

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

TESIS DOCTORAL

**PROCESOS DE MÚLTIPLE ESCALA EN
LA EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA**

Presenta: Alberto Ávila Armella

Directores: Dra. Asunción Baquerizo Azofra
Dr. Miguel Ángel Losada Rodríguez

Noviembre de 2007

AGRADECIMIENTOS:

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, México, por la beca que hizo posible mis estudios de Doctorado.

A la profesora Asunción Baquerizo, por su apoyo, paciencia, tiempo y disposición para transmitir conocimientos. También al profesor Miguel Losada, por su colaboración, confianza y principalmente porque sus ideas son parte fundamental de esta investigación.

A todos mis compañeros del Grupo de Puertos y Costas.

A la profesora María José Polo y a cada uno de los integrantes del Grupo de Ríos y Embalses, porque gracias a ellos me fue posible realizar el trabajo sobre la cuenca del río Guadalfeo.

A mis padres y a Dulce, muchas gracias por todo.

ÍNDICE

<i>Lista de símbolos</i>	<i>i</i>
<i>Lista de figuras</i>	<i>v</i>
<i>Lista de tablas</i>	<i>ix</i>
Resumen	xi
Introducción	1
<i>Motivación del trabajo</i>	<i>1</i>
<i>Objetivos</i>	<i>5</i>
Objetivos específicos	5
<i>Organización de la tesis</i>	<i>6</i>
1 Efectos morfológicos de las ondas de borde en presencia de estructuras costeras	9
1.1 <i>Ondas infragravitatorias</i>	<i>10</i>
1.2 <i>Ondas de borde</i>	<i>13</i>
1.2.1 Ecuación de dispersión para ondas de borde	14
1.3 <i>Pérdida de carga de ondas largas en estructuras porosas</i>	<i>23</i>
1.4 <i>Interacción de ondas de borde con estructuras</i>	<i>25</i>
1.4.1 Condiciones de acuerdo	26
1.4.2 Implementación numérica de la solución	29
1.5 <i>Aplicación del modelo al estudio de patrones morfológicos rítmicos</i>	<i>30</i>
1.5.1 Descripción del sitio y de las observaciones	31
1.5.2 Hipótesis de trabajo	34
1.5.3 Aplicación del modelo	35
1.5.4 Discusión	38
1.6 <i>Conclusiones</i>	<i>39</i>
2 Modelo de respuesta de la costa a la evolución eustática del nivel del mar	41
2.1 <i>Introducción</i>	<i>41</i>
2.2 <i>Evolución del nivel del mar</i>	<i>42</i>
2.3 <i>Modelo de respuesta de la línea de costa</i>	<i>44</i>
2.3.1 Formulación del modelo tipo relajación	45
2.3.2 Respuesta de equilibrio, R_∞	45
2.3.3 Tiempo de relajación	46
2.4 <i>Resultados</i>	<i>46</i>
2.5 <i>Conclusiones</i>	<i>47</i>
3 Modelo unidimensional de flujo no permanente en cauces naturales	49
3.1 <i>Ecuaciones de gobierno</i>	<i>50</i>
3.1.1 Forma integral de las ecuaciones de Saint-Venant	51
3.1.2 Forma diferencial de las ecuaciones de Saint-Venant	56
3.1.3 Forma vectorial del sistema de ecuaciones	57
3.2 <i>Esquemas numéricos para la solución de las ecuaciones de Saint-Venant</i>	<i>58</i>
3.2.1 Esquemas clásicos	58

3.2.2	Esquemas de alta resolución	59
3.2.3	Esquemas numéricos explícitos	60
3.2.4	Bases conceptuales de los esquemas de alta resolución	65
3.2.5	Esquema MacCormack-TVD	69
3.3	<i>Discretización de los términos fuente</i>	71
3.3.1	Balance de términos fuente y gradientes de flujo	71
3.3.2	Método del gradiente de superficie	72
3.3.3	Método del gradiente de superficie mejorado	73
3.4	<i>Condiciones de frontera</i>	73
3.5	<i>Implementación numérica</i>	74
3.6	<i>Validación</i>	77
3.6.1	Casos de prueba estándar	77
3.7	<i>Caso 4. Canal de Tseng</i>	79
3.7.1	Río Guadalfeo	81
4	Modelo de evolución de la línea de costa	83
4.1	<i>Introducción. Modelos de morfología costera</i>	83
4.1.1	Modelos de perfil de playa	84
4.1.2	Modelos de línea de costa en el plano horizontal, one-line	85
4.1.3	Modelos en tres dimensiones	86
4.1.4	Selección del modelo para las simulaciones	87
4.2	<i>Teoría de los modelos one-line</i>	88
4.2.1	Hipótesis básicas	88
4.2.2	Ecuación de gobierno	89
4.2.3	Solución analítica	91
4.2.4	Solución numérica propuesta	93
5	Aplicación del modelo de evolución del litoral al delta del río Guadalfeo	101
5.1	<i>Cuenca hidrográfica del río Guadalfeo y área de influencia</i>	102
5.1.1	Eventos climáticos que afectan a la cuenca y a su desembocadura	102
5.1.2	Características del río	105
5.1.3	Características de la zona litoral	107
5.2	<i>Caso de estudio. Validación-Calibración para la evolución del delta entre 1999 y 2002</i>	110
5.2.1	Modelado de la propagación de caudales en el río y transporte de sedimentos	111
5.2.2	Modelado de la evolución de la costa	113
5.2.3	Resultados	117
6	Valoración de la incertidumbre en la predicción de la evolución morfológica de deltas	121
6.1	<i>Valoración de la incertidumbre intrínseca en la modelación de procesos costeros</i>	122
6.1.1	Metodología para la predicción de estados morfológicos en términos probabilísticos	122
6.1.2	Simulación Monte Carlo del clima marítimo y de la hidrología	123
6.1.3	Modelación de la morfología	126
6.1.4	Análisis estadístico de la muestra de estados morfológicos	126
6.1.5	Predicción de variables derivadas, tratamiento de la incertidumbre	128
6.2	<i>Aplicación al delta del río Guadalfeo</i>	129
6.2.1	Caracterización del clima, generación de FDP's	129
6.2.2	Caso de estudio	138
Conclusiones		145
	<i>Futuras líneas de trabajo</i>	148
Referencias Bibliográficas		151

Lista de símbolos

Capítulo 1

c_e	Coefficiente linealizado equivalente de pérdida de carga
e_g	Ancho de ranura
e_s	Ancho de pared sólida
f	Coefficiente de fricción o de pérdida de energía
g	Aceleración de la gravedad
h	Profundidad, calado
k	Número de onda
n	Número de modo de una onda de borde
t	Tiempo
u, v, w	Componentes de la velocidad en x, y, z .
x, y, z	Coordenadas cartesianas
A	Amplitud de onda
C_1, C_2	Coefficientes para la solución de la ecuación de dispersión
G	Función de condiciones de ajuste a ambos lados de la estructura
H	Altura de ola
L	Longitud de onda
N	Número de modos evanescentes
Q	Caudal
R	Coefficiente de reflexión
S	Espectro de oleaje
S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}	Componentes del tensor de radiación
T	Período de onda
T	Coefficiente de transmisión
β	Ángulo de inclinación de la playa respecto a la horizontal
χ	Variable adimensional para la solución de la ecuación de dispersión
ϕ	Potencial de velocidades
η	Elevación de la superficie libre del agua
λ	Coefficiente de longitud de mezclado
θ	Ángulo de propagación del oleaje
ρ	Densidad
σ	Frecuencia angular de una onda
τ	Tensión cortante
ξ	Amplitud de una onda de borde

Capítulo 2

t	Tiempo
R	Posición de la costa referida a un eje perpendicular a la línea de costa
R_∞	Posición de equilibrio
T_s	Tiempo de relajación

$T_{s,c}$	Tiempo de relajación para procesos de crecimiento
$T_{s,e}$	Tiempo de relajación para procesos de erosión
η	Nivel medio del mar

Capítulo 3

a	Velocidad absoluta de propagación de una perturbación
c	Celeridad
e	Autovector del Jacobiano
f	Coefficiente de fricción de Darcy-Weisbach
g	Aceleración de la gravedad
h	Profundidad, calado
n	Coefficiente de resistencia al flujo de Manning
r	Gradiente de variables hidráulicas
t	Tiempo
u, v, w	Componentes de la velocidad en x, y, z
x, y, z	Coordenadas cartesianas
z_b	Elevación del fondo del cauce
z_s	Elevación de la superficie libre
A	Área de la sección transversal
B	Ancho de la superficie libre
C	Coefficiente de Chezy
D	Vector del término TVD
F	Vector de flujo
F_c, F_w	Fuerza debida a variaciones en el ancho de un cauce
F_f	Fuerza de fricción
F_g	Fuerza debida al peso de un volumen de control
F_p	Fuerza de presión
G	Vector de términos fuente
I_1	Término que incorpora la forma del cauce y la presión
I_2	Término que incorpora la variación longitudinal de la forma del cauce
J	Jacobiano
M	Cantidad de momento
P	Empuje de presión
Q	Caudal
R	Radio hidráulico
S_f	Término de resistencia al flujo, pendiente de fricción
S_0	Pendiente del fondo
U	Vector de variables de flujo
α	Ángulo de inclinación longitudinal del fondo del cauce
α	Proyección de la discontinuidad de U
β	Coefficiente de Boussinesq
η	Elevación referida al fondo del cauce
λ	Incremento de tiempo sobre incremento de espacio
ρ	Densidad del agua
σ	Tasa de cambio del área respecto a la elevación en una sección
Φ	Limitador de flujo
Ψ	Función de corrección de la entropía

Capítulos 4, 5 y 6

c_1, c_2, c_3	Coefficiente de ajuste del perfil de propagación
$\tilde{\epsilon}$	Función Ortogonal Empírica
k_q	Constante dimensional para normalizar el transporte longitudinal
k_β	Parámetro de pendiente de la playa
q	Caudal unitario, término fuente
q_r	Caudal unitario de sedimentos del río
q_t	Caudal unitario de transporte de sedimentos transversal a la costa
n_{a-a}	Número de avenidas al año
n_{t-a}	Número de temporales al año
t	Tiempo
t_{rp}	Tiempo de ocurrencia del caudal pico de una avenida
w, w_s	Velocidad de caída
x, y	Coordenadas cartesianas
y, y_s	Ordenada de la línea de costa
z	Puntuaciones
A	Área de la playa seca
A	Coefficiente de ajuste del perfil activo
B_0	Factor de forma de las ondas
C	Celeridad de onda
C_g	Celeridad de grupo
D	Altura del perfil activo
D	Diámetro de las partículas de sedimento
D_a	Duración de una avenida
D_B	Altura de la berma
D_C	Profundidad de cierre
D_t	Duración de un temporal
E	Densidad de energía
H_b, H_r	Altura de ola en la rotura
H_{rms0}	Altura de ola cuadrática media
H_s	Altura de ola significativa
H_u	Altura de ola umbral para la definición de temporales
K	Coefficiente empírico para el transporte de sedimentos longitudinal
K_t	Coefficiente empírico para el transporte de sedimentos transversal
L	Longitud de onda del oleaje
M	Número de puntos del dominio numérico
M	Parámetro experimental para el transporte de sedimentos transversal
N_a	Número de años de una simulación
N_s	Número de simulaciones
Q	Caudal
Q_p	Caudal pico de una avenida
Q_r	Caudal total de sedimentos del río
Q_u	Caudal umbral para la definición de avenidas
T	Período de oleaje
T_d	Variación del período durante un temporal
T_m	Período medio del oleaje durante un temporal
V	Volumen
V_a	Volumen total de agua transitado durante una avenida

V_{au}	Volumen de agua transitado durante una avenida, sobre el caudal umbral
V_{long}	Velocidad de corriente longitudinal
Y	Matriz con los resultados de las simulaciones
α	Dirección de incidencia del oleaje
β	Pendiente del perfil de playa
ε	Coefficiente de difusión
α_r	Ángulo entre las crestas del oleaje rompiente y la línea de costa
γ	Índice de rotura del oleaje
η	Elevación de marea
η_e	Nivel del agua en el embalse
φ	Factor de reducción del transporte de sedimentos por una estructura
μ	Valor medio
θ	Ángulo de fricción dinámica
θ_r	Ángulo de las crestas del oleaje rompiente
θ_c	Ángulo de la línea de costa
ρ	Densidad del agua
ρ_s	Densidad de los sedimentos

Lista de figuras

Figura i.1 Formas cuspidales en Playa Trafalgar (España), acreción-erosión por estructuras en Puerto Madero (México), formas de gran escala en el Mar de Azov (Ucrania).....	2
Figura i.2 Delta y cuenca del río Guadalfeo, fotografía de la Delegación Provincial de Costas, Granada.	4
Figura 1.1 Ejemplos de estructuras que pueden afectar el desarrollo original de las ondas de borde.....	10
Figura 1.2 Tipos de ondas infragravitatorias.....	11
Figura 1.3 Leaky wave.....	12
Figura 1.4 Perfil transversal 1D y vista longitudinal 2D de ondas de borde de diferentes modos para $\sigma = 0.15 \text{ s}^{-1}$ y $\beta = 1^\circ$	13
Figura 1.5 Geometría del problema para perfil arbitrario	19
Figura 1.6 Comparación entre los resultados para un perfil batimétrico arbitrario y para su simplificación a pendiente constante. (a) Perfil transversal del FRF (USACE). (b) Resultados de $\xi(x)$ para los modos 0 a 3	22
Figura 1.7 Comparación entre los resultados para un perfil batimétrico arbitrario y para su simplificación a pendiente constante. Relación de dispersión para los modos 0, 1, 2 y 3..	23
Figura 1.8 Canal ficticio para el análisis del flujo a través de las ranuras	24
Figura 1.9 Sistema de referencia	25
Figura 1.10 Sistema de referencia para la aplicación del modelo en el FRF	31
Figura 1.11 Serie de tormentas durante el mes de marzo de 2004 en el FRF	32
Figura 1.12 Espectro frecuencial-direccional durante el pico de la primer tormenta, 11 de marzo de 2004, 07:00 horas.....	33
Figura 1.13 Fotografías ARGUS del FRF que muestran la elevación del nivel medio durante la tormenta más intensa y la configuración de la zona de lavado antes y después de los tres eventos.....	33
Figura 1.14 Batimetrías del FRF tomadas antes y después de los eventos de tormenta analizados	34
Figura 1.15 (a) Amplitudes máximas y (b) velocidad de transporte de masa de la onda de borde subarmónica $\sigma_{sh-b} = 0.445 \text{ s}^{-1}$, modo 0. (c) Acoplamiento del transporte de masa con una imagen rectificadas para comparar los resultados con las formas cuspidales observadas. ..	37
Figura 1.16 (a) Amplitudes máximas y (b) velocidad de transporte de masa de la onda de borde sobarmónica $\sigma_{sh-a} = 0.23 \text{ s}^{-1}$, modo 4. (c) Comparación con las barras crescéticas de la batimetría. (d) Perfil representativo.....	37
Figura 2.1 Evolución del nivel del mar durante el Holoceno, tomado de Fleming et al. (1998)	43
Figura 2.2 Curva tentativa de la evolución del nivel del mar durante los últimos tres mil años, basada en Santiago (2006) y Santiago et al. (2006).....	44
Figura 2.3 Respuesta del perfil transversal a cambios en el nivel del mar.....	44
Figura 2.4 Resultados del desplazamiento horizontal de la línea de costa, $R(t)$, para el forzamiento mostrado, expresado en términos de la posición de equilibrio instantánea R_∞ . (---) Costa de material suelto, $T_{s,c} = 20$, $T_{s,e} = 100$ años. (-.-) Costa de material consolidado, $T_{s,c} = 70$, $T_{s,e} = 500$ años. Para ambos casos $\alpha = 100$	48
Figura 3.1 Ejes de referencia y variables	52
Figura 3.2 Diagrama de discretización de los esquemas numéricos de (a) Lax-Friederichs, (b) Lax Friederichs de dos pasos y (c) MacCormack.....	61
Figura 3.3 Rotura de presa, caso particular de un problema de Riemann	66
Figura 3.4 Esquema general del código	76

Figura 3.5 Comparación entre resultados analíticos exactos y numéricos para el caso de validación de rotura de presa, $h_L / h_R = 2$ y $h_L / h_R = 10$	78
Figura 3.6 Formación de resalto hidráulico, perfil del fondo $z_b(x)$ y elevación de la superficie libre $z_s(x)$ numérica con $N = 500$ y $N = 42$	79
Figura 3.7 Canal de Goutal y Maurel, geometría y resultados para las condiciones iniciales $z_s = 12$ m, caudal $Q = 0 \text{ m}^3/\text{s}$, fronteras abiertas, con y sin discretización especial de términos fuente	80
Figura 3.8 Perfil longitudinal de Tseng (2003), geometría y resultados para un canal rectangular de ancho $b = 10$ m, con y sin discretización especial de términos fuente	80
Figura 3.9 Resultados del modelo aplicado al río Guadalfeo con caudal espacialmente variado y llenado parcial de la presa de rules. Perfil longitudinal, calado, ancho de superficie libre, velocidad, caudal.	81
Figura 4.1 Diagrama conceptual para ilustrar algunas relaciones entre equilibrio morfodinámico, energía relativa y tasas relativas de erosión o acreción. La longitud de las flechas representa las tasas relativas de cambio, ds/dt . $\Omega_e(s)$ es el valor de equilibrio de Ω para un estado dado (s). Tomado de Wright y Short (1984).	84
Figura 4.2 Clasificación de modelos de evolución de costas por su escalas temporales y espaciales de validez. Tomado de (Hanson <i>et al.</i> , 2003a)	87
Figura 4.3 Eje longitudinal y eje transversal a la línea de costa.....	89
Figura 4.4 Volumen de control para el planteamiento del modelo de una línea	90
Figura 4.5 Definición del ángulo efectivo entre el oleaje rompiente y la línea de costa.....	91
Figura 4.6 Discretización espacio-temporal para un esquema de diferencias finitas	94
Figura 4.7 Proporción del transporte longitudinal de sedimentos retenida por una estructura ...	99
Figura 5.1 Ubicación y vista general de la cuenca del río Guadalfeo	102
Figura 5.2 Estadística del caudal medio mensual medido en el azud de Vélez entre 1972 y 2003. Valor máximo, tercer cuartil, segundo cuartil (mediana), primer cuartil y valor mínimo.	103
Figura 5.3 Caudal medio anual del río Guadalfeo, medido en el Azud de Vélez	104
Figura 5.4 Variación mensual de la altura de ola H_{m0} . Datos del punto WANA 2019013, 1997 a 2006	104
Figura 5.5 Variación interanual de la altura de ola H_{m0} . Datos del punto WANA 2019013, 1997 a 2006	105
Figura 5.6 Rosa de oleaje en los puntos WANA 2019013 y 2020013 (Puertos del Estado), para datos sintéticos, obtenidos de modelos numéricos, de 1996 a 2007.....	105
Figura 5.7 Vista en planta y referencias de la cuenca del río Guadalfeo	106
Figura 5.8 Perfil longitudinal del río Guadalfeo y variación de las pendientes.....	107
Figura 5.9 Ejemplos de estados morfológicos de la desembocadura del río Guadalfeo. Fotografías de la Delegación Provincial de Costas de Granada	108
Figura 5.10 Delimitación de la planicie aluvial del delta del río Guadalfeo	109
Figura 5.11 Batimetría del delta del río Guadalfeo	110
Figura 5.12 Cambio de posición de la línea de costa en las cercanías de la desembocadura, ortofotografías de los veranos de 1999 (izquierda) y 2002 (derecha)	111
Figura 5.13 Caudales del río para el período de validación	112
Figura 5.14 Transporte de sedimentos en la desembocadura calculados para el período en estudio. Resultados para todo el intervalo y detalle de los tres eventos observados	112
Figura 5.15 Delimitación de la zona de estudio y línea base	113
Figura 5.16 Línea de costa referida a los ejes de trabajo y parámetros de ajuste de los perfiles transversales en el dominio de análisis.....	115
Figura 5.17 Comparación entre perfiles batimétricos reales y ajustados para $x = 500, 3000$ y 5000 m.....	115
Figura 5.18 Mallas para las pre-propagaciones y línea base con los resultados previos.....	116
Figura 5.19 Variación de la altura de ola significativa espectral durante el período de estudiado	117
Figura 5.20 Diámetros representativos del transporte de sedimentos en el dominio	117

Figura 5.21 Resultados del modelo de evolución de la costa aplicado al río Guadalfeo. Estado de partida (1999), estado objetivo (2002), resultados del modelo con $D_{50} = 0.05$ m constante, y con D_{50} variable en el dominio.	119
Figura 5.22 Detalle de los resultados del modelo entre Punta del Santo y la desembocadura..	119
Figura 6.1 Esquema general de la metodología para la predicción de la evolución costera en términos probabilísticos.....	124
Figura 6.2 Esquema del procedimiento de la simulación tipo Monte Carlo de las variables climáticas.....	125
Figura 6.3 Bases de datos climáticos disponibles en el delta y cuenca del Río Guadalfeo. Umbrales para la diferenciación entre régimen medio y extremal	130
Figura 6.4 FDP del número de temporales al año	131
Figura 6.5 FDP de la dirección pico de incidencia del oleaje de temporal	131
Figura 6.6 FDP de la altura de ola máxima alcanzada durante el temporal	132
Figura 6.7 FDP de la duración del temporal condicionada a $H_{s_{max}}$	132
Figura 6.8 Evolución aproximada del período pico durante un temporal	133
Figura 6.9 FDP del período pico medio durante el temporal condicionado a $H_{s_{max}}$	133
Figura 6.10 FDP del número de avenidas al año.....	134
Figura 6.11 FDP del volumen total de agua transitado durante una avenida	134
Figura 6.12 Hidrograma sintético para la caracterización y simulaciones.....	135
Figura 6.13 Curva de elevaciones – capacidades del embalse de Rules	136
Figura 6.14 Ejemplo de una simulación de cinco años, altura de ola (temporales), caudal de entrada al embalse (base y avenidas), caudal vertido sobre el río y transporte de sedimentos en la desembocadura.....	138
Figura 6.15 Condición inicial y algunos resultados simulados	139
Figura 6.16 Primeras tres auto funciones FOE.....	139
Figura 6.17 Porcentaje acumulado de variabilidad representada por las primeras componentes principales.....	140
Figura 6.18 Reconstrucción de la línea de costa a partir de las tres primeras FOE's, comparación con la condición inicial.....	140
Figura 6.19 Parejas de valores de las puntuaciones para las tres primeras autofunciones	141
Figura 6.20 Función de densidad de probabilidad conjunta de las variables Z_1 y Z_2	141
Figura 6.21 Función de densidad de probabilidad de la variable máximo avance/retroceso de la línea de costa	142
Figura 6.22 Función de densidad de probabilidad de la variable cambio en el área de playa seca, proporcional al cambio en el volumen de sedimentos.....	142
Figura 6.23 Función de densidad de probabilidad del volumen de material erosionado	143
Figura 6.24 Función de densidad de probabilidad conjunta de los volúmenes de sedimento erosionados y acumulados	144

Lista de tablas

Tabla i.1 Factores naturales y humanos que contribuyen a la variabilidad de la línea de costa a distintas escalas espacio-temporales, tomado de (Stive <i>et al.</i> , 2002)	3
Tabla 1.1 Características de las ondas de borde plausibles	36
Tabla 2.1 Orden del tiempo de relajación y de los forzamientos a los que responden costas de material con distintos grados de consolidación	46
Tabla 3.1 Relación entre los coeficientes C , n y f	55
Tabla 3.2 Algunos limitadores de flujo	69
Tabla 3.3 Resumen de las condiciones de contorno para régimen subcrítico y supercrítico	74
Tabla 4.1 Resumen de hipótesis y limitaciones de las soluciones analíticas de la teoría one-line. Tomado de Dabees (2000).....	93
Tabla 4.2 Condiciones de estabilidad para Δt encontradas en la literatura	94
Tabla 5.1 Tipos de borrascas incidentes en la cuenca del río Guadalfeo	103

RESUMEN

El trabajo trata la evolución morfológica de la línea de costa a través del análisis de procesos de tres diferentes escalas: corto plazo (a escala de evento), medio plazo (décadas) y largo plazo (milenios).

En el corto plazo se estudia la interacción de ondas de borde con estructuras costeras. Se analiza la formación de patrones rítmicos bajo condiciones de oleaje extremo, en términos de la oscilación parcialmente estacionaria formada por la superposición de una de onda de borde incidente y una reflejada en la estructura. El coeficiente de reflexión se evalúa con un modelo existente para la propagación de ondas de borde a través de estructuras permeables perpendiculares a la costa, modificado para tratar perfiles batimétricos arbitrarios, ampliándose el rango de validez a condiciones más realistas. El modelo se aplica a observaciones hechas en la estación experimental FRF (USACE, Duck, Carolina del Norte), donde los patrones de transporte de masa, debidos a la onda estacionaria, concuerdan con las formas cuspidales y barras crescénticas detectadas en el sitio tras una serie de temporales.

Para el largo plazo se presenta un modelo conceptual de tipo relajación que describe la respuesta del perfil costero al forzamiento ejercido por la evolución eustática del nivel del mar. Se analiza la relación de cada término con características físicas del litoral. Se presenta una curva tentativa de las variaciones del nivel del mar durante el holoceno y se aplica al modelo para evaluar sus resultados bajo condiciones genéricas. Se emiten conclusiones sobre las tendencias esperadas en la evolución a largo plazo de la costa, tomando en cuenta el carácter acumulativo del proceso.

Como proceso de medio plazo se trabaja en la modelación de la evolución de la línea de costa en áreas influenciadas por desembocaduras. A diferencia de las formulaciones tradicionales se hace un desarrollo para cuencas de dimensiones reducidas en climas semiáridos, regidas por los eventos extremos, incluyendo los efectos de obras de regulación en los ríos. Se implementan un modelo de flujo en cauces naturales y uno de evolución de la línea de costa tipo one-line. Ambos se validan y calibran en la cuenca

del río Guadalfeo y su zona costera de influencia. Se presenta también una metodología para la valoración de la incertidumbre en labores de predicción, basada en simulaciones tipo Monte Carlo de las condiciones climáticas, aplicadas posteriormente a modelos morfológicos, y cuyos resultados son tratados estadísticamente con un método de análisis de componentes principales. La formulación original, inicialmente contemplada sólo para clima marítimo, se adapta para la inclusión de variables hidrológicas. Se hace un estudio de la predicción del estado morfológico del delta del Guadalfeo en una proyección a veinte años.

INTRODUCCIÓN

Motivación del trabajo

La costa es la interfase entre dos de los medios más importantes de la Tierra, y sobre ella suceden gran cantidad de procesos directamente ligados a la actividad humana y al equilibrio ecológico. Más de la mitad de la población mundial vive en una franja de aproximadamente 60 km adjunta al litoral, lo que exige una gestión integral de los recursos y de los espacios.

La costa debe entenderse como un complejo sistema dinámico, en el que suceden cambios morfológicos en una amplia variedad de escalas espaciales y temporales. La falta de esta visión global en la gestión del litoral puede tener consecuencias importantes, como erosión en la costa, reducción de la operatividad en puertos, daños ecológicos, etc. Incluso puede agravar los efectos de catástrofes naturales como inundaciones, tsunamis o huracanes.

A pesar de de los notables avances realizados en los últimos años, el entendimiento de los procesos que actúan sobre la costa sigue siendo limitado, debido en parte a la incapacidad de los modelos de representar la realidad, y a la incertidumbre intrínseca de los agentes forzadores, que obliga en algunos casos a considerarlos semi-aleatorios (como sucede por ejemplo en la hidro-meteorología). También influye la incertidumbre estadística, relacionada con la limitación de la información disponible a escalas menores de las que se requieren.

La importancia de las escalas se hace patente tanto en la interpretación de procesos de corta duración, como los eventos extremos, como de largo plazo asociados a las tendencias geológicas. Por ejemplo, un error común en la gestión del litoral ante problemas de erosión causados por temporales severos, es rellenar artificialmente playas que de forma natural y en un plazo relativamente corto serían reestablecidas,

realizándose gastos innecesarios como resultado del desconocimiento de la variabilidad de la línea de costa (Stive *et al.*, 2002). En el otro extremo, el creciente interés que recientemente suscita el cambio climático lleva en ocasiones a atribuirle efectos que no le corresponden (Santiago *et al.*, 2006; Ávila *et al.*, 2007b). Por esta razón, toda intrusión en los procesos naturales, o intento de mitigación de sus efectos, debe valorar en un contexto amplio los efectos que produce en cada escala espacial y temporal, con el fin de optimizar las actuaciones, por un lado, y para evitar efectos no deseados, por otro (véase la Tabla i.1 y la Figura i.1).



Figura i.1 Formas cuspidales en Playa Trafalgar (España), acreción-erosión por estructuras en Puerto Madero (México), formas de gran escala en el Mar de Azov (Ucrania)

Además de la complejidad asociada a las múltiples escalas, la ingeniería costera afronta otras dificultades, entre ellas las debidas a la escasa visibilidad de algunos fenómenos físicos. Esto es, mientras que las acciones del oleaje, la marea y las corrientes son muy evidentes y pueden medirse con relativa facilidad, existen procesos cuya naturaleza hace necesario caracterizarlos con técnicas especiales. Es el caso de las ondas infragravatorias (como las ondas de borde), que durante eventos extremos ocupan parte importante del espectro de energía en la zona de rompientes (Evans, 1988; Lippman *et al.*, 1997; Constantin, 2001), región en la que la dinámica de sedimentos es más intensa y donde se determina en gran medida la evolución costera (Ávila *et al.*, 2007a).

De entre los distintos tipos de escenarios litorales, los deltas destacan por su particular trascendencia. En ellos la interacción entre el medio terrestre y el marino es máxima, y por sus recursos son zonas altamente pobladas. Además de los procesos naturales más evidentes, como las inundaciones, sequías, etc., durante el último siglo ha quedado constancia de los efectos que pueden tener las actuaciones humanas sobre su evolución, concretamente por la construcción de obras de regulación de caudales en los ríos.

Por otro lado, los principales núcleos de población se asientan sobre partes bajas de grandes ríos, lo que ha llevado a que el conocimiento actual en morfodinámica fluvial y litoral esté basado en el estudio de ese tipo de condiciones. Como consecuencia, la ampliación de los estudios científicos hacia otro tipo de escenarios parte, por lo general, de teorías y conceptos desarrollados para los primeros, cuya adaptación no es siempre adecuada. El desarrollo de conocimientos para condiciones especiales es entonces un objeto de investigación que cobra importancia conforme aumenta la necesidad de comprender procesos de dinámica distinta.

Tabla i.1 Factores naturales y humanos que contribuyen a la variabilidad de la línea de costa a distintas escalas espacio-temporales, tomado de (Stive *et al.*, 2002)

Escala	Factores naturales	Factores humanos
Largo plazo, gran escala - siglos a milenios - > 100 km	<ul style="list-style-type: none"> • Disponibilidad de sedimentos • Cambios relativos en el nivel del mar • Cambios diferenciales en el fondo (dinámica tectónica) • Consolidación geológica • Cambios climáticos de largo plazo • Paleo-morfología 	<ul style="list-style-type: none"> • Cambio climático inducido por el hombre • Regulaciones importantes en ríos • Grandes estructuras costeras • Grandes intervenciones en la hidrodinámica y en la morfología (cerramientos, minería, etc.) • Gestión costera basada en la construcción de estructuras
Largo plazo, escala media - décadas a siglos - 10 – 100 km	<ul style="list-style-type: none"> • Cambios relativos en el nivel del mar • Variación del clima regional • Ciclos de estuarios • Ondas de arena • Eventos extremos 	<ul style="list-style-type: none"> • Regulación de ríos • Estructuras costeras • Intervenciones en la hidrodinámica y en la morfología • Gestión costera • Extracción de recursos naturales
Medio plazo - años a décadas - 1 – 5 km	<ul style="list-style-type: none"> • Variaciones en el clima marítimo (oleaje) • Ciclos de barras en la zona de surf • Eventos extremos 	<ul style="list-style-type: none"> • Estructuras en la zona de surf • Regeneración de playas
Corto plazo - horas a años - 10 m – 1 km	<ul style="list-style-type: none"> • Estados de mar: oleaje y mareas • Variaciones climáticas estacionales 	<ul style="list-style-type: none"> • Estructuras en la zona de surf • Regeneración de playas

El caso específico de las cuencas de dimensiones reducidas en climas semiáridos constituye un reto importante, ya que los procesos morfológicos no se deben a forzamientos constantes o ligeramente variables, sino a la ocurrencia episódica de eventos puntuales. En las desembocaduras de este tipo de cuencas los forzamientos provenientes de tierra y del mar suelen deberse a un mismo evento meteorológico, característica potenciada en mares como el Mediterráneo, en los que el *fetch* es limitado. Ante la escasez de precipitación, la variabilidad de los caudales del río es mayor que la del clima marítimo, lo cual implica que el delta difícilmente se encuentra en equilibrio, en todo caso puede tratarse de un equilibrio dinámico, en el que los episodios de erosión costera son sensiblemente más frecuentes que los de progresión del delta. Otra situación común en esta clase de entornos es que la limitación de agua para consumo obliga a la construcción presas de almacenamiento.

La cuenca del río Guadalfeo tiene las características antes citadas, y su delta experimenta problemas de erosión que afectan las actividades e infraestructuras sobre él asentadas. El cauce principal ha sido objeto de importantes intervenciones, como presas de almacenamiento, derivación y obras de encauzamiento (Figura i.2). Destaca la reciente construcción de las presas de Beznar (años ochenta) y Rules (terminada hace un lustro), que previsiblemente agravarán la erosión. Las constantes inversiones en obras para controlar la pérdida de terreno bien merecen el desarrollo de estudios que contribuyan a su planificación, de manera que se optimicen los gastos y se minimicen los efectos secundarios.

Lo ideal para no entorpecer la procesos fluviales y litorales sería que toda estructura construida por el hombre se ubicara a una distancia prudente de los sistemas morfodinámicos más activos, sin embargo son muchas las actividades que incumplen este criterio. Resulta entonces fundamental determinar los costos y consecuencias de cada intrusión en un proceso natural. Las incertidumbres implicadas en dicha labor hacen de un enfoque determinístico una aproximación insuficiente. Las valoraciones probabilísticas si bien no erradican las incertidumbres tienen la ventaja de cuantificarlas, lo que significa un avance determinante para la toma de decisiones.

El estado del arte requiere aportaciones en los campos mencionados, tanto en forma de conceptos y teorías como de herramientas prácticas que faciliten las labores de gestión, identificando las influencias de los procesos de cada escala. Este trabajo se centra en el estudio tres aspectos particulares:

- 1) A escala de eventos, la aparición de patrones rítmicos debidos a la interacción de ondas infragravitatorias con estructuras costeras,
- 2) A escala geológica, la determinación de tendencias de evolución costera marcadas por variaciones del nivel del mar, y
- 3) A medio plazo, la predicción de estados morfológicos de deltas de cuencas semiáridas, incluyendo la valoración de la incertidumbre de los resultados.



Figura i.2 Delta y cuenca del río Guadalfeo, fotografía de la Delegación Provincial de Costas, Granada.

Objetivos

El objetivo general de la tesis es hacer aportaciones que mejoren el entendimiento de los procesos de evolución de la costa, facilitando la identificación de las escalas espacio-temporales asociadas y la comprensión de los procesos alterados por la construcción de estructuras. Se plantea el desarrollo de herramientas de cálculo como producto final del trabajo. También se pretende particularizar en el estudio de escenarios deltaicos de cuencas semiáridas, que requieren un enfoque distinto al tradicionalmente usado en procesos de evolución más estables. En cada elemento de investigación se tienen objetivos específicos.

Objetivos específicos

- ***Interacción de ondas de borde con estructuras costeras***
 - Estudiar la forma en que la presencia de ondas de borde modifica la morfología costera de corta escala durante eventos extremos.
 - Valorar la perturbación de las ondas inducidas por estructuras costeras permeables.
 - Implementar un modelo numérico para la representación de la reflexión de las ondas de borde en estructuras costeras, capaz de simular la formación de ondas parcialmente estacionarias.
 - Dotar al modelo de formulaciones que permitan aplicarlo en casos realistas, es decir, perfiles batimétricos de geometría arbitraria.
 - Validar el modelo planteado con información de campo y analizar los escenarios en los que es aplicable.

- ***Evolución costera forzada por cambios en el nivel del mar***
 - Describir las características de la evolución del nivel del mar durante el holoceno.
 - Formular un modelo conceptual para conocer la respuesta de la configuración litoral (en perfil).
 - Valorar los alcances y limitaciones del modelo planteado, así como emitir recomendaciones para su aplicación en estudios preliminares de la respuesta de la costa a este tipo de forzamiento.
 - Distinguir las tendencias marcadas por este proceso de las de fenómenos con diferente escala espacio-temporal.

- ***Predicción de estados de la línea de costa en presencia de desembocaduras con valoración de la incertidumbre***

- Desarrollar una herramienta para el estudio de la evolución de la línea de costa en presencia de desembocaduras, que a diferencia de los modelos tradicionales sea apropiado para cuencas reducidas de climas semiáridos.
- Identificar las características hidro-meteorológicas que requieren un enfoque como el planteado.
- Diseñar una metodología para la simulación estocástica del clima marítimo acoplado a la representación de condiciones hidrológicas, de forma que los resultados sean compatibles con modelos morfológicos tanto fluviales como costeros.
- Aplicar métodos avanzados del análisis de señales a la interpretación estadística de los escenarios morfológicos simulados, orientando hacia la facilitación de datos para la toma de decisiones basada en criterios de riesgo.
- Emplear los métodos propuestos en la predicción de estados morfológicos futuros en el delta del río Guadalfeo. Emitir recomendaciones de gestión para optimizar costos y mitigar efectos secundarios.

Organización de la tesis

Para el cumplimiento de los objetivos propuestos, el trabajo se ha estructurado en la forma a continuación descrita. El primer capítulo trata un proceso a escala de evento, el segundo una tendencia geológica, y los restantes desarrollan las partes del modelo de evolución de deltas a medio plazo.

- ***Capítulo 1. Efectos morfológicos de las ondas de borde en presencia de estructuras costeras***

Se hace una revisión de aspectos básicos de las ondas infragraciales, y del estado del arte en el estudio de las ondas de borde. Se refieren los mecanismos por los que estas ondas se hacen patentes en la morfología, con atención especial a su relación con estructuras costeras. Se presenta un modelo para la evaluar la formación de ondas de borde parcialmente estacionarias por efecto de la reflexión en una estructura, el cual se valida con observaciones en campo. Se discuten los resultados del modelo en el marco de las distintas teorías acerca de la formación de patrones rítmicos.

- ***Capítulo 2. Modelo de respuesta de la costa a la evolución eustática del nivel del mar***

Se aborda la evolución del nivel del mar como un forzador de las tendencias morfológicas de la costa en el largo plazo, describiéndose además los elementos de este agente que inducen variabilidades a menor plazo. Se describen brevemente los cambios en el clima global y en el nivel del mar durante el holoceno, con énfasis en los últimos dos mil años. Se presenta un modelo conceptual para el cálculo de la respuesta de la costa a dicho forzamiento, que se basa en considerarlo como un proceso acumulativo en el que participan tanto los datos actuales como su historial. Se describen los términos de que depende el modelo y su interpretación física. El modelo es aplicado a la variación del nivel del mar durante los últimos dos mil años, obteniéndose conclusiones genéricas

sobre el origen de las configuraciones actuales y acerca de sus tendencias evolutivas futuras.

- ***Capítulo 3. Modelo unidimensional de flujo no permanente en cauces naturales***

Como base para la modelación de costas en presencia de desembocaduras, el capítulo 3 describe el desarrollo de un modelo numérico para el cálculo del flujo no estacionario en cauces naturales, orientado a la representación de condiciones típicas de cuencas semiáridas y de ríos de montaña. Se presentan las ecuaciones fundamentales y el estado del arte en las formulaciones para su solución numérica. Se detallan las bases matemáticas de los modelos de alta resolución, incluyendo técnicas para el tratamiento de los términos fuente en cauces con fuertes gradientes hidráulicos. Se presentan casos de validación del código implementado.

- ***Capítulo 4. Evolución morfológica de la línea de costa***

Este capítulo en primer lugar analiza el estado del arte en modelos para la descripción de la evolución morfológica de la costa. Se justifica la elección del modelo tipo one-line para la predicción probabilística de estados morfológicos en deltas. Son presentadas las bases teóricas de los modelos one-line, y se propone una solución numérica explícita, que presenta ventajas respecto a las soluciones analíticas tradicionales y a otras numéricas. Se describen brevemente las formulaciones elegidas para la propagación del oleaje, para la inclusión de los efectos de estructuras y para el cálculo del transporte de sedimentos. También se trata la forma en la que se introduce el aporte de sedimentos del río a la costa.

- ***Capítulo 5. Aplicación del modelo de evolución del litoral al delta del río Guadalfeo***

Para la validación de los modelos presentados en los dos capítulos anteriores, tanto individual como conjuntamente, y para calibrarlos de cara a predicciones de la evolución del delta del río Guadalfeo, el capítulo 5 describe las principales características locales de la cuenca y de su zona costera, detallando los criterios utilizados en la adaptación de la información disponible. El modelo conjunto se aplica a un período de tres años (1999-2002), obteniéndose resultados satisfactorios.

- ***Capítulo 6. Valoración de la incertidumbre en la predicción de la evolución morfológica de deltas***

Se enuncian las razones por las que conviene el uso de metodologías capaces de considerar el carácter estocástico de los procesos de la evolución costera. Se presenta una metodología para el análisis probabilístico de la posición de la línea de costa, basada en simulaciones tipo Monte Carlo de las condiciones climáticas. Se detalla la forma en que se agrega el estudio hidrológico del cauce vertiente. Se describen los fundamentos del método de las funciones empíricas ortogonales, que es utilizado para la expresión de los resultados obtenidos en términos probabilísticos. La metodología es aplicada a la predicción de la posición de la línea de costa en el delta del río Guadalfeo, en una proyección a veinte años.

- ***Conclusiones y futuras líneas de trabajo***

Se resumen las conclusiones obtenidas del desarrollo del trabajo, tanto en sus partes como en conjunto. Se plantean trabajos futuros mediante los cuales pueden mejorarse los resultados obtenidos.

1 EFECTOS MORFOLÓGICOS DE LAS ONDAS DE BORDE EN PRESENCIA DE ESTRUCTURAS COSTERAS

Estructuras que parten desde la costa en dirección al mar, por ejemplo espigones, rompeolas, muelles, emisarios, oleoductos, etc. (véase la Figura 1.1), interfieren en la dinámica litoral de forma evidente, modificando procesos físicos como el oleaje, las corrientes, el transporte de sedimentos, etc. No obstante también alteran el desarrollo de procesos menos visibles, aunque potencialmente igual de trascendentes, como las ondas infragravitarias. Existen pocos estudios acerca de dichas perturbaciones y de sus efectos en la playa, pero los trabajos hasta ahora presentados son una buena base para profundizar en el tema.

Baquerizo y Losada (2001), Baquerizo et al. (2002) y Baquerizo et al. (2004) han estudiado la interacción de ondas de borde con estructuras porosas como las enunciadas anteriormente. Dichos trabajos tienen la limitación de haber sido formulados para perfiles batimétricos idealizados, compuestos por una pendiente constante seguida de una plataforma horizontal, con lo que su aplicabilidad está restringida a condiciones poco generales.

Por otro lado, la propagación de ondas de borde en ausencia de obstáculos ha tenido diversas soluciones analíticas para perfiles batimétricos simplificados, y recientemente se han presentado soluciones numéricas para perfiles arbitrarios (Holman & Bowen, 1979; Neu & Oh, 1987; Howd *et al.*, 1992).

En este trabajo se hace uso de la solución a la modificación de las ondas de borde por una estructura porosa sobre un perfil idealizado, a la que se le acopla una la solución numérica para la propagación de ondas de borde en perfiles batimétricos arbitrarios, formulándose un modelo de interacción onda-estructura en perfil arbitrario, que resulta más realista y puede ser aplicado en casos prácticos.



Figura 1.1 Ejemplos de estructuras que pueden afectar el desarrollo original de las ondas de borde

1.1 Ondas infragravitatorias

Cerca de la costa, y sobre todo después de la rotura, el espectro de energía del oleaje no está totalmente dominado por las frecuencias correspondientes a las ondas incidentes (las generadas por el viento), ya que frecuencias menores tienen también un contenido energético importante. Éstas últimas, cuyos períodos van de los 20 segundos a los 5 minutos aproximadamente son llamadas ondas infragravitatorias.

El concepto de ondas infragravitatorias estacionarias explica muchos de las características morfodinámicas del litoral, como las corrientes de retorno (Bowen & Inman, 1969), las formas cuspidales (Guza & Inman, 1975), las barras crescénticas (Bowen & Inman, 1971), las barras longitudinales múltiples (Short, 1975), la unión de barras y morfologías aún más complejas (Holman & Bowen, 1982).

Las ondas infragravitatorias tienen su origen en forzamientos directos o indirectos de las olas incidentes, en consecuencia, la cantidad de energía de las primeras depende de la que tengan las segundas. Por lo general, la altura de ola infragravitatoria en la zona de surf es un 20-60% de la altura de ola incidente (Howd *et al.*, 1991).

Las repercusiones más importantes que este tipo de ondas tienen en la morfología suceden bajo condiciones extremas, ya que es cuando más energía contienen (respecto al oleaje normal), y cuando entran en combinación con el resto de efectos asociados a las tormentas, como la marea meteorológica. El que en estas condiciones tengan más energía se debe a que la zona de surf es más grande y a que su energía no es disipada por la rotura, que sólo afecta a las frecuencias más altas (Holman *et al.*, 1978).

Las ondas infragravitatorias pueden clasificarse de la siguiente forma:

- Ondas forzadas. Están asociadas a un mecanismo de generación del que dependen para existir.
- *Bound long waves*. Ondas largas asociadas al oleaje incidente y que se propagan junto con éste.
- Ondas libres. Una vez generadas pueden mantenerse por sí solas.
- *Leaky waves*. Son producto de la reflexión en la costa de las *bound long waves*, con sentido de propagación contrario.
- Ondas de borde o *edge waves*. Al igual que las *leaky waves* provienen de la reflexión en la playa de las *bound long waves*, y por refracción quedan atrapadas en la costa. Vease la Figura 1.2.

Otro tipo de ondas infragravitatorias, de naturaleza distinta a las anteriores, son las *shear waves*, también conocidas como *far infragravity waves*. Tienen períodos más grandes. Son producto de inestabilidades de las corrientes longitudinales debida a la existencia de discontinuidades en las mismas.

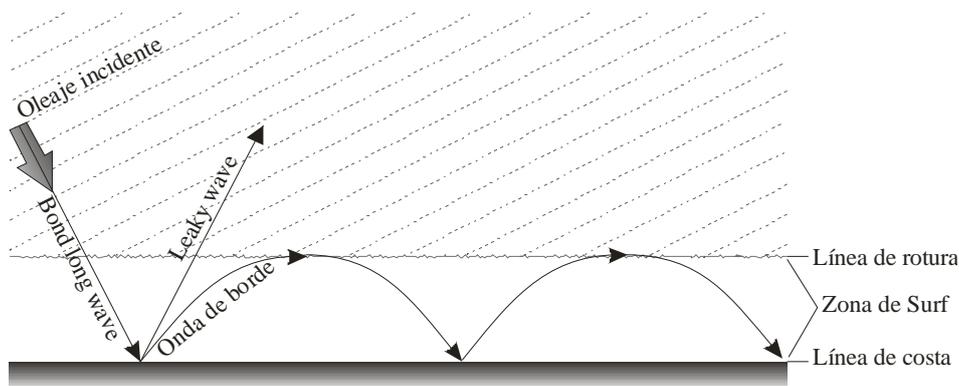


Figura 1.2 Tipos de ondas infragravitatorias

Las *bound long waves* son ondas generadas directa o indirectamente por el oleaje incidente. Su origen se asocia principalmente al agrupamiento del oleaje a través del siguiente mecanismo. Los grupos de ondas están acompañados de depresiones en el nivel medio del agua (Longuet-Higgins & Stewart, 1964), cuya intensidad depende de la amplitud de las ondas, de tal forma que entre un grupo de ondas altas y uno de ondas bajas se produce un gradiente del tensor de radiación, que induce variaciones de diferente magnitud en el nivel medio del mar, de longitud y período iguales al los del grupo, pero con un desfase de 180° respecto a éste.

El término *leaky wave* corresponde estrictamente a una onda larga proveniente de la reflexión mar adentro de una onda larga procedente de la costa. No obstante, la denominación se usa para referirse a la onda estacionaria bidimensional que se produce en la zona de surf como consecuencia de la superposición de dos ondas infragravitatorias, una entrante y otra saliente. A diferencia de las ondas de borde, que son un fenómeno tridimensional, el patrón de ondulaciones estacionarias asociado a las *leaky waves* no muestra variaciones en la dirección longitudinal a la costa, por lo que también se conocen como ondas infragravitacionales bidimensionales.

Como se ha comentado, cuando la incidencia del oleaje es oblicua, algunas oscilaciones quedan atrapadas por efecto de la refracción. El término *leaky waves* se refiere a los casos en que esto no sucede. La condición para que se presenten *leaky waves* es $\sigma^2 > gk_y$, donde $\sigma = 2\pi/T$ es la frecuencia angular, T es el período, y $k_y = 2\pi/L_y$ y L_y son el número y longitud de la onda en la dirección paralela a la costa. Cuando $\sigma^2 < gk_y$, la onda reflejada queda atrapada en la zona de surf por refracción, sin poder escapar hacia el mar, resultando en una onda de borde. Si se cumple $\sigma^2 > gk_y$, la onda reflejada no quedará atrapada y la energía que llegó del mar y posteriormente se reflejó en la costa vuelve a mar adentro en forma de *leaky wave*. Como la magnitud de k_y depende del ángulo de incidencia del oleaje, cuando éste llega con ángulo recto a la costa se asocia a la formación de *leaky waves*, y cuando lo hace con oblicuidad a las ondas de borde.

Colman (1983) encontró que la forma de una *leaky wave* estacionaria en una playa con pendiente uniforme $\tan\beta$ está descrita por el potencial de velocidades

$$\phi_x = J_0 \left[\sqrt{4\chi} \right], \quad (1.1)$$

donde J_0 es la función de Bessel de primer tipo y orden cero y

$$\chi = \frac{\sigma^2 x}{g \tan \beta}. \quad (1.2)$$

La Figura 1.3 muestra el perfil de una *leaky wave* con la estructura dada en la expresión (1.1), con $\beta = 0.8^\circ$ y $\sigma = 0.114$. Como se observa, la disminución de la profundidad tiene como efecto la ampliación de la altura y la reducción de la longitud de onda, igual a como sucede en otro tipo de ondas.

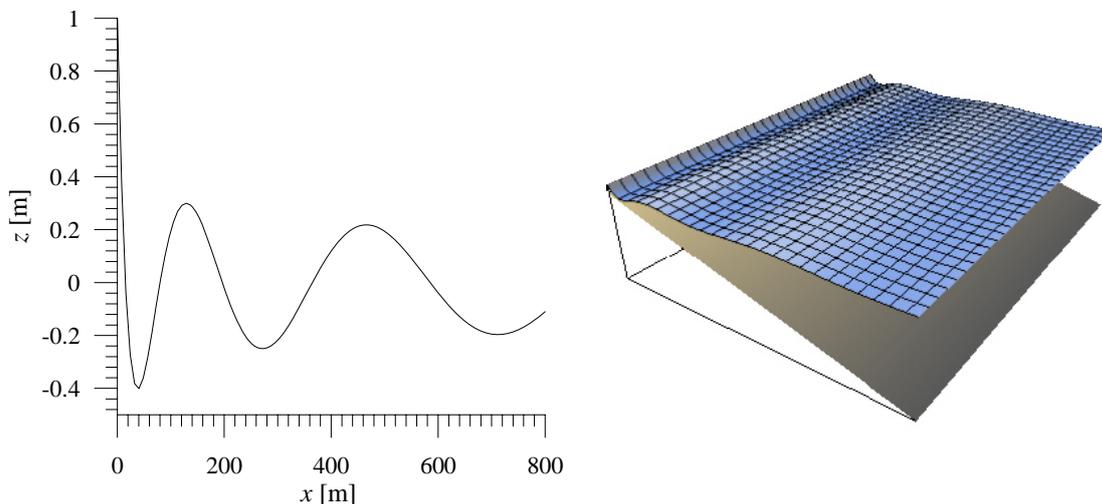


Figura 1.3 Leaky wave

Las *shear waves* son ondas infragravitatorias de reciente descubrimiento (Oltman-Shay *et al.*, 1989). Son relativamente cortas en el sentido longitudinal a la playa, con longitudes de onda del orden de 100 m, pero sus períodos son grandes, entre los 100 y los 1000 s. Sus velocidades orbitales son apreciables en ambas direcciones (longitudinal y transversal a la playa), sin embargo no sucede lo mismo con los cambios en la elevación de la superficie libre, que en muchos casos no se perciben. Bowen y Holman

(1989) sugieren que estas oscilaciones son manifestaciones de una inestabilidad de cortante en la corriente longitudinal, debido a los gradientes horizontales de velocidad y al efecto de la fricción del fondo. La relación entre sus períodos y longitudes de onda es aproximadamente lineal.

1.2 Ondas de borde

Cuando el oleaje incide en la playa oblicuamente, y se cumple que $\sigma^2 < gk_y$, las ondas largas reflejadas en la línea de costa quedan atrapadas en la zona de surf por efecto de la refracción, que no las deja escapar de regreso al mar, generándose un movimiento oscilatorio cuya propagación se da en sentido longitudinal a la playa. También pueden generarse por la incidencia de oleaje paralelo a la playa, como ocurre cuando existen cambios bruscos en la línea de costa.

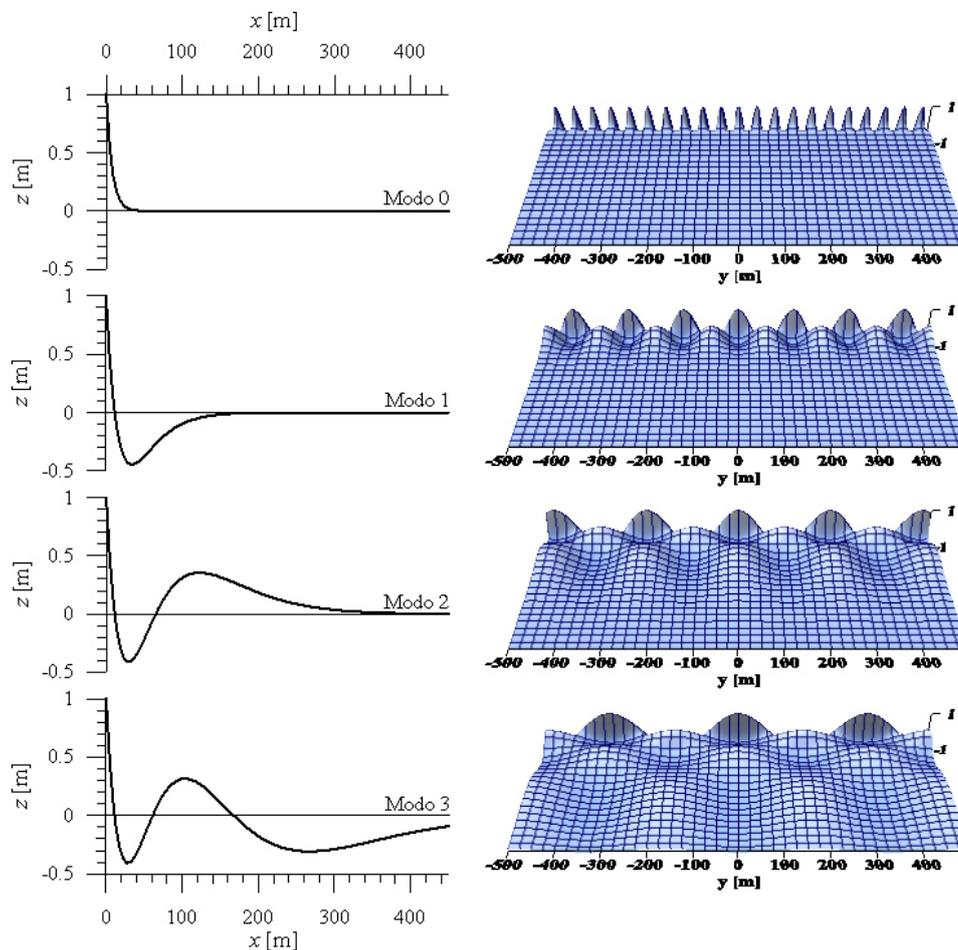


Figura 1.4 Perfil transversal 1D y vista longitudinal 2D de ondas de borde de diferentes modos para $\sigma = 0.15 \text{ s}^{-1}$ y $\beta = 1^\circ$

Más formalmente, las ondas de borde se definen como ondas libres que permanecen estacionarias en dirección transversal al litoral, y que tienen crestas normales a la línea de costa. En dirección longitudinal a la playa pueden ser progresivas o estacionarias por efecto de la superposición de dos ondas progresivas de sentido contrario. Esto último

sucede, por ejemplo, cuando una onda progresiva encuentra un obstáculo que la refleje, como es el caso del tema central de este trabajo.

La estructura de las ondas de borde en dirección transversal a la costa es similar a la de las *leaky waves*, descrita por un antinodo en la frontera con tierra, n cruces por cero (que determinan el modo), y un decaimiento exponencial en dirección del mar. De esta forma, una onda de borde de modo 0 tiene sólo un antinodo en tierra, mientras que una de modo n tiene n antinodos adicionales en sus cruces por cero. En la Figura 1.4 se ejemplifican perfiles transversales de distintos modos de ondas de borde con sus respectivos patrones tridimensionales.

La relación entre longitud de onda y período de las ondas de borde, que depende de la geometría de la playa, puede expresarse mediante una ecuación de dispersión, tratada a continuación.

1.2.1 Ecuación de dispersión para ondas de borde

Existen en la literatura diversas soluciones a la dispersión de ondas de borde, cada una con distintos grados de complejidad y alcances. La primera fue la de Stokes (1846), que sirve para ondas de modo 0 en playas con pendiente constante. Eckart (1951) amplió la anterior a un número indeterminado de modos. Ursell (1952) encontró el límite al número de modos que pueden presentarse. Las tres formulaciones anteriores son conocidas como clásicas, ya que los trabajos posteriores, que en general consisten de soluciones numéricas para perfiles batimétricos más complejos, parten de ellas. Ball (1967) presentó una solución para perfiles exponenciales, Holman y Bowen (1979) desarrollaron un método numérico para geometrías complejas enfocado a perfiles cóncavos, Green (1986) estudió la propagación de ondas de borde a través de diques, Kirby et al. (1981) usaron la ecuación de la pendiente suave (Berkhoff, 1972) para implementar una solución numérica a la ecuación de dispersión en perfiles arbitrarios, centrándose en playas con barras, Neu y Oh (1987) presentaron un método para resolver la ecuación de la dispersión en perfiles compuestos por segmentos lineales, Schäffer (1990) y Baquerizo y Losada (2001) trabajaron con un perfil idealizado mediante una pendiente constante y una plataforma horizontal, los segundos incluyen una pared en el lado del mar, que permite alcanzar una solución en términos de un número discreto de modos. A continuación se presentan brevemente las soluciones clásicas y se detalla la solución numérica para perfil arbitrario utilizada en el trabajo.

1.2.1.1 Ecuaciones de gobierno

Las ondas de borde son ondas largas, esto es, cumplen la condición $hL \ll 1$ (h es la profundidad y L la longitud de onda). En este tipo de ondas el movimiento orbital de las partículas es esencialmente horizontal, lo que implica que la presión en la columna de agua puede aproximarse por una ley hidrostática. También, las velocidades horizontales son sensiblemente menores que las de las ondas que las fuerzan, por que lo el estudio puede abordarse a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes integradas en vertical y promediadas en un período de onda corta.

En un sistema de coordenadas que tiene el eje x perpendicular a la costa y dirigido hacia el mar, el eje y longitudinal a la costa y el eje z vertical ascendente centrado en el nivel del agua en reposo, las ecuaciones que gobiernan las oscilaciones, expresadas en notación de Einstein, son

- Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (1.3)$$

donde Q_α ($\alpha = x, y$) son las componentes del caudal en los ejes horizontales

$$Q_\alpha = (h + \eta) u_\alpha, \quad (1.4)$$

η es la elevación de la superficie libre de la onda larga con respecto al nivel del mar en reposo y u_α ($\alpha = x, y$) son las componentes del campo de velocidad asociado a dicha oscilación.

