PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE Collectiones.

A FEDERICO COMMANDINO VRBINATÆ

In Latinum Conuersæ, & Commentarijs Illustratæ.

VENETIIS,
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.

M. D. LXXXIX.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE Collectiones.

A FEDERICO COMMANDINO VRBINATÆ

In Latinum Conuerſæ, & Commentarijs Illuſtratæ.

VENETIIS,
Apud Franciſcum de Franciſcis Senenſem.

M. D. LXXXIX.

SERENISSIMO FRANC.CO MARIAE II. VRBINI DVCI:

Valerius Spacciolus S. P. D.

EX plurimis operibus, quæ nimia cum cura, & diligentia conscripserat Federicus Commandinus Vrbinas, socer meus, qui te Serenissime, & Opt. Princeps Patrem, & Dominum semper agnouit, & debitam tibi beneuolentiam præstitit, vnius Pappi Alexandrini mathematicæ collectiones in latinum ab eo versæ, & commentarijs, & castigationibus refertæ, atque nonnullis exornatę figuris, remanserant; quòd quantumcunque vel ingenij viribus, vel assiduo labore pręstare potuit, in huius celeberrimi authoris illustranda, & emendanda scripta collatum fuit, vt veluti Augiæ stabulum pœnitus essent purgata: coniectura enim prouidebat, se de huius disciplinæ studiosis omnibus optime meriturum. Hoc igitur opus tam præclarè texuit; præter quędam admodum pauca, quæ incohata reliquit; vt trium mensium spatio ad summum, in lucem, & in apertum proferre, ac typis imprimere, nominique tuo consecrare, & te, vt aliorum etiam operum maximè concupiuerat, tanquam Patronum, & tutorem con-

 stituere,

stituere, sibi certissimum esset. At statim sensit, non licere cuiquam mortalium, quid facturus, aut non facturus sit, certò pronunciare, & morte cõsilia sæpe nostra confringi. Nam graui, & mortifero affectus morbo, cum maximo omnium mœrore, & dolore ereptus est nobis, & Pappus ipse a mathematicis omnibus vehementer exoptatus, diu, multùmque latens, in luctu quodam modo iacuit: non solùm quia Commandinum hoc est fidelissimum interpretem, & Patronum suum amiserat; sed quia sibi fieri non posse videbatur, vt in doctissimorum hominum, suique cupidissimorum manus aliquando veniret: duæ nanquè Commandini filiæ, quibus vniuersa patris hæreditas venerat, per aliquot annos inter se non leuiter desiuerunt. Quo circa Pappus angebatur (vt ita dicam) compressus, & diutius multò quidem comprimendus erat, nisi tu Clementissime Princeps, cum molestè ferres, tam eximium opus perire, cùmque cuperes præstantissimis ingenijs prodesse, quæ huius Commandini nostri compositionis miro tenerentur desiderio, & authoris præsertim nomini consulere, cui immortales debentur laudes, Pisauri Ciuitate tua illum accuratissimè, & impensè excudendum curâsses. Quamobrem te duce Dux Serenissime in lucem Pappus editur; per te cum Commandino lætissimus Italia tota vagatur, atque adeò vniuerso terrarum orbe, per te plaudente literatorum cœtu viget latinè redditus; Sed quo tempore exoritur Pappus? eo nimirum, quo multò magis optandum, quàm sperandum putarem. Hinc facile cognoscitur, quanti litteras facias; facias verò? cui non patet, te sic ingenuas artes omnes amplexum esse, vt opinione quoque, ac iudicio hominum non opes, quę tibi sunt amplissima, non Vrbes, & hunc Principatum tibi à tuis relictum, non quidquid speciem quandam dignitatis, & gloriæ habere putatur, tanti ducere videaris. Testes nos Populi tui, qui te in literas quotidie abditum videmus, nec continuò principatus tui administrationem deserere: propterea quod in magna studiorum occupatione commoda omnia, voluptatésque contemnis; in animo puritatem, in actionibus prudentiam, in victu abstinentiam, in Dei cultu vigilantiam, denique singularem in omni vita moderationem, temperantiámque seruas. Ecquis est, qui tuas non admiretur virtutes, nec colat? quis (inquam) te, tanquam clarissimum lumen, & ornamen-

ornamen-

ornamentum, non veneratur? Ecquis liberalitatem magnificentiam tuam non expertus est? Ecquis te minimi cuiusque beneficij immemorem sensit? quod, ita sit, vel ex hoc ipso intelligitur: non enim oblitus es te ab ineunte ętate Commandino pręceptore in mathematicis disciplinis plurimùm profecisse, & propterea, & ipsum, & familiam, & Patriam eius laudibus ornare maximis voluisse, cum tuo iussu, tua opera tuàque pecunia Pappum in lucem edi iusseris. Quo nobis tam singulari beneficio metum abstersisti, ne, quas partes sibi Commandinus sumpserat, eas aliquis alius pręoccuparet. Hoc est maximũ, hoc gloriosissimum authori. Hoc nos, qui pendemus ab eo, sed ego in primis, cuius maximè omnium interest; cum alterã ex filiabus (vt tu nôsti) vxorem duxerim, tibi tantum debemus, quantum persoluere difficile est. Verùm quoniam per mortem non licuit ei hunc celsitudini tuę librum dicare, nec mihi per dissensiones ipsas (alioquin hac in re illius voluntati, vt cœteris in rebus obsecuturus eram) tanto tuo beneficio deuincti his literis nostrum esse duximus, eximię tuę in familiam nostram voluntatis tibi nos non immemores declarare: nam de referenda gratia, quòd cogitemus nihil est: istius enim in nos meriti magnitudinẽ, atque pręstantiam considerantes, & quàm dispari in ordine, & fortuna vtrique versamur, (quod tu maximus es Dominus, ego verò minimus seruus) mihi pręter summam voluntatem ad tanti officij remunerationem reliquum nihil esse video. Hoc ergo superest, vt à DEO Opt. Max. tibi diutissimam, & felicissimam vitam precemur. Vale.

CANDIDO LECTORI.

HABES candide lector Pappi Alexandrini mathematicas collectiones à Federico Commandino in latinam linguam translatas, & commentariis illustratas, iandiu tibi promissas, & fortasse a te desideratas. Quod nũc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Francisco Maria Serenissimo Vrbini Duci, acceptũ referre debes: is enim tua, & Cõmãdini causa, quia illius hæredes nunquam hucusque in harum impressione concordes fuerunt, suis hortationibus, & impensis, vt ederentur, curauit. Quòd huic operi primus, & secundus liber desunt, edaci rerum tempori non Commandini negligentiæ est adscribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit, quãta forsam in reperiendis tot aliis antiquorum mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita sit, timeas, te ex eo parùm in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam nisi ego decipior, & Commandinus ipse decipiebatur, contrarium experiere. Si hoc opus non ita vt alia ab eodem authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis propere subripuit, &, ne summam illi imponeret manum, impediuit, accusa; non illum, nec eius hæredes: nam licet tu primo aspectu forsitan ab eis, vt nonnulli ante impressionem cupiebant, desideres, vt onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauissent & non tibi reseruassent: tamen re maturius perspecta, cognosces eos, quamuis id commode facere potuessent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam suscepissent, prudenter iudicasse, cum consenserint magis tibi, & Commandino expedire, si, vt repertus est liber, nulla ne addita quidem, nec dempta syllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, Aequi bonique consule, & libenter librum lege, & cum tibi authoris labores profuisse perspicies, gratias, pro illo Diuinam Misericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

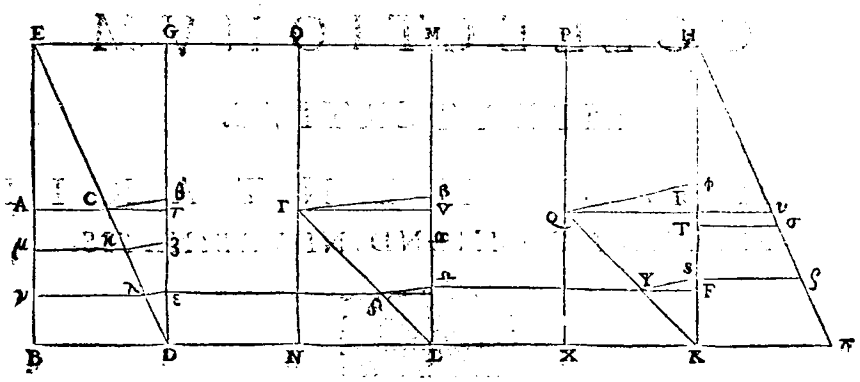
PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER TERTIVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

QVICVMQVE ea, quæ in Geometria inuestigantur, diligentius expendere volunt, ò Cratiste, omne problema appellari existimant, in quo aliquid faciẽdum, & construendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus positis consequens ad ea, & omnino contingens consideratur, cum antiquorũ alij problemata omnia, alij theoremata esse dixerint. Qui igitur theorema proponit, sciẽs quodammodo consequens eius, putat quæstione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, siquidem indoctus est, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod construi quodammodo non possit, dignus venia est, & culpa vacat. quærentis enim officium est, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri potest. & si fieri potest, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri possit. Quòd siquis imperite proponat, cum mathematicas scientias profitentur, non est extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas scientias profiteatur, per tuas problematum propositiones imperite nobis determinarunt. de quibus & similibus oportebat nos ad tuam, & studiosorum vtilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonstrationes afferre. Primum igitur problema quidam, qui magnus Geometra videbatur, inscite

determinauit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias pro
portionales in continua analogia inuenire, sese dixit per plano
rum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum constructio
nem ab ipso factam diligenter expendissemus, de ea responde-
re. Quæ quidem hoc modo se habet.



Sint duæ rectæ lineæ AB AC ad rectos inter se angulos: & a puncto B duca-
tur BD ipsi AC parallela: ponaturque ipsi AB æqualis BD, & iungatur DC,
quæ ipsi BA in E occurrat. a puncto autem E ducatur EH parallela ipsi AC;
producaturque BD: & a puncto D ducatur DG parallela BE: & ipsi BD æ-
quales ponantur DN, NL, LX, XK. deinde per puncta N L X K ducantur NO
LM XP, KH ipsi BE parallelę: & ponatur KR æqualis BA, seceturq; bifariam
in puncto S: & vt KH ad HS, ita fiat SH ad HT. vt autem, SH ad HT, ita TH
ad Hϕ: & a recta linea XP auferatur QX æqualis AB. iunganturq; QK Qϕ atq;
a puncto S ipsi Qϕ parallela ducatur SΨ. a pūcto autē Ψ ducatur $\Psi\Omega$ parallela KX.
& sit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα, vtq; ΩM ad Mα, ita αM ad Mβ, & ab ipsa
ON auferatur Nγ ęqualis AB: iunganturque γL $\gamma\beta$. Deinde a puncto Ω ipsi
$\beta\gamma$ parallela ducatur $\Omega\delta$, & a δ ipsi LN parallela $\delta\epsilon$, & ut DG ad Gϵ, ita
B sit ϵG ad Gζ. ut autem ϵG ad Cζ, ita ζG ad Gθ. iungaturque θC, & ipsi θC
parallelę ducantur $\zeta\kappa$ $\epsilon\lambda$. postremo ducantur a punctis κ λ ipsis AC BD pa-
rallelæ $\kappa\mu$ $\lambda\nu$. ostendendum est ipsarum AC BD medias proportionales esse
$\mu\kappa$ $\nu\lambda$.

Hæc igitur ille conscribens mihi tradidit, non continentia demonstrationē pro
positi problematis. Sed quoniam & Hieronymus philosophus, & alij complures
ex eius amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me de proposita constructione
interim respondere, cum ille demonstrationem facere promisisset. hæc habui nunc
quæ dicerem. Eum scilicet non recte, sed perperam constructione vsum fuisse.
bipartito enim secans rectam lineam RK in S, & ut KH ad HS, ita faciens SH
ad HT; constituit in eadem proportione, & TH ad Hϕ. necesse autem omnino
est neque illum, neque nos punctum sectionis in tertia proportione, velut ϕ inue
nire. Hac igitur dubitatione ad causam eius consequente, ostendit se non intel
ligere hoc consequens. nam cum determinari non possit sectionis punctum, vt ϕ
C in tertia proportione, nisi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc
est

est BE ad EA, non solum ipse conatur quærere, quod inueniri non potest, sed C
etiam nos censet. Itaque posita proportione, quam KH habet ad HR; hoc est
BE ad EA, & data HK, datur minor recta linea tertiæ proportionis. datū aūt
est punctum H. ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineę est datum. quod
vel inter HR, vel inter RT cadere manifesto cōstat. At punctum T etiam cade-
re inter RS demonstrabimus: & prius punctum ϕ aliquando quidem cadere
inter HR, aliquando autem inter RT iuxta positionem proportionis, quam
habet KH data ad HR. ponatur enim primum data proportio KH ad HR,
hoc est BE ad EA, vel BA ad AC dupla. proportio igitur & KH ad HR est
ea quam habent duo ad vnum, videlicet quattuor ad duo. quam & proportio KH
ad HS est, quam habent quattuor ad tria. atque est vt KH ad HS, videlicet vt
quattuor ad tria, ita SH ad HT, hoc est ita 3 ad $2\frac{1}{4}$. Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, D
ita $2\frac{1}{4}$ ad aliam quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quàm sint 2, hoc
est, quam sit HR, ita vt minor recta linea tertię proportionis, & omnium mi-
nima minor sit, quam HR; & sectionis punctum ut ϕ inter HR cadat. Sed sit
data proportio quadrupla. ergo ipsius KH ad HR proportio est, quam habent
8 ad 2: & proportio KH ad HS, quam habent 8 ad 5. est autem ut 8 ad 5, E
ita 5 ad $3\frac{1}{8}$: & vt 5 ad $3\frac{1}{8}$, ita $3\frac{1}{8}$ ad minorem, quàm sint 2. quare rur-
sus tertiæ proportionis sectio inter HR cadit. ponatur deinde proportio KH ad
HR quintupla. ergo proportio KH ad HR est, quam habent 10 ad 2. & pro-
portio KH ad HS, quam habent 10 ad 6. Sed ut 10 ad 6, ita 6 ad $3\frac{3}{5}$
& $\frac{1}{10}$, hoc est ad $3\frac{3}{5}$ & ut 6 ad $3\frac{3}{5}$, ita $3\frac{3}{5}$ ad maiorē, quam 2. atq; est
HR 2. cadit igitur sectionis pūctum tertiæ proportionis inter RT. &
manifestum est omnes quidē proportiones, quæ sunt minores quadrupla facere
talem sectionem inter RH; quæ vero maiores quintupla facere sectionis pun-
ctum inter RT, quemadmodum & lemma huiusmodi proportionis utile
præmisimus. Itaque quoniam ostendimus sectionis punctum vt ϕ aliquan-
do cadere inter HR, aliquando inter RT, quod ab eo animaduersum
non est ob eam, quam diximus, caussam. ipse autem dicit, proposi-
tum ostendit, siue punctum ϕ sit inter HR, siue inter RT: illud ante
omnia considerare oportet. Vbicumque sumat punctum ϕ siue infra
R, siue supra, non esse, ut SH ad HT, hoc est ut KH ad HS, ita &
TH ad HR. Si igitur dixerit, fiat ut KH ad HS, ita SH ad HT, &
TH ad HR, ipse per sese redarguitur, sumens quæsitum ut concessum. F
protracta enim XK, ipsique XK facta æquali Kϖ, & iuncta ϖH, atque G
per puncta STR ductis parallelis ipsi Kϖ, factum erit, quod quæritur. &
perspicuum est quo pacto hoc sequatur. Erat namque & ut Kϖ ad Sϱ, ita H
Sϱ ad Tσ, & Tσ ad RY. æqualis autem est Kϖ ipsi BD, & KR ipsi BA,
& BE ipsi KH, ita ut & AC sit æqualis Rυ, & duarum BD AC, hoc
est duarum Kϖ Rυ inuentæ sint duę mediæ proportionales Sϱ Tσ, quod
fieri non potest: nimirum recta linea existente HK, & puncto in ipsa R.
non enim per contemplationem eam, quæ in plano fit inter RK duo puncta
velut T S sumi possunt, ita ut sit sicut KH ad HS, sic SH ad HT, & TH
ad HR. & quamquam sumat F pro S, tamen problema fieri nequit. quod
natura solidum est: quare & ipse sciens quæsitum ut concessum sumi, non
ausus est dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum esse punctum R.
supra uero, hoc est inter RH sumens ipsum ad ϕ reliquam constructio-
nem complet, ut uult: & nihilominus imprudens in difficultatem ab ini-
tio propositum delabitur, non enim quod pluribus agens falsa scribere voluerit, ut
quoscumq; in errorē induceret, sed q in ipsis rationes non rectæ cōcludētes afferat:
vt ostendā prius in corrupto, ac sano modo percurrēs id, quod proponitur. deinde
reprehendens eius positionē nō recte sumptam. Quoniam igitur data est propor- K
A tio

K tio KH ad HR, atque est data KH (hoc enim ponere oportet) data erit & HR, & reliqua RK. Sed & SR, quæ dimidia est ipsius RK erat autem & RH data tota igitur HS data erit quare & data proportio KH ad HS. atque est vt KH ad HS, ita SH ad HT. & data est SH, vt ostensum fuit ergo & HT erit data. Eadem ratione data erit & Hφ quare & data differentia rectarum linearum HR Hφ: & inuentum est φ inter HR, sicut & per numeros demonstratum iam fuit. Et quoniam data est differentia φR & RQ recta linea coniungens, quæ est æqualis XK, datum erit specie & magnitudine triangulum orthogonium φQR. angulus igitur RφQ est datus, qui est æqualis angulo exteriori KSΨ. ergo & pro-
M ducta ΩΨ ad F datum erit SFΨ triangulum orthogonium & specie, & magnitudine. quoniam enim data est vtraque ipsarum RK RQ data erit & QK & proportio QK ad KΨ est data; quòd eadem sit datæ proportioni φK ad KS. quare & data ΨK. sed & ΨS est data, siquidem & vt φK ad KS, ita φQ ad ΨS. & ostensa est data φQ data igitur & ΨS. erat autem & angulus ΨSK datus. ergo & triangulum ΨSF orthogonium specie & magnitudine dabitur. quare & ΨF parallela ipsi XK & in directum ipsi Ψω. data igitur & ω L æqualis FK. & quoniam HK est æqualis ML, minor autem ω L, quam SK. etenim ω L est æqualis ipsi KF atque est vt KH ad HS, ita SH ad HT, & TH ad Hφ, vt autem LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM, ad Mβ; erit Mβ maior, quàm Hφ. etenim & hoc deinceps demonstrabitur. ergo & reliqua βL minor est, quàm φK. Rursus quoniam data est ωL, cum ostensa sit æqualis ipsi FK datæ; data autem & LM, quòd & KH: erit proportio LM ad Mω data. atque est ut LM ad Mω, ita & ωM ad Mα: & data est ωM. ergo & Mα, dabitur. Eadem ratione dabitur quoque Mβ. quare & punctum β, est datum; quod positum sit vbi vult, vel inter VM, vt nunc est, vel inter Vα, nempe recta linea VL æquali posita vnicuique ipsarum KR AB, QX ΓN. Si enim dicit β cadere in V, quæsitum nihilominus, ut concessum sumit. apparet namque rursus in recta linea ML positione data, & puncto aliquo in ipsa dato V sumere inter LV duo puncta ω, A, & facere vt LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM ad MV; quod nullus ipsorum concedit. Hoc enim & antiqui quærentes dubitarunt, per plana inuenire, vt etiam demonstrabo illorum verba apponens. & ipse nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus. Si V ne-
N cessario est sectionis punctum tertiæ proportionis, ostende neque inter Vα, neque inter MV cadere posse. etenim nos in principio ostendimus punctum φ cadere & supra R & infra. cadit namque iuxta positionem propositionis. Similiter igitur resolutione procedente ex eo, quod datur triangulum V, β, Γ. specie & magnitudine, quamuis β sectionis punctum cadat inter Vα. dato autem & δ, ω, L triangulo quemadmodum supra, & data δ, ε, dabitur enim proportio DG ad G, ε. hoc est proportio, ζG ad Gθ & nullo modo rursus DG ad GE, cum æquales ponatur, & nunc KR, hoc est AB ipsi D, τ, quamquam θ velit cadere inter ζ, τ, nihil enim habet dicere, quod refellat; audiens a nobis ostende neque inter. τ, G, neque inter τ, ζ cadere. Si autem ex concessione simpliciter velit huiusmodi sectionis punctum esse in τ, quæsitum etiam nunc vt concessum sumit. Quòd si ipsi non concedatur sectionem esse in puncto τ, quoniam neque R concedimus in recta linea KH demonstrationem facere. & si aliquod aliud inter εG sumere velit, ut ζ, ipse non nouit, quomodo deceptus θ sumit. Sed vt vult, ponatur separabile esse secundum τ, & coniungens θ, C, ducensque ipsi C, θ parallelas, ζ, κ, ε, λ, per κ, λ, vero ipsi AC parallelas. κμ, λν, ostendit se non intellexisse problema. etenim recta linea θC non facta parallela ipsi EG angulus εθG obtusus quidem est, puncto θ inter G τ, cadente, acutus autem θ cadente inter τ ζ, namque angulus ad τ, rectus est, secundum quem dumtaxat problema efficitur. Quòd si quis concedat, quemadmodum supra diximus, in recta linea DG positione data, & puncto dato τ, sumere duo puncta, velut ε, ζ, ita ut quam proportionem habet DG ad G, ε, habeat εG ad G ζ, & ζG ad Gτ.

hoc

hoc autem non dato, quod propositum est ab eo per plana inueniri non poterit; vt etiam per numeros ipsos congruenter resolutioni, iis, qui velint, persuadere licebit, vtentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum aliis satius erat, quàm ita inuenire. Nos autem ea, quę superius posita sunt, nunc ostendemus.

COMMENTARIVS.

Et sit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα] *Græcus codex mendose habebat.* καὶ ἔστω ὡς λμ πρὸς μω, οὕτως ἡ ω μ πρὸς μθ *cum legendum sit* πρὸς μα. A

Et ipsi θC parallelæ ducantur, ζκ, ελ. postremo ducantur a punctis κ, λ ipsis AC BD parallelæ κμ, λν. ostendendum est ipsarum AC BD medias proportionales esse μκ, νλ,] *Græcus codex* καὶ ἄχθωσαν τῇ θ Γ παράλληλοι αἱ, ζκεα, καὶ ἀπό τῶν κα τοῖς αγ βα παράλληλοι αἱ κμ αν δεῖξαι, &c. αἱ μκ να. *Sed legendum* καὶ ἤχθωσαν τῇ θγ παράλληλοι αἱ, ζκ εν, καὶ ἀπὸ τῶν κ λ ταῖς αγ βδ παράλληλοι αἱ κμ, λν δεῖξαι αἱ μκ, νλ. B

Nisi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc est BE ad EA.] *Græcus codex*, μὴ πρότερον ὑποτεθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ κδ πρὸς κρ, τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ η πρὸς την βα. *Sed legendum puto ex iis, quæ deinceps sequuntur.* ὃν ἔχει ἡ κθ πρὸς θρ τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ βε πρὸς την εα. C

Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, ita $2\frac{1}{4}$ ad aliam quandam] *Græcus codex* ὡς δὲ καὶ τὰ γ πρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτά τὰ β δ πρός ἄλληλα. *Sed legendum* πρὸς ἄλλην τινα. D

Et proportio KH ad HS, quam habet 10 ad 6.] *Græcus codex* καὶ τῆς κθ ἄρα πρὸς την θσ λόγος ἐστιν, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ ς. *Sed legendum* ὃν τά ι πρὸς τὰ 5. E

Ipse per sese redarguitur, sumens quæsitum ut concessum] *Græcus codex* αὐτόθεν ἐλέγχεται τό ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβὼν *lege* τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβών. F

Atque per puncta STR ductis parallelis ipsi Kϖ factum erit quod quæritur] G
Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos restituimus.

Erat namque & ut Kϖ ad sρ, ita sρ ad Tσ] *Sequitur hoc ex 4. sexti elemento-* H
rum ob triangulorum similitudinem.

Quoniam igitur data est proportio KH ad HR.] *Græcus codex* ἐπεὶ τύινην δο- K
δείσης ἐςίν ὁ τῆς κθ πρὸς θρ *lege* ἐπεὶ τύνην δοθείς ἐςὶν ὁ τῆς κθ πρός θρ.

Angulus igitur RφQ est datus, qui est æqualis angulo exteriori KSΨ] *Græcus* L
codex δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρφ γονία καὶ ἴση ἐςίν τῇ ὑπὸ κσφ ἐκτος γωνία. *Sed legendum* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρφχ γωνία. καὶ ἴση ἐςιν τῇ ὑπὸ κσΨ ἐκτός γωνία.

Ergo & producta AΨ ad F datum erit SFΨ triangulum orthogonium specie
& magnitudine] *Græcus codex* ἐκβληθείσης ἄρα &c. τῷ εἴδει οὕτως. *Legendum arbitror* M
τῷ εἴδει καὶ μεγέθει, *quod ex iis, quæ sequuntur manifesto apparet.*

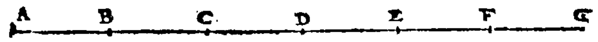
Si N necessario est sectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex* N
εἰ τὸ ς ἐςὶν ἐξ ἀνάγκης τό τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγου. *Sed pro* ς *ego libenter ponerem* β. *hoc est V vt nos vertimus.*

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quędam recta linea AG diuisa in partes æquales ad puncta BCDEF. Dico ut AC ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam

diam: & ut AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius CB: ut autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipsius CB quartam: & ut AF ad FB, ita BF ad FC, & quintam CB: Denique ut AG ad GB, ita BG ad GC, & ipsius CB sextam.

Perspicuum autem est numeris semper hoc pacto assumptis, ut datus rectarum linearũ æqualium numerus a puncto A ad numerum unitate minorẽ, ita esse numerũ unitate minorem ad alium adhuc eo minorem unitate, & particulam ipsius CB, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini respondent.

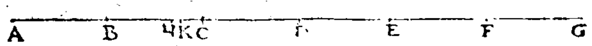


COMMENTARIUS.

A Dico ut AG ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam] *Ut enim AC ad eius dimidiam CB, ita & BC ad eius dimidiam.*

B Et ut AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius CB] *Fiat enim ut AB ad BD, ita BH ad HD. erit*

C *componendo, ut AD ad DB; ita BD ad DH; & quarum partium AD est 9, earum DB est 6: & DH 4. ergo BH est 2, & HC 1. Ut igitur AD ad DB, ita BD ad DC, & CH, hoc est ipsius CB tertiam.*



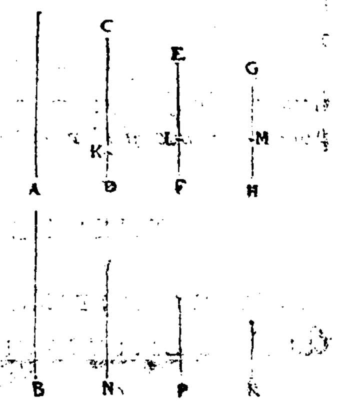
C Ut autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipsius EB quartam] *Rursus fiat ut AB ad BE, ita BK ad KE: quare & componendo, ut AE ad EB, ita erit BE ad EK. Quarum vero partium AE est 16, earum EB est 12, & EK 9. ergo BK erit 3, & KC, 1.*

D *Ut igitur AE ad EB, ita BE ad EC, & CK, videlicet quartam ipsius CB. Eodem modo & reliquæ demonstrabuntur.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sint equales rectæ lineæ, A, B; & CD minor, quàm utraq; ipsarum A B; maior vero, quàm N: fiatq; ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH: ut autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipsam R, quàm GH minorem esse.

Quoniã enim CD maior est, quam N; ponatur ipsi N æqualis CK. ergo ut A ad CK, ita B ad N. Rursus quoniã ut A ad CD, ita CD ad EF; fiat ut A ad CK, ita CK ad CL. est autem & ut B ad N, ita N ad P: atq; est A quidem ipsi B æqualis; CK vero equalis N. ex equali igitur ut A ad EL, ita B ad P, ideoq; EL ipsi P æqualis erit. Eadem ratione, cum sit ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH; erit & ut A ad CK, ita CK ad EL, & EL ad minorem, quàm GH. sit ad GM. Itaque quoniam ut CK ad EL, ita EL ad GM; & ut N ad P, ita P ad R; est aũt CK æqualis N, & EL equalis P; erit GM ipsi R æqualis; ac ꝑpterea R minor, quã GH.
12 quinti



ALI-

ALITER.

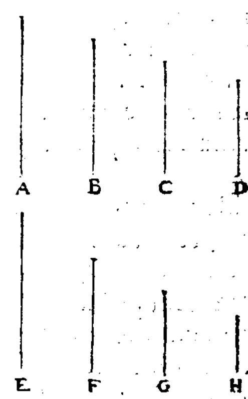
Sit A æqualis E, maior autem B, quàm F: & fiat ut A quidem ad B, ita B ad C, & C ad D. ut vero E ad F, ita F ad G, & G ad H. Dico D maiorem esse, quàm H.

Quoniam enim B maior est, quàm F, & A ipsi E est æqualis; habebit B ad A maiorem proportionem, quàm F ad E: & contra A ad B minorem habebit, quam E ad F. ut autem E ad F, ita F ad G, & ut A ad B, ita B ad C; ergo B ad C minorem habet proportionem, quam F ad G. & ut B ad C, ita C ad D. quare C ad D minorem proportionem habet, quam F ad G. Sed ut F ad G, ita G ad H. ergo C ad D minorem habet, quam G ad H. Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quam E ad F, B uero ad C minorem, quam F ad G; & C ad D minorem, quam G ad H; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quam E ad H, ut deinceps ostendetur. & sunt A E inter se æquales. maior igitur est D quam H, quod demonstrare oportebat.

8. quinti

11. quinti

10. quinti



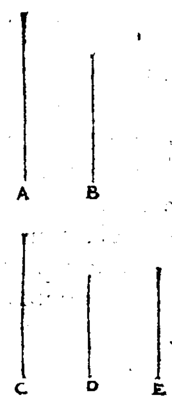
THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quàm C ad D. Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quàm B ad D.

Fiat ut A ad B, ita C ad E. maior igitur est E quam D. Et quoniam ut A ad B, ita C ad E; erit permutando, ut A ad C, ita B ad E. Sed B ad E minorem habet proportionem, quam B ad D. ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quam B ad D.

10. quinti

8. quinti



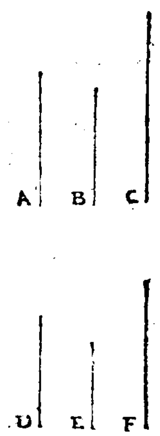
THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Hoc demonstrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E: & B ad C proportionem mino-

rem

rem habeat, quàm E ad F. Dico ex æquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F.

Quoniam enim A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rurſus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.



Quæ igitur me præmiſiſſe oportebat, hęc ſunt. Itaque omittens explicare & tibi, & iis, qui in geometria exercitati ſunt, ea, quæ ille ſcripſit de conſtructione, & quæ nos obiecimus; optimum fore iudicaui, ſi exponerem quid antiqui de dicto problemate ſenſerint: & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria conſiderantur, inde ſumpto initio.

ἐπιπεδα ϛερεὰ, γραμμικά. Problematum geometricorum antiqui tria genera eſſe ſtatuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia ſolida, alia linearia. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito plana dicantur; etenim lineæ, per quas eiuſmodi problemata ſoluuntur, in plano ortum habent.

A Problemata plana. Problemata ſolida. Problemata vero quæcunque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur namque ad conſtructionem neceſſe eſt ſolidarum figurarum ſuperficiebus, nimirum conicis vti. Reſtat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim alię præter iam dictas in conſtructionem aſſumuntur, varium, & tranſmutabilem ortum habentes, quales

B ſunt helices, & quas græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere poſſumus. conchoides, & ciſſoides, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales ſint problematum differentiæ, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura ſolidum eſt, geometrica ratione

C Coni ſectiones nō facile eſt ī plano deſignare. innixi conſtruere non potuerunt, quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare. inſtrumentis autem ipſum in operationem manualem, & commodam, aptamque conſtructionem mirabiliter traduxerunt, quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, vt in Eratoſthenis meſolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim aſſerentes problema ſolidum eſſe, ipſius conſtructionem inſtrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio pergæo, qui & reſolutionem eius fecit per coni ſectiones: alij per locos ſolidos Ariſtæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuiſit. Exponemus igitur quattuor eius conſtructiones vna cum quadam noſtra tractatione. Quarum prima quidem eſt Eratoſthenis, ſecunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, ijs, qui Architecti eſſe volunt. vltima autem eſt a nobis inuenta. ſolido enim quocunque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtruitur ad datam proportionem, ſi duabus datis rectis lineis, duæ medię in continua analogia aſſumantur, ut inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

COMMENTARIVS.

Problematum vero quæcumque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur] *Græcus codex ſic habet*, παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *ego libentius legerem* παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. A

Quales ſunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet*, ὁποῖαι τυγχάνουσιν . . . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. *Fortaſſe autem legendum erit*, ὁποῖαι τυγχάνουσιν αἱ ἕλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι. B

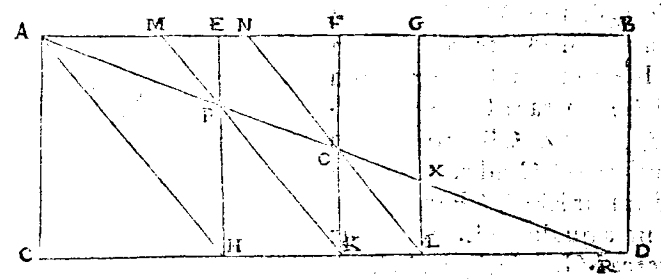
Quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare] *In Græco codice legitur.* ἐπεὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν. *quæ vero ſequuntur ſupernacanea, & abolenda cenſeo. vt pote librarii errore inſerta.* ὡς δεῖ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. C

Solido enim quocumque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtituitur ad datam proportionem] *Græcum codicem ita corrigemus.* ϛερεοῦ γὰρ παντὸς δεδομένου, ἕτερον ϛερεὸν ὅμοιον τῷ δοθέντι κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον. D

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.



Sit plinthium cōpactum ABCD, & in ipſo triangula orthogonia ęqualia AEH, MFK, NGL; quę rectos angulos habeāt ad pūcta EFG: & triangulū quidē AEH affixū maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD, ita ut MF in regula AB feratur, canalē per totū habēte & vertex K ī CD; nempè canali per totam longitudinem excauato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD, per dictos canales moueatur. His igitur hoc modo præparatis, ſi quis velit cubum cubi duplum facere, aſſumens AC ipſius LX duplam. diſtrahenſque triangula MFK, NGL, quoad puncta AX in eadem recta linea conſtituantur, in qua triangulorum ſectiones P O, contingat rectam lineam APOX occurrentem ipſi CD in R; hoc enim neceſſario fieri oportet. Et ita quod propoſitum eſt, aſſequetur. Nam cum ſit, ut AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK in continua analogia; atq; eſt AC dupla LX. cubus igitur, qui fit ex AC duplus erit eius, qui ex PH. Quod ſi cubus ad cubū aliam quandam proportionē habeat, eandem habere oportet AC ad LX, & reliqua simili ratione construentur. Ex quo perspicue constat fieri non posse, vt propositum per plana soluatur.

COMMENTARIVS.

A Et triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] *Ex epistola Eratosthenis, quæ legitur in commentariis Eutocii in secundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro apparet ipsum voluisse medium parallelogrammum, seu triangulum affixum esse, & manere, non primum. Sed res in idem recidit. nam etiam si vltimum maneat, & alia duo moueantur, idem plane continget. græcus autem codex corruptus est, & mancus, qui fortasse ita restituetur.* τὸ δὲ μ ζ κ τὴν κίνησιν ἐχέτω ἐπὶ τῶν α β, γ δ κανόνων, *adscribantur reliqua ex codice manuscripto.*

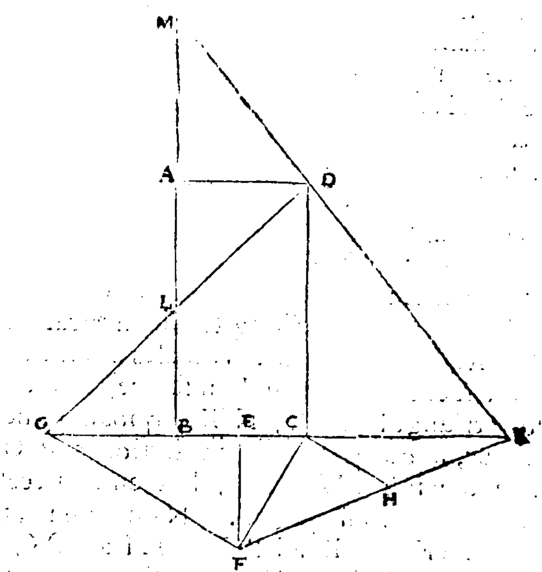
B Nam cum sit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] *Ex quarta propositione sexti libri elementorum; sunt enim triangula ARC, PRH inter se similia, itemque similia ARH, PRK. quare vt AC ad PH, ita AR ad RP: & vt AR ad RP, ita & AH ad PK, & HR ad RK.*

C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] *Rursus enim sunt triangula PRH, ORK similia, & similia PRK, ORL, Vt igitur HR ad RK, ita est & PH ad OK, & PR ad RO. Sed vt PR ad RO, ita PK ad OL, & KR ad RL. atque ob eandem causam, vt KR ad RL, ita OK ad XL. Ex quibus sequitur per undecimam quinti elementorum, vt AC ad PH, ita esse PH ad OK, & OK ad XL.*

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo assumuntur.

Compleatur ABCD parallelogrammum; & utraq; ipsarum AB, BC bifariam secetur in punctis LE; iunctaq; LD producatur: & occurrat CB productæ in
A G; ipsi vero BC ad rectos angulos ducatur EF: & CF iungatur, quæ sit æqualis AL. iungatur preterea FG, & ipsi parallela sit CH. Quod cum angulus contineatur KCH, a dato puncto F ducatur FHK quæ faciat lineam HK ipsi AL, vel CF equalem. hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est. & iuncta KD producatur, occurratq; ipsi BA productæ in puncto M. Dico vt DC ad CK, ita esse CK ad MA, & MA ad AD. Quoniam enim BC bifariam secta est in E, & ipsi adiicitur CK;
6. secundi. rectangulum BKC una cum quadrato ex CE æquale est quadrato ex EK: commune apponatur ex EF quadra-



quadratum. ergo rectangulum BKC vna cum quadratis ex CE, EF; hoc est vna cum quadrato ex CF æquale est quadratis ex KE, EF, hoc est quadrato ex FK. 2. Sexti.
Et quoniam vt MA ad AB, ita est MD ad DK; vt autem MD ad DK, ita BC ad CK; erit ut MA ad AB, ita BC ad CK, atque est ipsius AB dimidia AL, & ipsius BC dupla CG. est igitur & vt MA ad AL, ita GC ad CK, sed ut GC B C
ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. quare & componendo D
vt ML ad LA, ita FK ad KH. Sed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipsi CF. 2. sexti.
ergo & ML æqualis erit FK. & quadratum ex ML quadrato ex FK æquale. est 6 secundi
autem quadrato ex ML æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AL: & quadrato ex FK æquale ostensum est rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF. quorum quidem quadratum ex AL est æquale quadrato ex CF; ponitur enim AL ipsi CF equalis. ergo & reliquum BMA rectangulum æquale est reliquo BKC. 14 sexti.
vt igitur MB ad BK, ita CK ad MA. Sed ut MB ad BK, ita DC ad CK. qua- 4. sexti.
re ut DC ad CK, ita est CK ad MA. vt autem MB ad BK, ita MA ad AD. 4. sexti.
ergo & vt DC ad CK, ita CK ad MA, & MA ad AD.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est] *Quomodo illud per lineam conchoidem fiat, vide in quarto libro propositione 24. & apud Eutocium in commentariis in secundum librum Archimedis de sphæra & cylindro.* A

Et ipsius BC dupla CG] *Ob similitudinem namque triangulorum DGC, LGB, ut DC ad LB, ita est CG ad GB. Sed AB hoc est DC dupla est ipsius LB. ergo & CG ipsius GB dupla erit. ac propterea etiam dupla ipsius BC.* B

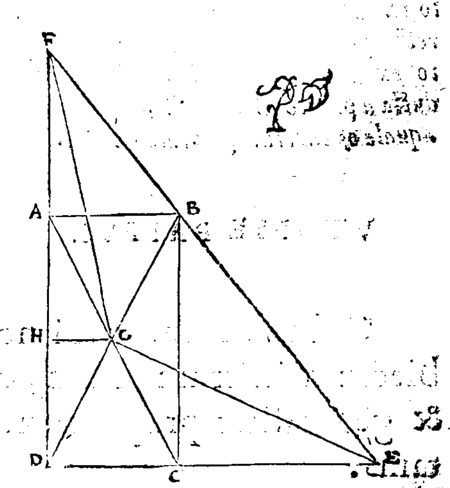
Est igitur, & ut MA ad AL, ita GC ad CK] *Quoniam enim est ut MA ad AB, ita BC ad CK: & ut BA ad AL, ita CG ad BC; erit ex æquali in perturbata ratione, ut MA ad AL, ita GC ad CK.* C

Quare & componendo, ut ML ad LA, ita FK ad KH, sed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipsi CF. ergo & ML æqualis erit FK] *Ex antedictis namque & undecima quinti lib. elementorum sequitur ut MA ad AL, ita esse FH ad HK. ergo & componendo, vt ML ad LA, ita FK ad KH, permutandoque vt ML ad FK, ita LA ad KH. sed LA est æqualis KH; quare & ML ipsi FK æqualis erit.* D

VT HERO.

Quo autem modo possimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organice inuenire, ostendemus; quoniam problema hoc, vt etiam inquit Hero, solidum est. exponemus igitur demonstrationem ad manuum operationes maxime accommodatam.

Sint enim datæ rectæ lineæ AB, BC ad rectos inter se angulos constitutæ, quarum oporteat duas medias proportionales inuenire. Compleatur ABCD parallelogrammum, & DC, DA producantur; iunganturq; DB, AC: & aptetur regula ad punctum B, quæ quidem mota secet lineas CE, AF, quoad ea, quæ a puncto G ducuntur



ad sectionem CE, ęqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad sectionem AF ducitur. Itaque factum iam sit, & regulæ positio sit EBF, æquales autem EG GF. Dico rectas lineas AF, CE medias proportionales esse ipsarum AB, BC.
A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum est, quattuor rectæ
B lineę DG, GA, BG, GC æquales sunt inter sese. & quoniam æquales sunt DG, GA; & ducta est GF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF. Et eadem ratione rectangulum DEC vna cum quadrato ex CG, æquale est quadrato ex GE. & sunt æquales FG, GE. ergo & rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC vna cum quadrato ex CG. quorum quadratum ex CG est æquale quadrato ex GA. reliquum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA est æquale.
14 sexti ergo vt ED ad DF, ita FA ad CE. vt autem ED ad DF, ita &, BA ad AF,
4 & EC ad CB. quare & vt BA ad AF, ita & FA ad CE; & EC ad CB. rectarum igitur linearum AB, BC mediæ proportionales sunt AF, CE.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum est, quattuor rectæ lineę DG, GA, BG, GC, æquales sunt inter sese] *Sunt enim trianguli ABC duo latera CB, BA æqualia duobus lateribus BC, CD trianguli DCB, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C. ergo & basis AC basi BD æqualis erit. Sed AGB*
29 primi *angulus est æqualis angulo DGC, quòd sint ad verticem; & angulus ABG æqualis est angulo CDG, angulusque BAG ipsi DCG. triangulum igitur ABG triangulo CDG simile; & vt AB ad BG, ita CD ad DG: & permutando vt AB ad CD, ita BG, ad GD. ergo BG, GD æquales sunt. & eodem modo ostendentur æquales AG, GC. vt igitur BG ad GD, ita AG ad GC. & componendo vt BD ad DG, ita AC ad*
C *CG rursusque permutando vt BD ad AC, ita DG ad GC. Sunt autem BD, AC æquales; quod ostensum fuit. ergo & æquales DG, GC, & propterea BG, GA, & omnes inter se æquales.*

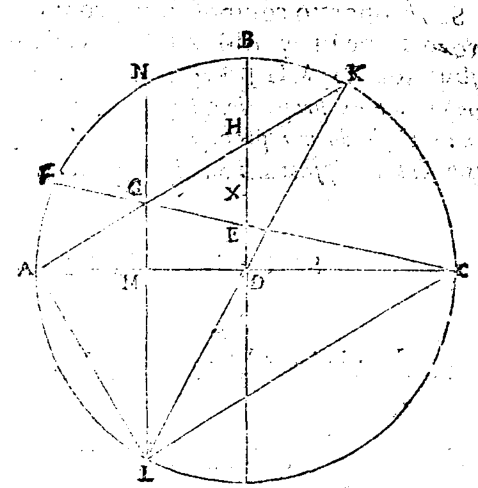
B Et quoniam æquales sunt DG, GA; & ducta est GF; rectangulum DFA vna cum quadrato ex AC ęquale erit quadrato ex GF] *Ducatur a puncto G ad*
4. sexti. *AD perpendicularis GH. erit triangulum AGH triangulo DGH simile: & vt GH ad HA, ita GH ad HD. ergo AH est æqualis HD. Et quoniam AD bifa-*
6 secūdi *riam secta est in H: & ipsi adiicitur AF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AH æquale est quadrato ex HF. commune apponatur quadratum ex GH,*
47 primi *rectangulum igitur DFA vna cum quadratis ex AH, HG: hoc est una cum quadrato ex AG æquale erit quadratis ex FH, HG, videlicet quadrato ex FG. & similiter ducta a puncto G ad DC perpendiculari, rectangulum DEC una cum quadrato ex CG æquale ostendetur quadrato ex GE.*

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non solum duplus inuenitur per subiectum instrumentum, quod a nobis excogitatum est, sed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Descri-

Describatur enim semicirculus ABC: & a centro D ad rectos angulos ducatur DB; & moueatur regula circa A punctum, ita ut unus quidem eius terminus clauulo quopiam superponatur puncto A, reliqua uero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His hoc modo constructis propositum sit duos cubos inuenire, qui inter se datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DE eadem, quę proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius intericcta inter lineas FE, EB æqualis sit ei, quæ inter BE rectam lineam & circumferentiam BKC intericitur. hoc enim tentantes semper, & regulam transferentes facile assequemur. factum igitur iam sit, & regula positionem habeat AGHK, ita ut GH, HK inter se sint ęquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem: videlicet quę est BD ad DE. Intelligatur enim circulus completus: iunctaque KD producatur
ad L, & LG iungatur. parallela igitur est LG ipsi BD, propterea quòd & 2. sexti.
KH est ęqualis HG, & KD ipsi DL. Iungantur etiam AL, LC, Et quoniam angulus GAL in semicirculo rectus est; & perpendicularis AM: erit Cor. 8.
vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc est, vt recta linea CM ad rectam MA, ita quadratū ex AM ad quadratum ex MG: etenim ut LM ad MA, ita
est MA ad MG. ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita A
quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & recta linea CM ad MA. com- B
munis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio composita ex pro-
portione CM ad MA, & proportione AM ad MG, uidelicet proportio C
CM ad MG, eadem est, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG; & ex proportione rectæ lineę AM ad MG. Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG, eadem est, quam habet cubus, qui fit
ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio, eadem est, 4. sexti.
quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. Sed ut CM quidem ad MG, ita CD ad DE, hoc est BD, ad DE. Vt autem AM ad MG, ita AD ad DH, hoc est BD ad DH. ergo & ut BD ad DE, quę est proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum: Si igitur fiat ut BD ad DH, ita DH ad aliam quampiam, ut DX; erunt rectarum linearum BD DE duæ mediæ proportionales, DH, DX.



COMMENTARIVS.

Ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad A
quadratum ex MG.] *ex 22. Sexti.*

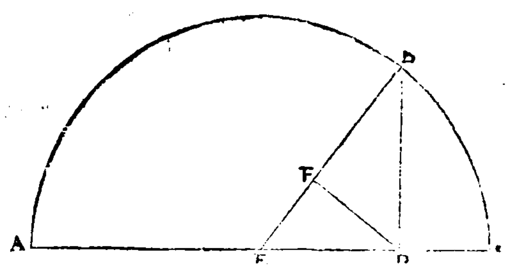
Et recta linea CM ad MA] *Rursus enim quoniam angulus ALC in semicirculo est* B
rectus & perpendicularis LM, erunt tres rectæ lineæ CM, ML, MA in continua analogia.

gia. quare ut CM ad MA, ita quadratum ex CM, ad quadratum ex ML, hoc est quadratum ex LM ad quadratum ex MA.

C Sed proportio composita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG, & proportione lineę AM ad MG eadem est, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] *Prismata namque omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum, propositione xxi. demonstrauimus. Est enim cubus prisma quoddam, cuius basis latus ipsius altitudini est æquale.*

SECVNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In semicirculo tres medietates sumere.



Hoc autem quidam alius dixit, & semicirculum exponens ABC, cuius centrum E, assumensque in recta linea AC quoduis punctum D & ab eo ad rectos angulos EC ducens DB, ipsam EB coniunxit: ad quam a puncto D ducta DF perpendiculari, tres medietates simpliciter in semicirculo exponi asseruit. ipsam quidam EC mediam arithmeticam, DB geometricam, & BF harmonicam. At uero BD mediam esse inter AD, DC in geometrica analogia, & EC mediam inter AD, DC in medietate arithmetica perspicuum est. vt enim AD ad DB, ita est DB ad DC: & ut AD ad seipsam, ita excessus ipsarum AD, AE, hoc est AD, EC ad excessum EC, CD. Quo autem pacto FD media sit in harmonica medietate, vel qualium rectarum linearum, non dixit, sed tantum affirmauit tertiam esse proportionalem rectarum linearum EB, BD, ignorans ab ipsis EB, BD, BF, quæ sunt in geometrica analogia, medietatem harmonicam formari. ostendetur enim a nobis inferius, duas EB, & tres DB, & unam BF, coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas BD, & unam BF efficere mediam; unam uero BD, & unam BF, minimam. Sed primum de tribus medietatibus differendum est; secundo loco de iis, quæ in semicirculo, deinde de aliis tribus, quæ ipsis opponuntur secundum antiquos: postremo de quattuor medietatibus, quę sunt apud recentiores, ex eorum sententia, & quo pacto vnaquęque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri possit. ut & id quod propositum est, pluribus redarguamus.

(Margin letters A, B, C, D beside this paragraph; margin notes: 8. sexti.)

DIFFINITIONES.

μεσότης medietas
ἀναλογία analogia

Differt autem medietas ab analogia, nam siquid est analogia, hoc & medietas est; sed non contra. medietates enim tres sunt, arithmetica, geometrica & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus existentibus terminis medius vnum extremorum pari excessu quantitate superat, & a reliquo superatur, vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quādo sit vt primus terminus ad se ipsum, ita primus excessus ad secundum. prima vero intelligere oportet superantia. *(Arithmetica medietas)*

Geometrica medietas, quæ propriè analogia dicitur; quando sit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando sit vt primus terminus ad secundum, ita primus excessus ad secundum. *(Geometrica.)*

Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadem parte & superat vnum extremorum, & a reliquo superatur; vt habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando sit vt primus terminus ad tertium, ita primus excessus ad secundum, vt habent 6 3 2. *(Harmonica.)* E

His positis inueniemus simul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque. F

COMMENTARIVS.

Ipsam quidem AC mediam arithmeticam] *græcus codex* τὴν μενε δ μέσην ἀριθμητικὴν *sed mendose legendum enim est* τὴν μὲν ε γ μέσην ἀριθμητικὴν. A

Et EC mediam inter AD DC in medietate arithmetica perspicuum est] *Et hoc loco græcus codex mendosus est, in quo legitur,* ἡ δὲ δε τῆς α δ δγ. *corrige* ἡ δὲ ε γ τῆς α δ δ γ. B

Et vt AD ad seipsam, ita excessus ipsarum AD, AE, hoc est AD, EC ad excessum EC, CD.] *Ostendit* EC *mediam esse inter* AD DC *in medietate arithmetica ex diffinitione ipsius, est enim arithmetica medietas, vt ipse inferius scribit, quando tribus existentibus terminis medius vnum extremorum pari excessu superat, & a reliquo, superatur. vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando sit, vt primus ad seipsum, ita primus excessus ad secundum, est igitur vt* AD *ad seipsam, ita excessus primi & secundi* AD, EC, *hoc est* AD, AE, *qui est ED ad excessum secundi, & tertij EC, CD, qui est idem ED, sunt enim* AE EC *inter se æquales, cum* E *circuli centrum ponatur.* C

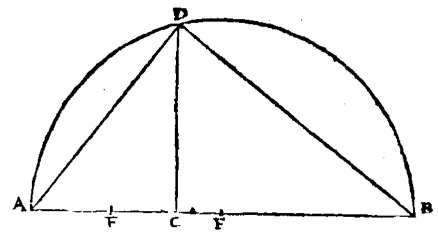
Ostendetur enim a nobis inferius duas *EB* & tres DB &c:] *in 20. huius.* D

Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadē parte & superat vnum extremorum & a reliquo superatur, vt habet 3 ad 2 & ad 6] *Nam 3 superat 2 dimidia parte ipsius 2 & separatur a 6 itidem dimidia ipsius 6.* E

His positis inueniemus simul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] *De his posterius in xv. huius.* F

PROBLEMA II. PROPOS. VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis AB, BC mediam in geometrica analogia inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CD, & AB in puncto *E* bifariam secetur: circa centrum vero *E* per B circumferentia descripta secet eam, quæ ad rectos angulos ducta est in *D*; & coniungenti puncta BD æqualis auferatur BF, erit BF media, quam quærebamus. iuncta enim DA, rectum angulum con

A tinet cum BD, propterea quod vtraque ipsarum BE, EA æqualis est ei, quę
B DE puncta coniungit: est autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur ABD triangulum triangulo BC*D*: & ob id latera, quæ circa B communem ipsorum angulum, sunt proportionalia. ergo vt AB ad B*D*, ita DB ad BC: linearum igitur AB, BC media est BD, & ipsi æqualis BF.

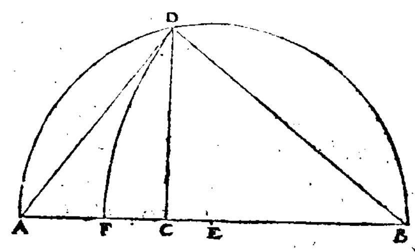
COMMENTARIVS.

A Propterea quod vtraque ipsarum BE, C*A* æqualis est ei, quæ *D*E coniungit.] *est enim ADB semicirculi circumferentia, quæ rectum angulum comprehendit, ex 33. tertii libri elementorum.*

B Aequiangulum igitur est AB*D* triangulum triangulo BCD] *ex octaua sexti elementorum.*

PROBLEMA III. PROPOS. VII.

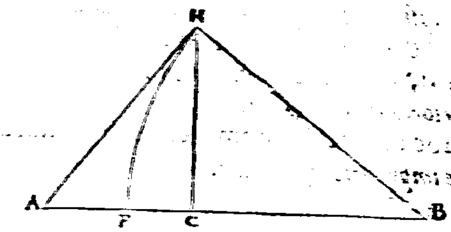
Datis rectis lineis AB, BF; minorem extremam sumere.

Secetur AB bifariam in E, & circa centrum E, per B circumferentia describatur: quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in puncto D: & perpendicularis ducatur DC. facta est igitur *B*C tertia proportionalis ipsarum *AB* BF, quod ex antedictis in media proportionali demonstrari facile potest.

Et manifestum est si data analogiæ proportio dupla sit, ita vt AB sit quadrupla BC, quæ ipsi BD æqualis ponitur dimidia erit AB, videlicet EB. Et si proportio maior sit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quàm dupla dimidia maior erit.

PRO.

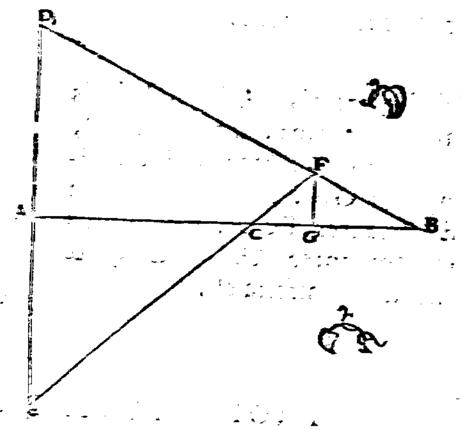
PROBLEMA IIII. PROPOSITIO VIII.

Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in H, & ipsi BH iuncte ad rectos angulos ducatur HA. ergo AB est tertia proportionalis ipsarum CB, BF, hoc enim ex ante demonstratis perspicue constat.


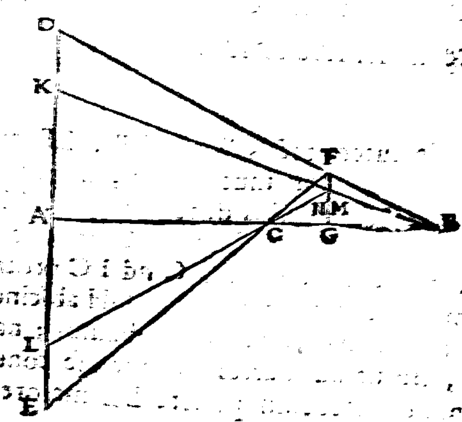
PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire. A

Rursus sint duæ rectæ lineę AB, BC; & ad rectos angulos ipsi AB ducatur DAE, ita ut DA sit æqualis AE: iunganturq; BD, ECF: & a puncto F ad CB perpendicularis ducatur FG. Dico ut AB ad BG, ita esse ipsarũ AB, BC excessũ ad excessũ CB, BG. Quoniã.n.e, vt AB ad BG, ita DA ad FG; hoc é AE ad FG: est.n. AE ipsi AD æqualis: erit ut AB ad BG, ita AE ad FG Sed vt AE ad FG ita AC ad CG: propterea q triangula ACE, CFG æquiãgula sunt. vt igitur AB ad BG, ita AC ad CG. atq; est AC excessus rectarum linearũ AB, BC. & CG excessus ipsarum CB BG. ergo ut AB BG, ita ipsarũ AB BC excessus ad excessum CB BG. Hoc aũt theorema vtile est ad harmonicam medietatem. prima enim est AB, secunda BC, tertia BG. B


COMMENTARIVS.

Datis rectis lineis AB, BC minoré extremã in harmonica medietate inueni re.] *propositionẽ hãc nos addidimus perspicuitatis causa, quemadmodum, & in iis, quæ sequuntur.*

A *Animaduertẽdũ aũt ẽ Pappũ nõ determinare magnitudinẽ rectarũ linearũ DA, AE, ꝓpterea q vtcumq; sumantur, siue maiores, siue minores, idem prorsus contingat necesse est sumantur enim aliæ duæ KA AL, ita tamen ut inter se æquales sint: & iuncta KB, quæ rectam lineam FG in puncto M secet, ducatur LC. Dico LC productam occurrere ipsi FG in M. Si enim fieri potest, occurrat in alio puncto, videlicet in N. Quoniam igitur demonstra-*


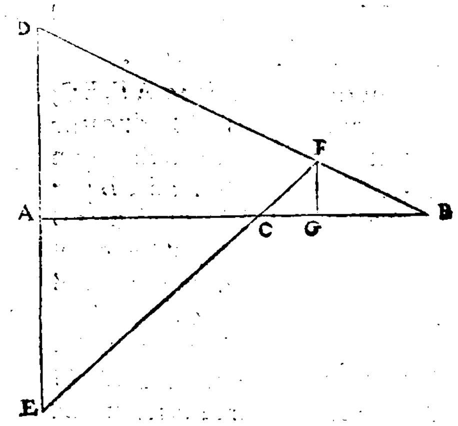
C uimus

uimus, vt AB ad BG, ita esse AC ad CG: Vt autem AB ad BG, ita KA ad MG: & vt AC ad CG, ita AL ad NG. Ob similitudinem triangulorum ALC, CNG; erit vt KA ad MG, ita AL ad NG: permutandoque vt KA ad AL, ita MG ad GN. est autem KA æqualis AL. ergo & MG ipsi GN æqualis erit. Sed & inæqualis, quod fieri non potest. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quòd cum KB, LC inter se conueniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia similiter atque in superioribus contingent.

B Hoc autem theorema utile est ad harmonicam medietatem] *Theorema pro problemate improprie vsurpauit.*

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

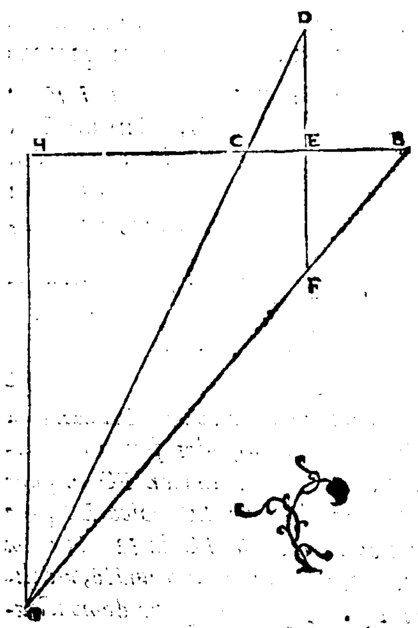
A Datis rectis lineis AB, BG mediam in harmonica medietate inuenire.



Quòd si extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & a puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad E ducentes FCE, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonstratio manifesta est.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

A Datis rectis lineis CB, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.



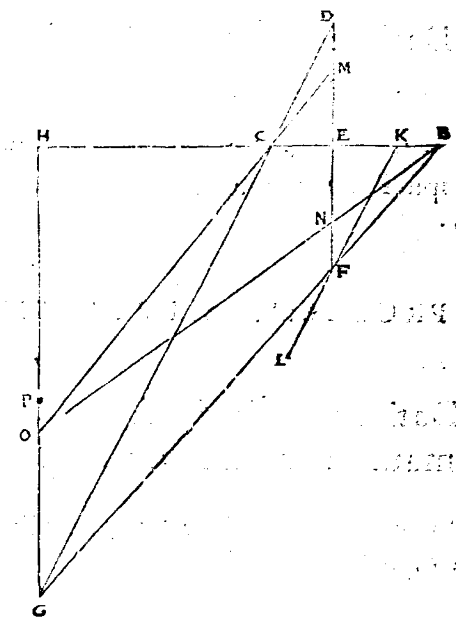
Datis autem rectis lineis CB, BE maA iorem extremam inueniemus, a puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF, iungentesque BF, DC & ad G producenB tes, quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit C HB æqualem ei, quam quærebamus; nam CD, BF ut ad partes G inter se conuenient. oportet enim ponere BE maiorem, quam EC.

COMMENTARIVS.

A puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF] *Intelligendum autem DE, EF inter se æquales esse, vt in superioribus.* A

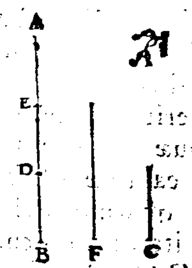
Quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit HB æqualem ei, quam quærebamus] *Vt enim HB ad BE, ita est HG ad EF, hoc est ad DE ei æqualem. Sed vt HG ad DE, ita est HC ad CE ob similitudinem triangulorum CGH, CDE. Vt igitur HB ad BE, hoc est vt primus terminus ad tertium, ita HC ad CE, videlicet excessus primi, & secundi ad excessum secundi & tertii.* B 4. sexti.

Nam CD, BF vt ad partes G inter se conuenient. Oportet enim ponere BE maiorem, quàm EC.] *In Græco codice legitur* δεῖ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν β γ μείζονα τῆς θ γ. *Sed puto legendum* τὴν β ε μείζονα τῆς ε γ. *quoniam in medietate harmonica tertius terminus maior est excessu, quo medius ipsum tertium superat. Vt enim HB ad BE, ita HC ad CE: & permutando vt BH ad HC, ita BE ad EC. Sed BH maior est, quàm HC. ergo & BE, quàm EC maior erit. Itaque a recta linea BE abscindatur EK æqualis CE, & iuncta KF producatur ad L. erunt duæ DE, EC æquales duabus FE, EK & angulus DEC æqualis angulo FEK. ergo & basis basi, triangulumque CDE triangulo KFE, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur EFK est angulo EDC: & ob id recta linea KFL parallela est ipsi DC: & duo anguli CDF, DFL duobus rectis sunt æquales. quod cum ita sit, duo anguli CDF, DFG erunt minores duobus rectis. ac propterea rectæ lineæ DC, BF inter se ad partes G necessario conuenient. Vtcumque autem sumantur rectæ lineæ DE, EF modo æquales sint, idem continget. sint enim aliæ duæ ME, ON, & ducta BN producatur vsque ad HG in O, iungaturque MC. Dico MC protractam occurrere ipsi HG in puncto O. Si enim fieri potest, occurrat in alio puncto, quod sit P. Et quoniam vt HB ad BE, ita est HC ad CE: vt autem HB ad BE, ita HO ad EN: & vt HC ad CE, ita HP ad EM, erit HO ad EN, vt HP ad EM. & permutando HO ad HP; vt NE ad EM. est autem NE æqualis EM. ergo & HO ipsi HP est æqualis. Sed & inæqualis, quod fieri non potest. conuenient igitur vtræque BN, MC in HG, atque ad punctum O. quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum H cadet, & eadem quæ in superioribus sequentur.* C 4 primi 15 primi 27 primi 29 primi 4. sexti.



PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

A Datis rectis lineis AB, C, mediam in arithmetica medietate inuenire.

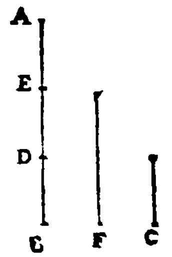


Rursus datis rectis lineis AB, C, quarum maior AB, mediam inæquali excessu inueniemus hoc modo. Ponatur ipsi C æqualis BD, & DA bifariam secetur in E: & ipsi BE ponatur æqualis F. constat igitur F rectam lineam esse quam quærebamus.

COMMENTARIVS.

Ponatur ipsi C ęqualis BD, & DA bifariam diuiditur in E] *Græcus codex* χαίσθω τῇ γ ἴση ἡ δε, καὶ ἡ δα δίχα τετμήσθω τὸ εκ. *Sed legendum erit hoc pacto, vt arbitror,* κείσθω τῇ γ ἴση ἡ βδ, καὶ δα δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ ε.

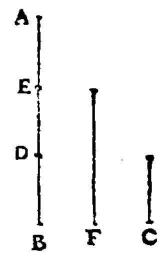
PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.



Datis rectis lineis FC maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.

Similiter autem si dentur FC, excessum earum addentes ipsi F habebimus rectam lineam ipsi AB æqualem.

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIIII.

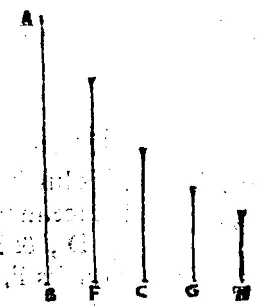


Datis rectis lineis AB, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.

Rursus si AB, F datæ sint, excessu earum ablato ab ipsa F, fiet C tertia linea.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates simul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.



Sit igitur F media inter AB C in excessu æquali, erit rectarum linearum AB, F, C arithmetica medietas. Itaque fiat ut F ad C, ita C ad G: & erit ipsarum F, C, G, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur, Quòd si per ea quæ ostensa sunt, datis rectis lineis CG, quarum maior sit C, tertiam inueniamus H, ita vt sit sicut C ad H, sic excessus ipsarum C G ad ipsarum G H excessum, erit & rectarum linearum C G H harmonica medietas.

Ea-

Eadem autem proportio est rectæ lineæ AB ad C, quæ est C ad H; qui sunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate. ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes, quæ etiam inter se incommensurabiles esse possunt. A

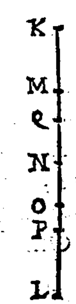
ALITER.

Idem in minimis numeris inuenire.

Simul autem & per quinque minimos numeros constituuntur in multiplicibus, superparticularibus, & reliquis proportionibus. posita nimirum unitate indiuisibili. In dupla enim proportione ipsius AB ad C, erunt minimi numeri facientes id, quod propositum est, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportione. 18, 12, 6, 3, 2. & manifestum est quomodo oporteat & in aliis proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At si seorsum unamquamque in tribus terminis exponere quis uelit; ex iis, quæ antedicta sunt, illud perspicue constat. In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in B geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi numeri datæ proportionis in C æquemultiplices, & superparticulares, & in reliquos transmutentur. Vt in proportione dupla AB ad C, quam habet 2 ad 1, ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in excessu ęquali 2. & quoniam ipsorum medium est, quod & pari quantitate superat, & superatur, fiet recta linea F unitatum trium media. proportio autem F ad C est sesquialtera, vt 3 ad 2, & cum eadem sit C ad G, non faciet problema unitate indiuisibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 uero 9, & pro 2, 6, & recta linea G fiet unitatum 4, & H 3. ergo trium medietatum numeri erunt, D 12, 9, 6, 4, 3.

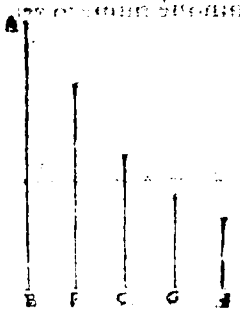
COMMENTARIVS.

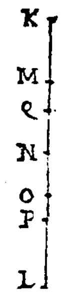
Eadem autem proportio est rectæ lineę AB ad C, quæ est C ad H.] A *Exponatur recta linea KL ipsi AB æqualis, quæ secetur in punctis M N O ita vt LM quidem sit æqualis lineæ F; LN uero C æqualis, & LO, ipsi G. Quoniam igitur in lineis KL, LM, LN medietas arithmetica consistit, erunt excessus KM, MN inter se æquales. & quoniam in ipsis ML, LN, LO consistit geometrica medietas siue analogia, vt ML ad LN, ita erit NL ad LO. hoc est vt tota ad totam, ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, vt ML ad LN. Sed cum ML sit maior, quàm LN; erit & MN quàm NO maior, ex demonstratis a nobis ad sextamdecimam quinti libri elementorum, abscindatur a linea MN ipsa NQ, quæ sit æqualis NO. vt autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN, ML ad*



19 quinti

ML ad omnes consequentes NO, LN, ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales sunt KM ML, hoc est KL: ipsis vero NO NL sunt æquales QN, NL, hoc est QL. Vt igitur KL ad LQ, ita ML ad LN & permutando ut KL ad LM, ita QL ad LN. ergo reliqua KQ ad MN reliquam erit ut KL ad LM. Sed vt MN ad NO, ita ML ad LN: quod superius demonstratum fuit. quare ex æquali vt KQ ad NO, hoc est ad QN, ita KL ad LN. Itaque fiat, vt KQ ad QN, hoc est vt KL ad LN, ita NO ad OP. erit componendo vt KN ad NQ, ita NP ad PO, permutandoq; vt KN ad NP, ita NQ ad PO hoc est NO ad OP. erat autem NO ad OP, vt KL ad LN. Vt igitur KL ad LN, ita KN ad NP. quare reliqua NL ad LP reliquam, ut KL ad LN, hoc est vt NO ad OP: ac propterea LP æqualis erit lineæ H; & vltimus terminus in harmonica medietate. Vt igitur KL ad LN, videlicet ut AB ad C, ita NL ad LP, hoc est C ad H. quod demonstrare oportebat.





B In geometrica autem 4 2 1] *Græcus codex sic habet* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ς γ β *Sed mendose: non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia consistit. legendum autem puto* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α *vel* θ γ α.

C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices, & superparticulares, & reliquos transmutentur] *In Græco codice legitur.* καὶ τῶν κατὰ τὸν δεδομένον λόγον πυθμένων εἰς τοὺς ἰσάκις πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίους μεταλαμβανομένων, καὶ τοὺς λοιποὺς *quamquam nonnulla desiderari videantur. per* πυθμένας *autem intellige numeros in qualibet proportione minimos, qui sunt veluti radices quædam, a quibus reliqui gignuntur. Diophantes* ὑποστάσεις *appellat. Videtur autem docere quo pacto inueniantur minimi numeri, tres medietates continentes. Si enim velimus primum terminum in arithmetica medietate ad vltimum, vt AB ad C proportionem habere duplam, ita faciemus. Primum exponentur minimi numeri in proportione dupla, qui sunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1, 2 accipiemus, quorum medius in arithmetica medietate est 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2, videlicet sesquialteram, quod cum fieri non possit, vnitate indiuisibili manente, necesse erit ad alios transire: eos igitur duplabimus, & erunt 8 6 4. Sed cum rursus non detur tertius numerus in geometrica analogia, eosdem triplabimus, vt sint 12, 9, 6. & si fiat vt 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & vltimus erit 3; nam vt 6 ad 3, ita excessus ipsorum 6, 4, qui est 2 ad excessum 4, 3; videlicet ad 1. At si velimus AB ad C triplam proportionem habere, exponentur minimi numeri eius proportionis, qui sunt 3, 1, & horum dupli 6, 2, quorum medius est 4. vt autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque vlterius progredi non liceat, ad eorum duplos deueniemus, videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui est 2, tertius autem harmonicæ dari non potest. Itaque triplabimus, & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & vltimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportione minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.*

D Omnia igitur ter multiplicentur] *Græcus codex* πάντα ἄρα τρεῖς. *lege* τρίς.

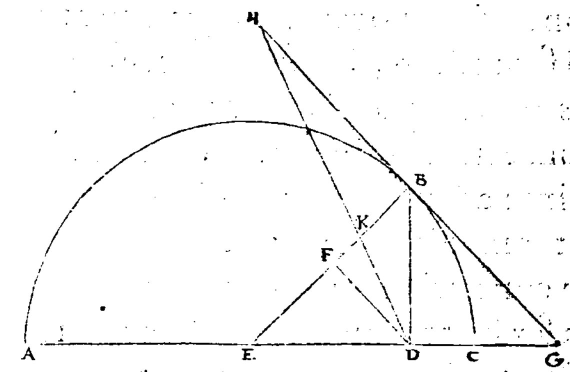
PRO-

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

In semicirculo tres medietates constituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum sententia dicta sint. At vero fieri posse, vt in semicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero sex constituantur, ex his manifestum fiet.

Exponatur enim semicirculus, habens BD perpendicularem, & EB eã, quæ ex centro, & rursus perpendicularem DF. ducatur autem per B recta linea HG circulum contingens, productaq; ECG, ponatur ipsi BG æqualis BH, & DKH iungatur. A



Dico EK in harmonica medietate inter BE EF, mediam esse, quarum maxima BE, & EF minima. B Quoniam enim anguli ad BF recti sunt, parallela est DF ipsi HG. atque est EGB triangulum triangulo EFD æquiangulum. & triangulum BHK triangulo KDF. C vt igitur BE ad EF, ita BG ad FD. est autem BG æqualis BH. ergo & ut BE ad EF, ita BH ad DF. sed ut BH ad DF, ita BK ad KF. atque est BK rectarum linearum BE EK excessus: & KF excessus ipsarum KE, EF. quare ut BE ad EF, ita excessus rectarum linearum BE EK ad ipsarum KE EF excessum. harmonicam igitur medietatem continent rectæ lineæ BE, EK, EF, quarũ media EK, maxima BE, & EF minima. Ostensum autem est rectas lineas quidem AD, EC, CD arithmeticam medietatem continere. ipsas uero EG EC ED geometricam. D tres igitur medietates in semicirculo ordinatæ sunt.

COMMENTARIVS.

Habens BD perpendicularem] *Græcus codex* ἔχον τὴν β δ καθ' ἕκαστον. *lege* ἔχον τὴν β δ κάθετον. A

Et DKH iungatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κ θ. *lege* ἡ δ κ δ. B

Et triangulum BHK triangulo KDF.] *Græcus codex* τὸ δὲ β θ κ τρίγωνον τῷ ε ζ δ. *lege* τῷ κ ζ δ. C

Ipsas uero EG, EC, ED geometricam] *Est enim ex corollario octauæ sexti elementorum, EB, hoc est EC, media proportionalis inter EG.ED.* D

Quoniam autem Nicomachus pythagoreus, & quidam alij non solum de primis tribus medietatibus disseruerunt, quæ maxime utiles sunt ad antiquorum lectiones;

ctiones; sed etiam de aliis tribus ex antiquorum sententia; & insuper de quatuor aliis, quæ a iunioribus inuentę sunt: conabimur etiam de iis accurate, diligenterque conscribere, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prędictas medietates exposuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

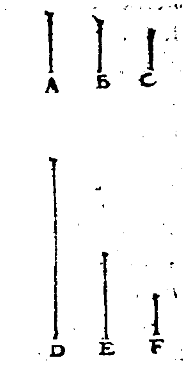
DIFFINITIONES.

Medietas. Quando enim sit, vt tertius terminus ad primum, ita primi termini excessus ad excessum secundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem sit, vt tertius terminus ad secundum, ita primi excessus ad excessum secundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; sic enim nonnulli eam nominant. *Quarta. Quinta.* Quando denique sit, vt secundus terminus ad primum, ita primi excessus ad excessum secundi, vocatur medietas sexta; *Sexta.* sed & ipsa geometricę contraria dicitur; ob contrariam rationem consequentiam, vt ex eorum sententia sex sint medietates. A iunioribus autem, vt dixi, quattuor aliæ medietates inuentæ sunt, aliqua ex parte vtiles; qui quidem & propriis terminis vtuntur. *Excessus primus, Secūdus. Tertius.* excessum enim, quo primus terminus superat secundum, primum excessum vocant; eum vero, quo secundus superat tertium, secundum; & quo primus tertiū superat, tertium appellant; intelligentes, vt etiam in principio diximus, pro primo termino maximum, pro secundo mediū, & pro tertio minimum. Et quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita secundus terminus ad tertium; vocant septimam medietatem. *Medietas septima.* Quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita primus terminus ad secundum, octauam medietatem nominant. *Octaua.* Quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita primus terminus ad tertium, nonam. *Nona.* Quando autem sit vt tertius excessus ad secundum, ita secundus terminus ad tertium; decimam medietatem appellant. *Decima.* His igitur terminis positis ortus decem medietatem explicabimus & per geometricam analogiam, vt dictum est. Analogia autem ex proportionibus constat. *analogia Proportionis cuiusque principium ęqualitas est.* At proportionis cuiusque principium ęqualitas est. Geometrica igitur medietas, cum ex ęqualitate primum ortum habeat, & ipsa seipsam, & alias medietates constituit, *Geometrica medietas & seipsam, & alias medietates constituit.* ostendens (quemadmodum diuinissimus Plato inquit) analo-

giæ

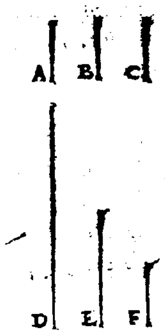
gię naturam, causam harmoniæ omnibus; & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim unum uinculum esse mathematum omnium. Causa autem ortus, & vinculum omnibus ijs, quæ generantur, est analogię diuina natura. Itaque decem medietatum constitutio per geometricam analogiam ostendetur; hoc prius considerato.

THEOREMA V. PROP. XVII.



Sint tres termini proportionales ABC, & vtrique A C vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem BC ęqualis sit E, & ipsi C ęqualis F. Dico DEF terminos proportionales esse.

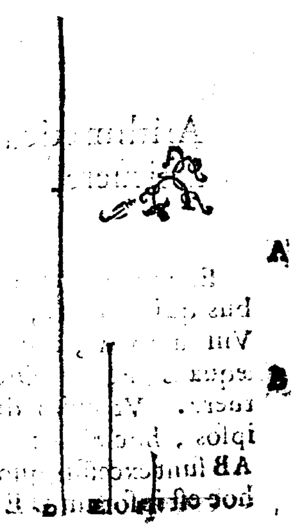
Quoniam enim est, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo ut vterque AB ad B, ita uterque BC ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes consequentes sunt in eadem proportione, uidelicet, ut uterque AB una cum utroque BC ad vtrumque BC, ita uterque BC ad C. & est vtrique AB vna cum utroque BC æqualis D; vtrique autem BC æqualis E; & F ipsi C æqualis: tres igitur termini DEF proportionales sunt in ea proportione, quam habet uterque AB ad B.



PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.

Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque si ponantur æquales ABC, fient DEF in dupla analogia. Vterque enim AC una cum duobus B duplus est vtriusque BC. Vterque uero BC ipsius C est duplus. At ABC in dupla analogia constitutis, si quidem A eorum maximus sit, fient DEF in tripla analogia. Si vero sit minimus in sesquialtera. Vterque enim AB ipsius B triplus est, si quidem A sit duplus ipsius B; sesquialter uero si A sit ipsius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps sunt; consequentes & multiplices, & superparticulares inuenientur. & rursus si unitates sint ABC, geometrica medietas, quę est DEF in minimis numeris 4, 2, 1 consistere dicetur.



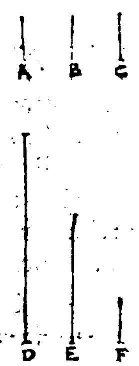
COMMENTARIVS.

A Vterque enim AB ipsius B triplus est, siquidem A sit duplus ipsius B, sesquialter uero si A sit ipsius B dimidius] *In Græco codice sic legitur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρου α β γ τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἐστιν, εἰ διπλάσιος εἴη ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ἡ θ α τοῦ β ἥμισυς εἴη. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφότερος α β τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἐστιν, εἰ διπλάσιος εἴη ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ εἰ α τοῦ β ἥμισυς εἴη. *Est enim D ad E, vt AB ad B, vel vt BC ad C ex iis, quæ ante demonstrata sunt. Postquam vero ostendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum sesquialtera. Sint enim ABC in dupla analogia, ita vt A sit 4, B 2, C 1, fiet D 9, E 3, F 1. in quibus tripla anologia consistit. Sit rursus A 1, B 2, C 4, erit D 9 E 6 F 4; in quibus est sesquialtera, Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & sesquitertia. nam si ABC ponantur 9, 3, 1 fient DEF, 16, 4, 1: & si ponantur 1, 3, 9. fient 16, 12, 9. & ita ex quadrupla oritur quintupla, & sesquiquarta. & deinceps reliquæ tum multiplices, tum superparticulares. Ex superparticularibus vero & multiplices superparticulares nascuntur & superpartientes. quippe cum ex sesquialtera 9, 6, 4 nascatur dupla sesquialtera 25, 10, 4; ex qua rursus fit tripla sesquialter, a 49, 14, 4; & deinceps aliæ. Ex subsesquialtera vero 4, 6, 9 nascitur superbipartiens tertias 25, 15, 9. ex qua fit dupla superbipartiens tertias. 64, 24, 9. deinde reliquæ. At ex sesquitertia 16, 12, 9, fit dupla sesquitertia 49, 21, 9. deinde tripla sesquitertia 100, 30, 9. deinde aliæ. Ex subsesquitertia vero 9, 12, 16 fit supertripartiens quartas 49, 28, 16. ex qua dupla supertripartiens quartas 121, 44, 16; & reliquæ. Ex quibus perspicue apparet ipsam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, superparticulares, superpartientes, multiplices superparticulares, & multiplices superpartientes generare.*

B Et rursus si unitates sint ABC geometrica medietas, que est DEF in minimis numeris 4, 2, 1, consistere dicetur] *Sunt enim 4, 2, 1 minimi numeri in dupla analogia, quemadmodum & 9, 3, 1, in tripla. & 16, 4, 1. in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd ABC vnitates ponuntur. In græcis codicibus sequitur harmonica medietas. Sed quoniam geometrica, & seipsam & reliquas generat. vt dictum est, videtur desiderari arithmetica medietas, quæ fortasse intercidit, quemadmodum & septima. Nos igitur eam, vt fieri poterit supplere aggrediemur.*

PROBLEMA XIIII. PROPOS. XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam constituere.

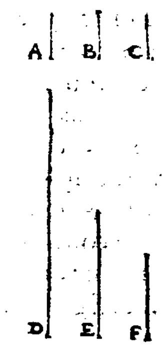


A Exponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & duobus B, & uni C æqualis fit D. Vni uero A, uni B, & uni C fit E æqualis; & uni C æqualis F. Dico DEF arithmeticam medietatem constituere. Vt enim duo A, duo B, & unus C sunt ad seipsos, hoc est ut D ad seipsum, ita AB ad seipsos. Sed AB sunt excessus, quo duo A, duo B, & unus C superant ABC, hoc est ipsorum DE excessus: suntque iidem AB excessus,

quo ABC superant ipsum C, hoc est excessus EF, ergo vt D ad seipsum, ita DE excessus ad excessum EF. Quando autem fit; ut primus terminus ad seipsum, ita primus excessus, ad excessum secundum, arithmetica medietas est. Quòd si ABC vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam constituere.



A Harmonica medietas per analogiam ita constituetur, Ponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & tribus B & vni C fit æqualis D. duobus autem B & vni C fit E æqualis, & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF harmonicam constituere medietatem. Quoniam enim proportionales sunt A B C, erunt vt duo A vnà cum B ad B, ita duo B una cum C ad C. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna cum tribus B & vno C ad BC, hoc est ut D ad F, ita duo A vna cum B ad B. Sunt autem duo A vna cum B excessus, quo duo A una cum tribus B, & uno C superant duos B, & vnum C, hoc est excessus ipsorum DE: & vnus B excessus est, quo duo B, & vnus C superant BC, hoc est excessus EF. Quando autem fit, vt D ad F, ita excessus DE ad EF excessum; medietas harmonica est. & manifeste patet, si ABC vnitates ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3, 2. E

COMMENTARIVS.

A Harmonica medietas per analogiam ita constituetur] *In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda censuimus, tamquam superuacanea, & ab alio aliquo inserta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κανταῦτα καὶ τοῖς ἑξῆς παραλαμβανομένης.

B Et duobus quidem A, & tribus B, & uni C fit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β.

C Ita duo B una cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet ut duo A &c.] *Græcus codex.* οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο ὁ ε α. *Sed legendum*, οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.

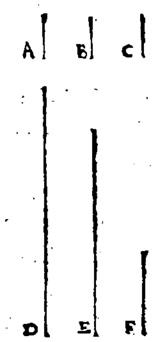
D Ita duo A una cum B ad B] *Græcus codex* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. *lege* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.

E Et manifeste patet, si A B C similiter unitates ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3, 2.] *Græcus codex* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege.* καὶ δῆλον ὅτι λέγοι τ' ἂν ἐν.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam constituere.

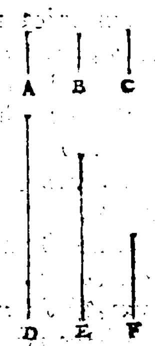
Harmonicæ contraria medietas ex analogia sic constituetur. Positis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis fit D. duobus uero A, & duobus B, & uni C fit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF medietatem dictam efficere. Rursus enim similiter atque in iis, quæ ostensa sunt, ut D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & sunt duo A una cum B excessus, quo duo A, & duo B & vnus C superant unum B, & unum C, hoc est excessus E F. Vnus autem B excessus est, quo duo A, & tres B, & vnus C superant duos A, & duos B, & vnum C, hoc est excessus D E. Vt igitur F ad D, ita D E excessus ad excessum EF. quod pertinet ad medietatem harmonicæ contrariam. perspicuum autem est, si A B C vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris constitui 6, 5, 2. & figura est eadem.



PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatem per analogiam constituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc constituetur modum. Exponantur tres proportionales termini A B C, & uni quidem A, & tribus B, & uni C, equalis fit D; vni autem A, & duobus B, & uni C æqualis E; sitque F vni B, & uni C æqualis. Dico DEF quintam medietatem constituere. Quoniam enim ob analogiam est ut A vna
A cum B ad B, ita B una cum C ad C; erit & vt uterque antecedens A B una cum utroque BC ad vtrumque consequentem B C, hoc est vt E ad F, ita vterque AB ad B. Est autem uterque AB excessus, quo vnus A, & duo B, & unus C superant vnum
B B, & unum C. hoc est excessus E F; & B. est excessus, quo unus A, & tres B, & unus C superant vnum
C A, & duos B, & unum C; hoc est excessus D E. Vt igitur F ad E, ita DE excessus ad excessum EF, quod quintæ medietati accidit: & dicetur consistere in minimis numeris 5, 4, 2. cum ABC unitates ponentur. figura autem eadem erit.



COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens AB &c.] *Græcus codex* ἔσαι καὶ συναμφότεϱος. *Sed legendum* ἔσαι καὶ ὡς συναμφότεϱος. A

Hoc est excessus EF] *Græcus codex* τουτέσιν ἡ τῶν δ ε ὑπεϱοχὴ. *corrige* τουτέσιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεϱοχὴ. B

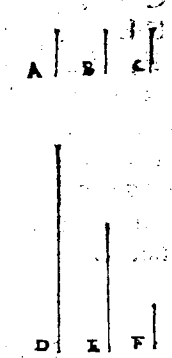
Hoc est excessus D E] *Græcus codex* τουτέσιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεϱοχὴ. *lege* τουτέσιν ἡ τῆς δ ε ὑπεϱοχὴ. C

Vt igitur F ad E, ita D E excessus ad excessum E F] *Græcus codex* ὡς ἄϱα δ ε πϱος τὸν ζ, ὅτως ἡ τῆς δ ε ὑπεϱοχὴ πϱὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεϱοχὴν. *Sed legendum vt opinor* ὡς ἄϱα ὁ ζ πϱὸς τὸν ε, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεϱοχὴ πϱὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεϱοχὴν. *Quoniam enim ex antedictis sequitur, vt E ad F, ita esse E F excessus ad excessum DE, erit & conuertendo vt F ad E, ita excessus DE ad EF excessum. Eodem modo & in sequenti problemate concludit.* D

PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIII.

Sextam, & geometricę contrariam medietatem per analogiam constituere.

Sexta medietas ex analogia sic constituetur. Exponatur eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, & tribus B, & duobus C sit æqualis D. Vni vero A & duobus B, & uni C ęqualis E: & sit F excessus, quo vterque AB superat C. Dico DEF propositam efficere medietatem. Quoniam enim per analogiam est, vt A una cum duobus B ad vtrumque AB, ita B una cum duobus C ad utrumque BC: & omnes antecedentes ad omnes consequentes in eadem sunt proportione. vt A & tres B & duo C ad utrumque AB vna cum vtroque BC, hoc est ut D ad E; ita B una cum duobus C ad vtrumque BC. & est B quidem una cum duobus C excessus, quo A una cum duobus B & uno C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat; hoc est excessus EF. Vterque autem BC est excessus, quo A una cum tribus B, & duobus C superat ipsam A una cum duobus B, & uno C, hoc est D E excessus. Vt igitur E ad D, ita D E excessus ad excessum E F. Quare D E F sextam medietatem efficiunt. quæ quidem similiter constituitur in minimis numeris 6, 4, 1. si A B C unitates ponantur. Et est eadem figura.



COMMENTARIVS.

Et est B quidem una cum duobus C excessus, quo A una cum duobus B, & vno C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat] *Est enim B vnà cum duobus C, & vna cum excessu, quo vterque AB superat C æqualis ipsi A vna cum duobus B, & vno C, vt mox ostendetur. quare sequitur vt B vna cum duobus C* A *ſit exceſſus, quo A vna cum duobus B & vno C ſuperat exceſſum, quo vterque AB ſuperat C. Illud autem ſic patet. nihil enim aliud eſt exceſſus, quo AB ſuperat C, niſi AB dempto ab eis C. ergo ſi A B vna cum duobus C, & cum AB dematur C relinquentur duo B una cum C & A, hoc eſt A vna cum duobus B & vno C, Græcus autem codex ita habet,* τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto,* τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

B Vterque autem BC eſt exceſsus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A una cum duobus B & vno C] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἑνὸς τοῦ α καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendoſe, corrigendus enim eſt hoc modo.* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

C Vt igitur E ad D, ita DE exceſsus ad exceſsum E F.] *Conuertendo ſcilicet. Oſtenſum enim eſt, vt D ad E, ita eſſe exceſſum EF ad exceſſum DE.*

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos nequid deſideretur ſupplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIIII.

Septimam medietatem per analogiam conſtituere.

Exponantur tres proportionales termini ABC, & uni quidem A, duobus B, & duobus C ſit D æqualis: uni uero A, uni B & uni C ſit æqualis E, & uni B & uni C æqualis F. Dico DEF ſeptimam medietatem conſtituere. eſt enim ut E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC ſunt exceſsus, quo unus A, duo B, & duo C ſuperant BC, hoc eſt D F exceſſus. & BC ſunt exceſſus, quo unus A duo B, & duo C ſuperant ABC, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod ad ſeptimam pertinet medietatē. Conſtituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

A

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

B

Octauam medietatem per analogiam conſtituere.

Octaua autem medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & uni C æqualis ſit D. vni uero A, & duobus B, & uni C ſit E æqualis; & duobus B, & uni C æqualis F. Dico DEF octauam medietatem conſtituere. Quoniam enim per analogiam, ut duo A una cum B ad utrumque AB, ita duo B una cum C ad utrumque BC; & omnes ad omnes, ut duo A, & tres B, & unus C ad unum A, & duos B, & unum C, hoc eſt ut D

ad

ad E, ita duo A una cum B ad vtrumque AB. & ſunt duo A una cum B exceſſus, quo duo A, & tres B, & unus C ſuperant duos B, & unum C, hoc eſt exceſſus ipſorum DF: uterque autem AB eſt exceſſus, quo duo A, & tres B & vnus C ſuperant unum A, & duos B & unum C, hoc eſt D E exceſſus. Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſſum. quod octauam medietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3 cum ABC vnitates ponantur. A B C

COMMENTARIVS.

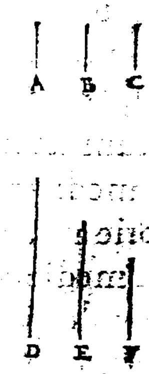
A Ita duo A una cum B ad utrumque AB] *Græcus codex* οὕτως δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. *lege* πρὸς συναμφότερον τὸν α β.

B Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſsum.] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. *Sed corrigendum, vt opinor,* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν.

C Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3] *Græcus codex* καὶ λέγοιτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς η δ γ. *lege* ϛ δ γ. *qui numeris harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum.*

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam conſtituere.



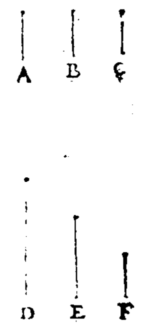
Nona medietas ex analogia ita conſtituetur. Poſitis enim ABC proportionalibus, uni quidem A, & duobus B, & uni C æqualis ſit D. vni uero A, & uni B, & uni C ſit E æqualis. & uni B & uni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim eſt, vt uterque AB ad B, ita uterque BC ad C. & omnes ad omnes. Vt A una cum duobus B, & uno C ad utrumque BC, hoc eſt ut D ad F, ita uterque AB ad B. Sed uterque AB eſt exceſſus, quo unus A, & duo B, & unus C ſuperant utrumque BC, hoc eſt D F exceſſus. B uero eſt exceſſus, quo unus A, & duo B, & unus C ſuperant unum A, & unum B, & unum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur D ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod nonæ medietatis proprium eſt. & continent ipſam minimi numeri 4, 3, 2 ſi ABC unitates ſimiliter ponantur: atque eſt eadem figura.

PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam conſtituere.

Decima

A Decima medietas ex analogia hoc modo constituetur. Rursus positis tribus proportionalibus ABC, sit ipsis quidem ABC æqualis D; ipsis vero BC sit E æqualis, & ipsi C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem constituere. Quoniam enim est, vt vterque BC ad C, hoc est ut E ad F, ita vterque AB ad B. & est vterque AB excessus, B quo ABC superant ipsum C, hoc est DF excessus. B vero excessus, quo BC superant C; hoc est excessus EF. est igitur vt E ad F, ita DF excessus ad excessum EF, quod decimæ medietati accidit. & constituunt ipsam minimi numeri 3, 2, 1. positis nimirum ABC vnitatibus.



COMMENTARIVS.

A Quoniam enim est, ut uterque BC ad C] *Græcus codex* ἐπεὶ γάρ ὡς συναμφότερος α β πρὸς τὸν γ, *lege* β γ πρὸς τὸν γ.

B B vero excessus, quo BC superant C.] *Græcus codex* ὁ δὲ β ἧ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. *lege* οἱ β γ τοῦ γ.

Exponuntur autem commoditatis caussa, & numeri deinceps, a quibus vnusquisque terminus analogiæ multiplicatus singulas medietates constituit. & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula extæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum semel sumptum, & secundum ter, & tertium bis sumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, significat primum analogiæ terminum semel, & secundum bis, & tertium semel sumptum complere secundum terminum medietatis. tertius autem ordo in aliis quidem medietatibus simpliciter, vt descriptum est, compositus; proprie autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, significat tertium medietatis terminum fieri ab excessu, quo primus terminus analogiæ semel sumptus, & secundus item semel, coaceruati. tertium terminum semel sumptum superant. at numeri, qui sunt in tabula 6, 4, 1, ipsam continent medietatem. Vt enim secundus terminus ad primum, hoc est ut quattuor vnitates ad sex, ita excessus primi, & secundi, hoc est excessus, quo sex unitates superant quattuor, videlicet vnitates duæ ad excessum secundi, & tertii termini, quo scilicet quattuor vnitates unam superant, hoc est unitates tres. Vtraque enim vtriusque proportio subsesquialtera est. nam quattuor unitates ad sex, & duæ ad tres eandem habeat proportionem, nimirum subsesquialteram. Similia & in aliis tabulis intelligentur.

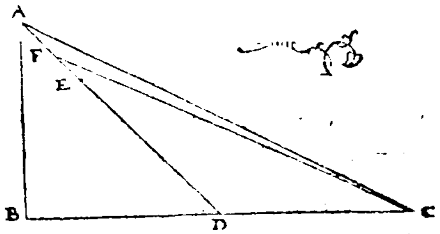
Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	3 2 1	1 1 1	6	4	2
Geometrica.	1	2 1	1 1 1	4	2	1
Armonica.	2	3 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	2 2	3 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	3 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 1 1	3 4 1		6	4	1
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2 1 1	3 2 2		6	4	3
9	1 1	2 4 1		4	3	2
10		1 1		3	2	1
11	1					

E. PRO-

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiusmodi.

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipsi AB æqualis, & EA bifariam secta in F; iunctaque FC, duc e duo latera DF FC intra triangulum, maiora vtrisque simul BA AC, quæ sunt extra. Et id quidem manifestum est. Quoniam enim CF FA hoc est CF FE maiores sunt, quàm CA: æqualis autem DE ipsi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

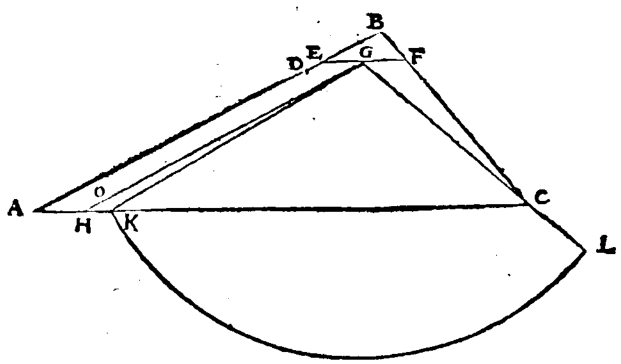


Triangulo orthogonio quouis dato ABC, sumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipso rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ secet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque simul maiores sint ijs, quæ sunt extra. Vt scilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipsi AB; & secuerit bifariam AE in F, ostendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ sunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite ostendi posse manifestum est. Non inopportunum autem videtur generalius de eiusmodi problematibus disserere, à parodoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.

PROBLEMA XXIIII. PROPOSITIO XXIX.

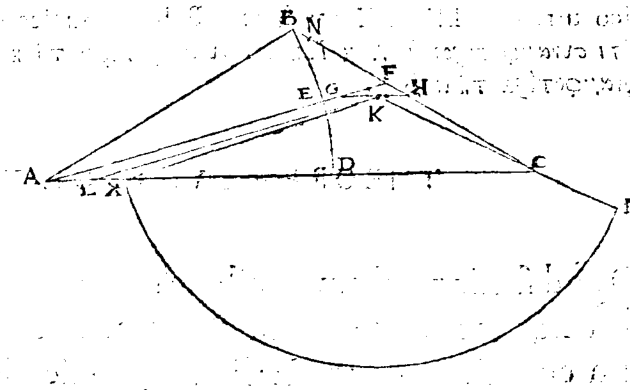
In omni triangulo præterquã in æquilatero, & æquicruri basim latere minorem habente, fieri potest, vt in basi intra constituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra, simul sumptæ.

Sit prius triangulum nõ æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & secentur vtræque simul AB, BC bifariam in D: & inter D B sumatur quoduis punctum E; ipsi vero AC parallela ducatur EF, in qua sumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipsi AE, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores sunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtrisque EF GC communis auferatur FG. ergo & vtræque



vtræque EB, BC vtrisque EG GC maiores sunt: & multo maiores, quam GC. Sit vtrisque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L describatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG secabit, propterea quod AE. hoc est HG maior sit vtrisque EB, BC, hoc est GL. iungatur KG. Dico utrasque HG, GK, utrisque AB, BC equales esse; quod quidem manifeste constat. est enim GH ipsi AE æqualis, & KG æqualis GL, videlicet vtrisque EB, BC; & hoc infinite fieri potest. Sit deinde triangulum æquicrure ABC, habens AB quidem ipsi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipsarum, & circa centrum A per B describatur circuli circumferentia BED; & ducatur recta linea quidem AEF secans BC extra circuli circumferentiam: sumaturque in linea EF quoduis punctum G, & ipsi AC parallela ducatur GH. sumpto autem in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: & ipsi EG æqualis abscindatur BN. erit igitur AG, hoc est KL æqualis utrisq; AB, BN, & reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores sunt, quam HG; & CH, HK maiores, quam KC; erunt vtræque CF FG una cum HK maiores utrisque KC, GH. communis auferatur HK. ergo reliquæ, videlicet vtræque CF, FG maiores sunt vtrisque CK, KG. communis apponatur AG. vtræque igitur AF, FC sunt maiores ipsis AG, GK, KC. Sed vtrisque AF, FC maiores sunt vtræque AB, BC. ergo AB, BC ipsis AG, GK, KC maiores sint necesse est. quarum utræque AB, BN ipsi AG sũt æquales. reliqua igitur NC maior est vtrisque GK, KC, & multo maior, quam KC. Itaque ipsi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum K per M descripta circuli circumferentia secet CL in X, & iungatur KX. Dico utrasque LK, KX utrisque AB, BC æquales esse. quod quidẽ perspicue apparet. est enim KL æqualis vtrisque AB, BN: & KX ipsi KM, hoc est ipsi NC æqualis. & hoc infinite fieri potest.

A B C D E F G H K L M N



COMMENTARIVS.

Propterea quod AE, hoc est HG maior sit utrisque EB, BC] *Est enim ex 34 primi Elementorum HG æqualis ipsi AE: & est AE maior vtrisque EB, BC, quòd AD sit dimidia utrarumque simul AB, BC, hoc est vtrisque DB, BC æqualis.* A

Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam LKO secare KH in puncto K.* B

Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.* C

Et hoc infinite fieri potest] *Nam rectæ lineæ DB, EF infinite secari possunt.* D

Erit igitur AG, hoc est KL æqualis utrisque AB, BN] *Græcus codex* ἔσαι οὖν ἡ α β. *Sed legendum* ἔσαι οὖ ἡ α η. *est enim AE æqualis AB, quòd a centro ad circumferentiam: & ipsi EG æqualis facta est BN. ergo AG, hoc est LK vtrisque AB BN est æqualis.* E

Et reliqua NC minor, quam KL] *posuimus enim AB, BC inter se æquales esse, Quòd cum KL sit æqualis utrisq; AB, BN, maior erit, quam BC. & multo maior, quam NC.* F

Et quoniam HF FG quidem maiores sunt, quam HG] *Græcus codex*; καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν θ η ς τῆς μείζονες εἰσὶν. *lege* αἱ μὲν θ ζ η. G

Erunt vtræque CF FG una cum HK maiores utrisque KC GH] *Græcus codex* συναμφότερος ἀγκ αἱ η γ ζ η. *lege* συναμφότερος ἀγα αἱ γ ζ η. H

K Sed utrisque AF FE maiores sunt utræque AB BC] *Ex 21 primi libri elementorum.*

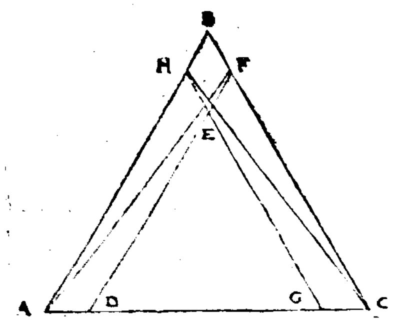
L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex ὧν συναμφότερος ἡ α β μ, Sed, legendum ἡ α β ν.*

M Et circa centrum K per M descripta circuli circumferentia secet CL in X] *Quoniam enim NC, hoc est KM minor est, quam KL; circuli circumferentia ipsam CL inter L & C secabit.*

N Dico utrasque LK, KX vtrisque AB BC æquales esse] *Græcus codex λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ κ α β γ. lege ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.*

THEOREMA VI. PROP. XXX.

Quòd si triangulum æquilaterum sit, vel æquicrure, quod basim habeat latere minorem, dico fieri non posse, vt intra ipsum constituantur rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra: sed intra minores erunt.



Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC basim minorem vtraque ipsarum AB BC; & intra constituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores esse, quàm AB BC. Producatur DE vsque ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis est BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipso FAC. 16 primi Sed angulo BCA maior est angulus FDA, ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF maior est, quàm FD. Et quoniam angulus AFB maior est, quàm BCA: & A BCA ob hypothesim non minor, quàm ABC, erit AFB maior, quam ABF; & propterea AB quam AF maior. Sed AF maior ostensa est, quam FD. B ergo AB quam FD est maior, & multo maior, quam ED. Similiter ostendetur & C BC maior, quàm GE. minores igitur sunt DE, EG ipsis AB, BC.

COMMENTARIVS.

A Et BCA ob hypothesim non minor, quam ABC] *Si enim triangulum ABC æquilaterum sit, angulus BCA æqualis est angulo ABC: si vero æquicrure, quod basim habeat latere minorem, angulus BCA angulo ABC est maior; quippe cui maius latus subtenditur.*

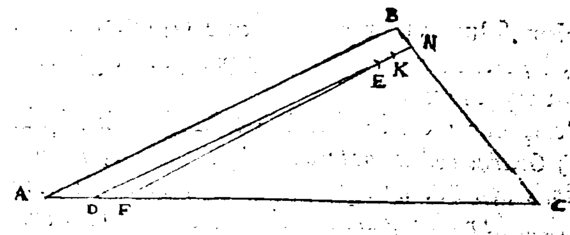
B Similiter ostendetur & BC maior, quam GE] *producta nimirum GE usque ad AB, vt in punctum H, & iuncta CH.*

C Minores igitur sunt DE EG ipsis AB, BC.] *Græcus codex ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ γ δ τῆς α β, corrige, ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η, τῶν α β β γ.*

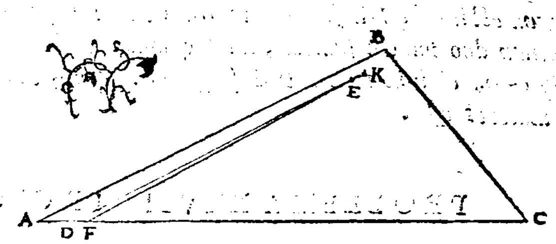
PRO-

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

In quibus triangulis intra constituuntur rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra, in his & maiores intra constitui possunt simul sumptæ.

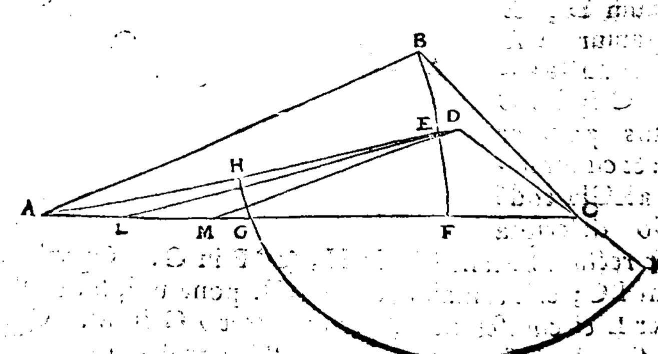


Sint enim in triãgulo ABC lineæ DE EF æquales ipsis AB BC: & producatur vna ipsarum intra, ut DE usque ad N; & inter E N sumatur quod vis punctum K. iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quã DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifestum autem est etiam si intra triãgulum ABC sumatur punctum K, ita ut rectæ lineæ DE EF. ab ipsis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in secunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propositum.



PROBLEMA XXVI. PROPOS. XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometriæ ignari sunt, admirabilius erit, non solum vtramq; vtriq; æqualem esse, A vel maiorem, sed etiam singulas earum, quæ intra constituuntur singulis earũ, quæ extra, & æquales, & maiores esse posse, quod ita ostenditur.



Sit triangulũ ABC habens AB quidem nõ minorẽ BC; AC uero utraq; ipsarũ maiorẽ: & circa centrũ A per B describatur

batur circuli circumferentia BEF; sumaturque inter ipsam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior est, quam AB; & propter hypothesim maior, quam BC; DC uero, quam BC minor: si producentes DC vnamquamque ipsarum DH DK ipsi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per HK describitur, rectam lineam AF B secabit. secet in puncto O: & inter AG quæuis puncta sumantur LM. perspicuum est iunctis LD DM, singulas ipsarum singulis AB, BC esse maiores.

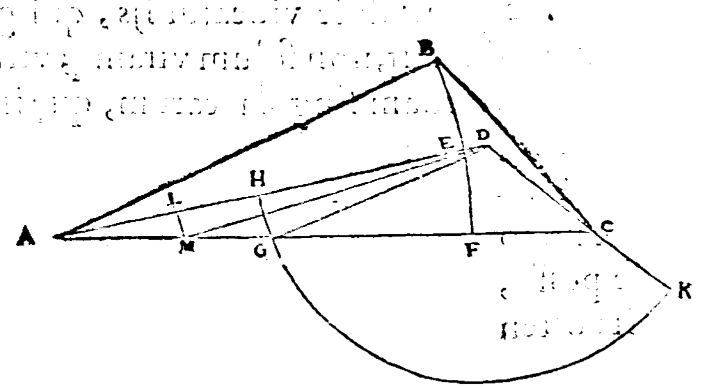
COMMENTARIVS.

A Non solum vtramque vtrique equalem esse, uel maiorem] *Græcus codex τὸ μὴ μόνον συναμφοτέρον συναμφοτέρως. legendum vt opinor τό μὴ μόνον σύναμφότερον συναμφοτέρω.*

B Perspicuum est iunctis LD DM singulas ipsarum singulis AB BC esse maiores] *Græcus codex hoc loco mendosus videtur, neque enim LD DM necessariò sunt maiores ipsis AB BC. nam quamquam LD, vel DM sit maior, quam BC, nulla est necessitas vt etiam sit maior quam AB. præterea non video cur inter AG duo puncta sumantur, cum vnum satis sit. quare ita legendum suspicor, & inter AG quodvis punctum sumatur L. perspicuum est iuncta DL singulas ipsarum AD DL singulis AB BC maiores esse. vel si placet etiam duo puncta sumere, ita legemus. & inter AG quæuis puncta sumantur LM. perspicuum est iunctis LD DM singulas ipsarum AD DL, vel AD DM singulis AB BC maiores esse.*

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXIII.

Quod si velimus singulas singulis æquales esse, oportebit ponere AC maiorem, quam AB; & CB, quam BA minorem.



Sit enim, vt dictum est, & similiter circumferentia BEF describatur; sumaturq; punctum D, & A iungantur DA DC. producta autem DC ipsi BC equalis ponatur DK: & circumferentia KGH eodē modo descripta

B Secet rectam lineam AD in H, & AF in G. Quoniam igitur AB maior est,
C quam BC; erit & maior, quam DH. ponatur ipsi æqualis DL: & circa centrum D per L circumferentia descripta secet AG in M. Quare constat iunctis MD, DG, singulas ipsarum singulis AB BC equales esse.

COMMENTARIVS.

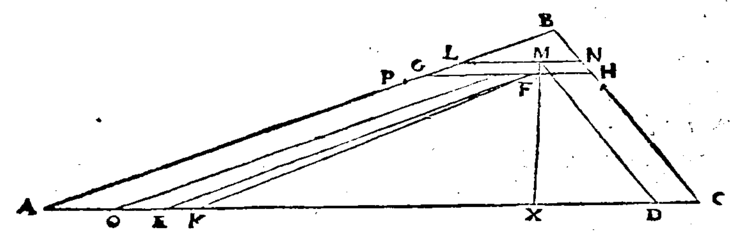
Secet rectam lineam AD in H, & AF in G.] *Græcus codex τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ ν. lege τεμνέτω τὴν α δ κατά τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατά τὸ η.* A

Quoniam igitur AB maior est, quàm BC] *Græcus codex ἐπεὶ δὲ μείζων ἡ α δ τῆς β γ. Ego legendum puto ἡ α β τῆς β γ.* B

Ponatur ipsi æqualis DL] *Videlicet ipsi AB.* C

PROBLEMA XXVIII. PROPOS. XXXIIII.

Multo autem admirabilius videbitur, si rectæ lineæ, quæ in basi intra triangulum constituuntur, non solum equales, vel maiores sint lateribus continentibus, sed etiam ad ea datam habeat proportionem.



Construantur enim rectæ lineæ EF FK ipsis AB BC æquales. quod quidem fieri posse in principio dictum est: A & secentur vtræq; simul AB, BG bifariam in P: ipsi B C uero AC parallela ducatur GFH: & FE parallela sit ipsi AB: sitque proportio BA ad AL eadem, quæ proportio data: & parallela ducatur LMN: & in LMN sumatur punctum M, ita ut per ipsum ductæ MO, MD ipsis BA BC parallelæ punctum F comprehendant. erit & vtrarumque AB BC, hoc est EF FK ad utrasque AL, NC, hoc est ad OM MD proportio data. In triangulo igitur OMD intra existentes EF FK ad rectas lineas OM MD quæ ipsas continent, datam habent proportionem. Sed quoniam LMN debet cadere supra GFH, oportebit rectam lineam BA minorem esse, quàm duplam ipsius AL. quare & proportio data necessario minor erit, quàm dupla. Constat autem quo maior sit AB ipsa BC, & quo angulus B sit obtusior, eo rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere, & multo magis, si EF FK non sint equales ipsis AB BC, sed maiores. & adhuc magis si ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FK cum ipsis OM MX comparentur, possumus autem & aliis modis idem efficere. sed unus hic nobis ad ostensionem satis sit. D E F G H K L M N O P

COMMENTARIVS.

Quod quidem fieri posse in principio dictum est] *In 29 huius.* A

Et secentur utræque simul AB BC bifariam in P.] *Græcus codex mendosus est,* B qui sic habet, καὶ τὸν μὲν ϖ δίχα . . . . : . συναμφότερον τῆν α β γ. fortasse autem legendum erit, quemadmodum in 29. καὶ τετμήσθω μὲν συναμφότερος ἡ α β γ κατὰ τὸ ϖ. quamquam superuacanea omnino esse videantur, neque enim rectæ lineæ EF FK ipsis AB BC æquales constitui possunt, nisi prius AB BC simul sumptæ bifariam secentur, vt in 29. apparet.

C Ipsi vero AC parallela ducatur GFH] hoc est ducatur per F ipsi AC parallela GH. Græcus codex: ἡ δὲ θ η ζ παράλληλος ἤχθω τῆ α γ. Sed corrigendū ἡ δὲ κ ζ θ &c.

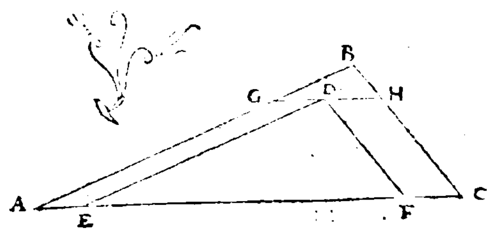
D Sitque proportio BA ad AL eadem, quę proportio data] Græcus codex corrigendus est, in quo legitur καὶ τῷ δοθέντι λόγῳ ὁ αὐτος ἔςω ὁ τῆς α β πρὸς β λ. lege ὁ τῆς β α πρὸς α λ:

E Et parallela ducatur LMN] hoc est parallela ipsi AC. Græcus codex καὶ παράλληλος ἤχθω ἡ δ μ ν. lege ἡ λ μ ν, vel ἡ λ ν, quod magis placet.

F Et in LMN sumatur punctum M] Græcus codex καὶ ἐπὶ τῆς λ ζ ν. lege λ μ ν, vel potius λ ν.

G Ita vt per ipsum ductæ MO MD ipsis BA BC parallelæ punctum F comprehendant] Græcus codex ὥςαι διὰ τοῦ τὰις β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς κ θ, μ δ περιλαμβάνειν τὸ ζ. corrige ὥςαι διὰ τοῦ μ τὰις β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς μ ο, μ δ περιλαμβάνειν τὸ ζ

H Erit & vtrarumque AB, BC, hoc est EF FK ad vtrasque AL NC, hoc est ad OM MD proportio data] vtraque enim latera AB, BC ad vtraque OM MD eandem habent proportionem, quam BA ad AL. quod nos sequenti lemmate demonstrabimus.



Sit triangulum ABC, intra quod sumpto quouis puncto D, ducantur ad basim DE, DF, ita vt DE parallela sit ipsi BA, & DF ipsi BC: & per D ducatur GH ipsi AC parallela dico vtraque latera AB, BC trianguli ABC simul sumpta ad vtraque latera simul ED DF trianguli EDF eandem proportionem habere, quam BA ad AG. Est enim DE æqualis ipsi
34 primi elem. GA, & DF æqualis HC: & vt AB ad BG, ita CB ad BH ob triangulorum ABC, GBH
4. Sexti. similitudinem. quare per conuersionem rationis, vt BA ad AG, ita BC ad CH: &
12. quinti vt omnes ad omnes, ita vna ad vnam; videlicet vt AB BC ad AG, HC, hoc est ad ED DF, ita BA ad AG.

K In triangulo igitur OMD intra existentes EF FK ad lineas OM, MD, quę ipsas continent, datam habent proportionem] Græcus codex ἐν ἄρα τῷ ο μ δ τριγώνῳ ἐντὸς οὖσαι αἱ ε ζ κ πρὸς τὰς α β γ περιεχούσας &c. lege πρὸς τὰς ο μ δ περιεχούσας.

L Sed quoniam LMN debet cadere supra GFH] nisi enim supra caderent rectæ lineæ OM MD ipsas EF FK non continerent.

M Oportebit rectam lineam BA minorem esse, quam duplam ipsius AL] Secentur vtræque AB BC simul sumptæ bifariam in puncto P; erit BA minor, quàm dupla ipsius AP. recta autem linea GFH cadit supra P, alioqui non essent EF FK æquales ipsis AB BC, vt ex 29 huius constare potest & cum LMN cadat supra GFH, necesse est BA ipsius AL multo minorem esse, quàm duplam.

N Constat autem quo maior sit AB ipsa BC, & quò angulus B sit obtusior, eò rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere] quò enim AB magis superat BC, eò punctum P magis accedit ad A, & proportio BA ad AL augeri potest, vt ad duplam propiùs accedat. Quò autem angulus B obtusior est, eò maior fit basis adeo vt rectæ quidē lineæ EF FK augeantur, si non æquales esse debēt; rectæ vero ipsas continentes OM, MX minuantur: nempe ducta MX perpendiculari, quæ minor est, quàm MD. vt in subiecta figura apparet, manentibus enim lateribus AB, BC si angulus obtusior

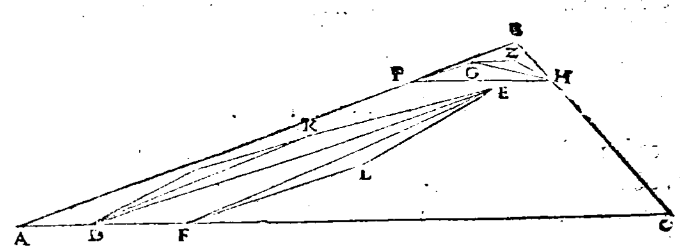
obtusior sit, augetur quidem basis AC; perpēdicularis uero ad basim ducta imminuitur. Quādo autem hoc facere velimus, oportebit punctum M ita sumere, vt ducta perpendicularis MX punctum F intra triangulum OMX comprehendat.

Et multo magis si EF FK non sint æquales ipsis AB BC, sed maiores] hoc est O rectæ lineę EF FK cum ipsis OM MD comparatæ ad duplam proportionem magis accedent, si eas non ęquales ipsis AB BC, sed maiores efficere uoluerimus. In quibus enim triangulis intra constituuntur rectę lineę ęquales iis, quę sunt extra, in his & maiores intra cōstitui possunt, vt demonstratum est in 31. huius.

Et adhuc magis, si ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FE cum ipsis P OM MX comparentur] hoc est accedent EF FK adhuc magis ad duplam proportionem, si ducta perpendiculari MX non amplius cum OM MD, sed cum ipsis OM MX comparentur. Græcus codex καὶ μάλλον ἐπὶ καθέτον ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμεναι, forte legendum erit καὶ μάλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινομέναι, uel hoc modo καὶ μάλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρ. νομεν.

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non solum autem in trianguli basi rectæ lineæ intra constituuntur, vtræque simul maiores ijs, quæ sunt extra, sed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & similiter in alijs, quæ plura habeat latera, possunt quotquot intra constitui maiores quotquot ijs, quæ sunt extra.



Si enim sit triāgulum ABC, in quo constituātur rectæ lineæ DE EF maiores, quā AB BC; & ducatur quæuis linea PH supra E; erūt DE EF maiores ipsis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & si aliqua inflectatur, ut DKE, tres simul DK, KE, EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGH; rursus erunt duæ DE EF; itēq; tres DK, KE, FF maiores quattuor AP, PG, GH, HC in quinquelatero, & si inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL, LF maiores, quàm quattuor AP, PG, GH, HC. At si inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quàm GZ, & ipsorum KD inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite, quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ sunt extra maiores esse, eodem modo construetur.
A B C

COMMENTARIVS.

Erūt DE EF maiores ipsis AP, PH, HC.] Nā tres lineę AP, PH, HC, minores sunt duabus AB, BC; quòd PB BH ipsi PH sunt maiores ex 20. primi libri elementorum. A

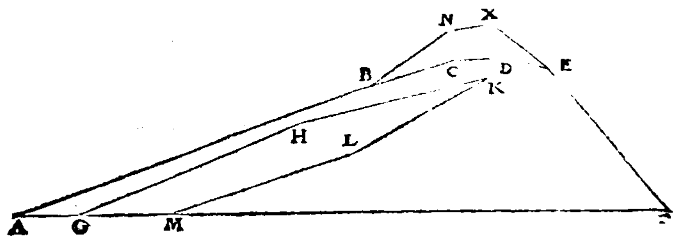
Si vero inflectatur PGH] Græcus codex mancus est, quem nos ita restituendū censuimus. B

Rursus erunt duæ DE EF, itemque tres DK, KE, EF maiores quattuor AP, PG, C GH, HC] Sunt enim PG, GH adhuc minores ipsis PB, BH ex 21. primi libri elementorum.

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem poteſt, vt & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, ſimul ſumptæ omnes ſint æquales.

A Si enim conſtituantur, vt demõſtratum eſt, GH, HK, KL, LM maiores ipſis AB, BC, CD, DE, EF. & inflectatur BNXE æque
B maior ipſa BCDE. factũ iã erit, quod proponebatur.



COMMENTARIVS.

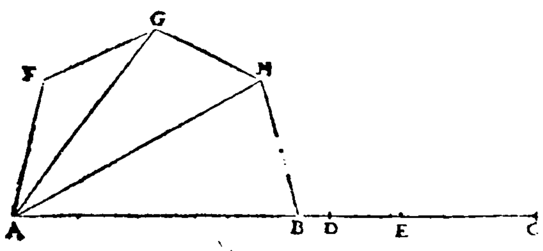
A Si enim conſtituantur] *Gracus codex* κατασκευσθεισῶν γὰρ μείζων ὅσων δὴ τῶν α β. *forte legendum* μείζων ὄυσων τῶν α β.

Et inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur] *Hoc eſt inflectatur BNXE, ita vt ſit æqualis ipſi BCDE, & exceſſui, quo GHKLM ſuperat ABCDEF. atque illud quidem facile fiet ex iis, quæ ſequuntur.*

PROBLEMA XXXI. PROPOS. XXXVII.

At facile eſt à duobus punctis BE inflectere BNXE generaliter cuicumque datę lineæ ęqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

Sint enim data puncta AB: & recta linea magnitudine data AC, maiorque
A AB: & diuidatur BC in quotcunque rectas lineas BD, DE EC vna minores, quam ſit numerus earum,
B quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo,

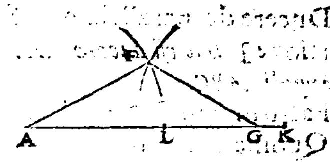


vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt. AGH vero inflectatur, ut ſuperet AH quantitate DE, & AHB ſuperet AB ipſa EC. numerus igitur rectarum linearum AF FG GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat, eſt ipſi AC ęqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri poteſt.

COMMENTARIVS.

A Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD, DE, EC una minores, quã ſit numerus earum, quæ inflectuntur] *Si enim quattuor ſint, quæ inflecti debent, diuidatur BC in tres partes; ſi quinque in quattuor. & ita in aliis. gracus codex ita habet* καὶ διαιρήσθω ἡ β γ *&c.* μία ἐλάσσονα, *lege* ἐλάσσονας.

B Et AFG quidem inflectatur, adeo vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt] *ſit enim recta linea AG, cui adiiciatur GK ipſi BD æqualis, & AK vtcumque in puncto L ſecetur. deinde ex centro A, & interuallo AL deſcribatur circulus. & rurſus ex centro G & interuallo KL deſcribatur alius circulus, qui priorẽ in puncto F ſecet: iunganturque AF, FG; erit inflexa linea AFG æqualis ipſi AK. & ob id rectam lineam AG quantitate GK, hoc eſt BD ſuperabit. illud vero infinite fieri poſſe perſpicuum eſt, quòd ipſa AH itidem infinite ſecetur Græcus codex corruptus eſt, in quo ita legitur* καὶ ἡ μεν α ζ ι ζ η. *lege* καὶ ἡ μεν α ζ η

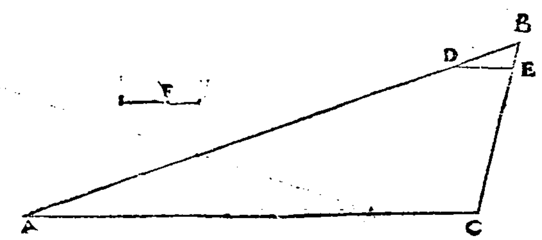


Numerus igitur rectarum linearũm AF, FG, GH, HB eſt ęqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit] *ſint enim data puncta AB, à quibus inflectere oporteat quattuor rectas lineas, ita vt ſimul ſumptæ ſint æquales ipſi AC datæ neceſſe autem eſt AG maiorem eſſe, quàm AB. diuidatur, BC in tres partes quomodocumque BD, DE, EC, & à duobus punctis AB, vt dictum eſt, inflectatur AHB ita ut ſuperet AB quantitate EC, & rurſus à duobus punctis AH inflectatur AGH vt ſuperet AH quantitate DE poſtremo à pũctis AG inflectatur AFG ſuperãs AG ipſa BD. dico rectas lineas AF, FG, GH, HB datæ rectæ lineæ AC æquales eſſe ſunt enim AF, FG æquales ipſis AG, BD. & AG, GH æquales ipſis AH, DE: & AH, HB æquales AB EC. quare ſublatis vtrinque communibus AG, AH, relinquentur AF FG, GH, HB æquales ipſis AB, BD, DE, EC hoc eſt lineæ AC.* C

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

Fieri etiam poteſt vt parallelogrammũ inueniatur, in cuius baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ tribus continentibus æquales, atque etiam maiores. hoc prius demonſtrato.

Sit AB data maior BC quam in proportione. ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE BC in data ſit proportione. Factum iam ſit. quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC una cum data, quæ ſit F. eadem autem eſt proportio & AD ad vtraſque DE, BC. ergo & reliquæ BD eadem erit ad exceſſum ipſarum F, DE. ſed F eſt data. data igitur DE. & ideo poſitione data. quare ſi AB maior ſit quam dupla ipſius BC, poterimus ducere DE parallelam, & facere vt AD vtrarumque DE, BC ſit dupla. A B C D E F G



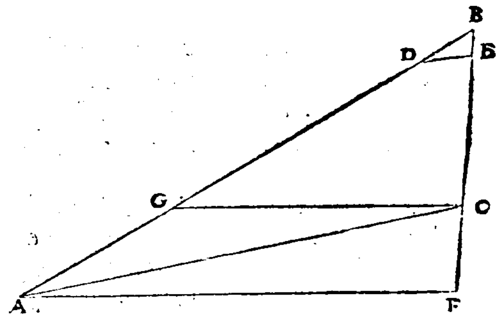
COMMENTARIVS.

Sit AB data maior BC quam in proportione] *magnitudo magnitudine data maior eſt, quam in proportione, quandò ablato dato reliquum ad idem proportionem habeat datam, vt Euclides in libro datorum diffiniuit. & ſimiliter magnitudo magnitudine dato minor eſt quam in proportione, quando appoſito dato totum ad idem proportionem habeat datam.* A

B Ducere de parallelam, & facere vt AD ad vtrasque DE BC in data sit proportione] *hoc est ducere DE parallelam ei, quæ puncta AC coniungit, videlicet basi trianguli ABC.*

C Factum iam sit] *resolutio est problematis.*

D Quoniam AB data maior est BC, quam in proportione, erit proportio ipsius AB ad BC vna cum data, quæ sit F] *sit AB maior BC quàm in proportione, data linea AG, iungaturque GC; & per A ducatur AF ipsi GC parallela, habebit GB ad BC proportionem datam ex diffinitione: vt autem GB ad BC, ita AB ad BF. reliqua igitur AG ad reliquam CF erit vt AB ad BF. Et est data AG, quare & CF data erit: ex quibus sequitur vt AB ad BC vna cum data CF proportionem datam habeat. quam vero nos CF dicimus, ipse vno tantum elemento F expressit.*



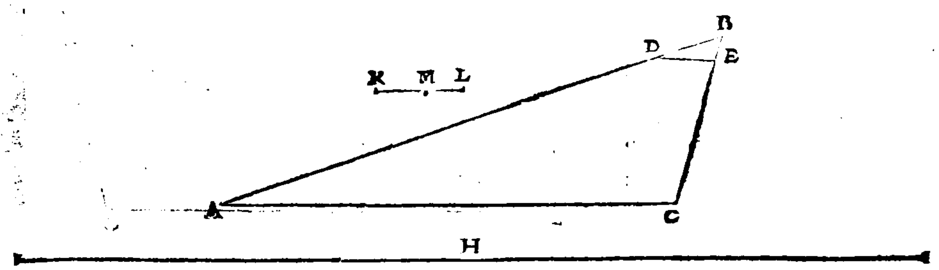
2 datorũ

E Eadem autem est proportio AD ad vtrasque DE BC] *expositione scilicet.*

F Ergo & reliquæ BD eadem erit ad excessum ipsarum F DE] *quoniam enim vt AB ad BC vna cum F, ita est AD ad BC vna cum DE, erit reliqua BD ad id quod relinquitur, demptis BC & DE ab ipsis BC & F, hoc est dempta DE ab F, vt AB ad BC vna cum F, quare BD datam habebit proportionem ad excessum, quo ipsum F DE excedit.*

19 quinti

G Sed F est data, data igitur DE, & ideo positione data] *obscure nimis, & anguste hoc explicasse videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco D ipsam AB secet. non enim compositionem, & fortasse non integram resolutionem apposuit. quamobrem nos vt ea, quæ desiderari videntur, suppleamus, pro viribus enitemur.*

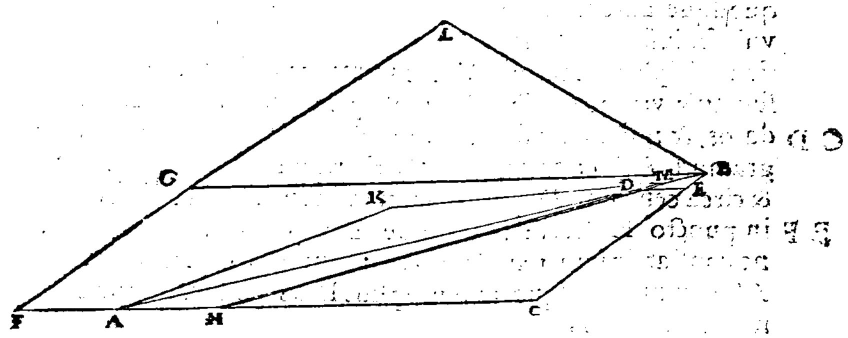


Ponatur iam factum esse, & sit ipsi DE æqualis KM. quoniam igitur AB data maior est BC, quã in proportione, habebit AB ad BC una cũ alia aliqua data quæ sit KL eandem proportionem. Sed & eandem habet AD ad vtrasque DE, BC, hoc est KM, BC. ergo reliqua BD ad reliquam ML eandem proportionem habeat, necesse est. vt autem CA ad AB, ita est ED ad DB. triangula enim ABC DBE inter se sunt similia ob lineas parallelas. & vt DB ad ML, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad CA. erit ex æquali in perturbata ratione vt H ad AB, ita DE, hoc est KM ad ML.

Com-

Compositio resolutioni congruens erit. fiat enim H ad AC in data proportione; & diuidatur KL in puncto M, ita ut KM ad ML eam proportionem habeat, quam H ad AB. Rursus ut CA ad AB, ita fiat KM ad aliam, quæ sit BD; & a puncto D ipsi AC parallela ducatur DE. Dico AD ad utrasque DE BC in data proportione esse. nam cum DE parallela sit ipsi AC, triangula ABC, DBE inter se similia erunt: & vt CA ad AB, ita ED ad DB. Sed & ita erat KM ad eandem DB. ergo DE ipsi KM est æqualis. Præterea vt H ad AB, ita facta est KM ad ML, hoc est DE ad ML: & ut BA ad AC, ita BD ad DE. quare ex æquali in perturbata ratione ut H ad AC, ita BD ad ML. & ideo DB ad ML est in data proportione. Itaque quoniam ut AB ad BC, & KL ita est DB ad ML, erit & reliqua AD ad reliquas KM, & BC, hoc est DE, BC, ut AB ad BC, & KL. ergo AD ad utrasque DE BC in data proportione erit. quod ipsum facere oportebat.

PROBLEMA XX XIII. PROPOSITIO XXXIX.



Exponatur huiusmodi triãgulum ABC, ita ut AB maior sit, quam dupla BC: sitque AC ipsius BC dupla. & ducatur DE parallela, quæ faciat ad duplã utrarũq; DE, BC: ipsius vero DE dupla ponatur FA in recta linea AC: & parallelogrammũ compleatur. Quoniam igitur FA quidem dupla est DE, AC uero dupla CB, erit tota FC, hoc est GB dupla utrarumque DE, BC: & propterea ipsi AD æqualis. & quoniam AD maior est, quam dupla BC, ducatur DH ipsius BC dupla. ergo DH est æqualis ipsis GF, BC. ostensa autem est DA æqualis GB. rectæ igitur lineæ AD, DH ipsis FG GB, BC sunt æquales. atque est parallelogrammum FG BC. Constat præterea AD, DH maiores esse posse ipsis FG, GB, BC. A & sumpto aliquo puncto K rectę lineę AK KD, DH multo maiores erunt iis, quę sunt extra. At si quo illæ maiores sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quàm GB; B erunt & AK, KD, DH æquales ipsis FG, GL, LB, BC in quinquelatero, & in aliis, quæ plura latera habent, idem seruabitur modus, quemadmodum & in iis, quæ in quouis quadrilatero constituuntur, prius demonstratum fuit.

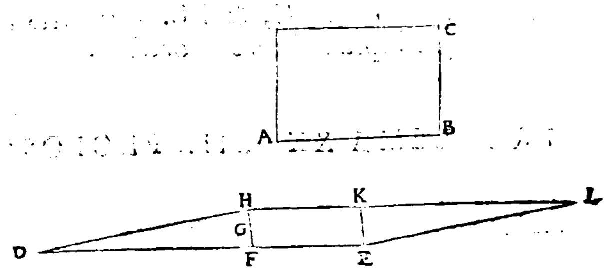
COMMENTARIVS.

Constat preterea AD, DH maiores esse posse ipsis FG GB, BC] *Si enim* A *inter D, & B aliud punctum sumatur, vt M, & AM MH iungantur, erunt hæ maiores* 21 primi *quam AD, DH, videlicet quam FG, GB, BC. Ipse uero Pappus illud punctum similiter eodem elemento D notauit.*

At si quò illę maiores sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quam GB, erunt B & AK, AK, KD, DH æquales ipsis FG, GL LB, BC] *hoc est si inflectatur GLB, quæ superet GB eadem quantitate, qua rectæ lineæ AK, KD DH superant ipsas FG, GB, BC.*

PROBLEMA XXXIIII. PROPOSITIO. XL.

Ex ijs, quæ ante dicta sunt, & hæc sequuntur.



Dato spacio parallelogrammo fieri posse vt alterum parallelogrammum inueniatur, A quod quidem sit proposita pars dati parallelogrammi; B vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC, & sumatur vtraque ED DF multiplex vtriusque AB, BC secundum numeros C D datos, & ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK, proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK; perque K ipsi DE parallela ducatur HKL: & circa centrum D per F circumferentia FGH descripta rectam lineam HKL E F in puncto H secet: iunctæque DH parallela ducatur EL Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse parallelogrammi AC: vnumquodque autem ipsius latus vniuscuiusque esse multiplex secundum numeros datos.

COMMENTARIVS.

A Quod quidem sit proposita pars dati parallelogrammi] *hoc est vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata sit.*

B Vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros] *vt exempli gratia DE sit ipsius AB dupla, & DF vel dupla vel tripla, vel vtcumque multiplex ipsius* BC: *non solum autem multiplex, sed & quamcumque datam proportionem habens.*

C Et ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK] *Græcus codex* καὶ ἤχθω ἡ δε πρὸς ὀρθὰς ἡ ε κ. *lege* καὶ ἤχθω τῇ δε.

D Proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK] *hoc est pars proposita dati parallelogrammi AC ad lineam DE applicata latitudinem faciat EK, ita vt rectangulum DEK dictæ parti sit æquale. Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω τὸ ὑπὸ δεθκ τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α γ παραλληλογράμμον. *Sed corrige* τὸ ὑπὸ δ ε κ.

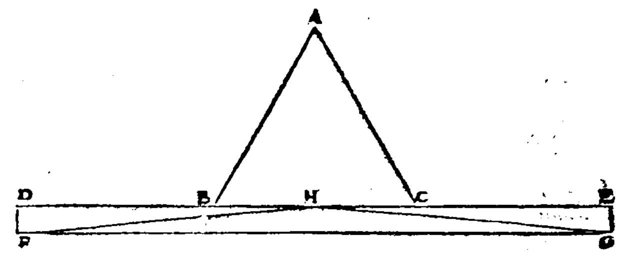
E Iunctæque DH parallela ducatur EL] *Græcus codex* καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλος καὶ ἤχθω ἡ ε λ. *lege* καὶ ἐπιζευχθείσῃ τῇ δ θ παράλληλος ἤχθω ἡ ε λ.

F Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse parallelogrammi AC] *Græcus codex* δηλονότι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τοῦ δοθέντος μέρος ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογωνίου *sed fortasse legendum* δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τὸ δοθὲν μέρος ἐστί τοῦ α γ παραλληλογράμμου.

PRO-

PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLI.

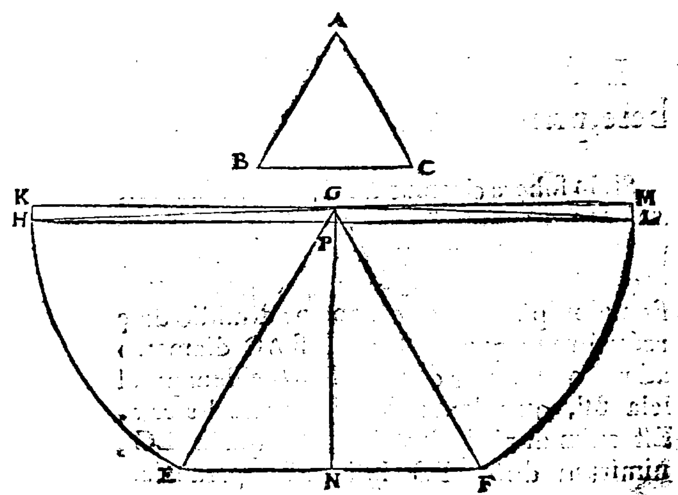
Rursus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens unumquodque laterum vnoquoque latere maius.



Sit enim triangulum ABC: & producatur basis BC ex utraque parte; ponaturque ipsi quidem AB æqualis BD, ipsi vero AC æqualis CE; & ad rectam lineam DE triangulo ABC æquale parallelogrammum DG applicetur: & sumpto quouis puncto H in linea BC iungantur FH HG. quoniam igitur AB æqualis est BD, erit DH maior, quam BA. & similiter ostendemus EH quam AC maiorem esse. est autem & FG maior quam BC. ergo tres lineæ HF, FG, GH maiores sunt ipsis AB, BC, CA. & quoniam parallelogrammum DG duplum est trianguli FHG, & triangulo ABC æquale, erit ABC triangulum, quod minora latera habet, triangulo FGH maius.

PROBLEMA XXXVI. PROP. XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur. fiet autem admirabilius, si triangulum inueniatur, quod sit pars dati trianguli, & vnumquodque latus uniuscuiusque lateris multiplex sit secundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum est.



Sit enim triangulum ABC: & aliud triangulum EFG constituatur, habens vnumquodque latus uniuscuiusque lateris triãguli ABC multiplex secundum datos numeros, uel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per E quidem circumferentia describatur EHK, per F uero circumferentia FLM: & per G ipsi EF parallela duca-

A tur KGM a puncto autem G ad EF perpendicularis agatur GN: sitque pars proposita trianguli ABC, quæ KM, & GP continetur: & ipsi KM parallela ducatur HPL, & HG, GL iungantur. Patet igitur ex constructione triangulum HGL minus esse, quam dimidium sumptæ partis trianguli ABC, nam HL mi-
C nor est, quam KM. & vnumquodque latus ipsius uniuscuiusque lateris trianguli ABC multiplex secundum datos numeros, vel etiam maius, quam multiplex etenim HL maior est, quam EF.

COMMENTARIVS.

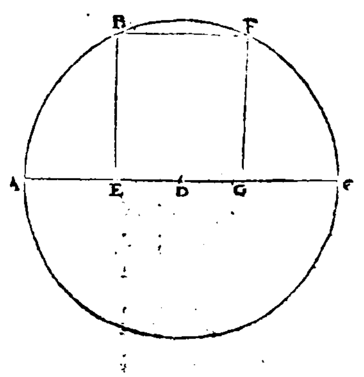
A Sitque pars proposita trianguli ABC, quæ KM GP continetur] *hoc est sit rectangulum, quod KM, GP continetur, æquale dictæ parti trianguli ABC. græcus codex. καὶ ἔσω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α β γ τριγώνου τοῦ ὑπὸ κ μ η π. lege τὸ ὑπὸ κ μ, η π. quæ vero sequuntur τοῦτο γὰρ προδέδεικται nos consulto omisimus. neque enim hoc a Pappo ante demonstratum est, sed ex elementis petitur.*

B Patet igitur ex constructione HGL triangulum minus esse, quàm dimidium sumptæ partis trianguli ABC] *Est enim rectangulum, quod HL, & GP continetur, minus contento KM, & GP, quod HL minor sit, quam KM ex quintadecima tertii libri*
41 primi *elementorum: triangulum autem HGL dimidium est eius, quod HL, & GP continetur. ergo triangulum HGL minus est dimidio rectanguli ex KM, & GP; hoc est minus dimidio sumptæ partis trianguli ABC.*

C Et vnumquodque latus ipsius vniuscuiusque lateris trianguli ABC vel multiplex secundum datos numeros, vel maius quam multiplex] *quoniam enim trianguli EGF latera multiplicia facta sunt laterum trianguli ABC secundum datos numeros, erunt & trianguli HGL latera vel multiplicia secundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem HG, GE inter se æqualia sunt, vt pote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera LG, GF æqualia. latus vero HL maius est latere EF ex eadem 15. tertii elementorum. Græcus codex ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ. μείζων ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς legendum autem ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία.*

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.

A In data sphæra polyhedra describere, præmittuntur autem hæc.



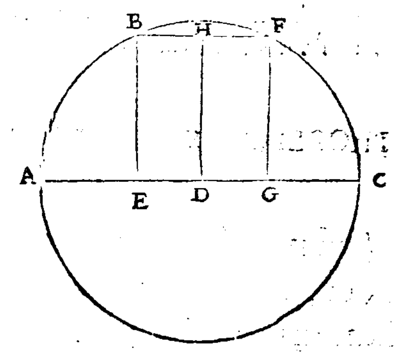
Sit in sphæra circulus ABC, cuius diameter AC, & centrum D. & propositũ sit in circulo aptare rectam lineam, parallelã diametro AC, & æqualem rectæ lineæ datæ, quæ quidem non
B sit maior ipsa diametro. Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED; & ipsi AC diametro
C ad rectos angulos ducatur EB, & eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit. Est enim dupla ipsius ED, & æqualis EG, nimirum ducta FG ipsi BE parallela.

COMMENTARIVS.

A In data sphæra polyhedra describere. præmittuntur autem hæc] *In Græco codice εἰς δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγγράψαιτε πολύεδρα. lege ἐγγράψαι τὰ πολύεδρα. in iis uero, quæ sequuntur, vereor ne aliquid desit, ut ita legatur προγράφεται δὲ τάδε ἐς ὧν ἐν σφαίρας κύκλος.*

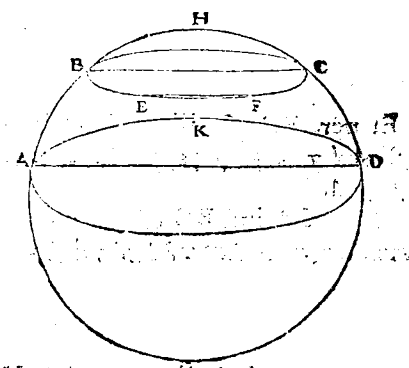
B Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED] *Græcus codex κείσθω ἡ δοθείσῃ ἴση ἡ ε δ. Sed mendose. legendum enim erit κείσθω τῇ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ ε δ.*

C Et eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit] *ducatur a puncto D ad BF perpendiculari DH, erit ea parallela ipsi EB,*
28 primi *& lineam BF bifariam secabit in H. ergo*
3 tertii *BH est æqualis HF: & ideo tota FB dupla ipsius BH, hoc est ipsius ED, quod cum*
9 quinti *data recta linea etiam sit dupla ED, erit BF datæ rectæ lineæ æqualis.*



PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIIII.

A Sint in sphæra paralleli circuli AKD BEFC. & per puncta BC ducta recta linea sit circuli diameter. propositum autem sit ducere diametrum circuli AKD ipsi BC diametro parallelã.



A Ducatur per puncta BC planum ad circu-
B lum rectum, quod faciat sectionem circulum maximum ABCD. ergo ABCD circulus tran-
C sibit per polos ipsorum, & circulum quoque AKD bifariam secabit. iuncta igitur recta li-
D nea AD diameter est ipsi BC parallela. & id quidem manifestum est. secetur nam-
E que circumferentia BC bifariam in puncto H. & quoniam HA est æqualis HD, ex po-
F lo enim sunt, quarum HB est æqualis HC,
G erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis diameter igitur AD diametro BC est parallela,

COMMENTARIVS.

A Ipsi BC diametro parallelam] *Græcus codex παράλληλον τῇ ἐπὶ τῆς β γ διαμέτρῳ, quæ verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.*

B Quod faciat sectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex* καὶ ποιήσει τὸ μὲν α β γ δ μέγιστος κύκλος. *corrige* καὶ ποιήσει τομὴν α β γ δ μέγιστον κύκλον.

C Ergo ABCD circulus transibit per polos ipsorum, & circulum quoque AKD bifariam secabit] *Ex 13. primi libri sphæricorum Theodosii. Græcus codex* α β γ δ ἄρα ἥξει διὰ τῶν πολλῶν αὐτῶν. *corrige* διὰ τῶν πόλων αὐτῶν.

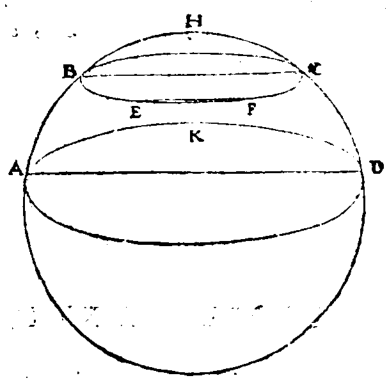
D Iuncta igitur recta linea AD diameter est ipsi BC parallela, & id quidem manifestum est] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α β ἐπιζευγνυμένη διάμετρός ἐστι τῇ ἐπὶ τὰ β γ παράλληλος, ἔστι δὲ φανερόν. *Sed legendum* ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α δ.

E Et quoniam HA est æqualis HD, ex polo enim sunt] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἡ θ α τῇ θ δ ἴση ἐστὶν ἐκ πόλλων γάρ. *corrige* ἐκ πόλων γάρ, *uel* ἐκ πόλου γάρ.

F Erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis] *illud etiam per se patet ex 10 secundi libri sphæricorum Theodosii.*

H Diameter igitur AD diametro BC est parallela] *Ex 16. vndecimi elementorum. Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρῳ τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ. *corrige* ἡ ἐπὶ τὰ α δ διάμετρος.

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.



Sed non sit recta linea EF diameter, & propositum sit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelem.

Ponatur vtraque EB, FC equalis dimidio excessus, quo semicirculus circumferentiam EF excedit: & per BC similiter describa-
A tur circulus maximus ABCD. erit igitur AD diameter circuli AKD parallela ipsi EF; quo-
B niam & ipsi BC est parallela.

COMMENTARIVS.

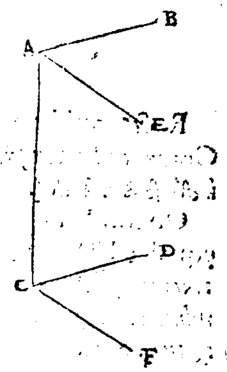
A Et per BC similiter describatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex* καὶ διὰ τῶν β γ γεγράφθω ὁμοίως μέγιστος ὁ α β γ δ. *corrige* μέγιστος κύκλος α β γ δ.

B Quoniã & ipsi BC est parallela] *Ex 9. undecimi elementorum. Græcus codex* ὅτι καὶ αὐτὴν παραλλήλας τῇ ἐπὶ τὰ β γ. *lege* ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

A Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eisdem planis ducatur AB, CD ad easdẽ partes plani per AE CF produ-

ducti, quæ angulos BAF, DCF æquales faciant. dico rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse. hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum. æqualis enim ponitur BAE angulus angulo DCF.

COMMENTARIVS.

Et in eisdem planis ducantur AB, CD ad easdem partes plani per AE, FF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex* καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ α β, γ δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν α ε γ ζ ἐμβαλλομένου ἐπιπέδων *lege* ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου. A

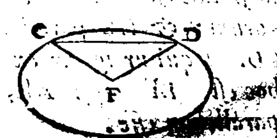
Dico rectas lineas AB CD inter se parallelas esse, hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim est dicere rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano secantur, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt ex 16. vndecimi libri elementorum.* B

Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectã lineam CD, sed aliam quampiam, erit ea parallela lineę AB ex 16. vndecimi iam dicta. & ex decima eiusdem, cum CF angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non potest. ponebatur enim angulus DCF angulo BAE æqualis. Gręcus codex mendosus est, vt arbitror, qui sic habet.* ἐπεὶ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ περιέξει μετὰ τῆς γ δ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ β α γ ὅπερ ἐστὶν *ego ita legerem* εἰ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς γ ζ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ β α ε ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. C

Aequalis enim ponitur BAE angulus angulo DCF] *Græcus codex* ἴση γάρ, ὑποκείσθω ἡ ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ δ γ ζ *puto legendum* ἴση γὰρ ὑπόκειται, &c. D

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.

Ex hoc & illud constat. Si in planis parallelis circuli sint, ut inferius descripti, & in ipsis rectæ lineæ parallelę AB, CD, quę ad easdem partes centrorum EF similes circulorum portiones abscindant, recta quidem linea AE ipsi CF; recta uero BE ipsi DF parallela erit. A



Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli A C inter se æquales; itemque equales BD: & parallelæ AB, CF, & BE, DF in planis parallelis. B

G ıT COM-

COMMENTARIVS.

A Recta quidem linea AE ipsi CF: recta vero BE ipsi DF parallela erit] Græcus codex παράλληλος ἔσαι ἡ μὲν α θ τῇ γ ζ, ἡ δὲ β κ τῇ δ ζ. lege ἡ μὲν α ε τῇ γ ζ, ἡ δὲ β ε τῇ δ ζ.

B Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli A C inter se æquales, itemque equales BD. & parallelæ AE CF & BE DF] *Similes enim circulorum portiones continentur similibus circumferentiis, & rectis lineis, quæ eas abscindunt, vt in propositis portionibus circumferentiæ AB CD similes sunt, quibus æquales insistunt anguli AEB, CDF. reliqui igitur anguli A B reliquis angulis C D sunt æquales. & cum latera sint æqualia, erit angulus A æqualis angulo B, & eadem ratione angulus C angulo D æqualis. ergo angulus BAE est æqualis angulo DCF, & angulus ABE æqualis ipsi CDF. itaque cum AB parallela sit CD, & angulus BAE sit æqualis angulo DCF, erit ex antecedente AE ipsi CF parallela, & BE parallella DF. Græcus codex* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων ἔσαι α β κὴ οἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. κὴ παράλληλα α ε γ ζ. κὴ β ε δ ζ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις. *corrigendum autem vt opinor.* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων αἵ τε α γ, κὴ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, κὴ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ, κὴ β ε δ ζ.

THEOREMA IX. PROPOS. XLVIII.

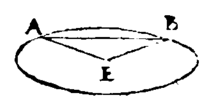
A Si vero rectę lineæ parallelæ, quæ similes circulorum portiones abscindunt, non sint ad easdem partes centrorum; quę a centris ad terminos parallelarum, non similiter positos ducuntur, parallelæ erunt.

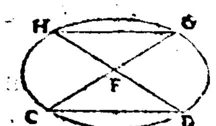
B Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura.

COMMENTARIVS.

A Si uero rectæ lineæ parallelę, quæ similes circulorum portiones abscindunt] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἐπὶ τὰ ὅμοια τῆς τμήματα τῆς κύκλων, &c. *forte legendum* ἐὰν δὲ τὰ ὅμοια τμήματα τῆς κύκλων.

B Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura] *producantur enim CF, DF vsque ad circumferentiam in puncta GH, & HG iungatur. erunt trianguli FGH duo latera GF, FH æqualia duobus lateribus CF, FD trianguli FCD. & angulus GFH æqualis angulo CFD. ergo & basis basi, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus FGH sit æqualis angulo FCD, & angulus FHG angulo FDC; recta linea HG ipsi CD parallela erit: & circulorum portiones HG, CD inter se æquales erunt, & similes. ergo HG portio similis est portioni AB, suntque ad easdem partes centrorum: & HG parallela est ipsi AB, quoniam & ipsi CD. sequitur igitur ex antecedenti rectam lineam HF, hoc est DF ipsi AE, & GF, hoc est CF ipsi BE parallelam esse.*

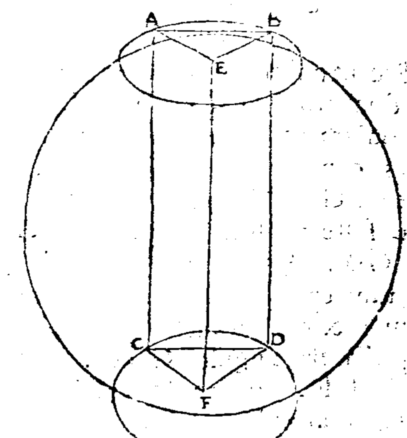




THEO-

THEOREMA X. PROP. XLIX.

Sint in sphæra circuli æquales, & paralleli AB CD: & ad A easdem partes centrorum æquales, & parallelæ rectæ lineæ B AB, CD. dico rectas lineas, quæ earum terminos AB CD C coniungunt, æquales, & parallelas esse, & ad plana circulorum perpendiculares.



Manifestum autem est ex iis, quæ prius ostensa sunt iunctę enim AE, CF parallelæ erunt, & sunt, inter se ęquales. ergo & AC, EF tum ęquales sunt, tum parallelę. similiter & EF, BD. est autem EF perpendicularis ad circulorum plana, etenim circa eosdem polos sunt; & recta linea per polos ipsorum ducta ad vtrumque est perpendicularis, & per eorum centra, & sphęrę transibit, vt est in sphęricis. rectę igitur lineæ AC, BD & æquales sunt, & parallelæ inter sese, atque ad plana circulorum perpendiculares. D E F G H

COMMENTARIVS.

Sint in sphæra circuli æquales, & paralleli] *Græcus codex* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι. *Sed videtur legendum.* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι, κὴ παράλληλοι. A

Et ad easdem partes centrorum æquales & parallelæ rectæ lineæ AB, CD] *Græcus codex* κὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων ἴσαι, κὴ παράλληλοι, *quibus hæc addenda videntur* αἱ α β, γ δ. B

Dico rectas lineas, quæ earum terminos ABCD coniungunt æquales, & parallelas esse] *Græcus codex* ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ η. *videtur legendum* τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ. C

Iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt] *Ex 47. huius.* D

Et sunt inter se æquales] *Sunt enim ex centro circulorum.* E

Etenim circa eosdem polos sunt] *Ex prima secundi libri Sphæricorum Theodosii.* F

Et recta linea per polos ipsorum ducta ad utrumque est perpendicularis, & per eorum centra, & sphæræ transibit] *Ex decima primi libri sphæricorum.* G

Rectæ igitur lineæ AC BD & æquales sunt, & parallelę inter sese, atque ad plana circulorum perpendiculares] *Æquales quidem sunt, & parallelæ inter se, 33 primi quòd & ęquales, & parallelas AB CD coniungunt: perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo ostendentur. Quoniam enim AC EF parallelę sunt, atque EF* H

perpen-

perpendicularis ad circulorum plana; erit AC ad plana eorundem perpendicularis ex 8. vn decimi elementorum. Rursus quoniam AC BD sunt paralielę, & AC perpendicularis ad circulorum plana, necesse est BD ad plana eorundem perpendicularem esse. Græcus codex καὶ αἱ α γ β δ ἀρχ σαί τε καὶ ὀρθαί εἰσι πρὸς τοὺς κύκλους. Sed legendum censeo, vt propositioni respondeat. καὶ αἱ α γ β δ ἀρχαῖς αἵ τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοὺς κύκλους.

