

5/152

Universidad de Granada

Facultad de Ciencias

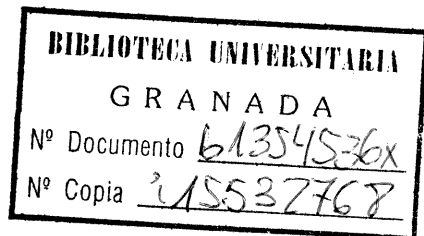


Propiedades de las ondas atmosféricas de
gravedad deducidas de la emisión
en 557.7 nm

ANTONIO MOLINA CUEVAS
Tesis Doctoral

DEPARTAMENTO DE FISICA FUNDAMENTAL
FACULTAD DE CIENCIAS

INSTITUTO DE ASTROFISICA DE ANDALUCIA
C.S.I.C.



PROPIEDADES DE LAS ONDAS ATMOSFERICAS DE GRAVEDAD
DEDUCIDAS DE LA EMISION EN 557,7 nm.

ANTONIO MOLINA CUEVAS

Tesis Doctoral

UNIVERSIDAD DE GRANADA

1.979

Tesis doctoral, dirigida por los Profesores Battaner López, Adjunto de Mecánica y Termodinámica, y Pardo Sánchez, Catedrático de Termología, de la Universidad de Granada. Fue leída el 27 de Septiembre del 1979, obteniendo la calificación de sobresaliente "cum laude" ante el Tribunal formado por los Profesores; Sánchez, La Laguna; García, Granada; Orús, Barcelona; Román, Granada; Battaner, Granada.

A mi mujer y
a mis padres.

AGRADECIMIENTOS

He mantenido colaboraciones con muchas personas. Agradezco, aunque no los mencione, a todos los que me ayudaron.

Quiero expresar mis agradecimientos:

Al Prof. Dr. Pardo Sánchez, por la confianza que siempre puso en mi, así como por su ejemplo de trabajo.

A los compañeros del Instituto de Astrofísica de Andalucía, con quienes tantas conversaciones científicas he mantenido y, en particular, a su Director Dr. D. José María Quintana González.

A mis compañeros del Departamento de Física Fundamental, con muchos de los cuales he compartido mis tareas docentes. Quiero destacar las múltiples ayudas recibidas del Dr. Morales Bruque y, en especial, al Dr. Hidalgo Alvarez, que con su amistad, hizo posible levantar mis ánimos en necesitadas ocasiones.

A otros compañeros de la Sección de Físicas, en particular al Dr. Rubio Ayuso.

A todo el personal del Centro de Cálculo de la Universidad de Granada, por su colaboración y sugerencias en la confección de los programas y en el procesamiento de los datos.

A D. Miguel Jiménez Yanguas y a D. Antonio Tejada Valla

dares por la realización de las figuras.

A la persona que ha realizado la excelente labor mecano-
nográfica y quien, por deseo expreso, ha preferido per-
manecer en el anonimato.

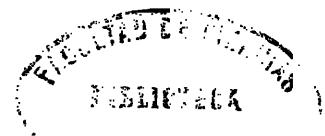
Por último, muestro mi agradecimiento al Prof. Dr. Batta
ner López que me introdujo en el estudio de la Aeronomía
formó y avivó mi espíritu investigador y que tantas co-
sas me ha enseñado como científico y como hombre.

I N D I C E

=====

I. _	INTRODUCCION.....	8
II. _	TEORIA.....	14
II-1. _	OSCILACIONES ATMOSFERICAS.....	15
II-1-1. _	ONDAS INTERNAS DE GRAVEDAD.....	15
II-1-1-1. _	Teoría lineal de las ondas de gravedad.	18
II-1-1-2. _	Origen.....	30
II-1-1-3. _	Técnicas de detección.....	31
II-1-1-4. _	Reflexión.....	36
II-1-1-5. _	Disipación.....	39
II-1-1-6. _	Turbulencia por inestabilidades convec- tivas.....	56
II-1-1-7. _	Teoría no lineal.....	61
II-1-1-8. _	Difusión turbulenta.....	83
II-1-2. _	ONDAS PLANETARIAS.....	87
II-1-3. _	MAREAS ATMOSFERICAS.....	88
II-2. _	EMISION DEL {OI} en 557.7 nm(RAYA VERDE)...	91
II-3. _	ABSORCION DE ONDAS DE RADIO. ANOMALIA IN- VERNAL.....	94
III. _	APARATOS Y TECNICAS DE MEDIDA.....	97
III-1. _	Lugar de emplazamiento.....	98
III-2. _	Técnicas de medida.....	99

IV.- Estudio de las ondas de gravedad mediante medidas de la raya verde. METODO Y RESULTADOS.....	106
IV-1._ Planteamiento.....	107
IV-2.- Ocurrencia de las ondas internas de gravedad..	108
IV-3._ Relación entre las variaciones relativas de densidad de cada compuesto y con las de la atmósfera media.....	113
IV-4._ Obtención de las variaciones relativas de oxígeno atómico a partir de medidas de la raya verde.....	118
IV-5._ Relación entre las variaciones de emisión del $\{OI\}$ en 557.7 nm y las variaciones de densidad de la atmósfera media.....	122
IV-6-1._ Determinación experimental de diversos parámetros de las O.I.G.s usando la teoría lineal.....	124
IV-6-2._ Densidad de energía cinética de las O.I.G.s.	149
IV-7._ Difusión turbulenta inducida por las O.I.G.s	152
IV-7-1._ Expresión y método.....	152
IV-7-2._ Relación experimental λ_x , T.....	155
IV-7-3-1._ Determinación de diversos parámetros de las O.I.G.s usando la teoría no lineal...	175



IV-7-3-2.	Densidad de energía cinética usando la teoría no lineal.....	194
IV-7-4.	Coefficientes D_{zz} y D_{xx} de difusión turbulenta.....	196
V.	DISCUSION DE LOS RESULTADOS.....	199
V-1.	Sobre el estudio de la ocurrencia.....	200
V-2.	Discusión entre las variaciones relativas de oxígeno atómico y las de la atmósfera media....	204
V-3.	Acerca de la razón de proporcionalidad entre la variación de emisión del $\{OI\}$ en 557.7 nm y la variación de densidad de oxígeno atómico..	204
V-4.	De la obtención de variaciones de densidad atmosférica a partir de la raya verde.....	206
V-5.	Sobre los parámetros de las O.I.G.s.....	207
V-6.	Sobre la densidad de energía cinética.....	212
V-7.	Difusión turbulenta y anomalía invernal.....	213
VI.-	CONCLUSIONES.....	225
VII.	APENDICES.....	231
VII-A.	Obtención de la ecuación de dispersión.....	232
VII-B.	Algunas transformaciones interesantes del sistema de ecuaciones fundamentales para valores reales.....	237

VII-C.	Justificación de las aproximaciones utilizadas en diversas expresiones de la teoría no lineal.....	240
VII-D.	Efectos a tener en cuenta en el análisis armónico con datos experimentales.....	244
VIII.	REFERENCIAS.....	253

I. INTRODUCCION

Los procesos dinámicos constituyen un aspecto muy importante de la Aeronomía.

Desde la aparición del trabajo de Hines(1960) titulado " Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights" el estudio de las ondas de gravedad ha adquirido una relevante importancia que no ha cesado de aumentar.

Los conocimientos, tanto observacionales como teóricos, que de las ondas de gravedad se han ido adquiriendo, nos muestran que sus efectos se manifiestan en multitud de fenómenos atmosféricos.

Nuestro equipo de investigación, en consecuencia, decidió hace unos años comenzar un serio estudio sobre las ondas de gravedad y sus incidencias en la turbopausa, zona tan interesante como complicada.

Como planteamiento preliminar se presentó el conjunto de disponibilidades de carácter experimental.

Las posibilidades eran dos: los datos que pudieran obtenerse con la ionosonda de Balerna(Almería) y los registros de medidas de emisión atmosférica que se obtienen mediante el fotómetro instalado en Sierra Nevada(pertenecientes, ambos, al Max Planck Institut für Aeronomie).

La interpretación de los ionogramas presenta, a veces, serias dificultades. Aunque constituyen un método clásico de estudio de las ondas de gravedad en la región F, ofrece grandes inconvenientes para el de las ondas presentes en la región E debido a su baja concentración electrónica. Por tales motivos consideramos más conveniente realizar nuestro estudio básico a partir de los datos de la raya verde ofrecidos por el fotómetro, dado que la raya verde se emite, casi exclusivamente, en los 97 km de altura (altura aproximada de la turbopausa).

Los datos de la absorción subsolar L_o han sido, no obstante, utilizados al relacionarlos con la difusión turbulenta inducida por las ondas de gravedad y al estudiar la anomalía invernal.

Como una primera aproximación al problema, realizamos un análisis de autocorrelación de la raya verde, lo que nos permitió un estudio de la ocurrencia de las oscilaciones atmosféricas halladas. Las características mostradas por dichas oscilaciones nos justificaban el considerarlas como ondas de gravedad, lo que nos alentó en nuestro propósito.

Descubrimos la posibilidad de obtener los parámetros más significativos de las ondas de gravedad,

tales como periodos, longitudes de onda (componentes horizontales y verticales) y velocidades inducidas por las mismas. A su vez, dado el caracter sistemático de nuestras medidas, podíamos realizar un estudio de la posible variabilidad estacional de las características de las ondas.

Nuestro propósito nos planteó diversos problemas, tanto operacionales como teóricos.

Las medidas de intensidad de emisión a tiempos diferentes nos permitiría la obtención del espectro de frecuencias, y de las medidas de intensidad de emisión a un tiempo fijo y distintas distancias cenitales podríamos obtener longitudes de onda. La combinación de ambos resultados nos posibilitaría la obtención de multitud de parámetros de las ondas de gravedad.

El hecho de que los registros realizados por el fotómetro sean de caracter gráfico nos obligó a una laboriosa tarea de reducción de datos. Si bien las medidas de intensidad de emisión en función del tiempo eran relativamente cómodas de obtener al fijarlas en el cenit, tuvimos que obtener las medidas de la raya verde a distintas distancias cenitales median-

te un paciente trabajo dada la estrechez de la representación del registro de la raya verde en todo el barrido del meridiano magnético.

Fue necesario obtener las fórmulas de conversión de milímetros a grados mediante diversos métodos para asegurarnos de su fiabilidad.

Entre los problemas teóricos que tuvimos que resolver caben destacar la obtención de las variaciones relativas de densidad de oxígeno atómico a partir de las variaciones relativas de intensidad de emisión del {OI} en 557.7 nm y la relación entre las variaciones relativas de densidad de oxígeno atómico y de la atmósfera media. El primero de ellos implicaba cual de los dos mecanismos de emisión (Chapman o Barth) debiera considerarse, y dada la actual controversia sobre el tema decidimos resolverlo para ambos casos.

La segunda cuestión la resolvimos usando la teoría lineal de ondas de gravedad y dedujimos una expresión que más tarde se vería confirmada al ser obtenida, igualmente, por Weinstock usando la teoría no lineal.

El trabajo de J. Weinstock(1976) exponiendo una teoría no lineal de ondas de gravedad ampliaría enormemente las posibilidades de nuestro trabajo, ya que nos iba a permitir medir coeficientes de difusión

turbulenta desde tierra, de manera sistemática y barata.

Estábamos ya en condiciones de acometer el estudio de la anomalía invernal. Dicho fenómeno presenta, entre otras características, el hecho de ser propio de altas y medias latitudes dejando de acontecer justo para latitudes inferiores a la nuestra.

Por tal motivo, durante varios años han trabajado, en el sur de España, diversos científicos españoles y extranjeros sobre la absorción de ondas de radio.

Por otra parte, la idea de que las ondas de gravedad pudieran ser la causa de la excesiva absorción en la época invernal era mencionada por diversos autores. A tal fin, hemos intentado analizar con nuestros resultados de difusión turbulenta la anomalía invernal y , aunque su explicación no era nuestro propósito, hemos deducido hechos interesantes que pueden ser aprovechados.

El presente trabajo no pretende ser una obra completa y acabada. Más bien proponemos un procedimiento nuevo de estudio de la dinámica de la alta atmósfera cuya eficacia pondremos de manifiesto en esta memoria.

II- T E O R I A
=====

II-1. OSCILACIONES ATMOSFERICAS

En la atmósfera tienen lugar un gran número de fenómenos ondulatorios, entre los que se encuentran las ondas planetarias, las mareas atmosféricas y las ondas de gravedad como fenómenos ondulatorios puramente hidrodinámicos.

Las ondas de gravedad constituyen el objeto de nuestro estudio y por tanto serán expuestas más detalladamente. Más adelante describiremos, a grandes rasgos, las ondas planetarias y las mareas.

II-1-1. ONDAS INTERNAS DE GRAVEDAD

Aunque comienza a hablarse de ondas atmosféricas de gravedad en el pasado siglo, no fueron hasta 1933 descritas matemáticamente como un tipo distinto de ondas por Bjerknæs y col. El desarrollo de su estudio fue lento y, en principio, se limitaba a las "mountain lee waves", engendradas por el encuentro de vientos ante montañas (Hines, 1972 a).

La observación de irregularidades en el comportamiento de la ionosfera exigía una teoría con

sistente que pudiese explicar dichos fenómenos.

A partir de los experimentos sobre propagación de ondas de radio de alta frecuencia realizados por Appleton, 1920, para el conocimiento de la capa de Heaviside, se realizaron numerosos estudios y observaciones. Fue Munro(1948) quien hizo una extensa serie de medidas mediante ionogramas sobre las TIDs ("travelling ionospheric disturbances") que son unas alteraciones periódicas de la densidad electrónica en las capas ionosféricas. Asimismo, la distorsión observada en las estelas de los meteoros, en alturas de 80-115 Km, exigían explicación.

Martyn propuso, en 1950, una teoría("cellular waves") pero fue Hines(1960) quien expuso una teoría que incluía todas las posibles oscilaciones atmosféricas y en la que presentan una importancia capital las llamadas ondas internas de gravedad.

El artículo de Hines(1960) titulado "Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights" constituye, sin duda, la base del estudio de las ondas de gravedad atmosféricas y el origen del reconocimiento como materia propia de estudio. Expondremos las principales características, tanto observacionales como teóricas, de las ondas internas de

gravedad y sus implicaciones en la atmósfera.

Son numerosas las observaciones de la distorsión de las estelas de los meteoros en alturas de 80-115 Km. Hemos de destacar las realizadas fotográficamente por el observatorio del "Hardward College" y, mediante radar, las realizadas por las universidades de Manchester, Stanford y Adelaida.

En los perfiles de vientos obtenidos de dichas observaciones aparecen unas fluctuaciones con las siguientes características:

- a) fuertes variaciones en las componentes de los vientos, cambiando su dirección en distancias verticales de unos seis km.
- b) periodos de las fluctuaciones de unos 200 minutos.
- c) tamaño de escala horizontal del orden de centenas de km.
- d) los movimientos son casi horizontales.
- e) aumento de la velocidad de los vientos con la altura.
- f) la escala de los vientos aumenta con la altura.

Logicamente, cualquier teoría elaborada ha de justificar las antedichas características.

II-1-1-1. TEORIA LINEAL DE LAS ONDAS DE GRAVEDAD

Exponemos aquí la teoría de Hines.

Se parte de las siguientes simplificaciones:

- 1) atmósfera estacionaria en ausencia de ondas
- 2) uniforme en composición y temperatura
- 3) tratamiento lineal de las oscilaciones
- 4) caracter adiabático de las oscilaciones
- 5) aceleración gravitatoria constante.

Las ecuaciones que gobiernan las oscilaciones atmosféricas son:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \rho_0 \vec{g} - \nabla p \quad (2-15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla p_0 = C^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \rho_0 \right) \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2-17)$$

que representan respectivamente a la ecuación lineal de movimiento, la condición de movimiento isoentrópico y la ecuación de continuidad o de conservación de masa. Las distintas letras expresan:

U , velocidad de la perturbación

ρ_0 y p_0 , densidad y presión de la atmósfera no perturbada

ρ y p , densidad y presión de la atmósfera perturbada

t , el tiempo

\vec{g} , aceleración de la gravedad

C , velocidad del sonido.

Con las suposiciones usadas γ , C y \vec{g} son constantes.

La solución del sistema de ecuaciones da:

$$\frac{p-p_0}{p_0 P} = \frac{\rho-\rho_0}{\rho_0 R} = \frac{U_x}{X} = \frac{U_z}{Z} = A \exp\{i(\omega t - K_x x - K_z z)\} \quad (2-18)$$

donde ω es la frecuencia circular de la onda (constante real), K_x y K_z las componentes del número de onda en forma compleja, x una componente cartesiana perpendicular a la componente vertical z que tiene sentido opuesto a \vec{g} . P, R, X y Z vienen dadas por:

$$P = \gamma \omega^2 K_z - i \gamma g \omega^2 / C^2 \quad (2-19)$$

$$R = \omega^2 K_z + i(\gamma - 1) g K_x^2 - i \gamma g \omega^2 / C^2 \quad (2-20)$$

$$X = \omega K_x K_z C^2 - i g \omega K_x \quad (2-21)$$

$$Z = \omega^3 - K_x^2 C^2 \quad (2-22)$$

La condición necesaria de la solución del

sistema de ecuaciones nos da la llamada ecuación de dispersión (vease apéndice A):

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (K_x^2 + K_z^2) + (\gamma - 1)^2 g^2 + i \gamma \omega^2 K_z = 0 \quad (2-23)$$

Si no se consideran los términos donde aparece la gravedad la expresión queda reducida a:

$\omega^2 = C^2 (k_x^2 + k_z^2)$, ecuación que gobierna la propagación del sonido y en donde k_x y k_z son reales. Veamos porqué, para las ondas acústicas, se puede despreciar el tercer término. Comparando el segundo término con el tercero y considerando del mismo orden a $k_x^2 + k_z^2$ y a k_x^2 , vemos que al ser éstas ondas de gran frecuencia, $\omega^2 C^2 \gg (\gamma - 1) g^2$, lo que hace que $(\gamma - 1) g^2 k_x^2$ sea despreciable frente a $\omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2)$ y, por supuesto frente a ω^4 .

Analicemos la ecuación (2-23). K_x y K_z no pueden ser ambas reales no nulas a la vez. En efecto, si $K_x = k_x$ y $K_z = k_z$ (k_x y k_z indican valores reales), sustituyendo en la ecuación e igualando a cero por separado la parte real y la imaginaria, tendríamos:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 = 0$$

$$\gamma g \omega^2 k_z = 0$$

lo que nos muestra tal imposibilidad.

Considerando que en la dirección horizontal no hay disminución exponencial de amplitud, lo

que se justifica en el presente caso de libre propagación ya que despreciamos los efectos de disipación de energía, es lógico hacer

$$K_x = k_x \quad (2-24)$$

lo que llevado a la ecuación de dispersión nos revela dos posibilidades: $K_z = ik_z$ o bien

$$K_z = k_z + i\gamma g/2C^2 \quad (2-25)$$

En efecto; dado que K_x y K_z no podían ser ambas reales no nulas y habiendo elegido $K_x = k_x$ (real), K_z habrá de ser un número complejo con parte real e imaginaria o imaginario puro: $K_z = ik_z$. Para ver la forma de K_z como complejo sustituimos $K_z = k_z + bi$ en la ecuación de dispersión y $K_x = k_x$ obteniendo:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2 - b^2 + 2k_z bi) + (\gamma - 1)g^2 k_x^2 + i\gamma g \omega^2 (k_z + bi) = 0$$

La parte real e imaginaria de esta ecuación han de anularse. De hacer igual a cero la parte imaginaria, tenemos que

$$-\omega^2 C^2 2k_z b + \gamma g \omega^2 k_z = 0,$$

de donde

$$b = \frac{\gamma g}{2C^2}$$

justificándose pues la posibilidad

$$K_z = k_z + \frac{i\gamma g}{2C^2}$$

La elección $K_z = ik_z$ no permite variación de fase con la altura por lo que es la apropiada para las ondas de superficie, ondas evanescentes.

La segunda posibilidad, (2-25), es la que caracteriza a las ondas internas de gravedad, a las que vamos a dedicar nuestra atención.

Sustituyendo (2-24) y (2-25) en (2-23) la ecuación de dispersión queda:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 - \gamma^2 g^2 \omega^2 / 4C^2 = 0 \quad (2-26)$$

donde k_x y k_z son reales.

La expresión (2-18) toma la forma siguiente:

$$\frac{p-p_0}{p_0 P} = \frac{\rho-\rho_0}{\rho_0 R} = \frac{U_x}{X} = \frac{U_z}{Z} = A \exp(z\gamma g/2C^2) \exp i(\omega t - k_x x - k_z z) \quad (2-27)$$

y (2-19)-(2-22) quedan así:

$$P = \gamma \omega^2 \{ k_z - i(1 - \gamma/2) g/C^2 \} \quad (2-28)$$

$$R = \omega^2 k_z + i(\gamma - 1) g k_x^2 - i \gamma g \omega^2 / 2C^2 \quad (2-29)$$

$$X = \omega k_x C^2 \{ k_z - i(1 - \gamma/2) g/C^2 \} \quad (2-30)$$

$$Z = \omega(\omega^2 - k_x^2 C^2) \quad (2-31)$$

De la ecuación (2-26), tomando k_x como parámetro, podemos representar ω frente a k_z , o bien, escogiendo a k_z como parámetro, representar ω en función de k_x , tal como se ha hecho en las figuras II-1a y II-1b (Beer, 1975).

Figura II-1 a

Diagrama de dispersión con k_x cte.

- a.- región de ondas acústicas.
- b.- región de no propagación.
- c.- región de ondas de gravedad.

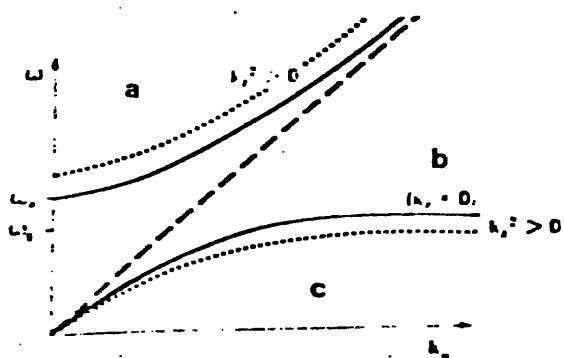
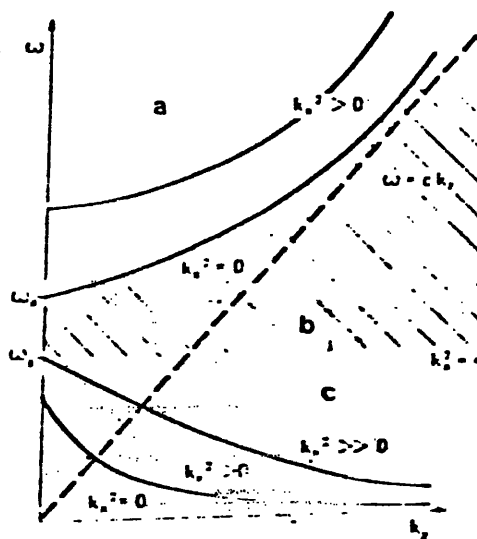


Figura II-1 b

Diagrama de dispersión con k_z cte.

- a.- región de ondas acústicas
- b.- región de ondas evanescentes
- c.- región de ondas de gravedad

Se deduce pues, que los valores de ω pueden ser mayores que ω_a , o bien, menores que ω_g , siendo

$$\omega_a = \gamma g / 2C \quad (2-32)$$

y

$$\omega_g = (\gamma - 1)^{1/2} g / C \quad (2-33)$$

Dado que ω_a es mayor que ω_g al ser $\gamma < 2$, existen dos tipos de ondas de gravedad, las de $\omega > \omega_a$ llamadas ondas acústicas y las de $\omega < \omega_g$ que se les denomina ondas internas de gravedad. A ω_a se le llama frecuencia de corte acústico y ω_g es la frecuencia isoterma de Brunt-Vaisalä. La figura II-2 representa sus valores para distintas alturas.

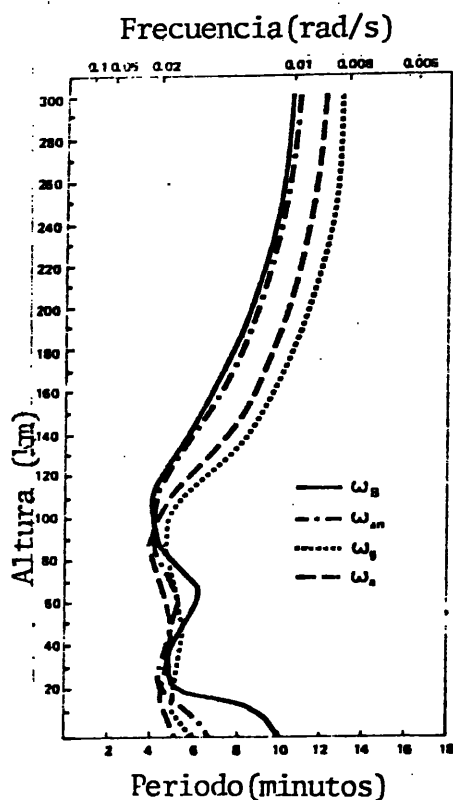


Figura II-2

Valores de la frecuencia de corte acústico isoterma y no isoterma ω_a , ω_a' y de las frecuencias de Brunt-Vaisalä isoterma y no isoterma ω_g y ω_B , respectivamente.

Existe, pues, una región de frecuencias ($\omega_g < \omega < \omega_a$) en donde no existen ondas de gravedad.

La figura II-3 representa gráficamente la ecuación de dispersión, tomando valores representativos en alturas de los meteoros para γ , C y g (Hines, 1960). Las elipses representan ondas acústicas y las hipérbolas ondas internas de gravedad.

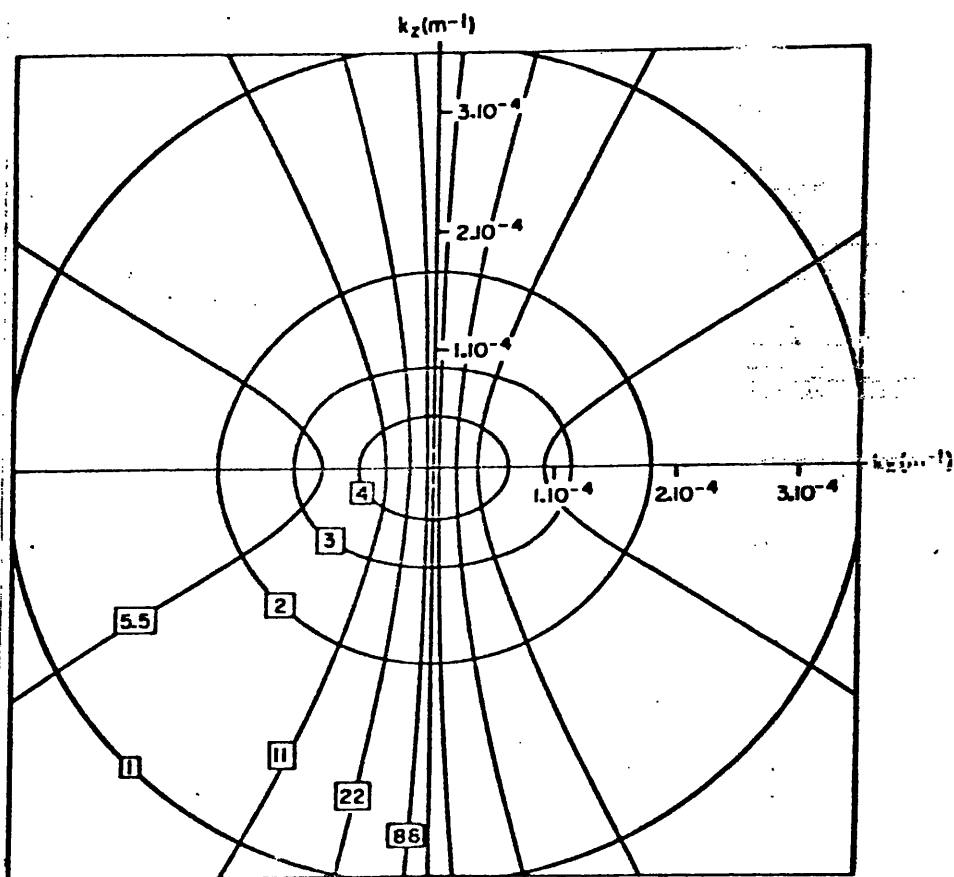


Figura II-3.- Contornos de periodo constante. Los periodos se muestran inscritos en rectángulos y vienen dados en minutos.

Normalizando coordenadas, $n_x = k_x C/\omega$ y $n_z = k_z C/\omega$ obtenemos la figura II-4 (Hines, 1960) en la que solo se representa un cuadrante.

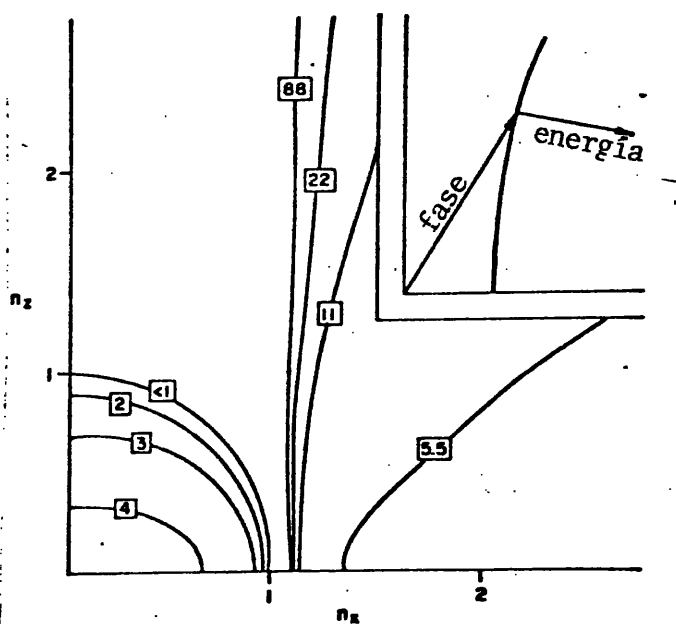


Figura II-4.- Contornos de periodo constante.

Los periodos se muestran inscritos en rectángulos y vienen dados en minutos. También se muestra la relación entre la propagación de fase y de la energía .

Una onda interna de gravedad que se propague con un ángulo θ sobre la horizontal tendrá un número de onda dado por

$$k = k_x \cos \theta + k_z \sin \theta \quad (2-34)$$

y velocidad de fase en dicha dirección

$$\frac{\omega}{k} = \omega (k_x^2 + k_z^2)^{-1/2} = \frac{C}{n} \quad (2-35)$$

siendo

$$n = (n_x^2 + n_z^2)^{1/2} \quad (2-36)$$

Observando la figura II-4, podemos determinar la dirección del flujo de energía basándonos en el concepto de paquete de ondas. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad de grupo vendrán dadas por $(\partial\omega/\partial k_x)_{k_z}$ y $(\partial\omega/\partial k_z)_{k_x}$ respectivamente. La dirección del vector velocidad es mostrada por la expresión siguiente:

$$\frac{(\partial\omega/\partial k_z)_{k_x}}{(\partial\omega/\partial k_x)_{k_z}} = - (\partial k_x / \partial k_z)_{\omega} = - (\partial n_x / \partial n_z)_{\omega}$$

(2-37)

tal como muestra la figura. El sentido vendrá determinado por $(\partial\omega/\partial k_x)_{k_z}$, o bien por $(\partial\omega/\partial k_z)_{k_x}$. Deducimos, pues, una de las características más peculiares de las ondas de gravedad, a saber: la energía de la onda puede propagarse en dirección muy distinta a las normales de fase. Para grandes periodos, una hora o más, el flujo de energía es casi horizontal. Asimismo, como la componente vertical del flujo de energía es opuesta a la componente vertical de progresión de fase, los modos cuya progresión de fase sea hacia abajo indicarán una propagación de energía hacia arriba y viceversa.

Es interesante obtener relaciones asintóticas de (2-26)-(2-31). De (2-26), cuando ω es muy pequeño (consideramos que $\omega \ll g/C$ y $k_z^2 \gg \omega_a^2/C^2$) obtenemos:

$$\omega^2 k_z^2 \approx \omega_g^2 k_x^2 \quad (2-38)$$

que podemos escribir así:

$$\lambda_x / \lambda_z \approx T / \tau_g \quad (2-39)$$

De (2-27),

$$Z/X \approx -k_x/k_z \quad (2-40)$$

equivalente a:

$$\frac{U_x}{U_z} = \frac{\lambda_x}{\lambda_z} \quad (2-41)$$

Asimismo, de (2-27) escribimos:

$$\frac{R}{X} = i(\gamma - 1)^{1/2} C^{-1} \quad (2-42)$$

o bien:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{i(\gamma - 1)^{1/2}}{C} U_x \quad (2-43)$$

Teniendo en cuenta (2-33), (2-38) y (2-43) obtenemos:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\gamma - 1}{i\gamma \omega H} U_z \quad (2-44)$$

Antes de acabar este apartado diremos que la energía cinética por unidad de masa, promediada en un ciclo, viene dada, para ondas de baja frecuencia, $\omega^2 \ll \omega_c^2$ (Hines, 1960), por

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} U^2 \quad (2-45)$$

II-1-1-2. ORIGEN

La generación de ondas de gravedad tal vez sea uno de los puntos menos clarificados hasta la fecha.

Está comprobado que ciertos fenómenos, tanto naturales como artificiales son el origen de ondas de gravedad; a saber:

- a) terremotos (Leonard y Barne, 1965 ; Davies y Baker, 1965 ; Row, 1967).
- b) explosiones nucleares (Dieminger y Kohl, 1962 ; Wickersham, 1966 ; Albee y Kanellakos, 1968; Cook, 1971)
- c) vientos al chocar con montañas (Krishnamurti, 1964)
- d) grandes erupciones volcánicas (Lamb, 1945)
- e) eclipses solares (Davis y Da Rosa, 1970; Chimonas y Hines, 1971; Schoedel y col. 1973)
- f) calentamiento y fuerzas de Lorentz asociadas con corrientes de auroras (Chimonas y Hines, 1970; Kato y Kawakami , 1977).

Sin embargo, las dos principales causas de producción de ondas de gravedad que aparecen en las alturas de los meteoros (80-115 km) se atribuyen a una transfor-

mación de las mareas en ondas de menor escala(entre ellas ondas de gravedad) lo que podría ocurrir entre los 90 y 115 km de altura, donde es sabido que las mareas pierden gran parte de su energía, y a los vientos de la troposfera y estratosfera que pueden crear inestabilidades originadoras de ondas atmosféricas que podrían propagarse hacia arriba(Hines,1974).

II-1-1-3. TECNICAS DE DETECCION.

Debido a la cantidad de efectos que en la atmósfera causan las ondas de gravedad, existen diversos métodos de registro de las mismas.

La primera técnica experimental consistió en el uso de la ionosonda. Así, Munro(1948) estudió las TID_s aún antes de que las ondas de gravedad apareciesen como materia propia de estudio en la Aeronomía. Su análisis consistía en el estudio de las perturbaciones de densidad atmosférica mediante las variaciones temporales de la altura virtual para transmisiones de pulsos de frecuencia fija de tres

ionosondas separadas espacialmente. Vasseur y col. (1971) exponen los resultados de dicho estudio (el citado trabajo es un excelente resumen de técnicas experimentales de ondas de gravedad) que a continuación escribimos suscintamente:

- a) periodos comprendidos entre 10 y 60 minutos, siendo entre 20 y 30 minutos los más frecuentes.
- b) velocidades horizontales de 80 a 170 ms^{-1} .
- c) dirección determinada de movimiento en invierno y en verano con cambio de la misma en los equinoccios.
- d) velocidad con mayor valor en invierno y un segundo máximo en verano.
- e) ocurrencia de ocho oscilaciones por día, en media, en invierno y en verano, y de solo cuatro en equinoccios.

Años más tarde, Toman (1955) utilizó esta misma técnica con resultados similares.

Modernamente, Manson y col (1976) han realizado experiencias, basadas en los mismos principios experimentales, sobre ondas de gravedad en la región E.

El estudio de los ionogramas revelaba la existencia de anomalías tales como "kink", "cusp" y "corte de trazas" o bien "trazas" extras en la región F. Incluso sin considerar dichas anomalías, se observan perturbaciones ondulatorias de f_oF2 y $h'F2$ (frecuencia crítica y altura virtual de la región F2) mediante secuencias de ionogramas. Los resultados obtenidos, similares a los de Munro, muestran:

- a) periodos centrados en treinta minutos.
- b) perturbaciones de concentración electrónica del orden del 10% al 30% usualmente.
- c) direcciones de movimiento acordes con los resultados de Munro.

Citaremos sobre esto los trabajos de Munro y Heisler(1956), Heisler(1958) y Heisler y Whitehead(1961).

Más recientemente, Klostermeyer(1969) realizó un amplio estudio con ionogramas obtenido de tres estaciones separadas 100 km. En la figura II-5 se observa el registro de una TID_s gigante obtenido por Heisler.

Método basado en el efecto Doppler.- Constanta de uno o más transmisores y sus respectivos receptores de ondas de radio, bien continuas(Davies y col., 1962) o bien de pulsos(Raghava y col., 1971). Consiste en el corrimiento de frecuencia de la onda por e-

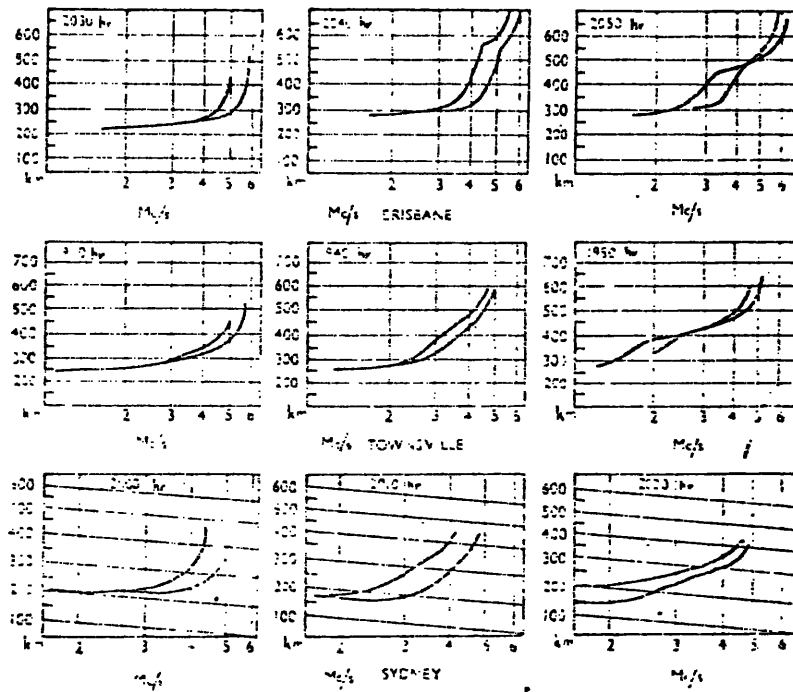


Figura II-5. _ Registros de una TIDs gigante del 5 de julio de 1957 de las ionosondas de Brisbane, Townsville y Sidney. Velocidad 8 km/min. con rumbo 85°.

INSTITUTO DE OCE
 DE INVESTIGACIONES

fecto Doppler causado por un cambio de fase en la onda en alguna parte de su recorrido. Dicho cambio de fase puede deberse a movimientos verticales de la superficie de reflexión o bien a fluctuaciones del índice de refracción, es decir, a modificaciones de la concentración de electrones.

Este método permite observaciones en un amplio espectro de periodos, velocidades y de escalas de perturbaciones, lo que le confiere carácter de método potente sin ser muy caro.

Técnicas a bordo de satélites.- La utilización de satélites con una o varias estaciones receptoras o bien mediante medidas "in situ", constituye otra posibilidad a tener en cuenta.

Los satélites de órbitas bajas se usaron primero con una sola estación receptora de ondas de radio(Titheridge, 1963). El análisis de perturbaciones en la concentración electrónica de la ionosfera permite la detección de oscilaciones atmosféricas. Se supone que la velocidad del satélite es muy superior a las velocidades de las irregularidades ionosféricas, lo que permite considerar las medidas como instantáneas. Esta suposición no siempre es cierta, lo que origina serias incertidumbres respecto a los resulta-

dos. Por este motivo se utilizan varias estaciones receptoras(Rao y col., 1969) que permiten la reconstrucción de los distintos frentes de las irregularidades, consiguiéndose así la determinación de las componentes horizontales de la longitud de onda y de la velocidad, así como la dirección de propagación.

Si el satélite es geoestacionario, se pueden estudiar las variaciones temporales de la concentración electrónica sin problemas(Davis y col.,1969; Cowling y col.,1970).

En 1976, Clark y Raitt estudiaron ondas de gravedad en la ionosfera mediante las medidas del ESRO-1A.

II-1-1-4. REFLEXION

De la ecuación de dispersión (2-26) y con (2-23) y (2-33) podemos obtener

$$k_z^2 = k_x^2 \left(\frac{\omega^2 g}{\omega^2} - 1 \right) + \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{C} \quad (2-46)$$

La variación en los parámetros que intervienen en la anterior expresión (gradientes de temperatura y/o gradientes de la velocidad de los vientos, principalmente) hará que varíe el valor de k_z . Si k_z^2 llega a ser negativa, la onda al llegar a dicha altura no será transmitida a la región donde k_z^2 es negativa y por tanto será reflejada. La reflexión se producirá, en consecuencia, cuando

$$k_x^2 \left(1 - \frac{\omega_g^2}{\omega^2} \right) = \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{c^2} \quad (2-47)$$

Podemos considerar dos casos límites:

a) ondas de frecuencias muy pequeñas, como el caso de las mareas y ondas de gravedad. La (2-47) quedaría

$$\frac{k_x^2 \omega_g^2}{\omega^2} = \frac{\omega_a^2}{c^2} \quad (2-48)$$

b) ondas de grandes frecuencias, ondas acústicas, donde tendríamos

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (2-49)$$

Se observa que (2-49) no es más que la relación de dispersión de las ondas acústicas de alta frecuencia que son ondas evanescentes, y por tanto, $k_z = 0$, por lo que (2-49) no debe considerarse como una condición de reflexión.