- Ecuación de conservación de cantidad de movimiento:

$$\rho \frac{\partial Q_\alpha}{\partial t} + gh_{ol} \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\rho \frac{Q_\alpha Q_\beta}{h_{ol}} + S'_{\alpha\beta} - \overline{\int_{-h_0}^{\eta_{oc}} \tau_{\alpha\beta} dz} \right) + \tau_\alpha^s - \tau_\alpha^B = 0, \quad (1.5)$$

donde $h_{ol} = h + \eta$ es la profundidad incluyendo a la onda larga, h es la profundidad referida al nivel medio, $S_{\alpha\beta}$ es el tensor de radiación de las ondas cortas, η_{oc} es la elevación asociada a las ondas cortas, la barra superior ($\overline{\quad}$) es el promedio temporal en un período de onda corta, $\tau_{\alpha\beta}$ es el esfuerzo cortante turbulento, τ_α^B es la fricción de fondo y τ_α^s es el esfuerzo aplicado por el viento. ρ es la densidad del fluido y g es la aceleración de la gravedad.

Despreciando los términos no estrictamente ligados a las ondas largas, la ecuación (1.5) queda

$$\frac{\partial Q_\alpha}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta_{ol}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{Q_\alpha Q_\beta}{h_{ol}} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} = 0. \quad (1.6)$$

Las ecuaciones (1.5) y (1.6) describen el comportamiento de la onda larga, caracterizada a través de las variables independientes η , u_x y u_y , y forzada por oscilaciones de corto período, representadas por el último término de (1.6), que es la variación del tensor de radiación.

Para ondas de pequeña amplitud, en teoría lineal los términos cuadráticos pueden despreciarse ($Q_\alpha Q_\beta \rightarrow 0$), y sus amplitudes son poco significantes respecto a la profundidad ($h_{ol} \rightarrow h$), con lo que (1.6) queda

$$\frac{\partial Q_\alpha}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}. \quad (1.7)$$

Haciendo uso de (1.3) y de diferenciación cruzada para eliminar a Q_α de (1.7) se tiene

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 S_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}, \quad (1.8)$$

que es la versión generalizada de la tradicional ecuación de pendiente suave para ondas largas (MSE), cuya representación en coordenadas \mathbf{x} e \mathbf{y} es

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 S_{yy}}{\partial y^2} \right). \quad (1.9)$$

La ecuación (1.9) describe a la oscilación de largo período forzada por las de corto período a través de la variación de $S_{\alpha\beta}$. La correspondiente ecuación homogénea

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} \right) = 0, \quad (1.10)$$

derivada de (1.9), representa la propagación de ondas largas libres (ya existentes) sobre fondo variable $h(x_\alpha)$.

1.2.1.2 Soluciones clásicas

Las ondas de borde se propagan longitudinalmente a la costa (en dirección del eje \mathbf{y} , de acuerdo al sistema de referencia adoptado), por lo tanto la elevación de la superficie libre η puede expresarse como función de una amplitud que sólo depende de \mathbf{x} , $\xi(x)$, es decir

$$\eta(x, y, t) = \xi(x) e^{i(k_y y - \sigma t)}, \quad (1.11)$$

donde t es la variable tiempo, y k_y , $\sigma = 2\pi/T$ y T son el número de onda, frecuencia angular y período de la onda de borde. El esquema de la ecuación (1.11) es usado por la mayoría de las soluciones hasta ahora existentes, que se encargan de resolver tanto la dispersión como el perfil de $\xi(x)$.

Sustituyendo el esquema de la ecuación (1.11) en la ecuación de gobierno (1.10) y desarrollando se tiene

$$\frac{d}{dx} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + (\sigma^2 - gk_y^2) \xi = 0. \quad (1.12)$$

- **Solución de Eckart**

Eckart (1951) resuelve la ecuación (1.12) para una playa de pendiente constante $h_x = \tan \beta$. Como nueva variable independiente se introduce la variable adimensional

$$z' = 2k_y x, \quad (1.13)$$

y como nueva variable dependiente a $\Psi(z')$, que está dada por

$$\xi = e^{-z'/2} \Psi(z'). \quad (1.14)$$

Con (1.13) y (1.14) la ecuación (1.12) se convierte en

$$z' \frac{d^2 \Psi}{dz'^2} + (1 - z') \frac{d\Psi}{dz'} - a\Psi = 0, \quad (1.15)$$

donde

$$a = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^2}{gh_x k_y} - 1 \right). \quad (1.16)$$

La expresión (1.15) es conocida como la *ecuación de Kummer* o la *ecuación hipergeométrica confluyente*, que en general tiene dos parámetros, en este caso el primero es a , y el segundo es la unidad. Dos soluciones linealmente independientes son

$$\begin{aligned} \Psi^{(1)} &= M(a, 1, z') \\ \Psi^{(2)} &= U(a, 1, z'), \end{aligned} \quad (1.17)$$

que se conocen como las *funciones hipergeométricas confluentes*. Con base en (1.17), las soluciones de (1.12) pueden ahora escribirse como

$$\xi^{(1)} = e^{-z'/2} M(a, 1, z') \quad (1.18)$$

y

$$\xi^{(2)} = e^{-z'/2} U(a, 1, z'). \quad (1.19)$$

La solución 2 (1.19) tiene una singularidad en la línea de costa ($z' = 0$), por lo que es descartada, por otro lado (1.18) es singular en $z' = \infty$, excepto cuando el parámetro a es un número entero negativo o cero, condición que puede expresarse como $-a = n$, que implica que (1.16) quede

$$n = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^2}{gh_x k_y} - 1 \right), \quad (1.20)$$

o despejando σ^2

$$\sigma^2 = gk_y (2n + 1) h_x = gk_y (2n + 1) \tan \beta, \quad (1.21)$$

que es la ecuación de dispersión, donde n representa el número de modo. $M(-n, 1, z')$ se reduce al polinomio de Lagrange de orden n , $L_n(z')$, con lo que (1.18) finalmente queda

$$\xi_{\text{Eckart}} = e^{-z'/2} L_n(z'). \quad (1.22)$$

- **Solución de Ursell**

La solución planteada por Ursell (1952) difiere en su desarrollo de la de Eckart, ya que se apoya en el concepto de flujo potencial. El problema de valor en la frontera linealizado que describe ondas armónicas tridimensionales sobre playas de pendiente constante está dado por las ecuaciones

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= 0, & 0 \leq -z \leq x \tan \beta \\ \sigma^2 \phi - g \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0, & z = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \tan \beta, & -z = h = x \tan \beta. \end{aligned} \quad (1.23)$$

La primera ecuación es la de gobierno (conservación de masa), y las siguientes son las condiciones de contorno: presión atmosférica en la superficie libre y fondo es impermeable, respectivamente. La solución al potencial de velocidades ϕ de una onda de borde de modo n sobre una playa de pendiente constante encontrada por Ursell es

$$\phi_{\text{Ursell}} = e^{i(\sigma t + k_y y)} \left[e^{-k_y(x \cos \beta - z \sin \beta)} + \sum_{i=1}^m A_{nm} \begin{pmatrix} e^{-k_y(x \cos(2m-1)\beta + z \sin(2m-1)\beta)} \\ + e^{-k_y(x \cos(2m+1)\beta - z \sin(2m+1)\beta)} \end{pmatrix} \right], \quad (1.24)$$

donde

$$A_{nm} = (-1)^m \prod_{r=1}^m \frac{\tan(n-r+1)\beta}{\tan(n+r)\beta}, \quad (1.25)$$

con la ecuación de dispersión,

$$\sigma^2 = g k_y \sin(2n+1)\beta \quad (1.26)$$

que es la generalización de la presentada por Stokes (1846) para $n = 0$. Además, n tiene que satisfacer la condición

$$(2n+1)\beta \leq \frac{\pi}{2}, \quad (1.27)$$

lo cual limita el número de nodos que pueden presentarse en una playa a una cantidad finita. Matemáticamente el cumplimiento de la desigualdad asegura que la sumatoria del potencial converja. De (1.27) también puede comentarse que a menor pendiente más modos son posibles, y que el límite $[(2n+1)\beta = \pi/2]$ implica que (1.26) se convierte en $\sigma^2 = g k_y$, valor para el que σ se conoce como frecuencia de corte. El incumplimiento

de la condición significa que la playa no puede atrapar a la onda de borde, por lo que se trataría de una *leaky wave*, como se mencionó en el apartado 1.1.

Con el potencial de velocidades (1.24) la elevación de la superficie libre se obtiene de la siguiente forma

$$\eta_{\text{Ursell}} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{\text{Ursell}}}{\partial t} \Big|_{z=0} = -\frac{i\sigma}{g} \phi_{\text{Ursell}} \Big|_{z=0}, \quad (1.28)$$

y utilizando el esquema de solución planteado en (1.11) ξ es

$$\xi_{\text{Ursell}} = e^{-k_y x \cos \beta} + \sum_{m=1}^n A_{mn} \left[e^{-k_y x \cos(2m-1)\beta} + e^{-k_y x \cos(2m+1)\beta} \right]. \quad (1.29)$$

Realmente la dispersión de Eckart (1.21) es una aproximación a la solución general de Ursell (1.26) válida en playas con poca pendiente, donde $\sin(2n+1)\beta \approx (2n+1)\tan\beta$, que da buenos resultados con $\beta < 6^\circ$, no así cuando $\beta > 10^\circ$ (Schäffer, 1990).

1.2.1.3 Solución numérica propuesta

Se toma como base el procedimiento utilizado por Baquerizo et al. (2002) para perfiles simplificados por una pendiente constante seguida de una plataforma horizontal, donde con el objeto de limitar los modos evanescentes (necesarios para la resolución del problema de propagación de una onda de borde en presencia de un obstáculo) a un número discreto, se introduce una frontera sólida virtual para limitar el dominio, véase la Figura 1.5. Para que dicho contorno no afecte los resultados, debe colocarse suficientemente lejos de la costa, y tomando en cuenta que la amplitud de las ondas de borde $\xi(x)$ decae exponencialmente, la distancia no necesita ser muy grande. Para evitar la dificultad derivada de que la amplitud ξ supere al nivel medio y por tanto a la playa seca, se asume que ésta tiene por límite una pared vertical impermeable, suposición que no altera significativamente los resultados. En este caso, la variable profundidad es tratada como una función arbitraria de x , $h(x)$.

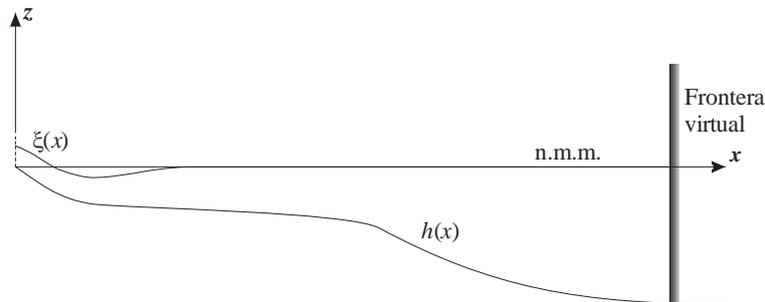


Figura 1.5 Geometría del problema para perfil arbitrario

Se parte de la ecuación (1.12), cuyas condiciones de frontera, de acuerdo a lo antes mencionado, se expresan como sigue

$$\left. \frac{d\xi}{dx} \right|_{x=x_s} = 0; \quad \left. \frac{d\xi}{dx} \right|_{x=x_w} = 0, \quad (1.30)$$

donde x_s y x_w son las coordenadas x de los límites con la playa seca y con la frontera virtual, respectivamente. Se introduce el cambio de variables

$$\xi = \chi_1; \quad \frac{d\xi}{dx} = \chi_2, \quad (1.31)$$

que aplicado en (1.12) da como resultado

$$\frac{d\chi_2}{dx} = \frac{1}{gh} \left(-g \frac{dh}{dx} \chi_2 - (\sigma^2 - ghk^2) \chi_1 \right), \quad (1.32)$$

y que también puede escribirse en forma matricial como sigue

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{gh} (\sigma^2 - ghk^2) & -\frac{1}{h} \frac{dh}{dx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

con condiciones de frontera

$$\chi_1'(x_s) = 0; \quad \chi_1'(x_w) = 0, \quad (1.34)$$

resultantes de aplicar (1.31) en (1.30). Para la resolución de (1.33) se toma el sistema de soluciones linealmente independientes (χ_1, χ_2) que cumplen respectivamente con las siguientes condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} \chi_1(x_s) = 1 \\ \chi_1'(x_s) = 0 \end{cases} \\ \text{b) } & \begin{cases} \chi_2(x_s) = 0 \\ \chi_2'(x_s) = 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (1.35)$$

de tal forma que la solución puede expresarse como una combinación lineal de las soluciones (1.35) utilizando los coeficientes C_1 y C_2 , esto es

$$\xi(x) = C_1 \chi_1(x) + C_2 \chi_2(x). \quad (1.36)$$

La derivada de la expresión anterior es

$$\xi'(x) = C_1 \chi_1'(x) + C_2 \chi_2'(x). \quad (1.37)$$

Si (1.37) es evaluada en x_s y x_w se tiene el sistema siguiente

$$\begin{cases} C_1 \chi_1'(x_s) + C_2 \chi_2'(x_s) = 0 \\ C_1 \chi_1'(x_w) + C_2 \chi_2'(x_w) = 0. \end{cases} \quad (1.38)$$

Haciendo uso de (1.35) el sistema anterior resulta en

$$\begin{cases} C_2 = 0 \\ C_1 \chi_1'(x_w) + C_2 \chi_2'(x_w) = 0, \end{cases} \quad (1.39)$$

que en notación matricial puede expresarse

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \chi_1'(x_w) & \chi_2'(x_w) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Para que la solución de (1.40) no sea la trivial, el determinante de la matriz de 2×2 debe ser nulo, para lo cual se debe cumplir que

$$\chi_1'(x_w) = 0. \quad (1.41)$$

La expresión anterior es la ecuación de dispersión del problema, cuyas soluciones reales representan modos progresivos de ondas de borde, y soluciones puramente imaginarias a modos evanescentes. El perfil de amplitudes de la onda $\xi(x)$ para las soluciones de (1.41) se calcula a partir de la ecuación (1.36), donde el valor de C_2 se obtiene de la segunda expresión de (1.39),

$$C_2 = -\frac{\chi_1'(x_w)}{\chi_2'(x_w)} C_1, \quad (1.42)$$

siendo C_1 la amplitud de la onda de borde en x_s .

En muchas de las aplicaciones del estudio de ondas de borde interesa de $\xi(x)$ más la forma que la magnitud, por ejemplo la localización de los nodos, para lo que bastaría utilizar una amplitud inicial $C_1 = 1$, que no afectaría la forma porque actuaría como un simple factor de escala de ξ . Es difícil dar un valor cuantitativo real a C_1 , de hecho es un tema que ha sido poco tratado. Como un ejemplo de aproximación puede citarse la recomendada por Schäffer y Jonsson (1991):

$$C_1 = \frac{gh_x^2}{\sigma^2}, \quad (1.43)$$

que depende de la pendiente de la playa, h_x , y de la frecuencia angular de la onda, σ , pero que no incluye el contenido energético del oleaje que genera al movimiento infragravatorio. Schäffer y Jonsson la proponen como una amplitud máxima posible, y sugieren cautela en su aplicación e interpretación.

Con el fin de ilustrar la diferencia entre considerar un perfil real y aproximarlos mediante una pendiente constante se toma la batimetría mostrada en la Figura 1.6-b, que

corresponde a la estación experimental del Cuerpo de Ingenieros de los Estados Unidos en Duck, Carolina del Norte (Field Research Facility). En la misma figura se muestran gráficamente dos pendientes a las que pudiera hacerse equivalente la playa, la primera de ellas, de 0.008, se ajusta a la parte externa del perfil, única sección cuya geometría es aproximadamente lineal; la segunda, de 0.046, es una pendiente media del tramo comprendido entre la barra y el primer mínimo.

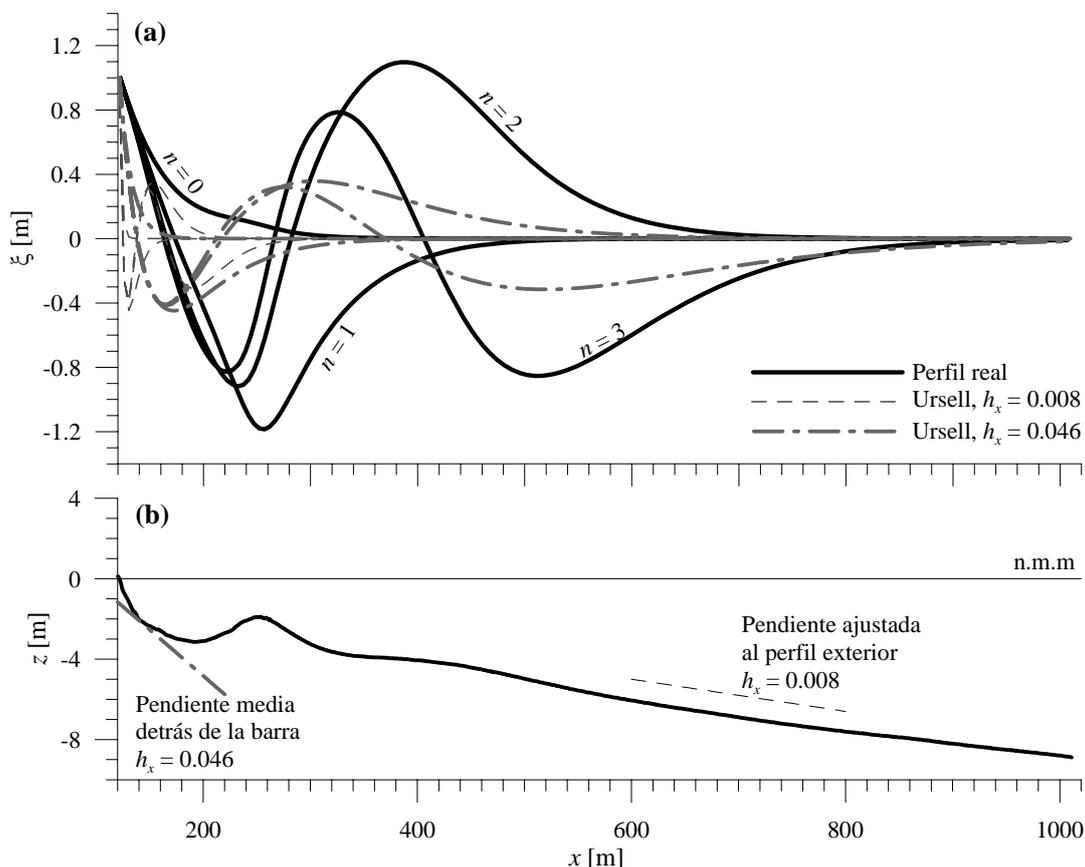


Figura 1.6 Comparación entre los resultados para un perfil batimétrico arbitrario y para su simplificación a pendiente constante. (a) Perfil transversal del FRF (USACE). (b) Resultados de $\xi(x)$ para los modos 0 a 3

La Figura 1.6-a presenta perfiles de $\xi(x)$ con $\sigma = 0.2 \text{ s}^{-1}$ para los modos 0 a 3, obtenidos con la solución para el perfil real y con la solución exacta de Ursell para las dos pendientes anteriormente descritas. Se aprecian diferencias considerables, tanto en la amplitud como en la forma de $\xi(x)$ (posición de los nodos, máximos y mínimos). La Figura 1.7 muestra, para los mismos datos, los resultados de la dispersión, k vs. σ . En este caso las diferencias también son considerables, sobrepasando en varios puntos errores del 100%. Incluso desde un punto de vista cualitativo el ajuste es pobre.

En dispersión, así como en perfil de amplitudes, los resultados obtenidos con la pendiente media del primer tramo de la playa son los que más se parecen a los arrojados por el método numérico presentado, aunque sólo cualitativamente. Esto se debe a que es en dicho tramo donde las ondas de borde tienen mayores amplitudes, y por lo tanto donde más importante es su interacción con la batimetría.

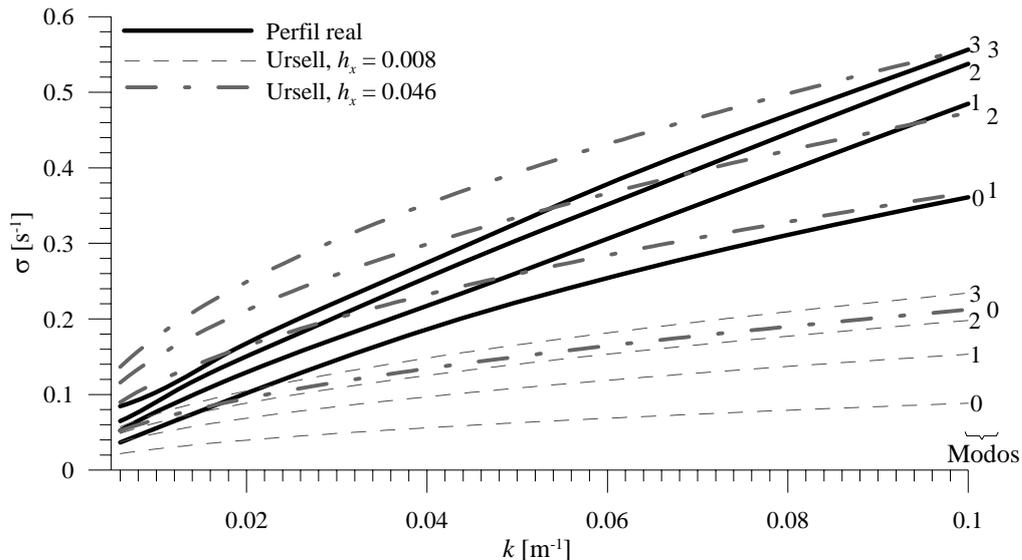


Figura 1.7 Comparación entre los resultados para un perfil batimétrico arbitrario y para su simplificación a pendiente constante. Relación de dispersión para los modos 0, 1, 2 y 3.

1.3 Pérdida de carga de ondas largas en estructuras porosas

Por conveniencia a la modelación y por similitud física, las estructuras costeras en estudio son tratadas como medios porosos que hacen perder carga a las ondas largas. En general, la relevancia del flujo en un medio poroso puede enfocarse hacia alguno de los dos siguientes aspectos: (1) la dinámica del flujo en sí o (2) el efecto que produce en sus alrededores. Los objetivos de este trabajo apuntan hacia en el segundo de los casos.

El efecto que tiene la interposición de un medio poroso en un flujo consiste básicamente en la redistribución de la energía del movimiento: parte se disipa, parte se refleja y el resto se transmite. En el caso particular de la interacción entre ondas de borde y estructuras porosas perpendiculares a la playa, se reconocen los dos siguientes factores geométricos, que permiten plantear hipótesis para simplificar el problema:

- 1) Una onda de borde, por definición, se propaga en sentido longitudinal a la playa, de forma que si el estudio se limita a estructuras perpendiculares a la costa el flujo siempre será transversal al obstáculo, evitándose así problemas asociados a la oblicuidad.
- 2) La longitud de una onda de borde es del orden de decenas de metros, mientras que el ancho de las estructuras objeto del estudio es mucho menor (generalmente no supera los 10 m). Con ello, el tamaño de la estructura puede considerarse no significativo respecto al de la onda, y si los efectos se modelan como puntuales no se cometen errores de importancia.

La segunda hipótesis permite usar la formulación de Mei et al. (1974), diseñada para calcular la pérdida de carga de una onda larga cuando se propaga a través de un medio poroso delgado, idealizado en forma de una placa vertical con ranuras equidistantes.

Esta solución ha sido también utilizada para la resolver problemas similares (Roldán *et al.*, 1992; Baquerizo & Losada, 2001; Baquerizo *et al.*, 2002; Baquerizo *et al.*, 2004).

El método de Mei *et al.* (1974) considera que la alteración de una onda larga en un obstáculo poroso delgado es equivalente a la modificación ejercida por la compresión y descompresión del flujo a su paso por ranuras. Se denota a e_g como el ancho de las ranuras y e_s el de las partes sólidas. Si e_s y e_g son constantes a lo largo de la estructura, el flujo a través cada ranura puede esquematizarse como un canal ficticio confinado por los canales adyacentes (véase la Figura 1.8), con lo que el conjunto de ellos puede estudiarse como uno solo.

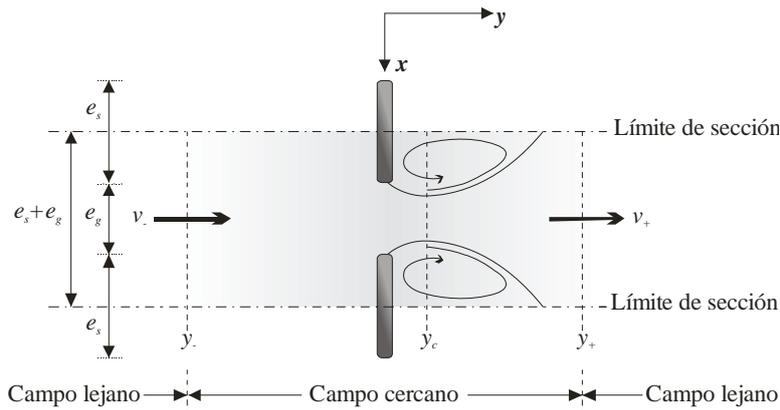


Figura 1.8 Canal ficticio para el análisis del flujo a través de las ranuras

Se asume que la turbulencia debida a la constricción del flujo afecta únicamente a una zona de longitud $O(e_s + e_g)$ llamada campo cercano, limitada por x_c y x_+ (de acuerdo al sistema de referencia mostrado en la Figura 1.8). En el campo lejano ($x < x_c$ y $x > x_+$) puede considerarse que el movimiento es irrotacional, y que está regido por una ecuación de conservación de momento.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre x_c y x_+ (sección contracta, tratada con un coeficiente de contracción empírico), haciendo un balance de momento total entre x_c y x_+ , e introduciendo los coeficientes empíricos f y λ , Mei *et al.* obtienen la siguiente relación para la superficie libre del agua a ambos lados del obstáculo (x_c y x_+)

$$\eta_- - \eta_+ = \frac{f}{2g} v_+ |v_+| + \frac{\lambda}{g} \frac{\partial v_+}{\partial t}, \quad (1.44)$$

donde v es la velocidad orbital de la onda, g es la aceleración de la gravedad y t el tiempo. La ecuación (1.44) es no lineal, y para resolverla se aplica una linearización equivalente. El término de fricción es sustituido por un coeficiente equivalente, C_e , que se diferencia del original en una magnitud e definida como

$$e = \frac{f}{2g} v |v| - C_e v. \quad (1.45)$$

Promediando e sobre un período de onda y minimizándolo se obtiene una expresión para C_e linealmente dependiente de v

$$c_e = \frac{f}{2g} \frac{8}{3\pi} v. \quad (1.46)$$

Como v depende de la amplitud de la onda en la placa, y eso en principio es una incógnita, la solución de C_e debe realizarse con un método iterativo.

Si al igual que Hayashi et al. (1966) se desprecia el coeficiente λ , la pérdida de carga en la estructura queda expresada como

$$\eta_- - \eta_+ = c_e v. \quad (1.47)$$

El método de pérdida de carga elegido demanda el uso de criterios prácticos para dar a e_g , e_s y f valores que representen más a los efectos que a la estructura en sí. En el caso de obras de piezas sueltas, como diques, rompeolas, espigones, etc., e_s y e_g pueden asignarse de acuerdo a las dimensiones de las piezas y de los huecos entre ellas. El factor de fricción f depende de diversos aspectos, como el ancho de la estructura, las dimensiones absolutas de las piezas, la distribución granulométrica del material, entre otros, de manera que el mejor medio de asignarlo es siempre el experimental. Cuando se trata de estructuras con elementos sólidos espaciados, como los muelles, la geometría es más compatible con la simplificación del método usado, por lo que simplemente e_s es el ancho de los elementos sólidos y e_g la abertura entre ellos, mientras que f sigue siendo experimental.

1.4 Interacción de ondas de borde con estructuras

En una playa infinitamente larga de batimetría recta y paralela con una estructura perpendicular a la línea de costa (Figura 1.9), se considera una onda de borde que se propaga en la dirección del eje y .

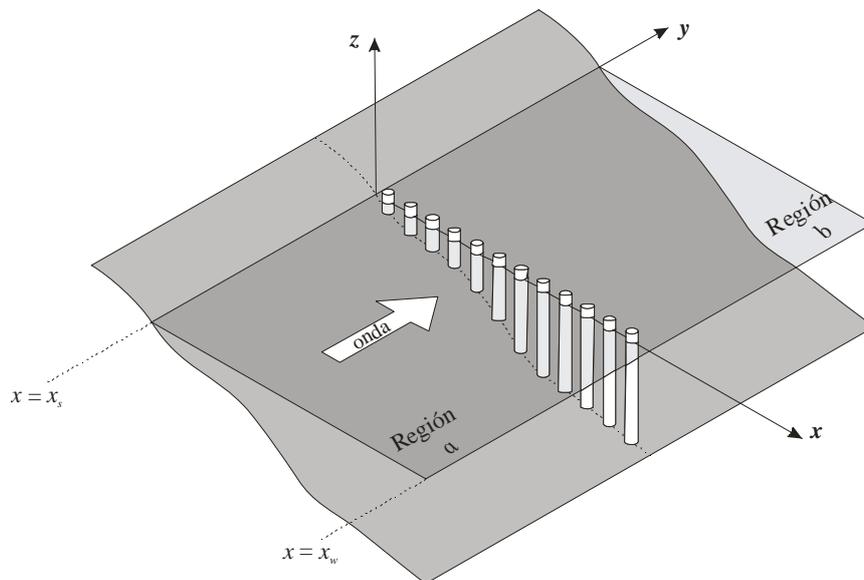


Figura 1.9 Sistema de referencia

La oscilación es parcialmente reflejada en la estructura, por lo que la región a ($y < 0$) contiene a la onda incidente, de amplitud A_0 , a la onda reflejada, de amplitud R_0 , y a los modos evanescentes debidos a la discontinuidad que representa el obstáculo, cuyas amplitudes son R_n , $n = 1, 2, 3, \dots, N$. La superficie libre en la zona puede expresarse como

$$\eta_a(x, y < 0, t) = A_0 \xi_0(x) e^{i(k_0 y - \sigma t)} + R_0 \xi_0(x) e^{i(-k_0 y - \sigma t)} + \sum_{n=1}^N R_n \xi_n(x) e^{i(-k_n y - \sigma t)}, \quad (1.48)$$

donde la función $\xi_n(x)$ es la asociada a la raíz de la ecuación de la dispersión k_n correspondiente a una onda ya sea progresiva o evanescente, y N es el número de modos evanescentes utilizados en el cálculo. En la ecuación (1.48) la amplitud de la onda incidente A_0 es conocida, mientras las de la onda reflejada y los modos evanescentes, R_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$, son incógnitas a determinar.

En la región b la superficie libre se compone únicamente de una onda transmitida, de amplitud $A_0 - T_0$, y de N modos evanescentes de amplitudes T_n , $n = 1, 2, 3, \dots, N$, esto es

$$\eta_b(x, y > 0, t) = (A_0 - T_0) \xi_0(x) e^{i(k_0 y - \sigma t)} + \sum_{n=1}^N T_n \xi_n(x) e^{i(k_n y - \sigma t)}, \quad (1.49)$$

donde las amplitudes T_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$, son también incógnitas por resolver. El sistema compuesto por (1.48) y (1.49) puede reagruparse en la forma siguiente

$$\eta_a(x, y < 0, t) = \left[A_0 \xi_0(x) e^{ik_0 y} + \sum_{n=0}^N R_n \xi_n(x) e^{-ik_n y} \right] e^{-i\sigma t} \quad (1.50)$$

$$\eta_b(x, y > 0, t) = \left[A_0 \xi_0(x) e^{ik_0 y} - \sum_{n=0}^N T_n \xi_n(x) e^{ik_n y} \right] e^{-i\sigma t}, \quad (1.51)$$

quedando como incógnitas R_n y T_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$.

1.4.1 Condiciones de acuerdo

Las condiciones de acuerdo en la zona de contacto entre las regiones a y b , es decir en la estructura, deben establecerse tomando en cuenta que esta última ha sido idealizada como una placa delgada con ranuras verticales. Para ello, el dominio en \mathbf{x} debe discretizarse con el detalle necesario para que en cada pared sólida (S) y en cada intersticio (H) haya suficiente número de puntos sobre los que aplicar las condiciones.

1.4.1.1 Condición de acuerdo en las ranuras

En las ranuras la pendiente de la superficie libre es igual a ambos lados

$$\left. \frac{\partial \eta_a}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \eta_b}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad \text{en } x \in H, \quad (1.52)$$

y la diferencia en elevaciones de η , de acuerdo a la ecuación (1.47), depende del coeficiente de fricción equivalente c_e

$$\eta_a(x, 0) - \eta_b(x, 0) = c_e(x)v(x, 0), \quad \text{en } x \in H. \quad (1.53)$$

Como ξ varía con x , lo mismo sucede con v , y por lo tanto con c_e . La velocidad en la dirección del eje y (v) y la superficie libre se definen por

$$\eta = \frac{1}{2} A \left(e^{i(ky - \sigma t)} + e^{-i(kx - \hat{\sigma} t)} \right), \quad y \quad (1.54)$$

$$v = \frac{gk}{\sigma} \eta. \quad (1.55)$$

Sustituyendo (1.55), (1.50) y (1.51) en (1.53), desarrollando y agrupando se llega a la condición

$$\sum_{n=0}^N \left[\left(2 - c_e(x) k_n \frac{g}{\sigma} \right) R_n \xi_n(x) \right] - c_e(x) \frac{gk_0}{\sigma} A_0 \xi_0(x) = 0, \quad \text{en } x \in H \quad (1.56)$$

1.4.1.2 Condición de acuerdo en las placas sólidas

En los puntos sobre pared sólida no existe flujo, lo que puede expresarse en la forma

$$\begin{array}{ll} \text{Región } a: & \text{Región } b: \\ \left. \frac{\partial \eta_a}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; & \left. \frac{\partial \eta_b}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \text{en } x \in S. \end{array} \quad (1.57)$$

Sustituyendo (1.60) y (1.61) en (1.57) se obtiene

$$\begin{array}{ll} \text{Región } a: & \text{Región } b: \\ ik_0 A_0 \xi_0(x) + \sum_{n=0}^N (-ik_n) R_n \xi_n(x) = 0; & ik_0 A_0 \xi_0(x) - \sum_{n=0}^N ik_n R_n \xi_n(x) = 0, \end{array} \quad (1.58)$$

y como para las dos regiones el resultado es el mismo, queda la condición única

$$k_0 A_0 \xi_0(x) - \sum_{n=0}^N k_n R_n \xi_n(x) = 0, \quad \text{en } x \in S. \quad (1.59)$$

Siguiendo el trabajo de Losada et al. (1992), se hace uso del hecho de que los perfiles de amplitudes de los distintos modos, progresivo y evanescentes, $\{\xi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, son un conjunto de funciones ortogonales, lo cual implica que $R_n = T_n$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$, y en consecuencia el sistema queda

$$\eta_a(x, y < 0, t) = \left[A_0 \xi_0(x) e^{ik_0 y} + \sum_{n=0}^N R_n \xi_n(x) e^{-ik_n y} \right] e^{-i\sigma t} \quad (1.60)$$

$$\eta_b(x, y > 0, t) = \left[A_0 \xi_0(x) e^{ik_0 y} - \sum_{n=0}^N R_n \xi_n(x) e^{ik_n y} \right] e^{-i\sigma t}, \quad (1.61)$$

restando como incógnitas solamente R_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$, que para ser resueltas requieren de condiciones de acuerdo.

1.4.1.3 Condición de acuerdo mixta

Las condiciones (1.56) y (1.59) deben resolverse simultáneamente para obtener los valores de los coeficientes R_n , por lo que conviene expresarlas en una sola condición, como la que se muestra a continuación

$$G(x) = \begin{cases} k_0 A_0 \xi_0(x) - \sum_{n=0}^N k_n R_n \xi_n(x), & \text{en } x \in S \\ \sum_{n=0}^N \left[\left(2 - c_e(x) k_n \frac{g}{\sigma} \right) R_n \xi_n(x) \right] - c_e(x) \frac{g k_0}{\sigma} A_0 \xi_0(x), & \text{en } x \in H, \end{cases} \quad (1.62)$$

que según las ecuaciones que la originan debe ser igual a cero. Para determinar los coeficientes R_n se aplica el método de mínimos cuadrados, que requiere que la integral de $G(x)$ sea mínima. Al tratarse de una función compleja de variable R_n también compleja, no se minimiza la función sino el cuadrado de su módulo $|G(x)|^2$, y dado que varía con x , la expresión objeto de la optimización es

$$\int_{x_s}^{x_w} |G(x)|^2 dx, \quad (1.63)$$

cuyo mínimo se produce cuando su derivada respecto a R_n es nula

$$\frac{\partial}{\partial R_n} \left(\int_{x_s}^{x_w} |G(x)|^2 dx \right) = 0. \quad (1.64)$$

La expresión (1.64) resulta en un sistema de ecuaciones dado por

$$\int_{x_s}^{x_w} G^*(x) \frac{\partial G(x)}{\partial R_n} dx = 0; \quad n = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (1.65)$$

donde

$$\frac{\partial G(x)}{\partial R_n} = \begin{cases} -k_n \xi_n(x), & \text{en } x \in S \\ \left(2 - c_e(x) k_n \frac{g}{\sigma}\right) \xi_n(x), & \text{en } x \in H. \end{cases} \quad (1.66)$$

La solución de (1.65) lleva a un sistema de $N+1$ ecuaciones con $N+1$ incógnitas (R_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$).

1.4.2 Implementación numérica de la solución

La principal complicación para obtener los coeficientes R_n radica en que dependen de c_e , y éste a su vez es función de la velocidad en las ranuras, que de inicio no es conocida, por lo que se requiere la utilización de un método iterativo. A continuación se describen los pasos en los que se organiza la solución:

- 1.- Resolución de la ecuación de dispersión. Obtención de k_n y $\xi_n(x)$ para un modo progresivo ($n = 0$) y N modos evanescentes ($1 < n < N$).
- 2.- Aplicación del modelo de interacción con la estructura.
 - 2.1.- Inicialización de $c_e(x)$. Con un análisis de sensibilidad puede demostrarse que el valor final de $c_e(x)$ es independiente del valor inicial, por lo que las iteraciones pueden comenzarse con $c_e = 1$ en todo el dominio.
 - 2.2.- Cálculo de los coeficientes R_n (descrito más adelante).
 - 2.3.- Cálculo de $v(x)$ con la ecuación (1.55) y de η con (1.60) para actualizar el valor de $c_e(x)$ con (1.46).
 - 2.4.- Revisión de la condición de acuerdo, ecuaciones (1.62) y (1.63). Si se cumple el nivel de tolerancia fijado se pasa al siguiente paso, de lo contrario se vuelve a iterar desde el paso 2.2.
 - 2.5.- Mapas de superficie libre y velocidades con (1.60), (1.61) y (1.55).

Dada la función $c_e(x)$, los coeficientes R_n se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones al que da lugar la expresión (1.65), que puede expresarse como un sistema matricial del tipo

$$Ar = b, \quad (1.67)$$

donde r es el vector de soluciones R_n

$$r = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}, \quad (1.68)$$

A es la matriz de coeficientes,

$$A_{i,j} = 4H_{i,j} + \frac{2g}{\sigma} \left[Hc_{i,j} k s_j^* + Hc_{i,j} k s_i \right] + \frac{g^2}{\sigma^2} k s_j^* k s_i (Hc_{i,j} + P_{i,j}) \quad (1.69)$$

con dimensiones $N+1 \times N+1$, y b es el vector de términos independientes

$$b_i = \frac{2g}{\sigma} Hco_{i,1} ks_1 + \frac{g^2}{\sigma^2} ks_1 ks_i (Hcc_{i,1} + P_{i,1}). \quad (1.70)$$

El vector k_s contiene a los números de onda del modo progresivo y de los N modos evanescentes

$$k_s = [k_0, k_1, k_2, \dots, k_N], \quad (1.71)$$

el resto de matrices auxiliares son

$$\begin{aligned} H_{i,j} &= \int_{x_s}^{x_w} \tilde{\xi} \phi dx; & Hco_{i,j} &= \int_{x_s}^{x_w} c_e^* \tilde{\xi} \phi dx; & Hc_{i,j} &= \int_{x_s}^{x_w} c_e \tilde{\xi} \phi dx, \\ Hcc_{i,j} &= \int_{x_s}^{x_w} c_e c_e^* \tilde{\xi} \phi dx; & P_{i,j} &= \int_{x_s}^{x_w} \tilde{\xi} (1 - \phi) dx, \end{aligned} \quad (1.72)$$

donde el vector $\tilde{\xi}$ es

$$\tilde{\xi} = \xi_i^* \xi_j. \quad (1.73)$$

En las expresiones (1.69) a (1.73), los subíndices i,j representan a los modos. Para como se expresa el vector k_s (1.71), el primer elemento corresponde al modo progresivo, y los elementos 2 a $N+1$ son los modos evanescentes 1 a N .

1.5 Aplicación del modelo al estudio de patrones morfológicos rítmicos

Diversos trabajos han asociado la existencia de formas de arena estructuradas rítmicamente a la presencia de ondas de borde, aceptando que dichas oscilaciones son el forzamiento hidráulico característico. La mayoría de ellos asumen que estas formaciones son generadas por la acción combinada de las ondas gravitacionales incidentes y de ondas de borde progresivas (Bowen & Inman, 1971; Guza & Bowen, 1975; Huntley & Bowen, 1975; Guza & Bowen, 1981; Inman & Guza, 1982; Seymour & Aubrey, 1985; Dyer, 1986; Vittori *et al.*, 1999; Constantin, 2001). Holman y Bowen (1982) estudiaron la interacción de dos modos de onda de borde cualesquiera, y concluyeron que la deriva de Stokes asociada (transporte neto de masa) puede ser responsable de la generación de patrones rítmicos complejos. Casos particulares de este fenómeno son las ondas de borde estacionarias y parcialmente estacionarias. La presencia de estructuras costeras, que reflejan parte de la energía incidente de una onda de borde, son una de las causas por las que éstas pueden ser parcialmente estacionarias.

La formulación propuesta es usada para explorar la relación entre las ondas de borde parcialmente estacionarias y las formas periódicas observadas del lado norte del muelle

ubicado en el FRF (Duck, N.C.), después de una secuencia de temporales en marzo de 2004.

1.5.1 Descripción del sitio y de las observaciones

El *Field Research Facility* (FRF), ubicado en Carolina del Norte (costa atlántica de EEUU), es una estación experimental del Cuerpo de Ingenieros de la Armada de Estados Unidos (USACE, por sus siglas en inglés) destinada al estudio de la morfodinámica costera. Está dotada de instrumentación para registrar variables atmosféricas y oceanográficas, cuyas bases de datos son abiertas. Se sitúa sobre una playa relativamente extensa, con curvas batimétricas aproximadamente rectas paralelas, y además, parte de su instrumentación se apoya sobre un muelle perpendicular a la playa, que se ajusta a las características de las estructuras aquí estudiadas. La presencia de ondas de borde en el sitio ha sido previamente reportada (Bryan & Bowen, 1998; Bryan *et al.*, 1998) y también relacionada con la formación de patrones rítmicos de corta escala (Coco *et al.*, 2004; van Enckevort *et al.*, 2004). Para la aplicación del modelo en este sitio se utilizará la definición de ejes mostrada en la Figura 1.10.



Figura 1.10 Sistema de referencia para la aplicación del modelo en el FRF

Como ya se ha dicho, durante eventos extremos las oscilaciones infragravitacionales, entre ellas las ondas de borde, dominan el espectro de oleaje en la zona de surf (Evans, 1988; Lippman *et al.*, 1997; Constantin, 2001). Por ello, para la aplicación del modelo se seleccionaron datos de marzo y abril de 2004, que corresponden a una secuencia de tormentas.

La tormenta más intensa, sucedida alrededor del 11 de marzo, tuvo una altura de ola significativa máxima de 4.5 m, junto con una marea total (astronómica y meteorológica) de 1.2 m. Un segundo evento más moderado comenzó el 16 de marzo y duró aproximadamente cinco días. El 28 de marzo arribó una tormenta mayor, que alcanzó una altura de ola significativa de 3 m (véase la Figura 1.11). Como puede intuirse en las series de frecuencias espectral pico y de dirección pico, y como ha sido observado a detalle, los espectros de oleaje durante los tres eventos son similares; bimodales con aproximadamente los mismos picos. La Figura 1.12 contiene el espectro frecuencial-direccional de oleaje durante el máximo de la primer tormenta, medido en una boya localizada en línea batimétrica 8 m. Se aprecian tres picos de banda estrecha, en las frecuencias angulares $\sigma_a = 0.45 \text{ s}^{-1}$ (P_1 y P_2) y $\sigma_b = 0.89 \text{ s}^{-1}$ (P_3).

La Figura 1.13 presenta fotografías Argus (Holman *et al.*, 1993; Aarnikhof & Holman, 1999) antes de los eventos, durante el pico del primero, y después del último. Puede destacarse el marcado desplazamiento de la zona de lavado hacia tierra durante las tormentas. Las formas cuspidales que se observan al final del período comienzan su formación durante el primer evento, reforzándose durante los siguientes hasta dejar formas bien marcadas con distancia ente puntas de alrededor de 30 m. Cabe subrayar que sólo aparecen del lado norte del muelle.

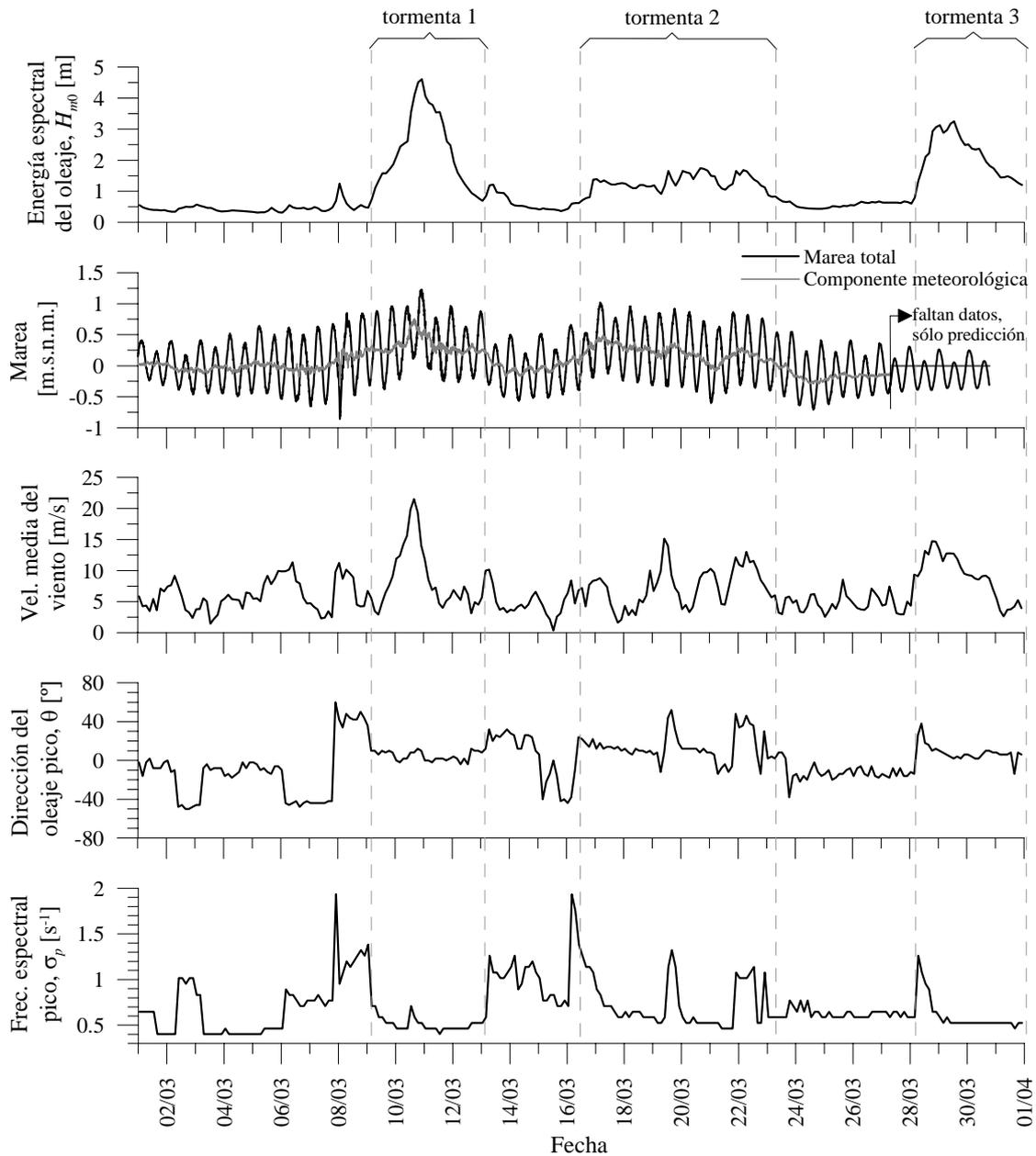


Figura 1.11 Serie de tormentas durante el mes de marzo de 2004 en el FRF

Por otro lado, la batimetría realizada el 7 de abril, una vez pasadas las tormentas, muestra que en la zona sumergida la barra originalmente recta (observada en el levantamiento del 23 de febrero) se transformó en una barra crescéntica, con distancia entre crestas de aproximadamente 150 m, repitiéndose el hecho de que la ritimicidad se da sólo en la parte norte del muelle (Figura 1.14).

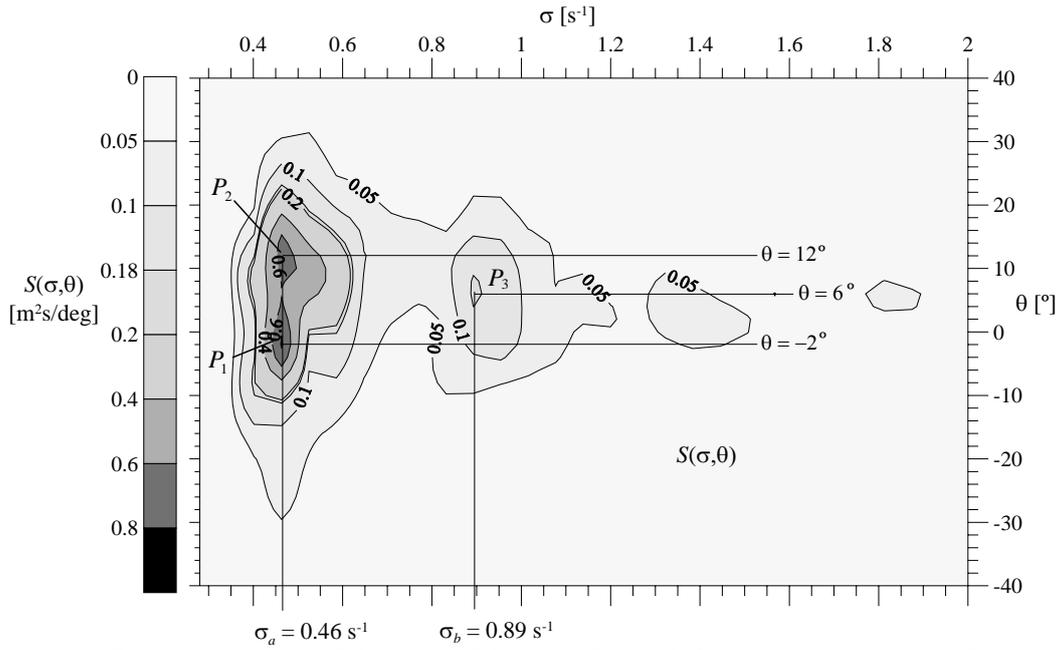


Figura 1.12 Espectro frecuencial-direccional durante el pico de la primer tormenta, 11 de marzo de 2004, 07:00 horas

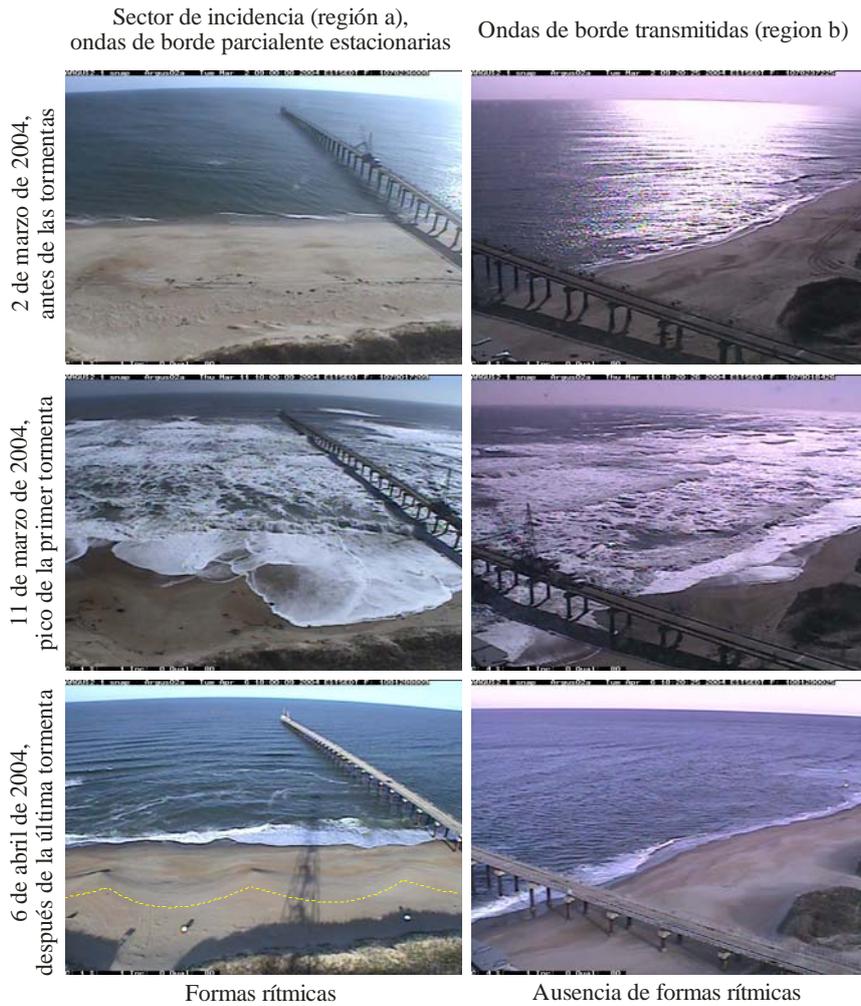


Figura 1.13 Fotografías ARGUS del FRF que muestran la elevación del nivel medio durante la tormenta más intensa y la configuración de la zona de lavado antes y después de los tres eventos

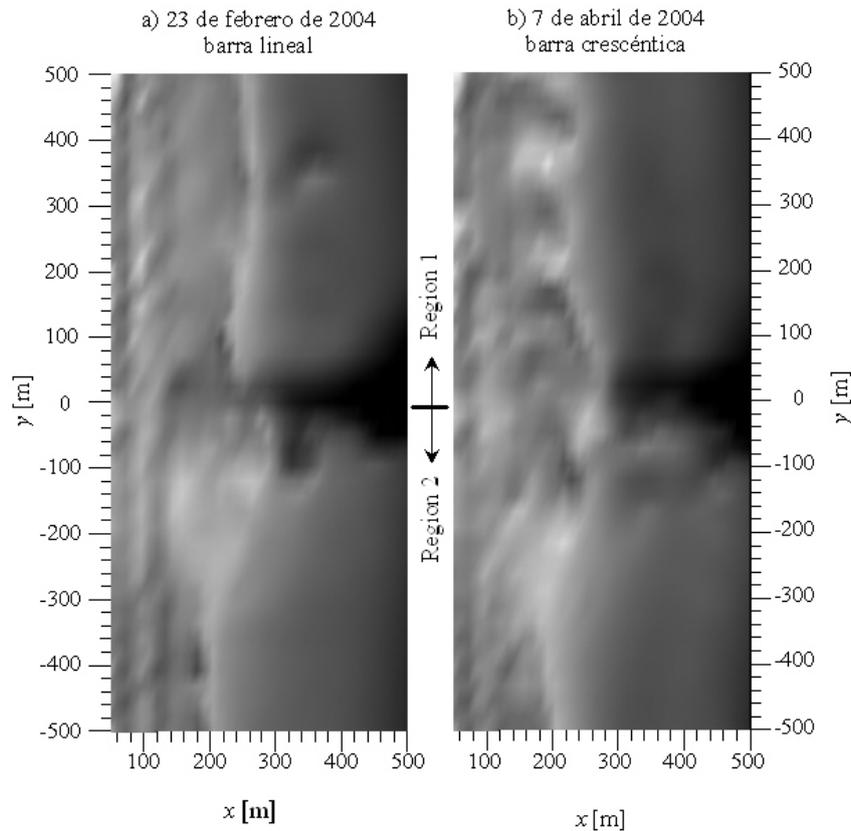


Figura 1.14 Batimetrías del FRF tomadas antes y después de los eventos de tormenta analizados

1.5.2 Hipótesis de trabajo

En la literatura puede encontrarse gran cantidad de trabajos acerca del origen y permanencia de morfologías rítmicas en la zona de surf, que como consecuencia de la complejidad de la morfodinámica en la zona, plantean teorías basadas en fundamentos relativamente distintos. Entre las explicaciones plausibles, la presencia de ondas de borde parcialmente estacionarias ha sido tratada por diversos autores, entre ellos Holman y Bowen (1982).

Existe evidencia de otros mecanismos capaces de generar topografías periódicas, ya sea actuando como fuerza principal o como refuerzo de otros agentes en un complejo proceso de interacción (Ortega Sánchez *et al.*, 2003). No obstante, en este caso de estudio los aspectos que a continuación se enlistan sugieren que la perturbación de las ondas de borde en el muelle puede ser una fuerza actuante decisiva en la formación de los patrones rítmicos:

- 1) Durante el decaimiento de las condiciones extremas la rotura del oleaje se produce en plunging, condición que Guza y Bowen (1976) identifican con la formación de ondas de borde. De hecho, bajo condiciones extremas similares, mediciones en campo en el mismo sitio demuestran la presencia de ondas de borde (Bryan & Bowen, 1998; Bryan *et al.*, 1998).
- 2) Los espaciamientos entre formas tienen el mismo orden de magnitud que las longitudes de las ondas de borde previamente medidas. También está en el rango

de las longitudes asociadas a las frecuencias subarmónicas de los picos del espectro.

- 3) Sobresale el hecho de que las formas aparecen sólo del lado del muelle que es afectado por la reflexión en la estructura.

Se aceptan las siguientes hipótesis:

- a) Las ondas de borde, que se propagan en dirección sur (véase la Figura 1.14), son excitadas por las frecuencias síncronas y subarmónicas de los períodos dominantes del oleaje.
- b) Estas ondas de borde son reflejadas en el muelle, formando una onda parcialmente estacionaria.
- c) El transporte neto de masa en la parte alta de la capa límite, asociado a la onda parcialmente estacionaria, es el responsable de la generación de las formas rítmicas detectadas.

Con el fin de probar las hipótesis de trabajo, el modelo presentado se aplica a las condiciones climáticas y batimétricas descritas. Después, la validez de las hipótesis es examinada en el contexto de la discusión abierta acerca del origen y permanencia de las formas rítmicas.

1.5.3 Aplicación del modelo

Para el análisis se utiliza un perfil transversal representativo de la batimetría del 23 de febrero, mostrado en la Figura 1.6-b, y cuyas soluciones a la ecuación de la dispersión se presentan en la Figura 1.7.

Como se vio en el análisis del espectro, el oleaje incidente se agrupa entorno a las frecuencias angulares $\sigma_a = 0.45 \text{ s}^{-1}$ y $\sigma_b = 0.89 \text{ s}^{-1}$, cuyos respectivos picos se ubican en una zona de ángulos de incidencia cercanos a la normal. De acuerdo con Inman y Guza (1982), en tales casos la onda de borde que más fácilmente se excita es el modo 0 de las frecuencias subarmónicas $\sigma_{sh-a} = \sigma_a/2 = 0.23 \text{ s}^{-1}$ y $\sigma_{sh-b} = \sigma_b/2 = 0.445 \text{ s}^{-1}$. También pueden estar presentes modos 0 y 1 de ondas de borde síncronas (de frecuencias σ_a y σ_b), aunque con amplitudes menores (Guza & Inman, 1975). La formulación de Gallagher (1971) para la generación de ondas de borde predice que éstas se formarían con una frecuencia igual $\sigma_b - \sigma_a$, que en este caso es de magnitud muy cercana a σ_{sh-a} . Aunque estas teorías enfatizan la importancia de los modos bajos, Bowen y Guza (1978) y Evans (1988) argumentan que no está claro que sólo dichos modos sean relevantes.