THEOREMA XI. PROPOSITIO L.

Non sint autem ad easdem partes centrorum æquales & parallelæ AB, CD. Dico rectas lineas, quę earum terminos coniungunt, & inter sese, & sphęrę diametro ęquales esse.

Secent enim sese in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF GF.

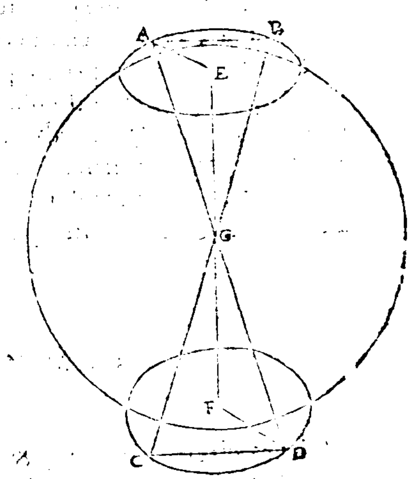
A Quoniam igitur AB est æqualis CD, & ipsas coniungunt AD BC; erunt rectæ lineę BG, GC inter se æquales. hoc enim

B manifeste constat. ergo & AG æqualis est GD. Sed & AE ipsi DF est æqualis, sunt enim ex centro ęqualium circulo-

C rum: & est parallela; angulus igitur GAE æqualis est angulo GDF. & basis EG basi GF. quare & AGE angulus est ęqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE EGD, qui sunt æquales duobus rectis, ipsis EGD DGF æquales; ergo & EGD DGF duobus rectis ęquales erunt; ac propterea EG GF in eadem recta linea constituuntur. ostensa est autem EG æqualis GF.

D punctum igitur G sphęræ est centrum, cum

E circuli æquales ponantur: lineęque AD BC ipsius sphærę diametri, & inter se æquales.



COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur AB est ęqualis CD, & ipsas coniungunt AD BC; erunt rectæ lineæ BG, GC inter se ęquales, hoc enim manifeste constat] Est enim angulus AGB ad verticem ęqualis angulo CGD, & angulus DAB angulo ADC æqualis, ob lineas parallelas: angulusque CBA angulo BCD. triangulum igitur AGB triangulo CGD æquiangulum est; & ideo ut AB ad BG, ita DC ad CG, & permutando, ut AB ad CD, ita BG ad CG. & sunt AB CD inter se ęquales. ergo & BG ipsi GC æqualis erit. & eadem ratione AG ipsi GD ęqualis demonstrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quę ego ita restituerem, αἱ δὲ ἀρχ β η η γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. post quę verba statim sequitur. τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι. Sed vel legendum est τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι. uel ita intelligendum, ut illud perfacile, & nullo negocio ostendi possit.

15 primi

29 primi

4 Sexti.

Ergo

Ergo, & AG ęqualis est GD] quomodo hoc sequatur iam diximus. Græcus autem codex mancus est, qui fortasse sic restituetur. ὥστε καὶ ἡ δ η τῇ η α ἴση ἐστί. B

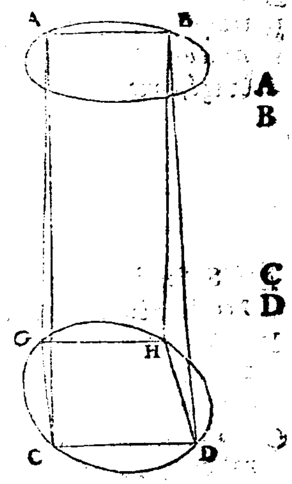
Et est parallela] parallela enim est AE ipsi DF, vt in 48 huius demonstratum fuit. C

Punctum igitur G sphæræ est centrum, cum circuli ęquales ponantur] ex 6 primi libri sphæricorum. D

Lineęque AD BC ipsius sphærę diametri, & inter se æquales] cum enim AD BC sint sphæræ diametri, necessariò æquales sunt, ex quo sequitur AD BC & inter sese, & sphæræ diametro æquales esse, quod ostendere oportebat. E

THEOREMA XII. PROP. LI.

Si vero ad easdem partes iungantur AC BD, æquales erunt inter sese, & cum AB, CD rectos angulos continebunt.



Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æquali, & parallela, erit HG perpendicularis ad vtramque ipsarum GC GA, & ad earum planum. quare & CD. rectum igitur est angulus ACD. similiter & reliqui recti erunt.

COMMENTARIVS.

Si vero ad easdem partes iungantur AC BD] hoc est, si non intersecent sese, vt proxime dictum est, sed A cum C, & B cum D iungatur. A

Aequales erunt intersese] Hoc non demonstrauit Pappus, quòd perspicue appareat. B nam cum rectas lineas AB, CD æquales, & parallelas ad easdem partes coniungant, & æquales, & parallelæ sint, necesse est.

Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æquali & parallela] in eodem C circulo, in quo est CD, aptetur ex altera parte recta linea GH ipsi CD æqualis, & parallela, vt sit portio GH similis portioni CD; & portioni AB, quæ est in opposito circulo ad easdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48 huius ostendimus.

Erit HG perpendicularis ad vtramque ipsarum GC, GA, & ad earum pla- D num. quare & CD] iunctis enim AG, BH, CG, DH; erunt AG, BH, ad circulorum plana perpendiculares, vt in 49 huius demonstratum est. quare anguli AGH, BHG sunt recti. sed & recti sunt CGH, DHG, quod in semicirculo sint, vt nos proxime demonstrabimus. Cum igitur recta linea GH duabus rectis lineis AG GC in communi sectione ad angulos rectos insistat, ducto etiam per ipsas plano ad rectos angulos erit, ex 4 vndecimi elementorum. quare ex 8 eiusdem & CD quæ ipsi est parallela. Eodem modo ostendemus CD ad angulos rectos esse plano per BH HD ducto, anguli igitur ACD,

ACD, BDC, CAB, DBA *omnes recti erant. Græcus codex* ἔςαι ἡ θ η ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῆς θ γ α γ. *Sed legendum* πρὸς ἑκατέραν τῆς η γ η α.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

A B Si sint in sphæra rectæ lineæ parallelæ, quę ipsarum terminos ex eadem parte coniungunt, æquales erunt inter sese. Si vero etiam æquales sint parallelæ, & illæ parallelæ erunt; & cum subiectis parallelis rectos angulos continebunt.

C Illud autem manifeste patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
D circulus in quo sunt dictæ parallelæ. & quæ eas coniungunt, cum sint inæquales,
E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales sint parallelæ, quæ ipsas coniungunt, non amplius trapezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius, quod græce
A ἑτερόμηκες dicitur, continent.

COMMENTARIVS.

A Si sint in sphæra rectę lineæ parallelæ] *Græcus codex* ἐαν ὦσιν αἱ σφάιραι παράλληλοι. *lege* ἐαν ὦσιν ἐν σφάιρα παράλληλοι.

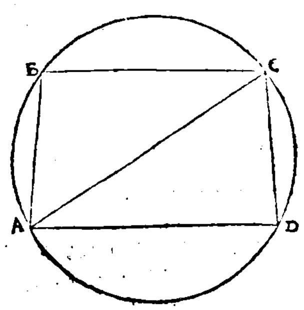
B Quæ ipsarum terminos ex eadem parte coniungunt] *Græcus codex* αἱ τὰ ὁμοταγῆ πέρατα τὰ αὐτῶν ἐπεζευγνύουσαι τὰ πέρατα ὁμοταγῆ *si verbum verbo reddere velimus, dicemus terminos eiusdem ordinis, sed nos ita vertere maluimus.*

C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo sunt dictæ parallelę] *Ex prima primi libri sphæricorum Theodosii, nam lineæ parallelæ in vno & eodem sunt plano, ex earum diffinitione. quod tamen Vitellio in principio suæ perspectiuæ demonstrare aggressus est.*

D Et quę eas coniungunt cum sint inæquales trapezium faciunt] *Ad horum explicationem sequens lemma præmittemus.*

Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales intra sese concludunt.

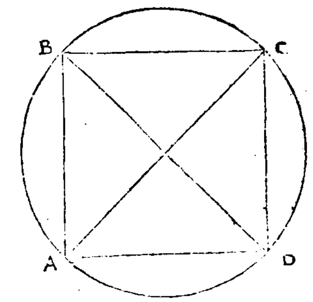
Sit circulus ABCD & in eo rectæ lineæ parallelæ AD BC. Dico circumferentiam AB circumferentiæ CD æqualem esse. Iungatur enim
29 primi *AC. erit angulus ACB æqualis angulo CAD. Sed angulus quidem ACB circumferentiæ AB insistit: angulus vero CAD circumferentiæ CD. circumferentia igitur AB circumferentiæ CD est*
26 tertii. *æqualis. in æqualibus enim circulis æquales anguli æqualibus circumferentiis insistunt.*

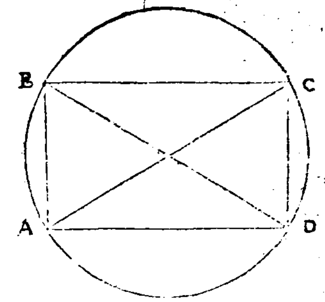


Itaque hoc demonstrato, iungantur AB, CD.
29 tertii. *erunt igitur hæ inter se æquales, quoniam & circumferentiæ. & si quidem parallelæ inæquales ponantur, trapezium continebunt, vt in superiori figura; si vero æquales, non trapezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius, quod parallelas ad rectos angulos coniungant.*

sint

Sint enim æquales AD BC, & iungantur AC, BD, quæ circuli diametri erunt, cum eius circumferentiam in partes æquales secent. nam circumferentia BC est æqualis circumferentiæ AD, & circumferentia AB circumferentiæ CD, ut demõstratum fuit. anguli igitur ABC CDA in semicirculo recti sunt, & similiter 28 tertii.





recti BCD DAB. græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους ἀνισούσας τραπέζιον ποιήσουσιν. *forte per* ἀνισούσας *legendum est* ἀνίσας.

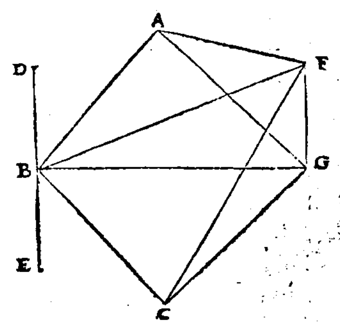
Si uero etiam ęquales sint parallelæ, quę ipsas coniungunt, non amplius trapeziũ, E
sed uel quadratum, vel altera parte longius continent] *Hunc locum nos restituimus, nam in grçco codice legitur* ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐκ ἔτι τραπέζιον, ἀλλὰ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. *lege* ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. *nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum constituatur.*

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO LIII.

Sint in subiecto plano rectę lineæ AB BC, quæ cum DBE in eodem plano existente æquales angulos contineant: & eri- A
gatur BF, ita vt cum vtraque AB BC æquales faciat angulos. Dico FB ad DE perpendicularem esse.

Ducatur ad subiectum planum perpendicularis FG; & ad ipsas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturque FA FC GB. erunt FA FC ad AB BC perpendiculares. & cũ anguli ABF CBF sint æquales, & AB BC inter se æquales erunt. itemque æquales AF FC, & AG GC. & angulus ABG æqualis angulo CBG. Sed & DBA angulus angulo EBC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti. ac propterea GB ad DE est perpendicularis. est autem & FG perpendicularis ad planum. recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit.

B
C



COMMENTARIVS.

Et erigatur BF, ita ut cum utraque AB BC æquales faciat angulos] *Erigatur adeo* A
vt sit ad planum inclinata.

Ducatur ad subiectum planum perpendicularis FG] *Græcus codex corruptus est,* B
& mancus, qui fortasse ita restituetur. ἤχθω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ ζ η.

Et ad ipsas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturq; FA FC GB. C

H erunt

erunt FA FC ad AB perpendiculares] *Quoniam enim FG perpendicularis est ad subie-*
18 vndecimi. *ctum planum, etiam planum, quod per GF FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo FA ad AB est perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis ostendetur FC ad* CB. *Græcus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus est, qui forte ita restituetur.* καὶ ἐπὶ τὰς α β β γ ἡ η α η γ. αἱ ἄρα ἐπιζευχθεῖσαι ζ α ζ γ ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς α β β γ.

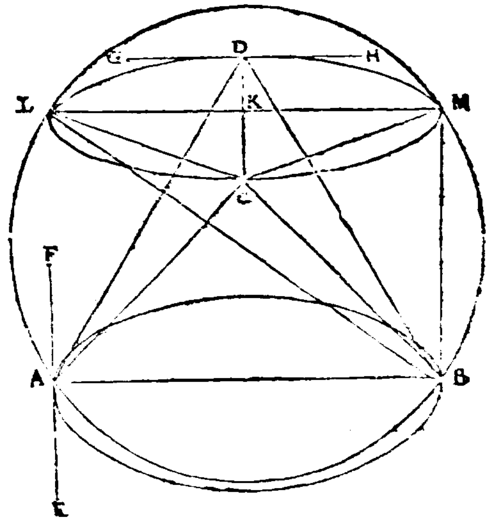
D Et cum anguli ABF CBF sint æquales, & AB BC inter se æquales erunt: itemque æquales AF FC, & AG GC.] *Ponuntur enim æquales anguli ABF CBF, & angulus FAB rectus est æqualis recto FCB. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ABF simile triangulo CBF. Vt igitur FB ad BA, ita FB ad BC. quare AB ipsi BC est æqualis. & eodem modo ostendetur æqualis AF ipsi FC. Rursus trianguli ABG duo latera GB BA sunt æqualia duobus lateribus GB BC trianguli CBG, & angulus GAB rectus æqualis recto GCB. ergo ex septima sexti libri elementorum triangulum* ABG *triangulo* CBG *simile erit, & AG ipsi* GC *æqualis. Græcus codex ita, vt opinor, corrigetur.* καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς α β ζ γ β ζ γωνίας ἴσαι ἔσονται, καὶ αἱ α β β γ, καὶ ζ α ζ γ, καὶ η α η γ.

E Et angulus ABG æqualis angulo CBG] *Quod triangula ABG CBG sunt similia, ut ostensum est.*

F Est autem & FG perpendicularis ad planum: recta igitur linea FB ad DE per-
18 vndecimi. pendicularis erit] *Cum FG sit perpendicularis ad subiectum planum, & planum, quod per FG GB transit, ad illud rectum erit, ex quo sequitur, ut* FB *ad BE, hoc est ad DE sit perpendicularis.*

PROBLEMA XL. PROPOSITIO LIIII.

In data sphæra pyramidem describere.



Sit iam descripta, & sint angulorũ puncta, quæ ab ipsa efficiuntur in superficie sphæræ ABCD. ducatur autem per A recta linea EF ipsi CD pa-
A rallela, quæ cũ AC, AD æquales angulos continebit: videlicet unũquẽque duarũ tertiarũ recti, in eodẽ, in
B quo ipsæ existens plano. & erecta est AB faciens cũ AC AD æquales an-
C gulos. ergo per ea, quæ ante demonstrata sunt, EF perpendicularis erit ad AB, & sphærã continget. Si. n. per
1. sphæri. DA, AC planum producatur, faciet circulũ, in quo triangulũ æquilate-
D rũ ADC describitur, atque est ipsi CD parallela EF. recta igitur linea EF circulum continget. quare & ip-
E sam sphæram. Itaque per rectas lineas EF AB productum planũ sectionem faciet in sphæra circulũ, cuius diameter AB, propterea quòd ad cõtingẽtẽ EF similiter est perpendicularis. & si
F per D ipsi AB parallela ducatur GH, sphærã cõtinget, & ad ipsã perpẽdicularis erit
G H CD. Si uero per GH, CD planũ producatur circulũ faciet, cuius diameter CD, æqualẽ, & parallelũ circulo diametrũ habẽti AB, parallelæ. n. sũt EF CD, & AB GH. duca-
K tur per K cẽtrum ipsi CD ad rectos angulos LM. parallela igitur est LM ipsi AB.

& si

& si iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque ipsarum AB LM, & ad L
plana circulorum perpendicularis: BL vero sphæræ erit diameter, quod antea demonstratum est. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadrato ex MC est du- M
plum, erit & quadratum ex BC duplũ quadrati ex CM. & rectus est angulus BMC. N O
ergo BM est æqualis MC; & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplũ. P
quadratum igitur ex BL sesquialterum est quadrati ex LM. est autem data BL Q
sphæræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. quare & AB; circulique 2 datorũ
positione dati; & data ABCD puncta.

Compositio autem manifesta erit. Oportebit namque in sphæra describere R
duos circulos æquales, & parallelos, ita vt diameter sphæræ potestate sesquialtera sit vniuscuiusque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, S
LM, quemadmodum docuimus. atque per centrum ipsi LM ad rectos angulos ducatur CD, vt ABCD sint puncta angulorum ipsius pyramidis. At demonstratio resolutioni contrario modo respondebit: eritque simul demonstratum sphæræ diametrum lateris pyramidis potestate sesquialteram esse.

COMMENTARIVS.

Quæ cum AC AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemq; duarum A
29 primi tertiarum recti] *Nam cum recta linea EAF parallela sit ipsi CD, erit angulus DAF æquales angulo ADC: & angulus CAE ipsi ACD. Sed anguli ADC ACD in triangulo æquilatero inter se æquales sunt, continentque duas tertias recti, ergo & unusquisque angulorum DAF CAE duas recti tertias continebit.*

Et erecta est AB æquales angulos faciens cum AC AD] *Sunt enim anguli quoque* B
BAC BAD duarum tertiarum recti.

Ergo per ea, quæ ante demonstrata sunt EF perpendicularis erit ad AB] *vi-* C
delicet in antecedente.

Atque est ipsi CD parallele EF, recta igitur linea EF circulum continget, qua- D
re & ipsam spheram] *Quoniam enim EF parallela est ipsi CD, si a puncto A ipsi EF ad rectos angulos ducatur AK, secabit ea CD bifariam, atque ad angulos rectos, & per centrum transibit quare EF circulum & propterea ipsam spheram contingat necesse est, ex 16 tertii libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonii.*

Itaque per rectas lineas EF AB productum planum sectionem faciet in sphæra E
circulum, cuius diameter AB, propterea quòd ad contingentem EF similiter est perpendicularis] *Recta enim linea circulum contingens ad diametrum est perpendicularis. ex eadem 16. tertii libri elementorum.*

Et si per D ipsi AB parallela ducatur GH spheram continget] *Continget enim cir-* F
culum factum a plano per GH DA ducto, in quo est triangulum DAB.

Et ad ipsam perpendicularis erit CD] *Ex antecedenti scilicet.* G

Si vero per GH, CD planum producatur circulum facies, cuius diameter CD, æ- H
qualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB; parallelæ enim sunt EF CD, & AB GH] *Sequitur illud ex 15. undecimi elem etenim duæ rectæ lineæ sese tangẽtes EF AB duabus rectis lineis sese tangentibus CD GH parallelæ sunt, & non in eodem plano. ergo plana, quæ ipsas ducũtur parallela erũt, circuli aũt sũt æquales cũ æquales habeãt diametros AB CD.*

Parallela igitur est LM ipsi AB] *Ex 9. vndecimi libri elementorum. vtraque enim LM* K
AB eidem GH est parallela.

Et si iungantur BL BM, erit BM quidem ad utramque ipsarum AB LM, & ad pla- L
na circulorũ perpendicularis; BL vero sphæræ erit diameter, quod antea demõstratũ est] *videlicet in 49 & 50 huius. Græcus codex* κἂν ἐπιζευχθῶσιν α β γ β η *lege* β λ β μ.

Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC est duplum] *Iun-* M
47 primi *gantur MC, CL, quæ inter se æquales sunt, & ideo quadratum ex MC quadrato ex CL est æquale. quadratum autem ex LM æquale est duobus quadratis ex MC CL, cum angulus*

MCL in ſemicirculo ſit rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MC duplum erit. Græcus codex ἐπεὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς λμ διπλάσιον τὸν ἀπὸ τῆς αμγ. ἐπεζευχθέισης. *forte legendum* ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς λμ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μγ.

N Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] *Eſt enim BC ipſi AB, videlicet ipſi LM æqualis. Græcus codex* ἔσαι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς γβ. *lege* ἀπὸ τῆς γμ.

O Et rectus eſt angulus BMC] *Nam cum BM ſit perpendicularis ad planum circuli DMCL, & ad omnes rectas lineas, quę ipſam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.*

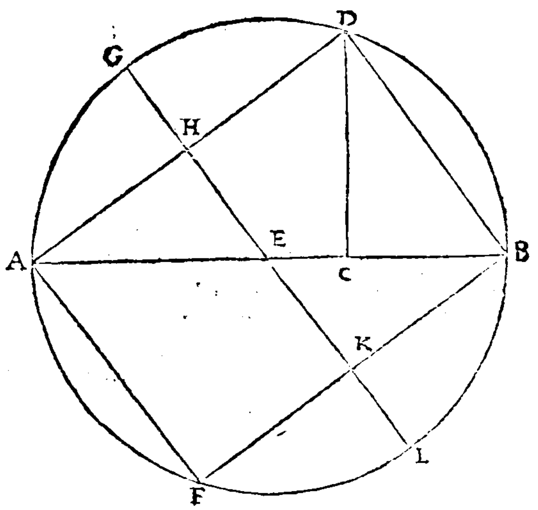
P Ergo BM eſt æqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] *Eſt enim quadratum ex BC ęquale duobus quadratis ex BM MC, & eſt duplum quadrati ex MC, ut oſtendimus. quadratum igitur ex BM quadrato ex MC eſt ęquale. ideoque quadratum ex BC, hoc eſt quadratum ex LM. quadrati ex MB duplum erit. Græcus codex* ὥςαι διπλάσιον ἡ ἀπὸ λμ. *lege* ὥςαι διπλάσιον τὸ ἀπὸ λμ.

Q Quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM] *Rurſus enim quoniam rectus eſt angulus BML, erit quadratum ex BL ęquale duobus quadratis ex BM ML, quorum quadratum ex LM duplum eſt quadrati ex MB. ergo quadratum ex BL quadrati ex LM ſeſquialterum erit. Græcus autem codex ita reſtituendus eſt.* ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ βλ τοῦ ἀπὸ λμ. καὶ ἐςι διοθεῖσα ἡ βλ διάμετρος τῆς σφαίρας. διοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ λμ τοῦ κύκλου διάμετρος.

R Oportebit namque in ſphęra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, ita ut diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri] *Quo modo hoc efficiatur ipſe non docet, ſed nos breuiter explicabimus.*

Sit enim ſphęra, cuius centrum E, ſeceturque plano per E ducto; ut ſit ſectio maximus circulus ABD: & iungatur AEB, quæ circuli diameter erit. Itaque ſecetur AB in C, ita ut AC ſit dupla ipſius CB, & per C ipſi AB ad rectos angulos ducatur CD, iunganturque AD DB. erunt triangula ABD ADC inter ſe ſimilia, & ut BA ad AD, ita DA ad AC. quare vt prima ad tertiam, ita quadratum, quod ſit a prima ad quadratum, quod a ſecunda; hoc eſt vt BA ad AC, ita ex AB quadratum ad quadratum ex AD. eſt autem BA ſeſquialtera AC, cum ipſius CB ſit tripla. ergo & quadratum ex BA quadrati ex AD ſeſquialterum erit. Compleatur parallelogrammum ADBF: & per E ipſis AF BD parallela ducatur altera diameter GHEKL, vt ſecet AD in H, & FB in K. Si igitur ſphęra ſecetur per H K duobus planis ad diametrum GL rectis, erunt ſectiones circuli ęquales & paralleli: & unius quidem diameter erit AD, centrum H, & polus G: alterius uero diameter FB, centrum K, & polus L. cum enim GL per centrum ducta ſecet AD FB ad angulos rectos, & bifariam ſecabit. ergo in ſphęra deſcripti ſunt duo circuli ęquales & paralleli, ita ut diameter ſphęrę poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri, quod facere oportebat.

Cor. 8. Sexti. 4. Sexti. Co. 20. ſexti.



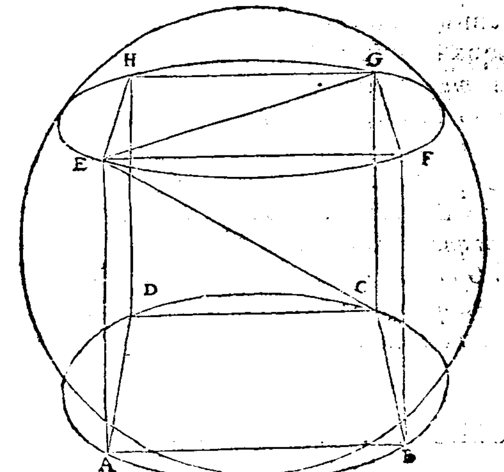
S Et duas diametros ducere æſquidiſtantes AB LM, quemadmodum docuimus] *Deſcribantur igitur in ſphęra duo circuli, ut dictum eſt, & per polos eorum ducto plano, fiet ſectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes ſectiones ſint AB, LM. erunt hę circulorum diametri inter ſe ęquales, & parallelę, ut in ſphęricis demonſtratum*

ſtratum eſt. Deinde per centrum circuli, cuius diameter LM, atque ipſi ad angulos rectos ducatur CD. Dico ABCD eſſe puncta angulorum ipſius pyramidis in ſphęra deſcriptę. Iungatur enim BL, quę diameter erit ipſius ſphęrę, vt ſuperius demonſtratum eſt in 50. huius. Et quoniam quadratum diametri ſphęrę ſeſquialterum eſt vniuſcuiuſque quadratorum ex AB LM, erit quadratum ex BL ſeſquialterum quadrati ex LM; & eſt angulus BML rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MB eſt duplum. Sed & duplum eſt quadrati ex MC; eſtque angulus BMC rectus. quadratum igitur ex BC duplum eſt quadrati ex BM. & propterea quadratum ex BC æquale quadrato ex LM: & recta linea BC ipſi LM, hoc eſt ipſi AB æqualis. Eodem modo oſtendetur CA æqualis AB. ergo triangulū ABC æquilaterum eſt. rurſus quoniam quadratum ex LM duplum eſt quadrati ex MB, & duplum quadrati ex MD iuncta, angulusque BMD rectus, ſequitur, vt etiam quadratum ex BD ſit duplum quadrati ex BM. & ob id recta linea BD æqualis LM, videlicet ipſi AB. non aliter oſtendetur AD æqualis AB. eſt autem CD ipſi AB æqualis, cum ſint æqualium circulorum diametri. triangula igitur ABC, ADB, BDC CDA æquilatera ſunt, & inter ſe ęqualia, ex quibus pyramis ipſa conſtat. ergo pyramis in ſphęra deſcripta eſt, cuius quidem anguli ſunt ABCD, vt proponebatur.

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data ſphæra cubum deſcribere. A

Sit iam deſcriptus: & ſint in ſuperficie ſphęrę pūcta angulorum ipſius ABCD EFGH: & per ea producantur plana, quæ facient ſectiones circulos æquales, & parallelos, etenim quadrata cubi, quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt. Iungatur CE ſphæræ diameter, & EG. Quoniam igitur quadratum ex GE duplum eſt quadrati ex GH, hoc eſt quadrati ex GC, & eſt angulus CGE rectus, erit quadratum ex CE quadrati ex EG ſequi alterum: datum autem eſt quadratum ex CE. ergo & quadratum ex EG datum erit. atque eſt AG diameter circuli EFGH. quare & circulus ipſe, circulusque ABCD, & quadrata, quæ in ipſis, & puncta angulorum cubi dabuntur. B C



Compoſitio quoque manifeſta erit. oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint, & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. deinde in vno ipſorum deſcribere quadratum ABCD: & rectæ lineę BC in altero parallelam, & æqualem, ducere FG, quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ ęqualem ducere oſtendimus. & ab ipſa quadratū EFGH complere, atque ita cubum habere deſcriptum. demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe, & reliqua, quæ ſequuntur; ſimulque demonſtratum erit ſphærę diametrum poteſtate triplam eſſe lateris ipſius cubi, & circulos eoſdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. ſiquidem in ipſa pyramide diameter ſphæræ cuiuſcumque circulorum diametri poteſtate erat ſeſquialtera. D E F G H

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra cubum deſcribere] *Græcus codex* εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν κύκλον ἐγγράψαι. *lege* κύβον ἐγγράψαι.

B Etenim quadrata cubi, quę in ipſis æqualia, & parallela ſunt] *Græcus codex*. καὶ γὰρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τόυ του κύβου. *legendum puto* τοῦ κύβου.

C Iungatur CE ſphęræ diameter] *Græcus codex*. καὶ ἔσαι ἐπεζευγμένη ἡ γ ε, *ſed legendum, vt arbitror,* καὶ ἔσω ἐπεζευγνυμένη ἡ γ ε.

D Oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint: & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera.] *hoc eſt oporten in ſphæra deſcribere duos circulos æquales & parallelos, ita vt diameter ſphære vniuſcuiuſque eorum diametri poteſtate ſit ſeſquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime oſtendimus.*

E Et rectæ lineæ BC in altero circulo parallelam & æqualem ducere FG] *Primum enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipſi BC deinde ex 43. in eodem circulo aptabimus FG diametro quidem parallelam, ipſi vero BC æqualem.*

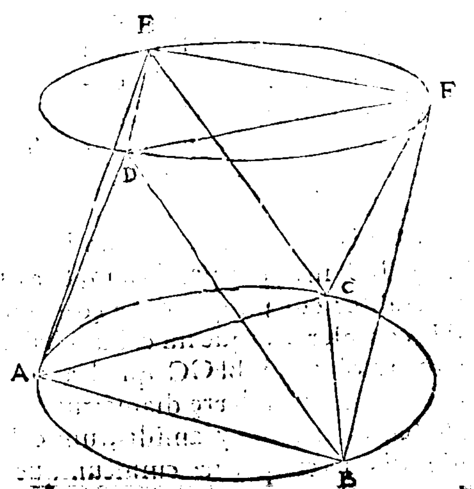
F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus] *In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non eſſe maiorem.*

G Atque in cubum habere deſcriptum] *Græcus codex*. καὶ ἔχειν τὸν κύκλον ἐγγεγραμ-

H μένον. *lege* τὸν κύβον.

Demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe & reliqua, quæ ſequuntur] *Iungantur CE EG. erit CE ipſius ſphæræ diameter ex 50. huius: & EG diameter circuli ex iis, quæ demonſtrauimus in 52 huius. angulus autem CGE eſt rectus, nam CG BF perpendiculares ſunt ad plana circulorum, ex 49. huius, quare & ad omnes rectas*
3. diffin. und. *lineas, quæ in eis ipſas contingunt. Cum igitur quadratum ex CE ſeſquialterum ſit quadrati ex EG, & quadratum ex EG duplum quadrati ex FG: ſitque angulus CGE rectus: erit quadratum ex CE, quadrati ex FG triplum. Rurſus quadratũ ex CE cum ſeſquialterum ſit quadrati ex EG; erit quadrati ex GC triplum. quadratũ igitur ex FG quadrato ex GC eſt æquale: & recta linea FG æqualis ipſi GC. Sunt autem FB GC inter ſe æquales, & anguli CGF BFG recti. ergo BFGC quadratũ erit & eadem rõne AEFB, AEHD, DHGC quadrata demonſtrabuntur. Cubus igitur conſtitutus eſt in data ſphæra, quod facere oportebat.*

PROBLEMA XLII. PROP. LVI.



In data ſphęra octaedrũ deſcribere.

Deſcriptum iam ſit. ſintque puncta angulorum ipſius in ſuperficie ſphæræ ABC DEF: & plana, quę per ea ducuntur, circulus faciant ABC DEF.

A Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectę lineę incidunt DA DB DE DF, erunt puncta AE FB in eodem plano: etenim quę à centro ſphęrę ad ipſa ducũtur, ęquales ſunt: & ſunt æquales inter ſe

AB AE BF FE, & in circulo. quadratum igitur AEFB, & EF ipſi AB parallela. Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC. Circuli igitur paralleli C ſunt, & æquales inter ſe, quoniam & quæ in ipſis triangula æquilatera ſunt æqualia. D Et cum in ſphęra ęquales, & paralleli circuli ſint, atque in ipſis rectæ lineæ æquales, & parallelæ AB EF, quæ non ſunt ad eaſdem partes centrorum, erit E iuncta AF diameter ſphæræ, & AE FB cum AB FE rectos angulos contine F bunt; vt ante demonſtratum fuit. ſunt autem æquales AE EF. ergo quadratum ex AF quadrati ex FE eſt duplum. Sed cum quadratum diametri circu- G li DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF, erit quadratum ex AF quadrati diametri circuli DEF ſeſquialterum. data igitur eſt diameter, & circulus, qua H re & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt. K

Compoſitio autem manifeſta erit. oportet enim ſimiliter in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuſcuiuſque diametri ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. & in altero quidem ipſorum deſcribere triangulum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB L æqualem, & parallelam. & ab ipſa triangulum DEF deſcribere. atque ita o- M ctaedrum habere conſtitutum. ſimul vero demonſtrata eſt ſphærę diameter poteſtate dupla lateris octaedri. conſtatque ad pyramidis, cubi, & octaedri deſcriptionem eoſdem aſſumi circulos, quorum polyedra in eandem ſphæram accommodantur: & eundem circulum cubi quadratum, & octaedi triangulum comprehendere.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineę cadunt DA DB DE DF, erunt puncta AE FB in eodem plano] *erunt enim in plano circuli, cuius polus eſt D, ex poli diffinitione apud Theodoſium in primo libro ſphæricorum.*

B Etenim quæ à centro ſphæræ ad ipſa ducuntur æquales ſunt] *Ex lineis, quæ à centro ad ea puncta ſuperficiei ſphæræ ducuntur, oſtendere poſſumus, communem ſectionem ſphæræ, & plani illius, quod per dicta puncta tranſit, circulum eſſe, quemadmodum in prima propoſitione primi libri ſphæricorum Theodoſii.*

C Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC] *rurſus enim quoniam à puncto A æquales rectæ lineæ AB AC AD AC in ſphæræ ſuperficiem cadunt, erunt puncta BCDE in circumferentia eiuſdem circuli, cuius polus eſt A: & ſunt inter ſe æquales BC CE ED DB. ergo BCED quadratum erit, & DE ipſi BC parallela. Eadem quoque ratione ſumpto B polo, DF ipſi AC parallela demonſtrabitur.*

D Circuli igitur paralleli ſunt] *ex 15 vndecimi libri elementorum, quippe cum non ſolum duæ rectæ lineæ ſeſe tangentes duabus rectis lineis ſeſe tangentibus parallelæ ſint, ſed etiam tres, quæ non ſunt in eodem plano.*

E Erit iuncta AF diameter ſphæræ] *ex 50 huius.*

F Et AE FB cum AB FE rectos angulos continebunt] *ex 51 huius, quamquam hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiuſdem circuli eſſe, & quadratum continere ſupra demonſtratum eſt.*

G Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF] *eſt enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, vt demonſtratum eſt in duodecima tertiidecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli eſt eiuſdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF eſt, vt quattuor ad tria, hoc eſt ipſius ſeſquitertium.*

H Data igitur eſt diameter, & circulus] *cum enim data ſit proportio diametri ſphæræ ad diametrum circuli; ſitque data ſphæræ diameter, & diameter circuli dabitur, & propterea ipſe circulus.*

K Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipsis fiunt] *Græcus codex ὥσαι καὶ ὁ αβγ. καὶ ἀπ' αὐτῶν σημεῖα fortasse autem legendum erit ὥσαι καὶ τὸ αβγ, vt per αβγ triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum æquilaterum in ipso descriptum, & puncta, quæ ab eius angulis efficiuntur.*

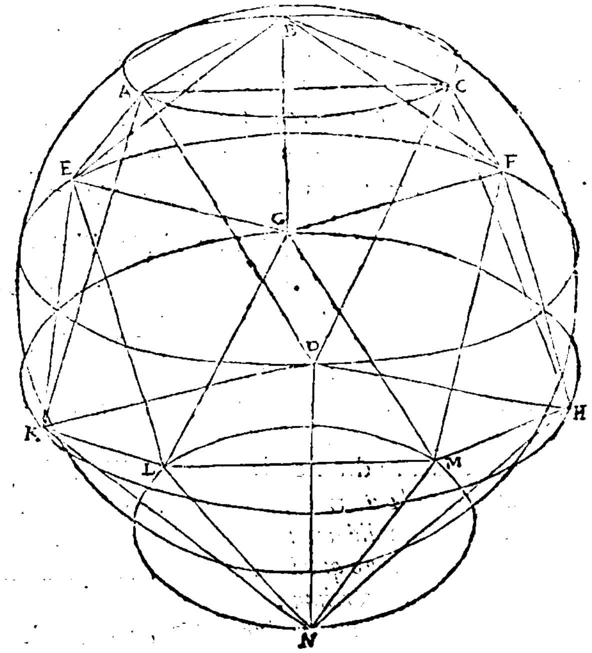
L In altero autem ducere rectam lineam EF ipsi AB ęqualem & parallelam] *ex 43 & 45 huius, ita tamen vt EF ad alteras centri partes aptetur.*

M Atque ita octaedrum habere constitutum] *iunctis videlicet DA AE, EC, CF, FB, BD descriptum erit octaedrum. triangula enim æquilatera ABC DEF æqualia sunt, cum in circulis æqualibus describantur. Et quoniam in circulis æqualibus, & parallelis ABC, DEF sunt rectæ lineæ AB EF ęquales, & parallelę, non tamen ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ AF BE ipsius sphæræ diametri ex 50 huius, & ex 51 AE BF inter se ęquales, & cum AB EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale est duobus quadratis ex AB BF, est autem duplum quadrati ex AB, vt superius ostensum fuit. ergo & ipsius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AB BF inter se æqualia, & æquales rectæ lineæ AB EF. Sed AE est æqualis BF. quare omnes AB, BF, FE, EA inter se æquales erunt. Rursus quoniam BC DE æquales sunt, & parallelæ, & non ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ BE CD diametri sphæræ. & eodem modo BC, CE, ED, DB inter se æquales ostendentur. postremo cum AC DF æquales, & parallelæ sint, similiter demonstrabimus CA, AD DF FC æquales esse. ergo sequitur triangula ABD, DAE, ACE ECF, CBF, FBD æquilatera esse, & ipsis ABC DEF æqualia. ex quibus octaedrum constat. octaedrum igitur in data sphæra constitutum est, quod fecisse oportebat.*

PROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data sphæra icosaedrum describere.

Sit iam descriptũ: & in superficie sphæræ sint puncta angulorum ipsius ABC, DEF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad superficiem cadunt rectæ lineę AB, BC, BF, BG BE inter se æquales, puncta ACFGE in vno erunt plano:
A etenim quę a centro sphære ad ipsa ducuntur, æquales sunt. & æquales inter se AC CF FG GE EA, & sunt in circulo. æquiangulum igitur est
B AEGFC pentagonũ. similiter & pentagona KEBCD, DHFBA AKLGB, AKNHC, CHMGB, æquilatera



ra sunt, & æquiangula, & in vno plano sita. atque erit AC quidem ipsi EF iunctæ parallela, EF vero parallela KH, & KH ipsi LM, quoniam LGFHM penta C D gonum est. Eodem modo ostendentur rectæ lineæ coniungentes puncta BC, ED, GH, LN parallelæ esse, & itidem parallelæ, quæ puncta BA FD GK MN coniũgũt. Similiter & circulus circa ABC puncta ęqualis, & parallelus ostendetur circulo E qui est circa LMN; æqualia enim & similia in ipsis triangula sunt ABC LMN. circuli vero, qui circa puncta DEF, KGH æquales sunt, & paralleli, siquidem triangula, quæ in ipsis æqualia, & æquilatera sunt, vnumquodque enim latus pentagoni angulum subtendit. Quoniam igitur circuli in sphæra circa DEF KGH æquales sunt, & in ipsis æquilaterorum triangulorum latera parallela EF, KH, quę non sunt ad eandem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter sphæ F ræ; & angulus FEK rectus; quod ante demonstratum est. Et quoniam pentagonum est GEACF, si recta linea EF extrema, ac media ratione secetur: erit maior G H eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus: & vtrasque potest FK, propterea quòd EK ipsi AC est æqualis. habebit igitur FK diameter sphæræ ad EF proportionẽ eandẽ, quã pẽtagoni la K L tus ad latus hexagoni: ad AC vero, eãdẽ quã pẽtagoni latus ad latus decagoni. atq; M est data sphærę diameter. ergo & vtraque EF AC data erit, & ob id quæ ex centro N circulorum, quæ sunt potestate tertia pars rectarũ linearum EF AC. & circuli ipsi, & qui item eis sunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipsius polyedri.

Compositio autem manifesta erit: oportebit enim exponere duas rectas lineas, ad quas diameter sphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in sphæra duos circulos describere, quorum quæ ex centro sint potestate tertia pars dictarum linearum, vtraque vtriusque, vt circuli DEF ABC: & ad alteras partes centri sphęræ describere circulos æquales ipsis, & parallelos KGH LMN: & in vnoquoque triangulo O aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppositas centri partes: & omnia triangula similiter iuxta polygoni angulos describere; & demonstratio ex ipsa P resolutione in promptu erit. Simul vero deprehensum est sphæræ diametrum Q potestate triplam esse lateris pentagoni in circulo DEF descripti. etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. At FE ad latus hexagoni in eodem circulo descripti habet eam proportionem, quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque est latus trianguli potestate triplum lateris hexagoni. Tripla est igitur potestate KF sphærę diameter ad latus pentagoni in circulo DEF descripti.

COMMENTARIVS.

A Etenim quæ a centro sphæræ ad ipsa ducuntur, ęquales sunt] *Grȩcus codex καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Sed legendum vt opinor καὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, quemadmodum in antecedente.*

B Similiter & pentagona KEBCD DHFBA, &c.] *Corrigendus Grȩcus codex, vt ex nostra versione apparet.*

C Atque erit AC quidẽ ipsi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demõstrauimus in libro de centro grauitatis solidorum propositione prima. in Grȩco codice desideratur παράλληλος, vt ita legendum sit. καὶ ἔσαι ἡ μὲν αγ τῇ εζ ἐπιζευχθείσει παράλληλος.*

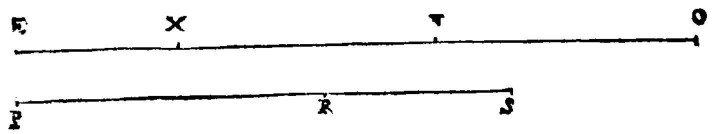
D EF vero parallela KH] *Vtraque enim ipsi AC est parallela.*

E Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus ostendetur circulo, qui circa LMN, qualia enim & similia in ipsis triangula sunt ABC LMN] *Sunt enim AC LM inter se parallelæ, quòd sint parallelę eidem KH. & eadem ratione parallelæ CB LN. ergo quę per ipsas transeunt plana, parallela sunt, proptereaque 9 vndec. circulus ABC circulo LMN est parallelus. æqualis autem est, cum triangulum ABC æqua 15* *le & simile sit triangulo LMN: Eodem modo equales, & paralleli ostendentur circuli circa DEF KGH.*

F Erit recta linea coniungens FK sphęrę diameter] *ex 50. huius.*

G Et angulus FEK rectus] *ex 51 huius.*

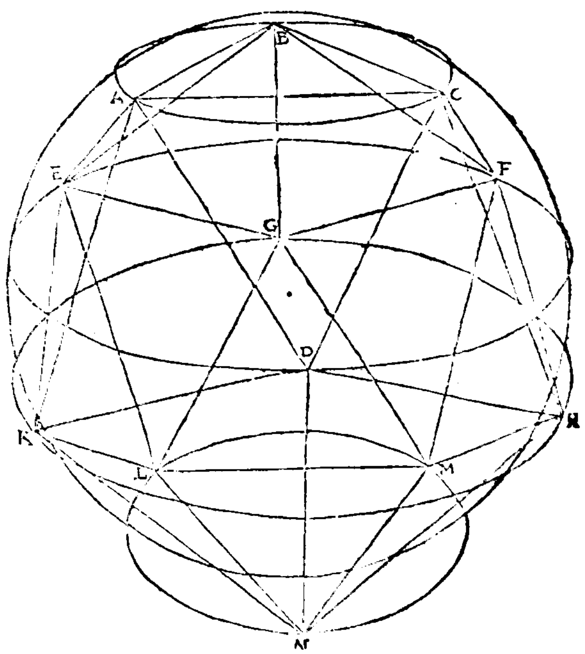
H Et quoniam pentagonum est GEACF, si recta linea EF extrema, ac media ratione secetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] *Sit recta linea EF extrema, ac media ratione secta in puncto X, ita ut FX sit maior portio. erit FX æqualis lateri pentagoni, hoc est æqualis ipsi AC ex octaua tertii decimi libri elementorum. producatur EF usque ad O, ut FO sit æqualis FX.*



tota EO secta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit EF, ex quinta eiusdem. Sit deinde PR latus hexagoni, & RS latus decagoni in eodem circulo descripti. rursus ex nona eiusdem erit PS extrema, ac media ratione secta in puncto R, & PR erit maior portio ipsius. Quoniam igitur duę rectæ lineæ EO PS extrema, ac media ratione secantur, erit EF ad FO, ut PR ad RS. Sed PR ad RS eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo & EF ad FO, hoc est ad AC eandem proportionem habebit. Græcus codex ἡ ἄρα ε α πρὸς τὴν α β λόγον ἔχει lege ἡ ἄρα ε ζ πρὸς τὴν α γ.

Ex ulti. 14. ele. uel ex 44 quinti libri Pappi.

K Et utrasque potest FK, propterea quod EK ipsi AC est æqualis] *Quoniam. n. angulus FEK rectus est, quadratum ex FK est æquale duobus quadratis ex FE EK, hoc est FE AC. est .n. EK ipsi AC ęqualis. Græcus codex διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν τῇ α β. lege τὴν ε κ τῇ α γ.*



L Habebit igitur FK diameter sphęrę ad EF proportionē eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] *latus namque pētagoni potest & hexagoni, & decagoni latus in eodē circulo descriptorū ex 10. tertii decimi ele.*

M Ad AC uero eandem, quam pētagoni latus ad latus decagoni] *Nam cum sphęrę diameter FK ad EF proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, EF uero ad AC eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex ęquali sphæræ diameter ad AC eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.*

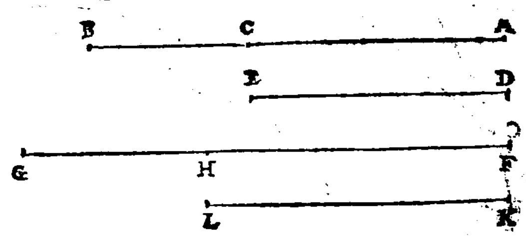
Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ sunt potestate tertia pars rectarum linearum EF AC] *Est enim latus trianguli ęquilateri potestate triplum eius, quę ex centro circuli, ex 12. eiusdem. Gręcus codex. οὖσαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῆς κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. lege τρίτον μέρος οὖσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ.* N

Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppositas centri partes, & omnia triangula similiter iuxta polygoni angulos describere] *Verbi gratia in circulis DEF, ABC ita triangula aptabimus, vt trianguli DEF latus EF parallelum sit lateri AC trianguli ABC, & ad oppositas centri partes statuatur. deinde iungemus AB BF, AD DC, & eodem modo in reliquis faciemus.* O

Et demonstratio ex ipsa resolutione in promptu erit] *Habet enim DE latus trianguli in circulo DEF descripti ad AB latus trianguli descripti in circulo ABC eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo descriptorum, eandem habet recta linea, quę pentagoni ęquilateri, & æquianguli angulum subtendit ad ipsum pentagoni latus, vt deinceps ostendetur. ergo DE pentagoni angulum subtendit, cuius latus est AB. & propterea DA AE sunt eiusdem pentagoni latera ipsi AB ęqualia. Eadem ratione & DF pentagoni angulum subtendet: eruntque DC CF eius latera ęqualia ipsi AB. Rursus cum EF pentagoni angulum subtendat, erunt EB BF eidem ęqualia. atque ideo omnia triangula æquilatera, & inter se æqualia erunt. Non aliter ad oppositas partes centri sphęrę ex triangulis KGH LMN ostendemus reliqua triangula æquilatera, & ęqualia esse, ex quibus icosaedrum ipsum constat. Icosaedrum igitur in data sphęra descriptum est, quod fecisse oportebat.* P

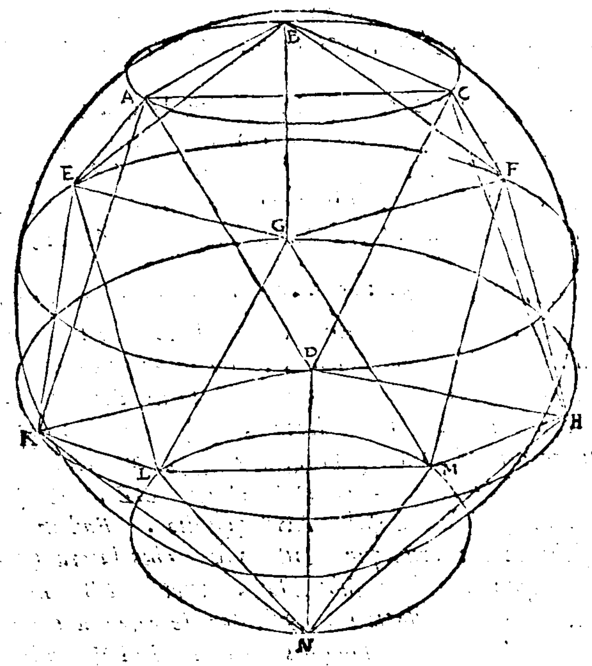
Quod autem positum est, sic ostendetur.

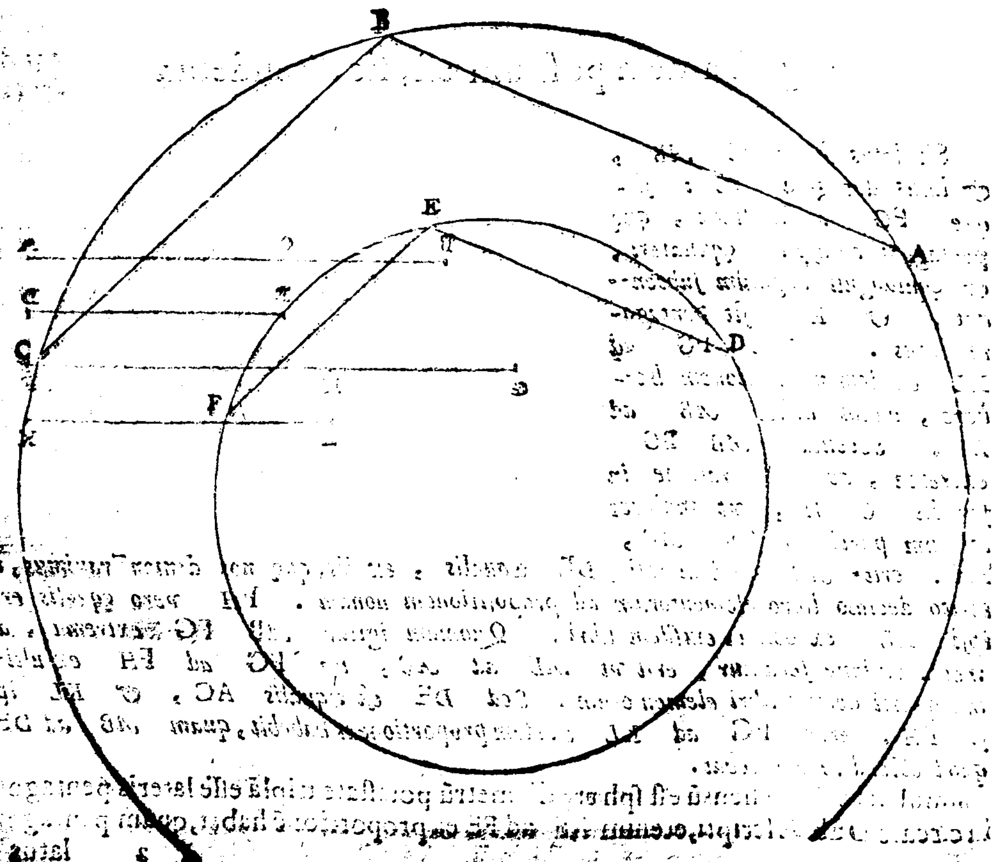
Sit latus hexagoni AB, & latus decagoni DE: sitque FG recta linea, quę pentagoni cuiuspiam ęquilateri, & ęquianguli angulum subtendat, & KL sit pentagoni latus. Dico FG ad KL eandem proportionem habere, quam habet AB ad DE. Secentur AB FG extrema, ac media ratione in punctis C H, vt maiores ipsarum portiones sint AC,



FH. erit AC quidem ipsi DE æqualis, ex iis, quę nos demonstrauimus, in tertio decimo libro elementorum ad propositionem nonam. FH vero ęqualis erit ipsi KL ex octaua eiusdem libri. Quoniam igitur AB FG extrema, ac media ratione secantur, erit vt AB ad AC, ita FG ad FH ex ultima quarti decimi libri elementorum. Sed DE est æqualis AC, & KL ipsi FH. ergo FG ad KL eandem proportionem habebit, quam AB ad DE. quod ostendere oportebat.

Simul uero deprehensū est sphærę diametrū potestate triplā esse lateris pentagoni in circulo DEF descripti, etenim KF ad FE eā proportionē habet, quam pentagoni Q *latus ad latus hexagoni, &c]. Describatur circulus ABC, cuius ea, quæ ex centro æqualis ipsi EF: & in ipso latus pentagoni AB, & latus hexagoni BC. erit AB æqualis KF diametro sphere, & BC equalis EF. describatur etiam circulus DEF, cuius ea, que ex centro sit potestate tertia pars ipsius EF, & rursus in ipso latus pentagoni DE & hexagoni EF, habebit AB ad BC proportionem eandem, quam DE ad EF, Sed latus BC est potestate triplum lateris EF. ergo & la-*



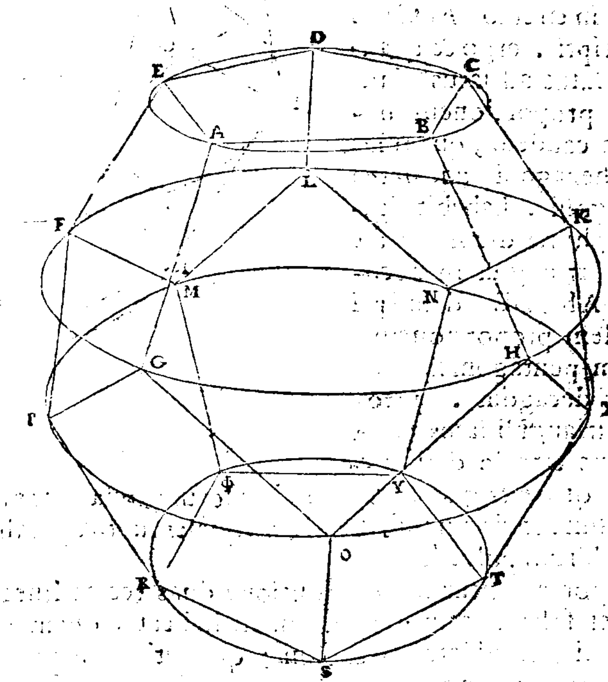


tus AB, hoc est sphæræ diameter KF potestate tripla erit ipsius DE lateris pentagoni in circulo DEF descripti.

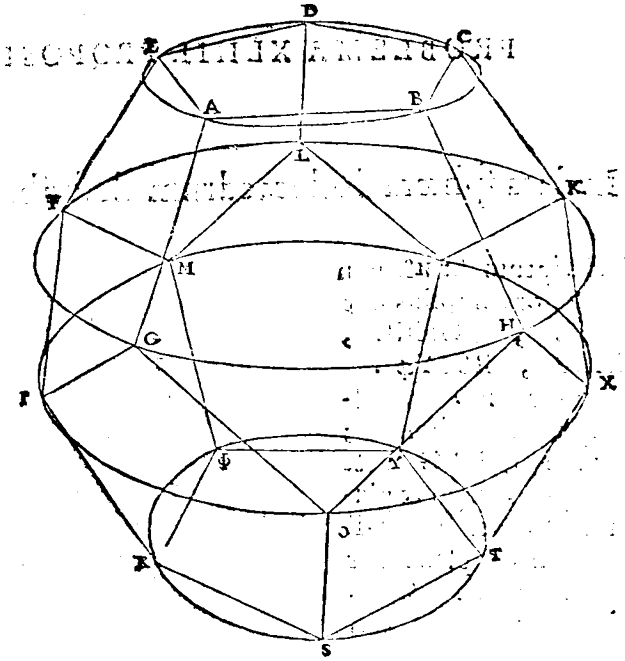
PROBLEMA XLIIII. PROPOSITIO LVIII.

In data sphæra dodecaedrum describere.

Descriptum sit, & puncta angulorum ipsius sint ABCDE, FGHKL, MNXOP, RSTYϕ. erit vtique ED parallela ipsi FL iunctæ; AE vero ipsi FG: & ita reliquæ. ergo & planum ductu per ABCDE parallelum est plano per FGHKL ducto. Quoniam autem iunctæ OA XC parallelæ sunt, vtraque enim ipsi BH est parallela, suntque æquales: & ipsę OX, AC inter se parallelæ erunt, æquare & ST, ED, itemque SR CD, & reliquæ plana insuper omnia, quæ per ipsas ducuntur parallela sunt. Intelligantur igitur circuli per ipsa descripti inter se paralleli. erit circulus quidem circa ABCDE æqualis ei, qui circa RSTYϕ, nam pentagona in ipsis descripta æqualia sunt: circulus vero circa FGHKL æqualis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona sint æqualia. atque est CL parallela XY; vtraque enim ipsi KN est parallela. puncta igitur LCXY in uno erunt plano. & ipsa iungentes æquales sunt: quòd pentagonorum æqualium angulos subtendant. sunt autem in circulo. ergo LCXY quadratum est. & ob id recta linea XL iuncta potestate dupla est ipsius LC, hoc est ipsius FL. & angulus XLF rectus; in æqualibus enim circulis æquales, & parallelæ sunt OX FL: quadratum igitur ex FX triplum est quadrati ex FL. & est FX sphæræ diameter ex iis, quæ ante demonstrauimus. neque enim OX, FL sunt ad easdem partes centrorum: quare diameter sphęræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL descriptorum. habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli. ergo ex æquali diameter sphæræ ad latus trianguli eandem proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. habet au-



tem & FL ad ED proportionem eam, quã latus hexagoni ad decagoni latus. etenim FL extrema, ac media ratione secta, maior eius portio est ED, propterea quòd pentagoni angulum subtendit, cuius latus ED. Sed ut FL ad ED ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni: habebit igitur sphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni. ideoque trianguli latus in vtroque circulo datum erit. quare & quæ ex centro circulorum, quæ sunt potestate tertia pars dictorum laterum: & circuli ipsi, & qui eis æquales sunt, & paralleli iuxta puncta, quæ in ipsis angulorum polyedri.



Oportet igitur in compositione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter sphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icosaedro exposuimus: & describere duos circulos parallelos in superficie sphæræ ad easdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABCDE, quorum quę ex centris potestate sunt tertia pars expositarum rectarum, utraque utriusque. & alios duos circulos his æquales; & parallelos ad alteras partes centri sphæræ, vt MNXOP, RSTYφ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX ST inter se parallela, ab ipsisque pentagona describere, per quæ polygoni anguli constituentur: manifestum autem est ex constructione, circulos continentes dodecaedri angulos eosdem esse, qui angulos icosaedri continent. & præterea eundem circulum comprehendere triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem sphæra descriptorum.

COMMENTARIVS.

A Et ita reliquæ] *Hoc est AB ipsi GH parallela, BC ipsi H O CD ipsi KL.*

Et ipsæ OX AC inter se parallelæ erunt] *Græcus codex* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ ο α ξ γ ἄρα παράλληλοι. *lege* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ ο ξ, α γ ἄρα παράλληλοι. B

Atque est CL parallela XY] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ἡ ἐπί γ λ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ ξ υ, *lege* ἐπὶ τὰ ξ υ. C

Puncta igitur LCXY in uno erunt plano] *Ex 2. vndecimi. Græcus codex.* ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἔσται τὰ λ Γ ξ η *lege* λ Γ ξ υ. D

Quod pentagonorum æqualium angulos subtendant] *Græcus codex* ἴσων γὸις τετραγώνων ὑποτείνουσιν γωνίας. *lege* ἴσων γὰρ πενταγώνον. E

Sunt autem in circulo] *Nam si per puncta LCXY planum ducatur, sectio circulus erit ex prima sphæricorum Theodosii.* F

Ergo LCXY quadratum est] *Quæ enim æquales, & parallellas rectas lineas in circulo coniungunt, cum ipsis rectos continent angulos, & 52. huius Græcus codex.* τετράγωνος ἄρα ἡ λ γ ξ υ *lege* τετράγωνον ἄρα τὸ λ γ ξ υ. G

Et angulus KLF est rectus, inæqualibus enim circulis ęquales, & parallelę sunt OX FL] *Ex 51. huius.* H

Et est XF spheræ diametrę ex iis, quę ante demonstrauimus. neque enim OX FL sunt ad easdem partes centrorum] *Ex 50. huius. Græcus codex* οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων εἰσιν αἱ ε ζ ζ λ. *lege* αἱ ο ξ ζ γ. K

Quare diameter sphærę ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL descriptorum] *Est enim trianguli æquilateri latus potestate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc est lateris hexagoni, ex 12. tertiidecimi libri elementorum. Græcus codex* ἕξει οὖν ἡ τῆς &c. πρὸς ἑξαγώνου εἰς τὴν ζ η θ κ λ κύκλων ἐγγεγραμμένων. *lege* εἰς τὸν ζ η θ κ λ κύκλον ἐγγεγραμμένον. L

Habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli] *Est enim FL pentagoni latus in circulo FGHKL. quare ad latus trianguli, quod in eodem circulo describitur, eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus trianguli.* M

Ergo ex æquali diameter sphæræ ad trianguli latus eandem proportionem habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni] *In perturbata scilicet proportione. intellige autem latus trianguli in circulo FGHKL descripti.* N

Habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam hexagoni latus ad latus decagoni] *Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ζ λ λόγος τὴν ε δ, ὃν ἡ τὸν ἑξαγώνου πρὸς τὴν τὸν τριγώνου. *ego ita legendum puto.* ἔχει δὲ καὶ ἡ ζ λ πρὸς τὴν ε δ λόγον, ὃν ἡ τὸν ἑξαγώνου πρὸς τὴν δεκαγώνου. O

Etenim FL extrema, ac media ratione secta, maior eius portio est ED, propterea quòd pentagoni angulum subtendit, cuius latus ED] *Quomodo hoc sequatur diximus in antecedente. Græcus codex,* οὗ πλευρὰ ἡ ε λ. *lege* οὗ πλευρὰ ἡ ε δ. P

Sed ut FL ad ED, ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni] *Hoc est ut latus pentagoni in circulo FGHKL ad latus pentagoni in circulo ABCDE, ita & trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE. Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere ostensum est, quam latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem habebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus est, ita qui habet.* ἕξει ἄρα &c. ὃν τὸν ἑξαγώνου *adde* πρὸς τὴν τὴν τὸν δεκαγώνουν. Q R

Habebit igitur sphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] *Ex ęquali scilicet quemadmodum nos supra docuimus.* S

Et aptare latera pentagonorum ED, FL, OX ST inter se parallela; ab ipsisque T que pentagona describere, per quę polygoni anguli constituentur] *Quoniam igitur latus trianguli in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti, habet eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo FGHKL ad latus pentagoni in circulo ABCDE, videlicet GH ad AB eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quę angulo pentagoni æquilateri, & ęquianguli subtenditur ad pentagoni latus, vt supra ostensum est. ergo GH subtenditur angulo pentagoni, cuius latus est AB. & sunt GO OH pentagoni latera, ipsi AB ęqualia. Quod cum plani AGOHB, & ipsius sphęrę communis sectio sit circulus, erit circumferentia GOH dupla circumferentię AB. & similiter circumferentię AG BH simul sumptę duplæ erunt eiusdem AB circumferentiæ. & sunt æquales, propterea quòd AB GH inter se parallelę sunt. ergo & rectę lineæ AG BH æquales erunt ipsi AB, & pentagonum ęquilaterum, & ęquiangulum erit AGOHB, ipsi ABCDE ęquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia ostendentur, tum quę ad pentagonum ABCDE adhærent, tum quæ ex altera parte centri sphæræ adhærent ad ipsum RSTYφ. dodecaedrum igitur in data sphæra constitutum est, quod fecisse oportuit.*

T Et præterea eandem circulum comprehendere triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem sphæra descriptorum] *Hoc seorsum demonstratum est in 2. quarti decimi elementorum; & ab ipso Pappo in 48. quinti libri.*

TERTII LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

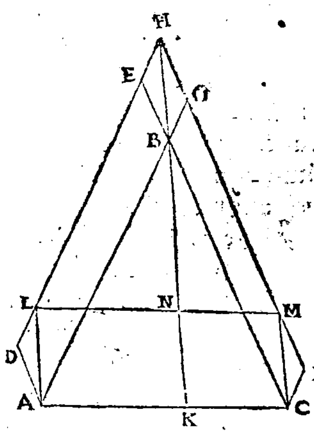
LIBER QVARTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI sit triangulum ABC, & ab ipsis AB BC describantur quæuis parallelográma ABED, BCFG, & rectæ lineæ DE FG producantur ad H, iungaturq; HB: fient parallelográma ABED, BCFG ęqualia parallelogrammo contento AC HB, in angulo, qui utrisque BAC, DHB sit ęqualis. A

Producatur enim HB ad K, & per AC ipsi KH parallelæ ducantur AL, CM, & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum est ALHB, erunt AL BH æquales, & parallelæ. Similiter ęquales, & parallelæ MC HB. ergo & LA MC æquales, & parallelæ sint, necesse est, & propterea LM AC: parallelogrammum igitur est ALMC in angulo LAC. hoc est in angulo æquali utrisque BAC DHB. est enim angulus DHB ipsi LAB æqualis. & quoniam DABE parallelográmum est ęquale parallelogrammo LABH, etenim in eadem basi AB, & in eisdem parallelis AB DH consistit, parallelogrammum autem LABH parallelogrammo LAKN est æquale, cum sit in eadem basi LA, & in eisdem parallelis LA HK: erit parallelogrammum ADEB ęquale parallelogrammo LAKN. & ob eandem caussam parallelogrammum BGFC parallelogrammo KNMC. parallelogramma igitur DABE BGFC parallelogrammo LACM æqualia sunt, hoc est ei, quod AC HB continetur, in angulo LAC, qui est ęqualis utrisque BAC, BHL. atque hoc multo vniuersalius est, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonstratur. D



B 34 30 33 primi.

C 35 primi.

COMMENTARIVS.

A Et ab ipsis AB BC describantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex.* καὶ ἀπὸ τῶν αβ βγ ἀναγεγραφῆ τυχόντα σημεῖα παραλληλόγραμμα. *lege* τυχόντα παραλληλόγραμμα.

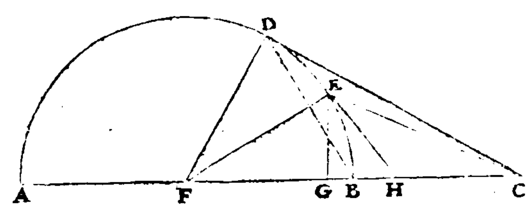
B Itaque quoniam parallelogrammum est ALHB] *Græcus codex* ἐπὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι. *lege* ἐπεί.

C Et quoniam DABE parallelogrammum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ δαβε παραλληλόγραμμον. *lege* τὸ δαβε παραλληλόγραμμον.

D Atq; hoc multo uniuersalius est, quã quod in triãgulo rectãgulo de quadratis in elementis demonstratur] *videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonstratur in 31. sexti libri de aliis figuris similibus. sed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triangulo. illud de quadratis tantum, uel figuris similibus, hoc vniuerse de omnibus parallelogrammis etiam inter se dissimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit semicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum: & ei, quæ est ex centro æqualis, & ipsi AB in directum sit BC; contingens autem CD: & circumferentia BD
A bifariam secetur in puncto E, & CE iungatur. Dico CE irrationalem esse, quæ minor appellatur.



Sumantur enim centrum semicirculi, quod sit F, & iungantur FD FE. Itaque quoniam angulus FDC est rectus, erit in semicirculo descripto in recta linea FC, cuius centrũ B. iunctaque BD, fiet triãgulum æquilaterũ BFD. ergo angulus DFB est duæ tertiæ recti, & angulus EFB recti tertia. Ducatur a puncto E ad AB diametrum perpendicularis
B EG. æquiangulum igitur est CFD triangulum triangulo EFG: atque est ut FC ad
4. sexti. CD, ita EF ad FG. quadratum autem ex FC sesquitertium est quadrati ex CD. ergo
C & quadratum ex EF quadrati ex FG sesquitertium erit; habebitque quadratum ex EF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; sed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FE est, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG est, ut 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipsius BH. atque est ipsius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH est ut 8 ad 5, & proportio FH ad HC ut 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, ut 64 ad 25. ostensum autem est quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita esse, ut 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG est ut 25 ad 12. pro-

tereaque HF FG rationales sunt potentia solum commensurabiles: & HF plus potest, quam FG quadrato rectæ lineæ sibi incommensurabilis longitudine. estque tota FH commensurabilis rationali AB. apotome igitur D
quarta est GH, rationalis autem FC, & ipsius dupla. ergo recta linea, quæ po- E F
test id, quod bis continetur FC GH, irrationalis est, quæ minor appellatur. Sed & CE potest id, quod bis FC GH continetur. quare CE est minor. At vero CE posse id, quod bis continetur FC GH, ex his manifestum erit, iungatur EH. Et quoniam quadratum ex CE æquale est quadratis ex EH HC G
vna cum eo, quod bis CH HG continetur. & sunt quadrata ex EH HF æqua- H
lia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur FH HG. est igitur ut quadratum ex CE ad quadrata ex EH HC una cum contento bis CH HG, ita quadrata ex EH HF ad quadratum ex EF una cum eo, quod bis FH HG continetur.
& vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & quadratum ex CE æquale est qua- K
dratis ex EH HC, & ei, quod bis CH HG continetur. quadrata igitur ex CE EH HF æqualia sunt quadratis ex EH HC EF, & contento bis CH HG
una cum contento bis FH HG, hoc est ei, quod bis CF HG continetur. com- prima secundi.
mune auferatur quadratum ex EH. ergo reliqua quadrata ex CE HF sunt æqualia quadratis ex EF HC una cum eo, quod bis continetur CF HG. quorum quadratum ex FH est æquale quadratis ex EF HC. est enim quadratum ex FH 25, quadratum uero ex HG est 9, & quadratum ex EF 16. reliquum igitur quadratum ex EC est æquale ei, quod bis FC GH continetur.

COMMENTARIVS.

Dico CE irrationalem esse, quę minor appellatur] *Gręcus codex sic habet.* A
ὄυτως ἡ γε. *lege* ὅτι ἡ γε.

Aequiangulum igitur est CFD triangulum triãgulo EFG] *Quoniam enim angulus* B
DFC est duæ tertię recti, & rectus FDC, erit DCF recti tertia. atque est EFG item tertia recti. angulus igitur DCF est æqualis angulo EFG: angulusque FDC rectus æqualis recto FGE. quare & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo EFG æquiangulum.

Quadratum autem ex FC sesquitertium est quadrati ex CD] *Est enim CF ipsius FD* C
dupla & idcirco quadratũ ex CF quadruplũ est quadrati ex FD. Sed cũ angulus FDC sit re-
ctus, erit quadratum ex CF quadratis ex FD DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati ex 47 pri.
CD sesquitertium est, quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3.

Apotome igitur quarta est HG] *Ex 4. tertiarum diffinitionum decimi libri elem.* D

Rationalis autem FC, & ipsius dupla] *Est enim FC æqualis diametro AB, quę ra-* E
tionalis ponitur: atque est rationalis ipsius dupla, nimirum ipsi commensurabilis ex 6. diffinitione decimi libri.

Ergo recta linea, quæ potest id, quod bis continetur FC GH irrationalis est, quæ F
minor appellatur] *ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC GH est æquale contento dupla ipsius FC, quæ itidem est rationalis, vt ipsa GH apotome quarta. Græcus codex* ἡ ἄρα δυναμένη τὸ ὑπὸ ζγηθ ἄλογός ἐστιν, *lege* ἡ ἄρα δυναμένη τὸ δὶς ὑπὸ ζγηθ.

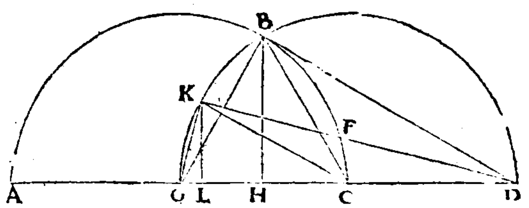
Et quoniam quadratum ex CE æquale est quadratis ex EH HC una cum eo, quod G
bis CH HG continetur] *Ex 12. secundi libri elementorum.*

Et sunt quadrata ex EH HF ęqualia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur H
FH HG] *Ex 13. eiusdem libri.*

Et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia] *Ex 12. quinti libri elementorum.* K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

A Sit semicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum: & ei, quæ ex centro æqualis sit CD, sitque contingens B DB, & angulus CDB bifariam secetur recta linea DF. Dico DF esse excessum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.



Sumantur enim centrum semicirculi, quod sit G; iungaturque BG, & in ipsa GD semicirculus GB describatur, & C producatur DFK. æqualis igitur est BK circumferentia circumferentiæ KG. ducatur ad ipsam AC perpendicularis KL. Et quoniam BG est latus hexagoni, erit KL lateris hexagoni dimidia; producta enim duplam circumferentiæ KG subtendit. ergo BG ipsius KL est dupla; hoc est D CK dupla ipsius KL. atque est angulus LC rectus. quadratum igitur ex KC sesquitertium est quadrati ex CL: hoc est quadratum ex DC quadrati ex CL. E ergo DC CL rationales sunt potentia solum commensurabiles: & DC plus potest, quam CL quadrato rectæ lineę sibi commensurabilis longitudine: & maior DC cō F mensurabilis est rationali AC. ergo DL ex binis nominibus est prima. rationa- G lis autem GD. recta igitur linea, quæ potest spacium contentum GD DL irratio- H nalis est, quę ex binis nominibus appellatur: potest autem ipsum DK. quoniā enim K triangulum GDK ęquiangulum est triangulo DKL, erit ut GD ad DK, ita KD ad DL. ergo DK ex binis nominibus est. Et quoniam angulus BGC est duæ tertiæ recti, & BG est æqualis GC, erit triangulum BGC æquilaterum. ducatur perpendicularis BH, dupla igitur est GC, hoc est DC ipsius CH. Ostensum est autem quadratum ex DC quadrati ex CL sesquitertium. ergo quadratum ex LC triplum est quadrati ex CH. ac propterea LC CH rationales sunt potentia solum commensurabiles: & LC plus potest, quam CH quadrato rectæ lineæ sibi longitudine incommensurabilis; minusque nomen CH commensura- L M bile est rationali AC. quare LH apotome est quinta. ostensum autem est rectangulum, quod DG LH continetur, quadrato ex KF æquale esse. atque est N LH quidem apotome quinta; DG vero rationalis. ergo KF est quæ cum rationale medium totum efficit. & ostensa est DK ex binis nominibus. quare DF est excessus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.

COMMENTARIVS.

A Sit semicirculus in recta linea AC] *Grecus codex corruptus est, qui sic habet.* ἡμικύκλιον τὸ ἀπὸ τῆς α γ. *lege* ἐπὶ τῆς α γ.

Dico

Dico DF esse excessum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum ratio B nali medium totum efficit.] *Græcus codex* οὕτως ἡ δ ζ. *legendum* ὅτι ἡ δ ζ.

Aequalis igitur est BK circumferentia circumferentiæ KG] *Græcus codex* C *mancus est, qui in hunc modum restituetur* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ β κ περιφέρεια τῇ περιφερείᾳ κ η.

Quadratum igitur ex KC sesquitertium est quadrati ex CL] *quomodo hoc se* D *quatur superius dictum est.*

Et DC plus potest, quàm CL quadrato rectæ lineę sibi commensurabilis lō E gitudine] *Grecus codex* καὶ ἡ δ γ τῆς γ λ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ *lege* τῷ ἀπὸ συμμέτρου.

Ergo DL ex binis nominibus est prima] *ex prima secundarum diffinitionum deci-* F *mi libri elementorum.*

Recta igitur linea, quæ potest spacium contentum GD DL irrationalis est, G quæ ex binis nominibus appellatur] *ex 55 decimi libri elementorum.*

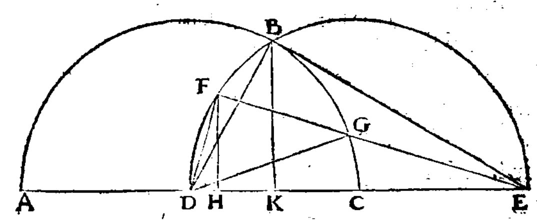
Quoniam enim triangulum GDK æquiangulnm est triangulo DKL] *ex 8* H *sexti elementorum Græcus codex.* διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η δ κ τρίγωνον τῷ κ λ κ τριγώνῳ *lege* τῷ δ λ κ τριγώνῳ

Erit ut GD ad DK, ita KD ad DL] *ex 4 sexti libri elementorū. ex quibus, & ex* K *17 eiusdem libri sequitur quadratum ex DK rectangulo GDL ęquale esse.*

Quare LH apotome est quinta] *ex quinta tertiarum diffinitionum decimi libri. post* L *hæc in græco codex multa leguntur, quæ cum superuacanea visa sint, nos consulto omisimus.*

Ostensum autem est rectangulum, quod DG LH continetur quadrato ex M KF ęquale esse] *Vbi hoc ostensum sit nondum comperi, nisi fortasse ipse ostenderit in superioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipsum ostendere sequenti lemmate nitemur.*

Sint duo semicirculi ABC DBE: sitque AD ęqualis ipsi DC: & sumpto in circumferentia BD quouis puncto F, ducatur EF, quæ circumferentiam BC secet in G. & à punctis FB ad AC perpendiculares ducantur FH, BK. Dico rectangulum, quod ED HK continetur, quadrato ex FG æquale esse.



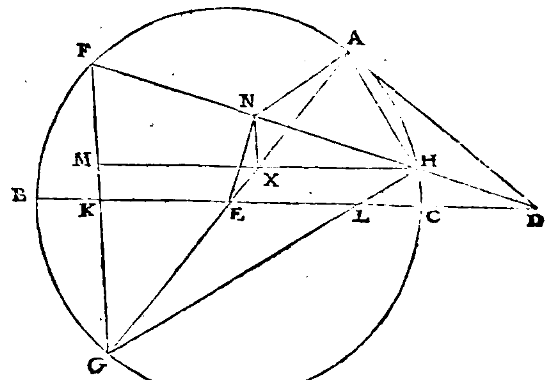
Iungantur DB DG, quæ inter se æquales erunt, cum sint à centro ad circumferentiam. Et quoniam BD media proportionalis est inter ED DK ex corollario 8 sexti elementorū, erit quadratum ex BD, hoc est quadratum ex DG rectangulo EDK æquale. & eadem ratione iuncta DF, quadratum ex FD ęquale est rectāgulo EDH. 17. Sexti. *quòd cum angulus DFG sit rectus, quadratum ex DG ęquale est duobus quadratis, quæ* 47. primi *fiunt ex DF FG. rectangulum autem EDK est æquale duobus rectangulis, rectangulo* Prima *scilicet EDH, & ei quod ED HK continetur. quorum rectangulum quidem EDK o-* secundi. *stensum est æquale quadrato ex DG, rectangulum vero EDH æquale quadrato ex DF. reliquum igitur rectangulum, quod continetur ED HK reliquo quadrato ex FG ęquale erit, quod oportebat demonstrare.*

Ergo KF est quæ cum rationali medium totum efficit] *ex 96 decimi li-* N *bri elementorum.*

THEO-

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, diameter BC, & recta linea contingens AD, quæ cum BC in puncto D conueniat. Ducatur autem DF, & iuncta AE producatur ad G, & FKG & GLH iungantur. Dico KE ipsi
A EL æqualem esse.



Factum iam sit, & ipsi KL pa
B C rellela ducatur HXM. ergo MX est æqualis XH. ducatur etiam a puncto E ad FH per
D pendicularis EN. æqualis igitur est FN ipsi NH. erat au
E F tem & MX æqualis XH. ergo NX ipsi FM est parallela. & angulus HNX æqualis est an
G gulo NFM, hoc est angulo HAX. & in circulo sunt pun
H K cta ANXH. est igitur angulus ANH æqualis angulo AXH,
L M videlicet angulo AEL. & propterea in circulo sunt puncta
N AEND; rectus est enim vterque angulorum EAD END.
O Componetur autem sic: Quoniam vterque angulorum EAD, END est rectus, puncta ADEN in circulo erunt. æqualis igitur est angulus AND angu
P lo AED. Sed angulus AED est æqualis angulo AXH, propterea quòd parallelæ sunt ED, XH. ergo in circulo sunt ANXH puncta: & angulus HAX
Q angulo HNX est æqualis. angulus autem HAX æqualis est angulo HFM. ergo FM ipsi NX est parallela. & est FN æqualis NH. quare & MX ipsi
R XH æqualis erit. estque vt XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE.
S vt igitur XM ad EK, ita HX ad LE. & permutando. æqualis autem est MX ipsi XH. ergo & KE ipsi EL est æqualis.

COMMENTARIVS.

A Dico KE ipsi EL equalem esse.] *Græcus codex* οὕτως ἴση ἐστιν. ἡ εκ τῇ ελ. *sed fortè legendum erit* ὅτι ἴση ἐστὶ ἡ εκ τῇ ελ.

B Factum iam sit] *hoc est ponatur KE æqualis EL.*

C Ergo MX est æqualis XH] *ob similitudinem triangulorum MGX KGE; & XGH EGL.*

D Aequalis igitur est FN ipsi NB] *ex 3 tertii libri elementorum.*

E Ergo NX ipsi FM est parallela] *ex 2 sexti elementorum. intelligatur autem iuncta NX Græcus codex* ἴση ἄρα ἐστιν ἡ νξ τῇ μζ. *Sed legendum, vt opinor,* παράλληλος ἄρα ἡ νξ τῇ μζ.

Et

Et angulus HNX equalis est angulo NFM] *Ex 29. primi elementorum.* F

Hoc est angulo HAX] *Sunt enim anguli HAG, HFG æquales, ex 21. tertii libri elementorum.* G

Et in circulo sunt puncta ANXH] *Hoc est in circuli circumferentia. Quoniam enim anguli HAX HNX equales sunt, erunt puncta HANX in circumferentia eiusdem circuli, ex conuersa 21. tertii libri elementorum.* H

Est igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] *Nam cum puncta HANX sint in circumferentia eiusdem circuli, anguli ANH, AXH æquales erunt, ex 21. tertii elementorum.* K

Videlicet angulo AEL] *ex 29. primi elementorum, quòd XH EC sint parallelæ.* L

Et propterea in circulo erunt puncta AEND] *Quippe cum anguli AND, AED æquales sint.* M

Rectus est enim uterque angulorum EAD, END] *Ob id etiam puncta AEND erunt in circumferentia circuli, quod anguli EAD END inter se sint æquales, nempe recti.* N

Componetur autem sic] *Hic incipit compositio, quam præcedere debet constructio eadem, quæ in resolutione facta est.* O

Propterea quòd parallelæ sint ED XH] *Græcus codex* διὰ τὰς παραλλήλους τὰ εξ θ. *forte legendum* διὰ τὰς παραλλήλους τὰς εδ, ξθ. P

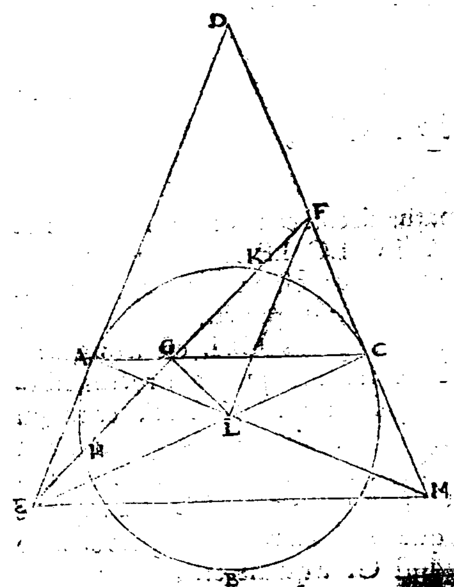
Angulus autem AX est æqualis angulo HFM] *Ex 21. tertii elementorum, unde sequitur, ut HNX angulus angulo HFM sit equalis: & idcirco recta linea FM parallela sit ipsi NX. Grecus codex* ἀλλ' ἡ ὑπὸ θ α ξ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θ ν ξ. *Sed legendum* τῇ ὑπὸ θ ζ μ. Q

Estque ut XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE] *Græcus codex* καὶ ἐστιν ὡς ἡ ξν πρὸς κε, οὕτως ἡ μὲν ξμ πρὸς εκ: τῇ δὲ θξ πρὸς λε. *legendum autem* καὶ ἐστιν ὡς ἡ ξκ πρὸς κε, οὕτως ἡ μὲν ξμ πρὸς εκ, ἡ δὲ θξ πρὸς λε. R

Vt igitur XM ad EK] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ξμ πρὸς θκ. *lege* πρὸς εκ. S

THEOREMA V. PROPOS. V.

Sit circulus ABC, & contingentes rectæ lineæ AD DC: iungatur autem AC, & ducatur EF; sitque EG æqualis GF. Dico & HG ipsi GK æqualem esse. A B



Ducatur ipsi AC parallela EM: sumaturque circuli centrum L. & iungantur LA LF LC LM LG. Quoniam igitur EG est æqualis GF, & ME ipsi CF æqualis erit. atque est ad angulos rectos ipsi CL. ergo LF est æqualis LM. & quoniam æqualis est AD ipsi DC, erit AE equalis C D

ijs MC. est autem & AL ipsi LC æqualis, & angulus OAL rectus æqualis re
4. primi cto MCL ergo & EL æqualis LM, hoc est LF. Sed EG æqualis est GF,
F est igitur GL ad EF perpendicularis. quare HG ipsi GK æqualis erit,
3. tertij

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EF, sitque EG æqualis GF] *hoc est ducatur EF, ita vt EG ipsi GF sit æqualis, Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ ε ζ. ἔσω ἴση ἡ η θ τῇ η ζ. *legendum* καὶ διήχθω ἡ ε ζ, καὶ ἔσω ἴση ἡ ε η τῇ η ζ.

B Dico & HG ipsi GK æqualem esse] *secet enim recta linea EF circuli circumferentiam in punctis HK. Græcus codex* οὕτως καὶ *post quę nonnulla desiderantur. Ego sic restituendum puto.* ὅτι καὶ ἡ θ η τῇ η κ ἐστὶν ἴση.

C Quoniam igitur EG est æqualis GF, & MC ipsi CF æqualis erit] *ex 2 sexti elementorum. nam in triangulo EFM recta linea EM ipsi AC est parallela.*

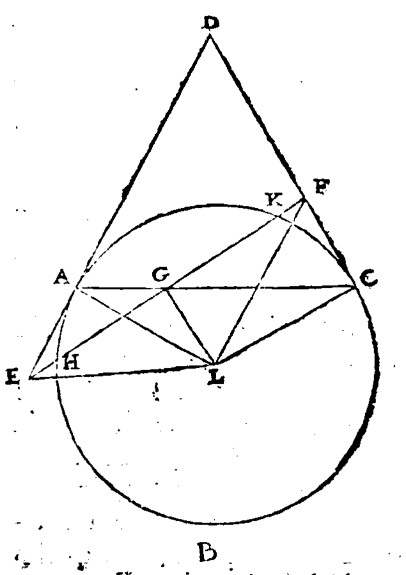
D Atque est ad angulos rectos ipsi CL. ergo LF est ęqualis LM] *Quoniam enim recta linea MCF tangit circulum in puncto C, continebit LC cum ipsa angulos rectos ex 18 tertii; & sunt trianguli LFC duo latera LC CF æqualia duobus lateribus*
4. primi *LC CM trianguli LMC. ergo & basis FL basi LM æqualis erit.*

E Et quoniam ęqualis est AD ipsi DC, erit AE æqualis MC] *primum horum patet ex 36 tertii libri elementorum, videlicet ex secundo corollario, nos ad ipsam addidimus. & cum recta linea EM parallela sit ipsi AC, fiunt triangula ADC EDM*
4. sexto *inter se similia. quare vt AD ad DC, ita ED ad DM. æquales autem sunt AD DC ergo & ED DM æquales erunt; à quibus si auferantur AD DC, relinquetur AE ipsi MC equalis.*

F Est igitur GL ad EF perpendicularis] *Aequalia enim sunt, & similia triangula EGL GLF, quę ex æqualibus lateribus constant. ergo anguli ad G inter se æquales, & idcirco recti sunt.*
8

THEOREMA VI. PROP. VI.

Sit circulus ABC, & contingentes AD DC; iungaturque AC, & ducatur EF, vt HG
A ipsi GK sit æqualis. dico & EG ipsi GF ęqualem esse.



A
a

Sumatur circuli centrum, quod sit L: & EL, LA LC LG LF iungantur. itaque quoniam rectus est vterque angulorum EAL EGL, erunt puncta EAGL in cir
B C culo quare angulus GEL est æqualis an
D gulo GAL rursus quoniam rectus est vterque angulorum LGK LCF, erunt pū
E cta LGFC in circulo. ęqualis igitur est angulus GCL, hoc est angulus GEL, angulo GFL. & propterea EL est æqualis
F LF. estque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipsi GF æqualis erit.

COM-

COMMENTARIVS.

A Dico EG ipsi GF æqualem esse] *Græcus codex* οὕτως καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστιν ἴση *Ego similiter legerem* ὅτι καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστὶν ἴση.

B Erunt puncta EAGL in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in græco non erant, sed tamen desiderari videbantur.*

C Quare angulus GEL est æqualis angulo GAL] *Græcus codex* ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η ε λ γωνία &c. *Ego totum hunc locum ita restituerem.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ τῆς ε α λ, ε η λ, ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ε α η λ σημεῖα ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η ε λ γωνία τῇ ὑπὸ η α λ.

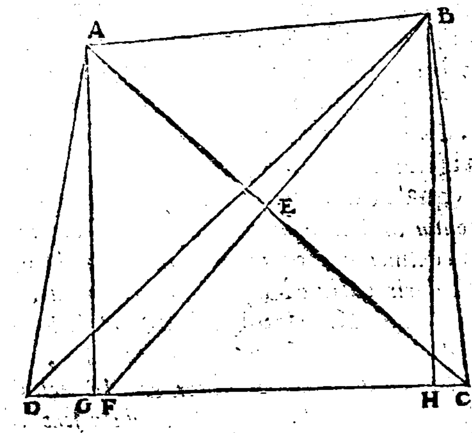
D Rursus quoniam rectus est vterque angulorum LGK LCF, erunt puncta LGCF in circulo] *Gręcus codex corruptissimus ē, in quo sic legitur.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ τῆς λ η κ λ γ ζ κύκλων, ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα. *ego sic legendū arbitror.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ τῆς λ η κ λ γ ζ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα.

E Aequalis igitur est angulus GCL, hoc est angulus GEL angulo GFL] *Est enim angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC. Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL. ergo anguli GCL GEL inter se ęquales sunt. Gręcus codex* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ γ γωνία. *lege* ἡ ὑπὸ τῶν η γ λ γωνία.

Si sint tres circuli positione, & magnitudine dati, qui sese contingant, & qui ipsos comprehendit circulus magnitudine datus erit. præmittuntur autem hæc.

THEOREMA VII. PROPOS. VII.

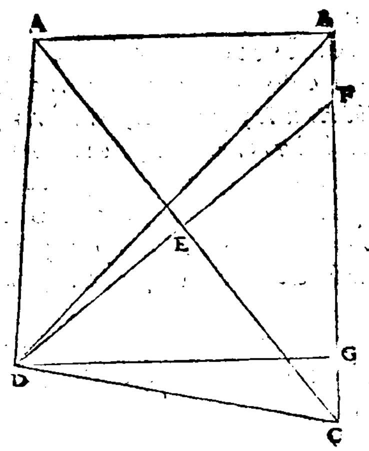
Sit quadrilaterum ABCD, rectum angulum habens ABC, & datam vnamquamque rectarum linearum AB BC CD DA. ostendendum est rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam esse.



A Iungatur AC, & perpendiculares ducantur, ad CD quidē recta linea AG; ad AC uero ipsa BEF. & data est in numeris vnaquæq; ipsarū AB BC: angulusque ABC e rectus,
B & perpendicularis BE. data igitur erit & unaquęque ipsarū AE, EC, AC, BE. rectāgulū. n. ACE cum sit æquale quadrato ex BC est datū; & data AC. quare & AE EC datæ erūt. Rursus qm̄ unaquęque rectarū
C linearū AC CD DA est data: & est
D AG perpendicularis, data erit & vnaquæque ipsarum DG GC. etenim excessus, quo quadratum ex AC superat E quadratum ex DA, ad rectam lineam CD applicatas datū facit excessum, quo recta linea CG ipsam GD superat, quod lemmate demonstratū est, adeo ut DG GC, AG, datæ sint. Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum est, vt F GC ad CE, ita erit & AC ad CF, & AG ad EF, atque est proportio GC ad CE data.

data. datæ igitur erunt & CF FE. Sed & ipsæ EB BC. ergo & vnaquæque ipsarum FB BC CD est data. ducatur ad CF perpendicularis BH. datę igitur sunt G
H FH HC BH. quare & vtraque ipsarum DH HB est data. angulus autem BHD est rectus. ergo & BD data erit.

ALITER.



Ducatur ad AC perpẽdicularis DE, & ad F producatur. Quoniam igitur data est vnaquęque rectarũ
K linearum AD DC CA, & perpendicularis DE, vtraque etiam AE EC erit data. & cum triangulum ABC triangulo CEF æquiangulum sit, ut CE ad EF, ita erit CB ad BA. data est autem ipsius CB ad BA proportio. quare & proportio CE ad EF data erit. estque CE data. data igitur & EF. Sed & data DE. ergo tota DF erit data. Eadem ratione dabitur utraque ipsarum EF FC. Vt enim
L AC ad CB, ita FC ad CE. & data est proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur. & est data CE, data igitur erit & CF. Rursus a puncto D ducatur perpendicularis DG. data est igitur utraque ipsarum DG GF, ergo utraque BG GD
M data. & angulus ad G est rectus. quare & BD data erit.

COMMENTARIVS.

A Et perpendiculares ducantur; ad CD quidem recta linea AG; ad AC uero ipsa BEF. & data est unaquæquæ ipsarum AB BC] *Gracus codex corruptus, & mancus est, qui sic habet.* καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τὴν γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τὴν τῶν α β β γ. δοθεῖσα ἐστιν ἡ ἐν ἀριθμοῖς. *fortasse uero ita restituetur.* καὶ κάθετοι ἤχθωσαν, ἐπὶ μὲν τὴν γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τὴν α γ ἡ β ε ζ. καὶ ἑκάστη τῆς α β β γ δοθεῖσά ἐστιν ἐν ἀριθμοῖς, καὶ ὀρθή ἐστιν, &c. *illud uero* ἐν ἀριθμοῖς *idcirco apposuit, vt intelligamus rectas lineas illas in numeris datas esse, nempe quas mensura quępiam secundum numerum metitur notum.*

B Data igitur erit & unaquæquæ ipsarum AE, EC, AC BE. rectangulũ enim ACE cum sit ęquale quadrato ex BC, est datum, & data AC. quare & AE EC datæ erunt] *Data est enim AC ex penultima primi libri elementorum, quod datę sint AB, BC, rectum angulum continentes. & quoniam in triangulo orthogonio ABC ab angulo recto ad basim*
8. Sexti. *perpendicularis ducta est BE, fiunt triangula ABE EBC similia toti, & inter sese.*
17 sexti. *quare cum sit ut AC ad CB, ita BC ad CE, erit rectangulum ACE quadrato ex BC æquale. datum autem est quadratum ex BC, quod & ipsa BC, & est AC data. ergo & CE data erit. Similiter & AE erit data, rectangulum namque CAE æquale est quadrato ipsius AB. Quod cum datæ sint AE EC, & quadrata earum data erunt. ergo & datum quadratum ex BE: vtraque enim quadrata, quæ ex BE EC æqualia sunt quadrato ex BC: & vtraque ex BE EA quadrata quadrato ex AB sunt æqualia. Græcus codex* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ὂν τῷ ὑπὸ β γ γίνεται δοθέν. *legendum autem.* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ὂν τῷ ἀπὸ β γ γίνεται δοθέν. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ α γ. ὥστε ἑκάστη τῶν α ε ε γ ἐστι δοθεῖσα.

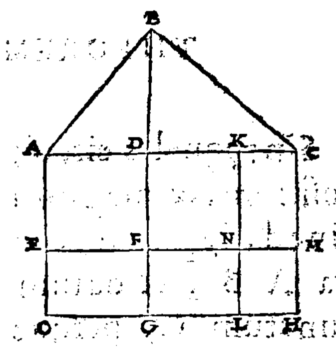
Et est AG perpendicularis] *Corrigendus græcus codex, qui sic habet.* καὶ κάθετός ἐστιν ἡ λ η. *lege* ἡ α η. C

Data erit & unaquæque ipsarum DG GC] *Demonstratur hoc sequenti lemmate. quã quam ex 13. propositione secundi libri elementorum demonstrari potest. nam si dimidium excessus, quo quadrata ex AC CD superant quadratum ex AD, applicetur ad rectam lineam CD latitudinem faciet ipsam CG.* D

Etenim excessus, quo quadratum ex AC superat quadratũ ex DA ad rectã lineam CD applicatus datum facit excessum, quo recta linea CG ipsam GD superat, quod lemmate demonstratum est] *Vbi hoc lemma sit non uidi. Sed tamen nos illud idem demonstrare aggrediemur.* E

LEMMA.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC maius sit latere AB: & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD. Dico si excessus, quo quadratum ex CB superat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere excessum, quo recta linea CD ipsam DA superat.



Fiat. n. ex recta linea AD quadratũ AEFD, & ex recta linea DC quadratum DGHC. deinde a recta linea DC abscissa DK ipsi AD ęquali, per K ducatur KL parallela DG, & EF producatur ad M, ut rectam lineã KL in puncto N secet, & parallelogrammum ACHO compleatur. erit quadratum NH, quod fit ex recta linea KC, & DN quadratum æquale quadrato DE, ac propterea gnomõ KHF erit excessus, quo quadratũ DH superat quadratũ DE. Sed parallelogrammũ EG ẽ æquale parallelogrãmo GN, cũ rectæ lineæ EF FN sint æquales: & parallelogrãmũ GN æquale parallelogrãmo NC. ergo parallelogrãmũ EG ipsi NC æquale erit, & totũ EH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniã igitur quadrato ex AB æqualia sunt utraque quadrata ex AD DB, & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD DC, sublato communi quadrato ex BD, erit excessus, quo quadratũ ex CD superat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA superat. Sed quadratum ex CD superat quadratum ex DA gnomone KHF, hoc est parallelogrãmo EH. ergo parallelogrammũ EH est excessus, quo quadratum ex CB superat quadratum ex BA. qui quidem excessus applicatus ad rectam lineam EM, hoc est ad AC latitudinem efficit HM, hoc est KC. atque est KC excessus, quo recta linea CD ipsam DA superat. patet igitur uerum esse illud, quod proponebatur. 47 primi

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum est] *Est enim angulus ACG vtrique communis, & angulus FEC rectus æqualis recto AGC. quare & reliquus reliquo æqualis.* F

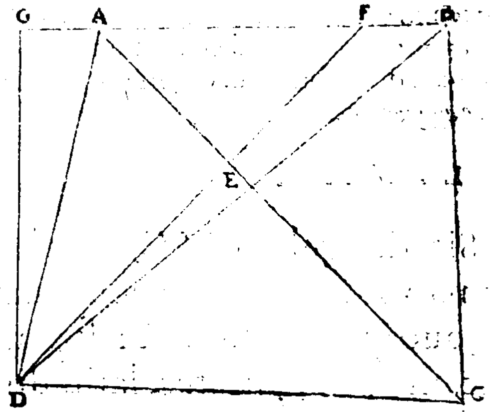
Datæ igitur sunt FH HC BH] *Ex præmisso lemmate, quemadmodum ex DG GC AG.* G

Angulus autem BHD est rectus] *Græcus codex* καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ β θ α *corrige* ἡ ὑπὸ β θ δ. H

Quoniam igitur data est unaquęque rectarum linearum AD DC CA, & perpendicularis DE, erit & utraque ipsarum AE EC data] *Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Gręcus codex* ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῆς α δ δ γ γ α, καὶ κάθετος ἡ δ ε, δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῆς α ε ε γ. *lege* καὶ ἑκατέρα τῆς α ε ε γ. K

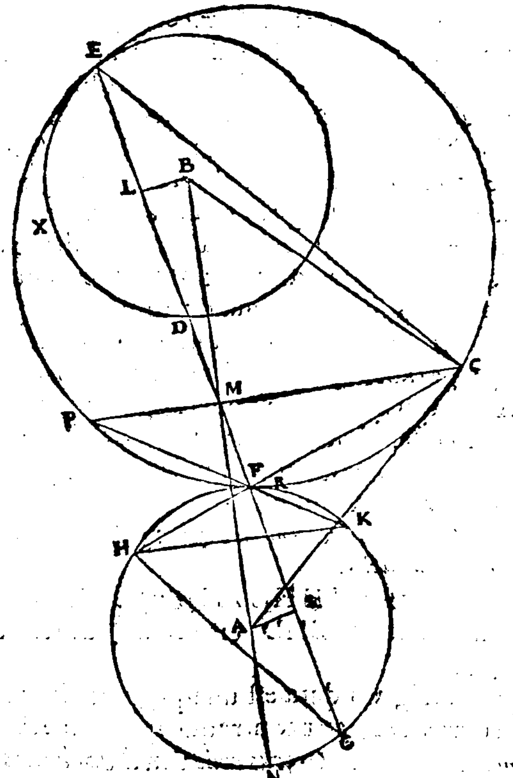
Et data est proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur. & est CE data. data igitur & CF] *Cum autem CF data sit, & tota CB, erit & BF data. In græco codice multa desiderari uidentur; qui sic habet.* καὶ δοθεὶς ὁ τῆς α γ πρὸς γ β λόγος. *ego hæc addenda censeo.* δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ζ γ πρὸς γ ε λόγος. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ γ ε. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ γ ζ.

Quare & BD data erit] *Hoc modo propositum demonstrabitur, quando recta linea DE producta cadit in BC. Quod si in AB cadat, vt in subiecta figura, erit triangulum AEF triangulo ABC simile. quare vt AB ad BC, ita AE ad EF. & est AE data. ergo & EF. Sed & data DE. & tota igitur DF data erit. vt autem BC ad CA, ita EF ad FA. & data est EF. quare & FA. Sed & AB data. ergo & BF dabitur. Rursus a puncto D ad AB perpendicularis ducatur DG. erunt AG GF DG datæ. ergo & GB. atque est angulus ad G rectus. & BD igitur data erit.*



THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

A Sint æquales circuli positione, & magnitudine dati, quorum centra A B, & datum B C punctum C, perque C describatur circulus CEF, contingens circulos, quorum centra AB. Dico ipsius diametrum datam esse.



D Iungantur EFG CFH, E CMP AB CE PFK HK. fit igitur GH ipsi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH æquales sunt, & similes circumferentiæ EPF GKF; & triangulum CEF triangulo FHG F æquiangulum. Eadem quoque ratione & HK ipsi PC est parallela, & æquales sunt circu-

circuli, quorum centra AB. æqualis igitur est FG ipsi DE. ducantur perpendiculares AS BL. ergo AS ipsi BL est æqualis. quare & BM æqualis MA; & LM ipsi MS. duo enim triangula BLM, ASM duos angulos ad uerticem æquales habent, & rectos angulos ad puncta LS. habent autem & unum latus vni lateri æquale, & perpendiculare, videlicet BL ipsi AS. Et data est unaquæque ipsarum ML LB MS SA, & ita FG DE, & BL LS. data igitur & vtraque ipsarum BM MA. Sed & utraque AC CB est data. positione. n. sunt ABC puncta. quare triangulum ABC specie est datum. ergo & data erit CM, perpendiculari scilicet a puncto C ad ipsam AB ducta. Et quoniam data est NR diameter circuli GHK, & data MA, erit & reliqua MR data. Rursus quoniam datum est rectangulum NMR, datum erit & ipsum GMF, hoc est EMF, hoc est CMP. & data est CM. data igitur & CP. Itaque cum circulus, cuius centrum A positione, ac magnitudine datus sit, & data positione, ac magnitudine CP; ductæque sint PFK, CFH, ita ut CP parallela sit ipsi KH; data erit & diameter circuli circa triangulum CFP, hoc est CEF descripti. G H K

COMMENTARIVS.

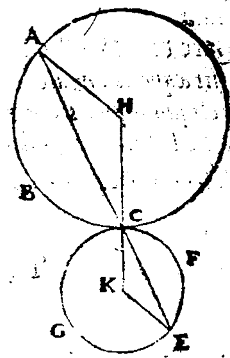
Sint æquales circuli positione, & magnitudine dati, quorum centra AB] *Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, vt arbitror, quemadmodum supra, nempe quorum diametri in numeris dantur.* A

Et datum punctum C] *Vt datæ quoque sint rectæ lineæ, quæ a puncto C ad circulorum centra A B pertinent.* B

Perque C describatur circulus CEF contingens circulos, quorum centra A B] *Contingat dictos circulos in punctis EF.* C

Iungantur EFG, CFH, CMP, AB CE PFK, HK] *Iungantur EF CF, & producantur, ut secet circulum, cuius centrum A in punctis GH. deinde iuncta AB, quæ secet rectam lineam EF in M, ducatur CMP. & rursus iuncta PF, productaque ad K, iungatur HK.* D

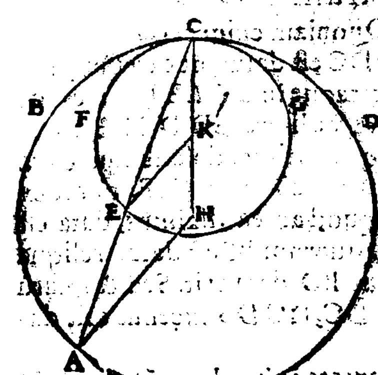
Fit igitur GH ipsi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH æquales sunt, & similes circumferentiæ EPF GKF, & triangulum ECF, triangulo FHG est æquiangulum] *Ad hoc demonstrandum infrascripta lemmate utemur.* E



LEMMA.

Si duo circuli se mutuo, siue intus, siue extra contingant, recta linea, quæ per contactum ducitur, similes eorum circumferentias abscindit.

Sint duo circuli ABCD, EFCG, qui sese in puncto C contingant: & per C ducatur recta linea AE utrumque eorum secans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC similem esse. Sumantur enim circulorum centra HK, ut circuli ABCD centrum sit H, circuli uero EFCG sit centrum K, iunganturque



turque HA, KE, & HK, quæ per contactum C transibit ex 11. & 12. tertii libri elementorum. Itaque quoniam angulus ACH est æqualis angulo ECK, & circa alios angulos, qui ad HK latera sunt proportionalia, est enim AH æqualis HC, quod a centro ad circumferentiam, & EK ipsi KC, & reliquorum vterque est recto minor: triangula AHC, EKC inter se similia erunt, & angulus AHC angulo EKC æqualis. circumferentia igitur ABC similis est circumferentię EFC, & idcirco reliqua ADC reliquæ EGC similis, atque illud est quod oportebat demonstrare.

Cum igitur circumferentia EPF similis sit circumferentiæ GKF, erit angulus ECF æqualis angulo FHG. Sed anguli ad verticem EFC GFH sunt æquales. reliquus igitur angulus CEF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi sequitur rectam lineam HG ipsi CE parallelam esse.

F Eadem quoque ratione & HK ipsi PC est parallela] *Est enim ex iis, quę demonstrata sunt, circumferentia PF similis circumferentię FK, & circumferentia CF ipsi FH. quare & angulus PCF angulo FHK est æqualis, angulusque CPF angulo HKF: & qui ad verticem PFC ipsi HFK, & triangulum FPC triangulo FHK ęquiangulum. recta igitur linea HK rectæ PC est parallela.*

G Aequalis igitur est FG ipsi DE] *Quoniam enim circumferentia EXD similis est circumferentiæ EPF, atque eidem similis est FKG circumferentia; erit & circumferentia EXD circumferentiæ FKG similis, & sunt æqualium circulorum. recta igitur linea ED rectę FG æqualis erit.*

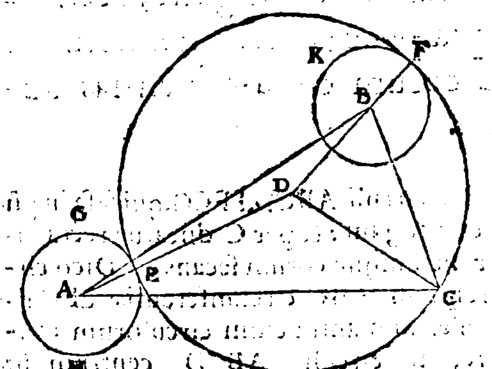
H Ergo AS ipsi BL est æqualis] *In circulo enim ęquales rectæ lineæ ęqualiter a centro distant.*

K Quare & BM est æqualis MA, & LM ipsi MS] *Nam cum angulus ad verticem BML sit æqualis angulo AMS, & rectus angulus ad L ęqualis recto ad S; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. Vt igitur LB ad SA, ita BM ad MA. Sed LB est æqualis SA. ergo & BM ipsi MA æqualis erit. & eadem ratione LM demonstrabitur ęqualis ipsi MS.*

THEOREMA IX. PROPOS. IX.

Sit triangulum ABC, habens unumquodque latus datum & punctum intra D: & quo superat AD ipsam DC, eo superet CD ipsam DB; sitque excessus datus. Dico unamquamque ipsarum AD DG DB datam esse.

Quoniam enim excessus ipsarũ AD DC est datus, sit excessui ęqualis utraque ipsarũ AE BF. tres igitur rectæ lineæ ED DC DF inter se æquales sunt. describatur circa centrũ D circulus CEF. quare ex eo, quod antea diximus, data est DF. quarum BF est data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipsarũ AD DC, DC DB excessus erit datus.



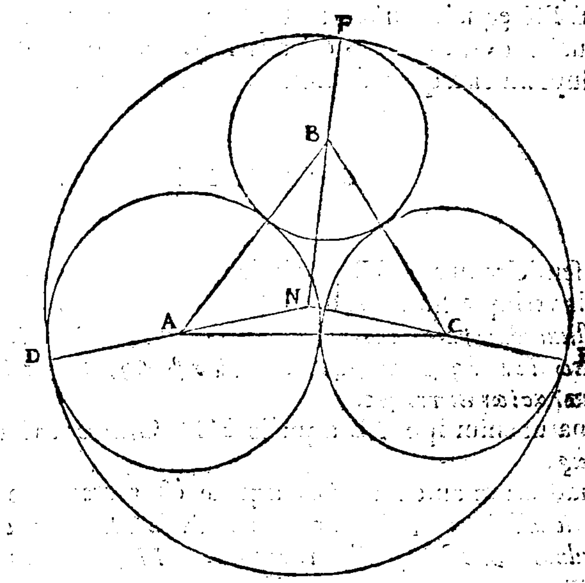
Lemmata igitur hæc sũt. Illud aũt est, quod imprimis quæritur.

THEO-

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

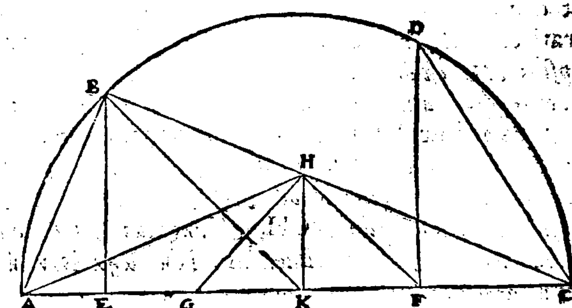
Sint tres circuli inæquales, qui sese contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC: & circa ipsos sit circulus contingens DEF, cuius oporteat diametrum inuenire.

Sit autem ipsius centrũ N: & centra ABC iungãtur, AB AC CB, & præterea NAD NBF NCE ducantur. Itaque quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC, datæ sunt, fiet etiam vnaquæque ipsarum AB BC CA data, & differentiæ ipsarũ AN NC NB datæ. ex eo igitur, quod ante descriptum fuit, data est AN. sed & AD data. quare circuli DEF diameter dabitur. & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem subscribam.



THEOREMA XI. PROP. XI.

Sit semicirculus ABC, & inflectatur CBA. ducaturque CD ita, vt CB sit æqualis vtrisque simul AB CD, & perpendiculares BE DF ducantur. Dico AF ipsi⁹ BE duplã esse.



Ponatur enim ipsi AE æqualis EG: & BH æqualis AB, junganturque AH HG HF: & ducta HK perpendiculari iungatur

tur BK. Quoniam igitur CB æqualis est vtrisque AB DC, quarum BH ipsi BA est æqualis, reliqua HC reliquæ CD æqualis erit; ergo quadratū ex CD est
C æquale quadrato ex CH: quadratum autem ex CD æquale est rectangulo
D ACF. rectangulum igitur ACF quadrato ex GH est æquale, & ob id angu
E lus FHC equalis est angulo HAG. rursus quoniam rectangulum CAE equa-
F le est quadrato ex AB, erit duplum rectanguli CAE, hoc est rectangulum
G CAG, æquale duplo quadrati ex AB, hoc est quadrato ex AH. angulus igitur
H HCF æqualis est angulo AHG. est autem & angulus HAG æqualis angulo
K FHC. ergo reliquus AGH reliquo HFC est æqualis, ac propterea GH equalis
L HF. & ducta est HK perpendicularis; quare FK ipsi KG æqualis erit. Et quo-
M niam vterque angulorum ABH AKH rectus est, & quadrilaterum ABH est in
N circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA: angulus autem BHA est dimidia pars recti. ergo & dimidia recti est BKA. rectus autē BEK angulus. qua
6. primi. re BE EK equales sunt. Sed ipsius EK dupla est AE, quoniam AE quidē est equalis EG, FK vero equalis KG. sequitur igitur rectam lineam AF ipsius BE duplam esse. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit semicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD, ita ut CB sit equalis vtrisque simul AB CD] *Græcus codex magna ex parte mancus est, quem ita restituendum puto.* ἔστω ἡμικύκλιον τὸ αβγ, καὶ κεκλάσθω ἡ γβα, καὶ διήχθω ἡ γδ καὶ ἔστω ἴση ἡ γβ συναμφοτέρῳ τῇ αβ δγ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν βε δζ. ὅτι ἡ αζ διπλασίων ἐστὶ τῆς βε.

B Ponatur enim ipsi AE æqualis EG] Græcus codex καὶ κείσθω γάρ. *lege* κείσθω γάρ.

C Quadratum autem ex CD æquale est rectangulo ACF] *est enim CD media proportionalis inter AC CF. nam ducta AD erit ex octaua sexti elementorum triangulum ADC simile triangulo CFD, & vt AC ad CD, ita DC ad CF.*

D Et ob id angulus FHC equalis angulo HAG] *Quoniam ob similitudinem triangulorum ADC CFD, vt AC ad CD, hoc est ad CH, ita DC ad CF, hoc est HC. ad CF. erit triāgulū AHC triangulo HCF simile. ex 6 sexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui adest ad C latera proportionalia sint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.*

E Rursus quoniam rectangulum CAE æquale est quadrato ex AB] *namque AB media proportionalis est inter CA AE ex octaua sexti elementorum.*

F Erit duplum rectanguli CAE, hoc est rectangulum CAG equale duplo quadrati ex AB, hoc est quadrato ex AH] *ponitur enim AE equalis EG, quare AG ipsius AE est dupla. & sunt AB BH æquales, angulusque ABH in semicirculo*
47. primi *rectus. ergo quadratum ex AH duplum est quadrati ex AB.*

G Angulus igitur HCF æqualis est angulo AHG] *quoniam rectangulum CAG*
17. sexti. *æquale est quadrato ex AH, vt demonstrandum fuit, AH media proportionalis erit inter CA AG. quare vt CA ad AH, ita HA ad AG. rursus igitur triangulum*
6 *AHG simile est triangulo ACH, & angulus AHG angulo ACH æqualis. Græcus codex mancus est, & ita restituendus.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς θγζ γωνία τῇ ὑπὸ τῆς αθη γωνίᾳ.

H Est autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] *ex eo, quod proxime demonstratum est.*

K Ergo reliquus AGH reliquo HFC est equalis] *hoc est reliquus angulus trianguli AHG æqualis reliquo trianguli HCF, vt etiam triangula AHG HCF similia sint.*

Ac

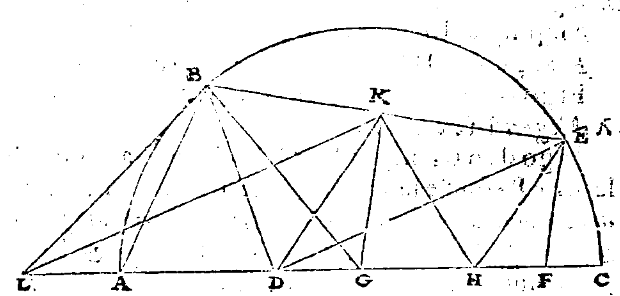
Ac propterea GH equalis HF] *cum enim anguli AGH HFC sint æquales, & reliqui ex duobus rectis HGF HFC æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ GH HF.* L 6. primi.

Et quadrilaterum ABHK est in circulo [*Si enim circa diametrum AH circulus describatur, per BK puncta transibit.* M 31 tertii

Angulus BHA equalis erit angulo BKA [*Quippe cum in eadem circuli portione consistant.* N

THEOREMA XII. PROPOS. XII.

Sit semicirculus ABC, & inflectatur ABD, sitque AB æqualis BD: ipsi uero BD ducatur ad restos angulos DA, & BA iungatur; cui ad restos angulos ducatur EF: sitque centrum G & ut AG ad GD, ita sit DH ad HF, & iungatur HE. Dico angulū BED angulo DEH æqualem esse.



Ducatur a puncto *G* ad *BE* perpendicularis GK, & iungatur EK, ergo EK ē æqualis KE, atque est āgulus BDE rectus: tres igitur rectæ lineæ BK KD KE inter se æqales sunt; & GK parllela est ipsi EF. Itaque quoniam angulus KE*D* est equalis āgulo D*EH*, atq; est DK æqualis KE; erit angulus KDE equalis angulo KED. & idcirco KDE āgulus ipsi DEH ē æqualis. & DK parallela est EH. Ducatur ipsi DE parallela KL, & CD ad L producatur, iūgaturque BL: Quoniam igitur KL quidem ipsi DE parallela est: KG vero parallela. EF, & KD ipsi *E*H, erit triangulum KLG æquiangulum triangulo *EDF*, & triangulum DKG triangulo HEF. quare vt LG ad GK, ita DF ad FE: & vt KG ad GD, ita EF ad FH: ergo ex æquali vt KG ad GD ita DF ad FH: & diuidendo vt LD ad DC, ita DH ad HF, ponebatur autem & vt *DH* ad HF, ita AG ad G*D*: vt igitur LD ad DG, ita DH ad HF, hoc est AG ad *GD*. quare LD ipsi AG est æqualis. & ob id LA ipsi *DG*. Sed & *A*B est æqualis BD. ergo LB ipsi BG æqualis erit. At *B*G est æqualis vtrique LD AG. ergo BL ipsi LD. Quoniam enim KL parallela est DE, & *D*K ipsi KE, æqualis; erit BK*L* angulus æqualis angulo LKD. & quoniam BK æqualis est KD, & angulus BKL angulo *D*KL. erit & *BL* ipsi LD æqualis. Compositio vero resolutioni congruens erit. Quoniam enim DK æqualis est KE, & angulus K*DE* angulo KE*D* est æqualis. angulus autem KED equalis est angulo BKL: & angulus KDE ipsi DKL ob lineas parallelas KL, *ED*. ergo & *BKL* angulus est æqualis angulo DKL. Sed & *BK* æqualis est KD. basis igitur BL basi LD æqualis erit. quare & angulus LBD angulo BD*A*, hoc est angulo DAB, hoc est ABG. cōis auferatur angulus AB*D*. reliquus igitur LBA æqualis est reliquo DBG. Sed & BDC æqualis ipsi BAL. ergo duo triāgula BDG BAL duos angulos duobus āgulis equales habēt, & latus *A*B equale lateri BD. quare BG ipsi BL, & DG ipsi *LA* ē equalis, ꝑptereaq; LD ipsi AG. Itaq; qm̄ vt AG ad G*D*, ita ponit ēē DH ad HF, atq; ē *A*G equalis LD, erit vt *LD* ad DG, ita *D*H ad *HF*: & cōponēdo vt LG ad GD, ita DF

3. tertii.
A
18. prim.
B
31 primi.
C
18. primi
4. sexti.
D
9 quinti.
E F
G
4. primi.
5. primi.
H K
L
5. primi
M

M ad

NO ad FH. est autē & vt LG ad GK, ita DF ad FE. & vt KG ad KC ad CD, ita EF ad FH.
P & angulus EFH est æqualis angulo KGD ob lineas parallelas EF KG. ergo angulus
28 prim. EHF angulo KDG est ęqualis: & idcirco recta linea KD rectæ EH parallela. angu-
29 prim. lus igitur KDE, hoc est KED angulo DEH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Tres igitur rectæ lineę BK KD KE inter se æquales sunt] *Si enim centro K & interuallo KB circulus describatur, transibit is per punctum D. ergo KD ipsi KB est æqualis.*

B Itaque quoniam angulus KED est æqualis angulo DEH & reliqua] *Hic incipit resolutio. ponit enim illud, quod demonstrare oportet.*

C Et idcirco KDE ipsi DEH est æqualis.] *Græcus codex.* ὅτι ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ δεθ ἴση ἐστίν. *lege* τῇ ὑπὸ δεθ.

D Et ob id LA ipsi DG] *Nempe ablata vtrique communi AD.*

E Ergo LB ipsi BG æqualis erit] *Quoniam enim AB est æqualis BD, erunt anguli* BAD,
3. primi. *BDA inter se æquales; & itidem æquales, qui ex duobus rectis relinquuntur* BAL BDG. *ergo & basis LB basi BG est æqualis.*

F At BG est æqualis vtrique LD AG] *Etenim LD ostensa est æqualis AG, & est AG ipsi GB æqualis; a centro namque ad circumferentiam ducuntur.*

G Quoniam enim KL parallela est DE, & DK ipsi KE ęqualis, erit BKL angulus æqualis angulo LKD] *Aliter ostendit EL LD æquales esse. nam cum KL DE sint parallelæ, sitque LK æqualis KE; erit angulus BKL æqualis angulo KED. sed angulus KED est æqua-*
5 prim. 29 *lis angulo KDE. hoc est angulo LKD. angulus igitur BKL angulo LKD est æqualis.*

H Angulus āt KED æqualis ē angulo BKL] *Græcus c.* ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ κδε *lege* ὑπὸ κεδ.

K Et angulus KDE ipsi LKL] *græcus cod.* ἡ δὲ ὑπὸ κδε τῇ ὑπὸ βκλ. *lege* τῇ ὑπὸ δκλ.

L Ergo & BKL angulus est æqualis angulo DKL] *græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ βκλ τῇ κλδ *lege* τῇ ὑπὸ δκλ.

M Ergo duo triangula BDG BAL duos angulos duobus angulis ęquales habēt, & latus AB ęquale lateri BD. quare BG ipsi BL, & DG ipsi LA est ęqualis] *Erit.n. et reliquus angulus reliquo æqualis & triāgulū triāgulo simile. quare vt* AB *ad* BD *ita* LB *ad* BG *&* LA *ad* DG. *est autem* AB *æqualis* BD. *ergo &* LB *ipsi* BG, *&* LA *ipsi* DG *est æqualis.*

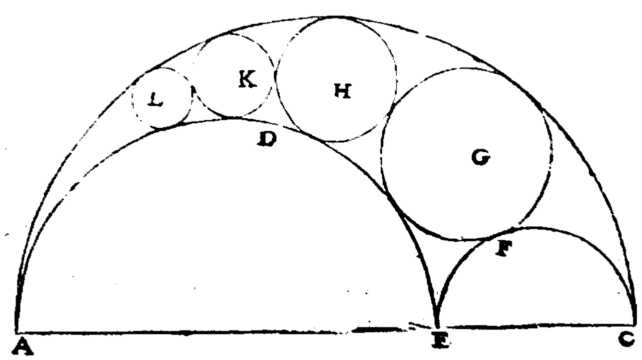
N Est autem & vt LG ad GK, ita DF ad FE] *ex 4 sexti element. Nā cum rectæ lineæ LK DE parallelæ sint, itemque parallelæ KG EF, erunt triangula LKG DEF inter se similia.*

O Et vt KG ad GD, ita EF ad FH] *Est enim vt* LG *ad* CK, *ita DF ad* FE, *& conuertendo vt* KG *ad* GL, *ita EF ad* FD. *Sed vt* LG *ad* GD, *ita DF ad* FH. *ergo ex æquali vt* KG *ad* GD *ita EF ad* FH.

P Ergo angulus EHF angulo KDG est æqualis.] *Nam cum sit vt* KG *ad* GD, *ita EF ad FH: & angulus ad G sit æqualis angulo ad F: erunt & reliqui anguli reliquis angulis ęquales, ex 6. sexti libri elementorum.*

Circūfertur in quibusdā libris antiqua propositio huiusmodi.

Ponātur tres semicirculi sese cōtingentes ABC, ADE, EFC: & in spacio inter ipsorū circūferētias interiecto, quod ἄρβηλον vocāt. describātur quotcūque circuli, qui tū semicirculos, tū sese mutuo cōtingant, vt circa

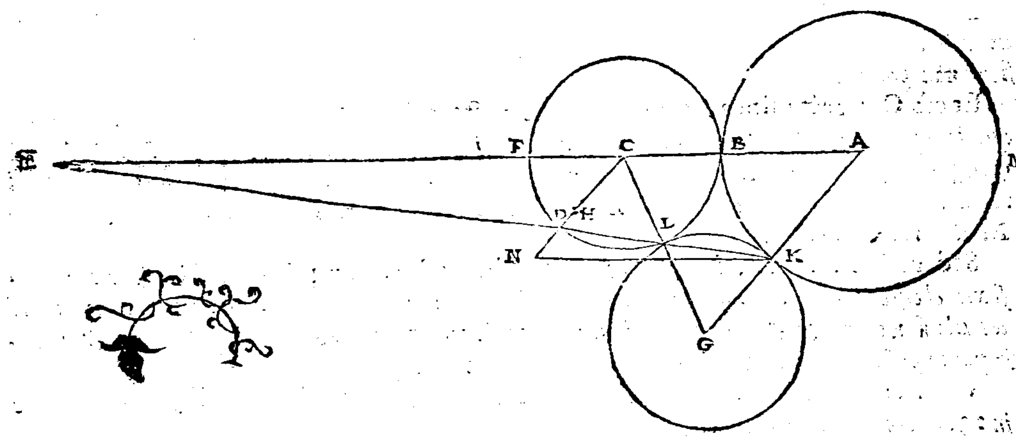


centra GHKL, ostendendū est perpendicularē quidē; quę a cētro G ad AC ducitur, diametro

diametro circuli circa G descripti ęqualem esse. perpendicularem uero, quæ ab H ducitur, duplam esse diametri circuli circa H descripti: & quæ a K ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices esse propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps sese vnitate superantes, infinite facta circulorum descriptione. Sed prius lemmata nonnulla demonstrabuntur.

THEOREMA XIII. PROPOS. XIII.

Sint duo circuli FB BM circa centra AC, quæ sese in B contingant, & eorū maior sit BM. sit prӕterea alius circulus KL circa centrum G, ipsos contingens in KL, & iungantur CG AG, quæ per KL transibunt. iunctaq; KL, & producta secabit quidē circulum CB, rectæ uero lineæ, quæ centra AC producitur, occurret: propterea quod trapezii AKLC latus AK maius est latere CL. occurrat autem in E, secans circulum in D. ostendendum est ut AB ad BC, ita esse AE ad EC. Est autem manifestū, iuncta A
CD. etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad uerticē ęquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA sint æquales, &
sit CD parallela ipsi AK. Vt igitur AE ad EC, ita AK ad CD, hoc est ita AB ad BC. 4. sexti



Cōuersum quoq; huius perspicuū est. si. n. sit ut AB ad BC, ita AE ad EC, erit KD in eadem recta linea, in qua DE.

Parallela. n. est AK ipsi CD. & ut AB ad BC, hoc est ut AE ad EC, ita AK ad CD. In eadē igitur recta linea est KD, in qua DE. Si. n. recta linea, quæ per KE ducitur nō trāseat per D, sed per H, erit ut AE ad EC, ita AK ad EH, quod fieri nō potest. similiter neque extra D trāsibit, secans CD productā, ut in pūcto N. nā rursus erit ut AE ad EC, ita AK ad CM, quod itidē fieri nō pōt. ut. n. AE ad EC, ita est AK ad CD. vel hoc modo Ducatur per K ipsi AE parallela KN. erit ACNK. parallelogrammum, & AK ęqualis CN. Et qm̄ ut AE ad EC, ita AK, hoc est CN ad CD; erit diuidēdo ut AC ad CE, ita ND ad DC. & permutādo, ut AC, hoc ē ut KN ad ND, ita EC ad CD; sūtq; circa ęquales angulos, qui ad NC latera proportionalia. Simile igitur est triangulū EDC triāgulo DNK. quare angulus EDC angulo NDK est æqualis. & est CN recta linea, ergo & KDE recta erit. Dico ꝓterea KEL rectāgulū quadrato ex EB ęquale eē.

19 quin. Quoniam enim ut AE ad EC, ita AB ad BC, hoc est ad CF; erit & reliqua
2. sexti. BE ad reliquam EF, ut AE ad EC, hoc est ut KE ad ED. Sed ut KE ad ED,
D ita KEL rectangulum ad rectangulum LED. vt autem BE ad EF, ita quadra
E tum ex BE ad rectangulum BEF. atque est rectangulum LED æquale rectangu-
F lo BEF, rectangulum igitur KEL quadrato ex EB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA sint æquales; & sit CD parallela ipsi AK] *Quoniam enim trianguli CDL angulus CLD est æqualis angulo KLG trianguli LKG, & circa alios angulos DCL LGK latera proportionalia, immo uero æqualia, aliorum autem uterque est minor recto; triangula CDL LKG æquiangula erunt, & angulus GCD angulo CGA æqualis. ergo recta linea CD rectæ AK parallela erit. Græcus codex* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γδλ λκη. τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε, ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ δλη γ γηα γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παράλληλον τὴν γδ καὶ τῇ ακ *lege* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γδλ λκη τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ ηγδ γηα γωνίας ἐναλλάξ. καὶ παράλληλον τὴν γδ τῇ ακ.

B Erit & ut AE ad EC, ita AK ad CH, quod fieri non potest.] *Est enim ut AE ad EC, ita AK ad CD. quare CH ipsi CD est æqualis, pars uidelicet toti, quod fieri non potest.*

C Et est CN recta linea. ergo & KDE recta erit] *Nam cum angulus EDC sit æqualis angulo NDK, apposito utrique communi CDK: erunt anguli EDC CDK æquales angulis CDK KDN. Sed anguli CDK KDN sunt æquales duobus rectis, quod recta linea sit CDN. ergo & EDC CDK duobus rectis æquales erunt: & idcirco EDK recta linea erit.*

D Sed ut KE ad ED, ita KEL rectangulum ad rectangulum LED] *Ex prima sexti elementorum, sumpta nimirum LC communi altitudine. Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ κε πρὸς εδ, οὕτως τὸ ὑπὸ κελ πρὸς τὸ ὑπὸ αεεδ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ λεδ. *& paulo post* πρὸς τὸ ἀπὸ βεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ βεζ.

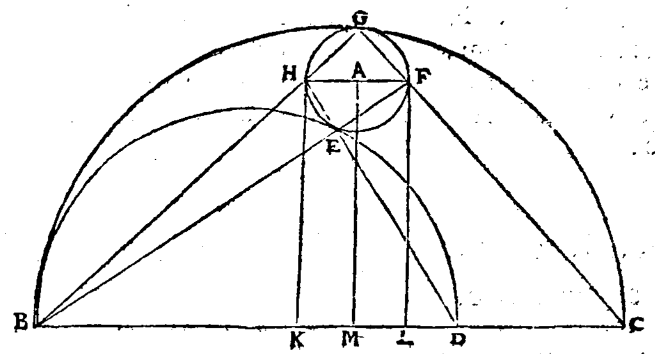
E Vt autem BE ad EF, ita quadratum ex BE ad rectangulum BEF] *Ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.*

F Atque est rectangulum LED æquale rectangulo BEF] *Ex 36. tertii elementorum, videlicet ex primo corollario, quod nos in ipsam conscripsimus.*

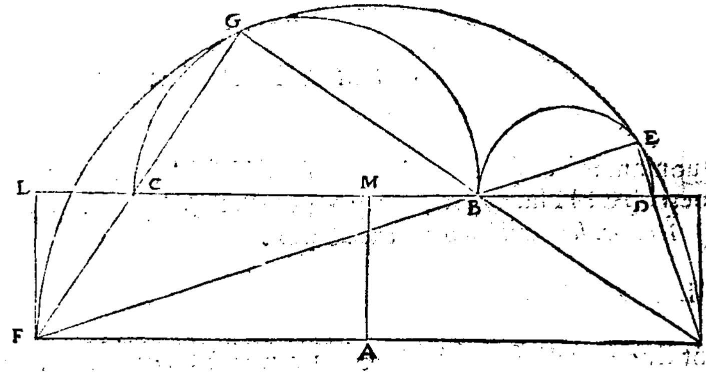
THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

Sint duo semicirculi BGC BED: & ipsos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC basim semicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita esse in prima figura vtramque simul CB BD ad earum excessum CD; in secunda vero, & tertia figura, ita esse excessum CB BD ad vtramque ipsarum CB BD.

Duca-

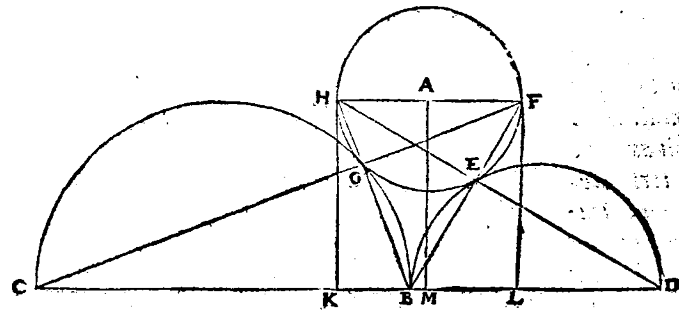


A Ducatur per A ipsi BC parallela HF. Quoniam igitur duo circuli BGC EFGH sese contingunt in puncto G, & eorum diametri BC FH sunt parallelæ, quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit. Rursus quoniam duo circuli BED, EFGH sese in puncto E contingunt, & parallelæ sunt eorū diametri HF BD; recta linea erit tum quæ per FEB, tum quæ per HED transit. Ducantur etiam a punctis HF perpendiculares HK FL. erit ob similitudinem quidem triangulorum BGC, BHK, ut GB ad BG, ita HB ad BK; & rectangulum CBK æquale rectangulo GBH. ob similitudinem uero triangulorū BFL BED, ut DB ad BE, ita FB ad BL: & DBL rectangulum æquale rectangulo FBE. rectangulum autem GBH est æquale ipsi FBE. ergo & CBK rectangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod si a puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB. In prima igitur figura erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. quare & ut utraque CB BD ad earum excessum CD, ita utraque LB BK ad earum excessum KL. & est utriusque LB BK dimidia BM, propterea quod KM est æqualis HA, ipsius vero LK dimidia est MK. vt igitur utraque CB BD ad DC, ita BM ad MK. In secunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter ostensum est æquale rectangulo DBL, erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. & componendo



B

C 16 sexti.



D

E
F
G
H

14 sexti.

ponendo

K ponendo vt CD ad DB, ita LK ad KB. quare & ut CD ad exceſſum CB BD,
L ita KL ad exceſſum LB BK. atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli
M iEFGH pro LM. & BM dimidia exceſſus LB BK; quòd LM ſit æqualis AF.
N ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura
O utraque CB BD ad exceſſum ipſarum CD: in ſecunda autē, & tertia figura, ita exceſſus CB BD ad vtramque CB BD, hoc eſt ad CD ex conuerſa ſcilicet ratione.

P Dico inſuper rectangulum contentum BK LC quadrato ex AM æquale eſſe.

Q Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK FLC, vt EK ad KH, ita eſt FL
16 sexti ad LC. & quod continetur BK LC eſt æquale contento HK FL; hoc eſt quadra-
R to ex AM. Quod cum ſit ut BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum contentum BC & KL, hoc eſt diametro circuli æquale erit contento BL & DC.
S & cum ſit ut BD ad DC, ita BK ad KL, rectangulum, quod continetur BD & KL, hoc eſt diametro circuli, rectangulo contento BK & DC æquale erit.

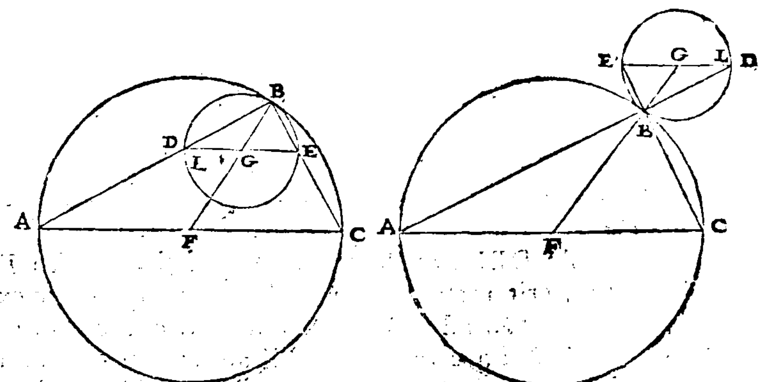
COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC EFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BC FH ſunt parallelæ; quæ per GHB, & quę per GFC ducitur recta linea erit] *Hoc nos ſequenti lemmate oſtendemus.*

LEMMA.

Sint duo circuli ABC DBE circa centra FG, quæ ſeſe in puncto B contingant; & per FG ducantur diametri inter ſe parallelę AFC DGE, iunganturque AB CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB per punctum E tranſire. hoc eſt ADB, CEB rectas lineas eſſe.

Iuncta enim AB ſecet ipſam DE in L, & ducatur FG, quæ per contactum B tranſibit ex 11. & 12. tertii elementorum. Itaque quoniā AC DE parallelæ ſunt, fient triangula ABF LBG inter ſe ſimilia.
39 prim. *angulus .n. BLG eſt æqualis angulo BAF, & angulus LBG vel vtrique communis, uel ad uer*



ticem

ticem. ergo & reliquus reliquo ęqualis. vt igitur BF ad FA, ita BG ad GL. ſed vt BF ad FA, ita eſt BG ad GD. nam BF eſt æqualis FA, & BG ipſi GD, cum ſint à centro ad circumferentiam. quare ex 9. quinti ſequitur GL ipſi GD ęqualem eſſe. & LD vnum, atque idem punctum recta igitur linea eſt ADB. Eodem modo demonſtrabimus CEB rectam lineam eſſe; atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.

Erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BGC BHK &c.] *Eſt enim angulus ad B, vel vtrique communis, vel aduerticem: angulus autem BGC in ſemicircurlo rectus ęqualis recto ad K. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit. triangula quoque BFL, BED ſimilia ſunt, cum angulus ad B ſit vtriſque communis, vel aduerticem; & BED rectus ęqualis recto, qui ad L.* B

Vt CB ad BG, ita HB ad BK.] *Græcus codex.* ὡς ἡ βγ πρὸς βη, οὕτως ἡ βθ πρὸς τὴν θκ. *lege* πρὸς τὴν βκ. C

Rectangulum autem GBH eſt in æquale ipſi FBE] *ex 36 tertii libri elementorum in prima & tertia figura, in ſecunda verò ob ſimilitudinem triangulorum BEH BGF erit vt GB ad BF, ita EB ad BH.* D

Quòd ſi à puncto F perpēdicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK ęquale quadrato ex DB] *erit enim punctum L idem quod D, & recta linea DB eadem, quæ BL.* E

In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum CBK eſt æquale rectangulo DBL, vt CB ad BD, ita eſt LB ad BK, ex 14 ſexti elementorum. quare per conuerſionem rationis vt BC ad CD, ita BL ad LK. Sed vt vtraque CB BD ad CB, ita vtraque LB BK ad LB. ex æquali igitur vt CB BD ad DC, hoc eſt ad earum exceſſum, ita LB BK ad earum exceſſum KL. vt autem LB BK ad exceſſum KL, ita dimidia ipſarum LB BK ad dimidium exceſſus KL; hoc eſt ita BM ad MK, vt oſtendetur. ergo vt CB BD ad DC, ita BM ad MK. At verò BM dimidiam eſſe ipſarum LB BK perſpicue conſtat. namque LB excedit BK magnitudine KL & eius dimidia eſt KM, quæ ipſi BK addita totius dimidiam reddit.* F

Quare vt vtraque CB BD ad earum exceſſum CD, ita & vtraque LB BK ad earum exceſſum KL] *Gręcus codex mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ὥστε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ γβ βδ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν γδ, οὕτως καὶ συναμφότερος ἡ λβ βκ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν κλ. G

Propterea quod KM eſt ęqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK] *eſt enim KM ipſi HA, quę eſt ex centro circuli EFGH æqualis, & ML æqualis AF. ergo ipſius KL dimidia eſt KM, quemadmodum & ipſius HF dimidia eſt HA. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν κμ τῇ μα. *ſed legendum puto.* τῇ μλ, *vel potius* τῇ θα. H

Quare & vt CD ad exceſſum CB BD, ita KL ad exceſſum LB BK.] *Quoniam enim vt CB ad BD, ita LB ad BK, erit per conuerſionem rationis, vt CB ad exceſſum CB BD, ita LB ad exceſſum LB BK. vt autem vtraque CB BD ad CB, ita vtraque LB BK ad LB. ergo ex æquali vt CB BD, hoc eſt vt CD ad exceſſum CB BD, ita LB BK, hoc eſt LK ad exceſſum LB BK. ſed vt LK ad exceſſum LB BK, ita dimidia LK, hoc eſt LM ad dimidium exceſſus LB BK, hoc eſt ad MB. vt igitur LM ad MB, ita CD ad exceſſum CB BD. & conuertendo vt BM ad ML, hoc eſt ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita exceſſus CB BD ad CD.* K

Atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM] *Nam KL eſt æqualis ipſi HF diametro circuli EFGH. quare eius dimidia eſt AF, quæ ex centro eiuſdem circuli, hoc eſt LM.* L

Et BM dimidia exceſſus LB BK, quòd LM ſit æqualis AF] *Abſcindatur à recta linea LM ipſa MN æqualis MB. & cum LM ſit æqualis MK, & NM ipſi MB, erit & reliqua LN æqualis BK. ergo BN eſt exceſſus, quo LB ipſam BK excedit, & eius dimidia eſt BM. Græcus codex.* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν λμ τῇ ακ. *lege* τῇ αζ. M

Ergo

N Ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB BD ad excessum ipsarum CD] *Hoc superius conclusum est. Græcus codex* ὥσπερ ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. *Sed legendum uidetur* οὕτως ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς.

O In secunda autem,& tertia figura,ita excessus CB BD ad utramque CB BD,hoc est ad CD, ex conuersa scilicet ratione] *Vt nos proxime ostendimus.*

P Dico insuper rectangulum contentum BK LM &c.] *Græcus codex* τὰ δ' ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ γ. *Sed forte legendum erit.* λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ γ *quemadmodum in antecedente.*

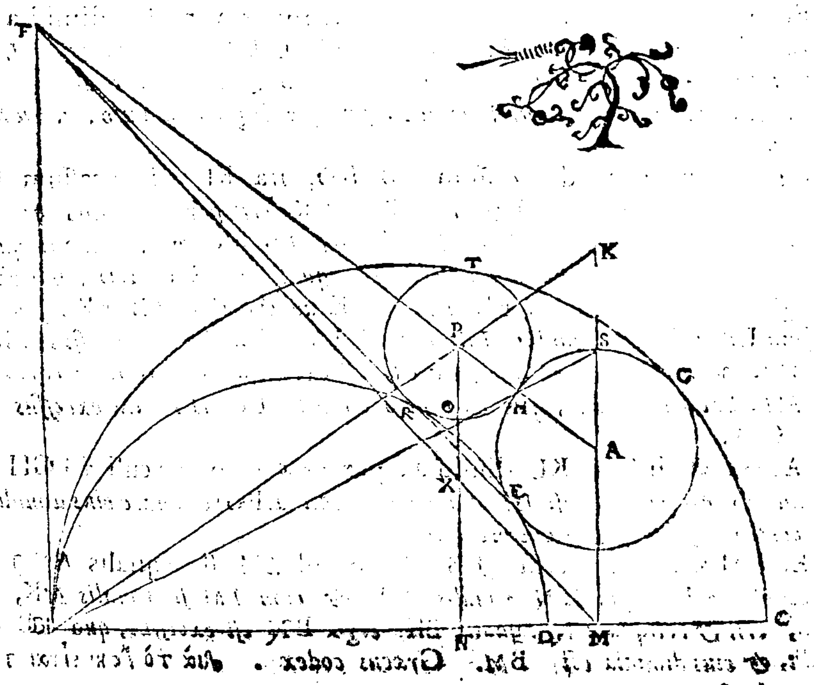
Q Ob similitudinem enim triangulorum BHK FLC] *Ostensum est superius triangula BGC BHK similia esse. Sed triangulum FLC est simile triangulo BGC, quòd angulus ad C uel communis sit, uel ad uerticem: angulus autem ad L rectus æqualis recto BGC. quare & triangulo BHK simile erit. & angulus FCL angulo BHK æqualis.*

R Quòd cum sit ut BC ad CD, ita BL ad LK] *Quoniam enim rectangulum CBK æquale est rectangulo DBL, quod superius demonstratum fuit, ut CB ad BD, ita est LB ad BK. quare in prima figura ob conuersionem rationis, ut BC ad CD, ita erit BL ad LK. In secunda uero, & tertia figura, erit conuertendo vt DB ad BC, ita KB ad BL: componendoque ut DC ad CB, ita KL ad LB: & rursus conuertendo ut BC ad CD, ita BL ad LK.*

S Et cũ sit ut BD ad DC, ita BK ad KL] *Quoniã n. ut BC ad CD, ita est BL ad LK, erit in prima figura diuidẽdo ut BD ad DC, ita BK ad KL. At in secunda & tertia figura. Quoniã ut CB ad BD, ita LB ad BK, componendo, conuertendoque ut BD ad DC, ita erit BK ad KL.*

THEOREMA XV. PROPOS. XV.

Iisdem positis describatur circulus HRT, qui & semicirculos iam dictos, & circulum EGH contingat in punctis HRT, atque a centris A P ad BC basim perpendiculares ducantur AM PN. Dico vt AM vnà cum diametro circuli EGH ad diametrum ipsius, ita esse PN ad circuli HRT diametrum.



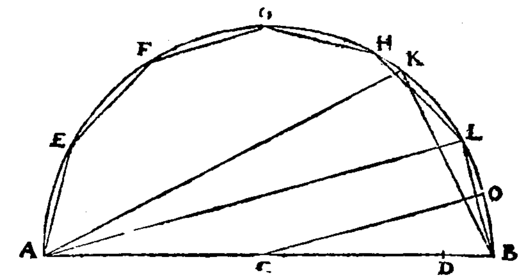
corol l. 16 tertii. Ducatur ipsi BD ad rectos angulos BF, quæ semicirculũ BGC continget: & iũcta AP producatur A in F. Quoniam

---

THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

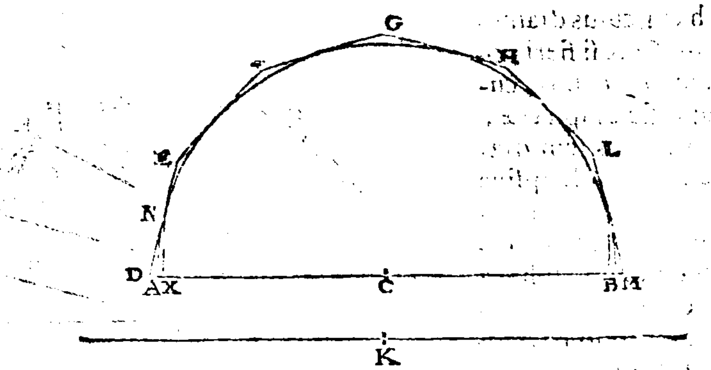
Omnis sphæra æqualis est cono, cuius basis quidem est superficies sphære, altitudo vero eiusdem semidiameter.

Sit enim sphæra, cuius diameter AB, centrum C: & si fieri potest, sit primũ maior conus, cuius basis est superficies sphæræ, hoc est circulus, cuius semidiameter AB, & altitudo CB ipsius spæræ semidiameter. Intelligatur alius conus inter ipsa medius, hoc est minor cono, sphæra autem maior, cuius quidem basis eadem sit, & altitudo BD minor. quam CD. & in semicirculo AEB ducatur AK, quæ possit id quod bis continetur AB CD. ergo reliquum, hoc est, quod bis ABD contiuetur, æquale est ei, quod fit à BK. & eorum dimidia; videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis ABD vna cum contento bis AB CD., hoc est, quod bis ABC continetur æquale est quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB est æquale, cum angulus ad K in semicirculo rectus sit. Describatur in semicirculo polygonũ æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL minor sit quam BLK. quod quidem fieri potest. secantes enim semicirculum bifariam, & rursus dimidiam circumferentiam bifariam secantes, atque hoc facientes semper, tandem relinquemus circumferentiam minorem, quam BLK, vt BL. & iuncta AL, ducatur ipsi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum est COB triangulo, & dupla est AL ipsius CO, & LB dupla BO; estque LB minor, quam AL: erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB & eius dimidia continetur. Eadem quoque ratione si per C. ipsi AK parallelam duxerimus vsque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia contentum igitur AL CO multo maius est eo, quod eisdem cõtinetur. hoc est ABD rectangulo. quare conus basim quidem habens circulum, cuius semidiameter potest id, quod continetur AL CO, altitudinem vero AB, maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter potest id, quod ABD, continetur, & altitudinem AB. Sed conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest, quod continetur AL CO, & altitudinem AB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod AL, AB continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus basim habens circulum, cuius semidiameter põt quod LAB, & altitudinẽ CO, maior ẽ cono basim habẽte circulũ, cuius semidiameter potest, quod ABD, continetur, & altitudinẽ AB: hoc est maius cono huic ęquali, qui basim hebet circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem vero BD. vt enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD. & ostensum est in 23 huius superficiens factam ab omnibus polygoni lateribus ex simili conuersione. æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest id quod LAB continetur, conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod LAB continetur, & altitudinem CO, qui quidem est ęqualis figuræ solidæ in sphæra descriptæ, maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter AB. & altitudinem BD. quare & solida figura iam dicta maior est cono, cuius basis semidiameter est AB, altitudo autem BD. sed etiam hic conus positus est maior sphæra. solida igitur figura in sphęra descripta multo maior erit, quam ipsa sphęra. quod fieri non potest.



A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

Sit

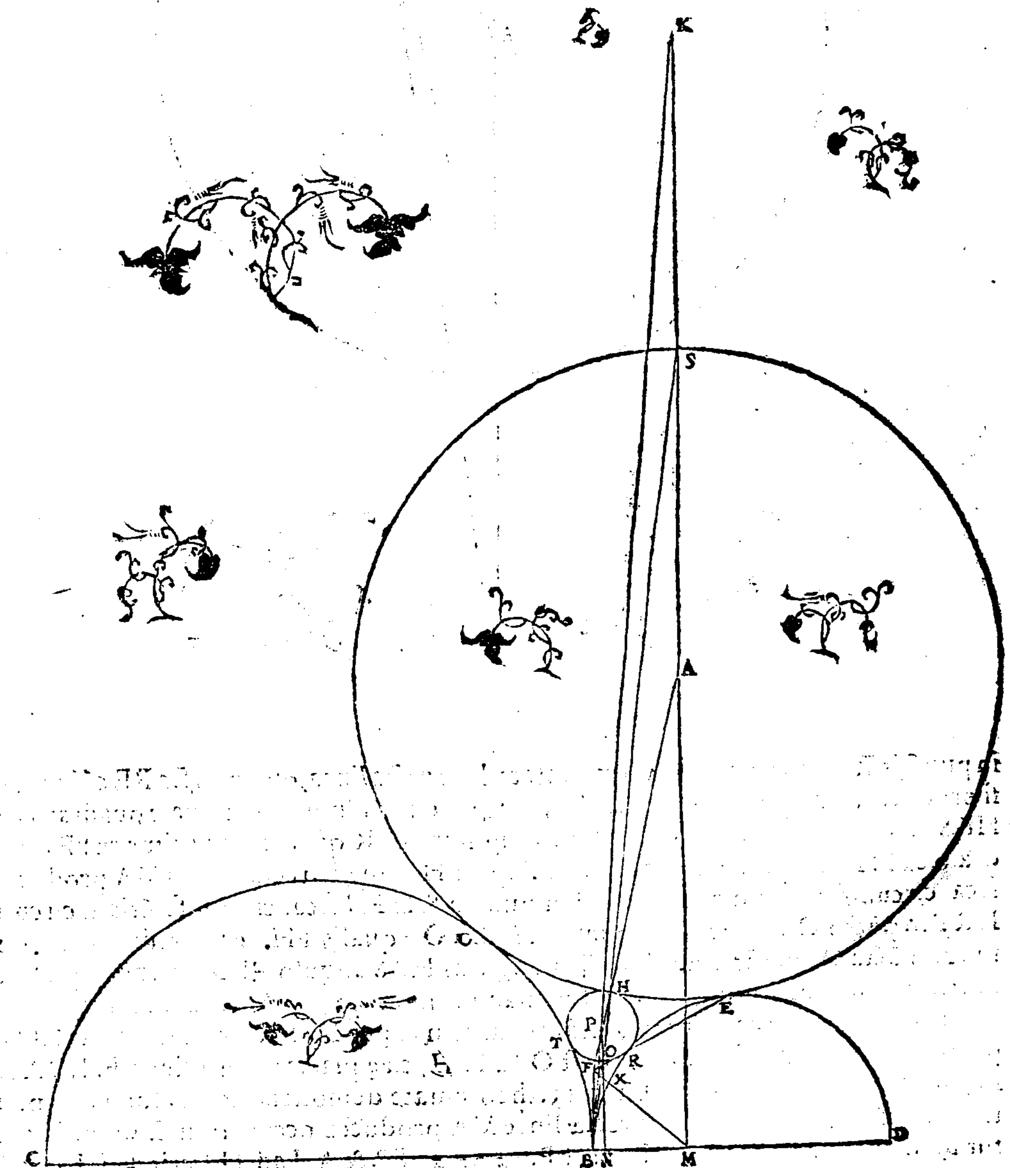


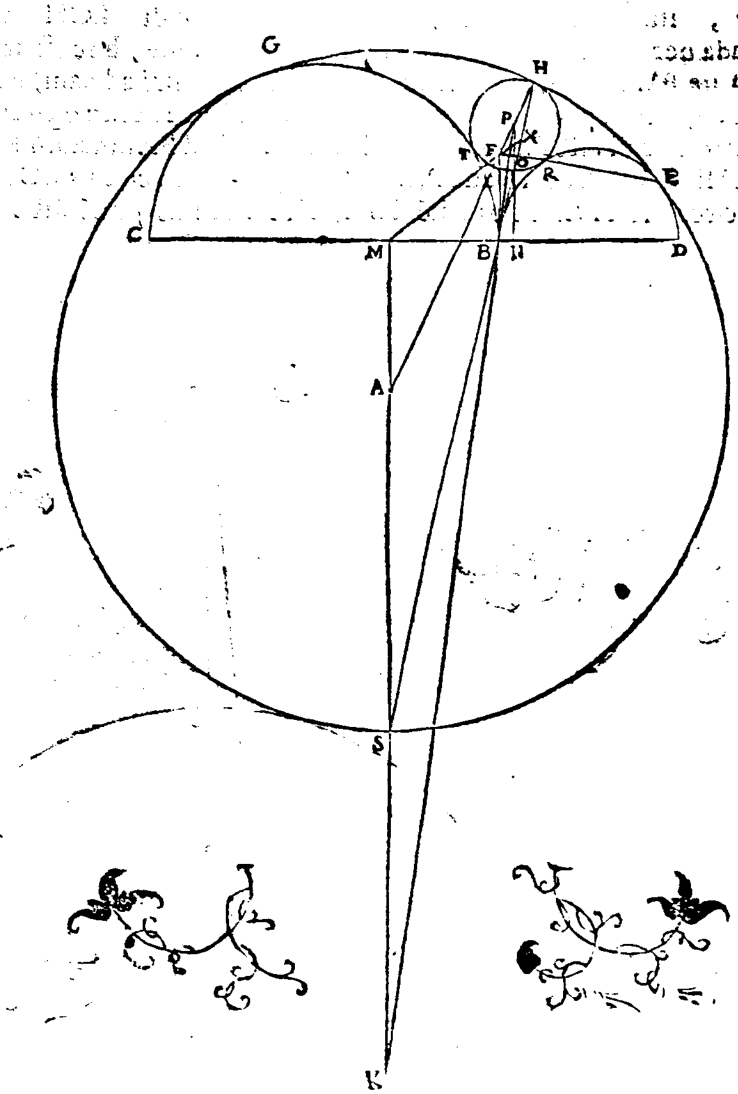
Sit autem sphæra minor dictus conus, basim quidem habens circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem vero CB, hoc est conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita est quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter sphæram & conum intelligatur alius conus medius, cuius basis sit eadem, & altitudo recta linea K maior, quam AB. circa semicirculum vero describatur polygonum æquilaterum, ita vt
α vnum latus DE minus sit excessu, quo recta linea K ipsam AB excedit. atque est DE
β maior, quã vtraque simul DA BM, siquidem & DN maior est, quam DA. ergo DM,
γ quam K minor erit. Quoniam autem superficies, quæ a polygono fit ex simili con-
δ uersione circa axem DM æqualis est circulo, cuius semidiameter potest, quod DM AB continetur, patet solidum a polygono factum, quod etiam descriptum est circa sphæram, quam facit semicirculus, æquale esse cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod continetur DM AB, & altitudinem CB ipsius sphæræ semidiametrum ex 35. huius. Sed conus basim habens circulum cuius semidiameter potest quod continetur DM AB, & altitudinem CB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinẽ DM, cum bases ex contraria parte altitudinibus respondeant. est enim vt id, quod continetur DM AB ad rectangulum ABG, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factũ æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem DM. est autem K maior, quam DM: & conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem K, minor est sphæra. quare solidum circa sphæram descriptum ipsa sphæra multo minus erit. quod fieri non potest. conus igitur sphæra necessario est æqualis.

