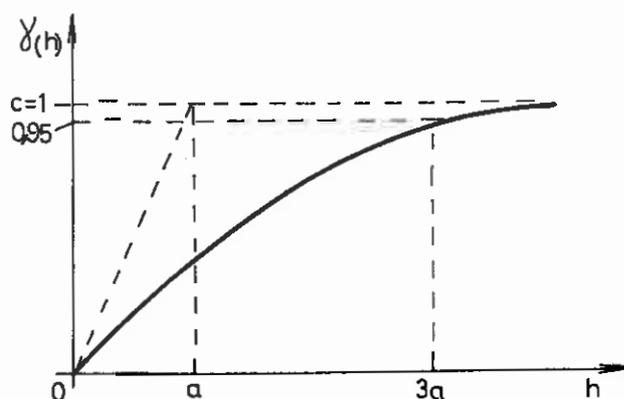


Figura III.21. Modelo exponencial.

c) Modelo Gausiano.

Este modelo también representa un fenómeno estacionario, pero presenta un comportamiento parabólico en el origen. Como el exponencial alcanza la meseta de forma asintótica (Figura III.22).

El ajuste a este modelo se realiza por:

$$\gamma(h) = c \left[ 1 - e^{-\left(\frac{h}{a}\right)^2} \right] \quad \text{para } h \geq 0$$

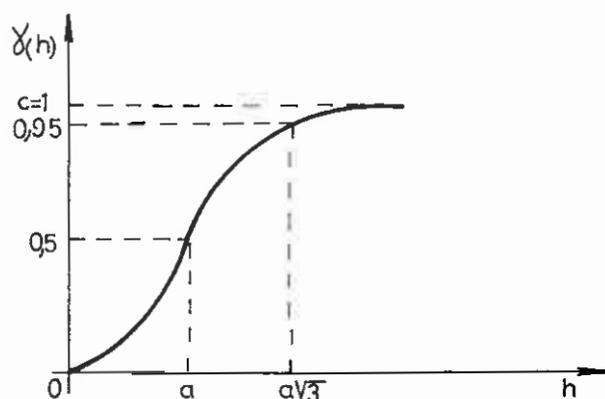


Figura III.22. Modelo de Gauss.

Se trata del modelo variográfico más regular posible. En la práctica se toma como alcance el valor  $a = a\sqrt{3}$ .

#### 4.1.2.- Modelos sin meseta.

Son aquellos modelos que se van a ajustar a variogramas experimentales que no presentan meseta en su crecimiento.

Modelo en  $h^\lambda$ .

Es el modelo más general en variables que presenten

deriva. Se presenta bajo la forma:

$$\gamma(h) = P \cdot |h|^\lambda \quad \text{para } h \geq 0$$

$$\text{con } 0 < \lambda \leq 2$$

Siendo  $P$  una constante.

Cuando  $\lambda = 1$  se llama "modelo lineal", y puede servir para ajustar en las pequeñas distancias cualquier otro modelo que presente ese comportamiento en el origen (Figura III.23).

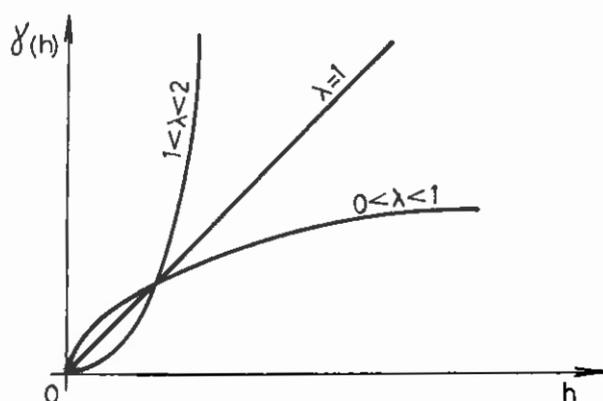


Figura III.23 Modelo potencial.

Para  $1 < \lambda < 2$  los modelos  $h$  presentan un efecto de deriva parabólica.

#### 4.1.3. - Modelos particulares.

En este apartado se presentan aquellos modelos teóricos que por ser una combinación lineal de las anteriores o por no poderse incluir dentro de alguno de los dos apartados anteriores, se ha decidido denominarles como particulares. Estos modelos pueden aparecer con cualquiera de los modelos anteriormente tratados, con o sin meseta.

a) Modelo teórico con estructuras imbricadas.

En la práctica se obtienen variogramas experimentales que pertenecen a estructuras imbricadas y que por lo tanto no se adaptan a ninguno de los modelos teóricos descritos. Estas estructuras compuestas estarán formadas por la superposición de varios modelos teóricos sencillos.

El caso más frecuente es el de composición de dos modelos esféricos, véase Figura III.24. Cada modelo está caracterizado por un alcance  $a_1$  y  $a_2$  y una meseta  $c_1$  y  $c_2$  diferentes. El alcance correspondiente al modelo ajustado, es igual al mayor de los alcances, y la meseta es igual a la suma de ellas ( $c_1 + c_2$ ).

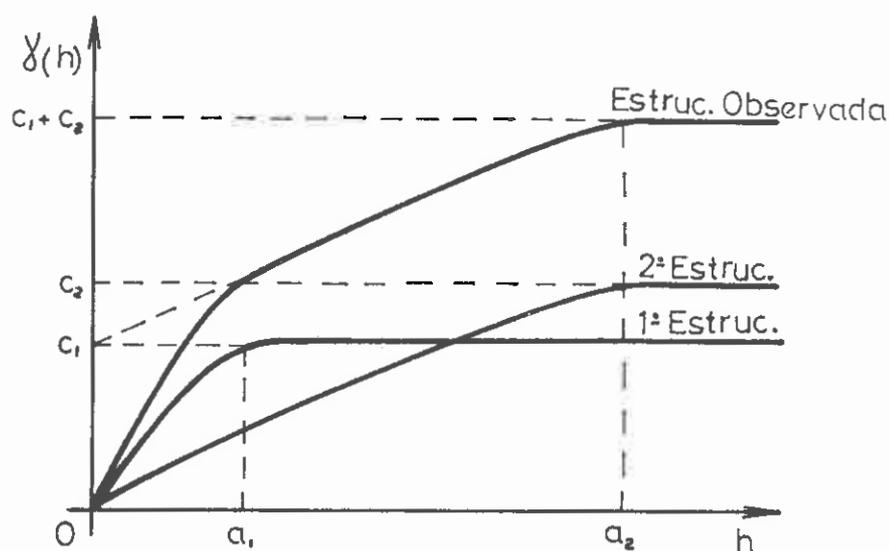


Figura III.24. Ajuste a un modelo compuesto esférico + esférico.

En la Figura III.25. se representa el modelo ajustado al variograma experimental obtenido en el estudio del número de establecimientos comerciales e industriales en la provin-

cia de Granada en el año 1977 (1), compuesto por dos modelos esféricos con alcances  $a_1 = 25$  km.,  $a_2 = 65$  km., y mesetas  $c_1 = 2600$ ,  $c_2 = 800$ .

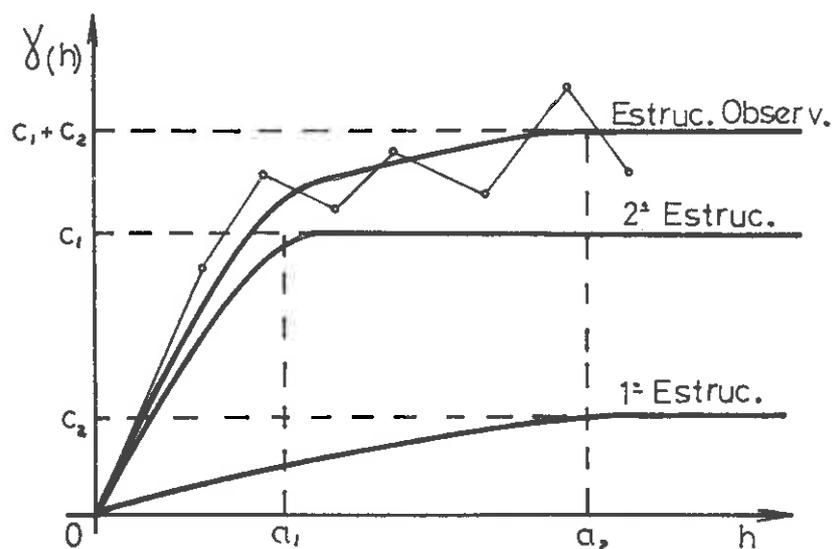


Figura III.25. Ajuste con un modelo compuesto al variograma experimental. Establecimientos por municipio en Granada. Véase Anexo 5.

b) Modelo teórico con efecto de pozo.

Se caracteriza por el crecimiento no monótono de  $\gamma(h)$ , (Figura III.26). La ecuación general de este modelo es:

$$\gamma(h) = c \left[ 1 - \frac{\text{sen } |h|}{|h|} \right]$$

(1) Valores experimentales tomados de García Ruiz, A. (1982)  
Ob. cit. Pag. 276-282.

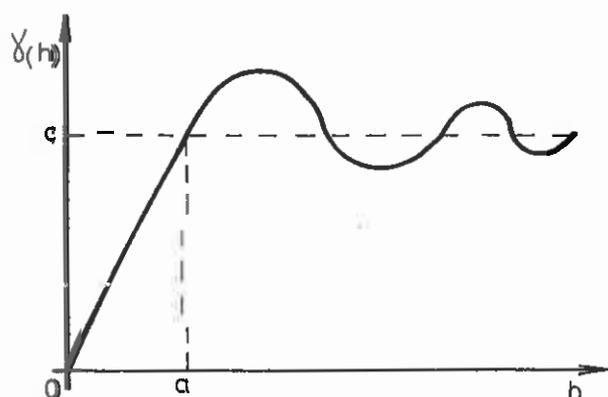


Figura III.26. Modelo con efecto de pozo.

c) Modelización del efecto pepita.

En el caso de que cualquiera de los modelos descritos presentase un efecto de pepita  $C_0$ , será suficiente con añadir a dicho modelo la cantidad  $C_0$ :

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \gamma(h) + C_0 && \text{para } h \neq 0 \\ \gamma(h) &= 0 && \text{para } h = 0 \end{aligned}$$

En los casos que el efecto de pepita sea debido a la existencia de una microregionalización que no ha sido tomada en cuenta al calcular el variograma experimental, se podrá entonces reemplazar el efecto de pepita  $C_0$  por una componente esférica de meseta  $C_0$  y de alcance inferior al paso del variograma.

## CAPITULO IV: METODO DE ESTIMACION: EL KRIGEAGE.

Hasta ahora se ha expuesto la gran importancia que tiene la función variograma como instrumento para analizar la estructura del fenómeno estudiado, y la necesidad de ajustar un modelo interpretativo al variograma experimental. El siguiente paso consistirá en realizar la inferencia estadística, para lo cual se recurrirá a la teoría del krigeage, que se podrá aplicar a variables espaciales y temporales.

En el caso de series temporales, el krigeage permite realizar estimaciones hacia atrás, históricas, y predicciones futuras. Entendiendo éstas como el cálculo del valor estimado más probable para cada periodo en cuestión.

### 1. NOCION Y CARACTERISTICAS DEL KRIGEAGE.

El krigeage consiste en un método de estimación que pretende encontrar el mejor estimador lineal posible a partir de la información disponible. Esta información puede ser:

- Información experimental: dada por los datos numéricos  $Z(x_i)$
- Información estructural: dada por la función variograma o la covarianza.

Sea la F.A.  $Z(x)$  una función estacionaria con esperanza matemática  $E[Z(x)] = m$  ( caso particular) constante y desconocida. Se conoce el momento de  $2^o$  orden:

$$E \left( [Z(x) - m] [Z(x+h) - m] \right) = C(h) \text{ covarianza.}$$

$$E \left( [Z(x+h) - Z(x)]^2 \right) = 2 \gamma(h) \text{ variograma.}$$

Lo que se pretende es, conocidos los valores experimentales que toma la variable en  $n$  puntos del espacio o el tiempo  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que se representan por  $Z(x_1), Z(x_2) \dots Z(x_n)$ , conocer el valor que toma dicha función  $Z(x)$  en otro punto  $x_0$ , (estimación puntual). Véase Figuras IV. la y IV. lb.

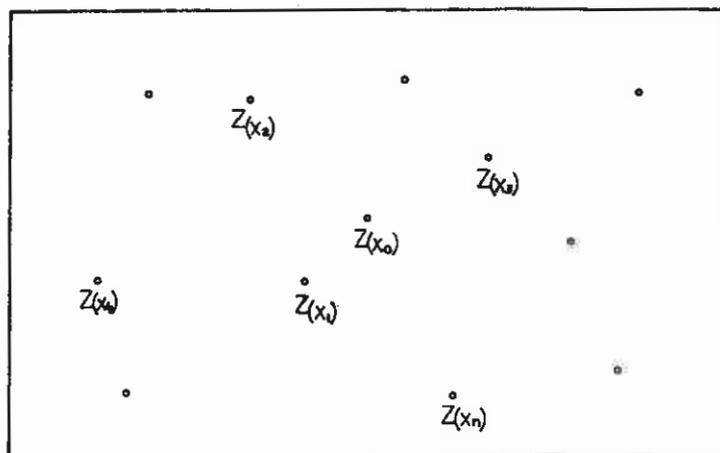


Figura IV. la. Variable espacial. Estimación de  $Z(x_0)$ .

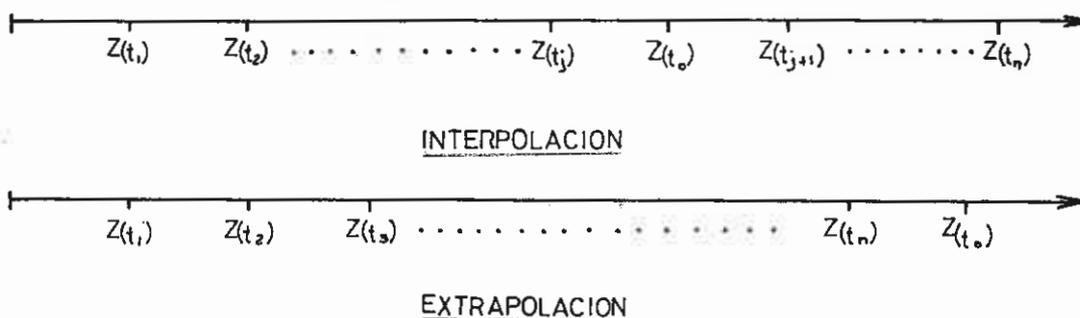


Figura IV. lb. Variable temporal. Estimación de  $Z(t_0)$  por interpolación y extrapolación.

Este método consiste en ponderar adecuadamente el valor de cada  $Z(x_i)$  que interviene en el cálculo de la estimación, sobre el valor a estimar  $Z(x_0)$ ; de forma que la varianza de estimación sea mínima.

El estimador  $ZK = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$  es un estimador

lineal, insesgado y de varianza de estimación mínima.

El krigage atribuye pesos más débiles a los valores más alejados del punto a estimar  $Z(x_0)$ , y más fuertes a los más próximos, teniendo en cuenta las características geométricas de la regionalización y no de los valores particulares de la variable en cada punto.

El krigage tiene la ventaja de que se puede aplicar, tanto a variables espaciales como temporales y dentro de estas últimas en casos de interpolación o de extrapolación. Esto es posible con sólo conocer la estructura espacial o temporal del fenómeno que viene dado por el variograma; por lo tanto, la estimación dependerá en gran medida del análisis estructural o variográfico realizado con anterioridad, de aquí la importancia que se le ha dado en el presente trabajo.

Por último, hay que destacar que esta metodología se puede aplicar tanto en el caso de que se realice una estimación de datos con soporte puntual (estimación puntual), como en el caso de que se quiera conocer el valor medio que toma la función en un dominio  $S$  (estimación zonal).

Según que la variable presente o no deriva en los datos, se puede clasificar la técnica de krigage en :

- Krigage Simple o sin deriva (K.S.)
- Krigage Universal o con deriva (K.U.)

## 2. KRIGEAGE SIMPLE

### 2.1. CONCEPTO

Los valores que toma la variable  $Z(x)$  estudiada en  $n$  puntos experimentales  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , son conocidos y se decide estimar el valor que puede tomar la variable en el punto  $x_0$ , que como se ha dicho, esta estimación podrá ser:

- Estimación puntual:  $Z_0 = Z(x_0)$
- Estimación zonal:  $Z_0 = \frac{1}{S} \int_S Z(x) ds$

Para estimar  $Z_0$ , se adopta una media ponderada de  $n$  datos disponibles:

$$ZK = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Este estimador es una combinación lineal de los datos experimentales  $Z(x_i)$  con los ponderadores  $\lambda_i$  que afectan a cada dato experimental que interviene en la estimación. El problema consiste en encontrar los pesos que presenten la mejor estimación posible.

El krigeage simple es una técnica que se aplica en aquellas variables regionalizadas que cumplen con la hipótesis de estacionaridad.

$E [ Z(x) ] = m = \text{constante y desconocida.}$

Se supone conocido el momento de segundo orden:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \left\{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \right\}$$

## 2.2. SISTEMA DE ECUACIONES DE K. S.

Para calcular el estimador ZK se imponen dos condiciones:

1) El estimador ZK debe ser insesgado.

$$E [ZK] = E [Z_0]$$

Para ello es suficiente con suponer que:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Al sustituir:

$$E [ZK] = E \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i) \right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot E[Z(x_i)] = m$$

y como:

$$E [Z(x_i)] = E [Z_0] = m$$

queda:

$$E [ZK - Z_0] = 0$$

2) La varianza de estimación debe ser mínima.

$$E [(ZK - Z_0)^2] = \text{mínima}$$

Desarrollando  $E [(ZK - Z_0)^2]$  :

$$E [(ZK - Z_0)^2] = E \left[ \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z_0 \right)^2 \right] = E \left[ \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i (Z(x_i) - Z_0) \right)^2 \right] =$$

$$= E \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i (Z(x_i) - Z_0) \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_j (Z(x_j) - Z_0) \right] =$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E [Z(x_i) - Z_0] \cdot [Z(x_j) - Z_0] =$$

Utilizando la función variograma:

$$\gamma(x_i - x_j) = 1/2 E \left( [(Z(x_i) - Z_0) - (Z(x_j) - Z_0)]^2 \right) = \\ \gamma(x_i - x_0) + \gamma(x_j - x_0) - E [(Z(x_i) - Z_0) \cdot (Z(x_j) - Z_0)]$$

sustituyendo queda:

$$E [(Z_K - Z_0)^2] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j [\gamma(x_i - x_0) + \gamma(x_j - x_0) - \gamma(x_i - x_j)] = \\ = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i - x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j)$$

Esta expresión es una función cuadrática con  $\lambda_i$  incógnitas. Dicha función hay que minimizarla bajo la condición  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ , para lo que se utiliza la técnica del multiplicador de LAGRANGE (MATHERON, 1967), dando lugar a la función:

$$F = 1/2 E [(Z_K - Z_0)^2] - \mu \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

Siendo  $\mu$  el factor de Lagrange.

Esta función se minimiza derivando parcialmente respecto a  $\lambda_i$  y  $\mu$  e igualando a cero. Con ello se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,j} + \mu = \gamma_{j,0} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{array} \right.$$

- Sistema de Krigeage Simple-

Este sistema está formado por  $n + 1$  ecuaciones con  $n + 1$  incógnitas -los ponderadores  $\lambda_i$  y el factor de Lagrange  $\mu$  - siendo  $n$  el número de datos que intervienen en la estimación.

Tomando por:

$$\gamma_{i,j} = \gamma(x_i - x_j)$$

$$\gamma_{i,0} = \gamma(x_i - x_0)$$

donde  $\gamma_{i,j}$  y  $\gamma_{i,0}$  son los valores del variograma teórico para la distancia dada respectivamente entre los puntos experimentales  $x_i$ ,  $x_j$  y  $x_i$  y el punto a estimar  $x_0$ .

Escrito en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{1,2} & \gamma_{1,3} & \dots & \gamma_{1,n} & 1 \\ \gamma_{2,1} & 0 & \gamma_{2,3} & \dots & \gamma_{2,n} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n,1} & \gamma_{n,2} & \gamma_{n,3} & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0} \\ \gamma_{2,0} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{n,0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

o bien:

$$[K_0] \cdot [\lambda_0] = [M_0]$$

donde:  $[K_0]$  es la matriz de Krigeage.

La solución al sistema consistirá en calcular la matriz de ponderadores  $[\lambda_0]$

$$[\lambda_0] = [K_0]^{-1} \cdot [M_0]$$

Siendo  $[K_0]^{-1}$  la matriz inversa de Krigeage. Una vez calculados los ponderadores  $\lambda_i$  se sustituye en la expresión del estimador ZK y se obtendrá el valor estimado o valor

$$\text{krigeado } ZK = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i).$$

Para realizar los cálculos anteriores y así obtener el valor estimado  $ZK$ , es necesario determinar el número de ponderadores  $\lambda_i$  y de datos  $Z(x_i)$  que intervienen en el cálculo del estimador.

Si el número de datos que interviene en dicho cálculo está compuesto por la totalidad de los datos disponibles, se habla de vecindad única; y cuando sólo interviene una parte del total de datos se denomina vecindad ligada.

Generalmente, debido a las dificultades numéricas que implicaría la utilización de todos los datos para realizar la inversión de la matriz  $[K_0]$ , y por otro lado, que ello no mejoraría sustancialmente la estimación, se suele utilizar una vecindad parcial de datos, cuyo número debe ajustarse por ensayos sucesivos.

En la práctica, se utiliza entre 10 y 20 datos situados lo más próximos al punto a estimar para obtener el valor del estimador; aunque debo indicar que su número exacto depende directamente de las características del variograma ajustado.

