

T 10 - 107

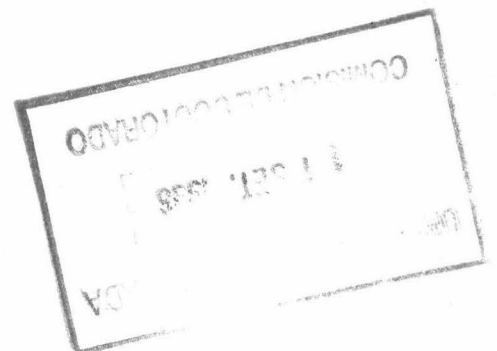


UNIVERSIDAD DE GRANADA
Facultad de Ciencias
Fecha 24-9-96
ENTRADA NUM. 1877

UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

DISCRIMINACIÓN CROMÁTICA: FUNCIONES DE MEZCLA

Memoria de Doctorado
FRANCISCO PÉREZ OCÓN
Granada, 1996



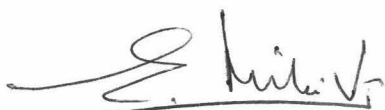
7/ 10 107

DISCRIMINACIÓN CROMÁTICA: FUNCIONES DE MEZCLA

por
FRANCISCO PÉREZ OCÓN

Visado en Granada,
a 11 de Septiembre de 1996

DIRECTORES DE LA TESIS



Fdo: Dr. D. Enrique Hita Villaverde

Catedrático de Óptica de la
Universidad de Granada



Fdo: Dr. D. Luis Jiménez de Barco Jaldo

Catedrático de Óptica de la
Universidad de Granada

Trabajo presentado para aspirar al grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS



Fdo: Francisco Pérez Ocón

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA	
GRANADA	
Nº Documento	6 152 88 589
Nº Copia	4 163 316 19

Antes de nada, quiero expresar mi agradecimiento a los doctores Hita Villaverde y Jiménez del Barco, no sólo por dirigir este trabajo de la mejor forma posible, sino por ser mis maestros y por estar siempre a mi lado apoyándome constantemente.

A Ana, José Ramón, José Antonio, Manolo, Juan Luis y Miguel por estar "siempre" dispuestos a observar aun en las horas más insospechadas.

Al doctor Romero, por prestarme su ayuda y resolver cualquier problema además de dar valiosas sugerencias durante la elaboración de la presente memoria.

Al doctor Pérez Ocón por sus enseñanzas en el campo estadístico, por ayudarme en todo el planteamiento matemático y por estar dispuesto, incondicionalmente a echarme una mano, y a veces las dos.

Al doctor García y Beltrán y a Javier por su constante apoyo y preocupación, por estar siempre conmigo animándome y ser incondicionales.

A María, por los interminables fines de semana que pasamos midiendo en la facultad, y a Ahmed por pasarme las sesiones de observación durante la semana.

A Leonor y a María del Mar, por haber sido esencial en la resolución de todos los problemas geométricos surgidos durante la realización de esta memoria.

Y muy especialmente, a Lola, por su desvelo, ayuda y por animarme en los momentos más difíciles, sobre todo en la recta final sin pedir nunca nada a cambio.

A todos, muchas gracias.

Quiero deshacer un error, aunque me cueste la vida.

(Giordano Bruno)

ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO GENERAL.....	1
1.1.- IGUALACIONES DE COLOR.....	10
1.1.1.- IGUALACIONES ISÓMERAS.....	11
1.1.2.- IGUALACIONES METÁMERAS.....	11
BIBLIOGRAFÍA.....	19
2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DEL OBSERVADOR PATRÓN.....	21
BIBLIOGRAFÍA.....	51
3.- CONDICIONES EXPERIMENTALES PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	57
3.1.- PARÁMETROS EXPERIMENTALES.....	57
3.1.1.- PARÁMETROS FOTOMÉTRICOS.....	57
3.1.2.- PARÁMETROS VISUALES.....	58
3.1.3.- PARÁMETROS TEMPORALES.....	59
3.2.- OBSERVADORES.....	59
3.3.- ELECCIÓN DE PRIMARIOS.....	61
BIBLIOGRAFÍA.....	62

4.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	65
4.1.- PRODUCCIÓN DE ESTÍMULOS	
VARIABLES.....	65
4.2.- PRODUCCIÓN DEL ESTÍMULO	
DE REFERENCIA.....	68
4.3.- SISTEMA DE YUXTAPOSICIÓN	
DE ESTÍMULOS.....	69
4.4.- SISTEMA DE OBSERVACIÓN.....	70
4.5.- CALIBRADO.....	70
4.5.1.- COLORÍMETRO DE ESTÍMULOS	
VARIABLES.....	72
4.5.2.- COLORÍMETRO DEL ESTÍMULO	
DE REFERENCIA.....	73
4.6.- FILTROS.....	73
BIBLIOGRAFÍA.....	74
5.- DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	75
5.1.- TÉCNICAS EXPERIMENTALES PARA	
LA DETERMINACIÓN DE FUNCIONES	
DE MEZCLA DE COLOR.....	75
5.1.1.- PRIMERA TÉCNICA.....	75
5.1.2.- SEGUNDA TÉCNICA.....	77
5.1.3.- TERCERA TÉCNICA.....	78
5.2.- MÉTODOS EXPERIMENTALES PARA	

LA DETERMINACIÓN DE FUNCIONES DE MEZCLA DE COLOR.....	84
5.2.1.- MÉTODO DE MÁXIMA SATURACIÓN.....	84
5.2.2.- MÉTODO DE MAXWELL.....	85
5.3.- MÉTODO SEGUIDO EN LA PRESENTE MEMORIA.....	86
BIBLIOGRAFÍA.....	92

6.- RESULTADOS DE LA DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	93
--	-----------

6.1.- FUNCIONES DE MEZCLA DE COLOR.....	94
6.1.1.- SISTEMA RGB DE GRANADA.....	94
6.1.2.- SISTEMA RGB CIE.....	99
6.1.3.- SISTEMA XYZ CIE 31.....	104
6.2.- COORDENADAS DE CROMATICIDAD.....	109
6.2.1.- SISTEMA RGB DE GRANADA.....	109
6.2.2.- SISTEMA RGB CIE.....	115
6.2.3.- SISTEMA XYZ CIE 31.....	120

7.- ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	125
--	------------

7.1.- ANÁLISIS DE LA VARIANZA (ANOVA).....	127
7.2.- TEST DE LA t DE STUDENT.....	136
7.3.- ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	173

7.3.1.- RESULTADOS DEL DR. DE LA CRUZ.....	174
7.3.2.- RESULTADOS DE STILES (grupo piloto).....	183
7.3.3.- OBSERVADOR PATRÓN RGB CIE.....	186
7.3.4.- RESULTADOS DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA MODIFICADAS POR JUDD.....	189
7.3.5.- RESULTADOS DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA MODIFICADAS POR VOS.....	191
7.3.6.- OBSERVADOR PATRÓN CIE 31.....	195
7.4.- COMPARACIÓN DE LAS CURVAS DE LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA.....	199
7.4.- CONSIDERACIÓN FINAL.....	205
BIBLIOGRAFÍA.....	208

8.- IMPLICACIONES COLORIMÉTRICAS DE LOS OBSERVADORES ESTÁNDAR EN IGUALACIONES METÁMERAS.....	211
---	------------

8.1.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	211
BIBLIOGRAFÍA.....	221

9.- CONDICIONES EXPERIMENTALES: METAMERISMO.....	223
---	------------

9.1.- OBSERVADORES.....	223
9.2.- PRIMARIOS Y ESTÍMULOS DE REFERENCIA.....	224
9.3.- DIAGRAMAS CROMÁTICOS DE LOS OBSERVADORES.....	234

<i>BIBLIOGRAFÍA</i>	236
10.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL:	
METAMERISMO	237
<i>10.1.- PRODUCCIÓN DEL ESTÍMULO DE REFERENCIA</i>	237
<i>10.2.- CALIBRADO</i>	237
10.2.1.- COLORÍMETRO DE ESTÍMULOS	
VARIABLES.....	238
10.2.2.- COLORÍMETRO DE REFERENCIA.....	238
<i>10.3.- FILTROS</i>	238
11.- METODOLOGÍA:	
METAMERISMO	239
<i>11.1.- MÉTODO EXPERIMENTAL</i>	239
<i>11.2.- TRATAMIENTO DE RESULTADOS</i>	240
<i>BIBLIOGRAFÍA</i>	243
12.- RESULTADOS:	
METAMERISMO	245
<i>12.1.- IGUALACIONES METÁMERAS</i>	245
12.1.2.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 1.....	245
12.1.3.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 2.....	247
12.1.4.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 3.....	248
12.1.5.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 4.....	249

12.1.6.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 5.....	251
12.2.- IGUALACIONES ISÓMERAS.....	252
12.2.7.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 1.....	252
12.2.8.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 2.....	254
12.2.9.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 3.....	255
12.2.10.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 4.....	256
12.2.11.- PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 5.....	258
13.- DISCUSIÓN:	
METAMERISMO.....	261
13.1.- LUMINANCIA DE LOS ESTÍMULOS.....	261
13.1.1.- OBSERVADOR JR.....	261
13.1.2.- OBSERVADOR JA.....	262
13.1.3.- OBSERVADOR FP.....	263
13.2.- COMPARACIÓN DE LOS VALORES TRIESTÍMULO Y COORDENADAS DE CROMATICIDAD DE LOS ESTÍMULOS EN LAS IGUALACIONES ISÓMERAS.....	263
13.2.1.- ESTÍMULO DE REFERENCIA 1.....	264
13.2.2.- ESTÍMULO DE REFERENCIA 2.....	264
13.2.3.- ESTÍMULO DE REFERENCIA 3.....	265
13.2.4.- ESTÍMULO DE REFERENCIA 4.....	266
13.2.5.- ESTÍMULO DE REFERENCIA 5.....	267
13.3.- COMPARACIÓN DE LOS VALORES TRIESTÍMULO Y COORDENADAS DE CROMATICIDAD DE LOS ESTÍMULOS EN LAS IGUALACIONES METÁMERAS.....	269
13.3.1.- ESTÍMULO VARIABLE 1.....	269
13.3.2.- ESTÍMULO VARIABLE 2.....	270
13.3.3.- ESTÍMULO VARIABLE 3.....	271

13.3.4.- ESTÍMULO VARIABLE 4.....	271
13.3.5.- ESTÍMULO VARIABLE 5.....	272
13.4.- COMPARACIÓN DE LAS COORDENADAS	
DE CROMATICIDAD, LUMINANCIA	
Y RESPUESTA DE LOS CONOS DE LAS	
IGUALACIONES ISÓMERAS Y METÁMERAS.....	273
13.4.1.- ESTÍMULO 1.....	273
13.4.2.- ESTÍMULO 2.....	278
13.4.3.- ESTÍMULO 3.....	282
13.4.4.- ESTÍMULO 4.....	287
13.4.5.- ESTÍMULO 5.....	291
13.5.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS	
ELIPSOIDES DE DISCRIMINACIÓN	
CROMÁTICA DE LAS IGUALACIONES	
ISÓMERAS Y METÁMERAS.....	295
14.- CONCLUSIONES.....	311
APÉNDICE I:	
EFFECTO STILES-CRAWFORD.....	315
APÉNDICE II:	
SENSIBILIDAD DE ADAPTACIÓN AUTOMÁTICA.....	319
APÉNDICE III:	
EFFECTO HELMHOLTZ-KOHLRAUSH.....	321

INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO GENERAL

La Ciencia se suicida cuando adopta un credo.

(Thomas Henry Huxley)



1.- INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO GENERAL

El estudio del color puede ser objeto de diferentes planteamientos según el punto de vista desde el que se enfoque. por este motivo se suele hablar de color bajo distintas acepciones, si bien alguna de ellas no tiene sentido real dado el carácter de percepción asociado a dicho concepto.

Se suele hablar de *color físico* como una distribución espectral energética caracterizada por su radiancia $L_{e\lambda}$, otras veces se habla de *color psicológico* que está relacionado con la respuesta que el receptor humano da a la estimulación de su retina por la energía radiante y en la que, prescindiendo de las heterogeneidades espacio-temporales de los objetos observados se distinguen tres atributos, la claridad, el tono y la saturación que constituyen la denominada percepción visual simple (Wyszecki and Stiles, 1982). Por último se emplea la acepción *psicofísica* en la que se evalúan los estímulos en función de la respuesta que de ellos daría un observador ficticio tomado como referencia al que se le denomina **OBSERVADOR PATRÓN PSICOFÍSICO**. Se pretende que éste sea representativo del comportamiento, en la acepción psicológica, de la mayor parte de los observadores.

La primera acepción (de las tres anteriores) carece de sentido, el color como tal aparece ligado a la respuesta y no al estímulo. La segunda no tiene valor científico, entre otras razones porque no relaciona al estímulo con la respuesta, se habla de los atributos de la percepción simple pero no se les relaciona con el agente que los origina.

La tercera, base de la *Colorimetría*, resuelve los problemas que plantean las otras permitiendo, además, establecer un álgebra del color de gran generalidad utilizando para ello el observador patrón al que nos referimos anteriormente. Según esta disciplina la definición de *color, en sentido psicofísico, es la característica de una radiación visible por la cual un observador puede distinguir diferencias entre dos campos de visión del mismo tamaño y forma, de manera que pueda deberse a diferencias en la composición espectral de la radiación presente en la observación.*

Podemos establecer entonces tres espacios de color, el físico, el psicológico y el psicofísico. Podemos establecer también que el problema de la colorimetría radica en la inexistencia de correspondencias biunívocas entre dichos espacios. Para el físico la correspondencia es unívoca con el de las sensaciones o psicológico, es decir, a cada estímulo (caracterizado por una radiancia espectral) corresponde una y sólo una sensación, la inversa no es cierta, por tanto, esto lleva a que no haya relación entre el espacio físico y psicofísico. Distintas distribuciones espectrales pueden conducir a una misma sensación. El sentido de la vista no posee propiedades analíticas como el oído, por ejemplo (Casas, 1994).

Uno de los aspectos de mayor interés actual en el campo de la *Ciencia del Color* reside en la posibilidad y necesidad de compaginar las dos partes en que suele dividirse su estudio, la colorimetría y los fenómenos de percepción cromática.

En el caso de la percepción cromática, lo que interesa es el conocimiento de los mecanismos reales por los cuales un estímulo luminoso crea una excitación y la posterior transmisión de la misma al cerebro, así como su decodificación ulterior. Se trata de encontrar los fotorreceptores responsables de la misma, los mecanismos de actuación y los de transmisión de la información. En el caso de la colorimetría, sólo se necesita conocer la relación existente entre el estímulo y la respuesta, independientemente de cuales son los mecanismos que la originan. Se trata de caracterizar al receptor visual mediante unas

funciones espectrales denominadas *funciones de mezcla de color* que rigen su comportamiento funcional en lo que se refiere a su capacidad de discriminación cromática.

Como se ha visto, el objetivo fundamental de la psicofísica es estructurar cuantitativamente el fenómeno de la percepción cromática, es decir, el desarrollo de la colorimetría visual encontrando una relación que ligue los estímulos físicos con las respuestas visuales que de ellos da un observador:

$$R = f(E) \quad (1.1)$$

Con esta relación se pretende conectar una sensación psicológica trivariante (la percepción visual simple) con una magnitud física (la radiancia espectral) cuya variación puede ir desde cero hasta infinito.

Coloriméricamente basta con encontrar una función matemática que relacione ambos parámetros, es decir, un modelo matemático que explique el comportamiento experimental del observador humano en lo que se refiere a percepción cromática. Debido al fenómeno de la trivarianza visual, en principio cabe esperar que la especificación colorimétrica de las respuestas visuales sólo requiera tres parámetros (tres valores numéricos).

La colorimetría se basa en un hecho experimental estructurado como *ecuación tricromática*, basada en la posibilidad de establecer la equivalencia perceptiva entre un color cualquiera y la mezcla aditiva de tres colores que suelen denominarse *primarios* pero que no tienen que estar predeterminados, de hecho, se verá posteriormente que la elección de estos depende del experimento concreto que se quiera llevar a cabo (Hita, E., 1993).

En otras palabras, un color C se puede expresar mediante la expresión algebraica:

$$C = \pm RR \pm GG \pm BB \quad (2.1)$$

según la cual el mismo se puede igualar con la mezcla de las cantidades R, G, B , de los primarios R, G, B . El signo \pm se debe considerar sólo en sentido algebraico.

La igualdad de la ecuación (2.1) es perceptiva, es decir, implica claridad, tono y saturación y es importante decir que el observador humano cuando realiza este tipo de experiencias es considerado como *instrumento de cero* (como se verá posteriormente) para establecer dichas verificaciones de igualdad. A las cantidades de los primarios utilizados en una igualación de color se les denomina *valores triestímulo* del color C .

De la misma manera, el color C (su correspondiente estímulo) tiene una determinada distribución energética espectral L_λ que se puede obtener como mezcla de colores espectrales C_λ , de valores triestímulo R_λ , G_λ , B_λ . De la ecuación (2.1), siempre se puede poner:

$$C_\lambda = R_\lambda R \pm G_\lambda G \pm B_\lambda B \quad (3.1)$$

y como

$$C = \int C_\lambda d\lambda \quad (4.1)$$

se verifica que:

$$C = \int_{vis} R_\lambda d\lambda R + \int_{vis} G_\lambda d\lambda G + \int_{vis} B_\lambda d\lambda B \quad (5.1)$$

las cantidades de los primarios del color C son de la forma:

$$R = \int_{vis} R_\lambda d\lambda, \quad G = \int_{vis} G_\lambda d\lambda, \quad B = \int_{vis} B_\lambda d\lambda \quad (6.1)$$

Vamos a denominar c_λ al color espectral cuyos estímulos son cuasimonocromáticos y de radiancia unidad siendo $\bar{r}_\lambda, \bar{g}_\lambda, \bar{b}_\lambda$ sus correspondientes valores triestímulos, así:

$$\begin{aligned} C &= \int_{vis} L_{e\lambda} c_\lambda d\lambda = \int L_{e\lambda} \left[\bar{r}_\lambda + \bar{g}_\lambda + \bar{b}_\lambda \right] d\lambda = \\ &= \int L_{e\lambda} \bar{r}_\lambda d\lambda R + \int L_{e\lambda} \bar{g}_\lambda d\lambda G + \int L_{e\lambda} \bar{b}_\lambda d\lambda B \end{aligned} \quad (7.1)$$

luego:

$$\mathbf{R} = \int L_{e\lambda} \bar{r}_\lambda d\lambda, \quad \mathbf{G} = \int L_{e\lambda} \bar{g}_\lambda d\lambda, \quad \mathbf{B} = \int L_{e\lambda} \bar{b}_\lambda d\lambda \quad (8.1)$$

Las funciones $\bar{r}_\lambda, \bar{g}_\lambda, \bar{b}_\lambda$ son las denominadas **FUNCIONES** de **MEZCLA** o **COEFICIENTES** de **DISTRIBUCIÓN** y representan las cantidades de estímulos de referencia necesarios para igualar la unidad de flujo de radiación espectral. Las propiedades de un observador normal, en lo referente a igualaciones de color, si se cumple la aditividad y la proporcionalidad de las igualaciones, quedan especificadas por las funciones de mezcla de color.

Por comodidad se definen las **coordenadas de cromaticidad** como:

$$r = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R}+\mathbf{G}+\mathbf{B}}; \quad g = \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{R}+\mathbf{G}+\mathbf{B}}; \quad b = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{R}+\mathbf{G}+\mathbf{B}} \quad (9.1)$$

de manera que $r + g + b = 1$

La ecuación (8.1) se puede considerar la base funcional de la colorimetría, pues la respuesta dada por un observador (función de los valores triestímulo) está relacionada con el estímulo que la produce $L_{e\lambda}$ mediante estas funciones espectrales que se denominaron de mezcla (a partir de la ecuación tricromática) y que caracterizan al receptor visual controlando su comportamiento experimental en relación con la ecuación tricromática (ecuación (2.1)).

Otra forma de definir las funciones de mezcla es la siguiente:

Supongamos dos estímulos de distribuciones energéticas L_α y L'_α respectivamente se pueden igualar perfectamente (en cromaticidad y claridad) si se satisfacen las ecuaciones siguientes:

$$\int L_{e\lambda} \bar{x}_\lambda d\lambda = \int L'_{e\lambda} \bar{x}_\lambda d\lambda; \quad \int L_{e\lambda} \bar{y}_\lambda d\lambda = \int L'_{e\lambda} \bar{y}_\lambda d\lambda; \quad \int L_{e\lambda} \bar{z}_\lambda d\lambda = \int L'_{e\lambda} \bar{z}_\lambda d\lambda \quad (9.1)$$

donde $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$ son tres funciones de la longitud de onda que representan al ojo del observador en su aspecto de igualación de colores; estas son las **FUNCIONES** de **MEZCLA** de color.

Si multiplicamos $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$ por factores constantes, las condiciones anteriores siguen inalteradas. Cualquier terna que sea combinación lineal de las funciones de mezcla anteriormente definidas, sirve para establecer las condiciones de igualdad de colores.

Dado que los primarios no son únicos, la CIE en 1931 decidió establecer unos primarios universales a los que se pudieran referir todos aunque estos no fueran colores reales. Estos primarios son el X , Y , Z . La ventaja de esta nueva terna es que ahora las coordenadas de cromaticidad siempre son positivas y el blanco equienergético queda centrado en el triángulo de Maxwell. Las coordenadas de cromaticidad en este nuevo sistema se definen igual que antes. En el capítulo dedicado a la metodología se explica extensamente la equivalencia entre ambos sistemas de representación de color y la importancia del blanco equienergético para esta equivalencia.

Normalmente un color queda especificado por dos de sus coordenadas de cromaticidad (x , y) y uno de sus valores triestímulo Y (la luminancia). Con estos valores (calculados a partir del observador patrón) se obtiene el diagrama de cromaticidad en el que se representan las coordenadas de cromaticidad de los estímulos de color. El área en la que se representan estos la encierra la línea en la que se representan las luces espectrales (*lugar spectral*) y la línea de los púrpuras (*alychne*). En las figuras 6.1 y 7.1 se muestran dos espacios de representación de color.

Hasta ahora, todo lo dicho es válido para un solo observador, pero el objeto de la colorimetría es la especificación del color de forma general. Esto es posible resolverlo si suponemos que existe similitud de comportamiento colorimétrico de la mayoría de los observadores humanos y estableciendo el **OBSERVADOR PATRÓN**, ente ficticio que está calculado como promedio de las funciones de mezcla obtenidas por un número amplio de observadores reales. En general, este observador no coincidirá con ninguno real, pero dentro de un determinado rango de dispersión, debe ser representativo de todos.

A continuación mostramos las funciones de mezcla (OBSERVADOR PATRÓN) aceptadas por la CIE en 1931 y algunas obtenidas por diferentes autores:

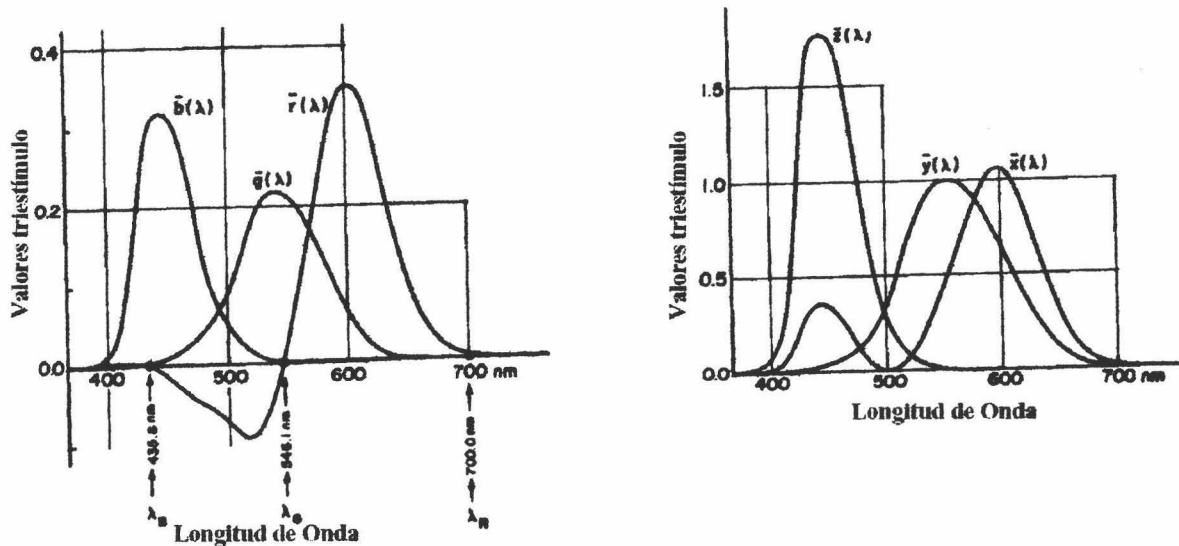


Figura 1.1.- Funciones de mezcla aceptadas por la CIE. A la izquierda en el sistema RGB donde se señalan los primarios utilizados. A la derecha en el sistema XYZ de primarios irreales. Ambos para campos de 2°.

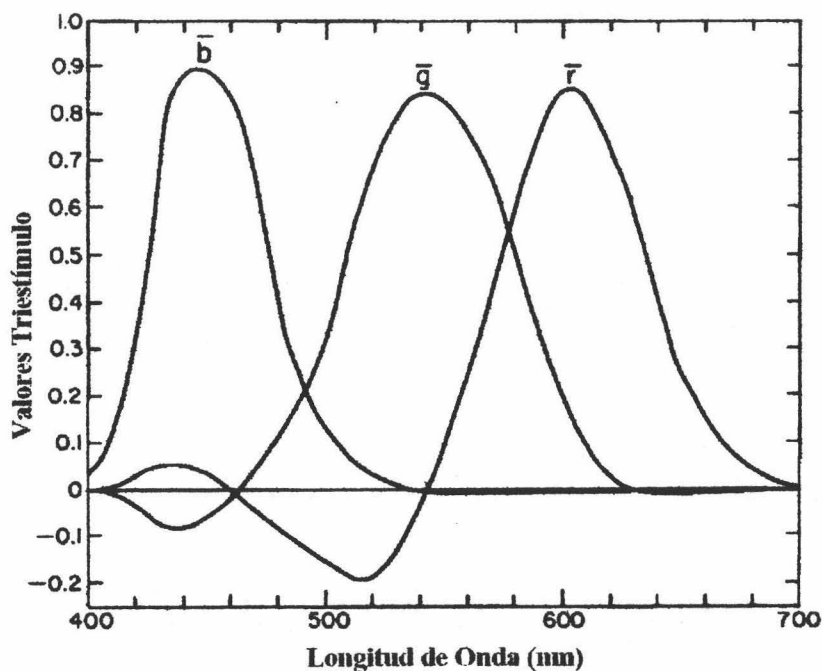


Figura 2.1.- Funciones de mezcla obtenidas por Guild con sus primarios.

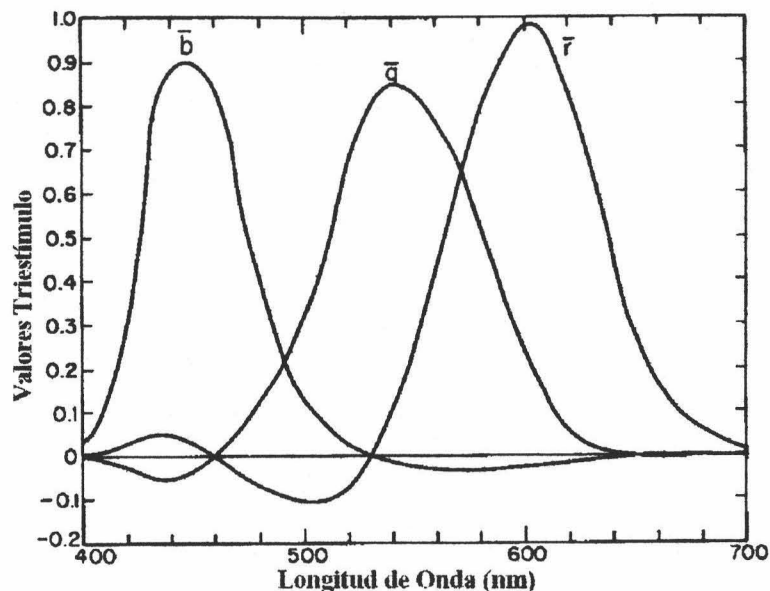


Figura 3.1.- Funciones de mezcla obtenidas por Wright con sus primarios.

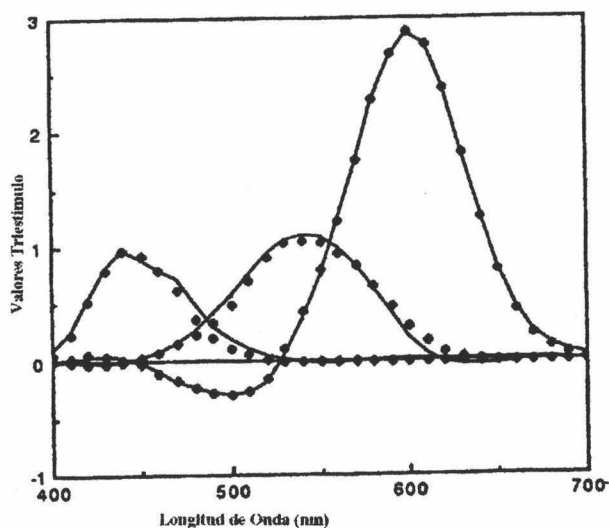


Figura 4.1.- Ajuste del modelo propuesto por Fairchild de los datos obtenidos por Stiles de las funciones de mezcla de 2° igualando solamente cinco longitudes de onda. Los puntos representan los datos reales de Stiles, la línea continua la predicción del modelo (1989).

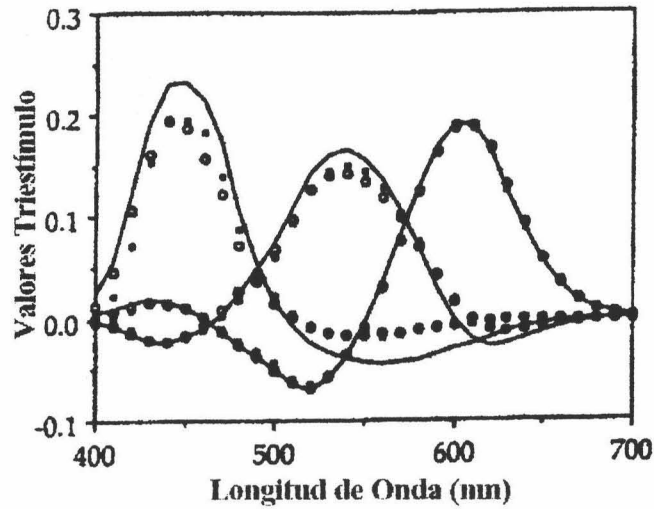


Figura 5.1.- Funciones de mezcla de color de Stiles para campos de 2° (o), Observador Patrón CIE 1931 (-) y media de las funciones de mezcla de color de los 18 observadores obtenidos por Fairchild (-), (1993).

Las figuras siguientes muestran los sistemas de representación de color comentados anteriormente.

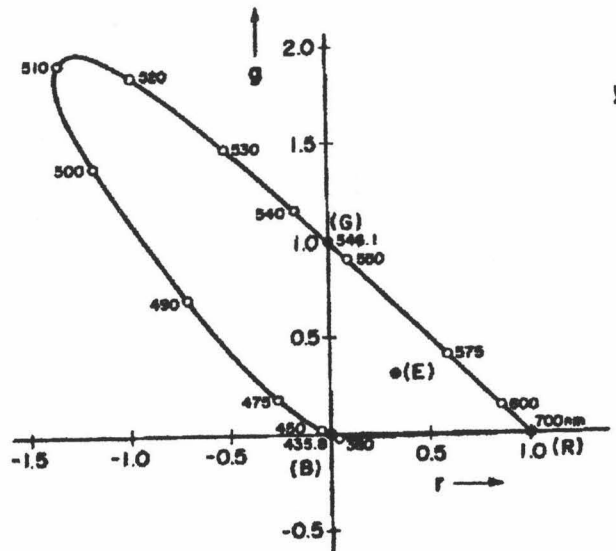


Figura 6.1.- Diagrama cromático en el sistema RGB.

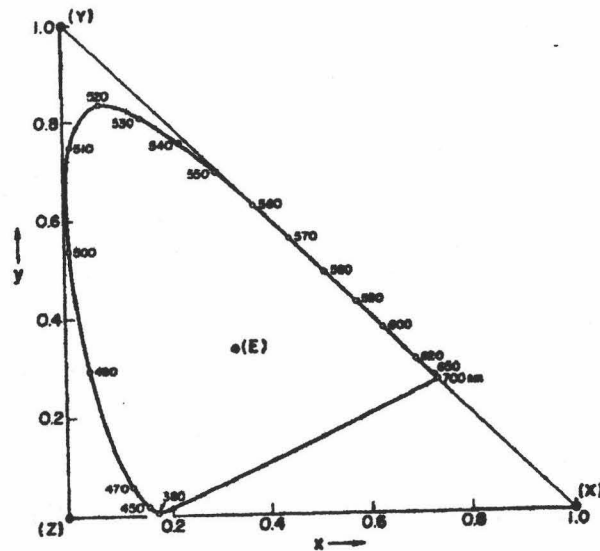


Figura 7.1.- Diagrama cromático en el sistema XYZ.

1.1.- IGUALACIONES DE COLOR

El estudio de las reproducciones de color y sus métodos han producido en el campo de la colorimetría grandes avances en los últimos años, tanto en el aspecto científico como en el técnico.

En el caso de la industria, es importantísimo que en los productos manufacturados en los que interviene de una manera notable el color (pinturas, material textil, papelería, etc.) se pueda predecir si el color de salida del objeto será el deseado, y no sólo eso, sino si dos unidades de un mismo producto tendrán el mismo color de manera que, desde este punto de vista, sean indistinguibles.

En cuanto a la composición de la distribución espectral de los estímulos que intervienen en la igualación, podemos distinguir dos tipos: *Igualaciones Isómeras* y *Metámeras*.

1.1.1.- IGUALACIONES ISÓMERAS

Como se explicó anteriormente, cuando dos colores son iguales debe verificarse:

$$\begin{aligned} \int L_{e\lambda} \bar{x}_\lambda d\lambda &= \int L'_{e\lambda} \bar{x}_\lambda d\lambda \\ \int L_{e\lambda} \bar{y}_\lambda d\lambda &= \int L'_{e\lambda} \bar{y}_\lambda d\lambda \\ \int L_{e\lambda} \bar{z}_\lambda d\lambda &= \int L'_{e\lambda} \bar{z}_\lambda d\lambda \end{aligned} \quad (10.1)$$

Cuando se verifica que $L_{e\lambda} = L'_{e\lambda}$, la igualación es isómera, o lo que es lo mismo, los dos estímulos tienen la misma distribución espectral.

1.1.2.- IGUALACIONES METÁMERAS

Para caracterizar las fuentes luminosas, los objetos que reflejan esa radiación luminosa y a los observadores, necesitamos conocer la radiancia espectral de la fuente $L_{e\lambda}$ o bien la irradiancia espectral E_λ (energía recibida por un objeto). Además sabemos que un objeto refleja o transmite parte de la energía recibida. Dependiendo de las condiciones de iluminación y de observación podemos conocer su reflectancia o transmitancia espectral ρ_λ τ_λ respectivamente. Por último hay que caracterizar al observador (la caracterización más difícil y objeto de este trabajo) por sus funciones de mezcla de color $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$ definidas anteriormente.

Una vez conocidos y caracterizadas todas las variables que intervienen en una igualación de color, un observador afirmará que dos estímulos son iguales, es decir, la igualación es metámera o se tiene un par metámero, si se cumple que (en el caso de que tengamos objetos que reflejen luz):

$$X = \sum_{vis} E_\lambda \rho_\lambda \bar{x}_\lambda = \sum_{vis} E_\lambda \rho'_\lambda \bar{x}_\lambda = X'$$

$$Y = \sum_{vis} E_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{y}_{\lambda} = \sum_{vis} E_{\lambda\rho'_{\lambda}} \bar{y}_{\lambda} = Y' \quad (11.1)$$

$$Z = \sum_{vis} E_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{z}_{\lambda} = \sum_{vis} E_{\lambda\rho'_{\lambda}} \bar{z}_{\lambda} = Z'$$

Esta igualdad se cumple independientemente de las diferencias entre los factores que intervienen en cada miembro de la ecuación. Cuando ocurre esto se dice que tenemos un par *metámero de objetos*. En esta igualdad hemos supuesto al menos un iluminante; pudiera ocurrir que un par de objetos metámeros se perciban distintos si cada uno es observado bajo iluminantes distintos, incluso podría bastar con que se cambiara el iluminante.

En principio, se puede pensar que el número de combinaciones posibles para que se cumpla la igualdad anterior es infinita, no hay más que variar las reflectancias de los objetos de color. Como se verá en el capítulo del método, este es un punto de partida posible para la determinación de las funciones de mezcla de color y es también uno de los problemas con que la industria se enfrenta habitualmente.

Supongamos ahora que tenemos dos fuentes luminosas distintas y con cada una de ellas iluminamos cada una de las muestras (ambas con la misma reflectancia espectral). Cuando el observador las percibe como iguales debe cumplirse que:

$$X = \sum_{vis} E_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{x}_{\lambda} = \sum_{vis} E'_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{x}_{\lambda} = X'$$

$$Y = \sum_{vis} E_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{y}_{\lambda} = \sum_{vis} E'_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{y}_{\lambda} = Y' \quad (12.1)$$

$$Z = \sum_{vis} E_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{z}_{\lambda} = \sum_{vis} E'_{\lambda\rho_{\lambda}} \bar{z}_{\lambda} = Z'$$

Cuando esto ocurre se dice que tenemos *iluminantes metámeros*. Igual que ocurría en el caso anterior, si cambiamos la muestra, la igualación se perderá casi seguro.

Por último, tenemos el caso en el que los iluminantes son los mismos, las reflectancias de los objetos también son los mismos pero son observados por dos observadores diferentes. Cuando se produce la igualación ocurrirá que:

$$\begin{aligned}
 X &= \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{x}_{\lambda} = \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{x}'_{\lambda} = X' \\
 Y &= \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{y}_{\lambda} = \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{y}'_{\lambda} = Y' \\
 Z &= \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{z}_{\lambda} = \sum_{vis} E_{\lambda\rho\lambda} \bar{z}'_{\lambda} = Z'
 \end{aligned}
 \tag{13.1}$$

Cuando esto ocurre se dice que tenemos *observadores metámeros*. La importancia de estas igualaciones metámeras es que todavía no se ha conseguido, de forma generalizada, que la igualdad se lleve a cabo por cualquier par de observadores y es el núcleo central del estudio de la presente memoria.

El metamerismo es el problema y la esencia de la colorimetría. Estos problemas van desde el planteamiento teórico de la ciencia del color hasta las aplicaciones prácticas. En muchas ocasiones es inevitable recurrir a igualaciones metámeras y esto supone un grave problema por la ruptura de las igualaciones al ser observadas por diferentes experimentadores debido, como veremos, a los problemas existentes en el establecimiento del observador patrón (Hita et al., 1988).

En una igualación isómera, independientemente de las funciones de mezcla utilizadas, los valores triestímulo de la igualación seguirán siendo iguales, sin embargo, cuando las igualaciones son metámeras esta igualdad raramente se mantiene.

Como hemos dicho antes, el interés de la colorimetría radica en el metamerismo, y uno de los problemas de más actualidad es el análisis de la representatividad o adecuación real del observador patrón, es decir, si un par metámero lo es para cualquier observador humano y dentro de qué márgenes. Se trata de analizar si el *color medido* (igualación tricromática realizada por un observador particular) y el *color esperado* (valores triestímulo calculados mediante las ecuaciones (8.1) ó (9.1) utilizando el observador patrón), coinciden. De no ser así, la colorimetría no tendría validez, lo que parece suceder algunas veces.

distribución espectral parecida y que constituyen un *umbral diferencial* de dicho estímulo. La utilidad del observador patrón se puede, (en estos casos) flexibilizar porque el color esperado y el medido no tienen que coincidir exactamente, basta con que estén incluidos en el umbral diferencial.

Dado que uno de los cimientos experimentales de la *Colorimetría Diferencial* son las igualaciones metámeras (por lo comentado anteriormente), es imprescindible una revisión experimental que aclare la influencia que las funciones de mezcla tienen sobre dichas igualaciones. En trabajos realizados en nuestros laboratorios, se demostró que, en determinadas circunstancias, los umbrales diferenciales de color son elipsoides (Pérez Ocón, et al, 1992)

En trabajos realizados en nuestros laboratorios se pone de manifiesto la existencia de variaciones muy significativas de los elipsoides de discriminación al variar el grado de metamerismo (es decir, cómo de distintas son las curvas de radiancia espectral de los estímulos que se pretenden igualar) de las igualaciones. Todo esto se traduce, de manera práctica, en la existencia de diferencias acusadas entre las cromaticidades esperadas al utilizar el Observador Patrón CIE 1931 y las obtenidas experimentalmente para diferentes condiciones experimentales de observación como puede comprobarse en las figuras 8.1 y 9.1.

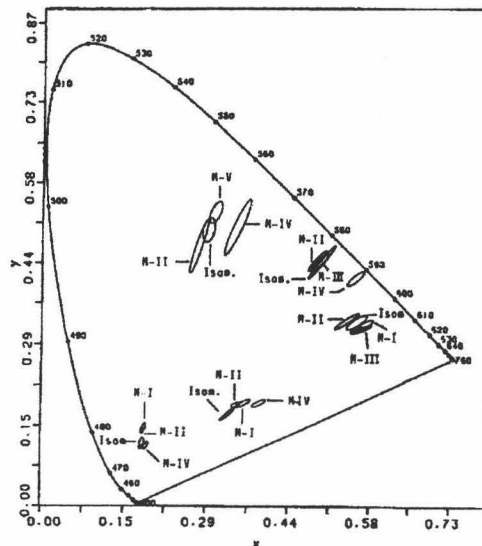


Figura 8.1.- Resultados de igualaciones metámeras e isómeras con adaptación previa a la oscuridad (Hita et al., 1988).

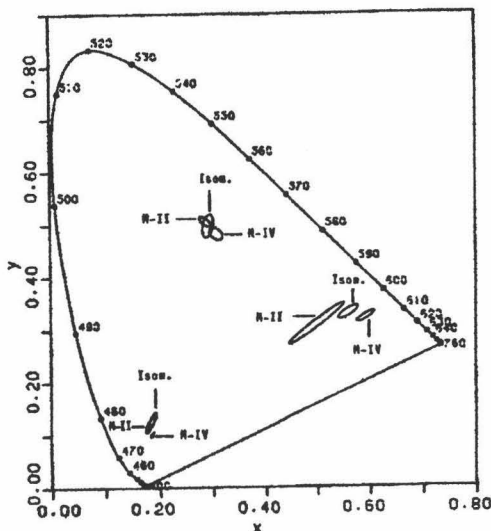


Figura 9.1.- Resultados de igualaciones metámeras e isómeras con blanqueo de fotopigmentos (Hita et al., 1988).

En la figura 8.1 se representan los umbrales diferenciales de color en igualaciones isómeras y metámeras para varios observadores. Puede observarse que los resultados son similares para todos los observadores, la única diferencia estriba en el tamaño de la elipse (diferencia de capacidad discriminadora de cada observador). Como se ve, existen discrepancias entre las secciones elípticas de los umbrales de discriminación de las igualaciones isómeras y metámeras. Si se acepta que el centro del elipsoide de discriminación es representativo de la cromaticidad del estímulo de referencia, puede resaltarse las notables diferencias entre las cromaticidades de los estímulos de referencia y las obtenidas al realizar las igualaciones metámeras de dichos estímulos (las elipses no se cortan, el color esperado y el medido no es el mismo). Se muestra claramente el desacuerdo entre las cromaticidades esperadas al emplear el Observador Patrón CIE 1931 y las obtenidas bajo las condiciones experimentales utilizadas (adaptación previa a la oscuridad, etc.), por supuesto fuera del error instrumental. Incluso utilizando las modificaciones de Judd de 1964 (al Observador Patrón CIE 1931), estas diferencias no desaparecieron. Los resultados experimentales muestran un comportamiento no aditivo de las igualaciones colorimétricas (Hita et al., 1986).

La figura 9.1, muestra una experiencia parecida a la anterior pero con blanqueo de fotopigmentos en lugar de adaptación previa a la oscuridad. Como los resultados fueron similares, se extrajeron las mismas conclusiones que en el caso anterior, además de poder afirmar que la no aditividad y la falta de predicción colorimétrica no era debida a la intrusión de bastones (Jiménez del Barco et al., 1987).

Como hemos indicado, el **OBSERVADOR PATRÓN** se propuso tomando como base experiencias realizadas por un cierto número de observadores reales tomándolo como promedio de los mismos, con la idea de que fuese representativo de la mayoría de los seres humanos y, por lo tanto, se pudiera utilizar como referencia colorimétrica.

De hecho, esta sistemática se ha venido realizando cada vez que se propone alguna modificación o ampliación de los observadores patrones vigentes, así sucede con el observador patrón para 10° y sus muchas modificaciones propuestas por diferentes autores basados en experiencias concretas con un número alto de observadores reales.

No obstante, y como se ha apuntado en los párrafos precedentes, a la luz de los trabajos realizados en nuestros laboratorios, existen situaciones demasiado frecuentes en los que los resultados no parecen apuntar hacia una "*bondad aceptable*", es decir, una representatividad suficientemente generalizada de los "*observadores referenciales o patrones*" existentes. Las diferencias significativas entre los "*colores esperados y medidos*", por ejemplo, apuntan a la necesidad de una revisión de estos "*entes*" y, de hecho, así se ha venido haciendo durante mucho tiempo como tendremos ocasión de ver en el siguiente capítulo. En cualquier caso, ninguna de las revisiones ni modificaciones ha conseguido evitar los problemas existentes, por lo que pensamos que se hace necesario un estudio profundo y sistemático sobre las medidas de funciones de mezcla reales, su posibilidad de promedio y su utilidad en igualaciones metámeras. Este será el triple objetivo de la presente memoria.

En primer lugar, empezaremos con una revisión bibliográfica sobre los antecedentes del problema, es decir, para conocer la evolución y el estado actual en el establecimiento y control del observador patrón.

Una vez conocido dicho estado, y en función del mismo, pasamos a explicar las condiciones experimentales con las que vamos a trabajar y con las que vamos a realizar nuestras experiencias, cuestión que consideramos de gran importancia (el fijar las condiciones de experimentación) ya que si se llegaran a resultados distintos a los de otros autores, se tendría que tener en cuenta si sus condiciones de observación son las mismas que las nuestras. De igual forma, si llegáramos a resultados iguales o parecidos a otros autores y las condiciones experimentales de estos últimos fueran distintas.

Posteriormente se plantea el dispositivo experimental utilizado en la determinación de las funciones de mezcla, su versatilidad y su fidelidad en la reproducción de las medidas. La segunda parte de este capítulo está dedicado a la explicación del calibrado del dispositivo.

A continuación se presenta el capítulo dedicado a la metodología, en el que se comenta tanto el método experimental como el analítico para la obtención experimental de las funciones de mezcla de color. Además se justifica el método experimental seguido por ser el más idóneo en este tipo de medidas de discriminación colorimétrica

Tras el capítulo anterior se presenta el de resultados, dando en éste las funciones de mezcla y coordenadas de cromaticidad experimentales, obtenidas para siete observadores, representadas en varios sistemas, a saber, el nuestro (sistema de primarios con los que se midieron experimentalmente las funciones de mezcla), el RGB-CIE y finalmente el CIE-1931.

Después se lleva a cabo una discusión crítica de los resultados experimentales presentados anteriormente. Primero se realiza un análisis estadístico de los mismos, análisis de la varianza, (ANOVA) completándolo con el test de la t-Student para el estudio de la variabilidad interobservador. La segunda parte de este capítulo está dedicada a la comparación de nuestros resultados con los de otros autores y la evaluación de las diferencias entre ambos.

Una vez calculadas las funciones de mezcla de color, se inicia la segunda parte del trabajo en el que se realiza un estudio experimental para estudiar la bondad colorimétrica de estas funciones de mezcla y se realizan estudios de igualaciones isómeras y metámeras para comprobar si continúa habiendo discrepancias entre los colores medidos y esperados según se desprende de experiencias colorimétricas anteriores. Por ello, volvemos a realizar una revisión bibliográfica profunda para conocer los antecedentes del problema para las igualaciones metámeras.

Siguiendo con el esquema de trabajo de la primera parte de la memoria, en el capítulo siguiente se explican las condiciones experimentales en las que tres observadores (cuyas funciones de mezcla ya han sido medidas) van a realizar las experiencias de metamerismo con los cinco estímulos elegidos en este trabajo.

Posteriormente, se explica el dispositivo experimental utilizado (basado en el utilizado en la medida de funciones de mezcla) en la determinación de umbrales diferenciales de color para igualaciones isómeras y metámeras.

A continuación, en el capítulo de resultados se muestran los parámetros de los umbrales de discriminación cromática, tanto de las igualaciones isómeras como metámeras, para los tres observadores y para los cinco estímulos estudiados.

Finalmente, introducimos un capítulo de discusión de resultados en el que se analizan las diferencias entre los elipsoides de discriminación cromática de los cinco estímulos medidos para los tres observadores. Además se estudia la diferencia entre los resultados de estos observadores y el observador patrón CIE 31.

Concluimos con el último capítulo en el que se presentan las consideraciones de mayor interés, las conclusiones a la vista de los resultados obtenidos.

BIBLIOGRAFÍA

WYSZECKI, G. and STILES, W. S.- **Color Science: concepts and methods, quantitative data and formulae.**

John Wiley & Sons 2nd Edition, 1982.

CASAS, J..- **Óptica.**

Cátedra de Óptica, Universidad de Zaragoza, 7ª Edición, 1994.

HITA, E..- **Contribuciones físicas a los mecanismos de percepción cromática.**

Discurso leído en el acto de recepción de la Academia de Ciencias Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales de Granada, Granada 1993.

HITA, E., JIMÉNEZ DEL BARCO, L., ROMERO, J., Y CORRONS, A..- **Análisis colorimétrico del observador patrón CIE.**

Opt. Pur. Apl. **21**, 13-25 (1988).

PÉREZ OCÓN, F., JIMÉNEZ CUESTA, J. R., GARCÍA, J. A. y HITTA, E..- **Estudio estadístico de umbrales diferenciales de color en distintos sistemas de representación.**

Opt. Pur. Apl. **25**, 87-92 (1992).

HITA, E., JIMÉNEZ DEL BARCO, L., and ROMERO, J..- **Differential color thresholds from metameric matches: experimental results concerning failures of colorimetric additivity.**

J. Opt. Soc. Am. **3**, 1203-1209 (1986).

JIMÉNEZ DEL BARCO, L., HITTA, E., ROMERO, J. and VIDA, J..- **Color-prediction discrepancies and differential chromaticity thresholds with photopigment bleaching.**

J. Opt. Soc. Am. **5**, 432-437 (1987).



**REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA
DEL OBSERVADOR PATRÓN**

Hay quien cruza el bosque y no ve leña para el fuego.

(Leon Tolstoi)



2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DEL OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO

Las primeras referencias que se tienen de las FUNCIONES DE MEZCLA DE COLOR se remontan al año 1860 en que fueron medidas por Maxwell. En realidad no fueron exactamente eso lo medido sino "curvas de mezcla". El trabajo consistió en igualar un estímulo acromático con la mezcla aditiva de tres primarios espectrales. Maxwell construyó un triángulo de representación cromática a partir de las leyes de mezcla de color de Newton. En cada uno de los ángulos del triángulo estaba representado cada uno de los primarios utilizados. El resultado de la suma de los colores se encontraba localizado en la recta de unión de las luces mezcladas teniendo en cuenta su proporción, ésta es la ley de los centros de gravedad. La mezcla final estaría tanto más cerca de uno de los colores mezclados cuanto mayor fuera su contribución a la mezcla. Éste fue el primer intento de representación de un diagrama cromático. En palabras del propio Maxwell: "*. . . todos los colores del espectro pueden ser igualados con los colocados en los ángulos del triángulo, . . . es una razón de peso para creer que hay tres colores primarios que corresponden a los modos de sensación en el órgano de la visión.*" (J. Guild, 1931). La importancia de este método es doble, primero por ser el punto de partida histórico en este campo y segundo, y más importante, porque

todas las igualaciones se realizaron a luminancia y cromaticidad constante; de esta manera se evitaban todos los problemas de no linealidad tan en voga hoy día (Wyszecki y Stiles, 1982).

Ya en este siglo, fue A. König quien en 1903 revisó las funciones de mezcla de color a partir de sus trabajos sobre anomalías en la percepción cromática. Este autor localizó los puntos de confusión para los tres tipos de defectos de visión del color. Esta experiencia tiene más valor histórico que científico pues los niveles de luminancia fueron especialmente bajos y la instrumentación tampoco era muy fiable. Otros trabajos encaminados en el mismo sentido fueron los de Dieterici y Abney (Wyszecki y Stiles, 1982).

Posteriormente Ives realizó un trabajo parecido al de König pero con mayor luminancia. Weaver recopiló los resultados de estos cuatro últimos y los redujo a primarios comunes, este trabajo fue recomendado por el Comité de Colorimetría de la Sociedad Americana de Óptica para su uso general en 1922 (Wyszecki y Stiles, 1982).

Pero fue en 1928 con W. D. Wright en el College Imperial de la Ciencia, cuando se midieron por primera vez experimentalmente las coordenadas de cromaticidad del espectro visible, a partir de las medidas de sus observadores, con un colorímetro de estímulos espectrales, construido en el Laboratorio Nacional de Física (NPL) de Londres, aparato completamente distinto a los empleados hasta el momento. Las coordenadas de cromaticidad fueron determinadas por diez observadores para campo visual de dos grados, cuadrado bipartito vertical, y campo circundante oscuro. Los primarios espectrales tenían unas longitudes de onda de máxima emisión en 650nm para el rojo, 530nm para el verde y 460nm para el azul. Posteriormente Wright calculó las curvas de mezcla (funciones de mezcla de color) a partir de las coordenadas cromáticas obtenidas por él mismo y la Curva de Sensibilidad Espectral. Sus resultados fueron publicados en 1930. El método de cálculo fue el siguiente:

$$\bar{r}_\lambda = \frac{r_\lambda V_\lambda}{l_r}, \quad \bar{g}_\lambda = \frac{g_\lambda V_\lambda}{l_g}, \quad \bar{b}_\lambda = \frac{b_\lambda V_\lambda}{l_b} \quad (1.2)$$

donde r_λ , g_λ y b_λ son las coordenadas de cromaticidad para una determinada longitud de onda, V_λ es el valor de la Función Eficiencia Luminosa en esa longitud de onda y l_r , l_g y l_b son las cantidades relativas de los primarios en la igualación del acromático.

En 1931 se publicaron los resultados de Guild (J. Guild 1931) realizados en el NPL. El campo visual era también cuadrado dividido, por una línea horizontal, en dos playas rectangulares. El ángulo subtendido por el ojo del observador era de dos grados. Los primarios utilizados fueron 700nm para el rojo, 546.1nm para el verde y 435.8nm para el azul. El número de observadores fue de siete. Las características comunes en las condiciones de observación fueron la adaptación previa a la oscuridad, o a la tenue luz del laboratorio en el caso de Guild. En ambos experimentos los observadores tenían acceso a los mandos de los colorímetros, siendo ellos los que en todo momento controlaban las cantidades de luces primarias de la mezcla (hecho éste no muy recomendable), (LeGrand, 1972). En las dos experiencias se estudió el espectro desde los 400nm hasta los 700nm.

Los resultados finales de ambos (Wright y Guild) fueron publicados en Cambridge en 1931 por la CIE como el "**OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO**". Esta fue una determinación un poco obligada debido a la imperiosa necesidad que se tenía de establecer un observador universal de referencia.

En 1951 Judd (Wyszecki y Stiles, 1982) realizó una revisión de la función eficiencia luminosa $V(\lambda)$ establecida por la CIE en 1924. Tal estudio finalizó con la conclusión de que la función $V(\lambda)$ tenía unos valores demasiado pequeños por debajo de los 460nm. Una consecuencia que se deriva de este trabajo es que el Observador Patrón obtenido por Wright y Guild debería modificarse, en cualquier caso, la CIE hizo caso omiso y decidió no realizar ninguna modificación tanto de la función $V(\lambda)$ como de las funciones de mezcla de color CIE 1931, a pesar de que el Comité Americano sugirió esta revisión.

MacAdam (D. L. MacAdam, 1953) en los Laboratorios de Investigación de la Kodak en Rochester, New York, publicó en 1953 un artículo en el que definía las funciones de mezcla de color ortogonales. Estas funciones ya habían sido presentadas por él mismo en 1941 en el Meeting de la Optical Society en Cambridge (Massachusetts). La definición de estas funciones U , V y W era:

$$\int UVF d\lambda = \int VWF d\lambda = \int UWF d\lambda = 0 \quad (2.2)$$

donde F es cualquier función de la longitud de onda. Si la variable de integración se cambia, F se transforma para mantener $(Fd\lambda)$ invariante. El conjunto de funciones de mezcla ortogonales es (tras muchos cálculos que aquí obviamos):

$$\begin{aligned}U &= 0.5657\bar{x} - 0.3965\bar{y} - 0.1691\bar{z} \\Y &= 0.3598\bar{y} \\W &= 0.2032\bar{x} - 0.1738\bar{y} + 0.2239\bar{z}\end{aligned}\tag{3.2}$$

La conclusión más interesante es que las funciones de mezcla se pueden ortogonalizar con respecto a cualquier función de longitud de onda como, por ejemplo, a la distribución espectral de la fuente luminosa utilizada en las experiencias de medición de éstas. La elección de uno de los primarios (de un conjunto ortonormal) determina completamente la línea a lo largo de la cual deben situarse los otros dos primarios por tanto determina completamente la forma de sus propias funciones de mezcla.

Además, como las funciones de mezcla CIE 31 no son ortogonales, los errores de los valores triestímulo calculados a partir de los datos espectrofotométricos están interrelacionados de manera que complica los cálculos a la hora de obtener las coordenadas de cromaticidad. Esto es debido a los productos cruzados que se dan en las fórmulas del error al calcular dichas coordenadas de cromaticidad a partir de los valores triestímulo. En los cálculos de dichas coordenadas, al trabajar con funciones de mezcla ortogonales, estas fórmulas se simplifican notablemente, y no sólo eso, sino que mejora apreciablemente la forma del diagrama cromático al intentar conseguir un espacio de color uniforme.

Un año después, MacAdam (D. L. MacAdam, 1954) en los Laboratorios de Investigación de la Kodak en Rochester, New York publicó otro artículo en el que, a partir de las funciones de mezcla de color ortogonales que definía en su anterior artículo. Como conclusión comenta de nuevo las ventajas que tienen estas funciones de mezcla a la hora de la propagación de errores (que es mucho menor), y además mejora la construcción de un modelo de espacio de color homogéneo para la discriminación de color para experiencias con fotometría heterocromática. (Este artículo constituyó la Comunicación N° 1653 de los Laboratorios de Investigación de Kodak).

En 1955, Stiles (W. S. Stiles, 1955) realizó un trabajo piloto con diez observadores publicado como un Informe Provisional del NPL sobre investigaciones en igualaciones de color a la Comisión Internationale de l'Eclairage (CIE) para campos de dos y diez grados. La razón del informe era obvio, por una parte las correcciones propuestas (y nunca aceptadas) a la función $V(\lambda)$ y por otra las discrepancias entre diferencias de color de ciertos pigmentos de titanio (al utilizar los datos de la CIE 1931); además surgieron otras nuevas, la no aplicabilidad a campos visuales grandes utilizados, sobre todo, en la reproducción industrial de color. Hay que señalar también que el método utilizado en 1931 combinando las medidas de las coordenadas de cromaticidad, el blanco patrón y la función eficiencia luminosa (CIE 1924), es el procedimiento ideal cuando se considera que las funciones de mezcla de color están medidas directamente sin introducir una igualación de calidad heterocromática. A este respecto, Guild manifestó su opinión favorable pero también que en aquel momento el Observador Patrón adoptado era el mejor que podía llevarse a cabo. En esta experiencia, puede decirse que los primarios no fueron muy monocromáticos pues el ancho de banda del primario rojo (648.6nm) era de 23.1nm, el del verde (526.4nm) de 14.2nm y el del azul (445.3) de 11.9nm. El ancho de banda del test fue un poco más monocromático, desde los 400nm hasta los 510nm tenían un ancho de banda de 8nm y, a partir de ahí, hasta los 730nm de 10nm. La luminancia tampoco fue constante, pues la iluminación retiniana, varió desde los 10 troland en la zona de los azules hasta los 1500 en los rojos.

El Comité de Colorimetría de la CIE, en una sesión en Zurich ese mismo año decidió que las discrepancias entre el Observador Patrón CIE 31 y los datos de Stiles (para dos grados) eran significativas desde el punto de vista experimental pero no lo suficiente como para garantizar un cambio de los datos para la práctica colorimétrica.

A este trabajo piloto siguió el informe final de 1958 (W. S. Stiles and J. M. Burch, 1958) también llevado a cabo en el NPL de Teddington, Middlesex. Este trabajo fue realizado para campos visuales de diez grados. Los primarios utilizados fueron distintos dependiendo de la zona del espectro estudiado. Para las longitudes de onda desde los 465nm hasta los 588nm y 645nm los primarios fueron 445.4nm, 526.3nm y 645nm. Para el resto, los primarios fueron 445.4nm, 588.2nm y 648.5nm. Esta experiencia fue realizada por veinticuatro observadores. Hubo otra para veintinueve observadores en la que los primarios

utilizados fueron 470.6nm, 526.3nm y 648.5nm para las longitudes de onda desde los 392nm hasta los 444nm, desde los 454.5nm hasta los 588nm y para 606nm, 625nm y 645nm. Los otros primarios fueron 470.6nm, 588.2nm y 648.5nm para el resto del espectro. Los resultados de las igualaciones daban una intensidad U_λ de cada estímulo espectral T_λ en unidades de energía. Si esto se mezclaba con un desaturante (por ejemplo rojo) con una intensidad D_R , cuando se tenía la igualación, en el otro campo tendrían la otra mezcla de las cantidades M_G y M_B (para el verde y azul respectivamente). El resultado final era:

$$U_\lambda(T_\lambda) + D_R R \equiv M_G(G) + M_B(B) \quad (4.2)$$

Para obtener la función de mezcla de color $\bar{a}_\lambda \bar{b}_\lambda \bar{c}_\lambda$ para este estímulo espectral se necesitaba una igualación auxiliar entre el desaturante y la mezcla de primarios rojos:

$$D'_R(R) \equiv M'_R(R) \quad (5.2)$$

Suponiendo que se cumple la ley de aditividad:

$$1(T_\lambda) \equiv -\frac{D_R M'_R}{U_\lambda D'_R}(R) + \frac{M_G}{U_\lambda}(G) + \frac{M_B}{U_\lambda}(B) = \bar{a}_\lambda(R) + \bar{b}_\lambda(G) + \bar{c}_\lambda(B) \quad (6.2)$$

Si las funciones de mezcla de color para tres estímulos espectrales cualquiera se escriben como una matriz:

$$E = \begin{pmatrix} \bar{a}_1 & \bar{b}_1 & \bar{c}_1 \\ \bar{a}_2 & \bar{b}_2 & \bar{c}_2 \\ \bar{a}_3 & \bar{b}_3 & \bar{c}_3 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

las funciones de mezcla referidas a estos tres primarios se obtienen multiplicando:

$$[\bar{a}_\lambda, \bar{b}_\lambda, \bar{c}_\lambda] E^{-1} \quad (8.2)$$

Speranskaya en 1959 (N. I. Speranskaya, 1959) publicó sus medidas, realizadas en el Instituto de Óptica del Estado en Leningrado, de las coordenadas de color espectrales para veintisiete observadores. El espectro barrido fue desde los 400nm hasta los 720nm (en intervalos de 10nm). Los primarios eran 465nm, 545nm y 640nm. El campo visual fue de

diez grados. La radiación monocromática por unidad de energía del color \bar{T}_λ está determinada por:

$$\bar{T}_\lambda = \left[\frac{a}{m} \right]_\lambda R_o + \left[\frac{b}{m} \right]_\lambda G_o + \left[\frac{c}{m} \right]_\lambda B_o \quad (9.2)$$

donde R_o , G_o y B_o son los colores primarios, a , b y c son las lecturas de la escala del colorímetro, m la del galvanómetro y v la sensibilidad relativa del fotodiodo (estas constantes son propias del equipo de calibrado del colorímetro).

Poco después, en 1962 Stiles y Wyszecki (W. S. Stiles and G. Wyszecki, 1962) en la División de Física Aplicada, Consejo de Investigación Nacional, en Ottawa, Canadá, volvieron a obtener las funciones de mezcla de color para diez observadores, mediante un colorímetro Donaldson, para dieciocho longitudes de onda. Las mayores diferencias las encontraron en los estímulos azules y azules-verdosos así como en el acromático, además de poner en duda la validez de las leyes de Grassmann para estos campos comparadas con los resultados de Stiles y Wyszecki y de Speranskaya. Como trabajo adicional, midieron las funciones de mezcla de color para campos de dos grados y los compararon con los resultados del grupo piloto de Stiles. La conclusión fue que el Observador Patrón CIE 1931 parecía predecir adecuadamente los resultados obtenidos con anterioridad. Este trabajo fue presentado en el VIII Symposium sobre Problemas Visuales del Color celebrado en Teddington.

Tres años después Wyszecki volvió a revisar las funciones de mezcla para campos de dos y diez grados en su lugar habitual de trabajo (Wyszecki, G., 1964). Concluye con que las diferencias observadas entre su última revisión y las que, muy poco tiempo después, establecería la CIE, se deben a posibles fallos en las leyes de Grassmann, además el Observador Patrón CIE 1931 no sirve para campos de diez grados. Por otra parte, aunque asegura que no ha habido grandes diferencias entre el Observador CIE 1931 y el revisado por él, industrialmente recomienda el obtenido en el NPL en lugar del oficial sobre todo en las regiones del azul y azul-verdoso. Asegura, finalmente que cualquier discrepancia es debida a errores de calibrado, sobre todo en dispositivos con componentes ópticos y esferas integradoras. su calibrado puede variar con la temperatura, humedad, etc.

Por fin en 1964 la CIE estableció el **OBSERVADOR PATRÓN SUPLEMENTARIO** para campos de visión de diez grados basado en las experiencias de Stiles y Burch y Speranskaya de 1958.

Richard, del Centro Médico Submarino de la Marina de los EE.UU, en el Departamento de Investigación, y Luria del Laboratorio de Investigación Médico de la Marina de los EE.UU, ambos en Groton, Connecticut, en 1964, llevaron a cabo un trabajo sobre funciones de mezcla de color y función de luminosidad a bajos niveles de luminancia (Whitman Richards and S. M. Luria, 1964). El espectro medido fue desde los 417nm hasta los 690nm aproximadamente. El intervalo entre longitudes de onda fue aproximadamente de 10nm con unos primarios de 459.3nm, 526.3nm y 645.2nm. El test era un campo de dos grados con un campo circundante oscuro de diez grados. Las experiencias se realizaron para tres observadores y tres niveles de luminancia en la región mesópica utilizando visión foveal y parafoveal (3° 20' de excentricidad). Sus conclusiones fueron que la eficiencia luminosa en la fovea permanece invariante con la luminancia mientras que las curvas de luminosidad extrafoveales muestran un claro cambio del nivel fotópico al escotópico. Cuanto mayor es la luminancia, menos diferencia hay entre las curvas obtenidas en la fovea y en la parafovea. Las diferencias más significativas en las funciones de mezcla de color estaban en el primario azul desde los 416.7nm hasta los 444.4nm y en el primario verde desde los 465.1nm hasta los 526.3nm, diferencias debidas a la zona retiniana excitada comparadas con el Observador Patrón CIE 1931 y supusieron que era debido al pigmento macular y a la rodopsina. Cuando compararon los resultados para campos de dos y diez grados no pudieron explicar la diferencia sólo a causa de la absorción del pigmento macular. Según sus resultados, la relación de primarios para los distintos campos es diferente para una misma luminancia pues los mecanismos de respuesta no son los mismos, ahora bien, cuando la luminancia se va incrementando las funciones de respuesta van siendo las mismas. En resumen, lo verdaderamente importante es el tamaño de campo, sobre todo en el primario azul. En la igualación de los 588nm la cantidad negativa de azul es la misma para los campos de dos, seis y diez grados y cuando la luminancia aumenta, también aumenta la cantidad negativa de azul necesaria conforme aumenta el tamaño del campo. En cuanto a la aditividad fotométrica, los resultados indicaron que en las condiciones con menor nivel de luminancia dicha aditividad se conserva. Esto no ocurría cuando se compararon los resultados entre la fovea y la parafovea posiblemente debido a que la concentración de rodopsina en la parafovea es

mayor. Atendiendo a la aditividad cromática, a baja luminancia, demostraron que el sistema colorimétrico no era lineal. En la fovea, como se preservaba la aditividad fotométrica, la no linealidad ocasionó fallos de aditividad cromática. Este hecho podría deberse a que cuando las luminancias empleadas son bajas hay un incremento de concentración de rodopsina localizada en uno solo de los receptores cuya función de respuesta es, en particular, responsable de la sensibilidad del color (a niveles fotópicos) de las longitudes de onda corta. Debe ocurrir, por tanto, que el receptor tiene un funcionamiento parecido al de los bastones.

Richards (Whitman Richards, 1964) en la Sección de Psicología del Instituto de Tecnología de Massachusetts (Cambridge) analizando en 1964 las funciones de mezcla de color para distintos campos, llegó a la conclusión de que estas funciones de mezcla de color para campos de dos y diez grados son independientes pues una no es transformación lineal de la otra a pesar de haber corregido los efectos del pigmento macular. Ahora bien, incluso con estas diferencias cromáticas, un campo grande se ve uniforme. Esta uniformidad de color implica que aunque hay diferencias cromáticas como función de la posición de la retina o tamaño del campo, las diferencias son pequeñas, por tanto deben existir unas únicas funciones de mezcla de color intermedias entre ambas, que sean parecidas aunque no idénticas. Este método consiste en minimizar estas diferencias cromáticas entre ambos conjuntos de funciones de mezcla, así se obtendrían las "*verdaderas funciones de mezcla de color*". El método consiste en suponer que los coeficientes de transformación se pueden ajustar para que las cromaticidades del espectro fueran tan parecidas como fuera posible. Para ello, hay que suponer que las verdaderas funciones de mezcla no tienen valores negativos.

Este mismo año, Matteson y Luria del Centro Médico Submarino de la Marina de los EE.UU en Groton, Connecticut, midieron también las funciones de mezcla de color desaturando con colores espectrales y con blanco (Halsen H. Matteson and S. M. Luria, 1965). El dispositivo experimental fue un colorímetro de estímulos espectrales tipo Wright. La observación maxwelliana con un campo circular bipartito vertical de dos grados. Los primarios utilizados fueron 459.3nm, 526.3nm y 645.2nm. El número de observadores, tres. La duración de las observaciones fue de cuarenta y cinco minutos. Los resultados obtenidos fueron que las funciones de mezcla de color medidas con desaturante blanco (al igual que las coordenadas de cromaticidad) eran menores en todos los observadores y la variabilidad

mayor se encontraba en la zona de los azules en los dos casos. La conclusión final fue que la diferencia encontrada en ambos métodos se debía a la diferencia de luminancia y a la intrusión de bastones porque el blanco reduce la participación de estos en las longitudes de onda menores al primario azul. Otra conclusión fue el hecho de que la utilización de un primario amarillo en lugar de un verde reduce la intrusión de bastones entre las longitudes de onda que se hallan entre los primarios verde y rojo.

Un año después, en 1965, Das en el Laboratorio Nacional de Física de Nueva Delhi, en la India, realizó un nuevo trabajo sobre funciones de mezcla de color (S. D. Das, 1965). En la completísima introducción de su publicación pone de manifiesto los fallos encontrados en las igualaciones metámeras y los errores en los cálculos de \bar{y}_λ en la zona azul del espectro pues esta función estaba subvalorada. Recuerda también que las funciones de mezcla de color calculadas a partir de la función V_λ son erróneas, en general, pues la función eficiencia luminosa recomendada por la CIE en 1964 era "provisional"; además, en la obtención de esta función se encontraron fallos de aditividad. A pesar de estos resultados, la CIE desestimó su propuesta de revisión del observador patrón y de la función de eficiencia luminosa. Al hilo de estas manifestaciones, comenta las diferencias entre la V_λ de Wright (por el método de parpadeo) y las que se basaban en el iluminante B (igualaciones cromáticas) y por esta razón, Wright adoptó la función de eficiencia luminosa a sus funciones de mezcla. Debido a los fallos de aditividad, es imposible que los estímulos en una igualación heterocromática pueda dar estrictamente igual luminancia bajo todas las condiciones para obtener la función V_λ precisa de cualquier observador, por tanto la función eficiencia luminosa teórica debe tener valores mayores que los experimentales. Como conclusión de su trabajo en discriminación cromática estableció la no predicción debido a las funciones de mezcla de diez grados (Observador Patrón Suplementario).

Lozano y Palmer (R. D. Lozano and D. A. Palmer, 1967) en 1967 realizaron un trabajo en el NPL de Teddington (Middlesex) en el que establecieron definitivamente los fallos de aditividad en diecinueve tests del trabajo de Stiles de 1963 al sumar "su blanco azulado" (utilizado por los autores del artículo). Sus resultados demostraron que los valores triestímulo experimentales de los azules eran, normalmente, mayores que los esperados por los cálculos teóricos mientras que en los verdes y rojos sí concordaban mejor, además, de los cuatro observadores tres (al menos) mostraban no aditividad. Utilizando el método de

máxima saturación y el de Maxwell, no detectaron evidencias de que con ningún método se evitara la falta de aditividad.

En 1973 apareció un artículo publicado por Pearson y Yule (Milton L. Pearson and John A. C. Yule, 1973) sobre transformaciones de funciones de mezcla de color sin porciones negativas y con el menor solapamiento posible. Comienza con la siguiente frase en su introducción: "...la respuesta espectral del ojo humano se corresponde con transformaciones lineales de las funciones de mezcla de color CIE \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} ". El objetivo del artículo era encontrar las familias de funciones de mezcla de color sin partes negativas y que tuvieran, además, el solapamiento mínimo. La razón para la realización de este tipo de curvas es que, en fotografía a color (por ejemplo), por la condición de Luther-Ives, las respuestas de los colores básicos utilizados deben ser independientes unos de otros y no ser combinación lineal (uno de ellos de los otros dos). Si el solapamiento es pequeño, en fotografía se consiguen colores muchos más saturados. El procedimiento general para la minimización del solapamiento y para evitar los valores negativos es muy parecido a utilizado por MacAdam como ya se explicó anteriormente.

Para llevar a cabo todo lo anterior, se necesitan ecuaciones de transformación de un sistema de representación de color a otro. La ecuación de transformación general es:

$$\bar{c} = a_1\bar{x}_\lambda + a_2\bar{y}_\lambda + a_3\bar{z}_\lambda \quad (10.2)$$

donde \bar{c} es la curva de color en el nuevo sistema de representación.

Sabiendo que convencionalmente las funciones están normalizadas y la suma de las áreas bajo sus curvas es 100 (a igualdad de intervalos de longitudes de onda). Las funciones de mezcla más estrechas y sin porciones negativas se deben a MacAdam:

$$\bar{r} = 0.5155\bar{x} + 0.598\bar{y} - 0.11\bar{z}$$

$$\bar{g} = -0.5081\bar{x} + 1.4093\bar{y} + 0.0988\bar{z} \quad (11.2)$$

$$\bar{b} = 1.0\bar{z}$$

El ejemplo de cálculo es el siguiente:

Supongamos las series en las que la función \bar{z} toma valores negativos. En esta serie las curvas se hacen sumando proporciones de \bar{x} e \bar{y} y restándolo a \bar{z} . El resultado de esta curva es:

$$\bar{c}_o = r\bar{x} + (1 - r)\bar{y} - t\bar{z} \quad (12.2)$$

entonces $t = \left[r\bar{x}_\lambda + \frac{(1-r)y_\lambda}{z_\lambda} \right]_{\min}$

Para que se de la normalización completa $\bar{c} = \frac{r\bar{x}}{1-t} + \frac{(1-r)\bar{y}}{1-t} - \frac{\bar{z}}{1-t}$ donde \bar{c} representa la curva normalizada que estamos buscando.

Los pasos seguidos son los siguientes:

- 1) Seleccionar una cierta proporción de dos de las funciones de mezcla CIE, por ejemplo $0.1\bar{x} + 0.9\bar{y}$.
- 2) Evaluar ésta en cada longitud de onda y dividir por el valor de la tercera función de mezcla de color \bar{z} .
- 3) Seleccionar el valor menor de esta proporción, el cual llegará a ser el valor de t .
- 4) Evaluar los coeficientes de la ecuación anterior.
- 5) Evaluar y dibujar las nuevas funciones de mezcla.

Tras este proceso hay que tener en cuenta la ortogonalidad. Se trata de conseguir que las curvas no se solapen. Como esto es imposible debido a la naturaleza de los receptores retinianos, se intenta obtener el menor solapamiento. Un ejemplo, de las 407 comparaciones, es para el rojo y el verde:

$$O = \frac{\sum_{i=1}^{40} R_{6_i} G_{11_i}}{\sum_{i=1}^{40} R_{6_i}^2} \quad (13.2)$$

Como conclusión final se expone que las transformaciones de MacAdam dan las curvas más estrechas y más ortogonales.

Françoise Viénot en el Laboratorio de Física Aplicada del Museo Nacional de Historia Natural de París (Françoise Viénot, 1977), trabajó en la realización de un equipo de medida de funciones de mezcla de color. El propósito era conseguir igualaciones entre una mezcla aditiva de dos estímulos de colores primarios y otra mezcla aditiva de un tercer primario y una radiación monocromática. Con este dispositivo se midieron las funciones de mezcla de color para campos de diez grados y campo circundante blanco. También midió la función de eficiencia luminosa por el método de parpadeo. En la región azul del espectro, los observadores no distinguieron diferencias en cromaticidad al variar las proporciones de los primarios; las únicas diferencias fueron en la luminancia, con lo cual, esto dificultaba la discriminación en el trabajo de los observadores. En este mismo año (Françoise Viénot, 1977) en un nuevo artículo, comentó las diferencias entre el intervalo 413nm y 432nm. Los valores triestímulo CIE son mucho más pequeños que los obtenidos por Viénot.

En una Technical Note, Krauskopf, Williams y Heeley de los Laboratorios Bell en Murray Hill, New Jersey en 1980, publicaron un nuevo dispositivo fabricado con tres primarios láser controlados por moduladores acusto-ópticos y éstos a su vez, por un ordenador. Aunque no es un aparato específico para la medición de funciones de mezcla de color, este dispositivo tiene la ventaja de poder modular la anchura del pulso, de esta forma, pueden conseguirse primarios cuasimonocromáticos, luces con las que hasta ese momento no se había trabajado. Los láseres eran de helio-neón ($\lambda = 632.8\text{nm}$) un segundo láser de argón ($\lambda = 514.5\text{nm}$) y un tercero de helio-cadmio ($\lambda = 441.6\text{nm}$). Un esquema del dispositivo puede verse en la figura 1.2

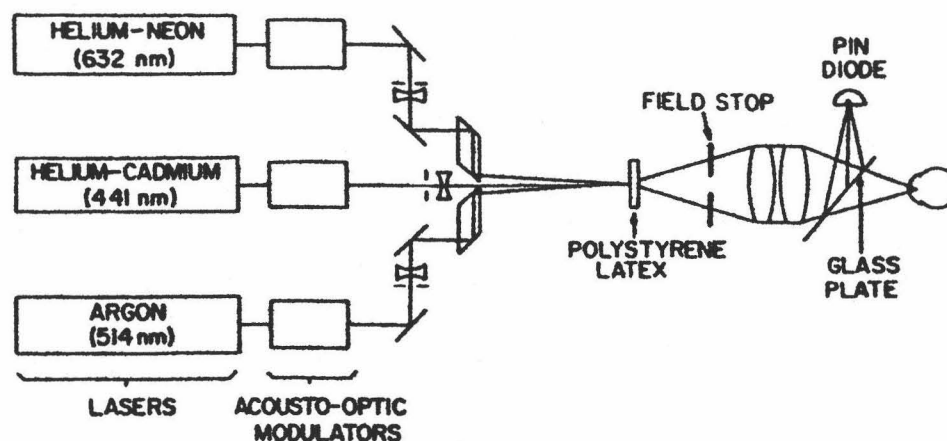


Figura 1.2.- Esquema del dispositivo de Krauskopf et al.

El mismo año encontramos una nueva publicación de Françoise Viénot, realizada en el mismo lugar que la anterior, (Françoise Viénot, 1980) en la que vuelve a recordar las notables diferencias entre sus medidas y las establecidas por la CIE en 1964. La razón dada para explicar las discrepancias en la región azul del espectro es la absorción de esta luz en la retina debido a la mancha de Maxwell. Las diferencias intraobservadores más grandes se encontraban en la función de mezcla azul, la justificación dada para esta variabilidad eran las variaciones de luminancia durante las observaciones. Las discrepancias por debajo de los 527nm podían ser debidas al pigmento macular (un observador de setenta años tenía las diferencias mayores respecto al resto) sobre todo por debajo de los 466nm.

En 1981 Gibson, del Laboratorio Hunter de Reston, Virginia (G. L. Gibson, 1981) publicó un conjunto de transformaciones que dieran como resultado máximos únicos en cada una de las funciones de mezclas de color. Este artículo es prácticamente una copia del publicado por Pearson et al. en 1973. La única aportación nueva es la matriz de cambio para campos de 10°.

Un año después, Noboru Ohta, en los Laboratorios de Investigación Ashigara de la Compañía Fuji Photo Film (Ohta, N. 1982), realizó un trabajo sobre transformaciones prácticas de las funciones de mezcla de color CIE. De nuevo vuelve a ser una copia del trabajo de Pearson et al. de 1973.

En el trabajo de Estevez (Estevez, O., 1982) en el Laboratorio de Física Medica de la Universidad de Amsterdam hay un ataque frontal y directo al cálculo de la función V_λ como combinación lineal de las funciones de mezcla de color y además, según este autor, éstas son erróneas en la región en torno a los 465nm. Las conclusiones finales son que, al contrario de las sugerencias de la CIE en 1931 sobre el Observador Patrón, la fotometría y la colorimetría deben considerarse como dos ramas separadas de la Ciencia de la Visión. Además, desde hace mucho tiempo, el concepto de "Luminancia" dado por la CIE es inadecuado porque los procesos fotométricos no parecen ser aditivos.