COMMENTARIVS.

Sit enim sphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἔσω γὰρ σφαῖρα, ἧς
A *διάμετρος ἡ αδ. Sed legendum ἡ αβ.*
Hoc est circulus, cuius semidiameter AB] *Ex 29. huius.*
B Et altitudo BD. minor, quam CD] *Græcus codex* ὕψος δὲ ἡ βδε *legendum autem*
C *ἡ βδ.*
Et ia semicirculo AEB ducatur AK, quæ possit id, quod bis continetur,
D AB CD.] *Græcus codex corruptus est, vt opinor, qui sic habet,* κα, ἡμικυκλίου οὕτος

niam igitur per ea, quæ ante ostensa sunt, ut utraque CB BD ad excessum ipsarum CD, ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in secunda uero & tertia vt excessus ipsarum ad utrãque, hoc est ut excessus CB BD ad CD, ita BM ad eã quæ ex centro circuli EGH; & BN ad eam, quæ ex centro circuli HRΓ. quare & permutãdo ut MB ad BN, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta.n. FM erit ut C
MB ad BN, ita MF ad FX. & ut AF ad FP, ita AH quę ex centro circuli EGH ad HP, quæ ex centro circuli HRT. circulos autẽ EGH, HRT circulus quidẽ BRE cõtingit





in punctis R E. ergo per Theorema antecedens recta linea, quæ puncta RE cõiungit, si producatur, ad punctũ F pertinebit, eritq; rectangulum EFR æquale quadrato ex
D HF. Sed quadrato ex FB æquale est rectangulum EFR. quadratum igitur ex BF quadrato ex FH est æquale: & recta linea BF ipsi FH æqualis. recta autem MA producta secat circumferentiam circuli EGH in puncto S. & PN secat circumferẽtiam circuli HRT in pũcto O. estque AH æqualis AS, & PO æqualis PH. ergo recta linea, quæ
29 primi iungit pũcta OS per H transibit. est. n. angulus HAS angulo HPO alterno æqualis.
E F & triãgulum AHS triangulo PHO æquiangulum. atque est APF recta linea. recta
G H igitur linea est, & quæ per SHO. trãsibit autem & per B; recta enim linea est HOB propterea quòd ut BF ad FH, ita est OP ad PH, cũ equales anguli sint BFH, OPH. in parallelis BF OP, quod etiam in 13. theoremate demõstratum est. Iungatur præterea BP, & producatur, ita ut rectæ lineę MA productæ occurrat in K. Quoniã igi
K L tur ut MB ad BN, hoc est ut KB ad BP, ita AF ad FP, & AH ad HP, erit & ut KB ad
M N BP, ita AS ad PO, & SK ad PO. & quoniam tota AK toti diametro circuli EGH est
O P æqualis; & ut MK ad KS, ita NP ad PO; erit & ut MK ad KA, hoc est ut MA una cum diametro circuli EGH ad diametrum ipsius, ita NP ad circuli HRT diametrũ. quod demonstrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur per ea, quę ante ostensa sunt] *In antecedente.*

Ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in secunda uero & tertia.] *Vide ne Græcus codex mancus sit, in quo legitur.* οὕτως ἡ β μ ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν &c. *Ego enim ita legerem* οὕτως ἡ β μ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε η θ κύκλου ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης, *&c. tertiam autem figuram nos addidimus, quę in græco codice non erat.* A

Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit ut MB ad BN, ita MF ad FX] *Iungatur FM ita ut rectam lineam NP in puncto X secet. erit ob similitudinem triangulorum MBF MNX, ut MB ad BN, ita MF ad FX. Vt autem MF ad FX, ita AF ad FP, ob triangulorum AFM, PFX similitudinem. ergo vt MB ad BN, ita AF ad FP. Sed ut MB ad BN, ita erat AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Vt igitur AF ad FP, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT.* B

Sed quadrato ex FB ęquale est rectangulum EFR] *Ex 36 tertii libri elementorum recta enim linea FB contigit circulum BRED, & FE in punctis RE eundem secat.* C

Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] *Ex 6. sexti elementorum. sunt enim circa æquales angulos HAS HPO latera proportionalia.* D

Atque est APF recta linea. recta igitur linea est, & quę per SHO ducitur] *Quomodo hoc sequatur diximus in 13. huius.* E

Transibit autem & per B] *Hoc est recta linea OS, quę transit per H, vt demonstratum est, transibit etiam per B. Græcus codex* ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ β ε. *lege* διὰ τοῦ β. G

Recta enim linea est HOB, propterea quòd ut BF ad FH, ita est OP ad PH &c.] *Etenim ostensa est BF æqualis FH. atque est OP ęqualis PH, quòd a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia sint, erunt triangula BFH OPH inter se similia, & ut HF ad FB, ita HP ad PO quare si BH non transiret per O, sed per aliud punctum, sequeretur totum parti æquale esse. quod fieri non potest.* H

Hoc est ut KB ad BP] *Ob similitudinem videlicet triangulorum KBM PBN.* K

Ita AF ad FP] *Quod superius demonstratum fuit.* L

Erit & ut KB ad BP, ita AS ad PO] *Erit enim ut KB ad BP, ita AH ad HP, hoc est ita AS ad PO, nam HA AS æquales sunt, itemque æquales HP PO.* M

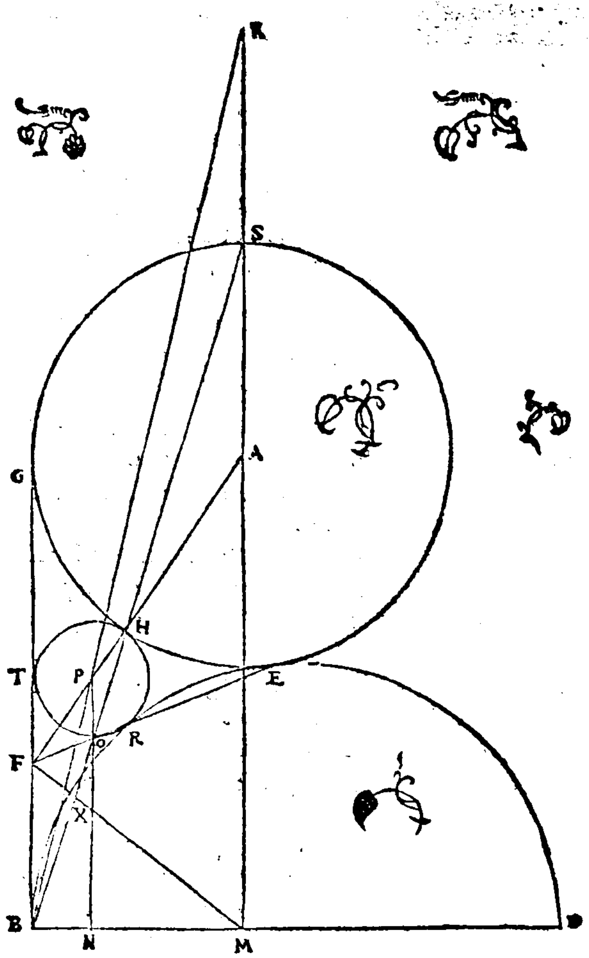
Et SK ad PO] *Ob similitudinem triangulorum KBS PBO, erit ut KB ad BP, hoc est ut AS ad PO, ita KS ad PO. ergo AS SK inter se ęquales sunt. In græco codice legitur* καὶ ἡ σκ σκ. *Sed legendum arbitror* καὶ ἡ σκ πρὸς πο N 9. quinti

Et ut MK ad KS, ita NP ad PO] *Rursus ob similitudinem triangulorum SBM OBN, itemque triangulorum KBS PBO erit ut SB ad BO, ita MS ad NO, & ita SK ad OP. quare ut MS ad NO, ita SK ad OP: permutandoque ut MS ad SK, ita NO ad OP. & componendo ut MK ad KS, ita NP ad PO.* O P

Erit & ut MK ad KA, hoc est ut MA una cum diametro circuli EGH &c.] *Videlicet ad consequentium dupla, ut MK ad duplam KS, hoc est ad KA, ita NP ad duplam PO; hoc est ad circuli HRT diametrum.*

Quòd si pro circumferentia semicirculi BGC sit recta linea BG ad ipsam BD perpendicularis, nihilominus circa descriptos circulos eadem contingent.

Deſcribatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam BED, & rectam lineã BG contingat. in punctis EG. deinde circa P alius circulus HRT deſcribatur, contingens circulum EGH, circumferentiam BED, & rectã lineã in pũctis HRT. & a centris A P ad BD baſim ductis perpendicularibus AM PN fiant alia omnia, quæ dicta ſunt, vt in quarta figura apparet. Quoniam igitur perpendicularis BG contingit circulos EGH, HRT, & ipſis AM, PN eſt parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN ęqualis ei, quæ ex cẽtro circuli HRT quare ut MB ad BN, ita eſt AH ex cẽtro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT.



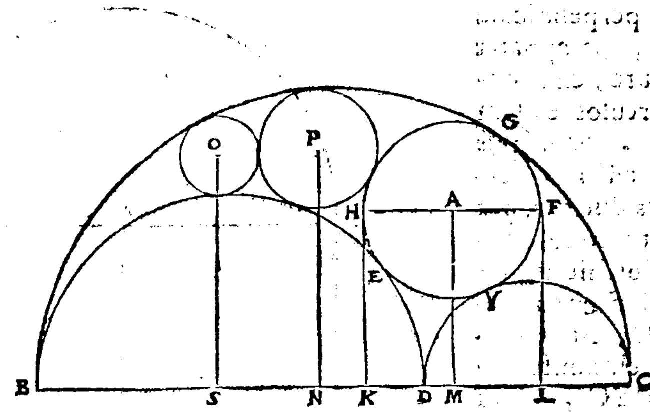
& ſimiliter atque in ſuperioribus tandẽ oſtendemus, ut MA una cum diametro circuli EGH ad ipſam diametrum, ita eſſe NP ad diametrum circuli HRT.

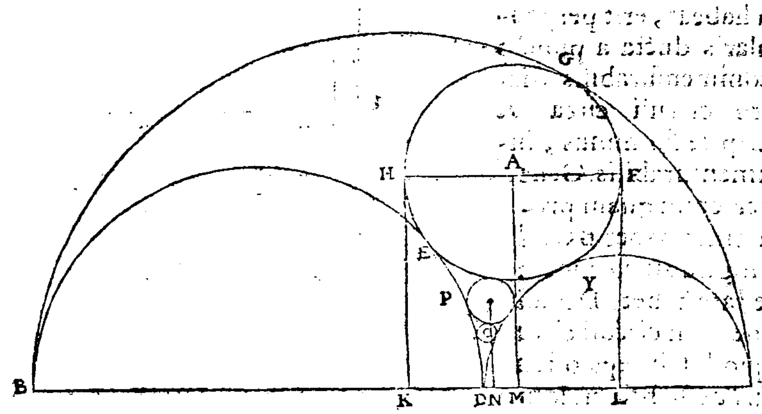
THEOREMA XVI. PROP. XVI.

His præmonſtratis. c ponatur ſemicirculus BGC, & in baſi ipſius quoduis punctum ſumatur D: & in BD, DC ſemicirculi deſcribantur BED DYC. deſcribantur etiam in loco inter tres circumferentias interiecto, qui ἄρβηλον appellatur, circuli quotcumque ſeſe mutuo, & ſemicirculos contingentes circa centra APO, a quibus ad BC perpendiculares ducantur AM, PN, OS. Dico rectam quidem lineam AM diametro circuli circa A deſcripti æqualem eſſe; ipſam

vero

vero PN duplam diametri circuli circa P; & OS diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices eſſe iuxta numeros ſequentes, qui ſeſe vnitate ſuperant.



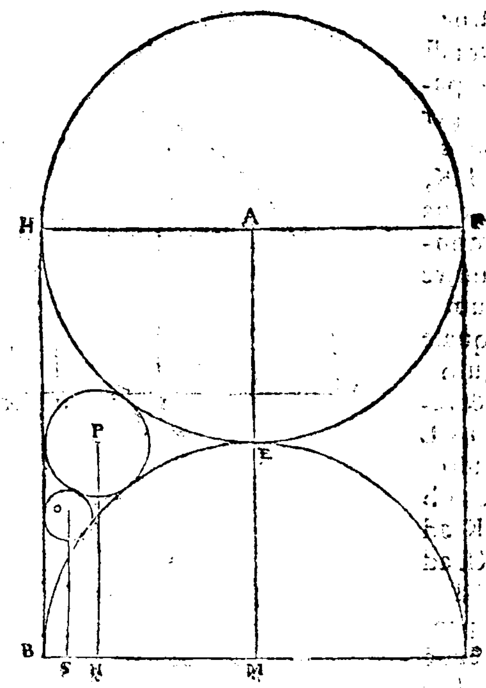


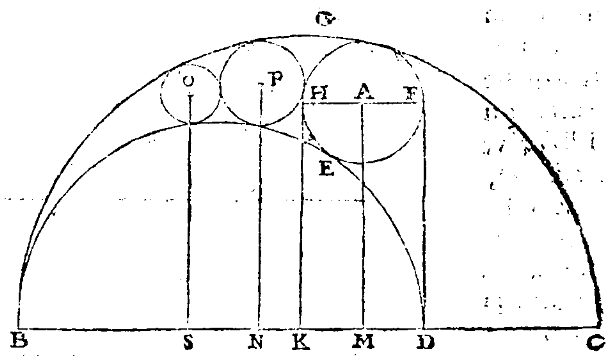
Ducatur diameter HF ipſi BC parallela, & perpẽdiculares ducãtur HK, FL, erit ex iis quæ demonſtrata ſunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD, & rectãgulũ BCL rectangulo KCD. & ob id vt BK ad KL, ita KL ad LC, quòd vtraque proportio eadẽ ſit, quæ BD ad DC. Quoniam enim rectãgulum CBK æquale eſt rectangulo LBD, vt CB ad BD, ita erit DB ad BK. & permutando vt CB ad BD ita LB ad BK, diuidendoque vt CD ad DB, ita LK ad KB. & conuertendo vt BD ad DC, ita BK ad KL. rurſus quoniam rectangulum BCL rectangulo KCD eſt æquale, erit ut BC ad CK, ita DC ad CL. & permutando vt BC ad CD, ita KC ad CL. diuidendoque vt BD ad DC, ita KL ad LC. erat autem & vt BD ad DC, ita BK ad KL. ergo & vt BK ad KL, ita KL ad LC. & propterea rectangulum, quod BK CL continetur, quadrato ex KL eſt ęquale. ſed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum BK CL æquale eſſe quadrato ex AM. 24 ſexti 17 ſexti D recta igitur linea AM eſt ęqualis KL, hoc eſt ipſi FH diametro circuli circa A deſcripti. Et quoniam ut AM vna cum FH ad FH, ita eſt PN ad diametrum circuli circa P deſcripti, quod etiam demonſtratum fuit; atque eſt AM una cum FH dupla ipſius FH; erit & PN diametri circuli circa P dupla. ex antecedente ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri. & eandem proportionẽ E

habet

habet OS ad diametrum circuli circa O. recta igitur linea OS diametri circuli circa O est tripla. & similiter perpendicularis circuli sequentis diametri quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps sunt, propriarum diametrorum multiplices inuenientur iuxta numeros unitate se inuicem superantes. & hoc infinite contingit.

F Si autem pro circumferentiis BGC, DYC sint
A rectæ lineæ perpendiculares ad BD, ut apparet in tertia figura, circa descriptos circulos eadem contingent. nam quæ a puncto A ad BD per-
D pendicularis ducitur, per sese diametro circuli circa A descripti fit æqualis. Quòd si circumferentiæ BGC, BED maneant, pro circumferentia uero DYC, ut in quarta figura, recta linea ponatur DF perpendicu-
G laris ad BC, quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commensurabilis diametro circuli circa A descripti; sin minus, in-
H commensurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet BC ad CD lōgitudine, eandem potestate habet DF ad diametrum circuli circa A. quod deinceps osten-
K detur. ut si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD, erit DF, uidelicet quæ a puncto A perpēdicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A: & perpendicularis, quæ a puncto P tripla, & quę ab O quadrupla. & ita deinceps iuxta numeros consequentes.





COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF ipsi BC parallela] *Diameter videlicet circuli circa A descripti.*

B Erit ex iis, quæ demonstrata sunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD,

LBD, & rectangulum BCL æquale rectangulo KCD] *In quartadecima huius.*

Et ob id ut BK ad KL, *ita* KL ad LC, quod utraque proportio eadem sit, C quæ BD ad DC.] *hoc ipse inferius manifeste ostendit.*

Sed antea ostensum est rectangulum contentum BK, CL æquale esse quadrato ex AM] *in 14 huius.* D

Ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla est ipsius diametri, & eandem proportionem habet OS ad diametrum circuli circa O] *rursus quoniam est vt* NP *vna cum diametro circuli circa P ad ipsam diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; &* NP *vna cum diametro circuli circa P tripla est eiusdem diametri; erit & OS diametri circa O tripla.* E

Sit autem pro circumferentiis BGC DYC sint rectæ lineæ perpendiculares F ad BD, vt apparet in tertia figura circa descriptos circulos eadem contingent] *sint rectæ lineæ* B I DF *ad BD perpendiculares; & describatur circulus* HEF *circa centrum A, ita vt semicirculi BED circumferentiam, & lineas BH DF contingat; sitque eius diameter* HF *ipsi* BD *parallela, erit* HF *æqualis BD; & a puncto A ducta perpendicularis AM æqualis erit ipsi HF; etenim ex duabus circulorum æqualium semidiametris AE EM constabit. deinde in loco intermedio describantur circuli quotcumque, qui tum sese, tum circumferentias circulorum, tum rectam lineam* BH *contingant, vt circa centra P O, & ad basim* BD *perpendiculares ducantur PN OS. Dico in his quoque idem, quod in superioribus contingere. Quoniam enim ex iis, quæ nos in antecedentem demonstrauimus, vt MA vna cum diametro circuli circa A ad ipsam diametrum, ita est PN ad diametrum circuli circa P; atque est MA vna cum diametro circuli circa* A *dupla ipsius diametri: erit & PN dupla diametri circuli circa* P. *rursus quoniam vt* PN *vna cum diametro circuli circa P ad eandem diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; erit OS diametri circuli circa* O *tripla: & ita in aliis.* 34 primi

Quæ in numeris quadratam rationem habent] *hoc est quæ ad diametrum circuli circa A descripti proportionem habeat eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex* ἡ δξ ὀρθὴ πρὸς τὴν β γ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἔχουτ-ης, *vel legendum* ἡ δξ ὀρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. *vel aliqua desiderantur, in iis vero, quæ sequuntur pro* δξ *vbique scribendum* δζ. G

Generaliter.n. quā proportionem BC ad CD longitudine, eandem potestate habet DF ad diametrum circuli circa A] *Græcus codex* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ β γ πρὸς τὴν γδ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ δζ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ α κύκλου. *Ego addendum censeo* μήκει; *vt ita legatur.* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ β γ πρὸς τὴν γδ &c. H

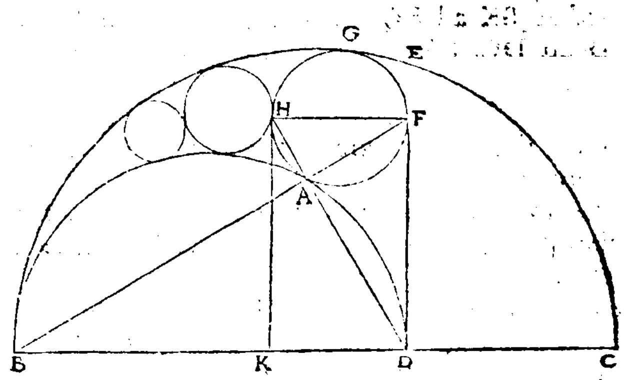
Vt si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD, erit DF &c.] *Si enim* BC *ad CD longitudine sit vt 4 ad 1, erit & DF ad* FH *vt 4 ad 1. longitudine vero vt 2 ad 1.* A

THEOREMA XVII. PROPOS. XVII.

B

Quod autem positum est, sequenti lemmate ostendetur. Sint semicirculi BGC BAD, & perpēdicularis DF, & circulus contingens HGFA. Dico vt BC ad CD longitudine, ita esse potestate DF ad diametrum circuli HGFA.

A Ducatur diameter
B HF. ergo rectæ lineæ sunt FAB HAD. & ducta perpendicu-
C lari HK, erit ex iam demonstratis rectangulum CBK quadrato ex BD æquale.
D Vt igitur BC ad CD, ita BD ad DK; hoc
E est ad HF. Sed vt BD ad HF, ita DA ad
F AH: & ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH. triangulum enim rectangulum est HFD: & ad subtensam perpendicularis ducitur FA. ergo & ut BC ad CD, ita quadratum ex FD ad quadratum diametri circuli HGFA.



COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF] *Diameter scilicet circuli contingentis, quæ ipsi BC sit parallela.*

B Ergo rectæ lineæ sunt FAB HAD] *Hoc est FAB est una, & eadem recta linea, & similiter HAD, quod apparet ex lemmate in 14. huius a nobis conscripto.*

C Erit ex eam demonstratis rectangulum CBK quadrato ex BC æquale] *In quartadecima huius.*

D Vt igitur BC ad CD, ita BD ad DK] *Quoniam rectangulum CBK æquale est quadrato ex BD, erit ut CB ad BD, ita DB ad BK. quare per conuersionem rationis, ut BC ad CD, ita BD ad DK.*

E Sed ut BD ad HF, ita DA ad AH] *Ex 4. sexti elementorum, propterea quod triangula BAD HAF similia sunt.*

F Et ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH] *Cum enim in triangulo orthogonio HFD ab angulo recto ad HD subtensam perpendicularis ducta sit*
8. sexti. *FA, fiunt triangula similia toti & inter sese. ergo ut DA ad AF, ita FA ad AH. Sed ut DA ad AF, ita DF ad FH. ut igitur DA ad AH, hoc est ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum secundæ, quadratum uidelicet ex DA ad quadratum ex AF; hoc est quadratum ex DF ad quadratum ex FH. quare ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad id, quod ex FH describitur quadratum.*

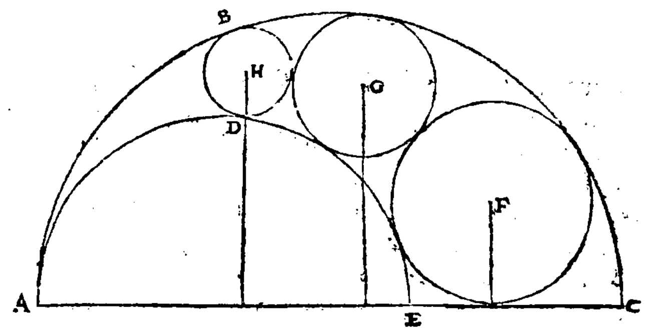
THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

Ex iam dictis lemmatibus & illud demonstratur. Sint semicirculi ABC ADE, & describantur circuli eorum circumferentias contingentes, ut circa centra FGH, & alij deinceps, qui ipsis cohæreant, quemadmodum in superioribus manifestum est, perpendiculares, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ

T ex

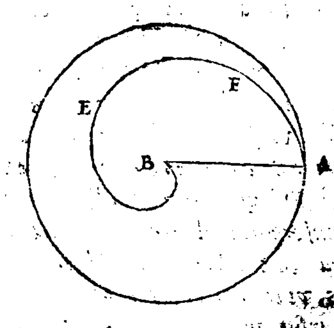
ex centro circuli circa F descripti ęqualem esse. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quę ex centro circuli circa G esse triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quę sequuntur perpendiculares earum, quę ex centris multiplices esse iuxta numeros deinceps impares.

Quoniam enim ante demonstratum est, vt perpendicularis, quæ a puncto F ducitur unà cum diametro ad ipsã diametrum, ita esse perpendicularem a pũcto G ad propriam diametrum. & est perpendicularis a puncto F una cũ diametro ipsius diametri sesquialtera, erit eius quæ ex centro tripla. Rursus quoniam, vt perpendicularis a pũcto G una cum diametro ad diametrum, ita est perpendicularis ab H ad diametrum ipsius. perpendicularis autem a puncto G una cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5 ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametrum eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter & aliæ perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonstrabuntur.



Theorema de helica, seu linea spirali in plano describenda, proposuit quidẽ Conon Hamius geometra: Archimedes vero admirabili quadam aggressione demonstrauit. Itaque dicta linea eiusmodi ortum habet.

Sit circulus, cuius centrum B, & ea quæ ex centro BA: moueaturque BA, ita vt punctum B maneat, & ipsum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipso B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter usque ad A. & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA, & A ipsam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipsa BA motum secundum circulationem describet lineam, qualis est BEFA. & eius quidem principium erit punctum B; principium circulationis BA; ipsa uero linea, helix, seu linea spiralis appellatur, cuius principale accidens eiusmodi est.

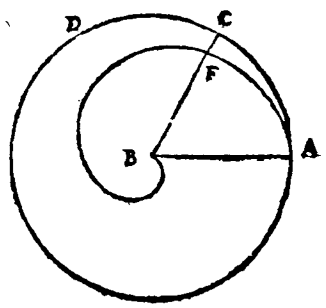


THEO-

THEOREMA XIX. PROPOS. XIX.

Si ad lineam ſpiralem quæpiam recta linea ducatur, vt BF, & producatur. erit ut tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF.

Hoc autem intelligi facile poteſt ex ortu ipſo, in quo enim tempore punctum A totam circuli circumferentiam permeat, in hoc & B permeat rectam lineam BA: in quo autem A permeat circumferentiam ADC, in hoc & B rectam lineam BF: & ſunt motus ipſi ſibi ipſis æquales, ergo & inter ſe proportionales erunt.

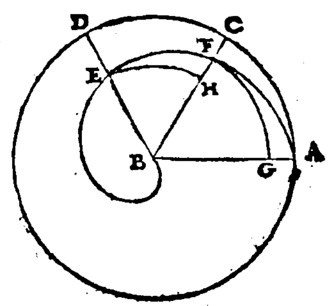


THEOREMA. XX. PROPOSITIO. XX.

Sed & illud manifeſtum eſt, rectas lineas, quęcumque à puncto B ad ipſam ſpiralem ductæ angulos ęquales continent, ęqualiter ſeſe inuicem excedere.

COMMENTARIVS.

Sit circulus ADC, & helix BEFA, *ducanturque rectę lineæ* BA, *BFC*, BED, *ita vt angulus* DBC *ſit æqualis angulo* CBA. *centro autem* B, *& interuallo BF deſcribatur circuli circumferentia FG, quæ rectam lineam AB in G ſecet. & eodem centro, interualloque* BE *rurſus deſcribatur circuli circumferentia* EH, *ſecans rectam lineam BC in* H. *erit HF exceſſus, quo* F*B ipſam* BE *excedit. &* GA *hoc eſt* F*C exceſſus, quo AB excedit* BF. *Dico HF ipſi* F*C ęqualem eſſe. Quoniam enim eſt ut tota circumferentia ad circumferentiam* ADC, *ita recta linea AB ad rectam BF; erit per conuerſionem rationis, vt tota circumferentia ad circumferentiam* C*A, ita recta linea AB ad* CF *rectam. Rurſus quoniam ut tota circumferentia ad circumferentiam AD, ita recta AB ad rectam DE; erit per conuerſionem rationis, & tota circumferentia ad circumfe-*

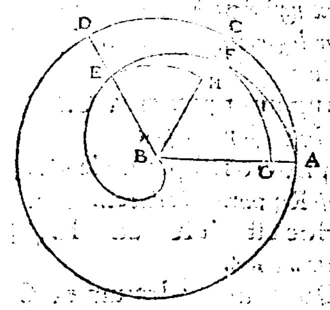


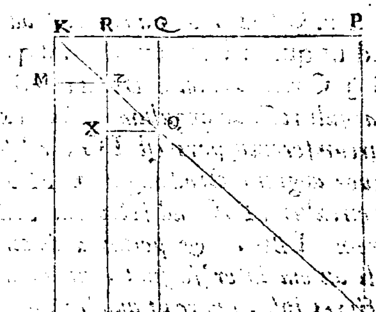
rentiam DCA, ita recta AB ad rectam CH. & conuertendo, vt circumferentia DCA ad totam circumferentiam, ita recta CH ad rectam AB. quare ex æquali, ut circumferentia DCA ad circumferentiã AC, ita recta HC ad ipſam CF. & diuidendo, ut circumferentia DC ad circumferentiam CA, ita recta HF ad FC rectam. Sed circũferentia DC eſt æqualis circumferentiæ CA, quòd & angulus DBC angulo CBA. ergo recta linea HF rectæ FC æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.

THEOREMA XXI. PROP. XXI.

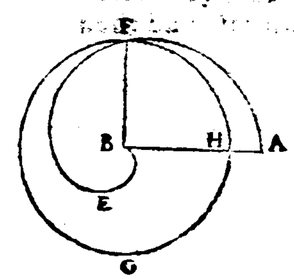
Quibus poſitis oſtendetur figuram contentam linea ſpirali, & recta, quæ eſt in principio circulationis, tertiam partem eſſe circuli ipſam comprehendentis.

Sit enim & circulus, & prędicta linea: & exponatur parallelogrammum rectangulum KNLP: ſumaturque AC circumferentia, pars quædam circumferentiæ circuli: & ſumatur recta linea KR ipſius KP eadem pars. iungantur præterea CB BA: & rectæ lineæ quidem KN parallela ducatur RT, ipſi uero KR parallela MZ. & circa B centrum deſcribatur circumferẽtia FG. Quoniam igitur eſt ut recta linea BA ad AG, hoc eſt BC ad CF, ita tota circuli circumferentia ad circumferentiam CA. hoc.n. ſpiralis lineæ principale eſt accidens. Vt autem circuli circumferentia ad ipſam CA, ita PK ad KR: & ut PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc eſt, TR ad RZ. vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per conuerſionem rationis. quare ut quadratũ ex CB ad quadratum ex BF, ita quadratũ ex RT ad id, quod ex TZ quadratum. Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF; ita ABC ſector ad ſectorẽ FBG. & vt quadratum ex RT ad quadratũ ex TZ, ita cylindrus a parallelogrãmo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundẽ axem. Vt igitur ABC ſector ad ſectorem FBG, ita cylindrus a parallelogrãmo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem. Similiter quoque ſi circũferentię AC ponamus æqualem CD, ipſi autem KR rectæ lineę æqualem ponamus RG, & eadem conſtruamus, erit ut DBC ſector ad ſectorẽ EBH, ita cylindrus a parallelogrammo RV circa axem TV ad cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem. Simili ratione procedentes demonſtrabimus, vt totus circulus ad omnes figuras ex ſectoribus inſcriptas lineę ſpirali, ita eſſe cylindrum a parallelogrammo NP circa axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipſi cono, qui fit a triangulo KNL circa autem LN inſcriptus. & rurſus ut circulus ad omnes figuras ex ſectoribus circumſcriptas lineę ſpirali, ita eſſe cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidẽ cono circumſcriptas. Ex quo manifeſtum eſt circulum ad eam figuram, quæ inter lineã ſpiralem, & rectam AB interiicitur, ita eſſe ut cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus eſt prædictæ figuræ, quod demonſtrare oportebat.





Eodem modo demonſtrabimus. Si etiam du catur quæpiam recta linea ad ſpiralem, ut BF, & per F circa B centrum, deſcribatur circulus: figuram contentam linea ſpirali FEB, & recta FB tertiam partem eſſe figuræ eius, quæ circunferentia circuli FGH, & rectis lineis FB BH continetur.



COMMENTARIVS.

A Sumaturque AC circumferentia pars quędam circumferentiæ circuli] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α β γ περιφέρεια μέρος ἐστι τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Videtur legendum* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

B Iungantur præterea CB BA] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἥτε γ β καὶ ἡ κα. *lege* ἥτε γ β καὶ ἡ β α.

C Ipſi uero KR parallela MZ] *Iungatur enim KL, quæ lineam RT in Z ſecet, & a puncto Z ipſi KR parallela ducatur ZM.*

D Hoc eſt TR ad RZ] *Vt enim LK ad KZ, ita PL, hoc eſt TR ipſi æqualis ad RZ.*

E Quare ut quadratum ex CB, ad quadratum ex BF, ita quadratum ad RT ad id, quod ex TZ quadratum] *Ex 22. ſexti elementorum. ſequitur enim per conuerſionẽ rationis, ut CB ad BF, ita eſſe RT ad TZ.*

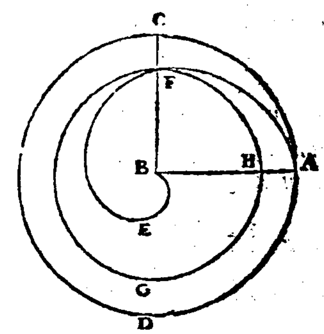
F Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC ſector ad ſectorem FBG] *Circulus enim ADC ad ABC ſectorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli recti ad angulum ABC ex ultima ſexti elementorum: & ſimiliter circulus, cuius circumferentię pars eſt FG, ad ſectorem FBG habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad angulum FBG. Sed cum anguli ABC FBG ſint æquales, habebit circulus ADC ad ſectorem ABC eandem proportionem, quam alius circulus ad ſectorem FBG. & permutando circulus ad circulum eandem, quam ſector ad ſectorem.* duodeci mi. *circuli autem inter ſe ſunt, ut diametrorum, uel ſemidiametrorum quadrata. ergo & ſectores ipſi. quare ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita erit ſector ABG ad FBG ſectorem.*

G Et ut quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylidrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] *Cylindrus a parallegrammo KT circa axem NT factus baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt KN, uel RT, & altitudinem NT: cylindrus autem factus a parallelogrammo MT circa eundem axem, baſim habet circulum, cuius ſemidiameter MN, uel ZT, & altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter ſe ſunt, ut eorum baſes; baſes autem ut diametrorum, uel ſemidiametrorum quadrata. Vt igitur quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus factus a parallelogrammo KT circa axem NT ad cylindrum a parallegrammo MT circa eundem axem.*

THEOREMA XXII. PROPOS. XXII.

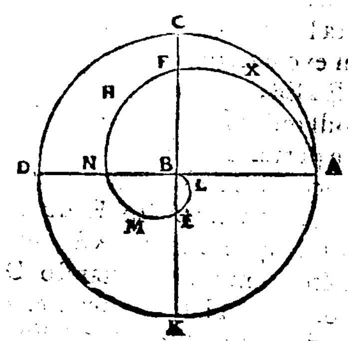
Deinceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conſcribemus. Sit enim & circulus prædictus in ortu, & linea ſpiralis eadem AFEB. Dico iam ſi ducatur quæpiã recta linea, vt BF, eſſe figuram contentam tota linea ſpirali, & recta AB, ad eam quæ linea ſpirali FEB, & BF recta continetur, vt cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipſa FB.

Deſcribatur enim circulus per F circa centrum B, qui ſit FGH. Itaque quoniam ut figura, quæ linea ſpirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam ſpirali FEB & recta FB, ita eſt ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB BH rectis lineis contentam. vtrumque enim vtriuſque tertiam partem eſſe iam oſtenſum fuit. circulus autẽ ACD ad ſpacium contentum rectis lineis FB FH & circumferentiam FGH proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad ſpacium rectis lineis FB BH, & FGH circumferentia contentum. Sed vt ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & vt circulus FGH ad dictum ſpacium, ita tota ipſius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc eſt ACD circuli circumferentia ad ipſam CDA, hoc eſt propter accidens ſpiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quę linea ſpirali & recta AB continetur, ad contentam ſpirali, & recta BF proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum. A



B

Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam, producatur AB ad D, & ad rectos angulos ipſi ducatur recta linea CFBEK, quarum partium vna eſt ſpaciũ contentum linea ſpirali BLE, & recta BE, earũ illud quidem, quod continetur ſpirali NME & rectis NB BE eſſe ſeptem, & quod continetur ſpirali FHN, & rectis FB BN vndeuiginti: quod vero ſpirali AXF & rectis AB BF continetur triginta ſeptem. perſpicua enim hęc ſunt ex præoſtenſo theoremate. Et quarum AB recta eſt quattuor, earum ipſam quidem FB eſſe trium, NB autem duarum, & BE vnius. quod etiam perſpicuum eſt ex accidente lineæ ſpiralis, & ex eo, quod circumferentiæ AC CD DK KA inter ſe æquales ſunt.

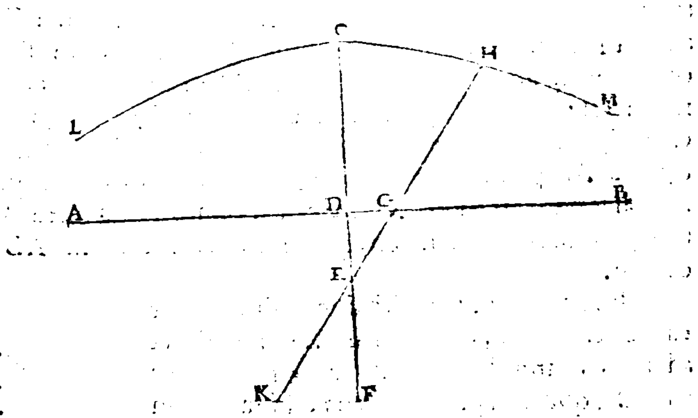


COMMENTARIVS.

A Hæc autem proportio eadem est, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum] oc nos ostendimus in libro de centro grauitatis solidorum propositione 21.

B Ex hoc constat, si posita linea spirali, & circulo circa ipsam producatur AB ad D &c.] *Quoniam enim tota circuli circumferentia in quattuor partes æquales diuisa est per diametros AD CK, quæ sese ad rectos angulos secant, si AB ponatur esse partium quattuor, erit BF trium, NB duarum, & BE vnius. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea spirali, & recta AB ad figuram linea spirali BLE & recta BE contentam, est vt cubus ex recta linea AB factus ad cubum ex ipsa BE; & cubus ex AB est partium 64, cubus autem ex BE partis vnius: quarum partium figura contenta linea spirali, & recta AB est 64, earum unius est figura contenta linea spirali BLE, & BE recta. Rursus quarum partium figura contenta linea spirali & recta AB est 64, earumdem 8 est figura, quæ linea spirali NMLEB, & NB recta continetur. quare figura contenta linea spirali NME, & rectis NB BE est septem. & similiter quarum partium figura contenta linea spirali, & recta AB est 64, earum 27. est figura contenta linea spirali FHNMELB, & BF recta: figura igitur contenta spirali FHN, & FB BN rectis lineis est partium 19. ergo reliqua figura, quæ spirali AXF, & rectis AB BF continetur, erit partium 37.*

Ad cubi duplationem excogitata est a Nicomede quædam linea, quæ huiusmodi ortum habet.



„ Exponatur recta linea AB, cui ad rectos angulos ducatur CDF, & in ipsa CDF sumatur aliquod punctum datum E. atque puncto E in eodē loco manente, recta linea CDEF feratur in recta ADB, per punctum E attracta, ita ut D semper in recta linea AB feratur, & non excidat. dum attrahitur CDEF. Itaque huiusmodi motu facto ex vtraque parte, manifestum est punctum C describere lineam, qualis est LCM, cuius accidens est, ut si recta linea quæpiam a puncto E ductæ lineæ LCM occurrat, ipsam CD æqualem esse ei, quæ inter AB & LGM interiicitur. manente enim AB, & puncto E manente, quando D ad G se applicauerit, congruet recta CD cum GH, & C ad H se applicabit. ergo CD ipsi GH est æqualis. similiter & si alia quædam a puncto E ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & AB rectam interiicitur, ipsi CD æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem AB, regula; punctum E polus; CD interuallum, quoniam huic æquales sunt, quæ ipsi LCM occurrunt, linea uero LCM uocetur conchoides prima, & secunda & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata vtiles sunt.

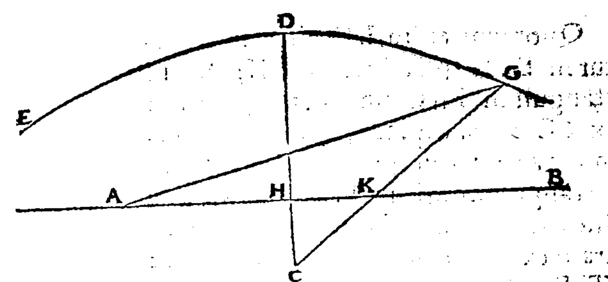
At vero instrumentaliter posse lineam describi, & semper ad regulam magis accedere, hoc est omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ LCM ad AB ducuntur, maximam esse CD; quæ autem ipsi propinquior est, semper remotiore esse maiorem. & si recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide secari Nicomedes ipse demonstrauit, & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito secare, prædicta linea usi sumus. *

COMMENTARIVS.

Nicomedes ipse demonstrauit] *Vide Eutocium in commentariis in secundum librum Archimedis de sphæra, & cylindro; vbi & hoc demonstratur, & alia omnia fusius explicantur.*

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifestum est fieri posse, vt angulo dato, videlicet GAB, & puncto extra ipsum C, ducatur CG, ita vt KG, quæ interijcitur media inter lineam, & ipsam AB fiat equalis rectæ lineæ datæ.



Ducatur enim perpendicularis a puncto C ad AB, quæ sit CH: & producatur, sitque DH datæ rectæ lineæ æqualis: & polo quidem C, & interuallo dato, uidelicet DH, regula autem AB describatur linea conchoides prima EDG. occurrit igitur ipsi AG ex eo, quod dictum est, occurrat in G, & iungatur CG. ergo & KG rectæ lineę datæ ęqualis erit. Quidam vero commoditatis causa aptantes regulam ad punctum C, ipsam usque eò commouent, quoad quæ interiicitur media inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineæ ęqualis. hoc enim existente id, quod initio propositum est, demonstratur. Dico autem, cubus cubi duplus inuenitur. *

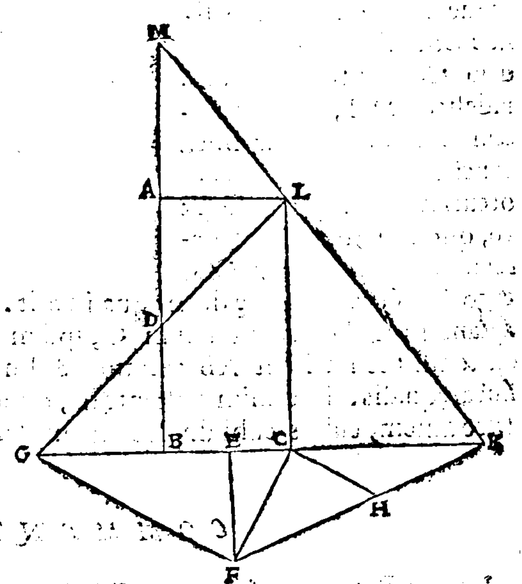
COMMENTARIVS.

Inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineę ęqualis] *Vide ne legendum sit, inter AB rectam, & lineam AG. illud enim hoc pacto absque linea conchoide perfici potest.*

PROBLEMA II. PROP. XXIIII.

Sed prius duabus datis rectis lineis duæ mediæ in continua analogia assumuntur. quorum Nicomedes quidem constructionem tantum exposuit: Nos vero & demonstrationem constructioni accommodabimus; hoc modo

Sint duę rectę lineę CL LA ad rectos inter se angulos, quarum oportet duas medias proportionales in continua analogia inuenire: compleaturque ABCL parallelogrammum; & utraque ipsarum AB BC in punctis DE bifariam secetur: & iuncta DL producatur, ut occurrat rectæ lineæ CB productæ in puncto G: ipsi autem BC sit ad rectos angulos EF, & ducatur CF, quæ sit æqualis AD: & iuncta FG ipsi parallela sit CH. angulo autem existente KCH a dato puncto F ducatur FHK, faciens HK ipsi AD, uel CF equalem. (hoc enim per lineam conchoidem fieri posse iam ostensum est) & iuncta KL producatur, ut occurrat rectæ lineæ AB protractæ in puncto M. Dico ut LC ad CK, ita esse CK ad MA; & MA ad AL,



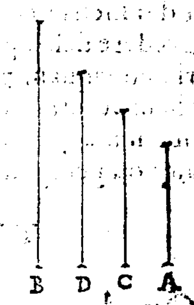
Quoniam enim BC bifariam secatur in E, & ipsi adiicitur CK; erit rectangulum BKC una cum quadrato ex CE æquale quadrato ex EK. commune apponatur quadratum ex EF. rectangulum igitur BKC una cũ quadratis ex CE EF, hoc est una cũ quadrato ex CF æquale est quadratis ex KE EF, hoc est quadrato ex KF. Et quoniam ut MA ad AB, ita ML ad LK: ut autem ML ad LK: ita BC ad CK: erit & ut MA ad AB, ita BC ad CK. atque est ipsius quidem AB dimidia AD: ipsius uero BC dupla CG. ergo & ut MA ad AD, ita erit GC ad CK. Sed ut GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. componendo igitur ut MD ad DA, ita est FK ad KH. æqualis autem ponitur AD ipsi HK, quoniam & ipsi CF. ergo & MD ipsi FK æqualis erit: & quadratum ex MD quadrato ex FK æquale. atque est quadrato quidem ex MD æquale rectangulum BMA una cum quadrato ex AD. Sed quadrato

drato ex FK equale demonstratum est rectãgulum BKC una cum quadrato ex CF, quorum quadratum ex AD æquale est quadrato ex CF, quòd AD ipsi CF æqualis ponatur. ergo & BMA rectangulum rectangulo BKC est æquale: & ut MB ad BK, ita KC ad MA. vt autem MB ad BK, ita LC ad CK. quare ut LC ad CK, ita MA ad AL. Vt igitur LC ad CK, ita erit CK ad MA, & MA ad AL.

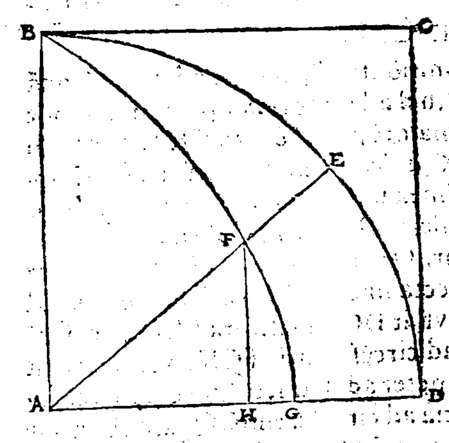
PROBLEMA III. PROPOSITIO. XXV.

Itaque cum hoc demonstratũ sit, perspicuum est, quomodo oporteat dato cubo alium cubũ in data proportione inuenire.

Sit enim data proportio, quam habet recta linea A ad B rectam: & ipsarum AB duæ mediæ proportionales in continua analogia assumantur, uidelicet C D. erit igitur ut A ad B, ita cubus, qui fit ab A ad eum, qui a C cubum. hoc enim ex ipsis elementis manifeste constat.



Ad circuli quadraturam assumpta est a Dinostrato, & Nicomede, & nonnullis iunioribus quędam linea, cui ab accidente, quod circa ipsã, nomẽ impositum est. Vocetur. n. ab ipsis τετραγωνίζουσα, hoc est linea quadrans. & ortum habet eiusmodi.



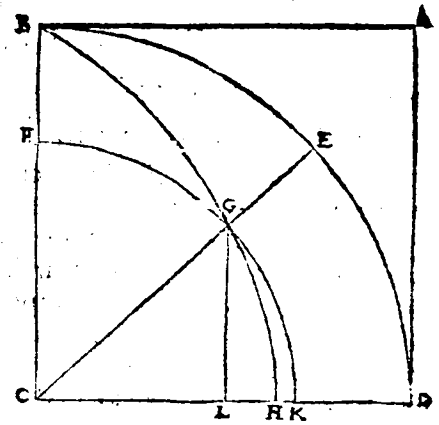
Exponatur quadratũ ABCD, & circa centrum A circumferentia BED describatur. & moueatur AB quidem ita, vt punctum A maneat, & B feratur in BED circumferentia: BC uero semper parallela sit ipsi AD secũ ferens pũctũ B. in æquali autem tempore, & recta linea AB æquabiliter mota angulum BAD, hoc est punctum B circumferentiam BED percurrat, & BC ipsam BA lineam; hoc est B punctũ in linea BA feratur. coueniet igitur BC cũ AD; vbi primũ vtræq; AB BC inter se cõgruẽt. Itaque tali motione facta, AB BC in latione se inuicẽ secãt secũdũ aliquod pũctũ, quod sẽper una cũ ipsis transfertur. a quo quidẽ pũcto describitur quædã linea ĩ loco intermedio inter BA AD, & BED circũferẽtiã, quæ ad easdẽ partes cõcaua hẽt, ut BFG. & videtur utilis eẽ ad illud. nẽpe dato circulo quadratũ ipsi ęquale inuenire. Principale ãt eius symptoma tale est. Si quæpiam recta linea ducatur ad circumferentiam, ut AFE, erit tota circumferentia BED ad ED circumferentiam, ut recta linea BA ad FH. hoc enim ex ipso lineę ortu manifesto apparet. Hęc autem linea spero iure ac merito non satisfacit propter hæc. Primum. n. ad quod uidetur utilis esse, hoc in suppositione assumit. quomodo, inquit, fieri põt, ut duo pũcta ab ipso B principiũ motus capientia; hoc quidem in recta linea ad A, illud uero in circumferentia ad D in

æquali

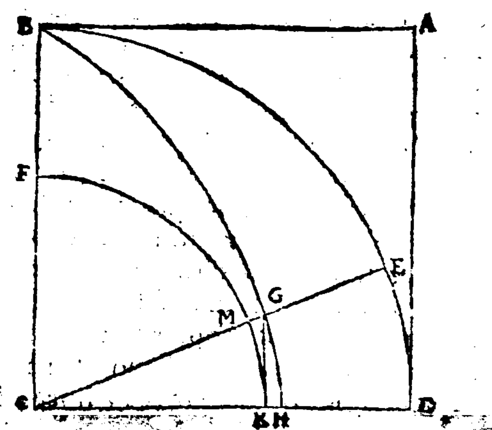
æquali t pore ſimul reſtituatur, niſi prius proportio rectę lineæ AB ad circũferẽtiã BED cognita ſit? In hac.n. proportione, & motuũ uelocitates ſint, neceſſe eſt. nã quo pacto arbitrantur ea ſimul reſtitui. velocitatibus temere, & nulla ratione utentia? niſi forte quiſpiam dicat, hoc caſu euenire, quod eſt abſurdum. Præterea terminus, quo ipſi utuntur ad circuli quadraturam, videlicet quo loco punctum ſecet rectam lineam AD non inuenitur. Intelligatur.n. quæ dicta ſunt in propoſita figura, quando rectæ lineę CB BA motæ ſimul reſtituuntur, congruunt rectæ lineæ AD, neque ſeſe amplius ſecant. ceſſat.n. ſectio antequam ipſi AD congruant. quæ quidẽ ſectio terminus factus eſt lineæ, in quo cum ipſa AD recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam, quemadmodum poſuimus rectas lineas uſque ad ipsã AD. quod tamen ex eorum principiis non ſequitur. Sed utcumque ſumatur punctum G, præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. niſi.n. ea detur, illud fieri nequaquam poteſt. An oportet nos eorum, qui talem lineam inuenerunt, opinionem ſecutos, ipſam admittere, quę quodammodo mechanica eſt, & ad multa problemata ipſis mechanicis conducit, Sed multo magis admittendum eſt problema, quod per ipſam demonſtratur.

THEOREMA XXIII. PROPOS. XXVI.

Quadrato enim exiſtente ABCD, & circũferentia BED circa centrum C, & linea quadrante BHG facta, ſicuti dictum eſt, oſtenditur ut DEB circumferentia ad rectam lineam BC, ita eſſe BC ad ipſam CH.



Si.n. nõ ita eſt, uel erit ad maiorẽ, quã CH, uel ad minorẽ. Sit prius ſi fieri põt ad maiorẽ, videlicet ad CK: & circa centrũ C deſcribatur circũferẽtia FGK, ſecãs lineã in pũcto G, & ducatur perpendicularis GL: iũctaq; CG ad E producatur. Qm̃ igitur ẽ ut DEB circũferẽtia ad rectã lineã BC, ita BC, hoc ẽ DC ad CK. vt ãt DC ad CK, ita BED circũferẽtia ad circũferentiã FGK. vt.n. circuli diameter ad diametrũ, ita eius circũferentia ad circũferentiã. Quare cõſtat circũferentiã FGK rectę lineę BC ęqualẽ eẽ. Et qm̃ pp accidẽs lineę, ut BED circũferẽtia ad circũferẽtiã ED, ita ẽ recta linea BC ad GL, erit ut circũferẽtia FGK, ad GK circũferẽtiã, ita BC ad GL. & oſtẽſa ẽ FGK circũferẽtia rectę lineę BC æqualis; ęqualis igitur ẽ circũferẽtia GK ipſi GL rectę. quod eſt abſurdũ. ergo nõ eſt ut circũferentia BED ad rectam BC ita BC ad maiorem, quam CH. Dico præterea neque ad minorem. Si.n. fieri poteſt,



poteſt, ſit ad CK: & circa C centrum deſcribatur circumferentia FMK. & ad rectos angulos ipſi CD ducatur KG ſecans lineã quadrantem in G: & iuncta CG producatur ad E. Similiter iam dictis oſtendemus circumferentiã FMK rectæ lineę BC eſſe ęqualem. & ut BED circumferentia ad circumferentiam ED, hoc eſt vt circũferẽtia FMK ad MK, ita eſſe BC rectam ad rectam GK. ex quibus ſequitur circumferentiam MK rectæ lineæ KG ęqualem eſſe. quod eſt abſurdum. non igitur erit ut circũferentia BED ad rectam BC, ita BC ad minorem, quam CH. oſtenſum autem eſt, neq; ad maiorem. ergo ut circumferentia BED ad rectam BC, ita eſt BC ad ipſam CH. Sed & illud manifeſtum eſt, tertiam proportionalem ipſarum HC, CB circumferentiæ BED æqualem eſſe; & eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.

PROBLEMA IIII. PROP. XXVII.

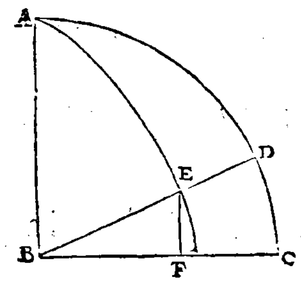
Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli ęquali perſpicuum eſt quomodo oporteat, & ipſi circulo æquale quadratum facile & nullo negotio conſtituere.

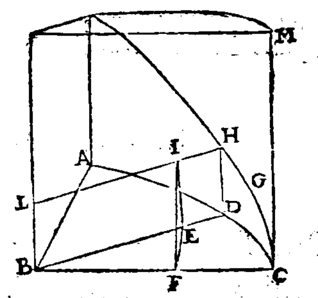
etenim quod circuli ambitu & ea, quæ ex centro continetur, duplum eſt ipſius circuli, ut Archimedes demonſtrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineę ortus magis mechanicus eſt, ut dictum fuit, geometrice uero per locos, qui ad ſuperficies dicuntur, reſolui poteſt, hoc modo

Sit circuli quadrãs poſitione dat⁹ ABC, & ducatur, ut contingit recta linea BD: & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circũferentiam DC proportionem datã habeat. Dico punctũ E ad lineam eſſe. Intelligatur.n. a circumferentia ADC recti cylindri ſuperficies, &





in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CCH, ſitq; HD latus cylindri, & ad planũ circuli perpẽdiculares ducãtur EI BL, videlicet ad rectos angulos erectæ, & per H ipſi BD parallela HL. Itaque quoniã proportio rectæ lineę EF ad circũferentiã DC eadẽ eſt, quæ proportio CE, hoc eſt DH ad circũferẽtiã DC propter lineã ſpiralẽ, & data eſt proportio rectæ lineæ CE ad DC: & proportio EF ad DC erit data: ſuntq; FE EI poſitione. ergo & iũcta FI poſitione erit. & eſt ad BC perpẽdicularis. eſt ãt FI in plano, quare & punctũ I: atq; eſt in ſuperficie: fertur.n. BL & per lineã ſpiralẽ HGC, & per LB rectã lineã, quæ & ipſa poſitione datur, cũ ſit ſubiecto plano parallela. ad lineã igitur eſt punctũ I, ergo & E. Hoc quidẽ uniuerſe reſolutũ eſt. Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem ſit, quæ rectę BA ad circumferentiam ADC, prædicta linea quadrans efficitur.

COMMENTARIVS.

A Sit circuli quadrans positione datus ABC] *Sit enim B circuli centrum, & BA BC ex centro circuli, & ADC quarta pars circumferentiæ ipsius.*

B Et ducatur vt contingit recta linea BD, & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] *Ex centro B ducatur vtcumque BD, & sumpto in BD puncto E, ducatur ad BC perpendicularis EF, ita vt EF ad circumferentiam CD datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea AB habet ad circumferentiam ADC.*

C Dico punctum E ad lineam esse] *Hoc est punctum E esse in linea quadrante.*

D Intelligatur.n.a circumferentia ADC recti cylindri superficies] *Hoc ẽ intelligatur cylindri recti quarta pars cuius basis sit circũferẽtia ADC, & altitudo CM ipsi AB æqualis.*

E Et in ipsa linea spiralis descripta, quæ positione detur CG] *Describetur autem linea spiralis in dicti cylindri superficie, si intelligatur in linea CM punctum aliquod incipiẽs a C æqualiter ferri usque ad M, & eodem tempore lineam CM rectam ad planum circuli permeare circumferentiam CDA punctũ etenim illud lineam spiralem describet, cuius principale accidens est, vt sumpto quouis puncto in ipsa, quod exempli gratia sit H, ductaque HD ad planũ perpendiculari, habeat HD ad circumferentiam DC eam proportionem, quam tota CM habet ad circumferentiam CDA. illud vero ita esse ex ipso ortu manifesto apparet.*

F Sitque HD latus cylindri.] *Hoc est sit DH perpendicularis ad circuli planum, instar lateris cylindri. Græcus autem codex sic habet* καὶ πλ τοῦ κυλίνδρου ἡ θ δ. *Sed scribendum puto* καὶ πλευρὰ τοῦ κυλίνδρου ἡ θ δ.

G Videlicet ad rectos angulos erectæ] *Græcus codex* ἀνεσταμέναι ὀρθαί, *quæ tamen mihi quodammodo superuacanea videntur.*

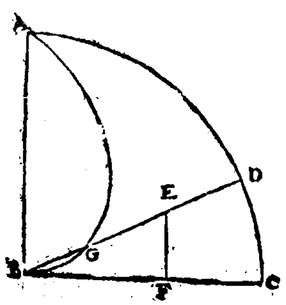
H Et per H ipsi BD parallela HL] *Occurret autem HL rectæ EI in puncto I, quoniã DH est æqualis ipsi EI, quòd utraque eidem EF sit æqualis. Cum enim DH ad circumferentiã DG eandem proportionem habeat, quam tota CM, hoc est AB ad circumferentiam ADC propter lineam spiralem in cylindri superficie descriptam, habeatque EF ad DC eandem proportionem, quam AB ad circumferentiam ADC ex positione; habebit DH ad DC eandem proportionem, quam EF ad DC, ac propterea DH ipsi EF, hoc est ipsi EI æqualis erit.*

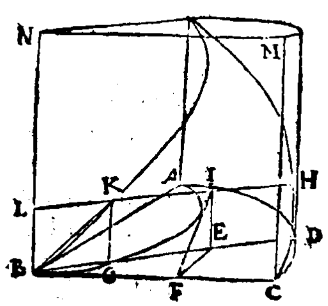
PROBLEMA VI. PROPOSITIO XXIX.

Potest etiam illud per lineam spiralem in plano descriptam resolui simili ratione.

Sit.n.rectæ lineę EF ad circũferẽtiã DC proportio eadẽ, quæ ipsius AB ad circũferentiam

A ADC. & ĩ quo ĩpe recta linea AB circa B pũctum mota pertrãsit circumferẽtiã ADC, pũctũ, quod est in ea incipiens a B peruenit





ad

ad C, ipsius AB positionem assumens, & faciat lineam spiralem BGA. est igitur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD: & permutando vt BA ad circumferentiam ADC, ita BG ad CD circumferentiam. Sed & EF ad CD eandem proportionem habet. æqualis igitur est BG ipsi EF. ducatur ad planum perpendicularis GK, ipsi EG æqualis. ergo punctum K est in superficie cylindrica; in qua est linea spiralis. sed est etiam in superficie conica. iuncta enim BK in conica fit superficie, quæ per dimidium recti inclinata est ad subiectum planum, ducta per datum punctum B. ergo ad lineam est ipsum K. ducatur per K ipsi EB parallela LKI, & ad planum perpendiculares erigantur BL EI in πληκτοειδεῖ. igitur est superficie LKI. fertur enim per rectam lineam BL, & per lineam speralem positione datam. ergo K & I sunt in superficie. Sed & in plano. est enim FE ipsi EI æqualis, quoniam & ipsi BG, & fit positione FI, quippe quòd ad BC est perpendicularis. ad rectam igitur lineam est punctũ I. ergo & E. & manifestum est, si angulus ABC sit rectus, lineam quadrantem, de qua proxime dictum est oriri.

Marginal notes: B; 9 quint.; C; D E; F

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea AB circa B punctum mota pertransit circumferentiam ADC, punctum quod in ea est, incipiens a B, peruenit ad C, ipsius AB positionem assumens] *Hęc pertinet ad descriptionem lineæ spiralis in plano, de qua superius dictum est.* A

Est igitur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD] *hoc lineę spiralis in plano descriptæ peculiare est accidens, vt ipse etiam adnotauit.* B

Ergo punctum K est in superficie cylindrica, in qua est linea speralis] *recta enim linea à puncto H, quod est in superficie cylindrica, & in linea spirali ducta æquidistanter ipsi BD, occurrit lineæ GK in puncto K, cum GK sit æqualis ipsi BG, hoc est LF, & ob id ipsi etiam DH.* C

Sed est etiam in superficie conica] *ducatur à puncto B recta linea BN perpendicularis ad planum, & æqualis ipsi BA: & intelligatur recta linea OP æqualis BC, eandemque ipsi positionem habens, ita vt punctum O idem sit quod B, & P idem quod C. Intelligatur præterea punctum aliquod incipiens ab O æqualiter ferri in linea OP: & in quo tempore punctum pertransit OP, linea BC circa B mota percurrat circumferentiam CDA, simulque linea OP feratur duabus motionibus, vna quidem eleuando sese à linea BC, continenter ipsi parallela, ita vt punctum O feratur in linea BN: altera vero, vt simul cum linea BC circumferatur. & in quo tempore punctum O se applicat ad N, linea BC vna cum NO ipsa pertrãseat circumferentiam CDA. describet enim punctũ illud lineam spiralem in conica superficie. cuius vertex est BON in ea erit punctum K. principale autem eiusmodi lineæ spiralis accidens est, vt sumpto quouis puncto in ipsa, velut K, & ab eo ducta KG perpendiculari ad planum, habeat KG ad circumferentiam CD proportionem eandem, quam tota BN, hoc est BA habet ad circumferentiam CDA.* D

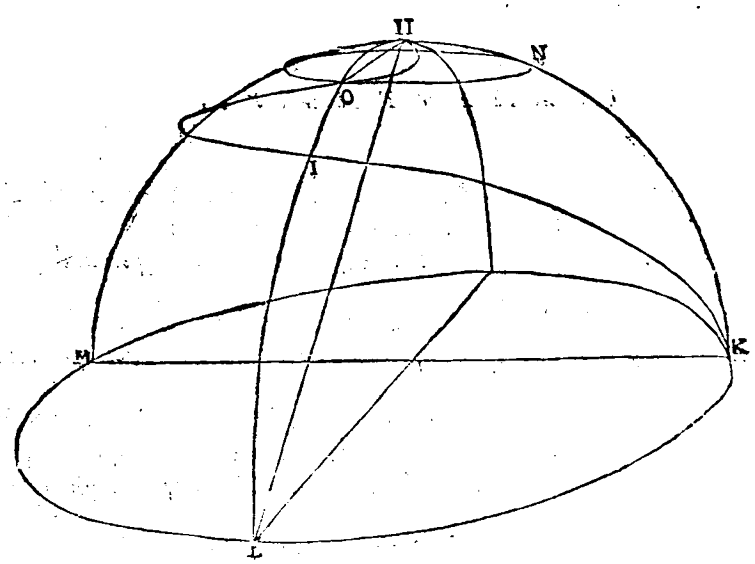
Iuncta enim BK in conica fit superficie, quæ per dimidium recti inclinata est ad subiectum planum] *nam cum BG GK ęquales sint, & angulus BGK rectus, erit vterque angulorum GKB KBG dimidius recti, superficies autem coni inclinata est ad subiectum planum per angulum KBG. quare & per dimidium recti inclinata erit.* E

In πληκτοειδεῖ igitur est superficie LKI] *superficierum πληκτοειδῶν inferius mẽtionẽ facit. quę ãt sint, & cur ita dicãtur nusquã me legisse memini. sed vide ne legendũ sit.* ἐν κυλινδροειδεῖ ἄρα ἐπιφανείᾳ ἡ λκι, *hoc est in cylindrica igitur superficie est LHI. superius enim de cylindrica superficie loquens eisdem ferre verbis vsus est.* F

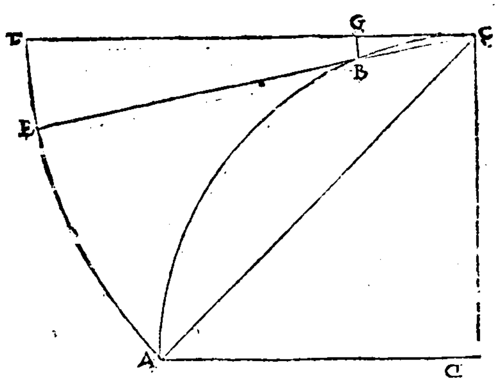
PRO-

PROBLEMA VII. PROPOSITIO. XXX.

Quemadmodum in plano intelligitur facta linea ſpiralis, dum punctum fertur in recta linea, quæ circulum deſcribit. & A præterea dum punctum fertur in vno latere ſuperficiem deſcribente, ita & in ſphæra conſequens eſt intelligere lineam ſpiralem deſcribi, hoc modo.



B Sit in ſphæra circulus maximus KLM circa polum H: atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK, & circumferentia HNK circa punctum H manes feratur in ſuperficie, vt ad partes LM, quo ad rurſus in eundem locũ reſtituatur, a quo moueri cæpit. ſimul vero aliquod punctum in ipſa latum, videlicet ab H ad K conuertatur. deſcribet utique illud in C ſuperficie lineam ſpiralem, qualis eſt ipſa HOIK. & quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO. Dico ſi exponatur quarta pars maximi circuli in ſphæra deſcripti, cuius circumferentia ABC, & centrum D; iungaturque CA; vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem HOIK, & circumferẽtiam HNK interijcitur, ita eſſe ABCD ſectorem ad circuli portionem ABC. ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF, & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AEF.



æqualis

æqualis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC. Dico igitur & vt iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt ita eſſe AEFC ſectorem ad portionem circuli ABC. & quę pars eſt circumferentia KL totius circuli circumferentię, eadem pars ſit circumferentia FE ipſius FA. iungaturque EC. erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem pars. quę autem pars eſt KL totius circumferentię, eadem eſt & HO ipſius HOL. atque eſt æqualis HOL ipſi ABC. ergo HO ipſi BC eſt æqualis. Deſcribatur circa polum H circumferentia ON: & per B, circa centrum C deſcribatur BG. Quoniam igitur ut ſuperficies ſphęrica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidię ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphęræ, cuius ea, quę ex polo eſt HO; vt autem dimidię ſphęræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO: hoc eſt quadratum ex EC ad CD, quod fit ex CB quadratum: erit & ut ſector in ſuperficię ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC. Similiter demonſtrabimus & ut omnes in dimidia ſphæra ſectores æquales ſectori KLH, qui ſcilicet ſunt tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores circa lineam ſpiralem deſcriptos; reſpondenteſque ipſi NHO, ita eſſe omnes ſectores in AFC ipſi EFC æquales, hoc eſt totum AFC ſectorem ad ſectores deſcriptos circa portionem circuli ABC, qui ipſi BGC reſpondent. Eodem modo oſtendetur & ut dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores inſcriptos lineæ ſpirali, ita eſſe ſectorem AFC ad ſectores portioni ABC inſcriptos. quare & ut dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK interiicitur, ita erit ſector AFC, hoc eſt quarta pars circuli ABCD ad ABC portionem. Itaque concluditur ex hoc ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK interiicitur, portionis circuli ABC octuplam eſſe. quoniam & dimidiæ ſphæræ ſuperficies ſectoris ABCD eſt octupla. Superficies autem inter lineam ſpiralem, & baſim dimidiæ ſphæræ interiecta octupla eſt trianguli ACD, hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit quadrato.

COMMENTARIVS.

Et pręterea dum punctum fertur in uno latere, ſuperficiem deſcribente] *Hoc dictum eſt, propter lineam ſpiralem, quæ in ſuperficie conica & cylindrica deſcribitur. in quo enim tempore punctum latus coni, uel cylindri pertranſit, in eo & dictum latus fertur in ſuperficie coni uel cylindri, quoad rurſus in eundem locum, a quo moueri cœperat, reſtituatur.* A

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK] *Hoc eſt deſcribatur quarta pars circumferentię maximi circuli.* B

Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO] *Sit autem nunc circumferentia* LH *quadrupla circumferentiæ* HO. *quoniam poſita eſt tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiæ* KL *quadrupla.* C

Aequalis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC] *Quoniam enim circulus, cuius ſemidiameter AD dimidius eſt eius, cuius ſemidiameter AC. Sunt enim circuli inter ſeſe ut diametrorum, uel ſemidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD æqualis octauę parti circuli, cuius ſemidiameter AC. Sed ABCD ſector eſt quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD, & ſector AEFC octaua pars eius, cuius ſemidiameter AC, etenim angulus ADC rectus eſt, & angulus ACF dimi-* D *dimidius recti, cum sit æqualis angulo CAD. quare sequitur sectorem ABCD sectori AEFC æqualem esse.*

E Dico igitur, & vt iam dictæ superficies inter se sunt, ita esse AEFC sectorem ad portionem circuli ABC] *Hoc est dico vt dimidiæ sphæræ superficies ad superficiẽ, quæ inter spiralem lineam HOIK, & circumferentiam HNK interiicitur, ita esse ABCD sectorẽ, hoc est sectorem AEFC ipsi æqualem ad portionem circuli ABC.*

F Et quæ pars est circumferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars sit circumferentia FE ipsius FA] *Sit autem circumferentia FE quarta pars ipsius FA circumferentiæ, quoniam & KL circumferentia eadem pars est circumferentiæ totius circuli.*

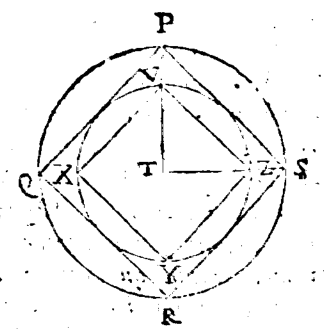
G Erit & circumferentia BC ipsius ABC eadem pars] *Quoniam enim est, vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita angulus ECF ad FCA angulum: & vt angulus ECF ad FCA angulum, ita circumferentia BC ad circumferentiam CA: erit vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita circumferentia BC ad CA circumferentiã: Sed circumferentia EF quarta pars est circumferentiæ FA. ergo & circumferentia BC circumferentiæ CA eadem pars erit.*

H Quoniam igitur vt superficies sphærica LKH ad superficiem OHN, ita tota dimidiæ sphæræ superficies ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est HO] *Ex 15. quinti libri elementorum. est enim superficies sphærica LKH, hoc est sector in superficie sphæræ LKH, quarta pars superficiei dimidiæ sphæræ. & sector OHN portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, eadem pars. Græcus codex corruptus est, vt puto, qui sic habet.* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνειαν οὐκ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο. *Sed legendum erit* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν οὗ ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο.

K Vt autem dimidiæ sphæræ superficies ad superficiem portionis sphæræ, ita est quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO, hoc est quadratum ex EC ad id, quod fit ex CB quadratum] *Nam superficies dimidiæ sphæræ ex iis, quæ Archimedes demonstrauit in primo libro de sphæra & cylindro propositione 31. dupla est circuli in sphæra maximi, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HL: & superficies portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, cum sit æqualis circulo, cuius semidiameter est HO ex demonstratis ab Archimede eodem in loco propositione 40. dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HO, ut mox demonstrabitur. Quare ut superficies dimidiæ sphæræ ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, ita est circulus in sphæra maximus ad circulum, in quo quadratum describitur, cuius latus est HO.*

2. duode. *Vt autem circulus ad circulum, ita est quadratum ad quadratum. ergo ut superficies dimidiæ*
11 quinti *sphæræ ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est HO, ita est quadratum rectæ lineæ HL ad quadratum rectæ HO.*

Sit circulus PQRS circa centrum T, cuius semidiameter sit æqualis rectæ lineæ HO, & in eo quadratum PQRS. rursus in quadrato PQRS describatur alius circulus VXYZ, & in eo quadratum VXYZ. erit circulus PQRS circuli VXYZ duplus, quo-
2. duode. *niam & quadratum PQRS duplum est quadrati VXYZ, quod nos in Commentariis in secundam proportionem duodecimi libri elementorum demonstrauimus. Dico semidiametrum circuli PQRS æqualem esse lateri quadrati VXYZ, hoc est rectam lineam PT ipsi VX esse æqualem. quod quidem manifeste patet. Quoniam enim quadratum ex PS æquale est duobus quadratis ex PT TS; erit quadratum ex PS quadrati ex PT duplum. Sed est etiam duplum*
9. quinti *quadrati ex VZ. ergo quadratum ex PT æquale est*



qua-

quadrato ex VZ. & ob id recta linea PT rectæ VZ æqualis. Circulus autem PQRS est æqualis superficiei portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO. quare superficies dictæ portionis dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HO. quod oportebat demonstrare. Græcus codex. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον. *sed corrigẽdũ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον.

Erit & ut sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita sector EFC ad L
sectorem BGC] *Sequitur ex iam dictis per 11. quinti elementorum, ut sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita esse quadratum ex EC ad quadratum ex CB. Sed ut quadratum ex EC ad quadratum ex CB, ita est sector EFC ad sectorem BGC. quod nos supra demonstrauimus. Vt igitur sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita sector EFC ad BGC sectorem.*

Quoniam & dimidiæ sphæræ superficie sectoris ABCD est octupla] *Est enim* M
superficies dimidiæ sphæræ dupla maximi in sphæra circuli, hoc est circuli eius, cuius quarta pars est sector ABCD.

Hoc est æqualis ei, quod a diametro sphæræ fit quadrato] *Quadratum enim, quod* N
fit a diametro sphæræ duplum est quadrati, cuius latus est AC. triangulum autem ACD, huius ipsius quadrati quarta pars est. ex quo sequitur, quadratum diametri sphæræ trianguli ACD octuplum esse.

Antiqui Geometræ datum angulum rectilineũ tripartito secare volẽtes ob hanc A
caussam hæsitarunt. Problematũ, quæ in Geometria considerantur, tria esse genera dicimus. & eorũ alia quidẽ plana, alia solida, alia vero linearia appellari. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circũferentiam solui possunt, merito dicũtur plana; lineæ n. per quas talia problemata inueniũtur, in plano ortũ habent. Quæcũque vero soluuntur, assumpta in constructionẽ aliqua coni sectione, uel etiã pluribus, solida appellata sunt, quoniã ad constructionem solidarũ figurarũ superficiebus videlicet conicis uti necessariũ est. Relinquitur tertiũ genus problematũ, quod lineare appellatur; lineæ. n. aliæ præter iã dictas in constructionẽ assumuntur, quæ uariũ, & difficilẽ ortũ habent, ex inordinatis superficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiusmodi uero sunt etiã lineæ, quæ in locis ad superficiem dictis inueniuntur, & aliæ quædã magis variæ, & multæ a Demetrio Alexãdrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιστάσεσι hoc ẽ in linearibus aggressionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varii generis superficierũ inuentæ, quæ multa, & admirabilia symptomata cõtinẽt. & nõnullæ ipsarũ a iunioribus dignæ existimatæ sunt, de quibus longus sermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipsis est, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

Problematum genera tria.
B Problemata plana.
Problemata solida.
Problemata linearia.
Lineæ in locis ad superficiẽ dictis
Plectoides superficies.

Ex hoc genere sunt lineæ helices, & quadrantes, & cõchoides, & cissoides. videtur autẽ quodammodo peccatũ non paruum esse apud Geometras, cũ problema planũ per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & ut summatim dicã, cũ ex improprio soluitur genere, quale est in quinto libro conicorum Apollonii problema in parabola: & in libro de lineis spiralibus Archimedis: assumpta solida inclinatio in circulo. fieri enim potest, ut nullo vtentes solido problema ab ipso descriptũ inueniamus. Dico aũt circumferentiam circuli in prima circulatione descriptã demonstrare æqualem rectæ lineæ, quæ a principio lineæ spiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ est circulationis principiũ, & a recta linea spiralẽ cõtingẽte terminatur: Itaque cũ huiusmodi sit problematum differẽtia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura solidũ est, per plana inquirentes inuenire non potuerunt. nondum enim ipsis cognitæ erant coni sectiones, & ob eam caussam hæsitarunt. Postea uero angulũ tripartito diuiserunt ex conicis, ad inuentionem infrascripta inclinatione utentes.

Lineæ helices, quadrantes, conchoides, & cissoides.
στερεὰ νεύσις.

Q COM-

COMMENTARIVS.

A Problematum, quæ in Geometria considerantur, tria esse genera dicimus] *De his eadem ferè in tertio libro conscripta sunt.*

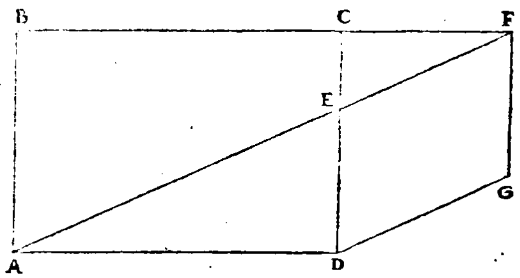
B Quæcumque uero soluuntur, assumpta in constructionem aliqua coni sectione] *Græcu. codex* ὅσα δὲ λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *Nos corrigendum duximus* εἰς τὴν κατασκευήν.

C Fieri enim potest, ut nulli utentes solido problema ab ipso descriptum inueniamus] *Vitellio enim in primo libro perspectiuæ propositione 128. problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam absoluit.*

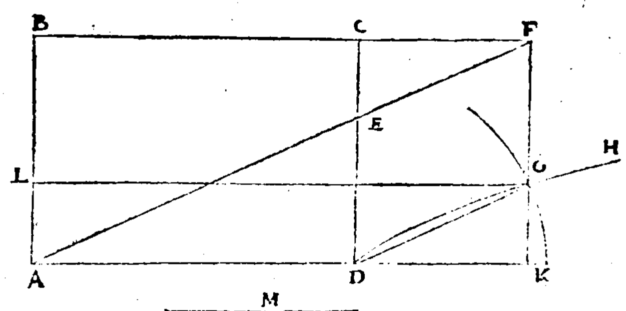
D Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione descriptam, &c.] *Græcus codex* λέγω δὴ &c. τῇ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένῃ εὐθείᾳ τῇ ἐκ τῆς γενέσεως τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. *Nos ex ipso Archimede hunc locum restituimus. quam uero Archimedes* τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, *Pappus* τὴν ἐκ τῆς γενέσεως *videtur appellare; tum hic, tum infe rius propositione 35. Sed fortasse sic legendum erit.* τῇ ἐκ τῆς γενέσεως καὶ περατουμένῃ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος.

PROBLEMA VII. PROP. XXXI.

A Dato parallelogrammo rectangulo ABCD, & producta BC, opus sit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectæ lineæ æqualem.



B Factum iam sit, & ipsis EF, ED parallelæ ducãtur DG GF. Quoniam igitur data est EF, & est æqualis ipsi DG, erit & DG data:
C & datũ est pũctũ D. ergo G est ad circũferẽtiã circuli positio
D ne datã. Et quoniam rectangulum BCD datũ est, atq; est æquale rectangulo cõtẽto BF DE; datũ erit, & quod BF DE continetur, hoc est rectangulũ BFG. pun
E ctum igitur G est ad hyperbolen, sed est etiam ad circuli circumferẽtiã positione datã. ergo & ipsum G datũ erit. Cõponetur aũt problema hoc modo. Sit datũ parallelogrãmũ ABCD: & recta linea M magnitudine data. sit aũt ipsi æqualis DK. & per D quidem circa asymptotos ABC hyperbole describatur DGH; hoc enim deinceps ostendemus: per K uero circa centrum D describatur circuli circumferentia KG, secans hyperbolen in puncto G: & ducta GF ipsi DC parallela, iungatur FA. Dico EF rectæ lineæ M æqualem esse. Iungatur enim GD, & ipsi



F KA parallela ducatur GL. rectangulum igitur FGL, hoc est BFG æquale est
G rectangulo CDA, hoc est BCD. quare ut FB ad BC, uidelicet ut CD ad DE,
14 sexti. ita DC ad FG. ergo ED est æqualis FG. & ideo parallelogrammum est DEFG.
9 quinti. est igitur EF ipsi DG, hoc est DK, hoc est ipsi M æqualis.

COM-

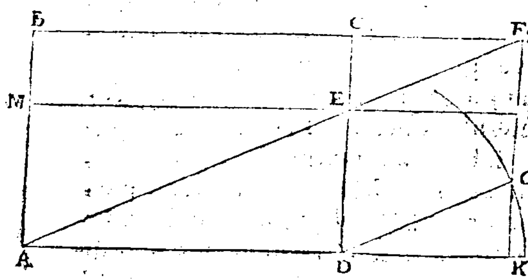
COMMENTARIVS.

Et producta BC opus sit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectæ lineæ æqualem] *Hoc est producta BC opus sit ducere rectam lineam AEF, quæ cum BC conueniat in puncto F, ita ut EF sit datæ rectæ lineæ æqualis.* A

Et ipsis EF ED parallelæ ducantur DG GF] *Græcus codex* καὶ ταῖς ε ζ δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δη ηθ. *Sed legendum* καὶ ταῖς ε ζ ε δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η ζ. B

Ergo G est ad circumferentiam circuli positione datam] *Nam si centro D, & interuallo DK circuli circumferentia describatur, erit ea positione data: & per punctum G transibit.* C

Et quoniam rectangulum BCD datum est, atque est æquale rectangulo contento BF DE; datum erit, & quod BF DE continetur, hoc est rectangulum BFG] *Ducatur per E recta linea MEN ipsi BCF parallela. erit ex 43. primi libri elementorum rectangulum BCE æquale rectangulo DEN, hoc est ei, quod DE CF continetur. Cum igitur rectangulo contento BF DE æqualia sint duo rectangula, videlicet rectangulum BC DE contentum, hoc est ADE; & contentum CF DE, hoc est ECB ipsi æquale: erit totum rectangulum BCD æquale ei, quod BF DE, hoc est quod BF FG continetur. Græcus codex.* καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ β ε ζ δ. ὅθεν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ δ. τουτέστι τὸ ὑπὸ β θ η. *Sed ita legendum arbitror.* καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ β ζ ε δ. ὅθεν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ζ ε δ. τουτέστι τὸ ὑπὸ β ζ η. D



1. secun.

Punctum igitur G est ad hyperbolem] *Ex conuersa 12. secundi libri conicorum Apollonii. sequitur enim ut punctum G sit ad hyperbolem eandem in qua est punctum D. Græcus codex* τὸ η ἄρα πρὸς ὑπερβολήν. *ego legerem* πρὸς ὑπερβολῇ. *Vt alibi sæpius.* E

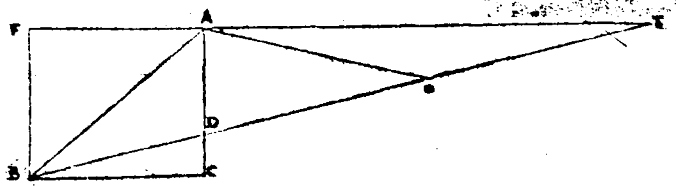
Rectangulum igitur FGL, hoc est BFG æquale est rectangulo CDA, hoc est BCD] *Ex 12. secundi libri conicorum Apollonii.* F

Quare ut FB ad BC, uidelicet ut CD ad DE, ita DC ad FG] *Est enim ut FC ad CB, ita FE ad EA: componendoque ut FB ad BC, ita FA ad AE: & ob similitudinem triangulorum CEF AED ut FE ad EA, ita CE ad ED. & rursus componendo ut FA ad AE, ita CD ad DE. ut igitur FB ad BC, ita erit CD ad DE.* G 2. sexti. 11 quinti.

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO. XXXII.

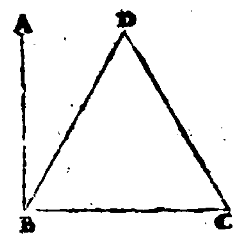
Hoc autem demonstrato. datus angulus rectilineus tripartito secabitur in hunc modum.

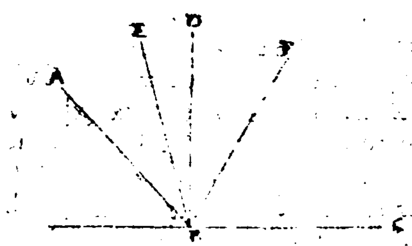
Sit enim primũ angulus acutus ABC, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis AC: completoque parallelogrãmo CF producatur FA usq;

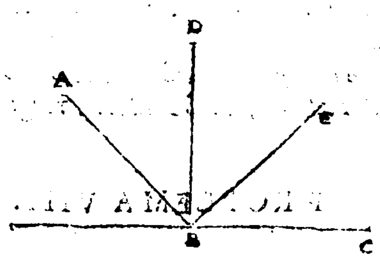


ad E. Cum igitur parallelogrammum rectangulum sit, ponatur inter EAC recta linea ED tendens in B, quæ duplæ ipsius AB sit ęqualis. hoc enim fieri posse iam
demonstratum est. Itaque dati anguli ABC, dico tertiam partem esse EBC.
B secetur ED bifariam in puncto G, & AG iungatur. Tres igitur rectæ lineæ DG
GA GE æquales sunt; & DE dupla ipsius AG. Sed & ipsius AB est dupla. ergo BA est æqualis AG, & ABD angulus angulo AGD æqualis. angulus autem AGD est duplus anguli AED, hoc est ipsius DBC. Quòd si angulum ABD bifariam secemus, erit angulus ABC tripartito sectus.

Si uero datus angulus sit rectus, assumemus quandam rectam lineam BC,
C atque ab ipsa triangulum ęquilaterũ BDC
describemus. & angulum, quem ipsa DC subtendit, bifariam secantes, habebimus angulum ABC tripartito sectum. At si angulus obtusus sit, ipsi BC ad rectos angulos ducatur PD: & anguli quidem DBC assumatur tertia pars DBF; anguli uero ABD itidem tertia pars assumatur EBD. hęc enim a nobis ante demonstrata sunt. ergo totius anguli ABC tertia pars erit EF. & ipsi EBF ęqualem constituentes ad utramque ipsarum AB BC, datum angulum tripartito secuerimus.







COMMENTARIVS.

A Hoc enim fieri posse iam demonstratũ est] *In antecedente.*

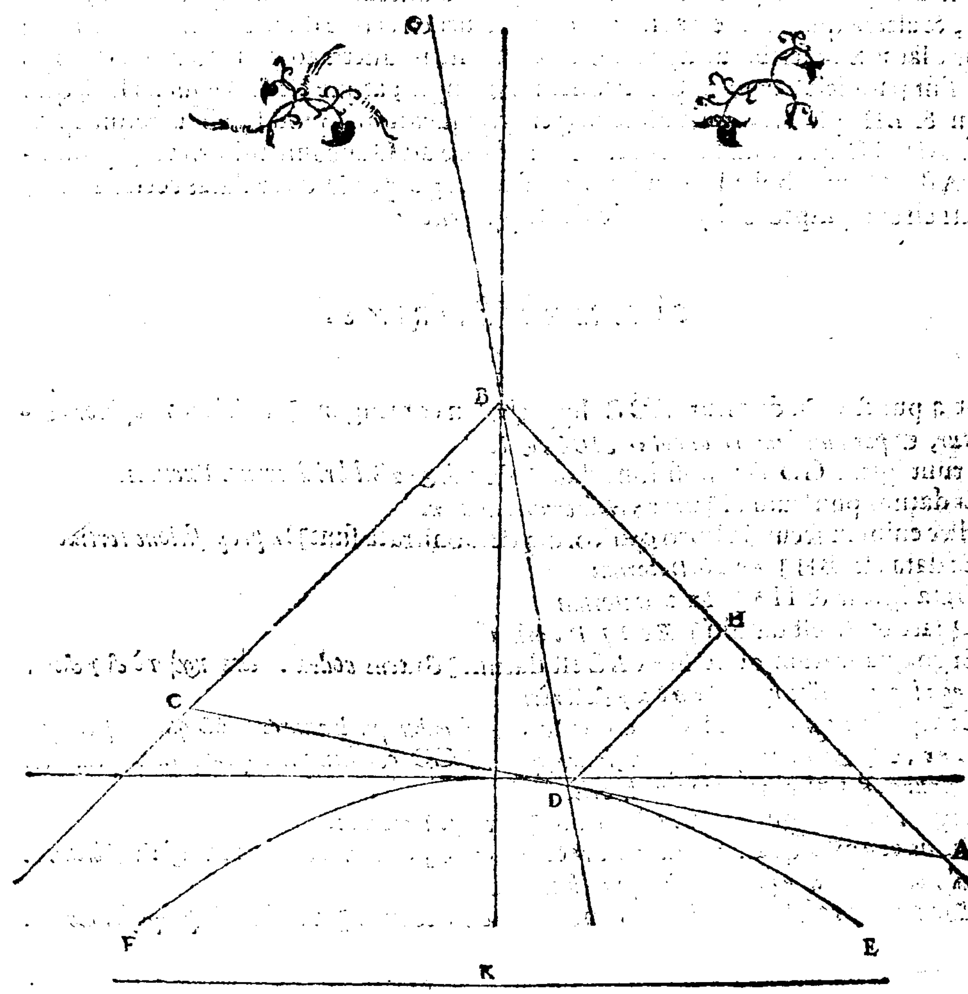
B Tres igitur rectæ lineę DG GA GE æquales sunt] *Nam si centro G & interuallo GE circulus describatur, transibit per puncta AD. angulus enim EAD est rectus. ergo DG, GE, GA inter se æquales sint, necesse est.*

C Atque ab ipsa triangulum ęquilaterum BDC describemus] *Triangulum enim æquilateri angulus, uidelicet DBC duas recti tertias continet. ergo angulus ABD ipsius ABC tertia pars est.*

PRO.

PROBLEMA IX. PROP. XXXIII.

Problema autem positum nunc resoluemus.



Duabus rectis lineis AB BC positione datis, & dato puncto D, per D circa
asymptotos AB BC hyperbolen describere. Factum iam sit, sitque hyperbole de
scripta EDF: & a puncto D ducatur ADC hyperbolẽ cõtingẽs, & diameter GBD. A
rectæ vero lineæ BC parallela ducatur DH. erunt igitur GD DH positione datæ, B
& datum punctum H. Et quoniam hyperboles asymptoti sunt AB BC, & contin- C
gens AC, erit AD æqualis DE, & quadratum, quod fit ab vtraque ipsarum æquale
quartæ parti figuræ, quæ est ad GD. hæc enim in secundo libro conicorum demõ- D
strata sunt. præterea quoniam CD est æqualis DA, erit & BH ipsi HA æqualis. 2 sexti.
& data est BH. data igitur & HA: & datum punctum H. quare & A est datũ. E F
dataque positione ADC; & AC magnitudine ergo quadratum, quod fit ex AC G
est datum, & æquale est figuræ ad GD constitutæ. data igitur erit & dicta figu- H K
ra; & data GD, etenim dupla est ipsius BD magnitudine datæ, cum datum sit

vtrumque

L vtrumque punctorum BD. ergo rectum figuræ latus est datum. Itaque factum problema tale. Duabus rectis lineis positione, & magnitudine datis, videlicet
M GD & recto latere, circa diametrum GD describere hyperbolem, cuius ea, iuxta quam possunt, sit recta linea K: & ductę ordinatim ad GD parallelę sint
N rectæ lineę AC positione datæ. hoc autem resolutum est in primo libro conicorum. Componetur autem hoc modo. Sint rectæ lineæ AB, BC positione datæ, datumque punctum D: & ipsi quidem BC parallela ducatur DH, ipsi uero BH ęqualis sit HA: iuncta AD in C producatur. iuncta deinde BD producatur; & ipsi BD ponatur ęqualis BG. quadrato autem ex AC æquale sit id, quod CD, & altera quadam recta linea K continetur: circaque diametrum GD, & rectũ figuræ latus K describatur hyperbole EDF, ita ut ductæ ad diametrum GD ipsi AC sint parallelæ. ergo AC sectionem contingit; atque est AD ęqualis DC, quoniam & BH ipsi HA. Constat pręterea quadratum, quod fit ab utraque ipsarum AD DC quartam partem esse figuræ, quæ ad GD constituitur. rectę igitur lineæ AB BC hyperboles EDF asymptoti sunt. ergo per D circa datas rectas lineas, ueluti circa asymptotos hyperbole descripta erit.

9. secun. conic. Apol. 33.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, vt opinor, diceretur, & per punctum D ducatur ADC, &c.*

B Erunt igitur GD DH positione datæ] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.*

C Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiusdem.*

D Hæc enim in secundo libro conicorum demonstrata sunt] *In propositione tertia.*

E Et data est BH] *ex 26. Datorum.*

F Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.*

G Quare & A est datum] *Ex 27. Datorum.*

H Ergo quadratum, quod fit ex AC est datum] *Græcus codex.* ἔσε καὶ τὸ ἀ γ δοθὲν ἐσι. *ego legerem* ἔσαι καὶ τὸ ἀπὸ αγ δοθέν ἐσι.

K Et æquale est figuræ ad GD constitutę] *Est enim quadratum ex AD quarta pars quadrati ex AC, & itidem quarta pars figuræ, quæ ad* GD *constituitur. quadratum igitur ex AC figuræ ad GD constitutę ęquale erit.*

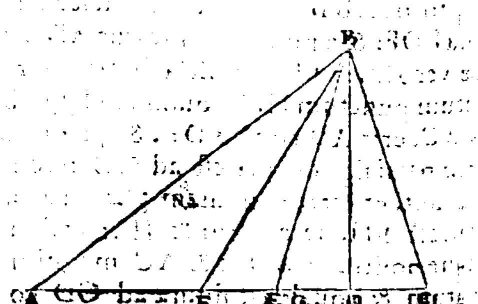
L Ergo rectum figuræ latus est datum] *Ex 57. Datorum.*

M Cuius ea, iuxta quam possunt, sit recta linea K] *Græcus codex,* ἧς παρ' ἣν δύνανται ἔσαι ἡ λοιπὴ εὐθεῖα. *ego legendum puto* ἡ κ εὐθεῖα.

N Hoc autem resolutum est in primo libro conicorum] *videlicet in propositione 53.*

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIIII.

A Et aliter datę circumferentię tertia pars abscinditur sine inclinatione per solidũ locum huiusmodi.



B C Sit recta linea positione data, quæ per AC ducitur: & a datis in ea pũctis AC inflectatur ABC, quę faciat angulum ACB duplum anguli CAB. Dico punctum B esse ad hyper-

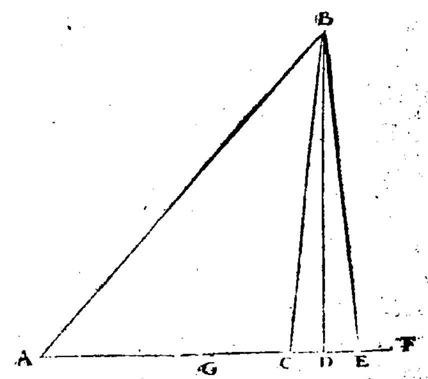
hyperbolen. Ducatur perpendicularis BD, & ipsi CD æqualis abscindatur DE. D
ergo iuncta BE æqualis erit EA, ponatur etiam ipsi DE æqualis EF. quare FC E
tripla est CD. sit & AC ipsius CG tripla. datum igitur erit punctum G; & reliqua AF tripla ipsius GD. & quoniam quadratorum ex BE EF excessus est F G
quadratum ex BD; est autem & rectangulum DAF eorumdem excessus: rectan H K
gulum DAF, hoc est quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit. L
ergo punctum B est ad hyperbolen, cuius transuersum quidem latus figuræ ad M
axem constitutæ est AG, rectum vero ipsius AG tripla. Et manifestum est pun N
ctum C abscindere ad uerticem sectionis rectam lineam CG, quæ est dimidia transuersi lateris figuræ, uidelicet ipsius AG.

Compositio autem manifesta est. oportebit enim rectam lineam AC ita secare, O
vt AG sit dupla ipsius GC: & circa axem AG per G hyperbolen describere, cuius rectum figuræ latus sit ipsius AG tripla. & ostenditur eam facere duplam angulorum proportionem, quam diximus. perspicue etiam constat hyperbolen ita descriptam datæ circuli circumferentiæ tertiam partem abscindere, si modo puncta AC termini circumferentiæ ponantur.

COMMENTARIVS.

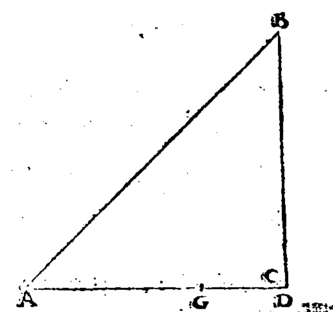
A Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abscindetur sine inclinatione per solidum locum huiusmodi] *solidos locos appellare consueuerunt Geometræ, quando lineæ per quas problema resoluitur, à solidorum sectione ortum habent, quales sunt coni sectiones, & aliæ nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab vno duntaxat puncto, sed à pluribus problema efficitur, quod inferius perspicue apparet. Græcus codex.* χωρὶς νεύσεως *sed legendum* χωρὶς τῆς νεύσεως.

B Sit recta linea positione data, quæ per AC ducitur] *Hic incipit resolutio problematis, in quo primum quæri videtur, datum angulum tripartito secare, quanquam ex eo, & data circuli circumferentia tripartito secari possit.*



C Inflectatur ABC, quæ faciat angulũ ACB duplum anguli CAB] *Græcus codex.* κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ. *legendum autem* κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τὴν ὑπὸ γαβ.

D Ducatur perpendicularis BD, & ipsi CD æqualis abscindatur DE] *cũ perpendicularis* BD *cadit inter A & C, vt in prima figura, abscinditur DE ex parte A; cum vero cadit extra C, vt in secunda figura, abscinditur ex altera parte: & ita intelligendum de linea EF. quòd si cadat in ipsum C, neque puncto E, neque puncto F ad demonstrationem opus erit.*



E Ergo iuncta BE æqualis erit EA] *Quoniam enim ED est æqualis DC, & BD vtrique communis, angulique ad D recti; erit & basis EB basi BC æqualis, & angulus BEC æqualis angulo BCE, quare BEC est duplus anguli BAE, & est æqualis vtrisque BAE ABE. ergo & ipsi inter se sunt æquales, & æqualia, quæ ipsis subtenduntur latera BE EA. & ita quidem argumentabimur, cũ perpendicularis BD cadit inter A & C.*

4. 32 primi.

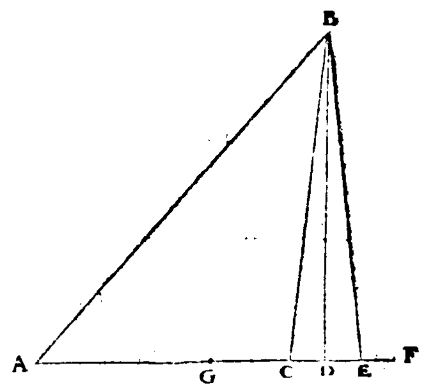
6 primi.

Cum

Cum autem extra cadit, ut in secunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis BEF æqualis est angulo BCA. & idcirco duplus anguli BAE, & alia, quæ sequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in C, sequitur AC CB inter se æquales esse. Cum enim angulus ACB duplus sit anguli BAC, erit reliquus ABC ipsi BAC necessario æqualis.

F Datum igitur erit punctum G] Data enim erit magnitudine CG ex 2. datorum, sed & positione data, siquidem & tota AC. Quòd cum datum sit punctum C, etiam ipsum G dabitur ex 27. eiusdem.

G Et reliqua AF tripla ipsius GD] Ex 19. quinti elementorum. At in secunda figura sequitur, hoc ex 12. eiusdem. quoniam enim AC est tripla CG, & FC tripla CD, erunt omnes antecedentes AC CF, hoc est AF omnium consequentium GC CD, hoc est GD triple.

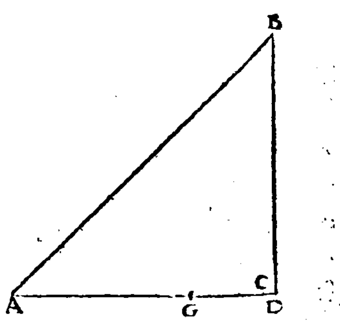


H Et quoniam quadratorum ex BE EF excessus est quadratum ex BD] Facta est enim FE æqualis ED; quadratorum uer; ex BE EF excessus est quadratum ex BD quod quadrata ex BD DE quadrato ex EB sint æqualia, ex 47. primi libri elementorum. Græcus codex. καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ β ε ε ζ ὑπερεχῆ ἐστιν. Sed legendum puto, καὶ ἐστὶ τῶν ἀπὸ β ε ε ζ ὑπεροχὴ ἐστιν τὸ ἀπὸ β δ.

K Est autem & rectangulum DAF eorumdem excessus] Nam cum recta linea DF bifariam secetur, in puncto E, atque ei adiiciatur FA, erit rectangulum DAF una cum quadrato ex FE æquale ei, quod fit ex CA quadrato, ex 6. secundi libri elementorum. ergo rectangulum DAF est excessus quo quadratum ex AE, hoc est quadratum ex BE superat quadratum ex EF. Quare colligitur rectangulum DAF quadrato ex BD æquale esse. In secunda uero figura ita dicemus. Quoniam recta linea FD bifariam secatur in E, atque ei adiicitur DA, rectangulum FAD una cum quadrato ex DE æquale est quadrato ex EA, & reliqua, quæ sequuntur. — 1. sexti.

L Rectangulum DAF, hoc est, quod ter ADG continetur, quadrato ex BD, æquale erit] Quoniam AF tripla est ipsius GD, sumpta communi altitudine AD, erit rectangulum DAF rectanguli ADG triplum. ergo quod ter continetur ADG rectangulo DAF æquale erit.

M Ergo punctum B est ad hyperbolen cuius &c.] Cum enim rectangulum DAF, hoc est quadratum ex BD triplum sit rectanguli ADG, habebit quadratum ex BD ad rectangulum ADG proportionem eandem, quam figuræ rectum latus a transuersum. quare ex conuersa 21. primi libri conicorum punctum B in hyperbola erit. At si perpendicularis cadit in C, ut in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam AC tripla est ipsius CG, habebit quadratum ex AC, hoc est quadratum ex BC ad rectangulum ACG triplam proportionem, nempe eam, quam rectum figuræ latus habet ad transuersum. ac propterea punctum B in hyperbola sit, necesse est. — 1. sexti.



N Et manifestum est punctũ C abscindere ad verticẽ sectionis rectã lineam CG, quæ est dimidia transuersi lateris figuræ] Facta est. n. AC ipsius CG tripla. ergo CG, quæ inter punctum C & uerticẽ sectionis interiicitur transuersi lateris figuræ dimidia erit.

Cum

Cõpositio ãt manifesta est] Sit recta linea AC positione, & magnitudine data, quæ ita secetur ĩ pũcto G, ut AG sit dupla ipsius GC. datus ãt ãgulus rectilineus, quẽ tripartito secare oporteat, sit HKL: & producta LK ad M, erit ãgulus HKM reliquus ex duob. rectis, et datus. Itaq; ĩ data recta linea AC describatur portio circuli capiẽs angulũ dato angulo HKM æqualẽ: & circa axẽ AG per G describatur hyperbole, cuius trãsuersũ quidẽ figuræ latus sit AG, rectũ vero ipsius AG triplũ, & secet circuli circũferẽtiã in B. deinde a puncto B ad AC perpẽdicularis ducatur; quæ uel cadet intra pũctũ C, vel extra, uel in ipsũ C. cadat primũ intra, uel extra, et sit BD: & ipsius DG tripla sit AF, & FD bifariã in pũcto E secetur: iunganturque AB BE BC. Quadratũ igitur ex BD ad rectãgulũ GDA eandẽ proportionẽ hẽt, quã figuræ rectũ latus ad trãsuersũ, ex 21 1. lib. coni. & ideo quadratũ ex BD triplũ est rectãguli GDA. rectãgulũ ãt DAF ẽ eiusdẽ triplũ, q AF tripla sit ipsius GD. ergo rectãgulũ DAF quadrato ex BD æquale erit. Sed quadratũ ex BD est excessus, quo quadratũ ex BC superat quadratũ ex ED rectãgulũ ãt DAF est excessus, quo quadratũ ex AE superat quadratum ex EF, hoc est quadratũ ex ED. Est. n. rectangulum DAF una cũ quadrato ex EF æquale quadrato ex AE. quare sequitur, ut quadratũ ex AE quadrato ex EB sit æquale. ergo recta linea AE est æqualis EB, et angulus ABE ãgulo EAB. Cum igitur AE sit tripla ipsius CG, & AF tripla GD: erit reliqua FC ipsius CD tripla. & ob id FD dupla DC. Sed est etiam dupla ipsius ED. ergo ED DC æquales sunt. ac propterea æquales inter se EB BC: & angulus BCE angulo BEC æqualis. Sed in prima figura angulus BEC, in secũda ãt angulus BEF duplus ẽ anguli BAC. angulus igitur BCA anguli CAB est duplus: ideoq; circũferentia AB circũferentiæ BC dupla erit. Quòd si perpendicularis cadat in punctum C, ostendetur similiter quadratum ex BD triplum rectanguli GDA, & cum AC sit tripla CG, erit & quadratum ex AC rectanguli GCA triplũ. quadratũ igitur ex AC æquale est quadrato ex CB: & recta

4 dator.

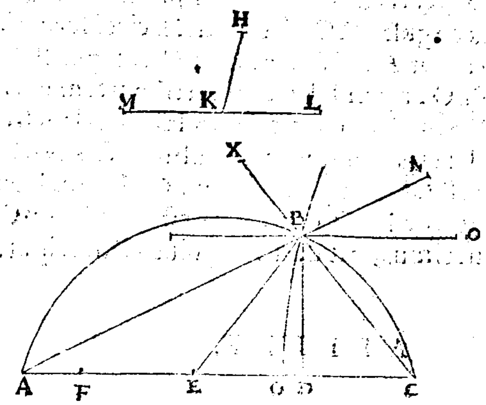
33 tertii element.

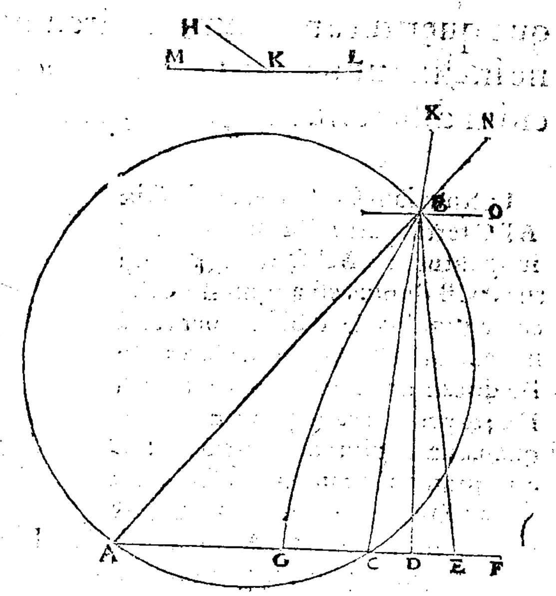
1. sexti.

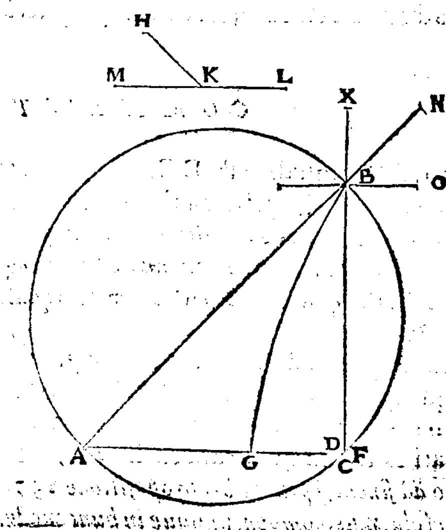
6 secun. libri.

5 primi

ul. sexti







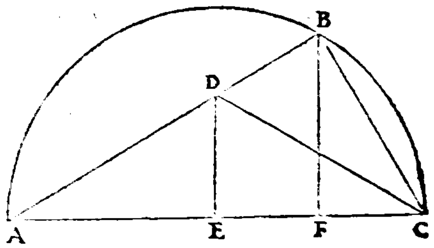
linea

linea AC rectæ CB, angulusque ABC angulo BAC æqualis. ergo angulus BCA rectus anguli BAC est duplus: & circũferentia AB dupla circũferentiæ BC. Itaq; producantur AB, CB in puncta NX, & per B ducatur BO ipsi AC parallela. Dico angulũ NBO anguli HKL dati tertiã partem esse. Quoniã.n. circuli portio ABC capit angulũ æqualem dato angulo HKM, erit ABC angulus, hoc est XBN angulo HKM æqualis ergo reliquus ex duobus rectis NBC est æqualis ipsi HKL. angulus aũt BCA, hoc est CBO duplus ẽ anguli CAB, uidelicet ipsius NBO, ut demonstratũ fuit. angulus igitur NBO tertia pars est anguli NBC; hoc est HKL. At si angulũ OBC bifariã secuerimus, erit datus angulus HKL tripartito sectus.

ALITER.

Exposuerunt nonnulli resolutionem eius problematis, in quo quęritur angulum, vel circumferentiam tripartito secare sine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt siue angulum, siue circumferentiam secemus.

Factum iam sit, & circumferẽtiæ ABC tertia pars BC abscindatur: & iungantur AB, BC, CA. angulus igitur ACB duplus est anguli BAC. secetur angulus ACB bifariã per rectã lineam CD: & perpendiculares DE
A BF ducantur. ergo AD æqualis est DC; & propterea AE ipsi EC est æ-
B qualis. datũ igitur est punctũ E. Ita-
C que quoniam est ut AC ad CB, ita AD ad DB, uidelicet AE ad EF; & permutando ut CA ad AE, ita erit BC ad EF: dupla ãt est CA ipsius AE. ergo & BC ipsius EF est dupla: & ideo quadratum ex BC, hoc est quadrata ex BF FC quadrupla
D sunt quadrati ex EF. Cum igitur duo puncta EC sint data; & sit BF perpendicularis, sitq; proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ. Sed & ad circuli circumferentiã. ergo pũctũ B est datũ. & cõpositio manifesta est.



COMMENTARIVS.

A Ergo AD æqualis est DC, & propterea AE ipsi EC est æqualis] *Quoniam enim angulus ACB, qui est duplus anguli CAB, bifariam sectus est recta linea CD, erit angulus DAE æqualis angulo DCE, anguli uero ad E vtrique recti sunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ADE triangulo EDC equiangulum. Vt igitur ED ad DA,*
4 sexti. *ita ED ad DC. quare AD DC inter se æquales sunt. & eodem modo AE EC æquales*
9 quinti. *ostendentur.*

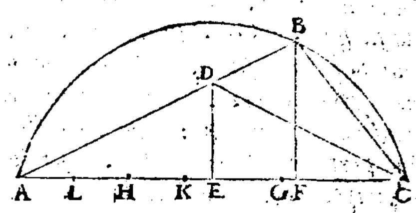
B Datum igitur est punctum E] *Ex 7. & 27. Datorum.*

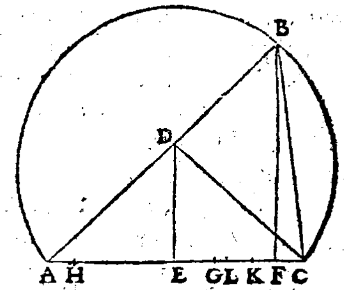
C Itaque quoniam est ut AC ad CB, ita AD ad DB] *Ex 3. sexti elementorum.*

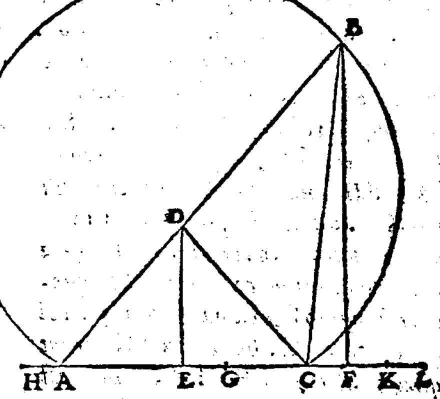
D Cum igitur duo puncta EC sint data, & sit BF perpendicularis, sitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ.] *Demõstratur hoc a Pappo ad finem septimi libri propositione 237. Sed tamen nos id, quod propositum est, etiam aliter resoluemus, componemusque in hunc modum.*

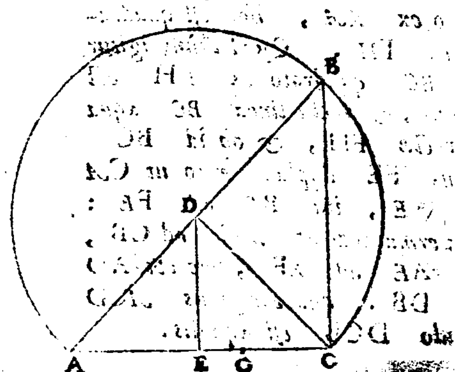
Con-

Construantur eadem, quæ dicta sũt, & ductis perpẽdicularibus DE BF, ponatur ipsi quidẽ FE æqualis EH, ipsi uero CF equales sint FK, KL: & sit AG dupla GC. Eodẽ, quo supra, modo ostẽdetur AL tripla GF, atq; erit AH ęqualis CF, & AL æqualis HK. Cũ.n. AE sit æqualis EC, & HE ipsi EF, relinquetur AH æqualis FC, hoc est ipsi KL. quare in prima, & secunda figura, cõi HL ablata, vel addita, in tertia vero addita cõi AK, erit AL ipsi HK æqualis. Itaque quoniã, ut ante demõstratũ est, quadrata ex BF FC sunt quadrupla quadrati ex FE, quadratũ aũt ex FH est eiusdem quadruplũ, quòd FE sit æqualis EH, erit quadratũ ex FH æquale quadratis ex BF FC. Sed in prima, & secũda figura quadrato ex FH ęqualia sunt quadrata ex FK KH. una cũ duplo 4. secun.
rectanguli FKH, hoc est una cum rectangulo FLA: est enim LF dupla ipsius FK, & LA æqualis KH. quadrato autem ex KH, hoc ẽ quadrato ex LA una cum rectangulo FLA est æquale rectangulũ FAL. 3. secun. In tertia uero figura quadrato ex FH, hoc ẽ quadrato ex AK ęquale est rectãgulum 6. secun.
LAF vna cũ quadrato ex FK, quippe cũ recta linea LF bifariã secetur in K, atq; ei addatur FA. ergo rectãgulũ FAL una cũ quadrato ex FK ęquale ẽ quadratis ex BF FC. quorũ quadratũ est FK est ęquale quadrato ex FC. relinquitur igitur ut rectãgulũ FAL quadrato ex BF sit æquale. At rectãgulũ FAL ęquale ẽ ei, quod ter AF FG cõtinetur. quare ex iã demõstratis cõstat pũctũ B esse in hyperbola: cui⁹ transuersũ lat⁹ est AG, rectũ uero ipsius AG tripla. Quòd si a pũcto B perpendicularis ducta cadat in C, ut in quarta figura, quoniam angulus ACB rectus duplus ẽ anguli BAC: erit & ABC angulus angulo BAC, & recta linea BC ipsi CA æqualis. quadratũ igitur ex BC ęquale est quadrato ex CA. Sed quadratũ ex CA triplũ ẽ eius, quod AC CG continetur: est.n. AC ipsius CG tripla: ergo ut quadratum ex BC triplum est rectanguli ACG. ac propterea punctum B similiter ẽ in hyperbola, cuius trãsuersum latus AG, & rectum ipsius AG tripla.



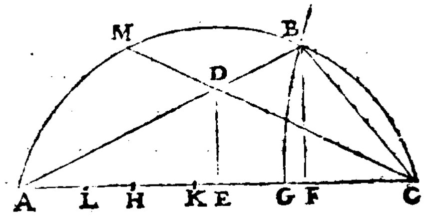


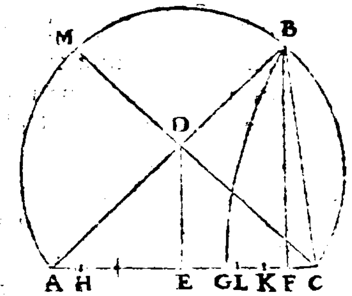


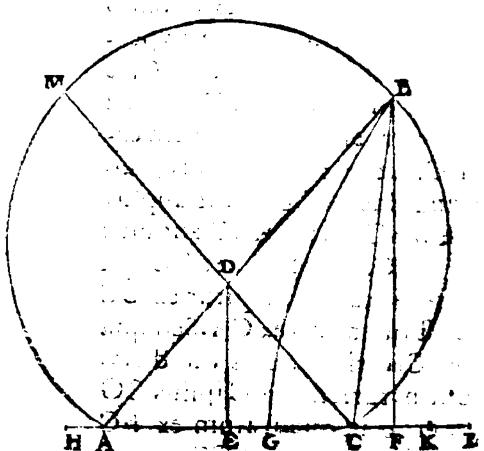


 Et

E Et compositio manifesta est] *Sit enim circumferentia ABC quam tripartito secare debemus. Itaque primo oportet rectam lineam AC ita secare, ut AG dupla sit ipsius GC. Deinde circa axem AG per G describere hyperbolen, cuius transuersum latus sit AG, rectum uero ipsius AG tripla. Secet autem circuli circumferentiam in B: & a puncto B ducta perpendicularis BF, sit ipsius FG tripla AL, & FL bifariam in K secetur. Rursus AC secetur bifariam in E, ipsique FE sit aequalis EH, & iunctis AB BC, a puncto E attollatur perpendicularis, quae rectam lineam AB secet in D. Et quoniam AC est tripla CG, & AL item tripla GF, sequitur LC triplam esse CF, ideoque LF duplam FC, & LK KF FC inter se aequales esse. quare similiter atque in superioribus ostendetur, AH aequalis FC, & AL ipsi HK. Quadratum igitur ex BF aequale est ei, quod ter AF FG continetur, videlicet rectangulo FAL. rectangulum autem FAL in prima, & secunda figura aequale est rectangulo FLA una cum quadrato ex LA: quod quidem est aequale duplo rectanguli FKH, una cum quadrato ex KH. ergo quadratum ex BF est aequale duplo rectanguli FKH, & ei, quod ex KH quadrato. quare addito utrique communi quadrato ex FC, hoc est ex FK, erunt quadrata ex BF FC aequalia quadratis ex FK KH una cum duplo rectanguli FKH. Sed quadratis quidem ex BF FC aequale est quadratum ex BC; quadratis uero ex FK KH una cum duplo rectanguli FKH aequale est, quod ex FH quadratum. In tertia autem figura cum quadratum ex BF sit aequale rectangulo FAL, addito utrique cōi quadrato ex C, hoc est ex FK, erunt quadrata ex BF FC, hoc est quadratum ex BC aequalia rectangulo FAL una cum quadrato ex FK:* 6 secun. *hoc est aequalia quadrato ex KA, hoc est quadrato ex FH. Quadratum igitur ex BC quadrato ex FH est aequale, & recta linea BC aequalis rectae FH, & ob id BC ipsius FE dupla. ergo ut CA ad AE, ita BC ad FE: & permutando ut AC ad CB, ita AE ad EF, hoc est AD ad DB. quare angulus ACD angulo DCB est aequalis.*

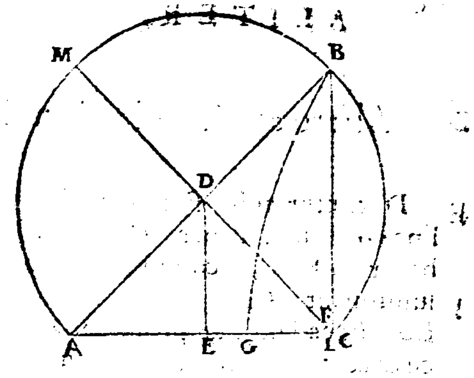






At

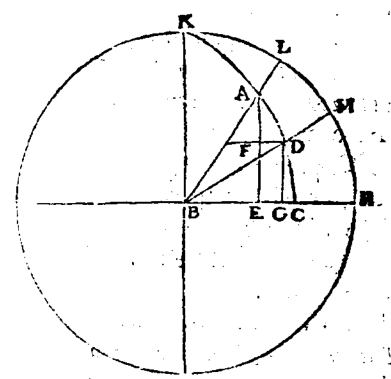
At in quarta figura cum perpendicularis à puncto B cadit in C, erit propter hyperbolen quadratum ex BC triplum eius, quod AC CG continetur. sed quadratum ex AC est eiusdem triplum, quod AC tripla sit ipsius CG. ergo quadratum ex AC quadrato ex CB est aequale, & ipsa AC aequalis CB. Et quoniam CE est dimidia ipsius AC, erit & ipsius BC dimidia. Rursus igitur vt CA ad AE, ita est BC ad CE: & permutando vt AC ad CB, ita AE ad EC, hoc est AD ad DB. quare angulus DCA angulo DCB est aequalis. & producta CD ad circumferentiam in M, erit circumferentia CB aequalis circumferentiae BM. Quoniam igitur aequales sunt AE EC, & DE vtrique communis, anguli que ad E recti, erit & basis AD basi DC aequalis, & triangulum ADE triangulo DEC simile. ergo angulus DAC aequalis est angulo DCA, & circumferentia CB circumferentiae AM. sed etiam aequalis erat circumferentiae BM. circumferentia igitur ABC in tres partes aequales AM MB BC secta est, quod fecisse oportuit.



PROBLEMA XI. PROPOS. XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito secare solidum est, ut ante ostendimus, sed datum angulum, vel circumferentiam secare in datam proportionem lineare est, & à iunioribus demonstratum fuit, conscribetur tamen à nobis dupliciter.

Sit enim circlui KLH circumferentia LH, & oporteat ipsam in datam proportionem secare. Ducantur ad centrum rectae lineae LB BH. & ipsi BH ad rectos angulos attollatur BK, per K vero linea quadrans KADC describatur. & perpendicularis ducta AE secetur in F, ita vt AF ad FE datam proportionem habeat, in quam volumus angulum secare; & ipsi quidem BC parallela sit FD. iungatur autem BD, & DG perpendicularis ducatur. Quoniam igitur ob lineae accidens est, vt AE ad DG, hoc est ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum, erit diuidendo vt AF ad FE, hoc est vt data proportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc est circumferentia LM ad MH circumferentiam.

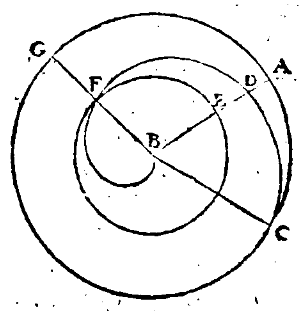


ALITER

ALITER.

D Altero autẽ modo circuli AGC secatur circumferẽtia AC.

E Ducantur enim similiter ad centrum rectæ lineę AB BC, & per B linea spiralis describatur BFDC, cuius recta linea; quę in ortu F sumitur, sit CB. proportio autem DE ad EB sit eadem, quę proportio data. & per E circa centrum B describatur circuli circumferentia EF, quæ lineam spiralem in puncto F secet. iunctaque BF ad G producatur. G est igitur propter lineam spiralem ut DB ad BF, hoc est ad BE, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG: & diuidendo, vt DE ad EB, ita circumferentia H AG ad ipsam GC. At proportio DE ad EB est eadem, quæ proportio data. proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit.



COMMENTARIVS.

A Et oporteat ipsam in datam proportionem secare] *Vel legendum, & oporteat ipsũ, vel angulum in datam proportionem secare, uel illud subintelligendum, quod & ante propositum est, & in fine concluditur.*

B Iungatur autem BD] *Intelligendum autem rectam lineam BD produci ad circumferentiam in M.*

C Quoniam igitur ob lineæ accidens, est ut AE ad DG, hoc est ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum] *Est enim ob lineę quadrãtis accidens, vt circumferentia LH ad ipsam HM, ita recta linea AE ad DG. vt autem LH ad HM, ita angu-* A

ult. sexti *lus LBH ad angulum MBH. ergo ut AE ad DG, hoc est ad FE, ita angulus LBH ad MBH angulum: & diuidendo.*

D Altero autem modo circuli AGC secatur circumferentia AC] *Si enim circumferẽtia AC, quam secare oporteat in datam proportionem.*

E Et per B linea spiralis describatur BFDC, cuius recta linea, quæ in ortu sumitur BC] *Sit linea spiralis in prima circulatione descripta quæ terminetur in puncto C. Græcus*

B *codex* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ β ξ δ γ, *Sed scribendum* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ ἕλιξ β ζ δ γ.

F Proportio autem DE ad EB sit eadem, quæ proportio data] *Secet enim recta linea AB lineam spiralem in D, & diuidatur DB in datam proportionem ad punctum E.*

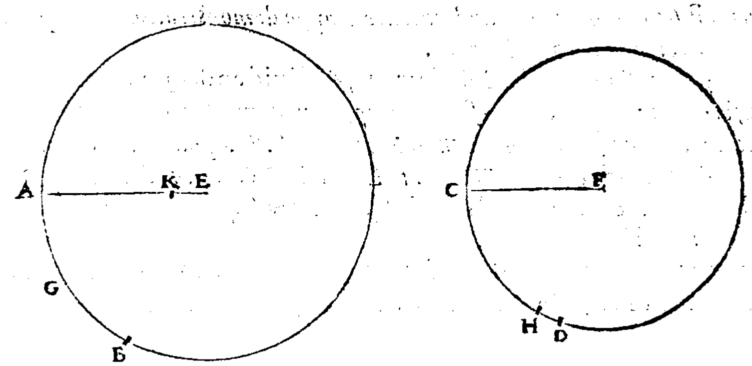
G Est igitur propter lineam spiralem ut DB ad BF, hoc est ad BE, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG] *Ex 14. libri Archimedis de lineis spiralibus. Græcus codex.* ὡς ἡ αβ πρὸς β ζ, *legendum autem* ὡς ἡ δβ πρὸς β ζ.

H Proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit] *Sed & angulus uel potius spacium ABC in datam proportionem secatur. Vt enim circumferentia AG ad circumferentiam GC, ita angulus ABG ad GBC angulum.*

PRO-

PROBLEMA XII. PROPOS. XXXVI.

Ex hoc manifestum est fieri posse, vt à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentię abscindantur.



Factum enim sit, & abscissę sint æquales circunferentiæ AGB CHD. sit autẽ maior circulus circa centrum E. circumferentia igitur similis ipsi CHD maior est, quàm AGB. sit ipsi AGB similis circumferentia CH. ergo proportio circumferẽtiæ AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem est circumferentia AGB ipsi CHD. proportio igitur CHD ad CH data est: & diuidendo. quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est. A B C D E F

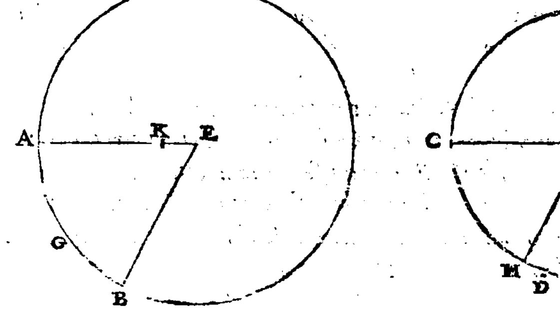
COMMENTARIVS.

Factum iam sit] *resolutio est problematis.* A

Circumferentia igitur similis ipsi CHD maior est, quam AGB] *sit circulus circa centrum E maior circulo circa centrum F. Itaque cum circumferentia maioris circuli CHD ęqualis sit circumferentiæ AGB circuli maioris, si à circulo AGB abscindamus circumferentiam similem ipsi CHD, erit ea maior, quàm circumferentia AGB.* B

Sit ipsi AGB similis circumferentia CH] *Græcus codex.* ἔστω σὺν τῇ αηβ ὁμοία ἡ γλ. *ego legendum puto* ἔστω τῇ αηβ ὁμοία ἡ γθ. C

Ergo proportio circumferentię AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habeat totę circulorũ circumferentiæ, vel circulorũ diametri.] *Iungantur AE EB, CF, FH. quoniam igitur circũferentia AGB similis est circumferentiæ CH, erit angulus* D

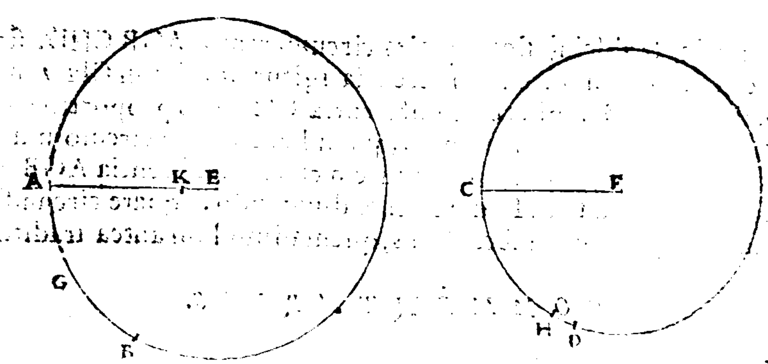


AEB

7. quinti *AEB æqualis angulo CFH. ergo quattuor anguli recti ad angulum AEB eandem habent proportionem quam ad angulum CFH. Vt autem quattuor recti ad angulum AEB, ita tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB. & ut quattuor recti ad angulum CFH, ita*
11 quinti *tota circuli F circumferentia ad circumferẽtiam CH. ergo ut tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB, ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH, & permutando ut tota circuli E circumferentia ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. Sed ut tota circuli E circumferentia ad totam circũferentiam circuli F, ita diameter circuli E ad diametrum circuli F. hoc est ita semidiameter cir*
15 quinti *culi E ad circuli F semidiametrum. illud autem a Pappo demonstratum est in quinto libro propositione 11. & in octauo propositione 22.*

E Proportio igitur CHD ad CH data est, & diuidendo] *Sequitur enim ex antedictis circumferentiam AGB, hoc est CHD ipsi æqualem ad circumferentiam CH ita esse, ut semidiameter AE ad semidiametrum CF. fiat ipsi CF æqualis AK. erit circumferentia CHD ad circumferentiam CH, ut EA ad AK. & diuidendo circumferentia DH ad HC circumferentiam, ut EK ad KA. conuertendoque circumferentia CH ad HD, ut AK, hoc est ut CF ad KE.*

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est] *Hoc, ut arbitror ad compositionem attinet.*

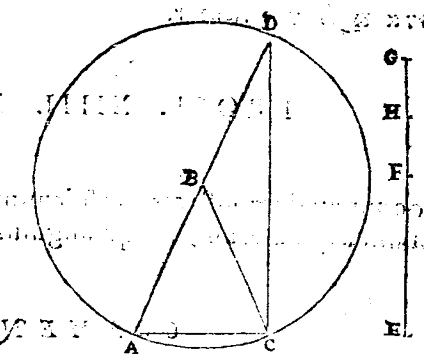


Sint circuli inæquales magnitudine dati circa centra EF: sitque circulus E maior: & sit circuli F circumferentia CHD, cui æqualem a circulo E abscindere oporteat. Iungatur CF, & sit circuli E semidiameter AE, a qua abscindatur AK æqualis ipsi CF. & cum datæ sint AE CF, erit & KE data, & data proportio CF, hoc est ipsius AK ad KE. Itaque cir-
8 dator. *cumferentiam CHD ex demonstratis in datam proportionem secabimus in puncto H; ita ut CH ad HD eam proportionem habeat, quam AK habet ad KE. & circumferentiæ CH similis abscindatur a circulo E, quæ sit AGB. Dico circumferentiam AGB circumferentiæ CHD æqualem esse. Quoniam enim ut AK ad KE, ita est circumferentia CH ad HD circumferentiam: & conuertendo ut EK ad KA, ita circumferentia DH ad HC: componendoque ut EA ad AK hoc est ad CF, ita circumferentia DHC ad CH. ut autem AE ad CF, ita tota circuli E circumferentia ad totam circumferentiam circuli F: & ut tota circumferentia circuli E ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB, ad circumferentiam CH: ut igitur circumferentia DHC ad circumferentiam CH, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. ergo circumferentia AGB circumferen-*
9 quinti. *tiæ CHD est æqualis.*

PROBLEMA XIII. PROP. XXXVII.

Aequicrure triangulum cõstituere, cuius uterq; angulorum qui ad basim, habeat ad reliquum proportionem datam. A

Factum iam illud sit; cõstituaturque triangulum ABC: & circa centrum B per puncta AC circulus describatur ADC; producaturque AB in D, & DC iungatur. Itaq; quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, atque est anguli ABC dimidius angulus, qui ad D; erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data. quare & circumferentiæ DC ad circumferẽtiam AC. Et cum circumferentia ACD semicirculi in datam proportionem secetur; datũ erit & punctum C, & triangulum ABC specie erit datum. B C D ul.sexti. E



Componetur autem hoc modo. Sit.n. proportio data EF ad FG, quã utrũque angulorum, qui ad basim, habere oportet ad reliquum: & FG bifariam secetur in puncto H. exponaturq; circulus ADC circa cẽtrum B, & diametrum AD: & secetur ACD circumferentia in C, ita ut circũferentia DC ad CA eam proportionem habeat, quam EF ad FH; hoc.n. ante traditum est, & uniuersè quo pacto data circumferentia in datam proportionem secetur. & iungantur BC CA CD. Quoniam igitur ut circumferentia DC ad CA circumferentiã, hoc est ut DAC angulus ad angulum ADC, ita est EF ad FH, & consequentiam dupla. ergo ut angulus CAB ad angulum ABC, ita EF ad FG. æquicrure igitur triangulũ constitutum est ABC, cuius uterque angulorum, qui ad basim, ad reliquum proportionem habet datam.

COMMENTARIVS.

Aequicrure triangulum constituere, &c.] *Græcus codex*, ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσας. *lege* συστήσαι. A

Producaturque AB ad D] *Græcus codex*. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α δ ἐπὶ τὸ δ. *legendum* ἡ α β ἐπὶ τὸ δ. B

Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, &c.] C
Græcus codex. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν α β γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν α β γ, καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ α β ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ *lege* ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν γ α β γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν α β γ, καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ α β γ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ.

Erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data] *Ex 8. libri datorum.* D

Datũ erit punctum C & triangulum ABC specie erit datum] *Quoniam.n. circumferentia ACD semicirculi data in datam proportionem secatur, data erit utraque ipsarum AC CD ex septima libri datorum. Sed est datum punctum A, ergo & C datum erit ex 27. datorum. Quod cum datæ sint circumferentiæ, in quibus anguli consistunt, & ipsi anguli dabuntur, quare triangulum ABC specie datum erit ex 40. eiusdem. Græcus codex.* [illegible] E

G Componetur autem hoc modo] *Græcus codex* συμβήσεται δὲ οὕτως. *lege* συνθήσεται δὲ οὕτως.

Hoc est ut DAC angulus ad angulum ADC, ita FF ad FH.] *Gęcus codex*. τουτέστι ὡς αδγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ οὕτως ἡ εζ καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομέ-
H νων. *corrige* τουτέστι ὡς δαγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ, οὕτως ἡ εζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομένων.

K Ergo ut angulus CAB ad angulum ABC] *Gręcus codex* ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ. *lege* ἡ ὑπὸ γαβ.

Cuius uterque angulorum qui ad basim ad reliquum proportionem habet datam] *Gręcus codex*. λογόν ἔχουσα τὸν δοθέντα πρὸς τῇ λοιπῇ *lege* λόγον ἔχουσαν τὸν δοθέντα πρὸς τὴν λοιπήν.

PROBL. XIIII. PROP. XXXVIII.

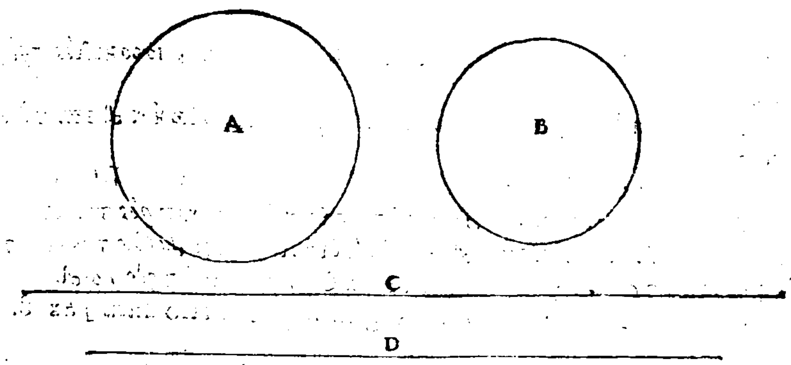
Hoc autem demonstrato perspicuum est fieri posse, ut in circulo describatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quis latera proposuerit.

COMMENTARIVS.

Hoc autem demonstrato] *Si enim heptagonum in circulo describere velimus, vtemur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad basim, reliqui tripli sint. Deinde ex demonstratis eos tripartito secantes, habebimus totam circuli circumferentiam in septem partes æquales diuisam, si uero nonagonum, vtimur triangulo ęquicrure, cuius anguli ad basim reliqui quadrupli sint. & eodem modo in aliis.*

PROBL. XV. PROP. XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferentia rectæ lineæ datæ sit æqualis, facile est cognoscere.



Inuēta iam sit circūferentia circuli A rectæ lineæ C æqualis. & exponatur circu-
A lus quiuis B; atque eius circūferentiæ per lineā quadrantē æqualis inueniatur recta
B linea D. ut igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro
C circuli B. sed rectæ lineæ D ad C proportio est data. proportio igitur earum,

quæ

quæ ex cētro inter se data erit. atq; est data quæ ex cētro circuli B. ergo & quæ ex cētro circuli A erit data. Quare & datus ipse A circulus. & cōpositio manifesta est.

COMMENTARIVS.

Atque eius circumferentię per lineam quadrantem ęqualis inueniatur recta linea D] *Ex 27. huius.* A

Vt igitur C ad D, ita quę ex cētro circuli A ad eā, quę ex centro circuli B] *Ex iis, quæ a Pappo demonstrantur in 5. lib. propositione 11. & in 8. propositione 22.* B

Sed rectæ lineæ D ad C proportio est data] *Ex prima datorū utraque.n. earū data ē. Græcus codex* λίγω δὲ τῆς δ πρὸς γ δοθείς. *ego legendum puto* λόγος δὲ τῆς πρὸς γ δοθείς. C

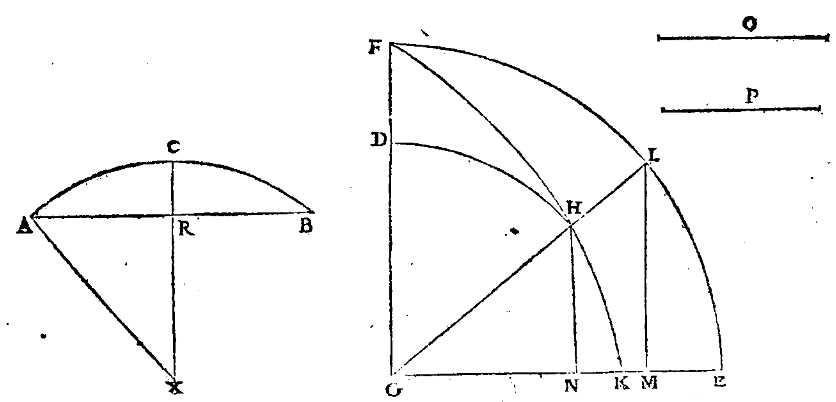
Ergo & quæ ex centro circuli A erit data] *Ex 2. datorum*

Quare & datus ipse A circulus] *Per diffinitionem quinti libri datorum.* D

Et compositio manifesta est] *Sit recta linea data C, & oporteat circulum inuenire, cuius circumferentia sit æqualis rectæ lineæ C. Exponatur circulus B; atq; eius circumferentiæ per lineam quadrantem, æqualis inueniatur D recta linea: fiatque ut D ad C, ita quæ ex centro circuli B ad aliam: ex centro A, interuallo autem dictæ lineæ circulus A describatur. Dico circūferentiam circuli A datæ rectæ lineæ C ęqualem esse. Quoniam enim ut D ad C, ita quæ ex cētro circuli B ad eam, quę ex centro circuli A, ut autem quæ ex centro circuli B ad eam, quæ ex centro circuli A, ita circuli B circumferentia ad circumferentiam circuli A; erit ut D ad C, ita circumferentia circuli B ad circuli A circumferentiam. & permutando ut D ad circumferentiam circuli B, in C ad circumferentiam circuli A. Sed D est æqualis circumferentiæ circuli B, ergo & C circumferentiæ circuli A æqualis erit.* E F

PROBLEMA XVI. PROP. XL.

Recta linea AB positione & magnitudine data, per puncta A B describere circumferentiam circuli, quę ad rectam lineam AB proportionem datam habeat.



Descripta iam sit circumferentia ACB: & exponatur quarta pars circuli FGE magnitudine data: describaturque linea quadrans FHK: & angulo, qui in circumferentia AC consistit ad reliquam circumferentiam ęqualis fiat EGL; & perpendiculares LM HN ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, A B C D

 ut

E Vt circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc est vt LG ad GK,
F G ita LE circumferentia ad rectam lineam HN. Sed & ut HG ad GL;
ita HN ad LM. ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam.
H Sumatur centrum circuli ACB, quod sit X, & perpendicularis ad AB, ducatur
K XYC. ergo angulus CXA angulo EGL est æqualis, & sunt centra XG.
L Vt igitur AC circumferentia ad rectam lineam AR, hoc est ut HG ad
M N GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam. atque est ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data. quare & proportio HG ad GK dabi-
O P tur. & data est GK. data igitur erit & GH, ac propterea punctum H
Q est ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam FHK, ergo datum erit. & HL positione data, quare & datus angulus EGL. atque est æqualis angulo CXA. recta uero linea XA data est positione, & datum punctum A. positione igitur est AX. quare & circumferentia ACB.

R Compositio autem manifesta est. Oportet autem datæ proportioni constituere eandem, quæ est DG ad GK, & circa centrum G per D circumferentiam describere, & sumere punctum H, in quo ipsa lineam quadrantem secat. præterea iungere HG, & AB secantes bifariam, perpendicularemque
S statuentes RX, ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH
T æqualem. & circa centrum X per A describere circuli circumferentiam ACB; habereque proportionem eius ad basim AB datæ proportioni eandem.

COMMENTARIVS.

A Descripta iam sit circumferentia ACB] *Græcus codex* γεγράφθω ἡ α γ ε, *Scribe* ἡ α γ β.

B Et exponatur quarta pars circuli FGE magnitudine data] *Græcus codex* καὶ ἐκκείσθω τεταρτημόριον κύκλου θέσει δεδομένον τὸ ζ η θ. *lege* τὸ ζ η ε.

C Et angulo qui in circumferentia AC consistit ad reliquam circumferentiam æqualis fiat EGL.] *Vereor ne locus corruptus sit. improprie enim dici uidetur reliqua circumferentia ea, quæ est quartę partis circuli FLE.*

D Erit igitur ob lineæ proprietatem ut circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc est ut LG ad GK] *Est enim ut circumferentia ELF ad rectam FG, ita FG, hoc est LG ad GK. quod in propositione 26. huius demonstratum fuit.*

E Ita LE circumferentia ad rectam lineam HN.] *Gręcus codex.* οὕτως ἡ λ β περιφέρεια πρὸς τὴν θ ν εὐθεῖαν. *lege* οὕτως ἡ λ ε περιφέρεια.

F Sed & ut HG ad GL, ita HN ad LM] *Ex quarta sexti elemētorum. Gręcus codex* ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ θ β πρὸς τὴν η λ. *corrige* ὡς ἡ θ η

G Ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] *Quoniam enim ut LG ad GK, ita est circūferentia LE ad rectam lineam HN; & ut HG ad GL, ita HN ad LM; erit ex æquali in perturbata ratione, ut HG ad GK, ita EL ad LM.*

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] *Græcus codex.* εἰλήφθω δὴ τὸ κέντρον τῆς α β γ περιφερείας τὸ ξ. *lege* τῆς α γ β περιφερείας.

K Ergo angulus CXA angulo EGL est æqualis] *Angulus namque EGL factus est æqualis ei, qui in circumferentia AC consistit, hoc est angulo AXC. Gręcus codex.* ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γ ξ α τῇ ὑπὸ θ η λ. *legendum* τῇ ὑπὸ ε η λ.

L Hoc est ut HG ad GK] *Proxime enim ostensum est, ut HG ad GK, ita esse circumferentiam EL ad rectam lineam LM, hoc est circumferentiam AC ad AR rectam. Græcus codex.* τουτέστι ἡ θ η πρὸς τὴν ἡ. *lege* πρὸς τὴν η κ.

M Ita circūferentia ACB ad AB rectam] *Ex 15. quinti elemētorū. desunt autē hæc in gręco codicē. quare ita restituendus erit.* ὡς ἄρα ἡ α γ περιφέρεια πρὸς τὴν α ρ εὐθεῖαν, τουτέστι ἡ θ η πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἡ α γ β περιφέρεια πρὸς τὴν α β εὐθεῖαν.

Atque

Atque est ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data] *Græcus codex* N
καὶ λόγος τῆς α β λ πρὸς τὴν α β. *lege* καὶ λόγος τῆς α γ β πρὸς τὴν α β δοθεὶς *sed fortasse verbum illud* δοθεὶς *consulto omisit breuitatis caussa, & in antecedentibus, & in iis, quæ sequuntur, quemadmodum verbum* λέγω. *nam pro* λέγω ὅτι *vbique ferre* ὅτι *tantum scribit*

Data igitur erit & GH [*ex secunda libri datorum.* O

Ac propterea punctum H est ad circuli circumferentiam] *si enim centro G & intervallo GH circuli circumferentia describatur, punctum H ad ipsam circumferentiam erit.* P

Et HL positione data] *vide ne legendum sit & GHL positione data.* Q

Oportet enim datæ proportioni constituere eandem, quæ est DG ad GK,] *Sit data proportio, quam habet O ad P: & fiat ut P ad O, sic KG ad GD. est autem data GK. ergo & ipsa DG. erit igitur conuertendo DG ad GK, ut O ad P. Græcus codex habet.* δεῖ γὰρ &c. τὸν τῆς ζ κ πρὸς η δ. *ego legendum puto* τὸν τῆς δ η πρὸς η κ. *quod ex ipsa resolutione colligitur.* R

Ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] *constituatur ad rectam lineam AB, & ad punctum in ea A angulus BAX æqualis angulo MLG, vel NHG. erit & reliquus AXR reliquo HGK æqualis.* S

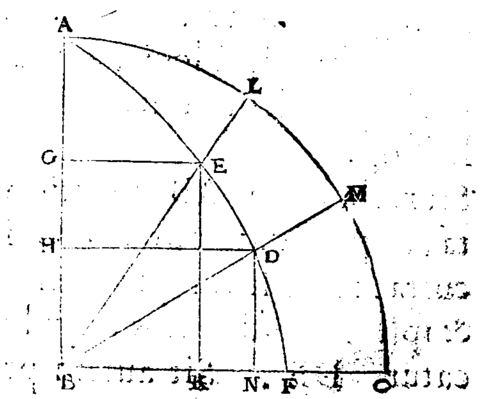
Habereque proportionem eius ad basim AB datę proportioni eandem] *est enim proportio DG ad GK, hoc est HG ad GK eadem, quæ proportio data. & ut HG ad GK, ita circumferentia EL ad LM rectam, hoc est circumferentia AC ad rectam AR. ut autem AC ad AR, ita circumferentia ACB ad rectam AB. ergo ut DG ad GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam.* T

PROBLEMA XVII. PROPOS. XLI.

ἀσύμβατον

A Non incredibile autem est, angulos incommensurabiles in ueniri. per hoc enim, & per eundem circulum incommensurabiles sumuntur circumferentiæ, & quamquam ponamus, unū
B angulum, vel circumferentiam rationalem, tam in reliqua irrationalis fiet.

C Exponatur quarta pars circuli ABC, &
D in ipsa linea quadrans AEDF: ducaturque BE, & ipsi BC parallela EG. abscinditur prętereа BH ipsi BG longitudine incommensurabilis, & ducatur DH parallela, iungaturque DB. Dico EBF angulum angulo DBF incommensurabilem
E esse. Ducatur perpendicularis DN, est igitur propter ipsam lineam, vt EK ad DN,
F sic angulus EBF ad DBF angulum. incommensurabilis autem est EK ipsi DN,
G quoniam & GB ipsi BH. ergo & angulus angulo est incommensurabilis. & quamquam rationalem ponamus angulum



ABF,

ABΓ, & recti dimidium, tamen angulus DBF irrationalis erit.

COMMENTARIVS.

A Non incredibile autem est angulos incommensurabiles inueniri.] *Græcus codex* οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ ἀ γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν. *ego legendum arbitror* οὐδὲ τὰς γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν.

B Et quamquam ponamus unum angulum, uel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet] *Græcus codex* κἂν ῥητὴν ὑποστησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν, ἢ περιφέρειαν . . . ἡ λοιπὴ γενήσεται. *Sed legendum puto.* καν ῥητὴν ὑποστησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν, ἄλογος ἡ λοιπὴ γενήσεται.

C Et in ipsa linea quadrans AEDF] *Græcus codex* καὶ ἐν αὐτῇ *lege* ἐν αὐτῷ.

D Abscindatur præterea BH ipsi BG longitudine incommensurabilis] *Ex* 11. *decimi libri elementorum.*

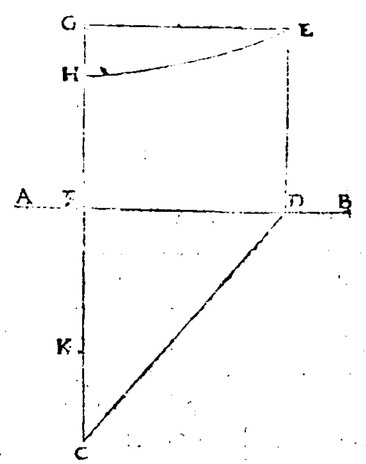
E Est igitur propter ipsam lineam, ut OK ad DN, sic angulus EBF ad DBF angulum] *Intelligantur BE BD produci vsque ad circumferētiam circuli in puncta* LM: *erit ob quadrātis lineæ accidens, vt circumferentia* LC *ad* CM *circumferentiam, ita recta*
ul. sexti. *linea* EK *ad rectam* DN. *Sed & ut circumferentia* LC *ad CM, ita angulus* LBC
11. quin. *ad angulum* MBC. *ergo ut* EK *ad* DN, *ita angulus LBC, hoc est EBC ad angulum* MBC, *hoc est* DBC. *Græcus codex* ὡς ἡ κτη δν. *Sed videtur legendum* ὡς ἡ εκ πρός δν.

F Incommensurabilis autem EK ipsi DN, quoniam & GB ipsi BH] *Est enim* EK *æqualis GB, &* DN *ipsi* HB. *Græcus codex* ἀσύμμετρος δὲ ἡ ο γ τῇ δν ἡ ἐπεὶ καὶ ἡ θ τῇ βκ. *legendum autem* ἀσύμμετρος δὲ ἡ εκ τῇ δν, ἐπεὶ καὶ ἡ β τῇ βθ.

G Ergo & angulus angulo est incommensurabilis] *Hoc est angulus* EBF *angulo DBF. Sequitur autem hoc ex* 10. *Decimi elem.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quę ab Archimede sumpta est in libro de lineis spiralibus, resolutionem ordinaui, ut eum librum percurrens hęsitare non posit. sumuntur autem ad ipsam infrascripti loci, qui ad alia multa problematum solidorum vtiles sunt.



Sit recta linea AB positione data, atque à dato puncto C ipsi occurrat recta linea quædam CD, & ipsi AB ad rectos angulos ducatur DE. Sit autem proportio

tio CD ad DE data. Dico punctum E ad hyperbolen esse.

Ducatur per C recta linea CF ipsi DE parallela. datum igitur est punctum F. & ducatur EG parallela ipsi AB, sitque proportio CF ad utramque ipsarum FH FK eadem, quæ proportio CD ad DE. ergo utrumque punctorum HK datum erit. Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita est quadratum ex CF ad quadratum ex FH; erit & reliqui quadrati ex FD, hoc est EG ad reliquum rectangulum KGH proportio data. & sunt data KH. ergo punctum E est ad hyperbolen, quæ per puncta HE transit. B

COMMENTARIVS.

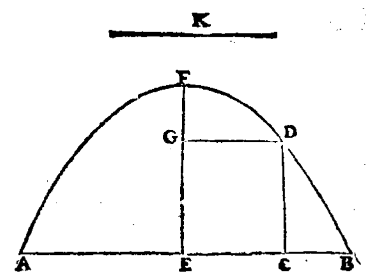
Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita est quadratum ex CF ad quadratum ex FH, &c.] *Quoniam enim est vt totum quadratum ex* CD *ad totum quadratum ex* DE, *ita quadratum ex* CF *ad quadratum ex FH, videlicet pars ad partem, erit reliquum quadratum ex* FD, *hoc est* EG *ad reliquum rectangulum KGH, ut totum ad totum. quadratum namque ex* CD *est æquale quadratis ex CF* FD: *& quadratum ex DE æquale quadratis ex* FH HG, *& duplo rectanguli* FHG, *hoc est rectangulo* KHG. *rectangulum uero* KGH *æquale est rectangulo* KHG *una cum eo, quod fit ex* HG *quadrato.* A 47 primi 4. secun. 3 secun.

Ergo punctum E est ad hyperbolen, quæ per puncta HE transit] *Erit enim eius hyperbolę transuersum latus* HK, *& rectum illud, quod* HK *est, ut quadratum ex* EG *ad rectangulum* HGK, *ex* 21. *primi libri conicorum Apollonii.* B

THEOREMA XXVI. PROPOS. XLIII.

Sit recta linea AB positione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipsa CD. Sit autem rectangulum ACB ęquale ei, quod data recta linea, ex CD continetur. Dico punctum D positione parabolen contingere.

Secetur AB bifariam in puncto E, & ad rectos angulos ducatur EF: quadrato autem ex EB ęquale fit quod continetur data recta linea, & ipsa EF. datum igitur est punctum F. & ipsi AB parallela ducatur DG. ergo reliquum quadratum, uidelicet ex EC, hoc est ex DG est æquale ei, quod data recta linea & FG continetur. atque est datum punctum F. punctum igitur D positione contingit parabolen, quæ per AFB transit, cuius axis est EF. A B



COM-

COMMENTARIVS.