Si consideramos una onda reflejada a una cierta altura, al llegar ésta a la superficie terrestre volverá a reflejarse, y así sucesivamente: la onda es conducida por una "guía de ondas". Aunque el medio no sea dispersivo, aparece una dispersión en la guía debido a la interferencia destructiva de las ondas sucesivamente reflejadas en las paredes de la guía; solo en ciertos ángulos, puede propagarse la energía de una onda de una cierta frecuencia sin pérdidas debidas a la interferencia destructiva.

El estudio de la reflexión y conducción de ondas de gravedad conlleva un especial interés, en cuanto que está relacionado con el reconocimiento del lugar de sus fuentes. Es decir, en ciertos estudios de ondas de gravedad interesa saber si la onda detectada proviene directamente de su origen o lo hace después de una o varias reflexiones. Tal situación no es concerniente a nuestro trabajo y nos limitamos a tan escasas líneas, no sin antes citar algunos impor

tantes trabajos sobre el mismo , como Pitteway y Hines, 1965; Friedman, 1966; Francis, 1973.

II-1-1-5. DISIPACION

Las ondas pueden disipar su energía mediante turbulencia y por procesos disipativos intrínsecos de la atmósfera, es decir, por disipación molecular que es la que trataremos en este apartado.

La viscosidad y la conducción térmica disipan energía de las ondas de gravedad. La propagación de las ondas representa movimientos organizados de las moléculas consideradas globalmente, pero a este movimiento organizado hay que añadir los movimientos aleatorios individuales de las moléculas debidos a la agitación térmica. Estos movimientos aleatorios degradan el organizado movimiento impuesto por las ondas y por tanto las atenúan en su propagación. Dicho efecto será mayor cuanto mayor sea el recorrido libre medio de las moléculas y, por tanto, aumentará con la altura.

La disminución de la densidad con la altura origina un aumento de amplitud en las ondas de gravedad (supuesta la conservación de la energía); pero al mismo tiempo, este descenso de densidad conlleva un aumento de viscosidad cinemática por lo que los diferentes modos de las ondas alcanzarán su máximo de amplitud en diferentes alturas, según los parámetros de las mismas.

El término correspondiente a la viscosidad puede añadirse en las ecuaciones que gobiernan la propagación de las ondas o bien en las correspondientes ecuaciones diferenciales desde un principio, lo que sería más satisfactorio pero lo complicaría matemáticamente (Pitteway y Hines, 1963), así que escogeremos la primera posibilidad. Introduciremos, pues, un término debido a la viscosidad en el segundo miembro de la ecuación (2-15) dado por

$$\mu \{ \nabla^2 \vec{U} + \nabla(\nabla \cdot \vec{U} / 3) \} \quad (2-50)$$

siendo μ el coeficiente de viscosidad supuesto constante. Al no ser constante la viscosidad cinemática, $\eta = \mu / \rho_0$, no es posible obtener una ecuación del tipo dado en (2-18). Para poder obtener una solución

simple de esta forma habremos de considerar a n constante, lo que hace que μ decrezca con la altura (la consideración de que n sea constante es simplemente un truco analítico y en principio aplicable a un comportamiento local de las ondas, aunque ha sido utilizado con variación de altura por varios autores, manifiesta Hines, 1974) y que (2-50) deba de sustituirse en el segundo miembro de (2-15) por:

$$(\nabla \cdot \mu \nabla) \vec{U} + \nabla(\mu \nabla \cdot \vec{U})/3 + (\nabla \mu \times \nabla) \times \vec{U} \quad (2-51)$$

La ecuación de dispersión que obtendríamos ahora sería:

$$\omega(\omega - i\eta\phi) \{ \omega^2 - (4i\omega\eta/3 + C^2)\phi \} + k_x^2 (g + i\omega\eta/H) \{ g(\gamma - 1) - 2i\omega\eta/3H \}$$

(2-52)

$$\text{siendo } \phi = k_x^2 + k_z^2 + (1/4H^2) \quad (2-53)$$

Si consideramos la ecuación de dispersión (2-26) con $k_z = k_{z_0} + \delta_\mu k_z$, donde $\delta_\mu k_z$ es una variación respecto al valor no perturbado k_{z_0} , obtenemos la siguiente expresión:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 - \gamma^2 g^2 \omega^2 / 4C^2 - 2k_z \delta_\mu k_z \omega^2 C^2 = 0 \quad (2-54)$$

donde hemos omitido los subfijos $_0$ por simplicidad y hemos despreciado el término con $\delta_\mu^2 k_z$.

Despreciando los términos con η^2 la ecuación (2-52) podemos escribirla así:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 - \gamma^2 g^2 \omega^2 / 4C^2 - (1/3) i \omega^3 \eta \phi - i \omega \eta C^2 \phi + k_x^2 \{g(\gamma - 1) i \omega \eta / H - 2 i g \omega \eta / 3H\} = 0 \quad (2-55)$$

Comparando (2-54) con (2-55) obtenemos:

$$\delta_{\mu} k_z = i(\eta\omega^3/2k_z C^4) \{(\gamma-1)^2\theta^2 + (\gamma^2 - 2\gamma + 1/3)\theta - 4/3\}$$

(2-56)

$$\text{donde } = \frac{g^2 k_x^2}{\omega^4}$$

(2-57)

Concluimos, pues, que el efecto que causa la viscosidad consiste en un amortiguamiento de la onda.

Hagamos ahora el estudio sin ceñirnos al aspecto local, es decir, μ será constante y η crece exponencialmente con la altura. Los diferentes componentes de las ondas sufrirán distintas atenuaciones, lo que no hace posible describir la situación mediante una ecuación de dispersión. Utilizaremos el método de las perturbaciones y consideraremos las variaciones verticales de cada variable de la onda por separado. Las componentes x y z de la ecuación (2-15) introduciendo en el segundo miembro el término correspondiente de (2-50) nos daría:

$$\rho_0 \frac{\partial U_x}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x} + \mu \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} U_x + \frac{\partial^2}{\partial z^2} U_x + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right\}$$

(2-58)

$$\rho_0 \frac{\partial U_z}{\partial t} + g\rho_1 = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right\}$$

(2-59)

Estas dos ecuaciones corresponderían a(B-1) y(B-2) incluyendo el efecto de la viscosidad(vease el apéndice B).

Derivando con respecto al tiempo (2-58), teniendo en cuenta (B-13) y dividiendo por ρ_0 queda:

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[C^2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) - g \frac{\partial U_z}{\partial x} + \eta' \left\{ \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right\} \right]$$

(2-60)

y considerando una solución con variación horizontal y temporal de la forma $\exp(i\omega t - k_x x)$ podremos sustituir $\frac{\partial}{\partial x}$ por $-ik_x$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ por $-k_x^2$, $\frac{\partial}{\partial t}$ por

$i\omega$ y $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ por $-\omega^2$. Así que, cambiando de signo previamente en ambos miembros, escribiremos:

$$\omega^2 U_x = C^2 k_x^2 U_x + iC^2 k_x \frac{\partial U_z}{\partial z} - ik_x g U_z - i\eta\omega \left(-k_x^2 U_x + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} - \frac{1}{3} k_x^2 U_x - \frac{i}{3} k_x \frac{\partial U_z}{\partial z} \right)$$

(2-61)

Sumando y restando en el paréntesis $\frac{4}{3} ik_x \frac{\partial U_z}{\partial z}$ y teniendo en cuenta $H=C^2/\gamma g$, (2-61) quedaría así:

$$\omega^2 U_x = igk_x \left\{ H \left(\frac{\partial U_z}{\partial z} - ik_x U_x \right) - U_z \right\} - i\eta\omega \left\{ \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + ik_x \frac{\partial U_z}{\partial z} - \frac{4}{3} ik_x \left(\frac{\partial U_z}{\partial z} - ik_x U_x \right) \right\} \quad (2-62)$$

$$\text{Llamando } \psi_1 = \nabla \cdot \vec{U} = \frac{\partial U_z}{\partial z} - ik_x U_x \quad (2-63)$$

$$\text{y } \psi_2 = (\nabla \times \vec{U})_y = \frac{\partial U_x}{\partial z} + ik_x U_z \quad (2-64)$$

tenemos finalmente:

$$\omega^2 U_x = igk_x (\gamma H \psi_1 - U_z) - i\eta\omega \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial z} - \frac{4}{3} ik_x \psi_1 \right) \quad (2-65)$$

Haciendo el procedimiento análogo con
(2-59) llegamos a:

$$\omega^2 U_z = \gamma g \psi_1 + igk_x U_x - \gamma g H \frac{\partial \psi_1}{\partial z} - i\eta\omega \left(\frac{4\partial \psi_1}{3\partial z} + ik_x \psi_2 \right) \quad (2-66)$$

Las ecuaciones (2-63)-(2-66) constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales lineales en U_x , U_z , ψ_1 y ψ_2 . Utilizando el método de las perturbaciones tendremos para la parte no perturbada:

$$\frac{U_{x_0}}{X} = \frac{U_{z_0}}{Z} = \frac{\psi_{1_0}}{\Psi_1} = \frac{\psi_{2_0}}{\Psi_2} = A e^{i(\omega t - k_x x - K_z z)}$$

(2-67)

$$\text{donde } \Psi_1 = -\omega(gk_x + i K_z) \quad (2-68)$$

$$\text{y } \Psi_2 = i\omega k_x \{ \omega^2 - C^2(k_x^2 + K_z^2) + igK_z \} \quad (2-69)$$

Una perturbación pequeña, η , introduce perturbaciones U'_x , U'_z , ψ'_1 y ψ'_2 en U_{x_0} , U_{z_0} , ψ_{1_0} y ψ_{2_0} respectivamente que se introducirían en los términos del sistema donde no aparezca η como factor. Los términos que contienen η en el sistema (colocando en ellos ψ_{1_0} , ψ_{2_0}) actuarían como términos de fuerza que determinarían las perturbaciones U'_x , U'_z , ψ'_1 , ψ'_2 . Dichos términos varían con la altura de forma $\exp\{z(1/H - iK_z)\}$ como lo harán las perturbaciones. Por tanto, las amplitudes relativas de las perturbaciones aumentan con la altura, como la viscosidad cinemática, y ello representa un aumento o disminución neta de las variables respectivas, que dependerá de las fases relativas entre las partes perturbadas y las no perturbadas. Así, por ejemplo, si U_{x_0} y U'_x tienen el mismo argumento, están en fase, U'_x aumentará la amplitud

de la onda, aumento que incrementará con la altura; si, por el contrario, están en desfase, U'_x disminuirá la oscilación no perturbada y llegará a superar el aumento exponencial que con la altura experimenta la oscilación. Colocando el amortiguamiento viscoso frente al factor exponencial puede calcularse la altura en que una onda determinada alcanza su máximo de amplitud.

Las perturbaciones U'_x , U'_z , ψ'_1 , ψ'_2 en el sistema de ecuaciones nos daría:

$$ik_x U'_x - \left(\frac{1}{H} - iK_z \right) U'_z + \psi'_1 = 0 \quad (2-70)$$

$$\omega^2 U'_x + igk_x U'_z - iC^2 k_x \psi'_1 = -\omega \eta (K_z \psi'_{2o} + 4k_x \psi'_{1o} / 3) \quad (2-71)$$

$$-igk_x U'_x + \omega^2 U'_z - iC^2 K_z \psi'_1 = -\omega \eta (4K_z \psi'_{1o} / 3 - k_x \psi'_{2o}) \quad (2-72)$$

$$\psi'_2 = \left(\frac{1}{H} - iK_z \right) U'_x + ik_x U'_z \quad (2-73)$$

Ya que ψ'_2 solo interviene en la última ecuación,

(2-70)-(2-72) constituye un sistema que nos permite resolver las incógnitas U'_x , U'_z y ψ'_1 .

El amortiguamiento viscoso requiere absorción de energía, es decir, disminución del flujo de energía en la dirección de propagación de grupo, pero esto requeriría atenuación de cada componente en la dirección de grupo por separado, lo que no ocurre, como se ha visto, a menos que cada componente y su componente no perturbada estuviesen desfasadas 90° como mínimo y esto no se cumple para pequeños valores de ω , k_x y k_z . Hemos, pues, de considerar a las componentes en combinación, en particular la que representa transporte de energía.

Veamos ahora el transporte de energía asociado al transporte de momento.

En un medio no viscoso, el vector flujo de energía viene dado por $p\vec{U}$, despreciando el flujo de energía debido al movimiento real del fluido y la conducción térmica. En un medio viscoso, el flujo de energía neto viene dado por:

$$pU_z - \mu \{ U_x (\partial U_x / \partial z + \partial U_z / \partial x) + 2U_z (\partial U_z / \partial z) - 2U_z \psi_1 / 3 \}$$

(2-74)

siendo p la presión real y \vec{U} la velocidad.

Teniendo en cuenta que:

$$i\omega p' = p_0 (U_z/H - \gamma \psi_1) \quad (2-75)$$

y las expresiones anteriores obtenemos el flujo vertical de energía neto, dado por:

$$\frac{1}{2} \omega^3 |A^2| p_0 e^{z/H} (\omega^2 - k_x^2 C^2) \{ \gamma k_z + (\rho \omega^3 / g C^2) ((\gamma - 1)^2 \theta^2 + (\gamma^2 - 2\gamma + 1/3) \theta - 4/3) \}$$

(2-76)

resultado físicamente aceptable para todos los valores de los parámetros de las ondas, ya que siempre permite una atenuación de energía en la dirección de grupo.

Trataremos, ahora, la otra vía de disipación de energía: la conducción térmica.

La viscosidad y la conductividad térmica de un gas están relacionadas mediante la expresión

$$\sigma = f\mu c_v \quad (2-77)$$

siendo σ la conductividad térmica, c_v el calor específico a volumen constante y f un factor numérico para el que Chapman y Cowling(1970) dan 1.96 para el aire y Klostermeyer(1972) para una atmósfera de oxígeno atómico da 2.6.

Sustituimos (2-16) por la ecuación de los gases perfectos

$$p = \rho r T$$

donde r es la constante del gas y consideramos la ecuación del flujo calorífico

$$\gamma \rho_0 c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{U} \cdot \text{grad } p_0 + \nabla \cdot (\sigma \nabla T) \quad (2-79)$$

donde hemos despreciado el término $\vec{U} \cdot \nabla T$.

Puesto que σ es aproximadamente igual a ρ_0 ,

$$v = \frac{\sigma}{\rho_0} \quad (2-80)$$

puede considerarse constante. La ecuación de dis-

persión que obtendríamos sería:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 \phi + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 = i \omega \nu \phi (\omega^2 - gH\phi) / c_v \quad (2-81)$$

Una pequeña perturbación ν nos da:

$$\delta_{\sigma} k_z = i \nu \phi (gH\phi - \omega^2) / (2c_v \omega k_z C^2) \quad (2-82)$$

como vemos imaginaria pura.

Teniendo en cuenta (2-77) y (2-19) obtenemos:

$$\delta_{\sigma} k_z = i (f \eta \omega^3 / 2 \gamma k_{z_0} C^4) \{ (\gamma - 1)^2 \theta^2 - (\gamma^2 - 3\gamma + 2) \theta - \gamma + 1 \} \quad (2-83)$$

Dado que para la mayor parte de las ondas internas de gravedad $\theta \gg 1$, el término en θ^2 domina tanto en (2-83) como en (2-56), lo que nos muestra como el amortiguamiento por viscosidad tiene la misma forma que el debido a conducción térmica, solo que

este último es f/γ veces mayor (1.26 para el aire) aunque del mismo orden de magnitud.

Si consideramos a σ constante y utilizando el método de perturbaciones, obtenemos:

$$FU'_x = Hk_x (\omega^2 - igK_z) \quad (2-84)$$

$$FU'_z = H(\omega^2 K_z + igk_x^2) \quad (2-85)$$

$$F\psi'_1 = igk_x^2 - i\omega^2 (Hk_x^2 + HK_z^2 + iK_z) \quad (2-86)$$

$$F\psi'_2 = \omega^2 k_x - gk_x (Hk_x^2 + HK_z^2 + iK_z) \quad (2-87)$$

donde F viene dado por:

$$F = -2\gamma g\omega k_x K_z c_v / v\psi_{20} (k_x^2 + K_z^2) \quad (2-88)$$

Pitteway y Hines proveen las representaciones que reproducimos en la figura II-6 usando las expresiones de este apartado.

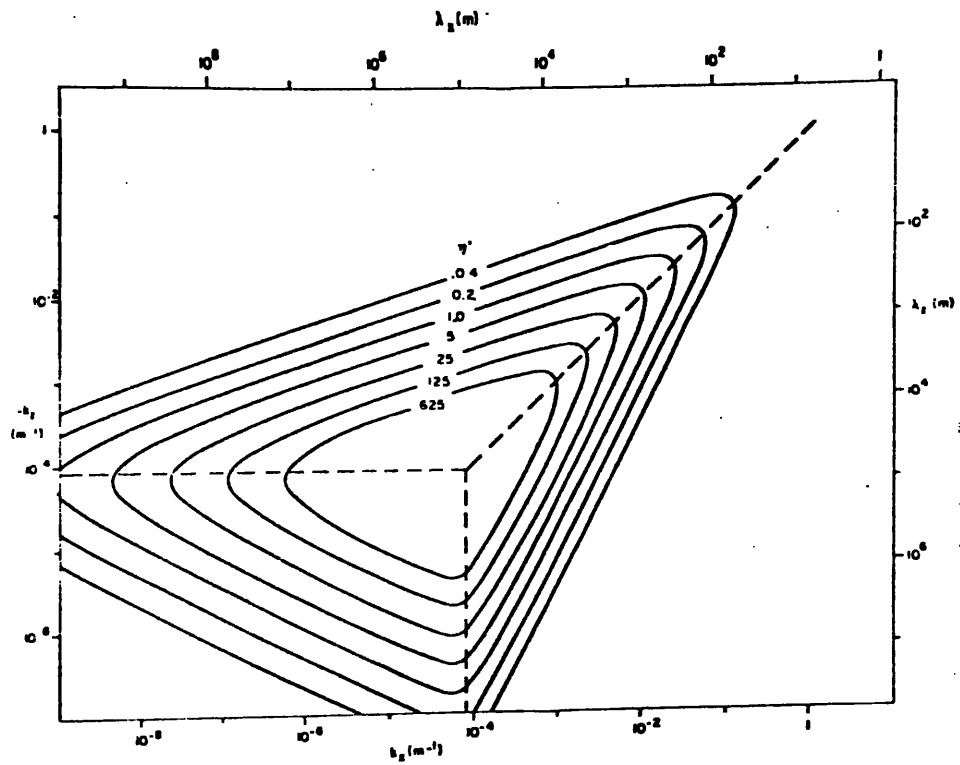


Figura II-6.- Los puntos fuera de los contornos triangulares corresponden a ondas de gravedad fuertemente amortiguadas en dirección vertical debido a pérdida de energía por disipación viscosa.

Para distinguir entre ondas fuertemente amortiguadas y las que no lo son, se toma el criterio de ver si la reducción de la energía de la onda es mayor que un pequeño factor ϵ en una distancia vertical h , siendo ϵ asignable a una fracción de h/λ_z .

Consideramos así a $\epsilon/2h$ como $|\delta_u k_z|$ o bien como $|\delta_c k_z|$ y debido a la similitud de ambos lo representaremos conjuntamente por un mismo parámetro η' , siendo

$$\eta' = \eta h / \epsilon \lambda_z \quad (2-89)$$

para el caso viscoso y

$$\eta' = f \eta h / \gamma \epsilon \lambda_z \quad (2-90)$$

para el de la conducción térmica.

II-1-1-6. TURBULENCIA POR INESTABILIDADES CONVECTIVAS

Dada la composición de la atmósfera en la mesosfera y mesopausa y ante la existencia de difusión molecular, es evidente que han de existir fenómenos turbulentos concurrentes.

Los mecanismos de producción de turbulencia pueden ser varios. En este apartado expondremos el papel que las ondas de gravedad pueden realizar en la turbulencia atmosférica. En el apartado 1-1-8 completaremos este estudio.

Johnson(1968) apuntó ya la necesaria existencia de difusión turbulenta en la mesosfera-mesopausa sugiriendo que la producción de turbulencia debiera ser más frecuente conforme se aumentase en altura y que la frecuencia mínima de producción debiera ser menor de un día. Esto induce a pensar que las ondas de gravedad puedan ser un mecanismo causante de turbulencia.

Un índice, no muy bueno, de que aparezcan movimientos turbulentos en un fluido con un gradiente de densidad es el número de Richardson, dado por

$$R_i = \frac{\omega_B^2}{\left| \frac{\partial U_x}{\partial z} \right|^2} \quad (2-91)$$

donde ω_B es la frecuencia de Brunt-Vaisalä.

Si $R_i < 1$ la creación de turbulencia es mayor que su disipación. Si R_i llega a ser menor que 0.08 puede manifestarse el fenómeno turbulento. Las componentes horizontales de los gradientes verticales debidos a movimientos medios raramente pueden alcanzar valores capaces de originar turbulencia, aunque pueden, a menudo, ser coadyugantes en el mantenimiento de la misma.

En un estudio realizado por Hodges(1967) basándose en la teoría linealizada, expuesta en 1-1-1, llega a las expresiones siguientes:

$$\omega_B^2(x_1, z_1) \approx \omega_g^2(1 - A_1 \text{sen}\phi_1) \quad (2-92)$$

$$R_i = \frac{1 - A_1 \text{sen}\phi_1}{A_1^2 \cos^2 \phi_1} \quad (2-93)$$

donde

$$A_1 = U_x(x, z) \left\{ \frac{\gamma}{4(\gamma-1)RT_0} \left[1 + \left(\frac{2k_z RT_0}{g} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (2-94)$$

$$\phi_1 = \omega(t-t_1) - \arctg\left(\frac{2k_z RT_0}{g} \right) \quad (2-95)$$

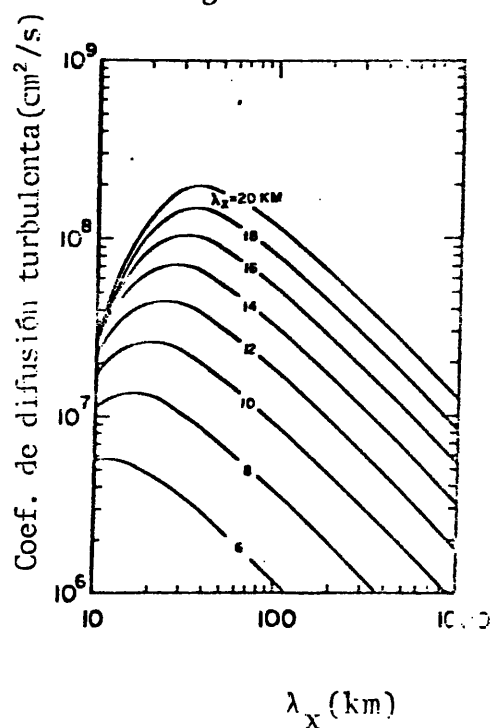
Si $A_1 > 1$, para múltiplos impares de $\pi/2$ de ϕ_1 , ω_B^2 y por tanto R_i llegan a ser negativos.

Sabemos que las ondas internas de gravedad aumentan su amplitud con la altura. Las oscilaciones de temperatura inducidas pueden ser tan grandes como para que no sea lícita la condición estable de adiabatismo, es decir, en ciertas regiones el coeficiente de barotropía llega a ser mayor que c_p/g creándose condiciones de superdiabatismo y, por tanto, inestabilidades convectivas que restauren la estabilidad adiabática.

Las suposiciones consideradas en este estudio (atmósfera isoterma) pueden considerarse válidas en alturas de 80-90 km por lo que de los datos de ondas de gravedad deducidos por observaciones de "nubes" de sodio por Kochanski (1964), Hodges concluye que al menos en un 25% de las veces las ondas de gravedad tienen la suficiente amplitud como para crear turbulencia.

Posteriormente, Hodges (1969), basándose en el criterio de balance de amplitud expuesto en 1-1-5 y en que las inestabilidades creadas por las ondas deben de disipar energía, sustituye la contribución de la viscosidad y conducción térmica por un coeficiente de mezcla turbulenta. Para ello considera la ecuación de dispersión de las ondas de gravedad en una atmósfera real obtenida por Midgley y Liemohn (1966) cuyo resultado expresamos en la figura II-7

Figura II-7.- Coeficiente de difusión turbulenta producido por una onda de gravedad de gran amplitud en la mesopausa.



Hines(1970) da una expresión para evitar el cálculo numérico en la resolución del polinomio de séptimo grado donde aparece dicho coeficiente:

$$K_D = 1.4 \times 10^{-2} \tau_g^{-1} H^{-1} \lambda_x^4 \lambda_z^4 (\lambda_x^2 + \lambda_z^2)^{-5/2}$$

(2-96)

Esta relación paramétrica da con gran precisión los valores de K_D del polinomio.

Hines (1974) es consciente de que tal coeficiente es válido únicamente para una sola onda de gravedad y que espera su generalización para todo el espectro.

II-1-1-7. TEORIA NO LINEAL

El estudio no lineal de las ondas de gravedad es extraordinariamente complejo y para muchos casos los resultados de la teoría lineal son más que suficientes de acuerdo con la precisión de los datos.

Ahora bien, el estudio no lineal conduce a conceptos de extraordinaria relevancia y que son utilizados en el presente trabajo tales como "saturación" y "difusión turbulenta". Por este motivo es por lo que no expondremos la teoría no lineal de forma completa sino solo aquellos aspectos concernientes a nuestro trabajo y para lo que, fundamentalmente, nos guiaremos por el estudio de J.Weinstock(1976).

En la teoría lineal se supone que las amplitudes de las ondas son suficientemente pequeñas para poder desprestigiar los términos no lineales. Sabemos también, que la amplitud de la velocidad aumenta exponencialmente con la altura en una atmósfera isoterma. Es evidente que en una altura determinada dicha amplitud será lo suficientemente grande para que la aproximación lineal deje de ser válida, teniendo que considerar las interacciones no lineales que ha-

rán que la onda cese en su crecimiento. Se dice que la onda está "saturada" a partir de dicha altura. Evidentemente, dicha saturación también puede producirse por disipación molecular, dependiendo de varias condiciones que sea uno u otro el mecanismo dominante.

Sean las ecuaciones hidrodinámicas de momento, continuidad, energía y la ecuación de estado:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{U} = \vec{g} - \frac{\nabla \bar{p}}{\rho} + \frac{\nabla \cdot S}{\rho} \quad (2-97)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{U}\right) \rho = 0 \quad (2-98)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla\right) T = -(\gamma - 1) T \nabla \cdot \vec{U} + \frac{(\gamma - 1)m}{k_B \rho} \nabla \cdot (\sigma \nabla T) \quad (2-99)$$

$$\bar{p} = \rho k_B T / m \quad (2-100)$$

donde \vec{U} , \bar{p} , ρ y T son la velocidad, presión, densidad y

temperatura atmosférica en un lugar e instante determinado; \vec{g} es la aceleración de la gravedad, γ la constante adiabática, m la masa molecular media, σ la conductividad térmica molecular, k_B la constante de Boltzmann y S el tensor de tensión viscosa dado por

$$S = \mu \{ \nabla \vec{U} + \overline{(\nabla \vec{U})} - \frac{2}{3} I \nabla \cdot \vec{U} \} \quad (2-101)$$

siendo μ la viscosidad molecular, I el tensor unidad y $\overline{(\nabla \vec{U})}$ la traspuesta de $\nabla \vec{U}$.

Consideraremos las siguientes suposiciones:

- a) Prescindiremos de la rotación terrestre
- b) todas las cantidades no perturbadas varían solamente en la dirección vertical
- c) la temperatura, densidad y masa molecular media son constantes.
- d) variación con la altura de $\frac{\mu}{\rho}$ y $\frac{\sigma}{\rho}$ en forma adiabática.

Esta última suposición permite incluir en la solución la disipación molecular y significa que la variación de dichos términos se realiza en una gran es-

cala de longitud , por lo que podemos ignorarlos en las ecuaciones de movimiento. La consideración adiabática está justificada en los siguientes casos:

- 1°) $|2k_z H| \gg 1$, condición clásica.
- 2°) $|2k_z H| \leq 1$. En este caso estamos limitados a una aplicación local, es decir, a la altura en que la onda cesa de crecer en amplitud. Caso justificado por Pitteway y Hines(1963).
- 3°) si la disipación molecular es mucho menor que la debida a procesos no lineales, en cuyo caso no importa el caracter que le demos a las variaciones de $\frac{u}{\rho}$ y $\frac{\sigma}{\rho}$.

Consideraremos cada variable hidrodinámica como la suma de su valor promedio más una parte debida a la perturbación de la onda., tal como expresa

$$f(\vec{r}, t) = \langle f(\vec{r}, t) \rangle + f'(r, t) \quad (2-102)$$

Podemos expresar las ecuaciones (2-97)-(2-100) de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{U}(t) \rangle \cdot \nabla \langle \vec{U}(t) \rangle = - \langle \vec{U}'(t) \cdot \nabla \vec{U}'(t) \rangle + \vec{g} - \frac{\nabla p(t)}{\rho(t)} - \vec{B} \cdot \langle \vec{U}(t) \rangle$$

(2-103)

$$\frac{\partial \langle \rho(t) \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \langle \vec{U}(t) \rangle \langle \rho(t) \rangle \} = - \nabla \cdot \langle \vec{U}'(t) \rho'(t) \rangle$$

(2-104)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \langle \vec{U}(t) \rangle \cdot \nabla + \tilde{\omega} \nabla^2 \right\} \langle T(t) \rangle = - \langle \vec{U}'(t) \cdot \nabla T'(t) \rangle - (\gamma - 1)$$

$$\times \{ \langle T(t) \rangle \nabla \cdot \langle \vec{U}(t) \rangle + \langle T'(t) \rangle \nabla \cdot \langle \vec{U}'(t) \rangle \} - \tilde{\omega} \nabla^2 \langle T(t) \rangle$$

(2-105)

$$\langle p(t) \rangle = (k_B/m) \{ \langle T(t) \rangle \langle \rho(t) \rangle + \langle T'(t) \rangle \langle \rho'(t) \rangle \}$$

(2-106)

donde \vec{B} y $\tilde{\omega}$ vienen definidas por:

$$\vec{B} \cdot \vec{U} = \langle \rho \rangle^{-1} \nabla \cdot S \quad (2-107)$$

$$\tilde{\omega} = k_B \langle \rho \rangle^{-1} (\gamma - 1) m \sigma \quad (2-108)$$

En las anteriores ecuaciones hemos puesto por comodidad $f(t)$ por $f(r,t)$, siendo f cualquier variable.

Las ecuaciones (2-103)-(2-106) son las usadas en la teoría "cuasi-lineal".

Restando (2-103)-(2-106) de (2-97)-(2-100) e introduciendo el operador promedio $A(\vec{U}' = \langle \vec{U}' \rangle)$, que es ampliamente usado en la teoría cinética (Zwanzig, 1961) y en turbulencia en plasmas (Weinstock, 1969 y 1970) obtenemos:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A) \vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} \vec{U}'(t) = -\vec{U}'(t) \cdot \nabla \langle \vec{U}' \rangle - (1-A) \frac{\nabla \{ \rho'(t) + \varphi \}}{\rho'(t) + \langle \rho \rangle}$$

$$- \vec{B} \cdot \vec{U}'(t) \tag{2-109}$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A) \{ \vec{U}(t) \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{U}(t) \} \right\} \rho'(t) = -\nabla \cdot \{ \vec{U}'(t) \langle \rho(t) \rangle \}$$

$$\tag{2-110}$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A)\vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} T'(t) = -\vec{U}'(t) \cdot \nabla \langle T(t) \rangle - (\gamma - 1)(1-A)$$

$$\times \{ T'(t) + \langle T(t) \rangle \} \nabla \cdot \{ \vec{U}'(t) + \langle \vec{U} \rangle \} - \delta \nabla^2 T'(t)$$

(2-111)

$$p'(t) = (k_B/m) \{ \rho(t) T(t) \}' = \{ \rho' \langle T \rangle + T' \langle \rho \rangle + (1-A) \rho' T' \} (k_B/m)$$

(2-112)

Las ecuaciones (2-103)-(2-106) y (2-109)-(2-112) constituyen un conjunto completo que determina las fluctuaciones no lineales. La resolución de tal sistema es, obviamente, complicada, por lo que usamos una aproximación usando solamente los términos no lineales dominantes y despreciando los demás. Se demuestra que los términos no lineales dominantes son causados por $\vec{U} \cdot \nabla$ y por $\nabla \cdot \vec{U}$ en los segundos miembros de las ecuaciones (2-109) y (2-111), siendo despreciables las contribuciones de los demás términos no lineales.

Ya Hines(1960) había expuesto anteriormente el caracter dominante de U, pues, por ejemplo, el término debido a las fluctuaciones de presión era pequeño debido a que son pequeñas las variaciones de presión para las ondas de gravedad de baja frecuencia.

Con dicha aproximación (2-109)-(2-112) quedan así;

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A)\vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} \vec{U}'(t) = - \frac{\nabla p'(t)}{\langle \rho(t) \rangle} + \frac{\rho'(t) \nabla \varphi(t)}{\langle \rho(t) \rangle^2} - \vec{B} \cdot \vec{U}(t)$$

(2-113)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1+A)\{\vec{U}(t) \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{U}(t)\} \right\} p'(t) = - \langle \varphi(t) \rangle \nabla \cdot \vec{U}'(t)$$

$$-\vec{U}'(t) \cdot \nabla \langle \varphi(t) \rangle \quad (2-114)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A)\vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} T'(t) = -(\gamma - 1) \langle T(t) \rangle \nabla \cdot \vec{U}'(t) - \bar{\alpha} \nabla^2 T'(t)$$

(2-115)

$$p'(t) = (k_B/m) \{ \langle T(t) \rangle \rho'(t) + \langle \rho(t) \rangle T'(t) \}$$

(2-116)

Las ecuaciones diferenciales no homogéneas (2-113)-(2-115) se resuelven, como es sabido, en términos de la solución de las homogéneas, que denominaremos $W_A(t, t_1)$ para (2-113) y $W_{\rho A}(t, t_1)$ para (2-114), es decir:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A)\vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} W_A(t, t_0) = 0 \quad (2-117)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (1-A) \{ \vec{U}(t) \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{U}(t) \} \right\} W_{\rho A}(t, t_0) = 0 \quad (2-118)$$

$$W_A(t_0, t_0) = W_{\rho A}(t_0, t_0) = 1 \quad (2-119)$$

Las soluciones generales de las ecuaciones
(2-113)-(2-115) serán:

$$\begin{aligned}
 U'(t) = & W_A(t, 0) \vec{U}'(0) \\
 & + \int_0^t dt_1 W_A(t, t_1) \times \left\{ -\frac{p'(t_1)}{\langle \rho \rangle} + \frac{\rho'(t_1) \nabla \cdot \vec{\varphi}}{\langle \rho \rangle^2} - \vec{B} \cdot \vec{U}'(t_1) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{2-120}$$

$$\begin{aligned}
 \rho'(t) = & W_{\rho A}(t, 0) \rho'(0) \\
 & + \int_0^t dt_1 W_{\rho A}(t, t_1) \times \left\{ -\langle \rho \rangle \nabla \cdot \vec{U}'(t_1) - \nabla \cdot \vec{\varphi} \cdot \vec{U}'(t_1) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{2-121}$$

$$\begin{aligned}
 T'(t) = & W_A(t, 0) T'(0) \\
 & + \int_0^t dt_1 W_A(t, t_1) \times \left\{ -(\gamma - 1) \langle T \rangle \nabla \cdot \vec{U}'(t_1) - \vec{\alpha} \cdot \nabla^2 T'(t_1) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{2-122}$$

Es de resaltar que los términos no lineales están incluidos en $W_A(t, t_1)$ y en $W_{\rho A}(t, t_1)$.

$W_A(t, t_1)$ y $W_{\rho A}(t, t_1)$ son los llamados propagadores lagrangianos u operadores de desplazamiento temporal y significan un desplazamiento de una parcela de aire de su trayectoria de movimiento t_1 a su posición en t .

Tenemos, por tanto, como conjunto completo de ecuaciones: (2-103)-(2-106), (2-109) y (2-113)-(2-115).

Antes de obtener la relación de dispersión no lineal es conveniente exponer las propiedades de estos operadores, así como la aproximación básica que usaremos. Estas son:

1°) Considerando los propagadores W y W_{ρ} definidos por:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U}(t) \cdot \nabla \right\} W(t, t_0) = 0; W(t_0, t_0) = 1 \quad (2-123)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U}(t) \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{U}(t) \right\} W_{\rho}(t, t_0) = 0; W_{\rho}(t_0, t_0) = 1 \quad (2-124)$$

podemos expresar (Weinstock, 1969) en función de ellos los operadores $W_A, W_{\rho A}$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
W_A(t, t_0)(1-A) &= (1-A) \langle W(t, t_0) \rangle - \int_0^t dt_1 W_A(t, t_1)(1-A) \\
&\quad \times \{ \vec{U}'(t_1) \cdot \nabla \langle W(t_1, t_0) \rangle - \vec{U}'(t_1) \cdot \nabla \vec{U}(t_1, t_0) \} \\
&\quad \times (1 - A) \qquad (2-125)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_A(t, t_0)(1-A) &= (1-A) \langle W_\rho(t, t_0) \rangle - \int_0^t dt_1 W_{\rho A}(t, t_1)(1-A) \\
&\quad \times \{ \nabla \cdot \{ \vec{U}(t_1) \langle W_\rho(t_1, t_0) \rangle \} - \langle \nabla \cdot \{ \vec{U}'(t_1) W_\rho(t_1, t_0) \} \} \\
&\quad \times (1 - A) \qquad (2-126)
\end{aligned}$$

$$2^\circ) \quad \langle W(t, t_1) \rangle = \langle W(t-t_1) \rangle \qquad (2-127)$$

$$3^\circ) \quad W(t, t_1)W(t_1, t_2) = W(t, t_2) \qquad (2-128)$$

4°) Si $F(\vec{r})$ es cualquier función de \vec{r} ,

$$W(t, 0)F(\vec{r}) = F\{\vec{R}(\vec{r}, t)\} \qquad (2-129)$$

donde $\vec{R}(\vec{r}, t) \equiv \vec{R}(t)$ está definido por:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U}(\vec{r}, t) \cdot \nabla \right\} \vec{R}(\vec{r}, t) = 0 ; \vec{R}(\vec{r}, 0) = \vec{r} \quad (2-130)$$

$\vec{R}(\vec{r}, t)$ es la trayectoria lagrangiana, órbita, de una pequeña parcela de aire, es decir, indica la posición de una pequeña parcela de aire en un instante t que, en el instante $t=0$, estaba en la posición \vec{r} .

Para comprobar (2-129) se puede ver que $F\{\vec{R}(t)\}$ satisface (2-125) y (2-126) como lo hace $W(t, t_0) = W(t, 0)F(\vec{r})$, y además, $U(t, 0)F(\vec{r})$ tiene el mismo valor inicial que $F\{\vec{R}(t)\}$ ya que $W(0, 0) = 1$ y $F\{\vec{R}(0)\} = F(\vec{r})$. Por tanto, se cumplirá, como caso particular de esta propiedad dada por (2-129),

$$W(t, 0) \exp\{i\vec{k} \cdot \vec{r}\} = \exp\{i\vec{k} \cdot \vec{R}(t)\} \quad (2-131)$$

expresión que luego usaremos.

Resolviendo (2-130) tenemos

$$\vec{R}(t) = \vec{r} - t \langle \vec{U} \rangle - \int_0^t dt_1 W(t, t_1) \vec{U}'(\vec{r}, t_1)$$

que de acuerdo con (2-129) podemos expresar así:

$$\vec{R}(t) = \vec{r} - t \langle \vec{U} \rangle - \int_0^t dt_1 \vec{U}' \cdot \vec{R}(t, t_1), t_1 \} \quad (2-132)$$

Digamos aquí que

$$\vec{R}(t) = \langle \vec{R}(t) \rangle + \vec{R}'(t) \quad (2-133)$$

$$\langle \vec{R}(t) \rangle = \vec{r} - t \langle \vec{U} \rangle \quad (2-134)$$

$$\vec{R}'(t) = - \int_0^t dt_1 \vec{U}' \cdot \vec{R}(t_1), -t_1 \} \quad (2-135)$$

siendo $\langle \vec{R}(t) \rangle$ la órbita no perturbada y $\vec{R}'(t)$ la perturbación de la misma, es decir, la órbita de una partícula que se mueva con el movimiento medio del fluido sería $\langle \vec{R}(t) \rangle$ y la perturbación sobre el movimiento medio debido a las ondas sería $\vec{R}'(t)$.

A partir de ahora usaremos $\bar{\rho} = \langle \rho \rangle$, $\bar{\vec{U}} = \langle \vec{U} \rangle$ y $\bar{\Gamma} = \langle \Gamma \rangle$.