El mismo año fue propuesto por Nayatani, de la Universidad de Osaka de la Sección de Electro-Comunicacion y Takahama y Sobagaki del Laboratorio de Electrotécnica Laboratory de Osaka (Y. Nayatani, K. Takahama and H. Sobagaki, 1983) una nueva desviación estandar del Observador Patrón Colorimétrico de Stiles y Burch. El método consistía en calcular las variaciones $\Delta\bar{x}_p(\lambda) = \bar{x}_p(\lambda) - \bar{x}_o(\lambda)$, y lo mismo para $\Delta\bar{y}_p$ y $\Delta\bar{z}_p$ donde $\bar{x}_p(\lambda)$ son las funciones de mezcla del observador p-ésimo y $\bar{x}_o(\lambda)$ la media de los veinte observadores. Una vez que se tiene la matriz:

$$(m_{p\lambda}) = \begin{bmatrix} m_{1,1} & \dots & m_{1,93} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{20,1} & \dots & m_{20,93} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{x}_1(400) & \dots & \Delta\bar{x}_1(700) & \Delta\bar{y}_1(400) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta\bar{x}_{10}(400) & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (14.2)$$

se descompone por el método de valores singulares para obtener:

$$m_{p\lambda} = \sum_{i=1}^{20} (\mu^{(i)})^{\frac{1}{2}} \xi_p^{(i)} \eta_\lambda^{(i)} \quad \text{con } p = 1, \dots, 20 \text{ y } \lambda = 1, \dots, 93. \quad (15.2)$$

donde $\mu^{(i)}$ es el valor propio i-ésimo de la matriz $(a_{pq})_{20 \times 20}$ dada por $a_{pq} = \sum_{\lambda=1}^{93} m_{p\lambda} m_{q\lambda}$ donde $p, q = 1, \dots, 20$ y $\xi^{(i)} = [\xi_1^{(i)}, \xi_2^{(i)}, \dots, \xi_{20}^{(i)}]$ es el vector propio i-ésimo asociado al valor propio. Así se cumple que $(a_{pq})\xi^{(i)} = \mu^{(i)}\xi^{(i)}$ donde $i = 1, \dots, 20$ y $\sum_{\lambda=1}^{93} \eta_\lambda^{(i)} \xi_\lambda^{(j)} = 1$ si $i = j$ y $\sum_{\lambda=1}^{93} \eta_\lambda^{(i)} \xi_\lambda^{(j)} = 0$ si $i \neq j$. (Condición de ortogonalidad).

El valor $\frac{1}{20} \mu^{(i)}$ representa la variación media de las funciones de mezcla para los veinte observadores. La contribución del primer valor propio ($\mu^1=1.552$) es

significativamente más alto que los otros. Como los factores que contribuían eran muy pequeños a partir del cuarto y siguientes ($\mu^2 = 0.473$, $\mu^3 = 0.288$, $\mu^4 = 0.150$, . . .) la variación entre las veinte funciones de mezcla de color se puede representar por las tres primeras componentes con suficiente aproximación. Por tanto se pueden reconstruir como combinación lineal de las tres funciones de desviación según la ecuación:

$$m_{p\lambda} = (\mu^{(1)})^{\frac{1}{2}} \xi_p^{(1)} \eta_{\lambda}^{(1)} + (\mu^{(2)})^{\frac{1}{2}} \xi_p^{(2)} \eta_{\lambda}^{(2)} + (\mu^{(3)})^{\frac{1}{2}} \xi_p^{(3)} \eta_{\lambda}^{(3)} \quad (16.2)$$

Hunt del Departamento de Optometría y Ciencia Visual en la Ciudad Universitaria de Londres y Pointer de la División de Investigación de la Empresa Kodak en Middlesex (R. W. G. Hunt and M. R. Pointer, 1985) diseñaron conjuntamente en 1985 un modelo de visión de color fisiológico basado en el Observador Patrón Colorimétrico CIE 1931. Este modelo daba buenas predicciones de la apariencia de superficies reales de colores vistas con los iluminantes de luz diurna (S_c y D_{65}) y el de la lámpara de incandescencia (S_A).

En respuesta al trabajo de Nayatani et al., Ohta (Noboru Ohta, 1985) del Laboratorio de Investigación Ashigara de la Compañía Fuji Photo Film, publicó un trabajo en 1985 sobre una formulación de la desviación estandar de observadores por técnicas de optimización no lineales. Las conclusiones finales se reducen a confirmar la bondad de este nuevo método y la concordancia con los resultados de Nayatani et al..

En 1988 se realizó en nuestros laboratorios un trabajo en el que E. Hita et al., (Hita et al., 1988) analizaban los resultados de dos experiencias de discriminación cromática (una con adaptación a la oscuridad y la otra con blanqueo de ftopigmentos). Las igualaciones con distinto grado de metamerismo fueron contrastadas con igualaciones isómeras. En todos los casos se detectaron fallos en las predicciones colorimétricas en las igualaciones metámeras.

El mismo año Engeldrum (Peter G. Engeldrum, 1988) del Incotek Inc. aplicó el "*Factor de Calidad Colorimétrico*" (CQF) al diseño de dispositivos de análisis de color. Gosling y Yule (Cita número ocho de su artículo) definían su CQF como:

$$CQF = \frac{[\sum R(\lambda)C_1(\lambda)]^2 + [\sum R(\lambda)C_2(\lambda)]^2 + [\sum R(\lambda)C_3(\lambda)]^2}{\sum R(\lambda)^2} \quad (17.2)$$

donde:

$$C_1(\lambda) = -0.4070\bar{x} + 0.5525\bar{y}$$

$$C_2(\lambda) = 0.4050\bar{x} - 0.0420\bar{y}$$

$$C_3(\lambda) = -0.1787\bar{x} + 0.1001\bar{y} + 0.2811\bar{z}$$

son las curvas ortonormales de MacAdams, \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} son las funciones de mezcla de color CIE 1931 y $R(\lambda)$ la curva de respuesta espectral. La conclusión fue que para $\Delta\lambda \geq 150\text{nm}$, $CQF > 0.95$ (siendo la unidad el caso ideal). Si se combinan esas respuestas espectrales con respuestas en longitudes de onda adecuadas, se podrían construir *scanners* de color que midieran los valores triestímulo CIE con errores pequeños (hay que tener en cuenta que corría el año 1988).

También ese año publicaron de nuevo Nayatani et al. (Y. Nayatani, K. Takahama and H. Sobagaki, 1988) un nuevo trabajo sobre las causas fisiológicas de las variaciones individuales en las funciones de mezcla de color. El estudio se realizó sobre los veinte observadores de Stiles. Al final concluyeron con que los cristalinios y las densidades maculares son las causas de estas variaciones (sobre todo en la función de mezcla azul). El estudio se realizó (como el anterior) sobre la base de las densidades ópticas y sus descomposiciones en valores singulares.

En 1989 Fairchild (Mark D. Fairchild, 1989) en el Laboratorio de Ciencia de Color Munsell, del Centro para la Ciencia de la Imagen, en el Instituto de Tecnología de Rochester (New York) desarrolló un método nuevo para la determinación de las funciones de mezcla de color. El modelo matemático en el que se basó fue el siguiente:

$$\begin{aligned}\bar{r}(\lambda) &= T_{cris}(\lambda)T_{mac}(\lambda)r'(\lambda) \\ \bar{g}(\lambda) &= T_{cris}(\lambda)T_{mac}(\lambda)g'(\lambda) \\ \bar{b}(\lambda) &= T_{cris}(\lambda)T_{mac}(\lambda)b'(\lambda)\end{aligned}\tag{18.2}$$

donde:

$$T_{cris}(\lambda) = 10^{-k_1 a_L(\lambda)}$$

$$T_{mac}(\lambda) = 10^{-k_2\alpha_M(\lambda)}$$

$$r'(\lambda) = k_{3r}S(\lambda) + k_{4r}M(\lambda) + k_{5r}L(\lambda)$$

$$g'(\lambda) = k_{3g}S(\lambda) + k_{4g}M(\lambda) + k_{5g}L(\lambda)$$

$$b'(\lambda) = k_{3b}S(\lambda) + k_{4b}M(\lambda) + k_{5b}L(\lambda)$$

$\alpha_L(\lambda)$ y $\alpha_M(\lambda)$ son los coeficientes de absorción espectrales de la ley de Beer-Bourger.

$S(\lambda)$, $M(\lambda)$ y $L(\lambda)$ son los espectros de acción de conos calculados por Smith y Pokorny.

Los "k" son los coeficientes experimentales que varían con cada observador.

La gráfica de la acción espectral de los conos puede verse en la figura 2.2.

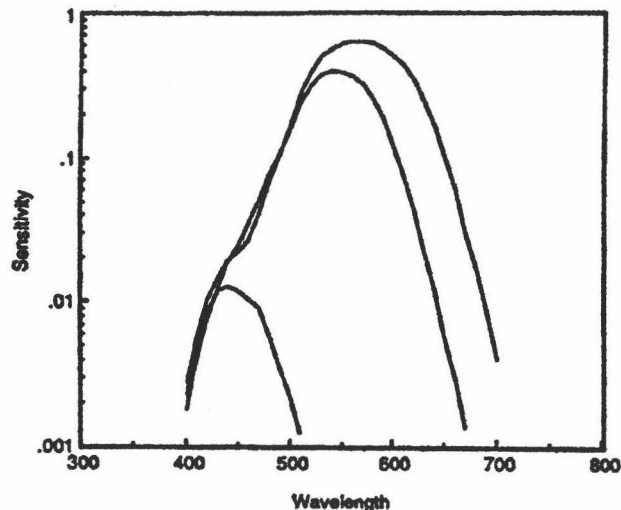


Figura 2.2.- Acción espectral de los conos de Smith y Pokorny.

El modelo se puede ajustar usando un número mínimo de cinco igualaciones de longitudes de onda distintas. El problema de qué cinco longitudes de onda, se resuelve tomando 420nm, 440nm, 460nm, 540nm y 570nm. La razón es que coinciden con el máximo de la acción espectral de los conos, como se ve en la figura anterior y con las curvas de la absorción espectral del cristalino y la mácula según la figura 3.2.

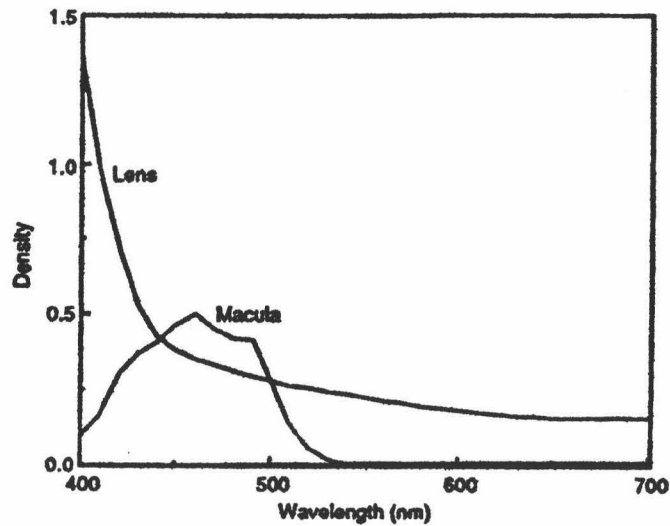


Figura 3.2.- Densidades espectrales típicas del cristalino y pigmento macular.

Se sabe que dos de las tres funciones de mezcla de color deben ser cero en la longitud de onda de la función de mezcla de color del tercer primario cuando corresponde a esa longitud de onda, así que se puede conocer esta función de mezcla sin medirla. Esto, además, se utilizó para ajustar el método y reducir el número de medidas. El dispositivo viene dado en la figura 4.2.

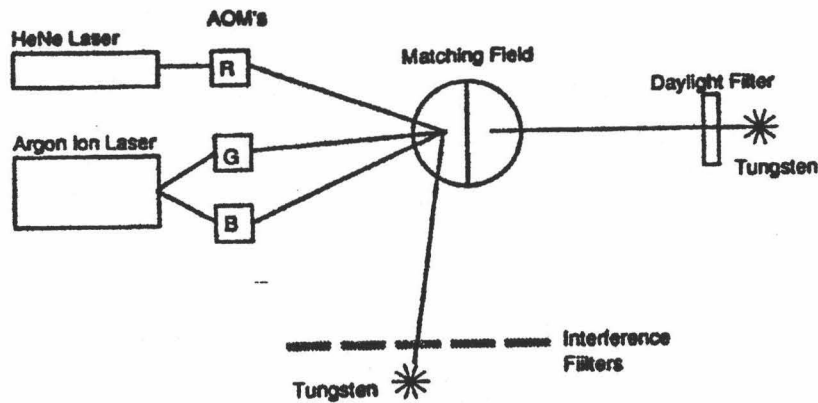


Figura 4.2.- Diagrama esquemático del colorímetro visual.

Los moduladores acusto-ópticos son los que varían la intensidad de los láseres. El método utilizado fue el de Maxwell. Los primarios utilizados fueron 488nm, 514nm y 633nm y el campo de visión de dos grados. Encontró gran variabilidad en los valores cercanos al cero, especialmente en el lóbulo negativo de la función de mezcla roja. Como puede observarse, el dispositivo es una mejora del construido por Krauskopf et al. mostrado en la figura 1.2.

En 1992 se realizó un estudio sobre reconstrucciones matemáticas de las funciones de mezcla de color por Romero et al, (Romero, J. et al., 1992). En él se calculaban las transformadas rápidas de Fourier de las funciones de mezcla de color CIE 1931. Por el teorema de muestreo, se reconstruyeron estas funciones con frecuencias de 0.02ciclos/nm y 0.05ciclos/nm. La conclusión era que la reconstrucción era exacta a intervalos de 10nm y perfectamente aceptable con un muestreo de 25nm e incluso con intervalos mayores.

Este mismo año Thornton publicó un artículo (William A. Thornton, 1992) en el que publicó sus resultados en la medición de funciones de mezcla para campos de dos y diez grados. Los primarios con los que se midieron fueron 477nm, 558nm y 638nm. Los observadores fueron tres y el espectro medido iba desde los 414nm hasta los 677. El ancho de banda de los primarios fue de 15.6nm. Utilizó el método de Maxwell y el de máxima saturación. Posteriormente los resultados fueron pasados a otros dos conjuntos de primarios. La conclusión de este primer artículo fue que las leyes de Grassmann se verifican aproximadamente para los campos de dos grados pero no para los de diez y, en otro orden de cosas, que la mancha de Maxwell afecta principalmente a los 500nm y en menor medida a los 580nm.

En la segunda publicación de su trilogía (William A. Thornton, 1992) discute los resultados obtenidos en la primera. Constata, una vez más, que la ley de aditividad falla y las leyes de Grassmann no se verifican. Además como consecuencia de ello afirma que no se pueden transformar las funciones de mezcla de unos primarios a otros. La demostración que hizo para corroborar esta afirmación fue la de obtener las funciones de mezcla para tres primarios distintos y posteriormente transformarlas unas en otras; el resultado fue que los resultados no eran los mismos. Además afirma que los diagramas cromáticos no tienen en cuenta la distribución espectral de los primarios y este dato es imprescindible.

En la tercera y última parte de la trilogía expone sus conclusiones (William A. Thornton, 1992). Son las siguientes:

La suposición clásica de transformabilidad de primarios ha sugerido que la sensibilidad espectral fundamental del sistema visual humano es desconocida e irrelevante (no está de

acuerdo con que las transformaciones sean lineales); y no sólo eso, las funciones de mezcla fallan por no ser representativas de cada uno de los miembros que las utilizan.

Posteriormente, sugiere un programa para avanzar en la investigación de la colorimetría, sus puntos principales son:

- 1) Propone otro tipo de transformación de primarios dado que "*. . . la transformación de primarios es demasiado chapucera como aproximación de la visión humana . . .*".¹
- 2) Como sugirieron Stiles y Wyszecki, el método de Maxwell es que da resultados más útiles.
- 3) Dado que la colorimetría involucra a "*displays*", la iluminación moderna, la fotografía y la impresión en color, es de suma urgencia el desarrollo del metamerismo, sobre todo cuando las igualaciones son fuertemente metámeras.
- 4) Los diagramas cromáticos en dos dimensiones son inadecuados para establecer correlaciones de cromaticidades percibidas a pesar de los esfuerzos realizados en los últimos cincuenta años.

Por último escribe un comentario sobre los esfuerzos que de ahora en adelante son necesarios realizar. Los reproducimos aquí:

"El autor ha pasado varios miles de horas con el material descrito. . . además de las de sus colaboradores. Los progresos hacia el fin deseado constituyen sólo una pequeña parte de lo deseado. Para alcanzar una solución útil, es conveniente una reorganización individual, de instituciones y corporaciones. Sería interesante y fundamental poder conocer aproximadamente en gasto total mundial anual en coloraciones en cualquiera de sus formas (¿equivalen a diez billones de dólares?). Entonces para conocer aproximadamente las pérdidas debidas tanto a los errores e incompetencia de la colorimetría como actualmente se utiliza (¿quinientos millones de dólares?); hace años, Sears, Roebuck Company tuvo unas pérdidas de cincuenta millones de dólares anuales debido a la devolución de mercancías por parte de los clientes por diferencias de color percibido entre un mismo artículo, el recién

¹ Traducción literal de su artículo.

comprado y el que tenían en su casa. Por tanto la industria, en ocasiones, ha tenido que llevar a cabo inversiones de una magnitud doble de sus pérdidas anuales (¿un billón de dólares?), creo que es razonable intentar evitar esas pérdidas."²

Fairchild respondió a los anteriores artículos de Thornton (Mark D. Fairchil, 1993). En su crítica se pregunta si el Observador Patrón CIE debe jubilarse ya que a cumplido sesenta y cinco años. Comienza diciendo que de dicho Observador se ha abusado indebidamente, pero lo más dañino ha sido la serie publicada por Thornton. Recuerda las palabras de *la naturaleza subhumana de los observadores CIE*³. También apunta que el hecho de que los artículos fueran publicados en esa revista (refiriéndose al Color Research and Application) presta credibilidad a sus comentarios. Continúa diciendo que los resultados publicados por Thornton son incompletos y de ellos no se pueden sacar conclusiones ni propuestas como las presentadas.

Para justificar que el Observador Patrón no se corresponde a ningún observador real, pone el ejemplo de la estatura y peso medio de los habitantes de la Europa del oeste y América del norte, comenta que probablemente nadie tenga esa estatura y peso, pero todos serán parecidos dentro de un intervalo. Después comenta las revisiones de Stiles y Wright diciendo que fueron satisfactorias y lamenta que se hayan realizado pocos trabajos en los que se investigue la variabilidad intra e interobservador de las funciones de mezcla de color, aunque los realizados pongan de manifiesto que no son grandes. Prosigue comentando los fallos de la ley de aditividad y llega a la misma conclusión de antes, los errores no son substanciales.

Finalmente advierte que los Observadores Patrones (CIE 1931 y CIE 1964) han dado buenos resultados, durante sesenta y dos años con un éxito asombroso en la industria textil, pinturas, plásticos, alimentos, iluminación, diseño, defensa, fotografía, impresión, televisión y gráficos por ordenador. Por último termina diciendo que son necesarios más trabajos para el estudio de la variabilidad intra e interobservador en funciones de mezcla para campos grandes y pequeños.

² Traducción literal de su artículo.

³ Traducción literal de su artículo.

La respuesta de Thornton (William A. Thornton, 1993) no se hizo esperar y está publicada en el mismo número de la revista del anterior artículo de Fairchild. Vuelve a ser una respuesta contundente como la anterior diciendo ". . . Creemos que la introducción de Fairchild es falsa, gratuita, abusiva casi hasta el punto de la calumnia y totalmente inapropiada para la publicación en una revista científica de toda confianza. . . . Las citas de Thornton usadas por Fairchild constituyen una estrategia para desviar la atención, en nuestra opinión, insertadas sólo para reforzar los puntos de vista de Fairchild. Creemos que el estudio cuidadoso de las tres partes del artículo desarma el intento de Fairchild de manchar la reputación de Thornton. . . . El sistema CIE de colorimetría no necesita defenderse de nosotros. Necesita cuidados y preocupación libre de política que no tiene lugar en los esfuerzos de buena fe entre los científicos físicos imparciales⁴.

Para defenderse explica que hasta 1970 no hubo espectrorradiómetros que realizaran medidas con suficiente precisión. Fue a partir de 1974 cuando se realizaron medidas con espectrorradiómetros y se comprobaron los problemas de energía en torno a los 500nm que Stiles había apuntado pero que fue incapaz de medir en 1955.

Vuelve a atacar a Fairchild diciendo que no reconoce en ninguno de los trabajos realizados los problemas de la colorimetría ni aporta nada nuevo como él:

- 1) Avanzar poco a poco para generar valores triestímulo representativos de la colectividad o al menos detectar los rangos de validez que es lo que trata su trabajo.
- 2) Realizar un esfuerzo en la colorimetría moderna para mitigar la incapacidad a la que se enfrenta la colorimetría
- 3) Contradice a Fairchild afirmando que no se verifica la linealidad ni aditividad.
- 4) Comenta de forma jocosa la definición de Wyszecki de colorimetría básica y lo relaciona con los *no problemas* que según Fairchild tiene la industria recordando que la segunda edición del libro de Wyszecki (Color Science) tiene unas pastas de color distinto a la primera, y en nadie fue consciente de ello cuando de publicó en 1982.

⁴ Traducción literal de su artículo.

Por último explica el proceso por el cual la ciencia debe avanzar. El camino que debe seguirse es comprobar las suposiciones antiguas con las medidas modernas, una vez hecho esto mantener la teoría antigua o sustituirla por los últimos avances, este es el procedimiento con el que la ciencia va mejorando.

Encontramos una nueva publicación sobre este tema (North y Fairchild, 1993) en la que se diseñaba un dispositivo nuevo de medida para funciones de mezcla de color. El modelo matemático era el mismo que el utilizado en el artículo anterior de Fairchild y el dispositivo se muestra en la figura 5.2. Los problemas que tenían con el anterior dispositivo fueron eliminados con éste. Anteriormente aparecía una franja verde en el límite de los campos debida a la aberración cromática del ojo (ya eliminada), se evitan los problemas de estabilidad en la realimentación de los láseres y la protección de las gafas en la habitación donde se realizaban las experiencias no se hacía necesaria. Además el observador tiene la cabeza sujeta con una mentonera y los experimentos se realizan con visión binocular.

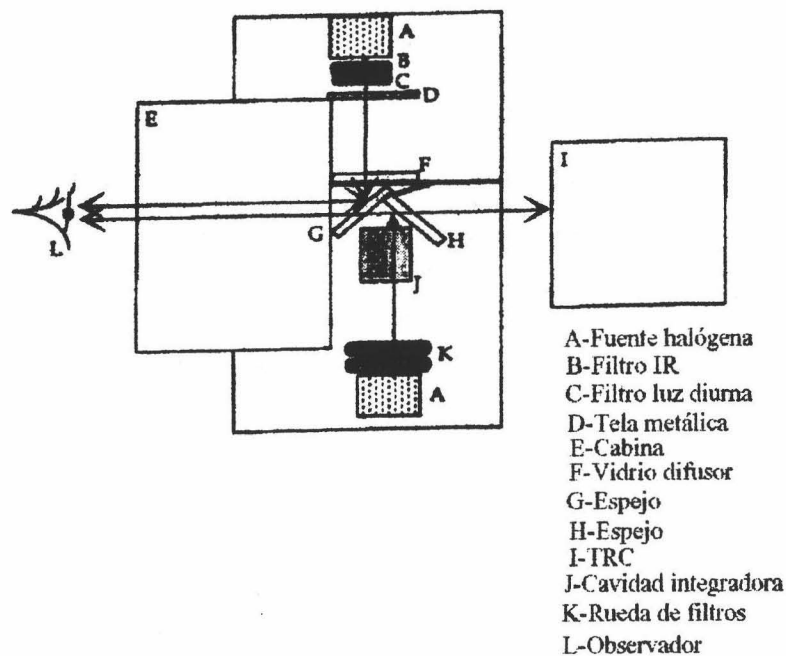


Figura 5.2.- Esquema del nuevo dispositivo de medidas de funciones de mezcla.

Las longitudes de onda medidas fueron 420nm, 440nm, 460nm, 480nm, 520nm, 570nm y 590nm y el calibrado, tanto del aparato como de estos filtros se realizó con un espectrorradiómetro Photo Research PR703A (un modelo más antiguo que el nuestro).

Las igualaciones se realizaron siguiendo el método de Maxwell, como se observa en la figura 6.2.

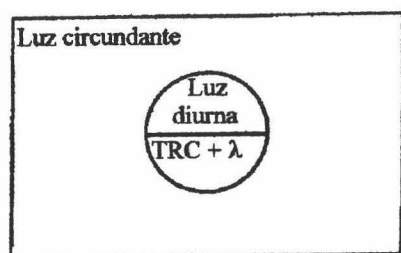


Figura 6.2.- Igualación por el método de Maxwell.

Si tenemos un blanco de referencia W , éste se puede igualar con tres primarios R, G, B en la proporción adecuada de la siguiente forma:

$$W \equiv R_W R + G_W G + B_W B \quad (19.2)$$

donde R_W, G_W, B_W son los valores triestímulo. Para igualar ese mismo blanco con uno de los filtros utilizados en la experiencia, la expresión algebraica quedará:

$$W \equiv R_M R + G_W G + B_W B + F_\lambda \quad (20.2)$$

Como los dos blancos son iguales:

$$R_W R + G_W G + B_W B \equiv R_M R + G_W G + B_W B + F_\lambda \quad (21.2)$$

con lo que reordenando:

$$F_\lambda \equiv (R_W - R_M)R + (G_W - G_M)G + (B_W - B_M)B \quad (22.2)$$

En el caso del rojo, por ejemplo, el valor triestímulo para ese filtro será:

$$R_{F_\lambda} \equiv (R_W - R_M)R \quad (23.2)$$

Finalmente, el valor triestímulo normalizado en este caso queda:

$$r'(\lambda) \equiv \frac{R_{F_\lambda}}{L_{filtro}} \quad (24.2)$$

El procedimiento para el verde y el azul es similar. Cada una de las igualaciones, para cada longitud de onda, se repitió cinco veces seguidas y una vez que se tuvieron los resultados la interpolación se llevó a cabo por el método de Lagrange.

Una de las conclusiones sacadas a partir de los cálculos de las funciones de mezcla fue que la función de densidad del cristalino venía dada, casi por completo, por la función de mezcla $b'(\lambda)$ donde la respuesta se debe tanto al cristalino como a la acción espectral de los conos. Por esta razón la función $b'(\lambda)$ puede ser inusualmente grande y el pico no coincidir con el pico real.

Compararon también las funciones de mezcla mono y binoculares obtenidas por ADN⁵. Los resultados obtenidos con binocularidad en el dispositivo antiguo fueron prácticamente iguales, dentro de la variabilidad intra-observador, que los obtenidos con el ojo izquierdo en el nuevo dispositivo. Después se compararon los resultados para el mismo ojo (el izquierdo) con ambos dispositivos resultando estas últimas medidas ligeramente mejores (menos variabilidad) que con visión binocular. Además, se compararon de nuevo los resultados obtenidos con el ojo derecho en el dispositivo antiguo y el izquierdo en el moderno con los de visión binocular. La comparación de resultados mostró que las diferencias menores fueron entre las del ojo derecho con las de visión binocular. La conclusión inmediata fue que el ojo dominante en color era el derecho, a pesar de que el ojo dominante de ADN era el izquierdo. Otra prueba para ratificar esta conclusión fue que una vez que se había realizado una igualación con visión binocular, ésta se examinó con la monocular advirtiéndose que con el ojo derecho se mantenía la igualación y no con el izquierdo.

Seguidamente encontramos la segunda parte de la publicación anterior (North y Fairchild, 1993) y que es una continuación de lo mismo.

Aquí se dan los resultados de todas las medidas realizadas y sus conclusiones. Aunque el número de observadores inicial fue de 30, sólo se trabajó con 18. La razón fue que el resto tenía desviaciones del 30% o mayores y por tanto sus igualaciones no eran representativas (según su criterio). Se midieron sólo siete longitudes de onda con tres repeticiones cada una

⁵ Amy D. North, coautora de estos últimos trabajos con Mark D. Fairchild.

(ADN repitió cada una de éstas 20 veces). Los coeficientes de repetición para el observador ADN fueron de:

$$r'(\lambda) : 2.8\%, \quad g'(\lambda) : 1.43\%, \quad b'(\lambda) : 2.98\% \quad (25.2)$$

mientras que para los 18 observadores fueron de:

$$r'(\lambda) : 10.66\%, \quad g'(\lambda) : 5.89\%, \quad b'(\lambda) : 11.39\% \quad (26.2)$$

La desviación típica de ADN en el antiguo dispositivo fue de:

$$r'(\lambda) : 0.0056, \quad g'(\lambda) : 0.0025, \quad b'(\lambda) : 0.0042 \quad (27.2)$$

y en el nuevo:

$$r'(\lambda) : 0.0030, \quad g'(\lambda) : 0.0028, \quad b'(\lambda) : 0.0037 \quad (28.2)$$

La desviación típica para los 18 observadores fue de:

$$r'(\lambda) : 0.00296, \quad g'(\lambda) : 0.196, \quad b'(\lambda) : 0.559 \quad (29.2)$$

De aquí se desprende, claramente, que la variabilidad entre observadores es mucho mayor que, en general, la variabilidad dentro del mismo observador. Estas diferencias son similares a las obtenidas por Stiles y Burch, por lo tanto, estos resultados demuestran que el Observador Patrón CIE 1931 es el adecuado como representación del observador medio con visión normal de color.

De los resultados en el cálculo de la densidad del cristalino se desprende que ésta no puede correlacionarse con la edad.

Al comparar los resultados de MDF⁶ con los de Thornton, se observó que estos eran muy parecidos, lo único completamente diferente eran las conclusiones.

⁶ Mark D. Fairchild.

Por último compara las funciones de mezcla de color obtenidas por Wyszecki cuando tenía 32 y 53 años advirtiendo que permanecían invariantes en el tiempo.

Nayatani, en el número siguiente de la misma revista (Nayatani, 1994) en la sección de Comunicaciones y Comentarios, habló del trabajo anterior de North y Fairchild. En este artículo critica algunos comentarios y conclusiones que considera incorrectas.

Comienza recordando que, al contrario de lo expuesto anteriormente, en las medidas de Stiles, Pokorny y del mismo Nayatani, hay un claro efecto de la edad con las funciones de mezcla. La razón es la variación en la absorción del cristalino conforme aumenta la edad.

North y Fairchild comentan que no hay diferencias entre las funciones de mezcla obtenidas por Wyszecki con 20 años de diferencia y las obtenidas por Fairchild, Nayatani afirma que las diferencias son significativamente grandes, además no sólo los dispositivos donde se midieron eran totalmente distintas sino que las condiciones experimentales también lo fueron.

En la misma línea, Nayatani comenta que el método utilizado por Fairchild fue el de Maxwell mientras que el de Stiles fue el de máxima saturación y según Wyszecki y Stiles así como Trezona, este último tiene una precisión considerablemente mayor, esta es la razón por la que Guild, Wright y Stiles utilizaran el segundo método. Fairchild ha comparado resultados de experiencias realizadas por distintos métodos.

En lo referente al tamaño del campo, Fairchild midió con un campo visual de dos grados y Stiles con un campo de diez grados, pues está establecido que los errores son tres veces mayores en las medidas para campos de dos grados que en las de diez (Judd, D. B. et al. 1975)

En el modelo de ecuaciones propuesto se predicen las funciones de mezcla de color teniendo en cuenta las densidades espectrales del cristalino y de la mácula (método utilizado por Nayatani) y esto no es del todo cierto porque hay que tener en cuenta otros factores, por ejemplo, al ser la estructura del ojo muy compleja, la densidad espectral del cristalino

depende del factor de crecimiento y de la edad; el principio aceptado es que la dispersión luminosa se incrementa con la edad del cristalino.

Con respecto a los parámetros, usan los coeficientes de absorción espectral de la Ley de Beer-Bourguer $a_L(\lambda)$ y $a_M(\lambda)$ para las absorciones del cristalino y la mácula. Además la acción espectral de los conos de Smith-Pokorny $S(\lambda)$, $M(\lambda)$ y $L(\lambda)$ pero los valores completamente verdaderos no se usan en su artículo, además no hay en el artículo información sobre las funciones de la ley de Beer-Bourguer utilizadas.

Comenta posteriormente los coeficientes del cristalino, k_{1r} , k_{1g} , k_{1b} y los coeficientes de la mácula, k_{2r} , k_{2g} , k_{2b} para cada observador. Los coeficientes estimados son diferentes para cada función $r'(\lambda)$, $g'(\lambda)$, $b'(\lambda)$ respectivamente. Sin embargo debería haber tenido en cuenta que $k_{1r} = k_{1g} = k_{1b} \equiv k_1$ y $k_{2r} = k_{2g} = k_{2b} \equiv k_2$, independientemente de la función de mezcla según Nayatani, sin embargo Fairchild da un valor para la función de mezcla azul, otro para la verde y otro para la roja.

Por último, hace una observación sobre el número de puntos medidos. Comenta que no se puede hacer un ajuste fiable con tan sólo siete puntos y mucho menos comparar estos con unos resultados donde se han medido treinta y un puntos.

Como es de suponer, la respuesta de Fairchild no se hizo esperar (Fairchild and North, 1994). Comienza diciendo que tanto él como North aprecian el interés del Dr. Nayatani en su artículo, pero que sus comentarios son injustificados e insustanciados. Reproducimos a continuación las más relevantes:

1) *Nuestras conclusiones fueron simplemente que los cambios relacionados con la edad en funciones de mezcla de color no eran significativos comparados con la variación inter-observador. Nunca afirmamos que no existieran*⁷.

2) *La relación entre la variabilidad de los 49 observadores de Stiles y nuestros datos no es un punto importante con respecto a las conclusiones de nuestro artículo. . . . Nunca se pretendió que con nuestro método resumido para medidas de funciones de mezcla de color se*

⁷ Traducción literal de su artículo.

obtuvieran las verdaderas funciones. Sin embargo, el propio trabajo de Nayatani sugiere que nuestras estimaciones no tendrían en cuenta la variabilidad del observador⁸.

A la vista de todo lo comentado y, sobre todo, después de la controversia suscitada en los últimos artículos resumidos en este capítulo, se ve claramente que el tema de las funciones de mezcla no es un tema, ni mucho menos, cerrado. Se hace imprescindible pues, una revisión del **OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO CIE 1931** para tener más datos (como sugería Thorton en sus artículos) acerca de los problemas de linealidad, fallos de aditividad y de predicción colorimétrica, etc. Por esto, en la primera parte de esta memoria se dan los resultados y posterior discusión de la revisión del Observador Patrón CIE 31 realizada utilizando siete observadores reales.

Posteriormente, en una segunda parte, se estudia la validez de las funciones de mezcla experimentales, obtenidas en la primera, realizando experiencias de discriminación cromática con igualaciones isómeras y metámeras (de cinco estímulos) para la posterior comprobación de los posibles fallos de aditividad y de predicción colorimétrica.

Estas experiencias se llevaron a cabo por tres observadores a los que se les había medido las funciones de mezcla. Así, se puede comprobar si los fallos, puestos de manifiesto tantas veces, son debidos al observador patrón CIE 31 o por el contrario se deben al desconocimiento exhaustivo de los mecanismos de visión humana.

⁸ Traducción literal de su artículo.

BIBLIOGRAFÍA

GUILD, J..- The colorimetric properties of the spectrum.

Phil. Trans. Roy. Soc. (London), A20, 149-187 (1931).

WYSZECKI, G. and STILES, W. S..- **Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae.**

Jonh Wiley & Sons 2nd Edition, 1982.

LE GRAND, Y..- **Optique Physiologique.**

Paris. Masson et Cie, 1972.

MACADAM, D. L..- Dependence of Color-Mixture Functions on Choice of Primaries.

J. Opt. Soc. Am. **43**, 533-538 (1953).

MACADAM, D. L..- Orthogonal Color-Mixture Functions.

J. Opt. Soc. Am. **44**, 713-724 (1954).

STILES, W. S..- Interim report to the Commission Internationale de l'Eclairage, Zurich, 1995, on the National Physical Laboratory's investigation of colour-matching (1955).

Opt. Acta, **2**, 168-177, (1955).

STILES, W. S. and BURCH, J. M..- N. P. L. colour-matching investigation: Final report (1958).

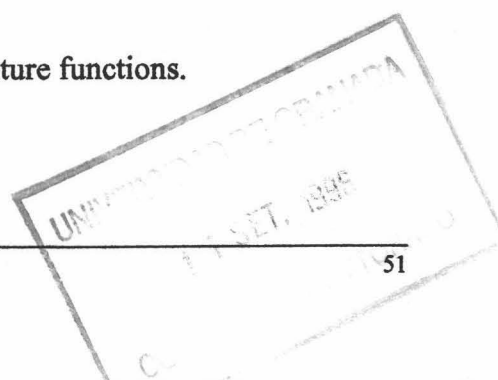
Opt. Acta, **6**, 1-26, (1959).

SPERANSKAYA, N. I..- Determination of spectrum color coordinates for twenty-seven normal observers.

Opt. and Spectrosc. U.S.S.R. **5**, 424-428, (1959).

STILES W. S. and WYSZECKI, G..- Field trials of color-mixture functions.

J. Opt. Soc. Am. **52**, 58-75 (1962).



WYSZECKI, G.- Reanalysis of the NCR field trials of color-matching functions.

J. Opt. Soc. Am. **54**, 710-714 (1964).

RICHARDS, W. and LURIA, S. M.- Color-mixture functions at low luminance levels.

Vision Res. **4**, 281-313 (1964).

RICHARDS, W.- An analysis of the 2° and 10° field color-matching function.

Bulletin of mathematical biophysics, **26**, 9-24 (1964).

MATTESON, H. H. and LURIA, S. M.- Color-mixture functions with a white desaturant.

J. Opt. Soc. Am. **55**, 887-892 (1965).

DAS, S. R.- Comparative evaluation of color matching functions.

J. Opt. Soc. Am. **55**, 1309-1313 (1965).

LOZANO, R. D. and PALMER, D. A.- The additivity of large-field colour matching functions.

Vision Res. **7**, 929-937 (1967).

MILTON L. PEARSON and JOHN A. C. YULE.- Transformations of color mixture functions without negative portions.

Journal of color appearance. **II**, 1, 30-35 (1973).

VIÉNOT, F.- New equipment for the measurement of color-matching functions.

Color Res. Appl., **2**, 165-170 (1977).

VIÉNOT, F.- About the statistics of color-matching functions.

Die Farbe, **26**, 205-212 (1977).

VIÉNOT, F.- Relations between inter- and intra-individual variability of color-matching functions. Experimental results.

J. Opt. Soc. Am. **70**, 1476-1482 (1980).

KRAUSKOPF, J. WILLIAMS, D. R. and HEELEY, D.- Computer controlled color mixer with laser primaries.

Vision Res., **21**, 951-953 (1981).

GIBSON G. L.- Color-Matching functions: a set of transformations with essentially single maximums.

Color Res. Appl., **6**, 143-146, (1981).

OHTA, N.- Practical transformations of CIE color-matching functions.

Color Res. Appl., **7**, 53-56 (1982).

ESTÉVEZ, O.- A better colorimetric standard observer for color-vision studies: the Stiles and Burch 2° color-matching functions.

Color Res. Appl., **7**, 131-134 (1982).

NAYATANI, Y., TAKAHAMA, K. and SOBAGAKI, H.- A proposal of new standard deviate observers.

Color Res. Appl., **8**, 47-56 (1983).

HUNT, R. W. G. and POINTER, M. R.- A colour-appearance transform for the CIE 1931 standard colorimetric observer.

Color Res. Appl., **10**, 165-179 (1985).

OHTA, N.- Formulation of a standard deviate observer by a nonlinear optimization technique.

Color Res. Appl., **10**, 156-164 (1985).

HITA, E., JIMÉNEZ del BARCO, L., ROMERO, J. y CORRONS, A.- Análisis colorimétrico del observador patrón CIE.

Opt. Pur. Apl. **21**, 13-25 (1988).

ENGELDRUM, P. G.- Almost color mixture functions.

Journal of imaging technology, **14**, 108-110 (1988).

NAYATANI, Y., TAKAHAMA, K. and SOBAGAKI, H.- Physiological causes of individual variations in color-matching functions.

Color Res. Appl., **13**, 289-297 (1988).

FAIRCHILD, M. D.- A novel method for the determination of color-matching functions.

Color Res. Appl., **14**, 122-130 (1989).

ROMERO, J., JIMÉNEZ del BARCO, L. and HITTA, E.- Mathematical reconstruction of color-matching functions.

J. Opt. Soc. Am. A, **9**, 25-29 (1992).

WILLIAM A. THORTON.- Toward a more accurate and extensible colorimetry. Part I. Introduction. The visual colorimeter-spectroradiometer. Experimental results.

Color Res. Appl. **17**, 79-122 (1992).

WILLIAM A. THORTON.- Toward a more accurate and extensible colorimetry. Part II. Discussion.

Color Res. Appl. **17**, 162-166 (1992).

WILLIAM A. THORTON.- Toward a more accurate and extensible colorimetry. Part III. Discussion (continued).

Color Res. Appl. **17**, 240-262 (1992).

MARK D. FAIRCHILD.- The CIE 1931 Standard Colorimetric Observer: mandatory retirement at age 65?.

Color Res. Appl. **18**, 129-134 (1993).

WILLIAM A. THORNTON.- Thornton replies.

Color Res. Appl. **18**, 134-136 (1993).

AMY D. NORTH and MARK D. FAIRCHILD.- Measuring color-matching functions. Part I.

Color Res. Appl. **18**, 155-162 (1993).

AMY D.NORTH and MARK D.FAIRCHILD.- Measuring color-matching functions. Part II.
New data for assessing observer metamerism.
Color Res. Appl. **18**, 163-170 (1993).

NAYATANI, Y.- Comments to the articles "Measuring color-matching functions, part I and part II".
Color Res. Appl. **19**, 383-389 (1994).

JUDD, D. B. and WYSZECKI, G..- **Color business, science and industry.**
John Wiley & Sons, 3rd Ed. New York, 1975.

MARK D. FAIRCHIL and AMY D. NORTH.- Response to Y. Nayatani's comments on "Measuring color-matching functions, parts I and II".
Color Res. Appl. **19**, 390 (1994).



**CONDICIONES
EXPERIMENTALES PARA LA
DETERMINACIÓN DE LAS
FUNCIONES DE MEZCLA**

*Todo lo que contribuya a aumentar el conocimiento humano debe hacerse, aunque no se
sepa que pueda venir después.*

(Severo Ochoa)



3.- CONDICIONES EXPERIMENTALES PARA LA DETERMINACIÓN DE FUNCIONES DE MEZCLA

La razón de la exhaustiva especificación de las condiciones experimentales de observación que realizamos, se debe a que, en colorimetría, para poder comparar unos resultados con otros, hay que señalar de antemano la similitud de las condiciones en que se han realizado las experiencias. También en ciertos experimentos nos es útil para sacar conclusiones generales cuando, sin ser las condiciones de observación las mismas, los resultados sí lo son. Damos a continuación las nuestras.

3.1 PARÁMETROS EXPERIMENTALES

3.1.1 PARÁMETROS FOTOMÉTRICOS

Los estímulos estudiados en la primera parte, dado el carácter del presente trabajo, han sido prácticamente todo el espectro visible; se hizo un barrido del mismo de diez en diez

nanómetros, partiendo de los 400nm hasta los 700nm (ambos inclusive). Este intervalo es más que suficiente según estudios de Romero et al. 1992.

Los primarios utilizados como desaturantes fueron (De la Cruz, 1962):

- Verde para las igualaciones entre 400nm y 460nm.
- Rojo para las igualaciones entre 460nm y 530nm.
- Azul para las igualaciones entre 530nm y 650nm.
- Verde para las igualaciones entre 650nm y 700nm.

El carácter de las igualaciones en cuanto al tipo de fusión de primarios empleados es el espacial, como puede deducirse de la descripción del dispositivo experimental.

3.1.2 PARÁMETROS VISUALES

Todas las experiencias se realizaron con visión maxwelliana, así se garantizaba la homogeneidad de la zona retiniana excitada y la visión foveal; el campo fotométrico fue de 2° (Luis J. del Barco, 1984).

Como se comentó anteriormente, la forma del campo fotométrico era circular bipartito con separación diametral; quedaban pues dos playas semicirculares a izquierda y derecha.

El modo de apariencia fue de apertura.

En lo referente a la adaptación, ésta se ha realizado a la oscuridad así como el desarrollo de todas las experiencias. La razón fundamental de esta adaptación previa es que de esa manera el ojo permanece, antes de las observaciones, en unas condiciones independientes del tipo de iluminación a la que hubiera estado anteriormente (Hita et al., 1981).

3.1.3 PARÁMETROS TEMPORALES

El periodo de adaptación a la oscuridad fue de unos diez minutos según se recomienda en la literatura (Hita et al., 1981), (W. Richards and S. M. Luria, 1964).

El tiempo de observación de cada estímulo era de 1.5s, un tiempo inferior no es suficiente para que el observador pueda responder con garantías si los estímulos son iguales o no, uno superior puede ocasionar adaptación lo que ocasionaría una respuesta afirmativa a pares de estímulos desiguales. El tiempo entre observaciones fue de 10s. Se eligió este tiempo porque es el necesario y suficiente para que el observador recupere el estado de adaptación inicial (Hita et al., 1981).

3.2 OBSERVADORES

La realización de las experiencias del presente trabajo se han llevado a cabo con siete observadores, todos ellos con visión normal de color. Todos han superado los tests de Ishihara y de Farnworth 15-HD así como las igualaciones propuestas por el anomaloscopio de Pickford-Nicolson. El número de observadores es el mismo que el empleado por Wright en sus experiencias de determinación del Observador Patrón CIE 1931.

Todos los observadores tenían experiencia en este tipo de trabajo, ninguno de ellos tuvo aprendizaje durante las sesiones de observación. En ningún caso los observadores actuaron directamente sobre los mandos del colorímetro con el fin de evitar efectos táctiles (Le Grand, Y., 1972).

Los observadores estaban aislados del resto del laboratorio situados en una cabina oscura. Desde este lugar sólo tenían acceso manual a los mandos de respuesta de las igualaciones (posteriormente se explicará con todo detalle en qué consistían estas respuestas).

Para que la observación fuera lo más cómoda posible, la posición del ojo respecto de la pupila de salida del dispositivo debía ser constante (por si hubiera habido algún error que

éste fuera sistemático y pudiera detectarse y corregirse fácilmente) y la más idónea (para reducir estos errores al máximo). Incomodidad en la observación se traduce en no fiabilidad de resultados, se intenta terminar la sesión rápidamente y los resultados son precipitados; además, al intentar acomodarse durante la observación se pierde el centrado del ojo y se cometen errores de fijación. La única solución posible hubiera sido inmovilizar el ojo, pero en caso de que esto fuera posible, la solución sería muy molesta. Lo que sí fue fácilmente realizable era colocar una mentonera, estructura con tres grados de libertad que inmoviliza la cabeza. El observador podía desplazarse de izquierda a derecha y de arriba a abajo para poder observar con cualquiera de los dos ojos así como de delante hacia atrás (aunque siempre con el mismo). Con estos movimientos, y a su vez sujeción de la cabeza, se pudo realizar un buen centrado como recomiendan W. Richards and S. M. Luria, 1964. En la figura 3.1 puede verse el dispositivo de fijación de la cabeza del observador mediante una mentonera.

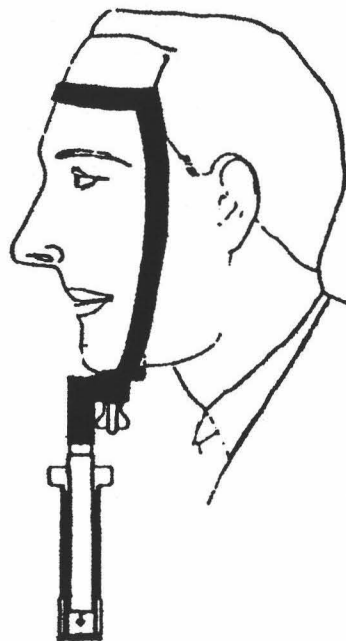


Figura 3.1.- Esquema del dispositivo de fijación de la cabeza del observador.

Las dos razones fundamentales por las que es imprescindible el buen centrado del ojo son las siguientes:

- Si se produce descentramiento hay aberraciones cromáticas adicionales en el ojo a causa de la refracción de la luz en la córnea (Romero et al., 1996). La luz al entrar ya refractada forma bandas espectrales separadas (según nuestros primarios que serían

bandas rojas, verdes y azules) y las imágenes se desplazan. Esto origina que en el borde externo del límite del campo de visión aparezcan dichas franjas y se entorpezcan las igualaciones. Esto es una referencia que se pudo utilizar para saber si el centrado era o no correcto, antes de cada observación el observador debe adoptar una postura de forma que desaparecieran estas franjas coloreadas. Si en algún momento de las sesiones era detectado este fenómeno, la sesión se paraba y se procedía a la recolocación del observador para poder continuar normalmente.

- Otra de las razones era evitar la variación de la sensibilidad direccional (eficacia de la luz) a consecuencia de que el haz luminoso entre por distintos puntos de la pupila (efecto Stiles-Crawford de primera clase), además aparecen colores ligeramente diferentes a los reales (efecto Stiles-Crawford de segunda especie) (Romero et al., 1996) y (Wyzecki and Stiles, 1982). Para más información sobre estos efectos se puede ver el Apéndice I.

3.3 ELECCIÓN DE PRIMARIOS

Los primarios elegidos fueron los mismos que los escogidos por Wright y por De la Cruz (460nm, 530nm y 650nm); la razón principal de esta elección fue la facilidad para encontrar filtros interferenciales comerciales con un pico de máxima transmitancia en estas longitudes de onda. Las unidades de estos primarios fue la utilizada por De la Cruz en su tesis doctoral (De la Cruz, 1962) en referencia a una luz blanca con los tres componentes tricromáticos iguales. Se igualó *El blanco CIE 31* de coordenadas $x = 0.333$, $y = 0.333$ $Y = 4.5cd/m^2$ (la luminancia a la que se han medido todas las funciones de mezcla). Pensamos que es la forma más sencilla y las que más difusión han tenido a lo largo de la historia del problema, también fueron utilizadas por Stiles en 1955 (Stiles, 1955). La elección de las unidades de los primarios se explicará con más detalle en el capítulo del método experimental de medida de funciones de mezcla de color.

BIBLIOGRAFÍA

- ROMERO, J., JIMÉNEZ del BARCO, L., and HITTA, E..- A mathematical reconstruction of color-matching functions.
J.Opt. Soc. Am. A **9**, 25-29 (1992).

- De la CRUZ CASTILLO, A..- **Contribución al estudio del fenómeno de la visión.**
Tesis Doctoral. Universidad de Madrid (1962).

- LUIS JIMÉNEZ del BARCO JALDO.- **Colorimetría diferencial en igualaciones metámeras.**
Tesis doctoral. Universidad de Granada (1984).

- HITTA, E., y ROMERO, J..- Análisis de la influencia de las condiciones de observación en los procesos de discriminación en color.
Opt. Pur. Apl. **14**, 11-17 (1981).

- RICHARDS, W., and LURIA, S. M..- Color-mixture functions at low luminance levels.
Vision Res., **4**, 281-313 (1964).

- LE GRAND, Y..- **Optique physiologique.**
Masson et CIE, Paris, 1972.

- ROMERO, J., GARCÍA, J. A. y GARCÍA, A..- **Curso introductorio a la Óptica fisiológica.**
Editorial Comares, 1996.

- WYSZECKI, G. and STILES, W. S..- **Color Science: concepts and methods, quantitative data and formulae.**
Jonh Wiley & Sons 2nd Edition, 1982.

- STILES, W. S..- Interin report to the commission internationales de l'Eclairage, Zurich, 1995, on the national physical laboratory's investigation of colour-matching (1955).

Opt Acta, 2, 168-177, (1955).



**DISPOSITIVO EXPERIMENTAL
PARA LA DETERMINACIÓN
DE LAS FUNCIONES DE
MEZCLA**

Más que escasez de medios hay miseria de voluntad.

(Ramón y Cajal)



4.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

En la figura 1.4 (de la página siguiente) puede observarse el esquema general del dispositivo experimental utilizado en la obtención de las funciones de mezcla de color.

4.1 PRODUCCIÓN DE ESTÍMULOS VARIABLES

La obtención de los estímulos de color que se iban a comparar con el estímulo de referencia se realizó mediante el colorímetro C1 del dispositivo. Éste es un colorímetro visual tipo Donaldson de tres primarios modificado. Su modificación se llevó a cabo en los talleres de nuestros laboratorios.

En el interior del colorímetro se encuentran colocadas tres fuentes luminosas S_1 , S_2 y S_3 , lámparas halógenas de cuarzo (EYE dichro-cool Halogen Lamp MR16 JR 1501, 12v, 50w EXT), tras ellas se encuentran las lentes colimadoras M_1 , M_2 y M_3 que son meniscos concavo-convexos (uno por cada filtro) que tienen un diámetro de 6cm y una distancia focal

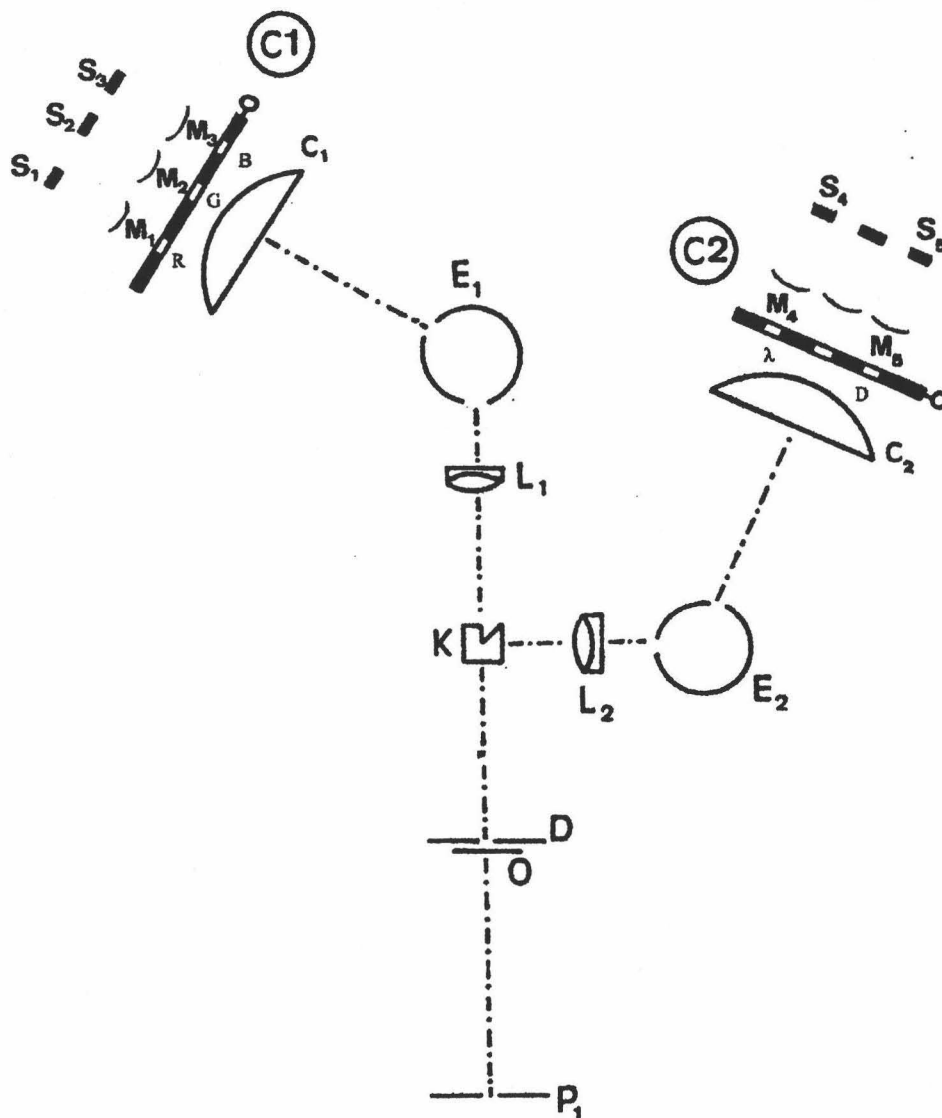


Figura 1.4.- Esquema general del dispositivo experimental.

imagen de 9cm. Los filamentos de las fuentes luminosas se encuentran situados, aproximadamente, en el plano focal objeto de dichos meniscos, así conseguimos que los haces incidan prácticamente colimados sobre los filtros (las fuentes no eran puntuales, sino extensas, de esta manera la colimación no era perfecta). La extensión de las fuentes obligó a realizar un calibrado de los filtros interferenciales para calcular su ancho de banda, su longitud de onda de pico, etc. Este calibrado se llevó a cabo y trabajamos con él en lugar de con las especificaciones dadas por el fabricante. La luz emergente de los meniscos incidía en los filtros R, G, B responsables de la cromaticidad de los primarios. Además la distancia lámparas-filtros es tal que la mancha luminosa de cada una de las lámparas sólo llegue a un filtro y lo iluminara por completo, es decir, que no quedara ninguna parte de un filtro sin

iluminar, no hay pues solapamiento de haces luminosos y los filtros quedan uniformemente iluminados.

En el centro de la placa P_1 era donde encontraban los filtros (ver figura 2.4). La variación de la radiancia espectral de cada uno de los primarios se regula mediante un diafragma, de apertura variable, para cada filtro. La variación de los diafragmas se consigue mediante un sistema de tracción de una lámina, donde se encuentran situados los orificios, por medio de tornillos con paso de rosca de 1mm. Estos son solidarios al mando de control con una cabeza de 5cm de diámetro dividida en diez partes, consiguiéndose quinientas aberturas posibles de los diafragmas.

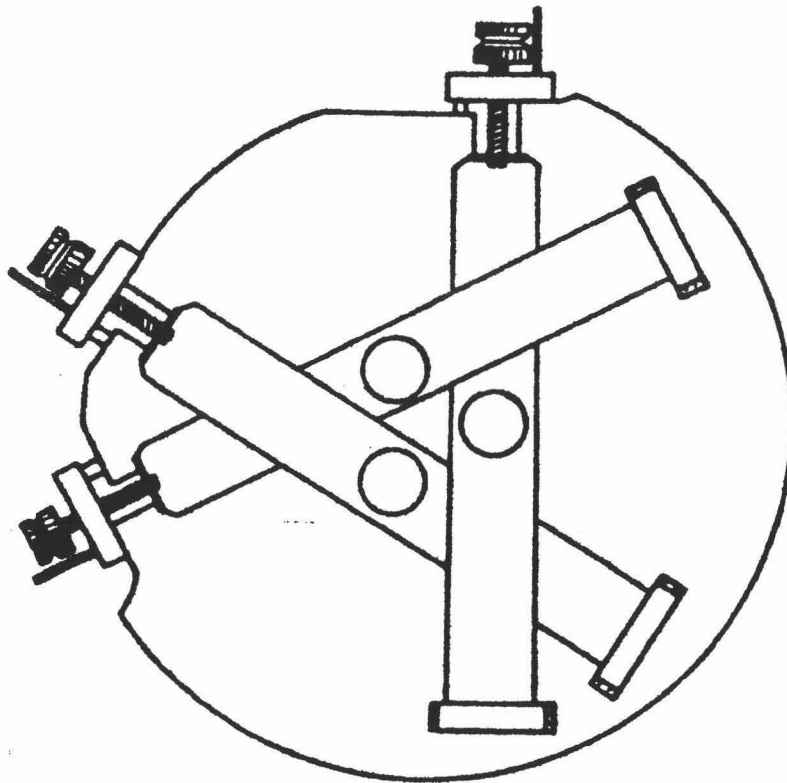


Figura 2.4.- Esquema de la placa portadora de filtros y mandos de control del colorímetro que produce estímulos variables.

Para evitar posibles variaciones de la transmitancia de los filtros con la temperatura (Juan J., 1974) se les aplica una corriente de aire refrigeradora mediante un turboventilador acoplado a la carcasa aisladora del sistema productor de estímulos variables.

Los haces emergentes de los filtros convergen en el foco imagen de la lente condensadora C_1 que tiene un diámetro de 23cm y una focal de 34cm de distancia focal imagen, donde se ha situado el orificio de entrada de una cavidad integradora E_1 . Aquí se produce la mezcla de las luces primarias debido a la difusión de las mismas dado que las paredes interiores están recubiertas de una capa de blanco difusor a base de MgO (Keitz, H. A. E., 1955).

4.2 PRODUCCIÓN DEL ESTÍMULO DE REFERENCIA

El dispositivo es prácticamente el mismo que el anterior. La única diferencia está en la placa que sustenta los filtros D (uno de los primarios que actúa de desaturante) y λ (la longitud de onda que corresponda en cada caso) y en la forma y modo de apertura de los diafragmas. Este colorímetro corresponde a la parte C2 del esquema del dispositivo. La abertura de los diafragmas se realiza mediante semisectores que recubren la superficie de los filtros, así se regula el flujo de energía radiante, puede verse en la figura 3.4. La variación más pequeña apreciable de los diafragmas es de 1/3mm de la longitud de arco (aproximadamente 0.05rad).

La disposición y las características de las fuentes S_3 y S_4 , así como el sistema de colimación y condensación, son las mismas que en el anterior colorímetro.

El conjunto lámparas-colimadores está aislado del resto del dispositivo mediante una carcasa refrigerada como en el caso anterior. Después se encuentra la placa portadora de filtros y la lente condensadora C_2 . Todo el sistema está montado sobre un banco óptico. Los haces emergentes de los filtros convergen en el foco imagen de la lente condensadora donde está situado el orificio de la segunda cavidad integradora E_2 al igual que en la parte precedente.

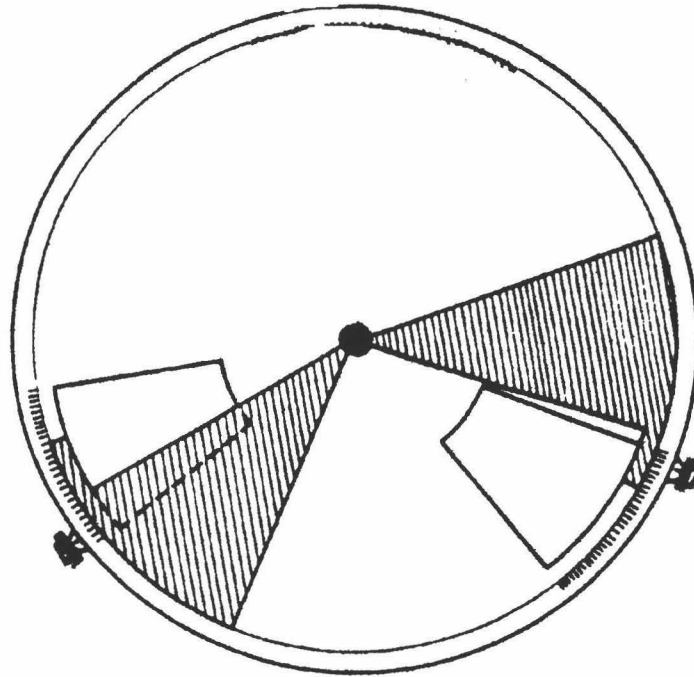


Figura 3.4.- Esquema de la placa portadora de filtros y mandos de control del colorímetro que produce estímulos de referencia (desaturante y longitud de onda variable).

4.3 SISTEMA DE YUXTAPOSICIÓN DE ESTÍMULOS

El diseño del sistema permite que un color se presente yuxtapuesto al otro en un campo fotométrico circular bipartito con separación diametral vertical.

A la salida de los orificios de las cavidades integradoras E_1 y E_2 se encuentran sendos dobletes acromáticos L_1 y L_2 a una distancia igual a su distancia focal objeto (-12cm de distancia focal objeto y 5cm de apertura), se obtienen por tanto haces colimados aproximadamente de los estímulos que vamos a comparar. Estos haces inciden sobre un cubo fotométrico K del cual emergen paralelos. El haz procedente del colorímetro de referencia sufre, dentro del cubo, una reflexión total.

4.4 SISTEMA DE OBSERVACIÓN

A la salida del cubo fotométrico se colocó un diafragma D que regula el tamaño del campo. Tras este diafragma se ubicó un obturador electromecánico O. Con un temporizador cíclico se controla el paso de corriente a una bobina que actúa de electroimán y así se puede controlar el tiempo de apertura (observación del estímulo) y el tiempo de obturación (intervalo entre exposiciones).

Como ya hemos indicado, a fin de garantizar un buen acoplamiento de la pupila de salida del dispositivo con la del observador, se ha dispuesto una mentonera con posiciones ajustables para poder fijar la cabeza del observador.

Como la adaptación previa se realizó a la oscuridad, tanto el dispositivo de observación como el propio observador estaban aislados en una cabina de observación. Por la misma razón, los colorímetros y el resto del equipo estaba protegido con carcasas y pantallas negras, para evitar luces parásitas.

4.5 CALIBRADO

El calibrado se realizó con la ayuda de un espectrorradiómetro, el modelo 704 SpectraScan de PHOTO RESEARCH. En la figura 4.4 se muestra un esquema resumido del mismo.

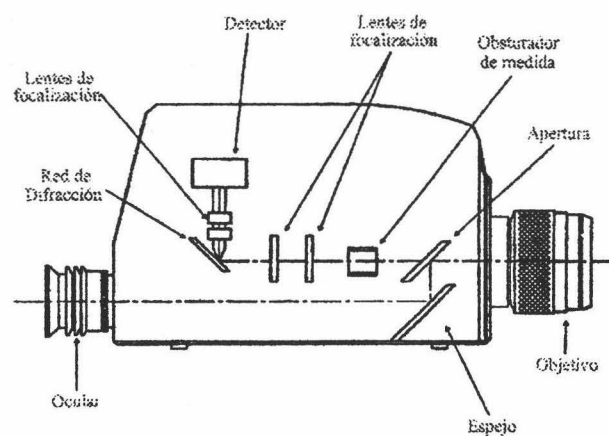


Figura 4.4.- Esquema interior del espectrorradiómetro.

Consiste esencialmente en un espectrorradiómetro con una matriz de fotodiodos lineales diseñado para hacer medidas espectrales rápidas, de luminancia o claridad fotométrica y coordenadas de cromaticidad. Todo el sistema se puede controlar con un PC. Los componentes básicos del espectrorradiómetro son:

- Un cabezal óptico PR-704.
- Tarjeta controladora del cabezal óptico.
- Ordenador.
- Cableado.
- Programas.

La radiación que queremos medir pasa a través de las lentes del objetivo (ver figura 4.4) hasta un espejo tipo Pritchard (ver apéndice II) que nos proporciona la entrada al dispositivo. La imagen de este campo puede verse a través del ocular; de esta manera el observador puede enfocar y situar el campo en el lugar que corresponda. En el centro de esta área se encuentra un círculo que es el que mide la apertura que es por donde tiene que pasar la radiación para que se puede medir pues sólo la que pase por esta zona alcanzará al detector, en nuestro caso, la apertura fue de 0.125° .

Después de esto, la luz alcanza el obturador, si éste está abierto, la radiación llega al detector, cuando está cerrado la medida que realiza el espectrorradiómetro es la de oscuridad.

Pasado el obturador, las lentes indicadas proporcionan una incidencia adecuada del haz de luz en la red de difracción donde, por difracción se descompone (si fuera policromático). A la salida de ésta otras lentes focalizan el haz, ya difractado, en la matriz de fotodiodos de tal manera que la anchura del haz es la misma que la del detector.

El detector contiene 256 elementos de los que sólo se utilizan aproximadamente 245; cada uno de ellos mide radiaciones en incrementos de 1.6nm aunque, por conveniencia, los datos se muestran con intervalos de 2nm. Están enfriados termoeléctricamente a 0° en una cabina presurizada (con nitrógeno líquido para prevenir la condensación) y sellada para eliminar la contaminación y los posibles cambios de temperatura. Antes de comenzar la medida de la luz, cada detector se carga eléctricamente, cuando la radiación incide sobre cada

uno de los elementos, la carga disminuye y esta caída de potencial (que es una señal analógica) se transmite a la tarjeta controladora del ornedador. Finalmente, un convertidor analógico/digital de 12 bits en dicha tarjeta, transformala señal analógica en digital y a partir de aquí el "software" realiza los calculos necesarios sobre las medidas realizadas.

El periodo de integración fue de 60s, este tiempo se selecciona automáticamente por la Sensibilidad de Adaptación Automática® (ver apéndice II). Los ciclos de integración (número de veces que se realiza una misma medida) fueron 3 para asegurarnos de que todas las medidas fueran correctas y cualquier variación no introdujera errores. El resultado final es la diferencia de la medida luminosa y la medida de la oscuridad (así se mide la corriente oscura del detector y al restarla a la medida luminosa, se elimina gran parte de ruido). Esta última se realiza con el obturador cerrado y el tiempo de duración es el mismo que el de la medida con radiación.

Finalmente todos los datos obtenidos se pueden guardar en la memoria del ordenador para poder ser utilizados cuando fuera necesario.

4.5.1 COLORÍMETRO DE ESTÍMULOS VARIABLES

Para el cálculo de la Funciones de Mezcla de Color y de las Coordenadas de Cromaticidad, es necesario conocer la radiancia espectral, no sólo de los primarios sino de los desaturantes y de cada una de las longitudes de onda medidas. Por todo eso el calibrado del colorímetro de estímulos variables, donde están alojados los primarios, consistió en la medida de la radiancia espectral y los valores triestímulo de cada una de las posiciones de los mandos de control del colorímetro C1. Cada mando del colorímetro se divide en 50 partes, el calibrado se realizó para cada una de ellas y para los tres mandos. Estos calibrados fueron periódicos y el número total fue de 4. Estos sólo servían de orientación al programa de búsqueda de posiciones de los mandos, pues en cada punto de observación era imprescindible comenzar (para tener cierta orientación) por la igualación prevista por el observador patrón CIE 31. Después de finalizado un punto de observación, se volvían a medir los valores triestímulo y las radiancias espectrales de todas las posiciones utilizadas, así todos los cálculos están realizados con estos datos; en resumen, se ha hecho un calibrado

cada vez que acababa un punto, si bien podemos decir que los resultados experimentales dados por el espectrorradiómetro en los dos casos nunca fueron significativamente distintos.

4.5.2 COLORÍMETRO DE REFERENCIA

En realidad, lo que se hizo aquí no fue exactamente un calibrado. El método fue el siguiente: como en este colorímetro están colocados los filtros correspondientes a la longitud de onda a la que vamos a medir la función de mezcla y el filtro que realiza la función de desaturante, medimos la radiancia de la mezcla porque ésta es la que se iguala con la mezcla de los tres primarios del otro colorímetro. Posteriormente, en el capítulo dedicado al método se explicará con todo detalle el por qué de esta última parte.

4.6 FILTROS

Los primarios utilizados se obtuvieron a partir de filtros interferenciales de banda estrecha Oriel, que presentan unos diámetros de 25.4mm, (la abertura de cada filtro) y las longitudes de onda de pico iban desde los 400nm hasta los 700nm con un intervalos de 10nm en 10nm. El espesor de cada uno de ellos era de 9.52mm. La temperatura máxima continuada a la que pueden trabajar era de 70°C, si bien nunca se superó gracias a los turboventiladores. La tolerancia de pico era de 2nm y su ancho de banda, a mitad de pico, de 10nm. El factor de forma del paso de banda (número de cavidades de Fabry Perot) fue de 3. La transmitancia mínima de pico fue para los filtros de 400nm y 410nm del 30%, para los de 420nm y 430nm del 35%, para los de 440nm y 450nm del 40%, para los de 460nm hasta 490nm del 45% y para el resto del 50%.

BIBLIOGRAFÍA

JUAN, J.- Variación de la transmitancia espectral y del color de vidrios al cambiar la temperatura.

Opt. Pur. Apl., 55-59 (1974).

KEITZ,, H. A. E.- **Light calculation and measurement.**

Eindhoven Philips T. Library (1955).

**DETERMINACIÓN
EXPERIMENTAL DE LAS
FUNCIONES DE MEZCLA**

La Ciencia es la única construcción fuerte de la humanidad.

(Pío Baroja)



5.- DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

5.1 TÉCNICAS EXPERIMENTALES PARA LA DETERMINACIÓN DE FUNCIONES DE MEZCLA DE COLOR

Existen muchas técnicas analíticas para la determinación de funciones de mezcla. Aquí sólo nos vamos a ocupar de tres de ellas. De la primera porque a pesar de ser la menos común y la más difícil de llevar a cabo experimentalmente es a la vez una técnica distinta a todas las demás. La realización práctica no exige luces monocromáticas ni colorímetros, se lleva a cabo a partir de muestras de color. La segunda destaca por su sencillez en el método de cálculo y la tercera por ser el método, digamos, *histórico*.

5.1.1 PRIMERA TÉCNICA

Se escogen parejas de colores (muestras de color, por ejemplo) iguales bajo unas determinadas condiciones de iluminación pero con diferentes reflectancias (pares metámeros).

Se miden previamente la distribución espectral del iluminante H y se miden también las reflectancias de los pares metámeros R_λ y R'_λ ($i = 1, 2, \dots, m$) donde m es el número de parejas de colores de la muestra. Los valores quedan definidos por:

$$\begin{aligned} X &= \int R_{i\lambda} H_\lambda x_\lambda d\lambda = \int R'_{i\lambda} H_\lambda x_\lambda d\lambda = X' \\ Y &= \int R_{i\lambda} H_\lambda y_\lambda d\lambda = \int R'_{i\lambda} H_\lambda y_\lambda d\lambda = Y' \\ Z &= \int R_{i\lambda} H_\lambda z_\lambda d\lambda = \int R'_{i\lambda} H_\lambda z_\lambda d\lambda = Z' \end{aligned} \quad (1.5)$$

donde $i = 1, 2, \dots, m$.

Si se divide el espectro en un número finito y discreto de bandas, se pueden sustituir las integrales por sumatorios por tener ahora sumas discretas. Entonces las ecuaciones anteriores quedarán de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} X &= \sum R_{i\lambda} H_\lambda x_\lambda \Delta\lambda = \sum R'_{i\lambda} H_\lambda x_\lambda \Delta\lambda = X' \\ Y &= \sum R_{i\lambda} H_\lambda y_\lambda \Delta\lambda = \sum R'_{i\lambda} H_\lambda y_\lambda \Delta\lambda = Y' \\ Z &= \sum R_{i\lambda} H_\lambda z_\lambda \Delta\lambda = \sum R'_{i\lambda} H_\lambda z_\lambda \Delta\lambda = Z' \end{aligned} \quad (2.5)$$

Cuanto menor sea $\Delta\lambda$, más se aproximan a las ecuaciones originales (las integrales) y mayor precisión se tendrá en el cálculo de las funciones de mezcla de color.

Se divide el espectro visible (380nm hasta 780nm) en n partes de $\Delta\lambda$ que se enumerarán desde $j = 1, 2, \dots, n$. Dividiendo todas las ecuaciones anteriores por $\Delta\lambda$, que es una constante, queda:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n [R_{ij} - R'_{ij}] H_j x_j &= 0 \\ \sum_{j=1}^n [R_{ij} - R'_{ij}] H_j y_j &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^n \left[R_{ij} - R'_{ij} \right] H_j z_j = 0$$

donde $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$.

Si se escoge tantos números de pares metámeros como números de intervalos en que se ha dividido el espectro ($m = n$) se tienen tres sistemas de ecuaciones con el mismo número de incógnitas que de ecuaciones. Los sistemas son homogéneos y con infinitas soluciones. Si por el contrario se hace $m = n - 1$, los sistemas son homogéneos de $n - 1$ ecuaciones y n incógnitas. Llamando $a_{ij} = \left[R_{ij} - R'_{ij} \right] H_j$, las soluciones del sistema vienen dadas por los determinantes:

$$x_i = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{n-12} & a_{n-13} & \dots & a_{n-1n} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Tomando y los centros de esas bandas en 380nm, 390nm, 400nm, 410nm, . . . , 780nm tenemos 40 bandas, es decir, $n = 40$, se obtendrán determinantes de orden 39. Resolviendo los determinantes se obtienen las funciones de mezcla de color. Todo el problema reside en encontrar las 39 parejas de colores metámeros.

5.1.2 SEGUNDA TÉCNICA

Esta fue la técnica seguida por Stiles y Burch en 1958 (W. S. Stiles and J. M. Burch, 1959) en la determinación de las funciones de mezcla para campos de diez grados. La única diferencia es que ellos utilizaron dos conjuntos de primarios, según la zona del espectro que se midió.

Esta segunda técnica se lleva a cabo a partir de estímulos espectrales (o cuasiespectrales) determinando las cantidades de tres primarios necesarias para igualar cada una de las longitudes de onda del espectro visible.

Los primarios y los estímulos son monocromáticos, entonces las igualdades algebraicas son:

$$N_{\lambda} \equiv N_{R\lambda} + N_{G\lambda} + N_{B\lambda} \quad (5.5)$$

es decir, el estímulo monocromático de radiancia produce la misma sensación que la mezcla aditiva de tres estímulos monocromáticos de radiancias $N_{R\lambda}$, $N_{G\lambda}$ y $N_{B\lambda}$ (primarios de longitud de onda prefijada).

Las cantidades de primarios que se deben mezclar para obtener un estímulo de radiancia unidad se calculan:

$$\frac{N_{R\lambda}}{N_{\lambda}} = r_{\lambda} \frac{N_{G\lambda}}{N_{\lambda}} = g_{\lambda} \frac{N_{B\lambda}}{N_{\lambda}} = b_{\lambda} \Rightarrow 1_{\lambda} \equiv r_{\lambda} + g_{\lambda} + b_{\lambda} \quad (6.5)$$

que es la unidad de radiancia del estímulo de longitud de onda λ y r_{λ} , g_{λ} , b_{λ} son las funciones de mezcla de color referidas a los primarios elegidos. Para referirlos a otros primarios basta con una transformación lineal.

5.1.3 TERCERA TÉCNICA

Históricamente fue la primera, la seguida por Wright en 1929 y por Guild en 1931 (J. Guild, 1931) para la determinación de sus funciones de mezcla y la técnica seguida por la CIE en 1931 para transformar los resultados de los anteriores que son la base del Observador Patrón Colorimétrico para campos de dos grados (CIE 1931).

Lo primero es calcular los valores de la función V_{λ} (función de eficiencia luminosa) que es la cantidad inversamente proporcional a las intensidades energéticas de las diferentes radiancias monocromáticas que producen la misma sensación de claridad.

Después se calculan experimentalmente las coordenadas de cromaticidad (coeficientes tricromáticos) de las radiaciones espectrales monocromáticas.

Las coordenadas de cromaticidad se pueden determinar en un colorímetro calibrado en unidades luminosas tomando como base un blanco patrón de distribución energética conocida.

El procedimiento consiste en elegir (como siempre) tres primarios R, G y B y observar la mezcla en un semicampo del colorímetro. En el otro está el blanco patrón equienergético W. Cuando se consigue la igualación se determinan las luminancias de cada primario y del blanco. La igualdad fotométrica es:

$$L_W = L_{RW} + L_{GW} + L_{BW} \quad (7.5)$$

Seleccionando un estímulo monocromático de longitud de onda λ se iguala a la mezcla de los tres primarios:

$$L_W = L_{R\lambda} + L_{G\lambda} + L_{B\lambda} \quad (8.5)$$

ahora calculando:

$$\frac{L_{R\lambda}}{L_{RW}} = r'_\lambda, \frac{L_{G\lambda}}{L_{GW}} = g'_\lambda, \frac{L_{B\lambda}}{L_{BW}} = b'_\lambda, \quad (9.5)$$

Estos tres cocientes adimensionales son el número de unidades roja, verde y azul que hay que mezclar para igualar el color espectral dado. La suma

$$c'_\lambda = r'_\lambda + g'_\lambda + b'_\lambda \quad (10.5)$$

nos indica el número de unidades del color λ .

Si se quiere conocer las cantidades de cada uno de los primarios para obtener una unidad del color λ tendremos que dividir:

$$r_\lambda = \frac{r'_\lambda}{c'_\lambda}, g_\lambda = \frac{g'_\lambda}{c'_\lambda}, b_\lambda = \frac{b'_\lambda}{c'_\lambda}, \quad (11.5)$$

Entonces una unidad de longitud de onda se iguala con la mezcla de r_λ unidades de rojo más g_λ unidades de verde más b_λ unidades de azul. Abreviadamente:

$$1(\lambda) = r_\lambda(R) + g_\lambda(G) + b_\lambda(B) \quad (12.5)$$

El signo igual representa una equivalencia de colores para el ojo. Las letras entre paréntesis representan estímulos y no cantidades.

Los valores $r_\lambda, g_\lambda, b_\lambda$ son los coeficientes tricromáticos o coordenadas de cromaticidad de la radiación monocromática de longitud de onda λ .

En lugar de trabajar con estímulos luminosos se puede trabajar con las radiancias espectrales N_λ . La forma de obtener las coordenadas de cromaticidad se calcula como sigue:

La luminancia correspondiente a un estímulo es:

$$L_\lambda = K_m N_\lambda V_\lambda \quad (13.5)$$

donde $K_m = 680 \text{ lm/W}$ (eficiencia luminosa máxima).

La luminancia de este estímulo se puede poner en función de la luminancia de los primarios:

$$L_\lambda = L_{R\lambda} + L_{G\lambda} + L_{B\lambda} = r'_\lambda L_{RW} + g'_\lambda L_{GW} + b'_\lambda L_{BW} \quad (14.5)$$

o bien

$$L_\lambda = c'_\lambda (r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}) \quad (15.5)$$

comparando ambas ecuaciones:

$$c'_\lambda = \frac{K_m N_\lambda V_\lambda}{r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}} \quad (16.5)$$

En el caso particular del rojo:

$$r'_\lambda = c'_\lambda \bar{r}_\lambda = K_m N_\lambda \frac{r_\lambda V_\lambda}{r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}} = K_m N_\lambda \bar{r}_\lambda \quad (17.5)$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{r}_\lambda &= \frac{r_\lambda V_\lambda}{r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}} \\ \bar{g}_\lambda &= \frac{r_\lambda V_\lambda}{r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}} \\ \bar{b}_\lambda &= \frac{r_\lambda V_\lambda}{r_\lambda L_{RW} + g_\lambda L_{GW} + b_\lambda L_{BW}}\end{aligned}\tag{18.5}$$

Si se calculan todos estos valores para todas las longitudes de onda se obtendrán las funciones de mezcla de color en el sistema RGB.

Supongamos que no se dispone de estímulos monocromáticos sino estímulos complejos cuya radiancia está dada por una función N de la longitud de onda. Se trata de conseguir las cantidades RGB para igualarlos. Por la ley de Abney:

$$\begin{aligned}r' &= \int r'_\lambda d\lambda = K_m \int N_\lambda r_\lambda d\lambda \\ g' &= \int g'_\lambda d\lambda = K_m \int N_\lambda g_\lambda d\lambda \\ b' &= \int b'_\lambda d\lambda = K_m \int N_\lambda b_\lambda d\lambda\end{aligned}\tag{19.5}$$

Las coordenadas unitarias son pues:

$$r = \frac{r'}{r'+g'+b'}; g = \frac{g'}{r'+g'+b'}; b = \frac{b'}{r'+g'+b'}\tag{20.5}$$

Si comparamos (2.5) con (19.6) tenemos una analogía perfecta, la diferencia está en que el sistema actual es el RGB y el anterior era el XYZ.