A Ergo reliquum quadratum, uidelicet, ex EC, hoc est ex DG est æquale ei, quod
5.secun. data recta linea, & FG continetur] *Est enim rectangulum ACB una cum quadrato ex*
1.secun. *EC, æquale ei, quod fit ex EB quadrato. rectangulum uero, quod continetur data recta linea K, & ipsa EF æquale est duobus rectangulis, rectangulo scilicet contento recta linea K, & EG, & contento eadem K & ipsa GF.*

B Punctum igitur D positionè contingit parabolen, quę per ADB trãsit, cuius axis est EF] *Quoniam enim quadratum ex BE æquale est ei, quod data recta linea K, & EF continetur, quadratum autem ex DG est æquale contento eadem K & GF; erit quadratum ex BE ad quadratum ex DG, ut EF ad FG. quare ex 21. primi libri conicorum puncta* DB *sunt in parabola; cuius axis EF, & recta linea K data, iuxta quam possunt, quæ a sectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QVARTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVINTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

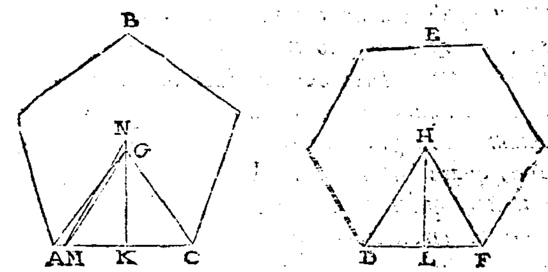
SAPIENTIAE & disciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectissimam Deus hominibus impartiuit. Animalium vero rationis expertium nonnullis particulam quandam assignauit. Hominibus igitur tamquam ratione utentibus permisit, vt omnia ratione, ac demonstratione facerent. at reliquis animalibus sine ratione, quod utile est, & vitæ conducens, ipsum solum ex quadam naturali prouidentia habere donauit. Hoc autem intelligere quis posit ita esse, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipsarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio pręterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipsius conseruationem prouidentia, & dispensatio multo admirabilior est. persuasissimum enim habentes, ut par est, à Dijs se ad elegantes homines ambrosię particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, uel in lignum, uel in aliam aliquam informem,

formem, & inordinatam materiam effundunt, sed ex suauissimis floribus, qui in terra nascuntur, colligentes, optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vasa, quæ græce κηρία, latine faui appellantur; omnia quidem æqualia, similia, & inter se cohærentia, specie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica prouidentia construere sic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras inter se cohærentes esse, & latera habere communia, vt ne aliud quippiam incidens in loca, quę interijciuntur, eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figurę rectilineę & ordinatæ, quod propositum est, efficere possunt. Dico figuras ordinatas, quę & ęquilaterę sunt, & æquiangulę. ordinatæ uero, & dissimiles ipsis apibus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula, & quadrata, & hexagona absque aliis figuris dissimilibus loca replentibus possunt apposita sibi ipsis latera habere communia: hæc enim per sese locum, qui est circa idem punctum, replere possunt. aliæ vero figuræ ordinatę non possunt. nam locus qui est circa idem punctum repletur, tum a sex triangulis æquilateris, & per sex angulos, quorum unusquisque est duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis, & quattuor angulis rectis ipsius; tum a tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum vnusquisque rectum, & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora sunt, quàm ut possint replere locum, qui circa idem punctum consistit; quattuor uero sunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores sunt; etenim unusquisque continet rectum, & recti quintam: quattuor autem anguli maiores sunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum constitui possunt, aptatis inter sese lateribus: tres enim heptagoni anguli quattuor rectis sunt maiores, quòd unusquisque rectum, & tres recti septimas contineat. Eadem ratio multo magis accommodabitur ijs, quę plures angulos habent. Cum igitur tres figurę sint, quę per seipsas locũ circa idem punctum consistentẽ replere possunt, triangulum scilicet, quadratum, & hexagonum, apes illam, quę ex pluribus angulis constat, ad structuram sapienter delegerunt, vtpote suspicantes eam plus mellis capere, quàm vtram-

vtramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipsis vtile est, cognoscunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo esse maius, & plus mellis capere posse; nimirum ęquali materia in constructionem vniuscuiusque consumpta. nos vero, qui plus sapientiæ, quàm apes habere profitemur, aliquid etiam magis insigne inuestigabimus. figurarum enim planarum, quæ cum ęquilaterę, & æquiangulę sint, ambitum æqualem habent, ea semper maior est, quę ex pluribus angulis constat. circulus uero omnium est maximus; si modo ęquali ipsis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROP. I.

Prius autem ostendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inęquales habent, ambitum uero æqualem, illud quod ex pluribus angulis constat, semper etiam maius esse.



Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC DEF, & sint æquales quidem ipsorũ ambitus: polygonũ vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipso ABC polygono maius esse. Sumptis .n. circulorũ, circa ipsa descriptorum cẽtris G H demittantur perpendiculares GK HL: & iungantur AG GC, DH, HF. Itaque quoniã polygonum DEF plures angulos habet, quàm ipsum ABC, recta linea DF pluries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipsius ABC. ergo AC maior est, quam DF; ambitus enim æquales ponuntur. & idcirco AK, quam DL est maior, cum utraque utriusque dimidia sit. ponatur ipsi DL æqualis KM. & iungatur MG. Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus. eadem est pars angulus AGC quattuor rectorum. quòd polygonum æquilaterum sit. & similiter quæ pars est DF ambitus polygoni DEF, eadẽ est angulus DHF quattuor rectorũ. & sunt ambitus inter sese ęquales, itemque duo recti æquales duobus rectis. Vt igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & vt ambitus DEF, hoc est ABC ad DF, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali ut AC ad DF, ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea ut AK ad LD, hoc est ad KM, ita AGK angulus ad ipsũ DHL. sed AK ad KM maiorẽ proportionẽ habet, quam angulus AGK ad MGK angulum, hoc enim in lemmatibus in sphærica demonstratum est. ergo AGK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam AGK angulus ad ipsum MGK. maior igitur est an-

A

15 quin.

B

T 2 gulus

gulus MGK angulo DHL. est autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L, quare reliquus GMK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL æqualis
C angulus KMN. atque est DL æqualis MK. ergo & LH ipsi KN est æqualis: maior igitur est LH quàm KG. & sunt ambitus inter se æquales, ergo rectangulum contentum LH & ambitu DEF maius est eo, quod KG & ambitu ABC
D continetur. suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia. maius igitur est DEF polygonum polygono ABC.

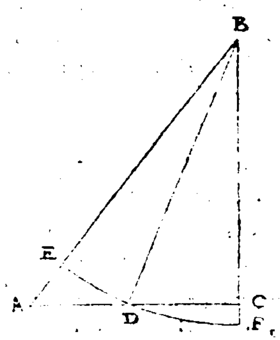
E Est enim altitudo inæqualis, ambitu eodem existente, duorum rectilineorum; & bases inæquales HL, GK: & ut HL basis ad basim GK, ita parallelogrammum constans ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK, & ambitu polygoni ABC; & dimidia polygona inæqualia. ergo DEF ipso ABC est maius.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem
28 tertii est pars angulus AGC quattuor rectorum.] *Cum enim polygoni latera inter se æ-*
27 *qualia sint, erunt & circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad centrum insistent: & cum circa centrum sit spacium quattuor rectis angulis æquale, si ab eo ad laterum extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot sunt polygoni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera, hoc est ad totum eius ambitum, eandem angulus, qui lateri insistit, habet ad quattuor rectos.*

B Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGH angulum.] *Illud nos hoc lemmate demonstrabimus.*

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad C, & ab angulo B ad AC ducatur utcumque recta linea BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem habere, quàm ABC angulus ad angulum DBC. Quoniam enim angulus ADB maior est angulo BAD, e-
18 pri. *rit AB, quàm BD maior. Eadem quoque ratione maior erit BD, quàm BC. quare centro B, interualloque BD circuli circumferentia EDF descripta, secabit quidem rectam lineam AB (secet in E) extra ipsam vero BC cadet. & producatur BC ut dictam circumferen-*
8 quinti *tiam secet in F. triangulum igitur ABD ad triangulum DBC maiorem proportionem habet, quam EBD sector ad sectorem DBF. est enim triangulum ABD maius sectore EBD, & triangulum DBC sectore DBF*
1. sexti. *minus. ut autem triangulum ABD ad triangulum DBC,*
ul. sexti. *ita recta linea AD ad ipsam DC: & ut sector EBD ad sectorem DBF, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad DC rectam maiorem proportionem habebit, quàm ABD angulus ad angulum DBC, & componendo ex 28. quinti elementorum a nobis addita, habebit AC ad GD maiorem proportionem, quam angulus ABC ad DBC angulum, quod demonstrare oportebat.*



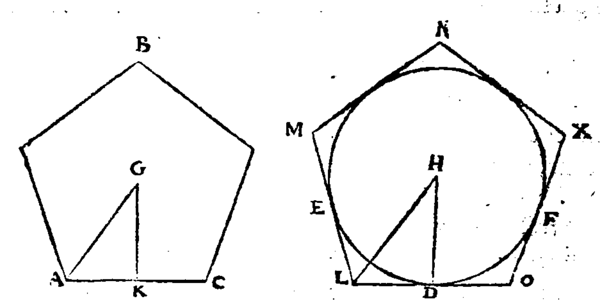
C Atque est DL æqualis MK. ergo & LH ipsi KN est æqualis] *Quoniam enim angulus KMN factus est æqualis ipsi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reliquus reliquo æqualis, & NMK triangulum triangulo HDL simile. ut igitur DL ad LH, ita MK ad KN. & permutando ut DL ad MK, ita LH ad NK. Sed DL est æqualis MK,*
14. quin. *ergo & LH ipsi KN æqualis erit.*

Suntque

Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] *Nam triangulum HDF* D
dimidium est rectanguli, quod DF & HL continetur. 41. primi
Est enim altitudo inæqualis & c.] *vide ne hoc scholium quoddam sit, librarii incu-* E
ria hoc loco insertum.

THEOREMA II. PROPOS. II.

Sit rursus polygonum ABC æquilaterum, & æquiangulum, quod ambitum habeat circuli DEF circumferentiæ æqualem. Dico circulum DEF polygono ABC maiorem esse.



Sumatur enim circuli DEF centrum H, & circuli circa polygonum ABC descripti centrum G. deinde circa circulum describatur polygonum simile polygono ABC, quod sit LMNXO: iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur A
GK. Quoniam igitur polygoni LMNXO ambitus maior est circumferentia cir-
culi DEF, vt in libro de sphæra, & cylindro ab Archimede ponitur, quippe quod B
ipsam comprehendat; circuli uero circumferentia æqualis est ambitui polygoni
ABC: erit & polygoni LMNXO ambitus ambitu polygoni ABC maior. sunt-
que polygona similia. ergo maior est LD, quam AK; & est triangulum AGK si-
mile triangulo LHD, cum tota polygona similia sint. maior igitur est DH, quam C
GK; æqualis autem circuli DEF circumferentia ambitui polygoni ABC. ergo re-
ctangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia maius est eo, quod
GK & ambitu polygoni ABC continetur. atque est rectangulum contentum DH,
& circuli DEF circumferentia duplum circuli DEF, vt etiam ab Archimede in D
libro de circuli dimensione ostensum fuit. quod autem continetur GK & polygo-
ni ABC ambitu duplum est ipsius polygoni ABC, & eorum dimidia circulus
igitur polygono ABC maior erit.

COMMENTARIVS.

Iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK] *vel* A
intellige polygonum LMNXO circa circulum DEF ita descriptum, ut latus LO circulum contingat in D; tunc enim HD ad LO perpendicularis erit ex 18 tertii libri elementorum. vel locus mendosus est, quem ita corrigemus. & ducatur a puncto H ad LO perpendicularis HD: & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK, & LH AG iungantur.

Vt

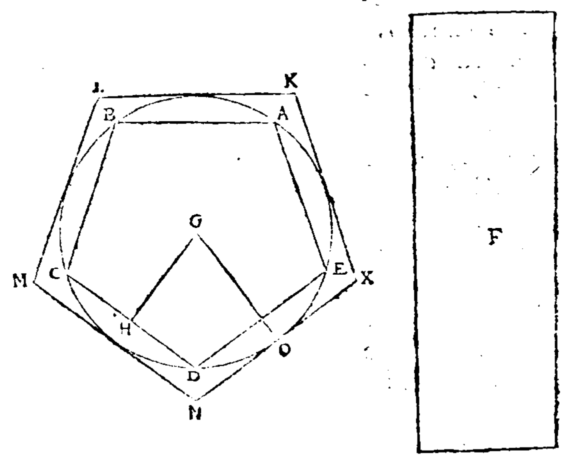
B Vt in libro de sphæra, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*

G Maior igitur est DH, quam GK] *Quoniam enim triangula similia sunt, ut* LD *ad DH, ita est* AK *ad* KG: *& permutado ut* LD *ad AK, ita* DH *ad* KG. *Sed LD maior est, quam AK. ergo & DH quam* KG. *est maior.*

D Vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimensione ostensum fuit] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας *Sed puto legendum* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως.

THEOREMA III. PROP. III.

Atvero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quę ex centro continetur, circuli duplum esse demonstrauit Archimedes, tamen nihilominus deinceps demonstrabitur, ut ne libro Archimedis ob hoc unum tantum theorema indigeamus.



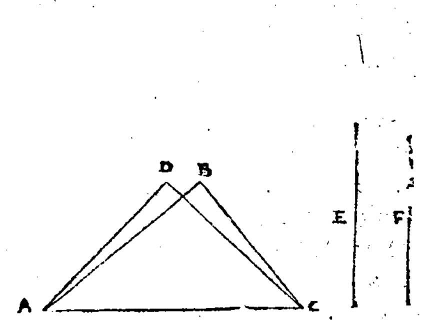
Sit enim circulus ABCD, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium sit spacium F. Dico F spacium circulo ABC æquale esse. Si enim fieri potest, sit spaciū F minus. ergo ex iis, quæ traduntur in duodecimo elementorum libro, possumus in circulo ABCD polygonū describere, ita ut descriptum polygonum spacio F sit maius, si prius in circulo quadratum describatur, & reliquarum portionum circumferentiæ semper bifariam secentur, quoad relinquantur quædam portiones minores eo excessu, quo circulus ABCD spacium F excedit. describatur, sitque ABCDE, & a centro G ad unum aliquod latus polygoni ABCDE, videlicet ad CD perpendicularis GH ducatur. Itaque quoniam circuli ABCD ambitus maior est ambitu polygoni ABCDE, & ea, quæ ex centro circuli maior, quam GH; erit rectangulum contentum ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur polygoni ABCDE ambitu, & recta linea GH. & ipsorum dimidia. ergo spacium F maius est polygono ABCDE, quod fieri non potest. ponitur enim minus. non igitur circulus ABCD spacio F est maior. Dico eam neque minorem esse. Si enim fieri potest, sit minor. ergo circa circulum ABCD polygonum describere possumus, ita ut F spacium polygono descripto iam sit, si prius circa circulum describatur quadratum, & relictis circumferentiis semper bifariam diuisis, contingentes ducantur, quousque figurarum extra descriptarum relinquantur portiones quædam minores excessu, quo spacium F circulum ABCD excedit. hoc enim fieri posse iam demonstratum est. Describatur igitur polygonum sicuti diximus, & sit KLMNX. iungaturque a centro G ad unum contactuum, uidelicet ad O recta linea GO. itaque quoniam polygoni KLMNX ambitus maior est ambitu circuli ABCD, rectangulum factum ex ambitu polygoni KLMNX & recta linea GO, maius est eo, quod fit ex circuli ABCD ambitu, & eadem GO. & ipsorum dimidia. ergo KLMNX polygonum spacio F est maius. quod fieri nequit. ponitur enim minus. Non igitur spacium F maius est circulo ABCD. ostendimus autem neque minus esse. ergo est æquale. atque est spacij F duplum, illud quod ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro continetur.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri posse iam demonstratum est] *videlicet in duodecimo elementorum libro propositione 2. Nos autem hunc locum emendauimus. nam in Græco codice legebatur.* τουτο γαρ ὡς δυνατὸν ἀνάγκη γενέσθαι δειχθύσεται. *vbi fortasse legendum est* τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν γενέσθαι δέδεικται.

Nō solū autem planis figuris ordinatis, quę ęquilaterę sunt, & ęquiangulę, circulus maior est, sed etiam ijs, quæ latera inęqualia, & angulos dissimiles habent, quando eodem, quo ipsæ ambitu contineantur. demonstrabitur enim isoperimetrarum figurarum, quæ multos angulos & latera numero æqualia habeant; ęquilateram, & ęquiangulam maximam esse. Prius tamen theoremata, quæ ad demonstrationem huius assumuntur, conscribemus.

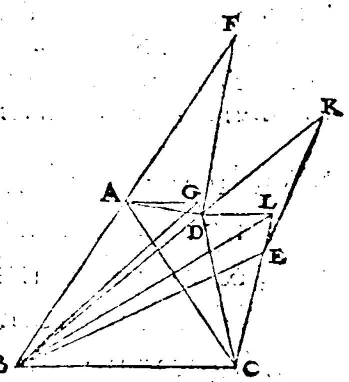
THEOREMA IIII. PROPOS. IIII.



Sit triangulum ABC, maiorem habens AB, quā BC: sitque recta linea E minor quidē, quā AB, maior uero, quam BC. dico fieri posse, ut in ipsa AC duę rectæ lineæ constituantur, ita vt vtræque simul æquales sint ipsis AB BC, vna autē earum rectæ lineæ E sit æqualis. quo enim AB BC superant ipsam E, sit F. ergo F minor quidem est, quàm AB, maior autem, quam BC; quoniam vtręque AB BC æquales sunt ipsis EF; quarum E maior est, quam BC, & minor, quam AB. Quoniam igitur AC CB maiores sunt, quam AB, atque est E, quam CB maior, & F minor, quam AB: erunt AC E multo maiores, quam F. similiter quoniam AC CB maiores sunt, quam AB, & F maior, quā CB, & E minor, quā AB: erunt AC F, quā E multo maiores. potest igitur ex AC E F triangulum constitui. constituatur & sit ACD. constat igitur si quidem E F æquales sint, triangulum ACD esse æquicrure. si vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ CD æqualem esse.

THEOREMA V. PROPOS. V.

Iſoperimetrorum triangulorum, & eandem baſim habentium æquicrure maximum eſt: & id, quod ad æquicrure magis accedit, ſemper eſt maius.

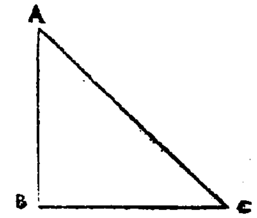


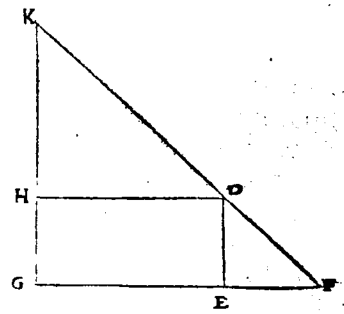
In baſi enim BC ſint triangula iſoperimetra, æquicrure quidem ABC; BDC vero ad æquicrure magis accedens, quam BEC, id quod ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt, conſtitui poteſt. Dico triangulum ABC maximum eſſe; & BDC maius quàm BEC. producatur BA, & ipſi CA æqualis ponantur AF; iunganturque FD, DA. Quoniam igitur FD, DB maiores ſunt, quam BF: erunt etiam maiores, quam BA AC: eſt enim AC æqualis AF. Sed BA AC æquales ſunt ipſis BD DC. ergo & BD DF, quam BD DC maiores erunt: & communi BD ablata, reliqua FD maior eſt, quam DC. duæ igitur FA AD duabus CA AD æquales ſunt altera alteri, & FD baſis maior baſi DC. ergo angulus FAD angulo DAC eſt maior: ac propterea angulus FAC maior eſt, quã duplus anguli DAC. Sed anguli ABC eſt duplus, hoc eſt anguli ACB; cum triangulum æquicrure ſit. angulus igitur ACB maior eſt angulo DAC. ponatur ipſi ACB æqualis angulus CAG. erit AG parallela BC: quòd anguli alterni æquales ſint. producta igitur CD ad G, & iuncta BG, conſtat ABC triangulum triangulo BDC maius eſſe: eſt enim BAC triangulo BGC æquale. Rurſus producatur BD ad K: ponaturque ipſi DC æqualis DK, & KE ED iungantur. & quoniam BE EK maiores ſunt, quàm BK: hoc eſt, quam BD, DC: hoc eſt quam BE EC, communi ablata BE: erit reliqua EK, quam EC maior. Itaque duæ KD, DE duabus CD DE æquales ſunt, altera alteri, & baſis KE maior baſi EC. angulus igitur KDE angulo CDE eſt maior. quare KDC angulus maior eſt, quam duplus anguli CDE: & anguli DCB minor, quam duplus: etenim DCB angulus maior eſt angulo DBC, quòd ABC ACB æquales ſint. maior igitur eſt DCB, quam CDE. conſtituatur ad rectam lineam CD, & ad punctum D angulus CDL ipſi DCB æqualis. perſpicuum eſt DL inter DE DK intermediam parallelam eſſe ipſi BC, ob angulos alternatim æquales. producta igitur CE vſque ad LD parallelam, quæ occurrat in L, & BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC, cum ſint in eadem baſi BC, & inter duas parallelas BC DL. quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC, quod quidem ipſo BLC eſt minus.

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Rurſus ſint duo triangula orthogonia ſimilia ABC, DEF, quæ angulos FC æquales habeant. Dico quadratũ quod fit ex AC, DF tanquã ex una linea æquale eſſe ei, quod ex BC, EF ut una linea, & ei, quod ex AB DE ſimiliter ut una linea efficitur.

Producatur enim FE ad G. ponaturque EG æqualis BC: & per G ipſi DE parallela occurrãt FD pertractæ in K: & p D ducatur DH parallela FG. Quoniã igitur DH æqualis eſt EG in parallelogrammo, hoc eſt ipſi BC, & KDH angulus angulo F, hoc eſt angulo C eſt æqualis: & rectus angulus H recto B: reliquuſque K æqualis reliquo A: erunt triangula KHD ABC æquiangula, & inter ſe æqualia. ergo quadratum quod fit ex KF æquale eſt eis, quæ ex KG GF fiũt. hoc eſt quod ex AC DF tamquam ex una linea eſt æquale ei, quod ex AB DE, ut una linea, & ei, quod ex BC EF ſimiliter ut una linea efficitur.

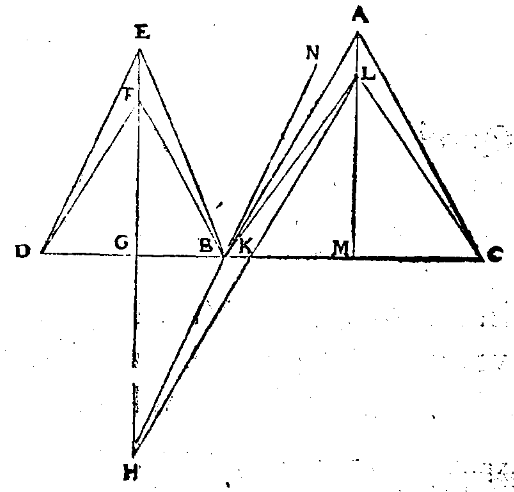




THEOREMA VII. PROP. VII.

Similia & æquicruria triãgula, utraq; ſimul vtriſque ſimul triangulis, quæ in eiſdem baſibus conſtituuntur æquicruribus, & diſsimilibus quidẽ tũ inter ſeſe, tum ſimilibus, iſoperimetris autem, ſunt maiora.

Sint ſimilia, & æquicruria triãgula DFB, BAC: & in eiſdem baſibus conſtituantur alia æquicruria triangula DEB BLC, iſoperimetra quidem ipſis DFB, BAC, diſſimilia autem neceſſario, quod anguli inæquales ſint: hoc enim conſtrui poſſe deinceps oſtendetur. Dico triangula DFB BAC utraque utriſque DEB, BLC maiora eſſe. Iungantur EF AL & ad baſes producantur. ſecabunt utique eas bifariam, & ad rectos angulos, ſũt enim DE EF ipſis BE EF æquales: & baſes æquales DF FB, cũ æquicruria triangula ſint: angulique æquales, & ſimilia triangula DEF FEB. quare & æqua-



les, anguli extrinseci FF, quòd intrinsecis æquales sint æquales autem, & anguli DB, & reliqui item GG. recti igitur sunt: lineæque DG GB equales: & similiter æquales BM MC, & anguli MM recti. Itaque secent in punctis GM: & producatur EG, ipsique ponatur æqualis GH; & BH iungatur. angulus igitur EBG angulo HBG æqualis erit. Sed EBG angulus maior est angulo ABC, quoniam & maior angulo FBG ipsi æquali. Similia enim triangula sunt DFB BAC. ergo & HBG angulus angulo ABC est maior: & recta linea coniungens puncta HL ipsam BM, secat, posita nimirum recta DBC, & HBN extra ipsam AB protracta; quoniam minor est ABC angulus angulo HBG, hoc est NBC, qui est ad verticem, & multo minor angulus LBK, ita ut BM ab HL secetur in K. & manifestum est HL non secare ipsam MC, ut ne LM productam in alio puncto, quam in L secet. Cum igitur DE GB, BL LC sint æquales ipsis DF FB BA AC; ponatur enim triangula isoperimetra: & earum dimidiæ FB BL, hoc est HB BL æquales sunt ipsis FB BA. & HB BL sunt maiores, quam HL. ergo quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea maius est eo, quod fit ex HL. Sed et quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea æquale est, quod fit ex vtraque FG AM vna cum eo, quod ex vtraque GB BM vt vna linea. hoc est ex GM propter triangulorum GFB BAM similitudinem: hoc enim ante demonstratum est. Et vero, quod fit ex HL, hoc est ex utraque HK KL vt una linea æquale est, quod ex utraque LM GH vt vna linea, hoc est LM GE vt vna, simul cum eo, quod ex vtraque GK KM vt vna: hoc est ex GM, propter eandem caussam. ergo quod fit ex utraque FG AM vt linea una, simul cum eo, quod ex GM maius est, quam illud, quod fit ex vtraque EG LM vt vna simul cum eo, quod ex GM. Commune auferatur, quod fit ex GM. reliquum igitur quod ex utraque FG AM vt vna linea, maius est eo, quod ex utraque EG LM vt vna. & ob id FG AM vt vna longitudine maior est, quam EG LM vt vna linea.

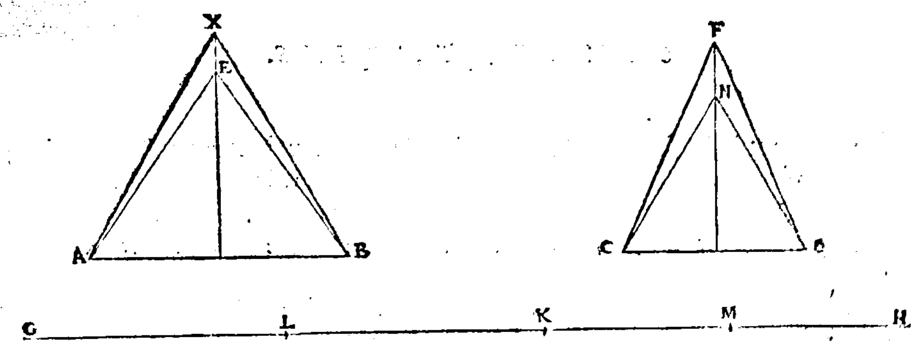
1. sexti. Triangula uero, quorum eadem est altitudo, ita se habeat, sic vt bases. ergo vt EG ad GF, ita & dimidia triangulorum EGB ad FGB; & tota triangula eorum dupla DEB ad DFB. vt autem LM ad MA, ita MLC triangulum ad MAC: & duplum BLC ad BAC. quare & componendo vt EG LM ad FG AM, ita DEB BLC triangula ad triangula DFB BAC, etenim & hoc quoque deinceps ostendetur. minor autem est utraque EG LM, quam utraque FG AM. ergo & triangula DEB, BLC vtraque vtrisque triangulis DFB BAC minora erunt.

PROBLEMA I. PROPOS. VIII.

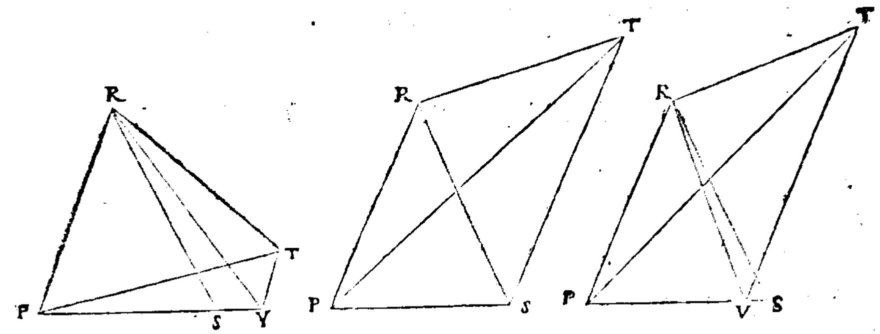
Quod autem positum est, ita ostendetur.

Sint in basibus inęqualibus AB CD ęquicruria triangula AEB CFD: & sit AE quidem ipsi CF ęqualis; AB vero maior, quam CD. triangula igitur dissimilia sunt. Itaque oportet in basibus AB CD similia ęquicruria triangula constituere, ita vt quattuor ipsorum latera simul sumpta ęqualia sint lateribus AE, EB, EF, FD simul sumptis.

Exponatur.n.recta linea GH æqualis ipsis AE EB CF FD: & secetur in K, ita ut GK ad KH eandem proportionem habent, quā AB basis ad basim CD. secetur etiā utraq; ipsarū GK KH bifariā in LM pūctis. Quoniā igitur GH vtrisq; AB CD est maior,



ior, quòd & ipsæ AE EB, CF FD: & ut AB ad CD, ita GK ad KH: erit & GK maior, quàm AB: & KH, quam CD maior. secta aūt est utraque ipsarū GK KH bifariā. ergo rectarū linearū AB GL LK quæque duæ reliqua maiores sunt, quomodocūque sūptę. Similiter & ipsarū CD KM MH. Cōstituatur igitur ex AB, GL LK triangulū AXB. manifestū est ipsū cadere extra rectas lineas AE EB, propterea quòd GL LK maiores sūt, quā AE EB: sunt.n. AE EB ipsius GH dimidia, cū AE EB æquales sint ipsis CF FD: & quattuor latera simul, rectæ lineæ GH æqualia. GK uero maior, quā dimidia GH præterea ex CD, KM MH cōstituatur CND triangulū. eadem rōne intra cadēt; atque erūt ea triāgula inter se similia, qm̄ ut AB ad CD, ita ē GK ad KH: earūq; dimidiæ GL KM, & LK ad MH: & quæ ipsis æquales cōstitutæ sūt, AX ad CN, & BX ad DN. sed AEB triāgulū triāgulo CFD interdū quidē ē maius, interdū minus, interdū uero ipsi æquale. Sit.n. triāgulū PRS habēs PR æqualē FC, & RS ęqualē FD, & PS ipsi CD. æqualia igitur sūt, & similia inter se triāgula CFD PRS. & qm̄ AB maior ē, quā



CD, hoc est, quā PS, & AE FB sūt æquales PR RS, quòd & ipsis CF FD; utraq; vtriq; erit angulus AEB, quā PRS maior, quòd & maior, quā CFD. ponatur angulo AEB æqualis angulus PRT, ipsique RS æqualis RT, & PT iūgatur. ergo triāgulū PRT equale ē & simile triāgulo AEB. producatur PSY, & ipsi AB æqualis sit PY. & iūgatur RY. maior igitur ē RY, quā RS, & quā RT. utraque.n. PR RT ipsi RS ē æqualis. triangulū aūt PRT uel æquale ē triāgulo PRS, si ducta TS parallela sit ipsi RP, & alterni anguli RPT PTS æquales sint, triāgula.n. in eadē sūt basi RP, & ī eisdē parallelis RP, TS. uel ipso ē maius, si TY parallela sit ipsi RP: & angulus PTY alterno RPT. sit equalis. rursus.n. PRT triāgulū fit æquale triāgulo RYP. maius āt triāgulū PRY triāgulo PRS. ergo & RPT triāgulū triāgulo PRS ē maius. Qđ si TV sit parallela RP, ob angulos alternos æquales RPT PTV: & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV, ita ut triāgulū PRS maius sit triāgulo PRV, hoc ē triāgulo PRT. ergo AEB triāgulū equale existēs ipsi PRT, uel maius ē, uel minus, uel equale triāgulo PRS, hoc ē CFD.

B
C

COMMENTARIVS.

A Itaque oportet in basibus AB, CD similia æquicruria triangula constituere, ita ut quattuor ipsorum latera simul sumpta æqualia sint lateribus AE EB CF FD simul sumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus est, vt opinor,* ὡς τὸ τῆς δ περιεχὰς αὐτῶν ἅμα ἴσας εἶναι ταῖς α ε β γ ζ δ ἅμα. *legendum autem est* ὥστε τὰς δ πλευρὰς αὐτῶν.

B Producatur PSY, & ipsi AB ęqualis sit PY.] *Non uideo quam ob caussam PY fiat æqualis ipsi AB. nam vbicumque ponatur Y extra S semper RY maior erit, quam RS, quod maiori angulo subtendatur. præterea cum a puncto T ducta parallela ipsi PR cadit extra S, nulla est necessitas, ut semper cadat in Y. potest enim etiam inter SY, & extra cadere. quare uidetur legendum, producatur PS in Y, & RY iungatur, ita enim Y quodlibet punctum notabit extra S, quemadmodum & V quodlibet intra S notat.*

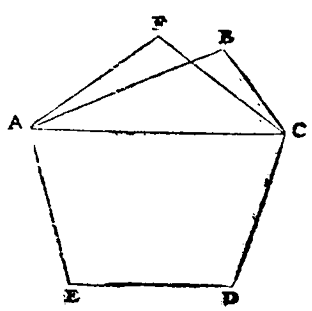
C Triangulum autem PRT uel æquale est triangulo PRS si ducta TS parallela sit ipsi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales sint] *Satis erat alterum ipsorũ dixisse, hęc enim sese mutuo consequuntur. nam si TS parallela est ipsi RP, & alterni anguli sunt æquales, & si alterni anguli sunt ęquales, & TS parallela est ipsi RP. quod ex 27. & 29. primi libri elementorum manifesto apparere potest.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO. IX.

Reliquum eorum, quę posita sunt.

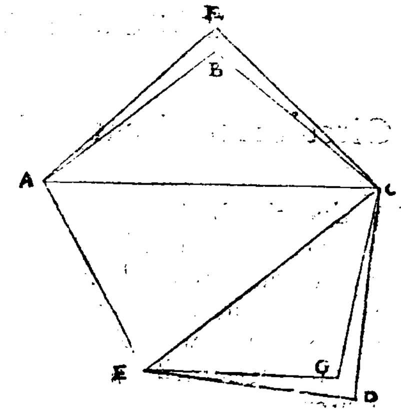
THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propositum ostendemus, videlicet Isoperimetrarum figurarum, quæ rectilineæ sunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam esse.



Sit enim multilaterum ABCDE maximum eorum, quæ ipsi isoperimetra sunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum esse. non enim, sed si fieri potest, sint latera AB BC inæqualia, & iungatur AC, in qua triangulum ęquicrure AFC constituatur, ita ut utraque simul AF FC utrisque simul AB BC ęqualia sint, per 4. huius. A Quoniam igitur in 5. huius ostensum est, Isoperimetrorum triangulorũ, quæ in eadem basi consistant, maximum esse æquicrure, triangulum AFC triangulo ABC maius erit. quare addito communi ACDE quadrilatero, erit aliquod spacium FCDEA maius maximo ABCDE, isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia

habens, quod fieri non potest. æquilaterum igitur est ABCDE. & quod ad æquilaterum magis accedit, semper maius est. quippe cum ostensum sit, triangulum quod magis ad æquicrure accedit, sẽper esse maius. Dico prętcrea quinque laterum ABCDE æquiangulum esse. non enim, sed si fieri potest, sit angulus B angulo D maior. ergo & recta AC maior erit, quam CE. æquales enim sunt AB BC, CD DE. Constituantur in basibus inęqualibus AC CE similia æquicruria triangula, vt in 8. huius ostẽsum est, AFC, CGE, quę utraque latera AF, FC, CG, GE simul sumpta æqualia habeant vtrisque AB BC CD DE simul sumptis. triangula igitur constituta AFC CGE simul maiora erunt, ijs, quę a principio ABC, CDE. etenim hoc quoque in 7. ostensum est. & communi apposito ACE triangulo idem absurdum sequetur. nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & B isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum est ABCDE quinque laterum. Isoperimetrarum igitur figurarũ, quæ rectilineę sũt, & latera numero æqualia habent, maxima est æquilatera, & æquiangula, & simul constat omnium isoperimetrarum figurarum circulum maximum esse, quoniam circulus isoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera est, & æquiangula, maior ostensus est.



COMMENTARIVS.

Quoniam igitur in 5. huius ostensum est &c.] *in Græco codice legitur.* ἐπεὶ οὖν πρὸ τριῶν ἐδείχθη. *sed cum propositio ea quinta sit iuxta nostram diuisionem, ita vertere maluimus & idem obseruauimus in aliis locis.* A

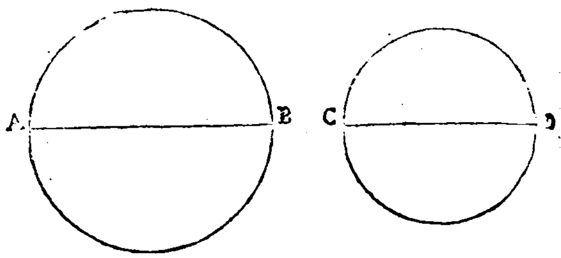
Nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & isoperimetrum ipsi, & latera B numero æqualia habens. ego æquiangulum est ABCDE quinquelaterum] *Hoc loco corruptus est Græcus codex, qui fortasse ita restituetur.* τό γὰρ αζγηε μεῖζον ἔσται τοῦ αβγδε μεγίστου, ἰσοπεριμέτρου αὐτῷ, καὶ ἰσαρίθμους πλευρὰς ἔχον. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντάπλευρον.

Eiusdem contemplationis est & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus. Hoc autem demonstrabimus, si prius ea, quæ ad id sumuntur, conscribemus.

THEOREMA IX. PROPOS. XI.

Circulorum circumferentię inter se sunt, vt diametri.

Sint duo circuli AB CD. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita esse rectam lineam AB ad ipsam CD. Quoniam enim ut AB circulus ad circulum CD, ita est quadratum ex AB ad quadratum ex CD; sed circuli AB quadruplum est rectangulũ, quod continetur recta linea AB, & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum est rectangulum recta linea CD, & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonstratum est: erit ut rectangulum, contentũ AB recta linea, & circumferentia circuli AB, ad rectangulum, quod recta linea CD, & circuli CD circumferentia continetur, ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentum recta linea AB, & AB circumferentia ad quadratum ex AB, ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD. Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam lineam AB, ita circumferentia circuli CD ad rectam CD. & permutando ut AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita recta linea AB ad CD rectam.



A ALITER.

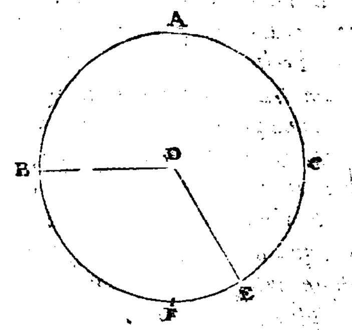
B Hoc etiam demonstrabitur non assumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum esse. polygona enim similia in circulis descripta, uel circumscripta ambitus habent, qui quidem inter se sunt, ut quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentię candẽ inter se, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

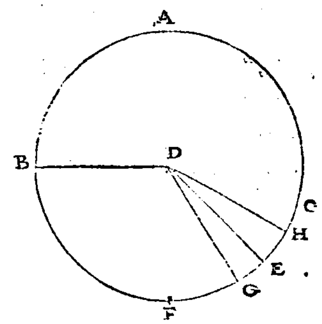
Rursus sit circulus ABC circa centrum D, cuius ea quę ex centro DB: & a puncto D ducatur quædam recta linea DE. Dico ut circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita esse circulum ABC ad BDE sectorem.

Si igitur

Si igitur circumferentia BFE commensurabilis est ambitui circuli ABC, quoniam diuiso ambitu ABC in mensuras, & a punctis diuisionum ductis ad centrum rectis lineis, sectores omnes inter se congruunt, atque est eorum multitudo æqualis multitudini mensurarum: erit ut totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita circulus ABC ad BDE sectorem, ex 15. quinti libri elementorum. Quòd si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ABC ad BFE circumferentiã. A



Sit enim, si fieri potest, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ipsius ABC ad circumferentiam BF prius minorem, quam BFE, & sumatur alia quædam circumferentia BG maior quidẽ quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui ABC commensurabilis: vt est lemma sphæricorũ. B iungaturque DG. est igitur ex antedictis, & ut circulus ABC ad BDG sectorem, ita ABC ambitus circuli ad BFG circumferentiam. Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG, minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam, hoc est, quam ABC circulus ad sectorem BDE. ergo circulus ABC ad sectorem BDG minorem proportionem habebit, quam ad BDE sectorem, quod est absurdum. C non igitur est, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFE. D Dico insuper neque ad maiorem, quam BFE. Si enim fieri potest, sit ad circumferentiam BEC. & similiter circumferentia quędam BEH sumatur, maior quidem quam BFE, minor acro, quã BEC, sed ambitui circuli ABC commensurabilis, & iungatur DH. Rursus quoniam ut ABC circulus ad sectorem BDH, ita est ambitus circuli ABC ad BEH circũferentiam: ambitus uero ABC ad circumferentiam BEH maiorem proportionem habet, quam ad BEC circumferentiam, hoc est quam ABC circulus ad sectorẽ BDE: habebit circulus ABC ad sectorem BDH maiorem proportionem quam ad sectorem BDE, quod itidem est absurdum. non igitur ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita est ambitus ipsius ABC ad circumferentiam maiorem, quam sit BFE. ostensum autem est, neque ad minorem. ergo ut circulus ABC ad sectorem BDE, ita ambitus ipsius ABC ad BFE circumferentiam.



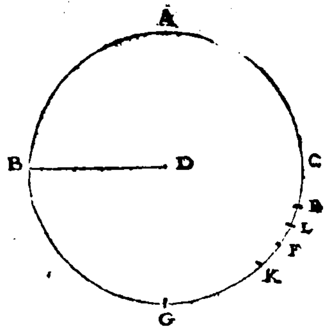
COMMENTARIVS.

A Quòd si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE, &c.] *Græcus codex.* εἰ δὲ μὴ ἔστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ μὴ δὲ ἔστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα. *Sed corruptus est, ut opinor, & fortasse ita corrigendus.* εἰ δὲ μὴ ἔστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ, ὁμοίως ἐστὶν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα.

B Et sumatur alia quędam circumferentia BG, maior quidem, quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui ABC commensurabilis, ut est lemma sphæricorum] *Vbi hoc lemma sit, nondum noui, sed tamen illud ita faciemus.*

Diuidatur

idecimi *Diuidatur circuli ABC circumferentia bifariam, & eius dimidiam rursus bifariam: idque semper fiat, quoad relinquatur circumferentia quædam BG minor, quam BE. quæ si maior sit, quam BF, factum iam erit, quod proponebatur. sin minus, diuidatur BG bifariam, & si opus erit, rursus bifariam, quousque reliqua sit circumferentia minor, quam GE, cui quidem æqualis ponatur GK, & si BGK adhuc non sit maior, quam BGF, rursus diuidatur GK, eiusque, quousque relinquatur circumferentia minor, quam KE, & ipsi æqualis sit KL, idemque semper fiat, quoad tandem sumatur circumferentia minor quidem, quam BE, maior vero, quam BF. quod ipsum facere oportebat,*



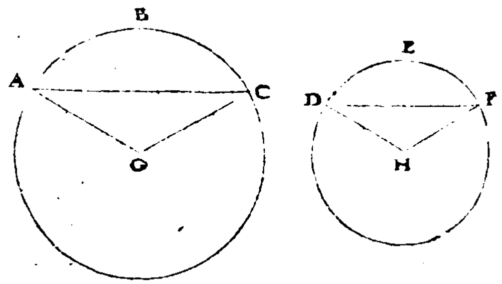
C Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam] *in græco codice legitur* πρὸς τὴν εζη περιφέρειαν. *sed legendum* πρὸς τὴν βζη περιφέρειαν.

D Ita ambitus ABC ad BF circumferentiam, minorem, quam BFE] *Græcus codex habet.* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῆς βεζ περιφερείας. *sed legendum* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα οὖσαν τῆς βεζ περιφερείας.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones inter se sunt; vt basium quadrata, & circumferentiæ ipsarum inter se, vt bases.

Sint similes circulorum portiones ABC, DEF. Dico ut portio quidem ABC ad DEF portionem, ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex DF: vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC ad DF. compleantur circuli, sumanturque ipsorum centra GH, & iun-



A gantur AG GC DH HF. Quoniam igitur similes sunt ABC, DEF portiones; angulus ad G æqualis est angulo ad H; triangulumque AGC triangulo DHF simile, & ABC circumferentia similis circum-
B ferentiæ DEF. ergo ut circulus ABC ad AGCB sectorem, ita ambitus circuli
C ABC ad ABC circumferentiam hoc est quattuor recti ad angulum G. ut autem DEF circulus ad sectorē DHFE, ita ambitus circuli DEF ad DEF circūferentiā, & quattuor recti ad H angulum. Sed angulus H angulo G est æqualis. ergo ut ABC circulus ad sectorem AGCB, ita circulus DEF ad DHFE sectorem: & permutando ut ABC circulus ad circulum DEF, ita AGCB sector ad DHFE se-
2 duodecimi. ctorem. & ut circulus ad circulum, ita quadratum ex AG ad quadratum ex DH: hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF. Vt igitur AGCB sector ad se-
C ctorem DHFE, ita triangulū AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC
E ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF; hoc est vt quadratum

dratum ex AC ad id, quod ex DF quadratum. Dico præterea ut ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC basis ad basim DF. Iisdem enim constructis vt ABC circuli circumferentia ad circumferentiam circuli DEF, ita circumferentia ABC ad DEF circumferentiā. Vt autem circulorum circumferentiæ inter sese, ita 11 huius
AG ad DH. hoc est AC ad DF. Vt igitur ABC circumferentia ad circumferentiam F G
DEF, ita basis AC ad DF basim.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur similes sunt ABC DEF portiones, angulus ad G æqualis est angulo ad H] *Ex similium circuli portionum diffinitione.* A

Ergo ut circulus ABC ad AGCB sectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiam] *Ex antecedenti.* B

Hoc est quattuor recti ad angulum G] *Ex vltima sexta.* C

Hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC simile sit triangulo DHF, habebit triangulum AGC ad ipsum DHF duplam proportionem eius, quæ est AG ad DH ex 19. sexti. & ex 20 eandē habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH. vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH, ita est AGC triangulum ad triangulum DHF.* D

Et reliqua portio ABC ad portionem DEF, ut triangulum AGC ad triangulum DHF] *Ex 19. quinti.* E

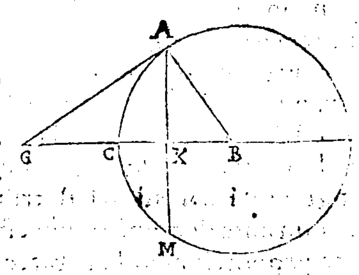
Vt autem circulorum circumferentiæ inter sese, ita AG ad DH] *Ex undecima huius. Circulorum enim circumferentiæ eandem inter se proportionem habent, quam ipsorum diametri, & earum dimidiæ, quæ ex centris circulorum.* F

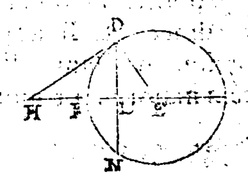
Hoc est AC ad DF] *Ex 4. sexti ob triangulorum AGC DHF similitudinem.* G

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIIII.

Sint duo circuli; & ad ipsorum cētra æquales anguli ABC DEF. & contingentes quidem rectæ lineæ sint AG DH; perpendiculares uero AK DL. ostendendum est, ut AGK triangulum ad trilineum ACK, ita esse triangulum DHL ad DFL trilineum.

Hoc autem ex antedictis manifestum est. triangulum enim AGK simile fit triangulo DHL: & ACK trilineum simile trilineo DFL: & utrumque ad utrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL. A B C





COMMENTARIVS.

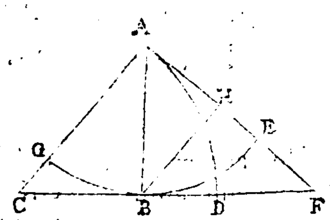
A Triangulum enim AGK ſimile ſit triangulo DHL] *Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E: & ſunt anguli GAB HDE recti ex 18. tertii: & ob id inter ſe æquales, ergo & reliquus æqualis reliquo, & triangulum ABG triangulo DEH ſimile. Sed triãgulo ABG ſimile eſt triangulum AGK, & triangulo DCH ſimile triangulum DHL, ex 8. ſexti. ergo & triangula AGK DHL inter ſe ſimilia erunt.*

B Et ACK trilineum ſimile trilineo DFL] *Cum enim anguli ad B E ſint æquales, erunt & circumferentiæ AC DF inter ſe ſimiles: & productæ AK DL uſque ad alteram circumferentię partem in punctis M N ſimiles circulorum portiones abſcindent, ACM DFN: quarum dimidiæ ACK DFL etiam ſimiles ſunt.*

C Et utrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL] *Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipſi ſimile eandem habet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL, ex iis quæ nos proxime*
15 quinti *tradidimus. portio autem ACM ad DFN portionem, hoc eſt earum dimidia, uidelicet, ACK trilineum ad trilineum DFL. ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratũ ex AM ad quadratum ex DN: hoc eſt quam quadratum, ex AK ad id quod fit ex DL quadratum triangulum igitur AGK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK ad trilineum DFL. & permutando AGK triangulum ad trilineum ACK habebit eandẽ, quam triangulum DHL ad DFL trilineum.*

THEOREMA XIIII. PROPOS. XV.

Sit triangulum orthogonium ABC: & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AD. rectus autem eſt angulus ad B. oſtendendũ eſt ſectorẽ ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere, quàm angulus rectus ad BCA angulum.



16 tertii Ducatur ipſi CA ad rectos angulos AF, quæ circumferentiam AD contingit: & per B circa centrum A deſcribatur circumferentia EBG: atque ad AF perpendicularis BH ducatur. Quoniam igitur EBF trilineum ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam ad EAB
26 quin. ſectorem; & componendo triangulum FHB ad
trilineum EBH maiorem habet proportionem,
quam FAB triangulum ad ſectorem EAB; ut autem FHB triangulum ad trilineum EBH; ita
A triangulum FAB ad ADB trilineum; quòd æquales ſunt anguli EAB ACD;
B C hoc enim ante demonſtratum eſt: & triangulum FAB ad BAD trilineum ma-
10 quinti iorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB. maior igitur eſt EAB
8 quinti ſector trilineo DAB ac propterea EAB ſector ad ſectorem BAG maiorem habet proportionem, quam trilineum DAB ad BAG ſectorẽ. ſed trilineũ DAB ad BAG ſectorem maiorem proportionem habet, quã ad triangulum ABC. multo igitur

maiorẽ hẽt EAB ſector ad ſectorem BAG, quã trilineũ DAB ad BAC triangulũ.
Vt autem ſector EAB ad BAG ſectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC. ergo ult. sexti.
angulus FAB ad BAC angulũ maiorem proportionẽ habet, quam DAB trilineũ ad triangulum BAC. & conuertendo triangulũ BAC ad BAD trilineum maiorem ha-
bet proportionem, quam BAC angulus ad angulum BAF: componendoque ſector 26 quin.
DCA ad ABD trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad 28. quin.
angulum FAB; hoc eſt, quam angulus rectus ad ACB angulum. eſt enim angulus FAB ęqualis ipſi ACB, quòd in orthogonio triangulo FAC, perpendicularis eſt 8. sexti.
AB, & triangulum FAB triangulo ACF eſt ſimile.

COMMENTARIVS.

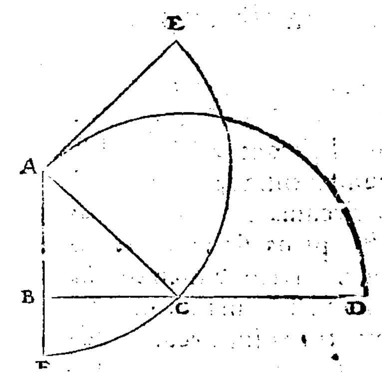
Quòd æquales ſunt anguli EAB ACD] *Ex 8. sexti. eſt enim triangulum FAC orthogonium, & ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducitur AB. quare ABF triangulum ſimile eſt triangulo CAF, angulusque FAB angulo FCA æqualis.* A

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB] *Ex 13. quinti.* C

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

Sit rurſus triangulorum orthogonium ABC, rectum angulum habens ad B: & circa centrum C per A circuli circumferentia deſcribatur. Dico ACD ſectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam angulus rectus ad ACD angulum.



Ducatur ipſi AC ad rectos angulos AE: & producta BA per C punctũ circa centrum A deſcribatur circuli circũferentia ECF. Quoniam igitur circa eãdem ſemidiametrum CA deſcriptę ſunt circumferẽtiæ AD ECF; conſtat eas eſſe ęqualiũ circulorũ: & angulus ACD maior eſt angulo CAE. ergo ſector ACD ſectore ACE eſt maior: & A
ob id maiorẽ proportionẽ hẽt ACD 8 quinti.
ſector ad triangulum ABC, quã ſector B
ACE ad idem triangulũ: & multo ma- ult. sexti.
iorem, quam ſector ACE ad ſectorem ACF. vt autem ACE ſector ad ſectorẽ ACF, ita angulus EAC ad CAF angulum, ergo ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam
EAC angulus ad angulum CAF. & conuertendo, componendoque, & rurſus cõuer C 11
tendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quã angulus
EAC ad EAF angulum: hoc eſt quam rectus angulus ad angulum ACD. eſt. n. angu D
lus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.

COMMENTARIVS.

A Et angulus ACD maior est angulo CAE] *Angulus enim ACD exterior (ex 32 primi) æqualis est duobus interioribus, & oppositis ABC BAC, quorum ABC est rectus. ergo angulus ACD recto maior erit, videlicet angulo CAE, quem rectum esse posuimus.*

B Et multo maiorem, quam sector ACE ad ACF sectorem] *Nam sector ACE ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam ad sectorem ACF, quippe qui triangulo ABC est maior, ex 8. quinti.*

C Et conuertendo, componendoque & rursus conuertendo maiorem proportionē habet ACD sector ad trilineum ABD, quam angulus EAC ad angulum EAF] *Quoniam enim ACD sector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF, habebit conuertendo ex 26. quinti, ABC triangulum ad sectorem ACD minorem proportionem, quam angulus CAF ad EAC angulum: componendoque ex 28. eiusdem ABD trilineum ad sectorem ACD minorem proportionem habebit, quàm angulus EAF ad EAC angulum; & rursus conuertendo sector ACD ad ABD trilineum maiorem habebit proportionem, quam EAC angulus ad angulum EAF. In Græco codice legitur* καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι καὶ ἀναστρέψαντι μείζονα λόγον ἔχει, *&c.] Sed corrupta, ut opinor, etenim conuersa ratione, & composita tantum utimur, non item rationis conuersione.*

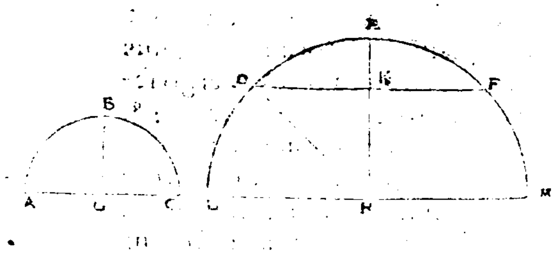
D Est enim angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD ęqualis est recto CBA, & BAC angulo.] *Ex 32. primi elementorum.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

His premissis theorema propositum, quod comparatiuum est, ita demonstrabimus.

A Circuli portionum, quę ęqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus.

Sint duæ circulorum portiones ABC DEF, quæ æquales habeant ABC DEF circumferentias: & sit ABC semicirculus. portio uero DEF prius sit semicirculo minor. Dico semicirculum portione esse maiorem. Sumantur enim circulorū cētra GH, & ad rectos angu-

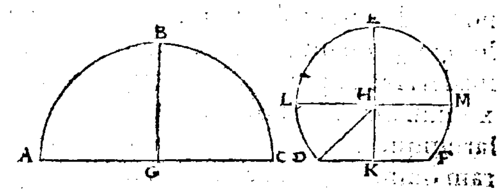


B los sit GB: a puncto autem H ad DF perpendicularis ducatur HKE: & ipsi DF parallela LM; iungaturque DH. Quoniam igitur ut circumferentia LE ad

11 huius AB circumferentiam, ita est recta linea LH ad rectam AG, Circulorum enim circumferentiæ inter sese sunt, ut diametri. Sed circumferentia AB æqualis est ipsi DE circumferentiæ. Vt igitur circumferentia LE ad ED, ita est LH

ul. se. C ad AG, & ut LE ad ED, ita sector LHE ad EHD sectorem. habet autem quadratum

dratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH D ad sectorem ABG. duplam proportionem habebit eius, quam LCH sector habet ad sectorem DCH. ac propterea inter sectorores LCH ABG medius proportionalis est sector DEH. & quoniam per lemma ante demonstratum sector DEH ad E trilineum EDK maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc est angulus LHE ad ipsum DHE; hoc est quam LHE sector ad sectorem DHE. ut autem F sector LHE ad DHE sectorem, ita DHE sector ad sectorem ABG. ergo sector DHE ad DEK trilineum maiorem proportionem habet, quam idem sector ad sectorem ABG. maior igitur est ABG sector trilineo DKE: & eorum dupla. ergo 8 quinti ABC semicirculus portione DEF est maior. Sit rursus portio DEF maior semicirculo. Dico itidem semicirculum portione maiorem esse. cōstruantur enim eadem, quæ supra. Similiter demonstrabimus, ut LHE sector ad sectorem DHE, ita esse sectorem DHE ad ipsum ABG, quod æquales sint AB DE circumferētiæ. Et quoniam ob secundum lemma sector DHE ad DKE trilineum maio- G



rem proportionem habet, quam rectus angulus, uidelicet LHE ad angulū DHE, hoc est, quam LHE sector ad sectorem DHE, hoc est, quam sector DHE ad ABG sectorem; erit ABG sector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur est ABC semicirculus portione DEE. ex quibus sequitur omnium circuli portionū, quæ æquales habent circumferentias, semicirculum maximum esse.

COMMENTARIVS.

Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam, habent maxima est semicirculus] *Hæc nos addidimus perspicuitatis caussa, quæ in græco non erant.* A

Et ipsi DF parallela LM] *Intelligatur per H centrum duci LM ipsi DF parallela. quæ sit LHM.* B

Habet aūt quadratū ex LH ad quadratū ex AG duplā proportionē eius, quā hēt C LH ad AG. ergo quadratū ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad sectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH sector habet ad sectorem DEH.] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur.* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς δθλ πρὸς ηα. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δθλ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *ita vero corrigendus est, vt opinor* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *Quoniam enim vt circumferentia LE ad ED circumferentiam, ita est LH ad AG, & rursus vt LE ad ED, ita sector LHE ad EHD sectorem; erit & ut LH ad AG, ita LEH sector ad sectorem DCH. Quòd cum quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem habeat eius, quam habet LH ad AG ex 2. sexti; duplam quoque proportionē habebit eius, quam sector LEH habet ad DEH sectorem.*

Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad se- D ctorem AGB] *semicirculus enim LEM ad semicirculum ABC ex 13 huius, eam proportionem habet, quam quadratum ex LM ad quadratum ex AC, hoc est quam quadratum ex LH ad quadratum ex AG. & eorum dimidia; sector igitur LEH ad sectorem ABG est ut quadratum ex LH ad quadratum ex AG.*

Et

E Et quoniam per lemma ante demonstratum] Ex 15. *huius.*

F Vt autem sector LHE ad DHE sectorem, ita DHE, sector ad sectorem ABG. ergo sector DHE ad DEK trilineum, &c.] *Græcus codex mancus est. quem nos ita restituimus.* ὡς δὲ ὁ λθε τομεὺς πρὸς τὸν δθε, οὕτως ὁ δθε τομεὺς πρὸς τὸν αβγ τομέα. ὁ ἄρα δθε τομεὺς πρὸς τὸ δεκ τρίγραμμον.

G Et quoniam ob secundum lemma] *Ex 16. huius,*

Primum & effectorem omnium Deum mundo sphæricam figuram merito, ac iure dedisse philosophi asserunt, cum omnium optimam, pulcherrimamque delegisset, quæ ipsi sphæræ insunt naturalia symptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium solidarum figurarum, quæ æqualem superficiem habeat, spheram maximam esse. Itaque alia quidem, quæ ipsi dicunt in esse perspicua sunt, & minori indigent probatione. At vero maiorem esse aliis figuris, neque ipsi. philosophi probant, sed affirmant solum, neque sine maxima contemplatione persuaderi facile potest. Age igitur quemadmodum in superioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipsi ambitum habent, ordinatarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc, quod consequens est, spheram omnium, quæ æqualem habeat superficiem, ordinatarum, ac solidarum figurarum maximam ostendere enitamur. Sed prius de solidis ipsis, cum quibus sphæram conferri oportet, pauca disseramus. Multæ enim intelligi possunt solidæ figuræ, varias superficies habentes; magis autem quis existimauerit dignas, de quibus dicatur, eas, quæ ordinate esse videntur. & ex his multo magis tum conos, tum cilyndros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem sunt, non solum quæ apud Diuinissimum Platonem quinque figure, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum, & dodecaedrum, & quintum icosaedrum, sed etiam quæ ab Archimede inuenta sunt, numero tredecim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem similibus contenta. Primum enim octaedrum est, quod quattuor triangulis, & totidem hexagonis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim basium, quorum primum continetur octo triangulis, & octagonis sex. Secundum quadratis sex, & hexagonis octo. tertium triangulis octo, & sex quadratis. Postea duo vigintisex basium, quorum primum octo triangulis, & duodeuiginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim, hexagonis octo, & sex octagonis. Deinde tria triginta duarum basium, quorum primum triangulis uiginti, & duodecim decagonis constat. Secundum pentagonis duodecim & viginti hexagonis. tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim. post hæc vnum est, octo & triginta basium, quod constat triginta duobus triangulis, & quadratis sex. Hoc sequuntur duo sexaginta duarum basium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagoni viginti, & decagonis duodecim. Denique vltimum nonaginta duarum basium, quod triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos solidos habeat vnaquęque tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim simpliciter polyedrarum figurarum solidi anguli tribus planis angulis constant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri bases, facti numeri tertia pars est numerus solidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus solidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeat polyedri bases, numeri eius quarta pars est angulorum solidorum numerus. Simili ratione quarum polyedrarum angulus solidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, est numerus solidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarum habet, hoc modo

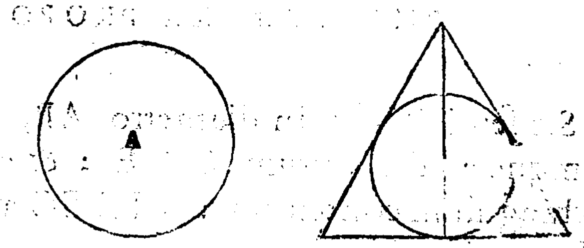
inue-

inueniemus. enumeratis enim omnibus lateribus, quæ habeat superficies polyedrũ continentes, eorum numerus æqualis est multitudini planorum angulorũ. Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune est, patet dimidium multitudinis numerũ esse laterum polyedri. Primum igitur tredecim dissimilium polyedrorũ, cum triangulis quattuor, & totidem hexagonis cõtinetur, angulos quidẽ solidos habet duodecim, latera autẽ duodeuiginti. etenim quattuor triangulorum anguli duodecim sunt, & latera duodecim. quattuor aũt hexagonorum anguli uiginti quattuor, & vigintiquattuor latera. numeroq; omni facto 36. necesse est solidorũ angulorũ numerum. numeri prædicti tertiam partem esse; quonia & vnusquisq; solidorũ ipsius angulorũ trib' angulis planis continetur. At laterũ multitudo dimidia pars est ipsius numeri, videlicet 36. ita vt latera sint duodeuiginti. Eorũ uero, quę ex quattuordecim basibus constant, primũ continetur octo triangulis, & quadratis sex, ita ut duodecim solidos angulos habeat, vnusquisq;. n. ipsius angulus quattuor angulis planis comprehenditur, latera autem habeat vigintiquattuor. Secundũ, quod continetur quadratis sex, & octo hexagonis, habebit solidos angulos uigintiquattuor: vnusquisq;. n. angulorum ex tribus angulis planis constat: & habebit latera triginta sex. Eorũ, quæ sex et uiginti bases habeat. Primũ quod triangulis octo, & duodeuiginti quadratis continetur, habebit solidos angulos uigintiquattuor, & quadraginta octo latera: Secundũ, quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo, & octagonis sex, habebit solidos angulos 48. latera 72. Eorũ, quæ ex 32. basibus cõstant, primum, quod cõtinetur triangulis viginti, & duodecim pẽtagonis, habebit solidos angulos 30. latera 60. Secundũ, quod continetur duodecim pẽtagonis, & hexagonis viginti, habebit solidos angulos 60. latera 90. Tertiũ, quod uiginti triangulis, & decagonis duodecim continetur, habebit solidos angulos 60. latera 90. Illud ãt, quod ex 38. basibus constat, quoniam continetur triangulis 32. & quadratis sex, habebit solidos angulos 40. latera 60. Eorũ, quę ex duabus & sexaginta basibus cõstant, primum, quod continetur triangulis 20. quadratis 30. & 12. pentagonis, habebit solidos angulos 60. latera 120. Secundum quod continetur 30. quadratis, 20. hexagogis, & decagonis 12. habebit solidos angulos 120. latera 180. Postremo quod ex duabus & nonaginta basibus constat, quoniam triangulis 80. ex pentagonis duodecim continetur, habebit solidos angulos 60. latera 150. Hæ igitur figuræ, uel angulos dissimiles habent, uel inæqualibus, & dissimilibus polygonis continentur, ob perturbationem, confusionemque omittantur. Eas autem, quæ quinque figurę appellantur, operæ pretium est cum sphæra comparare. quoniam enim æqualibus, & similibus planis continentur, solæ angulos solidos æquales habeat, ideoque magis ordinatæ sunt, quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri nõ posse, quæ æqualibus, & similibus æquilateris polygonis comprehendantur, tum ab Euclide, tum ab aliis quibusdam demonstratum iam fuit.

THEOREMA XVII. PROP. XVIII.

Itaque hęc ipsa polyedra primum cum sphęra comparemus.

Sit enim sphæra quidem, in qua A, una uero prędictarum quinque figurarum, quæ totam superficiem superficiei sphæræ A ęqualem habeat. Dico sphæram maiorẽ esse. Intelli



gatur

gatur enim sphæra intra polyedrum descripta, ita vt plana ipsam continentia tangat. maior igitur polyedri superficies, quàm superficies descriptæ sphæræ, cum ipsam contineat. sed superficies polyedri æqualis est superficiei sphæræ A. ergo & sphæræ superficies A superficie sphæræ intra polyedrum descriptæ maior erit. ac propterea quæ ex centro sphæræ A maior est, quam quę ex centro sphęrę descriptæ. sphæræ autem A superficies æqualis est superficiei polyedri. Conus igitur basim habens circulum ęqualem superficiei sphęrę A, maior est pyramide, cuius basis est rectilineum ęquale superficiei polyedri, & altitudo quę ex centro sphærę intra ipsum descriptę. Sed conus æqualis est sphæræ A. hoc enim ex ijs, quæ ab Archimede demonstrata sunt in libro de sphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis subiiciuntur, perspicue constat. pyramis autem polyedro est æqualis. ergo & sphæra A proposito polyedro maior erit. Habent autem comparationē quandam inter sese & hę quinque figuræ, de qua deinceps considerabimus. Ostēditur namque positis æqualibus superficiebus, solidum, quod plures bases habet, semper etiam maius esse, vt icosaedrū maius dodecaedro, & dodecaedrū octaedro & octaedrum cubo, & cubum pyramide, simile enim quiddam in hisce solidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales ambitus habeant, semper maius est id, quod pluribus angulis continetur. omnibus autem maior est circulus, quemadmodum & nunc ostensa est sphæra polyedris maior.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Constat præterea & conum & cylindrum, qui superficiem habeant sphæræ superficiei ęqualem, ipsa sphæra minores esse.

Etenim conus basim habeas æqualem superficiei sphęræ, & totam superficiem superficie sphæræ maiorem, sphæræ æqualis deprehenditur, cum ipsius altitudo ei, quæ ex centro sphęrę sit æqualis. Cylindrus autem basim habens eandem, quā conus, quæ est æqualis superficiei sphęræ, & altitudinem, tertiam partem axis coni, quippe qui est æqualis cono, spæræ etiam ęqualis inuenitur, cum maiorem, quàm ipsa superficiem habeat. nam duę cylindri bases duplę sunt basis coni, hoc est super ficiei sphęræ. ergo cum utraque figura superficiem habeat superficiei sphęræ æqualem, tunc sphæra necessario utraque ipsarum maior erit.

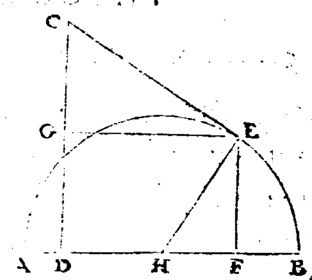
Hęc igitur de comparatione sphęrę cum quinque figuris, & cum conis & cylindris dicta sint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, sunt demonstrata, & nos aliter demonstrabimus, pręmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonstrationes pertinent.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit semicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtcumque ad diametrum CD EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis FE EC æquale esse ei, quod AB DF continetur.

Ducatur

Ducatur enim a puncto E ad CD perpendicularis EG, & sumpto H centro iungatur EH. Quoniā igitur rectus est angulus CEH, erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis. sed & rectus ad F æqualis est recto ad G. æquiangulum igitur est CEG triangulū triangulo HEF; & ut FE ad EH, ita GE ad EC. ergo rectangulum, quod continetur FE EC ęquale est contento HE EG. ac propterea quod bis continetur FE EC contento bis HE EG est æquale. Sed contento bis HE EG æquale est quod AB DF cōtinetur est. n. GE ipsi DF æqualis. rectangulū igitur contentum bis FE EC æquale est ei, quod continetur AB DF. quare & contentum utraque ipsarum simul EF DG, & CE ęquale est ei, quod AB DF continetur. A 4 sexti. B 15. quin. C



COMMENTARIVS.

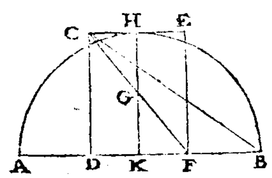
Erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis] *Cum enim ab angulo* CEF, *ex altera quidē parte auferatur angulus rectus* CEH, *ex altera uero rectus* FEG; *erit & reliquus HEF reliquo* CEG *æqualis*, A

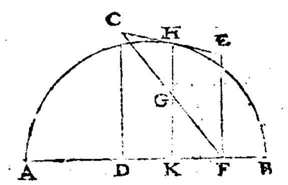
Ergo rectangulum, quod cōtinetur FE EC ęquale est contento HE EG] *ex 16. sexti libri elementorum.* B

Sed contento bis HE EG æquale est quod AB DF continetur] *Est enim AB ipsius HE dupla.* C

THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

Sint rursus ad diametrum vtcūque perpendiculares CD EF: & CHE semicirculum contingens, ita vt CH ipsi HE sit ęqualis. Dico rectangulum contentum AB DF ęquale esse ei, quod utraque simul CD EF, & CE continetur.



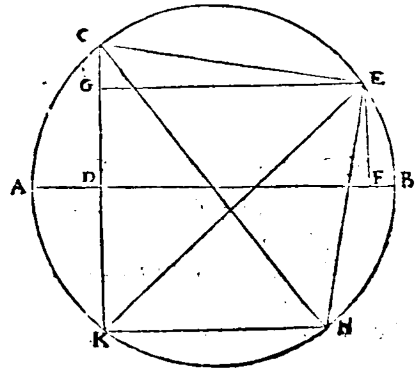


Ducatur enim perpendicularis HK, & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ sunt CD HK, EF, & CE ipsius CH est dupla; erit & EF dupla HG: & CD ipsius GK. ergo & utraque simul CD EF ipsius HK est dupla. & ex eo, quod proxime ostendimus rectangulum contentum bis KH HC est æquale ei, quod continetur AB DK, & ipsorum dupla. rectangulum igitur contentum utraque simul GD EF, & CE æquale est ei, quod AB DF continetur. 4. sexti 2. quinti.

A

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

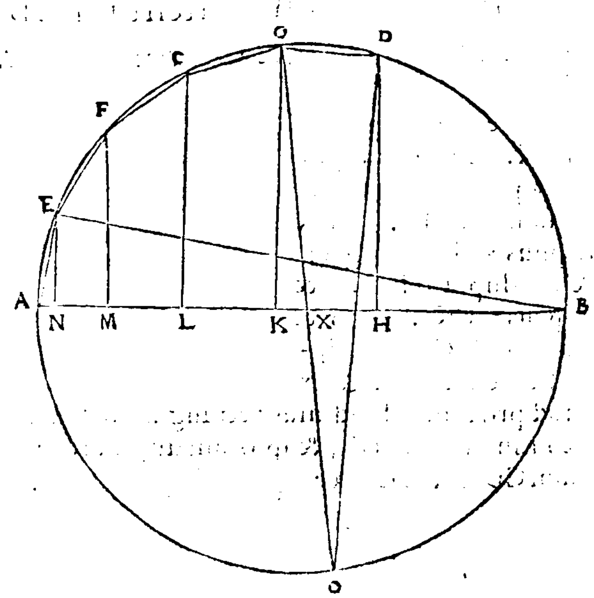
Sit rursum semicirculus, & recta linea vt contingit CE; perpendicularesque CD EF. Dico rectangulum, quod continetur vtraque simul CD EF, & CE equale esse contento recta linea DF, & subtendente circumferentiam, quæ una cum circumferentia CE semicirculum perficit.



Compleatur circulus, sitq; ipsius diameter CH, & producta CD in K, ad ipsam perpendicularis ducatur EG: & EH FK iungantur. Quoniã igitur AB secat CK ad rectos angulos, æqualis é CD ipsi DK. Sed & GD
3 tertii. est æqualis EF; & DF ipsi GE. quæ uero reli
34 primi quam semicircurli CEH circumferentiam
31 tertii. subtendit, est EH. Itaque quoniam angulus K est æqualis angulo H, & HEC angulus in semicirculo rectus æqualis recto ad G; erunt triangula HEC KEG æquiangula, ergo ut HE ad EC, ita
4 sexti. KC ad GE. & ob id rectangulum con-
16 sexti tentum HE EG, hoc est HE DF equale est ei, quod CK CE, hoc est ei, quod utraque simul CD EF & CE continetur.

THEOREMA XXII. PROP. XXIII.

Et ex hoc manifestum est, si alicuius semicirculi ACB circumferentia quędã vt ACD in quotcũque partes ęquales diuidatur, & iũgãtur rectę lineę; q̃ a iũctis rectis lineis AE EF FC CG GD ex cõuersione circa axẽ AB fiũt superficies ęquales sũt circulo, cui⁹ semidiameter (iũcta EB) potest id, quod EB AH continetur.



Superficies.n. quæ fit a GD é æqualis circulo, cuius semi-

semidiameter põt id, quod cõtinetur vtraq; simul GK DH, & GD; quarũ media pro portionalis est semidiameter dicti circuli. dicit enim Archimedes. Si conus isosceles A plano secetur, basi parallelo; superficiei coni, quæ inter parallela plana intercicitur æqualis est circulus, cuius semidiameter media proportionalis est inter latus coni, quod est inter plana parallela, & rectam lineam æqualem utrisque semidiametris circulorum, qui in parallelis planis consistunt. ergo superficies facta a GD est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod utraque simul GK DH, & GD continetur. quod quidem demonstratum est æquale ei, quod continetur EB KH. Superficies vero quæ fit a CG similiter ęqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, B quod continetur EB LK; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipsi EB per G in circulum aptata, quod continetur ipsa & LK est æquale contento utraque simul CL GK, & CG & superficies facta a CF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest illud, quod continetur EB MN; hoc enim est æquale ei, quod utraque simul LN FM, & EF continetur. & in reliquis eodem modo. At conica superficies facta ab C extrema AE ęquali est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB AN continetur. quod quidem est æquale rectangulo AEN. triangula namque AEB AEN NEB æquiangula sunt, & superficies facta ab AE æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod AE EN continetur; hoc enim Archimedes ipse demõstrauit. ergo superficies facta ab omnibus DG GC CF FE EA composita æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB AH continetur. Perspicuum autem est, si tota semicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum una sit AE, & inter se iungantur; superficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex simili conuersione æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest illud, quod EB BA continetur.

COMMENTARIVS.

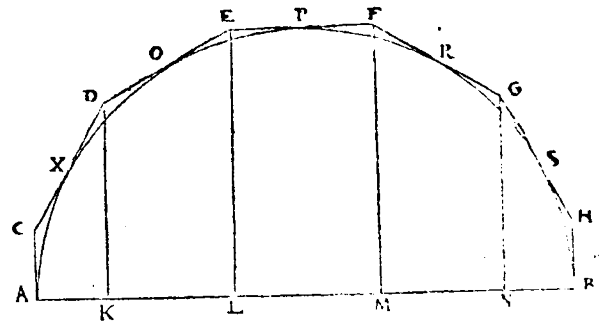
Dicit enim Archimedes, si conus isosceles, &c.] *In propositione 16. primi libri de* A
sphæra & cylindro.

Quod quidem demonstratum est æquale ei, quod continetur EB KH] *Com-* B
pleatur enim circulus, cuius centrum X, & ducta GX producatur ad circumferentiam in O, iungaturque DO; erit circumferentia DBO ea, quæ una cum GD semicirculum perficit. quare ex antecedente contentum utraque simul GK DH & GD ęquale est ei, quod DO KH continetur. Sed cum circumferentia GD BO sit semicirculi, æqualis erit circumferentia ACB. atque est circumferentia GD æqualis ipsi AE. ergo & reliqua DBO reliquę ECB
est ęqualis. & ob id recta linea DO æqualis est rectæ EB. contentum igitur utraque simul GK 29 tertii
DH, & GD est æquale ei, quod EB KH continetur.

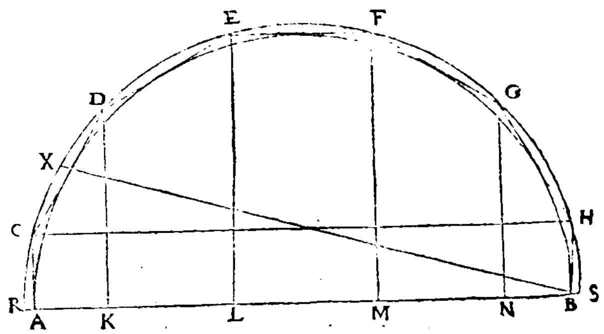
At conica superficies facta ab extrema AE æqualis est circulo, cuius semidia- C
meter potest id, quod EB AN continetur] *Superficies namque conica, quæ fit ab AE æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter AE latus coni, & EN semidiametrum circuli, qui est coni basis, vt Archimedes in primo libro de sphæra, &*
cylindro propositione 14. demonstrauit. quæ quidem semidiameter potest id, quod AE EN 17 sexti
continetur. Cum autem in triangulo orthogonio AEB ab angulo recto ad basim per-
pendicularis ducatur EN, erunt triangula AEN ENB similia toti, & inter sese. 8 sexti.
ergo vt AN ad NE, ita est AE ad EB: & ideo quod continetur AN EB 4
est æquale contento AE EN. Superficies igitur conica facta ab AE est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod AN EB continetur.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIIII.

Diuidatur autem rurſus ſemicirculi circumferentia in quotcumque partes ęquales, in quibus contingentes ducantur, ſicuti in deſcriptione apparet. Dico ſuperficies, quæ fiunt ab ipſis CD DE EF FG GH ex ſimili conuerſione, ęquales eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB.



Ducantur perpendiculares a punctis DEFG ad diametrum. Itaque cum CX ſit æqualis ipſi XD, & perpendiculares CA DK; rectangulum BAK æquale eſt ei, quod vtraque CA DK & CD continetur.
A hoc enim in theoremate 21. prius oſtenſum eſt. ſed ſuperficies facta a CD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur utraque
B CA DK, & CD, ex eodem 16. Archimedis theoremate. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BA AK continetur, ęqualis eſt ſuperficiei factæ a CD. Similiter & circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AB KL, cũ rurſus DO æqualis ſit OE, eſt ęqualis ſuperficiei, quæ fit a DE. & ita in aliis, quę ſequun
C tur. ergó & circulus, cuius ſemidiameter AB ęqualis eſt ſuperficiei factę ab omni
D bus CD, DE, EF, FG, GH. Vel hoc modo.



Idem polygonum ACDEFGHB inſcribatur alteri ſemicirculo, circa idem centrum, cuius ſemidiameter ſit RS: & perpẽdiculares ſimiliter
E ducantur. erit vtique CD ipſius AC dupla, & GH dupla HB, ex eo, quod propoſitum eſt. & idcirco
F co CD una cũ DH ęqualis eſt ipſi XDS, ſubtẽdit enim circũferentiã CDH iuncta CH, quæ eſt æqualis ipſi AC, hoc eſt ipſi XDS. ergo ex 21. theoremate, quod continetur CH AK, hoc eſt BAK rectangulum æquale eſt ei, quod utraque CA DK, & CD continetur. & quod continetur AB KL eſt æquale contento utraque DK EL, & DE. & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus ſunt æqualia. Circulus igitur, cuius ſemidiameter eſt AB æqualis erit ſuperficiebus, quæ ab ipſis CD DE EF FG GH fiunt.

COM-

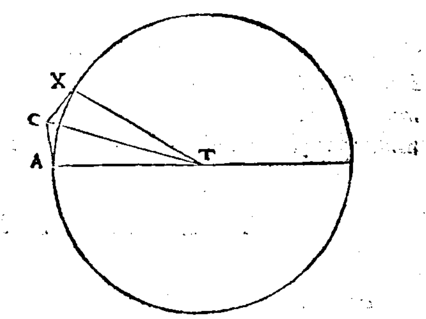
COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21 prius oſtenſum eſt] *Græcus codex ſic habet.* **τοῦτο γὰρ ἐν κα' θεωρήματι προδέδεικται.** *Sed quoniam theorema illud in diuiſione noſtra vigeſimum primum obtinet locum, ita vertere maluimus.* A

Ex eodem 16 Archimedis theoremate] *in Græco codice legitur* διὰ τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ιζ θεώρημα. *Sed fortaſſe corrigẽdũ eſt 15, namque illud theorema eſt ſextumdecimum primi libri de ſphæra, & cylinvro.* B

Frgo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factę ab omnibus CD, DE, FF, FG, GH] *poteſt enim ſemidiameter AB id quod AB, & omnibus eius portionibus, AK, KL LM MN NB continetur, ex prima ſecundi libri elementorum Animaduertendum autem eſt rectam lineam contingentem AC ipſi CX æqualem eſſe, & XD ipſi DO, & ita in reliquis:* C

Sit enim circuli centrum T, & ducãtur CT, XT. Quoniam igitur trianguli ACT angulus ad A rectus æqualis eſt recto ad X trianguli XCT; & circa angulos, qui ad T, latera ſunt proportionalia, immo vero æqualia. eſt enim TA æqualis TX, cum ſint a centro ad circumferentiam, & CT utrique communis: reliquorum autem angulorum, qui ad C vterque eſt recto minor. triangulum igitur ACT triangulo XCT æquiangulum eſt, ex 7 ſexti libri elementorum: & ut TA ad AC, ita eſt TX ad XC: & permutando, ut TA ad TX, ita AC ad CX. ſed TA, TX ſunt æquales. ergo & ęquales AC CX. Eodem modo, & in reliquis demonſtratio fiet. ex quibus ſequitur DC ipſius CA duplam eſſe, & GH duplam ipſius HB.



Vel hoc modo] *Illud idem aliter oſtendit, nempe alio polygono circa triangulum deſcripto, cuius idem ſit centrum, & diameter RS.* D

Erit utique CD ipſius AC dupla, & CH dupla HB.] *quod nos proxime oſtendimus.* E

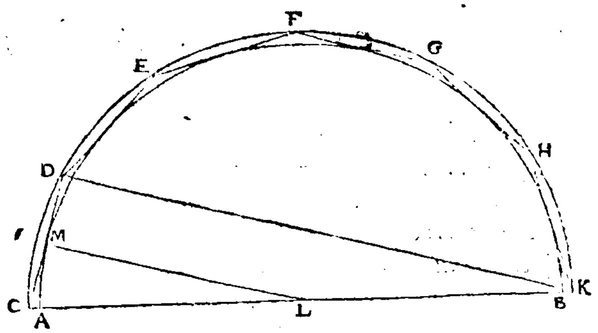
Et idcirco CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS] *Græcus codex habet.* καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΓΔ μετὰ τῆς ΔΘ ἴση τῇ ΔΘΣ. *Sed mendoſe, vt arbitror. neque enim CDH ipſi DHS eſt æqualis, Quamobrem nos hunc locum reſtituimus aptata in ſemicirculum figura, ita ut circumferentia CD biſariam ſecetur in X, & iungatur XS. namque fiet CX æqualis RC, & HS. Quod ſi a ſemicirculo auferantur RC SH, quæ vtræque ſimul ſunt æquales RX, relinquetur circumferentia CDH ipſi XDS æqualis, uidelicet ei, quæ una cũ RX, hoc eſt una cum CD ſemicirculum complet. recta igitur linea CH, quæ ei ſubtenditur, hoc eſt AB, ipſi XS ęqualis ſit neceſſe eſt.* F

Ex iis, quę hoc loco demonſtrata ſunt, conſtat ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus AC CD DE EF FG GH HB æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB, vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt ipſi CA, vel HB æquales.

Sed illud quoque demonſtrare oportebat,

De-

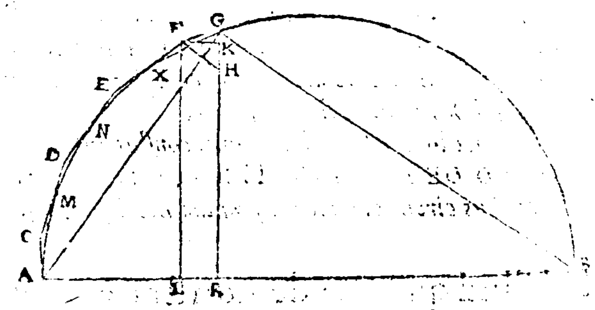
Describatur circa semicirculum, cuius diameter AB polygonum æquilaterũ CDEFGHK. quod quidem ab altero semicirculo CDK circa idem centrum comprehendatur. Dico superficiem, quæ fit a lateribus CD DE EF FG GH HK ex conuersione circa CK æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK AB continetur.



Polygonum enim semicirculo circumscriptum, cuius diameter AB, inscriptum est semicirculo CDK. ergo si DK iungatur, superficies facta ab omnibus polygoni lateribus æqualis erit circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur DKC ex demonstratis in 23. huius. Sed DK ipsi AB est æqualis, ut perspicue apparet. Sit enim centrum L, & a puncto L ad punctum, in quo CD semicirculum contingit, ducatur LM. erit
18 tertii *LM ad CD perpendicularis, & ipsi DK parallela; quod angulus CDK in semicirculo e-*
28 primi *tiam rectus sit: fientque triangula KDC LMC inter se similia. Ut igitur CK ad KD, ita est CL ad LM: & permutando ut KC ad CL, ita DK ad ML. est autem KC dupla CL. ergo & DK ipsius ML, hoc est ipsius AL dupla erit. ac propterea DK erit æqualis ipsi AB diametro minoris circuli. quare sequitur superficiem factam a polygoni lateribus, circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK AB continetur, æqualem esse.*

THEOREMA XXIIII. PROPOS. XXV.

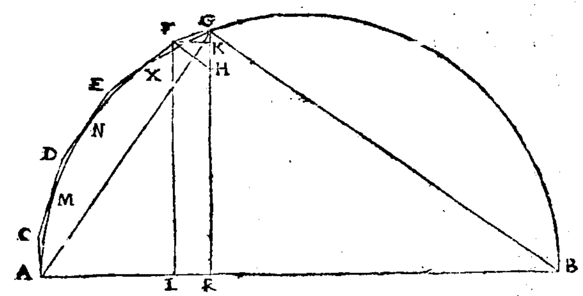
Sit semicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea ut contingit AG, diuidaturque AG circumferentia in quotcumque partes æquales in MNX: a punctis uero A G, & à diuisionibus ducatur rectæ lineæ contingentes AC CD DE EF FG. & ipsi FG æqualis fiat GH; perpendiculari existẽte GR. Dico si circa axem AB semicirculus conuersus in priorem locum restituatur; superficiem factam ab omnibus AC CD DE EF FG maiorẽ esse, quam circulũ, cuius semidiameter est AG, circulo, cuius semidiameter potest dimidiũ eius, quod fit a recta linea HF.



Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipsa FL; ad GR uero FK. quæ quidem FK, cum an-

gulus

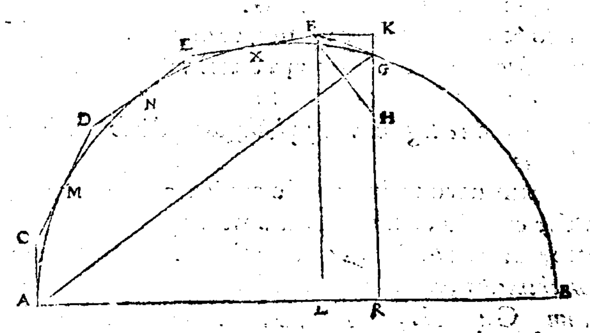
gulus FGH sit acutus, inter G H cadet; cum autem obtusus, cadet extra G, ut in figuris apparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis RGH, vel RGF æquale est ei, quod AB LR cõtinetur. hoc enim in xx. theoremate est demõstra B
tum. commune apponatur rectangulum BAL una cum GHK. ergo rectangulũ BAL una cum eo, quod BA LR continetur, & GHK æquale est contento bis RGH una cum BAL & GHK sed rectangulo BAL una cum eo, quod BA LR C
continetur, hoc est rectangulo BAR æquale est, quod fit ex AG. ergo & quod D E
fit ex AG una cum rectangulo GHK est æquale contento bis RGH una cũ GHK, & BAL. contento autem bis RGH una cum GHK æquale est quod utraque simul GR RK, & GH continetur una cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonstrabitur. ergo quod fit ex AG una cum GHK est æquale rectangulo BAL, & ei, quod continetur utraque simul GR RK, & GH una cum quadrato ex GH. Quoniã autem circuli inter se eandem proportionem habent, quam diametrorum, & semidiametrorum quadrata; & ante ostensum est figuram quidem constantem ex superficiebus conicis, quæ fiunt a contingentibus CD DE EF, æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest, quod continetur BAL; figuram uero ex conica superficie, quæ in conuersione fit ab ipsa FG æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest quod utraque simul GR RK & GH continetur ex 16 Archimedis theoremate, & figura, quæ fit a CA circulus est, cuius semidiameter potest id quod fit a GH: erunt H
tres circuli, hoc est superficies facta ab AC CD DE EF FG maior est, quam circulus, cuius semidiameter potest, quod fit ab AG circulo, cuius semidiameter po K
test, quod GHK continetur, hoc est dimidium eius, quod fit ab FH. At uero dimi L
dium eius, quod ab FH æquale esse ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus est, quod fit ab FH una cum eo, quod bis HGK continetur, æquale est duobus quadratis ex FG GH per 13 secundi libri elementorum. ergo dimidiũ eius, quod fit ab FH una cum rectãgulo HGK æquale est quadrato ex HG, quòd æquales sint FG GH. Sed quadratum ex HG est æquale rectangulo HGK una cum ipso GHK. quare sublato communi HGK, secundi.



F

G

erit reliquum, videlicet dimidium eius, quod fit ab FH reliquo GHK æquale. Cum autem angulus FGH sit obtusus, ut in secunda figura, rursus rectangulum KHG æquale est dimidio eius, quod fit ab FH, quoniam enim quod fit ab FH maius est, quam quadrata ex FG GH, eo quod bis HGK continetur, erit dimidium eius, quod fit ab FH



maius

maius,quam quadratum ex GH,rectangulo HGK.quadratum igitur ex GH vna cũ rectangulo HGK ęquale est dimidio eius,quod fit ab FH.sed quadratum exGH vnà cum HGK rectangulo est ęquale rectangulo KHG ex 3.secundi libri elementorum.
M dimidium igitur eius,quod ab FH rectangulo KHG est æquale. Et quoniam di-
N midium eius,quod ab FH semper minus est duplo quadrati ex FG; constat superficiem factam ab AC CD DE EF FG,circulo,cuius semidiameter est AG una cũ duobus circulis,quorum semidiametri sunt FG,minorem esse.

Quod autem bis continetur RGH una cum rectangulo KHG, æquale esse ei, quod utraque simul GR RK, & GH continetur, una cum quadrato ex GH, ita demonstrabimus.

O Ponatur rectę lineæ, GR
3 secun. æqualis RS, & ipsi HR æqualis RL, reliqua igitur LS ipsi GH est æqualis. Itaque quoniam rectangulum RGH æquale est rectangulo RHG una cum

15 quin. quadrato ex GH, erit duplum rectanguli RGH æquale duplo rectanguli RHG una cum duplo quadrati ex GH. æquale autem inter se sunt GR RS;
P itemque HR RL. rectangulum igitur SGH æquale est rectangulo LHG una cũ duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectangu-
Q R lum SGH,hoc est GSL una cum KHG,hoc est cum KGH,& quadrato ex GH.videlicet quod utraque simul GR RK,& GH continetur, una cum quadrato ex GH est æquale rectangulo LHG una cum duplo quadrati ex GH,& rectangulo KHG. rectangulum uero LHG una cum quadrato ex GH æquale est rectangulo LGH. & quadratum ex GH est æquale ei, quod GH LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis continetur RGH una cũ rectangulo KHG ęquale est ei, quod utraque simul GR RK, & GH continetur una cum quadrato ex GH.

COMMENTARIVS.

A Dimidium eius, quod fit a recta linea HF] *Græcus codex habet* τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θζ. *Sed nos perspicuitatis caussa ita vtendum censuimus.*

B Hoc enim in xx. theoremate est demonstratum] *In Græco codice legitur.* τοῦτο γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ θεωρήματι δέδεικται.

C Sed rectangulo BAL vna cum eo,quod BA LR, continetur,hoc est rectangulo BAR] *ex prima secundi libri elementorum.*

D Aequale est quod fit ex AG] *Iuncta enim BG triangula ABG AGR similia sunt ex octaua sexti libri elementorum.ergo vt BA ad AG,ita GA ad AR, ac propterea rectangulo*
4
17 sexti. *BAR æquale est quadratum ex AG.*

E Ergo & quod fit ex AG una cum rectangulo GHK] *Græcus codex mancus est, qui ita restituetur.* ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ηθκ.

F Et ante ostensum est figuram quidem constantem ex superficiebus conicis.] *In Græco codice legitur.* καὶ ἐδείχθη πρὸ ἑνός. *Illud uero ostensum est in 24: propositione huius.*

G Figuram uero ex superficie conica,quæ in conuersione fit ab ipsa FG æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest quod utraque simul GR RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab FG ex 16. Archimedis, æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur utraque ipsarum GR FL, & FG. Sed cum RK sit æqualis FL, & GH æqualis ipsi FG,*

FG,contentum utraque GR RK,& GH est ęquale ei,quod utraque GR FL, & FG continetur.

Et figura quæ fit a GA circulus est, cuius semidiameter potest id, quod fit a GH] H
Facta est.n.GH æqualis FG,hoc est ipsi AC,namque AC CM MD DN NE EX XF FG inter se sunt æquales,quod a nobis supra demonstratum fuit.

Erunt tres circuli,hoc est superficies facta ab AC CD DE EF FG maior,quam cir K
culus, cuius semidiameter potest quod fit ab AG, circulo, cuius semidiameter põt quod GHK continetur]*Ex iis,quę dicta sunt,sequitur tres circulos,hoc est superficiẽ factam ab omnibus AC CD DE EF FG æqualem esse duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est AG, & ei cuius semidiameter potest quod GHK continetur.*

Hoc est dimidium eius, quod fit ab FH. At uero dimidiam eius,quod ab FH æ- L
quale esse ei, quod continetur GHK ex his patet] *Gręcus codex mancus est, quẽ ita restituemus* τουτέστι τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ. ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηθκ δῆλον ἐντεῦθεν.

Et quoniam dimidiũ eius,quod ab FH semper minus est duplo quadrati ex FG] M
Dimidium.n.eius quod ab FH,hoc est rectangulum GHK semper minus est duplo quadrati ex FG.quod quidem in prima figura manifeste patet,in qua rectangulum GHK minus est quadrato ex GH,hoc est quadrato ex FG.quare multo minus duplo eiusdem.In secunda uero figura rectãgulum GHK,hoc est ex 3.secundi lib.elem.quadratum ex GH una cũ rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex FG,quod rectangulũ HGK minus sit quadrato ex GH. etenim recta linea GK semper minor est,quam FG,quæ maiori angulo subtenditur.

Constat superficiem factam ab AC CD DE EF FG circulo, cuius semidiameter N
est AG una cum duobus circulis, quorum semidiametri sunt FG, minorem esse] *Superficies facta ab AC CD DE EF FG demonstrata est ęqualis duobus circulis,uidelicet circulo,cuius semidiameter est AG,& circulo,cuius semidiameter potest dimidium eius, quod fit ab FH. Sed cum dimidium eius quod ab FH semper minus sit duplo quadrati ex FG, erit dicta superficies ab AC CD DE EF FG minor tribus circulis,uidelicet circulo, cuius semidiameter est AG,& duobus circulis, quorum semidiametri sunt FG.*

Ponatur rectæ lineę GR æqualis RS & ipsi HR æqualis RL]*Hęc demonstratio ad secũdam tantum figuram pertinet;nam primæ figuræ sequens theorema seorsum aptatum est.* O

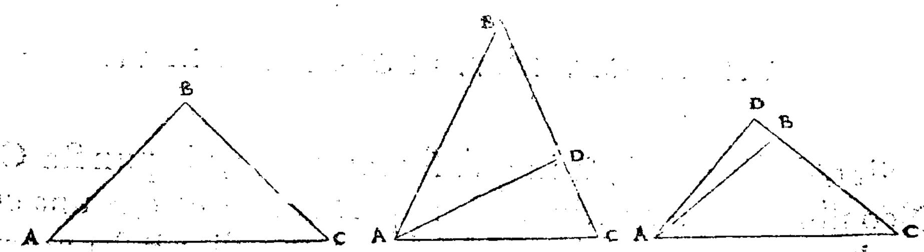
Rectangulum igitur SGH æquale est rectangulo LHG una cũ duplo quadrati ex P
GH] *Nam rectangulum SGH duplum est rectangulũ RGH,quod SG dupla sit ipsius GR RG: & rectangulum LHG duplum est rectanguli RHG cum LH sit dupla ipsius HR.*

Vna cum KHG, hoc est cum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3 secundi* Q
libri elementorum.

Videlicet,quod utraque simul GR RK,& GH cõtinetur,vna cũ quadrato ex GH] R
Quod.n.continetur utraque simul GR RK,& GH est æquale duobus rectãgulis SGH,et KGH Ex iam demonstrati, duo huiusmodi theoremata elici possunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum ęquicrure ABC, & a puncto A ad ipsam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectãgulum DCB dimidio quadrati ex AC ęquale esse.



Vel igitur angulus ABC rectus est, uel acutus, vel obtusus. Si quidem rectus, quod propositum

47 primi *situm est, manifesto constat, punctum enim D in ipsum B cadet. & cum quadratum ex AC æquale sit duobus quadratis ex AB DC, erit DCB rectangulum, hoc est quadratum ex BC æquale dimidio quadrati ex AC, cum AB BC inter se sint æquales. Si vero sit acutus, cadet D*
13 secun. *inter B & C, vt in secunda figura. & quadratum ex AC una cum duplo rectanguli CBD æquale erit duobus quadratis ex AB BC. dimidium igitur quadrati ex AC una cũ rectangulo CBD est æquale quadrato ex BC. at quadrato ex BC æqualia sunt vtraque rectangula simul CBD DCB. ergo communi sublato CBD, relinquetur rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale. Quòd si angulus ABC sit obtusus, cadet D in ipsam AB productam extra B, ut in tertia figura. Itaque quoniam quadratum ex AC superat quadrata ex AB BC duplo rectanguli CBD;*
12 secun. *dimidium quadrati ex AC superabit quadratum ex BC rectangulo CBD. quadratum igitur ex BC una cum rectangulo CBD est æquale dimidio quadrati ex AC. Sed quadrato ex*
3 secun. *BC una cum rectangulo CBD æquale est DCB rectangulum. ergo rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale erit.*

THEOREMA II.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur quęuis puncta CD. Dico duplum rectanguli ADC una cum BCD rectangulo ęquale esse ei, quod vtraque BA AD, & CD continetur, una cum quadrato ex CD.

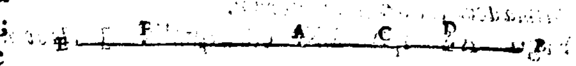
Producatur AB ex parte A, sitq; EA æqualis AD, & FA ęqualis AC. erit & EF reliqua reliquę CD ęqualis. Quoniam igitur ADC rectangulũ
3 secun. *æquale est rectangulo ACD, una cũ eo, quod fit ex CD quadrato: duplum rectanguli ADC ęquale erit duplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD. Sed EDC rectangulum duplum est rectanguli ADC cum ED dupla sit ipsius DA. & eadem ratione rectangulum FCD rectanguli ACD est duplum. rectangulum igitur EDC æquale est rectangulo FCD, & duplo quadrati ex CD. commune apponatur rectangulum BCD. ergo EDC rectangulum una cum rectangulo BCD est æquale rectangulo FCD una cum duplo quadrati ex CD, & rectangulo BCD. rectangulo autem EDC una cũ ipso BCD,*
3 secun. *hoc est una cum rectangulo BDC, & quadrato ex CD æquale est id, quod continetur EB & CD, hoc est quod continetur utraque BA AD & CD una cum quadrato ex CD. at rectangulo FCD una cum quadrato ex CD æquale est FDC rectangulo. quadrato autem ex CD æquale est id, quod EF & CD continetur. ergo rectangulum EDC, hoc est duplum rectanguli ADC una cum rectangulo BCD est æquale ei, quod utraque BA AD & CD continetur, una cum eo, quod fit ex CD quadrato.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur quęuis puncta CD. Dico illud, quod continetur vtraque BA AD & CB una cum quadrato ex CB, ęquale esse duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo.

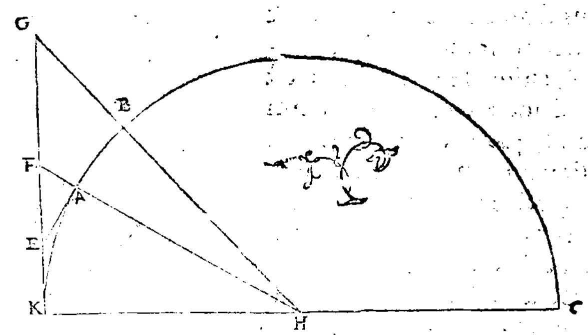
Pona-

Ponatur ipsi AD æqualis AE, & ipsi AC æqualis AF. reliqua igitur CD æqualis erit EF. Itaq; cum ABC rectangulum æquale sit rectãgulo ACB vna cũ quadrato ex CB per 3. theorema secũdi libri elementorum; erit rectanguli ABC duplum æquale duplo rectanguli ACB vna cum duplo quadrati ex CB. duplo autem rectanguli ACB ęquale est rectangulũ FCB; etenim FC ipsius CA est dupla rectangulum igitur FCB una cum duplo quadrati ex CB æquale est duplo rectanguli ABC. commune apponatur rectangulum, quod continetur CB & EF, hoc est rectangulum BCD. ergo rectangulum ECB vna cum duplo quadrati ex CB est æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo. Sed rectangulo ECB vna cum duplo quadrati ex CB æquale est rectangulum EBC vna cum quadrato ex CB: rectangulum enim ECB una cum quadrato ex CB est ęquale ipsi EBC rectangulo, ex eodem theoremate secundi libri elementorũ. ergo rectangulum EBC, hoc est id, quod utraque BA AD, & CB continetur, una cum quadrato ex CB, est æquale duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo. A



PROBLEMA II. PROPOS. XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia KBC, & recta linea D. Dico fieri posse, vt infinite abscindatur circumferentia KA quæ ipsius KBC pars existat, ita vt ductæ contingentes AE KE minores sint, quam D recta linea.



Sit enim recta linea contingens KG ipsi D ęqualis, & ad centrũ ducatur GBH. Itaque secãtes circũferẽtiã KBC bifariã, & rursus eius dimidium bifariam. hocq; semper facientes, relinquemus quãdã circumferẽtiã, ut KA, quæ minor erit, quã KAB. & ducatur recta linea AE positionẽ contingẽs. ergo AE ipsi EK est ęqualis. & factum iam erit, quod proponebatur. ducta enim per HA recta linea ad F, erunt KE EA, quam KF minores, propterea quòd FE maior est vtraque ipsarum AE EK, cum angulus FAE sit rectus: & multo minores, quam D, quę ipsi KG ęqualis ponitur. A B C D

COMMENTARIVS.

Sit. n. recta linea cõtingẽs KG ipsi D æquales, & ad cẽtrũ ducatur] GBH *græcus codex mẽdosus est, qui sic hẽt.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ θβη. *corrigendus autem hoc modo.* ἔσω γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴση τῇ δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ βθ. *recta enim linea KG non minor, quam D, sed ipsi æqualis ponitur, quod etiam apparet ex iis, quę ad finem scripta sunt.* A

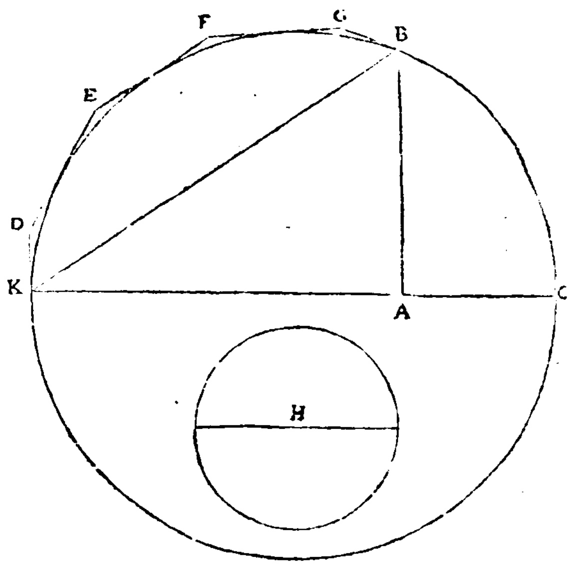
B Relinquemus quandam circumferentiam, ut KA, quæ minor erit, quam KAB] *Ex prima decimi libri elementorum.*

C Ergo AE ipsi EK est æqualis] *Hoc nos supra in 24. huius demonstrauimus.*

D Propterea quod FE maior est utraque ipsarum AE EK, cum angulus FAE sit rectus] *Recta enim linea FE, quæ recto angulo subtenditur, maior est ipsa EA ex 19. primi elementorum: & cum EK sit utrique communis erit tota KF maior, quam ipsæ AE EK. nam si æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex sic habet* ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε, *corrige* ὀρτῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε.

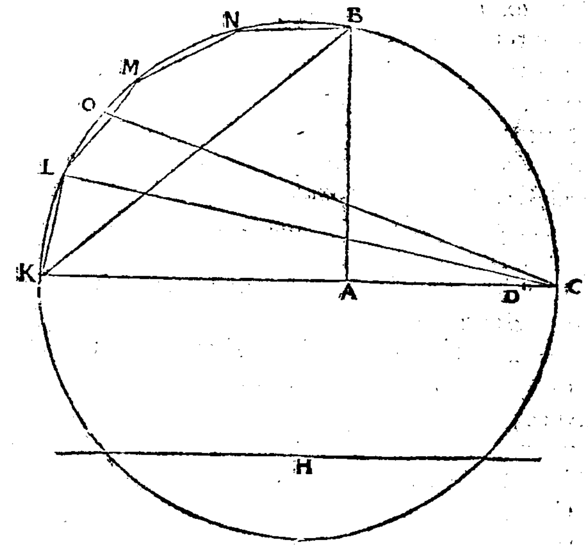
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

A Omnis portionis sphęrę curua superficies ęqualis est circulo, cuius semidiameter est ęqualis ei, quę ex polo ipsius portionis.



Sit enim portio sphæræ, cuius polus est punctum K, & quæ ex polo KB. Circulus autem maximus per K B transiens sit, cuius diameter KC, ad quam perpendicularis ducatur BA. Dico sphæricam superficiem portionis, quæ basim habet circulum, cuius semidiameter AB, & verticem punctum K, circulo, cuius semidiameter est KB æqualem esse. Sint enim hæc inęqualia, si fieri potest, & sit primum portionis superficies maior: excessu autem ipsorum intelligatur minor esse circulus, cuius diameter
A est recta LH, ita ut superficies portionis maior sit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB, & eo, cuius diameter est H. diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes æquales, & contingentes
B ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita ut unaquæque ipsarum minor sit
C ea, quæ potest octauam partem quadrati, quod fit ex recta linea H. hoc enim
D fieri posse iam demonstratum est. Quoniam igitur quadratum ex H maius est eo, quod octies fit ex GB; & circulus circa diametrum H maior erit duo-
E bus circulis, quorum semidiameter est GB. hi enim duo circuli una cum circulo, cuius semidiameter est KB, vt demonstratum fuit in 25. huius, maiores sunt superficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa portionem sphæræ descripta est. erit igitur ipsa superficies minor, & superficies portionis sphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius

ius semidiameter est KB, & circulo, cuius diameter est H. atqui maior ponebatur, quod est absurdum.



Sed sit circulus, cuius semidiameter KB maior superficie sphærica portionis. ergo circulus, cu- F
ius semidiameter potest id, quod CKA continetur curua superficie portionis maior erit. Intelliga- G
tur circulus, cuius semidiameter possit id, quod continetur DKA, inter ipsa medius. maior igitur est KC, quam recta linea H. sit ipsi H æqualis CO. & diuidatur circumferentia KOB in quotcumque partes ęquales, quarum vnaquæque sit minor circumferentia KLO, vt pro- H
xime ostensum est: iunganturque KL LM MN NB. superficies igitur quę ab ipsis fit ex conuersione circa axem KA, quousque ad priorem locum redeat, comprehenditur à superficie portionis, eandemque basim habet; & est ęqualis circulo. cuius semidiameter (iuncta CL) potest id, quod LC & KA continetur ex 23 huius; minor autem est superficie sphærica portionis. circulus igitur, cuius K L
semidiameter potest id, quod OC, & KA, hoc est quod recta linea H & KA con- M
tinetur, superficie sphærica portionis multo minor erit. sed & maior, cum sit medius inter portionem, & circulum, cuius semidiameter KB. quod fieri non po- N
test. ex quibus sequitur ea inter se ęqualia esse. Constat prȩterea si punctum A sit O
centrum, portionem esse dimidiam sphæram. atque erit totius sphæræ superficies P
ęqualis circulo, cuius semidiameter est KC, id quod etiam ex vtrisque portioni- Q
bus qualescumque sint, concludi poterit.

COMMENTARIVS.

Ita vt superficies portionis maior sit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB, & eo, cuius diameter est H] *Græcus codex diminutus est, & ita corrigendus.* ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, οὗ τε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστιν ἡ κβ, καὶ οὗ διάμετρος ἐστιν ἡ θ; καὶ διῃρήσθω ἡ κβ περιφέρεια εἰς ἴσας ὁποσαοῦν: A

Hoc enim fieri posse, iam demonstratum est] *In antecedente.* B

Quoniam igitur quadratum ex H maius est eo, quod octies fit ex GB.] *In Græco codice habetur.* ἐπεὶ οὖν μείζονές ἐστι τὸ ἀπὸ θ. *sed legendum* ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐστι τὸ ἀπὸ θ. C

Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum semidiameter est GB] *Quadratum enim ex dupla ipsius GB quadruplum est eius, quod fit ex GB, per 20 sexti libri elementorum. & duo huiusmodi quadrata simul sumpta eiusdem sunt* D

2. duod. *sunt octupla: & minora quadrato ex H. & cum circuli eandem inter se proportionem habeant, quam ipsorum quadrata, erit circulus circa diametrum H maior duobus circulis, quorum diameter est dupla ipsius* GB, *hoc est quorum semidiameter est* GB.

E Vt demonstratum fuit in 25. huius] *In Græco codice legitur* ὡς προδέδεικται τῷ η θεωρήματι.

F Ergo circulus, cuius semidiameter potest id, quod CKA continetur, curua superficie portionis maior erit.] *Est enim rectangulum* CKA *quadrato ex* KB *æquale, ex 8. sexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius semidiameter possit quod continetur DKA inter ipsa medius] *Hoc est intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius semidiameter potest quod* CKA *continetur, maior autem sphærica superficie portionis. erit eius semidiameter minor, & poterit id, quod continetur* KA, *& recta linea minore, quam* KC, *quæ sit* DK, *hoc est in qua* H.

H Vt proxime ostensum est] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet* ὡς ἔστι πρὸ ἑνός.

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ ε θεώρημα.

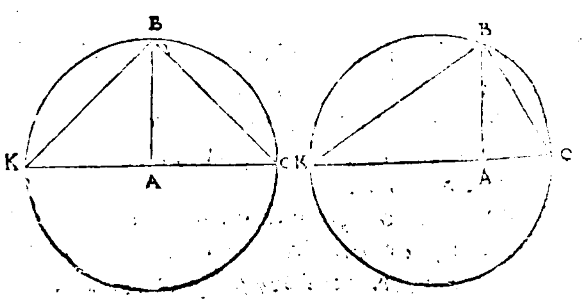
L Minor autem est superficie sphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonstrauit in 23. primi libri de sphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius semidiameter potest id, quod OC & KA hoc est recta linea H & KA continetur, superficie sphærica portionis multo minor erit.] *Est enim* OC *minor, quàm* CL. *nam cum circumferentia ponatur* KL, *minor, quam circumferentia* KLO, *& recta linea* KL *minor erit, quam recta, quæ ipsi* KO *subtenditur, ideoque quadratum ex* KL *minus quadrato ex* KO. *reliquum igitur quadratum ex* LC *reliquo ex* OC *maius erit, & ob id recta linea* LC *maior, quam recta* OC; *sunt enim utraque quadrata ex* KL LO, *& similiter utraque ex* KO OC *eidem quadrato ex* AC *æqualia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius semidiameter potest quod continetur* OC KA *minor est eo, cuius semidiameter potest id, quod* LC KA *continetur, ac propterea circulus, cuius semidiameter potest, quod continetur* OC KA *superficie sphærica portionis multo maior erit.*

N Cum sit medius inter portionem, & circulum, cuius semidiameter KB] *Hoc est medius inter portionis superficiem, & circulum, cuius semidiameter est* KB.

O Constat præterea si punctum A sit centrum, portionem esse dimidiam sphæræ] *Græcus codex mendosus est, & fortasse, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἂν τὸ α κέντρον ᾖ γίνεται τὸ τμῆμα ἡμισφαίριον,

P Atque erit totius sphæræ superficies æqualis circulo, cuius semidiameter est KC] *Græcus codex mendosus est, in quo legitur.* καὶ ἔσται ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ὅλης ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ ἐστιν ἡ κγ η. *legendum autem, ut arbitror,* ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κγ. *Si igitur manente* KC *semicirculus* KBC *conuertatur, quousque ad priorem locum redeat, portio* KBA *dimidiam sphæram describet, & similiter* CBA *reliquam dimidiam, eritque ex iam demonstratis dimidiæ sphæræ* KBA *curua superficies æqualis circulo, cuius semidiameter est* KB. *& alterius dimidiæ* CBA *superficies æqualis circulo, cuius semidiameter* CK. *ergo totius sphæræ superficies erit æqualis circulo, cuius semidiameter* KC. *est enim quadratum ex* KC *duobus quadratis ex* KB BC *æquale per 47. primi libri elementorum.*



Ex

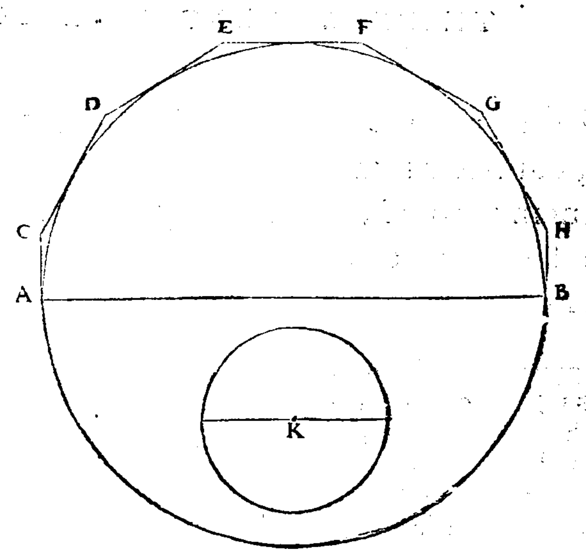
LIBER QVINTVS.

Ex quibus perspicue patet, totius sphæræ superficiem circuli in sphæra maximi quadruplam esse.

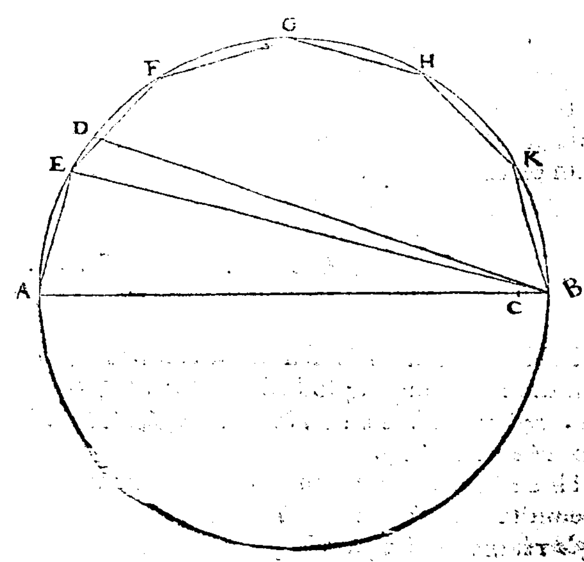
Q Id, quod etiam ex vtrisque portionibus, qualescumque sint concludi possent.] *Sed non cadat punctum* A *in centrum, vt in secunda figura. Eodem modo demonstrabitur totius sphæræ superficiem æqualem esse circulo, cuius semidiameter est* KC. *etenim quadratum ex* KC *pariter est æquale duobus quadratis ex* KB BC. *Possumus etiam ex iis, quæ præmissa sunt, aliter ipsius sphæræ superficiem ostendere, hoc modo.*

Sphæræ totius superficies æqualis est circulo, cuius semidiameter diametro circuli in ea maximi est æqualis.

Sit sphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter est AB. *Dico totius sphæræ superficiem circulo, cuius semidiameter est* AB, *æqualem esse. nisi enim ita sit, erit sphæræ superficies, vel maior, vel minor dicto circulo. sit primum maior, si fieri potest, & excessu ipsorum intelligatur minor circulus, cuius semidiameter est recta linea* K, *ita vt superficies sphæræ maior sit duobus circulis, circulo scilicet, cuius semidiameter est* AB, *& circulo, cuius diameter* K: *diuidaturque semicirculi circumferentia in quotcumque partes æquales: & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen,*



vt vnaquæque ipsarum minor sit ea, quæ potest octauam partem quadrati rectæ lineæ K. *Itaque quoniam quadratum ex* K *maius est eo, quod octies fit ex* AC, *erit & circulus, cuius diameter* K *maior duobus circulis, quorum semidiametri sunt* AC. *qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius sediameter* AB *ex 24. huius æquales sunt superficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa sphæram descripta est. ergo ea superficies minor erit, & superficies sphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter* AB, *& circulo, cuius diameter* K. *sed & maior ponebatur. quod fieri non potest. Quòd si circulus, cuius semidiameter* AB *superficie sphærica sit minor, intelligatur alius circulus inter ipsa medius, cuius semidiameter possit id, quod* CAB *continetur, hoc est minor quidem circulo cuius semidiameter* AB *sphærica autem superficie maior.*



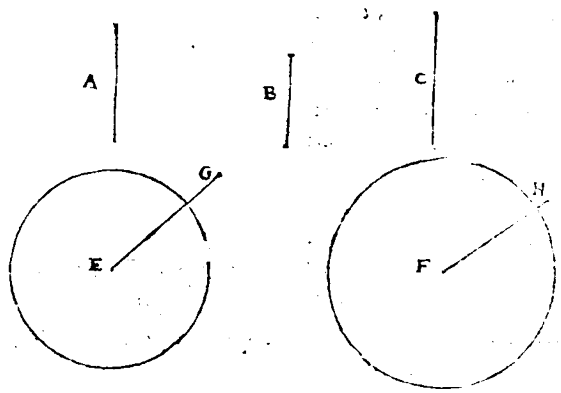
tor.

ior erit CA minor, quam AB. Sit ipsi CA æqualis BD, & semicirculi ADB circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque sit minor, quam AD: iunganturque AE EF FG GH HK KB BE. ergo superficies, quæ ab ipsis fit ex conuersione circa AB, æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur EBA ex 23. huius. & cum a superficie sphæræ comprehendatur, ea minor erit. est autem DB minor, quam BE, quòd DA, maior sit, quam AE: circulus igitur, cuius semidiameter potest, quod CBA, hoc est quod CAB continetur, multo minor erit superficie sphærę. Sed & maior, quod est absurdum. Ex quibus sequitur superficiem sphęræ circulo, cuius semidiameter AB æqualem esse, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXIX.

Si sint tres rectæ lineę ABC, conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest id, quod AB continetur, altitudinem uero C, ęqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod continetur BC, & altitudinem A.

A Exponantur enim duo circuli E F: & circuli quidem E semidiameter possit, quod AB continetur, circuli uero F semidiameter possit. quod continetur BC, & altitudo ipsius E sit EG ęqualis C: altitudo autem F sit FH æqualis



1. sexti. A. Quoniam igitur ut B A ad C, hoc est ut FH ad EG, ita rectangulum contentum AB ad id, quod BC continetur; hoc est quadratum, quod fit a semidiametro circuli E ad quadratum, quod a semidiametro circuli F; hoc est circulus E ad F circulum. Conus igitur, cuius basis est circu C lus E, & altitudo EG ęqualis est cono, cuius basis circulus F, & altitudo FH. bases enim ex contraria parte ipsis altitudinibus respondeat.

COMMENTARIVS.

Et circuli quidem E semidiameter possit, quod AB continetur, circuli uero F semidiameter possit, quod continetur BC] *Græcus codex mancus est, atque ita corrigendus.* καὶ τοῦ μὲν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ α β; τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ β γ.

B Hoc est quadratum, quod fit a semidiametro circuli E ad quadratum, quod a semidiametro circuli F] *In Grȩco codice legitur,* τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendose, ut opinor, non enim est, ut rectangulum contentum AB ad rectangulum, quod BC continetur, ita semidiameter circuli E ad semidiametrum*

metrum

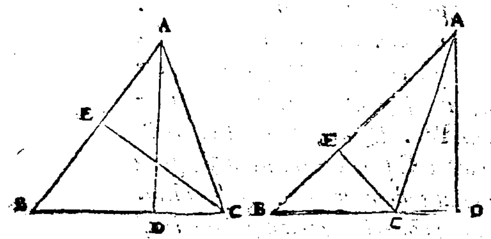
metrum circuli F. quare fortasse ita legendum erit. τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

Conus igitur, cuius basis est circulus E. & altitudo EG, ęqualis est cono, cuius basis circulus F & altitudo FH.] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.* C

THEOREMA XXVIII. PROP. XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC usque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico solidum ab ipso factum æquale esse cono, cuius basis quidem est ęqualis superficiei conicę, quę in conuersione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quę a puncto C ad ipsam AB ducitur.

A punctis enim AC ad ipsas AB BC perpendiculares ducantur, CE AD. Et quoniam rectus angulus ad D ęqualis est recto ad E, communis autem, qui ad B; erit triangulum ABD triangulo BCE ęquiangulum. quare ut BA ad AD, ita BC ad CE. Sed ut BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratũ ex AD. vt igitur rectangulũ BAD ad quadratum ex AD, ita BC ad CE. ergo conus basim quidem habens circulum, cuius semidiameter potest id,



4. sexti. A

quod BAD continetur, altitudinem vero CE æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem BC, quoniã rursus ipsorũ bases respondent altitudinibus ex contraria parte. solidum autem quod in conuersione fit a triangulo BAC ęquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem BC. ergo idem solidum æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod continetur BAD, & altitudinem CE. Sed hic circulus est æqualis superficies conicæ, quæ in conuersione fit a recta linea AB per 14 theorema Archimedis. omnis enim coni æquicruris superficies excepta basi, est æqualis circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter coni latus, & semidiametrum circuli, qui est coni basis. Si igitur manente BC conuersum triangulum in eundẽ locum restituatur, a quo moueri cæpit, factum ab ipso solidum æquale erit cono, cuius basis est ęqualis superficiei conice, quę in conuersione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipsam AB ducta fuerit. 15. duod. B C

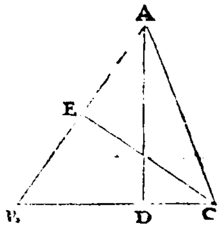
COMMENTARIVS.

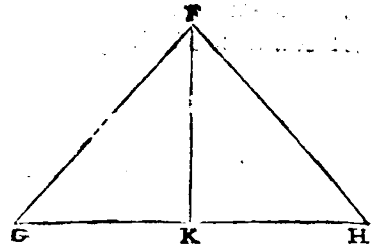
Sed vt BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratum ex AD] *Ex prima sexti, uel ex lemmate in 23 decimi libri elementorum.* A

Solidum autem, quod in conuersione fit a triangulo BAC æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem BC] *Punctum enim D vel cadit inter BC uel in alterum ipsorum, uel extra. cadat primum* B

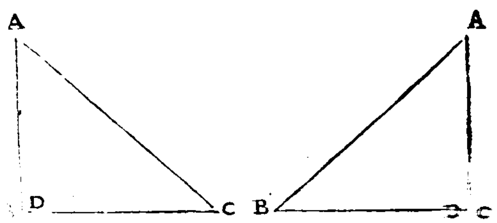
AB inter

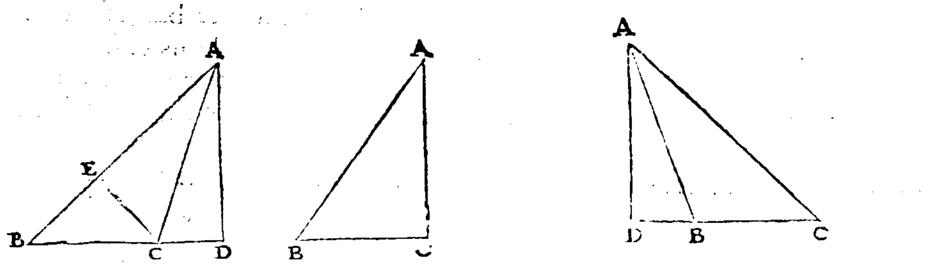
inter BC, ut in prima figura. Si igitur manente BC triangulum BAC conuertatur fiet solidum constans ex duobus conis, quorum basis est eadem; videlicet circulus, cuius semidiameter AD, & alterius quidem altitudo





BD, qui dicatur conus BAD: alterius uero CD, qui dicatur CAD. Sit prętcrea alius conus FGH, basim habens aequalem circulo, cuius semidiameter AD, & altitudinem FK, quę ipsi BC sit ęqualis. erit hic conus aequalis duobus conis iam dictis. Vt.n. BAD conus ad conũ, CAD ita altitudo BD ad DC altitudinem ex 14. duodecimi libri elementorum. & componendo, vt duo dicti coni ad conum CAD, ita BC ad CD. Sed ut conus FGH ad eundem conũ CAD. ita FK, hoc est BC ad CD. duo igitur coni BAD CAD. hoc est solidum ex ipsis constans, ę-
9 quinti. *quale est cono FGH, hoc est cono, basim habenti circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem BC. Si autem punctum D cadat in B, uel in C, ut in secunda figura, quod proponitur manifeste patet. Solidum enim, quod in conuersione fit, est idem ipse conus, qui basim habet circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem BC. Quod si D cadat extra C in lineam BC productam, ut in 3. figura nihilominus idem concludetur, solidũ.n. quod fit in cõuersione trianguli ABD est ęquale cono basim habenti circulũ cuius semidiameter AD, & altitudinẽ BD. solidũ uero quod fit a triãgulo ACD ęquale est cono basim habenti eandem, & altitudinem CD, ergo reliquum solidum, quod fit a triangulo ABC est aequale cono, qui est in eadem basi, & altitudinem habet reliquam, videlicet BC. Sed vt illud manifestius constet, intelligãtur tres coni in eadem basi, in circulo scilicet, cuius semidiameter AD. sitque unius quidem altitudo BC, qui dicatur conus BAC, alterius autem altitudo CD, qui dicatur CAD, & tertii altitudo BD, qui dicatur BAD. Itaque ut conus BAC ad conum CAD,*





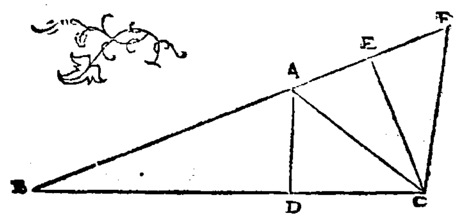
ita est altitudo BC, ad CD. quare & cõponendo ut utrique coni BAC CAD ad conũ CAD, ita BD ad DC. conus aũt BAD ad eundẽ CAD est ut BD ad DC. ergo utrique coni BAC CAD cono BAD sũt aequales, si igitur a cono BAD auferatur conus CAD, relinquetur BAC conus. quare solidũ, qđ ĩ cõuersione fit a triãgulo BAC ẽ ęquale cono basim hñti circulũ, cuius semidiameter AD, & altitudinẽ BC. Eodẽ mõ fiet demõstratio si pũctũ D cadat extra B. ut in 4. figura. erunt.n. duo coni CAB, BAD uni cono CAD aequales. quare si ab eo auferatur BAD, reliquus

quus erit conus CAB, qui basim habebit circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinẽ CB.

Si igitur manente BC conuersum triangulum in eũdem locum restituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur* ἐν ἄρα μενούσης τῆς βγ. *legendum uero, ut opinor,* ἐὰν ἄρα.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

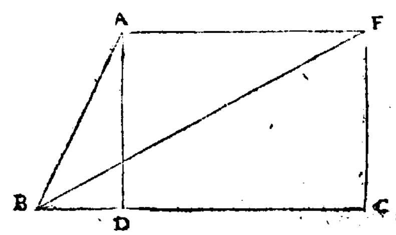
Sit rursus triangulum ACF, & recta linea, vt contingit BC; qua manente conuertatur triangulum quousque ad eundem locum redeat. Dico solidum ab ipso factum ęquale esse cono, basim quidem habenti circulum ęqualem superficiei, quę in conuersione fit a recta linea AF, altitudinem vero perpendicularem, quę a puncto C ad ipsam AF ducitur.



Producatur FA vsque ad B: ergo ob id, quod proxime ostendimus, solidum a triãgulo ABC factum ęquale est cono, qui basim habet æqualem superficiei coni, quæ fit a recta linea AB, altitudinem uero perpendicularem a puncto C ad BA ductam. solidum autem, quod fit a triangulo BFC similiter est ęquale cono basim habenti æqualem superficiei coni, quæ fit a BF, & eandem altitudinem. reliquum igitur solidum a triangulo ACF factum ęquale erit cono basim habenti æqualem superficiei coni, quę fit ab AF, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad AF ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

Sit recta linea AF parallela ipsi BC, & perpendiculares CF AD ducãtur. Dico solidũ a triãgulo ABF in cõuersione factũ ęquale esse cono basim quidẽ habenti circulũ, cuius semidiameter est CF, altitudinẽ uero rectę lineę AF, hoc est ipsius DC duplam.



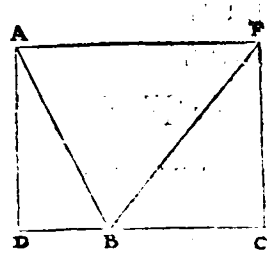
Quoniã.n. cylindrus, qui fit a parallelogramo AC æqualis est cono basim quidẽ habẽti AD, altitudinẽ uero ipsius DC triplam; conus autem qui fit a triangulo ABD basim eandem habet, & altitudinẽ BD: erit solidum factum a triangulo ABD vna cum parallelogrammo ADCF æquale cono basim habenti eandem, &

 alti-

altitudinem BD una cum tripla ipsius DC. communis auferatur conus, qui fit a triangulo BCF, eandemque basim habet, & altitudinem BD una cum DC semel sumpta. reliquum igitur solidum factum a triangulo ABF æquale est cono eandem basim habenti CF, & altitudinem ipsius DC, uel AF duplam.

Sed illud etiam constat, superficiei cylindricę, quæ fit ab AF æqualem esse circulum, cuius semidiameter media proportionalis est inter cylindri latus, & diametrum basis cylindri. hoc enim Archimedes in 13. theoremate primi libri de sphęra & cylindro demonstrauit. quare superficies, quæ fit ab AF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod bis FCD continetur.

E Si uero B cadat inter D C, quod propositum est facilius ostendetur. cylindrus enim a parallogrammo ADCF factus, eandemque basim habens, quam coni qui fiunt a triangulis ABD BC, & altitudinem DA, ipsos excedit cono, qui est in eadem basi, & altitudinem habet ipsius DC duplam. quare & solidum a triangulo ABF factum eidem cono est ęquale. quod ostendere oportebat.



COMMENTARIVS.

A Dico solidum a triangulo ABF in conuersione factum, æquale esse cono basim quidem habenti circulum, cuius semidiameter est CF &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam BDC conuerti parallelogrammum AC una cum ABD triangulo.*

B Aequalis est cono basim quidem habenti AD.] *Hoc est æqualis cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD.*

C Altitudinem uero ipsius DC triplam] *Est enim conus, qui basim habet circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem triplam ipsius DC, tertia pars cylindri*

10 duod. *basim eandem habentis, & ęqualem altitudinem: cuius ipsius cylindri tertia quoque pars est cy-*

14

9 quinti *lindrus, qui in eadem basi constituitur, & altitudinem habet DC. hic igitur cylindrus æqualis est cono basim eandem habenti, & altitudinem ipsius DC triplam.*

D Quare superficies, quę fit ab AF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod bis FCD continetur] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur* ὥστε ἡ ὑπὸ τῆς αβ γινομένης ἐπιφανείας, ἴση ἐστὶ τῷ δὶς ἀπὸ τῷ ζ γ δ. *corrigendus autem est in hanc sententiam,* ὥστε ἡ ἀπὸ τῆς αβ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δὶς ὑπὸ ζ γ δ. *nam si cylindri superficies æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter cylindri latus, & diametrum basis cylindri, ut Archimedes demonstrauit in xiii. theoremate primi libri de sphæra, & cylindro, erit superficies facta ab AF æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod dupla ipsius FC continetur, & CD: hoc est quod bis FCD continetur. est enim FC semidiameter basis cylindri, & CD latus eiusdem.*

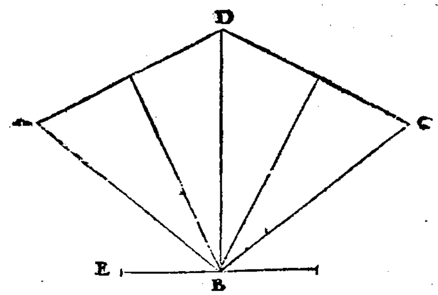
E Cylindrus enim a parallelogrammo ADCF factus, eandemque basim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis ABD FBC, &c.] *Cylindrus basim habens circulum, cuius semidiameter AD, & altitudinem DC est æqualis cono, qui basim eandem*

dem habet, & altitudinem ipsius DC triplam. At duo coni, qui fiunt à triangulis ABD FBC sunt æquales cono basim habenti eandem, & altitudinem DC, vt superius demonstratum est. ergo cylindrus hunc ipsum conum excedit cono, qui basim eandem habet, & altitudinem duplam ipsius DC. sed etiam excedit solido, quod fit a triangulo ABF. dictum igitur solidum eidem cono æquale sit necesse est. In Græco codice legitur. ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τοῦ αβδ ζβγ τρίγωνον *& c. legendum autem est, vt opinor.* ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν αβδ ζβγ τριγώνων γινομένοις κώνοις.

THEOREMA XXXI. PROP. XXXIII.

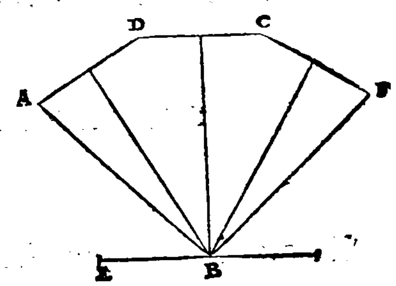
Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipsas AD DC perpendiculares ductę sint ęquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quousque in eundem locum restituatur. Dico solidum à quadrilatero factum æquale esse cono, basim quidem habenti æqualem superficiebus, quę a rectis lineis AD DC in conuersione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quę à puncto B ad vnam ipsarum AD DC ducitur.

Iungatur BD. ergo solidum a quadrilatero factum est idem, quod fit a triangulis ABD DCB. & proxime ostensum est, quod fit a triangulo ABD æquale esse cono basim habenti æqualem superficiei factæ ab ipsa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autem fit a triangulo DBC æquale cono, cuius basis est æqualis superficiei factę a DC, & altitudo eadem. ergo totum solidum a quadrilatero factum æquale erit cono basim quidem habenti æqualem superficiebus, quæ ab ipsis AD DC in conuersione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipsarum AD DC ducta fuerit.

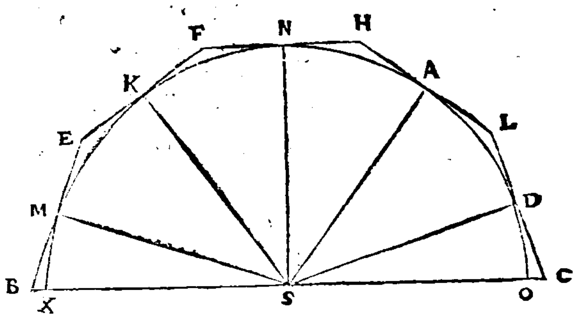


THEOREMA XXXII. PROPOS. XXXIIII.

Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, & quotcumque latera habens, ita ùt a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD DC CF perpendiculares ductæ ſint ęquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti ęqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD DC CF fiunt; altitudinem uero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.



A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum ali-
B quod deſcribatur, quotcumque latera habeas ut BEFHLC, & manente BC polygonum conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factũ, quod etiam deſcriptũ eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidẽ habenti ſuperficiẽ, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero ſemidiametrum ſphæræ. omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, ut SM, SK, SN, SA SD æquales ſunt. neq̃ue quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, uel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, ut XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.



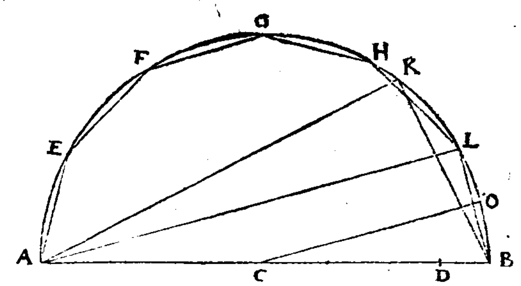
COMMENTARIVS.

A Idem autẽ eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculũ, cuius centrum S, polygonũ aliquod deſcribatur, quotcumque latera habens, &c.] *Non.n. quadrilaterum, uel quinquelaterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumferentiam deſcribatur. Idẽ quoque intelligendũ eſt de polygono æquilatero ſemicirculi circumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt, æquale erit cono baſim habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero perpendicularem, quę a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.*

B Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus] *Gręcus codex.* ὃ δὴ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφάιραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. *Sed legendum puto,* περὶ τὴν σφάιραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.

PRO-

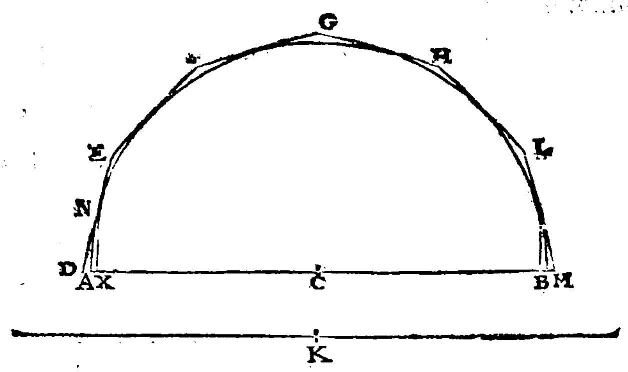
Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphærę, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo CB ipſius ſphæræ ſemidiameter. Intelligatur alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono, ſphęra autem maior, cuius quidem baſis eadem ſit, & altitudo BD minor quam CD. & in ſemicirculo AEB ducatur AK, quæ poſſit id, quod bis continetur AB CD. ergo reliquum, hoc eſt, quod bis ABD continetur, æquale eit ei, quod fit à BK. & eorum dimidia; videlicet quod continetur E
A
B
C
D



ABD æquale ei, quod BK, & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis
ABD una cum contento bis AB CD, hoc eſt, quod bis ABC continetur æquale F
eſt quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB eſt æquale, G
cum angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita ut circumferentia BL minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemi H
circulum bifariam, & rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facientes ſemper, tandem relinquemus circumferentiam minorem, quam
BLK, ut BL. & iuncta AL, ducatur ipſi parallela CO. Quoniam igitur triangulũ I
ALB æquiangulum eſt COB triangulo, & dupla eſt AL ipſius CO, & LB du K
pla BO; eſtque LB minor, quam AL: erit quod continetur AL CO maius L M
eo, quod LB & eius dimidia continetur. Eadem quoque ratione ſi per C ipſi N
AK parallelam duxerimus uſque ad KB; erit quod parallela & AK continetur, O
maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia. contentum igitur AL CO P
multo maius eſt eo, quod eiſdem continetur, hoc eſt ABD rectangulo. quare co Q
nus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod contine- R
tur AL CO, altitudinem vero AB, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod ABD continetur, & altitudinem AB. Sed co- S
nus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur AL CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB, & altitudinem CO, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABD, contine
tur, & altitudinem AB; hoc eſt maius cono huic ęquali, qui baſim habet circulum, T
cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt enim quadratum ex AB ad
ABD rectangulum, ita AB ad BD. & oſtenſum eſt in 23. huius ſuperficiem fa- V
ctam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitudinem CO,
qui quidem eſt ęqualis figuræ ſolidæ in ſphæra deſcriptæ, maior eſt cono baſim X
habente circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BD. quare & ſolida Y
figura iam dicta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo autem BD. ſed etiam hic conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphæra
deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra. quod fieri non poteſt. Z

Sit

A



Sit autem sphæra minor dictus conus, basim quidem habens circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem uero CB, hoc est conus basim habens circulũ, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita est quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter sphæram & conum intelligatur alius conus medius, cuius basis sit eadem, & altitudo recta linea K maior, quam AB. circa semicirculum vero describatur polygonum æquilaterũ, ita vt vnum latus DE minus sit excessu, quo recta linea K ipsam AB excedit. atque est DE maior, quam vtraque simul DA BM, siquidem & DN maior est,
α quam DA. ergo DM, quam K minor erit. Quoniam autem superficies, quæ
β a polygono fit ex simili conuersione circa axem DM æqualis est circulo, cuius se-
γ midiameter potest, quod DM AB continetur, patet solidum a polygono factum,
δ quod etiam descriptum est circa sphæram, quam facit semicirculus, æquale esse cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod continetur EM AB, & altitudinem CB ipsius sphæræ semidiametrum: ex 35. huius. Sed conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod continetur DM AB, & altitudinem CB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem DM, cum bases ex contraria parte altitudinibus respondeant. est enim vt id, quod continetur DM AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factum æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem DM. est autem K maior, quam DM: & conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem K, minor est sphæra. quare solidum circa sphæram descriptum ipsa sphæra multo minus erit. quod fieri non potest. conus igitur sphæræ necessario est æqualis.

V

COMMENTARIVS.

A Sit enim sphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ α δ. *Sed legendum* ἡ α β.

B Hoc est circulus, cuius semidiameter AB] *Ex 29. huius.*

C Et altitudo BD minor, quam CD] *Græcus codex* οὗτος δὲ ἡ β δ ε. *legendum autem* ἡ β δ.

D Et in semicirculo AEB ducatur AK, quę possit id, quod bis continetur AB CD.] *Gręcus codex corruptus est, ut opinor, qui sic habet*, καὶ ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ

τοῦ α β ε διήχθη ἡ. *Sed forte legendum erit.* καὶ ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ α ε β ἤχθω ἡ α κ.

Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD ęquale ei, quod BK & E eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ. *legendum autem puto.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ, καὶ τῆς ἡμισείας.

Hoc est quod bis ABC continetur æquale est quadrato ex AB] *Ex prima secundi libri elementorum.* F

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB est æquale] *Ex penultima primi libri elementorum. Gręcus autem codex diminutus est, & ita restituetur.* τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ α β γ ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς α β. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς α β ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ α κ κ β. G

Quod quidem fieri potest] *Ex prima decimi libri elementorum.* H

Et iuncta AL ducatur ipsi parallela CO] *Ducatur CO vsque ad LB, quã in O secet.* K

Quoniã igitur triangulum ALB ęquiangulũ est COB triãgulo] *est.n. angulus OCB ęqualis angulo LAB, & COB ęqualis ipsi ALB ex 21. primi libri elementorum: ergo & reliquus reliquo ęqualis erit.* L

Et dupla est AL ipsius CO, & LB dupla BO] *vt.n. BA ad AL, ita ẽ BC ad CO: & permutãdo ut AB ad BC, ita AL ad CO sed AB ẽ dupla BC, ergo & AL ipsius CO dupla erit. Eodem modo demonstrari potest LB dupla BO, quod tamen per se patet ex tertia tertii lib. element. recta enim linea CO secat LB ad rectos angulos. ergo & bifariam secat.* M

Estq; LB minor quam AL] *Quoniam.n. BD posita est minor, quam DC, erit quod bis continetur ABD, hoc est quadratũ ex BK minus eo, quod bis ABCD cõtinetur, hoc ẽ quadrato ex KA. ergo BK minor est, quã KA. Sed cum BL sit minor, quã BK, quadratũ ex BL minus ẽ quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius est reliquo ex AK quadrato. est.n. quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL LB: itemque duobus ex AK KB. ergo AL maior est, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.* N

Erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB ex eius dimidia cõtinetur] *Hoc est maius eo, quod continetur LBO, Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. *sed legendum arbitror.* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ λ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. *Hæc quidem uera sunt, sed quid conferant ad demonstrationem non video, satis enim erat demonstrare id, quod continetur AL CO maius esse eo, quod KB & eius dimidia continetur, hoc est rectangulo ABD.* ib. 21

Eadem quoque ratione si per C ipsi AK parallelã duxerimus usque ad KB] *Corruptus est hoc loco græcus codex, quem nos in eam sententiam corrigemus.* O

Maius ẽ eo, quod cõtinetur KB atq; eius dimidia] *græcus codex* μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς κ β εὐθείας. *sed legẽdũ puto* μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς κ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κ β εὐθείας. P

Cõtentũ igr̃ AL CO multo mai⁹ ẽ eo, qđ ei sdẽ cõtinetur] *hic ẽt corrigẽdus ẽ gręcus codex.* Q

Hoc ẽ ABD rectãgulo] *rectãgulũ.n. ABD æquale ẽ dimidio quadrati ex KB, hoc ẽ, ei, qđ KB et eius dimidia cõtinetur. grecus codex* τουτέστι τὸ ὑπὸ α δ β. *sed legẽdũ* τουτέστι τὸ ὑπὸ α β δ. R

Sed conus basim habens circulũ, cuius semidiameter potest quod cõtinetur AL CO, & altitudinẽ AB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod AL AB continetur, & altitudinẽ CO] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.* S

Qui basim habet circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem uero BD] *græcus codex* οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ δ β, ὕψος δὲ ἡ α. *sed legendũ est ut arbitror* οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ α β, ὕψος δὲ ἡ β δ. T

Et ostensũ est in 23. huius] *in græco codice legitur* καὶ δέδεικται τῷ δ θεωρήματι. V

Qui quidem est æqualis figuræ solidę in sphæra descriptæ] *Ex 35 huius.* X

Quare & solida figura] *in Græco codice legitur* ὡς δὲ καὶ τὸ. *lege* ὥστε καὶ τό. Y

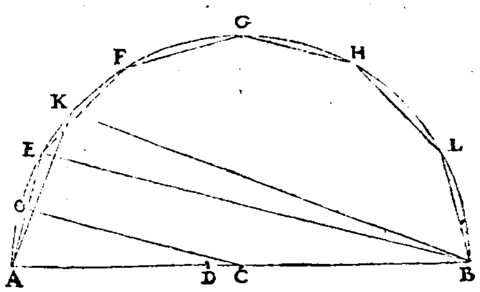
Quod fieri non potest] *Est enim minor, quod Archimedes in 23. primi libri de sphęra, & cylindro demonstrauit.*

Hæc Pappus, quę fortasse non omnino satisfacere uidebuntur, posset enim quis plane dicere, conum qui basim habeat superficiei sphæræ æqualem, & altitudinem CB, sphæra quidem maiorem esse, sed non adeo, ut inter ipsa conus medius cõstituatur, eadẽ basim habẽs, et altitudinẽ Z

Bb BD, quæ

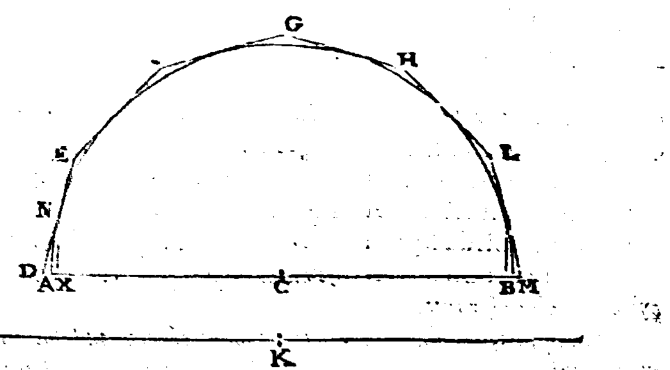
BD, quæ minor sit, quam CD. quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem esse, quam BD. oportet namque excessu quantulocumque dato consequi id, quod fieri non potest. quamobrem ego ita demonstrandum censerem.

Sit sphęra, cuius diameter AB, centrum C: & si fieri potest, sit primũ maior conus, cuius basis ẽ superficies sphæræ, hoc est circulus, cuius semidiameter AB, & altitudo AC, uidelicet ipsius sphæræ semidiameter. Sit alius conus inter ipsa medius, hoc ẽ minor cono, sphæra ãt maior, cuius basis eadẽ sit, & altitudo AD, minor quidẽ, quã AC, maior uero, quã DC. & descripto circa AB semicirculo ducatur AK, quæ possit id, quod bis cõtinetur AB DC. erit reliquũ



quod bis BAD cõtinetur æquale ei, quod fit a BK. & eorum dimidia. uidelicet quod continetur BAD æquale dimidio eius, quod fit a BK, hoc est ei, quod BK & eius dimidia cõtinetur. Describatur in semicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGH LB, ita ut circũferentia AE minor sit quã AEK, quod facile fieri põt: & iuncta EB per C ducatur CO ipsi parallela. Itaq; quoniã triangulũ ABE triãgulo ACO ẽ ęquiãgulum, & est BA dupla AC, & BE ipsius CO dupla erit. posita est ãt AE minor, quã AK, & ob id quadratũ ex AE minus erit quadrato ex AK. ergo reliquũ quadratũ ex EB maius est quadrato ex BK. vtraque. n. quadrato ex AB sunt æqualia ex penultima primi lib. elemen. & dimidiũ quadrati ex EB, hoc est quod continetur EB & eius dimidia CO, maius dimidio quadrati ex BK, hoc est eo, qđ BK & eius dimidia continetur, uidelicet BAD rectangulo. conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod EB, CO continetur. & altitudinẽ AB, maior est cono basim habẽti circulũ, cuius semidiameter potest, quod continetur BAD, & altitudinem AB. Sed conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod continetur EB CO, & altitudinem AB

15. duo. æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod EBA continetur, altitudinem ãt CO. vt. n. rectangulum contentum BE CO ad rectãgulum EBA, ita est CO ad AB. & rursus conus basim habens circulũ, cuius semidiameter põt quod BAD continetur, & altitudinẽ AB æqualis est cono basim habenti circulũ, cuius semidiameter AB, & altitudinem AD. quoniã ut quadratum ex AB ad rectangulũ BAD, ita est BA ad AD. ergo conus basim habens circulũ, cuius semidiameter potest quod EBA continetur, & altitudinẽ CO maior est cono basim habente circulũ, cuius semidiameter est AB, & altitudinẽ AD. Sed demonstratũ est in 23. huius superficiei conicę, quæ in conuersione fit ab omnibus polygoni lateribus ęqualẽ esse circulũ, cuius semidiameter põt, quod EBA continetur. conus igitur basim habẽs circulũ, cuius semidiameter põt quod EBA continetur, & altitudinẽ CO, qui est æqualis solidæ figuræ in sphæra descriptæ maior ẽ cono basim habẽte circulũ, cuius semidiameter AB, & altitudinẽ AD. ergo et solida figura ĩ sphęra descripta maior ẽ cono, cuius basis semidiameter ẽ AB, & altitudo AD. hic ãt conus positus ẽ maior quã sphæra solida igitur figura a sphæra descripta multo maior erit, quã ipsa sphæra quod fieri minime potest.



A Atque est DE maior, quã utraq; simul DA BM, siquidẽ & DN maior ẽ, quã DA] Secetur DE bifariam in puncto N, a quo ad diametrum perpendicularis ducatur NX. erit ND, quæ maiori angulo, uidelicet recto subtenditur, maior quam DX, & multo maior, quam DA. Eodem modo ex altera parte ostendetur dimidium lateris ML maius esse, quam BM. quare tota DE maior erit, quam utræque DA BM simul sumptæ. In Græco codice legitur καὶ ἔστι μείζων ἡ ΔΕ τῆς ΒΑ ΒΖ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΜΔ τῆς ΔΑ. Sed nos ita legendum duximus. καὶ ἔστι μείζων ἡ ΔΕ τῆς ΔΑ ΔΜ ἐπεὶ καὶ ἡ ΝΔ τῆς ΔΑ. Quoniam enim in polygoni lateribus erat elementum Ζ, nos pro Ζ hic reposuimus E, & ad medium lateris DE aptauimus N, perpendicularemque NX duximus, ut omnia magis perspicua essent, quamquam in figura græcis codicis nihil horum omnino apponeretur.

β Ergo DM, quam K minor erit] Ponitur enim K maior, quam utraque simul AB DE. & cum rursus DE maior sit, quam utraque DA BM, erit ipsa K multo maior, quam DM.

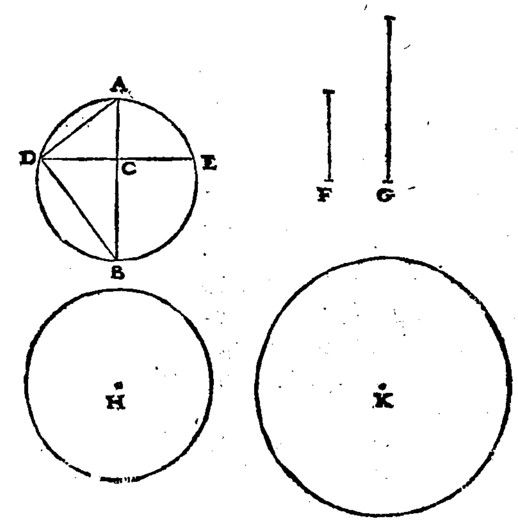
γ Quoniam autem superficies, quæ a polygono fit & reliqua] Græca uerba magna ex parte corrupta esse arbitramur, & ita restituenda, ut ex iis, quæ nos uertimus colligi potest. An uero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi uoluerit, alii considerabunt.

δ Aequalis est circulo, cuius semidiameter potest, quod DM AB continetur] Hoc a Pappo demonstratum non est in iis, quæ extant, sed a nobis in commentariis in 24 huius.

ε Ex 35. huius] In Græco codice legitur διὰ τὸ κ θεώρημα.

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, superficiem sphęrę, plano ita secare, vt portionum superficies inter se proportionem habeant eandem datę proportioni.



Sit enim sphæra, cuius maximus circulus ADBE, diameter AB, & data proportio quam habet F ad G: seceturque AB in C, ita vt AC ad CB eandē habeat proportionē, quam F ad G, & per C ducto plano ad rectos angulos ipsi AB secetur sphæra. sit aūt communis sectio DE, & iunctis AD DB, exponantur duo circuli HK, ut H quidē semidiametrū habeat ipsi AD æqualē, K vero habeat æqualē ipsi DB. erit igitur cir
A culus H æqualis superficiei portionis DAE, & K æqualis superficiei DBE portionis.
B hoc.n. ante demonstratū est. Et quoniā rectus angulus est ADB, & perpendicularis DC; vt AC ad CB, hoc est vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratū ex DB, videlicet quadratum semidiametri circuli H ad quadratum semidiametri ipsius K, hoc est circulus H ad K circulum, hoc est superficies portionis sphæræ DAE ad superficiem DBE portionis.

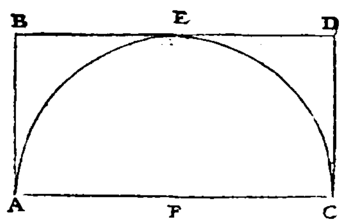
COMMENTARIVS.

A Hoc enim ante demonstratum est] *In 29. huius.*

B Vt AC ad CB, hoc est vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratū ex DB] Ex 8. *propositione sexti libri elem. fiunt enim triangula ACD DCB similia toti, & inter sese. quare ut AC ad CD, ita DC ad CB. vt autem AC ad CD, ita AD ad DB. ergo ex 20. eiusdē ut prima AC ad tertiam CB, ita quadratum primæ AC ad quadratum secundæ CD, hoc est ita quadratum ex AD ad id, quod fit ex DB quadratum.*

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVII.

Quæ cum ita sint, perspicue constat cylindrum, cuius basis æqualis sit maximo in sphæra circulo, & altitudo æqualis diametro sphæræ, ipsius sphæræ sesquialteram esse; & eius superficiem superficiei itidem sphæræ sesquialteram.