Hasta ahora, se ha considerado que la variable analizada se presentaba distribuida en soportes puntuales -estimación puntual-. En el caso de que se realice una estimación zonal, los cálculos serán semejantes a los anteriores con sólo reemplazar los valores:

$$\gamma_{i,0} = \gamma(x_i - x_0) \text{ por } \gamma_{i,s}$$

siendo  $\gamma_{i,s} = 1/s \int_S (x_i - x) dx$  que es el valor medio del variograma entre los puntos  $x_i$  y los puntos discretizados del dominio  $S$ .

### 2.3. ERROR DE ESTIMACION POR K.S.

El error o varianza de estimación que se comete al estimar un valor  $Z_0$  por otro  $Z_K$  es:

$$\sigma_{Ks}^2 = \text{Var}(Z_K - Z_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,s} + \mu - \gamma_{s,s}$$

Donde  $\sigma_{Ks}^2$  es la varianza de estimación zonal por Kriging, cuyo valor se calcula con sólo sustituir  $\lambda_i$  y  $\mu$  por sus valores hallados.

Matricialmente:

$$\sigma_{Ks}^2 = [\lambda]^t \cdot [M_0] - \gamma_{s,s}$$

Siendo  $[\lambda]^t$  la matriz transpuesta de los ponderadores.

En el caso de estimación puntual  $\sigma_{Ks}^2$  se obtiene con sólo sustituir en la expresión anterior:

$$\gamma_{i,s} \text{ por } \gamma_{i,0}$$

$$\gamma_{s,s} \text{ por } \gamma_{0,0}$$

Siendo  $\gamma_{0,0}$  la variabilidad del punto  $x_0$  con respecto a él mismo que es igual a cero. Por lo que queda:

$$\sigma_{Ks}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,0} + \mu$$

Matricialmente:

$$\sigma_{Ks}^2 = [\lambda]^t \cdot [M_0]$$

### 3. KRIGEAGE UNIVERSAL

#### 3.1. CONCEPTO

Inicialmente la metodología presentada del Krigeage simple es aplicable en aquellos casos en los cuales la variable analizada es estacionaria, o que se pueda considerar una vecindad de estimación cuasi-estacionaria.

También, es necesario tener en consideración aquellos fenómenos de tipo económico que, por diversas razones, no cumplen con la hipótesis de estacionaridad. Es entonces necesario tener en cuenta la deriva o tendencia a gran escala del fenómeno estudiado.

Para filtrar la deriva es necesario recurrir a otros modelos interpretativos, como el Krigeage Universal (K.U) que es una adaptación de la técnica del Krigeage que permite realizar estimaciones de variables no estacionarias.

Sea  $Z(x)$  una F.A. no estacionaria en el espacio o en el tiempo, se llama función deriva a la esperanza no estacionaria:

$$E [Z(x)] = m(x) \neq \text{constante}$$

La función  $m(x)$  representa la tendencia del fenómeno y debe ser lo suficientemente regular como para ser expresada como una función polinómica de orden  $K$ .

$$m(x) = \sum_{l=0}^k a_l f^l(x)$$

donde:  $k$  = es el orden de la deriva

$a_l$  = son coeficientes desconocidos

$f^l$  = monomios de grado igual o inferior a  $k$ .

La función deriva puede adoptar frecuentemente una forma polinómica limitada al primer o segundo grado:

$$m(x) = a_0 + a_1 x \quad \text{deriva lineal}$$

$$m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad \text{deriva cuadrática.}$$

Un caso particular es el que se presenta cuando la deriva es de primer orden:

$$m(x) = a_0 \quad f(x) = a_0$$

donde  $f(x)$  es la función identidad que es igual a 1.

Este es el caso del Krigeage simple, en el cual se cumple la hipótesis de estacionaridad o esperanza constante.

Estas funciones representan a variables unidimensionales -variable temporal-, y cuando son bidimensionales -variable espacial- serán:

Deriva lineal:

$$m(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

Deriva cuadrática:

$$m(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy$$

Una vez determinada la función deriva, la función  $Z(x)$  se puede representar mediante la descomposición en dos términos, uno  $Y(x)$  que representa una variable aleatoria esta-

cionaria que va a tomar en cuenta la variabilidad local del fenómeno y otro término  $m(x)$  que representa la función deriva, que define la tendencia del fenómeno a gran escala.

$$Z(x) = Y(x) + m(x)$$

$$Z(x) = Y(x) + \sum_{l=0}^k a_l f^l(x)$$

### 3.2. SISTEMA DE ECUACIONES DE K.U.

El estimador de Krigeage Universal tiene la forma lineal:

$$ZK = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

pero ahora se tiene que:

$$E [Z(x_i)] = m(x_i) = \sum_{l=0}^k a_l f^l(x_i)$$

Igual que en el K.S. se trata de obtener el estimador ZK bajo las condiciones de insesgado y de varianza de estimación mínima.

$$E [ZK - Z_0] = 0$$

$$E [(ZK - Z_0)^2] = \text{mínima}$$

Bajo la condición de estimador insesgado, si sustituimos en dicha expresión ZK por su valor, se obtiene que:

$$\begin{aligned} E [ZK - Z_0] &= E \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z_0 \right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=0}^k a_l f^l(x_i) - \sum_{l=0}^k a_l f^l(x_0) = 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{l=0}^k \alpha_l \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i^l f(x_i) - f(x_0) \right] = 0$$

Debido a que los coeficientes  $\alpha_l$  deben de ser distintos de cero, queda que:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i^l f(x_i) - f(x_0) = 0$$

Donde para  $l = 0$  quedaría  $\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 = 0$

-condición de universalidad-

Este resultado está de acuerdo con el Kriging simple; cuando no existe deriva  $l = 0$ , el Kriging Universal cumple con la condición impuesta por el Kriging Simple de que la suma de los ponderadores es igual a la unidad.

Para establecer el sistema de ecuaciones del Kriging Universal, se realizan cálculos semejantes al caso anterior. Es decir, se minimiza la función  $F$  correspondiente sujeta ahora a  $k + 1$  condiciones y bajo la condición de estimador insesgado. Se introducen ahora  $k + 1$  multiplicadores de Lagrange y se obtiene así un sistema de  $n + k + 1$  ecuaciones con otras  $n + k + 1$  incógnitas: los  $n$  ponderadores y los  $k + 1$  coeficientes de Lagrange.

El sistema resultante queda expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix}
 0 & \gamma_{1,2} & \dots & \gamma_{1,n} & 1 & f_1 & \dots & f_1 \\
 \gamma_{2,1} & 0 & \dots & \gamma_{2,n} & 1 & f_2 & \dots & f_2 \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \gamma_{n,1} & \gamma_{n,2} & & 0 & 1 & f_n & \dots & f_n \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 1 & 1 & & 1 & 0 & 0 & & 0 \\
 f_1 & f_2 & \dots & f_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 k & k & \dots & k & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 f_1 & f_2 & \dots & f_n & 0 & 0 & \dots & 0
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \lambda_n \\
 \mu_0 \\
 \mu_1 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \mu_k
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \gamma_{1,0} \\
 \gamma_{2,0} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \gamma_{n,0} \\
 1 \\
 1 \\
 f_0 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 k \\
 f_0
 \end{bmatrix}$$

### 3.3. ERROR DE ESTIMACION POR K. U.

En el Krigage Universal la varianza de estimación es:

$$\sigma_{ku}^2 = [\lambda_u]^t \cdot [Mu] - \gamma_{s,s}$$

o también se puede escribir:

$$\sigma_{ku}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,0} + \sum_{l=0}^k \mu_l f_0 - \gamma_{s,s}$$

Si la estimación es puntual,  $\gamma_{s,s} = \gamma_{0,0}$  es igual a cero.

## 4. PROPIEDADES Y CARACTERISTICAS DE KRIGEAGE

### PROPIEDADES:

1.- Se demuestra que el sistema de krigage es siempre regular, y por lo tanto ofrece una única solución.

2.- El krigage es un estimador lineal insesgado y también un interpolador exacto, es decir, si el soporte  $V$  a estimar se confunde con el soporte  $x_i$  de una de las informaciones disponibles, el krigage presentará un valor de  $V$  igual al de  $x_i$  y una varianza de krigage nula.

Esta característica no se verifica en otros procedimientos de estimación como el de mínimos cuadrados, tan frecuentemente aplicado en Econometría.

3.- El sistema de krigage y la varianza de estimación se pueden representar con las notaciones de variograma o covarianza indistintamente.

4.- El sistema de krigage tiene en consideración los siguientes elementos:

a) Geometría del dominio a estimar:  $\gamma_{0,0} = 0$  en la estimación puntual,  $\gamma_{S,S}$  en la estimación de valores medios.

b) Posición relativa del dominio o punto a estimar con los puntos experimentales,  $\gamma_{i,0}$ .

c) Geometría interna de los puntos experimentales,  $\gamma_{i,j}$ .

d) La estructura de variabilidad temporal o espacial del fenómeno, caracterizado por la función  $\gamma(h)$ .

e) Forma de la deriva de los datos experimentales.

$$m(x) = \sum_{l=0}^k a_l f(x); \quad k = \text{orden de la deriva}$$

5.- La varianza de estimación  $\sigma_k^2 = [\lambda]^{-1} [M] - \gamma_{S,S}$  no depende más que de la estructura y de las geometrías

indicadas, y no de los valores experimentales. Esto permitirá conocido  $\gamma$ , prever la calidad del krigage para una determinada configuración de la información.

#### CARACTERISTICAS:

##### 1.- Alisamiento del estimador de Krigage

Como ya se ha visto, el krigage permite que la estimación sea insesgada, esto va a significar que los histogramas obtenidos de los valores reales y estimados, coincidan en sus medias, véase Figura IV.2.

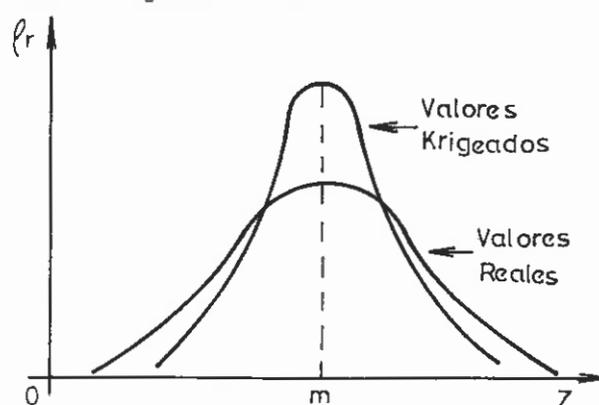


Figura IV.2. Histogramas real y estimado

Sin embargo, se demuestra que la dispersión de los valores krigados en relación a la dispersión correspondiente de los valores experimentales, es más alisada (JOURNEL, 1975), o sea:

$$D [ZK(x)] < D [Z(x)] \quad \text{-Relación de alisado-}$$

donde  $D [ZK(x)]$  y  $D [Z(x)]$  son respectivamente la varianza de dispersión de los valores krigados y reales.

Este hecho, que es común a cualquier estimador, es más pronunciado cuanto peor sea la estimación; es decir, cuando se disponga de un nivel de información pobre y una mala

estructuración de la variable.

## 2.- Comprobación del modelo estructural adoptado

En la práctica, una vez que se dispone del modelo ajustado al variograma experimental, base para las estimaciones posteriores por krigage, hace falta verificar la validez de los parámetros estructurales obtenidos.

El método consiste en suprimir ficticiamente los puntos experimentales de la serie, uno tras otro, y reconstruir por medio del krigage y a partir de los datos vecinos, la serie original. De esta forma se obtienen tanto el valor estimado, como los errores de estimación y las desviaciones típicas teóricas. Con ello se pretende visualizar la repartición temporal o espacial de los errores y hacer así un análisis estático del fenómeno y, por lo tanto, conocer en que medida el modelo describe el comportamiento económico de la muestra analizada.

Los estadísticos que se utilizan generalmente son:

1.- El error medio, que vendrá dado por la media aritmética de las desviaciones entre el valor real y el estimado. Este valor debe aproximarse a cero si no hay sesgo en la estimación; en caso contrario, si el valor del estadístico es mayor que cero, se estará en el caso de subestimación y si es inferior el estimador sobreestima a los datos.

$$\text{Error medio} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_{K_i}) \quad 0$$

2.- El error cuadrático reducido, que cuantifica la variación que se produce entre las desviaciones reales del valor estimado y el real con respecto a la varianza de estimación; obviamente este valor debe ser cercano a la unidad, puesto que tanto el numerador como el denominador de la expresión representan en distinta forma el error de estimación, el primero de forma práctica y el segundo de forma teórica.

$$\text{Error cuadrático reducido} = 1/n \sum_{i=1}^n \frac{(Z_{ki} - Z_i)^2}{\sigma_k^2} \approx 1$$

3.- Error cuadrático total, representado por  $E[Z_i - Z_{ki}]^2$  que debe ser mínimo para el mejor modelo utilizado.

SEGUNDA PARTE

APLICACIONES PRACTICAS A SERIES TEMPORALES  
ECONOMICAS

## 1. INTRODUCCION

En esta segunda parte, se exponen los resultados numéricos obtenidos en la aplicación práctica de la Teoría de Variables Regionalizadas al estudio de series temporales económicas, limitando los objetivos de estas aplicaciones a la predicción a corto plazo y a la restitución de la serie.

Al escoger cada una de las variables tratadas, se ha tenido presente que debían cumplir con los requisitos, ya expuestos, de: aleatoriedad y estructuración; además de tener interés en el análisis de estudios económicos.

La Economía se considera generalmente como una Ciencia Social, donde la variabilidad de los fenómenos que intervienen sugieren la utilización de un modelo de interpretación probabilística y no determinista. La elección de un modelo probabilístico, como el krigeage, se justifica por la propia naturaleza de las variables económicas que se han utilizado.

## 2. SISTEMATICA UTILIZADA

A continuación, se representa en forma de diagrama de flujo las fases o etapas en las cuales se ha dividido cada una de las prácticas que se presentan en los capítulos siguientes. Las bases teóricas de cada una de las etapas representadas, han sido expuestas en la primera parte del presente trabajo.

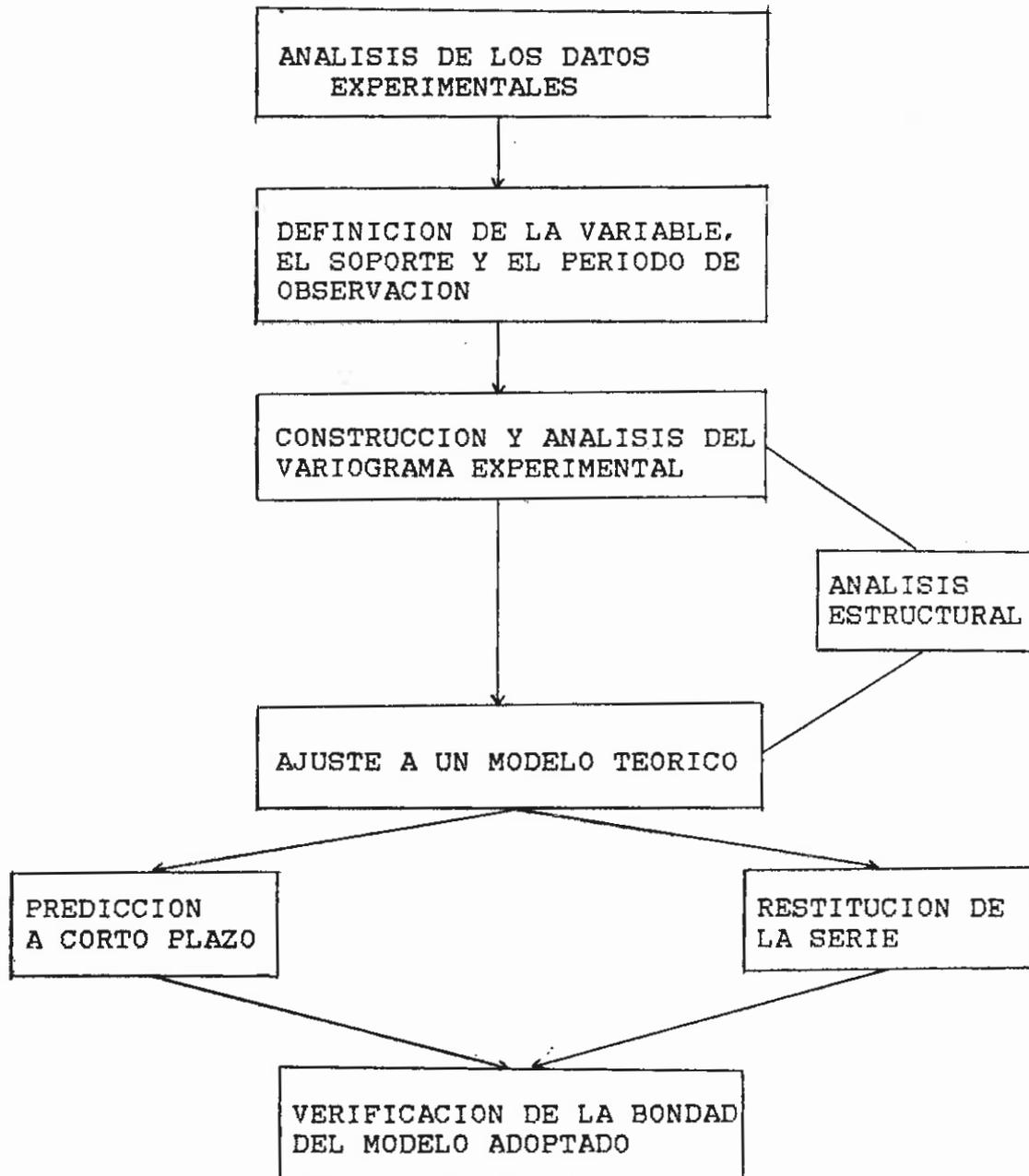


Diagrama de flujo para el estudio de una serie temporal

### 3. SOBRE EL MODELO DE PREDICCIÓN

En los capítulos V y VI se exponen dos casos prácticos de aplicación de la T.V.R. a series temporales económicas, donde se abordan principalmente la problemática de la predicción a corto plazo y la restitución de la serie.

Las dos series temporales tratadas, tienen características estructurales muy diferentes, así mientras que en el capítulo V se estudia el comportamiento de una serie temporal con tendencia en los datos, en el capítulo VI se analiza una serie temporal con componente esencialmente estacional.

En los dos casos se ha planteado el objetivo de construir un modelo predictivo para el futuro próximo, a partir de la información temporal existente.

Es conveniente aclarar que por razones puramente pragmáticas se han realizado predicciones tipo ex-post, ya que éstas permiten valorar la capacidad predictiva del modelo utilizado, al posibilitar la comparación de los resultados numéricos obtenidos en la predicción, con los valores reales.

Los modelos predictivos utilizados en estas aplicaciones se enmarcan dentro de los denominados no causales, puesto que fundamentalmente se trata, desde el punto de vista matemático, de realizar extrapolaciones de los valores pasados hacia el futuro.

Al utilizar un modelo no causal para realizar predicciones, hay que tener en consideración que una posible

alteración en el comportamiento de las variables puede provocar predicciones incorrectas. Es necesario incluir, como en cualquier otra técnica predictiva causal o no, la cláusula "Ceteris paribus". Así, para Hermand Wold (1) "cualquier predicción basada en un modelo predictivo implica una extensión del modelo respecto al material empírico sobre el que fue construido", por lo que será necesario proteger la extensión más allá de la muestra observada por la citada cláusula.

Un factor importante que hay que considerar en el momento de la elección del método predictivo a aplicar, cuando es posible la aplicación de métodos diferentes de predicción alternativos, es evaluar adecuadamente el coste de la predicción, que claro está, estará en función de la calidad de ésta. La elección del método a aplicar dependerá, por lo tanto, en términos de rentabilidad de la relación entre el coste de la inversión realizada y las expectativas de beneficios futuros (2).

Cuando lo que se pretende es realizar pronósticos para el futuro próximo, es necesario determinar el periodo de tiempo para el cual se va a realizar la predicción. Para esto, se suele utilizar, generalmente, la unidad de tiempo

---

(1) Lectura de Econometría, Selección e introducción por Angel Alcaide. 1972. p.372

(2) Otero Moreno, J.M. (1978). Lógica y limitaciones de la Econometría, pag. 218-219.

inmediata al periodo de observación, que vendrá determinada por la escala de tiempo que presenten los datos experimentales, así, si los datos son mensuales las predicciones se realizarán para el mes siguiente al periodo muestral.

En cuanto a la bondad del modelo utilizado en cada una de las aplicaciones prácticas, se ha realizado la comprobación del modelo adoptado, en cada caso, utilizando como instrumentos de verificación la restitución de la serie mediante interpolación y extrapolación; y la utilización de tests estadísticos que permiten verificar la bondad del modelo.

## CAPITULO V. ANALISIS DE UNA SERIE TEMPORAL CON DERIVA: EL DESEMPLEO EN GRANADA

### 1. OBJETIVOS

En economía se dispone con frecuencia de largas series de datos que presentan deriva en la evolución temporal de los mismos, a los cuales interesa aplicar modelos matemáticos y particularmente probabilísticos, para su asimilación e interpretación. El interés de dichas aplicaciones descansa principalmente en la utilidad que estos modelos pueden proporcionar para realizar pronósticos de la variable.

La presente aplicación tiene por objetivo realizar una aproximación, tanto descriptiva como cuantitativa, desde el punto de vista de la T.V.R., del comportamiento temporal del número de parados (1) en la provincia de Granada para el periodo muestral que abarca desde 1976 a 1986.

En concreto, se pretende alcanzar entre otras finalidades las siguientes:

- 1.- Establecer un modelo de predicción a corto plazo, que sirva de base para realizar estimaciones de este parámetro - desempleo- para el futuro próximo.

---

(1) Se consideran parados al grupo de personas con edades comprendidas entre 16 o más años, que están desempleados o buscan su primer empleo.  
Revista E.P.A. pag.12

Será inevitable, como ya se ha comentado, incluir la fatídica cláusula *ceteris paribus* que permite garantizar la validez de las predicciones, considerando que las pautas de comportamiento de la variable desempleo no van a variar de forma brusca para el próximo futuro.

