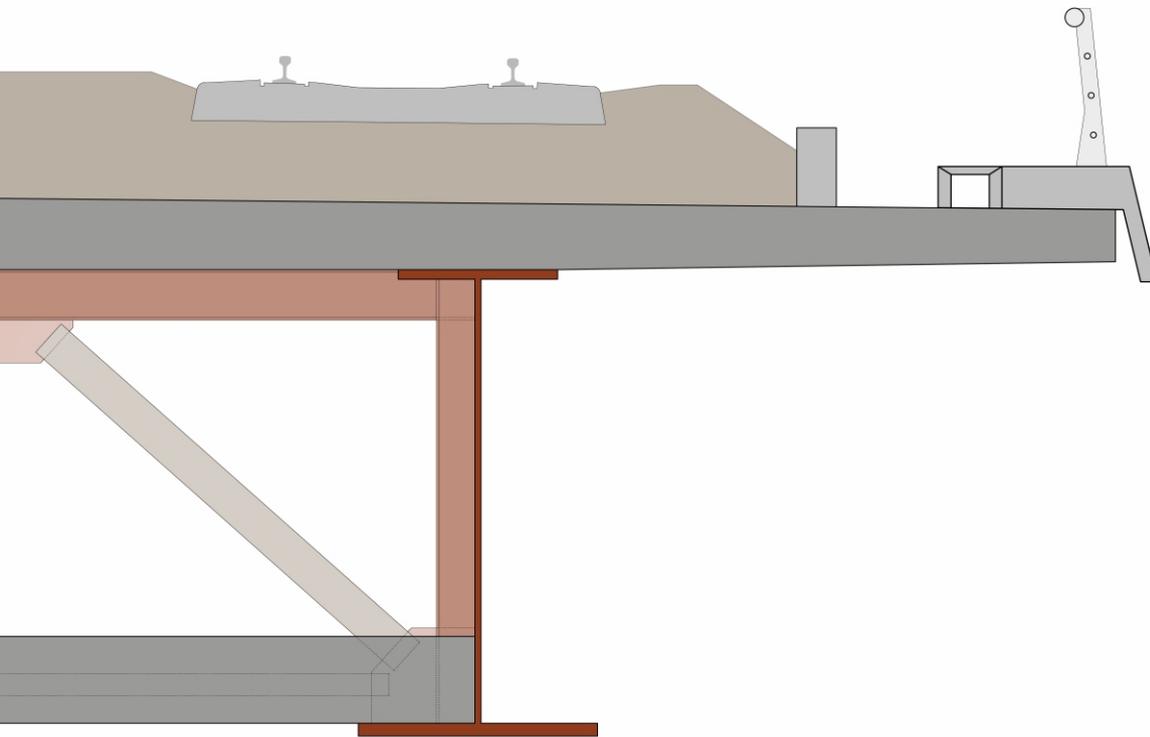


# Análisis dinámico de puentes mixtos bipoutre con doble acción mixta para el ferrocarril de alta velocidad. Estudio de un caso y conclusiones para el diseño.

Granada, Enero de 2013



Proyecto Fin de Carrera

Autor: Pedro Ángel Martínez García

Tutor: Alejandro Martínez Castro



Universidad de Granada

***ANÁLISIS DINÁMICO DE PUENTES MIXTOS BIPOUTRE CON  
DOBLE ACCIÓN MIXTA PARA EL FERROCARRIL DE ALTA  
VELOCIDAD. ESTUDIO DE UN CASO Y CONCLUSIONES PARA  
EL DISEÑO.***

PROYECTO FIN DE CARRERA  
*Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos*

Por  
*Pedro Ángel Martínez García*

Tutor  
*Alejandro Martínez Castro*

Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica  
Universidad de Granada  
Edificio Politécnico Fuentenueva, C/ Severo Ochoa s/n , CP 18002  
Granada (España)

*Enero , 2013*



---

## Resumen

---

En la ingeniería de puentes de ferrocarril de alta velocidad, la tipología estructural de puentes mixtos de sección tipo cajón supone una elección idónea en el caso de luces medias o altas y se recomienda su utilización frente a las soluciones bñácenas cuando pueden propiciarse problemas torsionales, como es el caso de utilizar doble vía para el paso del ferrocarril. Si se plantea un objetivo estético de esbeltez de la estructura, puede agravarse el problema torsional dando lugar a la excitación de estos modos, que acoplados con los de flexión, pueden propiciar efectos resonantes. Con el objetivo de aprovechar las ventajas de las secciones bñácenas combinadas con el mejor comportamiento torsional de la sección tipo cajón aparece la técnica española de la doble acción mixta aunque la ejecución de puentes bajo esta tipología es muy reducida a nivel nacional, siendo la primera construcción española el Viaducto de las Piedras, cuyo tráfico se abrió a finales de 2007.

La finalidad de este proyecto es la validación de una estructura tipo capaz de inhibir los modos torsionales y para ello, se ha realizado un caso práctico basado en un puente mixto bipoutre utilizando doble acción mixta para el cierre de la sección, huyendo de las típicas soluciones en “cajón estricto”, debido a las reconocidas ventajas de esta técnica. Se ha planteado una metodología con la que llevar a cabo un análisis dinámico completo a través de modos bidimensionales y tridimensionales, debido a que el número de publicaciones respecto a la respuesta dinámica en este tipo de estructuras es también muy limitado.

Sobre la estructura propuesta, se han realizado diversos experimentos con el fin de disponer de un rango de posibilidades de actuación con las que pueda contar el ingeniero que se enfrente al diseño de esta tipología. Se han propuesto alternativas dirigidas principalmente a la forma de cierre del “cajón” para ver de qué forma la estructura se vuelve susceptible a los modos torsionales y si se puede prescindir o no de diferentes mecanismos de cierre, significando un importante ahorro económico. Por otro lado, se ha realizado un análisis de sensibilidad de la respuesta dinámica frente a la tasa de amortiguamiento, ya que el amortiguamiento impuesto por la IAPF actual así como las exigencias dinámicas para esta tipología, suelen dar lugar al sobredimensionamiento de este tipo de estructuras. Por otra parte, se ha analizado hasta qué punto la fisuración del hormigón (por efectos torsionales) puede influir en los resultados dinámicos y la influencia del tipo de modelo de cargas móviles utilizado sobre los resultados obtenidos.

La solución al problema teórico de paso de cargas móviles ha sido generalmente desarrollada mediante métodos de integración incremental en el dominio del tiempo, conocidos como métodos paso a paso. No obstante, el método de cálculo semianalítico, que ha sido reconocido por la comunidad científica como la solución definitiva al problema de paso de cargas móviles, presenta notables mejoras en términos de precisión y tiempo de cálculo y es por ello, por lo que se ha optado por su uso en todos los cálculos dinámicos de este proyecto, tras verificar sus ventajas frente a los métodos tradicionales a través de sendos test comparativos.

---

## Agradecimientos

---

En primer lugar, me gustaría agradecer a mis padres, Bartolomé y Josefa, la oportunidad que me han brindado al poder estudiar esta carrera, no sólo por la gran ayuda económica que han podido aportar sino por el constante apoyo incondicional que he recibido por su parte. Mis padres, que nunca tuvieron una oportunidad para estudiar, siempre han querido y querrán lo mejor para su hijo y aunque la situación para trabajar esté muy difícil debido a la crisis actual, nunca podré agradecerlo como es debido. Ellos me han enseñado que no hay que rendirse nunca aunque haya que luchar contra viento y marea, pues todo puede parecer más fácil si uno se lo propone.

En segundo lugar, quisiera expresar mi gratitud al tutor de este proyecto, Alejandro Martínez Castro, por su compromiso y la orientación y entusiasmo aportados, sobre todo respecto al trabajo como investigador. Este documento existe gracias a las numerosas nociones aportadas por él respecto a este tema tan poco estudiado en la carrera, el hecho de facilitar una plataforma para el cálculo dinámico mediante el método semianalítico así como por la constante disponibilidad en cualquier momento que se le necesitara.

Por último, nunca olvidaré el apoyo del resto de mi familia, amigos de la universidad y de mi ciudad natal Úbeda, compañeros de piso, así como todas las personas especiales que ocupan un lugar especial en mi corazón y que han contribuido directamente o indirectamente al desarrollo de este documento y de mi vida durante esta época universitaria. Finaliza una etapa llena de momentos inolvidables, tanto positivos como negativos y aunque estos últimos enseñaron lecciones que quedaban por aprender, nunca superaron a los positivos.

*Dedicado a mis padres, Bartolomé y Josefa.*

---

## Índice general

---

Resumen	I
Agradecimientos	III
Capítulo 1. Introducción, objetivos y metodología.	1
1.1. Introducción. . . . .	1
1.1.1. Motivación y problemática existente . . . . .	1
1.1.2. Particularidades de la tipología de puentes mixtos con doble acción mixta. El uso de la doble acción mixta generalizado a toda la longitud del tablero. . . . .	3
1.2. Objetivos. . . . .	5
1.3. Metodología. . . . .	6
Capítulo 2. Revisión del estado del arte	7
2.1. Tratamiento normativo del problema dinámico. . . . .	7
2.1.1. Introducción . . . . .	7
2.1.2. Métodos disponibles para el cálculo dinámico y ámbito de aplicación . . . . .	8
2.1.3. Método recomendado por la IAPF-2007 para el caso práctico. Limitaciones de la instrucción . . . . .	12
2.2. Solución al problema de cargas móviles . . . . .	13
2.2.1. Trabajos y publicaciones sobre soluciones al problema de cargas móviles en puentes. . . . .	13
2.2.2. Métodos de integración en el dominio del tiempo. Planteamiento teórico. . . . .	15
2.2.3. Limitaciones de los métodos paso a paso. . . . .	17
Capítulo 3. Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura	19
3.1. Introducción . . . . .	19
3.2. Formulación del método. . . . .	19
3.3. Generalización y ejecución del método . . . . .	29
3.4. Test de validación. . . . .	30
3.4.1. Planteamiento. . . . .	30
3.4.2. Test de validación 1: Viga de tres vanos . . . . .	31
3.4.3. Test de validación 2: Tablero losa. . . . .	35
3.5. Conclusión. Ventajas del método semianalítico . . . . .	40

Capítulo 4. Análisis estático	43
4.1. Descripción de la estructura de estudio. . . . .	43
4.2. Acciones para predimensionamiento. . . . .	48
4.2.1. Cargas permanentes (G): . . . . .	48
4.2.2. Acciones variables (Q). . . . .	50
4.3. Esfuerzos para predimensionamiento: . . . . .	50
4.4. Predimensionamiento . . . . .	51
4.5. E.L.S. . . . .	57
4.5.1. Acciones para E.L.S. . . . .	57
4.5.2. Características mecánicas de las secciones . . . . .	59
4.5.3. Modelos de cálculo. . . . .	61
4.5.4. Verificación de los E.L.S. . . . .	63
Capítulo 5. Análisis dinámico	71
5.1. Modelos de cálculo. . . . .	71
5.1.1. Descripción del modelo 2D. . . . .	71
5.1.2. Descripción del modelo 3D. . . . .	72
5.2. Validación de los modelos . . . . .	74
5.2.1. Validación del modelo bidimensional mediante fórmulas analíticas. . . . .	74
5.2.2. Validación del modelo tridimensional. . . . .	75
5.3. Análisis dinámico de la solución inicial. . . . .	76
5.3.1. Planteamiento. . . . .	76
5.3.2. Análisis dinámico. . . . .	78
5.3.3. Conclusión. . . . .	95
Capítulo 6. Análisis de sensibilidad	97
6.1. Análisis de sensibilidad geométrica: influencia de los modos torsionales. . . . .	97
6.1.1. Sección semiabierta: . . . . .	98
6.1.2. Sección abierta: . . . . .	101
6.1.3. Sección abierta sin rigidización: . . . . .	104
6.1.4. Conclusiones: . . . . .	105
6.2. Análisis de sensibilidad: variación del amortiguamiento inherente. . . . .	105
6.3. Análisis de sensibilidad: fisuración del hormigón por torsión. . . . .	108
6.3.1. Influencia de la variación de $f_{12}$ y $f_{22}$ en prelosas sobre el análisis dinámico. . . . .	108
6.3.2. Influencia de la fisuración por torsión y flexión en la zona de apoyos sobre el análisis dinámico. . . . .	109
6.4. Análisis de sensibilidad: influencia del modelo de cargas puntuales sobre el análisis dinámico. . . . .	111
Capítulo 7. Conclusiones	113

Apéndices	115
Apéndice A. Métodos de integración numérica en sistemas de un grado de libertad.	117
A.1. Dominio del tiempo . . . . .	117
A.2. Dominio de la frecuencia . . . . .	119
A.3. Resolución numérica. Método de Newmark-Beta . . . . .	122
A.3.1. Formulación generalizada del método de Newmark . . . . .	123
Apéndice B. Trenes para el cálculo dinámico.	127



---

## Índice de tablas

---

2.1. Métodos de cálculo dinámico publicados en la instrucción IAPF-2007 . . . . .	11
2.2. Valores de amortiguamiento $\zeta$ [%] para diversas tipologías de puentes en función de la luz L[m]. Instrucción IAPF-2007 . . . . .	13
3.1. Frecuencias de modos de vibración. Test 1. . . . .	32
3.2. Frecuencias de modos de vibración. Test 2. . . . .	37
4.1. Resistencias del acero S-355 en función del espesor según el Eurocodigo . . . . .	51
4.2. Características mecánicas de la sección A. . . . .	60
4.3. Características mecánicas de la sección B. . . . .	60
4.4. Características mecánicas de la sección C. . . . .	60
4.5. Características mecánicas de la sección D. . . . .	60
4.6. Características mecánicas de la sección E. . . . .	61
4.7. Secciones de cálculo . . . . .	61
4.8. Flechas estáticas y contraflechas por vano. . . . .	64
4.9. Flechas estáticas asociadas a la sobrecarga de uso y a la temperatura. . . . .	65
5.1. Características mecánicas de secciones 1,2 y 3 para modelo dinámico bidimensional. . . . .	72
5.2. Validación del modelo bidimensional mediante fórmulas analíticas. . . . .	75
5.3. Validación por flechas estáticas del modelo tridimensional frente al modelo bidimensional. . . . .	76
5.4. Validación por frecuencias fundamentales del modelo tridimensional frente al modelo bidimensional. . . . .	76
5.5. Aceleraciones máximas en modelos bidimensional y tridimensional del diseño original, para las tres hipótesis de balasto. . . . .	78
5.6. Aceleraciones máximas en modelos bidimensional y tridimensional del diseño con sección abierta (sin doble acción mixta ni prelosas inferiores), para la hipótesis de balasto nominal. . . . .	85
5.7. Características dinámicas del tren 9. . . . .	88
5.8. Desplazamientos máximos dinámicos del diseño original para las tres hipótesis de balasto. . . . .	94
6.1. Aceleraciones máximas en función del cierre del cajón. . . . .	97
6.2. Aceleraciones máximas del diseño con sección semiabierta, para las tres hipótesis de balasto. . . . .	98

6.3. Aceleraciones máximas del diseño con sección abierta, para las tres hipótesis de balasto. . . . .	101
6.4. Aceleración máxima del diseño con sección abierta sin rigidización, para la hipótesis de balasto nominal. . . . .	104
6.5. Aceleraciones máximas VS coeficiente de amortiguamiento ( $\xi$ ), en función del cierre del cajón. . . . .	107
6.6. Variación de aceleración máxima $\Delta a_{max}$ (%) según el amortiguamiento $\xi$ (%), en función del cierre del cajón. . . . .	108
6.7. Aceleraciones máximas en función de los coeficientes $f_{12} = f_{22}$ en prelosas, para la hipótesis de balasto nominal de la solución propuesta. . . . .	109
6.8. Aceleraciones máximas en función de los coeficientes $f_{11} = f_{12} = f_{22}$ del hormigón en apoyos, para la hipótesis de balasto aumentado de la solución propuesta. . . . .	110
6.9. Comparación del número de ejes y longitud de tren del modelo básico de cargas frente al modelo con reparto local de cargas. . . . .	111
6.10. Aceleraciones máximas en función del modelo de cargas utilizado para la opción de diseño. . . . .	111
B.1. Tren dinámico universal A1. . . . .	127
B.1. Tren dinámico universal A1. . . . .	128
B.2. Tren dinámico universal A2. . . . .	128
B.2. Tren dinámico universal A2. . . . .	129
B.2. Tren dinámico universal A2. . . . .	130
B.3. Tren dinámico universal A3. . . . .	130
B.3. Tren dinámico universal A3. . . . .	131
B.4. Tren dinámico universal A4. . . . .	131
B.4. Tren dinámico universal A4. . . . .	132
B.5. Tren dinámico universal A5. . . . .	132
B.5. Tren dinámico universal A5. . . . .	133
B.6. Tren dinámico universal A6. . . . .	134
B.6. Tren dinámico universal A6. . . . .	135
B.7. Tren dinámico universal A7. . . . .	135
B.7. Tren dinámico universal A7. . . . .	136
B.8. Tren dinámico universal A8. . . . .	136
B.8. Tren dinámico universal A8. . . . .	137
B.9. Tren dinámico universal A9. . . . .	137
B.9. Tren dinámico universal A9. . . . .	138
B.10. Tren dinámico universal A10. . . . .	138
B.10. Tren dinámico universal A10. . . . .	139
B.11. Tren TALGO. . . . .	139
B.11. Tren TALGO. . . . .	140

B.12. Tren AVE. . . . .	140
B.12. Tren AVE. . . . .	141
B.12. Tren AVE. . . . .	142



---

## Índice de figuras

---

3.1. Carga móvil sobre viga de sección variable. Equilibrios de la rebanada . . . . .	20
3.2. Discretización para un elemento barra y criterio de signos. . . . .	22
3.3. Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura. . . . .	30
3.4. Geometría de la viga, Test1. . . . .	31
3.5. Ejemplo de modo de vibración 11. Test1. . . . .	32
3.6. Aceleraciones en el punto central del primer vano por el método de Newmark. Test1. . . . .	33
3.7. Puntos de postproceso de la estructura para el método semianalítico y modo de vibración 7. Test1. . . . .	34
3.8. Aceleraciones en el punto central del primer vano por el método Semianalítico. Test1. . . . .	34
3.9. Comparación entre distintas metodologías de paso de cargas. Test1. . . . .	35
3.10. Geometría y puntos de postproceso de losa. Test 2. . . . .	36
3.11. Ejemplo de modo vibración 7. Test2. . . . .	37
3.12. Aceleración en distintos puntos mediante el método de Newmark. Test 2. . . . .	38
3.13. Aceleraciones en distintos puntos mediante el método semianalítico. Test 2. . . . .	39
3.14. Comparativa en punto de postproceso de cuarto de vano P2. Test 2. . . . .	39
3.15. Comparativa en punto de postproceso de centro de vano P5. Test 2. . . . .	40
4.1. Perfil longitudinal del puente. Tipos de apoyos . . . . .	43
4.2. Sección tipo en apoyos . . . . .	44
4.3. Sección tipo en zonas de momentos flectores positivos. . . . .	45
4.4. Coeficientes $f_{11}$ , $f_{12}$ y $f_{22}$ para simular el comportamiento discontinuo de las prelosas. . . . .	46
4.5. Sección con diafragma de alma llena en apoyo. . . . .	47
4.6. Vista en planta. Situación y dirección de los apoyos en el modelo tridimensional. . . . .	48
4.7. Tren de cargas UIC71 . . . . .	50
4.8. Guitarra de predimensionamiento de la estructura metálica. Iteración 1. . . . .	53
4.9. Estado de distorsión para el dimensionamiento de los diafragmas por resistencia. . . . .	55
4.10. Colocación de diafragmas de alma llena en apoyos. . . . .	56
4.11. Secciones con losa superior fisurada en E.L.S.. . . . .	58
4.12. Coeficientes eficaces y secciones para E.L.S.. . . . .	59

5.1. Distribución de las cargas muertas en la losa superior (vano 1). Mallado de la losa superior en el modelo tridimensional. . . . .	73
5.2. Vista interior del cajón. Modelo de cálculo tridimensional. . . . .	74
5.3. Vista exterior del cajón. Modelo de cálculo tridimensional. . . . .	74
5.4. Puntos de línea de carga y puntos de postproceso de aceleraciones numerados para el vano 1 (35 metros). . . . .	77
5.5. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 56, modelo 3D para hipótesis de balasto nominal. . . . .	79
5.6. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 57, modelo 3D para hipótesis de balasto aumentado. . . . .	80
5.7. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 56, modelo 3D para hipótesis de balasto disminuido. . . . .	80
5.8. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto nominal. . . . .	81
5.9. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto aumentado. . . . .	81
5.10. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto disminuido. . . . .	82
5.11. Series temporales del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 20 (bidimensional) y 56 (tridimensional). . . . .	83
5.12. Espectro de aceleraciones del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 20 (bidimensional) y 56 (tridimensional). . . . .	84
5.13. Modo resonante del modo tridimensional: Flexión asimétrica de vanos laterales. 84	
5.14. Series temporales del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 (bidimensional) y 2 (tridimensional) para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal. . . . .	85
5.15. Espectro de aceleraciones del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 (bidimensional) y 2 (tridimensional) para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal. . . . .	86
5.16. Modo resonante del modo tridimensional sin prelosas inferiores ni doble acción mixta: Torsión del primer vano. . . . .	87
5.17. Composición por trenes en punto 57, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	88
5.18. Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto nominal. . . . .	89
5.19. Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto disminuido. . . . .	89
5.20. Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	90
5.21. Envolvente de aceleraciones en vano 2, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	91
5.22. Envolvente de aceleraciones en vano 3, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	91
5.23. Envolvente de aceleraciones en vano 4, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	92
5.24. Envolvente de aceleraciones en vano 5, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	92
5.25. Envolvente de aceleraciones en vano 6, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	93

5.26. Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	93
5.27. Envolvente de desplazamientos máximos en centro de vano 4. . . . .	94
6.1. Serietemporal y FFT del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 56 para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal. . . . .	98
6.2. Modo 12: Torsión del último vano. Sección semiabierta. . . . .	99
6.3. Modo 13: Flexión asimétrica de vanos laterales. Sección semiabierta. . . . .	99
6.4. Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta. . . . .	100
6.5. Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta. . . . .	100
6.6. Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta. . . . .	101
6.7. Serietemporal y FFT del tren 10 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto aumentado. . . . .	102
6.8. Composición por trenes en punto 2, hipótesis de balasto aumentado. Sección abierta. . . . .	103
6.9. Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto aumentado. Sec- ción abierta. . . . .	103
6.10. Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto aumentado. Sec- ción abierta. . . . .	104
6.11. Análisis de sensibilidad aceleración vs factor de amortiguamiento para solu- ción propuesta (cerrada), semiabierta y abierta. . . . .	107
6.12. Envolventes de aceleraciones en punto de postproceso 57 en función de la rígidez axial considerada en apoyos, para la hipótesis de balasto aumentado del dise no propuesto. . . . .	110
6.13. Series temporales del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 56 en función del modelo de cargas utilizado. . . . .	112
A.1. División en impulsos diferenciales. . . . .	118
A.2. Carga periódica . . . . .	119
A.3. Carga genérica. . . . .	120
A.4. Desarrollo en serie de Fourier aplicado a una carga no periódica. . . . .	120
A.5. Aceleración, velocidad y desplazamiento por el método de Newmark de ace- leración constante para $i=0$ . . . . .	124



---

# CAPÍTULO 1

## Introducción, objetivos y metodología.

---

### 1.1. Introducción.

#### 1.1.1. *Motivación y problemática existente*

La alta velocidad es, hoy en día, uno de los campos de la ingeniería de mayor interés en Europa desde su entrada en el año 1981, con la primera línea de TGV francés. Aunque su llegada a nuestro país se retrasó hasta el 21 de abril del año 1992, cuando se produjo la salida del primer AVE con origen en la estación de Atocha de Madrid y destino Sevilla, España cuenta actualmente con más de 2.600km de líneas de alta velocidad en servicio, siendo primera de Europa y segunda del mundo en números de kilómetros con altas prestaciones además de pionera en el sector del I+D+i ferroviario.

La alta velocidad ha cambiado el concepto de largo recorrido, reduciendo significativamente el tiempo de transporte y ofreciendo a su vez un nivel de confort superior incluso a los del avión, lo que le ha provocado que el tren vuelva a ser el protagonista del transporte. Esto queda patente en la cantidad de recursos humanos y económicos que se están destinando a este sistema rápido, seguro y eficiente. Tal es la fuerte apuesta por este sistema en España, que si se suman las líneas ya existentes y las nuevas en construcción, se prevé que en 2015 las principales ciudades de la Península Ibérica y la frontera francesa estén conectadas a través de líneas de alta velocidad. Este optimismo, desolado por la crisis actual, quedó patente en los últimos planes de infraestructuras, entre los que destacan:

- El Plan de Infraestructuras 2000-2007: es el primer plan en que se apuesta por una mayor inversión en ferrocarril, como transporte del futuro, frente a la carretera. De gran ambición, perseguía completar una red de 7.700 kilómetros de alta velocidad partir de 470 kilómetros existentes en 1996.
- El Plan Estratégico de infraestructuras del sector Transporte 2005-2010: aunque sustituye al PIT 2000-2007 impulsado por el gobierno anterior, sigue apostando por la alta velocidad, destinando un 42,82 % de su inversión global (241.392 millones) a actuaciones en ferrocarril, con el objetivo de que éste se convierta en el elemento central para la articulación de los servicios intermodales de transporte, tanto de viajeros como de mercancías.

Entre otras variables importantes para el diseño de un puente de ferrocarril destacan los efectos dinámicos, derivados de la alta velocidad. Estos efectos dinámicos producen un incremento, respecto a la respuesta estática, de las deformaciones y esfuerzos soportados por la estructura, pudiendo generar desplazamientos o aceleraciones nocivas para la estructura o comprometiendo la seguridad de circulación o el confort del viajero. Esto ocasiona que el análisis dinámico sea un gran condicionante del diseño en puentes de ferrocarril y que sea necesario un análisis dinámico exhaustivo, de ahí la motivación de este documento.

Con la aprobación de la Instrucción española de acciones a considerar en puentes de ferrocarril IAPF-07 [1], se establecen limitaciones dinámicas muy fuertes a cumplir en aceleraciones verticales, alabeos, flechas y giros máximos en el tablero de puentes de vía con balasto; condicionantes aún más limitantes, si cabe, en las soluciones estructurales de acero y soluciones mixtas.

Las soluciones estructurales mixtas, se presentan como una solución de reconocidas ventajas en luces medias y altas y se están imponiendo cada vez más en ingeniería de puentes. A finales de 2007 se abrió al tráfico ferroviario el viaducto de Arroyo de las Piedras, primer viaducto mixto en las L.A.V españolas con luces de hasta 63,50 metros. Aunque hasta 2005 todos los puentes de las L.A.V española fueron construidos en hormigón pretensado, actualmente se están proyectando y construyendo varios viaductos mixtos que permiten resolver, técnica y económicamente, condiciones ciertamente singulares para los que las alternativas de hormigón resultan inadecuadas. En Francia, la línea de TGV Est, que une París con Estrasburgo, ha elegido las soluciones mixtas en el 100 % de los viaductos de luces medias y altas.

Además de unas cada vez mayores exigencias para este tipo de estructuras, se suma como dificultad que los métodos clásicos de resolución del problema de cargas móviles en el cálculo dinámico empiezan a estar obsoletos. Los métodos paso a paso han sido los más utilizados hasta el día de hoy, entre los que podemos destacar el método de Newmark-Beta. Los problemas presentados por esta metodología se resumen en que los resultados obtenidos son aproximaciones en el dominio del tiempo, con lo cual aparecen errores inherentes a tal formulación. Por lo tanto, para obtener soluciones suficientemente aproximadas se necesitan pasos de tiempo muy pequeños, ocasionando a su vez lugar a un gasto numérico inconcebible o simplificaciones que restan realidad a los resultados.

El método del cálculo semianalítico [2], autoría del director de este Proyecto Fin de Carrera y ya empleado en informes de estructuras reales, no emplea una aproximación dominio temporal, lo que le permite realizar los barridos de trenes impuestos por la Instrucción de una manera precisa y realista, además de disminuir abismalmente los tiempos de cálculo

respecto a los métodos antecesores. El método semianalítico se convierte pues en un procedimiento ideal para el propósito de este proyecto, dar un enfoque práctico al cálculo dinámico de esta tipología concreta de puentes mixtos.

La sección tipo cajón resulta óptima para hacer frente a los esfuerzos de flexión y torsión que solicitan a los tableros del puente, permitiendo la presencia de cargas excéntricas y con ello, de doble vía. Sin embargo, la configuración en “cajón estricto” ha sufrido una cierta evolución hacia disposiciones más simples en un intento de combinar las ventajas de las secciones abiertas con la utilización de la técnica española de la doble acción mixta, extendiendo el concepto de esta técnica a la resistencia a torsión de la sección, obteniendo así una mejora drástica en las prestaciones resistentes, estáticas y dinámicas, al mismo tiempo que se reducen significativamente las cuantías de acero.

El presente documento pretende manifestar las ventajas observables en la respuesta dinámica de esta nueva evolución de la tipología mediante un caso práctico, así como el planteamiento de mejoras y diseños alternativos en caso del no cumplimiento de las exigencias impuestas por la Instrucción.

### ***1.1.2. Particularidades de la tipología de puentes mixtos con doble acción mixta. El uso de la doble acción mixta generalizado a toda la longitud del tablero.***

#### *Comportamiento estructural.*

La tipología cuya aplicación predomina entre las soluciones mixtas más adoptadas en Europa es la bijácena clásica, que pese a sus innegables ventajas constructivas, posee desventajas que son resueltas por las secciones en cajón, como por ejemplo, una mayor exposición de superficies exteriores en contacto con el viento que es reducida mediante el cierre de la sección. Sin embargo, la mayoría de las ventajas de las secciones cajón vienen derivadas de su mejor comportamiento a torsión ya que:

- La presencia de doble vía crea una acción solicitante torsora al paso del tren que es necesario equilibrar.
- Si se construye el tablero curvo por propia configuración geométrica, la acción torsora aparece siempre con independencia de la posición de cargas y apoyos.

La sección bijácena puede afrontar este problema creando un circuito de torsión pese a su baja rigidez. Sin embargo, las exigencias impuestas por la Instrucción en el análisis dinámico, conducen a espesores de losas de hormigón superiores y a costosos arriostramientos de cierre del circuito, aparte de perder las ventajas propias del cajón, como la materialización

de una amplia plataforma visitable, tanto para el posterior mantenimiento de la estructura como durante el propio proceso de empuje.

Con el objetivo de aprovechar las ventajas constructivas de las secciones bijácenas combinadas con el mejor comportamiento de la sección cajón se recurre a la técnica española de la doble acción mixta. La doble acción mixta, normalmente utilizada en áreas de flexión negativa, se basa en el empleo de una cabeza de compresión formada por una losa inferior de hormigón de forma que permite a la sección alcanzar mayores momentos negativos. Según [3], con la utilización de esta técnica se adquieren las siguientes ventajas:

- Mayor rigidez a flexión de las zonas de apoyo, lo que mejora la distribución de flectores a lo largo del vano.
- Reducción de las deformaciones bajo el paso de sobrecargas móviles.
- Aumento de masa, rigideces a flexión y torsión, así como del factor de amortiguamiento crítico, lo que reduce sensiblemente las aceleraciones dinámicas.
- Aumento de la ductilidad de la sección, con eliminación de los problemas de inestabilidad de chapas esbeltas.
- Reducción sensible de las cuantías de acero comprimido en zona de apoyos con eliminación de las costosas rigidizaciones.

Además, la doble acción mixta, puede generalizarse a toda la longitud del tablero para dotar de la rigidez a torsión necesaria para el adecuado control de la respuesta dinámica, mediante el uso de losas prefabricadas, como es el caso de El Viaducto de las Piedras, primer viaducto mixto en la L.A.V española. En este caso, en las zonas de centro de vano se proyectaron unas sencillas losas prefabricadas, de 14 cm de espesor y 2 m de ancho, que reemplazarían a la costosa triangulación metálica utilizada en secciones bijácenas. Las losas no se conectaron a lo largo de sus bordes laterales entre placas, para reducir así su colaboración a flexión positiva y limitar fácilmente su fisuración. Conforme a [3], se consiguió de esta forma:

- Crear un mecanismo suficiente activo para cerrar el circuito de torsión mejorando sensiblemente rigidez, masa y amortiguamiento en la respuesta dinámica a torsión, respecto a la solución metálica triangulada.
- Reducir el peso total de acero y suprimir la costosa operación in situ de ensamblaje de la celosía inferior.
- Eliminar el doble frente de viento de las secciones bijácenas clásicas.
- La protección ambiental completa del interior de la sección.

Analizadas las ventajas de esta técnica, se ha decidido optar por la utilización de la doble acción mixta generalizada a toda la longitud del tablero en el caso práctico tratado en

este documento, valorando su efecto en la respuesta dinámica y observando si cumplen las expectativas respecto a la inhibición de modos torsionales.

### Otras realizaciones existentes.

En cuanto a las realizaciones españolas llevadas a cabo según esta tipología estructural en el campo de la alta velocidad hay que destacar que son aún escasas. El Viaducto del Arroyo de las Piedras en la L.A.V. Córdoba-Málaga, además de ser el primer viaducto mixto de las Líneas de Alta Velocidad españolas, con luces de hasta 63,50 metros, es también pionero en esta tipología estructural.

Tras éste, se construyeron el Viaducto de Llinars, de 5 vanos, con una luz máxima de 75 m y el Viaducto de Sant Boi, con una luz máxima de 63 metros. Sin embargo, aunque los 2 viaductos son mixtos y conceptualmente similares, poseen un comportamiento estructural diferente al de su predecesor.

Otro ejemplo claro es el Viaducto de la Peña de los Enamorados, recientemente construido en la L.A.V. Córdoba-Granada, de tipología definida como bijácena en cajón estricto, con luces máximas de hasta 65 metros y una longitud total de 3150 metros, siendo actualmente uno de los viaductos más largos construidos.

## **1.2. Objetivos.**

Los objetivos del presente proyecto se resumen en los siguientes puntos:

1. Desarrollo de una metodología que permita el análisis dinámico de puentes mixtos bi-poutre con doble acción mixta y doble vía para el paso del ferrocarril de alta velocidad. Para ello, se utilizará el método semianalítico [2], autoría del Directo de este Proyecto Fin de Carrera, tras verificar las ventajas de éste frente a los métodos tradicionales.
2. Conocimiento del tratamiento establecido por la normativa vigente (IAPF-2007 [1]) para el cálculo dinámico de estructuras de este tipo, estableciendo las variables necesarias para el análisis.
3. Cuantificación, con estas variables, de los problemas específicos de esta tipología en modelos 2D y 3D creados con este fin, destacando como inconvenientes:
  - a) La necesidad de una esbeltez estética para la estructura, que propicia efectos resonantes en modos de flexión.
  - b) La aparición de modos de torsión acoplados a los efectos de flexión cuando un solo tren cruce la estructura, observables sólo en un modelo tridimensional.
  - c) La baja tasa de amortiguamiento de las estructuras mixtas.

4. Validación de una estructura tipo a partir de un análisis dinámico completo, analizando qué variantes a introducir en el diseño o no influyendo sobre él, permiten una mayor aminoración de los efectos resonantes.
5. Análisis de sensibilidad de los resultados dinámicos obtenidos en función de la variación de determinadas variables de diseño como el cierre de la sección, el amortiguamiento, la fisuración del hormigón o el modelo de cargas móviles utilizado, obteniendo conclusiones para el diseño.

### **1.3. Metodología.**

La metodología a seguir será la siguiente:

1. Revisión del estado del arte en lo relativo a soluciones para el paso de carga móvil en puentes mixtos de esta tipología.
2. Desarrollo de modelos de viga de Henchi en 2D y de losa en 3D con el objetivo de calibrar y demostrar las ventajas del método semianalítico frente a los métodos tradicionales.
3. Predimensionamiento estático de una estructura mixta bipoutre (biviga) de 7 vanos, 2 vanos de 35 m y 5 vanos de 50 metros con un canto medio de 3.35 metros (2.95 de estructura metálica y 0.40 m de losa superior de hormigón). Utilización de la técnica de doble acción mixta generalizada a lo largo del tablero, creando así un "cajón", que mejorará el comportamiento torsional de la sección.
4. Creación y validación de los modelos bidimensionales y tridimensionales de la estructura mediante el software SAP2000, en el cuál, se realiza el análisis modal.
5. Análisis dinámico exhaustivo de la estructura mediante el método semianalítico, estableciendo todas las variantes que influyendo o no sobre el diseño, permiten un mejor comportamiento dinámico.
6. En base al análisis y acorde a los requisitos establecidos en la normativa vigente (IAPF-2007 [1]), obtención de conclusiones y planteamiento de alternativas que satisfagan tales requerimientos.
7. Análisis de sensibilidad de los resultados dinámicos modificando variables del diseño como el cierre del cajón, el amortiguamiento, la fisuración o el modelo de cargas móviles.

---

## CAPÍTULO 2

### Revisión del estado del arte

---

#### 2.1. Tratamiento normativo del problema dinámico.

##### 2.1.1. Introducción

El presente apartado se centra en la definición de los métodos actuales con los que se aborda el problema dinámico en base a la normativa actual española de acciones a considerar en puentes de ferrocarril, IAPF-2007 [1]:

Cualquiera que sea el método de evaluación de los efectos dinámicos, la envolvente de las solicitaciones dinámicas máximas obtenida se caracterizará mediante el coeficiente de impacto  $\Phi$ , encargado de mayorar las solicitaciones correspondientes al cálculo estático.

$$\Phi = \frac{\max S_{din,real}}{S_{est,tipo}} \quad (2.1)$$

Donde:

- $\max S_{din,real}$ : Solicitación dinámica máxima debida a todos los posibles trenes reales y velocidades de circulación.
- $S_{est,tipo}$ : Solicitación estática debida al tren UIC71, definido en el apartado 2.3.1.1 de [1], situado en la posición más desfavorable.

## 2.1.2. Métodos disponibles para el cálculo dinámico y ámbito de aplicación

### Método 1. Cálculo estático y coeficiente de impacto envolvente:

Por este método, los esfuerzos dinámicos máximos producidos por todos los trenes reales, se obtendrán multiplicando los esfuerzos estáticos correspondientes al tren UIC71 (sistema del Eurocódigo [4]), por un coeficiente de impacto envolvente (definido por las expresiones B.5 y B.6 de la instrucción [1], basados en los trenes de [5]).

El coeficiente de impacto  $\Phi$  calculado por este método simplificado representa una envolvente de solicitaciones obtenida en un conjunto amplio de puentes y elementos estructurales reales, lo que limita su aplicación al ámbito que ha servido de base para su elaboración. En consecuencia, sólo será aplicable si se cumplen todas las condiciones siguientes:

- Velocidades de circulación  $v \leq 220 \text{ km/h}$ .
- Estructuras de tipología convencional definidas en los cuadros B.2 hasta B.5 de [1].
- Frecuencia propia de flexión del puente  $f_0$  dentro de los límites de la figura B.1 de [1].

En éste ámbito de aplicación se admite que no se producen fenómenos resonantes y que las aceleraciones no superan los límites admisibles.

### Método 2. Coeficiente de impacto para los trenes reales:

Mientras que el método anterior proporcionaba un único coeficiente de impacto envolvente para todos los trenes y velocidades de circulación, por este método se obtienen los coeficientes de impacto de los trenes reales que sirvieron de base para calcular dicha envolvente, proporcionando así un mejor ajuste a la realidad.

Aplicable también para velocidades de circulación  $v \leq 220 \text{ km/h}$  y no siendo necesario que se cumplan los límites de frecuencias exigidos en el método anterior, podemos optar por el uso de una de estas dos opciones:

- Expresiones analíticas definidas en B.2.2.2 de la Instrucción [1], sólo aplicable a las tipologías convencionales recogidas en los cuadros B.2 a B.5 de la misma. Se admite en este ámbito que no se producen fenómenos resonantes y que las aceleraciones no superan los límites admisibles.
- Obtención del coeficiente de impacto mediante cálculo dinámico con trenes reales definidos en el apéndice C.3 [1], pudiéndose emplear para el cálculo alguno de los métodos que se describirán a continuación:
  1. Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles.

2. Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren
3. Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura.

Método 3. Cálculo estático con coef. de impacto envolvente extendido a otras estructuras no resonantes:

Este método proporciona una envolvente de los trenes reales definidos en el apartado C.2 de la instrucción [1]. Es válido para cualquier rango de velocidades pero posee grandes restricciones en cuanto a masas, cocientes de velocidad y frecuencias y longitudes de vano por lo que será aplicable en pocos casos.

Si la estructura satisface los límites dado en el cuadro B.6 de tal instrucción, se podrá obviar el cálculo dinámico sustituyéndolo por un cálculo estático con el tren UIC71 afectado por su correspondiente coeficiente de impacto envolvente (primer método de aplicación). Esto incluirá los fenómenos resonantes normales que puedan afectar a este tipo de estructuras.

Método 4. Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles:

Este método se basa en la caracterización de los trenes como cargas móviles y la resolución en el tiempo del problema dinámico de la estructura, bajo dichas cargas. Es válido para cualquier rango de velocidades, no posee limitaciones de frecuencias ni de masas mínimas y puede aplicarse tanto a puentes isostáticos e hiperestáticos.

El proceso se basa en determinar las situaciones de carga más desfavorables (envolventes), simulando el paso de los trenes a las distintas velocidades de paso previsibles, desde la mínima de 20km/h, hasta  $1.2 \cdot V$ , siendo  $V$  la velocidad de proyecto de la vía. El incremento de velocidades entre cada paso será de un máximo de 10km/h. Para dicho cálculo se utilizará el modelo HSLM (High Speed Load Model) definido en el Eurocódigo [4] y en el apéndice C.1 de la instrucción [4], para líneas interoperables. Finalmente, el coeficiente de impacto se determinará mediante la siguiente expresión:

$$\Phi = \frac{\delta_{din,real}^{ideal}}{S_{est,tipo}} \cdot (1 + r\varphi'') \quad (2.2)$$

Siendo:

- $\varphi''$ , coeficiente que tiene en cuenta el efecto de las irregularidades de la vía, definido por la expresión B.12 de la Instrucción, [1].
- $r$ , coeficiente definido por la expresión B.11 de la instrucción, [1].

#### Método 5. Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren:

Permite evaluar los efectos dinámicos sin realizar un cálculo dinámico con integración en el tiempo, resultando considerablemente más sencillo que la realización de un cálculo dinámico directo. La respuesta dinámica máxima se obtiene como producto de dos funciones que tienen expresión analítica, la impronta específica de cada tren y la línea de influencia dinámica del puente. Para ello existen dos métodos de cálculo, DER y LIR. Una documentación más detallada de estos se puede encontrar en los documentos del ERRI (Instituto Europeo de Investigación Ferroviaria) [6], o de forma más práctica en la referencia [7]. Aunque válido para cualquier rango de velocidad y sin limitaciones de frecuencias ni masas mínimas, este proceso tiene el inconveniente de que solo es aplicable para puentes isostáticos salvo casos especiales.

#### Método 6. Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura:

Los modelos de cargas móviles consideran que las cargas que transmiten las ruedas a los carriles son constantes en el tiempo y de valor igual a la carga nominal. En la realidad esta acción es variable debido, entre otros factores, a la suspensión de los vehículos. La consideración de los mecanismos de suspensión y la inercia de las masas suspendidas y no suspendidas conduce a los modelos con interacción entre vehículos y estructura. La utilización de este método puede ser de utilidad para afinar el cálculo en alguna situación especial de proyecto, o bien como parte de un trabajo de investigación. Salvo casos excepcionales, estos modelos resultan de una complejidad excesiva para cálculos ordinarios de proyecto. Las solicitaciones obtenidas por este método suelen ser inferiores debido a que parte de la energía permanece en los propios vehículos, siendo la diferencia más acusada en puentes isostáticos de luces cortas, con reducciones de más de un 30% de los efectos dinámicos máximos. En puentes hiperestáticos o situaciones no resonantes, sin embargo, los efectos de interacción no suelen ser determinantes, por lo que puede prescindirse de estos.

Analizadas las características principales de cada método, se presenta el siguiente cuadro a modo de resumen:

Método	Velocidad	¿Cálculo dinámico? ¿Efectos resonantes?	Otras limitaciones
<b>1.Coeficiente de impacto envolvente</b>	$v \leq 220km/h$	No hay necesidad de análisis dinámico. Un coeficiente de impacto. No se producen fenómenos resonantes ni es necesaria la comprobación de aceleraciones.	Puentes isostáticos limitados a tipologías convencionales recogidas en la instrucción [1]. Limitada la primera frecuencia propia de flexión $f_0$ .
<b>2.Coeficiente de impacto para los trenes reales:</b> <b>2.1.Mediante expresiones analíticas.</b> <b>2.2.Mediante cálculo dinámico con trenes reales</b>	$v \leq 220km/h$	2.1.No hay necesidad de análisis dinámico. Varios coeficientes de impacto. No se producen fenómenos resonantes ni es necesaria la comprobación de aceleraciones. 2.2.Análisis dinámico con trenes del apéndice C.3 de la instrucción [1].	2.1.Puentes isostáticos limitados a tipologías convencionales recogidas en la instrucción [1]. 2.2.Puentes isostáticos sin limitación. Empleo de los métodos 4, 5 o 6 para el cálculo dinámico.
<b>3.Cálculo estático con coeficiente de impacto envolvente extendido a otras estructuras no resonantes</b>	Cualquier rango de velocidades	Análisis dinámico con trenes del apéndice C.2 de la instrucción [1]. Puede obviarse el cálculo dinámico y aplicar el método 1 si se satisfacen condiciones. Tiene en cuenta fenómenos resonantes.	Aplicable en ciertas estructuras con unos rangos de masas , cocientes de velocidades y frecuencias y longitudes de vano del puente determinados.
<b>4.Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles</b>	Cualquier rango de velocidades	Análisis dinámico con trenes del apéndice C.1 de la instrucción [1]. Objetivo de interoperabilidad. Tiene en cuenta fenómenos resonantes.	No hay limitación de frecuencias ni masas mínimas. No hay limitación respecto a tipologías (válido para puentes isostáticos e hiperestáticos).
<b>5.Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren.</b>	Cualquier rango de velocidades	El cálculo dinámico se simplifica y no exige la resolución en el tiempo, utiliza fórmulas analíticas. Tiene en cuenta fenómenos resonantes.	No hay limitación de frecuencias ni masas mínimas. Aplicable sólo para puentes isostáticos.
<b>6.Cálculo dinámico simplificado mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura.</b>	Cualquier rango de velocidades	Análisis dinámico con trenes del apéndice C.1 de la instrucción [1]. Las cargas por eje de los vehículos son también variables. Tiene en cuenta fenómenos resonantes.	No hay limitación de frecuencias ni masas mínimas. No hay limitación respecto a tipologías (válido para puentes isostáticos e hiperestáticos). Cálculos más complejos y a veces innecesarios.