Para pasar de un sistema a otro, hay que tener en cuenta no sólo la transformación de coordenadas, sino que hay que transformar, a la vez, las unidades. Si se conoce la posición de los tres estímulos primarios de referencia XYZ en el diagrama cromático RGB, se conocen los valores de los coeficientes de las ecuaciones:

$$\begin{aligned}1(X) &= r_x(R) + g_x(G) + b_x(B) \\ 1(Y) &= r_y(R) + g_y(G) + b_y(B)\end{aligned}\tag{21.5}$$

$$1(Z) = r_z(R) + g_z(G) + b_z(B)$$

Además se sabe que las unidades de RGB están ajustadas de modo que el blanco equienergético satisface la condición:

$$1(W) = 0.333(R) + 0.333(G) + 0.333(B) \quad (22.5)$$

Entonces hay que resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} (X) \\ (Y) \\ (Z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x & g_x & b_x \\ r_y & g_y & b_y \\ r_z & g_z & b_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R) \\ (G) \\ (B) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} (R) \\ (G) \\ (B) \end{bmatrix} \quad (23.5)$$

La solución del sistema:

$$\begin{bmatrix} (R) \\ (G) \\ (B) \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} (X) \\ (Y) \\ (Z) \end{bmatrix} \quad (24.5)$$

Una manera de escribir esta solución es:

$$\begin{bmatrix} (R) \\ (G) \\ (B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r & y_r & z_r \\ x_g & y_g & z_g \\ x_b & y_b & z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (X) \\ (Y) \\ (Z) \end{bmatrix} \quad (25.5)$$

Si se sustituyen las expresiones de (R), (G) y (B) en la ecuación para el blanco equienergético:

$$\begin{aligned} 1(W) &= 0.333x_r(X) + 0.333x_g(X) + 0.333x_b(X) + \\ &+ 0.333y_r(Y) + 0.333y_g(Y) + 0.333y_b(Y) + \\ &+ 0.333z_r(Z) + 0.333z_g(Z) + 0.333z_b(Z) \end{aligned} \quad (26.5)$$

o bien:

$$1(W) = 0.333(x_r + x_g + x_b)(X) + 0.333(y_r + y_g + y_b)(Y) + 0.333(z_r + z_g + z_b)(Z) \quad (27.5)$$

En el nuevo sistema de referencia la ecuación para el blanco es, por definición:

$$1(W) = 0.333(X) + 0.333(Y) + 0.333(Z) \quad (28.5)$$

Comparando las ecuaciones (25.6) y (28.6), salvo constantes superfluas, se deduce que debe cumplirse:

$$x_r + x_g + x_b = 1, \quad y_r + y_g + y_b = 1, \quad z_r + z_g + z_b = 1 \quad (29.5)$$

es decir, que hay que multiplicar los coeficientes de las ecuaciones de transformación por:

$$\frac{1}{x_r+x_g+x_b}; \quad \frac{1}{y_r+y_g+y_b}; \quad \frac{1}{z_r+z_g+z_b} \quad (30.5)$$

Finalmente las ecuaciones de transformación quedan:

$$\begin{pmatrix} (R) \\ (G) \\ (B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_r}{x_r+x_g+x_b} & \frac{y_r}{y_r+y_g+y_b} & \frac{z_r}{z_r+z_g+z_b} \\ \frac{x_g}{x_r+x_g+x_b} & \frac{y_g}{y_r+y_g+y_b} & \frac{z_g}{z_r+z_g+z_b} \\ \frac{x_b}{x_r+x_g+x_b} & \frac{y_b}{y_r+y_g+y_b} & \frac{z_b}{z_r+z_g+z_b} \end{pmatrix} \quad (31.5)$$

Estas ecuaciones permiten transformar la especificación de un color cualquiera en el sistema RGB en otra que tenga como estímulos de referencia los XYZ.

Para la determinación de las funciones de mezcla, en el presente trabajo, se ha seguido el segundo método. Las razones de esta elección son, en primer lugar la sencillez del método, y en segundo lugar, este método es el método físicamente más apropiado. Además, éste fue seguido por investigadores de reconocido prestigio que avalan la eficacia del método, como se dijo antes, fue seguido por Stiles y Burch en el 1958 y por De la Cruz en 1962.

La razón de la no elección del primer método fue la dificultad con que nos encontramos para conseguir muestras de color adecuadas. No sólo la cantidad, sino que cumplieran los requisitos obtenidos.

Finalmente se desechó el tercero porque había que tener en cuenta y utilizar la función eficiencia luminosa, tantas veces puesta en duda. Aparte de esto, el método numérico es altamente complicado y pensamos que el segundo método simplificaba mucho más las medidas.

5.2 MÉTODOS EXPERIMENTALES PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

5.2.1 MÉTODO DE MÁXIMA SATURACIÓN

Esta técnica es la que más se ha utilizado. El observador tiene que igualar una luz monocromática con una mezcla de tres primarios. Como la luz monocromática es demasiado saturada para que se pueda igualar con los tres primarios, uno de los tres primarios tiene que mezclarse con la longitud de onda de referencia, así se consigue desaturar el estímulo para que se pueda igualar. La mezcla experimental, y por tanto, las funciones de mezcla se pueden expresar matemáticamente como sigue:

$$\lambda\lambda \equiv RR + GG + BB \quad (32.5)$$

donde:

λ , R , G y B son los estímulos.

λ , R , G y B son las cantidades de los estímulos.

Independientemente del signo de las cantidades de los primarios, que obviamente una de las cantidades será negativa.

5.2.2 MÉTODO DE MAXWELL

Este método implica la determinación de las funciones de mezcla de color basadas en igualaciones de un mismo estímulo (gris-blanco). Las igualaciones se llevan a cabo igualando un estímulo blanco, que es la mezcla del estímulo monocromático de referencia y los tres primarios. La luz monocromática de referencia es la que se varía sistemáticamente a través de todo el espectro visible. Las funciones de mezcla se pueden determinar directamente de los datos obtenidos a partir de las igualaciones.

Algebraicamente, las igualaciones se pueden expresar como sigue:

$$\mathbf{W} \mathbf{W} \equiv \lambda \lambda + \mathbf{R}_\lambda \mathbf{R} + \mathbf{G}_\lambda \mathbf{G} + \mathbf{B}_\lambda \mathbf{B} \quad (33.5)$$

donde, al igual que antes, los símbolos en negrita son cantidades y el resto los estímulos.

Si se iguala sólo un estímulo blanco, la relación será la siguiente:

$$\mathbf{W} \mathbf{W} \equiv \mathbf{R}_w \mathbf{R} + \mathbf{G}_w \mathbf{G} + \mathbf{B}_w \mathbf{B} \quad (34.5)$$

Igualando los dos estímulos acromáticos:

$$\mathbf{R}_w \mathbf{R} + \mathbf{G}_w \mathbf{G} + \mathbf{B}_w \mathbf{B} \equiv \lambda \lambda + \mathbf{R}_\lambda \mathbf{R} + \mathbf{G}_\lambda \mathbf{G} + \mathbf{B}_\lambda \mathbf{B} \quad (35.5)$$

luego

$$\lambda \equiv (\mathbf{R}_w - \mathbf{R}_\lambda) \mathbf{R} + (\mathbf{G}_w - \mathbf{G}_\lambda) \mathbf{G} + (\mathbf{B}_w - \mathbf{B}_\lambda) \mathbf{B} \quad (36.5)$$

entonces

$$\lambda \lambda \equiv \mathbf{R} \mathbf{R} + \mathbf{G} \mathbf{G} + \mathbf{B} \mathbf{B} \quad (37.6)$$

y llegamos al final al método de máxima saturación.

La desventaja del método de Maxwell es que se necesitan dos igualaciones para determinar cada una de las funciones de mezcla de color y, como consecuencia, la variabilidad de los observadores es, por tanto doble (Mark D. Fairchild, 1989). Esta es la causa por la que, para la realización de la presente memoria, se eligió el método de máxima saturación.

5.3 MÉTODO SEGUIDO EN LA PRESENTE MEMORIA

Una vez seleccionados los primarios y calculadas las unidades de los mismos, como se explicó en anteriores capítulos, se procedió a los calibrados de ambos colorímetros como se indicó en el capítulo dedicado al dispositivo experimental.

Básicamente el procedimiento debería consistir en igualar las tres luces primarias, cuasimonocromáticas, a otra luz entre los 400nm y los 700nm, también cuasimonocromática. Como puede verse, este experimento es imposible porque para conseguir esto sería necesario que, dependiendo de la parte del espectro donde nos moviéramos, una de las radiancias de los primarios fuera negativa, por ejemplo:

$$RR + GG - BB = CC \quad (38.5)$$

donde:

R, G y B corresponden a las radiancias de cada uno de los primarios.

C corresponde a la radiancia de la longitud de onda que queremos igualar.

R, G y B son los tres primarios.

La manera natural de conseguir entonces que una de las radiancias de los primarios sea negativa es que sumemos uno de ellos, según la zona del espectro donde nos movamos como se vió en el capítulo anterior, a la longitud de onda que queremos igualar (de referencia), ahora tendremos:

$$RR + GG + B'B = CC + B''B \quad (39.5)$$

entonces, sin más que realizar una suma algebraica:

$$RR + GG - BB = CC \quad (40.5)$$

donde $-B = B' - B''$

Efectivamente, éste es el método utilizado en todas las observaciones. Una vez que se hubieron seleccionado los primarios y los desaturantes para cada zona del espectro, comenzaron las sesiones de observación. Este método sólo fue utilizado por Wright en 1931 y por De la Cruz en 1962 (De la Cruz, Tesis Doctoral, 1962). En el resto de los experimentos para la determinación de funciones de mezcla no se ha utilizado desaturante en el mismo sentido que aquí. Las igualaciones se realizaban mezclando, en un campo, dos primarios y en el otro la longitud de onda de referencia y el otro primario. En nuestro caso teníamos una luz añadida en uno de los campos, si bien esto no debe modificar de ninguna forma los resultados.

Recordemos que en el colorímetro variable tenemos las tres luces primarias y en el de referencia el desaturante (que es un primario) y la longitud de onda de referencia. Con el espectrorradiómetro se medía la radiancia espectral, coordenadas de cromaticidad, valores triestímulo, etc de la mezcla y de cada uno por separado. Como tenemos del calibrado todos los datos de todas las posiciones de los diafragmas del colorímetro variable, podemos intentar, en primera aproximación, conseguir una igualación entre la luces de ambos colorímetros. Primero hubo que buscar, mediante el método de ensayo y error, una mezcla de luces en el colorímetro de referencia cuyas coordenadas de cromaticidad estuvieran dentro del triángulo formado por los primarios y que tuviera una luminancia de 4.5cd/m^2 aproximadamente. La búsqueda en el colorímetro de referencia se hizo manipulando los diafragmas del colorímetro de referencia donde se alojan los filtros correspondientes a la longitud de onda de referencia y el desaturante. La razón fundamental de que todos los estímulos tuvieran aproximadamente 4.5cd/m^2 también fue experimental. En sesiones previas a las definitivas, que conllevaron a la realización de la presente memoria, se llevaron a cabo experiencias de todo tipo, por ejemplo, las sesiones de aprendizaje de algunos observadores. Pues bien, una de las pruebas consistió en estimar la luminancia máxima que los observadores podían soportar para que no les fuera molesto, recuérdese que la adaptación previa a cada sesión es a la oscuridad y que entre exposiciones hay oscuridad, si la

adaptación hubiera sido a una determinada luz, los estímulos presentados podrían haber tenido una luminancia mayor pero, en nuestro caso, éste era el límite en el que no se producía *deslumbramiento* y podía apreciarse el color de los estímulos sin ningún problema. Una vez encontrado el estímulo de referencia adecuado, se procedía a la búsqueda de las posiciones de los mandos del colorímetro variable que daban la igualación. Esta búsqueda la realizaba un programa de ordenador, en realidad esta igualación es la que hubiera hecho el Observador Patrón CIE 1931 porque el programa, en su búsqueda, utilizaba los valores triestímulo de cada una de las posiciones de los diafragmas del colorímetro variable. Otra cuestión que debía tenerse en cuenta fue que una vez encontradas las posiciones de los mandos del colorímetro variable, éstas no fueran extremas, es decir, que tuvieran un cierto margen antes de llegar al tope inferior o superior para poder hacer variaciones a partir de la posición de igualación; si esto no hubiera ocurrido, se hubiera tenido que empezar desde el principio con otras posiciones distintas de los diafragmas de los filtros del colorímetro de referencia. De esta manera, podríamos utilizar el método de los estímulos constantes modificado.

A partir de este momento, comienzan las sesiones experimentales de observación. Como ya se comentó en el capítulo de Condiciones Experimentales, tras una adaptación previa a la oscuridad de diez minutos, con el obturador subiendo y bajando a intervalos de ocho segundos y un tiempo de apertura de un segundo y medio, el observador comienza la igualación de los campos a partir de la igualación dada por el ordenador. Dado que el observador no tiene acceso a los mandos del colorímetro, es el operador del mismo el que los manipula a petición del observador. Esto no es más que el primer paso. Cuando el observador cree que la igualación está completada se le coloca varias veces para cerciorarse de que está completamente seguro de que ambos campos son iguales. Este fue uno de los métodos utilizados en la presente memoria.

Otro método usado en el presente trabajo tiene como primera parte el método anterior. Como el observador ya tiene una igualación, partiendo de ésta se le va variando la radiancia de cada uno de los primarios de manera continua; había un momento en el que la igualación se rompía, ese era el momento en el que se detectaba un extremo del umbral de la igualación. También se realizó este mismo experimento pero al revés, es decir, partiendo de una desigualación clara, ir acercándonos hacia el punto de igualación, así se obtuvo otro umbral para ese color. Como es lógico pensar, estos dos umbrales son bastante diferentes en

tamaño. El umbral obtenido mientras nos vamos alejando de la igualación es bastante más grande que el obtenido cuando nos vamos acercando. Cada uno de estos procesos se realizó diez veces. El centro, era casi el mismo en los dos procedimientos, así que como centro se tomó la media de los centros y como extremo, igualmente la media de los extremos. Este procedimiento se llevó a cabo para cada uno de los primarios.

El tercer método consistió en que cuando cada observador ha igualado los campos, se realiza un pequeño muestreo variando al azar las posiciones de equilibrio (posiciones en las que por el método anterior había igualado) en los tres mandos del colorímetro. El observador responde sólo *SI* o *NO* en el caso de que los campos sean iguales o distintos. Con esto se tantea cuales serán, casi con total seguridad, las posiciones en las que la igualación es la correcta. Numéricamente, el cálculo es muy simple y se reduce al cálculo del centro de masas de las posiciones para cada primario con su peso (el número de síes dados).

Ahora es cuando comienza la sesión final que nos daría las posiciones definitivas de los primarios y de donde posteriormente calcularemos las funciones de mezcla. El método utilizado fue el de los Estímulos Constantes Modificado, pues parece ser el mejor para este tipo de experimentos en colorimetría por ser todas medidas psicofísicas (Hita et al., 1982), además, de todos los utilizados por nosotros es el mejor, aunque este método tiene algunos detractores (Watson et al., 1990). La realización consistía en dejar inmóviles dos de los tres diafragmas de los primarios. El tercer filtro se movía abriéndolo y cerrándolo alrededor de la posición de igualación por el método antes indicado. El operador iba presentando los estímulos aleatoriamente. Así se asegura que el observador no estaba viciado a contestar y no podía saber, de antemano, qué posición iba a serle presentada en cada instante. Cada una de ellas se presentaba diez veces no consecutivas. Cada vez que se mostraba un estímulo, el experimentador daba por respuesta un "*SI*" o un "*NO*" según si la igualación era buena o mala respectivamente. El observador no manipulaba ninguna parte de los colorímetros durante las sesiones para dar mayor fiabilidad al experimento.

Antes de comenzar la presentación de estímulos, se exponía un par de veces igualaciones que no se tenían en cuenta o se mantenía abierto el obturador, esto era para que el observador tuviera tiempo de fijar bien la cabeza para el experimento y no lo hiciera durante la sesión, por las complicaciones que como se vió ello conlleva.

Esta operación se repetía para los otros dos filtros restantes. Con esta experiencia ya se puede saber como varía el umbral de discriminación de color en las direcciones principales. Estas direcciones son suficientes y no es necesario pasar a posiciones intermedias. Experimentalmente se pudo comprobar que los estímulos intermedios no contribuían a la variación del centro del umbral, pues estadísticamente estas posiciones intermedias son innecesarias.

Cada punto tiene asociado un peso (número de veces que la contestación era afirmativa). Un ajuste estadístico posterior, nos permitió determinar el umbral diferencial y el centro de esa nube de puntos. En la figura 1.5 se da un esquema de cómo se ha realizado el barrido de todos los puntos de la nube.

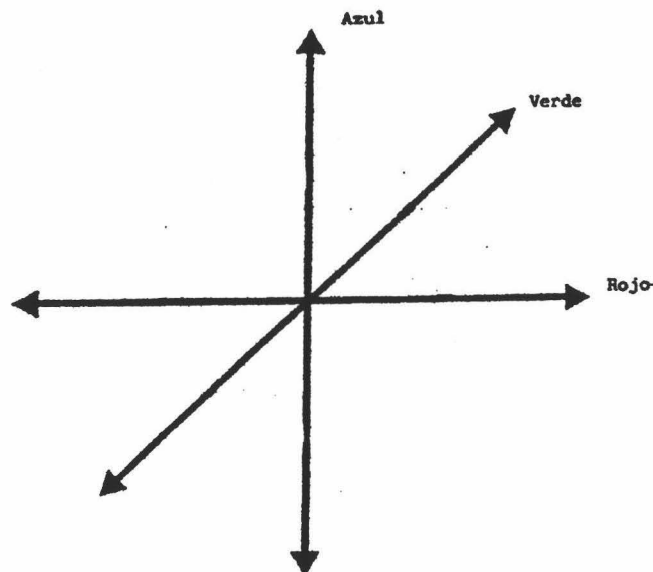


Figura 1.5.- Esquema de las direcciones de barrido del umbral diferencial.

Las sesiones nunca superaron los quince minutos y el número de sesiones diarias de cada observador fue de cinco, como máximo. La experiencia demuestra que un número grande de experiencias continuadas cansa al observador y le produce fatiga visual. Además se distribuyeron a lo largo de todo el día, pues también la experiencia nos dice que hay diferencias según la hora en que se realizan las sesiones. Todo esto viene corroborado por trabajos de otros autores que han trabajado en la materia (F. Viénot, 1977). De esta forma se pueden promediar las condiciones psicológicas del observador (Hita et al., 1981).

El número de observaciones para la determinación de la nube de puntos de cada igualación fue variable. Es obvio que se necesita mayor número de observaciones en la zona azul y azul-verdoso del lugar espectral que en la verde o roja. Pero promediando, se puede afirmar que para cada igualación se realizó una media de 25 posiciones diferentes de filtros para cada primario, en total 75 posiciones (se trabajó con tres primarios). Cada una fue repetida 10 veces (750 observaciones para cada longitud de onda). Como se midieron 34 longitudes de onda, esto hace un total de 25500 observaciones por cada observador. Como eran 7 observadores, el número total de igualaciones fue de 178500 aproximadamente.

La razón de que nos decantáramos por este tercer método fue porque comparando los dos últimos, se comprobó que el umbral del método de los estímulos constantes modificado era siempre más pequeño que el de las variaciones continuas. Además nunca hubo problemas cuando se partía de una desigualación clara y se iba acercando al centro (todos los observadores la distinguían perfectamente), pero sí cuando partíamos del centro y se iba alejando. Había veces que el observador no reconocía esa posición como igualación, entonces podía ocurrir dos cosas, la primera suponerla como un extremo y la segunda, desechar esa medida y no tenerla en cuenta. Hacer lo segundo, significa que en la equivalencia con el método de los estímulos constantes, no pudiera decirse "NO" en la supuesta igualación, lo cual, desvirtúa bastante el procedimiento y no deja libertad de elección y decisión al observador. Otro punto que se tuvo en cuenta fue que los observadores no se sintieran cómodos al experimentar con este método porque algunas veces tenían problemas para reconocer el punto de partida (si era igualación o desigualación); además las sesiones eran más cansadas que con los otros métodos y el observador se fatigaba antes.

En favor de él, se puede decir que los umbrales se podían calcular en menos tiempo y que el centro de los umbrales por ambos métodos fue prácticamente el mismo.

La razón de rechazo del primer método (igualación colorimétrica) fue, además de las dadas anteriormente, porque casi nunca coincidían estas igualaciones con las obtenidas por los otros dos métodos.

BIBLIOGRAFÍA

- STILES, W. S. and BURCH, J. M.- N. P. L. colour-matching investigation: Final report (1958).
Optica Acta, **6**, 1-26 (1959).

- GUILD, J.- The colorimetric properties of the spectrum.
Phil. Trans. Roy. Soc. (Lodon), **A20**, 149-187 (1931).

- FAIRCHILD, M. D.- A novel method for the determination of color matching function.
Color Res. Appl., **14**, 122-130 (1989).

- De la CRUZ CASTILLO, A.- **Contribución al estudio del fenómeno de la visión.**
Tesis Doctoral. Universidad de Madrid, 1962.

- HITTA, E., y ROMERO, J.- Análisis de la influencia de las condiciones de observación en los procesos de discriminación de color.
Opt. Pur. Apl., **14**, 11-17 (1982).

- WATSON, A. B. and FITZHUGH, A.- The method of constant stimuli is inefficient.
Perception & psychophysics., **47**, 87-91 (1990).

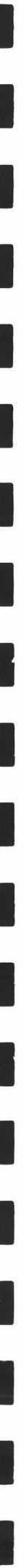
- VIÉNOT, F.- New equipment for the measurement of color-matching functions.
Color Res. Appl., **2**, 165-170 (1977).

- HITTA, E. y ROMERO, J.- Análisis de la influencia de las condiciones de observación en los procesos de discriminación en color.
Opt. Pur. Apl. **14**, 11-17 (1981).

**RESULTADOS DE LA
DETERMINACIÓN
EXPERIMENTAL DE LAS
FUNCIONES DE MEZCLA**

*Cuando puedes medir lo que dices y expresarlo en números sabes algo acerca de eso, pero si
no, tu conocimiento es escaso e insatisfactorio.*

(Lord Kelvin)



6.- RESULTADOS DE LA DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

En este capítulo mostraremos los resultados de las funciones de mezcla de color obtenidas por nosotros experimentalmente para poder discutirlos en el capítulo siguiente. También daremos las coordenadas de cromaticidad calculadas a partir de las anteriores.

En las tablas se ponen de manifiesto los aspectos más relevantes de nuestras medidas. En ellas se dan los valores medios de la nube de puntos calculados estadísticamente y los extremos (desviación típica).

En las páginas siguientes pueden observarse las tablas correspondientes a las funciones de mezcla de color así como las coordenadas de cromaticidad para distintos sistemas de representación de color.

Finalmente se exponen las gráficas correspondientes a cada tabla, y por consiguiente a cada sistema, para poder comparar los resultados con el observador patrón CIE 1931 en los sistemas RGB y XYZ y consecuentemente las coordenadas de cromaticidad.

6.1 FUNCIONES DE MEZCLA

Los primarios utilizados fueron 460nm, 530nm y 650nm, los mismos utilizados por Wright y el Dr. De la Cruz.

6.1.1 SISTEMA RGB DE GRANADA

ROJO		
Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.3551	0.1451
410	0.3434	0.0903
420	0.1671	0.1342
430	0.3062	0.0484
440	0.3236	0.0318
450	0.1592	0.0815
460	0.0000	0.0497
470	-0.1375	0.0589
480	-0.1405	0.0484
490	-0.1361	0.0901
500	-0.2992	0.0957
510	-0.2532	0.0711
520	-0.2307	0.0555
530	0.0000	0.0242
540	0.3825	0.0262
550	0.9247	0.0923
560	1.0212	0.0923

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
570	1.8419	0.0709
580	2.2521	0.3262
590	2.5274	0.1016
600	2.5978	0.1084
610	2.3967	0.1365
620	2.0363	0.0864
630	1.3301	0.1472
640	1.2998	0.0411
650	0.7900	0.0426
660	0.4392	0.0308
670	0.1477	0.0099
680	0.0739	0.0089
690	0.0716	0.0076
700	0.0476	0.0055

Tabla 1.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla ROJA (con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

VERDE

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	-0.0174	0.0033
410	-0.2587	0.0813
420	-0.3853	0.1474
430	-0.3099	0.0869
440	-0.2082	0.4601
450	-0.1223	0.0280
460	0.0000	0.0161

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
470	0.0108	0.0115
480	0.1495	0.0646
490	0.1803	0.0527
500	0.2769	0.0559
510	0.6326	0.0649
520	0.7391	0.0424
530	0.9284	0.0467
540	0.9863	0.0294
550	1.0049	0.0582
560	0.7828	0.0338
570	0.7754	0.0304
580	0.6051	0.0489
590	0.5674	0.0330
600	0.4129	0.0159
610	0.2462	0.0790
620	0.2384	0.0119
630	0.127	0.086
640	0.0024	0.0128
650	0.0000	0.0174
660	-0.0589	0.0219
670	-0.0339	0.0128
680	-0.0133	0.0050
690	-0.0154	0.0100
700	-0.0129	0.0049

Tabla 2.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla VERDE (con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

AZUL

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.4782	0.0441
410	0.7117	0.1496
420	1.0705	0.0468
430	1.3509	0.0972
440	1.8529	0.2469
450	1.3995	0.0841
460	1.0499	0.1088
470	0.8931	0.0669
480	0.5658	0.05066
490	0.3753	0.0703
500	0.3291	0.0442
510	0.2108	0.0244
520	0.1926	0.0211
530	0.0000	0.0355
540	-0.2512	0.0499
550	-0.0445	0.0568
560	-0.0077	0.0381
570	-0.0732	0.0466
580	-0.1718	0.0832
590	-0.0023	0.0471
600	-0.3671	0.0814
610	-0.2709	0.0395
620	-0.1049	0.2139
630	-0.2353	0.0746

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
640	0.0603	0.0404
650	0.0000	0.0317
660	0.0426	0.0191
670	0.0000	0.0000
680	0.0000	0.0000
690	0.0000	0.0000
700	0.0000	0.0000

Tabla 3.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla AZUL (con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

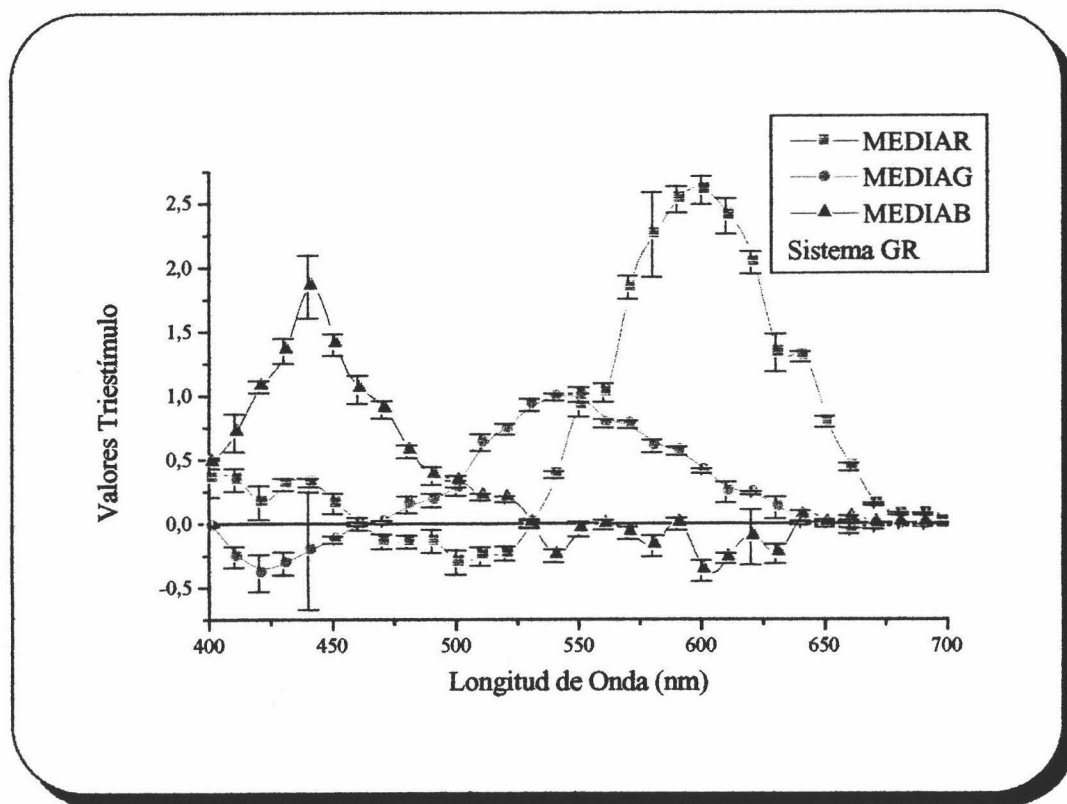


Figura 1.6.- Resultados de las funciones de mezcla para los primarios Wright y el Dr. De la Cruz.

6.1.2 SISTEMA RGB CIE

Los primarios utilizados son los RGB CIE (435.8nm, 546.1nm y 700nm). Los resultados se obtuvieron tras realizar las transformaciones explicadas en el método.

ROJO		
Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.0249	0.0134
410	0.0347	0.0000
420	0.0159	0.0019
430	0.0179	0.0039
440	0.0002	0.0359
450	-0.0116	0.0041
460	-0.0274	0.0011
470	-0.0380	0.0034
480	-0.0397	0.0000
490	-0.0365	0.0036
500	-0.0587	0.0046
510	-0.0759	0.0019
520	-0.0809	0.0021
530	-0.0659	0.0018
540	-0.0246	0.0000
550	0.0238	0.0038
560	0.0484	0.0038
570	0.1341	0.0058
580	0.1905	0.0278
590	0.2167	0.0676

580	0.1905	0.0278
590	0.2167	0.0676

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
600	0.2444	0.0078
610	0.2333	0.0072
620	0.1928	0.0024
630	0.1324	0.0069
640	0.1306	0.0022
650	0.0803	0.0023
660	0.0477	0.0011
670	0.0174	0.0003
680	0.0085	0.0005
690	0.0084	0.0006
700	0.0058	0.0008

Tabla 4.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla ROJA (para los primarios RGB CIE) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

VERDE		
Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.0039	0.0015
410	-0.0416	0.0189
420	-0.0622	0.0308
430	-0.0405	0.0194
440	-0.0144	0.0972
450	-0.0388	0.0070
460	0.0156	0.0049
470	0.0153	0.0034
480	0.0386	0.0139

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
490	0.0420	0.0119
500	0.0608	0.0121
510	0.1314	0.0136
520	0.1528	0.0090
530	0.1886	0.0101
540	0.1971	0.0067
550	0.2046	0.0128
560	0.1601	0.0075
570	0.1586	0.0069
580	0.1230	0.0117
590	0.1182	0.0075
600	0.0814	0.0046
610	0.0488	0.0168
620	0.0492	0.0057
630	0.0238	0.0187
640	0.0024	0.0032
650	0.0004	0.0041
660	-0.0108	0.0048
670	-0.0067	0.0026
680	-0.0026	0.0010
690	-0.0030	0.0020
700	-0.0026	0.0010

Tabla 5.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla VERDE (para los primarios RGB CIE) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

AZUL

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.1425	0.0132
410	0.2108	0.0451
420	0.3171	0.0148
430	0.4012	0.0295
440	0.5514	0.0762
450	0.4167	0.0252
460	0.3131	0.0326
470	0.2664	0.0200
480	0.1695	0.0155
490	0.1129	0.0212
500	0.0997	0.0135
510	0.0663	0.0076
520	0.0615	0.0065
530	0.0051	0.01085
540	-0.0695	0.0150
550	-0.0078	0.0173
560	0.0020	0.0115
570	-0.0176	0.0141
580	-0.0479	0.0251
590	0.0024	0.0142
600	-0.1072	0.0244
610	-0.0795	0.0122
620	-0.0301	0.0639
630	-0.0695	0.0227

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
640	0.0179	0.0121
650	0.0000	0.0096
660	0.0124	0.0058
670	-0.0001	0.0000
680	0.0000	0.0000
690	0.0000	0.0000
700	0.0000	0.0000

Tabla 6.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla AZUL (para los primarios RGB CIE) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

En la página siguiente se representan las funciones de mezcla *RGB CIE* (figura 2.6) obtenidas al transformar nuestros resultados a los primarios *RGB CIE*.

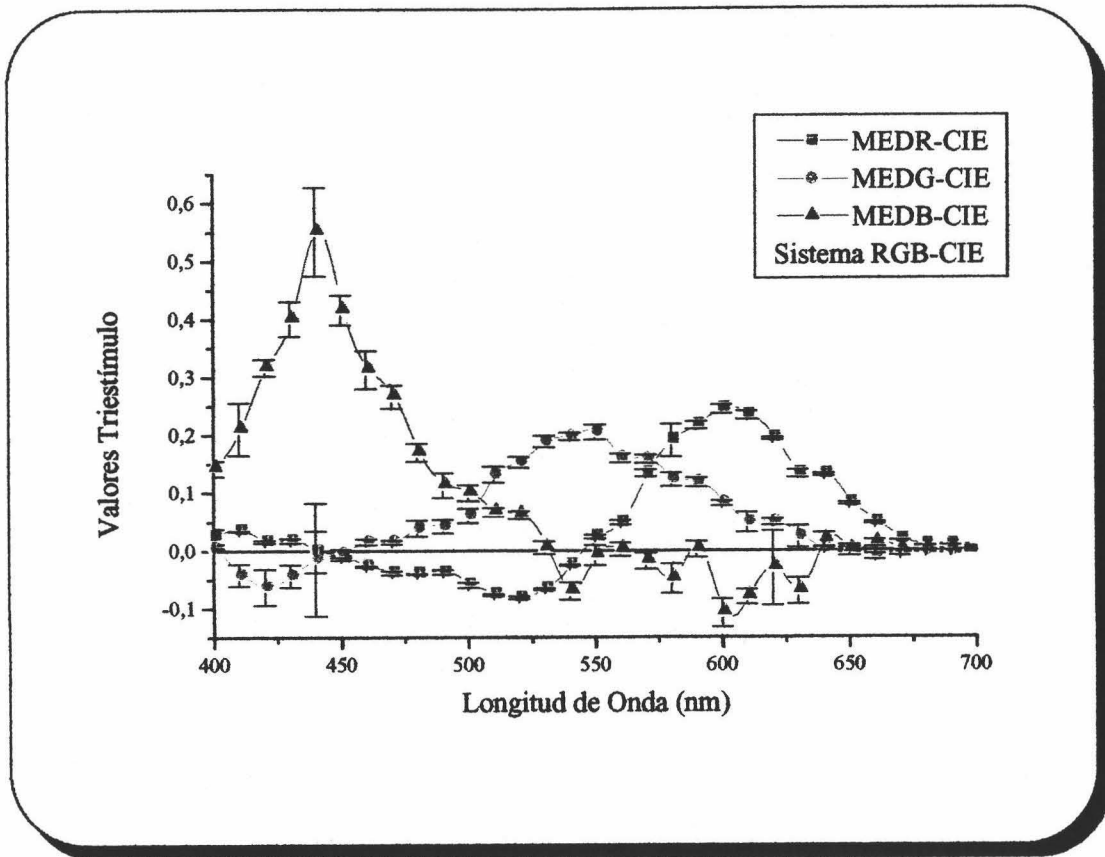


Figura 2.6.- Resultados de las funciones de mezcla para los primarios RGB CIE.

6.1.3 SISTEMA XYZ CIE 31

Los primarios son los XYZ CIE irreales creados por este comité en 1931. Igual que antes, los resultados que se obtienen corresponden con los calculados tras realizar las transformaciones oportunas también descritas en el capítulo de metodología.

Longitud de Onda (nm)	X	Desviación Estándar
	Valor triestímulo Medio	
400	0.2369	0.0545
410	0.2615	0.0827
420	0.2949	0.0761

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
430	0.4284	0.0565
440	0.5961	0.1569
450	0.4319	0.0522
460	0.3053	0.0484
470	0.2225	0.0381
480	0.1494	0.0391
490	0.1004	0.0547
500	0.0567	0.0492
510	0.0942	0.0379
520	0.1129	0.0289
530	0.1536	0.0249
540	0.1986	0.0268
550	0.4155	0.0523
560	0.4168	0.0368
570	0.6291	0.0441
580	0.6887	0.1255
590	0.8097	0.0479
600	0.6980	0.0570
610	0.6414	0.0633
620	0.5862	0.0887
630	0.3296	0.0777
640	0.3860	0.0255
650	0.2239	0.0242
660	0.1272	0.0179

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
670	0.0363	0.0049
680	0.0178	0.0033
690	0.0178	0.0038
700	0.0113	0.0024

Tabla 7.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla \bar{X} (para los primarios irreales CIE 1931) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

Y

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.0517	0.0210
410	-0.1436	0.0892
420	-0.2500	0.1442
430	-0.1533	0.0869
440	-0.0336	0.4149
450	-0.0044	0.0379
460	0.0629	0.0257
470	0.0482	0.0203
480	0.1477	0.0639
490	0.1634	0.0593
500	0.2263	0.0611
510	0.5309	0.0649
520	0.6239	0.0437
530	0.8003	0.0450
540	0.8761	0.0311
550	0.9626	0.0634

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
560	0.7835	0.0390
570	0.8611	0.0386
580	0.7523	0.0823
590	0.7594	0.0422
600	0.6116	0.0303
610	0.4524	0.0851
620	0.4171	0.0324
630	0.2373	0.0944
640	0.1427	0.0179
650	0.0845	0.0215
660	-0.0011	0.0215
670	-0.0134	0.0121
680	-0.0036	0.0121
690	-0.0056	0.0095
700	-0.0062	0.0049

Tabla 8.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla \bar{Y} (para los primarios irreales CIE 1931) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

Z		
Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
400	0.7976	0.7374
410	1.1773	0.2532
420	1.7707	0.0844
430	2.2419	0.1659
440	3.0842	0.4316

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
450	2.3309	0.1416
460	1.7524	0.1822
470	1.4913	0.1122
480	0.9507	0.0873
490	0.6341	0.1195
500	0.5610	0.0762
510	0.3786	0.0434
520	0.3526	0.0374
530	0.0391	0.0612
540	-0.3777	0.0845
550	-0.0318	0.0972
560	0.0202	0.0649
570	-0.0895	0.0790
580	-0.2612	0.1409
590	0.0200	0.0800
600	-0.5954	0.1366
610	-0.4419	0.0693
620	-0.1654	0.3576
630	-0.3875	0.1282
640	0.1007	0.0680
650	0.0000	0.0537
660	0.0686	0.0329
670	-0.0014	0.0000
680	0.0000	0.0000
690	0.0000	0.0000

Longitud de Onda (nm)	Valor triestímulo Medio	Desviación Estándar
700	0.0000	0.0000

Tabla 9.6.- Resultados de los valores medios de la función de mezcla \bar{Z} (para los primarios irreales CIE 1931) para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

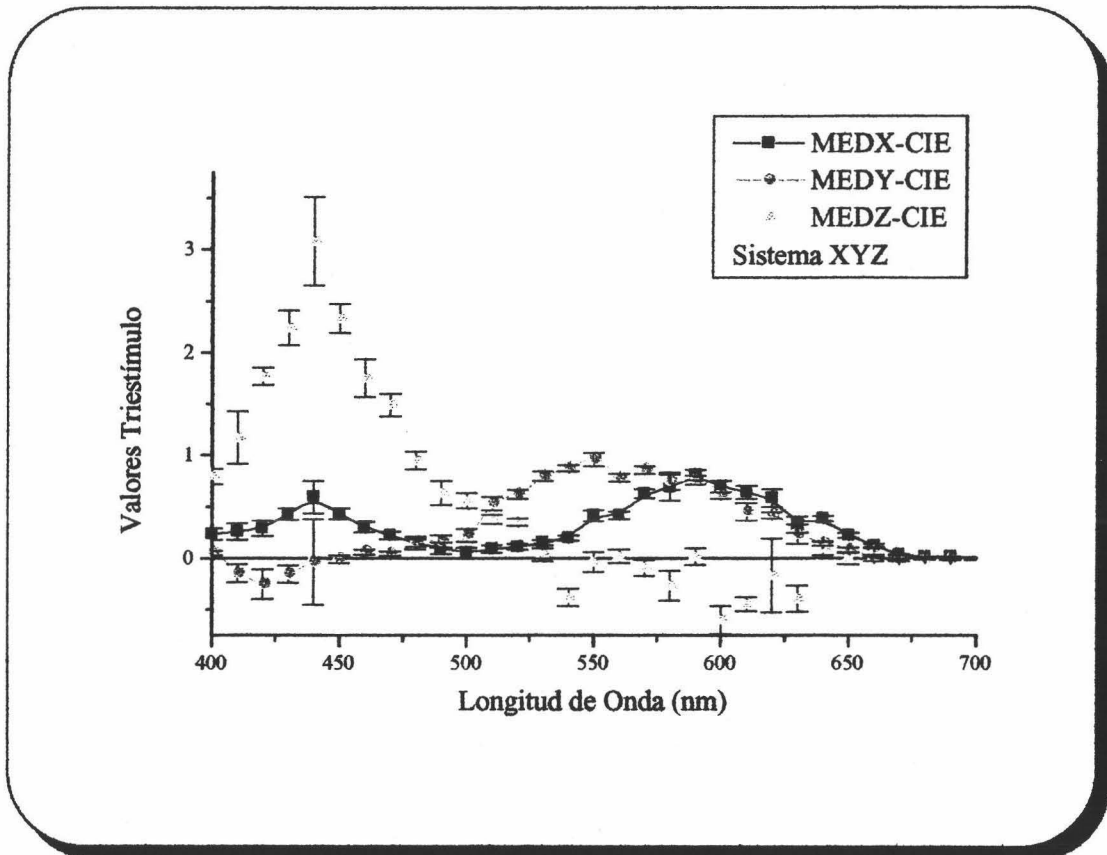


Figura 3.6.- Resultados de las funciones de mezcla para los primarios XYZ CIE 1931.

6.2 COORDENADAS DE CROMATICIDAD

6.2.1 SISTEMA RGB DE GRANADA

Los primarios utilizados son 460nm, 530nm y 650nm, los mismos utilizados por Wright y De la Cruz. Son las coordenadas de cromaticidad correspondientes a las funciones de mezcla calculadas y expuestas anteriormente.

ROJO		
Longitud de Onda (nm)	Coords. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.4352	0.0608
410	0.4312	0.0433
420	0.1961	0.0591
430	0.2273	0.0029
440	0.1644	0.0331
450	0.1108	0.0369
460	0.0000	0.0406
470	-0.1794	0.0925
480	-0.2444	0.1197
490	-0.3245	0.2517
500	-0.9760	0.5708
510	-0.4289	0.1863
520	-0.3291	0.1155
530	0.0000	0.0234
540	0.3422	0.0081
550	0.49049	0.0045
560	0.5685	0.0053
570	0.7239	0.0114
580	0.8386	0.0184
590	0.8173	0.0143
600	0.9828	0.0329
610	1.0104	0.0461
620	0.9386	0.0833
630	1.0891	0.1229
640	0.9557	0.0337

Longitud de Onda (nm)	Coords. Cromática Media	Desviación Estándar
650	1.0000	0.0557
660	1.0383	0.0886
670	1.2973	0.1429
680	1.2201	0.1082
690	1.2732	0.2009
700	1.3781	0.1988

Tabla 10.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad del primario ROJO con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

VERDE

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estandar
400	-0.0213	0.0073
410	-0.3249	0.1667
420	-0.4521	0.2506
430	-0.2300	0.0896
440	-0.1057	0.1988
450	-0.0851	0.0273
460	0.0000	0.0132
470	0.0142	0.0106
480	0.2600	0.0299
490	0.4298	0.0615
500	0.9026	0.2405
510	1.0718	0.1425
520	1.0544	0.1014
530	1.0000	0.0577

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estandar
540	0.8826	0.0521
550	0.5331	0.0250
560	0.4358	0.0146
570	0.3048	0.0076
580	0.2253	0.0174
590	0.1835	0.0000
600	0.1561	0.0057
610	0.1038	0.0200
620	0.1099	0.0090
630	0.1036	0.0354
640	0.0000	0.0088
650	0.0000	0.0197
660	-0.1389	0.0645
670	-0.2973	0.1429
680	-0.2201	0.1082
690	-0.2732	0.2009
700	-0.3781	0.1989

Tabla 11.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad del primario VERDE con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

AZUL

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.5861	0.0682
410	0.8937	0.1234
420	1.2560	0.3097

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
430	1.0027	0.0867
440	0.9413	0.1657
450	0.97430	0.0641
460	1.0000	0.0537
470	1.1652	0.1031
480	0.9844	0.1496
490	0.8947	0.1902
500	1.0734	0.3303
510	0.3572	0.0438
520	0.2747	0.0141
530	0.0000	0.0343
540	-0.2248	0.0602
550	-0.0236	0.0295
560	-0.0043	0.0199
570	-0.0288	0.0189
580	-0.0639	0.0358
590	0.0000	0.0144
600	-0.1389	0.0386
610	-0.1142	0.0261
620	-0.0485	0.0923
630	-0.1927	0.0876
640	0.0443	0.0249
650	0.0000	0.0359
660	0.1006	0.0240
670	0.0000	0.0000

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática	
	Media	Desviación Estándar
680	0.0000	0.0000
690	0.0000	0.0000
700	0.0000	0.0000

Tabla 12.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad del primario AZUL con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

En la página siguiente (figura 4.6) se representan las coordenadas de cromaticidad correspondientes a las funciones de mezcla funciones de mezcla con nuestros primarios:

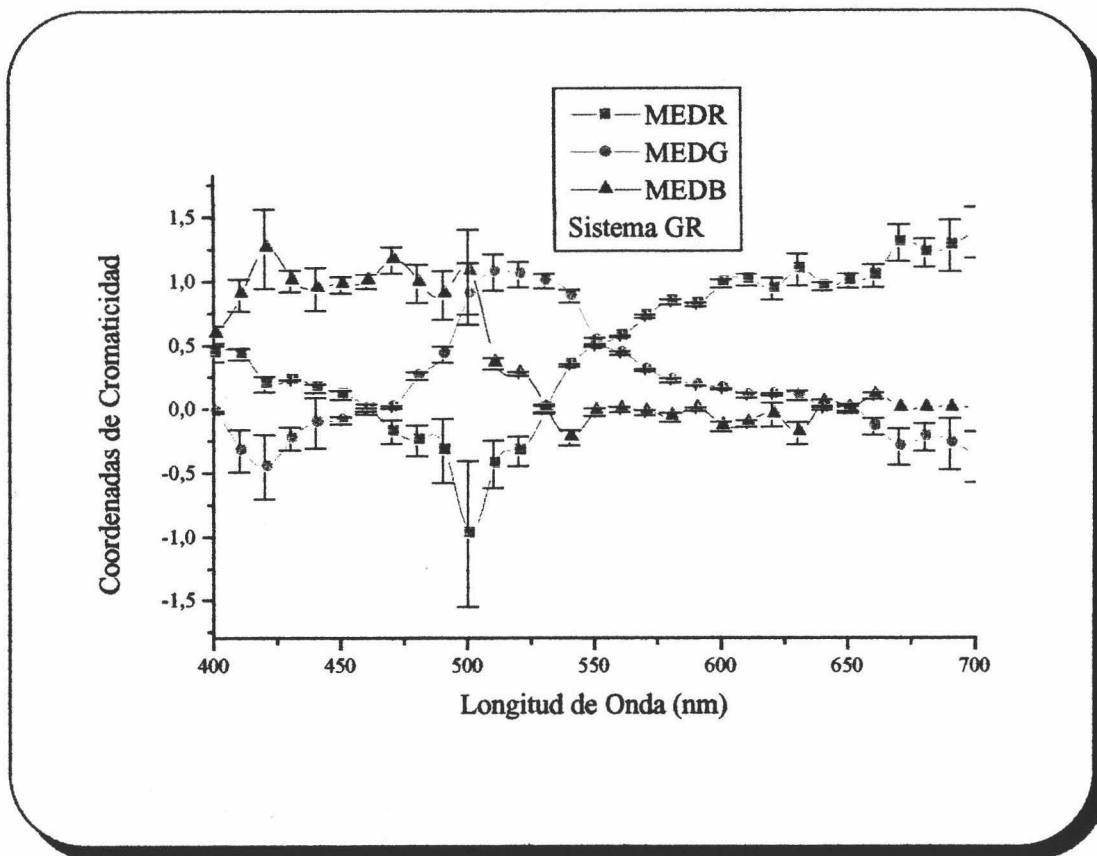


Figura 4.6.- Resultados de las coordenadas de cromaticidad media para cada longitud de onda con su desviación estándar asociada con los primarios Wright y el Dr. De la Cruz.

6.2.2 SISTEMA RGB CIE

Los primarios utilizados son 435.8nm, 546.1nm y 700nm con las unidades CIE 1931.

ROJO		
Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.1451	0.0467
410	0.7025	0.0424
420	0.0606	0.0029
430	0.0476	0.0142
440	-0.0012	0.0530
450	-0.0289	0.0118
460	-0.0909	0.0135
470	-0.1561	0.0282
480	-0.2353	0.0289
490	-0.3074	0.0957
500	-0.5764	0.1668
510	-0.6266	0.1143
520	-0.6075	0.0847
530	-0.5159	0.0549
540	-0.2389	0.0348
550	0.10789	0.0000
560	0.2301	0.0062
570	0.4874	0.0241
580	0.7173	0.0559
590	0.6426	0.0316

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática	Desviación
	Media	Estándar
600	1.1182	0.1304
610	1.1515	0.1445
620	0.9095	0.2221
630	1.5281	0.4964
640	0.8650	0.0771
650	0.9888	0.1383
660	0.9682	0.1679
670	1.6548	0.3378
680	1.4679	0.2447
690	1.5954	0.4571
700	1.8622	0.4893

Tabla 13.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario ROJO con los primarios RGB CIE para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

VERDE

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática	Desviación
	Media	Estándar
400	0.0232	0.0042
410	-0.2039	0.1193
420	-0.2292	0.1307
430	-0.1129	0.0580
440	-0.0268	0.1497
450	-0.0097	0.0169
460	0.0517	0.0087
470	0.0628	0.0063
480	0.2291	0.0377

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
490	0.3547	0.0075
500	0.5971	0.0448
510	1.0808	0.0794
520	1.1462	0.0742
530	1.4759	0.1236
540	1.9136	0.2705
550	0.9272	0.0729
560	0.7604	0.0423
570	0.5765	0.0281
580	0.4632	0.0554
590	0.3504	0.0067
600	0.3724	0.0356
610	0.2408	0.0338
620	0.2323	0.0388
630	0.2742	0.0406
640	0.0159	0.0176
650	0.0113	0.0399
660	-0.2191	0.1204
670	-0.6369	0.3288
680	-0.4550	0.238
690	-0.5792	0.4449
700	-0.8389	0.4763

Tabla 14.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario VERDE con los primarios RGB CIE para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

AZUL		
Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.8317	0.0509
410	1.0337	0.0769
420	1.1686	0.1278
430	1.0654	0.0438
440	1.0280	0.0967
450	1.0387	0.0287
460	1.0391	0.0221
470	1.0933	0.0345
480	1.0062	0.0667
490	0.9526	0.0882
500	0.9793	0.1219
510	0.5458	0.0349
520	0.46129	0.0105
530	0.0399	0.0686
540	-0.6747	0.2357
550	-0.0351	0.0725
560	0.0095	0.0485
570	-0.0639	0.0522
580	-0.1805	0.1112
590	0.0071	0.0384
600	-0.4907	0.1660
610	-0.3923	0.1107
620	-0.1418	0.2608
630	-0.8022	0.4558
640	0.1191	0.0595

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
650	0.0000	0.0985
660	0.2509	0.0475
670	-0.0178	0.0089
680	-0.0128	0.0065
690	-0.0162	0.0121
700	-0.0233	0.0130

Tabla 15.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario AZUL con los primarios RGB CIE para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

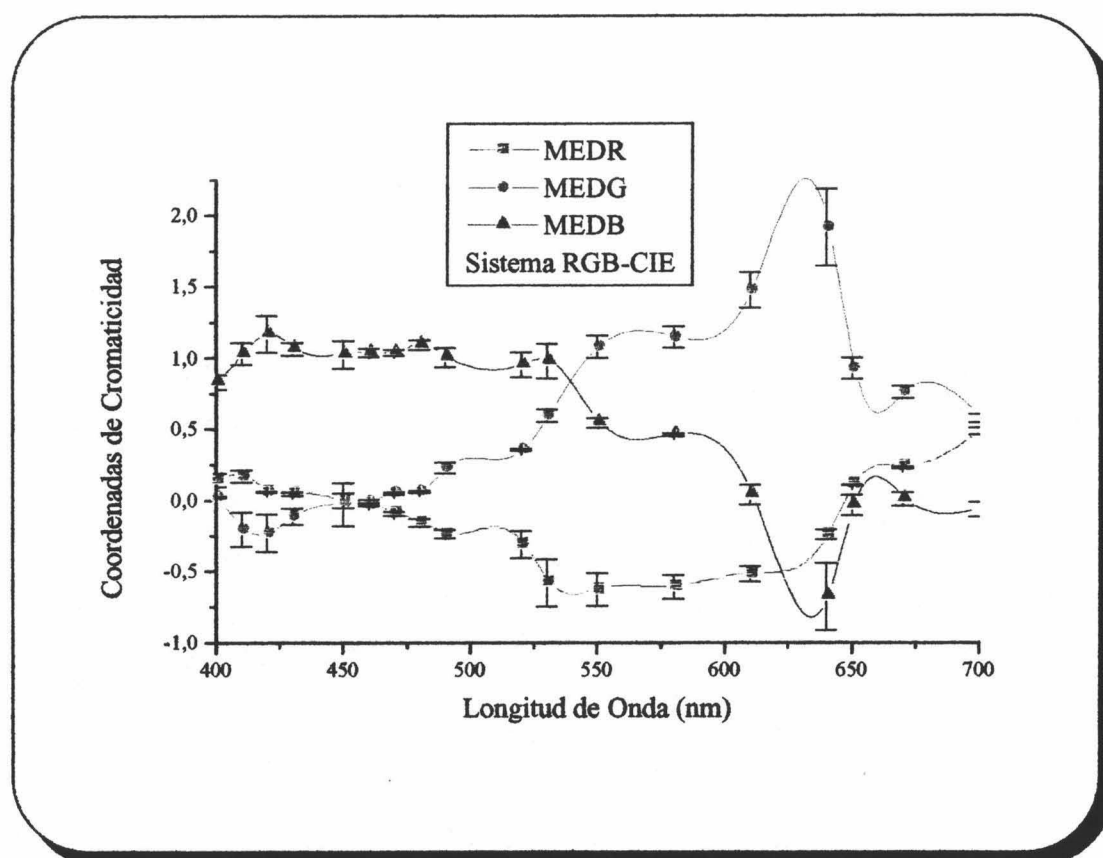


Figura 5.6.- Resultados de las coordenadas de cromaticidad media para cada longitud de onda con su desviación estándar asociada con los primarios RGB CIE.

6.2.3 SISTEMA XYZ CIE 31

Los primarios son los XYZ CIE 31 (irreales) creados por este comité en 1931.

Longitud de Onda (nm)	X	
	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.2232	0.0583
410	0.1905	0.1043
420	0.1550	0.0555
430	0.1692	0.0357
440	0.1636	0.0739
450	0.1568	0.0261
460	0.1439	0.0336
470	0.1311	0.0284
480	0.1202	0.0421
490	0.1108	0.0764
500	0.0641	0.0653
510	0.0915	0.0444
520	0.1007	0.0315
530	0.1547	0.0378
540	0.2848	0.0748
550	0.3066	0.0637
560	0.3435	0.0489
570	0.4549	0.0551
580	0.5814	0.1548
590	0.5121	0.0539
600	0.9899	0.2301

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
610	1.0021	0.2345
620	0.6384	0.3575
630	1.2669	1.9177
640	0.6184	0.0994
650	0.7259	0.1984
660	0.8447	0.2207
670	1.1175	0.8334
680	1.1889	0.4161
690	1.2385	1.1411
700	1.3214	1.9607

Tabla 16.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario X CIE 1931 para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

Y		
Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	-0.0298	0.0240
410	-0.1230	0.0477
420	-0.1516	0.0782
430	-0.0589	0.0312
440	0.0000	0.1133
450	0.0114	0.0137
460	0.0297	0.0150
470	0.0357	0.0135
480	0.1055	0.0572
490	0.1771	0.0893

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
500	0.2735	0.0928
510	0.5285	0.0734
520	0.5743	0.0519
530	0.8059	0.0787
540	1.2613	0.1893
550	0.7189	0.0928
560	0.6456	0.0649
570	0.6204	0.0647
580	0.6476	0.1693
590	0.4734	0.0523
600	0.8755	0.2382
610	0.7145	0.1810
620	0.4310	0.2846
630	0.9042	1.3487
640	0.2289	0.0556
650	0.2740	0.1197
660	-0.0247	0.1193
670	-0.4099	0.7534
680	-0.1569	0.3889
690	-0.3167	1.0394
700	-0.4228	1.7233

Tabla 17.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario Y CIE 1931 para cada longitud de onda con su desviación estandar asociada.

Longitud de Onda (nm)	Z	
	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
400	0.8066	0.0691
410	0.9325	0.1384
420	0.9966	0.1195
430	0.8898	0.0579
440	0.8371	0.1509
450	0.8318	0.0356
460	0.8263	0.0438
470	0.8332	0.0378
480	0.7743	0.0796
490	0.7121	0.1287
500	0.6624	0.1172
510	0.3799	0.0657
520	0.3249	0.0446
530	0.0394	0.0620
540	-0.5461	0.1419
550	-0.0256	0.0719
560	0.0109	0.0534
570	-0.0754	0.0562
580	-0.2289	0.1069
590	0.0145	0.0504
600	-0.8653	0.2487
610	-0.7166	0.0239
620	-0.0692	0.4826
630	-0.7314	0.1862
640	0.1527	0.1018

Longitud de Onda (nm)	Coord. Cromática Media	Desviación Estándar
650	0.0000	0.1741
660	0.1801	0.1841
670	-0.0270	0.0258
680	-0.0319	0.0076
690	-0.0597	0.0259
700	-0.1013	0.1367

Tabla 18.6.- Resultados de los valores medios de las coordenadas de cromaticidad para el primario Z CIE 1931 para cada longitud de onda con su desviación estándar asociada.

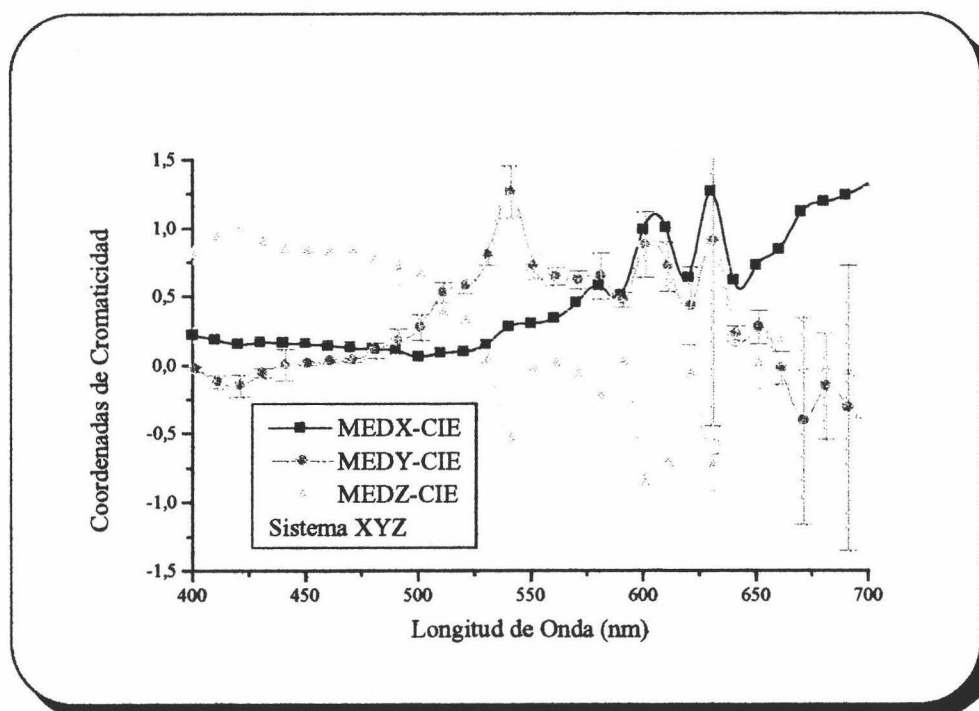


Figura 6.6.- Resultados de las coordenadas de cromaticidad medias para cada longitud de onda con su desviación estándar asociada con los primarios XYZ CIE 1931.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

*Ninguna investigación merece el nombre de Ciencia si no pasa por la demostración
matemática.*

(Leonardo da Vinci)



7.- ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Antes de comenzar a comentar la variabilidad interobservador a partir de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, ya que esta discusión está basada en la desviación típica sería conveniente dar la explicación probabilística de este estadístico. Si se tiene un conjunto de medidas con una distribución gaussiana, dicha distribución normal estará centrada en la media muestral, y a cada lado de esta se distribuyen el resto de medidas. Por definición, una distribución gaussiana tiene dos colas asintóticas que nunca llegan a tocar a eje x sino en el infinito, pero la probabilidad de que una observación de esta variable se encuentre en el intervalo $]m - \sigma, m + \sigma[$ es de 0.33, es decir, de cada 100 observaciones obtengamos de tal variable, 33 estarán en ese intervalo. Si tomáramos dos veces la desviación típica a cada lado de la media muestral, de cada 100 veces que se realice el experimento, el número de veces que los valores van caer dentro de ese rango es de 66 y si tomamos tres veces la desviación típica (a cada lado de la media muestral) de 100 veces, serán 99 (Rohatgi, 1976).

Se pretende dar una idea de cómo es la variabilidad del conjunto de las medidas realizadas por todos los observadores, es decir, la dispersión total del grupo. En el capítulo anterior se mostró la media de las funciones de mezcla para cada longitud de onda con su error estandar. Estos cálculos están realizados tomando el conjunto de todas las medidas de

los observadores en cada punto del espectro medido y posteriormente, de todas las medidas juntas se calcularon las medias y las desviaciones típicas. La discusión se centra en las funciones de mezcla para los primarios de Wright, que fueron con los que se midieron experimentalmente las funciones de mezcla.

Según los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se puede realizar una valoración de la variabilidad global de las funciones de mezcla de color obtenidas en nuestros laboratorios. Realizando un análisis pormenorizado de las desviaciones típicas para cada función de mezcla por separado, podemos observar que en la función de mezcla roja, las longitudes de onda donde las desviaciones típicas han superado 0.1 son los 400nm, 420nm, 590nm, 600nm, 610nm y 630nm. Las que pertenecían al intervalo entre 0.1 y 0.09 son los 410nm, 490nm, 500nm, 550nm y 560nm y las que estaban en la banda entre los 0.8 y 0.9 los 450nm y 620nm. Según esto, las desviaciones más grandes se encuentran en los azules al principio del espectro (400nm, 410nm y 420nm), en la zona media, verdes y amarillos (550nm, 560nm y 590nm) así como al final del espectro visible, en la zona roja (60nm, 610nm, 620nm y 630nm).

Si ahora nos centramos en la función de mezcla verde, con una desviación típica de más de 0.1 están los 420nm y los 440nm y en el intervalos entre 0.8 y 0.9 los 410nm, 430nm y 630nm, es decir, prácticamente la zona de los azules.

Por último, al estudiar la función de mezcla azul, se observa que las longitudes de onda de 410nm, 440nm, 460 y 620nm tienen una desviación típica mucho mayor de 0.1, entre 0.9 y 0.8 están los 430nm y entre 0.8 y 0.9 los 450nm, 580nm y 600nm; de nuevo se muestra claramente la tendencia a la gran dispersión en la zona azul del espectro.

Es importante resaltar que en cada función de mezcla, cuando los primarios son nulos, su desviación típica es mayor que la magnitud. Esto no resta imprecisión ni suma incertidumbre a los resultados. Es lógico pensar que si la media es nula, por fuerza, la desviación típica tiene que ser mayor que la media.

7.1 ANÁLISIS DE LA VARIANZA (ANOVA)

Nos proponemos comprobar si la media de las funciones de mezcla de todos los observadores (calculadas para cada longitud de onda) pueden considerarse iguales o no. Para ello vamos a realizar un *contraste de hipótesis*.

El proceso que se seguirá será el siguiente (Rohatgi, 1976):

- 1.- Se formula una hipótesis acerca de la población.
- 2.- Se fijan los márgenes de error.
- 3.- A partir de los valores muestrales se acepta o se rechaza la hipótesis.

Para aclarar un poco más lo anterior y toda la explicación posterior, daremos una serie de definiciones que consideramos convenientes:

HIPÓTESIS NULA(H_0):

Hipótesis que se formula y que se quiere contrastar, es una afirmación sobre el total de la población que se acepta o se rechaza en función de los resultados muestrales.

ESTADÍSTICO DEL CONTRASTE:

Función de los valores muestrales. Variable que sigue una distribución de probabilidad dada. Toma un valor para cada muestra.

ESTIMADOR:

Es la función de las observaciones muestrales, es decir, un estadístico que permite obtener un valor aproximado de alguna característica de la población. Por tanto, es una variable aleatoria en el muestreo que tendrá su correspondiente función de distribución y ley de probabilidad.

REGIÓN CRÍTICA Y DE ACEPTACIÓN:

Al aplicar un contraste de hipótesis, los puntos del espacio muestral se pueden dividir en dos regiones complementarias (y excluyentes); la región crítica contiene los valores del

estadístico que nos llevan a rechazar la H_0 , por contra, la región de aceptación es la que contiene los valores del estadístico del contraste de hipótesis que nos llevan a aceptar H_0 .

ERROR TIPO I:

El cometido al rechazar la hipótesis nula siendo verdadera.

ERROR TIPO II:

El cometido al aceptar la hipótesis nula siendo falsa.

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN (α):

La probabilidad de cometer un error tipo I, en general se denota $\alpha \in]0, 1[$. Según la definición es necesario realizar la siguiente observación, si $\alpha = 0.05$, rechazamos un 5% de las veces la H_0 siendo cierta (error tipo I), ahora bien, si fijamos un α menor (y así limitamos el error), se aumenta la probabilidad de cometer un error tipo II. Lo importante es decir si la hipótesis se acepta o se rechaza y con qué nivel de significación.

P-VALOR (p):

Es el nivel de significación α cuando se trabaja con la distribución de los datos experimentales, es decir, los de la muestra.

En el presente trabajo, se han obtenido las funciones de mezcla para siete observadores, desde los 400nm hasta los 700nm, medidas de 10nm en 10nm. ***La variable aleatoria, en nuestro caso son las medias de las funciones de mezcla para cada uno de los observadores y para cada longitud de onda.*** Al determinar experimental estas funciones de mezcla y en la realización de las medidas, en los observadores influyen una serie de factores como pueden ser el estado de ánimo, hora del día en que se realizan las observaciones, época del año, cansancio, edad, sexo, entre otras muchas, y, al menos en primera aproximación, podemos admitir que estos efectos son aditivos. Además, a todos los efectos anteriores hay que sumar otro que es la causa del azar. Si todos los efectos anteriores (no aleatorios) se mantienen constantes, las medidas realizadas (funciones de mezcla) presentarán variaciones que se podrán considerar atribuibles a un gran número de causas (pequeñas o grandes) no distinguibles entre sí, estas son las variaciones aleatorias (o de azar). El propósito de la técnica del análisis de la varianza (ANOVA) es contrastar esta heterogeneidad, así se podrá

saber si tales factores son realmente causas asignables a la variación que se trata de estudiar, o bien, dicha variación se debe atribuir al efecto del azar. Es decir, con esta técnica se pretende separar las componentes de la variación que aparecen en un conjunto de datos estadísticos.

Las hipótesis de partida son (Rohatgi, 1976):

- 1) Aleatoriedad de las muestras.
- 2) Independencia de las variables.
- 3) Normalidad de las distribuciones.
- 4) Homogeneidad de las varianzas.

En esencia, la ANOVA es un contraste de igualdad de medias. La contrastación de la igualdad de medias se lleva a cabo mediante un análisis o descomposición de la variabilidad total de las observaciones muestrales en componentes aditivos, y de ahí su nombre.

La hipótesis nula que se pretende contrastar es la afirmación de que las funciones de mezcla obtenidas por los siete observadores son iguales, es decir, todos los observadores tienen la misma media, por tanto todas proceden de una misma población y, al ser iguales, la media de todas las medidas realizadas por los siete observadores, es una medida representativa de la población, es decir, la media de las funciones de mezcla obtenidas, es una buena representación de la población y por tanto puede suponerse que existe un **OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO** (para campos pequeños en este caso) representativo del colectivo humano.

La realización de la ANOVA está hecha para un nivel de significación de 0.05. Los valores de la F de Fisher-Snedecor, según se puede apreciar en las tablas siguientes, varía de una longitud de onda a otra. La razón es que el valor de esta distribución depende del número de medidas (entre otras cosas) y como este número es variable de unas longitudes de onda a otra, e incluso de unas funciones de mezcla a otra, dicho valor no es constante. En cualquier caso, en cada punto, hemos dado el valor de dicha distribución y, para que la hipótesis de partida (hipótesis nula) no se rechace, debe ocurrir que el valor experimental de la F sea menor que el valor teórico.

El contraste de hipótesis puede interpretarse teniendo en cuenta que si el valor experimental de la distribución F es significativamente grande, la parte de la variabilidad debida a las diferencias entre las medidas de los tratamientos y la media total es significativamente mayor que la parte de variabilidad debida a los errores aleatorios y por tanto se sugiere rechazar H_0 . (Almécija, et al, 1993).

En las siguientes tablas (1.7), (2.7) y (3.7) pueden verse reflejados los valores de las F de Fisher-Snedecor, el p -valor y si la hipótesis nula se rechaza o no para cada longitud de onda y cada función de mezcla (según se indique en la misma).

Función de mezcla ROJA

<i>Longitud de Onda (nm)</i>	<i>F experimental</i>	<i>F teórica</i>	<i>P valor</i>	<i>H₀</i>
400	0	2.09	0.75	<i>No se rechaza</i>
410	18	2.09	$8.43 \cdot 10^{-13}$	<i>Se rechaza</i>
420	58	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
430	223	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
440	107	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
450	147	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
460	566	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
470	180	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
480	346	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
490	869	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
500	340	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
510	1.780	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
520	90	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
530	150	2.29	0	<i>Se rechaza</i>
540	38	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
550	173	2.09	0	<i>Se rechaza</i>

Función de mezcla ROJA

Longitud de Onda (nm)	F experimental	F teórica	P valor	H₀
560	174	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
570	279	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
580	981	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
590	110	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
600	498	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
610	263	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
620	431	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
630	454	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
640	32	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
650	69	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
660	969	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
670	8.67	2.09	6.88 10 ⁻⁹	<i>Se rechaza</i>
680	18	2.26	1.85 10 ⁻¹⁴	<i>Se rechaza</i>
690	153	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
700	72	2.09	0	<i>Se rechaza</i>

Tabla 1.7.

Función de mezcla VERDE

Longitud de Onda (nm)	F experimental	F teórica	P valor	H₀
400	30	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
410	50	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
420	14	2.09	3.37 10 ⁻¹³	<i>Se rechaza</i>
430	77	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
440	86	2.21	0	<i>Se rechaza</i>

Función de mezcla VERDE

<i>Longitud de Onda (nm)</i>	<i>F experimental</i>	<i>F teórica</i>	<i>P valor</i>	<i>H₀</i>
450	24	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
460	566	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
470	8.93	2.3	4.86 10 ⁻⁷	<i>Se rechaza</i>
480	715	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
490	402	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
500	265	2.17	0	<i>Se rechaza</i>
510	1.264	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
520	91	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
530	150	2.29	0	<i>Se rechaza</i>
540	37	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
550	58	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
560	46	2.12	0	<i>Se rechaza</i>
570	53	2.07	0	<i>Se rechaza</i>
580	180	2.27	0	<i>Se rechaza</i>
590	54	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
600	26	2.29	0	<i>Se rechaza</i>
610	47	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
620	0.46	2.27	0.81	<i>No se rechaza</i>
630	48	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
640	0	2.09	0.75	<i>No se rechaza</i>
650	69	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
660	4.356	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
670	53	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
680	37	2.26	0	<i>Se rechaza</i>

Función de mezcla VERDE

Longitud de Onda (nm)	F experimental	F teórica	P valor	H₀
690	176	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
700	40	2.09	0	<i>Se rechaza</i>

Tabla 2.7.

Función de mezcla AZUL

Longitud de Onda (nm)	F experimental	F teórica	P valor	H₀
400	75	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
410	65	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
420	23	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
430	77	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
440	10	2.21	4.53 10 ⁻⁹	<i>Se rechaza</i>
450	39	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
460	566	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
470	70	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
480	86	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
490	364	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
500	510	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
510	293	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
520	20	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
530	150	2.29	0	<i>Se rechaza</i>
540	41	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
550	483	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
560	82	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
570	107	2.21	0	<i>Se rechaza</i>

Función de mezcla AZUL

<i>Longitud de Onda (nm)</i>	<i>F experimental</i>	<i>F teórica</i>	<i>P valor</i>	<i>H₀</i>
580	209	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
590	123	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
600	44	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
610	54	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
620	125	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
630	206	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
640	119	2.09	0	<i>Se rechaza</i>
650	69	2.21	0	<i>Se rechaza</i>
660	13	2.21	$5.64 \cdot 10^{-10}$	<i>Se rechaza</i>
670	0	2.09	0.65	<i>No se rechaza</i>
680	0	2.26	0.85	<i>No se rechaza</i>
690	0	2.21	0.70	<i>No se rechaza</i>
700	0	2.09	0.80	<i>No se rechaza</i>

Tabla 3.7.

A la vista de estas tablas, podemos apreciar que la hipótesis nula no se rechaza para la función de mezcla roja en los 400nm. Aquí podemos afirmar que todos los observadores son iguales y la media común de todos ellos es representativa. Lo mismo ocurre en la función de mezcla verde en los 620nm, al igual que en la anterior, podemos afirmar lo mismo. De nuevo encontramos el mismo resultado para para la función de mezcla verde de los 640nm y la función de mezcla azul de 670nm, 680nm, 690nm y 700nm. Ahora bien, en este último caso la razón por la que todos los observadores son iguales es que todos igualaron en cero, es decir, todos igualaron con una apertura de diafragma en la que la señal del espectrorradiómetro, con el que se realizó el calibrado, era cero. No quiere decir esto que todos igualaran con la misma apertura de dicho diafragma, sino que en toda esa zona, no había señal.

A la vista de los resultados, puede comprobarse que el valor de la distribución F de Fisher-Snedecor experimental, en casi todos los casos, alcanza un valor superior a la teórica, además, el p -valor, en casi todos los casos, también es cero o muy próximo a cero, esto significa que el nivel de significación de los datos experimentales es cero, es un dato definitivo para rechazar la hipótesis nula y poder afirmar que todos los observadores son distintos, que no hay media común y por tanto que no existe, en principio y según estos resultados, un **OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO para campos pequeños**.

La hipótesis alternativa en el análisis de la varianza no especifica qué medidas son diferentes, lo que establece es que existe al menos una diferente de las otras, con lo cual el rechazo de la hipótesis nula no puede emplearse para emplear una alternativa en particular.

Es necesario un análisis más completo para estudiar esas diferencias, llamado *análisis posterior a la ANOVA*.

Un método puede ser la comparación por parejas, que consiste en realizar un contraste o construir un intervalo de confianza para cada diferencia de dos medias $\mu_i - \mu_j; i \neq j$ utilizando el estadístico:

$$T = \frac{X_i - X_j - [\mu_i - \mu_j]}{S_R \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \quad (1.7)$$

(donde S_R es la *varianza residual*) que sigue una distribución t de Student $t(n-k)$ donde $n-k$ son los grados de libertad.

Sin embargo, al aplicar reiteradamente esta técnica para cada par de tratamientos, se presenta el denominado *problema de los contrastes múltiples*, pueden realizarse $\binom{k}{2}$ comparaciones de parejas, de las cuales sólo $k-1$ serían independientes. Si α es el nivel de significación de cada uno de los contrastes anteriores, la probabilidad conjunta de aceptar simultáneamente las $k-1$ hipótesis nulas siendo ciertas, valdría $(1 - \alpha)^{k-1}$ y, por consiguiente, la probabilidad de rechazar al menos una de ellas siendo verdadera, es decir, el nivel de significación de todos los contrastes conjuntamente, sería:

$$1 - (1 - \alpha)^{k-1} \cong (k - 1)\alpha > \alpha \text{ si } k > 2 \quad (2.7)$$

Así, en nuestro caso concreto, $k = 6$ y $\alpha = 0.05$, el nivel de significación del contraste múltiple sería aproximadamente $6 \times 0.05 = 0.3$, perdiendo un 30% de confianza.

7.2 TEST DE LA t DE STUDENT

A la vista de los resultados anteriores, se puede comprobar la variabilidad entre los siete observadores. Esto se puede realizar sin problemas dado que todos los observadores pasaron por las mismas condiciones experimentales.

La hipótesis nula que vamos a plantear en el presente estudio estadístico es la afirmación de que, para cada longitud de onda, la media de las funciones de mezcla roja, verde y azul de cada observador son iguales dos a dos; de esa manera si se acepta la hipótesis, podremos concluir con que hay una media común para todos los observadores y que la muestra elegida es parte de una población.

En el caso general de que se disponga de dos muestras observadas independientemente en poblaciones, se puede aplicar el contraste de hipótesis entre sus dos valores medios. Se quiere decidir si las medias desconocidas de las dos poblaciones son iguales o no. Si las dos medias lo son, se puede afirmar que esos valores pertenecen a una misma población, por lo tanto su media también pertenecerá. Si por el contrario, se rechaza la hipótesis nula, esas medias muestrales no pertenecerán a una misma población y no tendrá sentido calcular la media de ambas poblaciones como media representativa de la población. Si representemos pues las medias por m_1 y m_2 , habrá que decidir si esta hipótesis debe aceptarse o rechazarse sobre la base de nuestros datos, se decir, si $m_1 = m_2$.

Cabe suponer (a priori) que las varianzas de las dos poblaciones, aunque desconocidas, son iguales. Las dos muestras contienen n_1 y n_2 observaciones, que es el número de veces que ambos observadores han contestado afirmativamente en cada longitud de onda, para la función de mezcla roja, verde y azul. Las medias muestrales vienen representadas por \bar{x} e \bar{y} (centro de masa de las nubes de puntos anteriores) y s_1^2 y s_2^2 las desviaciones típicas muestrales.

La variable

$$t = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \frac{\bar{x} - \bar{y} - (m_1 - m_2)}{\sqrt{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}} \quad (3.7)$$

sigue la distribución de la t-Student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

Fácilmente podemos obtener para la diferencia $m_1 - m_2$ de los valores ciertos desconocidos la región de aceptación:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_\alpha \sqrt{\frac{(n_1 + n_2) [n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2]}{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}} \quad (4.7)$$

donde t_α es el valor de la t-Student para esos grados de libertad y el nivel de significación elegido.

Ahora queremos contrastar la hipótesis $m_1 = m_2$, ($m_1 - m_2 = 0$) y tras haber calculado la región crítica de la ecuación (4.7) se ve si dicha región incluye o no el punto 0 ó no. Si estamos en primer caso, la H_0 se acepta, si estuviéramos en el segundo, se rechaza.

Supongamos que H_0 es realmente cierta, por la definición de nivel de significación, tenemos una cierta probabilidad α de que la región de aceptación no incluya al 0. Así, al aplicar el contraste de hipótesis tendremos una probabilidad α de cometer un error tipo I.

En la práctica, como $m_1 - m_2 = 0$ (por hipótesis) debemos calcular:

$$t = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}} \quad (5.7)$$

Buscando t_α correspondiente a $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad comprobaremos si $|t| > t_\alpha$ o no. En el primer caso, podemos afirmar que m_1 y m_2 difieren significativamente a un nivel de significación de α . En el segundo caso podemos deducir que no se han hallado diferencias significativas en las muestras observadas, así $m_1 = m_2$, es decir, se acepta la H_0 (al menos hasta que alguien haga otra tesis de funciones de mezcla). (Harold Cramer, 1977).

La hipótesis nula planteada en la presente memoria es la afirmación de que, para cada longitud de onda, la media de las funciones de mezcla roja, verde y azul de cada observador son iguales dos a dos; de esa manera si se acepta la hipótesis, podremos concluir con que hay una media común para todos los observadores y que la muestra elegida es parte de una población. En otras palabras, tiene sentido establecer un **OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO para campos pequeños** (en este caso) que es media de todas las funciones de mezcla medidas (como se ha venido afirmando desde antes de 1931. Pero si por el contrario se rechaza la hipótesis de partida, podremos afirmar que nuestra muestra no pertenece a una misma población, los resultados no proceden de ella y no tendría sentido calcular una media de todas las funciones de mezcla y por tanto no tiene sentido el establecimiento de un **OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO para campos pequeños**.

Los resultados que se dan a continuación son los obtenidos al aplicar el test de la t-Student a los datos obtenidos experimentalmente en nuestros laboratorios. Como se indicarán en las tablas, el nivel de significación del test es para $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$. En cada caso:

- 1.- Al 95%, si $t \in [-1.96, 1.96]$ se acepta H_0 .
- 2.- Al 99%, si $t \in [-2.58, 2.58]$ se acepta H_0 .

Los resultados que se mostrarán a continuación son de las funciones de mezcla con los primarios de Wright (460nm, 530nm y 650nm). En cualquier caso, los resultados serán los mismos para cualquier otro sistema de representación (RGB-CIE ó CIE-1931), dado que el paso de un espacio a otro consisten en transformaciones lineales. Las tablas donde se reflejan dichos resultados de la (4.7) en adelante.