De acuerdo a la Figura 1.12, la mayor parte de la energía espectral se ubica en el intervalo de los ángulos positivos (Figura 1.10), lo que significa que las ondas de borde se propagan hacia el sur. Consecuentemente, la parte norte de la estructura está afectada por la reflexión de la onda de borde.

Para las condiciones de oleaje consideradas, la Tabla 1.1 presenta las características de las ondas de borde plausibles (modos 0 a 4 de las frecuencias síncronas y subarmónicas de los picos espectrales). De ellas, las longitudes de onda de los modos 0 y 4 de las

frecuencias subarmónicas σ_{sh-b} y σ_{sh-a} , respectivamente, se corresponden con la escala del espaciamiento entre formas rítmicas.

Tabla 1.1 Características de las ondas de borde plausibles

Frecuencia angular	Período, T [s]	Longitud de la onda de borde de modo n , L_n [m]				
		$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$\sigma_a = 0.46 \text{ s}^{-1}$	13.7 (síncrono)	42.11	81.46	88.02	97.09	102.96
	27.3 (subarmónico)	134.06	179.41	211.70	237.13	258.06
$\sigma_b = 0.89 \text{ s}^{-1}$	7.1 (síncrono)	13.91	33.74	40.13	43.13	44.71
	14.1 (subarmónico)	44.73	84.45	92.05	101.28	107.25

Asumiendo un valor de $f = 2$ para el coeficiente de pérdida de carga, el modelo predice coeficientes de reflexión $R_1 = 0.1$ (para $\sigma_{sh-a} = 0.23 \text{ s}^{-1}$, modo $n = 4$) y $R_1 = 0.14$ (para $\sigma_{sh-b} = 0.445 \text{ s}^{-1}$, modo $n = 0$). Como es analizado en el siguiente apartado, valores diferentes de f modifican ligeramente la amplitud de la oscilación parcialmente estacionaria, pero no cambian el patrón general de circulación.

Con los resultados obtenidos de la aplicación del modelo en la parte norte del muelle, donde se encuentra la onda parcialmente estacionaria, ecuación (1.60), se calcula la deriva lagrangiana de Stokes sobre la capa límite (Longuet-Higgins, 1953), también conocida como transporte neto de masa, ya que es un indicador de las tendencias del transporte de sedimentos. La Figura 1.15 y la Figura 1.16 presentan curvas de nivel de sus valores absolutos, normalizados por el máximo valor en el dominio. Se muestran también los mapas de amplitudes máximas (módulo complejo de la ecuación (1.60)), adimensionalizados igualmente con la máxima magnitud.

La oscilación formada con el modo 0 de la onda de borde de frecuencia angular $\sigma_{sh-b} = 0.445 \text{ s}^{-1}$ muestra valores máximos en la dirección longitudinal a la costa espaciados cada $L/2 = 22.4 \text{ m}$ (Figura 1.15-a), valor que concuerda con la distancia entre las formas cuspidales observadas. Las curvas de nivel del transporte de masa (Figura 1.15-a) muestran máximos con la misma periodicidad. En ambos casos sólo la región que recibe a la onda contiene patrones rítmicos. La Figura 1.15-c ilustra un acoplamiento entre el transporte de masa y una fotografía rectificada.

Para el modo 4 de la frecuencia subarmónica $\sigma_{sh-a} = 0.46 \text{ s}^{-1}$ se obtienen amplitudes relativamente altas, no sólo en la línea de costa, también sobre la barra, a una distancia entre quasi-antinodos de aproximadamente $L/2 = 129 \text{ m}$ (Figura 1.16-a). El transporte de masa (Figura 1.16-b) describe una forma similar, tanto en la playa como sobre la pendiente de la barra del lado de tierra. Es posible que esta onda de borde parcialmente estacionaria esté relacionada con la barras crecécnicas observada en la batimetría del 7 de abril de 2004 (Figura 1.16-c y Figura 1.16-d).

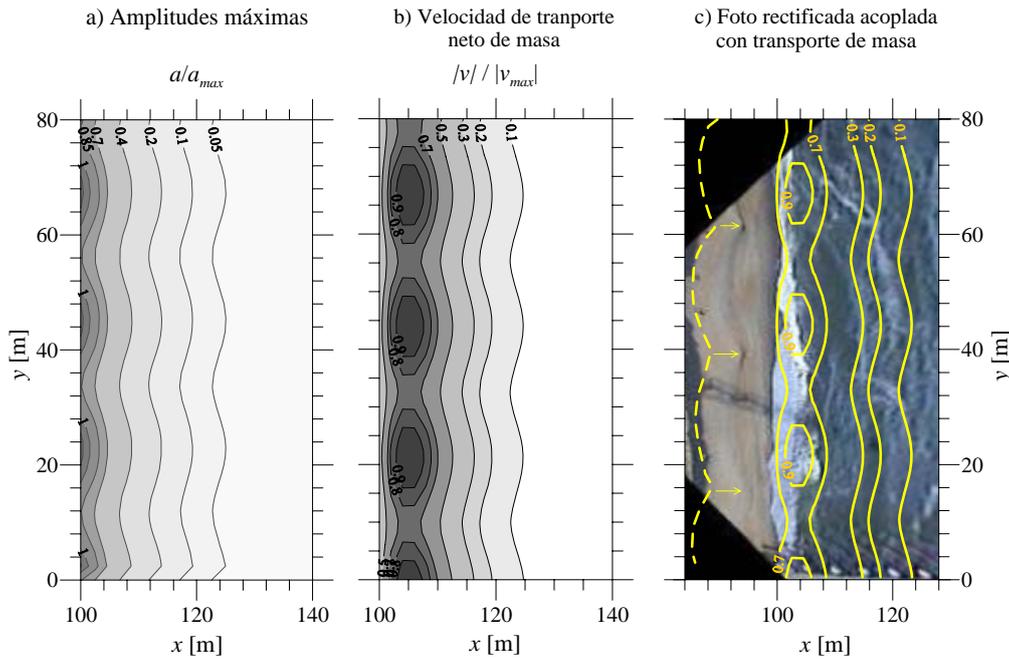


Figura 1.15 (a) Amplitudes máximas y (b) velocidad de transporte de masa de la onda de borde subarmónica $\sigma_{sh-b} = 0.445 \text{ s}^{-1}$, modo 0. (c) Acoplamiento del transporte de masa con una imagen rectificada para comparar los resultados con las formas cuspidales observadas.

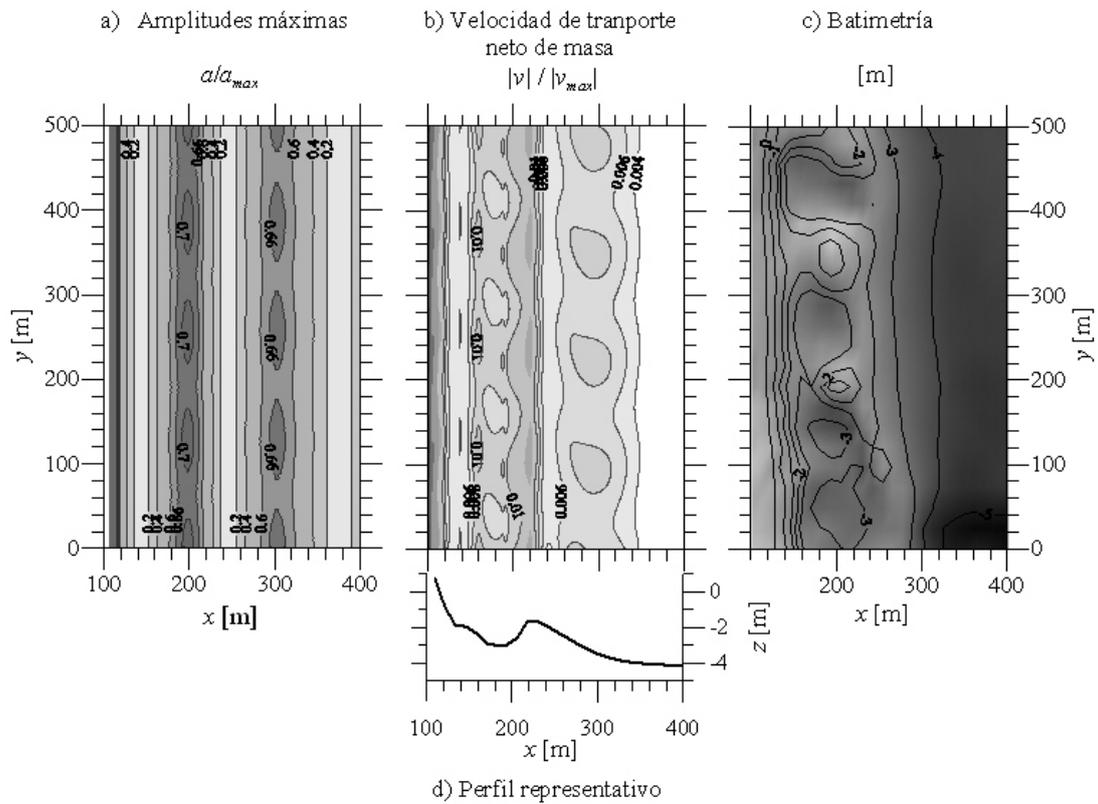


Figura 1.16 (a) Amplitudes máximas y (b) velocidad de transporte de masa de la onda de borde sobarmónica $\sigma_{sh-a} = 0.23 \text{ s}^{-1}$, modo 4. (c) Comparación con las barras crescénticas de la batimetría. (d) Perfil representativo.

1.5.4 Discusión

A pesar del buen acuerdo observado entre los resultados del modelo y las formas rítmicas observadas, deben puntualizarse algunos aspectos acerca de la validez de la formulación aplicada. En primer lugar sobre sus limitaciones para estimar la oscilación parcialmente estacionaria, y en segundo, el papel jugado por las ondas de borde en la formación de topografías periódicas.

Como se hizo en la deducción del modelo, se considera que la restricción a líneas batimétricas paralelas no afecta los resultados del presente caso de estudio. La única desviación significativa respecto a esta hipótesis es la depresión debida a la socavación alrededor de las pilas del muelle, pero sus dimensiones son muy inferiores a las de las longitudes de onda analizadas. Kurkin et al. (2006) demostraron que variaciones pequeñas en la dirección longitudinal a la costa por un lado fortalecen y por otro debilitan a las ondas de borde, pero en todo caso sin afectar la descripción cualitativa de la onda parcialmente estacionaria.

Galletta y Vittori (2004) estudiaron efectos no lineales en ondas de borde estacionarias de media escala en términos de un parámetro de no-linealidad, calculado como el cociente entre la amplitud de la onda de borde y una profundidad representativa. Encontraron que para valores moderados y grandes de dicho parámetro los efectos no lineales pueden modificar la dinámica de la onda de borde, modulando las amplitudes en escalas temporales mucho más largas que los períodos de las ondas. Si embargo, también postulan que la relación de dispersión permanece prácticamente inalterada. La elección de este caso de estudio, bajo condiciones energéticas extremas, tiene como intención minimizar esta complejidad, asumiendo que la energía infragravitacional está plenamente desarrollada, y que la interacción con el rango gravitacional es limitada.

En lo que respecta al valor del coeficiente de fricción, f , usado en la formulación para la pérdida de carga, los estudios experimentales encontrados en la literatura se orientan principalmente a estructuras altamente intrusivas, por ejemplo el trabajo de Özsoy (1977), y es muy poca la información para estructuras altamente porosas, como los muelles sobre pilares. Por ello fue necesario utilizar un valor extrapolado de $f = 2$. En todo caso, la magnitud del coeficiente afecta la certidumbre de las descripciones cuantitativas del modelo, pero como ya se ha dicho, no daña el desempeño en términos cualitativos.

A pesar de que las limitaciones del modelo no afectan los resultados cualitativos de las ondas de borde, este trabajo, al igual que otras explicaciones de la existencia de formas rítmicas, requiere de un razonamiento deductivo. Por lo tanto, no hay suficiente certidumbre para proceder al siguiente paso del método científico, que es la fase inductiva y posteriormente la formulación de una teoría.

En el planteamiento de la hipótesis que relaciona al origen de las formas rítmicas con las ondas de borde reflejadas en el muelle, debe tomarse en cuenta el debate abierto acerca de la génesis y evolución de este tipo de patrones morfológicos. Algunos modelos, como el presentado en este trabajo, asumen que el sedimento es pasivamente conducido por el fluido, y que en consecuencia, la respuesta morfológica está directamente ligada a la hidrodinámica (véase Blondeaux (2001) para una revisión). La limitación de este tipo

de modelación radica en que no se toman en cuenta las adaptaciones del flujo a la nueva configuración batimétrica.

Por otra lado, los modelos basados en mecanismos de auto-organización explican la morfología como el resultado de la interacción entre la configuración del fondo y el movimiento del fluido, y generan respuestas rítmicas sin la necesidad, en principio, de patrones hidrodinámicos periódicos (Johnson, 1910; Werner & Fink, 1993; Coco *et al.*, 1999).

No hay duda acerca la importancia de la interacción entre el fondo y el flujo en el origen de las formas rítmicas, sin embargo no está claro todavía si este mecanismo por sí solo puede explicar su generación (Holland & Holman, 1996). Parece lógico creer que las perturbaciones iniciales que desembocan posteriormente en la aparición de formas pueden deberse a fenómenos físicos como las ondas de borde.

Resulta entonces necesario posicionarse en un punto medio entre ambos enfoques de modelación, entendiendo que las ondas de borde pueden ser un mecanismo que acciona inicialmente al sistema, y que éste posteriormente evoluciona interactuando con el fondo y con el resto de oscilaciones (Huntley, 1980; Holland & Holman, 1996; Reniers *et al.*, 2000).

1.6 Conclusiones

Mediante el modelo de interacción entre ondas de borde y estructuras presentado, se estudian las formas rítmicas observadas del lado norte del muelle del FRF (USACE). Se trabaja con la hipótesis de que dichas formas fueron originadas por las ondas de borde que se propagan en dirección sur, excitadas por las frecuencias sincrónicas y subarmónicas dominantes del espectro de oleaje, y que se reflejan parcialmente en la estructura.

Para formular la interacción de la onda de borde incidente con la estructura se utiliza un modelo basado en el de Baquerizo *et al.* (2002), pero mejorado para trabajar con perfiles batimétricos de geometría arbitraria. Se encuentra que, para las ondas de borde ligadas a las frecuencias subarmónicas de los picos del espectro de oleaje, tanto las longitudes de onda como la localización de las amplitudes máximas están relacionadas con las características de las formas cuspidales y de las barras crecénticas observadas después de tres temporales. Además, la periodicidad de la magnitud del transporte de masa inducido por la onda de borde parcialmente estacionaria confirma esta similitud. La ausencia de formaciones morfológicas de este tipo del otro lado del muelle refuerza la hipótesis planteada.

La generación de patrones rítmicos puede entenderse como un mecanismo de respuesta de la costa con el que se inhiben reacciones morfológicas de mayor escala. Dicho de otra forma, su papel es análogo al ejercido por las formas de fondo en flujos a superficie libre.

En modelos de mayor escala, tanto temporal como espacial, procesos como este podrían ser considerados mediante un factor de resistencia adicional, aplicado, por ejemplo sobre formulaciones de transporte litoral. De momento las ondas de borde son uno de los muchos procesos involuntariamente incorporados en los factores de calibración, de ahí la importancia de realizar trabajo en este sentido.

2 MODELO DE RESPUESTA DE LA COSTA A LA EVOLUCIÓN EUSTÁTICA DEL NIVEL DEL MAR

2.1 Introducción

El nivel del mar es uno de los factores que determinan la evolución morfológica de la costa. Sus variaciones están estrechamente vinculadas a los ciclos climáticos del planeta, cuyos períodos son de magnitudes muy diversas: desde las glaciaciones, cada cien mil años aproximadamente, hasta las oscilaciones deca-anales, de las que ya se tienen mediciones directas (Houghton *et al.*, 2001).

Los ciclos climáticos de corto plazo se desarrollan a escalas temporales cercanas a los tiempos de vida de los proyectos de ingeniería costera. Por otro lado, los ciclos de medio y largo plazo se desarrollan en tiempos mayores, que no obstante deben ser atendidos porque marcan tendencias de evolución. Dada la importancia de estos procesos en la configuración actual y futura del litoral, es importante que la Gestión Integral de Zonas Costeras los incluya en sus análisis.

El desarrollo de herramientas de gestión para evaluar los cambios en la costa debidos a la variación del nivel del mar presenta dificultades, debidas principalmente a (1) las distintas escalas espaciales y temporales de los procesos involucrados, (2) la incertidumbre que se tiene en la determinación de los forzamientos, y (3) las variaciones de las características particulares de cada tramo de costa, es decir, a que la respuesta del litoral a los forzamientos depende de factores que varían localmente, como la composición geológica, el oleaje incidente, etc. Por lo anterior, la modelación basada en el seguimiento estricto de los fenómenos físicos es actualmente un objetivo difícil de alcanzar. No obstante, si se realizan simplificaciones adecuadas y se analizan los procesos desde un punto de vista general, pueden plantearse modelos conceptuales

útiles en la estimación de medidas principalmente cualitativas, como se pretende en el presente trabajo.

El estado del arte de las formulaciones para el estudio de la evolución a largo plazo de la costa ha sido extensamente revisado por de Vriend *et al.* (1993). En lo que se refiere a modelos de perfil transversal a la línea de costa, cabe destacar el alto grado de aceptación de la regla de Bruun (1962), que supone que para efectos de largo plazo la forma del perfil se mantiene, modificándose únicamente su posición. Stive *et al.* (1991) propusieron un modelo para calcular la evolución del perfil asociado a escalas temporales en el orden de la variación del nivel del mar. Cowell *et al.* (1995) presentaron un modelo para analizar el avance/retroceso del estrán de la playa debido a la variación del nivel del mar, teniendo en cuenta además los cambios en el aporte de sedimentos. Stive y de Vriend (1995) consideraron los diferentes tiempos de respuesta de la porción seca y de la porción sumergida de la costa, modelando su evolución con una formulación tipo panel, que aplicaron al litoral holandés.

En este capítulo se presenta un modelo tipo relajación para el perfil de playa, que aborda la evolución morfológica como un proceso acumulativo, es decir, que en cada instante de tiempo tiene en cuenta no sólo el forzamiento instantáneo sino también los ocurridos con anterioridad. Esto es consistente con el carácter periódico de algunas componentes de la variación del nivel del mar.

El capítulo está organizado de la siguiente forma: en primer lugar se habla de las características de la variación del nivel del mar y se plantea una curva tentativa para los últimos tres mil años. Posteriormente se presenta el modelo, describiéndose cada uno de sus términos, propiedades y características. Se hace una descripción de la forma en la que el modelo incorpora la geología de la costa. Después se presentan resultados para la curva del nivel del mar propuesta y para distintas composiciones geológicas. Finalmente se enuncian las conclusiones.

2.2 Evolución del nivel del mar

El nivel eustático del mar está estrechamente vinculado a las condiciones climáticas. El término *eustático* indica que se trata de una cota asociada al volumen total de agua en los océanos, discriminando variaciones de menor magnitud y permanencia, como las mareas, por ejemplo.

Los ciclos climáticos más largos se manifiestan a través de las glaciaciones, que ocurren aproximadamente cada 100 000 años, y que guardan relación con ciclos astronómicos (ciclos de Milankovich). Además del período anterior (asociado al cambio de excentricidad de la órbita terrestre) hay oscilaciones de 41 000 años (por el cambio de la inclinación del eje de rotación de la tierra) y de 21 000-25 000 años (debido a la rotación de la órbita elíptica) (Muller & MacDonald, 1997).

La mínima temperatura de la última glaciación se alcanzó hace aproximadamente 20000 años, con un nivel 120 m inferior al actual. Al inicio del proceso de fusión de las masas polares, de 21000 a 17000 años atrás, el crecimiento del nivel fue lento, de aproximadamente 6 m cada milenio, seguido durante los siguientes diez mil años por un

crecimiento más acelerado, de 10 m por milenio (Fleming *et al.*, 1998), véase la Figura 2.1. En la evolución del clima global, tras la transgresión flandiense, el máximo término (alrededor de 6000 a.C.) hubo de suponer una elevación en el nivel medio del mar de entre 2 y 4 metros por encima del nivel actual (Santiago, 2006). A partir de entonces el nivel ha experimentado oscilaciones de menor envergadura. Esto último puede considerarse como una fase de estabilización del nivel, que sin embargo no se produce de forma suave, sino oscilando a manera de amortiguamiento (Fairbridge, 1962).

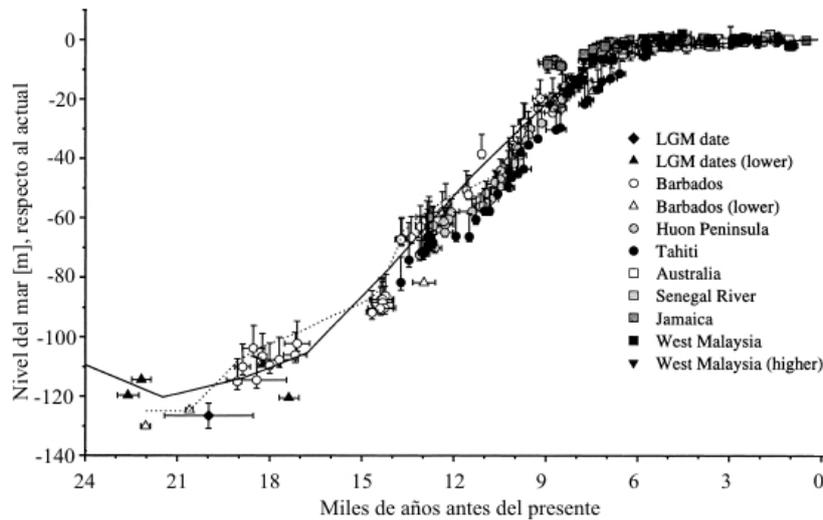


Figura 2.1 Evolución del nivel del mar durante el Holoceno, tomado de Fleming *et al.* (1998)

En la fase identificada como de amortiguamiento pueden distinguirse componentes periódicas de medio (1300-1400 años) y corto plazo (12-22 años). Las primeras son reconocibles mediante el análisis de datos geológicos (Somoza *et al.*, 1997; Granja, 1999; Acharyya *et al.*, 2000; Bracco *et al.*, 2005) y socioeconómicos (Santiago, 2006), mientras que las segundas pueden estimarse directamente a través de registros mareográficos modernos. Los datos de temperatura global, ya sean medidos durante los últimos siglos, o reconstruidos durante los últimos milenios, verifican las oscilaciones mencionadas (Houghton *et al.*, 2001).

La Figura 2.2 muestra una curva tentativa de la evolución del mar durante los últimos tres mil años, que ha sido creada tomando en consideración las componentes periódicas antes mencionadas con amplitudes aproximadas (Santiago, 2006; Santiago *et al.*, 2006). Esta curva es más adelante aplicada como dato de entrada al modelo.

En la Figura 2.2 destacan dos etapas bien documentadas en estudios climáticos (Houghton *et al.*, 2001), y que como se verá más adelante tienen especial relevancia en la morfología costera. En primer lugar el Calentamiento Medieval, que alcanzó su máximo alrededor del año 1200, y la llamada Pequeña Edad de Hielo, con temperaturas mínimas alrededor del 1700, asociados respectivamente a niveles del mar bajo y alto.

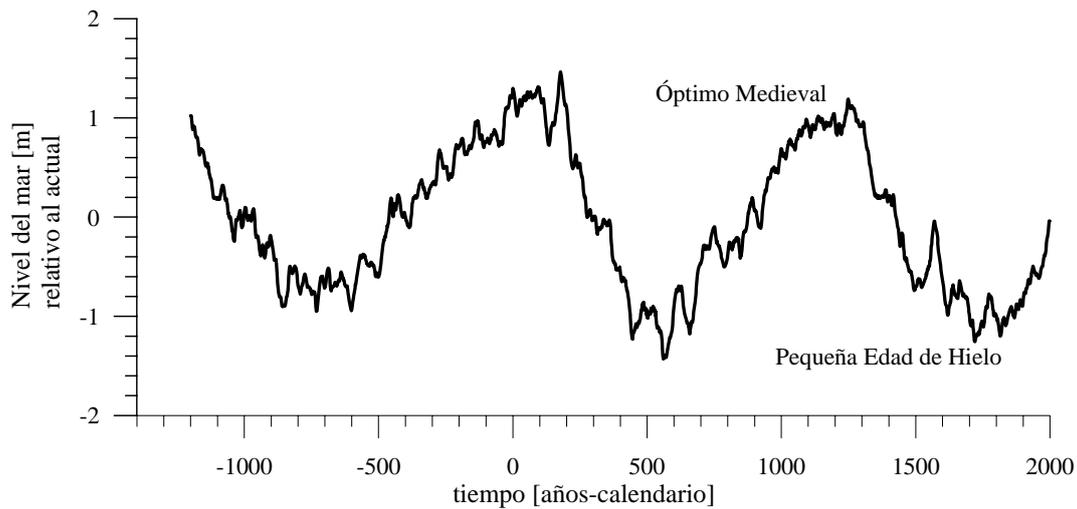


Figura 2.2 Curva tentativa de la evolución del nivel del mar durante los últimos tres mil años, basada en Santiago (2006) y Santiago et al. (2006)

2.3 Modelo de respuesta de la línea de costa

La elevación del nivel del mar tiene como consecuencia un desplazamiento hacia tierra de la línea de costa, producto de la erosión del frente costero y de la deposición del material erosionado en la zona contigua mar adentro. Un decremento del nivel, produce que las reservas de material de la plataforma costera se dirijan hacia tierra, moviendo la línea de costa hacia el mar.

De acuerdo con Bruun (1962), para efectos a largo plazo puede considerarse que el ajuste de la costa a un cambio en el nivel del mar consiste en una translación del perfil, paralelamente a sí mismo y conservando su forma. Cuando sube el nivel el perfil se traslada hacia tierra y asciende, y cuando baja se dirige hacia el mar y desciende (Figura 2.3). Además, este patrón de respuesta significa que un cambio del orden de milímetros en el nivel representa desplazamientos horizontales de la costa del orden de metros (Bruun, 1962; Dean & Dalrymple, 2001).

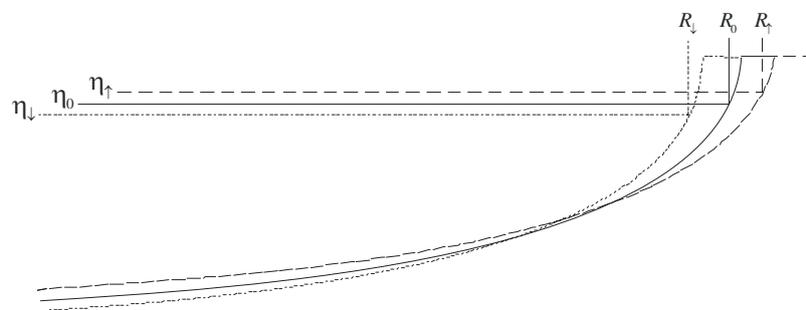


Figura 2.3 Respuesta del perfil transversal a cambios en el nivel del mar

2.3.1 Formulación del modelo tipo relajación

Las traslaciones del perfil antes mencionadas corresponden a estados de equilibrio, sin embargo el ajuste morfológico no es instantáneo, sino que depende de otros factores también determinantes, por ejemplo la composición geológica del litoral, el oleaje incidente, etc. Si los cambios en el nivel del mar son más rápidos que la adaptación morfológica, los estados de equilibrio no llegan a presentarse y en su lugar sucede una serie de estados transitorios, cada uno de los cuales, por lo tanto, es la respuesta al historial del forzamiento, y no sólo al valor de éste en un instante dado. Para modelar este proceso se propone un modelo de respuesta de la línea de costa de tipo relajación, que se basa en el propuesto por Kriebel y Dean (1993) para cambios morfológicos asociados a tormentas.

Se supone que las curvas topográficas, consideradas rectas paralelas, responden a los cambios en el nivel del mar siguiendo una ley exponencial, gobernada por la ecuación

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{T_s} (R_\infty - R(t)), \quad (2.1)$$

donde $\eta(t)$ es la cota del nivel del mar en el instante de tiempo t , $R(t)$ es la posición instantánea de la línea de costa (proyectada sobre el eje horizontal transversal a la costa) y R_∞ es la posición de equilibrio, que depende del valor de $\eta(t)$. T_s , llamado tiempo de relajación, es el tiempo que tarda la costa en responder al forzamiento actual. En los apartados siguientes se describen los términos R_∞ y T_s .

2.3.2 Respuesta de equilibrio, R_∞

La posición R_∞ es la respuesta de equilibrio al nivel instantáneo $\eta(t)$. Como se ha dicho se trata de un estado que difícilmente se alcanza, pero que, en combinación con los estados que los forzamientos previos hayan creado, marca la tendencia de evolución de la costa.

Para la aplicación del modelo es necesario disponer de una formulación que exprese R_∞ en función de $\eta(t)$. La forma más sencilla es mediante la ley de Brunn, que establece una dependencia lineal del tipo

$$R_\infty = \alpha \eta(t), \quad (2.2)$$

cuya pendiente α es función principalmente del material de la costa y de la energía que aporta el oleaje incidente. Esta relación puede interpretarse como la traducción del forzamiento $\eta(t)$ a términos morfológicos.

2.3.3 Tiempo de relajación

El tiempo de relajación o tiempo de reacción morfológica depende principalmente de (1) la composición geológica, (2) de las condiciones energéticas locales (oleaje, mareas, viento, etc.), (3) de la magnitud de las variaciones del nivel medio del mar y (4) del tipo de proceso que esté ocurriendo (erosión o crecimiento de la costa).

A mayor consolidación del material mayor es también el tiempo de relajación, y de mayor escala será el tipo de forzamiento al que responda. La Tabla 2.1 ejemplifica lo anterior para costas clasificadas como de material suave, medio y sólido.

Tabla 2.1 Orden del tiempo de relajación y de los forzamientos a los que responden costas de material con distintos grados de consolidación

Composición geológica	Orden de T_s	Forzamiento al que responde
Suave 	Décadas	Variaciones de las condiciones energéticas (estacionales / anuales)
Medio 	Siglos	Evolución del nivel del mar
Sólido 	Milenios	Evolución del nivel del mar

En general, los procesos de erosión son más lentos que los de crecimiento; los primeros requieren de la abrasión y movimiento de material, mientras que los segundos redistribuyen material ya suelto. Una forma sencilla de expresarlo es

$$T_s = \begin{cases} T_{s,e} & \text{si } R_\infty - R(t) > 0 \\ T_{s,c} & \text{si } R_\infty - R(t) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

donde $T_{s,e}$ es el tiempo de relajación para procesos de erosión y $T_{s,c}$ para procesos de crecimiento, ambos dependientes de la composición geológica y de la incidencia de energía en la costa. Lo más normal es que $T_{s,e} > T_{s,c}$. Pueden también establecerse relaciones más complejas de T_s en función variables como $R_\infty - R(t)$, $\partial\eta/\partial t$, propiedades geológicas, etc., para lo cual es necesario tener en cuenta las características particulares del tramo de costa que se estudie.

2.4 Resultados

Para analizar el desempeño y alcance del modelo, la Figura 2.4 presenta resultados obtenidos para dos tipos de costas; una de material suelto (poco consolidado) caracterizada por tiempos de relajación $T_{s,c} = 20$ y $T_{s,e} = 100$ años, y otra de material de consolidación media, con $T_{s,c} = 70$ y $T_{s,e} = 500$ años. En ambos casos se ha utilizado una relación lineal $R_\infty = \alpha \eta(t)$ con $\alpha = 100$. Se aplicó el forzamiento de la Figura 2, el

mismo que en la Figura 4 se expresa a través de R_{∞} . En ambos casos se ha partido de la condición inicial $R = 0$.

Cuanto mayor es el tiempo de reacción morfológica de la costa más amortiguada es la respuesta al forzamiento. Para valores grandes de T_s por un lado, los efectos de las oscilaciones de corto período se neutralizan, y por otro las respuestas a las de mayor período tienen menor magnitud. Destaca también el efecto de T_s sobre el desfase entre forzamiento y respuesta. La diferencia entre T_s para erosión y para crecimiento, aun con una formulación simple como la que se ha utilizado, reproduce satisfactoriamente la naturaleza de ambos procesos.

Se observa que, una vez transcurrido un intervalo de tiempo relativamente pequeño, los resultados pueden considerarse independientes de la condición inicial. Esto puede variar con tiempos de relajación de órdenes de magnitud mayores.

Se aprecia también que para los datos utilizados en el ejemplo, la costa está sometida al final del intervalo a un proceso de erosión, actuando sobre estructuras morfológicas formadas, o al menos previamente afectadas, por el proceso de crecimiento que tuvo a lugar durante el período comprendido entre el máximo medieval y la pequeña edad de hielo. Situaciones como esta pueden ser relevantes en labores de gestión de los espacios costeros.

También puede destacarse la existencia de intersecciones entre las curvas de forzamiento y de respuesta, localizadas principalmente en oscilaciones del forzamiento de corto plazo. Esto concuerda con la teoría de que la costa responde tanto a las fuerzas que experimenta a cada instante como al historial y estructura general de éstas.

2.5 Conclusiones

El modelo tipo relajación utilizado para analizar la evolución de la costa como respuesta a las variaciones del nivel del mar demuestra que la posición instantánea de la línea de costa depende tanto del forzamiento instantáneo como del historial previo.

Las fluctuaciones del nivel del mar de medio y largo plazo definen tendencias de evolución de la costa, mientras que las de corto plazo producen efectos transitorios cuya magnitud es función de las características geomorfológicas y energéticas de cada tramo de litoral. Es importante también distinguir los desfases entre forzamiento y respuesta.

En el marco de la relevancia que recientemente están adquiriendo los estudios de procesos climáticos globales, el modelo presentado resulta una herramienta útil para analizar escenarios y distinguir las consecuencias de cada una de las componentes de la variación del nivel del mar.

La modelación de escalas temporales en el orden de la vida útil de los proyectos de ingeniería se ve beneficiada por modelos de escala geológica, como el presentado, en la medida que permiten perfeccionar el planteamiento de condiciones de contorno temporales y de tendencias evolutivas, adicionales a las que dictan los procesos físicos de menor escala.

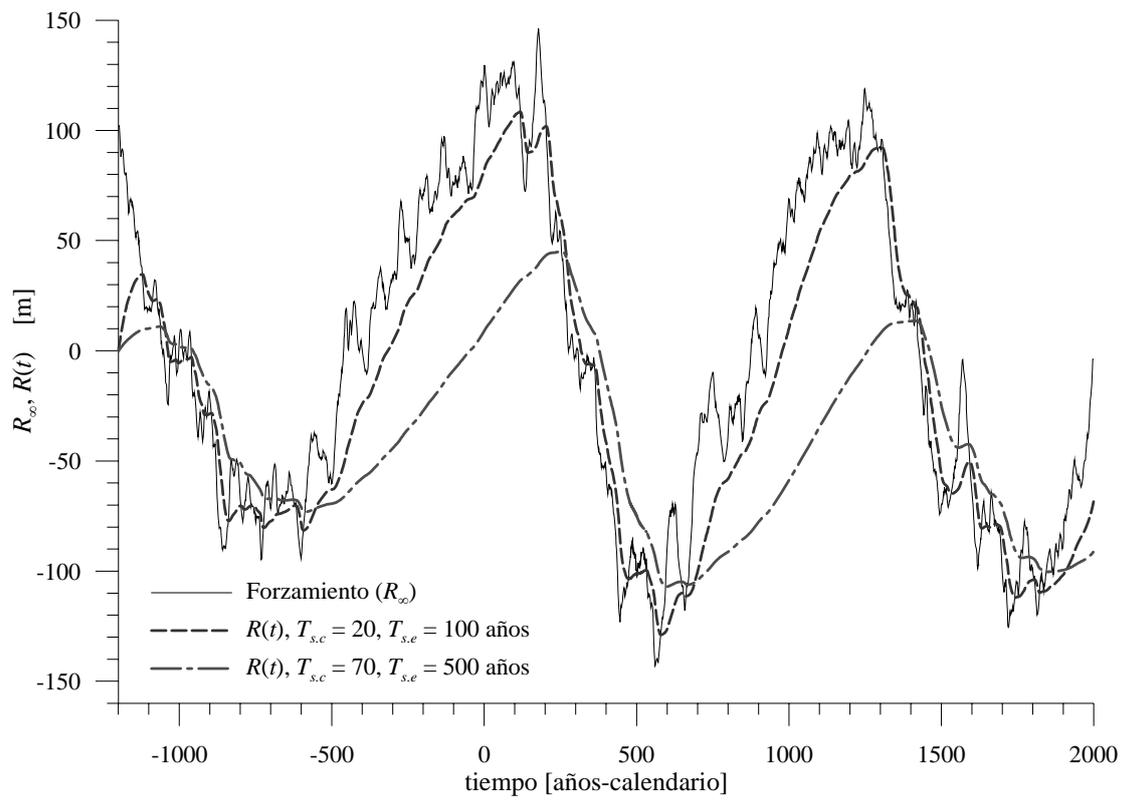


Figura 2.4 Resultados del desplazamiento horizontal de la línea de costa, $R(t)$, para el forzamiento mostrado, expresado en términos de la posición de equilibrio instantánea R_∞ . (---) Costa de material suelto, $T_{s.c} = 20$, $T_{s.e} = 100$ años. (-.-) Costa de material consolidado, $T_{s.c} = 70$, $T_{s.e} = 500$ años. Para ambos casos $\alpha = 100$.

3 MODELO UNIDIMENSIONAL DE FLUJO NO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

El objeto de este trabajo es el análisis de la evolución costera en presencia de desembocaduras dominadas por la incidencia puntual de eventos extremos, tanto de precipitación como de estados de mar energéticos. Se diferencia de los estudios tradicionales de evolución de deltas en que los agentes que intervienen en este caso no ejercen acciones constantes o débilmente variables, sino que ocurren como una secuencia de procesos sensiblemente aislados. Las cuencas de climas semiáridos con áreas de captación moderadas se ajustan a la descripción dada, y son el caso de muchas de las corrientes vertientes al mar Mediterráneo, por ejemplo el río Guadalfeo.

En general en las costas, y en especial en las de mares como el Mediterráneo, los eventos tanto de precipitación como de temporales en el mar se originan de un mismo evento meteorológico, por ejemplo una borrasca. No obstante, las respuestas morfológicas en cada medio no son totalmente simultáneas; no tarda lo mismo la precipitación en llegar a formar parte del caudal del río y luego en verter al mar, que lo que tarda el viento en generar oleaje y luego éste en propagarse hasta la costa.

En escenarios como los que se modelan en el presente trabajo es fundamental la determinación de los desfases entre procesos morfológicos, ya que de ello depende por ejemplo el tiempo o número de temporales que ocupa el mar en redistribuir en la costa el sedimento vertido durante una avenida, la influencia de la duración del evento meteorológico en la costa, los efectos de obras de regulación del caudal, etc.

La incidencia puntual de eventos meteorológicos indica respuestas hidrológicas de las cuencas igualmente pulsantes y fuertemente no estacionarias. Por ello se requiere hacer la modelación del río con una formulación totalmente no estacionaria y para caudales

especialmente variados. Además, la abrupta orografía de cuencas como la del Guadalfeo requieren de esquemas numéricos estables.

En este capítulo se presenta el modelo de flujo en cauces naturales implementado para la modelación de las descargas de agua y sedimentos en el litoral a partir de datos de caudal en la incorporación de las corrientes secundarias al cauce principal. Es importante especificar que los hidrogramas a los que se hace referencia son considerados como un dato, ya sean calculados con información de precipitación o medidos en estaciones de aforo. Se presentan las bases teóricas y posteriormente la descripción detallada de la formulación utilizada (MacCormack-TVD), así como aspectos sobre la implementación numérica.

3.1 Ecuaciones de gobierno

Las ecuaciones de gobierno para el estudio de flujos no estacionarios a superficie libre son las llamadas ecuaciones de Saint-Venant (1871) que para modelar flujo unidimensional se basan en las siguientes hipótesis:

- i) Que el flujo sea unidimensional significa que la velocidad es uniforme sobre toda la sección transversal y que el nivel del agua es horizontal en la dirección transversal al eje del río.
- ii) Las líneas de corriente tienen curvatura pequeña, y las aceleraciones verticales son despreciables, por lo tanto la distribución de presión puede considerarse hidrostática.
- iii) Los efectos de la fricción y de la turbulencia en las fronteras pueden tomarse en cuenta en forma de leyes de resistencia al flujo análogas a las del flujo estacionario.
- iv) La pendiente media del fondo del cauce es pequeña, por lo que el coseno de su ángulo respecto a la horizontal puede ser remplazado por la unidad.

Estas hipótesis no impiden que las secciones transversales al cauce sean de geometría arbitraria ni que varíen a lo largo de éste, toda vez que cumplan la condición de pequeña curvatura de las líneas de corriente.

El flujo unidimensional no estacionario puede describirse mediante dos variables dependientes (asumiendo que la densidad es constante); una ligada al volumen de agua (calado o área transversal, por ejemplo) y otra al movimiento (velocidad o caudal). Ambas son capaces de definir un estado del flujo para cada punto a lo largo del cauce (x) y para cada instante de tiempo (t).

Dos variables dependientes requieren de dos ecuaciones para resolverse, las que a continuación se presentan se basan en las leyes de conservación de masa y de cantidad de movimiento.

3.1.1 Forma integral de las ecuaciones de Saint-Venant

Se utilizan los ejes de referencia mostrados en la Figura 3.1: x dirigido en sentido del flujo y alineado a la proyección horizontal de eje del cauce (que se supone recto), y horizontal perpendicular a x , y z vertical dirigido hacia arriba.

Se considera el volumen de control en el plano (x,t) comprendido entre las secciones transversales $x = x_1$ y $x = x_2$, y entre los tiempos $t = t_1$ y $t = t_2$ (Figura 3.1). Las ecuaciones de conservación de masa y de momento para el volumen de control se plantean suponiendo que las hipótesis de Saint-Venant son válidas, y que la sección transversal puede tener cualquier forma. Se acepta que el flujo es casi horizontal, es decir, que el ángulo α entre la base del cauce y el eje x es suficientemente pequeño, de manera que cumple que $\cos \alpha \approx 1$.

3.1.1.1 Ecuación de conservación de masa

El cambio en la cantidad de masa contenida en el volumen de control puede ser definido mediante la integral en el tiempo de la diferencia entre el flujo de masa entrante ($Q_1 = \rho u_1 A_1$) y el saliente ($Q_2 = \rho u_2 A_2$), y también como la diferencia entre la masa al inicio y la masa al final del intervalo de tiempo, que igualado resulta en

$$\int_{t_1}^{t_2} \left([\rho u A]_{x_1} - [\rho u A]_{x_2} \right) dt = \int_{x_1}^{x_2} \left([\rho A]_{t_2} - [\rho A]_{t_1} \right) dx, \quad (3.1)$$

donde ρ es la densidad del agua, $u = u(x,t)$ es la velocidad transversal, considerada uniforme, $A = A(x,t)$ es el área hidráulica (mojada) de la sección transversal y $Q = Q(x,t)$ es el caudal. Eliminando ρ , usando $Q = uA$, y agrupando se tiene

$$\int_{x_1}^{x_2} \left([A]_{t_2} - [A]_{t_1} \right) dx + \int_{t_1}^{t_2} \left([Q]_{x_2} - [Q]_{x_1} \right) dt = 0 \quad (3.2)$$

3.1.1.2 Ecuación de conservación de momento

La conservación de momento en la dirección del eje x establece que el cambio entre los tiempos t_1 y t_2 de la cantidad de momento del volumen de control (ΔM), es igual al flujo neto de momento hacia el volumen (M_f), más la integral en el mismo intervalo de tiempo de las fuerzas externas que sobre él actúan.

$$\Delta M = M_f + \int \text{fuerzas externas} \quad (3.3)$$

El incremento neto de momento entre los tiempos t_1 y t_2 es

$$\Delta M = \int_{x_1}^{x_2} \left([\rho u A]_{t_2} - [\rho u A]_{t_1} \right) dx, \quad (3.4)$$

y el flujo neto de momento hacia el volumen entre t_1 y t_2 es

$$M_f = \int_{t_1}^{t_2} \left([\rho u^2 A]_{x_1} - [\rho u^2 A]_{x_2} \right) dt. \quad (3.5)$$

Dentro de las fuerzas externas se incluye la presión, la gravedad, y la fricción (F_p , F_g y F_f respectivamente), además de una fuerza debida a la variación del ancho del cauce (F_w), véase el esquema de la Figura 3.1.

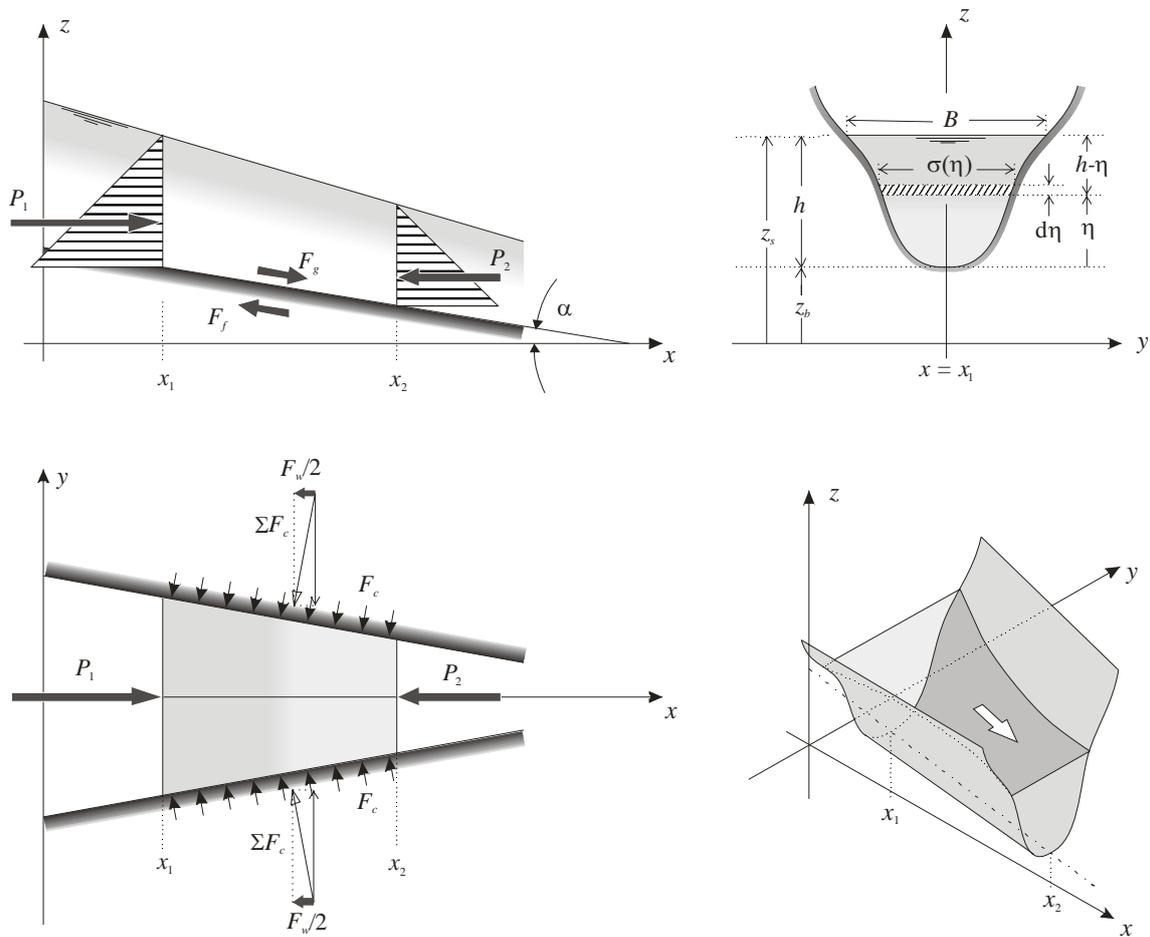


Figura 3.1 Ejes de referencia y variables

La fuerza de presión se calcula con base en la hipótesis de presión hidrostática en las fronteras del volumen de control

$$F_p = g \left([\rho I_1]_{x_1} - [\rho I_1]_{x_2} \right), \quad (3.6)$$

el término I_1 es

$$I_1 = \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \sigma(x, \eta) d\eta, \quad (3.7)$$

donde $h(x)$ es la altura de la columna de agua completa o calado, η la distancia entre el fondo y una elevación cualquiera utilizada para la integración y $\sigma(x, \eta)$ es el ancho de la sección transversal a la elevación η .

La fuerza de gravedad depende de la pendiente del cauce, $S_0 = \tan \alpha$, y de la aceleración de la gravedad, g ,

$$F_g = \int_{x_1}^{x_2} \rho g A S_0 dx. \quad (3.8)$$

La fuerza de fricción se formula mediante el concepto de pendiente de fricción (1959), S_f ,

$$F_f = \int_{x_1}^{x_2} \rho g A S_f dx. \quad (3.9)$$

La fuerza debida al cambio de anchura del cauce se calcula con

$$F_w = g \int_{x_1}^{x_2} \rho I_2 dx, \quad (3.10)$$

donde

$$I_2 = \int_0^{h(x)} (h - \eta) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right]_{h=h_0} d\eta. \quad (3.11)$$

Con lo anterior, considerando que ρ es constante, operando y simplificando la ecuación de conservación de momento puede expresarse como

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} ([uA]_{t_2} - [uA]_{t_1}) dx &= \int_{t_1}^{t_2} ([u^2 A]_{x_1} - [u^2 A]_{x_2}) dt + g \int_{t_1}^{t_2} ([I_1]_{x_1} - [I_1]_{x_2}) dt \\ &\quad - g \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \rho I_2 dx dt + g \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} A (S_0 - S_f) dx dt. \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.1.1.2.1 Término de fricción S_f

En aplicaciones prácticas en el término S_f se incorporan los siguientes elementos de resistencia al flujo:

- a) Resistencia de contorno fijo o superficial. Es la fuerza de arrastre provocada por el contorno que conforma el cauce, debida tanto a las partículas individuales constituyentes de los contornos como a las formas de fondo y a la vegetación.
- b) Resistencia de la geometría del cauce. Comprende efectos de la forma de la sección transversal, de su variación longitudinal y de su alineación, así como cambios en la pendiente longitudinal, tanto del cauce como de la superficie libre. También se incluye el efecto de las formas de fondo de gran escala.
- c) Resistencia de superficie libre o de onda. Pérdida de energía debida a distorsiones de la superficie del agua asociadas a ondas superficiales o resaltos hidráulicos.
- d) Resistencia de transporte de sedimento. En el caso de transporte de fondo se trata de una resistencia al flujo ejercida por un contorno móvil. El transporte en suspensión provoca un incremento en la viscosidad del agua, que tiene dos efectos que se contraponen: el aumento en la resistencia al flujo por el aumento de viscosidad, y el decrecimiento de la resistencia producto de la inhibición de la turbulencia asociada al aumento en la viscosidad (López Alonso, 2005).

Los procesos enunciados no actúan independientemente, sino que se interrelacionan de manera compleja. Ante la dificultad de modelarlos con base en leyes físicas se utilizan formulaciones empíricas. A pesar de estar basadas en ecuaciones de flujo uniforme suponen una aproximación adecuada, y ciertamente obligada, para flujos no permanentes. A continuación se listan las más aceptadas, de las que por ende existe más información.

- i) Coeficiente de Chezy, C

$$S_f = \frac{u^2}{C^2 R} = \frac{Q|Q|}{A^2 R C^2}, \quad (3.13)$$

donde $R = A/P$ es el radio hidráulico, y P es el perímetro mojado.

- ii) Coeficiente de Manning, n

$$S_f = \frac{u^2 n^2}{R^{4/3}} = \frac{Q|Q|n^2}{A^2 R^{4/3}}. \quad (3.14)$$

- iii) Coeficiente de Darcy-Weisbach, f

$$S_f = \frac{u^2 f}{8gR} = \frac{Q|Q|f}{8A^2 gR}. \quad (3.15)$$

Se origina en el estudio de flujos en tuberías, y su adaptación a superficie libre se hace equiparando el diámetro al cuádruplo del radio hidráulico.

La Tabla 3.1 resume la relación entre los coeficientes C , n y f .

Tabla 3.1 Relación entre los coeficientes C , n y f

	C	n	f
C		$C = \frac{R^{1/6}}{n}$	$C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$
n	$n = \frac{R^{1/6}}{C}$		$n = R^{1/6} \sqrt{\frac{f}{8g}}$
f	$f = \frac{64g^2}{C^2}$	$f = \frac{8gn^2}{R^{1/3}}$	

3.1.1.3 Secciones irregulares

En el modelado de canales compuestos, cauces naturales o llanuras de inundación, deben prestarse atenciones especiales.

Para el caso de llanuras de inundación la ecuación de continuidad suele escribirse en la forma

$$\frac{\partial A_a}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \tag{3.16}$$

donde A_a es el área transversal disponible para almacenaje, que no es la misma que la usada en la ecuación de momento, y q es un caudal lateral (unitario), que define el intercambio de agua entre el cauce principal y la llanura de inundación. q también puede utilizarse para cualquier adición o sustracción de caudal, por ejemplo infiltraciones, escorrentía, etc.

En secciones irregulares o compuestas la distribución del momento no es uniforme, factor que se incluye en la ecuación de conservación de momento mediante el coeficiente de Boussinesq β ,

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \left[\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right] \right) = gA(S_0 - S_f) + gI_2, \tag{3.17}$$

definido por

$$\beta = \frac{\int_0^B u_y^2 h_y dy}{\bar{u}^2 A} = \beta(h), \tag{3.18}$$

donde la sección transversal es dividida en porciones verticales, cada una de ellas con un ancho dy , una velocidad promediada en vertical u_y y una profundidad local h_y . \bar{u} es la velocidad media de toda la sección.

3.1.2 Forma diferencial de las ecuaciones de Saint-Venant

Las relaciones integrales (3.2) y (3.12) no imponen restricciones a las variables de flujo (A , Q , h , u , etc.) ni a la distancia entre x_1 y x_2 (dx). La forma diferencial de las ecuaciones de flujo gradualmente variado no estacionario pueden obtenerse a partir sus homólogas ecuaciones integrales pero suponiendo que las variables dependientes son funciones continuas derivables y que dx es infinitesimal. Mediante expansión en serie de Taylor de Q y A entorno a t_1 y x_1 respectivamente, y operando se llega a las expresiones diferenciales siguientes, de continuidad de masa

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (3.19)$$

y de conservación de momento

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gA(S_0 - S_f) + gI_2. \quad (3.20)$$

El sistema de ecuaciones formado por (3.19) y (3.20) está escrito en la llamada forma divergente de una ecuación diferencial en derivadas parciales. Si los miembros derechos de ambas expresiones son igualados a cero, expresarían que la masa y el momento son conservativos; en caso contrario el momento no se conserva, y los términos libres actúan como fuentes o sumideros. Por ello, los términos del miembro derecho de (3.20) son conocidos como términos fuente, ya que expresan las pérdidas o ganancias de momento, ya sean por la pendiente del fondo (gAS_0), por la fricción (gAS_f) o por cambios en el ancho del cauce (gI_2).

La solución numérica del sistema depende de la forma en que se exprese, por lo que conviene explorar alternativas algebraicas. Se mantiene la consideración de que las variables independientes son diferenciables. Usando (3.7), la derivada del término gI_1 de la ecuación (3.20) es

$$\frac{\partial}{\partial x} (gI_1) = g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \sigma(x, \eta) d\eta, \quad (3.21)$$

aplicando a (3.21) el teorema de Leibniz para la derivada de una integral, y tomando en cuenta que $\sigma(x, h) = B(x)$, donde B es el ancho de la superficie libre, y que $\int_0^h \sigma d\eta = A$, se llega a

$$\frac{\partial}{\partial x} (gI_1) = g \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^{h(x)} \sigma(x, \eta) d\eta + g \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \left[\frac{\partial B}{\partial x} \right]_{h=\text{cte.}} d\eta, \quad (3.22)$$

simplificando

$$\frac{\partial}{\partial x} (gI_1) = gA(x) \frac{\partial h}{\partial x} + gI_2. \quad (3.23)$$

Esta última ecuación es importante, ya que en la solución numérica de las ecuaciones proporciona una alternativa práctica al cálculo de I_2 . Con (3.23) la ecuación de conservación de momento (3.20) puede escribirse en la forma siguiente

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u^2 A) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gI_2 = gA(S_0 - S_f) + gI_2, \quad (3.24)$$

o bien

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uQ) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 \right) + gAS_f = 0, \quad (3.25)$$

que es la ecuación de conservación de momento en la forma en que generalmente es usada en la ingeniería, también llamada ecuación dinámica, ya que representa el establecimiento físico directo de la conservación de momento.

3.1.3 Forma vectorial del sistema de ecuaciones

Las ecuaciones (3.19) y (3.20) muestran una estructura similar, consistente en un primer término diferenciado respecto al tiempo, un segundo término diferenciado respecto al espacio, y un término independiente, de forma que pueden expresarse como

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) + gI_2 \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

o bien

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{G}, \quad (3.27)$$

donde

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) + gI_2 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

son los llamados vectores de variables de flujo (\mathbf{U}), de flujo (\mathbf{F}) y de términos fuente (\mathbf{G}), respectivamente.

La expresión (3.27) es una ecuación diferencial en derivadas parciales de tipo hiperbólica, clasificación que tiene las características siguientes (Chirekeni, 2002):

- Existen dos líneas características.

- Una perturbación se propaga a lo largo de las líneas características.
- El dominio de solución es una región abierta.
- Para resolverse requieren dos condiciones iniciales y dos condiciones de contorno.

Las líneas características son curvas a lo largo de las cuales ciertas propiedades permanecen constantes, o ciertas derivadas pueden ser discontinuas. Se relacionan con la dirección en que la información se transmite en un dominio de estudio gobernado por una ecuación diferencial en derivadas parciales. Por cada punto del dominio, (x,t) en este caso, pasan dos líneas características, que limitan la región a la cual puede influenciar el estado de las variables en el punto (Tannehill *et al.*, 1997).

3.2 Esquemas numéricos para la solución de las ecuaciones de Saint-Venant

El flujo no permanente se divide en gradual y drásticamente variado. El primero incluye a variaciones en el calado y en el caudal producidas en tiempos prolongados y distancias grandes, como las avenidas en un río en régimen subcrítico. El segundo se refiere a variaciones hidráulicas en tiempos cortos y distancias reducidas, como los resaltos hidráulicos y los frentes de ondas. Ambos flujos están descritos por las ecuaciones de Saint-Venant, que en geometrías simples pueden llegar a resolverse analíticamente y geometrías más complejas requieren el uso de modelos numéricos; estos últimos, de acuerdo a la forma en que han evolucionado, pueden dividirse en esquemas clásicos y esquemas de alta resolución.

3.2.1 Esquemas clásicos

Los esquemas clásicos pueden clasificarse en cuatro grupos, (1) los que hacen simplificaciones de las ecuaciones de Saint-Venant, (2) los que se basan en el método de las características, (3) los que usan diferencias finitas y (4) los de elementos finitos (Bladé, 2005).

Los métodos que usan las ecuaciones simplificadas se caracterizan por prescindir de alguno de los términos de la ecuación del movimiento. Son básicamente métodos hidrológicos, entre ellos destacan el de Muskingum, que desprecia totalmente a la ecuación de movimiento; el método de la onda cinemática, que sólo considera los términos de fricción y de pendiente del fondo; el método de la onda difusiva, que incluye además los términos de presión; y el método de la onda dinámica cuasi-permanente, que sólo desprecia al término de aceleración local (Abbott, 1979; Bladé, 2005). Con el desarrollo de las herramientas computacionales este grupo de métodos ha ido quedando en el desuso, sólo los de Muskingum y de la onda cinemática se siguen empleando, pero únicamente en aplicaciones hidrológicas simplificadas.

Los esquemas basados en el método de las características utilizan las ecuaciones de Saint-Venant completas. Su gran ventaja es que tienen una interpretación totalmente congruente con las propiedades físicas de transmisión de la información en el espacio y en el tiempo. Tienen dificultades para representar flujos rápidamente variados y

discontinuidades, pero existe forma de solventarlas. Funcionan bien con canales prismáticos, pero en cauces fluviales de secciones transversales arbitrarias y cambiantes su solución se complica mucho, y sus resultados pierden confiabilidad, por lo que dejan de ser recomendables (Gómez Valentín, 1988).

Los métodos que utilizan diferencias finitas pueden ser explícitos o implícitos, y los hay con distintos órdenes de aproximación, según la cantidad de términos incluidos en las derivadas y la forma en que se discretizan.