Sit. n. semicirculus AEC, cuius diameter AC, & punctum E circumferentiā bifariā diuidens, & centrum F. Cum igitur per AEC tres rectæ lineæ contingentes ducantur, ut AB BD DC, & manente AC conuertatur semicirculus, quousque rursus ad eundem locum redeat, a quo cæpit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo ABCD factus ad sphæram, quæ a semicirculo describitur, sesquialterā proportionem habebit, quā & ipsius cylindri superficies
A habet ad superficiem sphæræ. Quoniam enim superficies cylindri, quæ fit a BD æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter BD, & utramque
B ipsarum simul AB CD, hoc est circulo, cuius semidiameter AC; hic autem circulus
C æqualis est quattuor maximis circulis earum, qui in sphæra describuntur, atque ostensum est sphæræ superficiem quattuor circulis maximis æqualem esse; erit & superficies, quæ fit a BD superficiei sphæræ æqualis. ergo una cum duobus circulis, qui sunt bases cylindri, ad superficiem sphæræ proportionem habet, quam sex ad quattuor, videlicet sesquialteram. Et quoniam conus basim habens æqua-
D lem superficiei sphæræ, & altitudinē sphæræ semidiametrū, ipsi sphæræ est æqualis; erit

conus

conus basim habens circulum in sphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipsius sphæræ. Sed & hic conus sexta pars est cylindri, qui eandem basim habet, & altitudinem sphæræ diametrum, quare sequitur cylindrum ipsum sphæræ E
sesquialterum esse.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim superficies cylindri, quæ fit a BD æqualis est circulo, cuius semi A
diameter media proportionalis est inter BD, & vtramque ipsarum simul AB CD] *ex 13 primi libri Archimedis de sphæra ex cylindro. est enim superficies cylindri facta à BD æqualis circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter latus cylindri BD, & basis diametrum. Quòd cum BD sit æqualis diametro basis, erit & inter ipsas media eidem æqualis. ostensum autem est superius in 24. huius, etiam si circumferentia semicirculi non in duas, sed in quotcunque partes æquales diuidatur; atque a diuisionibus rectæ lineæ contingentes ducantur, superficiem a contingentibus factam æqualem esse circulo, cuius semidiameter est AC.*

Hic autem circulus æqualis est quattuor maximis circulis eorum, qui in sphæra B
describūtur.] *circuli enim inter sese duplam eius, quæ est diametrorum, proportionem habent, videlicet quadruplam, cum eorum diametri sint duplæ.*

Atque ostensum est sphæræ superficiem quattuor circulis maximis æqualem esse.] C
Ex 31 primi libri Archimedis de sphæra, & cylindro. sed & superius ostensum est in 29 huius, sphære superficiem æqualem esse circulo, cuius semidiameter AC.

Ipsi sphæræ est æqualis; erit conus basim habens circulum in sphæra maximum, D
& altitudinem eandem, quarta pars ipsius sphæræ. sed & hic conus sexta pars est cylindri, qui eandem basim habet, & altitudinem sphæræ diametrum.] *Hæc autē omnia nos suppleuimus, quæ in græco codice desiderari videbantur. conus enim basim habens circulum maximum in sphæra, & altitudinem sphære diametrum, tertia pars est ipsius cylindri. At conus basim habens eandem, & altitudinem semidiametrum sphæræ, dimidia pars est* 4. duodecimi.
dicti coni. hic igitur conus cylindri sexta pars necessario erit.

Quare sequitur cylindrum ipsum sphæræ sesquialterum esse.] *Nam cum sphæra* E
contineat quattuor eiusmodi conos, quorum cylindrus continent sex, habebit cylindrus ad sphæram proportionem eandem, quam sex ad quattuor, videlicet sesquialteram.

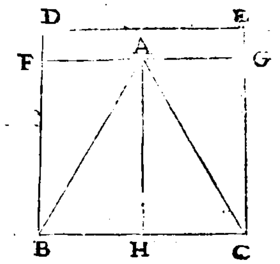
Hæc igitur dicta sint de iis, quæ Archimedes in libro de sphæra & cylindro demonstrauit. deinceps uero (ut polliciti sumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem superficiem habent, describemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icosaedri. quarum quidem demonstrationes non per resolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, sed per compositiuam a nobis ad id, quod manifestius est, ac breuius redactæ sunt. quoniam & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui discendi studio flagrant, disposui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiusdem est, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.

Sit

Sit enim triangulum æquilaterum ABC: sitque ad basim BC perpendicularis AH, quæ scilicet ipsam bifariam secat, & a BC describatur quadratum BDEC, quod quidem triangulum ABC superabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor sit. & per A ipsi BC parallela ducatur FAG. Quoniam igitur AB pote-
A state quadrupla est ipsius BH, erit AB sesquitertia ipsius AH potestate, hoc est DB ipsius BF. est igitur DB minor, quam dupla BF. atque vt DB ad BF, ita est BE quadratum ad parallelogrammum FC. ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus est, quam
B duplum, & minus quam quadruplum trianguli ABC. quadratum igitur BE minus est, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC.



COMMENTARIVS.

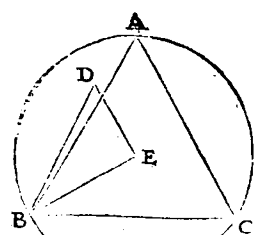
A Erit AB sesquitertia ipsius AH potestate] *Ex penultima primi libri elementorum. Hoc etiam per sese a nobis demonstratum est in commentariis in xii. propositionē tertii decimi libri.*

B Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Est enim parallelogrammum FC trianguli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum. Græcus codex mancus est, qui ita restituetur.* καὶ ἐλάσσον ἢ τετραπλάσιον τοῦ αβγ τριγώνου.

THEOREMA XXXVII. PROP. XXXIX.

Quæ a centro sphęrę ad planum octaedri perpendicularis ducitur, potestate tertia pars est semidiametri sphęrę.

Sit triangulum sphæræ octaedrum comprehendētis ABC, in sphæra existens, & circa ipsum circulus. a sphæræ autem centro D ad circuli planum per-
A pendicularis DE. erit ex sphęricis punctum E circuli centrum. Iungantur EB BD. Dico quadratum semidiametri sphæræ BD quadrati ipsius
B DE triplum esse. Quoniam enim in octaedro o-
C stensa est sphęrę diameter potestate dupla lateris octaedri; est autem & semidiametri sphæræ, quadrupla potestate: quadratum ex BC quadrati ex BD
D duplum erit. Et quoniam quadratū ex BC triplum ē quadrati ex BE per 12. tertii decimi libri element. & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD sesquialterum quadrati ex BE. sed quadratis ex BE ED quadratum ex BD est ęquale.
E ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE sesquialtera sūt; ac propterea quadratum ex BE duplum est quadrati ex ED. quadrata igitur ex BE ED, hoc est quadratum ex BD quadrati ex DE est triplum.

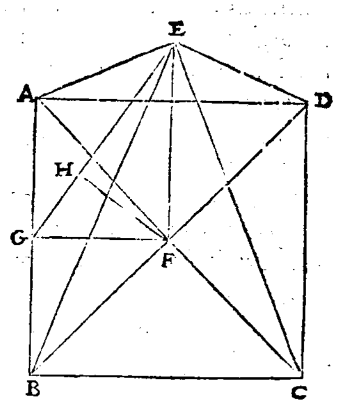


ALI-

ALITER.

Exponatur quadratum, in quo dimidium octaedri sit ABCDE: & iungantur AC BD diametri ipsius quadrati, & EF. ergo EF semidiameter est sphæræ comprehendentis octaedrum, ut in elementis demonstratum est. ducatur a centro F ad ipsam AB perpendicularis FG. erit AG ipsi GB ęqualis, iungātur- H
que EG EB. Et quoniam æquilaterū est trian- K
gulum ABE, & AG æqualis GB; transibit L
EG per centrum circuli circa triāgulum ABE descripti. ergo quæ a puncto F ad planū ABE trianguli perpendicularis ducitur in rectam lineam EG cadet, cadat vt FH. Itaque quoniā M
AF æqualis est FB, & angulus AFB est rectus, N
erit FAG dimidius recti. sed & rectus est FGA. reliquus igitur AFG est recti dimidius. & ob id AG est ęqualis GF; quadratumque ex AF quadrati ex FG duplum. est autem AF ęqualis FE. ergo quadrata ex EF FG tripla sunt quadrati ex FG. sed quadrata ex EF FG ęqualia sunt quadrato ex EG, propterea quod EF perpendicularis est ad quadratum ABCD. quadratum igitur ex O
EG quadrati ex GF est triplum. atque ut EG ad GF, ita EF ad FH, cum æquiangula sint EFG EFH triāgula. ergo quadratū EF semidiametri sphærę quadrati 8. sexti
FH, perpendicularis ad planum octaedi triplum erit. P

6. primi elementorum. 47. primi elemen.



COMMENTARIVS.

Erit ex sphæricis punctum E circuli centrum] *ex corollario prima propositionis sphæricorum Theodosii.* A

Quoniam enim in octaedro ostensa est sphærę diameter potestate dupla lateris octaedri] *in 14 tertii decimi libri elementorum.* B

Est autē & semidiametri sphæræ quadrupla potestate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *etenim BC est octaedri latus. & BD semidiameter sphæræ. In græco codice legitur* ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. *sed legendum.* ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει τετραπλάσια. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. C

Et quoniā quadratum ex BC triplū est quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplū erit quadratū ex BD sesquialterum quadrati ex BE] *Quarum n. partium quadratum ex BC est sex, earum quadratum ex BE est duarum, & quadratū ex BD trium. Græcus codex habet* διὰ τὸ θ τοῦ ιγ στοιχίου. *scribendum autem* διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχίου. D

Ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE sesquialtera sunt.] *In græco codice legitur* τὸ ἄρα ἀπὸ βεδ ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ βε. *sed legendum vt arbitror,* τὰ ἄρα ἀπὸ βε εδ ἡμιόλια τοῦ ἀπὸ βε. E

Et EF] *Intelligantur diametri ipsius quadrati AC BD sese in puncto F secantes.* F

Vt

G Vt in elementis demonstratum est] *Videlicet in 14. tertiidecimi libri elementorum.*

H Erit AG ipsi GB æqualis] *Sunt enim anguli BAF FBE inter se æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales qui ad G recti ergo & reliqui reliquis æquales*
4 sexti. *sunt, & triangulum FAG triangulo FBG simile. cum igitur sit ut FG ad GA, ita FG ad GB; erit*
9 quinti. *AG ipsi GB æqualis.*

K Iunganturque EG EB] *Græcus codex habet.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΗ. *ego legendum puto* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ καὶ ΕΒ.

L Transibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE descripti] *Ex corollario primæ propositionis tertii libri elementorum.*

M In rectam lineam EG cadet. cadat ut FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primę propositionis sphæricorum Theodosii.*

N Et angulus AFB est rectus] *Nam circa centrum F consistunt quattuor anguli æquales. omnes igitur recti sunt.*

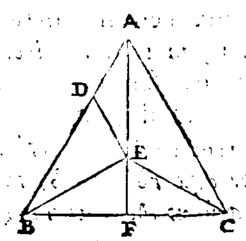
O Sed quadrata ex EF FG æqualia sunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elementorum. In græco autem codice legitur* ἀλλὰ τὰ ἀπὸ ΕΖ Η ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΗ. *sed legendum* ἀλλὰ τὰ ἀπὸ ΕΖ ΖΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΗ.

P Ergo quadratum EF semidiametri sphæræ quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Θ.Ζ. ἄρα. *sed corrigendum* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XL.

A Sit triangulum æquilaterum ABC in sphæra descriptum, sphæræ autem centrum D, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis DE. ergo E est centrum circuli circa triangulum ABC descripti, in prima sphęricorũ Theodosii. vt in sphęricis demonstratum fuit: & iũcta AE producatur. Dico rectam lineam AB ipsius EF duplam erit.

B C Iungantur enim BE EC, quæ inter se æquales sunt. & quoniam vterque angulorum BAE EBF tertia pars est recti, erit uterque BEF ABF duæ tertię recti, & triangulum ABF triangulo BEF æquiangulum. est igitur ut AB ad BF, ita BE, hoc est AE ad EF. Sed AB est dupla BF. ergo & AE ipsius EF dupla erit.
D
E



COMMENTARIVS.

A Et iuncta AE producatur] *videlicet usque ad trianguli basim, quam secet in puncto F.*

B Iungantur enim BE EC, quæ inter se æquales sunt] *Quod a centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam est equalis AE.*

Et

C Et quoniam uterque angulorum BAE EBF tertia pars est recti, erit vterq; BEF ABF duæ tertię recti] *Recta.n.linea AE ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrũ circuli, qui circa triangulum describitur, basim bifariam secat, & ad ipsam est perpendicularis, vt nos demonstrauimus in commentariis in secundam propositionem tertiidecimi libri elem. quare angulus BAF est æqualis angulo FAC. Quòd cum trianguli æquilateri angulus duas recti tertias contineat, erit BAF angulus tertia pars recti, itidemque angulus EBA, qui ipsi est æqualis, & reliquus angulus EBF ex quo sequitur angulum BEF duas recti tertias esse, videlicet ipsis BAE EBA interioribus & oppositis æqualem ex 32. primi elementorum.*

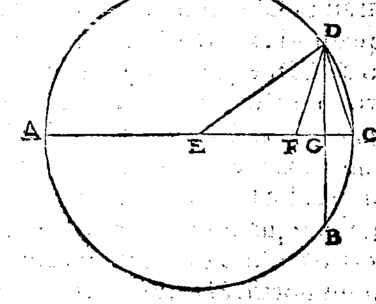
D Est igitur ut AB ad BF, ita BE, hoc est AE ad EF] *Ex 4. sexti lib. elem.*

E Ergo & AE ipsius EF dupla erit.] *Simile quippiam a nobis demonstratum est in commentariis in primam propositionem quartidecimi libri elementorũ, eã scilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiã esse eius, quę ex centro circuli. est enim E centrum circuli circa triangulum ABC descripti, & AE æqualis ei, quę ex centro.*

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ABCD circa centrum E, & diameter AC; pentagoni autem latus sit DGB secans diametrum AC ad rectos angulos, & ipsi CG ęqualis ponatur GF. Dico rectam lineam EC extrema, ac media ratione secari in F, & EF maiorem portionem esse.

A Iungantur enim ED FD CD. & quoniã CD circumferentia est decagoni, quòd DCB pentagoni sit; angulus DEC continet duas quintas recti quare uterque angulorũ ECD EDC quattuor recti quintas continet.
B Sed FG est æqualis GC, & communis DG, quæ ipsam ad rectos secet angulos. ergo & FD æqualis erit DC, ac propterea angulus DFC angulo DCF æqualis continebit quattuor quintas recti. continet autem FED duas quintas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit: eritque DEF angulus angulo FDE æqualis: quare & latus EF æquale lateri FD, hoc est ipsi DC. Itaque quoniam EDC angulus angulo ECD, videlicet ipsi DFC est æqualis, & communis DCF: erit reliquus DEC æqualis reliquo FDC, & triangulum DEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur EC ad CD, ita est DC ad CF, ideoque ECF rectangulum quadrato ex CD est æquale. Sed CD ęqualis est EF. rectangulum igitur ECF quadrato ex EF ęquale erit. ergo recta linea EC extrema, ac media ratione secta est in F. atque est EF maior eius portio.



COM-

COMMENTARIVS.

A Et quoniam CD circumferentia est decagoni, quod DCB pentagoni sit] *Nã cum recta linea AC secet ipsam DB ad rectos angulos, & circumferentiam DB bifariam secabit, quod ex 30 tertij libri elementorum manifesto patere potest.*

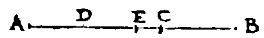
B Ergo & FD æqualis erit DC] Ex *quarta propositione primi libri elementorum.*

C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit.] *Est enim angulus exterior* DFC *duobus interioribus, & oppositis æqualis ex 32. primi libri elementorum.*

Ex iis autem, quę hoc loco demonstrantur, satis constare potest, si hexagoni latus extrema, ac media ratione secetur, maiorem eius portionem esse latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione secetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minori portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.



Recta.n.linea AB extrema, ac media rõne secetur in C, sitq; minor ipsius portio CB. Dico quadratũ ex AB ad id, quod quinquies fit a CB maiorẽ hẽre proportionẽ, quã quattuor ad tria. ponatur ipsi CB æqualis CD. Quoniã igitur AB extrema, ac media rõne secatur in C, erũt quadrata ex AB BC æqualia triplo quadrati ex AC, ex 4. theoremate tertiidecimi lib. elem. hoc est ęqualia triplo rectãguli ABC. sed triplũ
A rectãguli ABC æquale ẽ triplo rectãguli ACB, & triplo quadrati ex BC. etenĩ quod
B semel ABC cõtinetur æquale ẽ rectãgulo ACB, & ei, quod fit ex BC quadrato ex 3.
C sec. lib. ele. & ablato cõi quadrato ex BC, erit reliquũ ex AB quadratũ æquale triplo rectãguli ACB, & duplo quadrati ex BC, hoc ẽ ęquale triplo rectãguli ACD, & duplo
D quadrati ex CD. At uero triplũ rectãguli ACD ẽ æquale triplo rectãguli ADC, & triplo quadrati ex CD. nã quod semel ACD cõtinetur, ẽ ęquale rectãgulo ADC, & quadrato ex CD. ex eadem 3. secundi libr. element. Quadratum igitur ex AB ęquale
E est triplo rectanguli ADC, & quintuplo quadrati ex CD, hoc est quintuplo quadrati ex CB. ponatur ipsi AD æqualis DE: perspicuũ ẽ AD minorẽ esse, quam
F DC, qm̃ & CA extrema, mediaq; rõne secatur, & maior portio ipsius ẽ DC. Generaliter.n. si recta linea extrema, ac media rõne secetur, ut AB, cui' minor portio sit CB, ipsiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media rõne secta erit, & eius maior portio DC. ob eãdẽ quoq; cãm & DC extrema ac media rõne secatur in E; & maior ipsius portio ẽ DE. posita.n. CB ipsi DC æquali, erit tota AB extrema, ac media
G rõne in pũcto C secta. minor igitur ẽ EC, quã utraq; ipsarũ AD DE, quoniã ut AC ad CD, ita ẽ CD ad DA, hoc ẽ ad DE. & diuidẽdo ut AD ad DC, ita CE ad ED. minor
H aũt est AD, quã DC. ergo & CE, quã ED minor erit. Quadruplũ igitur DEC rectãguli maius est rectãgulo DCE. cõe apponatur, uidelicet quadruplũ rectanguli DCE. er
K go quadruplũ DEC, & quadruplum DCE rectãguli, hoc est quadruplum quadrati,
L quod fit ex DE maiora sunt quintuplo rectanguli DCE. sed quadruplum DEC rectãguli, & quadruplũ quadrati ex DE ęqualia sũt quadruplo rectãguli CDE. quadru
M plũ igitur rectanguli CDE maius est quintuplo ipsius DCE. Rursus cõmune apponatur quintuplum rectanguli CDE. erit nonuplum rectanguli CDE maius quintu
N plo DCE, & quintuplo CDE rectanguli, hoc est maius quintuplo quadrati ex DC.
O triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplũ quadrati ex DC maiorẽ proportionẽ habet,

habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC. proportio autem tripli ADC ad nonuplũ ADC rectãguli est, quam habet vnũ ad tria. ergo triplũ rectãguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorem habet proportionem, quam unum ad tria. & componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc est quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quã quattuor ad tria. Sed demonstratum est triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex CB quadrato ex AB æquale esse. ergo quadratum ex AB ad quintuplũ quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.

COROLLARIVM.

Ex quo manifeste constat quadratum ex AB quintuplo quadrati ex CB maius esse.

COMMENTARIVS.

Hoc est æqualia triplo rectanguli ABC] *Est enim rectangulum* ABC *æquale quadrato ex* AC, *quod AB extrema, ac media ratione secetur in C.* A

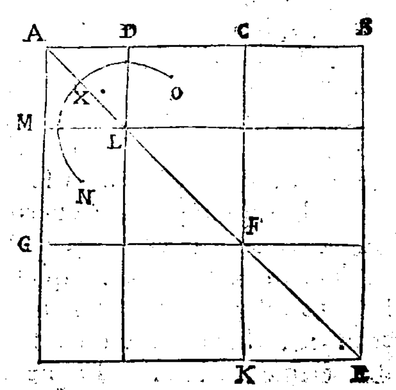
Etenim quod semel ABC continetur æquale est rectangulo ACB & ei, quod B
fit ex BC quadrato] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ἀπὸ α β ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ α β γ, καὶ τῷ ἀπὸ β γ. *Sed legendum est.* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ α β γ ἴσόν ἐστι τῷ ὑπὸ α γ β. καὶ τῷ ἀπὸ β γ.

Ex tertia secundi libri elementorum] *Post hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ* C
nos consulto reliquimus, ne idem frustra iteretur.

Hoc est æquale triplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD] F*acta est enim* D
CD ipsi CB ęqualis.

Quadratum igitur ex AB æquale est triplo rectanguli ADC & quintuplo quadra E
tis ex CD] N*amque erat ęquale triplo rectanguli* ADC, *& triplo quadrati ex* CD *una cum duplo quadrati ex* BC *hoc est quadrati ex* CD.

Generaliter enim si recta linea extrema, ac media ratione secetur, ut AB, cuius mi F
nor portio sit CB, ipsiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media ratione secta erit, atque eius maior portio DC.] *Sit rectæ lineæ* AB *quadratum AE, & dupla figura describatur. Quoniam igitur AB extrema, ac media ratione secta est in C, quod AB* BC *continetur, uidelicet rectangulum CE est æquale quadrato ex AF. Sed ipsi* CE, *æquale est* GE *rectangulum. ergo* GE *quadrato AF est æquale. Itaque si a rectangulo* GE *auferatur quadratum FE, & a quadrato AF auferatur* LF *quadratum, quod quidem est æquale quadrato* FE, *cum* DC CB *sint æquales inter se: reliquum* GK *rectangulum. hoc est rectangulum MF nempe DF gnomoni* NXO *æquale erit. a quibus ablato communi* LC, *erit reliquum* DG *rectangulum ęquale quadrato* LF. *At uero rectangulum* DG *ipsis* CA AD *continetur, & quadratum* LF *fit a* DC. *Vt igitur* AC *ad* CD, *ita CD ad DA. Sed* AC *maior est, quam*



 CD.

CD. *ergo & CD, quam* DA *maior erit, recta igitur linea* AC *extrema, ac media ratione secatur in* D, *& maior eius portio est* CD, *quod oportebat demonstrare.*

G Posita enim CB ipsi CD æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione secta in C] *Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.*

H Quadruplum igitur DEC rectanguli maius est rectangulo DCE] *Rectangulum.n.* DCE *est æquale rectangulo* DEC, *& quadrato ex* EC, *quæ multo minora sunt quadruplo rectãguli* DEC.

K Hoc est quadruplum quadrati, quod fit ex DE] *Rectangulum namque* DCE *quadrato ex* DE *est æquale. ob extremam, ac mediam rationem.*

Sed quadruplum DEC rectanguli, & quadruplum quadrati ex DE æqualia sunt quadruplo rectanguli CDE] *Rectangulum enim* DEC, *& quadratum ex* DE *æqualia sunt rectangulo* CDE, *ex 3. secundi libri elementorum.*

M Quadruplum igitur rectanguli CDE maius est quintuplo ipsius DCE] *Græcus codex mancus est, qui sic restituetur,* τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ γ δ ε μεῖζον τοῦ πεντάκις ὑπὸ δ γ ε.

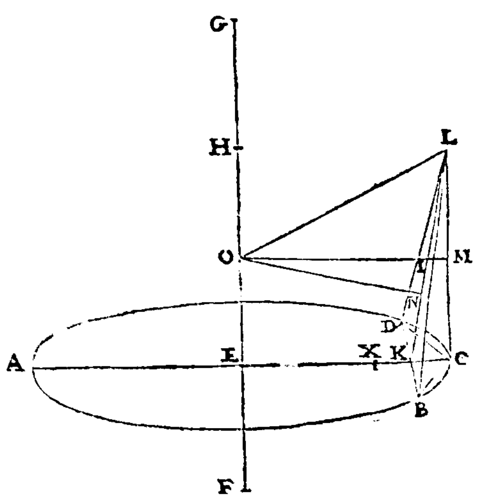
N Hoc est maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula* CDE DCE *quadrato ex* DC *æqualia: ex 2. secundi libri elementorum.*

O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorẽ proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octaua quinti libri elementorũ pro rectangulo autem* CDE *assumpsit* ADC, *quod est æquale ipsi* CDE. *sunt enim* AD DE *inter se æquales.*

P Et componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc est quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quatuor ad tria] *Ex 28. quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex* τὸ ἄρα τρὶς ὑπὸ α δ γ καὶ πεντάκις ἀπὸ δ γ, τουτέστι τὸ πεντάκις ἀπὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ. *lege* τουτέστι τὸ πεντάκις ἀπὸ γ β πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ.

THEOREMA XLI. PROP. XLIII.

Potestate duodecuplum perpendicularis eius, quę a centro sphærę icosaedrum comprehendentis ad vnum aliquod icosaedri planum ducitur, maius est potestate quintuplo lateris icosaedri.



A Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis: sitque AC circuli diameter, centrum E, & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos ipsi diametro. Est autem illud latus icosaedri, ut in elemen-

B C tis. & a punctis EC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares, FEHG CL, & utraque quidem ipsarum FH CL sit latus hexagoni; utraque uero EF GH decagoni; seceturque EH

D bifariam in puncto O, quare O est ipsius sphæræ centrum, ut apparet in 16. theoremate tertiidecimi libri elementorum. Itaque iun-

gantur

gantur LD LB LK BC. Et quoniam hexagoni latus est CL, & BC latus decagoni, angulusque BCL rectus; erit BL pẽtagoni latus per 10. theorema tertijdecimi libri elementorum. Similiter & LD, & BD. triangulum igitur BLD ęquilaterum est ex ijs, quæ icosaedrum continent. Rursus quoniam. LK perpendicularis est ad BD, & planum per AC KL ductũ, quod transit per parallelas EG CL, rectum erit ad ipsam BD, ac propterea BD ad dictum planum est perpendicularis. hæc enim in insolidis elementorum ostensa sunt. ergo omnia, quæ per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD, recta sunt ad planum per OG CL, in quo est triangulum GKL. quare & triangulum BLD ad ipsum CKL rectum erit: Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis ON. duo igitur plana CKL BDL inter se recta sunt. & ad communem ipsorum sectionem KL in uno plano perpendicularis est ON. ergo & ON ad triangulum G H
BLD est perpendicularis, quod cum LB dupla sit ipsius BK, erit & LN ipsius NK dupla ex 40 huius secetur CL bifariam in puncto M, & OM iungatur. erit utique OM parallela ipsi EC. est enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH K
duplæ, & parallelę sunt. prçterea LI est æqualis IK, etenim in triangulo CKL ipsi L
CK æquidistans ducta est IM. atque est LM æqualis MC, & LN ipsius NK dupla. Quarum igitur partium KL est sex, earum LN erit quattuor, & KN duarũ, & vtraque LI IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla est ipsius IN. Dico duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia esse. Ponatur ipsi M
CK æqualis KX. Itaque ex 41 huius recta linea EC extrema ac media ratione secta est in X, cuius maior portio EX, & ex 42 huius quadratum ex EC maius est N
quintuplo quadrati minoris portionis XC. ergo quadratum, quod fit ex EC quadrati ex CX maius est, quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam ui O
gintuplum. atque est ut quadratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum P
ex LC ad quadratum ex CK, hoc est quadratum ex ON ad quadratum ex NI; Q
æquiangula enim sunt triangula ONI, LIM, LKC. quadratum igitur ex ON maius est viginti quadratis ex NI. & 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI sũt R
maiora. sed 720. quadrata ex NI sunt 80. quadrata ex LI, etenim LI ostensa S
est tripla ipsius IN. octaginta uero quadrata ex IL sunt 20. quadrata ex LK, T
quod KL ipsius LI sit dupla. At 20. quadrata ex KL sunt 15 quadrata ex BD: V
æquilaterum namque est triangulum DBL, perpendicularisque LK, & BD ipsius X
KL potestate sesquitertia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD Y
sunt maiora. & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD ma- Z
iora erunt; quod ostendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis] A
propositione 16. tertii decimi libri.

Est autem illud latus icosaedri, ut in elementis] *eodem in loco.* B

Et a punctis EC origantur rectæ lineæ ad circuli planũ perpendicularis FEHG, C
CL] *intelligatur* FE *dodecaedri latus esse infra planum circuli* ABCD, *&* EHG *supra, quarum* EH *est latus hexagoni, &* HG *dragoni.* Gręcus codex *habet.* αι ζε ηγα *sed legendum* ζεηθ γλ.

Quare O est ipsius sphæræ centrum, ut apparet in 16 theoremate tertijdeci- D
mi libri elementorum.] *Est enim* FEGH *sphæræ diameter, quæ ex latere hexagoni* EH, *& duobus decagoni* FE HG *in eodem circulo descriptorum lateribus constat. centrum igitur sphærę est punctum illud, quod latus hexagoni bifariam diuidit.*

Rursus

E Rursus quoniam LK perpendicularis est ad BD, & planum per AC KL ductum, quod transit per parallelas EG CL rectum erit ad ipsam BD, ac propterea BD ad dictum planum est perpendicularis] *Cum enim recta linea BD duabus rectis lineis AC LK sese mutuo secantibus, in communi sectione ad angulos rectos insistat: & ad earum planum perpendicularis erit, ex 4. undecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet.* καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῆ βδ. καὶ τὸ α διὰ τῶν αγκλ ἄρα ἐπίπεδον. ὅπερ ἐστὶν η ο διὰ τῶν εη γλ παραλλήλων, ὀρθὸν ἐστι πρὸς τὴν βδ. *Sed legendum, vt arbitror.* καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῆ βδ, καὶ τὸ διὰ τῶν α ἄρα γκλ ἐπίπεδον ὅπερ ἐστὶν διὰ τῶν εη γλ παραλλήλων, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ.

F Ergo omnia, quę per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD recta sunt ad planum per EG CL] Ex 18. *vndecimi libri elementorum.*

G Ergo & ON ad triangulum BLD est perpendicularis] *Ex 4 diffinitione vndecimi libri elementorum. atque erit punctum N centrum circuli, triangulum BLD comprehendentis ex corollario primę sphæricorum Theodosii.*

H Quod cum LB dupla sit ipsius BK, erit & LN ipsius NK dupla ex 40. huius] *In ea n. ostenditur LN duplam esse ipsius NK ex eo, quod LB ipsius BK sit dupla. In græco codice legitur.* καὶ διπλῆ ἐστιν ἡ λβ τῆς οκ. *corrigendum autem* τῆς βκ.

K Erit vtique OM parallela ipsi EC. est enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH duplæ & parallelæ sunt] *Ex 33. primi libri elementorum.*

L Præterea LI est æqualis IK, In triangulo enim CKL ipsi CK parallela ducta est IM] Ex 2. *sexti libri elementorum.*

M Ponatur ipsi CK æqualis KX] *In gręco codice legitur* κείσθω τῆ κγ ἴση ἡ κξ ηογ. *sed legendum* ἴση ἡ κξ.

N Cuius maior portio EX] *Gręcus codex* καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ς. *lege* τὸ εξ.

O Quadrati uero ex CK maius, quam vigintuplum] *Quadratum enim ex CX quadruplum est quadrati medietatis CX, cum proportionem habeat duplam eius, quæ est XC ad CK. ex 20 sexti libri elementorum.*

P Atque est ut quadratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] Ex 7. *quinti libri elementorum: posita enim sunt EC CL inter se æquales.*

Q Aequiangula enim sunt triangula ONI LIM LKC] *Triangulum namque LIM simile est triangulo LKC propter lineas IM KC parallelas. Sed trianguli ONI rectus angulus ad N est æqualis recto ad C, uel M. & angulus OIN æqualis ipsi LIM, qui ad uerticem constituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus est.*

R Et 36. quadrata ex ON 720. quadrati ex NI sunt maiora] *Quam. n. proportionē habet 1 ad 20 eandem 36. habet ad 720.*

S Sed 720 quadrata ex NI sunt 80. quadrata ex LI] *Nam cum LI tripla sit ipsius IN, erit quadratum ex LI nonuplum quadrati ex IN, ac propterea unumquodque quadratorum ex LI continebit 9 quadrata ex IN. octoginta igitur quadrata ex LI sunt 720. quadrata ex IN.*

T Octoginta uero quadrata ex CL sunt 20. quadrata ex LK] *Est. n. quadratum ex KL quadrati ex LI quadruplum.*

V Quod KL ipsius LI sit dupla] *Græcus codex* διπλῆ γάρ ἡ δκ τῆς δι, *sed legendum.* διπλῆ γάρ ἡ λκ τῆς λι.

X At 20. quadrata ex KL sunt 15. quadrata ex BD, æquilaterum namque est triangulum DLB, perpendicularisque LK, & BD ipsius KL potestate sesquitertia] *Est enim quadratum ex BD, videlicet quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BK KL. Sed quadratum ex LB quadruplum est quadrati ex BK. ergo quadratum ex LB reliqui quadrati ex KL sesquitertium erit. Græcus codex.* εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιέ τῶν ἀπὸ βδ μείζονα, *Sed legendum*

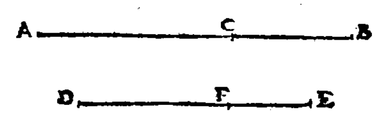
enim vt opinor, εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιέ τὰ ἀπὸ βδ. *neque enim 20. quadrata ex KL 15 quadratis ex BD sunt maiora, sed ipsis æqualia, vt manifesto apparet.*

Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD sunt maiora.] *hoc est primum maius est vltimo. Græcus codex* ὥστε λς τὰ δ ἀπὸ ον ιέ τῶν ἀπὸ βδ. *legendum autem.* ὥστε λς τὰ ἀπὸ ον ιέ τῶν ἀπὸ βδ μείζονα. Y

Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] *ex 15 quinti libri elementorum; vtrumque enim vtriusque tertia pars est.* Z

THEOREMA XLII. PROP. XLIIII.

Si duæ rectæ lineę extrema, ac media ratione secentur, in subiecta sunt analogia.



Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C, ita vt maior ipsius portio sit AC. similiter & DE secetur in F, sitque maior portio DF. Dico vt tota AB ad maiorem eius portionem AC, ita esse & totam DE ad maiorem portionem DF. Quoniam enim ABC rectangulū æquale est quadrato ex AC, rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF; erit vt ABC rectangulum ad quadratum ex AC, ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF. vt igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF: & componendo, vt quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF. Sed quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC est quadratum quod fit ex vtraque AB BC per octauum Theorema secundi libri elementorum. & quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex BF est quadratum, quod fit ex vtraque DE EF. ergo ut quadratum ex vtraque AB BC ad quadratum ex AC, ita quadratum ex vtraque DE EF ad quadratum ex DF. & longitudine ut vtraque AB BC ad AC, ita vtraque DE EF ad DF. componendoque vt vtraque AB BC una cū AC, hoc est duæ AB ad AC, ita vtraque DE EF una cum DF, hoc est duæ DE ad DF; & antecedentium dimidia, vt AB ad AC, ita DE ad DF. EX quo manifeste patet, si sint duæ rectæ lineæ æquales vt AB DF, quarum vtraque extrema, ac media ratione secetur, in punctis CF, erunt maiores portiones ipsarum æquales inter se, & minores similiter æquales. Quoniam enim demonstratū est, vt AB ad AC, ita esse DE ad DF; & permutando erit vt AB ad DE, ita AC ad DF.

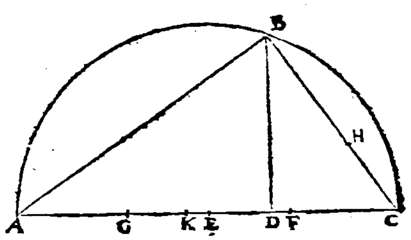
COMMENTARIVS.

Hoc similiter demonstratum est in quartodecimo libro elementorum, propositione VII.

THEO-

THEOREMA XLIII. PROPOS. XLV.

Sit ſemicirculus ABC, cuius centrum E: ſitque AC tripla
CD: & ipſi AC ad rectos angulos DB; & AB BC iungan
A tur. erit AC ipſius CB poteſtate tripla, vt enim AC ad CD,
ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ob triangulorum ABC BCD ſimilitudinem. Itaque ſecetur BC extrema, ac media ratione in H, vt maior portio ſit BH: & fiat
B CE poteſtate quintupla ipſius EF; quòd quidem fieri poteſt.
C etenim CE, cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit. Dico proportionem BH ad CF poteſtate eſſe eam, quam habent quinque ad tria.



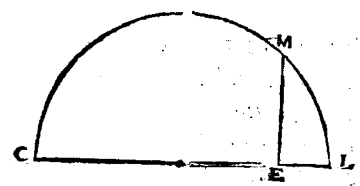
Ponatur ipſi FE æqualis EG, & FG extrema ac media ratione ſecetur in K, vt FK ſit maior ipſius portio. & quoniam recta linea CE ſui ipſius portionis EF quintuplum poteſt, & dupla ipſius EF extrema, ac media ratione ſecatur in K: erit KF æqualis FC per ſecundum theorema tertiidecimi libri
D elementorum. quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG. Sed ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt CB ad BH, ita CG ad GF, hoc eſt GF ad FC: & permutando ut BC ad FG, ita
E BH ad CF. Quoniam igitur AC ipſius quidem CB poteſtate tripla eſt, ipſius uero GF quintupla: quarum partium AC poteſtate eſt quindecim, earum CB eſt quinque, & FG trium. ergo BC ad FG poteſtate eam proportionem habet, quã quinque ad tria. quare & BH ad FO poteſtate habet eandem, quam quinque ad tria.

COMMENTARIVS.

A Erit AC ipſius CB poteſtate tripla: vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Nam cum triangula ABC BDC æquiangula ſint, ex 8. ſexti libri elementorum, erit ut AC ad CB in triangulo ABC, ita BC ad CD in triangulo BDC. ergo AC ad CD, hoc eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primi AC ad quadratum CB ſecundæ ex corollario 20. eiuſdem.*

Quod

Quod quidem fieri poteſt] *Sit recta linea CE, quæ producatur in L, ita ut CE ip-* B
ſius EL ſit quintupla; & circa diametrum CL deſcribatur ſemicirculus CML; perque E ipſi CL ad rectos angulos ducatur EM. erit CE ipſius EM poteſtate quintupla. Vt enim CE ad EM, ita ME ad EL. quare ut CE ad EL, ita quadratum ex CE ad quadratum ex EM. Si igitur EF fiat æqualis EM, factum iam erit, quod oportebat.



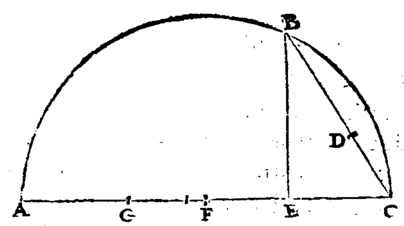
Etenim CE cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit] *Eſt enim AC longitudine tripla ipſius CD, quare AD dupla eſt DC. Itaque quoniam tota AC dupla eſt totius CE, & pars AD itidem dupla partis DC, erit & reliqua CD dupla reliquæ DE, & tota CE ipſius ED tripla.* C

Quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG] D
Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.

Quoniam igitur AC ipſius quidem BC poteſtate tripla eſt, ipſius vero GF quin- E
tupla.] *Horum primum ante demonſtratum eſt, ſecundum uero manifeſte patet. Nam cum CE ipſius EF poteſtate ſit quintupla, erit & dupla ipſius CE, hoc eſt AC dupla EF, uidelicet FG ſimiliter quintupla poteſtate ex 15 quinti libri elementorum.*

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVI.

Rurſus ſit ſemicirculus ABC, cuius centrum F, & quadratum ex CF quintuplum quadrati ex FE. ipſi vero AC ad rectos angulos ſit BE, & iuncta BC extrema, ac media ratione ſecetur in D, vt BD ſit portio maior. Dico quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla eſſe.



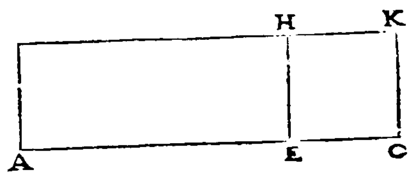
A Ponatur FG æqualis EF. ergo CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio EG. & quoniam rectangulum GCE æquale eſt quadrato ex EG, ipſa uero EC eſt æqualis AG, quoniam & EF ipſi FG; erit AEC rectangulum quadrato ex EG æquale. eſtque vt quadratum quidem ex EG, hoc eſt rectangulum AEC ad quadratum ex EC, ita quadratum ex CB ad
B quadratum ex BD, quoniam & ut GE ad
C EC, ita CB ad BD. vt autem rectangulum AEC ad quadratũ ex EC, ita AE ad EC. hoc.n. per primam ſexti libri elem. oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa EC, & cõpleto in AE parallelogrammo. vt igitur AE ad EC, ita quadratum ex CB ad id, quod fit ex BD quadratum; & componendo ut AC ad CE, hoc eſt ut quadra- D
tum ex AC ad quadratum ex CB, ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex BD. eſt E
autem, & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex CE. ex æquali igitur vt quadratum ex AC ad quadratum ex EG, ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex CE. Sed quadratum ex AC quintuplum eſt quadrati ex EG. ergo & quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla erunt. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Ergo CG extrema, ac media ratione secta est in E, atque eius maior portio EG] *Nam ex 2. tertiidecimi libri elementorum recta linea EG extrema ac media ratione secatur, cuius maior portio est æqualis EC. ergo & tota CG extrema, ac media ratione secta est in E, cuius maior portio EG ex quinta eiusdem.*

B Quoniam & vt GE ad EC, ita CB ad BD] *Ex 22. sexti libri elementorum. Cum enim GE extrema, ac media ratione secetur, atque eius maior portio sit æqualis EC, ut proxime dictum est, erit ex 44. huius ut GE ad EC, hoc est ad maiorem eius portionem, ita & CB ad BD.*

C Hoc enim ex prima sexti elementorum ostenditur, descripto scilicet quadrato ab ipsa EC, & completo in AE parallelogrammo] *Describatur ex EC quadratū HECK, & parallelogrammum compleatur. erit AH rectangulum, quod AEC continetur. ergo ut rectangulum AH ad HC quadratum, ita AE ad EC ex prima sexti: sed illud per sese patet ex lemmate in 23. decimi libri elem.*



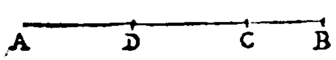
D Et componendo ut AC ad CE, hoc est ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Ob similitudinem triangulorum ABC BEC nempe ducta AB, quemadmodum in antecedenti ostendimus*

E Est autem & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex EC] *Est enim ex 45. huius ut CB ad BD, ita GE ad EC. ergo & permutando ut RC ad EG, ita BD ad CE.*

THEOREMA XLV. PROPOS. XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione secto, maior portio eius est decagoni latus.

Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ratione secetur in C: & sit maior portio DC. Dico DC latus decagoni esse. apponatur enim DA, quæ



A sit decagoni latus. ergo AB extrema, ac media ra-
B tione secatur in D. Similiter & DB in C secatur. quare per octauum lemma ut AB
C ad BD, hoc est vt BD ad DA, ita BD ad DC. æqualis igitur est AD ipsi DC. Sed CD
D est latus decagoni. ergo & DC decagoni latus erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo AB extrema, ac media ratione secatur in D] *Ex 9. tertiidecimi libri elementorum.*

B Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. est autem 44. huius.*

Ita BD ad DC] *In codice græco mendose legitur. οὕτως ἡ α β πρὸς δγ cum legendum sit οὕτως ἡ β δ πρὸς δγ.* C

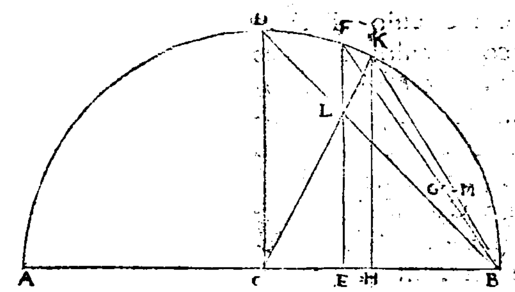
Aequalis igitur est AD ipsi DC] *Ex 9. quinti elementorum.*

Ergo & DC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonstrauimus in cōmentariis in 9. tertiidecimi libri elementorum propositione prima.* D E

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum.

Exponatur. n. sphæræ diameter AB, & circa ipsam semicirculus, cuius cē trum C, & ab ipso ad rectam lineam AB perpendicularis CD. secetur aūt A
AB in E, ita vt AE dupla sit EB, & B
perpendicularis EF, iunganturque DLB FB. ergo FB est latus cubi, vt demonstratum est in tertiodecimo lib. elem. in cubo. secetur FB extrema, ac media ratione in G, & sit maior portio FG. erit FG dodecaedri latus, ut in tertiodecimo libr. elem. C
in dodecaedro. iuncta autem CL

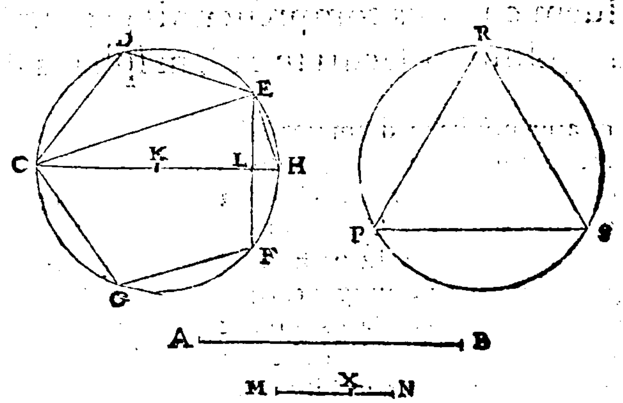


producatur in K, & perpendicularis ad AB agatur KH; iūctaque KB extrema ac media ratione secetur in M; & LM sit maior portio. Quoniā igitur AB dupla est BC, &
AE itē dupla EB: erit & reliqua BE reliquæ EC dupla. sed BE est æqualis EL, propte D
rea quòd vt BC ad CD, ita est BE ad EL. ergo & LE dupla est EC. sed & KH ipsius E
HC est dupla. quadruplū igitur est quadratū ex KH quadrati ex HC. & ideo quadratū ex KC quintuplū est quadrati ex CH. quare & quadratum ex BC quadrati ex CH
quintuplum erit. ergo KB est latus icosaedri, quod demonstratum fuit in tertiode- F
cimo libro elem. Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonstratur propor- G
tionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH esse eam, quam habent quinq; ad tria:
in decimo autem quadrata ex BK KM quintupla esse quadrati ex BH: erunt quadra H
ta ex BK KM quadrati ex FG tripla. Itaque exponatur circulus comprehendens ico- K
saedri triangulū, & a centro ducta recta linea, ut contingit, NX, extrema, ac media
ratione secetur in O, sitque maior portio ipsius NO. ergo NO est decagoni latus,
quod ante ostensum est. & quoniam latus triāguli æquilateri descripti in circulo, cu
ius centrū N, potestate triplū est ipsius NX semidiametri, ut in tertiodecimo lib. ele L
men. demonstratur, erat autē trianguli latus KB: quadratū ex KB quadrati ex NX ē
triplum. & sunt utræque extrema, ac media ratione sectæ ergo ex ante demōstratis, M
vt BK ad NX, ita KM ad NO: & eorū quadrata & vt vnum ad vnū, ita omnia ad om-
nia. quadrata igitur ex BK KM tripla sunt quadratorū ex NX NO. sed ostēsa sūt qua N
drata ex BK KM tripla quadrati ex FG. ergo quadrata ex NX NO quadrata ex FG
æqualia erunt. atque est NX latus hexagoni, & NO decagoni quare FG est latus pen
tagoni in eodem circulo, cuius centrum N descripti, quod etiam in tertiodecimo
libro elem. demonstratur. recta uero linea FG cum sit pentagoni, & dodecaedri la- prop. 10.
tus erit. idem igitur circulus triangulum icosaedri, & dodecaedri pentagonū comprehendit.

ALITER.

Idem circulus comprehendit icoſaedri triangulum, & dodecaedri pentagonum.

Exponatur quædam ſphæra, & in ipſa dodecaedrum, & icoſaedrũ deſcribantur. ſitque dodecaedri quidem pentagonum CDEFG circulo CDE contentum, icoſaedri vero triangulum in circulo PRS. Dico circulos æquales eſſe. hoc eſt pentagonum, & triangulum eodem circulo comprehendi. Iungatur CE. ergo CE eſt latus cubi in eadem ſphæra deſcripti, in qua dode-



prop.17. caedrum. hoc enim demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum
O K, & ab ipſo perpendicularis KL producatur AD CH, & iungatur EH. er-
P go EH eſt decagoni latus. & quoniam quadratum ex CH, hoc eſt quadrata ex
CE EH quadrupla ſunt quadrati ex HK, erunt quadrata ex CE, EH HK quadrati ex HK quintupla. Sed quadratis ex EH HK æquale eſt id, quod fit ex EF quadratum: etenim latus pentagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eo-
prop.10. dem circulo deſcriptorum, quod in tertiodecimo libro elementorum demonſtratum eſt. quadrata igitur ex CE EF quintupla ſunt quadrati ex HK. Itaque exponatur & ſphæræ diameter AB, & recta quædam linea MN, ita ut quadra-
Q tum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN. eſt autem & ſphæræ diameter poteſtate quintupla ſemidiametri circuli, in quo deſcribitur icoſaedrum, vt oſtenſum
prop.16. eſt in tertiodecimo libro elementorum. ergo MN eſt ſemidiameter circuli, in quo icoſaedrum deſcribitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X, vt maior ipſius portio ſit MX. Eſt igitur MX decagoni latus per quartum lem-
R ma. & quoniam quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum eſt, qua-
prop.15. drati uero ex CE latere cubi triplum, vt in tertiodecimo libro elementorum; erunt
T tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN ęqualia. Sed ut tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX, etenim cubi latere extrema, ac media ratione ſecto, portio
prop.17. maior eſt dodecaedri latus; ut oſtenditur in tertiodecimo libro elementorum.
V tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia ſunt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX. quinque autem quadrata ex MN, & quinque quadrata ex MX ſunt æqualia quinque quadratis ex RS: ut in tertio-
prop.16. decimo libro elementorum oſtenſum eſt in icoſaedro. ergo quinque quadrata ex
X RS æqualia ſunt tribus ex CE quadratis, & tribus quadratis ex DE. Sed quinque

quidem

quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa PRS triangulum deſcripti per 12. tertii decimi libri elementorum; tria uero quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli, qui circa pentagonum CDEFG deſcribitur, cum demonſtratum ſit quadrata ex CE EF quadrati ex HK quintupla eſſe. quindecim igitur quadrata ſemidiametri circuli circa triangulum PRS, ſunt ęqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa CDEFG pentagonum deſcripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo eſt æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icoſaedri in eadem ſphęra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E, ita vt AE dupla ſit EB] *Græcus codex habet* καὶ τετμήσθω ἡ αβ ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν αβ τῆς εβ. *ſed legendum* τὴν αε τῆς εβ. A

Ergo FB eſt latus cubi, ut demonſtratum eſt in tertio decimo libro elementorum in cubo] *propoſitione 15. & vltima.* B

Vt in tertio decimo libro elementorum in dodecaedro] *propoſitione 17.* C

Propterea quod ut BE ad CD, ita eſt BE ad EL] *Ex quarta ſexti ob ſimilitudinem triangulorum BDC, BLE. eſt autem BC æqualis CD, cum C ſit ſemicirculi centrum. ergo & BE ipſi EL eſt æqualis.* D

Seſt & KH ipſius HC eſt dupla: quadruplum igitur eſt quadratum ex KH quadrati ex HE.] *ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum LCE KCH. in gręco codice legitur* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς εγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ εκ τοῦ γε. *ſed corrigendum* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ κθ τοῦ ἀπὸ θγ. E

Ergo KB eſt latus icoſaedri, quod demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum] *propoſitione 16. & ultima.* F

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe eam, quam habent quinque ad tria *videlicet in 46. huius.* G

In decimo autem quadrata ex BK KM quintupla eſſe quadrati ex BH.] *in 47 huius.* H

Erunt quadrata ex BK KM quadrati ex FG tripla] *Nam cum quadratum quidem ex FG ad quadratum ex BH proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata vero ex BK KM ad idem quadratum ex BH eam habeat, quam quinque ad vnum, hoc eſt quam quindecim ad tria, habebunt quadrata ex BK KM ad quadratum ex FG proportionem eandem, quam quindecim ad quinque, videlicet triplam. In græco codice omnia ferè ſunt corrupta; qui ſic habet* ἐν δὲ τῷ εβῳ τὰ ἀπὸ βζ ζθ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βζ ζθ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. *ego ſic corrigendum arbitror.* ἐν δὲ τῷ ι τὰ ἀπὸ βκ κμ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βκ κμ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. K

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur] *propoſitione 12.* L

Ergo ex ante demonſtratis vt BK ad NX, ita KM ad NO, & eorum quadrata, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK KM tripla ſunt quadratorum ex NX NO] *eſt enim ex 45. huius vt BK ad KM, ita XN ad NO, permutandoque vt BK ad XN, ita KM ad NO. & vt quadratum ex BK ad quadratum ex NX, ita quadratum ex KM ad quadratum ex NO. vt autem vnum ad vnum,* M

ita

ita omnia ad omnia. Sed quadratum ex BK *triplum est quadrati ex* NX. *quadrata igitur ex* BK KM *quadratorum ex* NX NO *sunt tripla. In codice græco legitur.* διά τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστιν ὡς ἡ βζ τῆς νξ, ἡ ζη πρὸς νο, καὶ τὰ τετράγωνα, καὶ ὡς ἔμπροσθεν πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ βκη τῶν ἀπὸ ξνο ἐστι τριπλάσια. *quæ nos ita emendauimus*, διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστιν ὡς ἡ βκ πρὸς νξ, ἡ κμ πρὸς νο καὶ τὰ τετράγωνα. καὶ ὡς ἓν πρὸς ἕν, πάντα πρὸς πάντα. τὰ ἄρα ἀπὸ βκμ τῆς ἀπὸ ξνο ἐστι τριπλάσια.

N Sed ostensa sunt quadrata ex BK KM tripla quadrati ex FG.] *Græcus codex habet.* ἐδείχθη δὲ καὶ τοῦ ἀπὸ ζη τὰ ἀπὸ τῆς βζζν τριπλάσια, *sed legendum* τὰ ἀπὸ τῆς βκκμ τριπλάσια.

O Ergo EH est decagoni latus] *Etenim* CH *circumferentiam pentagoni* EF *bifariam diuidit in* H, *quod in* 41. *huius adnotauimus.*

P Hoc est quadrata ex CE EH] *Ex penultima primi elementorum.*

Q Ita vt quadratum ex AB quintuplum sit quadrati ex MN] *Hoc quomodo fieri possit nos supra ostendimus in commentariis in* 45. *huius.*

R Est igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *Videlicet per præcedentem.*

S Erunt tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim quarum partium quadratum ex* AB *est quindecim, earum quadratum quidem ex* MN *est triũ, quadratum uero ex* CE *quinque, erunt tria ex* CE *quadrata quadrato ex* AB *æqualia* : & *quinque quadrata ex* MN *similiter æqualia eidem quadrato ex* AB. *tria igitur ex* CE *quadrata quinque quadratis ex* MN *æqualia erunt.*

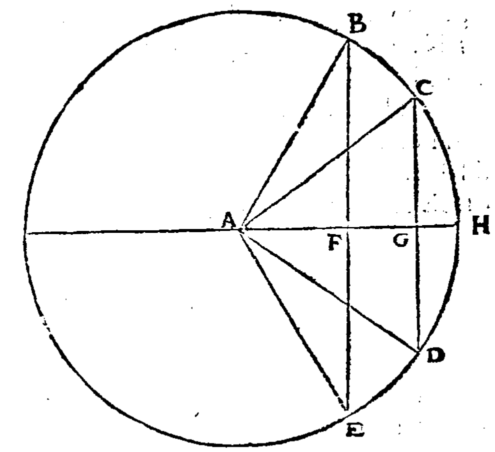
T Sed vt tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX.] *Secetur cubi latus* CE *extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni* DE, *hoc est lateri dodecaedri ex* 8. *tertiidecimi libri elementorum,* & 17. *eiusdem. ergo ut* CE *ad maiorem portionem* DE, *ita* & MN *ad* MX: &
ex .. hui⁹ *ut quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX. *Vt*
ex .. sex. *autem quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita tria ex* CE *quadrata ad tria quadrata ex*
15 quinti DE. & *ut quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX, *ita quinque ex* MN *quadrata ad quinque quadrata ex* MX. *vt igitur tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita quinque quadrata ex* MN *ad quinque ex* MX *quadrata.*

V Tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia sũt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX] *Quoniã.n.ostensũ est, ut tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita esse quinq; quadrata ex* MN *ad quinq; ex* MX *quadrata, erit permutãdo ut tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* DE *ad quinq. quadrata ex* MX. & *ut unum ad unũ, ita omnia ad omnia. Vt igitur tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* CE, & *tria quadrata ex* DE *ad quinque quadrata ex* MN & *quinque quadrata ex* MX. *Sed tria quadrata ex* CE *sunt æqualia quinq; quadratis ex* MN. *ergo tria quadrata ex* CE, & *tria quadrata ex* DE *quinque quadratis ex* MN & *quinque quadratis ex* MX *æqualia erunt.*

Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia sunt quindecim quadratis semidia-
X metri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendose legitur.* ἀλλὰ πεντεμὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστι δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *scribendum autem* ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστι δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. & *ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

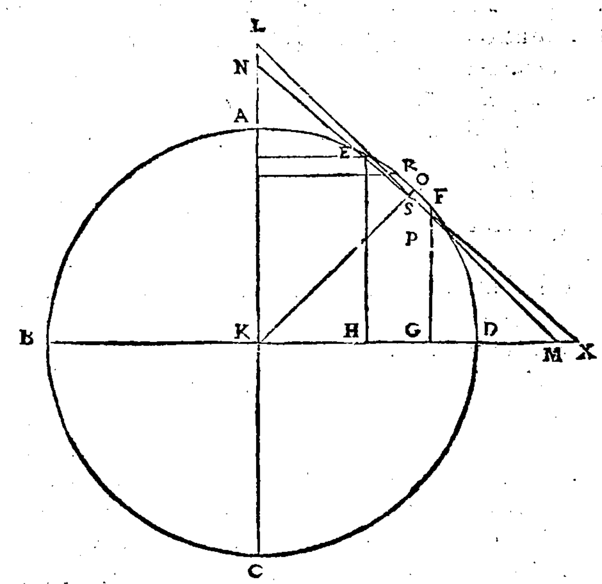
Duodecim pentagona maiora sunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo describuntur.



Sit circulus cõprehendens triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri BCDE, & in ipso describatur trianguli quidẽ latus BE, pentagoni uero CD, quæ inter se parallela sint. sumatur autem circuli centrum A, & ab ipso ad parallelas perpendicularis ducatur AFGH, iunganturque AB, AC AD AE. Quoniam igitur BE est trianguli latus, circumferentia BH hexagoni est. rursus quoniam CD pentagoni latus est, circumferentia CH est decagoni, & perpendiculares sunt BF CG. maius igitur est CGA rectangulum rectangulo BFA ex eo, quod mox demõstrabitur; propterea que triangulũ ADD maius est triangulo ABE. & sexaginta triangula ACC sexaginta triangulis A E sunt maiora. At sexaginta quidem triangula ACD dodecae- A
drum est, vnumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipsi ACD B
similia. sexaginta vero triangula ABE icosaedrum est, cum vnumquodque triangulum tria triangula contineat similia ipsi ABE. duodecim igitur pentagona maiora sunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo describuntur.

Quod autem posuimus, ita demonstrabitur.

THEOREMA XLVIII. PROP. L.



Sit circul⁹ ABCD, cuius centrum K, diametrique ad rectos angulos in terse secte AC BD: & hexagoni quidem circumferentia DE; decagoni vero DF: & EH FG ad diametrum BD perpendiculares. Dico FGK rectangulum rectãgulo EHK maius esse.

Sit enim octanguli circumferentia DO. ergo quarum partiũm circulus est 360, earum DE quidem erit 60, DF vero 36, & DO 45. reliqua igitur FO

C D est 9, & OE 15. ponatur ipsi FO æqualis OR. erit & reliqua AR æqualis DF.
E iunctæ autem FE FR producantur. sintque rectæ lineæ NEFX LREM. & iun-
F cta KO ipsam FR bifariam & ad rectos angulos secat. secet in S. & quoniã vter-
que angulus OKL OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior,
G quam KN. atque est vt NK ad KX, ita FG ad GX. minor igitur est FG quam
H GX, sed FG maior est quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur: hoc
8.quinti est, quam KH. etenim perpendicularis, quæ a puncto R ducitur æqualis est FG.
K quare GH ad HK maiorem proportionem habet, quam ad GX, & componendo
L M GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG, hoc est quam EH ad FG. rectãgulum
igitur FGK rectangulo EHK maius erit.

COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur BE est trianguli latus, circumferentia BH hexagoni est. rursus quoniam CD pentagoni latus est, circumferentia CH est decagoni] *Nam cum AH rectas lineas BE, CD secet bifariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BE CD bifariam secabit ex 30 tertii elementorum. in Græco codice legitur.* ἡ γὰρ ἄρα δωδεκαγώνου ἐστί *lege* δεκαγώνου.

B At sexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum est, &c.] *Dodecaedrum, & icosaedrum hoc loco pro dodecaedri, & icosaedri superficie usurpauit.*

C Erit & reliqua AR æqualis DF.] *Punctum enim O circumferentiam* DA *bifariam secat. quare æqualibus utrinque sublatis, reliqua æqualia erunt.*

D Iunctæ enim FE, FR producantur] *Producantur scilicet in utramque partem quousque diametros productas secent.*

E Et iuncta KO ipsam FR bifariam, & ad rectos angulos secat.] *Intelligantur enim iunctæ* KR KF. *& quoniam circumferentiæ* RO OF *æquales sunt, erunt anguli* RKS SKF
4.sexti. *æquales. sunt autem æquales & qui ad* R F. *reliquus igitur reliquo est æqualis,*
1.quinta *& ob id uterque rectus. quod cum* KO *ipsam* FR *ad rectos angulos secet, bifa-*
3. tertii. *riam quoque secabit.*

F Et quoniam uterque angulus OKL OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior, quam KN.] *Angulus enim* OKL *est dimidius recti* LKM, *quod circumferentia* AO *sit dimidia circumferentiæ* AD. *& eadem ratione angulus* OKM *est recti di-*
9.quinti. *midius. anguli autem ad S recti sunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* LKS *triangulo* SKM *simile. Cum igitur sit ut* SK *ad* KM, *ita* SK *ad* KL, *erit* KM *æqualis ipsi* KL. *Sed* KX *est maior, quam* KM, *&* KN *minor quam* KL. *recta enim linea* FX *cadit extra* FM, *quod* FN *intra* FL *cadat. ergo* KX *multo maior erit, quam* KN.

G Atque est ut NK ad KX, ita FG ad GX] Ex *quarta sexti elementorum. Nam cum* FG *parallela sit ipsi* NK, *fiunt triangula* NKX FGX *inter se similia.*

H Sed FG maior est, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur] Ex 15. *tertii libri elementorum.*

K Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG] Ex 28. *quinti elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.*

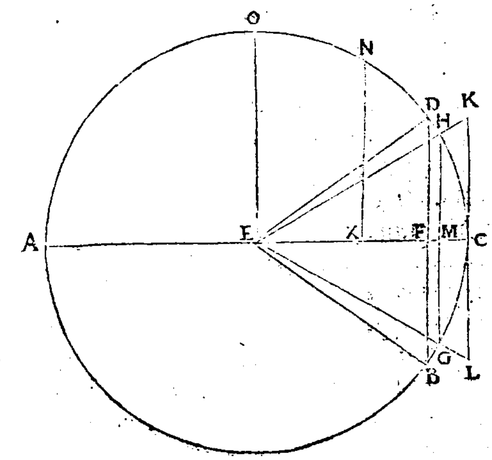
L Hoc est, quam EH ad FG] *Sunt enim triangula* EHX, FGX *inter se similia. ergo* EH *ad* HX *est ut* FG *ad* GX. *& permutando* EH *ad* FG, *ut* HX *ad* XG.

M Rectangulum igitur FGK rectangulo EHK maius erit] *Quoniam enim* GK *ad* KH *maiorem proportionem habet, quam* EH *ad* FG, *fiat ut* GK *ad* KH,
8.quinti. *ita* EH *ad aliam, erit ea minor, quam* FG: *sit* GP. *rectangulum igitur* PGK
16 sexti. *æquale est rectangulo* EHK. *Sed rectangulum* FGK *maius est ipso* PGK, *ergo & rectangulo* EHK *est maius.*

THEOREMA XLIX. PROP. LI.

Si triangulum æquicrure habens angulum ad uerticẽ quattuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipsi æquale constituatur; quadratum lateris triãguli æquilateri ad quadratum unius laterum æqualium æquicruris minorẽ proportionẽ habebit, quàm quadratũ totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione sectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.

Sit enim triangulum æquicrure BDE, angulum habens ad E quattuor quintarum recti, & circulo comprehensum, cuius centrum E, & diameter AEFC ad lineam BD perpẽdicularis. ergo BFD ẽ latus pẽtagoni. Si igitur utramque circumferentiarum CG CH dodecaedri assumamus, iungamusque GH EG EH, erit EGH triangulum æquilaterum. & si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit. Quòd si velimus aptare triangulum æquale triangulo BDE, cadet illud inter triangula HEG, KEF, hoc est triangulo HEG maius erit, & triangulo KEL minus, quod sic ostenditur. Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam habent 4 ad 3, est autem HE æqualis EC; erit & quadrati ex CE proportio ad quadratum ex EM, quam habent 4



A
B
C

ad 3. sed vt quadratũ ex CE ad quadratũ ex EM, ita quadratũ ex KL ad id, quod fit, D
ex HG quadratũ, hoc est triangulũ KEL ad triangulũ HEG; & ita hexagona. circum- E
scriptum igitur hexagonum ad inscriptum proportionẽ habet, quam 4 ad 3, hoc est,
quam 12 ad 9. Circumscriptum vero hexagonũ ad quinque triangula KEL eam pro F I
portionem habet, quam 12 ad 10. ergo quinque triangula KEL inscripto hexagono
sunt maiora, & multo maiora inscripto pentagono. nã pentagonum æquilaterum cir- G
culo inscriptum inscripto hexagono est minus. triangulũ igitur DEB minus ẽ trian
gulo KEL. Dico & triãgulo HEG maius esse. sumatur. n. CN circũferentia hexagoni
& perpẽdicularis ducatur NX. Itaq; quoniã ex antecedente rectãgulum DFE maius
est NXE rectãgulo, & æquale ẽ NXE rectangulũ rectãgulo HME, omnia. n. omnibus H
sunt æqualia: erit rectangulum DFE rectãgulo HME maius. quare & DEB triangu I
lum maius est triangulo HEG. & ideo si triangulũ æquilaterũ æquale triãgulo DEB
constituatur, ita ut basis ipsius parallela sit ipsi HG uel KL, inter KH cadet. Quoniã K
igitur ostensum est in sexto lemmate, recta linea extrema, ac media ratione secta,
quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem propor-
tionem habere, quam 4 ad 3. habet autem quadratum ex KE ad quadratum ex
Ee EC

E C, hoc est ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4 ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli æquilateri, quod
a quinti. inter KE HE cadit, ad quadratum ex EH, hoc est ad quadratum ex ED
L lateris æquicruris.

COMMENTARIVS.

A Erit EGH triangulum æquilaterum] *Quoniam enim utraque* GC CH *circumferentia est dodecagoni, erit tota* GCH *circumferentia hexagoni, & recta linea* GMH *hexagoni latus, quod quidem semidiametro est æquale. triangulum igitur* EGH *æquilaterum est.*

B Et si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit] *Hoc ita intelligendum est, ut recta linea circulum contingens in C ab* EH *producta secetur in* K, *& ab* EG *in L. fiunt enim triangula* EHG EKL *similia, quod* HG KL *inter sese parallelæ sint.*

C Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam habent 4 ad 3] *Demonstratur hoc in 39. huius.*

D Sed ut quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc est triangulum KEL ad triangulum HEG] *Est enim ob triangulorum similitudinem, ut* CE *ad* EM, *ita* KC *ad HM, & ita eorum dupla* KL *ad* HG. *triangulum autem* KEL *ad triangulum* HEK *duplam habet proportionem eius, quam* KL *ad HG. Sed & quadratum ex* KL *ad quadratum ex* HG *duplam proportionem habet eius, quam* KL *ad* HG. *Vt igitur quadratum ex* KL *ad quadratum ex* HG, *ita triangulum* KEL *ad* HEG *triangulum.*

E Et ita hexagona] *Ex 15. quinti elem. Sunt n. hexagona sextupla triangulorum, nempe circumscriptum hexagonum trianguli* KEL, *& inscriptum trianguli* HEG *sextuplum.*

F Circumscriptum uero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionẽ habet, quam 12 ad 10.] *Habet namque eam, quam 6 ad 5.*

G Nam pentagonum æquilaterum circulo inscriptum inscripto hexagono est minus] *Latus enim pentagoni æquilateri in circulo descripti, ex iis, quæ a Ptolemæo in magna constructione tradita sunt, minus est triginta tribus partibus earum, quarum diameter circuli est 120. ergo totus pentagoni ambitus minor est 165. partibus. hexagoni uero latus cõtinet 30. earundem partium, & totus ambitus 180. pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni est minor. Sed cum in prima huius ostensum sit, polygonorum ordinatorum quæ angulos quidẽ numero inæquales habent, ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis constat semper maius esse, si pentagonum, & hexagonũ æquali ambitu cõstituantur, pentagonũ minus erit hexagono. At pentagoni æquilateri ambitus minor est ambitu hexagoni in eodem circulo descriptorũ. ergo dictum pentagonum hexagono multo minus sit necesse est.*

H Et æquale est NXE rectangulum rectangulo HME, omnia enim omnibus sũt æqualia] *Ducatur a centro* E *ipsi* AC *ad rectos angulos* EO. *& cum* CN *sit circumferentia hexagoni, erit reliqua* NO *dodecagoni circumferentia ipsi* CH *æqualis, & HO circumferentia hexagoni æqualis* CN. *ergo recta linea* NX *est æqualis ei, quæ a puncto H ad* EO *diametrum perpendicularis ducitur, uidelicet ipsi* ME, *&* HM *similiter æqualis perpendiculari a puncto* N *ad* EO *ductæ: hoc est* EX. *rectangulũ igitur* HME *rectangulo* NXE *est æquale.*

K Quoniam igitur ostensum est in sexto lemmate] *Videlicet in 42. huius.*

L Ad quadratum ex EH, hoc est quadratum ex ED lateris æquicruris.] *In Græco codice legitur* πρὸς τὴν εθ τουτέστι τὴν εδ τοῦ ἰσοσκελοῦς, *sed mendose, ut opinor. legendum enim erit* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εθ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς εδ ἰσοσκελοῦς.

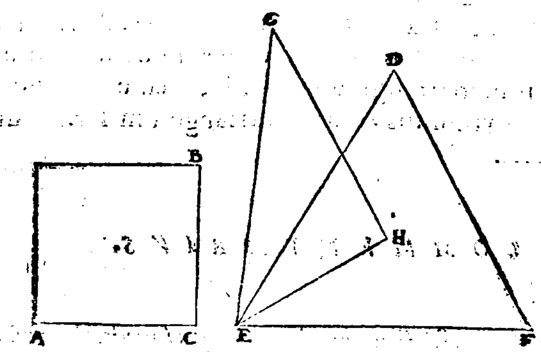
THEO-

THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

Quæ igitur ad comparationes quinque figurarum æqualem superficiem habentium assumuntur, seorsum posita sint. M
Deinceps vero ostendendum est icosaedrum maximum esse, post icosaedrum dodecaedrum, deinde octaedrum, deinde cubus, postremo omnium minima pyramis

Cubus pyramide maior est A

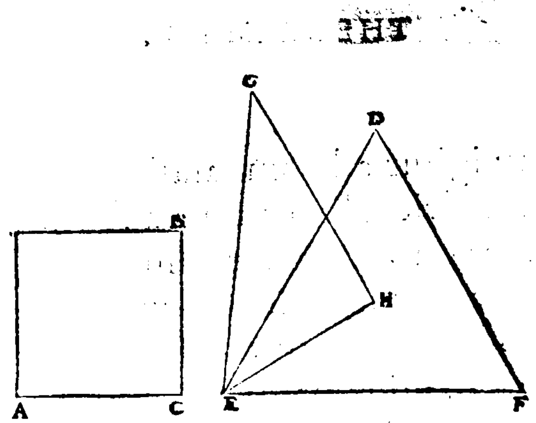
Sit enim primum de cubo, & pyramide sermo, sitque cubi ABC quadratum AB, & pyramidis triangulum DEF.



Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum superficies, erunt sex quadrata AB æqualia quattuor triangulis DEF. ergo proportio trianguli DEF ad AB quadratum est ea, quam habent 3 ad 2. ducatur a pyramidis vertice ad planum B
perpendicularis GH, & EH iungatur. perspicuum est H centrum esse circuli circa triangulum DEF descripti. quadratum igitur ex DE, hoc est C D
quadratum ex EG triplum est quadrati ex EH, atque est angulus EHG rectus. quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH est, quam habent 3 ad 2, hoc E
est quam 54 ad 36. quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH F G
proportio est, quam habent 36 ad 4. ergo proportio quadrati ex GE, H
hoc est ex EF ad tertiæ partis GH quadratum est, quam habent 54 ad 4.
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit, K
minus est, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor triangula
DEF, quæ sunt sex quadrata AB, maiora quadrato ipsius EF. ergo AB L
quadratum ad quadratum ex EF maiorem proportionem habet, quam 1 ad

 6. hoc

6, hoc est quam 9 ad 54. quadrati autem ex EF ad quadratum tertiæ partis GH proportio est, quam habet 54 ad 4, ut ostensum fuit. & ex æquali qua
M dratum AB hoc est quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9 ad 4. ergo & longitudine recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem habet proportionem, quam 3 ad 2. Sed ostensum est proportionē trianguli DEF ad AB quadratum esse eam, quam habent 3 ad 2. triangulum igitur DEF ad AB quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea AC ad tertiam partem GH & ex contrario recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem proportionem ha-
N bet, quam triangulum DEF ad AB quadratum. Si igitur faciamus ut AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam; erit
O ad spacium minus quadrato AB. atque est cubus quidem quadratum AB, cuius
P altitudo AC: pyramis uero triangulum DEF, cuius altitudo est tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur. ergo cu-
Q bus pyramide maior erit.



COMMENTARIVS.

A Cubus pyramide maior est] *Hęc nos addidimus perspicuitatis causa, ut essent loco propositionis.*

B Ducatur a pyramidis uertice ad planum perpendicularis GH] *Græcus codex* ἤχθω δὴ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπίπεδον. *sed legendum* ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον. *hoc est ad planum trianguli DEF.*

C Perspicuum est H centrum esse circuli circa triangulum DEF descripti] *Intelligantur iunctæ DH HF GF. Quoniam igitur recta linea GF est æqualis GE, & quadratum ex GF quadrato ex GE æquale erit. quadrato autem ex GF æqualia sunt utraque quadrata ex GH HF, quod angulus GHF sit rectus: & quadrato ex GE similiter ęqualia sunt utraque quadrata ex GH HE. ergo quadrato ex GH HF quadratis ex GH HE sunt æqualia. & ablato communi quadrato ex GH, relinquetur quadratum ex HF æquale quadrato ex HE. ergo recta linea HF est æqualis HE. Eodem quoque modo ostendetur HD ipsi HE æqualis. tres igitur rectæ lineæ HF, HE, HD sunt æquales inter sese. ergo ex 9. tertii elementorum H est centrum circuli circa DEF triangulum descripti.*

D Quadratum igitur ex DE, hoc est quadratum ex EG triplum est quadrati ex EH] *ex 12. tertiidecimi libri elementorum.*

E Quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH est, quam habent 3 ad 2] *Quadratum enim ex GE est æquale duobus quadratis ex EH HG. Quod cum quadratum ex GE ad quadratum ex EH sit ut 3 ad 1, erit quadratum ex EG ad quadratum ex GH, ut 3 ad 2.*

Hoc

Hoc est quam 54. ad 36.] *ex 15. quinti. est enim utrumque utriusque octodecuplum, vel duodeuigintuplum.* F

Quadrati autē ex GH ad quadratū tertiæ partis GH proportio est quam habent 36. ad 4.] *Nam proportio quadrati ex GH ad quadratum tertiæ partis ipsius est dupla eius, quam habet GH ad tertiam partem GH, videlicet nonupla. Græcus codex.* τοῦ ἀπὸ ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ *lege* τοῦ δὲ ἀπὸ ηθ· *&c.* G 20. sexti.

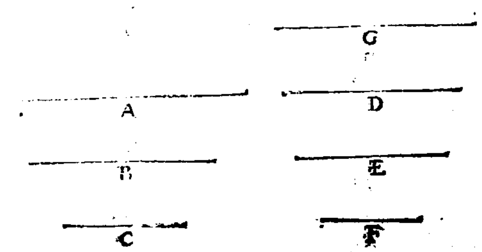
Ergo proportio quadrati ex GE hoc est ex EF ad tertię partis GH quadratum est, quam habent 54. ad 4.] *videlicet ex ęquali. Græcus autem codex habet,* καὶ τοῦ ἀπὸ ηε ἄρα, τουτέστι τοῦ ἀπὸ εζ πρὸς τὸ ἀπὸ τριγώνου τῆς ηθ. *sed legendum,* τουτέστι τοῦ ἀπὸ εζ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ τρίτου τῆς ηθ. H

Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit K minus, est quam buadruplum dicti trianguli] *ex 39. huius.*

Quæ sunt sex quadrata AB] *in Græco codice legitur* ἅπερ ἐστὶν ἓξ τετράγωνα ἀπὸ αγ. *Sed quoniam quadratum quod fit ab AC est ipsum AB, nos ita vertere maluimus, quod & obseruauimus aliis in locis.* L

Et ex æquali quadratum AB, hoc est quadratum ex AC ad quadratum tertiæ M partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4.] *Hoc in elementis per sese demonstratum non est, sed tamen facile demonstrabitur hoc modo.*

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quam prima posteriorum ad secundam, secunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam secunda posteriorum ad tertiam, etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.



Sint tres magnitudines A B C, & aliæ ipsis numero æquales D E F, habeat autem A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C habeat eandem, quam E ad F. Dico A ad C maiorem habere proportionem, quam D ad F. fiat enim ut A ad B, ita alia, quæ sit G ad E, erit G maior, quam D. ex æquali igitur ut A ad C, ita est G ad F. sed G ad F maiorem habet proportionem, quam D ad F. ergo ex 13. quinti libri elementorum A ad C maiorem proportionem habebit, quam D ad F. quod demonstrandum fuerat.

Si igitur faciamus vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad a- N
liud quippiam, erit spacium minus quadrato AB] *Hoc est si fiat ut AC ad tertiam*
partem GH, ita DEF triangulum ad aliud spacium, quod sit quadratum K. erit illud qua-
drato AB minus ex octaua quinti elementorum. quare prisma basim habens triāgulum DEF
& altitudinem tertiam partem GH, ęquale erit prismati, cuius basis spacium K, quod est
minus quadrato AB, & altitudo AC. bases enim altitudinibus ex contraria parte respon-
dent. quod quidem ex undecimo, & duodecimo libro elementorum facile constare potest, &
demonstratur a nobis in commentariis, in IX. propositionem duodecimi libri elemen-
torum.

Atque est cubus quidem quadratum AB, cuius altitudo AC] *est enim cubus* O
prima, cuius basis AB quadratum, & altitudo AC æqualis scilicet lateri ipsius basis, quippe cum sex quadratis æqualibus contineatur.

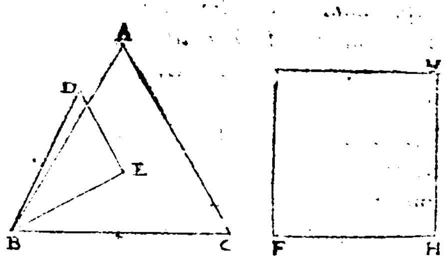
Pyramis vero triangulum DRF, cuius altitudo est tertia pars perpendicula- P
ris, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DRF ducitur.] *hoc est pyramis est æ-*
qualis prismati, cuius basis est triangulum DEF, & altitudo tertia pars perpendicularis GH

GH. prisma enim basim habens triangulum DEF, & altitudinem GH est triplum pyramidis, quæ eandem basim habet, & altitudinem æqualem ex corollario septimæ duodecimi libri elementorum, atque est triplum prismatis, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius GH. prismata namque omnia & pyramides, quę in eisdem, uel æqualibus basibus constituuntur, eam inter se proportionem habent, quam altitudines, ut nos demonstrauimus
9 quinti. *in libro de centro grauitatis solidorum propositione 20. pyramis igitur basim habens triangulum DEF, & altitudinem GH est æqualis prismati, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius GH.*

Q Ergo cubus pyramide maior erit] *Cubus enim maior est prismate, cuius basis est minor quadrato AB, & altitudo AC, nam cum altitudinem æqualem habeant, inter sese sunt, ut ipsorum bases ex 32. vndecimi libri elementorum, ex quo sequitur cubum pyramide maiorem esse.*

THEOREMA LI. PROPOS. LIII.

Octaedrum cubo maius est.



Sit enim octaedri quidem triangulum ABC, cubi vero quadratum FG, & a centro sphæræ octaedrum comprehendentis ducatur ad ABC triangulum perpendicularis DE, & DB BE iungantur. Quoniam igitur ponimus octo triangula ABC æqualia esse sex quadratis FG, erit proportio FG quadrati ad
32 huius triangulum ABC, ea, quam habent 4 ad 3. atque est per primum
A lemma generaliter in omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ob uno latere fit, maius est, quam duplum dicti trianguli. ergo quadra-
8 quinti. tum ex BC maius est sex partibus earum, quarum quadratum FG est quat-
39.huius tuor, ac propterea 4 ad 6, hoc est 36 ad 54 maiorem proportionem habent, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. Et quoniam per secundum lemma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE est ea, quam ha-
B bent 3 ad 1: quadratum autem ex BD æquale est quadratis ex EB ED; erit proportio quadrati ex DE ad quadratum ex EB, eadem, quæ est 1 ad 2. Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE est eadem, quæ 6 ad 2 ex duodecima tertijdecimi libri elementorum, ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1 ad 6, videlicet 9 ad 54. proportio
C autem quadrati tertiæ partis ipsius DE ad quadratum ex DE est 1 ad 9, etenim
D longitudine tripla potestate nonupla sunt. quadrati igitur tertiæ partis DE
E proportio ad quadratum ex BC est 1 ad 54. ostensum autem est 36. ad 54 maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE; & longitudine 6 ad 1 maiorem habet pro-
F portionem, quam recta linea FH ad tertiam ipsius DE partem. At proportio sex quadratorum FG ad unum est, quam habeat 6. ad 1. & sunt sex quadrata

drata FG æqualia octo triangulis ABC. octo igitur triangula ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habet, quam recta linea FH ad tertiam partē 7.quinti.
DE. atque est octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo est tertia pars DE, cubus autem quadratum FG, cuius altitudo FH. octaedrum igitur G
ipso cubo est maius.

COMMENTARIVS.

Quadratum, quod ab vno latere fit maius est, quam duplum dicti trianguli] A
In Græcis codicibus mendose legitur. τοῦ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνου μεῖζον ἢ διπλάσιον, *legendum enim erit,* τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον.

Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE est eadem, quę 6. ad B
2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] *Quoniam enim quadratum ex BC ad quadratum ex BE, est vt 6. ad 2. erit & conuertendo quadratum ex BE ad quadratum ex BC vt 2. ad 6. ex ęquali igitur quadratum ex DE ad quadratum ex BC est ut 1. ad 6. hoc est vt 9. ad 54. Græcus codex habet.* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε, ὃν ἐξ πρὸς δ διὰ τὸ ιζ τοῦ ιγ στοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς γ. *sed legendum* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε ὃν ἐξ πρὸς β, διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς ς.

Etenim longitudine tripla potestate nonupla sunt] *Habent enim quadrata inter se se duplam proportionem eius, quæ est laterum similis rationis ex 20. sexti elementorum. In gręco codice hæc leguntur.* καὶ τὰ μήκει ἐστὶ τριπλα δυνάμει ἐννέα ἐστί. *quæ nos sustulimus tamquam superuacanea, quę nihil ad rem propositam nihil conferunt. sunt etiam corrupta. nam quę longitudine sesquitertiam habent proportionem, videlicet, quam 4. ad 3. potestate habeat eam, quam 16. ad 9.* C

Quadrati igitur tertiæ partis DE proportio ad quadratum ex BC est 1. ad D
54.] *videlicet ex ęquali.*

Ostensum autem est 36. ad 54. maiorem habent proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionē habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE.] *Nam cum sit quadratum tertiæ partis DE ad quadratum ex BC, vt 1. ad 54. & conuertendo erit quadratum ex BC ad quadratum tertiæ partis DE, vt 54. ad 1. sed 36. ad 54. maiorem proportionem habet, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem habebit proportionem, quam quadratum FG ad tertię partis DE quadratum. Cur autem hoc sequatur, nos in antecedente demonstrauimus* E

Et sunt sex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] *In gręco codice mendose legitur.* καὶ ἐστὶ τὰ ς τετράγωνα ἴσα ἢ τετραγώνοις τοῖς αβγ, καὶ ἢ ἄρα *&c. corrige* καὶ ἐστὶ τὰ ς τετράγωνα ἴσα ἢ τριγώνοις τοῖς αβγ. ἢ ἄρα. *&c.* F

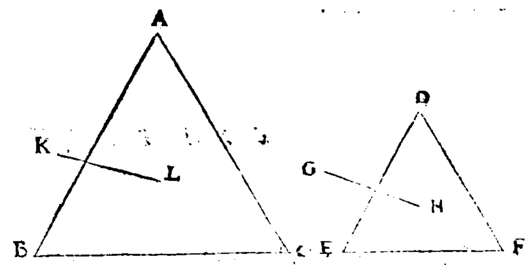
Atque est octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo est tertia pars DE] *hoc est octaedrum est ęquale octo prismatibus, quorum bases triangula ABC & altitudo tertia pars DE, sunt enim ea æqualia octo pyramidibus bases easdem habentibus, & altitudinem DE, ex quibus octaedrum ipsum constare manifestum est.* G

THEOREMA LII. PROPOSITIO. LIIII.

Icosaedrum octaedro est maius.

Sit

Sit octaedri quidem triangulum ABC, icosaedri uero DEF, & ducantur a centris sphærarum solida comprehendentium ad eorum plana perpendiculares GH KL. Quoniam igitur demonstratum est in septimo theoremate præmissorum duodecim quadrata ex GH maiora esse quinque quadratis ex EF, quinque vero quadrata ex EF sunt duo quadrata ex BC, quoniam & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC sunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF



æqualia sunt octo triangulis ABC: & vt triangulum ad triangulum, ita quadra-
20 sexti. tum ad quadratum. cum figuræ similes inter sese duplam proportionem habeant
A eius, quæ est laterum similis rationis, duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL: nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6 ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadra-
B tis ex KL maiora. ergo recta linea GH maior est, quam KL, & tertia pars
C GH maior, quam tertia KL. & quoniam icosaedrum quidem est viginti triangula DEF, quorum altitudo est tertia pars GH; octaedrum vero octo triangula ABC, altitudinem habentia tertiam partem KL: & sunt viginti triangula DEF octo triangulis
D ABC æqualia, vt posuimus, icosaedrum octaedro maius erit.

COMMENTARIVS.

A Duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL. nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6 ad 1.] *Hoc demonstratum est in antecedenti. In Græco autem codice legitur.* δύο δὲ τὰ ἀπὸ αβγ δὶ ίβ ἐσὶ τὰ ἀπὸ κλ πρὸς δε δὲ ὁ γὰρ λόγος τοῦ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ κλ, ὃν ἰξ πρὸς ἕνα. *sed ita legendum puto* δύο δὲ τὰ ἀπὸ βγ ίβ ἐσὶ τὰ ἀπὸ κλ. ὁ γὰρ λόγος, &c.

B Ergo recta linea GH maior est, quam KL] *Nam cum sint duodecim quadrata ex GH maiora duodecim quadratis ex KL, erit quadratum ex GH quadrato ex KL maius, & idcirco recta linea GH maior ipsa KL.*

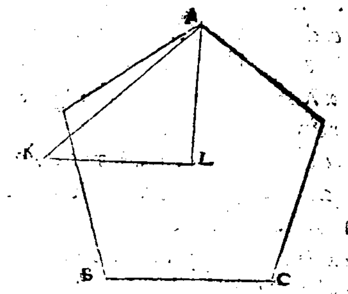
C Et quoniam icosaedrum quidem est uiginti triangula DEF, quorum altitudo est tertia pars GH] *Icosaedrum enim constat ex uiginti pyramidibus, bases habentibus triangula DEF, & altitudinem GH, quæ quidem sunt æquales viginti prismatibus, quorum eædem bases, & altitudo tertia pars GH, ut demonstratum iam fuit.*

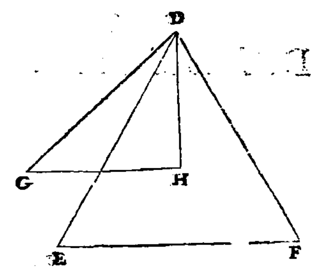
D Icosaedrum octaedro maius erit] *Viginti enim prismata quorum bases sunt triangula DEF, & altitudo tertia pars GH maiora sunt octo prismatibus, bases habentibus triangula ABC, & altitudinem tertiam partem KL, quod altitudo altitudine maior sit. nam cum in æqualibus basibus constituantur, eandem inter se proportionem habent, quam altitudines. possumus etiam hoc probare ex pyramidibus ipsis absque prismatibus, quæ quidem inter se sunt, ut earum altitudines, quod nos in libro de centro grauitatis solidorum, propositione 20. demonstrauimus.*

THEO-

THEOREMA LIIII. PROP. LV.

Sit n. pentagonũ quidem ABC vnum aliquod pentagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vnũ triangulorũ icosaedri. & a centris sphærarũ solida cõprehendentium ad plana DEF ABC perpendiculares ducantur GH KL, iunganturque GD DH KA AL. Quoniã igitur ostensum est in 12. theoremate præmissorum, eundem circulum cõprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triãgulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum erit AL quidem semidiameter circuli icosaedri triangulũ cõprehendentis, & KL perpendicularis a centro sphæræ ad ipsum triangulum: recta uero linea KA sphæræ semidiameter. sed & triangulũ GHD similiter accipiẽdũ est, quod triãgulo KLA est simile. ut. n. sphæræ dodecaedrum comprehendẽtis diameter ad AL, ita & diameter sphæræ comprehentis icosaedrum ad DH: & ut latus trianguli æquilateri descripti ĩ circulo, qui triangulum icosaedri, & pentagonũ dodecaedri comprehendit ad AL, ita ED ad DH. vt igitur KA semidiameter sphæræ ad AL, ita GD semidiameter sphærę ad DH: & anguli ad LH sunt recti. ergo triangulum AKL simile est triangulo DGH. rursus quoniã ostensum est in 14. theoremate præmissorum 20. triangula DEF, hoc est duodecim ABC pentagona maiora esse viginti triangulis descriptis in circulo pentagonum ABC comprehendente, perspicue constat, & circulum descriptum circa DEF maiorem esse eo, qui circa ABC pentagonum describitur. quare & DH maior est, quam AL. suntque triangula DGH AKL similia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK; & permutando ut DH ad AL, ita HG ad LK. maior autem est, quam AL. ergo & GH quam KL maior erit, & tertia pars GH maior quã tertia KL. est autem icosaedrum viginti triangula DEF, quorum altitudo tertia pars GH: dodecaedrum uero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL: & posita sunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC æqualia. Icosaedrum igitur dodecaedro est maius.





49 huius A B C D E F G H K

COMMENTARIVS.

Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum.] *Græcus codex corruptus est, qui sic habet.* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τότε τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῆς εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένον τῷ δωδεκαέδρῳ. *ego ita legendum arbitror,* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τότε πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου, καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. A

Erit AL quidem semidiameter circuli icosaedri triangulum comprehendentis] *Videlicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum* B

Sed & triãgulum GHD similiter accipiendum est, quod triãgulo KLA est simile.] *Nam & DH est semidiameter circuli comprehendentis triangulum icosaedri, & pentagonum* C

Ff

gorum dodecaedri. Sed neque est idem circulus, qui circa pentagonum ABC, *neque eadem sphæra. ponuntur enim nunc duodecim pentagona* ABC *uiginti triangulis* DEF *æqualia, quod non fieret in eodem circulo, quippe cum demonstratum sit in 49. huius duodecim pentagona uiginti triangulis in eodem circulo descriptis maiora esse.*

D Ergo triangulum AKL simile est triangulo DGH] *Ex 7. sexti libri elementorum.*

E Rursus quoniam ostensum est in quartodecimo Theoremate præmissorum] *Græcus codex* ἐν τῷ δω. *sed legendum* ἐν τῷ ιδω.

F Quare & DH maior est, quam AL] *Græcus codex.* φανερόν ὥστε καὶ ἡ δ ε ζ μείζον ἐστιν ἤ τῆς α λ *legendum autem* ὥστε καὶ δ θ μείζον ἐστι τῆς α λ.

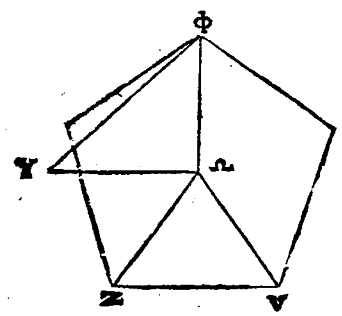
G Ergo & GH quã KL maior erit, & tertia pars GH maior, quã tertia KL] *Græcus codex.* μείζον ἄρα καί ἡ η θ τῆς α λ καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα τῆς η θ τόυ τριγώνου τῆς κ λ. *lege* μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς κ λ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς η θ τοῦ τρίτον τῆς κ λ.

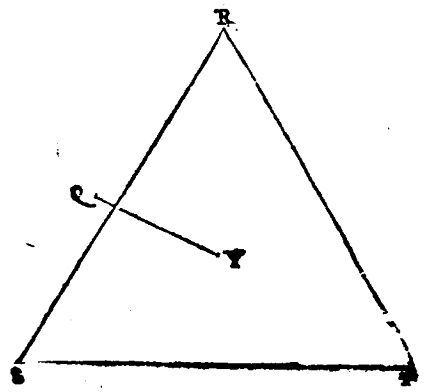
H Dodecaedrũ uero duodecim pẽtagona ABC, quorũ altitudo tertia pars KL] *cõstat .n. ex duodecim pyramidibus bases habẽtibus pentagona* ABC *&* *altitudinem* KL, *quæ sunt æquales duodecim prismatibus, quorum eadem bases, & altitudo tertia pars* KL.

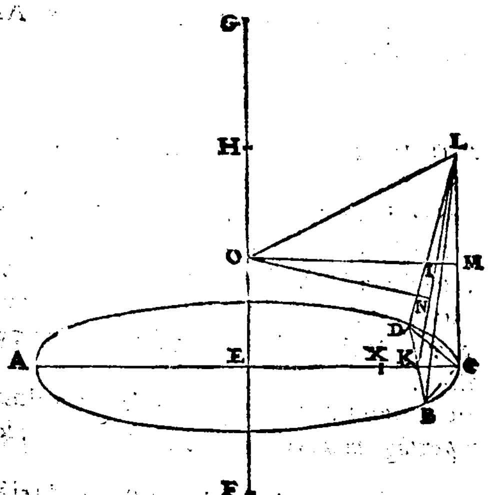
K Icosaedrum igitur dodecaedro est maius] *Nam altitudo* GH *maior est altitudine* KL. *potest etiam idem concludi ex ipsis pyramidibus.*

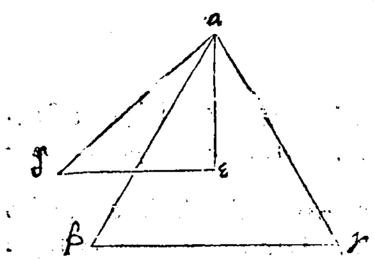
THEOREMA LIIII. PROP. LVI.

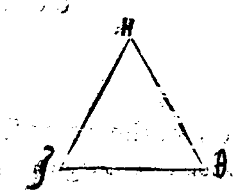
Dodecaedrum octaedro est maius.











Sit dodecaedri pẽtagonũ φzν, & γΩ perpẽdicularis a cẽtro sphæræ dodecaedrũ cõprehẽdẽtis ad pẽtagonũ φzν ducta iũgaturq. Ωφ, Ωz Ων, γφ. octaedri uero triangulũ PRS, & sit similiter perpẽdicularis Q✝ quã ostẽdere oportet minorẽ perpẽdiculari γΩ. Exponatur ẽt theorema sũptũ ad cõparationẽ icosaedri, & octaedri, per qđ ostẽ- A
ditur duodecim quadrata ex ON maiora eẽ quinq; quadratis ex BD. sit ãt & αβγ triã- B
gulũ icosaedri, & perpẽdicularis a pũcto δ sit δε, ut ĩ præcedẽti theoremate. simile igi- C
tur ẽ φΩγ triãgulũ triãgulo αεδ & triãgulo ONL (& sũt duodecim quadrata ex δε D
maiora quinq. quadratis ex βγ, hoc ẽ duodecim quadrata ex γΩ maiora quinq; qua- E
dratis ex Ωφ) Itaq; qm̃ per 14. lẽma ostẽsũ ẽ, si sit triãgulũ æquicrure, ut Ωzν habeas angulũ ad Ω quattuor quintarũ recti, & triãgulũ æquilaterũ ipsi æquale, ut ζηθ, quadratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz minorẽ proportionẽ hẽt, quã quadratũ totius rectæ lineæ extrema, ac media rõne sectæ ad id, quod quinquies fit a minore portione; & recta linea EC extrema, ac media rõne secta ẽ in X. ergo quadratũ ex EC ad quinq quadrata ipsius XC maiorẽ proportionẽ hẽt quã quadratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz, hoc ẽ quindecim quadrata ex ζη ad quindecim quadrata ex Ωz. & qm̃ 8. triangula PRS F
æqualia sũt 12. pẽtagonis φzν, hoc ẽ 60. triãgulis Ωzν, erunt 2. triãgula PRS æqualia G
15. triãgulis Ωzν, hoc ẽ 15. triãgulis ζηθ, & propterea duo quadrata ex PS æqualia sũt H
15. quadratis ex ζη quadratũ igitur ex EC ad quinq. quadrata ipsius XC. maiorẽ proportionẽ hẽt, quã duo quadrata ex PS ad 15. quadrata ex Ωφ. est .n. Ωz æqualis Ωφ K
duo uero quadrata ex PS sũt 12 quadrata ex Q✝, ut demostratũ ẽ in cõparatione cubi, & octaedri. ergo quadratũ ex EC ad quinq quadrata ex CX maiorẽ proportionẽ hẽt, quã 12. quadrata ex Q✝ ad 15. quadrata ex Ωφ. est ãt XK æqualis KC. quadratũ 15.quin.
igitur ex EC ad 20. quadrata ex KC maiorẽ hẽt proportionẽ, quã 12. quadrata ex Q✝ L
ad 15. quadrata ex Ωφ, & idcirco 36. quadrata ex EC, hoc est 36. quadrata ex CL ad 720. quadrata ex KC maiorẽ proportionẽ hẽt, quã 12. quadrata ex Q✝ ad 15. quadrata ex Ωφ. sed ut LC ad CK, ita LM ad MI, & ut LM ad MI, ita ON ad NO. ergo 36.
quadrata ex ON ad 720. quadrata ex NI, hoc ẽ ad 80. quadrata ex LI: etenim in 7. lẽ- M
mate. ostensa est LI tripla ipsius IN, hoc est ad 20. quadrata ex KL. hoc est ad 15. qua- 43.huiu
drata ex BD maiorẽ proportionẽ habere, quã 12. quadrata ex Q✝ ad 15. quadrata N
ex Ωφ. est .n. BD ptãte sesquitertia ipsius KL quare & 12. quadrata ex ON ad quinq. O P
quadrata ex BD maiorẽ habent proportionẽ, quam 12. quadrata ex Q✝ ad 15. quadrata ex Ωφ. sed quinque quadrata ex BD sunt 15. quadrata ex NL ut demõstratum
est in tertiodecimo libro elem. nã pũctũ N centrũ est circuli circa triangulũ descri- Q
pti quare 12. quadrata ex ON ad 15. quadrata ex NL, hoc ẽ 12 quadrata ex δε ad 15. R
quadrata ex εα maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex Q✝ ad 15. quadrata S
ex Ωφ. atque est simile triangulum δαε triangulo γφΩ. duodecim igitur quadrata ex
γΩ ad quindecim quadrata ex Ωφ maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex T
Q✝ ad 15 quadrata ex Ωφ. ideoque perpendicularis γΩ maior est, quam Q✝. & po- V
nuntur superficies figurarum solidarum æquales. dodecaedrum igitur octaedro ma- X
ius sit necesse est.

COMMENTARIVS.

A Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri] *In Græco codice hæc leguntur,* ὄυ σημεῖον ἀςὴρ, *quæ nos omiſimus tamquam ab aliquo addita.*

B Sit autem & α β γ triangulum icoſaedri, & perpendicularis a puncto δ ſit δ ε ut in precedenti theoremate] *Hæc in Græcis codicibus corrupta ſunt.*

C Simile igitur eſt φΩR triangulum triangulo α ε δ, & triangulo ONL] *Hoc in præcedenti demonſtratur. Græcus autem codex ita corrigendus eſt.* ὅμοιον ἄρα τὸ φων, τῷ τε α ε δ τριγώνῳ, καὶ τῷ ο ν λ.

D Et ſunt 12 quadrata ex δ ε maiora quinque quadratis ex β Γ.] *Vera hæc quidem ſunt, ſed quid ad demonſtrationem conferant, non uideo.*

E Hoc eſt duodecim quadrata ex ϒ Ω maiora quinque quadratis Ω φ] *corrupta hęc ſunt, vt opinor, neque enim vera. quare ſi quis ea una cum antedictis de medio tollat, fortaſſe non errabit.*

F Et quoniam 8 triangula PRS æqualia ſunt 12 pentagonis φ Z ν] *Ex poſitione ſcilicet, græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet,* καὶ ἐπισχομένη τρίγωνα τὰ σ ρ π ἴσα. *legendum autem puto,* καὶ ἐπεὶ η τρίγωνα τὰ σ ρ π ἴσα.

G Hoc eſt 15 triangulis ζ η θ] *Ponitur enim triangulum ζ η θ æquilaterum, & triangulo Ω Z ν æquale.*

H Et propterea dato quadrata ex PS æqualia 15. quadratis ex ξ η] *Nam triangulorū, & quadratorum proportio eadem eſt, vt ſuperius potuit.*

K Dico uero quadrata ex PS ſunt 12 quadrata ex Qϒ, vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri] *Hoc eſt in propoſitione 43. huius, in qua demonſtratur quadratum ex Q ϒ ad quadratum ex PS eam proportionem habere, quam 1 ad 6.*

L Hoc eſt 36 quadrata ex CL] *Poſita eſt enim CL ipſi I C æqualis.*

M Hoc eſt ad 80 quadrata ex LI, etenim in ſeptimo lema e oſtenſa, eſt LI, &c.] *Græcus codex hēt,* τουτέστι π τ. τὰ ἀπὸ λ ι. τριπλάσια γάρ ἐν τῷ δ[ω] λήμματι ἐδείχθη ἡ λ ι. *lege* τουτέστι τὰ ἀπὸ λ ι. τριπλάσια γάρ ἐν τῷ ζ[ω].

N Hoc eſt ad 20. quadrata ex KL] *In Græco codice legitur,* τουτέστι κ' τὰ ἀπὸ κ δ. *corrige* τὰ ἀπὸ κ λ.

O Eſt enim BD poteſtate ſeſquitertia ipſius KL] *Rationem reddit cur 20 quadrata ex KL ſint 15 quadrata ex BD. in Græco legitur* ἐπίτριτος γάρ ἡ β δ τῆς κ λ δυνάμει. τε. *lege* δυνάμει.

P Quare & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex BD maiorem proportionem habent, &c.] Ex 15. *quinti, quam enim proportionem habent 36 ad 15. eandem 12. habeat ad 5. græcus codex* τε καὶ ἡ ἰβ τὰ ἀπὸ ο ν. *ſed fortaſſe legendum* ὥστε καὶ ἰβ τὰ ἀπὸ ο ν.

Q Nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti] *Conſtat hoc ex ſecundo corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſii.*

R Hoc eſt 12 quadrata ex δ ε ad quindecim quadrata ex ε α] *Sunt enim ea triangula inter ſe ſimilia, ut dictum eſt.*

S Atque eſt ſimile triangulum δ α ε triangulo ϒ φ Ω] *In Græcis codicibus,* καὶ ἐστιν ὅμοιον τῷ λ δ κ ε τρίγωνον τῷ υ φ ω τριγώνῳ *lege* τὸ δ α ε τρίγωνον τῷ, υ φ ω τριγώνῳ.

Maio-

Maiorem proportionem habet, quàm 12: quadrata ex Q ϒ ad 15 quadrata ex Ω φ] *In græco codice hęc deſiderantur.* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἰβ τὰ ἀπὸ χψ πρὸς ιε τὰ ἀπὸ ωφ. T

Ideoque perpendicularis γΩ minor eſt, quam Q ϒ] *ſequitur enim ex* 0. *quinti elementorum quadratum ex* γΩ *maius eſſe, quam quadratum ex* Q ϒ. *ergo & recta linea* γΩ *quam* Q ϒ *maior erit.* V

Dodecaedrum igitur octaedro maius ſit, neceſſe eſt] *reliqua concludenda ſunt, vt in ſuperioribus.* X

THEOREMA LV. PROPOS. LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam quę plures habet baſes, multo maiorem eſſe ex iam demonſtratis conſtat. At vero præter has quinque alias inueniri non poſſe, quæ æqualibus & ſimilibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis diſcat.

Omnem ſolidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis cõſtare neceſſarium eſt: & qui ipſum continent, ſiue tres, ſiue plures ſint, quattuor rectis angulis omnino ſunt minores. Itaque fieri non poteſt, ut angulus ſolidus hexagoni angulis, aut alicuius rectilinei, quod plures angulos habent, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipſum comprehendere poſſunt, non ſunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis conſtitui poteſt, vt in dodecaedro. Rurſus quattuor quidem anguli, vel plures ipſius quadrati continere ſolidum angulum non poſſunt, non enim ſunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione & trianguli æquilateri ſex anguli, vel plures non ſunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum ſolidum. At quinque, & quattuor, & tres continere poſſunt. quinque enim icoſaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifeſto apparet, præter hos non eſſe alium angulum ſolidum ex æqualibus polygoni angulis conſtante. Quare neque aliud polyedrum inueniri poteſt, præter quinque iam dicta quod æqualibus & ſimilibus æquilateris polygonis contineatur.

ex 21. vndecimi.

QVINTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

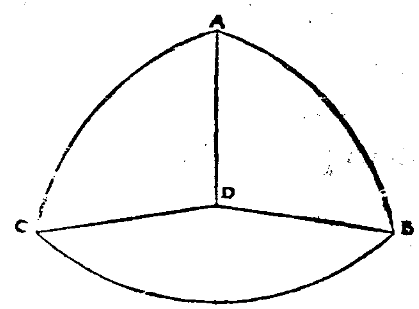
LIBER SEXTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

MVLTI eorum, qui aſtronomicum locum pertractant, cum propoſitiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam neceſſaria; alia vero ut non neceſſaria prætermittunt. dicunt enim in ſecundo theoremate tertii libri ſphęricorũ Theodoſii, oportere vnumquemque duorum maximorum circulorum ab eo, qui per polos ſphęrę tranſit ad rectos angulos ſecari. hoc autem non ſemper ita ſe habet, Similiter & in ſecundo theoremate phęnomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus. & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodoſium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non neceſſaria pretermittunt, quorum unumquodque nos explicabimus.

THEOREMA I. PROPOSITIO. I.

Si in ſphæræ ſuperficie tres maximorum circulorum circumferentiæ ſe mutuo ſecent, quarum vnaquæq; ſit ſemicirculo minor, duę reliqua maiores erunt, quomodocunque ſumptæ.



Secent enim ſeſe maximorum circulorum circumferentiæ in punctis A B C. Dico duas reliqua maiores eſſe quomodocunque ſumptas. Sumatur enim centrum ſphæræ, idem quod & circumferentiarum AB BC CA centrum. & ſit D, iunganturque DA DB DC. Quoniam igitur ſolidus angulus, qui eſt ad D tribus angulis planis ADB BDC CDA continetur, quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur, & anguli ADB BDC CDA circumferentiis A B BC CA inſiſtũt. A duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ. B Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat. C

COMMENTARIVS.

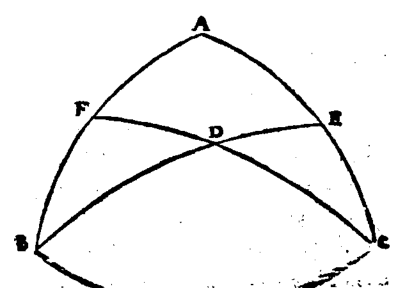
Quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocunque ſumantur] *Ex 20. vndecimi Euclidis.* A

Duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ] *Anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſæ circumferentię, quibus inſiſtunt, ex ultima ſexti elementorum.* B

Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat] *Nos multorum exemplo triangulum ſphæricum dicemus.* C

THEOREMA II. PROPOSITIO. II.

Si in uno latere triãguli ſphærici duæ circulorum maximorum circumferentię intra conſtituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.

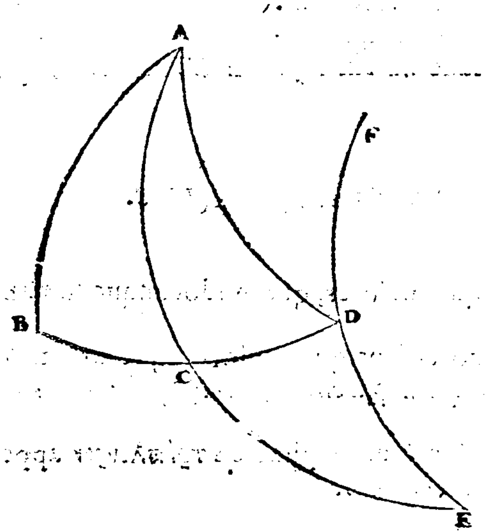


Trianguli enim A BC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferẽtię cię intra cõstituãtur BD DC. Dico BD DC ipsis BA AC minores eẽ. Qm̃. n. omnis triãguli sphęrici duo latera reliquo sunt maiora, erũt CE ED maiora reliquo CD, comune apponatur ED. ergo CE EB ipsis CD DB maiora erunt. Rursus qm̃ omnis trianguli latera reliquo sunt maiora, erunt BA AE maiora ipso EB. commune apponatur EC. quare BA AC maiora sunt, quam BE EC. sed BE EC sunt maiora, quam BD DC. multo igitur BA AC ipsis BD DC maiora erunt.

ex proxime demonstratio.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD maximi circuli circumferentiam ED secent, sit autem vnaquęque ipsarum AB AC AD minor quadrante, & sit BC ęqualis CD. ostendendum est vtrasque BA AD maiores esse, quàm duplas ipsius AC.



Ponatur ipsi AC æqualis CE, & quoniam AC est minor quadrante, erit & CE quadrante minor, & ob id AE minor semicirculo. non igitur circulus AD si cõpleatur transibit per E. Itaque per ED maximus circulus EDF describatur. & cum DC quidem sit æqualis CB, AC vero ipsi CE, erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur, æqualis ei, quę ab A perducitur ad B. ergo circumferentia DE circumferentiæ AB est æqualis. Quoniam autem omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, atque est DE equalis AB, & EC ipsi CA, vtræque BA AD maiores erunt, quam ipsius AC duplæ.

A
B
C
D
E

COMMENTARIVS.

Non igitur circulus AD si compleatur, transibit per E] *Maximi enim circuli in sphæra se se bifariam secant ex 11. primi sphæricorum Theodosii.* A

Itaque per ED maximus circulus EDF describatur] *Ex 20. primi sphęricorum Theodosii.* B

erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur ęqualis ei, quæ ab A perducitur ad B] *Ex 3. tertii libri sphæricorum Theodosii.* C

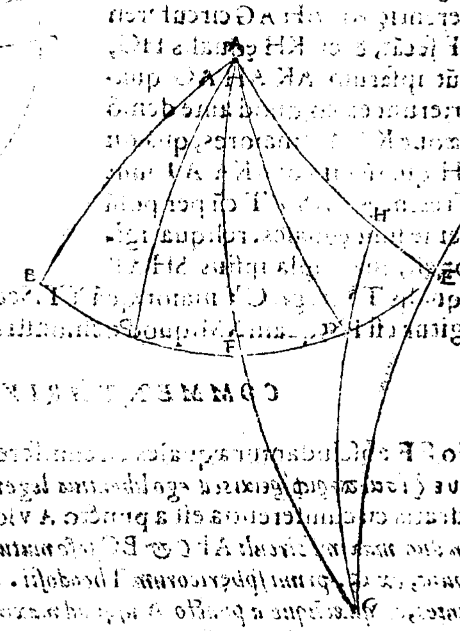
Ergo circumferentia DE circumferentiæ AB est æqualis] *Ex 28. tertii libri elementorum.* D

Vtræque BA AD maiores erunt, quam ipsius AC duplæ] *Etenim in AED triãgulo ED DA maiores sunt, quam AE. Sed BA AD sunt ęquales ipsis ED DA, & AE dupla est AC. vtraque igitur BA AD maiores sunt, quam duplę ipsius AC.* E

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Quattuor circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD AE maximi circuli circumferentiam BE secent. sitque BC æqualis DE, & unaquæque ipsarum AB AC AD AE quadrante minor. Ostendendum est utrasque BA AE utrisque CA AD maiores esse.

Secetur CD bifariam in F, & per AF maximus circulus AFG describatur: ponaturque ipsi AF æqualis FG. deinde per GE quidem describatur maximus circulus GEK: per GD uero maximus circulus GDH. Quoniam igitur GF est ęqualis FA, & DF ipsi FC, erit etiã DG ęqualis GA. & eadẽ ratione EG ęqualis BA. & cũ in triangulo GEA uno latere GA duæ circumferentię AD DG intra constituantur, erunt AD DG minores, quam AE EG. ergo AE EG ipsis AD DG sunt maiores. est autem EG æqualis AB, & GD ipsi AC. utraq; igitur BA AE utrisque CA AD maiores erunt. quod demonstrare oportebat.



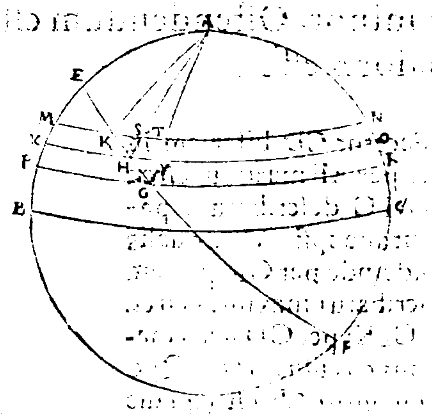
COMMENTARIVS.

Erit etiam DG æqualis CA : & eadem ratione EG ęqualis BA] *Ex iis, quæ in antecedenti dicta sunt.*
Erunt AD DG minores, quam AE EG] *Ex 2. huius.*

THEOREMA V. PROPOSITIO V.

His pręmissis quintum theorema tertij libri sphæricorum Theodosij aliter ostendere possumus.

Sit in circumferentia maximi circuli ABC parallelorum polus A: & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos secent, quorũ BC quidem sit vnus parallelorũ, EF verò ad parallelos obliquus:
A & a circulo EF abscindantur ęquales circumferentiæ deinceps ad easdem partes GH HK, perque puncta GH k circuli paralleli ipsi BC describantur, qui sint MN XO PR. Ostendendũ est PX maiorem esse, quam XM.



Describantur.n.per A, & per unũquodque punctorum KHG maximi circuli AK AH AG. manifestum est. unamquamq; circũferentiarũ AK AH, AG quadrãte mino-
B rẽ esse. nam quadrantis circumferentia est a puncto A usque ad maximum circulum BC. Quoniã igitur triũ circulorũ maximorum circumferentię AK AH AG circũferentiã maximi EF secãt, & est KH ęqualis HG, unaquęque aũt ipsarum AK AH AG qua-
C drante minor; erunt ex eo, quod ante demõstratũ est, utræque KA AG maiores, quã du-
D plæ ipsius AH. quarũ utræque KA AT sunt duplæ AS. Tres.n. AK AS AT cũ per polũ transeant, inter se sunt ęquales. reliqua igi-
E tur TG maior est, quã dupla ipsius SH. est
F autem SH æqualis TY, ergo GY maior, quã YT. Sed GY est æqualis PX, & YT ipsi XM. maior igitur est PX, quam XM. quod demonstrare oportuit.

COMMENTARIVS.

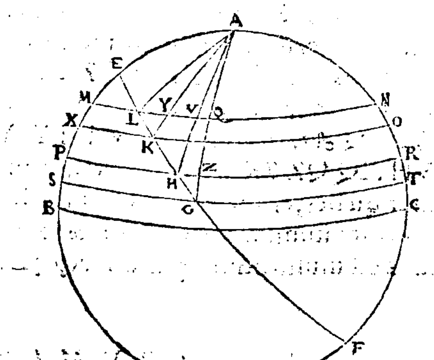
A **Et a circulo EF abscindantur æquales circumferentię]** *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθωσαν ἐπὶ τοῦ ε ζ ἴσαι περιφέρειαι *sed ego libentius legerem* ἀπὸ τοῦ ε ζ.
B **Nam quadratis circumferentia est a puncto A vsque ad maximũ circulum BC]** *Quoniam enim duo maximi circuli ABC & BC sese mutuo secant ad rectos angulos, etiam bifariam se secabunt, ex 13. primi sphęricorum Theodosii. quare circumferentię AB AC sunt circuli quadrantes, & quæcũque a puncto A usq; ad maximum circulum BC ducuntur.*
C **Erunt ex eo, quod ante demonstratum est, utræque KA AG maiores, quam duplæ ipsius AH]** *Ex 3. huius.*

Tres enim AK AS AT cum per polum transeant, inter se sunt æquales] *Nam cum A sit polus circuli MN, rectæ lineæ, quæ ab A ad puncta KST ducuntur, inter se sunt ęquales. ex poli diffinitione; & ideo circumferentię maximorum circulorum AK AS AT etiam inter se æquales erunt. ex 28. tertii libri elementorum.* D
Est autem SH æqualis TY] *ex 10. secundi libri sphæricorum Theodosii.* E
Sed GY est æqualis PX, & YT ipsi XM] *Ex eadem.* F

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Illud autem ostendatur, etiam si circumferentiæ æquales nõ sint continuatę. hoc enim Theodosius non demonstrauit.

Sit eadem figura, & æquales circumferentiæ GH KL. paralleli autem sint MN XO PR ST: & per A & per vnumquodque punctorum GHKL maximi circuli describantur AG AH AK AL. erunt hæ circumferentiæ quadrante minores : & per quartum theorema ex præcedentibus utræque LA AG maiores erunt utrisque KA AH. vtręque uero LA AQ utrisque YA AV sunt æquales, etenim ex polo sunt circuli MN. reliqua igitur QG utrisque VH YK sunt maiores. Sed VH est ęqualis QZ. ergo reliqua ZG maior est, quam YK. At ZG æqualis est SP, & YK ipsi MX. maior igitur est, & SP, quam MX. quod ostendendum fuit.

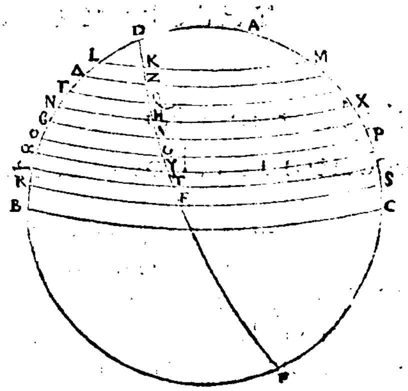


COMMENTARIVS.

A **Paralleli autem sint MN XO PR ST.]** *Græcus codex* καὶ ἔστωσαν αἱ παράλληλοι οἱ μν ξο πρ στ, *ego legendum puto.* καὶ ἔστωσαν παράλληλοι
B Et per quartum theorema ex pręcedentibus vtræque LA AG maiores erũnt vtrisque KA AH] *Græcus codex* καὶ ἔσαι &c. συναμφοτέρου τῆς κα θ μείζων ὤν. *sed legendum arbitror* συναμφοτέρου τῆς κ α θ μείζων.
C Vtræque vero LA AQ utrisque YA AV sunt æquales, etenim ex polo sunt circuli MN] *Græcus codex* συναμφότερος δ ε &c. διὰ τὸ α. *hęc ego delenda puto.*
D Reliqua igitur QG utrisque VH YK sunt maiores] *Grçcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ χν. *lege* ἡ χη.
E **Sed VH est æqualis QZ]** *Græcus codex,* ἴση δὲ ἡ φ θ τῇ χ τ. *lege* τῇ χ ψ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Item aliter ostendendum sit.



In circumferentia enim maximi circuli
A ABC sit polus parallelorum: & hunc ad rectos angulos secent duo circuli DE BC: quorum BC quidem sit parallelus, DE vero ad parallelos obliquus: & a circulo DE abscissis æqualibus circumferentiis describantur circuli paralleli LM NX OP RS. Dico RO ipsa NL maiorem esse. Vel igitur FG est commensurabilis ipsi GH, vel non. Sit primum commensurabilis, & sit FG æqualis HK. ergo HK ipsi GH est commensurabilis. & tres FG GH HK inter sese commensurabiles erunt. Itaque diuidantur in mensuras in punctis TY VQZ, & per TYVQZ paralleli circuli describantur ΩT AYβVγQ∂z. Et quoniam FT TY YG GV VH HQ QZ ZK circumferentiæ inter
B se sunt æquales, erunt circumferentiæ R ω ω A AOOβ βN Nγ γ∂ ∂L inæquales, quę initium sumunt a maxima R ω. & multitudo circumferentiarum R ω ω A AO æqualis est multitudini ipsarum Nγ γΔ ΔL. maior igitur est RO, quam NL.

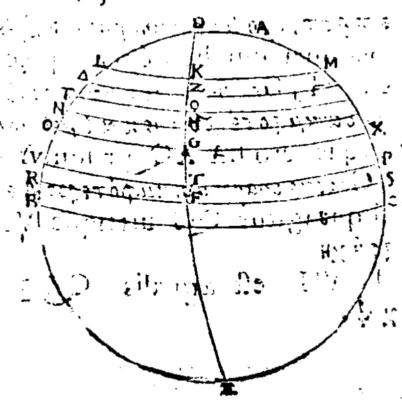
COMMENTARIVS.

A Et hunc ad rectos angulos secent duo circuli DE BC] *Maximi scilicet.*

B Erunt circumferentiæ R ω ω A AOOβ βN Nγ γ∂ ∂L inæquales quę initium sumūt a maxima R ω] *Ex quinta huius. Gręcus codex* αἱ ἄρα ρ ω ω α α ο &c. γ ∂ ∂λ λνῖσοι εἰσὶν. *ego legendum puto* αἱ ἄρα ρ ω ω α α ο &c. γ ∂ ∂ λ ἄνισοι εἰσὶν.

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Sed ijsdem positis non sit FG commensurabilis ipsi GH. Dico & sic RO maiorem esse, quam NL.



Si enim non ita sit, vel æqualis erit, uel minor. Sit primum minor: ipsique RO æqualis ponatur Nγ. & cum tres magnitudines sint eiusdem generis LN Nγ NO, sumatur ipsi quidem NO cōmensurabilis, maior autem,

tem, quam Nγ, & minor quā NL, quæ sit N∂ & paralleli circuli sint Qγz∂ ponatur A
que ZH equalis GT, & circulus parallelus sit TV. Quoniam igitur utraque ZH B
GT commensurabilis est ipsi GH, atque est OV maior, quam N∂, erit RO, quam
N∂ multo maior. Sed RO est equalis Nγ. ergo Nγ maior erit ipsa N∂ minor maio- C
re, quod fieri non potest. non igitur RO minor est, quam NL. D

COMMENTARIVS.

A Ponaturque ZH æqualis GT] *Et sint ipsi GH commensurabiles, vt deinceps ponitur. Grecus codex* καὶ κείσθω τ η φ θ ἴση υ τ. *lege* τῇ η τ.

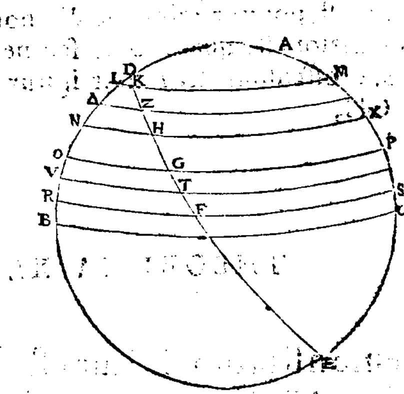
B Quoniam igitur utraque ZH GT commensurabilis est ipsi GH, atque est OV maior, quam N∂] *Ex quinta huius. ponitur enim TG ęqualis HZ. Græcus codex.* τῶν δυο &c. τῶν ψ θ ν τ τῇ η θ. *lege* τῶν ψ θ η τ τῇ η θ.

C Sed RO est ęqualis Nγ] *Ex positione scilicet.*

D Non igitur RO minor est, quam NL] *Gręcus codex* οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ρο τῆς ν∂. *sed potius legendum arbitror* τῆς ν λ.

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Iijsdem positis. Dico neque æqualem esse.



Si enim fieri potest, sit æqualis, secenturque FG HK bifariam in punctis TZ, & sint circuli paralleli TV ZΔ. Quoniam igitur FT TG æquales sunt, erunt RV VO inæquales, incipientes a maxima RV. Rursus
A quoniam æquales sunt HZ ZK, erunt NΔ
B ΔL inæquales, incipientes a maiori NΔ. Itaque cum RV sit maior, quam VO, & N∂ maior, quam ∂L, erit RO maior, quam dupla ipsius N∂. quod fieri non potest. non igitur RO est æqualis NL. ostensum autem est neque minorem esse. quare RO, quam NL necessario maior erit.

COMMENTARIVS.

A Erunt N∂ ∂L inæquales, incipientes a maiori N∂] *Græcus codex* ἄνισοι γὰρ εἰσὶν αἱ ν∂ ∂ λ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης ν∂. *vide ne legendum sit* ἀπὸ μείζονος ν∂, *non enim* ν∂ *maxima est, quamquam maior sit ipsa* ∂λ.

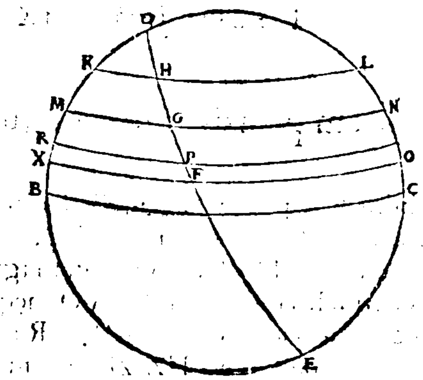
B Itaque cum RV sit maior, quam VO, & N∂ maior, quam ∂L, erit RO maior, quam dupla ipsius N∂. quod fieri non potest] *Gręcus codex* · καὶ ὑπ μείζων &c.

Ἀπὸ ἀδύνατον ἀγοραὶ δείκται. Videtunr hoc loco nonnulla desiderari. ergo enim ita demonstrandum censerem. Itaque cum NA maior sit, quam AL, erit NL minor, quam dupla ipsius NA. Rursus cũ RV sit maior, quã VO, & NA, maior quã AL; sitque VO maior, quã NA, vt demonstratum est superius, erit RO maior, quam dupla NA. Sed NL est æqualis RO. ergo NL maior erit, quam dupla ipsius NA. quod fieri non potest. demonstrata est enim minor.

THEOREMA X. PROP. X.

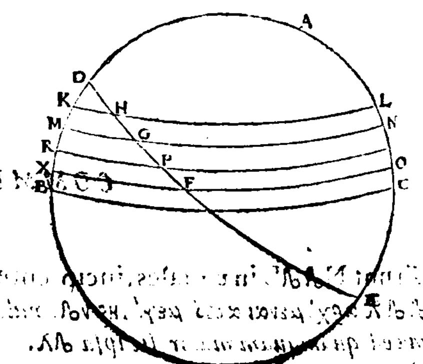
Rursus in maximi circuli circumferentia sit polus parallelorum, & ipsum ad rectos angulos sunt circuli BC DE. sint autem paralleli KL MN XO, & sit XM ęqualis MK. Dico FG minorem esse, quam GH.

Si enim minor non sit, vel æqualis est, vel maior. sed non ęqualis FG ipsi GH. maior enim est XM, quam MK, non est autem maior. non igitur FG est ęqualis GH. Dico prętere non esse maiorem. Sit enim si fieri potest, & ipsi GH ęqualis ponatur GP. Itaque quoniam PG est ęqualis GH, erit RM maior, quam MK. multo igitur maior est XM, quam MK. quod fieri non potest; ponitur enim æqualis. non ergo FG maior est, quam GH, sed neque æqualis, vt ostensum est. minor igitur FG, quam GH,



THEOREMA XI. PROPS. XI.

Demonstratum igitur est si sit circulus ABC, & ipsum secent duo maximi circuli BC DE ad rectos angulos: assumanturque æquales circumferentię FG GH, & paralleli circuli KL MN XO describantur, erit XM maior, quã MK. Sit nunc FG maior, quam GH. Dico XM, quam MK multo maiorem esse.



Quo-

Quoniam enim FG maior est, quam GH, ponatur ipsi GH æqualis GP: & parallelus circulus PR describatur. Itaque cum PG sit æqualis GH, erit RM quã MK maior. multo igitur maior est XM, quam MK. quare si FG sit maior, quam GH, fiet & XM, quam MK multo maior.

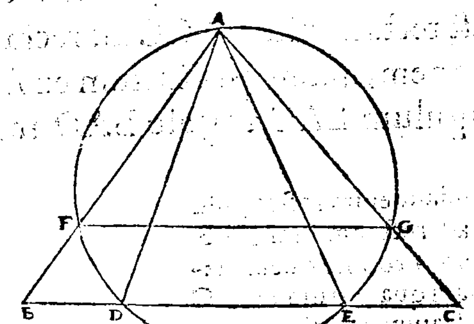
De instantia, quæ fit in sextum Theorema tertii libri sphæricorum Theodosii.

LEMMA.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit triangulum ABC, & ducantur duæ rectæ lineę DA AE in angulis æqualibus BAD EAC. Dico ut rectangulum DCE ad rectangulum EBD, ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex AB.

Describatur circa triangulũ ADE circulus, & FG iungatur. A
ergo FG est parallela ipsi BC, B
propterea q circumferẽtia FD C
circũferẽtiæ EG ẽ ęqualis. Vt i- D
gitur AC ad CG, ita est AB ad BF: & ideo ut quadratũ ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum. Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectã gulo DCE, rectangulum uero ABF ęquale rectangulo EBD. quare ut quadratum ex AC ad rectangulum DCE, ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando ut quadratum ex AC ad quadratum ex AB, ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD.



COMMENTARIVS.

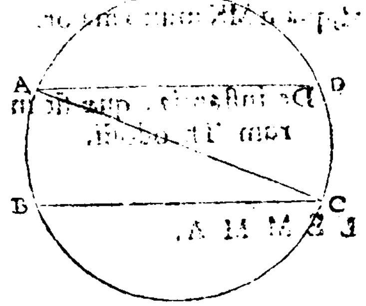
Describatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas AB AC in punctis FG.* A

Ergo FG est parallela ipsi BC, propterea quod circumferentia FD circũferẽtiæ EG est æqualis.] *Illud autem hoc lemmate demonstrabimus.* B

Sit circulus ABCD, sitque circumferentia AB æqualis circumferentiæ CD, & AD BC iungantur. Dico rectam lineam AD ipsi BC parallelam esse.

Iunga-

Iungatur enim AC. & quoniam circumferentia
27.tertii *AB est æqualis circumferentiæ CD, erit angulus*
27 primi *ACB æqualis angulo DAC. ergo AD ipsi BC est parallela.*



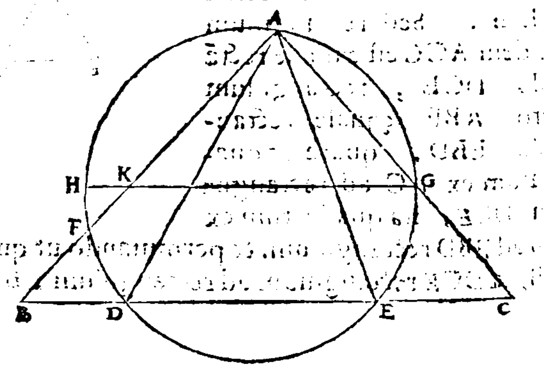
C Vt igitur AC ad CG, ita est AB ad BF] *ex 4. sexti libri elementorum ob triangulorum similitudinem.*

D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum] *Quoniam enim vt AC ad CG, ita*
lem. 23. decimi *est AB ad BF; vt autem AC ad CG, ita quadratum ex AC ad rectangulum ACG; & vt AB ad BF, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum: erit vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad rectangulum ABF.*

E Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectangulo DCE, rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD] *ex 36. tertii elementorum.*

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD, hoc est rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadratum ex AC ad quadratum ex AB. Dico angulum EAC angulo BAD maiorem esse.



Quoniam enim rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem habet, quam quadratum ex AC
A ad quadratum ex AB, & permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit proportionem, quam rectangulum ABF ad id, quod
B fit ex AB quadratum: sed vt rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita est CG ad AC: vt autem rectangulum ABF ad quadratum ex AB, ita BF ad AB.
C ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF. si igitur fiat,
8.quinti. vt AC ad CG, ita AB ad aliam quandam, erit ad maiorem, quam BF. sit autem
D ad BK, & iuncta GK ad H producatur. parallela igitur est BC ipsi GH. atque
E est circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH. ergo EG maior est, quam DF, ac propterea angulus CAE angulo BAD est maior.

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit pro- A
portionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum] *Ex 27. quinti libri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.*

Sed ut rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita est CG ad AC, ut au- B
tem, &c.] *Ex prima sexti libri elementorum. Græcus codex hoc loco corrigendus est.*

Ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF.] *Ex antedictis* C
sequitur CG ad AC maiorem habere proportionem, quam BF ad AB. ergo conuertendo ex 26. quinti elementorum, AC ad CG minorem habet proportionem, quam AB ad BF. prior autem conclusio, aut desideratur, aut a Pappo breuitatis caussa omissa est.

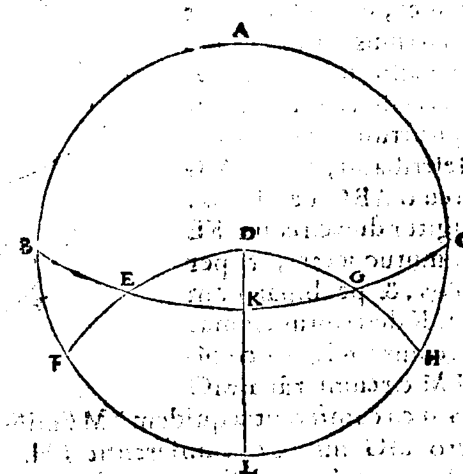
Parallela igitur est BC ipsi GH] *Ex 2. sexti. sexti elementorum, sequitur n. diuidendo ut* D
AG ad GC, ita AK ad KB.

Atque est circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH] *Nam rectæ lineæ in cir* E
culo parallelæ circumferentias æquales intra sese concludunt; quod nos demonstrauimus in commentariis in 52. tertii libri huius.

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

Duo maximi circuli ABC, BEGC sese mutuo secent: sitque A
circuli ABC polus D: & describantur maximi circuli DF, DH: & sit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis: ostendendum est rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur, æqualem esse rectæ lineæ a puncto D ad G ductæ.

Secetur circũferẽtia EG bifariã in K, & per DK circulus maximus DKL describatur. Quoniam igitur BE est æqualis GC & EK ipsi KG, erit tota BK toti KC æqualis. & per bipartitam sectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC descriptus est circulus maximus DKL. ergo DKL trãsibit etiam per polos circuli BEGC, & ad ipsum rectus erit: Et quoniam diametro circuli KBC, quę a K sumit initium, recta circuli portio insistit, & insistentis portionis circumferentia secta est in D, estque EK ęqualis KG, recta linea ducta a puncto D ad E ęqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur.



COMMENTARIVS.

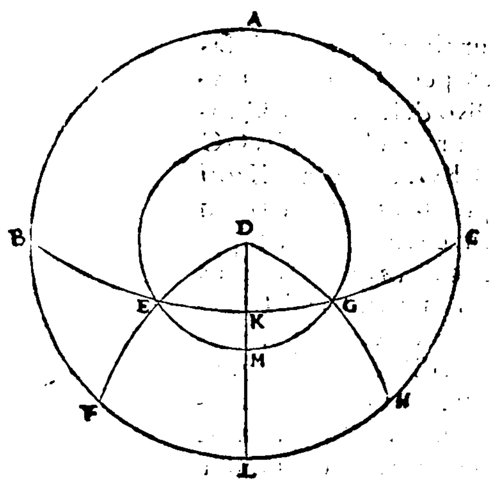
A Et deſcribantur maximi circuli DF DH; & ſit circumferentia BE circumferentię CG æqualis.] *Hoc eſt deſcribantur maximi circuli* DF DH *ſecantes circulum* BEGC *in punctis* E G, *ita ut circumferentia* BE *ſit æqualis circumferentiæ* GC.

B Et per bipartitam ſectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC deſcriptus eſt circulus maximus DKL ergo DKL trãſibit et per polos circuli BEGC, & ad ipsũ rectus erit.] *Quoniam.n.circulus* DKL *ſecat circulum* ABC *per polos, biſariam & ad rectos angulos ſecat ex* 15 *primi libri ſphæricorum Theodoſii. quod cum tranſeat per bipartitam ſectionem circuli* BEGC, *etiam per polos eius tranſibit, & ad ipſum rectus erit ex conuerſa* 9. *ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem Theodoſii.*

C Recta linea ducta a puncto D ad E æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] *Ex* 12. *ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem.*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Sint maximi circuli ABC BEGC, & ipſius ABC polus ſit D, deſcribantq; maximi circuli DF DH, & circumferentię EG bipartitio ſit K. Dico ſiquidem BE ſit ęqualis GC, & FL ipſi LH eſſe æqualem. Si autem BE ſit maior, quàm GC, & FL maiorem eſſe, quàm LH; & ſi minor minorem.



Sit enim prius BE æqualis GC. Dico & FL æqualem eſſe
A ipſi LH. Quoniam enim BE ipſi GC eſt æqualis, erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G. circulus igitur ex polo D, & interuallo vna aliqua ipſarum DE DG deſcriptus per reliquum punctum tranſibit.
B Itaque deſcribatur, & ſit EMG erit is circulo ABC parallelus.
C D Quonia igitur duo circuli GKE EMG ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL; erit circũferentia EM circumferẽtiæ MG
E æqualis. Sed circumferentia quidem EM ſimilis eſt circumferentię FL; circumferentia uero MG ſimilis circumferentię LH. ergo & FL ipſi LH ſimilis erit. & ſunt eiuſdem circuli. æqualis igitur eſt circumferentia FL circumferentiæ LH, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur, ęqualis ei, quæ a D ducitur ad G.] *Ex antecedente.* A

Itaque deſcribatur, & ſit EMG] *Græcus codex* γεγράφθω καὶ ἔστω ἡ ΗΚΕ. *uidetur legendum,* καὶ ἔστω ἡ ΕΜΗ. B

Erit is circulo ABC parallelus] *Ex prima ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* C

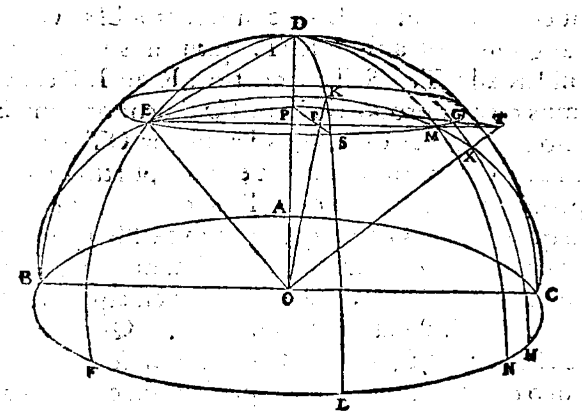
Quoniam igitur duo circuli GKE EMG ſe mutuo ſecant, & per unius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL, erit circumferẽtia EM circumferentiæ MG æqualis.] *Cum enim circulus* DKL *tranſeat per bipartitam ſectionem circuli* EKG, *etiam per polos ipſius tranſibit. & cum duo circuli* GKE, EMG *ſe mutuo ſecent, maximus circulus* DKL *per eorum polos ductus biſariam ſecat portiones ipſorum. ergo* EM *eſt æqualis* MG. D

ex cõuerſa 9. 2. ſp. Theod.
9. 2. ſphę. Theod.

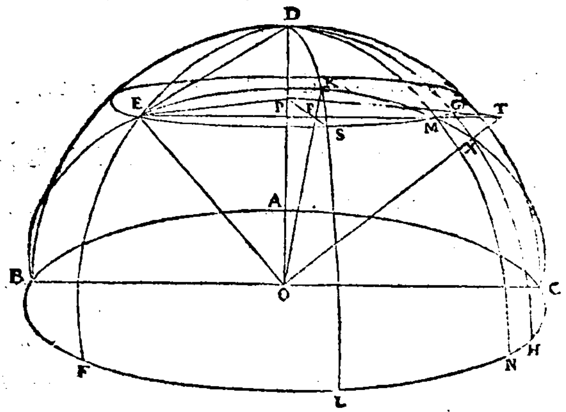
Sed circumferentia quidem EM ſimilis eſt circumferentiæ EL] *Ex* 10. *ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* E

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

Ponatur eadem figura, & BE ſit maior, quam XC, æqualis autem EK ipſi KX. Dico FL, quam LH maiorem eſſe.



Ponatur CM ęqualis BE: & maximus circulus DMN deſcribatur. Quoniã igitur BE eſt ęqualis MC, erit recta linea a pũcto D ad E ducta æqualis ei, quæ a pũcto D ad A
M ducitur. quare circulus ex polo D, & interuallo una ipſarũ DE DM deſcriptus per reliquũ punctũ tranſibit. Itaq; tranſeat, & ſit SEM: ſumaturq; centrũ ſphæræ O, & iungatur OD. erit OD ad planũ circuli SME perpendicularis, etenim punctum D B
eſt circuli polus: atque erit centrum circuli MSE in recta linea DO, quod ſit P. & iuncta EM producatur ad T: & PG ad T, iungãturque OE, ORK PR, RS. Et quoniam C D E



F punctum P est in plano circuli MES, & vtrumque ipsorum R S, erunt tria puncta
G in eodem circuli plano. Rursus quoniam OD est in plano circuli DKL, &
punctum P in eodem plano erit. est autem & recta linea ORK in circuli DKL
plano. ergo & punctum R. Sed & S. recta igitur linea est PRS. Eadem ratio-
H ne & PGT est recta linea; etenim puncta PT sunt in plano circuli ESM. sed & in
K plano circuli DGXH. quare & punctum G est in eadem planorum sectione, nempe
L M circuli ESM, & circuli DXH. recta igitur linea est PGT. Et cum circumferen-
N tia EK sit æqualis circumferentiæ KX, erit & angulus EOK angulo KOX æqua-
O lis. ergo proportio EO ad OT eadem est, quæ proportio ER ad RT. sed quoniã
P Q quærimus, quæ sit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipsi SG,
quærimus qui sit angulus EPR anguli RPT. quærimus igitur quę sit proportio EP
ad PT proportioni ER ad RT. Sed proportio ER ad RT eadem est, quæ EO ad
OT. ergo quærimus quæ sit proportio EO ad OT, proportioni EP ad PT. & ob
id, quę sit proportio quadrati ex EO ad quadratum ex OT proportioni quadrati ex
EP ad quadratum ex PT: & permutando quę sit proportio quadrati ex EO ad qua-
T draturũ ex EP proportioni quadrati ex OT ad quadratum ex TP. diuidendoq;
quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE proportioni quadrati ex
OP ad quadratum ex PT. ergo quærimus, quod nam sit quadratum TP quadrato
PE. & quæ nam linea TP lineæ PE. Sed linea PE est ęqualis lineæ PG. habet au-
S tem comparationem, nam TP maior est, quam PE. Quoniam igitur TP maior
8 quinti. est, quam PG, hoc est, quam PE, habebit OP ad PE maiorem proportionem, quam
OP ad PT. & ideo quadratum ex OP ad quadratum ex PE maiorem proportio-
nem habebit, quam quadratum ex OP ad quadratum ex PT. atque est quadratum
quidem ex EO quadratis ex EP PO æquale, rectus enim est angulus
EPO quadratum vero ex TO ęquale quadratis ex TP PO, quod angulus TPO
T rectus sit. quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem pro-
V portionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP. & per-
mutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportio-
X nem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT. Itaque quoniam qua-
dratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam
quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem pro-
portionem habebit, quam EP ad PT: ac propterea angulus EPS maior erit
angulo SPT. ergo circumferentia ES, maior est, quam circumferentia SG.
Sed

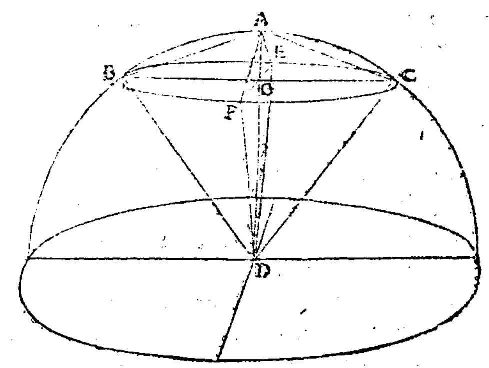
Sed circumferentia quidem ES similis est circumferentiæ FL, circumferentia uero SG similis circumferentiæ LH. maior igitur est circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit recta linea a puncto D ad E ducta æqualis ei, quę a puncto D ad M ducitur] A
Ex 14. huius.

Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, etenim punctum D est circuli B
polus, atque erit centrum circuli SME in recta linea DO, quod fit P] *Illud demonstrabimus in hunc modum, quoniam in sphæricis per se demonstratum non inuenitur.*

Sit sphæra ABC, cuius centrum D, & in ea circulus BFCE, cuius polus A, & iũgatur AD, circuli plano in G occurrens. Dico AD perpendicularem esse ad dictum planum, & per circuli centrum transire.



Ducantur enim rectæ lineæ BGC EGF, & iungatur AB BD AE ED AC CD AF FD. Quoniam igitur ex diffinitione poli, rectę lineæ AB AE AC AF inter se ęquales sunt, itemque æquales DA DB DE DC DF, quod a centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula BAD EAD CAD FAD æqualia, & similia: ideoque anguli ad A omnes sunt æquales. sunt autem duę BA AG æquales duabus EA AG. ergo & basis BG basi EG, & reliqui anguli reliquis angulis ęquales, quibus æqualia latera subtenduntur. angulus igitur AGB est æqualis angulo AGE. Eadem ratione, & rectæ lineæ CG FG tum inter se se, tum ipsis BG EG æquales demonstrabuntur. & similiter anguli AGC AGF demonstrabuntur æquales ipsis AGB AGE. ergo omnes recti sunt. Quod cum BG GC EG GF inter se sint æquales, erit punctum G circuli centrum. & cum recta linea AG duabus rectis lineis BC EF se inuicem secantibus in communi sectione ad angulos rectos insistat, illa etiam ducto per ipsas plano ad rectos angulos erit. recta igitur linea AD ad planum circuli BFCE est perpendicularis, & per ipsius centrum transit. quod demonstrandum proposuimus.

4 primi. — 9. tertii — 4. undec.

Et iuncta EM producatur ad T] *Erit recta linea EM communis sectio circuli SEM, & circuli maximi BEKMC, quæ usque eo producatur, quoad plano circuli DXH in puncto T occurrat.* C

Et PG ad T] *Hoc est iungantur PG GT. Græcus codex sic habet* καὶ ἡ σξ ἐπὶ τὸ τ. D
sed legendum puto καὶ ἡ πη ἐπὶ τὸ τ.

Iunganturque OE ORK PR RS] *Iuncta OK secet rectam lineam EM in puncto R. secabit enim eam cum in eodem existat plano, ut dictum est.* E

Rursus quoniam OD est in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano F
erit] *Nam cum punctum O sit sphęræ centrum, erit etiam centrum circuli maximi DKL.* Cor. primæ sphęricorum Theod.
ergo OD est in eius plano. Sed ostensum est punctum P esse in ipsa OD. erit igitur P in plano circuli DKL. Græcus codex. πάλιν ἐπεὶ ἡ α δ ἐν τῷ τοῦ δ κ ε ἐπιπέδῳ ἐστιν. *legendum autem puto* δ κ λ, *& ita inferius.*

Est

G Est autem & recta linea ORK in circuli DKL plano. ergo & punctum R. sed & S. recta igitur linea est PRS] *Quoniam n. tria puncta PRS sūt in duobus planis, videlicet in plano circuli MES, & circuli DKL, erunt in ipsorum communi sectione. ergo PRS recta linea est ex 3. undecimi libri elementorum.*

H Etenim puncta PT sunt in plano circuli SEM] *punctum namque P est circuli SEM centrum, & punctum T in linea EM producta.*

K Sed & in plano circuli DGXH] *recta enim linea OPD est in plano circuli DGXH, & punctum T in plano eiusdem circuli producto,*

L Quare & punctum G ē in eadem planorum sectione, nempe circuli ESM, & circuli DXH] *Nam linea PG est in communi dictorum planorum sectione, in qua etiam est T, si plana ipsa extra sphæram producantur. ergo PGT recta linea erit. Græcus codex* καὶ τὸ ἠδὲ κατ αὐτὴν ἐςὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. *sed legendum arbitror.* καὶ τὸ η ἄρα κατ᾽ αὐτὴν ἐςὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. 3. vndecimi.

M Erit & angulus EOK angulo KOX æqualis] *ex 27. tertii libri elementorum.*

N Ergo & proportio EO ad OT eadem est, quę proportio ER ad RT] *ex 3. sexti elementorum*

O Sed quoniam quærimus quę sit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipsi SG] *Hoc est quomodo se habeat circumferentia FL ad circumferentiam LH, videlicet ES ad SG. Vtrum ne maior sit, an minor, vel æqualis. vtitur autem hoc loco Pappus resolutione quadam, quamquam nouum, & inusitatum loquendi modum vsurpet. Eius uerba hæc sunt.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς ἡ ζλ περιφέρεια τῆς λθ, τουτέςι ἡ εσ τῆς ση. *sed vide ne corrigendum sit.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς ἡ ζλ περιφέρεια τῇ λθ, τουτέςι ἡ εσ τῇ ση. *ex iis quæ infra legentur.*

P Quærimus quis sit angulus EPR angulo RPT] *Hoc est quomodo se habeat angulus EPR ad angulum RPT. est enim circumferentia ES similis circumferentiæ FL, & circumferentia SG circumferentiæ LH ex 10. secundi sphæricorum Theodosii. ergo ut FL ad LH, ita ES ad SG. sed ut ES ad SG, ita angulus EPS ad angulum SPG, hoc est angulus EPR ad angulum RPT. ut igitur FL ad LH, ita angulus EPR ad RPT angulum. Græcus codex* ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῆς ὑπὸ ρπτ. *& hoc loco corrigendum puto.* ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῇ ὑπὸ ρπτ.

Q Quærimus igitur quæ sit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT] *uidelicet quæ sit proportio EP ad PT comparata proportioni ER ad RT. & ita intellige ea, quæ sequuntur.*

R Diuidendoque quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE, proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT] *Quoniam enim anguli EPO TPO recti sunt, quadratum ex EO æquale erit quadratis ex EP PO, & quadratum ex TO æquale quadratis ex TP PO. quadratum igitur ex EO superat quadratum ex EP quadrato ex PO: & ita quadratum ex TO superat quadratum ex TP eodem ex PO quadrato.*

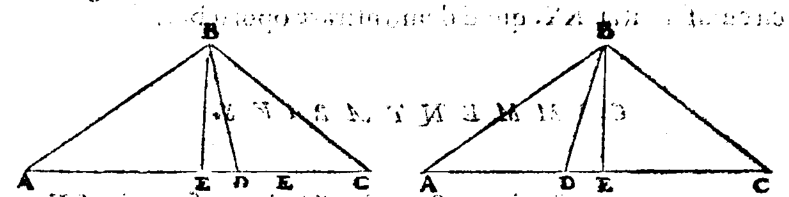
S Quoniam igitur TP maior est, quam PG, hoc est, quam PE, habebit OP ad PS maiorem proportionem, quam OP ad PT] *Hic incipit compositio, quæ resolutioni iam dictę respondet.*

T Quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem proportionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP,] *Componendo scilicet ex 28. quinti elementorum, quam nos addidimus.*

V Et permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT.] *ex 27. eiusdem libri.*

X Itaque quoniam quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem habebit, quam EP ad PT, ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] *Quoniam enim EO ad OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT, & vt EO ad OT, ita ER ad RT, habebit ER ad RT maiorem proportionem, quam EP ad PT. Quod cum ita sit, erit angulus EPR maior angulo RPT. Illud autem hoc modo demonstrabimus.*

Sit triangulum ABC, & in basi AC sumatur punctum D, ita vt AD ad DC maiorem proportionem habeat, quam AB ad BC, & iungatur BD. Dico angulum ABD angulo DBC maiorem esse.

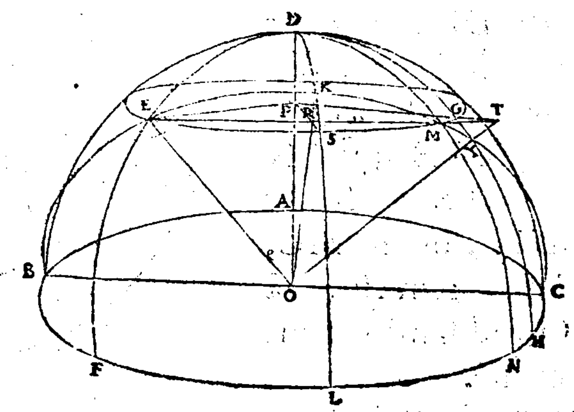


Fiat enim vt AB ad BC, ita AE ad EC. cadet E inter A & D. Si enim fieri potest, cadat inter D & C. Quoniam igitur AD ad DC maiorem proportionem habet, quam AB ad BC, hoc est quam AE ad EC, habebit etiam permutando AD ad AE maiorem proportionē, quam DC ad CE. Sed DC maior est quam CE. ergo & AD quam AE multo maior erit, pars, quā totum. quod fieri non potest. Cadit igitur E inter A & D. iunctaque BE, erit angulus ABE æqualis angulo EBC. Sed ABD angulus maior est angulo ABE, hoc est EBC. ergo angulus ABD angulo DBC multo maior erit. Eodem modo demonstrabimus si AD ad DC minorem proportionem habeat, quam AB ad BC, angulum ABD minorem esse angulo DBC. 27 quinti. 3. sexti.

Y Maior igitur est circumferentia FL, quam circumferentia LH] *Reliquum erat ostendere si BE sit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem esse. Sed quoniam illud ex antecedentibus facile constare potest, consulto omissum videtur. Cum enim CX minor sit, quam EB, ostenditur circumferentiam HL minorem esse circumferentia LF.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Sed sit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem esse.



Quoniam enim æqualis est FL ipsi LH, angulus EPS ęqualis erit angulo SPT. proportio igitur EP ad PT eadē est, quę proportio ER ad RT. Sed cum quæramus quæ sit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis sit EOK angulus angulo KOT. Itaque quęremus, quæ sit propor 27 tertii 3. sexti

A

B

tio EO ad OT proportioni ER ad RT. At proportio ER ad RT eadem est, quę EP ad PT. quæremus igitur, quæ proportio sit EP ad PT proportioni EO ad
C OT. habet autem comparationem. Quoniam igitur EO ad OT maiorem propor-
D tionem habet, quam EP ad PT: hoc enim ostensum est, & vt EP ad PT, ita ER
E ad RT, habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac pro-
pterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor est, quam circumferentia KX. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sed cum quæramus quę sit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis sit EOK angulus angulo KOT] *Et hoc loco resolutione quadam vtitur Pappus quemadmodum supra. anguli enim eandem inter se proportionem habent, quam circumferentiæ, ex vltima sexti elementorum, &c. Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τῇ περιφέρεια ἡ ΕΚ τῇ ΚΞ ζητήσω ἄρα τι γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆς ὑπὸ ΚΟΤ. *legendum puto.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς περιφέρεια ἡ ΕΚ τῇ ΚΞ ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῇ ὑπὸ ΚΟΤ.

B Itaque quęremus quæ sit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT] *Ex hac enim cognitionem angulorum accipimus, vt supra apparuit.*

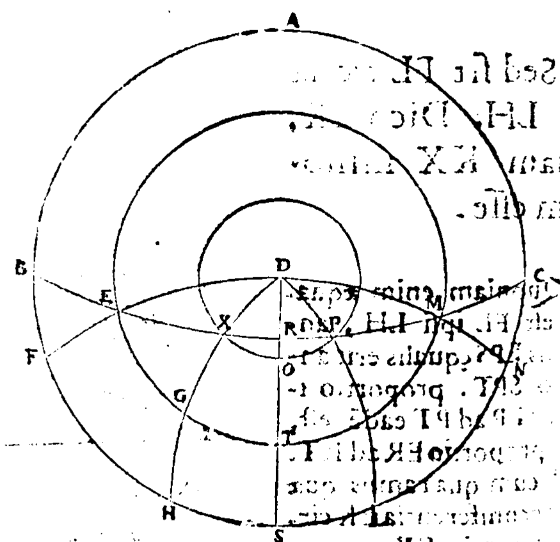
C Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] *compositio est resolutioni respondens.*

D Hoc enim ostensum est] *in antecedente.*

E Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT] *Ex iis, quæ nos in commentariis antecedentis demonstrauimus.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

Secēt se inuicem duo maximi circuli ABC BRC, & circuli ABC polus sit D. describanturque maximi circuli DF DH DL DN. & sit EX æqualis PM. Dico si quidem BE sit æqualis MC, & FH ipsi LN ęqualem esse. si vero sit maior BE, quam MC, & FH maiorem esse, quā LN. Quod si minor, minorem esse.



