

Análisis de los ingresos y gastos trimestrales de los hogares españoles usando la Verosimilitud empírica”¹

FERNÁNDEZ SÁNCHEZ, M^a.P.(*); HERNÁNDEZ BASTIDA, A.(**); SÁNCHEZ GONZÁLEZ, C.(***)

Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Universidad de Granada.

Campus de Cartuja s/n. 18071-Granada. Teléfono: 958 24 99 21 Fax: 958-24 06 20. E-mail: *pilarfs@ugr.es; **bastida@ugr.es; ***csanchez@ugr.es

RESUMEN

Con datos de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares para el primer trimestre de 1997, y empleando la metodología de la Verosimilitud Empírica, se observa que los hogares españoles sólo tienen un 2,4% más de ingresos medios trimestrales que de gastos, lo cual limita extremadamente su capacidad de ahorro y los empuja al endeudamiento.

Por otro lado, el 95% de los hogares tiene más gastos que ingresos según sus declaraciones, lo cual conecta con otros trabajos en los que se estudia la subdeclaración.

La metodología resulta novedosa por su aplicación a este campo de la renta en Economía, pero los resultados obtenidos en otros campos justifican, sobradamente su utilización.

Facilita numerosos resultados de inferencia para las variables consideradas y es capaz de poner de manifiesto la presencia de un problema de ocultación en los datos.

Palabras claves: Renta, subdeclaración, Verosimilitud Empírica, intervalos de verosimilitud.

Analysing Spanish Income and Expenditure Through Empirical Likelihood

ABSTRACT

Using Spanish Household Panel Survey for the third quarter of 1997 and using Empirical Likelihood approach we observe Spanish families have only a 2,4% of excess income over current expenditure, limiting their saving capability and forcing borrowing behaviour.

On the other hand, a 95% of households have a greater expenditure than income according to fiscal records, revealing under-declaration in the income tax.

Empirical Likelihood turns to be useful methodology in Economics, specially in income studies, as it has proven to be in many other related fields.

This method provides useful results related to variables considered and a practical way to reveal hiding behaviour from available data.

Key words: Income, under-declaration, Empirical Likelihood, likelihood intervals.

Clasificación JEL: C14; D12.

Artículo recibido en diciembre de 2002 aprobado en febrero de 2004.

Artículo disponible en versión Electrónica en la página www.revista-eea.net, ref.: E-22108

1. INTRODUCCIÓN

En ese trabajo se analizan los gastos e ingresos de los hogares españoles con datos procedentes de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares. La novedad consiste en la utilización de la metodología de la Verosimilitud Empírica para ello.

Desde el punto de vista no paramétrico los métodos más utilizados en la estimación de la distribución de la renta son el histograma, el estimador naive y la estimación por núcleo, dando lugar a una gran cantidad de trabajos. Pueden consultarse entre otros Deaton (1988); Wand et al. (1991); Del Oro y Presedo (1992); Gerfin (1994) Gouveia y Tavares (1995) Herrerías et al. (1996) y Cao et al. (1997).

La metodología aquí propuesta comparte con estos métodos la ventaja de conseguir mayor flexibilidad en cuanto a la posible forma de la distribución y ajuste a los datos, detectando comportamientos de la variable renta que no se observan con la formulación paramétrica. Pero además, incorpora mayores posibilidades de inferencia, junto con la ventaja adicional de una gran economía de medios técnicos y conceptuales.

La Verosimilitud Empírica consiste fundamentalmente en calcular el perfil de verosimilitud de una distribución general multinomial cuya masa de probabilidad se encuentra localizada en datos puntuales. Ha sido utilizada con resultados muy satisfactorios en otras ramas de la Economía, como son la auditoría de cuentas, y la valoración de parques naturales.

Fue introducida para construir intervalos de confianza, aplicándose en numerosos contextos como modelos aleatorios, modelos autorregresivos, modelos de regresión,...

Sugiere un modelo para un conjunto de parámetros en el que no se requieren hipótesis de partida sobre la distribución de la población de la que procede la muestra, ni de la forma de la función de verosimilitud ni de la correlación entre variables. La verosimilitud y sus regiones son una función sólo de los datos muestrales.