Para mayor facilidad de escritura, se han sustituido las iniciales de los observadores por números. La sustitución es la siguiente:

Observador **AY** Número **1**
Observador **JR** Número **2**
Observador **JA** Número **3**
Observador **MR** Número **4**

Observador **JL** Número **5**
Observador **FP** Número **6**
Observador **MS** Número **7**

LONGITUD DE ONDA 400nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	8.38 10 ⁻⁵	<i>Se acepta</i>	5.62	<i>No se acepta</i>	2.87	<i>No se acepta</i>
t ₁₃	7.78 10 ⁻⁷	<i>Se acepta</i>	17	<i>No se acepta</i>	47	<i>No se acepta</i>
t ₁₄	0.01	<i>Se acepta</i>	21	<i>No se acepta</i>	1.85	<i>Se acepta</i>
t ₁₅	0	<i>Se acepta</i>	19	<i>No se acepta</i>	0.04	<i>Se acepta</i>
t ₁₆	0.02	<i>Se acepta</i>	21	<i>No se acepta</i>	0.02	<i>Se acepta</i>
t ₁₇	2.28 10 ⁻⁴	<i>Se acepta</i>	2.44	<i>Se acepta*</i>	0.03	<i>Se acepta</i>
t ₂₃	0	<i>Se acepta</i>	17	<i>No se acepta</i>	0	<i>Se acepta</i>
t ₂₄	0	<i>Se acepta</i>	2.41	<i>Se acepta*</i>	59	<i>No se acepta</i>
t ₂₅	4.77 10 ⁻⁵	<i>Se acepta</i>	21	<i>No se acepta</i>	2.7	<i>No se acepta</i>
t ₂₆	0.02	<i>Se acepta</i>	19	<i>No se acepta</i>	3.26	<i>No se acepta</i>
t ₂₇	0.33	<i>Se acepta</i>	22	<i>No se acepta</i>	3.97	<i>No se acepta</i>
t ₃₄	0	<i>Se acepta</i>	53	<i>No se acepta</i>	1.37	<i>Se acepta</i>
t ₃₅	0.01	<i>Se acepta</i>	8.82	<i>No se acepta</i>	4.52	<i>No se acepta</i>
t ₃₆	0.74	<i>Se acepta</i>	35	<i>No se acepta</i>	4.91	<i>No se acepta</i>
t ₃₇	0.49	<i>Se acepta</i>	0.43	<i>Se acepta</i>	4.44	<i>No se acepta</i>
t ₄₅	0.01	<i>Se acepta</i>	18	<i>No se acepta</i>	1.9	<i>Se acepta</i>
t ₄₆	0.88	<i>Se acepta</i>	29	<i>No se acepta</i>	2.07	<i>Se acepta*</i>
t ₄₇	0.56	<i>Se acepta</i>	6.15	<i>No se acepta</i>	1.73	<i>Se acepta</i>
t ₅₆	0.68	<i>Se acepta</i>	1.09	<i>Se acepta</i>	0	<i>Se acepta</i>
t ₅₇	2.48	<i>Se acepta*</i>	2.14	<i>Se acepta*</i>	0	<i>Se acepta</i>
t ₆₇	0.45	<i>Se acepta</i>	2.68	<i>No se acepta</i>	0.02	<i>Se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 4.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO
TODOS

VERDE
AY=JL=FP
JA=JL=MS

AZUL
AY=MR=JL=FP=MS

LONGITUD DE ONDA 410nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	18 10 ⁶	No se acepta	0.19	Se acepta	1	Se acepta
t ₁₃	86	No se acepta	0.38	Se acepta	8.47	No se acepta
t ₁₄	210	No se acepta	0.33	Se acepta	9.52	No se acepta
t ₁₅	3.94	No se acepta	0.54	Se acepta	5.05	No se acepta
t ₁₆	3.03	No se acepta	0.48	Se acepta	1.98	Se acepta*
t ₁₇	3.63	No se acepta	0.44	Se acepta	1.1	Se acepta
t ₂₃	2.99	No se acepta	64	No se acepta	1.2	Se acepta
t ₂₄	120	No se acepta	2.82	No se acepta	9	No se acepta
t ₂₅	1.48	Se acepta	11	No se acepta	5.7	No se acepta
t ₂₆	0.02	Se acepta	65	No se acepta	4.55	No se acepta
t ₂₇	0.46	Se acepta	40	No se acepta	0.02	Se acepta
t ₃₄	18	No se acepta	5.4	No se acepta	0.79	Se acepta
t ₃₅	1.49	Se acepta	0.68	Se acepta	4.15	No se acepta
t ₃₆	8.9 10 ⁻⁵	Se acepta	4.9	No se acepta	7.79	No se acepta
t ₃₇	0.69	Se acepta	1.6	Se acepta	9.85	No se acepta
t ₄₅	4 10 ⁹	No se acepta	2.09	Se acepta*	3.72	No se acepta
t ₄₆	13	No se acepta	3.38	No se acepta	1.08	Se acepta
t ₄₇	25	No se acepta	7.57	No se acepta	1.55	Se acepta
t ₅₆	1.5	Se acepta	2.07	Se acepta*	3.72	No se acepta
t ₅₇	2.4	Se acepta*	0.8	Se acepta	6.39	No se acepta
t ₆₇	0.71	No se acepta	4	No se acepta	2.76	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 5.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO**

JR=JL=FP
JA=JL=FP=MS

VERDE

AY=JA=MR=JL
AY=JA=JL=MS

AZUL

AY=JR=MS

LONGITUD DE ONDA 420nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	3.87	No se acepta	2.28	Se acepta*	0.04	Se acepta
t ₁₃	1.42	Se acepta	0.96	Se acepta	3.7	No se acepta
t ₁₄	1.47	Se acepta	4.08	No se acepta	2.68	No se acepta
t ₁₅	2.36	Se acepta*	0.99	Se acepta	8.49	No se acepta
t ₁₆	8.52	No se acepta	4.93	No se acepta	1.19	Se acepta
t ₁₇	0.98	Se acepta	38	No se acepta	1.54	Se acepta
t ₂₃	3.45	No se acepta	17	No se acepta	2.86	No se acepta
t ₂₄	2.89	No se acepta	0.68	Se acepta	1.72	Se acepta
t ₂₅	8.23	No se acepta	21	No se acepta	5.54	No se acepta
t ₂₆	1.93	Se acepta	19	No se acepta	0.89	Se acepta
t ₂₇	0.98	Se acepta	22	No se acepta	1.54	Se acepta
t ₃₄	0	Se acepta	53	No se acepta	0.09	Se acepta
t ₃₅	4.67	No se acepta	8.82	No se acepta	4.9	No se acepta
t ₃₆	2.12	Se acepta*	35	No se acepta	2.69	No se acepta
t ₃₇	1.12	Se acepta	9.76	No se acepta	4.6	No se acepta
t ₄₅	38	No se acepta	18	No se acepta	6.09	No se acepta
t ₄₆	11	No se acepta	29	No se acepta	2.64	No se acepta
t ₄₇	5.84	No se acepta	4.65	No se acepta	2.99	No se acepta
t ₅₆	6.22	No se acepta	1.09	Se acepta	3.23	No se acepta
t ₅₇	12	No se acepta	1.91	Se acepta	7.75	No se acepta
t ₆₇	5.89	No se acepta	25	No se acepta	0.39	Se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 6.7.

GRUPOS IGUALESROJOVERDEAZUL

AY=JA=MR

AY=JR=FP=MS

LONGITUD DE ONDA 430nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	7.79	No se acepta	4.83	No se acepta	3.19	No se acepta
t ₁₃	3.2	No se acepta	19	Se acepta	4.35	No se acepta
t ₁₄	0.84	Se acepta	0.32	Se acepta	8.45	No se acepta
t ₁₅	3.3	No se acepta	19	No se acepta	5.32	No se acepta
t ₁₆	2.49	Se acepta*	4.14	No se acepta	15	No se acepta
t ₁₇	27	No se acepta	9.15	No se acepta	18	No se acepta
t ₂₃	7.66	No se acepta	8.31	No se acepta	1.91	Se acepta
t ₂₄	6.46	No se acepta	3.97	No se acepta	7.03	No se acepta
t ₂₅	4	No se acepta	11	No se acepta	5.25	No se acepta
t ₂₆	7.58	No se acepta	0.73	Se acepta	14	No se acepta
t ₂₇	20	No se acepta	5.84	No se acepta	16	No se acepta
t ₃₄	1.3	Se acepta	12	No se acepta	5.88	No se acepta
t ₃₅	1.19	Se acepta	2.35	Se acepta*	0.49	Se acepta
t ₃₆	4.08	No se acepta	9.45	No se acepta	12	No se acepta
t ₃₇	26	No se acepta	3.34	No se acepta	12	No se acepta
t ₄₅	2.43	Se acepta*	16	No se acepta	4.91	No se acepta
t ₄₆	3.6	No se acepta	3.53	No se acepta	5.03	No se acepta
t ₄₇	28	No se acepta	10	No se acepta	19	No se acepta
t ₅₆	4.75	No se acepta	12	No se acepta	10	No se acepta
t ₅₇	23	No se acepta	5.77	No se acepta	12	No se acepta
t ₆₇	21	No se acepta	6.92	No se acepta	0.19	Se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 7.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****JA=MR=JL**

LONGITUD DE ONDA 440nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	17	No se acepta	7.43	No se acepta	1.99	Se acepta*
t ₁₃	0.81	Se acepta	6.18	No se acepta	3.96	No se acepta
t ₁₄	3.31	No se acepta	6.92	No se acepta	5.21	No se acepta
t ₁₅	2.94	No se acepta	6.2	No se acepta	1.76	Se acepta
t ₁₆	17	No se acepta	7.05	No se acepta	11	No se acepta
t ₂₃	22	No se acepta	19	No se acepta	0.87	Se acepta
t ₂₄	31	No se acepta	14	No se acepta	5.43	No se acepta
t ₂₅	8.97	No se acepta	19	No se acepta	0.72	Se acepta
t ₂₆	0.61	Se acepta	12	No se acepta	17	No se acepta
t ₃₄	2.84	No se acepta	5.5	No se acepta	9.46	No se acepta
t ₃₅	0.34	Se acepta	4.32	No se acepta	2.23	Se acepta
t ₃₆	18	No se acepta	5.16	No se acepta	48	No se acepta
t ₄₅	5.1	No se acepta	9.57	No se acepta	3.75	No se acepta
t ₄₆	22	No se acepta	0.08	Se acepta	5.37	No se acepta
t ₅₆	1.227	No se acepta	9.4	No se acepta	3.63	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 8.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL*****AY=JR=JA=JL***

LONGITUD DE ONDA 450nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	3.55	No se acepta	3.85	No se acepta	7.3	No se acepta
t ₁₃	1.53	Se acepta	5.82	No se acepta	2.93	No se acepta
t ₁₄	0.62	Se acepta	6.25	No se acepta	11	No se acepta
t ₁₅	2.21	Se acepta*	7.02	No se acepta	9.78	No se acepta
t ₁₆	5.58	No se acepta	5.66	No se acepta	11	No se acepta
t ₁₇	4.44	No se acepta	6.24	No se acepta	4.11	No se acepta
t ₂₃	2.59	No se acepta	127	No se acepta	9.23	No se acepta
t ₂₄	3.29	No se acepta	89	No se acepta	14	No se acepta
t ₂₅	4.98	No se acepta	42	No se acepta	16	No se acepta
t ₂₆	1	Se acepta	267	No se acepta	25	No se acepta
t ₂₇	3.02	No se acepta	234	No se acepta	3.98	No se acepta
t ₃₄	0.97	Se acepta	3.29	No se acepta	8.47	No se acepta
t ₃₅	4.12	No se acepta	7.66	No se acepta	7.04	No se acepta
t ₃₆	3.86	No se acepta	1.14	Se acepta	9.74	No se acepta
t ₃₇	3.04	No se acepta	9	No se acepta	7.41	No se acepta
t ₄₅	2.99	No se acepta	4.16	No se acepta	1.31	Se acepta
t ₄₆	5.03	No se acepta	2.31	Se acepta*	0.7	Se acepta
t ₄₇	4	No se acepta	5.08	No se acepta	14	No se acepta
t ₅₆	8.22	No se acepta	6.47	No se acepta	1.88	Se acepta
t ₅₇	5.3	No se acepta	0.65	Se acepta	16	No se acepta
t ₆₇	0.1	Se acepta	8.73	No se acepta	21	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 9.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****AY=JA=MR****MR=JL=FP**

LONGITUD DE ONDA 460nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	12	No se acepta	24	No se acepta	23	No se acepta
t ₁₃	4.68	No se acepta	1.67	Se acepta	28	No se acepta
t ₁₄	6.33	No se acepta	8.98	No se acepta	2.08	Se acepta*
t ₁₅	4.65	No se acepta	0.14	Se acepta	33	No se acepta
t ₁₆	14	No se acepta	20	No se acepta	30	No se acepta
t ₂₃	0.19	Se acepta	1.45	Se acepta	6.8	No se acepta
t ₂₄	6.44	No se acepta	13	No se acepta	19	No se acepta
t ₂₅	6.64	No se acepta	18	No se acepta	3.23	No se acepta
t ₂₆	6.08	No se acepta	6.88	No se acepta	5.88	No se acepta
t ₃₄	1.99	No se acepta*	0.27	Se acepta	24	No se acepta
t ₃₅	3.29	No se acepta	1.69	Se acepta	6.99	No se acepta
t ₃₆	0.61	Se acepta	1.07	Se acepta	2.88	No se acepta
t ₄₅	1.72	Se acepta	7.64	No se acepta	29	No se acepta
t ₄₆	9.61	No se acepta	9.02	No se acepta	26	No se acepta
t ₅₆	8.81	No se acepta	16	No se acepta	5.29	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 10.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****AY=JA=JL**

LONGITUD DE ONDA 470nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	3.15	No se acepta	1.09	Se acepta	6.72	No se acepta
t ₁₃	12	No se acepta	4.54	No se acepta	9.71	No se acepta
t ₁₄	4.86	No se acepta	0.71	Se acepta	4.52	No se acepta
t ₁₅	11	No se acepta	5.06	No se acepta	8.05	No se acepta
t ₁₆	4.24	No se acepta	0.52	Se acepta	1.24	Se acepta
t ₂₃	6.5	No se acepta	7.36	No se acepta	3.4	No se acepta
t ₂₄	6.17	No se acepta	893	No se acepta	10	No se acepta
t ₂₅	7.11	No se acepta	315	No se acepta	1.7	Se acepta
t ₂₆	27	No se acepta	0.67	Se acepta	5.28	No se acepta
t ₃₄	12	No se acepta	39	No se acepta	15	No se acepta
t ₃₅	0.3	Se acepta	47	No se acepta	1.75	Se acepta
t ₃₆	31	No se acepta	0.69	Se acepta	5.62	No se acepta
t ₄₅	11	No se acepta	42	No se acepta	12	No se acepta
t ₄₆	17	No se acepta	72	No se acepta	4.78	No se acepta
t ₅₆	32	No se acepta	39	No se acepta	6.15	No se acepta

Tabla 11.7.

GRUPOS IGUALESROJOVERDEAZUL**AY=JR=FP**

LONGITUD DE ONDA 480nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	13	No se acepta	27	No se acepta	3.53	No se acepta
t ₁₃	12	No se acepta	0.17	Se acepta	0.95	Se acepta
t ₁₄	12	No se acepta	108	No se acepta	0.5	Se acepta
t ₁₅	17	No se acepta	18	No se acepta	18	No se acepta
t ₁₆	11	No se acepta	1.21	Se acepta	4.73	No se acepta
t ₁₇	9.11	No se acepta	66	No se acepta	7.42	No se acepta
t ₂₃	22	No se acepta	27	No se acepta	5.79	No se acepta
t ₂₄	24	No se acepta	43	No se acepta	3.45	No se acepta
t ₂₅	0.39	Se acepta	73	No se acepta	11	No se acepta
t ₂₆	29	No se acepta	34	No se acepta	3.42	No se acepta
t ₂₇	4.61	No se acepta	17	No se acepta	4.6	No se acepta
t ₃₄	0.19	Se acepta	6.92	No se acepta	0.41	Se acepta
t ₃₅	31	No se acepta	5.21	No se acepta	18	No se acepta
t ₃₆	2.78	No se acepta	0.72	Se acepta	9.87	No se acepta
t ₃₇	22	No se acepta	22	No se acepta	12	No se acepta
t ₄₅	30	No se acepta	13	No se acepta	17	No se acepta
t ₄₆	3.09	No se acepta	10	No se acepta	4.35	No se acepta
t ₄₇	21	No se acepta	136	No se acepta	6.87	No se acepta
t ₅₆	30	No se acepta	22	No se acepta	7.97	No se acepta
t ₅₇	6.84	No se acepta	206	No se acepta	7.04	No se acepta
t ₆₇	23	No se acepta	65	No se acepta	0.27	Se acepta

Tabla 12.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****AY=JA=FP****AY=JA=MR**

LONGITUD DE ONDA 490nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	21	No se acepta	5.02	No se acepta	0.64	Se acepta
t ₁₃	7.73	No se acepta	0.54	Se acepta	5.2	No se acepta
t ₁₄	20	No se acepta	6.63	No se acepta	5.28	No se acepta
t ₁₅	1.59	Se acepta	46	No se acepta	0.94	Se acepta
t ₁₆	9.12	No se acepta	1.53	Se acepta	21	No se acepta
t ₁₇	27	No se acepta	11	No se acepta	2.83	No se acepta
t ₂₃	31	No se acepta	21	No se acepta	0.54	Se acepta
t ₂₄	55	No se acepta	61	No se acepta	0.1	Se acepta
t ₂₅	22	No se acepta	214	No se acepta	1.5	Se acepta
t ₂₆	37	No se acepta	29	No se acepta	0.8	Se acepta
t ₂₇	0.58	Se acepta	24	No se acepta	0.59	Se acepta
t ₃₄	14	No se acepta	39	No se acepta	0.4	Se acepta
t ₃₅	2.9	No se acepta	126	No se acepta	15	No se acepta
t ₃₆	0.64	Se acepta	9.12	No se acepta	1.99	Se acepta*
t ₃₇	24	No se acepta	13	No se acepta	1.46	Se acepta
t ₄₅	27	No se acepta	4.67	No se acepta	13	No se acepta
t ₄₆	19	No se acepta	28	No se acepta	15	No se acepta
t ₄₇	43	No se acepta	76	No se acepta	5.18	No se acepta
t ₅₆	12	No se acepta	72	No se acepta	83	No se acepta
t ₅₇	21	No se acepta	24	No se acepta	13	No se acepta
t ₆₇	219	No se acepta	28	No se acepta	160	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 13.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****JR=JA=FP****AY=JR=JL****JR=JA=MR****JR=JA=MS****JR igual a todos**

LONGITUD DE ONDA 500nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	39	No se acepta	28	No se acepta	34	No se acepta
t ₁₃	6.43	No se acepta	12	No se acepta	26	No se acepta
t ₁₄	4.06	No se acepta	0.1	Se acepta	1.05	Se acepta
t ₁₅	41	No se acepta	2.49	Se acepta*	0.59	Se acepta
t ₁₆	0	Se acepta	1	Se acepta	0	No se acepta
t ₂₃	33	No se acepta	18	No se acepta	3.97	No se acepta
t ₂₄	22	No se acepta	33	No se acepta	19	No se acepta
t ₂₅	2.97	No se acepta	17	No se acepta	15	No se acepta
t ₂₆	39	No se acepta	25	No se acepta	429	No se acepta
t ₃₄	0.3	Se acepta	21	No se acepta	21	No se acepta
t ₃₅	39	No se acepta	4.7	No se acepta	19	No se acepta
t ₃₆	6.43	No se acepta	11	No se acepta	63	No se acepta
t ₄₅	27	No se acepta	18	No se acepta	0.34	Se acepta
t ₄₆	4.06	No se acepta	14	No se acepta	31	No se acepta
t ₅₆	41	No se acepta	3	No se acepta	69	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 14.7.

GRUPOS IGUALESROJOVERDEAZUL

AY=MR=JL

LONGITUD DE ONDA 510nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	20	<i>No se acepta</i>	25	<i>No se acepta</i>	23	<i>No se acepta</i>
t₁₃	15	<i>No se acepta</i>	5.4	<i>No se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₁₄	58	<i>No se acepta</i>	19	<i>No se acepta</i>	13	<i>No se acepta</i>
t₁₅	3.89	<i>No se acepta</i>	7.04	<i>No se acepta</i>	5.91	<i>No se acepta</i>
t₁₆	6.4	<i>No se acepta</i>	54	<i>No se acepta</i>	7.44	<i>No se acepta</i>
t₂₃	47	<i>No se acepta</i>	196	<i>No se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>
t₂₄	102	<i>No se acepta</i>	59	<i>No se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>
t₂₅	30	<i>No se acepta</i>	107	<i>No se acepta</i>	233	<i>No se acepta</i>
t₂₆	49	<i>No se acepta</i>	51	<i>No se acepta</i>	3.86	<i>No se acepta</i>
t₃₄	40	<i>No se acepta</i>	40	<i>No se acepta</i>	2.83	<i>No se acepta</i>
t₃₅	13	<i>No se acepta</i>	0.77	<i>Se acepta</i>	141	<i>No se acepta</i>
t₃₆	8.36	<i>No se acepta</i>	0.15	<i>Se acepta</i>	1.15	<i>Se acepta</i>
t₄₅	61	<i>No se acepta</i>	54	<i>No se acepta</i>	28	<i>No se acepta</i>
t₄₆	57	<i>No se acepta</i>	42	<i>No se acepta</i>	107	<i>No se acepta</i>
t₅₆	3.65	<i>No se acepta</i>	0.27	<i>Se acepta</i>	26	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 15.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JA=FP=JL

LONGITUD DE ONDA 520nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	13	No se acepta	12	No se acepta	3.58	No se acepta
t ₁₃	7.85	No se acepta	4.04	No se acepta	3.76	No se acepta
t ₁₄	12	No se acepta	2.43	Se acepta*	2.97	No se acepta
t ₁₅	3.15	No se acepta	0.53	Se acepta	2.69	No se acepta
t ₁₆	14	No se acepta	2.1	Se acepta*	3.32	No se acepta
t ₁₇	6.8	No se acepta	8.58	No se acepta	15	No se acepta
t ₂₃	0.02	Se acepta	16	No se acepta	5.34	No se acepta
t ₂₄	5.3	No se acepta	13	No se acepta	0.24	Se acepta
t ₂₅	8.4	No se acepta	11	No se acepta	19	No se acepta
t ₂₆	5.09	No se acepta	130	No se acepta	5.55	No se acepta
t ₂₇	7.93	No se acepta	0.02	Se acepta	36	No se acepta
t ₃₄	7.55	No se acepta	0.73	Se acepta	4.87	No se acepta
t ₃₅	10	No se acepta	3.28	No se acepta	53	No se acepta
t ₃₆	5.6	No se acepta	1.93	Se acepta	0.78	Se acepta
t ₃₇	2.6	No se acepta	13	No se acepta	11	No se acepta
t ₄₅	16	No se acepta	2.04	Se acepta*	19	No se acepta
t ₄₆	2.2	Se acepta*	1.01	Se acepta	5.49	No se acepta
t ₄₇	9.35	No se acepta	13	No se acepta	2.61	No se acepta
t ₅₆	15	No se acepta	1.36	Se acepta	51	No se acepta
t ₅₇	8.45	No se acepta	9.29	No se acepta	115	No se acepta
t ₆₇	9.5	No se acepta	5.18	No se acepta	7.88	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 16.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****AY=MR=FP=JL**

LONGITUD DE ONDA 530nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	12	<i>No se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>	23	<i>No se acepta</i>
t₁₃	4.68	<i>No se acepta</i>	1.67	<i>Se acepta</i>	28	<i>No se acepta</i>
t₁₄	6.33	<i>No se acepta</i>	8.98	<i>No se acepta</i>	2.08	<i>Se acepta*</i>
t₁₅	4.65	<i>No se acepta</i>	0.14	<i>Se acepta</i>	33	<i>No se acepta</i>
t₁₆	14	<i>No se acepta</i>	20	<i>No se acepta</i>	30	<i>No se acepta</i>
t₂₃	0.19	<i>Se acepta</i>	1.45	<i>Se acepta</i>	6.8	<i>No se acepta</i>
t₂₄	6.44	<i>No se acepta</i>	13	<i>No se acepta</i>	19	<i>No se acepta</i>
t₂₅	6.64	<i>No se acepta</i>	18	<i>No se acepta</i>	3.23	<i>No se acepta</i>
t₂₆	6.08	<i>No se acepta</i>	6.88	<i>No se acepta</i>	5.88	<i>No se acepta</i>
t₃₄	1.99	<i>No se acepta*</i>	0.27	<i>Se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>
t₃₅	3.29	<i>No se acepta</i>	1.69	<i>Se acepta</i>	6.99	<i>No se acepta</i>
t₃₆	0.61	<i>Se acepta</i>	1.07	<i>Se acepta</i>	2.88	<i>No se acepta</i>
t₄₅	1.72	<i>Se acepta</i>	7.64	<i>No se acepta</i>	29	<i>No se acepta</i>
t₄₆	9.61	<i>No se acepta</i>	9.02	<i>No se acepta</i>	26	<i>No se acepta</i>
t₅₆	8.81	<i>No se acepta</i>	16	<i>No se acepta</i>	5.29	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 17.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JA=JL

LONGITUD DE ONDA 540nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t ₁₂	4.3	No se acepta	88	No se acepta	3.15	No se acepta
t ₁₃	3.86	No se acepta	7.62	No se acepta	4.77	No se acepta
t ₁₄	6.32	No se acepta	9.32	No se acepta	9.24	No se acepta
t ₁₅	1.07	Se acepta	0.38	Se acepta	5.36	No se acepta
t ₁₆	0.36	Se acepta	5.03	No se acepta	0.98	Se acepta
t ₂₃	9.05	No se acepta	24	No se acepta	2.66	No se acepta
t ₂₄	9.22	No se acepta	14	No se acepta	7.53	No se acepta
t ₂₅	12	No se acepta	36	No se acepta	0.96	Se acepta
t ₂₆	17	No se acepta	35	No se acepta	27	No se acepta
t ₃₄	0.67	Se acepta	0.51	No se acepta	6.25	No se acepta
t ₃₅	4.11	No se acepta	7.9	No se acepta	3.14	No se acepta
t ₃₆	3.19	No se acepta	2.77	No se acepta	57	No se acepta
t ₄₅	3.8	No se acepta	9.16	No se acepta	7.61	No se acepta
t ₄₆	2.56	Se acepta*	2.93	No se acepta	38	No se acepta
t ₅₆	1.22	Se acepta	5.21	No se acepta	9.7	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 18.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JL=FP

LONGITUD DE ONDA 550nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t ₁₂	8.39	No se acepta	16	No se acepta	12	No se acepta
t ₁₃	12	No se acepta	12	No se acepta	2.19	Se acepta*
t ₁₄	1.25	Se acepta	11	No se acepta	7.1	No se acepta
t ₁₅	4	No se acepta	11	No se acepta	12	No se acepta
t ₁₆	9.14	No se acepta	18	No se acepta	16	No se acepta
t ₁₇	12	No se acepta	9.28	No se acepta	2.24	Se acepta*
t ₂₃	4.71	No se acepta	13	No se acepta	7.97	No se acepta
t ₂₄	19	No se acepta	8.19	No se acepta	16	No se acepta
t ₂₅	3.74	No se acepta	6.75	No se acepta	94	No se acepta
t ₂₆	0.72	Se acepta	14	No se acepta	18	No se acepta
t ₂₇	5.54	No se acepta	4.73	No se acepta	11	No se acepta
t ₃₄	24	No se acepta	2.92	No se acepta	7.99	No se acepta
t ₃₅	9.58	No se acepta	0.02	Se acepta	12	No se acepta
t ₃₆	7.61	No se acepta	4.91	No se acepta	10	No se acepta
t ₃₇	2.21	Se acepta*	3.43	No se acepta	0.15	Se acepta
t ₄₅	17	No se acepta	23	No se acepta	6.18	No se acepta
t ₄₆	24	No se acepta	7.98	No se acepta	20	No se acepta
t ₄₇	24	No se acepta	0.86	Se acepta	8.75	No se acepta
t ₅₆	4.09	No se acepta	4.85	No se acepta	22	No se acepta
t ₅₇	10	No se acepta	3.06	No se acepta	7.1	No se acepta
t ₆₇	8.86	No se acepta	7.96	No se acepta	13	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 19.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JA=MS

LONGITUD DE ONDA 560nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	16	No se acepta	3.1	No se acepta	4.48	No se acepta
t ₁₃	0.44	Se acepta	24	No se acepta	10	No se acepta
t ₁₄	8.93	No se acepta	17	No se acepta	16	No se acepta
t ₁₅	3.47	No se acepta	33	No se acepta	18	No se acepta
t ₁₆	10	No se acepta	61	No se acepta	13	No se acepta
t ₂₃	15	No se acepta	6.12	No se acepta	5.35	No se acepta
t ₂₄	35	No se acepta	9.08	No se acepta	8.35	No se acepta
t ₂₅	19	No se acepta	8.42	No se acepta	11	No se acepta
t ₂₆	17	No se acepta	8.08	No se acepta	6.23	No se acepta
t ₃₄	9.12	No se acepta	11	No se acepta	2.52	Se acepta*
t ₃₅	2.78	No se acepta	1.92	Se acepta	7.07	No se acepta
t ₃₆	2.33	Se acepta*	0.38	Se acepta	1.14	Se acepta
t ₄₅	16	No se acepta	27	No se acepta	5.93	No se acepta
t ₄₆	12	No se acepta	39	No se acepta	1.17	Se acepta
t ₅₆	0.14	Se acepta	1.6	Se acepta	6.04	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 20.7.

GRUPOS IGUALESROJOVERDEAZUL

JA=JL=FP

JA=MR=FP

LONGITUD DE ONDA 570nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	7.18	No se acepta	1.25	Se acepta	8.68	No se acepta
t ₁₃	4.89	No se acepta	0.31	Se acepta	2.32	Se acepta*
t ₁₄	21	No se acepta	0.21	Se acepta	0.96	Se acepta
t ₁₅	14	No se acepta	0.99	Se acepta	14	No se acepta
t ₁₆	16	No se acepta	1.66	Se acepta	7.41	No se acepta
t ₂₃	11	No se acepta	8.12	No se acepta	13	No se acepta
t ₂₄	29	No se acepta	13	No se acepta	8.17	No se acepta
t ₂₅	6.31	No se acepta	9.8	No se acepta	31	No se acepta
t ₂₆	11	No se acepta	15	No se acepta	27	No se acepta
t ₃₄	13	No se acepta	5.4	No se acepta	3.25	No se acepta
t ₃₅	16	No se acepta	3.46	No se acepta	11	No se acepta
t ₃₆	0.86	Se acepta	8.18	No se acepta	5.07	No se acepta
t ₄₅	36	No se acepta	10	No se acepta	15	No se acepta
t ₄₆	16	No se acepta	24	No se acepta	8.66	No se acepta
t ₅₆	18	No se acepta	3.57	No se acepta	7.11	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 21.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL*****AY igual a todos***

LONGITUD DE ONDA 580nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t ₁₂	80	No se acepta	109	No se acepta	4.07	No se acepta
t ₁₃	1.99	Se acepta*	39	No se acepta	2.22	Se acepta*
t ₁₄	46	No se acepta	21	No se acepta	9.28	No se acepta
t ₁₅	1.79	Se acepta	21	No se acepta	14	No se acepta
t ₁₆	5.41	No se acepta	134	No se acepta	5.8	No se acepta
t ₁₇	83	No se acepta	47	No se acepta	0.52	Se acepta
t ₂₃	89	No se acepta	14	No se acepta	8.06	No se acepta
t ₂₄	145	No se acepta	21	No se acepta	25	No se acepta
t ₂₅	95	No se acepta	16	No se acepta	14	No se acepta
t ₂₆	65	No se acepta	93	No se acepta	2.09	Se acepta*
t ₂₇	1.83	Se acepta	18	No se acepta	8.64	No se acepta
t ₃₄	47	No se acepta	5.57	No se acepta	28	No se acepta
t ₃₅	0.2	Se acepta	3.85	No se acepta	30	No se acepta
t ₃₆	6.86	No se acepta	19	No se acepta	10	No se acepta
t ₃₇	797	No se acepta	0.8	Se acepta	4.33	No se acepta
t ₄₅	48	No se acepta	1.11	Se acepta	50	No se acepta
t ₄₆	46	No se acepta	26	No se acepta	27	No se acepta
t ₄₇	140	No se acepta	4.85	No se acepta	19	No se acepta
t ₅₆	7.81	No se acepta	22	No se acepta	11	No se acepta
t ₅₇	84	No se acepta	3.2	No se acepta	26	No se acepta
t ₆₇	64	No se acepta	27	No se acepta	12	No se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 22.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JA=JL

LONGITUD DE ONDA 590nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	24	No se acepta	0.25	Se acepta*	6.99	No se acepta
t ₁₃	2.5	Se acepta*	33	No se acepta	29	No se acepta
t ₁₄	15	No se acepta	28	No se acepta	2.45	Se acepta*
t ₁₅	12	No se acepta	2.49	Se acepta*	7.14	No se acepta
t ₁₆	10	No se acepta	37	No se acepta	4.55	No se acepta
t ₂₃	2.79	No se acepta	13	No se acepta	15	No se acepta
t ₂₄	9.74	No se acepta	12	No se acepta	8.19	No se acepta
t ₂₅	18	No se acepta	1.38	Se acepta*	0.51	Se acepta
t ₂₆	11	No se acepta	12	No se acepta	1.3	Se acepta
t ₃₄	19	No se acepta	3.93	No se acepta	26	No se acepta
t ₃₅	9.27	No se acepta	9.77	No se acepta	14	No se acepta
t ₃₆	9.5	No se acepta	2.8	No se acepta	4.94	No se acepta
t ₄₅	7.09	No se acepta	7.51	No se acepta	8.73	No se acepta
t ₄₆	7.77	No se acepta	0.24	Se acepta*	6.81	No se acepta
t ₅₆	0.27	No se acepta	5.06	No se acepta	1.85	Se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 23.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL*****AY=JR=JL******JR=JL=FP***

LONGITUD DE ONDA 600nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	12	<i>No se acepta</i>	5.19	<i>No se acepta</i>	2.01	<i>Se acepta*</i>
t₁₃	5.98	<i>No se acepta</i>	5.61	<i>No se acepta</i>	2.14	<i>Se acepta*</i>
t₁₄	21	<i>No se acepta</i>	1.05	<i>Se acepta</i>	7.06	<i>No se acepta</i>
t₁₅	0.58	<i>Se acepta</i>	0.79	<i>Se acepta</i>	5.75	<i>No se acepta</i>
t₁₆	0.25	<i>Se acepta</i>	9.24	<i>No se acepta</i>	1.88	<i>Se acepta</i>
t₂₃	2.24	<i>Se acepta*</i>	0.54	<i>Se acepta</i>	4.24	<i>No se acepta</i>
t₂₄	28	<i>No se acepta</i>	3.28	<i>No se acepta</i>	5.42	<i>No se acepta</i>
t₂₅	7.11	<i>No se acepta</i>	3.62	<i>No se acepta</i>	7.32	<i>No se acepta</i>
t₂₆	8.39	<i>No se acepta</i>	3.3	<i>No se acepta</i>	0.28	<i>Se acepta</i>
t₃₄	23	<i>No se acepta</i>	2.59	<i>No se acepta</i>	10	<i>No se acepta</i>
t₃₅	7	<i>No se acepta</i>	3.77	<i>No se acepta</i>	2.62	<i>No se acepta</i>
t₃₆	6.85	<i>No se acepta</i>	2.74	<i>No se acepta</i>	4.1	<i>No se acepta</i>
t₄₅	26	<i>No se acepta</i>	6.78	<i>No se acepta</i>	15	<i>No se acepta</i>
t₄₆	25	<i>No se acepta</i>	1.11	<i>Se acepta</i>	5.27	<i>No se acepta</i>
t₅₆	0.45	<i>Se acepta</i>	6.73	<i>No se acepta</i>	7.4	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 24.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JL=FP

AY=JR=FP

LONGITUD DE ONDA 610nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	0.52	<i>Se acepta</i>	22	<i>No se acepta</i>	2.21	<i>Se acepta*</i>
t₁₃	48	<i>No se acepta</i>	6.26	<i>No se acepta</i>	7.69	<i>No se acepta</i>
t₁₄	1.93	<i>Se acepta</i>	4.81	<i>No se acepta</i>	4.68	<i>No se acepta</i>
t₁₅	32	<i>No se acepta</i>	0.45	<i>Se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₁₆	114	<i>No se acepta</i>	6.55	<i>No se acepta</i>	7.98	<i>No se acepta</i>
t₁₇	35	<i>No se acepta</i>	20	<i>No se acepta</i>	2.52	<i>Se acepta*</i>
t₂₃	1.66	<i>Se acepta</i>	1.66	<i>Se acepta</i>	9.88	<i>No se acepta</i>
t₂₄	6.06	<i>No se acepta</i>	6.06	<i>No se acepta</i>	6.17	<i>No se acepta</i>
t₂₅	5.69	<i>No se acepta</i>	0.54	<i>Se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₂₆	2.62	<i>No se acepta</i>	2.97	<i>No se acepta</i>	10	<i>No se acepta</i>
t₂₇	2.4	<i>Se acepta*</i>	1.84	<i>Se acepta</i>	0.31	<i>Se acepta</i>
t₃₄	9.38	<i>No se acepta</i>	4.95	<i>No se acepta</i>	2.9	<i>No se acepta</i>
t₃₅	7.5	<i>No se acepta</i>	0.2	<i>Se acepta</i>	3.7	<i>No se acepta</i>
t₃₆	4.56	<i>No se acepta</i>	10	<i>No se acepta</i>	0.12	<i>Se acepta</i>
t₃₇	39	<i>No se acepta</i>	14	<i>No se acepta</i>	14	<i>No se acepta</i>
t₄₅	2.27	<i>Se acepta*</i>	0.46	<i>Se acepta</i>	6.39	<i>No se acepta</i>
t₄₆	4.43	<i>No se acepta</i>	15	<i>No se acepta</i>	3.06	<i>No se acepta</i>
t₄₇	17	<i>No se acepta</i>	4.75	<i>No se acepta</i>	6.45	<i>No se acepta</i>
t₅₆	1.62	<i>Se acepta</i>	0.3	<i>Se acepta</i>	3.73	<i>No se acepta</i>
t₅₇	30	<i>No se acepta</i>	0.22	<i>Se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₆₇	47	<i>No se acepta</i>	186	<i>No se acepta</i>	14	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 25.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JR=JA=JL

AY=JR=MS

LONGITUD DE ONDA 620nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	125	<i>No se acepta</i>	133	<i>No se acepta</i>	0.88	<i>Se acepta</i>
t₁₃	19	<i>No se acepta</i>	123	<i>No se acepta</i>	4.53	<i>No se acepta</i>
t₁₄	5.88	<i>No se acepta</i>	77	<i>No se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₁₅	2.4	<i>Se acepta*</i>	2.4	<i>Se acepta*</i>	19	<i>No se acepta</i>
t₁₆	9.14	<i>No se acepta</i>	9.14	<i>No se acepta</i>	14	<i>No se acepta</i>
t₂₃	15	<i>No se acepta</i>	39	<i>No se acepta</i>	4.1	<i>No se acepta</i>
t₂₄	4.7	<i>No se acepta</i>	31	<i>No se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₂₅	1.24	<i>Se acepta</i>	203	<i>No se acepta</i>	23	<i>No se acepta</i>
t₂₆	8.24	<i>No se acepta</i>	249	<i>No se acepta</i>	10	<i>No se acepta</i>
t₃₄	4.95	<i>No se acepta</i>	7.52	<i>No se acepta</i>	5.62	<i>No se acepta</i>
t₃₅	14	<i>No se acepta</i>	137	<i>No se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>
t₃₆	5.41	<i>No se acepta</i>	52	<i>No se acepta</i>	11	<i>No se acepta</i>
t₄₅	4.7	<i>No se acepta</i>	120	<i>No se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>
t₄₆	0.3	<i>Se acepta*</i>	11	<i>No se acepta</i>	17	<i>No se acepta</i>
t₅₆	6.87	<i>No se acepta</i>	6.87	<i>No se acepta</i>	18	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 26.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JR=JA=JL

AY=JR=MS

LONGITUD DE ONDA 630nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	182	No se acepta	26	No se acepta	13	No se acepta
t ₁₃	30	No se acepta	6.41	No se acepta	1.2	Se acepta
t ₁₄	3.17	No se acepta	8.37	No se acepta	7.1	No se acepta
t ₁₅	23	No se acepta	5.32	No se acepta	3.37	No se acepta
t ₁₆	29	No se acepta	9.85	No se acepta	3.54	No se acepta
t ₂₃	9.11	No se acepta	43	No se acepta	15	No se acepta
t ₂₄	3.04	No se acepta	35	No se acepta	21	No se acepta
t ₂₅	9.86	No se acepta	3.7	No se acepta	15	No se acepta
t ₂₆	7.4	No se acepta	39	No se acepta	14	No se acepta
t ₃₄	23	No se acepta	4.54	No se acepta	9.46	No se acepta
t ₃₅	5.98	No se acepta	9.09	No se acepta	2.61	No se acepta
t ₃₆	1.44	Se acepta	0.32	Se acepta	4.76	No se acepta
t ₄₅	19	No se acepta	7.32	No se acepta	12	No se acepta
t ₄₆	20	No se acepta	6.87	No se acepta	3.33	No se acepta
t ₅₆	6.12	No se acepta	8.21	No se acepta	6.64	No se acepta

Tabla 27.7.

GRUPOS IGUALESROJO*Ninguno*VERDE*Ninguno*AZUL*Ninguno*

LONGITUD DE ONDA 640nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	5.31	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	2.45	<i>Se acepta*</i>
t₁₃	3.05	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	9.36	<i>No se acepta</i>
t₁₄	11	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	9.76	<i>No se acepta</i>
t₁₅	1.18	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	5.3	<i>No se acepta</i>
t₁₆	2.6	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	0.3	<i>Se acepta</i>
t₁₇	7.77	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	4.7	<i>No se acepta</i>
t₂₃	22	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	4.45	<i>No se acepta</i>
t₂₄	7.98	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	8.31	<i>No se acepta</i>
t₂₅	29	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	9.94	<i>No se acepta</i>
t₂₆	12	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	3.23	<i>No se acepta</i>
t₂₇	6.42	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	4.64	<i>No se acepta</i>
t₃₄	9.24	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	21	<i>No se acepta</i>
t₃₅	9.63	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>
t₃₆	5.09	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	9.34	<i>No se acepta</i>
t₃₇	4.45	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	5.8	<i>No se acepta</i>
t₄₅	22	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	2.92	<i>No se acepta</i>
t₄₆	4.56	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	8.95	<i>No se acepta</i>
t₄₇	8.6	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	14	<i>No se acepta</i>
t₅₆	18	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	5.79	<i>No se acepta</i>
t₅₇	3.6	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>
t₆₇	2.87	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>	5.48	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 28.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

Todos iguales

LONGITUD DE ONDA 650nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	12	<i>No se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>	23	<i>No se acepta</i>
t₁₃	4.68	<i>No se acepta</i>	1.67	<i>Se acepta</i>	28	<i>No se acepta</i>
t₁₄	6.33	<i>No se acepta</i>	8.98	<i>No se acepta</i>	2.08	<i>Se acepta*</i>
t₁₅	4.65	<i>No se acepta</i>	0.14	<i>Se acepta</i>	33	<i>No se acepta</i>
t₁₆	14	<i>No se acepta</i>	20	<i>No se acepta</i>	30	<i>No se acepta</i>
t₂₃	0.19	<i>Se acepta</i>	1.45	<i>Se acepta</i>	6.8	<i>No se acepta</i>
t₂₄	6.44	<i>No se acepta</i>	13	<i>No se acepta</i>	19	<i>No se acepta</i>
t₂₅	6.64	<i>No se acepta</i>	18	<i>No se acepta</i>	3.23	<i>No se acepta</i>
t₂₆	6.08	<i>No se acepta</i>	6.88	<i>No se acepta</i>	5.88	<i>No se acepta</i>
t₃₄	1.99	<i>No se acepta*</i>	0.27	<i>Se acepta</i>	24	<i>No se acepta</i>
t₃₅	3.29	<i>No se acepta</i>	1.69	<i>Se acepta</i>	6.99	<i>No se acepta</i>
t₃₆	0.61	<i>Se acepta</i>	1.07	<i>Se acepta</i>	2.88	<i>No se acepta</i>
t₄₅	1.72	<i>Se acepta</i>	7.64	<i>No se acepta</i>	29	<i>No se acepta</i>
t₄₆	9.61	<i>No se acepta</i>	9.02	<i>No se acepta</i>	26	<i>No se acepta</i>
t₅₆	8.81	<i>No se acepta</i>	16	<i>No se acepta</i>	5.29	<i>No se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 29.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

AY=JA=JL

LONGITUD DE ONDA 660nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	7.85	No se acepta	42	No se acepta	11	No se acepta
t ₁₃	18	No se acepta	3.78	No se acepta	4.81	No se acepta
t ₁₄	10	No se acepta	41	No se acepta	11	No se acepta
t ₁₅	10	No se acepta	11	No se acepta	11	No se acepta
t ₁₆	14	No se acepta	2.96	No se acepta	4.23	No se acepta
t ₂₃	14	No se acepta	47	No se acepta	169	No se acepta
t ₂₄	4.05	No se acepta	6.79	No se acepta	0	Se acepta
t ₂₅	0.08	Se acepta	31	No se acepta	0	Se acepta
t ₂₆	35	No se acepta	69	No se acepta	322	No se acepta
t ₃₄	22	No se acepta	44	No se acepta	169	No se acepta
t ₃₅	10	No se acepta	14	No se acepta	169	No se acepta
t ₃₆	9.23	No se acepta	6.59	No se acepta	9.9	No se acepta
t ₄₅	0.74	Se acepta	34	No se acepta	0	Se acepta
t ₄₆	41	No se acepta	46	No se acepta	322	No se acepta
t ₅₆	7.47	No se acepta	5.2	No se acepta	322	No se acepta

Tabla 30.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JR=MR=JL

LONGITUD DE ONDA 670nm

	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	20	No se acepta	13	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₃	26	No se acepta	0.16	Se acepta	...	Se acepta
t ₁₄	27	No se acepta	6.81	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₅	27	No se acepta	1.44	Se acepta	...	Se acepta
t ₁₆	136	No se acepta	0.03	Se acepta	...	Se acepta
t ₁₇	0.92	Se acepta	2.38	Se acepta*	...	Se acepta
t ₂₃	27	No se acepta	32	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₄	0.44	Se acepta	6.7	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₅	6.09	No se acepta	18	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₆	2.455	No se acepta	26	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₇	165	No se acepta	19	No se acepta	...	Se acepta
t ₃₄	13	No se acepta	4.1	No se acepta	...	Se acepta
t ₃₅	15	No se acepta	1	Se acepta	...	Se acepta
t ₃₆	1.096	No se acepta	0.34	Se acepta	...	Se acepta
t ₃₇	155	No se acepta	2.03	Se acepta*	...	Se acepta
t ₄₅	35	No se acepta	7.58	No se acepta	...	Se acepta
t ₄₆	1.249	No se acepta	5.78	No se acepta	...	Se acepta
t ₄₇	1.055	No se acepta	7.95	No se acepta	...	Se acepta
t ₅₆	810	No se acepta	1.66	Se acepta	...	Se acepta
t ₅₇	1.113	No se acepta	1.12	No se acepta	...	Se acepta
t ₆₇	165	No se acepta	2.8	No se acepta	...	Se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 31.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL****AY=JA=JL=FP****Todos iguales**

LONGITUD DE ONDA 680nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	109	<i>No se acepta</i>	6.23	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₃	111	<i>No se acepta</i>	7.04	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₄	95	<i>No se acepta</i>	6.48	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₅	106	<i>No se acepta</i>	10	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₆	8.52	<i>No se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>	<i>Se acepta</i>
t₂₃	3.74	<i>No se acepta</i>	0.44	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₄	2.15	<i>Se acepta*</i>	0.93	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₅	2.97	<i>No se acepta</i>	4.27	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₆	3.96	<i>No se acepta</i>	7.59	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₄	5.2	<i>No se acepta</i>	0.51	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₅	7.07	<i>No se acepta</i>	6.34	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₆	988	<i>No se acepta</i>	6.36	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₄₅	0.46	<i>Se acepta</i>	6.22	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₄₆	332	<i>No se acepta</i>	7.66	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₅₆	367	<i>No se acepta</i>	0.53	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 32.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JR=JA=MR

Todos iguales

LONGITUD DE ONDA 690nm

	t-Exp ROJO	H₀	t-Exp VERDE	H₀	t-Exp AZUL	H₀
t₁₂	3.79	<i>No se acepta</i>	7.22	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₃	0.03	<i>Se acepta</i>	4.3	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₄	10	<i>No se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₅	6.5	<i>No se acepta</i>	5.08	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₁₆	4.48	<i>No se acepta</i>	5.85	<i>No se acepta</i>	<i>Se acepta</i>
t₂₃	56	<i>No se acepta</i>	13	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₄	699	<i>No se acepta</i>	15	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₅	9.64	<i>No se acepta</i>	12	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₂₆	16	<i>No se acepta</i>	20	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₄	3.9	<i>No se acepta</i>	6.07	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₅	37	<i>No se acepta</i>	0.23	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₃₆	78	<i>No se acepta</i>	1.82	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₄₅	416	<i>No se acepta</i>	7.26	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₄₆	637	<i>No se acepta</i>	5.02	<i>No se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>
t₅₆	2.06	<i>Se acepta*</i>	1.32	<i>Se acepta</i>	...	<i>Se acepta</i>

* Se acepta al 99%

Tabla 33.7.

GRUPOS IGUALES

ROJO

VERDE

AZUL

JA=JL=FP

Todos iguales

LONGITUD DE ONDA 700nm						
	t-Exp ROJO	H ₀	t-Exp VERDE	H ₀	t-Exp AZUL	H ₀
t ₁₂	3.29	No se acepta	7.99	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₃	7.34	No se acepta	2.95	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₄	13	No se acepta	4.38	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₅	9.53	No se acepta	4.59	No se acepta	...	Se acepta
t ₁₆	5.23	No se acepta	2.29	Se acepta	...	Se acepta
t ₁₇	6.67	No se acepta	0.83	Se acepta	...	Se acepta
t ₂₃	11	No se acepta	5.44	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₄	12	No se acepta	4.31	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₅	8.81	No se acepta	11	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₆	320	No se acepta	8.75	No se acepta	...	Se acepta
t ₂₇	8.85	No se acepta	7.54	No se acepta	...	Se acepta
t ₃₄	5.16	No se acepta	1.4	Se acepta	...	Se acepta
t ₃₅	2.83	No se acepta	7.12	No se acepta	...	Se acepta
t ₃₆	212	No se acepta	8.07	No se acepta	...	Se acepta
t ₃₇	0.73	Se acepta	3.04	No se acepta	...	Se acepta
t ₄₅	1.83	Se acepta	8.3	No se acepta	...	Se acepta
t ₄₆	89	No se acepta	6.01	No se acepta	...	Se acepta
t ₄₇	5.92	No se acepta	3.66	No se acepta	...	Se acepta
t ₅₆	82	No se acepta	2.02	Se acepta*	...	Se acepta
t ₅₇	3.4	No se acepta	5.56	No se acepta	...	Se acepta
t ₆₇	137	No se acepta	3.94	No se acepta	...	Se acepta

* Se acepta al 99%

Tabla 34.7.

GRUPOS IGUALES**ROJO****VERDE****AZUL*****Todos iguales***

A la vista de los resultados comencemos analizando la función de mezcla *ROJA*, en la cual, en los 400nm todos los observadores pueden considerarse iguales, de manera que en esta longitud de onda, la función de mezcla se puede afirmar que es la media de todos ellos. En la longitud de onda de 410nm hay dos grupos de observadores iguales: $JR = JL = FP$ y $JA = JL = FP = MS$, es decir, debería haber dos medias distintas para esta función de mezcla, una para el primer grupo y otra para el segundo; todos los demás resultados de los observadores pueden considerarse distintos con lo cual ninguna media es representativa de ellos. En los 420nm ocurre algo parecido, sólo tiene sentido calcular la media para los observadores $AY = JA = MR$, así que todos los demás quedan fuera de esta media, y no sólo eso, sino que no tienen media común. La función de mezcla roja para los 430nm tiene como media común la de los observadores $JA = MR = JL$. En los 450nm el grupo de observadores iguales es el mismo que para los 420nm $AY = JA = MR$. Cuando llegamos a la zona de los verdes, en concreto a la longitud de onda de 540nm vemos que el grupo de observadores iguales es $AY = JL = FP$ y en los 580nm $AY = JA = JL$. En los 600nm (zona de los amarillos) los observadores iguales son $AY = JL = FP$. En todas las demás longitudes de onda no mencionadas, se puede afirmar que los resultados de los observadores son significativamente distintos, y esto implica que la media de todos ellos no es representativa de ninguno, por lo que no tiene establecer una media común para estas longitudes de onda. En los casos donde ha habido algún grupo de observadores con resultados que se podían considerar como extraídos de una misma población, se da el hecho de que sólo en un caso estos grupos de observadores se repiten (420nm y 450nm).

Pasemos ahora a estudiar los resultados de la función de mezcla *VERDE*. En los 400nm, tenemos dos grupos iguales: $AY = JL = FP$ y $JA = JL = MS$ y en los 410nm otros dos grupos: $AY = JA = MR = JL$ y $AY = JA = JL = MS$. Si nos fijamos, los segundos grupos de las dos primeras funciones de mezcla verde tiene observadores comunes, es decir, hasta ahora podríamos establecer una media significativa para los observadores comunes en ambos grupos. Ahora bien, al llegar a los 420nm y hasta los 450nm, todos los resultados de todos los observadores son distintos y hay que ir a los 460nm (primario azul) para establecer otro grupo con resultados comunes: $AY = JA = JL$, en los 470nm $AY = JR = FP$ y en los 480nm $AY = JA = FP$ que si bien entre estos tres últimos hay observadores comunes, el único que se repite es el observador *AY* con lo cual tampoco podemos establecer una media común por el momento. Hasta los 510nm (zona de los verdes) no volvemos a encontrar grupos de

observadores con medias comunes y aquí el grupo es $JA = JL = FP$ que no es común a los obtenidos anteriormente. En esta zona es donde aparecen más medias comunes y así para la longitud de onda de 520nm los observadores con medias comunes son: $AY = MR = FP = JL$ y en la de 530nm (primario verde) $AY = JA = JL$ que es el mismo grupo que para los 460nm. En las dos siguientes longitudes de onda medias no aparecen ningún grupo común de observadores con medias iguales y hay que ir a los 560nm para ver el siguiente grupo: $JA = JL = FP$ que es el mismo que para los 510nm. El resultados de la siguiente función de mezcla (570nm) quizá pueda parecer sorprendente, y es que la observadora AY es igual a todos los demás, pero los demás no son iguales entre si. Hay que aclarar que en los test de hipótesis de igualdad, no se cumple la propiedad transitiva, es decir, la media A puede ser considerada como sacada de la misma población que la media B , o para entendernos mejor, A y B se pueden considerar iguales. También puede ocurrir con otras medias, es decir que B y C puedan considerarse iguales, pues bien, esto no quiere decir automáticamente que A y C tengan que ser iguales, para saberlo hay que comprobar si se acepta la hipótesis nula entre A y C . Tras este inciso podemos comprobar que en los 580nm no existen medias iguales para ningún observador, pero si en los 590nm, en los que los observadores $AY = JR = JL$, son iguales. En los 600nm de nuevo la misma tónica, vuelve a no haber medias iguales y en los 610nm tenemos de nuevo un grupo, se trata de $JR = JA = JL$ el mismo que par a los 620nm mientras que para los 630nm se repite el que ninguna media de los observadores sea igual (entre ellos). El resultado más sorprendente (viendo como se desarrollan las medidas) viene en la función de mezcla de los 640nm; aquí podemos considerar (y sin ningún género de dudas) que todos los observadores tienen la misma media. La razón no es otra que todos igualaron en cero, la posición del mando del colorímetro correspondiente al primario verde se encontraba en la región donde el aparato de calibrado daba señal nula. En los 650nm (primario rojo), el grupo de iguales medias fue $AY = JA = JL$, el mismo que en los 530nm (primario verde). De nuevo en los 660nm vuelve a no haber ningún grupo que tenga la media común, no así en los 670nm en los que $AY = JA = JL = FP$ sí la tienen. Un grupo inédito hasta ahora es el formado por $JR = JA = MR$, que tiene la media común en la función de mezcla verde correspondiente a los 680nm. En la siguiente (690nm) aparece el mismo grupo que para los 510nm y los 560nm y forma parte del grupo más amplio de los 670nm, se trata de nuevo de $JA = JL = FP$. Para la última función de mezcla (700nm), no hay ningún grupo igual. Las conclusiones son similares a las comentadas para la función de mezcla roja,

seguimos sin poder afirmar que haya una media común, o dicho de otra forma, que los resultados obtenidos procedan de una misma población.

Y pasemos por último a la función de mezcla *AZUL*. No encontramos en los 400nm con un número bastante numeroso, $AY = MR = JL = FP = MS$, en los 410nm a $AY = JR = MS$, que está englobado en el anterior y en los 420nm a $AY = JR = FP = MS$ que si comprende al anterior, aunque no completamente. Aunque en la función de mezcla de los 430nm no hay igualdad para ninguno de los observadores, en la de los 440nm si existe un grupo: $AY = JR = JA = JL$ y en el 450nm $MR = JL = FP$, subgrupo del formado en la función de mezcla (para el azul) de los 400nm. Las dos siguientes (460nm y 470nm, el primero el primario azul) son iguales y vuelve a no haber medias comunes para ninguno de los observadores. En los 480nm hay otro grupo, el constituido por $AY = JA = MR$. En los 490nm se encuentran varios grupos, a saber: $JR = JA = FP$, $AY = JR = JL$, $JR = JA = MR$, $JR = JA = MS$ y además se da el hecho de que *JR es igual a todos*. El mismo número de grupos lo encontramos en la siguiente (500nm): $JR=JA=FP$, $AY=JR=JL$, $JR=JA=MR$, $JR = JA = MS$ (que son los mismos que en el caso anterior) y de nuevo se da la circunstancia de que *JR es igual a todos*. Desde los 510nm hasta los 540nm volvemos a no encontrar grupos iguales (dentro de este intervalo se encuentra el primario verde) y hay que esperar a los 550nm en el que $AY = JA = MS$ son iguales así como en los 560nm en los que el grupo de iguales es $JA = MR = FP$, también única hasta el momento en la función de mezcla azul. En las funciones de mezcla 580nm y 590nm vuelve a no darse igualdad de medias para ningún observador, no así para la de 600nm, aquí el grupo es $AY = JR = FP$, un subgrupo de los 420nm. En los 610nm y 620nm los grupos son los mismos, $AY = JR = MS$, como ocurría en las mismas longitudes de onda en la función de mezcla verde (aunque fueran otros los observadores considerados iguales). En la zona de los rojos, desde los 630nm hasta el primario rojo (650nm), no existe igualdad y en la siguiente, 660nm, el grupo de medias comunes es $JR = MR = JL$. A partir de aquí y hasta los 700nm, todos los observadores tienen la misma media. La razón de este hecho se debe a la misma causa por la que en la función de mezcla verde de los 640nm todos los observadores eran iguales. Al estar al final del espectro, la componente azul se hace nula, entonces los observadores igualan con la posición del primario azul cerrada, la señal de éste es nula y todos los observadores coinciden plenamente. De nuevo las conclusiones que se pueden sacar de esta función de mezcla son las mismas que para las anteriores.

Es importante decir que, para ninguna longitud de onda, se ha encontrado el mismo grupo de observadores que pudiera considerarse con la misma media ni en el rojo ni en el verde ni en el azul. Hay que decir que el nivel de significación empleado es del 0.01, esto en principio amplía el número de observadores que se admiten que sean iguales, es decir, que tengan la misma media, pero a la vez, se aumenta la probabilidad de cometer un error tipo II, en cualquier caso, la única conclusión posible es que a la vista de los resultados es que, según estos resultados, no tiene sentido una media estadística entre los resultados obtenidos por los siete observadores, y por tanto el establecimiento de un ***OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO*** para campos pequeños.

Este último test, viene a confirmar y reforzar los resultados obtenidos en la ANOVA, hay evidencia empírica para el rechazo de la hipótesis de la igualdad de medias. Los resultados indican que no hay evidencias emperimentales que indiquen la existencia de un ***OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO para campos pequeños.***

7.3 ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

En esta segunda parte del capítulo se van a comparar los resultados experimentales obtenidos, en nuestros laboratorios, de las funciones de mezcla de color para campos pequeños con los obtenidos por otros autores. Antes de nada hemos de reseñar que las comparaciones se han realizado utilizando los resultados publicados por los restantes autores, que en algunos casos son medias de muchos observadores, con la media de nuestras observaciones. Llegado este punto, es importante decir que, según los resultados obtenidos en el capítulo anterior, sólo tiene sentido calcular la media de nuestras medidas colorimétricamente hablando, pues es lo único que podemos comparar, además, hasta cierto punto, puede darnos cierta idea de cómo sería, las funciones de mezcla media de nuestros observadores.

7.3.1 RESULTADOS DEL DR. DE LA CRUZ

Las medidas realizadas en 1962 por De la Cruz y recogidas en su Tesis Doctoral (De la Cruz, 1962) se representan en la figura 1.8 (página siguiente) donde se muestran los valores medios (con su desviación estándar asociada) obtenidos con tres observadores. En la leyenda de la gráfica se puede observar que el sistema donde están representadas dichas funciones de mezcla es en el de Granada (GR). Realmente es el mismo sistema de representación que las funciones de mezcla originales ya que ambos utilizamos los mismos primarios.

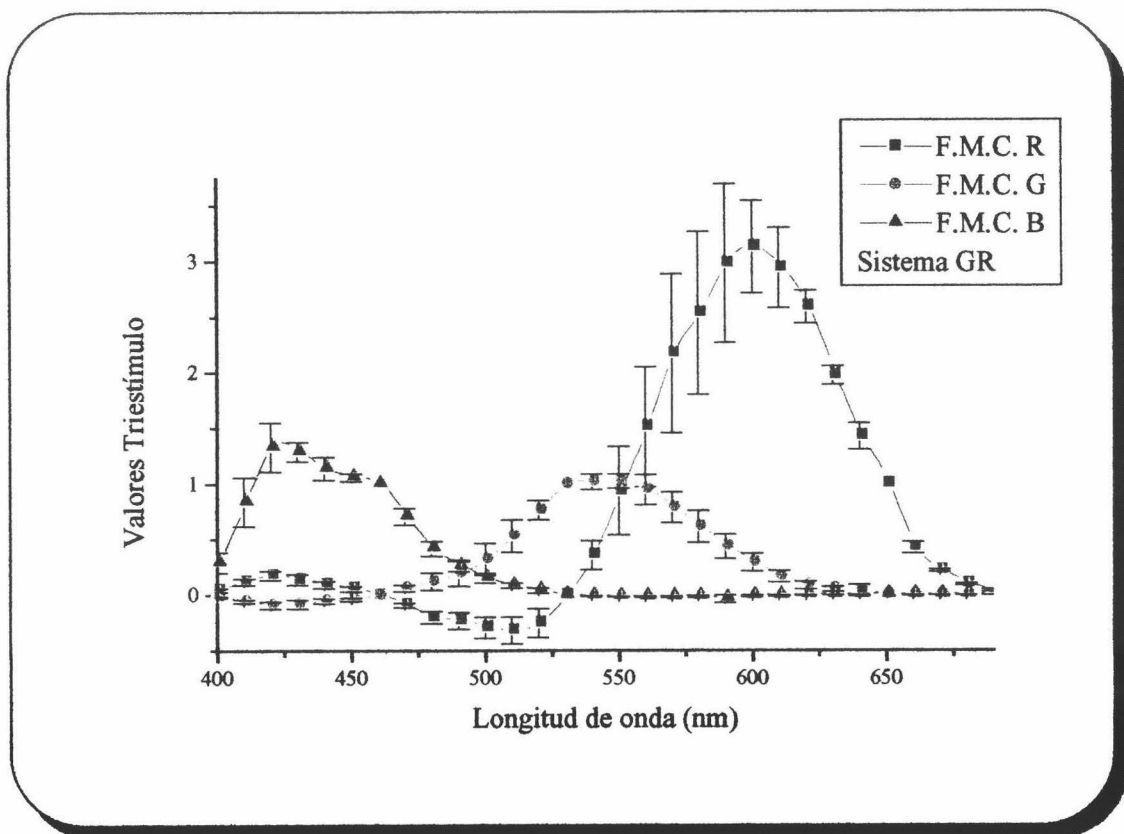


Figura 1.7.- Funciones de mezcla obtenidas por el Dr. De la Cruz con sus primarios (los mismos primarios utilizados por Wright).

Si queremos compararlas con las nuestras, podemos establecer los límites de confianza para la diferencia de las medias de nuestras funciones de mezcla y las suyas. Este método es parecido al utilizado en el capítulo anterior (*t-Student*); de hecho, utilizamos esta distribución para saber si dos muestras de una misma población son iguales o no, teniendo en cuenta que conocemos las varianzas de las muestras así como su desviaciones típicas.

Para tal fin, calcularemos la diferencia entre medias de las dos muestras y necesitamos estimar el tamaño de la diferencia entre ellas. El planteamiento es parecido al del capítulo anterior, y lo que vamos a calcular es el intervalo dentro del cual se puede afirmar que la diferencia de medias se puede aceptar como nula. El intervalo viene dado por la siguiente expresión:

$$\left[\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \right] - t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} < (m_1 - m_2) < \left[\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \right] + t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} \quad (6.7)$$

donde:

\bar{X}_1 y \bar{X}_2 son las medias muestrales experimentales.

m_1 y m_2 son las medias muestrales teóricas.

$t_{\frac{\alpha}{2}}$ el valor de la t -Student a un nivel de significación fijado y con los grados de libertad impuestos por el problema concreto.

$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ es la desviación típica de la diferencia entre los promedios de las muestras.

Si los valores calculados para los límites de confianza incluyen al cero, podemos concluir con que las medias muestrales son iguales. En nuestro caso, vamos a tomar un nivel de significación del 90% (para minimizar los errores tipo II) y puesto que tenemos $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad, el valor para la t -Student es de 1.96 (Rohatgi, 1976). En las siguientes tablas se dan los valores límite de los intervalos para cada una de las funciones de mezcla para cada longitud de onda. En las siguientes tablas (35.7), (36.7) y (37.7) se dan los resultados del test.

Función de mezcla ROJA

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
400	0.2	0.41	<i>Distintas</i>
410	0.12	0.33	<i>Distintas</i>

Función de mezcla *ROJA*

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
420	-0.15	0.13	<i>Iguales</i>
430	0.7	0.26	<i>Distintas</i>
440	0.17	0.29	<i>Distintas</i>
450	0.02	0.18	<i>Distintas</i>
460	0	0	<i>Iguales</i>
470	-0.12	0.02	<i>Iguales</i>
480	-0.04	0.16	<i>Iguales</i>
490	-0.07	0.25	<i>Iguales</i>
500	-0.2	0.18	<i>Iguales</i>
510	-0.12	0.25	<i>Iguales</i>
520	-0.15	0.18	<i>Iguales</i>
530	0	0	<i>Iguales</i>
540	-0.09	0.13	<i>Iguales</i>
550	-0.39	0.36	<i>Iguales</i>
560	-0.88	-0.11	<i>Distintas</i>
570	-0.83	0.17	<i>Iguales</i>
580	-1.25	0.68	<i>Iguales</i>
590	-0.99	0.07	<i>Iguales</i>
600	-0.95	-0.12	<i>Distintas</i>
610	-0.98	-0.11	<i>Distintas</i>
620	-0.78	-0.33	<i>Distintas</i>
630	-0.86	-0.43	<i>Distintas</i>
640	-0.27	0.01	<i>Iguales</i>
650	-0.21	-0.21	<i>Distintas</i>

Función de mezcla <i>ROJA</i>			
Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
660	-0.07	0.09	<i>Iguales</i>
670	-0.09	-0.05	<i>Distintas</i>
680	-0.04	0	<i>Caso límite</i>
690	0.01	0.05	<i>Distintas</i>

Tabla 35.7.- Límites de los intervalos de confianza de la diferencia de medias para la función de mezcla roja entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

La gráfica que las representa es la siguiente:

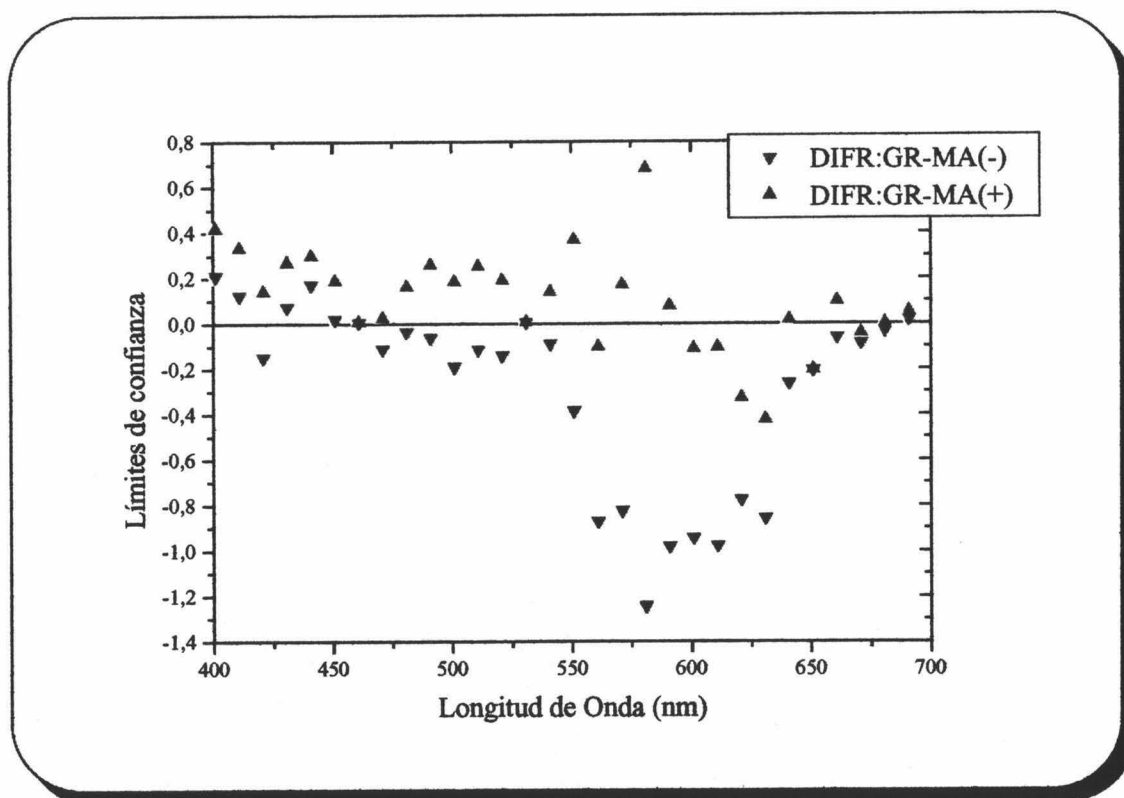


Figura 1.7.- Representación de los límites de confianza del intervalo de igualdad en la comparación de la función de mezcla roja entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

A la vista de la tabla 35.7 y la gráfica 1.7, se puede comprobar que, para la función de mezcla roja los resultados difieren para las longitudes de onda azules (400nm, 410nm, 430nm, 440nm y 450nm), como era de esperar, pues son las parte del espectro donde los observadores encuentran más problemas de igualación y donde más dispersión en medidas se encuentra en la literatura. En la zona de los verdes sólo destaca una longitud de onda distinta, 560nm, también de esperar, pues la zona de los verdes es donde los observadores discriminan mejor y donde menos variabilidad existe en este tipo de experiencias. Y para terminar, en la zona final del espectro, en los rojos, vuelven a diferir ambos conjuntos de medias en los 600nm, 610nm, 620nm, 630nm, 650nm, 670nm y 690nm. Hay un hecho destacable y es que en la igualación del primario azul y verde las medias son exactamente iguales, las medias son exactamente las mismas. Ahora bien, en el primario rojo, es decir en los 650nm, (de la función de mezcla roja) no sólo no son iguales sino que difieren fuertemente.

Función de mezcla VERDE

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
400	-0,01	0,01	<i>Iguales</i>
410	-0,27	-0,14	<i>Distintos</i>
420	-0,43	-0,16	<i>Distintos</i>
430	-0,35	-0,11	<i>Distintos</i>
440	-0,35	0,04	<i>Iguales</i>
450	-0,13	-0,04	<i>Distintos</i>
460	0	0	<i>Iguales</i>
470	-0,09	-0,02	<i>Distintos</i>
480	-0,11	0,16	<i>Iguales</i>
490	-0,17	0,13	<i>Iguales</i>
500	-0,22	0,13	<i>Iguales</i>
510	-0,09	0,29	<i>Iguales</i>
520	-0,15	0,09	<i>Iguales</i>

Función de mezcla VERDE			
Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
530	-0,07	-0,07	<i>Distintos</i>
540	-0,12	0,05	<i>Distintos</i>
550	-0,14	0,1	<i>Iguals</i>
560	-0,3	-0,04	<i>Distintos</i>
570	-0,14	0,11	<i>Iguals</i>
580	-0,18	0,15	<i>Iguals</i>
590	0,01	0,25	<i>Distintos</i>
600	0,05	0,19	<i>Distintos</i>
610	-0,05	0,2	<i>Iguals</i>
620	0,11	0,19	<i>Distintos</i>
630	-0,02	0,16	<i>Iguals</i>
640	-0,09	0,01	<i>Iguals</i>
650	0	0	<i>Iguals</i>
660	-0,07	-0,05	<i>Distintos</i>
670	-0,04	-0,03	<i>Distintos</i>
680	-0,02	-0,01	<i>Distintos</i>
690	-0,02	-0,01	<i>Distintos</i>

Tabla 36.7.- Límites de los intervalos de confianza de la diferencia de medias para la función de mezcla verde entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

La gráfica que los representa es la siguiente:

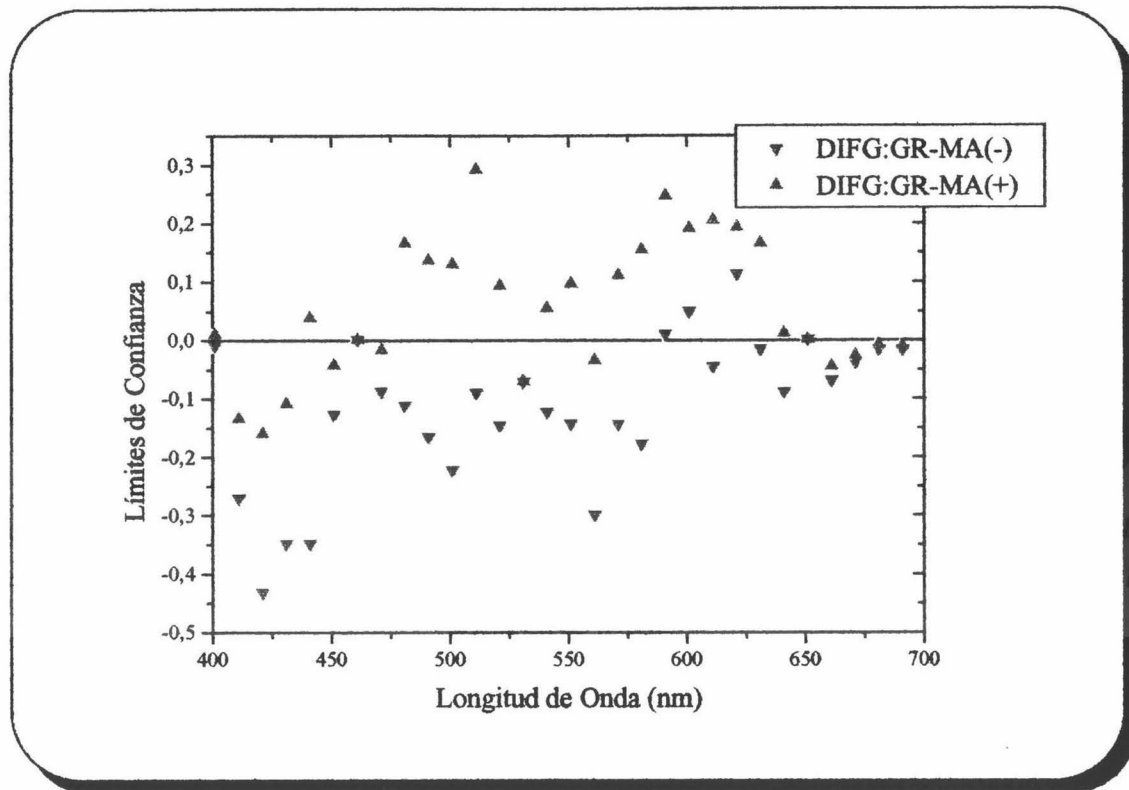


Figura 1.7.- Representación de los límites de confianza del intervalo de igualdad en la comparación de la función de mezcla verde entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

Al igual que en la gráfica anterior, las medias son distintas en la zona de los azules, 410nm, 420nm, 430nm, 450nm y 470nm. De nuevo se repiten los problemas en la zona de los azules; las medias vuelven a diferir, esta vez, para la función de mezcla verde, hay discrepancias en la zona de los verdes y amarillos, concretamente en los 530nm, 540nm, 560 y 590nm y como antes, en los rojos, 600nm, 620nm, 660nm, 670nm, 680nm y 690nm. Como antes se repite el hecho de la diferencia en el primario verde (530nm), al igual que ocurría para el primario rojo.

Función de mezcla AZUL

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
400	0,06	0,31	<i>Distintos</i>
410	-0,49	0,22	<i>Iguals</i>

Función de mezcla *AZUL*

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
420	-0,46	-0,06	<i>Distintos</i>
430	-0,12	0,24	<i>Iguals</i>
440	0,4	1,02	<i>Distintos</i>
450	0,23	0,44	<i>Distintos</i>
460	0,05	0,05	<i>Distintos</i>
470	0,04	0,32	<i>Distintos</i>
480	0,04	0,26	<i>Distintos</i>
490	-0,01	0,23	<i>Iguals</i>
500	0,09	0,26	<i>Distintos</i>
510	0,08	0,17	<i>Distintos</i>
520	0,11	0,19	<i>Distintos</i>
530	0	0	<i>Iguals</i>
540	-0,26	-0,23	<i>Distintos</i>
550	-0,06	0	<i>Caso Límite</i>
560	-0,02	0,04	<i>Iguals</i>
570	-0,1	-0,02	<i>Distintos</i>
580	-0,21	-0,11	<i>Distintos</i>
590	-0,05	0,11	<i>Iguals</i>
600	-0,4	-0,31	<i>Distintos</i>
610	-0,29	-0,25	<i>Distintos</i>
620	-0,14	-0,06	<i>Distintos</i>
630	-0,25	-0,22	<i>Distintos</i>
640	0,05	0,07	<i>Distintos</i>
650	0	0	<i>Iguals</i>

Función de mezcla AZUL

Longitud de Onda (nm)	Máximo del intervalo	Mínimo del intervalo	Resultado
660	0,04	0,05	<i>Distintos</i>
670	-4,67E-5	-4,67E-5	<i>Distintos</i>
680	-2,27E-4	-2,27E-4	<i>Distintos</i>
690	-7,67E-5	-7,67E-5	<i>Distintos</i>

Tabla 37.7.- Límites de los intervalos de confianza de la diferencia de medias para la función de mezcla azul entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

La gráfica que los representa es la siguiente:

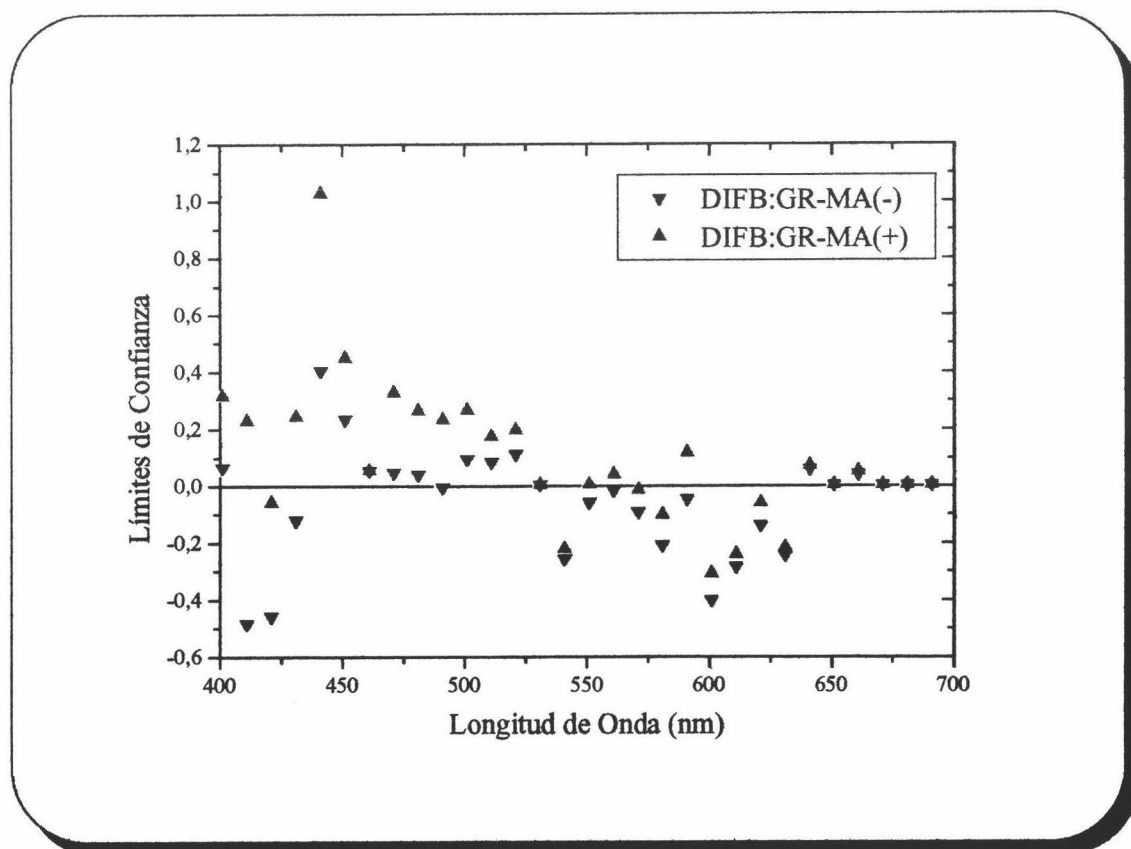


Figura 3.7.- Representación de los límites de confianza del intervalo de igualdad en la comparación de la función de mezcla azul entre nuestros resultados y los del Dr. De la Cruz para campos de 2° referidas a los primarios de Wright.

En este caso, igual que en los casos anteriores, casi todas las medias difieren, es decir, 400nm, 420nm, 440nm, 450nm, 460nm, 470nm y 480nm en la zona de los azules (en el primario azul sí son distintos como se viene repitiendo en los casos anteriores). En los verdes y amarillos también hay diferencia de medias en los 500nm, 510nm, 520nm, 540nm, 570nm y 580nm, que son prácticamente todos los verdes excepto el primario. Y en la zona de los rojos volvemos a tener lo mismo, las medias discrepan en todos excepto en el primario, 600nm, 610nm, 620nm, 630nm, 640nm, 660nm, 670nm, 680nm y 690nm.

Es claro que en esta función de mezcla no podemos afirmar que los resultados sean parecidos, de 30 longitudes de onda comparadas difieren 22, es decir, son distintas más del 73% de los casos. En la función de mezcla verde en más del 53% y en la roja en más del 46%. A la vista de estos resultados, podemos concluir con que las muestras comparadas no pertenecen a una misma población, con lo cual no tienen nada en común, es decir, que ambos hemos medido funciones de mezcla y estas no tienen ninguna relación, estadísticamente hablando, con lo cual no se puede hablar de un ***OBSERVADOR PATRÓN COLORIMÉTRICO para campos pequeños*** a la vista de estos resultados experimentales desde el punto de vista de la ***VISIÓN DEL COLOR EN HUMANOS***.

A partir de ahora las comparaciones no pueden ser estadísticas pues carecemos de los datos suficientes, medias muestrales, varianzas, desviaciones típicas, pesos de las medidas, etc. Las comparaciones serán sólo relativas, es decir se compararán las diferencias absolutas y relativas entre las funciones de mezcla de otros autores y las medidas por nosotros.