Definimos N' y Γ' de la siguiente manera:

$$N'(\vec{r}, t) = \rho' / \rho \quad (2-136)$$

$$\Gamma' = p' / p \quad (2-137)$$

Desarrollando por Fourier

$$f'(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} f_{\vec{k}} e^{i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \text{ siendo } \vec{k} \text{ el vector número-}$$

ro de onda, extendida la sumatoria a todos los posibles vectores con frecuencias múltiples, calcularemos (2-122) teniendo en cuenta los siguientes pasos:

1°) Usamos (2-125), (2-127) y (2-128) para sustituir

$$W_A(t, t_1) = W_{\rho A}(t, t_1) = \langle W(t-t_1) \rangle \quad \text{en (2-122)}.$$

2°) Llamamos $t_2 = t - t_1$.

3°) Desarrollamos por Fourier T' , \vec{U}' , N' y p' en ambos miembros de (2-122).

4°) Tomamos t suficientemente grande para que

$$W(t, 0) \vec{U}'(\vec{r}, 0) = 0.$$

Así, obtenemos:

$$T_k = \int_0^{t \sim \infty} dt_2 \langle \exp \{ -i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{U}) t_2 - i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t_2) \} \rangle \times \{ (\gamma - 1) \vec{T}_i \cdot \vec{k} \cdot \vec{U}_k + d_{\sigma} T_k \} \quad (2-138)$$

$$\text{siendo } d_{\sigma} = \bar{\sigma} k'^2 \equiv (\gamma - 1) m(k_B \bar{\rho})^{-1} k'^2 \quad (2-139)$$

Analogamente para (2-121) obtenemos:

$$N_k = \int_0^{t \sim \infty} dt_2 \exp \{ (i\vec{k} + \frac{\hat{z}}{H}) \vec{U} t_2 - i\omega t_2 \} \times \langle \exp \{ - (i\vec{k} + \frac{\hat{z}}{H}) \cdot \vec{R}'(t_2) \} \rangle \times (-i\vec{k} \cdot \vec{U}_K - \frac{\sqrt{\rho}}{\rho} \vec{U}_k) \quad (2-140)$$

Para (2-120) obtenemos:

$$\begin{aligned} \vec{U}_k = & \int_0^{t-\infty} dt_2 \langle \exp \{ i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{U}) t_2 - i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t_2) \} \rangle \\ & \times \left\{ \frac{\bar{p} \{ i\vec{k} + (\hat{z}/H) \Gamma_k \}}{\bar{\rho}} - \frac{\bar{p} N_k \hat{z}}{H \bar{\rho}} + d_\mu \vec{U}_k \right\} \end{aligned} \quad (2-141)$$

$$\text{donde } d_\mu = \bar{\rho} \frac{4}{3} \mu k^2 \quad (2-142)$$

Las características no lineales de las ondas están incluidas en los términos $\langle \exp \{ -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \} \rangle$ que no desarrollaremos así:

$$\langle \exp \{ -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \} \rangle = 1 + \langle \{ i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \}^2 / 2! \rangle + \langle \{ -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \}^3 / 3! \rangle + \dots$$

ya que aunque, por ejemplo, \vec{U}' sea pequeña, la cantidad $\langle \{ i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \}^2 \rangle$ podría incrementar con t y llegar a ser arbitrariamente grande como se vería de (2-135).

Utilizaremos el desarrollo:

$$\langle \exp \{ -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \} \rangle = \exp \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{m!} \right)$$

donde lo C_m son los llamados cumulantes o semiinvariantes de $\{ -\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \}$ cuyos primeros valores son:

$$C_1 = \langle -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \rangle$$

$$C_2 = \langle \{-i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t)\}^2 \rangle - \langle -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \rangle^2$$

$$C_3 = \langle \{-i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t)\}^3 \rangle - 3\langle -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \rangle \langle \{-i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t)\}^2 \rangle + 2\langle -i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t) \rangle^3$$

(Arley y Buch, 1968).

En nuestro caso, $C_1 = 0$ y hacemos la hipótesis de $C_m \ll C_2$ para $m \geq 3$, lo que se puede justificar si $|\vec{k} \cdot \vec{U}' \tau| \ll 1$, por lo que

$$\langle \exp \{-i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t)\} \rangle = \exp \langle \{i\vec{k} \cdot \vec{R}'(t)\}^2 / 2 \rangle \quad (2-143)$$

Para ver el significado de $\langle \{\vec{R}'(t)\}^2 / 2t$ tengamos en cuenta (Monin y Yaglom, 1971) que en una descripción lagrangiana

$$\vec{R}'(t) = \vec{R}(\vec{r}, t_0 + t) - \vec{r} \quad (2-144)$$

siendo \vec{R}' el vector perturbación de la trayectoria y

$$R'_{ij}(t) = \overline{R'_i(t) R'_j(t)} \quad (2-145)$$

es el tensor covarianza de perturbación.

Llamando Φ al flujo y n_i a la concentración relativa, se tiene:

$$\Phi_i = -K_{ij} \cdot \nabla n_j \quad (2-146)$$

siendo K_{ij} el tensor de difusión turbulenta, y se

demuestra que

$$2K_{ii}t = R_{ii}^2 \quad (2-147)$$

por lo que $K = \frac{\langle \vec{R}'(t)^2 \rangle}{2t}$ (2-148)

que para mantener la nomenclatura de J. Weinstock escribiremos

$$D(t) = \frac{\langle \vec{R}'(t)^2 \rangle}{2t} \quad (2-149)$$

siendo $D(t)$ el tensor de mezcla turbulenta producido por las ondas de gravedad.

Teniendo en cuenta (2-135), (2-143) y (2-149) se puede obtener

$$D(t) = \sum_{\vec{k}} \langle \vec{U}_{\vec{k}} \vec{U}_{-\vec{k}} \rangle \frac{\vec{k} \cdot D \cdot \vec{k}}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{U}) + (\vec{k} \cdot D \cdot \vec{k})} \quad (2-150)$$

expresión válida cuando $t \sim \alpha$, es decir, para $t/\tau \gg 1$ y $|\omega - \vec{k} \cdot \vec{U}| \gg 1$.

Con las expresiones (2-116), (2-138), (2-140), (2-141), (2-149) y (2-150) podemos obtener:

$$\vec{U}_{\vec{k}} = \frac{-gH \{ i\Omega_{\mu} \Omega_{\sigma} \vec{k} + (\gamma - 1)g(k^2 \hat{z} - k_z \vec{k}) \}}{i\Omega_{\mu} \{-\Omega_{\mu} \Omega_{\sigma} + (\gamma - 1)g(k^2 H - ik_z)\}} N_{\vec{k}} \quad (2-151)$$

$$\frac{\Gamma_k}{gH} = \frac{-(\gamma-1)gHk^2}{\{-\Omega_\mu \Omega_\sigma + (\gamma-1)g(k^2H - ik_z)\}} N_k \quad (2-152)$$

$$\Gamma_k = \frac{-\Omega_\mu \Omega_\sigma - i(\gamma-1)gk_z}{\{-\Omega_\mu \Omega_\sigma + (\gamma-1)g(k^2H - ik_z)\}} N_k \quad (2-153)$$

donde.

$$\Omega_\mu = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} - id'_\mu - id_\omega \quad (2-154)$$

$$\Omega_\sigma = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} - id'_\sigma - id_\omega \quad (2-155)$$

$$\text{siendo } d_\omega = \vec{k} \cdot D \cdot \vec{k} \quad (2-156)$$

y D el dado por (2-150), es decir, para $t/\tau \gg 1$.

Habiendo previamente sustituido (2-143) en (2-140) y considerando (2-151) obtenemos la relación de dispersión no lineal:

$$\Omega_\mu^2 \Omega_\sigma - k^2 \frac{C^2}{\gamma} \Omega_\mu \{(\gamma-1)\Omega + \Omega_\sigma\} + (\gamma-1)^2 g^2 k_x^2 + igk_z \Omega_\mu \{(\gamma-1)\Omega + \Omega_\sigma\} = 0 \quad (2-157)$$

$$\text{donde } \Omega = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} + i\vec{U}_z / H - id'_\omega \quad (2-158)$$

$$\text{y } d'_\omega = \left(\vec{k} - \frac{i\hat{z}}{H}\right) \cdot D \cdot \left(\vec{k} - \frac{i\hat{z}}{H}\right) \quad (2-159)$$

Si $2|k_z|H \gg 1$, $d'_\omega \approx d_\omega$; y tomando $\bar{U}=0$ la expresión (2-157) se reduce a:

$$\begin{aligned}
 & (\omega - id_\omega)(\omega - id_\omega - id_\mu)^2(\omega - id_\omega - id_\sigma) - k^2 C^2 (\omega - id_\omega - id_\mu) \\
 & \times (\omega - id_\omega - id_\sigma/\gamma) + (\gamma - 1)g^2 k_x^2 + i\gamma g k_z (\omega - id_\omega - id_\mu)(\omega - id_\omega - id_\sigma/\gamma) = 0
 \end{aligned}$$

(2-160)

Tanto (2-157) como (2-160) han sido obtenidas para estados saturados, es decir, $\vec{U}' = \text{Cte.}$ y $\rho'/\rho = \text{Cte.}$, pero ambas son válidas para estados no saturados, en buena aproximación, si $2|k_z|H \gg 1$.

(2-157) y (2-160) contienen el resultado lineal, por lo que si son válidas cuando las no linealidades son suficientemente grandes como para dar lugar a la saturación o también cuando son despreciables, es razonable suponer que sean aproximadamente correctas para valores intermedios de no linealidad.

Para resolver la ecuación de dispersión para frecuencias reales $K_x = k_x$ y $K_z = k_z + i\beta(k)$ por los argumentos que ya expusimos en el capítulo de teoría lineal, que sustituiremos en (2-160), obteniendo:

$$\begin{aligned}
& C^{-2}(\omega - id_{\omega})(\omega - id_{\omega} - id_{\mu})^2(\omega - id_{\omega} - id_{\sigma}) - \{k_x^2 + k_z^2 - \beta^2 + 2ik_z\beta \\
& - i(k_z + i\beta)/H\}(\omega - id_{\omega} - id_{\mu})(\omega - id_{\omega} - id_{\sigma}/\gamma) + \omega_g^2 k_x^2 = 0
\end{aligned}
\tag{2-161}$$

Considerando $2K_z H \gg 1$ y separando la parte real e imaginaria, obtenemos dos ecuaciones que, para $\beta \geq -H^{-1}$, tienen la siguiente solución:

$$\omega^2 = \omega_g^2 (k_x^2/k^2) + F(2k_z H^{-1}) \tag{2-162}$$

$$\beta(k) = \frac{1}{2H} - \frac{k^2}{|k_z \omega|} \left\{ d_{\omega} + \frac{1}{2}(d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma) \right\} \tag{2-163}$$

El signo menos indica que las ondas se propagan hacia abajo y por tanto su energía lo hace hacia arriba, en las que estamos interesados. La condición $\beta \geq -H^{-1}$ nos restringe en no considerar las ondas que son fuertemente amortiguadas por difusión molecular.

La ecuación (2-163), que llamaremos ecuación de crecimiento, es objeto de nuestra atención:

Si $\beta(k) > 0$ las ondas crecerán con la altura según $e^{(z\beta)}$; si $\beta(k) < 0$ no lo harán. En el límite lineal, $d_{\omega} = 0$,

y no considerando disipación $d_{\mu} = d_{\sigma} = 0$, obtenemos $\beta(k) = 1/(2H)$, que implica que todas las ondas crecen con la altura como $\exp(z/2H)$.

En el caso general, unas ondas crecerán más rápidamente que otras, y dejarán de hacerlo cuando $\{d_{\omega} + \frac{1}{2}(d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma)\}$ alcance el valor de saturación haciendo $\beta = 0$.

Tanto la disipación molecular, $d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma$, como la disipación no lineal, d_{ω} , contribuyen a la saturación. La amortiguación molecular proviene de los encuentros molécula-molécula, mientras que la debida a d_{ω} está causada por la interacción onda-molécula, por lo que al crecer las ondas en amplitud con la altura, d_{ω} alcanza grandes valores.

El fenómeno físico se puede describir así: la onda dispersa las partículas (órbitas perturbadas) lo que constituye un proceso de difusión medido por D ; por este proceso la onda cede energía y momento a las partículas. Dado que la onda va aumentando su amplitud con la altura, esta cesión de energía va aumentando con la altura hasta que se produce el balance, llegando al valor de saturación $\beta = 0$, con lo que queda:

$$\vec{k} \cdot D \cdot \vec{k} = \frac{|k_z \omega|}{2Hk^2} - \frac{1}{2} (d_\mu + d_\sigma/\gamma) \quad (2-164)$$

II-1-1-8. DIFUSION TURBULENTA

De la expresión (2-164) podemos obtener el efecto de difusión turbulenta para todo el espectro de ondas. Ahora bien, las ondas con mayor valor de razón de crecimiento,

$$\{ |k_z \omega| / 2Hk^2 \}^{-1} - \frac{1}{2} (d_\mu + d_\sigma/\gamma) / k^2 \quad (2-165)$$

tenderán a dominar el espectro, ya que los modos de crecimiento más lento serán eliminados por D. Así pues, D está determinado por el mayor valor de dicha razón de crecimiento de todo el espectro, ya que la saturación no se alcanza hasta que todos los modos cesan de crecer.

Podemos pues escribir:

$$\vec{k}^{\circ} \cdot D \cdot \vec{k}^{\circ} = \frac{k_z^{\circ}}{2Hk^{\circ 2}} - \frac{1}{2}(d_{\mu}^{\circ} + d_{\sigma}^{\circ}/\gamma) \quad (2-166)$$

donde k° es el valor para el que la expresión (2-165) toma valor máximo de entre todos los del espectro.

Distinguiremos dos casos límites para la saturación, bien sea $d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma \gg d_{\omega}$, o bien $d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma \ll d_{\omega}$ en la altura de saturación.

Si $d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma \gg d_{\omega}$, el amortiguamiento es debido al transporte molecular (Pitteway y Hines, 1963; Midgley y Liemhon, 1966; Hodges, 1969).

Hodges (1969) calculó el valor de d_{μ} o d_{σ} necesario para la saturación de las ondas basándose en la suposición de que la difusión turbulenta, creada por las ondas de gravedad, consistiría en aumentar el amortiguamiento de las mismas reemplazando d_{μ} o d_{σ} en las ecuaciones por coeficientes de turbulencia. Veamos con (2-165) que tal idea tiene cierta base pero también una salvedad fundamental: el coeficiente de turbulencia de Hodges es isótropo, cosa que no puede ser, en realidad, como más adelante exponaremos.

En el caso de que $d_{\mu} + d_{\sigma}/\gamma \ll d_{\omega}$ en las altu-

ras de saturación, las ondas crecerán hasta que alcancen una altura donde el espectro esté saturado con un valor de D dado por (2-166).

La representación física relativa a la actualización del tensor D podría hacerse de la siguiente manera: sean unas partículas, debido a las ondas de gravedad oscilarán sinusoidalmente sobre su movimiento medio; este movimiento oscilatorio es algo coherente, es decir, cada partícula en su oscilación tiene una fase definida respecto a la de otra partícula.

Ahora bien, pasado el tiempo, los efectos no lineales harán que las partículas se aparten de sus movimientos oscilatorios puros. Debido a las diferentes posiciones de las partículas cambiarán sus velocidades y se pierde la relación coherente entre sus fases y las partículas se "esparcen", siendo descrito este estado como un aumento de difusión.

Para calcular D sustituimos (2-164) por d en (2-150) y usamos $d^2 \langle \omega^2 \rangle$ y $\omega = \omega_g k_x / k$, obteniendo:

$$D = \frac{\langle \vec{U}_k \vec{U}_k^* \rangle k_z}{2Hk\omega} (1-\epsilon) = \frac{\langle (U')^2 \rangle k_z^0}{2Hk_x^0 k^0 \omega_g} (1-\epsilon)$$

(2-167)

siendo $\epsilon = (d_{\mu} + d_{\sigma} / \gamma) k_z H / \omega$ (2-168)

Haciendo $\epsilon \ll 1$ podemos obtener:

$$D_{zz} = \frac{(U'_z)^2 k_z^{\circ}}{2H k_z^{\circ} \omega_g k^{\circ}} \quad (2-169)$$

Todas las aproximaciones utilizadas en II-1-1-7 y en II-1-1-8 para la obtención de las expresiones expuestas, se justifican en el apéndice C.

II-1-2. ONDAS PLANETARIAS

Las ondas planetarias, también llamadas "Rosby" o "Rosby-Haurwitz", consisten en oscilaciones globales de la atmósfera neutra con periodos mayores que un día (Testud, 1973). La detección de estas ondas es difícil, sin embargo su existencia está probada claramente, en la baja termosfera, por medidas de radar (Greenhow y Neufeld, 1961).

Se suponen generadas en la troposfera por fenómenos meteorológicos (Dieminger, 1955).

Con su propagación llevan una energía hacia arriba que, según Charney y Drazin (1961) es de 1 m^{-2} , tomando 10^{-2} ms^{-1} de velocidad vertical de grupo y $10^2 \text{ joule m}^{-3}$ de densidad de energía. Dicha energía sufre una fuerte reflexión sobre los 100 km de altura y, solo en parte, prosigue hacia arriba.

Según el análisis de Charney y Drazin (1961), la transmisión de ondas planetarias en verano está muy disminuida frente al invierno.

Estas ondas, de componente horizontal de longitud de onda de miles de km, parece que juegan algún papel en la anomalía invernal (Hines, 1972 a).

Recientemente, nuestro equipo de investigación ha registrado mediante medidas de emisión nocturna de la raya verde en Sierra Nevada una onda planetaria en junio de 1972 (Petitdidier y col, 1979a).

II-1-3. MAREAS ATMOSFERICAS

La subida y bajada del agua de los mares dos veces al día, se conoce desde tiempo inmemorial.

Piteas, sobre el año 320 A.C. , fue, al parecer, quien anotó primero sus observaciones, que relacionó con la posición lunar en el meridiano. Pero la segunda gran marea lunar, justo cuando la luna se encuentra en el meridiano opuesto, fue una cuestión sin interpretar razonablemente hasta que Newton expuso las mareas como una consecuencia de la gravitación lunar y solar.

En la atmósfera se producen mareas, oscilacio

nes del orden de un día o fracción, que son debidas a la excitación térmica y a la atracción gravitatoria.

Existe un amplio estudio de las mareas atmosféricas realizado por Chapman y Lindzen(1970).

Las principales mareas son las de 24 horas solares, marea diurna, y las de 12 horas solares, marea semidiurna, comparables en amplitud; y una componente de 12 horas lunares, más débil, que es solo debida a la atracción gravitatoria lunar. La componente de 24 horas solares es debida , principalmente a procesos térmicos, mientras la semidiurna lo es tanto a efecto térmico como gravitatorio.

Las mareas se analizan en sus modos propios, cada uno de los cuales varía en longitud de forma sinusoidal y en latitud mediante la función de Hough.

Para el registro de las mareas se lanzan nubes artificiales mediante cohetes, lo que provee medidas de viento neutro en el rango de altura de 90-160 km, con las restricciones de solo emplearse a la salida y puesta del sol para experimentos con nubes de sodio y por la noche para el caso del trimetilaluminio(Kochanski, 1964).

Otra forma de observación de mareas es mediante

el radar meteorítico, que puede ser usado en cualquier hora del día para los 30-110 km (Spizzichino, 1969).

El "scattering incoherente", proporciona grandes ventajas, ya que permite la medida simultánea de varios parámetros: velocidad, temperatura y composición iónica, densidad y temperatura electrónica, etc.

Su actuación cubre las zonas de 100-500 km de altura durante el día y de 250-500 km durante la noche (Bernard, 1971; Reddy y Amayenc, 1972).

II-2. EMISION DEL {OI} EN 557.7 nm(RAYA VERDE)

Es el artículo de Bates(1978), sin duda, uno de los mejores trabajos de revisión del estudio de la raya verde.

A finales del pasado siglo, en 1895, Campbell detectó visualmente la raya verde en la aurora.

Badcock, en 1925, determinó su longitud de onda, dando un valor de $5577.350 \pm 0.005 \text{ \AA}$ (recientemente, Smith(1979) ha medido la raya verde dando un valor de 5577.349 ± 0.001). En aquel tiempo se desconocía en el laboratorio una línea con tal longitud de onda.

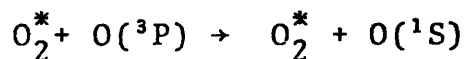
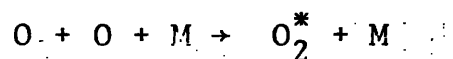
Poco tiempo después, 1927, Fowen comenta que la baja densidad de la alta atmósfera puede ser la condición diferente para que no aparezca la emisión de tal longitud de onda en el laboratorio. A partir de ese momento, se realizaron diferentes estudios espectrales en el laboratorio y, años más tarde(1930), Frerisch demostró, mediante espectro de arco del oxígeno en el extremo ultravioleta, la transición 1S a 1D como la responsable de la emisión de la raya verde.

En 1931, Chapman propuso como causante de la emisión el mecanismo siguiente:



Dicho proceso fue admitido totalmente.

En 1961, Barth y Hildebrant propusieron el mecanismo:



No obstante, era ampliamente aceptado el de Chapman hasta hace unos años. En la actualidad hay razones para pensar que es el de Barth-Hildebrant el más probable causante de la emisión. Así se manifiestan Slanger y Black, 1977; Llewellyn y Solheim, 1978; Witt y col., 1979; Solheim y Llewellyn, 1979; quienes llegan a la conclusión de que existe concordancia entre la concentración de oxígeno atómico deducida de la intensidad de emisión de la raya verde en 98 km y la dada por el modelo de Jacchia (1971), siempre que se considere el mecanismo de Barth. Con el de Chapman habrían de producirse intensidades de emisión de más de un orden de magnitud que las observadas.

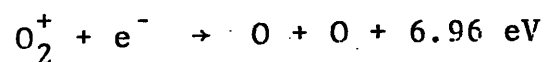
Petitdidier y Teitelbaum (1979 b) siguen considerando el mecanismo de Chapman como predominan-

te. Consideran que los valores de los coeficientes obtenidos por Slinger y Black(1976) no son necesariamente los que se han de aplicar en la atmósfera, ya que, por ejemplo, las condiciones de presión son bien distintas (mucho más bajas en la atmósfera). Asimismo expresan que el mecanismo de Barth no es consistente con la influencia de la marea semidiurna.

Rodrigo(1979) utilizando los coeficientes de reacción propuestos por Solheim y Llewellyn (1979) obtiene el máximo de emisión aproximadamente a la misma altura usando el mecanismo de Barth y el de Chapman.

Asimismo, el valor de la intensidad de emisión no difiere en más de 0.2 del orden de magnitud.

El 90 % de la emisión se produce, bien por un mecanismo o por otro, en la baja región E. Su máximo de emisión se halla a una altura de 97 km, con una dispersión típica de ± 2 km y una anchura mitad de 6 km. El 10 % restante de la emisión se origina en la región F2 mediante recombinación disociativa:



II-3. ABSORCION DE ONDAS DE RADIO. ANOMALIA INVERNAL

La absorción de ondas de radio en una región depende de la ionización de la misma.

Si consideramos como agente ionizante la radiación solar es inmediato que la absorción será proporcional al $\cos z$, siendo z el ángulo solar cenital.

Diferentes expresiones se utilizan para las variaciones diurnas de la absorción, tales como:

a) $L = C \cos^{3/2} z$

b) $L = C \cos^n z$

c) $L = A + B \cos z$

La expresión a) se utiliza para una capa de Chapman y C depende de la frecuencia, densidad máxima de electrones y de la frecuencia de colisión.

La expresión b) concuerda mejor con los datos experimentales. En medias latitudes n vale entre 0.7 y 1.0. C depende de la estación, actividad magnética, etc.

La expresión c) se ajusta aún mejor a los datos experimentales, ya que b) es buena, sobre todo,

a mediodía pero no a la salida y puesta del sol. A está relacionada con la fotoionización y B con la actividad solar.

Las variaciones estacionales en la región D presentan el fenómeno conocido como "anomalía invernal".

Representando los valores medios de la absorción de cada mes, tomados al mediodía, frente a $\cos z$, se observa que los meses de verano y de los equinoccios cumplen una ley lineal, pero los meses de invierno se apartan de ella con altos valores de la absorción, fenómeno sin justificación hasta la fecha.

Ratcliffe(1960) lo expone en la siguiente forma: representando los cinco valores de menor absorción de cada mes se obtiene una función sinusoidal, sin embargo en invierno se presentan días de una excesiva ionización que se apartan de la gráfica.

Podemos decir que la ionización en verano y en los equinoccios está controlada por el ángulo solar cenital, pero no así en invierno.

La característica principal de la anomalía de invierno es su fuerte variabilidad interdiurna, es decir, en invierno se presentan días de muy alta ab-

sorción (días anómalos) junto a días de muy baja absorción (días normales). Los días anómalos son los más frecuentes (Lauter y Taubenheim,1970).

La anomalía invernal comienza en Noviembre, alcanza su máximo en Diciembre y Enero, disminuye en Febrero para terminar durante el mes de Marzo (Die-minger y col. , 1966).

La altura de excesiva ionización invernal se situa por encima de los 80 km (Gregory y Manson,1969).

III - APARATOS Y

TECNICAS DE MEDIDA

No describiremos aquí los instrumentos utilizados porque se ha hecho de forma detallada en varios trabajos precedentes de nuestro equipo de investigación (Battaner, 1972; Quintana, 1974).

III-1. LUGAR DE EMPLAZAMIENTO

Aunque en la actualidad el fotómetro se haya instalado en el Pico Veleta, nuestro trabajo se ocupa de medidas realizadas cuando estaba instalado en la falda de dicha cima , a 2500 m de altitud, en un punto de coordenadas:

longitud	3°	24'	58''	W
latitud	37°	6'	13''	N

La posición es adecuada para estudios de emisión atmosférica nocturna, ya que la capa de inversión se encuentra por debajo de la estación, a unos 2000 m, lo que hace que la reducción de la extinción sea sencilla al no tener que considerar la absorción irregular producida por aerosoles.

Por el sur se alza el Veleta. Aunque la cima no cae dentro del campo, la falda se eleva unos $7^{\circ} 30'$ lo que es preciso tener en cuenta si se trabaja con distancias cenitales, por el sur, superiores a 81° .

III-2. TECNICAS DE MEDIDA

Los datos experimentales de nuestro trabajo están formados por las medidas de intensidad de la raya verde comprendidas entre octubre de 1968 y diciembre de 1970.

Características sobre los registros obtenidos, tales como calibrado; discriminación de utilidad o no de las noches registradas a causa de luz lunar, nubes, etc.; descontaminación de luz extraterrestre; extinción atmosférica ; etc.; no serán expuestas aquí, aunque se han tenido en cuenta en la forma que detalla Battaner (1972).

Dos tipos de medidas han sido utilizadas. Medidas en el cenit a diferentes tiempos durante cada noche y medidas en diferentes distancias cenitales en

tiempo fijo. Son estas últimas las que ofrecen una mayor dificultad en su obtención y, por tanto, las que detallaremos en cierto grado.

Hemos tomado once medidas para cada tiempo fijo. Es obvio que, con un solo fotómetro, la simultaneidad no es estricta; ahora bien, tengamos en cuenta que el fotómetro barre el meridiano en tan solo treinta segundos. Dado el interés de que las medidas estén igualmente espaciadas, las escogeremos en los registros a intervalos iguales de $\text{tg } z$ (z es la distancia cenital) concretamente lo hemos hecho para $\text{tg } z = 0, \pm 0.5, \pm 1, \pm 1.5, \pm 2$ y ± 2.5 .

La conversión milímetros-grados es altamente delicada. Hemos usado las siguientes formulas obtenidas por Battaner(1972) para intervalos de tiempo que se especifican:

$$\begin{array}{l} 8-X-68 \\ \text{al} \\ 3-III-69 \end{array} \quad \begin{array}{l} Z_N = 108-11.8 \text{ M} \\ \\ Z_S = 11.8 \text{ M}-108 \end{array} \quad (3-1)$$

$$\begin{array}{l} 3-III-69 \\ \text{al} \\ 3-VIII-69 \end{array} \quad \begin{array}{l} Z_N = 94.6-11.8 \text{ M} \\ \\ Z_S = 11.8 \text{ M}-94.6 \end{array} \quad (3-2)$$

Desde el 9-XI-69 a VII-70 hemos obtenido la siguiente expresión:

$$Z_N = 104 - 11.6 M \quad (3-3)$$

$$Z_S = 11.6 M - 104$$

Las expresiones, como se observa, son del tipo $Z_N = a - bM$. M indica los milímetros contados a partir del extremo norte de la curva del registro y Z_N la distancia cenital hacia el norte.

Debido al largo tiempo para el que hemos de usar la última expresión (el fotómetro no fue renovado en ese tiempo) nos hemos asegurado de su fiabilidad usando, incluso, varios métodos.

La obtención de los parámetros a y b puede hacerse por el criterio de los horizontes y por el criterio de los máximos.

En el criterio de los horizontes se procede como a continuación se indica:

Sea la curva de la figura III-1 (representa las curvas obtenidas en el registro). La distancia \overline{OP} corresponde a 172.5 grados, ya que a los 180° que cubre en teoría el fotómetro hay que restarles los 7.5 de cielo ocultos por el Veleta. Los puntos O y P son identificables fácilmente por las súbitas grandes pen-

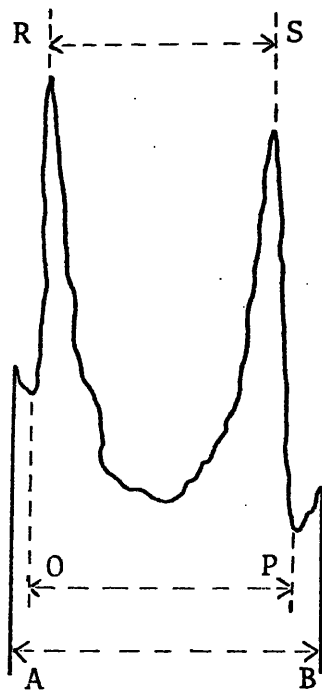


Figura III-1. Esquema del registro de una curva de emisión de la raya verde.

dientes, originadas cuando el fotómetro comienza y termina de recibir la emisión celeste.

Si llamamos X a la distancia, en milímetros, desde el punto O al punto correspondiente al cenit, tendremos $\overline{OP}/X = 172.5/90$, de donde se deducirá su valor. Dado que $X + \overline{AO}$ serán los milímetros existentes, en el papel del registrador, desde el extremo norte al cenit, tendremos el sistema de ecuaciones necesario para la obtención de los valores a y b :

$$0 = a - b(X + \overline{AO})$$

$$90 = a - b\overline{AO}$$

El criterio de los máximos de emisión aprovecha el hecho de que éstos se presentan a $\sim 82^\circ$ de distancia cenital. Así, midiendo \overline{AR} podemos obtener los valores de a y de b .

Además, nos hemos asegurado de la expresión obtenida comprobando su validez al paso de Júpiter o de estrellas muy brillantes por el meridiano. La posición del astro es leída en las efemérides, por lo que podemos comprobar con la dada por la expresión si coinciden o no. En nuestro caso, las comprobaciones han resultado totalmente satisfactorias.

Las intensidades de emisión de la raya verde, una vez obtenidas mediante el calibrado diario, están

reducidas de la luz extraterrestre y luces parásitas al haber usado el método de dos colores.

La corrección de Van Rhijn se realiza mediante el factor α .

Para la corrección de extinción usamos los valores obtenidos por Ibañez (1971). Ambas correcciones quedan englobadas en el factor $\gamma = \alpha \exp(kx \cdot l)$; siendo kx la densidad óptica de la atmósfera y l la función de Link.

Así, la reducción total de las medidas se realiza multiplicándolas por γ , según su distancia cenital.

Los valores necesarios para nuestro trabajo son expuestos en la tabla III-1.

tg z	α	l	γ
0.0	1.000	1.000	1.130
0.5	0.898	1.116	1.029
1.0	0.718	1.415	0.853
1.5	0.574	1.796	0.714
2.0	0.474	2.228	0.622
2.5	0.406	2.675	0.562

TABLA III - 1

IV. ESTUDIO DE LAS ONDAS DE GRAVEDAD

MEDIANTE MEDIDAS DE LA RAYA VERDE

M E T O D O Y R E S U L T A D O
=====

En este capítulo exponemos tanto las observaciones experimentales de intensidad de emisión de la raya verde como los métodos seguidos para la determinación de los parámetros de las ondas internas de gravedad, finalizando con la obtención de los valores de difusión turbulenta que las ondas pueden crear en la mesopausa.

IV-1. PLANTEAMIENTO

El paso de una onda de gravedad origina una variación de densidad. La intensidad de la raya verde depende de la densidad de oxígeno atómico. Por tanto, mediante el registro de las variaciones de intensidad de emisión podemos estudiar las ondas de gravedad.

Dado que la emisión de la raya verde se encuentra en una zona bien delimitada y que la detección se realiza desde tierra (lo que conlleva la posibilidad de múltiples medidas y bajo coste) es por lo que el método posee un alto interés para el estudio de las ondas de gravedad, en una zona, además, realmente atraca

tiva de la atmósfera.

El hecho de disponer de un solo fotómetro hace que muchos de los parámetros se obtengan de forma indirecta pero, aún así, manejando con aprovechamiento los recursos teóricos, es sorprendente la cantidad de parámetros y efectos que pueden estudiarse, tal como detallamos en este capítulo.

IV-2. OCURRENCIA DE LAS ONDAS INTERNAS DE GRAVEDAD

La existencia de oscilaciones periódicas en la intensidad de emisión de la raya verde y su mayor o menor número en las distintas estaciones del año, ha sido el primer propósito de nuestra tarea. Fruto de ello han sido los trabajos de Battaner y col.(1977) y de Molina y col.(1977).

Hemos realizado un análisis de autocorrelación con los valores de intensidad de emisión del {OI} en 557.7 nm. Los datos, que corresponden a 321 noches de los años 1969 y 1970, han sido tomados de media

en media hora en el cenit. No han podido registrarse periodos menores de una hora dado el intervalo de registro.

De dicho análisis obtenemos que casi un 50% de las ondas corresponden a periodos comprendidos entre dos y tres horas y media.

La figura IV-1 representa un histograma de ocurrencia de las ondas según su periodo.

Atendiendo al número de ondas detectadas cada mes, prescindiendo del valor de su periodo, obtenemos la gráfica de la figura IV-2. En ella se observa claramente dos máximos en la ocurrencia de las ondas centrados en julio y diciembre y los mínimos en febrero y octubre.

El mes de marzo es considerado anómalo, en cuanto que lo fue en 1969 con altísimos valores en los índices de actividad magnética K_p y no disponer de datos en el año 1970.

Los resultados pormenorizados de este estudio de ocurrencia se muestran en la tabla IV-1.

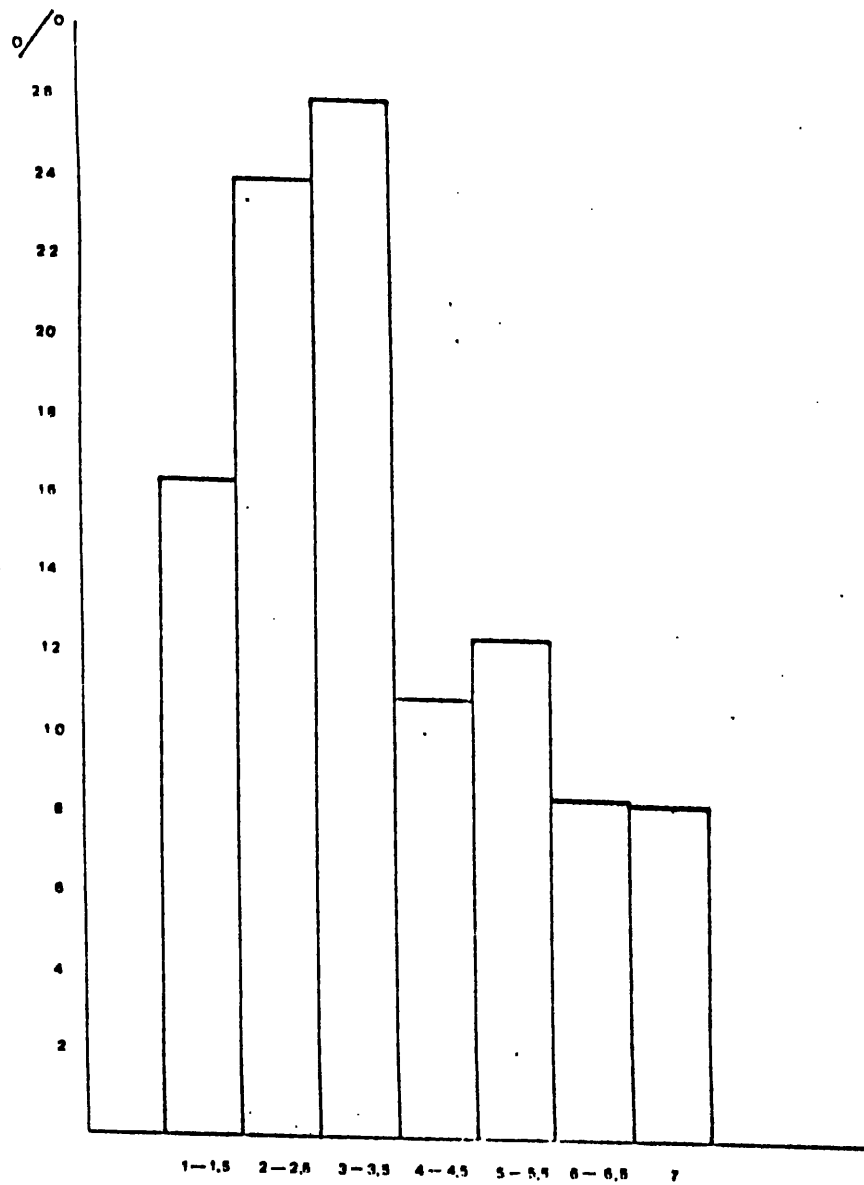


Figura IV-1.- Ocurrencia de las ondas de gravedad según sus periodos expresados en horas.

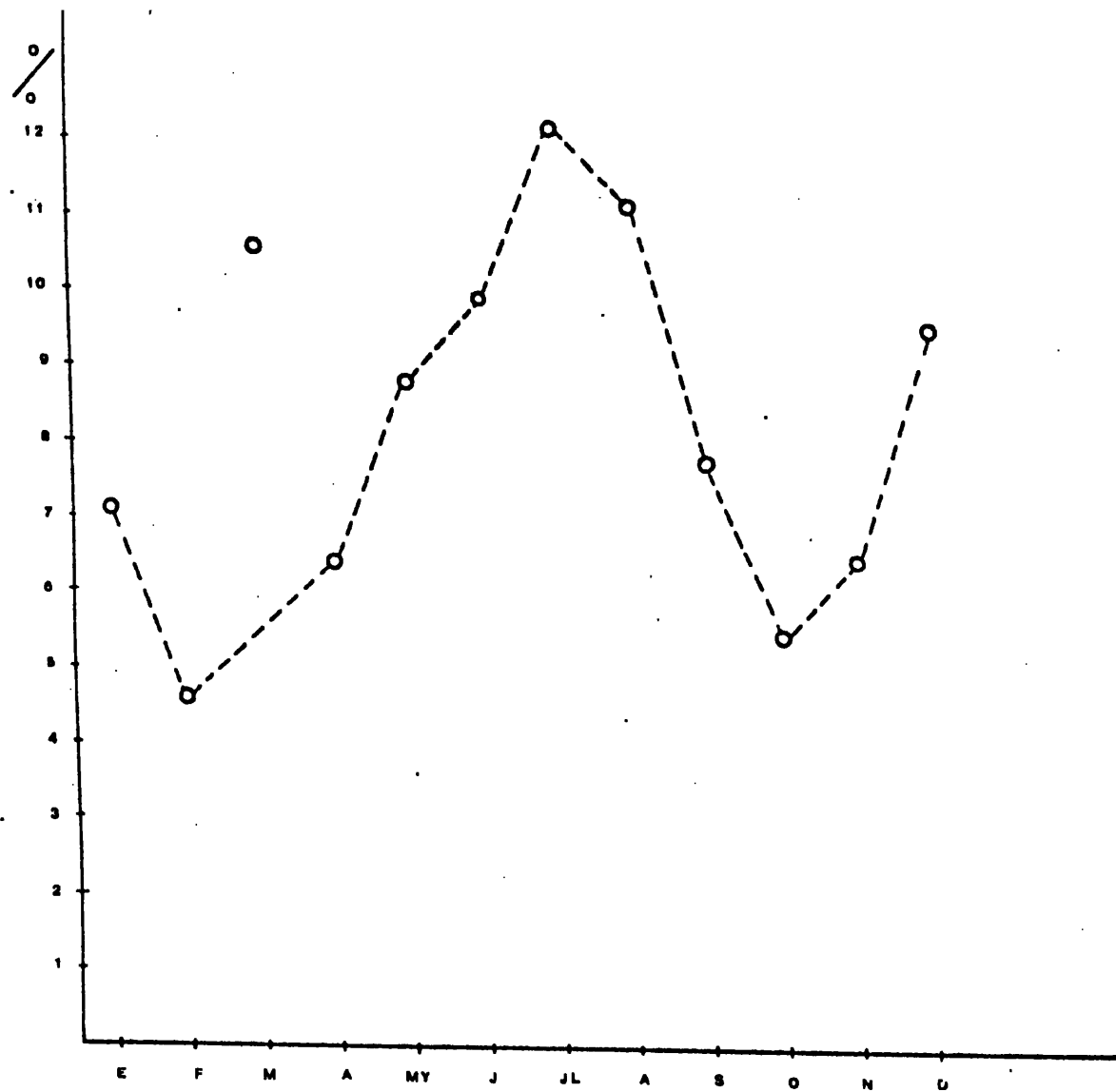


Figura IV-2.- Distribución de la ocurrencia de las ondas a lo largo del año .