Entre los métodos explícitos más utilizados destacan los esquemas Lax-Friederichs, Lax-Wendroff, Leap-Frog y MacCormack (Mahmood & Yevjevich, 1975; Abbott, 1979; Cunge *et al.*, 1980), este último, de segundo orden de precisión, es de los más difundidos, además de que es el punto de partida para la construcción de esquemas de alta resolución. Tienen el inconveniente de que requieren incrementos de tiempo muy pequeños para su solución (forzados por la condición de Courant), lo cual consume recursos de cómputo, sin embargo, son más estables que los implícitos cuando el flujo es rápidamente variado.

Dentro de los métodos en diferencias finitas implícitas pueden mencionarse los de Priessman, Beam & Warming y Vasiliev (Mahmood & Yevjevich, 1975; Abbott, 1979; Cunge *et al.*, 1980). Son muy rápidos para resolver el flujo gradualmente variado, sin embargo su utilización en flujos rápidamente variados implica incrementos de tiempo muy reducidos, del orden de los usados en los esquemas explícitos, por lo que en ese caso los segundos resultan más prácticos.

El método de elementos finitos es adecuado para resolver ecuaciones diferenciales elípticas y parabólicas, mientras que con hiperbólicas resulta más complejo. Además, la integración en el tiempo de las ecuaciones de Saint-Venant se adapta mejor a las diferencias finitas. Su utilización en flujos unidimensionales resulta más complicada que las diferencias finitas y no aporta ventajas, por lo que no es recomendable (Cunge *et al.*, 1980; Bladé, 2005).

3.2.2 Esquemas de alta resolución

En el apartado anterior se hace alusión a las dificultades para modelar numéricamente el flujo rápidamente variado. Las ecuaciones de Saint-Venant son válidas tanto para el flujo gradual como para el rápidamente variado, sin embargo en el segundo las variables hidráulicas pueden presentar discontinuidades importantes (resaltos hidráulicos, frentes de onda) que numéricamente son difíciles de abordar. Estos problemas tienen solución mediante dos aproximaciones:

- 1.- Métodos de ajuste del frente de onda (*shock fitting methods*). Aíslan la discontinuidad y la tratan como contorno, empleando las ecuaciones de Rankine-Hugoniot (relaciones que deben cumplirse a través de una solución discontinua de una ley de conservación dada por un sistema hiperbólico) para acoplar las soluciones a ambos lados del contorno. Estos métodos tienen el problema de que deben conocer a priori la ubicación de la discontinuidad, lo que no es común, por lo que en muchos casos prácticos son inviables.

- 2.- Métodos directos (*through methods* o *shock capturing methods*). Son capaces de localizar, simular y propagar las soluciones discontinuas sin técnicas adicionales. Se dividen en los que se basan en la forma integral de las ecuaciones de Saint-Venant y los que introducen un término artificial de difusión que actúa cuando se detecta una discontinuidad, provocando un suavizado del frente de onda mediante su reparto en puntos de cálculo contiguos, y que por tanto sacrifican un poco el rigor de la solución.

Los métodos directos basados en ecuaciones integrales no requieren difusión artificial para ser estables, y por ello son los deseables, sin embargo son más complejos, por lo que los más extendidos son los que sí usan la difusión artificial. Este último tipo de esquemas se basan en desarrollos originalmente hechos para la dinámica de gases compresibles, concretamente el problema de Riemann, cuya solución (*Riemann solver*) más usada en hidráulica es la de Roe (1981).

Según Harten y Hymann (1983), las condiciones que debe cumplir un esquema para ser considerado de alta resolución son:

- 1.- La solución numérica debe ser de al menos segundo orden de precisión en las regiones suaves de la solución.
- 2.- Las soluciones numéricas deben estar libres de oscilaciones espurias (de origen numérico, no presentes en la realidad).
- 3.- Las discontinuidades suavizadas deben concentrarse en una zona estrecha de tan solo uno o dos incrementos de espacio en la malla.

Para cumplir dichas condiciones es fundamental el concepto de Variación Total Decreciente (TVD, *Total Variation Diminishing*), que será tratado más adelante.

Como métodos de alta definición pueden citarse, entre otros, el de Glaister (1988), que fue el primero en desarrollar el método de Godunov para las ecuaciones de Saint-Venant en 1D mediante el solucionador de Riemann de Roe; el esquema MacCormack-TVD de García Navarro et al. (1992), que también utiliza el solucionador de Roe; los esquemas presentados por Alcrudo (1992), que utilizan el solucionador de Roe-Sweby (Sweby, 1984); y el de Jha et al. (1995) que usa los esquemas de Lax-Wendroff TVD y MUSCL.

3.2.3 Esquemas numéricos explícitos

En este apartado se hace una breve descripción de algunos de los esquemas numéricos para la solución de las ecuaciones de Saint-Venant, cuyas estructuras permiten dar seguimiento a la evolución de los métodos explícitos en diferencias finitas, desde su origen hasta los de alta resolución.

3.2.3.1 Esquema Lax-Friederichs

El esquema de Lax, o de Lax-Friederichs, es el pionero de los esquemas numéricos explícitos actualmente utilizadazos. En la actualidad no es muy aplicado, debido a que su aproximación es de primer orden y por lo tanto su exactitud es limitada, sin embargo muchas de sus variantes son todavía populares. Representa una interesante base de

comparación con otros esquemas, y puede ser usado como paso intermedio hacia los de alto orden. Su idea principal es la estabilización del esquema explícito resultante de la discretización de una ecuación hiperbólica.

La ecuación (3.27) se discretiza en el tiempo con diferencias finitas adelantadas de orden $O(\Delta t)$ y en el espacio con diferencias finitas centradas de orden $O(\Delta x)^2$, resultando en

$$\frac{\mathbf{U}_i^{n+1} - \mathbf{U}_i^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n}{2\Delta x} = \mathbf{G}_i^n. \quad (3.29)$$

Se denota con el subíndice i a la posición de cada nodo en el espacio ($x_i = i \cdot \Delta x$) y con el superíndice n al instante discreto de tiempo ($t^n = n \cdot \Delta t$), véase la Figura 3.2. Si se supone que las variables son conocidas en un tiempo n y desean conocerse en $n+1$, la incógnita \mathbf{U}_i^{n+1} puede quedar explícita

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n) + \mathbf{G}_i^n \Delta t. \quad (3.30)$$

Para dar estabilidad a la expresión (3.30) se reemplaza el término \mathbf{U}_i^n por un valor promediado $\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{i+1}^n + \mathbf{U}_{i-1}^n)$, lo cual lleva a

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1}{2} [(\mathbf{U}_{i+1}^n + \mathbf{U}_{i-1}^n) - \lambda (\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n)] + \mathbf{G}_i^n \Delta t. \quad (3.31)$$

donde

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (3.32)$$

La expresión (3.31) es de segundo orden en derivadas espaciales y de primero en derivadas temporales [$O(\Delta x)^2, O(\Delta t)$]. Para su comparación con los posteriores esquemas véase la Figura 3.2-a, que muestra la forma en que la información espacial progresa en el tiempo.

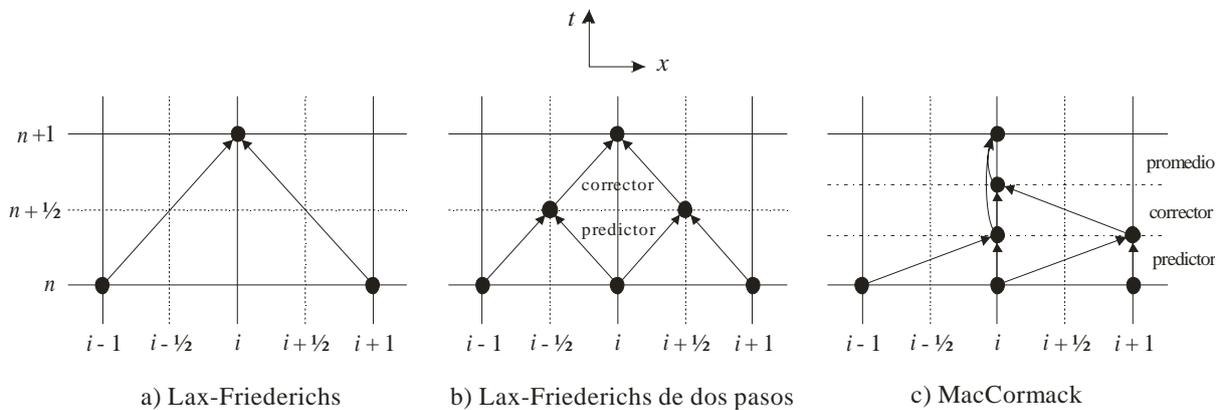


Figura 3.2 Diagrama de discretización de los esquemas numéricos de (a) Lax-Friederichs, (b) Lax-Friederichs de dos pasos y (c) MacCormack

3.2.3.2 Esquema Lax-Wendroff

Este esquema tiene especial importancia, ya que sienta las bases para la estabilización de las soluciones numéricas. Posteriores formulaciones son en realidad variantes que combinan distintos tratamientos de los términos no lineales. La idea principal de los esquemas del tipo Lax-Wendroff consiste en procurar la estabilidad de las diferencias centradas a la par de la obtención de un segundo orden de exactitud en espacio y tiempo. Se parte de la expansión en serie de Taylor de la variable dependiente $\mathbf{U}(x, t + \Delta t)$

$$\mathbf{U}(x, t + \Delta t) = \mathbf{U}(x, t) + (\Delta t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + O(\Delta t)^3, \quad (3.33)$$

cuya forma discreta con la notación empleada es

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + (\Delta t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + O(\Delta t)^3. \quad (3.34)$$

De la ecuación (3.27) se despeja $\partial \mathbf{U} / \partial t$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{G} \quad (3.35)$$

y se deriva otra vez respecto al tiempo

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{G} \right), \quad (3.36)$$

si se supone que la variación del término fuente \mathbf{G} respecto al tiempo es despreciable se tiene

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} \right), \quad (3.37)$$

como \mathbf{F} es una función de \mathbf{U} , $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{U})$, lo anterior puede escribirse

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right), \quad (3.38)$$

donde se identifica al Jacobiano $\mathbf{J} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ y al término despejado en la ecuación (3.35). Introduciendo a ambos en (3.38) se llega a

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{J} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right) + \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x}. \quad (3.39)$$

Sustituyendo (3.39) en la expansión en serie de Taylor (3.34) se tiene

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - (\Delta t) \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{J} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right) + \mathbf{G} \Delta t - \frac{\mathbf{G} (\Delta t)^2}{2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x} + O(\Delta t)^3. \quad (3.40)$$

Usando diferencias centradas de segundo orden para la derivada espacial, discretizada en el punto i , el esquema de Lax-Wendroff queda

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \lambda (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) + \frac{1}{2} \lambda^2 \left[\mathbf{J}_{i+1/2}^n (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) - \mathbf{J}_{i-1/2}^n (\mathbf{F}_i^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) \right] \\ + \mathbf{G}_i^n \Delta t \left[1 - \frac{1}{4} \lambda (\mathbf{J}_{i+1}^n - \mathbf{J}_{i-1}^n) \right], \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde

$$\mathbf{J}_{i+1/2}^n = \mathbf{J}(\mathbf{U}_{i+1/2}^n); \quad \text{o} \quad \mathbf{J}_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (\mathbf{J}_i^n + \mathbf{J}_{i+1}^n). \quad (3.42)$$

La ecuación (3.41) es no lineal y de orden $[O(\Delta x)^2, O(\Delta t)^2]$. El esquema requiere la evaluación del Jacobiano $\mathbf{J}_{i+1/2}^n$, lo cual puede ser costoso en cómputo, sin embargo, también es posible obtener variantes lineales (Chirekeni, 2002). En lugar de calcular analíticamente \mathbf{J} , para lo que habría que obtener los valores $\mathbf{U}_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (\mathbf{U}_i^n + \mathbf{U}_{i+1}^n)$, puede hacerse una evaluación numérica directa de $\mathbf{J}_{i+1/2}^n$ mediante la aplicación de la fórmula siguiente

$$\mathbf{J}_{i+1/2}^n = \begin{cases} \frac{\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n}{\mathbf{U}_{i+1}^n - \mathbf{U}_i^n} & \text{si } \mathbf{U}_{i+1}^n - \mathbf{U}_i^n \neq 0 \\ \mathbf{J}(\mathbf{U}_i^n) & \text{si } \mathbf{U}_{i+1}^n = \mathbf{U}_i^n. \end{cases} \quad (3.43)$$

Con esta definición, el esquema (3.41) toma la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \lambda (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) + \frac{1}{2} \lambda^2 \left[\mathbf{J}_{i+1/2}^n (\mathbf{U}_{i+1}^n - \mathbf{U}_i^n) - \mathbf{J}_{i-1/2}^n (\mathbf{U}_i^n - \mathbf{U}_{i-1}^n) \right] \\ + \mathbf{G}_i^n \Delta t \left[1 - \frac{1}{4} \lambda (\mathbf{J}_{i+1}^n - \mathbf{J}_{i-1}^n) \right], \end{aligned} \quad (3.44)$$

y el flujo numérico asociado se convierte en

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^* = \mathbf{F}_{i+1/2}^n - \frac{1}{2} \lambda \mathbf{J}_{i+1/2}^n (\mathbf{U}_{i+1}^n - \mathbf{U}_i^n). \quad (3.45)$$

Para este esquema se aplica el mismo diagrama que en el caso anterior (Figura 3.2-a).

3.2.3.3 Esquema Lax-Friederichs de dos pasos

Los esquemas de dos etapas en general dividen al paso de tiempo en dos partes, en la primera se *predice* un valor de la variable dependiente, que es *corregido* en el segundo paso, de ahí que también sean conocidos como esquemas predictor-corrector. Son muy usados porque además de ofrecer una precisión de segundo orden son simples, aunque su comportamiento alrededor de discontinuidades no es totalmente adecuado.

El primer paso se obtiene derivando numéricamente la ecuación (3.27), en el tiempo con diferencias adelantadas entre los instantes n y $n+1/2$ basadas en el punto medio $i+1/2$, y en el espacio con diferencias adelantadas entre i e $i+1$

$$\frac{\mathbf{U}_{i+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{U}_{i+1/2}^n}{\Delta t / 2} + \frac{\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n}{\Delta x} = \mathbf{G}_i^n, \quad (3.46)$$

tomando en cuenta que $\mathbf{U}_{i+1/2}^n = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_i^n + \mathbf{U}_{i+1}^n)$, el predictor queda

$$\mathbf{U}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{U}_{i+1}^n + \mathbf{U}_i^n) - \lambda (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) \right] + \mathbf{G}_i^n \frac{\Delta t}{2}. \quad (3.47)$$

El paso corrector es igual al predictor, pero con la información espacial apoyada en los puntos intermedios $i \pm 1/2$ y en el instante $n + 1/2$,

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{U}_{i+1/2}^{n+1/2} + \mathbf{U}_{i-1/2}^{n+1/2}) - \lambda (\mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2}) \right] + \mathbf{G}_i^n \frac{\Delta t}{2}. \quad (3.48)$$

El diagrama que ilustra el funcionamiento de las ecuaciones (3.47) y (3.48) se muestra en la Figura 3.2-b.

3.2.3.4 Esquema Lax-Wendroff de dos pasos

En general, todos los esquemas centrados ($i+1/2, n+1/2$) explícitos o implícitos de segundo orden de precisión, con discretizaciones combinadas en espacio-tiempo, son considerados pertenecientes a la familia de modelos Lax-Wendroff. Los más representativos son los de Richtmyer y de MacCormack, que específicamente son variantes del método Lax-Wendroff de dos pasos.

El Lax-Wendroff de dos pasos utiliza un predictor idéntico al de Lax-Friederichs

$$\mathbf{U}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{U}_{i+1}^n + \mathbf{U}_i^n) - \lambda (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) \right] + \mathbf{G}_i^n \frac{\Delta t}{2}, \quad (3.49)$$

y con los flujos una vez centrados en tiempo y espacio ($i+1/2, n+1/2$) ocupa el corrector

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \lambda (\mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2}) + \mathbf{G}_i^n \frac{\Delta t}{2}. \quad (3.50)$$

Este esquema es de segundo orden de precisión, sin embargo cuando los cambios en las variables hidráulicas no son suaves padece de oscilaciones excesivas. Su diagrama es el mismo que el del método anterior (Figura 3.2-b).

3.2.3.5 Esquema MacCormack

Presentado originalmente por MacCormack (1971), es de segundo orden de precisión en espacio y tiempo, ofrece buena resolución y tiene la ventaja de ser conceptualmente muy simple. En problemas lineales se reduce al esquema de Lax-Wendroff de dos pasos.

Se compone realmente de tres pasos (predictor, corrector y promedio), en los dos primeros las derivaciones espaciales se alternan entre avanzadas y retrasadas. El paso predictor es

$$\mathbf{U}_i^p = \mathbf{U}_i^n - \lambda(\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) + \Delta t \mathbf{G}_i^n, \quad (3.51)$$

el corrector

$$\mathbf{U}_i^c = \mathbf{U}_i^p - \lambda(\mathbf{F}_i^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \Delta t \mathbf{G}_i^p, \quad (3.52)$$

y la incógnita \mathbf{U}_i^{n+1} se obtiene como un promedio de los anteriores

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_i^p + \mathbf{U}_i^c). \quad (3.53)$$

Como en el resto de esquemas clásicos de segundo orden, sufre la aparición de oscilaciones espurias cerca de las discontinuidades. Su diagrama se presenta en la Figura 3.2-c.

3.2.4 Bases conceptuales de los esquemas de alta resolución

Se presentan algunos de los conceptos en los que se apoyan los esquemas de alta resolución, y en particular el utilizado. Parten de la necesidad mantener la estabilidad ante gradientes fuertes de las variables, con resolución numérica óptima. Son conceptos y técnicas originalmente desarrollados para resolver problemas de dinámica de gases, adaptados posteriormente tanto a la hidráulica como a otras áreas.

En el apartado 3.2.2 se hizo mención a que los esquemas del tipo *shock capturing* representan la opción más práctica para modelar el flujo rápidamente variado. Estos esquemas son, de hecho, variantes y extensiones del método de Godunov, que es una forma de solucionar del problema de Riemann.

3.2.4.1 Problema de Riemann

El problema de Riemann tiene su origen en el estudio de la mecánica de gases compresibles, concretamente en la propagación de una onda en un tubo. Considera un tubo que mediante un diafragma es dividido en dos secciones (1 y 2), cada una de ellas rellena con un gas a distinta presión (p_1 y p_2 respectivamente, $p_1 > p_2$). Con el sistema en equilibrio, el diafragma se retira repentinamente, con lo que se genera una onda compresiva hacia el lado de menor presión (sección 2) y una onda expansiva hacia el de mayor presión (sección 1).

El término *problema de Riemann* se ha extendido a otros problemas unidimensionales gobernados por sistemas de ecuaciones del tipo hiperbólico

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{0} \quad (3.54)$$

con condiciones iniciales discontinuas pero constantes en dos regiones del espacio:

$$\text{C.I.} \begin{cases} \mathbf{U}(x < 0, t = 0) = \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}(x > 0, t = 0) = \mathbf{U}_2, \end{cases} \quad (3.55)$$

donde \mathbf{U}_1 y \mathbf{U}_2 son dos vectores constantes. Un equivalente del problema de Riemann típico en hidráulica a superficie libre es el problema de la rotura de presa en una dimensión, que consiste en un canal rectangular prismático inicialmente dividido en dos regiones mediante una compuerta, a cada lado hay agua en reposo a distintas elevaciones. Si la compuerta es retirada instantáneamente se crea una onda de choque hacia el lado de menor nivel y una onda de rarefacción hacia el de mayor nivel (Figura 3.3).

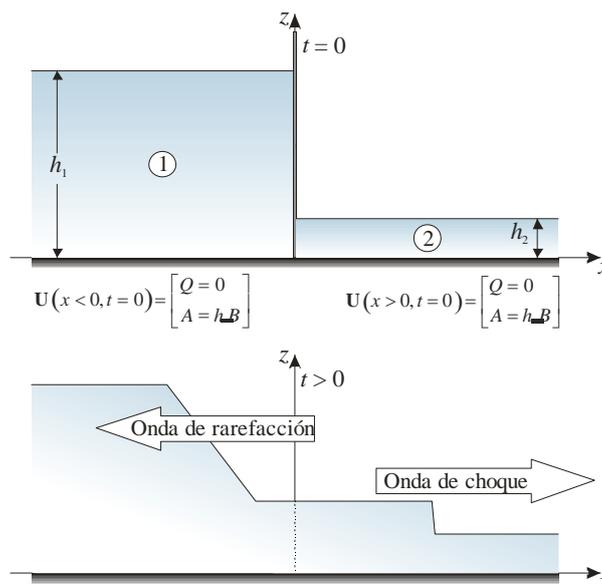


Figura 3.3 Rotura de presa, caso particular de un problema de Riemann

3.2.4.2 Método de Godunov

Para un sistema de ecuaciones hiperbólico como el de la ecuación (3.54), característico del Problema de Riemann, el método de Godunov utiliza un esquema conservativo con discretización en volúmenes finitos, que puede escribirse como

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2}^* - \mathbf{F}_{i-1/2}^*), \quad (3.56)$$

donde n e i denotan posiciones discretas en tiempo y espacio, respectivamente, y \mathbf{F}^* es el flujo numérico entre dos celdas o volúmenes finitos i e $i+1$, que se obtiene de la solución del problema de Riemann local (en cada intercelda o contorno de cada elemento de volumen) definido por el sistema (3.54) y las condiciones iniciales (3.55), que en forma discreta son

$$\mathbf{U}(x, t^n) \begin{cases} \mathbf{U}_i^n & \text{si } x < x_{i+1/2} \\ \mathbf{U}_{i+1}^n & \text{si } x > x_{i+1/2} \end{cases} \quad (3.57)$$

Lo anterior es lo mismo que

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^* = \mathbf{F}(\mathbf{U}(x_{i+1/2}, [t^n, t^{n+1}])), \quad (3.58)$$

donde $\mathbf{U}(x_{i+1/2}, [t^n, t^{n+1}])$ es la solución del problema de Riemann local en $x_{i+1/2}$ (Bladé, 2005).

Con las ecuaciones de Saint-Venant, que forman un sistema no lineal hiperbólico, el problema de Riemann tiene una estructura compleja, y encontrar su respuesta exacta es costoso, por lo que se han desarrollado métodos numéricos para encontrar soluciones aproximadas, conocidos como solucionadores aproximados de Riemann, uno de ellos, el más popular en hidráulica, es el de Roe (1981).

3.2.4.3 Teorema de Harten sobre la Variación Total Decreciente

Los esquemas de alta resolución que aplican difusión artificial, recurrentemente tienen el problema de la aparición de oscilaciones espurias, especialmente alrededor de discontinuidades. Una forma de solucionar este problema es hacer que el esquema cumpla la propiedad de variación total decreciente (TVD, por su nombre en inglés *Total Variation Diminishing*).

Sea una ley de conservación escalar del tipo

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (3.59)$$

que puede ser aproximada numéricamente mediante el esquema numérico conservativo

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^* - F_{i-1/2}^*) \quad (3.60)$$

(obsérvese el cambio de notación, U y F son escalares, a diferencia de \mathbf{U} y \mathbf{F} que son vectores), se define como *Variación Total* de la función continua $U(x)$ a

$$TV(U) = \int \left| \frac{\partial U}{\partial x} \right| dx, \quad (3.61)$$

o en forma discreta, la variación total numérica en un instante n es

$$TV(U^n) = \sum_i |u_{i+1}^n - u_i^n|. \quad (3.62)$$

Harten (1983) establece que si en un esquema numérico se cumple que

$$TV(U^{n+1}) \leq TV(U^n), \quad (3.63)$$

entonces la variación total es decreciente (TVD), propiedad que, de ser satisfecha, implica la carencia de oscilaciones espurias.

Para evaluar si se cumple la propiedad TVD, el esquema numérico (3.60) se reorganiza en la forma

$$U_i^{n+1} = U_i^n + D_{i+1/2}^n (U_{i+1}^n - U_i^n) - C_{i+1/2}^n (U_i^n - U_{i+1}^n), \quad (3.64)$$

de manera que si las condiciones

$$C_{i+1/2}^n \geq 0, \quad D_{i+1/2}^n \geq 0 \quad \text{y} \quad 0 \leq C_{i+1/2}^n + D_{i+1/2}^n \leq 1 \quad (3.65)$$

se cumplen para cada i , el esquema numérico satisface la propiedad TVD.

3.2.4.4 Limitadores de flujo

Los limitadores de flujo son la técnica mediante la cual se añade difusión numérica artificial para que sea posible abordar discontinuidades de variables hidráulicas (Sweby, 1984; Hudson, 2001). Para una ley de conservación escalar, con estructura numérica como la de la ecuación (3.60), el método de limitación de flujo consiste en utilizar un flujo numérico limitado, obtenido de la forma

$$F_{i+1/2}^{\text{limitado}} = F_{i+1/2}^{PO} + \Phi_{i+1/2}^n (F_{i+1/2}^{SO} - F_{i+1/2}^{PO}), \quad (3.66)$$

donde $F_{i+1/2}^{PO}$ y $F_{i+1/2}^{SO}$ son flujo numérico de primero y segundo orden, respectivamente, y $\Phi_{i+1/2}^n$ es un limitador. Se busca que en ausencia de discontinuidades $F_{i+1/2}$ sea llevado al segundo orden, mientras que en presencia de éstas $F_{i+1/2}$ sea de primer orden. Para

ello, y de acuerdo a (3.66), el limitador debe escogerse de forma tal que en el primer caso adquiera el valor $\Phi = 1$ y en el segundo $\Phi = 0$.

Para evaluar cuantitativamente si existe o no una discontinuidad en las proximidades de $i+1/2$ se usa el parámetro r , del cual dependerá el valor de Φ

$$\Phi_{i+1/2}^n = \Phi(r_{i+1/2}^n). \quad (3.67)$$

El valor de r es función del gradiente de las variables hidráulicas,

$$r_{i+1/2}^n = \frac{U_{s+1}^n - U_s^n}{U_{i+1}^n - U_i^n}, \quad (3.68)$$

donde $s = i - \text{sgn}(a_{i+1/2}^n)$, a es la velocidad absoluta de transmisión de la información ($u + c$, $u - c$), y sgn es la función signo (1 si $a > 0$, 0 si $a = 0$, -1 si $a < 0$). Si r tiende a 1, la variación de U es suave, y si tiende a 0 significa que hay discontinuidades.

En la Tabla 3.2 se muestran fórmulas de distintos autores para limitadores de flujo $\Phi(r)$, según Sweby (1984) todas ellas garantizan un segundo orden de precisión satisfaciendo la propiedad TVD.

Tabla 3.2 Algunos limitadores de flujo

Limitador	$\Phi(r)$
Minmod	$\max(0, \min(1, r))$
Roe's Superbee	$\max[0, \min(2r, 1), \min(r, 2)]$
Van Leer	$\frac{ r + r}{1 + r }$
Van Albada	$\frac{r^2 + r}{1 + r^2}$

3.2.5 Esquema MacCormack-TVD

Es un método de alta resolución y de segundo orden en espacio y tiempo. Presentado por García-Navarro et al. (1992), consiste en una modificación al esquema de MacCormack para que cumpla la propiedad TVD, mediante la inclusión de un limitador de flujo que suprime las oscilaciones espurias.

Predictor y corrector son idénticos al de MacCormack clásico

$$\mathbf{U}_i^p = \mathbf{U}_i^n - \lambda(\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) + \Delta t \mathbf{G}_i^n, \quad (3.69)$$

$$\mathbf{U}_i^c = \mathbf{U}_i^p - \lambda(\mathbf{F}_i^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \Delta t \mathbf{G}_i^p, \quad (3.70)$$

pero el último paso incluye nuevos términos

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_i^p + \mathbf{U}_i^c) + \lambda(\mathbf{D}_{i+\frac{1}{2}}^n - \mathbf{D}_{i-\frac{1}{2}}^n), \quad (3.71)$$

basados en la linealización del sistema de ecuaciones (3.27) aplicada por Roe, donde

$$\mathbf{D}_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k \Psi(\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^k) (1 - \lambda |\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^k|) [1 - \Phi(r_{i+\frac{1}{2}}^k)] \bar{\mathbf{e}}_{i+\frac{1}{2}}^k. \quad (3.72)$$

$\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^k$ es la velocidad de transmisión de la información (ver apartado 3.2.4.4)

$$\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^1 = \bar{u}_{i+\frac{1}{2}} + \bar{c}_{i+\frac{1}{2}}; \quad \bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^2 = \bar{u}_{i+\frac{1}{2}} - \bar{c}_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.73)$$

u es la velocidad del flujo y c la celeridad de las perturbaciones

$$c = \sqrt{\frac{gA}{B}}. \quad (3.74)$$

El signo $\bar{\quad}$ denota que se trata de variables referidas a puntos intermedios ($i+\frac{1}{2}$), definidas de la forma siguiente

$$\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{Q_{i+1}}{\sqrt{A_{i+1}}} + \frac{Q_i}{\sqrt{A_i}}}{\sqrt{A_{i+1}} + \sqrt{A_i}}, \quad (3.75)$$

$$\bar{c}_{i+\frac{1}{2}} = \sqrt{g \frac{I_{i+1} - I_{li}}{A_{i+1} - A_i}}; \quad \text{o} \quad \bar{c}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{c_i + c_{i+1}}{2}, \quad (3.76)$$

de $\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}$ hay dos opciones porque la primera no es válida cuando dos secciones transversales tienen la misma área hidráulica A .

$\bar{\mathbf{e}}_{i+\frac{1}{2}}^k$ ($k=1,2$) son los autovectores del Jacobiano asociado aproximado

$$\bar{\mathbf{e}}_{i+\frac{1}{2}}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^1 \end{pmatrix}; \quad \bar{\mathbf{e}}_{i+\frac{1}{2}}^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.77)$$

$\alpha_{i+\frac{1}{2}}^k$ ($k=1,2$), definido por

$$\begin{aligned}\alpha_{i+\frac{1}{2}}^1 &= \frac{1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[(Q_{i+1} - Q_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} + \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(A_{i+\frac{1}{2}} - A_i) \right], \\ \alpha_{i+\frac{1}{2}}^2 &= \frac{-1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[(Q_{i+1} - Q_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} - \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(A_{i+\frac{1}{2}} - A_i) \right],\end{aligned}\tag{3.78}$$

representa la proyección de la discontinuidad de \mathbf{U} entre los puntos i e $i+1$, sobre el autovector (*eigenvector*) aproximado $\bar{\mathbf{e}}_{i+\frac{1}{2}}^k$ (Roe, 1981).

La función Ψ corrige la entropía de $\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^k$, su forma más simple es

$$\Psi(a) = \begin{cases} |a| & \text{si } |a| \geq \varepsilon \\ \varepsilon & \text{si } |a| < \varepsilon, \end{cases}\tag{3.79}$$

donde ε es un número positivo pequeño, cuyo valor debe determinarse para cada problema. García-Navarro et al. (1992) proponen $0.1 \leq \varepsilon \leq 0.3$, mientras que Tseng (2003) usa la fórmula de Harten y Hayman (1983)

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^k = \max \left[0, \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k - \alpha_i^k, \alpha_{i+1}^k - \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k \right].\tag{3.80}$$

$\Phi(r_{i+\frac{1}{2}}^k)$ es el limitador de flujo (apartado 3.2.4.4).

3.3 Discretización de los términos fuente

Cuando la pendiente del fondo y el ancho de un cauce son muy variantes, como es típico en cuencas como las analizadas (es el caso del río Guadalfeo), los términos fuente, regidos por estas características físicas, comprometen la estabilidad de los esquema numéricos, incluso en los de alta resolución. Además de la estabilidad, la falla más evidente es que la continuidad de masa deja de cumplirse, debido a la aparición de dispersiones puntuales de la variable Q . La ventaja de un esquema TVD-MacCormack es que permite dar a los términos fuente tratamientos especiales que no implican complicaciones matemáticas o numéricas. En el código desarrollado se incluyen tres tratamientos: el balance de términos fuente y gradientes de flujo (LeVeque, 1998; Hubbard & García-Navarro, 2000), el método del gradiente de superficie (Zhou *et al.*, 2001), y el método del gradiente de superficie mejorado (Tseng, 2003).

3.3.1 Balance de términos fuente y gradientes de flujo

De acuerdo a LeVeque (1998) y Hubbard y García-Navarro (2000), el balance de términos fuente y gradientes de flujo es una forma de reducir las oscilaciones numéricas artificiales debidas a irregularidades fuertes de la elevación del fondo. Los términos relacionados con la pendiente S_0 y con la resistencia al flujo S_f son discretizados a cada paso de tiempo con diferencias adelantadas o retrasadas (predictor y corrector, según

sea el caso) de la misma forma en que se hace para el gradiente de flujo $\partial F/\partial x$. En el predictor los términos $(gAS_0)_i$ y $(gAS_f)_i$ se sustituyen por

$$(gAS_0)_i = gA_{i+\frac{1}{2}} \frac{z_{b,i} - z_{b,i+1}}{\Delta x}, \quad (gAS_f)_i = g \frac{n^2 Q_{i+\frac{1}{2}} |Q_{i+\frac{1}{2}}|}{A_{i+\frac{1}{2}} R_{i+\frac{1}{2}}^{4/3}}, \quad (3.81)$$

y en el corrector por

$$(gAS_0)_i = gA_{i-\frac{1}{2}} \frac{z_{b,i-1} - z_{b,i}}{\Delta x}, \quad (gAS_f)_i = g \frac{n^2 Q_{i-\frac{1}{2}} |Q_{i-\frac{1}{2}}|}{A_{i-\frac{1}{2}} R_{i-\frac{1}{2}}^{4/3}}, \quad (3.82)$$

donde $A_{i\pm\frac{1}{2}}$ y $Q_{i\pm\frac{1}{2}}$ son las medias aritméticas de A y Q entre los puntos de la malla i e $i\pm 1$.

3.3.2 Método del gradiente de superficie

Este método (Zhou *et al.*, 2001) busca corregir los errores en la conservación de masa, para ello hace uso del hecho de que, en general, el perfil de elevaciones de la superficie libre a lo largo de un cauce (z_s) es mucho más suave que el perfil de las elevaciones del fondo (z_b), lo cual se aplica en el cálculo del limitador de flujo, concretamente se sustituye la ecuación (3.78) para $\alpha_{i+\frac{1}{2}}^{1,2}$

$$\begin{aligned} \alpha_{i+\frac{1}{2}}^1 &= \frac{1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[(Q_{i+1} - Q_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} + \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(A_{i+\frac{1}{2}} - A_i) \right], \\ \alpha_{i+\frac{1}{2}}^2 &= \frac{-1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[(Q_{i+1} - Q_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} - \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(A_{i+\frac{1}{2}} - A_i) \right], \end{aligned} \quad (3.83)$$

por

$$\begin{aligned} \alpha_{i+\frac{1}{2}}^1 &= \frac{1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[((hu)_{i+1} - (hu)_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} + \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(z_{s,i+1} - z_{s,i}) \right], \\ \alpha_{i+\frac{1}{2}}^2 &= \frac{-1}{2\bar{c}_{i+\frac{1}{2}}} \left[((hu)_{i+1} - (hu)_i) + (-\bar{u}_{i+\frac{1}{2}} - \bar{c}_{i+\frac{1}{2}})(z_{s,i+1} - z_{s,i}) \right]. \end{aligned} \quad (3.84)$$

Es importante aclarar que este método fue originalmente concebido para canales rectangulares, de ahí las inconsistencias dimensionales entre (3.83) y (3.84), sin embargo durante el desarrollo del presente trabajo se ha observado que en geometrías irregulares también ayuda a mejorar los resultados. Para ello debe tomarse en cuenta que el término hu de la ecuación (3.84), que en un canal rectangular es igual a Q/B , en un cauce irregular no lo es, ya que h representa la profundidad máxima sobre la sección, y no la profundidad media. Esta inconsistencia dimensional es útil porque de otra forma no sería la pendiente de la superficie libre lo que actuaría, sino el gradiente de un área

ficticia. Gracias a que el parámetro $\alpha_{i+\frac{1}{2}}^{1,2}$ no se aplica sobre leyes físicas sino sobre artificios numéricos de control de discontinuidades, los resultados finales no se ven afectados en términos prácticos.

3.3.3 Método del gradiente de superficie mejorado

Tseng (2003) propone un método híbrido de tratamiento de términos fuente construido a partir de los dos anteriores. Consiste en discretizar los términos fuente a cada paso de tiempo de la misma forma que el gradiente de flujo, ecuaciones (3.81) y (3.82), usando la elevación de la superficie libre z_s en lugar de la profundidad h en la corrección TVD, ecuación (3.84). En un canal rectangular esto disminuye sustancialmente los errores en la conservación de masa. En cauces irregulares la mejora también es importante, aunque no en la misma magnitud.

3.4 Condiciones de frontera

Los dos contornos físicos son el inicio y el final del dominio, x_1 y x_M respectivamente, en cada uno de los cuales hay dos variables dependientes, A y Q .

Mediante la teoría de las características pueden visualizarse las condiciones bajo las cuales las variables deben ser impuestas artificialmente, o ser autocalculadas por el esquema. Para ello se hace uso del parámetro $a = u \pm c$, que es la velocidad absoluta de transmisión de las perturbaciones, es decir, de la información del comportamiento del fluido (la velocidad relativa de las perturbaciones c , afectada por la velocidad media del flujo u).

Considérese que la velocidad media del flujo es positiva (el agua se mueve de izquierda a derecha). En un sistema de referencia móvil, que viaja junto con el fluido a velocidad u , una perturbación se transmite hacia la derecha a velocidad relativa $+c$, y hacia la izquierda a velocidad relativa $-c$, que en el sistema fijo representan velocidades absolutas $a_1=u+c$ y $a_2=u-c$, respectivamente.

Si $a_2 > 0$ significa que la velocidad media del fluido es mayor que la velocidad de las perturbaciones, y por lo tanto las variables hidráulicas en un punto fijo no se ven influenciadas por lo que sucede a su derecha, sólo dependen de lo que sucede a su izquierda, es decir, se está en régimen supercrítico (análogo al concepto de supersónico en acústica).

En caso contrario, si $a_2 < 0$, la velocidad media del fluido u es reducida, y por lo tanto da tiempo a que un punto fijo se vea afectado por lo que sucede a ambos lados de él, es decir, se está en régimen subcrítico.

Visto de otra forma, a_1 y a_2 representan las direcciones desde las cuales un punto fijo recibe perturbaciones, o las direcciones de incidencia de las líneas características.

En la frontera inicial, si el flujo es supercrítico sólo depende de lo que sucede a su izquierda, que es fuera del dominio, por lo que las dos condiciones (A y Q) deben ser

impuestas. Si el flujo es subcrítico es necesaria información tanto de fuera (impuesta) como de dentro (proveniente del cálculo numérico), o sea, si se impone A , debe calcularse Q ; y si se impone Q debe calcularse A .

En la frontera final, si el flujo es supercrítico las dos condiciones provienen del dominio (A y Q calculadas), mientras que en subcrítico una condición se impone y otra se calcula. En la Tabla 3.3 se resume esquemáticamente lo anterior.

Tabla 3.3 Resumen de las condiciones de contorno para régimen subcrítico y supercrítico

	Frontera izquierda	Frontera derecha
Régimen subcrítico	<ul style="list-style-type: none"> - Una característica viene de dentro y otra de fuera. - Se impone una variable (A o Q) y la otra se calcula (Q o A) 	<ul style="list-style-type: none"> - Una característica viene de dentro y otra de fuera. - Se impone una variable (A o Q) y la otra se calcula (Q o A).
Régimen supercrítico	<ul style="list-style-type: none"> - Las dos características vienen de fuera. - Se imponen A y Q. 	<ul style="list-style-type: none"> - Las dos características vienen de dentro. - Tanto A como Q se calculan.

Cuando una variable dependiente deba ser calculada en la frontera no es posible hacerlo mediante el esquema numérico del resto del dominio, de manera que debe hacerse uso de un artificio. Hay fundamentalmente tres opciones: (1) calcular la variable dependiente subordinada mediante el método de las características (Abbott, 1979; Cunge *et al.*, 1980; Gómez Valentín, 1988; García-Navarro & Savirón, 1992; Bladé, 2005), (2) utilizar el esquema numérico general con puntos virtuales fuera del dominio o con diferencias no centradas si es posible, o (3) aplicar una condición de gradiente nulo, es decir, copiar el valor de la celda interior adyacente. Si el dominio de estudio es suficientemente grande y se pueden aceptar errores pequeños en los dos o tres puntos más próximos a la frontera, la tercera opción es una buena aproximación.

3.5 Implementación numérica

Al utilizarse un método explícito la formulación numérica no representa dificultades de programación, sin embargo las variables hidráulicas cambian a cada paso de tiempo en función de los valores de las variables dependientes, y cuando se trabaja con secciones transversales reales (de geometría arbitraria) la optimización de tiempos de cálculo es importante.

El algoritmo utilizado, que describe la estructura del método explícito, se resume en la Figura 3.4. Puede dividirse en dos partes principales: la entrada de datos y los procesos de cálculo; estos últimos también se dividen en tres, los asociados a la geometría, los correspondientes al flujo y el transporte de sedimentos.

La entrada de los datos se organiza de la siguiente forma:

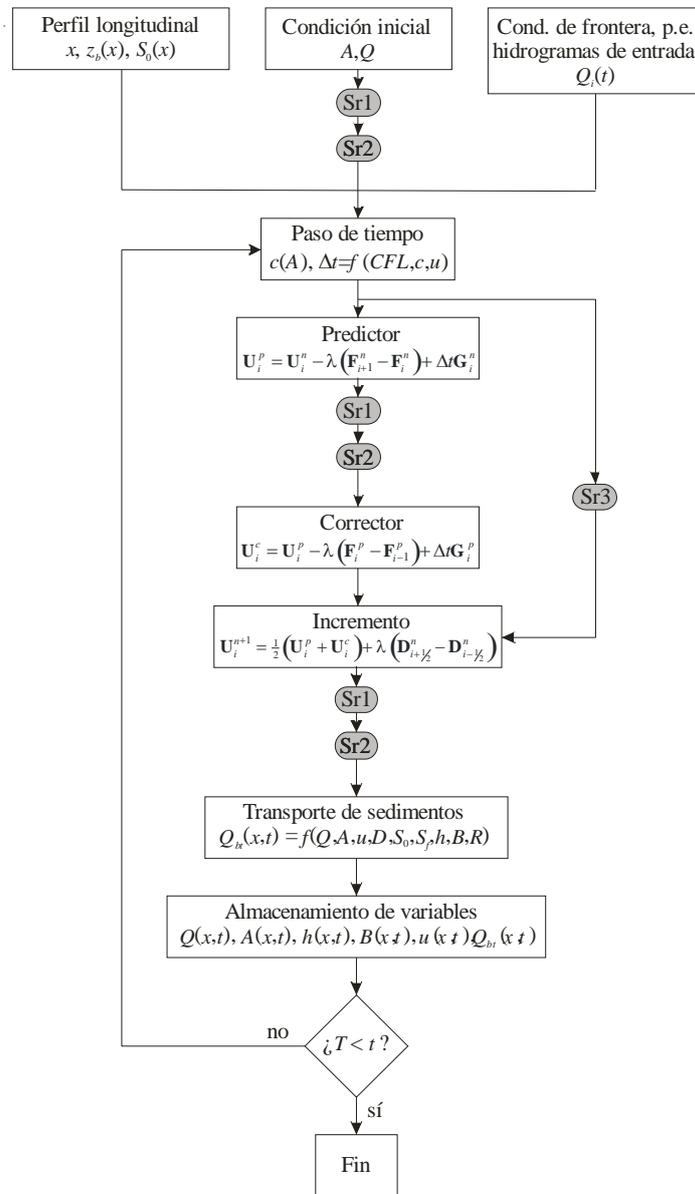
- 1.- Perfil longitudinal. Lectura de parejas de valores x , z_b (longitud sobre el eje del cauce y elevación del fondo).
- 2.- Condición inicial. Valores iniciales de las variables dependientes A y Q .
- 3.- Condiciones de frontera. Valores que requieran ser impuestos en los contornos.
- 4.- Datos de las secciones transversales. Es la dependencia de h , B , R , I_1 , I_2 , S_f , y β , respecto a U , por lo que de aquí se desprende un procedimiento de cálculo, descrito más adelante.

Se distinguen tres tipos de procesos de cálculo:

- 1.- Los asociados al flujo y al esquema numérico, es decir, la evaluación del predictor U^p , del corrector U^c y del incremento U^{n+1} . El cálculo del limitador de flujo D consta de varios pasos, por lo que se agrupa dentro de una subrutina (**Sr3**).
- 2.- Los asociados a la geometría del cauce. Se distinguen dos grupos: (a) los que son función únicamente de la geometría y de A , y (b) los que además dependen de Q . A cada grupo le corresponde una subrutina:
 - a) **Sr1**. h , B , R , I_1 e I_2 .
 - Si se estudian geometrías simples (canales triangulares, rectangulares y trapezoidales) los anchos del canal en el fondo (b) y a los taludes (k) se introducen como dato en fórmulas del tipo h , B , R , I_1 , $I_2 = f(A)$.
 - En el caso de geometrías complejas (cauces reales), para agilizar el cálculo se opta por la utilización de tablas con valores calculados previamente en un módulo externo, y que durante la ejecución del programa se interpolan.
 - b) **Sr2**. Cálculo de β , S_f , F y G . Las dos primeras variables se evalúan con datos geométricos y con los parámetros de resistencia al flujo (n , f o C). F y G sólo dependen de valores previamente calculados.
- 3.- El cálculo del transporte de sedimentos. Se hace con una formulación desacoplada de la hidráulica. Se utiliza el método de van Rijn (1984a; 1984b) con las fórmulas de Maza-Álvarez y García-Flores (1996) que sustituyen a las figuras del método original.

Para la determinación de los incrementos de tiempo se utiliza la condición de estabilidad de Courant (CFL)

$$\frac{|u \pm c| \Delta t}{\Delta x} \leq 1. \quad (3.85)$$



Sr1. - Variables dependientes de la geometría
 $h(A), B(A), R(A), I_1(A), I_2(A)$

Sr2. - Variables dependientes del flujo y la geometría
 $\beta(A, Q), Sf(A, Q); \mathbf{F}, \mathbf{G} = f(A, Q, h, B, R, I_1, I_2, \beta, Sf)$

Sr3. - Limitador de flujo

$$D_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \alpha_{i+1/2}^k \Psi(\bar{a}_{i+1/2}^k) \left[1 - \lambda |\bar{a}_{i+1/2}^k| \right] \left[1 - \Phi(\bar{r}_{i+1/2}^k) \right] \bar{c}_{i+1/2}^k$$

Figura 3.4 Esquema general del código

3.6 Validación

La validación del modelo presentado se realiza en dos partes, la primera mediante su aplicación a casos teóricos idealizados, que por su recurrente uso en pruebas a modelo de este tipo pueden considerarse estándar, y la segunda con las condiciones topográficas e hidrológicas particulares del río Guadalfeo, donde posteriormente se utilizará. En ambos casos la descripción en extenso de la validación y puesta en marcha del modelo con datos reales puede consultarse en Avila (2006), GRyE (2006a) y GRyE (2006c).

3.6.1 Casos de prueba estándar

Se analizan los casos de (1) rotura de presa, (2) formación de un resalto hidráulico, (3) convergencia al equilibrio estático y (4) simulación de un cauce de montaña, para los cuales hay soluciones analíticas exactas (caso 1), soluciones triviales (3), o resultados de modelos de otros autores (casos 2 y 4) para comparar resultados.

3.6.1.1 Caso 1. Rotura de presa

El problema de la rotura de presa es el más utilizado para la validación de modelos de alta definición, por sus cualidades para evaluar el desempeño ante discontinuidades hidráulicas y porque tiene solución analítica exacta (Stoker, 1957).

Se emplean datos que como convención son utilizados por varios autores (Rahman & Chaudhry, 1998; Tseng & Chu, 2000; Hudson, 2001); un canal rectangular de fondo horizontal, sin fricción ($n = 0$), de 2000 m de largo, con la presa localizada en $x_p = 1025$ m, dominio discretizado a través de 80 puntos equiespaciados. Las condiciones iniciales son profundidades h_L a la izquierda y h_R a la derecha de la compuerta, se prueban dos casos, ambos con $h_L = 10$ m, uno con $h_R = 5$ m ($h_L/h_R = 2$) y otro con $h_R = 1$ m ($h_L/h_R = 10$).

En la Figura 3.5 se presenta la comparación entre los resultados numéricos y la solución exacta para tres instantes de tiempo en cada uno de los casos. Puede observarse que el esquema numérico se mantiene estable ante las discontinuidades hidráulicas, y los resultados son satisfactorios, únicamente difieren de los exactos en los frentes de las ondas; sin embargo dichas diferencias son producto de la estructura del esquema numérico, que distribuye la discontinuidad en varios puntos del dominio, y como puede verse el frente de la onda de choque se extiende únicamente a dos puntos. Con $h_L/h_R = 10$ las diferencias con la solución exacta en el frente de onda son más pronunciadas, aunque con resultados adecuados. Además, la distribución de la discontinuidad en puntos de cálculo no es más extendida que en el caso anterior. Se ha observado que la ligera depresión del nivel en el frente de onda del segundo caso se reduce aumentando la definición numérica.

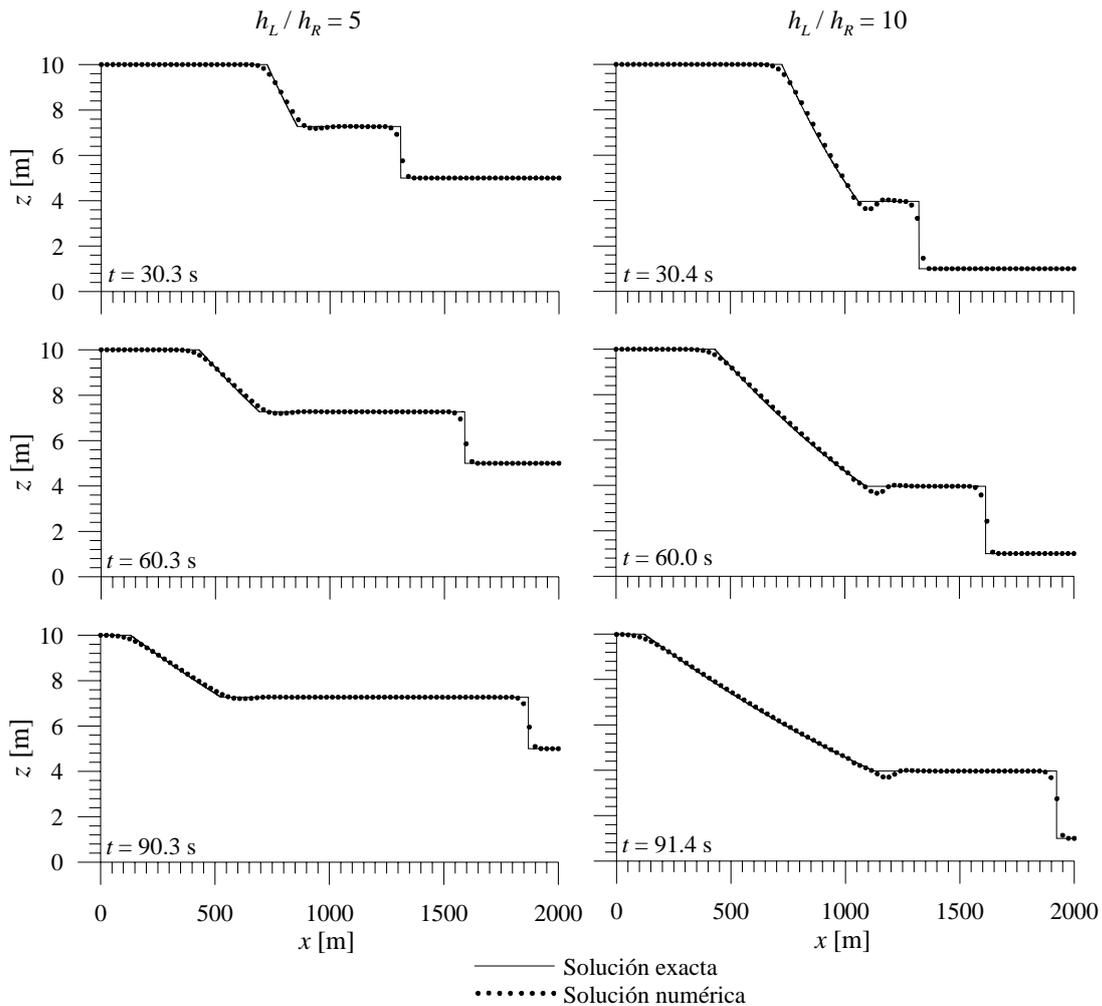


Figura 3.5 Comparación entre resultados analíticos exactos y numéricos para el caso de validación de rotura de presa, $h_L / h_R = 2$ y $h_L / h_R = 10$

3.6.1.2 Caso 2. Formación de un resalto hidráulico

A diferencia del caso anterior, que comprueba la estabilidad ante gradientes, la formación de un resalto hidráulico a partir de una condición inicial distinta verifica la capacidad de desarrollar el gradiente sin que sea inhibido por el limitador de flujo. Se recurre a un caso similar al de otros autores (García-Navarro *et al.*, 1992; Zhou *et al.*, 2001; Tseng, 2003), consiste en un perfil del fondo en forma de campana (ver Figura 3.6) al que se le da una condición inicial de caudal nulo y superficie libre horizontal, y se le imponen calados en las fronteras de tal manera que se propicie la aparición de un resalto hidráulico. Se utiliza un canal rectangular de ancho $B = 10$ m con elevación del nivel del agua inicial constante de $z_s = 10$ m, al que se le impone en la frontera inicial $h = 10$ m y en la frontera final $h = 6$ m.

En la Figura 3.6 se muestran los resultados numéricos obtenidos para dos discretizaciones distintas, $N = 500$ y $N = 42$. En ambos casos se observan soluciones correctas.

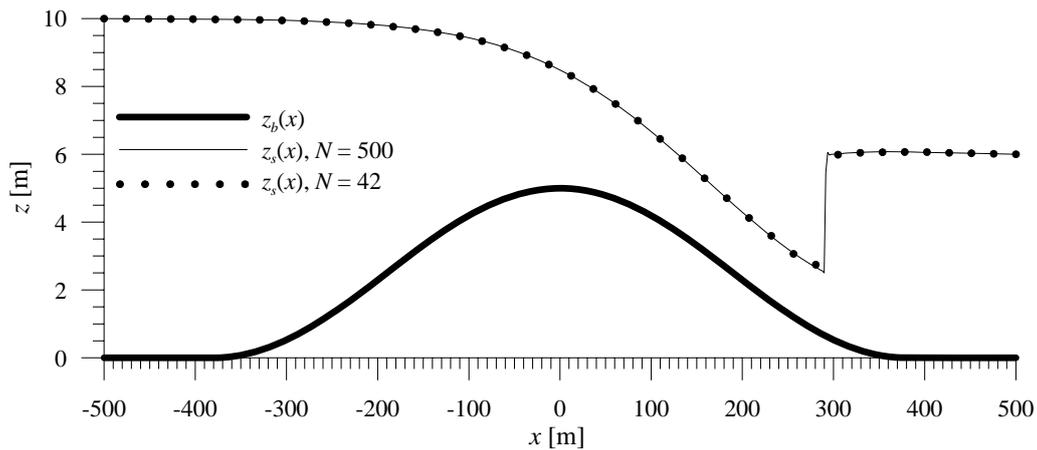


Figura 3.6 Formación de resalto hidráulico, perfil del fondo $z_b(x)$ y elevación de la superficie libre $z_s(x)$ numérica con $N = 500$ y $N = 42$

3.6.1.3 Caso 3. Canal de Goutal y Maurel

Este caso, propuesto por Goutal y Laurel (1997), se emplea para evaluar la capacidad de un modelo numérico de converger hacia un estado de equilibrio estático (Vázquez-Cendón, 1999; Hubbard & García-Navarro, 2000; Zhou *et al.*, 2001; Tseng, 2003; Burguete & García-Navarro, 2004).

Se analiza una condición inicial de $z_s = 12$ m y $Q = 0$ m³/s uniforme sobre todo el dominio (de $N = 600$ puntos), con la que se deja progresar el modelo con condiciones de frontera abiertas hasta alcanzar un estado de equilibrio, que debe ser igual a la condición inicial. Para contrastar la diferencia entre incluir los tratamientos especiales de los términos fuentes y no hacerlo se modelaron ambos casos.

La geometría del canal, de ancho y fondo fuertemente variables, así como los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3.7. El estado de equilibrio estático no se alcanza completamente, en su lugar se aprecian perturbaciones en el caudal en donde hay cambios bruscos de geometría, no obstante los resultados obtenidos en ambos casos, en comparación con los de otros autores, son satisfactorios. También puede apreciarse que la inclusión de los tratamientos especiales de los términos fuente ayuda considerablemente a disminuir los problemas con la uniformidad de Q .

3.7 Caso 4. Canal de Tseng

Tseng (2003) propone un caso de validación que simula perfiles longitudinales de ríos de montaña. Se prueba la capacidad del modelo para conservar la masa ante cambios de régimen (subcrítico a supercrítico y viceversa).

En la Figura 3.8 se presentan los resultados obtenidos con y sin tratamiento especial de términos fuente, para un canal rectangular de ancho $b = 10$ m, donde se han fijado como condiciones de contorno un caudal entrante de $Q = 5.9$ m³/s y una profundidad a la salida de $h = 0.42$ m, el domino se discretizó en 200 puntos. En los resultados se aprecia que el modelo se mantiene estable, sin embargo no exento de ligeras variaciones de Q .

Destaca la forma en que se mejoran los resultados con la discretización especial de los términos fuente.

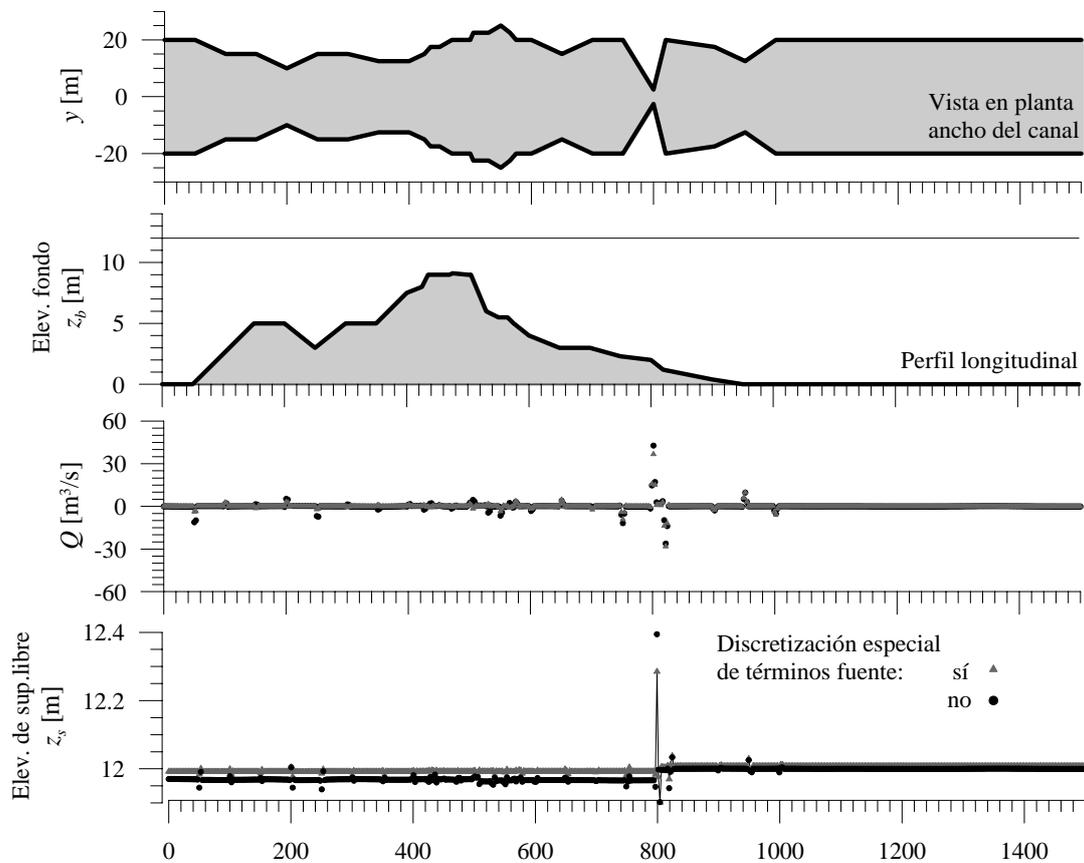


Figura 3.7 Canal de Goutal y Maurel, geometría y resultados para las condiciones iniciales $z_s = 12$ m, caudal $Q = 0 \text{ m}^3/\text{s}$, fronteras abiertas, con y sin discretización especial de términos fuente

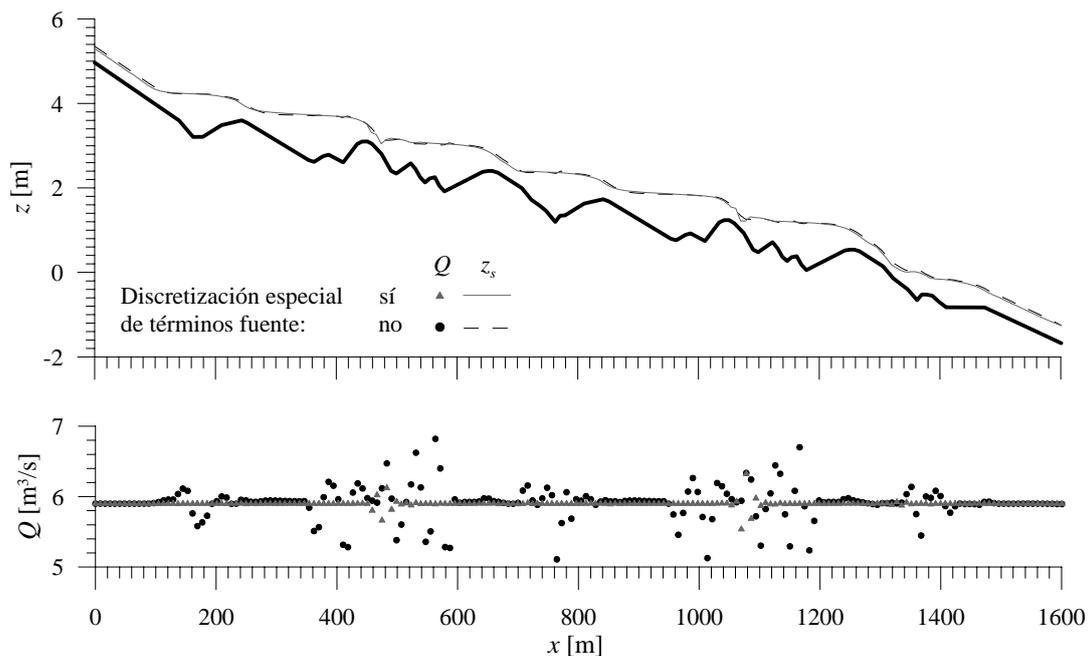


Figura 3.8 Perfil longitudinal de Tseng (2003), geometría y resultados para un canal rectangular de ancho $b = 10$ m, con y sin discretización especial de términos fuente

3.7.1 Río Guadalfeo

En la Figura 3.9 se presenta un ejemplo de aplicación del modelo al río Guadalfeo. Se considera el tramo comprendido entre el vertido de la primera subcuenca y la desembocadura, incluyendo un estado parcialmente lleno del embalse. En la figura se muestra un caso con caudal espacialmente variado, con aportes en múltiples puntos, acumulación en la presa de Rules y retirada de caudal en el azud de Vélez (véase apartado 5.1.2). En general se ha observado un correcto desempeño del modelo, y los procesos de calibración han consistido principalmente en el ajuste de los coeficientes de resistencia al flujo y en la caracterización de las secciones transversales (GRyE, 2006c; GRyE, 2006a). Destaca por su relevancia en lo anterior la fuerte variación temporal de los caudales, que en un mismo punto del río pueden presentar valores distintos en varios órdenes de magnitud, característica de cuencas semiáridas.