7.3.2 RESULTADOS DE STILES (grupo piloto)

Las funciones de mezcla del grupo piloto de Stiles (W. S. Stiles, 1955) para campos de dos grados. Son las siguientes:

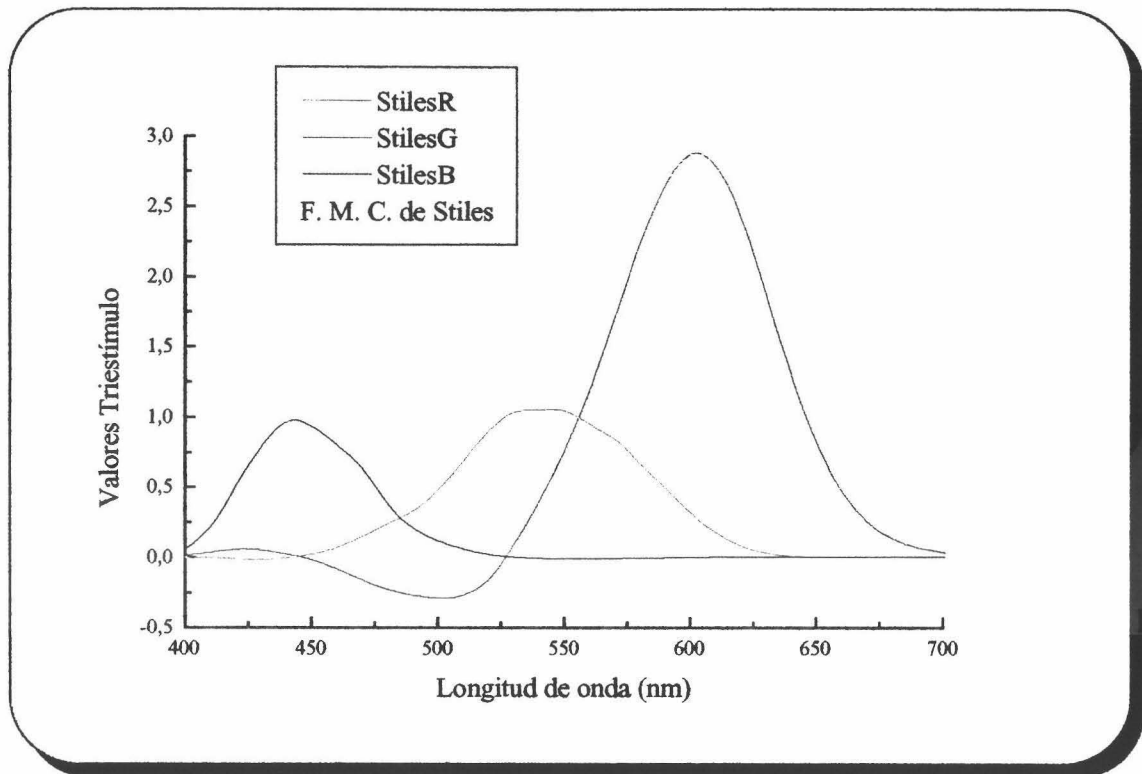


Figura 4.7.- Funciones de mezcla obtenidas por Stiles (grupo piloto) para campos de 2°.

Si, como se dijo antes, comparamos estos resultados con los nuestros, obtenemos la siguiente gráfica para diferencias absolutas:

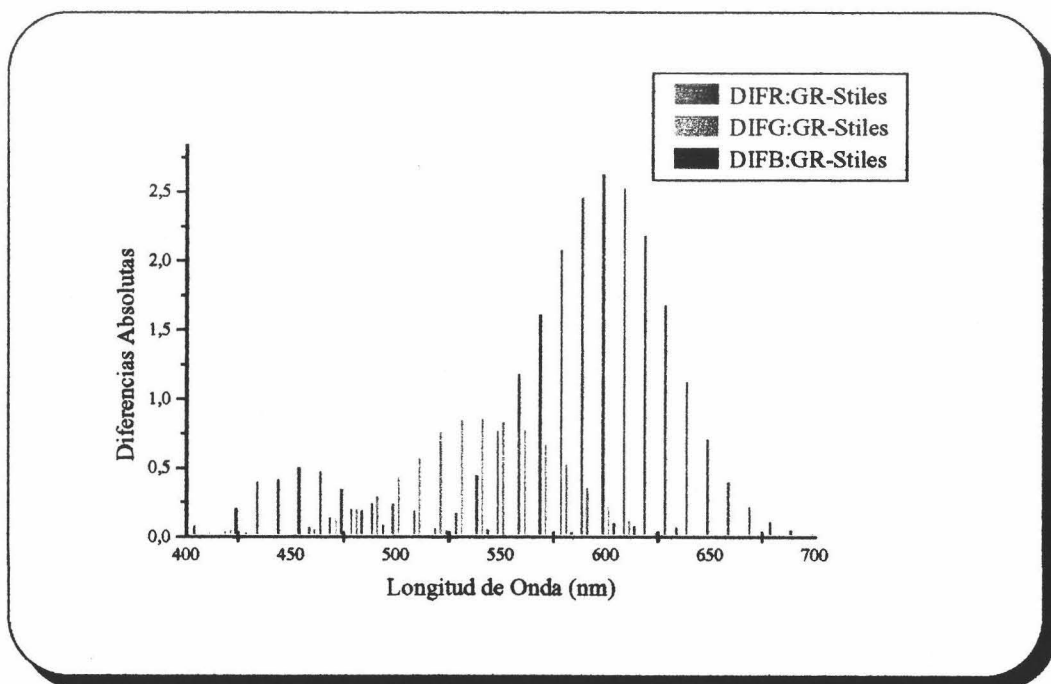


Figura 5.7.- Diferencias absolutas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Stiles (grupo piloto) para campos de 2°.

Como puede apreciarse, en las diferencias absolutas, se observa claramente cómo aumentan y disminuyen con los valores de las funciones de mezcla, además llegan a tener máximos y mínimos en las mismas longitudes de onda donde lo son las funciones de mezcla. Estas diferencias están dadas en valor absoluto, pero si los valores fueran sólo las diferencias, restando a las nuestras las de Stiles, obtendríamos que las diferencias para la verde y para la roja son negativas, es decir, nuestros valores triestímulo de radiancia unidad para la función de mezcla azul son mayores que los obtenidos por Stiles y Burch. Obviamente nuestros datos se han pasado a los primarios utilizados por Stiles y Burch para que las funciones de mezcla se pudieran comparar.

Si calculamos las diferencias relativas con respecto a nuestras funciones de mezcla se obtiene la siguiente gráfica (la escala de las diferencias es logarítmica para poder apreciar mejor las diferencias):

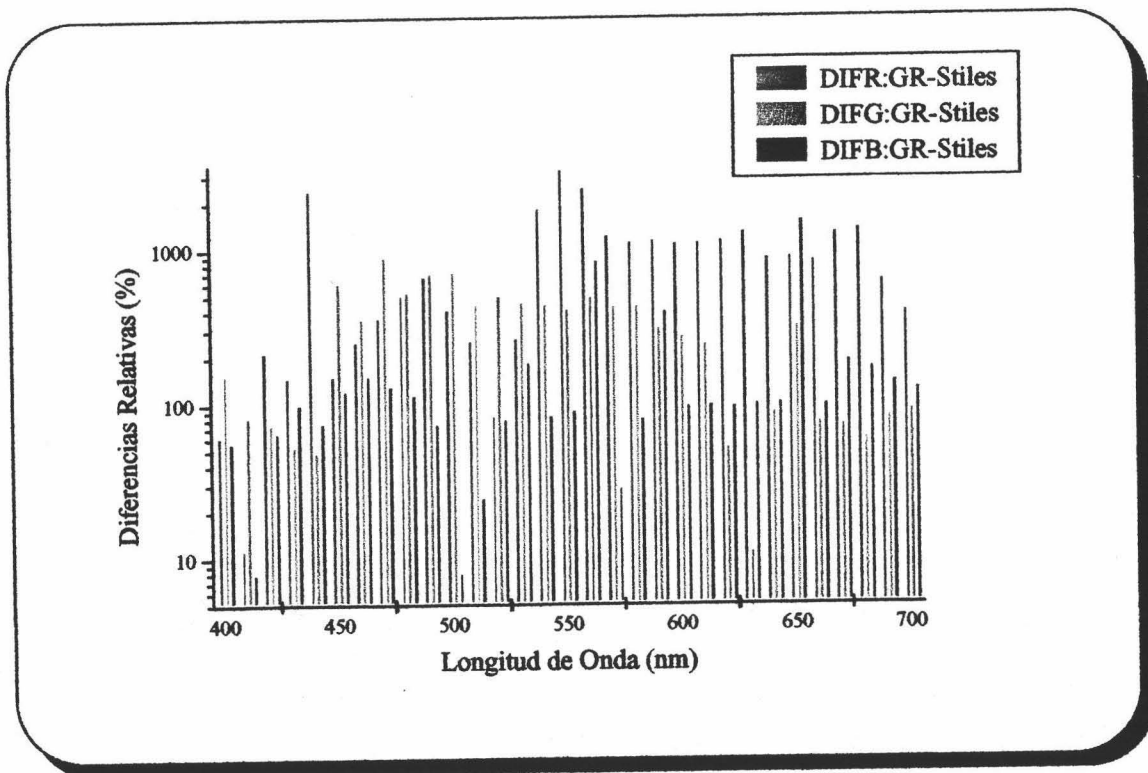


Figura 6.7.- Diferencias relativas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Stiles (grupo piloto) para campos de 2°.

Los resultados son claros. En la función de mezcla azul, las diferencias están en torno al 100%. En la verde están alrededor del 400% desde los 450nm hasta los 620nm, pero la

más dramática es la roja donde la diferencia media es del 1000% a partir de los 500nm hasta el final, y en torno a los 550nm la diferencia alcanza casi el 3500%.

7.3.3 OBSERVADOR PATRÓN RGB-CIE

Las funciones de mezcla CIE para los primarios RGB (435.8nm, 546.1nm y 700nm) para campos de dos grados son las que se representan en la gráfica de la página siguiente (Wyszecki and Stiles, 1982):

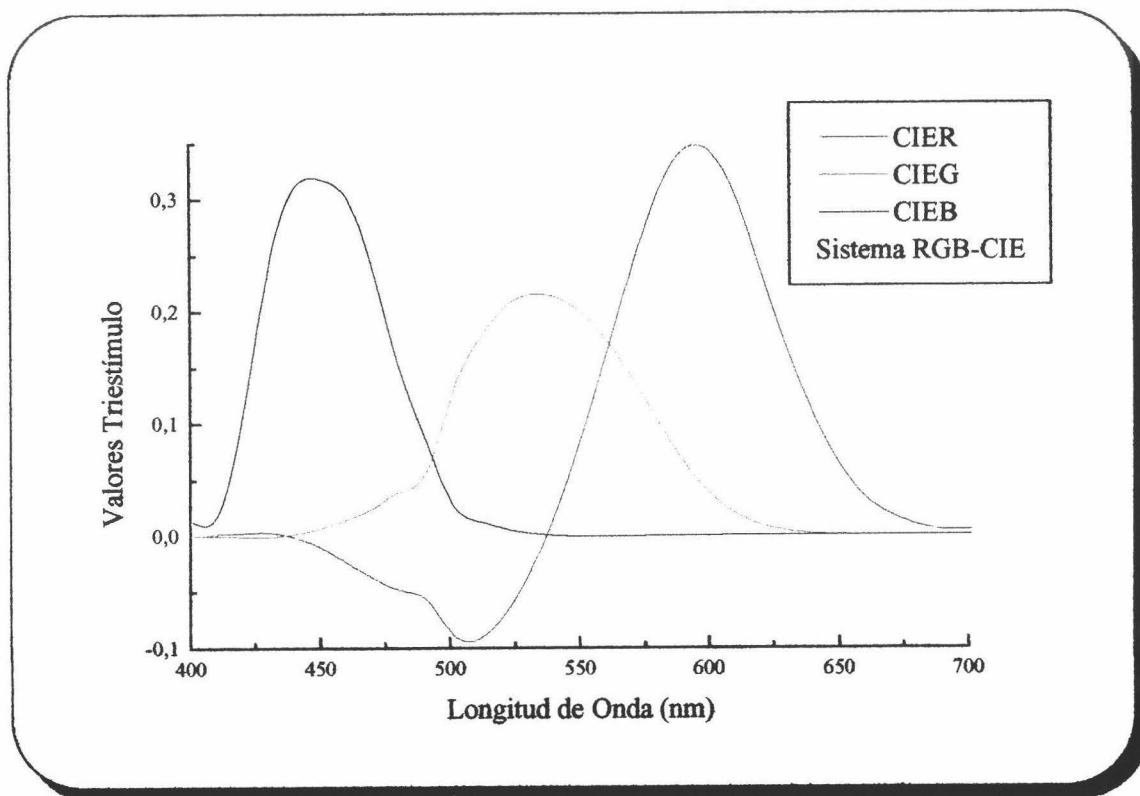


Figura 7.7.- Observador Patrón CIE 1931 para los primarios RGB CIE.

Realizando los mismos cálculos que en el apartado anterior se obtienen las diferencias absolutas con respecto a nuestras funciones de mezcla:

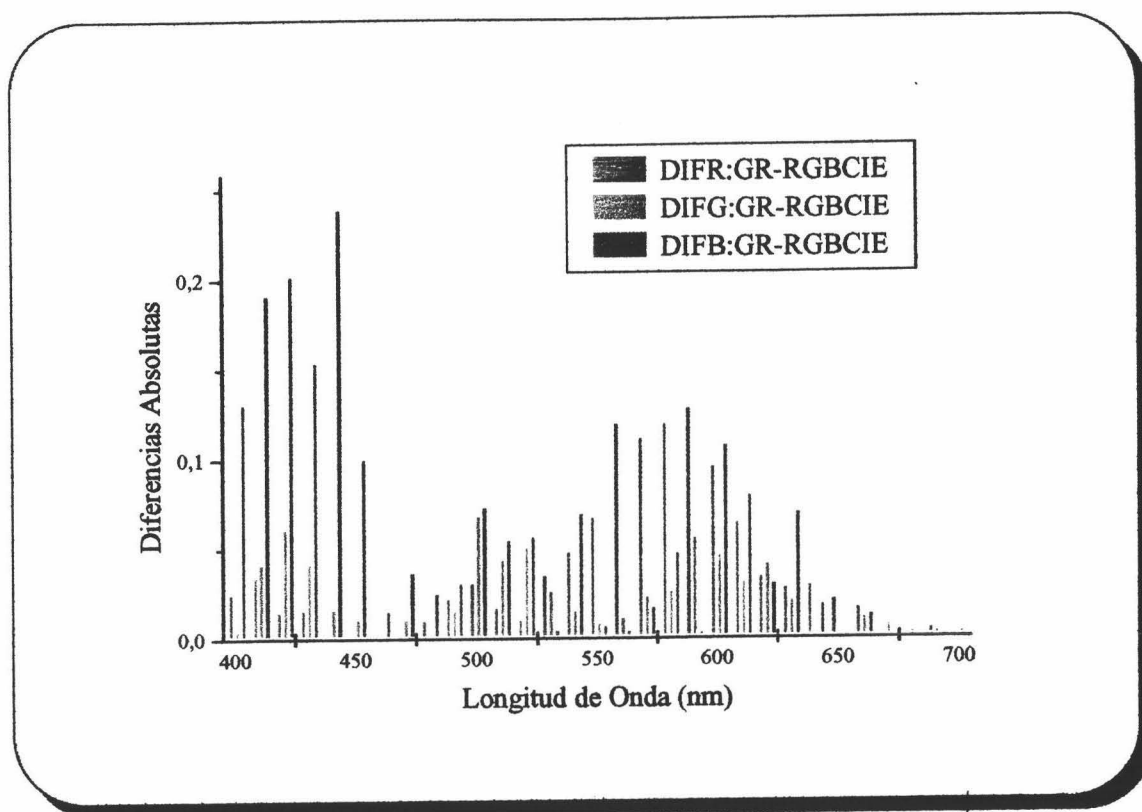


Figura 8.7.- Diferencias absolutas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla establecidas por la CIE con primarios RGB para campos de 2°.

Las diferencias, en este caso, no presentan un comportamiento tan claro como en el caso anterior. En la función de mezcla azul, estas diferencias son negativas desde los 550nm hasta los 650nm y desde los 670nm hasta los 700nm. En el caso de la función de mezcla verde, las únicas diferencias positivas se dan desde los 500nm hasta los 603nm, todas las demás son negativas y por último, en la roja las diferencias negativas van de los 510nm hasta los 640nm.

Si comparamos estos resultados con los obtenidos al calcular las diferencias con las de Stiles y Burch, podemos observar que la diferencia máxima en la función de mezcla azul es mucho menor en esta última, no llegando nunca al 0.25, sin embargo, en el otro caso se alcanzaba el 0.5. Lo mismo ocurre en la verde, al compararla con la de Stiles y Burch encontramos diferencias de hasta 0.75 mientras que aquí no llegan al 0.1. La más distinta de todas es la roja, y es que en la comparación anterior las diferencias sobrepasaban 2.5 mientras que en la comparación con la R-CIE en ningún caso llega a 0.15.

Pasemos ahora a ver las diferencias relativas (también con escala logarítmica por la misma razón):

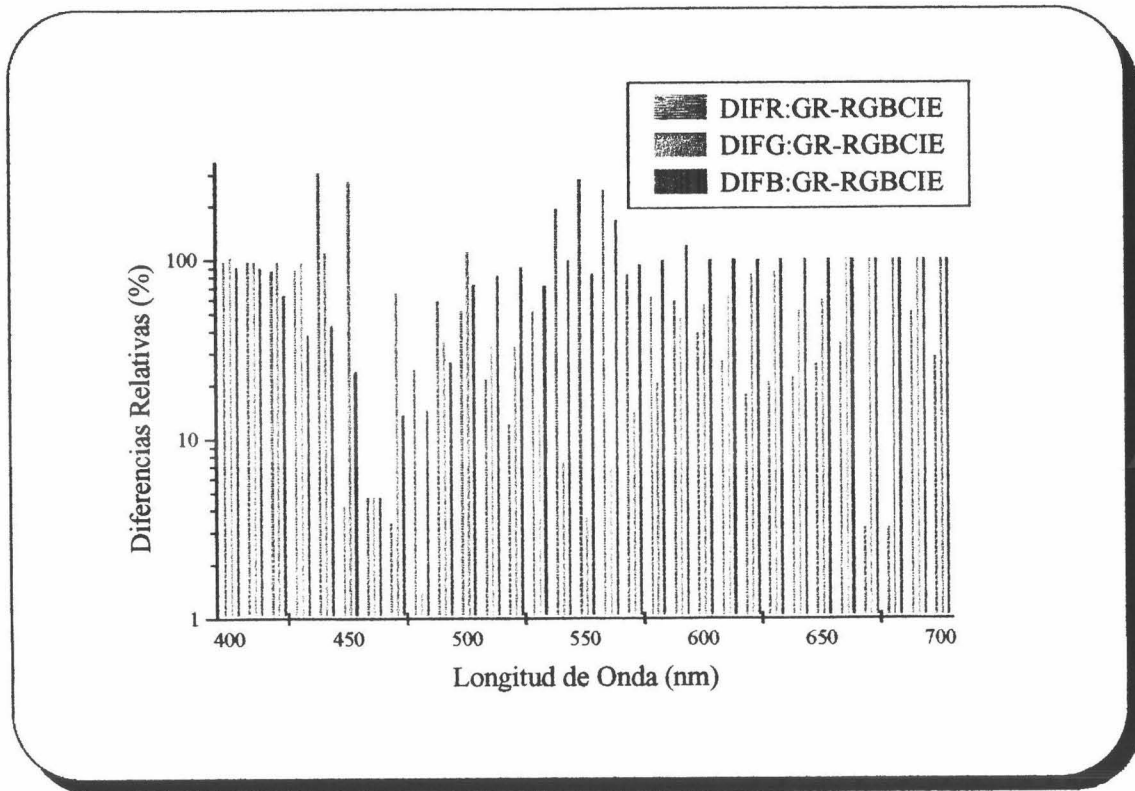


Figura 9.7.- Diferencias relativas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla establecidas por la CIE con primarios RGB para campos de 2°.

Lo más destacable es que las diferencias relativas de la función de mezcla azul se mantienen constantes en el 100%. La verde es oscilante, teniendo dos mínimos, en los 460nm y lo 550nm y la roja, también oscilante pero que presenta máximos de alrededor del 300%.

Si comparamos estos resultados con sus homólogos del apartado anterior vemos que las diferencias en la función de mezcla azul se mantienen, bastante constantes, en el 100%, pero en las otras, en este caso, es bastante menor.

7.3.4 RESULTADOS DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA MODIFICADAS DE JUDD

Estas funciones de mezcla son una modificación a las CIE-1931 y fueron medidas en 1951 y aunque todavía la CIE no se ha pronunciado al respecto, (Wyszecki and Stiles, 1982), suelen aceptarse en la mayoría de los modelos de visión de color (Boynton, 1986) como más representativa de los mecanismos de visión en la zona de longitudes de onda corta y son ampliamente utilizadas. Son las siguientes:

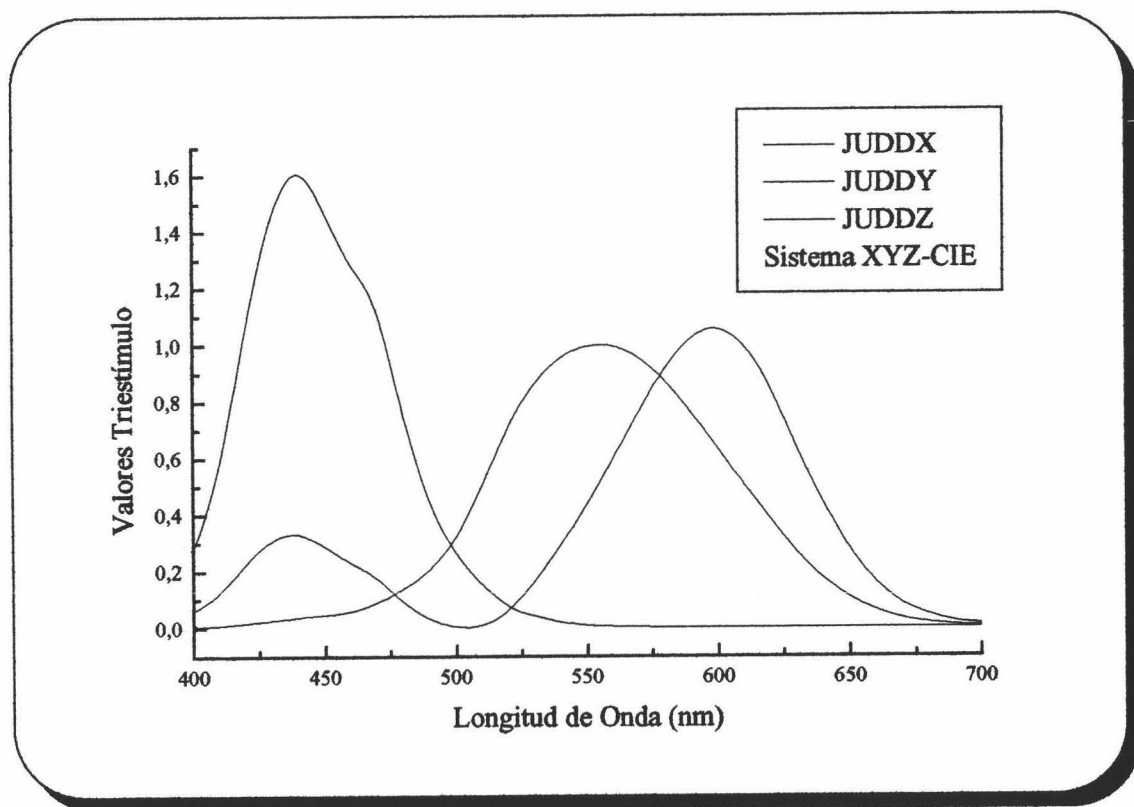


Figura 10.7.- Funciones de mezcla obtenidas por Judd en 1951 para campos de 2° con los primarios XYZ CIE.

Realizando el mismo tratamiento que en los últimos apartados, las diferencias absolutas con nuestras funciones de mezcla son:

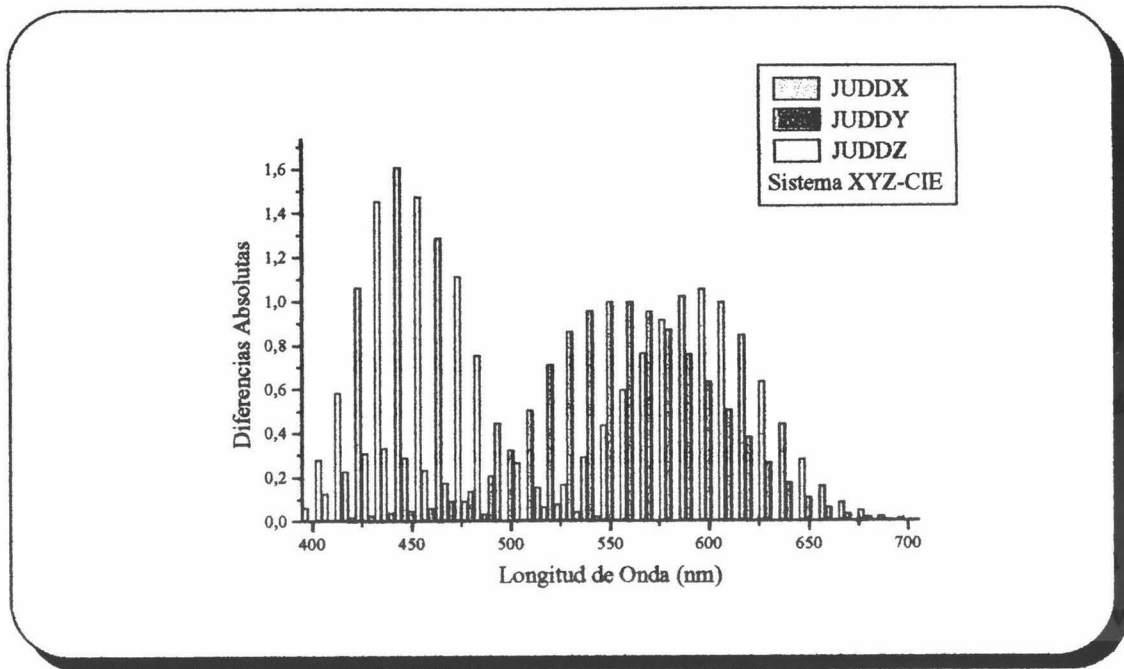


Figura 11.8.- Diferencias absolutas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Judd en 1951 para campos de 2° con los primarios irreales XYZ CIE.

Si nos damos cuenta, ocurre lo mismo que el caso de las funciones de mezcla de Stiles y Burch, las diferencias siguen la forma de las funciones de mezcla, aunque, esta vez, en otro espacio, en el sistema de representación CIE-1931. Las diferencias relativas son las siguientes:

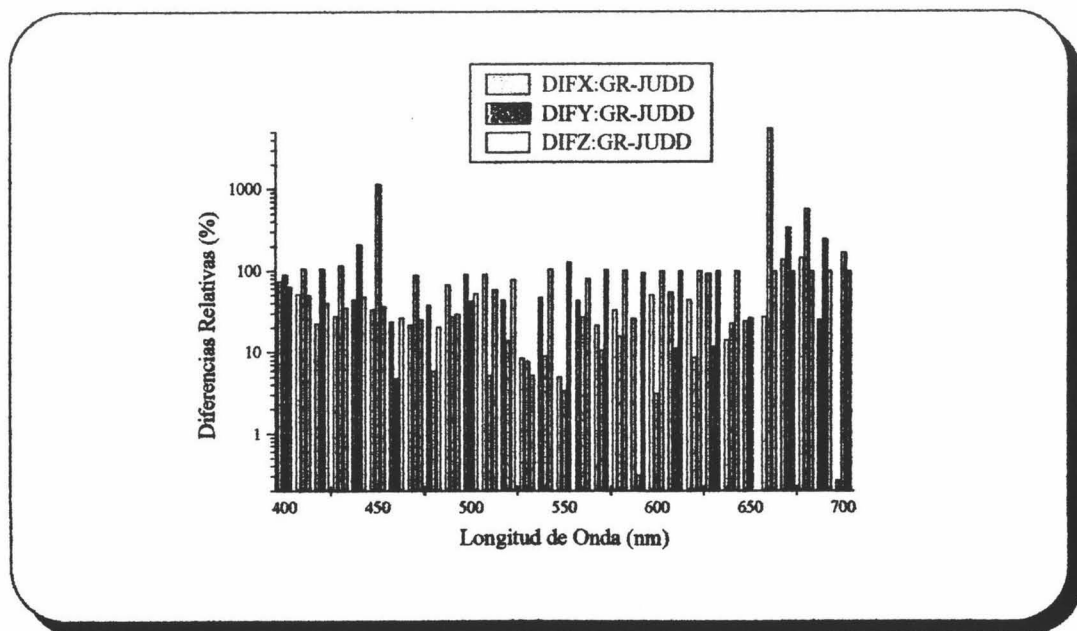


Figura 12.7.- Diferencias relativas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Judd en 1951 para campos de 2° con los primarios irreales XYZ CIE.

Los resultados son del estilo de los anteriores, se observa que en la función de mezcla \bar{X} , los errores relativos están en torno al 80%, en la \bar{Y} son, en general, menores, alrededor del 10%, excepto en los 400nm que alcanza un 1000% y al final del espectro, en los 620nm, que llegan a una diferencia del 5000%. Por último, la \bar{Z} tiene una diferencia relativa aproximada del 100%. La escala del eje Y no es lineal sino logarítmica para poder apreciar bien los altos tantos por ciento de diferencia.

7.3.5 RESULTADOS DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA MODIFICADAS DE VOS

Estas funciones de mezcla son una modificación más de las funciones de mezcla CIE 1931 realizadas por Vos en 1978. Como las de Judd, tampoco han sido tenidas en cuenta por la CIE. La gráficas de éstas se representan a continuación (Wyszecki and Stiles, 1982):

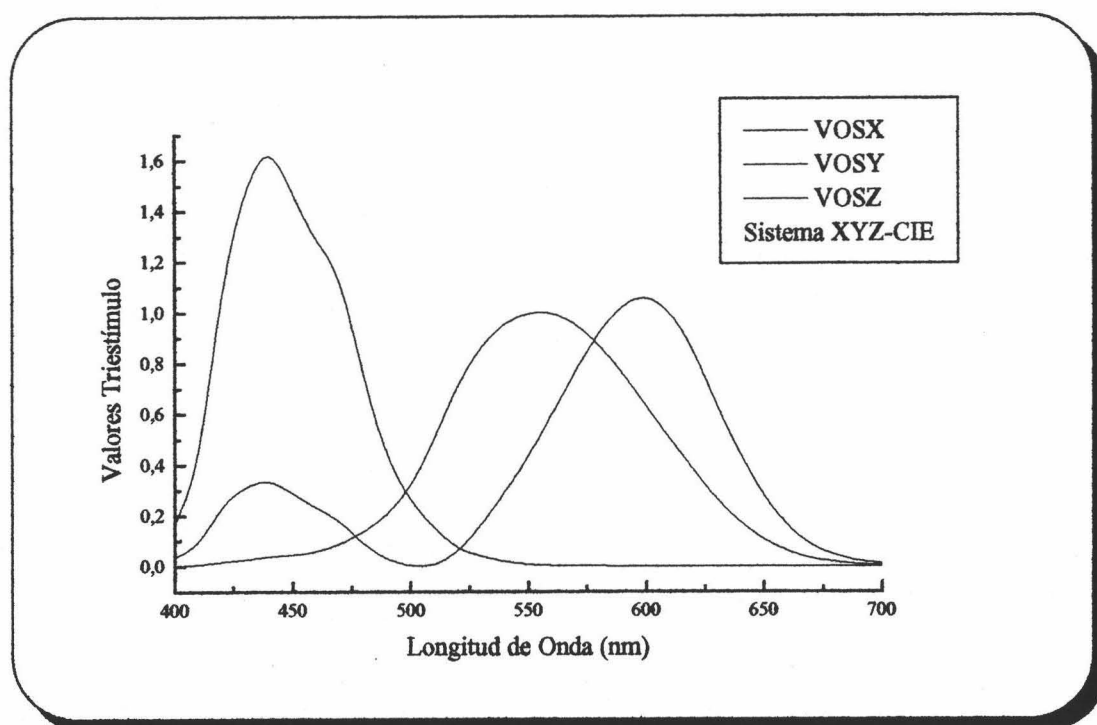


Figura 13.7.- Funciones de mezcla obtenidas por Vos en 1978 para campos de 2° con los primarios XYZ CIE.

Las diferencias absolutas entre estas funciones de mezcla y las nuestras se muestran en la gráfica siguiente.

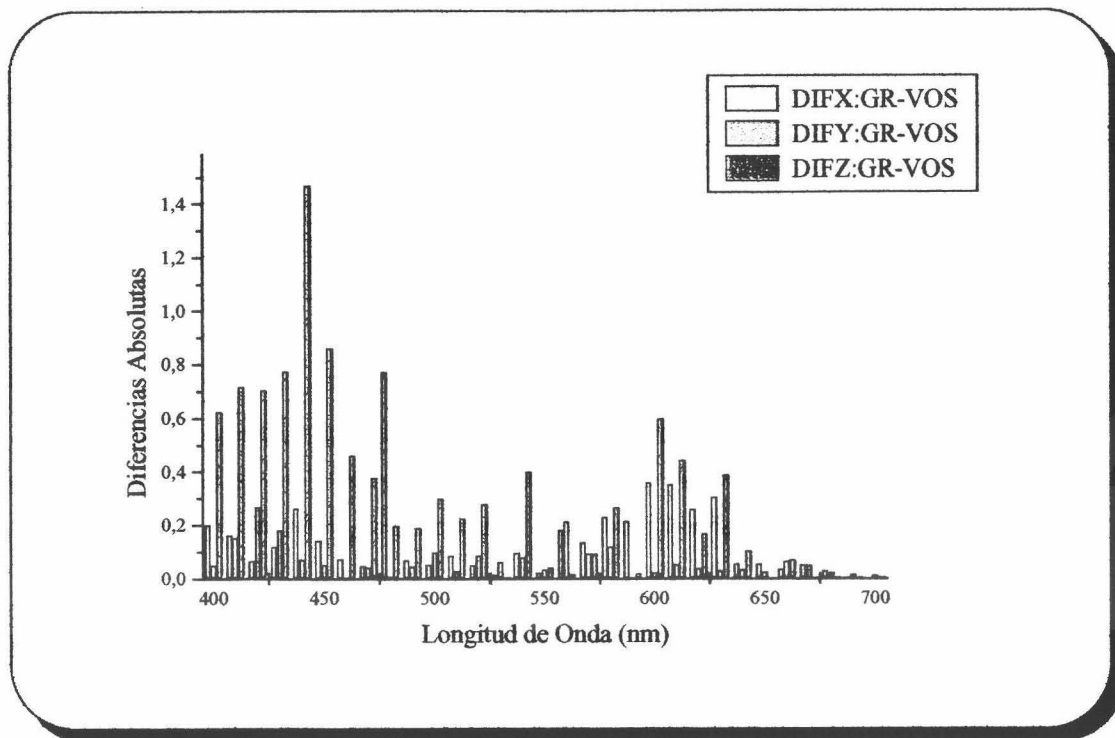


Figura 14.7.- Diferencias absolutas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Vos en 1978 para campos de 2° con los primarios irreales XYZ CIE.

Es de destacar que las diferencias de la función de mezcla \bar{X} son negativas desde los 540nm así como las de la \bar{Y} que son negativas a lo largo de todo el espectro. En el caso de la \bar{Z} , sucede lo mismo que en la roja. También es importante poner de manifiesto que las mayores diferencias se encuentran entre las longitudes de onda de los 400nm y los 530nm, que incluyen, como viene siendo habitual, a los estímulos azules.

En la siguiente gráfica se muestran las diferencias relativas de estas funciones de mezcla respecto de la obtenidas por nosotros:

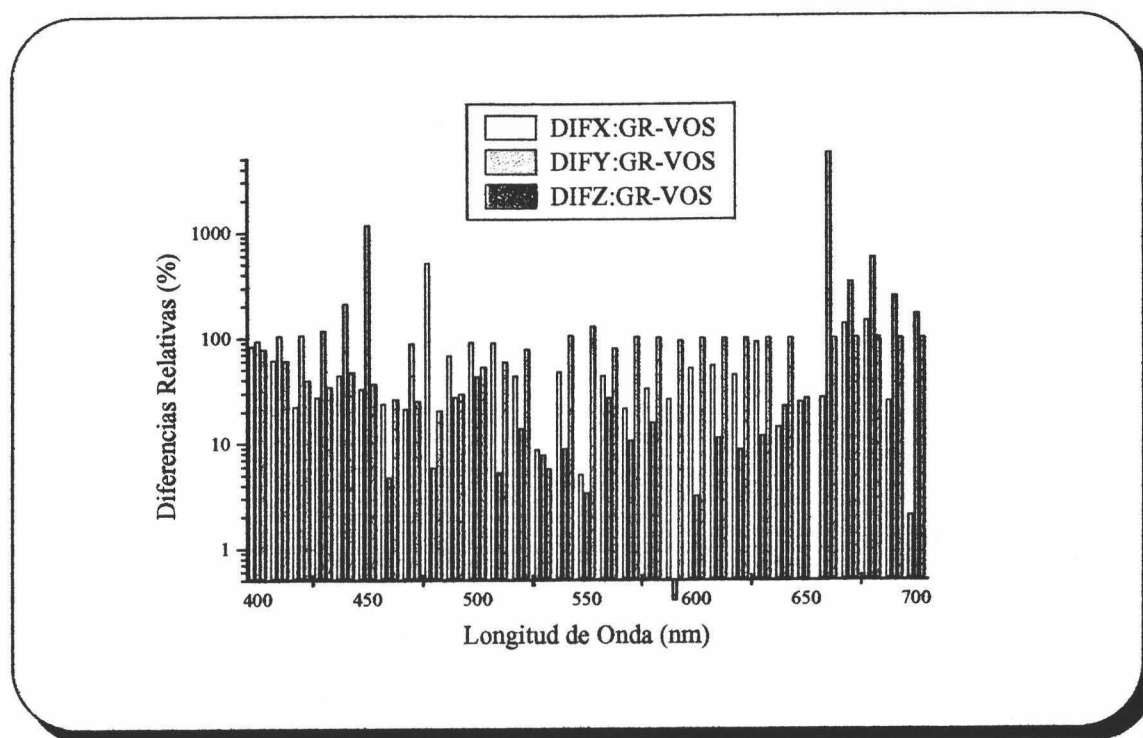


Figura 15.7.- Diferencias relativas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Vos en 1978 para campos de 2° con los primarios irreales XYZ CIE.

Los resultados son del estilo a los anteriores, se observa que en la función de mezcla \bar{X} e \bar{Y} , los errores relativos están en torno al 80%, en la \bar{Z} son, en general, menores, alrededor del 10% excepto en los 450nm que alcanza un 1000% y al final del espectro, en los 620nm, que llegan a una diferencia del 5000% (el mismo resultado que se obtuvo para las funciones de mezcla de Judd). Por último, la diferencia relativa aproximada de la función de mezcla \bar{Z} oscila en la primera mitad del espectro y a partir de aquí se mantiene prácticamente constante en el 100%. La escala del eje Y no es lineal sino logarítmica para poder apreciar bien los altos tantos por ciento de diferencia (como viene siendo habitual).

Es interesante calcular ahora las diferencias, tanto absolutas como relativas, entre las funciones de mezcla modificadas de Judd y Vos para poder tener una idea más completa de cómo han ido evolucionando las revisiones del Observador Patrón CIE 1931, aunque la CIE nunca haya sancionado ninguna. Los resultados se muestran en las gráficas siguientes:

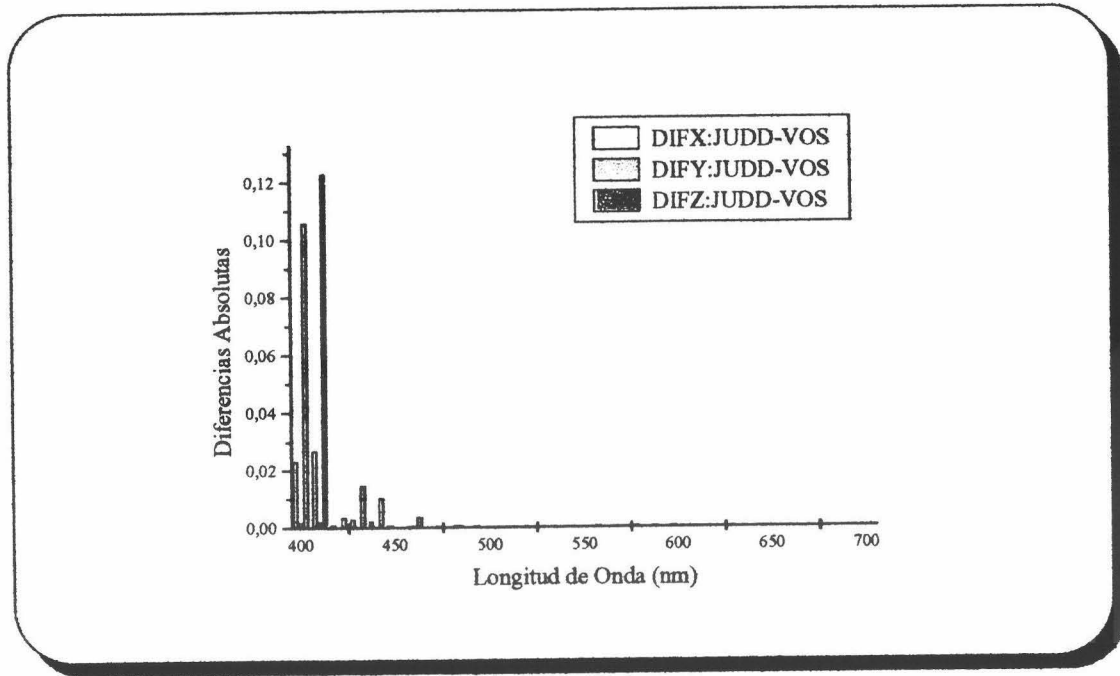


Figura 16.7.- Diferencias absolutas entre las funciones de mezcla modificadas por Judd y Vos.

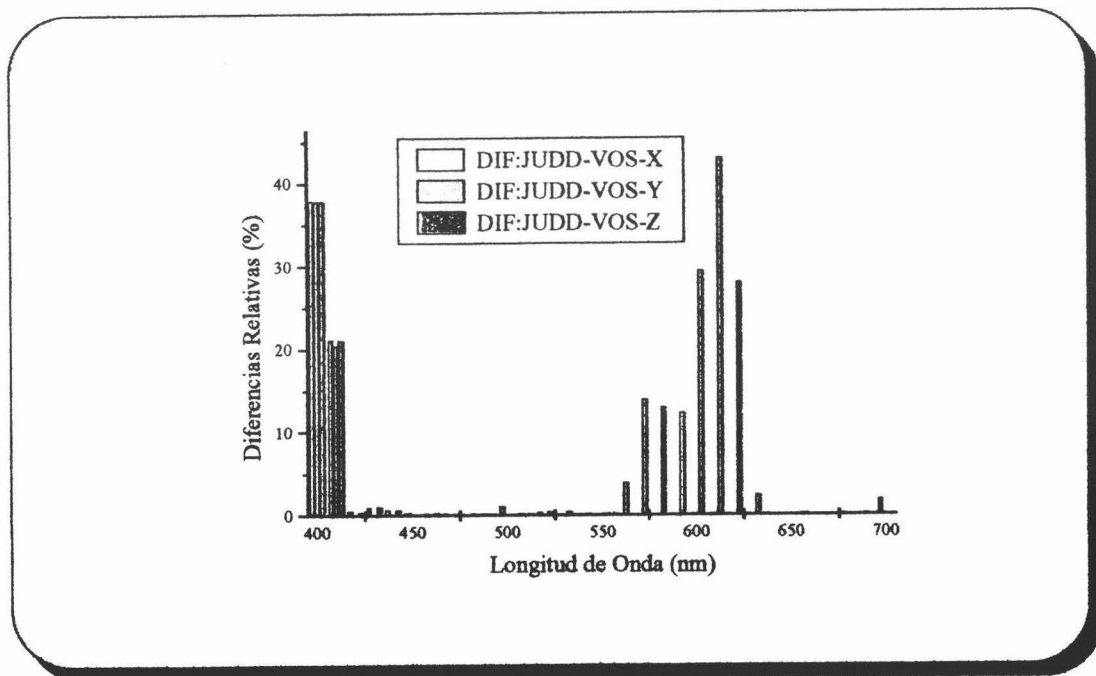


Figura 17.7.- Diferencias relativas entre las funciones de mezcla modificadas por Judd y Vos.

Obviamente estas diferencias no son grandes debido a que ambas son ligeras variaciones del Observador Patrón CIE 1931 impuestas para que no difiera mucho.

7.3.6 OBSERVADOR PATRÓN CIE 1931

Y por fin nos disponemos a comparar nuestros resultados experimentales con los sancionados por la CIE en 1931 (Wyszecki and Stiles, 1982), es decir, con el **OBSERVADOR PATRÓN CIE 1931 para campos pequeños (campos de 2° hasta 4°)**.

La representación de dicho Observador se muestra en la siguiente gráfica.

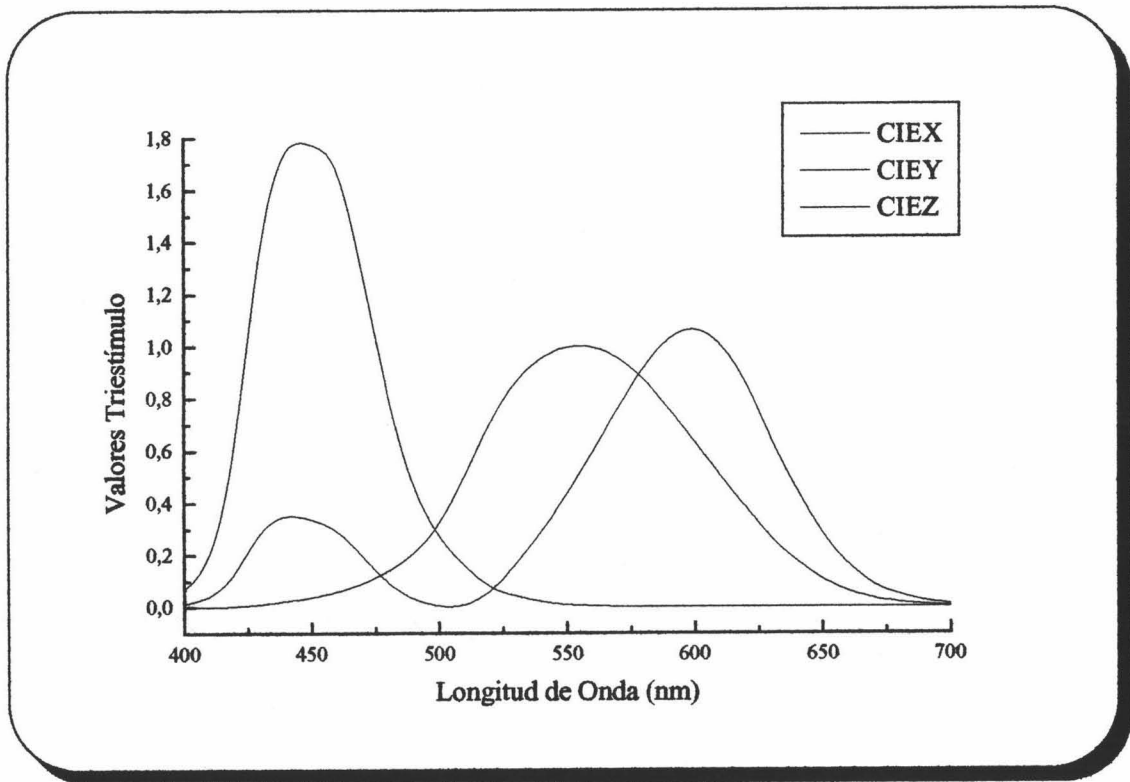


Figura 18.7.- Observador Patrón CIE 1931 con los primarios XYZ CIE.

Las diferencias absolutas con nuestro resultados son:

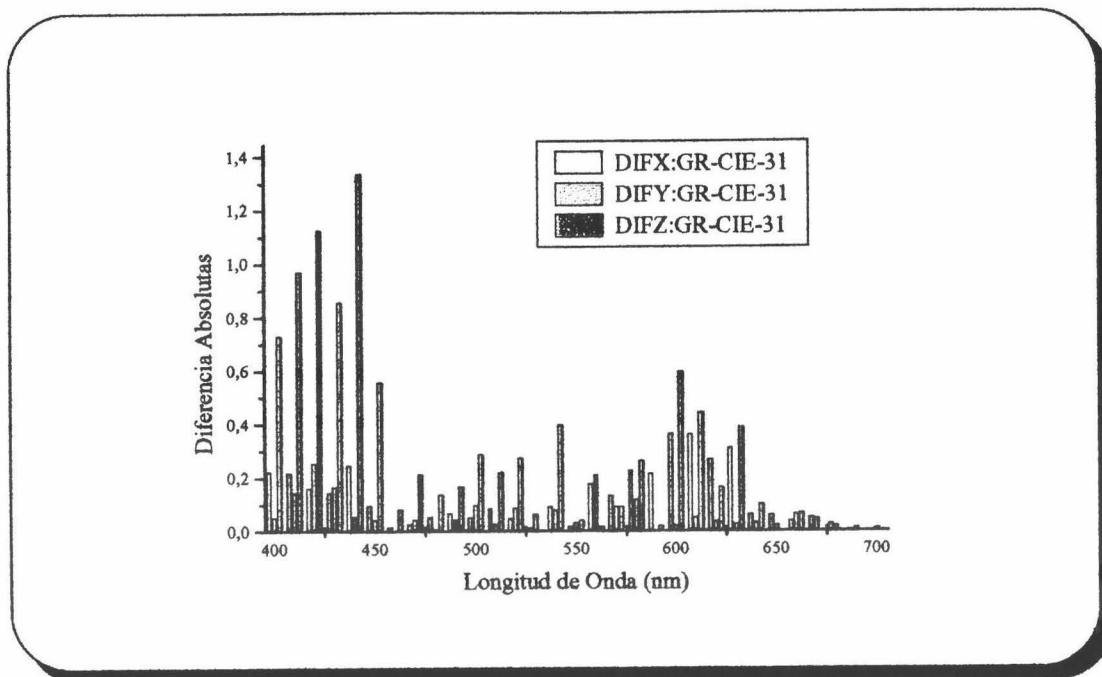


Figura 19.7.- Diferencias absolutas entre nuestras funciones de mezcla y el Observador Patrón CIE 1931 con los primarios irreales XYZ CIE.

Lo mismo que se dijo para las funciones de mezcla propuestas por Vos, puede comentarse aquí, porque la distribución de las diferencias es exactamente igual como puede comprobarse en las gráficas. Incluso el signo de esas diferencias se mantienen para este Observador Patrón CIE 1931. Las diferencias relativas también se dan a continuación:

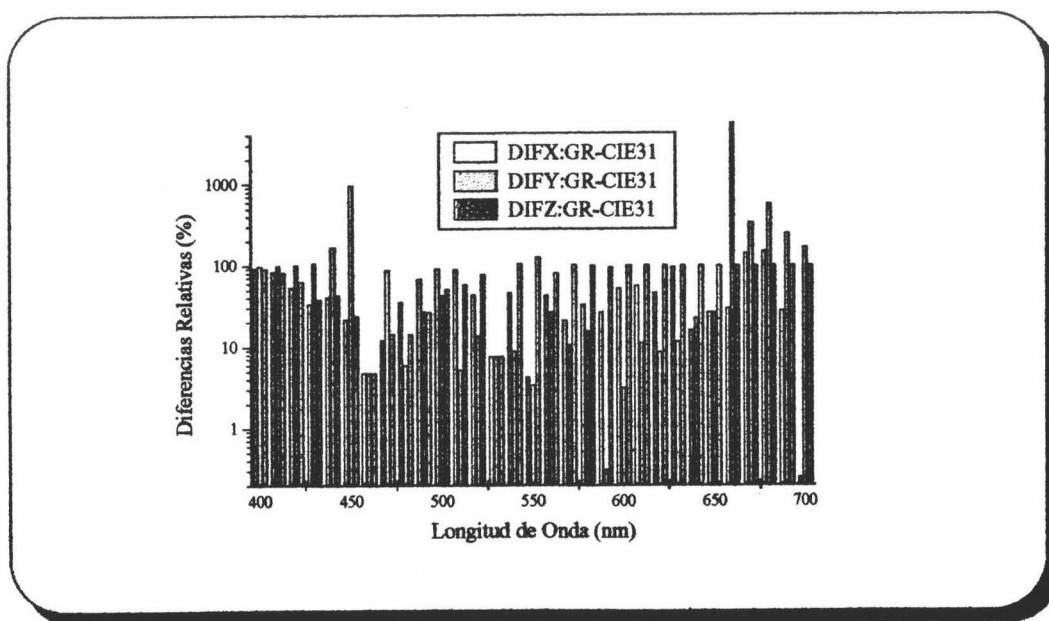


Figura 20.7.- Diferencias relativas entre nuestras funciones de mezcla y las funciones de mezcla obtenidas por Vos en 1978 para campos de 2° con los primarios irreales XYZ CIE.

De nuevo se obtienen los mismo resultados que para las funciones de mezcla de Vos, todo lo dicho es válido para estos resultados.

Otras comparaciones son las de las funciones de mezcla CIE 31 con las modificadas por Judd y por Vos. Las diferencias absolutas se dan a continuación:

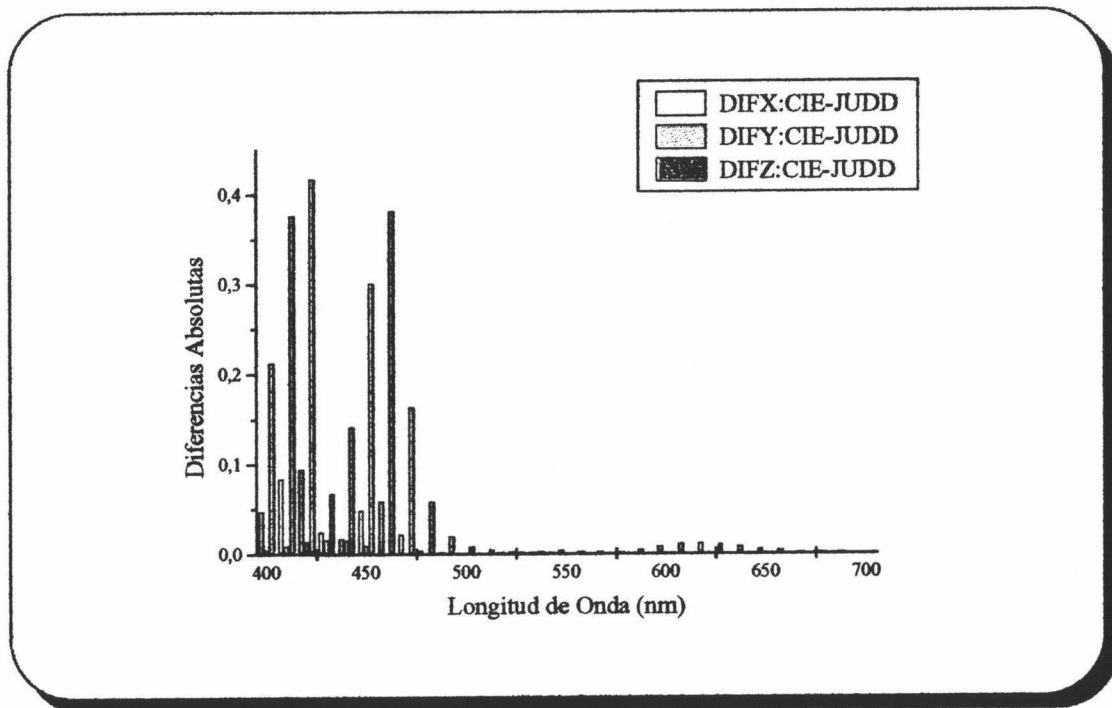


Figura 21.7.- Diferencias absolutas entre las funciones de mezcla modificadas por Judd y las CIE 1931.

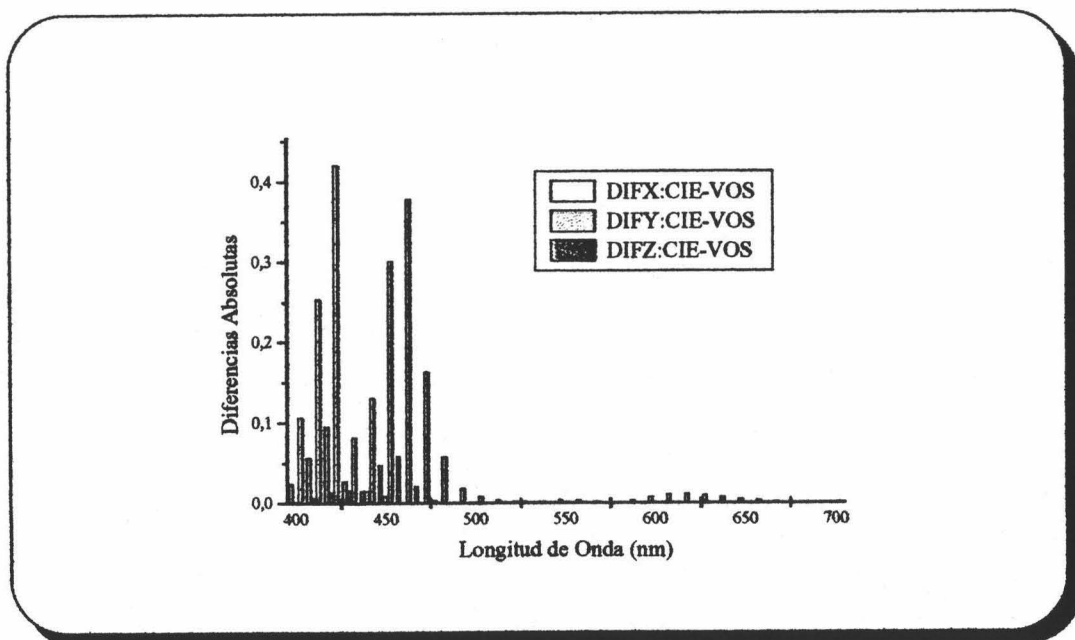


Figura 22.7.- Diferencias absolutas entre las funciones de mezcla modificadas por Vos y las CIE 1931.

Las diferencias relativas son:

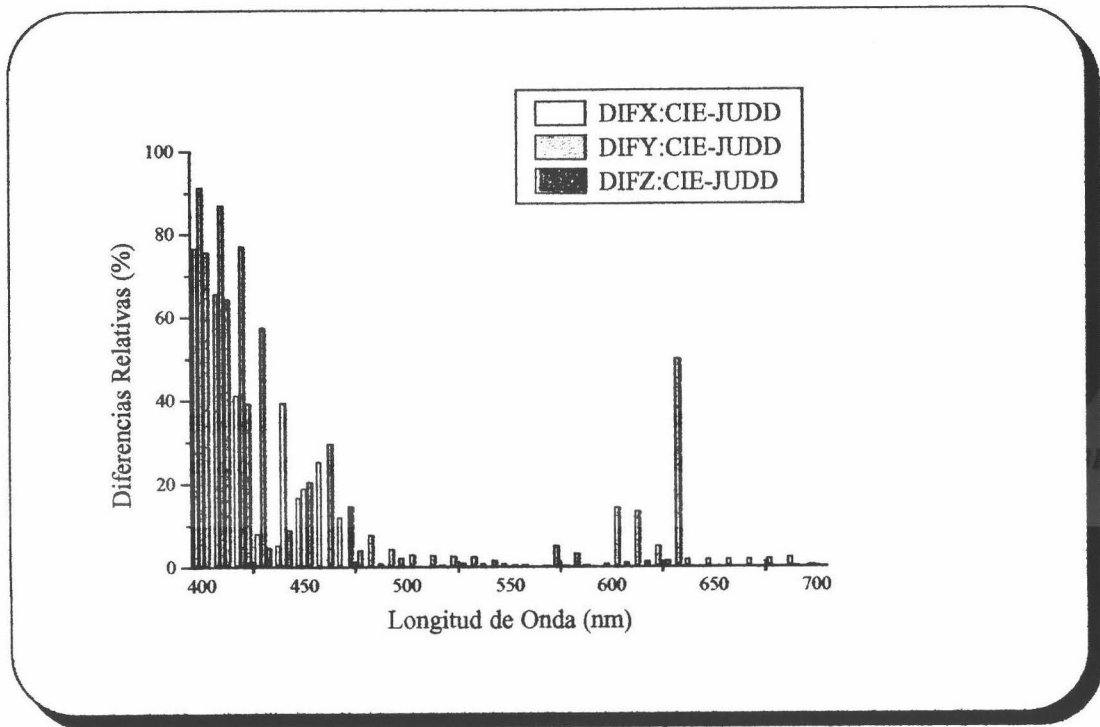


Figura 23.7.- Diferencias relativas entre las funciones de mezcla modificadas por Judd y las CIE 1931.

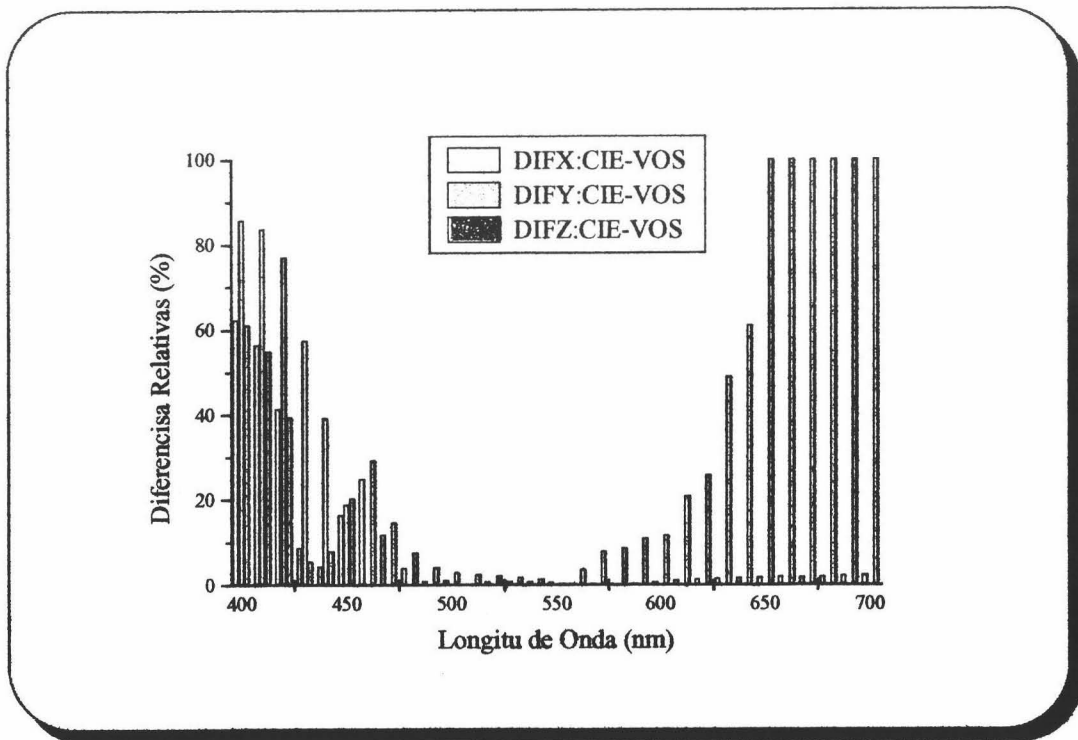


Figura 23.7.- Diferencias relativas entre las funciones de mezcla modificadas por Vos y las CIE 1931.

Si comparamos estos resultados con los nuestros, se puede apreciar que las diferencias relativas de las funciones de mezcla modificadas de Judd son menores, ahora bien, hay que tener en cuenta que sus medidas se restringieron a la obtención de la función $V(\lambda)$, es decir, la función \bar{y} para longitudes de onda menores de 460nm (que es donde aparecen mayores diferencias) y el resto \bar{x}, \bar{z} fue una modificación impuesta para preservar las cromaticidades espectrales y no fueron medidas experimentalmente.

En cuanto a las funciones de mezcla modificadas por Vos, tiene en común con las nuestra que, al final del espectro, las diferencias relativas de la función de mezcla \bar{z} alcanzan el 100%. En cualquier caso, como en las funciones de mezcla modificadas por Judd, éstas tampoco son totalmente experimentales, sino que se redujeron las unidades de la \bar{y} en 0.2 unidades logarítmicas para que los resultados se parecieran más a los de Stiles de 1955 y se disminuyó la concavidad del lugar espectral CIE 1931 entre las longitudes de onda de 453nm y 445nm.

A pesar de todas estas modificaciones, no se han conseguido resolver los fallos de aditividad colorimétrica.

7.4 COMPARACIÓN DE LAS CURVAS DE LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES DE LAS FUNCIONES DE MEZCLA

Hasta ahora se han calculado las diferencias punto a punto de las funciones de mezcla de diferentes autores con las obtenidos en nuestro laboratorios, sin embargo, no hemos tenido en cuenta el comportamiento de cada una de las curvas; para ello, en este apartado vamos a calcular los coeficientes de correlación (Apostol, 1989) mediante la desigualdad de Cauchy-Schwarz de cada una de esas curvas de funciones de mezcla con las nuestras. Así podremos establecer otro criterio más de comparación.

La desigualdad de Cauchy-Schwarz dice que si a_1, \dots, a_n y b_1, \dots, b_n son números reales cualesquiera, se tiene:

$$\left(\sum_{k=1}^n a_k b_k \right)^2 \leq \left[\sum_{k=1}^n a_k^2 \right] \left[\sum_{k=1}^n b_k^2 \right] \quad (7.7)$$

Además, la igualdad se verifica si, y sólo si, existe un número real x tal que $a_k x + b_k x = 0$ para cada $k = 1, 2, \dots, n$.

En nuestro caso, las a_k y los b_k son los valores experimentales de las funciones de mezcla obtenidos en nuestros laboratorios y con los que los queremos comparar.

A la vista de esto, calcularemos el coeficiente anterior llamado *coeficiente de correlación múltiple* que tiene en cuenta la fracción de la varianza (*variance accounting for*):

$$VAF = \frac{\left[\sum_{k=1}^{31} a_k b_k \right]^2}{\left[\sum_{k=1}^{31} a_k^2 \right] \left[\sum_{k=1}^{31} b_k^2 \right]} \quad (8.7)$$

Cuanto más se acerque este coeficiente a la unidad, más parecidas serán ambas curvas. Este coeficiente está relacionado con el nivel de confianza de una distribución normal. Por ejemplo, si el coeficiente es de 0.81, querrá decir que el nivel de confianza al que esas curvas son iguales es del 19%. Este coeficiente es ampliamente recomendado por todos los expertos en la literatura, de ahí que se haya elegido. Desde el punto de vista experimental es aceptable que los coeficientes de correlación tuviesen un nueve como primera cifra significativa, si no fuera así, tendríamos que afirmar que las curvas son distintas.

Lo primero que vamos a comprobar es como se comportan las curvas de los observadores una respecto de otra, es decir, si aproximadamente las funciones de mezcla son una especie de respuesta del sistema visual humano, veremos si la respuesta es parecida, en su forma, en todos los observadores. Comenzamos con las funciones de mezcla obtenidas por el Dr. De la Cruz para sus tres observadores:

<i>RGB</i>			
	<i>Pla - De la Cruz</i>	<i>Iri - De la Cruz</i>	<i>Pla - Iri</i>
<i>VAF_R</i>	0.99431	0.95873	0.96380

<i>RGB</i>			
	<i>Pla - De la Cruz</i>	<i>Iri - De la Cruz</i>	<i>Pla - Iri</i>
<i>VAF_G</i>	0.97341	0.96195	0.98040
<i>VAF_B</i>	0.97824	0.95986	0.99057

Tabla 38.7.- Valores de los coeficientes de correlación múltiple para las tres funciones de mezcla para cada uno de los observadores.

A la vista de los resultados de la tabla anterior, se puede afirmar que los tres observadores tienen una curvas de formas muy parecidas por lo que se puede decir que las repuestas visuales de todos son análogas. No tenemos más datos disponibles para poder realizar comparaciones punto a punto porque del método empleado para la determinación experimental de funciones de mezcla del Dr. De la Cruz no se puede calcular ningún parámetro estadístico que nos permita otra clase de comparación.

La tabla que se presenta a continuación muestra los valores VAF

<i>RGB</i>			
	<i>VAF_R</i>	<i>VAF_G</i>	<i>VAF_B</i>
<i>AY - JR</i>	0.98589	0.96383	0.99120
<i>AY - JA</i>	0.99692	0.97581	0.99390
<i>AY - MR</i>	0.99344	0.96500	0.99599
<i>AY - JI</i>	0.99543	0.97090	0.96726
<i>AY - FP</i>	0.98669	0.98035	0.99472
<i>AY - MS</i>	0.54727	0.54256	0.73087
<i>JR - JA</i>	0.98141	0.96786	0.99486
<i>JR - MR</i>	0.97179	0.96193	0.98438
<i>JR - JL</i>	0.98208	0.95495	0.96804
<i>JR - FP</i>	0.97718	0.96412	0.99225

	RGB		
	VAF_R	VAF_G	VAF_B
JR - MS	0.49294	0.46906	0.75343
JA - MR	0.99459	0.98775	0.99013
JA - JL	0.99455	0.99235	0.97441
JA - FP	0.99062	0.99478	0.99371
JA - MS	0.56892	0.52615	0.76255
MR - JL	0.99104	0.97589	0.96897
MR - FP	0.98443	0.98710	0.99013
MR-MS	0.58106	0.54056	0.73425
JL - FP	0.97965	0.98955	0.96560
JL - MS	0.56629	0.52556	0.74742
FP - MS	0.57932	0.54406	0.73434

Tabla 39.7.- Valores de los coeficientes de correlación múltiple para las tres funciones de mezcla para cada uno de nuestros observadores.

A la vista de nuestros resultados así como a los del Dr. De la Cruz, la conclusión es clara, pese a que los resultados de la *t-Student* y *F-Fischer Snedecor* que se obtuvieron en el capítulo anterior. Los datos obtenidos muestran que las curvas de las funciones de mezcla en todos los observadores (excepto para el observador *MS*) tienen la misma forma, es decir, la respuesta visual de todos los observadores es la similar. En principio, puede pensarse que los mecanismos de visión de color dan respuestas del mismo tipo en todos nuestros observadores.

En la siguiente tabla se muestran los valores VAF para las funciones de mezcla de diferentes autores en el sistema RGB CIE 31 comparados dos a dos. Nuestros datos y los del Dr. De la Cruz están pasados a este sistema de referencia en los que los primarios son 435.8nm para el azul, 546.1nm para el verde y 700.0nm para el rojo. El resto de los datos ya están publicados para este sistema de referencia. El método para pasar de un sistema de primarios a otro ya se explicó en los capítulos anteriores.

	RGB		
	VAF_R	VAF_G	VAF_B
GR - De la Cruz	0.9782	0.9509	0.9092
GR - Stiles	0.9158	0.952	0.9286
GR - RGB CIE	0.9262	0.9041	0.8638
De la Cruz - Stiles	0.9422	0.9881	0.9003
De la Cruz- RGB CIE	0.9338	0.9462	0.8040
Stiles - RGB CIE	0.9547	0.9758	0.9768

Tabla 40.7.- Valores del coeficiente de correlación múltiple para las tres funciones de mezcla (roja, verde y azul) del Dr. De la Cruz, Grupo piloto de Stiles, RGB-CIE y las muestras al compararlas entre ellas.

Como puede comprobarse, casi todos tienen los mismos valores del coeficiente para cada función de mezcla, destaca en la función de mezcla roja que las muestras y las del Dr. De la Cruz son las más parecidas y diferimos (aunque no en gran medida) con el grupo piloto de Stiles. Para la función de mezcla verde, las más parecidas son las del Dr. De la Cruz y las de Stiles, y para ésta, a los resultados que más se pecceren los nuestros son a los de Stiles y, por último, en la función de mezcla azul, volvemos a parecernos a Stiles. En esta función de mezcla, a excepción de Stiles, somos los que más nos parecemos a las funciones de mezcla RGB CIE de todos los grupos comparados.

En la siguiente tabla se dan los valores del mismo coeficiente de correlación (VAF) pero para las funciones de mezcla en el sistema de referencia CIE 31.

	XYZ		
	VAF_X	VAF_Y	VAF_Z
GR - De la Cruz	0.8807	0.9244	0.9082
GR - Vos	0.9120	0.9719	0.9379
GR - Judd	0.9146	0.9721	0.8240
GR - CIE 31	0.9057	0.9741	0.8769

	<i>XYZ</i>		
	VAF_x	VAF_y	VAF_z
<i>De la Cruz - Vos</i>	0.7201	0.9761	0.9287
<i>De la Cruz - Judd</i>	0.7231	0.9765	0.8191
<i>De la Cruz - CIE 31</i>	0.7046	0.9743	0.8173
<i>Judd - Vos</i>	0.9998	0.9997	0.8690
<i>Judd - CIE 31</i>	0.9965	0.9999	0.9553
<i>Vos - CIE 31</i>	0.9972	0.9999	0.9642

Tabla 41.7.- Comparación de los coeficientes de correlación para las funciones de mezcla \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} , del Dr. De la Cruz, de Vos, Judd y CIE-1931 al compararlas con las nuestras.

A la vista de estos resultados podemos concluir que las curvas de las funciones de mezclas son muy parecidas a las obtenidas en nuestros laboratorios, casi todos los coeficientes tiene un 9 como primera cifra significativa. En general, nuestras curvas se parecen más a las de Vos, Judd y CIE 31 que las del Dr. De la Cruz. La razón de que las curvas sean parecidas, pero no así las comparaciones punto a punto, puede deberse, como se apuntó anteriormente, a que la respuesta global del sistema visual es la misma (o muy parecida) en todos los observadores, no así la forma de igualar de cada uno, lo cual puede justificarse según la diferencia inter observador de la transmitancia del cristalino, pigmentación macular, etc. (Nayatani et al.1988).

Un dato significativo es que, mientras que en el anterior sistema de referencia las funciones de mezcla del Dr. De la Cruz eran las más parecidas a las nuestras, ahora no es así, y no sólo eso sino que en el nuevo sistema son las más distintas. Esto nos puede hacer pensar que el sistema de referencia influye fundamentalmente en la forma de la respuesta del sistema visual, es decir, en la forma de las funciones de mezcla, hecho que no debería ocurrir, pues un sistema de referencia debe ser un mero lugar de representación y en ningún momento modificar la forma de las curvas de respuesta (funciones de mezcla). Las diferencias más grandes encontradas en los coeficientes de correlación corresponden a la función de mezcla \bar{z} al compararla con las de Judd y la CIE 31 respectivamente. Lo mismo ocurre en el caso de las funciones de mezcla del Dr. De la Cruz.

Las respuestas individuales a cada estímulo son distintas para cada observador, según se desprendía del apartado anterior, ahora bien, la respuesta del conjunto, la respuesta global, el comportamiento global del sistema visual humano sí es común. Es decir, parece ser que cada observador realice observaciones o "*vea los colores*" de una forma distinta, pero hay un comportamiento común en todos ellos, dicho de otra forma, todo parece indicar que los procesos de percepción de color son comunes a todos los observadores aunque la respuesta final de dichos procesos sea distinta en cada observador.

Los resultados para las funciones de mezcla de Judd eran los esperados, las modificaciones se hicieron para que no difirieran mucho del Observador Patrón CIE 1931 y sólo para unas pocas longitudes de onda. Así, los valores VAF son los más cercanos a la unidad.

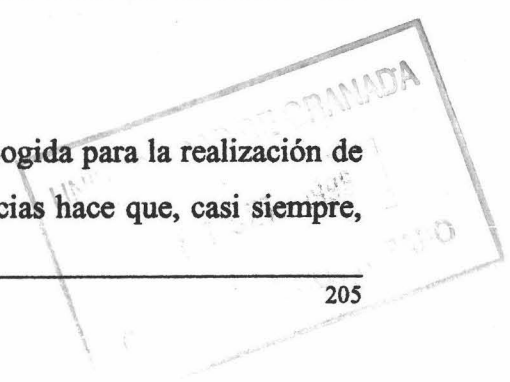
7.5 CONSIDERACIÓN FINAL

Como se ha visto en el presente capítulo y en el anterior, existen dispersiones significativas, como era de esperar, entre los resultados de los diferentes autores e incluso entre los observadores de un mismo trabajo.

Esto parece lógico y cabría esperarlo dado que, por un lado, no tiene por qué existir identidad de funcionamiento, y, por lo tanto, de constitución, entre personas distintas y, en segundo lugar, porque, según parece ser, las condiciones psicofísicas y experimentales influyen bastante en estas experiencias originando la consiguiente dispersión de resultados (Hita et al, 1980) pero en ningún caso estas dispersiones justifican las discrepancias apuntadas (Jiménez del Barco et al., 1988).

No obstante, en todos los casos comentados, se dan por ciertas varias hipótesis de partida que nunca han sido analizadas en profundidad y que pensamos deben estudiarse con cierto detalle.

Una de ellas radica en la homogeneidad de la muestra escogida para la realización de los experimentos en colorimetría. La "*dureza*" de estas experiencias hace que, casi siempre,



se utilicen observadores "*ligados*" a los laboratorios y, por ello, con alto grado de experiencia en discriminación o en control de equipos, si bien esto último puede obviarse con métodos experimentales adecuados (Hita et al., 1980).

Su alta experiencia, por otro lado, originaría umbrales de discriminación más pequeños que los normales lo que puede ser mitigado empleando factores de corrección apropiados, aunque podrían aparecer problemas en lo que a capacidad de discriminación se refiere.

Ante ello, parece razonable pensar que la muestra empleada no fuera un problema irresoluble en la representatividad.

No obstante, dado el carácter de valor promedio de los Observadores Patrones, hemos creído interesante realizar el estudio estadístico anterior sobre la bondad de este procedimiento de la definición, es decir, analizar si tiene sentido o, al menos, saber cuales son las limitaciones inherentes al establecimiento de tal ente colorimétrico como valor promedio.

Es evidente, que este estudio estadístico debe completarse (sobre todo a la vista de los resultados de la VAF) con el análisis de los resultados obtenidos en experiencias colorimétricas sobre discriminación cromática, por ejemplo. Un análisis estadístico aislado únicamente puede arrojar luz sobre aspectos parciales del problema, importantes, desde luego, pero no excluyentes a nuestro juicio, dada la cantidad de variables que hay que tener en cuenta en estas experiencias (métodos experimentales entre otras).

Los métodos estadísticos utilizados nos han permitido analizar si tiene significación, o no, aceptar la media de un conjunto De observadores como representativa del colectivo, en definitiva si tiene sentido establecer tal media, pero debe tenerse cuidado al analizar los resultados. A nuestro juicio, el resultado negativo a la afirmación de partida, a lo más que podría apuntar es a la necesidad de revisar el método de elección de observadores o el método de ponderación de variables, pensar otra cosa sería arriesgado científicamente hablando. En el peor de los casos, los observadores patrones siempre serán útiles al menos como entes referenciales y desechar un patrón en función de unos datos estadísticos

sólamamente, sería absurdo, pues el camino que debe seguirse podría ser la necesidad de circunscribir tales patrones a circunstancias experimentales más específicas de las hasta ahora establecidas, tamaño de campo, niveles de luminancia, adaptación, etc.

BIBLIOGRAFÍA

ROHATGI, V. K.- An introduction to probability theory an mathematical statistics.
John Wiley & Sons, 1976.

- **CRAMÉR, H.- Teoría de probabilidades y algunas de sus aplicaciones.**
Editorial Aguilar, 1977.

- **ALMÉCIJA, A. M., TORREBLANCA, C. R. y JÁIMEZ, R. G.- Inferencia estadística, un enfoque clásico.**
Ediciones Pirámide S. A. 1993.

- **De la CRUZ CASTILLO, A.-Contribución al estudio del fenómeno de la visión.**
Tesis Doctoral. Universidad de Madrid (1962).

- **STILES, W. S.- Interim report to the Commission Internationales de l'Eclairage, Zurich, 1005, on the National Physical Laboratory's investigation of colour-matching (1955).**
Opt. Acta, **2**, 168-177, (1955).

- **WYSZECKI, G. and STILES, W. S.- Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae.**
Jonh Wiley & Sons 2nd Edition, 1982.

- **BOYNTON, R. M.- A system of photometry and colorimetry based on cone excotations.**
Color Res, Appl., **11**, 244-252 (1986).

- **NAYATANI, Y., TAKAHAMA, K. and SOBAGAKI, H.- Physiological causes of individual variations in color-matching fundtions.**
Color Res. Appl., **13**, 289-297 (1988).

- **HITA, E., JIMÉNEZ DEL BARDO, L., MARTÍNEZ, R. y JIMÉNEZ, E.- Variación de los umbrales de luminancia con el tiempo de exposición.**
Opt. Pur. Apl. **13**, 91-96 (1980).

- JIMÉNEZ DEL BARCO, L., HITTA, E., ROMREO, J and VIDA, J.- Color-prediction discrepancies and differential chromaticity thresholds with photopigment bleaching.

J. Opt. Soc. Am A 3, 432-437, (1988).



**IMPLICACIONES
COLORIMÉTRICAS DE LOS
OBSERVADORES ESTÁNDAR
EN IGUALACIONES
METÁMERAS**

No hay fanatismo en Matemáticas ni en Ciencias Naturales.

(Pío Baroja)



8.- IMPLICACIONES COLORIMÁTRICAS DE LOS OBSERVADORES ESTÁNDAR EN IGUALACIONES METÁMERAS

8.1.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Como se comentó en la introducción de la presente memoria, es un hecho constatado la evidencia de problemas de predicción colorimétrica (diferencia entre color medido y color esperado) existentes en pares metámeros. Experiencias de este tipo fueron realizadas en nuestros laboratorios por Hita et al. en 1986.

El dispositivo experimental, utilizado en las experiencias citadas en el párrafo precedente, fue prácticamente el mismo que se utilizó en las medidas de las funciones de mezcla de color. La mayor diferencia radica en que, en el colorímetro de referencia, existían entonces tres filtros de color en lugar de dos. Además, para la colimación de los haces de las luces generadas por los colorímetros, se utilizó una sola lente, en lugar de tres (una para cada filtro) como en nuestras experiencias.

Las condiciones experimentales bajo las cuales se realizaron estas experiencias fueron para un campo de visión de 3°, visión maxwelliana y fijación de la cabeza del observador mediante una mentonera. El nivel de luminancia estaba en el rango fotópico bajo

(iluminación retiniana de aproximadamente 30 Td). El campo circundante era oscuro y hubo adaptación previa de los observadores a la oscuridad (antes de comenzar las sesiones) durante un periodo de 10 min. Obviamente los tres observadores tenían visión normal de color.

El método fue exactamente igual que el utilizado en la presente memoria. Las medidas experimentales se realizaron mediante el método de los estímulos constantes modificado y finalmente se calcularon los elipsoides de discriminación que contenían el 95% de las respuestas afirmativas de cada observador, para cada punto, en el espacio de color (x,y,Y).

Las experiencias se realizaron para dos observadores inicialmente y posteriormente se introdujo un tercero para confirmar los resultados obtenidos por los dos anteriores.

Los resultados de dichas experiencias (para un solo observador) se dan en la figura 1.8:

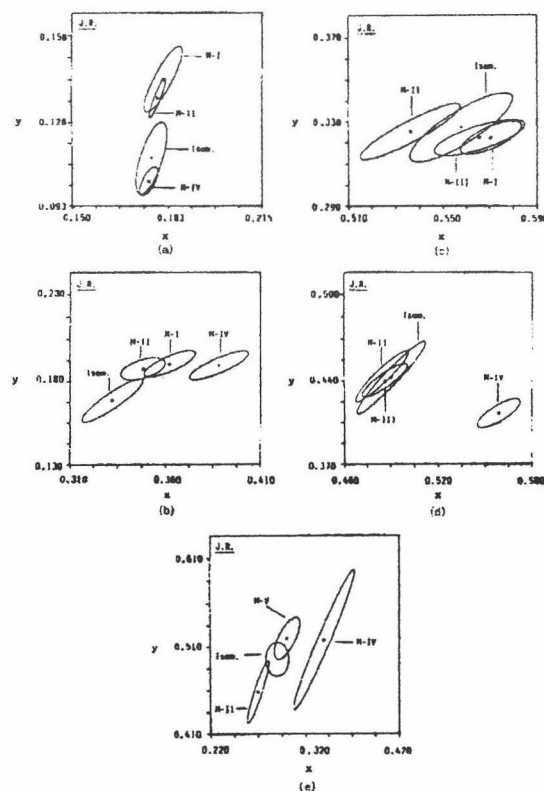


Figura 1.8.- Resultados experimentales, para el observador J.R., de las igualaciones metámeras para diferentes estímulos del diagrama cromático CIE 1931: (a) estímulo azul, (b) estímulo púrpura, (c) estímulo naranja rojizo, (d) estímulo amarillo y (e) estímulo verde amarillento.