	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
T= 1	23 22 12.50	0 0 0	13 19 5.46	0 0 0	7 8 4.74	7 10 5.60	9 14 7.98	11 17 9.6	4 4 2.31	0 0 0	1 0 0	5 7 3.88	57.53	7.40
T=1.5	0 0 0	8 4 2.73	20 23 8.19	9 6 4.50	5 0 3.16	9 5 7.0	10 13 9.31	8 10 7.20	7 7 4.62	14 8 3.00	0 0 0	13 14 9.70	70.60	9.09
T=2.0	14 9 7.50	0 0 0	7 6 2.73	0 0 0	9 7 6.32	7 6 5.60	10 11 9.31	11 11 9.60	11 8 6.93	14 7 3.00	40 23 10.00	13 11 9.70	86.42	11.13
T=2.5	9 6 5.00	8 3 2.73	13 13 5.46	21 13 10.50	7 6 4.74	16 15 12.60	11 13 10.64	11 11 9.60	11 8 6.93	14 7 3.00	0 0 0	5 5 3.88	83.54	10.76
T=3.0	18 16 10.00	8 4 2.73	7 9 2.73	12 10 6.00	7 8 4.74	11 14 8.40	13 19 11.97	3 4 2.40	4 4 2.31	0 0 0	0 0 0	11 13 7.76	61.77	7.96
T=3.5	5 2 2.50	0 0 0	20 14 8.19	9 4 4.50	14 8 9.48	11 7 8.40	10 8 9.31	22 17 19.20	22 12 13.86	28 11 6.00	20 9 5.00	11 7 7.76	113.39	14.60
T=4.0	9 7 5.00	15 8 5.46	7 8 2.73	9 6 4.50	16 15 11.06	14 16 11.20	9 11 7.98	8 10 7.20	4 3 2.31	0 0 0	20 14 5.00	3 3 1.94	22.11	9.29
T=4.5	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	7 35 4.74	2 10 1.40	3 20 2.66	0 0 0	7 35 4.62	0 0 0	0 0 0	0 0 0	13.42	1.73
T=5.0	5 3 2.50	8 3 2.73	7 6 2.73	24 13 12.00	7 5 4.74	11 9 8.40	9 9 7.98	17 16 14.40	11 8 6.93	0 0 0	2 11 5.00	21 17 15.52	90.66	11.68
T=5.5	0 0 0	0 0 0	0 0 0	6 44 3.00	0 0 0	2 21 1.40	0 0 0	3 35 2.40	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	6.80	0.88
T=6.0	9 8 5.00	23 13 8.19	0 0 0	0 0 0	18 20 12.64	9 11 7.00	9 12 7.98	6 7 4.80	7 7 4.62	28 9 6.00	0 0 0	3 3 1.94	64.17	8.26
T=6.5	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	2 0 1.58	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1.58	0.20
T=7.0	9 9 5.00	31 20 10.92	7 10 2.73	9 8 4.50	2 3 1.58	2 3 1.40	9 14 7.98	0 0 0	11 13 6.93	0 0 0	0 0 0	16 21 11.64	55.41	7.14
suma	55.00	35.49	81.90	49.50	69.52	78.40	93.10	86.40	62.37	42.00	50.00	73.72	776.42	
	7.08	4.57	10.55	6.38	8.95	10.10	11.99	11.13	8.03	5.41	6.44	9.49		

T a b l a IV - 1

Tabla IV-1.- Los tres números que aparecen en los rectángulos indican: n°superior izquierdo, % sobre el total de dicho mes; n°superior derecho, % sobre el total de dicho periodo; n°inferior, n°de oscilaciones de di-periodo en ese mes. La última columna indica el % de ondas(sobre el total) de dicho periodo. La última fila indica el % de ondas (sobre el total) de cada mes.

IV-3. RELACION ENTRE LAS VARIACIONES RELATIVAS DE DENSIDAD DE CADA COMPUESTO Y CON LAS DE LA ATMOSFERA MEDIA

Estudiaremos ahora la relación entre la variación relativa de densidad del oxígeno atómico y de la atmósfera media, así como la del oxígeno atómico y cualquier otro componente, al paso de una de gravedad de alto periodo, en los 90-100 km de altura y por la noche.

El presente apartado está basado en un trabajo de Dudis y Reber (1976). Ellos hicieron un estudio sobre la relación entre las variaciones relativas de densidad de distintos componentes producidas por ondas de gravedad. Las expresiones que obtuvieron se apoyaban en grandes simplificaciones tales como equilibrio difusivo y ausencia de producción y pérdida de los compuestos. Compararon sus resultados con los valores obtenidos por el satélite AE-C (Reber, 1975) de varios compuestos: helio, argón y nitrógeno molecular. Dado que las simplificaciones usadas por ellos restringen la aplicación de su expresión a compuestos tales como los citados, en la termosfera, es por lo que estimamos interesante obtener expresiones más generales, que, por

otra parte, podamos emplear en nuestro estudio.

Las ecuaciones de continuidad para el oxígeno atómico y para la atmósfera media pueden escribirse así:

$$\frac{d\rho_o}{dt} + \rho_o \nabla \cdot \vec{U} = J\rho_{o_2} - K\rho_o^2 \quad (4-1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (4-2)$$

donde el segundo miembro de (4-1) es debido a la producción y pérdida de oxígeno atómico.

La densidad del oxígeno molecular viene expresada por ρ_{o_2} , la del oxígeno atómico por ρ_o y la de la atmósfera media por ρ .

Eliminando $\nabla \cdot \vec{U}$ entre (4-1) y (4-2) obtenemos:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho_o} \frac{d\rho_o}{dt} - J \frac{\rho_{o_2}}{\rho_o} + K\rho_o \quad (4-3)$$

Descomponemos las variables en suma de una parte media (no perturbada) y una parte de perturbación, es decir:

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (4-4a)$$

$$\rho_o = \bar{\rho}_o + \rho'_o \quad (4-4b)$$

$$\rho_{o_2} = \bar{\rho}_{o_2} + \rho'_{o_2} \quad (4-4c)$$

Sustituyendo las (4-4) y el operador $\frac{d}{dt}$ por $\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla$ en (4-3) obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} U_z = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho'_0}{\rho_0} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial z} U_z - J \frac{\bar{\rho}_0}{\rho} \omega^2 + K(\bar{\rho}_0 + \rho'_0) \quad (4-5)$$

Para la altura de máxima concentración,

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial z} = 0, \text{ la anterior expresión se reduce a:}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) - \frac{1}{H} U_z = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho'_0}{\rho_0} \right) - J \frac{\bar{\rho}_0}{\rho_0} \omega^2 + K(\bar{\rho}_0 + \rho'_0) \quad (4-6)$$

donde hemos empleado $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = - \frac{1}{H}$.

Si las variaciones de densidad son debidas al paso de una onda de gravedad, teniendo en cuenta (2-27) y (2-44) y tomando módulos tendremos:

$$\frac{\hat{\rho}'}{\rho} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) \omega} \left\{ (\omega + K\bar{\rho}_0) \frac{\hat{\rho}'_0}{\rho_0} + K\bar{\rho}_0 - J \frac{\bar{\rho}_0}{\rho_0} \omega^2 \right\} \quad (4-7)$$

El símbolo $\hat{\rho}$ indica módulos de la amplitud de la perturbación.

Durante la noche $J=0$, y como por otra parte $K\bar{\rho}_0$ es despreciable frente a ω e incluso frente a $\omega\hat{\rho}'_0/\bar{\rho}_0$ tenemos:

$$\frac{\hat{\rho}'}{\bar{\rho}} = \frac{1}{1 - \frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{\hat{\rho}'_0}{\bar{\rho}_0} \quad (4-8)$$

Obsérvese que, como es lógico, la relación entre $\frac{\hat{\rho}'}{\bar{\rho}}$ y $\frac{\hat{\rho}'_0}{\bar{\rho}_0}$ depende de la frecuencia de la onda, pero considerando valores de ω típicos de las ondas de gravedad a esas alturas la relación no depende de ella. Por otra parte, hacemos constar que, si desde el principio hubiésemos considerado nulo el segundo miembro de (4-1) obtendríamos igualmente (4-8).

Si en vez de considerar el oxígeno atómico considerásemos cualquier otro compuesto, y prescindiéramos de los términos de producción y pérdida, obtendríamos:

$$\frac{\hat{\rho}'_c}{\bar{\rho}_c} = \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma-1} - \frac{\gamma H}{\gamma-1} \frac{1}{\bar{\rho}_c} \frac{\partial \bar{\rho}_c}{\partial z} \right) \frac{\hat{\rho}'_0}{\bar{\rho}_0} \quad (4-9)$$

Teniendo en cuenta (4-8) y (4-9), deducimos:

$$\frac{\hat{\rho}'_c}{\bar{\rho}_c} = \left(1 + \gamma H \frac{1}{\bar{\rho}_c} \frac{\partial \bar{\rho}_c}{\partial z} \right) \frac{\hat{\rho}'_o}{\bar{\rho}_o} \quad (4-10)$$

expresión que es válida solo para la altura del máximo de concentración de oxígeno atómico y por la noche.

Si para la obtención de (4-8) no hacemos la sustitución $\frac{1}{\bar{\rho}_o} \frac{\partial \bar{\rho}_o}{\partial z} = 0$, es decir, no nos restringimos a la altura de máxima concentración de oxígeno atómico, obtendríamos:

$$\frac{\hat{\rho}'_o}{\bar{\rho}_o} = \frac{1 - \gamma H/H_o}{1 - \gamma} \frac{\hat{\rho}'}{\bar{\rho}} \quad (4-11)$$

donde

$$- \frac{1}{H_o} = \frac{1}{\bar{\rho}_o} \frac{\partial \bar{\rho}_o}{\partial z} \quad (4-12)$$

sin que ésto quiera decir que estamos considerando un perfil exponencial de la concentración de oxígeno atómico.

IV-4. OBTENCION DE LAS VARIACIONES RELATIVAS DE
OXIGENO ATOMICO A PARTIR DE MEDIDAS DE LA RAYA
VERDE

Como ya dijimos en el apartado II-2 son dos los mecanismos que se suponen pueden causar la raya verde. Aunque sabemos hoy día la falta de credibilidad del mecanismo de Chapman, creemos conveniente aplicar nuestras relaciones obtenidas en el apartado anterior para comprobar así los resultados.

Según el mecanismo de Chapman, la razón de emisión de la raya verde, aceptando el equilibrio fotoquímico para $O(^1S)$, viene dada por:

$$Q = \frac{K_{ch} \{O\}^3}{1 + \frac{K_O \{O\} + K_{O_2} \{O_2\} + K_{N_2} \{N_2\}}{A}} \quad (4-13)$$

El significado de los símbolos es el siguiente: K_{ch} es el coeficiente de reacción de Chapman; K_O , K_{O_2} y K_{N_2} son los coeficientes de desactivación colisional de O , O_2 y N_2 con el oxígeno atómico; A es la probabilidad de transición del estado $O(^1S)$ al $O(^1D)$.

Han sido numerosos los valores obtenidos por distintos investigadores para dichos coeficientes.

Exponemos aquí unos de los más usados:

$$A = 1.18 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Nicolaide y col., 1971})$$

$$K_{\text{ch}} = 1.4 \times 10^{-30} \exp(-E_1/RT) \text{ cm}^6 \text{ mol}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$E_1 = 1300 \pm 600 \text{ cal mol}^{-1}$$

(Slanger y Black, 1976 a)

$$K_{\text{O}} = 5 \times 10^{-11} \exp(-610/RT) \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

(Slanger y Black, 1976 b)

$$K_{\text{O}_2} = 4.3 \times 10^{-12} \exp(-1700/RT) \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

(Slanger y Black, 1973)

El coeficiente K_{N_2} es del orden de 10^{-17} por lo que $K_{\text{N}_2} \{ \text{N}_2 \}$ es despreciable frente a los términos de deactivación colisional del O y del O_2 .

Diferenciando (4-13), después de operar y simplificar, obtenemos:

$$\frac{dQ}{Q} = \left(3 - \frac{K_{\text{O}} \{ \text{O} \}}{A + K_{\text{O}} \{ \text{O} \} + K_{\text{O}_2} \{ \text{O}_2 \}} \right) \frac{d\rho_{\text{O}}}{\rho_{\text{O}}} - \left(\frac{K_{\text{O}_2} \{ \text{O}_2 \}}{A + K_{\text{O}} \{ \text{O} \} + K_{\text{O}_2} \{ \text{O}_2 \}} \right) \frac{d\rho_{\text{O}_2}}{\rho_{\text{O}_2}}$$

(4-14)

Sustituyendo (4-10) en (4-14):

$$\frac{dQ}{Q} = \left\{ 3 - \frac{K_0 \{O\}}{A + K_0 \{O\} + K_{O_2} \{O_2\}} - \frac{K_{O_2} \{O_2\}}{A + K_0 \{O\} + K_{O_2} \{O_2\}} \right\} \times \left(1 + H_Y \frac{1}{\bar{\rho}_{O_2}} \frac{\partial \bar{\rho}_{O_2}}{\partial z} \right) \times \frac{d\rho_o}{\rho_o} \quad (4-15)$$

expresión que relaciona la variación relativa de emisión de la raya verde con la concentración relativa de oxígeno atómico.

Los valores numéricos de las concentraciones los tomamos de Battaner(1975), que a media noche son:

$\{O\} = 1.12 \times 10^{12}$; $\{O_2\} = 4.36 \times 10^{12}$
 El valor de $\frac{1}{\bar{\rho}_{O_2}} \frac{\partial \bar{\rho}_{O_2}}{\partial z}$ lo deducimos también del citado trabajo siendo igual a -0.22 km^{-1} .

El resultado es:

$$\frac{\Delta I}{I} = 2.13 \frac{\Delta \rho_o}{\rho_o} \quad (2-16)$$

Es evidente que $\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta I}{I}$, siendo $\frac{\Delta I}{I}$ la variación relativa de la intensidad de emisión.

Aunque los coeficientes dependen de la temperatura, las variaciones de la misma a lo largo del año no afectan al valor obtenido en (4-16).

Según el mecanismo de Barth:

$$Q = \frac{K_B \{O\}^3 \{M\}}{\left(1 + \frac{K_O \{O\} + K_{O_2} \{O_2\}}{A}\right) (C + \{M\} + K^* \{O\})} \quad (4-17)$$

Según Slanger y Black(1977) los nuevos coeficientes tienen los siguientes valores:

$$C = 6 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$K_B = 1.4 \times 10^{-30} \exp(-1300/RT) \text{ cm}^6 \text{ mol}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$K^* = 300 \{ \exp(-1300/RT) \} \times (300/T)^{-2} \times 0.024^{-1}$$

Solheim y Witt (1979) consideran $C = 0$ y 0.015^{-1} , en vez de 0.024^{-1} , el último factor de K^* .

Diferenciando (4-17) y después de operar y simplificar, se obtiene:

$$\frac{dQ}{Q} = \left\{ 3 - \left(\frac{K_O \{O\}}{A + K_O \{O\} + K_{O_2} \{O_2\}} + \frac{K^* \{O\}}{C + \{M\} + K^* \{O\}} \right) \right\} \frac{d\rho_o}{\rho_o} + \left(1 - \frac{\{M\}}{C + \{M\} + K^* \{O\}} \right) \frac{d\rho}{\rho} - \frac{K_{O_2} \{O_2\}}{A + K_O \{O\} + K_{O_2} \{O_2\}} \frac{d\rho_{o_2}}{\rho_{o_2}}$$

(4-18)

Teniendo en cuenta (4-8) y (4-10), la (4-18), después de sustituir valores, nos da:

$$\frac{\Delta I}{I} = 1.85 \frac{\Delta \rho_0}{\rho_0} \quad (4-19)$$

IV-5. RELACION ENTRE LAS VARIACIONES DE EMISION
DEL OI EN 557.7 nm Y LAS VARIACIONES DE
DENSIDAD DE LA ATMOSFERA MEDIA

El presente apartado es consecuencia de los dos anteriores, IV-3 y IV-4. Aquí, y en los sucesivos apartados solo consideraremos el mecanismo de Barth.

Teniendo en cuenta (4-8) y (4-19) obtenemos:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = 0.216 \frac{\Delta I}{I} \quad (4-20)$$

expresión que relaciona la variación relativa de intensidad de la raya verde con la variación rela-

tiva de densidad de la atmósfera media.

Ahora bien, dado que (4-8) es solo válida para la altura de máxima concentración de oxígeno atómico y dado que ésta puede diferir de la altura de máxima emisión, es necesario hallar expresiones que sustituyan a la (4-20). Realizaremos el estudio con dos posibilidades(la elección de las mismas será comentada más adelante en el apartado V-4):

- a) el máximo de concentración de O se considera a los 94 km de altitud y el de emisión de raya verde a los 97 km.
- b) el máximo de concentración de O se considera, junto con el de emisión de la raya verde, a los 97 km de altura.

En ambos casos hemos de usar la expresión (4-11) promediando según la concentración en el entorno(anchura mitad) de su altura de máxima emisión. Los resultados obtenidos dan:

$$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o} = - 0.617 \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (4-21a)$$

$$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o} = - 1.330 \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (4-21b)$$

para los casos a) y b) respectivamente. Para éllo

hemos hecho uso del modelo de Battaner(1975). Teniendo en cuenta éstas dos expresiones y (4-19) obtenemos :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0.876 \frac{\Delta I}{I} \quad (4-22a)$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0.406 \frac{\Delta I}{I} \quad (4-22b)$$

respectivamente.

IV-6-1. DETERMINACION EXPERIMENTAL DE DIVERSOS
PARAMETROS DE LAS O.I.G.s USANDO LA
TEORIA LINEAL

Sustituyendo los valores $\gamma = 1.4$ y $C = 282 \text{ ms}^{-1}$ en (2-43) y haciendo uso de (4-22a) o (4-22b), obtenemos:

$$U_x = 391 \frac{\Delta I}{I} \quad (4-23a)$$

$$U_x = 181 \frac{\Delta I}{I} \quad (4-23b)$$

De (2-39) y (2-41) deducimos $U_z = \frac{\tau_g}{T} U_x$

que con $\tau_g = 4.9$ minutos queda:

$$U_z = \frac{295}{T} U_x \quad (4-24)$$

con T, periodo, dado en segundos.

Por tanto, midiendo las amplitudes de las variaciones relativas de la intensidad de emisión de la raya verde de cada componente del espectro podemos, con la ayuda de las relaciones expuestas, obtener variaciones relativas de densidad de oxígeno atómico y de la atmósfera media, así como las componentes horizontales y verticales de las velocidades inducidas por las ondas.

Las variaciones $\Delta I/I$ de cada componente del espectro las hemos obtenido mediante transformada de Fourier de los datos de emisión procedentes del cenit durante intervalos de 30 minutos cada noche (exponemos una discusión sobre el método en el apéndice D).

Los resultados los exponemos en las tablas (IV-2a)-(IV-2u), mostrando en ellas los valores medios por meses para periodos comprendidos entre 3 y 3 horas y media (T_1), 2 y media y 3 (T_2), 2 y 2 horas y media (T_3), 1 y media y 2 (T_4) y 1 y 1 hora y media (T_5).

Para obtener U_z utilizamos el valor medio de T de cada intervalo.

Las columnas a se refieren a los valores obtenidos usando (4-22a) y las b cuando se ha usado (4-22b).

ENERO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.151	0.082	0.132	0.061	59.04	27.33	1.49	0.69
T ₂	0.063	0.034	0.055	0.026	24.63	11.40	0.73	0.34
T ₃	0.082	0.044	0.072	0.033	32.06	14.84	1.17	0.54
T ₄	0.083	0.045	0.073	0.034	32.45	15.02	1.52	0.70
T ₅	0.078	0.042	0.068	0.032	30.50	14.12	2.00	0.93

TABLA IV-2a

FEBRERO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.101	0.055	0.089	0.041	39.49	18.28	1.00	0.46
T ₂	0.085	0.046	0.075	0.035	33.24	15.39	0.99	0.46
T ₃	0.070	0.038	0.061	0.028	27.37	12.67	1.00	0.46
T ₄	0.078	0.042	0.068	0.032	30.50	14.12	1.43	0.66
T ₅	0.064	0.035	0.056	0.026	25.02	11.58	1.64	0.76

TABLA IV-2b

MARZO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_c}{\rho_c}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.109	0.059	0.096	0.044	42.62	19.73	1.08	0.25
T ₂	0.159	0.086	0.139	0.065	62.17	28.78	1.85	0.25
T ₃	0.121	0.065	0.106	0.049	47.31	21.90	1.72	0.80
T ₄	0.096	0.052	0.084	0.039	37.54	17.38	1.76	0.81
T ₅	0.074	0.040	0.065	0.030	28.93	13.39	1.90	0.88

TABLA IV-2c

ABRIL 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.105	0.057	0.092	0.043	41.06	19.01	1.04	0.48
T ₂	0.119	0.065	0.104	0.048	46.53	21.54	1.39	0.64
T ₃	0.080	0.043	0.070	0.033	31.28	14.48	1.44	0.53
T ₄	0.072	0.039	0.063	0.029	28.15	13.03	1.32	0.61
T ₅	0.062	0.034	0.054	0.025	24.24	11.22	1.59	0.74

TABLA IV-2d

MAYO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.074	0.040	0.065	0.026	28.93	13.39	0.73	0.34
T ₂	0.087	0.047	0.076	0.035	34.02	15.75	1.01	0.47
T ₃	0.065	0.035	0.057	0.026	25.42	11.77	0.93	0.43
T ₄	0.068	0.037	0.060	0.028	26.59	12.31	1.25	0.58
T ₅	0.068	0.037	0.060	0.028	26.59	12.31	1.74	0.81

TABLA IV-2e

JUNIO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		U_x (m.s ⁻¹)		U_z (m.s ⁻¹)	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.159	0.086	0.139	0.065	62.17	28.78	1.57	0.73
T ₂	0.080	0.043	0.070	0.033	31.28	14.48	0.93	0.43
T ₃	0.068	0.037	0.060	0.028	26.59	12.31	0.97	0.45
T ₄	0.057	0.031	0.050	0.023	22.29	10.32	1.04	0.48
T ₅	0.050	0.027	0.044	0.020	19.55	9.05	1.28	0.59

TABLA IV-2f

JULIO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.150	0.081	0.131	0.061	51.22	27.15	1.29	0.69
T ₂	0.091	0.049	0.080	0.037	35.58	16.47	1.06	0.49
T ₃	0.096	0.052	0.084	0.039	37.54	17.38	1.37	0.63
T ₄	0.082	0.044	0.072	0.033	32.06	14.84	1.50	0.70
T ₅	0.071	0.038	0.062	0.029	27.76	12.85	1.79	0.84

TABLA IV-2g

AGOSTO 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.126	0.068	0.110	0.051	49.27	22.81	1.24	0.58
T ₂	0.083	0.045	0.073	0.034	32.45	15.02	0.97	0.45
T ₃	0.087	0.047	0.076	0.035	34.02	15.75	1.24	0.57
T ₄	0.066	0.036	0.058	0.027	25.81	11.95	1.21	0.56
T ₅	0.108	0.058	0.095	0.044	42.23	19.55	2.77	1.28

TABLA IV-2h

SEPTIEM- BRE 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
			T_1	0.159	0.086	0.139	0.065	62.17
T_2	0.073	0.040	0.064	0.030	28.54	13.21	0.85	0.39
T_3	0.034	0.018	0.030	0.014	13.29	6.15	0.48	0.22
T_4	0.097	0.052	0.085	0.039	37.93	17.56	1.78	0.82
T_5	0.055	0.030	0.048	0.022	21.51	9.96	1.41	0.65

TABLA IV-2i

NOVIEM- BRE 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.178	0.096	0.156	0.072	69.60	32.22	1.76	0.81
T ₂	0.134	0.072	0.117	0.054	52.39	24.55	1.56	0.72
T ₃	0.104	0.056	0.091	0.042	40.66	18.82	1.48	0.69
T ₄	0.090	0.049	0.079	0.037	35.19	16.29	1.65	0.76
T ₅	0.060	0.032	0.053	0.024	23.46	10.86	1.54	0.71

TABLA IV-2j

DICIEM- BRE 1969	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁								
T ₂	0.094	0.051	0.082	0.033	36.75	17.01	1.10	0.51
T ₃	0.115	0.062	0.101	0.047	45.00	20.82	1.64	0.76
T ₄	0.079	0.042	0.069	0.032	30.89	14.30	1.45	0.67
T ₅	0.080	0.043	0.070	0.033	31.28	14.48	2.05	0.95

TABLA IV-2k

ENERO 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$		$U_z \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.142	0.077	0.124	0.058	55.52	25.70	1.40	0.65
T ₂	0.170	0.092	0.149	0.069	66.47	30.77	1.98	0.92
T ₃	0.136	0.074	0.119	0.055	53.18	24.62	1.94	0.90
T ₄	0.161	0.087	0.141	0.066	62.95	29.14	2.95	1.37
T ₅	0.166	0.090	0.145	0.067	64.91	30.05	4.26	1.97

TABLA IV-21

FEBRERO 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.114	0.062	0.100	0.046	44.57	20.63	1.12	0.52
T ₂	0.113	0.061	0.099	0.046	44.18	20.45	1.32	0.61
T ₃	0.130	0.070	0.114	0.053	50.83	23.53	1.85	0.86
T ₄	0.086	0.046	0.075	0.035	33.63	15.57	1.58	0.73
T ₅	0.077	0.041	0.068	0.031	30.11	13.94	1.97	0.91

TABLA IV-2m

BIBLIOTECA
INGENIERO DE CIEN

ABRIL 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.159	0.086	0.139	0.065	62.17	28.78	1.57	0.73
T ₂	0.141	0.076	0.124	0.057	55.13	25.52	1.64	0.76
T ₃	0.142	0.077	0.124	0.058	55.52	25.70	2.02	0.94
T ₄	0.094	0.051	0.082	0.038	36.75	17.01	1.72	0.80
T ₅	0.087	0.047	0.076	0.035	34.02	15.75	2.23	1.03

TABLA IV-2n

MAYO 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.161	0.087	0.141	0.065	62.95	29.14	1.59	0.74
T ₂	0.133	0.072	0.117	0.054	52.00	24.07	1.55	0.72
T ₃	0.122	0.066	0.107	0.049	47.70	22.08	1.74	0.80
T ₄	0.097	0.052	0.085	0.039	37.93	17.56	1.78	0.82
T ₅	0.101	0.055	0.089	0.041	39.49	18.28	2.59	1.20

TABLA IV-2ñ

JUNIO 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.177	0.096	0.155	0.072	69.21	32.04	1.75	0.81
T ₂	0.152	0.082	0.133	0.062	59.43	27.51	1.77	0.82
T ₃	0.133	0.072	0.117	0.054	52.00	24.07	1.89	0.88
T ₄	0.109	0.059	0.096	0.044	42.62	19.73	2.00	0.92
T ₅	0.095	0.051	0.083	0.039	37.15	17.20	2.46	1.13

TABLA IV-2o

JULIO 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁								
T ₂	0.155	0.084	0.136	0.063	60.61	28.06	1.81	0.84
T ₃	0.135	0.073	0.118	0.055	52.79	24.44	1.92	0.89
T ₄	0.148	0.080	0.130	0.060	57.87	26.79	2.71	1.26
T ₅	0.118	0.064	0.103	0.048	46.14	21.36	3.03	1.40

TABLA IV-2p.

SEPTIEM BRE 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.096	0.052	0.084	0.039	37.54	17.38	0.95	0.44
T ₂	0.078	0.042	0.068	0.032	30.50	14.12	0.91	0.42
T ₃	0.083	0.045	0.073	0.034	32.45	15.02	1.18	0.55
T ₄	0.073	0.040	0.064	0.030	28.54	13.21	1.34	0.62
T ₅	0.066	0.036	0.058	0.027	25.81	11.95	1.69	0.78

TABLA IV-2r

OCTUBRE 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$		$U_z \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.118	0.064	0.103	0.048	46.14	21.36	1.16	0.54
T ₂	0.079	0.042	0.069	0.032	30.89	14.30	0.92	0.43
T ₃	0.103	0.055	0.090	0.042	40.27	18.64	1.47	0.68
T ₄	0.091	0.049	0.080	0.037	35.58	16.47	1.67	0.77
T ₅	0.068	0.037	0.060	0.028	23.91	12.31	1.54	0.91

TABLA IV-2s

NOVIEM- BRE 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.113	0.061	0.099	0.046	44.18	20.45	1.11	0.52
T ₂	0.155	0.084	0.136	0.063	60.61	28.06	1.81	0.84
T ₃	0.070	0.038	0.061	0.028	27.37	12.67	1.00	0.46
T ₄	0.095	0.051	0.083	0.039	37.15	17.20	1.74	0.81
T ₅	0.069	0.037	0.060	0.028	26.98	12.49	1.77	0.82

TABLA IV-2t

DICIEM- BRE 1970	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$	
			a	b	a	b	a	b
T ₁	0.177	0.096	0.155	0.072	69.21	32.04	1.75	0.81
T ₂	0.130	0.070	0.114	0.053	50.83	23.53	1.52	0.70
T ₃	0.126	0.068	0.110	0.051	49.27	22.81	1.79	0.83
T ₄	0.124	0.067	0.109	0.050	48.48	22.44	2.27	1.05
T ₅	0.115	0.062	0.101	0.047	44.97	20.82	2.95	1.37

TABLA IV-2u

IV-6-2. DENSIDAD DE ENERGIA CINETICA DE LAS O.I.G.s

Teniendo en cuenta (2-45) y los valores obtenidos en IV-6-1, calculamos los valores de densidad de energía cinética de las ondas de gravedad.

En la tabla IV-3 presentamos los valores medios mensuales para los años 1969 y 1970 correspondientes a ondas de periodos comprendidos entre 1 y 3 ¹/₂ horas.

Se observa que, aunque los valores son, en general, mayores en el año 1970, en ambos años la distribución mensual adquiere la misma forma.

En la figura IV-3 representamos la media de la energía cinética por meses para ambos años, según la opción a).

$\epsilon (\text{m}^2 \text{s}^{-2})$	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
AÑO a)	3560	2489	5094	3116	2028	3215	3973	3577	3380	-	5523	4616
1969 b)	763	533	1092	668	435	689	851	767	724	-	1184	989
AÑO a)	9265	4352	-	6232	5984	7122	6034	5885	2440	3347	4237	7089
1970 b)	1985	933	-	1335	1282	1526	1293	1261	523	717	908	1519

TABLA IV - 3

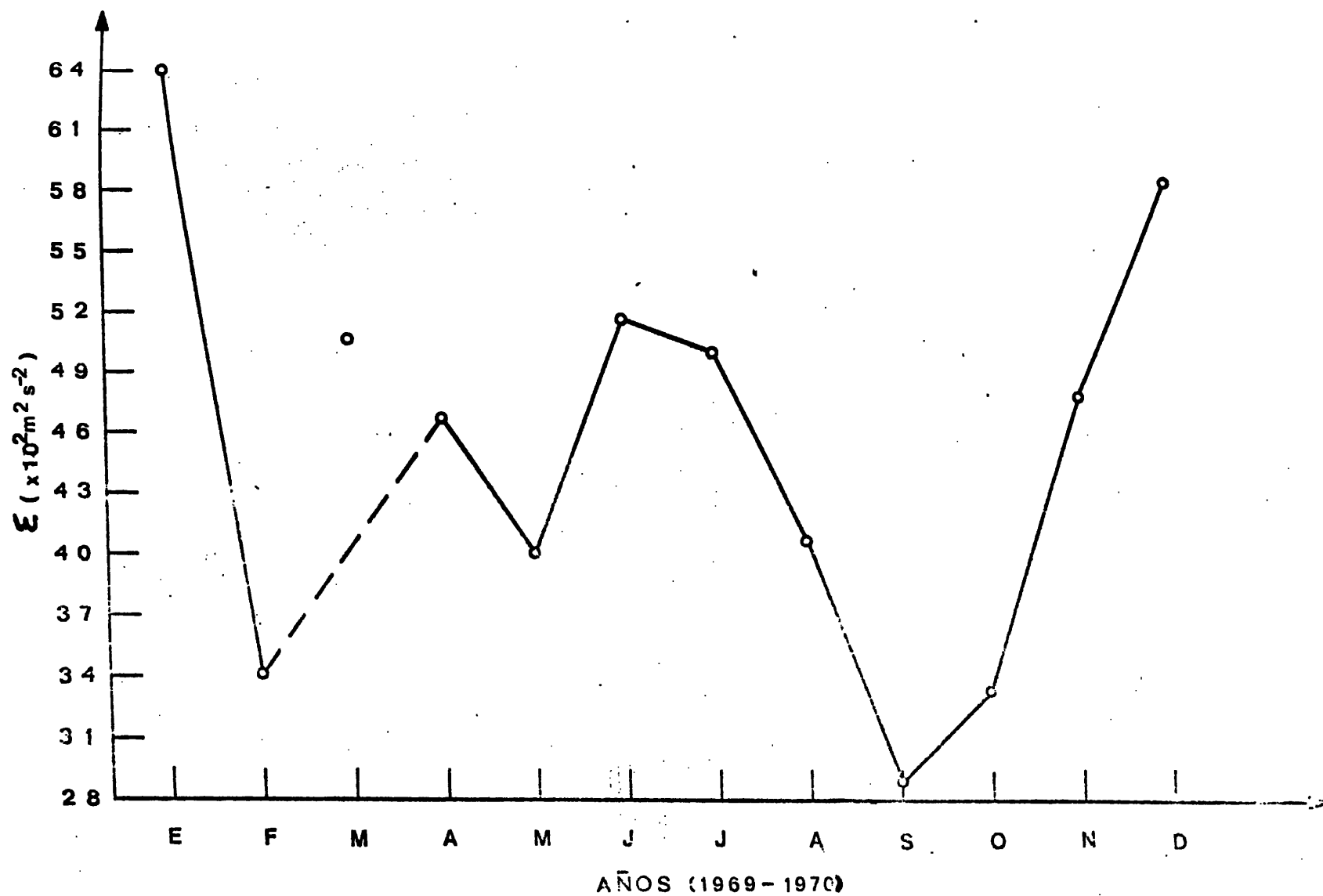


Figura IV-3 . Distribución por meses de la densidad de energía cinética de las ondas de gravedad.

IV-7. DIFUSION TURBULENTA INDUCIDA POR LAS O.I.G.s

Usaremos los razonamientos y expresiones de los apartados II-1-1-7 y II-1-1-8 para obtener los valores de la difusión turbulenta inducida por las ondas internas de gravedad. Es interesante recordar que las expresiones mencionadas sirven tanto si son los efectos no lineales como los lineales la causa de la turbulencia.

IV-7-1. EXPRESION Y METODO

Partimos de (2-167) con la aproximación de $\epsilon \ll 1$ que justificamos en el apéndice C.

$$D = \sum_k \frac{\langle \vec{U}_k \vec{U}_k^* \rangle k_z}{2 H k^2 \omega} \quad (4-25)$$

cuya componente zz será:

$$D_{zz} = \frac{\langle (U_{kz}')^2 \rangle k_z}{2 H k^2 \omega} \quad (4-26)$$

Usando las aproximaciones del apéndice C escribimos la componente z de (2-151),

$$U_{kz} = \frac{-gH\{i\omega^2 k_z + (\gamma-1)g(k^2 - k_z^2)\}}{i\omega\{(\gamma-1)g(kH - ik_z)\}} N_k \quad (4-27)$$

O bien:

$$U_{kz} = \frac{-H\{i\omega^2 k_z + (\gamma-1)gk_x^2\}}{\omega(\gamma-1)(ik^2 H + k_z)} N_k \quad (4-28)$$

$$U_{kz}^* = \frac{-H\{-i\omega^2 k_z + (\gamma-1)gk_x^2\}}{\omega(\gamma-1)(-ik^2 H + k_z)} N_k^* \quad (4-29)$$

Con estas dos expresiones obtenemos:

$$\langle (U'_{kz})^2 \rangle = \frac{H^2\{\omega^4 k_z^2 + (\gamma-1)^2 g^2 k_x^4\}}{\omega^2(\gamma-1)^2(k_z^2 + k_z^4 H^2)} \frac{\langle \rho_k'^2 \rangle}{\bar{\rho}^2} \quad (4-30)$$

Admitiendo el comportamiento de ρ_k' como sinusoidal, $\langle \rho_k'^2 \rangle = \hat{\rho}_k'^2 / 2$, que con (4-30) sustituida en (4-26) nos da:

$$D_{zz} = \frac{H}{4(\gamma-1)^2} \sum_k \frac{\{\omega^4 k_z^2 + (\gamma-1)^2 g^2 k_x^4\} k_z}{\omega^3(k_z^2 + k_z^4 H^2) k^2} \frac{\hat{\rho}_k'^2}{\bar{\rho}^2} \quad (4-31)$$

Dado que $\omega / \omega_g = k_x / k$ podemos escribir

$$\tau_g / T = \lambda_z / (\lambda_x^2 + \lambda_z^2)^{1/2} \quad \text{y despejando}$$

$$\lambda_z = \frac{\tau_g \lambda_x}{(T^2 - \tau_g^2)^{1/2}} \quad (4-32)$$

Teniendo en cuenta estas expresiones , (4-31) puede escribirse así;

$$D_{zz} = \frac{H\tau_g^3}{16(\gamma-1)^2\pi^2 i} \sum_i \frac{\lambda_{xi} (T_i^2 - \tau_g^2)^{1/2} \{4\pi^2 (T_i^2 - \tau_g^2) \lambda_{xi}^2 + (\gamma-1)^2 g^2 T_i^4 \tau_g^2\} \hat{\rho}_i^2}{T_i^3 \{ (T_i^2 - \tau_g^2) \tau_g^2 \lambda_{xi}^2 + T_i^4 4\pi^2 H^2 \}} \frac{1}{\rho^2}$$

(4-32)

Como ya dijimos en III-2, nuestros datos constan de medidas en el cenit a diferentes tiempos y de medidas en tiempo fijo a diferentes distancias.

Si consideramos la solución de la ecuación de onda $U = \int c(\vec{k}) \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm kvt)\} dk$, para un tiempo fijo ($t=0$) tendríamos $U(x,y,z,0) = \int c(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} dk$ por lo que mediante análisis de Fourier podemos obtener

ner los $c(\vec{k})$. Análogamente, podemos obtener los $c(\vec{k})$ a partir de una distribución temporal, a un \vec{r} fijo ($\vec{r}=0$).

Así pues, hemos realizado las transformadas de Fourier para los valores de intensidad de emisión a distancia fija (medidas temporales en el cenit) y para medidas a tiempo fijo en diversas distancias cenitales. La representación del espectro de potencias en ambos casos nos permite, mediante interpolación, obtener, para una longitud de onda dada, que periodo y amplitud tiene cada componente de la onda.

De esta manera obtenemos las variaciones relativas de densidad, λ_x y T que nos hacen falta para nuestra expresión.

IV-7-2. RELACION EXPERIMENTAL λ_x, T

Mediante el método descrito en IV-7-1 hemos obtenido relaciones entre λ_x y T para cada uno de los meses desde octubre del 1968 hasta julio del 1970. La utilización de valores medios se ha

realizado ponderando respecto a la amplitud de la oscilación.

Desde agosto hasta diciembre del 1970 nos ha resultado imposible obtener medidas a diferentes distancias cenitales por irregularidades en los registros de intensidad de emisión, debido a un mal funcionamiento del arrastre del papel. Por este motivo no presentamos resultados en el apartado IV-7-4 correspondientes a dichos meses.

Las relaciones obtenidas se muestran en las figuras IV-4.