El resto del trabajo se estructura de la siguiente manera: En el apartado 2 se presenta la metodología de la Verosimilitud Empírica. El apartado 3 recoge los resultados al analizar con ella los ingresos y gastos de los hogares españoles. El apartado 4 examina como la metodología pone de manifiesto la presencia de infradeclaración en los datos. El apartado 5 recoge las principales conclusiones y el apartado 6 las referencias bibliográficas.

2. METODOLOGÍA

La noción de verosimilitud empírica fue introducida por Owen (1988; 1990), quien realiza una excelente aproximación intuitiva que se expone a continuación.

1. Investigación parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia y Tecnología a través del proyecto BEC 2001-3774.

Sean x_1, \dots, x_n observaciones independientes de una función de distribución F_0 . Es conocido (ver Kiefer y Wolfowitz (1956), Kaplan y Meier (1958), Bailey (1984) o Vardi (1985)), que la función de distribución empírica

$$F_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i} \quad [1]$$

es un estimador de máxima verosimilitud no paramétrico de basado en x_1, \dots, x_n , ya que maximiza la función de verosimilitud

$$L(F) = \prod_{i=1}^n F\{x_i\} \quad [2]$$

donde $F\{x_i\}$ es la probabilidad del conjunto $\{x_i\}$ bajo F , x_i es el valor observado de X_i y F es cualquier medida de probabilidad.

A continuación se define la verosimilitud empírica. Para ello, consideremos una situación en la que pueden establecerse un número determinado de categorías T_1, T_2, \dots, T_k , con probabilidades asociadas p_1, \dots, p_k desconocidas y verificando

$$p_i \in [0, 1], i = 1, \dots, k; \sum_{i=1}^k p_i = 1. \quad [3]$$

Se notará por $X_i, i = 1, \dots, k$, al representante de la categoría i -ésima y por $\bar{p} = (p_1, \dots, p_k)$ al vector de probabilidades, en el que cada uno de los p_i representa la probabilidad de que una realización concreta pertenezca a la i -ésima categoría.

Se supone que hay interés en una magnitud, θ , que es una combinación lineal de los parámetros del problema, a saber

$$\theta = \sum_{i=1}^k X_i p_i. \quad [4]$$

Así, se define la Verosimilitud empírica, y se va a denotar $L(\theta)$ como, el máximo en del producto de los sujeto a las restricciones que se indican

2. Aquí δ_x denota la distribución degenerada en x , es decir, en un punto de masa en x .

$$L(\theta) = \underset{\vec{p}}{\text{Max}} \prod_{i=1}^k p_i, \text{ sujeto a } \left[\begin{array}{l} p_i \in [0,1], i = 1, \dots, k; \\ \sum_{i=1}^k p_i = 1 \\ \sum_{i=1}^k X_i p_i = \theta \end{array} \right] \quad [5]$$

Para cada valor de θ se va a obtener como resultado de este proceso de maximización el correspondiente valor \vec{p} , y así se construye la función de verosimilitud empírica, (ver Fernández-Sánchez (2001), para más detalles).

Como se puede observar, esta verosimilitud empírica es la misma función de verosimilitud que maximiza la función de distribución empírica, pero en ella se han considerado además algunas restricciones sobre las probabilidades.

En relación a esta función de verosimilitud empírica es posible calcular lo que se denominan intervalos de verosimilitud. Éstos son un conjunto de valores del espacio paramétrico en los que se puede decir que la función toma un valor grande. El concepto de grande se establece en relación a los valores que toma el máximo de la función. Va a permitir establecer comparaciones en relación a este máximo y entre valores tanto de dentro como de fuera del intervalo.

Se define el intervalo de verosimilitud para una fuerza de evidencia k de la siguiente forma

$$\begin{aligned} (v_1, v_2) / \forall v \in (v_1, v_2) \quad & \frac{L(a)}{L(v)} < k \\ \forall v \notin (v_1, v_2) \quad & \frac{L(a)}{L(v)} > k \end{aligned} \quad [6]$$

En esta expresión, a es la abscisa del valor máximo de la función de verosimilitud empírica, y como valor de k , en la literatura consultada se utilizan generalmente los valores de 8 y 32, identificándolos con una fuerza de evidencia fuerte y muy fuerte respectivamente. Para más detalles en relación a los intervalos de verosimilitud puede consultarse Royall (1997).