A la vista de estos resultados se comprobó que, bajo estas condiciones experimentales y para las igualaciones isómeras, las funciones de mezcla de color CIE 1931, predicen, dentro de los límites del umbral, los resultados, lo que indica que las diferencias observadas en las igualaciones metámeras deben ser significativas porque son mucho más grandes que las estimadas por el error instrumental.

Otra consecuencia que se desprende de estos resultados es la no aditividad de las igualaciones metámeras, la explicación de este comportamiento no es simple, una de las causas posibles es la intrusión de bastones en las observaciones con campos de observación menores de 2° . Además, se pudo comprobar que las diferencias se agudizaban con el grado de metamerismo de los pares y cuando la anchura de los fitros de color utilizados era grande. (Hita et al., 1986).

El siguiente experimento fue realizado para comprobar cómo variaban los umbrales diferenciales de color con el grado de metamerismo. L. Jiménez de Barco et al. en 1986. El dispositivo experimental, condiciones experimentales y método fueron el mismo que para los experimentos anteriores.

Los resultados (para un observador) fueron los siguientes (figuras 2.8 y 3.8):

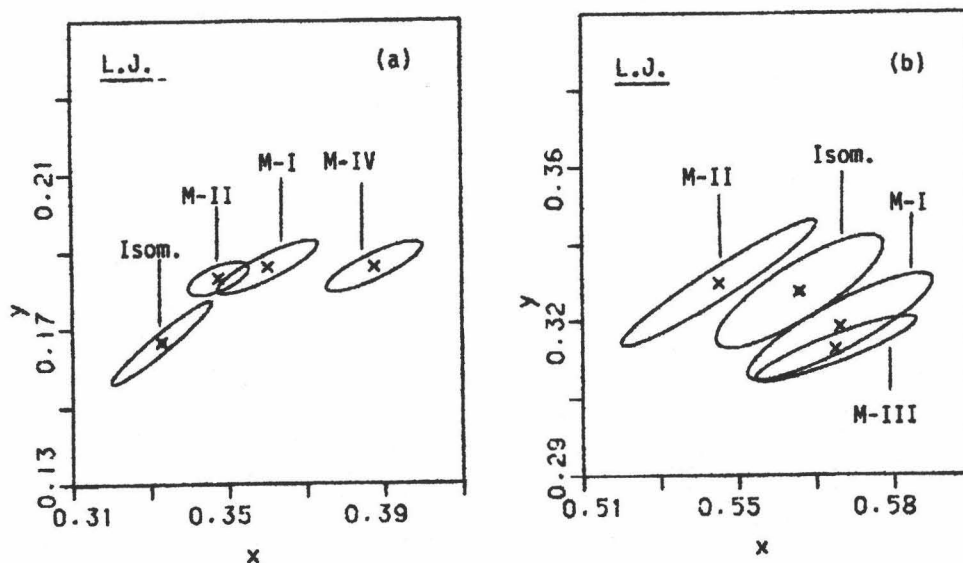


Figura 2.8.- Secciones elípticas principales de los elipsoides de discriminación para las diferentes igualaciones analizadas por el observador L.J. (a) Estímulo púrpura. (b) Estímulo naranja rojizo.

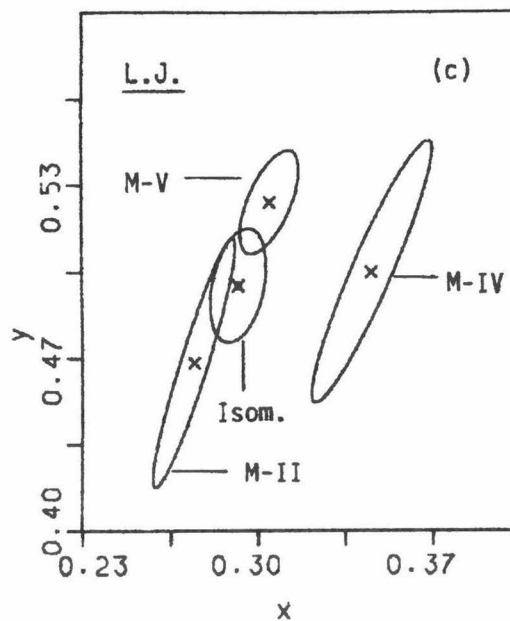


Figura 3.8.- Secciones elípticas principales de los elipsoides de discriminación para las diferentes igualaciones analizadas por el observador L.J. (c) Estímulo verde amarillento.

A la vista de las gráficas anteriores, se ve que las secciones elípticas que delimitan el umbral para un estímulo de referencia bajo diferentes grados de metamerismo no muestran cromaticidades comunes, es decir, se observan diferencias entre las cromaticidades predichas por el Observador Patrón CIE 1931 y las encontradas. Estas diferencias son más acusadas cuanto más anchas son las distribuciones espectrales de los colores primarios. Debido a estos fallos de predicción colorimétrica, estímulos que tienen valores triestímulos distintos producen la misma sensación de color cuando se observan bajo estas condiciones. Se supone que estos fallos se dan por la intrusión de bastones en la visión de color, dado que los resultados debido a diferentes grados de metamerismo queda patente en estos experimentos. Cabe la posibilidad de que sea el pigmento macular el responsable de este hecho.

Para comprobar la posible intrusión de bastones en el sistema de discriminación de color, se realizó un tercer experimento. Así se confirmaron las discrepancias de predicción de color y los umbrales diferenciales de cromaticidad con blanqueamiento de ftopigmentos. (Jiménez del Barco, L. et al., 1988).

Los experimento realizados fueron similares a los anteriores con la salvedad de que hubo una adaptación previa a la oscuridad de 3 min, 3 min de blanqueamiento de

fotopigmentos y 4 min de readaptación a la oscuridad, posteriormente se realizaron las igualaciones. De esta manera se asegura la inactividad de los bastones durante el periodo de igualaciones colorimétricas.

Los resultados fueron (figura 4.8):

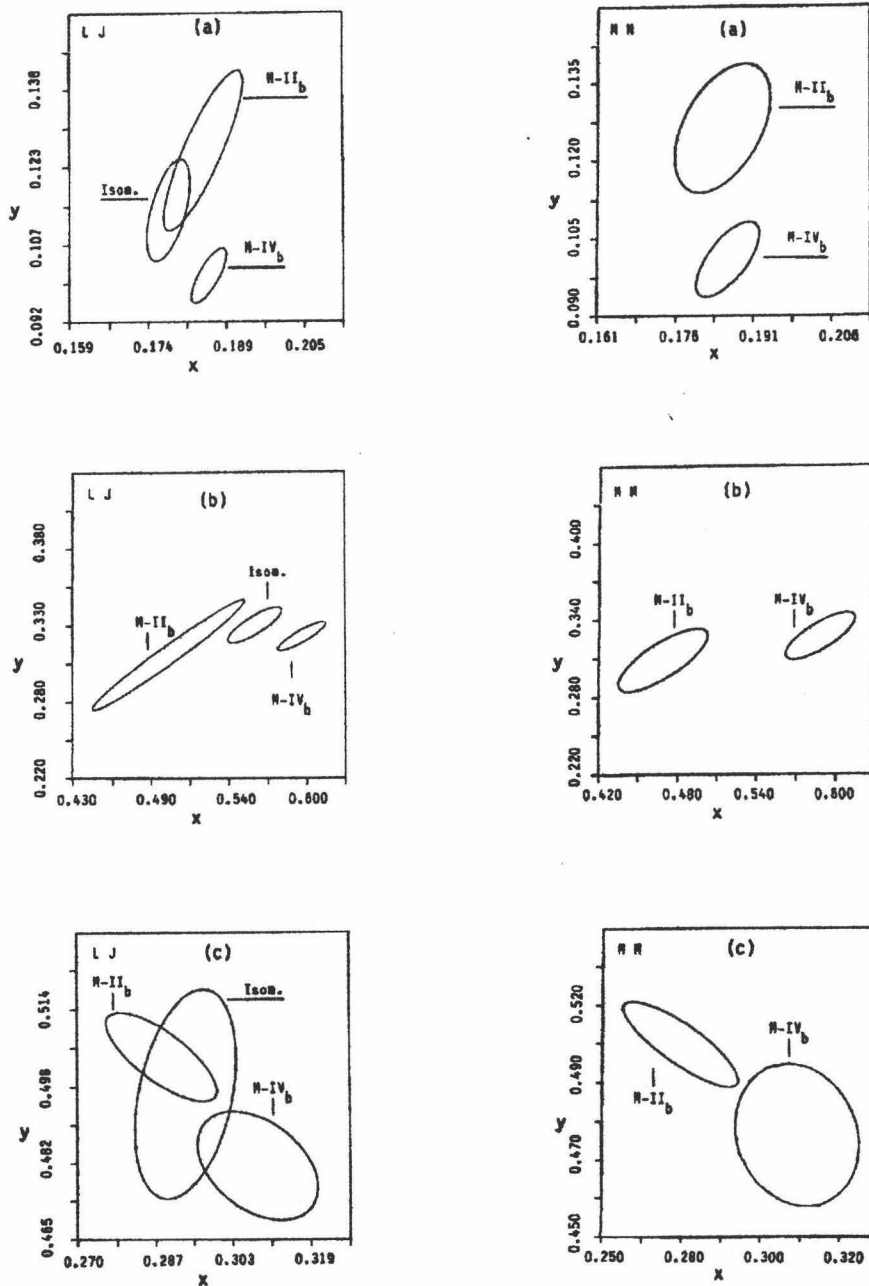


Figura 4.8.- Elipses de discriminación de las diferentes igualaciones analizadas para los observadores L.J. y M.M. con referencia al Observador Patrón CIE 1931 para diferentes estímulos: (a) estímulo azul, (b) rojo anaranjado y (c) estímulo amarillo verdoso.

A la vista de los resultados se puede pensar que las diferencias que aparecen entre las cromaticidades predichas por el Observador Patrón CIE 1931 y las obtenidas bajo estas condiciones experimentales no se deben a las interacciones de los conos con los bastones.

En estos mismos años destacan otros trabajos que reafirman los fallos de aditividad colorimétrica. Señalamos aquí el trabajo de Zaidi, Q. en 1986. Uno de sus experimentos, fue la evaluación de la no linealidad debida a los mecanismos de los conos L y M.

El experimento consistió en un campo circular bipartito en el que las dos mitades estaban separadas por una línea y los observadores tenían que igualar las luminancias de los dos estímulos, ajustando la radiancia de uno de los campos, hasta conseguir que la línea divisoria fuera mínima (Boynton et al., 1968). En los pares de estímulos que caían en la línea de confusión tritán, en condiciones de igual luminancia, la línea de separación de los campos parece desaparecer (Tansley et al., 1978). Cuando el borde desaparece entre las dos mitades significa que los conos L y M están absorbiendo el mismo número de cuantos de cada una de las dos mitades del campo bipartito. Por tanto los pares de longitud de onda monocromática que llevan a la desaparición de la línea separadora depende sólo de las curvas de absorción de los fotorpigmentos de los conos L y M y serán independientes de la absorción de los filtros oculares.

El procedimiento concreto consistió en la igualación de la radiancia de una luz de 430 nm (en uno de los campos) con la radiancia de otra luz de 505 nm, 510 nm, 515 nm, 520 nm y 525 nm hasta que el borde separador de los dos campos desapareciera. Una vez conseguido se añadía una luz de 580 nm a los dos semicampos y se repetía el proceso. El experimento se repitió para dos observadores. Sólo hay acuerdo en los dos experimentos para la igualación de los 430 nm a los 510 nm en ambas condiciones de observación (según el test de la t-student), esto sólo ocurre si las curvas de sensibilidad espectral de los conos L y M son las mismas en ambas condiciones y al añadir la luz de 580 nm no habría causas de error en la invarianza espectral.

De este resultado se desprende la posibilidad de que haya más de tres mecanismos de visión independientes. Por este motivo se realizó un experimento más.

La nueva experiencia consistió en la comprobación del cuarto fotopigmento independiente (los bastones) que, a la vista de los experimentos anteriores, parece que contribuyen a los procesos de igualación de color.

Otra posibilidad es que las acciones espectrales de conos individuales de un mismo tipo en un mismo ojo pueda variar en la longitud de onda del pico de absorción incluso hasta 20nm según medidas de la variabilidad microespectrofotométrica realizadas por Dartnall et al., 1983. Como la adaptación a una mezcla se puede dar para los receptores individualmente, la suma de todas las adaptaciones individuales de la acción espectral podría cambiar la adaptación. Si estos cambios tienen efectos medibles sobre una igualación particular, las luces adaptantes de diferentes longitudes de onda cambiarían la igualación en direcciones distintas.

La experiencia llevada a cabo fue la igualación de una mezcla de luces de 450nm más otra de 670 nm (en un campo) a otra de 430 nm más 546 nm en cuatro condiciones de observación distintas. La primera fue la suma de luces de 500 nm, 520 nm, 530 nm, 540 nm, 550 nm, 560 nm, 570 nm, 580 nm, 590 nm, 600 nm, 620 nm, y 660 nm una vez que se había realizado la igualación previa. La segunda y la tercera fue introducir un filtro neutro que atenuaba la segunda igualación anterior y la cuarta, en la que las igualaciones se realizaron sin ninguna añadidura posterior. Todas las experiencias las realizaron dos observadores.

Los resultados más importantes fueron que es poco probable que los bastones contribuyan a la no linealidad y la suma de luces desde los 520 nm hasta los 620 nm, que cubren el rango de los conos L y M, no tiene ningún efecto en los cambios del pico de absorción de los fotorreceptores pues aumentan la proporción de luz de 450 nm y no de las luces añadidas. De ahí que posiblemente los únicos responsables de la no linealidad sean los conos S.

Alpern et al. en 1990 diseñaron varios experimentos para comprobar también fallos de aditividad en las igualaciones metámeras. El experimento principal consistió en el estudio de parte del espectro donde la sensibilidad de los conos S debiera ser escasa o nula. Así podría desvelarse si los fallos de aditividad se deben a estos fotopigmentos o no.

La experiencia consistía en realizar igualaciones bicromáticas en dos campos de forma que los primarios nunca fueran de cortas longitudes de onda y para asegurar la no intrusión de bastones, estos se saturaban antes de comenzar las sesiones. Al realizar la ANOVA de los resultados de las igualaciones para tres observadores, los resultados fueron que los resultados difieren significativamente unos de otros y por tanto las diferencias no pueden deberse sólo al azar, o a imprecisiones de las medidas, sino que cada observador se comporta distinto del otro sistemáticamente. Además todos los observadores mostraron fallos de aditividad en sus igualaciones incluso cuando, teóricamente, no se incluía el cono S (según los resultados de la ANOVA).

En 1994 se volvieron a realizar nuevos experimentos en nuestros laboratorios con el fin de comprobar si los posibles fallos de aditividad en los umbrales diferenciales de color se mantienen cuando se utilizan varias funciones de mezcla, además, se estudió un análisis de los umbrales de luminancia y la ley de Abney (Jiménez del Barco et al., 1994).

El dispositivo y el método experimental fueron los mismos que los descritos con anterioridad.

La experiencia consistió en igualar un estímulo acromático de coordenadas de cromaticidad $x = 0.397$, $y = 0.425$ en el diagrama CIE 31 e iluminación retiniana de 48 Td. Las igualaciones fueron, tres metámeras (con distintos grados) y una isómera. El número de observadores fue de dos. Las funciones de mezcla utilizadas fueron las CIE 31, las de Nayatani (Nayatani et al., 1983) y las de Stiles (Stiles, 1955).

Hay que tener en cuenta que el centro de la elipse isómera se puede considerar representativo de la cromaticidad del estímulo igualado, a la vista de esto, se puede observar las discrepancias entre la cromaticidad del estímulo de referencia y las elipses de discriminación en el caso de igualaciones metámeras, discrepancia que no se dan en la igualación isómera.

Las elipses de discriminación se representan en las figuras 5.8 y 6.8.

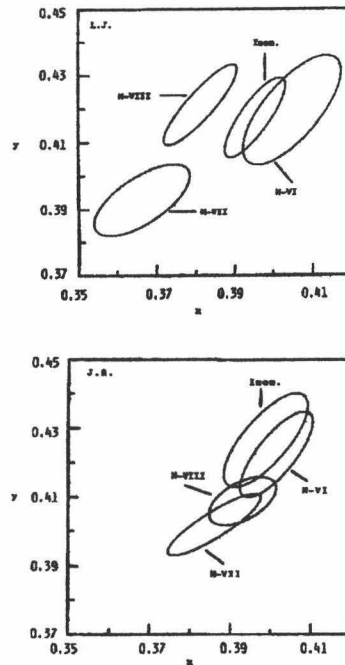


Figura 5.8.- Secciones elípticas principales de los elipsoides de discriminación (para las funciones de mezcla CIE 31 para los dos observadores, con distintos grados de metamerismo y la igualación isómera.

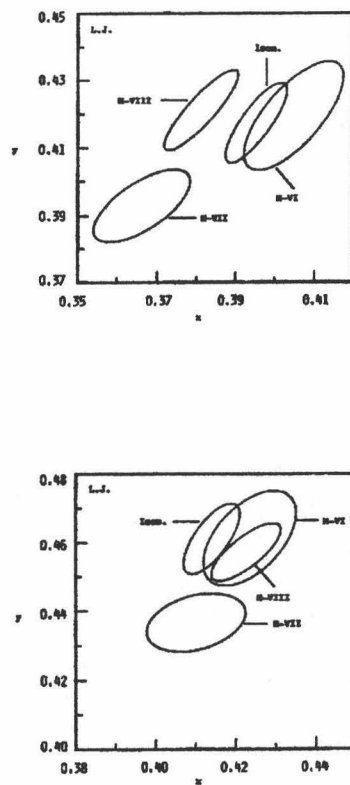


Figura 6.8.- Secciones elípticas principales de los elipsoides de discriminación (para las funciones de mezcla modificadas por Nayatani (primera figura) y Stiles y Burch (segunda figura) para los dos observadores, con distintos grados de metamerismo y la igualación isómera.

A la luz de las gráficas anteriores, en lo concerniente a la predicción colorimétrica, se puede concluir con que estos fallos continúan al considerar las diferentes funciones de mezcla.

En el aspecto de la predicción de luminancia, para el Observador Patrón CIE 31, no sólo no coinciden los centros de los valores de la luminancia, sino que en la mayoría de los casos, para un mismo observador, los elipsoides de discriminación de las diferentes igualaciones no llegaban a tocarse, es decir, no tienen puntos comunes, mostrando así fallos en la ley de Abney y de cromaticidad. Cuando los cálculos se realizan para las otras funciones de mezcla, los resultados son similares.

Aunque las variaciones inter-individuales están implícitas en las figuras anteriores, como la comparación depende en gran medida de la media de las funciones de mezcla de otros observadores, la posibilidad de evitar estas variaciones se podrían eliminar si se obtuvieran las funciones de mezcla para cada observador (L. Jiménez del Barco et al., 1994).

Con el fin de corroborar si los problemas planteados provienen del establecimiento del observador patrón o son inherentes a los propios mecanismos de visuales, hemos llevado a cabo en esta memoria una serie de experiencias en igualaciones metámeras utilizando en los cálculos de los colores esperados las funciones de mezcla de los propios observadores calculadas en capítulos anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

- HITA, E., JIMÉNEZ DEL BARCO, L. and ROMERO, J.- Differential color thresholds from metameric matches: experimental results concerning failures of colorimetric additivity. *J. Opt. Soc. Am. A* 3, 8, 1203-1209, 1986.

- JIMÉNEZ DEL BARCO, L., HITA, E. and ROMERO, J.- Chromaticity differential thresholds and general metamerism indexes. *J. Optics*, 17, 5, 247-254, 1986.

- JIMÉNEZ DEL BARCO, L., HITA, E., ROMERO, J. and VIDA, J.-Color-prediction discrepancies and differential chromaticity thresholds with photopigment bleaching. *J. Opt. Soc Am. A* 5, 3, 432-437, 1988.

- ZAIDI, Q.- Adaptation and color matching. *Vision Res.* 26, 12, 1925-1938, 1986.

- BOYNTON, R. M. AND KAISER, P. K.- Vision: the additivity law made to work for heterochromatic photometry with bipartite fields. *Science*, N. Y. 116, 366-368, 1968.

- TANSLEY, B. W. AND BOYNTON, R. M.- Chromatic border perception: the role of red- and green-sensitive cones. *Vision Res.* 18, 683-697, 1978.

- DARTNALL, H. J. A., BOWMAKER, J. K. and MOLON, J. D.- Human visual pigments: microspectrophotometric results from the eyes of seven persons. *Proc. R. Soc.* B220, 115-130, 1983.

- ALPERN, M., ZHANG, H. and NOJI, J.- Do deviations from radiance-invariance of metameric matches contradict the three pigment theory of foveal trichromacy?. *Vision Res.* 30, 11, 1539-1553, 1990.

- JIMÉNEZ DEL BARCO, L., HITTA, E., JIMÉNEZ, J. R. and ROMERO, J.- Differential color thresholds of chromaticity and luminance prediction.

J. Optics, **25**, 3, 81-92, 1994.

- NAYATANI, Y., TAKAHAMA, K. and SOBAGAKI, H.- A proposal of new standard desviate observer.

Color Res. Appl. **8**, 47-56, 1983.

- STILES, W. S.- Interim report to the Commission Internationale de l'Eclairage, Zurich, 1955, on the National Physical Laboratory's investigation of colour-matching (1955).

Opt. Acta, **2**, 168-177, 1955.

**CONDICIONES
EXPERIMENTALES:
METAMERISMO**

El perpetuo obstáculo del progreso humano es la costumbre.

(John Stuart Mill)



9.- CONDICIONES EXPERIMENTALES: METAMERISMO

Los parámetros experimentales fueron los mismos que los descritos en el capítulo de medición de las funciones de mezcla, por tanto no vamos a hacer referencia a los parámetros fotométricos, visuales ni temporales. En lo que respecta a los observadores, estos fueron tres de los que habían actuado en la primera parte del trabajo.

9.1 OBSERVADORES

Los observadores fueron J.R., J.A. y F.P.. Todos los resultados obtenidos están calculados a partir de las funciones de mezcla (en el espacio x , y , Y) propias de cada observador y no con el Observador Patrón CIE 1931. De manera que a partir de ahora, todo estará referido a cada observador.

9.2 PRIMARIOS Y ESTÍMULOS DE REFERENCIA

Hemos dispuesto de un amplio conjunto de filtros interferenciales y de filtros de color con características espectrofotométricas distintas no sólo en los anchos de banda sino también en los picos de transmitancia. Uno de nuestros propósitos era que al ir intercambiando los diferentes filtros, las funciones de mezcla fueran tomando valores distintos de un conjunto de primarios a otros. Así se comprobará la validez de todas (o gran parte) de las medidas de las funciones de mezcla a lo largo de todo el espectro visible. Aspecto íntimamente relacionado con el objetivo que se persigue en esta parte de la memoria.

Los primarios utilizados en las igualaciones fueron un subconjunto de los usados en la determinación de las funciones de mezcla de color. En el colorímetro de referencia se alojaban los filtros de color con diferentes transmitancias y anchos de banda.

En las gráficas siguientes se pueden ver representadas las distribuciones espectrales de los primarios así como de los estímulos metámeros para cada una de las igualaciones.

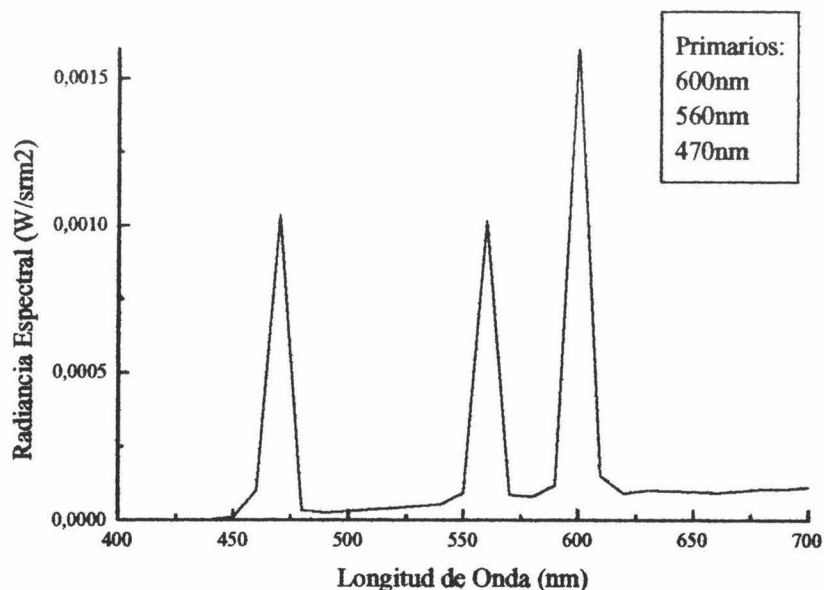


Figura 1.9.- Distribución espectral de los primarios utilizados en la igualación del primer par metámero efectuada con el colorímetro de estímulos variables.

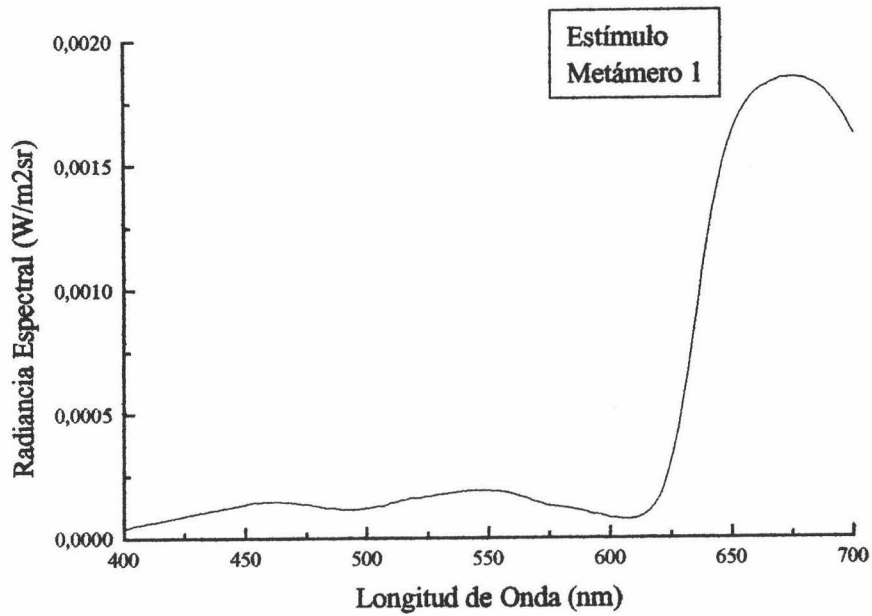


Figura 2.9.- Distribución espectral del color igualado con los primarios anteriores correspondiente al primer par metámero efectuada con el colorímetro de referencia.

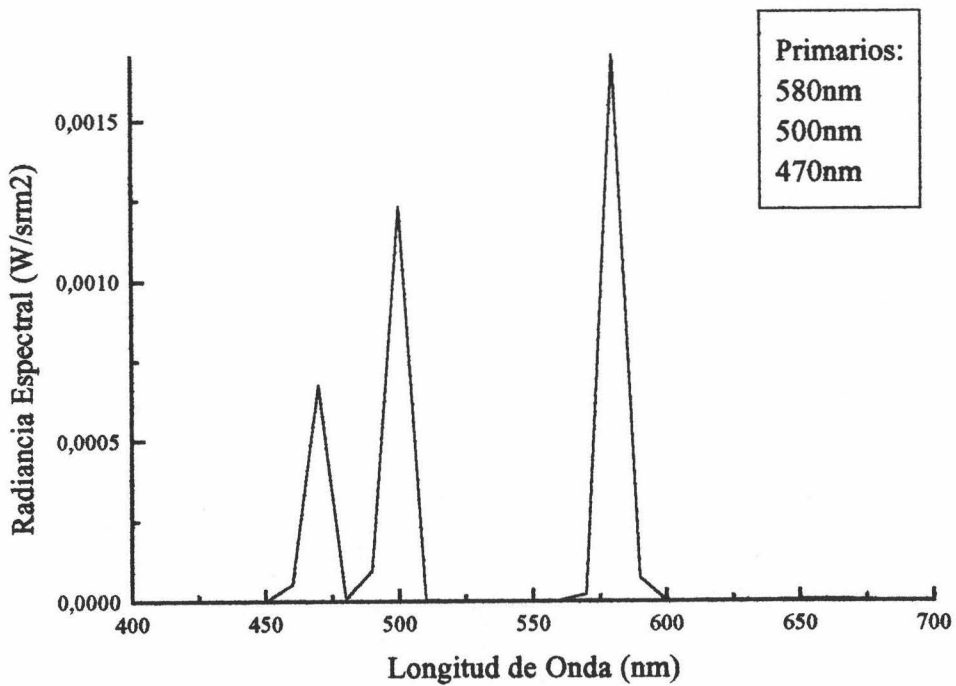


Figura 3.9.- Distribución espectral de los primarios utilizados en la igualación del segundo par metámero efectuada con el colorímetro de estímulos variables.

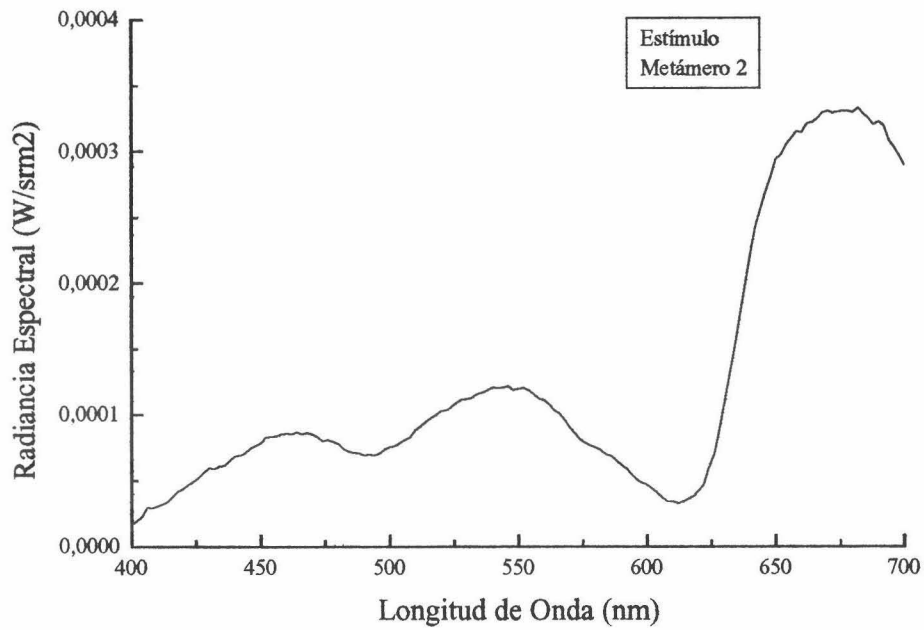


Figura 4.9.- Distribución espectral del color igualado con los primarios anteriores correspondiente al segundo par metámero efectuada con el colorímetro de referencia.

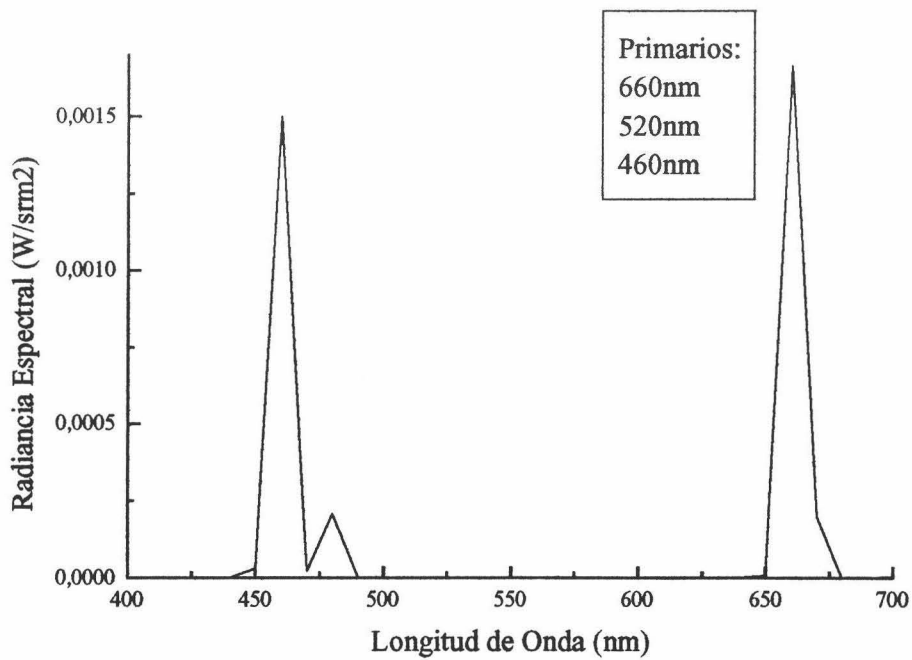


Figura 5.9.- Distribución espectral de los primarios utilizados en la igualación del tercer par metámero efectuada con el colorímetro de estímulos variables.

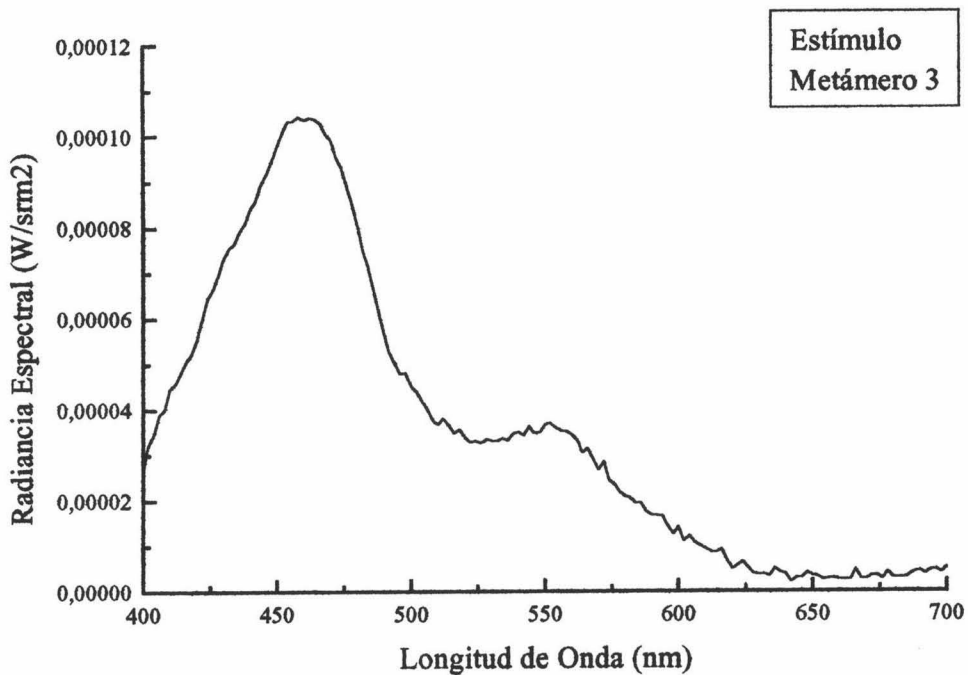


Figura 6.9.- Distribución espectral del color igualado con los primarios anteriores correspondiente al tercer par metámero efectuada con el colorímetro de referencia.

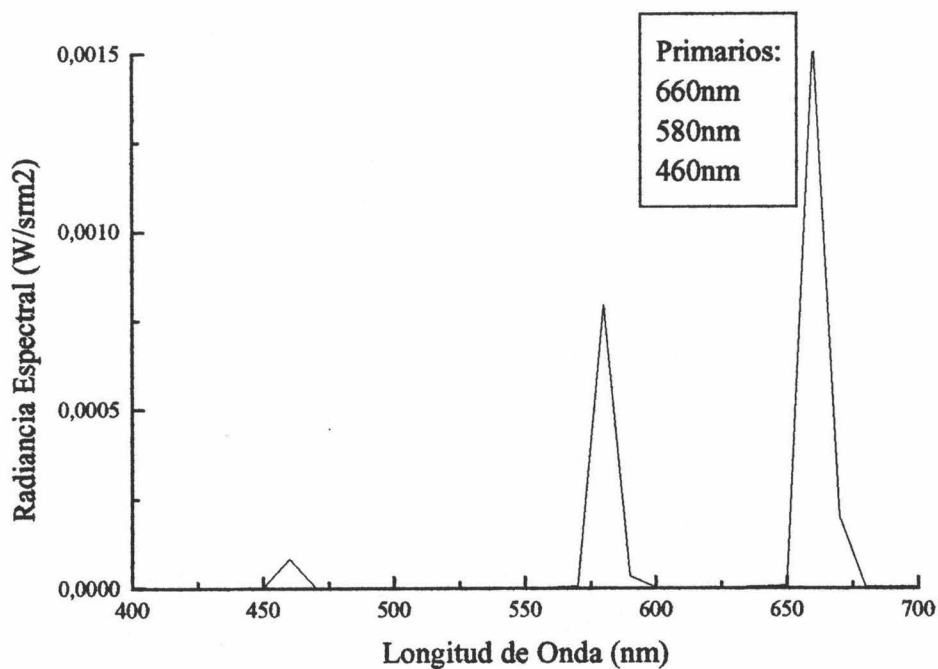


Figura 7.9.- Distribución espectral de los primarios utilizados en la igualación del cuarto par metámero efectuada con el colorímetro de estímulos variables.

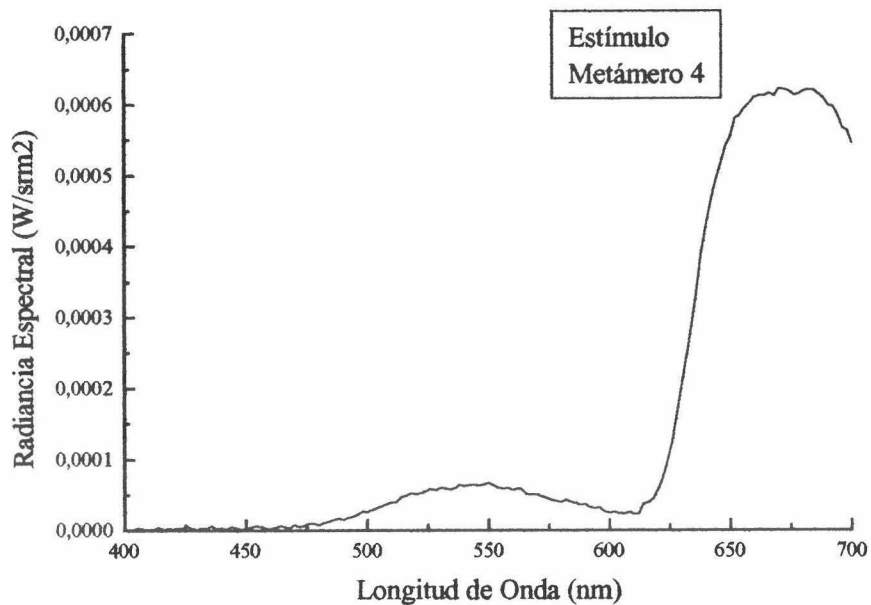


Figura 8.9.- Distribución espectral del color igualado con los primarios anteriores correspondiente al cuarto par metámero efectuada con el colorímetro de referencia.

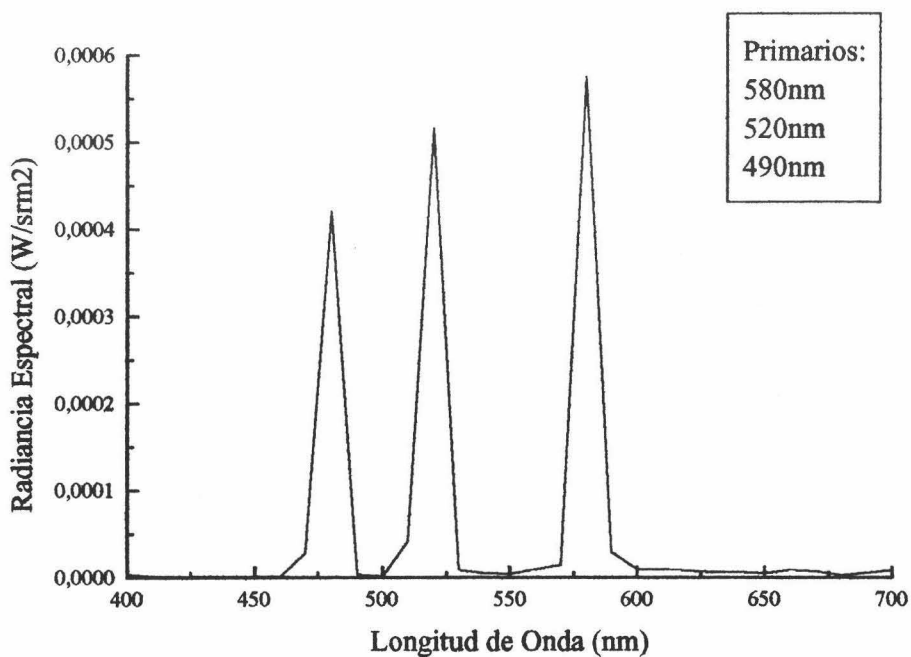


Figura 9.9.- Distribución espectral de los primarios utilizados en la igualación del quinto par metámero efectuada con el colorímetro de estímulos variables.

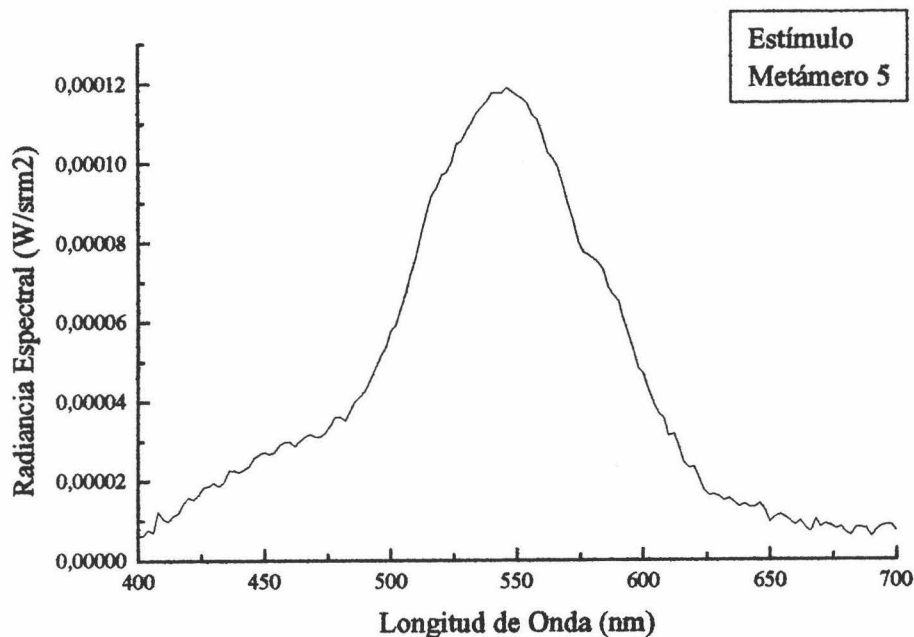


Figura 10.9.- Distribución espectral del color igualado con los primarios anteriores correspondiente al quinto par metámero efectuada con el colorímetro de referencia.

Como se han utilizado las funciones de mezcla propias de cada observador, aunque las distribuciones espectrales de los primario sean las mismas para todos, las coordenadas de cromaticidad y la luminancia de la igualación no fue común. Así que, en realidad, cada observador igualó un estímulo diferente aunque en el diagrama CIE 31, estos estímulos fueran los mismos.

La elección de los cinco estímulos igualados se realizó atendiendo a varias condicionantes. Como se querían analizar los resultados para distintas cromaticidades, se eligieron cinco estímulos (dos de ellos acromáticos) pero sin atender a las coordenadas de cromaticidad CIE 1931, pues éstas no tienen por qué coincidir con las que resultaran de las igualaciones particulares de cada observador por estar todas la medidas realizadas con las funciones de mezcla propias. Se seleccionaron dos estímulos acromáticos, un estímulo azul, otro verde y otro naranja. En cualquier caso, esta elección estaba sujeta a otro tipo de limitaciones, la primera, la de los filtros de color disponibles en nuestros laboratorios. La segunda fue que, como ya se comentó en otros capítulos, la luminancia no debía ser muy alta para no deslumbrar a los observadores. En las tablas siguientes se resumen las características

de los cinco estímulos para cada uno de los observadores y para el Observador Patrón CIE 1931.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 1

	$X(\text{cd/m}^2)$	$Y(\text{cd/m}^2)$	$Z(\text{cd/m}^2)$	x	y
CIE	21.18	15.2	9.047	0.4662	0.3346
JR	16.89	12.39	12.04	0.4088	0.2998
JA	16.97	11.67	13.4	0.4037	0.2776
FP	18.73	12.37	13.31	0.4218	0.2785

Tabla 1.9.- Resumen de las características del primer estímulo metámero producido en el colorímetro de referencia según cada uno de los observadores.

A la vista de los datos anteriores (coordenadas de cromaticidad y luminancia CIE 1931), nos podemos hacer una idea de la posición del estímulo en el diagrama CIE 31 (zona rosa-naranja). Ahora bien, el lugar donde se sitúa este estímulo y el tono que los observadores percibieron son dos cosas distintas porque los observadores veían un acromático, independientemente de las coordenadas de cromaticidad calculadas a partir de las funciones de mezcla propias de cada observador.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 2

	$X(\text{cd/m}^2)$	$Y(\text{cd/m}^2)$	$Z(\text{cd/m}^2)$	x	y
CIE	6.715	6.715	5.287	0.3536	0.3680
JR	5.572	6.301	6.114	0.3098	0.3503
JA	5.493	5.837	6.636	0.3057	0.3249
FP	5.833	6.045	6.765	0.3129	0.3242

Tabla 2.9.- Resumen de las características del segundo estímulo metámero producido en el colorímetro de referencia según cada uno de los observadores.

En este caso, ocurre lo mismo que en el estímulo anterior. Esta vez, las coordenadas CIE 31 están más cerca del blanco equienergético que el anterior. En este caso sí coinciden

las coordenadas de cromaticidad CIE 31 con las de los observadores (al menos están en la zona de los acromáticos).

ESTÍMULO DE REFERENCIA 3

	X(cd/m ²)	Y(cd/m ²)	Z(cd/m ²)	x	y
CIE	2.051	2.120	2.056	0.2005	0.2073
JR	2.496	2.062	8.59	0.1898	0.1568
JA	2.402	1.625	8.811	0.1871	0.1266
FP	2.494	1.689	9.187	0.1866	0.1263

Tabla 3.9.- Resumen de las características del tercer estímulo metámero producido por el colorímetro de referencia según cada uno de los observadores.

Las coordenadas de cromaticidad CIE 31 de este estímulo quedan también (como en el caso anterior) dentro de la zona acromática aunque próxima a los azules, sin embargo, las coordenadas de cromaticidad obtenidas por los observadores (con sus funciones de mezcla) dan como resultado un azul púrpureo o un púrpura azulado, que, efectivamente, es como lo describían los observadores.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 4

	X(cd/m ²)	Y(cd/m ²)	Z(cd/m ²)	x	y
CIE	6.859	4.986	0.5234	0.5545	0.4032
JR	4.146	3.551	0.2266	0.5232	0.4482
JA	4.185	3.385	0.7024	0.5059	0.4092
FP	4.751	3.615	0.5777	0.5312	0.4042

Tabla 4.9.- Resumen de las características del cuarto estímulo metámero producido por el colorímetro de referencia según cada uno de los observadores.

En el penúltimo estímulo estudiado, las coordenadas de cromaticidad CIE 31 dicen que este estímulo tiene un tono naranja y aunque dos de los observadores percibieron un tono naranja, el primero percibió un tono naranja amarillento, que en todos los casos coincide con los resultados.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 5

	$X(\text{cd/m}^2)$	$Y(\text{cd/m}^2)$	$Z(\text{cd/m}^2)$	x	y
CIE	3.709	5.707	2.109	0.3218	0.4952
JR	3.323	5.436	2.354	0.2991	0.4891
JA	3.243	5.192	2.603	0.2938	0.4704
FP	3.241	5.279	2.584	0.2919	0.4754

Tabla 5.9.- Resumen de las características del quinto estímulo metámero producido por el colorímetro de referencia según cada uno de los observadores.

En este último estímulo el tono, según el observador patrón CIE 31, es un verde amarillento y, en efecto, los observadores lo describían como tal.

Como se ha venido diciendo hasta ahora, desde un punto de vista colorimétrico, hemos estudiado si es posible crear un observador patrón matemático capaz de relacionar (dentro de ciertos límites) el estímulo luminoso con la respuesta psicológica al mismo.

Este observador patrón debe estar conectado, necesariamente, con los mecanismos básicos que originan tal respuesta y, desde luego, encontrar la relación entre ambos es algo que se establece como científicamente necesario para estructurar la base biofísica del proceso visual.

Aunque los estudios y aportaciones fisiológicas han sido muchos y muy importantes (Boynton, R. M., 1979) no cabe duda de que el éxito final de las aportaciones neurofisiológicas se producirá cuando exista un modelo psicofísico que integre tales resultados.

Una teoría de la visión del color debe explicar, o ayudar a comprender, un grupo de fenómenos visuales y hacer predicciones sobre otros diferentes de forma que se permita así la contrastación experimental de las premisas subyacentes de la propia teoría. dado que la percepción del color es un proceso muy complejo cuyo estudio arranca de la determinación física de los estímulos que la provocan y finaliza en su interpretación por el cerebro, cualquier teoría que intente explicarla habrá de tener en cuenta aspectos como las

igualaciones colorimétricas realizadas en la presente memoria, además aspectos fisiológicos, la acción que la luz produce en los receptores retinianos y su codificación en impulsos nerviosos, y por último aspectos psicológicos, que den cuenta de la decodificación de estas señales en el cerebro.

A continuación se muestra una tabla con los valores de S , L y M según el modelo de visión de Boynton (Boynton, R. M., 1986) para los estímulos de referencia y las igualaciones metámeras realizadas por cada observador:

ESTÍMULO DE REFERENCIA 1			
	S	M	L
JR	3.9913	3.3804	4.4627
JA	2.2015	5.3581	5.9120
FP	4.4123	3.1215	4.5767

Tabla 6.9.- Valores de las excitaciones de los conos del primer estímulo para cada uno de los observadores.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 2			
	S	M	L
JR	2.027	2.1902	2.0349
JA	3.4310	4.7158	4.4636
FP	2.2426	2.0518	1.9734

Tabla 7.9.- Valores de las excitaciones de los conos del segundo estímulo para cada uno de los observadores.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 3			
	S	M	L
JR	2.8476	0.8074	0.5957
JA	3.746	0.0322	0.1729
FP	3.0455	0.655	0.4829

Tabla 8.9.- Valores de las excitaciones de los conos del tercer estímulo para cada uno de los observadores.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 4

	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>L</i>
JR	0.0751	0.9816	1.2849
JA	0.4717	1.3462	1.2775
FP	0.1915	0.9267	1.3429

Tabla 9.9.- Valores de las excitaciones de los conos del cuarto estímulo para cada uno de los observadores.

ESTÍMULO DE REFERENCIA 5

	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>L</i>
JR	0.7804	2.0346	1.6944
JA	1.4725	2.0978	1.7499
FP	0.8566	1.9825	1.6410

Tabla 10.9.- Valores de las excitaciones de los conos del quinto estímulo para cada uno de los observadores.

9.3 DIAGRAMAS CROMÁTICOS DE LOS OBSERVADORES

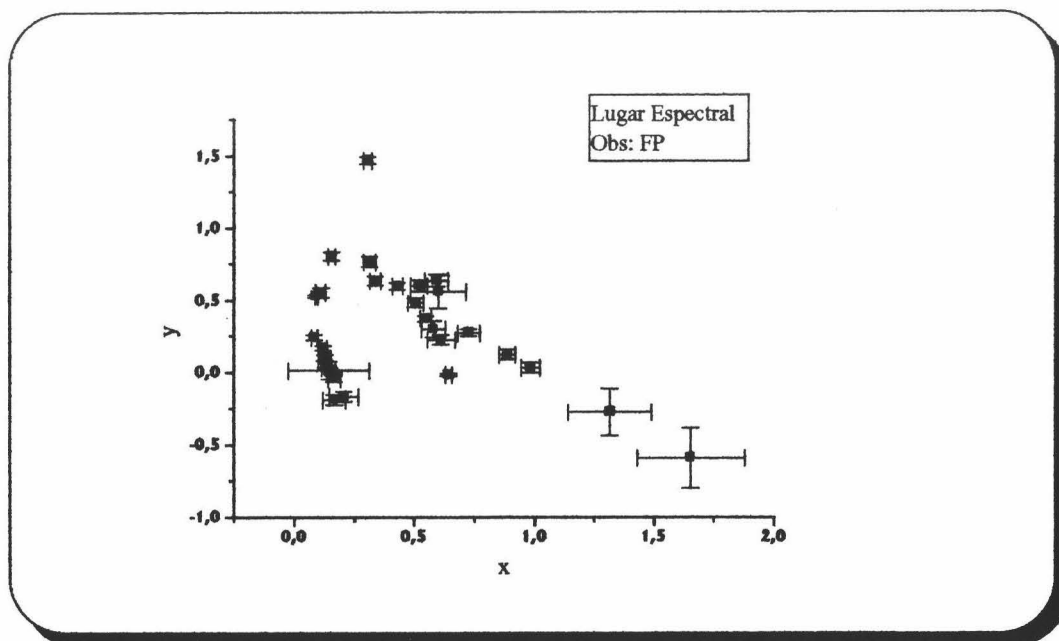


Figura 11.10.- Diagrama cromático del observador FP determinado con sus propias coordenadas de cromaticidad a partir de las funciones de mezcla propias.

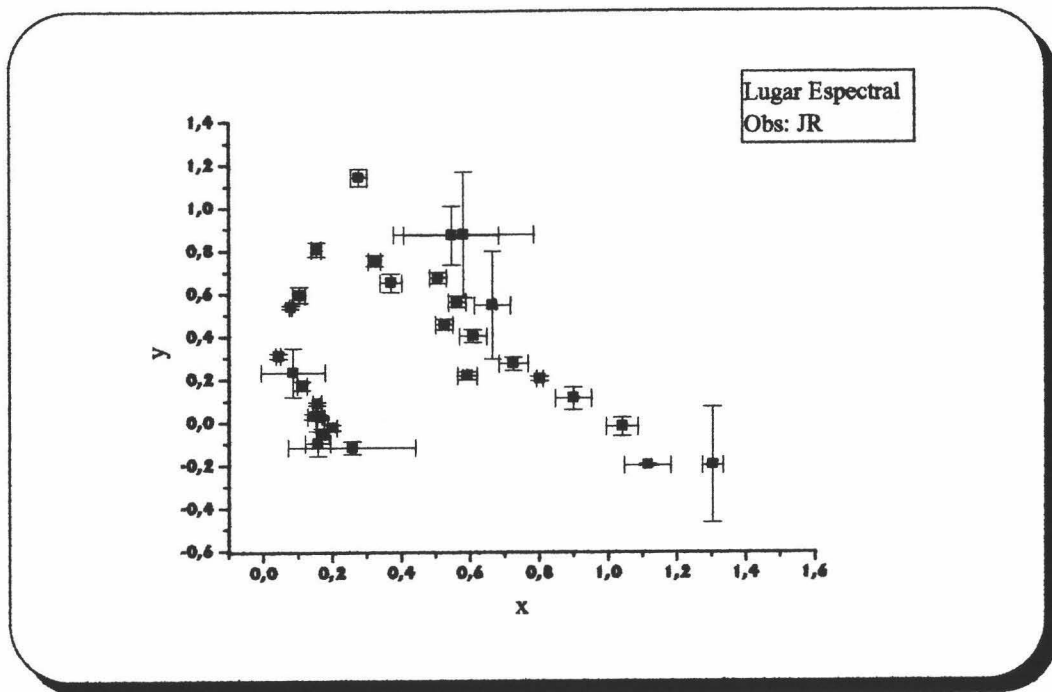


Figura 11.10.- Diagrama cromático del observador JR determinado con sus propias coordenadas de cromaticidad a partir de las funciones de mezcla propias.

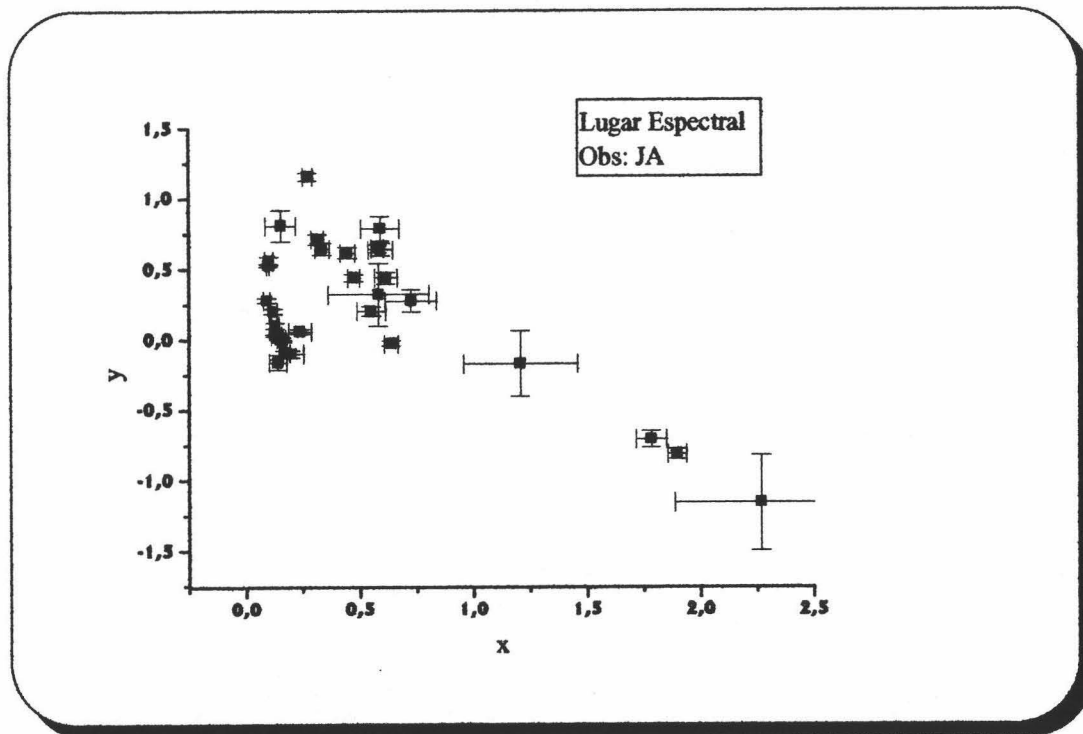


Figura 12.10.- Diagrama cromático del observador JA determinado con sus propias coordenadas de cromaticidad a partir de las funciones de mezcla propias.

BIBLIOGRAFÍA

- BOYNTON, R. M.- **Human color vision.**

Holt - Rinehart - Winston. (1979).

- BOYNTON, R. M.- A system of photometry and colorimetry based on cone excitation.

Color Res. Appl., **11**, 4, 244-252, (1986).

**DISPOSITIVO
EXPERIMENTAL:
METAMERISMO**

El experimento te permite reconocer un error cuando tratas de repetirlo.

(Franklin P. Jones)



10.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL: METAMERISMO

Básicamente, el dispositivo donde se midieron los igualaciones metámeras fue el mismo que el utilizado para medir las funciones de mezcla de color. La única diferencia estriba en la producción de los estímulos de referencia que se comenta a continuación.

10.1 PRODUCCIÓN DEL ESTÍMULO DE REFERENCIA

El dispositivo es prácticamente el mismo que el anterior. La única diferencia está en que la placa del colorímetro de referencia, en lugar de sustentar dos filtros interferenciales, ahora sustenta tres filtros de color. Todo lo dicho en el capítulo del dispositivo experimental anterior es válido para éste.

10.2 CALIBRADO

El calibrado también se realizó con el mismo espectrorradiómetro que las experiencias pasadas.

10.2.1 COLORÍMETRO DE ESTÍMULOS VARIABLES

Para el cálculo de umbrales diferenciales de color, es necesario conocer la radiancia espectral (además de los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad), no sólo de los primarios sino de las luces metámeras a las que se igualan la mezcla de primarios. Por todo eso el calibrado del colorímetro de estímulos variables, donde están alojados los primarios, consistió en la medida de la radiancia espectral de cada una de las posiciones de los mandos de control del colorímetro C1. Cada mando del colorímetro se divide en 50 partes, el calibrado se realizó para cada una de ellas y para los tres mandos, como se dijo antes. Estos calibrados no fueron periódicos como en el caso anterior sino que, justo después de que los observadores hubieran acabado de realizar las medidas para cada uno de los pares metámeros, se midieron las radiancias espectrales de cada uno de los primarios y cada una de las posiciones de los mandos utilizados por los observadores. Realizando este calibrado se asegura que los problemas que se puedan encontrar después no serán debidos a éste.

10.2.2 COLORÍMETRO DE REFERENCIA

En realidad, lo que se hizo aquí tampoco fue exactamente un calibrado (como en el dispositivo anterior). El método fue el siguiente: como en este colorímetro están colocados los filtros de color, medimos la radiancia de la mezcla, los valores triestímulo y la luminancia para que la diferencia entre el valor de S y de $L - 2M$ fuera grande y además se pudiera realizar la igualación con la mezcla de los tres primarios del otro colorímetro.

10.3 FILTROS

Los filtros interferenciales utilizados como primarios en el colorímetro de estímulos variables fueron los mismos que en la experiencia pasada y los filtros alojados en el colorímetro de referencia fueron filtros de color de banda ancha.

METODOLOGÍA: METAMERISMO

Si sale, sale. Si no sale hay que volver a empezar. Todo lo demás son fantasías.

(Manet)



11.- METODOLOGÍA: METAMERISMO

11.1 MÉTODO EXPERIMENTAL

Una vez seleccionados los primarios y los estímulos que se van a estudiar, como se explicó en el capítulo de Condiciones Experimentales, se procedió tanto a las igualación metámera e isómera de dichos estímulos como a la medida del umbral diferencial de color, se comenzó por la igualación visual colorimétrica del color de referencia con el producido por el colorímetro variable, así se consigue una primera aproximación de la igualación. Posteriormente se realizó el calibrado de ambos colorímetros como se indicó en el capítulo anterior, dedicado al Dispositivo Experimental.

Partiendo de las posiciones aproximadas se obtiene la igualación actuando sobre los mandos de control del colorímetro variable de manera que se realicen todas las combinaciones posibles entre ellos, por supuesto en torno al color de referencia, hasta conseguir la igualdad. Con objeto de evitar que las posiciones de partida fijadas correspondieran a colores que, aunque se vean iguales respecto del de referencia, estuvieran en zonas extremas del umbral diferencial de color, se realizó un barrido exhaustivo de los mandos del colorímetro variable al elegir dichas posiciones, no obstante, en caso de no tomar esta precaución, el propio desarrollo de las sesiones experimentales de medida y el método de cálculo lo hubiese detectado.

El método de medida empleado ha sido el de los Estímulos Constantes Modificado, ampliamente descrito en la literatura y el capítulo dedicado al método de medidas de funciones de mezcla de la presente memoria.

Primero se realizaron las cinco igualaciones isómeras y una vez realizadas, se llevaron a cabo las correspondientes igualaciones metámeras. Las primeras se realizaron con los filtros interferenciales en ambos colorímetros y las segundas con filtros de color de banda ancha en el colorímetro de referencia.

11.2 TRATAMIENTO DE RESULTADOS

El cálculo de los parámetros que caracterizan a los umbrales diferenciales de color se realizó mediante un método matemático estadístico desarrollado a partir de la teoría de propagación de errores en colorimetría (Wyszecki, G., 1959).

Fundamentalmente el método consiste en un ajuste estadístico, a partir del análisis de la varianza, de las coordenadas de cromaticidad de la nube de puntos y sus factores de peso obtenidos experimentalmente en la determinación del umbral diferencial.

Se define una función de densidad (peso) $\rho(r)$ ideal tal que $\rho(r) = e^{-h(r,r)}$, donde $h(r,r)$ representa la forma cuadrática que se va a asociar y la exponencial representa la función error. La varianza media de dicha función de densidad se iguala a la varianza media de la distribución discreta obtenida experimentalmente en cada caso. La forma cuadrática que vamos a asociar es un elipsoide. Las condiciones anteriores nos permiten obtener los coeficientes de la forma cuadrática asociada, en nuestro caso:

$$h(x,y,Y) = A(x - x_0)^2 + B(y - y_0)^2 + C(Y - Y_0)^2 + 2D(x - x_0)(y - y_0) + 2E(y - y_0)(Y - Y_0) + 2F(x - x_0)(Y - Y_0) = a \tag{1.11}$$

El valor de a queda determinado cuando la integral de volumen de $\rho(r)$ en su interior es el 95% del peso total de la distribución, obteniéndose según la distribución χ^2 , $a = 7.81$.

En nuestro caso, x , y e Y representan las coordenadas de cromaticidad y las luminancias relativas respectivamente en cada uno de los puntos que pertenecen a él y los subíndices "0" representan estas mismas coordenadas para el centro del elipsoide que se obtiene como media ponderada de los puntos experimentales utilizados en la determinación del umbral.

A partir de estas ecuaciones y realizando una serie de cálculos basados en la *Geometría Analítica* se pueden obtener los parámetros característicos del elipsoide representativos del umbral diferencial global (variación simultánea de cromaticidad y luminancia) como son su volumen, semiejes, centro, puntos extremos, etc.

Si en dicho elipsoide se efectúa un corte mediante un plano perpendicular al eje de luminancias que pase por su centro se obtiene la sección elíptica principal que será representativa del umbral diferencial de cromaticidad ya que ella contiene puntos de igual luminancia y es la de mayor área. Según la ecuación anterior la sección elíptica principal será:

$$A(x - x_0)^2 + B(y - y_0)^2 + 2D(x - x_0)(y - y_0) = 7.81 \quad (2.11)$$

La orientación de esta sección elíptica, área y valores de sus semiejes proporciona información sobre las características del umbral diferencial de cromaticidad. Una mayor área de la sección principal significa un deterioro de la discriminación, siempre y cuando se refiera a un mismo color debido a la no uniformidad de los sistemas de representación. El predominio del tamaño de uno de los semiejes sobre el otro, así como la orientación de las elipses, supone peor discriminación, o aumento de las diferencias justamente perceptibles en esas direcciones del espacio de color. Asimismo, la relación entre semiejes proporciona una cuantificación del comportamiento más o menos uniforme del sistema de representación de color que se adopte. Igualmente, en principio, un desplazamiento del centro de la elipse respecto del color de referencia estudiado supone que no se mantiene la igualdad respecto al observador patrón psicofísico empleado, algo muy importante y que siempre debe tenerse en cuenta (Jiménez del Barco, 1984).

El tratamiento descrito se ha realizado con las funciones de mezcla propias de cada observador en el sistema x , y , Y .

Se han utilizado programas de cálculo para la agilización de los cálculos de los parámetros de los elipsoides.

El método descrito anteriormente se llevó a cabo tanto para las igualaciones metámeras como las isómeras.

BIBLIOGRAFÍA

- WYSZECKI, G.- Propagation of errors in colorimetric transformations.
J. Opt. Soc. Am., **49**, 383-389 (1959).

- JIMÉNEZ DEL BARCO, L.- **Colorimetría diferencial en igualaciones metámeras.**
Tesis doctoral. Universidad de Granada, 1984.



RESULTADOS: METAMERISMO

*No te alegres cuando creas ver la luz al final del tunel: siempre puede ser el faro de un tren
que viene de frente.*

(Laurence J. Peter)



12.- RESULTADOS: METAMERISMO

12.1 IGUALACIONES METÁMERAS

A continuación se dan los resultados de los parámetros de los elipsoides de discriminación para las cinco igualaciones metámeras y para cada observador.

12.1.1 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 1

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
<i>SEMIEJES</i>	S_3	0.4727	0.3754	0.5156
	S_2	1.0911	0.7543	1.0870
	S_1	0.0291	0.0435	0.0239
<i>VOLUMEN</i>		0.0628	0.0516	0.0562
<i>CENTRO</i>	x_0	0.5190	0.4748	0.5038
	y_0	0.5674	0.5647	0.5571
	Y_0	3.619	3.641	3.786

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
EXTREMOS	Y_M	7.330	5.024	8.485
	x_M	0.8246	0.5996	0.8010
	y_M	1.2452	0.9970	1.2022
	Y_m	-0.092	2.258	-0.914
	x_m	0.2134	0.3500	0.2066
	y_m	-0.1105	0.1324	-0.0880
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.6719 10 ³	0.6767 10 ²	0.1238 10 ⁴
	<i>B</i>	0.281 10 ⁴	0.4151 10 ³	0.5723 10 ⁴
	<i>C</i>	0.5793 10 ⁴	0.3715 10 ⁴	0.6718 10 ⁴
	<i>D</i>	-0.1360 10 ⁴	-0.1428 10 ³	-0.2647 10 ⁴
	<i>E</i>	-0.4011 10 ⁴	-0.1149 10 ⁴	-0.6182 10 ⁴
	<i>F</i>	0.1931 10 ⁴	0.3855 10 ³	0.2851 10 ⁴
Log($\Delta L/L$)		-0.6927	-0.5989	-0.7444
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	25.92	19.71	24.86
	ÁREA	0.1274	0.2798	0.0898
	REL. SEMI.	0.0555	0.1881	0.0393
	EXCENTR.	0.9985	0.9822	0.9992
N° DE PUNTOS		46	77	50
α		0.5671 10 ²	0.4084 10 ³	0.3536 10 ²

Tabla 1.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del primer par metámero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.1.2 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 2

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S_3	0.2582	0.1990	0.1534
	S_2	0.8805	0.8804	1.0752
	S_1	0.0097	0.0131	0.0124
VOLUMEN		0.0092	0.0096	0.0086
CENTRO	x_0	0.2126	0.2164	0.2937
	y_0	0.2992	0.2889	0.3413
	Y_0	2.524	2.135	3.234
EXTREMOS	Y_M	8.551	7.604	10.550
	x_M	0.7234	0.6895	0.8101
	y_M	0.7217	0.7891	0.3234
	Y_m	-3.502	-3.334	-4.082
	x_m	-0.2983	-0.2567	-0.2227
	y_m	-0.1233	-0.2113	-0.2612
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.1902 10 ⁵	0.105 10 ⁵	0.1491 10 ⁵
	<i>B</i>	0.1874 10 ⁵	0.7456 10 ⁴	0.9119 10 ⁴
	<i>C</i>	0.4521 10 ⁵	0.278 10 ⁵	0.268 10 ⁵
	<i>D</i>	0.1876 10 ⁵	0.8649 10 ⁴	0.1133 10 ⁵
	<i>E</i>	0.2905 10 ⁵	-0.143 10 ⁵	-0.1551 10 ⁵
	<i>F</i>	-0.2928 10 ⁵	-0.17 10 ⁵	-0.1986 10 ⁵
Log($\Delta L/L$)		-0.9824	-0.8041	-0.9764

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	134.79	130.013	127.83
	ÁREA	0.0117	0.0132	0.0088
	REL. SEMI.	0.0558	0.1050	0.1170
	EXCENTR.	0.9984	0.9945	0.9931
N° DE PUNTOS		45	52	99
α		0.2150 10 ²	0.2611 10 ²	0.1459 10 ²

Tabla 2.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del segundo par metámero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.1.3 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 3

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S₃	0.4442	0.4344	0.5093
	S₂	0.8116	0.6326	0.6203
	S₁	0.0082	0.0073	0.0091
VOLUMEN		0.0125	0.0085	0.0121
CENTRO	x₀	0.2660	0.2195	0.2680
	y₀	0.2620	0.1749	0.1996
	Y₀	0.824	0.591	0.631
EXTREMOS	Y_M	2.602	1.872	2.680
	x_M	-0.1361	0.4740	0.6067
	y_M	0.9399	0.7635	0.7995
	Y_m	-0.953	-0.690	-0.844
	x_m	0.6680	-0.0349	-0.0707
	y_m	-0.4158	-0.4137	-0.4003

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.6546 10 ³	0.8850 10 ³	0.4502 10 ³
	<i>B</i>	0.5144 10 ⁴	0.4689 10 ⁴	0.3810 10 ⁴
	<i>C</i>	0.1090 10 ⁶	0.1391 10 ⁶	0.8924 10 ⁵
	<i>D</i>	-0.1775 10 ⁴	-0.1978 10 ⁴	-0.1255 10 ⁴
	<i>E</i>	-0.2363 10 ⁵	-0.2548 10 ⁵	-0.1838 10 ⁵
	<i>F</i>	0.825 10 ⁴	0.1085 10 ⁵	0.6140 10 ⁴
Log($\Delta L/L$)		-0.6875	-0.5960	-0.5281
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	19.17	23.06	18.38
	ÁREA	0.0527	0.0504	0.0656
	REL. SEMI.	0.0809	0.0880	0.0884
	EXCENTR.	0.9967	0.9961	0.9961
N° DE PUNTOS		53	71	60
α		0.2472 10 ³	0.4762 10 ³	0.3591 10 ³

Tabla 3.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del tercer par metámero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.1.4 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 4

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	<i>S₃</i>	0.5618	0.4912	0.4439
	<i>S₂</i>	0.7481	1.2326	3.2786
	<i>S₁</i>	0.0133	0.0058	0.0045
VOLUMEN		0.0233	0.0146	0.0272

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
CENTRO	x_0	0.4773	0.4434	0.4212
	y_0	0.2664	0.1983	0.1543
	Y_0	1.147	1.116	0.858
EXTREMOS	Y_M	6.178	5.729	5.092
	x_M	0.6207	0.5836	0.5280
	y_M	0.6415	0.8598	0.6851
	Y_m	-3.884	-3.498	-3.377
	x_m	0.3338	0.3031	0.3145
	y_m	-0.1887	-0.4631	-0.3765
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.9745 10 ³	0.1022 10 ⁴	0.1256 10 ⁴
	<i>B</i>	0.2723 10 ⁵	0.7431 10 ⁵	0.1487 10 ⁶
	<i>C</i>	0.1624 10 ⁵	0.1604 10 ⁶	0.2423 10 ⁶
	<i>D</i>	-0.5104 10 ⁴	0.8601 10 ⁴	0.1354 10 ⁵
	<i>E</i>	-0.2101 10 ⁵	-0.1091 10 ⁶	-0.1898 10 ⁶
	<i>F</i>	0.3933 10 ⁴	-0.1264 10 ⁵	-0.1729 10 ⁵
Log($\Delta L/L$)		-0.4176	-0.9027	-0.8781
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	10.62	-6.60	-5.20
	ÁREA	0.0353	0.0176	0.0134
	REL. SEMI.	0.0246	0.0185	0.0122
	EXCENTR.	0.9997	0.9998	0.9999
N° DE PUNTOS		70	105	68
α		0.3086 10 ²	0.3669 10 ²	0.4356 10 ²

Tabla 4.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del cuarto par metámero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.1.5 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 5

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S_3	0.3707	0.3320	0.3706
	S_2	1.0580	0.7998	0.7329
	S_1	0.0049	0.0094	0.0100
VOLUMEN		0.0811	0.0105	0.0114
CENTRO	x_0	0.3027	0.2424	0.2691
	y_0	0.4325	0.3247	0.4051
	Y_0	2.299	1.432	1.949
EXTREMOS	Y_M	5.463	4.258	4.917
	x_M	0.7228	0.6016	0.5957
	y_M	0.9056	0.9582	0.9785
	Y_m	-0.866	-1.394	-1.020
	x_m	-0.1173	-0.1167	-0.0574
	y_m	-0.0406	-0.3088	-0.1683
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.1064 10 ⁵	0.1089 10 ⁴	0.1212 10 ⁻⁴
	<i>B</i>	0.5915 10 ⁵	0.1099 10 ⁵	0.1250 10 ⁵
	<i>C</i>	0.2504 10 ⁶	0.7615 10 ⁵	0.6433 10 ⁵
	<i>D</i>	0.2503 10 ⁵	0.3343 10 ⁴	0.3797 10 ⁴
	<i>E</i>	-0.1217 10 ⁶	-0.2889 10 ⁵	-0.2832 10 ⁵
	<i>F</i>	-0.5155 10 ⁵	-0.8878 10 ⁴	-0.8666 10 ⁴
Log($\Delta L/L$)		-1.3135	-0.8495	-0.9466

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	-22.95	-17.01	-16.96
	ÁREA	0.0141	0.0274	0.0286
	REL. SEMI.	0.0249	0.0747	0.0627
	EXCENTR.	0.9997	0.9972	0.9980
N° DE PUNTOS		26	114	62
α		0.7799 10 ²	0.9779 10 ²	0.8862 10 ²

Tabla 5.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del quinto par metámero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.2 IGUALACIONES ISÓMERAS

A continuación se dan los resultados de los parámetros de los elipsoides de dicriminación para las cinco igualaciones isómeras y para cada observador.

12.2.1 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 1

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S_3	0.4975	0.6196	0.7138
	S_2	0.8268	1.0160	0.9546
	S_1	0.0065	0.0305	0.0198
VOLUMEN		0.0111	0.0805	0.0565
CENTRO	x_0	0.4547	0.3816	0.4671
	y_0	0.3062	0.2612	0.2747
	Y_0	3.464	2.303	2.417

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
EXTREMOS	Y_M	13.351	9.548	9.754
	x_M	0.5204	0.5189	0.5204
	y_M	0.8952	0.9015	0.8281
	Y_m	-6.582	-4.942	-4.921
	x_m	0.3890	0.2443	0.4139
	y_m	-0.2827	-0.3792	-0.2786
COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.1153 10 ⁵	0.4855 10 ³	0.1213 10 ⁴
	<i>B</i>	0.1286 10 ⁶	0.4711 10 ⁴	0.1219 10 ⁵
	<i>C</i>	0.4719 10 ⁵	0.3216 10 ⁴	0.6537 10 ⁴
	<i>D</i>	-0.3847 10 ⁵	-0.1483 10 ⁴	-0.3822 10 ⁴
	<i>E</i>	-0.7788 10 ⁵	-0.3883 10 ⁴	-0.8918 10 ⁴
	<i>F</i>	0.2331 10 ⁵	0.1219 10 ⁴	0.2794 10 ⁴
Log($\Delta L/L$)		-1.1291	-0.3685	-0.5435
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	16.66	17.54	17.42
	ÁREA	0.0173	0.0835	0.0579
	REL. SEMI.	0.0101	0.0567	0.0316
	EXCENTR.	0.9999	0.9984	0.9995
N° DE PUNTOS		62	86	15
α		7.7388	0.1488 10 ²	0.1451 10 ²

Tabla 6.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del primer par isómero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.2.2 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 2

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
<i>SEMIEJES</i>	<i>S₃</i>	0.5227	0.5879	0.4685
	<i>S₂</i>	1.1627	1.0586	0.8900
	<i>S₁</i>	0.0328	0.0491	0.0044
<i>VOLUMEN</i>		0.0835	0.1280	0.0077
<i>CENTRO</i>	<i>x₀</i>	0.3724	0.4950	0.3883
	<i>y₀</i>	0.2565	0.3779	0.3563
	<i>Y₀</i>	3.460	5.754	4.389
<i>EXTREMOS</i>	<i>Y_M</i>	11.839	14.157	13.511
	<i>x_M</i>	1.0526	1.1047	0.9876
	<i>y_M</i>	0.6923	0.5826	0.7768
	<i>Y_m</i>	-4.919	-2.649	-4.733
	<i>x_m</i>	-0.3077	-0.1148	-0.2109
	<i>y_m</i>	-0.1793	0.1732	-0.0643
<i>COEF. DE LA ECUACIÓN</i>	<i>A</i>	0.3188 10 ⁴	0.1861 10 ⁴	0.2354 10 ⁶
	<i>B</i>	0.6405 10 ³	0.2003 10 ³	0.191 10 ⁵
	<i>C</i>	0.3459 10 ⁴	0.1205 10 ⁴	0.1463 10 ⁶
	<i>D</i>	0.1391 10 ⁴	0.5715 10 ³	0.6701 10 ⁵
	<i>E</i>	-0.1462 10 ⁴	-0.4635 10 ³	-0.5283 10 ⁵
	<i>F</i>	-0.3311 10 ⁴	-0.149 10 ⁴	-0.1855 10 ⁶
<i>Log(ΔL/L)</i>		-0.5612	-0.5531	-1.4776

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	113.76	107.27	105.89
	ÁREA	0.0749	0.1143	0.0111
	REL. SEMI.	0.0862	0.1053	0.0087
	EXCENTR.	0.9963	0.9944	1.0000
N° DE PUNTOS		36	90	48
α		0.0002 10 ²	0.1106 10 ²	9.3858

Tabla 7.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del segundo par isómero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.2.3 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 3

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S_3	0.0325	0.0215	0.0335
	S_2	0.7524	0.7315	0.7977
	S_1	0.0063	0.0028	0.0051
VOLUMEN		0.0006	0.0002	0.0006
CENTRO	x_0	0.2968	0.2275	0.2668
	y_0	0.4123	0.2179	0.3316
	Y_0	0.784	0.392	0.595
EXTREMOS	Y_M	1.945	1.424	1.792
	x_M	0.5514	0.4627	0.5223
	y_M	1.0867	0.9070	1.0695
	Y_m	-0.377	-0.639	-0.601
	x_m	0.0421	-0.0076	0.0113
	y_m	-0.2622	-0.4712	-0.4064

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
COEF. DE LA ECUACIÓN	A	0.1633 10 ⁶	0.7118 10 ⁶	0.1765 10 ⁶
	B	0.1717 10 ⁵	0.4721 10 ⁵	0.8549 10 ⁴
	C	0.2454 10 ⁵	0.2497 10 ⁶	0.1232 10 ⁶
	D	-0.5261 10 ⁵	-0.1825 10 ⁶	-0.3826 10 ⁵
	E	0.1568 10 ⁵	0.1005 10 ⁶	0.2897 10 ⁵
	F	-0.5245 10 ⁵	-0.4038 10 ⁶	-0.1411 10 ⁶
Log($\Delta L/L$)		-0.3418	-0.5449	-0.5727
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	72.12	75.62	77.76
	ÁREA	0.0042	0.0014	0.0036
	REL. SEMI.	0.0326	0.0235	0.0366
	EXCENTR.	0.9995	0.9997	0.9993
N° DE PUNTOS		29	36	41
α		0.5792 10 ³	0.7340 10 ³	0.5456 10 ³

Tabla 8.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del tercer par isómero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.2.4 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 4

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S₃	0.0136	0.0180	0.0254
	S₂	0.8126	0.6001	0.8026
	S₁	0.0033	0.0034	0.0012
VOLUMEN		0.0002	0.0002	0.0001

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
CENTRO	x_0	0.5319	0.5635	0.5698
	y_0	0.4767	0.4357	0.4417
	Y_0	2.153	1.971	2.099
EXTREMOS	Y_M	4.765	3.438	3.828
	x_M	1.1011	1.0061	1.0401
	y_M	1.0275	0.8198	0.8625
	Y_m	-0.456	0.504	0.0371
	x_m	-0.0372	0.1208	0.0995
	y_m	-0.0740	0.0516	0.0209
	COEF. DE LA ECUACIÓN	<i>A</i>	0.3067 10 ⁶	0.2634 10 ⁶
<i>B</i>		0.391 10 ⁶	0.4022 10 ⁶	0.3225 10 ⁷
<i>C</i>		0.5187 10 ⁵	0.3585 10 ⁵	0.1151 10 ⁶
<i>D</i>		0.3420 10 ⁶	0.3240 10 ⁶	0.2673 10 ⁷
<i>E</i>		-0.7929 10 ⁵	-0.7526 10 ⁵	-0.5800 10 ⁶
<i>F</i>		-0.5298 10 ⁵	-0.5354 10 ⁵	-0.4768 10 ⁶
Log($\Delta L/L$)		-0.9431	-0.8245	-1.1052
SECCIÓN PRINCIPAL	ORIENT.(°)	-41.49	-38.96	-39.66
	ÁREA	0.0005	0.0008	0.0004
	REL. SEMI.	0.0782	0.0463	0.0125
	EXCENTR.	0.9969	0.9989	0.9999
N° DE PUNTOS		40	50	27
α		0.1145 10 ³	0.3629 10 ³	0.2614 10 ³

Tabla 9.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del cuarto par isómero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.