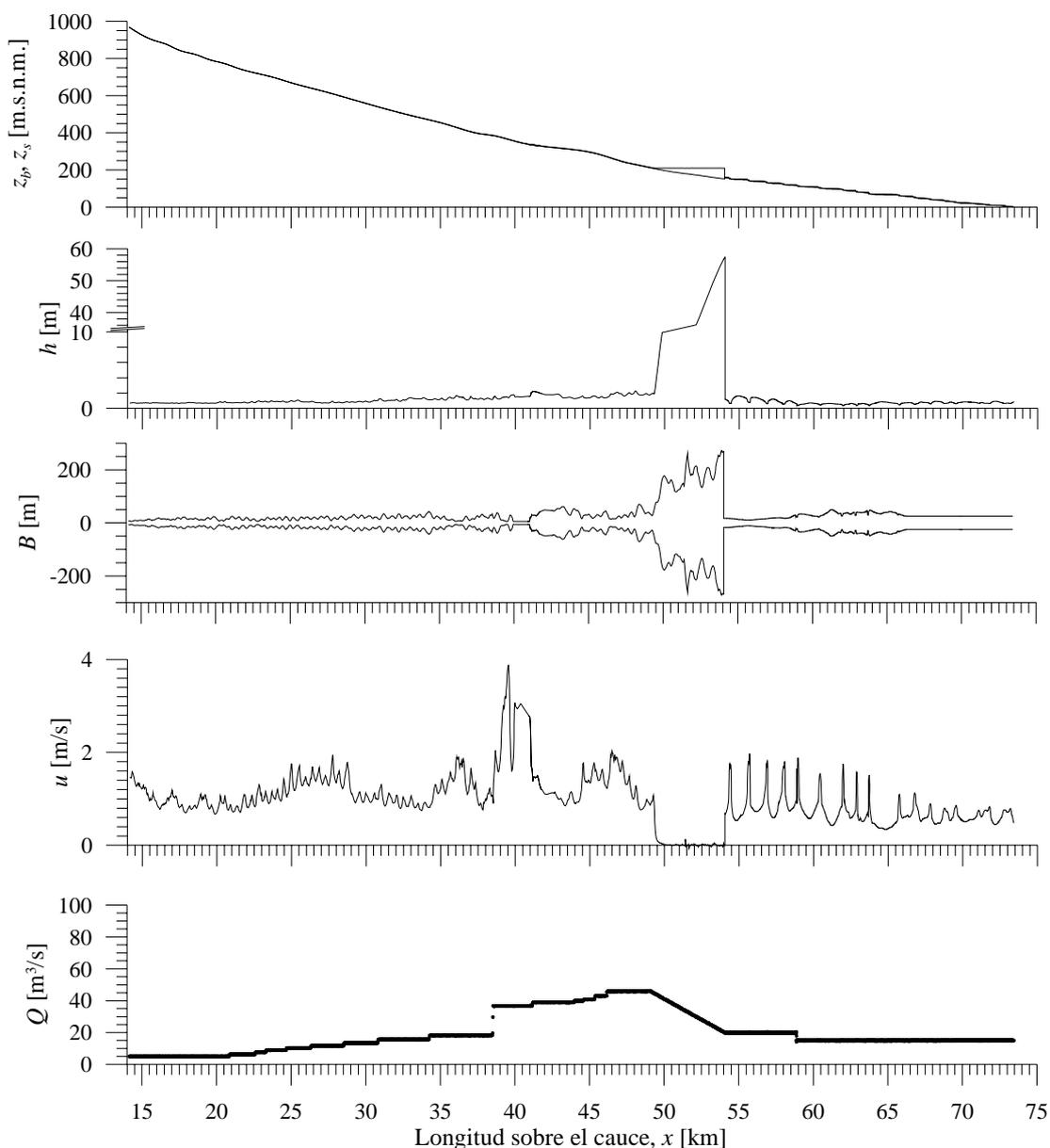


Figura 3.9 Resultados del modelo aplicado al río Guadalfeo con caudal espacialmente variado y llenado parcial de la presa de rules. Perfil longitudinal, calado, ancho de superficie libre, velocidad, caudal.

4 MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

4.1 Introducción. Modelos de morfología costera

La evolución morfológica del litoral es el resultado de múltiples procesos y factores físicos, que pueden esquematizarse como conjuntos de acciones climáticas forzadoras (mareas, vientos, oleaje) actuantes sobre condiciones locales (composición geológica, aportes de sedimentos) en presencia de procesos derivados de la interacción entre ambos (refracción, rotura, corrientes).

Los procesos costeros en sí mismos son complejos y, también lo es su interacción. Como ejemplo pueden citarse dos fenómenos determinantes en la morfología: la rotura del oleaje y el transporte de sedimentos. El estado actual del conocimiento sobre ambos puede considerarse todavía prematuro, con fuertes incertidumbres derivadas de la amplia variedad de condiciones posibles. Lo anterior hace que no sea aún factible el desarrollo de modelos integrales, y en su lugar existan gran cantidad de estudios especializados, enfocados a objetivos particulares.

Desde un punto de vista geométrico los enfoques se clasifican en tres principales grupos: perfil de playa, vista en planta y tridimensional. En cuanto a la forma en que se abordan los procesos físicos, los modelos pueden ser: descriptivos, basados en condiciones de equilibrio o basados directamente en los procesos. También pueden clasificarse por la escala temporal objetivo, existiendo los enfocados a eventos extremos, a variaciones estacionales, anuales, y hasta cambios de largo plazo a escala geológica. A continuación se describen brevemente las características de cada clasificación partiendo de su enfoque geométrico.

4.1.1 Modelos de perfil de playa

Cuando los factores que determinan la morfología costera no experimentan gradientes importantes en la dirección longitudinal a la playa, y el transporte transversal es el proceso dominante, la posición de la línea de costa puede estudiarse mediante el análisis de perfiles costeros. La mayoría de los modelos que entran en esta clasificación son para escalas temporales en el orden de eventos extremos, aunque también los hay para mayores plazos. Pueden dividirse en descriptivos, de equilibrio y basados en procesos.

Los modelos descriptivos de perfil de playa asocian parámetros como H/L y H/D (donde H y L son la altura y longitud del oleaje incidente y D es el diámetro representativo del material de la playa) a el desarrollo de perfiles denominados como de tipo reflejante (también llamados de invierno, de tormenta o con barra) o disipativo (de verano, normales o escalonados) (Short, 1978; Wright & Short, 1984; Sunamura, 1988; Lippman & Holman, 1990; Roelvink & Broker, 1993). Como ejemplo, la Figura 4.1 muestra la clasificación de tipos de playas propuesta por Wright y Short (1984), donde el tipo de proceso que se experimenta, erosivo o de crecimiento, depende de un parámetro $\Omega = Hb/w_sT$ (Hb es la altura de ola en la rotura, w_s la velocidad de caída del material de la playa y T el período del oleaje) y del estado morfológico actual, que puede representarse mediante la pendiente del perfil β .

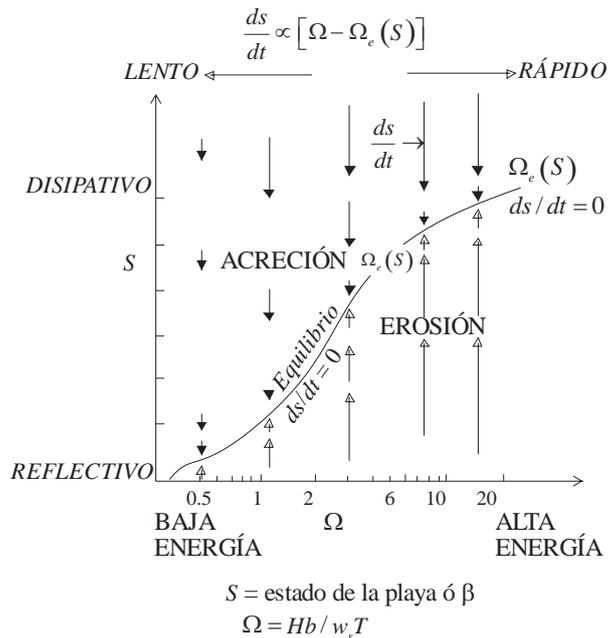


Figura 4.1 Diagrama conceptual para ilustrar algunas relaciones entre equilibrio morfodinámico, energía relativa y tasas relativas de erosión o acreción. La longitud de las flechas representa las tasas relativas de cambio, ds/dt . $\Omega_e(s)$ es el valor de equilibrio de Ω para un estado dado (s). Tomado de Wright y Short (1984).

Se conoce como estado de equilibrio a la configuración morfológica que permanece estable ante la actuación de un conjunto de forzamientos cuyas magnitudes características se mantienen constantes. Cuando sobre un estado inicial cualquiera actúa un forzamiento específico, se tenderá hacia un estado morfológico de equilibrio. El tiempo en que ese estado se alcanza depende de las características propias de los

forzamientos, de la resistencia del material al movimiento y de la diferencia entre el estado actual y el de equilibrio. Esto último introduce una clasificación dentro de los modelos basados en condiciones de equilibrio, que pueden ser estáticos o dinámicos. Los estáticos se limitan a relacionar forzamientos con formas de perfil (Bruun, 1954; Dean, 1977), mientras que los dinámicos consideran además la dependencia temporal durante la evolución hacia a la configuración de equilibrio (Kriebel & Dean, 1985; Larson & Kraus, 1989; Leontyev, 1996).

Los modelos basados en procesos parten directamente del estudio de la física costera. Generalmente consisten en el uso de modelos hidrodinámicos, posteriormente aplicados en la determinación de tasas de transporte de sedimento, y finalmente ligados con formulaciones de continuidad de masa para calcular la evolución morfológica del fondo. Sus ventajas contrastan con la complejidad que puede llegar a tener su implementación. Como ejemplos destacan los modelos UNIBEST-TC (Roelvink *et al.*, 1995), LITCROSS (Broker *et al.*, 1991) y LIPTRUF (DHI, 2000).

4.1.2 Modelos de línea de costa en el plano horizontal, one-line

Los modelos de línea de costa en el plano horizontal parten del trabajo presentado por Pelnard-Considère (1956), y se conocen con el nombre genérico de modelos *one-line*. La teoría se basa en la observación general de que en el largo plazo, a pesar de cambios en la posición de la línea de costa, los perfiles transversales de las playas conservan aproximadamente su geometría. Esto permite modelar la evolución de la costa como el resultado del desplazamiento de los perfiles en forma paralela a sí mismos. También suponen que el transporte de sedimentos asociado al oleaje rompiente rige la morfología.

Los modelos one-line encuentran mayor aplicabilidad y validez en escenarios donde la evolución morfológica está dominada por gradientes físicos en la dirección longitudinal a la costa. En cuanto a escalas temporales, son más apropiados en el estudio de tendencias en el medio y largo plazo, más allá de variaciones estacionales (Hanson *et al.*, 2003b).

La ecuación de gobierno es la de continuidad de sedimento sobre un eje longitudinal a la playa. La forma en la que se resuelve la ecuación clasifica a los modelos one-line en analíticos y numéricos. En general los analíticos tienen más restricciones para aplicarse en casos realistas, aunque sus tiempos de ejecución son más eficientes (Dabees, 2000).

Dentro de las soluciones analíticas destacan las presentadas por Le Méhauté y Soldate (1977) para diversos casos idealizados, las recopiladas por Larson y Hanson (1987) y Larson *et al.* (1997) para varias situaciones en presencia y ausencia de estructuras, y las acopiadas por Dean (2002) para el estudio de rellenos en playas.

Los modelos numéricos evitan algunas de las principales limitaciones de los analíticos, como el manejo de las condiciones de contorno, la presencia de estructuras, restricciones en el ángulo de incidencia del oleaje etc., aunque por otro lado adolecen de problemas de estabilidad numérica, y requieren de mayores tiempos de cálculo para resolverse.

Por su amplia aceptación en la práctica de la ingeniería costera, destacan los modelos numéricos GENESIS (Hanson, 1989; Hanson & Kraus, 1989), UNIBEST (Delft, 1994), LITPACK (DHI, 2000), y ONELINE (Dabees & Kamphuis, 1998).

4.1.3 Modelos en tres dimensiones

Los modelos en tres dimensiones describen la evolución del fondo en las direcciones longitudinal y transversal a la costa. Los hay con varios grados de complejidad, desde los que abordan los procesos físicos de forma estricta, hasta los que hacen simplificaciones conceptuales para curvas batimétricas (conocidos como modelos *N-line*, por estar basados en la teoría del one-line).

Los modelos basados en procesos físicos consisten en la conjunción de módulos hidrodinámicos, de transporte de sedimentos y de evolución del fondo, por lo que sus alcances y limitaciones dependen de estos últimos. Puede diferenciarse entre los que abordan la física completamente en tres dimensiones, que para aplicaciones prácticas son todavía inviables (Dabees, 2000), y los llamados quasi-3D, que hacen uso de submodelos con variables promediadas en vertical. Estos últimos, al ser aún complejos, en general se enfocan a procesos morfológicos específicos. Sus dificultades de implementación (principalmente la necesidad de cálculo intensivo) los limitan al estudio de procesos de corto plazo: eventos extremos o escala anual, como máximo (Dabees, 2000; Dang, 2006). Como ejemplos pueden mencionarse el modelo de Holman y Bowen (1982) para el estudio del efecto de la presencia de ondas de borde en la formación de barras crescéticas, el de Yamashita y Tsuchiya (1992) para la formación de una playa encajada (*pocket beach*) entre dos diques exentos, el de Briand y Kamphuis (1993a; 1993b) para el análisis morfodinámico de la zona de rompientes, y el de Garnier *et al.* (2006) que simula la aparición y migración de barras transversales debida a mecanismos de auto-organización.

Los modelos de evolución de líneas batimétricas, o *N-line*, parten de la necesidad de superar las limitaciones que los one-line conllevan por aceptar la hipótesis de que los perfiles mantienen su forma. Su objetivo es simular la evolución morfológica tanto en la posición de la línea de costa como en la dirección transversal a ésta, representando cambios en el perfil. Fueron introducidos inicialmente por Bakker (1968), quien caracterizó el frente playero por dos curvas no necesariamente paralelas: la línea de costa y una curva de nivel inferior. Cada curva cumple con una ecuación de continuidad, y la interacción entre ambas se da a través de dos términos, uno en cada ecuación, que representan el transporte transversal de sedimentos de una curva a otra. El transporte transversal se calcula en función de la diferencia existente entre el perfil real y el perfil de equilibrio, considerando que siempre hay una tendencia hacia el segundo.

Para mejorar el desempeño del modelo de dos líneas de Bakker, Perlin y Dean (1985) lo generalizaron a un número arbitrario de líneas, *N*, y usaron la solución para estudiar cambios morfológicos debidos a estructuras costeras. Uda *et al.* (1998) presentaron también un modelo de *N* líneas aplicado al estudio de la erosión de playas detrás de diques y a la formación de deltas. Dabees y Kamphuis (2000) introdujeron un modelo capaz de representar la formación de morfologías más complejas, como barras y bermas. Steetzel *et al.* (1998; 2000) presentaron un modelo diseñado para modelar a gran escala y largo plazo la evolución de la costa holandesa.

4.1.4 Selección del modelo para las simulaciones

Uno de los objetivos del presente trabajo es modelar la evolución morfológica en el medio-largo plazo debida a procesos climáticos episódicos, combinados con la acción continua de condiciones normales. Además, como se realizarán simulaciones con el método de Monte Carlo es imprescindible que el modelo implementado tenga tiempos de ejecución eficientes. No existen actualmente formulaciones explícitamente diseñadas para abordar adecuadamente, en términos tanto conceptuales como de recursos de cálculo, escalas temporales tan diferentes (Hanson *et al.*, 2003a).

Los modelos más apropiados para estudiar cambios en el largo-medio plazo en longitudes medias son los tipo *one-line* (véase la Figura 4.2). Además, la clase de datos que requieren favorecen su aplicación en el estudio de escenarios reales, lo que puede no ocurrir con modelos de mayor detalle, que demandan datos muy específicos (y raramente disponibles) de las características sedimentarias, morfológicas e hidrodinámicas locales.

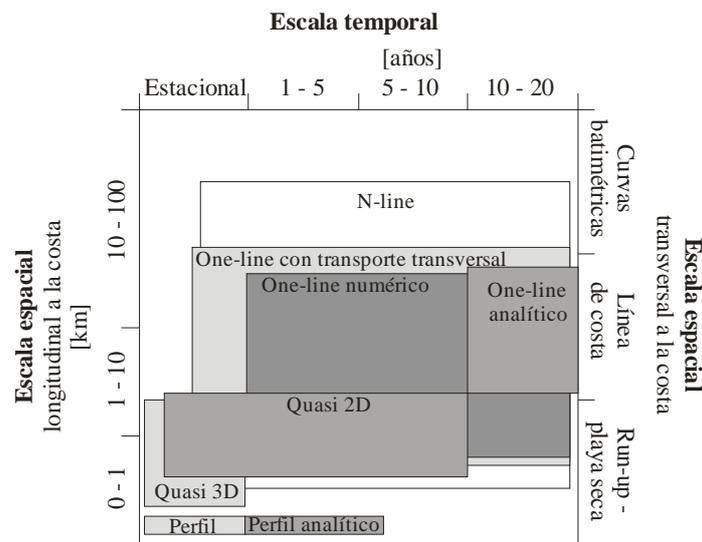


Figura 4.2 Clasificación de modelos de evolución de costas por su escalas temporales y espaciales de validez. Tomado de (Hanson *et al.*, 2003a)

Los cambios morfológicos a escala de evento, por otro lado, pueden representarse con mayor precisión mediante modelos de tipo *n-line*, no obstante su implementación es más difícil y su ejecución más costosa. Además, debido a que dependen de formulaciones de transporte de sedimento distribuidas en la dirección transversal a la costa, aspecto que por sí solo incluye fuertes incertidumbres, sus resultados son propensos a no representar adecuadamente la realidad. De usarse en forma combinada con modelos *one-line* para los intervalos de condiciones normales, en la interfase se perderían gran parte de sus ventajas. Una opción menos detallada pero también menos exigente es el uso de modelos que combinan formulaciones *one-line* con modelos de perfil transversal (Larson & Kraus, 1989; Requejo Landeira, 2005), sin embargo sus tiempos de ejecución no son competitivos para simulaciones tipo Monte Carlo y la ventajas que ofrecen están fuera de los objetivos de esta tesis.

Con base en las razones antes mencionadas, para cubrir los objetivos planteados se opta por la utilización de un modelo tipo one-line resuelto numéricamente, aunado a una formulación de transporte de sedimentos transversal para mejorar la representación de condiciones de tormenta. En los apartados siguientes se presentan las bases teóricas de los modelos one-line y los detalles de la solución numérica implementada en este trabajo.

4.2 Teoría de los modelos one-line

4.2.1 Hipótesis básicas

La formulación propuesta por Pelnard-Considère (1956), de la que parten los modelos llamados one-line, se apoya en la observación de que las playas mantienen a lo largo del tiempo perfiles transversales parecidos, y a pesar de experimentar variaciones importante durante eventos extremos o por cambios estacionales, en el largo plazo la forma general es aproximadamente constante.

Aceptando lo anterior, los procesos de erosión o de crecimiento del litoral consisten en desplazamientos horizontales, hacia tierra o hacia la costa, respectivamente, del perfil transversal. Consecuentemente, el perfil puede representarse por completo mediante un solo punto de referencia, que por simplicidad se toma en la intersección con el nivel medio del mar. Así, una curva de nivel, coincidente en este caso con la línea de costa, es suficiente para representar los cambios en los volúmenes de material que forman la playa.

La siguiente hipótesis es también de carácter geométrico y tiene como objetivo limitar la región de cálculo en el sentido perpendicular a la línea de costa. Consiste en asumir que los movimientos de sedimento suceden en una porción limitada del perfil. La frontera superior es la berma activa de la playa y la inferior es una cota suficientemente profunda a partir de la cual no se produce movimiento significativo de material. Esta elevación se conoce también con el nombre de profundidad de cierre.

Otra simplificación importante del modelo one-line original, y que la mayoría de sus derivados conservan, radica en aceptar que existe una tendencia clara de evolución en el largo plazo. Con ello es posible modelar una posición representativa de la costa que filtre los cambios temporales que suceden en el corto plazo. Esta consideración implica que la acción del oleaje en la generación de transporte de sedimentos longitudinal a la costa, así como las condiciones de contorno, son los principales forzamientos que controlan la evolución a largo plazo. Este es el caso de gran cantidad de aplicaciones ingenieriles, principalmente aquellas en que se actúa sobre la playa con estructuras artificiales, que ejercen como contornos (Hanson & Kraus, 1989).

Teniendo en cuenta que lo anterior es una fuerte simplificación sobre la complejidad de los procesos morfológicos de la costa, es importante conocer las limitaciones implícitas para una correcta interpretación de los resultados. Cuando el perfil no es totalmente constante en el dominio se inducen errores en el balance del material del fondo, como sucede en las proximidades de estructuras, por ejemplo. La profundidad de cierre y la

elevación de la berma difícilmente son constantes en escenarios reales, por lo que la selección de valores representativos del área de estudio debe ser cuidadosa.

Como se verá más adelante, es posible introducir componentes de transporte de sedimentos adicionales al generado por el oleaje rompiente, sin embargo, en casos en los que el último no sea el dominante, las hipótesis planteadas disminuyen su validez.

4.2.2 Ecuación de gobierno

En esta aplicación se considera que es posible caracterizarla a la línea de costa mediante el uso de un eje longitudinal principal, x , y uno transversal y , como se muestra en la Figura 4.3. Cabe mencionar que existen también formulaciones que utilizan ejes curvilíneos en playas con grandes curvaturas (Leblond, 1972; Sánchez-Arcilla & Jiménez, 1996).

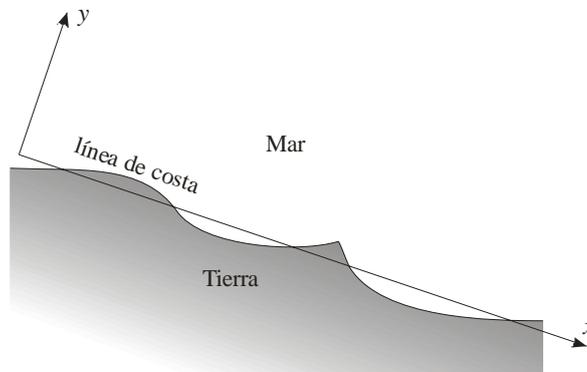


Figura 4.3 Eje longitudinal y eje transversal a la línea de costa

La posición precisa de la línea de costa, y_s , puede entonces expresarse en términos de x , $y_s = y_s(x)$, con la única condición de que la relación entre y_s y x sea biunívoca.

La ecuación de gobierno se formula a partir de la conservación de masa (volumen de sedimentos) en la dirección del eje x . De acuerdo con el sistema de referencia adoptado y con las hipótesis descritas, en un tramo de costa de longitud Δx , el perfil de playa se traslada una distancia Δy , sin cambiar su forma, cuando existen cambios netos en el volumen de sedimentos, ΔV , durante un intervalo de tiempo Δt . El movimiento de material sucede en un tramo vertical de longitud $D = D_C + D_B$ comprendido entre la profundidad de cierre, D_C , y la elevación de la berma, D_B . Véase la Figura 4.4.

El cambio en el volumen de material puede expresarse como

$$\Delta V = \Delta x \Delta y D, \quad (4.1)$$

y puede calcularse mediante el balance de material que entra y sale del volumen de control por cada uno de sus contornos. En la dirección del eje x el flujo de material más representativo es el transporte longitudinal de sedimentos, Q , que de presentar diferencias entre sus tasas de entrada y salida ($\Delta Q \neq 0$), produce cambios de volumen

$$\Delta Q \Delta t = \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \Delta t. \quad (4.2)$$

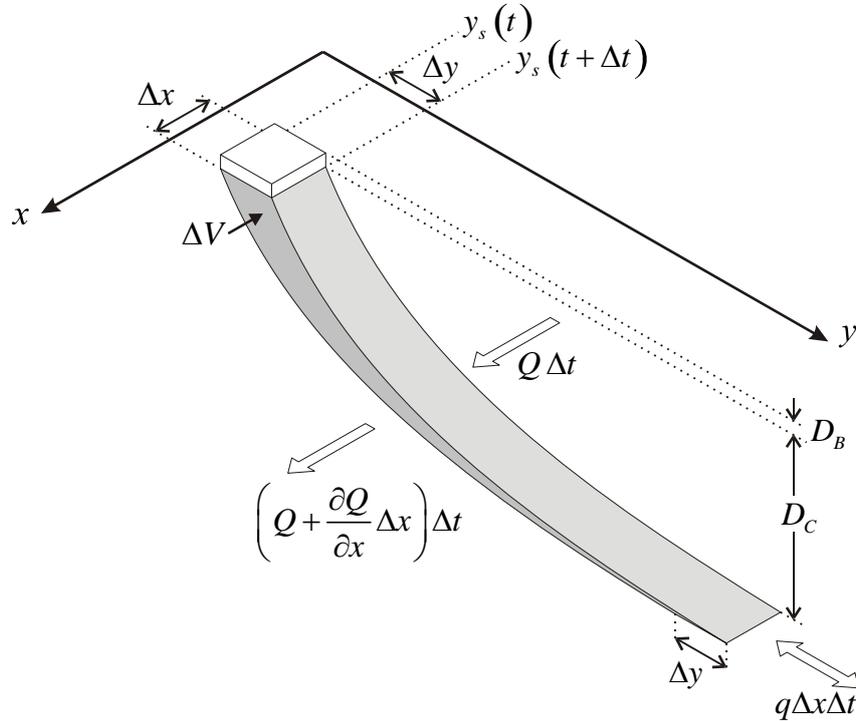


Figura 4.4 Volumen de control para el planteamiento del modelo de una línea

Los cambios de masa debidos a factores externos se toman en cuenta mediante la introducción de un término q , que actúa como fuente o sumidero representando flujos de entrada o salida, respectivamente, por unidad de anchura Δx . En q pueden agregarse aportes de ríos, pérdidas por dragados, e incluso transporte transversal de sedimentos. El cambio que produce en la sección analizada es

$$q \Delta x \Delta t. \quad (4.3)$$

Igualando la suma de las contribuciones, (4.2) y (4.3), al cambio total de masa en la sección, (4.1), se tiene que

$$\Delta x \Delta y D = \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \Delta t + q \Delta x \Delta t. \quad (4.4)$$

Reagrupando términos y tomando el límite en $\Delta t \rightarrow 0$ se llega a

$$\frac{\partial y_s}{\partial t} = \frac{1}{D} \left(-\frac{\partial Q}{\partial x} + q \right), \quad (4.5)$$

o en forma conservativa

$$\frac{\partial y_s}{\partial t} + \frac{1}{D} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{q}{D}. \quad (4.6)$$

Las variables y_s , Q y q son función tanto del espacio, x , como del tiempo t . La solución de la ecuación (4.5) requiere de una condición inicial $y_s(x, t = 0)$ y de condiciones de contorno en ambos extremos del dominio.

4.2.3 Solución analítica

Para dar solución analítica a la ecuación (4.6) es necesario utilizar una expresión también analítica para el transporte longitudinal de sedimentos Q . Se acepta la hipótesis de que la rotura del oleaje es su mecanismo de generación principal. La mayoría de las formulaciones existentes tienen la siguiente estructura

$$Q = Q_0 \sin 2\alpha_r \quad (4.7)$$

donde Q_0 equivale a una amplitud del transporte y α_r es el ángulo efectivo entre las crestas del oleaje rompiente y la línea de costa, que también puede expresarse como

$$\alpha_r = \theta_r - \theta_c = \theta_r - \arctan \frac{\partial y_s}{\partial x}. \quad (4.8)$$

donde θ_r es el ángulo entre el eje x y las crestas del oleaje rompiente, y θ_c es el ángulo puntual de la línea de costa también respecto al eje x (véase la Figura 4.5).

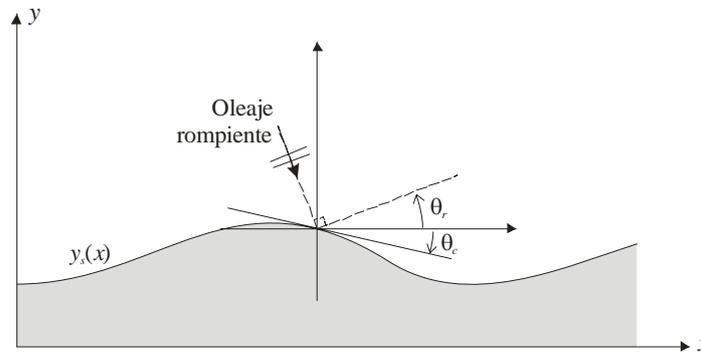


Figura 4.5 Definición del ángulo efectivo entre el oleaje rompiente y la línea de costa

La ecuación (4.8) en conjunto con (4.7) indica que, para condiciones de oleaje constantes en el dominio, el valor puntual del transporte longitudinal de sedimentos depende directamente del ángulo de orientación de la costa. Si dicho ángulo es pequeño se cumple que

$$\arctan \frac{\partial y_s}{\partial x} \approx \frac{\partial y_s}{\partial x}, \quad (4.9)$$

con la expresión (4.7) puede escribirse como

$$Q = Q_0 \sin 2 \left(\theta_r - \frac{\partial y_s}{\partial x} \right), \quad (4.10)$$

y si la simplificación de la expresión (4.9) se aplica también al seno de la ecuación (4.10) se tiene

$$Q = 2Q_0 \left(\theta_r - \frac{\partial y_s}{\partial x} \right). \quad (4.11)$$

El término Q_0 puede calcularse con cualquier formulación de transporte longitudinal de sedimentos por oleaje rompiente que tenga la estructura de la expresión (4.7). Actualmente la más aceptada en aplicaciones de ingeniería es la ecuación conocida como fórmula del CERC (USACE, 1984; USACE, 2002)

$$Q = K \underbrace{\left(\frac{\rho \sqrt{g}}{16\gamma^{1/2} (\rho_s - \rho)(1-n)} \right)}_{Q_0} H_r^{5/2} \sin(2\alpha_r), \quad (4.12)$$

donde ρ y ρ_s son las densidades del agua y del sedimento respectivamente, g es la aceleración de la gravedad, γ es el índice de rotura del oleaje (normalmente se usa $\gamma = 0.78$), n es la porosidad del sedimento en el fondo (se suele tomar $n \approx 0.4$) y H_r es la altura de ola al inicio de la rotura. K es un coeficiente empírico, para el cual del Valle *et al.* (1993) proponen la expresión

$$K = 1.4e^{-2.5D_{50}}, \quad (4.13)$$

que lo relaciona con el tamaño de las partículas de sedimento, representadas por su D_{50} .

Si se considera que θ_r y H_r no varían en x , el término Q_0 tampoco lo hará, y sustituyendo (4.11) en la ecuación de gobierno (4.6) se tiene

$$\frac{\partial y_s}{\partial t} = \frac{2Q_0}{D} \frac{\partial^2 y_s}{\partial x^2}, \quad (4.14)$$

sin considerar aportes externos de sedimento ($q = 0$), donde el coeficiente del segundo miembro es independiente de x y se puede escribir como

$$\varepsilon = \frac{2Q_0}{D}, \quad (4.15)$$

con lo que (4.14) toma la forma

$$\frac{\partial y_s}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial^2 y_s}{\partial x^2}, \quad (4.16)$$

que es formalmente idéntica a la llamada ecuación unidimensional de la conducción de calor en sólidos, o ecuación de difusión, para la cual existen soluciones analíticas. En

ellas ε puede interpretarse como un coeficiente de difusión que expresa la escala temporal con la que la línea de costa responde ante cambios respecto a su condición de equilibrio. Las soluciones encontradas en la literatura consisten en la aplicación de diferentes combinaciones de condición inicial y condiciones de contorno, que representan escenarios típicos de la ingeniería de costas, como rellenos de playas, efectos de la presencia de estructuras, etc. (Le Méhauté & Soldate, 1977; Larson & Hanson, 1987; Larson *et al.*, 1997; Dean, 2002).

Debido a que ε se toma como un valor constante, las soluciones analíticas de (4.16) no incluyen los efectos de refracción y asomeramiento actualizados a las variaciones de y_s , obteniéndose sobrepredicciones de la difusividad de la línea de costa (Falqués, 2003). En la Tabla 4.1 se resumen las principales hipótesis de los modelos one-line analíticos acompañadas de las limitaciones que implican (Dabees, 2000).

Tabla 4.1 Resumen de hipótesis y limitaciones de las soluciones analíticas de la teoría one-line. Tomado de Dabees (2000)

Hipótesis	Limitación
Perfil transversal constante	No se describen cambios en el perfil transversal
Transporte transversal nulo ($q = 0$)	No se consideran variaciones por eventos extremos o estacionales
Ángulo de rotura pequeño ($\sin 2\theta_r = 2\theta_r$)	Sólo es válido con ángulos de rotura reducidos
Ángulo de orientación de la línea de costa pequeño ($\theta_c = \partial y_s / \partial x$)	Validez restringida a líneas de costa de curvatura reducida. Falta de precisión en la cercanía de estructuras.
Condiciones de oleaje constantes en el espacio	No se toma en cuenta la transformación del oleaje (refracción y asomeramiento). La exclusión de la refracción conduce a errores en líneas de costa con curvatura.
Condiciones de oleaje permanentes en el tiempo	Es válido sólo para condiciones de oleaje representativas. No se pueden modelar condiciones dependientes del tiempo.
Condiciones de contorno simples	Sólo es válido en casos donde se tienen valores específicos de Q en los contornos. No se pueden tratar múltiples estructuras.

4.2.4 Solución numérica propuesta

En general se admite que la solución numérica de la ecuación (4.5) utilizando diferencias finitas es más sencilla de implementar con esquemas numéricos explícitos, aunque son propensos a padecer inestabilidades numéricas, mientras que las soluciones implícitas requieren una implementación laboriosa que a cambio goza de mayor estabilidad. Los modelos más extendidos, GENESIS (Hanson, 1989) y ONELINE (Dabees & Kamphuis, 1998), utilizan el segundo tipo de soluciones.

En el presente trabajo se opta por una solución explícita, pero se propone una discretización temporal tipo MacCormak (Yee, 1989), que colabora en el mantenimiento de la inestabilidad numérica y evita la disminución excesiva de los

incrementos en tiempo (Δt) y espacio (Δx). El dominio se divide como se muestra en la Figura 4.6, donde n indica la posición en el tiempo e i en el espacio. Discretizando la ecuación (4.5) con diferencias adelantadas en el tiempo y centradas en el espacio se tiene

$$\frac{y_{si}^{n+1} - y_{si}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{D_i^n} \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{D_i^n} q_i^n. \quad (4.17)$$

Despejando y_{si}^{n+1} queda la expresión explícita

$$y_{si}^{n+1} = y_{si}^n - \frac{1}{D_i^n} \frac{\Delta t}{2\Delta x} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) + \frac{1}{D_i^n} \Delta t q_i^n, \quad (4.18)$$

con la que podría resolverse el problema partiendo de una condición inicial y estableciendo condiciones en los contornos. El único mecanismo para procurar la estabilidad es mediante el cumplimiento de condiciones para Δt en cada paso de tiempo, en función de Δx y otros parámetros como Q y q . En la Tabla 4.2 se ejemplifican tres condiciones de estabilidad encontradas en la literatura.

Tabla 4.2 Condiciones de estabilidad para Δt encontradas en la literatura

Autores	Condición de estabilidad
Hanson y Larson (1998)	$\Delta t = \frac{\Delta y D}{q}$, si $\frac{\partial Q}{\partial x} \approx 0$
Dabees (2000)	$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{(\Delta x)^2 \alpha_r D}{Q}$
Nagashima y Dalrymple (1997)	$\Delta t \leq \frac{1}{4} \frac{(\Delta x)^2 \alpha_r D}{4q}$

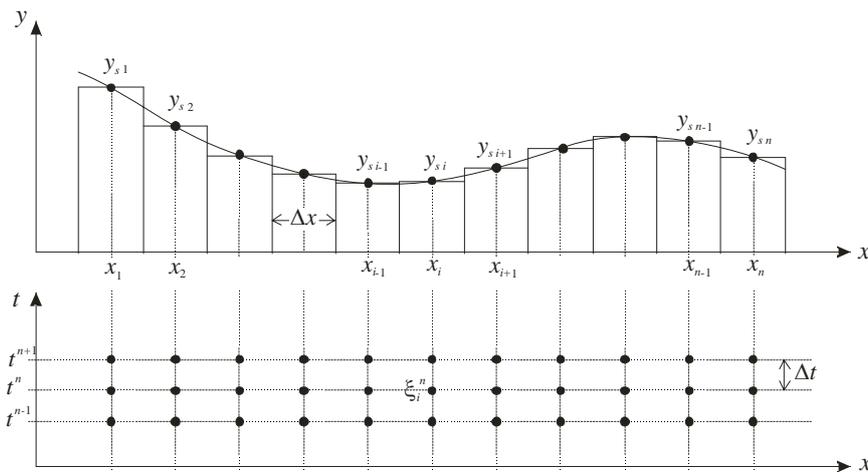


Figura 4.6 Discretización espacio-temporal para un esquema de diferencias finitas

Para dotar a la solución de mayor estabilidad de la proporcionada por las condiciones de la Tabla 4.2, y evitar así la reducción excesiva de Δt , se plantea el uso de un esquema predictor-corrector de tipo MacCormack (Yee, 1989) de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 y_{si}^p &= y_{si}^n - \frac{1}{D_i^n} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i+1}^n - Q_i^n) + \frac{1}{D_i^n} \Delta t q_i^n, \\
 y_{si}^c &= y_{si}^n - \frac{1}{D_i^n} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^p - Q_{i-1}^p) + \frac{1}{D_i^n} \Delta t q_i^n, \\
 y_{si}^{n+1} &= \frac{1}{2} (y_{si}^p + y_{si}^c).
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

4.2.4.1 Condición de estabilidad

El modelo se utiliza en presencia de desembocaduras, incluyendo la descarga de sedimentos del río en el término q , de forma que se trabajan magnitudes del mismo orden tanto en Q como en q . Con base en la Tabla 4.2 y en la experiencia obtenida durante la implementación, se propone la condición de estabilidad siguiente

$$\Delta t = \frac{(\Delta x)^2 D}{|Q| + |q|}. \tag{4.20}$$

Obsérvese la ausencia de factores de reducción como los de la Tabla 4.2 ($1/2, 1/4$), que se evitan gracias a la utilización del esquema MacCormack.

4.2.4.2 Condiciones de contorno

El cálculo e inclusión de las variables q y Q en los puntos interiores del dominio no tiene complicaciones ni limitaciones importantes en esquemas explícitos, los métodos utilizados en esta implementación se describen en los siguientes apartados. Las condiciones de contorno para Q e y_s pueden manejarse también de forma sencilla. Ambas son ventajas respecto a los métodos analíticos y a algunos numéricos implícitos.

Las condiciones de contorno de mayor relevancia son:

- Condición abierta en y_s . En el contorno la línea de costa se ajusta a lo que sucede dentro del dominio, sin influencia de condiciones externas (sin estructura). Se puede establecer mediante la aplicación del esquema en los nodos de contorno con diferencias no centradas, o bien estableciendo una condición de gradiente nulo, que para efectos prácticos puede quedar representada por la adopción del valor de y_s en el nodo contiguo.
- Condición fija en y_s . Un ejemplo sería en el diseño de un by-pass, donde la incógnita fuera la tasa de transporte Q necesaria para mantener a la línea de costa en una posición específica.
- Limitación de Q . En este tipo de modelos, además de los extremos del dominio, los puntos colindantes con estructuras también pueden tratarse como contornos, para los cuales aplican tanto esta como las dos condiciones anteriores. La

presencia de una estructura puede representarse mediante la asignación de un valor fijo a Q , por ejemplo nulo, o mediante la limitación de éste en función de la posición de la línea de costa y de las características de la estructura. En el apartado 4.2.4.5 se describe la solución adoptada para la representación de estructuras transversales a la costa de longitud finita.

4.2.4.3 Cálculo del transporte longitudinal Q

El cálculo del transporte longitudinal de sedimentos debido a oleaje rompiente requiere de las características del oleaje en el punto donde inicia la rotura. Dichas características difieren de las condiciones incidentes como consecuencia de las transformaciones que experimenta el oleaje antes de llegar a tal punto (refracción, asomeramiento, difracción y reflexión). En estudios morfológicos como el presente, la reflexión puede despreciarse aceptando que la energía incidente queda disipada en la rotura.

Los modelos tipo one-line más extendidos calculan refracción y asomeramiento utilizando propagación de rayos o la Ley de Snell. La difracción por estructuras, en caso de considerarse, se calcula después mediante formulaciones analíticas o empíricas, de las que se extrae un coeficiente de difracción que se aplica al cálculo anterior. Esta metodología resulta eficiente en términos de cómputo, aunque no toma ventaja de otros métodos más robustos. En este trabajo se utiliza el modelo de propagación de oleaje REFDIF (Kirby & Dalrymple, 1994), que resuelve una versión parabólica de la llamada ecuación de pendiente suave (Berkhoff, 1972), capaz de representar conjuntamente refracción, asomeramiento, difracción y disipación por rotura.

Cada paso de tiempo, con la posición de la línea de costa (y_s) y con datos geométricos del perfil de playa, se crea una malla batimétrica bidimensional, empleada para calcular la transformación del oleaje incidente con el modelo REFDIF. Se extrae para cada punto $y_{s,i}$ la altura de ola al inicio de la rotura H_r , y el ángulo de las crestas del oleaje rompiente θ_r . Por su generalidad y grado de aceptación se utiliza la fórmula del CERC (4.12) para calcular Q , aunque la metodología seguida permite emplear cualquier otra formulación.

4.2.4.4 Término independiente q

En el término independiente q se incluyen dos procesos: (1) la descarga de sedimentos proveniente de la desembocadura de un río, q_r , y (2) el transporte de sedimentos transversal a la línea de costa, q_t , de forma que

$$q = q_r + q_t. \quad (4.21)$$

1) Descarga de sedimentos del río

En desembocaduras de ríos la corriente principal muchas veces se ramifica en las proximidades de la descarga. Cuando el río se mantiene en un único cauce es también frecuente que durante eventos extremos modifique su trayectoria. Por ello, la descarga

de sedimentos se distribuye en una cierta distancia longitudinal a la costa. Además, la hidrodinámica del chorro de agua dulce al penetrar en el mar, la forma en que sucede la sedimentación en el fondo marino, el reacomodo primario de material por agentes oceánicos (corrientes, mareas y oleaje), entre otros factores, esparcen el sedimento más allá de su punto de entrada al mar (véase la Figura 5.9).

Para representar dicho comportamiento, se propone distribuir en el espacio el caudal total de sedimentos del río, Q_r , siguiendo una distribución normal. De esta forma, el aporte puntual puede escribirse como

$$q_i = a \cdot \exp\left[-\frac{(x_i - x_{\text{río}})^2}{b}\right], \quad (4.22)$$

donde

$$a = \frac{Q_r}{\sqrt{\pi b}}, \quad b = \left(\frac{\lambda}{2 \operatorname{erfinv}[\xi]}\right)^2, \quad (4.23)$$

$x_{\text{río}}$ es la posición de la descarga de agua, λ es la longitud en donde se desea abarcar a la porción ξ del aporte de sedimentos ($0 \leq \xi \leq 1$) y erfinv es la función error inversa.

2) Transporte de sedimentos transversal a la costa

En la literatura pueden encontrarse diversas formulaciones para el cálculo del transporte de sedimentos transversal a la costa (Horikawa, 1988; Dean & Dalrymple, 2001; USACE, 2002), de las cuales se ha optado por una versión ya adaptada y verificada para modelos tipos one-line (Hanson & Larson, 1998). El transporte se calcula con la expresión

$$q_t = q_{t0} \zeta k_\beta, \quad (4.24)$$

donde q_{t0} es el transporte potencial

$$q_{t0} = w K_t \left(\frac{H_r^3}{D}\right)^{0.5}, \quad (4.25)$$

D y w son el diámetro y la velocidad de caída del sedimento, H_r la altura de ola de rotura, K_t un coeficiente experimental (que Hanson y Larson utilizan como parámetro de calibración), ζ determina el signo del transporte (erosivo o acumulativo)

$$\zeta = 1 - 2 \exp\left[-\frac{1}{M} \frac{H_{ms0}}{L_0} \left(\frac{wT}{H_{ms0}}\right)^3\right]; \quad -1 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.26)$$

H_{rms0} , L_0 y T son la altura cuadrática media, longitud de onda y período del oleaje incidente en profundidades indefinidas, M es un parámetro experimental (los autores proponen 0.00054), k_β toma en cuenta la pendiente de la playa, β ,

$$k_\beta = \frac{1}{1 + \frac{\tan \beta}{\tan \theta_m}}, \quad (4.27)$$

y θ_m es el ángulo de fricción dinámica (Hanson y Larson usan 30°).

4.2.4.5 Limitación de Q por estructuras de longitud finita

Estructuras transversales a la playa (por ejemplo espigones) influyen en la morfología costera obstruyendo total o parcialmente el transporte longitudinal. Su representación en modelos tipo one-line se hace mediante la limitación de Q en la posición donde la estructura se encuentre (x_i), siendo esto válido para ubicaciones tanto en los contornos laterales como dentro del dominio. Cuando la estructura es impermeable y de gran longitud, el bloqueo al transporte es total, y puede representarse haciendo $Q_i = 0$. La obstrucción es parcial cuando la estructura es porosa o cuando su longitud es reducida, y se modela aplicando a Q un factor de reducción del tipo $Q_i = \varphi Q_i$.

En la práctica las estructuras porosas suelen experimentar cambios de permeabilidad, por ejemplo por la acumulación de sedimentos, la formación de vida marina, etc., lo que en ocasiones lleva a considerar que después de cierto tiempo se volverán impermeables. Hay estudios acerca de la representación de estructuras porosas, por ejemplo Hanson (1993), sin embargo para este trabajo constituyen un caso particular fuera de los objetivos.

La relación entre la extensión de una estructura y la posición instantánea de la línea de costa es un factor cuya influencia sobre la morfología puede variar de forma importante. Por ejemplo, a medida que la costa evoluciona hacia el extremo de la estructura, el bloqueo que ésta impone al transporte se reduce. Se trata entonces de una condición dependiente del tiempo cuya influencia es importante.

El transporte longitudinal retenido por la estructura, Q_{bloq} , depende de la extensión de ésta, y_e , y de la distribución del caudal sólido en la dirección perpendicular a la costa, $q_{long}(y)$. Se asume que la estructura bloquea la parte del transporte abarcada por su extensión (véase la Figura 4.7), es decir

$$Q_{bloq} = \int_{y_s}^{y_e} q_{long}(y) dy, \quad (4.28)$$

con lo que el factor de reducción φ queda como

$$\varphi = \frac{Q_{libre}}{Q} = 1 - \frac{Q_{bloq}}{Q}, \quad (4.29)$$

donde

$$Q = \int_{y_s}^{\infty} q_{\text{long}}(y) dy, \quad Q_{\text{libre}} = \int_{y_e}^{\infty} q_{\text{long}}(y) dy. \quad (4.30)$$

El problema consiste entonces en la determinación de $q_{\text{long}}(y)$, para lo cual existen diversas formulaciones, aunque la aplicación práctica de la mayoría de ellas conlleva todavía altos niveles de incertidumbre. Los modelos one-line más populares suelen utilizar métodos muy simples, como distribuciones lineales en función de la profundidad, que proyectadas después en horizontal resultan en formas curvas (Steetzel *et al.*, 1998), o proporciones de transporte bloqueado como función de la integral entre la curva del perfil de playa y el nivel de la profundidad de cierre (Dabees & Kamphuis, 2000). La utilización de esquemas sencillos se debe a que la transformación del oleaje se calcula mediante formulaciones también simples, y no se tienen detalles como la posición del inicio de rotura ni la tasa de disipación de la energía del oleaje.

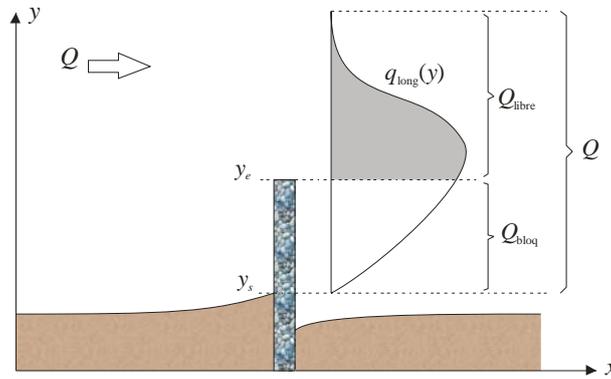


Figura 4.7 Proporción del transporte longitudinal de sedimentos retenida por una estructura

En este trabajo, contando con la base de que la transformación del oleaje se calcula con un modelo robusto (REFDIF), se propone la utilización de una formulación para $q_{\text{long}}(y)$ más elaborada, que tome provecho de la información ya disponible. De los métodos encontrados en la literatura se eligió el de Bodge y Dean (1987), que es función de la tasa de disipación de la energía del oleaje

$$q_{\text{long}}(y) = k_q \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (E C_g) V_{\text{long}} \quad (4.31)$$

$$q_{\text{long}}(y) = k_q \frac{1}{8} \rho g^{3/2} \frac{H}{\sqrt{H+h}} \left[2 \frac{dH}{dy} + \frac{H}{2(H+h)} \frac{d}{dy} (H+h) \right] V_{\text{long}},$$

donde h es la profundidad, H , E y C_g son la altura de ola, densidad de energía y celeridad de grupo del oleaje, V_{long} es la velocidad de la corriente longitudinal. Todas las variables anteriores son evaluadas localmente, es decir que son función de y . ρ es la densidad del agua y k_q es una constante dimensional para normalizar.

Para calcular la velocidad de la corriente longitudinal, $V_{\text{long}}(y)$, se eligió la formulación de Thornton y Guza (1986), que aventaja al modelo clásico de Longuet-Higgins (1970a; 1970b) en que considera oleaje no necesariamente monocromático. Además, sus

variables de entrada también se calculan en el modelo de transformación de oleaje. La distribución de la corriente longitudinal es

$$V_{long}(y) = \frac{3\pi}{8} \frac{B_0^3 f_p^{1/2}}{c_f \gamma_{tg}^4} \frac{\sin \alpha_r}{C} \frac{H^6}{h^{9/2}}, \quad (4.32)$$

donde B_0 es el factor de forma de las ondas, f_p es la frecuencia pico del oleaje, α_r es el ángulo al inicio de la rotura y C es la celeridad de onda. C , H y h se evalúan localmente. Thornton y Guza utilizan $\gamma_{tg} = 0.42$ y $c_f = 0.008$.

Nótese que φ se calcula como un cociente entre las integrales (4.28) y (4.30), por lo que en esta aplicación los valores asignados a k_q , B_0 , c_f y γ_{tg} pierden importancia.

También es importante resaltar que la limitación del transporte, φ , depende de la dirección de Q , siendo solamente aplicable al lado de la estructura que lo recibe.

4.2.4.6 Profundidad de cierre

Para determinar la profundidad de cierre, D_c , se utiliza la formulación de Hallermeier (1978), que con base en datos de campo y de laboratorio, así como en correlaciones con el parámetro de Shields, establece que

$$D_c = 2.28H_e - 68.5 \left(\frac{H_e^2}{gT_e^2} \right), \quad (4.33)$$

donde H_e es la altura de ola significativa que es excedida únicamente durante 12 horas en un año (0.14% del tiempo), y T_e es su período asociado. De esta forma se representa la relevancia de los eventos extremos en los cambios morfológicos.

H_e puede obtenerse de la altura media significativa anual, \bar{H} , y de su desviación estándar, σ_H , en la forma

$$H_e = \bar{H} + 5.6\sigma_H. \quad (4.34)$$

Para generalizar la formulación anterior a períodos diferentes de un año, Nicholls *et al.* (1996) proponen el uso de la ecuación (4.33) pero con las variables D_c , H_e y T_e asociadas a un período t_{dc} , es decir $D_c(t_{dc})$, $H_e(t_{dc})$ y $T_e(t_{dc})$. $H_e(t_{dc})$ es ahora el promedio de las alturas significantes excedidas durante 12 horas dentro de un período total t_{dc} ; por lo tanto $D_c(t_{dc})$ es mayor conforme t_{dc} crece.

5 APLICACIÓN DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DEL LITORAL AL DELTA DEL RÍO GUADALFEO

El modelo propuesto analiza la evolución morfológica de la línea de costa en presencia de desembocaduras, no por la acción constante y estable de agentes fluviales y marítimos, como lo hacen la mayoría de trabajos al respecto, si no por la incidencia episódica de eventos de tormenta. En principio los procesos físicos son los mismos, pero la forma en que interactúan es diferente.

Cuando el área de captación de una cuenca es reducida, es difícil que sobre ella ocurran eventos de precipitación independientes en el espacio. Además, al ser también reducida la longitud de la red de drenaje, la variación temporal de los caudales (de agua y sedimentos) difícilmente se regula, siguiendo más bien la tendencia de la intensidad de precipitación. Por otro lado, tratándose del estudio de cuencas vertientes al litoral, es normal que las lluvias se correspondan con estados de mar de elevados niveles de energía, y en consecuencia los aportes de sedimento a la costa coincidan con la reubicación de éstos por los agentes marinos. Los climas áridos y semiáridos, donde los eventos de precipitación son escasos y separados por intervalos de tiempo importantes, potencian este tipo de funcionamiento. Asimismo, al ser más escasa la cobertura vegetal del terreno, los volúmenes de sedimento generados son mayores.

La cuenca del río Guadalfeo se ajusta a las condiciones descritas, y el estudio de la evolución morfológica de su delta es relevante, ya que las principales actividades económicas de la zona, cuya permanencia depende de los aportes del río, se asientan sobre estructuras morfológicas activas, que han requerido de actuaciones importantes para ser estabilizadas.



Figura 5.1 Ubicación y vista general de la cuenca del río Guadalfeo

5.1 Cuenca hidrográfica del río Guadalfeo y área de influencia

La cuenca del río Guadalfeo (Figura 5.1) posee las características típicas de las cuencas mediterráneas en la zona del mar del Alborán; climas semiáridos, dominados por la incidencia puntual de borrascas y áreas de captación relativamente reducidas. Tiene también rasgos propios que la distinguen significativamente, destacan sus fuertes pendientes, que la hacen pasar de cotas superiores a los 3000 m.s.n.m. en Sierra Nevada hasta la costa en aproximadamente 40 km en horizontal (70 km en longitud de cauce).

Otra particularidad derivada de la orografía, en este caso de carácter hidrológico, es la ocurrencia de precipitación en forma de nieve en la parte alta de la cuenca, que además de representar una proporción importante del volumen de agua captado, participa en la definición de las variaciones estacionales del caudal.

La composición geológica de la zona (materiales Alpujárrides y Nevado-Filábrides), en combinación con las características hidrológicas y topográficas, hacen que el material sólido que llega a la desembocadura sea una mezcla bien graduada en la que predominan las arenas gruesas, gravas e incluso partículas mayores (DGCP, 1986; GRyE, 2004a). Estos sedimentos se depositan en la costa en forma de *fan-delta*, debido tanto a los mecanismos que los hacen llegar como a las fuertes pendientes del fondo marino. La actividad sísmica de la región participa también en el desplazamiento de material hacia aguas más profundas (Lobo *et al.*, 2006).

5.1.1 Eventos climáticos que afectan a la cuenca y a su desembocadura

Como se ha dicho, la cuenca se ubica en una zona que puede clasificarse climáticamente como semiárida, y tanto los eventos de precipitación como los estados de mar

energéticos están vinculados a la incidencia de borrascas. La mayoría de estos sucesos, y los más importantes, acontecen entre otoño y primavera, contrastando con la muy escasa incidencia de ellos durante el verano.

De acuerdo con la caracterización de las borrascas que inducen precipitación y viento en la cuenca (GRyE, 2005), éstas pueden clasificarse, en orden de importancia, como Noratlánticas, Sudatlánticas, Alisias, Mediterráneas y Normediterráneas. Sus características se describen en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Tipos de borrascas incidentes en la cuenca del río Guadalfeo

Tipos de Borrascas	Zona de generación	Intensidad	Duración	Ocurrencia
Noratlánticas	Atlántico Norte, entre 40N y 60N.	Homogénea espacial y temporalmente. Precipitaciones Intensas	Desde 4 o 5 días hasta 2 semanas	Posibles durante todo el año, frecuentes en otoño e invierno.
Sudatlánticas	Atlántico Norte, entre 30N y 50N.	Variable, moderada	3-4 días	Inciden durante el invierno.
Alisias	Costa occidental de África, desde Mauritania hasta Gibraltar.	Menos intensas que las Sudatlánticas	Menor de 3 días	Posibles durante todo el año, frecuentes en invierno.
Mediterráneas	Entre el Mar de Alborán y el Norte de África.	Intensidad muy variable, precipitación total no elevada.	2-4 días	Posibles todo el año, habituales en primavera y verano.
Normediterráneas	Entre el Mar del Norte y el Canal de la Mancha.	El Mediterráneo llegan como perturbaciones de poca importancia	2-4	Invierno y primavera.

La Figura 5.2 muestra las estadísticas del caudal medio mensual desde 1972 hasta 2003, medido en el azud de Vélez. Se observa que los datos máximos siguen la tendencia marcada por la ocurrencia de precipitación, sin embargo los valores medios y mínimos están regulados por influencia de la fusión de nieve en las temporadas secas.