El parámetro θ , considerado una variable aleatoria, es la magnitud sobre la que deseamos realizar inferencia y para ella es posible especificar una distribución a priori $\xi(\theta)$. Combinando esta distribución a priori con la función de verosimilitud empírica se obtiene una distribución a posteriori

$$\xi(\theta / \text{datos}) = \frac{L(\theta)\xi(\theta)}{\int_{\Theta} L(\theta) d\xi(\theta)}. \quad [7]$$

Si utilizamos como distribución a priori $\xi(\theta)$ una distribución uniforme, se consigue una normalización de esa verosimilitud, lo cual va a permitir disponer de una distribución de probabilidad para el parámetro θ , que es el objetivo que se perseguía.

La metodología presenta una serie de ventajas en relación con los métodos clásicos de estimación multiparamétrica, al sugerir un modelo en el que no se requieren hipótesis de partida sobre la distribución de la población de la que procede la muestra, ni de la forma de la función de verosimilitud ni de la correlación entre variables.

3. INGRESOS Y GASTOS: RESULTADOS

Datos

Los datos manejados para la elaboración de este trabajo proceden de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares (ECPF), cuyo objetivo³ fundamental es proporcionar estimaciones acerca de los gastos de consumo y de los ingresos, trimestrales y anuales, para el conjunto nacional, según diversas variables de clasificación.

Las unidades de análisis son los hogares privados que residen en viviendas familiares principales, definiendo el hogar como la persona o conjunto de personas que ocupan en común una vivienda familiar principal o parte de ella, y consumen y comparten alimentos y otros bienes con cargo a un mismo presupuesto.

En este caso se dispone de los gastos e ingresos totales trimestrales por hogar correspondientes a una muestra de 3.114 hogares, de todo el territorio nacional español, incluyendo Ceuta y Melilla, para el primer trimestre de 1997.

La partida de ingresos es básicamente equiparable a la renta disponible del hogar, concepto utilizado en la Contabilidad Nacional para referirse al saldo de la cuenta de renta del sector Hogares.

A continuación se presenta un cuadro resumen con las principales medidas descriptivas de los datos observados haciendo referencia a las siguientes medidas:

- Posición central: valor de la media y de la mediana;
- Posición no central: valor mínimo (m) y máximo (M), y los percentiles 10, 25, 75 y 90 (C);
- Dispersión: rango, desviación típica, coeficiente de variación y amplitud del intervalo que agrupa el 80 % de las observaciones centrales;
- Forma: coeficiente de asimetría y coeficiente de curtosis.

3. Para una exposición detallada de la metodología ver "Encuesta Continua de Presupuestos Familiares. Metodología". Instituto Nacional de Estadística. Madrid. 1992.

Cuadro 1: Principales medidas descriptivas

Media	m	C25	Rango	Desv.Típica	Asimetría
Mediana	M	C75	Coef.Variación	Curtosis	
	C10	C90	C90-C10		
Ingresos					
776.772,4	40.000	456.996,5	10.162.000		4,71
671.782,4	10.202.000	974.208,6	517.369,3		59,28
	302.053,4	1.346.210,7	0,67		
			1.044.157,2		
Gastos					
751.502,3	17.899,8	431.651,4	4.595.883,6		2,37
638.673,5	4.613.783,4	938.061,8	499.089,5		9,52
	285.586,4	1.298.124,4	0,66		
			1.012.538,4		

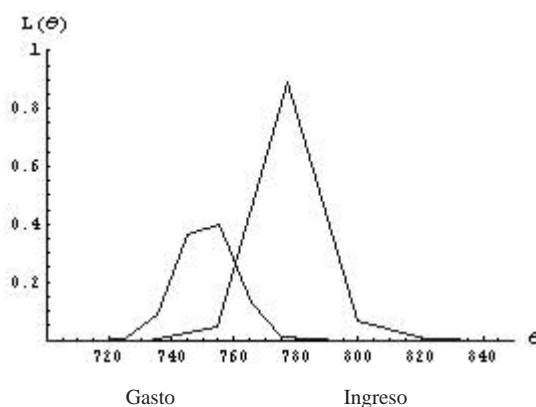
Fuente: elaboración propia.