12.2.5 PARÁMETROS DEL ELIPSOIDE 5

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
SEMIEJES	S_3	0.0301	0.0364	0.0384
	S_2	1.0100	1.0807	1.1516
	S_1	0.0034	0.0069	0.0034
VOLUMEN		0.0004	0.0011	0.0023
CENTRO	x_0	0.2712	0.2883	0.2596
	y_0	0.3715	0.4096	0.3340
	Y_0	3.334	3.453	2.799
EXTREMOS	Y_M	10.758	10.468	10.369
	x_M	0.5241	0.5534	0.5828
	y_M	1.1109	1.2075	1.1101
	Y_m	-4.090	-3.563	-4.1277
	x_m	0.0184	0.0232	0.0309
	y_m	-0.3678	-0.3882	-0.3144
	COEF. DE LA ECUACIÓN	A	$0.6443 \cdot 10^6$	$0.1393 \cdot 10^6$
B	$0.1644 \cdot 10^5$	$0.2423 \cdot 10^5$	$0.6027 \cdot 10^5$	
C	$0.3114 \cdot 10^5$	$0.4288 \cdot 10^4$	$0.3306 \cdot 10^4$	
D	$-0.8834 \cdot 10^5$	$-0.5465 \cdot 10^5$	$-0.1903 \cdot 10^6$	
E	$0.1371 \cdot 10^5$	$-0.6913 \cdot 10^4$	$0.7375 \cdot 10^3$	
F	$-0.1315 \cdot 10^6$	$0.9501 \cdot 10^4$	$-0.1136 \cdot 10^5$	
Log($\Delta L/L$)		-1.0222	-0.6069	-0.4593

		<i>JR</i>	<i>JA</i>	<i>FP</i>
<i>SECCIÓN PRINCIPAL</i>	<i>ORIENT.(°)</i>	82.14	68.24	73.02
	<i>ÁREA</i>	0.0005	0.0012	0.0006
	<i>REL. SEMI.</i>	0.0805	0.1226	0.0565
	<i>EXCENTR.</i>	0.9968	0.9925	0.9984
<i>N° DE PUNTOS</i>		21	60	51
α		$0.1417 \cdot 10^2$	$0.1587 \cdot 10^2$	$0.1322 \cdot 10^2$

Tabla 10.12.- Resultados de los parámetros del elipsoide de discriminación, para cada uno de los observadores, del quinto par isómero, con las funciones de mezcla propias de cada observador.



**DISCUSIÓN:
METAMERISMO**

Dejemos obrar a la Naturaleza pues, mejor que nosotros, sabe lo que hace.

(Montaigne)



13.- DISCUSIÓN: METAMERISMO

Con objeto de sistematizar el análisis de resultados, vamos a considerar varios apartados en los que se analizarán los obtenidos para algunos parámetros de cada observador, por separado, y otros que se compararán entre todos los observadores.

13.1 LUMINANCIA DE LOS ESTÍMULOS

En este apartado vamos a realizar un estudio comparativo de las luminancias de cada uno de los estímulos de referencia (medidos con las funciones de mezcla propias de cada observador y con el observador patrón CIE 31) con los resultados obtenidos de los elipsoides de discriminación para dichos colores (obtenidos como se explicó en el capítulo dedicado al método experimental), es decir, con el umbral diferencial de color asociado a cada uno de los estímulos según los resultados de cada observador.

13.1.1 OBSERVADOR JR

Según los parámetros del primer elipsoide de discriminación, que vienen dados en el capítulo anterior, se puede observar que los puntos extremos de luminancia son,

en un caso, 13.351cd/m^2 y -6.582cd/m^2 . La razón por la que se obtienen luminancias negativas es debido al ajuste estadístico. Cuando la nube de puntos está desplazada hacia zonas del diagrama cromático cercanas al lugar espectral, al ajustar dicha nube al elipsoide que envuelve al 95% de los puntos de dicha nube, puede ocurrir que parte de él se salga del diagrama cromático. Obviamente, esto no tiene sentido físico, y la interpretación en este caso es que el mínimo de luminancia debe considerarse como cero. En los casos en los que se encuentren medidas similares, ocurrirá lo mismo.

Si seguimos haciendo cálculos con los demás estímulos, teniendo en cuenta la ecuación de los elipsoides de discriminación, si sustituimos los valores de x_0 , y_0 , Y_0 por los del centro del elipsoide y x , y , Y por los valores del estímulo de referencia en cada caso, el resultado que se obtenga para que el elipsoide englobe al estímulo debe ser menor de 7.81, en caso contrario, el estímulo quedará fuera del elipsoide. Pues bien, una vez realizados los cálculos, puede comprobarse que para cuatro estímulos de referencia, una vez calculados los umbrales diferenciales de color, dichos estímulos quedan fuera de los umbrales. Gráficamente, al observar los elipsoides de discriminación (isómeros y metámeros) al final del capítulo, se puede comprobar este hecho fácilmente.

13.1.2 OBSERVADOR JA

Con este observador ocurre lo mismo que con el anterior en el primer estímulo medido, en el centro del elipsoide, la luminancia es de 3.641cd/m^2 y los extremos tienen una luminancia de 2.258cd/m^2 y 5.024cd/m^2 mientras que el estímulo de referencia metámero asociado a éste es de 11.67cd/m^2 , por poner un ejemplo. Claramente este punto queda fuera del umbral diferencial de color. Respecto de los demás, al comprobar si los umbrales englobaban a los estímulos de referencia, la respuesta también es negativa. En este observador, se da el caso de que para ningún par de estímulos metámeros, las luminancias se solapan.

13.1.3 OBSERVADOR FP

El comentario que puede realizarse sobre los resultados de este observador es el mismo que para los anteriores, en el primer estímulo de referencia, la luminancia era de 12.37cd/m^2 , sin embargo en el umbral diferencial de color asociado a este estímulo, los valores extremos fueron de 8.485cd/m^2 y -0.914cd/m^2 (por ejemplo). Con esto podemos asegurar que el elipsoide asociado al estímulo no engloba a dicho punto. Para el resto de estímulos, ocurre lo mismo que para los observadores anteriores.

La conclusión es clara, los fallos de predicción colorimétrica siguen existiendo a pesar de todo.

13.2 COMPARACIÓN DE LOS VALORES TRIESTÍMULO Y COORDENADAS DE CROMATICIDAD DE LOS ESTÍMULOS EN LAS IGUALACIONES ISÓMERAS

En este apartado comparamos los valores triestímulos y las coordenadas de cromaticidad del primer estímulo de referencia para cada uno de los observadores y para el Observador Patrón CIE 1931, podemos observar que, aun siendo el mismo estímulo para los cuatro observadores, para cada uno tiene unos valores distintos. Esto es lo esperado por estar medidos cada uno con las funciones de mezcla propias, aun así las diferencias son bastante acusadas al comparar los resultados medidos con el observador patrón CIE 31 pero no tanto al comparar los resultados de nuestros tres observadores entre sí. Tanto los valores triestímulo como las coordenadas de cromaticidad están referidas al centro de la nube de puntos de cada estímulo y para cada observador. Inmediatamente puede suponerse entonces que las condiciones experimentales en las que se midieron las funciones de mezcla que dieron origen al observador patrón CIE 31 fueron distintas a las nuestras.

En ningún caso se dan los valores de las coordenadas de cromaticidad ni valores triestímulo de los estímulos de referencia, estos vienen dados en el capítulo de Condiciones Experimentales.

13.2.1 ESTÍMULO DE REFERENCIA 1 (ACROMÁTICO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
CIE - JR	4.29	2.81	2.993	0.0574	0.0348
CIE - JA	4.21	3.53	4.353	0.0625	0.057
CIE - FP	2.45	2.83	4.263	0.0444	0.0561
JR - JA	0.27	0.4	2.013	0.0134	0.0302
JR - FP	3.92	4.12	0.144	0.0159	0.0184
JA - FP	4.19	3.72	1.869	0.0025	0.0118

Tabla 1.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del primer estímulo de referencia entre los cuatro observadores.

En esta primera tabla puede observarse la gran diferencia entre los valores triestímulo de los estímulos de referencia cuando se miden con las funciones de mezcla CIE 31 comparado con los que se obtienen cuando se miden con las funciones de mezcla propias de cada observador; en algunos casos las diferencias son superiores al 20%, además estas diferencias son prácticamente las mismas (salvo excepciones puntuales) al comparar los resultados entre los tres observadores.

En lo referente a las coordenadas de cromaticidad, se puede señalar que las diferencias entre los tres observadores y el observador patrón CIE 31 no son especialmente grandes y entre los tres observadores, las diferencias son muy pequeñas.

13.2.2 ESTÍMULO DE REFERENCIA 2 (ACROMÁTICO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
CIE - JR	1.1430	0.414	0.827	0.0438	0.0177
CIE - JA	1.2220	0.878	1.349	0.0479	0.0431
CIE - FP	0.8820	0.67	1.478	0.0407	0.0438

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
JR - JA	0.45	0.62	1.164	0.0084	0.0269
JR - FP	0.55	0.06	0.308	0.0075	0.007
JA - FP	0.1	0.56	0.856	0.0009	0.0199

Tabla 2.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del segundo estímulo de referencia entre los cuatro observadores.

En esta tabla pueden observarse las diferencias (más pequeña que en el estímulo anterior) entre los valores triestímulo de los de los estímulos de referencia cuando se miden con las funciones de mezcla CIE 31, comparadas con las que se obtienen cuando se miden con las funciones de mezcla propias de cada observador; en cualquier caso, cabe destacar que las diferencias entre los observadores son bastante mayores que si las comparamos con el CIE 1931.

Lo mismo que se dijo para el primer estímulo, es válido para éste en lo concerniente a coordenadas de cromaticidad. Las diferencias son muy pequeñas al compararlas con las que se obtienen de los cálculos utilizando el observador patrón CIE 31, sin embargo, siguen siendo menores (en general) las obtenidas al compararlas entre los otros tres observadores.

13.2.3 ESTÍMULO DE REFERENCIA 3 (AZUL)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
CIE - JR	0.445	0.058	6.534	0.0107	0.0505
CIE - JA	0.351	0.495	6.755	0.0134	0.0807
CIE - FP	0.443	0.431	7.131	0.0139	0.081
JR - JA	0.092	0.6439	1.591	0.0097	0.04821
JR - FP	0.602	0.5127	1.441	0.0163	0.04074
JA - FP	0.51	0.1312	0.15	0.026	0.00747

Tabla 3.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del tercer estímulo de referencia entre los cuatro observadores.

De nuevo, en la tabla se observa la diferencia entre los valores triestímulo de los estímulos de referencia cuando se miden con las funciones de mezcla CIE 31, comparadas con las que se obtienen cuando se miden con las funciones de mezcla propias de cada observador. Esta vez el valor triestímulo Y es el que no se diferencia tanto de los demás, aunque sus diferencias son apreciables. La razón de que esta vez en la luminancia las diferencias sean menos grandes puede deberse a que la luminancia de los estímulos de referencia era menor de la unidad, es decir luminancias bajas. Las diferencias entre observadores en el valor triestímulo X son notablemente menores entre observadores que las obtenidas al compararlas con las CIE (casi un orden de magnitud), pero la diferencia más grande está en el valor triestímulo Z , que son de casi dos órdenes de magnitud. Al igual que antes, las diferencias entre los observadores son bastante menores que si las comparamos con el CIE 1931.

De nuevo se vuelve a apreciar que las diferencias en coordenadas de cromaticidad son pequeñas, del mismo orden que en los estímulos anteriores.

13.2.4 ESTÍMULO DE REFERENCIA 4 (ROJO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
CIE - JR	2.713	1.435	0.2968	0.0233	0.045
CIE - JA	2.674	1.601	0.179	0.0486	0.006
CIE - FP	2.108	1.371	0.0543	0.0313	0.001
JR - JA	1.028	1.158	0.6874	0.0265	0.0558
JR - FP	0.407	0.455	0.5421	0.0132	0.0572
JA - FP	1.435	0.703	0.1453	0.0397	0.0014

Tabla 4.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del cuarto estímulo de referencia entre los cuatro observadores.

En esta tabla se observa, de nuevo, la diferencia entre los valores triestímulo de los estímulos de referencia cuando se miden con las funciones de mezcla CIE 31 comparada con

las que se obtienen cuando se miden con las funciones de mezcla propias de cada observador. Las diferencias son considerablemente menores que en los dos primeros estímulos, pero mayores que en el anterior. Sólo en el valor triestímulo Z , la diferencia es muy grande comparada con el tercer estímulo. Las diferencias en luminancias vuelven a ser superiores que en el estímulo anterior, pero inferiores a las diferencias de los dos primeros estímulos. Puede comprobarse, que la luminancia de este estímulo está comprendida entre el segundo y el cuarto, con lo que la explicación dada en el apartado anterior sigue siendo válida. Igual que antes, las diferencias entre los observadores son bastante menores que si las comparamos con el CIE 1931.

De nuevo, como en el resto de los casos anteriores, se observa la misma tónica, las diferencias en coordenadas de cromaticidad son muy pequeñas comparadas con las diferencias en valores triestímulo. En el caso de la coordenada de cromaticidad x e y , el orden de magnitud de las diferencias entre los tres observadores comparadas con las diferencias con las CIE 31 son del mismo orden de magnitud (en general).

13.2.5 ESTÍMULO DE REFERENCIA 5 (VERDE)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
CIE - JR	0.386	0.271	0.245	0.0327	0.0061
CIE - JA	0.466	0.515	0.494	0.038	0.0248
CIE - FP	0.468	0.428	0.475	0.0399	0.0198
JR - JA	0.957	1.588	0.731	0.0288	0.0543
JR - FP	0.888	1.172	0.831	0.0352	0.0419
JA - FP	0.069	0.416	0.1	0.0064	0.00124

Tabla 5.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del quinto estímulo de referencia entre los cuatro observadores.

Podemos observar que las diferencias en valores triestímulo de este estímulo (comparando los resultados de los valores triestímulos de los observadores medidos con las

funciones de mezcla CIE 31 y las propias de cada observador) son las menores de todos los medidos, en ningún caso, dichas discrepancias superan la unidad. Como dato significativo, la mayor diferencia sólo alcanza un 9%, mientras que en otros estímulos se llegó al 20%. Sin embargo, las diferencias interobservadores, se mantienen constantes a lo largo de todos los estímulos medidos. Además las diferencias siguen siendo de la misma magnitud en ambos casos.

En este último estímulo, volvemos a tener diferencias pequeñas en las coordenadas de cromaticidad, y de nuevo, estas diferencias son las mismas cuando comparamos los resultados de nuestros tres observadores con sus funciones de mezcla y con las CIE 31..

En principio estos resultados pueden ser los esperados, ya que, por cómo se definen las coordenadas de cromaticidad (cocientes), las diferencias que pudiera haber en los valores triestímulo, se van suavizando. De todas formas, las diferencias, en general, de los valores triestímulo tampoco son tan acusadas. Las diferencias mayores las encontramos en el primer estímulo con 20%. El resto se comporta bastante bien en cuanto a los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad cuando se calculan con el observador patrón CIE 31 y con las funciones de mezcla propias de cada observador.

El estímulo igualado (isómeramente) casi en todos los observadores queda dentro del elipsoide de discriminación, las únicas excepciones son los observadores *JA* y *FP* en el primer estímulo. Para estos dos observadores, los estímulos de referencia caen fuera del umbral diferencial de color en la igualación isómera (como se puede apreciar en las gráficas al final del capítulo).

Como conclusión, podemos afirmar que no se aprecian fallos de predicción colorimétrica, es decir, los valores triestímulo y las coordenadas de cromaticidad dadas por el observador patrón CIE 31 son muy similares a las dadas por cada uno de nuestros observadores con sus propias funciones de mezcla; eso sí, hay que tener en cuenta que estamos midiendo el mismo estímulo en todos los casos. En el apartado siguiente se estudiarán las igualaciones, con otras distribuciones espectrales, de los estímulos estudiados en este apartado. En definitiva, podemos afirmar que el observador patrón CIE 31 se comporta adecuadamente y es capaz de predecir.

13.3 COMPARACIÓN DE LOS VALORES TRIESTÍMULO Y COORDENADAS DE CROMATICIDAD DE LOS ESTÍMULOS EN LAS IGUALACIONES METÁMERAS

En este apartado se dan las diferencias entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad entre los estímulos calculados en el colorímetro variable. Estos valores son los centros de las nubes de puntos obtenidas por cada observador. Obviamente, al encontrarnos con igualaciones metámeras (y ser estos estímulos los producidos por el colorímetro de estímulos variables), cada observador igualó en un lugar diferente. En el caso anterior, cuando calculábamos las diferencias para los estímulos de referencia, éstos eran fijos durante todas las sesiones y el mismo para todos los observadores. En este caso, no es así, de manera que se han calculado los elipsoides de discriminación para cada observador y cada estímulo con las funciones de mezcla CIE 31 y las propias, y los resultados que se muestran, son esas diferencias. Éstas son las calculadas para los centros de los elipsoides de discriminación.

13.3.1 ESTÍMULO VARIABLE 1 (ACROMÁTICO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
JR _{CIE} - JR	5.4	1.42	5.772	0.0013	0.0154
JA _{CIE} - JA	5.55	1.5	4.109	0.019	0.0604
FP _{CIE} - FP	4.71	1.26	4.401	0.009	0.0766
JR - JA	0.2489	0.022	0.2964	0.0442	0.0027
JR - FP	0.1135	0.167	0.1918	0.0152	0.0103
JA - FP	0.3624	0.145	0.4882	0.029	0.0076

Tabla 6.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del primer estímulo variable entre los cuatro observadores.

Volvemos a tener resultados similares a los del apartado anterior cuando se calculaban diferencias entre valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad. Las primeras acusan una diferencia considerable cuando se comparan los resultados de los valores

triestímulo obtenidos con el observador patrón CIE 31, sin embargo cuando se comparan los resultados interobservadores, estas diferencias son mucho más pequeñas (un orden de magnitud menor).

En lo referente a las coordenadas de cromaticidad, las diferencias interobservadores son (en general) de un orden de magnitud menor.

13.3.2 ESTÍMULO VARIABLE 2 (ACROMÁTICO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
JR _{CIE} - JR	0.63	0.74	0.322	0.0174	0.0189
JA _{CIE} - JA	0.52	0.25	1.145	0.0231	0.0022
FP _{CIE} - FP	1.16	0.06	0.055	0.0212	0.0143
JR - JA	0.1942	0.389	0.4625	0.0038	0.0103
JR - FP	0.9895	0.71	0.6598	0.0811	0.0421
JA - FP	1.1837	1.099	0.1973	0.0773	0.0524

Tabla 7.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del segundo estímulo variable entre los cuatro observadores.

Esta vez los resultados son distintos al del estímulo anterior entre las diferencias de los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad. Los primeros no acusan una diferencia considerable, es mas, las diferencias son escasas, y en el caso de las coordenadas de cromaticidad ocurre algo análogo, las diferencias son muy pequeñas, no sólo al compararlas con nuestros observadores sino al hacerlo también con las CIE 31.

Con las coordenadas de cromaticidad ocurre lo mismo que en el caso de los valores triestímulo.

13.3.3 ESTÍMULO VARIABLE 3 (AZUL)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
JR _{CIE} - JR	0.278	0.189	1.338	0.0363	0.196
JA _{CIE} - JA	0.145	0.7909	2.114	0.0291	0.0596
FP _{CIE} - FP	0.34	0.6827	2.258	0.0094	0.0554
JR - JA	0.0949	0.233	0.5619	0.0465	0.0871
JR - FP	0.0107	0.193	0.1986	0.002	0.0624
JA - FP	0.1055	0.04	0.3633	0.0485	0.0247

Tabla 8.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del tercer estímulo variable entre los cuatro observadores.

Las diferencias, en este caso, siguen el patrón del estímulo anterior excepto para el valor triestímulo Z . Las diferencias interobservadores son menores que las encontradas para las obtenidas con el observador patrón CIE 31 (aunque sean del mismo orden). Con las coordenadas de cromaticidad, ocurre lo mismo que en caso anterior.

13.3.4 ESTÍMULO VARIABLE 4 (ROJO)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
JR _{CIE} - JR	1.588	1.058	0.1947	0.0086	0.009
JA _{CIE} - JA	2.031	1.443	0.4335	0.0429	0.0224
FP _{CIE} - FP	1.131	1.131	0.4824	0.0073	0.0247
JR - JA	0.0773	0.031	0.5153	0.0339	0.0281
JR - FP	0.076	0.289	0.8593	0.0561	0.0721
JA - FP	0.1533	0.258	0.3440	0.0222	0.044

Tabla 9.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del cuarto estímulo variable entre los cuatro observadores.

Si de nuevo, al referirnos a las diferencias entre los valores triestímulo medidos con las funciones de mezcla de la CIE 31 y las propias de cada observador, apreciamos diferencias pequeñas en la X e Y (alrededor de una unidad) mientras que las diferencias interobservador, con las funciones de mezcla propias, son de un orden de magnitud menores, a excepción del valor triestímulo Z en el que las diferencias son las mismas en ambos casos (pequeñas).

En las coordenadas de cromaticidad, las diferencias (al igual que para el valor triestímulo Z), las diferencias en todos los casos son iguales y pequeñas.

13.3.5 ESTÍMULO VARIABLE 5 (VERDE)

	ΔX	ΔY	ΔZ	Δx	Δy
$JR_{CIE} - JR$	0.12	0.228	0.75	0.0147	0.0188
$JA_{CIE} - JA$	0.462	0.719	0.967	0.0291	0.0435
$FP_{CIE} - FP$	0.318	0.441	1.04	0.0277	0.0391
$JR - JA$	0.54	0.867	0.5016	0.0603	0.1078
$JR - FP$	0.3144	0.35	0.1599	0.0336	0.0274
$JA - FP$	0.2256	0.517	0.3417	0.0267	0.0804

Tabla 10.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre los valores triestímulo y coordenadas de cromaticidad del quinto estímulo variable entre los cuatro observadores.

A la vista de estas últimas comparaciones, los resultados muestran un comportamiento estable y común en todas las diferencias, al comparar los valores triestímulo y las coordenadas de cromaticidad en los resultados obtenidos con el observador patrón CIE 31 y con las funciones de mezcla de cada observador. Los mismos resultados (incluso con los mismos órdenes de magnitud) se obtienen al estudiar las diferencias interobservador.

Las conclusiones que se pueden sacar de estos resultados, de las igualaciones metámeras es que, aun habiendo realizado los cálculos con las funciones de mezcla propias

de cada observador, los estímulos de referencia no quedan dentro del umbral diferencial de discriminación. Esto significa que, en principio, no se han resuelto los problemas de predicción colorimétrica así como los fallos de aditividad que se comentaban al comienzo de esta memoria de doctorado. En cualquier caso, antes de aventurarnos a dar esto como definitivo, hay que realizar un cálculo más. Se trata de comprobar si, una vez obtenidos los umbrales de discriminación cromática de ambas igualaciones (isómeras y metámeras), dichos umbrales tienen puntos comunes. Si esto fuera así, reafirmaríamos lo comentado sobre estas líneas, de lo contrario, podríamos concluir con que los fallos de predicción colorimétrica y de aditividad son coloriméricamente tolerables al emplear las funciones de mezcla para cada observador.

13.4 COMPARACIÓN DE LAS COORDENADAS DE CROMATICIDAD, LUMINANCIAS Y RESPUESTA DE LOS CONOS DE LAS IGUALACIONES ISÓMERAS Y METÁMERAS

En las tablas que se dan a continuación se muestran las diferencias entre las coordenadas de cromaticidad, luminancia y la respuesta de los conos de los centros de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras para los tres observadores. El subíndice *I* corresponde a la igualación isómera y el *M* a la metámera.

13.4.1 ESTÍMULO 1 (ACROMÁTICO)

	Δx	Δy	ΔY
$JR_I - JR_M$	0.0643	0.2612	0.155
$JA_I - JA_M$	0.0932	0.3035	1.338
$FP_I - FP_M$	0.0367	0.2824	1.369

Tabla 11.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las coordenadas de cromaticidad y luminancias para el primer estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color asociados a cada estímulo (en las igualaciones isómeras y metámeras) para cada observador.

Al comparar estos resultados, sorprende las diferencias en luminancia, de más del 30% respecto de los estímulos de referencias en los observadores *JA* y *FP* y no así en *JR*; de hecho, los elipsoides de este último observador para este estímulo (al realizar las igualaciones isómeras y metámeras) se cortan. Hay que señalar que las cromaticidades para los tres observadores son muy parecidas en la coordenada cromática x y algo más distinta en la y , pero lo que destaca en el observador *JR* es que la diferencia de luminancia es muy pequeña eso hace que sus elipsoides (isómero y metámero) se corten. Esto no ocurre en los otros observadores. La medida de la luminancia, en todos los estímulos (el de referencia y el variable) y para todos los observadores (*JR*, *JA* y *FP*) se ha realizado con las funciones de mezcla propias, interpoladas de dos en dos nanómetros y conocida la distribución espectral de cada estímulo también de dos en dos nanómetros. De esta manera se pierde la menor información posible de la radiancia espectral de dichos estímulos. La razón de que fuera con este intervalo es que el espectrorradiómetro con el que hemos trabajado, aunque mide radiancias espectrales de 1.6nm en 1.6nm (como se dijo en el capítulo del dispositivo experimental), por "software", da las radiancia de 2nm en 2nm. De esta manera no cabe la posibilidad de que el estímulo de referencia esté muestreado con un paso de longitudes de onda y el variable con otro.

Si comparamos la luminancia a la que se midieron las funciones de mezcla y a la que se han medido estos estímulos, observamos que para el caso de *JR*, la luminancia de la igualación metámera fue de 3.619cd/m^2 y la isómera de 3.464cd/m^2 mientras que las funciones de mezcla fueron medidas a 4.5cd/m^2 . En cualquier caso, la luminancia de los estímulos para el observador *JA* fue de 3.641cd/m^2 en la igualación metámera y 2.303cd/m^2 en la isómera. En este caso, la luminancia de la igualación metámera es muy parecida y sus elipsoides no se cortan. Para el observador *FP*, la luminancia de la igualación metámera es de 3.786cd/m^2 y la isómera de 2.417cd/m^2 , es decir, que la luminancia de la igualación metámera es parecida a la del observador *JA* y tampoco se cortan sus elipsoides.

	$\Delta S(cd/m^2)$	$\Delta M(cd/m^2)$	$\Delta L(cd/m^2)$
JR _I - JR _M	1.0794	0.2608	0.0492
JA _I - JA _M	1.1285	0.5576	0.4039
FP _I - FP _M	0.9994	0.6431	0.3753

Tabla 12.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las respuestas de los conos para el primer estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color para la igualación isómera y metámera según cada uno de los observadores.

Como puede observarse, las diferencias son considerablemente grandes en la respuesta de los conos S , esto significa que dicha respuesta de los conos S (los que responden a bajas longitudes de onda) es notablemente distinta cuando las igualaciones son metámeras o isómeras, en menor medida la respuesta de los conos cuya respuesta se debe a longitudes de onda larga (L) y algo menos en la respuesta de los conos cuya excitación se debe a las longitudes de onda media (M). A la vista de los resultados expuestos en la tabla anterior, puede apreciarse que todos los observadores han dado las mismas respuestas.

A la vista de los resultados anteriores, es de destacar que el observador JR , el único cuyos elipsoides se cortan en este estímulo, tiene unas diferencias de respuestas espectrales de los conos parecidas al resto, sólo destaca el ΔL que en su caso es menor (un orden de magnitud) que el del resto.

Atendiendo al modelo de Boynton (anteriormente referenciado) si comparamos el resultado de la diferencia del canal de luminancia, es decir, $\Delta(L + M)$ con los resultados obtenidos de ΔY , obtenemos que para el observador JR $\Delta Y = 0.155cd/m^2$, sin embargo, $\Delta(L + M) = 0.2115cd/m^2$, para el observador JA , los resultados son parecidos, $\Delta Y = 1.338cd/m^2$ e $\Delta(L + M) = 0.9615cd/m^2$ y finalmente, para el observador FP $\Delta Y = 1.369cd/m^2$ e $\Delta(L + M) = 1.0185cd/m^2$. Según el método utilizado para calcular la diferencia de luminancias en ambas igualaciones, metámeras e isómeras, obtenemos unas diferencias de luminancias distintas.

Lo que si ocurre en todos los casos, es que las los elipsoides vistos desde el eje de luminancia (Y), es decir, si se proyectaran las secciones principales sobre el plano (x,y), si se cortarían. Las coordenadas de cromaticidad son, si no las mismas, muy parecidas en las

igualaciones metámeras e isómeras. Las figuras 1.13, 2.13 y 3.13 muestran este hecho (los colores son falsos y no tienen nada que ver con los igualados por los observadores).

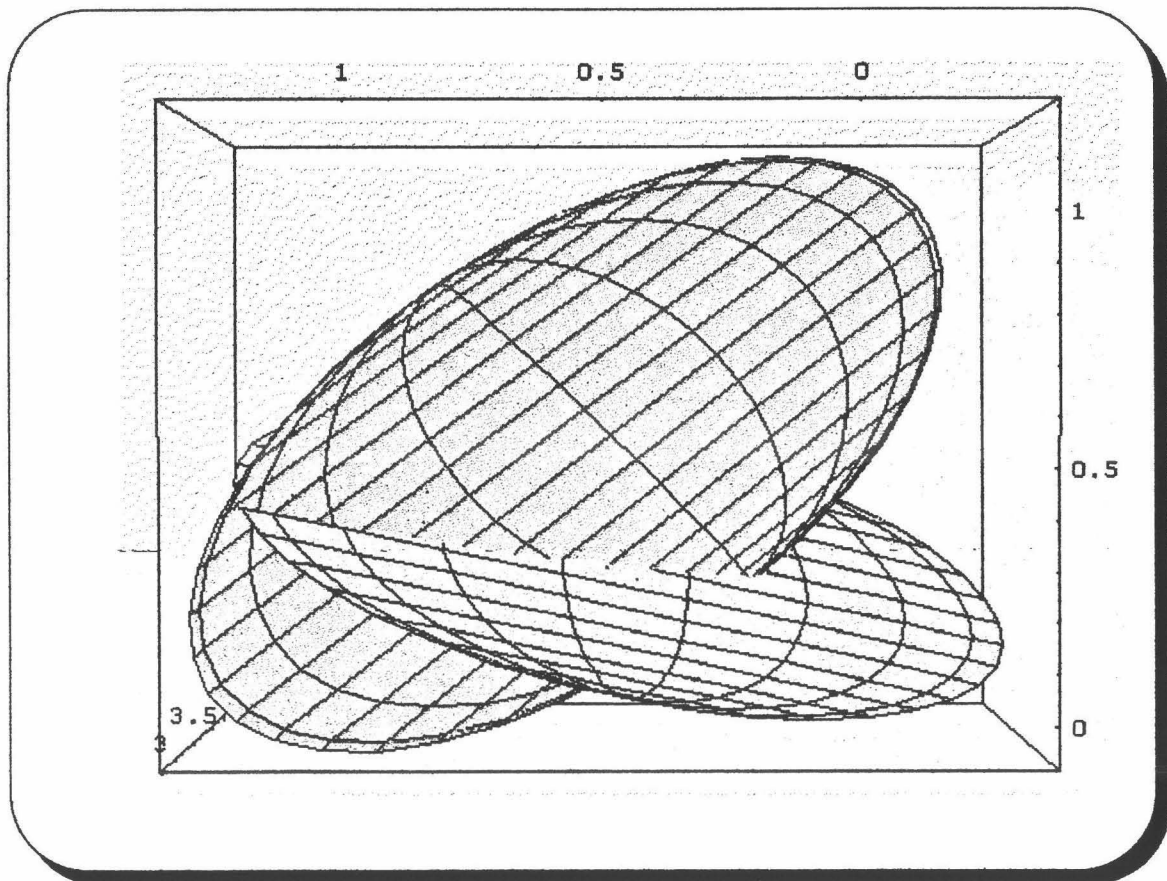


Figura 1.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JR para el primer estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

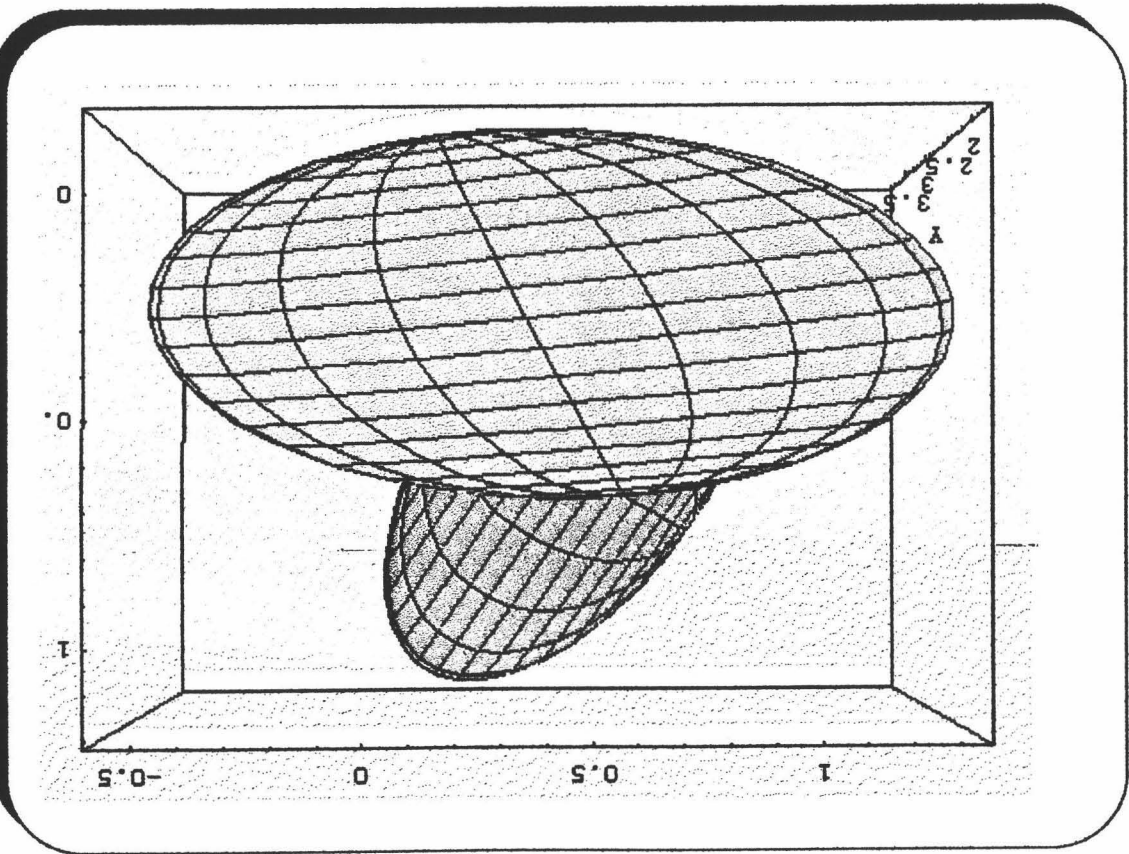


Figura 2.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador J_A para el primer estímulo visto desde el eje de

luminancia (Y).

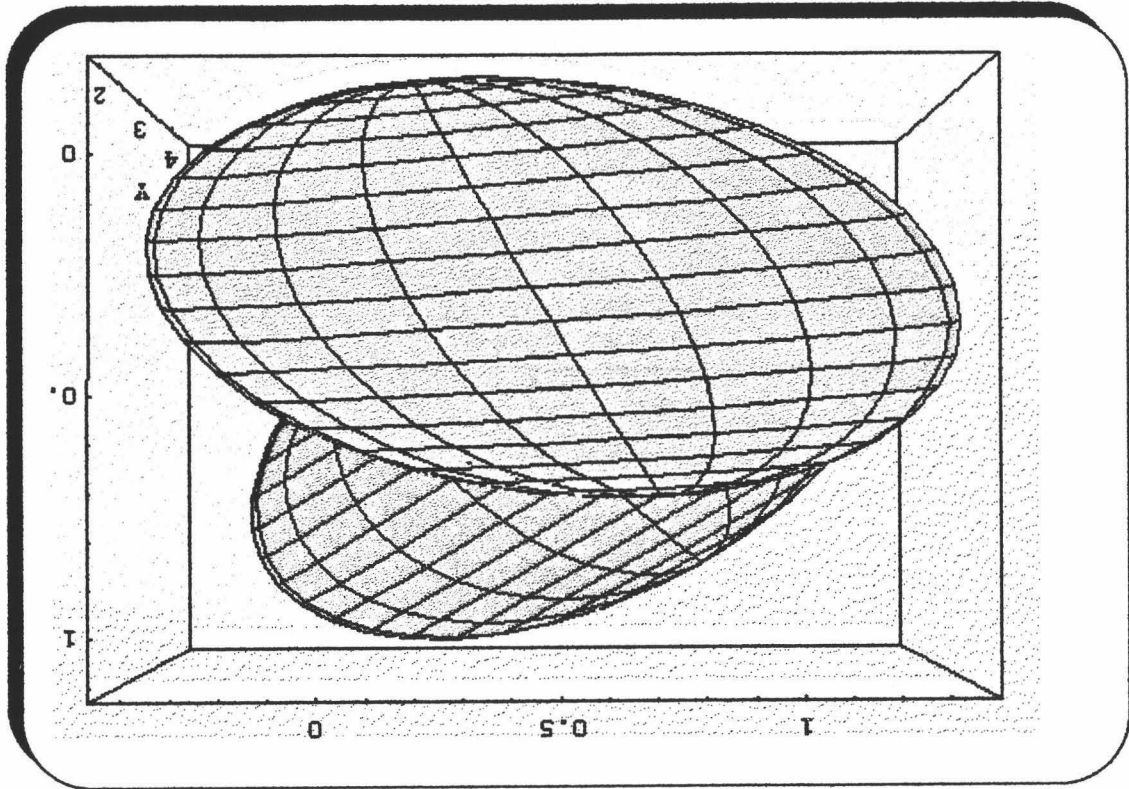


Figura 3.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador F_P para el primer estímulo visto desde el eje de

luminancia (Y).

13.4.2 ESTÍMULO 2 (ACROMÁTICO)

	Δx	Δy	ΔY
$JR_I - JR_M$	0.1598	0.0511	0.936
$JA_I - JA_M$	0.2786	0.089	3.619
$FP_I - FP_M$	0.0946	0.015	1.154

Tabla 13.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las coordenadas de cromaticidad y luminancias para el segundo estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color asociado a cada estímulo (en las igualaciones isómeras y metámeras) para cada observador.

Al comparar estos resultados, en las diferencias intra observador, puede comprobarse que éstas, en las coordenadas de cromaticidad no son muy grandes. Era de esperar, ya que las coordenadas son el cociente de los valores triestímulo y las diferencias que pudiere haber entre estos valores se suavizan. Sin embargo, sorprende las diferencias en luminancia, de más del 50% respecto del estímulo de referencia en el observador *JA* y del 25% en el observador *FP*. El resultado más distinto es el del observador *JR* por tener las diferencias menores en las coordenadas de cromaticidad y, sobre todo, en la luminancia aunque los elipsoides de discriminación de las igualaciones isómeras y metámeras no se cortan.

	$\Delta S(cd/m^2)$	$\Delta M(cd/m^2)$	$\Delta L(cd/m^2)$
$JR_I - JR_M$	0.2942	0.0505	0.4896
$JA_I - JA_M$	0.5704	0.6749	1.4791
$FP_I - FP_M$	0.1036	0.2060	0.4758

Tabla 14.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las respuestas de los conos para el segundo estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color para la igualación isómera y metámera según cada uno de los observadores.

Según lo comentado para el estímulo anterior, en lo referente a los observadores, se puede observar que en este estímulo sucede todo lo contrario. Esta vez las diferencias significativas en la respuesta de los conos *S* corresponde al observador *JA*. Si de nuevo realizamos los cálculos de las diferencias de luminancias obtenemos para el observador *JR*

que $\Delta Y = 0.936cd/m^2$ e $\Delta(L + M) = 0.4391cd/m^2$, para el observador *JA*, $\Delta Y = 3.619cd/m^2$ e $\Delta(L + M) = 2.154cd/m^2$ y por último, para el observador *FP*, $\Delta Y = 1.155cd/m^2$, $\Delta(L + M) = 0.6818cd/m^2$. En este estímulo las diferencias no son aproximadamente del mismo orden que en el anterior.

A la vista de los resultados anteriores, de nuevo encontramos unas diferencias muy pequeñas en la respuesta de los conos para el observador *JR* y para ΔM (un orden de magnitud menor que para el resto de observadores). No como en el caso anterior en el que la diferencia mínima se daba para ΔL , de manera que, por ahora, no podemos decir nada acerca de si se han resuelto los problemas de predicción colorimétrica.

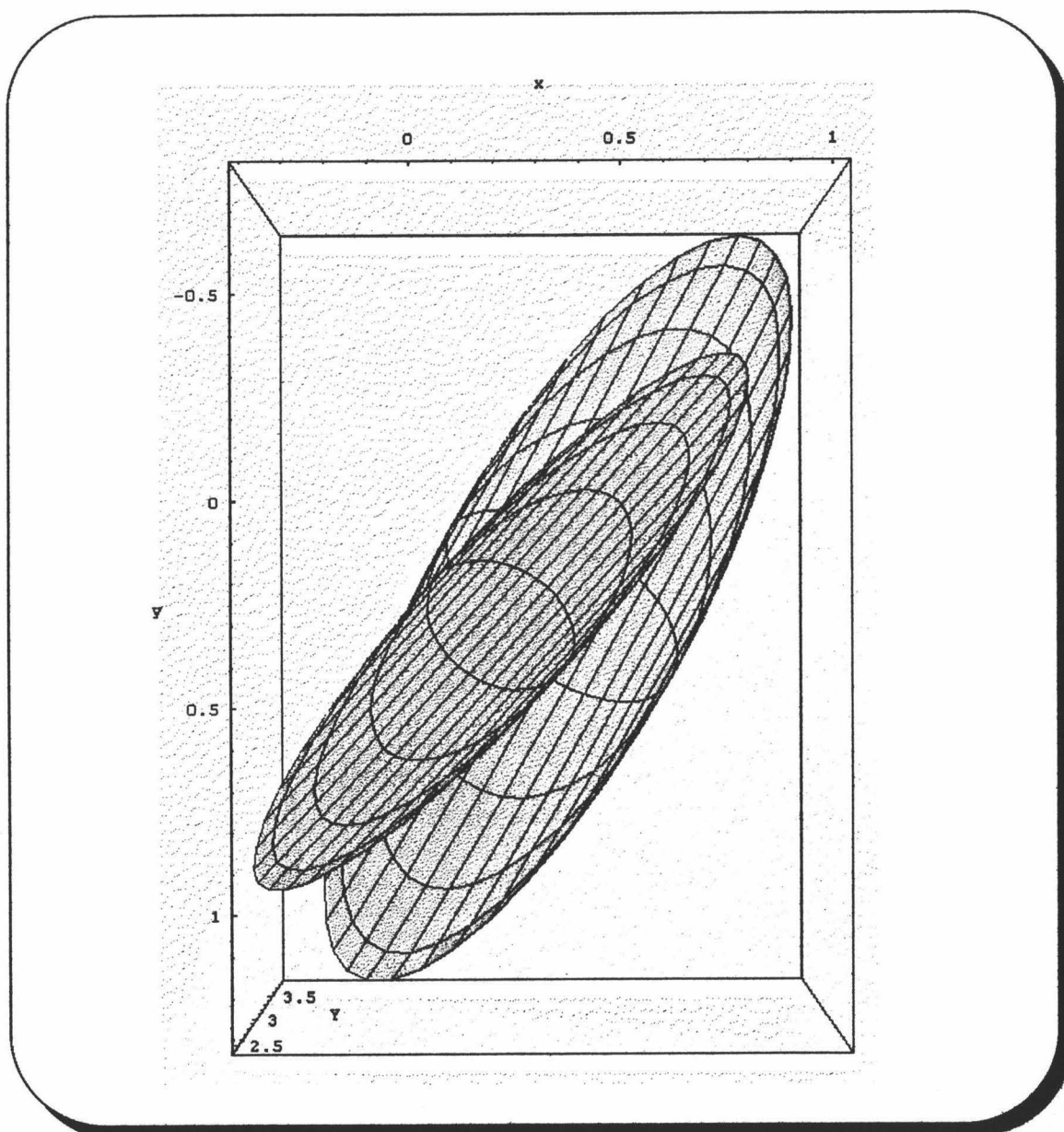


Figura 4.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador *JR* para el segundo estímulo visto desde el eje de luminancia (*Y*).

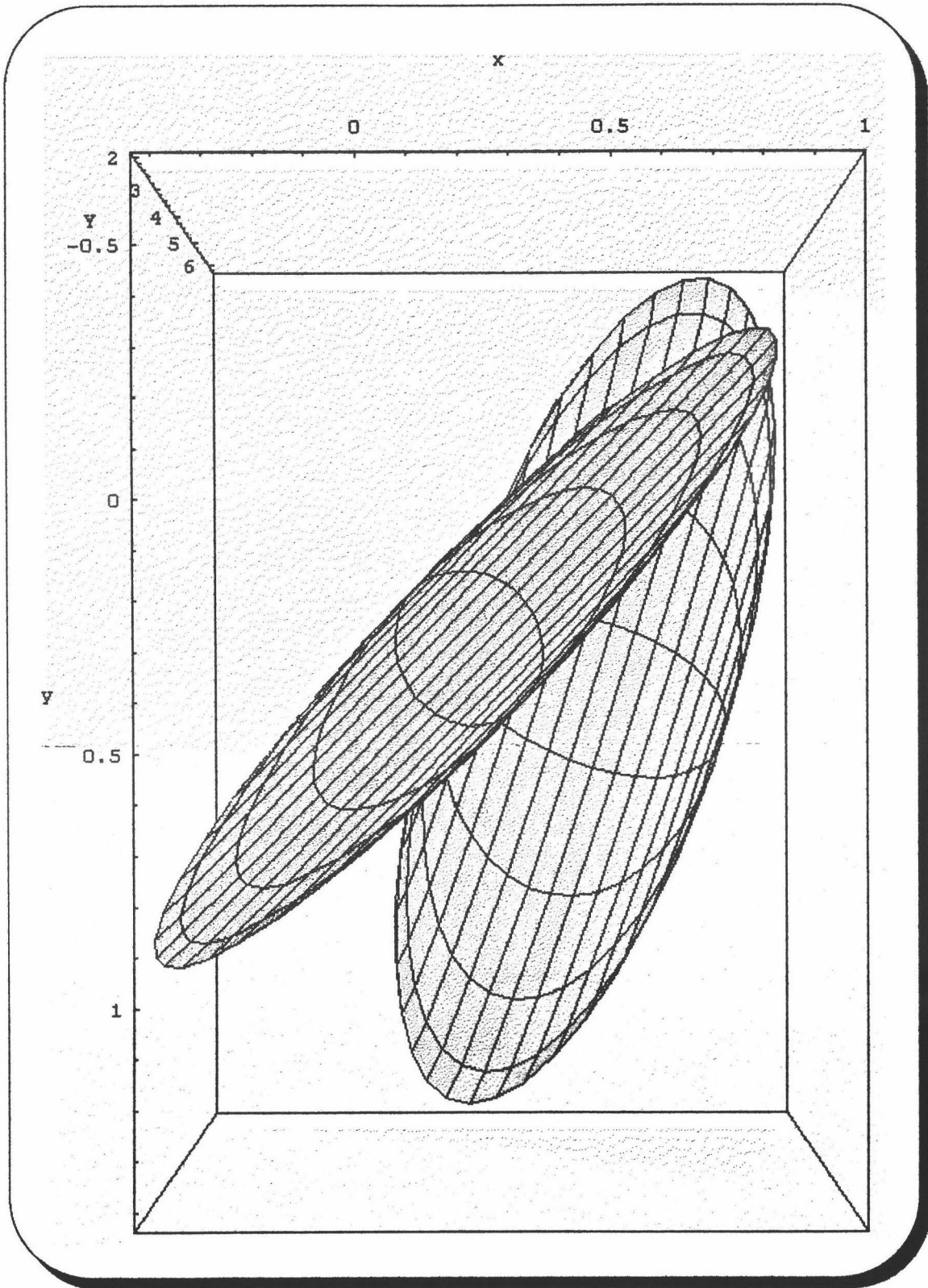


Figura 5.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JA para el segundo estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

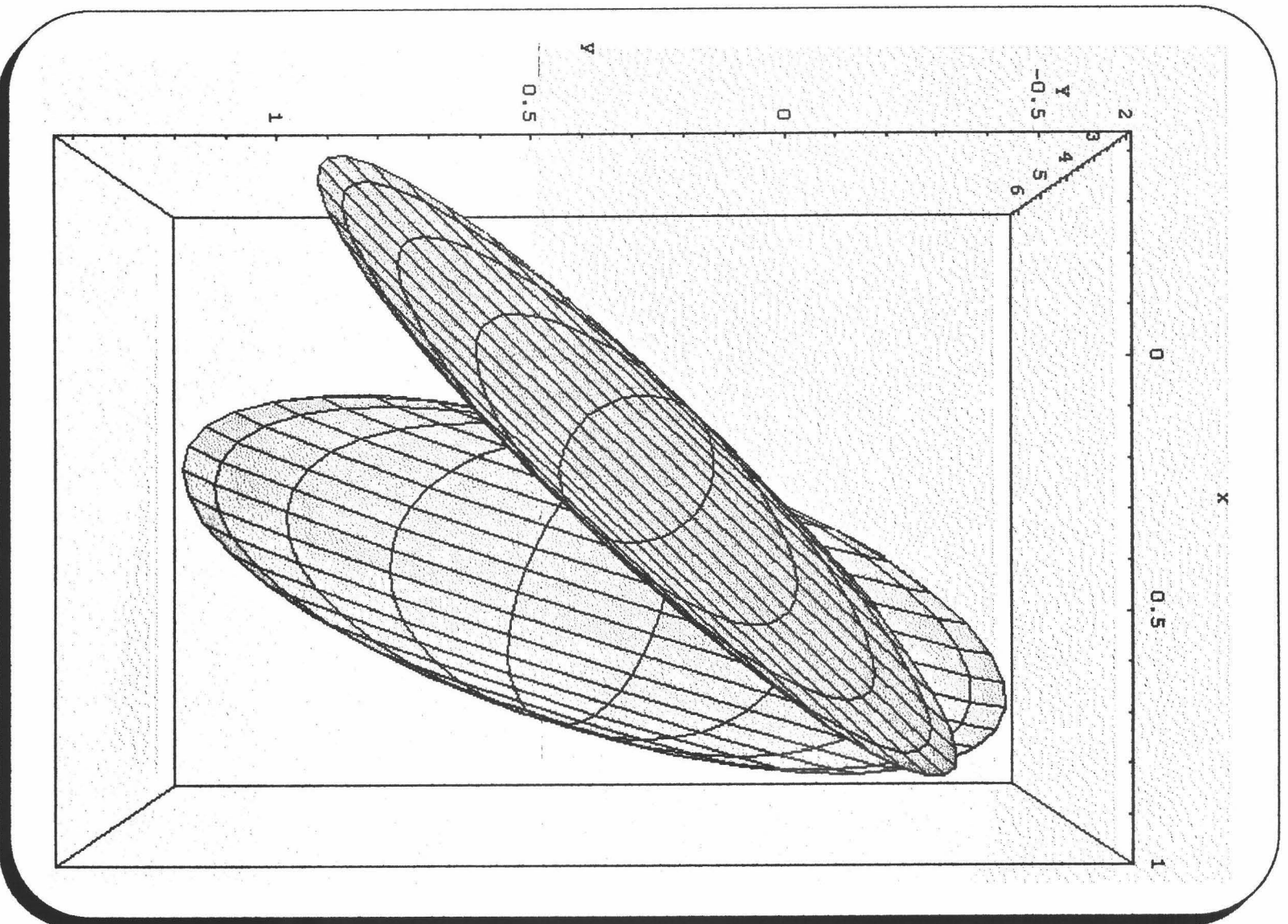


Figura 5.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JA para el segundo estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

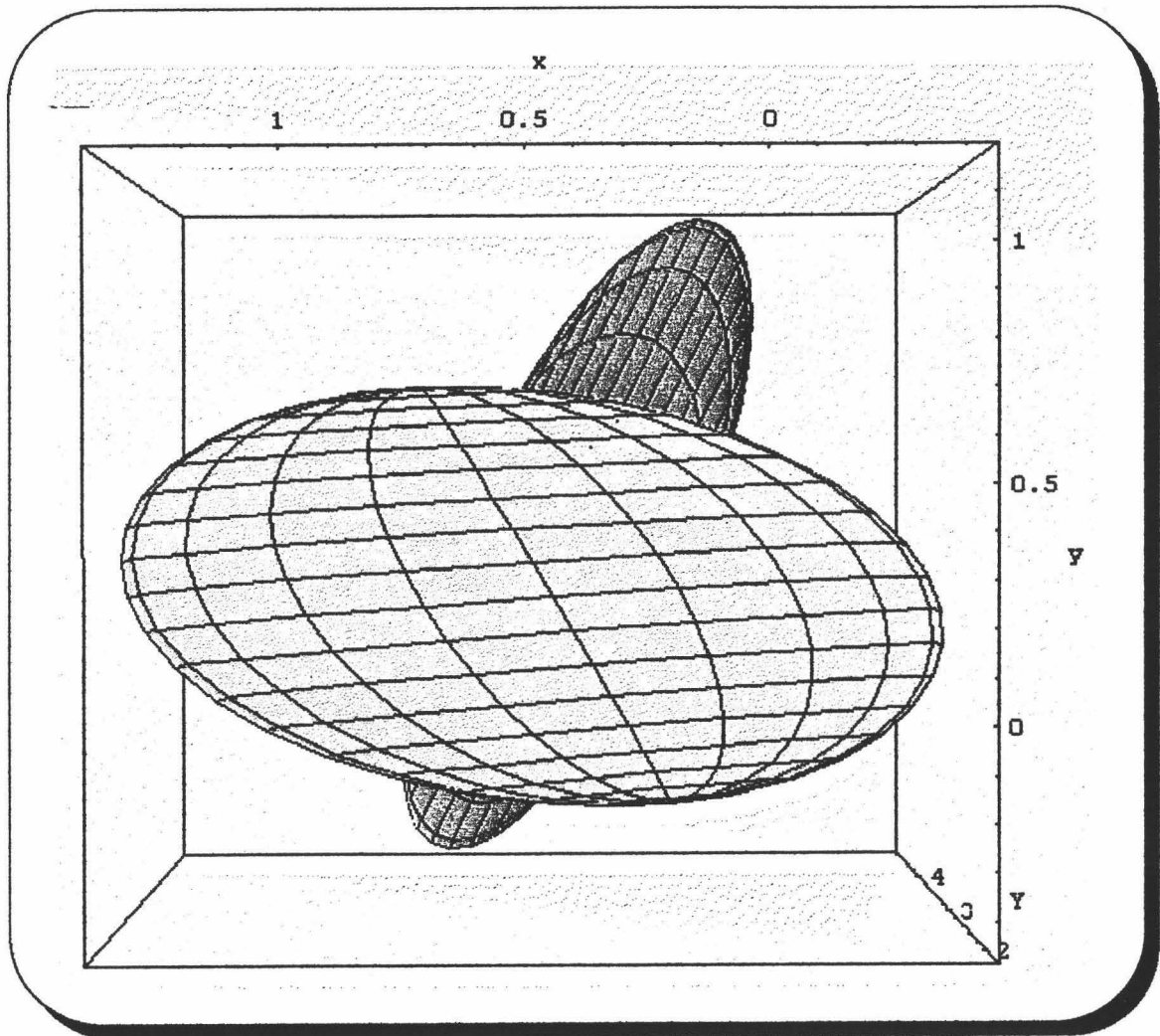


Figura 6.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador *FP* para el segundo estímulo visto desde el eje de luminancia (*Y*).

De nuevo, nos encontramos con que los fallos de predicción colorimétrica ocurren en la luminancia. Al representar los elipsoides vistos desde el eje *Y*, los elipsoides coinciden, bastante bien, uno sobre otro, como puede observarse en las figuras anteriores 4.13, 5.13 y 6.13.

Las luminancias de las igualaciones metámeras para los observadores fueron 2.524cd/m^2 , 2.135cd/m^2 y 3.234cd/m^2 y en las isómeras 3.460cd/m^2 , 5.757cd/m^2 y 4.389cd/m^2 (para los observadores *JR*, *JA* y *FP* respectivamente). En el caso de las igualaciones isómeras, estas luminancias son parecidas a las que se tuvieron cuando se midieron las funciones de mezcla (más parecidas que en el estímulo anterior), sin embargo,

en este estímulo las diferencias entre las luminancias de los las igualaciones metámeras e isómeras son muy distintas, de hecho, para ningún observador hay cortes de elipsoides.

13.4.3 ESTÍMULO 3 (AZUL)

	Δx	Δy	ΔY
$JR_I - JR_M$	0.0308	0.1503	0.04
$JA_I - JA_M$	0.0080	0.0430	0.199
$FP_I - FP_M$	0.0012	0.132	0.036

Tabla 15.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las coordenadas de cromaticidad y luminancias para el tercer estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color asociado a cada estímulo (en las igualaciones isómeras y metámeras) para cada observador.

Al ver las diferencias intra-observador, puede comprobarse que las discrepancias en las coordenadas de cromaticidad no son muy grandes. Sin embargo, al contrario que antes, no hay grandes diferencias en luminancia respecto de los estímulos de referencias en todos los observadores. Posiblemente la disminución de estas diferencias sea la baja luminancia de los estímulos igualados, de manera que los fallos de aditividad apreciados en los otros casos, aquí se manifiesten en menor medida, de hecho, en el caso del observador *JR* y *FP*, los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras, se cortan en este estímulo como ocurría en el primer estímulo para *JR*. Podemos destacar que las diferencias en luminancia es muy pequeña para estos observadores, y además, también especialmente la diferencia en *x*.

	$\Delta S(cd/m^2)$	$\Delta M(cd/m^2)$	$\Delta L(cd/m^2)$
$JR_I - JR_M$	0.3087	0.0034	0.0147
$JA_I - JA_M$	0.3476	0.0701	0.0605
$FP_I - FP_M$	0.3191	0.0125	0.0206

Tabla 16.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las respuestas de los conos para el tercer estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color para la igualación isómera y metámera según cada uno de los observadores.

Cabe destacar en este caso la diferencia acusada de la respuesta de los conos S comparándolas con los otros dos. La razón es que este estímulo, como puede comprobarse observando las coordenadas de cromaticidad dadas en el capítulo pasado, está en la zona de los azules. Al estar comparando igualaciones metámeras e isómeras, es normal que las mayores diferencias se encuentren en los conos más sensibles a las longitudes de onda corta.

En este estímulo, los elipsoides que se cortan son los del observador FP , y a la vista de los resultados anteriores, observamos que las diferencias ΔM e ΔL son muy pequeñas, existe otro observador (JR) con diferencias aun menores en el ΔM cuyos elipsoides no se cortan (aunque estén muy próximos).

En el caso de la luminancia, para el observador JR , $\Delta Y = 0.04cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.0182cd/m^2$, para el observador JA , $\Delta Y = 0.199cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.1307cd/m^2$ y para el observador FP , $\Delta Y = 0.036cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.0080cd/m^2$. Esta vez los resultados obtenidos por ambos métodos no prácticamente iguales.

De nuevo, representando los elipsoides desde el eje de luminancia, se observa que las diferencias en coordenadas de cromaticidad es inapreciable, pues coinciden en las dos igualaciones (de hecho para dos observadores se cortan dichos elipsoides), pero incluso para el observador en el que no hay cortes, las coordenadas de cromaticidad pueden considerarse iguales. Si comprobamos la luminancia de los estímulos, en las igualaciones metámeras fueron de $0.824cd/m^2$, $0.591cd/m^2$ y $0.631cd/m^2$ y en las isómeras de $0.784cd/m^2$, $0.392cd/m^2$ y $0.595cd/m^2$ (mesópico) (para los observadores JR , JA y FP respectivamente) mientras que las funciones de mezcla, como ya se ha repetido varias veces, se midieron a $4.5cd/m^2$. En este caso, las diferencias en la luminancia entre las igualaciones isómeras y metámeras con las de las funciones de mezcla son grandes, sin embargo los elipsoides se cortan. Además, el estímulo igualado estaba en la zona de los azules (donde los problemas de predicción colorimétrica han sido siempre más acusados). En las figuras 7.13, 8.13 y 9.13 se muestran los elipsoides vistos desde el eje de luminancia.

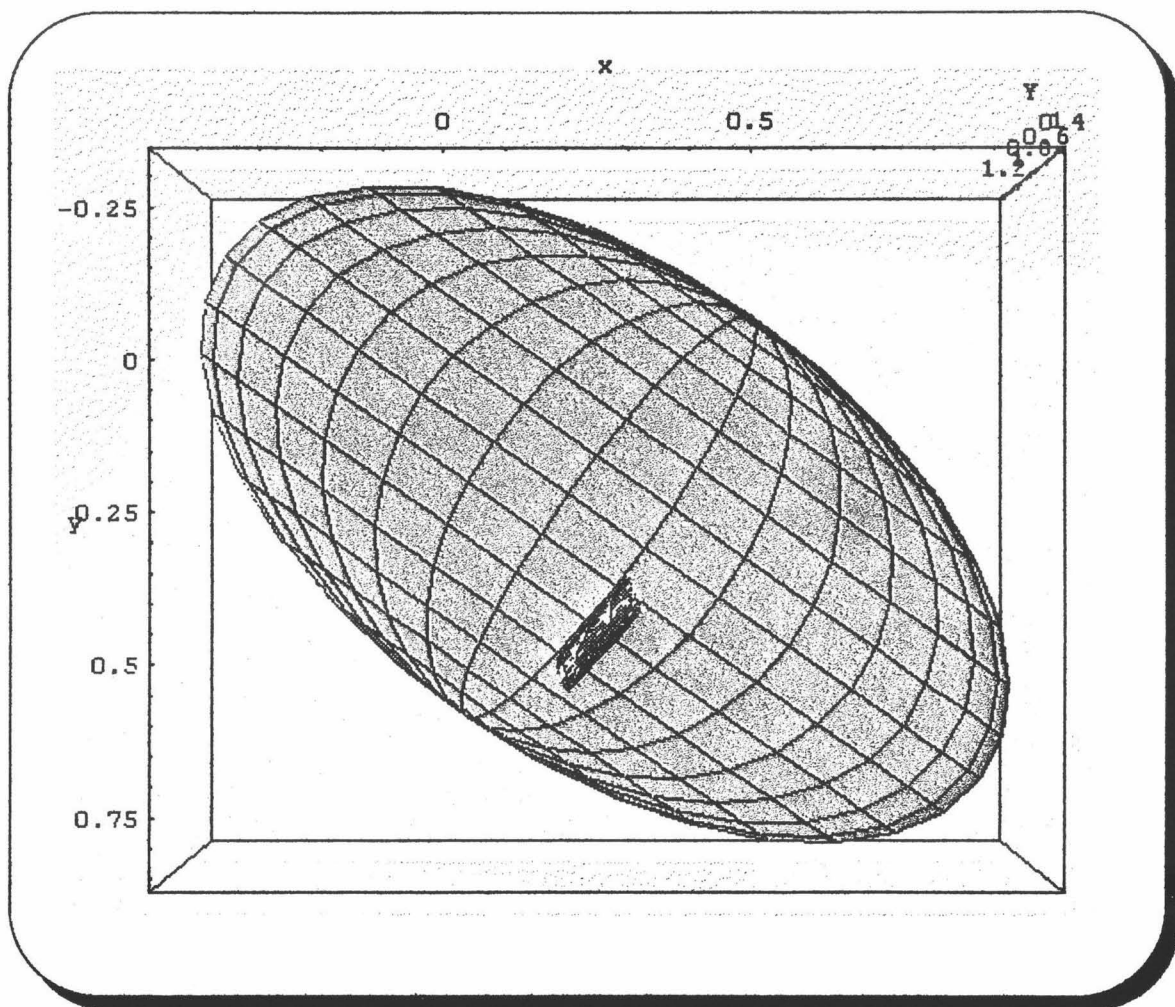


Figura 7.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JR para el tercer estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

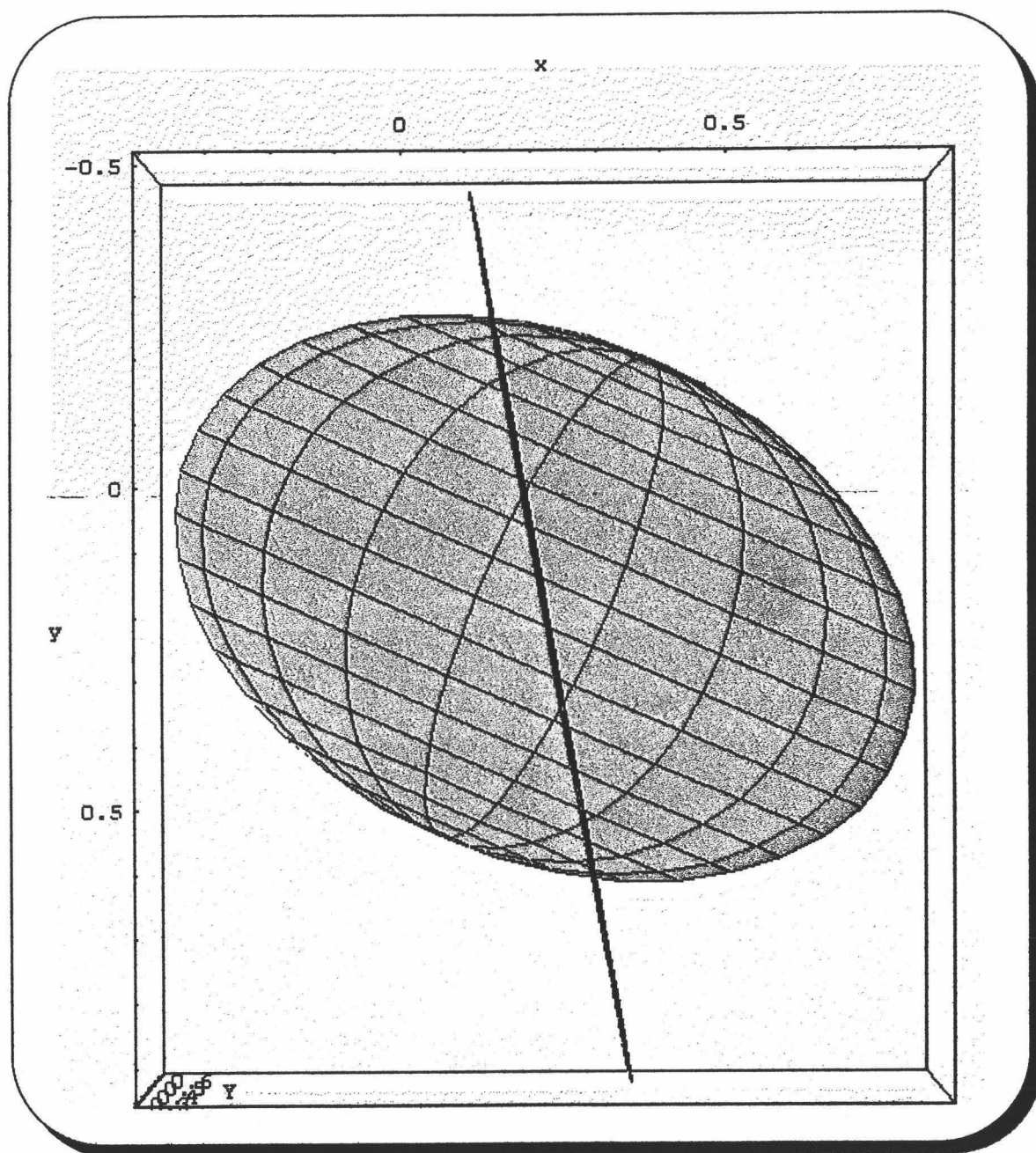


Figura 8.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JA para el tercer estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

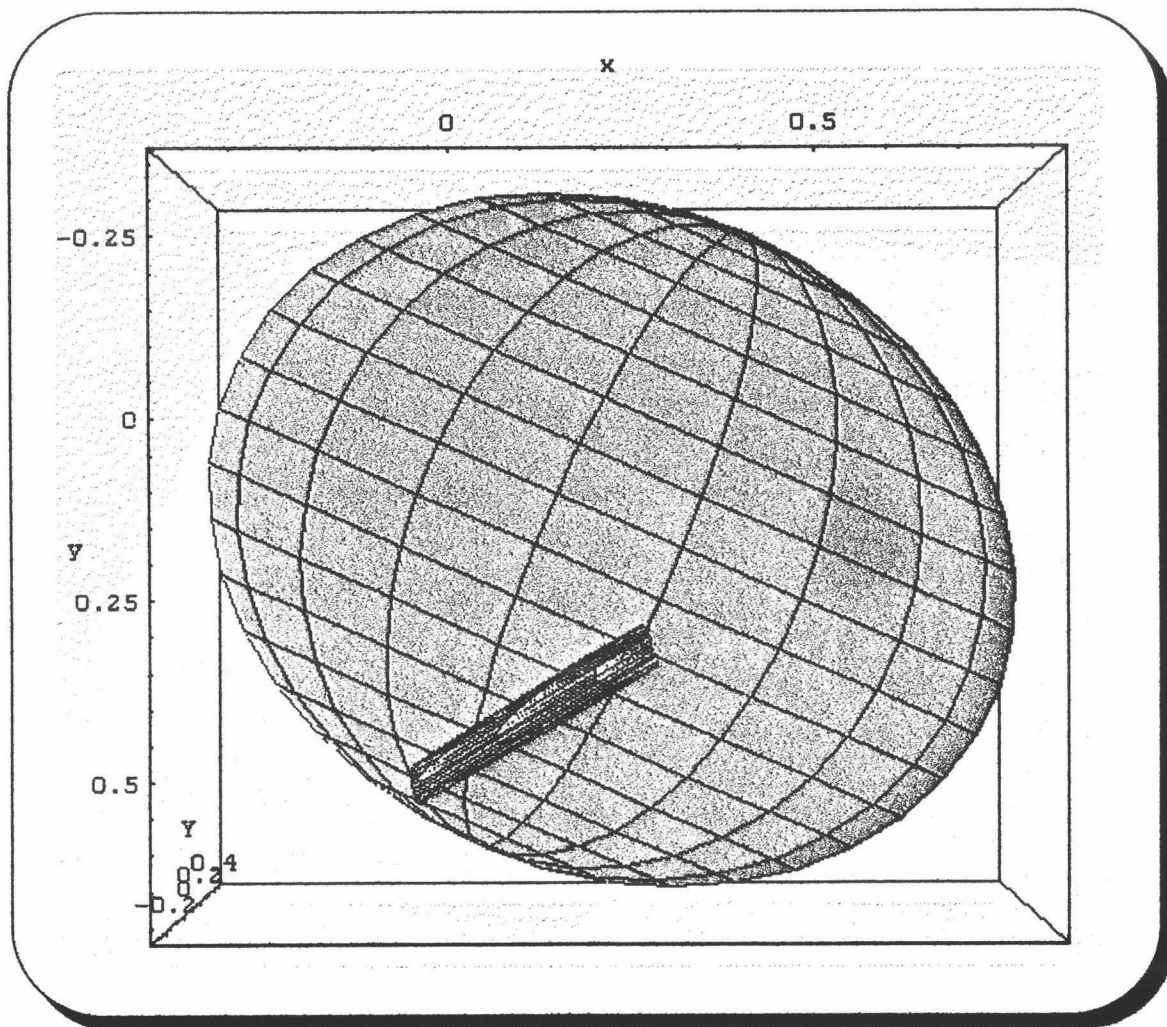


Figura 9.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador FP para el tercer estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

13.4.4 ESTÍMULO 4 (ROJO)

	Δx	Δy	ΔY
$JR_I - JR_M$	0.0546	0.2503	1.006
$JA_I - JA_M$	0.1201	0.2374	0.855
$FP_I - FP_M$	0.1486	0.2874	1.241

Tabla 17.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las coordenadas de cromaticidad y luminancias para el cuarto estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color asociado a cada estímulo (en las igualaciones isómeras y metámeras) para cada observador.

Al comparar estos resultados, en las diferencias intra observador, puede comprobarse que las discrepancias en las coordenadas de cromaticidad x no son muy grandes, no así las de y . Las razones que podemos dar son las mismas que en metámero anterior. Sin embargo, igual que antes, vuelve a haber grandes diferencias en luminancia, de alrededor del 35% respecto de los estímulos de referencias en todos los observadores. La razón de que estas diferencias tampoco sean tan grandes como en los estímulos anteriores puede deberse a que la luminancia de los estímulos era baja aunque no tanto como en el estímulo anterior. A pesar de este hecho, los elipsoides de JR se cortan, si bien es verdad, que el corte es muy pequeño y no comparable a los anteriores.

	$\Delta S(cd/m^2)$	$\Delta M(cd/m^2)$	$\Delta L(cd/m^2)$
$JR_I - JR_M$	0.4847	0.4187	0.2998
$JA_I - JA_M$	0.6665	0.3225	0.2744
$FP_I - FP_M$	0.8001	0.4382	0.4112

Tabla 18.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las respuestas espectrales de los conos para el cuarto estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color para la igualación isómera y metámera según cada uno de los observadores.

En este estímulo destacan, en promedio, las diferencias en los conos cuya respuesta corresponden a las longitudes de onda cortas (S), quizá porque es estímulo estaba en la zona

de los rojos y la respuesta de los conos S no es grande. Dichas diferencias son las mayores encontradas hasta el momento.

En cuanto a las diferencias de luminancia tenemos que para el observador JR $\Delta Y = 1.006cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.7185cd/m^2$, para el observador JA $\Delta Y = 0.855cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.5968cd/m^2$ y para el observador FP $\Delta Y = 1.241cd/m^2$ e $\Delta(M + L) = 0.8493cd/m^2$. En este caso, aproximadamente, estas diferencias no son especialmente grandes utilizando los dos métodos de cálculo.

En cualquier caso, de nuevo se nos plantea el mismo hecho que en las igualaciones anteriores, al representar los estímulos y verlos desde el eje de luminancia, los elipsoides están superpuestos, es decir, las coordenadas de cromaticidad son bastante parecidas.

Las luminancias de las igualaciones metámeras fueron de $1.147cd/m^2$, $1.116cd/m^2$ y $0.858cd/m^2$ mientras que en las igualaciones isómeras fueron de $2.153cd/m^2$, $1.971cd/m^2$ y $2.099cd/m^2$ (para los observadores JR , JA y FP respectivamente). Estas luminancias no son, en absoluto parecidas a las de las funciones de mezcla ($4.5cd/m^2$). Un hecho, en principio extraño es que, en este caso, la diferencia de luminancia de la igualación isómera y metámera en JR es de $1.006cd/m^2$ y sus elipsoides se cortan, sin embargo la diferencia de JA (por ejemplo) es de $0.855cd/m^2$ y sus elipsoides no lo hacen. Esto se puede ver en las figuras 10.13, 11.13 y 12.13.

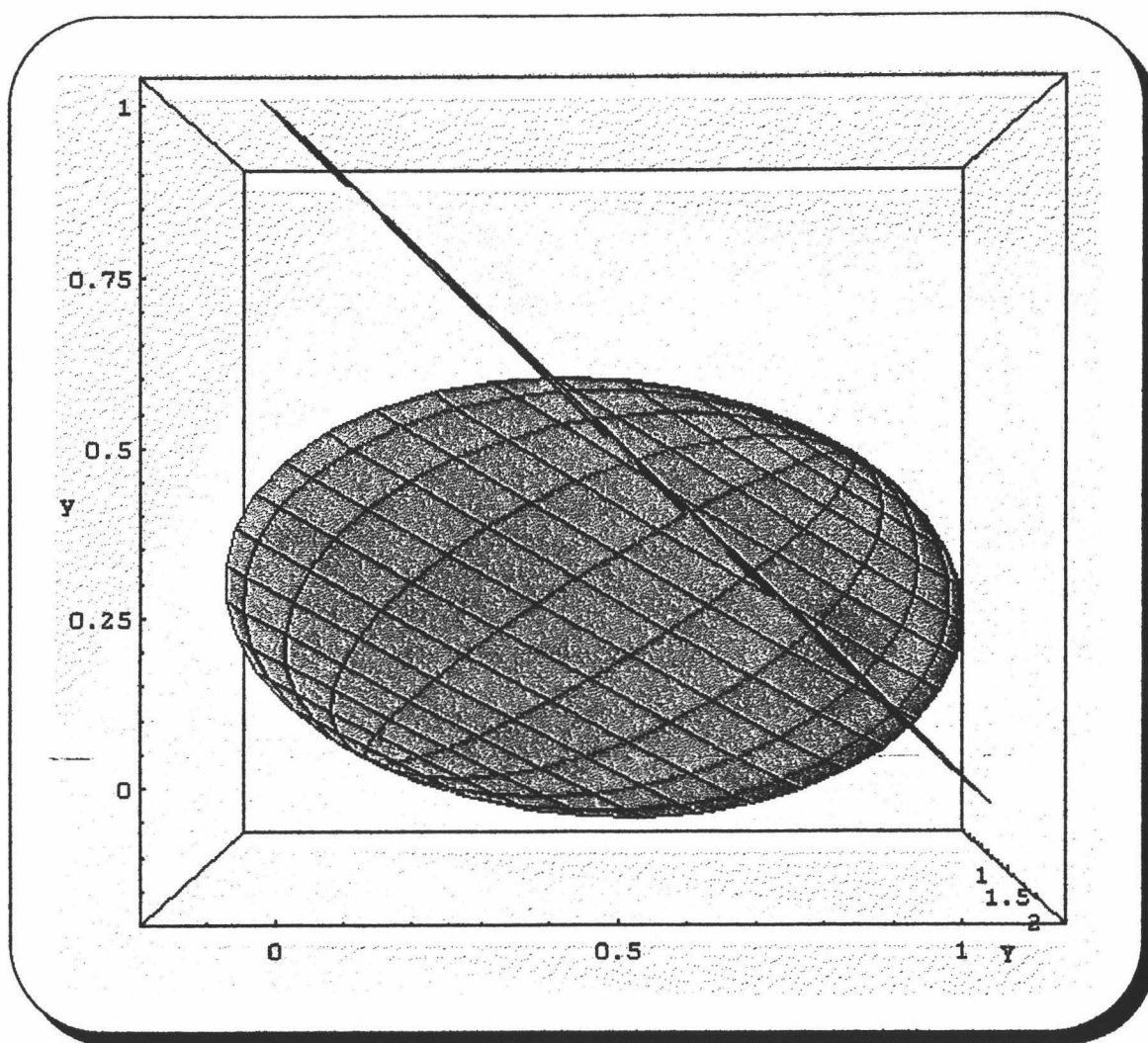


Figura 10.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JR para el cuarto estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

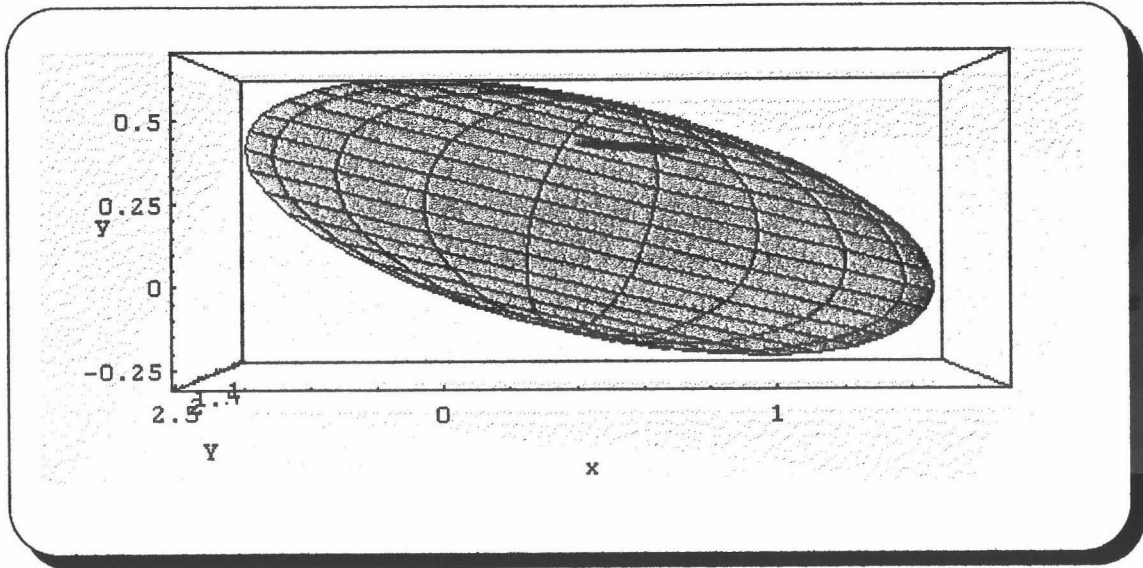


Figura 11.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JA para el cuarto estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

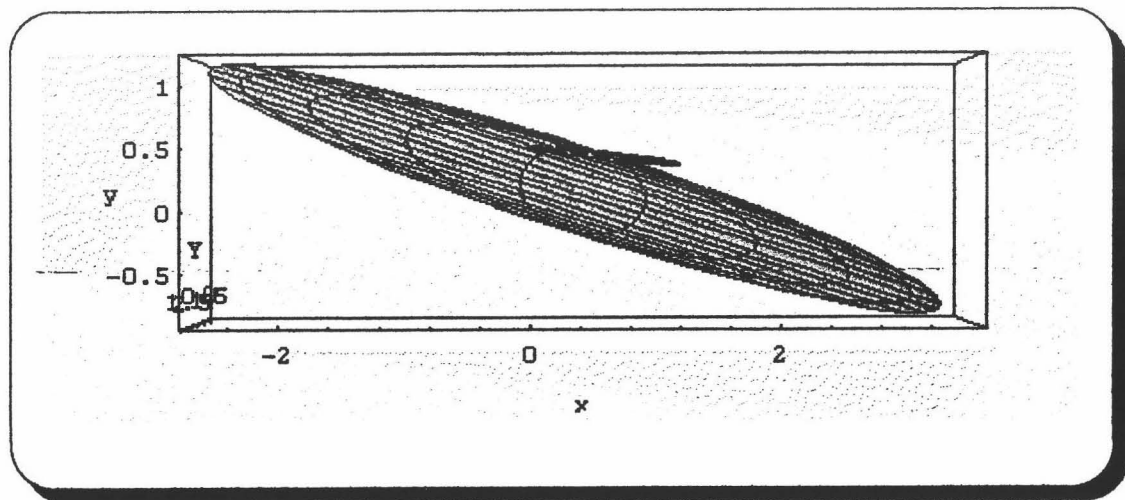


Figura 12.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador FP para el cuarto estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

13.4.5 ESTÍMULO 5 (VERDE)

	Δx	Δy	ΔY
$JR_I - JR_M$	0.0315	0.061	1.035
$JA_I - JA_M$	0.0459	0.0849	2.021
$FP_I - FP_M$	0.0095	0.0711	0.85

Tabla 19.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las coordenadas de cromaticidad y luminancias para el quinto estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color asociado a cada estímulo (en las igualaciones isómeras y metámeras) para cada observador.