Se obtendrá así, el valor más probable del número de desempleados en la provincia de Granada para el trimestre (1) siguiente al periodo muestral.

2.- Complementariamente se ha realizado la restitución de la serie observada, atendiendo a dos tipos de configuraciones diferentes, interpolación y extrapolación.

La restitución de la serie por interpolación obedece, por una parte, al interés notorio de mostrar la potencialidad que ofrece esta metodología -T.V.R.- en la aplicación al completado de series de datos incompletas; y por otra parte, conocer la capacidad que posee el modelo para representar la realidad.

Por último, la restitución de la serie experimental por extrapolación tiene por finalidad comparar los resultados obtenidos, con los datos experimentales y con los valores estimados por interpolación, para medir de esta manera la bondad del modelo adoptado en la predicción.

---

(1) Se ha utilizado como unidad de tiempo el trimestre, por venir así impuesto por la fuente de obtención de los datos. Revista E.P.A.

## 2. ANALISIS PRELIMINAR Y ORIGEN DE LA INFORMACION

El periodo de observación de la variable abarca desde el tercer trimestre de 1976 al cuarto trimestre de 1986, ambos incluidos. La serie temporal consta, por lo tanto, de 42 datos obtenidos a intervalos regulares de tiempo de tres meses, lo que supone un periodo muestral total de 10 años y 6 meses, véase cuadro V.1.

1976-77	1978-79	1980-81	1982-83	1984-85	1986
19.7	27.2	38.	48.6	58.1	62.3
21.9	26.2	33.	43.9	57.5	71.7
28.2	24.1	35.	41.1	58.9	71.5
22.2	26.3	40.9	45.7	62.7	75.9
25.6	26.9	43.9	48.4	62.	
27.5	23.7	44.6	44.7	62.4	
	23.6	43.3	45.2	57.8	
	31.3	47.2	50.	63.4	

Cuadro V.1. Parados en Granada (en miles), desde el tercer trimestre de 1976, al cuarto trimestre de 1986. Fuente: I.N.E., Revista E.P.A.

Como se aprecia en la representación gráfica de la evolución temporal del número de desempleados en la provincia de Granada (Figura V.1) desde 1976, la variable presenta un suave crecimiento, casi estacionario hasta finales de 1979, momento en el cual sufre una fuerte reactivación, que se mantendrá creciente con periodos de aparente estabilización, hasta el final del periodo muestral.

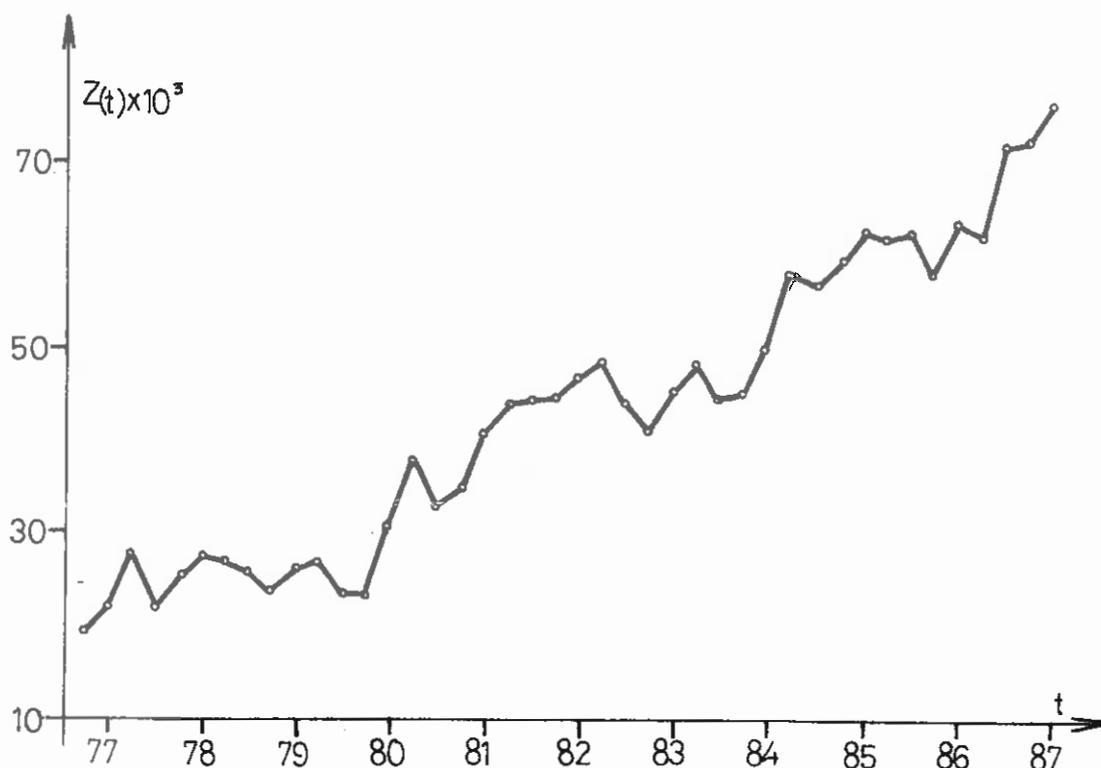


Figura V.1. Evolución temporal del número de parados en la provincia de Granada de 1976 a 1986.

Aunque, este trabajo no tiene por objetivo analizar las causas genéticas que han motivado este comportamiento, sin embargo, se pueden tomar como referencia para su análisis las que, como señala M. Andreu y J. Alcaide (1) se consideran los principales rasgos que han motivado la evolución temporal del paro en España y que se concretan en la evolución de la población influenciada por el crecimiento vegetativo, los movimientos migratorios, los cambios de la estructura sectorial del empleo y la tasa de actividad; unido todo ello a la propia crisis económica de los años 70, que desencadenan en un crecimiento constante del número de parados.

(1)-Andreu, J.M. y De La Fuente, M.A.: Un análisis de la economía española. Revista Situación, 1983/4.

-Alcaide-Inchausti, J: Rasgos básicos del desempleo en España. Papeles de Economía n° 26, 1986, p.59

En resumen, la evolución de las cifras de paro para la provincia de Granada en el periodo muestral analizado, evidencia un comportamiento general con tendencia creciente en el tiempo que, como se verá más adelante, es detectada numéricamente por el tipo de comportamiento del variograma experimental de los datos.

#### Orígenes de la información

En España existen dos fuentes básicas para conocer la magnitud del paro (1). Una de ellas se trata de la Revista trimestral Población Activa editada por el I.N.E.; y la otra el Paro Registrado por el I.N.E.M.

La Estadística del Paro Registrado se realiza mensualmente en base a las demandas registradas en las oficinas de dicho Instituto, por lo que esta medida es más un indicador de la actitud de los parados a inscribirse o no en las oficinas de empleo, que un parámetro cuantitativo del nivel de paro en el sentido económico que interesa. Aunque cada vez existe menos diferencia entre las estadísticas del I.N.E. y del I.N.E.M. motivado, tal vez, por los beneficios sociales que el registro en tales oficinas conlleva.(2)

Por otra parte, la estadística de la Encuesta de Población Activa (abrev. E.P.A.) se realiza trimestralmente por el I.N.E. en base a una encuesta aleatoria en 60.000 hogares, en los cuales se estudian las características de la

---

(1)De Miguel, C. (1986). La medición estadística del empleo y el paro. Papeles de Economía, nº 24, p.5

(2)Andreu, J.M. y De La Fuente, M.A. Ob. cit.

actividad económica de sus miembros. Por lo tanto, es la información proporcionada por la E.P.A. la que permite estimar el paro en el aspecto analítico que aquí conviene.

Además, se pueden obtener gracias a esta fuente, las informaciones correspondientes a la población activa -formada por las personas disponibles para la producción de bienes y servicios estén parados u ocupados-, y a la población ocupada, obteniéndose de esta manera el valor del paro como la diferencia entre ambas magnitudes.

### 3. CALCULO Y AJUSTE DEL VARIOGRAMA

La estructura del fenómeno es detectada por la función variograma. Para la elaboración del variograma experimental de la serie temporal estudiada, se han utilizado los datos correspondientes al periodo muestral analizado, véase cuadro V.1.

En este caso, los datos experimentales se presentan distribuidos regularmente en el tiempo (trimestres), por lo tanto, la fórmula utilizada para calcular los valores experimentales del variograma es:

$$\gamma(t) = \frac{1}{2NP(t)} \sum_{i=1}^{NP(t)} [Z(t_i + t) - Z(t_i)]^2$$

donde:

t = es el paso del variograma (1), para t = 1, ..., 20

---

(1) El número máximo de pasos elegidos es 20, que es aproximadamente 1/2 del número de datos experimentales

$NP(t)$  = es el número de parejas, para el paso  $t$   
 $Z(t_i+t) - Z(t_i)$  = valores experimentales que toma la variable en el tiempo.

La Figura V.2 representa el variograma experimental calculado, donde se observa un crecimiento lineal en el origen, lo que indica un comportamiento regular de la variable en el tiempo, mientras que a grandes distancias se aprecia un rápido crecimiento que trasciende el valor de la varianza experimental de los datos.

De lo anterior se deduce que la variable refleja a grandes distancias un comportamiento no estacionario, esto es, con efecto de deriva. Este efecto se podía apreciar de forma intuitiva, como ya se advirtió, en la gráfica de la evolución de los datos experimentales.

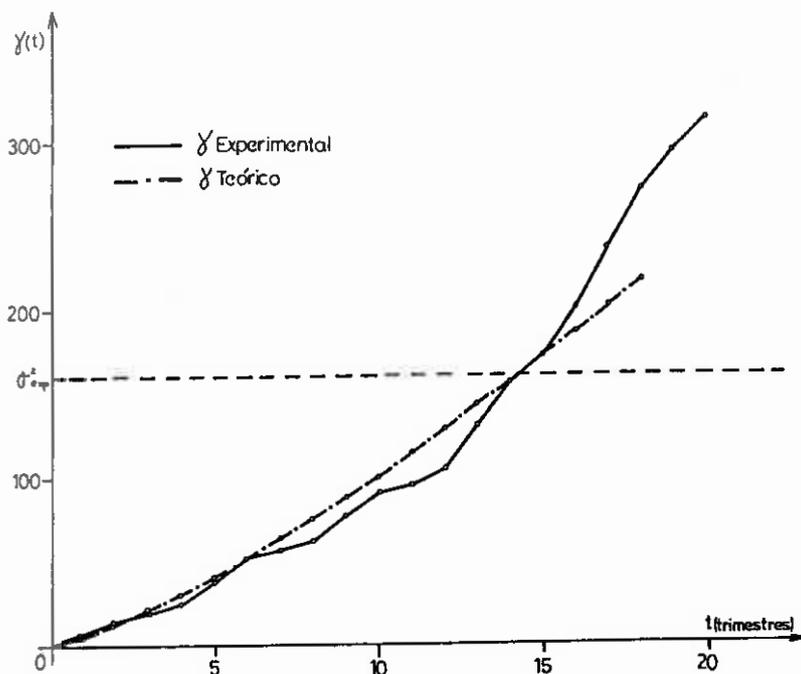


Figura V.2. Variograma experimental y teórico de la evolución temporal del paro en Granada

Ajuste a un modelo teórico autorizado.

El paso siguiente al cálculo y análisis del variograma experimental, es ajustar un modelo autorizado.

El modelo ajustado al variograma experimental es un esquema del tipo:

$$\gamma(t) = P \cdot |t|^\lambda$$

modelo ajustado:  $\gamma(t) = 5.194 \times |t|^{1.239}$

donde:  $0 < 1.239 < 2$

El modelo ajustado cumple con la condición de  $1 < \lambda < 2$  que presentan los modelos  $t^\lambda$  con deriva parabólica.

El valor de los parámetros  $P$  y  $\lambda$  se han calculado por el método de mínimos cuadrados.

En la Figura V.2 está representado el variograma teórico ajustado, donde se aprecia que el ajuste es "mejor" para pequeños valores de  $t$ . Es conveniente que esta circunstancia sea considerada en el momento de realizar el ajuste del modelo teórico, cuidando que se aproxime lo mejor posible al variograma experimental para valores pequeños de  $t$ ; y esto porque es en estos puntos donde se localiza mayor información, ya que para el cálculo de los primeros valores del variograma experimental se utilizan el máximo número de parejas.

#### 4. PREDICCIÓN E INTERPOLACION POR KRIGEAGE

La serie analizada presenta deriva en la evolución temporal de los datos, por lo tanto la hipótesis de esperanza constante no se cumple  $E[Z(t)] = m$ . Es el Krigeage Universal, el que permite realizar estimaciones cuando la hipótesis de estacionaridad no se cumple:

$$E[Z(t)] = m(t) \neq m.$$

Para realizar la predicción y la restitución de la serie, es necesario plantear y resolver el sistema de ecuaciones de Krigeage Universal. Ello obliga a determinar a priori el número de ponderadores que van a intervenir en la estimación, que en esta ocasión se han elegido ocho. La elección del número de ponderadores depende de las características del variograma ajustado.

Por otra parte, también es conveniente determinar la configuración o configuraciones que deben ser utilizadas en la estimación, para ello se proponen cinco tipos de configuraciones, véase el cuadro V.2 donde las cuatro primeras se denominan asimétricas y la última simétrica.

Puntos a estimar	Configuración	
del 9 al 43	. . . . . * * . o 1 . . . . . 8	Extrapolación
del 2 al 41	. o . . . . . 1 2	
del 3 al 40	. . o . . . . . 2 3	Interpolación
del 4 al 39	. . . o . . . . . 3 4	
del 5 al 38	. . . . o . . . . 4 5	

Cuadro V.2. Clases de configuraciones, donde "o" es el punto a estimar

Sustituyendo los valores de gamma en el sistema de ecuaciones de K.U. por los valores del variograma teórico, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones para la extrapolación e interpolación simétrica.

$$\begin{bmatrix}
 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 31.18 & 41.61 & 52.68 & 64.30 & 1.00 & 1.00 \\
 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 31.18 & 41.61 & 52.68 & 1.00 & 2.00 \\
 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 31.18 & 41.61 & 1.00 & 3.00 \\
 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 31.18 & 1.00 & 4.00 \\
 31.18 & 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 1.00 & 5.00 \\
 41.61 & 31.18 & 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 1.00 & 6.00 \\
 52.68 & 41.61 & 31.18 & 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 1.00 & 7.00 \\
 64.30 & 52.68 & 41.61 & 31.18 & 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 1.00 & 8.00 \\
 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\
 1.00 & 2.00 & 3.00 & 4.00 & 5.00 & 6.00 & 7.00 & 8.00 & 0.00 & 0.00
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \lambda_3 \\
 \lambda_4 \\
 \lambda_5 \\
 \lambda_6 \\
 \lambda_7 \\
 \lambda_8 \\
 \mu_0 \\
 \mu_1
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 5.19 \\
 12.72 \\
 21.49 \\
 31.18 \\
 41.61 \\
 52.68 \\
 64.30 \\
 76.41 \\
 1.00 \\
 0.00
 \end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones para la extrapolación

$$\begin{bmatrix} 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 41.61 & 52.68 & 64.30 & 76.41 & 1.00 & -4.00 \\ 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 31.18 & 41.61 & 52.68 & 64.30 & 1.00 & -3.00 \\ 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 21.49 & 31.18 & 41.61 & 52.68 & 1.00 & -2.00 \\ 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 12.72 & 21.49 & 31.18 & 41.61 & 1.00 & -1.00 \\ 41.61 & 31.18 & 21.49 & 12.72 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 21.49 & 1.00 & 1.00 \\ 52.68 & 41.61 & 31.18 & 21.49 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 12.72 & 1.00 & 2.00 \\ 64.30 & 52.68 & 41.61 & 31.18 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 5.19 & 1.00 & 3.00 \\ 76.41 & 64.30 & 52.68 & 41.61 & 21.49 & 12.72 & 5.19 & 0.00 & 1.00 & 4.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ -4.00 & -3.00 & -2.00 & -1.00 & 1.00 & 2.00 & 3.00 & 4.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \\ \lambda_6 \\ \lambda_7 \\ \lambda_8 \\ \mu_0 \\ \mu_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31.18 \\ 21.49 \\ 12.72 \\ 5.19 \\ 5.19 \\ 12.72 \\ 21.49 \\ 31.18 \\ 1.00 \\ 0.00 \end{bmatrix}$$

### Sistema de ecuaciones para la interpolación simétrica

Resolviendo los sistemas de ecuaciones planteados, se obtiene el valor de los ponderadores correspondientes a cada configuración, véase cuadro V.3.

---

#### TABLA DE PONDERADORES $\lambda_i$

---

##### CONFIGURACIONES

---

1°:	1.3027	-0.1622	-0.0216	-0.0110	-0.0044	0.0003	0.0187	-0.1225
2°:	0.4857	0.5636	-0.0500	-0.0025	-0.0015	-0.0008	-0.0015	0.0070
3°:	-0.0599	0.5582	0.5569	-0.0502	-0.0028	-0.0016	-0.0008	0.0001
4°:	-0.0080	-0.0495	0.5568	0.5568	-0.0502	-0.0028	-0.0015	-0.0016
5°:	-0.0041	-0.0025	-0.0502	0.5567	0.5567	-0.0502	-0.0025	-0.0041

---

Cuadro V.3

donde se cumple:  $\sum_{i=1}^8 \lambda_i = 1$

En último lugar, se obtienen los valores que componen la serie estimada, para lo cual basta con sustituir, según el tipo de configuración, el valor de los ponderadores calculados en la expresión del estimador de K.U.

$$Z_{ku} = \sum_{i=1}^8 \lambda_i Z(t_i)$$

Utilizando para la predicción el valor de los ponderadores de la primera configuración, y para la interpolación los correspondientes a la última.

Los resultados numéricos se presentan en los cuadros V.4 y V.5, donde la columna: ELEMENTO representa el orden del elemento a estimar, VALOR VARIABLE es el valor experimental de la variable, VALOR KRIGE es el valor estimado; ERROR es la diferencia entre el valor real y el estimado; V. KRIGE.  $\pm 2 \sigma_k$  son dos columnas que presentan la suma algebraica del valor estimado más, menos dos veces la desviación típica del error  $\sigma_{ku}$ . Estos valores se encuentran representados en las Figuras V.3, V.4 y V.5.

ELEMENTO t	VALOR VARIABLE Z(t)	VALOR KRIGE Z*(t)	ERROR e	V.KRIGE +20K Z*(t)+20k	V.KRIGE - 20K Z*(t)-20k
9	24.100	26.751	-2.651	33.300	20.201
10	26.300	23.994	2.306	30.544	17.445
11	26.900	26.334	0.566	32.883	19.795
12	23.700	27.616	-3.916	34.165	21.067
13	23.600	22.949	0.651	29.498	16.400
14	31.300	23.071	8.229	29.620	16.522
15	38.000	33.188	4.812	39.737	26.638
16	33.000	40.786	-7.786	47.335	34.236
17	35.000	33.334	1.666	39.883	26.784
18	40.900	36.262	4.638	42.811	29.712
19	43.900	43.490	0.410	50.039	36.941
20	44.600	46.816	-2.216	53.366	40.267
21	45.300	47.273	-1.973	53.822	40.723
22	47.200	47.113	0.087	53.662	40.568
23	48.600	48.486	0.114	55.036	41.987
24	43.900	50.618	-6.718	57.167	44.069
25	41.100	44.083	-2.983	50.632	37.533
26	45.700	40.477	5.223	47.026	33.927
27	48.400	46.646	1.754	53.196	40.097
28	44.700	49.451	-4.751	56.001	42.902
29	45.200	44.096	1.104	50.645	37.547
30	50.000	45.053	4.957	51.592	38.493
31	58.100	50.984	7.116	57.533	44.435
32	57.500	61.300	-3.800	67.850	54.751
33	58.900	59.542	-0.642	66.092	52.993
34	62.700	60.719	1.981	67.269	54.170
35	62.000	64.945	-2.945	71.495	58.396
36	62.400	63.828	-1.428	70.378	57.278
37	57.800	64.459	-6.659	71.009	57.909
38	63.400	57.871	5.529	64.421	51.321
39	62.300	64.891	-2.591	71.441	58.341
40	71.700	62.750	8.950	69.300	56.200
41	71.500	75.000	-3.500	81.550	68.450
42	75.900	72.720	3.180	79.270	66.170

Cuadro V.4. Restitución de la serie por extrapolación

ELEMENTO t	VALOR VARIABLE Z(t)	VALOR KRIGE Z*(t)	ERROR e	V.KRIGE +20k Z*(t)+20k	V.KRIGE -20k Z*(t)-20k
5	25.600	24.592	1.008	28.571	26.612
6	27.500	26.641	0.859	30.620	22.661
7	27.200	27.058	0.142	31.038	23.078
8	26.200	25.543	0.657	29.523	21.564
9	24.100	26.186	-2.086	30.166	22.207
10	26.300	25.524	0.776	29.504	21.544
11	26.900	25.035	1.865	29.015	21.056
12	23.700	24.830	-1.130	28.809	20.850
13	23.600	26.976	-3.376	30.955	22.996
14	31.300	31.022	0.278	35.002	27.043
15	38.000	32.409	5.591	36.389	28.429
16	33.000	36.573	-3.573	40.553	32.593
17	35.000	36.564	-1.564	40.543	32.584
18	40.900	39.506	1.394	43.486	35.526
19	43.900	43.020	0.880	46.999	39.040
20	44.600	44.719	-0.119	48.699	40.739
21	45.300	45.946	-0.646	49.926	41.966
22	47.200	47.273	-0.073	51.252	43.292
23	46.600	45.783	2.817	49.763	41.803
24	43.900	44.681	-0.781	48.661	40.701
25	41.100	44.419	-3.319	48.399	40.440
26	45.700	44.753	0.947	48.733	40.774
27	48.400	45.331	3.069	49.311	41.351
28	44.700	46.649	-1.949	50.629	42.669
29	45.200	46.715	-1.515	50.695	42.735
30	50.000	51.675	-1.675	55.654	47.695
31	58.100	53.909	4.191	57.889	49.930
32	57.500	58.769	-1.269	62.749	54.789
33	58.900	60.183	-1.283	64.163	56.203
34	62.700	60.531	2.169	64.511	56.551
35	62.000	62.989	-0.989	66.969	59.009
36	62.400	59.529	2.871	63.509	55.549
37	57.800	62.922	-5.122	66.902	58.942
38	63.400	59.226	4.174	63.206	55.246