A Ponatur BE æqualis MC. ergo recta linea a puncto D ad M ducta æqualis est ei, quæ a puncto D ad E duci-

tur. quare circulus ex polo D & interuallo una ipsarum DE DM descriptus, per reliquum punctum transibit. describatur, sitque ETM, & XP bifariam secetur in R. & per DR describatur maximus circulus DRS. Quoniam igitur EX est ęqualis PM, & BE æqualis MC, erit tota BX ipsi PC æqualis. & ideo recta linea, quæ a puncto D ad X ducitur, æqualis est rectæ lineæ a puncto D ad P. ductę. Itaque ex polo D, interualloque vna ipsarum DX DP circulus XOP describatur.
Et quoniam XO est æqualis OP: & XO quidem similis est HS, OP uero si- B
milis ipsi SL, erit & HS ipsi SL similis. & sunt eiusdem circuli. æqualis igi- C
tur est HS ipsi SL. Rursus quoniam EB est æqualis MC, atque est ES æqualis SN, & reliqua FH reliquę NL æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Describanturque maximi circuli DF DH DL DN.] *Ita vt circulus quidem* A
DF secet circulum BRC in E, circulus autem DH secet eundem in X, & DL in P, & DN in M.

Et quoniam XO est æqualis OP &c.] *Quomodo hoc sequatur. ostendimus in commentariis in 15. huius.* B

Erit & HS ipsi SL similis, &c.] *Similes circumferentiæ dicuntur in diuersis circulis, nam quæ in eodem circulo sunt, æquales appellantur. quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO est æqualis OP, atque est XO similis ipsi HS, & OP similis ipsi SL, erit & HS ipsi SL æqualis.* C

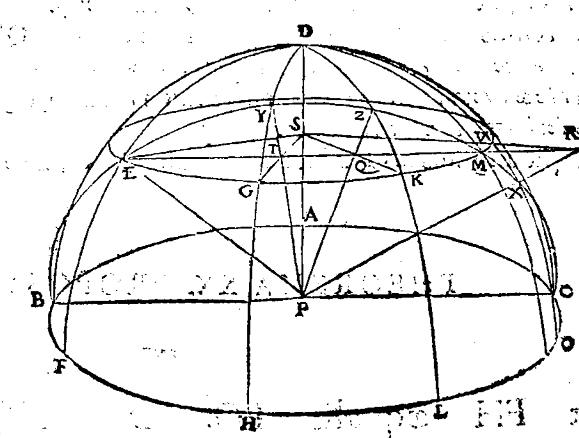
THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX, & EY æqualis XZ: describaturque per DZ circulus maximus DZKL. Dico FH maiorem esse, quam LO.

A B

Cōstruatur. n. figura similiter atq. supra. Et qm angulus EPT ęqualis est QPR, erit ut quadratū ex RP ad quadratum ex PE, ita rectāgulū TRQ ad rectāgulū QET. sed cū quæramus quæ sit circūferentia FH circumferentiæ LO, hoc est circū ferentia EG ipsi KV, quę remus quis sit angulus EST angulo QSR. ergo quæremus quæ sit proportio quadrati ex ES ad quadratū ex SR proportioni rectāguli QET ad rectāgulū TRQ hoc

C
D
E



 est

est proportioni quadrati ex EP ad quadratum ex PR. habet autem comparationem. atque est proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR maior proportione, quam habet quadratum ex ES ad quadratum ex SR: hoc
14 huius enim similiter, vt supra ostendemus. Sed ut quadratum ex EP ad quadratum ex PR, ita rectangulum QET ad rectangulum TRQ. quare QET
F rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR. ideoque angulus EST maior est angulo QSR. Circumferentia igitur FH, quam circumferentia LO maior erit.

COMMENTARIVS.

A Construatur enim figura similiter atque supra.] *Ponatur CM æqualis BE. erit recta linea a puncto D ad E æqualis rectæ ab eodem puncto D ad M: & circulus ex polo D, interualloque vna ipsarum DE DM descriptus per alterum punctum transibit, qui sit EGKMV. deinde per DY maximus circulus LYGH describatur, & per DX describatur DVXO. centrum autem sphæræ sit P. quare ducta PD perpendicularis est ad planum circuli EGKMV, & per eius centrum, quod sit S transibit, vt nos proxime demonstrauimus. Iungatur EM, & producatur quousque plano circuli DVXO in puncto R occurrat. erit EM communis sectio maximi circuli BEYZXC, & circuli EGKMV. Iungatur præterea PE PY PZ PX, ita ut PY secet rectam lineam EMR in T, & PZ eandem secet in Q. denique iungantur SE ST TG SQ QK SV VR. eodem modo, quo supra demonstrabimus STG SQK SVR rectas lineas esse, cum sint communes sectiones plani circuli EGKMV, & circulorum maximorum DYGH DZKL DVXO.*

B Et quoniam angulus EPT æqualis est angulo QPR] *Ex 27. tertii elementorum, etenim angulus EPT circumferentiæ EY insistit, & angulus QPR insistit circumferentiæ ZX.*

C Erit ut quadratum ex RP ad quadratum ex PE, ita rectangulum TRQ ad rectangulum QET] *Ex 12. huius.*

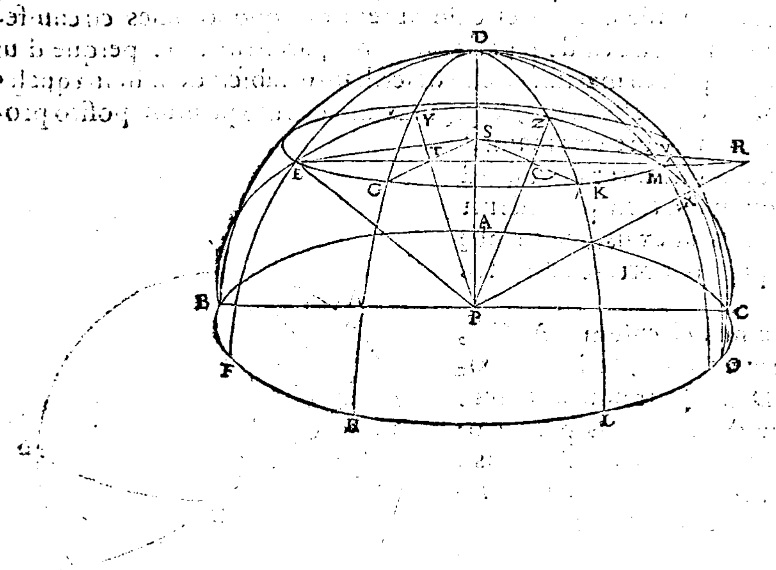
D Sed cum quæramus, quæ sit circumferentia FH circumferentiæ LO, hoc est circumferentia EG circumferentiæ KV] *Est enim circumferentia EG similis circumferentiæ FH, & circumferentia KV ipsi LO. Græcus codex. καὶ ἐπεὶ*
io. secun. sphærico. Theod. *ζητῶ τὶ ἡ ζθ περιφέρεια τῆς λο, τουτέστιν ἡ εη τῆς κφ. sed legendum arbitror. καὶ ἐπεὶ ζητῶ τίς ἡ ζθ περιφέρεια τῇ λο, τουτέστιν ἡ εη τῇ κφ.*

E Quæremus quis sit angulus EST angulo QSE] *Angulus enim EST circumferentiæ EG insistit, & angulus QSR insistit circumferentiæ KV. Græcus codex ζητήσω ἄρα τὶ γωνία ἡ ὑπὸ εστ γωνίας τῆς ὑπὸ χσρ. legendum puto ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ εστ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ χσρ.*

F Ideoque angulus EST maior est angulo QSR] *Ex 13. huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit FH æqualis LO. Dico EY, quam ZX minorem esse.



Quoniam. n. circumferentia FH est æqualis circũferentiæ LO, & EG circũferentia circũferentiæ KV æqualis erit, nã similis est circũferentia FH circumferentiæ EG, & circumferentia LO ipsi KV. ergo & angulus EST angulo QSR est æqualis, ac propterea quadrati ex ES ad quadratũ ex SR proportio eadẽ est, quæ proportio rectanguli QET ad rectangulum TRQ. Quoniam igitur querimus, quæ sit circumferẽtia EY circumferentiæ ZX, queremus quis sit angulus EPT angulo QPR. ego queremus, quæ sit proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR. proportioni rectãguli QET ad rectangulũ TRG, hoc est quadrati ex ES ad quadratũ ex SR. habet autẽ comparationẽ. Itaque cũ quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR maiorẽ proportionem habeat, quã quadratum ex ER ad quadratũ ex SR, hoc est quam rectangulum QET ad rectangulũ TRQ, habebit rectangulũ QET ad rectangulũ TRQ minorẽ proportionẽ, quã quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR. quare angulus EPT minor est angulo QPR. circumferentia igitur EY, quam circumferentia ZX minor erit.

12 huius (margin, beside "ergo & angulus EST angulo QSR est æqualis"); A; B; C

COMMENTARIVS.

Quoniã igitur quærimus, quæ sit circũferẽtia EY circũferentiæ ZX, quærimus quis sit angulus EPT angulo QPR] *Græcus codex corruptus est & mãcus, quẽ ita restituemus. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ευ τῇ ψξ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ επτ τῇ ὑπὸ χπρ.* A

Itaque cum quadratum ex EP ad quadratum ex PR maiorem proportionem habeat, quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR] *Constat hoc ex iis, quæ demonstrata sunt in 16. huius.* B C

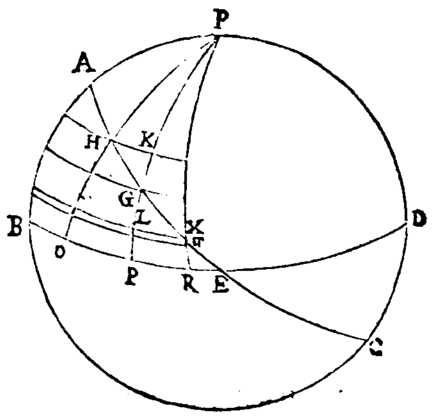
Quare angulus EPT minor est angulo QPR] *Ex 13. huius.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmissis demonstrabimus id, ad quod hæc assumpta sunt.

* Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo circuli maximi ad rectos angulos secent, quorum alter quidem sit parallelorum unus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ assumantur deinceps ad easdem partes maximi parallelorum. perque divisionum puncta, & per polum maximi circuli describantur. abscindent hi inæquales circumferentias maximi parallelorum; & quę maximo circulo primum posito propinquior est, semper remotiore erit maior.

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonstratur ex iis, quæ in sphęrica assumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.



Si enim exponamus circulum ABCD, qui per polos sphæræ transit, & duos maximos circulos BED AEC ipsum secantes, quorum BED quidem sit unus parallelorum, AEC uero ad parallelos obliquus: deinde a circulo AEC æquales circumferentias abscindamus FG GH: & per puncta FGH parallelos ipsi BED describamus, non omnino secabunt circumferētiam AB, nisi sit AE non maior quadrante. præterea ostenditur in sphæricis apponi ad rectos angulos, ut sit quadrantis circumferētia. alii autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in sexto theoremate, propterea quod, ut inquiunt, per præcedens demonstratur. ibi vero utile est ad rectos angulos, quod ita de est munitatum. dicet enim aliquis nequaquam per precedens theorema, ubi utile est hoc apponi, demōstres, siquidem & alia demonstratio, quæ pręcedente non utitur, propositum ostendit. aliqui uero existimant ob hoc apponi, describentes enim parallelos circulos, & ponentes ipsi KG ęqualem KL; perque L parallelum circulum LX describentes, ita argumentantur. Quoniam AEC BED circulum ABCD ad rectos angulos secant, erit EB quadrantis circumferentia. ergo LX minor est quadrante proprii circuli, ut dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X, recta portio insistit XL, & quæ ipsi continuata est, dividiturque insistentes portionis circumferentia in partes inęquales ad L, atque est minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant utile esse illud, ad rectos angulos, ut XL minor sit, quam dimidia insistētis portionis. quod est absurdum. sive enim sit maior quam dimidia, sive minor, sive dimidia, quod propositum est, contingit. Nam si in circulo, ut FH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis sectio circulorum FX, LX, quæ incipit a puncto X, parallela ei, quę a puncto H incipit, & in ipsa portio insistat, ut XL, sumaturque in portione quodvis punctum, ut L: recta linea ab L ad X ducta minor est omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quę inter diametrum, & ipsi parallelam intercipitur, pertingunt: ut mox demonstrabimus. quare non propter hoc appositi sunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AE sit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum uero ipsi æqualem. hoc enim deinceps ostendetur.

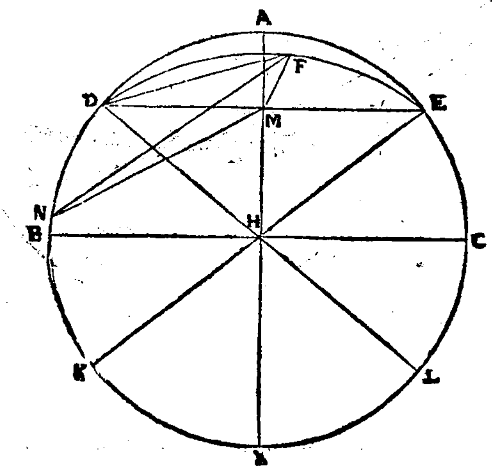
 COM-

COMMENTARIVS.

Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos secent, quorum &c.] *Hoc est sextum Theorema tertii libri sphæricorum Theodosii. sed in græco codice desiderantur ea uerba πρὸς ὀρθὰς, non.n. Pappus negat hæc apponi, sed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati sint.* *

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Ostendendum autem nunc sit lemmation, quod in ipsum assumitur.

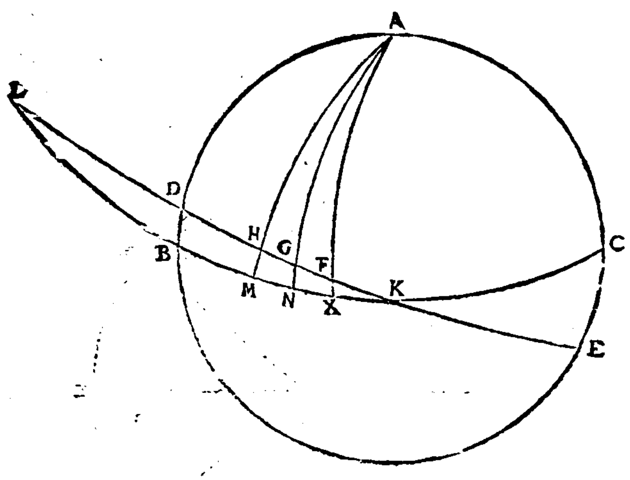


Sit ABC circulus, cuius diameter BC, & huic parallela ducatur DE. in ipsa uero DE insistat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua sumatur punctum F, & DF iungatur. Dico FD non solum minimam esse rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DB pertingunt, sed etiam si ducantur diametri EHK, DHL, minimam esse earum, quę pertingunt ad circumferentiam DK. Ducatur enim recta linea quędam FN, & a puncto F ad subiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem planorum sectionem, cadat ut FM, & MN iungatur. 38. unde. Itaque quoniam quęrimus, si FN maior sit, quam FD, quæremus, si quadratum ex NF sit maius quadrato ex FD. Sed quadrato quidem ex NF æqualia sunt quadrata ex NM MF. quadrato autem ex FD ęqualia sunt quadrata ex DM MF. Dico igitur NM maiorem esse, quam MD. iungatur MH, & ad pun-

7. tertii. puncta XA producatur. erit AX circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima uero MA, & quæ centro propinquor est, remotiore erit maior. ergo MN maior est, quam MD.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIII.

His præmonstratis ostendendum sit theorema, quando per polum, & per abscissas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli describuntur.



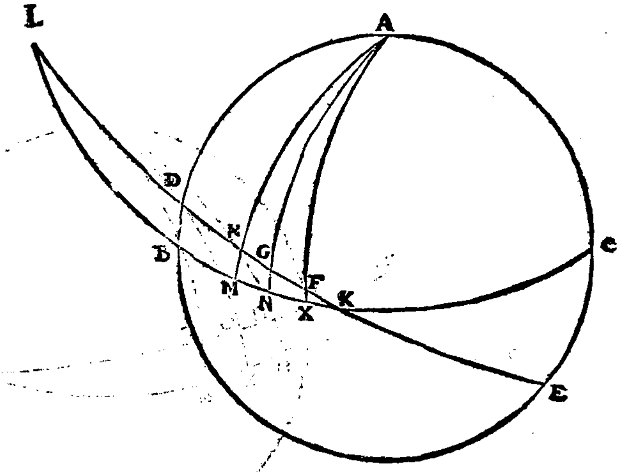
In sphera enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC, DE ad rectos angulos secent, quorum BG quidem sit vnus parallelorum, DE vero ad parallelos obliquus abscendanturque æquales circumferentiæ FG GH, & polus parallelorum sit A, & maximi circuli AM AN AX, describantur. Ostendendum est circumferentiam MN circumferentia NX maiorem esse. appositum est ad rectos angulos vt fiat problema. compleantur circuli BC DE ad L. & cum KD sit circumferentia quadrantis, sed & DL; erit LH maior, quam FK. Quoniam igitur duo circuli maximi CBL FDL se mutuo secant, & circuli CBL polus est A; describunturque maximi circuli AM AN AX; & LH maior est, quam FK, & HG æ-
16. huius qualis GF; erit & MN, quam NX maior ex iis, quæ ante demonstrata sunt atque illud est, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXIIII.

Itaque dico si non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propositione continentur.

Ponatur

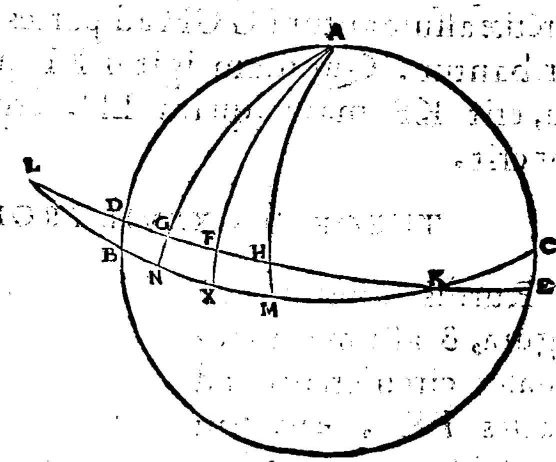
Ponatur eadem, & sit KD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema. abscindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM AN AX describantur. Quoniam igitur KD minor est quadrante, semicirculi autem KL; erit LD quadrante maior. maior igitur est LH, quam KF. & ideo MN maior, quam NX. quod ostendendum fuerat.



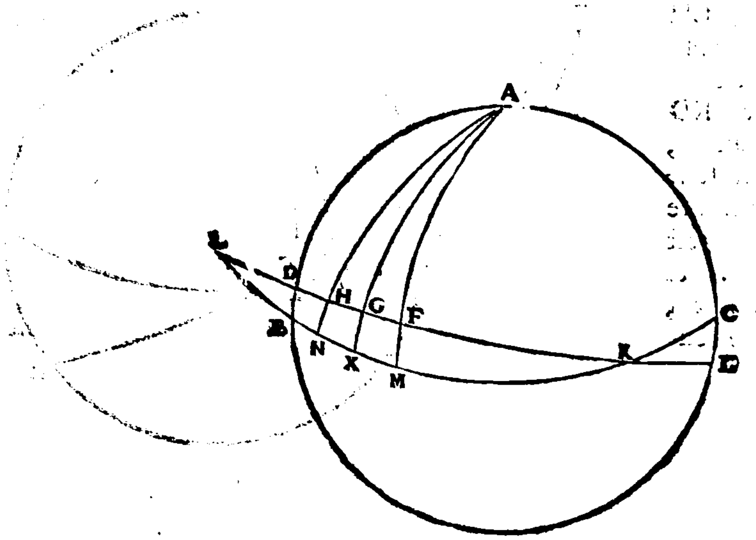
16 huius

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

Ponatur eadem figura. vt sit KD maior quadrante: sit autem quadrans KF. erunt abscissæ circumferentię ęquales, siue assumantur ex vtraque parte ipsius F, siue ad partes FD, siue ad partes FK. assumantur enim ex vtraque parte ipsius F, & sint GF FH: describanturque maximi circuli, & circuli BC ED compleantur. Itaque quoniam semicirculi est KL, & KF quadrantis, & reliqua LF quadrantis erit. æqualis igitur LF ipsi FK; quarum GF est æqualis FH. ergo reliqua LG reliquæ HK, ac propterea NX ipsi XM est ęqualis. quare sit KD maior sit quadrante, & sit quadrantis KF: ex utraque autem parte ipsius F æquales circumferentię assumantur, non fiet problema.



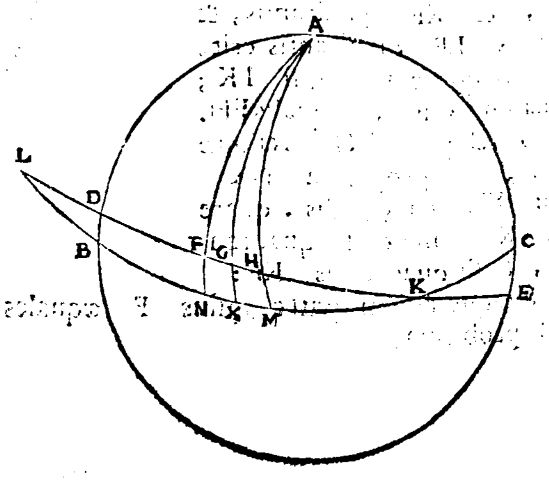
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVI.



Sed ponatur eadẽ figura, sitq; quadrantis KF, & æquales circũferẽtiæ assumantur FG GH ad partes DF, & maximi circuli describantur. Quoniam igitur KF quadrantis est circumferentia, erit KF maior, quam LH. ergo & XM, quam NX maior erit.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXVII.

Rursus ponatur eadẽ figura, & assumantur æquales circũferentiæ ad partes FK, quæ sint FG GH, & maximi circuli describãtur, AHM AFN, AGX. quoniã igitur quadrãtis est KF, sed & FL quadrantis, erit LF æqualis FK, quarũ HG est æqualis GF. reliqua igitur KH minor est,



quam

quàm LF, & ob id MX minor, quam XN. quod ostendere oportebat.

Itaque demonstratum est, si circuli ad rectos angulos se mutuo secent, omnino fieri ea, quę in propositione continentur, si vero non secent sese ad rectos angulos, & sit KD minor quadrante, rursus omnino eadem, quæ sunt in propositione, contingent. quòd si KD sit quadrante maior, non omnino, sed si constituamus KH quadrantem, & circumferentię assumptæ æqualiter distent a puncto H; maximi circuli descripti ęquales circumferentias intra sese comprehendent. Si vero æquales circumferentiæ in HD assumantur, circuli per polos descripti eam quę propinquior est circulo a principio posito, facient remotiore minorem; quod si circumferentiæ assumantur in HK, continget id, quod in propositione continetur, hoc est circuli per polos descripti abscindent eam, quæ propinquior est maximo circulo a principio posito, remotiore maiorem. quare si circuli non sese ad rectos angulos secent, continget illud quidem, quod in propositione, nõ omnino autem, nisi circumferentiæ in HK assumantur.

Quoniam tres solæ differentiæ positionis circulorum maximorum in sphæra considerantur, vel enim oportet ipsos rectos esse ad axem, vel per polos sphæræ, vel ad axem inclinatos, in tribus his demonstrationes facit Autolycus.

Et quoniam primum, secundum, & tertium theorema in prædictis tribus positionibus circulorum contemplatur, idcirco vniuerse in ipsis totam sphæram comprehendit. siue enim maximum circulum rectum ad axem ponamus, omnia puncta, quæ sunt in superficie sphæræ, sphæra ipsa conuersa, circulos parallelos describunt, eosdem, quos sphęra polos habentes. & rursus in ęquali tempore similes circumferentias parallelorum, puncta pertranseunt; & quas circumferentias pertranseunt in ęquali tempore, ipsæ similes sunt. siue rursus per polos sphæræ, vel obliquum ad axem ponamus, hęc eadem contingent. Quapropter in tota sphæra demonstrationes facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum positioni congruit, quando maximus circulus rectus sit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in sphæra sumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & characteristicum est & proprium huius positionis.

Quintum theorema & ipsum characteristicum est, & proprium positionis, quæ per polos sphęræ. in nulla enim alia duarum positionum, omnia quæ sunt in superficie sphęræ puncta & occidunt, & oriuntur, præter quam in hac sola.

Sextum theorema characteristicum est & ipsum reliquæ positionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum positionum habet maximum circulum cõtingentem duos circulos ęquales, & parallelos, quorum alter est in apparenti hemisphærio semper apparens, alter vero in occulto semper occultus. nam cõtingit quidem omnis circulus maximus in sphæra duos circulos æquales, & parallelos sed non semper apparentes, neque semper occultos. per pulchre igitur, & optima ratione Autolycus vniuersalia theoremata præmittẽs, deinceps propria, & characteristica dictarum positionum explicat, quę scilicet in unaquaque particulatim fieri contingit; & reliqua, quæ communia sunt, theoremata, & quæ in vna sola positione seruantur, sed & in secundo deinceps ordine ponit. Mox igitur septimum theorema seruatur tum in recta positione, quæ est per polos, tum in obliqua ad axem. ostendimus enim nos, quomodo theorema seruari possit in positione, quæ est per polos. in reliqua autem positione seruari minime potest. quod neque oriantur, quę illic sunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in sola obliqua ad axem positione. in positione enim, quę est per sphæræ polos, quæ simul oriuntur puncta simul etiam occidunt: & quę simul occidunt, simul

 ori-

oriuntur, siquidem illic omnes circuli secantes horizontem. ab ipso bifariam secantur. & semicirculos supra horizontem, & sub horizonte habent. quamobrem simul orientia simul etiam occidunt; & è contrario. Similiter & nonum theorema in eadem positione sola assumit. vult enim circulos ipsum contingentes nullum alium contingere, nisi eum, qui semper apparet. Decimum vero & in positione, quæ est per polos, & in obliqua ad axem seruatur. sed ipse tantum mentionem facit demonstrationis, quę fit in obliqua positione. nos autē ostendimus etiam in illa positione seruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui transit per polos sphęræ non erit bis rectus ad horizontem, sed semper rectus. In vndecimo theoremate difficiliorem positionem assumpsit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus existens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, sciens positionis per polos, quam ipse omisit, facilem esse demonstrationem. ostendimus enim nos, quomodo etiam in illa positione, secundum omnem horizontis locum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occasus efficit. In duodecimo theoremate perspicuum est ipsum solum obliquæ positioni accidere, & congruere. Sed & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem rectos plures esse non posse, sed vnus tantum & vnius. per polos autem sphęræ, & obliquos ad axem esse infinitos. & qui per polos sphærę omnes sphæra conuersa sibi ipsis congruunt: obliqui autem omnes non item, nisi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eosdem, quos sphæra polos habet, atque est ad axem rectus. Numquid igitur propter hoc & Autolycus incipiens exponere, quæ consequuntur propria, & characteristica vnicuique positioni, a simplicissima, & prima est orsus. ipsa autem est, quæ maximum circulum habet ad axem rectum. vnica quidem est hæc positio, vt diximus, & mutationē nullam recipit. post hanc ordine simpliciorem exposuit, quæ est per polos sphęræ, secundum quam diximus, infinitos circulos per sphęræ polos describi posse, omnes sibi ipsis congruentes, propterea quod poli stabiles, & immutabiles sunt. alia autem positio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus vero non habet. hāc igitur tertiam in ordine posuit: aliam autem in secundo loco constituit. Hæc igitur dicta sunt ratione argumenti.

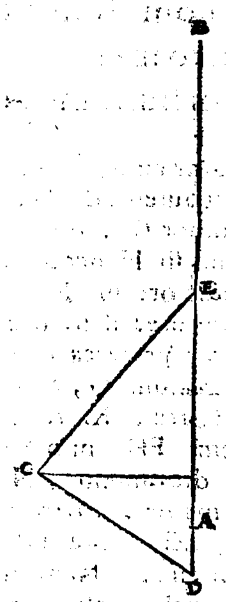
μονοτε- νῆς.

Quæritur autem in hoc libro, quod soluere necessarium est, quomodo puncta, quæ non sunt intra axem, sed in superficie sphæræ circulos describant simul cum sphæra conuersa. Si enim puncta starent, & non simul cum sphæra conuerterétur, verisimile esset dicere lineam in superficie sphæræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentiam esse. Si autem rursus & sphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipsa simul conuersum, derelictum quidem, vel sensim excurrens ad easdem partes sphæræ, & sic haberet aliquam rationem. derelictum enim a sphæra necessario loco permutans, continuitate quadam lineam gigneret in superficie sphæræ. Sensim uero excurrens eadem ratione circulum describere posset. Sed neque derelictum, neque sensim excurrens, semper autem eundem locum in sphæra tenens, ipsa conuersa admirabile forte uideatur, quomodo circulum describat. necesse enim est eum, qui describit, circa stabile aliquod describere. Si autem id, circa quod describit, non stat, describere quomodo possit. omnia igitur puncta, quę in sphęra sunt, ipsa conuersa non stant, solus autem stat axis. & a puncto, quod semper fertur, ad stantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare necesse est punctum, in quo rectæ lineę conueniunt, stare: quoniam & ipse axis. & cum punctum quidem in axe sit, perpendicularis autem actu sit in sphæra: sphæra ipsa conuersa simul circumagere recta linea una cum solido termino, qui est in superficie sphæræ. stat autem punctum in axe. necesse igitur est circumacta hac recta linea simul cum sphęra, quatenus quidem sphęra fertur mota: quatenus uero terminatur stante, & non mutante terminos, ipsam in

plano ferri. stat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi est, quam in ipsa sphęra. Itaque quoniam planum stabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipso sumuntur duo quęuis puncta, videlicet lineæ motæ termini, & quod est ad axem, & quod est ad superficiem sphæræ. fieri autem potest, vt in plano omni centro. & interuallo dato circulus describatur; centro quidem puncto, quod est in axe, interuallo autem puncto, quod in superficie sphæræ circulus descriptus in plano describetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe stans causa fuit, cur circulus a puncto, quod est in superficie sphærę describeretur. quippe quod nisi aliquo stante describi non posset. quare non potest problema effici, nisi perpendicularis ad axem stantem actu sit. præterea & illud sciendum est, quando perpendicularem agit ad axem, & planum, quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit, tamquam in sphæra manente hoc efficiens, neque enim conuersa sphæra perpendicularis ad axem agi potest. oportet namque prius planum supponere, vt cum in eo existat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipso perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem lato in conuersione sphæræ, atque ad innumerabilia plana accidente, & stante recta linea, non potest ad ipsam agi perpendicularis. Sed quando punctum stet, & recta linea, tunc ipsis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

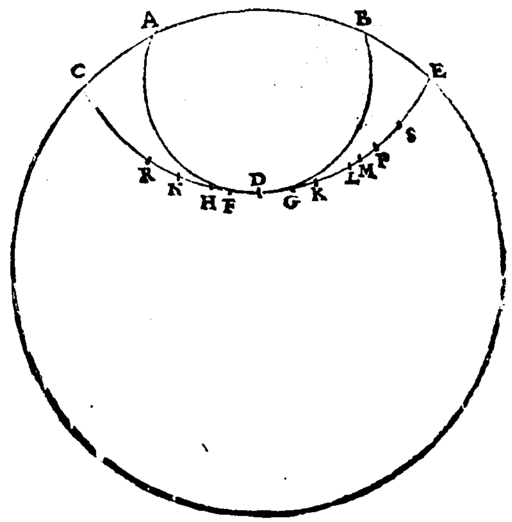
THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At verò perpendicularem a quouis puncto eorum, quæ sunt in sphæra, ad axem ductam, intra sphæram cum ipso conueni re sic demonstrabitur.



Sit enim sphæra, cuius axis AB, poli autem AB puncta: & sumatur in superficie sphæræ quoduis punctum C, ducaturque ad AB perpendicularis. Dico ipsam cū AB intra sphęram conuenire. non enim, sed si fieri potest, conueniat cum ipsa extra in puncto D: sitque CD ad AB perpendicularis, & sumatur sphærę centrum E, & EC iungatur. Quoniam igitur punctum E est sphęræ centrum, erit CE æqualis EA. ergo DE, quam EC est maior & cum triangulum sit ECD, & DE maior, quam EC, erit angulus ECD maior angulo EDC. Sed EDC est rectus. angulus igitur ECD maior est recto. ac propterea trianguli ECD duo anguli duobus rectis sunt maiores. quod fieri non potest. non igitur a puncto C ad AB perpendicularis ducta extra sphæram cum ipsa conuenit. Similiter ostendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad AB. ergo conueniet intra sphæram: perpendicularis igitur a puncto C ad AB ducta intra sphæram cadit, quod demonstrare oportebat.

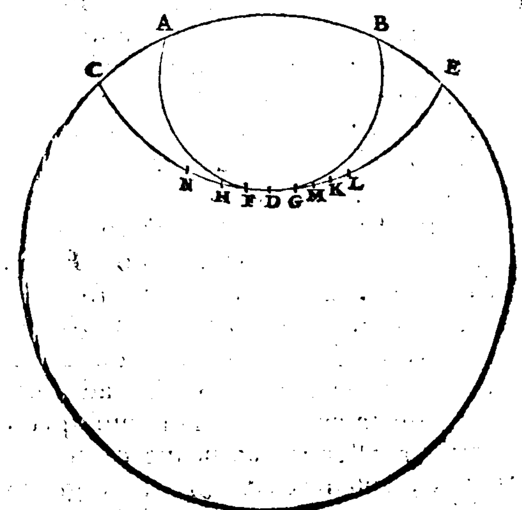
In quarto theoremate Theodosius falso exponitur. Cum enim demonstrasset diem NH maiorem esse die MP, similiter existimatur demonstrare, nocte, quæ præcedit diē NH, esse minorem nocte insequente diē MP. Sit. n. ante ortum N occasus R, & ipsi RN æqualis ponatur PS, & sit facta ratio in subiecta figura. Siquidem igitur minor esset NH, quā MP, fieret & tota ND, quam tota DP minor. & comparationes æqualium circumferentiarū NR PS similiter perficerentur. Nunc autem quoniā minor est HD, quam DM, maior autem HN, quam MP, non constat & totam DN, tota DP minorem esse. potest enim & æqualis fieri, & maior. At non existente minori ND non adhuc poterimus dicere circumferentiam NR in minori tempore occultum hemispherium permutare, quam PS. oportebat igitur Theodosium prius ostendere circumferentias compositas noctium ac dierum in parte DC semper minores esse circumferentiis compositis in parte LE. & ita inferre. reliqua etiam similiter eadem ostendi, & in subiecta figura.



THEOREMA XXIX. PROPOSITIO. XXIX.

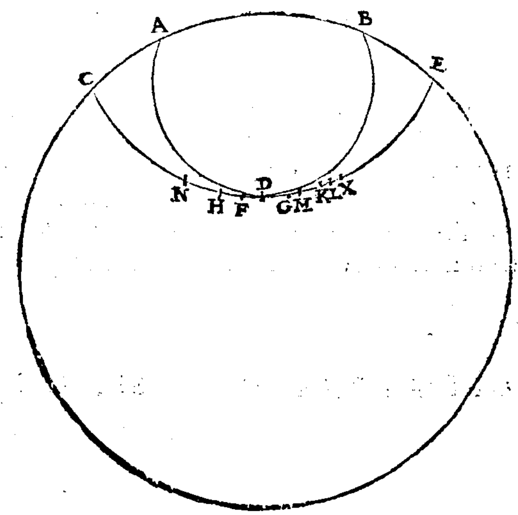
Nos autem a Theodosio omissum astronomico more ostendimus in hunc modum.

Oriatur enim sol ad F, occidat autem ad G. sitque minor DF, quam DG. & rursus sit H occasus, qui præcedit ortum F. & sit N ortus præcedens occasum H. Sit præterea ortus K post occasum G, & occasus L post ortum K. & sit nox quidem FH minor nocte GK, dies autem HN die KL maior. Dico totam DN noctem tota DL minorem esse. Nam si non ita sit, uel æqualis erit, vel maior. Si primum æqua-



lis.

lis. Itaque quoniam minor est DF, quam DG, & FH, quam GK, erit tota DH minor, quam tota DK. Sit ipsi DH æqualis MD. est autem & tota ND toti DL æqualis. ergo reliqua HN est æqualis reliquæ ML. Cum igitur sol oriens ad N, occidat ad H in quo tempore sol circumferentiam HN pertransit, ipsa HN permutat apparens hæmisphærium. in æquali autem tempore sol pertransit HN, & ipsi æqualem ML, ergo in æquali tempore sol pertransit ML, & HN apparens hemisphærium permutat. Sed in æquali tempore HN apparens hemisphærium permutat, & ipsa ML; æquales enim sunt, ab æstiuo contactu æqualiter distantes. In æquali igitur tempore sol pertransis ML, & ML apparens hemisphærium permutat. At sol quidem pertransit ML in eodem tempore, in quo utramque MK KL pertransit. ML vero permutat apparens hemisphærium, in quo MK oritur, & KL apparens hemisphærium permutat. ergo in æquali tempore sol vtramque MK KL pertransit, & MK quidem oritur, KL uero permutat apparens hemisphærium. quorum tempus in quo sol pertransit KL est æquale tempori, in quo KL apparens hemisphærium permutat; oritur enim sol ad K, & occidit ad L. reliquum igitur tempus, in quo sol pertransit MK æquale est tempori, in quo MK oritur. hoc autem fieri non potest. quamcumque enim circumferentiam sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, uel occidat. quod deinceps ostendemus. non igitur ND est æqualis DL.



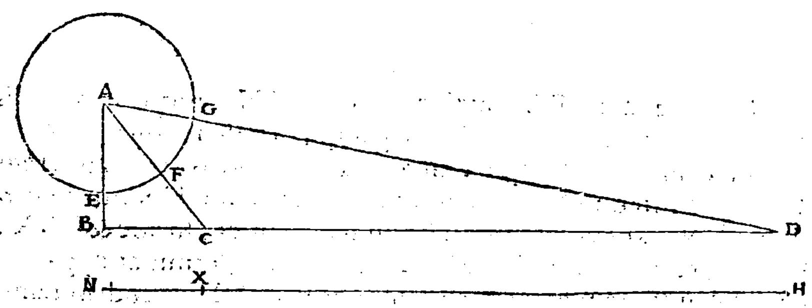
Sit rursus ND, quam DL maior, & ipsi DN ponatur æqualis DX. posita autem est & DH ipsi DM æqualis. ergo reliqua HN reliquæ MX æqualis erit, & in æquali tempore sol pertransit HN, & HN apparens hemisphærium permutat. in quo autem tempore sol pertransit HN, in hoc & ipsam MX: & in quo HN apparens hemispherium permutat, in hoc & MX. In æquali igitur tempore sol pertransit MX, & MX permutat apparens hemispherium. Sed sol quidem pertransit circumferentiam MX in eodem tempore, in quo unamquamque circumferentiarum MK KL LX pertransit. Circumferentia igitur MX permutat apparens hemisphærium in eodem tempore, in quo MK oritur, KL hemispherium permutat, & LX occidit. tempus autem, in quo sol pertransit KL est æquale tempori, in quo KL apparens hemisphærium permutat. reliquum igitur tempus, in quo sol pertransit MK

æquale

æquale est tempori, in quo MK oritur. & tempus, in quo pertransit LX est æquale tempori, in quo LX occidit. quod fieri non potest; siquidem omnem circumferentiam sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, vel occidat. quare ND non est maior, quam DL. ostensum autem est neque esse æqualem. ergo ND quam DL minor erit. similiter ostendemus etiam in iis, quæ sequatur. Itaque his ante demonstratis, & Theodosii demonstratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore solem pertransire, quam ipsa oriatur, vel occidat, nunc ostendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifestum esse, & demonstratione non indigere. Quoniam enim sol in anno circulum percurrit, ipse autem circulus in nocte, & die oritur, fit tempus, in quo sol circulũ percurrit, multiplex temporis eius, in quo sol oritur. Itaque cum in maiori tempore sol circulum procurrat, quam ipse circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias sol in maiori tempore percurret, quam ipsæ circumferentiæ oriatur, vel occidant. quare manifestum est propositum, & maiori consideratione non indiget. ad quos dicendum est, si particulares Zodiaci circumferentię, quare æquales sunt, inæquali tempore orientur, vel rursus occiderent, manifestũ nobis esset quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & sic tempora inter se compararentur, quoniam & sol æqualiter motus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem sole æqualiter percurrente circulum, & ipso circulo inæqualiter ortus, & occasus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo sol percurrit circulum maius sit tempore, in quo circulus ipse oritur, maius esse tempus particulare, in quo sol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita se habentibus non adhuc perspicuum est, omnem circumferentiam in maiori tempore solem percurrere, quã ipsa oriatur, vel rursus occidat. Vnde autem. quoniam non contingit, ut sol quidem totum circulum percurrent in maiori tempore, quam ipsi circulus oriatur, tempora autem particularia, in quibus sol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora sint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non posse ex hoc constat.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.



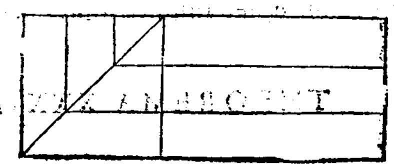
A Sit triangulum orthagonium ABD, rectum angulum habens ad B. & circa centrum A describatur circulus. deinde exponatur recta linea quædam OH ipsi BD
B æqualis: & punctum quidem N æqualiter latum pertranseat NH in horis decem; pun-

punctum autem B in quo scilicet AB occurrit BD, pertranseat ipsam BD in hora vna: seceturque circumferentia EG bifariam in F: & iuncta AF in C producatur. Quoniam igitur in quo quidem tempore punctum E pertransit EG in hoc punctum B pertransit BD; in quo autem E pertransit EF, in hoc & B ipsam BC; atque est tempus, in quo E pertransit EG duplum temporis, in quo pertransit EF: erit & tempus, in quo B pertransit BD, temporis, in quo pertransit BC, duplum. sed B pertransit BD in hora vna. ergo & B. ipsam BC in dimidia hora per transibit. Quod cum circumferentia EF æqualis sit circumferentię FG, erit & an- vltima
gulus EAF angulo FAG ęqualis. vt igitur vtraque DA AB ad AB, ita est DB sexti.
ad BC. centupla autem est vtraque DA AB ipsius AB. quare & DB ipsius BC est C
cẽtupla. Itaq; fiat vt DB ad BC, sic HN ad VX, erit & HN. cẽtupla NX. atq; est BD D
æqualis NB. ergo & BC ipsi NX est æqualis. Quoniam igitur punctum N æqualiter motum ponitur pertransire NH in horis decem, centesimam ipsius partem in decima parte vnius horæ pertransibit. punctum autem B inæqualiter motum pertransit BC in dimidia hora. Itaque duobus motibus existentibus, vno quidem inæquali, altero autem æquali, totum quidem tempus, in quo N pertransit NH æqualiter, maius est toto tempore, in quo B pertransit BD inæqualiter. tempus autem particulare, in quo N pertransit NX, minus est tempore particulari, in quo B ipsam BC pertransit quare nihil prohibet etiam in motu solis, & circuli ortu idem fieri 13. solem quidem in maiori tempore pertransire circulum, & ipsum circulum in minori tempore oriri. Rursus autem e contrario aliquas circuli circumferentias oriri in maiori tempore, & solem ipsas in minori tempore, pertransire, diminuta nimirum ortus circuli velocitate. vnde igitur? quod non adeo diminuitur, vt aliqua ipsius circumferentia in maiori tempore oriatur, quam illam sol pertranseat. Itaque oportet nos considerare, vtrum tandem Zodiaci uelocitas sit ex numero eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite quidem augentur, non autem infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite minuuntur, non autem infinite augentur, vel quæ neque infinite minuuntur, neque infinite augentur. Ea enim circa aliquas magnitudines contingere ex his constat.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXI.

Eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, sunt magnitudines quędam, siquidem omni proposita magnitudine maiores fiunt, & rursus minores, quæcunque in problematibus indeterminatis efficiuntur.

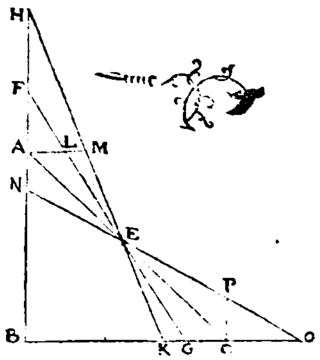
Fieri namque potest, ut circa datã rectã lineam applicato quocũque spacio, quod quadrato excedat, maius spacium quadrato excedens, & rursus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, est id, quod fit in descripto triangulo.

F Si enim sit triangulum ABC, & AC
G bifariam secetur in E, ducaturque per E recta linea FEG, erit triangulum FGB maius triangulo ABC. & rursus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit. & semper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo ABC. Hæc igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, sed est aliqua magnitudo minor triangulo ABC, quæ non est triangulum.



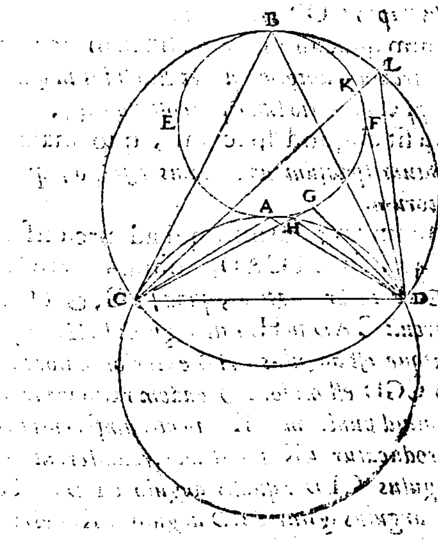
THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXIII.

At eorum, quę non augentur infinite, infinite autem minuuntur, est id, quod cōtingit in recta linea in circulum aptata. non enim quacumque proposita magnitudine maiorem in circulum aptare possumus, nam cum determinata sit magnitudo diametri, non licet ea maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri potest, et-
H enim quacumque recta linea minorem aptare licet. idem etiam constat ex eo, quod non omne datum spacium ad datam rectam lineam applicatur, deficiēs figura qua-
K drata, siquidem applicatū spaciū infinite augeri nō potest: cū sit aliquod spaciū, quo maius applicare nō possumus. minuētes autem possumus omni spacio proposito minus applicare. quę quidem magnitudo applicata consideratur in iis, quę non augentur infinite, sed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXIIII.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, sunt quædam magnitudines determinatæ, velut hoc, quod sequitur.

Si enim sint duo circuli sese contingentes in puncto A, alius autem circulus unum eorum contingat in B, & alterum in punctis CD secet: atque ab ipsis CD ad contactus circulorum inflectantur rectæ lineæ CA AD CB BD. Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF constituuntur, maximus quidem est CAD, minimus uero CBD. In hoc igitur magnitudo anguli diminuta non infinite diminuitur, sed est aliqua anguli magnitudo, qua minor adhuc fieri non potest. & rursum angulus auctus non augetur infinite, sed est aliqua magnitudo anguli determinata, qua maior adhuc fieri non potest.



COMMENTARIVS.

Sit triangulum orthogonium ABD rectum angulum habens ad B] *Adde, sint autem duo latera* DA AB *centupla ipsius* AB, *hoc enim a Pappo inferius ponitur.* A

Et circa centrum A describatur circulus] *Videlicet EFG.* B

Vt igitur utraque DA AB ad AB, ita est DB ad BC] *Est enim* C
ex tertia sexti elementorum, ut DA ad AB, ita DC *ad* CB, *& componendo ut DA AB ad AB, ita* DB *ad* BC.

Centupla autem est utraque DA AB ipsius AB] *Expositione scilicet, ut ante diximus.* D

Centesimam ipsius partem in decima parte vnius horę pertransibit] *græcus codex* E
corruptus est, in quo legitur τὸ ἑκατοσὸν αὐτῆς μέρος ἐν ὥραις δέκα τῶ διαλύσεται. *legendum autem uidetur.* ἐν ὥρας δεκάτῳ.

Erit triangulum FGB maius triangulo ABC] *Ducatur per A recta linea AL* F
parallela ipsi BC, *quę secet FE in L. Et quoniam angulus AEL est æqualis angulo ad verticem CEG, & angulus LAE angulo GCE; angulusque ALE angulo CGE ob lineas parallelas, erit triangulum AEL triangulo CEG æquiangulum. vt igitur AE ad EL, ita CE ad EG. & permutando ut AE ad EC, ita LE ad EG. posita autem est AE æqualis EC. quare & LE ipsi EG æqualis erit. & eodem modo ostendetur AL æqualis GC. ergo triangulum AEL est æquale triangulo CEG, & addito utrique communi trapezio ABGE, erit triangulum ABC trapezio ABGL æquale. Sed triangulum FBG maius est trapezio ABGL, superat enim ipsum triangulo FAL. triangulum igitur FBG triangulo ABC est maius.*

Et rursus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit] *Secet. n. HE ip-* G
sam AL productam in M. Rursus eodē modo, quo supra demonstrabimus triangulū BHK triāgulo ABC maius esse, & ipsa superare triāgulo HAM: quod quidem maius est triangulo EAL. sed triāgulū FBG superabat idē triāgulū ABC triāgulo FAL. triangulū igitur HBK triāgulo FBG maius sit necesse est. Similiter a puncto N infra A sumpto, & ducta NEO, de-

monstrabitur triangulum NBO *maius triangulo* ABC. *nam per* C *ducta* CP *ipsi* AB *parallela, erit trapezium* NBCP *triangulo* ABC *æquale. ergo triangulum* NBO *superat triangulum* ABC *ipso* COP *triangulo.*

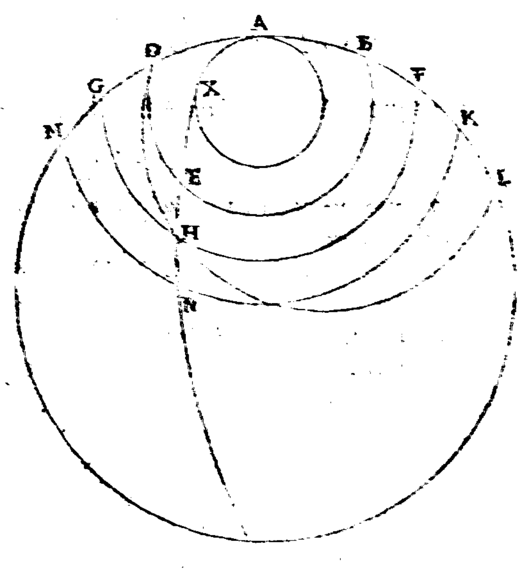
H Etenim quacunque recta linea minorem aptare licet] *Quomodo autem recta linea data in circulum aptetur. docet Euclides in quarto libro elementorum propositione prima, & ipse Pappus in tertio libro propositione 43.*

K Cum sit aliquod spacium, quo maius applicare non possumus] *Oportet enim datum spacium non maius esse eo, quod ad dimidiam applicatur ex 28. sexti libri elementorum.*

L Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF constituuntur, maximus quidem est CAD, minimus uero CBD] *Sumatur punctum in circumferentia circuli* BEAF *inter* A *&* F, *quod sit* G, *&* CG GD *iungatur, ita ut* CG *secet circumferentiam circuli* CAD *in* H. *erit angulus* CHD *æqualis angulo* CAD *ex 21. tertii libri elementorum. atque est angulus* CHD *exterior maior interiori & opposito* CGD, *angulus igitur* CAD *angulo* CGD *est maior. & eadem ratione maior quocunque alio ostendetur. Rursus sumatur aliud punctum* K *in circumferentia eiusdem circuli inter* B *&* F, *& iunctis* CK KD *producatur* CK *usque ad circumferentiam circuli* CBD *in* L, *&* DL *iungatur. erit angulus* CLD *æqualis angulo* CBD. *Sed angulus interior* CLD *minor est exteriore* CKD. *angulus igitur* CBD *angulo* CKD *est minor. & ita quocumque alio minor demonstrabitur. Ex quibus constat angulum* CAD *omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli* BEAF *aptantur, maximum esse, &* CBD *minimum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur præmissis nunc demonstrabimus zodiaci uelocitatem diminutam nunquam velocitate solis minorem esse. sed quamcumque circumferentiam zodiaci solem in maiori tempore pertransire, quam ipsa oriatur, uel rursus occidat.



Sit enim horizon quidem AB, æstiuus tropicus BED. zodiacus DHL, maximus autem parallelorum KNM, sitque principium cancri in occasu, & abscindatur quæpiam zodiaci circumferentia DH. Dico solem in maiori tempore circumferentiã DH pertransire, quam ipsa DH occidat.

describatur enim per H maximus circulus HX, qui circulum arcticum contingat. Et quoniam sphæræ diameter ad diametrũ A
æstiui tropici potestate eandem habet proportionem, quam 629 ad 529. etenim recta linea a centro sphæræ ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad semidiametrum tropici, quam 10. ad 23; erit sphæræ diameter minor, quã B
dupla diametri tropici. quare dupla diametri sphæræ minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri sphæræ ad diametrum circuli BED maiorem proportionem habet, quã circumferentia MN ad DH circumferentiã ex 12. theoremate tertii libri sphæricorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam quadrupla circumferentiæ DH. Et quoniam mundi velocitas velocitatis solis maior est, quam quadrupla, & mundus quidem per circulũ KNM, sol autem per DHL fertur, in quo tempore sol pertransit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam NM pertransit: etenim N æquæ velociter, atque mundus fertur. In maiori igitur tempore sol pertransit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Describatur per H parallelus circulus GHF; in æquali autem tempore N ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ sunt NM D
HG. ergo in maiori tempore sol circumferentiam DH pertransit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in E
maiori igitur tempore sol pertransit DH, quam DH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipsi æqualis, & opposita, quæ est post capricornũ, oritur, & æquales ipsas circũferentias sol in æquali tempore pertransit. quare & in maiori tempore sol pertransit circumferentiam, quæ est post capricornum, quã ipsa oriatur, fecimus autem mentionem de his zodiaci circumferentiis, quoniã illa videntur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tempore oriri. Cum igitur circumferentia, quæ a contactu cancri in maiori tempore occidere ostensa sit, quam reliquæ omnes circumferentiæ zodiaci circuli, atque ostensa sit in minori tempore occidere, quam ipsam sol pertranseat, multo magis reliquæ circumferentiæ in minori tempore occident, quam ipsas sol pertranseat. Rursus quoniam circumferentia, quæ est a contactu capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes zodiaci circumferentiæ, ostensa est autem in minori tempore oriri, quam ipsam sol percurrat, multo magis reliquæ circumferentiæ zodiaci in minori tempore orientur, quam ipsas sol percurrat. F

COMMENTARIVS.

Et quoniam sphæræ diameter ad diametrum æstiui tropici potestate eandem habet proportionem, quam 629. ad 529, etenim recta linea a centro sphæræ ad centrum tropici ducta longitudine proportionem habet ad semidiametrum tropici, quam 10 ad 23] *Sinus enim rectus maximæ declinationis solis, uidelicet graduum 23 ½ est 23. 9 24 earum partium, quarum semidiameter sphæræ est 60000. & sinus rectus residui maximæ declinationis. hoc est semidiameter tropici est 55023. habet autem 23924 ad 55023 eandem fere proportionem, quam 10 ad 23.* A

Erit sphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici] *Habet enim sphæræ diameter ad diametrum tropici eam fere proportionem, quam 25 ½ ad 23.* B

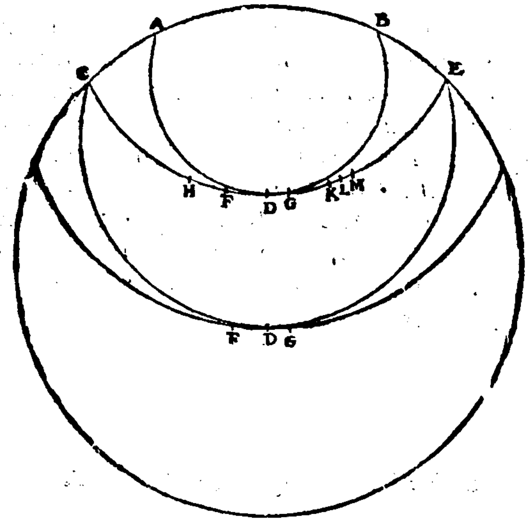
Et quoniam mundi uelocitas uelocitatis solis maior est, quam quadrupla] *Velocitates enim inter sese eandem habent proportionem, quam tempora, in* C *in quibus idem spacium percurritur, conuerso tamen modo. Nam cum sol in anno zodiacum percurrat, zodiacus autem in die naturali oriatur, uel occidat. Mundi uelocitas ad uelocitatem solis erit, ut tempus annuum, ad unius diei tempus. Velocitas igitur mundi maior est, quam quadrupla uelocitatis solis. est enim maior, quam trecentum sexagintupla.*

D Similes enim sunt circumferentiæ NM HG] *Ex 13. secundi libri sphæricorum Theodosii.*

E Sed in æquali tempore occidit DH, & circumferentia ipsi æqualis & opposita, quę est post capricornum oritur] *Ex 11. phænomenon Euclidis.*

F Quoniam illa uidetur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tẽpore oriri] *Ex 12. & 13. phænomenon Euclidis.*

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.



A Quòd si F sit occasus, & G ortus. erit circumferentiæ FG tempus, in quo ipsam sol noctu pertransit. At uero inæqualibus existentibus FD DG, non fieri media nocte conuersionem perspicuum est, quoniam & tempus ipsius
B FD, quam sol percurrit, est inæquale. Constat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam esse omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principiũ est æstiua conuersio; quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemisphęrium permutat.

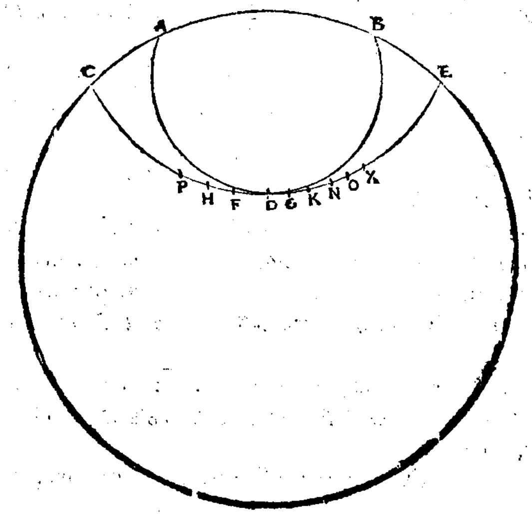
THEO-

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Ostendenda autem nunc sint, & quę ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DG, & sit ipsius F occasus ortus H: & C
circumferentiæ FH æqualis sit KG circumferentia. in æquali igitur tempore sol circumferentias FH KG pertransit. Sed in quo tempore pertransit FH, D
ipsa FH apparens hemisphærium permutat. In minori autem tempore FH E
apparens hemisphærium permutat, quam KG. ergo in minori tempore sol pertransit circumferentiam KG, quam KG apparens hemisphærium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemisphęrium permutat, sol circumferentiam pertransibit maiorem circumferentiam KG. pertranseat circumferentiam GL. Itaque cum punctum K in occidente sit, sol existens ad L supra terram erit. Vt igitur pertineat ad accidentem, circumferentiam quandam pertransibit. pertranseat LM. ergo in quo tempore GM permutat apparens hemisphęrium in hoc & sol ipsam GM circumferentiam pertransit, atque est GM maior, quam FH, quare dies in semicirculo DE maiores sunt diebus, qui in semicirculo CD contingunt. Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento. F
Sed quoniam FD est maior, quam DG, & FH quam GM minor, HD ad DM nullam habet comparationem. quare demonstratio similiter non procedet, nisi demonstrauerimus in portione DC utrasque dies ac noctes utrisque diebus, ac noctibus in portione DE maiores esse. oportet igitur nos prędicta uti demonstratione, ut & noctes inter se comparentur. G

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.



Itaque sit ante H ortum occasus P. & ipsi quidem FD ęqualis ponatur DK, ipsi uero

uero PF ęqualis KX. Et quoniam PF est ęqualis KX, in æquali tempore sol vtramque ipsarum pertransibit. in quo autem tempore pertransit FP,
K mundi conuersio fit, & ipsius FP occasus. Sed tempus igitur, in quo KX ori-
L tur, est æquale tempori, in quo occidit PF. tempus igitur, in quo sol pertransit KX, est conuersionis mundi tempus, & ortus KX circumferentiæ. tem-
M pus autem, in quo sol circumferentiam KG pertransit, maius est tempore or-
N tus KG. ergo tempus, in quo sol pertransit GX, maius est conuersione mundi, & ipsius GX ortu. quare in mundi conuersione, & GX ortu sol minorem circumferentiam pertransibit, quam sit GX. pertranseat GO. puncto igitur X in ortu existente, sol cum sit ad O exortus iam est. & ob id in quo tempore sol ad orientem fit, minorem adhuc circumferentiam percurret, quam GO. sit GN. erit igitur N punctum orientale post ortum G. & nox, cuius ortus N minor nocte, cuius occasus P. Similiter autem & reliqua ostendentur. & si qua instantia fiat, in figura, in qua ortus vel occasus sit in æstiua conuersione, similiter soluitur.

COMMENTARIVS.

A At uero inæqualibus existentibus FD DG non fieri media nocte conuersionem perspicuum est, quoniam & tempus ipsius FD, quam sol percurrit, est in æquale] *Ex iis, quæ tradit Theodosius in quarto theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*

B Constat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam esse omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principium est ęstiua conuersio. quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemisphærium permutet] *Vera hæc sunt de nocte, in qua fit hyemalis conuersio, quæ ex quarto theoremate iam dicto manifesto appareat.*

C Sitque primum FD maior, quam DG, & sit ipsius F occasus, ortus H] *Redit ad æstiuam conuersionem. atque est FDG circumferentia noctis, in qua ea contingit.*

D Sed in quo tempore pertransit FH, ipsa FH apparens hemisphærium permutat] *Gręcus codex.* ἀλλ' ἐν ᾧ τὴν ζθ διαπορεύεται ἡ ζη παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. *loco* ζη *uidetur legendum* ζθ.

E In minori autem tempore FH apparens hemisphęrium permutat, quam KG] *Est enim KG conuersioni æstiuæ propinquior.*

F Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortasse intelligit Theodosii libros de diebus & noctibus, uel potius Euclidis phænomena.*

G Nisi demonstrauerimus in portione DC utraque dies, ac noctes, &c.] *In Græco codice legitur.* ἐν τῷ δα τμήματι. *Sed legendum arbitror* ἐν τῷ δγ τμήματι

H Et ipsi quidem FD ęqualis ponatur DK, ipsi uero PF æqualis KX] *Græcus codex.* καὶ κείσθω τῇ μὲν ζδ ἴση ἡ δκ, τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ. *legendum autem uidetur* τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ.

K Sed tempus, in quo KX oritur est ęquale tempori, in quo occidit PF]

. . . . . .

L Tempus autem, in quo sol circumferentiam KG pertransit, maius est tempore ortus KG] *Ex iis, quæ Pappus supra demonstrauit.*

M Quare in mundi conuersione, & GX ortu sol minorem circumferentiam pertransibit, quam sit GX] *Græcus codex* ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς κξ ἀνατολῆς, γίνεται ὁ ἥλιος, &c. *expungendum est illud verbum* γίνεται.

N Pertranseat GO] *Græcus codex.* διεληλυθέτω τὴν ηδ. *sed legendum puto.* τὴν ηο.

Aristarchus in libro de magnitudinibus, & distantijs solis, & lunæ sex ponit, nempe hæc.

Primum, lunam a sole lumen accipere. secundum, terram puncti, ac centri habere rationem ad sphęram lunæ. tertium, cum luna dimidiata nobis apparet, vergere in nostrum visum circulum maximum, qui lunę opacum & splendidum determinat. Quartum, cum luna dimidiata nobis apparet, tunc ipsam a sole distare minus quadrante, quadrantis parte trigesima, pro eo, quod est, distante partes octoginta septem. hæ enim minores sunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ sunt trigesima pars nonaginta. Quintum, vmbræ latitudinem esse duarum lunarum. sextum, lunam subtendere quintamdecimam partem signi.

Harum autem positionum, prima quidem, tertia, & quarta ferè cum Hipparchi, & Ptolemei positionibus consentiunt, luna enim a sole semper illuminatur, præter quam in ecclipsi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam sol oppositus a terra iacit, conicam formam habentem, & circulus determinans lacteum, quod est ex illuminatione solis, & cineritium, qui proprius lunæ color est, haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad solem constitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodiaco conspectum, ad uisum nostrum uergit. hoc enim circuli planum, si producatur, etiam per visum nostrum transibit, quamcumque positionem habeat luna primæ, vel secundæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autẽ positiones discrepantes comperierunt dicti mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habeat ad lunæ sphęram secundum ipsos, sed ad sphęram inerrantium stellarum. neque vmbræ latitudo sit duarum diametrorum lunę: neque ipsius lunæ diameter subtendat circumferentiam maximi circuli, secundum mediam eius distantiam, quintamdecimampartem signi, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter lunæ circulum hunc sexcenties, & quinquagies metitur. & circulum vmbrę metitur bis, & semis secundum mediam distantiam in coniunctionibus. At Ptolomeo diameter ipsius lunæ secundum maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam o. 31. 20. secundum minimam vero o. 35. 20. A
& diameter circuli vmbrę secundum maximam lunę distantiam o. 40. 40. secundum minimam o. 4 6. vnde ipsi differentes rationes tum distantiarum, tũ magnitudinum solis & lunæ collegerunt. Aristarchus autẽ dictas positiones secutus ad verbum ita scribit. B

Itaque colligitur distantiam solis a terra maiorem quidem esse, quam duodeuigintuplam distantiæ lunę: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem habere solis diametrum ad diametrum lunæ. quod habetur ex positione, quæ est circa dimidiatam lunam. solis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori proportione esse, quam 19. ad 3. & in minori, quam 43 ad 6. ex ratione distantiarum, & positione circa vmbram, & ex eo, quod luna quintam decimam signi partem subtendit. C

Colligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo post demonstraturus sit lemmata ad demonstrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, solem ad terram maiorem quidem proportionẽ habere, quam 6859. ad 27. minorem vero, quam 79507 ad 216. terræ diametrum ad diametrum lunę in maiori proportione D

E tione esse, quam 108 ad 43; & minori, quam 60 ad 19. Terram vero ad lunam in maiori esse proportione, quam 1259 712 ad 79507, & minori, quam 216000. ad 6859. At Ptolemæus in libro quinto magnæ
F constructionis demonstrauit, quarum partium semidiameter terræ est vnius, ea-
G rum lunæ maximam distantiam in coniunctionibus esse 64. 10, & solis 1210. semidiametrum lunæ 0. 17, 33. & semidiametrum solis 5. 30. ergo quarum partium diameter lunæ est vnius, earum diameter quidem terræ est 3 $\frac{2}{5}$ solis autem
H 18 $\frac{4}{5}$. terræ igitur diameter tripla est diametri lunæ, & adhuc $\frac{2}{5}$ duabus quintis maior. Solis diameter diametri quidem lunæ duodeuigintupla est, &
K adhuc maior quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio maior. ex quibus & solidorum corporum proportiones manifestæ sunt. Quoniam enim cubus unius est 1 cubus autem 3 $\frac{2}{5}$ est earumdem 39 $\frac{1}{4}$ pro-
L xime, & cubus 18 $\frac{4}{5}$ similiter 6644 $\frac{1}{2}$ proxime. quarum partium lunæ solida magnitudo est 1 unius, earum magnitudo terræ e-
M N rit 39 $\frac{1}{4}$, & solis 6644 $\frac{1}{2}$. quare magnitudo solis centies, & septuagies proxime terræ magnitudinem continet, & hæc hactenus dicta sint. comparationis caussa dictarum magnitudinum, & distantiarum describemus autem vnum lemma ex iis, quæ traduntur in quartum theorema eiusdem libri inquisitione dignum.

COMMENTARIVS.

A At Ptolemęo diameter ipsius lunæ, secundum maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam 0. 31. 20. secundum minimum uero 0. 35. 20] *Hoc est subtendit circumferentiam minutorum 31, & 20 secundorum, vt nunc loquuntur. Græcus autem codex* κατὰ δὲ πτολεμαῖον, *&c.* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ. *Sed legendum videtur,* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ.

B Et diameter circuli vmbræ secundum maximam lunę distantiam 0 40. 40. secundum minimam 0. 46.] *Græcus codex* ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς σελήνης α μμ, κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μς. *Sed videtur legendum* μ. μ. *vel* ο. μ. μ, *uel* ο μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μ ε λ η, *quemadmodum in codice Ptolemæi impresso legitur.*

C Collegitur igitur distantiam solis a terra maiorem quidem esse, quam duodeuigintuplam distantiæ lunæ] *In Græco codice Aristarchi ita scriptum inuenitur.* ἐπιλογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον. ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν σελήνης διάμετρον τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς γ. ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ πρὸς ς δ ἀπὸ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου τῆς περὶ τὴν σκιὰν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου ὑποτείνειν.

D Ex quibus omnibus concludit solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856 ad 27, minorem uero, quam 79507 ad 216] *Græcus codex* συνάγει δ' ἐκ πάντων, *&c.* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θ φ ζ πρὸς ις. *lege* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θ φ ζ πρὸς σις.

E Tertiam uero ad lunam in maiori esse proportione, quam 1259712 ad 79507, & in minori, quam 216000 ad 6859]. *Græcus codex*

dex ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ὃν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ σκε μ,ν,θ ψ ιβ πρὸς μ θ φ ζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ο ν μ, κ α ς πρὸς, ν ς ω ν θ. *legendum autem, vt puto.* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ, ἢ ὃν τὰ μ κ ε θ ψ ι β πρὸς μ θ φ ζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κ α, ς ω ν θ.

Quarum partium semidiameter terræ est vnius, earum lunæ maximam distantiam in coniunctionibus esse 64. 10, & solis 1210.] *Græcus codex.* τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ξ δ γ. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α ω ι *lege ex Ptolemæi codice* ξ δ ι. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α σ ι. F

Semidiametrum lunę 0.17.33. & semidiametrum solis 5 30.] *Græcus codex* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ι ζ λ γ ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ο ι ς μ. *videtur autem legendum* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ιζ λ γ ἡ δὲ ἐκ κέντρου τοῦ ἡλίου ε, λ. G

Terræ igitur diameter tripla est diametri lunæ, & adhuc duabus quintis maior] *Græcus c.* καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σεληνιακῆς τριπλάσιος ἐστι καὶ τοῖς γει μείζων *lege ex Ptolemæo.* καὶ τοῖς β ε μείζων. H

Diametri autem terrę quintupla; & adhuc dimidio maior] *Græcus codex* ἡ τῆς δὲ γῆς πενταπλάσιος, *&c. delenda est dictio* ἡ. K

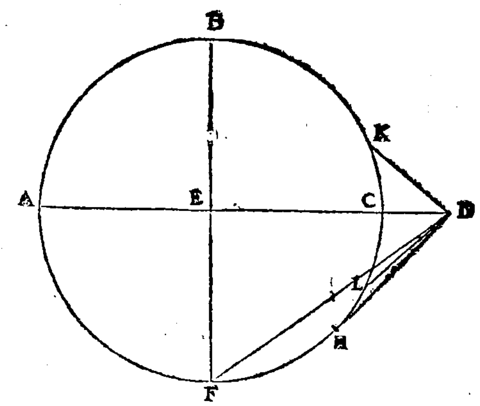
Et cubus 18 $\frac{4}{5}$ similiter 6644 $\frac{1}{2}$ proximæ] *Græcus codex* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ι κ καὶ δὲ ὁμοίως, ν ς χ μ δ ι ἔγγιστα *lege* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη καὶ δὲ ὁμοίως ς χ μ δ ι ἔγγιστα. L

Et solis 6644 $\frac{1}{2}$ Græcus codex τὸ δὲ τοῦ ἡλίου, μ ς χ δ ι *lege* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ς χ μ δ ι: M

Quare magnitudo solis centies & septuagies proxime terræ magnitudinem continet] *Græcus codex* ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον μεῖζον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. *legendū puto.* ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. N

THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXIX.

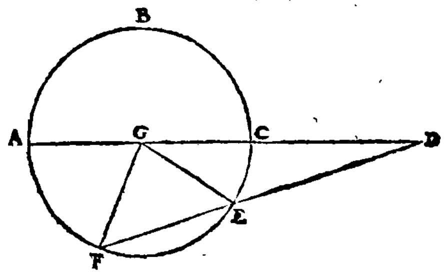
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD, centrum E, a puncto E ipsi ACD ad rectos angulos ducatur BEF. ab ipso autem D ducatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipsius FH æqualis ponatur ad vtrasque partes C, videlicet KC CL, iunganturque KD DL FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem esse, præmittuntur autem hæc.



THEOREMA XL. PROPOS. XL.

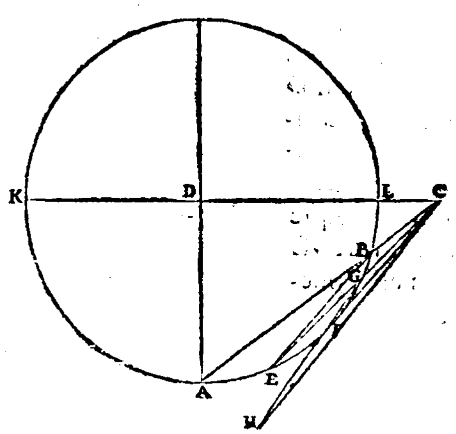
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD: & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem esse.

Sumatur enim circuli centrum G & GF GE iungantur; erit angulus ad F angulo ad E æqualis. & quoniam triangulum est GFD, & angulus exterior AGF maior est interiori & opposito eo, qui ad F, hoc est eo, qui ad E: angulus autem ad E maior est angulo DGE propterea quod est extra triangulum: erit angulus AGF angulo EGD maior, & sunt ad centrum. circumferentia igitur AF maior est circumferentia CE, quod demonstrare oportebat.



THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

Sit circulus AB, cuius centrum D, & extra circulum punctũ
A C, ducanturque CDK, & circulum contingens CF. deinde per D centrum ad rectos angulos ipsi KL diametro agatur
B DA. seceturque AF circumferentia bifariam in puncto E. & CBA CGE iungantur. Dico angulum ACE angulo ECF maiorem esse.



Iungantur enim EB FG, & quoniam EB maior est, quam FG, & BC minor, quam
8.quinti. CG, habebit EB ad BC maiorem proportionem, quam FG ad GC. itaque fiat vt
21.tertii EB ad BC, ita HG ad GC, & HC iungatur. Quoniã igitur anguli ABE EGF inter se æ
C quales sunt, quod & circumferentia AE circumferentiæ EF, & reliqui anguli EBC
13 primi FGC æquales: & circa æquales angulos latera sunt proportionalia: erit triangulum
4 sexti. EBC triangulo HGC æquiangulum. ergo anguli ACE ECH inter se æquales sunt. angulus igitur ACE angulo ECF est maior.

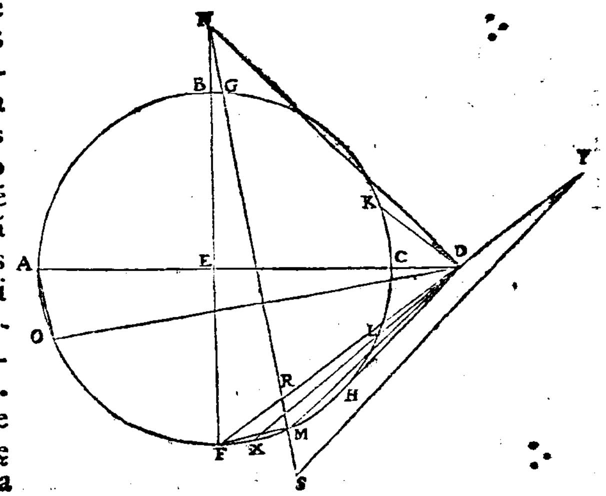
COM-

COMMENTARIVS.

Ducanturque CDK, & circulum contingens CF] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ γ δ A
κ. *lege* καὶ διήχθω ἡ γ δ κ.
Et CBA CGE iungantur.] *Græcus codex.* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γ β α γ η ε. *lege* καὶ B
ἐπεζεύχθωσαν αἱ γ β α γ η ε.
Quod & circumferentia AE circumferentiæ EF] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ περιφέ- C
ρεια ἡ α ε περιφερείας τῆς ε ζ. *lege* περιφέρεια τῇ ε ζ.

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem esse.

Secetur circumferentia FH bifariam in puncto M, & iũgatur MD. constat igitur ex eo, quod proxime ostensũ ẽ, angulũ FDM maiorẽ esse angulo MDH. producantur FEB DL ad pũcta NX: sitque ipsi AD æqualis NF, & NM, ND iungãtur. itaque quoniam circulus ẽ ABC, cuius diameter producta ACD, & a pũcto D acta ẽ DLX ad concauã circũferẽtiã, erit circũferẽtia AX, maior quã circũferẽtia CL. Sed CL est ęqualis FM, vtraq; n. est circũferẽtię FH dimidia, circũferentia igitur AX maior est, quã FM. ponatur ipsi FM æqualis circũferẽtia AO, iungãturq. AO OD. & qm̃ circũferentia AFC semicirculi æqualis est circumferẽtię semicirculi FCB, quarũ AO ẽ æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ



40 huius

MB æqualis. sed circũferẽtiæ quidẽ OC insistit DAO angulus, circũferẽtiæ vero MB insistit angulus NFM, ergo angulus DAO ẽ æqualis angulo NFM. atq; ẽ uterq; recto minor, & cũ AD sit æqualis FN, & AO ipsi FM, duæ DA AO duab. NF FM æquales sũt. & angulus DAO ẽ æqualis angulo NFM. quare & basis OD basi NM, & reliqui ã- 4 primi.
guli reliquis angulis sũt æquales. angulus igitur ADO ẽ æqualis angulo FNM. Rursus qm̃ semicirculi circũferẽtia ẽ FAB, erit FABG semicirculo maior, cui insistit ãgu 31 tertii
lus FMG, ergo FMG angulus maior est recto, & ipsi subtẽditur recta linea FR, ãgulo A
ãt acuto RFM subtenditur RM. quare FR maior ẽ, quã RM. itaq; producatur RM ad 19 primi
S: & ipsi FR ęqualis ponatur RS. Et qm̃ tota ACD æqualis ẽ toti FBN, quarũ AE ẽ ęqualis EF: erit reliqua ED ipsi EN æqualis. iõq; angulus EDN ẽ ęqualis ãgulo END 5. primi.
& NDR maior angulo DNR. quare latus NR latere RD est maius producatur RD B
ad Y, ponaturque ipsi NR æqualis RY, & SY iungatur. Quoniam igitur FR ẽ ęqualis RS, & NR ipsi RY, duæ FR RN duabus SR RY æquales sunt: & angulus FRN æqualis angulo SRY, quod sint ad uerticem. ergo & basis NF basi SY, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus RFN est æqualis angulo RSY. sed angu- C
lus RMD maior est angulo RSY, cũ sit extra triangulũ. angulus igitur RMD angulo D
RFN est maior. est autem & FRN angulus æqualis angulo MRD. quare & reliquus FNR maior reliquo RDM. At ostensũ ẽ angulum FNR angulo ADO esse æqualem. angulus igitur ADO angulo RDM est maior, ac propterea ADX angulus multo maior est angulo RDM. anguli autem ADX duplus est angulus KDL, & anguli

RDM minor, quam duplus ostensus est angulus FDH. ergo KDL angulus angulo FDH maior erit.

COMMENTARIVS.

A Et ipsi subtenditur recta linea FR] *Recta enim linea NM secat* FD *in puncto* R.

B Quare latus NR latere RD est maius] A*ngulus enim* ND*R cũ sit maior angulo* ED*N, ipso* DNR *multo maior erit, quare & latus* NR *latere* RD *est maius.*

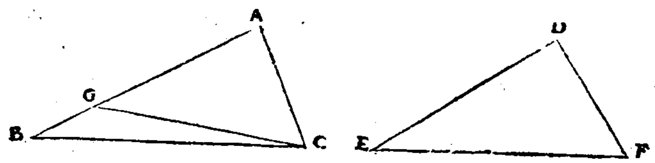
C Sed angulus RMD maior est angulo RSY] *Græcus codex.* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμσ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρσυ. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμδ.

D Angulus igitur RMD angulo RFN est maior] *Grçcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ μρδ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρζν. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ ρμδ.

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos sit ipsi plano, neque semidiametro ęqualis, maior autem, vel minor, inęquales semidiametri circuli apparebũt. pręmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC DEF rectos angulos habentia ad A D, & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD. Dico BCA angulum angulo EFD maiorem esse.



A Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem habet, quam EF ad FD, & B potestate, diuidendoque & longitudine, habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF. Fiat ut ED ad DF, sic GA ad AC. C manifestum est enim GA minorem esse, quam AB, & GC iungatur. D triangulum igitur AGC simile est triangulo DEF, & ACG angulus angulo DFE æqualis. ergo angulus ACB maior est angulo DFE.

COM-

COMMENTARIVS.

Et potestate, diuidendoque & longitudine habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF] *quoniam enim* BC *ad* CA *maiorem habet proportionẽ, quam* EF *ad* FD, *habebit quadratum ex* BC, *hoc est quadrata ex* BA AC, *quæ ipsi sunt æqualia, ad quadratum ex* CA *maiorem proportionem, quam quadratum ex* EF, *hoc est quam quadrata ex* ED DF *ad quadratum ex* DF. *ergo & diuidendo quadratum ex* BA *ad quadratum ex* AC *maiorem habet proportionem, quamquod fit ex* ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *& ideo recta linea* BA *ad ipsam* AC *maiorem habet proportionem, quã* ED *ad* DF. A

Manifestum est enim GA minorem esse, quam AB] *ex 8. quinti elementorum.* B

Triangulum igitur AGC simile est triangulo DEF] *ex 6. sexti elementorum.* C

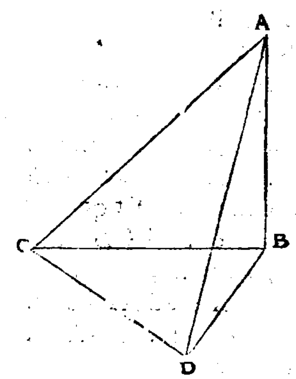
Ergo angulus ACB maior est angulo DFE.] *possumus etiam conuersam huius ita demonstrare.* D

Maneant enim eadem, quæ prius, & sit angulus BCA *maior angulo* EFD. *Dico* BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BCA *maior est angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC *& ad punctũ in ea* C *constituatur angulus* ACG *æqualis angulo* EFD. *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF *est æqualis, & triangulum triangulo simile. quare* GA *ad* AC *est ut* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *est, ut quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF. *& componendo quadrata ex* GA AC *ad quadratum ex* AC, *vt quadrata ex* ED DF *ad quadratum ex* DF. *sed quadrata ex* BA AC *maiora sunt quadratis ex* GA AC *quadrata igitur ex* BA AC, *hoc est quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA AC *ad quadratum ex* AC, *hoc est quam quadrata ex* ED DF, *uidelicet quadratum ex* EF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD. *quod oportebat demonstrare.* 23.primi 4 sexti.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à sublimi puncto A ad subiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. sit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpẽdicularis agatur BD; iungaturquè AD. Dico & AD ad ipsam DC perpendicularem esse.



Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C, & AC CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis est ad subiectum planum, angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex AC est æquale quadratis ex AB BC. quadrato aute ex BC æqualia sũt quadrata ex BD DC. quadratum igitur ex AC est ęquale quadratis ex AB BD DC. sed 3. diffi. eandem. 47 primi

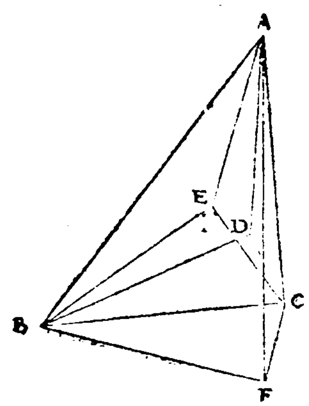
quadratis

quadratis ex AB BD æquale est id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD DC æquale erit, ac propterea rectus est angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipsam DC est perpendicularis, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLIIII.

A puncto sublimi A ad subiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non sit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipsi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum esse omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in subiecto plano ducuntur, atque eum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. duos autem tantum æquales constitui ad utrasque ipsius partes.

Ducatur enim quæpiam recta linea BD in subiecto plano & a puncto C ad ipsam perpendicularis agatur CD: & AD iungatur. est
19 primi igitur AD ad DB perpendicularis ob id,
8 quinti. quod proxime ostensum fuit. Et quoniam re-
42 huius ctus est angulus ACD, maior est DA, quam AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD, & sunt anguli BCA BDA recti. maior igitur est BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonstratum est. quare reliquus angulus ABC minor est angulo ABD. Similiter ostendemus angulum ABC omnibus aliis minorem esse. minimus igitur est angulus ABC.



Dico etiam angulum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. Ducatur enim quædam recta linea BE in subiecto plano, atque a puncto C ad ipsam perpendicularis agatur CE, & AE iungatur. ergo AE ad EB est per-
ex antec. pendicularis. Et quoniam rectus angulus BDC est æqualis recto CEB, an-
A gulus autem BCD maior est angulo BCE; habebit EC ad CB maiorem
B proportionem, quam DC ad CB. multo igitur maior est EC, quam CD.
10 quinti & est CA ad rectos angulos utrique ipsarum CD CE. quare EA maior
C est, quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE: suntque anguli ad D E recti. ergo angulus BAD maior est angulo BAE.
D angulus igitur ABD angulo ABE est minor. Dico præterea duos tantum constitui æquales ad utrasque partes ipsius. Constituatur enim ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea B in subiecto plano angulus CBF æqua-

lis

lis angulo CBD, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. A
Quoniam igitur angulus CBD æqualis est angulo CBF. est autem & rectus CDB æqualis recto CFB, & latus CB utrique triangulorum commune, erit & BD æqualis BF, & CD ipsi CF. est etiam AC perpendicularis ad utramque DC CF. ergo E
& AD est æqualis AF. Quòd cum DB sit æqualis BF, communis autem BA, & basis DA æqualis basi AF; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo ostendemus angulo ABD nullum alium constitui æqualem. angulus igitur ABC minimus est, & qui ipsi propinquior semper remotiore est maior. duo autem tantum æquales ex utraque eius parte constituuntur.

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCD maior & angulo BCE] *nam cum recta linea BF sit extra ipsam BD, angulus CBD minor est angulo CBE. quare BCD angulus angulo BCE maior erit.* A

Habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam DC ad CB] *Quoniam enim triangula BDC BEC orthogonia sunt, atque est angulus BCD maior angulo BCE, habebit BC ad CD maiorem proportionem, quam BC ad CE ex conuersa 42. huius, quam nos demonstrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti DC ad CB minorem proportionem habebit, quam EC ad CB: ac propterea EC ad CB minorem proportionem habet, quam DC ad CB.* B

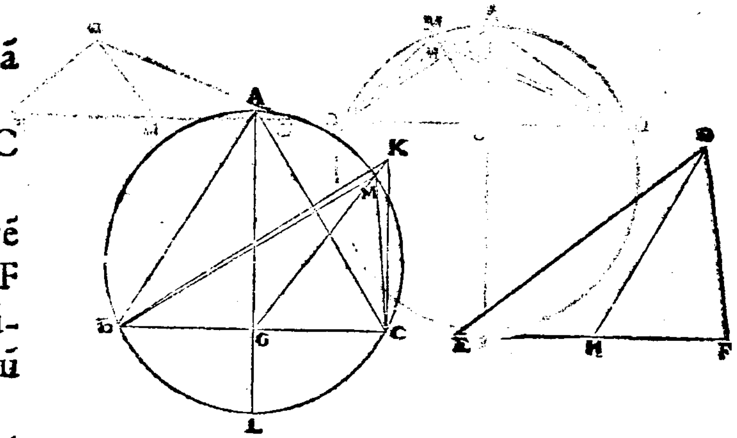
Quare EA maior est, quam AD] *Nam cum EC maior sit, quam CD, erunt quadrata ex EC CA maiora quadratis ex DC CA. sed quadratis ex EC CA æquale est quadratum ex AE, & quadratis ex DC CA equale est quadratum ex AD. ergo quadratum ex EA maius est quadrato ex AD. & ob id recta linea EA, quam AD est maior.* C

Ergo angulus BAD maior est angulo BAE.] *ex 42. huius.* D

Erit & BD equalis BF, & CD ipsi CF] *sunt enim triangula BDC BFC inter se similia, quare ut CB ad BD, ita CB ad BF, & permutando ut CB ad seipsam, ita DB ad BF. ergo DB ipsi BF est æqualis, & eadem ratione DC est æqualis CF.* E 4. sexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ BC EF æquales habeant, seceturque EC EF bifariam in punctis GH; & iungantur AG DH, quæ etiam inter se sint æquales. & sit AG quidem ad BC perpendicularis, DH vero non perpendicularis ad EF: sitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem esse.



Describatur circa ABC triangulum circulus ABC: & producatur AG ad L. Quo-

niam

A Quoniam igitur AG maior est, quam GB, atque est AL diameter: erit centrum cir-
B culi inter AG. hoc enim deinceps ostendetur. quare maxima est AG, & ipsi propinquior remotiore maior est. Constituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo AG, hoc est DH maior est, quam GM. ponatur ipsi DH æqualis GK, & BK KC iungantur. erit angulus EDF æqualis angulo BKC. Sed angulus BAC angulo BKC
C est maior. angulus igitur BAC angulo EDF maior erit.

COMMENTARIVS.

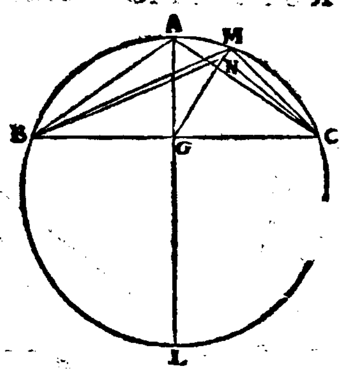
A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps ostendetur] *In 47. huius.*

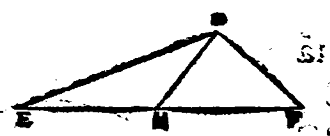
B Quare maxima est AG, & ipsi propinquior remotiore maior est] Ex 7. *tertii libri elementorum.*

C Sed angulus BAC angulo BKC est maior.] *Iungantur BM MC. erit angulus BMC æqualis angulo BAC ex 21. tertii elementorum, & ex 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC est maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iisdem positis sit AG minor, quam GB. Dico angulú BAC angulo EDF minorem esse.





Constituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quoniam AG minor est,
A quam GB, & est diameter AL, centrum circuli erit inter LG. ergo minima est AG, &
B GM maior, quam AG, hoc est quam DH. ponatur ipsi AG æqualis GN. & BN NC
C iungantur. æqualis igitur est angulus EDF angulo BNC. sed angulus BNC maior est angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC est maior.

COM-

COMMENTARIVS.

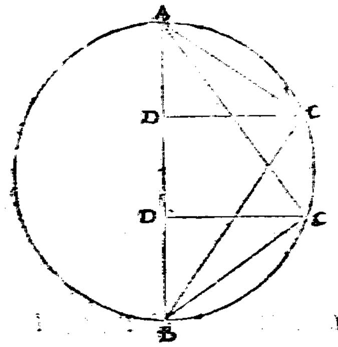
Centrum circuli erit inter LG] *Quod in sequenti ostenditur.* A

Ergo minima est AG, & GM maior, quam AG] *Ex 7 tertii elementorum.* B

Sed angulus BNC maior est angulo BAC] *Iunctis enim rursus BM MC, erit angulus BMC æqualis angulo BAC, & angulo BNC minor. ex quo sequitur angulum BAC angulo BNC, hoc est angulo EDF esse minorem, quod demonstrare oportebat.* C

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC, cuius diameter AB, & in ipsa sumpto quouis puncto D, ducatur DC vtrumque, & sit AD maior, quam DC. Dico AD etiam ipsa DB maiorem esse.



Iungantur AC CB. & quoniã angulus ACD est maior angulo CAD, erit reliquus A B
DCB reliquo DBC minor. ergo maior est CD, quam DB. est autem & AD maior, C
quam DC. multo igitur maior est AD, quam DB. Quod si AD sit minor, quam DC, D
similiter ostendemus & AD ipsa DB minorem esse. E

COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus ACD est maior angulo CAD] *Ex 18. primi. ponitur enim AD maior, quam DC.* A

Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] *Nam cum angulus ACB rectus sit æqualis duobus angulis DAC, DBC sitque angulus DCA pars recti maior angulo DAC, erit reliqua eius pars DCB minor angulo DBC.* B

Ergo maior est CD, quam DB.] *Ex 19. primi.* C

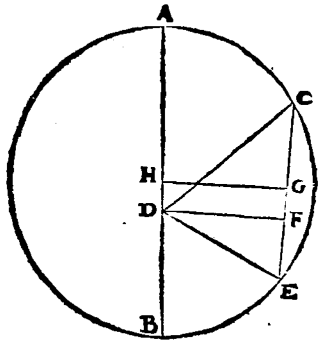
Multo igitur maior est AD, quam DB] *Ex hoc constat circuli centrum esse inter AD, quod demonstrandum fuit.* D

Quod si AD sit minor, quam DC, similiter ostendemus & AD ipsa DB minorem esse.] *Sit enim AD minor, quam DC, & similiter iungantur AC CB. angulus igitur DCA minor est angulo DAC, & ideo reliquus DCB reliquo DBC maior erit. ergo DC minor est, quam DB. Sed AD est minor, quam DC. multo igitur minor est, quam ipsa DB, & circuli centrum inter DB continetur. quod demonstrare oportebat.* E

THEO-

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC; cuius diameter AB, & in ipsa sumpto D puncto, ducantur DC DE, sitque CD maior, quam DE. Dico AD ipsa DB maiorem esse.



Iungatur CE, & perpendicularis ad ipsam ducatur DF. maior igitur CF, quã FE.
A secetur CE bifariam in puncto G, & per G ducatur GH, quæ ipsi DF parallela sit. er
B go GH perpendicularis est ad CE, & ipsam bifariam secat. in recta igitur linea GH
C est circuli centrum. Sed est etiam in AB. punctum igitur H circuli centrum erit, ac propterea AD quam DB est maior.

COMMENTARIVS.

A Maior igitur est CF, quam FE] *Quoniam enim CD maior est, quam DE, erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD æqualia sunt quadrata ex DF FC quadrato autem ex DE æqualia quadrata ex DF FE. quadrata igitur ex DF FC maiora sunt quadratis ex DF FE, & sublato communi quadrato ex DF, relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE. ergo recta linea CF, quam FE est maior.*

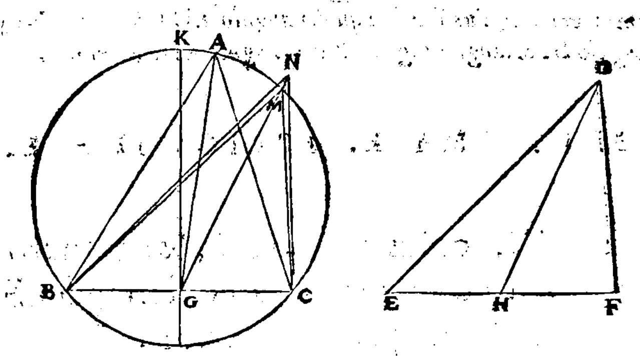
B Ergo GH perpendicularis est ad CE] *ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH est circuli centrum] *Ex corollario primæ tertii elem.*

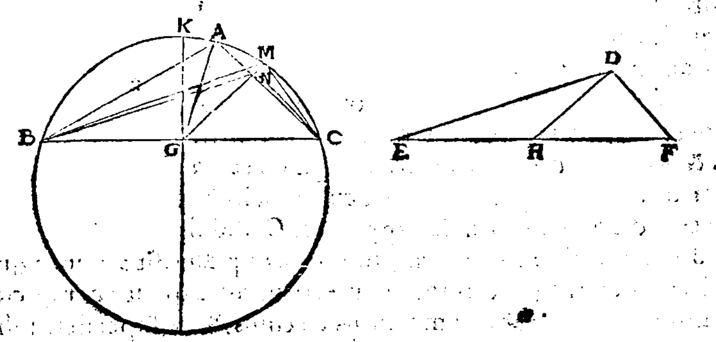
THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC DEF, æquales habentia BC EF, & secentur BC EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quæ etiam inter se sint æquales; & neutra ipsarum sit perpendicularis ad basim: angulus autem AGC sit maior angulo DHF. Dico si maior quidem sit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem esse, si uero minor, esse minorem.

Descri-



Describatur rursus circa ABC triangulũ circulus ABC, & a pũcto G ipsi BC ad re- A
ctos angulos ducatur GK, quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior, quam GC. B
ex eo igitur, quod ostensum fuit, KG maior est, quam GA, etenim maxima est GK, & C
ipsi propinquior semper remotiore est maior constituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc est DH maior est, quam GM. ponatur ipsi DH æqualis GN; & BN NC iungantur. angulus igitur BNC est æqualis angulo EDF, ideoq; angu



lus BAC angulo EDF est maior. At si AG sit minor, quã GC, similiter demonstrabi- D
mus BAC angulum angulo EDF minorem esse. quod demonstrare oportebat. E

COMMENTARIVS.

Describatur rursus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, sed tamen desiderari videbantur, vel saltem ex antedictis subintelligenda sunt.* A

Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertii elementorum.* B

Ex eo igitur, quod ostensum fuit KG maior est, quam GA, etenim maxima ẽ GK, & ipsi propinquior semper remotiore est maior] *Quoniam .n. AG maior est, quam GC, erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima est, & quæ ipsi propinquior semper remotiore est maior; & idcirco KG maior, quam GA græcus codex μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ κη. Vide ne legendum sit μεγίστη γὰρ ἐστὶν ἡ κη* C

Ideoque angulus BAC angulo EDF est maior] *Angulus enim BMC, hoc est BAC est maior angulo BN, hoc est angulo EDF.* D

At si AG sit minor, quã GC, similiter demõstrabimus BAC angulũ angulo EDF minorem esse.] *Sint eadẽ quæ prius, & constituatur angulus CGM æqualis angulo DHF; erit ex iam demonstratis KG minor, quã GM. ergo KG minima est, & ipsi propinquior remotiore est minor. minor igitur est AG, hoc est DH, quam GM. ponatur ipsi AG æqualis GN,* E

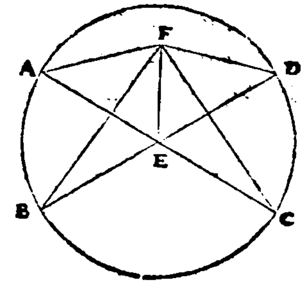
 & BN

& BN NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo EDF. Sed angulus **BMC**, *hoc est* **BAC** *minor est angulo BNC. angulus igitur BAC angulo EDF est minor.*

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

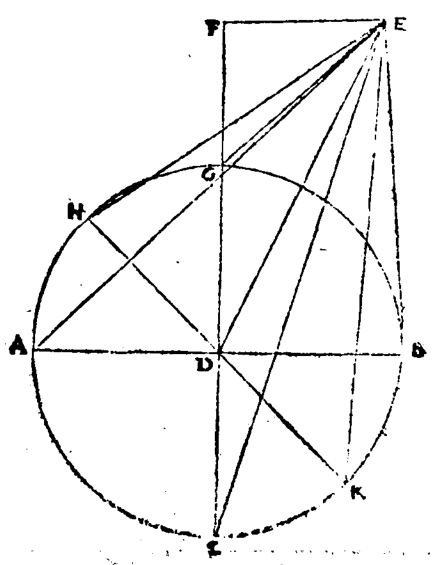
Sit circulus ABC, cuius centrum E, & a puncto E ad rectos angulos circuli plano ducatur EF. Dico si in ipsa EF oculus ponatur, circuli diametros æquales apparere.

Hoc autem manifestum est, etenim omnes rectæ lineę a puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter se ęquales sunt, & ęquales angulos continent. Sed non sit EF ad rectos angulos circuli plano. sit aūt æqualis semidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F constituto, & sic diametros æquales apparere. Ducantur enim duę diametri AC BD, & iungantur AF FB CF FD. Quoniam igitur tres EA EC EF æquales sunt, rectus est angulus AFC. eadem ratione & angulus BFD est rectus. quare diametri AC BD ęquales apparent. Similiter ostendemus & alias omnes æquales apparere. Constat igitur si sit circulus. & ab ipsius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, ubicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod si a centro ducta non sit ad rectos angulos circuli plano, sit autem æqualis semidiametro circuli, & sic ab ipsius termino diametri circuli æquales conspicientur. Ex quo manifestum est si sit in sphæra maximus circulus, & in superficie sphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros ęquales videri.



THEOREMA LI. PROP. LI.

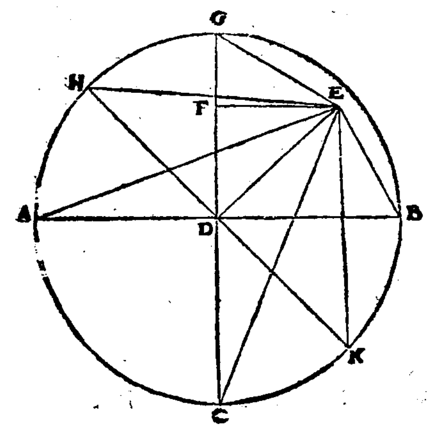
Si sit circulus, & a centro ipsius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque semidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus statuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.



Sit circulus ABC, cuius centrum D, & a puncto D erigatur recta linea DE, usque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis semidia-

metro

metro circuli, & oculus ad E statuatur. Sit autem primum DE semidiametro circuli ABC maior. & a puncto E ad circuli planum ducatur perpendicularis EF. iū ctaque FGD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipsi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior est ipsi GC remotiore semper minorem videri, duas autem tantum videri ęquales ad utrasque ipsius partes. constat igitur ED ad AB perpendicularem esse. siquidem
a puncto sublimi E ad circuli planum perpendicularis acta est EF, & ducta quauis 43 huius
recta linea AB a puncto F ad ipsam acta est perpendicularis FD, & iuncta est
ED. constat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum esse, & qui i- 44 huius
psi propinquior est, semper remotiore esse minorem; duos autem tantum æquales ad utrasque ipsius partes constitui. Itaque ducatur quædam recta linea HK, ergo ED non est perpendicularis ad HK. nam si perpendicularis sit, cum sit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non potest. non igitur ED perpēdicularis est ad HK, iūgātur EA EB, EH EK EG EC. Et quoniā duo triangula sunt EAB EHK. bases AB HK æquales habentia, quarum vtrique bifariam secatur in puncto D: & est ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, estque ED maior, quam DA: erit angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis aliis lineis eodem mo
do maior omnibus angulis demonstrabitur. Rursus quoniam duo triangula sunt 45 huius
EGC EHK bases æquales habentia, & communem ED; atque est ED ad neutram ipsarum GC HK perpendicularis; maior autem est angulus EDH, etenim ostensum est angulum EDG minimum esse: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK
angulo GEC maior, quod itidem ostensum fuit. Similiter ostendemus angulū GEC 47 huius
omnium minimum esse ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex utraque parte ipsius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex utraque parte

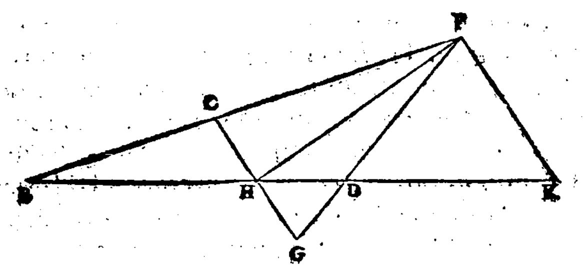


ipsius EDF æquales constituitur. Quod si FD minor sit, quā DA, similiter demōstra- 44 huius
bimus GC quidem maximā uideri, AB uero minimam; & quæ propinquior est ipsi AB remotiore semper minorem: duas autem tantum ex utraque parte ipsius GC, uel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipsis imaginē
oculo representare, & centrum ipsius apparet ellipsis centrum, instantiam non par- τυχοῦ-
uam habet theorema. demonstrare etenim possumus aliquod aliud punctum in cir σαν.
culo

culo lineæ, cuius imago repreſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH ęqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HFK rectum angulum eſſe.



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD uſque ad G. Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt
A KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur FK
B ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula enim ſunt triangula FDK DGH. ergo FK ad vtramque ipſarum eandem proportio-
C nem habet, ac propterea CH eſt æqualis HG. & ut CH ad HG, ita CF ad FG. eſt igitur CF ipſi FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, communis autem FH, & baſis GF æqualis baſi FC, erit angulus CHF æqualis
D angulo FHG; & uterque ipſorum rectus. rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

A Sed ut KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt triãgula FBK, CBH.*

B Et ut KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum FDK DHG.*

C Et ut CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim CFG a recta linea FH bifariam ſecatur.*

D Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CGFK inter ſe parallelę ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa utitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quę eſt huiuſmodi. Sit ut BK ad KD, ita BH*

ad

ad HD. & ſit angulus HFK rectus iunganturque BF FD. Dico angulum BFH angulo HFD æqualem eſſe.

Ducatur per H ipſi FK parallela CHG, & FD ad G producatur. ſimiliter ut ſupra demonſtrabitur CH æqualis HG atque erunt anguli CHF FHG recti inter ſe æquales ſunt 29. primi
autem duę FH HC æquales duabus FH HG. ergo & baſis triangulumque triangulo, & re 4. primi
liqui anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igitur BFH angulo HFD eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtrabimus.

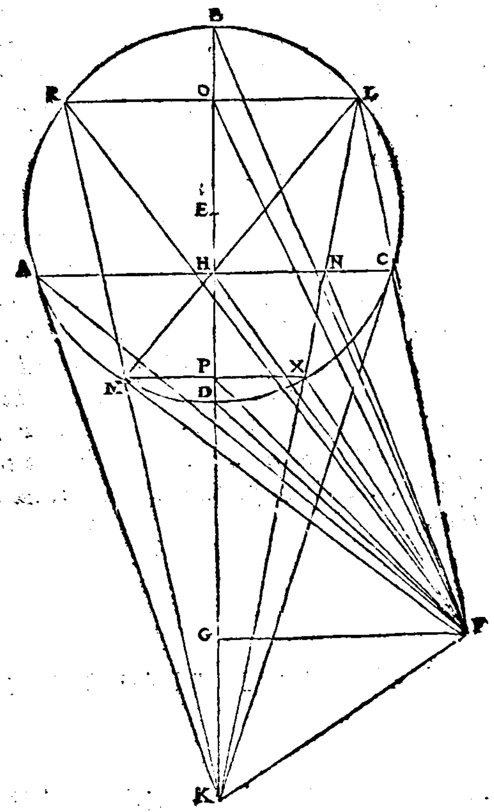
Sit trianguli HFK angulus ad F rectus, ſitque angulus BFH ęqualis angulo HFD. Dico vt BK ad KD, ita eſſe BH ad HD.

Ducatur rurſus per H recta linea CHG ipſi FK parallela: & FD producta conueniat cum CH in puncto G. Itaque quoniam angulus CFH ponitur ęqualis angulo HFG. & angulus FHC æqualis eſt angulo FHG. ſunt enim utrique recti, nimirum æquales recto HFK,
ob rectas lineas parallelas FK CG. quare reliquus FCH eſt æqualis reliquo FGH; & trian 29. primi
gulum triangulo ſimile. cum igitur ſit ut FH ad HC, ita FH ad HG; erit CH ipſi HG
æqualis. & eadem ratione demonſtrabitur FC æqualis FG. ergo ut FK ad CH. ita eſt FK 9. quinti.
ad HG. Sed vt FK ad CH, ita KB ad BH ob triangulorum FBK CBH ſimilitudinẽ. 7. quinti.
& ut FK ad HG, ita KD ad DH, nam ſimilia inter ſe ſunt triangula FDK HDG. vt 4. ſexti.
igitur KB ad BH, ita eſt KD ad DH. & permutando vt BK ad KD, ita BH ad HD. quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc pręmonſtrato ſit circulus quidem ABCD circa cẽtrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto F ad planum circuli ducitur, videlicet FG nõ cadat in E centrum, iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD FB iungantur. angulus autem BFD bifariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK KC circulum contingant, Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quę centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctũ O). axes autem coniugatos AC BD. & quæ ad BD ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi AC. quę vero applicãtur ad AC, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi BD parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coni ſectioni accidunt.

Iun-

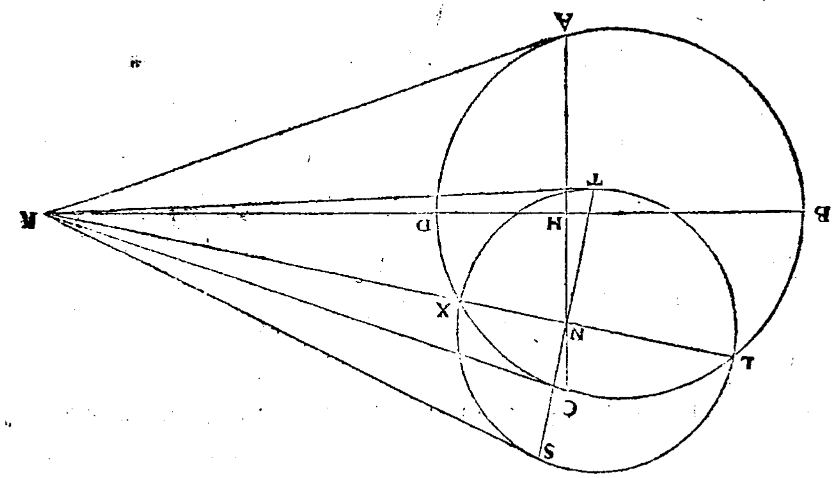


Iungantur AF FC. erit angulus AFH æqualis angulo HFC. est autem & angu-
B lus HFB angulo HFD æqualis. ergo AH apparet æqualis HC & BH ipsi HD.
Quod si alia recta linea ducatur, ut LHM, Dico eam apparere bipartito sectam in
C puncto H. Iungantur enim LK KM MX, & MF FX, FN, FL, LK. Quoniam igi
D E tur ob lineas contingentes ut BK ad KD, ita est BH ad HD. atque est angulus
F BFH æqualis angulo HFD; erit HFK angulus rectus. hoc enim ante demonstra-
tum est. Et puoniam planum, quod per BFK transit, rectum est ad planum,
quod per AFC, etenim AC est perpendicularis ad planum BFK, & ad communem
sectionem HF in uno planorum acta est FK perpendicularis; erit FK perpen
dicularis ad planum per AFC; & propterea angulus NFK est rectus. atque
G est ut LK ad KX, ita LN ad NX. æqualis igitur est angulus LFN angulo
H NFX, quare LN apparet æqualis ipsi NX. est autem & ut LF ad FX, ita LN
K ad NX. Sed FX est æqualis FM. iuncta enim MX fit parallela ipsi AC. &
L ut LN ad NX, ita LH ad HM. ergo angulus LFH est æqualis angulo HFM.
M & LH ipsi HM æqualis videtur. Similiter & si alia recta linea per H ducatur,
apparebit bifariam secta in H: punctumque H ellipsis centrum apparet, axesque
coniugati AC BD: & quæ quidem ipsi AC sunt parallelæ bifariam secantur a
recta linea BD. quę uero ducuntur a puncto K, a recta linea AC secari viden-
N **tur, quemadmodum in ipsa LX demonstratum est. Itaque dico rectas** lineas,
quæ

quæ à puncto K ducuntur, ipsi BD parallelas apparere. ducatur. n exempli causa LK
& perpendicularis LO. quæ ad R producatur: iunganturque OF FP FR. Quoniā igi O P
tur ut LK ad KX, hoc est ut LR ad XM, ita LF ad FX, atque est LF æqualis FR, & XF Q
ipsi FM: erit angulus LFR æqualis angulo XFM, & ideo angulus LFO angulo XFP R
ęqualis. & OL æqualis apparet PX. ergo LX BD parallelæ uidebuntur, quoniā & per
pendiculares inter ipsas interiectæ ęquales apparent.

COMMENTARIVS.

Iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur] *Recta enim linea* A
EG circulum in D secet, & producta secet eundem in B.
Ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipsi HD] *ex 7. suppositione opticos Euclidis.* B
Iungātur enim LK, KM, MX, & MF FX FN FL FK] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ C
αἱ τε λκ κμ μξ καὶ αἱ μζ ζξ ζν ζλ καὶ ἔτι ἡ ζκ *loco* ζη *lege* ζν.
Quoniam igitur ob lineas contingentes, ut BK ad KD ita est BH ad HD] *Hoc à* D
Pappo demonstratur libro sequenti propositione 154. lemmate autem 28. in libros porismatum.
Atque est angulus BFH æqualis angulo HFD, erit HFK angulus rectus: hoc enim E
ante demonstratum est] *In præcedenti scilicet lemmate.*
Et quoniam planum, quod per BFK transit rectum est ad planum, quod per AFC F
etenim AC est perpendicularis ad planum BFK, & ad communem sectionem HF
in uno planorum acta est FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planū per
AFC. *Quoniam. n. planum BFK rectum est ad planum circuli ABCD, & ad communem ipsorū sectionem BD acta est perpendicularis AC, erit ex 4. diff. undecimi AC perpendicularis ad planum BFK. Rursus cum AC existens in plano AFC sit perpendicularis ad HF communem sectionem planorum, nempe plani AFC, & plani BFK, sitque perpendicularis ad planū BFK, sequitur ex eadem 4. diff. planum BFK rectum esse ad planum AFC. ergo KF, quæ in plano BFK perpendicularis est ad FH communem dictorum planorum sectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.*



Atque ē ut LK ad KX, ita LN ad NX] *Describatur circa diametrū LX circulus SLT, & per punctum N ipsi LK ad rectos angulos ducatur SNT, & SK KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS. hoc est rectangulū SNT ęquale rectāgulo LNX, hoc est rectāgulo CNA. quadratū uero ex NK æquale est duob⁹ quadratis ex NH HK. quorū quadratū ex NH una cū rectāgulo CNA est æquale quadrato ex CH. ergo quadrata ex SN NK, hoc ē quadratū ex KS ē ęquale quadratis ex CH HK. videlicet quadrato ex CK. Sed quadratū ex CK æquale est rectangulo* G

 BKD,

BKD, *hoc est rectangulo* LKX. *quadratum igitur ex* KH *rectangulo* LKC *est æquale. ac propterea* KS *circulum ipsum contingit. & ita demonstrabitur* TK *circulum contingere. ergo ex demonstratis a Pappo, ut* LK *ad* KX, *ita erit* LN *ad* NX.

H Aequalis igitur ē āgulus LFN angulo NFX] *ex iis, quę nos in antecedēte demōstrauimus.*

K Est autē & ut LF ad FX, ita LN ad NX] *Ex 3. sexti elementorum. Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς λ ζ πρὸς ζ ξ, ἡ κ λ πρὸς ν ξ. *lege* ἡ λ ν πρὸς ν ξ.

L Et ut LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. sexti elementorum.*

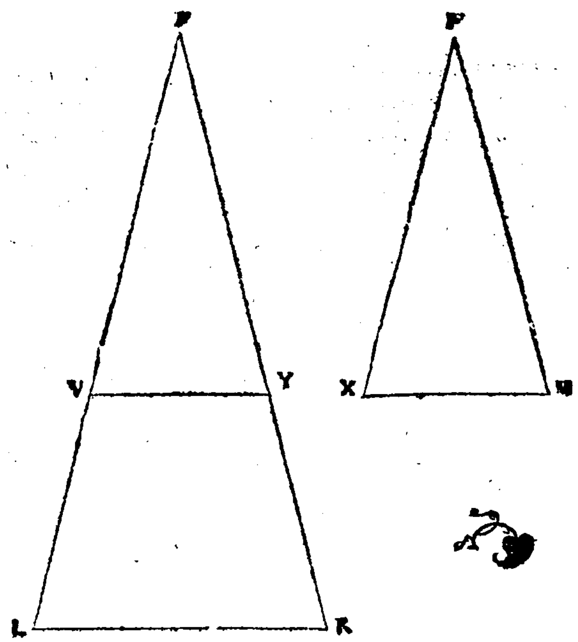
M Ergo angulus LFH est æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. sexti elem.*

N Itaq; dico rectas lineas, quę a pūcto K ducūtur, ipsi BD parallelas apparere.] *græcus codex* λέγω ὅτι φαίνονται τῇ β δ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ διαγόμεναι. *lege* τῇ β δ.

O Iunganturque OF FP FX] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ο ζ π ζ ϱ. *legendum autem uidetur* αἱ ο ζ. ζ π. ζ ϱ.

P Quoniam igitur ut LK ad LX, hoc est ut LR ad XM] *Ob similitudinem triangulorum* LKR *XKM.*

Q ita LF ad FX] *Est enim ut* LK *ad* KX, *ita* LN *ad* NX, *& ut* LN *ad* NX, *ita* LF *ad* FX. *ergo ut* LK *ad* KX, *ita* LF *ad* FX.



Q Erit angulus LFR ęqualis angulo XFM.] *Describātur seorsū triangula* FLR, FXM: *& in rectis lineis* FL FR *abscindātur æquales ipsis* FX FM, *quæ sint* FV FY. *Itaq. quoniā* FL R *inter se æquales sūt, itēq;* FV FY, *quod & ipsæ* FX, FM *sint æquales, erit ut* FV *ad* VL, *ita* FY *ad* YR. *quare* VY *parallela est ipsi* LR, *& triāgulū* VFY *simile ē triāgulo* LFR. *ut igitur* LF *ad* FV, *ita* LR *ad* VY. *Sed ut* LF *ad* FX, *hoc est ad* FV, *ita erit* LR *ad* XM. *ergo* LR *ad* VY *eandem proportionem habet, quam ad* XM, *ac propterea* XM *est æqualis* VY. *Quòd cum duę* FX FM *sint æquales duabus* FV FY, *& basis* XM *basi* VY, *angulus* XFM *angulo* VFY *æqualis erit. angulus igitur* LFR *angulo* XFM *est ęqualis.*

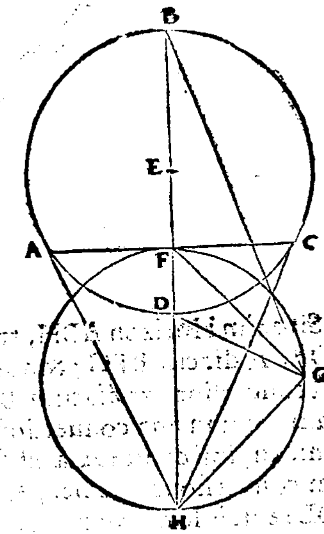
R Et ideo angulus LFO angulo XFP æqualis] *Est enim angulus* LFO *anguli* LFR *dimidius, & angulus* XFP *dimidius anguli* XFM. *Græcus codex,* καὶ ἡ ὑπὸ λ ζ ϱ ἄρα ἴσῃ τῇ ὑπὸ ξ ζ π. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ λ ζ ο ἄρα, *&c.*

THEOREMA LIIII. PROPOSITIO LIIII.

Hoc demonstrato admirabilius problema demonstrare possumus, ita proponentes.

Circulo positione dato, & dato puncto in plano circuli intra circumferentiam ipsius, visui locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens intra circumferentiam datum.

Sit datus quidem circulus ABCD circa centrum E, datum autem intra punctum F: & oporteat locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens F punctum. Iungatur FE, & ex utraque parte producatur. deinde per punctum F ipsi FE ad rectos angulos ducatur AC, atque a punctis AC in plano circuli contingentes, ducantur AH HC, & in FH semicirculus FGH describatur, ad circuli planum rectus. Dico si sumatur quoduis punctum in tota circumferētia FGH, & uisus in eo constituatur, circulum ellipsim videri centrum habentem punctum F. Sumatur enim G punctum, & GB GF GD GH iungantur. Itaque quoniam ob lineas contingentes, ut BH ad HD, ita est BF ad FD, & FGH angulus est rectus: erit angulus BGF æqualis angulo FGD. quare BF ipsi FD æqualis uidetur. Constat autem & AF videri æqualem FD. Et similiter, ut supra demonstrabitur ellipsis apparentis centrum esse punctum F: & AC BD axes coniugatos.



COMMENTARIVS.

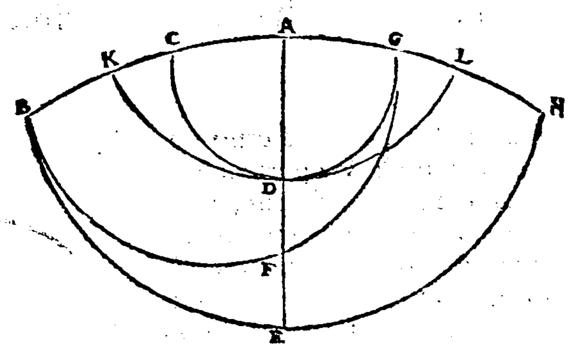
Dico si sumatur quoduis punctum in tota circumferentia FGH, & uisus in eo constituatur, circulum ellipsim uideri] *Græcus codex.* λέγω δὴ ὅτι ὁ ποῖον ἂν ληφθῇ σημεῖον ἐφ᾽ ὅλης τῆς ζ η θ περιφερείας πρὸς αὐτῷ τεθείσα ἡ ὄψις. *lege* πρὸς αὐτῷ.

Erit angulus BGF æqualis angulo FGD.] *Quomodo. hoc sequatur, nos supra demonstrauimus.*

Et AC BD axes coniugatos] *Græcus codex,* καὶ συζυγεῖς ἄξονες αἱ α β γ δ. *lege* αἱ α γ β δ.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LV.

In secundo theoremate phænomenon Euclidis prætermittitur demonstratio huius. Si polus horizontis sit inter tropicos, vel in aliquo ipsorum, quoties zodiacus rectus fiat ad horizontem in vna conuersione. Quare nos demonstrabimus: Siquidem polus horizontis sit in aliquo tropicorum, semel zodiacum rectum esse ad horizontem in vna conuersione, si vero sit inter tropicos, bis rectum esse.

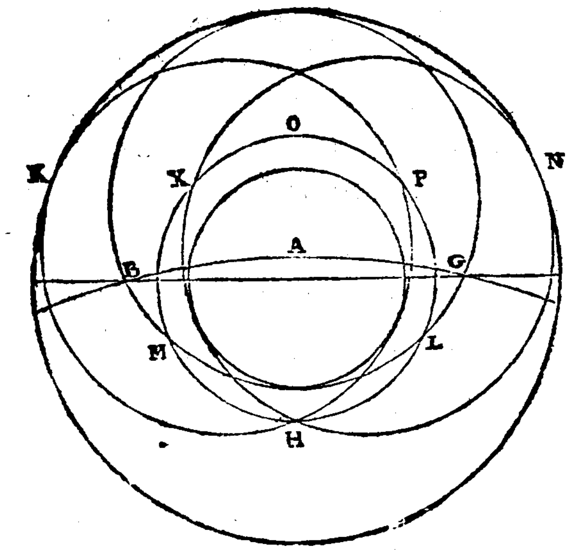


Sit enim Horizon ABH, tropicus æstiuus CG, hyemalis BH, meridianus autem ADE, zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æstiuo, qui sit D. Dico in vna conuersione zodiacum BFG semel esse rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in una conuersione punctum G circumferentiam GC pertransit, atque eam, quę ipsi continuata est sub terra, & rursus ad eundem locum redet: in hac autem conuersione G semel peruenit ad polum D, & zodiacus positionem sumit in
15 primi KDL: erit is semel ad horizontem rectus; etenim per polos eius transit. Simili-
sphęric. ter autem & si polus horizontis sit in hyemali tropico, ut E, zodiacus semel erit re-
Theodo. ctus ad horizontem. Constat enim duos horizontis polos non esse in tropico siue æstiuo, siue hyemali, nam diametrum sphæræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non transiens per centrum sphæræ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G sub terra non transit per alterum polum horizontis, sed vterque tropicorum unum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipsi B, atque habet G positionem ad polum D, habebit B sub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipsi D oppositum. Non igitur in altero duorum tropicorum sunt duo poli, sed uterque in utroque tropicorum existit:

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico zodiacū bis fieri rectum ad horizontem in vna conuersione.

Descri-



Describatur enim Zodiacus BMG. & sit parallelus circulus, in quo H fertur A
MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG positionem sumens in B
NHX rectus fit primo ad horizontem: Rursus cum punctum M circumferentiā MOH pertransierit in conuersione, atque ad H se applicuerit, Zodiacus positionē
sumens in KHPC rectus secundo fit ad horizontem.) sola enim LM puncta ex ijs, C
quę sunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantummodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectum, per polum H transeuntia in vna mundi conuersione. nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare & per omnia puncta circumferentię circuli in una conuersione trāseunt puncta ML. ergo & per H in una conuersione vtrumque punctorum LM transibit.

COMMENTARIVS.

Et sit parallelus circulus, in quo H fertur MOL] *videlicet parallelus, qui in vna conuersione describitur à polo horizontis, hoc est à puncto H. Gręcus codex* ἔσω δὲ καθοῦ φέρεται παραλλήλου κύκλου τό θ σημεῖον ὁ μλθ. *sed puto legendum* ὁ μολ. A

Itaque puncto L ad H applicato, Zodiacus BMG positionem sumens in NHX B
rectus fit primo ad horizontem] *ex 15. primi sphęricorum* Theodosii, *cum per polos eius transeat.*

Sola enim LM puncta ex iis, quę sunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML in C
circulo MOL feruntur] *parallelus enim circulus MOL secat Zodiacum in duobus punctis ML. quare sola ea puncta Zodiaci in circulo MOL feruntur.* Gręcus codex μόνα γὰρ τὰ λο σημεῖα τῆς ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου &c. *legendum autem arbitror* μόνα γὰρ τὰ λμ σημεῖα.

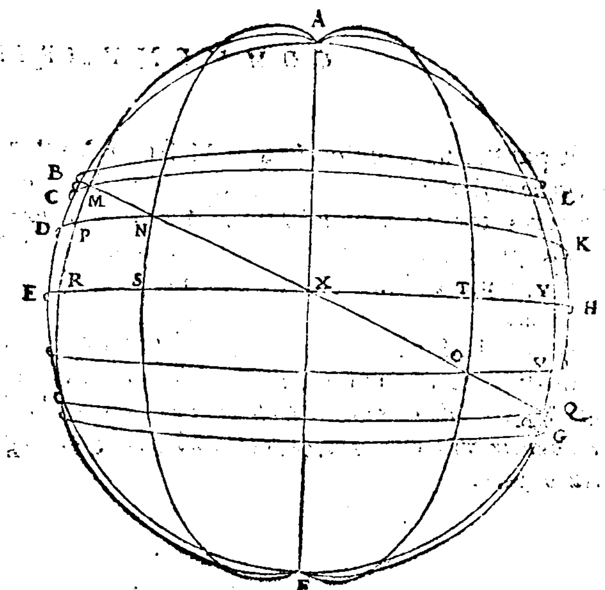
In

In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi poſt Cancrum æquales circumferentiæ in temporibus inęqualibus
A occidunt, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant.

Quæritur autem cur de occaſu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non itẽ, ſuperat enim quæſitum, & conuertitur in orientales determinationes. tota namque tractatio huiuſmodi eſt. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia cancer in iiſdem temporibus, in quibus leo ad ſuperiora aſcendat. Hipparchus autem in libro de duodecim ſignorum aſcenſione per numeros oſtendit, nõ perinde ut occidunt æquales circumferentiæ ſemicirculi poſt cancrum. quæ inter ſe quandam habent temporis comparationem, ita etiam ipſas oriri. etenim quaſdã eſſe habitationes, in quibus æqualium circumferentiarum ſemicirculi poſt cãcrum, ſemper ea, æquinoctiali propinquior eſt, in maiori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipſe in iis, quæ æqualiter diſtant, ab æquinoctiali, dixit & in temporibus ęqualibus exortus fieri. illud autem ex demonſtratione in phænomenis perſpicuum eſt. Similiter & in ſemicirculo poſt capricornum inquit, æquales circumferentię in temporibus inæqualibus oriuntur. & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus, in minoribus, quæ has conſequuntur, in minimis vero, quæ ad ęquinoctialem. at inæqualibus quæ ab æquinoctiali ęqualiter diſtant. de occaſu autem ipſorum nihil dicit. ratio enim demonſtrationis in orientales incidit determinationes. atque eſt tractatio de his a Menelao Alexandrino conſcripta; de qua poſterius agemus.

THEOREMA LVII. PROPOS. LVII.

Si igitur per polos parallelorum ſit horizon, ita demonſtrabitur.



Sit horizon per polos parallelorum ABCDEFH, & ſemicirculus Zodiaci poſt cancrum BXG: maximus autem parallelorũ ſit HXE, & diuidatur quadrãs BNX in partes æquales in punctis MN, & per A & vtrumque MN maximi circuli deſcri-
B bantur. tranſibunt vtique etiam per alterum polum, qui ſint AMF ANF, & rurſus per M N deſcriban-

tur

tur paralleli circuli CML DNK. Quoniam igitur vnuſquiſque ſemicirculorum AMF ANF congruit ipſi ADF ſemicirculo occidentali, ſimul enim occidit MB circumferentia & circumferentia CM; in quo autem tempore MO occidit, in hoc M punctum circumferentiam MC pertranſiuit: ſequitur vt in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & MB circumferentia occidat. Rurſus circulo AMF horizontis poſitionem aſſumente, puncta MP ſimul in horizonte ſunt, & puncto N facto in horizonte, circumferentiæ PN NM iam occiderunt. ſimul enim occidit circumferentia PN, & NM. in quo autem tempore occidit NP, punctum N circumferentiam NP pertranſiuit. ergo in quo tempore N circumferentiam NP pertranſit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo tempore X pertranſit circumferentiam XS, in hoc NX circumferentia occidit. Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles ab- C
ſcindent eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interiiciuntur. Similis igitur eſt circumferentia MC circumferentiæ DP, & circumferentiæ ER. circumferentia autem NP ſimilis ipſi SR. Et quoniam æquales ſunt BM D
MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit ER maior, quam RS, & RS maior, quam SX. ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam RE pertranſit, quam punctum S circumferentiam SR: & punctum S circumferentiam SR pertranſit in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiam RE pertranſit, in hoc & punctum M circumferentiam MC. in quo autem punctum S circumferentiam SR, in hoc & N circumferentiam NP. in maiori igitur tempore punctum M circumferentiam MC pertranſit, quam punctum N circũferentiam NP: & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem punctum N pertrãſit NP, in hoc occiditur MN, & in quo X pertranſit XS, in hoc & NX occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM, in minori autem MN, & in minimo NX. Simili ratione, & quę ſunt in quadrante XG demõſtrabuntur. At vero in maiori tempore oriri BM, quam MN, & MN in maiori, quam NX ſic oſtendemus. ſecetur enim quadrans XG ſimiliter, ut BX in punctis Oω, & per polum A, & puncta Oω maximi circuli deſcribantur FOA. FωA.
Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circum- E
ferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo. Circumferentia igitur Qω maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ VO: & VO maior, quam ſimilis circumferentiæ TX. & ob id punctum ω in maiori tempore circumferentiam ωQ pertranſit, quam punctum O circũferentiam OV. & punctũ O in maiori tempore pertranſit circumferentiam OV, quã X circumferentiam XT. Sed in quo tempore ω pertranſit circumferentiam ωQ, in hoc circumferentia ωG oritur. in quo autem tempore O pertranſit OV, in hoc oritur circumferentia Oω. & in quo X pertranſit XT, in eo oritur XO. In maiori igitur tempore circumferentia quidem Gω oritur, quam circumferentia ωO. circumferentia uero ωO oritur in maiori tempore, quam circumferentia OX. ſed in eodem tẽpore unaquęque circumferentiarum Gω ωO OX oritur, in quo unaquæque ipſarum BM MN NX. hoc eſt Gω quidem in eodem tempore, in quo BM, & ωO in eodem, in quo MN, OX autem in eodem, in quo NX. hoc enim & in elemento demonſtratum eſt. er- F
go in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autem circum- G
ferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur.

COM-

COMMENTARIVS.

A Et in maximis quidem, quæ sunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps sunt; in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] *Græcus codex* ϰαὶ ἐν μεγίστοις αἱ πρὸς ταῖς συνεφαῖς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλαχίστοις θ αἱ πρὸς τὴν ἰσημερινῷ. *Sed corrige ex Euclide ipso.* ϰαὶ ἐν πλοίστοις μὲν οἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῆς τροπικῶν, ἐν ἐλάσσονσι δὲ αἱ ἐξ τούτων, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ.

B Transibunt vtique etiam per alterum polum] *si enim non transeant per alterum polum, maximi circuli sese bifariam non secabunt, quod est absurdum ex* 11. *primi sphæricorum* Theodosii.

C Itaque quoniam per pollos parallelorum descripti sunt maximi circuli, similes abscindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipsos interiiciuntur] *ex* 19. *secundi sphæricorum* Theodosii.

D Et quoniam æquales sunt BM MN NX, & per polos maximi circuli describuntur, erit ER maior, quam RS, & RS maior quam SX] *ex* 6. *tertii libri sphæricorũ Theodosii, & ex* 21. *huius.*

E Eodem modo demonstrabitur circumferentia HY maior, quam similis circumferentiæ YT, & YT maior, quam similis ipsi TX; & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo] *Demonstrabitur enim similiter ex* 6. *tertii libri sphæricorũ Theodosii, & ex* 21. *huius circumferentiam HY maior, quam circumferentia* YT, *& rursus* YT *maior, quam* TX. *Et cum sint circumferentiæ eiusdem circuli, erit HY maior, quam simi lis ipsi* YT, *&* YT *maior, quam similis TX. sed circumferentia* Qω *similis est circumferentię HY, & circumferentia VO similis circumferentię YT. circumferentia igitur Qω maior est, quam similis circumferentię VO, & VO maior, quam similis ipsi* YT.

F Hoc enim & in elemento demonstratum est] D*emonstratur etiam ab* Euclide *hoc loco, circumferentias, quę ab ęquinoctiali æqualiter distant, in temporibus ęqualibus, & occidere, & oriri.*

G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autẽ circumferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur] *Gręcus codex* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλέιονι χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ. *sed corrige.* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείστῳ χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλάσσονι δὲ αἱ μν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ.

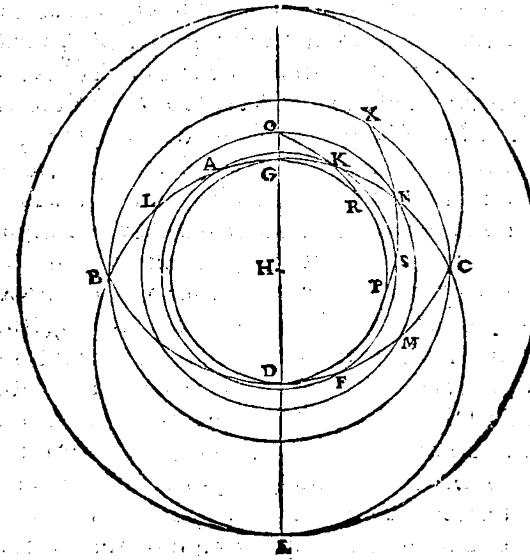
Ostensum igitur est ex æqualibus circumferentiis semicirculi quidem post cancrum, eam, quæ propinquior est tropico æstiuo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior est, semicirculi vero post capricornum, qui propinquior est hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæsierit, an econtra eueniat, vt scilicet ex æqualibus circumferentijs semicirculi post cancrum, semper quæ propinquiores sunt tropico æstiuo in maiori tempore oriantur, quam quæ sunt remotiores. Dicendum est non in omni habitatione hoc contingere posse. siquidem ostendetur in aliquibus horizõtibus virginem rectiorem ascendere, quam leonem, & contra

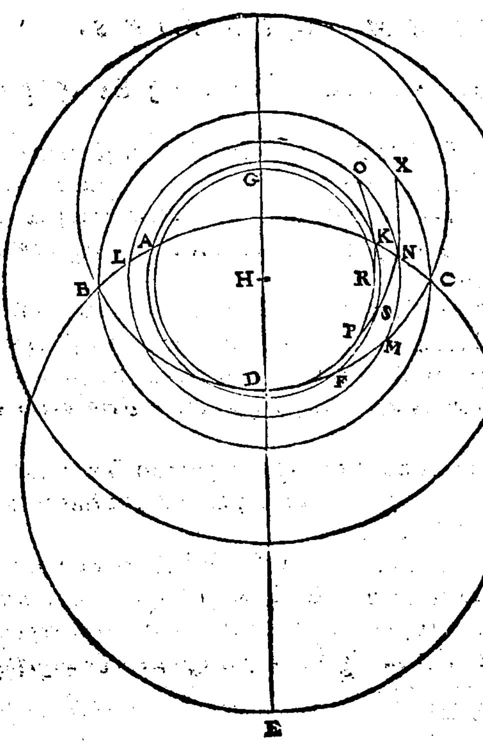
leonem

leonem in maiori tempore oriri, quam virginem. & leonem rectius ascendere, & in maiori tempore oriri, quam cancrum.

THEOREMA LVIII. PROPOS. LVIII. A

At in omni climate, vbi ortus & occasus est duodecim signis, virginem rectiorem ascendere, quam leonem, ita ostendetur.





Sit horizō ABC, tropicus aūt ęstiuus DG, & in primo quidē casu cōtingat horizontem in secundo aūt secet: & polus ipsius sit H: perq; H & horizōtis polos describatur maximus circulus GHE. erit igitur meridianus & rectus ad horizontem, etenim
A
per polos ipsius est descriptus. describatur ēt per D zodiacus circulus BDC, & sit BC circulus æquinoctialis, vt est. Itaque quoniā circuli DG, & BDC sese contingūt, & per
B
contactum D, & per polos vnius DG, videlicet H descriptus est maximus circulus meridianus GHDE. transibit etiā per polos alterius circuli BDC, & ad ipsum rectus erit. quare & zodiacus erit ad meridianū rectus, & propterea per polos eius trāsibit.
C est aūt & horizon, & æquinoctialis per polos meridiani. ergo & cōis sectio triū circulorū, nēpe horizontis, zodiaci & æquinoctialis sunt puncta BC, secundū diametrū
D opposita. æquinoctialis igitur est circulus. Diuidatur DC in tres partes ęquales in pūctis FM. & per FM circuli paralleli describātur AFK LMO. erit cancri quidem signū DF, leonis uero FM, & virginis MC. Cū igitur MC oritur, zodiacus positionē quādā habebit, habeat eam, quam PNX: & cum oritur FM zodiacus positionē habeat, quā
E RKO. ergo per 22. theorema 2. libri sphęricorum Theodosii zodiacus rectissimus ē, videlicet maxime sublimis, quando positionē habet BDC. sēper. n. quo propinquior est contactui æstiuo, eo minus inclinatur. rectior igitur est PNX, quā RKO. & NX quidem signum oritur, quod est virginis, zodiaco positionē habente PNX: KO autē leonis signū oritur zodiaco positionem RKO habente, quare virgo rectior ascēdit, quā
F leo in iis habitationibus, in quibus omnes partes zodiaci oriutur, & occidunt. & manifestum est positiones zodiaci recte se habere ex 13. theoremate 2. libri sphæricorū, similes. n. sunt circumferentiæ DP FS, MN, CX, & æquales PS RK SNKO, ita ut cōuersa sphęra in tempore æquali puncta punctis congruant, quemadmodum demonstratum est in libro de sphæra mota: & circūferentię, quę intericiuntur, æquales ęquali-
G bus. & circūferentia item interiecta zodiaci circuli, oportet autē circūferentia æqualem ipsi MC inter eosdem parallelos esse: propterea quod ascensio ipsius MC eadē sumitur, quę NX. non procedit autem theorema in maiori eleuatione, quando horizon contingat maiores circulos, quam quos zodiacus contingit.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur meridianus & rectus ad horizontem] Ex 15. *primi libri sphæricorum Theodosii.*

B Itaque quoniam circuli DG, & BDC sese contingunt, & per contactum, & per polos unius DG, videlicet H descriptus est maximus circulus meridianus GHDE, transibit etiam per polos alterius circuli, & ad ipsum rectus erit] *Ex 5. secundi libri sphęricorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἡ δηβγ ἐφάπτονται ἀλλήλων. *legendum puto.* ἐπεὶ οὖν ὁ δη βδγ ἐφάπτονται ἀλλήλων.

C Ergo & communis sectio trium circulorum, nempe horizontis, zodiaci, & æquinoctialis sunt puncta BC secundum diametrum opposita] *Communis sectio dictorū circulorum est recta linea BC, quæ ipsorum diameter est, cum sese bifariam secent*

D Diuidatur DC in tres partes æquales] *Gręcus codex* διῃρήσθω ἡ δγ εἰς δύο ἴσα *legendum puto* εἰς τρία ἴσα.

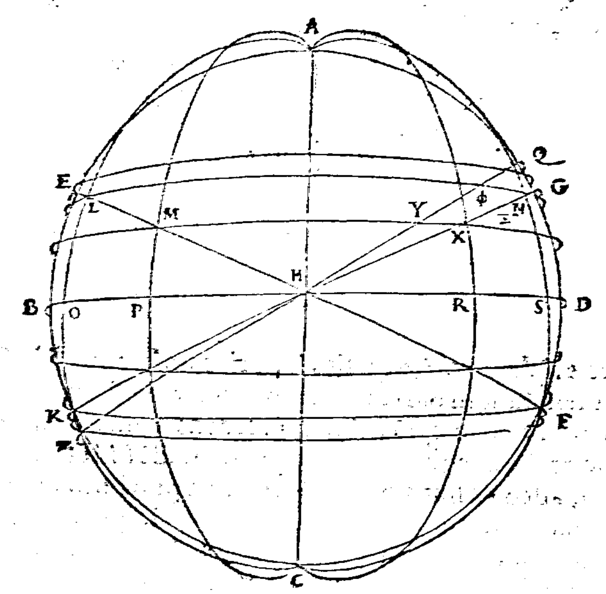
E Ergo per 22. theorema secundi libri sphæricorum Theodosii zodiacus rectissimus est, uidelicet maxime sublimis, quando positionem habet BDC.] *Rectissimum dixit pro minus inclinato, & sublimiori.*

F Et manifestum est positiones zodiaci recte se habere ex 10. theoremate secundi libri sphæricorum] *Græcus codex* τῷ ιβ τοῦ β. *sed legendum puto* τῷ ιγ.

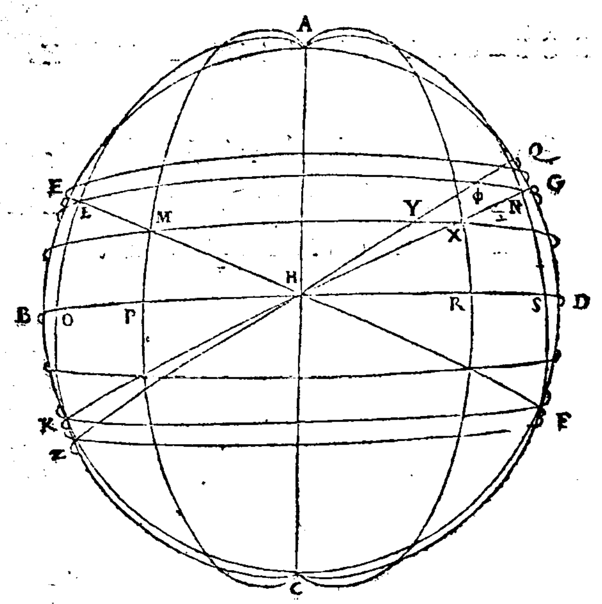
G Et circumferentia item interiecta zodiaci circuli] *Græcus codex* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλος. *unde ne legendum sit.* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ἡ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου.

PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autē nunc inuenire horizōtes habitationū, in quibus zodiaci signa, quę rectiora ascendant, in minori tempore oriuntur, quam quæ ascendunt obliquiora.



Exponatur maximus circulus ABCD pro horizōte, qui per polos parallelorū trāsit, sintque poli AC, & per ipsos maximus circulus AHC, hoc ē meridianus. Sit autē A
æstiuus semicirculus EG, hyemalis KF. Zodiaci positio interdum quidem sit EHF, interdum uero GHK. & orientales partes sint, quæ ad puncta GDF. diuidaturque B
quadrans EH in signa in punctis LM. Quoniam igitur horizon transit per polos sphæræ, hoc est equinoctialis, ad ipsum rectus erit. quare & æquinoctialis ē ad horizontē rectus, & per polos eius transit. ē autē & meridianus per polos horizontis. quare communis sectio ęquinoctialis, & meridiani sunt poli horizontis, & per ipsos æ- C
quinoctialis continenter fertur. At zodiacus secundum duo puncta tantū, quæ sunt D
principia arietis & libræ, fertur per communes sectiones æquinoctialis & meridiani. ergo circumferentia ab horizonte ad polū ē quadrantis, uidelicet partiū nonaginta. Et sunt in horizonte puncta tropicorū EG KF. a quib. ad meridianū ē quadrātis cir E
cūferētia. ergo quadrās ē a pūctis EG KF ad cōe pūctū ęquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizōtis, quod ē H. describantur ēt per LMH paralleli circuli LN, MX F
BHD. erit utique BOD ęquinoctialis, ut ante dictū ē. postremo describātur per polū G
A, & per unūquodque pūctorū LM NX maximi circuli AO AP, AR AS. Et quoniam H



ex 13. theoremate 2. sphæricorũ, æquales sunt circumferentiæ EL, GN, & LM NX, &
MH XH. diuisæ autem sunt in partes æquales; erunt & in signa diuisæ, & inter se ęqua
K les. atque est punctum E principiũ cancri, præcedens semicirculum: & punctũ G prin
cipiũ cancri semicirculum sequens. quare puncta quidẽ LMH sequũtur *E*, pũcta vero
NXH præcedũt G, adeo ut sint signa ὁμόζωνα: & sit punctum H Arietis secundũ G,
L & librę secundũ E. maior igitur est circumferentia BO, quam OP: & OP maior, quã
M PH. Similiter & DS maior, quam SR: & SR quam RH maior. quare OHS maior erit,
N quã dupla ipsius PHR, hoc est similitudine LN maior, quam dupla ipsius MX. sit Lφ
similitudine dupla MX: & per φH maximus circulus describatur QφHZ. erit is re-
ctus ad ABCD horizontem. etenim punctum H est horizontis polus. Itaque dico si
constituamus horizontem uel QφHZ uel GHK, qui æstiuum tropicum EG contin-
O git, in habitatione, quę cadit inter QG, ostendetur virgo rectior ascendere, quã leo,
P in maiori autem tẽpore leo oriri, quã virgo. Quoniam, n. posuimus talẽ horizontem
maiores circulos non contingere, quam sint circuli tropici, constat ex eo, quod ante
demonstratum est virginem rectiorem ascendere, quam leonem. ponatur primũ ho
rizon GHK, & sit ipsius orientalis semicirculus GHK, meridiano existente ABCD ad
parallelos & ad GHK recto. tropicus igitur æstiuus EG erit circulus arcticus horizõ
tis GHK, atque erit cancri signum EL, leonis LM, & virginis MH. circumferentia au
tem MH rectior est, quam LM, & est MH virginis. ergo MH rectior ascendit, quam
LM. Dico LM in maiori tempore oriri, quam MH. Quoniam. n. demonstratũ ẽ LN si
militudine maiorẽ esse, quã duplã ipsius MX, & in quo quidẽ tẽpore punctũ L circũ-
ferentiã NL pertrãsit, oritur LH, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertran
sire LN, ascẽdet LH, nãque H ẽ in horizõte oriẽtali, in quo aũt tẽpore pũctũ M circũfe
rentiam XM pertransit, eadem ratione MH oritur; constat LH in maiori tempore
oriri, quam sit duplum eius, in quo oritur MH. quare maius est tempus ortus
LM, quã MH. Si enim a tempore ortus LH auferatur tempus MH minus, quam
dimidium, quod tempus LH sit maius, quam duplum, relinquetur tempus

ipsius LM maius, quam dimidium temporis LH, maius existẽs tẽpore MH, quod
est minus, quam dimidium LH. Rursus sit alter horizon QφHZ meridiano existẽ
te ABCD, recto ad parallelos, & ad QφHZ horizontem. nam cum H sit meridiã
ni polus, recti adinuicem erunt. Dico in maiori tempore oriri LM, quam MH.
Quoniam enim ablata est Lφ similitudine dupla ipsius MX, manifestum est Lφ
maiorem esse, quam duplam MY. nam punctum Y cadit inter MX. siquidem cõ Q
stat HφQ non transire per MX; fierent enim HM XH maximorum circulorum
diametri, quę quidem sunt minores totis semicirculis EMHF GXHK. quod fieri
non potest. Sed neque extra MX, etenim transibit etiam per φ, ut positum est: &
per Hφ descriptus circulus rursus secabit maximos circulos ELF GXK in alio pũ
cto, atque erit sectio minor semicirculo, quæ est in puncto H, quod fieri non po-
test. cadet igitur punctum Y inter MX. sed in quo quidem tempore punctum L
circumferentiam φL percurrit incipiens a puncto φ orientalis horizontis, oritur
LH. in quo autem tempore M percurrit Y*M* circumferentiam, incipiens a pũcto
Y orientalis horizontis, *M*H oritur. quare perspicuum est in maiori tempore ori-
ri LM, quã MH, vt ante demõstratũ fuit. Eodẽ mõ demõstrabimus circũferentiã EL
in maiori tẽpore oriri quam LM. & LM circumferentiam leonis rectius ascendere
quam EL, quæ est cancri. Demonstrata igitur sunt, quæ proponebantur. Secun-
dum Problemæum vero in sphæra recta, & in primo climate, & secundo concordi-
ter. cancer in maiori tempore oritur, quam leo. sed post gr. 16. M 27. eleuatio-
nis poli secundi climatis usque ad tertium in maiori tempore oritur leo, quam can
cer, ita vt discrepantia sit. At leonem rectius ascendere, quam cancrum demonstra
bitur rursus ex 21. Theoremate secundi libri sphęricorum; quemadmodum in an-
tecedenti lemmate.

COMMENTARIVS.

Sit autem æstiuus semicirculus EG, hyemalis KF,] *per æstiuum circulum intellige
re tropicum cancri, & per hyemalem tropicum capricorni.* A
Diuidaturque quadrans EH in signa in punctis LM] *Gręcus codex* καὶ διαιρείσ-
θω τὸ εθ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζώδια τὰ λ μ. *ego legendum puto.* κατὰ τὰ λ μ. B
Quare communis sectio æquinoctialis, & meridiani sunt poli horizontis.] *In
sphęra recta, de qua nunc sermo est, æquinoctialis & verticalis iidem sunt, communis* C
*autem sectio verticalis, & meridiani est gnomon, ut scribit Ptolemæus in libro de analẽmate
cuius termini sunt poli horizontis. sed fortasse hoc dixit Pappus intelligens per ęquinoctialẽ,
& meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes sectiones sunt
horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem sectionem triũ
circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis esse puncta* BC *secundum diame-
trum opposita.*
At Zodiacus secundum duo puncta tantum, quæ sunt principia Arietis & libræ
fertur per communes sectiones ęquinoctialis & meridiani] *Gręcus codex corruptus* D
est, vt reor, in quo legitur. ὁ δὲ ζωδιακὸς ζ ζοτοῦ ὁ τὸν κοινῶν τομῶν. *sed vide ne le-
gendum sit* διὰ τόν κοινῶν τομῶν.
Et sunt in horizonte puncta tropicorum EG KF, a quibus ad meridianum est
quadrantis circumferentiæ] *& hoc loco Græcus codex corruptus est, ni fallor, qui sic ha* E
bet. καὶ ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τὰ εη κζ ὄντα τὸν ἀφ᾽ ὧν σημεῖα τὸν τροπικῶν ἐπὶ
τὸν μεσημβρινὸν τεταρτημόριον. *fortasse vero ita corrigetur.* τὰ εη κζ ὄντα σημεῖα τὸν
τροπικῶν, ἀφ᾽ ὧν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν. *&c.*

F Ergo quadrans est a punctis EG KF ad commune punctum ęquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui est H.] *Quod in principio posuit nunc demonstrat, posuit enim supra* EH *quadrantem esse, cum dixit diuidatur quadrans* EH *in signa in punctis LM.*

G Describantur etiam per LMH paralleli circuli LN MX BHD] *Græcus codex* καὶ διὰ τῶν λ μ θ παράλληλοι γεγράφθωσαν αἱ λ μ ν, ξ. *lege* οἱ λ ν μ ξ. *parallelus autem* LN *quadrantem zodiaci* GH *in puncto* N *secet, &* MX *eundem secet in X.*

H Et quoniam ex 13. theoremate secundi libri sphæricorum æquales sunt circumferentiæ EL GN & LM NX, & MH XH: diuisæ autem sunt in partes æquales: erunt & in signa diuisæ, & inter se æquales] *Quadrans* EH *diuisus est in tres partes æquales, hoc est in signa* EL LM MH. *Sed cum ęquales sint* EL GN, *&* LM NX *&* MH XH, *erit & quadrans* GH *in totidem partes æquales diuisus; videlicet in signa, & omnes hæ circumferentię inter se æquales erunt. Græcus codex* καὶ ἐπειδὴ τῷ ιβῳ τοῦ δευτέρου *&c. theorema illud est tertiūdecimum secundi libri, non duodecimum, quare scribendum erit* ιγ ῳ.

K Atque est punctum E principium cancri præcedens semicirculum, & punctum G principium cancri semicirculum sequens,] *Punctum enim* E *est principium cancri,* L *principium leonis,* M *virginis, &* H *libræ. rursus* H *est principium* Arietis, X *principiū tauri,* N *geminorum, &* G *cancri*

L Et libræ secundum E] *Græcus codex* καὶ συζύγου ὁ κατὰ τὸ ε, *uel legemus* καὶ ζυγοῦ *uel* συζύγου *pro eodem accipiemus.*

M Maiori igitur est circumferentia BO, quam OP, & OP maior, quam PH. Similiter & DS maior, quam SR, & SR, quam RH maior] *Ex 6. tertii libri sphæricorum, uel ex 21. huius.*

N Quare OHS maior erit, quam dupla ipsius PHR, hoc est similitudine LN maior, quam dupla ipsius MX] *Est enim ex 10. secundi libri sphęricorum* LN *similis ipsi* OHS, *&* MX *similis* PHR.

O In maiori autem tempore leo oriri, quam virgo] *Græcus codex* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένου ἀνατέλλων *sed legendum* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ λέων παρθένου ἀνατέλλων.

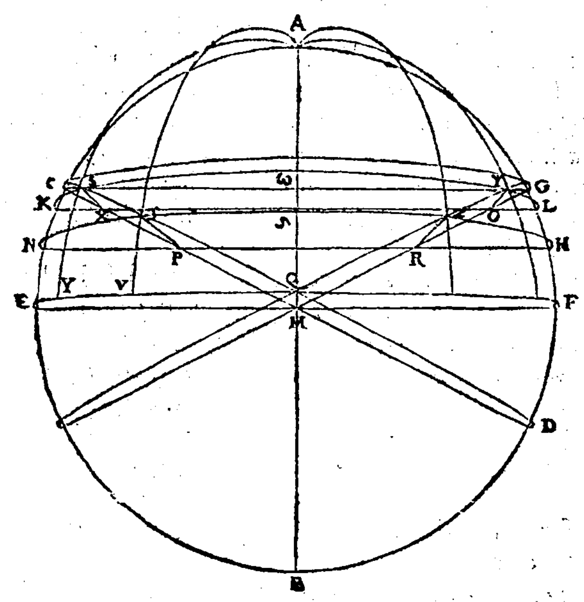
P Quoniam enim posuimus talem horizontem maiores circulos non contingere] *Græcus codex.* ἐπείπερ ἐν πλείονι χρόνῳ ὑπεστησάμην ὁρίζοντα *&c. delenda sunt ea verba* ἐν πλείονι χρόνῳ, *ut opinor.*

Q Siquidem constat HφQ non transire per MX, fierent enim HM XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem sunt minores totis semicirculis EMHF, GXHK, quod fieri non potest.] *Probat punctum* Y *cadere, inter* MX. *nam si non cadit inter* MX, *uel cadet in ipsis* MX *punctis, uel extra. cadat primum in punctis* MX. *& quoniam maximi circuli* GXHK QφHZ *secant se se in puncto* H, *& in puncto* M, *uel* X, *ut ponitur, erunt iunctæ* HM HX *semidiametri maximorum circulorum & circumferentiæ* HM HX *semicirculi, quod circuli maximi bifariam se secent. atqui* HM HX *sunt minores semicirculis, ponebantur enim semicirculi totæ circumferentiæ* EMHF GXHK, *quod fieri non potest. Si autem punctum* Y *cadit extra* X, *maximus circulus* QφHZ *secabit maximum circulum* CXHK *in alio puncto inter* XN. *secet in* Ξ. *ergo iuncto* HΞ *diameter est maximorum circulorum, & circumferentia* HΞ *semicirculus, quę est semicirculo minor, quod est absurdum. Quod si* Y *cadat extra* M, *rursus maximus circulus* QφHZ *secabit maximum circulum* EMHF *in alio puncto, quam* H, *& idem, quod prius absurdum sequitur. Græcus codex, ut opinor, corruptus est: ita enim habet* ὅτι μὲν γὰρ *&c.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων αἱ θ μ ξ θ ἐλάσσονος γὰρ *&c.* καὶ ἔσται ἡ κοινὴ τοῦ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ ε ὅπερ ἀδύνατον. *Sed forte corrigetur in hunc modum.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων *&c.* ἐλάσσονες γὰρ *&c.* καὶ ἔσται ἡ τομὴ τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ θ.

THEO-

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos sphęrę circulus ABCD, poli autem sphęræ AB. & sit alius circulus maximus CD, obliquus quidem ad parallelos, rectus vero ad circulum ABCD, & diuidatur quadrans CQ in tres partes æquales ad puncta ST, & per STQ describātur circuli paralleli: sintque ipsorum, & circuli ABCD communes sectiones CD KL NH EF, quæ quidem & diametri fiunt. B C
Sit præterea ipsi kL parallela CG. ęstiuus igitur tropicus circa CG descriptus rectus est ad circulum ABCD, continget enim in C. & iungatur MG. Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam lineam XO, habetque basim ipsi XO æqualem similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ, quæ est secundum rectam PR in circulo NH. D E



Intelligantur enim communes sectiones omnium circulorum. erunt vtique SX TP QM perpendiculares ad CD; & ad KL NH EF. Describantur per STQ & per A circulorum maximorum circumferentiæ AY AN AQ quare AQ semicirculos assumptos parallelorum circulorum bifariam secat. Ducantur etiam a punctis OR ad rectos angulos ipsis KL NH in planis semicirculorum Oψ RZ; quæ erunt æquales ipsis XS PT. ergo & circumferentiæ secundum rectas lineas XO PR erunt Sψ TZ. est igitur circumferentia Sψ similitudine maior F G H K

ior quam dupla circumferentiæ TZ quare & dimidia circumferentia Sω similitu-
L dine maior est, quam dupla dimidiæ Tς. Sed circumferentia quidem Sω similis est
M circumferentiæ YQ, circumferentia vero Tς similis ipsi VQ. Similitudine igitur circumferentia YQ maior est, quam dupla circumferentiæ VQ. quod quidem ita se habet. nam circumferentia ST æqualis est circumferentiæ TQ. & per polum,
N & per STQ maximi circuli describuntur. hoc enim in sphæricis demonstratum est.