Tabla 2.1: Métodos de cálculo dinámico publicados en la instrucción IAPF-2007

### 2.1.3. Método recomendado por la IAPF-2007 para el caso práctico. Limitaciones de la instrucción

Como se verá más adelante, el caso práctico consta de una estructura mixta hiperestática de 7 vanos con 2 vanos de 35 m y 5 vanos de 50 metros con un canto medio de 3.35 metros (2.95 de estructura metálica y 0.40 m de losa superior de hormigón). Se valorará la utilización de la técnica de doble acción mixta en la zona de nudos así como generalizada a lo largo del tablero utilizando prelosas prefabricadas, evaluando la mejora del "cajón" creado respecto a su comportamiento torsional.

Partiendo de la base de que la tipología de estudio no se encuentra recogida en las tablas B.2. a B.5. de la instrucción [1] como tipología convencional así como el hecho de que la estructura del caso práctico es hiperestática, dan lugar a una reducción considerable del número de métodos que pueden utilizarse, quedando a disposición únicamente:

- Método 4: "Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles".
- Método 6: "Cálculo dinámico simplificado mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura".

Debido al grado de complejidad que los modelos de interacción vehículo-estructura introducen y al hecho de que en puentes hiperestáticos los efectos de interacción no sean determinantes en el cálculo, se descarta la utilización de éste método aunque el ajuste de la respuesta sea ligeramente más afinado. Se opta, pues, por la utilización del método 4: "Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles".

El caso de puentes de dos o más vías queda contemplado también en la instrucción [1], indicando que a partir de  $v \geq 220\text{km/h}$  bastará considerar en el cálculo el paso de un tren por una única vía, que será la que resulte más desfavorable. Esto permitirá en el caso práctico, la excitación de modos torsionales, motivación de este estudio.

Este documento pretende revelar elementos de la actual instrucción [1] que limitan los análisis dinámicos y que deben revisarse, evitando la validación dinámica de estructuras que en realidad no cumplen los límites. La instrucción exige en el cálculo dinámico un incremento de velocidades entre cada paso de un máximo de 10km/h, valor obsoleto, debido principalmente al avance en precisión y tiempos de cálculo de las nuevas metodologías, como es el caso del método semianalítico [2]. El caso práctico del presente documento aplicará un incremento de velocidades entre cada paso de un 1 km/h utilizando este método, manifestando el hecho de que una diferencia de 10 km/h puede obviar resultados importantes así como velocidades en las que puedan darse resonancias o máximos en aceleraciones, decantando la balanza de forma equivocada hacia un resultado favorable.

Otro tema a valorar, es el amortiguamiento tan bajo impuesto por la instrucción [1], debido a la falta de base de datos respecto a los puentes construidos en esta tipología. Así se puede ver en la siguiente tabla:

Tipo de puente	Luz L[m]	Límite inferior de amortiguamiento $\zeta$ [%]
<i>Puentes de acero y mixtos</i>	$L < 20$	$0,5 + 0,125(20 - L)$
	$L \geq 20$	0,5
<i>Puentes de hormigón estructural</i>	$L < 20$	$2,0 + 0,1(20 - L)$
	$L \geq 20$	2,0

Tabla 2.2: Valores de amortiguamiento  $\zeta$  [%] para diversas tipologías de puentes en función de la luz L[m]. Instrucción IAPF-2007

A los puentes de hormigón estructural se les ha impuesto un amortiguamiento de un 2% en el caso de longitudes superiores a 20 m, bastante superior al amortiguamiento de puentes mixtos. El presente proyecto pretende analizar la sensibilidad del caso práctico a un aumento de amortiguamiento debido a que se considera que el hecho de que haya más hormigón en la estructura (zonas de doble acción mixta en zonas de momentos flectores negativos y prelosas fabricadas en zonas de momentos flectores negativos), puede aumentar la capacidad amortiguadora global de la estructura en más de un 0,5%, valor límite inferior a escoger. Por otra parte, el tratamiento actual de este parámetro por la IAPF es muy criticable ya que, una metodología basada en datos estadísticos no debería de imponer valores únicos de diseño, sin basarse en niveles de confianza. Durante la historia, se ha tratado estimar el amortiguamiento en base a datos de puentes existentes y es por ello, que existen una gran cantidad de estimaciones para este parámetro, que serán tratadas posteriormente. Actualmente, aunque no haya una base de datos extensa como en el caso de puentes de hormigón o acero, ya se están analizando nuevos viaductos mixtos, como es el caso del viaducto de Sesia [8] cuyas mediciones in situ han mostrado que el amortiguamiento de la estructura en sus modos principales de flexión y torsión, es como mínimo de un 1,69%.

## 2.2. Solución al problema de cargas móviles

### 2.2.1. Trabajos y publicaciones sobre soluciones al problema de cargas móviles en puentes.

El problema dinámico del paso de cargas móviles es de gran interés en el campo del diseño de puentes de ferrocarril y puentes carreteros. Dicho problema, consiste en la idealización del vehículo como un conjunto de cargas concentradas constantes que se desplazan sobre un línea de carga con velocidad constante. Este análisis se puso de manifiesto tras los primeros problemas de desestabilización de balasto ocurridos en algunas líneas europeas,

que fueron estudiados por Frýba [9] y Mancel[10], los cuales declararon la existencia del posible problema con las resonancias.

Con el tiempo, se ha tratado el problema dinámico a través de soluciones aproximadas pudiéndose obtener únicamente soluciones exactas para algunos casos concretos, como en los trabajos de Bleich [11] y Kryloff[12] para estructuras isostáticas (*véanse también los trabajos mostrados en los libros de Frýba [13], Li y Su [14] o Yang et al[15]*). En el caso de estructuras hiperestáticas, el número de trabajos es inferior, pudiéndose destacar de entre ellos los trabajos de Chen y Li[16] para cargas exponenciales muy concretas, el trabajo de Hayashikawa y Watanabe [17] que idealizan vigas de canto variable mediante vigas de canto constante a tramos o la aportación de Henchi et al[18] que obtiene la solución en el dominio de la frecuencia.

Para una carga general sobre una estructura genérica, la técnica acude a métodos de integración paso a paso, "Step-by-Step", (véanse en el libro de Clogh y Penzien [19]), y en particular, como método más difundido, el método de integración Newmark-Beta [20].

En cuanto a la modelización en el dominio del espacio mediante elementos finitos y el estudio de problemas torsionales en puentes de sección tipo cajón destaca el informe técnico de F.Gabaldón y J.M.Goicolea [21] donde se analiza la contribución de prelosas discontinuas en zonas de momentos flectores positivos, la tesis doctoral de Pascual Santos [22] donde se aborda el estudio de los criterios de dimensionamiento más apropiados para diseñar los diafragmas intermedios del interior de esta tipología de puentes mixtos.

Como publicación a destacar, es la del primer viaducto mixto español "Arroyo de las Piedras" por F. Millanes et al [23] donde se muestran las ventajas del uso de la doble acción mixta y se analiza también la contribución de prelosas discontinuas en la zona de momentos positivos de la estructura valorando su contribución a torsión en un 12 % de si fueran prelosas continuas. J.M.Goicolea, J. Dominguez y otros investigadores poseen también numerosas publicaciones relacionadas con análisis dinámicos de puentes de diversa utilidad entre las que pueden destacarse [24], [25] o [26].

De entre los numerosos estudios dinámicos, el artículo sobre el viaducto de Sesia de K.Liu et al.[8] merece mencionarse pues presenta un estudio en el que se aborda la interacción vehículo-estructura sobre puentes de alta velocidad mediante integración directa Newmark-Beta. Además, el artículo incluye mediciones in situ tras la construcción del viaducto y ha obtenido conclusiones interesantes respecto al amortiguamiento de este tipo de estructuras.

El problema de la metodología de integración directa es que al fin y al cabo, se trata de una aproximación en el dominio del tiempo mediante el parámetro del paso temporal, de modo que para obtener soluciones suficientemente aproximadas dada la baja tasa de amortiguamiento impuesta por la Instrucción [1], se necesita de pasos de tiempo muy pequeños con el gasto numérico que eso conlleva.

Como solución a este problema aparecen diversas referencias como el artículo de Dugush y Eisenberger [27] en el que se propone una descripción de los modos de vibración mediante series polinómicas infinitas. De este modo, la parte espacial se resuelve de forma exacta mediante el método de la rigidez dinámica y la solución temporal es analítica correspondiendo así a una serie infinita.

Otro método es el denominado semianalítico y propuesto por Castro *et al* [28],[2], [29] y [30], en la Universidad de Granada. Esta metodología se basa en la resolución espacial mediante discretización por elementos finitos y una resolución analítica en el dominio del tiempo, por lo cual desaparecen todos los errores inherentes a la aproximación en el tiempo de los métodos paso a paso. Este método semianalítico, aunque aún no se ha aplicado a puentes mixtos de la tipología de estudio de este proyecto, ha sido reconocido por la comunidad científica y aplicado con gran éxito en el diseño del puente de Santa Ana, puente arco de la línea de Córdoba-Málaga [31].

### 2.2.2. *Métodos de integración en el dominio del tiempo. Planteamiento teórico.*

La solución al problema dinámico que se plantea en el problema del paso de cargas móviles se resuelve de forma numérica mediante dos metodologías:

- *Métodos indirectos:* Son los métodos que aplican el principio de superposición y por lo tanto sólo son aplicables para comportamiento lineal de la estructura. El más conocido es el método de superposición modal, el cuál resuelve el problema mediante integración temporal de las ecuaciones modales, separando variable espacial y temporal . Requiere de métodos paso a paso (directos) para la resolución numérica de la integral temporal, de ahí que se utilicen directamente estos últimos por su mayor versatilidad.
- *Métodos directos:* Son los métodos más generales, pues permiten no linealidades en la estructura. Consisten en la integración directa de las ecuaciones de equilibrio para todos los grados de libertad de la estructura en cada instante. Entre los más ampliamente usados se encuentran los métodos paso a paso de Newmark-Beta, Hughes, el método de Wilson y otros muchos más que se han ido añadiendo a la bibliografía (los principales métodos numéricos se encuentran más ampliamente desarrollados en las referencias [20],[32],[33] y [34]). Aunque requieren de un mayor esfuerzo de cálculo son más utilizados que los anteriores.

#### Los métodos paso a paso

Los métodos paso a paso tienen numerosas variantes , pero todos ellos se basan en definitiva en dividir la carga dinámica y la respuesta del sistema en una serie de “pasos” y calcular la respuesta dentro de cada “paso” a partir de las condiciones iniciales al principio del mismo. La respuesta en cada “paso” se obtiene con un análisis independiente del resto de casos, asumiendo como aproximación que en ese “paso” el sistema se mantiene lineal aunque las propiedades en el conjunto del sistema vayan variando.

La ecuación de partida para un algoritmo de integración temporal de primer orden, o problema de Cauchy, viene dada por:

$$\dot{y}(t) = f(t, y(t)), y(y_0) = y_0; t \in [t_0, t_f] \quad (2.3)$$

No obstante, para aproximar la dinámica de una estructura general se deberá acudir a algoritmos de integración temporal de segundo orden que se puede expresar en forma compacta de la siguiente forma:

$$M \cdot \dot{w} = F(w, \dot{w}, t) \quad (2.4)$$

Donde el vector F y la matriz M son, en general, funciones no lineales de  $(w, \dot{w}, t)$ . Para poder trabajar métodos de primer orden, se puede reconvertir el sistema anterior a través del siguiente cambio:

$$y = \frac{w}{\dot{w}} \rightarrow \dot{y} = \frac{\dot{w}}{M^{-1} \cdot F(w, \dot{w}, t)} = F(t, y(t)) \quad (2.5)$$

Un método numérico de integración temporal determina la solución al problema dinámico en un instante dado a partir de la información obtenida en una serie de instantes previos. De este modo, para cada instante  $t_n$  obtendremos un valor de  $y_n$  ( $n=0,1,\dots,N$ ) a partir del conocimiento del valor de la misma en los  $k$  instantes anteriores:

$$\sum_{j=0}^k \alpha_j y_{n+j} = h \cdot \phi(y_{n+k}, y_{n+k-1}, y_{n+k-2}, \dots, y_n, t_{n+k}; h_{n+k}) \quad (2.6)$$

En la ecuación 2.6 se recogen todos los métodos de integración posibles. Aunque se establecen numerosas variantes en función de los parámetros utilizados ,como por ejemplo: “*métodos de un paso y multipaso*” si se obtiene la respuesta a partir de la información de un paso o de varios pasos anteriores o “*métodos de paso fijo y de paso variable*” si se utiliza un único o varios valores de paso de integración a lo largo de todo el proceso, los métodos paso a paso suelen clasificarse en dos grupos principales:

- *Métodos explícitos:*

Los métodos explícitos usan la ecuación diferencial en un tiempo  $t_{n+1}$  para predecir una solución en  $t_n + \Delta t_n$ . La particularidad de este esquema es que la expresión 2.6 permite despejar  $y_{n+k}$  conocidos los valores anteriores,  $y_{n+j}$ ,  $j=0,1,\dots,k-1$ .

Se conoce que todos los métodos explícitos son condicionalmente estables con respecto al tamaño del incremento de tiempo, de modo que para el cálculo de una estructura real, se requiere de muy pequeños incrementos de tiempo para obtener una solución estable.

Como ejemplos de un esquema de integración explícito, se pueden citar los métodos de Runge-Kutta explícitos cuya formulación es la siguiente:

$$y_{n+1} = y_n + h_n \phi(n, y_n, h_n); n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.7)$$

■ *Métodos implícitos:*

Los métodos implícitos satisfacen la ecuación diferencial en un tiempo  $t_n$  después de que la solución en  $t_n - \Delta t_n$  haya sido encontrada. A diferencia de los esquemas explícitos, ahora no es posible despejar  $y_{n+k}$  de la ecuación 2.6 una vez que conocemos  $y_{n+j}$ ,  $j=0,1,\dots,k-1$ , de modo que se deberá resolver un sistema de ecuaciones lineales en cada paso. Sin embargo, en estos algoritmos es posible usar incrementos de integración mayores al anterior, pudiendo ser condicional o incondicionalmente estables. Para los métodos que son incondicionalmente estables la única limitación para el tamaño del incremento del tiempo es la precisión de la solución.

Como ejemplo, citar el método de Adams implícito de un paso conocido como la regla de los trapecios y es de la forma:

$$y_{n+1} - y_n = \frac{\Delta t_n}{2} (f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})) \quad (2.8)$$

También se introduce en esta categoría el método más actualizado actualmente, el método de Newmark-Beta, desarrollado más extensamente en el apéndice A.

### 2.2.3. *Limitaciones de los métodos paso a paso.*

La metodología paso a paso se basa en una integración numérica de tipo incremental en el dominio del tiempo, condición que no es sino una aproximación de dicho dominio a través del parámetro de paso de tiempo. En estructuras reales, estos métodos se alejan de ser aplicables desde un punto de vista práctico pues para que la respuesta sea realista, se requiere de pasos de tiempo muy pequeños lo que conduce a costes numéricos desproporcionados o excesivas simplificaciones que restan validez a los modelos. La baja tasa de amortiguación impuesta por la instrucción [1] para las estructuras mixtas se suma como problema pues la solución requiere de pasos de tiempo más pequeños todavía en comparación con otras estructuras existentes.

Estos problemas no se dan con el método semianalítico pues elimina la aproximación en el dominio temporal y no da resultados en forma de series infinitas. Aunque sigue existiendo una aproximación numérica derivada del modelo espacial mediante elementos finitos, los resultados son lo más fiables y rápidos de entre los métodos actuales posibles. Por ello, en el presente documento, se ha optado por el empleo de esta metodología semianalítica en todos los cálculos llevados a cabo tras contrastar ésta con las metodologías clásicas de integración directa en dos ensayos numéricos presentados en el siguiente capítulo.



---

## CAPÍTULO 3

### Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura

---

#### 3.1. Introducción

El método semianalítico, desarrollado por *A.Martínez-Castro, P.Museros y A.Castillo-Linares*, (*Universidad de Granada*) y publicado en la revista *Journal of Sound and Vibration* [2], basándose en el modelo de viga de Euler-Bernouilli propone una solución al problema de paso de cargas móviles sobre vigas [28] basándose en superposición modal con discretización de la parte espacial mediante elementos finitos y con soluciones analíticas exactas en la parte temporal. Este método posee una aproximación numérica, procedente de la discretización espacial mediante el modelo de Elementos Finitos, no obstante, se eliminan importantes fuentes de error asociadas al paso de tiempo usado en los métodos de integración directa clásicos.

En lo que sigue, se desarrollará la formulación del método así como su aplicación a casos prácticos que, junto con un análisis de los métodos de aproximación paso a paso, nos permitirá comparar ambos métodos en aproximación y tiempo de cálculo. Como quedará patente, esta metodología aventaja en mucho a los métodos tradicionales de integración paso a paso, salvando los problemas de imprecisión y lentitud en el cálculo de estos últimos. En la actualidad, los métodos de integración paso a paso se emplean ampliamente en proyectos de puentes. No obstante, ante la complejidad de cálculo numérico que supone su aplicación a las exigencias y bajas tasas de amortiguamiento impuestos por la norma IAPF, deberán ser sustituidos irremediablemente en un futuro próximo.

#### 3.2. Formulación del método.

Para la formulación del método nos vamos a basar en los siguientes pasos:

1. Obtención de la ecuación de gobierno de una viga de canto variable en dinámica.
2. Obtención de la formulación matricial de un elemento barra y generalización a toda la estructura.
3. Resolución del sistema.

4. Solución para cada modo de vibración, pues se ha desacoplado el sistema. Introducción de amortiguamiento en el problema.

**Paso 1. Ecuación de Gobierno de una viga de sección variable en dinámica .**

Se considera una viga de sección variable, sometida a una carga  $q(x, t)$  representativa de una fuerza puntual  $p_0$  que se desliza por el eje  $x$  de la viga a una velocidad constante  $v$ . La función  $q$  se puede definir mediante una delta de Dirac según la ecuación 3.1:

$$q(x, t) = p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (3.1)$$

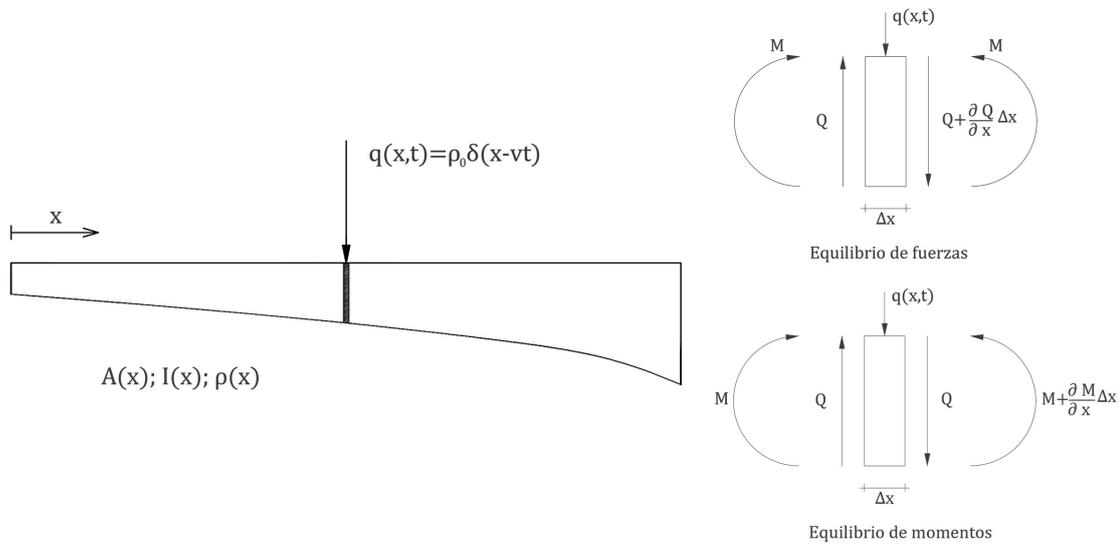


Figura 3.1: Carga móvil sobre viga de sección variable. Equilibrios de la rebanada

Planteando el equilibrio en la rebanada mediante el principio de D'Alembert, despreciando, en principio, la contribución del amortiguamiento:

- Equilibrio de fuerzas:

$$-\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} - p_0 \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

Donde el término a la derecha de la igualdad de la ecuación es la fuerza de inercia (eliminada en estática) y  $\rho(x)$  la densidad lineal de la estructura.

- Equilibrio de momentos:

$$\partial M(x, t) = Q(x, t) \Delta x \Rightarrow \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = Q(x, t) \quad (3.3)$$

Si sustituimos 3.3 en 3.2:

$$-\frac{\partial\left(\frac{\partial M(x,t)}{\partial x}\right)}{\partial x} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

Como ecuación constitutiva, se adopta la relación lineal momento-curvatura del modelo de viga de Euler-Bernouilli:

$$\frac{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \approx \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{M(x,t)}{EI(x)} \quad (3.6)$$

$$M(x,t) = EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

Ecuación que una vez sustituida en 3.5, permite la obtención de la ecuación de gobierno del problema:

$$\frac{\partial^2 EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}] + p_o \cdot \delta(x - vt) = 0 \quad (3.9)$$

Ecuación diferencial que deberemos resolver supuestas condiciones iniciales de reposo:

$$u(s, 0) = 0, \forall x \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \forall x \quad (3.11)$$

## ***Paso 2. Discretización espacial para un elemento barra. Formulación matricial para toda la estructura.***

Esta subsección va a obtener la formulación matricial que rige el comportamiento dinámico de un elemento, formulación necesaria para obtener la formulación matricial acoplada para toda la estructura. Dada una viga de longitud L según la figura 3.2 sometida a:

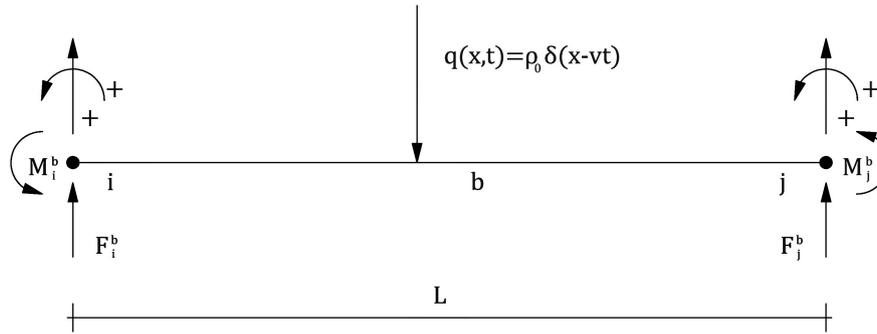


Figura 3.2: Discretización para un elemento barra y criterio de signos.

■ Fuerzas externas:

1. Fuerzas y momentos nodales: Teniendo en cuenta el criterio de signos de la figura 3.2 :

$$F_i^b = Q(0, t) \quad (3.12)$$

$$F_j^b = -Q(L, t) \quad (3.13)$$

$$M_i^b = -M(0, t) \quad (3.14)$$

$$M_j^b = M(L, t) \quad (3.15)$$

2. Fuerza puntual:

$$p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (3.16)$$

3. Fuerzas de inercia:

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.17)$$

■ Esfuerzos:

1. Cortantes:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = -p_0 \cdot \delta(x - vt) - \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.18)$$

Que integrándola entre 0 y  $x \in [0, L]$ :

$$Q(x, t) = Q(0, t) - \int_0^x p_0 \cdot \delta(\xi - vt) d\xi - \int_0^x \rho(\xi) \cdot \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} d\xi \quad (3.19)$$

2. Flectores:

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = Q(x, t) \cdot dx \quad (3.20)$$

$$M(x, t) = M(0, t) + \int_0^x Q(\xi, t) d\xi \quad (3.21)$$

A continuación, se pasa a la formulación débil de la ecuación de Euler-Bernoulli de la viga multiplicando la ecuación de gobierno general 3.9 por una función de ponderación

espacial,  $u^*(x)$  y aplicando integración por partes. En lo que sigue se simplifica la notación para las derivadas de la siguiente forma:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = \dot{u}(x, t) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \dot{u}(x, t) \quad (3.23)$$

Se multiplica pues, 3.9 por  $u^*(x)$ :

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (3.24)$$

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \quad (3.25)$$

Integrando en el dominio:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) ds = \\ & = - \int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) dx \end{aligned} \quad (3.26)$$

Aplicando doble integración por partes en el segundo sumando del primer término:

$$\begin{aligned} & \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) dx = \\ & = u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))' \Big|_0^L - \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))' \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} ds = \\ & = u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))' \Big|_0^L - (u''(x, t) \cdot EI(x)) \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} \Big|_0^L + \\ & + \int_0^L u''(x, t) \cdot EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u^*(x)}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (3.27)$$

Observando algunos de los sumandos de la expresión anterior se puede identificar fácilmente las expresiones de esfuerzos cortantes y momentos flectores:

$$Q(x, t) = (u'' \cdot EI(x))' \quad (3.28)$$

$$M(x, t) = u'' \cdot EI(x) \quad (3.29)$$

Con lo cual, y teniendo en cuenta las relaciones anteriores, 3.28 y 3.29:

$$\begin{aligned}
& (u'' \cdot EI(x))' \cdot u^*(x)|_0^L = Q(L,t) \cdot u^*(x)|_0^L = \\
& = Q(L,t) \cdot u^*(L) - Q(0,t) \cdot u^*(0) = -F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
& u'' \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial \cdot u^*(s)}{\partial s} \Big|_0^L = M(s) \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0^L = \\
& = -M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_L - M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Con lo que la ecuación 3.27 resultaría:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L (u''(s,t) \cdot EI(s))'' \cdot u^*(s) dx = \\
& \int_0^L u''(s,t) \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial^2 u^*(s)}{\partial s^2} - F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0) - M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_L + \\
& + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0
\end{aligned} \tag{3.32}$$

En cuanto al segundo miembro de la ecuación 3.26, teniendo en cuenta las propiedades de la función Delta de Dirac:

$$\int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \cdot dx = p_0 \cdot u^*(vt) \tag{3.33}$$

De esta forma, sustituyendo las ecuaciones 3.32 y 3.33 en la ecuación 3.26 se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x,t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x,t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(s) dx = \\
& = +F_j^b \cdot u^*(L) + F_i^b \cdot u^*(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x} \Big|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x} \Big|_0 - p_0 \cdot u^*(vt)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Expresión en la que no se ha impuesto condición alguna sobre  $u^*(x)$  más que su continuidad y derivabilidad. Continuando con los conceptos básicos de elementos finitos, se considera una base de polinomios de grado menor o igual a 3 de Hermite, pues se han discretizado los elementos barra por dos nodos extremos con 4 grados de libertad, dos de desplazamientos y otros dos de giro. Su supone que  $u(x,t)$  puede representarse de forma exacta como una combinación lineal de la base de los polinomios anteriormente indicada:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^4 y_n(t) \cdot h_n(x) \tag{3.35}$$

Siendo las expresiones de los polinomios de Hermite:

$$[U_i] \rightarrow h_1(x) = 1 - 3 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.36)$$

$$[\theta_i] \rightarrow h_2(x) = L \cdot \left[\frac{x}{L} - 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (3.37)$$

$$[U_j] \rightarrow h_3(x) = 3 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.38)$$

$$[\theta_j] \rightarrow h_4(x) = L \cdot \left[-\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (3.39)$$

Desarrollando la ecuación 3.35 usando las relaciones anteriores:

$$u(x, t) = y_i \cdot h_1(x) + \theta_i \cdot h_2(x) + y_j \cdot h_3(x) + \theta_j \cdot h_4(x) \quad (3.40)$$

Si se deriva se puede obtener velocidad y aceleración:

$$u(\dot{x}, t) = \dot{y}_i \cdot h_1(x) + \dot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \dot{y}_j \cdot h_3(x) + \dot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (3.41)$$

$$u(\dot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 y_n \dot{h}_n(x) \quad (3.42)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \ddot{y}_i \cdot h_1(x) + \ddot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \ddot{y}_j \cdot h_3(x) + \ddot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (3.43)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 y_n \ddot{h}_n(x) \quad (3.44)$$

Si se toman como funciones de ponderación  $u^*(x)$  las propias funciones de Hermite:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \sum_{n=1}^4 [y_n(t) \cdot h_n(x)] \cdot h_m(x) dx + \int_0^L \sum_{n=1}^4 [y_n(t) \cdot \frac{\partial^2 h_n(x)}{\partial x^2}] \cdot EI(x) h_m(x) \partial x^2 = \\ & = +F_j^b \cdot h_m(L) + F_i^b \cdot h_m(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_0 - p_0 \cdot h_m(vt) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Se obtiene la formulación matricial:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_i(vt) \\ \ddot{\theta}_i(vt) \\ \ddot{y}_j(vt) \\ \ddot{\theta}_j(vt) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i(vt) \\ \theta_i(vt) \\ y_j(vt) \\ \theta_j(vt) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i^b(vt) \\ M_i^b(vt) \\ F_j^b(vt) \\ M_j^b(vt) \end{bmatrix} - p_0 \begin{bmatrix} h_1(vt) \\ h_2(vt) \\ h_3(vt) \\ h_4(vt) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Donde:

$$M_{ij} = \int_0^L \rho(x) \cdot h_i(x) \cdot h_j(x) dx \quad (3.47)$$

$$K_{ij} = \int_0^L h_i''(x) \cdot EI(x) \cdot h_j''(x) dx \quad (3.48)$$

Se trata de matrices en las que si se observan los subíndices, son simétricas. Si se acoplan estas matrices elementales es posible obtener una formulación global, para la estructura completa:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = -p_0\mathbf{h}(vt) \quad (3.49)$$

**Paso 3. Resolución del sistema.**

Puesto que se trata con matrices simétricas, la forma más sencilla de resolución es intentar desacoplar el sistema. Para ello se realiza un cambio de base, mediante la matriz C de cambio de base (obtenida del problema de autovalores), del sistema B (que coincidirá con la base de vectores propios) a la base canónica E:

$$(-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{y}(t) = 0 \Rightarrow |\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}| = 0 \quad (3.50)$$

Problema de autovalores que proporcionará los vectores propios o modos de vibración que componen la matriz C. Las coordenadas del vector  $\mathbf{y}$  se realicionan con las coordenadas del mismo en la base B, mediante la matriz C de la siguiente forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{q} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{y} \quad (3.52)$$

Realizando dicho cambio de base en 3.49 y premultiplicando por la transpuesta de C se desacopla el sistema y se obtiene:

$$\mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^T\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{q} = -p_0\mathbf{C}^T\mathbf{h}(vt) \quad (3.53)$$

De modo que las matrices de masa y rigidez,  $M$  y  $K$ , resultan diagonalizadas:

$$\mathbf{M}_D = \mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{C}^T\mathbf{K}\mathbf{C} \quad (3.55)$$

De modo que si premultiplicamos por  $\mathbf{M}_D^{-1}$  podremos reescribir:

$$\mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{M}_D \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{K}_D \cdot \mathbf{q} = -p_0 \cdot \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \mathbf{h}(vt) \quad (3.56)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{h}(vt) \quad (3.57)$$

Siendo  $\mathbf{D}$  una matriz diagonal tal que  $D_{ii} = w_i^2$ , y la matriz  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{G} = -p_0 \cdot \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \quad (3.58)$$

De este modo hemos conseguido desacoplar el sistema, siendo resoluble para cada función  $q_i(t)$  de forma independiente. Los valores propios de esta matriz  $w_i^2$  permiten obtener las frecuencias naturales.

#### Paso 4. Solución para cada modo.

Analizando el término de carga:

- Para todo instante de tiempo, la carga puntual se encuentra sobre algún elemento o fuera del intervalo  $[0, L)$ .
- En cada instante de tiempo, y para cada modo, intervienen cuatro coeficientes procedentes de la matriz  $G$  para definir la función de carga. Como funciones temporales, sólo 4 de ellas pueden combinarse en un punto inferior a un intervalo de la forma  $[0, L)$ .

Si ahora se enriquece la ecuación modal con un término de amortiguamiento, el problema planteado a resolver viene dado por:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (3.59)$$

$$q_i(t)|_{t=0} = q_i(0) \quad (3.60)$$

$$\dot{q}_i(t)|_{t=0} = \dot{q}_i(0) \quad (3.61)$$

En la que  $\zeta$  representa el factor de amortiguamiento, en el se puede introducir un valor distinto para cada modo (más ajustado a la realidad pues es evidente pensar que se amortiguarán mejor los modos altos a los bajos), aunque en la práctica se suele optar con un amortiguamiento constante para cada modo por lo que en el presente documento se procederá de igual manera.

Se considera una escala de referencia local para cada elemento, en el que el instante  $t=0$  coincide con el instante en que la carga entra en el elemento, coincidente con el punto de abscisa 0. De este modo se evitan exponenciales con términos fuera de rango.

Si observamos la ecuación 3.59, vemos que se trata de una ecuación diferencial lineal no homogénea por lo que descompondremos la solución en la suma de una solución particular más la solución homogénea:

$$q(t) = q_H(t) + q_P(t) \quad (3.62)$$

- Solución homogénea:

$$q_H(t) = e^{-\zeta w_i t} (C_1 \cos(w_{iD} t) + C_2 \sin(w_{iD} t)) \quad (3.63)$$

$$w_{iD} = w_i \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.64)$$

- Solución particular:

Si se descompone el término no homogéneo en 3.59:

$$p_0(G_1 h_1(vt) + G_2 h_2(vt) + G_3 h_3(vt) + G_4 h_4(vt)) \quad (3.65)$$

Se observa que se trata un polinomio de tercer grado por lo que la ecuación particular será de la forma:

$$q_P(t) = \alpha_0 + \alpha_1 vt + \alpha_2 (vt)^2 + \alpha_3 (vt)^3 \quad (3.66)$$

Cuyos coeficientes se obtienen sustituyendo en la ecuación 3.59 y resolviendo el sistema:

$$\alpha_0 = v^3 \alpha_{01} + v^2 \alpha_{02} + v \alpha_{03} + \alpha_{04} \quad (3.67)$$

$$\alpha_1 = v^2 \alpha_{11} + v \alpha_{12} + \alpha_{13} \quad (3.68)$$

$$\alpha_2 = v \alpha_{21} + \alpha_{22} \quad (3.69)$$

$$\alpha_3 = \alpha_{31} \quad (3.70)$$

Donde:

$$[1] \mapsto \alpha_{01} = -\frac{24\zeta(2\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^5} \quad (3.71)$$

$$[2] \mapsto \alpha_{02} = -\frac{2(4\zeta^2 - 1)(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^4} \quad (3.72)$$

$$[3] \mapsto \alpha_{03} = -\frac{2G_2 \zeta}{w_i^3} \quad (3.73)$$

$$[4] \mapsto \alpha_{04} = \frac{G_1}{w_i^2} \quad (3.74)$$

$$[5] \mapsto \alpha_{11} = \frac{6(4\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^4} \quad (3.75)$$

$$[6] \mapsto \alpha_{12} = \frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^3} \quad (3.76)$$

$$[7] \mapsto \alpha_{13} = \frac{G_2}{w_i^2} \quad (3.77)$$

$$[8] \mapsto \alpha_{21} = -\frac{6\zeta(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^3} \quad (3.78)$$

$$[9] \mapsto \alpha_{22} = -\frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^2} \quad (3.79)$$

$$[10] \mapsto \alpha_{31} = \frac{2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L}{L^3 w_i^2} \quad (3.80)$$

Estos diez elementos dependen de amortiguamiento, longitud del elemento, frecuencias naturales y los coeficientes  $G_i$  que a su vez depende de los modos de vibración, sin depender en ningún momento de la velocidad de paso de la carga por lo que se podrían determinar en un principio estos diez parámetros para cualquier malla completamente.

En último lugar nos restaría determinar los parámetros  $C_1$  y  $C_2$  de la solución homogénea a partir de la imposición de las condiciones iniciales:

$$q(0) = \alpha_0 + C_1 \quad (3.81)$$

$$C_1 = q(0) - \alpha_0 \quad (3.82)$$

$$\dot{q}(0) = -\zeta w_i C_1 + w_{iD} C_2 + \alpha_1 v \quad (3.83)$$

$$C_2 = \frac{\dot{q}(0) + \zeta w_i C_1 - \alpha_1 v}{w_{iD}} \quad (3.84)$$

Por último, destacar que esta metodología para vigas es generalizable para otros casos genéricos, con la única imposición de derivabilidad de la línea de carga, como se puede ver en la publicación [35] en la que los autores aplican el método para el caso de placas de Kirchhoff esviadas.

### 3.3. Generalización y ejecución del método

Como se ha observado en 3.63 y 3.66, los parámetros necesarios para la solución del sistema  $,C_i, w_i, G_i,$  pueden obtenerse mediante análisis modal. Para ello, se ha utilizado el *software SAP2000*, pudiéndose haber calculado mediante cualquier otro software de elementos finitos. Se puede interpretar la ecuación matricial 3.46, mediante un operador diferencial L:

$$\mathcal{L}\{u(\bar{x}, t), v(\bar{x}, t), w(\bar{x}, t)\} = -p_0 \cdot \delta(s - vt) \quad (3.85)$$

Siendo  $s$ , la coordenada curvilínea de la línea de carga  $C^1$ , se resuelve el sistema mediante separación de variables, espacial y temporal, a través del análisis modal que, gracias a la diagonalización de las matrices de rigidez y masa, desacopla todo el sistema.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{C} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{q} = -p_0 \cdot \mathbf{C}^T \cdot h(vt) \quad (3.86)$$

La única imposición impuesta por la formulación semianalítica ha sido la derivabilidad de la línea de carga introducida. Mediante el *software* *SAP2000* se han seleccionado en cada modelo de elementos finitos, tanto línea de carga como los puntos de postproceso de la estructura, que no son más que los puntos en los que se desea la información a posteriori.

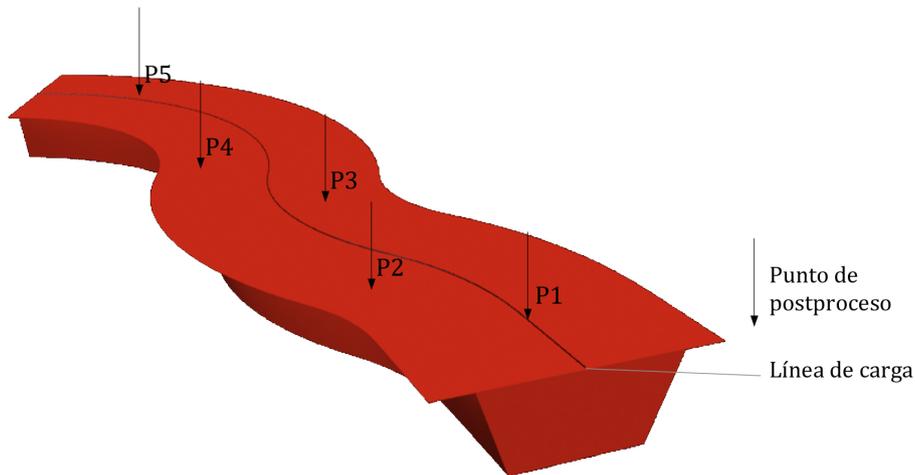


Figura 3.3: Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura.

La información espacial obtenida por el *software* *SAP2000* (los diez parámetros  $\alpha_n$ , así como las matrices  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{G}$ ) se proporciona externamente al algoritmo semianalítico. Este algoritmo ha sido implementado por el director de este proyecto en un entorno de cálculo intensivo basado en Linux y es donde se realiza la integración temporal del problema obteniendo la solución analítica (no aproximada en el tiempo) gracias al posible desacople del sistema, que es lo que ha permitido el tratamiento por separado de variable espacial y temporal.

### 3.4. Test de validación.

#### 3.4.1. Planteamiento.

En este apartado se pretende contrastar numéricamente, los resultados arrojados mediante el método semianalítico frente a los métodos clásicos de integración paso a paso, más

concretamente, el método de Newmark-Beta. Para ello se han desarrollado sendos tests de validación, un modelo bidimensional de vigas y un modelo tridimensional de placas.

### 3.4.2. Test de validación 1: Viga de tres vanos

Este primer test consiste en el contraste de resultados de ambos métodos sobre un modelo bidimensional de la estructura de tres vanos representada en la figura 3.4, caso analizado en publicaciones externas por Hayashikawa y Watanabe [17], Henchi *et al.* [18], Zheng *et al.* [36] y el director de este proyecto en [2]:

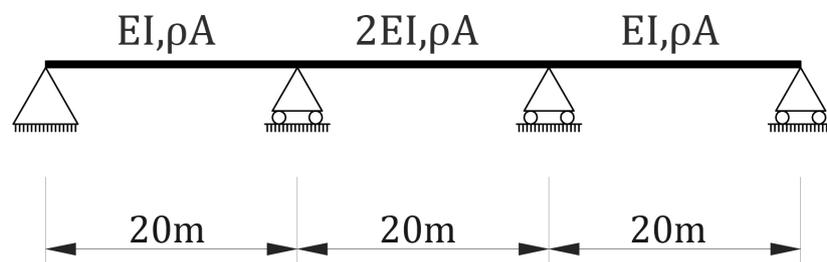


Figura 3.4: Geometría de la viga, Test1.

Las propiedades mecánicas de la estructura son:

- $L=20$  m en todos los vanos
- Rigidez a flexión  $EI=1,96GNm^2$  en los vanos laterales y rigidez a flexión  $2EI$  para el vano central.
- Masa por unidad de longitud  $\rho \cdot A=1000kg/m$  constante para todos los vanos.
- $\xi=2\%$  (*amortiguamiento modal*)
- Área a cortante nula para considerar un modelo de viga tipo Euler-Bernouilli.

Se considera una carga móvil aislada de valor 9.8 kN desplazándose a una velocidad constante de 35.57 m/s.

Se realiza el cálculo modal de la estructura mediante el *software SAP2000* para lo que se necesitará discretizar la estructura en 10 elementos por vano ya que el *software SAP2000* establece su cálculo en base a la definición de un modelo de masas concentradas. Se consideran dos grados de libertad por nodo (desplazamiento y giro) y se trabaja con 12 modos de vibración. De esta forma se obtiene los siguientes cálculos:

Modo de vibración	Frecuencia
1	6,2042
2	7,5812
3	11,974
4	24,207
5	26,439
6	37,283
7	53,579
8	56,643
9	76,964
10	94,157
11	98,572
12	130,43

Tabla 3.1: Frecuencias de modos de vibración. Test 1.

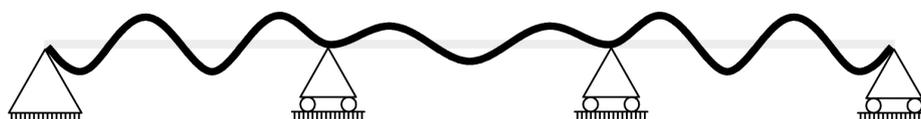


Figura 3.5: Ejemplo de modo de vibración 11. Test1.

Conocidas las frecuencias de vibración y las formas modales de la estructura se recurre al cálculo de la respuesta dinámica de la estructura al paso de la carga aislada. Para el cálculo mediante el método de Newmark (véase el apéndice A) se recurre de nuevo al software *software SAP2000* que implementa el método de Newmark tras un desacople modal del problema dinámico (metodología testada en la referencia [37]). Para el cálculo mediante el método semianalítico se recurre, sin embargo, al entorno de cálculo intensivo basado en Linux, preparado por el director de este proyecto.

#### Cálculo mediante el Método de Newmark:

Como cualquier método de tipo incremental en el tiempo, se debe actuar sobre dos parámetros importantes del cálculo:

1. Tiempo de discretización de la carga.
2. Tiempo de discretización del paso o "step", que se hace coincidir con el anterior.

Se corre el cálculo con dos pasos de tiempo de  $T_{12}/25$  y  $T_{12}/150$ , dónde  $T_{12}$  es el período del modo 12:

$$\frac{T_{12}}{25} \cong 3E - 04s \quad (3.87)$$

$$\frac{T_{12}}{150} \cong 5E - 05s \quad (3.88)$$

El objetivo es conseguir un paso lo suficientemente pequeño para ver si el método de Newmark es capaz de proporcionar un resultado parecido al analítico. Se obtienen de esta forma, los siguientes resultados para los primeros 0,1 s :

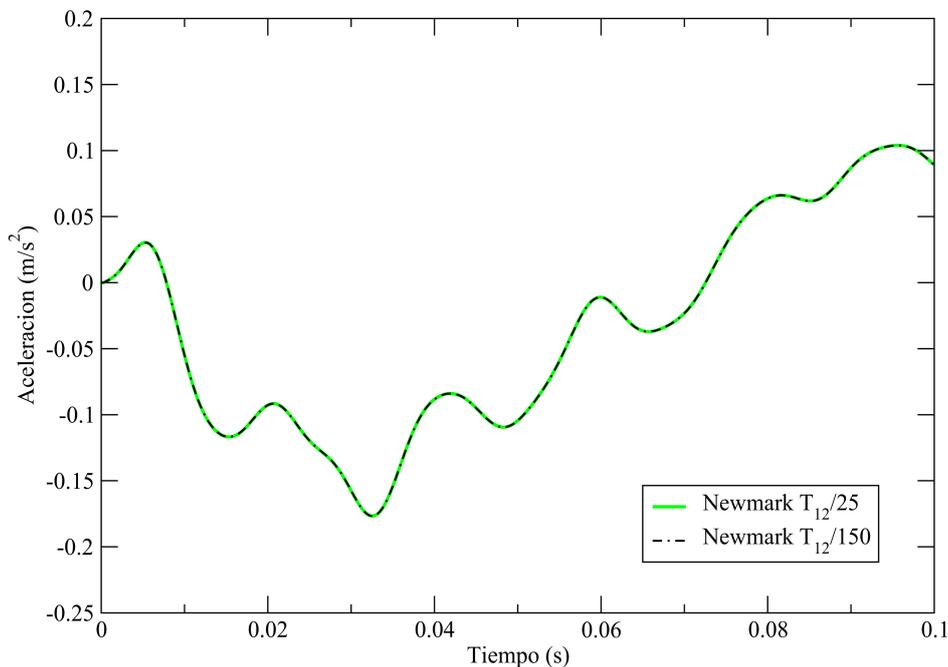


Figura 3.6: Aceleraciones en el punto central del primer vano por el método de Newmark. Test1.

Se ha presentado un problema destacable del *software SAP2000 v10* que puede pasar desapercibido pero es de fácil reparación. Cada vez que este software calcula una serie temporal, el resultado que otorga al inicio y final del primer paso de cálculo es nulo. Tras esto, la serie se calcula perfectamente pero retardada un paso de integración, con lo cual bastaría con hacer corresponder cada resultado con su valor de paso de tiempo debido un paso atrás.