Ingresos y gastos medios trimestrales

Como se ha señalado en la metodología antes descrita, los parámetros para los que se va a estar interesado en construir y analizar su distribución de probabilidad serán los gastos e ingresos medios de los hogares.

Con las 3.114 observaciones se calcula la función de verosimilitud empírica para el ingreso y el gasto medio, representándose conjuntamente para facilitar las comparaciones:

Figura 1: Funciones de verosimilitud empírica de los gastos e ingresos medios



Fuente: elaboración propia.

No son, aunque a primera vista pudieran parecerlo, funciones de densidad, sino funciones de verosimilitud empírica. En el eje de abscisas se encuentran los valores del parámetro, en miles de pesetas, y en el de ordenadas los correspondientes a la función de verosimilitud empírica, que se ha calculado para mil puntos, de ahí que las gráficas sean continuas.

Aquí se ha utilizado una distribución a priori Uniforme, logrando una verosimilitud normalizada, sobre la que se van a obtener los siguientes resultados de inferencia:

- las funciones de verosimilitud empírica, que ya se han mostrado anteriormente;
- una estimación puntual, que coincide con la moda de la distribución a posteriori, siendo por tanto un estimador de máxima verosimilitud;
- una estimación por intervalo, calculando las regiones de probabilidad del 90% y del 95%. Estas regiones se han obtenido a partir de los percentiles de la distribución a posteriori, y
- los intervalos de verosimilitud para una fuerza de evidencia 8 y 32, respectivamente.

Estos resultados han sido los siguientes:

Cuadro 2: Resultados de inferencia

	<i>Estimador puntual</i>	<i>R. Confianza (90%)</i>	<i>R. Confianza (95%)</i>	<i>Int Verosimilitud (8)</i>	<i>Int Verosimilitud (32)</i>
Ingreso medio	770.090	(755.990; 787.660)	(754.840 ; 792.350)	(765.910; 788.270)	(754.720 ; 799.460)
Gasto medio	750.310	(734.210; 764.130)	(731.270 ; 767.110)	(735.140; 765.480)	(730.080 ; 770.540)

Fuente: elaboración propia.

Se va a proceder a comentar estos resultados más detalladamente para las dos variables:

La estimación de máxima verosimilitud del ingreso medio del hogar es 770.090 pesetas.

Hay una probabilidad del 90% de que el ingreso medio se encuentre entre 755.990 y 787.660, o bien que el ingreso medio esté entre 754.840 y 792.350 con una probabilidad del 95%.

Los intervalos de verosimilitud han de interpretarse como un rango de valores donde existe fuerte evidencia de realización. Notando por "a" el valor de mayor verosimilitud y por L(a) la verosimilitud correspondiente a ese valor, obtenemos los siguientes cocientes:

$$L(a) / L(743.540) = 1587,34; L(a) / L(754.720) = 21,29; L(a) / L(765.910) = 1,97; \\ L(a) / L(788.270) = 2,12; L(a) / L(799.460) = 13,57; L(a) / L(810.640) = 181,21,$$

cocientes que indican, por ejemplo, que el valor para el que se alcanza el máximo (770.090 pesetas) es 1,97 veces más verosímil que 765.910 pesetas ó 2,12 veces más

que 788.270. Comparando con la de 799.460 pesetas, su verosimilitud es 13 veces y media mayor. Estas relaciones aumentan a medida que nos salimos de los valores de los intervalos. Así, la verosimilitud del máximo es 21,29 veces mayor que la de 754.720, ó 181 veces ó 1587 veces,...., haciéndose esa fuerza de la evidencia mucho mayor conforme nos alejamos.

Dichos intervalos de verosimilitud coinciden con regiones de probabilidad de niveles diferentes, ya que, el intervalo de verosimilitud para una fuerza de evidencia 8 obtenido, (765.910; 788.270), es aproximadamente la región de probabilidad del 65%, y el de una fuerza de evidencia 32, (754.720; 799.460) es la región de probabilidad del 96,5%.