COMMENTARIVS.

A Sit per polos sphærę circulus ABGD] *Hoc theorema uidetur quodammodo superuacaneum. quod enim in eo demonstratur, satis superque demonstratum iam fuit.*

B Quę quidem & diametri fiunt] *Nam* CD *maximi circuli* CQD *diameter est, &* KL NH EF *sunt diametri parallelorum circulorum.*

C Aestiuus igitur tropicus circa GG descriptus rectus est & ad circulum ABCD. continget enim in C] *Græcus codex sic habet* ὁ ἄρα περὶ τὴν γν θ ὀρτὸς ἐστὶ πρὸς τὸν αβγδ ἢ γν ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *ego sic legendum puto.* ὁ ἄρα περὶ τὴν γη θ ὀρτὸς ἐστὶ πρὸς τὸν αβγδ ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *per* θ *autē videtur significari* θερινὸς παράλληλος, *videlicet tropicus æstiuus. qui cum hoc loco instar sit circuli arctici, ut supra dictum est, horizontem in* C *vel* G *contingit.*

D Et iungatur MG] *Gręcus codex mendose habet* μν *pro* μη

E Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam lineam XOζ] *Græcus codex.* φημὶ δὴ &c τῷ ηθ κύκλῳ. *fortasse legendum erit* ἐν τῷ ιθ κύκλῳ *vel* τοῦ νθ κύκλου.

F Erunt utique SX TP QM perpendiculares ad CD, & ad KL NH EF] *Quoniam enim circuli* CQD, KSL NTH EQT *recti sunt ad circulum* ABCD, *communes*
30. est vndecimi. *ipsorum sectiones ad dictum planum perpendiculares erunt ex 19. vndecimi ergo & ad*
G *omnes rectas lineas, quæ in eo existentes plano ipsas contingunt.*

Quare AQ semicirculos assumptos parallelorum circulorum bifariam secat]
H *ex 9 secundi sphæricorum Theodosii.*

Ducantur etiam a punctis OR ad rectangulos ipsis KL NH in planis semicirculorum O↓ RZ, quæ erunt æquales ipsis XS PT] *perpendiculares enim* O↓ RZ *sunt communes sectiones dictorum circulorum ex 19. vndecimi. quare per eorum plana transeunt necesse est. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales sunt, quę ęqualiter à centro distāt ex 14. tertii elementorum, erunt & earum dimidiæ ęquales. Gręcus codex* ἤχθωσαν δὴ καὶ ἀπὸ &c. ἤτε οτ καὶ ἡ ρα. *sed cum elemento* τ *supra vtatur in linea* πτ, *visum est pro* τ *hoc loco ponere* ↓. *inusitatum enim est & nouum in eadem figura idem elementum bis sumere.*

K Est igitur circumfereutia S↓ similitudine maior, quam dupla circumferentiæ TZ. quare & dimidia circumferentia Sω similitudine maior est, quam dupla dimidiæ Tς] *Ad propositum demonstrandum resolutione quadam vtitur. Si enim ponamus circumferentiam* S↓ *similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ* TZ, *erit dimidia circumferentia* Sω *similitudine maior, quam dupla dimidię* Tς.

L Sed circumferentia quidem Sω similis est circumferentiæ YQ, circumferētia vero Tς similis ipsi VQ.] *post quæ in gręco codice hæc leguntur.* ἡ δὲ υχ τῆς τς μείζων *quę nos delenda arbitramur, nisi forte legendum sit* ἡ δὴ υχ τῆς φχ μείζων.

M Similitudine igitur circumferentia YQ maior est, quam dupla circumferentis VQ. quod quidem ita se habet.] *sequitur hoc ex eo, quod ante positum est, & ita se habet: quare & illud ex quo sequitur necessario verum erit.*

N Hoc enim in sphæricis demonstratum est] *videlicet in 6. tertii libri sphæricorum,*

& a Pappo in 59. huius.

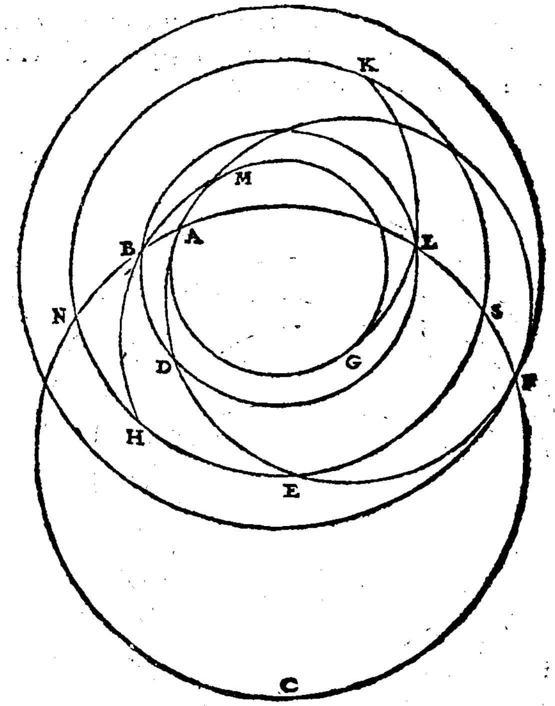
Compositio autem ita fiet.

Quoniam enim circumferentia ST *est æqualis circumferentiæ* TQ, *& per polum* A, *& per puncta* STQ *maximi circuli describuntur, erit* YV *maior, quam* VQ. *& ob id* YQ *maior, quā dupla* VQ. *Sed* Sω *similis est ipsi* YQ, *&* Tς *similis* VQ *ergo* Sω *similitudine maior est, quam dupla* Tς, *& ita earum duplæ, videlicet* S↓ *similitudine maior, quam dupla ipsius* TZ.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

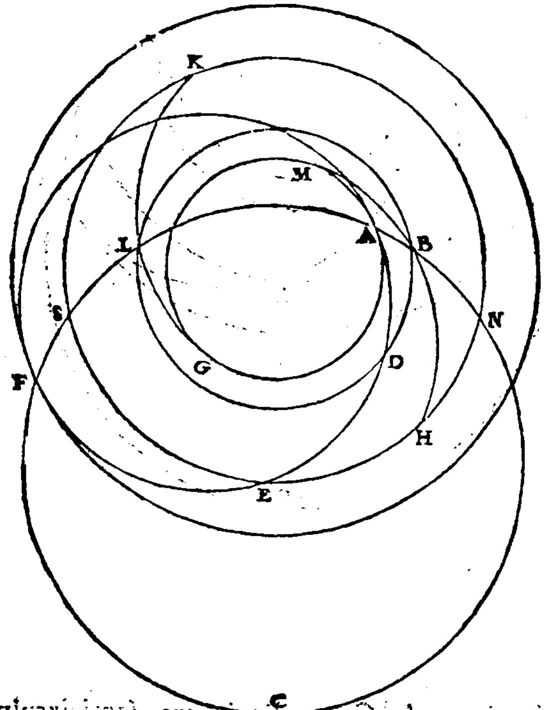
Et illud, quod prętermissum est in duodecimo, & tertiodecimo theoremate.

Circumferentiarum, quæ sunt in semicirculo post cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo semicirculo post capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.



Sit enim in sphæra horizon ABC. zodiaci vero semicirculus post cancrum in apparenti hemisphærio ADF. Ergo A est principium cancri præcedens semicircu- A lū in occasu. Sit etiam æstiui tropici portio supra terram AG, & auferatur quædam zodiaci circumferentia DE. Dico DE in maiori tēpore oriri, quam occidere:

B Deſcribantur.n per pũcta DE paralleli circuli BDL NHEK. Itaque DL maior erit,
C quã ſimilis ipſi ES,& EN maior,quã ſimilis DB. Cũ.n.D præcedat oritur prius, quã
E,quod ſequitur:& incipit D moueri a puncto L,& E a puncto S. eſt igitur DL ma-
D ior,quã ſimilis ES,quòd & tẽpus eſt maius.Et quoniam D prius quã E,occidit in B,
incipiens a D:& E occidit in N incipiens ab E,erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN.
Deſcribãtur per BL circuli maximi contingentes circulũ AG, qui ſint HBM, KLG.
circũferentia igitur DL oritur quidem poſitionem habens KL, quando punctum K
circũferentiam KS pertranſierit occidit autẽ poſitionem habens BH, quando H per
trãſierit circũferentiã HN;etenim poſitiones ſunt eiuſdẽ circuli zodiaci ADE M H
E GLK,quæ ſimiles circumferentias cõcludunt AG DL EK, & MA BD HE.quare DL
maior eſt,quam ſimilis ES,& EN maior,quã ſimilis DB,ut ẽt demonſtratũ fuit.ſunt
F præterea æquales GK AE MH,quod utraque ipſarum MH GK ſit ęqualis ipſi AE.&
idcirco congruunt inter ſeſe. adhuc puncta KLG ſimul perueniunt ad EDA, ſimili-
ter & EDA ad HBM;æquales.n.ſunt & KL ED HB. quare & circumferentiæ KL
ED HB inter ſe congruunt: Dico KS circumferentiam circumferen-
tia NH maiorem eſſe. Quoniam enim DL ſimilis eſt ipſi EK, & DB ipſi
G EH,erit ẽt tota LB toti HK ſimilis.Sed LB maior eſt,quã ſimilis NS.ergo & HK ẽ ma
H ior,quã ſimilis NS.& ſũt eiuſdẽ circuli.quare KH, quã NS eſt maior. cõis auferatur
K HS.reliqua igitur KS maior eſt, quã HN. videlicet tempus ortus circũferentiæ DE
L maius tẽpore occaſus.Et quoniã ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis.
M Aequaliũ circumferentiarũ circuli zodiaci,& ex diametro oppoſitarũ, in quo tẽpo-
re una oritur,altera occidit:& in quo tempore una occidit,altera oritur; ſi ipſi DE
ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt ca
pricornum,oſtendetur in maiori tempore occidere,quam oriri. tempus enim or-
tus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.



Iiſdẽ poſitis in ſecũdo caſu theorematis,ſit ſemicirculi poſt capricornũ portio ſupra

p 2 terram

terrã AEF:& auferatur circumferentia quædã DE.Dico DE in maiori tempore oc-
cidere,quam oriri.Conſtruantur eadem. Et quoniam A eſt principium cãcri ſequẽs
ſemicirculum,& F principium capricorni ſemicirculum præcedens, erit F occidẽta
le,& A orientale,ergo DE oritur quidem poſitionem habens BH,quando H circum
ferentiam NH pertranſierit, quare & oritur puncto D ſequente quodammodo cir- N
cũferentiam DE in ortu ſecundum B:& puncto E prę cedente ſupra terram ſecun
dum H:cũ pertranſierit circumferentiam NH ab ortu B.occidit autem poſitionẽ ha
bens KL,quando K circumferentiam KS pertranſierit.ergo & occidit pũcto E prę ce
dente circumferentiam DE,cum prius occiderit circumferentia KS & puncto D ſub O
ſequente in occaſu L.& prius oſtenſa eſt circumferentia SK maior,quã circũferentia
NH,quare,& tempus occaſus circumferentię DE maius erit tempore ortus.

Sed hęc ſatis in librum phænomenon Euclidis. At uero ea,quæ ad ortus, & occa-
ſus ſignorum zodiaci pertineat,imperfecta reliquiſſe,ſe non ignorare arbitror. ſin-
gula autem horum ex libris a Ptolemęo de hac re conſcriptis,abunde, facileque co-
gnoſcere licebit.

COMMENTARIVS.

Ergo A eſt principium cancri præcedens ſemicirculum in occaſu] *Græcus codex* A
τὸ α ἄρα καρκίνου ο ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου. *Sed puto legendum* τό α ἄρα καρκίνου ο
ἡγούμενου τοῦ ἡμικυκλίου, *& videtur nota illa* O *ſignificare principium ſigni, quemadmodum
& in omnibus tabulis apud latinos.*

Itaque DL maior erit,quam ſimilis ipſi ES,& EN maior, quam ſimilis DB] *Hoc* B
ipſe deinceps probat,

Cum enim D præcedat, oritur prius,quam E,quod ſequitur &c.] *Quoniã enim* D C
prius oritur,quam E,incipit autem D moueri a puncto L, & E *incipit a puncto* S, *maius erit tẽ
pus,in quo punctum incipiens ab* L *peruenit ad D,quam tempus, in quo punctum incipiens ab* S
peruenit ad E: *ergo DL maior eſt,quam ſimilis ipſi ES.*

Et quoniam D priuſquam E occidit in B incipiens a D,& E occidit in N incipiens D
ab E, erit BD minor,quam ſimilis ipſi EN] *Quoniam* D *prius occidit,quam* E, *occidit
autem* D *in* B *incipiens a* D, *&* E *occidit in* N, *incipiens ab E, tempus in quo D peruenit ad B,
minus erit tempore,in quo* E *peruenit ad* N. *quare* DB *minor eſt,quam ut ſit ſimilis ipſi* EN.

Quæ ſimiles circumferentias concludunt AG DL EK,& MA BD HE] *Ex 13.ſecun* E
di libri ſphęricorum Theodoſii.

Sunt præterea æquales GK AE MH] E*x eadem.* F

Sed LB maior eſt,quam ſimilis NS] *ex 20.ſecundi libri ſphæricorum* Theodoſii. G

Ergo & HK maior quam ſimilis NS] *Deſiderabantur hæc in græco codice, quę nos reſti* H
tuimus. ita enim legendum erit. ἡ δὲ λβ τῆς νσ μείζων ἐστὶν, ἢ ὅμοια, καὶ ἡ θκ ἄρα τῆς νσ
μείζων ἐστιν ἢ ὅμοια.

Quare KH,quam NS eſt maior,communis auferatur HS] *Græcus codex* ἡ ἄρα κθ K
τῆς νσ κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡθ σ. *Sed legendum puto* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ μείζων ἐστί. κοινὴ ἀφῃρή-
σθω ἡ θσ.

Reliqua igitur KS maior eſt,quam HN, videlicet tempus ortus circumferentiæ L
DE maius tempore occaſus] *Græcus codex.* λοιπὴ ἄρα &c. ὁ ἀνατολικὸς τῆς δε περι-
φερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν. *Sed legendum uidetur.* ὁ ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δε πε-
ριφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν.

Et quoniam ex undecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circũ- M
ferentiarum circuli zodiaci, & ex diametro oppoſitarum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ
τοῦ ια ου *&c.* ἐν ᾧ χρόνῳ αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι, ἐν ᾧ χρόνῳ. *&c.*
Sed uide ne legendum ſit, quemadmodum in Euclide ipſo. τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου

Qq 2 τῆς

τὸν ἴσων καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἡ ἑτέρα δύνει.

N Quare & oritur puncto D sequente quodammodo circumferentiam DE in ortu secundum B] *Grecus codex corruptus est, vt opinor, qui sic habet.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τὸ δ ἑπόμενον τῇ δε περιφερείᾳ ὃν τρόπον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. *Sed uide ne legendum sit.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τοῦ δ ἑπομένου τῇ δε περιφερείᾳ &c.

O Ergo & occidit puncto E precedente circumferentiam DE cum prius occiderit circumferentia KS. & puncto D subsequente in occasu L] *Græcus codex & hoc loco corruptus uidetur.* ὥστε καὶ ἔδυνεν ἡγουμένης τῆς δε περιφερείας, προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας τοῦ δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ λ. *Sed forte legendum erit* ὥστε καὶ ἔδυνεν τοῦ ε ἡγουμένου τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας, τοῦ δ ἑπομένου ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ λ.

SEXTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER SEPTIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

LOCVS, qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc est resolutus ò Hermodore fili, vt summatim dicam, propria quędam est materia post communium elementorum constitutionem, ijs parata, qui in geometricis sibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ipsis proponuntur: atque huius tantummodo vtilitatis gratia inuenta est. Scripserunt autem hac de re tum Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergęus, tum Aristęus senior, Quę quidem per resolutionem & compositionem procedit. Resolutio igitur est via a quæsito tamquam concesso per ea, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum in compositione: in resolutione enim id quod queritur tamquam factū ponentes, quid ex hoc contingat, consideramus: & rursum illius antecedens, quousque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, uel quod sit è numero principiorum. Et huiusmodi processum resolutionem appellamus, veluti ex

con-

contrario factam ſolutionem. In compoſitione autem per conuerſionem ponentes tamquam iam factum id, quod poſtremum in reſolutione ſumpſimus: atque hic ordinantes ſecundũ naturam ea antecedentia, quę illic conſequentia erant; & mutua illorum facta compoſitione ad quæſiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compoſitio. Duplex autem eſt reſolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inueſtigatur id, quod dicere propoſuimus, vocaturque problematicum. In cõtemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam exiſtens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps conſequuntur tamquam vera, & quæ ex poſitione ſunt, procedimus ad aliquod conceſſum quod quidem ſi verum ſit, verum erit & quæſitum; & demonſtratio, quæ reſolutioni ex contraria parte reſpondet. Si vero falſo euidenti occurramus, falſum erit & quæſitum. In problematico autem genere, quod propoſitum eſt vt cognitũ ponentes, per ea, quæ deinceps conſequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi fieri, cõparirique poſſit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, propoſitum eſt, fieri poterit, & rurſus demonſtratio reſolutioni ex contraria parte reſpondens. At ſi euidenti, quod fieri nõ poſſit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem eſt, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema fieri poſſit. Hęc igitur de reſolutione, & compoſitione dicta ſint.

Dictorum autem librorum, qui ad reſolutum locum pertinent, ordo talis eſt. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγου ἀποτομῆς, hoc eſt de proportionis ſectione libri duo. χορίου ἀποτομῆς, hoc eſt de ſpacij ſectione duo. ἐπαφῶν hoc eſt tactionũ duo. Euclidis poriſmatum tres. Apollonij νἱυσεων, hoc eſt inclinationum duo. Eiuſdem τόπων ἐπιπέδων, hoc eſt planorum locorum duo. Conicorum octo. Ariſtæi τόπων ςερεῶν, hoc eſt locorum ſolidorum quinque Euclidis τόπων πρὸς ἐπιφάνιαν, hoc eſt locorum ad ſuperficiem duo. Eratoſthenis de medietatibus, duo. Itaque omnes libri ſunt numero triginta & vnus, quorũ periochas, vel argumenta vſque ad Apollonij conica tibi expoſuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & determi-

terminationum, & caſuum in vnoquoque libro. Sed etiam lemmata, quę requiruntur, & in librorum tractatione nullam, vt arbitramur, quæſtionem omiſimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber, qui eſt datorum, theoremata nonaginta continet, quorum primum quidem vniuerſe in magnitudinibus diagrammata xxiij; vigeſimum quartum vero eſt in rectilineis proportionalibus ſine poſitione. at quæ deinceps ſequuntur quattuordecim ſunt in rectis lineis poſitione datis. Quę vero ſequuntur decem in triangulis ſpecie datis ſine poſitione. Quę ſequuntur ſex in parallelogrammis, & applicationibus ſpaciorum ſpecie datorum. Eorum, quæ deinceps ſunt, quinque, primum quidem eſt in lineis; quattuor vero in ſpacijs triãgulis, quòd differentiæ quadratorum laterum ad ipſa triangula ſpacia proportionem habeant datam. Quæ ſequuntur ſeptem vſque ad ſeptuageſimum tertium in duobus parallelogrãmis, quod ob poſitiones in angulis proportionem inter ſe datã habeant. aliqua autem horum epilogos ſimiles habent in duobus triangulis. In ſequentibus vero ſex diagrammatibus vſque ad ſeptuageſimum nonum; duo quidem ſunt in triangulis, quattuor vero in pluribus rectis lineis proportionalibus. Quæ deinceps ſunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus, quæ datum ſpacium continent. At quæ in omnibus octo vſque ad nonaginta in circulis oſtenduntur, vel magnitudine tantum datis, vel etiam poſitione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

De Libris Apollonij λογου ἀπο τομῆς hoc eſt de proportionis ſectione,

Librorum autem de proportionis ſectione, qui duo ſunt, propoſitio eſt vna ſubdiuiſa. quare & unam propoſitionem ita deſcribemus.

Per

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data in ipſis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes eſſe & numero plures ob ſubdiuiſionem factam, & linearum datarum inter ſe poſitionem, & differentes caſus puncti dati: & ob reſolutiones, cõpoſitioneſquè ipſorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis ſectione locos ſeptem, caſus viginti quattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duę vero minimę ſunt, atque eſt maxima ad tertium caſum quinti loci, minima ad ſecundum ſexti, & ſeptimi loci. maximæ autem ad ſexti, & ſeptimi quartos caſ*u*s. Secundus liber de proportionis ſectione habet locos viginti quattuor, caſus ſexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur. & lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis ſectione theoremata centrum octoginta vnum. ſed ſecundum Periclem etiam plura.

De libris χωρίου ἀπο τομῆς hoc eſt de ſpacij ſectione

Libri de ſpacij ſectione duo ſunt; problema autem vnũ bis ſubdiuiſum, & vna propoſitio, quæ alia quidem habet ſuperiori ſimilia, ſed eo tantum differt, quòd in illa oportet duas rectas lineas abſciſſas datam habere proportionem, in hac autem datum ſpacium continere. dicetur enim ſic.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data puncta, lineas, quæ ſpacium contineant dato ſpacio æquale. Et hæc ob eandem cauſſam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de ſpacij ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes ſeptem, quarũ quattuor maximæ, & tres minimæ. & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi libri, ad primum, & ſecundum caſum quarti loci, & ad ſexti loci tertium. minima vero ad tertium caſum tertij loci, ad quartum caſum quarti loci, & ad primum ſexti loci. Secundus autem liber

de

de ſpacij ſectione habet locos treſdecim, caſus ſeptẽ, & determinationes ex primo libro, ad ipſum enim refertur. & cõtinet primus liber theoremata quadraginta octo. ſecundus ſeptuaginta ſex.

De libris διωρισμένης τομῆς id eſt determinatæ ſectionis.

Poſt hęc ſequuntur determinatæ ſectionis libri duo, quorũ ſimiliter propoſitionẽ vnã dicere licet, atq; hanc disiunctã. Datã infinitam rectam lineã vno puncto ſecare, ita vt interiectarũ linearũ ad data ipſius puncta, vel vnius quadratũ, vel rectangulũ duabus contentum datã proportionẽ habeat, vel ad rectangulũ cõtentũ vna ipſarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtraſq; partes datis. huius igitur velut bis diſiunctæ, & difficiles determinationes habẽtis demonſtratio per plura fiat neceſſe eſt. demonſtrauit autem hãc rurſus Apollonius, in nudis rectis lineis vſitato, ac peruulgato modo tentãs, vt & in ſecundo libro primorũ elemẽtorũ Euclidis, & rurſus eandẽ demonſtrauit ad inſtitutionẽ magis accõmodate, & ingenioſe per ſemicirculos. Primus autẽ liber habet problemata ſex, epitagmata ſexdecim, & determinationes quinq; quarum quattuor maximę, atq; vna minima. & ſunt maximę ad ſecũdũ epitagma ſecundi problematis, ad tertiũ quarti problematis, ad tertiũ quinti, & ad tertiũ epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatę ſectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres, quarum minimę quidẽ ſunt ad tertium primi, & ad tertium ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri ſunt viginti ſeptẽ, ſecundi libri vigintiquattuor. Theoremata autem duorũ librorum determinatę ſectionis ſunt octoginta tria.

De libris ἐπαφῶν id eſt tactionum.

Deinceps ſequuntur duo libri tactionũ. Propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic

Rr habet

habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuscunq; positione datis circulum describere per vnumquodque datorũ punctorum, qui vnamquamque linearum datarum cõtingat. Huius ob multitudinem datorum in positionibus similiũ, vel dissimilium particulares propositiones differentes fieri necessarium est. ex tribus enim dissimilibus generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectæ lineæ; vel duo puncta, & recta linea; vel duæ rectæ lineæ, & punctum; vel duo puncta, & circulus; vel duo circuli, & punctum, vel duo circuli, & recta linea; vel punctum, & recta linea, & circulus; vel duæ rectæ lineæ, & circulus; vel tres circuli. Horum prima duo ostensa sunt in quarto libro primorum elementorum, quæ ab eo scripta sunt: illud enim, tribus datis punctis, quę non sint in recta linea, idem est, quod circa datũ triangulum circulum describere. at illud datis tribus rectis lineis, quę non sint parallelæ, sed omnes inter se conueniant, idẽ est, quod in dato triangulo circulum describere. etenim si duæ sint parallelæ, & vna incidat, est veluti pars sextæ subdiuisionis. Describuntur in his omnia, & sex, quæ deinceps sunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in secundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter se positiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæque sunt, ac eiusdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quędam oriatur problematum, factum est, vt ab ijs, qui libros digesserunt, omissa fuerit in hoc secundo libro, a nonnullis autem priori libro addita sit. Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque absoluebatur vniuersum genus tactionum. Rursus autem vnica tantũ propositione omnia cõplectar, quę quidẽ hypothesi a pręedicta deficiat, epitagmate vero abundet. est autem huiusmodi. Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuscumque duobus datis circulum describere magnitudine datum, qui per datum pũctum, vel data puncta transeat; contingat autem vnamquãque datarum linearum. hęc continet problematum species numero sex: ex tribus enim dissimilibus generibus dualitatis differẽtiæ inordinatæ fiunt numero sex. nam vel duobus datis pũctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duobus datis circulis, vel puncto,

cto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum describere, vt dictum est. hæc autem resoluere, & componere, & determinare secundum dasum.

Itaque primus liber tactionum habet problemata septem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum sunt vigintiunum; theoremata sexaginta.

De Porismatibus.

Post ipsas autem tactiones sequuntur Euclidis porismata tribus voluminibus contenta; opus quidem artificiosissimum, ac perutile ad resolutionem obscuriorum problematum; ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem pręebet naturam. nihil vero additum est ijs, quæ Euclides primũ scripsit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, secundas descriptiones paucis ipsorum addiderunt. Et cum vnumquodque numerum demonstrationis pręfinitum habeat, quemadmodum ostendimus, hi vnam solummodo pro singulis porismatibus ex Euclide demonstrationem apponentes eam maximè obscurarunt. At vero hæc subtilem, naturalemq; in se habent contemplationem, & necessariam, & admodum vniuersalem, & ijs, qui hæc valent perspicere, atque inuestigare, etiam suauem. Horum autem species omnes neque theorematum sunt, neque problematum, sed mediam quodammodo inter hęc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propositiones formari possint, vt theorematum, vel vt problematum. quo factum est, vt ex multis Geometris alij quidẽ ea genere esse theoremata, alij vero problemata opinati sint, dum ad solam tantùm propositionis formam respicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouisse ex diffinitionibus perspicuum est. dixerunt enim theorema esse, quod proponitur in ipsius propositi demonstrationem. Problema, quod affertur in constructionem propositi. Porisma vero, quod proponitur in porismum, hoc est in inuentionem, & inuestigationem propositi. immutata autem est hæc porismatis diffinitio à iunioribus,

ribus, qui nequeunt omnia inuestigare, sed his elementis vtuntur, & ostendunt solummodo quod hoc est, quod quæritur, non autem illud ipsum inuestigant. cumque & ex diffinitione ipsa, & ex ijs, quæ nobis tradita sunt, redarguerentur ab accidente sic porisma diffinierunt. Porisma est quod hypothesi deficit à locali theoremate, Huius autem generis porismatum loci ipsi sunt vna species; atque de hac ipsa abunde tractatur in resoluto loco; seorsum autem à porismatibus collecta, inscriptaque, ac tradita sunt, quod magis diffusa, & copiosa sit cęteris speciebus. Locorum igitur species sunt decem: siquidem alij sunt planorum, alij solidorum, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc porismatibus contingit, nempe propositiones habere dissectas ob difficultatem multarum rerum, quæ subintelligi consueuerunt, ita vt complures geometræ aliqua ex parte ea assequantur, quæ vero magis necessaria sunt, significata ignorant. facillimum autem est multa in his vna propositione complecti, propterea quòd & ipse Euclides non multa de vnaquaque posuerit specie, sed caussa ostendendæ multæ copiæ, in qua pauca ad principium · primi libri posuit. consimilia ab vberrima illa specie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propositione comprehendi posse intelligeremus, ita descripsimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data sint, reliqua vero præter vnum tangant positione datum rectam lineam, & hoc positione datam rectam lineam tanget. hoc est quattuor quidem rectis lineis tantum, quarum non plures, quàm duæ per idem punctum transeunt, ignoratur autem in omni proposita multitudine verum quod in ea inest sic appellatum. Si quotcumque rectę lineę sese mutuo secent, non plures, quàm duę per idem punctum, omnia autem in vna ipsarum data sint, & vnumquodque eorum, quę sunt in altera tangat positione datam rectam lineam, vel vniuer-

salius hoc modo. Si quotcumque rectæ lineæ sese mutuo secent, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipsarum data sint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus singula habet puncta tangentia rectam lineam positione datam, quorum triũ non ad angulum existens trianguli spacij vnumquodque reliquum punctum rectam lineam positione datam tanget. Euclidem vero non verisimile est ignorare hoc, sed principium dumtaxat statuere, & in omnibus porismatibus apparet principia, & seminaria sola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodque non iuxta positionum differentias distinguere oportet, sed iuxta differentias accidentium, & quæsitorum. Et positiones quidem omnes inter se differunt, cum specialissimæ sint. accidentium, vero & quæsitorum vnumquodque vnum, & idem existens multis positionibus differentibus contingit, eo quòd genere sint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quęsitorum in propositionibus statuere oportet. in principio quidem septimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam positione datam rectæ lineę inflectantur, abscindat autem vna à recta linea positione data ad datum in ipsa punctum, abscindet & altera ab altera proportionem habens datam. In ijs autem, quę sequuntur. Quòd hoc punctum tangit positione datam rectam lineam. Quòd proportio huius ad hanc data est. Quòd proportio huius ad apotomen. Quòd hęc positione data est. Quòd hęc ad datum punctum vergit. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc ductę. Quòd proportio huius spacij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quòd huius spacij alterum quidem est datum, alterum proportionem habet ad apotomen. Quòd

hoc

hoc ſpacium, vel hoc vna cum aliquo ſpacio dato eſt, illud aut proportionem habet ad apotomen. Quòd hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquàm ab hoc, vt dato. Quòd id quod ſub dato, & hac æquale eſt ei, quod ſub dato, & ab hoc vt dato. Quòd proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd hæc abſcindit a poſitione datis datum continentes.

At in ſecundo libro poſitiones quidem aliç, quçſitorum autem plurima eadem ſunt, quç in primo libro. Eximia vero hçc. Quòd hoc ſpacium vel proportionem habet ad apotomen, vel vna cum dato proportionem habet ad apotomen. Quòd proportio huius ſub his ad apotomen. Quòd proportio huius ſub vtroque horum, & vtrorumque horum ad apotomen. Quòd hoc ſub hac, & vtraque hac: & huius ad quam hçc proportionem habet datam: & hoc ſub hac, & hac ad quam hçc proportionem habet datam ad apotomen. Quòd vtriuſque proportionis ad aliquam huius vt dati. Quòd datum ſub datis. In tertio libro plures ſunt poſitiones in ſemicirculis, paucç autem in circulis, & circulorum portionibus. Quçſitorum autem multa ſimilia ſunt antedictis. Eximia vero hçc. Quód proportio huius ſub his ad hoc ſub his. Quòd proportio huius ab hac ad apotomen. Quòd hoc ſub his, huic ſub dato; & aſſumpta ſub perpendiculari vſque ad datum. Quòd vterque, & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctç ad datum continent ſpecie triangulum. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc çquales aſſumunt circumferentias. Quòd quç in paratheſi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri poriſmatum lemmata 38. ipſa vero theoremata ſunt 101.

De

De locis planis.

Locorum omnium alij ſunt ἐφεκτικοὶ, hoc eſt in ſe ipſis tantum conſiſtentes, de quibus & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum eſſe punctum, lineæ locum lineam; ſuperficiei ſuperficiem, & ſolidi ſolidum. alij autem διεξοδικοί, hoc eſt ſeſe extra tendentes vt puncti locum lineam, lineæ ſuperficiem, ſuperficiei ſolidum. locorum autem, qui in reſoluto loco alij quidem poſitione dati ἐφεκτικοὶ ſunt, alij autem plani dicti, & ſolidi, & lineares: διεξοδικοὶ vero ſunt punctorum, & alij ad ſuperficies. ἀναστροφικοὶ quidem punctorum, διεξοδικοὶ, autem linearum. lineares loci ex ijs qui ſunt ad ſuperficies demonſtrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemus, tum vniuerſe quicunque ſunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicumque ſunt conorum ſectiones, parabolæ, vel ellipſes, vel hyperbolæ. lineares loci quicumque lineæ ſunt, neque rectæ, neque circuli, neque aliqua dictarum coni ſectionum. loci autem ab Eratoſthene inſcripti ad medietates ex prçdictis genere ſunt a proprietate hypotheſeon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem reſpicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent poſteriores, alios appoſuerunt, tamquam non infinitos multitudine, ſi quis velit aſcribere quç ordinem illum conſequantur. itaque ponam propoſiti quidem poſteriora, ordine autem priora, vna propoſitione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel a duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continentes angulum, vel inter ſe datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes ſpacium: contingat autem terminus unius locum planum poſitione datum, & alterius terminus locum planum poſitione datum continget, interdum quidem eiuſdem generis, interdum uero diuerſum, & interdum ſimiliter

militer

militer positum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem fiunt iuxta differentias subiectorum. At proposita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectę lineę positione datę vnus terminus datus sit, & alter circumferentiam concauam positione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectę lineę datum angulum continentes, commune ipsorum punctum continget circumferentiam concauam positione datam. Si trianguli spacij magnitudine dati basis positione, & magnitudine data sit, vertex ipsius rectam lineam positione datam continget. Alia autem huiusmodi. Si rectę lineę magnitudine datę, & cuipiam positione datę æquidistantis vnus terminus contingat rectam lineam positione datam, & alius terminus rectam lineam positione datam continget. Si à puncto quodam ad positione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter se conuenientes ducantur rectę lineę in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna simul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam positione datam. Et si sint quotcunque rectę lineę positione datę: atque ad ipsas à quodam puncto ducantur rectę lineę in datis angulis, sit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta ęquale ei, quod data, & alia ducta; & reliquis continetur punctum similiter rectam lineam positione datam continget. Si ab aliquo puncto ad positione datas parallelas ducantur rectę lineę in datis angulis, quę ad puncta in ipsis data abscindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel spacium continentes datum, vel ita ut species ab ipsis ductis vel excessus specierum æqualis sit spacio dato, punctum continget positione datas rectas lineas. Secundus autem liber hęc continet.

Si à datis punctis rectę lineę inflectantur, & sint quę ab ipsis fiunt dato spacio differentia, punctum positione datas rectas lineas continget. Si sint in proportione data vel

vel rectæ lineæ vel circumferentiæ. Si sit positione data recta linea, & in ipsa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipsius ducatur & ad positioné, & sit quod fit à ducta ęquale ei, quod à data, & abscissa, vel & ad datú punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data positione, terminus ipsius positione datam circumferentiam contingere. Si à duobus punctis datis rectæ lineæ inflectantur, & sit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior, quàm in proportione punctum positione datam circumferentiam continget. Si à quotcumque datis punctis ad pũctum vnum inflectantur rectæ lineæ: & sint species, quæ ab omnibus fiunt dato spacio æquales punctum continget positione datam circumferentiam. Si á duobus punctis datis inflectantur, rectæ lineę; à puncto autem ad positione ductam lineam abscissa à recta linea positione data ad datum punctum, & sint species ab inflexis æquales ei, quod à data, & abscissa continetur, punctum ad inflexionem positione datam circumferentiam continget. Si in circulo positione dato sit datum punctum, perque ipsum agatur quædam recta linea, & in ipsa punctum extra sumatur; sit autem quod fit à linea ducta vsque ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota & extra sumpta, vel soli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra circulum portionibus continetur: punctum extra sumptum positione datam rectam lineã continget. Et si hoc quidem punctum contingat positione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ sunt ad vtrasque partes dati puncti, contingent positione eandem datam circumferentiam. habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta septem, lemmata autem octo.

De inclinationibus περὶ νεύσεων.

Inclinare dicitur linea ad punctum, si producta ad ipsum peruenit; vniuerse autem idem est siue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, siue aliquod in ipsa sit punctum datum, siue per datum punctum existat. Inscripserunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta sunt. Et cum hoc sit problema vniuersale. Duabus lineis positione datis inter ipsas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat: in hac particularibus subiecta differentia habētibus, alia quidem erant plana, alia solida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa vtiliora sunt eligentes problemata hæc ostenderunt. Positione dato semicirculo, & recta linea ad rectos angulos basi sit duorum semicirculorum in directum bases habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad semicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare sub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppositum angulum pertineat. Circulo positione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat. Horum autem in primo libro, quod in vno semicirculo, & recta linea ostensum est, quattuor habens casus, & quod in circulo duos habens casus, & quod in rhombo similiter duos casus habens. At in secundo libro in duobus semicirculis positione decem casus habente. In his autem subdiuisiones plures determinantes causa magnitudinis rectę lineę. Hęc igitur in resoluto loco plano, hoc est quę & priora. ostenduntur seorsum à medietatibus Eratosthenis: etenim illa posteriora sunt. Post plana solidorum ordo contemplationem. solida autem vocant problemata, non quę in solidis figuris pręponantur; sed quę cū non possint ostēdi per plana, per conicas lineas ostēdantur. quare de his prius scribere necessariū est. Erant igitur conicorū elementorū primum Aristęi senioris libri quinq; velut ijs, qui hęc percipere possent cum

breuitate conscripti. itaque inclinationum libri duo habent theoremata, vel diagrammata centum vigintiquinque, lemmata autem triginta octo.

De conicis Apollonij.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuisset, ac quattuor alios adiunxisset; octo conicorum libros confecit. Aristæus autem, qui scribit ea, quæ ad hoc vsque tempus tradita sunt, solidorum locorum libros quinque conicis cohærentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnam quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtusianguli coni sectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoque horum trium conorum differenter sectorum tres lineę fiunt, dubitans, vt apparet Apollonius, curuam, qui ante se hanc tractationem expleuerant, vnam quidem acutianguli coni sectionem vocauerunt, quę potest & rectanguli, & obtusianguli coni esse; alteram rectanguli, quę potest & in acutiangulo, & obtusiangulo cono reperiri; tertiam vero obtusiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectāgulo cono inesse potest, mutatis nominibus, quę quidē acutianguli coni sectio nominatur, ellipsim appellat, quæ rectanguli parabolen, quæ vero obtusianguli hyperbolen, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen imponens. spacium enim quoddam ad lineam quampiam comparatū in acutianguli coni sectione deficiens fit quadrato, in obtusianguli coni sectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni sectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quòd non considerauit iuxta vnum dumtaxat casum plani conum secantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam; neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarūt. Si enim secans planum ducatur vni laterum coni æquidistans, vna tantum ex tribus lineis efficitur semper eadem, quā Aristæus illius coni sectionem appellauit. Apollonius igitur quę continent ab ipso conscripti conicorū octo libri, dicit, summatim colligens in procemio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni sectionum, & earũ, quæ oppositæ dicuntur; itemque principalia ipsarum accidentia a nobis & vberius, & vniuersalius, quàm ab alijs, qui de ea re scripserunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes sectionum, & ad lineas illas, quæ cum sectione, non conueniunt, quæ a Græcis ἀσύμπτωτοι appellantur, tum de alijs differit, quę & generalem, & necessariam vtilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognosces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad solidorum locorum compositiones, & ad determinationes, quorum complura & pulcherrima, & noua sunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipsius tantummodo particulam quandam, atque hanc non satis fœliciter: non enim fieri poterat, vt ea compositio recte perficeretur absque ijs, quæ a nobis inuenta sunt. Quartus liber tradit quot modis conorum sectiones inter se se, & circuli circumferentiæ occurrere possint; & multa alia ad pleniorem doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum est; coni sectio, & circuli circumferentia, & oppositæ sectiones ad quot puncta oppositis sectionibus occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundantiorem scientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & similibus coni sectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi uim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quattuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neque paululum quid addere ijs, quę Euclides scripsit per ea tantum conica, quæ vsque ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, vt etiam ipse testatur dicens, fieri non posse vt locus perficeretur absque ijs, quæ ipse scribere coactus sit. Euclides autem secutus Aristęum scriptorẽ luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque anteuertens, neque volens eorum tractationem destruere, cum mitissimus esset, & benignus erga omnes, præsertim eos, qui mathematicas

ticas

ticas disciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare possent, vt par est, & nullo modo infensus, sed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum ostendi potuit de loco per eius conica memorię prodidit. non addens perfectum illud, absolutumq; esse; tunc enim necessario reprehendi posset: nunc vero haudquaquam illud faciendum est; siquidem & ipse in conicis plęraque imperfecta relinquens non satis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quę deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quę ab Euclide de loco scripta fuerant, & dans operam Euclides discipulis Alexandrię longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum est assecutus, neque usquam deceptus est. At locus ad tres, & quattuor lineas, in quo magnifice se iactat, & ostentat nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est huiusmodi. Si positione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectę lineę ducantur, & data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquę: punctum contingit positione datum solidum locum, hoc est vnam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quattuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data sit: Similiter punctum datam coni sectionem positione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus ostensus est. Quòd si ad plures, quá quattuor punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat. earum vnam, neque primam, & quę manifestissima videtur, composuerunt ostendentes vtilem esse. propositiones autem ipsarum hę sunt.

Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectę lineę in datis angulis, & data sit proportio solidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum positione datum lineam continget. Si autem ad sex, & sit data proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis continetur; rursus punctum continget positione datam lineã.

Quod

Quod si ad plures quam sex, non adhuc habent dicere, data sit proportio cuiuspiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur. quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus. Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt. neque vnum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur, licebit autem per coniunctas proportiones hæc, & dicere, & demonstrare vniuerse in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio coniuncta ex ea, quam habet vna ductarum ad vnam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. & similiter quotcumque sint impares, vel pares multitudine, cum hæc vt dixi, loco ad quattuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita vt linea nota sit. hæc respicientes minime extolluntur, quemadmodum antiqui, & vnusquisque eorum, qui meliora conscribunt.

Ego autem & à principio in mathematicis versatus, & in materia quæstionum à natura proposita videns omnes commotos erubui, cum & multo meliora ostenderim, & quæ multam afferant vtilitatem.

Sed ne vacuis manibus difficultati huic cessisse videar hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, & rectarum linearum similiter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipsis grauitatis centra sunt.

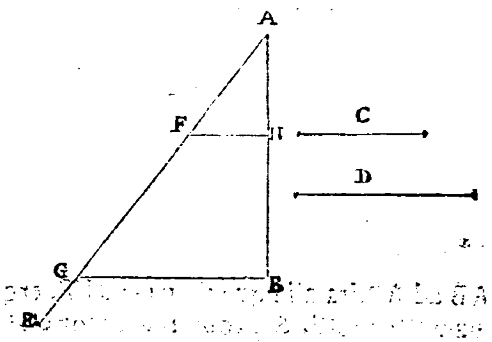
Imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, & circumferentiarum, & circumferentiarum à punctis, quæ in ipsis sunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum, & earum, quas continent ipsarum extrema ad axes

xes

xes angulorum, continent autem hunc propositiones fere existentes vna multa, & varia theoremata & linearum, & superficierum, & solidorum omnia simul vna demonstratione, & quæ nondum demonstrata sunt, & quę & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringinta octoginta septem, lemmata vero quę in ipsa sunt, nonaginta.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Datam rectam lineam in datam proportionem secare.

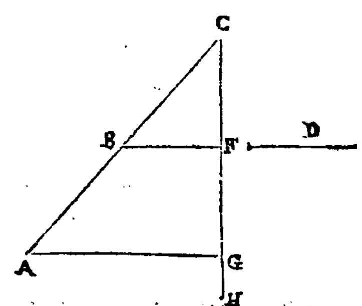


Sit data quidem recta linea AB, data autem proportio, quam habet C ad D: & oporteat secare AB in propositionem C ad D.

Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipsi C æqualis abscindatur AF, ipsi vero D æqualis FG; & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur vt AH ad HB, ita est AF ad FG; est autem AF æqualis C, & FG ipsi D: erit vt AH ad HB, ita C ad D. ergo AB secta est in puncto H. quod facere oportebat.

PROBLEMA. II. PROPOS. II.

Tribus datis rectis lineis AB BC & D, inuenire vt AB ad BC, ita aliam quandam ad D.

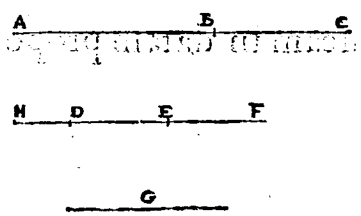


Rursus inclinetur ad AG recta linea CH in quouis angulo, & abscindatur CF æqualis

qualis D, iunctaque BF, ipsi parallela ducatur AG. ergo rursus vt AB ad BC, ita erit GF ad FC, hoc est ad D, inuenta igitur est FG. similiter & si recta detur, quartam inueniemus.

THEOREMA I. PROPOS. III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.



Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE ad EF. & propterea maior est G, quam DE. ponatur ipsi G æqualis HE. Quoniam igitur vt AB ad BC, ita est HE ad EF; erit componendo vt AC ad CB, ita HF ad FE. sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE. ergo & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

COMMENTARIVS.

Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE.] *ex 8. quinti græcus autem codex sic habet* τὸ δὲ θζ πρὸς τὸ ζε. *post quæ verba hæc addenda sunt.* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ δζ πρὸς τὸ δε.

THEOREMA II. PROPOS. IV.

Rursus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF. Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quã DF ad FE.

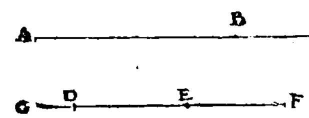
Rursus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem, quam DE ad EF, si fiat vt AB ad BC, ita alia quædam ad EF, quę sit HE; erit ea minor, quam DE. & DE. & vt AC ad CB, ita erit HF ad FE. Sed HF ad FE, minorẽ habet proportionem, quã DF ad FE. ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

COMMENTARIVS.

Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE] *Intellige componendo.*

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionẽ habere, quam BC ad EF.



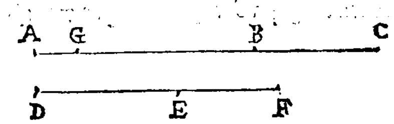
Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam, quæ sit GE ad EF. manifestum est eam maiorem esse, quam DE. quare permutando ut AB ad GE, ita est BC ad EF. habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE, hoc est, quam BC ad EF. ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF. 10. quinti 8

Eadẽ ratione & si AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF, sequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionẽ habere, quã BE ad EF. Erit enim ut AB ad BC, ita alia quędam ad EF, quę minor sit, quam DE. reliqua uero eadem erunt. *

COMMENTARIVS.

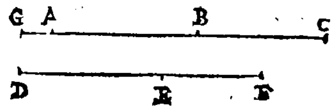
Quæ minor sit, quam DE] *Græcus codex* ὅτι πρὸς ἐλάσσονα τοῦ δε. *vide ne legendum sit.* ὅτι ἔλασσον τοῦ δε. *Mirum autem videtur Pappum hoc loco diuisiuam rationem prætermisisse, cum præsertim ea sæpe utatur; nisi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilius est: nos igitur eam supplere aggrediemur.* *

Habeat *AC ad* CB *maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico & diuidendo AB ad BC maiorem proportionem habere, quam* DE *ad* EF.



Fiat ut DF *ad FE, ita alia quępiam* GC *ad* CB. *Erit utique* GC *minor, quam* AC. *& erit diuidendo* GB *ad* BC, *vt DE ad EF. Sed* AB *ad BC maiorem proportionem habet, quã* GB *ad* BC, *ergo & AB ad* BC *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EF. 10. quinti

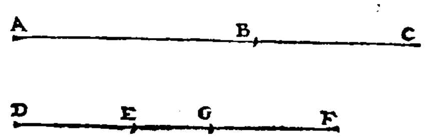
Habeat rursus AC ad CB minorem proportionem, quam DF ad FE, & diuidendo AB ad BC minorem proportionem habebit, quam DE ad EF.



10 quinti Fiat.n.rursus ut DF ad FE, ita alia quædã GC ad CB. erit GC maior, quã AC. atq;
8. quinti erit diuidendo GB ad BC, vt DE ad EF. Sed AB ad BC minorẽ habet proportionẽ, quam GB ad BC. quare & minorem habebit, quam DE ad EF.

THEOREMA IIII. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico per conuersionem rationis CN ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE.



8. quinti Fiat enim vt AC ad CB, ita DF ad aliam quandam. erit vtique ad minorẽ, quam FE. Sit autem FG. quare per cõuersionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE. ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE. *

Similiter autem & si AC ad CB minorem proportionem habent, quam DF ad FE, habebit per cõuersionẽm rõnis CA ad AB maiorẽ proportionẽ, quã FD ad DE. Erit enim ut AC ad CB, ita DF ad maiorem, quam FE. reliqua vero manifesta erunt.

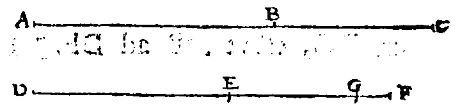
COMMENTARIVS.

* Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE] *Vide ne hæc in Græco codice desiderentur.* καὶ τὸ αγ ἄρα πρὸς τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζδ πρὸς τὸ δε.

THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad

ad EF. Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.



Fiat enim ut AB ad BC, ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam EF, vt ad EG. conuertendo igitur ut CB ad BA, ita est GE ad ED. Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED. ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. A B

Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF, conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED. C

Erit enim ut AB ad BC, ita DE ad maiorem, quam EF, reliqua, quæ sequuntur perspicua sunt.

Ex his autem constat si AB ad BC maiorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED maiorem habere proportionem, quam CB ad BA. Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED minorem habebit proportionem, quam CB ad BA.

COMMENTARIVS.

Vt ad EG] *Græcus codex* ὥστε πρὸς τὸ εη. *ego legerem* ὡς πρὸς τὸ εη. A

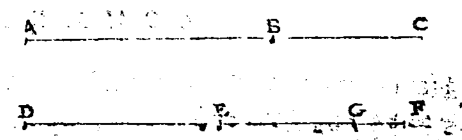
Ego CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad *ED*. *In Græco codice hæc desiderari uidentur.* καὶ τὸ γβ ἄρα πρὸς τὸ βα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζε πρὸς τὸ εδ. B

Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF] *Græcus codex.* ὁμοίως δὴ κἂν τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. *Sed videtur legendum* ὁμοίως δὴ, κἂν τὸ αβ πρὸς τὸ βγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. C

THEOREMA VI. PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem, quam AC ad DF.

Fiat enim ut AB ad DE, ita BC ad aliã. erit utiq; ad minorẽ, quã EF, sit ad EG. tota igitur AC ad totam DG, est vt AB ad DE. Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quã ad DF. ergo & AB ad DC maiorem habebit proportionẽ, quam AC ad DF. A

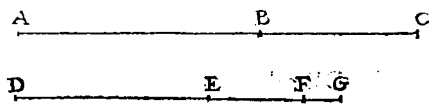


Tt * Et

Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem proportionem habere, quam
B AB ad DE. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIVS.

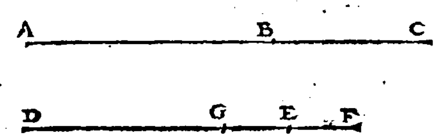
Tota igitur AC ad totam DG, est vt AB ad DE.] *Ex 12. quinti.*



B Et si minor sit proportio partis, totius maior erit] *Hoc est si AB ad DE minorem proportionem habeat, quam BC ad EF, habebit AC ad DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Fiat enim, vt AB ad DE, ita BC ad aliam, quæ sit EG: erit igitur GE maior, quam EF. atque erit AC ad DG, ut AB ad DE. Sed AC ad DG minorem proportionem habet, quam ad DF. ergo & AB ad DE minorem habebit proportionem, quam AC ad DF: & propterea AC ad DF maiorem proportionem habebit, quam AB ad DE. Græcus codex.* κἂν ἔλασσον τὸ μέρος μεῖζων ὅλης. *quæ verba fortasse deprauata sunt, & ita restituenda.* κἂν ἐλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης.

THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

A Habeat rursus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF.



A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG. ergo & reliqua BC ad reliquam GF est vt
B AC ad DF. Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. ergo & BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.
C Si uero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit.

COMMENTARIVS.

A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG.] *In Græco codice hæc desiderantur,* πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν δζ.

Sed

Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG] *in Græco codice nonnulla desiderantur. quare ita restituendus erit.* ἡ δὲ βγ πρὸς τὴν εζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ζη.

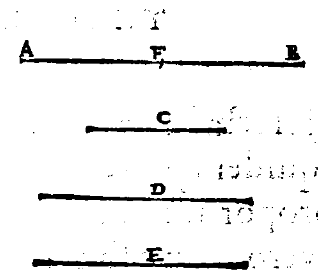
Si vero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ μείζων. *Sed legendum puto* ἐὰν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ ἐλάσσων. *Si enim tota AC ad totam DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE & reliqua BC ad EF minorem habebit, quam AC ad DF.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C, D vero æqualis E. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E.

Ponatur enim ipsi C æqualis BF. est igitur vt BF ad C, ita D ad E. Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam D ad E.

Et manifestum est si AB sit minor, quam C, AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E, ob conuersam scilicet rationem.

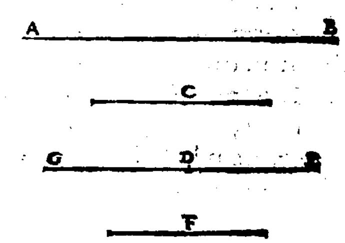


THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed sit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F. A

Quod quidem patet sine demonstratione. Si enim æquali existente DE ipsi F, AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F, eo minori existente multo maiorem proportionem habebit. Ob demonstrationem vero hoc modo. B

Quoniam enim maior est AB quam C, si fiat vt AB ad C ita alia quędam ad F, erit ea maior, quam F. quare & maior, quam DE. Sit igitur ipsi ęqualis GE. ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F. Sed ut GE ad F, ita AB ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F.



Et manifestum est, vbi minor, semper minorem habere proportionem & rectangulum contentum AB & F maius esse eo, quod C & DE continetur, quippe cum ipsi C
ęquale sit rectangulum ex C & EG, quod quidem rectãgulo ex C & DE est maius. D

COM-

COMMENTARIVS.

A Sed sit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.] *Græcus codex* ἔλασσον δὲ τὸ δ τοῦ ζ ε ὅτι &c. ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ ε. *sed legendum* ἔλασσον δὲ τὸ δε τοῦ ζ. ὅτι &c. τὸ δε πρὸς τὸ ζ.

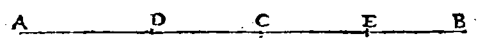
B Quod quidem patet sine demonstratione] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν καὶ διὰ ἀποδείξεως: *legendum autem* καὶ ἄνευ ἀποδείξεως, *nam paulo post ita scribit.* διὰ ἀποδείξεως δὲ οὕτως.

C Et manifestum est vbi minor, semper minorem habere proportionem [*Si AB sit minor, quam C, non propterea sequitur vt AB ad C minorem habeat proportionem, quam DE ad F, nisi vel DE sit maior, quam F, vel ipsi æqualis.*

D Quippe cum ipsi æquale sit rectangulum ex C & EG] *ex 16. sexti libri elementorum.*

THEOREMA X. PROPOS. XII.

Sit recta linea AB, & secetur in puncto C. Dico omnia quidem puncta, quæ sunt inter A & C, diuidere AB in proportiones minores ea, quæ est AC ad CB. omnia vero, quæ sunt inter C & B diuidere eadem in proportiones maiores.



E Sumantur enim puncta ex vtraque parte ipsius C, quæ sint DE. Quoniam igitur DA minor est, quam AC, maior autem DB, quam BC; habebit DA ad
A AC minorem proportionem, quam DB ad BC. quare permutando AD ad
B DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB. Eodem modo demonstrabitur in omnibus punctis, quæ sunt inter A & C. Rursus quoniam EA maior est, quam AC, minor autem EB, quam BC, habebit EA ad AC maiorem proportionem, quam EB ad BC. ergo permutando AE ad EB maiorem proportionem habebit; quam AC ad CB. similiter demonstrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B sumuntur.

ex antecedente. 5. huius.

COMMENTARIVS.

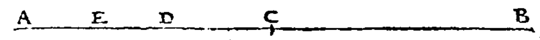
A Habebit DA ad AC minorem proportionem, quam DB ad BC] *sequitur hoc ex iis, quæ proxime demonstrata sunt.* *Græcus codex* ἢ δὲ δα πρὸς τὴν

τὴν αγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, &c. *videtur legendum* ἢ δα ἄρα πρὸς τὴν αγ.

Quare permutando AD ad DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB] *Ex 5. huius, Græcus codex* ἐναλλὰξ ἡ αδ πρὸς τὴν δβ. *Sed legendum puto* ἐναλλὰξ ἄρα. B

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

Si sit recta linea AB, quæ bifariam in puncto C secetur, rectangulum, quod punctum C abscindit, videlicet ACB maximum est omnium, quæ a quoquam alio abscindantur.



Si enim sumatur punctum D, erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex CD, æquale quadrato ex AC, hoc est ACB rectangulo: quare rectangulum ACB est maius. Eadem sequentur, & ad alteras partes.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIIII.

Dico insuper punctum, quod ipsi C propinquius est, semper maius spacium efficere eo, quod est remotius.

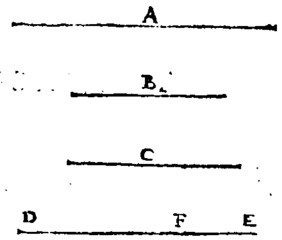
Sumatur enim aliud punctum E inter A & D. ostendendum est rectangulũ contentum ADB maius esse eo, quod AEB continetur. Quoniam enim rectangulum ADB una cum quadrato ex DC æquale est quadrato ex AC: est autem & rectãgulum AEB una cum quadrato ex EC æquale quadrato ex AC: erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale rectangulo AEB vna cum quadrato ex CE. quorum quadratum ex DC minus est quadrato ex CE. reliquum igitur rectangulum ADB rectangulo AEB est maius.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim sit A vna cum B æquale ipsi C vna cum DE, sit autem DE maius, quam B; erit A ipso C maius.

Pona

Ponatur ipsi B æquale DF. ergo *A* vna cnm DF æquale est DE una cum C. commune auferatur DF. reliquum igitur A est æquale ipsis C & FE, ac propterea A quam C maius erit.



COMMENTARIVS.

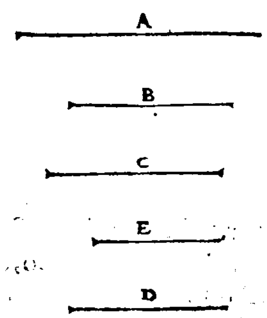
A Quorum quadratum ex DC minus est quadrato ex C*E*] *Græcus codex corruptus est in quo legitur.* ὧν τὸ ἀπὸ δζ ἔλασσον ἐστι τοῦ ἀπὸ γε. *sed legendum* ὧν τὸ ἀπὸ δγ.

B Sit autem *DE* maius, quam B, erit *A* ipso C maius] *In græco codice aliqua desiderantur, qui sic habet.* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ γ. *legendum autem in hanc sententiã* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ δε τοῦ β. ὅτι μεῖζον τὸ α τοῦ γ.

THEOREMA XIIII. PROPOS. XVI.

Habeat A ad B maiorem proportionem, quam C ad D. Dico rectangulum contentum rectis lineis AD maius esse eo, quod ipsis BC continetur.

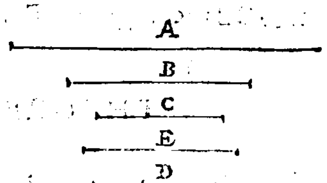
Fiat enim ut A ad B, ita C ad E. ergo C ad E maiorem proportionem habet, quam ad D, & idcirco E quam D est minor. Itaque sumpta *A* communi altitudine erit rectangulum ex A E minus rectangulo ex *A* D. sed rectangulum ex A E rectangulo ex BC est æquale. rectãgulũ igitur ex BC min⁹ est rectãgulo ex *A* D: & ob id rectangulum ex A D rectangulo ex BC est maius. 16. sexti.



Similiter etiam si minor sit proportio rectangulum rectangulo minus erit.

Sed rursus sit rectangulum ex *A*D rectangulo ex BC maius. Dico *A* ad B maiorem proportionem habere, quam C ad D.

A B Ponatur enim rectangulo ex *A*D æquale rectangulum ex B*E* erit rectangulum ex B*E* maius eo, quod ex BC. quare & E maior, quã C. ut autẽ A ad B, ita E ad
C D. sed E ad *D* maiorem habet proportionem, quam C
D ad *D*. ergo & *A* ad *B* proportionem maiorem habebit quam C ad D.



COM-

COMMENTARIVS.

Erit rectãgulũ ex B*E* maius eo, quod ex BC] *Græcus codex.* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε τοῦ ὑπὸ τῶν β γ *sed legendũ* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε. A

Quare & E maior, quam C] *Græcus codex* ὥστε καὶ ἡ β τῆς γ μείζων *lege* ὥστε καὶ ἡ ε τῆς γ μείζων. B

Vt autem A ad B, ita *E* ad D] *Ex 16. sexti elementorum. Græcus autem codex corruptus uidetur, ego ita restituendum puto* ὡς δὲ ἡ α πρὸς τὴν β. οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν δ ἡ δὲ ε πρὸς τὴν δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. καὶ ἡ α ἄρα πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. *Sed & illud idem aptius, breuiusque concludi potest non mutata priori figura hoc modo Ponatur rectangulo ex* BC *æquale rectangulum ex* A E. *erit* E *minor, quam D, & ut A ad* B, *ita erit* C *ad E. Sed* C *ad* E *maiorem habet proportionem, quam ad* D. *ergo & A ad* B *maiorem proportionem habebit, quam* C *ad* D. C

Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] *Eodem modo, si rectangulum ex AD minus sit rectangulo ex* B*C, demonstrabitur A ad B minorem habere proportionem, quam* C *ad* D. D

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB BC, & inter AB BC media proportionalis sit BD, ipsique AD æqualis ponatur DE. Dico rectam lineam CE esse excessum, quo vtrçque AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur.

Quoniã.n.vtræq; AB BC excedũt vtrasq; AB BE recta linea CE, erit C*E* excessus, quo vtræq; *A*B BC vtrasque A B BE excedunt: vtrçque aũt AB BE. sunt duæ BD: & A
duæ BD possunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE est excessus, quo utrç- B
que AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

Vtræque autem AB BE sunt duæ BD.] *Nam utræque* AB B*E sunt æquales his tribus* AD D*B* B*E. duæ uero* B*D sunt æquales ipsis* B*D* BE ED, *quarum* ED *est æqualis ipsi* A*D: Quoniam igitur utrçque* AB B*E, & duæ* BD *eisdem sunt æquales & inter se æquales sint necesse est.* A

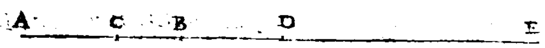
Et duæ BD possunt id, quod quater continetur AB BC] *Cũ.n.* B*D sit media propor-* B

Vu tionalis

tionalis inter AB BC, erit eius quadratum rectangulo ABC æquale. Sed quadratum duplę ipsius BD quadruplum est quadrati ex BD, hoc est rectanguli ABC. ergo duæ BD possunt quadruplum rectanguli ABC, videlicet id, quod quater AB BC continetur.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

* Sit rursus ipsarum AB BC media proportionalis BD: & ipsi AD æqualis ponatur DE. Dico CE constare ex utrisq; AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.



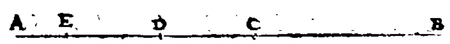
Quoniam enim CE constat ex CD DE, atque est AD æqualis DE constabit CE ex AD DC, hoc est ex vtrisque AB BC & duabus BD. duæ autem BD possunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE constat ex vtrisque AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

* Sit rursus ipsarum AB BC media proportionalis BD] *Hoc loco BD non abscinditur ab ipsa AB, quemadmodum in superiori, sed extra ipsam sumitur, ut in figura apparet.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rursus ipsarum AB BC media proportionalis sit BD, & ipsi CD ponatur æqualis DE. Dico AE esse excessum, quo utræque AB BC excedũt eã, quę potest id, quod quater AB BC cõtinetur.



* Quoniam .n. vtręq; AB BC excedunt vtrasq; EB BE ipsa AE, vtręque vero, EB BC sunt duæ BD. hoc est quæ potest id, quod quater continetur AB BC. ergo AE est excessus, quo utręq; AB BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

Vtręque vero EB BC sunt duę BD] *Quoniam enim utræque EB BC sunt æquales his. videlicet ED DC, & duplę CB; duæ uero BD æquales sunt duplæ DC, & duplę CB, quarũ dupla DC est æqualis ipsis ED DC: erunt utræq; EB BC, & duę BD inter se necessario æquales.* *

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rursus ipsarum AB BC media proportionalis sit BD, & ipsi CD ęqualis ponatur DE. Dico AE constare ex vtrisque AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

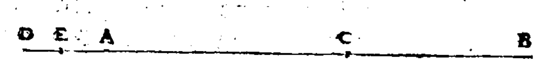
Cũ .n. AE constat ex AD DE, sitq; DE æqualis CD, cõstabit AE ex AD DC, hoc est utrisque AB BC, & duab. BD. At duę BD possunt id, quod quater cõtinetur AB BC. ergo AE cõstat ex utrisq; AB BC, & ea, quæ põt id, quod quater AB BC cõtinetur.

Hęc sumuntur ad sectionem proportionis, hæc autem ad spacii sectionem, differenter tamen. εἰς τὴν τοῦ λόγου ἀποτομὴν εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομὴν διακαι φαλάιωσιν.

Problema in secundũ de sectione proportionis, vtile ad epilogũ tertiidecimi loci.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Datis duabus rectis lineis AB BC & producta AD, sumere datum punctum D faciens proportionem BD ad DA, eandem, quæ est ipsius CD ad excessum, quo vtræque AB BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.



Sed aliter cõstitui nõ potest, nisi utræque DB AC æquales sint excessui EA. totaque A

DA toti AB, & adhuc EA AC CB inter se proportionem habeant, quã numerus quadratus ad quadratum numerum & BC ipsius DE sit dupla.

B Factum iam sit, & excessus sit AE. ex ijs enim quæ superius dicta sunt ipsum inue-
C nimus. est igitur vt BD ad DA, ita CD ad AE: & permutando, diuidendoque erit spacium spacio æquale, videlicet rectangulum contentum BC EA æquale rectangulo CDE. datum autem est rectangulum ex BC EA. ergo & rectangulum CDE erit datum. & ad datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura qua-
D drata. datum igitur est punctum D.

Componetur autem hoc pacto.

Sit excessus EA, & rectangulo ex BC EA æquale applicetur ad rectam lineam CE,
E excedens figura quadrata, quod sit CDE. Dico D punctum quæsitum esse.

F Quoniam enim rectangulum ex BC EA æquale est rectangulo CDE, erit ob proportionem, & componendo, permutandoque, ut BD ad DA, ita CD ad EA, quæ quidem est excessus.

G Eodem modo fiet, si velimus sumere punctum faciens, ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, constantem ex vtrique AB BC, & ex ea, quę potest id, quod quater AB BC continere.

COMMENTARIVS.

A Sed aliter constitui non potest, nisi utręque DB AC æquales sint excessui ea, totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC CB inter se proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum, & BC sit ipsius DE dupla] *Vereor ne hæc ab aliquo addita sint, non enim uideo cur problema aliter constitui non possit.*

B Et excessus sit AE, ex iis enim, quæ superius dicta sunt ipsum inuenimus] Ex 17 *huius*.

C Et permutando, diuidendoque erit spacium spacio æquale] *Quoniam enim ut* BD *ad* DA, *ita est* CD *ad* AE, *erit permutando ut* BD *ad* DC, *ita* DA *ad* AE: *&* *diuidendo ut* BC *ad* CD, *ita* DE *ad* EA. *ergo rectangulum ex* BC EA *æquale est rectangulo* CDE.

D Datum igitur est punctum D] Ex 59 *libri datorum*.

E Et rectangulo ex BC EA æquale applicetur ad rectam lineã CE, excedens figura quadrata, quod sit CDE] Ex 29. *sexti libri elementorum*.

F Erit ob proportionem, & componendo, permutandoque ut BD ad DA, ita CD ad EA, quæ quidem est excessus] *Est enim* BC *ad* CD, *ut* DE *ad* EA, *&* *componendo* BD *ad* DC, *ut* DA *ad* AE, *permutandoque ut* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* AE:

G Eodem modo fiet, si velimus sumere punctum faciens ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, &c.] *Quanam sit recta linea, quę constet ex utrique* AB BC *&* *ex ea, quę potest, quod quater* AB BC *continetur, apparet ex* 18. *huius*.

Primus liber de proportionis sectione habet locos septem, casus vigintiquattuor, & determinationes quinque, quarum tres sunt maximę, & duæ minimę, atque est maxima quidem ad tertium casum quinti loci, minima uero ad secundum casum sexti loci, & ad eundem septimi. maxima etiam est ad quartos casus sexti, & septimi loci.

Secundus liber de proportionis sectione habet locos septem, casus vigintiquattuor, & determinationes septem. quarum quattuor sunt maximæ, & tres minimę. & ma-

xima quidem est ad secundum casum primi loci, & ad primum quarti loci, & ad tertium tertii, & ad quartum quarti, & ad primum sexti.

Secundus liber de spacii sectione habet locos tredecim, casus septem, determinationes quattuor ex primo, in idem reducuntur.

Quæret fortasse aliquis cur secundus liber de proportionis sectione habet locos quattuordecim, secundus autem de spacii sectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc causam, quod septimus locus in libro de spacii sectione tamquam manifestus omittitur. Nam si utręque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualescumque ducantur, spacium datum abscindunt, etenim æquale est contento rectis lineis, quę inter terminos, & utrarumque linearum a principio positione datarũ congressum interiiciuntur. in libro autem de proportionis sectione non adhuc similiter contingit. ob hoc igitur excedit loco vno in secundum secundi. & reliqua . . . .

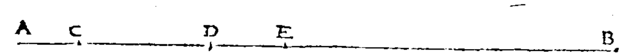
De determinata sectione liber primus.

LEMMA I. λῆμμα. LEM. I.

Vtile ad primum preceptum quinti problematis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur tria puncta CDE, sitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Quoniam enim rectangulum ADC æquale est BDE rectangulo, erit ut A B
AD ad DB, ita ED ad DC. tota igitur AE ad totam BC est ut ED ad DC: & 14. sexti.
conuertendo. rursus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, C
ut AD ad DE, ita erit BD ad DC. ergo tota AB ad totam CE est ut BD ad DC. erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio composita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio D
quidem composita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio uero composita ex proportione BD ad DC, & ex proportione CD ad DE est ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonstrare oportebat.

ALI-

A L I T E R.

LEMMA II. Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AE ad BC, ita AD ad DB. componendoque ut utræque AE
E CB ad BC, ita AB ad BD. quod igitur continetur utrisque AE CB, & BD æquale
F est rectãgulo ABC. Rursus quoniam est ut AD ad DB, ita AE ad DE; & tota AE ad totam BC est vt ED ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod cõtinetur utrisque AE CB, & ED est æquale rectangulo AEC. ostensum autem est,
G quod continetur vtrisque AE CB, & BD æquale esse rectangulo ABC. permutando igitur ut rectangulum contentum vtrisque AE CB & BD ad contentum vtris-
H que AE CB, & DE, hoc est ut BD ad DE, ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Erit ut AD ad DB, ita ED ad DC] *ex 14. sexti elementorum.*

B Tota igitur AE ad totam BC est ut ED ad DC] *ex 12. quinti elementorum. Hæc autem omnia nos restituimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit* καὶ ὅλη ἄρα ἡ αβ πρὸς ὅλην τὴν γε ἐστὶν ὡς βδ πρὸς δγ.

C Erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE] *demonstratum etenim est totam AE ad totam BC esse, vt ED ad DC. quare conuertendo, vt BC ad AE, ita erit CD ad DE. Græcus codex* τῶν δὲ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν εα, *legendum* ἡ βγ πρὸς τὴν εα.

D Sed proportio quidem composita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *ex 23. sexti elementorum.*

E Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit ut AE ad BC, ita AD ad DB] *est enim ex 14. sexti ut AD ad DB, ita ED ad DC. quare ex 12. quinti ut AE ad BC, ita est AD ad DB.*

F Quod igitur continetur utrisque AE CB, & BD æquale est rectangulo ABC] *ex 16. sexti.*

G Permutando igitur ut rectangulũ contentũ utrisque AE CB, & BD ad contentũ vtrisque AE CB & DE] *Græcus codex mancus est, quem nos ita restituemus.* ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς δε.

H Hoc est, vt BD ad DE] *rectangula enim, quorum eadem est altititudo ita se habent sicuti bases ex prima sexti elementorum.*

A L I T E R.

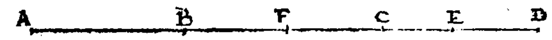
LEMMA III. In primum præceptum quinti problematis, præmonstratis tamen duobus, quæ deinceps exponentur.

THEOREMA XX. PROPOS. XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD, & in ipsa CD sumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ACD æquale esse, & rectãgulo AED, & rectangulo BEC.

Secc

COMMENTARIVS.



Secetur BC bifariam in F. ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FD. eadem ratione rectangulum AED vna cum quadrato ex FE æquale est quadrato ex FD. quare rectangulum ACD una cum quadrato ex CF æquale æquale est rectangulo AED, vna cum quadrato ex FE, hoc est una cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum ACD æquale est rectangulo AED & rectangulo BEC. A B

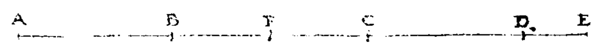
COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum ACD una cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FD] *Ex 5. secundi elementorum.*

B Hoc est vna cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato] *Rectangulũ enim BEC una cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FE per 6. eiusdem.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIIII.

LEMM. III. Iisdem positis sit punctum E extra lineam AD. Dico rursus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale esse. A



Secetur rursus BC bifariam in puncto F. erit rectangulum BEC una cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FE. ergo rectangulum BEC una cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED una cum eo, quod fit ex DF quadrato, hoc est una cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC. B C D E

COM-

COMMENTARIVS.

A Dico rursus rectangulum BEC rectãgulo AED, & rectangulo BDC æquale esse.] *Græcus codex ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν βεγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αδε. sed legendum videtur. τῷ ὑπὸ τῆς αεδ.*

B Erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FE] *ex sexta secundi elementorum.*

C Ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED vna cum eo, quod fit ex DF quadrato] *rectangulum enim AED vna cum quadrato ex DF similiter æquale est quadrato ex FE. per sextam secundi elementorum Græcus codex ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδε. sed legendum τῷ ὑπὸ αεδ*

D Hoc est vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF] *est enim rectangulum BDC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex DF per sextam eiusdem. Græcus codex. τουτέστι τῷ ὑπὸ βγδ καὶ τοῦ ἀπὸ γζ. ego legendum puto. τουτέστι τοῦ ὑπὸ βδγ, καὶ τοῦ ἀπὸ γζ.*

E Reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC.] *Græcus codex τῷ ὑπὸ τῶν αδε. sed legendum. τῷ ὑπὸ τῶν αεδ.*

THEOREMA XXII. PROPOS. XXV.

LEMMA V. A His præmonstratis ostendendum est si rectangulum ABC æquale sit rectangulo DBE, vt DB ad BE, ita esse rectangulum ADC ad AEC rectangulum.

Ponatur ipsi CE æqualis FA. Quoniam igitur rectangulum ABC æquale est
B rectangulo DBE, commune apponatur rectangulum FBE ergo totum rectangu-
C lum ex DF BE æquale est rectangulo FBE & rectangulo ABC. hæc autem ex an-
D tecedenti æqualia sunt rectangulo FCE, hoc est rectangulo AEC. assumatur extrinsecus rectangulum FDE. ergo ut rectangulum FDE ad rectangulum ex FD
E F BE, videlicet ut DE ad EB, ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC. & componendo ut DB ad BE, ita rectangulum FDE vna cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC. sed rectangulum FDE vna cum rectangulo AEC æquale est rectangulo ADC ex antecedente: ut igitur DB ad BE, ita rectangulum ADC ad rectangulum AEC.

COM-

COMMENTARIVS.

Vt DB ad BE, ita esse rectangulum ADC ad AEC rectangulum] *Græcus codex* A *γίνεται ὡς ἡ δβ πρὸς βγ. sed legendum πρὸς βε.*

Ergo totum rectangulum ex DF BE æquale est rectangulo FBE, & rectangulo B ABC] *Rectangulum enim ex DF BE, æquale est duobus rectangulis DBE, & FBE ex prima secundi elementorum. Græcus codex. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζβ ἴσον ἐστὶ τότε &c. legendum autem est ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζ, βε ἴσον ἐστὶ τῷ τε &c.*

Hæc autem ex antecedenti æqualia sunt rectangulo FCE] *ex 23. huius.* C

Hoc est rectangulo AEC] *Quoniam enim FA facta est æqualis CE, si addatur utrique* D *communis AC, erit FC æqualis AE, & ideo ex prima sexti elementorum rectangulum FCE rectangulo AEC est æquale.*

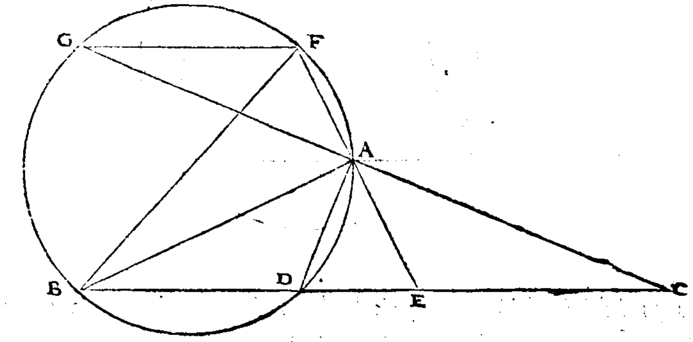
Videlicet ut DE ad EB] *ex prima sexti elementorum.* E

Ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC, & componendo, ut DB ad BE, ita F rectangulum FDE una cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC. Sed rectangulũ FDE una cum rectangulo AEC æquale est rectangulo ADC ex antecedente] *Hunc locum ita restituendum censuimus. In Græco enim codice sic legebatur οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ. sed forte ita restituetur. οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ζδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ. συνθέντι ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βε, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδγ.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

LEM. VI

Si sit triangulum ABC, & duæ rectæ lineæ ducantur, vt AD AE, ita ut anguli BAC DAE duobus rectis sint æquales; erit ut rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.



A Sit. n. circa triãgulũ ABD circulũ describamus, & lineas EA CA producamus ad pũcta FG, transferetur rectãgulũ quidẽ
B BCD ad rectangulũ GCA, rectangulũ vero BED ad rectãgulũ FEA, & oportebit
C permutãdo quærere, si est rectãgulũ GCA ad quadratũ ex CA, ita rectangulũ FEA ad quadratũ ex EA. hoc autẽ idẽ est, ac
D si quæratur, si est ut GC ad CA, ita FE ad EA. si igitur GF parallela ẽ ipsi BC, erit ut
E GC ad CA, ita FE ad EA. parallela est autem. Quoniam enim anguli BAC DAE

 duobus

F G duobus rectis sunt æquales, erit DAE angulus æqualis ipsi BAG. Sed angulus quidē
H DAE est ęqualis angulo FBD extra quadrilaterum; angulus uero BAG æqualis angu
K lo BFG. angulus igitur FBD angulo BFG ęqualis erit. & sunt alterni. ergo GF parallela est ipsi BC. hoc autem est quod quęrebatur.

COMMENTARIVS.

A Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulū vero BED ad rectangulum FEA] *Hoc est rectangulum GCA erit loco rectanguli BCD, ut pote ipsi ęquale, & rectangulum FEA loco rectanguli BED ex 36. tertii elem.*

B Et oportebit permutandó quærere, si est vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita rectangulum FEA ad quadratum ex EA] *Si n. hoc demonstratum fuerit, sequetur permutando ut rectangulum GCA ad rectangulum FEA, hoc est ut rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE, quod demonstrare oportet. Gręcus codex* καὶ δεικθήσεται ἐναλλὰξ ζητῆσαι ὡς τὸ ὑπὸ τον η γ α. *ego legendum arbitror,* καὶ δεικθήσεται ἐναλλὰξ ζητῆσαι εἰ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τὸν η γ α.

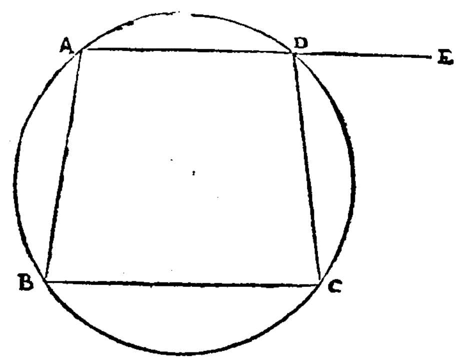
C Hoc autem idem est, ac si quæratur, si est ut GC ad CA, ita FE ad EA] *vt enim rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita GC ad CA: & ut rectangulum FEA ad quadratum ex EA, ita FE ad EA ex prima sexti elementorum.*

D Si igitur GF parallela est ipsi BC, erit ut GC ad CA, ita FE ad EA] *Fient. n. triangula AFG AEC inter se similia. quare ut GA ad AF, ita erit CA ad AE, & permutando ut GA ad AC, ita FA ad AE, componendoque ut GC ad CA, ita FE ad EA.*

E Erit ut GC ad CA, ita FE ad EA] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erāt. quare ita legendum erit.* ἢ ἄρα ἐστὶν ἡ ηζ παράλληλος τῇ βγ γίνεται ὡς η γ πρὸς τὴν γα οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν εα. ἔστι δέ.

F Erit DAE angulus æqualis ipsi BAG] *Sunt enim & anguli GAB BAC æquales duobus rectis. ergo dempto communi angulo BAC, erit reliquus DAE reliquo BAG æqualis*

G Sed angulus quidem DAE est æqualis angulo FBD extra quadrilaterum] *Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus sit quadrilaterum ABCD in circulo descriptum, & AD ad E producatur. Dico angulum CDE angulo ABC æqualem esse.*



Sunt. n. anguli ABC ADC oppositis duobus rectis æquales ex 22. tertii element. sed & anguli ADC CDE sunt æquales duobus rectis. dempto igitur communi angulo ADC, relinquetur angulus CDE angulo ABC æqualis. Eodem modo in reliquis angulis demonstratio fiet.

H Angulus uero BAG æqualis angulo BFG] *Ex 21. tertii elementorum.*

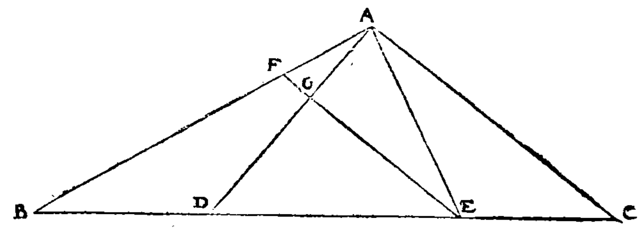
K Et sunt alterni. ergo GF parallela est ipsi BC.] *ex 27. primi elementorum. Græcus codex* καὶ εἰσὶν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστιν &c. *legendum* καὶ εἰσὶν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστιν.

THEO-

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXVII.

ALITER. LEM. VII.

A Sint in triangulo ABC anguli BAC DAE duobus rectis ęquales. Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE.



B Ducatur per E ipsi AC parallela EF. æqualis igitur ē angulus DAE angulo AFE
C & propterea rectangulum FEG quadrato ex AE est æquale. Itaque quoniam vt AC
D ad FE, ita est CB ad BE. Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE, erit proportio composi
E F ta ex CA ad FE, & ex CA ad GE eadem, quæ componitur ex CB ad BE, & ex CD ad
G DE. Sed proportio composita ex CA ad FE, & ex CA ad GE est quadrati ex CA ad rectangulum FEG, hoc est ad quadratum ex AE. composita uero ex proportione CB ad BE, & ex proportione CD ad DE eadē est, quæ rectanguli CBE ad CDE rectangulum. est igitur ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.

COMMENTARIVS.

A Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γ β δ πρὸς τὸ ὑπὸ βεδ *sed legendum est* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γ β ε πρὸς τὸ ὑπὸ γ δ ε, *ut ex conclusione apparet.*

B Aequalis igitur est angulus DAE angulo AFE] *Anguli enim BAC DAE sunt ęquales duobus rectis, ut posuimus. Sed & anguli BAC AFE æquales sunt duobus rectis ex 29. primi elem. quare sublato communi angulo BAC, relinquitur angulus DAE ipsi AFE ęqualis.*

C Et propterea rectangulum FEG quadrato ex AE est æquale] *Quoniam. n. trianguli AGE angulus GAE est æqualis angulo AFE trianguli FAE, & angulus AEF est utrique communis: erit & reliquus reliquo æquales triangulumque triangulo simile. quare ut FE ad EA, ita est AE ad EG. rectangulum igitur FEG quadrato ex AE æquale erit.*

D Itaque qm̄ ut AC ad FE ita est CB ad BE.] *Ob triangulorū ABC FBE similitudinem.*

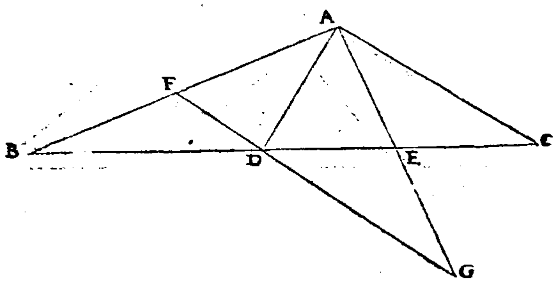
E Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE] *Ob similitudinem triangulorum ADC GDE.*

F Erit proportio cōposita ex CA ad FE, & ex CA ad GE &c.] *Græcus codex* ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς γ α πρὸς ζε καὶ αὐτοῦ τῆς γδ πρὸς ηε. *scribēdū āt* καὶ τοῦ τῆς γα πρὸς ηε.

G Sed proportio composita ex CA ad FE, & ex CA ad GE est quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] Ex 23. *sexti elementorum.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM. VIII. Sit rursus vterque angulorum BAE CAD rectus. Dico ut rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



A Ducatur per D ipsi AC parallela FG, & in quo puncto conuenit cum AE sit
B G: rectus igitur est angulus ADF. Sed & rectus est FAG. ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale. & ut quadratum ex CA ad quadratum ex AD, ita quadratum ex CA ad FDG rectangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad rectangulum FDG composita est ex proportione, quam habet CA ad DG; hoc est
C CE ad ED, & ex proportione, quam CA habet ad FD, hoc est CB ad BD.
D proportio autem composita ex proportione CE ad ED, & ex proportione, CB ad BD eadem est, quę rectanguli BCE ad rectangulum BDE. Vt igitur rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

COMMENTARIVS.

A Rectus igitur est angulus ADF] *Ex 29. primi elementorum parallelæ enim sunt* AC *FG, & angulus* DAC *est rectus.*

B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale] *Ex 8. & 17. sexti elementorum.*

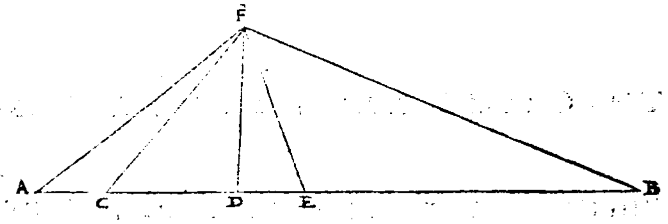
C Hoc est CE ad ED] *Ex 4. sexti ob similitudinem triangulorum* AEC DEG.

D Hoc est CB ad BD] *Similia enim sunt triangula* ABC FBD.

THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX.

Quod cum ita sit antedictum lemma aliter demonstrabimus. videlicet vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC. LEMM. IX. A



Erigatur a puncto *D* quæuis recta linea *DF*, & rectangulo A*D*C æquale ponatur quadratum ex DF; iunganturque AF CF EF, BF. Quoniam igitur rectangulum ADC æquale est quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A ęqualis. B
Rursus quoniam rectangulum BDE ęquale est quadrato ex *DF*, angulus DFE angulo B æqualis erit. Sed & angulus CFD æqualis est angulo A. totus igitur angulus CFE angulis AB est æqualis. anguli autem AB una cum angulo AFB duobus rectis æquales sunt. ergo & anguli AFB CFE sunt æquales duobus rectis. C
est igitur ob lemma pręcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum A*E*C. Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita est *BD* ad *DE*. Vt igitur *BD* ad *DE*, ita ABC rectangulum ad rectangulum A*E*C. D

COMMENTARIVS.

A Quod cum ita dictum sit ante dictum lemma aliter demonstrabimus] *Lemma illud demonstratum est in 22. huius. Sit enim recta linea* AB, *in qua sumantur tria puncta* CDE, *ut sit rectangulum* ADC *ęquale rectangulo* BDE. *erit ut* BD *ad* DE, *ita rectangulum* ABC *ad* AEC *rectangulum.*

B Quoniam igitur rectangulum ADC ęquale est quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A æqualis.] *Est enim ex 14. sexti elementorum, ut* AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DC. *quare triangulum* ADF *simile est triangulo* FDC; *quod angulus* CDF *sit utrique communis, & circa ipsam latera proportionalia. angulus igitur* CFD *angulo* DAF *æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum* DFE *angulo* DBF *esse ęqualem*

Est

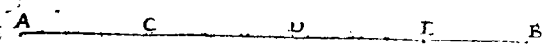
C Est igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *ex 26 huius.*

D Sed ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita est BD ad DE] *Quoniam enim*
4.sexti. *triangulum BDF simile est triangulo FDE, erit ut BD ad DF, ita FD ad DE & ideo ut pri-*
coro.20. sexti. *ma ad tertiam, ita quadratum primę ad secundę quadratum, hoc est vt BD ad DE, ita qua-*
dratum ex BD ad quadratum ex DF. sed rursus ut BD ad DF, ita BF ad FE ob similitudi-
4.sexti. *nem eorundem triangulorum BDF FDE & ut quadratum ex BD ad quadratum ex DF, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. ergo ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita BD ad DE. Græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζε, οὕτως ἐστὶν ἡ βδ πρὸς δε. *post quæ hęc leguntur.* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ βδε τῷ ἀπὸ δζ. *quæ omnino delenda sunt. non enim illud ex ante dictis sequitur, quod in principio ponebatur.*

LEMMA vtile ad secundum præceptum eiusdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXX.

LEMMA. X. Rursus cum æquale sit rectangulum ADE rectangulo BDC, ostendendum est ut BD ad DC, ita esse ABE rectangulum ad rectangulum ECA.



A B C D E Quoniam enim est ut BD ad DE, ita AD ad DC, erit tota BA ad totam CE, vt BD ad DE. Rursus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam AC, ut ED ad DC. erat autem & ut BD ad DE, ita AB ad CE. ergo proportio composita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quam ED habet ad DC,
23.sexti. quæ quidem est proportio BD DC, eadem est, quæ componitur ex proportione
F AB ad CE, & proportione OB ad AC: quæ est proportio rectanguli ABE ad rectangulum ECA. ut igitur BD ad DC, ita erit rectangulum ABE ad OCA rectangulum. quod demonstrare oportebat.

B ALITER.

14.sexti. Quoniam est ut AD ad DB, ita CD ad DE, erit reliqua AC ad reliquam EB, ut
19.quinti AD ad DB: & componendo ut utræque AC EB ad EB, ita AB ad BD. rectãgulum
16.sexti. igitur, quod continetur utrisque AC EB, & BD æquale est rectangulo ABE. Rur
G sus quoniam ut BD ad DA, ita est ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam CA, ut ED ad DC. & componendo, ut utræque CB AC ad AC, ita EC ad CD. ergo rectangulum, quod utrisque EB AC, & CD continetur, rectangulo ECA est equa
H le. Ostensum autem est rectangulum contentum utrisque AC EB, & BD æquale esse rectangulo ABE. ut igitur rectangulum contentum utrisque AC EB, & BD ad

ad contentum vtrisque AC EB, & CD, hoc est vt BD ad DC, ita est rectangulũ ABE ad rectangulum ECA. quod ostendere oportebat.

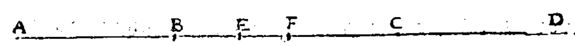
COMMENTARIVS.

Quoniam enim est, ut BD ad DE, ita AD ad DC] *Ex 14. sexti elementorum.* A
Erit tota BA ad totam CE, ut BD ad DE] *ex 12. quinti elementorum.* B
Rursus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC] *ex 14. sexti elementorum.* C
Erit reliqua BE ad reliquam AC, ut ED ad DC] *ex 19. quinti elementorum.* D
Ergo proportio composita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quã ED habet ad DC, qua quidem est proportio BD ad DC] *Proportio enim composita ex proportione BD ad DE, & ex proportione ED ad DC, est proportio rectanguli BDE ad rectangulum CDE, hoc est BD ad DC.* E
Vt igitur BD ad DG] *Græcus codex* ἐστιν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δε. *legendum autem videtur.* ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. F
Erit reliqua BE ad reliquam CA, vt ED ad DC] *Grecus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ βε πρὸς λοιπὴν τὴν γα ἐστὶν ὡς εἷς τῶν λόγων ὡς ἡ εδ πρὸς τὴν δγ *Sed nos uerba illa* ὡς εἷς τῶν λόγων *consulto omisimus tamquam superuacanea, & ab aliquo addita.* G
Ostensum autem est rectangulum contentum vtrisque AC EB, & BD æquale esse rectangulo ABE. Vt igitur rectangulum contentum vtrisque AC EB, & BD ad contentum, &c.] *In Greco codice hæc desiderantur.* ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αβε. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αγ εβ, καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ &c. H

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

ALITER.

LEMM. XII. Hoc autem ostenso sit AB æqualis CD, & sumatur punctum aliquod E. Ostendendum est rectangulum AED rectangulo ACD, & rectangulo BEC æquale esse.

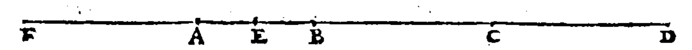


Secetur BC bifariam in puncto F. erit rectangulum AED una cum quadrato ex EF æquale quadrato ex DF: rectangulum autem ACD una cum quadrato ex CF est æquale ei quod fit ex DF quadrato. ergo rectangulum AED una cum qua-

quadrato ex EF æquale est rectangulo ACD vna cum quadrato *ex CF*; hoc est una cum rectangulo BEC & quadrato ex *EF*. commune auferatur quod fit ex EF quadratum. reliquum igitur rectangulum *AED* rectangulo *A*CD & rectangulo BEC æquale erit.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXXII.

LEMMA. XIII. Hoc demonstrato sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. Dico ut DB ad BE, ita esse ADC rectangulum
A ad rectangulum AEC.
B



Ponatur ipsi CD æqualis AF, erit ob antecedens rectangulum F*B*D æquale rectangulo FCD, & rectangulo ABC. Quoniam autem rectangulum *A*BC rectan-
C gulo *D*BE est æquale, quodcumque eorum auferatur a rectangulo F*BD*, reliquum
D E erit rectangulum F*CD*, hoc est *AD*C æquale rectangulo ex D*B* & FE. Rursus quo-
F niam rectangulum *A*BC est æquale rectangulo *D*BE, erit ob proportionem, & di-
G uidendo vt *A*E ad E*B*, ita *D*C ad CB, hoc est FA ad BC. tota igitur FE ad totā EC
16.sexti. est ut AE ad *E*B, & propterea rectangulum FEB est æquale rectangulo C*E*A. ostē-
sum autem est rectangulum ex F*E* & *BD* æquale rectangulo AD*C*. quare permu-
1.sexti. tando ut rectangulum ex FE & BD ad rectangulum FEB, hoc est, vt *D*B ad BE, ita rectangulum ADC ad A*E*C rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit rectangulum *A*BC æquale rectangulo DBE] *Græcus codex* ἐςω τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν δβ. *legendum autem.* τῷ ὑπὸ τῶν βδε

B Dico ut *D*B ad BE, ita esse A*D*C rectangulum ad rectangulum AFC.] *Græcus codex* ὅπι ἐςίν τ οὕτω τό ὑπό αεδ. *sed scribendum* οὕτω τό ὑπό τῶν αδγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεF.

C Quodcumque eorum auferatur a rectangulo F*BD*, reliquum erit rectangulum FCD] *Demonstratum etenim est rectangulum FBD æquale duobus rectangulis, uidelicet rectangulo* ABC, *&* *rectangulo* FC*D*.

D Hoc est A*D*C] *quippe cum* AF *posita sit æqualis ipsi CD*.

E Aequalis rectangulo ex *D*B & FE] *Nam rectangulum FBD ex prima secundi est æquale duobus rectangulis, rectangulo scilicet ex* DB *&* FE *&* *rectangulo* DBE. *quare*

re

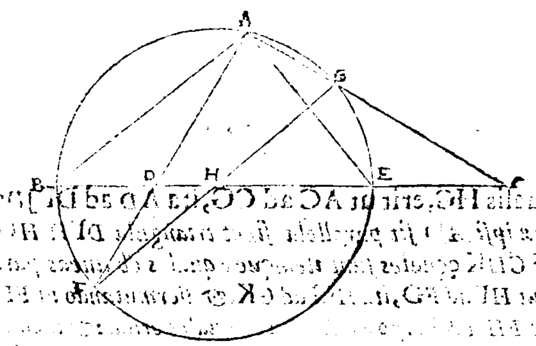
re ablato rectangulo DB*E relinquetur rectangulum ex D*B *&* FE. *rectangulum igitur* FCD, *hoc est A*DC *rectangulo ex* DB *&* F*E æquale erit.*

F Erit ob proportionem, & diuidendo vt AE ad EB, ita DC ad CB] *Est enim ut AB ad* BE, *ita* DB *ad* BC, *quare diuidendo ut AE ad EB, ita* DC *ad* CB.

G Tota igitur FE ad totam AC est vt AE ad EB] *Ex 12. quinti.*

THEOREMA XXX. PROPOS. XXXIII.

A Hoc præmisso idem aliter demonstrabitur.
B Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE,
LEMM. XIIII quæ utrumque angulorum BAE CAD rectum efficiant, Dico ut rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



C Describatur circa ABE triangulū circulus AB*F*G, & FG iungatur. Quoniā igitur
D rectus est uterque angulorū BAE CAD, erit utraque BE FG circuli diameter. quare
E centrum eius est punctum H. & cum FH sit ęqualis HG, erit ut AC ad CG, ita *AD* ad
DF: & conuertendo. sed ut GC ad CA, ita est rectangulum ACG ad quadratum ex
F CA, hoc est rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & ut FD ad D*A*, ita
G rectangulum FD*A* ad quadratum ex *D*A, hoc est rectangulum B*D*E ad quadratum ex *DA*, permutando igitur ut BC*E* rectangulum ad rectangulum B*D*E, ita erit quadratum ex C*A* ad quadratum ex AD.

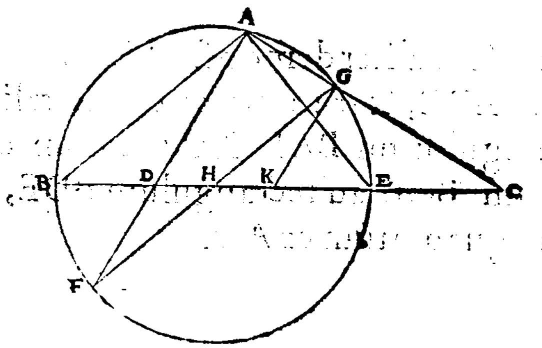
COMMENTARIVS.

A Hoc præmisso idem aliter demonstrabitur.] *Hoc scilicet quod sequitur.*

B Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE, quæ utrumque angulorum BA*E* C*A*D rectum efficiant.] *Oportet autem angulum* BA*C obtusum esse alioqui, quod proponitur fieri non posset.*

C Describatur circa ABE triangulum circulus ABFG] *Hoc est circa triangulum ADE describatur circulus, & producta AD ipsum in puncto F secet; recta vero linea AC secet in G.*

D Erit vtraque BE FG circuli diameter] *ex 31. tertii elementorum.*



E Et cum FH sit æqualis HG, erit ut AC ad CG, ita AD ad DF] *Ducatur a puncto G ad BE recta linea GK, quæ ipsi AD sit parallela. fient triangula DFH HGK inter se similia; anguli. n. ad uerticẽ DHF GHK ęquales sunt. itemque æquales ob lineas parallelas DFH HGK, & HDF HKG. quare ut HF ad FD, ita HG ad GK. & permutando ut FH ad HG, ita DF ad GK. sunt autem ęquales FH HG ergo & DF GK æquales erunt: & ideo ut AD ad GK, ita AD ad DF. Sed ut AC ad CG, ita AD ad GK ob triangulorum ACD GCK similitudinem: vt igitur AC ad CG, ita AD ad DF.*

F Hoc est rectangulum BCE ad quadratum ex CA] *Ex 36. tertii elementorum.*

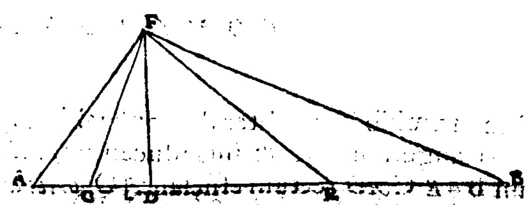
G Hoc est rectangulum BDE ad quadratum ex DA] *Ex 35. eiusdem.*

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIIII.

LEMM. XV. Quod cum ita sit, antedictum lemma aliter demonstrabitur videlicet vt BD ad DC, ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE.

A Erigatur a puncto D ipsi AB ad rectos angulos DF, & alterutri rectangulorum ADE BDC æquale ponatur quadratum DF, & AF FC FE

B FB iungantur. erit uterque angu-



lorum AFE CFB rectus. quare ex antecedente sequitur, vt rectangulum ABE ad rectangulum ACE, hoc est ECA, ita esse quadratũ ex BF ad quadratum ex FC. vt C autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita est BD ad DC. ergo ut BD ad DC, ita est ABE rectangulum ad rectangulum ACE.

COMMENTARIVS.

Quod cum ita sit antedictum lemma aliter demonstrabitur] Hoc est 32. *huius. Sit enim recta linea AB, in qua sumantur tria puncta* CDE, *ita ut rectangulum ADE sit æquale rectangulo BDC. Dico ut BD ad DC, ita esse rectangulum* ABE *ad* ACE *rectangulum. Græcus codex* οὕτω τὸ ὑπὸ α β γ πρός τὸ ὑπὸ α γ ε. *sed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν α β ε πρὸς τό ὑπὸ α γ ε A

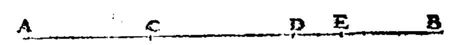
Erit vterque angulorum AFE CFB rectus] *Ex conuersa octauæ sexti elementorum.* B

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita est BD ad DC] *Sunt. n. tres rectæ lineæ proportionales* BD DF DC. *quare ex corollario 20. sexti, ut quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita est* BD *ad* DC. *Sed ut* BD *ad* DF, *ita est* BF, *ad* FC *ob triãgulorũ* BDF BF *similitudinẽ & ob id ut quadratum ex* BD *ad quadratum ex DF, ita quadratũ ex BF ad quadratum ex* FC. *vt igitur quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FC, *ita erit* BD *ad* DC. C

IN PRIMVM præceptum sexti problematis.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

Sit recta linea AB; & in ipsa tria puncta CDE, sitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEMM. XVI.

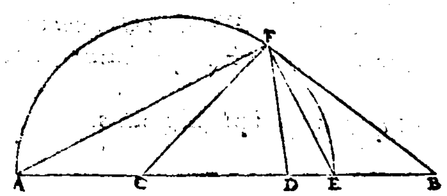


Quoniam enim rectangulum ABE est æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, vt excessus ipsarum ACDE ad AC, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod continetur excessu ipsarũ AC DE, & AB est æquale rectangulo DAC. Rursus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BE, erit diuidendo ut excessus AC DE ad DE, ita CE ad EB. quod igitur continetur excessu ACDE & EB rectangulo CED est æquale. ostensum autẽ est rectangulum contentum excessu AC DE & AB æquale rectãgulo DAC. ergo permutando ut rectangulum contentum excessu AC DE & AB ad contentũ excessu AC DE & EB, hoc est ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. A B C

ALITER per coniunctam proportionem.

D Quoniam est ut AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CE ut AB ad BC. Rursus quoniam ut AB ad BD, ita CB ad BE, reliqua AC ad DE reliquam est ut CB ad BE. quare proportio composita ex proportione AB ad BC, & proportione CB ad BE, quæ quidem est proportio AB ad BE, eadem est, quæ componitur ex proportione AD ad CE, & AC ad DE, quæ est rectanguli
B DAC ad rectangulum CED.

ALITER.



LEMM. VIII.

E Describatur in recta linea AE semicirculus AFE, & ducatur contingens BF, iun-
F G ganturque AF CF DF EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, se-
H cat autem BA, rectangulum ABE æquale est quadrato ex BF. Sed rectangulum
K ABE rectangulo CBD æquale ponitur. ergo rectangulum CBD quadrato ex BF
L M æquale erit. & ideo BFD angulus æqualis est angulo BCF. quorum angulus BFE
N O est æqualis ipsi FAC. reliquus igitur DFE reliquo AFC est æqualis. ergo ut recta-
P gulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE. ut igitur AB ad BE, ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CED.

COMMENTARIUS.

A Erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, ut excessus ipsarum AC DE ad AC, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum ABE æquale est rectangulo CBD, ut AB ad BC, ita est DB ad BE. ergo reliqua AD ad reliquam CE, ut AB ad BC: & per conuersionem rationis ut AD ad excessum ipsarum AD CE, hoc est ipsarum AC DE, ita BA ad AC: conuertendoque & permutando, ut excessus ipsarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. Græcus codex.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ εβ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αδ. *Sed legendum vide-*

videtur ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ εδ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν αβ.

Ergo rectangulum, quod continetur excessu AC DE & AB] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ εβ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ εδ. B

Rursus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BE] *Rursus enim cum rectangulum ABE rectangulo CBD sit æquale, erit ut AB ad BD, ita CB ad BE. ergo reliqua AC ad DE, est ut CB ad BE. Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εδ. *lege* ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν εδ. C

Aliter per coniunctam proportionem] *Græcus codex* ἄλλως τὸ αὐτὸν συνημμένου *ego legendum arbitror* ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τοῦ συνημμένου. D

Describatur in recta linea AE semicirculus AFE] *Maneant autem eadem, quæ supra, ut scilicet rectangulum ABE rectangulo CBD sit æquale.* E

Iunganturque AF CF DF EF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ δζ εζ. *Addendum* γζ. F

Secat autem BA] *Græcus codex* τέμνει δὲ ἡ βδ, *corrige* ἡ βα. G

Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε τῷ ὑπὸ γβδ. *lege* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε ἴσον τῷ ὑπὸ γβδ. H

Ergo rectangulum CBD] *Græcus codex*, καὶ τὸ ὑπὸ βγδ ἄρα. *Scribe* τὸ ὑπὸ γβδ. K

Et ideo BFD angulus est æqualis angulo BCF] *Quoniam enim rectangulum CBD est æquale quadrato ex BF, ut CB ad BF, ita erit FB ad BD. ergo triangulum CBF simile est triangulo FBD, & propterea angulus BFD angulo BCF est æqualis.* L

Quorum angulus BFE est æqualis ipsi FAC] *Rursus quoniam rectangulum ABE quadrato ex BF est æquale, ut AB ad BF, ita est FB ad BE. triangulum igitur ABF simile est triangulo FBE, & angulus FAB, hoc est FAC æqualis angulo BFE.* M

Reliquus igitur DFE reliquo AFC est æqualis] *Etenim angulus BCF exterior est æqualis utrisque interioribus, & oppositis CAF AFC. quare si ab angulo BCF auferatur CAF reliquus erit AFC angulus.* N

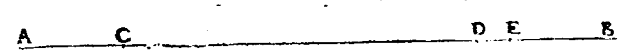
Ergo ut rectangulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE] *Ex 12. sexti libri huius.* O

Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE] *Est enim triangulum ABF simile triangulo FBE, ut demonstratum fuit. quare ut BA ad AF, ita est BF ad FE: & permutando ut AB ad BF, ita AF ad FE. ergo ut quadratum ex AB ad quadratum ex BF, ita est quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rursus ut AB ad BF, ita est FB ad BE. Ut igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc est ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita erit AB ad BE.* P

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

A LEMM. XIX.

Lemma utile ad primum præceptum primi problematis. Rursus cum rectangulum ABE æquale sit rectangulo CBD, ostendendum est ut CB ad BD, ita esse rectangulum ACE ad rectangulum ADE. B

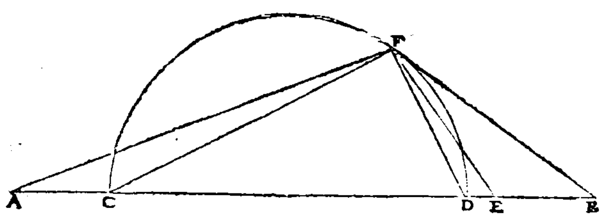


Quoniam enim ut AB ad BD, ita est CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam C

D quam DE, vt CB ad BE. Eadem ratione & reliqua AD ad CE reliquam erit ut DB
E ad BE. & conuertendo. proportio igitur composita ex proportione CB ad BE, &
F proportione EB ad BD, quæ quidem est proportio CB ad BD, eadem est, quæ com
ponitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CE ad AD, quæ est propor-
G tio rectanguli ACE ad rectangulum ADE. ergo ut CB ad BD, ita erit ACE rectã
gulum ad rectangulum ADE.

ALITER.

Quoniam ut AB ad BD, ita est CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, vt
LEMM. XX. CB ad BE, & per conuersionem rationis, vt AC ad excessum ipsarum AC DE, ita
CB ad CE. rectangulum igitur ACE est çquale ei, quod continetur excessu ipsa-
H rum AC DE & BC. Rursus quoniam reliqua AC ad reliquam DE, est ut AB ad
16.sexti. BD, erit diuidendo ut excessus AC DE ad DE, ita DA ad DB. ergo rectangulũ
K ADE est æquale rectangulo contento excessu AC DE & DB. vt igitur rectangu-
1.sexti. lum contentum excessu AC DE & BC ad contentum excessu AC DE & DB, hoc
est ut CB ad BD, ita ACE rectangulum ad rectangulum ADE.



ALITER.

LEMM. XXI. Describatur in recta linea CD semicirculus CFD. & ducatur contingens BF.
iunganturque AF CF DF EF. itaque cum rectangulum ABE æquale sit rectangu
L M lo CBD, rectangulum autem CBD æquale quadrato contingentis BF, & rectangu
36.tertii lum ABE quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE est æqualis
N angulo A. sed & totus angulus BFD æqualis est toti FCB. ergo reliquus EFD re-
O liquo AFC. ut igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulũ ACE
P Q ad ADE rectangulum. Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad
R BD. ergo ut CB ad BD, ita ACE rectangulum ad rectangulum ADE.

COMMENTARIVS.

Lemma utile ad primum præceptum primi problematis] *vereor ne locus corruptus sit. superius enim posuit lemmata utilia ad primum & secundum præceptum quinti problematis.*

Rur-

Rursus cum rectangulum ABE æquale sit rectangulo CBD] *Manentibus scilicet iisdem, quę supra.* B

Erit reliqua AC ad reliquam DE, ut CB ad BE.] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα &c. ἐστιν ὡς εἰς τῶν λοιπῶν, ὡς ἡ γβ πρός τὴν βε. C

Eadem ratione & reliqua AD ad CE reliquam erit ut DB ad BE, & conuertendo] *Rursus enim quoniam est, vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad CE, vt DB ad BE quare conuertendo ut CE ad AD ita EB ad BD.* D

Proportio igitur composita ex proportione CB ad BE] *Gręcus codex* ὥστε ὁ συνημμένος λοιπός. *corrige* λόγος. E

Quæ quidem est proportio CB ad BD] *Græcus codex* ὅς ἐστιν αὐτὸς τῷ τῆς γβ πρὸς τὴν βε. *lege* πρὸς τὴν βδ. F

Et ex proportione CE ad AD] *Græcus codex*.. καὶ ἡ βγ πρὸς τὴν βδ. *legendum est* καὶ ἡ γε πρὸς τὴν αδ. G

Vt AC ad excessum ipsarum AC DE, ita CB ad CE] *Græcus codex*. ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αδ γε ὑπεροχήν. *lege* πρὸς τὴν αγ δε ὑπεροχήν. H

Vt igitur rectangulum contentum excessu AC DE &c.] *Græcus codex hoc loco mancus est, in quo legitur* ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αβ γδ ὑπεροχῆς καὶ τῆς δβ *legendum autem* ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ δε ὑπεροχῆς καὶ τῆς βγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ δε ὑπεροχῆς καὶ τῆς δβ K

Et ducatur contingens BF] *Græcus codex* ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ γζ *scribendum* ἡ βζ. L

Iunganturque AF CF DF EF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ δζ. *Sed scribendum* αἱ αζ γζ δζ εζ. M

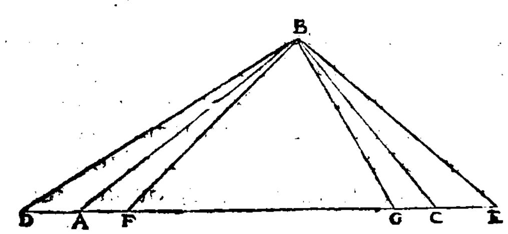
Angulus igitur BFE est æqualis angulo A] *Ob similitudinem triangulorum* ABF FBE. N

Sed & totus angulus BFD æqualis est toti FCB] *Ob similitudinem triangulorum* CBF FBD. O

Ergo reliquus EFD reliquo AFC] *Est enim angulus* FCB *æqualis utrisque interioribus & oppositis* CAF & AFC. P

Vt igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACE ad ADE rectangulum] *Illud autem hoc lemmate ostendemus.* Q

Sit triangulum orthogonium ABC rectum habens angulum ad B, & ex parte quidem A ducatur utcumque extra triangulum recta linea BD, ex parte autem C ducatur similiter extra triangulum recta BE, ita vt angulus CBE sit æqualis angulo DBA. Dico ut quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita esse rectangulum DAE ad rectangulum DCE.



Fiant rursus intra triangulum alij duo anguli prædictis ęquales, nempe ductis rectis lineis BF. BG, *videlicet angulus* ABF *ęqualis angulo* DBA, *& angulus* GBC *æqualis ipsi* CBE. *erit ex 12. sexti libri huius, ut quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita rectangu-*

lum

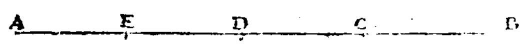
lum GAF ad rectangulum FCG. Et quoniam trianguli ABC angulus ad B rectus est, & angulus GBC est æqualis angulo CBF, erit ex iis, quæ nos demonstrauimus in commentariis in 51. sexti libri huius ut AE ad EC, ita AG ad GC, & eadem ratione, vt CD ad DA, ita CF ad FA. quare conuertendo erit ut AD ad DC, ita AF ad FC. proportio autem rectanguli GAF ad rectangulum FCG componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. Sed AF ad FC erat ut AD ad DC: & AG ad GC, ut AE ad EC. proportio igitur composita ex proportione AD ad DC, & proportione AE ad EC, quæ est rectãguli DAE ad rectãgulũ DCE, eadem est, quæ componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC quare rectangulum DAE ad rectangulum DCE est ut rectangulum GAF ad rectangulum FCG. sed rectangulum GAF ad rectangulum FGC est vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC. vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita est rectangulum DAE ad rectangulum DCE. quod demonstrandum proponebatur.

R Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD] *Est enim ob similitudinem triangulorum CBF FBD ut CF ad FD, ita CB ad BF: & ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BF. Rursus ut CB ad BF, ita BF ad BD. ergo ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, hoc est ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD.*

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVII.

LEMM. XXII.

A Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur duo puncta CD, sit autem vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.



B Ponatur ipsi CD æqualis DE. diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum
C CAE ad quadratum ex CD; hoc est ad rectangulum EDC. ut autem AC ad CB, ita sumpta communi altitudine AE, rectangulum CAE ad rectangulum, quod AE
D CB continetur. ergo ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulũ
9.quinti. CAE ad rectangulum contentum AE CB. rectangulum igitur contentum AE CB
E rectangulo EDC est æquale. quare ob proportionem componendoque ut AD ad
12.quĩti. DE, hoc est ad DC, ita erit DB ad BC, & tota AB ad totam BD, ut DB ad BC. ergo rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit autem vt AB ad BC] *Græcus codex corrigendus est, in quo legitur.* ἔστω δὲ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βδ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

Diui-

Diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc est ad rectangulum EDC] *Quoniam enim ut AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, ut AC ad CB, ita excessus, quo quadratum ex AD superat quadratũ ex DC ad ipsum quadratum ex DC. quadratum autem ex AD superat quadratum ex DC, hoc est quadratum ex DE, quadrato ex AE, & duplo rectanguli AED, hoc est rectangulo AEC. est enim ED æqualis DC. Sed quadrato ex AE & rectangulo AEC æquale est rectangulum CAE. Vt igitur AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc est ad rectangulum EDC. Græcus codex corruptus est, qui sic habet.* οὕτω τὸ ὑπὸ γδ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ. *corrige* οὕτω τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ἀπὸ γδ. B 4.secun. 3.secun.

Vt autem AC ad CB, ita sumpta communi altitudine AE, rectangulum, &c.] *Græcus codex.* οὕτως ἐστὶ κοινὸν ὕψος παραληφθείσης τῆς αε *sed forte legendum est.* οὕτως ἐστὶ κοινοῦ ὕψους παραληφθείσης τῆς αε. C

Ergo ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulum CAE ad rectãgulum contentum AE CB] *In Græco codice hæc desiderantur* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν γαε πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς αε γβ. D 9.quinti.

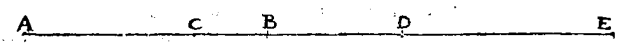
Quare ob proportionem, componendoque ut AD ad DE hoc est ad DC, ita erit DB ad BC.] *Quoniam. n. rectangulũ ex AE & CB est æquale rectangulo EDC, erit ut AE ad ED, ita DC ad CB: & componendo ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC.* E

Ergo rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD] *Ex 17. sexti elementorum. Græcus autem codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ βδ. *lege* τῷ ἀπὸ βδ. F

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVIII.

LEMM. XXIII.

Sit rursus vt AB ad BC, ita quadratũ ex AD ad quadratũ ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.



Ponatur ipsi CD æqualis DE. erit diuidendo ut AC ad CB, hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod EA BC continetur; ita EAC rectangulũ ad rectãgulũ CDE. rectangulũ igitur cõtẽtũ EA BC rectangulo CDE æquale erit. & ob proportioné, diuidẽdoq; vt AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC. ergo & reliqua AB ad BD reliquam est ut DB ad BC. rectangulũ igitur ABC quadrato ex BD est æquale. A B

COMMENTARIVS.

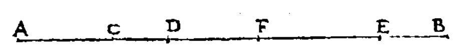
Erit diuidẽdo ut AC ad CB, hoc est ut rectangulũ EAC ad rectãgulũ quod EA BC continetur; ita EAC rectangulũ ad rectangulũ CDE] *Erit. n. diuidendo ut AC ad CB, hoc est ut rectangulum EAC ad rectangulum ex EA BC, ita excessus, quo quadratum ex AD excedit quadratum ex DC, hoc est EAC rectangulum ad quadratum ex DC, hoc est ad rectangulum CDE. quomodo autem hoc sequatur, nos proxime ostendimus.* A

Zz Et ob

B Et ob proportionem, diuidendoque ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC, ergo & reliqua AB ad BD reliquam, est ut DB ad BC.] *Est enim vt AE ad ED, ita DC ad CB: & diuidendo ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC. reliqua igitur AB ad reliquam BD est ut DB ad BC. Græcus autem codex corruptus ut opinor. ita enim habet.* οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γβ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γβ πρὸς λοιπὴν τὴν δβ ἐστιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ *Sed legendum puto.* οὕτως ἡ δβ πρὸς τὴν βγ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστιν ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

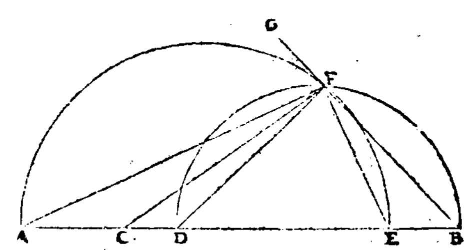
THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

LEMM. XXIIII. Sit recta linea AB, & in ipsa tria puncta CDE. Sit autem vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita esse quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE sit æquale. Vt igitur AF ad FD, ita est rectangulum BAE ad rectangulum BDE. est
C enim lemma in determinata sectione. sed vt rectangulum BAE ad rectangulū BDE, ita est quadratū ex AC ad quadratum ex CD. ergo & ut AF ad FD, ita quadratū ex
D AC ad quadratum ex CD. rectangulum igitur AFD, hoc est rectangulum BFE qua-
E drato ex FC est æquale. ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratū ex CE:
F Sed ut BF ad FE, ita est rectangulum ABD ad rectangulum AED. vt igitur rectāgulum ABD ad rectangulum AED ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

ALITER.



G Describantur in rectis lineis AE DB semicirculi AFE DFB: & iungātur AF FC
H FD FE FB. Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis sūt æquales, vt rectangulum

lum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod fit ex AF quadratum ad quadratum ex FD. Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo ut AC ad CD, ita est AF ad FD.
quare angulus AFD bifariam sectus est recta linea CF. At producta BF ad K L
punctum G, angulus DFE æqualis est angulo GFA. totus igitur EFC
angulus toti CFG est æqualis. ergo ut BC ad CE, ita est BF ad FE. & ut M
quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex N
FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangu- A
lo BFE sit æquale] *Secetur BD ad punctum F in proportionem eam, quam habet AB ad DE. ex 10. sexti elementorum, uel ex prima huius. & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim est vt tota AB ad totam DE, ita BF ad FD, erit reliqua AF ad reliquam FE, ut AB ad DE, hoc est vt BF ad FD. rectangulum igitur AFD rectangulo BFE est æquale.*

Vt igitur AF ad FD, ita est rectangulum BAE ad rectangulum BDE, est enim lem B
ma in determinata sectione] *videlicet ex 22. huius.*

Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex AC C
ad quadratum ex CD. Ex *positione. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βαε. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ βδε

Rectangulum igitur AFD, hoc est rectangulum BFE quadrato ex FC est æquale] D
Ex 37. huius.

Ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE] *Ex conuersa* E
38. huius.

Sed ut BF ad FE, ita est rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex* F
22. huius.

Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis sunt æquales] *Anguli enim* G
AFE DFB vtrique recti sunt, quod in semicirculo, & angulus DFB est æqualis duobus angulis DFE EFB. quare angulus AFE vna cum duobus angulis DFE EFB est æqualis duobus rectis. Sed angulus AFB est æqualis angulo AFE una cum angulo EFB. anguli igitur AFB DFE duobus rectis æquales sint necesse est.

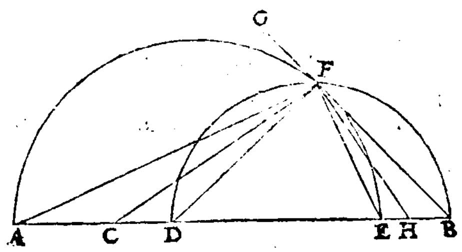
Vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AF H
ad quadratum ex FD] *Ex 26 huius. in Greco codice multa desiderantur, vt ita legendum sit.* ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτω τὸ ἀπὸ αζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζδ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτως νῦν τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ.

Quare angulus AFD bifariam sectus est recta linea FC] *Ex 3. sexti elementorum:* K

At producta BF ad punctum G angulus DFE æqualis est angulo GFA] L
Anguli enim AFB DFE duobus rectis sunt æquales, vt demonstratum est, sed & duobus rectis æquales sunt AFB AFG. quare dempto communi angulo AFB reliquus DFE reliquo GFA æqualis erit.

Ergo ut BC ad CE, ita BF ad FE] *Secetur angulus EFB recta linea FH. erit angulus*

EFH æqualis angulo AFC. est autem angulus AFE in semicirculo rectus, cui quidem æquales sunt duo anguli AFC CFE. Sed angulus EFH est æqualis ipsi AFG. ergo & duo anguli CFE EFH vni recto sunt æquales: ac propterea CFH angulus rectus est.



Itaque quoniam triangulum CFH orthogonium est, & angulus EFH est æqualis angulo HFB, erit ex iis, quæ nos demonstrauimus ad 51. sexti libri huius, ut CB ad BH, ita CE ad EH. & permutando, ut BC ad CE, ita BH ad HE. Sed ut BH ad HE, ita BF ad FE ex tertia sexti elementorum. Vt igitur BC ad CE, ita erit BF ad FE.

N Et vt quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratũ ex FE] *Grecus codex corruptus est, qui sic habet.* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ *&c. legendum autem* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ β γ. πρὸς τὸ ἀπὸ γ ε, οὕτω τὸ ἀπὸ β ζ πρὸς τὸ ἀπὸ β ζ.

O Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED] Ex 26 *huius.*

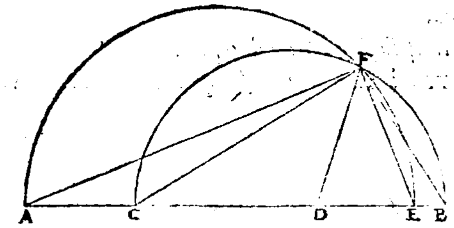
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XL.

LEMM. XXVI. Sit rursus ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE. Dico ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita esse quadratum ex AD ad quadratum ex DB.

A Sumatur rursus æqualitatis punctum F, ut rectangulum AFB rectangulo CFE
B fit æquale. est igitur vt CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.
C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id,
D quod fit ex DE quadratum. æquale igitur est rectangulum CFE, hoc est AFB qua-

quadrato ex FD. quare vt AF ad FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. Sed ut AF ad FB, ita est rectangulum EAC ad CBE rectangulum. est igitur ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. E F

ALITER.



Describantur circa AE CB semicirculi AFE CFB, & iungantur AF CF DF EF BF. erit angulus AFC angulo EFB æqualis. est igitur ut rectangulum ACB ad re- G
ctangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE. Vt autem rectan- H
gulum ACB ad rectangulum AEB, sic erat quadratum ex CD ad quadratum ex DE. ergo & ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita quadratum ex CF
ad quadratum ex FE. æqualis igitur est angulus CFD angulo DFE. Sed & an- K
gulus AFE æqualis est angulo BFE. ergo totus AFD angulus toti BFD
est æqualis. ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita qua- L
dratum ex AD ad quadratum ex DB. Vt autem quadratum ex AF ad M
quadratum ex FB, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE. ergo ut rectangulum EAC ad CBE rectangulum, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIVS.

Sumatur rursus æqualitatis punctum F, ut rectangulum AFB rectangulo CFE A
fit æquale] *Sumatur inter AC punctum G, ita ut GC sit ęqualis ipsi EB: fiatque ut AG ad GC, ita AE ad EF. & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim est ut AG ad GC, ita AE ad EF, erit componendo ut AC ad CG, hoc est ad EB, ita AF ad FE. ergo reliqua CF ad FB erit ut AF ad FE, ac propterea rectangulum AFB rectangulo CFE est æquale.*

Est igitur ut CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.] *Quo-* B
niam enim rectangulum AFB est æquale rectangulo CFE, ut AF ad FE, ita est CF ad FB. ergo reliqua AC ad reliquam BE est vt AF ad FE, videlicet ut CF ad FB: & per conuersionem rationis ut AC ad excessum ipsarum AC BE, hoc est ad AG, ita FC ad CB, conuertendoque ut GA ad AC, ita BC ad CF. rectangulum igitur contentum AG CF est æquale rectangulo ACB. Rursus quoniam ut AC ad BE, ita est AF ad FE, erit diuidendo ut AG ad BE, ita AE ad EF. ergo rectangulum contentum AG EF est æquale rectangulo AEB. erat autem rectangulum contentum AG CF æquale rectangulo ACB. quare ut rectangulum contentum AG CF ad rectan-

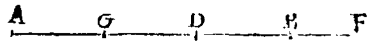
rectangulum ACB, *ita contentum* AG EF *ad rectangulum* AEB: & *permutando ut rectangulum contentum* AG CF *ad contentum* AG EF, *hoc est ut* CF *ad* FE, *ita rectangulum* ACB *ad rectangulum* AEB.

C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratũ ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum] *ita enim ponitur ex quibus constat ut* CF *ad* FE, *ita esse quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE.

D Aequale igitur est rectangulum CFE, hoc est rectangulum AFB quadrato ex FD] *Quoniam enim in recta linea* CF *sumuntur duo puncta* D E, *estque ut* CF *ad* FE, *ita quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE; *erit ex* 37. *huius rectangulum* CEF, *quadrato ex* FD *æquale*:

E Quare ut AF ad FB, ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB] *hoc nos sequẽti lemmate demonstrabimus.*

Sit recta linea AF, *&* *in ipsa sumantur duo puncta* D B, *sitque ut rectangulum* AFB *quadrato ex* FD *æquale. Dico vt* AF *ad* FB, *ita esse quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.



Ponatur ipsi BD *æqualis* DG. *&* *quoniam rectangulum* AFB *est æquale quadrato ex* FD,

14. sexti. *vt* AF *ad* FD, *ita erit* DF *ad* FB, *&* *diuidendo ut* AD *ad* DF, *ita* DB *ad* BF. *permutandoque vt* AD *ad* DB, *hoc est ad* DG, *ita* DF *ad* FB, *&* *rursus diuidendo, vt* AG *ad* GD; *ita*

16. sexti. DB *ad* BF. *rectangulum igitur contentum* AG BF *est æquale rectangulo* GDB. *quare ut re-*

9. quinti. *ctangulum* BAG *ad rectangulum contentum* AG BF, *ita rectangulum* BAG *ad* GDB *rectan-*

1. sexti. *gulum. Sed ut rectangulum* BAG *ad contentum* AG BF, *ita est* AB *ad* BF. *vt igitur* AB *ad* BF, *ita* BAG *rectangulum ad rectangulum* GDB, *hoc est ad quadratum ex* GD, *est enim*

3. secũdi. GD *ipsi* DB *æqualis, &* *rectangulo quidem* BAG *est æquale quadratum ex* AG *una cum rectangulo* AGB: *rectangulo autem* AGB *æquale est duplum rectanguli* AGD. *ergo ut* AB *ad* BF, *ita quadratum ex* AG *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG *&* *cõponendo ut* AF *ad* FB, *ita quadrata ex* AG GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadra-*

4. secũdi. *tũ ex* DG. *quadratis autem ex* AG GD *una cum duplo rectãguli* AGD *æquale est quadratum ex* AD. *vt igitur* AF *ad* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DG *hoc est ad quadratum ex* DB.

F Sed ut AF ad FB, ita est rectangulum EAC ad CBE rectangulum] *Ex* 35. *huius. etenim in recta linea* AF *sumuntur tria puncta* CEB, *atque est rectangulum* AFB *æquale rectangulo* CFE.

G Erit angulus AFC angulo EFB æqualis] *est enim rectus angulus* AFF *æqualis recto* CFB. *quare dempto communi angulo* CFE, *reliquus* AFC *reliquo* EFB *æqualis erit.*

H Est igitur ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE] *ex demonstratis a nobis ad* 36. *huius.*

K Aequalis igitur est angulus CFD angulo DFE] *ex* 3. *sexti elementorum. sequitur enim ex ante dictis, &* 22. *sexti vt* CD *ad* DE, *ita esse* CF *ad* FE.

L Ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD

3. sexti. ad quadratum ex DB.] *Quoniam enim angulus* AFD *est æqualis angulo* BFD, *ut* AD *ad* DB, *ita est* AF *ad* FB. *quare ex* 22. *sexti ut quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.

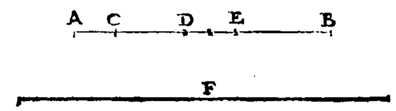
M Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE.] *Ex* 12. *sexti libri huius.*

LEM.

LEMMATA in Secundum librum de determinata sectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria pnncta CDE, ita LEM. I.
vt rectangulum ADC sit æquale rectangulo BDE: & vtrisque AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum A
quidem FAD rectangulo BAE çquale esse. rectangulum autẽ B
FCD çquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale.



Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob propor- C
tionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque ut BC AE, hoc est F ad
AE, ita BA ad AD. rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE. Rur- D
sus quoniam tota AE ad totam CB, est ut ED ad DC, erit componendo ut utraque E
AE CB ad CB, hoc est ut F ad CB, ita CE ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, ut dictum est. F

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale esse] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαθ ἴσον τὸ ὑπὸ βαε. *sed legendum.* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ. A

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] *Græcus codex corruptus est, & in eo multa desiderari videntur. qui sic habet.* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αβγ τὸ δὲ ὑπὸ ζδε τῷ ὑπὸ αεγ *legendum autem erit, vt opinor,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ βγε, τὸ δὲ ὑπὸ ζβδ τῷ ὑπὸ αβγ, τὸ δὲ ὑπὸ ζεδ τῷ ὑπὸ αεγ.

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob proportionem, & conuertendo & tota ad totam, componendoque vt BC AE hoc est F ad AE, ita BA ad AD] *Nam cum rectangulum* ADC *çquale sit rectangulo* BDE, *erit ut* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DC, *&* *conuertendo, ut* ED *ad* DA, *ita* CD *ad* DB, B

com-

componendoque vt EA ad AD, ita CB ad BD, permutandoque & conuertendo vt BC ad AE ita BD ad DA, & rursus componendo vt BC AE hoc est F ad AE, ita BA ad AD. Græcus codex, ἐπεὶ γάρ τὸ ὑπὸ τῶν αδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε. sed legendum. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ.

D Rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE] Ex 16. sexti libri elementorum. Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζαδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βδε. lege ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βαε.

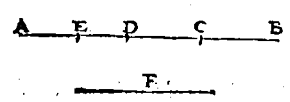
E Rursus quoniam tota AE ad totam CB est vt ED ad DC] Quoniam ut EA ad AD, ita CB ad BD, & permutando ut AE ad CB, hoc est ut tota ad totam, ita AD ad DB, hoc est ita pars ad partem, erit & reliqua ED ad reliquam DC, vt tota AE ad totam CB. Græcus codex ὡς ἡ εδ πρὸς τὴν αγ. lege πρὸς τὴν δγ.

19.quinti.

F Eodem modo & in reliquis] Rursus quoniam vt AE ad BC, ita AD ad DB, & componendo vt AE BC, hoc est F ad BC, ita AB ad BD; rectangulum FBD æquale est rectangulo ABC. Denique quoniam vt tota BC ad totam AE, ita BD ad DA, erit reliqua CD ad reliquam DE, vt tota BC ad totam AE: & componendo ut BC AE, hoc est F ad AE, ita CE ad ED. rectangulum igitur FED rectangulo AEC est æquale.

THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXXII.

LEMM. II. Sit rursus nunc rectangulum ADC ęquale rectangulo BDE, A & vtrisque AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rursus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale B rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, ęquale; rectangulumquè FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.



C Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AE CB ad AE, ita BA ad AD. vtręque igitur AE CB æquales sunt ipsi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale est rectangulo BAE. Rursus quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, erit reliqua AE ad reliquam CB, ut ED ad DC. quare componendo ut AE BC, hoc est ut F ad BC, ita D EC ad CD. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & E in duobus reliquis ostendemus. quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COM-

COMMENTARIVS.

Sit rursus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] Græcus codex. ἔστω πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν αγ δ ἴσον τῷ &c. lege. τὸ ὑπὸ τῶν αδγ. A

Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE æquale] Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur. τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαβ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βγε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c. legendum autem est τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βαε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βγε τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c. B

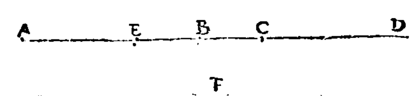
Quoniam enim rectangulum ADC ęquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque ut utręque AE CB ad AE, ita BA ad AD] Quoniam rectangulũ ADC æquale est rectangulo BDE, ut AD ad DB, ita erit ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA, ita CD ad DE. ergo reliqua CB ad AE reliquam ut BD ad DA, & componendo ut CB AE ad AE, ita BA ad AD. C D

Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] Græcus codex pro βγε mendose habet βεγ.

Eadem & in reliquis duobus ostendemus] Rursus. n. quoniam ut AD ad totam DB, ut ED ad DC, reliqua AE ad CB reliquam erit, ut AD ad DB: & componendo AE CB, hoc est F ad CB, ut AB ad BD. ergo rectangulum FBD est æquale rectangulo ABC. postremo quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA, ita CD ad DE, erit reliqua BC ad AE, ut CD ad DE. & componendo ut BC AE hoc est F ad AE, ita CE ad ED. ex quibus sequitur rectangulum FED rectangulo AEC æquale esse. E

THEOREMA XL. PROPOS. XLIII.

Sit autem punctum extra totam lineam, & sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE. Dico rursus si linearum AE CB excessui ęqualis ponatur F, quattuor fieri. videlicet rectangulũ quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum uero FCD ęquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectágulo ABC, & rectangulum FDE rectangulo AEC. LEMM. III. A B C



Quoniam. n. rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionẽ, & reliqua ad reliquam, & per conuersionem rationis, est igitur ut AE ad excessum linearum AE CB, ita DA ad AB; sed ipsarum AE CB excessus est F. ergo rectangulum FAD est æquale rectangulo BAE. Rursus quoniam reliqua AE ad reliquam BC est, ut ED ad DC, erit diuidendo, ut excessus linearum AE BC ad BC, ita EC ad CD. rectangulum igitur contentum excessu ipsarum AE BC & CD, hoc est rectangulum FCD est æquale rectangulo BCE. Eadem & in reliquis duobus ostendentur. fiunt igitur quattuor ea, quæ proponebantur. D * E

 COM-

COMMENTARIVS.

Sit autem punctum extra totam lineam] *Græcus codex* ἔςω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον. *fortasse autem legendum erit.* τὰ σημεῖα. *possunt enim extra totam lineam* AB *esse tria puncta* ECD, *itemque duo* CD.

B Et sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν δαγ τῷ ὑπὸ τῶν β δε. *ego legendum arbitror.* καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν αδγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε.

C Rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ β γ ε. *sed legendum* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζ Γ δ τῷ ὑπὸ β γ ε.

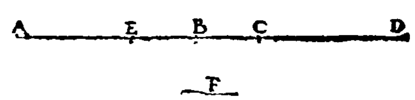
D Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuersionem rationis. est igitur ut AE ad excessum linearum AE CB, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum* ADC *æquale est rectangulo* BDE, *erit vt* AD *ad* DB, *ita* ED *ad* DC. *ergo reliqua* AE *ad* BC *reliquam est, vt* AD *ad* DB. *& per conuersionem rationis ut* AE *ad excessum ipsarum* AE BC, *ita* DA *ad* AB.

E Eadem & in reliquis duobus ostendentur] *Quoniam* AE *ad* BC *est vt* AD *ad* DB, *diuidendo excessus ipsarum* AE BC, *hoc est* F *ad* BC *erit ut* AB *ad* BD. *rectangulum igitur* FBD *est æquale rectangulo* ABC. *Rursus cum sit* AE *ad* BC, *ut* ED *ad* DC, *erit per conuersionem rationis, ut* AE *ad excessum* AE BC, *hoc est ad* F, *ita* DE *ad* EC, *& propterea rectangulum* FDE *rectangulo* AEC *æquale erit.*

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIIII.

LEMM. IIII. Hoc autem demonstrato facile inuenietur, quæ in primum de determinata sectione ijsdem positis in hunc modum.

* Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulũ ABC ad rectãgulũ AEC.



Quoniam.n.demonstratũ est rectangulũ quidẽ FBD rectangulo ABC æquale, rectangulum uero FDE æquale rectangulo AEC, erit ut rectangulum FDB ad rectãgulum FDE, hoc est ut BD ad DE, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

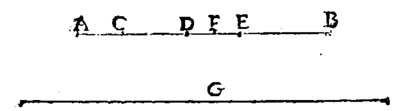
COMMENTARIVS.

* Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Græcus codex mancus est, in quo legitur.* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν α ε γ. *legendum autem* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν α β γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α ε γ.

IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLII. PROPOS. XLV.

Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & quoduis punctum F. Dico si vtrique AE CB ponatur æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE, rectangulo GDF. LEMM. A



Quoniam.n.prius demonstratum est rectãgulũ GDE æquale rectangulo AEC, cõmune auferatur rectangulum GFE. reliquũ igitur rectangulũ GDF est excessus, quo rectangulũ AEC, excedit rectangulũ GFE. Quo aũt rectangulũ AEC ipsũ GFE excedit, ablato cõmuni rectangulo AEF, eodẽ rectangulũ, quod continetur AE CF excedit rectangulum contentum BC FE. & quo rectangulum ex AE CF excedit rectangulum ex BC FE. ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipsum BFE excedit rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat. B C D

COMMENTARIVS.

Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex mancus est, in quo legitur.* ἔςω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν β δ ε. *sed legendum.* ἔςω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν α δ γ τῷ ὑπὸ τῶν β δ ε. A

Quoniam enim prius demonstratum est rectangulum GDE æquale rectangulo AEC] *videlicet in lemmate primo uel in 41. huius.* B

Reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo rectangulum AEC excedit rectangulum GFE] *Nam si a rectangulo* GDE *auferatur rectangulum* GFE, *relinquitur* GDF *rectangulum. ergo rectangulum* GDF *est etiam excessus, quo rectangulum* AEC *ipsum* GFE *excedit.* C

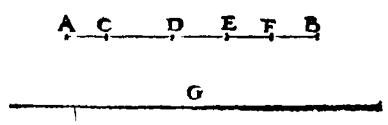
Quo aũt rectangulũ AEC ipsũ GFE excedit, ablato cõmuni rectangulo AEF, eodẽ rectangulũ, quod continetur AE CF excedit rectangulũ contentum BC EF] *Rectangulum enim* AEC *est æquale rectangulo* AEF *una cum rectangulo contento* AE CF, *ex prima secundi elementorum. & eadem ratione rectangulum* GFE *est æquale rectangulo* AEF *una* D *cum rectangulo contento* BC FE, *ponitur enim G vtrisque* AE BC *æqualis. Itaque si a rectangulo* AEC *auferatur rectangulum* AEF, *relinquitur rectangulum contentum* AE CF: *& si a rectangulo* GDF *idem* AEC *auferatur, reliquum est rectangulum, quod* BC FC *continetur. rectangulum igitur contentum* AE CF *eodem excessu superat rectangulum contentum* BC EF, *quo rectangulum* AEC *ipsum* GEF *superabat. Græcus codex* ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τοῦ ὑπὸ τῆς α ε γ ζ τὸ ὑπὸ τῆς β γ ζ ε. *sed legendum est.* ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν α ε γ ζ τοῦ ὑπὸ τῆς β γ δ ε.

E Et quo rectangulum ex AE CF excedit rectangulum ex BC FE, ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE] *Nam rectangulum contentum* AE CF *est æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* AFC *ex prima secundi elementorum. & similiter rectangulum contentum* BC FF *est æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* BFE, *ablato communi rectangulo* CFE, *reliquum rectangulum* AFC *eodem illo excessu, uidelicet rectangulo* GDF *reliquum rectangulum* BFE *excedit. Græcus codex corruptus est, in quo legitur* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν β ζ ε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ ε τοῦ &c. *legendum autem est.* κοινοῦ ἀφαιθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν γ ζ ε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ γ τοῦ &c.

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI.

LEMM. VI. Sit inter EB punctum F. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale esse rectangulo GDF. A B



in 1. lem. C Quoniam igitur ante ostensum est rectangulum GDE rectangulo AEC æquale, commune apponatur rectangulum GEF. totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo AEC, rectanguloque AEF, & rectangulo, quod BC EF continetur. Sed rectangulum AEC una cum rectangulo AEF est totum rectangulum contentum AE CF. Rectangulum igitur GDF est æquale rectangulo contento AE CF, & ei, quod continetur CB EF. At rursus rectangulum contentum CB EF est æquale rectangulo CFE & rectangulo EFB: rectangulum uero ex AE CF una cum rectangulo CFE est totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. ergo rectangulum GFD æquale est rectangulo AFC & rectangulo EFB.

1. secun. D

COM-

COMMENTARIVS.

Sit inter EB punctum F.] *Græcus codex* ἔσω μετὰ τὸ σημεῖον τῶν ε β τὸ ζ. *sed legendum puto.* ἔσω σημεῖον μεταξὺ τοῦ ε β τὸ ζ. A

Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ δ. *lege* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ γ. B

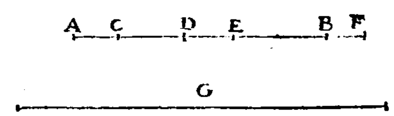
Totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo AEC, rectanguloque AEF & rectangulo, quod BC EF continetur.] *Est enim totum rectangulum* GDF *æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo* GDE, *& rectangulo* GEF, *rectangulum autem* GEF *æquale itidem est duobus, rectangulo scilicet* ∀ EF, *& 17. quod continetur* CB EF, *etenim* G *utrisque* AE CB *æqualis ponitur. Græcus codex.* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς η β ζ. *lege* τὸ ὑπὸ τῆς η δ ζ. C

Rectangulum igitur GDF est æquale rectangulo contento &c.] *Græcus codex.* οὖν τὸ ὑπὸ η ζ δ. *lege* τὸ ὑπὸ η δ ζ. D

IN Primum Præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVII.

Sit rursus punctum F extra lineam AB. Ostendendum est rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF. LEMM. VII. A



Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo ABC, rectanguloque GBF, hoc est rectangulo contento AE BF, & rectangulo CBF. rectangulum autem ABC una cum rectangulo CBF est totum rectangulum, quod AF CB continere. ergo rectangulum GDF est æquale rectangulo contento AF CB, & contento AE BF. Sed rectangulum contentum AF CB una cum contento AE BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur GDF est excessus, quo AFC rectangulum ipsum EFB excedit. D E

COMMENTARIVS.

Sit rursus punctum F extra lineam AB.] *Græcus codex* ἔσω πάλιν τὸ A τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς δαβ τὸ ζ. *sed legendum puto* ἔσω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ τὸ ζ.

B Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulo ABC] *quod in primo lemmate demonstratum fuit.*

C Totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo ABC, rectanguloque GBF hoc est rectangulo contento AE BF, & rectangulo CBF.] *est enim rectangulum* GDF *æquale rectangulo* GDB *una cum rectangulo* GBF, *& rectangulum* GBF *rursus æquale rectangulo contento* AE BF *& rectangulo* CBF, *quod* G *utrisque* AE CB *sit æqualis. rectangulum igitur* GDF *æquale est rectangulo* ABC *vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* CBF. *Græcus codex.* τουτέστι τῷ τε ὑπὸ αε βζ καὶ τοῦ ὑπὸ βζ. *lege* καὶ τῷ ὑπὸ γβζ.

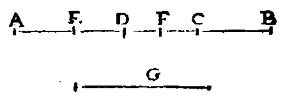
D Sed rectangulum contentum AF CB vna cum contento AE BF est excessus,
1. secũdi quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB.] *nam rectangulum* AFC *est æquale rectangulo contento* AF CB *vna cum rectangulo* AFB, *hoc est vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* EFB. *rectangulum igitur* AFC *excedit rectangulum* EFB *rectangulo contento* AF CB *vna cum contento* AE BF, *Græcus codex.* ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν δζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εβζ. *sed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εζβ

E Rectangulum igitur GDF est excessus, quo AFC rectangulum ipsum EFB excedit] *Græcus codex pro* κδζ *habebat* κβζ.

IN SECVNDVM PRAECEPTVM EIVSDEM PROBLEMATIS.

THEOREMA XLV. PROPOS. XXXXVIII.

LEMM. VIII. Sit rectangulum ADC æquale rectangulo EDB, sitque punctum F inter D C, & vtrisque AE CB æqualis ponatur
A G. Dico rectangulum EFB excedere rectangulum AFC rectá
B gulo GDF.



C Quoniam enim rectangulum GDC æquale est rectangulo BCE, commune auferatur rectangulum GFC. reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo ECB rectangulum excedit rectangulum GFC. quo autem rectangulum ECB ex-
A cedit rectangulum GFC, communi ablato rectangulo BCF, eodem rectangulum, quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC. & quo rectangulum contentum EF CB excedit contentum AE FC addito communi rectan-
B C gulo EFC, eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC. rectangulum igitur EFB excedit ipsum AFC rectangulo GDF.

COM-

COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC] *Græcus codex* τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῆς εζγβ τοῦ ὑπὸ τῶν εζγβ τοῦ ὑπὸ τῶν αβζγ. *lege* τοῦ ὑπὸ τῶν αε ζγ. A

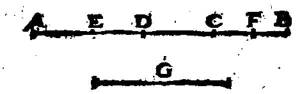
Addito communi rectangulo EFC] *Grecus codex* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ εζγ. *Sed ratio cogit, vt legatur* προσκοινοῦ τεθέντος εζγ. B

Eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC] *Grecus codex* τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ εζδ τοῦ ὑπὸ αζγ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ. C

IN SECVNDVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

Sed sit punctum F inter C B. Dico rectangulum AFC unà cum rectangulo BFE æquale esse rectangulo GDF. LEMM. IX.



Quoniam enim rectangulum GDC æquale est rectangulo BCE, commune addatur rectangulum GCF. totum igitur GDF est æquale rectangulo BCE vna cum rectangulo GCF, hoc est vna cum rectangulo contento AE CF, & rectangulo BCF. rectangulum autem ECB vna cum rectangulo BCF est totum quod EF CB continetur. ergo rectangulum contentum EF CB una cum contento AE CF est æquale rectangulo GDF. Sed rectangulum quidem contentum EF CB est æquale rectangulo EFC, & rectangulo BFE. rectangulum autem EFC una cum rectangulo contento AE CF est totum rectangulum AFC. rectangulum igitur AFC una cum rectangulo BFE est æquale ipsi GDF rectangulo. A B

COMMENTARIVS.

Dico rectangulũ AFC una cũ rectãgulo BFE æquale esse rectãgulo GDF] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν αζγ μετὰ τοῦ αζε. *lege* μετὰ τοῦ ὑπὸ βζε. A

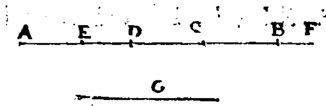
Ergo

B Ergo rectangulum contentum EF CB vna cum contento AE CF] *Græcus codex.* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ εζ γβ μετὰ τοῦ ὑπὸ αβ γζ *&c. lege.* μετὰ τοῦ ὑπὸ αε γζ

A IN SECVNDVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVII. PROPOS. L.

LEMM. X. Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF.



A Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulo ABC, commune ap-
B ponatur rectangulum GBF, totum igitur GDF est æquale rectangulo ABC vna cum rectangulo GBF, hoc est vna cum rectangulo contento AE BF, & rectan-
C gulo CBF. rectangulum autem ABC, vna cum rectangulo CBF est totum, quod
D AF CB continetur. ergo rectangulum contentum AF CB vna cum contento AE
E FF est æquale rectangulo GDF. Sed contentum AF CB vna cum contento AE BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulu ABC] *ex tertio lemmate.*

B Commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur GDF. &c.] *Cræcus codex.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ. *sed legendum puto.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηβζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ.

C Est totũ, quod AF CB cõtinetur] *Græcus codex.* ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αη γβ. *lege.* τὸ ὑπὸ αζ γβ.

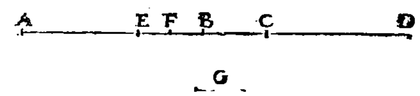
D Est æquale rectangulo GDF] *Græcus codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηαζ. *lege* τῷ ὑπὸ ηδζ.

E Sed contentum AF CB vna cum contento AE BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *rectangulum enim AFC est æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento AF CB, & rectangulo AFB, quorum rectangulum AFB est itidem æquale rectangulo contento AE BF & rectangulo EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento AF CB & contento AE BF.*

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LI.

Sit rectangulum ADC rectangulo BDE æquale: & excessui linearum AE BC æqualis ponatur G: sumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XI.



Quoniam n. rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totũ igitur GFD æquale est rectangulo ABC una cũ rectangulo GBF, hoc est una cũ rectangulo, quod excessu linearũ AE BC & BF cõtinetur. Sed rectangulum ABC est id, quod continetur AF BC una cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD est æquale rectangulo contento AF BC una cũ rectangulo CBF, & eo, quod excessu ipsarum AE BC, & BF continetur. rectangulum autem CBF vna cum eo, quod excessu AE BC, & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB. ergo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AF BC, & contento AE FB. Sed rectangulum AF BC contentum una cum cõtento AE FB est excessus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC.] *Ex tertio lẽmate. Græcus autem codex.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ηβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ *lege* τῷ ὑπὸ αβγ. A

Rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AE BC & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB] *Est. n.* AE *æqualis excessui, quo ipsa excedit* BC *una cum* BC, *& propterea rectangulum contentum* AEFB *est æquale rectangulo* CBF, *vna cum eo, quod excessu ipsarum* AE BC, *&* BF *continetur Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ γββζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αγγβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεζ. *lege* τὸ δὲ ὑπὸ γββζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αεγβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεζβ. B

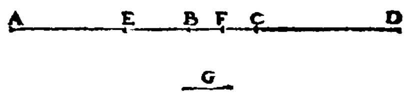
Ergo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AFBC] Græcus codex τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον ἐστὶ τῷ τε *&c. lege* τὸ ὑπὸ ηζδ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε *&c.* C

Sed rectangulum AFBC contentum una cum contento AEFB est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc sequatur nos proxime explicauimus.* D

IN PRIMVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLIX. PROPOS. LII.

LEMM. XII. Iisdẽ positis sit pũctũ F inter BC. Dico rectangulũ AFC una cum rectangulo EFB æquale esse ei, quod G & FD continetur.



A Quoniã.n.rectangulũ GCD æquale est rectangulo ECB, cõmune apponatur rectã
B gulum GFC, totũ igitur GFD est æquale rectangulo ECB, & rectangulo GFC. Sed rectangulũ quidẽ GFC est id, quod excessu ipsarũ AE BC, & FC continetur. rectan-
C gulũ autẽ ECB est rectangulũ BCF & contentũ EF BC. ergo rectangulũ GFD æqua
D le est rectangulo contento EF CB, & rectanguloq; BCF & ei quod excessu *AE* BC, &
E CF continetur. rectangulũ uero contentum excessu AE BC & CF una cũ rectangulo
F BCF est totum rectangulum contentum AE CF. rectangulũ igitur GF*D* est æquale rectangulo cõtento AE CF, & contento *E*F CB. At rectangulum quidẽ contentũ EF BC est rectangulum EFC & rectangulum *E*FB; rectangulum autem E*F*C una cum contento *A*E *F*C est totum rectangulum *A*FC. Sed habebamus etiam rectangulum *E*FB. rectangulum igitur *A*FC una cũ rectangulo EFB æquale est rectangulo GFD. quod demonstrandum proponebatur.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ηζ. *lege* τὸ ὑπὸ ηζγ.

B Totum igitur GFD est æquale rectangulo ECB] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα. *ego legendum puto* ὅλον ἄρα.

Rectangulum autem ECB est rectangulum BCF & contentum EF BC] *Hoc est rectangulum* ECB *est æquale rectangulo* BCF *&* *contento* EF BC.

D Ergo rectangulum GFD æquale est rectangulo contento EF BC] *Græcus codex* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ ηζ δὲ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. *lege* τῷ ὑπὸ εζβγ.

E Rectangulum uero contentum excessu *A*E BC & CF] *Non sunt hæc in græco codice, quæ tamen desiderari videntur, ut ita legendum sit.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αεβγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ μετὰ τοῦ ὑπὸ βγζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεγζ. *est autem rectangulum contentum* AE CF *æquale rectangulo contento excessu ipsarum* *AE* BC *&* CF *una cum rectangulo* BCF, *quoniam* *AE* *est æqualis excessui, quo excedit* CB, *&* *ipsi* CB, *ut superius dictum fuit.*

At

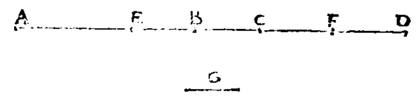
At rectangulum quidem contentum EF BC est rectangulum EFC. & rectangulũ F
EFB *Hoc est rectangulum contentum EF* BC *est æquale rectangulo* EFC *una cum rectãgulo* EFB *Græcus autem codex corruptus est, qui sic habet* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εζβγ τό τε ὑπὸ εζγ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ βγγβ *sed legendum puto* τό τε ὑπὸ εζζγ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ εζζβ

Rectangulum autẽ EFC una cum contento AE FC est totum rectãgulum AFC] G
Græcus codex τὸ δὲ ὑπὸ βζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αεζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγζ *corrige* τὸ δὲ ὑπὸ εζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αεζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζγ.

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

Sit rursus punctum F inter CD. Dico rectangulum AFC minus esse, quam rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XIII.



Quoniam.n.rectangulum GCD est æquale rectangulo ECB, commune auferatur GCF rectangulũ. reliquũ igitur GFD est excessus, quo rectangulum *E*CB superat rectangulum GC*F*, hoc est id, quod excessu *AE* BC & CF continetur. Quo autẽ rectan A
gulum ECB superat rectangulum contentum excessu *AE* BC & C*F*, addito cõmuni B
rectangulo FCB, eodem rectangulum contentum *E*F BC superat contentũ *AE* CF. C
& rursus communi addito EFC rectangulo, eodem rectangulum *E*FB superat ipsum AFC. ergo rectangulum AFC minus est, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.

COMMENTARIVS.