#### Cálculo mediante el Método semianalítico:

Otra ventaja disponible con el método semianalítico es que conociendo las formas modales, pueden escogerse como puntos de postproceso para el análisis los que a priori pueden parecer más relevantes para el cálculo, mientras que el cálculo de Newmark mediante el *software SAP2000* se realizará para los 31 nodos en los que se ha discretizado la estructura. Esto puede significar una reducción muy importante en los tiempos de cálculo para cualquier análisis de una estructura real de mayor complejidad, pues no tendrá 31 nodos, sino muchos más. Se escogen , por tanto:

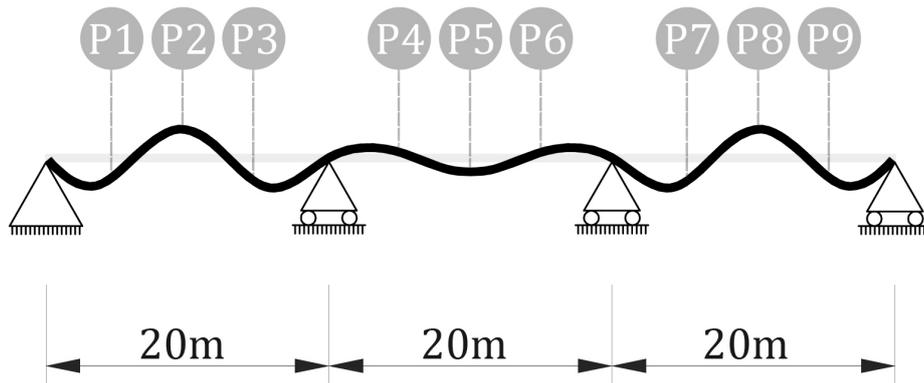


Figura 3.7: Puntos de postproceso de la estructura para el método semianalítico y modo de vibración 7. Test1.

En este caso, se lleva ahora el paso de cargas sobre la misma estructura con un paso de tiempo de  $\frac{T_{12}}{10}$ , y se obtiene:

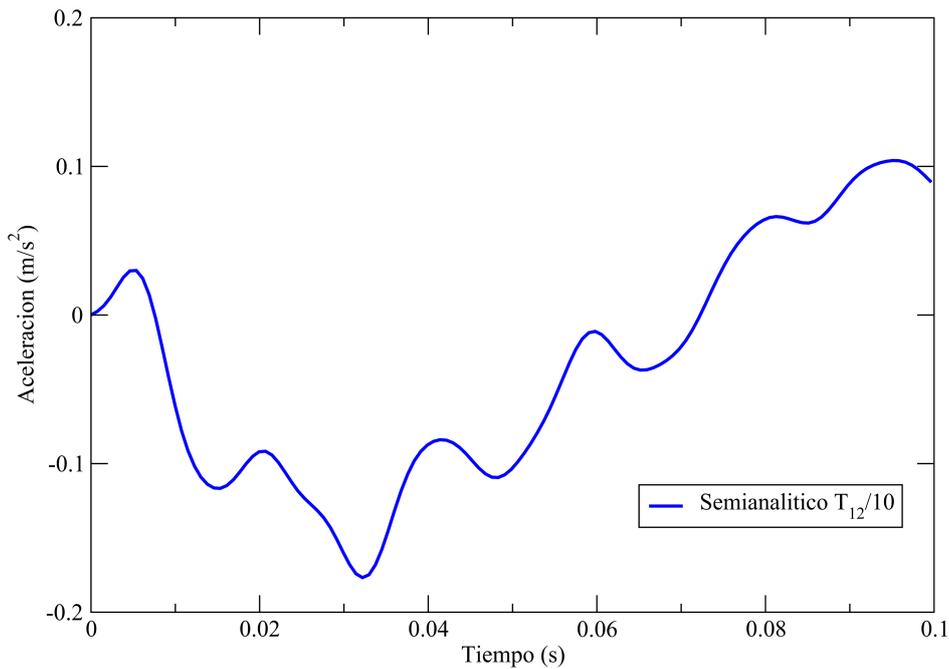


Figura 3.8: Aceleraciones en el punto central del primer vano por el método Semianalítico. Test1.

#### Comparativa:

Se comparan las tres series temporales calculadas anteriormente tras reparar el contra-tiempo ocasionado por el *software* SAP2000 en el cálculo de la serie temporal por Newmark:

- Método Semianalítico de paso  $\frac{T_{12}}{10}$ .
- Método Newmark de paso  $\frac{T_{12}}{25}$ .
- Método Newmark de paso  $\frac{T_{12}}{150}$ .

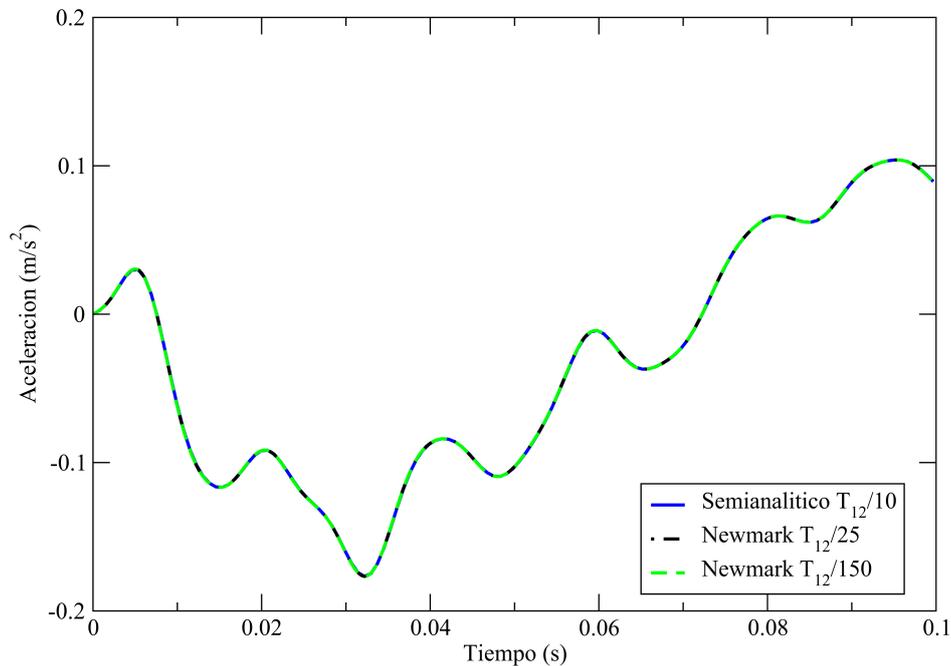


Figura 3.9: Comparación entre distintas metodologías de paso de cargas. Test1.

Se observa, pues, que el método semianalítico obtiene valores suficientemente aproximados a los métodos paso a paso en las fases iniciales de la serie, los primeros 0,1s. Estos datos coinciden con los publicados en las referencias [17], [18] y [36] y [2], por lo se dan por buenos.

En la referencia [2], se puede consultar la Figura 5, donde se analiza la respuesta en fases posteriores, más concretamente entre 3,05 y 3,15s. El objetivo de este cálculo es demostrar con resultados que la metodología de Newmark es de tipo incremental y que los errores se van acumulando conforme aumenta el número de pasos de cálculo ( para conseguir información desde 0 hasta sólo 3,15 s se han necesitado hasta 61627 pasos de cálculo con una duración por paso de  $T_{12}/150$ ). Como era de esperar, el método de Newmark se aproxima más a la solución exacta conforme más se refina el paso temporal de integración mientras que el método semianalítico sólo utiliza el muestreo de  $T_{12}/10$  para evaluar la respuesta cada cierto tiempo, no siendo la exactitud de los resultados dependiente de esta decisión.

### 3.4.3. Test de validación 2: Tablero losa.

Este segundo test consiste en el contraste de resultados de ambas metodologías sobre un modelo tridimensional de losa. Las características geométricas se presentan en la figura 3.10.

### Geometría:

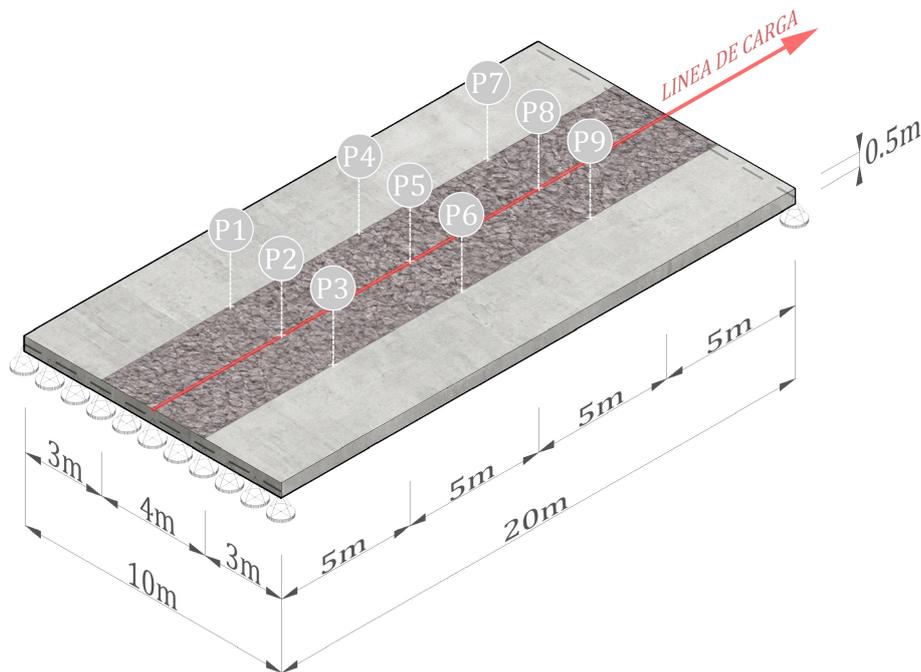


Figura 3.10: Geometría y puntos de postproceso de losa. Test 2.

En este caso, se ha añadido una masa adicional perteneciente a balasto más traviesas y vías, valorada en  $1000\text{kg}/\text{m}^2$ . El objetivo de situar puntos de postproceso en los bordes de cama de balasto es el análisis de modos torsionales de vibración. El modelo se define por una losa de hormigón armado de características:

- $h(\text{espesor})=0,5\text{m}$
- $\nu=0,2$
- $\rho=2500\text{kg}/\text{m}^3$
- $\xi=2\%$

La carga a considerar será la misma que en el caso anterior, una carga móvil aislada de valor  $9800\text{N}$  desplazándose a una velocidad constante de  $35,57\text{m}/\text{s}$  sobre la línea de carga, definida en la figura 3.10.

En este caso, para el cálculo modal de la estructura mediante el *software SAP2000* se discretiza la estructura en elementos de  $1\text{m}^2$ , se consideran tres grados de libertad por nodo (desplazamiento y dos giros) y se trabaja con modos de vibración hasta  $30\text{Hz}$ , frecuencia de desestabilización del balasto según el estado límite de servicio para la seguridad del tráfico según la instrucción [1]). Se han obtenido 8 modos de vibración hasta  $30\text{Hz}$ :

Modo de vibración	Frecuencia
Modo 1	1,9378
Modo 2	6,4103
Modo 3	7,8019
Modo 4	14,741
Modo 5	17,547
Modo 6	21,18
Modo 7	26,256
Modo 8	29,621

Tabla 3.2: Frecuencias de modos de vibración. Test 2.

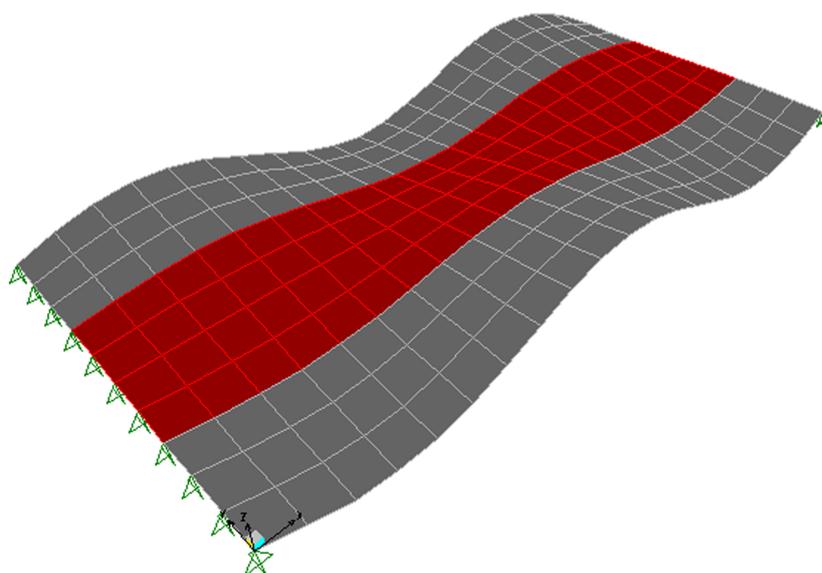


Figura 3.11: Ejemplo de modo vibración 7. Test2.

#### Cálculo mediante el Método de Newmark:

Se opta en este segundo test por un paso de tiempo igual a  $T_8/10$  para muestrear la señal con suficiente precisión (un tiempo de paso suficiente teniendo en cuenta que la participación de masa en el octavo modo de vibración es de un 94%). El gráfico 3.12 presenta los resultados en los puntos de postproceso:

- P2: Punto en línea de carga en cuarto del vano.
- P5: Punto en línea de carga en centro del vano.
- P6: Punto en extremo de cama de balasto en centro de vano.

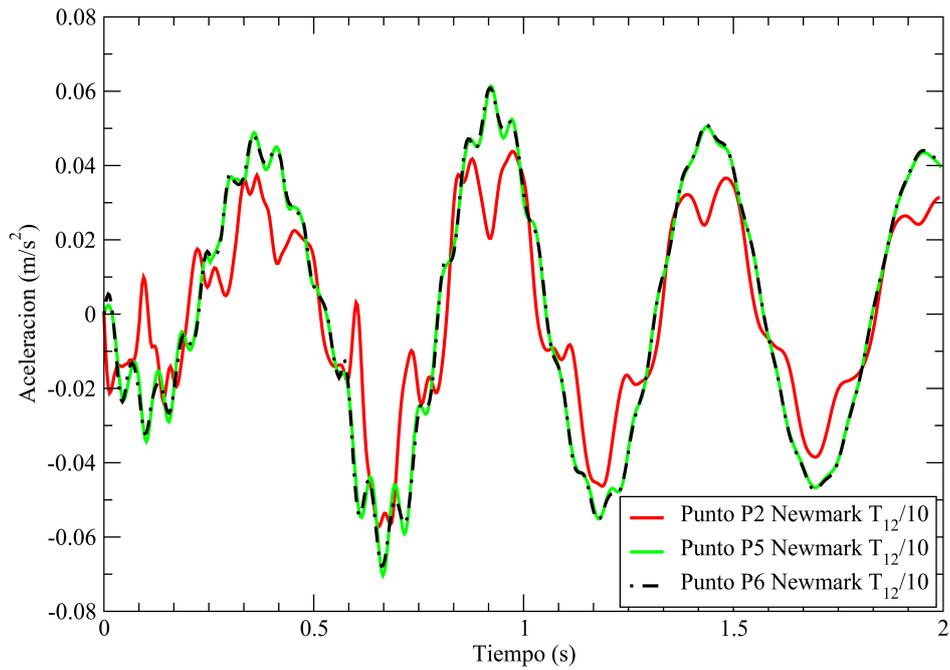


Figura 3.12: Aceleración en distintos puntos mediante el método de Newmark. Test 2.

Es obvio que no haya casi diferencias entre los resultados entre línea de carga y bordes de cama de balasto pues la posición de la carga hace que no se estimulen los modos de vibración torsionales de la estructura.

Cálculo mediante el Método semianalítico:

Se realiza el mismo cálculo mediante el método semianalítico con un paso de cargas idéntico. Los resultados se indican en la figura 3.13:

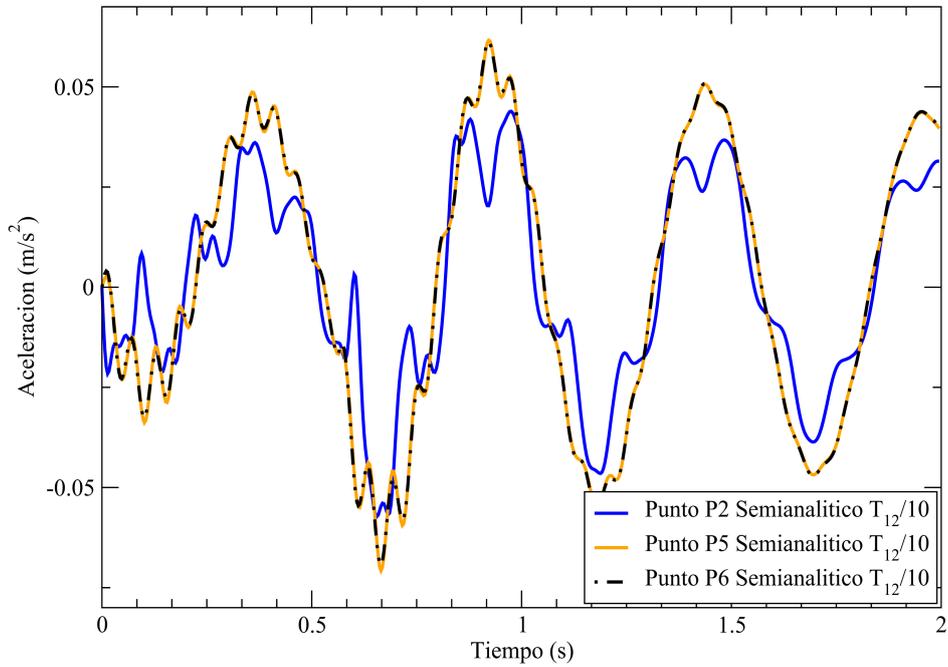


Figura 3.13: Aceleraciones en distintos puntos mediante el método semianalítico. Test 2.

Comparativa:

Se han elaborado las siguientes gráficas, 3.14, 3.15, para contrastar los resultados obtenidos por ambos métodos. Teniendo en cuenta, que los resultados de P5 y P6 son casi similares debido a la no excitación de modos torsionales:

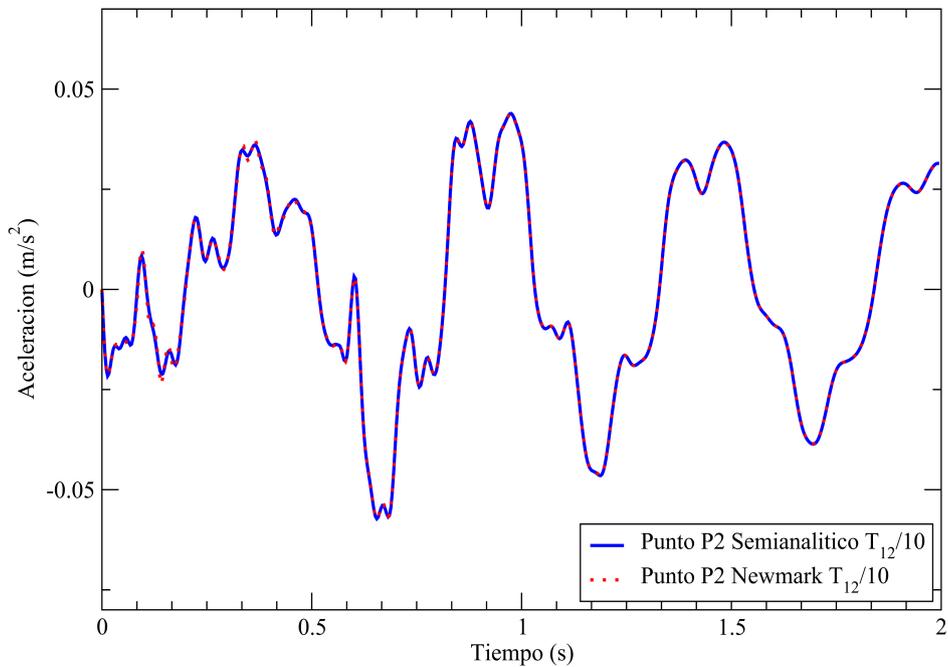


Figura 3.14: Comparativa en punto de postproceso de cuarto de vano P2. Test 2.

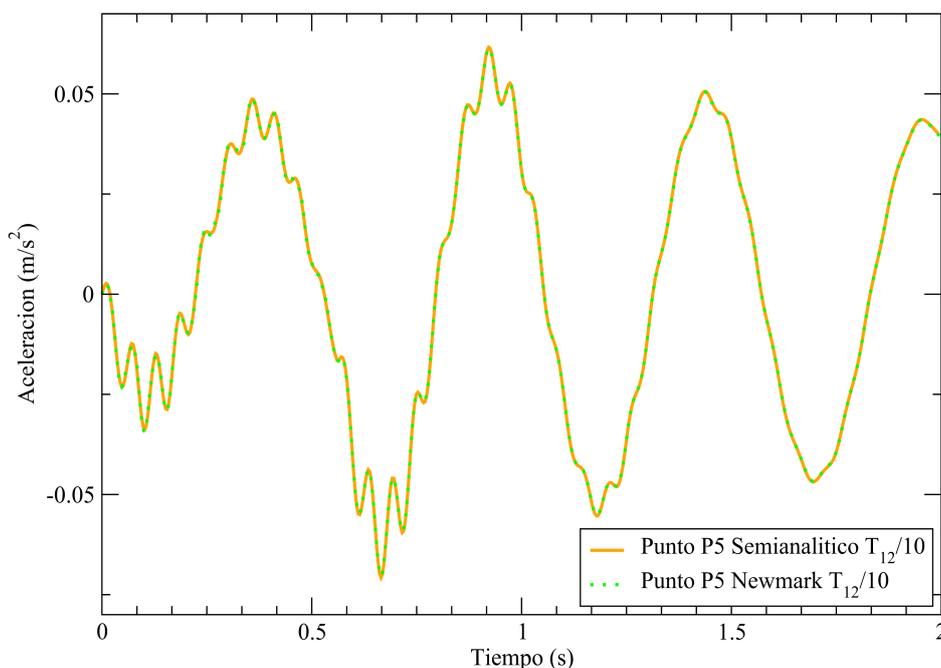


Figura 3.15: Comparativa en punto de postproceso de centro de vano P5. Test 2.

Los resultados obtenidos se solapan casi en su totalidad pero ya se aprecian ligeros errores por parte del método de Newmark. Si a esto se le suma que este modelo es inmensamente simple y con una única velocidad de paso de carga, que se necesitaría refinar el paso temporal de integración para que ambos métodos coincidieran exactamente y que esto a su vez implicaría un aumento abismal en los tiempos de cálculo, es evidente preveer que cualquier ingeniero optaría por el uso del método semianalítico.

Analizados ambos test, a continuación se resumen las ventajas más destacables de esta metodología.

### 3.5. Conclusión. Ventajas del método semianalítico

Las ventajas de este método se desligan principalmente de la naturaleza analítica de la solución, la cual siempre será mejor que cualquier aproximación. De modo que podremos enumerar:

1. El método proporciona resultados precisos pues las ecuaciones temporales se resuelven de forma analítica, por lo que se evitan los errores clásicos en el dominio del tiempo por la discretización del mismo por parte de los métodos de integración *paso a paso*. La solución se obtiene a partir de 10 coeficientes por elemento y modo que no dependen de la velocidad, lo cual facilita enormemente la aplicación de la actual norma IAPF que impone la obtención de resultados para un amplio rango de velocidades.
2. A bajas velocidades se converge a la solución estática, evitando el fenómeno de Gibbs típicamente asociado a las soluciones analíticas basadas en series armónicas.

3. Gracias a la normalización temporal se evitan problemas de exponenciales con argumentos elevados con los errores de sesgo que estos conllevan.
4. Se requiere de un paso de tiempo de evaluación, frente a un paso de tiempo de integración asociado a métodos paso a paso, en general mucho menos que el requerido para el muestreo analítico de la solución. Por ello, se gana en velocidad de cálculo, ya que para tener una precisión similar al método semianalítico, los métodos paso a paso requieren más operaciones de punto flotante globales (debido a que el paso de tiempo es menor). La respuesta proporcionada en un tiempo dado por la solución semianalítica no depende del paso del tiempo; en métodos aproximados paso a paso sí depende.
5. Esta ventaja en ahorro de tiempo de cálculo convierte al método semianalítico en una herramienta práctica y realista de aplicación de las exigencias de la norma IAPF-2007 ya que para el análisis que se va a ejecutar se exigen:
  - a) Análisis para 12 trenes.
  - b) Barridos de velocidad entre  $20\text{km/h}$  y  $350 \cdot 1.2\text{km/h} = 420\text{km/h}$ , con incrementos de velocidad de  $1\text{km/h}$ , (con el fin de no dejar escapar ningún pico en las series temporales), por lo que se analizarán en torno a 400 velocidades de paso.
  - c) Estudio de diferentes modelos para el mismo puente, con el objetivo de valorar la influencia en el comportamiento dinámico de la estructura de la doble acción mixta en apoyos y de la doble acción mixta generalizada a lo largo de todo el tablero.
  - d) Realización de tres hipótesis de carga con tres niveles distintos de balasto, aumentado (+30%), nominal y disminuido(-30%) por cada modelo de puente.



---

## CAPÍTULO 4

### Análisis estático

---

#### 4.1. Descripción de la estructura de estudio.

Pese a que el objetivo de este proyecto es la obtención de una metodología para el análisis dinámico de esta tipología de puentes, es necesario el previo diseño estático de una estructura válida para el posterior estudio. Para ello, basándose en características de otros puentes existentes como es el caso del Viaducto de las piedras [23], el recientemente construido Viaducto de la Peña de los Enamorados [38] o el Viaducto italiano de Sesia [8], se ha optado por una tipología en viga continua con 7 vanos de 35+50+50+50+50+50+35 metros (longitud total de 320 metros) siendo la longitud de los vanos laterales el 70% de la de los vanos tipo de 50 metros. La sección transversal del tablero está constituida por dos vigas laterales (bipoutre), de 2,95 metros cada una y acero S355, más una losa superior de HA-35 de 14 m de anchura y 0,4 m de espesor que teniendo en cuenta la incorporación del bombeo necesario en plataforma varía de espesor desde los 45 cm en el eje del tablero hasta los 33 cm en el borde. El resultado es una sección transversal mixta hormigón-acero con canto total constante de 3.35 metros con relación canto-luz de  $\frac{50}{3,35}=14,92$ . Esta relación, que en otros viaductos como el de las Piedras toma el valor de  $\frac{63,5}{4,26}=14,90$  o de  $\frac{46}{3,75}=12,26$  en el caso de Sesia, es típica para puentes de ferrocarril de este tipo según el libro de Collings [39].

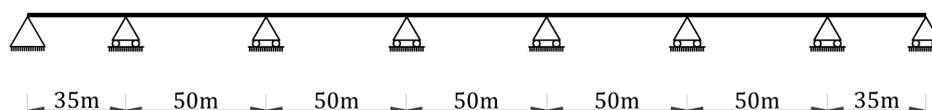


Figura 4.1: Perfil longitudinal del puente. Tipos de apoyos

El ancho total del balasto en la plataforma es de 5,0 m a cada lado del eje. Se dispone de doble vía de ancho europeo (de 1,435 m) y separación entre el eje de la vía con el eje de trazado de 2,5 m, lo que provoca la excitación de modos torsionales al paso del ferrocarril.

El sistema descrito hasta el momento sería bijáceno (abierto en su concepción metálica), por lo requiere su cierre para garantizar una respuesta dinámica y deformacional acorde con

las exigencias de la alta velocidad ferroviaria. Se materializa el cierre mediante el uso de la citada doble acción mixta de la siguiente forma:

1. Losa inferior de HA-40 en las zonas de momentos flectores negativos entre las dos vigas principales. La longitud estimada en la que se coloca la losa es del 15% de la longitud de cada vano [40] (aproximadamente 5 y 8 metros en vanos de 35 y 50 metros, respectivamente), siendo su espesor variable desde 15 cm en extremos hasta un máximo de 55 cm en pilas donde el momento flector es máximo. La presencia de esta losa permite reducir el espesor de alas inferiores, no habiéndose realizado en este caso, pues se pretende realizar el análisis dinámico a la misma estructura con y sin doble acción mixta para valorar los beneficios de esta técnica en el comportamiento torsional del puente.

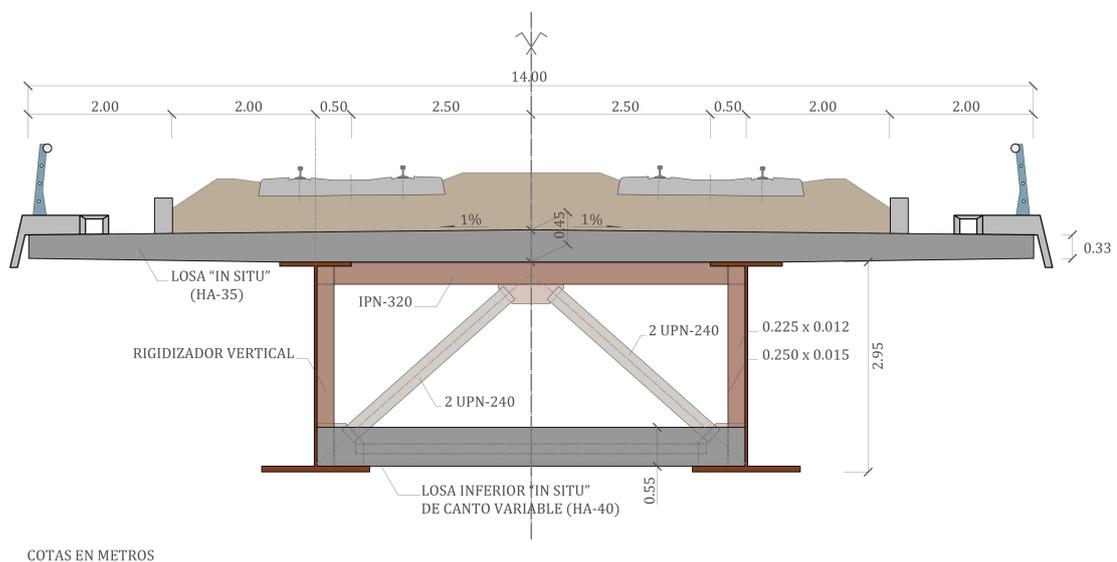


Figura 4.2: Sección tipo en apoyos

2. Prelosas inferiores en zonas de momentos flectores positivos (se extiende el concepto de doble acción mixta a la totalidad del tablero) entre las dos vigas principales. Se trata de un sistema de placas prefabricadas de HA-40 y 15 cm de espesor que se disponen de forma discontinua cada 2 metros. Estas placas no se conectan entre sí, salvo en las franjas laterales próximas a cada una de las vigas, que lo hacen por medio de un zuncho de hormigón que discurre longitudinalmente a lo largo de todo el puente, llegando en zonas de pilas a unirse con la losa inferior completa de hormigón armado. Este sistema permite desarrollar cortante y flexión en el plano de las prelosas y no introduce tensiones normales y de tracción debido a la flexión positiva del puente gracias a que las prelosas se coloquen discontinuas.

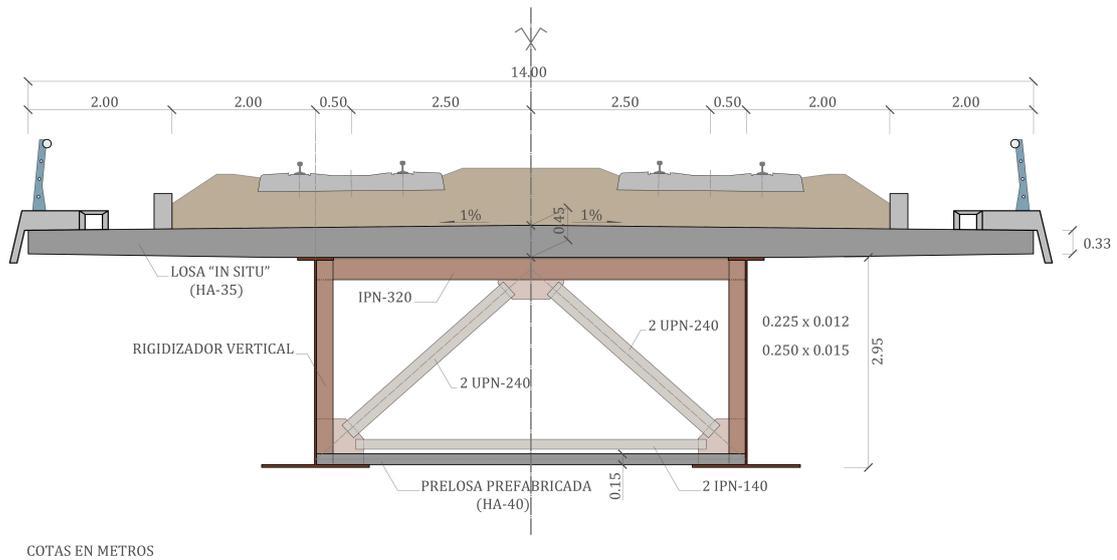


Figura 4.3: Sección tipo en zonas de momentos flectores positivos.

En el estudio del Viaducto de las Piedras [23], se consideró en el diseño la hipótesis conservadora de fisuración total de estas prelasas prefabricadas concluyéndose que su rigidez a torsión era el 12 % de la rigidez correspondiente a una losa continua no fisurada. Sin embargo, el comportamiento en caso de no fisuración se estimó en un 66 % del de una losa continua no fisurada. El análisis dinámico del presente proyecto analizará la influencia de estos posibles cambios en el comportamiento global de la estructura. Para el predimensionamiento, se considera del lado de la seguridad que las prelasas no contribuyen al comportamiento resistente de la sección pero si se tiene en cuenta su peso como si de una losa continua se tratara. Para simular su comportamiento en el *software* *SAP2000* se introduce la prelosa continua modificada con los siguientes coeficientes (en caso de fisuración total de prelasas):

- $f_{11} = 0,001$  , representa el hecho de que las prelasas no colaboran en la flexión longitudinal del puente.
- $f_{12} = f_{22} = 0,12$  adoptados según la pérdida de rigidez comentada en el estudio del Viaducto de las Piedras [23], representan la biela de compresión generada por la flexión contenida en el plano de cada prelosa.

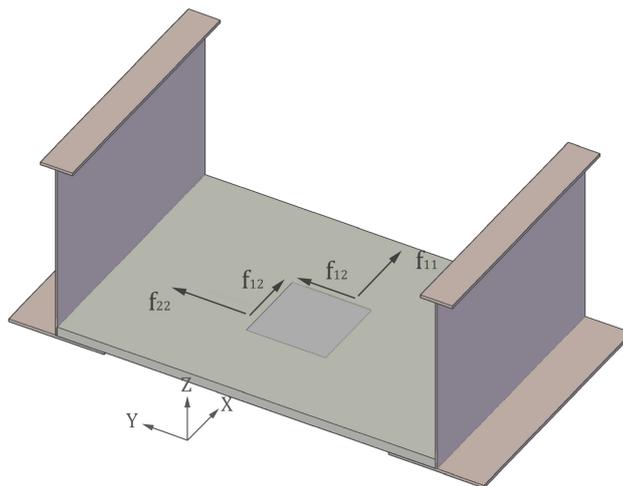


Figura 4.4: Coeficientes  $f_{11}$ ,  $f_{12}$  y  $f_{22}$  para simular el comportamiento discontinuo de las prelosas.

Para tener en cuenta la rigidización metálica adicional necesaria para el buen funcionamiento torsional de la sección en su conjunto, se ha incrementado en un 15% la densidad del acero obteniéndose  $7,85 \cdot 1,15 \simeq 9.1 \text{ ton}/\text{m}^3$ . Este incremento supone el peso adicional que tanto rigidización como otros elementos secundarios tales como soldaduras, tornillos y demás, suponen a la estructura. El predimensionamiento se ha realizado inicialmente en un modelo bidimensional, por lo que el efecto de la rigidización sólo podrá apreciarse en el modelo tridimensional. Se destaca como dato curioso, que tanto el Viaducto de las Piedras [23] como el Viaducto de la Peña de los Enamorados [38] disponen de casi los mismos elementos de rigidización. Esta poca creatividad a la hora del diseño de rigidización en los nuevos viaductos puede ser consecuencia del leve tratamiento que las normas actuales dan al diseño de diafragmas [22]. A continuación, se detalla la rigidización metálica utilizada:

- Diafragmas de alma llena en apoyos (se aligeran con el hueco necesario de paso de personas) de concretamente 50 mm de espesor, respaldados con otros dos diafragmas colocados a un metro de distancia con la idea de que colaboren conjuntamente. En estribos, el espesor necesario será de 25 mm pues los esfuerzos que solicitan la sección son inferiores. Aunque estos tipos de diafragmas son los más robustos, tienen la desventaja de consumir más acero que ningún otro diafragma y dificultar las labores de inspección o mantenimiento aunque se disponga de un hueco para paso de personas (figura 4.5).
- Diafragmas transversales intermedios en celosía, concretamente en "v" invertida cada 8 metros según los criterios de la RPX. Se han colocado perfiles dobles UPN-240 en cada diagonal ( $84,6 \text{ cm}^2$ ). Estos diafragmas facilitan el ensamblaje en obra y disminuyen el peso de acero y volumen de soldadura necesaria respecto a los diafragmas anteriores.

- Perfiles transversales IPN-320 conectados a la losa superior cada dos metros aproximadamente, de forma que un emparrillado mixto hormigón-acero actúa como soporte de la plataforma, con la consiguiente reducción en peso total de losa.
- Aunque la celosía metálica inferior es sustituida por las placas prefabricadas de 15 cm de espesor, es necesaria rigidización metálica inferior para la fase de montaje de la estructura metálica, por lo que se colocan dobles UPN-140. Esta rigidización sólo es útil para la fase de montaje y colabora levemente cuando la sección está construida en su conjunto.
- Rigidización vertical de almas cada 4 metros. No obstante, se ha considerado en el predimensionamiento que el alma resiste un 50 % menos los esfuerzos cortantes con la intención de prever los efectos de pandeo para los que son necesarios estos rigidizadores (realizado en [39]), con el resultado del sobredimensionamiento del alma.

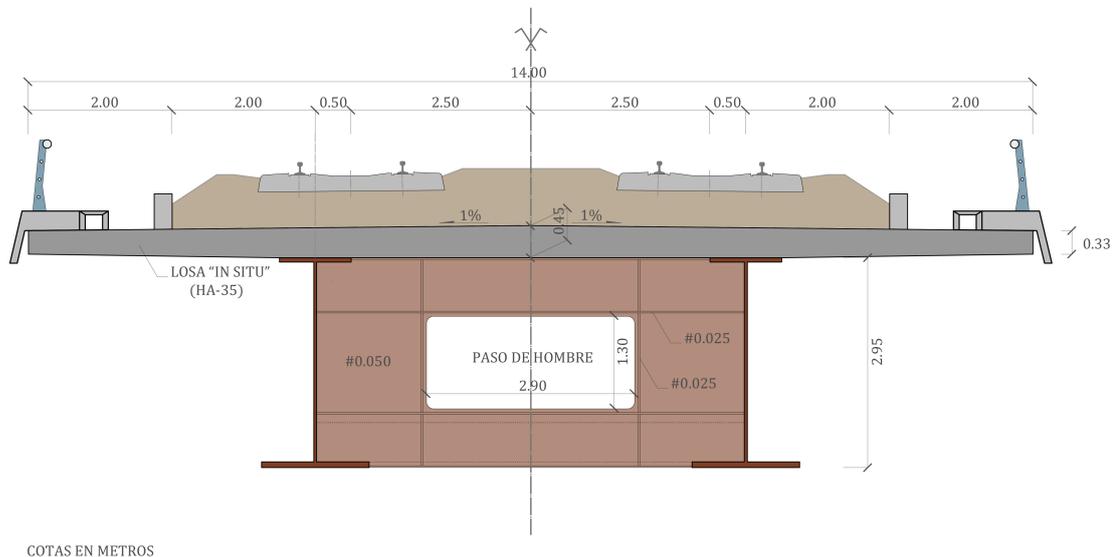


Figura 4.5: Sección con diafragma de alma llena en apoyo.

En cuanto al tema de los apoyos utilizados en cada modelo, si se considera como sistema de coordenadas el eje X longitudinal horizontal, el Y transversal horizontal y el Z vertical:

Para el predimensionamiento inicial, se utiliza un modelo bidimensional (X,Z), en el que se reproduce sólo mitad de la sección del modelo (y mitad de las cargas, por lo tanto). Los apoyos de la estructura sobre estribos y pilas se han modelado mediante apoyos simples verticales dispuestos en las secciones correspondientes. Por lo tanto, hay ocho secciones sobre estribos y pilas, un total de 8 apoyos en la dirección Z y se ha impedido el movimiento en X del apoyo situado en el primer estribo del puente.

En el caso del modelo tridimensional (X,Y,Z), sí se modeliza la estructura completa. Siendo ocho las secciones y dos las vigas, hay un total de 16 apoyos en la dirección Z, cuyos

movimientos se han restringido también en dirección Y. Estos se colocan bajo las vigas metálicas. Como en el modelo bidimensional, se impide el movimiento en la dirección X de los dos apoyos situados en el primer estribo del puente.

La figura 4.6 muestra los puntos vinculados y las direcciones de dichos vínculos:

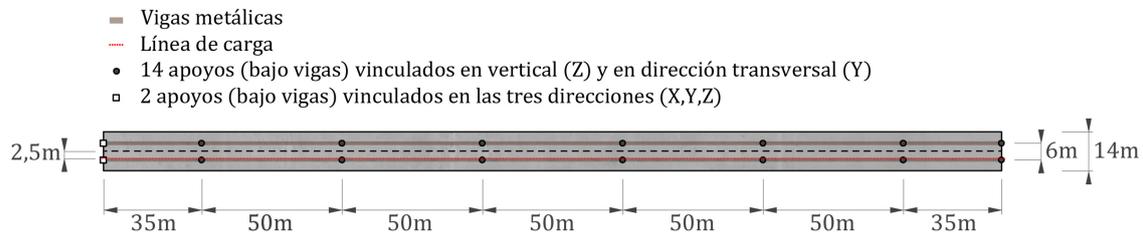


Figura 4.6: Vista en planta. Situación y dirección de los apoyos en el modelo tridimensional.

## 4.2. Acciones para predimensionamiento.

El predimensionamiento se realiza sobre el modelo bidimensional, donde se considera la mitad de la sección. Las cargas a considerar en el modelo son, por tanto, mitad de las totales. Puesto que nos encontramos ante una estructura mixta, si se calcula el módulo de Young “E” del hormigón para  $t=0$  según la EHE [41], se obtienen los siguientes coeficientes de homogeneización “n”:

- Coeficiente de homogeneización para HA-35 en losa superior:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (4.1)$$

$$E_{c1} = 1000 \cdot \sqrt[3]{f_{cm1}} = 35033,98 \text{ N/mm}^2 \quad (4.2)$$

$$n_1 = \frac{E_a}{E_{c1}} = \frac{210000}{35033,98} = 5,994 \quad (4.3)$$

- Coeficiente de homogeneización para HA-40 en losa inferior y prelasas prefabricadas:

$$E_{c2} = 1000 \cdot \sqrt[3]{f_{cm2}} = 36342,41 \text{ N/mm}^2 \quad (4.4)$$

$$n_2 = \frac{E_a}{E_{c2}} = \frac{210000}{36342,41} = 5,778 \quad (4.5)$$

### 4.2.1. Cargas permanentes (G):

1. *Peso propio de estructura metálica:*

Se ha considerado una cuantía de  $300 \text{ kg/m}^2$  tanto para los vanos de 35 como los de 50 metros, fundamentados en los valores de predimensionamiento indicados en la referencia [39], donde a partir de vanos de longitud de 60 metros se opta por cuantías de  $500 \text{ kg/m}^2$ . Como se ha comentado anteriormente, se incrementará el peso de la

cuantía real obtenida en un 15 % para tener en cuenta la rigidización metálica necesaria así como otros elementos secundarios tales como soldaduras, tornillos y demás.

- Peso propio estructura metálica:  $0,3\text{ton}/\text{m}^2 \cdot 14\text{m} = 4,2\text{ton}/\text{m}$

## 2. *Peso propio de hormigón:*

- Losa superior de dimensiones  $0,4 \times 14 \text{ m}^2$  (con la incorporación del bombeo necesario en plataforma, el espesor varía hasta los 45 cm en el eje del tablero y hasta los 33 cm en el borde):  $0,4\text{m} \cdot 14\text{m} \cdot 2,5\text{ton}/\text{m}^3 = 14\text{ton}/\text{m}$
- Prelosas inferiores prefabricadas en zonas de momento flector positivo de dimensiones  $0,15 \times 6 \text{ m}^2$ :  $0,15\text{m} \cdot 6\text{m} \cdot 2,5\text{ton}/\text{m}^3 = 2,25\text{ton}/\text{m}$
- Losa inferior de canto variable desde 15 a 55 cm en zonas de apoyos intermedios. Se estima como longitud de estas zonas el 15 % de la del vano (aproximadamente 5 y 8 metros en vanos de 35 y 50 metros, respectivamente):
  - Peso propio en extremos de losa inferior:  $0,15\text{m} \cdot 6\text{m} \cdot 2,5\text{ton}/\text{m}^3 = 2,25\text{ton}/\text{m}$
  - Peso propio en pila:  $0,55\text{m} \cdot 6\text{m} \cdot 2,5\text{ton}/\text{m}^3 = 8,25\text{ton}/\text{m}$

## 3. *Cargas muertas:*

- Balasto de hasta 60cm de espesor ocupando diez metros de plataforma con taludes 3H:2V, con un área neta (descontando el área de traviesas y carriles) de  $6,136\text{m}^2$  y peso específico  $1,8 \text{ ton}/\text{m}^3$ :  $0,6136\text{m}^2 * 1,8\text{ton}/\text{m}^3 = 11,046\text{ton}/\text{m}$
- Carriles ,suponiendo del lado de la seguridad 70kg/m por carril, en doble vía (4 carriles):  $0,280\text{ton}/\text{m}$
- Traviesas de hormigón monobloque para ancho internacional de 300kg , de longitud 2,6 m, dispuestas cada 0,6m en doble vía:  $0,3\text{ton} \cdot 2/0,6\text{m} = 1\text{ton}/\text{m}$
- Dos muretes guardabalasto de hormigón de dimensiones  $0,25 \times 0,4 \text{ m}^2$ :  $0,2\text{m} \cdot 0,5\text{m} \cdot 2,5\text{ton}/\text{m}^3 = 0,5\text{ton}/\text{m}$
- Aceras y canalizaciones:  $1\text{ton}/\text{m}$  equivalente a una solera de 0,2 metros de hormigón en un metro a ambos lados.
- Barandilla e imposta:  $0,7\text{ton}/\text{m}$  siendo la carga por barandilla de  $0,05\text{ton}/\text{m}/\text{lado}$ .

Lo que supone una carga muerta de valor:  $13,626 \text{ ton}/\text{m}$ .

## 4. *Carga permanente total:*

- Zonas de momento flector positivo:  $q = 4,2 + 14 + 2,25 + 13,626 = 34,076\text{tn}/\text{m} = 17,038\text{tn}/\text{m}/\text{viga}$
- Zonas de momento flector negativo:
  - $q = 34,076\text{tn}/\text{m} = 17,038\text{tn}/\text{m}/\text{viga}$  en extremos.
  - $q = 4,2 + 14 + 8,25 + 13,626 = 40,076\text{tn}/\text{m} = 20,038\text{tn}/\text{m}/\text{viga}$  en apoyos.

Según la EHE [41], las cargas permanentes no variables irán multiplicadas por un coeficiente de seguridad de 1,35.