Cuadro V.5. Restitución de la serie por interpolación

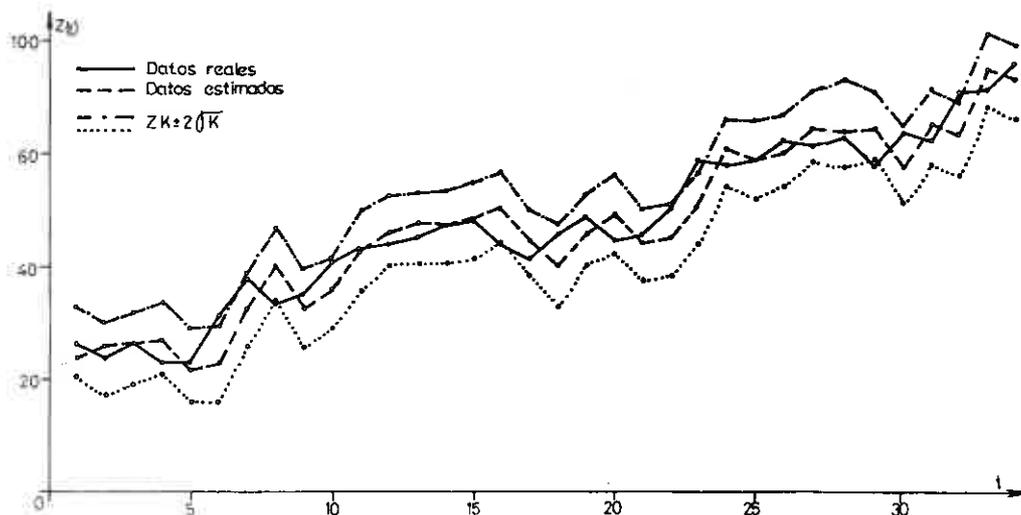


Figura V.3. Serie estimada por extrapolación

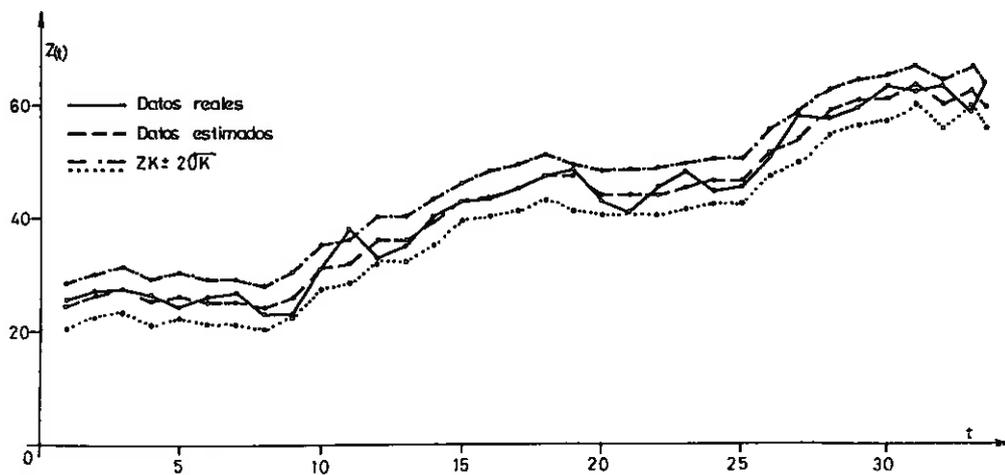


Figura V.4. Serie estimada por interpolación

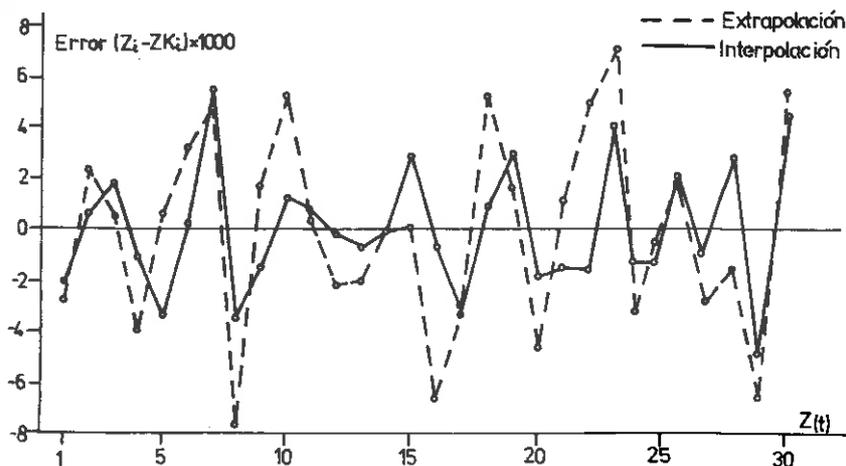


Figura V.5. Representación de los errores cometidos en ambas estimaciones.

El valor previsto del paro en la provincia de Granada para el primer trimestre de 1987 es de 78.361 parados, que si se compara con el valor real para el mismo periodo de 79.700 parados, se observa que existe una subestimación de 1.339 parados, lo que equivale a un error del 1.7% sobre el valor real.

Por otra parte, la desviación típica de Krikeage para la extrapolación y la interpolación son respectivamente  $\sigma_{ku} = 3.275$  parados y  $\sigma_{ku} = 1.990$  parados. Esto es el error con el que se realiza la estimación en cada caso. Estos valores se pueden comparar con las medias de los datos experimentales en tanto por ciento.

Así, la desviación relativa en % para la extrapolación es 6.9% y para la interpolación es de 4.7%.

$$\text{Desviación relativa \%} = \frac{\sigma_{ku}}{\bar{X}} \times 100$$

Si se analiza la serie de valores estimados en función de la desviación típica del error, para cada caso, se observa que en la extrapolación el 82.4% de los valores experimentales están comprendidos dentro del intervalo formado por los valores estimados más, menos dos veces la desviación típica del error; mientras que para la interpolación es de un 88.3% (véase Cuadros V.4, V.5 y Figuras V.3 y V.4).

También, se pueden comparar las dos series, experimental y estimada, en media, varianza y desviación típica. Así en el cuadro V.6 se observa que las series estimadas por

extrapolación e interpolación se ajustan tanto en media como en desviación típica a la serie experimental, esto significa que el efecto de suavizado provocado por el modelo es prácticamente irrelevante.

	Media	Media*	Varianza	Varianza*	D.Típica	D.Típica*
Extrap.	47.5	47.2	205.2	209.6	14.4	14.4
Interp.	42.3	42.2	165.5	160.3	12.8	12.6

Donde "\*" corresponde a la serie estimada.

Cuadro V.6

Por último, para comprobar el modelo estructural adoptado en cada caso, se realizan los siguientes tests estadísticos.

1) Error real medio, el valor de este estadístico debe de aproximarse a cero.

$$me = 1/n \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_{ki}) \approx 0$$

2) Error cuadrático reducido medio, el valor de este test se debe aproximar a la unidad.

$$\sigma_r = 1/n \sum_{i=1}^n \left[ \frac{Z_i - Z_{ki}}{\sigma_{ku}} \right]^2 \approx 1$$

3) Error real cuadrático medio, cuyo valor es menor para el mejor modelo.

$$mc = 1/n \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_{ki})^2$$

Los resultados de los tests anteriores para la extrapolación e interpolación son:

	<u>Extrapolación</u>	<u>Interpolación</u>
me	0.25	0.09
$\sigma_r$	1.67	1.41
mc	17.95	5.59

## 5. CONCLUSIONES

La aplicación de la T.V.R. en el tratamiento de series temporales económicas con deriva en la evolución temporal de los datos, presenta un interés manifiesto, como lo atestigua la bondad de los resultados obtenidos en el estudio presentado.

El método de estimación de Krigeage puede ser utilizado como modelo de predicción de valores a corto plazo, en series económicas con tendencia, de fácil elaboración e indudable rapidez. También es un método fiable en la reconstrucción de series incompletas de valores, donde la ausencia de algún dato obliga a estimar el valor más probable para ese periodo.

Los resultados obtenidos, en el estudio realizado, aplicando la extrapolación pueden considerarse como satisfactorios. Así, basta con comprobar que la predicción (ex-post) realizada por el modelo para el primer trimestre de 1987, difiere del valor real en tan sólo 1339 parados, diferencia que se sitúa dentro del margen de la desviación típica del error de estimación,  $\sigma_{ku} = 3.275$  parados.

En lo relativo al caso de interpolación de datos, los resultados son aún más alentadores, como así lo verifican los valores numéricos presentados por la desviación típica de Krigeage ( $\sigma_{ku} = 1990$  parados) y por la calidad de los tests estadísticos efectuados.

Hay que destacar también que en ambos casos (extrapolación e interpolación) el efecto de suavizado provocado al estimar la serie es prácticamente desechable.

Por último, hay que señalar que este método ha permitido cuantificar el error de estimación cometido en la predicción e interpolación. Esta cuestión no debe quedar como un problema puramente teórico, ya que la incertidumbre sobre el conocimiento de la variable afectará a las decisiones que, en base a ella, se toman en política económica.

## CAPITULO VI. ANALISIS DE UNA SERIE TEMPORAL CON COMPONENTE ESTACIONAL.

### 1. OBJETIVOS.

Se analiza en este capítulo una nueva serie temporal, formada por el numero de personas de nacionalidad española que pernoctan en Establecimientos Hoteleros de la provincia de Málaga desde Julio de 1974 a Enero de 1986, y que se denominará en lo sucesivo por **PERNA**.

La investigación realizada por los profesores J.M. Otero y F. Trujillo: "Análisis estadístico de la actividad turística en Málaga 1974-1986", analiza detenidamente la serie **PERNA**, utilizando la metodología tradicional del análisis de regresión y el más moderno de Box-Jenkins. No obstante, aprovechando esta circunstancia, se ha creído conveniente realizar un estudio de la misma, bajo un enfoque probabilístico diferente, esto es, aplicando la metodología que ofrece la T.V.R.

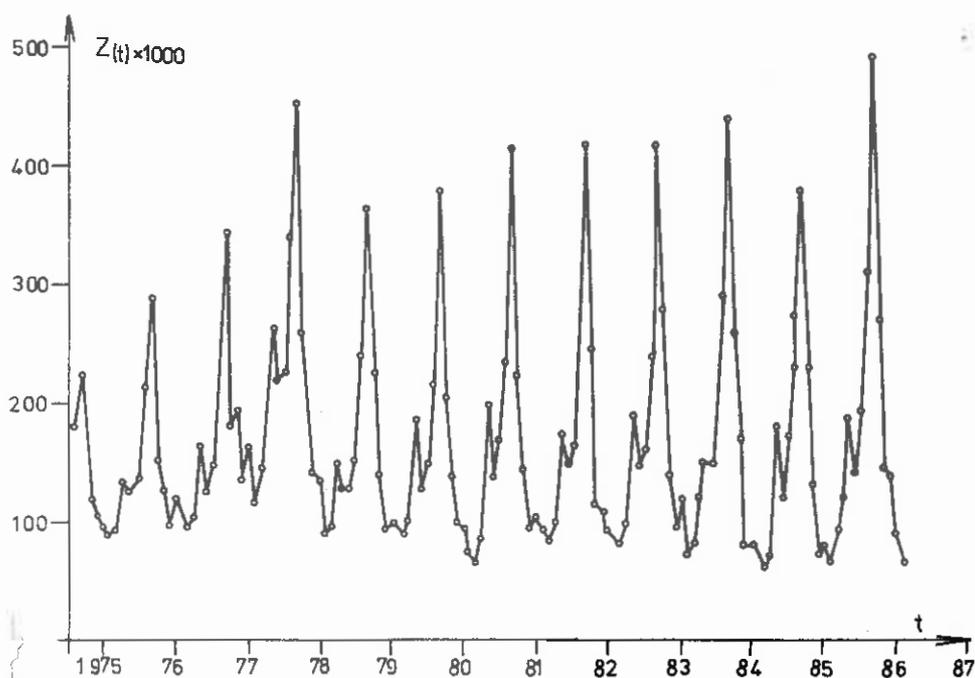
El principal objetivo del estudio expuesto consiste en la elaboración de un modelo de predicción de los valores de la serie para el próximo periodo, año 1987, con la finalidad de contrastar los datos estimados con los valores reales disponibles hasta el momento.

Por otra parte, es ineludible para describir la evolución temporal de los datos, comprobar la validez del método

utilizado, realizando la restitución de la serie.

## 2. DATOS DISPONIBLES

La serie **PERNA** está compuesta por 139 datos mensuales, que comprenden el periodo de observación que va desde Julio de 1974 hasta Enero de 1986. (1) La representación gráfica de la serie experimental puede apreciarse en la Figura VI.1.



**Figura VI.1. Representación gráfica de la serie PERNA - datos mensuales-.**

(1) Serie experimental tomada de Otero, J.M. y Trujillo, F. (1986), Análisis estadístico de la actividad turística en Málaga 1974-1986. P. 18. Ver Anexo 2.

Como aspectos más destacados de este gráfico, se observa que aparentemente hay ausencia de componente secular o tendencia a largo tiempo. En cambio se aprecia claramente la existencia de una componente estacional que se presenta a intervalos de tiempo regulares con amplitud de un año.

El movimiento periódico de los valores viene caracterizado por un incremento de la demanda hotelera que alcanza el máximo en las épocas estivales, para más tarde descender hasta el mínimo en la época invernal.

Junto a este movimiento, se advierte la presencia de variaciones estacionales durante los meses de Diciembre y Abril, que coinciden con las épocas vacacionales, respectivamente, de Navidad y Semana Santa - Véase Figura VI.1 -.

### 3. ESTRUCTURA DE LA VARIABLE

Una vez analizada, aunque sea someramente, la serie a partir de la representación gráfica de la misma, se va a continuar el estudio utilizando el principal instrumento que nos proporciona la T.V.R., que es el variograma.

La Figura VI.2 representa graficamente el variograma de la serie original PERNA, para pasos regulares de un mes. En esta función experimental calculada puede apreciarse la aparición de ciclos regulares, en torno a la varianza experimental de los datos, de 12 pasos - meses - consecutivos. Así, la variabilidad pasa a ser de máxima a mínima cada seis

meses alternativamente, como era de esperar dadas las características ya mencionadas de la variable. Por tanto, se obtiene un variograma de tipo periódico, con periodos regulares de 12 pasos.

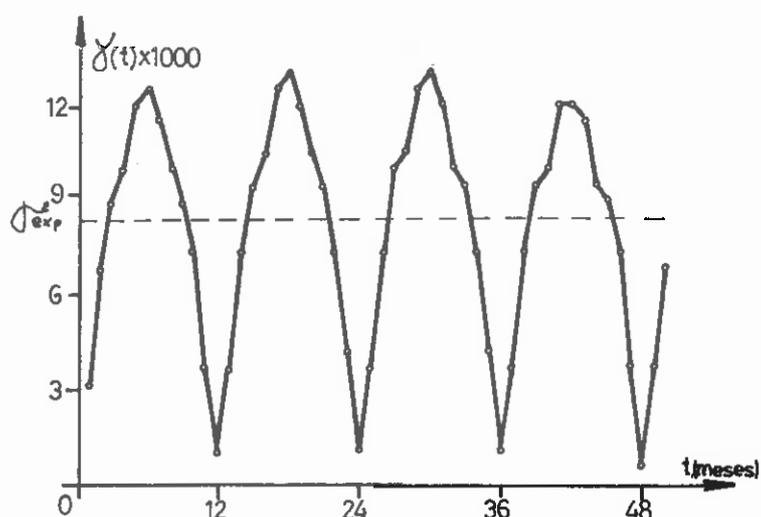


Figura VI.2. Variograma experimental de la serie PERNA para pasos regulares de un mes. Véase anexo 2.

El tratamiento de un variograma de este tipo puede presentar problemas de muy diversa índole, en especial en el ajuste del variograma experimental a un modelo autorizado. Ante estas dificultades planteadas, y el desbordamiento que implicaría dicho estudio, éste se va a dirigir hacia otras soluciones alternativas, que se tratarán en los apartados siguientes.

Pero antes, es conveniente comentar que la serie estudiada ha sido tratada con la metodología que proporciona el análisis de Fourier, para verificar la existencia de componentes periódicas que quedan reflejados en el gráfico de la

Figura VI.3, en el cual se detecta un valor "pico" que pertenece al periodo anual.

Posteriormente, se intentó filtrar esta componente pero los resultados obtenidos no fueron todo lo satisfactorios que hubiesen sido deseables, para su posterior tratamiento, por lo cual se procedió hacia otras alternativas.

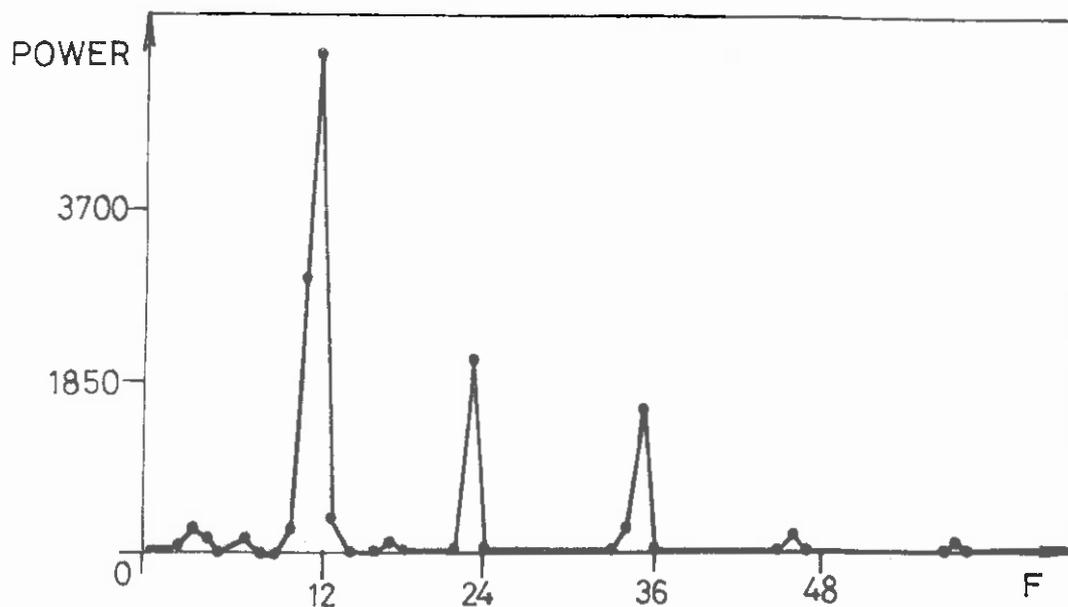


Figura VI.3. Gráfico del espectro de frecuencias de la variable PERNA.

También, se ha pretendido desestacionalizar la serie, aplicando el conocido procedimiento de calcular las diferencias entre cada dato experimental y su doceavo anterior. El variograma experimental de la serie formada por la diferencias obtenidas, se representa en la Figura VI.4.

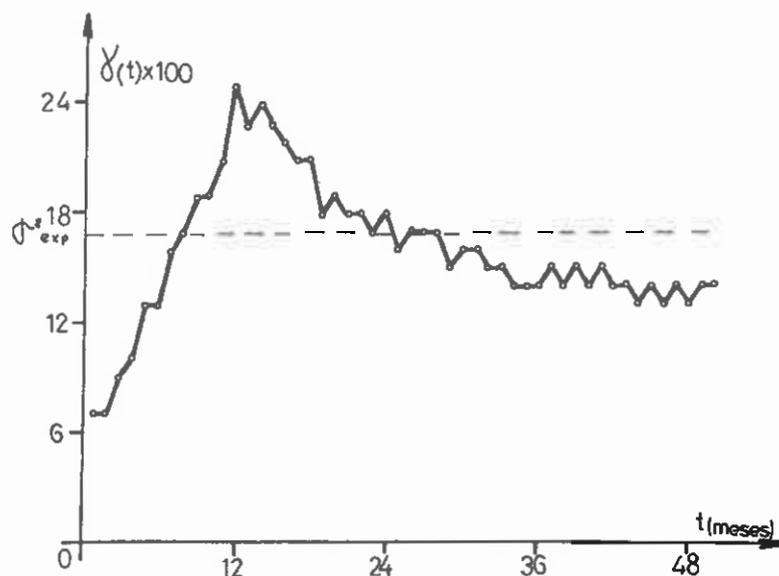


Figura VI.4. Variograma de la serie PERN filtrada.

### 3.1. ANALISIS DE LA SERIE DESAGREGADA.

En primer lugar, es necesario recabar la atención en el variograma experimental de la serie analizada, donde se observa que cada doce pasos el valor de  $\gamma^{\circ}(t)$ , para  $t = 12, 24, 36, \dots$ , la variabilidad es mínima. Esto significa, como puede intuirse fácilmente, que entre los valores equidistantes doce meses o múltiplos de doce existe la máxima autocorrelación entre los datos, o sea, mínimo valor de  $\gamma^{\circ}(t)$ .

De lo anterior, se deduce que es preferible realizar la desagregación de la serie original en otras doce subseries, formada cada una de ellas por los datos disponibles de cada mes.

Posteriormente, para cada una de las doce subseries obtenidas, se ha procedido a la obtención del variograma experimental correspondiente. Aunque la proporción de datos

disponibles es un tanto exigua para el desarrollo de los cálculos necesarios, concretamente para analizar la representatividad de los variogramas obtenidos, no obstante, al examinar los variogramas experimentales de cada uno de los doce meses - véanse las Figuras VI.5. a VI. 16. - se aprecia que los correspondientes a los meses de Enero y Agosto - véanse Figuras VI.5. y VI.12. - son los que presentan variogramas con un comportamiento mas regular que los del resto de los meses.