Estas regiones de probabilidad también pueden interpretarse en términos de la evidencia, presentando gran fuerza en el sentido de grandes cocientes de verosimilitudes en relación a valores de fuera del intervalo. Por ejemplo,

$$L(765.910) / L(754.720) = 10,82; L(765.910) / L(743.540) = 806,27;$$

$$L(765.910) / L(810.640) = 92,04; L(788.910) / L(743.540) = 746,82.$$

Por último se muestra una tabla con los principales percentiles obtenidos de la verosimilitud normalizada:

Cuadro 3. Percentiles de la distribución a posteriori para el ingreso medio

Orden del percentil	0,05	0,25	0,5	0,75	0,95	0,99
Valor del Percentil	755.990	765.270	771.470	777.650	787.660	797.140

Fuente: elaboración propia.

En relación al gasto medio el estimador de máxima verosimilitud es de 750.310 pesetas y existe una probabilidad del 90% de que el gasto medio esté comprendido entre 734.210 pesetas y 764.130, probabilidad que es del 95% para el intervalo de extremo inferior 731.270 y extremo superior 767.110 pesetas.

Al igual que para el ingreso medio, se señalan algunos cocientes que informan de cuantas veces son más verosímiles unos valores que otros, tanto si se trata del máximo (que se nota por "a") como de otro valor:

$$L(a) / L(725.020) = 96,26; L(a) / L(730.080) = 18,48; L(a) / L(740.190) = 2,12;$$

$$L(740.190) / L(725.020) = 45,35; L(760.420) / L(775.590) = 19,13;$$

$$L(760.420) / L(780.650) = 85,56.$$

De igual modo pueden obtenerse los percentiles de la verosimilitud normalizada:

Cuadro 4: Percentiles de la distribución a posteriori para el gasto medio

Orden del percentil	0,05	0,25	0,5	0,75	0,95	0,99
Valor del Percentil	734.210	742.580	748.710	754.830	764.120	770.270

Fuente: elaboración propia.

¿Cuál sería el nivel de confianza que correspondería a los intervalos de verosimilitud? Si el intervalo que tenemos es el de una fuerza de evidencia 8, (735.140; 765.480), corresponde a una región de probabilidad del 90%, siendo una región de probabilidad del 96,5%, si el intervalo de verosimilitud obtenido es para una fuerza de evidencia 32, (730.079 ; 770.538).

4. INFRADECLARACIÓN

En este apartado se analiza si la metodología de la Verosimilitud Empírica es capaz de reflejar la presencia de infradeclaración en los datos.

La mayor parte de los autores coinciden en que el objetivo de las Encuestas de Presupuestos Familiares no es conocer los ingresos de los hogares, sino que el diseño de la encuesta está orientado a conocer los gastos de consumo. Esto hace que la obtención y seguimiento de los datos de gasto sea más minucioso que el de los ingresos. De cometerse un error, (olvido, cantidades equivocadas,...) es más probable que sea en los ingresos y no en los gastos.

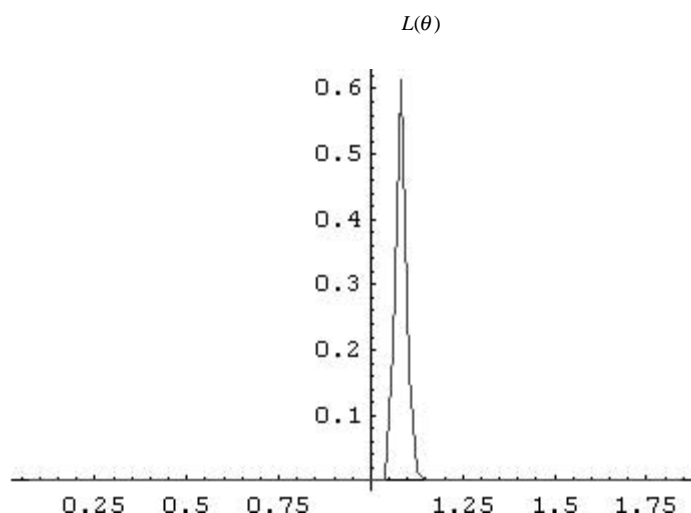
Así, un problema generalizado de estas encuestas es lo que se denomina subdeclaración. Por este término se entiende que los ingresos declarados por los hogares son inferiores a los que deberían haberse comunicado. Esto se pone de manifiesto, en la mayoría de los casos, porque muchos hogares declaran tener más gastos que ingresos para el período de tiempo considerado. Para la muestra que se dispone, se comprueba que el 44% de los hogares entrevistados declaró haber tenido más gastos que ingresos en ese trimestre.