Al comparar estos resultados, diferencias intra-observador, puede comprobarse que las diferencias en coordenadas de cromaticidad no son muy grandes, del mismo orden de magnitud encontradas en el segundo estímulo. Como se dijo antes, se puede esperar por cómo están definidas las coordenadas de cromaticidad. Sin embargo, las diferencias en luminancia, de más del 30% respecto de los estímulos de referencia en casi todos los observadores.

	$\Delta S(cd/m^2)$	$\Delta M(cd/m^2)$	$\Delta L(cd/m^2)$
$JR_I - JR_M$	0.5964	0.3975	0.3124
$JA_I - JA_M$	0.2114	0.7297	0.6442
$FP_I - FP_M$	0.6094	0.3054	0.2657

Tabla 20.13.- Diferencias (en valor absoluto) entre las respuestas espectrales de los conos para el quinto estímulo entre los centros de los umbrales diferenciales de color para la igualación isómera y metámera según cada uno de los observadores.

Las mayores diferencias están en la respuesta de los conos M , es decir en los que su mayor respuesta se da en las longitudes de onda medias. Este estímulo se encontraba en la zona de los verdes. Al estar situado este estímulo en dicha zona, la contribución de los conos S era pequeña, no así la de los conos L como puede deducirse de los resultados de la tabla anterior. En este estímulo encontramos las mayores diferencias de todos los estímulos

medidos. Esto se traduce en que las distancias entre los elipsoides de discriminación (isómeros y metámeros) sean las mayores de todas.

En cuanto a las diferencias de luminancias para los observadores tenemos que para el observador *JR* $\Delta Y = 1.035 \text{cd/m}^2$ e $\Delta(M + L) = 0.7099 \text{cd/m}^2$, para el observador *JA*, $\Delta Y = 2.021 \text{cd/m}^2$ e $\Delta(M + L) = 1.3739 \text{cd/m}^2$ y para el observador *FP* $\Delta Y = 0.85 \text{cd/m}^2$ e $\Delta(M + L) = 0.5711 \text{cd/m}^2$. De nuevo, podemos afirmar que las diferencias de luminancias, calculadas por ambos métodos son bastante parecidas para todos los observadores.

Los elipsoides no se cortan, pero sus coordenadas de cromaticidad están englobadas unas en otras, o por lo menos tienen una gran parte en común.

En las figuras 13.13, 14.13 y 15.13 se representan los elipsoides vistos desde el eje de luminancia donde se puede apreciar cómo las coordenadas de cromaticidad son muy parecidas en cada estímulo para las dos igualaciones, isómera y metámera.

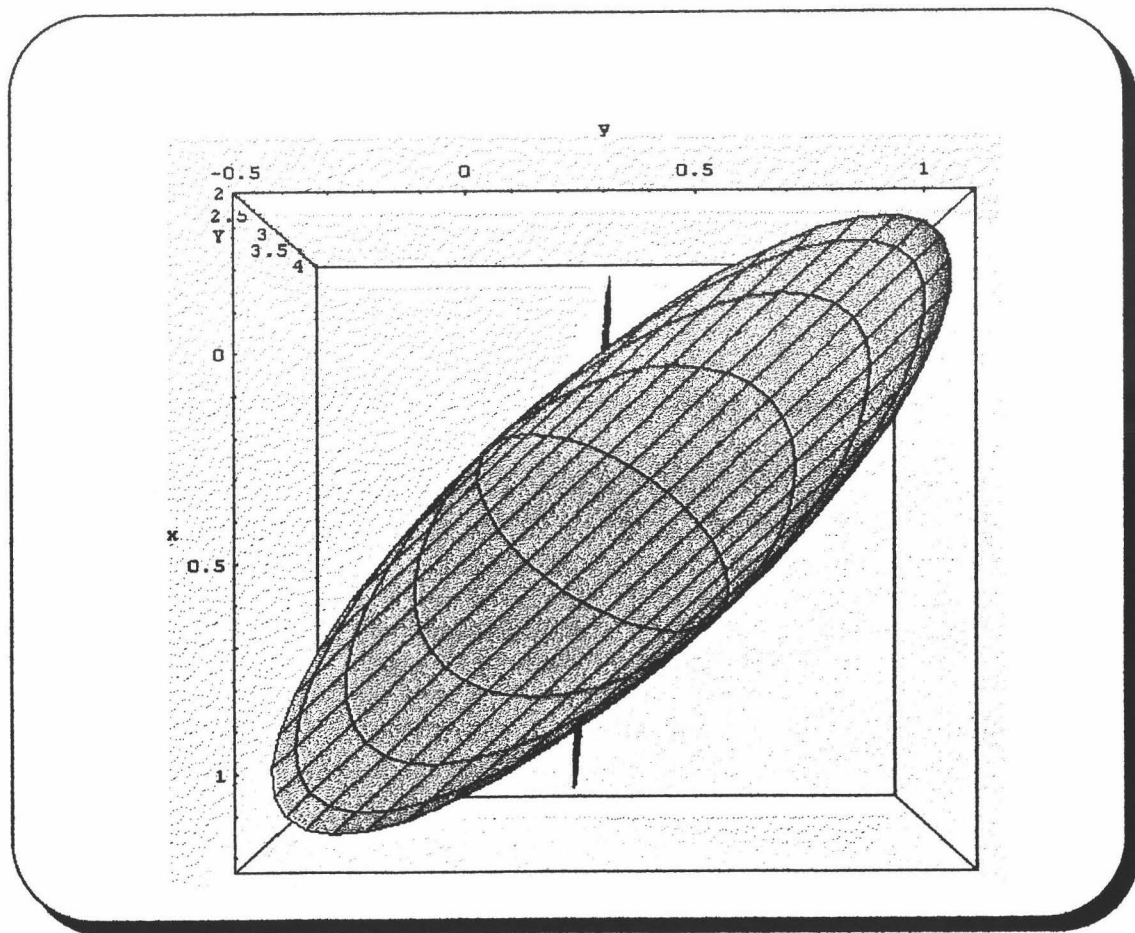


Figura 13.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador *JR* para el quinto estímulo visto desde el eje de luminancia (*Y*).

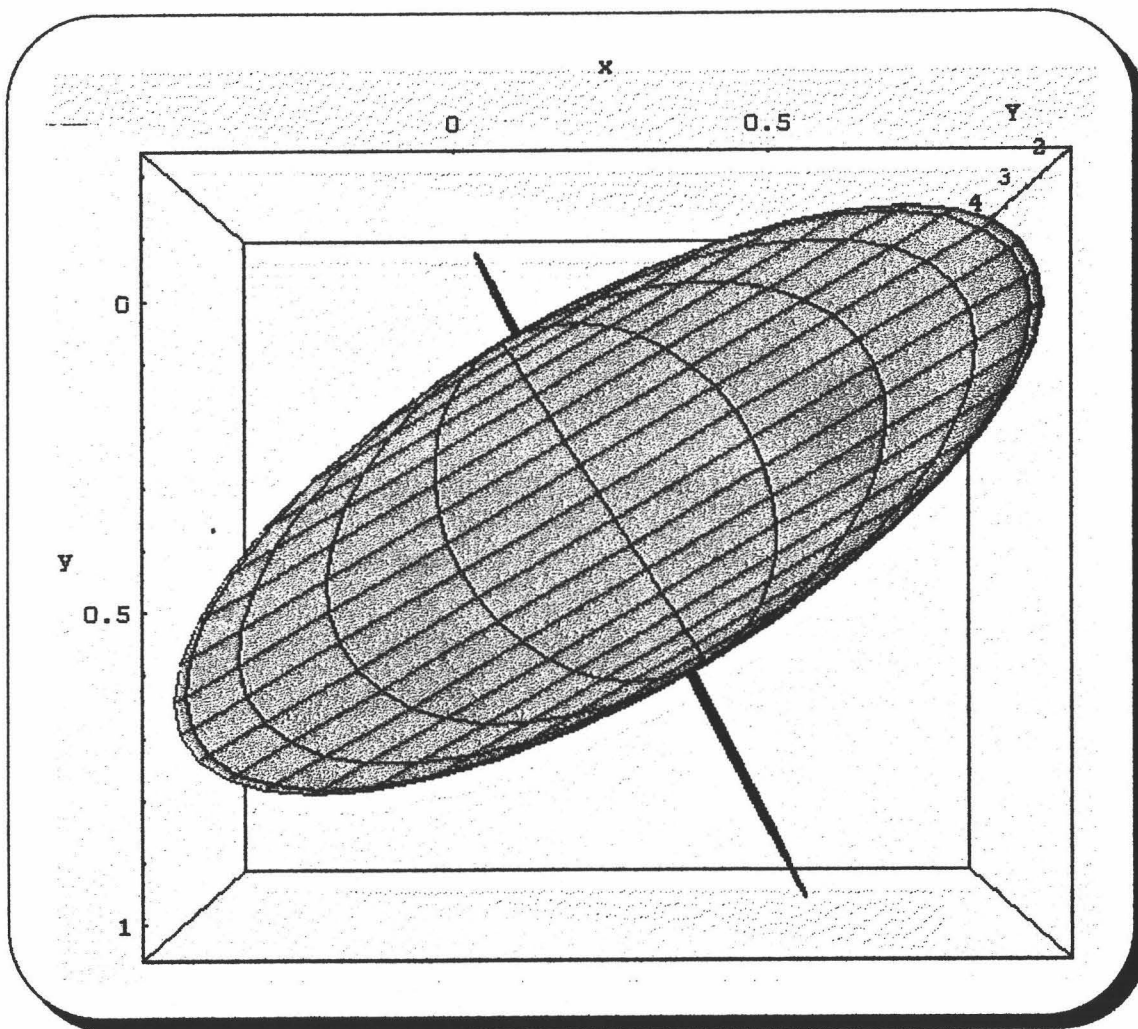


Figura 14.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador JA para el quinto estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

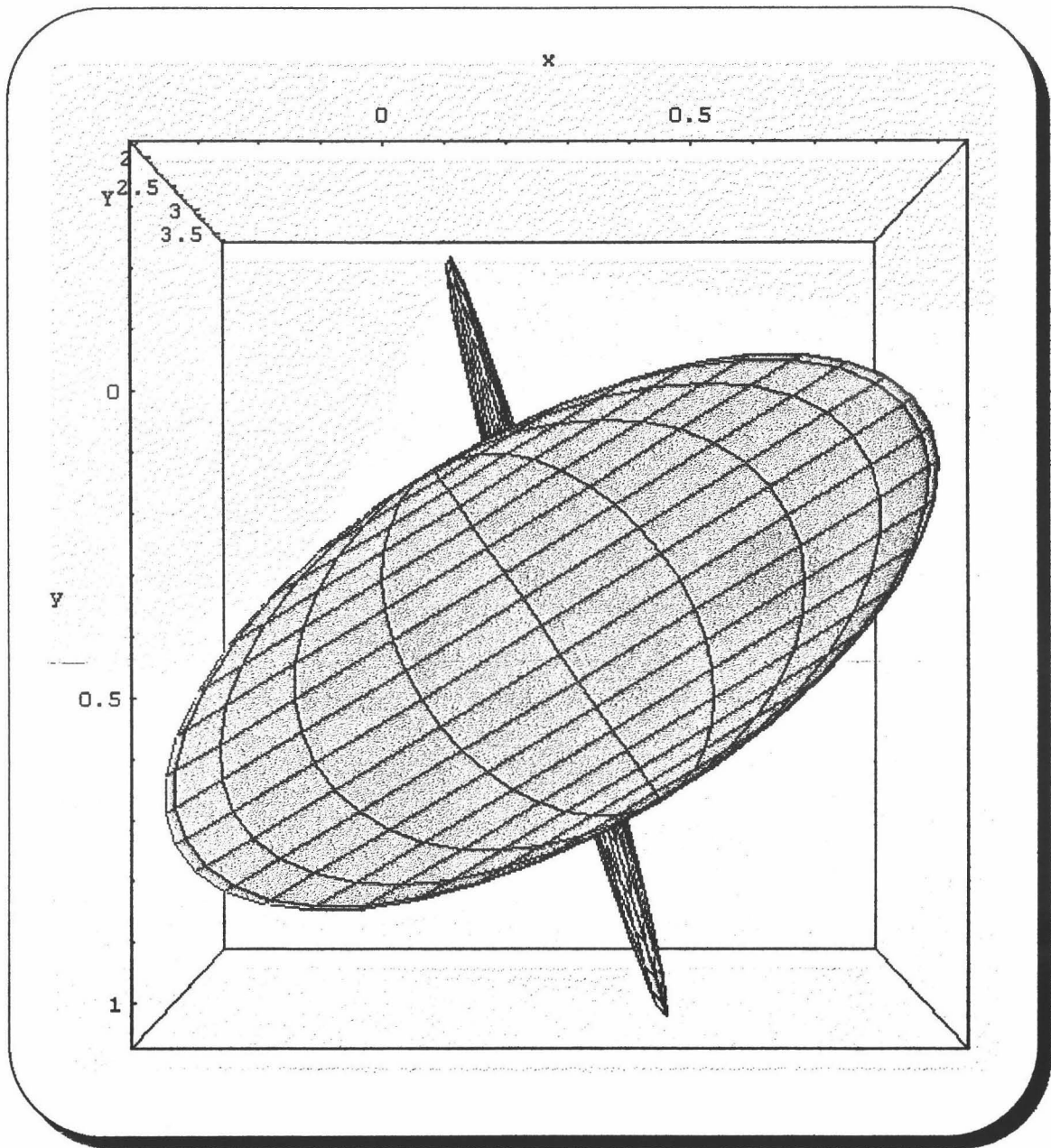


Figura 15.13.- Elipsoide metámero e isómero del observador FP para el quinto estímulo visto desde el eje de luminancia (Y).

13.5 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS ELIPSOIDES DE DISCRIMINACIÓN CROMÁTICA DE LAS IGUALACIONES ISÓMERAS Y METÁMERAS

A continuación se dan los elipsoides de discriminación cromática para cada uno de los cinco estímulos seleccionados y para cada uno de los observadores. Tanto los elipsoides de las igualaciones isómeras como los de las metámeras están calculados con las funciones de mezcla propias de cada observador.

En dichas gráficas, los elipsoides representados en la parte superior corresponden a las igualaciones isómeras (como se puede suponer a la vista de los resultados dados en el capítulo anterior), estos siempre tenían una luminancia mayor que los metámeros. Por tanto, el eje vertical corresponde a la luminancia Y . Los tonos con los que se han dibujado los elipsoides son falsos, no corresponden a los de los estímulos estudiados.

El sistema de referencia donde están representados los elipsoides es el propio de cada par de ellos. Por esa razón, nos podemos encontrar que los valores máximos y mínimos de luminancia y las coordenadas de cromaticidad (dadas en el capítulo de resultados) no son las mismas que las de las gráficas siguientes. Esto no es un problema, los resultados, obviamente, son los mismos independientemente del sistema de referencia que se utilice. La razón por la cual hemos optado por este sistema de referencia es la comodidad y sencillez; el volumen de cálculo era menor si lo representáramos de esta forma ya que contábamos con los valores de los semiejes, los centros y los coeficientes de las ecuaciones de todos los elipsoides (para la ecuación implícita) dado por el programa de cálculo al que se hace referencia en el capítulo dedicado a la Metodología.

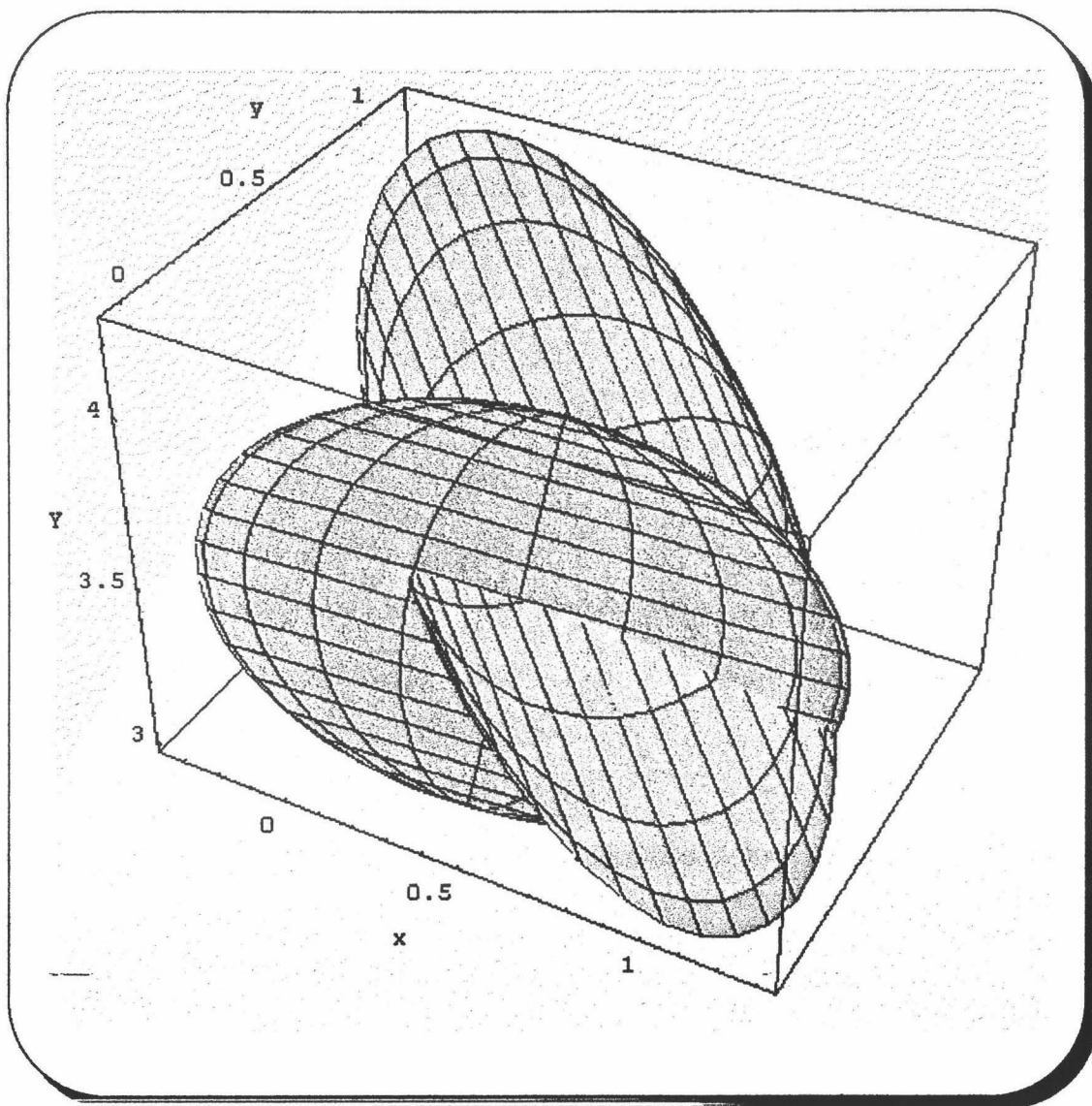


Figura 16.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del primer estímulo para el observador JR.

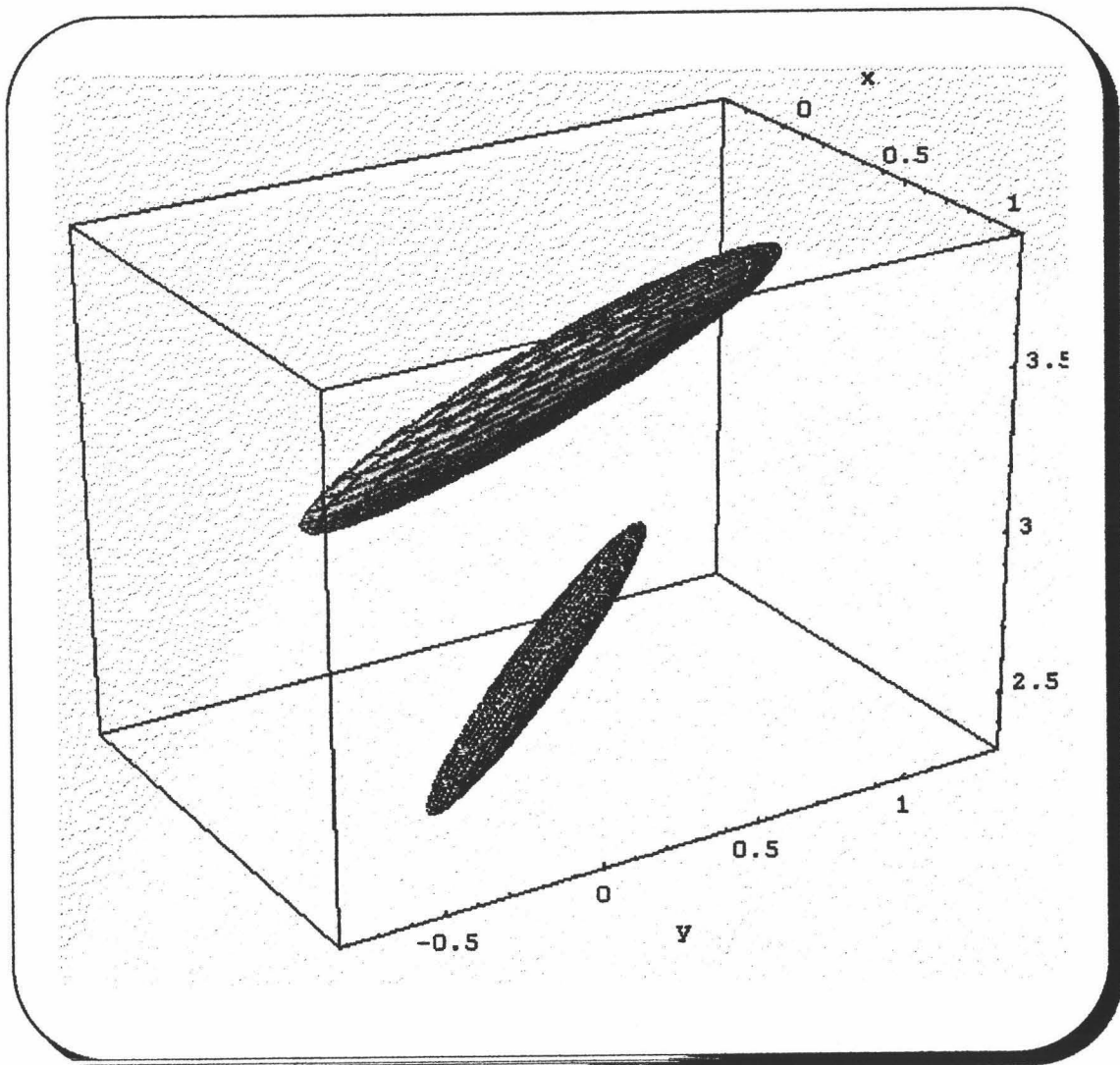


Figura 17.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del segundo estímulo para el observador JR.

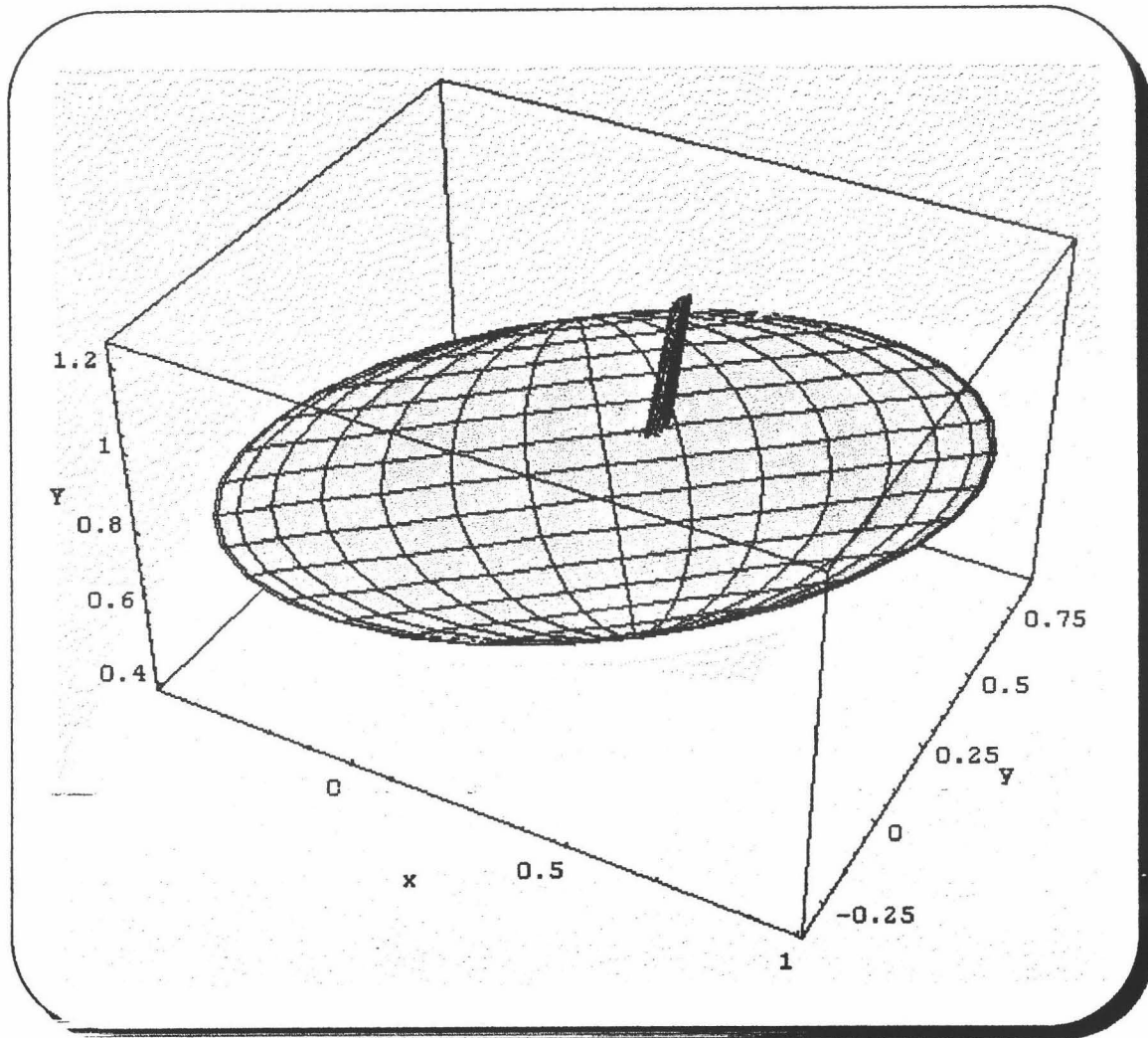


Figura 18.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del tercer estímulo para el observador JR.

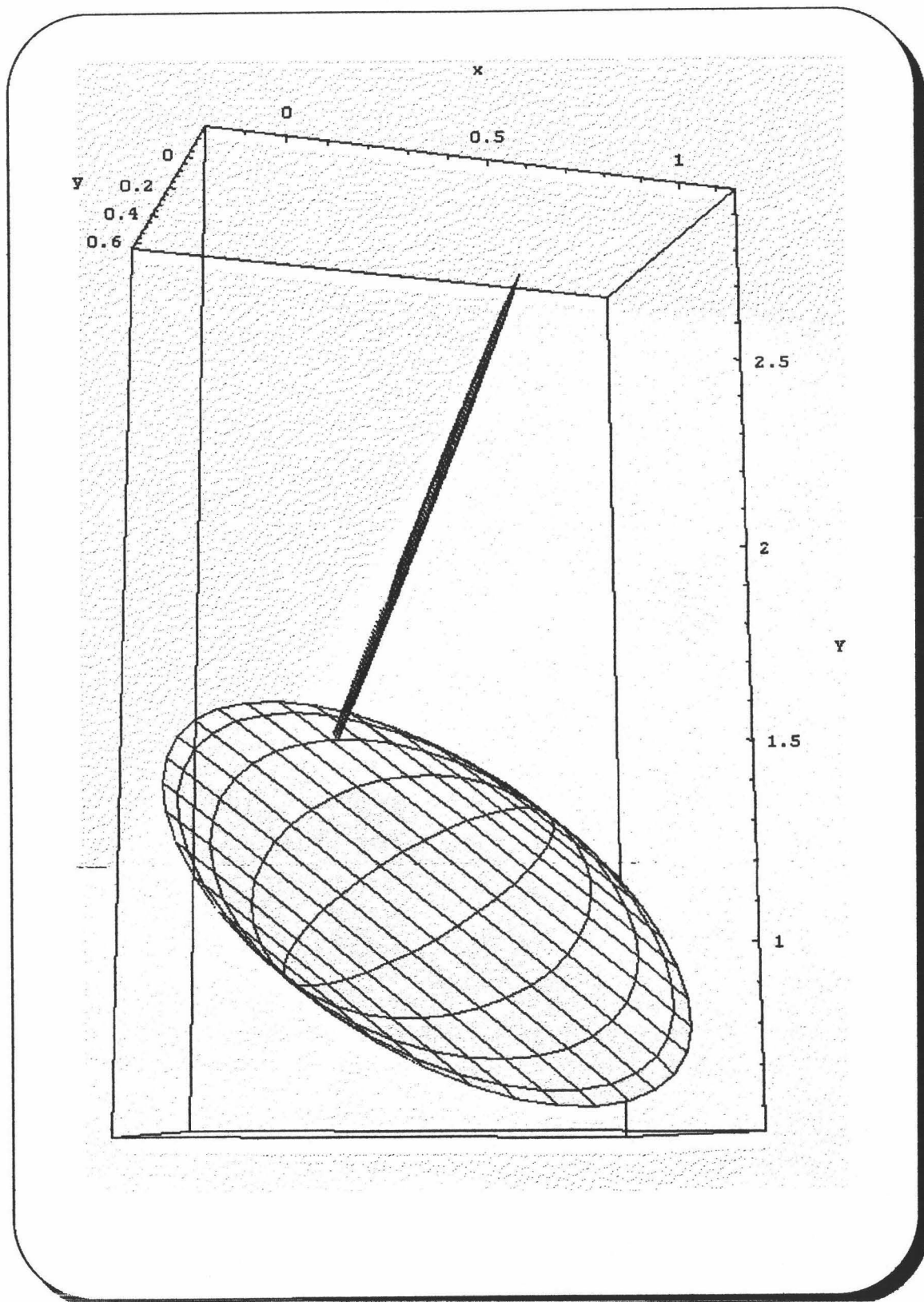


Figura 19.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del cuarto estímulo para el observador JR.

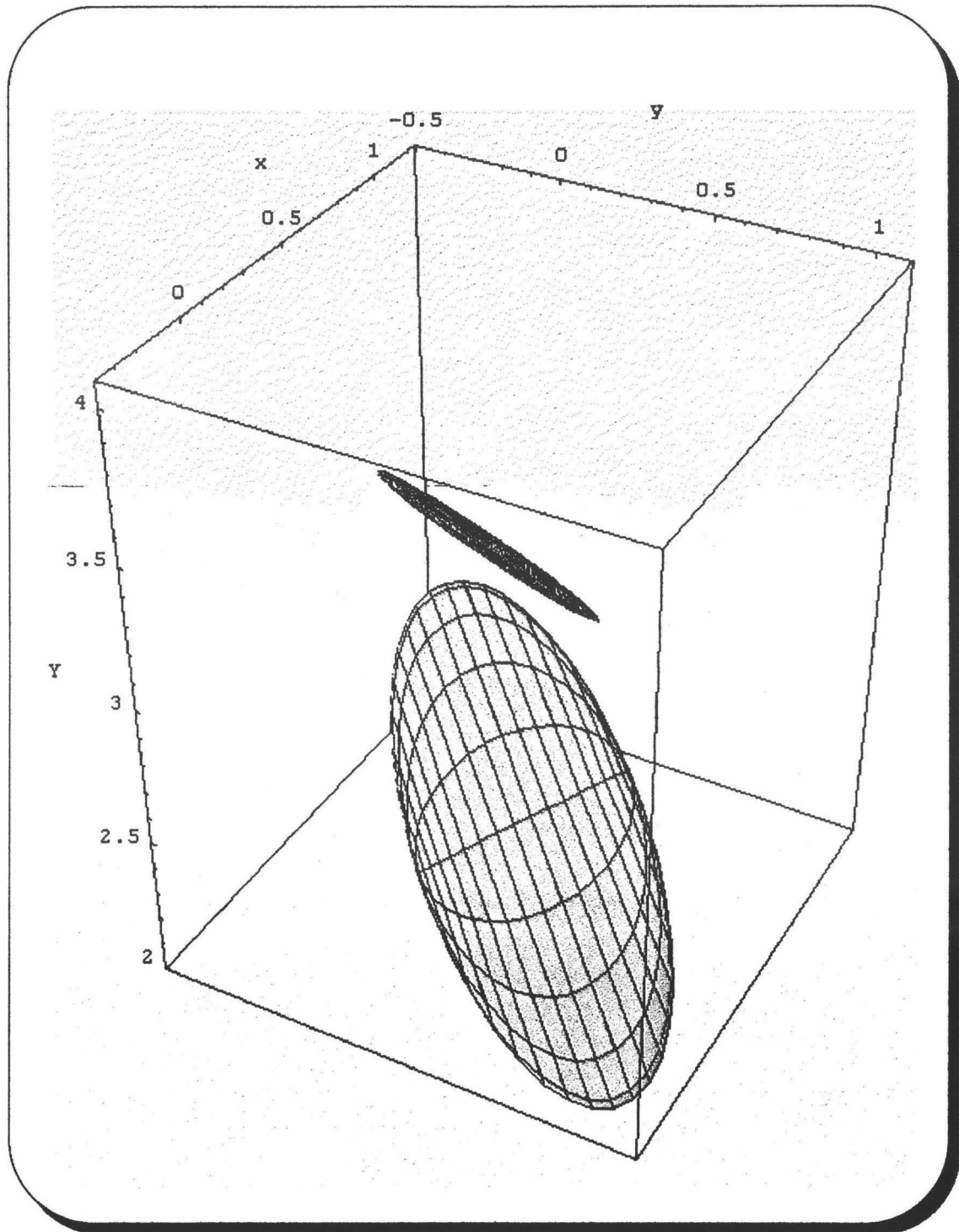


Figura 20.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del quinto estímulo para el observador JR.

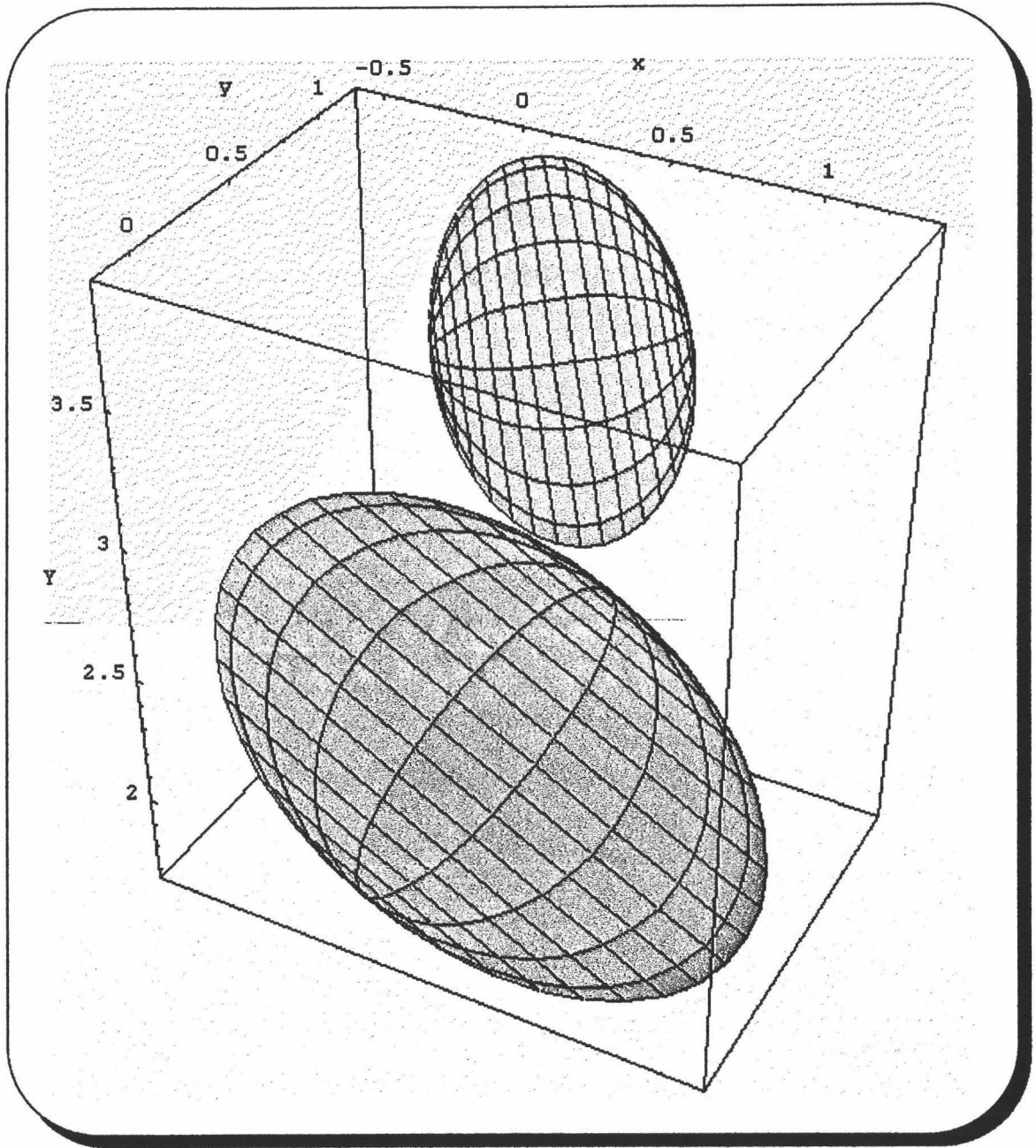


Figura 21.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del primer estímulo para el observador JA.

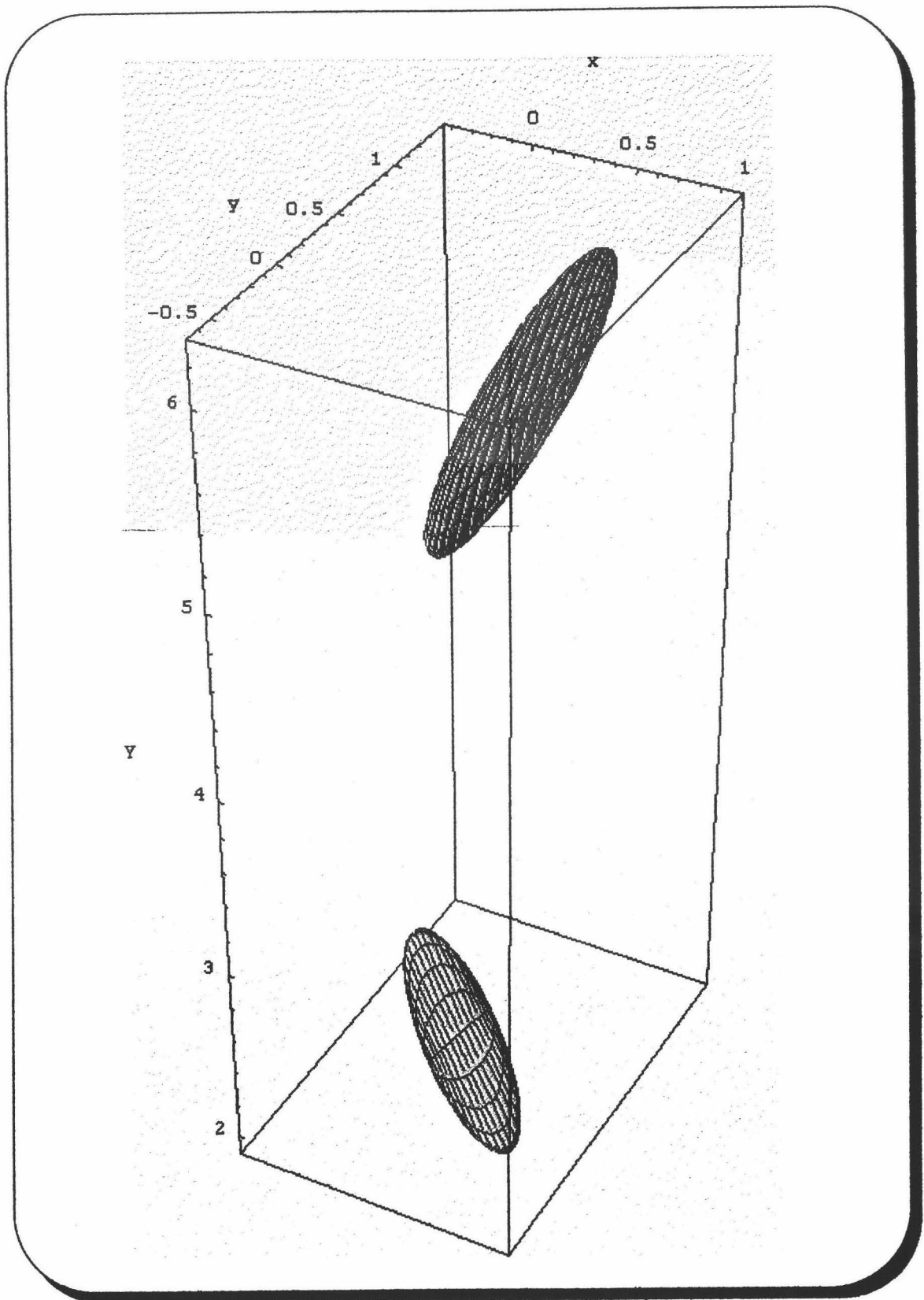


Figura 22.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del segundo estímulo para el observador JA.

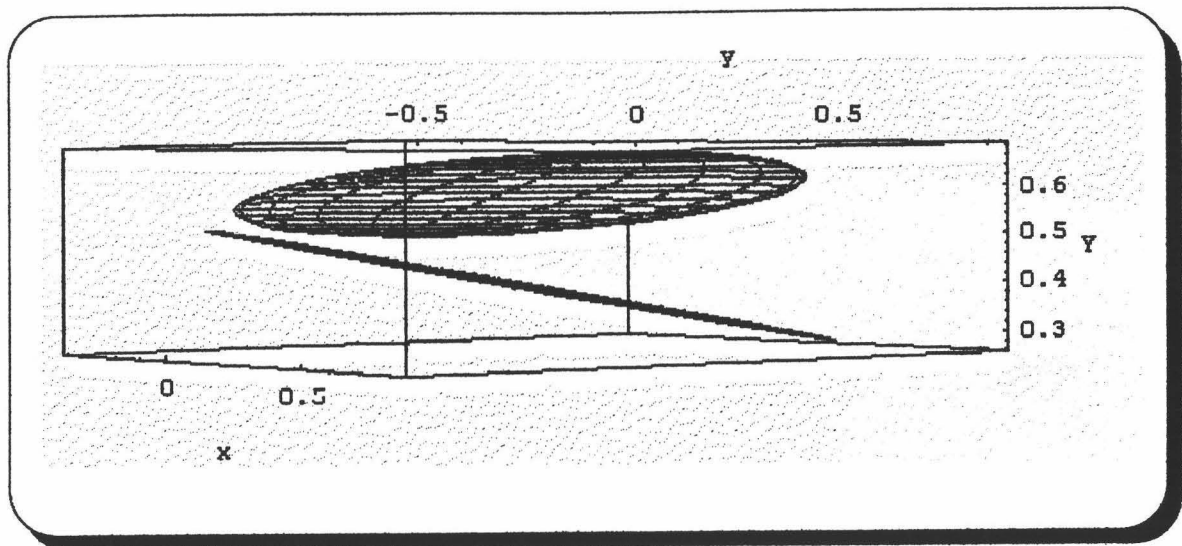


Figura 23.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del tercer estímulo para el observador JA.

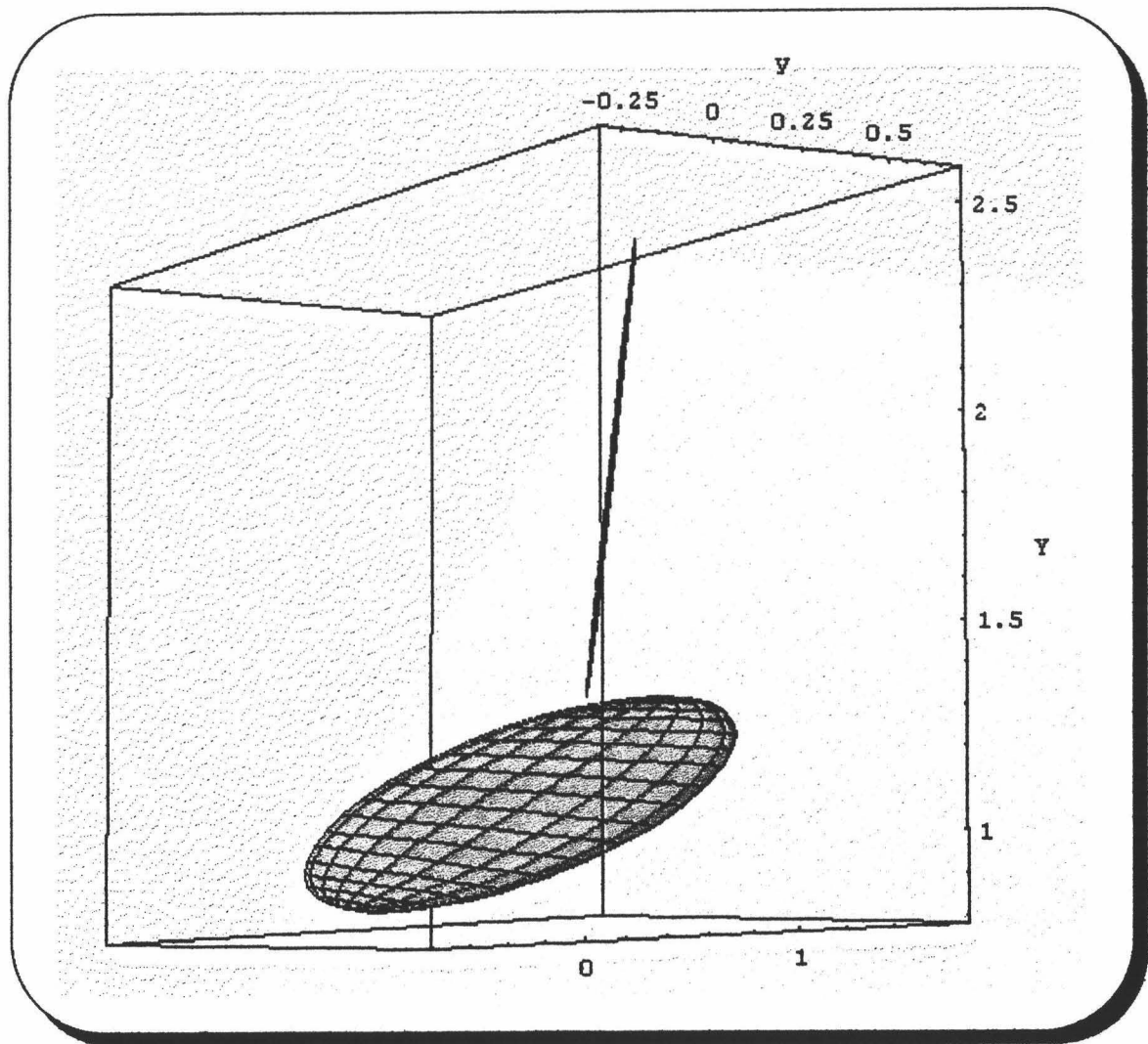


Figura 24.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del cuarto estímulo para el observador JA.

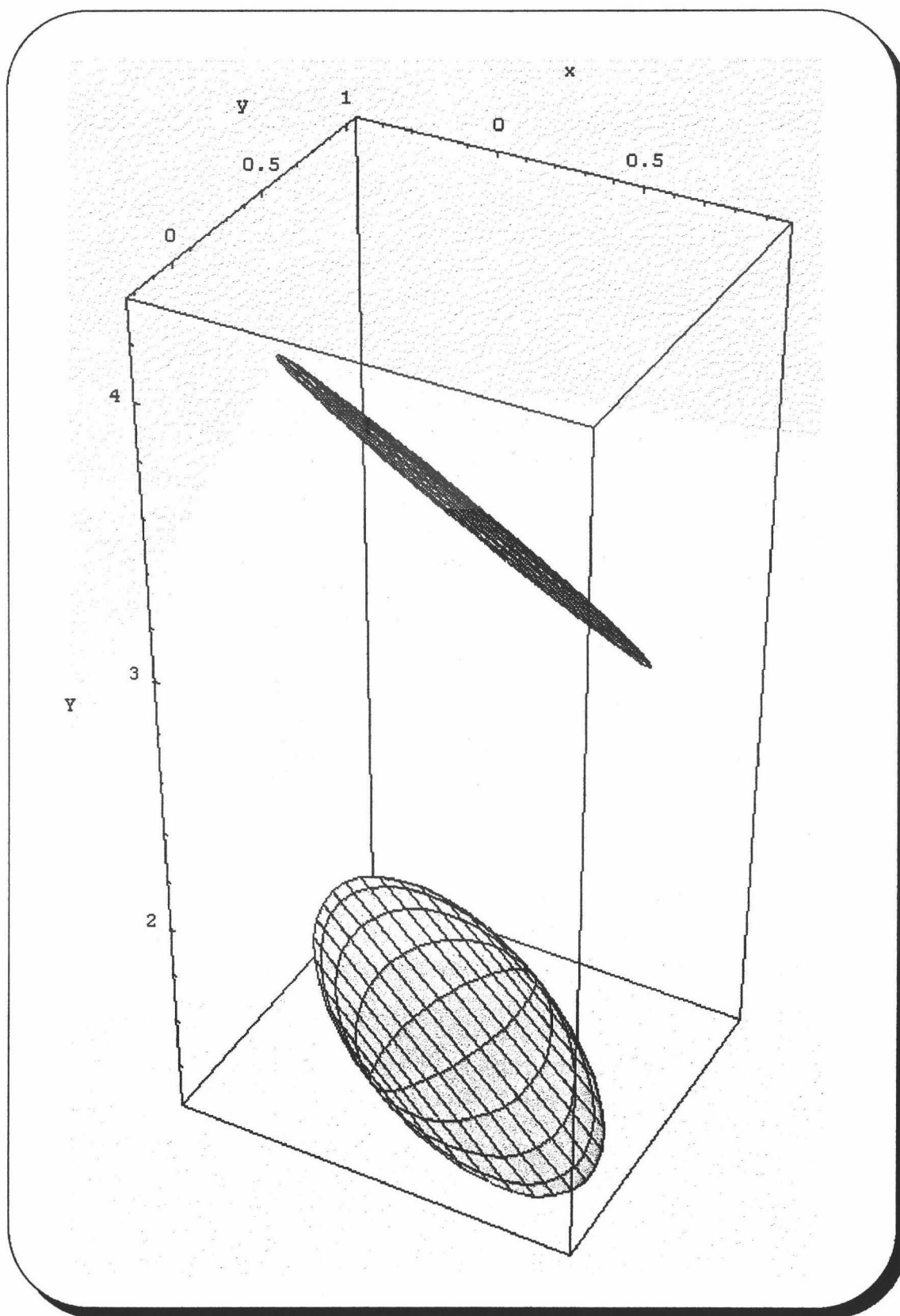


Figura 25.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del quinto estímulo para el observador JA.

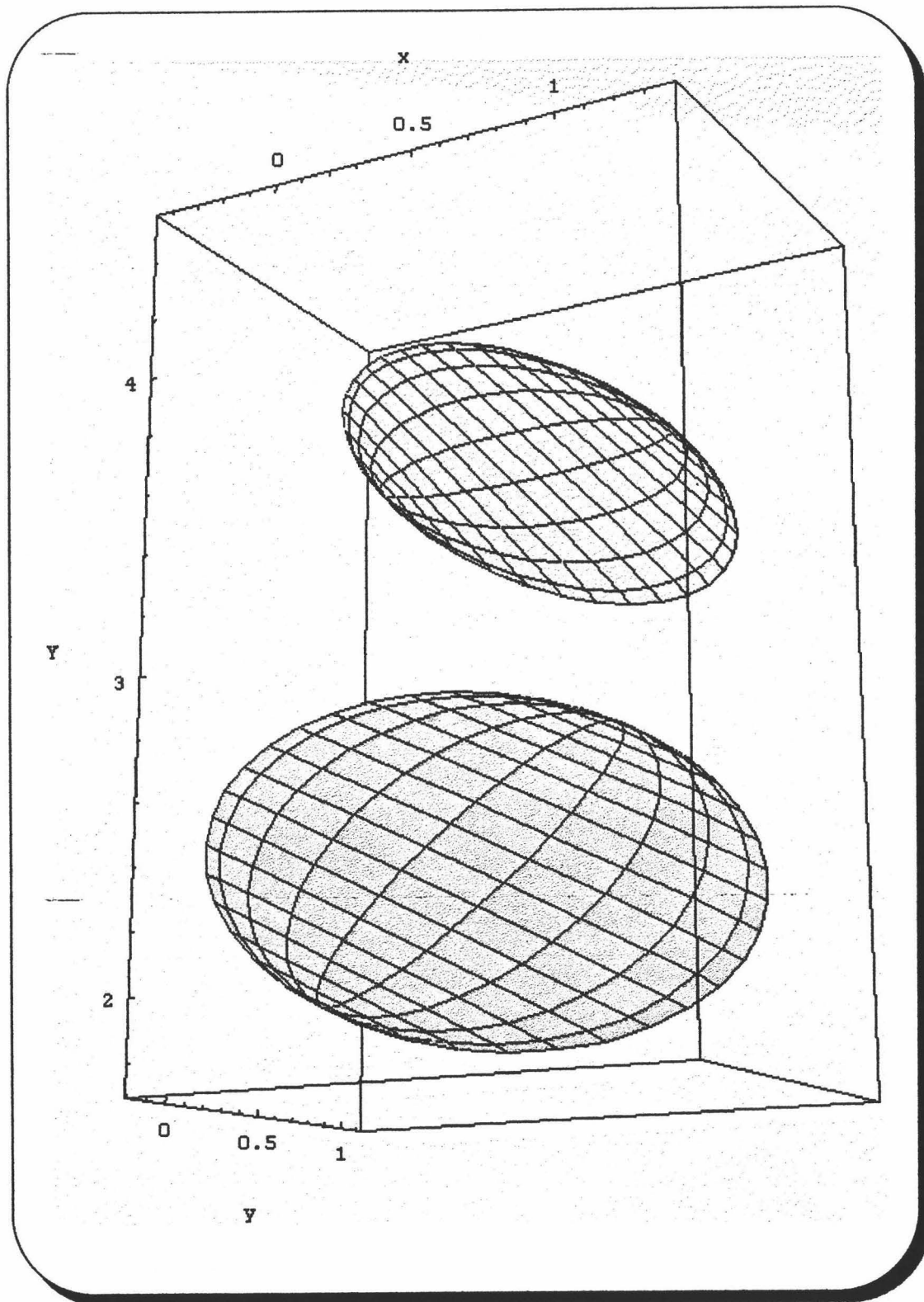


Figura 26.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del primer estímulo para el observador FP.

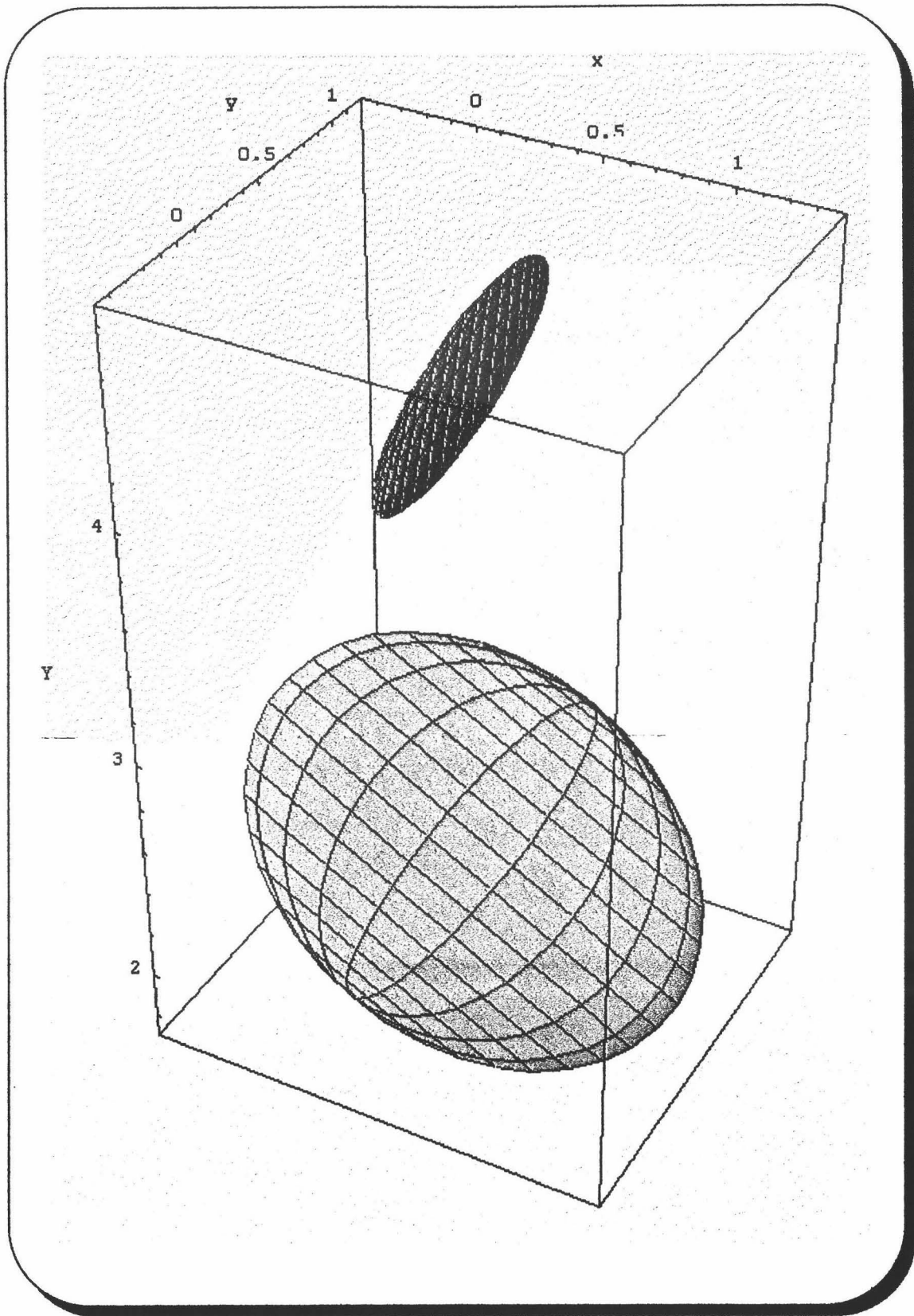


Figura 27.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del segundo estímulo para el observador FP.

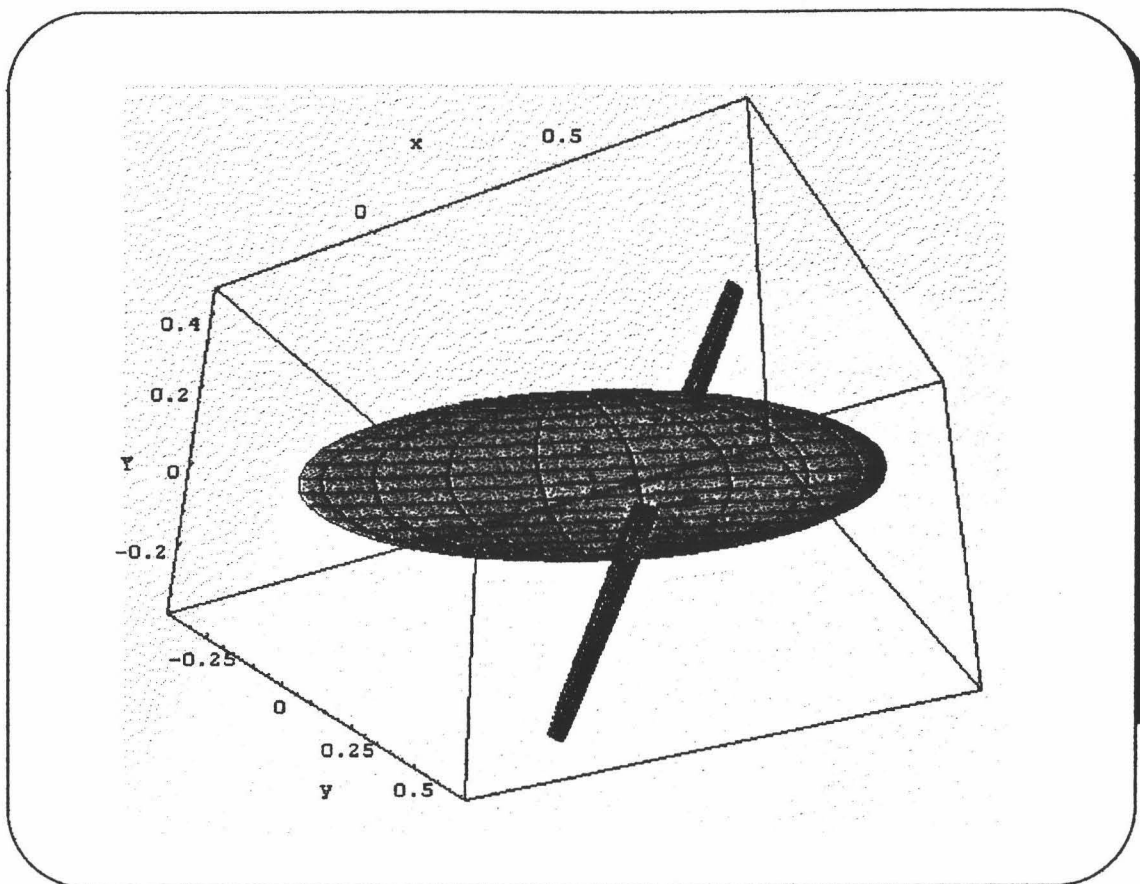


Figura 28.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del tercer estímulo para el observador FP.

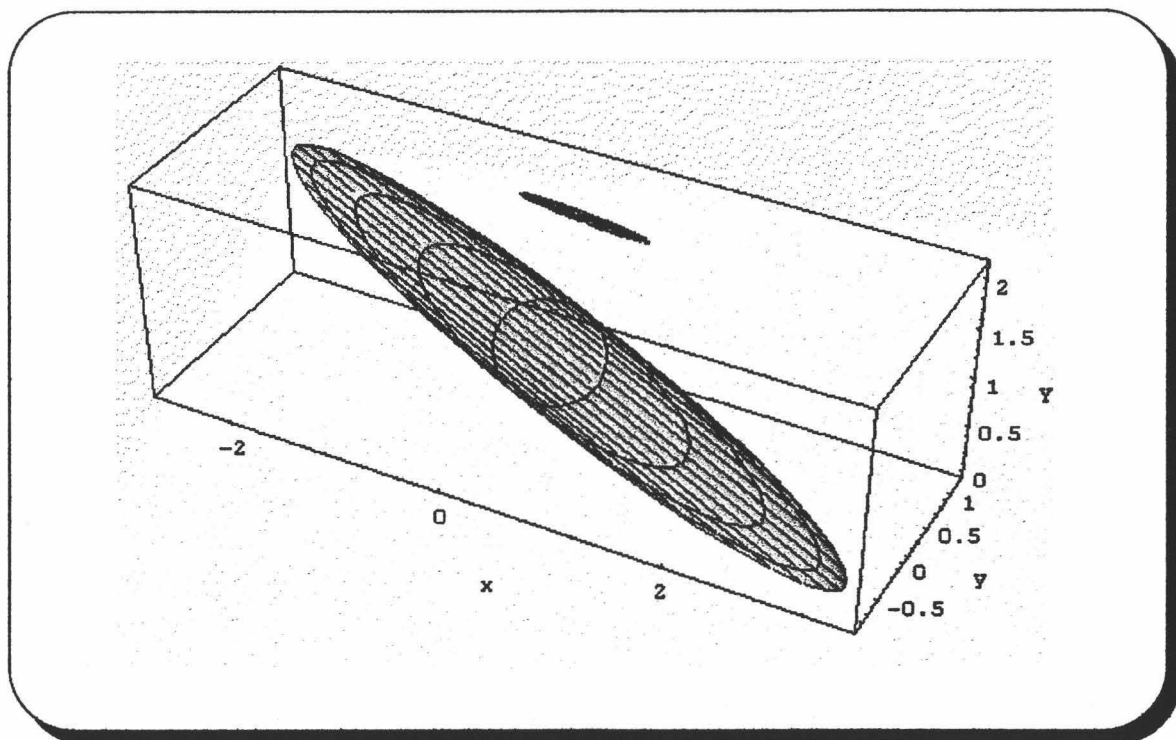


Figura 29.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del cuarto estímulo para el observador FP.

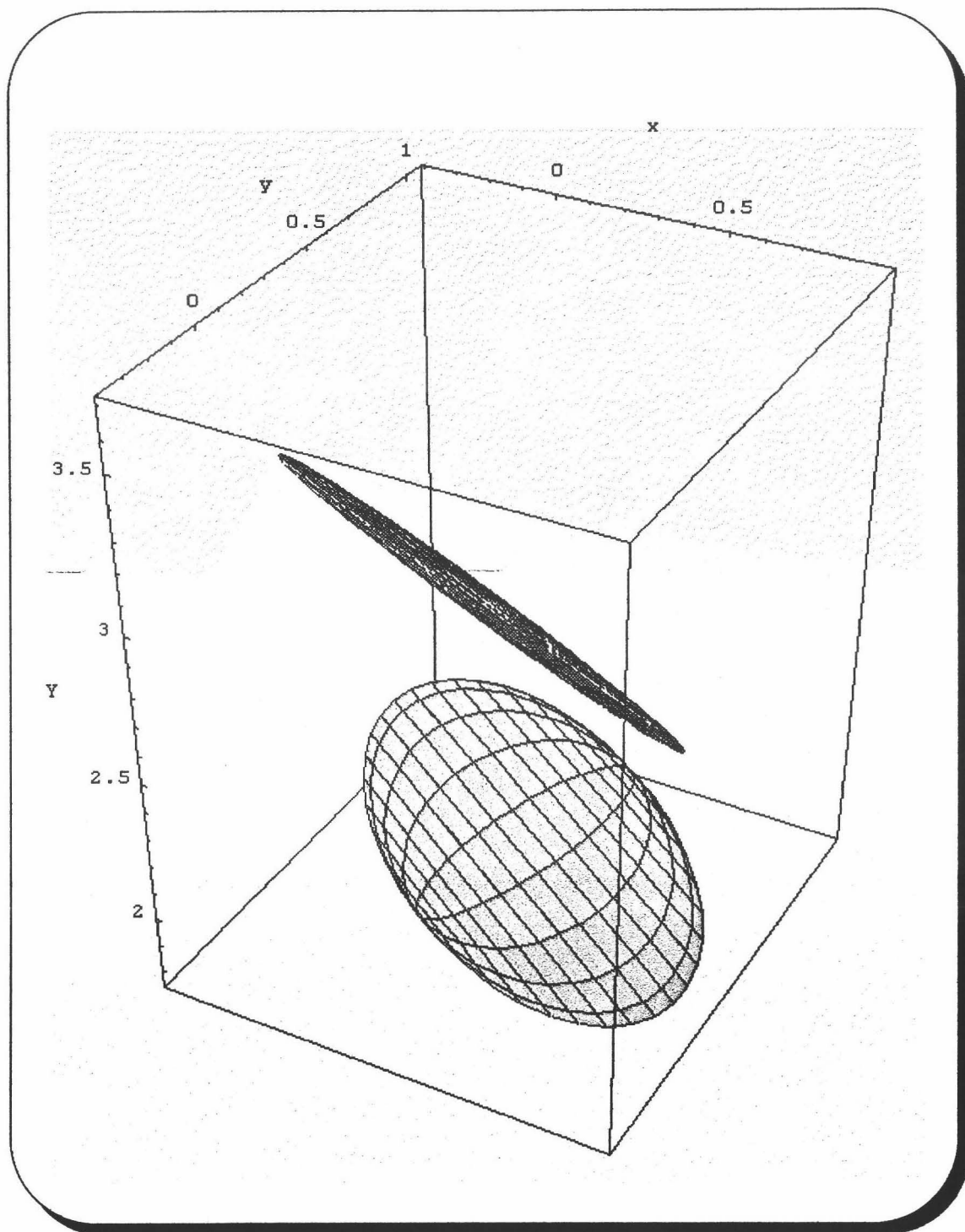


Figura 30.13.- Representación gráfica de los elipsoides de las igualaciones isómeras y metámeras del quinto estímulo para el observador FP.

A la vista de todo lo anterior, después de comprobar que en sólo dos estímulos (pero para un sólo observador en cada caso), a pesar de haber obtenido las funciones de mezcla de cada observador y haber realizado experiencias de igualaciones colorimétricas, al comprar los elipsoides de discriminación de las igualaciones isómeras y metámeras, podemos concluir con que no se han resuelto completamente los problemas de predicción colorimétrica. Los elipsoides del observador *JR*, en los primeros y segundos pares metámeros, tienen puntos comunes, es decir, sus elipsoide se cortan, y para el observador *FP*, este hecho se da sólo en el tercer par, así que, en general, podemos afirmar que continúa habiendo fallos de aditividad.



CONCLUSIONES

Cuando una parte del todo cae, lo demás no está seguro.

(Séneca)



14.- CONCLUSIONES

1.- Se ha realizado una extensa revisión y puesta al día de los trabajos relacionados con las funciones de mezcla y el Observador Patrón CIE 1931, relacionándolos con distintos aspectos de la Visión del Color y analizando principalmente la respuesta del sistema visual humano.

2.- Se han diseñado y puesto a punto dos colorímetros (tipo Donaldson modificados) muy versátiles que han permitido obtener las funciones de mezcla de color y las coordenadas de cromaticidad del espectro visible para un campo de observación de 1.7° . Además, dicho dispositivo permite realizar experiencias de discriminación en color, tanto con igualaciones isómeras como metámeras. Estos dispositivos cumplen sobradamente las garantías de reproducibilidad en las medidas que se exigen para estas experiencias.

3.- Se han determinado las funciones de mezcla de color y las coordenadas de cromaticidad (con primarios de ancho de banda estrechos, de 10nm a mitad de pico) del espectro visible para campos pequeños (de 1.7°), utilizando siete observadores, por el método de los estímulos constantes modificado por el método de máxima saturación. Los resultados obtenidos se han expresado como el promedio de todos los observadores dando a su vez, en cada longitud de onda, la desviación estandar asociada para cada una de dichas longitudes de onda.

4.- En la realización de medidas psicofísicas, en los observadores influyen una serie de factores como son: el estado de ánimo, hora del día de la sesión, época del año, cansancio, edad, etc que en primera aproximación se puede suponer que estos efectos son aditivos. Además existen otro tipo de factores aleatorios que afectan a dichas medidas. Si los primeros efectos, no aleatorios, se mantienen constantes, las medidas realizadas presentarán variaciones que se podrán considerar atribuibles a un gran número de causas no distinguibles entre si, éstas son las variaciones debidas al azar. Con las técnicas estadísticas de análisis de datos hemos conseguido integrar todas las condiciones y variaciones psicofísicas del proceso experimental, promediándolas en el tiempo a fin de conseguir unos resultados lo más independientes posible de las condiciones psicológicas del observador.

5.- A la vista de los resultados obtenidos en los test de contrastes de hipótesis (anova y tests de la t-Student), a partir de los datos con los que contamos, podemos afirmar que hay evidencia empírica para el rechazo de la hipótesis de la igualdad de medias de las funciones de mezcla obtenidas por los siete observadores.

6.- De los estudios estadísticos anteriormente, se desprende que la mayor variabilidad interobservador se da en la función de mezcla roja, seguida muy de cerca de la función de mezcla azul. La función de mezcla verde es la que tiene una variabilidad interobservador más pequeña de todas.

7.- No obstante, a pesar de la conclusión anterior, de los resultados obtenidos por el VAF, los observadores presentan la misma de las curvas de las funciones de mezcla de color comparadas en la presenta memoria, es decir, podemos concluir con que todos los observadores tienen una repuesta visual muy parecida entre si; la variación sólo se da en los valores absolutos de las respuestas.

8.- A la vista de la conclusión anterior, los resultados a los que hemos llegado, en general, están en consonancia con los de otros autores en el campo de las funciones de mezcla si bien se han expresado con las desviaciones estándar asociadas.

9.- Con vistas a analizar el problema de la predicción colorimétrica en igualaciones metámeras, se han determinado experimentalmente los umbrales de discriminación de cinco

estímulos, distribuidos por todo el espacio de color, para tres de los observadores que midieron las funciones de mezcla. Los umbrales de discriminación se realizaron con dos tipos de igualaciones, isómeras y metámeras.

10.- Una vez que se han realizado experiencias de discriminación cromática con las funciones de mezcla propias de cada observador, realizando igualaciones isómeras y metámeras, se pudo comprobar que todos los observadores, en todos los estímulos igualados, coincidieron en las coordenadas de cromaticidad (en ambas observaciones, isómeras y metámeras), sin embargo, en general, la igualación en luminancia no se daba, por lo que puede concluirse que los fallos, hasta ahora encontrados, sobre aditividad colorimétrica se deben al incumplimiento de la ley de Abney en igualaciones metámeras.

11.- Los elipsoides de discriminación de los cinco estímulos estudiados, al estudiarlos en el plano de cromaticidad, podemos comprobar que se cortan, es decir, que no hay fallos de predicción colorimétrica desde el punto de vista de la cromaticidad para ninguno de los observadores.

12.- Si en lugar de estudiar estos elipsoides desde el plano de cromaticidad lo hacemos desde el eje de luminancia, podemos concluir con que, en la mayoría de los casos, estos elipsoides no se cortan, por lo que podemos llegar a la conclusión de que la medida de la luminancia debe ser medida por el método de parpdeo en lugar del método de igualación colorimétrica.

13.- A la vista de los resultados obtenidos al calcular las funciones de mezcla de los siete observadores y a la vista de los tamaños de los elipsoides calculados para cada uno de los observadores en cada estímulo, podemos concluir con que la capacidad de discriminación de todos los observadores es muy paracida.

14.- Aunque no es propiamente una conclusión, se desprende, en parte, de los resultados obtenidos, hemos creído interesante especificar alguno de los aspectos que se deben tratar en un futuro próximo para profundizar en esta línea de investigación. En este sentido, nuestro objetivo a corto plazo se concretaría en los siguientes puntos:

* Realizar un estudio estadístico, tanto del análisis de la varianza (ANOVA) como el test de la t-Student (si fuera necesario) pero de tres vías en lugar de una vía.

* Calcular la lumiancia de las funciones de mezcla y los umbrales diferenciales de color medidos anteriormente por el método de parpadeo, que parece ser al más eficaz en este tipo de experiencias, para comprobar si se siguen teniendo discrepancias en lumiancia, ya que en cromaticidad los resultados son completamente satisfactorios.

* Calcular las funciones de mezcla y coordenadas de cromaticidad del espectro visible, pero esta vez, con primarios de anchos de banda ancha.

* Calcular también las funciones de mezcla a partir de los umbrales de discriminación ya medidos en nuestros laboratorios forzando así que dicho umbrales (en las igualaciones isómeras y metámeras) se corten. Para conseguir esto, sería necesario introducir un término en las funciones de mezcla que se tenga en cuenta la luminancia con una dependencia no lineal.

APÉNDICES



APÉNDICE I

EFFECTO STILES-CRAWFORD

El término sensibilidad direccional es usado comunmente, en un contexto visual, para denotar variaciones en la sensibilidad visual que son observadas cuando un estímulo luminoso penetra por distintas partes de la pupila del ojo pero incide sobre la misma área de la retina. Este efecto se debe a la sensibilidad direccional de los conos (en general en cualquier receptor). La sensibilidad máxima de los conos se da cuando la luz penetra en ellos de forma perpendicular. Como ejemplo, supongamos un pincel luminoso de luz que entra por el borde y otro por el centro. Si el diámetro pupilar es de 8mm, para que ambos parecieran igualmente luminosos, el primero debería ser cinco veces mayor que el segundo. Podemos cuantificar esta sensibilidad direccional de la forma siguiente. Supongamos un punto P de la retina, entonces:

$$\eta = \frac{S_0}{S_p} \quad (1.I)$$

donde S_0 y S_p son las magnitudes que producen el mismo efecto visual sobre un mismo punto de la retina cuando las emisiones entran por los puntos de la pupila P_0 y P respectivamente.

Numerosos estudios han puesto de manifiesto que la respuesta de una área de la fóvea sin bastones es máxima cuando la luz entra por el centro de la pupila. Cuando la imagen se forma fuera de la fóvea, la experiencia dice que la respuesta es paracida, luego la conclusión es que la respuesta es debida a los conos. Ahora bien, si las respuestas medidas se atribuyen al mecanismo de los conos, los cambios direccionales son mucho más reducidos y la respuesta se puede considerar como prácticamente no direccional.

Stiles y Crawford dieron una fórmula empírica para predecir la variación de η :

$$\eta = 10^{pr^2} \tag{2.I}$$

donde:

r es la distancia (en milímetros) entre P_0 y P .

p es una constante.

El efecto que caracteriza a η es el efecto Stiles-Crawford de primera especie.

La sensibilidad, también depende de la longitud de onda del estímulo, la zona central del espectro visible se ve menos afectada por dicho efecto que el resto del espectro visible, y no sólo eso, sino que puede afectar también el amarilleamiento del cristalino, cuando un haz pasa por el centro de la pupila, atraviesa más capa de cristalino y la componente azul (si la hubiera) se absorbería más.

Supongamos ahora que los haces que inciden por distintos puntos de la pupila, y que inciden sobre la misma área de la fóvea son aditivos. Podemos calcular el factor de sensibilidad direccional integrando la expresión anterior. Supongamos un haz uniforme que entra en el ojo a través de la pupila circular con centro P_0 y radio R (en milímetros). El flujo radiante que penetra es $S(R, \eta)$ adecuadamente pesado por unidad de área $rdrd\phi$ de la pupila por la sensibilidad direccional, η debe ser proporcional a:

$$\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R \eta r dr d\phi = \frac{\pi [1 - 10^{-pR^2}]}{p \ln 10} \tag{3.I}$$

El flujo radiante total $S(R)$ que entra en la pupila, sin tener en cuenta el peso de η es proporcional al área de la pupila πR^2 . El factor de sensibilidad direccional se define como la razón entre estos dos flujos, para un mismo valor de p , es decir:

$$\sigma = \frac{1 - 10^{-pR^2}}{pR \ln 10} \quad (4.I)$$

Los estímulos que entran por puntos ligeramente desplazados del centro de la pupila, aparecen con un color ligeramente diferente y no sólo con reducción en la claridad.

Este es el efecto Stiles-Crawford de segunda especie.

Cuando se trabaja con visión escotópica, es decir, luminancias por debajo de 0.1cd/m^2 , dicho efecto deja de existir.



APÉNDICE II

SENSIBILIDAD DE ADAPTACIÓN AUTOMÁTICA

Esta característica patentada del PR-704 determina automáticamente el tiempo de integración basado en la señal disponible (cuanto más fuerte es la señal, más corto es el tiempo de integración). Esta característica elimina la necesidad de la determinación del tiempo de integración óptimo.

La sensibilidad de adaptación automática empieza su ciclo realizando una medida de Luz usando el tiempo mínimo de integración que es de 13ms. El convertidor analógico/digital analiza la señal.

Si las cuentas del convertidor A/D (analógico/digital) están dentro del rango óptimo (entre 3400 y 3900), se inician las medidas de la oscuridad.

Si, por el contrario las cuentas del convertidor A/D están por debajo de 3400 cuentas se calcula un tiempo de integración más largo y se realiza una segunda medida de Luz. Este proceso se repite hasta hasta que las cuentas del convertidor del elemento de pico cae dentro del intervalo óptimo.

Cuando el tiempo de integración es superior a los 32s, en la pantalla del monitor aparece un mensaje de precaución indicando que la señal es baja. Si este tiempo supera los 60s y el resultado de la medida de Luz menos el de Oscuridad es menor a ocho cuentas en el elemento de pico, el mensaje es de señal débil y el software aborta la medida.

La sensibilidad de adaptación automática necesita un nivel luminoso casi constante. Si la fuente cambia notablemente durante la medida, no puede trabajar. En este caso se puede utilizar el tiempo de integración manual.

ESPEJO TIPO PRITCHARD

Es el espejo que proporciona la apertura del espectrorradiómetro. En el centro del área de visión hay un orificio circular o rectangular. Este círculo o rectángulo es la medida de la apertura. La radiación óptica que se mide es la que pasa a través de dicha apertura.

El espectrorradiómetro dispone de dos configuraciones de apertura, la simple y la dual. En la simple, la apertura del cabezal tiene una sola apertura, en la dual el cabezal tiene dos aperturas. Un interruptor selecciona cada una de ellas.

En la configuración dual, el observador puede observar el área que se va a medir y sus alrededores de manera que pueda enfocarla. El área concreta de medición es invisible al experimentador por ser la porción de campo que pasa por la apertura del espejo Pritchard. El observador sólo puede apreciar un círculo o rectángulo oscuro debido a las características de dicho espejo.

APÉNDICE III

EFFECTO HELMHOLTZ-KOLHRAUSH

Es un efecto relacionado con el nivel de luminancia. Se conoce desde hace bastante tiempo (Helmholtz, 1966) que las saturaciones percibidas de todos los colores varían con el nivel de luminancia; los colores muy oscuros son relativamente desaturados, las saturaciones máximas son percibidas a niveles intermedios y todos los colores llegan a ser relativamente desaturados otra vez a las luminancias extremadamente altas. Estas variaciones en saturación cuando varía la luminancia están relacionadas en parte con diferencias en los umbrales cromáticos y acromáticos, pero también con diferencias en las pendientes de la función de respuesta para el acromático en relación a las variables cromáticas del sistema de visión de color.

Consistentemente con estas variaciones sistemáticas en el color percibido con cambios de luminancia, las distintas funciones de discriminación (discriminación de pureza y de longitud de onda) también varía con la luminancia. De nuevo, los datos experimentales de que se disponen se pueden representar satisfactoriamente por funciones transductoras para las tres variables primarias. Las relaciones asumidas son, por supuesto, las mismas que para los efectos anteriores.

El análisis de Boynton (1973) de *lightness* cuando se mide por la técnica de borde mínimo frente a *brightness* cuando se mide por la técnica de igualación de claridad le llevó a proponer que la luminancia es una función lineal directamente relacionada con el proceso de blanqueamiento mientras que la claridad envuelve tanto la respuesta de blanqueamiento como las de tono oponente.

Este efecto puede ser consecuencia de los fallos de aditividad de la ley de Abney en igualaciones heterocromáticas así como de la no adecuación de la función de eficiencia luminosa V_λ .

Fuera de la verdad matemática y la verdad empírica . . . la Ciencia no dice mucho.

(Pío Baroja)