#### 4.2.2. Acciones variables (Q).

##### 1. Tren de cargas ferroviario:

La carga estática producida por el peso del vehículo ferroviario se asimila a la del tren de cargas UIC71 (figura 4.7), propuesto en la normativa IAPF [1], aplicado en el eje de la vía a nivel de su plano de rodadura. Este vehículo se colocará en la posición que resulte más desfavorable y mediante líneas de influencia, se obtendrán los esfuerzos para el predimensionamiento de la estructura. Como hipótesis del lado de la seguridad, una de las dos vigas metálicas debe soportar sola el tren de cargas.

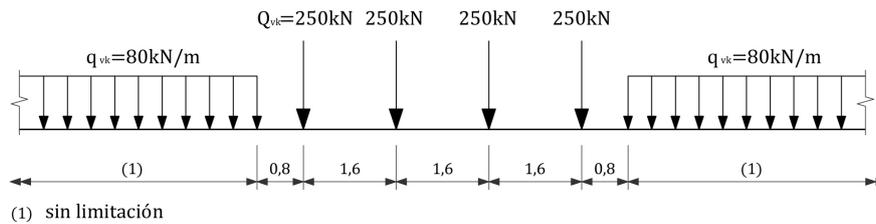


Figura 4.7: Tren de cargas UIC71

Además, las acciones de este tren van multiplicadas por un coeficiente de clasificación  $\alpha = 1,21$  para cumplir las especificaciones técnicas de interoperabilidad impuestas por la IAPF [1]. Según la EHE [41], las acciones variables irán multiplicadas por un coeficiente de seguridad de 1,5.

##### 2. Otras acciones variables:

El objetivo de este proyecto no es el planteamiento de un puente real en una ubicación determinada, sólo se pretende conseguir un modelo válido donde efectuar análisis dinámicos valorando las distintas variantes posibles en el diseño de esta tipología. Es por ello, por lo que no se han considerado otras cargas variables como pueden ser las climáticas (viento o nieve, entre otras) u otras relacionadas con el terreno, dependientes de la ubicación de la estructura.

#### 4.3. Esfuerzos para predimensionamiento:

A efectos de predimensionamiento no se han tenido en cuenta los efectos de la fluencia, retracción ni temperatura. Se supone, en un principio, inercia constante en todo el tablero. En una primera iteración, se han calculado los esfuerzos para dos fases de construcción diferentes:

1. *Esfuerzos para la sección metálica:* Esta situación representa el estado constructivo en el que la estructura metálica tiene que soportar su propio peso y el del hormigón antes

de su fraguado (ya que éste no puede resistir los esfuerzos). Se tienen en cuenta las cargas permanentes, pero no se incluyen cargas muertas. Se ha obtenido:

- Sección de pila más cargada:  $M_d = -3001,99tn \cdot m$  ;  $V_d = 369,01tn$ .
- Sección de centro de vano más cargada:  $M_d = 1571,76tn \cdot m$  ;  $V_d \sim 0$ .
- Sección en estribos:  $M_d \sim 0$  ;  $V_d = 168,81tn$ .

2. *Esfuerzos para la sección mixta:* En esta situación, el conjunto acero- hormigón ahora resiste conjuntamente. Se considera, en este caso, la totalidad de las cargas permanentes. Mediante líneas de influencia, se ha colocado el tren de cargas (acción variable) en las posiciones más desfavorables obteniéndose los siguientes resultados:

- Sección de pila más cargada:  $M_d = -9350,17tn \cdot m$  ;  $V_d = 1109,52tn$ .
- Sección de centro de vano más cargada:  $M_d = 6163,808tn \cdot m$  ;  $V_d \sim 0$ .
- Sección en estribos:  $M_d \sim 0$  ;  $V_d = 609,45tn$ .

Las características del acero S355 varían en función del espesor de placa. Así, según el Eurocódigo [42]:

ACERO S355	$f_y$ (N/m <sup>2</sup> )	$f_u$ (N/m <sup>2</sup> )
Espesor $t \leq 40mm$	355	510
Espesor $40mm \leq t \leq 80mm$	335	510

Tabla 4.1: Resistencias del acero S-355 en función del espesor según el Eurocódigo

#### 4.4. Predimensionamiento

##### Predimensionamiento de la sección 1: apoyo en pilas.

El cortante no supone el cincuenta por ciento del cortante de agotamiento plástico por lo que se desprecia su interacción con flexión. Del lado de la seguridad, se considera que sólo las alas contribuyen en la resistencia a flexión, despreciando la resistencia que ofrecen las almas.

- *Ala inferior:*

$$A_{alainf} \geq \frac{M_d}{z \cdot \frac{f_y}{1,1}} = \frac{9350,17 \cdot 9810}{3,15 \cdot \frac{355}{1,1}} = 90228,20mm^2$$

Área a la que se va a sumar un 25 % para considerar una reserva frente a fluencia, retracción y gradiente térmico. Si se coloca un espesor superior a 40 mm:

$$A_{alainf} \geq 90228,20 \cdot 1,25 \cdot \frac{355}{335} = 119518,70mm^2 \rightarrow \boxed{(80 \times 1500mm)} \quad (4.6)$$

- *Alma:*

Se ha considerado en el predimensionamiento que el alma resiste un 50 % menos el cortante con la intención de preveer los efectos de pandeo. Se coloca un espesor de 40 mm:

$$\tau_d = \frac{V}{b \cdot t_w} = \frac{11095,2 \cdot 1000}{2950 \cdot 40} = 94,027 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{0,5 \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot 1,1} \longrightarrow \boxed{\# 40 \text{ mm}} \quad (4.7)$$

La condición de esbeltez del alma:  $\frac{b}{t_w} \leq 160$  se Cumple sin problemas.

■ *Armaduras de losa superior traccionada:*

Se utiliza armadura pasiva B500S. En inicio, se considera una cuantía del 1 % a repartir entre cara superior e inferior. Si se considera mitad de la sección:

$$A_{armaduras} \geq \frac{600 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{100} = 240 \text{ cm}^2$$

Se coloca  $\phi 20$  cada 15 cm en cara superior e inferior  $\longrightarrow A_{armaduras} = 251 \text{ cm}^2$ .

■ *Ala superior:*

Para su cálculo, se han considerado tanto la fase de construcción como la de puente terminado:

1. Fase de construcción:

$$A_{alasalup} \geq \frac{3001,99 \cdot 9810}{2,95 \cdot \frac{335}{1,1}} = 30932,89 \text{ mm}^2$$

Si se coloca un espesor superior a 40 mm:

$$A_{alasalup} \geq 30932,89 \cdot \frac{355/335}{1,1} = 32779,63 \text{ mm}^2 \longrightarrow 60 \times 600 \text{ mm}$$

2. Fase de puente terminado: Se tienen en cuenta dos comprobaciones de puente terminado. Además, como se ha comentado anteriormente, no se introduce la capacidad compresiva de la losa inferior con el objetivo de sobredimensionar la estructura metálica puesto que el análisis dinámico se hará sobre el modelo con y sin doble acción mixta. Así:

•  $C_{alainf} \geq (T_{armaduras} + T_{alasalup}) \longrightarrow \text{Cumple}$

Dónde:

○  $C_{alainf} = 80 \cdot 1600 \cdot \frac{335}{1,1} \cdot \frac{1}{1000} = 38981,818 \text{ kN}$

○  $T_{armaduras} = 251 \cdot \frac{5100}{1,15} \cdot \frac{9,81}{1000} = 10919,809 \text{ kN}$

○  $T_{alasalup} = 60 \cdot 600 \cdot \frac{335}{1,1} \cdot \frac{1}{1000} = 10963,63 \text{ kN}$

•  $(T_{armaduras} + T_{alasalup}) \geq \frac{M_d}{z} = \frac{9337,39 \cdot 9,81}{3,15} = 29079,3 \text{ kN} \longrightarrow \text{No Cumple}$

Se necesita un ala superior con mayor capacidad a tracción:

$$T_{alasalup} \sim 18159,49 \text{ kN} \longrightarrow \boxed{60 \times 1000 \text{ mm}} \quad (4.8)$$

Predimensionamiento de la sección 2: centro de vano y estribos.

■ *Ala inferior:*

$$A_{alainf} \geq \frac{6163,808 \cdot 9810}{3,15 \cdot \frac{355}{1,1}} = 59419,49mm^2 \rightarrow \boxed{40x1500mm} \quad (4.9)$$

No se aumenta en este caso en un 25 % el área del ala inferior pues el alma traccionada contribuye bastante en la resistencia a flexión. Se escoge una anchura de 1500 mm por continuidad geométrica.

En cuanto a las prelosas prefabricadas, se ha considerado que sólo ayudan en el comportamiento torsional por lo que no se tienen en cuenta para la resistencia a flexión de la sección.

■ *Alma:*

Puesto que el cortante en centro de vano es casi nulo, se dimensiona el alma con el cortante en estribos. De esta forma, se tiene una mayor reserva para abolladura. Si se utiliza un espesor de 25 mm:

$$\tau_d = \frac{V}{b \cdot t_w} = \frac{6094,5 \cdot 1000}{2850 \cdot 25} = 89,33N/mm^2 \leq \frac{0,5 \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot 1,1} \rightarrow \boxed{\# 25 \text{ mm}} \quad (4.10)$$

La condición de esbeltez del alma en estribos:  $\frac{b}{t_w} \leq 240$  se Cumple sin problemas.

- *Ala superior:* Se han dimensionado sólo en la fase de construcción, pues en la fase de puente terminado la losa superior resistirá las compresiones:

$$A_{alasalup} \geq \frac{1571,76 \cdot 9810}{2,95 \cdot \frac{355}{1,1}} = 16179,11mm^2 \rightarrow \boxed{40x500mm} \quad (4.11)$$

Los resultados se resumen en la siguiente guitarra de predimensionamiento:



Figura 4.8: Guitarra de predimensionamiento de la estructura metálica. Iteración 1.

### Cuantía de acero real:

A continuación se estima el peso real de acero utilizado. La longitud total de las zonas de momentos flectores negativos y positivos son de 90m y 230m, respectivamente. Si se observa la guitarra de predimensionamiento de la figura anterior:

- *Peso acero ala superior:*  $[(0,04 \cdot 0,5) \cdot 230 + (0,06 \cdot 1) \cdot 90] \cdot 2vigas \cdot 7,85ton/m^3 = 157ton$
- *Peso acero alma:*  $[(0,025 \cdot 2,87) \cdot 230 + (0,04 \cdot 2,81) \cdot 90] \cdot 2vigas \cdot 7,85ton/m^3 = 417,91ton$
- *Peso acero ala inferior:*  $[(0,04 \cdot 1,6) \cdot 230 + (0,08 \cdot 1,6) \cdot 90] \cdot 2vigas \cdot 7,85ton/m^3 = 411,97ton$
- *Rigidización:* se incrementa en un 15 % la suma de los pesos anteriores: 148,03ton

Se obtiene, por tanto, una cuantía real de:

$$\frac{(157 + 417,91 + 411,97 + 148,03)}{14 \cdot 320} \sim 0,2533ton/m^2 \quad (4.12)$$

Cuantías del orden ( $267,82kg/m^2$ ) pueden verse en viaductos reales como el Viaducto de las Piedras [23]. Al no ser superior a la utilizada para el predimensionamiento ( $0,3ton/m^2$ ), no hará necesaria la repetición del proceso.

### Dimensionamiento de los diafragmas

#### 1. *Diafragmas intermedios:*

Se ha optado por la utilización de diafragmas en celosía, concretamente en “v” invertida. Para su dimensionamiento se ha seguido el criterio de la RPX-95 [40], la cual establece tres condiciones para diafragmas intermedios:

- *Condición geométrica:* Se recomienda que la distancia entre diafragmas no supere cuatro veces el canto del cajón:  $L_d \leq 4 * 2,95 \sim 12$ . Sin embargo, se exige la presencia por vano de cuatro rigidizadores intermedios como mínimo. Es por ello, que se ha optado por una separación de  $L_d = 8m$ .
- *Condición de resistencia:* Para dimensionar los diafragmas con capacidad suficiente, se ha aislado el elemento estructural y se han aplicado en la  $L_d = 8m$  las cargas excéntricas que solicitan al diafragma. Las barras del diafragma se dimensionan para el estado de distorsión representado en la siguiente figura:

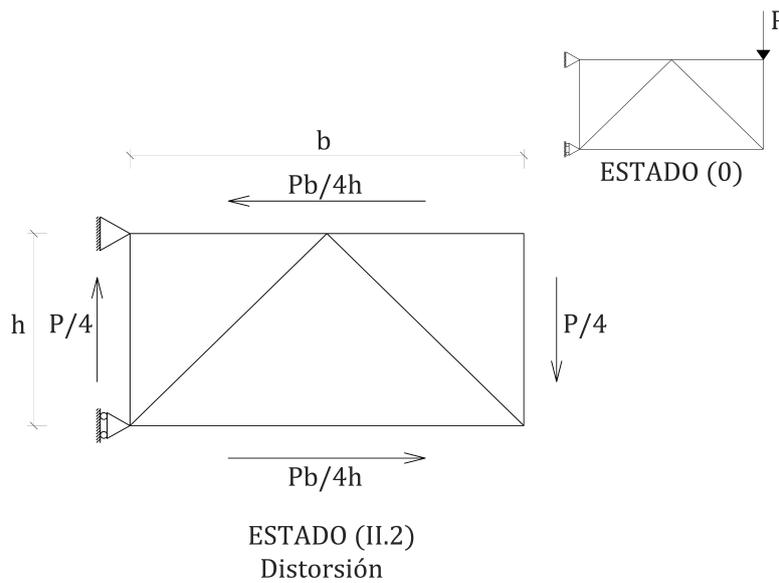


Figura 4.9: Estado de distorsión para el dimensionamiento de los diafragmas por resistencia.

Donde  $b = 6m$  es el ancho del cajón,  $h = 2,95m$  es la altura y  $P$  la carga torsora, que se ha calculado de la siguiente forma:

$$P = \frac{(P_{tren} + P_{balasto} + P_{via}) \cdot 2,5m + P_{murete} \cdot 5,5m + P_{ac,bar,imposta} \cdot 6,5m}{3m} \sim 1720,75kN \quad (4.13)$$

Donde, para  $L_d = 8m$ :

$$P_{tren} = 1,21 \cdot (4ejes \cdot 250kN + 80kN/m \cdot 1,6m) = 1364,88kN$$

$$P_{balasto} = 10,83kN/m^2 \cdot 5m \cdot 8m = 433,2kN$$

$$P_{via} = 6,278kN/m \cdot 8m = 50,22kN$$

$$P_{murete} = 2,4525kN/m \cdot 8m = 19,62kN$$

$$P_{ac,bar,imposta} = 8,3385kN/m \cdot 8m = 66,7kN$$

El resultado de este dimensionamiento es la colocación de perfiles dobles UPN-240 en cada diagonal ( $84,6cm^2$ ).

- Condición de rigidez: Se le exige a los diafragmas un comportamiento lo suficientemente rígido para provocar el giro torsional de la sección manteniendo la geometría inalterada, de forma que el flujo de tensiones tangenciales se difundan por el resto de la estructura. La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\frac{K_d}{K_{dw} \cdot L_d} \geq 1500 \quad (4.14)$$

Donde  $K_d$  es la rigidez del diafragma,  $K_{dw}$  es la rigidez del cajón y  $L_d$  la longitud entre diafragmas.

Esta comprobación en este proyecto no tiene sentido, pues las dimensiones de las paredes del cajón son superiores a las de un cajón "estricto". Que el cajón tenga una mayor rigidez distorsional provoca que para que se cumpla la comprobación, el diafragma deba tener también una rigidez mayor, lo que exige diafragmas muy potentes. Por lo tanto, en este caso, se opta por el dimensionamiento por resistencia, dejando patente la insuficiencia de criterios de dimensionamiento de rigidizadores en la mayoría de normas actuales para puentes con doble acción mixta.

## 2. Diafragmas de apoyo:

El dimensionamiento por resistencia de estos diafragmas se realiza de la misma forma que los anteriores, con la diferencia de que también deben transferir las reacciones del apoyo. Aparte del diafragma de alma llena en el apoyo de 50 mm, se han colocado dos diafragmas a ambos lados (a un 1 m de distancia) de 40 mm con la respectiva rigidización (25mm) que rodea el hueco de paso de hombre. De esta forma, el entramado colabora conjuntamente:

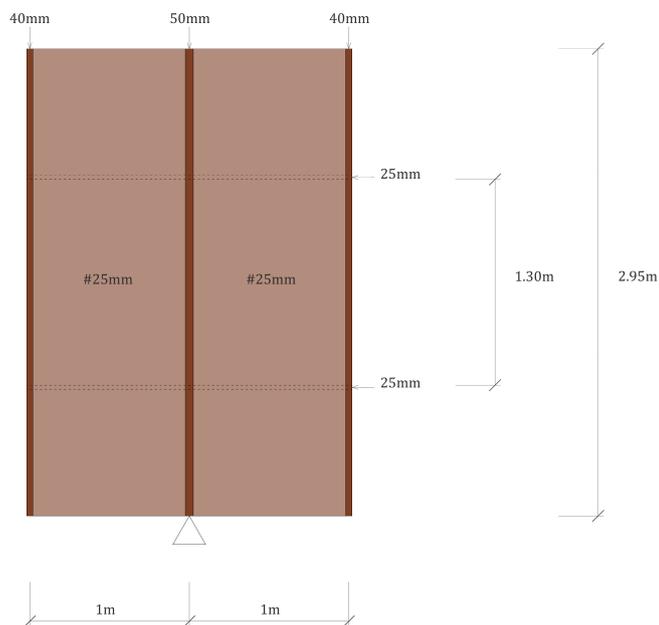


Figura 4.10: Colocación de diafragmas de alma llena en apoyos.

Se ha optado por el uso de diafragmas de alma llena ya que son más rígidos por naturaleza que los de celosía y se presenta como condición necesaria que la rigidez de

diafragmas de apoyo sea superior a la de los intermedios. Si se compara la rigidez, según la RPX [40]:

$$K_{dapoyos} > K_{dintermedios} \quad (4.15)$$

Dónde:

$$K_{dapoyos} = G \cdot t_d \cdot A_d = 8100 \cdot 50 \cdot (2950 \cdot 6000 - 1300 \cdot 2900) \sim 5,641 \cdot 10^{13} \cdot N \cdot mm \quad (4.16)$$

$$K_{dintermedios} = \frac{E \cdot A_{diagonal} \cdot b^2 \cdot h^2}{2 \cdot l_{diagonal}^3} = \frac{210000 \cdot 8640 \cdot 2950^2 \cdot 6000^2}{2 \cdot (\sqrt{3000^2 + 2950^2})^3} \sim 3,816 \cdot 10^{12} N \cdot mm \quad (4.17)$$

## 4.5. E.L.S.

### 4.5.1. Acciones para E.L.S.

Para la comprobación a estados límites de servicio, se han tenido en cuenta las siguientes acciones:

#### 1. Cargas permanentes:

- Estructura metálica:  $\gamma=7,85 \text{ t/m}^3$  con una cuantía real de  $0,2533 \text{ ton/m}^2$  incluyendo rigidizadores  $\rightarrow 1,7 \text{ ton/m/viga}$
- Hormigón:
  - Zonas sobre apoyos intermedios: Losa superior:  $7 \text{ ton/m/viga}$ . Losa inferior: variable desde  $1,125 \text{ ton/m/viga}$  en extremos a  $4,125 \text{ ton/m/viga}$  en apoyos.
  - Zonas de centro de vano y estribos: Losa superior:  $7 \text{ ton/m/viga}$ . Prelosas inferiores:  $1,125 \text{ ton/m/viga}$ .
- Carga muerta:  $6,813 \text{ ton/m/viga}$

Para la verificación de E.L.S. se va a tener cuenta que tanto la losa inferior en zona de apoyos como prelasas prefabricadas pesan pero no ayudan al comportamiento resistente de la sección, estando del lado de la seguridad

#### 2. Sobrecarga de uso: Tren de cargas UIC 71 actuando sobre una única viga.

#### 3. Acción térmica: (Según 2.3.9. IAPF, [1])

Se asume una diferencia de temperatura de  $\pm 18$  entre hormigón y acero.

#### 4. Retracción: Se admite que la losa inferior en zona de apoyos puede retraerse libremente sin generar esfuerzos, por lo que sólo se supone retracción en la losa continua superior. Se considera una deformación por retracción a 100 años (*vida útil*) para un hormigón HA-35, pudiéndose calcular en cualquier momento de la vida útil de la estructura según la EHE [41]:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \rightarrow \epsilon_{c\infty} \sim -3,5 \cdot 10^{-4} \quad (4.18)$$

Dónde:

$\epsilon_{cd}$ : Deformación de retracción por secado.

$\epsilon_{ca}$ : Deformación de retracción autógena.

5. *Fluencia:*

Se ha considerado un coeficiente de fluencia de valor:  $\varphi = 2$

Para tener en cuenta la fluencia, se siguen las normas de buena práctica propuestas por la RPX [40] en las que se introduce en el cálculo a través de los coeficientes de equivalencia para homogeneización de secciones:

- Estructura sometida a carga muerta a tiempo 0 y efectos de el incremento de temperatura  $\rightarrow n = 5,994$
- Estructura sometida a carga muerta a 100 años  $\rightarrow n = 17,97$

$$n_{\infty} = \frac{E_a}{E_{c\infty}} = \frac{210000}{\frac{35053,98}{1+\varphi}} = 17,97 \quad (4.19)$$

- Efectos isostáticos y efectos de la retracción  $\rightarrow n = 13,18$

$$n_{ret} = \frac{E_a}{E_{c_{ret}}} = \frac{210000}{\frac{35053,98}{1+0,6 \cdot \varphi}} = 13,18 \quad (4.20)$$

6. *Consideración de la fisuración:*

Si se observa la RPX [40], si la relación de luces del puente es superior a 0,6 (en este caso 0,7) el efecto de la fisuración se puede tener en cuenta considerando la inercia fisurada en una longitud del 15% de la luz a cada lado de los apoyos interiores. Esta longitud coincide con la zona en la que se ha dispuesto la doble acción mixta, lo que simplifica los cálculos.

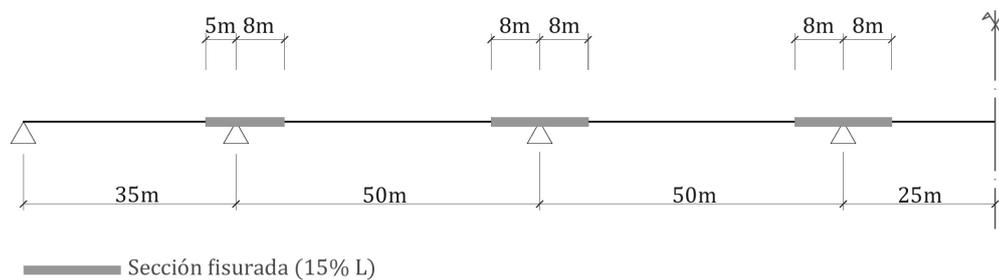


Figura 4.11: Secciones con losa superior fisurada en E.L.S..

#### 4.5.2. Características mecánicas de las secciones

Según la RPX [40], para la verificación de E.L.S. debe considerarse una reducción en la anchura de losa y alas (anchos eficaces) en las secciones características según lo siguiente coeficiente:

- Coeficientes de obtención del ancho eficaz de losa:

$$\psi_{el,4} = \left[ 0.55 + 0.025 \cdot \frac{L}{b} \right] \cdot \psi_1^* = 0,749 \quad (4.21)$$

$$\psi_{el,1}^* = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \left(\frac{b}{L}\right)^2} = 0,9388 \quad (4.22)$$

$$\psi_{el,2} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{b}{L}\right) + 1.6 \cdot \left(\frac{b}{L}\right)^2} = 0,5322 \quad (4.23)$$

$$\psi_{el,1} = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \left(\frac{b}{L}\right)^2} = 0,955 \quad (4.24)$$

- Coeficientes de obtención del ancho eficaz de alas metálicas:

No se llevan a cabo reducciones eficaces en las alas metálicas, salvo en las alas de la zona de apoyos (doble acción mixta) donde:

$$\frac{b}{L} = \frac{1,5}{21,25} \cdot \frac{1}{2} = 0,035 > \frac{1}{20} \rightarrow \psi_{el,2} = 0,8238 \quad (4.25)$$

La aplicación de estos coeficientes da lugar a pasar de utilizar dos secciones obtenidas en el predimensionamiento a cinco secciones para los E.L.S.:

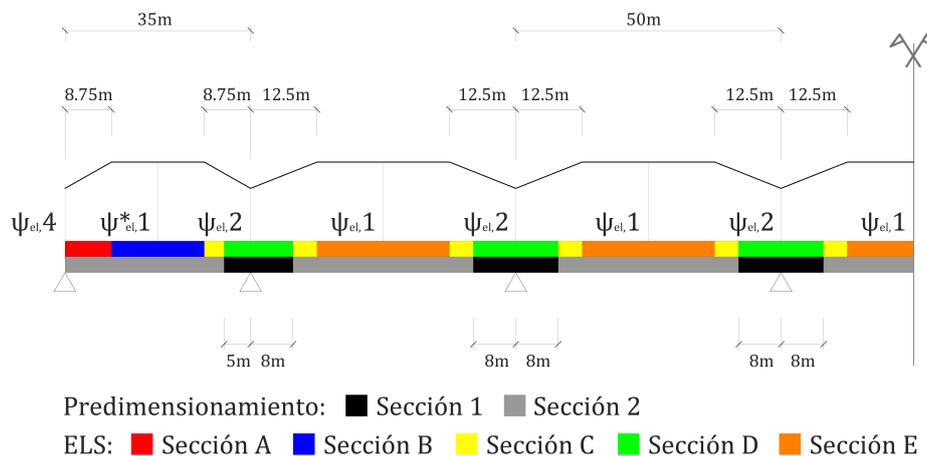


Figura 4.12: Coeficientes eficaces y secciones para E.L.S..

Las características mecánicas de cada sección se detallan a continuación:

Sección A	S. Metálica	n=5,994	n=13,18	n=17,97	S. Fisurada
Área ( $m^2$ )	0,1517	0,4516	0,2881	0,2517	0,1701
Inercia ( $m^4$ )	0,1963	0,6273	0,5025	0,4531	0,2687
Ws ( $m^3$ )	0,1056	0,7035	0,3913	0,3145	0,1356
Wi ( $m^3$ )	0,1798	0,2552	0,2432	0,2373	0,2038
v ( $m$ )	1,8585	0,8916	1,2841	1,4407	1,9815
v' ( $m$ )	1,0915	2,4583	2,0658	1,9092	1,3184

Tabla 4.2: Características mecánicas de la sección A.

Sección B	S. Metálica	n=5,994	n=13,18	n=17,97	S. Fisurada
Área ( $m^2$ )	0,1517	0,5276	0,3226	0,2771	0,1748
Inercia ( $m^4$ )	0,1963	0,6594	0,5392	0,4888	0,2847
Ws ( $m^3$ )	0,1056	0,8325	0,4616	0,3683	0,1474
Wi ( $m^3$ )	0,1798	0,2578	0,2471	0,2416	0,2081
v ( $m$ )	1,8585	0,7920	1,1680	1,3272	1,9316
v' ( $m$ )	1,0915	2,5579	2,1819	2,0227	1,3683

Tabla 4.3: Características mecánicas de la sección B.

Sección C	S. Metálica	n=5,994	n=13,18	n=17,97	S. Fisurada
Área ( $m^2$ )	0,1411	0,3542	0,2381	0,2122	0,1542
Inercia ( $m^4$ )	0,1832	0,5184	0,4094	0,3692	0,2321
Ws ( $m^3$ )	0,1030	0,5245	0,2982	0,2435	0,1186
Wi ( $m^3$ )	0,156	0,2195	0,2071	0,2013	0,1729
v ( $m$ )	1,7783	0,9883	1,3731	1,5159	1,9572
v' ( $m$ )	1,1718	2,3616	1,9769	1,8341	1,36427

Tabla 4.4: Características mecánicas de la sección C.

Sección D	S. Metálica	n=5,994	n=13,18	n=17,97	S. Fisurada
Área ( $m^2$ )	0,2712	0,4843	0,3681	0,3423	0,2843
Inercia ( $m^4$ )	0,3921	0,8142	0,6442	0,5909	0,4379
Ws ( $m^3$ )	0,2342	0,6515	0,4075	0,3506	0,2262
Wi ( $m^3$ )	0,3073	0,3876	0,3641	0,3549	0,3211
v ( $m$ )	1,6742	1,2496	1,5809	1,6851	1,9362
v' ( $m$ )	1,2757	2,1003	1,7691	1,6648	1,3637

Tabla 4.5: Características mecánicas de la sección D.

Sección E	S. Metálica	n=5,994	n=13,18	n=17,97	S. Fisurada
Área ( $m^2$ )	0,15175	0,5341	0,3256	0,2792	0,1752
Inercia ( $m^4$ )	0,1963	0,661	0,5420	0,4916	0,2860
Ws ( $m^3$ )	0,1056	0,8431	0,4675	0,3728	0,1484
Wi ( $m^3$ )	0,1798	0,2579	0,2474	0,2420	0,2084
v (m)	1,8585	0,7848	1,1592	1,3185	1,9275
v' (m)	1,0914	2,5651	2,1907	2,0314	1,3724

Tabla 4.6: Características mecánicas de la sección E.

#### 4.5.3. Modelos de cálculo.

##### Esquema seccional y modelos de cálculo.

Las características mecánicas para cada sección tipo y caso de carga considerado, se exponen en la tabla siguiente:

Acción	A	B	C	D	E
P.P. estructura metálica	M	M	M	M	M
P.P. hormigón	M	M	M	M	M
Carga muerta t=0	n=5,994	n=5,994	n=5,994	F	n=5,994
Carga muerta t=100	n=17,97	n=17,97	n=17,97	F	n=17,97
Sobrecarga de uso	n=5,994	n=5,994	n=5,994	F	n=5,994
Acción térmica	n=5,994	n=5,994	n=5,994	F	n=5,994
Retracción	n=13,18	n=13,18	n=13,18	F	n=13,18

M=sección metálica, F=sección fisurada

Tabla 4.7: Secciones de cálculo

Se consideran cuatro modelos de cálculo distintos:

- Modelo 1  $\mapsto$  PP. estructura metálica + hormigón.
- Modelo 2  $\mapsto$  Carga muerta t=0 , sobrecarga de uso y acción térmica.
- Modelo 3  $\mapsto$  Carga muerta t=100 años.
- Modelo 4  $\mapsto$  Retracción.

##### Cálculo de los esfuerzos de retracción.

Para su cálculo se adoptan los criterios simplificados del Eurocódigo 4 EN-1994.2 los cuales consideran:

1. La losa sólo retrae donde está comprimida.
2. En la zona fisurada no se considera la presencia del hormigón.

Se obtienen los esfuerzos en el modelo de cálculo 4 mediante la expresión:

$$N = A_{cef} \cdot \epsilon_{ret} \left[ \frac{Ec}{1 + 0.6\varphi} \right] \quad (4.26)$$

Así:

- $N_1 = 0,7497 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{3571252}{(1+0,6 \cdot 2)} = 1022,267ton$
- $N_2 = 0,9397 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{3571252}{(1+0,6 \cdot 2)} = 1281,346ton$
- $N_3 = 0,5327 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{3571252}{(1+0,6 \cdot 2)} = 726,373ton$
- $N_4 = N_2 = 1281,346ton$
- $N_5 = 0,9559 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{3571252}{(1+0,6 \cdot 2)} = 1303,435ton$

A los que se asocian momentos flectores debidos al brazo existente entre el eje de la losa y el centro de gravedad de la sección:

- $M_1 = N_1 \cdot (v - 0,2) = 1108,277ton \cdot m$
- $M_2 = N_2 \cdot (v - 0,2) = 1240,373ton \cdot m$
- $M_3 = N_3 \cdot (v - 0,2) = 852,104ton \cdot m$
- $M_4 = N_4 \cdot (v - 0,2) = 1503,139ton \cdot m$
- $M_5 = N_5 \cdot (v - 0,2) = 1250,327ton \cdot m$

#### Cálculo de la acción térmica.

El cálculo de los efectos térmicos, al igual que la retracción, se lleva a cabo con la consideración del fenómeno como una deformación diferencial entre losa y estructura metálica:

$$\Delta\epsilon = \pm\alpha \cdot \Delta T = \pm 10^{-5} \cdot 18^\circ \quad (4.27)$$

Deformación que, una vez aplicada al modelo de cálculo 2, arroja los siguientes resultados en esfuerzos:

- $N_1 = 0,7497 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \cdot 3571252 = 1156,623ton$
- $N_2 = 0,9397 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \cdot 3571252 = 1449,751ton$
- $N_3 = 0,5327 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \cdot 3571252 = 821,839ton$
- $N_4 = N_3$
- $N_5 = N_2$
- $N_6 = 0,9559 \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \cdot 3571252 = 1474,744ton$
- $M_1 = N_1 \cdot (0,8916 - 0,2) = 799,972ton \cdot m$
- $M_2 = N_2 \cdot (0,7920 - 0,2) = 858,293ton \cdot m$

- $M_3 = N_3 \cdot (0,9884 - 0,2) = 647,926ton \cdot m$
- $M_4 = N_4 \cdot (1,9362 - 0,2) = 1426,901ton \cdot m$
- $M_5 = N_5 \cdot (0,9884 - 0,2) = 1142,962ton \cdot m$
- $M_6 = N_5 \cdot (0,7848 - 0,2) = 862,487ton \cdot m$

#### 4.5.4. Verificación de los E.L.S.

Se entiende que el tratamiento más racional acorde a la globalidad del proyecto es aplicar, siempre que sea posible, la normativa española en el ámbito de puentes mixtos. Sin embargo, no existe una normativa específica aplicable al ámbito de puentes mixtos de ferrocarril, por lo que la referencias más próximas son las Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras, RPX-95 [40] donde el problema dinámico no es importante y la Instrucción de acciones para puentes de ferrocarril, IAPF-2007 [1] que no es específica de puentes mixtos. Por lo tanto, siempre que no haya un E.L.S. de la RPX que se vea alterado por una de las comprobaciones de la IAPF, se aplicará esta normativa.

1. IAPF [1]: Estos E.L.S. van a ser tratados en el “Capítulo 5: Análisis dinámico” pues las limitaciones que se dan son con aceleraciones y flechas dinámicas y el objetivo de este presente capítulo es la validación estática de la estructura.

- Aceleración vertical del tablero:

$$a_{max} \leq 0,35g \sim 3,5m/s^2 \quad (4.28)$$

- Deformación del tablero:

$$f_{max} \leq \frac{L}{600} \sim 83,33mm(L = 50m) \quad (4.29)$$

$$\theta_{1max} + \theta_{2max} \leq 10 \cdot 10^{-3}rad \quad (4.30)$$

Donde  $\theta_{1max}$  y  $\theta_{2max}$  son los giros máximos a ambos lados de un apoyo.

$$\theta_{max} \leq 6,5 \cdot 10^{-3}rad \quad (4.31)$$

Donde  $\theta_{max}$  es el giro entre tablero y estribo.

- Alabeo del tablero:

$$t \leq 1,5 \cdot \beta mm/3m \sim 1,5mm/3m(v > 220km/h) \quad (4.32)$$

- Estado límite para el confort de usuarios: Donde se establecen limitaciones en el confort de los usuarios en función del cociente entre longitud de vano y deformación vertical máxima  $L/\delta_{max}$ .
2. RPX [40]: Estos estados límite son tratados en este capítulo con el objetivo de la validación estática de la estructura.
    - Estado límite de deformación vertical: Este estado límite es sustituido por el E.L.S de la IAPF cuyo tratamiento es dinámico. Sin embargo, según el Eurocódigo, si las aceleraciones son importantes los desplazamientos dinámicos no lo van a ser. Como se verá más

adelante en este caso práctico, las aceleraciones son más importantes por la rigidez de la estructura y los desplazamientos dinámicos serán inferiores a los estáticos, por ello, se ha realizado esta comprobación por la RPX (estático).

- Estado límite de deformaciones del alma.
- Estado límite de plastificaciones locales.
- Estado límite de fisuración de la losa superior.

La validación estática de la estructura ha sido satisfactoria y se detalla en los siguientes subapartados.

Estado límite de deformaciones (RPX).

1. *Determinación de la contraflecha:*

Se determinará la contraflecha necesaria para que tras la aplicación de la carga permanente resulte una geometría acorde con la rasante inicialmente prevista en proyecto. Según las recomendaciones de la RPX [40], se define la rasante como un valor intermedio entre la flecha provocada por las acciones a tiempo  $t=0$  y una parte de la variación de la flecha  $\Delta f_{dif}$  entre la situación inicial y final. Para la situación permanente en el vano cuatro (vano central de 50 metros):

$$t = 0 \mapsto f_0 = 32,9mm + 10,7mm = 43,6mm \quad (4.33)$$

$$t = 100 \mapsto f_0 + \Delta f = 43,6mm + (12,4mm - 10,7mm) + \delta_{retr} = 45,3 + 8,4 = 53,7mm \quad (4.34)$$

Cuya contraflecha sería:  $\frac{43,6+53,7}{2} = 48,65mm$ . Con esta contraflecha, la flecha real a los 100 años (sin tener en cuenta las asociadas a la sobrecarga y temperatura) sería sólo de:  $53,7 - 48,65 = 5,05mm$ .

De este mismo modo se han calculado las flechas en los tres primeros vanos:

	Vano 1 (35m)	Vano 2 (50m)	Vano 3 (50m)
<b>Flecha estruct.metálica + losa (mm)</b>	13,3	38,9	28,6
<b>Flecha carga muerta t=0 (mm)</b>	3,6	12,2	10,1
<b>Flecha carga muerta t=100 (mm)</b>	4,4	14,2	11,5
<b>Flecha retracción (mm)</b>	9,2	7,1	8,9
<b>Contraflecha (mm)</b>	21,9	55,65	43,85

Tabla 4.8: Flechas estáticas y contraflechas por vano.

Si se calculan las flechas reales y se compara con los límites aconsejados:

- Para el vano lateral de 35m:

$$\frac{L}{1500} = \frac{35000}{1500} = 23,3mm > 26,9 - 21,09 = 5,81mm \quad (4.35)$$

- Para el vano central:

$$\frac{L}{1500} = \frac{50000}{1500} = 33,33mm > 53,7 - 48,65 = 5,05mm \quad (4.36)$$

2. Control de las flechas de la sobrecarga:

A continuación, se exponen las flechas asociadas a sobrecargas de uso y acciones térmica en el vano 1 (35 metros) y en el vano 4 (50 metros) pues es donde la flecha es más desfavorable:

	Vano 1 (35m)	Vano 4 (50m)
<b>Flecha sobrecarga (mm)</b>	16,5	45,7
<b>Flecha temperatura (mm)</b>	2,9	3,9

La combinación frecuente es un 50 % de esta flecha de sobrecarga.

La combinación característica es el 50 % y la combinación frecuente un 20 % de esta flecha de temperatura.

Tabla 4.9: Flechas estáticas asociadas a la sobrecarga de uso y a la temperatura.

Debe cumplirse para la fecha de sobrecarga:

- Para el vano lateral de 35m:

$$\delta_{frecuente} = 0,5 \cdot 16,5mm = 8,25mm < \frac{L}{1000} = \frac{35000}{1000} = 35mm \quad (4.37)$$

- Para el vano central:

$$\delta_{frecuente} = 0,5 \cdot 45,7mm = 22,85mm < \frac{L}{1000} = \frac{50000}{1000} = 50mm \quad (4.38)$$

Como ya se ha comentado, este estado límite no es de mucha utilidad a falta del análisis dinámico.

Estado límite de deformaciones del alma (RPX).

Las recomendaciones referentes al estado límite de deformaciones del alma limitan la esbeltez de las almas:

- Vano central  $\rightarrow \frac{b}{tw} \leq 240$
- Apoyo de vigas continuas  $\rightarrow \frac{b}{tw} \leq 160$

Proporciones que en la estructura de estudio y los casos más desfavorables de zona central y apoyo de vigas respectivamente:

- $b = 2,87m; t = 0,025m; \frac{2,87}{0,025} = 114,8 \leq 240$
- $b = 2,81m; t = 0,04m; \frac{2,81}{0,04} = 70,25 \leq 160$

Se debe analizar el estado tensional para la combinación frecuente de las secciones críticas de la estructura (centro de vano y apoyo en vigas). A continuación se expone la comprobación para la

sección de apoyo en viga entre el segundo y tercer vano observándose que el estado límite Cumple de sobra:

$$M_{frecuente} = -2705,36(PP) - 1432,22(CP_{t=100}) - 0,5 \cdot 2586,32(SC) - 836,51(retr.) - 0,2 \cdot 315,33(\Delta T) = -6330,136 \text{ ton} \cdot m \quad (4.39)$$

$$V_{frecuente} = 324,6 + 174,66 + 0,5 \cdot 339,77 + 0 + 0 = 669,145 \text{ ton} \quad (4.40)$$

$$N_{frecuente} = 0 + 0 + 0 + 0 + 0,2 \cdot 821,83 = 164,366 \text{ ton} \quad (4.41)$$

No hay axil de retracción en apoyos, ya que se ha considerado la losa fisurada. Las tensiones son:

$$\sigma_1 = + \frac{2706,36}{0,3073} + \frac{1432,22}{0,3549} + 0,5 \cdot \frac{2586,32}{0,3876} + \frac{836,51}{0,3641} + 0,2 \cdot \frac{315,33}{0,3876} = +18635,712 \text{ ton}/m^2 \quad (4.42)$$

$$\sigma_2 = - \frac{2706,36}{0,2342} - \frac{1432,22}{0,3506} - 0,5 \cdot \frac{2586,32}{0,6515} - \frac{836,51}{0,4075} - 0,2 \cdot \frac{315,33}{0,6515} = -19771,031 \text{ ton}/m^2 \quad (4.43)$$

$$\sigma_N = 0,2 \cdot \frac{821,83}{0,2712} = 606,069 \text{ ton}/m^2 \quad (4.44)$$

Siendo el total:

- $\sigma_{traccion} = 19771,963 - 606,069 = 19164,962 \text{ ton}/m^2 \sim 188 \text{ N}/mm^2$
- $\sigma_{compresion} = 18635,712 + 606,069 = 19241,781 \text{ ton}/m^2 \sim 188,76 \text{ N}/mm^2$
- $\tau = \frac{669,145}{2,81 \cdot 0,04} = 5953,247 \text{ ton}/m^2 \sim 58,4 \text{ N}/mm^2$

A continuación, se calculan las tensiones críticas de abolladura del alma para poder efectuar la verificación. Se tiene en cuenta que no se utilizan rigidizadores longitudinales:

Según las tensiones previamente determinadas, se dan sendos valores de deformación en las fibras superior e inferior, respectivamente:

$$\epsilon_s = \frac{180,03}{E} = \frac{188}{210000} = 8,9524 \cdot 10^{-4} \quad (4.45)$$

$$\epsilon_s = \frac{179,32}{E} = \frac{188,76}{210000} = 8,9886 \cdot 10^{-4} \quad (4.46)$$

Valores que aplicados sobre la formulación de la norma EAE [43]:

$$\beta = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_i} = -0,9959 \sim 1 \longrightarrow k_\sigma \sim 23,9 \quad (4.47)$$

$$\sigma_{CR} = E \cdot \epsilon_{CR} = 210000 \cdot 0,9 \cdot k_\sigma \cdot \left(\frac{40}{2810}\right)^2 = 915,307 \text{ N}/mm^2 \quad (4.48)$$

Aunque en el predimensionamiento se ha sobredimensionado el alma para los efectos de pandeo, se ha supuesto una separación entre rigidizadores de 4 metros. De esta forma:

$$\frac{a}{d} = \frac{4000}{2810} = 1,423 \rightarrow k_{\tau} = 5,34 + 4 \cdot \frac{1}{1,423^2} = 7,315 \quad (4.49)$$

$$\tau_{CR} = k_{\tau} \cdot \epsilon_{CR} = 7,315 \cdot 0,9 \cdot 210000 \cdot \left(\frac{40}{2810}\right)^2 = 280,14 \text{ N/mm}^2 \quad (4.50)$$

Por lo tanto, la verificación tensional especificada en la RPX [40]:

$$\left(\frac{\sigma}{1,1 \cdot \sigma_{CR}}\right) + \left(\frac{\tau}{\tau_{CR}}\right)^2 = \left(\frac{188,76}{1,1 \cdot 915,307}\right) + \left(\frac{58,4}{280,14}\right)^2 < 1 \quad (4.51)$$

Condición que se verifica sobradamente al igual que el resto de secciones críticas.

#### Estado límite de plastificaciones locales (RPX).

Se calculan las secciones críticas sobre apoyos y en el centros de vano para combinaciones frecuentes y características observándose que todas Cumplen este E.L.S.. Se expone como ejemplo , el cálculo para un apoyo en pila:

■ *Verificación para combinación frecuente:*

- $\sigma_{compresion} \sim 188,76 \text{ N/mm}^2$
- $\tau \sim 58,4 \text{ N/mm}^2$

Si se aplica Von Misses:

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma_{compresion}^2 + 3 \cdot \tau^2} = 214,154 \text{ N/mm}^2 \quad (4.52)$$

$$\sigma_{co} \leq 0,7 \cdot f_y = 0,7 \cdot 355 = 266 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Cumple}$$

■ *Verificación para combinación característica:*

$$\begin{aligned} M_{caracteristica} &= -2705,36(PP) - 1432,22(CP_{t=100}) - 2586,32(SC) - 836,51(retr.) - \\ &- 0,6 \cdot 315,33(\Delta T) = -7749,608 \text{ ton} \cdot m \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$V_{caracteristica} = 324,6 + 174,66 + 339,77 + 0 + 0 = 839,03 \text{ ton} \quad (4.54)$$

$$N_{caracteristica} = 0 + 0 + 0 + 0 - 0,6 \cdot 821,83 = -493,098 \text{ ton} \quad (4.55)$$

No hay axil de retracción en apoyos , ya que se ha considerado la losa fisurada. Las tensiones en este caso son:

$$\sigma_1 = -\frac{2705,36}{0,3073} + \frac{1432,22}{0,3549} + \frac{2586,32}{0,3876} + \frac{836,51}{0,3641} + 0,6 \cdot \frac{315,33}{0,3876} = 22297,456 \text{ ton/m}^2 \quad (4.56)$$

$$\sigma_2 = -\frac{2705,36}{0,2342} + \frac{1432,22}{0,3506} + \frac{2586,32}{0,6515} + \frac{836,51}{0,4075} + 0,6 \cdot \frac{315,33}{0,6515} = 21949,530 \text{ ton/m}^2 \quad (4.57)$$

$$\sigma_N = 0,6 \cdot \frac{821,83}{0,2712} = 1818,207 \text{ ton/m}^2 \quad (4.58)$$

Siendo el total:

- $\sigma_{traccion} = \sigma_2 - \sigma_N = 21949,530 - 1818,207 = 20131,323 \text{ ton/m}^2 \sim 197,488 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{compresion} = \sigma_1 + \sigma_N = 22297,456 + 1818,207 = 24115,663 \text{ ton/m}^2 \sim 236,574 \text{ N/mm}^2$
- $\tau = \frac{839,03}{2,81 \cdot 0,04} = 7467,081 \text{ ton/m}^2 \sim 73,252 \text{ N/mm}^2$

Si se aplica Von Misses:

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma_{compresion}^2 + 3 \cdot \tau^2} = 268,448 \text{ N/mm}^2 \quad (4.59)$$

$$\sigma_{co} \leq 0,9 \cdot f_y = 0,9 \cdot 355 = 319,5 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow \text{Cumple}$$

### Estado límite de fisuración(RPX).

#### 1. Cuantía mínima de armadura:

Según dichas recomendaciones, la cuantía mínima de armadura a disponer:

$$A_{min} \geq 0,1 \cdot f_{ck} \cdot Kc \cdot \frac{Ac}{\sigma_{st}} \quad (4.60)$$

$$Kc = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_n}} = \frac{1}{1 + \frac{0,4}{2 \cdot (1,2496 - 0,2)}} = 0,8399 \quad (4.61)$$

- $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ .
- $z_n$  = distancia entre el c.d.g de la losa y la sección homogeneizada a  $t=0$ .
- $Ac = 0,4 \cdot 6,0 \cdot 0,5322 = 1,2773 \text{ m}^2$ .
- $\sigma_{st} = 240 \text{ N/mm}^2$  para  $\phi 20$ .