Esta metodología, ¿es capaz de recoger esta situación?, ¿qué información puede aportar al respecto?

Se procede de la siguiente forma:

A partir de los datos observados se construye una nueva variable que recoja este efecto. Esa variable utilizada ha sido el cociente entre gastos e ingresos. Se dividió para cada hogar, el gasto entre el ingreso, obteniendo un número menor o mayor que 1, dependiendo de si el numerador era o no superior al denominador.

Para esta nueva variable se calcula la verosimilitud empírica, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 2: Función de verosimilitud empírica del cociente gastos e ingresos.

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 5: Resultados de inferencia para el cociente gastos e ingresos

	Estimador puntual	R. Confianza (90%)	R. Confianza (95%)	Int Verosimilitud (8)	Int Verosimilitud (32)
Cociente gastos/ingresos	1,08	(1,05 ; 1,10)	(1,04 ; 1,10)	(1,06 ; 1,10)	(1,06 ; 1,10)

Fuente: elaboración propia.

El estimador de máxima verosimilitud de ese cociente medio entre gastos e ingresos es 1,08. Es decir, lo más probable es que los hogares españoles tengan unos gastos muy similares a los ingresos, cuando no un poco superior. Las diferentes estimaciones ponen de manifiesto que el valor de ese cociente medio está por encima de 1, y se interpretarían de modo análogo a como se hizo con los gastos e ingresos.

Los resultados subrayan lo que se ha comentado y lo recogen perfectamente: hay hogares para los que los gastos son mayores que los ingresos.

Pero una situación en la que los hogares gastan más que ingresan no es lo más saneado, y no es sostenible. Una posibilidad que explique esa situación es que los hogares acudan al endeudamiento. La otra, y que no excluye la anterior, es la situación que antes se apuntaba, que haya un problema de subvaloración. Es una situación generalizada que ha sido estudiada en diversos trabajos, entre otros: Alcaide y Alcaide (1974; 1977; 1983), Pena et al (1996), Prieto y Pena (2000), y Ortega y Callealta (2001).

Como se ha visto, la metodología descrita es capaz de poner de manifiesto la situación: los gastos de los hogares son superiores a los ingresos.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado una metodología que permite representar formalmente los ingresos y los gastos medios y proporciona mucha e interesante información en relación a ellos.

Si se presta atención a las estimaciones puntuales obtenidas, resulta que el valor más probable de ingreso medio trimestral es 770.090 pesetas, mientras que, por otro lado, el gasto medio trimestral más probable es 751.500 pesetas. Por tanto, los hogares españoles sólo tienen un 2,4% más de ingresos medios que de gastos.

Observando los percentiles de la distribución a posteriori de los ingresos y gastos medios, se obtiene que el 25% de los hogares tiene unos ingresos medios inferiores a 765.270 pesetas al trimestre y unos gastos medios inferiores a 742.710. Un 50% ingresa más de 771.470 y gasta más de 754.830.

Llama la atención la poca diferencia que existe entre los gastos y los ingresos medios. Eso da una idea de que las familias españolas viven muy al día, en el sentido de que prácticamente gastan todo lo que ingresan. Esto significa que pueden tener un problema de liquidez para hacer frente a determinados imprevistos, junto con el hecho de que, como se pone de manifiesto, la capacidad de ahorro es muy pequeña.

Además, la metodología recoge la presencia de cierta infradeclaración en los datos por medio de una nueva variable construida a ese objeto, ya que el 95% de los hogares presentan mayores gastos que ingresos trimestrales.