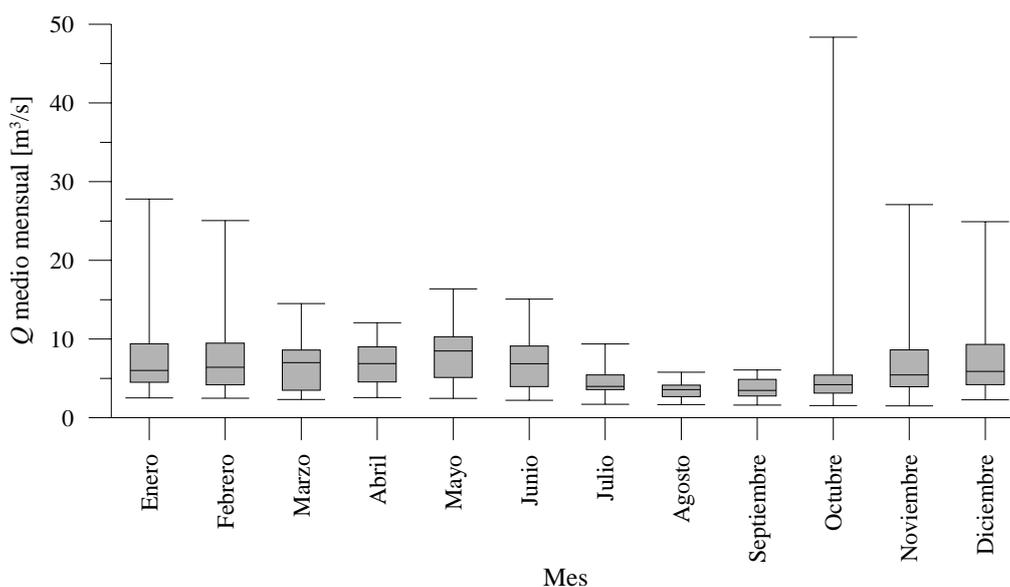


Figura 5.2 Estadística del caudal medio mensual medido en el azud de Vélez entre 1972 y 2003. Valor máximo, tercer cuartil, segundo cuartil (mediana), primer cuartil y valor mínimo.

Además de la variabilidad estacional, destaca una también marcada variabilidad interanual, que puede observarse como una secuencia de ciclos secos y húmedos. La Figura 5.1, que presenta los caudales medios anuales del río desde 1972 hasta 2002, da muestra de que en términos de volumen de agua captado por la cuenca, hay diferencias de hasta un 500% entre algunos años.

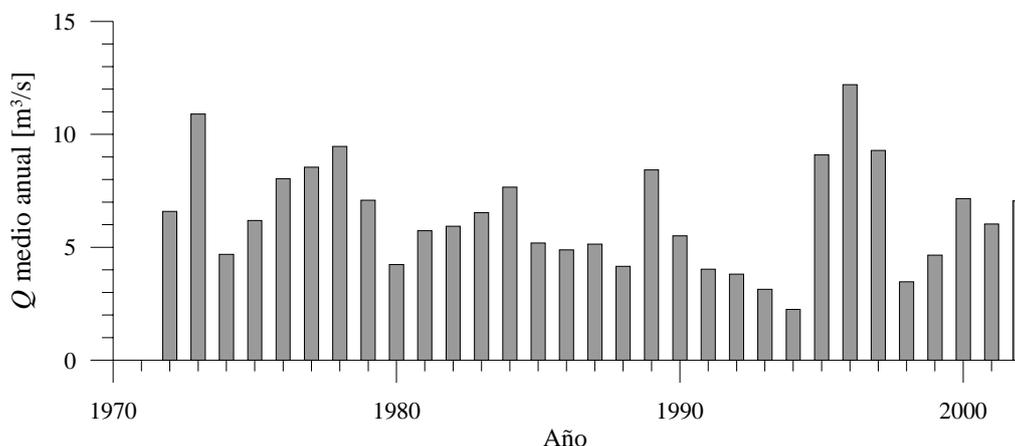


Figura 5.3 Caudal medio anual del río Guadalfeo, medido en el Azud de Vélez

La variabilidad en el clima marítimo es menos marcada que en la precipitación, aunque las tendencias son las mismas; durante invierno los estados de mar son más energéticos que durante el verano. En la Figura 5.4 se presenta la variación mensual de la altura de ola significativa espectral, H_{m0} . Tanto los máximos como los valores medios son mayores en invierno, aunque también hay eventos el resto del año, menos frecuentes durante el verano. La Figura 5.5 muestra la variación interanual de H_{m0} . No se aprecia una relación clara con la variación del volumen de agua captado (Figura 5.3).

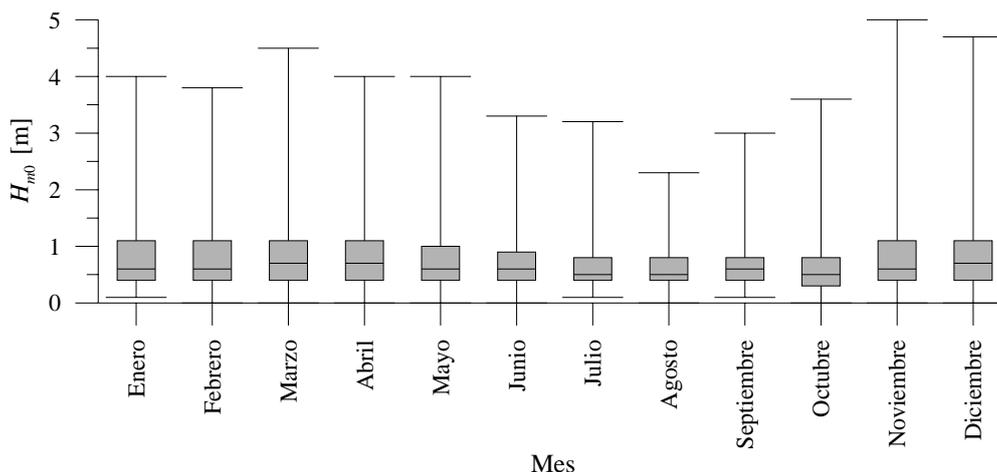


Figura 5.4 Variación mensual de la altura de ola H_{m0} . Datos del punto WANA 2019013, 1997 a 2006

De los temporales en el mar puede destacarse que se agrupan en torno a dos direcciones principales, Sursuroeste y Este, aproximadamente (véase la rosa de oleaje de la Figura 5.6). También es relevante el hecho de que se trata de dos direcciones oblicuas a la costa, ya que eso acelera el transporte litoral, teniendo como consecuencia una rápida difusión del sedimento expulsado por el río. No obstante, la determinación de una

dirección dominante requiere de un análisis más elaborado. Los datos que se muestran en la figura son de aguas profundas, y por lo tanto su efecto en la costa es altamente dependiente de la batimetría y de la orientación local de la línea de costa.

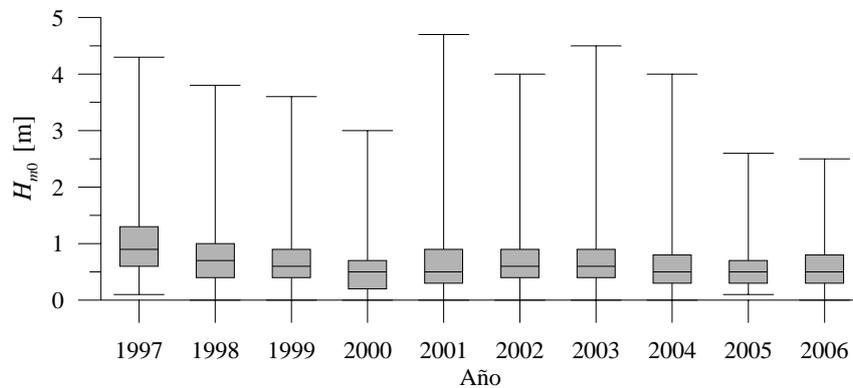


Figura 5.5 Variación interanual de la altura de ola H_{m0} . Datos del punto WANA 2019013, 1997 a 2006

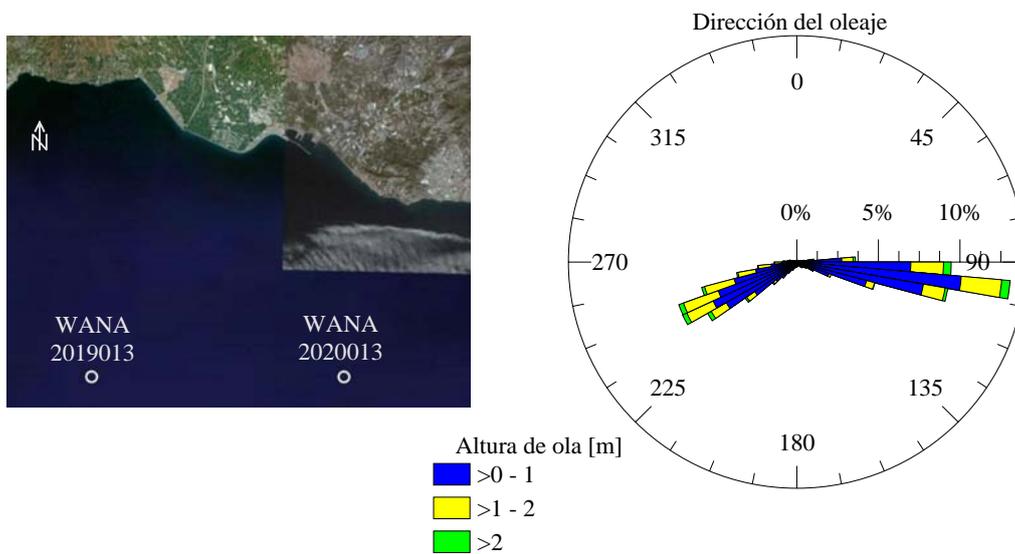


Figura 5.6 Rosa de oleaje en los puntos WANA 2019013 y 2020013 (Puertos del Estado), para datos sintéticos, obtenidos de modelos numéricos, de 1996 a 2007

5.1.2 Características del río

El río Guadalfeo nace en el extremo Noreste de la cuenca, a una altitud de 2250 m.s.n.m. Se dirige inicialmente hacia el sur a lo largo de 15 km, siendo la corriente principal de la primera subcuenca. Después cambia su orientación a la dirección Oeste-suroeste, y en un tramo de alrededor de 30 km se alimenta de los aportes de varias subcuencas: las del norte de Sierra Nevada y las del sur de la Sierra de la Contraviesa. Destaca en este tramo la incorporación de los ríos Trevélez y Poqueira, que contribuyen con aproximadamente la mitad del caudal al final de la sección. En la zona que ahora ocupa el embalse de de Rules, el Guadalfeo recibe aportes de los ríos Lanjarón e Izbor, y cambia una vez más de alineación en sentido Sursuroeste, dirección que conserva

hasta su desembocadura en el Mediterráneo (véase la Figura 5.7). La longitud total del cauce es de 75 km.

Según se observa en la Figura 5.8, el perfil longitudinal del río sigue una forma aproximadamente exponencial, con la particularidad de que aún en su parte final las pendientes son importantes. Lo abrupto de la topografía y la juventud geológica del río favorecen variaciones fuertes de la pendiente, principalmente en la parte alta del río, alternando tramos sometidos distintas velocidades de evolución.

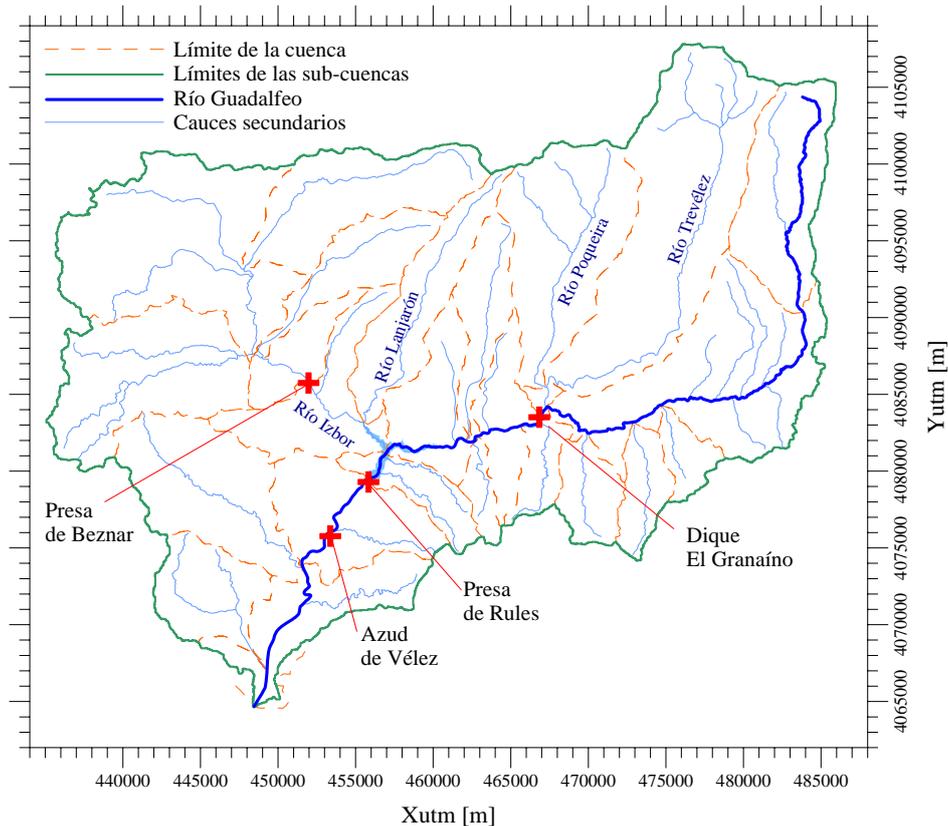


Figura 5.7 Vista en planta y referencias de la cuenca del río Guadalfeo

La creciente demanda de agua durante las últimas décadas ha hecho necesaria la construcción de diversas infraestructuras, entre las que destacan:

- Presa de Beznar, terminada a finales de los años 80, que regula el caudal del río Izbor.
- Presa de Rules, que entró en funcionamiento en el año 2005 y que almacena los aportes más significativos de la cuenca.
- Dique el Granaíno, construido al mismo tiempo que la presa de Rules, se ubica justo después de la incorporación al Guadalfeo de los ríos Poqueira y Trevélez. Su capacidad de regulación es muy limitada, y actúa principalmente como retenedora de sedimentos para alargar la vida de Rules.
- Azudes de Vélez y del Vínculo. Son obras más antiguas, de mediados del siglo XX, destinadas a la derivación de caudal para su aprovechamiento en los poblados y actividades agrícolas de la parte baja de la cuenca.

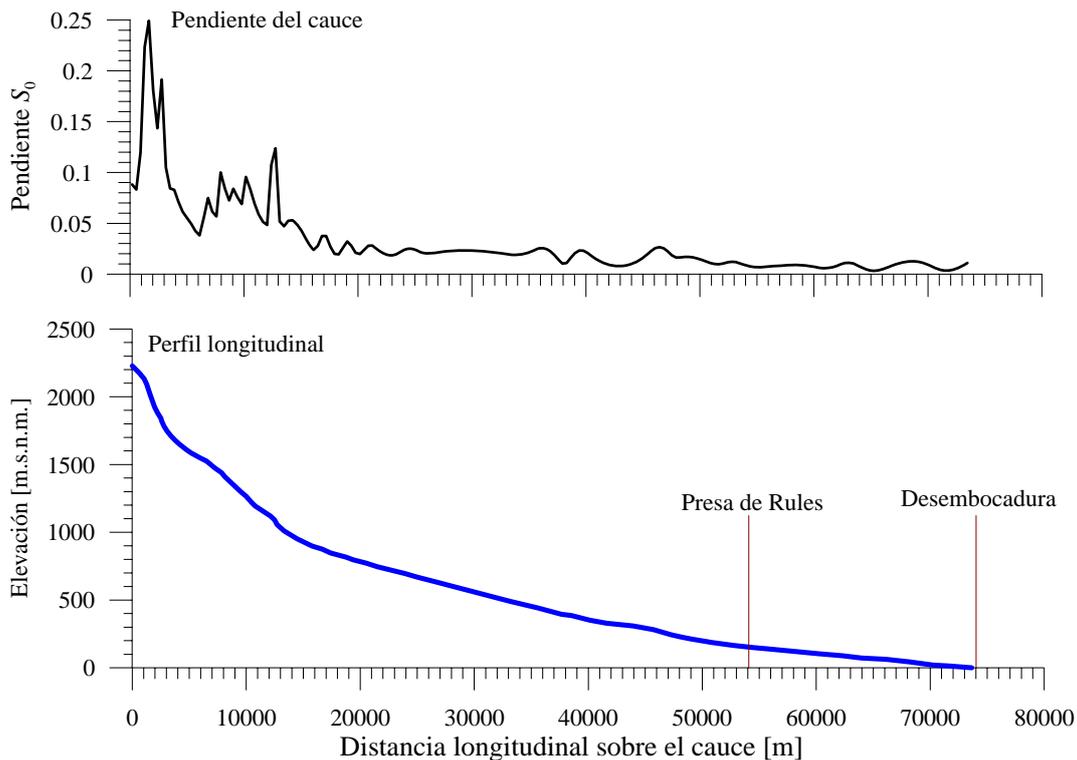


Figura 5.8 Perfil longitudinal del río Guadalupe y variación de las pendientes

A lo largo de la historia se han presentado eventos de precipitación importantes que han provocado daños a lo largo de todo el cauce, destacando entre los más graves los de mayo de 1837, diciembre de 1860, y enero de 1948, entre otros de menores consecuencias (González Ruiz, 2000; GRyE, 2006b). La necesidad de controlar las inundaciones ha motivado la construcción de grandes obras, la más importante el encauzamiento del río desde aguas arriba del azud de Vélez hasta la desembocadura, consistente en bordos de contención en ambas márgenes y en escalones para el control de las pendientes.

Las obras de control sobre el río lo mantienen casi totalmente regulado, y la consecuente inhibición del transporte de sedimentos ha tenido secuelas importantes en el delta. Bajo las condiciones actuales, la posibilidad de que el río aporte sedimentos a la costa está condicionada a que el aliviadero de la presa de Rules haga un vertido importante.

5.1.3 Características de la zona litoral

El delta del río Guadalupe, de morfología lobular, al igual que su cuenca es geológicamente reciente. Su formación ha tenido lugar durante el holoceno (GRyE, 2006b; Lobo *et al.*, 2006). El funcionamiento hidrológico del río y los datos conocidos acerca de la evolución del delta, indican un progreso casi exclusivamente ligado a la incidencia de eventos extremos. Los vertidos importantes de material se producen con una frecuencia menor que los sucesos de distribución de éste en la costa, lo que implica que la evolución consiste, en términos generales, en pulsos aislados de crecimiento separados por un número discreto de eventos de recesión. En la Figura 5.9 se muestran distintos estados morfológicos del delta que confirman esta hipótesis.

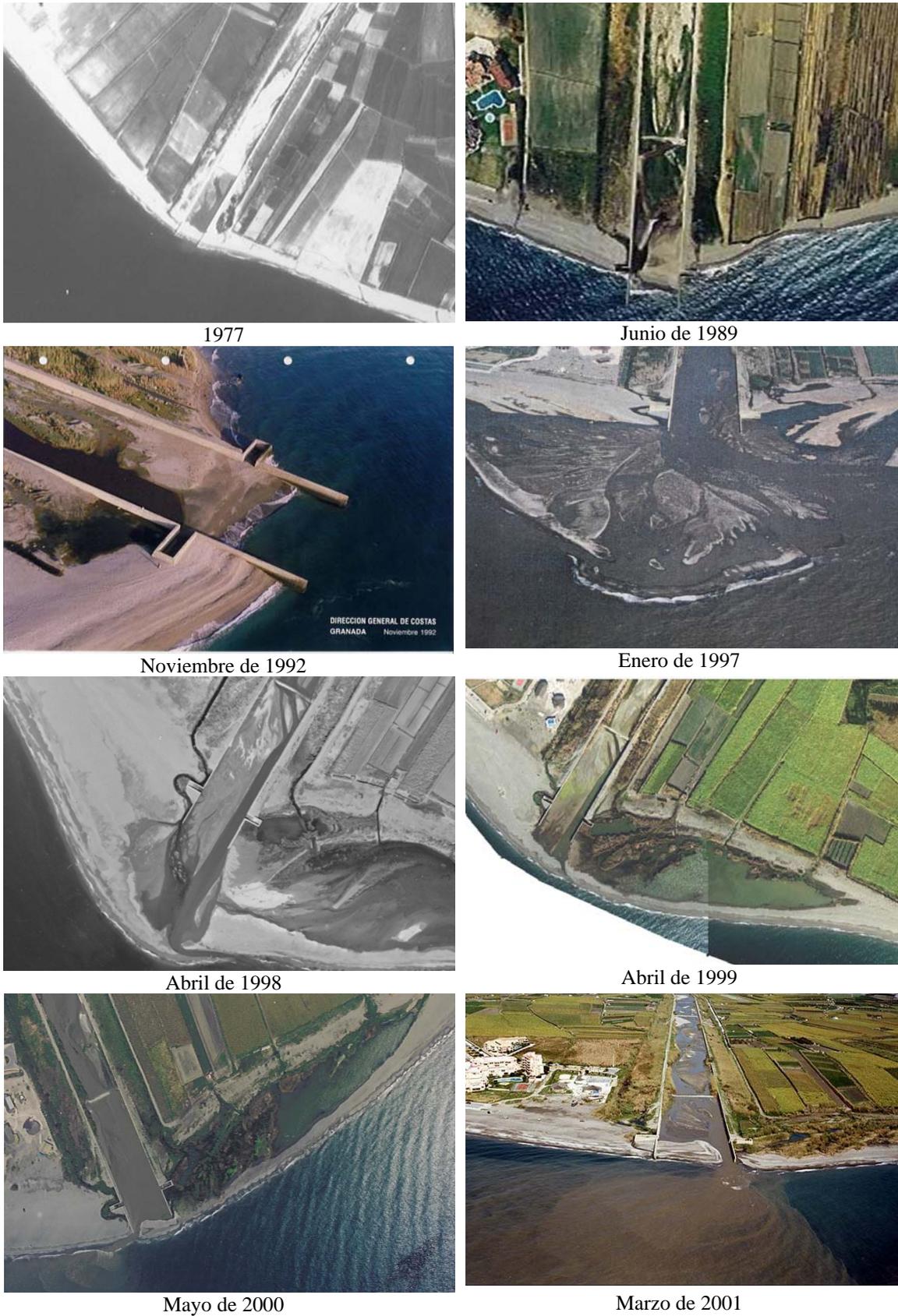


Figura 5.9 Ejemplos de estados morfológicos de la desembocadura del río Guadalfeo. Fotografías de la Delegación Provincial de Costas de Granada

Bajo las condiciones establecidas por las actuales obras de regulación del río, es evidente que los procesos de crecimiento serán sensiblemente más esporádicos y previsiblemente menos intensos. Mientras tanto, los eventos erosivos conservarán sus características, a menos que sobre la costa también se actúe con la construcción de estructuras y/o regeneraciones.

La planicie sedimentaria del río, ilustrada en la Figura 5.10, se delimita al Norte por el macizo del Escalate, al oeste por el monte del Chaparral y al Este por el acantilado del Cabo Sacratif. Alberga a los poblados de Motril y Salobreña, al Puerto de Motril y el resto de superficie está ocupada principalmente por cultivos. En la actualidad, prácticamente todo el frente costero experimenta problemas de erosión. Para combatirla se han realizado diversas regeneraciones; al Este del Puerto se han construido además varios espigones.

La batimetría de la zona, que se muestra en la Figura 5.11 (GRyE, 2004c), permite distinguir claramente, en la dirección transversal a la costa, los siguientes tramos: (1) una franja litoral que se extiende hasta la batimétrica -10 m, (2) una plataforma hasta los 100 m de profundidad, (3) un talud pronunciado que llega hasta la línea -250 m, y a partir de ese punto (4) el fondo abisal, que continua con una pendiente más suave.

Al lado Oeste del puerto las pendientes de la franja litoral son mayores que las del Este, debido a que el material arrojado por el río, más grueso, se distribuye en las cercanías de la desembocadura. Por el contrario, la plataforma tiene pendientes más suaves cerca del delta y más fuertes en la zona Este. El talud se caracteriza por un desarrollo importante de cárcavas, cuyo origen puede estar ligado a corrientes de densidad. La zona Este de la batimetría mostrada presenta cañones submarinos enlazados con el talud. El límite oriental lo marca el cañón submarino de Sacratif, cuya cabecera se encuentra a solo 150 m de la costa, y que funciona como zona de transferencia de sedimento hacia mayores profundidades.



Figura 5.10 Delimitación de la planicie aluvial del delta del río Guadalfeo

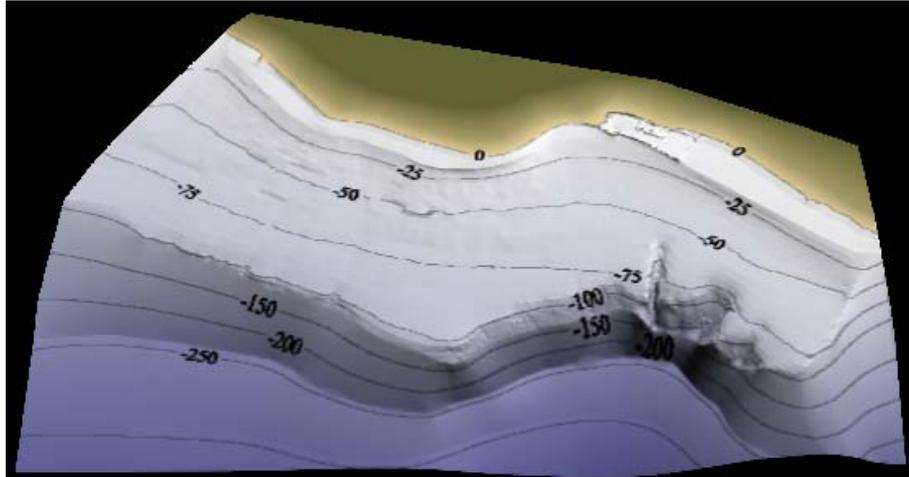


Figura 5.11 Batimetría del delta del río Guadalfeo

En cuanto a las características del sedimento del frente costero, pueden distinguirse dos principales regiones, divididas aproximadamente por el puerto de Motril (GRyE, 2004b). Al Oeste, del lado de la desembocadura, predominan materiales notoriamente relacionados con los sólidos del río Guadalfeo (Alpujárrides y Nevado-Filábrides, grados de metamorfismo bajo y medio). La mezcla se compone de dos fracciones bien definidas; una arenosa, con un tamaño máximo de grano de 1 mm y moda de 0.35 mm, y otra de gravas, de diámetro medio alrededor de 65 mm.

Al Este del puerto una porción de los materiales es originaria de los relieves cercanos, llevados a la costa por las ramblas locales. Su granulometría también consta de dos principales fracciones, sin embargo las arenas son de mayor tamaño (diámetro máximo de 2 mm), mientras que las gravas son más pequeñas. En el primer tramo (junto al puerto) los sedimentos contienen un porcentaje importante de fragmentos de conchas de bivalvos. Cabe recalcar que sobre toda esta región se han llevado a cabo obras importantes de regeneración, que han alterado la composición natural de la mezcla de sedimentos.

5.2 Caso de estudio. Validación-Calibración para la evolución del delta entre 1999 y 2002

Para procurar la fiabilidad del modelo de cara a su utilización como herramienta en el pronóstico de la evolución futura del delta, es necesario validarlo y calibrarlo a las condiciones particulares del sitio. De acuerdo a los datos disponibles, el período más adecuado es el comprendido entre los veranos de 1999 y 2002, ya que ambos tiempos coinciden con vuelos a partir de los cuales se han hecho ortofotografías digitales (Junta de Andalucía, 2003; Junta de Andalucía, 2004), con las que puede definirse confiablemente la línea de costa. También, las bases de datos de caudales del río y de clima marítimo incluyen dicho intervalo. En la Figura 5.12 se presentan ejemplos de ambas fotografías en las cercanías de la desembocadura. La diferencia en la posición de la línea de costa llega a ser de 45 m, considerada suficiente para utilizar el período de tiempo elegido en la validación.



Figura 5.12 Cambio de posición de la línea de costa en las cercanías de la desembocadura, ortofotografías de los veranos de 1999 (izquierda) y 2002 (derecha)

5.2.1 Modelado de la propagación de caudales en el río y transporte de sedimentos

Para considerar los tiempos entre las descargas de sedimentos del río (avenidas) y su redistribución en la costa por los agentes marinos (estados de mar energéticos), es necesario incluir en la modelación un tramo de río que describa adecuadamente los desfases. Tomando en cuenta que el último y más importante punto de regulación del caudal está en la presa de Rules, se modela el tramo comprendido entre este sitio y el delta.

En las simulaciones presentadas en el capítulo 6 los caudales de llegada se introducen a un modelo de balance agua en el embalse, con el que se determina los hidrogramas de vertido de la presa (véase el apartado 6.2.1.3), sin embargo, puesto que durante el período escogido para la validación la presa no ejercía funciones de regulación, se omite temporalmente este cálculo. Los caudales de salida en la posición de la presa son transitados hasta el delta con el modelo de flujo unidimensional, incluyendo el cálculo del transporte de sedimentos.

El embalse de Rules se alimenta principalmente del río Guadalfeo. La estación de aforo más próxima se ubica en Órgiva. De menor importancia son los aportes provenientes del río Lanjarón y del río Izbor, recordando que los de este último están regulados por la presa de Beznar. En la Figura 5.13 se presentan estos caudales durante el período de análisis.

Para hacer eficiente el cálculo en simulaciones a plazos mayores que el de este caso de validación, se ha estructurado el modelo de manera que sólo realice cálculos para caudales que superen un umbral, fijado con base en criterios de repercusión morfológica. Se tomó como caudal líquido mínimo a aquel que, siendo permanente durante 3 días, fuera capaz de mover en el último tramo del río un volumen aproximado de 50 m^3 de sedimentos. Un valor de $15 \text{ m}^3/\text{s}$ cumple con la condición, sin embargo,

tomando en cuenta que el azud de Vélez retiene alrededor de $5 \text{ m}^3/\text{s}$, al pie de la presa el umbral es $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$.

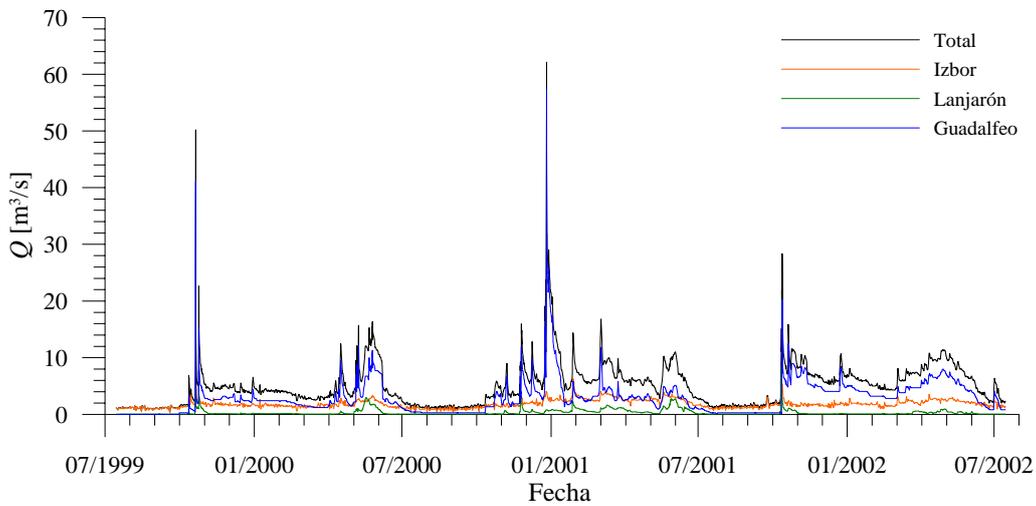


Figura 5.13 Caudales del río para el período de validación

La Figura 5.14 presenta los resultados del transporte de sedimentos en el delta calculados a partir de los caudales de entrada al río mostrados en la Figura 5.13 y tomando en cuenta el umbral fijado. El evento más importante, y que es sensiblemente más intenso que los dos restantes, alcanza un pico de $0.004 \text{ m}^3/\text{s}$ y tiene una duración aproximada de 8 días. Es previsible que eventos como éste, e incluso mayores, sean regulados por la presencia de la presa de Rules.

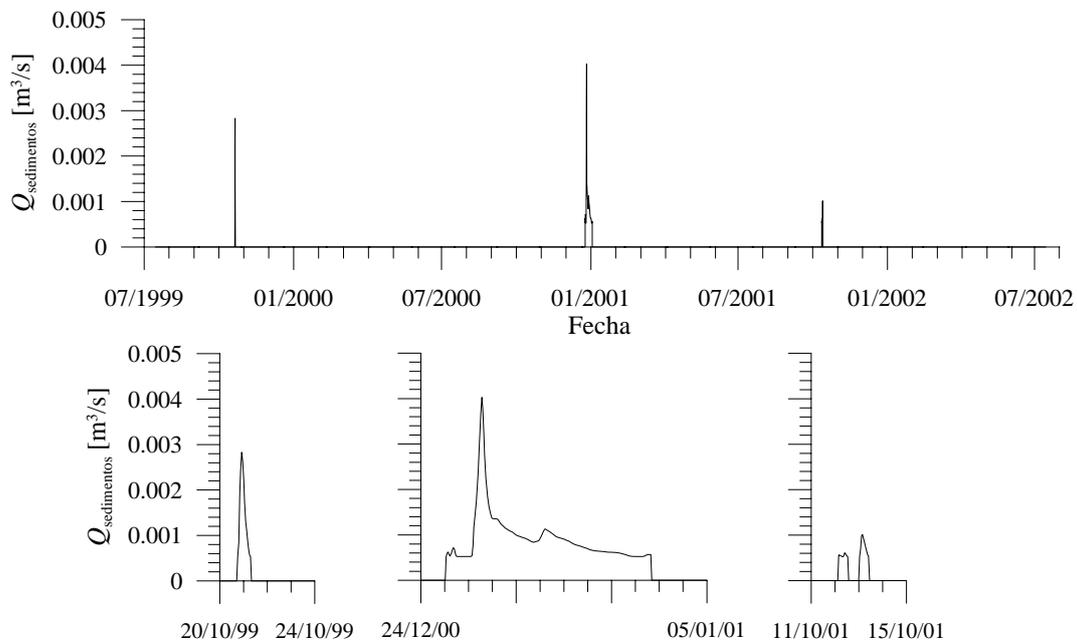


Figura 5.14 Transporte de sedimentos en la desembocadura calculados para el período en estudio. Resultados para todo el intervalo y detalle de los tres eventos observados

5.2.2 Modelado de la evolución de la costa

5.2.2.1 Delimitación de la zona de estudio

De acuerdo a lo expuesto en el apartado 5.1.3, el puerto de Motril marca la frontera de la zona litoral originada exclusivamente por la desembocadura del río Guadalfeo. Además, el puerto actúa como una barrera en los intercambios morfológicos a sus dos márgenes. Para procurar un nivel de uniformidad acorde a las características del modelo, y para trabajar exclusivamente con la costa ligada al Guadalfeo, se ha decidido delimitar el área de estudio al Este por el arranque del dique de Poniente del puerto de Motril. La delimitación del dominio al Oeste se plantea en la frontera natural marcada por el peñón de Salobreña (Figura 5.15).

En la Figura 5.15 se muestra el área descrita y el eje base para la aplicación del modelo (eje x , véase la Figura 4.3). La inclinación del eje, de 107° respecto al Norte, fue determinada minimizando su ángulo respecto al tramo de costa estudiado. Tomando ventaja de que el dique de Poniente del puerto está casi alineado con el eje base, dicho contorno se modela como abierto. Al otro lado, el peñón de Salobreña es simulado como una frontera con espigón (apartado 4.2.4.5). La única estructura presente en el resto del dominio es la obra de encauzamiento del río, que de ser alcanzada por la erosión es tratada también como un espigón.



Figura 5.15 Delimitación de la zona de estudio y línea base

5.2.2.2 Ajuste de perfiles transversales

De acuerdo al procedimiento descrito en el apartado 4.2.4.3, el transporte de sedimentos en la costa se calcula, a cada paso de tiempo, a partir las características del oleaje en la zona de rotura, determinadas mediante un modelo de propagación de oleaje. La batimetría usada en la propagación se crea a partir de la posición instantánea de la línea de costa (y , que es un dato proveniente de la ejecución del modelo) y de las características del perfil batimétrico. Esto último puede fijarse mediante distintos criterios. En la práctica suelen utilizarse formulaciones de perfil de equilibrio, ya sea calculadas a partir de los datos de oleaje y sedimentos o ajustadas a los datos reales. En esta aplicación se utiliza un ajuste que toma en cuenta los tramos de perfil identificados en el apartado 5.1.3.

Se ha calculado la profundidad de cierre para los datos de oleaje disponibles (utilizando la formulación descrita en el apartado 4.2.4.6), obteniéndose como resultado que $D_c = 8.3$ m. En términos de transporte de sedimentos, los cambios en la línea costa se deben fundamentalmente a los procesos ocurridos en profundidades menores que la de cierre, no obstante el oleaje comienza a transformarse a profundidades mayores. Como referencia, el límite de aguas profundas para los mayores períodos se ubica en $D_{prof} = 87$ m.

Se observa en la batimetría que la división entre la zona litoral y la plataforma se ubica en una profundidad que concuerda aproximadamente con D_c . Asimismo, la frontera entre la plataforma y el talud coincide con D_{prof} . Dado que únicamente los dos primeros tramos influyen en los procesos morfológicos costeros, los ajustes a los perfiles batimétricos se realizan sólo en ellos.

Haciendo uso de las teorías de perfil de equilibrio más aceptadas (Dean, 1977; Dean & Dalrymple, 2001), la zona litoral, o perfil activo, se ajusta a una función del tipo $h = Ay^{2/3}$, donde el coeficiente A , normalmente asociado al tamaño de los sedimentos y al oleaje incidente, es utilizado como parámetro de ajuste. La plataforma, o perfil de propagación, resulta satisfactoriamente representado mediante un polinomio de tercer grado. De esta forma, los perfiles batimétricos transversales pueden expresarse como

$$h = \begin{cases} Ay^{2/3}; & h \leq D_c \\ c_1y^3 + c_2y^2 + c_3y + D_c; & h > D_c \end{cases} \quad (5.1)$$

En la Figura 5.16 se presentan los valores obtenidos para los coeficientes de la ecuación (5.1) en el dominio de estudio. Se muestran también los coeficientes de correlación para cada ajuste, observándose una mejor representación del perfil de propagación que del activo, no obstante ambos son adecuados para la utilización que se les dará.

La Figura 5.17 presenta comparaciones entre perfiles reales y ajustados para tres posiciones en x . Se observa igualmente que el ajuste es satisfactorio, y que es de esperar que en la propagación del oleaje los resultados guarden poca diferencia con los obtenidos mediante la batimetría original. En la figura también se aprecia la diferenciación entre tramos de perfil hecha por la profundidad de cierre y por el límite de aguas profundas.

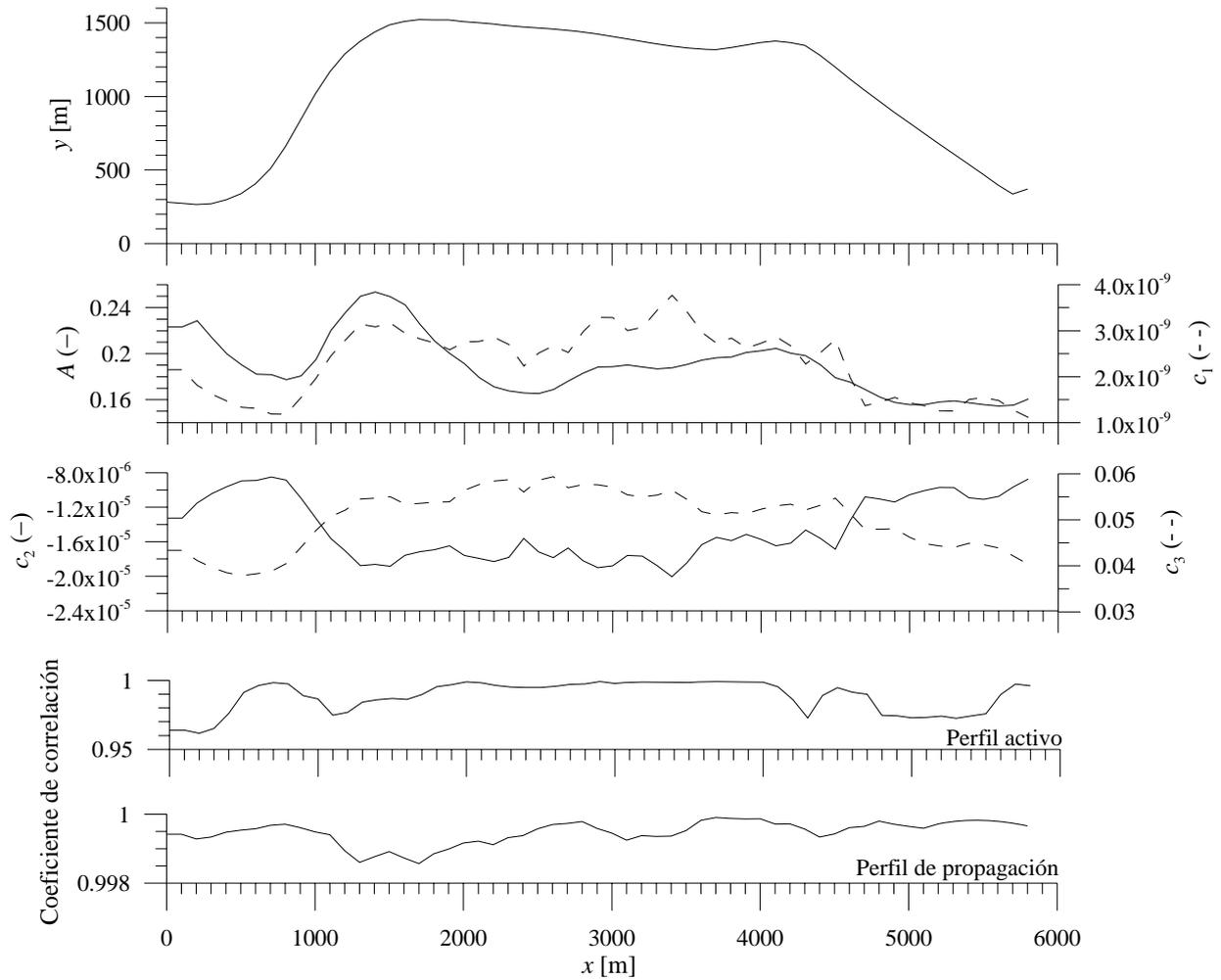


Figura 5.16 Línea de costa referida a los ejes de trabajo y parámetros de ajuste de los perfiles transversales en el dominio de análisis

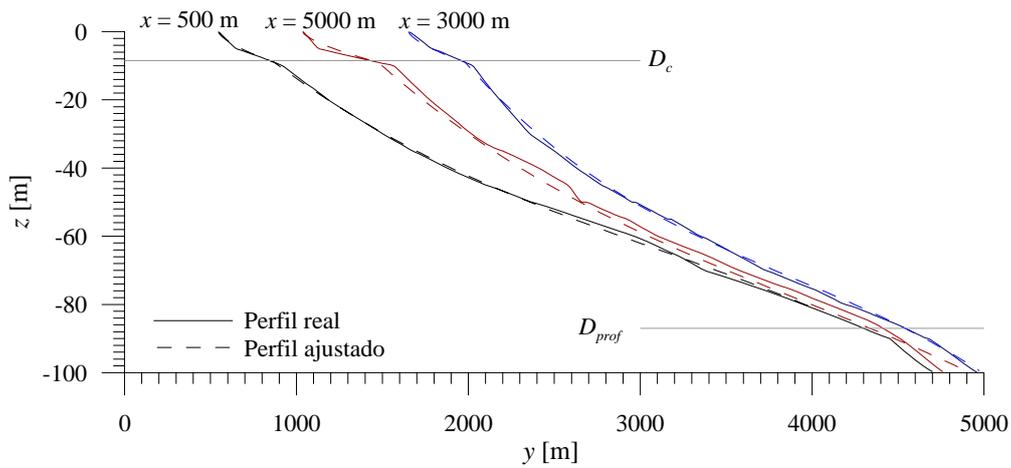


Figura 5.17 Comparación entre perfiles batimétricos reales y ajustados para $x = 500, 3000$ y 5000 m

5.2.2.3 Propagación de oleaje

La aplicación del modelo de evolución de la costa al delta del río Guadalfeo tiene como dificultad particular la oblicuidad del oleaje incidente, que se debe a la alineación Este-Oeste del *fetch* en el mar de Alborán. En el modelo de propagación utilizado es recomendable trabajar con ángulos del oleaje que no excedan 60° respecto al eje horizontal de la batimetría (Kirby & Dalrymple, 1994), por ello se emplean tres mallas (Figura 5.18). La malla Este calcula direcciones de hasta 135° , la malla Sur de 135° a 225° , y la malla Oeste ángulos mayores de 225° .

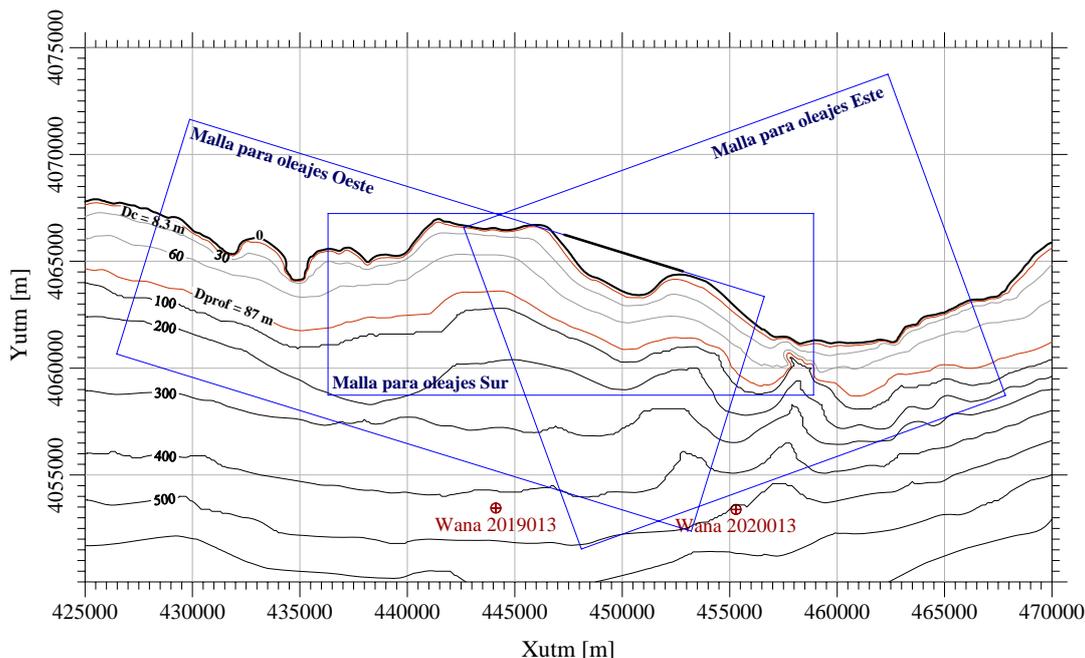


Figura 5.18 Mallas para las pre-propagaciones y línea base con los resultados previos

5.2.2.4 Calibración

De acuerdo a las características tanto del modelo como del sitio de estudio, se han identificado aspectos susceptibles de calibración agrupados en dos principales áreas: el transporte de sedimentos y la definición de temporal. No obstante, la vinculación entre ambas requiere de su análisis conjunto.

Acorde al planteamiento del modelo, la evolución de la costa en escenarios climáticos rigidos por eventos puntuales es producto de una secuencia de sucesos extremos, resulta entonces determinante la definición de estos últimos. Como se observa en la Figura 5.13, los caudales en el río facilitan la diferenciación, ya que durante los eventos importantes su magnitud crece en varios órdenes de magnitud. En el caso del oleaje la determinación de un evento requiere más atención (véase la Figura 5.19). Tomando como variable de referencia a la altura de ola significativa, y utilizando diversos valores preliminares para la descripción de los sedimentos, se realizaron ejecuciones del modelo para eventos marcados por distintos umbrales, concluyéndose que por debajo de $Hm_0 = 2$ m la costa no experimenta cambios morfológicos apreciables.

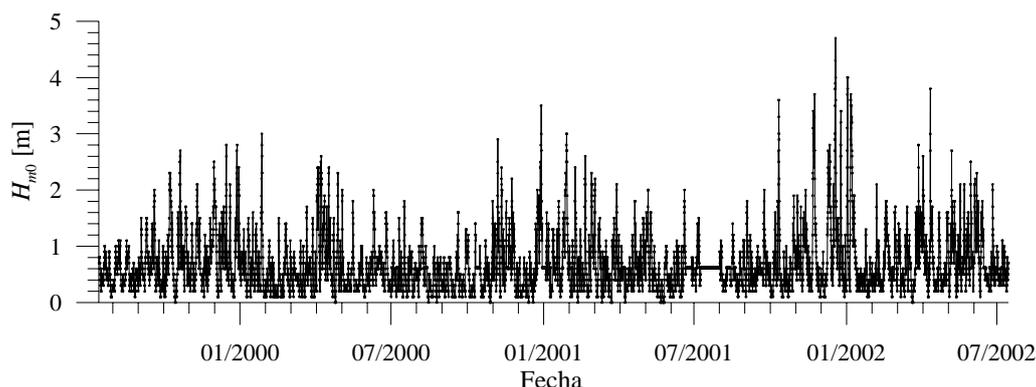


Figura 5.19 Variación de la altura de ola significativa espectral durante el período de estudiado

La composición granulométrica de los sedimentos en el litoral es notoriamente heterogénea, además, su distribución es multi-modal y experimenta variaciones a lo largo del dominio. Por ello se hace necesario que la determinación de tamaños representativos del transporte se complemente con pruebas en el modelo. De acuerdo con análisis preliminares hechos con la información granulométrica disponible (DGCP, 1986; GRyE, 2004a), se decidió asignar al dominio los diámetros representativos mostrados en la Figura 5.20.

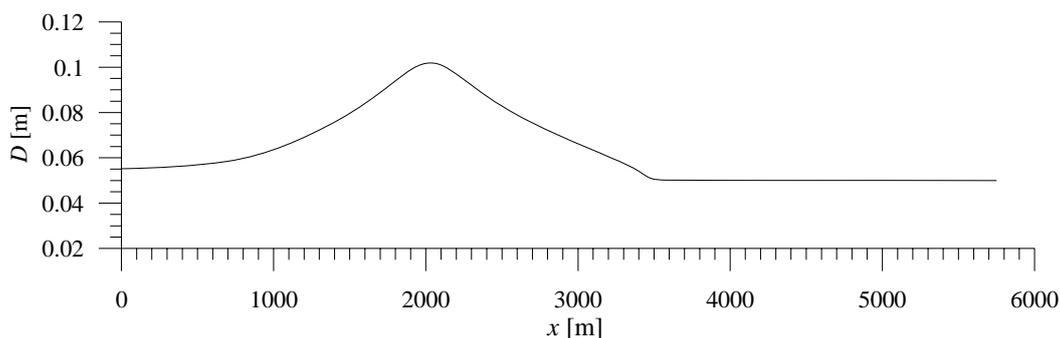


Figura 5.20 Diámetros representativos del transporte de sedimentos en el dominio

5.2.3 Resultados

En la Figura 5.21 se presentan los resultados obtenidos por el modelo para las condiciones descritas en los apartados anteriores. Se muestra un cálculo hecho con un tamaño de sedimentos $D = 0.05$ m constante en todo el dominio y otro con los datos variables de la Figura 5.20. En ambos casos se observa una representación adecuada de la evolución de la costa, que consigue un grado de similitud satisfactorio respecto al estado que se busca alcanzar (línea de costa medida en 2002).

La principal variación entre los resultados mostrados se presenta en la zona de Punta del Santo. Se trata de una antigua ubicación de la desembocadura del río, donde el avance del delta llegó a ser mayor de lo que la desembocadura actual ha conseguido. Al tratarse de una punta, experimenta concentraciones de energía del oleaje que incrementan el transporte potencial. Esto propicia que en el sitio sólo se preserve el sedimento de

mayor resistencia. La desembocadura actual, al ser geológicamente más joven y estar más activa contiene un material más erosionable. Destaca que para el caso de diámetro constante se forma una ligera ondulación en la punta, que se explica por la ocurrencia de eventos con ángulos de oleaje opuestos.

En los dos casos analizados resalta la correcta representación de los tramos de costa inclinados (entre el puerto y Punta del Santo, el primero, y entre la desembocadura y Salobreña, el segundo). Ambos presentan estados morfológicos relativamente bien equilibrados con los principales ángulos de incidencia del oleaje. Una de las direcciones la reciben con un ángulo cercano a la perpendicular, mientras que de la otra están protegidos.

En la zona inmediatamente cercana al puerto de Motril los cálculos difieren ligeramente de los valores medidos, debido posiblemente a que la representación del contorno ejercido por el dique requiera mayor detalle. No obstante el resultado se mejora sensiblemente considerando la variación de los diámetros en el dominio.

La zona de la desembocadura, mostrada en detalle en la Figura 5.22, describe resultados de evolución satisfactorios. Sólo existen diferencias a la izquierda de ésta, en un área en la que suele formarse una pequeña laguna (véase la Figura 5.9), cuya intermitencia revela la existencia de condiciones de flujo particulares. Parte de esto puede deberse a presencia de la obra de encauzamiento del río, que en general se modela adecuadamente, pero que en las proximidades podría mejorarse intensificando la resolución del cálculo (los resultados mostrados usan $dx = 25$ m).

En general puede concluirse que el desempeño del modelo es adecuado, y que las simplificaciones realizadas para la optimización de los tiempos de cálculo son igualmente correctas. Las discrepancias con los datos medidos pueden reducirse sustancialmente con los parámetros de calibración. Las diferencias remanentes pueden atribuirse en gran medida a la utilización de variables simples en la representación de aspectos complejos, principalmente en la caracterización de los sedimentos y del oleaje. De este último también destaca la bondad de los resultados a pesar de las complicaciones particulares que el sitio impone a su modelación.

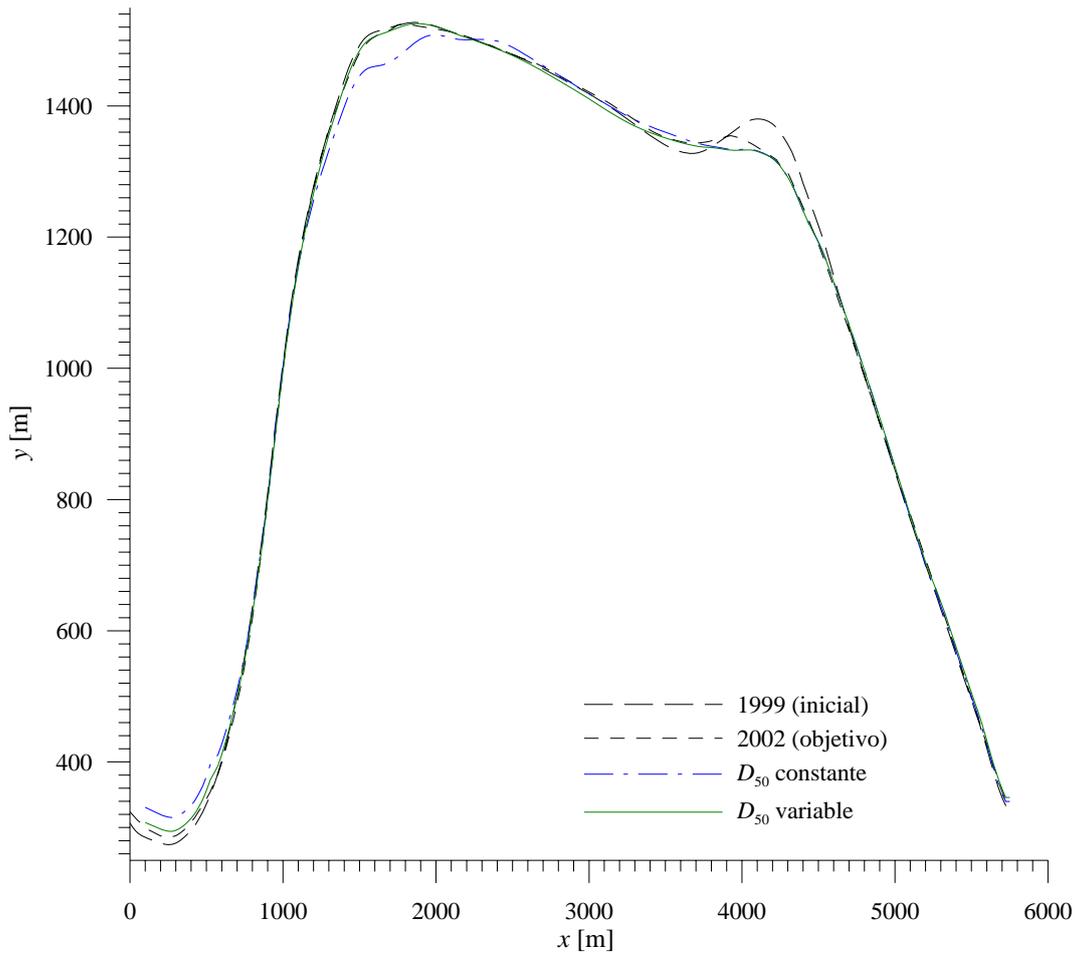


Figura 5.21 Resultados del modelo de evolución de la costa aplicado al río Guadalfeo. Estado de partida (1999), estado objetivo (2002), resultados del modelo con $D_{50} = 0.05$ m constante, y con D_{50} variable en el dominio.

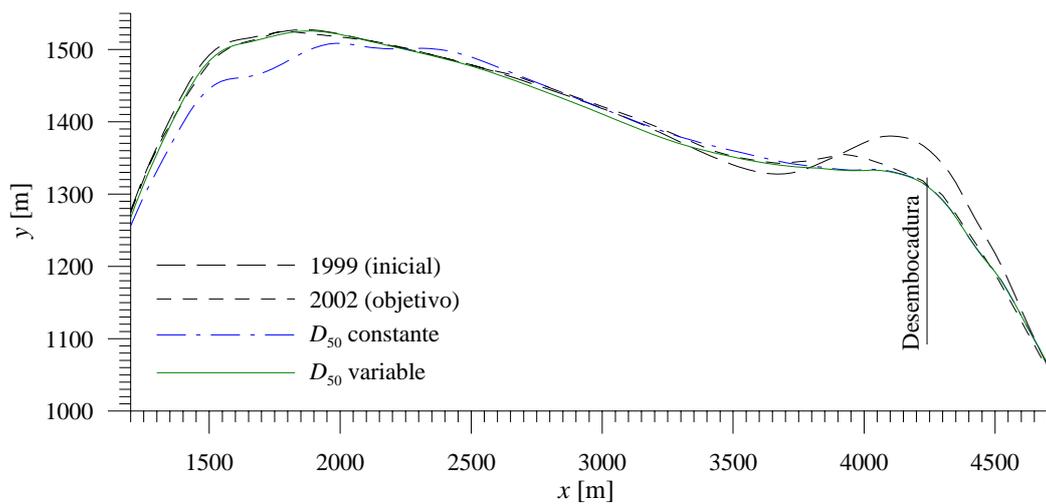


Figura 5.22 Detalle de los resultados del modelo entre Punta del Santo y la desembocadura

6 VALORACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LA PREDICCIÓN DE LA EVOLUCIÓN MORFOLÓGICA DE DELTAS

La modelación de procesos físicos, por como suele abordarse matemáticamente, tiende a la formulación de planteamientos que utilizan magnitudes determinísticas. Esto arroja resultados adecuados en muchos casos, no obstante existen problemas en los que las variables albergan incertidumbres importantes, que requieren una aproximación de tipo probabilística.

El conocimiento de algunos de los procesos que dominan la evolución costera es aún limitado, por lo que en su estudio se asume que contienen componentes aleatorias. Ejemplos de ello son la meteorología, la transmisión de energía del viento al oleaje, la composición espectral de éste, los procesos de disipación en la costa, el transporte de sedimentos, entre otros. Las incertidumbres derivadas de ello pueden clasificarse en:

1. Incertidumbre estadística, debida a limitaciones en la información disponible.
2. Incertidumbre del modelo, asociada a la fiabilidad con que se representan los fenómenos.
3. Incertidumbre intrínseca, relacionada con la aleatoriedad de los agentes forzadores del sistema morfológico.

Lo presentado en este capítulo se refiere a la incertidumbre intrínseca en la predicción de estados morfológicos costeros.