Con lo cual:  $A_{min} \geq 0,01564 \text{ m}^2$  en  $6 \text{ m} \cdot 0,5322 = 3,19 \text{ m} \longrightarrow 49,04 \text{ cm}^2/\text{m}$

Como  $\phi 20$  a  $15 \text{ cm}$  en ambas caras  $\longrightarrow 133,62 \text{ cm}^2/\text{m} > 49,04 \text{ cm}^2/\text{m}$  Cumple

#### 2. Separación de armaduras:

La separación máxima entre dichas armaduras depende, según el cuadro 56.3 de la RPX [40], de la tensión real en las armaduras para la combinación cuasipermanente de acciones:

$$\sigma = \sigma_{s,0} + \frac{f_{ck} \cdot Ac}{25 \cdot A_s \cdot \alpha} \quad (4.62)$$

$\sigma_{s,0} \rightarrow$  Tensión de la armadura considerada la sección fisurada para la combinación cuasipermanente.

- *A tiempo inicial:*

$$M = -1348,16 - 0,2 \cdot 2586,32 - 0,2 \cdot 315,33 = 1928,49 \text{ ton} \cdot \text{m}.$$

$$N = +0,2 \cdot 821,83(\text{losa}) - 0,2 \cdot 821,83(\text{mixta})$$

- *A 100 años:*

$$M = -1432,22 - 0,2 \cdot 2586,32 - 836,51 - 0,2 \cdot 315,33 = 2849,06 \text{ ton} \cdot \text{m}.$$

$$N = 0 + 0,2 \cdot 821,83(\text{losa}) - 0,2 \cdot 821,83(\text{mixta})$$

La situación más desfavorable es la de 100 años. Aplicado a la capa superior:

$$\sigma_{so} = \sigma_{so\text{momento}} + \sigma_{so\text{axil}} \quad (4.63)$$

$$\sigma_{so\text{momento}} = \frac{2849,06}{0,2262} = 12595,31 \text{ ton/m}^2 \sim 123,560 \text{ N/mm}^2 \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{so\text{axil}} &= \frac{+0,2 \cdot 821,83}{A_{s\text{losa}}} - \frac{0,2 \cdot 821,83}{A_{\text{mixta}}} = + \frac{0,2 \cdot 821,23}{\frac{133,62 \cdot 6 \cdot 0,5322}{10000}} - \\ &- \frac{0,2 \cdot 821,23}{0,2843} = 3274,52 \text{ ton/m}^2 \sim +32,123 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\sigma_{so} = 123,560 + 32,123 = 155,683 \text{ N/mm}^2 \quad (4.66)$$

- $A_c = 1,2773 \text{ m}^2$ .
- $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ .
- $A_{s\text{losa}} = 0,0426 \text{ m}^2$ .

$$\alpha = \frac{I \cdot A}{I_a \cdot A_a} = \frac{0,4379 \cdot 0,2843}{0,3921 \cdot 0,2712} = 1,1707 \quad (4.67)$$

$$\sigma_s = 155,683 + \frac{35 \cdot 1,2773}{25 \cdot 0,0418 \cdot 1,0458} = 196,58 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{st} = 240 \text{ N/mm}^2 \quad (4.68)$$

La separación máxima impuesta por la tabla 5.6.3 de la RPX [40] para esta tensión de  $\sim 200 \text{ N/mm}^2$  es de 150 mm, que es la separación que se escogió inicialmente.



---

## CAPÍTULO 5

### Análisis dinámico

---

Para el análisis dinámico, se van a emplear tanto modelos bidimensionales como tridimensionales. La misión principal del modelo bidimensional será la de acotar y controlar los resultados obtenidos por un modelo tridimensional más realista (validar los resultados obtenidos). Si bien, calibrados ambos modelos entre sí, será útil el uso del modelo bidimensional para el análisis, pues posee menos grados de libertad y requerirá menos potencial de cálculo. El primer apartado se centra en la descripción de ambos modelos y el siguiente en la calibración entre ellos con diversas técnicas. Para terminar, se procederá al análisis dinámico en sí. El posible uso posterior del modelo 2D se determinará mediante la observación de la similitud o proporcionalidad de los resultados bidimensionales frente a los tridimensionales, que depende principalmente de la importancia del problema torsional (imperceptible para un modelo 2D).

#### 5.1. Modelos de cálculo.

##### 5.1.1. Descripción del modelo 2D.

Para la modelización de la estructura bidimensional a efectos dinámicos, no se va a utilizar el mismo modelo bidimensional del capítulo anterior. En este caso, se consideran secciones de acero homogeneizadas aplicando anchos eficaces por rasante elástico, considerando vigas de Timschenko (con un área a cortante ajustada en base a experimentos) y no se tendrán en cuenta secciones fisuradas pues a efectos dinámicos, tal y como se puede comprobar en referencias como [44], las secciones de elementos de hormigón armado trabajan a sección completa según un comportamiento elástico lineal, información que será validada experimentalmente en el Capítulo 6. Análisis de sensibilidad. Notar que, para la homogeneización del hormigón se aplica el coeficiente “n” para cargas rápidamente variables, tanto para losa superior de HA-35 ( $n=5,994$ ) como para losa inferior HA-40 ( $n=5,778$ ).

Desde el punto de vista de la estructura metálica, se han calculado 2 secciones mecánicas características. Sin embargo, el hecho de que la losa inferior en apoyos interiores sea de canto variable (desde 0,15 a 0,55 m) y que se haya discretizado la estructura en elementos de 1 m, da lugar a la generación de 13 secciones características más. Se ha mayorado un 15 % la densidad del acero ( $9,1 \text{ ton/m}^3$ ) para tener en cuenta la rigidización que no puede ser incluida en este modelo.

Para un comportamiento más realista:

- Para tener en cuenta la flexibilidad debida a esfuerzos cortantes, algo importantísimo en estructura metálica, las vigas se han considerado de Timshenko, con un área a cortante ajustada

en base a experimentación numérica comparando elementos viga con su modelización según elementos placa.

- En cuánto a las prelosas prefabricadas inferiores, como ya se ha comentado anteriormente, la colocación discontinua evidencia que no colaboran a flexión y puesto que el modelo bidimensional sólo puede determinar efectos en flexión y no en torsión, se ha tenido en cuenta sólo su peso.
- En apoyos, para considerar que el punto de apoyo no está en el centro de gravedad, se ha modelizado esta separación mediante barras rígidas. De esta forma, los esfuerzos horizontales en apoyos se introducen correctamente con axiles y flectores sobre la línea media de las vigas además de obtener giros reales en apoyos.
- Se ha incrementado el peso de las secciones mediante un coeficiente de masa superior a 1 (en el *software SAP2000*), ya que con la con la homogeneización de secciones el área e inercia son correctas pero el peso de la sección no (es inferior al real).

Así, si nombramos la sección tipo 1 la de centro de vano donde se sitúan las prelosas inferiores, la sección tipo 2 la de apoyos con losa inferior con canto 0,15m, la sección tipo 3 la de apoyos con losa inferior en canto 0,55m y el resto de secciones con características intermedias entre estas dos últimas:

	Área( $m^2$ )	Inercia( $m^4$ )	$y_{c.d.g}(m)$	$A_{cortante}(m^2)$	Coef. masa
<b>Sección tipo 1</b>	0,6188	0,6894	2,6452	0,076	1,6878
<b>Sección tipo 2</b>	0,8374	1,4760	2,1858	0,096	1,4759
<b>Sección tipo 3</b>	1,0450	1,8369	1,8369	0,1015	1,4495

Tabla 5.1: Características mecánicas de secciones 1,2 y 3 para modelo dinámico bidimensional.

Se ha introducido en el modelo 2D una masa añadida asociada a las cargas muertas de 0,740 ton/m (la mitad que en el modelo tridimensional), en el caso de balasto nominal.

### 5.1.2. Descripción del modelo 3D.

En este modelo, al contrario que en el bidimensional, se modelizarán todos los componentes del puente mediante elementos barra o placa (shell). Salvo los dobles UPN-240 (rigidizadores en "v" invertida), IPN-320 (rigidizadores transversales en contacto con losa superior), el resto de elementos se modelizan mediante elementos placa "shell".

Como se ha comentado en el capítulo anterior, se modelizan las prelosas inferiores discontinuas como si de una losa continua se tratara, pero para asemejarse al comportamiento discontinuo de éstas se modificará su rigidez en el *software SAP2000* mediante los coeficientes  $f_{11}$ ,  $f_{12}$ ,  $f_{22}$  (figura 4.4) ya que en el estudio del Viaducto de las Piedras [23] se valora esta pérdida de rigidez. En caso de considerar fisuración total de prelosas son de valor  $f_{11} = 0,001$ ,  $f_{12} = 0,12$  y  $f_{22} = 0,12$ .

Para simular la conexión real entre acero y hormigón mediante conectores, se han utilizado unas barras muy rígidas ( $1000E_{acero}$ ) y sin masa, que conectan las alas superiores y el IPN-320 transversal con la losa superior, de forma que se mantienen indeformables y no alteran los resultados.

Los elementos placa se han mallado, en general, en elementos de  $1 \times 1 \text{ m}^2$  salvo en determinadas circunstancias:

- Se ha corregido el mallado transversal en alas superiores e inferiores, ya que en ocasiones, al poseer una longitud inferior al metro y quedar representadas por un elemento, no puede permitirse la flexión local de éstas.
- Se ha realizado un estudio de sensibilidad al mallado del alma, aumentándose hasta que el comportamiento se considerara estable. Sin un mallado adecuado, no puede asumirse un comportamiento realista de la estructura.
- El hecho de que la línea de carga circule a 2,5 m del eje de trazado, hace aumentar el mallado en esa zona a losas de  $1 \times 0,5 \text{ m}^2$ .

Las cargas muertas se han distribuido sobre el tablero según la figura 5.1:

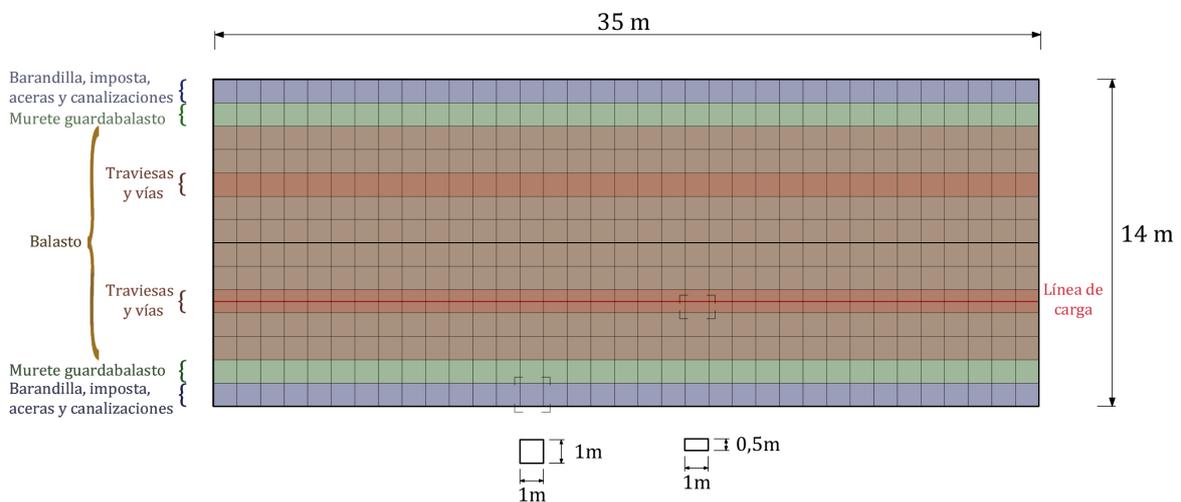


Figura 5.1: Distribución de las cargas muertas en la losa superior (vano 1). Mallado de la losa superior en el modelo tridimensional.

A la hora de generar modelos usando el asistente de puentes en el *software SAP2000 v.10*, se generan por defecto, "Joins Constraints tipo Body" en las secciones de apoyo en pilas y estribos que no afectan a los resultados en un análisis estático pero si influyen en el análisis dinámico. Estos "constraints" no permiten la distorsión real que sufriría la sección en apoyos e inhiben los modos de torsión, tan importantes en esta tipología. En un puente "cajón" es importante la torsión alabeada, es por ello que se necesita modelizar correctamente los diafragmas en apoyos, que en encargan de coaccionar el alabeo de la sección. La utilización, sin conocimiento de este asistente podría provocar la validación errónea de la estructura en E.L.S dinámicos ya que se obtienen valores de aceleraciones inferiores a las reales y es por ello, que todos los modelos de este documento se han diseñado sin el uso del asistente y de los "Joins Constraints".

Con todo lo anterior, resulta el modelo base de cálculo representado en las figuras 5.2 y 5.3:

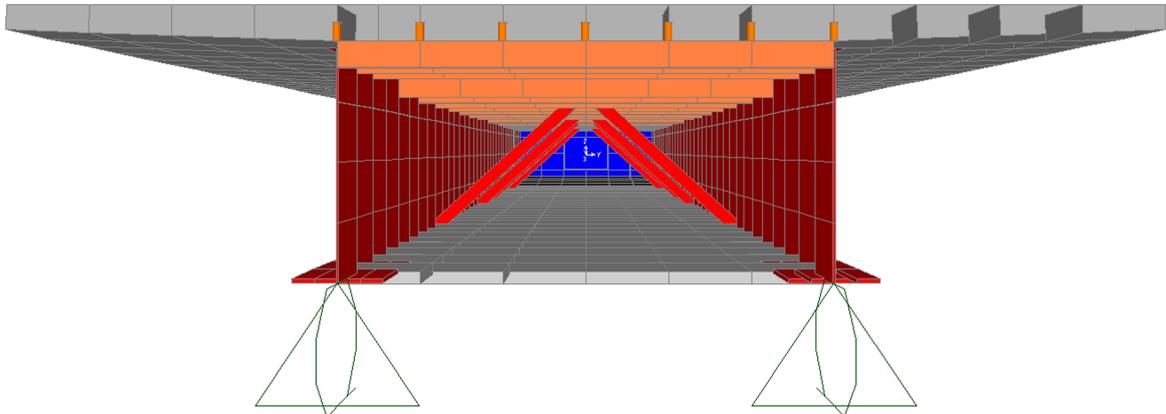


Figura 5.2: Vista interior del cajón. Modelo de cálculo tridimensional.

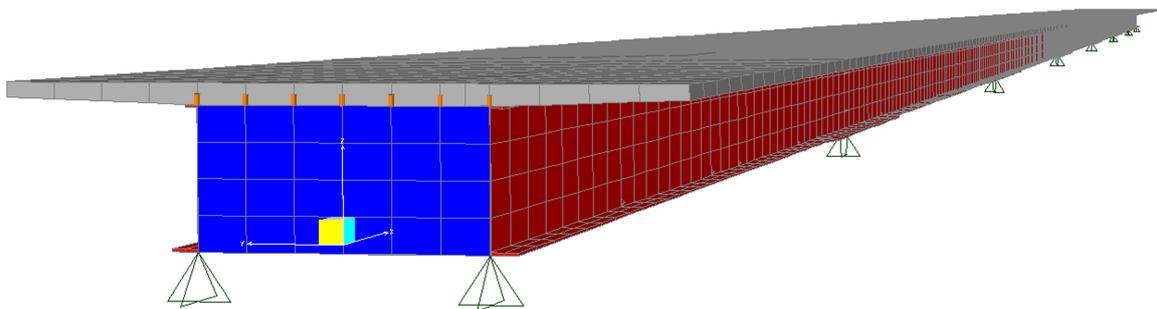


Figura 5.3: Vista exterior del cajón. Modelo de cálculo tridimensional.

## 5.2. Validación de los modelos

A continuación, se exponen diferentes herramientas para la validación de ambos modelos. El modelo bidimensional será el primero en validarse en frecuencias fundamentales mediante fórmulas analíticas y después el modelo tridimensional, a base de una comparación en flechas, reacciones en apoyos y frecuencias fundamentales con el modelo plano.

### 5.2.1. Validación del modelo bidimensional mediante fórmulas analíticas.

Para esta comprobación, se calculan las frecuencias fundamentales según la metodología de Fryba en [13]:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2 \cdot \pi \cdot l^2} \cdot \left(\frac{E \cdot I}{\mu}\right)^2 \quad (5.1)$$

Donde:

- $E$  es el modelo de Young de la sección.
- $I$  es la inercia de la sección.
- $\lambda$  es un parámetro adimensional de frecuencia que depende de las condiciones de apoyo. En el caso de una viga simplemente apoyada,  $\lambda = j \cdot \pi$  para el modo  $j = 1, 2, 3, \dots$
- $\mu$  es la masa de la estructura por unidad de longitud.
- $l$  es la longitud del vano.

La validación se hace sobre vigas de Bernoulli-Euler, es decir con área a cortante nula. Como desventajas de esta metodología para la validación de este modelo, se pueden destacar:

- Está diseñada para estructuras isostáticas.
- Sólo se permite un tipo de sección ( $A$  e  $I$  fijas) en toda la estructura.
- La masa lineal  $\mu$  de la estructura también debe permanecer constante.
- El área a cortante debe ser nula (solución analítica).

Si bien, aunque no puede aplicarse al modelo completo, sí puede aislarse un tramo de forma que este sea isostático, posea una única sección, masa lineal constante y tenga área a cortante nula. Esto permite poder intuir el orden aproximado de las frecuencias fundamentales y saber que se está utilizando un modelo correcto. Se ha escogido, por tanto, un vano de 50 metros en el que se dispone la sección tipo 1 (tabla 5.1) en todo el vano con área a cortante nula y una masa lineal, considerando cargas muertas, de  $\mu = 0,6188 \cdot 0,6894 \cdot \frac{9,1}{9,81} + 0,7403 = 1,7093 \text{tn/m}$ .

Así, si se aplica la expresión 5.1 para las tres primeras frecuencias fundamentales y se comparan con los datos recogidos en el software *SAP2000*:

Frecuencias	Fryba	SAP2000
$f_1$	1,8467Hz	1,8463Hz
$f_2$	7,3846Hz	7,3852Hz
$f_3$	16,7089Hz	16,6168Hz

Tabla 5.2: Validación del modelo bidimensional mediante fórmulas analíticas.

Frecuencias muy similares, cuya ligera variación puede ser debida a la aproximación inherente a la discretización espacial propia del modelo de elementos finitos, por lo que se da por válido este modelo bidimensional.

### 5.2.2. Validación del modelo tridimensional.

En una primera validación, se comparan ambos modelos en términos de flechas estáticas. Los valores del modelo bidimensional deben de compararse con las flechas del modelo tridimensional donde están situadas las dos vigas principales, ya que las flechas en el eje de trazado del tablero pueden verse aumentadas por flexión local de la losa superior. Se han obtenido resultados satisfactorios:

Punto	2D	3D
Centro de vano 1 (35m)	-0,00544m	-0,00538m
Centro de vano 2 (50m)	-0,012458m	-0,01254m
Centro de vano 3 (50m)	-0,00964m	-0,00982m
Centro de vano 4 (50m)	-0,010734m	-0,01071m

Tabla 5.3: Validación por flechas estáticas del modelo tridimensional frente al modelo bidimensional.

No debe hacerse lo mismo en el caso de flechas dinámicas, pues mientras la información hasta 30 Hz se reparte en 33 modos en el modelo 2D (sólo flexión), se reparte en 680 modos en el 3D (flexión y torsión), por lo que no tiene sentido una comparación modo a modo. Como se verá más adelante, el análisis dinámico del modelo bidimensional será deficiente y poco realista.

Otra validación útil entre modelos es comparar las primeras frecuencias fundamentales de flexión. Aún así, las frecuencias de modos superiores de ambos modelos pueden diferir. A continuación se comparan las primeras frecuencias fundamentales de flexión de ambos modelos

Modo	2D	3D
$f_1(2D)$ y $f_2(3D)$	1,9183Hz	1,9701Hz
$f_2(2D)$ y $f_3(3D)$	2,2563Hz	2,3052Hz
$f_3(2D)$ y $f_4(3D)$	2,7436Hz	2,7698Hz
$f_4$	3,3072Hz	3,2915Hz

Tabla 5.4: Validación por frecuencias fundamentales del modelo tridimensional frente al modelo bidimensional.

La primera frecuencia del modelo tridimensional corresponde a la flexión del vano lateral, por lo que no se ha comparado esta. Se ha asumido como satisfactoria una diferencia en frecuencias del orden de centésimas, debido al aumento de modelización de elementos (rigidización sobre todo) del modelo tridimensional en comparación con el plano, que al fin y al cabo, pueden desviar ligeramente los resultados.

Con estas dos comprobaciones, se da por válido el modelo tridimensional. Si bien, para una mayor seguridad también pueden compararse las reacciones verticales en ambos modelos.

### 5.3. Análisis dinámico de la solución inicial.

#### 5.3.1. Planteamiento.

Para el análisis del paso de trenes por ambos modelos se parte de un análisis modal de ambos, mediante el software SAP2000. Posteriormente se trabaja con las frecuencias por debajo de los 30Hz, según prescribe la norma IAPF como frecuencia límite para la desconsolidación del balasto. Con ello, se trabaja para el modelo plano con los 33 primeros modos naturales de vibración, y con 680 modos en el modelo tridimensional.

La línea de carga se define por 321 puntos que conforman la vía sobre la losa ya que se ha mallado cada metro. En cuanto a los puntos de postproceso:

1. Modelo 3D: Se escogen según los E.L.S de la IAPF [1], que se detallan en el apartado 4.5.4 de este proyecto:

- Aceleraciones verticales ( $a_{max} \leq 3,5m/s^2$ ): Puntos de centros y cuartos de vano en eje longitudinal del tablero y bordes de la banqueta de balasto. Se tienen, por tanto, 63 puntos de postproceso para aceleraciones. Debido al mallado cada metro, los puntos de postproceso no coinciden exactamente con los cuartos de vano y centros de vano, si bien se encuentran situados a distancias muy próximas para que el error introducido sea mínimo (0,5 m como máximo):

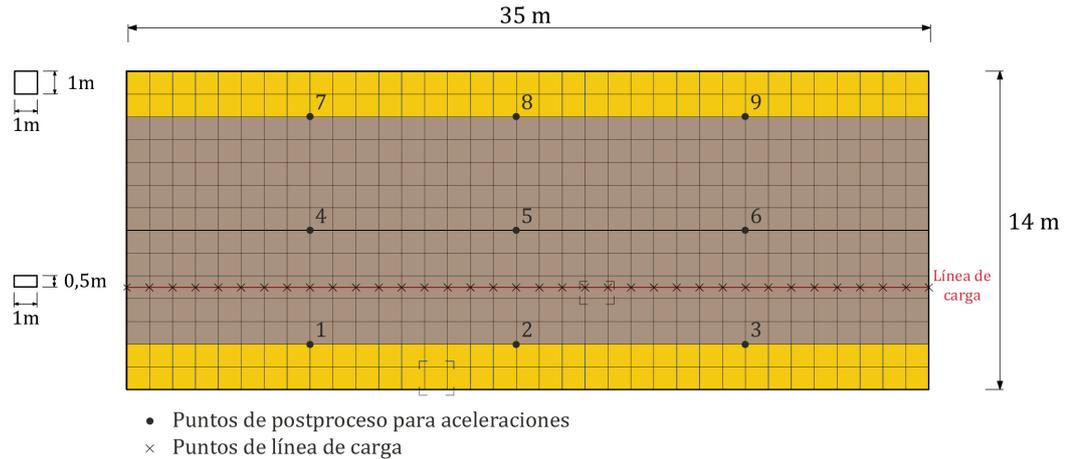


Figura 5.4: Puntos de línea de carga y puntos de postproceso de aceleraciones numerados para el vano 1 (35 metros).

- Deformaciones verticales (flechas:  $f_{max} \leq \frac{L_{vano}}{600}$  y giros en estribos:  $\theta_{max} \leq 6,5 \cdot 10^{-3}rad$ ): Puntos de centros de vano y cuartos de vano en el eje de la vía, lo que da un total de 21 puntos de postproceso para flechas dinámicas. Si se suman los puntos en estribo inicial y final para el cálculo de giros en el eje de la vía, dan 23 puntos de postproceso.
- Alabeo máximo ( $t \leq \sim 1,5mm/3m$ ): Puntos en secciones de apoyo en estribos y pilas, en centros de vano y cuartos de vano a un lado y a otro del eje de la vía (58 puntos) y se toman otros 58 puntos separados 3 metros de los anteriores. El alabeo  $\Delta$  físicamente indica que el plano sobre el que se apoyan las ruedas deja de ser plano y se evalúa por cada grupo de 4 puntos como:

$$\Delta = u_4 - (u_3 + (u_1 - u_2)) \quad (5.2)$$

El Eurocódigo, sin embargo, muestra que lo relevante en dinámica son las aceleraciones pues si éstas son altas, el resto de comprobaciones de deformaciones (desplazamientos, giros, alabeo) no lo son, ya que un simple tren pesado como el UIC genera más desplazamientos que los trenes de alta velocidad. Por ello, en este capítulo se expone como ejemplo el cálculo dinámico de desplazamientos para justificar que estos cálculos no son significativos respecto a los de aceleraciones y se deben tener en cuenta los estáticos (multiplicados por un coeficiente de impacto).

2. Modelo 2D: Como acaba de comentarse, el E.L.S de aceleraciones verticales suele ser el más limitante y por ello, sólo se ha comprobado este estado límite. Se utilizan, por tanto, los puntos de centros y cuartos de vano para el cálculo de aceleraciones, obteniendo 21 puntos en total. Destacar que las aceleraciones obtenidas se han dividido por la mitad debido a la forma en la que se ha diseñado el modelo bidimensional.

El cálculo dinámica se realiza indica la norma IAPF, considerándose los 10 trenes universales de la serie HSML así como dos composiciones representativas del tráfico habitual de las líneas españolas, AVE y TALGO. Las características de cada tren, se adjuntan en el apéndice B.

Para el amortiguamiento, se utiliza un valor de factor de amortiguamiento para todos los modos de valor 0.5 %, como indica la instrucción IAPF. Como ya se ha comentado, esta restricción en amortiguamiento supone un sobredimensionamiento de este tipo de estructuras y es que mientras los E.L.S. del análisis estático cumplían muy sobrados, los E.L.S. dinámicos no van a cumplir. Es por ello, que en análisis posteriores se analizará la sensibilidad de la respuesta ante variaciones de amortiguamiento.

Se ha considerada una velocidad de proyecto de la línea de 350km/h El paso de velocidades se realiza, como prescribe la norma IAPF, desde 20km/h hasta  $1.2 \cdot V_{max} = 1.2 \cdot 350 = 420$  km/h. En cuanto al paso de velocidades, se realizará cada km/h, si bien la IAPF permite un máximo de 10km/h, pero se ha considerado que si se caracteriza la respuesta con este intervalo, pueden obviarse picos importantes.

En cuanto a la frecuencia de muestreo, se ha optado por un paso de tiempo de evaluación de la señal de un décimo del período menor de vibración, siendo en el caso bidimensional  $T_{33} = \frac{1}{28,182}$ , lo que supone un  $\Delta t = 3,548ms$ , y en el tridimensional  $T_{680} = \frac{1}{29,93}$ , que supone un  $\Delta t = 3,334ms$ . Se ha definido un tiempo de estudio tras el paso del tren por la estructura de 10 veces el período mayor, para registrar posibles fenómenos resonantes que pudieran darse tras el paso de las cargas.

El barrido, se realiza para hipótesis de balasto nominal, aumentado un 30 % y disminuido un 30 %, tal y como se indica en la norma IAPF.

### 5.3.2. Análisis dinámico.

#### Aceleraciones (2Dvs3D):

Los resultados obtenidos, se resumen en la tabla siguiente:

Hipótesis de balasto	$a_{max} (m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso} (km/h)$
2D Nominal	4,5769	1/2 de vano 7	8	412
2D +30 %	5,1708	1/2 de vano 7	10	420
2D -30 %	3,4918	1/2 de vano 7	6	402
3D Nominal	4,1363	1/2 de vano 7, borde balasto	9	408
3D +30 %	4,7961	3/4 de vano 7, borde balasto	10	420
3D -30 %	3,7258	1/2 de vano 7, borde balasto	8	420

Tabla 5.5: Aceleraciones máximas en modelos bidimensional y tridimensional del diseño original, para las tres hipótesis de balasto.

Cuyos máximos se han obtenido en las siguientes las gráficas de envolventes máximas de aceleraciones (5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10) con su distribución por velocidades, para los puntos de postproceso donde se dan estos picos de aceleración.

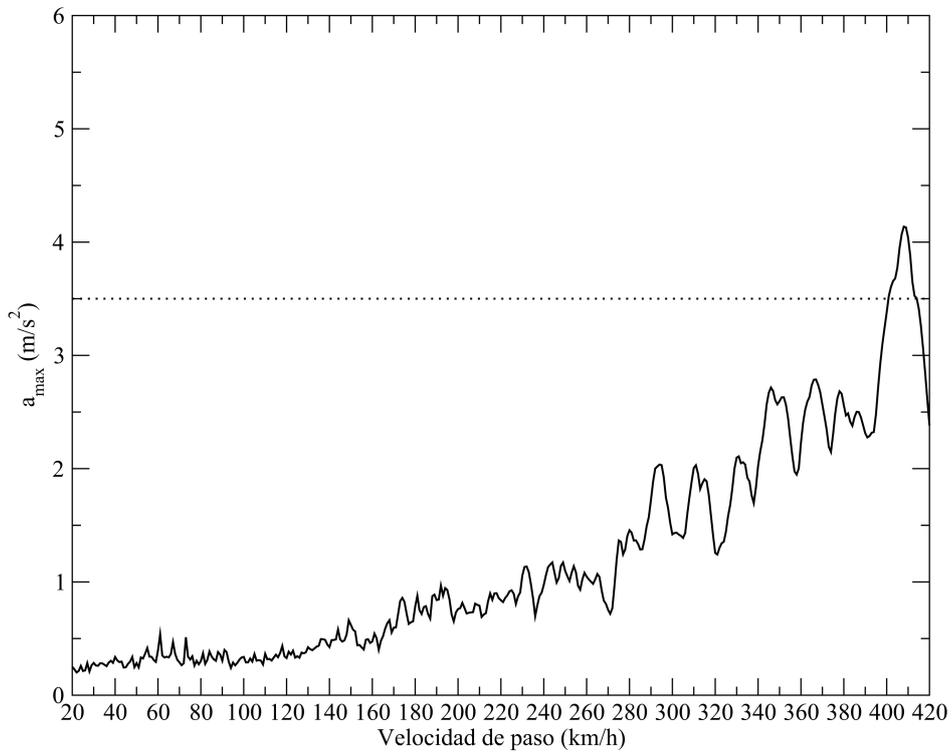


Figura 5.5: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 56, modelo 3D para hipótesis de balasto nominal.

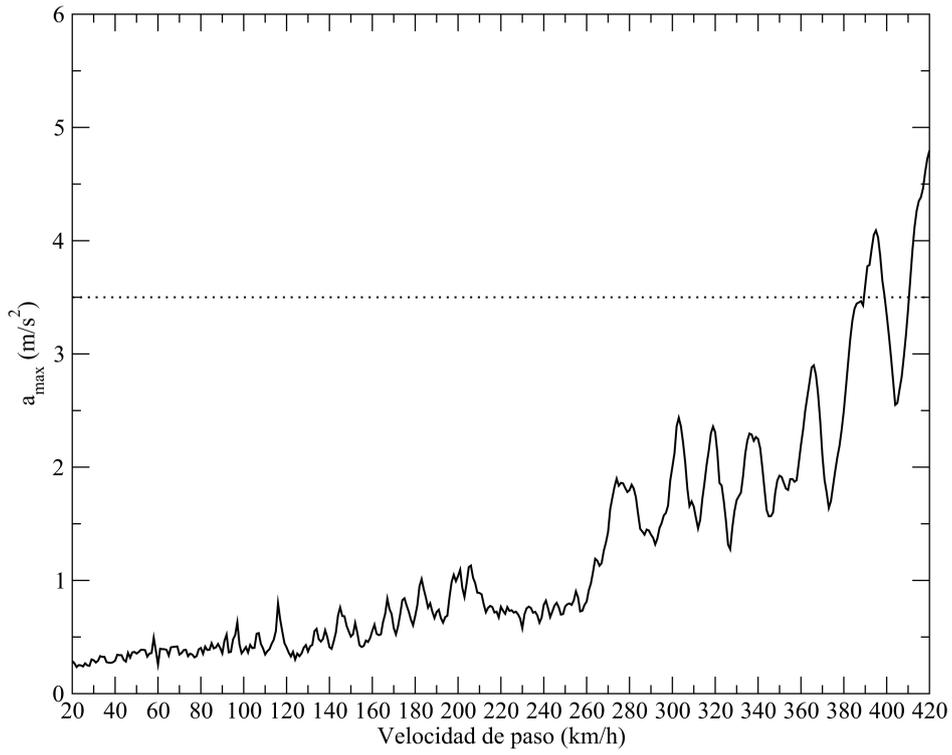


Figura 5.6: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 57, modelo 3D para hipótesis de balasto aumentado.

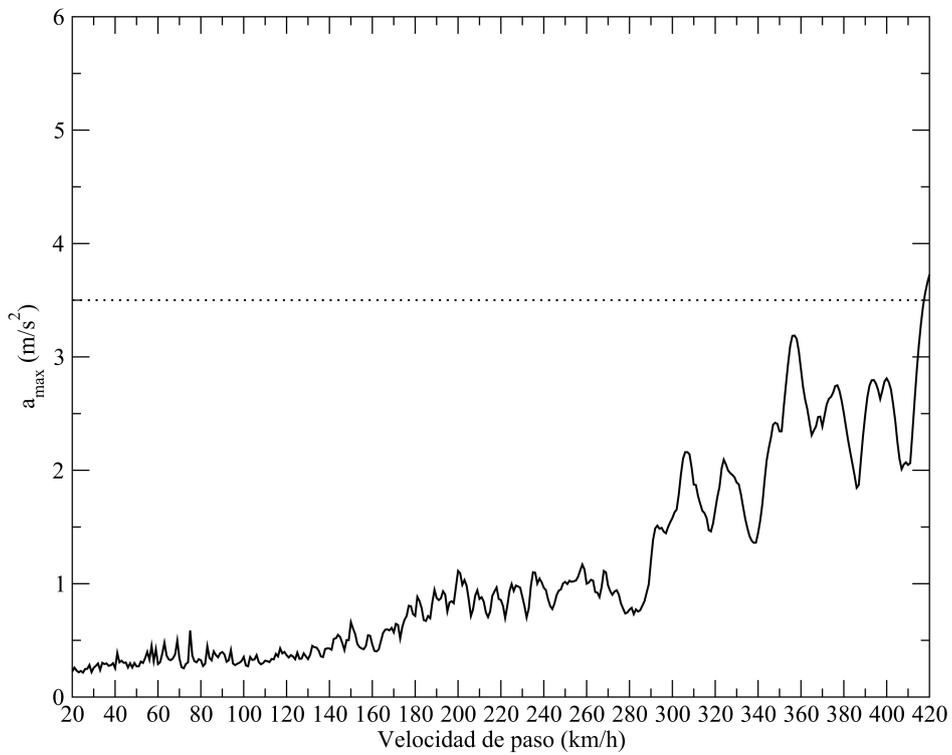


Figura 5.7: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 56, modelo 3D para hipótesis de balasto disminuido.

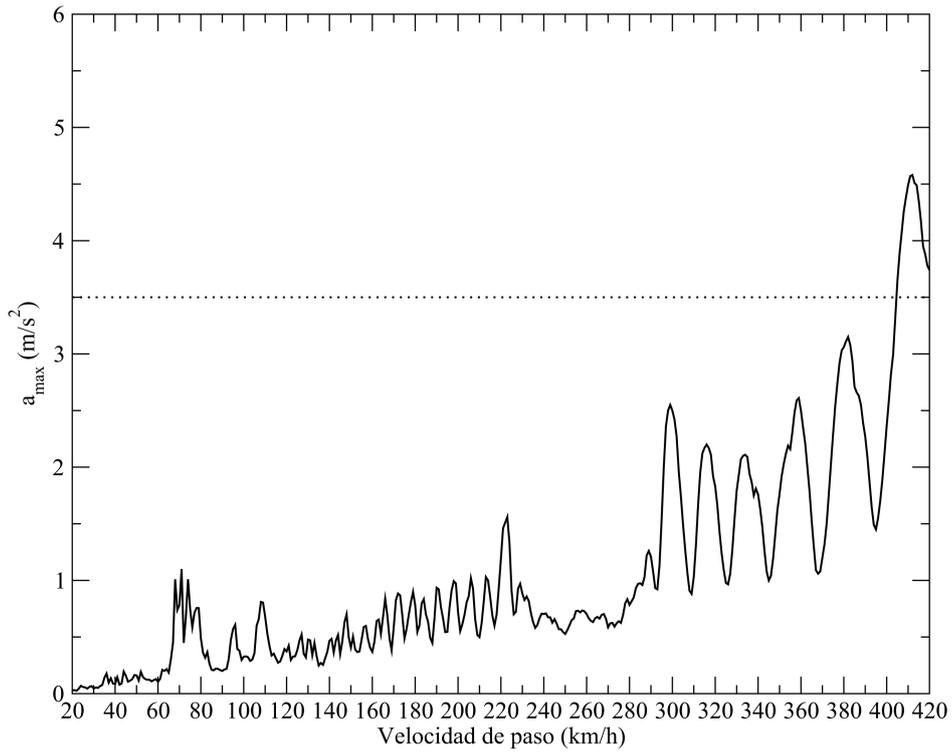


Figura 5.8: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto nominal.

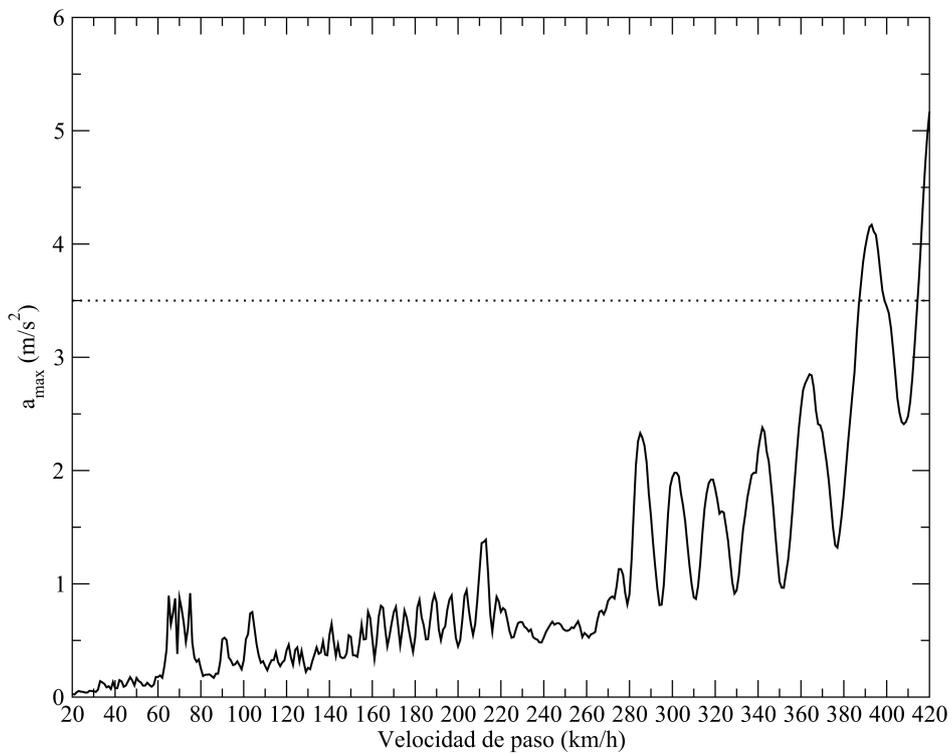


Figura 5.9: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto aumentado.

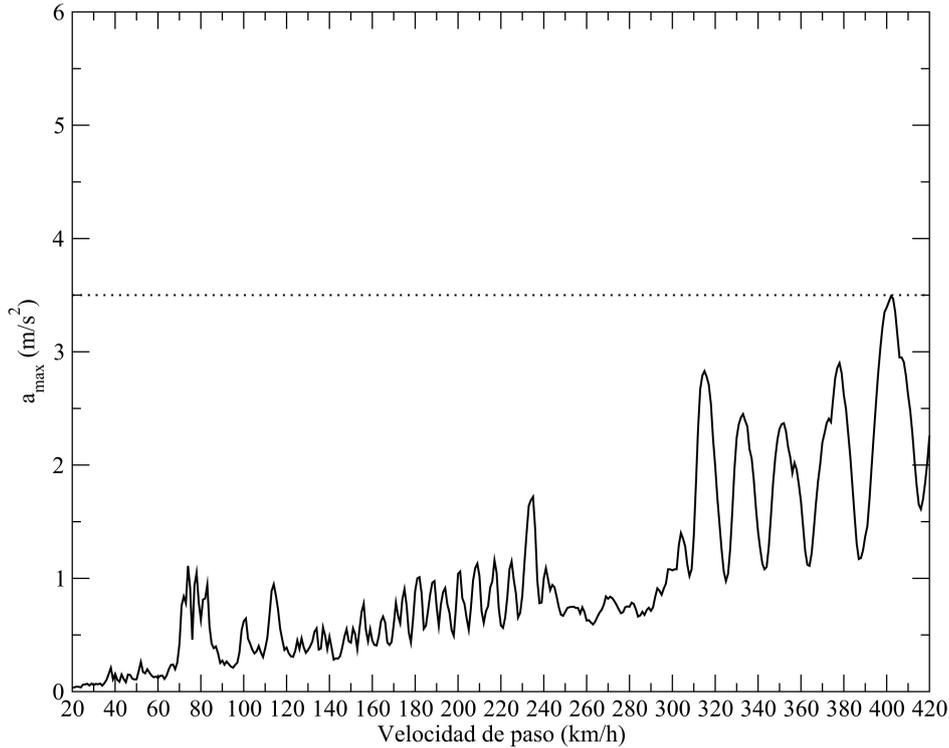


Figura 5.10: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 20, modelo 2D para hipótesis de balasto disminuido.

Si un máximo coincide con la última velocidad de paso de medida, es muy posible que ese no sea el pico de aceleración y la velocidad de resonancia sea ligeramente superior a estos  $420\text{ km/h}$ . Como ejemplos:

- El pico de aceleración en el modelo tridimensional con balasto disminuido se da a la velocidad  $427\text{ km/h}$ , en el mismo punto, con el tren 9 y es  $4,4627\text{ m/s}^2$ .
- El pico de aceleración en el modelo tridimensional con balasto aumentado se da a la velocidad  $421\text{ km/h}$ , en el mismo punto, el mismo tren y es  $4,8127\text{ m/s}^2$ .

Muchos de los picos de aceleración habrían pasado desapercibidos si la velocidad de paso no se hubiera muestreado de 1 en 1  $\text{km/h}$ , es decir, la recomendación máxima de la normativa IAPF [1] de  $10\text{ km/h}$  queda obsoleta utilizándose el método semianalítico, pues es el que ha permitido el cálculo de la solución en un tiempo muy razonable.

Como sorpresa, se han obtenido aceleraciones máximas superiores en el modelo bidimensional respecto al tridimensional y además, son relativamente proporcionales (un 110% como máximo). Este suceso se debe, sobre todo, al cambio que se ha que hacer en las áreas a cortante del modelo bidimensional para encajar en desplazamientos, por lo que la aceleración debida a la flexión se ha visto aumentada respecto al modelo tridimensional, lo que deja del lado de la seguridad pero no reproduce la realidad con exactitud.

Por una parte, la similitud de resultados (máximos) entre ambos y el hecho de que un modelo bidimensional es incapaz, por naturaleza, de detectar fenómenos asociados a la torsión, invita a pensar que en este diseño, los modos torsionales (en el modelo tridimensional) no han sido excitados, es decir, el “cajón” creado funciona como debe y la aceleración obtenida se atribuye principalmente a modos de flexión.

Por otra parte, los puntos de máximas aceleraciones en el modelo tridimensional son puntos en el borde de la cama de balasto, por lo que los modos torsionales deben influir, al menos, de forma leve (debido a la carga torsional que provoca el tren a su paso). Para demostrar el buen funcionamiento a torsión de la solución, se ha recurrido a una FFT en el dominio de la frecuencia, para ver los modos resonantes y la contribución de cada uno de ellos.

#### Series temporales y modos resonantes (2Dvs3D):

Para el cálculo de la FFT, se han escogido series temporales de los modelos bidimensional y tridimensional para velocidades cercanas a las de resonancia. Se realiza el análisis con la hipótesis de balasto nominal, por lo que se han calculado las series temporales para una velocidad de  $\sim 408$  km/h:

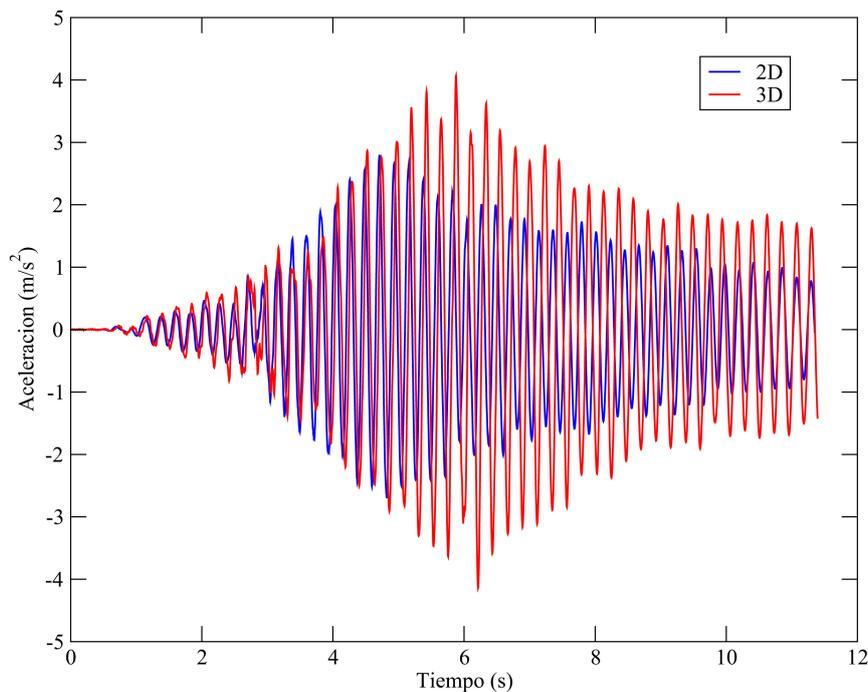


Figura 5.11: Series temporales del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 20 (bidimensional) y 56 (tridimensional).