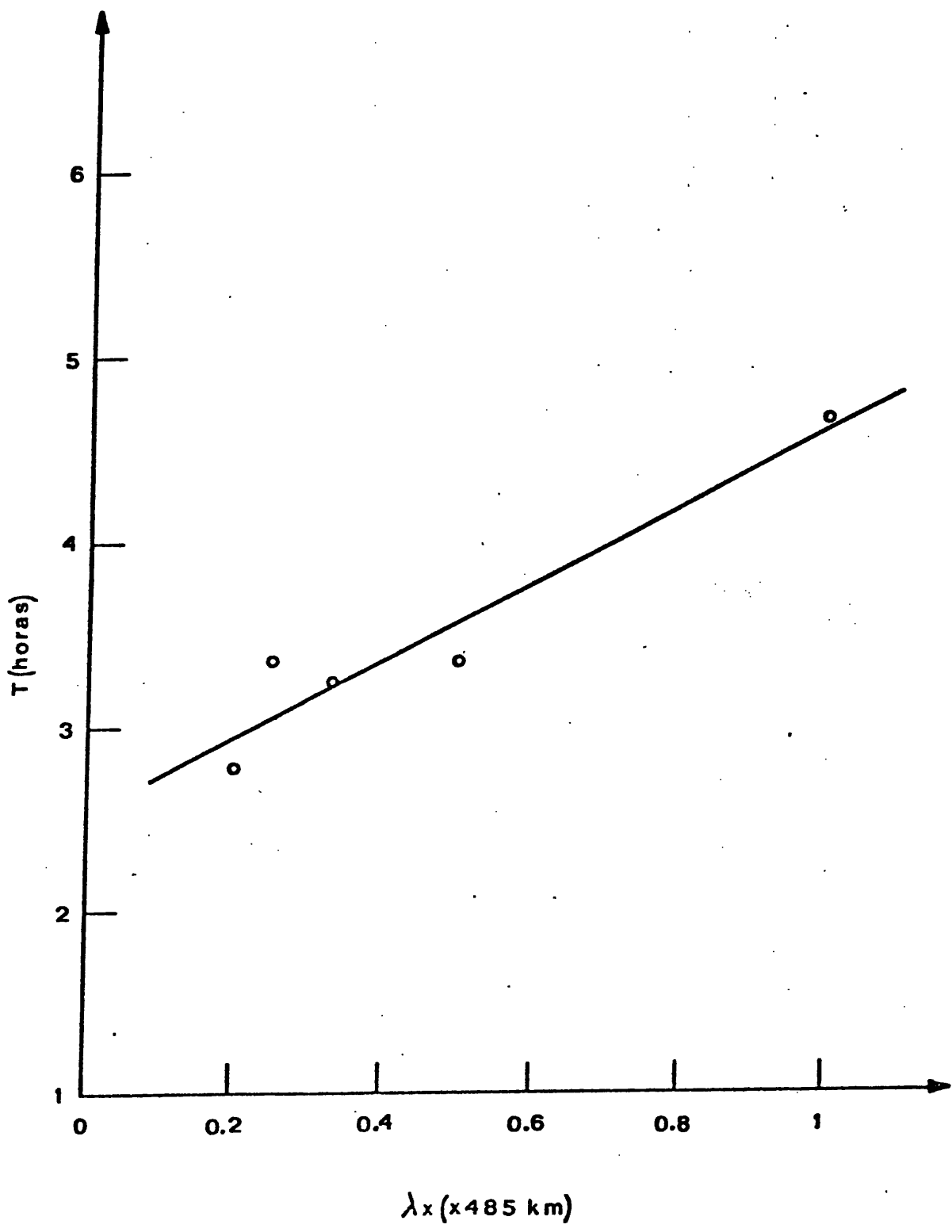


Figura IV-4a .- Octubre de 1968

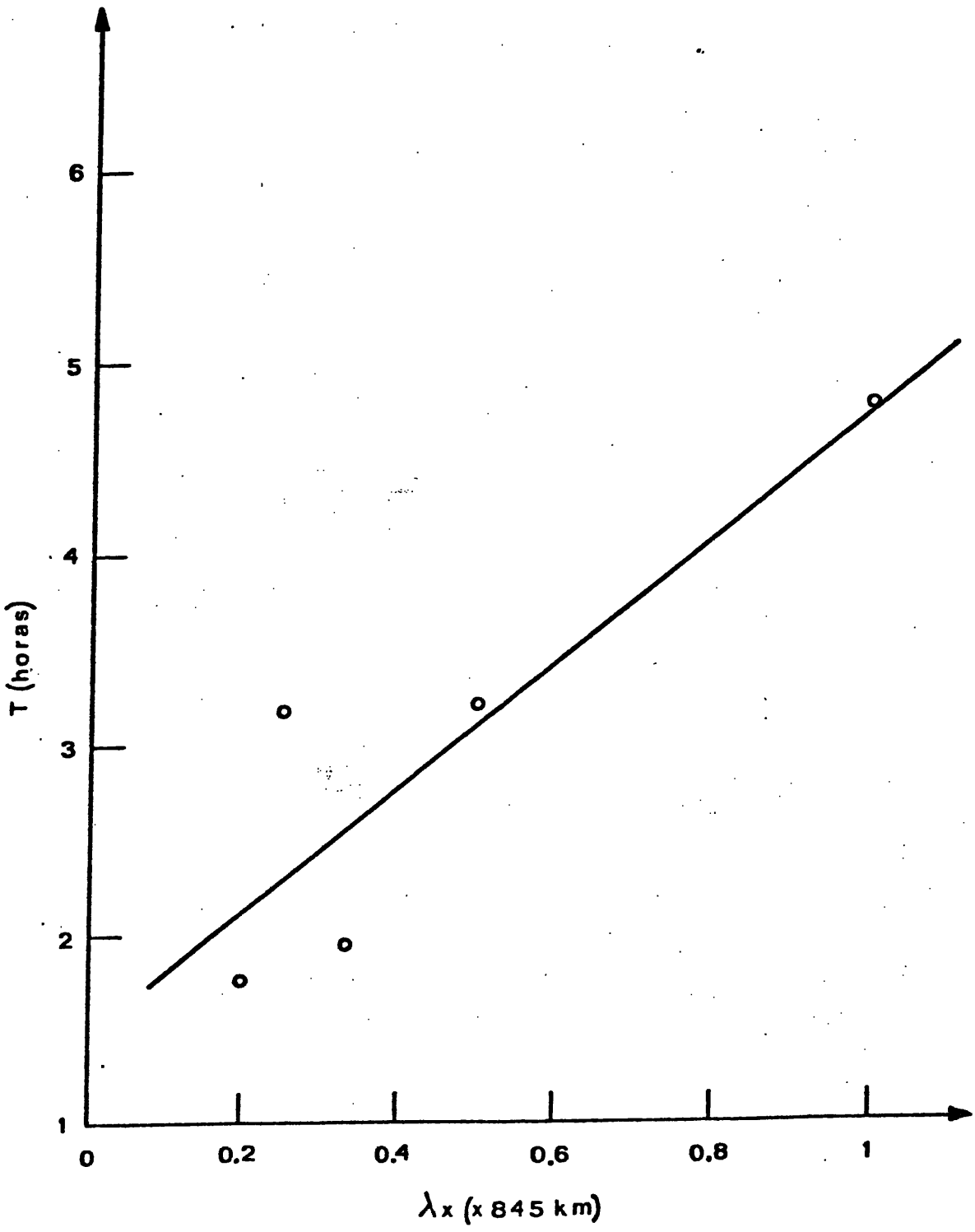


Figura IV-4b.- Noviembre de 1968.