Esta situación era de esperar, si se considera que en estos meses la demanda hotelera se hace mas estable. Como indica Cruz de la Rosa (1) "....., la concentración de demanda se produce coincidiendo con las vacaciones, lectivas de colegios y universidades, con los cierres por vacaciones de fabricas y comercios, con las tradicionales vacaciones, de la administración, con el mejor planteamiento climático mediterráneo .....", y por el contrario, fuera de estas epocas de demanda desciende, hasta encontrar sus cotas mínimas en la estacion invernal.

---

(1)Cruz de la Rosa, C. (1984). Los comportamientos vacacionales y la estacionalidad.- El producto turístico. Simposio sobre la estacionalidad turística. Marbella-Málaga, p.29.

Aunque también era de esperar, por las mismas causas aludidas, un comportamiento similar en el variograma experimental del mes de Abril y, sin embargo, representa éste a una variable con un comportamiento extremadamente irregular - Figura VI.8. - motivado posiblemente por la inestabilidad de las vacaciones de Semana Santa en el Calendario Oficial.

El movimiento característico de la serie PERNA en este último mes, se asocia principalmente a una componente estacional variable y, por tanto, su variograma particular presenta ausencia total de autocorrelación.

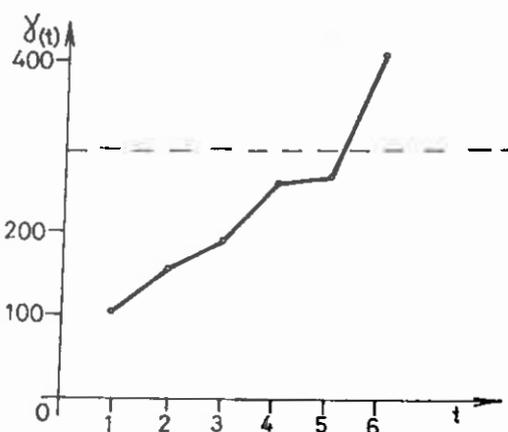


Fig. VI.5. Variograma experimental.  
Datos de Enero.

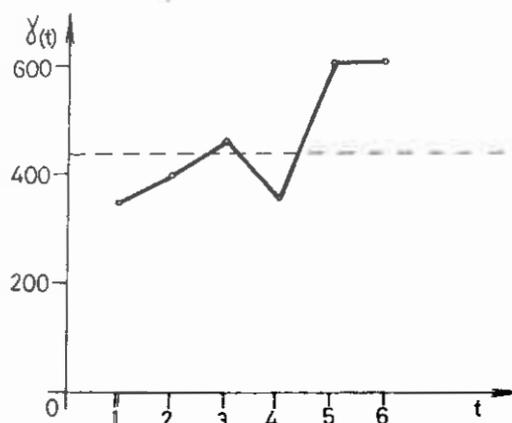


Fig. VI.6. Variograma experimental.  
Datos de Febrero.

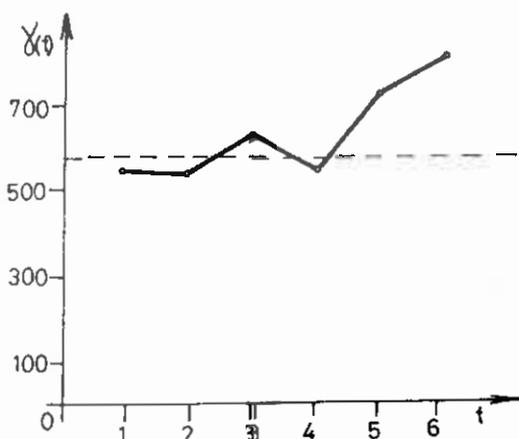


Fig. VI.7. Variograma experimental.  
Datos de Marzo.

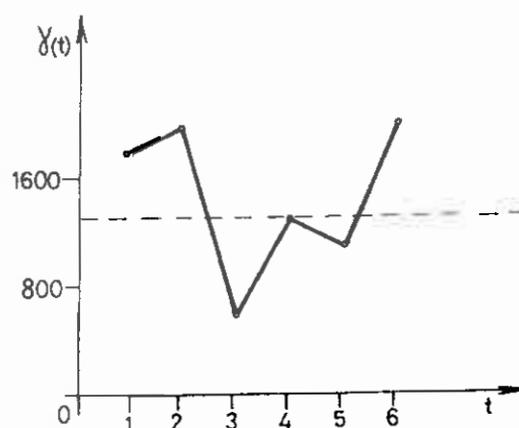


Fig. VI.8. Variograma experimental.  
Datos de Abril.

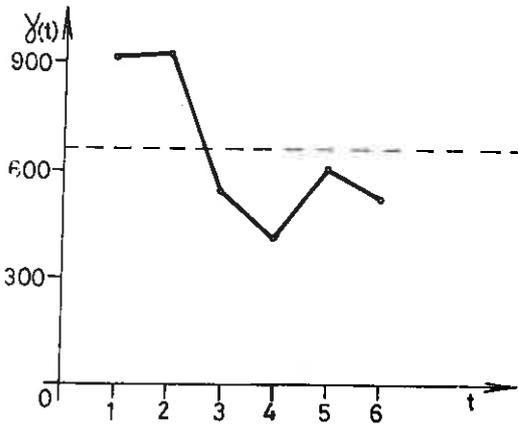


Fig. VI. 9. Variograma experimental. Datos de Mayo.

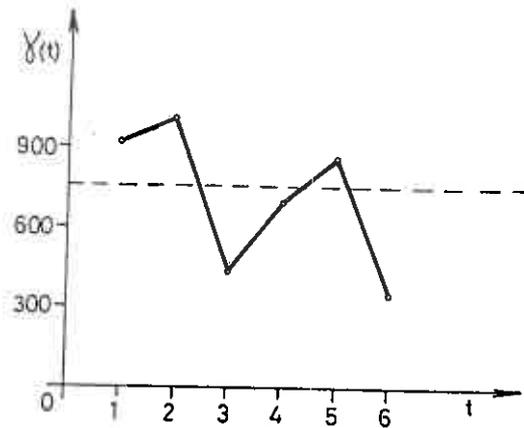


Fig. VI. 10. Variograma experimental. Datos de Junio.

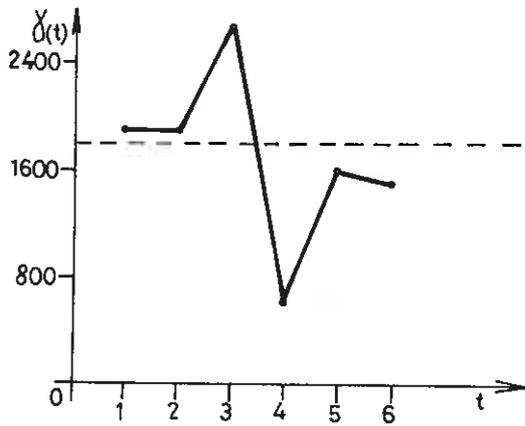


Fig. VI. 11. Variograma experimental. Datos de Julio.

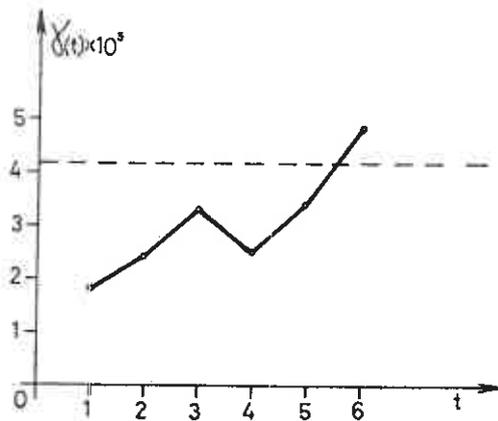


Fig. VI. 12. Variograma experimental. Datos de Agosto.

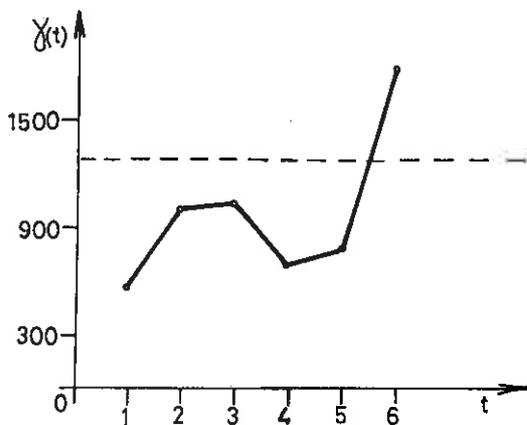


Fig. VI. 13. Variograma experimental. Datos de Septiembre.

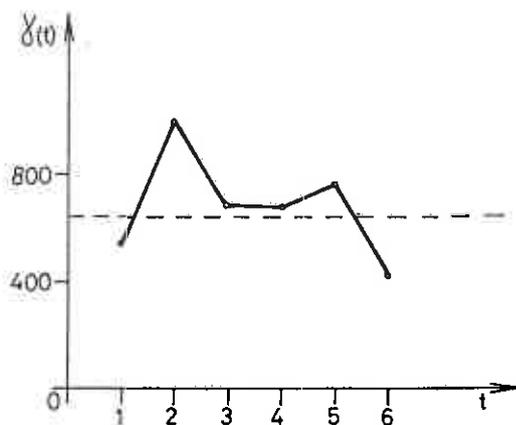


Fig. VI. 14. Variograma experimental. Datos de Octubre.

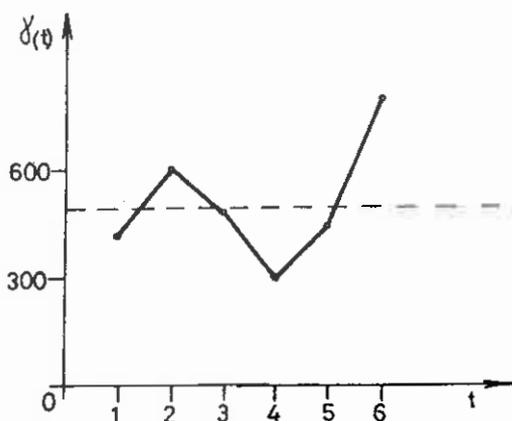


Fig. VI. 15. Variograma experimental.  
Datos de Noviembre.

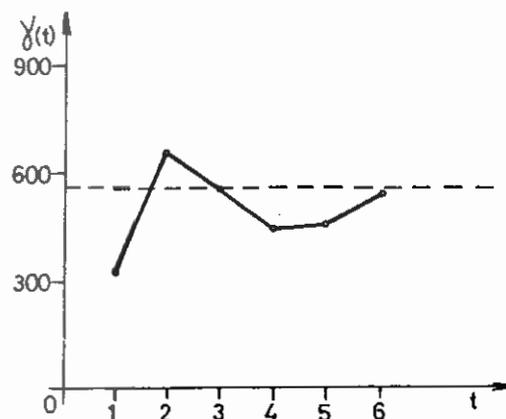


Fig. VI. 16. Variograma experimental.  
Datos de Diciembre.

La explicación del comportamiento regular de la demanda hotelera, provocada por el turismo interior en la provincia de Málaga en el mes de Agosto, como se ha comentado anteriormente, es la consecuencia del principal atributo objetivo de este producto, el clima; sin dejar de lado otros de carácter, más o menos subjetivo como lo pueden ser, el prestigio, la fama, la ilusión, etc.(1).

### 3.2 VARIOGRAMA MEDIO.

En segundo lugar, y en busca de una alternativa para solucionar las distintas dificultades presentadas en el epígrafe anterior, se ha procedido a la obtención de un variograma medio que representa la variabilidad media de los datos experimentales de cada mes.

(1) Véase Cruz de la Rosa, C.(1984), en "los comportamientos vacacionales...", ob.cit. p. 28.

Así, se demuestra que la media aritmética de los valores de  $\gamma(t)$ , para  $t = 1$ , de cada uno de los doce variogramas experimentales de cada mes del año, es igual al valor de  $\gamma(t)$ , para  $t = 12$ , de la serie original PERNA, y sucesivamente:

$$\frac{\sum_{i=1}^{12} \gamma^i(1)}{12} = \gamma^0(12)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{12} \gamma^i(2)}{12} = \gamma^0(24)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{12} \gamma^i(3)}{12} = \gamma^0(36)$$

·  
·  
·  
·

En la Figura VI.17 se han representado los seis primeros puntos de  $\gamma^0(t)$ , para  $t = 12, 24, 36 \dots$ , y se ha utilizado como meseta la media aritmética del valor de las mesetas de los variogramas experimentales de cada serie mensual.

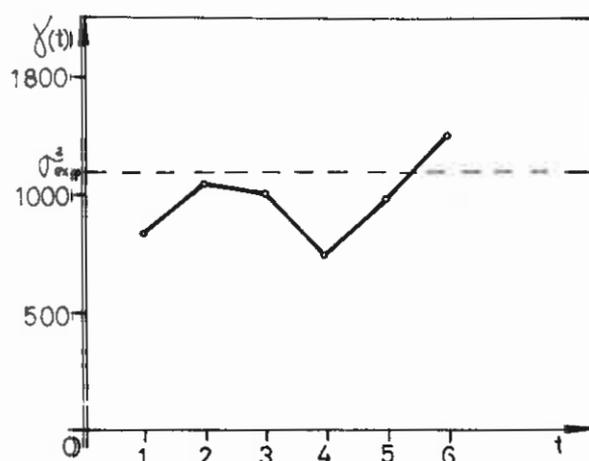


Figura VI.17. Variograma medio.

El nuevo variograma obtenido representa la variabilidad media de los valores de cada mes para cada periodo. Así,  $\gamma^{\circ}(12)$  indica la variabilidad media de todos los meses distantes un año;  $\gamma^{\circ}(24)$  representa la variabilidad media de todos los meses distantes dos años, etc.....

Se utilizará, por tanto, la función variograma  $\gamma^{\circ}(t)$  para conocer la estructura de la variable. Aunque hubiese sido deseable que los doce variogramas experimentales de cada mes, hubiesen arrojado mejores resultados para su posterior utilización en la predicción. Por otra parte, también hubiese convenido haber dispuesto de un mayor número de datos para cada mes en cuestión, como ya se dijo.

### 3.3. VARIOGRAMA AJUSTADO

Al variograma experimental  $\gamma^{\circ}(t)$  se ha ajustado un modelo autorizado de tipo esférico — véase Figura VI. 18 —

con los siguientes parámetros:

$$C = \text{meseta} = 1090$$

$$C_0 = \text{efecto pepita} = 600$$

$$a = \text{alcance} = 3$$

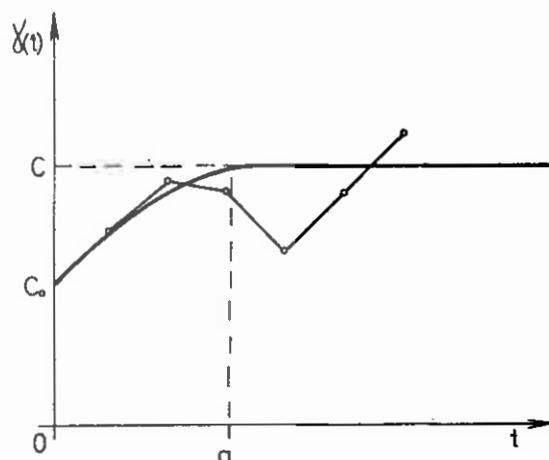


Figura VI.18. Variograma ajustado al variograma experimental medio.

Paralelamente, se ha realizado el ajuste de los variogramas experimentales relativos a los meses de Enero y Agosto por ser estos los meses que presentan una mejor estructuración. Los dos modelos ajustados son de tipo esférico, con los siguientes parámetros:

a) Variograma teórico mes de Enero, Figura VI.19.

$$C = \text{meseta} = 291$$

$$C_0 = \text{efecto pepita} = 50$$

$$a = \text{alcance} = 6$$

b) Variograma teórico mes de Agosto, Figura VI.20.

$$C = \text{meseta} = 4.156$$

$$C_0 = \text{efecto pepita} = 1.250$$

$$a = \text{alcance} = 6$$

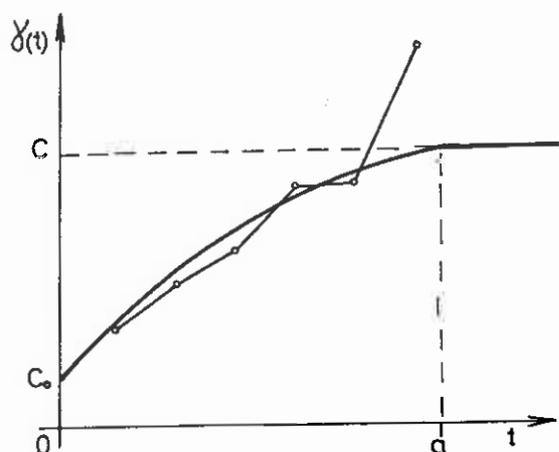


Fig. VI.19. Variograma teórico, para el mes de Enero.

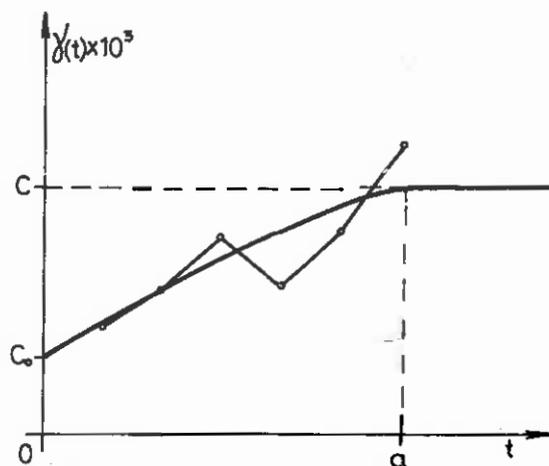


Fig. VI.20. Variograma teórico, para el mes de Agosto.

El valor obtenido para el alcance ( $a = 6$  años) es el mismo para los dos casos. Este parámetro indica, según se vió en la parte primera, la zona de influencia de la variable, esto es, el valor a partir del cual no existe autocorrelación entre los datos de la variable.

Por otra parte, el valor del alcance para el variograma medio no ha coincidido con el alcance de los variogramas desagregados anteriores. Este efecto se debe probablemente a la influencia que sobre aquél han ejercido los meses que presentan ausencia de autocorrelación.

#### 4. PREDICCIÓN Y RESTITUCIÓN.

##### 4.1. PREDICCIÓN.

El método utilizado para realizar la predicción y la restitución de la serie ha sido el Krigeage Simple (K.S), por presentar la variable estudiada un variograma teórico estacionario.

El estimador lineal de Krigeage Simple, presenta la siguiente forma:

$$Z_K = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(t_i)$$

$$\text{donde : } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

En el caso de la predicción del valor en el tiempo  $t + 1$ , la configuración del punto a estimar y del conjunto predictivo tiene la siguiente forma:

tiempo:	t-3	t-2	t-1	t	t+1
configuración:	.	.	.	.	o
ponderadores:	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	

donde: o es el punto a estimar.

Para obtener el valor de los ponderadores  $\lambda_i$  se ha de resolver el siguiente sistema matricial, referido en otras ocasiones.

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & 1 \\ \gamma_1 & 0 & 1 & \gamma_2 & 1 \\ \gamma_2 & \gamma_1 & 0 & \gamma_1 & 1 \\ \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde  $\gamma_i$  es el valor del variograma teórico para la distancia (en años)  $i$ , ( $\gamma_{j,i} = \gamma_{j-i}$ ).

En el sistema anterior  $\gamma_0 = 0$ , al ser los datos puntuales y por lo tanto la variabilidad de cada valor con respecto a él mismo es igual a cero.

El número de ponderadores elegidos o vecindad de Krigage, está influenciado por el valor del alcance del variograma teórico, que se ha elegido, tras los resultados de diferentes ensayos, en 4 ponderadores.

Sustituyendo en el sistema de K.S. cada elemento por los valores correspondientes del variograma teórico resulta:

$$\begin{bmatrix} 0 & 835.926 & 1017.41 & 1090 & 1 \\ 835.926 & 0 & 835.926 & 1017.41 & 1 \\ 1017.41 & 835.926 & 0 & 835.926 & 1 \\ 1090 & 1017.41 & 835.926 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 835.916 \\ 1017.41 \\ 1090 \\ 1090 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Resolviendo este sistema se obtienen los valores de los cuatro ponderadores  $\lambda_i$ , y del factor de Lagrange  $\mu$ , que intervienen en el cálculo del error de estimación. Los

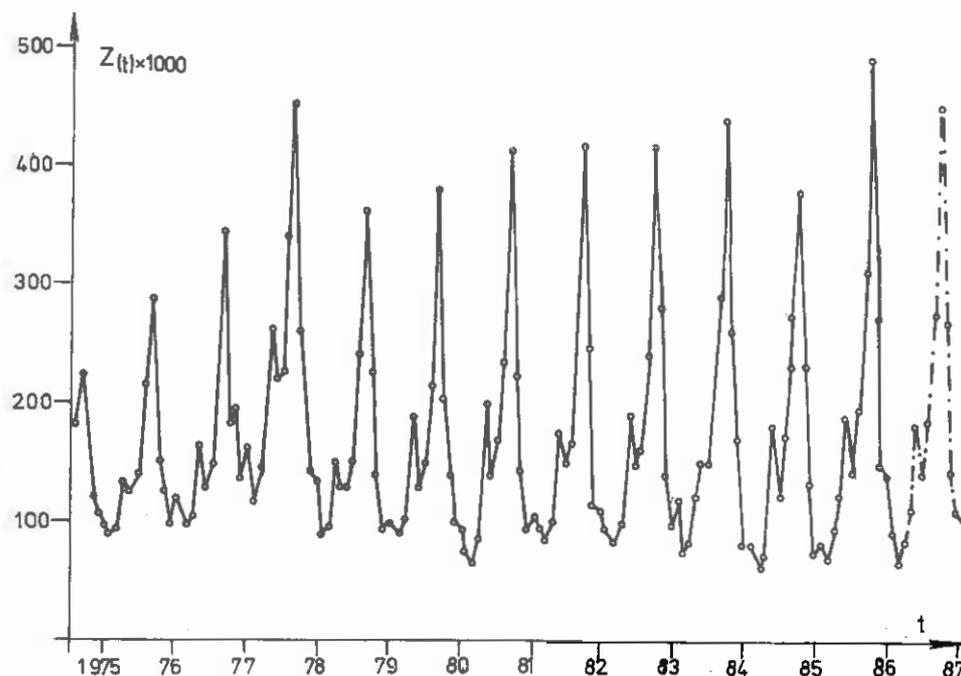
valores numéricos deducidos son los siguientes:

Tabla de Ponderadores		
$\lambda_4 = 0.45$	$\lambda_2 = 0.1446$	
$\lambda_3 = 0.1822$	$\lambda_1 = 0.2232$	$\mu = 293.255$

$$\text{donde: } \sum_{i=1}^4 \lambda_i = 1$$

Con el resultado de los ponderadores obtenidos y los datos de los cuatro últimos años de cada mes  $Z(t_i)$ , se ha obtenido el valor estimado para cada mes del siguiente periodo, que están representados en la Figura VI.21.

$$ZK_j = \sum_{i=1}^4 \lambda_i \cdot Z(t_i); \quad j = 1, 2, \dots, 12,$$



**Figura VI.21.** Representación gráfica de la serie original PERNA y los doce valores estimados para el siguiente periodo - año 1986 - (trazo discontinuo).