6.1 Valoración de la incertidumbre intrínseca en la modelación de procesos costeros

La complejidad intrínseca de determinados fenómenos naturales hace difícil caracterizarlos con criterios puramente físicos, siendo necesario el apoyo en conceptos estadísticos. Los agentes climáticos en particular, principales forzadores de la evolución costera, transmiten ese carácter estocástico al resto de procesos en todas las escalas espaciales y temporales.

Durante las últimas décadas muchos de los trabajos de investigación en morfodinámica litoral se han centrado en el desarrollo de herramientas para cuantificar cambios en la configuración de la costa; se ha puesto especial atención a la predicción de efectos inducidos por intervenciones humanas, por ejemplo por la construcción de protecciones frente a la erosión, infraestructuras, etc. Por la naturaleza estocástica de los forzamientos, las predicciones están siempre sujetas a incertidumbre. Por otro lado, muchos de los modelos se basan en el análisis de geometrías simplificadas y datos de entrada estacionarios, por lo que pueden considerarse modelos de estado, es decir, que sólo son capaces de analizar respuestas morfológicas a forzamientos climáticos específicos de condiciones energéticas constantes.

La utilización de modelos de estado para la determinación de evoluciones morfológicas de mayor escala, donde hay variaciones de los forzamientos, requiere sujetarse a la hipótesis de que la evolución se produce como una secuencia de estados, y que durante cada uno de ellos los niveles energéticos se mantienen constantes. Para ello se asume que la morfología responde a un estado tendiendo hacia una configuración de equilibrio, y que cuando las condiciones climáticas cambian (cuando se pasa al siguiente estado forzador) se fuerza a la progresión hacia una configuración distinta.

Con las secuencias de estados estacionarios pueden representarse tendencias medias y estados modales, sin embargo la evolución costera en realidad no responde a condiciones climáticas medias, sino que está fuertemente influenciada por pulsos de condiciones extremas, que no obstante su menor regularidad son energéticamente más significativas. De esta forma la evolución a medio y largo plazo es el resultado de una secuencia de un número aleatorio de eventos medios y extremos.

Son pocas las formulaciones existentes para evaluar la evolución morfológica directamente como un proceso estocástico, por ejemplo Reeve y Spivack (2004) o Reeve (2006), y su complejidad las limita a geometrías simples y variabilidad climática ajustada a funciones teóricas específicas. Consecuentemente, ha habido más desarrollo en la aplicación de metodologías estocásticas con modelos de estado robustos (Le Méhauté *et al.*, 1983; Vrijling & Meijer, 1992; Dong & Chen, 1999; Payo *et al.*, 2004).

6.1.1 Metodología para la predicción de estados morfológicos en términos probabilísticos

La metodología que a continuación se describe (Payo *et al.*, 2004) fue originalmente planteada para estudiar la evolución costera dominada por agentes marítimos. En el

presente trabajo es aplicada a costas en presencia de desembocaduras, para lo cual se ha agregado el tratamiento de los datos hidrológicos de la cuenca vertiente.

La técnica se basa en la simulación de estados climáticos con un método tipo Monte Carlo, cuyos resultados se utilizan como parámetros de entrada de modelos morfológicos.

Se acepta como hipótesis que la evolución de la costa es un proceso acumulativo, refiriéndose a que la respuesta morfológica a un estado de mar específico es, desde un punto de vista matemático, la condición inicial para el siguiente estado. De esta forma, para predecir la evolución costera tras un número específico de años (N_a), se simula una secuencia de estados climáticos representativos de tal intervalo. Posteriormente, con un modelo morfológico se calcula la evolución durante cada estado, partiendo de la configuración resultante del estado anterior. La morfología obtenida al final de los N_a años es el resultado del experimento.

Con la realización de un número significativo de experimentos se obtiene una muestra cuyo análisis arroja resultados en términos probabilísticos, lo que supone un instrumento útil y fiable en la valoración de escenarios futuros y en la toma de decisiones de gestión.

El esquema general del procedimiento, mostrado en la Figura 6.1, consta de 3 partes principales: la simulación climática, la modelación morfológica y el análisis de los resultados. A continuación se describen la primera y la tercera. La segunda se encuentra a detalle en los capítulos 3, 4 y 5 de este documento.

6.1.2 Simulación Monte Carlo del clima marítimo y de la hidrología

Para simular las secuencias de estados de clima marítimo y de condiciones hidrológicas es necesario contar con las funciones de distribución de probabilidad (FDP) de las variables involucradas en el proceso. Las FDP pueden ser estimadas a partir de bases de datos que contengan la evolución de dichas variables. Para que las FDP representen adecuadamente las condiciones locales es necesario que el registro sea extenso, deseablemente de al menos el tiempo del período que se pretende simular.

Dado que la evolución morfológica de la costa en general, y la de desembocadura de cuencas semiáridas como las analizadas en este trabajo, en particular, se rigen en gran medida por la incidencia de eventos extremos, la metodología empleada asume que cada evento (temporal en el mar y avenida en el río) es una realización independiente de un mismo proceso estocástico, de forma que cada año es considerado como una secuencia aleatoria de eventos extremos y calmas.

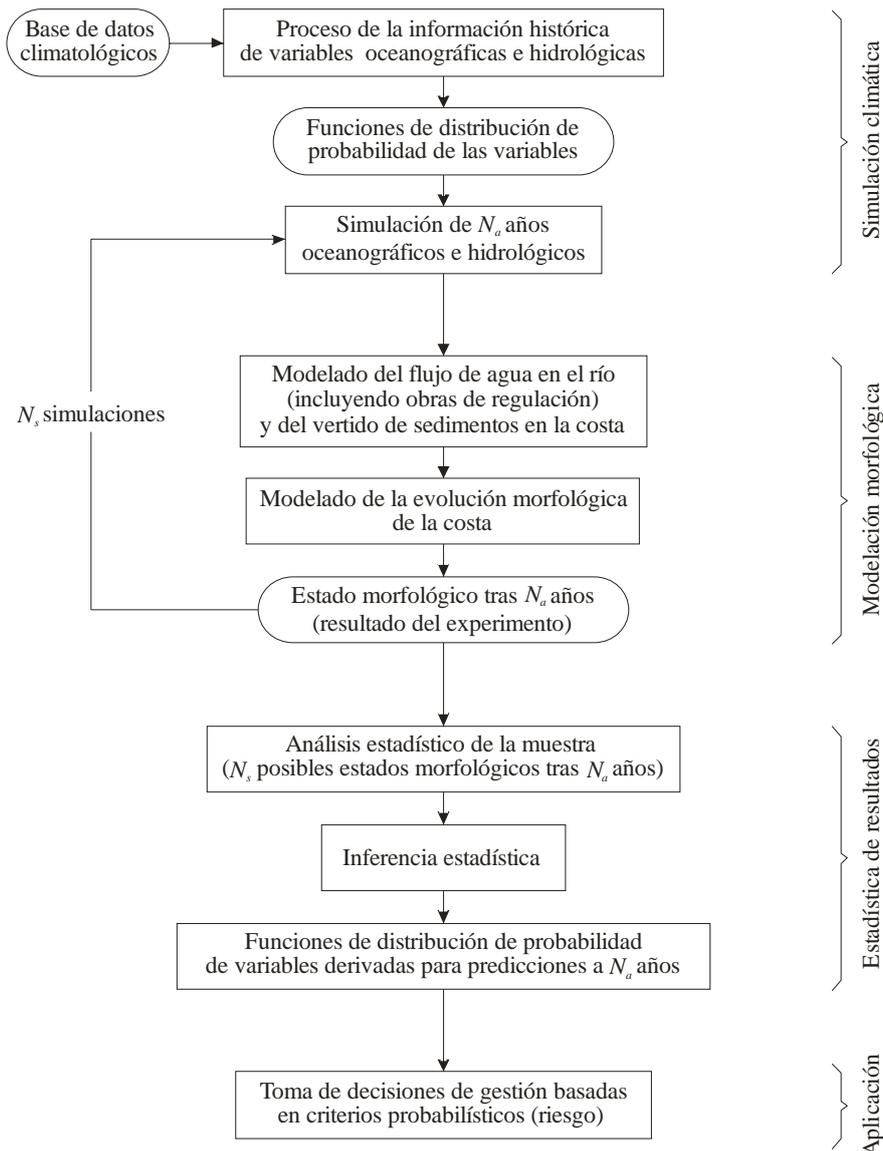


Figura 6.1 Esquema general de la metodología para la predicción de la evolución costera en términos probabilísticos

La elección de las variables representativas de los forzamientos depende del proceso en estudio, principalmente, y de las características climáticas del sitio de aplicación, en segundo término. En el proceso estudiado las variables más importantes son, para el clima marítimo:

- número de temporales al año (eventos extremos de clima marítimo), n_{t-a} ,
- duración de cada temporal, D_t ,
- valor máximo de la altura de ola significativa en cada temporal, Hs_{max} ,
- período medio del oleaje durante el temporal, T_m ,
- dirección de incidencia del oleaje, α ,
- elevación de marea (meteorológica + astronómica) durante el temporal, η .

Las variables representativas de la hidrología son:

- número de avenidas al año, n_{a-a} ,
- volumen total de agua transitado por la avenida, V_a ,
- duración de la avenida, D_a ,
- caudal pico, Q_p ,

- tiempo del caudal pico como porcentaje de D_a, t_{rp} .

La determinación de las FDP a partir de las bases de datos del clima debe incluir un criterio para diferenciar las condiciones extremales. En el caso del clima marítimo se define una altura de ola umbral, H_u , por encima de la cual se considera que ocurre un temporal. Para la hidrología se define un caudal umbral, Q_u , que marca la ocurrencia de una avenida. La representación de las calmas se hace eligiendo de entre las condiciones por debajo del umbral sólo a aquellas que tienen repercusiones en la morfología.

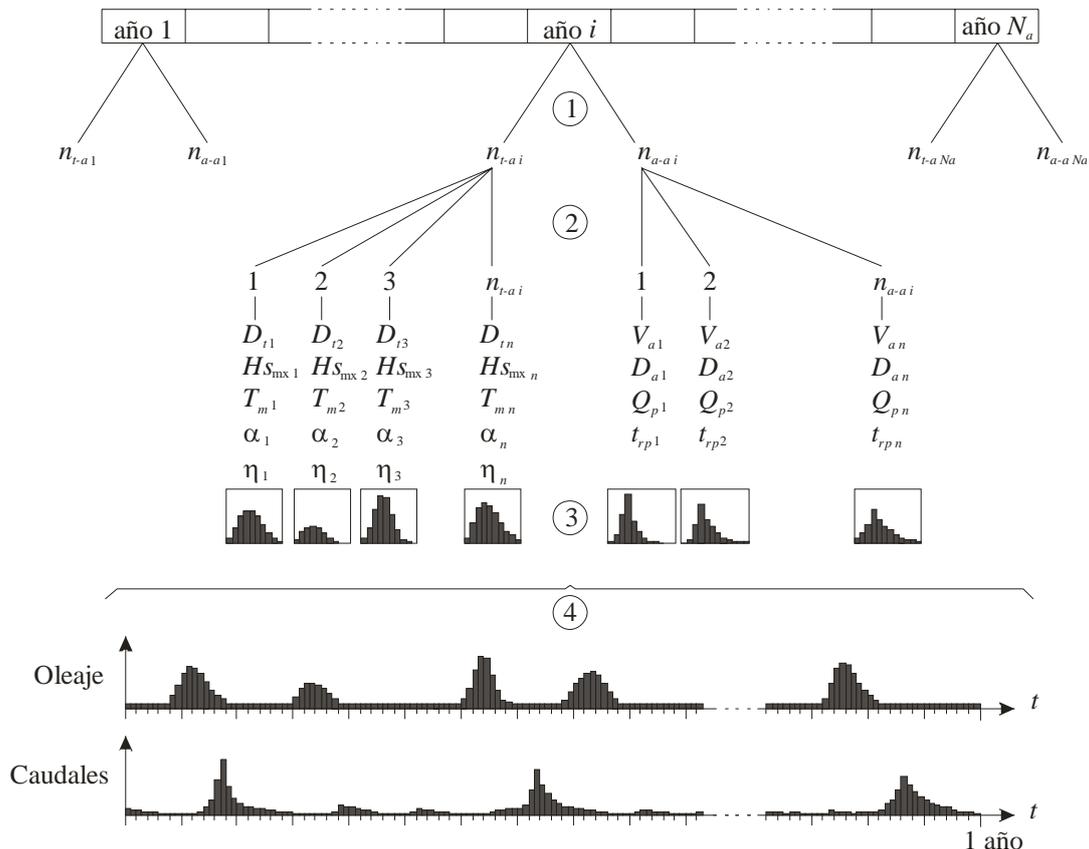


Figura 6.2 Esquema del procedimiento de la simulación tipo Monte Carlo de las variables climáticas

Para cada experimento se realiza una simulación tipo Monte Carlo de las variables relacionadas con el oleaje y con los caudales del río. El procedimiento se resume en los siguientes pasos (véase la Figura 6.2):

1. Para cada uno de los N_a años de simulación se obtiene el número de eventos de temporal n_{t-a} y el número de avenidas n_{a-a} .
2. Se simulan los parámetros característicos de cada uno de los temporales y avenidas (duraciones, magnitudes pico, espaciamiento, etc.).
3. Cada evento se discretiza temporalmente en una secuencia de estados, para los cuales se obtienen series de evolución de las variables climáticas.
4. Se establece la simultaneidad o independencia entre temporales y avenidas mediante una FDP para tal fin.

Con lo anterior se forman series temporales de cada variable para todo el año. Los períodos entre eventos se definen con valores representativos de las calmas. El río queda representado sólo con el caudal, mientras que el clima marítimo requiere series de altura

de ola, dirección, período y marea. Las series temporales de cada año se integran en una para todo el tiempo de simulación.

6.1.3 Modelación de la morfología

Los caudales simulados se introducen en un modelo de flujo de agua en cauces naturales (capítulo 3), que toma en cuenta las obras de regulación sobre el río y que incluye una formulación para el cálculo del transporte de sedimentos. La salida es una serie temporal de transporte sólido en la desembocadura. Lo anterior y las variables de clima marítimo simuladas son el dato de entrada al modelo de evolución del litoral (capítulo 4), cuyo resultado es la posición final de la línea de costa.

6.1.4 Análisis estadístico de la muestra de estados morfológicos

Se denota como $y_s(x, t = 0)$ a la posición de la línea de costa al inicio del análisis, y como $y_s(x, t)$ a su ubicación en cualquier instante t . Debido a la naturaleza estocástica de los agentes climáticos, $y_s(x, t)$ puede considerarse como un proceso estocástico que, en intervalos de tiempo de años y décadas, está controlado por los eventos climáticos energéticamente más importantes. Conocidos los estados climáticos representativos de un período de N_a años, mediante la aplicación de un modelo morfológico es posible estimar la posición de la línea de costa pasado tal intervalo, $y_s^{N_a}(x)$. Repitiendo el experimento N_s veces (para diferentes realizaciones de la simulación climática) se obtiene un espacio muestral de N_s estados finales de la costa.

Por como se da el proceso de evolución del litoral durante un tiempo de N_a años, la probabilidad de que la línea de costa en una posición x se ubique en una determinada ordenada y_s está condicionada a los valores de y_s en las cercanías de x . Esto implica que para un tramo de costa (es decir, para un conjunto de valores de x) la asignación de probabilidades de ocurrencia a cada forma $y_s(x)$ posible no es trivial, y se complica cuanto más puntos sean necesarios para describir al tramo. Para hacer posible el tratamiento estadístico de la muestra se utiliza el método de las Funciones Ortogonales Empíricas (FOE), descrito a continuación. Se trata de una técnica para el análisis ponderado de componentes principales, que reduce las dimensiones de un conjunto de datos a un número óptimo capaz de describir las tendencias de las variables originales tanto en x como en y (tiempo y espacio en términos de análisis de señales, aplicación de origen de la técnica).

6.1.4.1 Método de las Funciones Ortogonales Empíricas

Sea $\tilde{x} = (x^1, x^2, \dots, x^M)^T$ un vector columna con M posiciones distribuidas sobre un eje longitudinal a la costa, los resultados de cada experimento pueden expresarse mediante vectores del tipo $\tilde{y}_i = (y_i^1, y_i^2, \dots, y_i^M)^T$ referidos a las posiciones \tilde{x} , donde $y_i^j = y_i(x^j)$,

$i = 1, 2, \dots, N_s$ y $j = 1, 2, \dots, M$. De esta forma la matriz $Y = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{N_s})$ contiene la muestra de los N_s vectores aleatorios, cada uno de longitud M , que definen posibles posiciones de la línea de costa después de N_a años,

$$Y = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 & \dots & y_{N_s}^1 \\ y_1^2 & y_2^2 & \dots & y_{N_s}^2 \\ \vdots & \vdots & y_i^j & \vdots \\ y_1^M & y_{N_s,2} & \dots & y_{N_s}^M \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

Con el análisis de componentes principales se obtiene un conjunto de vectores de magnitud M , $\{\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_k, \dots\}, k \leq N_s$, llamados Funciones Ortogonales Empíricas (FOE), que son combinaciones lineales de las variables originales. La primera componente, \tilde{e}_1 , describe un patrón de tendencia que tiene en cuenta la mayor variabilidad posible de los datos. El elemento \tilde{e}_2 , ortogonal a \tilde{e}_1 , describe la varianza residual de su predecesor, y así sucesivamente. Por lo tanto, reteniendo un número discreto de componentes, p , es posible cuantificar la principal variabilidad de los datos originales, de forma que $Y = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{N_s})$ puede aproximarse por una combinación lineal de los vectores \tilde{e}_k

$$\tilde{y}_i = \tilde{\mu} + z_{i1}\tilde{e}_1 + z_{i2}\tilde{e}_2 + \dots + z_{ip}\tilde{e}_p; \quad i = 1, 2, \dots, N_s, \quad (6.2)$$

donde $\tilde{\mu} = (\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^M)^T$ es un vector columna con los valores medios de las N_s posiciones simuladas de la línea de costa en cada punto M sobre el eje x

$$\mu^j = E[y(x^j)] = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} y_i^j, \quad (6.3)$$

y los coeficientes z_{ik} de las autofunciones \tilde{e}_k son las llamadas puntuaciones (*scores*), también obtenidas mediante la técnica FOE.

La ecuación (6.2) sugiere aproximar la línea de costa después de N_a años de forzamiento climático por una combinación lineal de p variables aleatorias Z_1, Z_2, \dots, Z_p

$$y(\tilde{x}) = \tilde{\mu} + Z_1\tilde{e}_1 + Z_2\tilde{e}_2 + \dots + Z_p\tilde{e}_p. \quad (6.4)$$

Con la expresión (6.4) y con el conocimiento de la función de probabilidad conjunta del vector aleatorio (Z_1, Z_2, \dots, Z_p) , pueden hacerse predicciones de $y(\tilde{x})$ en las que se valore la incertidumbre. Dicha función puede obtenerse a partir de una muestra del vector, en este caso proveída por la matriz Z , que contiene a las puntuaciones,

$$Z = \begin{pmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} & \dots & z_{1,p} \\ z_{2,1} & z_{2,2} & \dots & z_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N_s,1} & z_{N_s,2} & \dots & z_{N_s,p} \end{pmatrix}. \quad (6.5)$$

La ventaja ofrecida por el método FOE es que facilita la estimación de la función de probabilidad conjunta, gracias a que el número de variables interdependientes se ha reducido de dimensión (de M a p).

6.1.5 Predicción de variables derivadas, tratamiento de la incertidumbre

Una vez conocida la función de distribución de probabilidad conjunta $f(Z_1, Z_2, \dots, Z_p)$, correspondiente a las componentes del vector aleatorio, puede valorarse la incertidumbre de cualquier variable definida a partir de la posición de la línea de costa, por ejemplo el volumen de arena perdido o ganado, el máximo avance o retroceso de la línea de costa, etc.

Sea $L(y(\tilde{x}))$ una función definida en términos de la posición de la línea de costa, de acuerdo a la ecuación (6.4) L depende de las variables aleatorias Z_1, Z_2, \dots, Z_p . Si A es un conjunto de Borel de un espacio vectorial de dimensión p , \mathbb{R}^p , la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento del espacio muestral asociado a la variable aleatoria L puede calcularse como sigue

$$\Pr(L \in A) = \int_A f(Z_1, Z_2, \dots, Z_p) dZ_1 dZ_2 \dots dZ_p. \quad (6.6)$$

Como ejemplo de potenciales aplicaciones de esta metodología, a continuación se presentan soluciones analíticas, usando $p = 2$, para las funciones de distribución de dos variables definidas en términos de la posición de la línea de costa.

6.1.5.1 Función de distribución de la variable aleatoria "incremento de la playa seca" después de N_a años

La variable aleatoria que mide el incremento del área seca de una playa, dentro de un dominio $0 \leq x \leq l$, se define como

$$A = \int_0^l y(x) dx - \int_0^l y^0(x) dx = \int_0^l \tilde{\mu} dx + Z_1 \int_0^l \tilde{e}_1 dx + \dots + Z_p \int_0^l \tilde{e}_p dx - \int_0^l y^0(x) dx. \quad (6.7)$$

Reteniendo sólo las dos primeras autofunciones queda

$$A = \int_0^l y(\tilde{x}) dx = A_\mu - A_0 + Z_1 E_1 + Z_2 E_2, \quad (6.8)$$

donde el área de playa inicial $A_0 = \int_0^l y^0(x) dx$, el área asociada a la posición media $A_\mu = \int_0^l \tilde{\mu} dx$, y los términos $E_i = \int_0^l \tilde{e}_i dx$, $i = 1, 2$ son valores conocidos. A es una variable aleatoria que depende de Z_1 y Z_2 y por lo tanto su función de distribución puede obtenerse como

$$\Pr(A \leq a) = \Pr(Z_1 E_1 + Z_2 E_2 \leq a - A_\mu + A_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ_1 \int_{-\infty}^{\frac{a - A_\mu + A_0 - Z_1 E_1}{E_2}} f(Z_1, Z_2) dZ_2. \quad (6.9)$$

6.1.5.2 Función de distribución del vector aleatorio que describe la posición de la línea de costa

A partir de la expresión (6.3) es posible estimar la función de distribución conjunta del vector aleatorio $y(\tilde{x})$

$$\Pr(y(\tilde{x}) \leq \tilde{\alpha}) = \int_{S_{\tilde{\alpha}}} f(Z_1, Z_2) dZ_1 dZ_2, \quad (6.10)$$

donde

$$S_{\tilde{\alpha}} = \left\{ (Z_1, Z_2) \mid e_1^1 Z_1 + e_2^1 Z_2 \leq \alpha_1 - \mu_1; \dots; e_1^M Z_1 + Z_2 e_2^M \leq \alpha_M - \mu_M \right\}. \quad (6.11)$$

Para el caso particular en que $\alpha_i = \alpha$, $i = 1, 2, \dots, M$, la probabilidad de ocurrencia de Y_{\min} (mínimo avance/retroceso de la línea de costa) se calcula como

$$\begin{aligned} F(\alpha) &= \Pr(Y_{\min} \leq \alpha) = \Pr(\min \{y(\tilde{x})\} \leq \alpha) \\ &= 1 - \Pr(\min \{y(\tilde{x})\} > \alpha) = \int_{S_\alpha} f(Z_1, Z_2) dZ_1 dZ_2, \end{aligned} \quad (6.12)$$

con

$$S_\alpha = \left\{ (Z_1, Z_2) \mid e_1^1 Z_1 + e_2^1 Z_2 \leq \alpha - \mu_1; \dots; e_1^M Z_1 + Z_2 e_2^M > \alpha - \mu_M \right\}. \quad (6.13)$$

6.2 Aplicación al delta del río Guadalfeo

6.2.1 Caracterización del clima, generación de FDP's

Como parte de la validación del modelo morfológico en la cuenca del río Guadalfeo (capítulo 5) se establecieron los umbrales para la definición de clima extremo en $H_u = 2$ m (en aguas profundas) y $Q_u = 20$ m³/s (en la posición de la presa de Rules). De los

datos disponibles se escogieron por su fiabilidad los ilustrados en la Figura 6.3; oleaje de enero de 1996 a octubre de 2007 (Puertos del Estado) y caudales de octubre de 1994 a septiembre de 2004 (Confederación Hidrográfica del Sur).

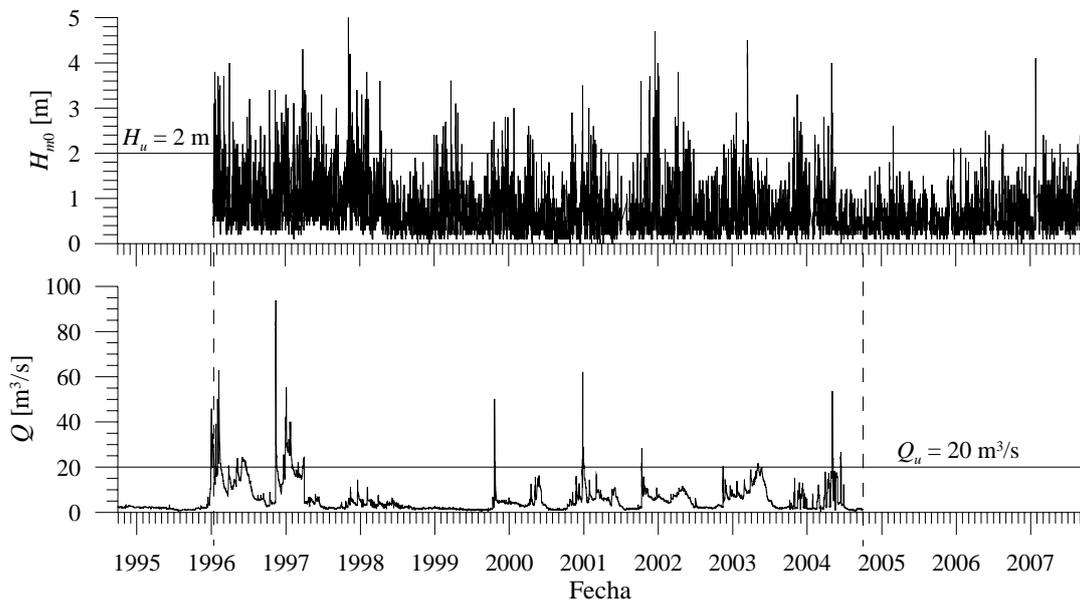


Figura 6.3 Bases de datos climáticos disponibles en el delta y cuenca del Río Guadalfeo. Umbrales para la diferenciación entre régimen medio y extremal

6.2.1.1 Calmas

En el caso particular del Guadalfeo la caracterización de las calmas se simplifica con el hecho de que, en ausencia de avenidas importantes, el caudal del río en el delta es intrascendente para efectos morfológicos. En lo que respecta al clima marítimo, se ha observado que condiciones por debajo del umbral no alteran de forma perceptible la configuración costera, debido principalmente a la alta resistencia al movimiento del sedimento (arenas gruesas, gravas, bolos). La única condición que merece ser atendida es el desfase entre temporales y avenidas, ya que el vertido de material a la costa puede suceder durante períodos tanto de temporal como de calmas. La redistribución de los sedimentos durante las calmas es prácticamente nula, produciéndose hasta la incidencia de los siguientes temporales. Para la ejecución del modelo durante avenidas en ausencia de temporal, dadas las condiciones expuestas, se ha optado por una representación simple del régimen medio, caracterizado por una altura de ola $H_c = 0.7$ m, un período $T_c = 4.7$ s y dos dirección de incidencia típicas, 105° y 245° , alternadas según su probabilidad de ocurrencia (véase la Figura 5.6).

6.2.1.2 Temporales

Se define temporal como el intervalo de tiempo en el que la altura de ola significativa supera el umbral H_u . La base de datos se divide en años hidro-meteorológicos, que empiezan cada octubre. La Figura 6.4 presenta la FDP obtenida empíricamente para la variable “número de temporales al año”.

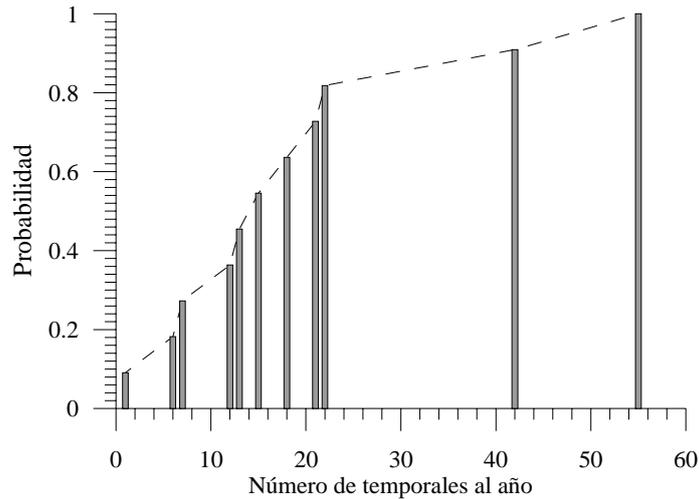


Figura 6.4 FDP del número de temporales al año

De cada temporal se obtienen series con la evolución de la altura de ola significativa H_s , período de pico T_p y dirección de pico θ_p , así como la duración de cada evento D_t . El tiempo entre eventos, D_{tm} , se analiza posteriormente en conjunto con el espaciamiento entre avenidas.

Los temporales que inciden en la zona se derivan de eventos meteorológicos bien diferenciados (apartado 5.1.1). Esto se refleja claramente en la dirección del oleaje durante los temporales, ya que se distribuye en torno a dos valores bien definidos, 100° y 250° . Se observa que durante un evento θ_p no experimenta variaciones importantes, por lo que puede representarse por un valor único. La Figura 6.5 presenta la FDP de la variable aleatoria “dirección pico del temporal”.

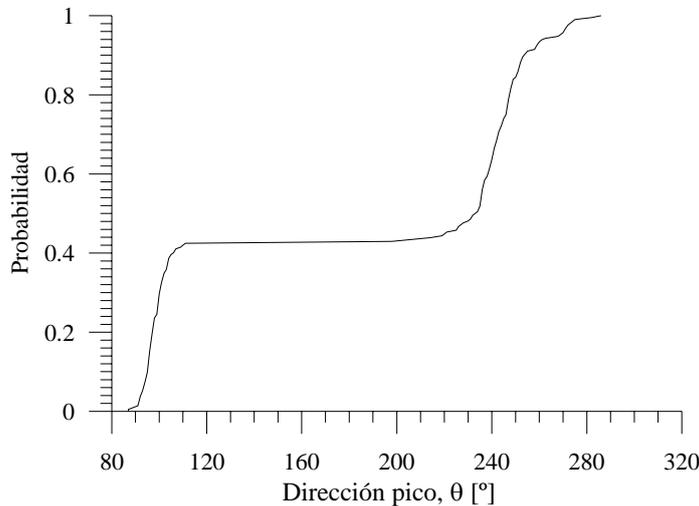


Figura 6.5 FDP de la dirección pico de incidencia del oleaje de temporal

De las series de altura significativa de cada temporal se obtiene el valor máximo o altura de pico del temporal, $H_{s_{max}}$. Tomando en cuenta la marcada diferencia en los ángulos de pico, se construyen dos FDP's, para valores de θ_p mayores y menores de 150° (Figura 6.6).

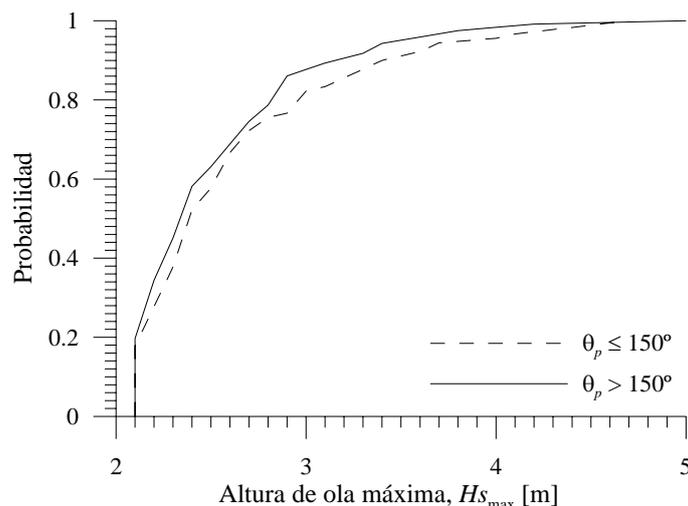


Figura 6.6 FDP de la altura de ola máxima alcanzada durante el temporal

Se aprecia en la evolución de H_s durante el temporal una forma similar a la caracterizada por Payo (2004) mediante un análisis de componentes principales. En este trabajo se utiliza la forma parabólica equivalente

$$H_s(t) = H_{s_{\max}} + \frac{H_u - H_{s_{\max}}}{(D_t/2)^2} \left(t - \frac{D_t}{2} \right)^2. \quad (6.14)$$

Se observó relación entre la altura de ola máxima $H_{s_{\max}}$ y la duración de los temporales D_t , por lo que la FDP de la segunda se condicionó al valor de la primera (Figura 6.7).

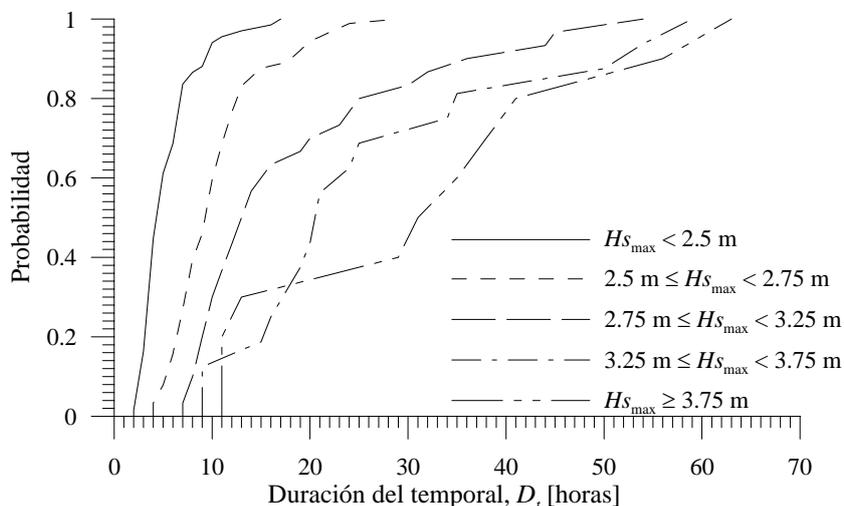


Figura 6.7 FDP de la duración del temporal condicionada a $H_{s_{\max}}$

En los datos obtenidos para cada temporal se observó que, de forma general, el período de pico del oleaje crece linealmente desde el inicio del temporal hasta que se alcanza la altura de ola pico máxima, y a partir de entonces se mantiene aproximadamente constante (Figura 6.8). Para la creación de series con la evolución de las variables durante los eventos, se ha realizado una estadística con el período pico medio observado durante cada temporal. Su FDP empírica, condicionada a $H_{s_{\max}}$, se muestra en la Figura 6.9. El cambio total en el período pico durante el temporal, T_d , se obtiene mediante el ajuste

$$Td = -3.613 + 0.6103T_{p\text{ medio}}; \quad Td \geq 0. \quad (6.15)$$

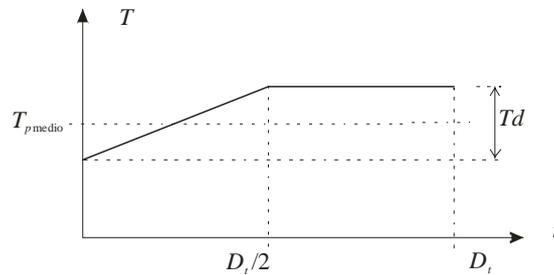


Figura 6.8 Evolución aproximada del período pico durante un temporal

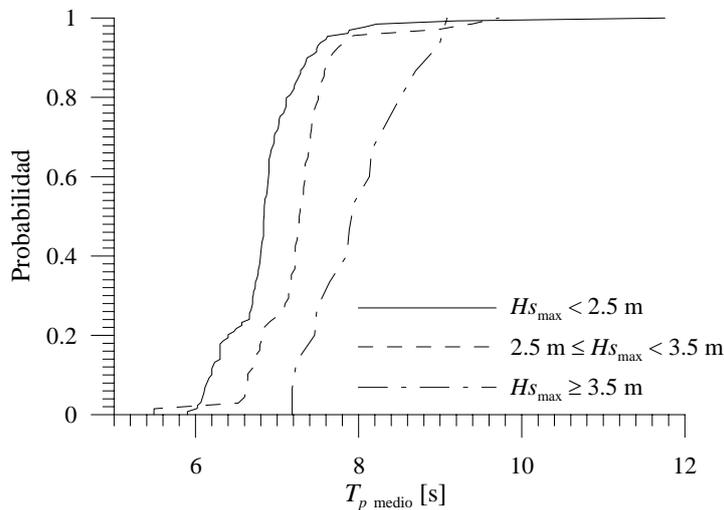


Figura 6.9 FDP del período pico medio durante el temporal condicionado a $H_{s\text{ max}}$

6.2.1.3 Avenidas

Se define como avenida la secuencia de caudales sobre el río, en la posición de la presa de Rules, que igualan o superan el umbral $Q_u = 20 \text{ m}^3/\text{s}$. Se toman como parámetros característicos para la posterior simulación de cada evento el volumen total de agua vertida durante la avenida V_a , la duración D_a , el caudal pico Q_p , y el tiempo de pico t_{pp} (como proporción de D_a). La división de la base de datos en años hidrológicos arroja la FDP empírica de la variable aleatoria “número de avenidas al año” presentada en la Figura 6.10.

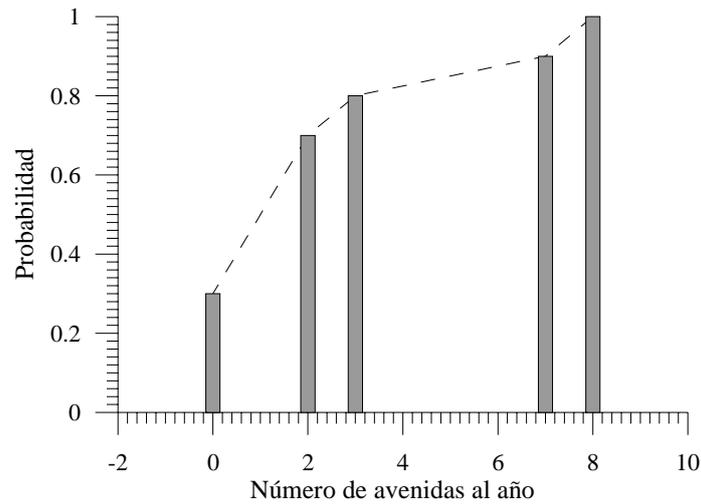


Figura 6.10 FDP del número de avenidas al año

La FDP que describe a la variable aleatoria “volumen total de cada avenida”, V_a , se muestran en la Figura 6.11.

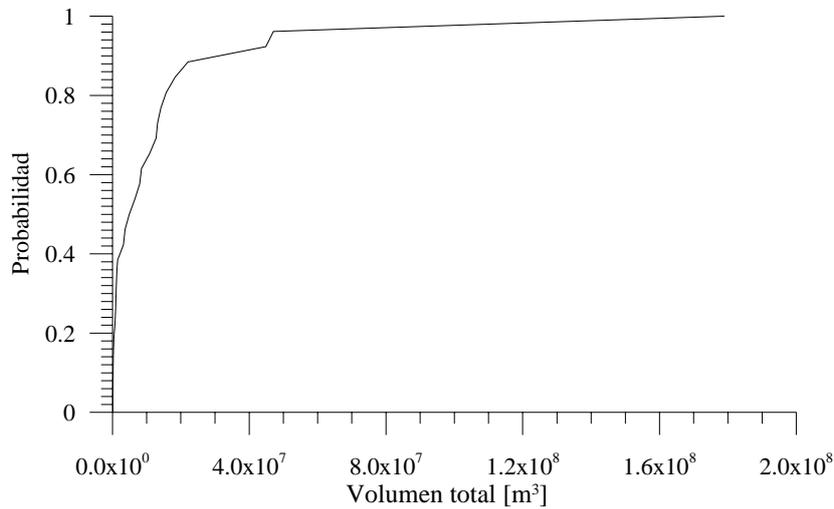


Figura 6.11 FDP del volumen total de agua transitado durante una avenida

Con base en la observación de las series temporales del caudal durante las avenidas, se propone para las simulaciones el empleo de un hidrograma sintético conformado por una recta ascendente hasta el caudal pico, seguida de una parábola con vértice en (D_t, Q_u) para describir el decaimiento de la avenida (Figura 6.12)

$$Q = \begin{cases} Q_u + t \frac{Q_p}{t_{pp} D_a}; & t \leq t_{pp} D_a, \\ Q_u + \frac{Q_p}{D_a^2 (1 - t_{pp})^2} (t - t_{pp} D_a)^2; & t > t_{pp} D_a, \end{cases} \quad (6.16)$$

donde el volumen total de la avenida es

$$V_a = \frac{1}{6} Q_p D_a (2 + t_{pp}) + Q_u D_a. \quad (6.17)$$

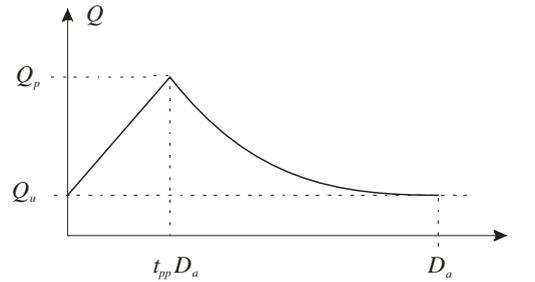


Figura 6.12 Hidrograma sintético para la caracterización y simulaciones

Se tiene el problema de que el registro climático, a pesar de permitir un cierto nivel de caracterización estadística, es corto. Aunque su longitud es similar a la del disponible para el oleaje, las avenidas son sensiblemente menos frecuentes que los temporales (mientras que de los primeros hay 212 de las segundas sólo se detectan 26). Por ello se decidió hacer una caracterización de los parámetros del hidrograma sintético (Q_p , D_a y t_{pp}) mediante ajustes, asumiendo que el carácter estocástico queda representado en V_a . Por otro lado, se observó la conveniencia de trabajar también con una variable auxiliar igual al volumen de la avenida sobre el umbral, V_{au} .

La duración de la avenida se relaciona con el volumen total mediante la expresión empírica

$$D_a = 2.434 \times 10^{-14} V_a^2 + 1.105 \times 10^5 V_a, \quad (6.18)$$

y el tiempo (como proporción de D_a) en el que ocurre el caudal pico con

$$t_{pp} = 7.813 V_a^{-0.187}. \quad (6.19)$$

Se establece la siguiente expresión que relaciona el volumen total de la avenida con el volumen sobre el umbral

$$V_{au} = 0.0022 V_a^{1.278}, \quad (6.20)$$

y con este último, en combinación con la expresión (6.17), el caudal pico se puede aproximar con

$$Q_p = Q_u + 6 \frac{V_{au}}{D_a (2 + t_{pp})}. \quad (6.21)$$

Los caudales anteriores se introducen a un modelo de balance de agua en el embalse de Rules, que requiere además de la simulación del caudal base, ya que de él dependen los volúmenes almacenados y por lo tanto los posibles vertidos extraordinarios de la presa.

El caudal base se simula mediante una aproximación que considera variaciones interanuales y estacionales. Tomando en cuenta las limitaciones de la información disponible, se utilizan armónicos de distintos períodos y componentes aleatorias en la forma a continuación descrita. La variación interanual se introduce a través de una componente armónica con período de 6 años, que coincide con la recurrencia de los

ciclos secos y húmedos observados en la climatología de la región (véase por ejemplo la Figura 5.3, que muestra los caudales medios anuales del río). La senoide se centra en $Q = 6 \text{ m}^3/\text{s}$ con una amplitud de $2 \text{ m}^3/\text{s}$. Se introduce además una componente aleatoria que afecta el caudal medio de cada año con hasta $\pm 1 \text{ m}^3/\text{s}$. También se emplea un número aleatorio para simular la fase del armónico. La variación estacional se consigue sumando al caudal anterior una oscilación con período de un año y una amplitud de $2.45 \text{ m}^3/\text{s}$. Con estos valores se consigue una representación del caudal base estadísticamente equivalente a los valores medidos disponibles.

El balance en el embalse se realiza mediante un modelo simple de continuidad, basado en la curva de elevaciones – capacidades del embalse (Figura 6.13), en previsiones aproximadas de la demanda de agua y en la curva de gastos del aliviadero de excedencias de la presa.

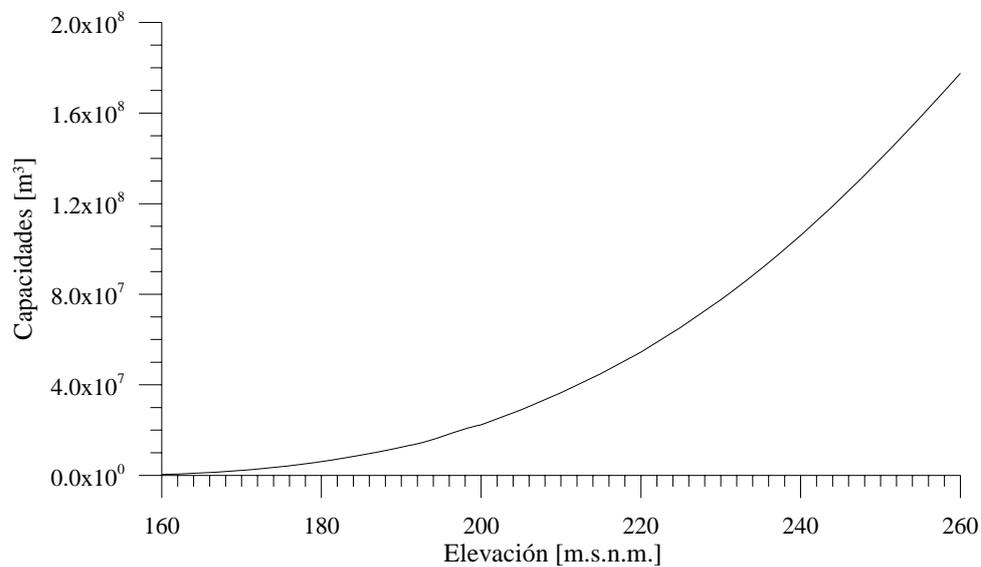


Figura 6.13 Curva de elevaciones – capacidades del embalse de Rules

A falta de datos, para esta aplicación la demanda se aproxima mediante una senoide con amplitud de $7 \text{ m}^3/\text{s}$, cuyo mínimo se hace coincidir con el máximo de la precipitación (en enero) y es igual a un caudal ecológico de $1.4 \text{ m}^3/\text{s}$. La demanda máxima ($8.4 \text{ m}^3/\text{s}$) ocurre en el mes de julio, a la mitad de la temporada seca. Las magnitudes se asignan procurando un óptimo de regulación, es decir, de forma que el volumen total extraído se iguale con el promedio del volumen de captación anual.

La ecuación de descarga del aliviadero es (Moñino, 1999)

$$Q = \left(\frac{\eta_e - 243}{0.04504} \right)^{1/0.58526} ; \eta_e > 243, \quad (6.22)$$

donde η_e es la elevación de la lámina de agua en el embalse.

6.2.1.4 Distribución de eventos en el año

En deltas como los que se analizan, donde los cambios morfológicos suceden principalmente durante los eventos extremos, es importante la correcta caracterización de la contemporaneidad entre avenidas en el río y temporales en el mar, así como de las acciones del régimen medio. En el caso del Guadalfeo se cuenta con la ventaja de que por debajo de los umbrales la actividad morfológica es prácticamente nula. Por otro lado, la incidencia de eventos importantes se limita a una temporada bien definida entre los meses de septiembre y mayo.

En el corto plazo (días – semanas) el solape o desfase entre eventos es importante, sin embargo en el largo plazo, y en particular para el sitio de estudio, el proceso puede esquematizarse como un pulso de descarga de sedimentos seguido de episodios aislados de redistribución en la costa. Dado que las condiciones de calmas no inducen cambios morfológicos, el tratamiento estadístico del tiempo entre eventos se ha simplificado para este caso.

Como una primera aproximación, considerada acorde con los objetivos del trabajo y representativa del proceso en el largo plazo, los eventos se organizan de la siguiente forma. Tanto los temporales como las avenidas se distribuyen uniformemente en la temporada en la que se observan con regularidad (octubre – abril). Según las estadísticas presentadas, es normal que el número de temporales sea mayor que el de avenidas, por lo que estas últimas resultan más espaciadas. La duración de las avenidas puede ser prolongada, siendo frecuente la ocurrencia de varios temporales por avenida, incluso puede haber superposición de avenidas. Cada inicio de avenida se hace coincidir con un inicio de temporal, y debido igualmente a la mayor duración media de las primeras, lo más común es que el máximo caudal ocurra ya sea en la parte final o una vez acabado el temporal. Cabe mencionar que podrían diseñarse técnicas más sofisticadas para la simulación de lo anterior, sin embargo este caso se ve limitado por la escasa longitud de los registros disponibles.

En la Figura 6.14 se presenta el ejemplo de una simulación de 5 años, en la que se observa la distribución relativa entre temporales y avenidas. Se presenta también la salida del modelo de balance de agua en el embalse y el resultado del modelo unidimensional del río (transporte de sedimentos en la desembocadura). Puede observarse una correcta representación de la regulación ejercida por la presa, que sólo vierte en un año en el que la incidencia de avenidas es importante.

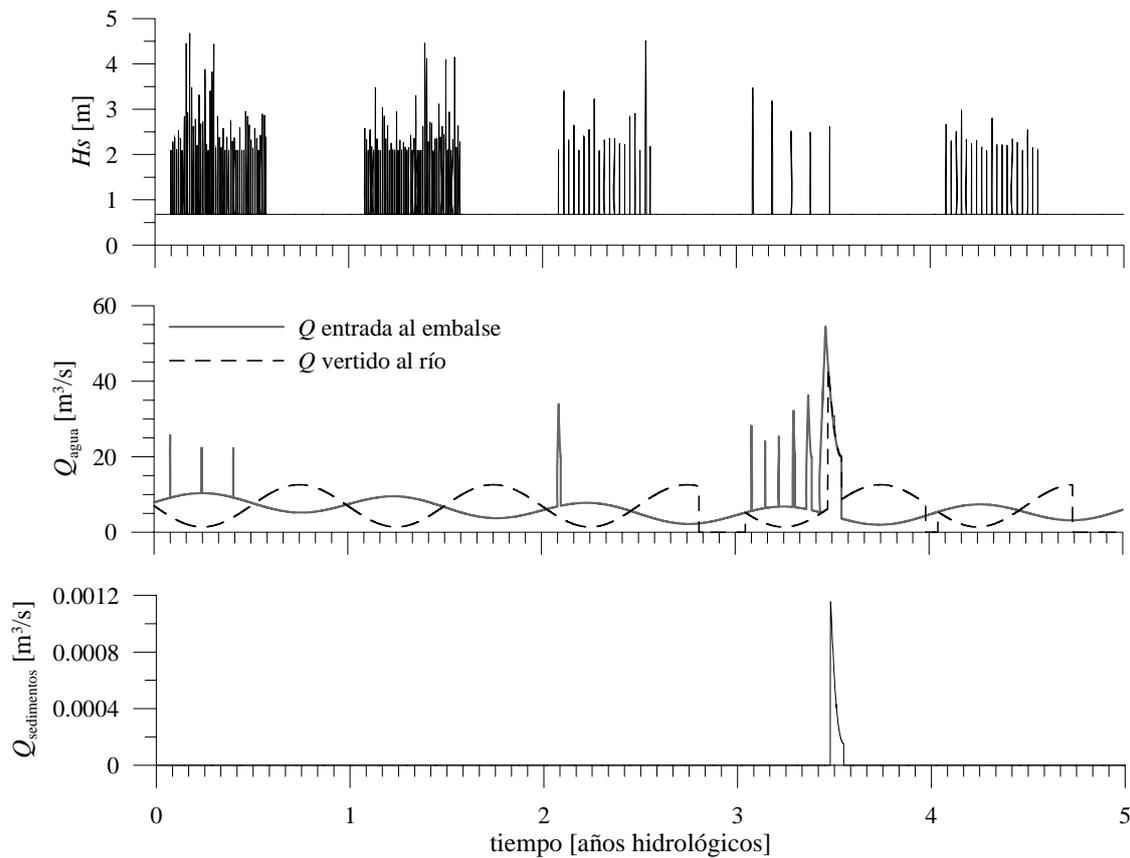


Figura 6.14 Ejemplo de una simulación de cinco años, altura de ola (temporales), caudal de entrada al embalse (base y avenidas), caudal vertido sobre el río y transporte de sedimentos en la desembocadura.

6.2.2 Caso de estudio

La metodología presentada se aplica para predecir el estado del delta del río Guadalfeo después de 20 años, en ausencia de actuaciones en el litoral. Se utiliza el mismo dominio que el estudiado en el capítulo 5. El estado inicial es el medido en las ortofotos de 1999, que si bien no es el actual se considera apropiado, es decir, al que se tendría que llegar con las obras de regeneración que desde entonces se han realizado y que a la fecha se encuentran en proceso de adjudicación (proyectos de la Dirección General de Costas ref. 180164 y 18168, por ejemplo).

En la Figura 6.15 se muestran a manera de ejemplo algunos de los resultados simulados, comparados con la condición inicial. Puede observarse que los principales cambios ocurren en la zona de la desembocadura, que se distingue por las inflexiones creadas por el encauzamiento del río, que actúa como espigón, y que sin embargo no puede evitar los fuertes problemas de erosión. Se observan también deposiciones importantes en las cercanías del Puerto de Motril y del Peñón de Salobreña, explicables por la presencia de dos direcciones de oleaje predominantes en sentidos opuestos. Destaca en la zona de la desembocadura la tendencia a la formación de ondas de arena, favorecidas porque la región recibe los oleajes de ambas direcciones poco difractados, situación que no se da en los extremos, protegidos de una porción importante de los ángulos de incidencia.

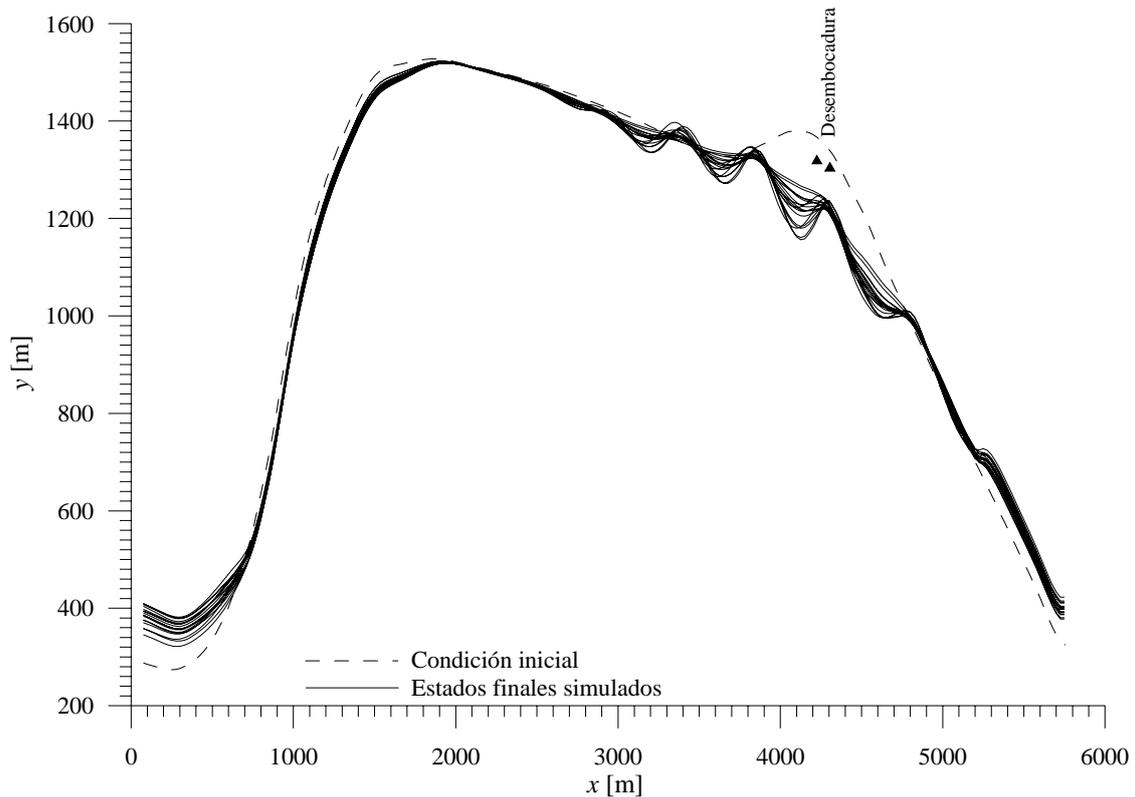


Figura 6.15 Condición inicial y algunos resultados simulados

Se aprecia que en los puntos con mayores cambios las diferencias entre simulaciones son considerables. Si bien todas muestran las mismas tendencias, las posiciones de la línea de costa varían hasta en más de 100 m. Resalta el hecho de que lejos de la desembocadura la morfología es mucho más madura, es decir, que los cambios que experimenta son moderados. También se distingue la importancia de las descargas puntuales del río en la zona, especialmente en la franja de 1 km de longitud que circunda al encauzamiento.

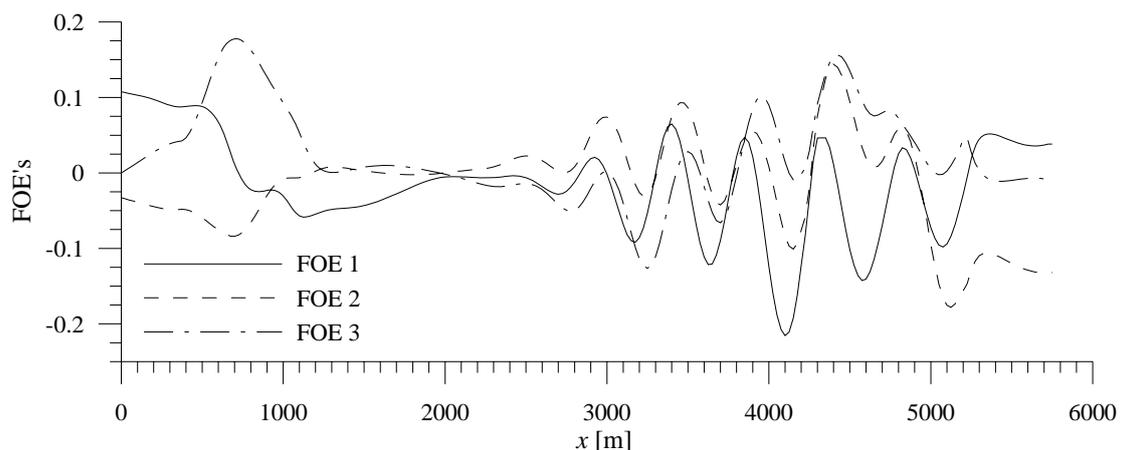


Figura 6.16 Primeras tres auto funciones FOE

En la Figura 6.16 se muestran las tres primeras componentes principales (autofunciones FOE). La primera representa el 83.42% de la variabilidad de los datos, mientras que las dos siguientes, que son los momentos de segundo y tercer orden, representan respectivamente el 6.77% y el 3.95%. En la Figura 6.17 se muestra el porcentaje

acumulado de la variabilidad representada por las primeras componentes, apreciándose que con 5 se alcanza prácticamente la totalidad de la representación (99.12%). Con las dos primeras se logra un 90 %, lo cual significa que reduciendo las variables aleatorias en estudio a únicamente 2 se consigue una definición satisfactoria de la variabilidad de los datos.

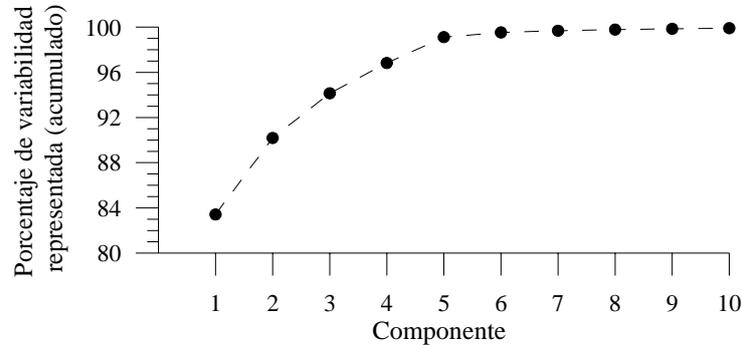


Figura 6.17 Porcentaje acumulado de variabilidad representada por las primeras componentes principales

La Figura 6.18 muestra líneas de costa probables reconstruidas a partir de las primeras tres componentes, y como es de esperar, no existe diferencia apreciable entre considerar sólo a la primera y a dos de ellas más.