Si para estas series se realiza el análisis en el dominio de la frecuencia mediante las FFT, se pueden ver las frecuencias resonantes:

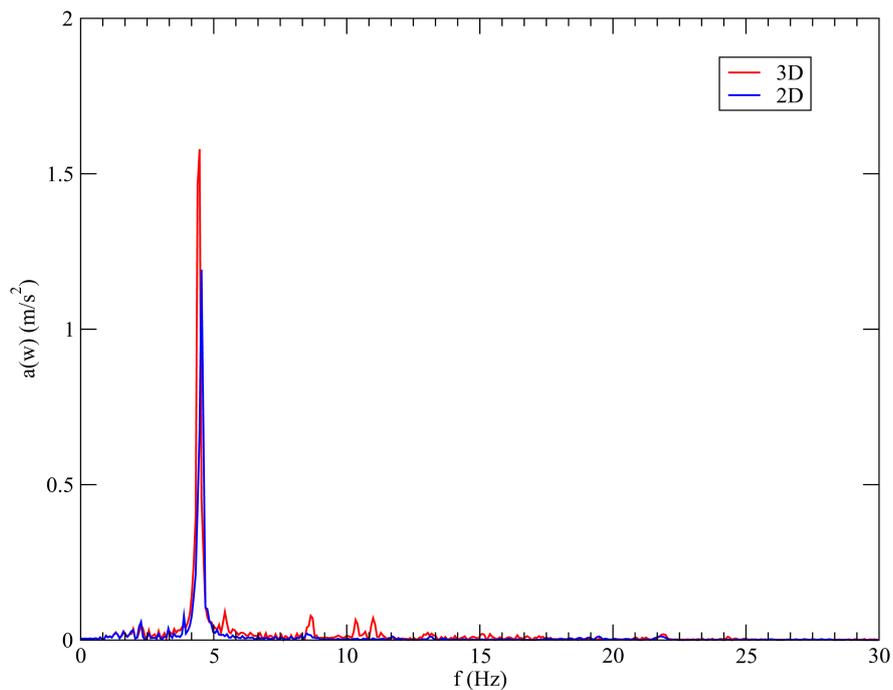


Figura 5.12: Espectro de aceleraciones del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 20 (bidimensional) y 56 (tridimensional).

Este espectro solventa la duda existente sobre la contribución de modos de flexión y torsión. Como puede observarse en la figura 5.12, la frecuencia resonante coincide aproximadamente con el modo 6 ( $f=4,5618$  Hz) del modelo bidimensional y el modo 7 ( $f=4,4356$  Hz) del modelo tridimensional. Aunque hay una ligera desviación entre ellos, consecuencia de no hacer un exacto ajuste entre modelos, ambos modos corresponden con la flexión asimétrica de vanos laterales:

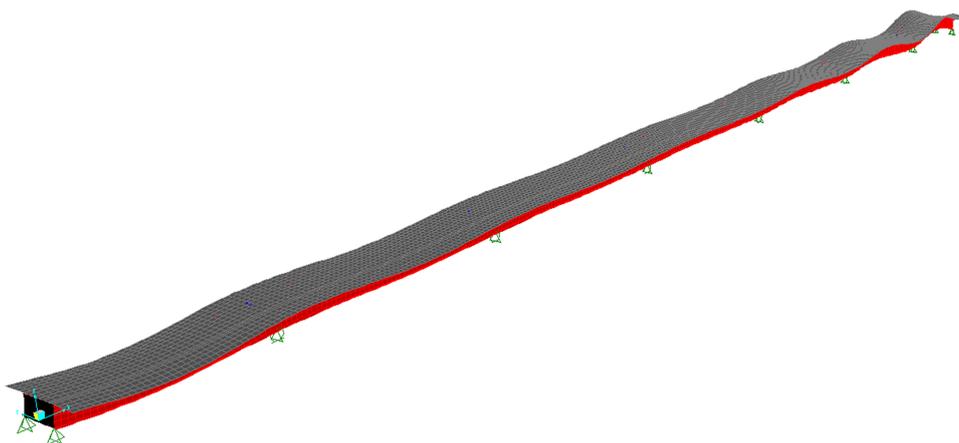


Figura 5.13: Modo resonante del modo tridimensional: Flexión asimétrica de vanos laterales.

Los pequeños picos observados en la figura 5.12 en el modelo tridimensional corresponden a modos que torsionan el vano 7 (modo 14 con  $f=5,3377$  o modo 46 con  $f=8,6722$ ), que debido al correcto

funcionamiento del circuito torsional del cajón, han sido inhibidos en su mayoría, pero influyen lo suficiente para que el máximo se dé en los bordes de la cama de balasto.

Para verificar el buen comportamiento del cajón, se ha realizado el mismo proceso pero la sección tipo abierta, es decir, sin prelasas prefabricadas ni doble acción mixta en apoyos, de forma que se permita la excitación de modos torsionales:

Hipótesis de balasto	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
2D Nominal	3,7371	1/2 de vano 1	9	420
3D Nominal	6,2913	1/2 de vano 1, borde balasto	9	420

Tabla 5.6: Aceleraciones máximas en modelos bidimensional y tridimensional del diseño con sección abierta (sin doble acción mixta ni prelasas inferiores), para la hipótesis de balasto nominal.

Dónde ahora la aceleración máxima bidimensional representa aproximadamente un 60 % de la tridimensional y probablemente los modos torsionales tomen mayor importancia. Aunque pueda parecer una aceleración muy alta, puede verse en el estudio dinámico de Goicolea del del Viaducto de las Piedras y otros [45], aceleraciones de casi  $7 m/s^2$  con la sección abierta (sin cierre inferior).

Las series temporales de ambos modelos para el tren 9 y velocidad 420 km/h son:

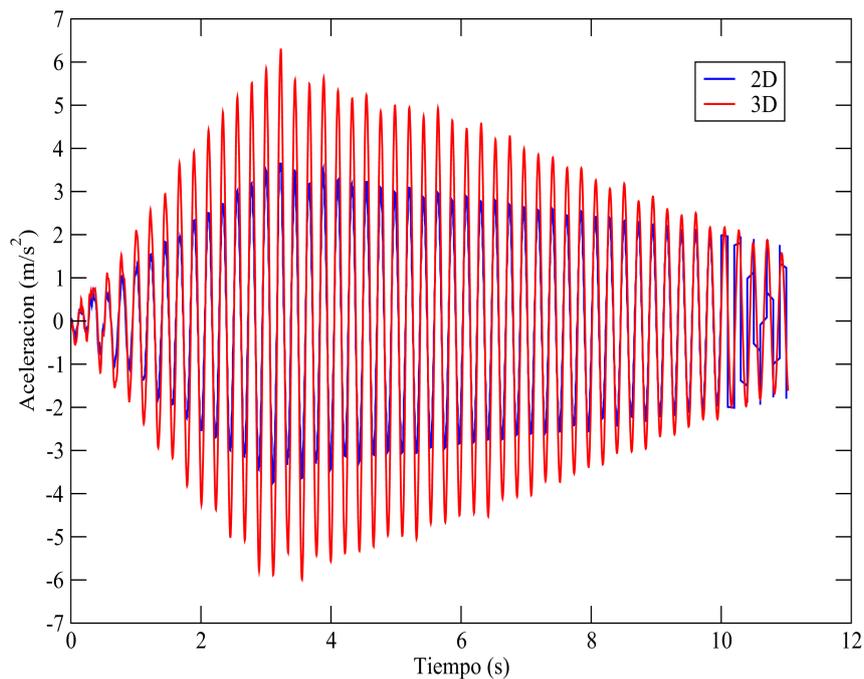


Figura 5.14: Series temporales del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 (bidimensional) y 2 (tridimensional) para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal.

Cuya FFT:

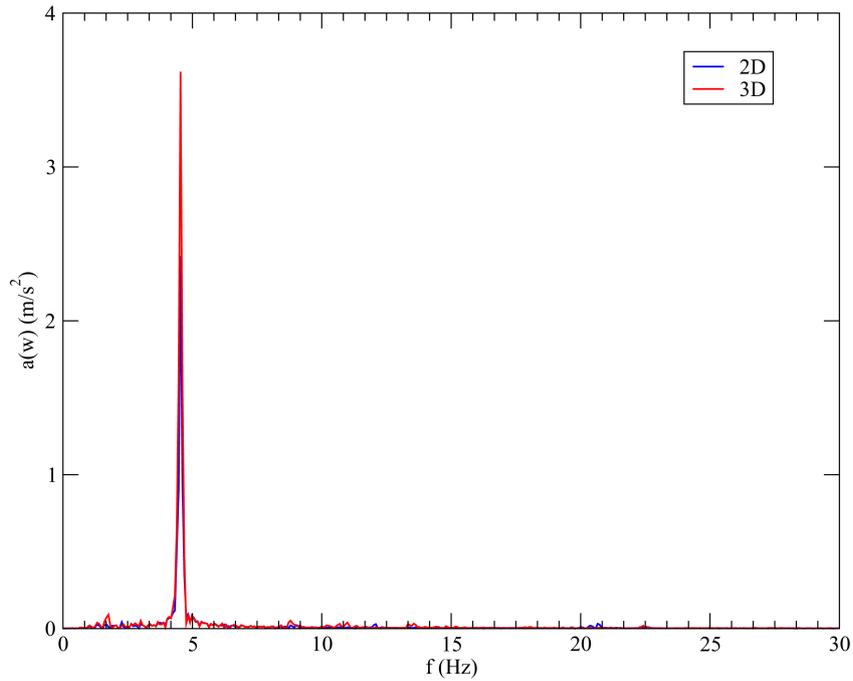


Figura 5.15: Espectro de aceleraciones del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 (bidimensional) y 2 (tridimensional) para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal.

Sólo hay un pico en cada modelo. Sin embargo, hay una diferencia muy significativa entre modelo bidimensional y tridimensional siendo la misma frecuencia de resonancia, de aproximadamente 4,5 Hz. La respuesta es que el modelo tridimensional tiene 2 modos acoplados muy cerca de esta misma frecuencia, modo 13 de flexión asimétrica de vanos laterales ( $f=4,4812$  Hz) y el modo 14 ( $f=4,5559$  Hz) de torsión del primer vano. La pérdida de rigidez a torsión (que proporcionaba la doble acción mixta) ha provocado que las frecuencias de modos de torsión sean inferiores que en el caso anterior, provocando su acople con otros modos de flexión:

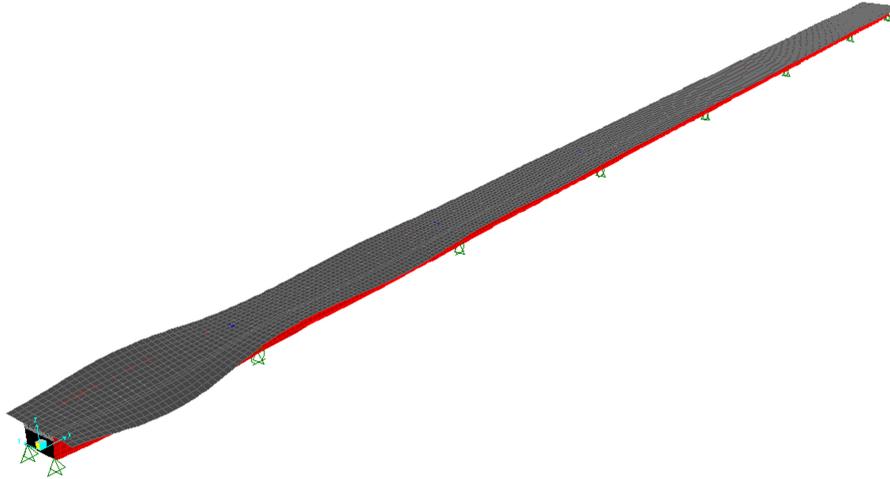


Figura 5.16: Modo resonante del modo tridimensional sin prelosas inferiores ni doble acción mixta: Torsión del primer vano.

El problema torsional es muy relevante en este caso, por lo que adoptar resultados del modelo bidimensional, además de no reproducir la realidad, no deja del lado de la seguridad.

Con esto, el modelo tridimensional se ha validado a partir del bidimensional y se deduce que este último, sólo debería utilizarse para comprobar E.L.S en los casos en los que los modos torsionales hayan sido inhibidos (dato desconocido hasta que se realiza el estudio) y su utilidad básicamente debe residir en su uso para validar el modelo tridimensional.

Cálculo de frecuencia de resonancia en función del tren:

La resonancia se produce por la acción repetitiva de las cargas de los ejes de los trenes actuando sobre la estructura, con una cadencia coincidente con la de vibración de alguno de los modos fundamentales de la estructura. Esta condición se plasma matemáticamente igualando el tiempo que tardan dos ejes sucesivos del tren en actuar sobre un punto de la estructura, con el período de uno de los modos de la estructura.

$$t_e = T_n \tag{5.3}$$

$$\frac{d}{v} = \frac{1}{f} \tag{5.4}$$

Si se toman los datos adjuntos en la IAPF para el tren 9, que fue el que dió el máximo de aceleraciones estudiado anteriormente para una velocidad de 408 km/h y se determinan las distancias entre bogies de los distintos componentes del tren:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
$d_{bogies}$ (m)	14	23	26
$t_e$ (s)	0,12	0,1991	0,2228
Frecuencia $f=1/t_e$ (Hz)	8,0952	4,8771	4,3589

Tabla 5.7: Características dinámicas del tren 9.

Se observa que la frecuencia de coche de pasajeros  $f=4,3589$  Hz se encuentra muy cercana a la de resonancia obtenida anteriormente (en torno a 4,4 Hz en el caso del modelo tridimensional), por lo que el coche de pasajeros es el responsable de la resonancia como era de esperar. Si bien, una FFT siempre será más útil pues aparte de desvelar la frecuencia de resonancia, permite ver la contribución de cada modo en la aceleración.

#### Composición de aceleraciones por trenes:

El E.L.S. de aceleraciones no cumple según la tabla 5.5. Sin embargo, parece razonable analizar la contribución de los distintos trenes de carga con los que se somete a la estructura, con el fin de conocer cuales provocan el fallo del E.L.S y trabajar sobre ellos con el fin de limitar estos picos de aceleración.

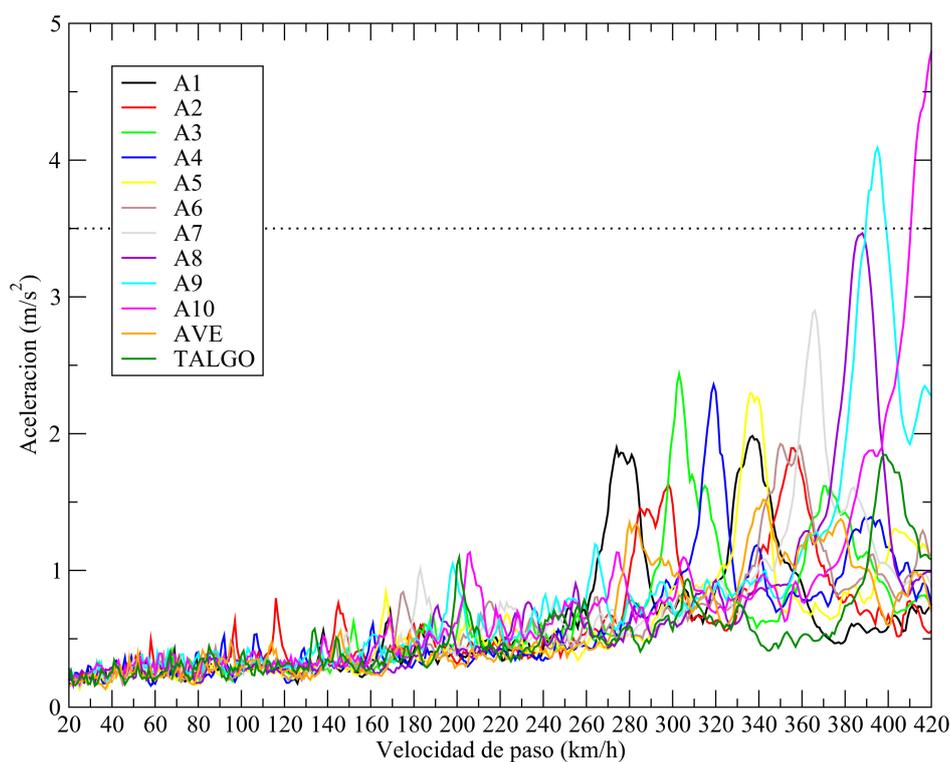


Figura 5.17: Composición por trenes en punto 57, hipótesis de balasto aumentado.

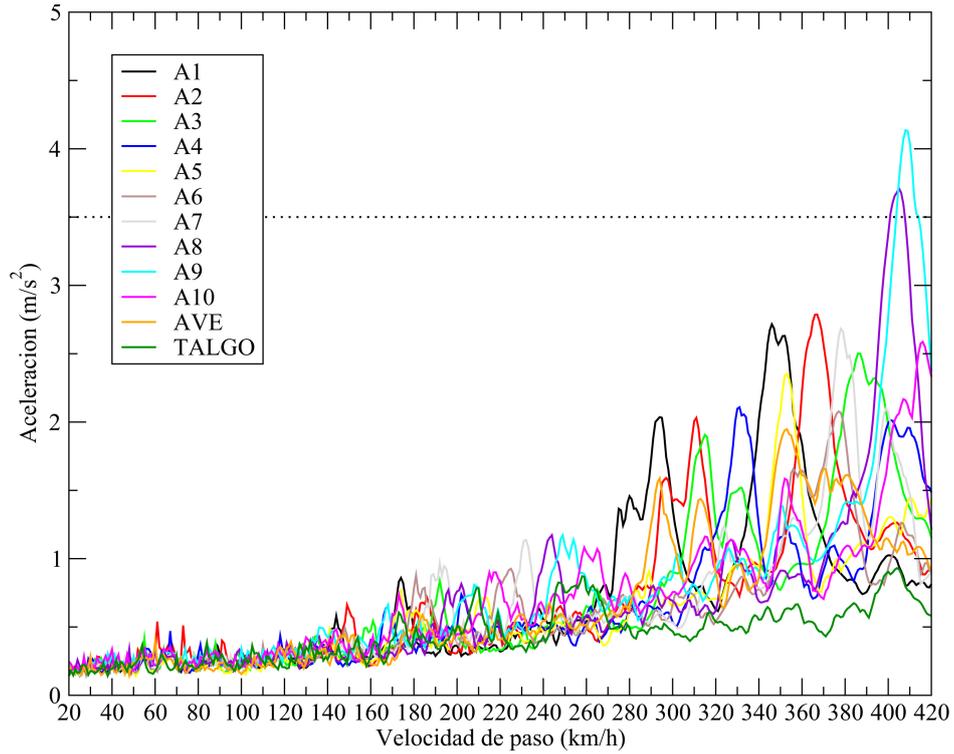


Figura 5.18: Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto nominal.

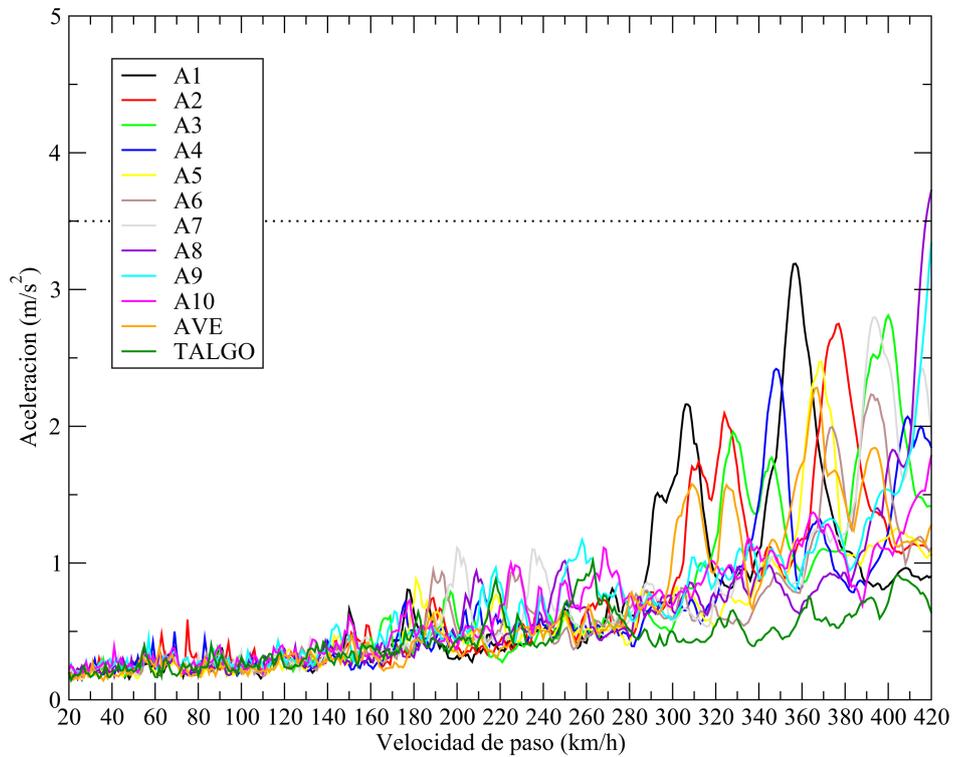


Figura 5.19: Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto disminuido.

Como se puede ver en las figuras 5.17, 5.18 y 5.19, el fallo es provocado por los trenes A8, A9 y A10 a velocidades superiores a los 400 km/h. Si no se decidiera actuar sobre la estructura, para que E.L.S. cumpla se podrían aplicar entre otras estrategias:

- Limitar el paso de los vehículos A8,A9 y A10, lo que compromete el objetivo de interoperabilidad de las líneas de alta velocidad.
- Limitar la velocidad de estos vehículos al paso de la estructura.

Se observa que los trenes reales AVE y TALGO cumplen ,sin problemas, todos los límites.

#### Composición de aceleraciones por vano:

Es útil el análisis de aceleraciones por vanos, pues permite detectar si el problema se da en una zona localizada del puente o si por lo contrario el problema es global. Si se analiza la hipótesis de balasto aumentado, se obtiene lo siguiente:

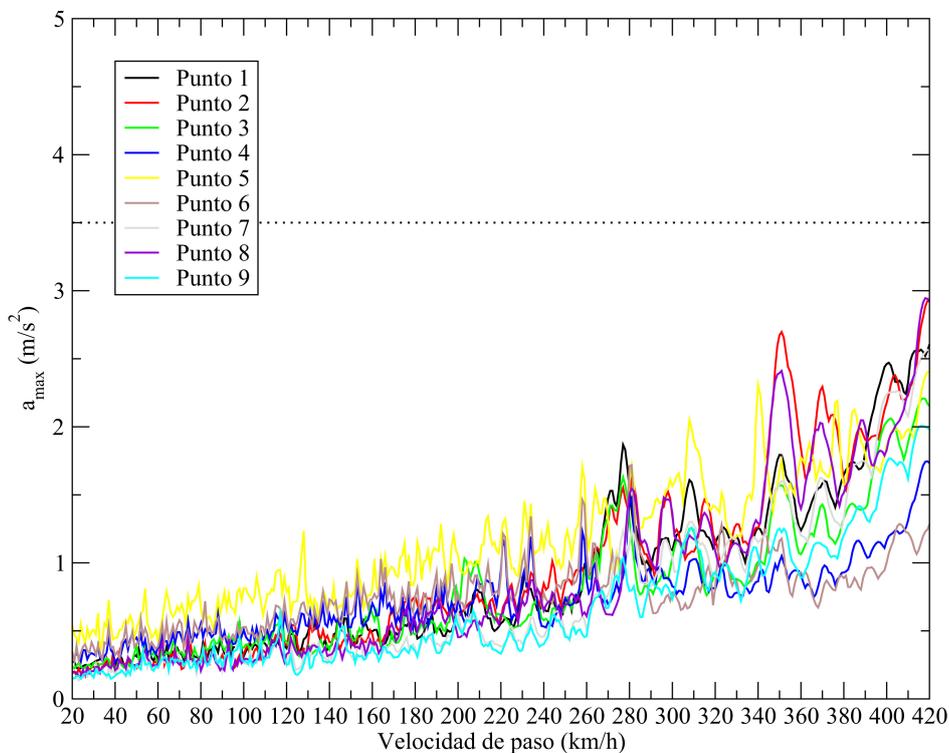


Figura 5.20: Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto aumentado.

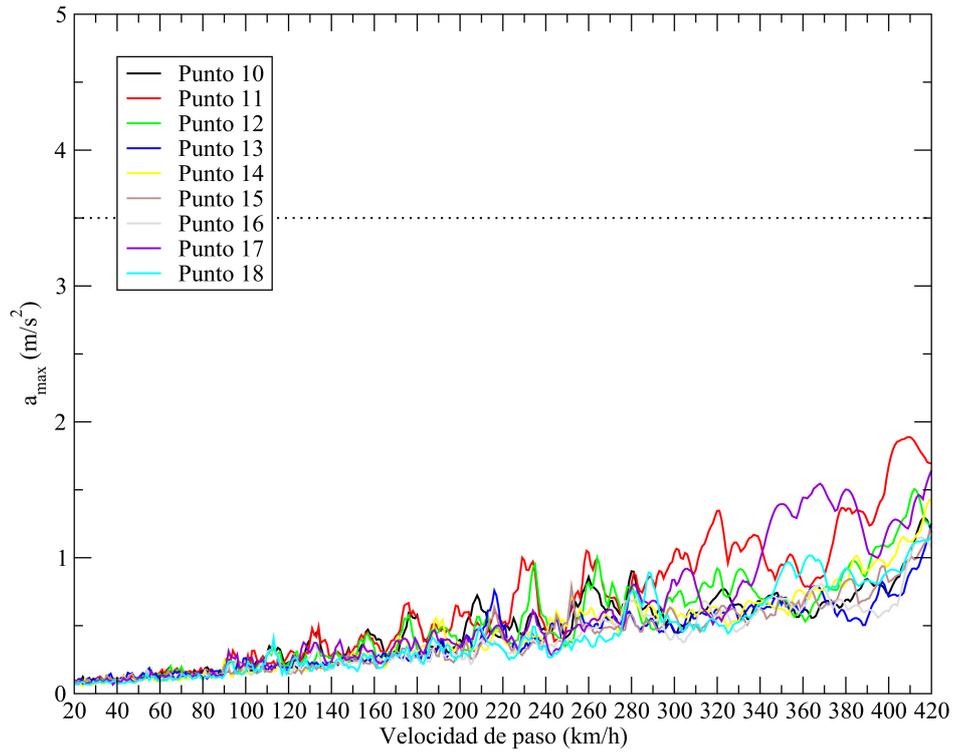


Figura 5.21: Envolverte de aceleraciones en vano 2, hipótesis de balasto aumentado.

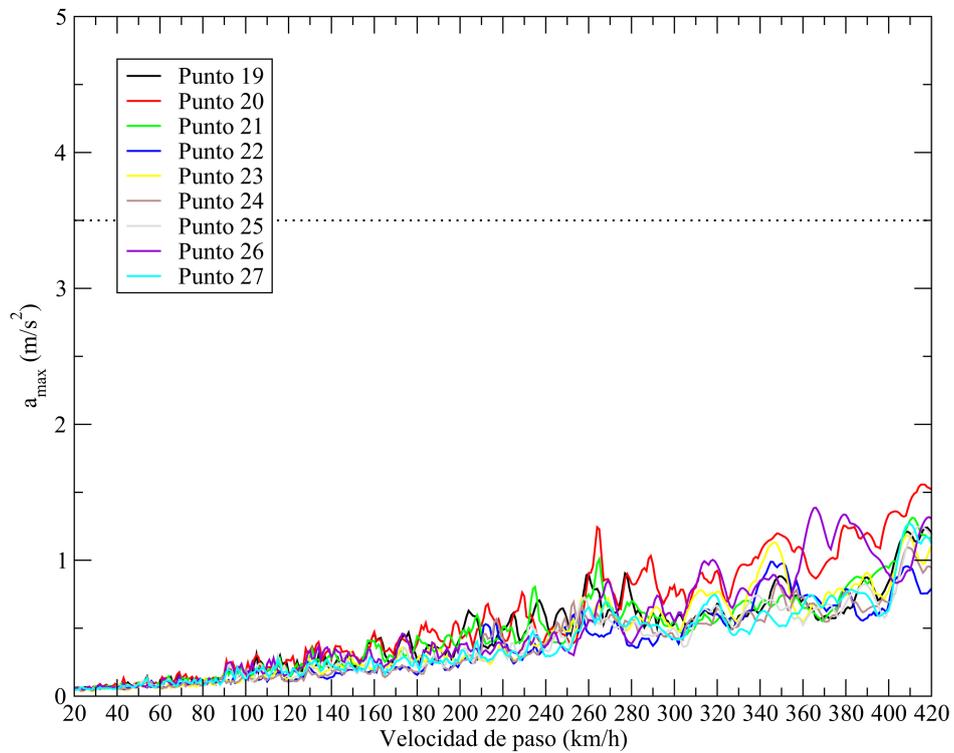


Figura 5.22: Envolverte de aceleraciones en vano 3, hipótesis de balasto aumentado.

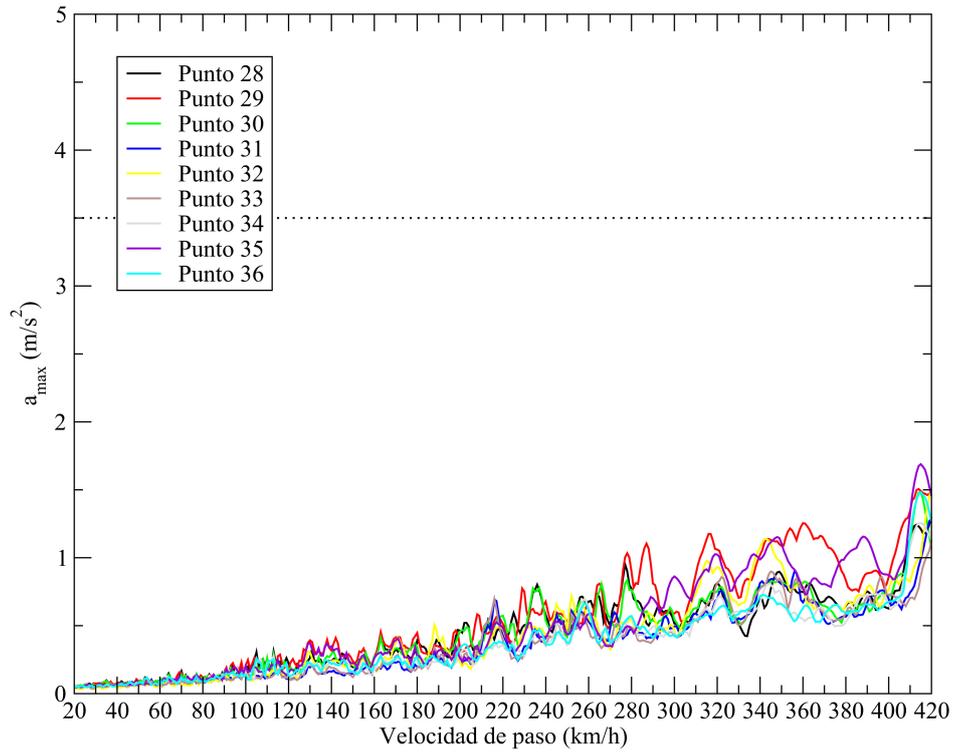


Figura 5.23: Envoltente de aceleraciones en vano 4, hipótesis de balasto aumentado.

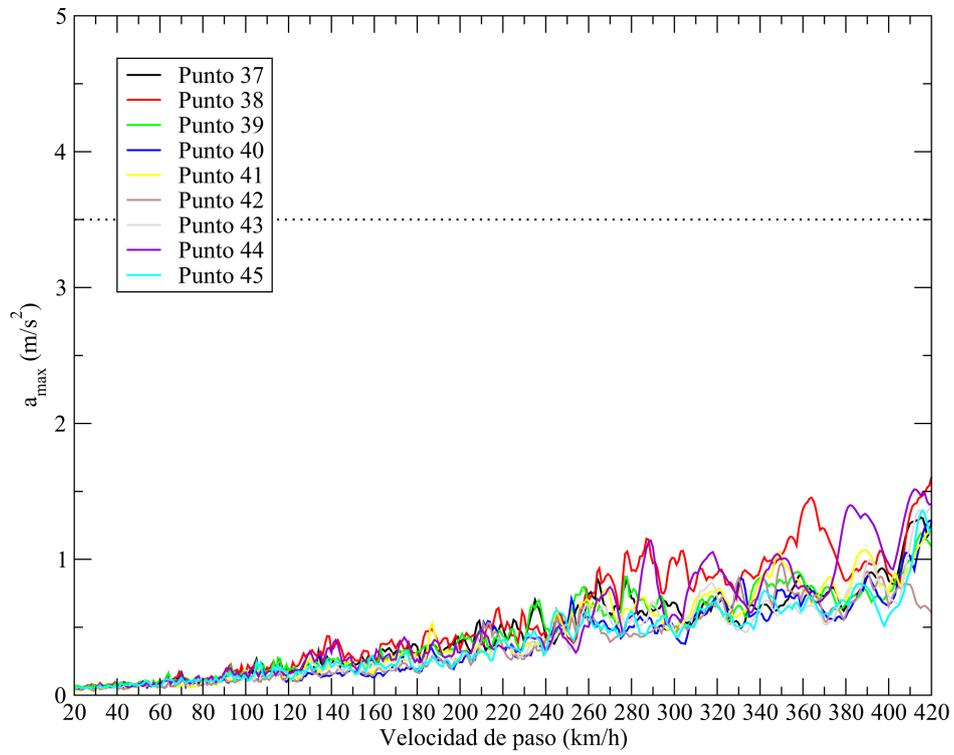


Figura 5.24: Envoltente de aceleraciones en vano 5, hipótesis de balasto aumentado.

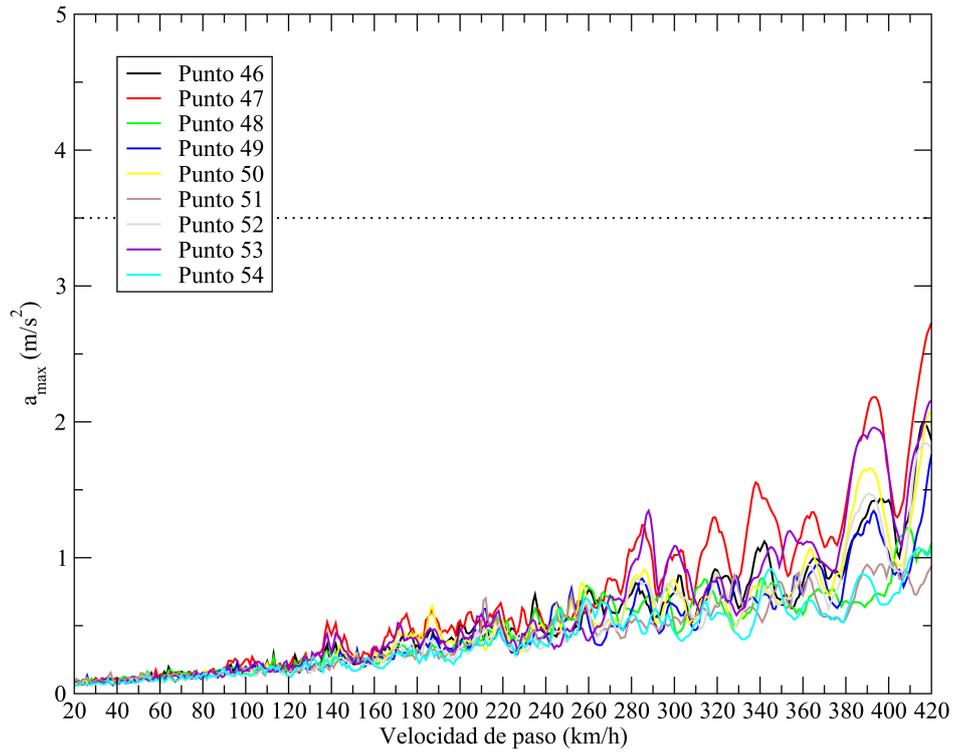


Figura 5.25: Envolvente de aceleraciones en vano 6, hipótesis de balasto aumentado.

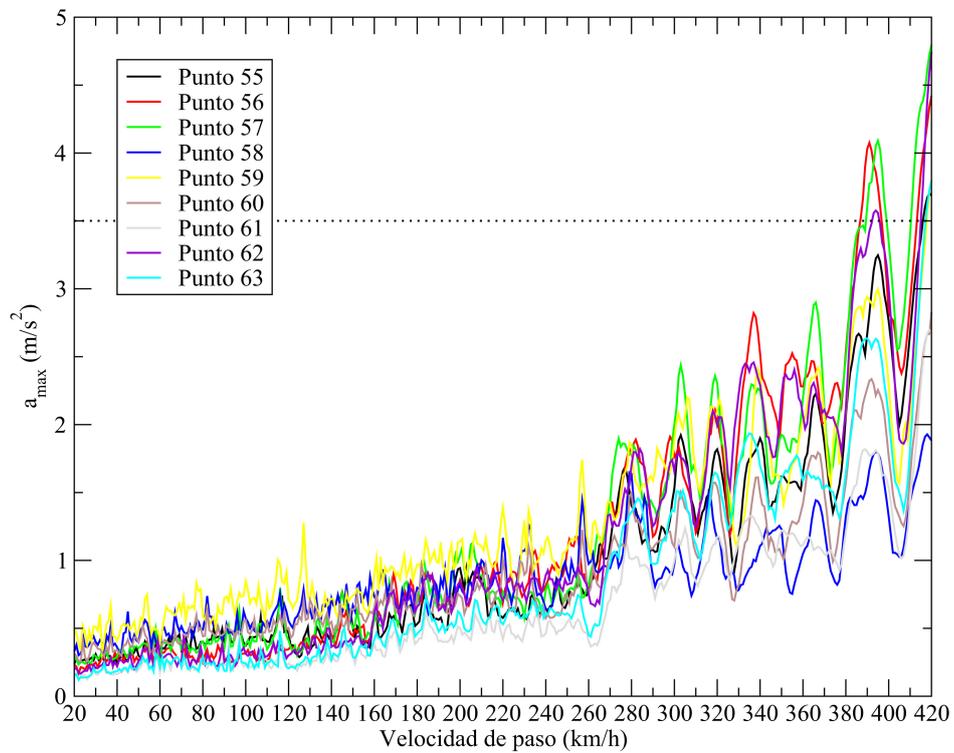


Figura 5.26: Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto aumentado.

Las aceleraciones se superan únicamente en el último, vano aunque el fallo es generalizado (puntos 55,56,57,59,62,63). Se podrían utilizar estrategias encaminadas a reducir esta aceleración actuando sólo en este vano, como por ejemplo, colocar chapas de acero para aumentar el peso de este vano en un intento de reducir las aceleraciones. Si bien, la estructura debe ser objetivo de un nuevo análisis dinámico.

E.L.S. de deformaciones.

Como muestra de que el E.L.S. de aceleraciones es el más limitante y que los desplazamientos dinámicos no son relevantes respecto a los estáticos, se muestran como ejemplo los resultados obtenidos para desplazamientos en el eje de la vía, percibiendo que cumplen los límites de sobra.

Hipótesis de balasto	$\delta_{max}(m)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
Nominal	$7,5323 \cdot 10^{-3}$	1/2 de vano 4	10	420
Aumentado (+30 %)	$8,0749 \cdot 10^{-3}$	1/2 de vano 4	10	413
Disminuido (-30 %)	$7,2079 \cdot 10^{-3}$	3/4 de vano 5	10	376

Tabla 5.8: Desplazamientos máximos dinámicos del diseño original para las tres hipótesis de balasto.

La envolvente de desplazamientos en el vano central es la siguiente:

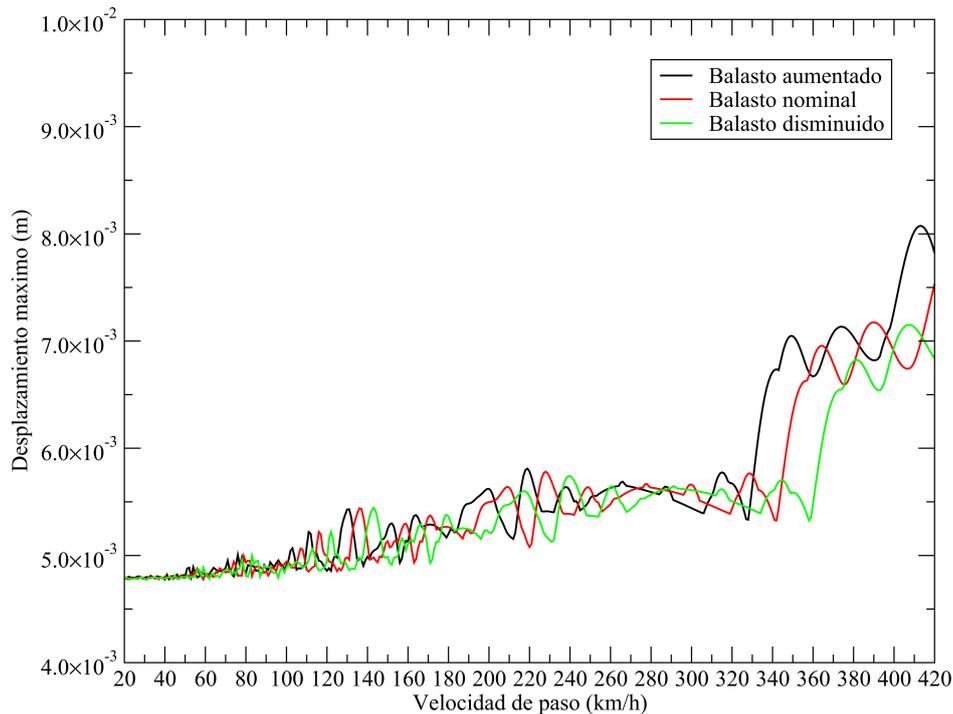


Figura 5.27: Envolvente de desplazamientos máximos en centro de vano 4.

Es por ello, que se han suprimido las comprobaciones en giro o en alabeo, que requeriría un mallado más exhaustivo.

### 5.3.3. *Conclusión.*

La estructura planteada presenta problemas resonantes debido a los trenes 8,9 y 10 de la serie HSML, localizándose el problema en el último vano del puente. Como dato positivo, el cierre inferior del cajón mediante doble acción mixta ha inhibido la mayoría de los modos de vibración torsionales por lo que el problema se debe principalmente al modo fundamental 7 de flexión. Como dato negativo, quedan plasmadas las exigencias dinámicas de la IAPF (sobre todo en amortiguamiento) ya que una estructura sobredimensionada estáticamente no cumple los E.L.S. dinámicos. Es por ello, que en el siguiente capítulo, va a analizarse la sensibilidad de la estructura a un incremento de amortiguamiento.

La tabla 5.5 muestra las aceleraciones máximas, pero si sólo se observan máximos se desconoce la gravedad del problema dinámico. En la estructura de estudio, el problema dinámico es aún así leve, pues los límites son superados por ciertos trenes y sólo en una zona localizada. Por ello, a la hora de realizar variantes en el diseño de la estructura, es tan importante ver aceleraciones máximas como dónde y qué trenes superan los límites establecidos por la IAPF (además de realizar un estudio económico exhaustivo), con el objetivo de descender los picos de aceleración por debajo de los  $3.5m/s^2$ .

Por otra parte, se ha comprobado la validez del modelo tridimensional a partir de un modelo bidimensional, por lo que conociendo las diferencias entre ambos, puede trabajarse sobre el modelo bidimensional pues los resultados obtenidos son proporcionales al tridimensional, permitiendo un análisis más sencillo y con menos potencial necesario de cálculo. Sin embargo, el ajuste perfecto entre ambos modelos es complicado y cuánto más relevante sea el problema torsional, los resultados bidimensionales se alejarán más de los tridimensionales, por lo que deben utilizarse con cuidado.



---

## CAPÍTULO 6

### Análisis de sensibilidad

---

Se han realizado diferentes análisis de sensibilidad a variables importantes para el diseño de esta tipología, con el fin de disponer de un rango de posibilidades con las que pueda actuar el ingeniero que se enfrente a un puente de estas características.

#### 6.1. Análisis de sensibilidad geométrica: influencia de los modos torsionales.

Tras el diseño propuesto (sección cerrada), en el que se han inhibido satisfactoriamente los modos torsionales, se propone un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos frente a diferentes opciones, en función del cierre del cajón:

1. Sección semiabierta: Se mantiene la doble acción mixta en apoyos pero se eliminan las prelosas prefabricadas inferiores en las zonas de momento flector positivo, con lo cual quedan las zonas de apoyos en sección cerrada y el resto del puente en sección abierta. El objetivo de este análisis es la valoración del efecto que las prelosas ejercen en el diseño propuesto (desde una perspectiva dinámica), para ver si se puede prescindir o no de su uso.
2. Sección abierta: Se elimina la doble acción mixta en apoyos, además de las prelosas inferiores. El objetivo es valorar el beneficio de la doble acción mixta sobre el diseño inicial (desde una perspectiva dinámica).

Al fin y al cabo, si se puede prescindir de determinados elementos de cierre, el ahorro económico puede ser muy importante.

$a_{max}(m/s^2)$	Sección cerrada	Sección semiabierta	Sección abierta
<b>Hipótesis de balasto nominal</b>	4,1363	7,8360	6,2913
<b>Hipótesis de balasto aumentado</b>	4,7961	7,7682	6,5262
<b>Hipótesis de balasto disminuido</b>	3,7258	4,6580	5,2544

Tabla 6.1: Aceleraciones máximas en función del cierre del cajón.

Una visión inexperta podría pensar que una sección abierta en la totalidad del tablero debería comportarse peor que una sección cerrada a trozos. Sin embargo, a primera vista, se obtienen aceleraciones muy superiores en la opción semiabierta que en la abierta, lo que significa que no deben obtenerse conclusiones precipitadas sin realizar un análisis dinámico exhaustivo.