En el cuadro VI.1. se encuentra el error cometido en la predicción al comparar el valor estimado de cada mes con el valor real correspondiente disponible hasta el momento.

### AÑO - 1986

Mes	Valor estimado	Valor real	Error (Error/V.real)x100
Enero	69.746	70.805	1.059
Febrero	81.533	70.401	11.132
Marzo	107.472	153.359	-45.887
Abril	181.367	128.855	52.512
Mayo	137.978	149.733	-11.755
Junio	185.871	168.568	17.303
Julio	275.558	300.324	24.766
Agosto	447.437	411.691	-35.746
Sept.	264.435	205.481	-58.954
Oct.	143.603	136.532	-7.071
Nov.	106.415	—	—
Dic.	95.317	—	—

Cuadro VI.1.

En el Cuadro VI.1 se aprecia, que el error absoluto más pequeño, cometido en la estimación, corresponde al mes de Enero que es uno de los meses que presentaban mejor estructuración temporal. También hay que destacar que, por el contrario, han sido los meses de Marzo y Abril los que han presentado mayor error relativo en % en la estimación; provocado muy posiblemente por la inestabilidad, en el Calendario Oficial, de la festividad de Semana Santa que habiéndose encontrado generalmente, en los periodos anteriores, en el mes de Abril, pasa al mes de marzo en el año

1986.

Posteriormente, se ha procedido de igual forma, que con el caso del variograma medio, a la predicción de los valores para el próximo periodo, pero a partir de los variogramas desagregados de los meses de Enero y Agosto y con la salvedad de que en estos casos, el número de ponderadores utilizados ha sido de seis, presentando los siguientes resultados, véase Cuadro VI.2.

Mes	Valor Estimado	Valor Real	Error	(Error/V.Real)x100
Enero	65.811	70.805	-4.994	7
Agosto	453.269	411.691	-41.578	10

Cuadro VI.2.

Si se comparan los valores estimados, referidos en los Cuadros VI.1. y VI.2. se observa que en ambos casos los datos presentados son semejantes. Esto significa que la alternativa expuesta en el apartado 3.2 es válida para conocer la estructura de la variable y, por lo tanto, para realizar la predicción de la serie en general.

#### 4.2 RESTITUCION DE LA SERIE.

El segundo objetivo planteado es la restitución de la serie. Para ello se ha replanteado el modelo anterior, quedando ahora la configuración del punto a estimar y del conjunto estimador de la siguiente forma:

---

tiempo:	t-2	t-1	t	t+1	t+2
configuración:	.	.	o	.	.
ponderadores:	$\lambda_1$	$\lambda_2$		$\lambda_3$	$\lambda_4$

---

donde: o es el punto a estimar.

En este caso el sistema de K.S. queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix}
 \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_3 & \gamma_3 & 1 \\
 \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_2 & \gamma_3 & 1 \\
 \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_0 & \gamma_1 & 1 \\
 \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \lambda_3 \\
 \lambda_4 \\
 \mu
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \gamma_2 \\
 \gamma_1 \\
 \gamma_1 \\
 \gamma_2 \\
 1
 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo cada elemento por su valor correspondiente del variograma teórico y resolviendo el sistema así planteado resulta:

---

Tabla de Ponderadores		
$\lambda_1 = 0.1564$	$\lambda_3 = 0.3436$	
$\lambda_2 = 0.3436$	$\lambda_4 = 0.1564$	$\mu = 185.158$

---

donde:  $\sum_{i=1}^4 \lambda_i = 1.$

Aplicando el estimador lineal insesgado de K.S. como interpolador en la configuración anterior para la serie de cada mes, se obtiene la serie Krigenda por interpolación - Figura VI.22.

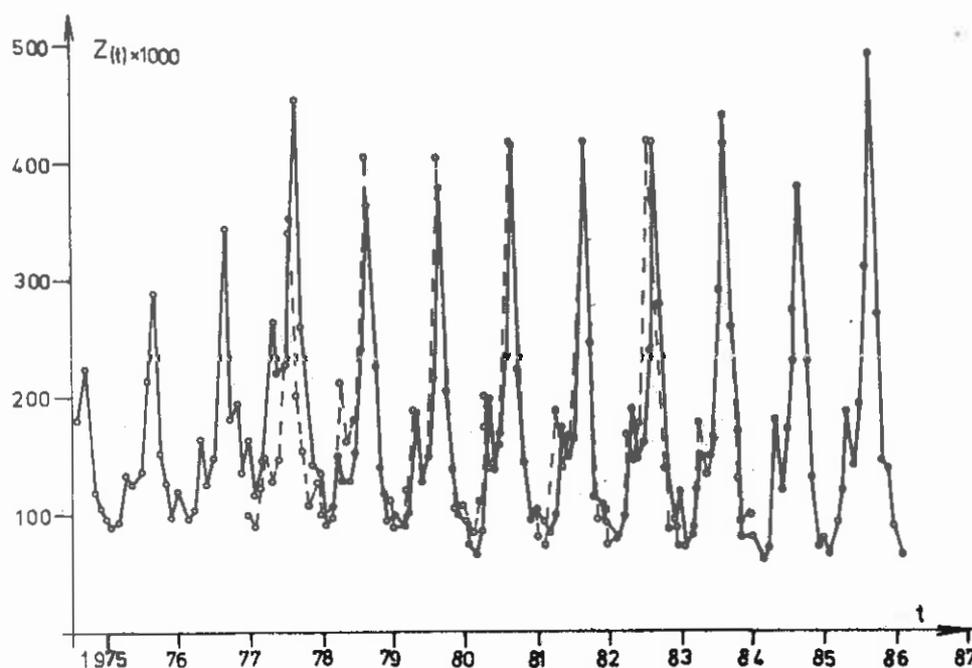


Figura VI.22. Representación gráfica de la serie restituida (trazo discontinuo) y real (trazo continuo).

Puede observarse que el gráfico de la serie simulada se ajusta, en mayor o menor medida, a la serie original y en particular a los valores de Enero y Agosto para el periodo de tiempo analizado.

Los estadísticos calculados son los siguientes:

1. Error real medio :

$$me = \sum_{i=1}^n \frac{Z(t_i) - ZK(t_i)}{n} = 5.615$$

Este estadístico representa el error medio cometido al comparar los valores reales de la serie con los valores estimados, para tener una medida del valor obtenido por este estadístico se va a comparar con la media aritmética de los datos de la serie ( $\bar{X} = 169.210$ ),  $(me/\bar{X}) \times 100 = 3.3\%$

que es un valor relativamente bajo.

2. Error cuadrático reducido medio.

$$\sigma_r = 1/n \sum_{i=1}^n \left[ \frac{Z(t_i) - ZK(t_i)^2}{\sigma_k} \right] = 1.08$$

siendo:  $\sigma_k = 32.830$

El valor de este estadístico se ajusta casi perfectamente al valor teórico ( $\sigma_r = 1$ ).

En el Cuadrado VI.3. se presentan los valores numéricos de la serie estimada - VALOR KRIGE - para cada mes, el valor real - VALOR VARIABLE -, el error cometido en la estimación - ERROR - y el valor estimado más, menos dos veces la desviación típica del error ( $\sigma_k = 32.830$ ).

Cuadro VI.3.

ENERO					
ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	118.000	99.185	18.815	164.846	33.524
4	91.000	102.934	-11.934	168.595	37.273
5	96.000	89.411	6.589	155.072	23.750
6	75.000	91.405	-16.405	157.066	25.744
7	89.000	81.000	8.000	146.661	15.339
8	87.000	75.467	11.533	141.128	9.806
9	66.000	76.844	-10.844	142.505	11.183
FEBRERO					
ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	146.000	94.936	51.064	160.597	29.275
4	98.000	105.554	-7.554	171.215	39.893
5	87.000	93.320	-6.320	158.981	27.659
6	68.000	86.656	-18.656	152.317	20.995
7	86.000	75.596	10.404	141.257	9.936
8	76.000	77.527	-1.527	143.188	11.866
9	80.000	75.911	4.089	141.572	10.250
MARZO					
ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	148.000	126.811	21.189	192.472	61.150
4	152.000	117.336	34.664	182.997	51.675
5	107.000	119.876	-12.876	185.537	54.215
6	84.000	109.911	-25.911	175.572	44.250
7	100.000	97.975	2.025	163.636	32.314
8	96.000	101.836	-5.836	167.497	36.175
9	124.000	93.318	30.682	158.979	27.658
ABRIL					
ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	268.000	152.846	115.154	218.506	87.185
4	133.000	216.239	-83.239	281.900	150.579
5	192.000	185.544	6.456	251.205	119.883
6	204.000	177.825	26.975	242.686	111.364
7	178.000	187.338	-9.338	252.999	121.677
8	186.000	173.195	12.805	238.856	107.534
9	149.000	184.718	-35.718	250.379	119.057

---



---

**MAYO**


---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	V. KRIGE + 2De	V. KRIGE - 2De
3	221.000	130.595	90.405	196.256	64.934
4	133.000	162.770	-29.770	228.431	97.109
5	133.000	151.106	-18.106	216.767	85.445
6	137.000	141.093	-4.093	206.754	75.432
7	152.000	141.095	10.905	206.756	75.434
8	143.000	145.963	-2.963	211.624	80.302
9	154.000	136.784	17.216	202.445	71.123

---



---

**JUNIO**


---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	V. KRIGE + 2De	V. KRIGE - 2De
3	229.000	148.654	80.346	214.315	82.993
4	155.000	180.992	-25.992	246.653	115.331
5	153.000	173.789	-20.789	239.450	108.129
6	171.000	159.500	11.500	225.161	93.839
7	166.000	172.660	-6.660	238.321	106.999
8	164.000	183.776	-19.776	249.437	118.115
9	215.000	170.191	44.809	235.852	104.530

---



---

**JULIO**


---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	V. KRIGE + 2De	V. KRIGE - 2De
3	343.000	230.683	112.317	296.344	165.022
4	238.000	266.927	-28.927	332.588	201.266
5	219.000	262.706	-43.706	328.367	197.045
6	238.000	249.996	-11.996	315.657	184.335
7	291.000	243.847	47.153	309.508	178.186
8	240.000	272.830	-32.830	338.491	207.169
9	290.000	255.015	34.985	320.676	189.354

---



---

**AGOSTO**


---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	V. KRIGE + 2De	V. KRIGE - 2De
3	455.000	352.463	102.537	418.124	286.802
4	373.000	406.459	-33.459	472.120	340.799
5	382.000	407.417	-25.417	473.078	341.756
6	414.000	400.249	13.751	465.910	334.588
7	421.000	416.280	4.720	481.941	350.619
8	422.000	420.585	1.415	486.246	354.924
9	443.000	417.013	25.987	482.674	351.352

---

---

 SEPTIEMBRE
 

---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	263.000	200.402	62.598	266.062	134.741
4	228.000	225.087	2.913	290.748	159.426
5	205.000	235.444	-30.444	301.105	169.783
6	226.000	233.600	-7.600	299.261	167.939
7	245.000	245.245	-0.245	310.906	179.584
8	277.000	244.620	32.380	310.281	178.959
9	258.000	256.251	1.749	321.912	190.590

---

 OCTUBRE
 

---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	195.000	156.929	38.071	222.590	91.268
4	141.000	167.876	-26.876	233.537	102.215
5	137.000	148.253	-11.253	213.914	82.592
6	148.000	131.566	16.434	197.227	65.905
7	118.000	146.502	-28.502	212.163	80.841
8	140.000	140.780	-0.780	206.441	75.119
9	167.000	132.531	34.469	198.192	66.870

---

 NOVIEMBRE
 

---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	143.000	113.245	29.755	178.906	47.584
4	99.000	121.405	-22.405	187.066	55.744
5	102.000	107.726	-5.726	173.387	42.065
6	98.000	104.216	-6.216	169.877	38.555
7	113.000	94.154	18.846	159.815	28.493
8	95.000	91.060	3.940	156.721	25.399
9	76.000	95.448	-19.448	161.109	29.787

---

 DICIEMBRE
 

---

ELEMENTO	VALOR VARIABLE	VALOR KRIGE	ERROR	U. KRIGE + 2De	U. KRIGE - 2De
3	136.000	127.712	8.288	193.373	62.051
4	103.000	123.255	-20.255	188.916	57.594
5	98.000	108.066	-10.066	173.727	42.405
6	105.000	102.378	2.622	168.039	36.717
7	98.000	105.338	-7.338	170.999	39.677
8	121.000	90.533	30.467	156.194	24.872
9	79.000	100.498	-21.498	166.159	34.837

---

## 5. CONCLUSIONES.

En esta segunda aplicación se ha realizado el análisis de una serie temporal con componente principalmente estacional con el objetivo primero, de predecir el futuro próximo y segundo, de realizar la restitución histórica de la misma.

Se ha tratado de dar algunas alternativas posibles para solucionar los problemas de estimación abordados a partir de la metodología expuesta; demostrando ésta que puede adaptarse, con cierta facilidad, a la resolución de la problemática que este tipo de series presenta, tanto en el aspecto de la predicción como en el de la restitución.

A la vista de los resultados obtenidos en el trabajo, puede concluirse que éstos son aceptablemente buenos. Así, se constata numéricamente que los errores cometidos en la predicción para los doce meses siguientes, correspondientes al año 1986, son porcentualmente pequeños, véase Cuadro VI.1., con la salvedad de los errores cometidos para los meses de Marzo y Abril, por las razones ya expuestas.

En relación a la restitución de la serie, los estadísticos de comprobación aplicados presentan, en primer lugar, un error real medio relativamente pequeño ( $me = 5.615$ ), si se compara porcentualmente con la media aritmética de la serie original ( $(me/\bar{X}) \times 100 = 3.3\%$ ), y en segundo lugar, un error cuadrático reducido medio ( $\sigma_r = 1.08$ ) que se ajusta al valor teórico.

Ahora bien, todo este desarrollo tiene la ventaja de admitir la modificación de alguno de los supuestos asumidos en base a la información experimental, que podrían modificar las cifras resultantes, mejorando los resultados obtenidos.

La aplicación de la presente metodología a series temporales quedará expuesta a una mayor profundización en el estudio de dicha teoría, que junto con otros métodos clásicos (métodos autoregresivos) sirvan de base para el establecimiento de decisiones dentro del marco macroeconómico y empresarial.

RESUMEN Y CONCLUSIONES

En resumen, el trabajo expuesto presenta los principales fundamentos teóricos en los cuales descansa la Teoría de las Variables Regionalizadas, y un conjunto de aplicaciones que ilustran las diferentes posibilidades prácticas que, sin lugar a dudas, posee dentro del ámbito de las Ciencias Económicas esta Teoría.

En los capítulos del I al IV, se presenta una síntesis de esta metodología destacando principalmente las características más relevantes que, desde el punto de vista práctico, interesa al economista.

La aplicación de esta metodología obliga a utilizar una terminología que teniendo sus orígenes en las Ciencias de la Tierra, he procurado adaptar utilizando para ello ejemplos de variables económicas.

El objetivo que me ha motivado a aplicar este instrumento probabilístico que se utiliza en diferentes disciplinas para resolver problemas de estimulación y simulación, ha sido probar que es igualmente aplicable en Econometría para el análisis cuantitativo de fenómenos económicos.

En este sentido, se aborda uno de los principales problemas que tanto preocupa en Econometría, como es, la inferencia estadística en series temporales económicas. Para ello, se han realizado dos aplicaciones prácticas, utilizando series económicas temporales con características estructurales muy diferentes. Así, mientras que una de las series presenta deriva en la evolución temporal de los datos, la otra lo hace con una componente principalmente estacional, y

cuyos resultados numéricos se exponen en los capítulos V y VI.

La conclusión fundamental, que se deduce de todo lo expuesto, es que este método innovador es un útil que permite resolver fácilmente algunos de los problemas que tradicionalmente son tratados por los econométricos. Estos problemas son: la predicción y la restitución de datos en series temporales. La bondad de los resultados obtenidos en las prácticas expuestas, confirman la indudable utilidad que proporciona la aplicación de esta técnica a variables económicas.

Hay que resaltar que la T.V.R. junto con la teoría del Krigage posibilitan obtener estimaciones óptimas del valor más probable, en el sentido de utilizar un estimador que es insesgado y de varianza de estimación mínima; sin olvidar que permite cuantificar a priori (antes de realizar la estimación) el error de estimación, valor que no debe ser relegado, si se contempla el interés que éste tiene en el campo de la toma de decisiones.

A esta metodología se le atribuyen como características más sobresalientes: la versatilidad, el fácil manejo, la mecanización y el bajo costo.

El calificativo de versátil hace referencia a la posibilidad de ser aplicado, tanto a variables espaciales, como temporales. Esta característica la distingue de otras técnicas que, usualmente, se aplican en Econometría. Hay que

aclarar, que aunque en este trabajo sólo se ha aplicado en la estimación de series temporales económicas, ello no es óbice para que, en un futuro, se pueda aplicar a variables espaciales económicas.

Por último, hay que tener en cuenta que en el ámbito empresarial interesa la utilización de técnicas que permitan obtener estimaciones "fiables" pero cuyos costos no sean superiores a los beneficios esperados. Así el procedimiento descrito tiene la ventaja de ser rentable, debido a su bajo costo.

B I B L I O G R A F I A

- ALCAIDE, A. (1972). Lecturas de Econometría. Ed. Gredos, 402 p.
- ALCAIDE-INCHAUSTI, C. (1986). Rasgos básicos del desempleo en España. Papeles de Economía, n° 26, pp. 59-73.
- ALBARRACIN, J. (1982). Las tendencias básicas de la población, el empleo y el paro en el periodo 1964 a 1980. Banco de España.
- ALFARO, M.A. (1974). Introducción a la Geoestadística operativa. E.T.S. de Ingenieros de Minas U.P.M.
- ANDREU, J.M., DE LA FUENTE, M.A. (1983). Un análisis de la economía española. Banco de Bilbao. Revista Situación 1983/4, pp. 5-88.
- BANCO DE BILBAO. (1986). La Bolsa española hoy. Revista Situación, 1986/2, 50 p.
- BARBANCHO, A.G. (1976). Fundamentos y posibilidades de la Econometría. Ed. Ariel, 219 p.
- CABELLO JURADO, M.A.; LINDE RODRIGUEZ, A.; LOPEZ CASAS, J. (1982). Magnitudes Socio-económicas de la provincia de Granada. Exma. Diputación Provincial de Granada, 279 p.
- CARREA ERENO, S. (1983). Diagnóstico de la agroindustria española: por debajo de sus posibilidades. BB. 1983/2. pp.
- CHICA OLMO, M. (1981). Aplicaciones de la Geoestadística en Hidrogeología. Tesis de Licenciatura. Univ. de Granada, 151 p.

- CHICA OLMO, M. (1987). Análisis Geoestadístico en el estudio de la explotación de los recursos minerales. Tesis Doctoral. Univ. de Granada, 387 p.
- CHILES, J.P.; MATHERON, G. (1979). Interpolation optimale et Cartographie. C.G.M.M., E.N.S.M.P. N-427, 20 p.
- CRUZ DE LA ROSA, C. (1984). Los comportamientos vacacionales y la estacionalidad. El producto turístico. Simposio sobre la estacionalidad turística. Marbella, pp.25-35.
- DAVIS, J.C. (1973). Statistics and data analysis in Geology. Ed. John Wiley, Sors.
- DE MIGUEL, C. (1986). La medición estadística del empleo y el paro. Papeles de Economía, n° 26, pp. 2-25.
- DE WIJS, H.J. (1951). Statistics of ore distribution. J.R. Neth. Geol. Min. Soc 11-1951/6-1953.
- DELFINER, F.; DELHOMME, J.P. (1973). Applications du Krigeage a l'optimisation d'une campagne pluviométrique en zone aride. Centre Informatique Géologique, E.N.S.M.P., R/73/74, 13 p.
- DELHOMME, J.P. (1976). Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau. Thèse Docteur Ingénieur. Univ. Pierre et Marie Curie, 130 p.
- DELHOMME, J.P. (1978). Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau. Bulletin du B.R.G.M. Sec. III, n°4, pp. 341-375.