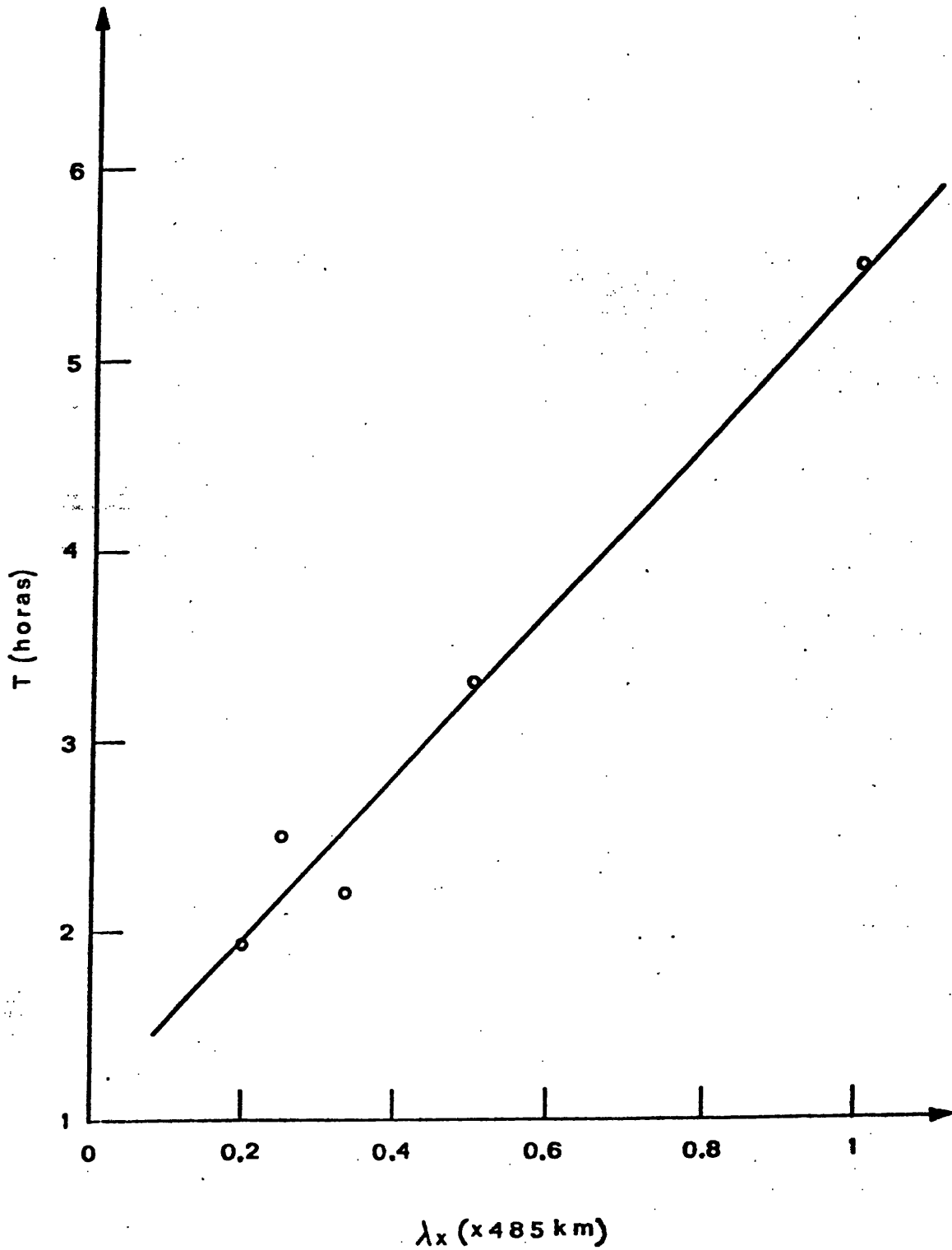


Figura IV-c .- Diciembre de 1968

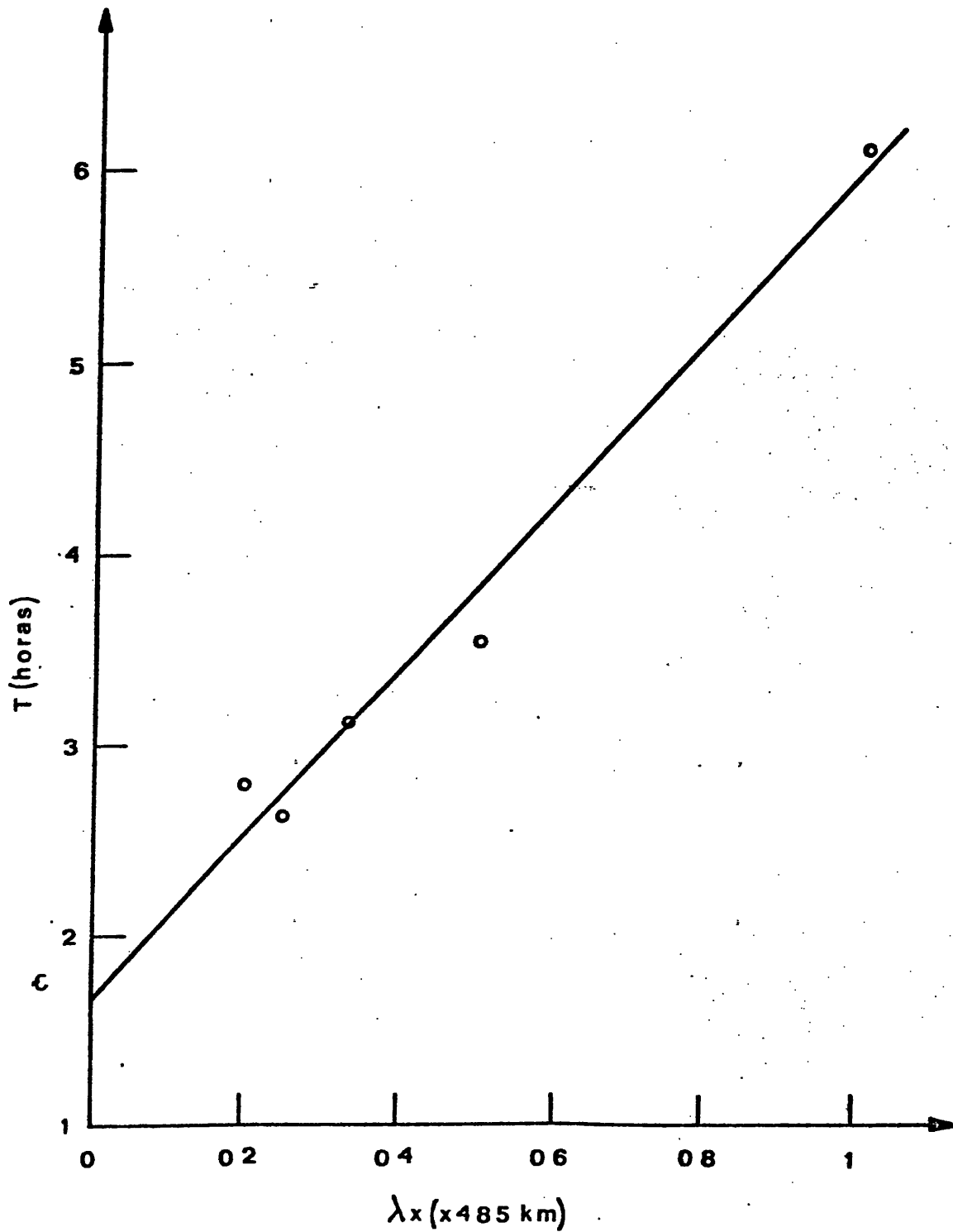


Figura IV-4 d .- Enero de 1969

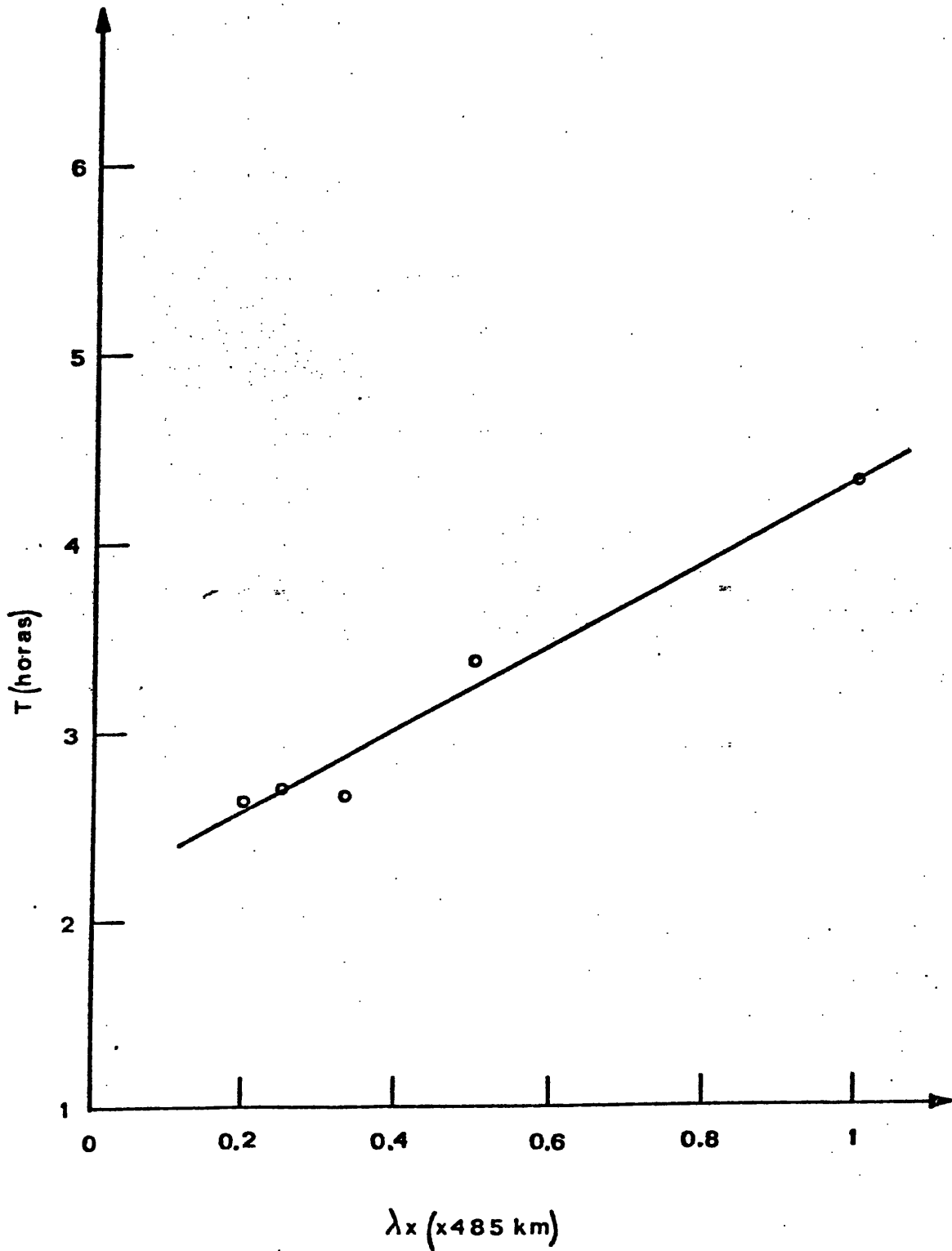


Figura IV-4f.- Marzo de 1969

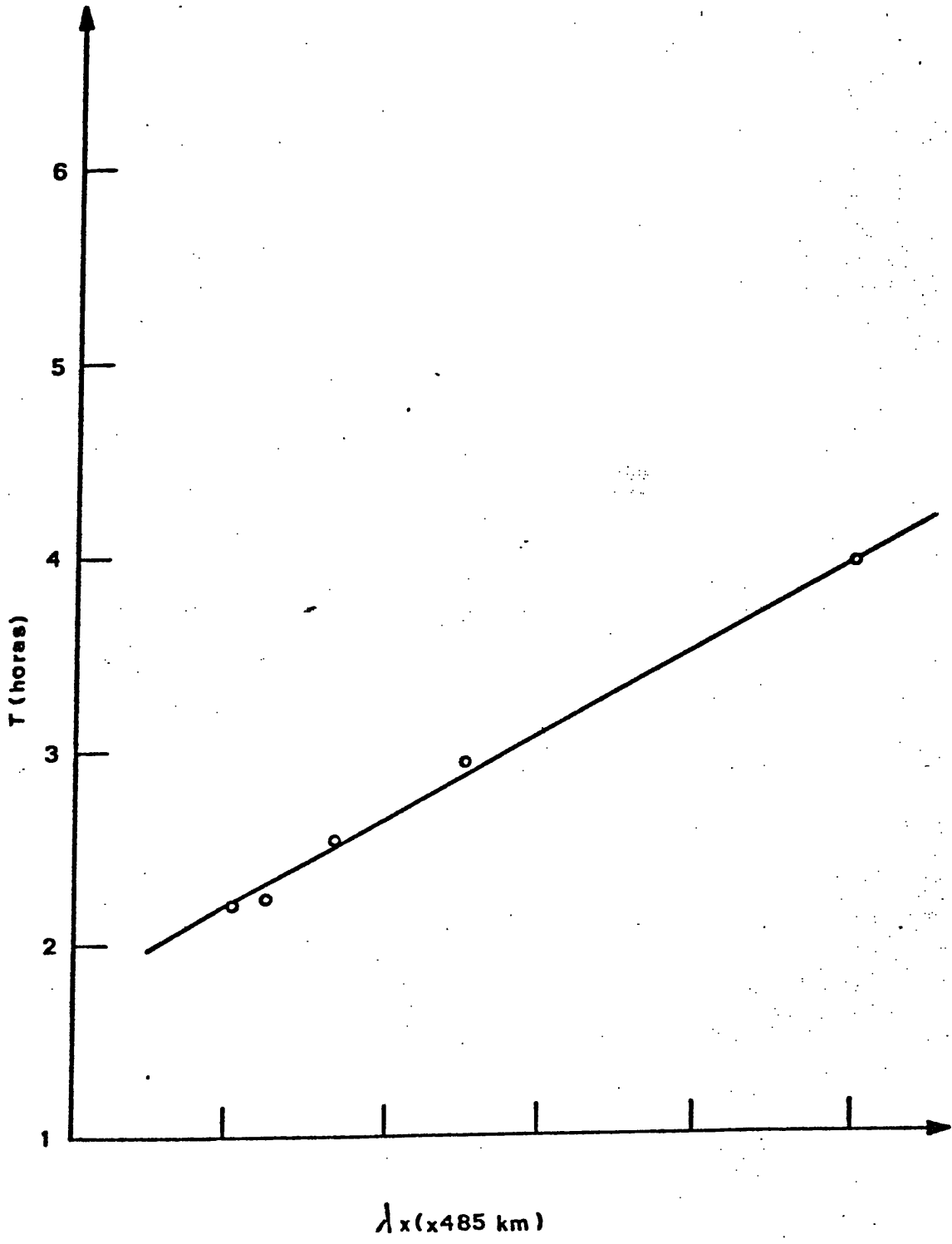


Figura IV-4g.- Abril de 1969

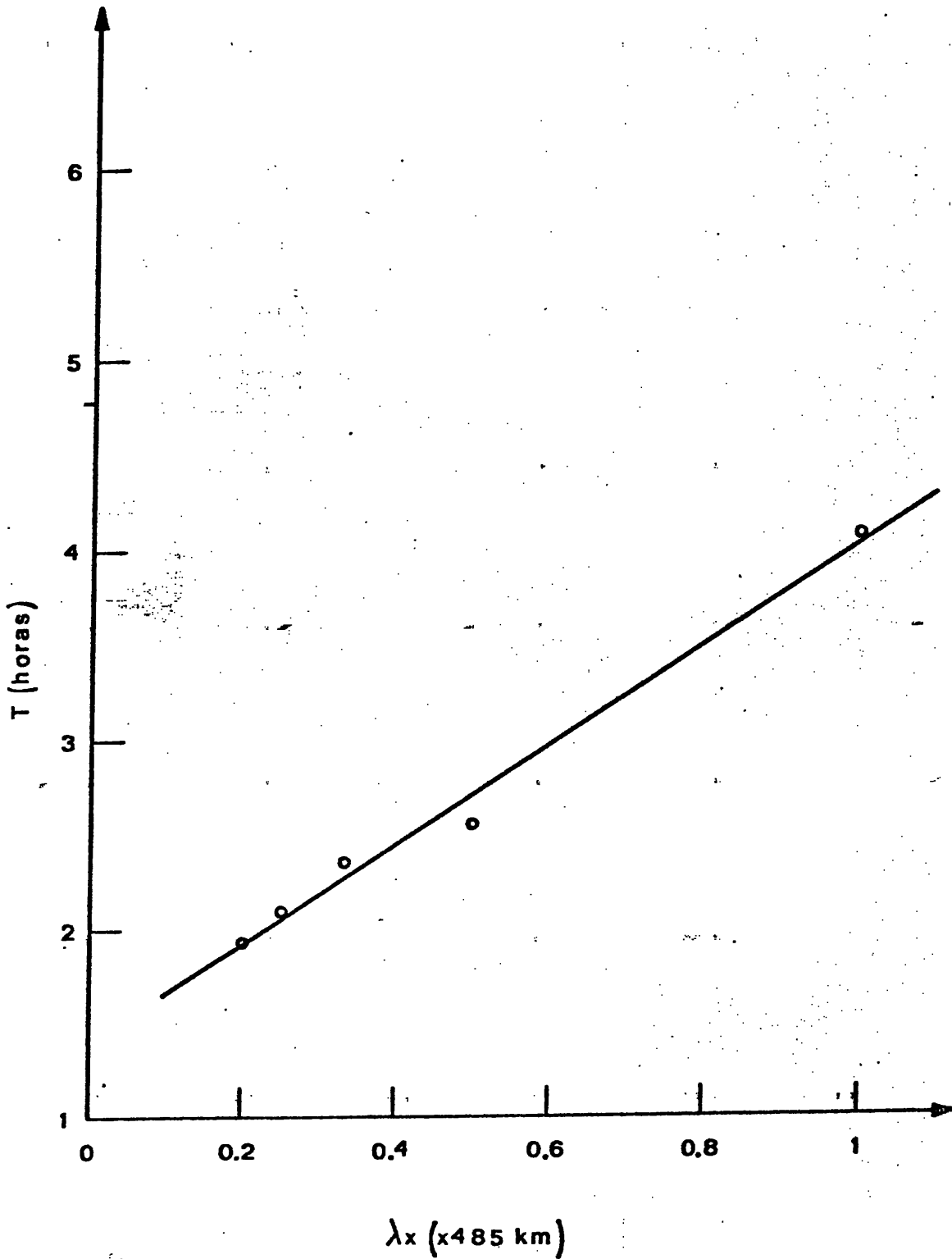


Figura IV-4h.- Mayo de 1969

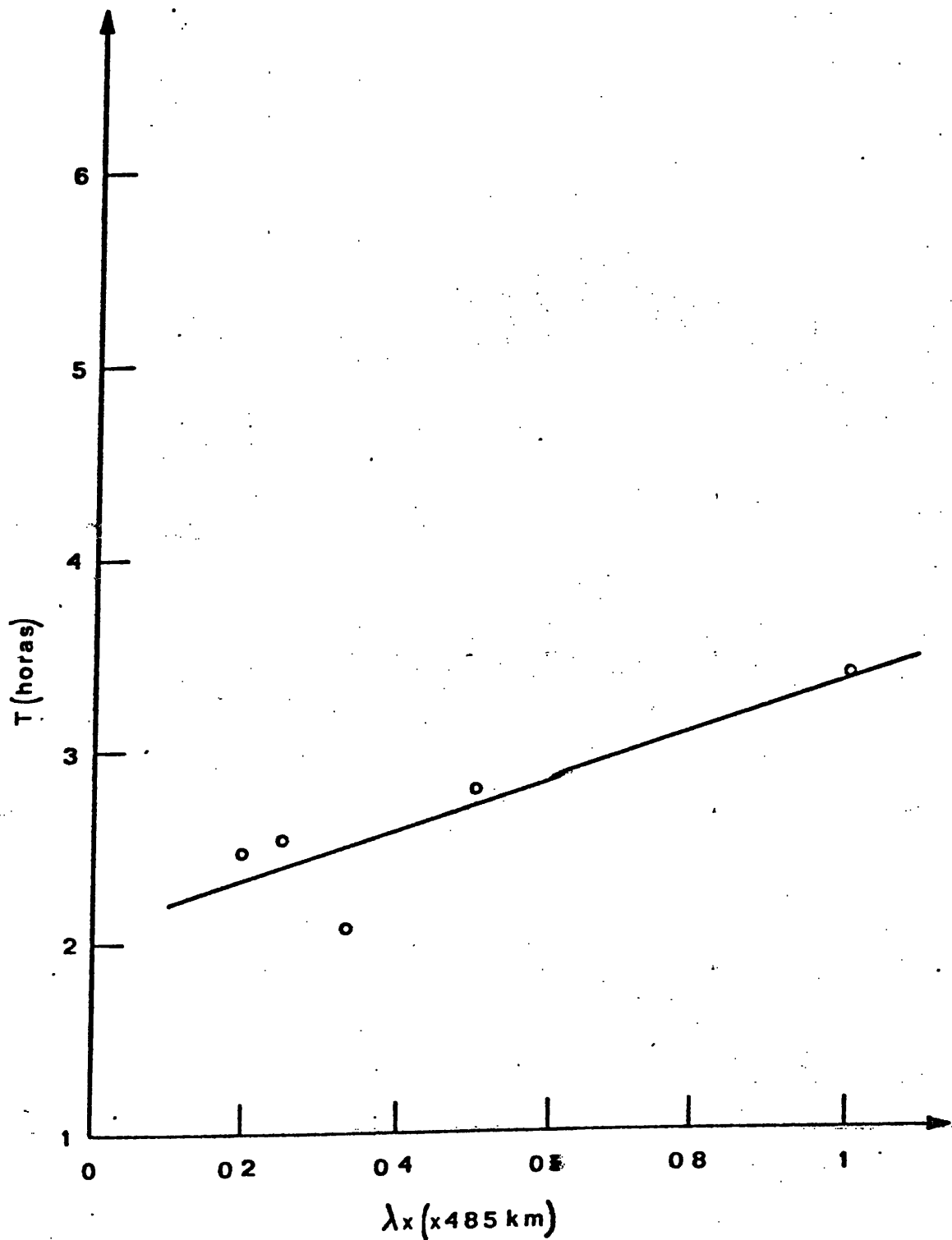


Figura IV-4i.- Junho de 1969

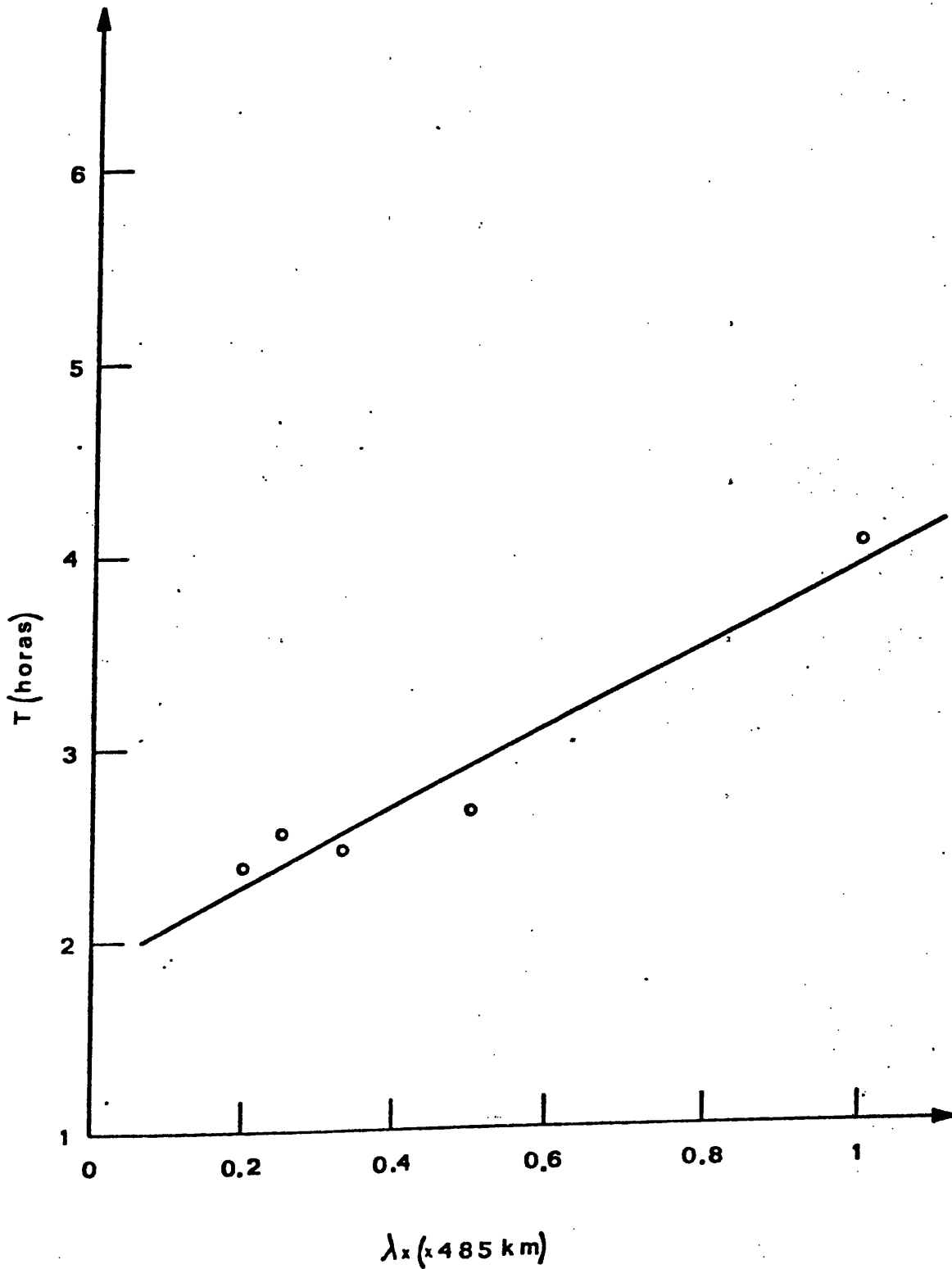


Figura IV-4j .- Julio de 1969

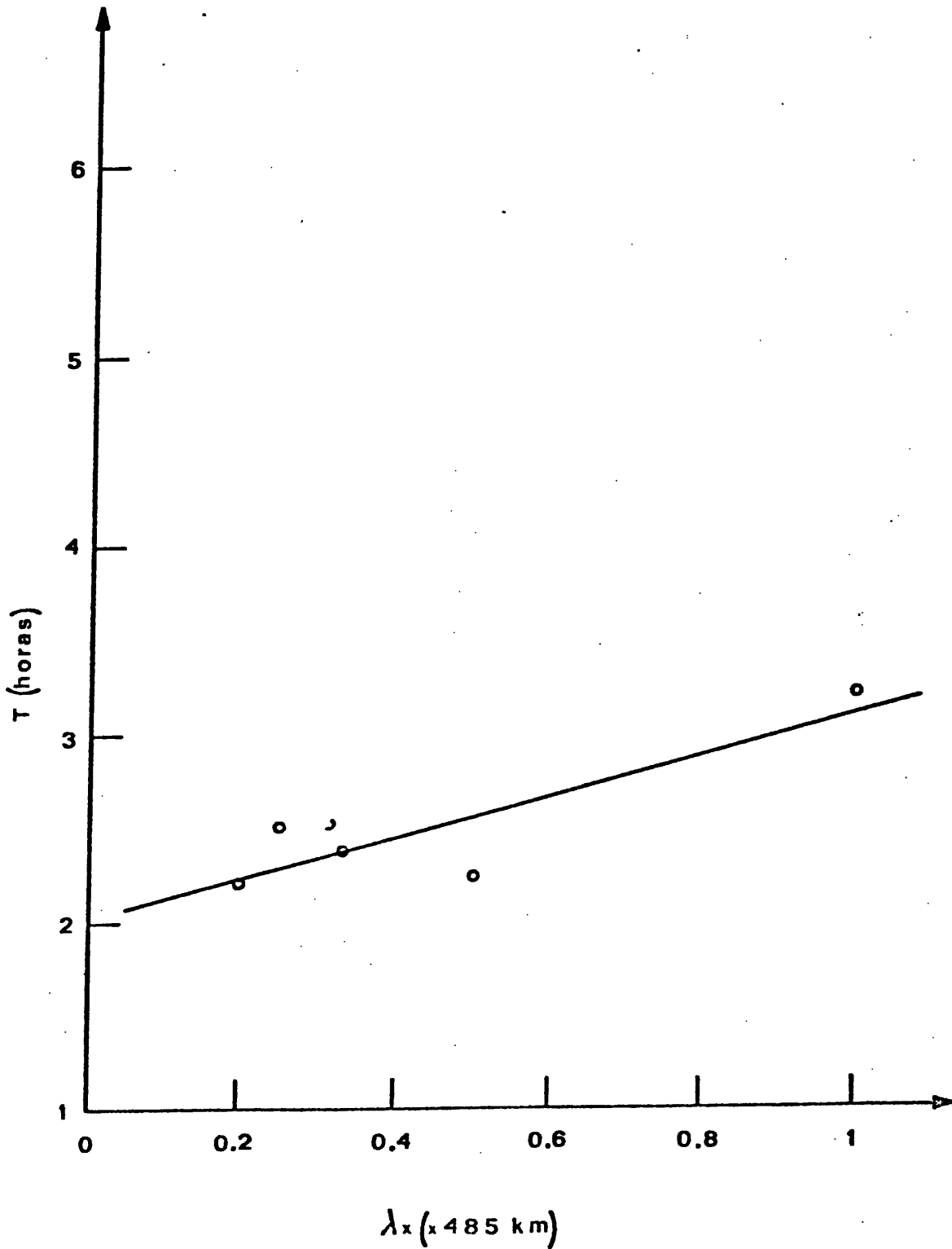


Figura IV-4k.- Agosto de 1969

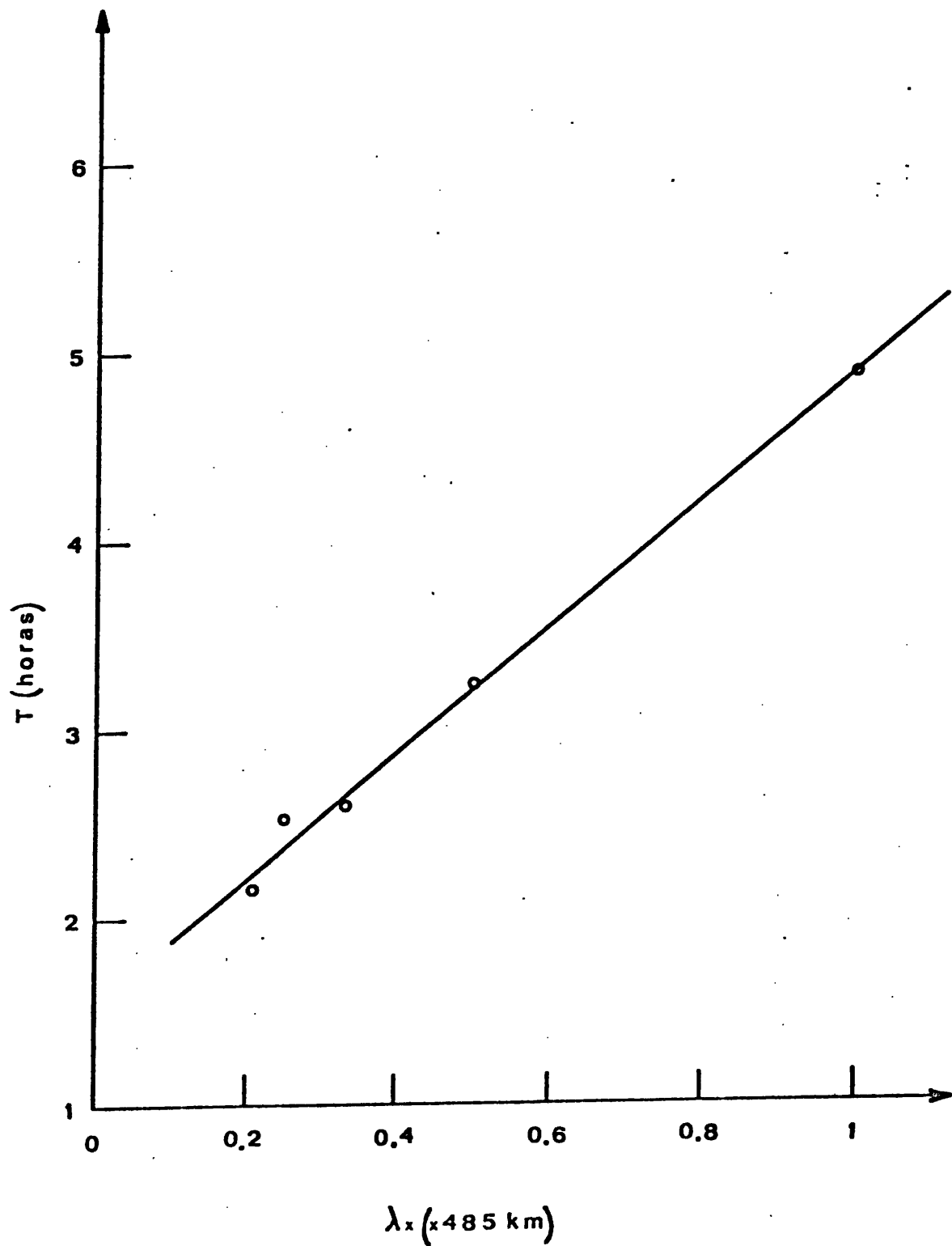


Figura IV-41.- Diciembre de 1969

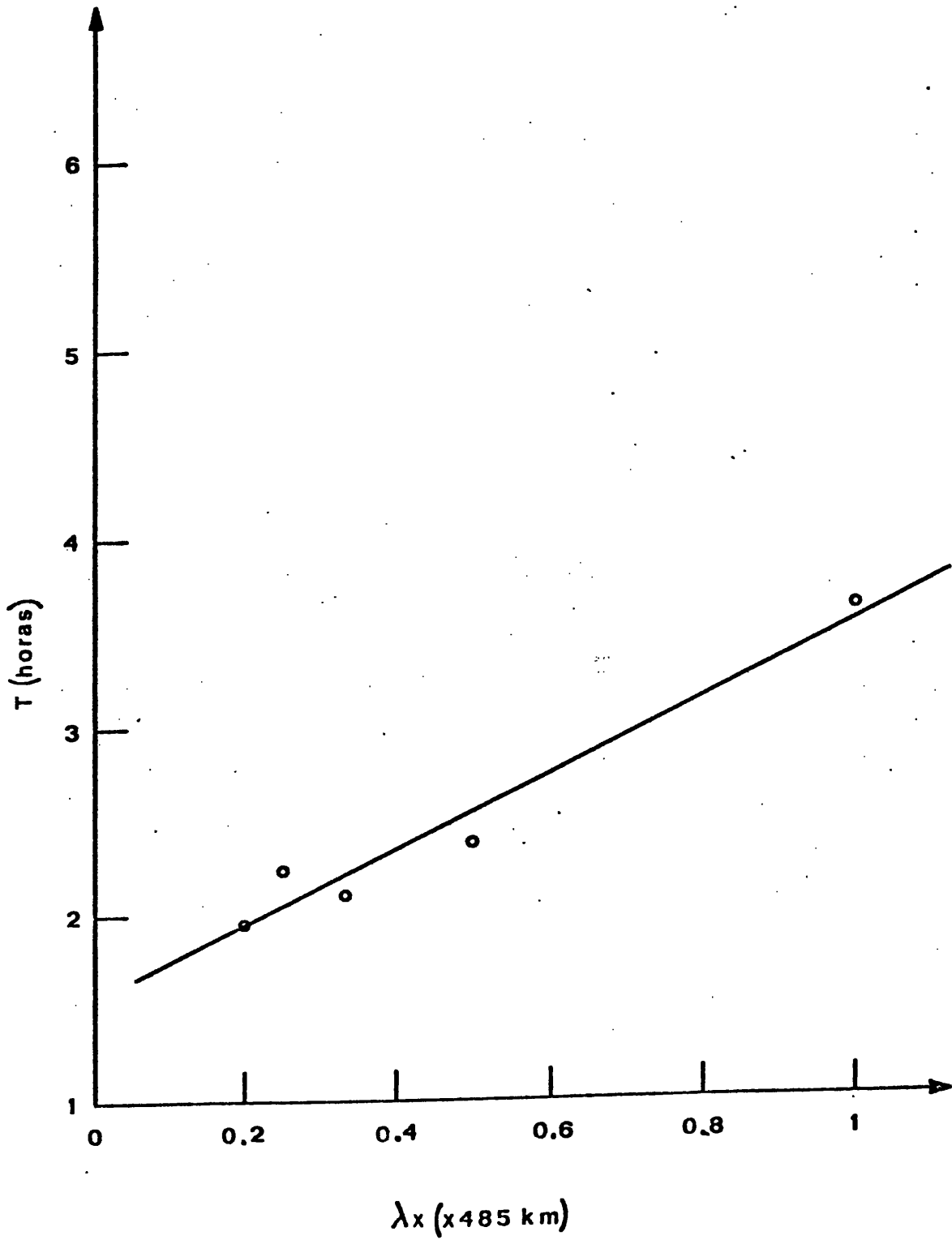


Figura IV-4m. - Enero de 1970

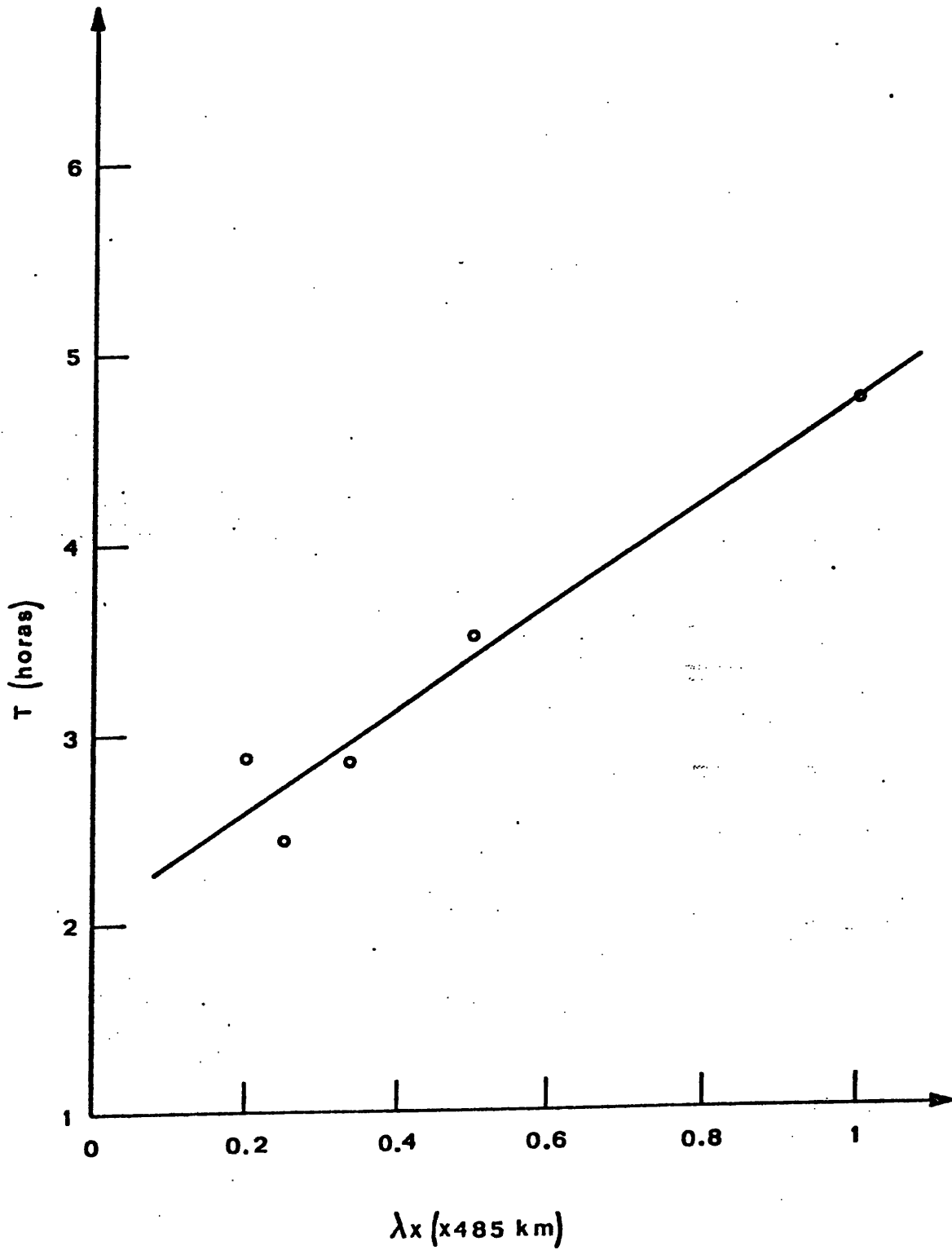


Figura IV-4n.- Febrero de 1970

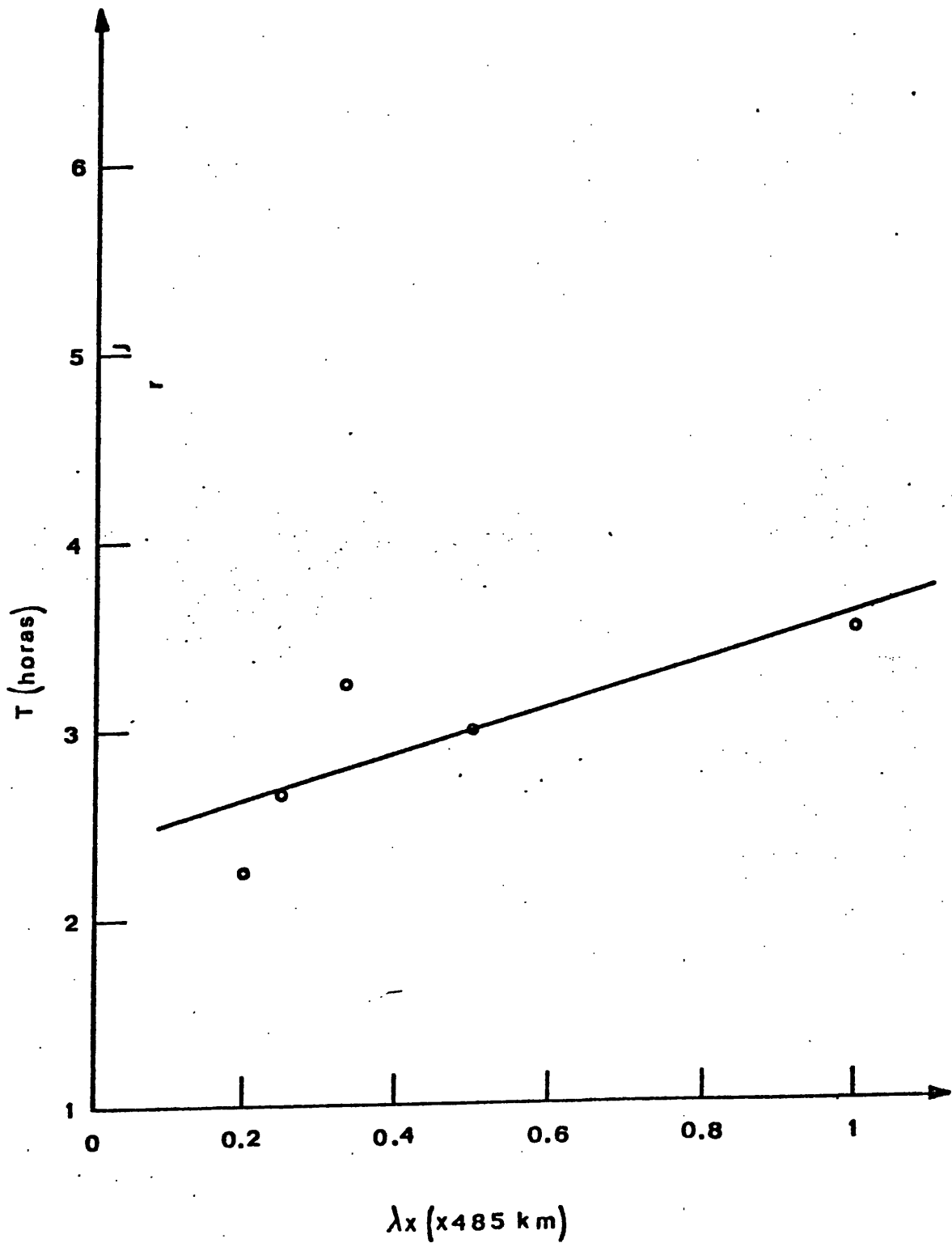


Figura IV-4ñ.- Abril de 1970

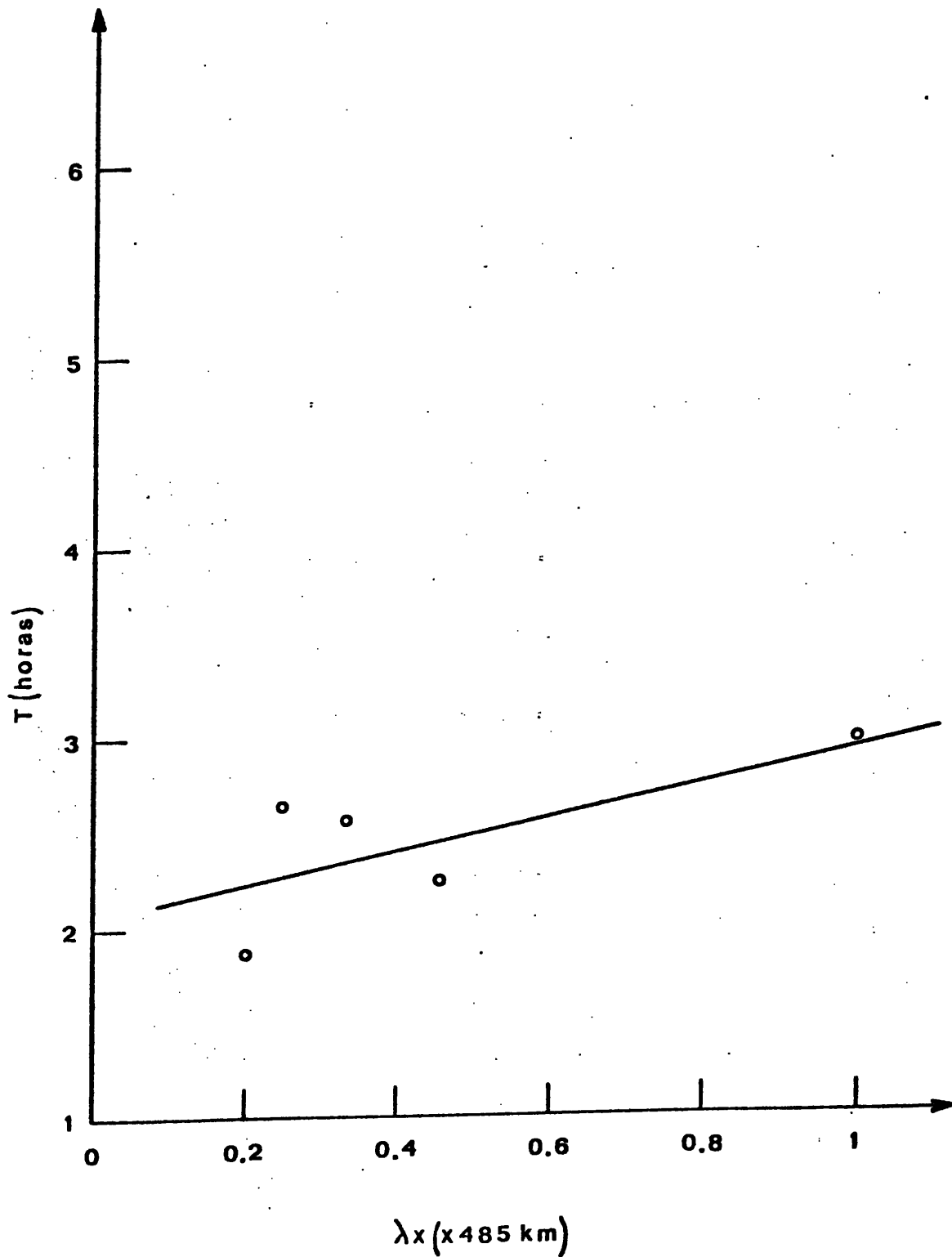


Figura IV-40.- Mayo de 1970

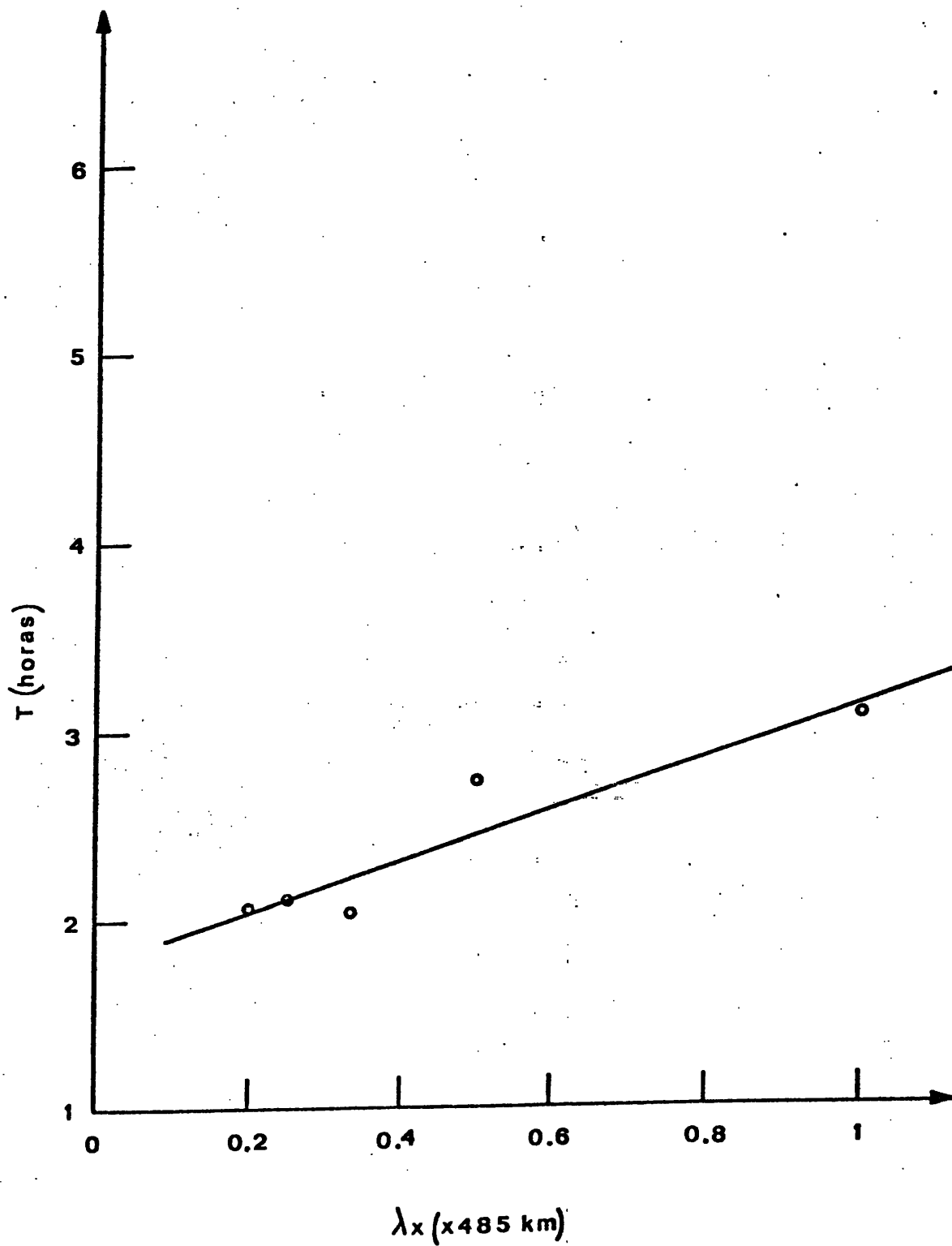


Figura IV-4p. Junio de 1970

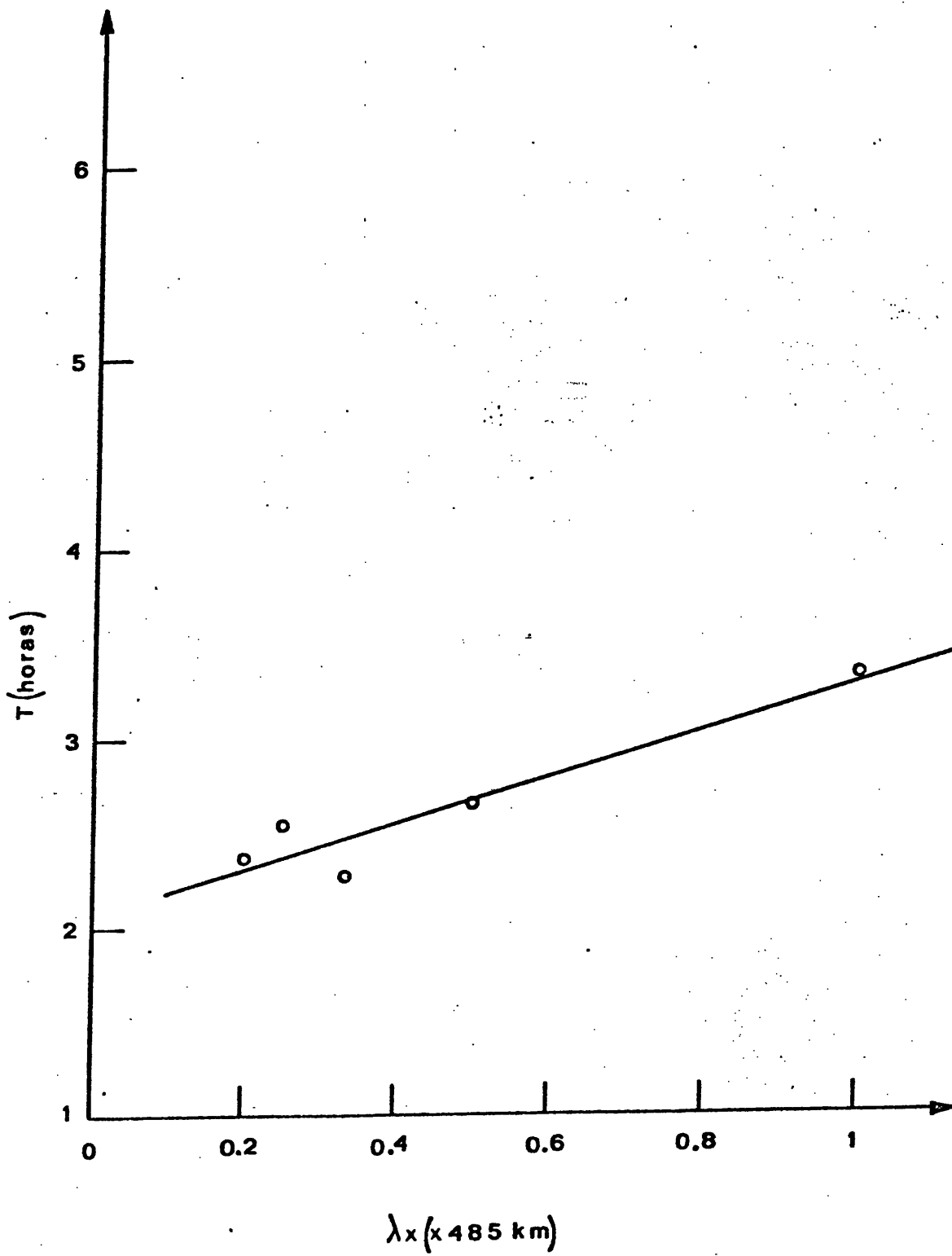


Figura IV-4q.- Julio de 1970

IV-7-3-1. DETERMINACION DE DIVERSOS PARAMETROS DE LAS O.I.G.s USANDO LA TEORIA NO LINEAL

Usando las expresiones del apartado IV-4 y el método expuesto en IV-7-1, hemos obtenido las variaciones relativas de intensidad, promediadas por meses, para las distintas longitudes de onda de nuestro espectro de medidas. Con dichos resultados y las relaciones λ_x, T de IV-7-2, hacemos uso de (4-30) para obtener los valores de U_z por medias mensuales para cada longitud de onda del espectro.

A partir de U_z es inmediata la obtención de U_x .

De (4-32) obtenemos los valores de λ_z .

Los resultados los exponemos en las tablas (IV-4a)-(IV-4q), en donde $\lambda_{x1}, \lambda_{x2}, \lambda_{x3}, \lambda_{x4}, \lambda_{x5}$ corresponden a 485, 242.5, 161.7, 121.25 y 97 km respectivamente. Las columnas a y b representan a las opciones a y b expuestas en IV-5.

OCTUBRE 1968	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	4.62	0.088	0.048	0.077	0.036	43.56	20.37	0.77	0.36	8.6
λ_{x_2}	3.57	0.046	0.025	0.040	0.019	22.73	10.49	0.52	0.24	5.5
λ_{x_3}	3.23	0.027	0.015	0.024	0.011	13.45	6.33	0.34	0.16	4.1
λ_{x_4}	3.05	0.034	0.018	0.030	0.014	17.18	7.84	0.46	0.21	3.3
λ_{x_5}	2.95	0.030	0.016	0.026	0.012	14.81	6.86	0.41	0.19	2.7

Tabla IV-4a

NOVIEM- BRE 1968	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	4.73	0.116	0.063	0.102	0.047	57.92	26.64	1.00	0.46	8.4
λ_{x_2}	3.10	0.081	0.044	0.071	0.033	40.24	18.60	1.06	0.49	6.4
λ_{x_3}	2.56	0.038	0.021	0.033	0.015	19.12	8.78	0.61	0.28	5.2
λ_{x_4}	2.29	0.060	0.032	0.053	0.024	30.00	14.02	1.07	0.50	4.3
λ_{x_5}	2.13	0.037	0.020	0.032	0.015	18.78	8.61	0.72	0.33	3.7

Tabla IV-4b

DICIEM- BRE 1968	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	5.41	0.087	0.047	0.076	0.035	43.06	19.87	0.65	0.30	7.3
λ_{x2}	3.26	0.050	0.027	0.044	0.020	25.15	11.58	0.63	0.29	6.1
λ_{x3}	2.54	0.025	0.014	0.022	0.010	12.44	5.91	0.40	0.19	5.2
λ_{x4}	2.18	0.025	0.014	0.022	0.010	12.28	5.87	0.46	0.22	4.6
λ_{x5}	1.96	0.024	0.013	0.021	0.010	12.00	5.52	0.50	0.23	4.0

Tabla IV-4c

ENERO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	5.98	0.112	0.061	0.098	0.046	55.65	26.36	0.76	0.36	6.6
λ_{x2}	3.82	0.097	0.052	0.085	0.039	48.18	22.45	1.03	0.48	5.2
λ_{x3}	3.10	0.056	0.030	0.049	0.023	28.09	12.91	0.74	0.34	4.3
λ_{x4}	2.74	0.045	0.024	0.039	0.018	22.48	10.40	0.67	0.31	3.6
λ_{x5}	2.53	0.044	0.024	0.039	0.018	22.31	10.22	0.72	0.33	3.1

Tabla IV-4d

FEBRERO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	4.39	0.076	0.041	0.067	0.031	37.63	17.20	0.70	0.32	9.0
λ_{x_2}	2.48	0.042	0.023	0.037	0.017	20.65	9.72	0.68	0.32	8.0
λ_{x_3}	1.84	0.037	0.020	0.032	0.015	18.70	8.56	0.83	0.38	7.2
λ_{x_4}	1.52	0.028	0.015	0.025	0.011	14.15	6.70	0.76	0.36	6.5
λ_{x_5}	1.33	0.027	0.015	0.024	0.011	13.35	6.19	0.82	0.38	6.0

Tabla IV-4e

INSTITUTO DE CIENCIAS
 FÍSICAS

MARZO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	4.32	0.382	0.207	0.335	0.155	188.85	87.81	3.57	1.66	9.2
λ_{x_2}	3.23	0.359	0.194	0.315	0.146	179.17	83.06	4.53	2.10	6.1
λ_{x_3}	2.87	0.328	0.177	0.287	0.133	164.12	76.26	4.67	2.17	4.6
λ_{x_4}	2.69	0.359	0.194	0.315	0.146	180.51	83.67	5.48	2.54	3.7
λ_{x_5}	2.58	0.041	0.022	0.036	0.017	20.54	9.48	0.65	0.30	3.1

Tabla IV-4f

ABRIL 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	3.98	0.076	0.041	0.067	0.031	37.53	17.55	0.77	0.36	10.0
λ_{x2}	2.87	0.052	0.028	0.046	0.021	26.01	11.95	0.74	0.34	6.9
λ_{x3}	2.50	0.043	0.023	0.038	0.018	21.43	9.80	0.70	0.32	5.3
λ_{x4}	2.31	0.043	0.023	0.038	0.018	21.78	10.18	0.77	0.36	4.3
λ_{x5}	2.20	0.041	0.022	0.036	0.017	20.47	9.70	0.76	0.36	3.6

Tabla IV-4g

MAYO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	4.02	0.085	0.046	0.075	0.035	42.33	19.69	0.86	0.40	9.9
λ_{x2}	2.71	0.052	0.028	0.046	0.021	25.88	11.95	0.78	0.36	7.3
λ_{x3}	2.28	0.050	0.027	0.044	0.020	25.13	11.73	0.90	0.42	5.8
λ_{x4}	2.06	0.046	0.025	0.040	0.019	22.95	10.59	0.91	0.42	4.8
λ_{x5}	1.93	0.039	0.021	0.034	0.016	19.38	8.98	0.82	0.38	4.1

Tabla IV-4h

JUNIO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.37	0.103	0.056	0.090	0.042	50.34	23.52	1.22	0.57	11.7
λ_{x_2}	2.72	0.059	0.032	0.052	0.024	29.64	13.66	0.89	0.41	7.3
λ_{x_3}	2.50	0.039	0.021	0.034	0.016	19.59	8.88	0.64	0.29	5.3
λ_{x_4}	2.39	0.039	0.021	0.034	0.016	19.61	9.07	0.67	0.31	4.1
λ_{x_5}	2.33	0.037	0.020	0.032	0.015	18.55	8.56	0.65	0.30	3.4

Tabla IV-4i

JULIO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
				λ_{x_1}	3.95	0.084	0.045	0.074	0.034	
λ_{x_2}	2.91	0.067	0.036	0.059	0.027	33.14	15.22	0.93	0.43	6.8
λ_{x_3}	2.56	0.056	0.030	0.049	0.023	27.59	12.85	0.88	0.41	5.2
λ_{x_4}	2.39	0.051	0.028	0.045	0.021	25.46	12.00	0.87	0.41	4.2
λ_{x_5}	2.29	0.047	0.025	0.041	0.019	23.27	10.94	0.83	0.39	3.5

Tabla IV-4j

AGOSTO 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.09	0.086	0.047	0.075	0.035	42.00	19.68	1.11	0.52	12.8
λ_{x_2}	2.55	0.060	0.032	0.053	0.024	29.66	13.74	0.95	0.44	7.8
λ_{x_3}	2.37	0.054	0.029	0.047	0.022	26.70	12.48	0.92	0.43	5.6
λ_{x_4}	2.29	0.048	0.026	0.042	0.020	24.12	11.22	0.86	0.40	4.3
λ_{x_5}	2.23	0.044	0.024	0.039	0.018	22.12	10.38	0.81	0.38	3.6

Tabla IV-4k

DICIEM- BRE 1969	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	4.90	0.089	0.048	0.078	0.036	44.40	20.40	0.74	0.34	8.1
λ_{x2}	3.22	0.060	0.032	0.053	0.024	29.97	14.19	0.76	0.36	6.1
λ_{x3}	2.67	0.062	0.034	0.054	0.025	32.71	14.39	0.95	0.44	5.0
λ_{x4}	2.39	0.058	0.031	0.051	0.024	29.27	13.46	1.00	0.46	4.1
λ_{x5}	2.22	0.053	0.029	0.046	0.022	26.64	12.23	0.98	0.45	3.3

Tabla IV-41

ENERO 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		U_x (m.s ⁻¹)		U_z (m.s ⁻¹)		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.52	0.161	0.087	0.141	0.065	79.31	37.07	1.84	0.86	11.2
λ_{x_2}	2.53	0.125	0.068	0.110	0.051	61.96	28.81	2.00	0.93	7.8
λ_{x_3}	2.20	0.102	0.055	0.089	0.041	50.91	23.71	1.89	0.88	6.0
λ_{x_4}	2.03	0.123	0.067	0.108	0.050	61.15	28.34	2.46	1.14	4.9
λ_{x_5}	1.93	0.105	0.057	0.092	0.043	52.70	24.58	2.23	1.04	4.1

Tabla IV-4m

FEBRERO 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
				λ_{x_1}	4.76	0.098	0.053	0.086	0.040	
λ_{x_2}	3.40	0.091	0.049	0.080	0.037	45.38	20.82	1.09	0.50	5.8
λ_{x_3}	2.95	0.065	0.035	0.057	0.026	32.51	15.17	0.90	0.42	4.5
λ_{x_4}	2.73	0.052	0.028	0.046	0.021	25.74	12.03	0.77	0.36	3.6
λ_{x_5}	2.59	0.054	0.029	0.047	0.022	26.96	12.37	0.85	0.39	3.1

Tabla IV-4n

ABRIL 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.58	0.110	0.060	0.096	0.045	53.92	24.99	1.23	0.57	11.1
λ_{x_2}	2.98	0.072	0.039	0.063	0.029	35.76	16.42	0.98	0.45	6.7
λ_{x_3}	2.78	0.064	0.035	0.056	0.026	32.00	14.98	0.94	0.44	4.8
λ_{x_4}	2.67	0.064	0.035	0.056	0.026	32.04	14.71	0.98	0.45	3.7
λ_{x_5}	2.61	0.061	0.033	0.053	0.025	30.36	14.06	0.95	0.44	3.0

Tabla IV-4ñ

MAYO 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x1}	2.92	0.098	0.053	0.086	0.040	47.92	22.17	1.34	0.62	13.6
λ_{x2}	2.49	0.063	0.034	0.055	0.026	31.41	14.64	1.03	0.48	8.0
λ_{x3}	2.34	0.054	0.029	0.047	0.022	26.93	12.61	0.94	0.44	5.6
λ_{x4}	2.27	0.069	0.037	0.060	0.028	34.47	16.12	1.24	0.58	4.4
λ_{x5}	2.23	0.046	0.025	0.040	0.019	22.94	10.65	0.84	0.39	3.6

Tabla IV-4o

JUNIO 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.15	0.111	0.060	0.097	0.045	54.77	25.46	1.42	0.66	12.6
λ_{x_2}	2.47	0.072	0.039	0.063	0.029	35.69	16.63	1.18	0.55	8.0
λ_{x_3}	2.24	0.051	0.028	0.045	0.021	25.51	11.79	0.93	0.43	5.9
λ_{x_4}	2.13	0.054	0.029	0.047	0.022	27.13	12.52	1.04	0.48	4.7
λ_{x_5}	2.06	0.051	0.028	0.045	0.021	25.48	11.86	1.01	0.47	3.9

Tabla IV-4p

JULIO 1970	T (horas)	$\frac{\Delta I}{I}$	$\frac{\Delta \rho_o}{\rho_o}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$		$U_x (m.s^{-1})$		$U_z (m.s^{-1})$		λ_z (km)
				a	b	a	b	a	b	
λ_{x_1}	3.29	0.109	0.059	0.096	0.044	53.98	24.98	1.34	0.62	12.0
λ_{x_2}	2.68	0.096	0.052	0.084	0.039	47.58	21.99	1.45	0.67	7.4
λ_{x_3}	2.48	0.086	0.047	0.075	0.035	42.82	19.74	1.41	0.65	5.3
λ_{x_4}	2.38	0.096	0.052	0.084	0.039	48.09	22.15	1.65	0.76	4.2
λ_{x_5}	2.32	0.085	0.046	0.075	0.035	42.33	19.60	1.49	0.69	3.4

Tabla IV-4q

IV-7-3-2. DENSIDAD DE ENERGIA CINETICA

USANDO LA TEORIA NO LINEAL

Haciendo uso de las tablas IV-4 y de la expresión (2-45) hemos obtenido los valores medios mensuales de la densidad de energía cinética que presentamos en la tabla IV-5.

ϵ (m^2s^{-2})	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
AÑO 1968	a)	-	-	-	-	-	-	-	-	1555	3296	1468
	b)	-	-	-	-	-	-	-	-	337	702	314
AÑO 1969	a)	3605	1285	63853	1719	1998	2263	2370	2214	-	-	2753
	b)	789	273	13758	372	430	487	519	483	-	-	578
AÑO 1970	a)	9619	3423	-	3579	2861	3155	5558	-	-	-	-
	b)	2087	739	-	766	619	681	1186				

Tabla IV-5

IV-7-4. COEFICIENTES D_{zz} Y D_{xx} DE DIFUSION
TURBULENTA

Siguiendo el método expuesto en IV-7-1 y con la ayuda de los resultados obtenidos en IV-7-3, podemos obtener valores de D_{zz} promedios para cada mes del año.

Teniendo en cuenta (4-25) podemos escribir:

$$D_{xx} = \frac{\sum_k U_{kx}^2}{\sum_k U_{kz}^2} D_{zz} \quad (4-33)$$

y por tanto, obtener los valores medios de D_{xx} para cada mes.

Los resultados los exponemos en las tablas IV-6 y IV-7. Se han tenido en cuenta las dos consideraciones a y b del apartado IV-5.

D_{zz} ($\times 10^6 \text{cm}^2/\text{s}$)	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
AÑO a)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.31	3.10	1.17
1968 b)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.28	0.67	0.25
Año a)	2.29	1.85	56.88	1.93	2.48	3.35	2.64	3.43	-	-	-	2.37
1969 b)	0.49	0.40	12.27	0.42	0.53	0.72	0.57	0.74	-	-	-	0.51
AÑO a)	13.63	2.78	-	4.08	4.71	5.23	6.94	-	-	-	-	-
1970 b)	2.94	0.60	-	0.88	1.02	1.13	1.50	-	-	-	-	-

Tabla IV-6

D_{xx} ($\times 10^9 \text{ cm}^2/\text{s}$)	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
AÑO 1968	a)	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00	4.91	2.39
	b)	-	-	-	-	-	-	-	-	0.65	1.06	0.51
AÑO 1969	a)	5.24	1.65	84.93	2.37	2.71	4.26	3.28	3.47	-	-	3.27
	b)	1.14	0.35	18.33	0.51	0.58	0.92	0.71	0.75	-	-	0.69
AÑO 1969	a)	11.93	4.76	-	5.60	4.51	5.17	7.12	-	-	-	-
	b)	2.58	1.03	-	1.20	0.97	1.12	1.54	-	-	-	-

Tabla IV-7

V — DISCUSION DE

LOS RESULTADOS

Los resultados han sido expuestos someramente en el capítulo IV. En éste, trataremos de hacer un estudio comparativo , tanto con las predicciones teóricas como con los resultados experimentales de otros investigadores. Asimismo, analizaremos en este capítulo las implicaciones aeronómicas que de nuestros resultados puedan inferirse.

V-1. SOBRE EL ESTUDIO DE LA OCURRENCIA

De los resultados obtenidos en IV-2 destacamos el gran número de oscilaciones con periodos comprendidos entre 2 y $3^{1/2}$ horas. Dichos valores concuerdan con los considerados como típicos de ondas de gravedad en esa altura(Hines, 1960).

Aunque no se deduce una relación del periodo con las épocas del año, podemos hacer algunas consideraciones teniendo en cuenta la tabla IV-1.

En el mes de enero son frecuentes las ondas de $T= 1$ hora, 23%, y en general, las ondas de bajo

periodo (entre 1 y 3 horas) que constituyen el 64%. El mes de diciembre es similar.

Los meses de febrero y septiembre, por el contrario, destacan por su contenido en ondas de periodos entre 4 y 7 horas(en febrero llegan a constituir el 77%).

Los meses de junio, julio y agosto presentan cierta uniformidad en cuanto a la distribución de ondas según su periodo. Hay que resaltar que contribuyen en gran parte el total de ondas de bajo periodo de todo el año; así, agosto posee el 17% de ondas de T=1 hora de todo el año.

El anómalo mes de marzo del 1969 centra el 80% de sus ondas entre las de periodo menor de $3\frac{1}{2}$ horas.

En los meses restantes escasean las ondas de periodos extremos (1-7 horas) frente a las de periodos centrados en dicho intervalo.

Atendiendo al número de ondas detectadas cada mes, prescindiendo del valor de su periodo (figura IV-2), observamos una evidente dependencia estacional con máximos en invierno y en verano y mínimos centrados en febrero y septiembre.

Es interesante recordar el estudio que Munro(1956) realizó sobre la ocurrencia de las TIDs y

que expusimos en II-1-1-3. Reproducimos los resultados de Munro en la figura V-1. Comparando ambas figuras, IV-2 y V-1, se observa su notable parecido.

Esto nos induce a pensar que, posiblemente, las ondas que hemos detectado en 97 km de altura constituyan las TIDs cuando alcancen la región F. De admitir tal sugerencia se deduciría:

1°) Las ondas de gravedad observadas en la región F y en la baja región E tienen sus fuentes en alturas iguales o inferiores a unos 100 km. Tal afirmación concuerda con lo dicho en II-1-1-2 y , en particular, con las principales fuentes de ondas de gravedad que se consideran en la actualidad.

2°) Las ondas de gravedad a partir de unos 100 km de altura, o bien están exentas de fuertes disipaciones y reflexiones, o bien éstas contribuirían por igual a lo largo del año.

Considerando los resultados del mes de marzo de 1969 en que se sucedieron grandes tormentas magnéticas, deducimos una fuerte relación entre ellas y las ondas de gravedad, en concordancia con lo expuesto en g) sobre el origen de las mismas del apartado II-1-1-2.

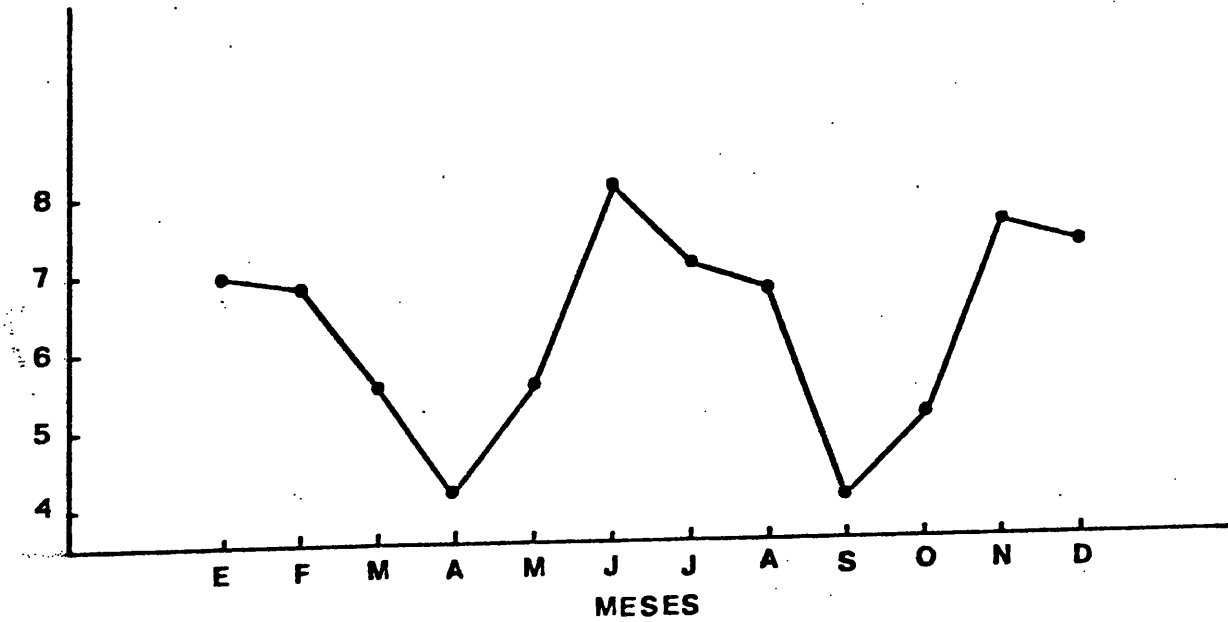


Figura V-1._ Ocurrencia de las TIDs a lo largo del año (número, en media, de ellas, registradas en cada noche).

V-2. DISCUSION ENTRE LAS VARIACIONES RELATIVAS DE OXIGENO ATOMICO Y LAS DE LA ATMOSFERA MEDIA

Recientemente, Weinstock (1978) ha obtenido la misma expresión que la obtenida por nosotros para relacionar las variaciones relativas de oxígeno atómico con las experimentadas por las de la atmósfera media, expresión (4-11). Para su deducción, él ha utilizado las complicadas expresiones de su teoría no lineal; ésto confirma la validez de nuestra expresión que, además, ha sido obtenida de forma mucho más sencilla.