### 6.1.1. Sección semiabierta:

Los resultados se exponen a continuación:

Hipótesis de balasto	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
Nominal	7,8369	1/2 de vano 7, borde balasto	9	420
+30%	7,7682	1/2 de vano 7, borde balasto	9	406
-30%	4,6580	1/2 de vano 7, borde balasto	8	416

Tabla 6.2: Aceleraciones máximas del diseño con sección semiabierta, para las tres hipótesis de balasto.

### Series temporales, FFT y modos resonantes:

Siendo la hipótesis de balasto nominal la más desfavorable:

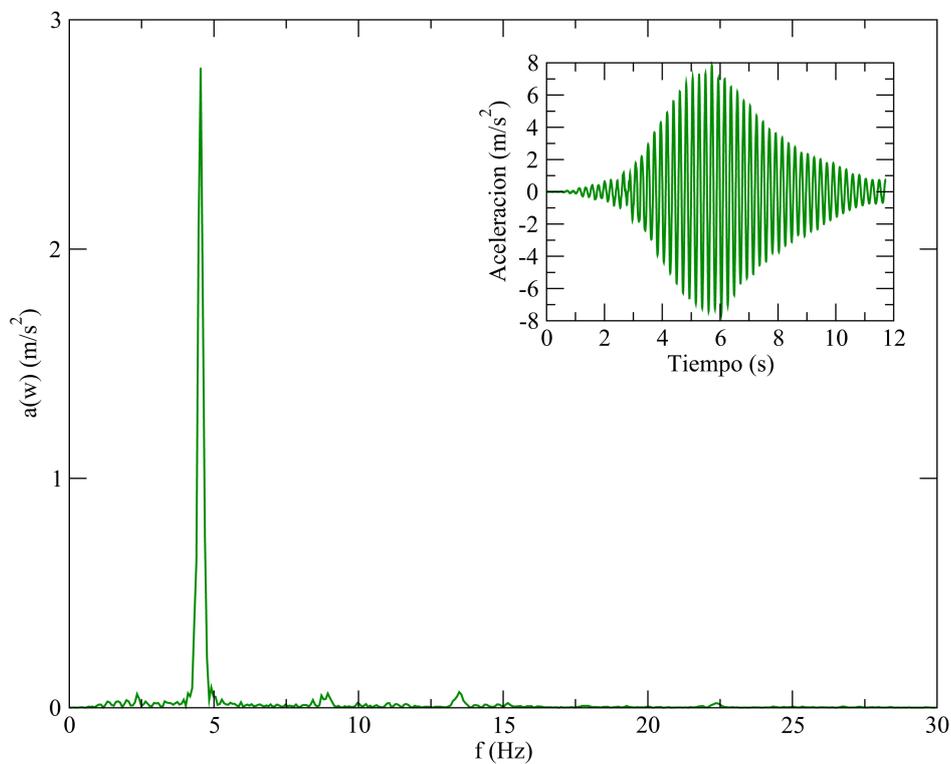


Figura 6.1: Serietemporal y FFT del tren 9 a 420 km/h en el punto de postproceso 56 para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto nominal.

Cuyos principales modos resonantes:

- Modo 12 ( $f=4,5107$  Hz): torsión del vano 7.
- Modo 13 ( $f=4,5898$  Hz): flexión asimétrica principal de vanos laterales.

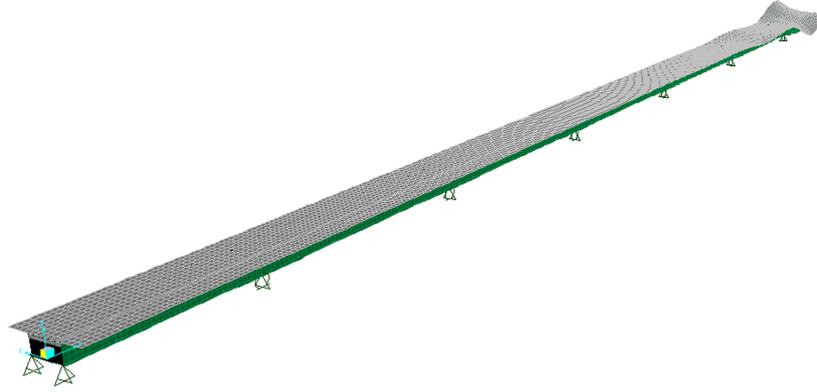


Figura 6.2: Modo 12: Torsión del último vano. Sección semiabierta.

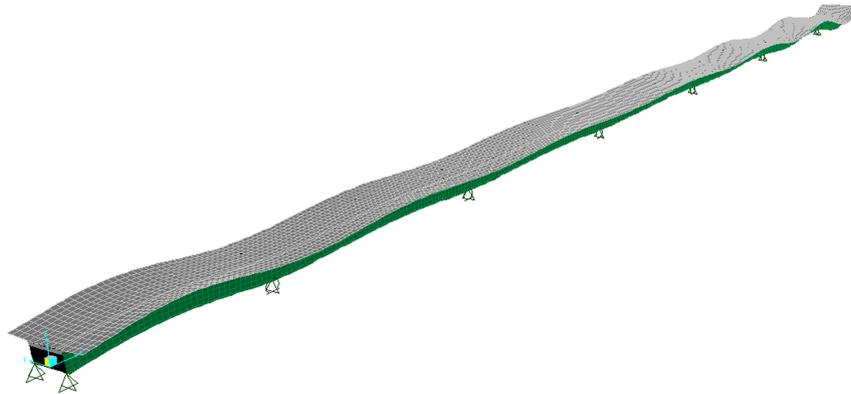


Figura 6.3: Modo 13: Flexión asimétrica de vanos laterales. Sección semiabierta.

El acople del modo de torsión y flexión en el vano 7, provoca un aumento desmedido de las aceleraciones en esta zona. Por otra parte, las aceleraciones en el vano 1 también son superiores (respecto al diseño planteado), debido al modo 13 de flexión.

Composición de aceleraciones por trenes:

Si se observa la composición de aceleraciones por trenes, se observa que los trenes A6,A7,A8,A9 y A10 superan el límite establecido por la IAPF [1]:

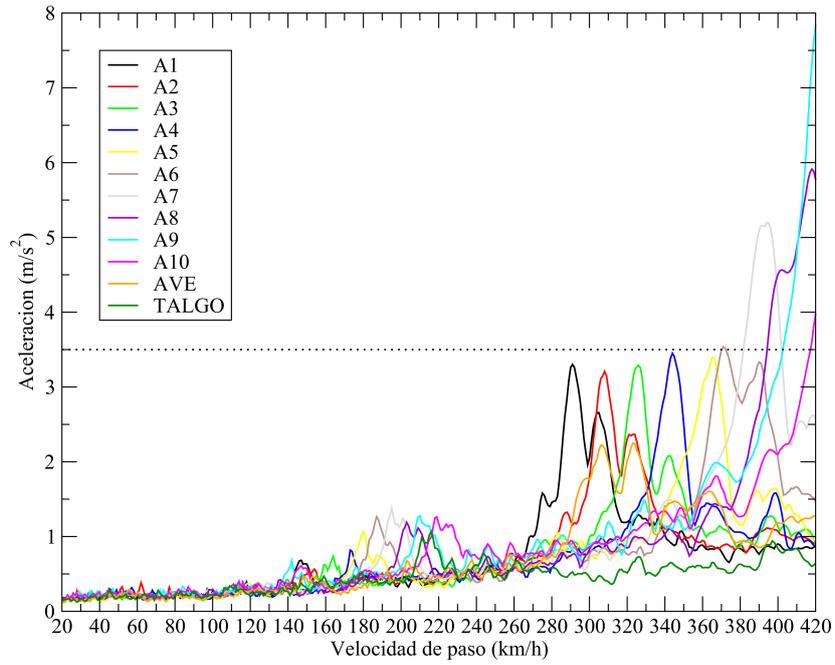


Figura 6.4: Composición por trenes en punto 56, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta.

Composición de aceleraciones por vano:

Se recogen únicamente los vanos donde la aceleración límite impuesta por la IAPF [1] es superada:

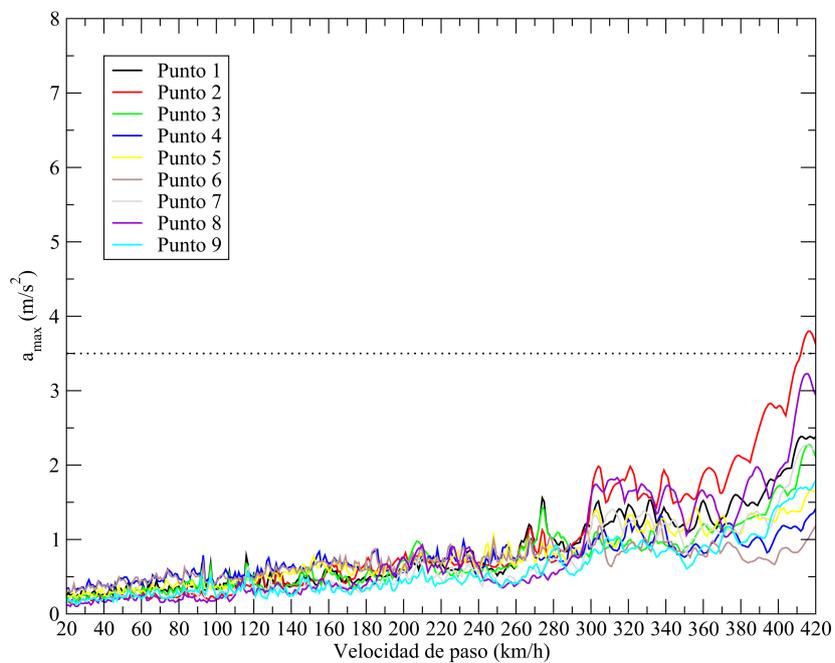


Figura 6.5: Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta.

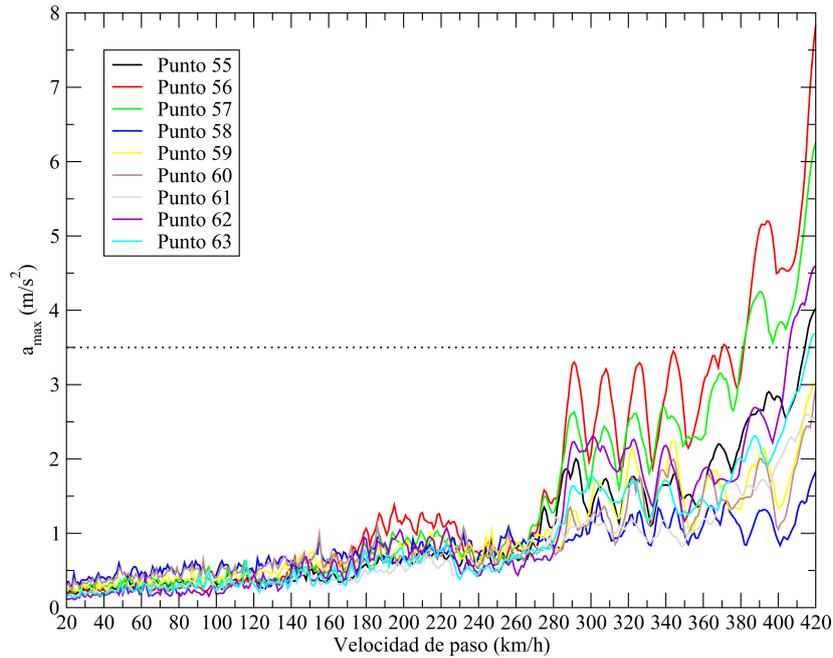


Figura 6.6: Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto nominal. Sección semiabierta.

Las aceleraciones se superan tanto en el primer vano como en el último. Sin embargo, el fallo se da en parte del vano 7 mientras que el fallo en el vano 1 se da en un único punto.

### 6.1.2. Sección abierta:

Los resultados se exponen a continuación:

Hipótesis de balasto	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
Nominal	6,2913	1/2 de vano 1, borde balasto	9	420
+30%	6,5262	1/2 de vano 1, borde balasto	10	420
-30%	5,2544	1/2 de vano 7, borde balasto	10	418

Tabla 6.3: Aceleraciones máximas del diseño con sección abierta, para las tres hipótesis de balasto.

### Series temporales, FFT y modos resonantes:

Este caso se analizó en el Capítulo 5: Análisis dinámico, para el caso de balasto nominal. En este caso, se recogen los resultados de balasto aumentado por ser el que obtiene la aceleración máxima:

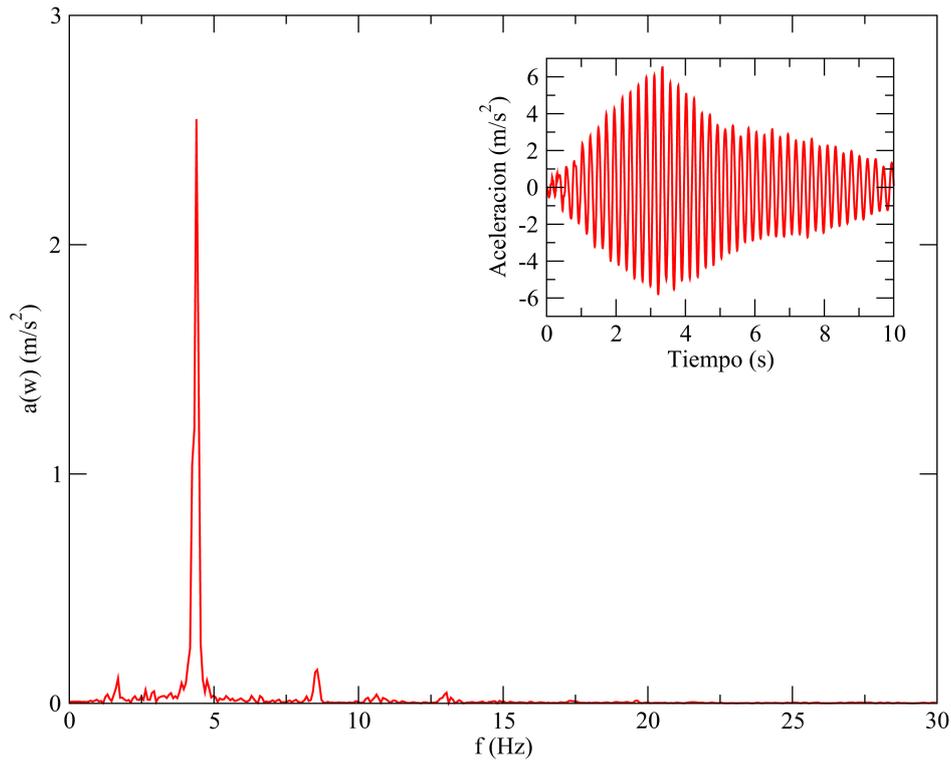


Figura 6.7: Serietemporal y FFT del tren 10 a 420 km/h en el punto de postproceso 2 para diseño con sección abierta, hipótesis de balasto aumentado.

- Modo 14 ( $f=4,3634$  Hz): torsión del vano 1, de forma como la de la figura 5.16.
- Modo 15 ( $f=4,4373$  Hz): flexión simétrica principal de vanos laterales.

El acople del modo de torsión y flexión en el vano 1, provoca un aumento de las aceleraciones en esta zona, si bien el aumento no es tan brusco como en la solución semiabierta. Por otra parte, las aceleraciones en el vano 7 también son superiores (respecto al diseño planteado) , debido al modo 15 de flexión.

#### Composición de aceleraciones por trenes:

Si se observa la composición de aceleraciones por trenes, se observa que los trenes A8,A9 y A10 superan el límite establecido por la IAPF [1]:

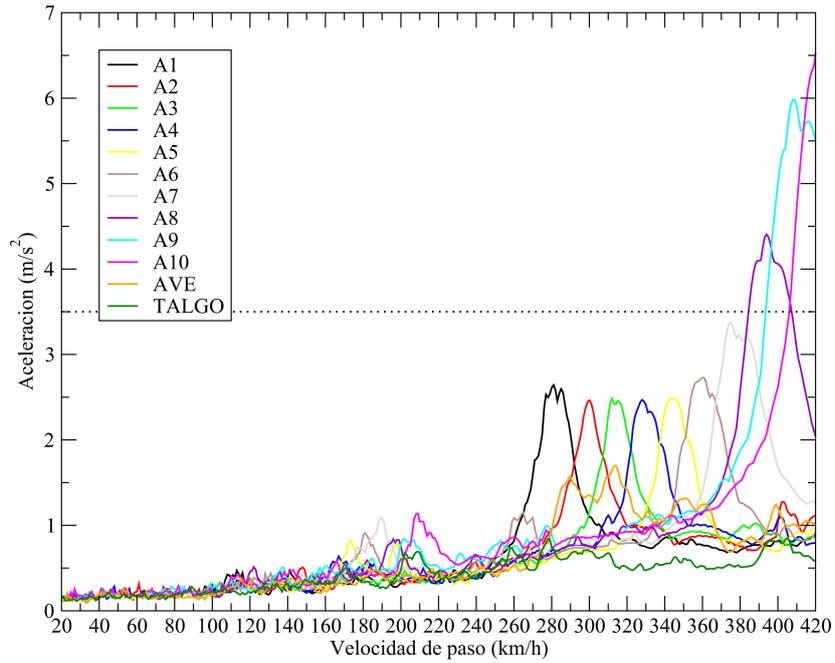


Figura 6.8: Composición por trenes en punto 2, hipótesis de balasto aumentado. Sección abierta.

Composición de aceleraciones por vano:

Se recogen únicamente los vanos donde la aceleración límite impuesta por la IAPF [1] es superada:

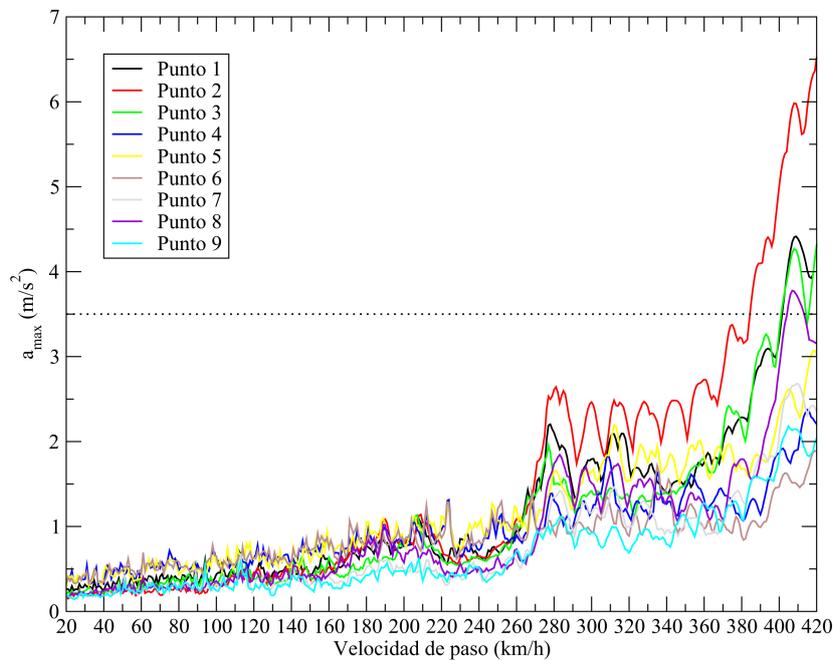


Figura 6.9: Envolvente de aceleraciones en vano 1, hipótesis de balasto aumentado. Sección abierta.

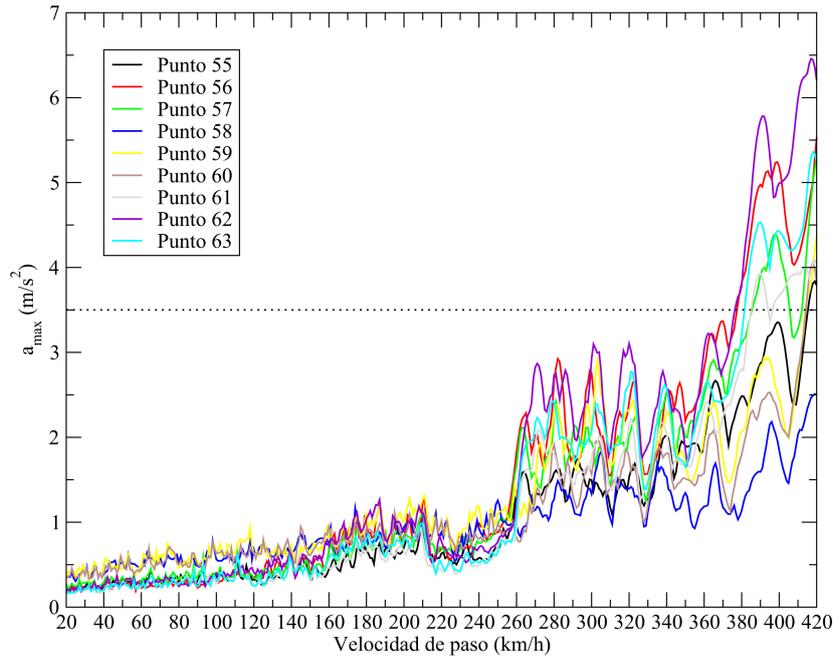


Figura 6.10: Envolvente de aceleraciones en vano 7, hipótesis de balasto aumentado. Sección abierta.

Las aceleraciones se superan tanto en el primer vano como en el último. Aunque son superiores en el caso de sección semiabierta, se observa que en esta opción, el fallo si es generalizado tanto en el vano inicial como el final.

### 6.1.3. Sección abierta sin rigidización:

Se ha calculado un caso (en hipótesis de balasto nominal) en el que además no se ha utilizado rigidización, para exponer que tan importante es el cierre de la sección, como el circuito torsional en sí.

Hipótesis de balasto	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
Nominal	6,5039	1/2 de vano 7	2	301

Tabla 6.4: Aceleración máxima del diseño con sección abierta sin rigidización, para la hipótesis de balasto nominal.

Si bien esta opción, ni se plantea constructivamente, es útil para el estudio. Como se puede ver, la aceleración máxima no es más alta que los casos anteriores, pero sí se supera a velocidades inferiores (en torno a 300 km/h) y en más vanos que en los casos anteriores, concretamente en 4 vanos:

- Vano 1:  $a_{max} = 6,0255m/s^2$ .
- Vano 2:  $a_{max} = 3,6223m/s^2$ .
- Vano 3:  $a_{max} = 3,0471m/s^2$
- Vano 4:  $a_{max} = 2,9129m/s^2$ .

- Vano 5:  $a_{max} = 3,1058m/s^2$ .
- Vano 6:  $a_{max} = 4,4915m/s^2$ .
- Vano 7:  $a_{max} = 6,5039m/s^2$ .

Los resultados invitan a considerar que todas las variantes en el diseño del cajón son muy importantes para el análisis dinámico y que pueden influir muy decisivamente en los resultados, por lo que debe cuidarse cada componente teniendo en cuenta que un sistema torsional está bien diseñado si todos los elementos actúan como un conjunto.

#### 6.1.4. Conclusiones:

Con este análisis se demuestra que, en esta tipología, parece ser necesario el cierre de la sección en la totalidad del tablero (doble acción mixta en apoyos y prelosas prefabricadas inferiores en el resto), pues se reducen las aceleraciones e inhiben los modos torsionales capaces de incrementar las aceleraciones (en este caso) en un 60 %.

Tras comprobar los diseños en función del tipo de cierre de la sección, se deduce que no deben obtenerse conclusiones precipitadas en función del mayor o menor cierre, pues en este caso aunque el comportamiento de la estructura es mejor en la sección semiabierta respecto a la abierta en la generalidad del tablero, las aceleraciones máximas obtenidas en el último vano en la solución semiabierta se amplifican estrepitosamente respecto a la solución abierta. Es decir, el comportamiento de una solución semiabierta no tiene por qué ser intermedio (en todos los ámbitos) entre una solución cerrada y abierta. Es muy interesante el estudio en función del cierre, por si pudiera obviarse la utilización de alguno de los componentes (por ejemplo, prelosas), aunque en este caso es necesario el cierre completo.

Quedan patentes las altas exigencias de la Instrucción, pues la estructura de estudio no ha sido validada dinámicamente, aunque pueden tenerse en cuenta otras estrategias fuera de influir sobre la estructura, como limitar la velocidad de los trenes o actuar sobre algunos vanos. Uno de los mayores limitantes, es el bajo amortiguamiento considerado para el diseño (0,5 %) a falta de una base de datos fiable de puentes mixtos, por lo que se ha propuesto un análisis de sensibilidad de la estructura en función del cambio de este parámetro.

## 6.2. Análisis de sensibilidad: variación del amortiguamiento inherente.

La metodología empleada hasta el momento se ha extraído puramente de la instrucción en donde, entre otras cosas, se impone un coeficiente de amortiguamiento de 0.5 % para puentes mixtos. La elección de un coeficiente u otro siempre ha ido condicionada por los datos experimentales de puentes existentes. Algunos de los datos obtenidos, se detallan en [46]:

- Tras la medición en 73 puentes europeos existentes:
  - Para puentes de acero de  $L > 20m$ :  $\xi_{medio} = 0,8\%$  con una desviación estándar de un 0,4 %.
  - Para puentes de hormigón de  $L > 20m$ :  $\xi_{medio} = 1,8\%$  con una desviación estándar de un 0,7 %.
- En la misma referencia se recogen otras mediciones como:
  - La estimación de  $\xi$  tras la medición en 27 puentes de ferrocarril alemanes:

- Para puentes de acero:  $\xi_{medio} = 1,17\%$  con una desviación estándar de un  $0,28\%$ .
- Para puentes de acero de sección cajón:  $\xi_{medio} = 0,79\%$  con una desviación estándar de un  $0,28\%$ .
- Para puentes de hormigón:  $\xi_{medio} = 2,28\%$  con una desviación estándar de un  $0,68\%$ .
- El cálculo de  $\xi$  según autores de la antigua URSS, en función de la primera frecuencia de vibración  $f_1$ :

$$\xi = \frac{f_1}{10 \cdot (1 + 10/f_1)} \quad (6.1)$$

Dentro de la incertidumbre respecto a este parámetro y debido a que no hay una base de datos suficiente de puentes mixtos, la Instrucción opta por un coeficiente de amortiguamiento bajo para caer del lado de la seguridad (valores recogidos en la Tabla 2.2). No obstante, esta simplificación impuesta por la Instrucción, puede alejarse de una realidad mucho más compleja ya que:

1. El coeficiente de amortiguamiento no es constante para todos los modos de vibración.
2. Una estructura mixta, por naturaleza, debe tener mayor amortiguamiento que una puramente metálica.
3. El uso de hormigón para el cierre de la sección (en la totalidad del tablero) probablemente aumente el amortiguamiento respecto a las típicas estructuras mixtas que sólo poseen una losa superior de este material.

Para justificar estas afirmaciones anteriores, se recurre a artículos como [8] donde se resumen una serie de experimentos dinámicos sobre el viaducto de Sesia de la línea entre Turín y Milán, viaducto mixto de sección cajón de 7 vanos de aproximadamente 50 m, diferenciándose con el caso práctico de este proyecto en que no utiliza doble acción mixta. En dicho puente se han dispuesto una serie de sensores distribuidos a lo largo del tablero que miden aceleraciones, deformaciones y flechas. Posteriormente, estos datos han servido para comparar parámetros teóricos y empíricos del análisis modal de forma que ha quedado patente que el factor de amortiguamiento toma valores bastante diferenciados por modos y superiores al  $0,5\%$  que prescribe la norma. Los valores varían desde un  $1,69\%$  para el segundo modo torsión (14,28 Hz) hasta un máximo de un  $2,64\%$  para el segundo modo de flexión simétrico (10,44 Hz).

Es por ello, que resulta de gran interés un análisis de sensibilidad a la variación del coeficiente de amortiguamiento frente a aceleraciones pico. Se va a realizar concretamente un barrido de trenes según el método semianalítico para los valores de  $\xi$  iguales a  $0,6, 0,8, 1,0, 1,2, 1,4, 1,6, 1,8$  y  $2,0$  (%), para las tres hipótesis de balasto de las tres opciones de diseño planteadas anteriormente (sección cerrada, sección semiabierta y sección abierta), recogiendo sólo las hipótesis más desfavorables.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

$a_{max}(m/s^2)$	Sección cerrada	Sección semiabierta	Sección abierta
$\xi = 0,5 \%$	4,7961	7,8369	6,5262
$\xi = 0,6 \%$	4,5341	7,4923	6,2836
$\xi = 0,8 \%$	4,0757	6,8747	5,8394
$\xi = 1,0 \%$	3,6982	6,3370	5,4433
$\xi = 1,2 \%$	3,3814	5,8665	5,0975
$\xi = 1,4 \%$	3,1079	5,4526	4,7892
$\xi = 1,6 \%$	2,8705	5,0880	4,5109
$\xi = 1,8 \%$	2,6633	4,7662	4,2590
$\xi = 2,0 \%$	2,4816	4,4787	4,0302

Tabla 6.5: Aceleraciones máximas VS coeficiente de amortiguamiento ( $\xi$ ), en función del cierre del cajón.

Cuyo comportamiento asintótico se muestra en la siguiente figura:

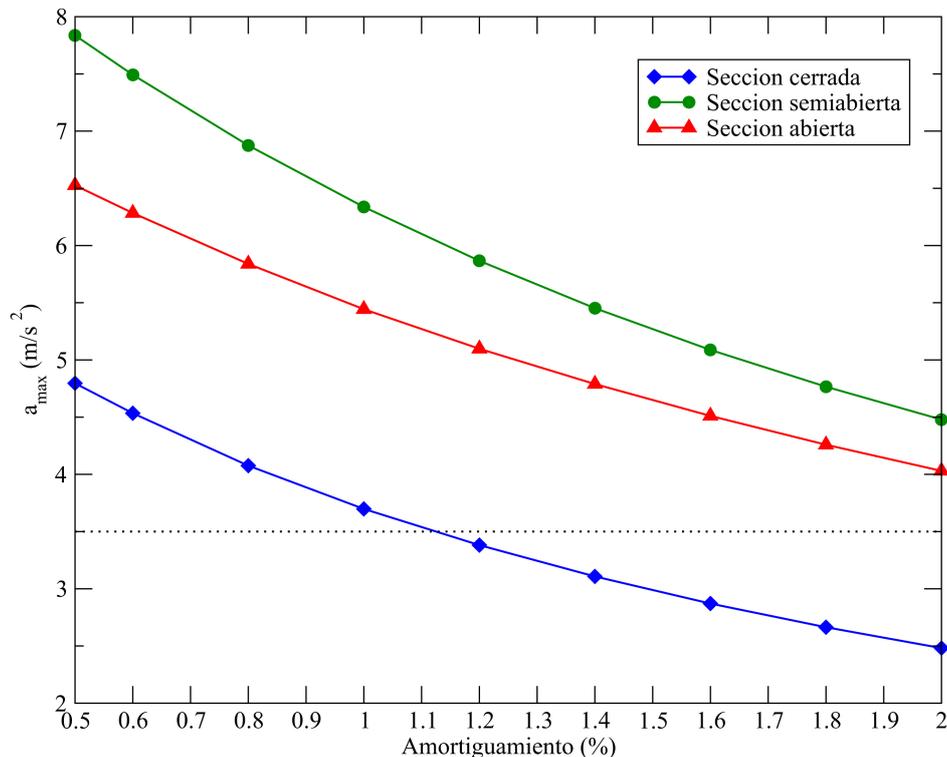


Figura 6.11: Análisis de sensibilidad aceleración vs factor de amortiguamiento para solución propuesta (cerrada), semiabierta y abierta.

Los resultados muestran una gran sensibilidad frente al cambio de este parámetro, pues la consideración de aproximadamente un  $\xi = 1,1 \%$  en la opción propuesta (cerrada), habría validado el análisis dinámico sin problemas.

Por otra parte, se demuestra que a igualdad de variación del amortiguamiento  $\xi$ , las opciones con más hormigón en el diseño (sección cerrada) sufren mayores reducciones de aceleraciones pico como puede verse en la siguiente tabla:

$\Delta a_{max}(\%)$	S. Cerrada	S. Semiabierta	Sección abierta
$\Delta \xi = +0,5\% (0,5 \text{ a } 1\%)$	-22,9 %	-19,1 %	-16,6 %
$\Delta \xi = +1,5\% (0,5 \text{ a } 2\%)$	-48,2 %	-42,8 %	-38,24 %

Tabla 6.6: Variación de aceleración máxima  $\Delta a_{max}(\%)$  según el amortiguamiento  $\xi(\%)$ , en función del cierre del cajón.

La gran sensibilidad de este parámetro, revela que un aumento de la base de datos de puentes mixtos puede reducir las grandes exigencias dinámicas de la norma IAPF [1] que suelen conducir al sobredimensionamiento de la estructura. Un análisis de fiabilidad, que considere las funciones de distribución de las variables básicas que influyen en el problema, permitiría establecer un amortiguamiento característico seguramente superior al actual (0,5%) manteniendo el objetivo de fiabilidad o lo que es lo mismo, es muy criticable que la IAPF se rija por principios de estadística y sin embargo, imponga un valor de fijo de amortiguamiento.

Por otra parte, comentar que se habla del amortiguamiento natural de la estructura, que obviamente puede verse aumentado artificialmente mediante sistemas de amortiguadores dispuestos para ello, tanto en pilas de la estructura como en los mismos vehículos.

### 6.3. Análisis de sensibilidad: fisuración del hormigón por torsión.

#### 6.3.1. Influencia de la variación de $f_{12}$ y $f_{22}$ en prelosas sobre el análisis dinámico.

Una de las preguntas que puede haberse hecho el lector es por qué la elección de los coeficientes  $f_{12}$  y  $f_{22}$  en base al comportamiento de las prelosas de otro viaducto. Con estos coeficientes se modifica la rigidez de las prelosas (en cuánto a la biela de compresión generada por la torsión de la sección), lo que en principio influye en el análisis estático pero no se sabe hasta qué punto influye en el análisis dinámico. Por ello, se ha realizado un análisis con la variación de estos parámetros en la opción de diseño, con el objetivo de observar si los resultados en aceleraciones máximas son sensibles a estos cambios, o por el contrario, no lo son. Dentro de que las prelosas son discontinúas y por tanto, no colaboran a flexión (es decir,  $f_{11} = 0$ ), se han barajado las siguientes opciones:

- $f_{12} = f_{22} = 0,05$ : Se asume una pérdida de rigidez a compresión casi completa. El propósito de esta opción es contemplar si los resultados convergen a los de la situación sin prelosas.
- $f_{12} = f_{22} = 0,12$ : Son los coeficientes utilizados para la situación de diseño. En el estudio del citado Viaducto de las Piedras [23], representan que la rigidez de las prelosas discontinúas fisuradas utilizadas, es un 12% respecto a la rigidez de prelosas continuúas sin fisurar.
- $f_{12} = f_{22} = 0,66$ : En el estudio del citado Viaducto [23] de las Piedras, representan que la rigidez de las prelosas discontinúas sin fisurar, es un 66% respecto a la rigidez de prelosas continuúas sin fisurar.
- $f_{12} = f_{22} = 1,00$ : Se asume la rigidez completa correspondiente a las prelosas continuúas sin fisurar.

A continuación, se recogen como ejemplo, los resultados obtenidos en aceleraciones para la hipótesis de balasto nominal de la solución propuesta:

$f_{12} = f_{22}$	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
0,05 (5 %)	4,0584	1/2 de vano 7, borde balasto	9	408
0,12 (12 %)	4,1363	1/2 de vano 7, borde balasto	9	408
0,66 (66 %)	4,1404	1/2 de vano 7, borde balasto	9	408
1,00 (100 %)	4,3113	1/2 de vano 7, borde balasto	9	409

Tabla 6.7: Aceleraciones máximas en función de los coeficientes  $f_{12} = f_{22}$  en prelosas, para la hipótesis de balasto nominal de la solución propuesta.

La diferencia entre aceleraciones máximas es, como máximo, de un 4%. Esta situación aclara que los resultados obtenidos son poco sensibles a la modificación de  $f_{12} = f_{22}$ , por lo que la hipótesis considerada de  $f_{12} = f_{22} = 0,12$  puede darse por válida (para el análisis dinámico). Por otra parte, era previsible que los resultados no convergiesen al diseño sin prelosas, pues el peso que éstas ejercen, modifica el comportamiento dinámico de la estructura.

Comentar además que las aceleraciones máximas crecen cuánto más rígidas son las prelosas. Es un comportamiento lógico, pues los desplazamientos dinámicos disminuyen y las aceleraciones aumentan, como ya se comentó anteriormente.

### 6.3.2. *Influencia de la fisuración por torsión y flexión en la zona de apoyos sobre el análisis dinámico.*

Cuando se calcularon los E.L.S. estáticos, se consideró la fisuración total de la zona de apoyos. Sin embargo, en el análisis dinámico se ha supuesto un comportamiento elástico lineal del hormigón en la zona de apoyos (sin fisurar). Según la RPX o el Eurocódigo, se exige la consideración de un módulo de rigidez transversal del hormigón para torsión bastante inferior al habitual, valor que no se ha considerado en este estudio. Para emular esta situación y evaluar su influencia sobre los resultados de aceleraciones máximas en el análisis dinámico, se ha considerado como suficiente el planteamiento de las siguientes opciones:

- Losas superior e inferior en apoyos con 90 % de rigidez axil:  $f_{11} = f_{12} = f_{22} = 0,9$ .
- Losas superior e inferior en apoyos con 80 % de rigidez axil:  $f_{11} = f_{12} = f_{22} = 0,8$ .
- Losas superior e inferior en apoyos con 70 % de rigidez axil:  $f_{11} = f_{12} = f_{22} = 0,7$ .

Si la diferencia entre resultados es mínima, los resultados en aceleraciones no son sensibles a esta fisuración, por lo que el análisis dinámico será validado. A continuación, se expone como ejemplo, los resultados obtenidos para la hipótesis de balasto aumentado de la solución propuesta:

$f_{11} = f_{12} = f_{22}$	$a_{max}(m/s^2)$	Punto	Tren	$V_{paso}(km/h)$
1,0 (100 %)	4,7961	3/4 de vano 7, borde balasto	10	420
0,9 (90 %)	4,8689	3/4 de vano 7, borde balasto	10	419
0,8 (80 %)	4,7720	3/4 de vano 7, borde balasto	10	418
0,7 (70 %)	4,7874	3/4 de vano 7, borde balasto	10	415

Tabla 6.8: Aceleraciones máximas en función de los coeficientes  $f_{11} = f_{12} = f_{22}$  del hormigón en apoyos, para la hipótesis de balasto aumentado de la solución propuesta.

La diferencia entre aceleraciones máximas es , como máximo, de un 2%. Como en el caso de las prelosas, los resultados de aceleraciones máximas son poco sensibles a la modificación de  $f_{11} = f_{12} = f_{22}$ , por lo que la fisuración no influye relevantemente y no es necesario tenerla en cuenta (para el análisis dinámico). Es destacable, sin embargo, que las velocidades a las que se van dando los máximos también disminuyen:

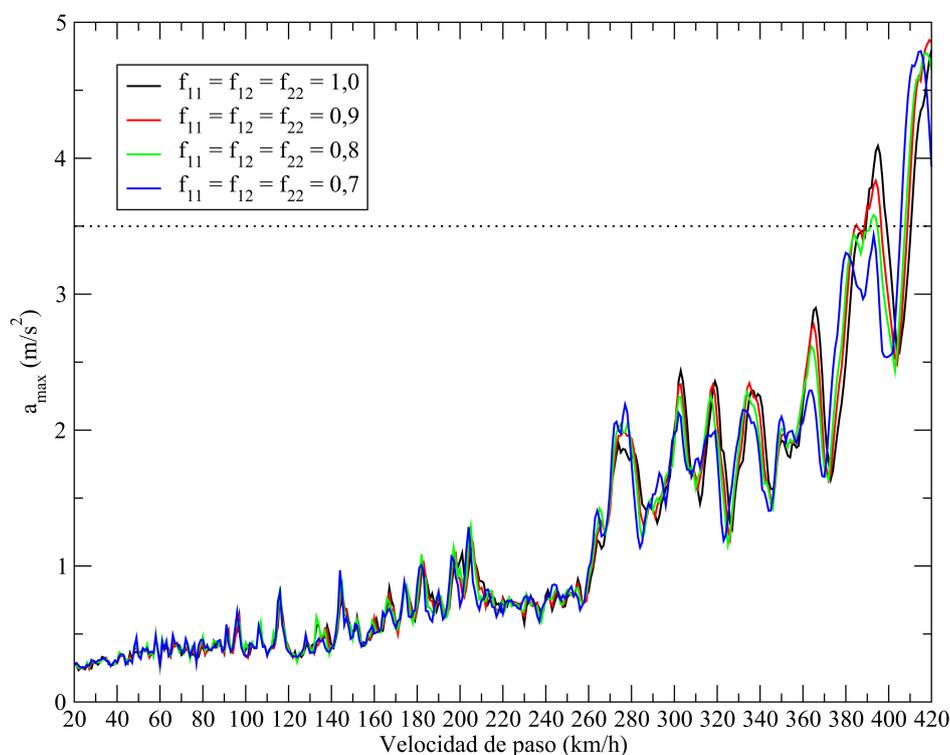


Figura 6.12: Envolventes de aceleraciones en punto de postproceso 57 en función de la rigidez axial considerada en apoyos, para la hipótesis de balasto aumentado del dise no propuesto.

Las opciones más rígidas suelen obtener, en general, mayores aceleraciones a la misma velocidad que las menos rígidas (que a su vez tendrán menos desplazamientos dinámicos).

#### 6.4. Análisis de sensibilidad: influencia del modelo de cargas puntuales sobre el análisis dinámico.

El modelo de cargas puntuales de los trenes utilizados sobrevaloran, en términos generales, la respuesta en desplazamientos y aceleraciones de una estructura. En caso de vías sobre balasto, la IAPF [1] recomienda el reparto de cualquier carga vertical puntual actuando sobre el carril a los largo de tres traviesas consecutivas (a 0,6 m cada una), absorbiendo la central el 50 % de la carga y cada una de las dos adyacentes, el 25 %. Además la carga sobre cada traviesa se puede distribuir con una pendiente 1H:4V a través del espesor del balasto (se ha considerado 0,6 m de espesor de balasto). De esta forma, se consigue un reparto de cargas más realista y es por ello, que se ha decidido examinar la sensibilidad de los resultados dinámicos al cambio del modelo de cargas puntuales básico por uno con reparto de cargas, más realista. De esta forma:

Tren	MBC: nº de ejes - longitud tren(m)	MRC: nº de ejes - longitud tren(m)
A1	50 - 397,52 m	1650 - 399,02 m
A2	48 - 398,52 m	1584 - 400,02 m
A3	46 - 397,52 m	1518 - 399,02 m
A4	44 - 394,52 m	1452 - 396,02 m
A5	42 - 389,52 m	1386 - 391,02 m
A6	40 - 382,52 m	1320 - 384,02 m
A7	40 - 397,52 m	1320 - 399,02 m
A8	38 - 387,52 m	1254 - 389,02 m
A9	36 - 375,52 m	1188 - 377,02 m
A10	36 - 388,52 m	1188 - 390,02 m
TALGO	40 - 357,94 m	1320 - 359,44 m
AVE	52 - 393,31 m	1716 - 394,81 m

MBC= modelo básico de cargas, MRC=modelo con reparto de cargas

Tabla 6.9: Comparación del número de ejes y longitud de tren del modelo básico de cargas frente al modelo con reparto local de cargas.

Se ha ejecutado el análisis dinámico con ambos modelos de cargas sobre la opción de diseño. A continuación, se recogen algunos de los resultados obtenidos:

$a_{max}(m/s^2)$	Modelo básico	Modelo con reparto de cargas	$\Delta a_{max}(\%)$
<b>Balasto nominal</b>	4,1363	4,1014	0,84 %
<b>Balasto +30 %</b>	4,7961	4,7551	0,85 %
<b>Balasto -30 %</b>	3,7258	3,7088	0,45 %

Tabla 6.10: Aceleraciones máximas en función del modelo de cargas utilizado para la opción de diseño.

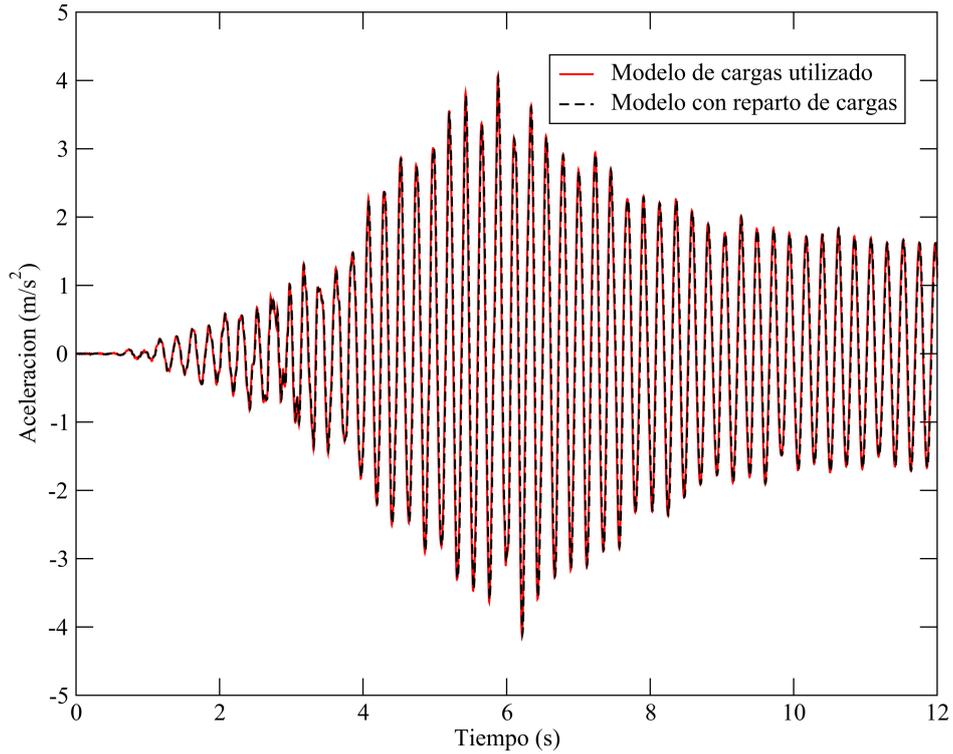


Figura 6.13: Series temporales del tren 9 a 408 km/h en el punto de postproceso 56 en función del modelo de cargas utilizado.

Como puede verse en la tabla y figura anteriores, aunque las aceleraciones del modelo con reparto de cargas son inferiores, la diferencia entre resultados es muy sutil (no llega ni al 1%). Por tanto, los datos obtenidos no son sensibles al uso de un modelo u otro, por lo que el uso del modelo de cargas recomendado por la IAPF [1] sólo implicará un aumento inútil de tiempo de cálculo y coste computacional (del análisis dinámico).