- EZEQUIEL URIEL (1985). Análisis de series temporales. Modelos ARIMA. Ed. Paraninfo.
- GARCIA PEREIRA, M. (1979). Introdução al variavels regionalizadas. 1ª Seminario de Geomatemática. Lisboa. Técnica, 451/452. pp. 87-97.
- GARCIA RUIZ, A.L. (1982). La industria en la provincia de Granada. Univ. de Granada. 299 p.
- GIRALDEZ PIDAL, E. (1986). La inversión industrial. Algunas consideraciones en torno a su comportamiento sectorial y espacial durante la crisis de los setenta. Banco de Bilbao. Revista Situación. 1986/1, pp. 62-85.
- JOURNEL, A. (1975). Guide pratique de Géostatistique miniere. 241 p.
- JOURNEL, A. (1977). Géostatistique miniere. Thèse Docteur. G.G.M.M. 735 p.
- KRIGE, D.G. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand. J. Chem. Metall. Min. Soc. Afr. Vol. 52, pp. 119-139.
- MARECHAL, A. (1975). Géostatistique et applications minières. Annales des mines. E.N.S.M.P. 12 p.
- MATHERON, G. (1962). Traité de Géostatistique Apliquée. Ed. Techn. Paris. Tome II (1963), 172 p.

- MATHERON, G. (1967). Kriging or Polynomial Interpolation Procedures. C.I.M.M. Transactions, vol. 70, pp. 240-244.
- MATHERON, G. (1965). Les variables regionalisées et leur estimation. Masson y Cie. Paris, 212 p.
- MATHERON, G. (1969). Le Krigeage Universal. C.G.M.M. Fasc. n° 1. E.N.S.M.P. 82 p.
- MATHERON, G. (1970). La théorie des Variables Regionalisées et ses applications. C.M.M. Fasc. n° 5. E.N.S.M.P., 212 p.
- MIGUEZ, F. (1984). Introducción a la Teoría de la Variable Regionalizada. Madrid, 118 p.
- MONGET, J. M.; BORDET, J. P. (1972). Le Variogramme, revelateur de structure d'un champ bidimensional. Ed. E.N.S.M.P., 17 p.
- MONTES, F. (1983). Aplicación de la morfología matemática al estudio de variables administrativas: los resultados electorales en la provincia de Valencia. Univ. de Valencia.
- OTERO MORENO, J.M. (1978). Lógica y limitaciones de la Econometría. Ed. ICE.
- OTERO, J.M.; TRUJILLO, F. (1986). Análisis estadístico de la actividad turística en Málaga 1974-1986. Premio a la investigación. Univ. de Málaga.
- REMACRE, Z. (1984). L'estimation du récupérable local. Le

conditionnement uniforme. Thèse Docteur. E.N.S.M.F.

- SICHEL, MS. (1952). New Methods in the statistical evaluation of mine sampling data. Trans. Ins. Min. Metall. London Vol. 51, 261 p.

Abreviaturas:

E.N.S.M.F.: Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

C.G.M.M.: Centre de Géostatistique et de Morphologie  
Mathématique.

U.P.M.: Universidad Politécnica de Madrid.

C.I.M.M.: Cand. Inst. Min. Metall.

A N E X O S

## ANEXO 1

Variograma experimental de la serie temporal formada por el número de desempleados en la provincia de Granada. Serie PARO.

VARIOGRAMA : PARO REFERENCIA : 1  
 MEDIA DE LOS DATOS = 0.43193E 2 VARIANZA = 0.24727E 3 NUMERO DE DATOS = 42

ESCALA VERTICAL = 0.15454E 2 PASO DEL VARIOGRAMA = 0.10000E 1

NC GAMMA DIST. ORDENADA GAMMA

NC	GAMMA	DIST.	ORDENADA	GAMMA
41	0.7806E	1	1.	0.386E 3!
40	0.1539E	2	2.	0.371E 3!
39	0.2147E	2	3.	0.355E 3!
38	0.2661E	2	4.	0.340E 3!
37	0.3882E	2	5.	0.325E 3!
36	0.4963E	2	6.	0.309E 3!
35	0.5808E	2	7.	0.294E 3!
34	0.6757E	2	8.	0.278E 3!
33	0.8397E	2	9.	0.263E 3!
32	0.1028E	3	10.	VARIANZA=
31	0.1172E	3	11.	0.232E 3!
30	0.1351E	3	12.	0.216E 3!
29	0.1576E	3	13.	0.201E 3!
28	0.1777E	3	14.	0.185E 3!
27	0.1917E	3	15.	0.170E 3!
26	0.2151E	3	16.	0.155E 3!
25	0.2428E	3	17.	0.139E 3!
24	0.2649E	3	18.	0.124E 3!
23	0.2870E	3	19.	0.108E 3!
22	0.3170E	3	20.	0.927E 2!

0.773E 2!  
 0.618E 2!  
 0.464E 2!  
 0.309E 2!  
 0.155E 2! \* \* \*

1 2 3 4 5

10

20

30

40

Donde:

NC = número de parejas.

GAMMA = valores del variograma experimental.

DIST. = distancia del variograma.

## ANEXO 2

1.- Serie PERNA. Pernoctaciones de viajeros nacionales (en miles de personas).

ANO	MES	PERNA
1974	7	188
	8	255
	9	176
	10	121
	11	112
	12	99
1975	1	90
	2	96
	3	137
	4	124
	5	133
	6	134
	7	219
	8	292
	9	169
	10	126
	11	97
	12	121
1976	1	113
	2	95
	3	106
	4	168
	5	126
	6	147
	7	234
	8	346
	9	185
	10	196
	11	140
	12	196
1977	1	118
	2	146
	3	148
	4	268
	5	221
	6	229
	7	343
	8	455
	9	263
	10	195
	11	143
	12	136
1978	1	91
	2	98
	3	152
	4	133
	5	133

## Continuación

<u>ANO</u>	<u>MES</u>	<u>PERNA</u>	
1978	6	155	
	7	238	
	8	373	
	9	228	
	10	141	
	11	99	
	12	103	
	1979	1	96
		2	87
		3	107
		4	192
		5	133
6		153	
7		219	
8		382	
9		205	
10		137	
11		102	
12		98	
1980	1	75	
	2	68	
	3	84	
	4	204	
	5	137	
	6	171	
	7	238	
	8	414	
	9	226	
	10	148	
	11	98	
	12	105	
1981	1	89	
	2	86	
	3	100	
	4	178	
	5	152	
	6	166	
	7	291	
	8	421	
	9	245	
	10	118	
	11	113	
	12	97	
1982	1	87	
	2	76	
	3	96	
	4	186	
	5	143	
	6	164	
	7	240	
	8	422	
	9	277	

## Continuación

ANO	MES	PERNA
1982	10	140
	11	95
	12	121
1983	1	66
	2	80
	3	124
	4	149
	5	154
	6	215
	7	290
	8	443
	9	258
	10	167
	11	76
	12	79
1984	1	67
	2	63
	3	75
	4	185
	5	124
	6	167
	7	230
	8	377
	9	233
	10	126
	11	69
	12	85
1985	1	64
	2	94
	3	121
	4	188
	5	136
	6	195
	7	307
	8	490
	9	273
	10	145
	11	137
	12	92

Fuente: Otero, J.M.; Trujillo, F. (1986), ob.cit. p.18

## 2.- Valores del variograma experimental de la serie FERNA.

---

<u>DIST.</u>	<u>NP.</u>	<u>GAMMA</u>
1	131	3410.39
2	130	7157.8
3	129	9514.57
4	128	10301.
5	127	12026.8
6	126	12856.3
7	125	12214.3
8	124	10140.
9	123	9510.54
10	122	7373.88
11	121	3932.4
12	120	903.592
13	119	3978.96
14	118	7774.33
15	117	10050.3
16	116	10868.5
17	115	12810.6
18	114	13781.2
19	113	12886.
20	112	10619.
21	111	9855.32
22	110	7708.44
23	109	4177.21
24	108	1029.61
25	107	4074.
26	106	8107.52
27	105	10493.4
28	104	11226.6
29	103	12745.3
30	102	13653.6
31	101	12690.1
32	100	10032.8
33	99	9315.14
34	98	7267.36
35	97	3850.6
36	96	667.562
37	95	3784.8
38	94	7680.65
39	93	9961.66
40	92	10527.7
41	91	12177.6
42	90	13099.2
43	89	12443.3
44	88	9916.54
45	87	9170.81
46	86	7250.41
47	85	3994.97
48	84	698.518
49	83	3657.1
50	82	7649.82

## Continuación

DIST.	NP.	GAMMA
51	81	9962.52
52	80	10623.2
53	79	12154.5
54	78	12978.4
55	77	12429.6
56	76	9936.3
57	75	9138.79
58	74	7238.52
59	73	4147.87
60	72	965.417
61	71	3867.56
62	70	7869.7
63	69	10111.6
64	68	10716.8
65	67	12108.4
66	66	13168.4
67	65	12512.
68	64	9949.34
69	63	9102.24
70	62	7089.76
71	61	4104.3
72	60	1138.82
73	59	3810.31
74	58	7817.23
75	57	10206.6
76	56	10947.8
77	55	12238.4
78	54	13272.6
79	53	12689.1
80	52	9992.46

3.- Valores de los variogramas experimentales de la serie PERNA desagregada.

		ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
Dist.	NP	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma
1	10	111	354	543	1860	915	920
2	9	158	409	542	1981	924	1008
3	8	186	463	625	618	543	436
4	7	261	359	545	1367	418	692
5	6	262	612	727	1149	608	860
6	5	416	609	817	2012	523	342

		JULIO	AGOSTO	SEPTB.	OCTUBRE	NOBRE.	DECBRE.
Dist.	NP	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma	Gamma
1	11	1921	1891	571	552	438	339
2	10	1923	2445	1033	1016	608	651
3	9	2767	3380	1082	688	492	552
4	8	662	2503	753	679	310	450
5	7	1626	3459	841	761	448	460
6	6	1528	4960	1784	417	758	540

## ANEXO 3

1.- Serie ventas a plazo mensuales realizadas en España  
1980-1983.

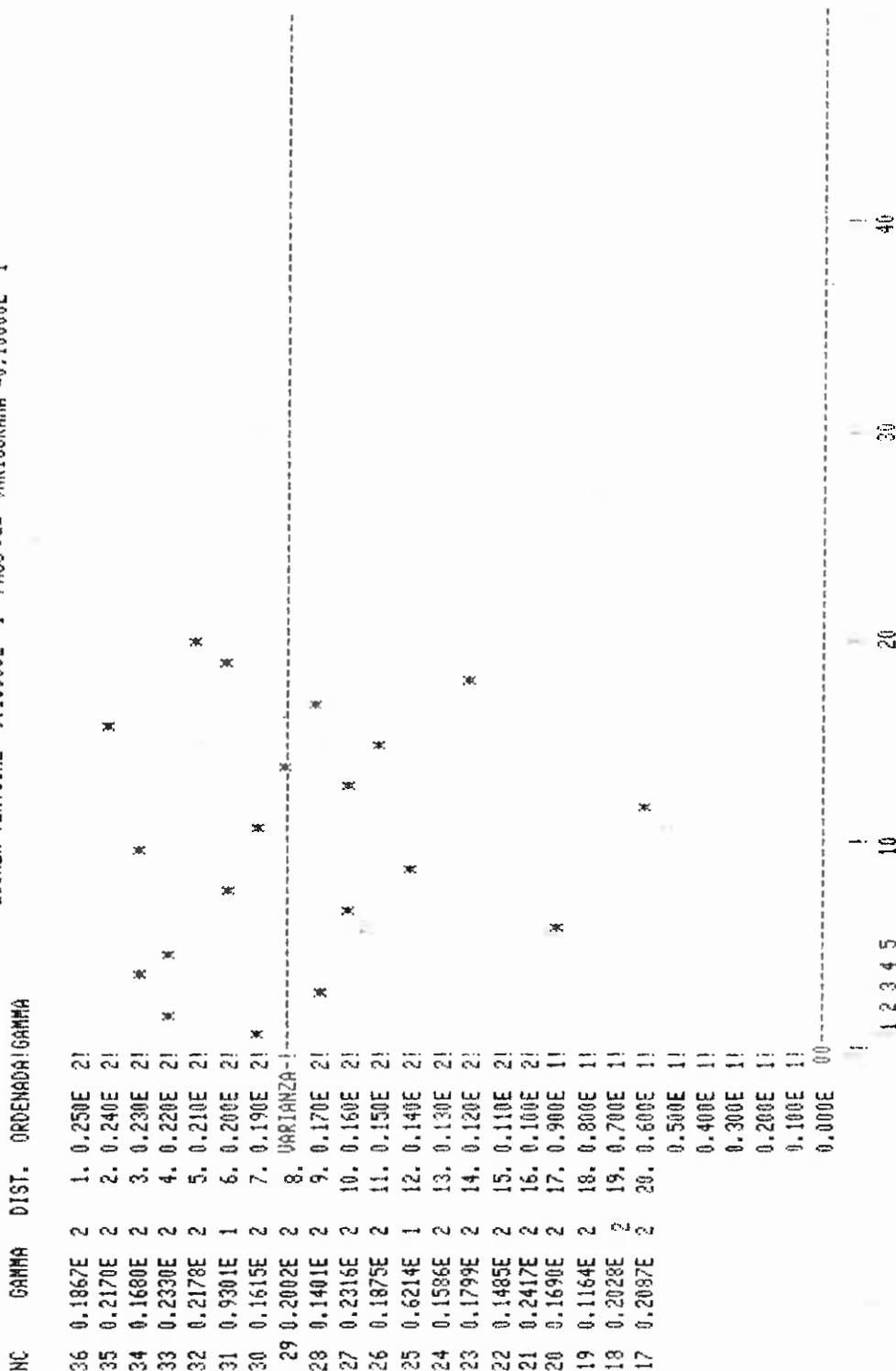
ANO	MES	VENTAS (en miles)
1980	12	27.274
1981	1	23.821
	2	23.480
	3	32.283
	4	26.087
	5	25.949
	6	28.925
	7	25.951
	8	17.977
	9	24.299
	10	29.877
	11	27.561
1982	12	26.283
	1	28.973
	2	23.521
	3	32.587
	4	24.356
	5	26.870
	6	29.342
	7	24.143
	8	19.865
	9	27.168
	10	27.192
	11	26.407
	12	34.671
1983	1	18.248
	2	25.205
	3	29.602
	4	28.971
	5	27.491
	6	33.980
	7	23.354
	8	17.271
	9	25.170
	10	25.564
	11	25.553
	12	35.317

Fuente: Boletín de Estadística I.N.E.

2.- Variograma experimental de la serie ventas a plazo 1980-1983.

VARIograma : UTA/PLA REFERENCIA : 1  
 MEDIA DE LOS DATOS =0.26502E 2 VARIANZA =0.17514E 2 NUMERO DE DATOS = 37

ESCALA VERTICAL =0.10000E 1 PASO DEL VARIograma =0.10000E 1



## ANEXO 4

## 1.-Serie población en Granada desde 1924 a 1954.

Año	Población
1924	591.791
1925	599.715
1926	612.851
1927	623.787
1928	633.708
1929	645.601
1930	656.396
1931	666.670
1932	680.335
1933	693.266
1934	707.969
1935	661.825
1936	410.648 ( 1 )
1937	411.380 ( 1 )
1938	692.999
1939	723.652
1940	747.381
1941	756.631
1942	767.540
1943	782.254
1944	792.325
1945	771.758
1946	782.489
1947	795.656
1948	810.097
1949	821.409
1950	793.338
1951	805.112
1952	817.845
1953	829.432
1954	842.398

Fuente: Elaboración propia a partir del Padrón rectificado.  
I.N.E. de Granada

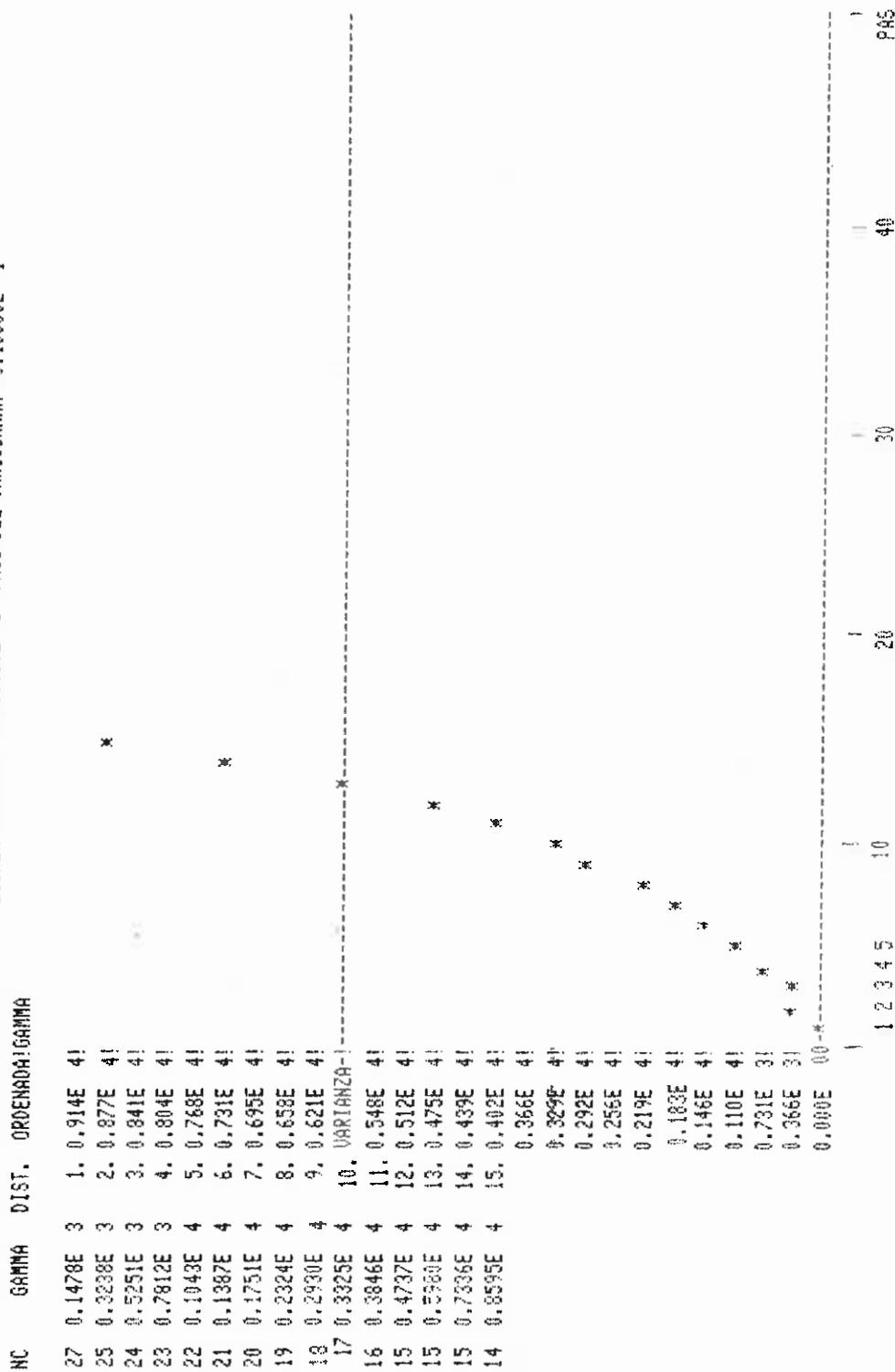
(1) En los años 1936 y 1937 el padrón no se pudo realizar en 64 municipios de la provincia de Granada por lo que no han sido considerados los valores correspondientes a estos años.

2.- Variograma experimental de la serie población en la provincia de Granada 1924-1954.

VARIOGRAMA : PL/PGR REFERENCIA : 1

MEDIA DE LOS DATOS = 0.72780E 3 VARIANZA = 0.58489E 4 NUMERO DE DATOS = 29

ESCALA VERTICAL = 0.36556E 3 PASO DEL VARIOGRAMA = 0.10000E 1



## ANEXO 5

1. - Población, número de empleados y establecimientos comerciales en 100 municipios de la provincia de Granada. año 1977.