Esta técnica es, por tanto, una manera de representar formalmente un fenómeno, y lo importante no es sólo la gran cantidad de comparaciones y posibilidad de estudios que ofrece, y que pueden usarse para distintas finalidades, sino la sencillez y rapidez de cálculo con la que se obtienen los resultados. Se considera pues, acertado el uso de esta metodología en este campo de la Economía.

Agradecimientos

Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos que han ayudado a mejorar notablemente este trabajo.

7. BIBLIOGRAFÍA

ALCAIDE, A. y ALCAIDE, J. (1974). Metodología para la estimación de la distribución personal de la renta en España en 1970. Hacienda Pública Española, 26, pp 55-63.

- ALCAIDE, A. y ALCAIDE, J. (1977). Distribución personal de la renta en España y en los países de la OCDE. Hacienda Pública Española, 47, pp 17-57.
- ALCAIDE, A. y ALCAIDE, J. (1983). Distribución personal de la renta española en 1980. Hacienda Pública Española, 85, pp 485-509.
- BAYLEY, K.R. (1984). Asymptotic equivalence between the cox estimator and the general ML estimators of regression and survival parameters in the cox model. Ann. Stat., 12, pp 730-736.
- CAO, R.; DELGADO, M.A. y GONZÁLEZ, W. (1997). Nonparametric curve estimation: an overview. Investigaciones Económicas, 21, pp 209-252.
- DEATON, A. (1988). Rice price and income distribution in Thailand: a non-parametric analysis. Conference papers, Royal Economic Society, Oxford.
- DEL ORO, C.P. y PRESEDO, M.A. (1992). Una aproximación no paramétrica a la distribución de la renta. Actas VI Reunión Asepelt, Granada.
- FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, M. P. (2001). Utilización de la verosimilitud empírica en algunos problemas de interés económico. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- GERFIN, M. (1994). Income distribution, income inequality and life cycle effects-a nonparametric analysis for Switzerland. Diskussionsbeiträge des volkswirtschaftlichen Instituts, pp 94-103.
- GOUVEIA, M., y TAVARES, J. (1995). The distribution of household income and expenditure in Portugal: 1.980 and 1990. Review of Income and Wealth, 41, pp 1-17.
- HERRERÍAS, R.; PALACIOS, F. y RAMOS, A. (1996). Una metodología flexible para la modelización de la distribución de la renta. Actas X Reunión Asepelt, Albacete.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA. (1992). Encuesta Continua de Presupuestos Familiares. Metodología.
- KAPLAN, E.L. y MEIER, P. (1958). Non parametric estimation from incomplete observations. J.A.S.A., 53, pp 457-481.
- KIEFER, J. y WOLFOWITZ, J. (1956). Consistency of the maximum likelihood estimator in the presence of infinitely many incidental parameters. Ann. Math. Stat., 27, pp 887-906.
- ORTEGA, J.F. y CALLEALTA, J. (2001). Estimación robusta de la ocultación de los ingresos personales en España. Actas XV Reunión Asepelt, La Coruña.
- OWEN, A.B. (1988). Empirical likelihood ratio confidence intervals for a single functional. Biometrika, 75, pp 237-249.
- OWEN, A.B. (1990). Empirical likelihood ratio confidence regions. Ann. Stat., 18 (1), pp 90-120.
- PENA, J.B.; CALLEALTA, J.; CASAS, J.M.; MEREDIZ, A. y NÚÑEZ, J. (1996). Distribución personal de la renta en España. Ed. Pirámide. Madrid.
- PRIETO, M. y PENA, J.B (2000). Repercusiones de la ocultación de renta sobre la medición de la desigualdad. Estudios de Economía Aplicada, 14, pp 153-172.
- ROYALL, R.M. (1997). Statistical Evidence: A likelihood paradigm. Ed. Chapman y Hall.
- VARDI, Y. (1985). Empirical distributions in selection bias models. Ann. Stat., 13, pp 178-203.
- WAND, M.P; MARRON, J.S. y RUPPERT, D. (1991). Transformations in density estimation. J.A.S.A., 86, pp 343-353.