---

## CAPÍTULO 7

### Conclusiones

---

A modo de resumen, se recogen en los siguientes puntos las conclusiones alcanzadas en todo el desarrollo de este proyecto:

1. El método semianalítico de resolución del problema de paso de cargas móviles presenta demostradas ventajas, en términos de precisión y tiempo de cálculo, frente a los métodos de integración incremental paso a paso. Esta metodología permite afrontar, de una manera realista, los pasos de carga de km/h en km/h aconsejados por el Eurocódigo, pasos necesarios para determinar con precisión la respuesta dinámica, y que de seguir las indicaciones de la Instrucción IAPF, de paso de cargas de 10km/h en 10km/h, no podrían ser registrados con exactitud.
2. La validación de los modelos tridimensionales a partir de modelos en dos dimensiones, debe de contemplar la amplificación de las aceleraciones por parte del modelo tridimensional, a causa de la activación de los modos de torsión del puente, que acoplados a los modos de flexión pueden amplificar las aceleraciones máximas hasta en un 60 % (en este caso práctico). El cierre adecuado de la sección puede inhibir estos modos torsionales, por lo que el ingeniero debe valorar la mejora en la respuesta dinámica a través del cierre completo o parcial de la totalidad del tablero, en términos de aceleraciones máximas y coste económico, siendo en este caso la opción de cierre completo (prelosas y doble acción mixta en nudos), la única cercana a los límites establecidos por la Instrucción.
3. En el presente proyecto, se recogen las distintas herramientas para la verificación de modelos tridimensionales de cálculo a partir de un modelo bidimensional. El modelo bidimensional puede ser utilizado para el cálculo de aceleraciones máximas si el problema torsional es eliminado, si bien sólo se recomienda su utilización para la validación del modelo tridimensional, más realista.
4. Las situaciones intermedias, como es el uso de doble acción mixta sólo en las zonas de apoyos, no tienen por qué tener un comportamiento intermedio entre una sección completamente abierta y otra completamente cerrada, habiéndose amplificado en este caso intermedio las aceleraciones máximas, es decir, el comportamiento de cada modelo es completamente independientes respecto a otros. Es conveniente el estudio dinámico del sistema de cierre eliminando o modificando componentes, por si pudieran obviarse algunos, reduciéndose de esta forma el coste económico.

5. Las limitaciones dinámicas de la IAPF son demasiado severas y conducen al sobredimensionamiento de la estructura. La estructura de estudio supera sin problema las limitaciones estáticas mientras que no cumple las limitaciones dinámicas (aceleraciones máximas).
6. La utilización de hormigón para el cierre de la sección (prelomas y doble acción mixta en nudos) aumenta el amortiguamiento natural de la estructura, además de que la reducción en aceleraciones máximas es incluso superior en los modelos con mayor cantidad de hormigón. Se ha presentado una gran sensibilidad de los resultados dinámicos a la variación de este parámetro.
7. Las mediciones experimentales de amortiguamiento en puentes reales parecen evidenciar un amortiguamiento superior al considerado para el diseño de este tipo de estructuras, lo cual implicaría la validación de los E.L.S dinámicos y el no sobredimensionamiento actual (considerando un 0,5 %), con el consiguiente ahorro económico. La recopilación de una base de datos de puentes reales permitiría el tratamiento estadístico de este parámetro, de forma que se establezca un amortiguamiento característico en función de niveles de fiabilidad, modernizando el tratamiento vigente establecido por la IAPF.
8. La influencia de la fisuración por torsión , tanto en prelasas como en apoyos, es insignificante sobre los resultados dinámicos en aceleraciones máximas. Además, la consideración de la fisuración en el análisis no está del lado de la seguridad, puesto que la pérdida de rigidez disminuye ligeramente las aceleraciones máximas y aumenta los desplazamientos dinámicos máximos (no relevantes en este caso respecto a los estáticos).
9. A la hora de realizar el análisis dinámico, no debe usarse la recomendación de la IAPF del reparto local de cargas puntuales sobre los modelos de trenes ya que no influye en los resultados dinámicos obtenidos, pudiéndose obviar en este tipo de análisis, ahorrando en tiempo y coste computacional.

Como líneas de investigación abiertas o posibles trabajos futuros se pueden proponer:

1. Recopilar una base de datos con medidas reales de amortiguamiento a partir de Análisis Modal Operacional (OMA) en puentes construidos. Conociendo las funciones de distribución de las variables básicas que influyen en el problema dinámico, se puede establecer un amortiguamiento característico en función de los niveles de fiabilidad.
2. Utilización de herramientas más actuales como las wavelets, que permiten un mejor conocimiento de la señal respecto a las transformadas de Fourier utilizadas. Las wavelets permiten diferenciar en esta señal las propiedades resonantes respecto a saltos locales producidos por impacto, que pueden dar lugar al incumplimiento de los límites establecidos por la IAPF.

# Apéndice



---

## APÉNDICE A

### Métodos de integración numérica en sistemas de un grado de libertad.

---

A la hora de determinar la respuesta de un sistema de un grado de libertad sometido a una carga periódica cualquiera, se pueden usar dos métodos:

1. **Análisis en el dominio de la frecuencia:** Se descompone la carga en una serie de componentes armónicas mediante un desarrollo de Fourier y se superpone la respuesta de la estructura para cada componente armónica.
2. **Análisis en el dominio del tiempo:** Mediante la interpretación de una carga dinámica como una sucesión de cargas impulsivas. De este modo, se obtiene la respuesta para cada una de estas cargas impulsivas y sumando en virtud del principio de superposición se obtiene la respuesta total para la carga dinámica general.

Ambas metodologías se basan en la superposición y , por lo tanto, únicamente son válidas para sistemas lineales y elásticos.

#### A.1. Dominio del tiempo

Se considera un sistema de un grado de libertad sometido a un forzamiento  $p(t)$ , considerado como una sucesión de cargas impulsivas aplicadas en un instante  $t = \tau$ , de valor  $f(\tau)$  y duración  $d\tau$ .

Al tratarse de una ecuación continua siempre puede dividirse en excitaciones diferenciales tal y como se observa en la figura(A.1):

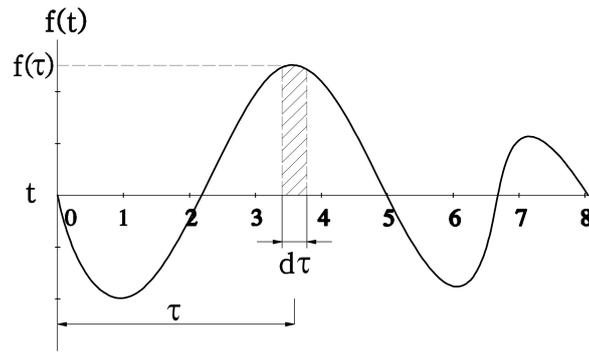


Figura A.1: División en impulsos diferenciales.

Ahora la ecuación del movimiento es diferencial y lineal por lo que podremos resolver la ecuación dinámica para cada rectángulo diferencial hasta completar la carga, y finalmente, la suma de todas ellas nos dará la solución al problema inicial.

Si se aplica la segunda ecuación de Newton (A.1):

$$f = ma \rightarrow a = \frac{\partial v}{\partial \tau} \rightarrow \partial v = \frac{f(\tau) \cdot d\tau}{m} \quad (\text{A.1})$$

Dicha carga se caracterizaría por un impulso, de modo que, debido a su corta duración, introduce una velocidad inicial en el sistema sin producir desplazamiento debido a su corta duración:

$$u_0 = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$v_0 = f(\tau)d\tau/m \quad (\text{A.3})$$

(\*) El movimiento comienza en  $t=\tau$ , cuando se da el impulso.

Por consiguiente, si se parte de la ecuación del movimiento de un sistema amortiguado libre:

$$du(t) = e^{-\xi\omega t} \left[ v(0)\cos(\omega_D t) + \frac{\dot{v}(0) + \xi\omega v(0)}{\omega_D} \text{sen}(\omega_D t) \right] \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo estas hipotéticas condiciones iniciales:

$$du(t) = e^{-\xi\omega t} \frac{f(\tau)d\tau}{m\omega_D} \text{sen}(\omega_D(t - \tau)) \text{ para } t \geq \tau \quad (\text{A.5})$$

$$f(\tau)d\tau = \int_0^{t_1} f(t)dt \quad (\text{A.6})$$

Expresión que representa los desplazamientos del sistema a partir del instante  $t=\tau$  cuando éste se ve sometido a una carga impulsiva de valor  $f(\tau)$  de duración  $d\tau$ . Si se aplica el principio de superposición, la respuesta total del sistema en un instante  $t$  determinado, será la convolución (es decir, la integral) de las respuestas de todas las cargas impulsivas  $f(\tau)$  ocurridas desde  $t=0$  hasta dicho instante  $t$ , es decir:

$$u(t) = \int_0^t du(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t f(\tau)e^{\xi\omega(t-\tau)} \text{sen}(\omega_D(t-\tau))d\tau \quad (\text{A.7})$$

Expresión conocida como la **Integral de Duhamel**. No obstante, esta integral puede ser resuelta analíticamente por algunos pocos casos singulares, por lo que deben buscarse métodos alternativos para su resolución y en este punto es donde los métodos numéricos suponen una herramienta clásica para su solución.

## A.2. Dominio de la frecuencia

Se basa en la generalización del desarrollo en serie de Fourier, que clásicamente, se aplican a funciones periódicas como la de la figura (A.2):

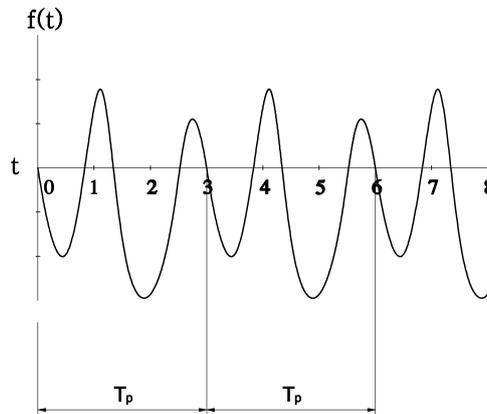


Figura A.2: Carga periódica

No obstante, en este punto interesan cargas generales no necesariamente periódicas:

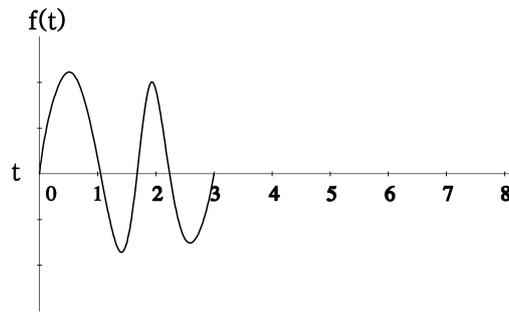


Figura A.3: Carga genérica.

La descomposición en serie de Fourier en principio únicamente es de aplicación a cargas periódicas. Sin embargo, su aplicabilidad se puede extender a cargas no periódicas, recurriendo para ello al artificio de tratar las cargas no periódicas como cargas periódicas con un período  $T_p$  infinito. Imagínese una carga no periódica como la de la figura A.3 anterior, tomando como  $T_p$  al intervalo de tiempo indicado en la misma, si se aplican las fórmulas del desarrollo en serie de Fourier se obtiene lo siguiente:

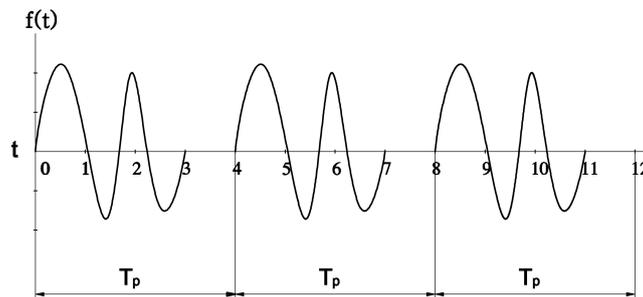


Figura A.4: Desarrollo en serie de Fourier aplicado a una carga no periódica.

Una carga periódica  $f(t)$  se puede expresar mediante la serie de Fourier siguiente:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{sen}(\omega_n t) \quad (\text{A.8})$$

donde:

$$a_0 = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} f(t) dt; a_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} f(t) \cos(\omega_n t) dt; b_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} f(t) \text{sen}(\omega_n t) dt \quad (\text{A.9})$$

La posición del eje de abscisas que indica el tiempo  $t$  siempre se puede ajustar (desplazándose verticalmente hacia arriba o hacia abajo) para que la ordenada  $a_0$  sea nula. Se supone en adelante que el eje de abscisas ha sido elegido de este modo y por ello,  $a_0=0$ . Sustituyendo el resto de expresiones de A.8 y A.9 se tiene:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} \cos(w_n t) dt \right] \cos(w_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} \text{sen}(w_n t) dt \right] \text{sen}(w_n t) \quad (\text{A.10})$$

donde  $w_n$  es la frecuencia del armónico  $n$  que viene dada por:

$$w_n = n \frac{2\pi}{T_p} \quad (\text{A.11})$$

siendo  $n$  un número entero que varía desde 0 a  $\infty$ . La expresión (A.10) define por lo tanto una serie de valores discretos de las frecuencias  $w_n$ . La separación entre estas frecuencias, es decir, el incremento de frecuencia de un valor  $n$  al siguiente va a denominarse  $\Delta \bar{w}$  y vale  $\Delta \bar{w} = \frac{2\pi}{T_p}$ . Despejando  $T_p$ , se puede escribir:

$$T_p = \frac{2\pi}{\Delta w} \quad (\text{A.12})$$

Si se sustituye  $T_p$  en la expresión (A.10) y  $T_p$  tiende a infinito, el incremento de frecuencia  $\Delta w$  pasa a ser un diferencial de frecuencia  $dw$ , y el sumatorio se convierte en una integral, llegándose a la siguiente expresión:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \left[ \int_0^{\infty} f(t) \cos(wt) dt \right] \cos(wt) + \left[ \int_0^{\infty} f(t) \text{sen}(wt) dt \right] \text{sen}(wt) \right\} dw \quad (\text{A.13})$$

Nótese que en la expresión anterior se ha escrito  $w$  en vez de  $w_n$  porque cuando  $T_p$  tiende a infinito, la frecuencia pasa de adoptar una serie de valores discretos a ser una variable continua. En adelante, los términos entre corchetes de la expresión (A.13) se designarán como  $a(w)$  y  $b(w)$ , es decir:

$$a(w) = \int_0^{\infty} f(t) \cos(wt) dt \quad (\text{A.14})$$

$$b(w) = \int_0^{\infty} f(t) \text{sen}(wt) dt \quad (\text{A.15})$$

De manera que sustituyendo (A.14) y (A.15) en (A.13), se puede escribir tal expresión como sigue:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(w)\cos(wt) + b(w)\text{sen}(wt)] dw \quad (\text{A.16})$$

La expresión (A.16) es la representación de la función no periódica  $p(t)$  mediante lo que se conoce en la literatura como la integral de Fourier, o también la transformada (inversa) de Fourier. Las funciones  $a(w)$  y  $b(w)$  se denominan las componentes de la transformada de Fourier de la función  $f(t)$ . Una vez expresada la carga dinámica  $f(t)$  mediante funciones seno y coseno, la respuesta total de un sistema de un grado de libertad se puede obtener integrando las respuestas a cada armónico. Finalmente, se resumen las expresiones que permiten obtener la respuesta dinámica frente a una carga no periódica  $f(t)$  mediante la transformada de Fourier en formato exponencial. A la siguiente expresión, se le denomina transformada inversa de Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) \cdot e^{iwt} dw \quad (\text{A.17})$$

Y la conocida transformada directa de Fourier:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-iwt} dt \quad (\text{A.18})$$

La respuesta estacionaria de un sistema de un grado de libertad viene dada por:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(w) \cdot F(w) \cdot e^{iwt} dw \quad (\text{A.19})$$

Siendo  $H$ , la función de transferencia en el dominio de la frecuencia. Así pues, la obtención de la respuesta  $u(t)$  a partir de la excitación  $f(t)$  podría efectuarse en tres etapas: en primer lugar realizando una transformada directa de Fourier (A.18) para hallar  $f(w)$ , a continuación determinando la respuesta en el dominio de la frecuencia multiplicando por la función de transferencia ( $u(t) = H(w)F(w)$ ) y finalmente se obtiene la respuesta en el dominio del tiempo  $u(t)$  mediante una transformación inversa de Fourier (A.17).

### A.3. Resolución numérica. Método de Newmark-Beta

En cualquiera de los dos métodos anteriores, el problema se resume en el cálculo de un problema integral, que en la mayoría de las ocasiones no puede ser resuelto de manera analítica. De aquí, que una solución clásica a este problema sea mediante métodos numéricos de integración y más concretamente, los métodos *Step-by-Step*. Estos métodos discretizan las fuerzas y la respuesta en una secuencia de intervalos de tiempo o steps. La respuesta para cada paso de tiempo es un problema distinto, y no hay necesidad de combinar las contribuciones a través de cada paso, lo cual permite tratar con comportamientos no lineales simplemente asumiendo que las propiedades estructurales permanecen constantes en cada

paso, y forzando a cambiarlas en el paso de un intervalo al siguiente. Es decir, se aborda un análisis no-lineal en una secuencia de análisis lineales. Por lo tanto, se puede controlar la precisión acortando la horquilla temporal de cada paso.

De entre los muchos métodos numéricos step-by-step desarrollados para la resolución de la integral de Duhamel, el presente documento se ha centrado en el desarrollo del método de Newmark por la gran difusión de su uso así como su implantación en software de cálculo integrado utilizado *SAP2000*. Estos métodos se basan en aproximaciones del tipo:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \int_0^n \ddot{u}(T)dT \quad (\text{A.20})$$

$$u_{i+1} = u_i + \int_0^n \dot{u}(T)dT \quad (\text{A.21})$$

Los diferentes métodos basados en este tipo de aproximaciones, se diferencian a la hora de preestablecer una variación de la aceleración en cada paso. En este contexto es en el que se enclava el método que nos atañe, el método de Newmark.

### A.3.1. *Formulación generalizada del método de Newmark*

El método parte de las ecuaciones de diferencias en Newmark, que expresan la velocidad  $\dot{v}_{i+1}$  (A.22) y el desplazamiento  $u_{i+1}$  (A.23) en el instante de tiempo  $t_{i+1}$  con un paso de tiempo  $\Delta t$  y se generaliza a:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\ddot{u}_i + \gamma\ddot{u}_{i+1}]\Delta t \quad (\text{A.22})$$

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i\Delta t + [(\frac{1}{2} - \beta)\ddot{u}_i + \beta\ddot{u}_{i+1}]\Delta t^2 \quad (\text{A.23})$$

Donde el parámetros  $\gamma$  está relacionado con el amortiguamiento matemático y  $\beta$  con la estabilidad del método, siendo ambos adimensionales. Se ha demostrado que el método es incondicionalmente estable cuando  $2\beta \geq \gamma \geq 0,5$ . Para valores de  $\gamma = 0,5$  desaparece la cantidad de amortiguamiento artificial que se introduce con la simplificación de estos métodos. De esta forma:

1. Si se aplica el método de la aceleración constante (regla trapezoidal), sustituyendo  $\gamma = 0,5$  y  $\beta = \frac{1}{4}$  en las expresiones anteriores:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})}{2}\Delta t \quad (\text{A.24})$$

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i\Delta t + \frac{\Delta t^2}{4}(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}) \quad (\text{A.25})$$

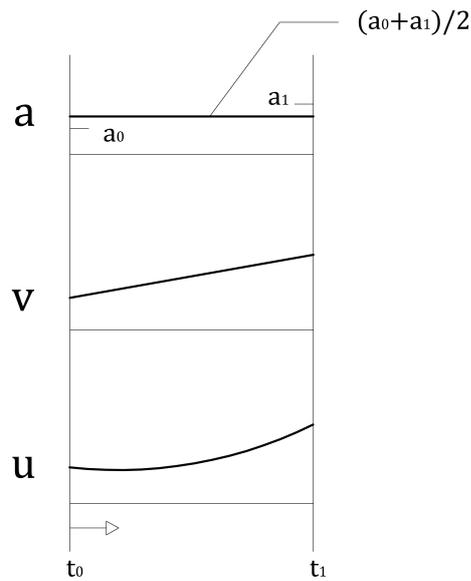


Figura A.5: Aceleración, velocidad y desplazamiento por el método de Newmark de aceleración constante para  $i=0$ .

2. Si se aplica el método de la aceleración lineal, se sustituye  $\gamma = 0,5$  y  $\beta = \frac{1}{6}$  en A.22 y A.23 como en el caso anterior. Mediante el software *SAP2000*, se han calculado los resultados suponiendo aceleración lineal y se han comparado con la metodología semianalítica propuesta.

Un aspecto esencial en estos métodos, como queda patente en los test de comprobación elaborados, es el paso de tiempo elegido pues de ello depende la convergencia o no del método. Entre la amplia bibliografía que se puede encontrar al respecto, destacan [6],[47] y [48]:

- Paso de integración  $h$  en función de la mayor frecuencia considerada de la estructura:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{8f_{max}} \quad (\text{A.26})$$

- Paso de integración en función del número mínimo de intervalos de tiempo durante el paso de un eje por el vano más corto de la estructura:

$$\Delta t_2 = \frac{L_{min}}{m \cdot v} \quad (\text{habitualmente, } m = 200) \quad (\text{A.27})$$

- Paso de integración en función del número de modos  $n$  considerados en referencia al vano más corto de la estructura:

$$\Delta t_3 = \frac{L_{min}}{4 \cdot n \cdot v} \quad (\text{A.28})$$

- Paso de integración de referencia:

$$\Delta t_4 = 0,001s \quad (A.29)$$

Cada una de estas recomendaciones se formulan en las distintas referencias a través de consideraciones experimentales concretas, con distintos condicionantes dinámicos. Por ello, habitualmente, no se recomienda optar por una única recomendación sino tomar la menor de ellas:

$$\Delta t = \Delta t_{min} = \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \Delta t_4)$$



---

## APÉNDICE B

### Trenes para el cálculo dinámico.

---

En este apéndice se definen la geometría y cargas de los trenes empleados en los cálculos dinámicos desarrollados en todo el proyecto y extraídos de la Instrucción IAPF [1]:

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	$170,0 \cdot 10^3$
2	3,00000	$170,0 \cdot 10^3$
3	14,00000	$170,0 \cdot 10^3$
4	17,00000	$170,0 \cdot 10^3$
5	20,52500	$170,0 \cdot 10^3$
6	22,52500	$170,0 \cdot 10^3$
7	35,76250	$170,0 \cdot 10^3$
8	37,76250	$170,0 \cdot 10^3$
9	53,76250	$170,0 \cdot 10^3$
10	55,76250	$170,0 \cdot 10^3$
11	71,76250	$170,0 \cdot 10^3$
12	73,76250	$170,0 \cdot 10^3$
13	89,76250	$170,0 \cdot 10^3$
14	91,76250	$170,0 \cdot 10^3$
15	107,76250	$170,0 \cdot 10^3$
16	109,76250	$170,0 \cdot 10^3$
17	125,76250	$170,0 \cdot 10^3$
18	127,76250	$170,0 \cdot 10^3$
19	143,76250	$170,0 \cdot 10^3$
20	145,76250	$170,0 \cdot 10^3$
21	161,76250	$170,0 \cdot 10^3$
22	163,76250	$170,0 \cdot 10^3$
23	179,76250	$170,0 \cdot 10^3$
24	181,76250	$170,0 \cdot 10^3$
25	197,76250	$170,0 \cdot 10^3$

Tabla B.1: Tren dinámico universal A1.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
26	199,76250	$170,0 \cdot 10^3$
27	215,76250	$170,0 \cdot 10^3$
28	217,76250	$170,0 \cdot 10^3$
29	233,76250	$170,0 \cdot 10^3$
30	235,76250	$170,0 \cdot 10^3$
31	251,76250	$170,0 \cdot 10^3$
32	253,76250	$170,0 \cdot 10^3$
33	269,76250	$170,0 \cdot 10^3$
34	271,76250	$170,0 \cdot 10^3$
35	287,76250	$170,0 \cdot 10^3$
36	289,76250	$170,0 \cdot 10^3$
37	305,76250	$170,0 \cdot 10^3$
38	307,76250	$170,0 \cdot 10^3$
39	323,76250	$170,0 \cdot 10^3$
40	325,76250	$170,0 \cdot 10^3$
41	341,76250	$170,0 \cdot 10^3$
42	343,76250	$170,0 \cdot 10^3$
43	359,76250	$170,0 \cdot 10^3$
44	361,76250	$170,0 \cdot 10^3$
45	375,00000	$170,0 \cdot 10^3$
46	377,00000	$170,0 \cdot 10^3$
47	380,52500	$170,0 \cdot 10^3$
48	383,52500	$170,0 \cdot 10^3$
49	394,52500	$170,0 \cdot 10^3$
50	397,52500	$170,0 \cdot 10^3$

Tabla B.1: Tren dinámico universal A1.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	$200,0 \cdot 10^3$
2	3,00000	$200,0 \cdot 10^3$
3	14,00000	$200,0 \cdot 10^3$
4	17,00000	$200,0 \cdot 10^3$
5	20,52500	$200,0 \cdot 10^3$
6	24,02500	$200,0 \cdot 10^3$
7	36,01250	$200,0 \cdot 10^3$
8	39,51250	$200,0 \cdot 10^3$

Tabla B.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
9	55,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
10	58,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
11	74,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
12	77,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
13	93,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
14	96,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
15	112,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
16	115,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
17	131,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
18	134,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
19	150,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
20	153,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
21	169,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
22	172,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
23	188,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
24	191,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
25	207,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
26	210,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
27	226,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
28	229,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
29	245,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
30	248,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
31	264,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
32	267,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
33	283,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
34	286,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
35	302,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
36	305,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
37	321,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
38	324,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
39	340,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
40	343,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
41	359,01250	200,0·10 <sup>3</sup>
42	362,51250	200,0·10 <sup>3</sup>
43	374,50000	200,0·10 <sup>3</sup>
44	378,00000	200,0·10 <sup>3</sup>
45	381,52500	200,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
46	384,52500	$200,0 \cdot 10^3$
47	395,52500	$200,0 \cdot 10^3$
48	398,52500	$200,0 \cdot 10^3$

Tabla B.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	$180,0 \cdot 10^3$
2	3,00000	$180,0 \cdot 10^3$
3	14,00000	$180,0 \cdot 10^3$
4	17,00000	$180,0 \cdot 10^3$
6	22,52500	$180,0 \cdot 10^3$
7	37,76250	$180,0 \cdot 10^3$
8	39,76250	$180,0 \cdot 10^3$
9	57,76250	$180,0 \cdot 10^3$
10	59,76250	$180,0 \cdot 10^3$
11	77,76250	$180,0 \cdot 10^3$
12	79,76250	$180,0 \cdot 10^3$
13	97,76250	$180,0 \cdot 10^3$
14	99,76250	$180,0 \cdot 10^3$
15	117,76250	$180,0 \cdot 10^3$
16	119,76250	$180,0 \cdot 10^3$
17	137,76250	$180,0 \cdot 10^3$
18	139,76250	$180,0 \cdot 10^3$
19	157,76250	$180,0 \cdot 10^3$
20	159,76250	$180,0 \cdot 10^3$
21	177,76250	$180,0 \cdot 10^3$
22	179,76250	$180,0 \cdot 10^3$
23	197,76250	$180,0 \cdot 10^3$
24	199,76250	$180,0 \cdot 10^3$
25	217,76250	$180,0 \cdot 10^3$
26	219,76250	$180,0 \cdot 10^3$
27	237,76250	$180,0 \cdot 10^3$
28	239,76250	$180,0 \cdot 10^3$
29	257,76250	$180,0 \cdot 10^3$
30	259,76250	$180,0 \cdot 10^3$
31	277,76250	$180,0 \cdot 10^3$

Tabla B.3: Tren dinámico universal A3.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
32	279,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
33	297,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
34	299,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
35	317,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
36	319,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
37	337,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
38	339,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
39	357,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
40	359,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
41	375,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
42	377,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
43	380,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
44	383,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
45	394,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
46	397,52500	180,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.3: Tren dinámico universal A3.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
6	23,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
7	38,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
8	41,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
9	59,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
11	80,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
12	83,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
13	101,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
14	104,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
15	122,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
16	125,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
17	143,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
18	146,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
19	164,26250	190,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.4: Tren dinámico universal A4.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
20	167,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
21	185,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
22	188,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
23	206,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
24	209,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
25	227,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
26	230,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
27	248,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
28	251,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
29	269,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
30	272,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
31	290,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
32	293,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
33	311,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
34	314,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
35	332,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
36	335,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
37	353,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
38	356,26250	190,0·10 <sup>3</sup>
39	371,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
40	374,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
41	377,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
42	380,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
43	391,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
44	394,52500	190,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.4: Tren dinámico universal A4.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	170,0·10 <sup>3</sup>
6	22,52500	170,0·10 <sup>3</sup>
7	39,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
8	41,76250	170,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.5: Tren dinámico universal A5.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
9	61,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
10	63,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
11	83,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
12	85,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
13	105,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
14	107,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
15	127,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
16	129,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
17	149,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
18	151,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
19	171,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
20	173,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
21	193,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
22	195,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
23	215,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
24	217,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
25	237,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
26	239,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
27	259,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
28	261,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
29	281,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
30	283,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
31	303,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
32	305,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
33	325,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
34	327,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
35	347,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
36	349,76250	170,0·10 <sup>3</sup>
37	367,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
38	369,00000	170,0·10 <sup>3</sup>
39	372,52500	170,0·10 <sup>3</sup>
40	375,52500	170,0·10 <sup>3</sup>
41	386,52500	170,0·10 <sup>3</sup>
42	389,52500	170,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.5: Tren dinámico universal A5.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
6	22,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
7	40,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
8	42,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
9	63,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
10	65,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
11	86,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
12	88,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
13	109,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
14	111,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
15	132,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
16	134,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
17	155,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
18	157,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
19	178,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
20	180,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
21	201,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
22	203,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
23	224,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
24	226,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
25	247,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
26	249,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
27	270,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
28	272,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
29	293,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
30	295,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
31	316,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
32	318,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
33	339,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
34	341,76250	180,0·10 <sup>3</sup>
35	360,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
36	362,00000	180,0·10 <sup>3</sup>
37	365,52500	180,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.6: Tren dinámico universal A6.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
38	368,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
39	379,52500	180,0·10 <sup>3</sup>
40	382,52500	180,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.6: Tren dinámico universal A6.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
6	22,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
7	41,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
8	43,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
9	65,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
10	67,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
11	89,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
12	91,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
13	113,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
14	115,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
15	137,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
16	139,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
17	161,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
18	163,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
19	185,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
20	187,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
21	209,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
22	211,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
23	233,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
24	235,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
25	257,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
26	259,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
27	281,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
28	283,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
29	305,76250	190,0·10 <sup>3</sup>
30	307,76250	190,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.7: Tren dinámico universal A7.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
31	329,76250	$190,0 \cdot 10^3$
32	331,76250	$190,0 \cdot 10^3$
33	353,76250	$190,0 \cdot 10^3$
34	355,76250	$190,0 \cdot 10^3$
35	375,00000	$190,0 \cdot 10^3$
36	377,00000	$190,0 \cdot 10^3$
37	380,52500	$190,0 \cdot 10^3$
38	383,52500	$190,0 \cdot 10^3$
39	394,52500	$190,0 \cdot 10^3$
40	397,52500	$190,0 \cdot 10^3$

Tabla B.7: Tren dinámico universal A7.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	$190,0 \cdot 10^3$
2	3,00000	$190,0 \cdot 10^3$
3	14,00000	$190,0 \cdot 10^3$
4	17,00000	$190,0 \cdot 10^3$
5	20,52500	$190,0 \cdot 10^3$
6	23,02500	$190,0 \cdot 10^3$
7	42,51250	$190,0 \cdot 10^3$
8	45,01250	$190,0 \cdot 10^3$
9	67,51250	$190,0 \cdot 10^3$
10	70,01250	$190,0 \cdot 10^3$
11	92,51250	$190,0 \cdot 10^3$
12	95,01250	$190,0 \cdot 10^3$
13	117,51250	$190,0 \cdot 10^3$
14	120,01250	$190,0 \cdot 10^3$
15	142,51250	$190,0 \cdot 10^3$
16	145,01250	$190,0 \cdot 10^3$
17	167,51250	$190,0 \cdot 10^3$
18	170,01250	$190,0 \cdot 10^3$
19	192,51250	$190,0 \cdot 10^3$
20	195,01250	$190,0 \cdot 10^3$
21	217,51250	$190,0 \cdot 10^3$
22	220,01250	$190,0 \cdot 10^3$
23	242,51250	$190,0 \cdot 10^3$

Tabla B.8: Tren dinámico universal A8.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
24	245,01250	190,0·10 <sup>3</sup>
25	267,51250	190,0·10 <sup>3</sup>
26	270,01250	190,0·10 <sup>3</sup>
27	292,51250	190,0·10 <sup>3</sup>
28	295,01250	190,0·10 <sup>3</sup>
29	317,51250	190,0·10 <sup>3</sup>
30	320,01250	190,0·10 <sup>3</sup>
31	342,51250	190,0·10 <sup>3</sup>
32	345,01250	190,0·10 <sup>3</sup>
33	364,50000	190,0·10 <sup>3</sup>
34	367,00000	190,0·10 <sup>3</sup>
35	370,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
36	373,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
37	384,52500	190,0·10 <sup>3</sup>
38	387,52500	190,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.8: Tren dinámico universal A8.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
6	22,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
7	43,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
8	45,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
9	69,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
10	71,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
11	95,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
12	97,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
13	121,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
14	123,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
15	147,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
16	149,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
17	173,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
18	175,76250	210,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.9: Tren dinámico universal A9.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
19	199,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
20	201,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
21	225,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
22	227,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
23	251,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
24	253,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
25	277,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
26	279,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
27	303,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
28	305,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
29	329,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
30	331,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
31	353,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
32	355,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
33	358,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
34	361,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
35	372,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
36	375,52500	210,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.9: Tren dinámico universal A9.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
2	3,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
3	14,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
4	17,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
5	20,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
6	22,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
7	44,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
8	46,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
9	71,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
10	73,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
11	98,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
12	100,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
13	125,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
14	127,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
15	152,76250	210,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.10: Tren dinámico universal A10.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
16	154,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
17	179,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
18	181,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
19	206,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
20	208,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
21	233,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
22	235,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
23	260,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
24	262,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
25	287,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
26	289,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
27	314,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
28	316,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
29	341,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
30	343,76250	210,0·10 <sup>3</sup>
31	366,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
32	368,00000	210,0·10 <sup>3</sup>
33	371,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
34	374,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
35	385,52500	210,0·10 <sup>3</sup>
36	388,52500	210,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.10: Tren dinámico universal A10.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00	170,0·10 <sup>3</sup>
2	2,65	170,0·10 <sup>3</sup>
3	11,00	170,0·10 <sup>3</sup>
4	13,65	170,0·10 <sup>3</sup>
5	19,13	170,0·10 <sup>3</sup>
6	28,10	170,0·10 <sup>3</sup>
7	41,24	170,0·10 <sup>3</sup>
8	54,38	170,0·10 <sup>3</sup>
9	67,52	170,0·10 <sup>3</sup>
10	80,66	170,0·10 <sup>3</sup>
11	93,80	170,0·10 <sup>3</sup>
12	106,94	170,0·10 <sup>3</sup>

Tabla B.11: Tren TALGO.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
13	120,08	$170,0 \cdot 10^3$
14	133,22	$170,0 \cdot 10^3$
15	146,36	$170,0 \cdot 10^3$
16	155,33	$170,0 \cdot 10^3$
17	160,80	$170,0 \cdot 10^3$
18	163,45	$170,0 \cdot 10^3$
19	171,80	$170,0 \cdot 10^3$
20	174,45	$170,0 \cdot 10^3$
21	183,49	$170,0 \cdot 10^3$
22	186,14	$170,0 \cdot 10^3$
23	194,49	$170,0 \cdot 10^3$
24	197,14	$170,0 \cdot 10^3$
25	202,62	$170,0 \cdot 10^3$
26	211,59	$170,0 \cdot 10^3$
27	224,73	$170,0 \cdot 10^3$
28	237,87	$170,0 \cdot 10^3$
29	251,01	$170,0 \cdot 10^3$
30	264,15	$170,0 \cdot 10^3$
31	277,29	$170,0 \cdot 10^3$
32	290,43	$170,0 \cdot 10^3$
33	303,57	$170,0 \cdot 10^3$
34	316,71	$170,0 \cdot 10^3$
35	329,85	$170,0 \cdot 10^3$
36	338,82	$170,0 \cdot 10^3$
37	344,29	$170,0 \cdot 10^3$
38	346,94	$170,0 \cdot 10^3$
39	355,29	$170,0 \cdot 10^3$
40	357,94	$170,0 \cdot 10^3$

Tabla B.11: Tren TALGO.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
1	0,00	$172,1 \cdot 10^3$
2	3,00	$172,1 \cdot 10^3$
3	14,00	$170,7 \cdot 10^3$
4	17,00	$170,7 \cdot 10^3$
5	20,28	$131,6 \cdot 10^3$

Tabla B.12: Tren AVE.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
6	23,28	131,6·10 <sup>3</sup>
7	38,98	161,9·10 <sup>3</sup>
8	41,98	161,9·10 <sup>3</sup>
9	57,68	169,2·10 <sup>3</sup>
10	60,68	169,2·10 <sup>3</sup>
11	76,38	167,9·10 <sup>3</sup>
12	79,38	167,9·10 <sup>3</sup>
13	95,08	160,5·10 <sup>3</sup>
14	98,08	160,5·10 <sup>3</sup>
15	113,78	167,9·10 <sup>3</sup>
16	116,78	167,9·10 <sup>3</sup>
17	132,48	169,2·10 <sup>3</sup>
18	135,48	169,2·10 <sup>3</sup>
19	151,18	161,9·10 <sup>3</sup>
20	154,18	161,9·10 <sup>3</sup>
21	169,88	131,6·10 <sup>3</sup>
22	172,88	131,6·10 <sup>3</sup>
23	176,16	170,7·10 <sup>3</sup>
24	179,16	170,7·10 <sup>3</sup>
25	190,16	172,1·10 <sup>3</sup>
26	193,16	172,1·10 <sup>3</sup>
27	200,15	172,1·10 <sup>3</sup>
28	203,15	172,1·10 <sup>3</sup>
29	214,15	170,7·10 <sup>3</sup>
30	217,15	170,7·10 <sup>3</sup>
31	220,43	131,6·10 <sup>3</sup>
32	223,43	131,6·10 <sup>3</sup>
33	239,13	161,9·10 <sup>3</sup>
34	242,13	161,9·10 <sup>3</sup>
35	257,83	169,2·10 <sup>3</sup>
36	260,83	169,2·10 <sup>3</sup>
37	276,53	167,9·10 <sup>3</sup>
38	279,53	167,9·10 <sup>3</sup>
39	295,23	160,5·10 <sup>3</sup>
40	298,23	160,5·10 <sup>3</sup>
41	313,93	167,9·10 <sup>3</sup>
42	316,93	167,9·10 <sup>3</sup>

Tabla B.12: Tren AVE.

Eje	Distancia (m)	Carga (N)
43	332,63	$169,2 \cdot 10^3$
44	335,63	$169,2 \cdot 10^3$
45	351,33	$161,9 \cdot 10^3$
46	354,33	$161,9 \cdot 10^3$
47	370,03	$131,6 \cdot 10^3$
48	373,03	$131,6 \cdot 10^3$
49	376,31	$170,7 \cdot 10^3$
50	379,31	$170,7 \cdot 10^3$
51	390,31	$172,1 \cdot 10^3$
52	393,31	$172,1 \cdot 10^3$

Tabla B.12: Tren AVE.

---

## Bibliografía

---

- [1] Instrucción de Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de Ferrocarril (IAPF), 2007.
- [2] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span bernoulli-euler beams traversed by moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 294:278–297, 2006.
- [3] Francisco Millanes Mato. Construir en acero los puentes de luces medias. *Primera Jornada de APTA, Madrid*, 2004.
- [4] UNE-EN 1991-2: 2003. Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes. Septiembre 2003.
- [5] Fiche 776-1R. «Charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails». 5 Ed, Agosto de 2006.
- [6] Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200km/h. ERRI D214 (a). Design of Railway Bridges for Speed up to 350 km/h; Dynamic loading effects including resonance. Technical report, European Rail Research Institute., 1998.
- [7] J. Domínguez-Barbero. *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid., 2001.
- [8] K. Liu, E. Reynders, G. De Roeck, and G. Lombaert. Experimental and numerical analysis of a composite bridge for high-speed trains. *Journal of Sound and Vibration*, 320:201–220, 2009.
- [9] L. Frýba. Dynamic behaviour of bridges due to high-speed trains, in: R. Delgado, R. Calçada, A. Campos (eds.). In *Workshop Bridges for High-Speed railways*, pages 137–158, Faculty of Engineering, University of Oporto, 2004.
- [10] F. Mancel. Cedypia: Analytical software for calculating dynamic effects on railway bridges. In *Proceedings of the Fourth European Conference on Structural Dynamics (Eurodyn '99)*, volume 2, pages 669–674. A.A. Balkema, 1999.
- [11] F. Bleich. *Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken*. Universidad de Michigan, 1924.
- [12] A. Kryloff. *Über die erzwungenen schwingungen von gleichförmigen elastischen stäben*. *Mathematische Annalen*, 1905.
- [13] L. Frýba. *Vibration of solids and structures under moving loads*. 3rd ed. Thomas Telford, 1999.

- [14] J. Li and M. Su. The resonant vibration for a simply supported girder bridge under high-speed trains. *Journal of Sound and Vibration*, 224:897–915. DOI:10.1006/jsvi.1999.2226, 1999.
- [15] Y.B. Yang, J.D. Yau, and L.C. Hsu. Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds. *Engineering Structures*, 19(11):936–944. DOI:10.1016/S0141-0296(97)00001-1, 1997.
- [16] Y.H. Chen and C.Y. Li. Dynamic response of elevated high-speed railway. *Journal of Bridge Engineering*, 5:124–130, 2000.
- [17] T. Hayashikawa and N. Watanabe. Dynamic behavior of continuous beams with moving loads. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 107:229–246, 1981.
- [18] K. Henchi, M. Fafard, G. Dhatt, and M. Talbot. Dynamic behaviour of multi-span beams under moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 199(1):33–50. doi:10.1006/jsvi.1996.0628, 1997.
- [19] R.W.Clough and J.Penzien. *Dynamics of Structures*. Mac Graw-Hill., 1993.
- [20] N.M.Newmark. A method of computation for structural dynamics. *ASCE*, 85, 1959.
- [21] F.Gabaldón and J.M.Goicolea. Cálculo dinámico de un viaducto de sección mixta hormigón-acero sometido a acciones de trenes de alta velocidad. Technical report, Universidad Politécnica de Madrid, 2005.
- [22] Javier Pascual Santos. Criterios de dimensionamiento de los diafragmas interiores en secciones cajón de puentes mixtos., 2004.
- [23] F.C. Millanes, J.Pascual, and M.Ortega. Viaducto “Arroyo las Piedras”. Primer viaducto mixto de las líneas de Alta Velocidad Española. *Hormigón y acero*, 243, 1er Trimestre 2007.
- [24] J.M.Goicolea, J.Domínguez, J.A.Navarro, and F.Gabaldón. Nuevos métodos de cálculo dinámico para puentes de ferrocarril en las instrucciones IAPF y Eurocódigo 1. *Revista de Obras Públicas*, 3445:39–46, 2004.
- [25] J.M.Goicolea, J.Domínguez, J.A.Navarro, and F.Gabaldón. Estudio de fenómenos resonantes en puentes de ferrocarril. Technical report, Universidad Politécnica de Madrid, 2001, Diciembre.
- [26] J.M.Goicolea, J.Domínguez, J.A.Navarro, and F.Gabaldón. Comportamiento dinámico de puentes para ferrocarril de alta velocidad. Technical report, Ministerio de Fomento, 2002.
- [27] Y.Dugush and M.Eisenberger. Vibrations of non-uniform continuous beams under moving loads. *Sounf and Vibration.*, 254:911–926., 2002.
- [28] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Design goes up a gear. *Bridge. Design & Engineering*, Issue 33, Fourth Quarter:42–43, 2003.
- [29] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Solución semianalítica al problema de paso de trenes de alta velocidad sobre puentes hiperestáticos de sección variable. *Actas del VI Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Lisboa*, 2004.

- [30] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Semi-analytic solution for non-uniform Euler-Bernoulli beams under moving forces. *Proceedings of the 7th International Conference on Computational Structures Technology, Lisboa*, 294:278–297, 2004.
- [31] A. Castillo-Linares, M. Villameriel-Fernández, G. Montero-Poyatos, M. García-Ramírez, J. de Dios-Moreno-Jiménez, and A. Martínez-Castro. Puente arco sobre la línea de alta velocidad Córdoba-málaga. condicionantes dinámicos y constructivos para el diseño. *Hormigón y acero*, 258, 2010.
- [32] E.L. Wilson and R.W. Clough. *Dynamic Response by Step-By-Step Matrix Analysis*. Proceedings, Symposium On the Use of Computers in Civil Engineering, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1962.
- [33] E.L. Wilson, I. Farhoomand, and K.J. Bathe. Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pages 241–252, 10973.
- [34] T. Hughes. *The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice Hall, 1987.
- [35] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Semi-analytic solution for Kirchhoff plates traversed by moving loads. *Actas del Eurodyn 2005, Paris*, 2005.
- [36] D.Y. Zheng, Y.K. Cheung, F.T.K. Au, and Y.S. Cheng. Vibrations of multi-span non-uniform beams under moving loads by using modified beam vibration functions. *Journal of Sound and Vibration*, 212(3):455–467. DOI:10.1006/jsvi.1997.1435, 1998.
- [37] *Example 1-022: Frame - Two-Dimensional Moment Frame with Static and Dynamic Loads. Software Verification, Program Name: SAP2000. Computers & Structures*.
- [38] Jesús Martín, Enrique Bordó, and F. Millanes Mato. El Viaducto de Archidona en la L.A.V. Córdoba-Granada: 3150 m. sin juntas de dilatación. *Congreso V de ACHE, Barcelona*, 2011.
- [39] D. Collings. *Steel-Concrete composite bridges*. Thomas Telford, 2005.
- [40] RPX-95. Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras.
- [41] Instrucción Española de Hormigón Estructural (EHE). 2011.
- [42] UNE-EN 1993-1-1:2015 (e). Eurocódigo 3. Proyecto de estructuras de acero.
- [43] Instrucción Española de Acero Estructural (EAE). 2011.
- [44] S.B. Renata Stramandinoli and L. La Rovere Henriette. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. *Engineering Structures*, 30:2069–2080, 2008.
- [45] José María Goicolea. Efectos Dinámicos en Puentes de Ferrocarril. Repercusión sobre la Normativa y el Proyecto. *Tercer encuentro anual sobre puentes, Madrid*, 31 de mayo, 2006.
- [46] L. Frýba. *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, 1996.
- [47] Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h. ERRI D214 (c). Ponts-Rails pour vitesses >200 km/h; Calcul des ponts à structure complexe au passage d'un convoi. Logiciels de calcul dynamique. Technical report, European Rail Research Institute, 1999.

- [48] P. Museros, G. Vivero, and E. Alarcón. Propuesta de articulado a la IAPF: Efectos dinámicos y apéndice de cálculo dinámico. Technical report, Omisión redactora de la IAPF 2000, 1998.