Municipio	Establecimientos( 1)	Empleados( 1)	Población( 2)
Agrón	1	3	606
Almedinilla	9	17	1.410
Albolote	46	363	6.555
Albondón	18	63	2.105
Albuñol	50	136	5.982
Albuñuelas	10	27	1.672
Alcudia de Guadix	14	21	2.942
Aldeire	7	11	1.174
Alfacar	70	361	3.166
Algarinejo	36	103	6.969
Alhama	40	111	7.212
Alhendín	32	238	3.151
Alicún de Ortega	6	17	1.159
Almuñecar	169	783	16.194
Alquife	6	20	2.046
Arenas del Rey	9	43	2.790
Baza	280	1.283	21.288
Beas de Guadix	4	5	611
Benalúa de Guadix	32	480	3.602
Benalúa Villas	8	22	1.477
Benamaurel	31	55	3.400
Bérchules	5	6	1.889
Cacín	4	7	989
Cádiar	18	41	2.488
Caniles	51	649	8.584
Capileira	3	7	759
Castilléjar	14	20	2.776
Castril	29	61	4.485
Cogollos de Guadix	9	16	1.007
Cogollos Vega	8	23	2.082
Colomera	13	28	2.430
Cortes de Baza	32	54	3.648
Cozvíjar	7	16	1.144
Chauchina	36	106	3.884
Chimeneas	15	31	2.056
Darro	9	14	1.675
Dehesas de Guadix	6	12	1.144
Deifontes	15	36	2.283
Dílar	7	13	1.295
Dólar	6	9	876
Escúzar	4	7	1.319
Fonelas	5	60	2.396
Freila	12	20	1.516

## Continuación

Municipio	Establecimiento	Empleados	Población
Fuente Vaqueros	19	59	3.676
Gabia	48	285	5.158
Gor	17	29	2.061
Gorafe	8	21	1.018
Guadahortuna	24	41	2.594
Guadix	243	1.004	20.826
Gualchos	23	63	2.966
Guéjar Sierra	7	17	3.425
Húelago	5	13	893
Huéneja	7	10	2.100
Huétor Tájar	69	426	6.894
Huétor Vega	19	108	4.296
Illora	97	189	9.989
Iznalloz	60	189	7.362
Jayena	4	11	2.020
Jéres de Marquesado	17	45	1.727
Láchar	20	67	1.915
Lanjarón	66	162	4.195
Lentejí	3	6	412
Loja y Zagra	215	1.125	23.182
Lugros	2	4	699
Lújar	2	5	848
Malá	6	18	1.544
Moclin	35	78	5.558
Monachil	32	96	3.167
Montefrío	55	134	10.626
Montejícar	18	38	3.149
Montillana	15	32	1.625
Moraleda Zafayona	17	45	2.389
Moreda	9	16	1.282
Motril	402	2.971	38.617
Murtas	12	22	1.788
Orgiva	37	109	5.437
Padul	47	151	6.530
Pedro Martinez	26	47	2.680
Peligros	52	934	4.030
Peza (La)	17	32	1.833
Pinos del Valle	10	21	1.790
Pinos Fuente	108	372	13.055
Píñar	13	34	1.925
Pitres	6	11	1.406
Polopos	12	29	1.548
Purullena	29	68	2.481
Rubite	5	11	804
Salar	16	37	3.011
Salobreña	72	777	8.472
Santa Fe	86	589	11.052
Sorvilán	5	16	1.159
Torrecardela	12	18	1.797
Torvizcón	12	25	2.047
Trevélez	6	16	1.322
Ugíjar	28	59	3.247
Válor	9	11	2.083

Continuación

---

Municipio	Establecimientos	Empleados	Población
Villanueva Torres	12	35	1.073
Zafarraya	12	22	2.511
Zubia (La)	52	336	6.118
Zújar	48	129	6.366

Fuente:

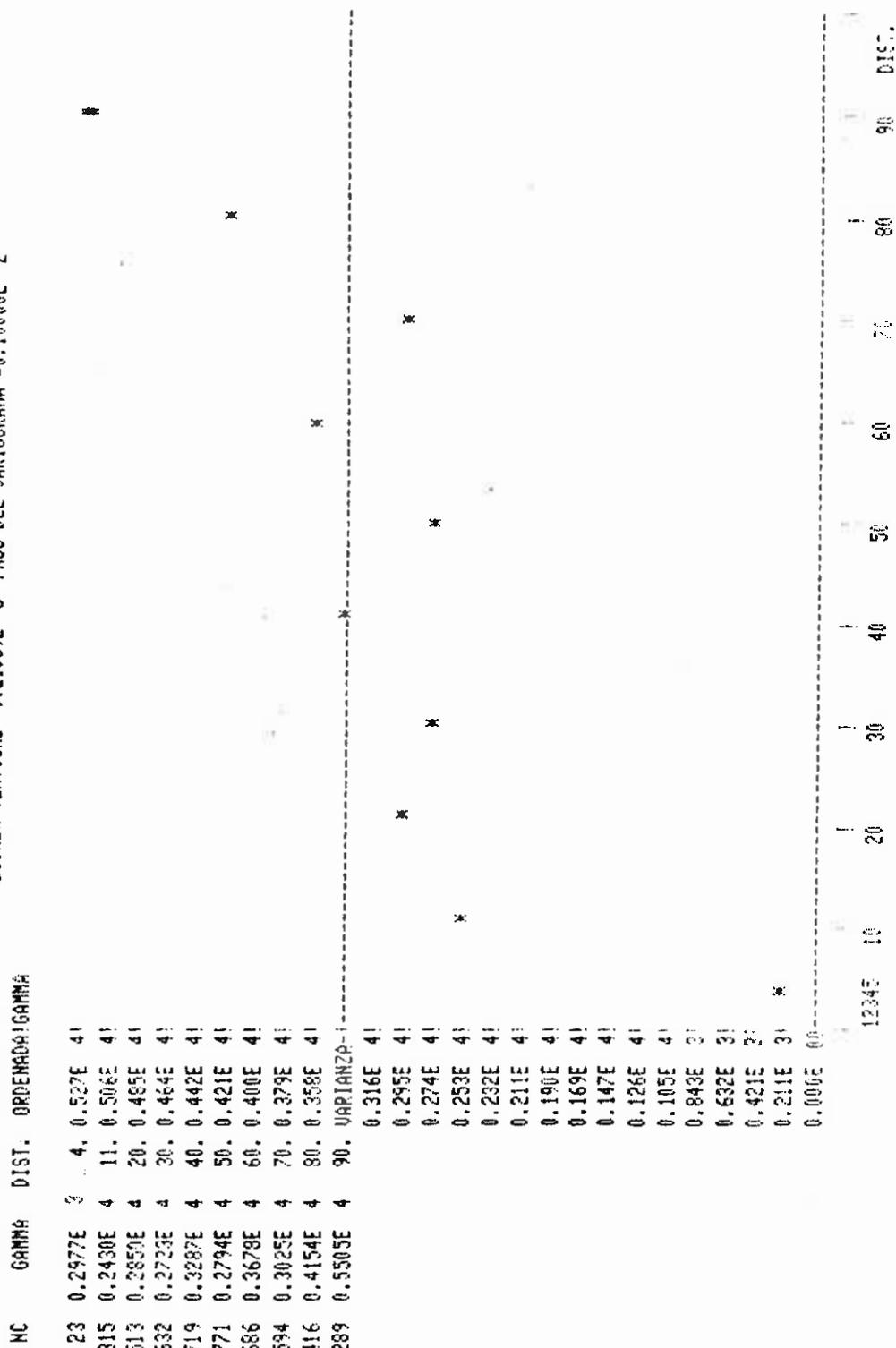
(1) Tomado de Garcia Ruiz, A.(1982), ob. cit. p.276-282.

(2) Población de Derecho en los municipios de la provincia de Granada, según la rectificación del Padrón Municipal de habitantes referido al 31-12-1977.

2.- Variograma experimental de la serie espacial Establecimientos (1977) en 100 municipios de la provincia de Granada.

VARIOGRAMA : ESTAB-77      REFERENCIA : 1  
 MEDIA DE LOS DATOS =0.33105E 2    VARIANZA =0.33710E 4    NUMERO DE DATOS = 100

ESCALA VERTICAL =0.21069E 3    PASO DEL VARIOGRAMA =0.10000E 2



VARIOGRAMA CON DATOS IRREGULARMENTE ESPACIADOS (2 DIMENSIONES) \*\*\* PAGINA : 1  
 \*\*\*\*\* REFERENCIA = 1  
 PASO = 10.000 TOLERANCIA DEL PASO = 5.000 TOLERANCIA DE LA DIRECCION 22.5 GRADOS

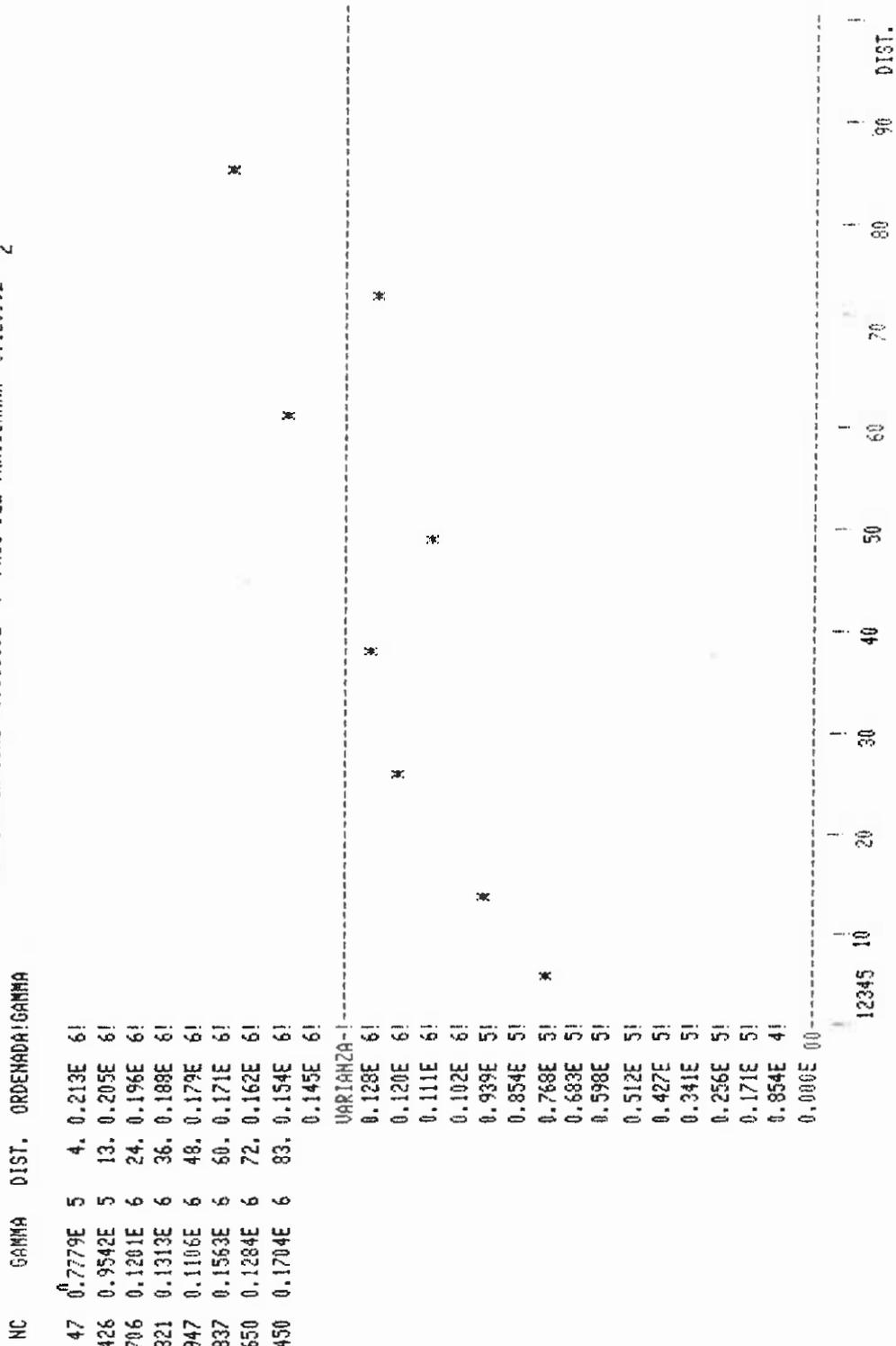
VARIABLE : ESTAB-77 MEDIA = 33.1048 VARIANZA = 0.33710E 4 NUMERO DE DATOS 100

DIRECCION 1 DIRECCION 2 DIRECCION 3 DIRECCION 4  
 0.0 GRADOS 45.0 GRADOS 90.0 GRADOS 135.0 GRADOS

PASO	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA				
1	7	3.81	0.18357E 2	5	3.24	0.22310E 3	7	3.55	0.78493E 3	4	3.39	0.27375E 2
2	87	10.19	0.25820E 4	74	10.45	0.27424E 4	76	10.74	0.22485E 4	78	10.72	0.21416E 4
3	129	19.99	0.31570E 4	120	20.40	0.20796E 4	142	20.15	0.38074E 4	122	20.50	0.21681E 4
4	170	29.95	0.21312E 4	160	30.00	0.33133E 4	148	29.86	0.32212E 4	154	30.10	0.22852E 4
5	185	39.95	0.33949E 4	178	40.28	0.29097E 4	198	40.11	0.36920E 4	168	40.04	0.31135E 4
6	215	49.97	0.27877E 4	222	49.75	0.30733E 4	146	49.91	0.28247E 4	188	49.69	0.24467E 4
7	173	59.53	0.23197E 4	223	60.13	0.48625E 4	130	59.38	0.46925E 4	160	59.82	0.27454E 4
8	161	69.75	0.17299E 4	187	70.25	0.45285E 4	128	69.87	0.21250E 4	118	69.91	0.33841E 4
9	129	79.70	0.39904E 4	146	80.03	0.47766E 4	70	79.02	0.49701E 4	71	79.41	0.23641E 4
10	92	89.35	0.39263E 4	116	90.06	0.55541E 4	54	88.90	0.74700E 4	27	89.30	0.67397E 4

3. Variograma experimental de la serie espacial Empleados (1977) en 100 municipios de la provincia de Granada.

VARIOGRAMA : EML-77 REFERENCIA : 1  
 MEDIA DE LOS DATOS =0.15871E 3 VARIANZA =0.13658E 6 NUMERO DE DATOS = 100  
 ESCALA VERTICAL =0.85360E 4 PASO DEL VARIOGRAMA =0.12000E 2

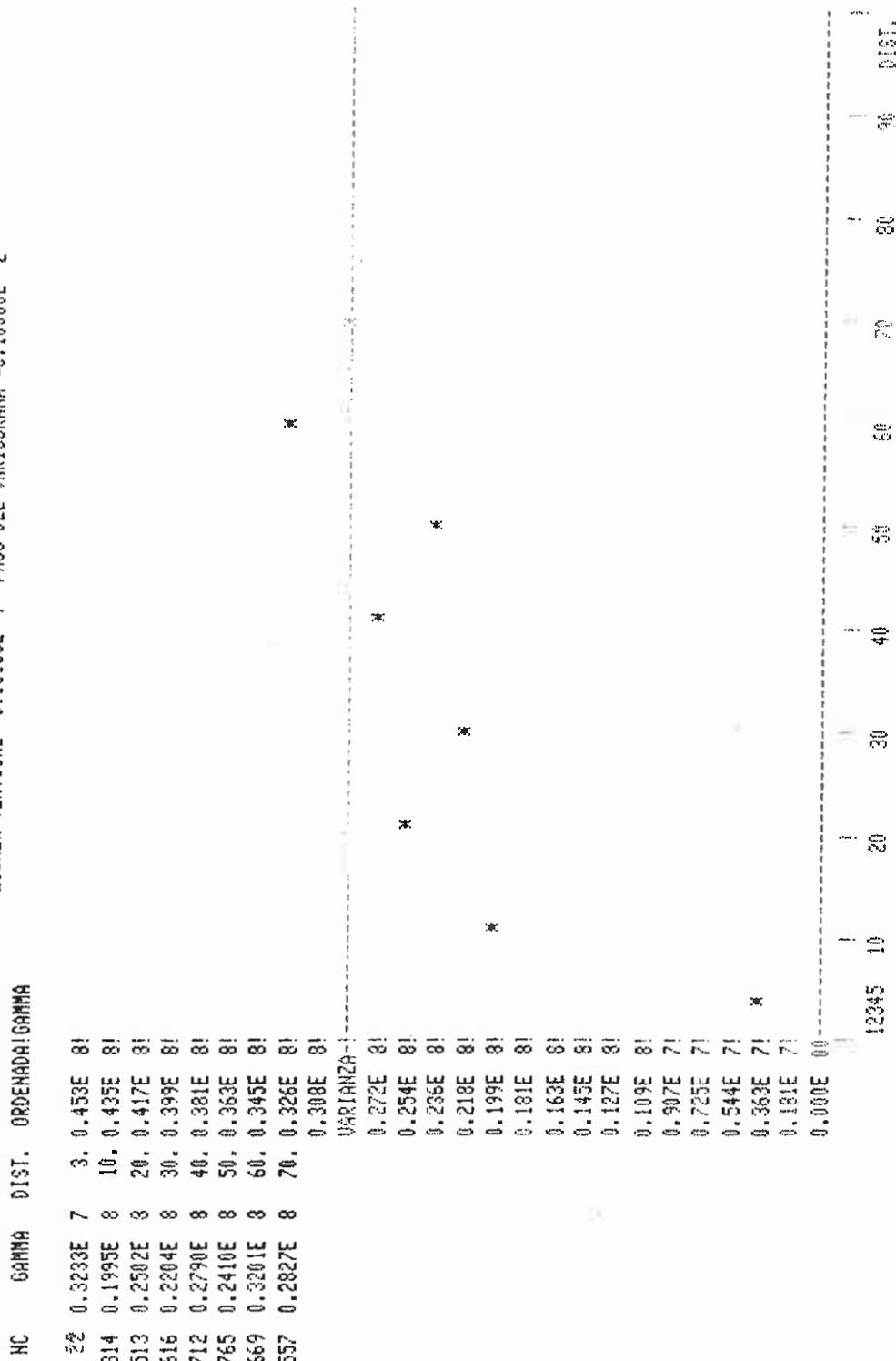


VARIograma con DATOS IRREGULARMENTE ESPACIADOS (2 DIMENSIONES)      \*\*\* PAGINA : 1  
 \*\*\*\*\*  
 PASO = 10.000      TOLERANCIA DEL PASO = 5.000      TOLERANCIA DE LA DIRECCION 22.5 GRADOS      \*\*\* REFERENCIA = 2  
 \*\*\*\*\*  
 VARIABLE :EMPL77      MEDIA = 158.7140      VARIANZA =0.13658E 6      NUMERO DE DATOS 100

DIRECCION 1		DIRECCION 2		DIRECCION 3		DIRECCION 4						
0.0 GRADOS		45.0 GRADOS		90.0 GRADOS		135.0 GRADOS						
PASO	NC	DISTANCIA	VARIograma	NC	DISTANCIA	VARIograma	NC	DISTANCIA	VARIograma			
1	7	3.52	0.23394E 5	5	3.24	0.10559E 5	7	3.55	0.31881E 5	4	3.39	0.52375E 2
2	90	10.15	0.10786E 6	73	10.33	0.12252E 6	80	10.86	0.45847E 5	76	10.78	0.61895E 5
3	129	19.96	0.15991E 6	122	20.43	0.86525E 5	146	20.13	0.19910E 6	125	20.43	0.76315E 5
4	170	29.97	0.94010E 5	161	29.98	0.12742E 6	151	29.84	0.11314E 6	154	30.07	0.76496E 5
5	194	39.93	0.10321E 6	186	40.24	0.13047E 6	189	40.02	0.17812E 6	163	40.05	0.15198E 6
6	224	49.86	0.88500E 5	233	49.79	0.90180E 5	142	49.93	0.11621E 6	185	49.67	0.11933E 6
7	180	59.55	0.60577E 5	228	60.13	0.21456E 6	130	59.29	0.26253E 6	162	59.92	0.13598E 6
8	164	69.79	0.43451E 5	192	70.28	0.18951E 6	124	69.89	0.11872E 6	113	69.84	0.17783E 6
9	132	79.80	0.95939E 5	146	80.03	0.15617E 6	64	78.92	0.23490E 6	67	79.39	0.61855E 5
10	99	89.33	0.10422E 6	127	90.10	0.17750E 6	54	88.90	0.43096E 6	26	89.38	0.25891E 6

4.- Variograma experimental de la serie espacial Población (1977) en 100 municipios de la provincia de Granada.

VARIOGRAMA : Pobl-77 REFERENCIA : 1  
 MEDIA DE LOS DATOS = 0.41250E 4 VARIANZA = 0.29016E 8 NUMERO DE DATOS = 100  
 ESCALA VERTICAL = 0.18135E 7 PASO DEL VARIOGRAMA = 0.10000E 2



VARIOGRAMA CON DATOS IRREGULARMENTE ESPACIADOS (2 DIMENSIONES) \*\*\* PAGINA : 1  
 \*\*\*\*\*  
 \*\*\* REFERENCIA = 1  
 PASO = 10.000 TOLERANCIA DEL PASO = 5.000 TOLERANCIA DE LA DIRECCION 22.5 GRADOS

VARIABLE : P9BL-77 MEDIA = 4125.0000 VARIANZA = 0.29016E 08 NUMERO DE DATOS 100

DIRECCION 1 DIRECCION 2 DIRECCION 3 DIRECCION 4  
 0.0 GRADOS 45.0 GRADOS 90.0 GRADOS 135.0 GRADOS

PASO	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA	NC	DISTANCIA VARIOGRAMA				
1	7	3.52	0.62673E 6	4	3.15	0.37104E 7	7	3.55	0.72575E 7	4	3.39	0.27332E 6
2	89	10.18	0.21897E 8	72	10.33	0.25657E 8	76	10.79	0.16492E 8	77	10.74	0.15789E 8
3	125	19.97	0.28886E 8	119	20.53	0.17522E 8	146	20.18	0.33088E 8	123	20.38	0.18778E 8
4	166	30.05	0.20696E 8	153	29.95	0.23459E 8	149	29.73	0.24659E 8	148	29.97	0.19401E 8
5	194	39.94	0.24802E 8	172	40.24	0.28982E 8	184	39.99	0.32788E 8	162	40.10	0.24897E 8
6	213	49.77	0.27104E 8	227	49.73	0.23243E 8	140	49.89	0.21542E 8	185	49.69	0.23649E 8
7	166	59.59	0.19245E 8	215	60.16	0.36332E 8	131	59.23	0.44883E 8	157	59.73	0.28005E 8
8	143	69.81	0.16820E 8	178	70.27	0.40640E 8	124	69.89	0.18136E 8	111	69.76	0.34371E 8
9	119	79.89	0.41147E 8	138	79.99	0.29729E 8	63	78.97	0.49537E 8	51	79.42	0.30931E 8
10	89	89.27	0.35724E 8	122	90.16	0.36166E 8	53	88.87	0.68767E 8	25	89.23	0.66832E 8

ERRATAS      ADVERTIDAS

<u>Página</u>	<u>Línea</u>	<u>Dice</u>	<u>Debe decir</u>
7	13	CARACTERES	CARACTERISTICAS
7	18	INTERFERENCIA	INFERENCIA
8	11	VARIOGRAMA DE	VARIOGRAMA EN
17	3	un introducción	una introducción
26	7	Su soporte	Su soporte
80	17	$\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,j+\mu} = \gamma_{j,0}$ para $j=1,2,\dots,n$	$\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{i,j+\mu} = \gamma_{i,0}$ para $i=1,2,\dots,n$
33	24	$E [Z(x+h) - Z(x)] =$ $= m(x) \neq 0$	$E [Z(x+h) - Z(x)] = 0$