V-3. ACERCA DE LA RAZON DE PROPORCIONALIDAD ENTRE LA VARIACION DE EMISION DEL OI EN 557.7 nm Y LA VARIACION DE DENSIDAD DEL OXIGENO ATOMICO

Las relaciones obtenidas entre la variación relativa de densidad del oxígeno atómico y de emisión de la raya verde están en concordancia con los

resultados actuales de la bibliografía, tanto si se considera el mecanismo de Chapman como el de Barth.

El resultado de (4-16) está de total acuerdo con los trabajos de Ofermann y Drescher(1973), Slanger y Black(1977), Solheim y Llewellyn(1979) y Witt y col.(1979), entre otros, que afirman que la emisión según el mecanismo de Chapman debe ser aproximadamente(algo más) proporcional al cuadrado de la concentración de oxígeno atómico.

Asimismo, el resultado obtenido considerando el mecanismo de Barth, expresión (4-19), es confirmado cuando Slanger y Black(1977) exponen que la razón de emisión debe ser proporcional al producto $\{O\} \{M\}$, lo que nos dice que el factor de proporcionalidad entre $\Delta I/I$ y $\Delta \rho_o/\rho_o$ debe de ser menor de dos, como efectivamente obtenemos utilizando nuestras expresiones del apartado IV-3.

Tanto para la obtención de (4-16) como de (4-19) consideramos el perfil de emisión de la raya verde como un estrecha franja rectangular centrada en los 97 km de altura. Tal consideración se justifica en el hecho de la buena simetría del perfil de emisión en torno a su máximo y en su estrecha anchura mitad.

V-4. DE LA OBTENCION DE LAS VARIACIONES DE DENSIDAD
ATMOSFERICA A PARTIR DE LA RAYA VERDE.

Para la obtención de las expresiones (4-22a) y (4-22b) , apartado IV-5, supusimos dos posibilidades a y b que a continuación se exponen y comentan:

La opción a) consiste en considerar el máximo de emisión de la raya verde a los 97 km de altura y a los 94 el máximo de concentración de $O(^3P)$. Este es el resultado de estimar que la emisión es causada por el mecanismo de Barth y usar los coeficientes de Slinger y Black(1976); así lo exponen Witt y col. (1979). Esta opción es la mayormente aceptada hoy día y, como veremos en siguientes apartados de este capítulo, los parámetros de las ondas obtenidos mediante (4-22a) parecen ser los más fiables.

La opción b) consiste en considerar ambos máximos, el de $\{O\}$ y el de la emisión de la raya verde, a la misma altura de 94 km. Es el resultado de considerar los coeficientes propuestos por Söhlheim y Llewellyn(1979) como expone Rodrigo(1979).

De suponer esta posibilidad se obtiene (4-22b) y los resultados obtenidos mediante la misma no pueden considerarse desechables.

V-5. SOBRE LOS PARÁMETROS DE LAS O.I.G.s

Discutiremos aquí, los resultados obtenidos en los apartados IV-6-1 (usando la teoría lineal) y IV-7-3-1 (usando la teoría no lineal).

Los valores obtenidos para los parámetros de las ondas serán analizados comparándolos con los deducidos por otros investigadores.

Dado que por los valores presentados en IV-7-3-1 utilizamos las relaciones entre λ_x y T, IV-7-2, es por lo que comencemos por realizar un análisis de las gráficas IV-4. Lo primero que llama la atención es el alto coeficiente de correlación, valores que damos en la tabla V-1. En el 94% de los casos el nivel de confianza del ajuste lineal es superior al 90%, llegando, en el 61% de los casos a superar, incluso, el 99%. Concluimos pues, que, salvo para el mes de mayo de 1974, es francamente fiable la relación lineal obtenida entre λ_x y T. Indicamos aquí que en los meses de invierno es mejor el ajuste que en los de verano. Otro hecho fácilmente deducible de las gráficas IV-4 es la distinta pendiente de las rectas. Representamos los valores de las pendientes en la figura V-2. Se observa en ella que las pendientes

r	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
AÑO 1968	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.956	0.880	0.986
AÑO 1969	0.988	0.989	0.985	0.997	0.993	0.870	0.968	0.869	-	-	-	0.997
AÑO 1970	0.976	0.971	-	0.798	0.677	0.929	0.948	-	-	-	-	-

Tabla V-1

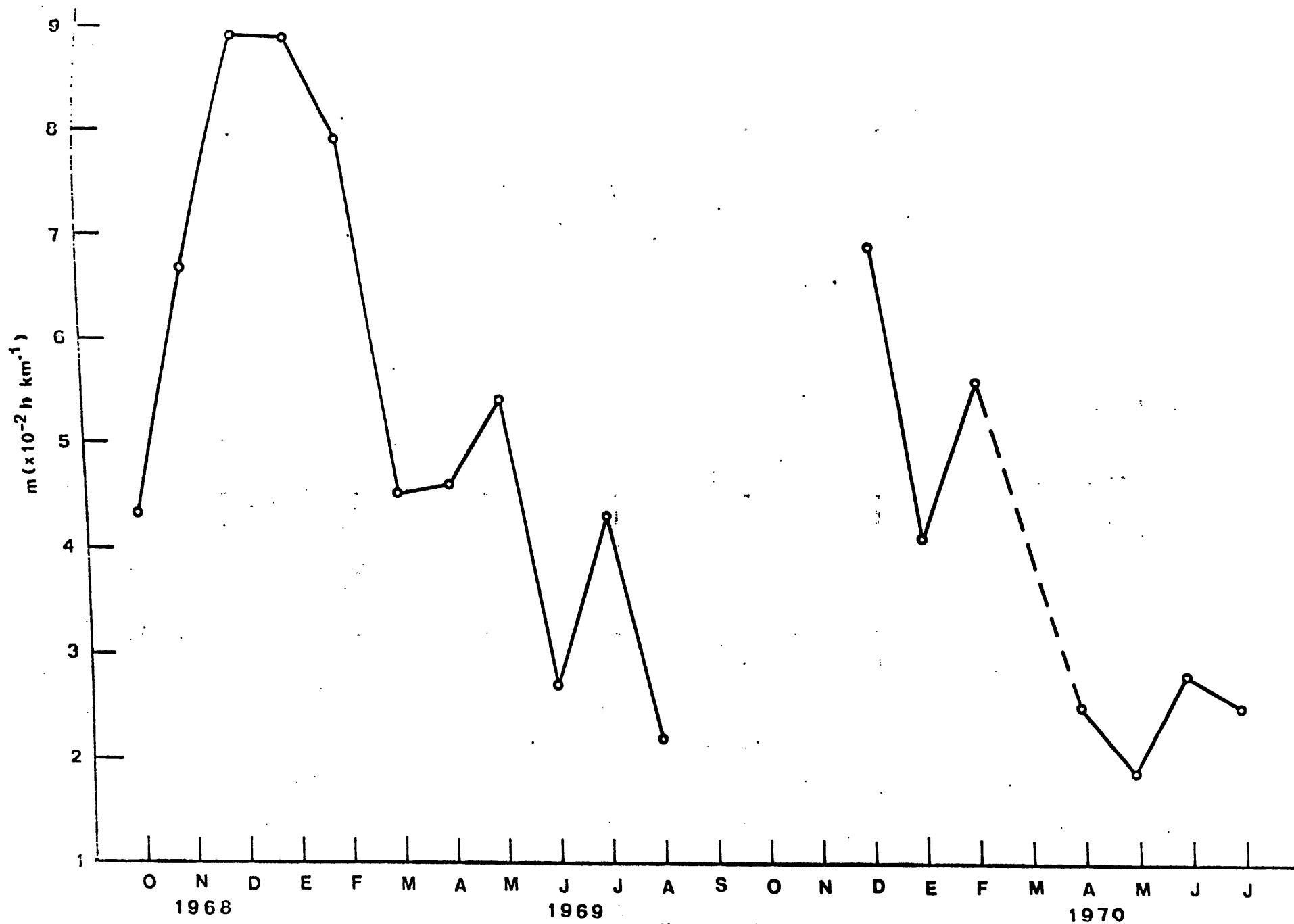


Figura V-2

tes tienen su máximo en invierno y van descendiendo de valor hasta un mínimo que se presenta en verano.

Los valores de los meses del año 1969 son mayores que las correspondientes del año 1970.

A veces, aparecen variaciones de densidad muy altas en la bibliografía, 20% Noxon(1978), pero hay que considerar que son casos infrecuentes. Evidentemente, los valores medios mensuales han de ser inferiores. Las tablas (IV-2a)-(IV-2u) contienen los valores medios mensuales de diversos parámetros para ondas de periodos entre 1 y $3^{1/2}$ horas. Las variaciones de densidad de oxígeno atómico están comprendidas entre un 3% y un 10%. Las variaciones de densidad de la atmósfera media son inferiores al 16% para la opción a) y al 8% para la opción b).

Los valores típico a las alturas consideradas son del 10% (Hines, 1960).

Glass y Spizzichino(1974) sugirieron que las velocidades horizontales inducidas por las O.I.G.s, sobre los 100 km de altura, podrían ser menores o iguales a los 50 ms^{-1} . Los trabajos de Justu(1973) y de Manson y col(1976) parecen confirmar tal sugerencia . Anteriormente, Kochanski(1964) obtuvo, de observaciones sobre nubes de sodio en 80-90 km de altura, valores centrados en los 40 ms^{-1} para dichas

velocidades horizontales, aunque en algunos casos llegaban hasta los 80 ms^{-1} . Nuestros resultados de las tablas IV-2 concuerdan extraordinariamente con tales experiencias y, de nuevo, los valores deducidos de la consideración a) parecen ser los de mayor coincidencia.

Tal como ya indicamos, los movimientos inducidos por las ondas de gravedad son casi horizontales. Hines(1960) apuntó que la razón U_x/U_z debiera ser del orden de 40. Una vez más, nuestros resultados están de acuerdo con los ofrecidos por la bibliografía.

En las tablas IV-4 hemos presentado los valores obtenidos para distintos parámetros de interés. Los resultados se presentan según λ_x y se ha usado para su obtención las expresiones de la teoría no lineal. Los modos dominantes presentan unas componentes verticales de longitud de onda, λ_z , de unos 10 km; el mismo resultado que presentan la citada experiencia de Kochanski(1964) y el trabajo de Zimmerman(1972).

V-6. SOBRE LA DENSIDAD DE ENERGIA CINETICA

Los valores de la densidad de energía cinética expuestos en las tablas IV-3 y IV-5 son del mismo orden de magnitud que indica Justus(1973).

Presentan una mayor similitud los valores obtenidos a partir de la consideración a) del apartado IV-5.

En la figura IV-3 se aprecia una clara variabilidad estacional con un máximo en invierno y un segundo(en orden de importancia) máximo en verano. De nuevo el mes de marzo del año 1969 presenta altos valores, lo que nos reafirma en la relación entre la actividad magnética y las ondas de gravedad.

V-7. DIFUSION TURBULENTA Y ANOMALIA INVERNAL

La explicación de la anomalía invernal es una vieja aspiración de la Aeronomía. El estudio de las ondas de gravedad sugiere la posibilidad de que fuesen dichas ondas las causantes de la excesiva ionización de la región D en invierno.

Hines(1974) apuntó la posibilidad de una mayor actividad de las ondas internas de gravedad en invierno y cita las experiencias realizadas por Theon y col.(1969). No estimamos las experiencias de Theon y col. como pruebas concluyentes ya que se basan en el lanzamiento de granadas acústicas en un solo día para invierno. Dos años antes, Hines(1974) expuso la posibilidad de una mayor turbulencia inducida por las ondas de gravedad en invierno, pero la única prueba experimental que cita es la de Roper y Elford (1963) que presenta una variación estacional de la razón de disipación de energía turbulenta con máximos al final del verano y del invierno entre los 80-100 km de altura desde una estación 35°S.

Más recientemente, Zimmerman(1974), utilizando datos de vientos en alturas 83-91 y 97 km, obtiene similares resultados a los de Roper(1963), tal como se muestra en la figura V-3.

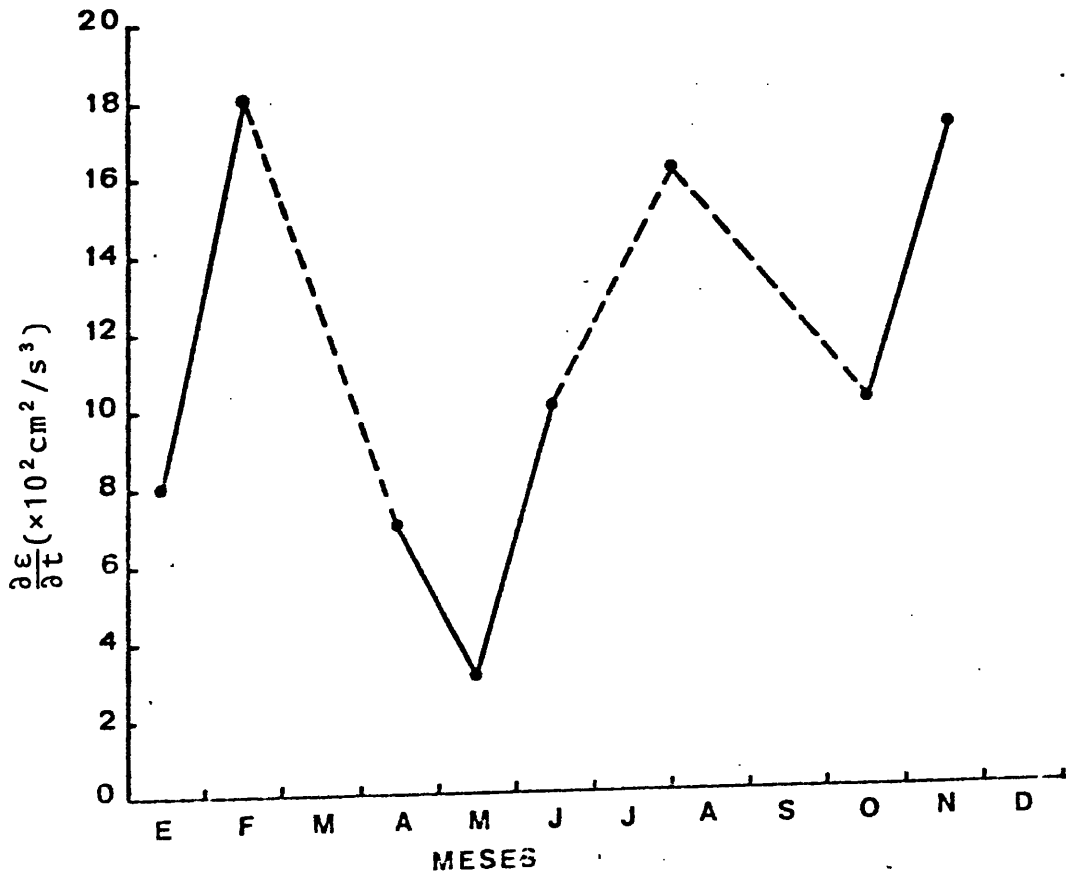


Figura V-3._ Razón de pérdida de energía cinética de las ondas en los 83-91 km de altura.

El estudio de la ocurrencia nos llevó a considerar que el número de ondas registradas a lo largo del año presentaba un máximo en invierno y otro en verano. Los resultados obtenidos de la densidad de energía cinética, nuevamente, nos llevaba a la concordancia con los trabajos citados presentando una variación estacional.

Pensamos que el número de ondas detectadas no tendría por qué determinar la influencia de las mismas en la atmósfera, ya que unas ondas podían ejercer más influencia que otras. También pudiera ser que la densidad de energía cinética no fuese el parámetro idóneo para determinar si las ondas de gravedad podían ser la causa de la anomalía invernal.

Determinamos que el coeficiente de mezcla turbulenta, D_{zz} , podría ser la magnitud idónea para la búsqueda de tal posible efecto, basándonos en la idea de que un aumento de la difusión turbulenta vertical produciría un movimiento descendente de NO que, por ionización debida a la radiación Lyman α , produciría un aumento de concentración electrónica (Taubenheim, 1975) y, asimismo, un movimiento ascendente, procedente de alturas inferiores, de agua, responsable de los iones hidrogenados de la región D (Hidalgo, 1977).

A tal fin, hemos obtenido los valores promedios mensuales de D_{zz} y D_{xx} inducidos por las ondas de gravedad. Se observa que los valores obtenidos están en consonancia con los que aparecen en la bibliografía, que suelen ser del orden de 10^6 cm^2/s e incluso del orden de 10^7 cm^2/s (Johnson y Wilkins, 1965; Webb, 1972; Justus, 1973; Battaner, 1975). Demostramos así, que el espectro de ondas de gravedad de 100 a 500 km de longitud de onda horizontal y de periodo unas horas constituye una fuente de primera importancia de turbulencia en la mesopausa y baja termosfera.

Si usamos la fórmula (2-88) propuesta por Hines con los valores de λ_x y λ_z obtenidos por nosotros, para el modo dominante, deducimos valores de D_{zz} inferiores a los presentados aunque del mismo orden de magnitud.

Independientemente de los resultados cuantitativos, es interesante estudiar los valores de D_{zz} por meses a lo largo del año. A tal fin presentamos la figura V-4. En ella se observan máximos en invierno y como después de febrero los valores de D_{zz} van aumentando, de manera casi uniforme, hasta alcanzar valores máximos en los meses de verano. No se ha

representado en dicha gráfica el valor correspondiente al mes de marzo de 1969 ya que su valor de D_{zz} es enormemente grande (como puede verse en la tabla IV-6) lo que nos reafirma de nuevo la conexión entre la turbulencia, las ondas de gravedad y la actividad magnética.

En la figura V-5 representamos los valores de D_{xx} . Aunque a primera vista la gráfica ofrezca similitud con la de los valores de D_{zz} , hemos de destacar dos características diferenciadoras. La primera es que en ambos años (1969 y 1970) los valores de D_{xx} correspondientes a los meses de verano son inferiores a los valores máximos de sus respectivos inviernos. La segunda, el mes de enero de 1969 ofrece el mayor D_{xx} de todo el año, incluso supera el valor de D_{xx} de noviembre del 1968.

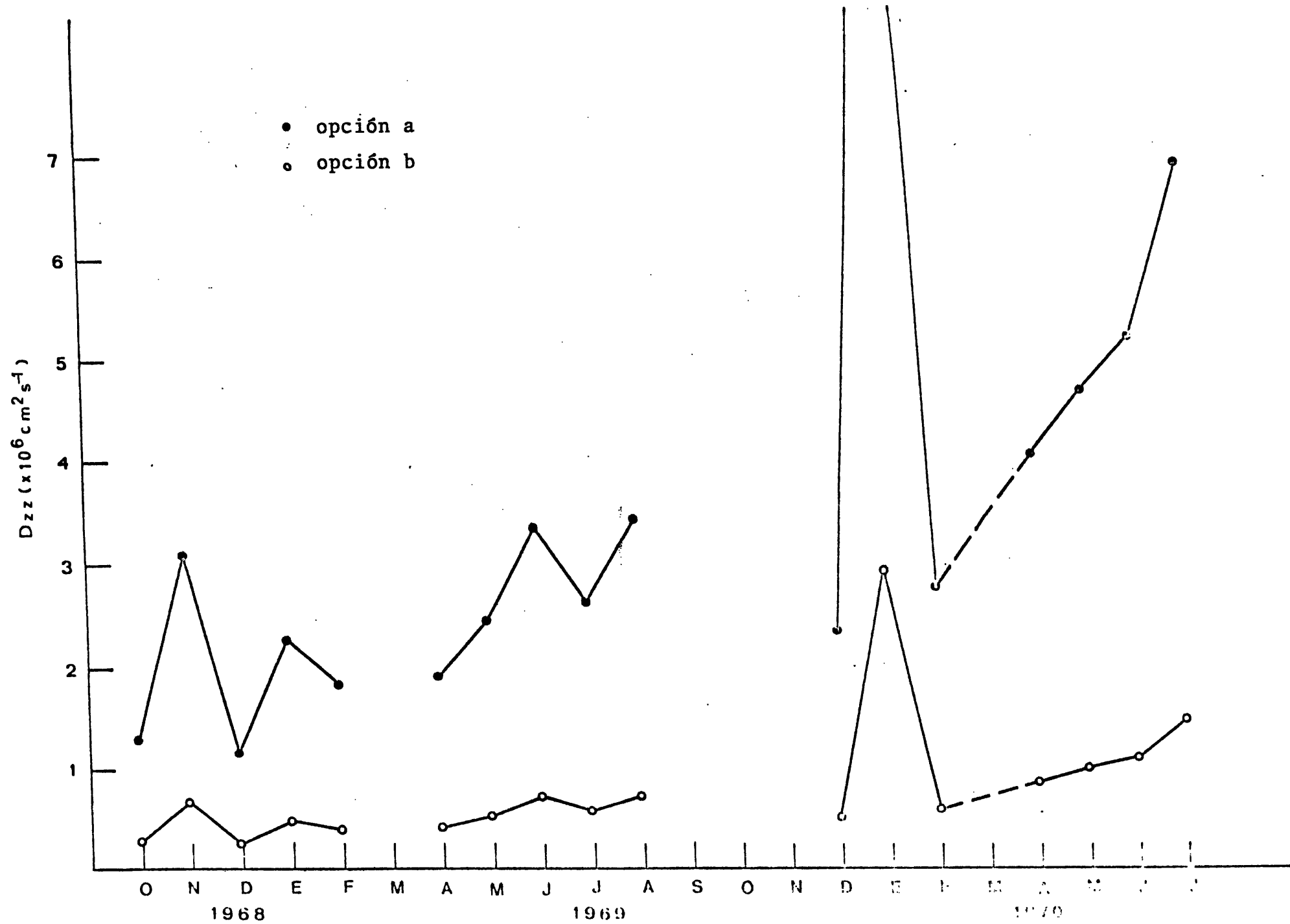


FIGURA V-4

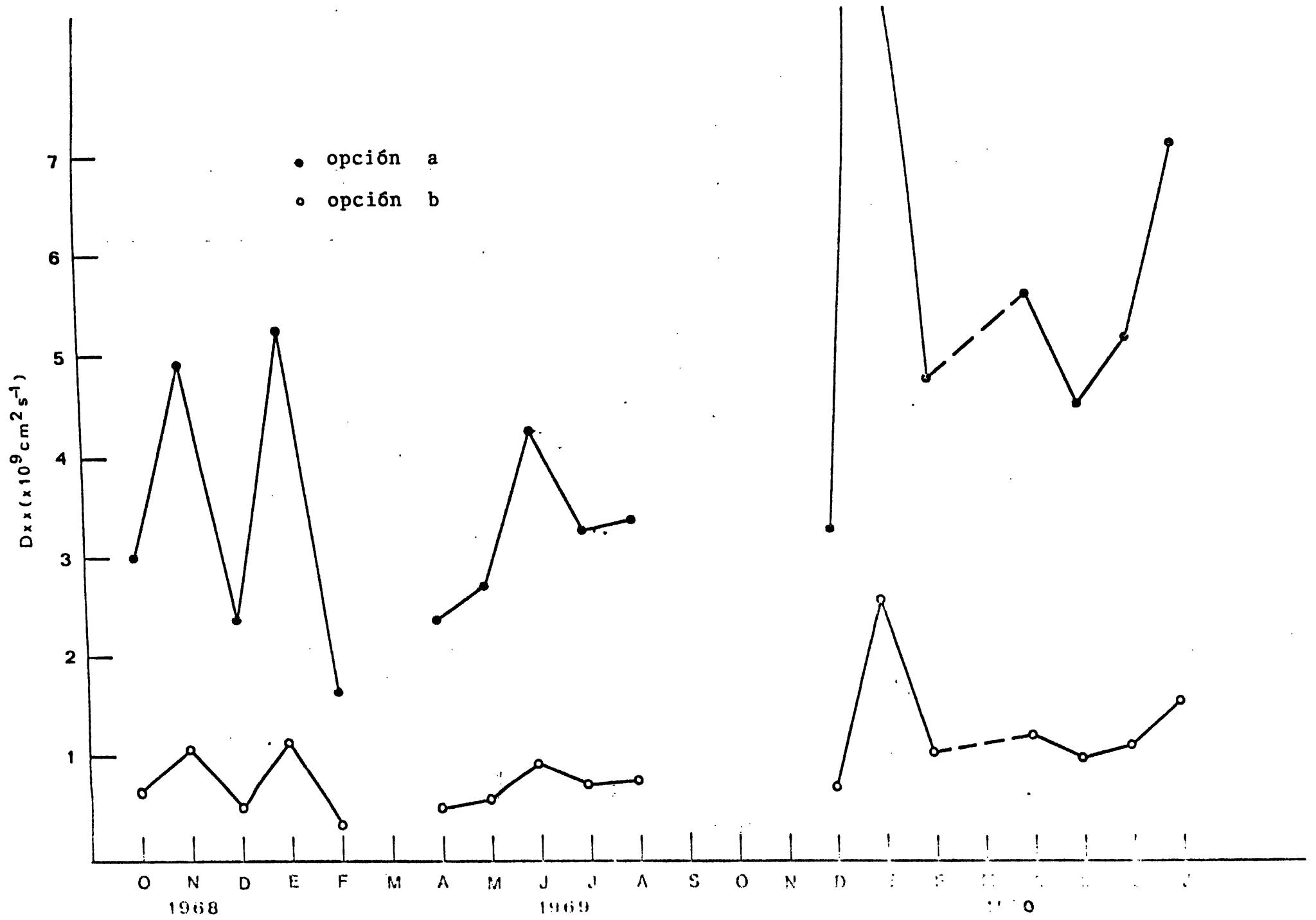


FIGURA V-5

Weinstock llama a este tensor, D, "enhanced diffusion tensor", y representa la capacidad de mezcla de los constituyentes atmosféricos debido a las ondas de gravedad. Esta mezcla puede ser el resultado de cualquier movimiento irregular de carácter disipativo, como puede ser la turbulencia, por lo que en

$$\vec{\phi}_i = - NK \cdot \nabla \frac{n_i}{N}$$

(donde $\vec{\phi}_i$ sería el flujo del compuesto i de concentración n_i y $N = \sum_i n_i$), K sería un tensor descomponible en K_{OG} y K_T , K_{OG} debido a las ondas de gravedad y K_T debido a la turbulencia. El tensor D de Weinstock debería pues identificarse con K_{OG} , pero puesto que interesan los flujos de difusión totales, deberíamos de procurar obtener $K_{OG} + K_T$, llamado en la bibliografía tensor de difusión turbulenta, aunque el término "tensor de mezcla" sería más apropiado.

Para la turbulencia, Lettau encontró:

$$\phi_{iz} = - K_{zz} \left(\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{H} \right)$$

siendo H la escala de altura; pero esta expresión pue-

de obtenerse con la anterior para cualquier proceso de mezcla. Por tanto, podemos pretender el tensor de mezcla y sustituirle directamente en la expresión de Lettau.

Ahora bien, nosotros mediante este análisis deducimos K_{OG} y no K estrictamente. Sin embargo podemos aceptar $K_{OG} \approx K$ porque, por una parte, las ondas de gravedad representan al menos una parte esencial de la turbulencia de gran escala (hecho que explica el carácter anisotrópico de la turbulencia atmosférica), por otra, porque los órdenes de magnitud de K_{OG} coinciden con los de K , y por otra, la turbulencia a pequeña escala está en gran parte originada por ondas de gravedad. Esto último, implica cierta proporcionalidad entre K_{OG} y K_T y, por tanto, entre K_{OG} y K . Téngase presente que las variaciones relativas en K son de mucha más confianza que sus valores absolutos, según discutiremos posteriormente.

Por estas razones el K, D , obtenido puede incluirse en las ecuaciones precedentes, si bien se trata de una aproximación por defecto.

Para finalizar nuestro estudio vamos a intentar relacionar nuestros coeficientes de difusión turbulenta D_{zz} con las medidas de absorción de ondas de radio y, en consecuencia, analizar el fenómeno de anomalía invernal.

Los valores de la absorción han sido tomados de la recopilación de medidas realizadas en España entre los años 1967 a 1975 por el Max-Planck-Institut für Aeronomie en colaboración con el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), (Rose, 1976).

De las diferentes sendas de transmisión utilizadas hemos escogido la de Aranjuez-Balerna por proximidad geográfica. Por motivos que nos son desconocidos, no aparecen los valores de la absorción de los meses de primavera y verano de 1969.

En la figura V-6 representamos, junto a los valores de D_{zz} que hemos obtenido, los valores medios mensuales de la absorción subsolar, \bar{L}_0 . La comparación de las gráficas muestra una excelente correspondencia en los meses de invierno, lo que confirmaría la idea de que la anomalía de invierno fuese debida las ondas de gravedad. Cuantitativamente, el coeficiente de correlación lineal para el invierno 1968-1969 es de 0.62 con una muestra de cin-

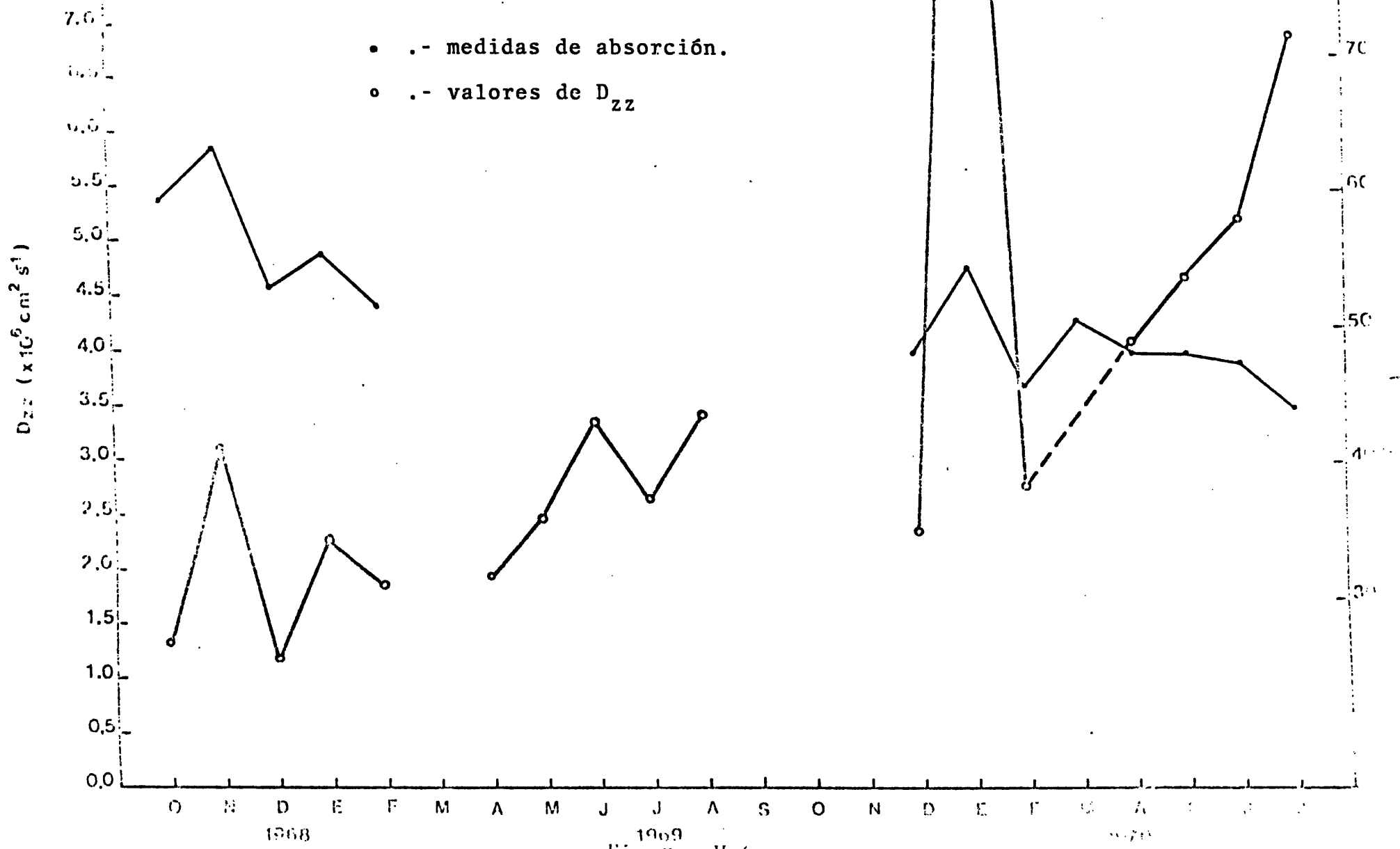


Figura V-6

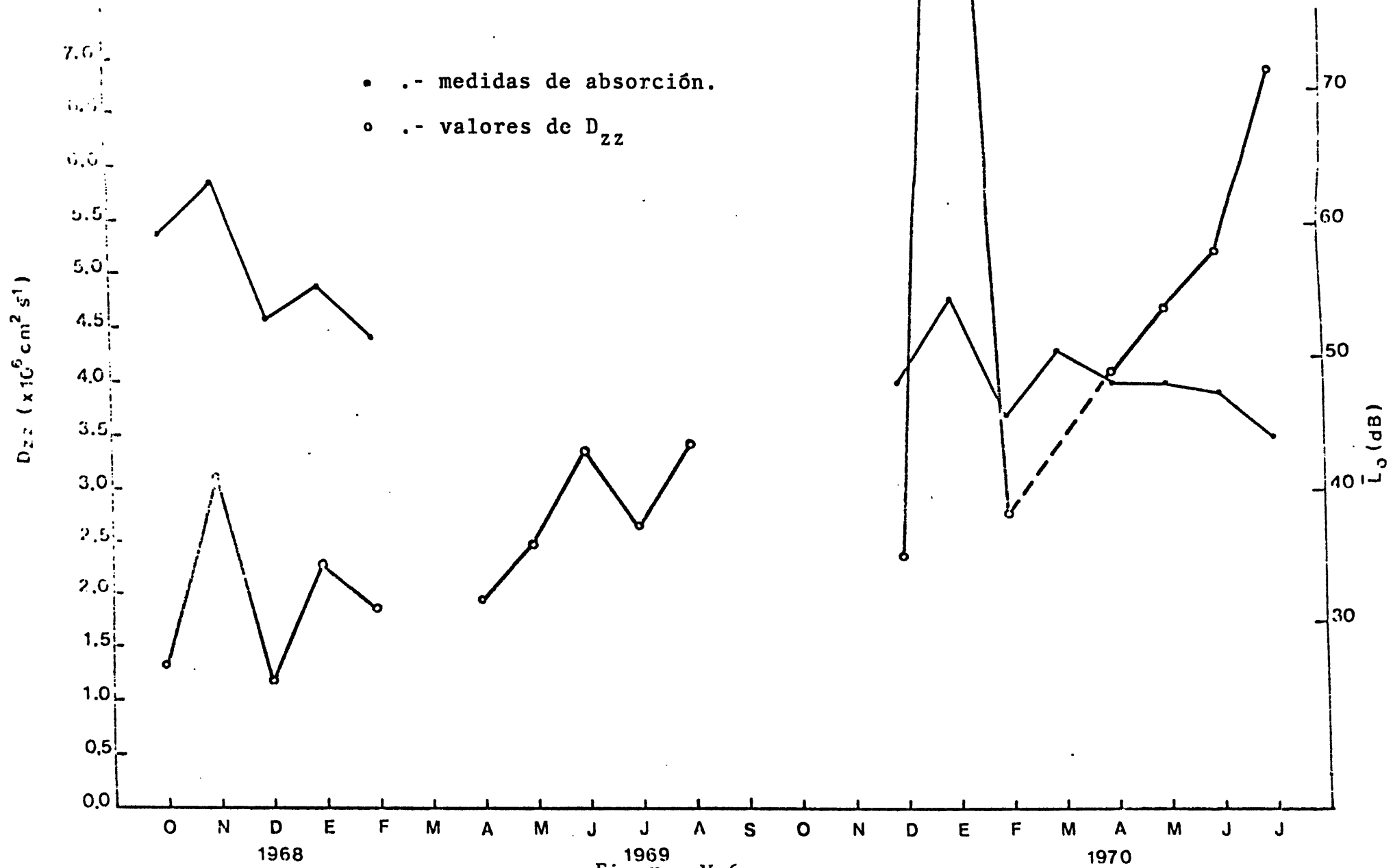


Figura V-6

co pares de valores y para el invierno 1969-1970 el coeficiente de correlación lineal es de 0.87 con una muestra de cuatro pares de valores.

Un hecho llamativo de la figura V-4 es el altísimo valor de D_{zz} para el mes de enero de 1970.

En realidad, solo dispusimos de valores en tres días para la obtención del coeficiente de difusión turbulenta de dicho mes, que son los días 11, 30 y 31. El día 30 presenta un alto valor de D_{zz} pero es, sobre todo, el día 11, con un altísimo valor de D_{zz} , la causa de que aparezca tan grande el coeficiente de difusión turbulenta en el mes de enero de 1970.

Por otra parte, los valores de la absorción L_o de los citados días se corresponden extraordinariamente con los valores obtenidos de D_{zz} ;

11 de enero de 1970, $D_{zz} = 22.10 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$; $L_o = 77 \text{ dB}$
 30 de enero de 1970, $D_{zz} = 7.73 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$; $L_o = 37 \text{ dB}$
 31 de enero de 1970, $D_{zz} = 3.92 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$; $L_o = 18 \text{ dB}$

Los meses restantes, desde abril hasta julio no se comportan de igual modo; sin embargo, presentan el curioso hecho de una altísima correlación negativa (coeficiente de correlación lineal igual a -0.95) entre los coeficientes de difusión turbulenta y las medidas de absorción.

VI. CONCLUSIONES

Hemos mostrado que la emisión de la raya verde constituye una forma eficaz y económica de estudio de las ondas internas de gravedad en la turbopausa.

Las ondas de gravedad estudiadas muestran:

- a) Periodos de unas horas, constituyendo casi el 50% las de periodos comprendidos entre 2 y $3^{1/2}$ horas.
- b) El número de ondas de gravedad presentes muestra una variabilidad estacional con máximos en invierno y en verano y mínimos en los equinoccios.
- c) No se deduce una relación del periodo con la época del año, aunque en los equinoccios no son frecuentes las ondas de menor periodo, 1 a 2 horas.
- d) Para componentes horizontales de la longitud de onda de unos 100 a 500 km, las velocidades inducidas por las ondas de gravedad en la atmósfera media (en la turbopausa) son de unos 40 ms^{-1} para las componentes horizontales y del orden de 1 ms^{-1} para las verticales. Las correspondientes componentes verticales de la longitud de onda son de unos 10 km.

- e) La densidad de energía cinética de las ondas internas de gravedad son del orden de $10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ y presenta una clara dependencia estacional con máximos en invierno y en verano.

* * *

La razón entre las variaciones relativas de intensidad de emisión de la raya verde y las variaciones relativas de densidad del oxígeno atómico es 2.1 si se considera el mecanismo de Chapman y 1.9 si es el de Barth el mecanismo considerado.

La relación entre las variaciones relativas de densidad del oxígeno atómico y las de la atmosfera media, inducidas por las ondas de gravedad, depende, enormemente, del perfil de concentración de oxígeno atómico utilizado. Su expresión puede deducirse facilmente a partir de la teoría lineal con identico resultado a si se utiliza la teoría no lineal, siempre que estemos tratando de ondas de alto periodo.

La razón entre las variaciones relativas de densidad de oxígeno atómico y las de la atmosfera media son 0,6 ó 1.3 , según se considere el

máximo de emisión a los 97 o a los 94 km de altura (el máximo de concentración de{O}es considerado en ambos casos a los 94 km) . Tanto en un caso como en otro existe oposición de fase.

Las medias mensuales de las variaciones relativas de densidad de la atmosfera media inducidas por las ondas de gravedad son de hasta el 16%.

* * *

Por primera vez se han deducido valores de los coeficientes de difusión turbulenta, de forma sistemática, a partir de medidas realizadas desde tierra. Para élllo, hemos usado la teoría no lineal de las ondas internas de gravedad y las medidas de emisión de la raya verde.

Mostramos que la difusión turbulenta en la alta atmósfera es fuertemente anisótropa. Los valores verticales de la misma son del orden de 10^6 a 10^7 cm^2s^{-1} y los horizontales de 10^9 a 10^{10} cm^2s^{-1} ..

Los valores de la difusión turbulenta vertical presentan máximos en invierno, disminuyen

en febrero o marzo, para a continuación crecer, de modo casi uniforme, hasta los meses de verano.

En las épocas de gran actividad magnética, el número de ondas de gravedad, la energía cinética de las mismas y la difusión turbulenta que inducen toman mayores valores. En el mes de marzo de 1969 (mes anómalo con grandes tormentas magnéticas) las variaciones relativas de densidad de la atmósfera media llegan a superar el 30%.

La fuerte variabilidad interdiurna de los valores de la absorción de ondas de radio en la alta región D, propias de la anomalía invernal, se presenta también en los coeficientes de difusión turbulenta inducidos por las ondas de gravedad en invierno.

En los meses de invierno aparece una correlación entre la difusión turbulenta creada por las ondas de gravedad y los valores de la absorción dados por la ionosonda de Balerna (Almería), lo que justificaría la hipótesis de que fuesen dichas ondas las responsables de la anomalía invernal.

* * *

Por último, estimamos muy conveniente la realización de un posterior estudio de las ondas de gravedad utilizando tres modernos fotómetros que ofrezcan los datos de forma automática, lo que economizaría esfuerzos y, lo que es más importante, las longitudes de onda serían deducidas con mayor precisión y se ampliaría su intervalo de estudio. Además, permitiría la obtención de las direcciones de propagación de las ondas de gravedad .