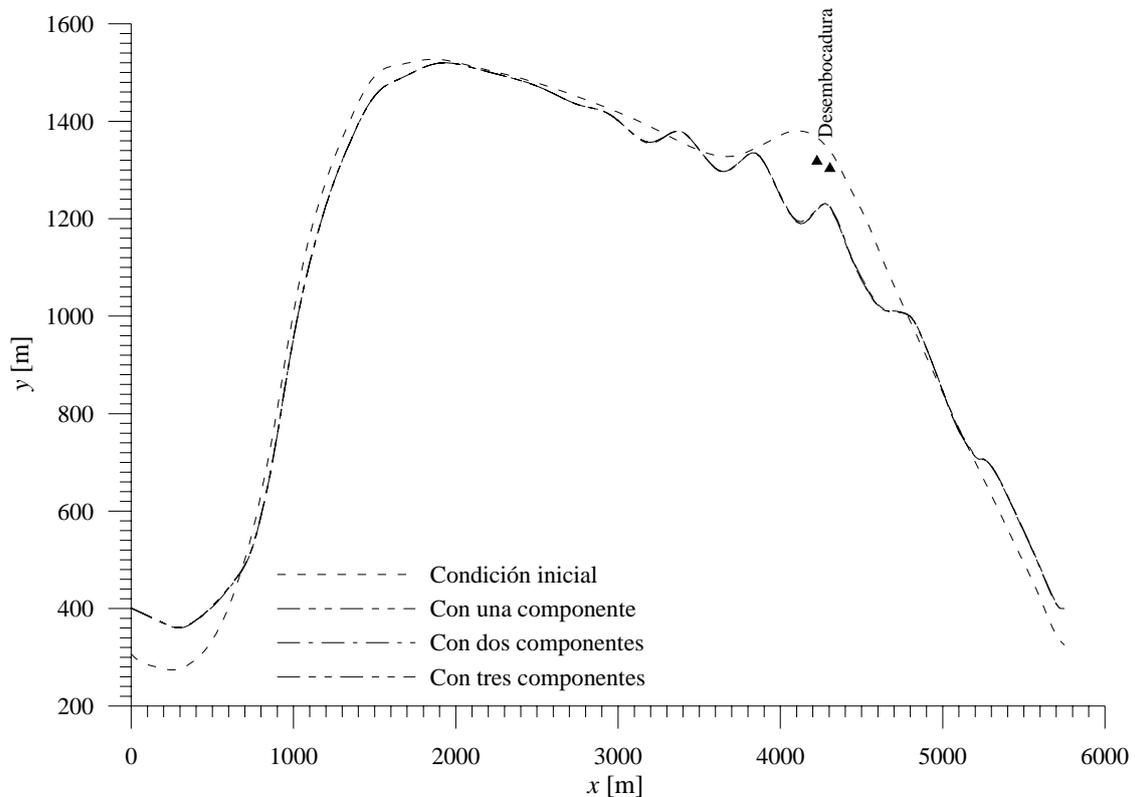


Figura 6.18 Reconstrucción de la línea de costa a partir de las tres primeras F.O.E.'s, comparación con la condición inicial.

La Figura 6.19 compara gráficamente parejas de valores de las puntuaciones de las tres primeras componentes (una a una). No se observa una correlación clara entre ellas, por lo que pueden considerarse independientes, aceptándose como válida la hipótesis planteada en la expresión (6.4).

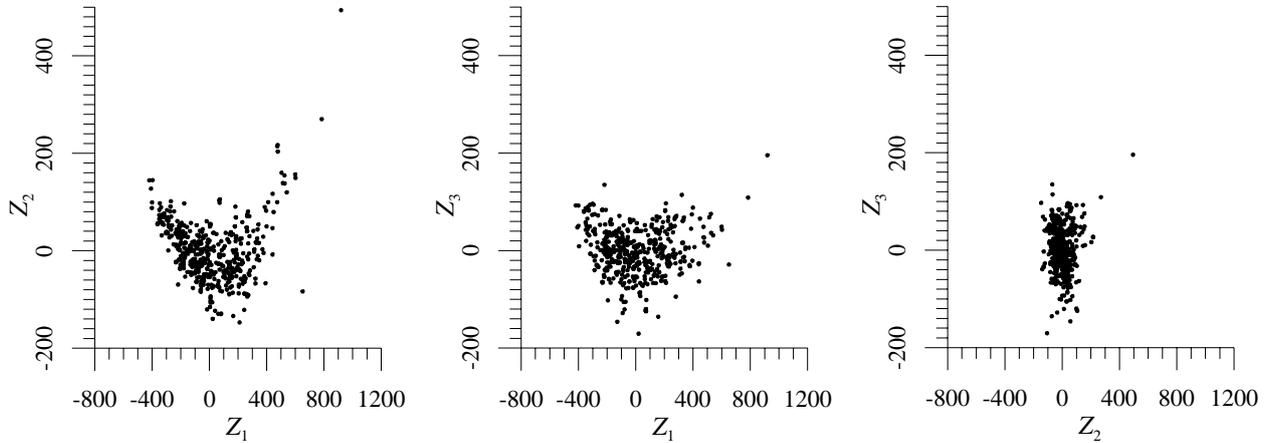


Figura 6.19 Parejas de valores de las puntuaciones para las tres primeras autofunciones

Con los datos de la Figura 6.19, para las variables Z_1 y Z_2 , se puede crear la función de probabilidad conjunta $f(Z_1, Z_2)$, Figura 6.20, que permite la estimación de la incertidumbre en la predicción de variables asociadas a la posición de la línea de costa (apartado 6.1.5).

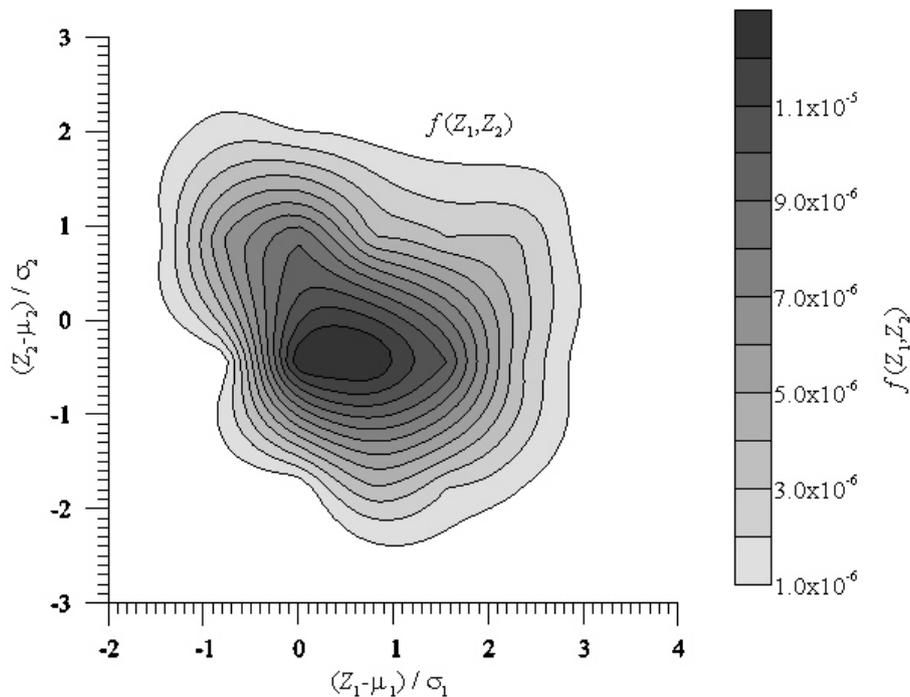


Figura 6.20 Función de densidad de probabilidad conjunta de las variables Z_1 y Z_2

En la Figura 6.21 se presenta la función de distribución de probabilidad obtenida para la variable aleatoria “máximo avance/retroceso de la línea de costa”. Con ella se puede afirmar, por ejemplo, que la probabilidad de que en 20 años la costa alcance desplazamientos transversales de más de 300 m es de 1.8%, o de que sean mayores de 100 m es de 95%.

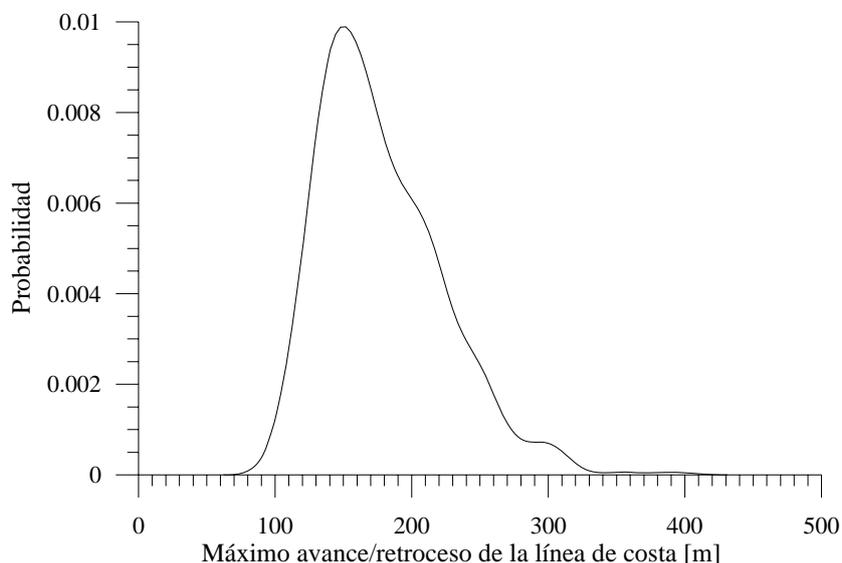


Figura 6.21 Función de densidad de probabilidad de la variable máximo avance/retroceso de la línea de costa

En la Figura 6.22 se muestra la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria “cambio en el área de playa seca”, y mediante ejes auxiliares se presenta también para el cambio en el volumen de sedimentos. De acuerdo a la gráfica, a pesar de que en el dominio existen zonas donde la playa crece, el balance global siempre experimenta pérdidas.

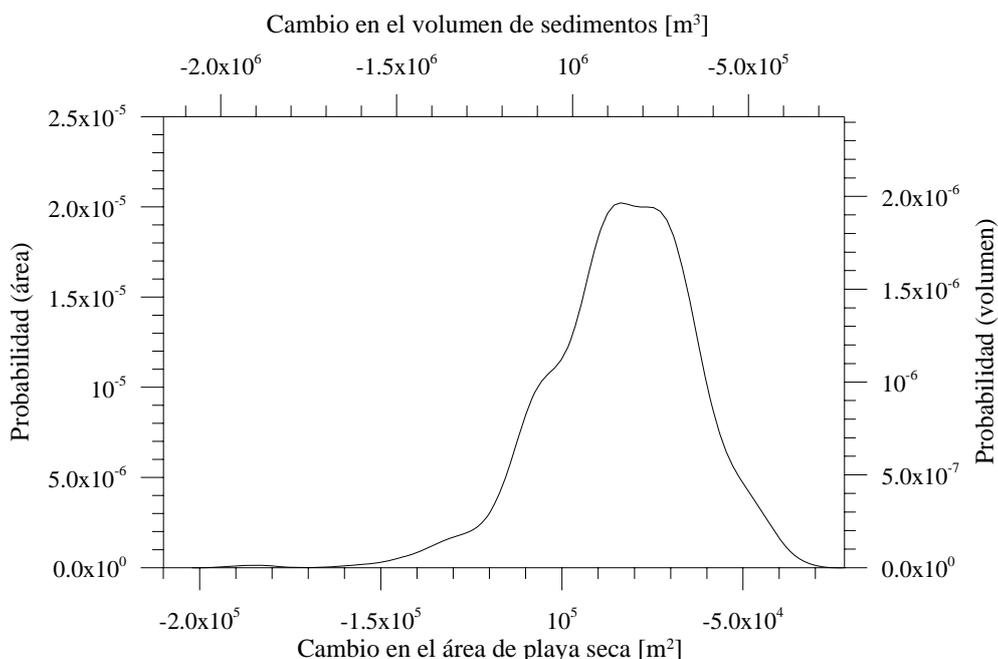


Figura 6.22 Función de densidad de probabilidad de la variable cambio en el área de playa seca, proporcional al cambio en el volumen de sedimentos

De la observación de los resultados (Figura 6.15 y Figura 6.18) destacan dos conclusiones: (1) que la falta de aportes de sedimento por parte del río, ocasionada por la presencia de la presa, afecta principalmente a la zona de la desembocadura, y (2) que parte del material removido de dicha zona se acumula en los extremos del dominio. Una solución que da continuidad al proceso natural es la regeneración de la desembocadura mediante la reubicación del material acumulado, siendo también necesario el aporte de material externo. Además, puede tomarse provecho de la redistribución natural de los sedimentos, concentrando las regeneraciones en la desembocadura. La función de densidad de la Figura 6.22 representa una herramienta útil en la gestión de las regeneraciones, ya que expresa en términos probabilísticos los requerimientos de material externo, entre otros aspectos.

Para complementar lo anterior, en la Figura 6.23 se muestra, a manera de ejemplo de las capacidades del modelo como herramienta de gestión, la función de densidad de probabilidad del volumen de material erosionado, que permite la planeación incluso económica de los proyectos de regeneración del tramo de playa estudiado.

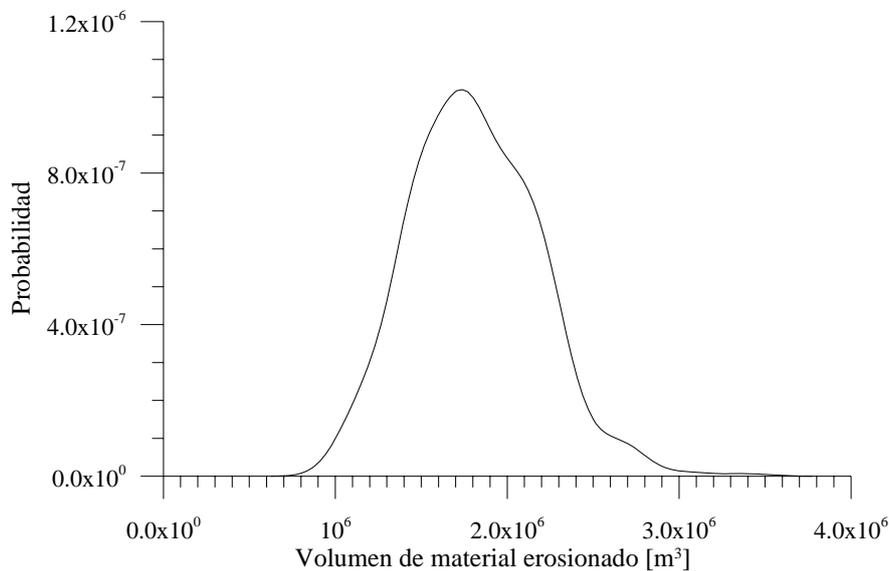


Figura 6.23 Función de densidad de probabilidad del volumen de material erosionado

La Figura 6.24 contiene la función de densidad de probabilidad conjunta de las variables aleatorias volumen erosionado y volumen acumulado de sedimentos. Con ella puede concluirse que la probabilidad de que los volúmenes se compensen, evitando el traslado de material desde otros bancos, es nula. También se aprecia una relación prácticamente lineal entre las dos variables, indicando que el material para los rellenos puede cubrirse en 2/3, aproximadamente, con sedimentos obtenidos del propio dominio.

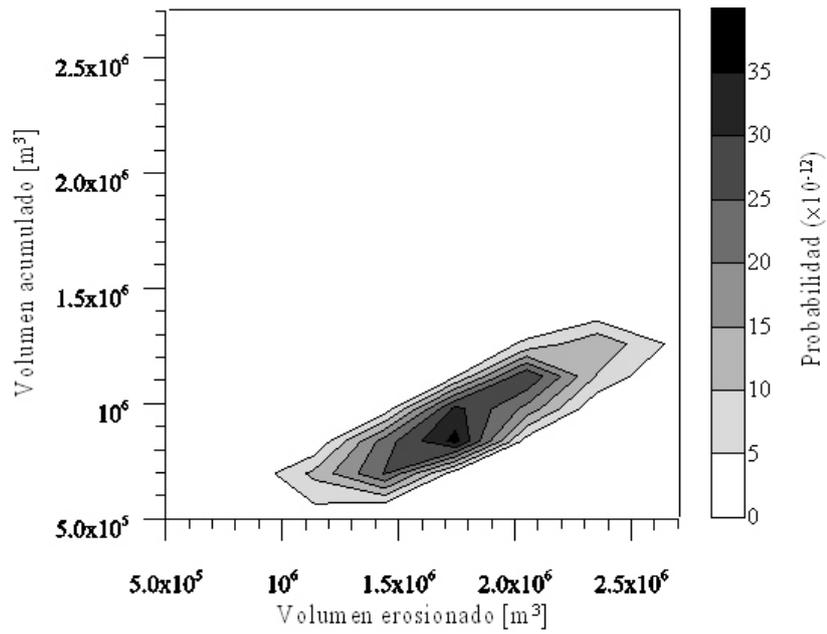


Figura 6.24 Función de densidad de probabilidad conjunta de los volúmenes de sedimento erosionados y acumulados

CONCLUSIONES

Se ha estudiado la evolución morfológica del litoral a tres diferentes escalas: evento, décadas y milenios. A escala de eventos se formuló un modelo para el estudio de la formación de ondas de borde parcialmente estacionaras debidas a la presencia de estructuras costeras porosas, así como su efectos en la morfología, validados mediante observaciones de campo. En el medio plazo se analizó la evolución morfológica de costas en presencia de desembocaduras, incluyendo modelaciones fluviales y litorales, y planteando un enfoque probabilístico para valorar la incertidumbre de los resultados. En el largo plazo se trató la respuesta morfológica del perfil costero a las variaciones eustáticas del nivel del mar, evaluada mediante un modelo de tipo relajación capaz de reproducir el carácter acumulativo del proceso.

En cada uno de estos aspectos se obtuvieron las siguientes conclusiones particulares.

- ***Interacción de ondas de borde con estructuras costeras***

Mediante el modelo de interacción entre ondas de borde y estructuras presentado, se estudian las formas rítmicas observadas del lado norte del muelle del FRF (USACE). Se trabaja con la hipótesis de que dichas formas fueron originadas por las ondas de borde que se propagan en dirección sur, excitadas por las frecuencias sincronas y subarmónicas dominantes del espectro de oleaje, y que se reflejan parcialmente en la estructura.

Para formular la interacción de la onda de borde incidente con la estructura se utiliza un modelo basado en el de Baquerizo et al. (2002), pero mejorado para trabajar con perfiles batimétricos de geometría arbitraria. Se encuentra que, para las ondas de borde ligadas a las frecuencias subarmónicas de los picos del espectro de oleaje, tanto las longitudes de onda como la localización de las amplitudes máximas están relacionadas con las características de las formas cuspidales y de las barras crecénticas observadas después de tres temporales. Además, la periodicidad de la magnitud del transporte de masa

inducido por la onda de borde parcialmente estacionaria confirma esta similitud. La ausencia de formaciones morfológicas de este tipo del otro lado del muelle refuerza la hipótesis planteada.

- ***Evolución costera forzada por cambios en el nivel del mar***

El modelo tipo relajación utilizado para analizar la evolución de la costa como respuesta a las variaciones del nivel del mar demuestra que la posición instantánea de la línea de costa depende tanto del forzamiento instantáneo como del historial previo.

Las fluctuaciones del nivel del mar de medio y largo plazo definen tendencias de evolución de la costa, mientras que las de corto plazo producen efectos transitorios cuya magnitud es función de las características geomorfológicas y energéticas de cada tramo de litoral. Es importante también distinguir los desfases entre forzamiento y respuesta.

En el marco de la relevancia que recientemente están adquiriendo los estudios de procesos climáticos globales, el modelo presentado resulta una herramienta útil para analizar escenarios y distinguir las consecuencias de cada una de las componentes de la variación del nivel del mar.

La modelación de escalas temporales en el orden de la vida útil de los proyectos de ingeniería se ve beneficiada por modelos de escala geológica, como el presentado, en la medida que permiten perfeccionar el planteamiento de condiciones de contorno temporales y de tendencias evolutivas, adicionales a las que dictan los procesos físicos de menor escala.

- ***Predicción de estados de la línea de costa en presencia de desembocaduras con valoración de la incertidumbre***

Se ha implementado una metodología para el estudio de la evolución costera de medio plazo en presencia de desembocaduras, diseñada para el caso particular de cuencas de dimensiones reducidas en climas semiáridos. Además, los métodos se orientan a la expresión de resultados en términos probabilísticos, de forma que la incertidumbre intrínseca puede ser valorada.

El modelo de flujo en cauces naturales se enfoca en la representación de flujos no permanentes y espacialmente variados bajo condiciones típicas de ríos de montaña. Se utiliza un esquema numérico de alta resolución, tipo MacCormack-TVD, al que se le agrega una discretización especial para los términos fuente, con la que se logra estabilizar el modelo ante gradientes hidráulicos pronunciados. Se obtienen resultados satisfactorios en los casos de validación probados, tanto en condiciones teóricas como en la aplicación al río Guadalfeo.

La modelación de la evolución de la línea de costa se realiza mediante una formulación tipo one-line, para la que se propone una solución numérica explícita. El esquema planteado observa las ventajas de permitir la utilización de modelos robustos de propagación de oleaje y de transporte de sedimentos, así como una sencilla inclusión de la descarga de material sólido del río y del manejo de las condiciones de contorno, tanto

en las fronteras como en estructuras intermedias. Además, el modelo es eficiente en términos de tiempo de cómputo, característica conveniente para su posterior utilización en simulaciones tipo Monte Carlo.

Los modelos fluviales y costeros se aplican al delta del río Guadalfeo con datos medidos entre 1999 y 2002. Se obtiene una calibración del modelo morfológico para las condiciones locales, cuyos resultados son satisfactorios y otorgan fiabilidad de cara a su uso en la predicción de escenarios futuros.

Se hace uso de una metodología para la predicción morfológica valorando la incertidumbre, consistente en la simulación tipo Monte Carlo de los agentes forzadores, y en la exploración de los resultados generados con un análisis de componentes principales. Se realiza una adaptación para incorporar la simulación de variables hidrológicas sincronizadas con el clima marítimo, aspecto que formulaciones previas no incluyen. El caso de aplicación es el cálculo del estado de la línea de costa en el delta del Guadalfeo en una proyección a veinte años. Los resultados obtenidos concuerdan con las tendencias previstas, y representan adecuadamente el carácter estocástico del proceso.

La formulación desarrollada constituye una herramienta práctica para la gestión del litoral, particularmente para la planeación de actuaciones destinadas a la mitigación de la erosión y a la previsión de efectos en la costa inducidos por la construcción de estructuras de regulación en ríos.

- ***Conclusiones generales***

La evolución de la línea de la costa se da a diferentes escalas, en cada una de las cuales se siguen tendencias y se experimentan variabilidades no necesariamente representativas de mayores plazos. Esto da lugar a confusiones en la interpretación de estados transitorios.

La gestión de zonas costeras requiere del conocimiento de cada proceso, su escala, y su interrelación con otros, de forma que cada intervención contemple tanto los efectos deseados como las afectaciones inducidas.

Es posible, como se ha hecho en este trabajo, analizar por separado procesos de diferente escala, sin embargo el conocimiento los fenómenos que se desarrollan a distinto nivel mejora sustancialmente la comprensión tanto de los agentes forzadores como de los resultados obtenidos. En la medida en la que se progresa en este aspecto se contarán con más y mejores criterios para la toma de decisiones, que permitirán optimizar el aprovechamiento y la convivencia de las actividades humanas con el entorno litoral.

Futuras líneas de trabajo

Los aspectos trabajados en esta tesis se dejan en una posición susceptible de numerosas mejoras, algunas de las cuales se enuncian a continuación.

- ***Interacción de ondas de borde con estructuras costeras***

El modelo presentado puede ser mejorado mediante las labores siguientes.

- Ampliación y diversificación de los casos de validación.
- Utilización de otras formulaciones para la pérdida de carga en estructuras porosas, incluso también para obstáculos distintos a los analizados, por ejemplo diques sumergidos.
- Acoplamiento a modelos de transporte de sedimentos y de evolución a corto y largo plazo de la línea de costa.
- Aplicación de modelos más sofisticados de identificación de las frecuencias de las ondas de borde a partir de los espectros de oleaje.
- Desarrollo de soluciones para estudiar interacción con estructuras no necesariamente rectas ni perpendiculares a la playa, así como la presencia de más de una de ellas. Esto último sería especialmente útil para analizar sistemas de espigones como los que se usan para la protección de playas.
- Expansión del modelo para aceptar cambios batimétricos en la dirección longitudinal a la playa.
- Estudios que permitan distinguir la influencia de las ondas de borde de otro tipo de oscilaciones infragravitacionales.
- Interacción de los fenómenos estudiados con otros procesos propios de la zona de surf, como el *run-up*, el *set-up*, las corrientes longitudinales, etc.

- ***Evolución costera forzada por cambios en el nivel del mar***

El modelo tipo relajación presentado para el estudio de la reacción morfológica del perfil costero a variaciones del nivel del mar, y en general el entendimiento del proceso puede mejorarse como los trabajos mencionados a continuación.

- Formulación de modelos con estructura matemática más compleja.
- Añadir subsidencia e isostacia.
- Incluir cambios en la orientación batimétrica provocados indirectamente por el movimiento del nivel del mar.
- Evaluación detallada y multidisciplinar de los tiempos de relajación y de forzamiento. Incorporación de criterios geológicos, estudio de la variabilidad en función de condiciones locales.
- Promover y adecuar este tipo de análisis como herramienta en la planeación de proyectos de ingeniería costera y portuaria.

- ***Predicción de estados de la línea de costa en presencia de desembocaduras con valoración de la incertidumbre***

El modelado de flujo en ríos requiere más trabajos en los siguientes sentidos:

- Análisis de estabilidad ante condiciones como dominios de gran longitud y cauces de sección irregular.
- Métodos para mantener la estabilidad ante dificultades como calados muy reducidos o muy grandes.
- Técnicas para mejorar la simulación en presencia de llanuras de inundación.
- Estudios detallados de la resistencia al flujo en cauces naturales, incluyendo su variación temporal asociada a cambios en la vegetación.
- Inclusión de datos para considerar pérdidas de caudal por infiltraciones al subsuelo, que en Guadalfeo pueden llegar a ser importantes.
- Incorporación del tratamiento de posibles cambios topográficos producto de deslizamientos o de erosiones.

La modelación morfológica de la costa puede mejorar con los siguientes trabajos.

- Tratamiento implícito de términos fuente para mejorar la representación de las descargas del río y del transporte transversal de sedimentos. Esto también permitiría mejorar la estabilidad y por lo tanto reducir tiempos de cómputo.
- Empleo de formulaciones de transporte de sedimentos distintas, tanto para la componente longitudinal como para la transversal.
- Desarrollo de condiciones de estabilidad que permitan hacer eficiente el desempeño computacional.
- Utilización de técnicas para considerar variaciones en el perfil de playa.
- Considerar composiciones granulométricas no homogéneas.
- Incorporación de otros mecanismos de transporte de sedimentos, por ejemplo eólico o debido a corrientes.
- Implementación de formulaciones más complejas para los cambios morfológicos en la costa, por ejemplo modelos tipo *N-line*.

En la metodología para la valoración de la incertidumbre pueden hacerse las siguientes mejoras.

- Implementar formulaciones alternativas para la representación estadística y simulación de los eventos extremos.
- Establecer criterios morfológicos más detallados para el análisis de las calmas.
- Crear expresiones simplificadas para análisis preliminares de variables representativas de estados morfológicos.
- Trabajar en la vinculación de los eventos meteorológicos con los temporales y las avenidas, para lograr una modelación más adecuada de la simultaneidad entre ellos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aarnikhof, S. G. J., & Holman, R. (1999). Argus video-based monitoring of the nearshore zone: a tool for both nearshore science and coastal zone management. *Backscatter, The magazine of aquatic remote sensing*, 10(2), 8-11.
- Abbott, M. B. (1979). *Computational Hydraulics*, Pitman, London.
- Acharyya, S. K., Lahiri, S., Raymahashay, B. C., & Bhowmik, A. (2000). Arsenic toxicity of groundwater in parts of the Bengal basin in India and Bangladesh: the role of Quaternary stratigraphy and Holocene sea-level fluctuation. *Environmental Geology*, 39(10), 1127-1137.
- Alcrudo, F. (1992). "Esquemas de alta resolución de variación total decreciente para el estudio de flujos discontinuos de superficie libre," Zaragoza: Universidad de Zaragoza, Tesis de Doctorado, pp.
- Ávila, A. (2006). "Modelado numérico de flujos en superficie libre: riberas marítimas y fluviales," Granada: Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Granada, Trabajo de Investigación Tutelada, 216 pp.
- Ávila, A., Baquerizo, A., & Losada, M. Á. (2007a). Edge wave scattering by coastal structures on arbitrary bathymetry. *Journal of Coastal Research*, (aceptado).
- Ávila, A., Santiago, J. M., Baquerizo, A., & Losada, M. Á. (2007b). Modelo de respuesta de la línea de costa a la evolución eustática del nivel del mar. *IX Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, San Sebastián*.
- Bakker, W. T. (1968). "The dynamics of a coast with a groyne system." *Proc. 11th International Conference on Coastal Engineering*, 492-517.
- Ball, F. K. (1967). Edge waves in an ocean of finite depth. *Deep-Sea Research*, 14, 79-88.
- Baquerizo, A., & Losada, M. Á. (2001). Propagación de ondas de borde a través de un sistema de espigones. *Física de la Tierra*, 13, 25-42.
- Baquerizo, A., Losada, M. Á., & Losada, Í. J. (2002). Edge wave scattering by a coastal structure. *Fluid Dynamics Research*, 31, 275-287.

- Baquerizo, A., Ortega Sánchez, M., & Losada, M. Á. (2004). "Mass Transport and related bedforms induced by phase-locked edgewaves in a groin." *Proc. 29th International Conference on Coastal Engineering*, Lisbon, Portugal, 2694-2702.
- Berkhoff, J. C. W. (1972). "Computation of combined refraction-diffraction." *Proc. 13th International Conference on Coastal Engineering*, Vancouver, 275-287.
- Bladé, E. (2005). "Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado con esquemas en volúmenes finitos en una y dos dimensiones," Universitat Politècnica de Catalunya, Tesis Doctoral, 315 pp.
- Blondeaux, P. (2001). Mechanics of Coastal Forms. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33, 339-370.
- Bodge, K. R., & Dean, R. (1987). "Short-term impoundment of longshore transport." *Proc. Coastal Sediments '87*, ASCE, 468-483.
- Bowen, A. J., & Guza, R. T. (1978). Edge waves and surf beat. *Journal of Geophysical Research*, 83, 1913-1920.
- Bowen, A. J., & Holman, R. (1989). Shear instabilities of the mean longshore current: 1. Theory. *Journal of Geophysical Research*, 94, 18023-18030.
- Bowen, A. J., & Inman, D. L. (1969). Rip Currents. 2. Laboratory and field observations. *Journal of Geophysical Research*, 74, 5479-5490.
- Bowen, A. J., & Inman, D. L. (1971). Edge waves and crescentic bars. *Journal of Geophysical Research*, 76, 8662-8670.
- Bracco, R., Inda, H., del Puerto, L., Castiñeira, C., Sprechmann, P., & García-Rodríguez, F. (2005). Relationships between Holocene sea-level variations, trophic development, and climatic change in Negra Lagoon, Southern Uruguay. *Journal of Paleolimnology*, 33, 253-263.
- Briand, M.-H. G., & Kamphuis, J. W. (1993a). Sediment transport in the surf zone: A quasi 3-D numerical model. *Coastal Engineering*, 20(1-2), 135-156.
- Briand, M.-H. G., & Kamphuis, J. W. (1993b). Waves and currents on natural beaches: A quasi 3-D numerical model. *Coastal Engineering*, 20(1-2), 101-134.
- Broker, H. I., Deigard, R., & Fredsoe, J. (1991). Onshore/offshore sediment transport and morphological modeling of coastal profiles. *Coastal Sediments' 91*, ASCE.
- Bruun, P. (1954). "Coastal erosion and the development of beach profiles. Tech. Memo No. 44." U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Miss.
- Bruun, P. (1962). Sea-level rise as a cause of shore erosion. *Journal of Waterways and Harbors Division*, ASCE, 88, 117-130.
- Bryan, K. R., & Bowen, A. J. (1998). Bar-trapped edge waves and longshore currents. *Journal of Geophysical Research*, 103(C12), 27867-27884.
- Bryan, K. R., Howd, P. A., & Bowen, A. J. (1998). Field observations of bar-trapped edge waves. *Journal of Geophysical Research*, 103(C1), 1285-1305.
- Burguete, J., & García-Navarro, P. (2004). Improving simple explicit methods for unsteady open channel and river flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 45, 125-156.
- Coco, G., Huntley, D. A., & O'Hare, T. J. (1999). "Beach cusp formation: analysis of a self-organisation model." *Proc. 4th Int. Symp. Coastal Sediments*, ASCE, Hauppauge, New York, 2190-2205.
- Coco, G., Ruessink, B. G., Van Enckevort, I. M. J., Caballería, M., Falqués, A., Holman, R., Plant, N. G., & Turner, I. L. (2004). "Video Observations of Crescentic Sandbar formation and modelling implications." *Proc. 29th International Conference on Coastal Engineering (American Society of Civil Engineers)*, Lisbon, 2767-2776.

- Constantin, A. (2001). Edge waves along a sloping beach. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 34, 9723-9731.
- Cowell, P. J., Roy, P. S., & Jones, R. A. (1995). Simulation of large-scale coastal change using a morphological behavior model. *Marine Geology*, 126, 45-61.
- Cunge, J. A., Holly, F. M. J., & Verwey, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman Publishing Limited, London.
- Chirekeni, F. T. (2002). "Composite Schemes for a Multiphase Flow," Cranfield: Cranfield University, Tesis de MSc, 166 pp.
- Chow, V. T. (1959). *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York.
- Dabees, M. A. (2000). "Efficient modeling of beach evolution," Kingston: Queen's University, PhD thesis, 186 pp.
- Dabees, M. A., & Kamphuis, J. W. (1998). "ONELINE, A Numerical Model for Shoreline Change." *Proc. 26th International Conference on Coastal Engineering*, Copenhagen, 2668-2681.
- Dabees, M. A., & Kamphuis, J. W. (2000). "NLINE, efficient modeling of 3D beach change." *Proc. 27th International Conference on Coastal Engineering*, Sydney.
- Dang, V. t. (2006). "Development of a mathematical N-line model for simulation of beach changes," Sydney: University of New South Wales, PhD thesis, pp.
- de Saint-Venant, B. (1871). Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences. Paris*, 73, 147-154, 237-240.
- de Vriend, H. J., Capobianco, M., Chester, T., de Swart, H. E., Latteux, B., & Stive, M. J. F. (1993). Approaches to long-term modelling of coastal morphology: a review. *Coastal Engineering*, 119(2), 204-226.
- Dean, R. (1977). "Equilibrium beach profiles: US Atlantic and Gulf coasts. Tech. Rep. No. 12." Dept. of Civil Engineering, University of Delaware.
- Dean, R. (2002). *Beach Nourishment: Theory and Practice*, World Scientific, Singapore.
- Dean, R., & Dalrymple, R. A. (2001). *Coastal Processes*, Cambridge University Press.
- del Valle, R., Medina, R., & Losada, M. Á. (1993). Dependence of coefficient K on grain size. *Journal of Waterway, Harbors and Ocean Engineering*, ASCE, 119(5), 568-574.
- Delft. (1994). *UNIBEST, A Software Suite for the Simulation of Sediment Transport Processes and Related Morphodynamics of Beach Profiles and Coastline Evolution, Programme Manual*, Delft Hydraulics, Delft, The Netherlands.
- DGCP. (1986). "Campaña de sondeos marinos en la provincia de granada." Dirección general de costas y puertos. Ministerio de obras públicas y urbanismo.
- DHI. (2000). *LITPACK user's manual*, Danish Hydraulics Institute, Lingby.
- Dong, P., & Chen, H. (1999). A probability method for predicting time-dependent long-term shoreline erosion. *Coastal Engineering*, 36(3), 243-261.
- Dyer, K. R. (1986). *Estuarine and coastal sediment dynamics*, Wiley Interscience, New York.
- Eckart, C. (1951). "Surface waves on water of variable depth. Wave Report 100, Ref. 51-12." La Jolla.
- Evans, D. V. (1988). Mechanism for the generation of edge waves over a sloping beach. *Journal of Fluid Mechanics*, 186, 379-391.
- Fairbridge, R. W. (1962). World sea level and climatic changes. *Quaternaria*, 6, 111-134.

- Falqués, A. (2003). On the diffusivity in coastline dynamics. *Geophysical Research Letters*, 30(21), 211910.1029/2003GL017760.
- Fleming, K., Johnston, P., Zwart, D., Yokoyama, Y., Lambeck, K., & Chapell, J. (1998). Refining the eustatic sea-level curve since the Last Glacial Maximum using far- and intermediate-field sites. *Earth and Planetary Science Letters*, 163, 327-342.
- Gallagher, B. (1971). Generation of surf beat by nonlinear wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 49, 1-20.
- Galletta, V., & Vittori, G. (2004). Nonlinear effects on edge wave development. *European Journal of Mechanics B: Fluids*, 23(6), 861-878.
- García-Navarro, P., Alcrudo, F., & Savirón, J. M. (1992). 1-D Open-Channel Flow Simulation Using TVD-McCormack Scheme. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 118(10), 1359-1372.
- García-Navarro, P., & Savirón, J. M. (1992). McCormack's method for the numerical simulation of one-dimensional discontinuous unsteady open channel flow. *Journal of Hydraulic Research*, 30(1), 95-105.
- Garnier, R., Calvete, D., Falqués, A., & Caballería, M. (2006). Generation and nonlinear evolution of shore-oblique/transverse sand bars. *Journal of Fluid Mechanics*, 567, 327-360.
- Glaister, P. (1988). Approximate Riemann solutions of the Shallow water equations. *Journal of Hydraulic Research*, 26(3), 293-306.
- Gómez Valentín, M. (1988). "Contribución al estudio del movimiento variable en lámina libre en las redes de alcantarillado. Aplicaciones," Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, Tesis de doctorado, pp.
- González Ruiz, J. (2000). *Motril, una visión del siglo XX*, La General Caja de Granada, Ayuntamiento de Motril, Motril, Granada.
- Goutal, N., & Maurel, F. (1997). "Proceedings of the 2nd Workshop on Dam-Break Wave Simulation, Technical Report HE-43/97/016/A." Electricité de France, Département Laboratoire National d'Hydraulique, Groupe Hydraulique Fluviale.
- Granja, H. M. (1999). Evidence for Late Pleistocene and Holocene sea-level, neotonic and climate control in the coastal zone of northwest Portugal. *Geologie en Mijnbouw*, 77, 233-245.
- Green, T. (1986). Edge waves near a seawall. *Coastal Engineering*, 10, 19-125.
- GRyE. (2004a). "Caracterización de los sedimentos de la región litoral de la cuenca del río Guadalfeo. Informe técnico IT VII.7." Grupo de Ríos y Embalses, Universidad de Granada, Granada.
- GRyE. (2004b). "Caracterización de los sedimentos de la región litoral. Informe técnico IT VII.7." Universidad de Granada, Grupo de Ríos y Embalses, Granada.
- GRyE. (2004c). "Mapa batimétrico detallado de la región del delta del río Guadalfeo. Informe técnico IT VII.8." Universidad de Granada, Grupo de Ríos y Embalses, Granada.
- GRyE. (2005). "Elaboración de una base de datos y caracterización de borrascas. Informe Técnico IT II.4." Universidad de Granada, Grupo de Ríos y Embalses, Granada.
- GRyE. (2006a). "Estudio morfodinámico del río Guadalfeo. Informe técnico IX.5." Grupo de Ríos y Embalses, Universidad de Granada, Granada.
- GRyE. (2006b). "Evolución pasada y presente del delta del Guadalfeo y zonas adyacentes. Informe técnico IT VII.10." Grupo de Ríos y Embalses, Universidad de Granada, Granada.

- GRyE. (2006c). "Simulación de la cuenca de drenaje del río Guadalfeo utilizando modelos unidimensionales. Informe técnico IX.6." Grupo de Ríos y Embalses, Universidad de Granada, Granada.
- Guza, R. T., & Bowen, A. J. (1975). Edge waves and beach cusps. *Journal of Geophysical Research*, 80(C21), 2997-3012.
- Guza, R. T., & Bowen, A. J. (1976). Finite amplitude edge waves. *Journal of Marine Research*, 34(1), 269-293.
- Guza, R. T., & Bowen, A. J. (1981). On the amplitude of beach cusps. *Journal of Geophysical Research*, 86(C5), 4125-4132.
- Guza, R. T., & Inman, D. L. (1975). Edge Waves and Beach Cusps. *Journal of Geophysical Research*, 80(C21), 2997-3012.
- Hallermeier, R. J. (1978). "Uses for a calculated limit depth to beach erosion." *Proc. 16th International Conference on Coastal Engineering*, Hamburg, 1493-1512.
- Hanson, H. (1989). GENESIS: A generalized Shoreline Change Numerical Model. *Journal of Coastal Research*, 5, 1-27.
- Hanson, H. (1993). "Improved groin representation in shoreline change numerical models. Report 3164." Department of Water Resources Engineering. Lund Institute of Technology, Lund University, Sweden, Lund.
- Hanson, H., Aarnikhof, S. G. J., Copobianco, M., Jiménez, J. A., Larson, M., Nicholls, N. J., Plant, N. G., Southgate, H. N., Steetzel, H., Stive, M. J. F., & De Vriend, H. J. (2003a). Modelling of coastal evolution on yearly to decadal time scales. *Journal of Coastal Research*, 19(4), 790-811.
- Hanson, H., Baquerizo, A., Falqués, A., Lomónaco, P., & Payo, A. (2003b). "Contour-line models as tools for long-term coastal evolution." *HUMAN interaction with large scale MORphological features. Jornadas sobre avances en Ingeniería de Costas y Oceanografía Operacional*, M. Á. Losada & A. Baquerizo, eds., Real Academia de Ingeniería, Barcelona, 17-52.
- Hanson, H., & Kraus, N. C. (1989). "GENESIS: Generalized model for simulating shoreline change. Tech. Report CERC 89-19." U.S. Army Corps of Engineers, CERC, Vicksburg, Mississippi.
- Hanson, H., & Larson, M. (1998). "Seasonal shoreline variations by cross-shore transport in a one-line model under random waves." *Proc. 26th International Conference on Coastal Engineering*, 2682-2695.
- Harten, A. (1983). High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 49, 357-393.
- Harten, A., & Hayman, P. (1983). Self adjusting grid method for one-dimensional hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 50, 235-269.
- Hayashi, T., Kano, T., & Shirai, M. (1966). "Hydraulic research on the closely spaced pile breakwater." *Proc. 10th International Conference on Coastal Engineering*, Santa Barbara, 873-884.
- Holman, R. (1983). "Edge waves and the configuration of the shoreline." *Handbook of Coastal Processes and Erosion*, P. D. Komar, ed., CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Holman, R., & Bowen, A. J. (1979). Edge Waves on Complex Beach Profiles. *Journal of Geophysical Research*, 84(C10), 6339-6346.
- Holman, R., & Bowen, A. J. (1982). Bars, bumps, and holes: Models for the generation of complex beach topography. *Journal of Geophysical Research*, 87, 457-468.
- Holman, R., Huntley, D. A., & Bowen, A. J. (1978). "Infragravity waves in storm conditions." *Proc. 16th International Conference on Coastal Engineering*, 268-284.

- Holman, R. A., Sallenger, A. H., Lippman, T. C., & Haines, J. W. (1993). The application of video image processing to the study of nearshore processes. *Oceanography*, 6(3), 78-85.
- Holland, K. T., & Holman, R. (1996). Field observations of beach cusps and swash motions. *Marine Geology*, 134, 77-93.
- Horikawa, K. (1988). "Nearshore dynamics and coastal processes. Theory, measurement, and predictive models." University of Tokyo Press, Tokyo, 522.
- Houghton, J. T., Ding, Y., Griggs, D. J., Noguer, M., van der Linden, P. J., Dai, X., Maskell, K., & Johnson, C. A. (2001). "Climate Change 2001: The Scientific Basis." Intergovernmental Panel on Climate Change, Cambridge University Press, Cambridge.
- Howd, P. A., Bowen, A. J., Holman, R., & Oltman-Shay, J. (1992). Edge waves in the presence of strong longshore currents. *Journal of Geophysical Research*, 97(C7), 11357-11371.
- Howd, P. A., Oltman-Shay, J., & Holman, R. (1991). Wave variance partitioning in the trough of a barred beach. *Journal of Geophysical Research*, 96, 12781-12795.
- Hubbard, M. E., & García-Navarro, P. (2000). Flux Difference Splitting and the Balancing of Source Terms and Flux Gradients. *Journal of Computational Physics*, 165, 89-125.
- Hudson, J. (2001). "Numerical Techniques for Morphodynamic Modelling," Reading: University of Reading, Tesis de doctorado, 185 pp.
- Huntley, D. A. (1980). "Edge waves in a crescentic bar system." The Coastline of Canada, Geological Survey of Canada Professional Paper 80-10. , S. B. McCann, ed., 111-121.
- Huntley, D. A., & Bowen, A. J. (1975). Field observations of edge waves and their effect on beach material. *Journal of the Geological Society*, 131(1), 69-81.
- Inman, D. L., & Guza, R. T. (1982). The origin of swash cusps on beaches. *Marine Geology*, 49, 133-148.
- Jha, A. K., Akiyama, J., & Ura, M. (1995). First- and Second-Order Flux Difference Splitting Schemes for Dam Break Problem. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 121(12), 877-884.
- Johnson, D. W. (1910). Beach cusps. *Geological Society of America Bulletin*, 21, 599-624.
- Junta de Andalucía. (2003). "Ortofotografía digital de Andalucía (color)." Junta de Andalucía, DVD. Vuelos 1998-1999. Formato MrSID. Escala 1:10 000, UTM ED-50 Huso 30.
- Junta de Andalucía. (2004). "Ortofotografía digital de Andalucía (b&n) - Granada." Junta de Andalucía, DVD. Vuelos 2001-2002. Formato MrSID. Escala 1:20 000, UTM ED-50 Huso 30
- Kirby, J. T., & Dalrymple, R. A. (1994). "Combined refraction/diffraction model REF/DIF 1 version 2.5. Documentation and User's Manual. Report No. CARC 94-22." Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, Newark.
- Kirby, J. T., Dalrymple, R. A., & Liu, P. (1981). Modification of edge waves by barred-beach topography. *Coastal Engineering*, 5, 35-49.
- Kriebel, D., & Dean, R. (1985). Numerical simulation of time-dependent beach and dune erosion. *Coastal Engineering*, 9, 221-245.
- Kriebel, D., & Dean, R. (1993). Convolution Method for Time-Dependent Beach-Profile Response. *Journal of Waterway, Harbors and Ocean Engineering*, ASCE, 119(2), 204-226.

- Kurkin, A. A., Pelinovsky, E. N., & Poloukhina, O. E. (2006). Amplitude variations of edge waves on a shelf slowly varying in the alongshore direction. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 42(3), 353-361.
- Larson, M., & Hanson, H. (1987). "Analytical solutions of one-line model for shoreline change." U.S. Army Corps of Engineers, CERC. Tech. report CERC-87-15, Vicksburg, Mississippi.
- Larson, M., Hanson, H., & Kraus, N. C. (1997). Analytical solutions of one-line model for shoreline change near coastal structures. *Journal of Waterway, Harbors and Ocean Engineering, ASCE*, 123(4), 180-191.
- Larson, M., & Kraus, N. C. (1989). "SBEACH. Numerical model for simulating storm-induced beach change; report1. Empirical foundation and model development. Tech. Rep. CERC-89-9." U.S. Army Corps of Engineers, CERC, Vicksburg, Mississippi.
- Le Méhauté, B., & Soldate, M. (1977). "Mathematical modeling of shoreline evolution. Misc. Rep. 77-10." U.S. Army Corps of Engineers, CERC, Vicksburg, Mississippi.
- Le Méhauté, B., Wang, J. D., & Chia-chi, L. (1983). Wave data discretiation for shoreline processes. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE*, 109(1), 63-79.
- Leblond, P. H. (1972). "On the formation of spiral beaches." *Proc. 13th International Conference on Coastal Engineering*, 1331-1345.
- Leontyev, I. O. (1996). Numerical modelling of beach erosion during storm event. *Coastal Engineering*, 29(1-2), 187-200.
- LeVeque, R. J. (1998). Balancing source terms and flux gradients in high-resolution Godunov methods: the quasi-steady wave propagation algorithm. *Journal of Computational Physics*, 146, 346-365.
- Lippman, T. C., & Holman, R. (1990). The spatial and temporal variability of sand bar morphology. *Journal of Geophysical Research*, 97(C7), 11575-11590.
- Lippman, T. C., Holman, R., & Bowen, A. J. (1997). Generation of edge waves in shallow water. *Journal of Geophysical Research*, 102(C4), 8663-8679.
- Lobo, F. J., Fernández-Salas, L. M., Moreno, I., Sanz, J. L., & Maldonado, A. (2006). The sea-floor morphology of a Mediterranean shelf fed by small rivers, northern Alboran Sea margin. *Continental Shelf Research*, 26, 2607-2628.
- Longuet-Higgins, M. S. (1953). Mass transport in water waves. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A245(903), 531-581.
- Longuet-Higgins, M. S. (1970a). Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 1. *Journal of Geophysical Research*, 75(33), 6778-6789.
- Longuet-Higgins, M. S. (1970b). Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 2. *Journal of Geophysical Research*, 75(33), 6790-6801.
- Longuet-Higgins, M. S., & Stewart, R. W. (1964). Radiation Stress in Water Waves, a Physical Discussion with Applications. *Deep-Sea Research*, 11, 529-563.
- López Alonso, R. (2005). "Resistencia al flujo en ríos de montaña," Universitat de Lleida, 363 pp.
- Losada, Í. J., Losada, M. Á., & Roldán, A. J. (1992). Propagation of oblique incident waves past rigid vertical thin barriers. *Applied Ocean Research*, 14, 191-199.
- MacCormack, R. W. (1971). "Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer." *Proc. 2nd International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Berlin, 151.
- Mahmood, K., & Yevjevich, V. (1975). "Unsteady Flow in Open Channels." Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.

- Maza Álvarez, J. A., & García Flores, M. (1996). "Transporte de Sedimentos." Manual de Ingeniería de Ríos, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 531.
- Mei, C. C., Liu, P., & Ippen, A. T. (1974). Quadratic head loss and scattering of long waves. *Journal of Waterway, Harbors and Ocean Engineering, ASCE*, 100, 217-239.
- Moñino, A. (1999). "La medida de grandes caudales. Revisión de criterios aplicados a aliviaderos de presas.," Universidad de Granada, Tesina de magister, pp.
- Muller, R. A., & MacDonald, G. J. (1997). Glacial Cycles and Astronomical Forcing. *Science*, 277, 215-218.
- Nagashima, S., & Dalrymple, R. A. (1997). "Nonlinear two-line shoreline model with refraction. Research Report No. CACR-97-07." Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, Newark.
- Neu, W. L., & Oh, I. (1987). "Edge waves on linear segmented topographies." *Proc. Coastal Hydrodynamics Conference, ASCE, Newark, DE*, 227-240.
- Nicholls, R. J., Birkemeier, W. A., & Hallermeier, R. J. (1996). "Application of the depth of closure concept." *Proc. 25th International Conference on Coastal Engineering*, 3874-3887.
- Oltman-Shay, J., Howd, P. A., & Birkemeier, W. A. (1989). Shear instabilities of the mean longshore current, 2. Field observations. *Journal of Geophysical Research*, 94, 18031-18042.
- Ortega Sánchez, M., Losada, M. Á., & Baquerizo, A. (2003). On the development of large-scale cusped features on a semi-reflective beach: Carchuna beach, Southern Spain. *Marine Geology*, 198, 209-223.
- Özsoy, E. (1977). "Dissipation and wave scattering by narrow openings." Coastal and Ocean Engineering Lab. University of Florida UFL/COEL/TR-037.
- Payo, A. (2004). "Predicción de la evolución de sistemas costeros a gran escala, basada en soluciones analíticas del modelo de una línea," Granada: Universidad de Granada, PhD Thesis, 147 pp.
- Payo, A., Baquerizo, A., & Losada, M. Á. (2004). "Uncertainty Assessment of Long Term Shoreline Prediction." *Proc. 29th International Conference on Coastal Engineering*, Lisbon, 2087-2096.
- Pelnard-Considère, R. (1956). Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sables et de gâlets. *4ème Journées de l'Hydraulique, Les Énergies de la Mer, Question III, rapport 1*, 289-298.
- Perlin, M., & Dean, R. (1985). 3-D model of bathymetric response to structures. *Journal of Waterway, Harbors and Ocean Engineering, ASCE*, 111(2), 153-170.
- Rahman, M., & Chaudhry, M. H. (1998). Simulation of dam-break flow with grid adaptation. *Advances in Water Resources*, 21(1), 1-9.
- Reeve, D. E. (2006). Explicit expressions for beach response to non-stationary forcing near a groin. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE*, 132(2), 125-132.
- Reeve, D. E., & Spivack, M. (2004). Evolution of shoreline position moments. *Coastal Engineering*, 51(8-9), 661-673.
- Reniers, A., Roelvink, D., & van Dongeren, A. (2000). "Morphodynamic response to group forcing." *Proc. 27th International Conference on Coastal Engineering (American Society of Civil Engineers)*, Sydney, 3218-3228.
- Requejo Landeira, M. S. (2005). "Análisis y mejoras en la evaluación de diversos términos de los modelos de evolución de playas en escalas de medio plazo," Santander: Universidad de Cantabria, Tesis Doctoral, 514 pp.

- Roe, P. L. (1981). Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. *Journal of Computational Physics*, 43, 357-372.
- Roelvink, J. A., & Broker, I. (1993). Cross-shore profile models. *Coastal Engineering*, 21, 163-191.
- Roelvink, J. A., Meijer, T. J. G. P., Houwman, K., Bakker, R., & Spanhoff, R. (1995). Field validation and application of a coastal profile model. *Coastal Dynamics*, 818-828.
- Roldán, A. J., Losada, M. Á., & Losada, Í. J. (1992). "Theoretical study of the wave attenuation in a channel with roughened sides." *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering (American Society of Civil Engineers)*, New York, 2786-2798.
- Sánchez-Arcilla, A., & Jiménez, J. A. (1996). "A morphological "mixed type" model for the Ebro delta coast." *Proc. 25th International Conference on Coastal Engineering*, 2806-2819.
- Santiago, J. M. (2006). "Evolución ambiental y socioeconómica como fundamento de la ordenación del litoral," Granada: Universidad de Granada, Tesis Doctoral, 309 pp.
- Santiago, J. M., Baquerizo, A., Ávila, A., & Losada, M. Á. (2006). "Time dependent beach profile response to climate evolution." *Proc. 30th International Conference on Coastal Engineering*, San Diego, CA, 2772-2778.
- Schäffer, H. A. (1990). "Infragravity Water Waves Induced by Short-Wave Groups," Lyngby: Technical University of Denmark, 168 pp.
- Schäffer, H. A., & Jonsson, I. G. (1991). "Edge Waves Revisited. Report No. 427." The Danish Center for Applied Mathematics and Mechanics, The Technical University of Denmark, Lyngby.
- Seymour, R. J., & Aubrey, D. G. (1985). Rhythmic beach cusps formation: a conceptual synthesis. *Marine Geology*, 65, 289-304.
- Short, A. D. (1975). Multiple offshore bars and standing waves. *Journal of Geophysical Research*, 80, 3838-3840.
- Short, A. D. (1978). "Wave power and beach stages - a global model." *Proc. 16th International Conference on Coastal Engineering*, 1145-1162.
- Somoza, L., Hernández-Molina, F. J., de Andres, J. R., & Rey, J. (1997). Continental shelf architecture and sea-level cycles: Late Quarternary high-resolution stratigraphy of the Gulf of Cádiz, Spain. *Geo-Marine Letters*, 17, 133-139.
- Steezel, H., de Vroeg, H., van Rijn, L. C., & Stam, J. M. (1998). "Morphological modelling using a modified multi-layer approach." *Proc. 26th International Conference on Coastal Engineering*, 2368-2381.
- Steezel, H., de Vroeg, H., van Rijn, L. C., & Stam, J. M. (2000). "Long-term modelling of the Holland coast using a multi-layer model." *Proc. 27th International Conference on Coastal Engineering*.
- Stive, M. J. F., Aarnikhof, S. G. J., Hamm, L., Hanson, H., Larson, M., Wijnberg, K. M., Nicholls, R. J., & Copobianco, M. (2002). Variability of shore and shoreline evolution. *Coastal Engineering*, 47, 211-235.
- Stive, M. J. F., & De Vriend, H. J. (1995). Modelling shoreface profile evolution. *Marine Geology*, 126(1), 235-248.
- Stive, M. J. F., Nicholls, R. J., & De Vriend, H. J. (1991). Sea-level rise and shore nourishment: a discussion. *Coastal Engineering*, 16, 147-163.
- Stoker, J. J. (1957). *Water Waves: The Mathematical Theory with Applications*, Wiley-Interscience, New York.

- Stokes, G. C. (1846). Report on recent researches in hydrodynamics. *Mathematical and Physical Paper (1880)*. Cambridge University Press, 1, 167-187.
- Sunamura, T. (1988). "Short-term morphological change induced by cross-shore sediment movement." Nearshore dynamics and coastal processes. Theory, measurement and predictive models, K. Horikawa, ed., Tokyo University Press, Tokyo, 522.
- Sweby, P. K. (1984). High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM. Journal of Numerical Analysis*, 21(5), 995–1011.
- Tannehill, J. C., Anderson, D. A., & Pletcher, R. H. (1997). *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Taylor & Francis, Washington.
- Thornton, E. B., & Guza, R. T. (1986). Surf zone longshore currents and random waves, field data and models. *Journal of Physical Oceanography*, 16, 1165-1178.
- Tseng, M. H. (2003). The improved surface gradient method for flows simulation in variable bed topography channel using TVD-MacCormack scheme. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 43, 71-93.
- Tseng, M. H., & Chu, C. R. (2000). The simulation of dam-break flows by an improved predictor-corrector TVD scheme. *Advances in Water Resources*, 23(6), 637-643.
- Uda, T., Yamagata, H., Katoh, K.-i., & Akamatsu, N. (1998). "Predictive model of three-dimensional development and deformation of a river mouth delta by applying contour line change model." *Proc. 26th International Conference on Coastal Engineering*, 3138-3150.
- Ursell, F. (1952). Edge waves on a sloping beach. *Proceedings of the Royal Society of London*, A(214), 79-97.
- USACE. (1984). *Shore Protection Manual*, U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi.
- USACE. (2002). *Coastal Engineering Manual. Engineer Manual 1110-2-1100*, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C.
- van Enckevort, I. M. J., Ruessink, B. G., Coco, G., Suzuki, K., Turner, I. L., Plant, N. G., & Holman, R. (2004). Observations of nearshore crescentic sandbars. *Journal of Geophysical Research*, 109(C06028), doi: 10.1029/2003JC002214.
- van Rijn, L. C. (1984a). Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 110(10), 1431-1456.
- van Rijn, L. C. (1984b). Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 110(11), 1613-1641.
- Vázquez-Cendón, M. E. (1999). Improved Treatment of Source Terms in Upwind Schemes for the Shallow Water Equations in Channels with Irregular Geometry. *Journal of Computational Physics*, 148, 497-526.
- Vittori, G., De Swart, H. E., & Blondeaux, P. (1999). Crescentic bedforms in the nearshore region. *Journal of Fluid Mechanics*, 381, 271-303.
- Vrijling, J. K., & Meijer, G. J. (1992). Probabilistic coastline position computations. *Coastal Engineering*, 17, 1-23.
- Werner, B. T., & Fink, T. M. (1993). Beach Cusps as Self-Organized Patterns. *Science, American Association for the Advancement of Science*, 260, 968-971.
- Wright, L. D., & Short, A. D. (1984). Morphodynamic variability of surf zones and beaches: a synthesis. *Marine Geology*, 56, 93-118.
- Yamashita, T., & Tsuchiya, Y. (1992). "Numerical simulation of pocket beach formation." *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, 261-284.

- Yee, H. C. (1989). "A Class of High-Resolution Explicit and Implicit Shock-Capturing Methods." *NASA TM-101088*, National Aeronautics and Space Administration, Moffet Field, CA.
- Zhou, J. G., Causon, D. M., Mingham, C. G., & Ingram, D. M. (2001). The Surface Gradient Method for the Treatment of Source Terms in the Shallow-Water Equations. *Journal of Computational Physics*, 168, 1-25.