VII — A P E N D I C E S

APENDICE A. OBTENCION DE LA ECUACION DE DISPERSION

Partimos del sistema de ecuaciones fundamentales (2-15)-(2-17) que escribimos así:

$$\rho_0 \frac{\partial U_x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + U_x \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + U_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} - C^2 \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + U_x \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + U_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right\} = 0 \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + U_x \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \rho_0 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{A-3})$$

$$\rho_0 \frac{\partial U_z}{\partial t} + \rho g + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (\text{A-4})$$

Considerando nulos los gradientes horizontales de la densidad y de la presión de la atmósfera no perturbada, ρ_0 y p_0 , y al considerar $\rho_0 = ae^{-z/H}$ y $p_0 = be^{-z/H}$; es decir: $\partial \rho_0 / \partial x = 0$, $\partial p_0 / \partial x = 0$, $\partial \rho_0 / \partial z = -\rho_0 / H$ y $\partial p_0 / \partial z = -p_0 / H$; tenemos:

$$0\rho + \frac{\partial}{\partial x}p + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}U_x + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}U_z = 0 \quad (\text{A-5})$$

$$-C^2 \frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial t}p + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}U_x + \left(\frac{-p_0}{H} + \frac{C^2 \rho_0}{H}\right)U_z = 0 \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + 0p + \rho_0 \frac{\partial}{\partial x}U_x + \left(\frac{-\rho_0}{H} + \rho_0 \frac{\partial}{\partial z}\right)U_z = 0 \quad (\text{A-7})$$

$$g\rho + \frac{\partial}{\partial z}p + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}U_x + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}U_z = 0 \quad (\text{A-8})$$

Estas ecuaciones constituyen un sistema lineal y homogéneo de coeficientes constantes (al considerar la atmósfera isoterma, C es constante) cuyo determinante de los coeficientes ha de ser nulo:

$$\begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ -C^2 \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{-p_0}{H} + \frac{C^2 \rho_0}{H} \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} & \frac{-\rho_0}{H} + \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \\ g & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \end{vmatrix} = 0$$

(A-9)

Desarrollando por la primera fila:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{vmatrix} -C^2 \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{-p_o + C^2 \rho_o}{H} \\ \frac{\partial}{\partial t} & \rho_o \frac{\partial}{\partial x} & \frac{-\rho_o + \rho_o \frac{\partial}{\partial z}}{H} \\ g & 0 & \rho_o \frac{\partial}{\partial t} \end{vmatrix} + \rho_o \frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} -C^2 \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial t} & \frac{-p_o + C^2 \rho_o}{H} \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{-\rho_o + \rho_o \frac{\partial}{\partial z}}{H} \\ g & \frac{\partial}{\partial z} & \rho_o \frac{\partial}{\partial t} \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando ambos determinantes por la segunda columna,

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_o \frac{\partial}{\partial x} \left(-C^2 \rho_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{g p_o}{H} - \frac{g C^2 \rho_o}{H} \right) \right\} \\ & + \rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\rho_o g}{H} - \rho_o g \frac{\partial}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{C^2 \rho_o}{H} \frac{\partial}{\partial t} - \rho_o C^2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{p_o}{H} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{C^2 \rho_o}{H} \frac{\partial}{\partial t} \right) \right\} = 0 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que

$$C^2 = \gamma \frac{p_o}{\rho_o} \quad (\text{A-10})$$

$$y \quad H = C^2 / \gamma g \quad (\text{A-11})$$

después de operar y simplificar, queda:

$$-\rho_0^2 \frac{\partial^4}{\partial t^2} + \left\{ -\frac{\rho_0^2 g}{H} + C^2 \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right\} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

$$+ \left(\frac{-\rho_0 \rho_0}{H} + \rho_0 g \right) \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ \frac{g \rho_0 \rho_0}{H} (1-\gamma) \right\} = 0$$

Para una onda plana podemos sustituir $\frac{\partial}{\partial t}$ por $i\omega$, $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ por $-\omega^2$, $\frac{\partial^4}{\partial t^4}$ por ω^4 , $\frac{\partial}{\partial x}$ por $-ik_x$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ por $-k_x^2$, $\frac{\partial}{\partial z}$ por $-ik_z$ y $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ por $-k_z^2$; con lo que la nueva forma de la expresión anterior queda:

$$-\rho_0 \omega^4 + \left\{ \frac{\rho_0^2 g}{H} + C^2 \rho_0^2 (k_x^2 + k_z^2) \right\} \omega^2 + i \left(\frac{-\rho_0 \rho_0}{H} + \rho_0 g \right) k_z \omega^2$$

$$+ \left\{ \frac{g \rho_0 \rho_0}{H} (1-\gamma) \right\} k_x^2 = 0$$

Cambiando todo de signo y dividiendo por ρ_0^2 , obtenemos:

$$\omega^4 - \left\{ \frac{g}{H} + C^2 (k_x^2 + k_z^2) \right\} \omega^2 + i \left(g + \frac{\rho_0}{H \rho_0} \right) k_z \omega^2 + (\gamma-1) \frac{g \rho_0}{\rho_0 H} k_x^2 = 0.$$

Usando de nuevo (A10) y (A-11) nos queda definitivamente:

$$\omega^4 - C^2 (k_x^2 + k_z^2) \omega^2 + i 2g k_z \omega^2 + (\gamma-1) g^2 k_x^2 = 0 \quad (A-12)$$



Comparando la ecuación de dispersión obtenida por nosotros, (A-12), con la que aparece en el trabajo de Hines (1960) observamos como en el término con k_z nos aparece un 2 que no lo tiene la expresión del citado trabajo, (2-23).

Vamos a comprobar que el 2 que aparece en nuestra expresión (A-12) es correcto:

La ecuación de dispersión para valores reales de las componentes del número de onda, (2-26), debe obtenerse de (2-23) sustituyendo K_x por k_x y K_z por $k_z + i/2H$, expresiones (2-24) y (2-26). Si así lo hacemos, obtenemos:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 \left(k_x^2 + k_z^2 - \frac{1}{4H^2} + i \frac{k_z}{H} \right) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 + i \gamma g \omega^2 k_z - \frac{\gamma g \omega^2}{2H} = 0,$$

que después de simplificar sería:

$$\omega^4 - \omega^2 C^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 + \frac{\omega^2 \gamma^2 g^2}{4C^2} - \frac{\gamma^2 g^2 \omega^2}{2C^2} = 0,$$

expresión que no coincide con (2-26). Si partimos de nuestra expresión (A-12), los dos últimos términos se cancelarían y, por tanto, obtendríamos exactamente (2-26).

APENDICE B.- ALGUNAS TRANSFORMACIONES INTERESANTES
DEL SISTEMA DE ECUACIONES FUNDAMENTALES
PARA VALORES REALES.

Aunque ya expusimos la solución (2-18) del sistema(2-15)-(2-17) con números de onda, K_x y K_z , complejos y a partir de ella la expresión (2-27), creamos interesante un desarrollo que permite la obtención de un sistema utilizable alternativo.

Partimos del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\rho_0 \frac{\partial U_x}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x} \quad (B-1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial U_z}{\partial t} + \rho g = - \frac{\partial p_1}{\partial z} \quad (B-2)$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} + U_z \frac{\partial S_0}{\partial z} = 0 \quad (B-3)$$

$$- \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = U_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \rho_0 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \quad (B-4)$$

El subfijo 1 indica la parte perturbada de la magnitud.

Las ecuaciones (B-1) y (B-2) son las expresiones de (2-15) para ambas componentes, x y z. La

(B-3) es $dS/dt = 0$, es decir, la condición de movimiento isoentrópico que aparece (con otra forma) en (2-16).

La (B-4) es una forma de (2-17).

Junto a (B-1)-(B-4) utilizaremos la ecuación de los gases perfectos

$$p = \rho RT \quad (B-5)$$

El estado de un fluido ideal puede especificarse por dos cualesquiera de las cuatro variables p , ρ , S y T . Podemos, por tanto escribir:

$$dp = (\partial p / \partial \rho)_S d\rho + (\partial p / \partial S)_\rho dS \quad (B-6)$$

$$\text{Sabemos que } (\partial p / \partial \rho)_S = C^2 = \gamma p / \rho = \gamma RT \quad (B-7)$$

De la ecuación (2-15) para estados de equilibrio obtenemos:

$$dp_0/dz = -\rho_0 g \quad (\text{ecuación hidrostática}) \quad (B-8)$$

que teniendo en cuenta (B-5) y (B-6) puede escribirse

$$dp_0/dz = -\rho_0 g = C_0^2 \frac{d\rho_0}{dz} + \left(\frac{\partial p_0}{\partial S_0} \right)_\rho \frac{dS_0}{dz} \quad (B-9)$$

Para una perturbación del estado de equilibrio, obtenemos de (B-6) la expresión:

$$p_1 = C_0^2 \rho_1 + (\partial p / \partial S)_\rho S_1 \quad (B-10)$$

que derivando respecto al tiempo nos da:

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = C_0^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial p_0}{\partial S} \right)_\rho \frac{\partial S_1}{\partial t} \quad (\text{B-11})$$

donde hemos considerado el caso adiabático, por lo que $\partial/\partial t (\partial p/\partial S)_\rho = 0$.

De (B-3), $\frac{\partial S_1}{\partial t} = -U_z \frac{\partial S_0}{\partial z}$ y considerando (B-9) tendremos

$$\left(\frac{\partial p_0}{\partial S} \right)_\rho \frac{dS_0}{dz} = -\rho_0 g = -C_0^2 \frac{d\rho_0}{dz},$$

por lo que:

$$\left(\frac{\partial p_0}{\partial S} \right)_\rho \frac{\partial S}{\partial t} = -U_z \left(-\rho_0 g - C_0^2 \frac{d\rho_0}{dz} \right) \quad (\text{B-12})$$

Sustituyendo (B-12) y (B-4) en (B-11) obtenemos;

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = U_z g \rho_0 - \rho_0 C_0^2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \quad (\text{B-13})$$

Derivando respecto al tiempo (B-1) y (B-2), mediante (B-13), obtenemos; respectivamente

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = -g \rho_0 \frac{\partial U_z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_0 C_0^2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right\} \quad (\text{B-14})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = g \rho_0 \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho_0 C_0^2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right\} \quad (\text{B-15})$$

APENDICE C. JUSTIFICACION DE LAS APROXIMACIONES
UTILIZADAS EN DIVERSAS EXPRESIONES
DE LA TEORIA NO LINEAL .

a) $(2k_z H)^{-1} \ll 1$

Esta aproximación ha sido utilizada varias veces en la obtención de las expresiones del apartado II-1-1-7.

Tomando $H=6$ km, $(12k_z)^{-1} \ll 1$, o lo que es igual a decir $\frac{\lambda_z}{24\pi} \approx \frac{\lambda_z}{75} \ll 1$, expresando λ_z en km.

Podemos, por tanto, afirmar que es válida dicha aproximación para los valores de λ_z de nuestro estudio, que son del orden de 10 km.

De la ecuación de dispersión (2-162) tenemos

$$\omega^2 = \omega_g^2 \frac{k_x^2}{k^2} \quad \text{si} \quad (2k_z H)^{-1} \ll 1.$$

b) $t/\tau_c \gg 1$

Es la aproximación necesaria para poder utilizar la forma asintótica (2-150).

Del apéndice C del trabajo de Weinstock(1976),

$$|\vec{k} \cdot \vec{U}' \tau_c| \leq \frac{1}{2Hk_z}, \quad \text{por lo que}$$

$$\tau_c (k_x^0 U_x' + k_z^0 U_z') \leq \frac{1}{2Hk_z} ; \tau_c \leq \frac{1}{2Hk_z^0 (k_x^0 U_x' + k_z^0 U_z')}$$

Sustituyendo $U_x' = U_z' \frac{k_x}{k_z}$ obtendríamos:

$$\tau_c \leq \frac{1}{2HU_z' (k_x^0{}^2 + k_z^0{}^2)} \leq \frac{\lambda_x^2 \lambda_z^2}{2HU_z' 4\pi^2 (\lambda_x^2 + \lambda_z^2)} ;$$

$$\tau_c \leq \frac{\lambda_z^2}{8\pi^2 HU_z'} \quad \cdot \quad \text{Sustituyendo valores vemos}$$

que $\tau_c \leq 100$ s. Queda justificado, pues, tomar $t/\tau_c \gg 1$.

c) $\Omega_\mu \Omega_\sigma \approx 0$ en el denominador y $\Omega_\mu, \Omega_\sigma \approx \omega$ en el numerador de la expresión (2-151).-

$$\text{Dado que } \Omega_\mu = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} - id_\mu - id_\omega ;$$

$$\Omega_\sigma = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} - id_\sigma - id_\omega ;$$

considerando $\vec{U} = 0$ y como $d_\mu, d_\omega \ll 1$, es razonable aproximar $\Omega_\mu, \Omega_\sigma \approx \omega$.

Como $\Omega_\mu \Omega_\sigma \ll k^2$, se justifica el hacer $\Omega_\mu \Omega_\sigma \approx 0$ en el denominador de dicha expresión.

d) Sustitución de Σ por k° en diversas expresiones. _
 k

Proviene de la condición de saturación, que nos dice que el espectro de ondas está dominado por aquella onda de número de onda k° tal que haga máxima la razón de crecimiento

$$\frac{k_z \omega}{2Hk^2} - \frac{1}{2}(d_\mu + d_\sigma/\gamma)k^{-2}$$
 . La onda de más rápido crecimiento dominará el valor de D , ya que las de crecimiento más lento habrán sido eliminadas previamente por la difusión turbulenta.

e) $k_x^{\circ 4} \ll k_z^{\circ 2}$, $k^{\circ 4} H^2 \ll k_z^{\circ 2}$ y $k^{\circ 2} \approx k_z^{\circ 2}$. _

Son evidentes.

f) $\epsilon \ll 1$. _

Aproximación utilizada para la expresión final de D_{zz} .

$$\epsilon = (d_\mu + d_\sigma/\gamma) \frac{k_z H}{\omega}$$
 . Utilizando la aproximación a)

y la condición de saturación, podemos escribir

$$\epsilon = (d_\mu^\circ + d_\sigma^\circ/\gamma) \frac{k_z^\circ H k^\circ}{\omega_g k_x^\circ}$$
 , y sustituyendo en ella (2-139)

y (2-142) tenemos:

$$\epsilon = (\bar{\rho}^{-1} \frac{4}{3} \mu k^{\circ 2} + \frac{\gamma-1}{\gamma} m k_B^{-1} \omega k^{\circ 2}) \frac{k_z^{\circ} H k^{\circ}}{\omega_g k_x^{\circ}} ;$$

$$\epsilon = \frac{H}{\bar{\rho} \omega_g} \left\{ \frac{4}{3} \mu + \frac{(\gamma-1) \sigma}{\gamma k_B} m \right\} \frac{k^{\circ} k_z^{\circ} k^{\circ}}{k_x^{\circ}} . \text{ Teniendo en cuen-}$$

ta e),

$$\epsilon = \frac{H}{\bar{\rho} \omega_g} \left\{ \frac{4}{3} \mu + \frac{m(\gamma-1) \sigma}{\gamma k_B} \right\} \frac{k_z^{\circ 4}}{k_x^{\circ}}$$

Sustituimos estos valores:

$$\bar{\rho} = 1.1 \times 10^{-9} \text{ g/cm}^3$$

$$H = 6 \text{ km}$$

$$\mu = 28.6 \times 10^{-5} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\sigma = 26 \times 10^2 \text{ erg cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$$

$$\gamma = 1.4$$

$$\omega_g = 2 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$m = 22 \times 1.7 \times 10^{-24} \text{ g}$$

Nos resulta: $\epsilon = 5 \frac{\lambda_x}{\lambda_z}$, donde λ_x y λ_z vienen dadas en centímetros y por tanto $\epsilon < \ll$.

APENDICE D. EFECTOS A TENER EN CUENTA EN EL ANALISIS
ARMONICO CON DATOS EXPERIMENTALES

Pretendemos exponer ciertas consideraciones a tener en cuenta en la aplicación de la transformada de Fourier. En la transformada de Fourier se parte de una función en el dominio del tiempo conocida en cualquier instante, es decir, continua (aunque puede existir un número finito de discontinuidades de salto finito) y desde $t = -\infty$ hasta $t = +\infty$. En la realidad física, no sucede así; a saber: conocemos un determinado número de puntos (la función está muestreada) y dentro de un intervalo finito (la función es observada a través de una determinada ventana). Estos dos hechos introducen unas perturbaciones a tener en cuenta en los valores obtenidos mediante la transformada al espectro de frecuencias. Estudiarémos estos efectos por separado, aunque su presencia, en la práctica, es simultánea.

Veamos primero el efecto motivado por la ventana. Hemos de tener en cuenta dos aspectos: primero; la anchura de la misma, que como es natural, tiene una mayor o menor influencia en las alteraciones del espectro de frecuencias, según sea estrecha o ancha, relativamente, frente al periodo de la oscilación a estudiar. Segundo; la forma de la función ventana, pues aunque al utilizar

una función rectangular el significado de los valores obtenidos en el espectro de frecuencias es inmediato, puede crear una perturbación en los mismos debido a la brusquedad de su forma en los extremos.

Sea una función sinusoidal infinita, su transformada de Fourier nos daría un pico definido en la correspondiente frecuencia. Si la función la suponemos conocida solo durante un intervalo finito de tiempo, el espectro de frecuencia aparecería con un pico en la frecuencia correspondiente y, a ambos lados del mismo, un efecto de dispersión ("leakage") con faldas laterales ("skirts")

Véase la figura D-1 :

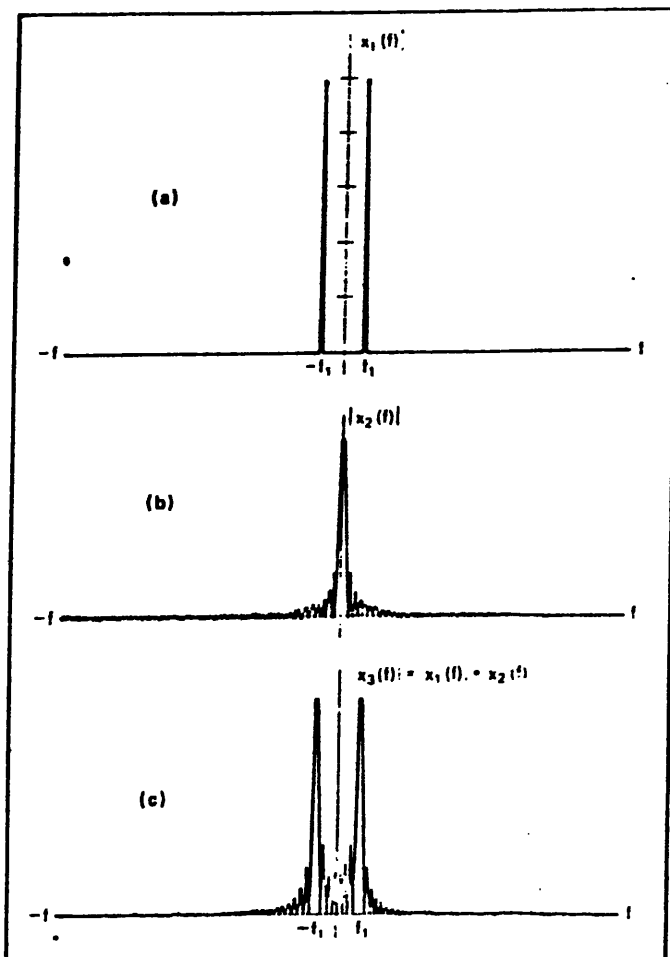


Figura D-1. Transformada de
 a) función seno
 b) pulso rectangular
 c) onda sinusoidal vista a través de una ventana rectangular.

Es obvio que, cuanto mayor fuese la anchura de la ventana, más veces hubiese sido registrada la función seno, el efecto sería menor. Si el número de ciclos dentro de la ventana es un entero, lo que rara vez ocurre, este efecto no sucede. Ahora bien, este efecto de "leakage" debido a la ventana puede ser detectado (Ramirez, 1974). La forma de hacerlo es utilizar una ventana de formas suaves tal como la ventana triangular o la llamada campana coseno(Gray, 1976) definida así:

$$\begin{aligned}
 A(t) &= 0.5\left(1 - \frac{\cos 10\pi t}{T}\right), & 0 \leq t < \frac{T}{10} \\
 &= 1.0, & \frac{T}{10} \leq t < \frac{9T}{10} \\
 &= 0.5\left(1 - \frac{\cos 10\pi(T-t)}{T}\right), & \frac{9T}{10} \leq t \leq T
 \end{aligned}$$

Mediante éllas, las posibles amplitudes en el espectro de frecuencias debidas al "leakage" se eliminan o quedan muy atenuadas, aunque hay que tener en cuenta que las amplitudes de las frecuencias verdaderas varían también su valor, pero sin quedar eliminadas. Si hacemos uso de estas ventanas, previamente debemos restar la media a los valores a usar, ya que de no hacerlo aparece, entre otras desviaciones, un fuerte "spike" en las frecuencias cercanas a la frecuencia nula del espectro.

Estudiaremos a continuación el efecto debido al muestreo. Para éllo expondremos el teorema o criterio

de Nyquist: "Si una función no contiene componentes de frecuencias superiores a ν_M ciclos por segundo, $f(t)$ se puede determinar por completo mediante valores separados uniformemente por intervalos menores de $1/(2\nu_M)$ segundos". Podemos también expresarlo en forma inversa, es decir: con un muestreo de frecuencia ν_M (hablamos en el espacio de tiempos) los resultados serán correctos si el fenómeno no contiene oscilaciones de frecuencia superior a $2\nu_M$. De no ser así, cosa que a priori puede desconocerse, probablemente aparezcan amplitudes del espectro de frecuencias que no corresponden en realidad a dichas frecuencias sino que sean resultado de una "reflexión" respecto a la frecuencia de Nyquist. Esta reflexión o plegamiento ("foldover") puede a veces ser tenida en cuenta por la asimetría de dicha amplitud en el espectro de frecuencias.

Para ilustrar lo ya expuesto tomamos la función $f(x) = 3.07 \sin(x+0.65) + 2.04 \sin(2x+4.1) + 0.19 \sin 3x$. La función es de periodo 2π . La componente de mayor frecuencia es el tercer sumando, de frecuencia $3/2\pi$, así que, por el teorema de muestreo, éste debe ser menor que $\pi/3$.

Muestreemos la función entre 0 y 2π con:

a) 48 puntos, b) 24 puntos, c) 12 puntos, d) 6 puntos.

El resultado del análisis muestra muy poca influencia del muestreo siempre que estemos por encima del límite de Nyquist. En el caso a) los coeficientes valen, los tres primeros, 3.07, 2.04 y 0.19; es decir, exactamente los que corresponden. El resto de los coeficientes (desde el cuarto en adelante) los valores salen 10^{-2} veces más pequeños que la última frecuencia real (tercer coeficiente).

En los casos b) y c) , con muestreo doble y cuádruple, obtenemos el mismo resultado.

Por último, en el caso d) los dos primeros coeficientes son correctos, pero no así el tercero (del orden de 10^{-3}) por ser igual a la frecuencia de Nyquist.

Como en este caso una oscilación completa estaba cubierta por la ventana, no aparece efecto alguno por la misma sino solo por el muestreo. Concluimos pues, que siempre que cumplamos el teorema del muestreo , los distintos muestreos no influyen, en absoluto, en los resultados (en nuestro caso las diferencias eran del orden del séptimo decimal).

Para observar el efecto debido a la ventana hemos tomado la función entre 0 y 3π , lo que incluye un número no entero de oscilaciones (una oscilación y media). Tomamos 72 puntos, lo que hace un muestreo lo suficientemente fino para que no aparezca ninguna perturbación debida al muestreo.

Los primeros coeficientes que se obtienen son: 2.16, 1.85, 2.03, 0.35, 0.31, 0.22. Aquí los coeficientes corresponden a otras frecuencias, es decir, antes los primeros coeficientes correspondían a frecuencias $1/2\pi$, $2/2\pi$, $3/2\pi$, $4/2\pi$, $5/2\pi$, ... y ahora lo hacen a $1/3\pi$, $2/3\pi$, $3/3\pi$, $4/3\pi$, $5/3\pi$, ...

Así pues, debemos comparar el tercero, 2.03, con el segundo, 2.04 (error del 0.5%). Para otra comparación debemos realizar una interpolación entre el 4° y el 5° coeficiente obtenido y compararla con el término de la tercera frecuencia 0.19; el resultado nos da un error del 30%. Vemos que en vez de descender bruscamente el espectro de frecuencias, a partir de la tercera frecuencia (última que existe) aparece un faldón ("skirt") de los valores. Por tanto observamos el efecto de "leakage" como era de esperar.

Hemos realizado el mismo análisis con ventana triangular y sustracción de la media de los valores. El resultado nos muestra que la razón entre

el 5° y el 4° coeficiente es de 0.28, mientras que con la ventana rectangular era de 0.90; es decir, la utilización de la ventana triangular rebaja notablemente los "skirts".

* * *

En nuestro estudio hemos realizado la técnica de la transformada de Fourier. ¿Son correctos nuestros resultados o por el contrario estarán afectados sensiblemente por el propio método?

En la aplicación de la transformada discreta de Fourier a nuestros datos en el espacio tomamos 11 puntos separados entre sí 48.5 km, lo que nos da un espaciado de 485 km. El teorema de muestreo nos asegura la validez de nuestros resultados siempre que nos limitemos a frecuencias (inversas de espacio) menores que $1/97 \text{ km}^{-1}$; es decir, a que nuestras longitudes de onda (componentes horizontales) sean mayores de 97km. Si en el espectro existiesen componentes de mayor frecuencia (menor longitud de onda) nuestros resultados estarían contaminados.

Dado que , como es sabido, la contribución de componentes del espectro de $\lambda_x < 97\text{km}$ es prácticamente despreciable en alturas de unos 100 km, es por lo

que podemos afirmar que nuestros resultados son correctos en cuanto a lo que al muestreo se refiere

Nos queda por ver si introducimos o no errores debidos al "leakage". Para ello hemos obtenido los valores de las transformadas de Fourier usando ventana triangular en varias noches escogidas al azar y observamos, salvo el lógico factor de escala, unas curvas de espectro de frecuencias de forma altamente similar. Es decir, podemos prescindir del efecto de "leakage" de nuestra ventana. A continuación, en las figuras (D-2) y (D-3), mostramos unos ejemplos de tal confirmación. La figura (D-2) se refiere a medidas con tiempo fijo a diferentes distancias cenitales y la figura (D-3) a medidas en el cenit a distintos tiempos.

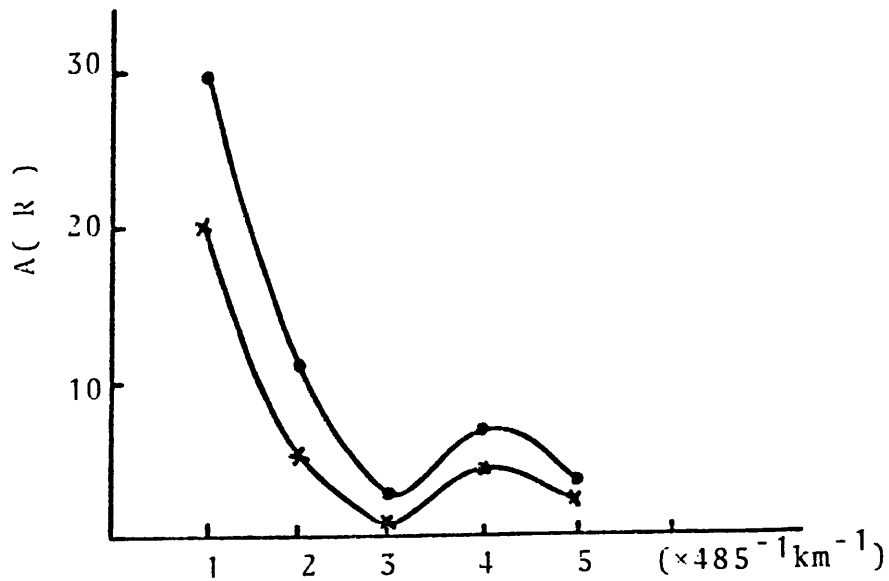


Figura D-2. Espectro de amplitudes correspondiente al día 14-10-68 con medidas de emisión a diferentes distancias y tiempo fijo usando ventana rectangular (•) y ventana triangular (x).

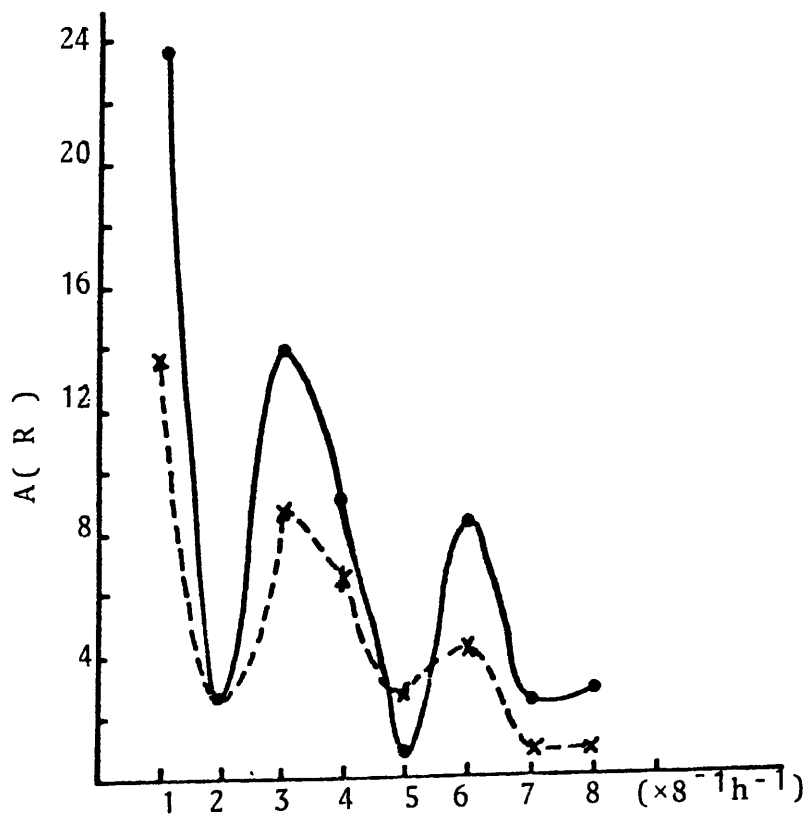


Figura D-3. Espectro de amplitudes correspondiente al día 15-4-70 con medidas de emisión a diferentes tiempos y distancia fija, usando ventana rectangular (•) y usando ventana triangular (x).

VIII. REFERENCIAS

- | | | |
|--|------|---|
| Albee, P.R.
Kanellakos, D.P | 1968 | J.Geophys.Res., <u>73</u> ,
1039 |
| Arley, N.
Buch, R. | 1968 | Introducción a la
teoría de la proba-
bilidad y de la es-
tadística. Edit.
Alhambra. Madrid |
| Bates, D.R. | 1978 | Planet.Space Sci., <u>26</u> ,
897 |
| Battaner, E. | 1972 | Tesis doctoral de la
Univ. de Granada. |
| Battaner, E. | 1975 | J.atmos.terr.Phys., <u>37</u>
1155 |
| Battaner, E
Molina, A.
Quintana,J.M. | 1977 | Proc.of the 5th Eu-
ropean meeting of
upper atmos. studies
by optical methods
Granada |
| Beer, T | 1974 | Atmospheric waves
Adam Hilger. London. |

- | | | |
|--|------|---|
| Bernard, R. | 1971 | J.atmos.terr.Phys., <u>33</u> ,
1345. |
| Bjerknes, V
Bjerknes, J.
Solberg, H.
Bergeron, T. | 1933 | "Physikalische Hydrody-
namik mit Anwendung anf
die Dynamische Meteorolo-
gie!" Springer.Berlin. |
| Clark, D.H.
Raitt, W.J. | 1976 | J.atmos.terr.Phys., <u>38</u> ,
1245. |
| Cook, R.K. | 1971 | Geophys.J,Roy.Astron.
Soc., <u>26</u> , 191. |
| Cowling, D.H.
Webb, H.D.
Yeh, K.C. | 1970 | Tech.Rep., <u>38</u> . Elec.Eng.
Research Lab., Univ.of
Illinois. |
| Chapman, S.
Cowling, T.G. | 1970 | "The mathematical theory
of non-uniform gases."
3°Ed.Cambridge Univ.
Press. London. |
| Chapman, S.
Lindzen, R. | 1970 | "Atmospheric Tides;Ther-
mal and Gravitational"
D.Reidel,Dordrecht,Ne-
therlands. |

- Charney, J.G. 1961 J.Geophys.Res., 66,83.
 Drazin, P. G.
- Chimonas, G. 1970 Planet.Space Sci., 18,565
 Hines,C.O.
- Chimonas, G. 1971 J.Geophys.Res., 76.7003.
 Hines,C.O.
- Davies, K. 1962 J.Geophys.Res., 67,601.
 Watts, J.M.
 Zacharisem,D.H.
- Davies, K. 1965 J.Geophys.Res., 70,2251.
 Baker, D.M.
- Davis, M.J. 1969 J.Geophys.Res., 74,5721.
 Da Rosa,A.V.
- Davis, M.J. 1970 Nature, 226,1123.
 Da Rosa,A.V.
- Dieminger, W. 1955 "The Physic of the ionos
 pheric".The Physical Soc.
 London.
- Dieminger, W. 1962 Nature, 193,953.
 Kohl, H.

- | | | |
|--|--------|--|
| Dieminger, W.
Rose, G.
Widdel - H.U. | 1966 | J.atmos.terr.Phys., <u>28</u> ,
317. |
| Dudis, J.J.
Reber, C.A. | , 1976 | Geophys.Res.Lett., <u>3</u> ,12. |
| Francis, S.H. | 1975 | J.atmos.terr.Phys., <u>37</u> ,
1011. |
| Friedman, J.P. | 1966 | J.Geophys.Res., <u>71</u> ,1033. |
| Glass, M.
Spizzichino, A. | 1974 | J.atmos.terr.Phys., <u>36</u> ,
1825. |
| Gray, D.F. | 1976 | "The observation and
analysis of stellar
photospheres". John
Wiley and Sons.New York. |
| Greenhow, J.S.
Neufeld, E.L. | 1961 | Quart.J.Roy.Met.Soc., <u>87</u> ,
472. |
| Gregory, J.B.
Manson, A.U. | 1969 | J.atmos.terr.Phys., <u>28</u> ,
137. |

- Heisler, L.H. 1958 Aust.J.Phys., 11, 79.
- Heisler, L.H. 1959 Nature, 183, 383.
- Heisler, L.H. 1961 Aust.J.Phys., 14, 481.
Whitehead, J.D.
- Hidalgo, M.A. 1977 Planet.Space.Sci., 25,
1135.
- Hines, C.O. 1960 Can.J.Phys., 38, 1441.
- Hines, C.O. 1970 J.Geophys.Res., 75, 3937.
- Hines, C.O. 1972a Phil.Trans.R.Soc.Lond.
A., 271.
- Hines, C.O. 1972b Nature, 239, 5367.
- Hines, C.O. 1974 "The Upper Atmosphere
in motion" Geophys.Mo-
nograph 18. Hefferman
Press, Massachusetts.
- Hodges, R.R.Jr. 1967 J.Geophys.Res., 72, 3455.
- Hodges, R.R.Jr. 1969 J.Geophys.Res., 74, 4087.

- | | | |
|--------------------------------|------|--|
| Ibañez, J. | 1971 | Tesina de la Univ. de Granada. |
| Jacchia, L.G. | 1971 | Smithsonian Astrophys. Observatory, Special Report, <u>332</u> . |
| Jhonson, F.S. | 1968 | 4th Western Reg. Meett. Am. Chem.Soc., S.Francis co. |
| Jhonson, F.S.
Wilkins, E.M. | 1965 | J.Geophys.Res., <u>70</u> , 1281. |
| Justus, C.G. | 1973 | AIAA/AMS International conference on the environment Impact of Aerospace Operation en the high Atmosphere, Denver, Colorado. |
| Kato, S.
Kawakami, T. | 1977 | J.atmos.terr.Phys., <u>39</u> , 581. |
| Klostermeyer, J. | 1969 | J.atmos.terr.Phys., <u>21</u> , 25. |

- | | | |
|---|------|--|
| Klostermeyer, J. | 1972 | J.atmos.terr.Phys., <u>34</u> ,
765. |
| Kochanski, A. | 1964 | J.Geophys.Res., <u>69</u> ,3651. |
| Krishnamurti, T.N. | 1964 | Rev. Geophys., <u>2</u> ,593. |
| Lamb, H. | 1945 | "Hydrodynamics", 6th Ed.
Dover, New York. |
| Leonard, R.S.
Barne, R.A.Jr. | 1965 | J.Geophys.Res., <u>70</u> ,1250. |
| Llewellyn, E.J.
Solheim, B. | 1978 | Proc. of the 6th Euro-
pean meeting of upper
atmos. studies by op-
tical methods. Aberdeen. |
| Manson, A.H.
Gregory, J.B.
Stephenson, D.G. | 1976 | J.atmos.terr.Phys., <u>38</u> ,
143. |
| Midgley, J.E.
Liemohn, H.B. | 1966 | J.Geophys.Res., <u>71</u> ,3729. |

- | | | |
|---|------|--|
| Molina, A.
Battaner, E.
Quintana, J.M. | 1977 | Libro de actas de la
II Asamblea Nac. de
Astron. y Astrosf.
S.Fernando. |
| Monin, A.S.
Yaglom, A.M. | 1971 | "Statistical Fluids
Mechanics" The MIT
Press, Cambridge. |
| Munro, G.H. | 1948 | Nature, <u>162</u> , 886. |
| Munro, G.H.
Heisler, L.H. | 1956 | Aust. J. Phys., <u>9</u> , 359. |
| Nicolaidis, C.
Sinanoglu, O.
Westhaus, P. | 1971 | Phys. Rev., <u>14</u> , 1440. |
| Noxon, J.F. | 1978 | Geophys. Res. Lett., <u>5</u> , 25. |
| Offermann, D.
Drescher, A. | 1973 | J. Geophys. Res., <u>78</u> . 6690. |
| Petitdidier, M.
Teitelbaum, H.
Tapia, I. | 1979 | Proc. of 7th. European
meet. of upper atmos. stu
dies by optical methods.
Tronsø. |

- | | | |
|---|-------|---|
| Petitdidier, M.
Teitelbaum, H. | 1979b | Planet. Space. Sci.
En prensa. |
| Pitteway, M.L.V.
Hines, C.O. | 1963 | Can. J. Phys., <u>41</u> , 1935. |
| Pitteway, M.L.V.
Hines, C.O. | 1965 | Can. J. Phys., <u>43</u> , 2222. |
| Quintana, J.M. | 1974 | Tesis doctoral de la
Univ. de Granada. |
| Raghava, R.C.
Rao, B.R. | 1971 | J. atmos. terr. Phys., <u>33</u> ,
251. |
| Ramirez, R.W. | 1974 | Elec. Internat., <u>13</u> , 96. |
| Rao, N.N.
Lyon, G.F.
Klobuchar, J.A. | 1969 | J. atmos. terr. Phys., <u>31</u> ,
539. |
| Ratcliffe, J.A. | 1960 | "Physic of the upper
atmosphere". Academic
Press, New York. |
| Rebber, C.A.
Hed ² n, A.E.
Pelz, D. T. | 1975 | J. Geophys. Res., <u>80</u> , 4576. |

- | | | |
|--|-------|---|
| Slanger, T.G.
Black, G. | 1976b | J.chem.Phys., <u>64</u> ,3763. |
| Slanger, T.G.
Black, G. | 1977 | Planet.Space Sci., <u>25</u> ,79. |
| Smith,R. | 1979 | Proc.of 7th European
meet.of upper atmos.stu-
dies by optical methods.
Tronsø. |
| Solheim,B.H.
Llewellyn, E.J. | 1979 | Planet.Space Sci., <u>27</u> ,473 |
| Spizzichino, A. | 1969 | Annls.Geophys., <u>25</u> ,5 |
| Testud, J. | 1973 | Space Res.XIII-COSPAR |
| Theon, J.S.
Nordberg, W.
Smith, W.S. | 1969 | Aeron.Rep. <u>32</u> , Aeron.Lab.
Univ.of Illinois. |
| Titheridge,J.E. | 1963 | J.Geophys.Res., <u>68</u> ,3399. |
| Toman, K. | 1955 | J.Geophys.Res., <u>60</u> ,57. |

- Vasseur, G. 1971 URSI/COSPAR.
Reddy, C.A.
Testud, J.
- Webb, W.L. 1972 "Thermosphere Circulation" MIT Press, Cambridge
- Weinstock, J. 1969 Phys. Fluids, 12, 1045.
- Weinstock, J. 1970 Phys. Fluids, 13, 2308.
- Weinstock, J. 1976 J. Geophys. Res., 81, 633.
- Weinstock, J. 1978 J. Geophys. Res., 83, 5175.
- Wickersham, A.F. 1966 J. Geophys. Res., 71, 4551.
- Witt, G. 1979 Planet. Space Sci., 27, 341.
Stegman, J.
Solheim, B.H.
Llewellyn, E.J.
- Zimmerman, S.P. 1974 J. Geophys. Res., 79, 1095.
- Zimmerman, S.P. 1972 Space Res., 12, 623.
Rosenberg, N.W.