Hoc est id, quo excessu AE BC, & CF continetur] *Græcus codex* τοῦτ᾽ ἐστι τοῦ ὑπὸ καὶ τῶν αεγβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. *lege* τοῦτ᾽ ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αεγβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. A

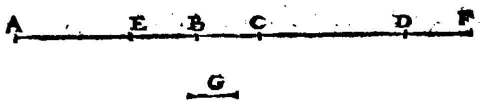
Quo autem rectangulum ECB superat rectangulum contentum &c.] *Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ κζβ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ. B

Eodem rectangulum contentum EF BC superat contentum AE CF] *Rectangulum enim* EF BC *contentum est æquale rectangulo* ECB *una cum rectangulo* FCB, *&* *rectangulum contentum* *AE* CF *rursus est æquale rectangulo contento excessu* AE BC, *&* CF *una cum rectangulo* ECB. C

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LI. PROPOS. LIIII.

LEMM. XIIII. Sed sit punctum F extra. Dico rursus rectangulum AFC superare rectangulum EFB rectangulo GDF.



Quoniam enim rectangulum GCD est æquale rectangulo ECB, vtraque au-
A ferantur a rectangulo GCF. reliquum igitur GDF est excessus, quo GCF rectangulum superat ipsum ECB & communi addito rectangulo BCF, eodem excessu rectangulum contentum AE CF superat contentum EF BC, etenim excessus AE
B CB una cum BC est ipsa AE. Quo autem rursus rectangulum contentum AE CF superat contentum EF BC, addito communi rectangulo EFC, eodem rectangulum AFC superat ipsum EFB. rectangulum igitur AFC superat rectangulum EFB rectangulo GDF.

COMMENTARIVS.

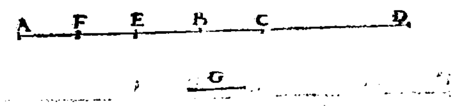
A Reliquum igitur GDF] *Græcus codex* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ. *sed ego potius legendum censeo* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ.

B Etenim excessus AE CB una cum BC est ipsa AE] *Græcus codex* ἡ ἄρα τῶν α ε γ β ὑπεροχὴ μετὰ τῆς β γ ἡ α ε ἐστιν. *ego potius legerem* ἡ γὰρ τῶν α ε γ β ὑπεροχὴ &c. *videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum* AE CF *sit æquale rectangulo* GCF, *hoc est rectangulo contento excessu linearum* AE CB, & CF *una cum rectangulo* BCF, *quam nos supra attulimus. quare opportunius fecisset Pappus, si hoc in undecimo lemmate explicasset.*

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LII. PROPOS. LV.

Sit punctum F inter AE. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale esse rectangulo GFD. LEMM. XV.



Quoniam enim rectangulum GBD æquale est rectangulo ABC, commune addatur rectangulum GBF. totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC & rectangulo GBF. Sed rectangulum quidem ABC æquale est rectangulo contento AF BC, & rectangulo FBC: rectangulum vero contentum excessu AE BC, & CFB una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AE BF continetur. At rectangulum contentum AE BF est rectangulum BFE, & rectangulum AFB, quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC est rectangulum AFC, rectangulum igitur AFC una cum rectangulo BFE æquale est rectangulo GFD, quod demonstrare oportebat. A B C D E

COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC, & rectangulo GBF] *Hoc est æquale rectangulo* ABC *vna cum eo, quod continetur excessu linearum* AE BC & BF. A

Rectangulum uero contentum excessu AE BC, & BF una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AE BF continetur] *Est enim* AE *æqualis excessui, & ipsi* CB. B

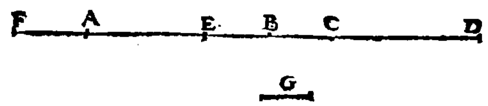
At rectangulum contentum AE BF est rectangulum BFE & rectangulum AFB] *Græcus codex corruptus est, & mancus, in quo legitur* ἄρα ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ γ καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β *fortasse uero ita restituetur.* τὸ ὑπὸ α ε β ζ ἄρα ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ ε καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β, *uel hoc modo* τὸ δὲ ὑπὸ α ε β ζ ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ ε &c. *rectangulum enim contentum* AE BF *est æquale rectangulo* BFE *una cum rectangulo* AFB *ex primo secundi elementorum.* C

Quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC est rectangulum AFC] *Græcus codex* ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ α δ β ἐστι τὸ ὑπὸ α ζ γ. *sed legendum puto* ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ α ζ β γ ἐστι τὸ ὑπὸ α ζ γ. D

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

LEMM. XVI. Sit rursus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus esse, quàm rectangulum EFB, rectangulo GFD.



A Quoniam enim rectangulum GAD est æquale rectangulo BAE, commune apponatur rectangulum GAF. totum igitur rectangulum GDF est æquale rectanguloque BAE, & rectangulo contento excessu AE BC & AF.
B Rursus commune apponatur rectangulum, quod FA BC continetur. Sed rectangulum quidem contentum excessu AE BC & AF una cum contento FA BC æquale est rectangulo FAE. rectangulum vero BAE vna cum rectangulo FAE totum est rectangulum contentum FB AE. quod igitur FB AE continetur æquale est rectanguloque GDF & rectangulo contento FA BC. quare GDF est excessus, quo rectāgulum contentum FB AE superat contentum FA BC.
C sed quo rectangulum ex FB AE superat rectangulum ex FA BC, addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE superat rectangulum CFA. rectangulum igitur BFE superat rectangulum CFA rectangulo GDF.
D Quare CFA rectangulum minus est, quam rectangulum BFE rectangulo GDF, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GAF] *Græcus codex. pro καζ mendose habebat καδ.*

B Rursus commune apponatur rectangulum, quod FA BC continetur] *Græcus codex corruptus est & mancus, in quo legitur* τὸ ὑπὸ ζβ αε λοιπὸν τὸ ὑπὸ

ὑπὸ ζαβγ. *ego restituendum puto in hanc sententiam.* πάλιν κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ζαβγ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν αε βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς αζ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ζαε· τὸ δὲ ὑπὸ βαε μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαε ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ζβ. αε. τὸ ἄρα ὑπὸ ζβ αε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ηδζ καὶ τῷ ὑπὸ γαβγ. ὥστε τὸ ὑπὸ ηζδ ἡ ὑπεροχή ἐστιν &c.

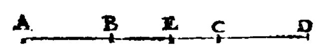
Sed quo rectangulum ex FB AE superat rectangulum ex FA BC addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE superat rectangulum CFA] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζβαε τοῦ ὑπὸ ζαβγ ὑπερέχει. κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει ᾧ καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα *sed legendum censeo.* ἀλλὰ ᾧ. τὸ ὑπὸ ζβαε τοῦ ὑπὸ ζαβγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα. C

Quare CFA rectangulum minus est, quam rectangulum BFE rectangulo GDF] *Græcus codex* ὥστε τὸ ὑπὸ γζα ἀπὸ τοῦ ὑπὸ βζε. *lege* τὸ ὑπὸ γζα τοῦ ὑπὸ βζε. D

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA LIIII. PROPOS. LVII.

LEMM. XVII. A Sit AB æqualis ipsi CD, & quoduis punctum E inter BC puncta. Dico rectangulum AED superare rectangulum BEC rectangulo ACD.



B Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo AEC, & rectangulo contento AE CD, quorum rectangulum AEC rursus est æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB EC; erit rectangulum AED æquale rectangulo BEC una cum rectangulo contento AB EC, & contento AE CD.
C D E rectangulum igitur AED superat rectangulum BEC rectanguloque contento AB EC, hoc est ECD, etenim AB CD æquales sunt, & rectangulo contento AE CD: Sed rectangulum ECD, & contentum AE CD sunt totum rectangulum ACD. ergo rectangulum AED superat rectangulum EC rectangulo ACD.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis ipsi CD] Græcus codex. ἔστω ἡ αβ τῇ γδ. *fortasse addendum erit uerbū* ἴση, *vel subintelligendum, & similiter in lemmate, quod sequitur.*

Quo-

B Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo AEC, & rectangulo contento AE CD, quorum rectangulum AEC rursus est æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB, EC] *Hæc nos perspicuitatis gratia latius explicauimus.*

C Rectangulum igitur AED superat rectangulum BEC &c.] *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγδ τοῦ ὑπὸ βε εγ. *lege* ἄρα ὑπὸ αε εδ τοῦ ὑπὸ βε εγ.

D Et rectangulo contento AE CD] *Græcus codex.* καὶ τὸ ὑπὸ αγ γδ. *lege* καὶ τῷ ὑπὸ αε γδ.

E Sed rectangulum ECD & contentum AE CD sunt totum rectangulum ACD] *Græcus codex mancus est hoc loco, & fortasse ita restituetur* ἀλλὰ τὸ τό τε ὑπὸ εγ γδ καὶ τὸ ὑπὸ αε γδ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ αγ γδ.

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

LEMM. XVIII.

A Sit AB æqualis CD, & sumatur punctum E inter C D. Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo ACD.

Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo contento AC ED, & rectangulo CED, comune apponatur rectangulum BEC. rectangulum igitur AED vna cum rectangulo BEC est æquale rectangulo contento AC ED, rectanguloque CED, & rectangulo BEC. sed rectangulum quidem CED una cum rectangulo BEC totum est rectangulum contentum BD CE, hoc est ACE, æquales enim sunt & totæ lineæ AC BD. rectangulum vero contentum AC ED una cum rectangulo ACE est æquale rectangulo ACD.
B
C
D

COMMENTARIVS.

A Dico rectangulum AED una cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo ACD] *Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur*

legitur. ὅτι τὸ ὑπὸ αε ε δ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγ ε δ, καὶ τῷ ὑπὸ γε ε δ. καὶ κοινὸν προσκείσθω, *&c. ego ita restituendum censeo.* ὅτι τὸ ὑπὸ αε ε δ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγ δ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αε εδ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγ εδ, καὶ τῷ ὑπὸ γε εδ. κοινὸν προσκείσθω.

Sed rectangulum quidem CED una cum rectangulo BEC] *Græcus codex.* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ γε εβ *lege* τὸ μὲν ὑπὸ γε εδ. B

Aequales enim sunt, & totæ lineæ AC BD] *Nam cum* AB, CD *æquales ponantur, addaturque communis* BC, *erit* AC *ipsi* BD *necessario æqualis.* C

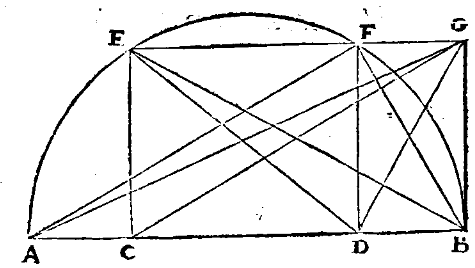
Rectangulum uero contentum AC ED una cum rectangulo ACE est æquale rectangulo ACD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αγ εδ μετὰ τοῦ ὑπὸ βε εγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγ δ. *ego legendum arbitror* μετὰ τοῦ ὑπὸ αγ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγ δ. D

IN MONACHOS PRIMI SECVNDI, ET TERTII EPITAGMATIS.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX.

LEMM. XIX.

Semicirculo existente AEB, & diametro AB, existentibusque perpendicularibus CE DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipsam perpendiculari BG, tria porro contingunt, videlicet rectangulum quidem CBD æquale esse quadrato ex BG; rectangulum vero contentum AC BD quadrato ex FG, & contentum AD CB quadrato ex EG.



Iungantur enim GC GD AF AD AGFB. Quoniam igitur rectus est angulus, qui ad F, & perpendicularis FD, erit angulus DFB angulo BAF æqualis. Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGB. angulus uero BAF (iuncta EB) est æqualis angulo BEF, hoc est angulo BCG. angulus igitur DGB angulo BCG æqualis erit. & propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG. est autem & totum rectangulum ABD æquale quadrato ex BF. reliquum igitur quod AC DB continetur est æquale quadrato ex FG. rursus quoniam rectangulum ABC æquale est quadrato ex BE, quorum rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG, erit reliquum contentum AD CB quadrato ex EG æquale. contingunt igitur tria, quæ proponebantur.
A
B
C
D
8. sexti.
E
F

COMMENTARIVS.

A Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGB] *Quoniam.n.quadrilateri DBFG duo anguli oppositi FDB BGF recti sunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nã quadrilateri cuiusque anguli quattuor rectis sunt æquales; cum in duo triangula diuidantur. ergo ex conuersa 22. tertii elementorum quattuor puncta FD BG sunt in circumferentia eiusdem circuli. angulus igitur DFB angulo DGB est æqualis.*

B Angulus vero BAF (iuncta EB) est æqualis angulo BEF] *Ex 21. tertii elementorum.*

C Hoc ẽ angulo BCG] *quod eodẽ modo demõstrabimus, quo supra angulum DFB æqualem esse angulo DGB. Sunt enim rursus puncta ECBG in eiusdem circuli circumferentia.*

D Et propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG.] *Quoniam.n trianguli CBG angulus BCG est æqualis angulo BGD, & angulus ad B rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. ergo ut CB ad BG, ita est GB ad BD. rectangulum igitur CBD quadrato ex BG est æquale.*

E Reliquum igitur, quod AC DB continetur est æquale quadrato ex FG] *Nã rectangulum quidem ABD est æquale rectangulo CBD una cum rectangulo contento AC DB ex prima secundi elementorum, quadratum uero ex FB æquale est quadrato ex BG una cũ quadrato ex FG ex 47. primi elementorum.*

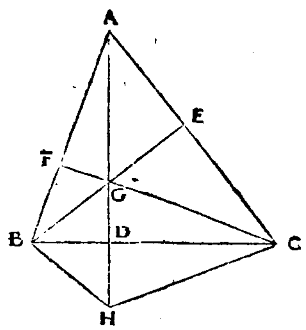
F Erit reliquũ contentum AD CB quadrato ex EG æquale] *Rursus.n.eadem ratione rectangulum ABC æquale est rectangulo CBD una cum eo, quod AD CB continetur.*

IN MONACHVM TERTII PROBLEMATIS.

LEMM. XX.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

A Sit triangulum ABC, & ducantur AD BE CF, sitq; AD perpendicularis ad BC, & puncta AFGE sint in circulo. Dico angulos ad F E rectos esse.



B Producatur.n. AD, & ipsi GD æqualis ponatur DH, iungãturque BH HC. æqualis
C igitur ẽ angulus H angulo BGC, hoc est ipsi FGE. sed angulus FGE una cũ angulo A
D æqualis est duobus rectis. ergo & BHC angulus una cum angulo A duobus rectis
E ẽ æqualis. In circulo igitur sũt ABHC pũcta. & ideo angulus BAG æqualis ẽ angulo
F BCH, hoc est GCD. sunt aũt & anguli ad G secundũ verticẽ inter se æquales. reliquus igitur angulus ad D ẽ æqualis reliquo ad F. sed ãgulus ad D ẽ rectus. ergo & rectus, q

ad

ad. Eadem ratione & angulus, qui F ad E est rectus anguli igitur ad FE pũcta recti sunt, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et puncta AFGE sint in circulo] *In Græco codice legitur.* ἐν κύκλῳ δὲ τὰ ζε σημεῖα. *sed puto legendum* τὰ α ζ η ε σημεῖα. A

Aequalis igitur est angulus H angulo BGC.] *Quoniam enim trianguli CGD duo latera GD DC sunt æqualia duobus lateribus HD DC trianguli CHD, & anguli ad D recti, erit & basis GC basi CH æqualis, & angulus DGC æqualis angulo DHC, & eodem modo demonstrabitur angulus BGD æqualis angulo BHD. totus igitur angulus BGC toti BHC ẽ æqualis.* B

Sed angulus FGE una cum angulo A æqualis est duobus rectis] *Ex 22. tertii elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ μὴ ὑπὸ ζαε. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ζαε. C

In circulo igitur sunt ABHC puncta] *Ex conuersa 22. tertii elementorum. græcus codex* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστι τὰ α β γ σημεῖα. *lege* τὰ α β θ γ σημεῖα. D

Et ideo angulus BAG æqualis angulo BCH] *Ex 21. tertii element.* E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis est reliquo ad F] *Græcus codex.* λοιπὸν ἄρα ἡ δ. *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ δ. F

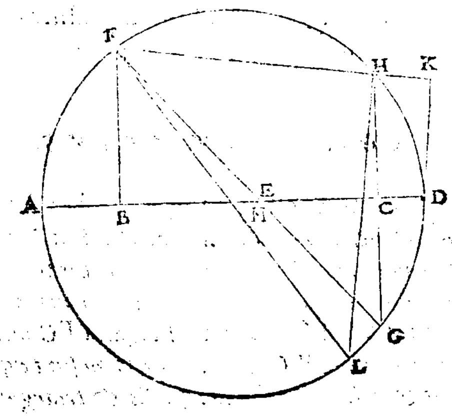
Eadem ratione & angulus, qui ad E est rectus] *Græcus codex* διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴ πρὸς τῷ ε. *lege* καὶ ἡ πρὸς τῷ ε. G

MONACHVS PRIMI PROBLEMATIS TERTII EPITAGMATIS.

THEOREMA LVIII. PROPOS. LXI.

LEMM. XXI.

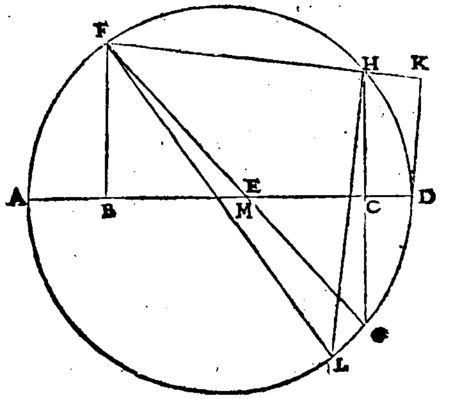
Tribus datis rectis lineis AB BC CD si fiat ut rectãgulũ ABD ad rectãgulũ ACD, ita quadratũ ex BE ad quadratũ ex EC, singularis proportio, & minima est rectãguli AED ad rectãgulũ BEC. Itaq; dico eandem esse, quę est quadrati ex AD ad quadratũ excessũs, quo recta linea, quę potest rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ potest contentum AB CD.



μοναχός A

Describatur circulus circa AD, & BF CG perpẽdiculares ducãtur. Qm̃ igitur est ut rectangulũ ABD ad rectangulũ ACD, hoc est ut quadratũ ex BF ad quadratũ ex CG ita quadratũ ex BE ad id, quod ex EC quadratum, erit ẽt longitudine, ut BF ad

 CG,



B CG, ita BE ad EC, ergo recta linea est, quæ per FEG transit. sit FEG, & CG ad H producatur: iuncta vero FH producatur ad K, atq; ad ipsam perpendicularis agatur LK.
C ergo per antecedens lēma rectangulū contentum AC BD est æquale quadrato ex
59. huius FK: rectangulū vero contentum AB CD quadrato ex HK æquale. reliqua igitur FH est excessus, quo recta linea, quę potest rectangulum contentum AC BD excedit eā, quæ potest contentum AB CD. ducatur per centrum FL, & HL iungatur. Itaq; quoniam rectus angulus FHL est æqualis recto ECG, & angulus ADL æqualis ei, qui ad
D G, æquiangula erunt triangula, & ideo ut LF ad FH hoc est ut AD ad FH, ita GE ad
E EC. ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad qua
F dratum ex EC: & rectangulum GEF, hoc est AED ad rectangulum BEC. est autem
μοναχός rectanguli quidem AED ad rectangulum BEC singularis & minor proportio; FH uero est excessus, quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, hoc est quadratum ex FK, excedit eam, quæ potest contentum AB CD, hoc est quadratū
μοναχός ex HK. ergo singularis & minor proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum excessus, quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ potest contentum AB CD.

COMMENTARIVS.

A Singularis proportio, & minima est rectanguli AED ad rectangulum BEC.] *Græcus codex* ὁ μοναχὸς λόγος καὶ ἐλάχιστός ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ αεδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ *quibus uerbis quid significetur, quidque per monachos, & epitagma in his lemmatibus intelliget, satis percipi non potest, cum Apollonii libris careamus, in quos ea conscripta sunt.*

B Ergo recta linea est, quæ per FEG transit] *Iungatur FG secans rectam lineam AD in puncto M. Quoniam igitur anguli FMB GMC ad verticem sunt æquales, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum MFB triangulo MGC*
4. sexti *simile. ergo ut FB ad BM, ita GC ad CM: & permutando ut FB ad GC, ita BM ad MC. erat autem ut FB ad GC, ita BE ad EC. quare & ut BE ad EC, ita est BM ad MC: & componendo ut BC ad CE, ita BC ad CM. ergo CM ipsi CE est æqualis, & punctum M idē quod E. recta igitur linea est, quæ per FEG transit.*

Iuncta vero FH producatur ad K, atque ad ipsam perpendicularis agatur DK] *Græcus codex* ἐπεζευχθείσα δὲ ἡ ζθ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ δη. *sed pro* η *hoc loco reponendum est* κ. *& ita inferius.* C

Et ideo ut LF ad FH, hoc est ut AD ad FH.] *Græcus codex* ἴσω ἄρα ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν θζ. *lege* ὡς ἡ λζ πρὸς τὴν θζ. *nam cum LF per centrum transeat, circuli diameter erit ipsi AD equalis.* D

Ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad quadratum ex EC.] *Ex 22. sexti elementorum. Græcus codex mancus est, in quo legitur.* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ θζ, οὕτως τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. E

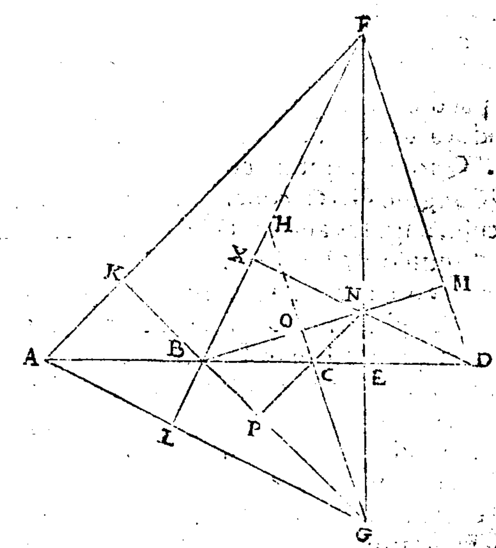
Et rectangulum GEF, hoc est AED ad rectangulum BEC.] *Namque ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita est rectangulum GEF ad rectangulum BEC, quod mox ostendetur. ergo ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita rectangulum GEF, hoc est rectangulum AED ad rectangulum BEC. Quoniam enim triangulum EGC simile est triangulo EFB, ut GE ad EF, ita est CE ad EB. Sed ut GE ad EF, ita quadratum ex GE ad rectangulum GEF: ut autem CE ad EB, ita quadratum ex CE ad CEB rectangulum quare ut quadratum ex GE ad rectangulum GEF ita quadratum ex CE ad rectangulum CEB; & permutando ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita rectāgulum GEF ad rectangulū CEB. vereor tamen ne in græco codice nonnulla desiderentur.* F

Ergo singularis & minor proportio eadem est, quę quadrati ex AD ad quadratū excessus, quo recta linea quæ potest rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ potest contentum AB CD.] *Græcus codex* ὥστε ὁ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτὸς ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς τῷ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ἡ ὑπερέχει ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ. *legendum autem* ὁ δυναμένη τὸ ὑπὸ αγ βδ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ. G

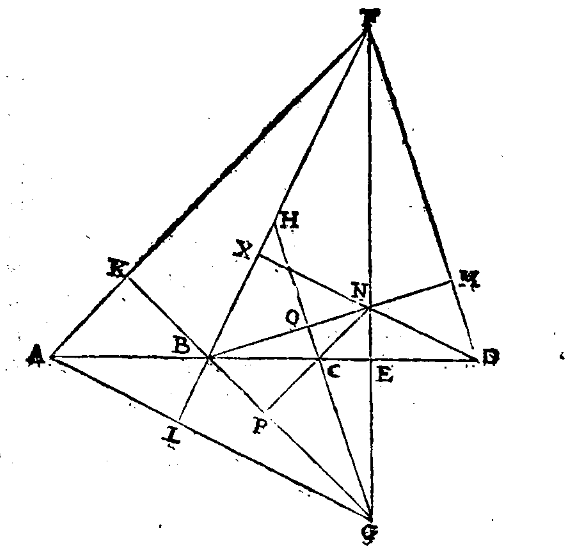
MONACHVS TERTII PROBLEMATIS SECVNDI EPITAGMATIS. LEMM. XXII.

THEOREMA LIX. PROPOS. LXII.

A Rursus tribus datis rectis lineis AB BC CD, si fiat ut rectangulum ADB ad rectāgulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratū ex EC, singularis & minor proportio eadem est, quę quadrati rectę lineæ cōstantis ex ea, quę potest rectangulum contētum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC ad quadratum ex DC.



Ducatur a puncto E ipsi AD ad rectos angulos EF, & producatur, sitque



fitque rectãgulo ADB æquale quadratum ex FD, & ipsi FD parallela ducatur GC.
B Quoniam igitur ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita est quadratum
ex DE ad quadratum ex EC, hoc est quadratum ex DF ad quadratum ex CG; at-
C D que est rectangulum ADB quadrato ex FD æquale: erit & rectangulum ACB æqua
E le quadrato ex CG. Iungantur AF FB AG GB. Itaque cum rectangulum ADB sit
F æquale quadrato ex DF, angulus BFD æqualis est angulo FAB. est autem & BGC
G H angulus angulo BAG æqualis. Sed & angulus BFD angulo BHG, anguli igitur
K L BHG BGH, hoc est si producatur GB angulus KBF æqualis est angulo LAK. qua-
re in circulo sunt ALBK puncta. & per antecedens lemma anguli ad K L puncta
M recti sunt. Ducatur ad FD perpendicularis BM, & iuncta DN ad X producatur.
N perpendicularis igitur est ad FL, & ipsi GL parallela. Rursus autem iuncta GC
O producatur ad O. ergo perpendicularis ad BN; est enim FD ad BM perpendicula-
P ris. Quoniam igitur rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG, erit angulus
Q R BGC angulo GAC æqualis. Sed angulus quidem BGC æqualis est angulo CNB in
S circulo, angulus autem GAB æqualis est ipsi BDN in parallelis. ergo & angulus
T BAC angulo BDN est æqualis, ac propterea rectangulum DBC æquale est ei, quod
V fit ex BN quadrato. Quoniam autem in triangulo BDF acta est perpendicularis
DNX, & inflexæ sunt ad ipsam FN NB, erit quadratorũ ex FD DB excessus æqualis
X excessui quadratorũ ex FN NB. sed excessus quadratorum ex FD DB est ABD re-
ctangulum. ergo & quadratorum ex FN NB excessus est idem rectangulum ABD.
Y est autem & rectangulum DBC æquale quadrato ex BN. quare NF potest rectangu-
lum, quod AC BD continetur. Rursus quoniam quadratorum ex NG GB ex-
Z cessus est æqualis excessui quadratorum ex NC CB, quadratorum autem ex NC
CB excessus est ECB rectangulum. erit quadratorum ex NG GB excessus rectangu
& lum ECB atque est rectangulum AEB æquale quadrato ex BG. ergo NG potest

totum rectangulum, quod AD BC continetur. Sed & FN potest rectangulum β
contentum ACBD. Itaque quoniam rectus est angulus FKG, & perpendicularis γ
AE, erit rectangulum AEB rectangulo FEG æquale. ergo vt rectangulum AEB 7.quinti.
ad rectangulum CED, ita est rectangulum FEG ad rectangulum CED. vt autem δ
rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex
CD. & vt igitur rectangulum AEB ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG
ad quadratum ex CD. estque rectanguli quidem AEB ad rectangulum CED vnica,
& minor proportio, recta uero linea FEG constat ex ea, quæ potest rectangulum ε
contentum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC. proportio igitur v- ζ
nica, & minor, eadem est, quæ quadrati rectæ lineæ constantis ex ea, quæ potest re-
ctangulum contentum ACBD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC ad qua-
dratum ex CD.

COMMENTARIVS.

Rursus tribus datis rectis lineis AB BC CD, si fiat ut rectangulum ADB ad A
rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex.*
ἐὰν γίνηται ὡς τὸ ὑπὸ αδζ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ, *lege* ἐὰν γίνηται ὡς τὸ ὑπὸ αδβ
πρὸς τὸ ὑπὸ αγβ.

Quoniam igitur ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita est quadratũ B
ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς ὑ-
πὸ αβγ *lege* πρὸς τὸ αγβ.

Hoc est quadratum ex DF ad quadratum ex CG] *Est enim ob similitudinem triangu-* C
lorum DEF CEG, *ut* DE *ad* EC, *ita* DF *ad* CG.

Atque est rectangulum ADB quadrato ex FD æquale, erit & rectangulum ACB D
æquale quadrato ex CG] *Ex 14. primi elementorum.*

Itaque cum rectangulum ADB æquale sit quadrato ex DF, angulus BFD æqualis E
est angulo FAB] *Quoniam enim rectangulum ADB est æquale quadrato ex DF, erit
ex 17. sexti elementorum, ut AD ad DF, ita FD ad* DB: *& sunt circa angulum* ADF *latera
proportionalia. triangula igitur* ADF FDB *inter se similia erunt: ideoque angulus* BFD *æqua-
lis erit angulo* FAD.

Est autem & BGC angulus angulo BAG æqualis] *Rursus quoniam rectangulum* F
ACB *æquale est quadrato ex* CG, *ut* AC *ad* CG, *ita erit* GC *ad* CB *ex eadem 17. sexti. & cir-
ca angulum* ACG *sunt latera proportionalia. ergo triangulum* BCG *simile est triangulo* GCA,
angulusque BGC *angulo* CAG *æqualis.*

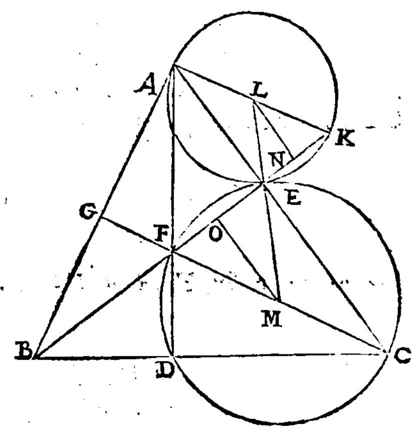
Sed & angulus BFD est æqualis angulo BHG] Ex 29. *primi elementorum. producta* G
nimirum GC *neque ad* BF *in* H; *facta est enim* GC *ipsi* FD *parallela : Græcus co-
dex.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ αζδ. *lege* ἡ ὑπὸ βζδ.

Anguli igitur BHG BGH, hoc est si producatur GB, angulus KBF æqualis est an-
gulo LAK] *Nam cum demonstratum sit angulum* BFD *æqualem esse angulo* FAD, *item-
que angulum* BGC *angulo* BAG, *erunt duo anguli* BFD BGH, *hoc est duo anguli* BHG
BGH *æquales duobus angulis* FAD BAG, *hoc est angulo* LAK, *qui ex his constat, sed
producta* GB *angulus* KBF *est æqualis duobus interioribus, & oppositis* BHG BGH *ex 32 pri-
mi elem. angulus igitur* KBF *angulo* LAK *æqualis erit.*

Quare in circulo sunt ALBK puncta] *Quoniam enim angulus* KBF *est æqualis angulo* K
LAK, *& anguli* KBF KBL *æquales sunt duobus rectis, erunt quadrilateri* AKBL *anguli* LAK
KBL *oppositis duobus rectis æquales. ergo ex conuersa 22. tertii elem. quattuor puncta* ALBK
in circuli circumferentia sit necesse est.

Et per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti sunt] *videlicet per 60. huius.* L

M Et iuncta DN ad X producatur. perpendicularis igitur est ad FL, & ipsi GL parallela] *Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus.*



Sit triangulum acutiangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD, à puncto autem B ad AC rursus perpendicularis ducatur BE secans AD in F: & iuncta CF in G producatur. Dico CG ad AB perpendicularem esse. Ducatur enim à puncto A ipsi AB ad rectos angulos AK, & producatur BE, ita ut cum AK in K puncto conueniat. seceturque FE bifariam
31. tertii. *in M, & centro quidem M, interuallo autem MF circulus FEC describatur, qui transibit per E: angulus enim FEC rectus est. similiter secta AK bifariam in L, centro L interuallo au-*
31. tertii. *tem LK alius circulus describatur AEK, qui per E transibit. Iungatur LM, quæ uidelicet transibit per E punctum ex 12. tertii. Denique à punctis LM ad BK perpendiculares ducantur*
28. primi *LN MO, quæ inter se parallelæ erunt. æqualis igitur est KN ipsi NE, & EO ipsi OF. Ita-*
3. tertii. *que quoniam angulus MEO est æqualis angulo LEN, aduertice enim sunt, & angulus MOE*
4. sexti. *rectus æqualis recto LNE, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum EOM triangulo ENL æquiangulum. quare ut LE ad EM, ita NE ad EO, & permutando ut LE ad EN, ita ME ad EO. sed ut NE ad EK eius duplam, ita OE ad EF eius duplam. ex æquali igitur ut LE ad EK, ita ME ad EF. & sunt circa æquales angulos KEL FEM latera pro-*
6. sexti. *portionalia. triangulum igitur EMF triangulo ELK æquiangulum est; & angulus EFM an-*
29. primi *gulo EKL æqualis, ideoque FM ipsi LK est parallela. Sed KA perpendicularis est ad BA. ergo & CG ad eandem perpendicularis erit. quod oportebat demonstrare.*

N Rursus autem iuncta GC producatur ad O, ergo perpendicularis est ad BN;] *Atqui prius ducta est GC cum facta sit ipsi FD parallela, & producta est ad BF in H, alioqui non esset angulus BHG æqualis angulo BFD, ut dictum est. vel igitur hæc corrupta sũt,*
29. primi *vel intelligendum GC productam secare ipsam BM ad rectos angulos, atque in puncto O, propterea quod FD, quæ ipsi parallela est, eadem ad rectos angulos secat.*

O Est enim FD ad EM perpendicularis.] *namque ducta est ad FD perpendicularis BM. Græcus codex habet* καὶ γὰρ ἡ ηθ ἐπὶ τῆς υβ, *sed opinor legendum* καὶ γὰρ ἡ ζδ ἐπὶ τῆς υβ.

P Quoniam igitur rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG] *Hoc enim superius demonstratum fuit.*

Erit

Erit angulus BGC angulo GAC æqualis] *Qua ratione hoc sequitur nos proxime explicauimus.* Q

Sed angulus quidem BGC æqualis est angulo CNB. in circulo] *Quomodo anguli BGC CNB æquales sint in circulo considerare possumus. namque & aliter idem ostendere.* R *producatur NC usque ad BG in P. & quoniam in triangulo BGN ductæ sunt perpendiculares, ad GN quidem GO ad NG vero BE, erit ex iis, quæ proxime demonstrata sunt, NCP ad BG perpendicularis. quare angulus CPG rectus est æqualis recto CON, atque est PCG angulus æqualis angulo OCN cum sint aduerticem; reliquus igitur PGC reliquo CNB est æqualis.*

Angulus vero GAB æqualis est ipsi BDN in parallelis] *ex 29. primi. est enim AG ip-* S *si DN parallela quod supra demonstrauit.*

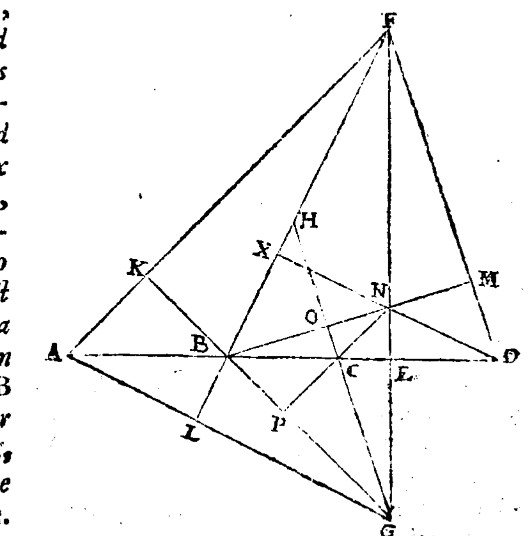
Ac propterea rectangulum DBC æquale est ei, quod fit ex BN quadrato] *Quoniam* T *enim angulus BNC æqualis est angulo BDN, ut ostensum fuit, atque est angulus NBC utrique communis, erit & reliquus BCN reliquo BND æqualis, & triangulum BNC æquale triangulo BDN. ergo ut DB ad BN, ita est NB ad BC: & ob id rectãgulũ DBC est æquale quadrato ex BN. græcus co.* τὸ ἄρα ὑπὸ βλγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βν τετραγώνῳ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ δβγ.

Quoniam autem in triangulo BDF acta est perpendicularis DNX, & inflexæ sunt V ad ipsam FN NB, erit quadratorum ex FD DB excessus æqualis excessui quadratorum ex FN NB] *Est enim quadratum ex FD æquale duobus quadratis ex FX XD, & quadratum ex DB æquale quadratis ex BX XD. quare sublato communi quadrato ex DX, erit excessus, quo quadratum ex FD superat quadratum ex DB idem, quo quadratum ex FX superat quadratum ex BX & simili ratione excessus, quo quadratum ex FN superat quadratum ex NB idem, quo quadratum ex FX superat quadratum ex BX. excessus igitur quadratorum ex FD DB est idem, siue æqualis excessui quadratorum ex FN NB.*

Sed excessus quadratorum ex FD DB est ABD rectangulum] *positum est enim qua-* X *dratum ex FD æquale rectangulo ADB, rectangulum autem ADB æquale est rectangulo ABD una cum quadrato ex BD ex tertia secundi elementorum. quadratum igitur ex FD superat quadratum ex BD rectangulo ABD.*

Quare NF potest rectangulum, quod AC BD continetur] *Quoniam enim quadrato-* Y *rum ex FN NB excessus est rectangulum ABD, & quadratum ex BN est æquale rectangulo DBC, erit quadratum ex FN æquale rectangulo ABD una cum DBC rectangulo. sed rectangulo ABD una cum rectangulo DBC æquale est rectangulum, quod AC BD continetur ex prima secundi libri elementorum. quadratum igitur ex FN est æquale rectangulo contento AC BD, ideoque recta linea FN potest rectangulum, quod AC BD continetur.*

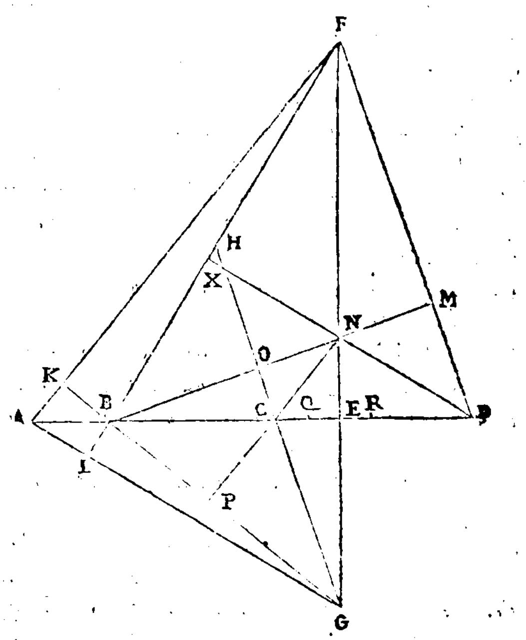
Quadratorum autem ex NC CB excessus est ECB rectangulum] *Quoniam enim* Z *triangulum obtusiangulum est NBC, & a puncto N ad BC protractam ducta est. perpendicularis NE, erit quadratũ ex NC minus, quam quadrata ex NB BC, rectãgulo, quod bis EBC continetur, ut nos demonstrauimus ad 13. secundi libri elementorum. ergo quadratum ex NC una cum rectangulo, quod bis EBC continetur est æquale quadratis ex NB BC, hoc est æquale rectangulo DBC, & ei quod fit ex BC quadrato. demonstratum etenim est rectangulũ DBC quadrato ex NB æquale esse. sed rectangulo DBC est æquale rectangulum DCB una cum quadrato ex BC per 3. secundi elementorum, rectangulo autem EBC est æquale rectangulũ ECB una cum quadrato ex BC. quadratũ igitur ex NC una cum duobus quadratis ex BC, & eo, quod bis ECB continetur est æquale duobus quadratis ex BC, & rectãgulo DCB.*

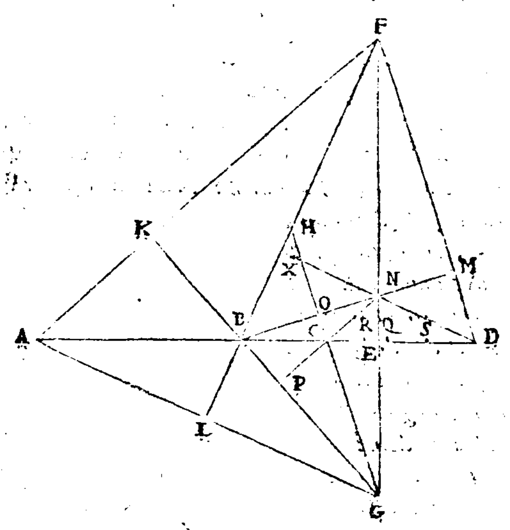


quare sublatis utrinq; duobus quadratis ex BC, erit relinquum quadratum ex NC una cum eo, quod bis ECB continetur, æquale rectangulo DBC. vel igitur BC est æqualis ED, vel maior, vel minor. Sit primum æqualis, ut in prima figura. & quoniam rectangulo DCB

 æquale

æquale eſt rectangulum ECB vna cum eo, quod ED BC continetur, hoc eſt vna cũ quadrato ex
1. ſecũdi BC, ſublato ex vtriſque rectangulo ECB, erit quadratũ ex NC vna cũ rectangulo ECB æquale quadrato ex BC. exceſſus igitur quadratorũ ex NC CB eſt rectangulũ ECB. ſed ſit BC maior, quam ED, vt in ſecunda figura, & ipſi DE addatur EQ, ita vt DQ ſit æqualis BC, & ipſi QE æqualis ponatur ER. Dico quadratorũ ex NC CB exceſſum eſſe rectangulum RCB. Quoniã enim quadratũ ex NC vna cũ eo, quod bis ECB cõtinetur, eſt æquale rectãgulo DCB vt proxime demonſtratum eſt; rectangulo autem DCB æquale eſt rectangulum QCB, vna cum eo, quod continetur DQ, & BC, hoc eſt vna cum quadrato ex BC; & rectãgulo ECB
1. ſecũdi æquale eſt rectangulũ QCB, & id, quod EQ BC continetur, ſublato communi QCB rectãgulo, erit quadratum ex NC vna cum rectangulo ECB, & eo, quod continetur EQ BC æquale ei quod ex BC quadrato ſed rectangulũ RCB eſt æquale rectangulo ECB & ei, quod EQ, hoc eſt RE, & CB cõtinetur. quadratum igitur ex BC ſuperat quadratum ex NC, rectangulo RCB, ideoque rectangulum RBC eſt exceſſus quadratorum ex NC CB. Poſtremo ſit BC minor, quam ED, & ab ipſa ED abſcindatur DQ æqualis BC, ponaturque ER ipſi EQ æqualis. & ipſi CE æqualis ES, erit QS æqualis ipſi CR, & rectangulum SCB æquale ei, quod bis ECB continetur. Dico rurſus quadratorũ ex NC CB exceſſum eſſe rectangulum RCB. Quoniam enim rurſus quadratum ex NC vna cum eo, quod bis continetu





ECB hoc eſt vna cũ rectangulo SCB æquale eſt rectãgulo DCB & rectãgulo DCB eſt æquale rectangulum QEB vna cum eo, quod DQ & BC continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex BC, rectangulo autem SCB eſt æquale rectangulum QCB, & id, quod SQ & BC continetur, ſublato comuni rectangulo QCB, relinquitur quadratum ex NC vna cum eo, quod QS CB continetur, hoc eſt vna cum rectangulo RCB æquale quadrato ex BC. quadratorum igitur ex NC CB exceſſus eſt rectangulum RCB.

Atque eſt rectangulum AEB æquale quadrato ex BG] Rurſus quoniam BCG triangulum

gulum obtuſiangulum eſt, & ad BC protractam ducitur perpendicularis GE, erit quadratũ ex GC minus, quam quadrata ex CB BG, rectãgulo, quod bis EBC continetur. ergo quadratũ ex GC una cum rectangulo, quod bis continetur EBC æquale eſt quadratis ex CB BG. ſed quadrato ex GC æquale erat rectãgulũ ACB, rectãgulo aũt ACB eſt æquale rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC. ergo rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC, & eo, quod bis EBC cõtinetur ẽ æquale quadratis ex CB BG. dẽpto igitur cõi quadrato ex BC, relinquere rectãgulum ABC una cũ eo, quod bis continetur EBC æquale eſt quadrato ex BG. Quod ſi AB ſit æqualis BE, ſitque BC ipſius CE dupla, ut in prima figura apparet, rectãgulũ AEB quadrato ex BG æquale erit, cũ ſit æquale rectãgulo ABC una cũ eo, quod bis EBC cõtinetur. illud vero nos hoc mõ demonſtrabimus. eſt.n. rectangulũ AEB æquale rectangulo ABE una cum quadrato ex EB, & rectangulum ABE æquale rectangulo ABC, una cũ, quod fit ex AB & CE. Rurſus quadrato ex EB æqualia ſunt quadrata ex EC CB una cũ eo, quod bis ECB continetur. At ex altera parte rectãgulũ bis contentũ EBC eſt æquale ei, quod bis ECB continetur, & duobus quadratis ex BC. quorũ rectangulum ABC, & id quod bis continetur EBC, quadratumque ex BC utriſque cõia ſunt. reliquũ eſt, ut oſtendamus rectangulũ, quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC, æquale eſſe ei, quod ex CB quadrato. ſecetur BC bifariã in puncto Q. Itaque quoniã BC bifariã ſecta eſt in Q, atque ipſi adiicitur QE, erit rectangulũ BEC una cum quadrato ex CQ æquale quadrato ex QE. ſed rectãgulo quidẽ BEC eſt æquale illud, quod fit ex AB CE, quadrato autẽ ex CQ æquale quadratũ ex CE, & denique quadrato ex QE, æquale ex BC quadratũ; namque poſita ẽ AB æqualis BE, & BC ipſius CE dupla. rectãgulũ igitur quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC æquale ẽ quadrato ex CB, ideoque rectangulum AEB eſt æquale rectangulo ABC una cum eo, quod bis EBC continetur, hoc eſt æquale quadrato ex BG quod oſtendendũ erat. uidetur autem Pappi demonſtratio congruere in eo tantum caſu, in quo AB BE æquales ſunt, itemque æquales inter ſe BC ED, & ipſius CE duplæ, ut in prima figura.

Ergo NG põt totũ rectangulũ, quod AD BC cõtinetur] Quoniam.n. rectãgulũ EBC β
eſt exceſſus quadratorũ ex NG GB, erit quadratum ex NG æquale rectãgulo AEB dẽpto ex eo prius EBC rectangulo, quod quidẽ ẽ æquale rectãgulo quod AD BC cõtinetur. hoc ẽ rectangulũ contentũ AD BC una cũ rectãgulo ECB eſt æquale rectãgulo AEB, ut demõſtrabitur. eſt .n. ex antedictis rectangulũ AEB æquale & rectangulo ABC una cũ eo, quod fit ex AB CE, et quadratis ex EC CB una cũ rectãgulo, quod bis ECB cõtinetur. Rurſus rectangulũ contentũ AD BC ẽ æquale rectãgulo ABC, quadratoq. ex BC, & rectãgulo ECB, una cũ eo, qđ ED BC cõtinetur, hoc ẽ una cũ quadrato ex BC. quib. addatur exceſſus, uidelicet rectãgulũ EBC. eorum ãt omniũ rectãgulũ qdẽ ABC, quadratũq. ex BC, & id, qđ bis EBC continetur utriſq. sũt cõia, rectangulũ uero, qđ AB CE cõtinetur una cũ quadrato ex EC iã demõſtratũ fuit æquale quadrata ex BC. quare oĩa oĩbus æqualia ſunt. ex quibus ſequitur quadratũ ex NG æquale eſſe rectãgulo, quod fit ex AD BC, proptereaq ipſam NG poſſe rectangulum, quod AD BC continetur.

Itaq; qm̃ rectus ẽ angulus FKG, & perpẽdicularis AE, erit rectãgulũ AEB rectãgulo FEG æquale] Nã cũ angulus ad K rectus ſit æqualis recto ad E, & angulus KBA ad verticẽ Γ
æqualis ãgulo EBG, erit & reliquus reliquo æqualis, & triãgulũ AKB ſimile triãgulo GEB. sed & triãgulũ AEF ſimile ẽ triãgulo AKB, eſt.n. angulus KAB utriq; cõis, & rectus AEF æqualis recto AKB. quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur AEF ſimile ẽ triangulo GEB, & ut AE ad EF, ita eſt GE ad EB, ideoque rectangulum AEB æquale eſt rectangulo FEG.

Vt ãt rectangulũ FEG ad rectangulũ CED, ita quadratũ ex FG ad quadratũ ex CG] δ
Qm̃.n. rectæ lineę FD GC parallelę sũt, & in ipſas incidit FG, angulus EFD æqualis ẽ angulo EGC, ẽq; ãgulus FED rectus æqualis recto GEC. ergo & reliquus reliquo æqualis, et triãgulũ EFD triãgulo EGC ſimile. vt igitur FE ad EG, ita ẽ DE ad EC: & permutando, ut FE ad ED, ita GE ad EC. quare ex 12. quinti. ut FE ad ED, ita FG ad CD. Rurſus qm̃ ut FE ad EG, ita DE ad EC, erit ex 1. diffin. sexti rectãgulũ FEG ſimile rectãgulo DEC. ſimilia ãt polygona in dupla sũt proportione homologorũ laterũ. ergo rectangulũ FEG ad rectãgulũ DEC duplã hẽt proportionẽ eius, quæ ẽ FE ad ED, hoc ẽ FG ad CD. sed & quadratũ ex FG ad quadratum ex CD duplã proportionẽ hẽt eius, quæ eſt FG ad CD. vt igitur rectangulũ FEG ad rectangulum CED, ita eſt quadratum ex FG ad quadratum ex CD. Græcus codex. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ γεδ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς γδ. lege οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ζη πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

I Recta vero linea FEG constat ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC] *Græcus codex* ἡ δὲ εζη ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. *lege* ἡ δὲ ζεη ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ βδ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ βγ.

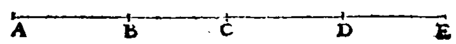
ζ Proportio igitur unica, & minor eadem est, quę quadrati rectæ lineæ constantis ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC ad quadratum ex CD] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάσσον λόγος. ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ εδ, καὶ τῆς τὸ ὑπὸ αβ γδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κδ *lege* ὁ ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάττων λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

IN TERTIVM EPITAGMA TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEMM. XXIII.

A Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectágulo ABD maius. Dico rectangulum BAC superare rectangulum AED ipso BDC rectangulo.



B Quoniam enim rectangulum BEC ęquale est & rectangulo BCE, & quadrato ex
C EC, hoc est & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulum auté BCE
D una cum ECD rectangulo totum est rectangulum, quod BD CE continetur, hoc est
E rectangulum ACE : erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & re-
F ctangulo CED. Sed rectangulum ACE æquale est & rectangulo, quod contine
G tur AC ED, & rectangulo ACD; rectangulum uero contentum AC ED una cum
H rectangulo CED totum est AED rectangulum. factum igitur est rectangulum BEC æquale rectanguloque AED, & rectangulo ACD; quod est rectangulum BDC. quare BEC rectangulum superat rectangulum AED rectangulo BDC.

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum BEC superare rectangulum AED ipso BDC rectangulo] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ βεγ τοῦ ὑπὸ αεδ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ βγδ. *lege* τῷ ὑπὸ βδγ.

Quo-

Quoniam enim rectangulum BEC æquale est & rectangulo BCE, & quadrato ex EC] *Ex 3. secundi elementorum.* B

Hoc est & rectangulo CED una cum rectangulo ECD.] *Ex 2. eiusdem.* C

Rectangulum autem BCE una cum ECD rectangulo totum est rectangulũ, quod BD CE continetur.] Ex *primi eiusdem.* D

Hoc est rectangulum ACE] *Quoniam enim AB est æqualis CD, addita utrique communi BC, erit AC ipsi BD æqualis. ergo rectangulum ACE est æquale ei, quod BD CE continetur.* E

Erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo CED.] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ βεγ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ γαε, καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. *lege* τῷ τε ὑπὸ αγε καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. F

Sed rectangulum ACE æquale est & rectangulo, quod continetur AC ED, & rectangulo ACD] Ex *prima secundi elementorum.* *Gręcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ βγε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αγ εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγγε *lege* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αγε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αγ εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγ γδ. G

Rectangulum uero contentum AC ED una cum rectágulo CED totum est AED rectangulum] Ex *eadem.* H

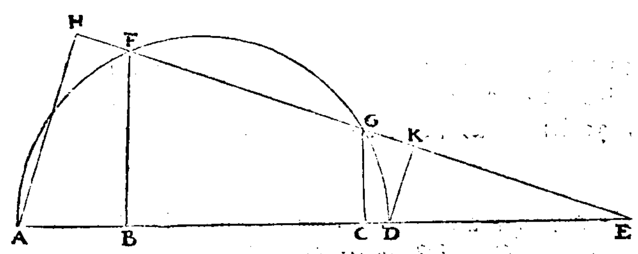
Quod est rectangulum BDC] *Est enim BD ipsi AC æqualis, ut superius dictum est. Gręcus codex* ὅ ἐστι τὸ ὑπὸ βαδγ. *lege* τὸ ὑπὸ βδ δγ.

LEMM. XXIIII.

MONACHVS TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LXI. PROPOS. LXIIII.

Tribus datis rectis lineis AB CD DE, si fiat ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratũ ex EC, singularis & maxima proportio est rectanguli AED ad rectangulum BEC. Dico eandem esse, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quę componitur ex ea, quę potest rectangulum cõtentũ AC BD, & ex ea, quę potest cõtẽtũ AB CD. A B



Describatur in recta linea AD semicirculus AFGD: & ad rectos angulos ipsi AD agantur BF, CG. Quoniam igitur factum est ut ABD rectangulum ad rectangulũ ACD,

D ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC; rectangulo autem ABD æquale est in semicirculo quadratum ex BF, & rectãgulo ACD æquale quadratum ex CG: erit ut quadratum ex BF ad quadratum ex CG, ita quadratum ex BE ad id, quod
E fit ex EC quadratum, & longitudine ut BF ad CG, ita BE ad EC: suntque BF CG pa
F rallelæ. ergo recta linea est, quæ per FGE transit. & producatur, atque ad ipsam agantur perpendiculares AH DK. Quoniam igitur singularis & maxima proportio
G est rectanguli AED ad rectangulum BEC, rectangulum autem FEG rectangulo
H AED est æquale; erit singularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG
K ad rectangulum BEC. ut autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita est
L ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC; hoc est quadratum
M ex AE ad quadratum ex EH, in circulo enim sunt puncta HACG, cum anguli ad
N HG recti sint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita est quadra-
O tum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas. singularis igitur & maxima pro-
P portio est quadrati ex DA ad quadratum ex HK. sed HG quidem potest rectangulum contentum AC BD; GK uero potest, quod AB CD continetur. quare singularis, & maxima proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ potest rectãgulum contentum AC BD, & ea, quæ potest id, quod AB CD continetur.

COMMENTARIVS.

A Tribus datis rectis lineis AB CD DE, si fiat ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex habet* τριῶν δοθεισῶν ευτισῶν τῶν αβ γδ εζ. προστιθεμένης τινὸς, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εδα. *sed legendum vt opinor* τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ γδ δε, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *verba autem illa* προστιθεμένης τινὸς, *tamquam superuacanea, & ab aliquo addita omisimus.*

B Dico eandem esse, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ po est contentum AB CD] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ἀπὸ τῶν αε βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. *lege* ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ.

C Quoniam igitur factum est ut ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex mancus, quem nos ita restituemus.* ἐπεὶ οὖν γεγένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ β ε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.

D Rectangulo ãt ABD ęquale est in semicirculo quadratũ ex BF, & rectangulo ACD æquale buadratum ex CG] *ex 8. & 17. sexti libri elementorum, est enim* BF *media proportionalis inter* AB BD; *itemque* CG *media proportionalis inter* AC CD.

E Et longitudine ut BF ad CG, ita BE ad FC] *ex 22. sexti. Græcus codex tantum habet,* καὶ μήκει, *nos autem perspicuitatis caussa ita uertendum censuimus.*

Ergo recta linea est, quæ per FGE transit] *Ex lemmate quod nos in 41. huius ostendimus* F

Rectangulum autem FEG rectangulo AED est æquale] *Ex corollario 36. tertij elementorũ græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ὁ ἄρα *&c. sed legendum* ἀλλά τό ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αεδ ὁ ἄρα *&c.* G

Erit singularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangu H lum BEC] *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ζεη πρός τὸ ὑπὸ βεγ. *lege* ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ.

Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita est ob lineas parallelas K quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *sunt enim rectangula* FEG BEC *inter se similia, cum ob similitudinem triangulorum* FEB GEC, *vt* FE *ad* EG, *ita sit* BE *ad* EC. *rectæ lineæ autem figuræ similes in dupla sunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum* FEG *ad rectangulum* BEC *duplam habet proportionem eius, quam* GE *habet ad* EC *sed & eandem habet quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EC. *vt igitur rectangulũ* FEG *ad rectangulũ* BEC, *ita est quadratum ex* GE *ad id, quod ex* EG *quadratum. græcus autem codex corruptus & mancus est qui ita restituetur.* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ τὸ ἀπὸ ηε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.

Hoc est quadratum ex AE ad quadratum ex EH] *ob triangulorum* AEH GEC *similitudinem. nam cum puncta* HACG *sint in circulo, erit angulus* AHE *in semicirculo rectus æqualis recto* GCF; *estque angulus ad* E *vtrique communis. reliquus igitur* HAE *reliquo* CGE *æqualis, & triangulum triangulo simile erit quare vt* GE *ad* EC, *ita* AE *ad* EH, *& vt quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EC, *ita quadratum ex* AE *ad quadratum ex* EH. *græcus codex.* τουτέστι τὸ ἀπὸ αε πρὸς τὸ ἀπὸ εδ *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ εθ. L

In circulo enim sunt puncta HACG. cum anguli ad HG recti sint] *Ex conuersa 22. tertii elementorum. quoniam enim quadrilateri* HACG *anguli ad* HG *recti sunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.* M

Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita est quadratum ex AD ad N quadratum ex HK ob parallelas] *Nam cum* DK *sit perpendicularis ad* HE, *erit angulus* DKE *ex tertior æqualis interiori, & opposito* AHE *quare* DK *parallela est ipsi* AH; *& triangulum* KED *simile triangulo* AEH. *vt igitur* AE *ad* EH, *ita* DE *ad* EK. *& quoniam vt tota ad totã, ita pars ad partem. erit & reliquã* AD *ad reliquam* HK, *vt* AE *ad* EH, *& ideo quadratum ex* AD *ad quadratum ex* HK *est vt quadratum ex* AE *ad quadratum ex* EH.

Singularis igitur & maxima proportio est quadrati ex DA ad quadratum ex HK] O *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ δα πρὸς τὸ ἀπὸ θη. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ θκ *& ita supra.*

Sed HG quidem potest rectangulum contentum AC BD, GK vero potest quod P AB CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex* ἡ δὲ θη ἐστιν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τὸ ὑπὸ αβ γδ. *legendum autem, vt opinor,* ἡ δὲ θη ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ ἡ ηκ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ γδ.

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata sectione habet problemata sex, præcepta sexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero vna. & sunt maximæ hæ, videlicet ea, quæ ad secundum præceptum secundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium sexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

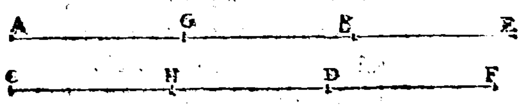
Secundus liber habet problemata tria, præcepta nouem, & determinationes tres, quarum minimæ quidem duæ, maxima vero vna. & ſunt minimæ, quæ ad tertium præceptum primi problematis, & quæ ad tertium ſecundi maxima autem quæ ad tertij problematis.

INCLINATIONVM LIBER PRIMVS

LEMMA VTILE AD PRIMVM PROBLEMA

THEOREMA LXII. PROPOS. LXV.

LEM. I. Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem eſſe, quam CF.



Secetur vtraque ipſarum bifariam in punctis GH. manifeſto conſtat GB maiorem eſſe, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD, &
A quadratum ex GB quadrato ex *HD* maius; erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex HD. ſed rectangulum quidē AEB vna cum quadrato ex *G*B æquale eſt quadrato ex GE, rectangulum vero CFD
B vna cum quadrato ex *H*D æquale quadrato ex *H*F. quadratum igitur ex *GE* quadrato ex HF eſt maius. & ob id recta linea G*E* maior, quam recta *HF*. eſt autem & AG maior, quam CH. ergo tota AE, maior, quam tota CF. ſimiliter autem & ſi minor ſit AB, quam C*D*; & rectangulum AEB rectangulo CF*D* æquale, erit tota *AE*, quam tota CF minor.

COMMENTARIVS.

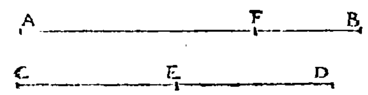
A Erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex CB maius rectangulo CFD vna cū quadrato ex GD] *græcus codex* μεῖζον ἄρα καὶ τό ὑπὸ αεβ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ. *ſed legendum* μετὰ τοῦ ἀπὸ ηβ, τοῦ ὑπὸ γζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ.

B Sed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB ęquale eſt quadrato ex GE] *ex 6. ſecundi libri elementorum.*

THEOREMA LXIII. PROPOS. LXVI.

LEMM. II.

Sit AB maior, quam CD, & ſecetur CD bifariā in puncto E. Conſtat igitur fieri poſſe, ut ad rectam lineam AB applicetur rectangulū ęquale rectangulo CED. etenim rectāgulū CED quadrato ex CE eſt æquale, & quadratū ex CE minus quadrato dimidiæ ipſius AB. Applicetur, ſitque rectangulum AFB, & AF ſit maior, quam FB. Rurſus igitur conſtat maiorem eſſe AF, quam CE; & BF minorem, quam ED.



Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia. vt autem AF ad CE, ita ED ad FB, minor igitur eſt *FB*, quam E*D*. quod demonſtrare oportebat. A B C

COMMENTARIVS.

Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia] *Græcus codex* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος ἐστιν ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἡμισείας. *ego uel ita legendum puto, uel in hanc ſententiam.* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος μείζων ἐστιν ἢ ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἐστιν ἡμίσεια. A

Vt autem AF ad CE, ita ED ad FB] R*ectangulum namque* AFB *ponitur æquale rectāgulo* CED. *ergo ut* AF *ad* CE, *ita* E*D ad* FB, *&* *cum* AF *ſit maior*, *quam* C*E*, *erit &* *ED*, *quam* FB *maior*, *ex iis*, *quæ demonſtrauimus in* 16. *quinti elementorum.* B

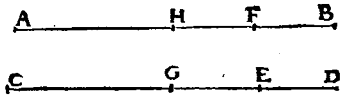
Minor igitur eſt FB, quam ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa.* C

THEOREMA LXIIII. PROPOSITIO LXVII.

LEMM. III.

Sit rurſus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor, quam CD: ſitque DE minor, quam EC, & BF A

B minor, quam FA. Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem esse.



C Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. minor igitur est AH, quam CG, & qua
D dratũ ex AH quadrato ex CG minus. Sed quadratũ quidem ex AH est æquale rectãguloque AFB & quadrato ex HF: quadratũ uero ex CG ęquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE. ergo rectangulum AFB una cũ quadrato ex HF minus est rectangulo CED una cũ quadrato ex GE, quorũ rectangulũ AFB ponitur ęquale rectangulo CED, reliquũ igitur quadratũ ex HF quadrato ex GE est minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipsa GE. erat autem & AH minor, quam CG. tota igitur AF,
E quam tota CE, est minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED.

COMMENTARIVS.

A Sitque DE minor, quam EC, & BF minor, quam FA] *Græcus codex.* καὶ ὅτι ἐλλάσσων μὲν ἡ δε τῆς εγ ἐστι δὲ ἡ βζ τῆς ζα *sed forte legendum erit.* καὶ ἔτι ἐλάσσων μὲν δε τῆς εγ ἡ δὲ βζ τῆς ζα.

B Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem esse.] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ αζ τῆς γε ἐλάσσων ἐστι, *sed hæc addenda sunt, ut opinor,* ἡ δὲ ζβ τῆς εδ μείζων. *In conclusione enim utraque inferuntur.*

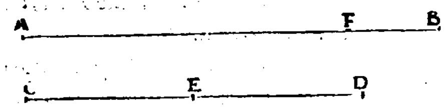
C Minor igitur est AH, quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus.] *Græcus codex* ἐλάσσων ἄρα ἐστι καὶ ἡ αθ τῆς γη ἔσω καὶ τὸ &c *sed uerbum illud* ἔσω *delendum puto, tamquam superuacaneum.*

D Sed quadratum quidem ex AH est æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF, quadratum uero ex CG æquale rectanguloq; CED & quadrato ex GE] *grecus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ αζ ἄρα ἴσον ἐστι τῷ τε ὑπὸ γεδ καὶ τῷ ἀπὸ ηε *sed corruptus est, & mancus, qui fortasse ita restituetur.* ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ αθ ἴσον ἐστι τῷ τε ὑπὸ αζβ καὶ τὸ ἀπὸ θζ; τὸ δὲ ἀπὸ γη ἴσον τῷ τε ὑπὸ γεδ, καὶ τῷ ἀπὸ ηε.

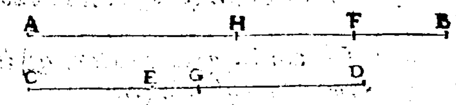
E Et reliqua FB maior, quam reliqua ED] *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων. *Sed nos perspicuitatis caussa ita uertendum duximus.*

THEOREMA LXV. PROPOS. LXVIII.

Sit rursus AB maior, quã CD, & secetur CD in puncto E, ita
A ut DE non sit minor, quã EC. manifestum est fieri posse, ut rectangulo CED ęquale applicetur ad rectam lineam AB deficiens quadrata figura. Quoniam enim DE non est minor, quam EC, vel ipsi æqualis erit, vel maior, & si quidem B
æqualis rectangulum CED minus est quadrato, quod fit a dimidia ipsius AB. Si autem maior, multo minus erit, etenim minus est eo, quod a dimidia ipsius CD efficitur. potest igitur rectan- C
gulo CED æquale, deficiensque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari. Itaque applicetur, & sit rectangulũ AFB. & ipsius AB maior portio sit AF. Dico FB minorem esse, D
quam CE.



Quoniam enim DE non est minor, quam EC, vel æqualis erit, vel maior, sit primum æqualis. & cum AB sit maior, quam CD, sitque AF quidem maior, quam dimidia ipsius AB, DE vero ipsius CD dimidia, erit AF maior, quam DE: atque ẽ vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur est CE, quam FB, ac propterea FB, quam CE E
minor.



Sit deinde maior DE quam EC, & secetur CD quidem bifariam in puncto G, AB F
uero bifariam in H secetur. Quoniam igitur maior est AB, quam CD, ipsius autem AB dimidia est HB, & ipsius CD dimidia CG, erit HB, quam CG maior, ideoq; quadratum ex HB maius quadrato ex CG. sed quadratum ex HB æquale est rectangulo AFB, & quadrato ex FH, quadratum vero ex CG æquale rectangulo CED & G H
quadrato ex EG. ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius est rectangulo CED vna cum quadrato ex EG, quorum rectangulum AFB æquale est ipsi CED rectangulo. reliquum igitur quadratum ex HF maius est quadrato ex EG, & ipsa HF maior, quam EG. est autem & AH maior, quam DG. quare tota AF, quam DE est maior. atque est ut AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur est CE, K L
quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIVS.

A Manifestum est fieri posse, vt rectangulo CED æquale applicetur ad rectā lineam AB deficiens quadrata figura.] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβάλλειν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *sed uidetur legendum* ὅτι δυνατόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

B Et si quidem æqualis, rectangulum CED minus est quadrato, quod fit a dimidia ipsius AB, si autem maior, multo minus erit; etenim minus est eo, quod a dimidia ipsius CEF efficitur.] *Græcus codex*, καὶ εἰ μὲν ἴσον, τὸ ὑπὸ γεδ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ αβ ἡ δὲ μείζων πολλῷ ἐλάσσονός ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ. καὶ γ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, *&c. sed legendum opinor.* καὶ εἰ μὲν ἴση, τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἔλασσόν ἐστιν εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἔλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, καὶ γάρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c.

C Potest igitur rectangulo CED æquale, deficiensque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari] *Ex 28 sexti elementorum. græcus codex* δὲ ἄρα ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴση παρὰ τῆς αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *sed uidetur legendum.* δυνατὸν ἄρα ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

D Dico FB minorem esse, quam CE] *Græcus codex* ὅτι δὲ ἐλάσσων ἐστιν ἡ ζβ. *ego legendum puto* ὅτι δὴ &c.

E Atque est vt AF ad DE, ita CE ad FB] *Ex 14. tertii elementorum.*

F Ipsius autem AB dimidia est HB, & ipsius CD dimidia CG] *græcus codex* καὶ ἐστι τῆς μὲν αβ ἄρα ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἄρα ὑ γη. *corrige* καὶ ἐστι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἡμίσεια ἡ γη.

G Quadratum vero xe CG æquale est rectangulo CED, & quadrato ex EG] *Græcus codex*, τὸ δὲ ἀπὸ ζθ τό δε ἀπό γη ἴσον ἐστι τῷ τε, *&c. delenda sunt uerba illa* τὸ δὲ ἀπὸ ζθ.

H Ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius est rectangulo CED, una cum quadrato ex EG] *græcus codex* μεῖζον ἄρα ἐστι τὸ ὑπὸ αζβ μετὰ τοῦ ἀπὸ ζθ, τῷ ἀπὸ αεδ. *lege* τοῦ ἀπὸ γεδ.

K Atque est ut AF ad DE, ita CE ad FB.] *græcus codex*, καὶ ἐστιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν δε οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζβ. *lege* οὕτως ἡ γε πρός τὴν ζβ.

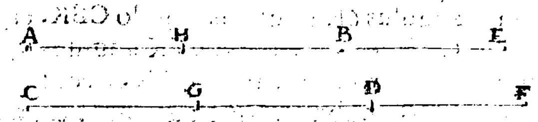
L Maior igitur est CE, quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit] *Græcus codex* μείζων ἄρα καὶ ἡ αε τῆς ζβ. ὥστε ἐλάσσων ἐστιν ἡ ζβ τῆς αε. *lege* μείζων ἄρα καὶ ἡ γε τῆς ζβ, ὥστε ἐλάσσων ἐστιν ἡ ζβ τῆς γε.

IN SEXTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXVI. PROPOS. LXIX.

LEM. V. Sit minor quidem AB, quam CD, æquale autem rectangulum AEB rectangulo CFD. Dico AE, quam CF minorem esse.

Secen-



Secentur AB CD bifariam in punctis HG. erit HB minor, quam GD. quoniam igitur rectangulum CFD æquale est rectangulo AEB, quadratum autem ex HB mi- 6. secũdi.
nus quadrato ex GD, erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex HB, hoc est qua- 6. secũdi.
dratum ex HE, minus rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD, hoc est minus quadrato ex GF. ergo HE, quam GF est minor. est autem & AH minor, quam CG. tota *
igitur AE minor erit, quam tota CF. similiter autem si tota, quam tota maior fuerit.

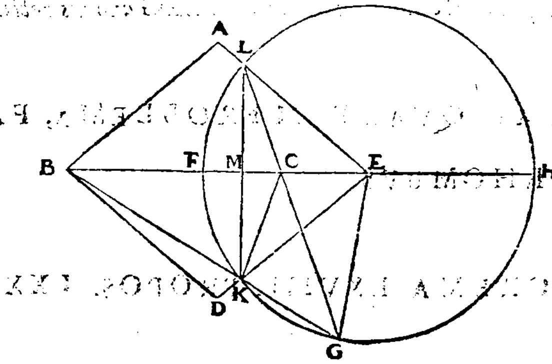
COMMENTARIVS.

Similiter autem si tota, quam tota maior fuerit] *græcus codex* ὁμοίως κἂν μείζων ἡ ὅλη τῆς ὅλης. *sed vereor ne aliqua desiderentur in hanc sententiam similiter si tota, quam tota maior fuerit, hoc est si tota* CF *ponatur maior, quam tota* AE, *demonstrabitur* CD, *quam* AB *maiorem esse. quamquam ego non* μείζων, *sed* ἐλάσσων *libentius legerem, ut esset quasi antecedentis conuersa.* *

IN OCTAVVM PROBLEMA.

THEOREMA LXVII. PROPOS. LXX.

LEM. VI. Rhombo existente AD, cuius diameter BCE, si ipsarum BE EC sumatur media proportionalis EF, & centro quidem E, interuallo autem EF circulus FGH describatur, producaturque LCG; erit recta linea, quæ per puncta GKB transibit. A



Iungantur enim EG CK BK KG. Quoniam igitur angulus BCF est æqualis angulo FCK, & ex utraque parte diametri circuli sunt LC, CK inter se æquales, quod lemmate C B

5.primi. mate demonstratum est, & æqualis LE ipsi EK; erit angulus CLE æqualis angulo
D CKE. sed CLF angulus æqualis est angulo CGE. angulus igitur CGE angulo CKE
est æqualis. est autem & angulus CKE æqualis angulo CBK. ergo & CBK æqualis est
E ipsi CGE. sed & angulus GCE æqualis angulo BCK angulus igitur CEG angulo CKB
F G æqualis erit. sed angulus CEG vna cum angulo CKG æqualis est duobus rectis. ergo & CKB vna cum ipso CKG duobus rectis est æqualis. & ob id recta linea est, quæ
14.prim. per BKG puncta transit.

COMMENTARIVS.

* Si ipsarum BE EC sumatur media proportionalis EF] *græcus codex* ἐάν τῶν βε ελ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βζ. *sed ego legendum arbitror* ἡ εζ *propter ea, quæ sequuntur.*

B Iungantur enim EG CK LK KG] *græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ λε εκ βκ κη. *legendum autem puto* αἱ εη εκ βκ κη. *etenim* λε εκ *quæ continentur in lateribus rhombi, iam ductæ sunt.*

G Quoniam igitur angulus LCF est æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli sunt LC CK inter se æquales, quod lemmate demonstratum est] *vbi hoc lemma sit, nondum comperi. sed hoc perspicue apparere potest ducta* LK, *quæ diametrum secet in puncto* M. *Quoniam enim* BCE *diameter est rhombi, erit angulus* LEB *angulo* KEB *æqualis sed trianguli* ELM *duo latera* LE EM *sunt æqualia duobus lateribus* KE EM *trianguli* EKM. *ergo & basis* LM *est æqualis basi* MK; *& anguli* LME EMK *vtrique recti sunt. Rursus* (3. sexti.) *cum trianguli* CLM *duo latera* LM MC *æqualia sint duobus lateribus* KM MC, *erit & basis* LC *basi* CK. *& reliqui anguli reliquis angulis æquales.*

D Est autem & angulus CKE æqualis angulo CBK] *Quoniam enim circuli* FGH *semidiameter media proportionalis est inter* BE EC, *erit vt* BE *ad* EK, *ita* KE *ad* EC. *quare triangulum* KGE *triangulo* BKE *simile erit, & angulus* CKE *angulo* KBE *æqualis.*

E Sed & angulus GCE æqualis angulo BCK] *Angulus enim* LCB *est æqualis angulo* KCB. *ut demonstratum est, atque æqualis ipsi* GCE, *qui est ad uerticem. ergo & angulus* KCB *angulo* GCE *est æqualis.*

F Angulus igitur CEG angulo CKB æqualis erit] *uidelicet reliquus reliquo æqualis hæc autem nos addidimus, quæ in græco codice desiderari uidebantur, ut ita restituendus sit.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ηγε τῇ ὑπὸ βγκ ἴση ἐστὶ, καὶ ἡ ὑπὸ γεη ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γκβ.

G Sed angulus CEG vna cum angulo CKG æqualis est duobus] *Angulus enim* BEG *una cum angulis* EGB GBE *est æqualis duobus rectis. sed angulo* EGB *æqualis est angulus*
32.prim. EKG. *& angulo* GBE *æqualis* EKL. *anguli igitur* CEG EKG *duobus rectis æquales erunt.*
5.primi.

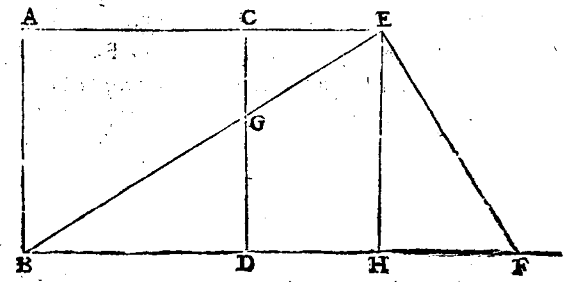
LEMMA VTILE AD QVARTVM PROBLEMA, FACIENS EADEM, QVÆ RHOMBVS.

THEOREMA LXVIII. PROPOS. LXXI.

LEM. VII.

A Sit quadratum AD, & ducatur BGE, atque ipsi ad rectos angulos EF. Dico quadrata ex CD GE quadrato ex DF æqualia esse.

Ducatur



Ducatur per E ipsi CD parallela EH. rectus igitur est angulus CEH. est autem & rectus FEG. ergo & angulus CEG angulo FEH est æqualis. B
Sed & rectus angulus FHE æqualis est recto BDG, atque est EH æqualis BD. æ- C
qualis igitur est EF ipsi BG. Quoniam autem quadratum ex BF est æqua- D
le quadratis ex BE EF, quorum rectangulum ex EF BD æquale est rectangulo E
EBG; in circulo enim sunt DFEG puncta, erit reliquum BFD æquale re- F
ctangulo BEG, & quadrato ex EF, hoc est quadrato ex BG. Sed rectan- G
gulum BEG una cum quadrato ex BG est rectangulum EBG una cum quadrato ex EG. rectangulum igitur BFD est æquale rectangulo EBG, hoc H
est FBD, & quadrato ex GE. Commune auferatur rectangulum BDF. ergo K
reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc est quadratis ex CD GE L
est æquale.

COMMENTARIVS.

Et ducatur BGE, atque ipsi ad rectos angulos EF] *Intelligatur recta linea* BGE A
secare CD *in puncto* G, *&* AC *productam in* E, *recta vero linea* EF *secare* BD *productam in* F.

Ergo & angulus CEG angulo FEG est æqualis] *Dempto namque communi angulo* B
GEH, *reliquus* CEG *reliquo* FEH *æqualis erit.*

Atque est EH æqualis BD] *Est enim ex 34. primi elementorum* EH *æqualis* C
CD: *uidelicet ipsi* DB, *quod est etiam quadrati latus. Græcus codex* καὶ ἔστιν ἴση ἡ εθ τῇ βλ. *lege* τῇ βδ.

Aequalis igitur EF ipsi BG] *Nam cum angulus* CEG *sit æqualis angulo* FEH, D
vt ostensum est, sitque ipsi CEG *æqualis* GBD, *erit &* GBD *ipsi* FEH *æqualis. atque est rectus* BDG *æqualis recto* FHE. *ergo & reliquus reliquo, & triangulum* BDG *triangulo* EHF *simile. Vt igitur* HE *ad* EF, *ita* DB *ad* BG: *& permutando ut* HE *ad* BD, *ita* EF *ad* BG. *est autem* HE *æqualis* BD. *ergo &* EF *ipsi* BG *est æqualis.*

Quorum rectangulum ex EF BD æquale est rectangulo EBG] *ex 36 tertii elementorum.* E

In circulo enim sunt DFEG puncta] *ex conuersa 22. tertii elementorum, quoniam* F
angu-

anguli oppositi GDF, FEG *recti sunt, quare & reliqui* DGE EFD *duobus rectis sunt æquales. Græcus codex* ἐν κύκλῳ γάρ ἐστι τὰ δζθη σημεῖα *sed legendum* δζεη.

G Erit reliquum BFD æquale rectangulo BEG, & quadrato ex EF] *Quoniam enim quadratum ex* BF *æquale est duobus quadratis ex* BE EF, *quadrato autem ex* BF *æqualia sunt vtraque rectangula* FBD BFD, *ex* 2. *secundi elementorum; & eadem ratione quadrato ex* BE *æqualia vtraque rectangula* OBG BEG; *erunt rectangula* FBD BFD *æqualia rectangulis* EBG, BEG *& quadrato ex* EF. *quorum rectangulum* FBD *est æquale rectangulo* EBG. *reliquum igitur* BFD *reliquo* BEG, *& quadrato ex* EF *est æquale.*

H Sed rectangulum BEG una cum quadrato ex BG est rectangulum EBG vna cum quadrato ex EG] *Hoc est rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* EG *est æquale rectangulo una cum quadrato ex* FG. *est enim rectangulum* BEG *æquale rectangulo* BGE *una cum quadrato ex* EG *ex* 3. *secundi elementorum. quare rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* BG *est æquale rectangulo* BGE *una cum duobus quadratis ex* BG GE. *& similiter rectangulum* EBG *una cum quadrato ex* EG *æquale est rectangulo* BGE *una cum quadratis ex* BG GE. *ergo cum eisdem sint æqualia, & inter se æqualia erunt.*

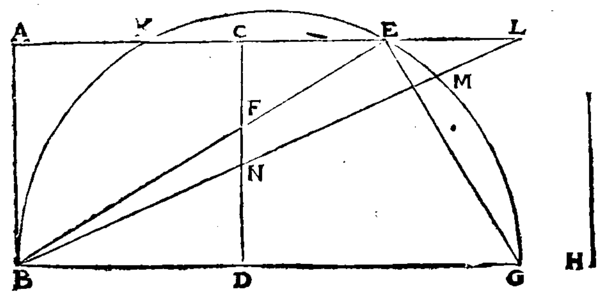
K Commune auferatur rectangulum BDF] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur.* τὸ ὑπὸ βζδ, *cum legendum sit* τὸ ὑπὸ βδζ.

L Ergo reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc est quadratis ex CD GE est æquale] *Est enim ex iam dictis rectangulum* BFD *æquale rectangulo* BDF *& quadrato ex* FD.

PROBLEMA VT HERACLITVS.

PROBLEMA IIII. PROPOS. LXXII.

LEMM. V.II. A Quadrato existente AD, producere AC in E, & facere EF datam quæ ad punctum B pertinent.



B **Factum iam illud sit, & a puncto E ipsi BE ad rectos angulos ducatur EG. Quo**
C **niam igitur quadrata ex CD FE æqualia sunt quadrato ex DG. & data sunt quæ ex CD FE quadrata; etenim vtraque ipsarum magnitudine datur datum igitur est qua-**

quadratum ex DG. quare & ipsa DG, & tota BG magnitudine data est. Sed & positio ne. ergo semicirculus in recta linea BG descriptus positione datur; & transit per pun D E
ctū E. ergo pūctū E positione circumferentiā contingit. Sed & positione rectā lineā F
AE. datum igitur est, sed & B datum. quare recta linea BE positione dabitur. G H

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem AD, data autem recta linea H: & quadratis ex CD & H æquale sit quadratum ex DG. maior igitur est GD, quam DC. quare & rectangulum GDB maius est quadrato ex DC. & ideo semicirculus in recta linea BG descriptus transibit supra punctum C. describatur, & sit BKEG, producaturque AC ad E, & BE EG iungantur. ergo quadrata ex CD EF æqualia sunt quadrato ex DG. sed K
quadrato ex DG ponebantur æqualia quadrata ex CD H. quadrata igitur ex CD H; quadratis ex CD EF sunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale est quadrato ex EF, & recta linea H rectæ EF æqualis. est autem EF data. ergo EF problema efficit. Itaque dico eam solam hoc efficere. ducatur enim altera quædam linea BL; quæ si problema efficit, erit NL æqualis EF. maior autem est FB, quam NB: L
tota igitur BL minor est, quam BE. quod fieri non potest: est enim BL etiam maior. M
non igitur BL problema efficit, sed sola BE.
Vt autem cognoscamus vtra ipsarum maior sit, demonstrabimus hoc pacto.
Quoniam maior est BL, quam BE, & BF maior, quam BN, erit reliqua NL maior, quam FE, & manifestum est eam, quæ puncto C propinquior est, remotiore semper minorem esse. N

COMMENTARIVS.

Quadrato existente AD producere AC in E, & facere EF datam, quæ ad pūctū B pertineat] *Græcus codex mancus est, & corruptus, ut opinor, in quo legitur.* τετραγώνου ὄντος θέσει τὸ αδ θεῖναι δοθεῖσαν τὴν εζ νεύουσαν ἐπὶ τὸ β. *fortasse autem ita restituetur* τετραγώνου ὄντος τοῦ αδ, ἐκβάλλειν αγ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν εζ, νεύουσαν ἐπὶ τὸ β *Eadem forma loquendi vsus est Pappus in problemate* XVI. *huius libri his uerbis.* θέσει δεδομένων τῶν αβ αγ ἀγαγεῖν παρὰ θέσει τὴν δε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν δε. A

Factum iam illud sit, & a puncto E ipsi BE ad rectos angulos ducatur EG] *græcus codex corruptus est, in quo legitur* γεγονέτω καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου τῇ βε ὀρθογωνίου εὐθεῖα γὰρ ἤχθω ἡ εη *sed forte legendum erit.* καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου ὀρθὴ ἤχθω ἡ εη. B

Quoniam igitur quadrata ex CD FE æqualia sunt quadrato ex DG] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν τὰ ἀπὸ τῶν γδ ζε τετράγωνα ἐστι τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ *sed legendum est* τετράγωνα ἴσα ἐστι τῷ ἀπὸ *&c.* C

Et transit per punctum E] *Ex* 31. *tertii elementorum, uel eius conuersa.* D

Ergo punctum E positione circumferentiam contingit] *Græcus codex* τὸ ε ἄρα θέσει περιφέρα ἅπτεται. *ego legerem.* περιφερείας ἅπτεται. E

Sed & positione rectam lineam AE] *Græcus codex* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθεῖα, καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε. *lege* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε. F

Datum igitur est] *Ex* 25. *datorum Euclidis. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν. *sed forte legendum* δοθὲν ἄρα ἐστίν. G

Quare recta linea BE positione dabitur.] *Ex* 26. *datorum.* H

K Ergo quadrata ex CD EF æqualia sunt quadrato ex DG] Ex *antecedēti lemmate. græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ εζ τετράγωνον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ηδ τετραγώνῳ. *sed legē dum arbitror.* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ εζ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ηδ τετραγώνῳ.

L Erit NL æqualis EF] *Græcus codex* ἴσαι ἴση ἡ ηλ τῇ εζ. *lege* ἡ νλ τῇ εζ.

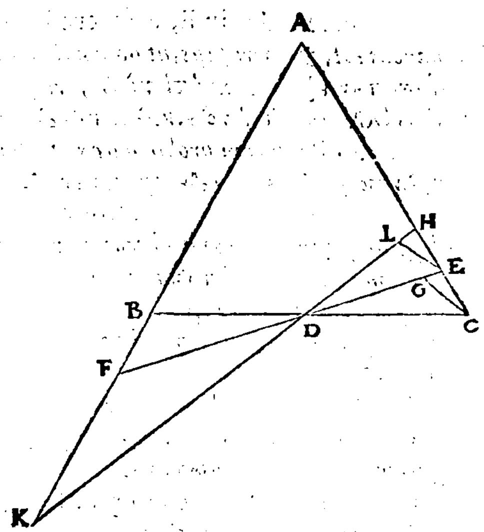
M Est enim BL etiam maior] *Secet enim BL circuli circumferentiam in puncto* M: *erit* BM *maior, quam* BE *ex iis, quæ nos demonstrauimus in octauam propositionem libri Archimedis de lineis spiralibus. ergo* BL*, quam* BE *multo maior erit. potest etiam illud aliter demonstrari, vt inferius apparebit.*

N Quoniam maior est BL, quam BE, & BF maior quam BN, erit reliqua NL maior quam FE] *Est. n. quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BA AL*; quadratum autem ex* BE *æquale quadratis ex* BA AE. *& cum quadratum ex* AL *sit maius quadrato ex* AE*, quod* AL *maior, quam* AE*; erit quadratum ex* BL *maius quadrato ex* BE*, & ideo* BL*, quam* BE *maior. Rursus quadratum ex* BF *æquale est duobus quadratis ex* BD DF*, & quadratum ex* BN *itidem æquale quadratis ex* BD DN. *Quod cum* DF*, ut maior, quam* DN*, erit quadratum ex* BF *maius quadrato ex* BN*, & ipsa* BF*, quam* BN *maior. Similiter & in aliis idem contingere demonstrabimus. Itaque cum* BL *sit maior, quam* BE*, &* BF *maior, quam* BN*, sequitur* NL*, quam* FE *multo maiorem esse. Græcus codex ut opinor, corruptus est, qui sic habet.* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῆς βε ἡ δὲ ζ τῆς βν, λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζν μείζων ἐστί *sed legendum puto* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν βλ τῆς βε ἡ δὲ βζ τῆς βν λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζε μείζων ἐστί.

LEMMA VTILE AD DETERMINATIONEM NONI THEOREMATIS, VT IN ANTIQVIS.

THEOREMA LXIX. PROPOS. LXXIII.

LE. IX. Sit BA æqualis AC, & secetur BC in pūcto D bifariā. Dico BC minimā esse omniū rectarum linearū, quæ per D ducuntur.



Ducatur. n. altera quędam EF, & AB ad F producatur: erit EF maior, quam CB.

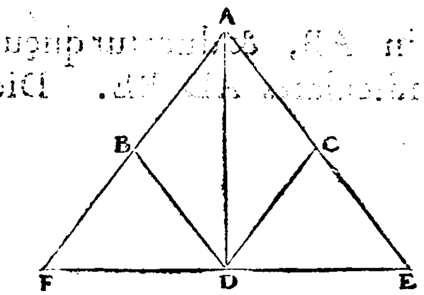
Quo-

Quoniam. n. angulus ABC, videlicet angulus C maior est angulo BFE, poterimus ab angulo C auferre angulū ipsi BFE æqualem. sit ei ęqualis DCG. est igitur ut FD ad DB, ita CD ad DG. sed FD maior est, quam DB. ergo & CD, quam DG maior. Itaq; A B
quoniam maior est FD, quam DB, hoc est, quam DC, & DC maior, quam DG, erit FD omniū maxima, & DG minima. & quoniā quattuor rectæ lineæ proportionales C
sūt FD DB DC DG, atque est maxima quidē FD, minima vero DG, erit FG maior, quā BC. ergo BC cū sit minor, quam FG, multo minor erit, quam EF. Similiter de- D E
monstrabimus BC minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per punctū D ducūtur. F
Dico insuper propinquiorem ipsi BC remotiore minorem esse.

Ducatur. n. alia quæpiā HK, & angulo K æqualis constituatur DEL. illud enim fieri potest. Rursus maior est KD, quam DF, & ED, quā DL maior. quare tota KL maior est, quam EF, & propterea KH, quam EF multo maior erit. minor igitur ē EF, quam HK: Ex quibus sequitur BC esse minorem omnibus, quæ per D ducantur, & quæ ipsi propinquior est, semper remotiore minorem esse.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIIII. LEMM. X.

Quod cum ita sit manifesta erit determinatio.



Si enim exponamus rhombum ABCD, & iungentes AD, ducamus ipsi ad rectos angulos EF, quę cum ipsis AC AB in punctis EF conueniat, oportet determinare, utrum maxima sit, an minimā omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducantur. & quoniam diagonios est AD, & ipsi AD perpendicularis EF, factum erit triangulum æquicrure EAF, habens latus EA ipsi AF æquale. ergo per antecedens lemma fit EF minor omnibus rectis lineis, quę per D ducuntur, & ipsi propinquior semper remotiore minor est.

COMMENTARIVS.

Est igitur ut FD *ad* DB*, ita* CD *ad* DG] *Ex 4. sexti elementorum. Nam cum an-* A *angulus* DCG *ſit æqualis angulo* BFD,*&* *angulus* GDC *ad verticem æqualis ipſi* BDF, *& reliquus reliquo æqualis,& triangulum triangulo ſimile erit.*

B Sed FD maior eſt, quam DB] Ex 19. *primi angulus enim* ABC *exterior maior eſt interiori* BFD. *& eadem ratione angulus* FBD *maior eſt angulo* ACB, *hoc eſt ipſo* ABC. *angulus igitur* FBD *angulo* BFD *multo maior eſt, & ideo maiori latere ſubtenditur.*

C Erit FD omnium maxima, & DG minima.] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erãt, ſed tamen aliqua in eandem ſententiam deſiderari videbantur, ſic enim in eo legitur.* ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ζδ τῆς δβ, τουτέστι τῆς δγ, ἀλλὰ ἡ δγ τῆς μείζων ἐστὶν ἐπεὶ οὖν τεσσαρες *&c. fortaſſe vero hæc addenda erunt.* μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ζδ, ἐλαχίστη δὲ ἡ δη.

D Erit FG minor, quam BC] *Sequitur hoc ex ultima quinti libri elementorum. conſtat namque FG ex maxima, & minima;* BC *uero ex reliquis duabus.*

E Ergo BC cum ſit minor, quam FG, multo minor erit, quam EF] *Græcus codex* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ζη, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ. *ſed vide ne legendum ſit.* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων οὖσα τῆς ζη, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ.

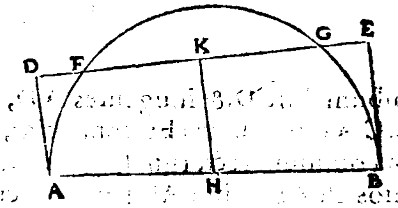
F Similiter demonſtrabimus BC minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos conſulto omiſimus, ueluti parum neceſſaria.*

νεύσεων. INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

LEM. I.

THEOREMA LXXI. PROPOS. LXXV.

A Sit ſemicirculus in AB, & ducatur quęuis recta linea DE & ad ipſam perpendiculares AD BE. Dico DF ipſi GE æqualem eſſe.



B Sumatur enim centrum H, & ad DE perpendicularis agatur HK. parallela igi-
C D tur eſt HK ipſis AD BE, atque eſt FK æqualis KG. Et quoniam tres paralle-
E læ ſunt AD HK BE, eſtque AH ęqualis HB, erit & DK ipſi KE æqualis. quarum FK
eſt æqualis KG, reliqua igitur DF reliquæ GE æqualis erit. Conſtat præterea DG
F ipſi FE ęqualem eſſe.

COM-

COMMENTARIVS.

Et ad ipſam perpendiculares AD BE] *Græcus codex.* καὶ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετοι αἱ α δ β ε θ κ *ſed delendum illud* θ κ. A

Sumatur enim centrum H.] *Græcus codex* εἰλήφθω τὸ τοῦ θ. *lege* εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ θ. B

Parallela igitur eſt HK ipſis AD BE.] Ex 28. *primi elementorum.* C

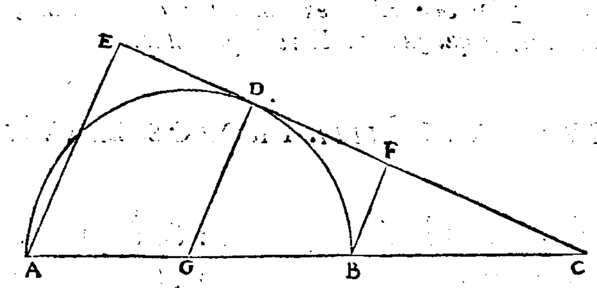
Atque eſt FK æqualis KG] *Ex* 3. *tertii elementorum.* D

Erit & DK ipſi KE æqualis] *Hoc vel ex* 34. *primi, uel ex* 2. *ſexti elementorum facile concludemus.* E

Conſtat præterea DG ipſi FE æqualem eſſe] *Addita nimirum utraque communi* FG. F

THEOREMA LXXII. PROPOSITIO LXXVI. LEM. II

Sit rurſum ſemicirculus in AB, & contingens ducatur CD, producaturque, & ad ipſam perpendiculares agantur AE BF. Dico rurſus ED ipſi DF ęqualem eſſe.



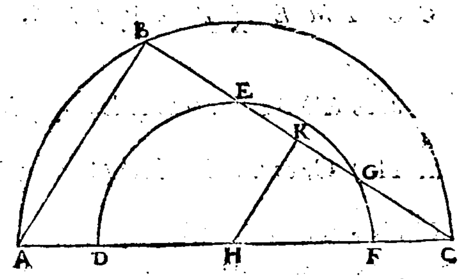
Sit centrum G, & DG iungatur. ergo DG ipſis AE BF parallela eſt, ſunt enim recti anguli qui ad D. Quoniam igitur tres ſunt parallelæ AE GD BF, atque eſt AG æqualis GB, erit & ED ipſi DF æqualis.

IN QVINTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXXIII. PROPOS. LXXVII. LEMM. III.

Sint duo ſemicirculi in AC, videlicet ABC DEF, ſitq; AD ęqualis CF: & a puncto C ducatur CB. Dico BE ipſi GC ęqualẽ eſſe.

Quo-



Quoniam enim AD æqualis est CF, semicirculi circa idem centrum consistunt. sumatur semicirculorum centrum H, & ab H ad EG perpendicularis agatur HK.
B æqualis igitur est EK ipsi KG. Itaque iungatur AB. & quoniam parallelæ sunt AB HK, atque est AH æqualis HC, erit & BK æqualis KC, quarum EK ipsi KG est æqualis. reliqua igitur BE reliquæ GC æqualis erit. Manifestum quoque est & BG ipsi EC esse æqualem.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur CB] *Intellige CB semicirculum secare.*

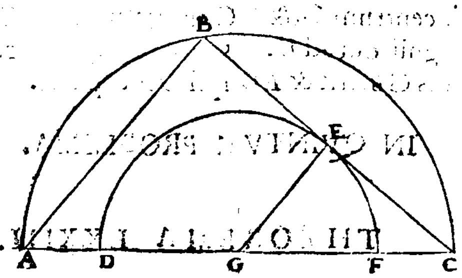
B *Et quoniam parallelæ sunt AB HK] ex 28. primi elementorum; est enim angulus* ABC *in semicirculo rectus, & qui sunt ad K recti ponuntur.*

THEOREMA LXXIIII. PROPOS. LXXVIII.

LEMM. IIII. Sint rursus semicirculi ABC, DEF: & à puncto C ducatur CE quę semicirculum DEF contingat, & ad B producatur. Dico BE ipsi EC æqualem esse.

Cum enim AD sit æqualis FC, constat semicirculos circa idem centrum esse sumatur rursus eorum cętrum G, & iungantur GE AB angulus igitur ad E rectus est, sed & rectus, qui ad B. ergo AB ipsi EG est parallela, atque est AG æqualis GC æqualis igitur est BE ipsi EC.

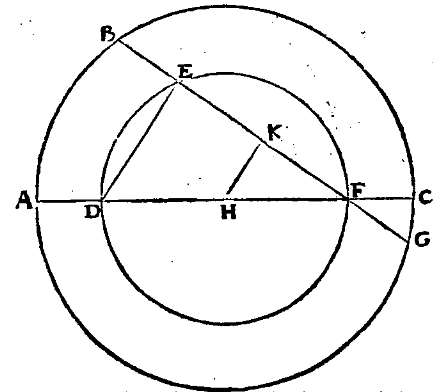
18. tertii. 13.



IN SEPTIMVM.

THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX.

LEM. V. Sint rursus semicirculi ABC DEF, & sit AD æqualis FC, compleatur autem maior circulus, & per F ducatur quædam recta linea BG. Dico BE ipsi FG æqualem esse. A



Sit centrum H, & ab eo ad BG perpendicularis agatur HK. ergo BK est æqualis KG. Itaque iungatur ED. Et quoniam DE HK inter se parallelæ sunt, atque est DH æqualis HF, erit & EK ipsi KF æqualis. est autem & tota BK B æqualis toti KG. reliqua igitur BE reliquæ FG æqualis erit. Constat etiam BF ipsi EG æqualem esse.

COMMENTARIVS.

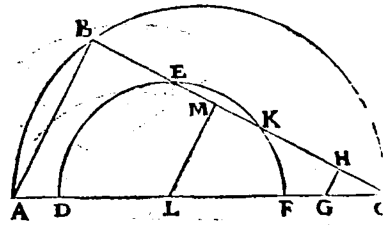
Et per F ducatur quędam recta linea BG.] *Græcus codex* καὶ διὰ τοῦ δ ζ ἤχθω τὶς ἡ β η *lege* καὶ διὰ τοῦ ζ. A

Erit & EK ipsi KF æqualis] *Græcus codex.* ὅλη γὰρ ἐστι καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ. *ego legendum* B *puto* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ, *quamquam illud per se patet ex 3. tertii elementorum, adeo ut ad propositum ostendendum minime opus sit ducere rectam lineam* ED. *Quoniam enim a cẽtro* H *ad* BG *perpendicularis acta est* HK, *erit &* BK *ęqualis* KG, *& eadem ratione* EK *æqualis* KF. *reliqua igitur* BE *reliquæ* FG *est æqualis. quod demonstrare oportebat.*

IN NONVM.

THEOREMA LXXVI. PROPOS. LXXX.

LE. VI. Sint duo ſemicirculi ABC DEF, & ipſi AD æqualis ponatur FG. ducta autem BC à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.



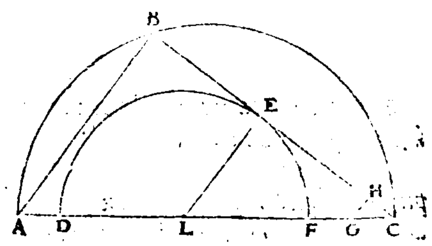
Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & a puncto L ad EK perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt EM ipſi MK. & quoniam AD eſt æqualis FG, & DL ipſi LF, tota AL toti LG æqualis erit. ſunt autẽ tres parallelæ AB LM GH: ergo BM eſt æqualis MH; quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquę KH eſt æqualis. manifeſtum quoque eſt BK ipſi EK æqualem eſſe.

THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEMM. VII. Iisdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico rurſus BE ipſi EH eſſe ęqualem. *

Rurſus ſumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & iungatur LE. perpendicularis igitur eſt ad BC, & factæ ſunt tres parallelæ, AB LE GH, atque eſt AL æqualis LG. ergo & BE ipſi EH æqualis erit.

18. tertii.



COM-

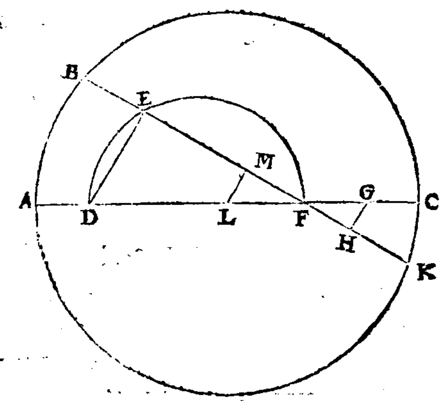
COMMENTARIVS.

Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF] Grecus codex τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφάπτεται ἡ βγ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου. lege ἐφαπτέσθω. *

IN OCTAVVM.

THEOREMA LXXVIII. PROPOS. LXXXII.

LEM. VIII. Sint duo ſemicirculi ABC DEF, & ſit AD minor, quam CF, ipſi vero AD ęqualis ponatur CG, cõpleaturq; circulus BAKC, & ducta quæuis recta linea Bk, a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi HK æqualem eſſe.



Sumatur cẽtrũ circuli ABC, quod ſit L. & a puncto L ad EF perpendicularis agatur LM. æqualis igitur eſt BM ipſi MK. quoniam autẽ AL eſt ęqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis. & ſunt tres parallelæ DE, LM GH. ergo EM eſt æqualis MH. eſt autem tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt ęqualis. perſpicuum autem eſt & BH ipſi EK eſſe æqualem. *

COMMENTARIVS.

Ergo EM eſt æqualis MH] *Quoniam enim ut* DL *ad* LF, *ita eſt* EM *ad MF, & ut* LF *ad* FG, *ita* MF *ad FH, ob triangulorum* LMF GHF *ſimilitudinem, erit ex æquali ut* DL *ad* FG, *ita* EM *ad* FH. *Rurſus quoniam ut LF ad* FG, *ita* MF *ad* FH. *erit compo-*

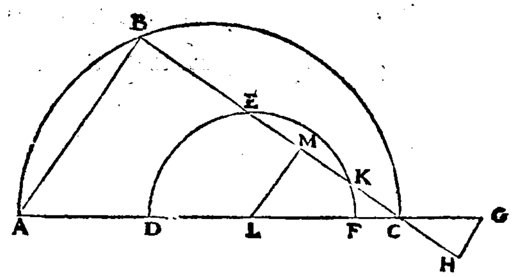
 nendo,

nendo, conuertendoque ut FG ad GL, ita FH ad HM. ergo rursus ex æquali ut DL ad LG, ita EM ad MH. est autem DL æqualis LG. ergo & EM ipsi MH æqualis erit.

IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXIII.

LE. IX. Iisdem positis sit AD maior, quam FC, & ipsi equalis ponatur FG, ductaque BCH ad ipsam perpendicularis agatur GH.
A Dico BE ipsi KH æqualem esse.



Sumatur centrum semicirculi DEF, quod sit L, & ab eo ad EK perpendicularis agatur LM. ergo EM est æqualis MK. Et quoniam AD est equalis FG, & DL ipsi LF,
B erit tota AL toti LG equalis. & sunt rursus tres parallelæ BA ML GH. æqualis igitur est BM ipsi MH, quarum EM est æqualis MK. ergo reliqua BE reliquæ KH est æqualis. manifestum autem est & BK ipsi EH æqualem esse.

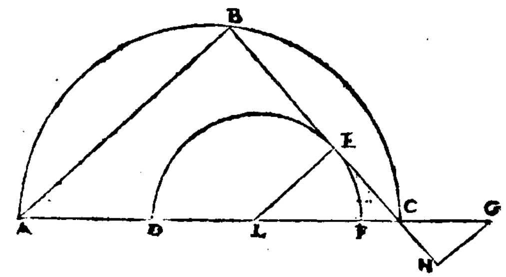
COMMENTARIVS.

A Dico BE ipsi KH æqualem esse] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστιν ἡ βε τῆ κθ. *lege* ὅτι ἴση ἐστιν ἡ βε τῆ κθ.
B Aequalis igitur est BM ipsi MH] *Hoc eodem modo demonstrabitur, quo supra demonstratum est EM ipsi MH æqualem esse.*

THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIIII.

Iisdem positis contingat BC semicirculum DEF. Dico BE ipsi EH æqualem esse.

Suma-

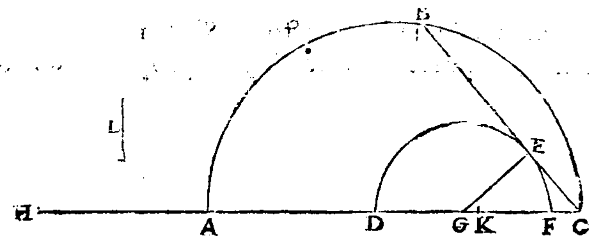


Sumatur rursus semicirculi DEF centrum L, & LE iungatur. ergo perpendicularis est ad BH. & ob id tres parallelæ sunt AB LE GH, atque est AL æqualis LG: equalis igitur est BE ipsi EH.

PROBLEMA VTILE AD COMPOSITIONEM DECIMI SEPTIMI.

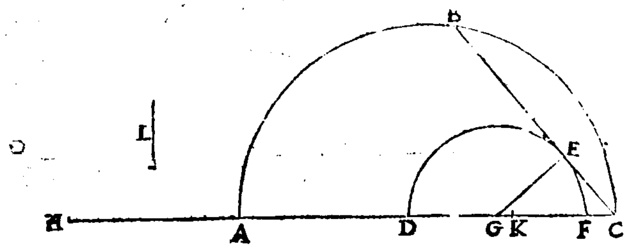
PROBLEMA V. PROPOS. LXXXV.

Semicirculo positione dato ABC, & dato puncto D, describere per D semicirculum, qualis est DEF, ita vt si ducatur contingens BC, fiat AD ipsi BE equalis. LEM. XI. A



Factũ iam sit. ergo ut AD ad EC, ita est BE ad EC, & ut quadratũ ex AD ad quadratũ ex EC. ita quod ex BE quadratũ ad quadratũ ex EC. Vt autem quadratum ex B
BE ad quadratũ ex EC, sũpto semicirculi DEF centro G, & iuncta GE, ita est quadratum ex AG ad quadratum ex GC. Sed quadratum ex EC est excessus quadratorum ex EG GC. est igitur vt quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC, C
ita quadratum ex AG ad quadratũ ex GC. ponatur ipsi DA æqualis AH, & secetur DC bifariam in puncto K. Itaque quoniam ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC; erit reliquum, D
videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratũ ex GD: hoc est HG ad GD; vt E
vna proportionum, nempe vt quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC. hoc est quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DG GK. datum autem est quadratum ex AD. ergo & id, quod bis continetur DC & L & quod semel

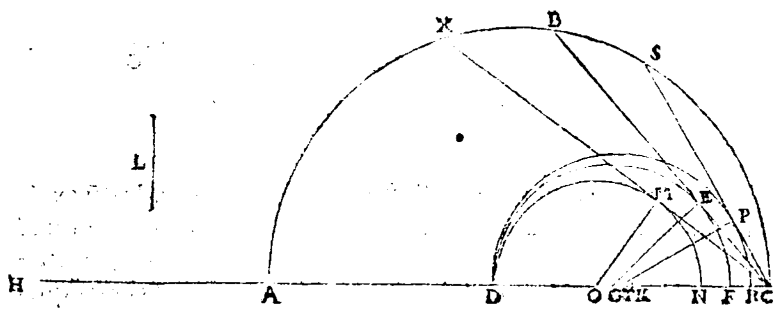
 con-



G continetur datum erit. atque est data DC. ergo & L data. Quoniam autem est,
vt HG ad GD, ita quadratum ex AD. hoc est quod bis continetur DC & L ad
H K id, quod bis DC & GK continetur; hoc est ut L ad GK. rectangulum igitur HGK
L rectangulo contento L & GD est æquale, & sunt tres rectę lineæ datæ HD, DK L.
M ergo deductum est ad determinatam sectionem. Datis tribus rectis lineis HD,
N DK L, secare DK in puncto G, & facere proportionem rectanguli HGK ad rectan-
gulum LGD æqualis ad æquale. hoc autem manifesto constat. & est indetermina-
O tum. ergo datum est punctum G, & semicirculi DEF centrum. positione igitur est
P semicirculus, & a dato puncto C recta est contingens BC. quare positione
Q est BC.

Idem autem congruet si punctum infra sumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit semicirculus quidem ABC, datum autem punctum D, & oporteat facere id, quod propositum est.



Ponatur quadrato ex AD ęquale id, quod bis DC & L continetur, ipsi uero DA æqualis ponatur AH, & DC bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis lineis HD DK L, secetur DK in G, ut faciat proportionem rectan-
guli

guli ex L & DG ad rectangulum HGK ęqualis ad ęquale, & circa centrum G se-
micirculus DEF describatur. Dico semicirculum DEF problema efficere. ducatur
enim BC semicirculum contingens. erit AD ipsi BE æqualis. Nam cum rectangu-
lum HGK æquale sit rectangulo ex L & GD, vt HG ad GD, ita erit L ad GK.
Sed ut HG ad GD, ita est rectangulum HGD ad quadratum ex GD, hoc est excessus
quadratorum ex GA AD ad quadratum ex GD. Vt autem L ad GK, ita id, quod S
bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK, hoc est quadratum ex AD ad ex-
cessum quadratorum ex DG GC. Vt igitur quadratorum ex GA AD excessus ad
quadratum ex GL, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC.
ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad excessū T
quadratorum ex DG GC, hoc est ad excessum quadratorum ex CG GE, hoc est ad
quadratum ex EC. Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadra-
tum ex AD ad quadratum ex EC. Sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC,
ita est quadratum ex BE ad quadratum ex EC. ergo ut quadratum ex BE
ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AD ad id, quod ex EC quadratum.
quadratum igitur ex AD æquale est quadrato ex BE, ideoque recta linea
AD ipsi BC est æqualis. & manifestum est BE maiorem esse, quam EC. etenim V
ut HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC. maior autem ē HG, X
quam GD. ergo & quadratum ex AD maius est quadrato ex EC: ac propterea AD, Y
quam EC est maior: & multo maior, quam FC. Semicirculus igitur DEF proble-
ma efficit. Dico autem eum solum hoc efficere. Describatur enim alter semi-
circulus DMN, & ducatur contingens CMX. Itaque si DMN etiam
problema efficit, erit AD æqualis MX, & sumpto semicirculi DMN centro, quod sit
O, iungatur OM. ergo congruentur resolutioni, rectangulum HOK æquale erit re- Z
ctangulo LDO, quod est absurdum; nam in determinata sectione demonstra-
tum fuit maius esse. non igitur semicirculus DMN efficit problema. Similiter o- α
stendemus neque aliud vllum efficere præterquam ipsum DEF. ergo DEF solus pro
blema efficit. Vt autem cognoscamus vtrum ipsorum maius abscindet ita osten- β
demus. Quoniam enim in determinata sectione demonstratum est, rectangulum
LDO minus rectangulo HOK, habebit L ad OK minorem proportionem, quā HO γ
ad OD. Sed vt L ad OK, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex
DO OC. quod ostensum est. vt autem HO ad OD. ita excessus quadratorum ex OA
AD ad quadratum ex OD. ergo quadratum ex AD ad excessum quadratorū ex DO ε
OC minorem proportionem habebit, quam excessus quadratorum ex OA AD ad ζ
quadratum ex OD. & omnia ad omnia maiorem habebunt proportionem, quam
quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC, hoc est ad quadratum ex η
CM. quadratum igitur ex AD ad quadratum ex CM minorem proportionem habet,
quam quadratum ex AO ad quadratum ex OC, hoc est quam quadratum ex XM ad
quadratum ex MC, & propterea XM, quam AD est maior. Non aliter ostende-
mus & omnes rectas lineas, quæ inter A & B interiiciuntur, maiores esse, quam AD;
quæ vero inter B & C esse minores. Si enim rursus describamus semicirculum DPR, θ
contingentemque ducamus: & eadem quę prius construantur, erit centrum semici r
culi DPR uidelicet T ad alteras partes puncti G. & in sectione determinata rectan-
gulum HGK maius erit rectangulo HTK. atque eadem ratione AD, quam SP erit κ
maior. ergo semicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habent, maiorem λ
faciunt eam, quam AD, qui vero remotiores sunt, faciunt minorem. fieri igitur po-
test, vt per punctum D describantur semicirculi, ita ut linea contingens vnumquem
que ipsorum protracta ad circumferentiam maioris semicirculi faciat eam, quæ in-
ter contactum, & dictam circumferentiam interiicitur, æqualem ipsi AD. & rursus
maiorem & faciat minorem.

COM-

COMMENTARIVS.

A Ita ut si ducatur contingens BC, fiat ND ipsi BE æqualis] *intellige BC contingere semicirculum DEF in puncto E.*

B Vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex EC, sumpto semicirculi DEF cen-
28.primi tro G, & iuncta GE, ita est quadratum ex AG ad quadratum ex GC] *si enim iunga-*
31.18.ter *tur AB, parallela erit ipsi GE, quod angulus ABC in semicirculo rectus est; & rectus GEC.*
tii. *ergo ut BE ad EC, ita AG ad GC. & ob id quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ita qua-*
2.sex.22. *dratum ex AG ad quadratam ex GC. Græcus autem codex mendose habet.* τὸ ἀπὸ δη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ, *cum legendum sit* τὸ ἀπὸ αη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ.

C Sed quadratum ex EC est excessus quadratorum ex EG GC] *nam quadratum ex GC æquale est duobus quadratis ex GE EC ex 47. primi elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ἀπὸ εγη τῶν ἀπὸ εη ηγ ἐστὶν ὑπεροχή. *lege* τὸ ἀπὸ εγ.

D Est igitur ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG C &c.] *Quoniam enim quadratum ex EC est excessus quadratorum ex EG GC, atque est DC æqualis GE, erit etiam excessus quadratorum ex DG GC. ergo vt quadratum ex BE, hoc est vt quadratum ex AD ipsi æquale ad excessum quadratorum ex EG GC, ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC.*

E Erit reliquum, uidelicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, hoc est HG ad GD, ut una proportionũ, nempe ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC] *nam cum sit ut totum quadratum ex AG ad totum quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC, videlicet pars ad partem erit reliquum rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, ut quadratum ex AD ad*
6.secũdi. *excessum quadratorum ex DG GC est enim quadratum ex AG æquale quadrato ex AD, & rectangulo HGD, quoniam recta linea HD bifariam secatur in A, atque ipsi adiungitur DC;*
47.primi *quadratum autem ex GC est æquale quadrato ex EC, qui est excessus quadratorum ex DG GC;*
1.sexti. *& quadrato ex GE, hoc est GD. sed ut rectangulum HGD ad quadratum ex GD, ita est HG ad GD. ergo HG ad GD est ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC. Græcus codex* λοιπὸν πρὸς λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ δηθ. *sed puto legendum* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ δηθ πρὸς λοιπὸν τὸ ἀπὸ ηδ.

F Hoc est quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC GK] *fiat quadrato ex AD æquale id, quod bis continetur DC, ut alia quadam linea, quæ sit L. & quoniam DF bifariam secatur in G, atque ipsi adiungitur FC, erit rectangulum DCF una cũ quadrato ex CF æquale quadrato ex GC. sed rectangulo DCF æquale est id, quod bis continetur DC GK; cum FC sit dupla ipsius GK, ut mox ostendemus. ergo quod bis DC GK continetur, est excessus quadratorum ex FG GC, hoc est DG GC. est igitur HG ad GC, ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC, hoc est quod bis continetur DC & L ad id, quod bis DC GK continetur. At uero FC ipsius GK duplam esse perspicue apparet. est enim DC dupla ipsius CK, & DF dupla FG. ergo & reliqua FC reliquæ GK dupla erit. Græ-*
19.quĩti. *cus codex corruptus est, & mancus, in quo legitur.* τουτέστι πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγλ. δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ αδ. *ego sic restituendum censeo* τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ δγλ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ. δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ αδ.

G Atque est data CD. ergo & L data] *ex 57. datorum* Euclidis.

H Hoc est ut L ad GK] *Ex prima sexti elementorum.*

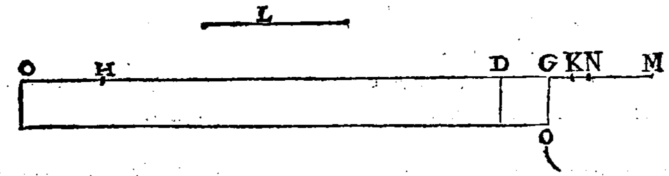
K Rectangulum igitur HGK rectangulo ex L & GD est æquale] *ex 16. sexti elementorum.*

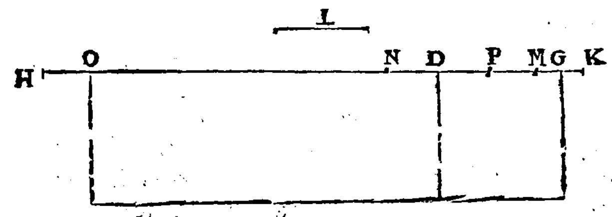
L Ergo deductum est ad determinatam sectionem.] *Græcus codex* ἀπῆκται εἰς διωρισμένης, *sed vide ne legendum sit* ἀπῆκται εἰς διωρισμένην *vt intelligatur* τομήν.

Datis 3

Datis tribus rectis lineis HD DK L secare DK in puncto G, & facere proportionẽ M rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale, hoc autem manifesto constat] *Illud, vt opinor, manifestum tunc erat ex demonstratis ab Apollonio in libris de sectione determinata, his autem temporibus non item, cum Apollonii libris careamus. quare nos problema eiusmodi explicare tentabimus. hoc pacto.*

Sint datæ rectæ lineæ HD, DK, L. oportet ipsam DK ita secare in puncto G, ut rectangulum HGK æquale sit rectangulo, quod L & DG continetur.





Adiiciatur rectæ lineæ HD linea DM, quæ sit æqualis L, & ab ipsa HM abscindatur MN æqualis DK, fiatque DO æqualis NH. & si quidem DM sit minor, quam DK, ut in secunda figura, fiat KP æqualis MD. erunt ND DP MK HO inter se æquales, & OP æqualis HD. Itaque ex 29. sexti elementorum ad rectam lineam OD rectangulo HDK æquale rectangulum applicetur, excedens figura quadrata, quod sit OGQ. Dico DK in G sectam esse, vt proponebatur. Quoniam enim rectangulum OGQ, hoc est OGD est æquale rectangulo HGK, erit ex 14. sexti elementorum KD ad DG, vt OG ad HD: & diuidendo KG ad GD, vt excessus, quo OG separat HD ad HD, videlicet in prima quidem figura, ut utraque OH DG hoc est DGKM ad HD: in secunda vero ut PG ad HD, & ut vnũ ad vnum, ita antecedentia omnia ad omnia consequentia, nempe vt KG ad GD, ita KG una cum excessu, quo OG superat HD, hoc est in prima figura ita DM ad HD DG, hoc est ad HG: & in secunda figura, ita PK hoc est DM ad HG. rectangulũ igitur HGK est æquale rectãgulo GDM, uidelicet ei, quod L & DG continetur. illud autem est quod facere oportebat.

N Et est indeterminatum] *Cum enim problematum alia determinata sint, alia indeterminata, hoc ex eorum numero est, quæ indeterminata appellantur, quod ut fieri possint nulla indigent determinatione.*

O Positione igitur est semicirculus] *Ex 6. diffinitione libri datorum.*

P Quare positione est BC] *Non solum data est positione BC, sed & magnitudine ex 91. libri datorum.*

Idem

Q Idem autem congruet, si punctum infra sumatur]

R Vt HG ad GD, ita erit L ad GK] *ex 14 sexti elementorum* Græcus codex ὡς ηθ πρὸς τὴν ηδ οὕτως ἐστὶ τὴν ηκ *lege* οὕτως ἐστὶν ἡ λ πρὸς τὴν ηκ.

S Vt autem L ad GK, ita id, quod bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ ηλ πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ δλγ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ *legendum autem puto* ὡς δὲ ἡ λ πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ λ δ γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ.

T Ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC] *ex 12. quinti elementorum. Omnia enim antecedentia ad omnia consequentia sunt, vt unum antecedentium ad unum consequentium.*

V Etenim ut HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC] *Græcus codex* ἐχόμενι γὰρ ὡς τὴν θη πρὸς τὴν ηδ, οὕτως τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *post, quæ sequuntur hæc* ἀναβαίνει δὲ ἐπισκεπτόμενον, *quæ superuacanea uidetur & obscriptoris negligentiam inserta.*

X Ergo & quadratum ex AD maius est quadrato ex EC] *Græcus codex* μεῖζον τὸ ἀπὸ αδ τοῦ ἀπὸ εγ *&c. ego legerem* μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ αδ τοῦ ἀπὸ εγ.

Et multo maior, quam FC] *intelligatur a puncto E ab DC ducta perpendicularis* EY, *erit*, YC *maior, quam* FC. *sed cum* EC *maiori angulo subtendatur, maior est, quam* YC, *ergo* AD, *quam* FC *multo maior erit. vide tamen quorsum hæc.*

Z Ergo congruenter resolutioni rectangulum HOK æquale erit rectangulo LDO] *si ponatur* MX *æqualis* AD, *eodem modo, quo supra in resolutione demonstratum fuit, rectangulum* HGK *æquale rectangulo* LDG, *demonstrabitur quoque rectangulum* HOK *rectangulo* LDO *æquale. Græcus codex* ἔσται ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶν θεκ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λδο. *ego legendum censeo.* τὸ ὑπὸ τῶν θοκ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λδο.

α Quod est absurdum. nam in determinata sectione demonstratum fuit maius esse.] *Est enim rectangulum HOK maius rectangulo* HGK *ex 14. huius libri. sed rectangulum* LDO *minus est rectangulo* LDG, *quod* DO *sit minor, quam* DG. *ergo rectangulum* HOK *rectangulo* LDO *multo maius erit. Græcus codex* ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μείζων. *lege* μεῖζον.

β Ergo DCF solus problema efficit] *Græcus codex* τὸ δζε ἐστὶ μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα. *lege* τὸ δζε ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] *ex 16 huius.*

δ Sed ut L ad OK, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC] *Græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ κο πρὸς λ οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δθ οκ ὑπεροχήν. *legendum autem puto.* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ λ πρὸς οκ. οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο ογ ὑπεροχήν

ε Vt autem HO ad OD, ita excessus quadratorum ex OA AD ad quadratum ex OD] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐστὶν ἡ ἀπὸ η α δ πρὸς τὸ ἀπὸ οχ *lege* ὡς δὲ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐστὶν ἡ τῶν ἀπὸ οα αδ ὑπεροχὴν πρὸς τὸ ἀπὸ οδ.

ζ Ergo quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC minorem proportionem habebit, &c.] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ αδ ἄρα πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ οδ δγ ὑπεροχήν. *lege* πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο ογ ὑπεροχήν.

η Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC] *videlicet omnia antecedentia ad omnia consequentia, hoc est excessus quadratorum ex* OA AD *vna cum quadrato ex* AD *ad excessum quadratorum ex* DO OC *una cum quadrato ex* OD *maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex* AD *ad excessum quadratorum ex* DO OC *ex 8 huius libri sed excessus quadratorum ex* OA AD *est rectangulum* HOD, *rectangulum autem* HOD *una cũ quadrato ex* AD
6. secũdi *est æquale quadrato ex* AO. *Rursus excessus quadratorum ex* DO OC, *hoc est* MO OC *est*

qua-

quadratum ex MC, *quod vna cum quadrato ex* DO, *hoc est* MO *est æquale quadrato ex* OC. *quadratum igitur ex* AO *ad quadratum ex* OC *maiorem proportionem habet, quam quadratũ ex* AD *ad quadratũ ex* MC. *Græcus codex.* καὶ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο οδ ὑπεροχήν. *lege* καὶ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο ο δ ὑπεροχήν.

Quæ vero inter BC interiiciuntur, esse minores] *Græcus codex* αἱ δὲ μεταξὺ τῶν βε. θ
lege τῶν βγ.

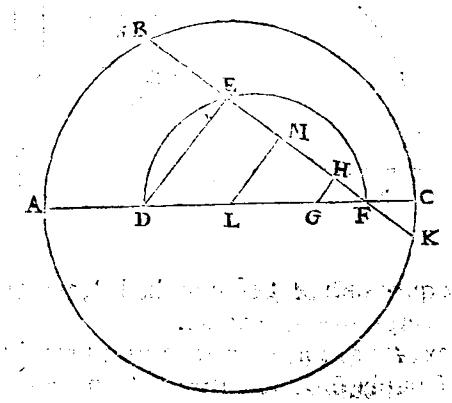
Et in sectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK.] *Græcus codex* ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ λαγ τοῦ υοτκ *ego legendum puto* τὸ ὑπὸ θηκ τοῦ ὑπὸ θτκ. κ

Ergo semicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habent maiorẽ faciunt eam, quam AD, qui uero remotiores sunt, faciunt minorem.] *Græcus codex* ὥστε τὰ μὲν ἔγγιστα τοῦ α, &c. μείζονα ποιεῖ τὴν αδ. *forte legendum erit* μείζονα ποιεῖ τῆς αδ. λ

IN XIX.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI. LEM. XII.

Sint rursus semicirculi, maior autem AD, quam CF, & ipsi AD æqualis ponatur CG, ductaque BEF a puncto G ad ipsam A perpendicularis agatur GH, & compleatur circulus ABC, producaturque BF usque ad K. Dico BH ipsi EK equalem esse, B



Sumatur centrum circuli ABC, quod sit L, & ab eo ad BK perpendicularis ducatur LM, ergo BM est æqualis MK. Itaque quoniam AL est æqualis LC, & AD ipsi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & sunt tres parallelæ DE LM GH. quare C EM est æqualis MH. est autem & tota BM equalis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK est equalis. ex quibus constat & BH ipsi EK æqualem esse.

 COM-

COMMENTARIVS.

A Ductaque BEF a puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH] *Græcus codex* καὶ διαχθείσης τῆς βεκ ἀπό τοῦ η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ηθ. *lege* καὶ διαχθείσης τῆς βεζ *&c. inferius enim addit* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βζ ἐπὶ τὸ κ.

B Et compleatur circulus ABC] *Græcus codex* καὶ πρὸς αναπεπληρώσθω τὰ βγ ἡμικύκλια. *ego legendum puto* καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ αβγ κύκλος.

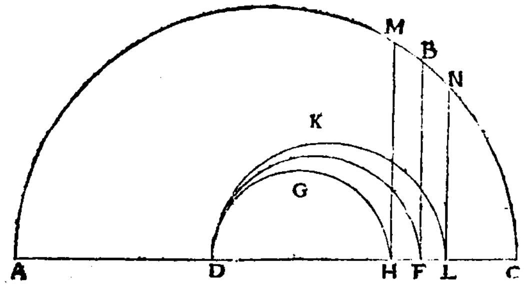
C Erit reliqua DL reliquæ LG æqualis] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ' κλ λοιπῇ τῇ λη ἔστιν ἴση *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ' δλ λοιπῇ τῇ λη ἔστιν ἴση.

PROBLEMA IN IDEM.

LEM. XIII.

PROBLEMA VI. PROPOS. LXXXVII.

Semicirculo existente ABC, & puncto D, describere in AC per D semicirculum, ita ut si ducatur contingens FB, sit AD ipsi FB æqualis.



A Factum iam sit. & quoniam AD est æqualis FB, erit & quadratum ex AD quadrato ex FB, hoc est rectangulo AFC æquale.
B Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectā lineā AC deficiēs figura quadrata, ut AFC, perpēdicularēq. ducamus FB, & in DF semicirculū DEF describamus;
C D linea BF semicirculū cōtinget, atq; erit æqualis ipsi AD. hoc āt fit, quādo AD minor
E ē, quā dimidia ipsius AC. Itaq; hoc inuēto si p D alii semicirculi describātur ut DGH DKL, & cōtingētes ducātur HM LN, erit HM quidē maior, quā AD, LN uero minor.
F G Qm̄. n. AD minor est, quā DC, erit HM inter DC, & per F quidē non transibit, accide
H ret. n. AD ipsi FC æqualē esse: quod est absurdū. & multo minus erit inter FC. qm̄ rursus accideret AD minorē esse, quā FC, quod itidē ē absurdū. ē. n. & maior, ut in proble
K mate, quod a principio positū ē. quare pūctū H erit inter FD. maius āt est rectāgulū
L AHG, hoc est quadratū ex MH rectāgulo AFC, videlicet quadrato ex FB. ergo & maius quadrato ex AD, & propterea HM, quā AD ē maior. recta uero linea LN est inter FC, quoniā rectangulum AL minus est quadrato ex AD, quod & minus fit rectangulo

gulo AFC. quadratum igitur ex LN minus est quadrato ex AD. quare ipsa LN quam AD est minor. Similiter & omnes rectæ lineæ, quæ sunt ad partes C. & generaliter semicirculis quidem ad punctum C accedentibus, linea contingens minor est, quam AD; recedentibus autem ab eo semper est maior. possumus igitur in AC per D semicirculum describere, ut rectæ lineæ contingentes interdum quidem æquales sint ipsi AD, interdum uero maiores, & interdum minores.

COMMENTARIVS.

Factum iam sit] *Resolutio problematis, quæ breuissima est, compositio enim ut videtur incipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, &c.* A

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, ut AFC &c.] *Hoc fiet per 28 sexti libri elementorum.* B

Linea BF semicirculum continget] *Ex 16. tertii elementorum.* C

Atque erit æqualis ipsi AD] *Cum enim BF sit media proportionalis inter AF FC, erit quadratum eius æquale rectangulo AFC, hoc est quadrato ex AD: ideoque BF ipsi AD est æqualis.* D

Hoc autem fit quando AD minor est, quam dimidia ipsius AC] *Nam si AD uel dimidia sit ipsius AC, vel maior, quam dimidia, rectæ lineæ contingentes semicirculos, qui per D transeunt semper minores erunt, quam AD.* E

Quoniam enim AD minor est, quam DC, erit HM inter DC. ac per F quidem non transibit, accideret enim AD ipsi FC æqualem esse, quod est absurdum.] *Ego arbitror hunc locum corruptum esse, non enim video, cur eiusmodi verbis opus sit, cum propositum, quam expeditissime concludi possit hoc pacto.* F

Itaque hoc inuento si per D *semicirculi describantur, ut* DGH DKL, *& contingentes ducantur* HM LN, *necesse est puncta* HL, *vel cadere inter* DF, *vel inter* FC. *Si enim aliquod eorum caderet in* F *esset idem semicirculus, qui* DF, *quod non ponitur. Cadat igitur punctum* H *inter* DF, *& punctum* L *cadat inter* FC. *Dico* HM *maiorem esse, quam* AD, *&* LN *minorem. Quoniam enim rectangulum* AHC *maius est rectangulo* AFC *ex 14. huius, atque est rectangulo* AHC *æquale quadratum ex* HM, *& rectangulo* AFC *æquale quadratum ex* FB, *erit quadratum ex* HM *quadrato ex* FB, *hoc est quadrato ex* AD *maius. & ob id recta linea* HM *maior, quam* AD. *Rursus quoniam rectangulum* ALC *minus est rectangulo* AFC, *hoc est quadratum ex* LN *minus quadrato ex* FB, *erit quadratum ex* LN *quadrato ex* AD *minus, & ipsa* LN *minor, quam* AD. *Similiter, & omnes rectæ lineæ, &c.*

Ac per F quidem non transibit, accideret. n. AD ipsi FC æqualē esse, quod ē absurdū] *uide ne legendum sit, accideret enim* HC *ipsi* FC *æqualem esse, quod est absurdum.* G

Et multo minus erit inter FC, quoniam rursus accideret AD minorem esse, quam FC, quod itidem est absurdum.] *Et fortasse hoc loco legendum erit, quoniam rursus accideret* HC *minorem esse, quam* FC, *quod itidem est absurdum.* H

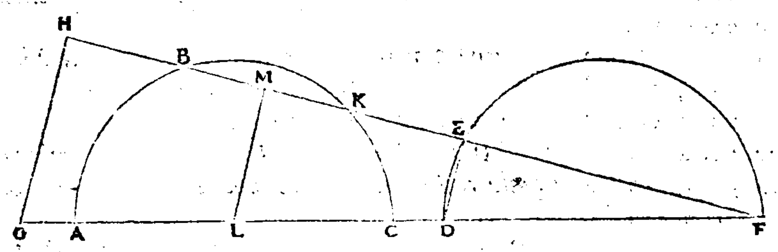
Ut in problemate, quod a principio positum est.] K

Maius autem est rectangulum AHC, hoc est quadratum ex MH rectangulo AFC] *Ex 14. huius libri.* L

IN XX.

LEM. XIIII. THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

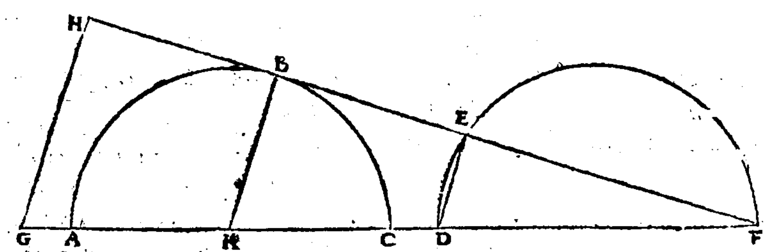
Sint semicirculi ABCDEF: & ipsi CD ęqualis ponatur AG, ducta autem FB ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipsi KE æqualem esse.



Sumatur centrum semicirculi ABC, quod sit L, & a puncto L ad BF perpendicularis ducatur LM. ergo BM æqualis est MK: Quoniam autem GA est æqualis CD, & AL ipsi LC, erit tota GL toti LD æqualis. suntq; tres parallelę GH LM DE. ergo HM est æqualis ME, quarum BM ęqualis est MK. reliqua igitur HB reliquæ KE æqualis erit. constat etiam HK ipsi BE esse æqualem.

THEOREMA LXXXIII. PROPOS. LXXXIX.

LEM. XV. Iisdem existentibus contingat BF in B. Dico rursus HB ipsi BE æqualem esse.



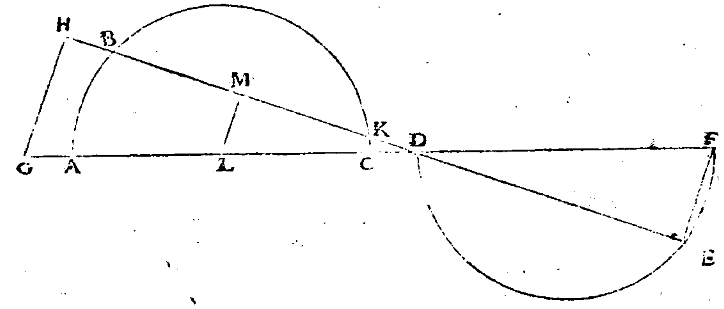
Suma-

Sumatur enim rursus centrum semicirculi ABC, quod sit K, & iungatur KB perpendicularis igitur est ad BF. Et quoniam in tribus parallelis GH KB DE æqualis est GK ipsi KD, & HB ipsi BE æqualis erit. M

IN XXIII.

LEM. XVI. THEOREMA LXXXIIII. PROPOSITIO XC.

Sint semicirculi ABC DEF, & ponatur AG ęqualis CD, ducta autem EH ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipsi KD æqualem esse. A



Sumatur semicirculi ABC centrum L, & ducatur LM perpendicularis. ergo BM est æqualis MK. & quoniam GA est æqualis CD, & AL ipsi LC, erit tota GL æqualis toti LD. & sunt parallelæ GH LM EF. æqualis igitur est & HM ipsi MD, quarum BM est ęqualis MK. ergo reliqua HB reliquæ KD ęqualis erit. B C

COMMENTARIVS.

Dico HB ipsi KD æqualem esse] *Græcus codex* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θκ τῇ κε. *sed legendum puto* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θβ τῇ κδ. A

Et quoniam GA est æqualis CD, & AL ipsi LC, erit tota GL æqualis toti LD] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γζ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ ὅλῃ τῇ αζ ἐστὶν ἴση. *sed corrige* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γδ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ τῇ λδ ἐστὶν ἴση. B

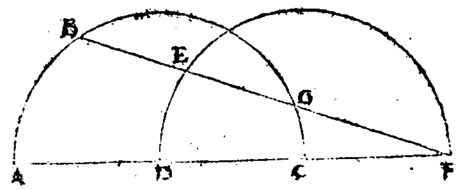
Ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ θβ λοιπῇ τῇ κε ἐστὶν ἴση: *lege* λοιπῇ τῇ κδ ἐστὶν ἴση *post hęc in Græco codice leguntur.* καὶ ἐφάπτεται φανερὸν ἡ γὰρ ἀπὸ τῶν τοῦ κέντρου ἐπὶ εὐχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἀφὴν, *quæ nos & superuacanea, nihilque ad rem pertinentia omittenda duximus.* C

IN

IN XXIIII.

THEOREMA LXXXV. PROPOS. XCI.

Sint duo semicirculi, vt ABC DEF, sitque AD æqualis DC, & ducatur FB. Dico & BE ipsi EG æqualem esse.



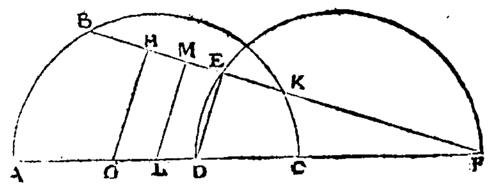
31.tertii. 3.tertii. Hoc autem perspicue constat; si enim iungatur DE, erit angulus DEF in semicirculo rectus, atque est DE a centro semicirculi ABC. ergo BE ipsi EG est æqualis.

IN XXV.

THEOREMA LXXXVI. PROPOS. XCII.

Iisdem existentibus sit AD maior, quam DC, & ipsi DC æqualis ponatur AG, ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipsi EK æqualem esse.

Quoniam enim maior est AD quam DC, centrum semicirculi ABC est inter G D, quod sit L. & rursus ducatur perpendicularis LM. ergo BM est æqualis MK. Et quoniam AG quidem æqualis est DC, AL vero ipsi LC, erit reliqua

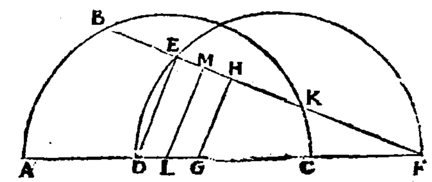


GL ipsi LD æqualis. suntque tres parallelæ GH LM DE. ergo & HM est æqualis ME. erat autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BH reliquæ OK æqualis erit.

IN XXVI.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII. LEM. XIX.

Sit AD minor, quam DE, & ponatur CG ipsi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH. Dico BE æqualem esse ipsi KH.



Quoniam enim minor est AD, quam DC, erit centrum semicirculi ABC inter DG. Sit L. & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur est BM ipsi MK. Et quoniam AD æqualis est CG, & AL ipsi LC reliqua DL reliquæ GL A est æqualis. & sunt tres parallelæ DE LM GH. ergo & EM est æqualis MH. sed & tota B LM toti MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

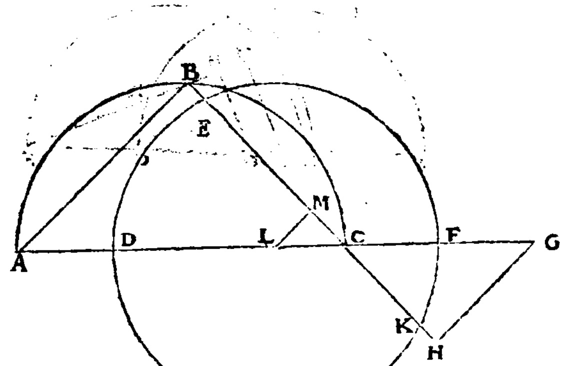
Et quoniam AD æqualis est CG, & AL ipsi LC, reliqua DL reliquę LG est æqualis] A *Græcus codex hoc loco mancus est, in quo legitur.* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ λη, *sed legendum est* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ γη, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λοιπῇ τῇ λη ἴση ἐστί.

Sed & tota BM toti MK] *Græcus codex* ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ εμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση: *lege* καὶ ὅλη ἡ βμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση. *In græcis codicibus sequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineant, nisi quod in duobus præcedentibus demonstratur, supervacanea uisa sunt, quare nos ea consulto omisimus.* B

IN XXXIIII.

THEOREMA LXXXVIII. PROPOS. XCIIII.

LEM. XIX. Sint semicirculi ABC DEF. & sit DC maior, quam CF, ipsi
A vero AD æqualis ponatur FG, & circulus DEF compleatur;
Ducaturque BCH, & à puncto G ad BC perpendicularis agatur GH. patet igitur GH extra circulum cadere; etenim ipsi
B parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem esse KH.



C Quoniam DC maior est, quam CF, circuli DEF centrum erit inter C D. sit L: & perpendicularis ducatur LM. Quod cum AD quidem sit æqualis FG, DL vero ipsi LF, erit tota AL toti LG æqualis. & sunt tres parallelæ AB LM; GH. ergo
D & BM est æqualis MH, quarum EM æqualis est MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit. constat præterea BK ipsi EH æqualem esse.

COMMENTARIVS.

A *Et circulus DEF compleatur, ducaturque BCH] Græcus codex* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος. *sed forte legendum* ὁ δεζκ κύκλος *ut in sequenti lemmate. intelligendum autem est rectam lineam BCH secare circulum in punctis EK.*

Etenim

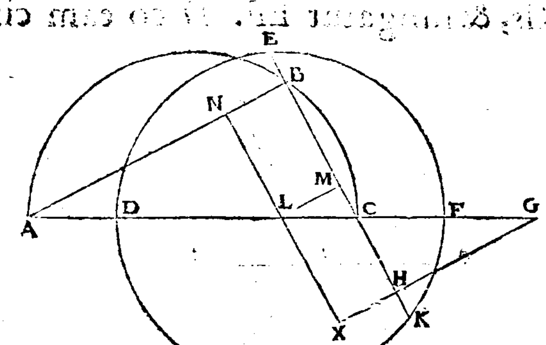
Etenim ipsi parallela AB extra cadit] *Græcus codex* παράλληλος γάρ γίνεται τῇ αβ ἡ δε ἀσυμπτωτει. καὶ ἡ κθ ἄρα ὑποπιπτει. *vel pro* ὑποπίπτει *scribendũ* ἐκτὸς πίπτει, *vel idem significat.* B

Circuli DEF centrum erit inter CD] *Græcus codex* ὁ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστι τῶν Γ Δ: *Nos circuli potius, quam semicirculi centrum vertere maluimus : non enim semicirculus manet, sed completus est circulus.* C

Ergo & BM est æqualis MH] *Cur hoc sequatur ex parallelis diximus supra in commentariis in 82. huius.* D

THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV.

LEM. XXI. Sint rursus semicirculi ABC DEF, & maior DC, quam CF, ipsi autẽ AD ponatur æqualis FG. cõpleaturq; DEFK circulus; & ducta EBK, à puncto G ad eam perpendicularis agatur GH. A
patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipsi parallela intra cadit. Dico EB æqualem esse HK.



Sit h. centrũ L, & rursus perpendicularis LM. ergo EM est æqualis MK. Et quoniã in tribus parallelis AB LM, GH æqualis est AL ipsi LG, erit & BM æqualis MH. est autem & tota EM toti MK æqualis. reliqua igitur EB reliquæ HK æqualis erit. B

COMMENTARIVS.

Et ducta EBK à puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] *Ducatur à puncto A ad circumferentiam semicirculi ABC, recta linea AB quæ circulum DEFK secet, & ducta BC producatur, ut eundem circulum secet in punctis EK.* A

Et quoniam in tribus parallelis AB LM GH æqualis est AL ipsi LG, erit & BM æqualis MH] *Ducatur per L ipsi BH parallela NLX, ut recta linea AB secet in puncto N, & GH* B

pro-

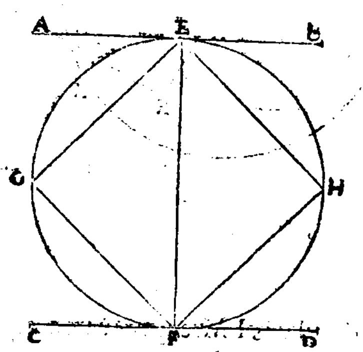
productam in X. erunt triangula ANL GXL *inter se similia. ut igitur* AL *ad* LN, *ita* GL *ad* LX: *& permutando ut* AL *ad* LG, *ita* NL *ad* LX. *Sed* AL *est æqualis* LG. *ergo &* NL *ipsi* LX, *hoc est* BM *ipsi* MH *æqualis erit.*

Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres. & sunt tres minores, videlicet quæ ad nonū; secundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad septimum decimum problema; ad vndeuigesimum, & vigesimum tertiū, & sunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

LEM. I. Sint duæ rectæ lineæ AB CD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum esse.



Sumātur in circūferentia circuli pūcta GH, & EG GF FH HE iūgātur. Quoniā igitur
A AE quidē contingit, secat aūt EF, erit AEF angulus æqualis angulo, qui cōsistit in alterna circuli portione, videlicet EHF. & eadē ratione angulus DFE æqualis ē angulo
B C FGE, qui in altera portione cōsistit. ergo angulus EHF angulo EGF ē ęqualis, & sunt æquales duobus rectis. quare uterque ipsorū rectus est; & uterq; semicirculus EHF
D EGF. diameter igitur est EF ipsius EF circuli, quod demonstrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Erit AEF angulus æqualis angulo, qui consistit in alterna circuli positione, videlicet EHF. & eadē rōne angulus DFE æqualis ē angulo FGE, qui in alterna portione cōsistit] Ex 32. *tertii elem. Gręcus autē codex.* ἴση ἄρα ἐστιν ἡ ὑπὸ αεζ γωνία τῇ ἐν τῷ ε ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ. *lege* ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ. *& paulo post* ἴση ἐστι τῇ ὑπὸ δζε ἐναλλάξ. *lege* ἴση ἐστι τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζηε. A

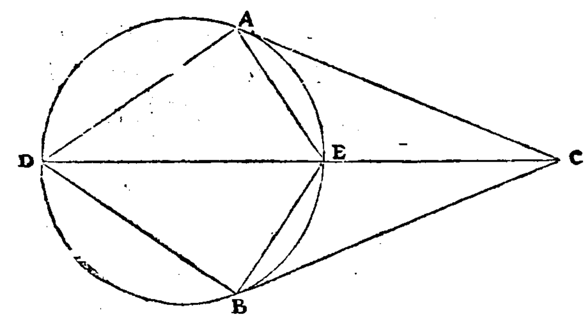
Ergo angulus EHF angulo EGF est ęqualis] *Est enim angulus* AEF *æqualis angulo* DFE *ex 29. primi elementorum.* B

Et sunt æquales duobus rectis] *Ex 22. tertii elementorum.* C

Diameter igitur est EF ipsius EF circuli] *Huius conuersa ab Apollonio demonstratur in 27. secundi libri conicorum, non solum in circulo, sed etiam in ellipsi.* D

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII.

LEM. II. A Sit circulus ABD, quem contingant rectæ lineæ BC CA; & angulus C bifariam secetur recta linea CD. Dico in CD circuli ABD centrum consistere.



Iungantur DA AE DB BE. Et quoniā contingit quidē AC, secat autē CD, erit rectangulum DCE æquale quadrato ex CA. ergo angulus DAC est æqualis angulo AEC. & eadē ratione angulus DBC angulo BEC. sed angulo EAC æqualis ē angulus EBC. angulus igitur DAE āgulo DBE ē æqualis. ergo rectus uterq; ipsorū, & DE diameter est circuli ABD. Ex quo sequitur, ut in ipsa CD circuli ABD centrū consistat. B C D E

COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineę BC CA] *A puncto* C *procedentes rectæ lineæ* CA CB *circulum contingant in punctis* AB. A

Iungantur DA AE DB BE] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ δα αε δβ βε. *Ego legendum puto* ἐπεζεύχθωσαν *sine particula* καὶ. B

Et quoniam contingit AC, secat autem CD, erit rectangulum DCE ęquale quadrato ex AE] *Ex 36. tertii elementorum.* C

 Ergo

D Ergo angulus DAC est æqualis angulo AEC] *Videtur hic locus in græco codice totus corruptus esse, qui sic habet* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αγδ γωνία διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δαε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βγδ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βγδ γωνία, *neque enim angulus* DAC *æqualis est angulo* ACD, *neque* DAE *ipsi* BCD. *Sed forte legendum erit hoc pacto.* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αεγ γωνία. διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δβγ γωνία τῇ ὑπὸ βεγ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ εαγ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβγ γωνία. *vereor tamen ne multa desiderentur.*

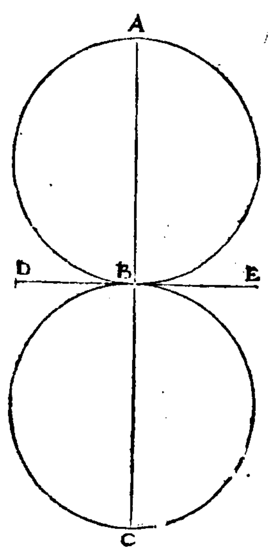
E Angulus igitur DAE angulo DBE est æqualis] *Ego hoc ita demonstrarem. Quoniam* CA *quidem circulum contingit,* CD *vero secat, erit rectangulum* DCE *æquale quadrato ex* CA. *& eadem ratione idem rectangulum* DCE *æquale erit quadrato ex* CB. *quadratum igitur ex* CA *æquale est quadrato ex* CB. *ideoque recta linea* CA *rectæ* CB *est æqualis. Sed angulus* ACE *æqualis est angulo* BCE. *ergo & basis* AE *basi* EB, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales: videlicet angulus* CAE *angulo* CBE, *& angulus* AEC *ipsi* BEC. *Rursus quoniam rectangulum* DCE *æquale est quadrato ex* CA, *ut* DC *ad* CA, *ita est* AC *ad* CE. *& sunt circa æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur* CAE *simile est triangulo* CDA. *Et eodem modo demonstrabitur triangulum* CBE *simile triangulo* CDB. *ergo angulus* DAC *est æqualis angulo* AEC, *& angulus* DBC *angulo* BEC, *& obid angulus* DAC *æqualis est angulo* DBC. *Sed angulus* EAC *est æqualis angulo* EBC: *vt demonstratum fuit. reliquus igitur angulus* DAE *reliquo* DBE *est æqualis.*

IN XII.

LEM. III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB BC, sese contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, sitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipsa ABC consistere.



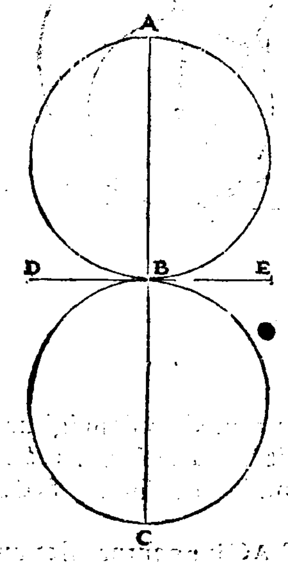
Ducatur DBE, quæ vtrumque circulum contingat. rectus igitur est angulus ABD & qui deinceps angulus DBC est rectus; contingitque DE circulum BC. centrum igitur circuli BC in ipsa BC consistit. Similiter & centrum circuli AB.

THEO-

THEOREMA XCII. PROPOS. XCIX.

LEM. IIII.

Sint rursus AB BC circulorum diametri. Dico circulos AB BC se inuicem contingere. A



Ducatur rursus DE, quæ circulum AB contingat. rectus igitur est angulus ABD, & qui deinceps DBC est rectus. atque est in ipsa *BC* centrum circuli BC, ergo DE circulum BC contingit. Sed & contingit AB circulum in B puncto. circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingat necesse est, in eadem figura. B

COMMENTARIVS.

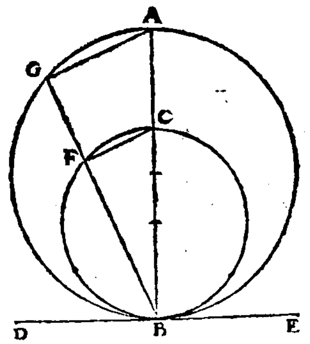
Sint rursus AB BC circulorum diametri] *Græcus codex* ἔστωσαν πάλιν αἱ αβ βγ κύκλων *sed forte addendum erit* διάμετροι. A

Atque est in ipsa BC centrum circuli BC] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur,* καὶ ἔστιν ἑκατέρα κέντρον ἡ βγ. B

THEOREMA XCIIII. PROPOS. C.

Sint duo circuli AB BC sese in puncto B contingentes, & ducatur ACB, sitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum esse in ipsa BC.

Duca-



A B Ducatur circulos contingens DE. Quoniam igitur DE circulum AB contingit, C & per centrum ducitur AB; erit angulus DBC rectus ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit. Sed & illud idem constat hoc modo.

D Si enim ducatur BFG, & CF AG iungantur, fiet angulus DBF æqualis vtrique ipsorum BAG BCF. ergo angulus CFB est æqualis angulo AGB. atque est angulus *AGB* rectus. rectus igitur est & BFC, & idcirco in ipsa BC est cētrū *B*C circuli. Eadem quoque ratione si ponamus centrum circuli BC esse in linea AB, ostendemus etiam in ipsa circuli AB centrum inesse.

COMMENTARIVS.

A Ducatur circulos contingens DE] *transibit ea necessario per punctum* B, *alioqui vtrosque circulos non contingeret.*

B Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ, *vide ne legendum sit* διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ αβ. *vel* καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ.

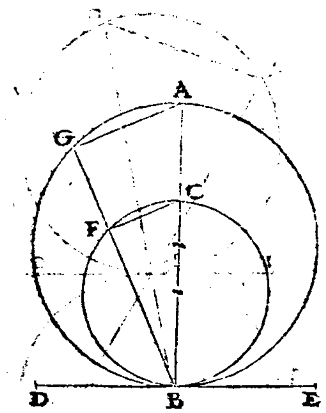
C Ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit] *Græcus codex* καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς βε. ἐπὶ τὴν βγ τὸ κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βγ κύκλου *sed fortasse legendum erit.* καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ βγ. ἐπὶ τῆς βγ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βγ κύκλου.

Si

Si enim ducatur BFG, & EF AG iungantur, fiet angulus DBF æqualis vtrique ipsorum BAG, BCF. ergo & angulus CFB est æqualis angulo AG*B*] *Græcus codex corruptus est, qui sic habet.* εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γζ α η γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δβζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν εζγ αηβ γωνία. *fortasse autem hoc pacto restituetur.* εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γζ αη, γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δβζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν βαη, βγζ. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ γζβ γωνία τῇ αηβ. *angulus enim* DBF *ex 32. tertii elementorum æqualis est utrique ipsorum* BAG B*CF*. *&* *quoniam angulus ad* B *est communis utrisque triangulis* ABG CBF, *erit & reliquus* CFD *æqualis reliquo* AGB *æqualis.* D

THEOREMA XCV. PROPOS. CI. LEM. VI.

Sed rursus sint AB BC circulorum diametri. Dico circulos sese inuicem contingere.



Ducatur recta linea DBE, quæ circulum AB contingat. erit angulus ABE rectus, atque est diameter BC. ergo DE circulum B*C* contingit in puncto B. Sed & contingit circulum A*B* in eodem B puncto. Circulus igitur AB circulum *BC* in puncto B contingit, in eadem figura. A B

COMMENTARIVS.

Ergo DE circulum BC contingit in puncto B] *Græcus codex* ἡ ἄρα ἐφαπτομένη τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον *ego legendum arbitror* ἡ δε ἄρα ἐφάπτεται τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον. *postea sequuntur hæc.* εἰ γὰρ ἐκβληθείη ἡ γζ ἐπὶ τὸ δ, γένοιτο ἂν τὸ ὑπὸ γδζ ἴσον τῷ ἀπὸ αβ διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ ζ γωνίαν οὔσης τῆς πρὸς τῷ β ὀρθῆς. *quæ nos veluti superuacanea omisimus.* A

Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto] *Græcus codex* ἀλλὰ γὰρ καὶ τοῦ αβ κύκλου. *libentius legerem* ἀλλὰ καὶ τοῦ αβ κύκλου. B

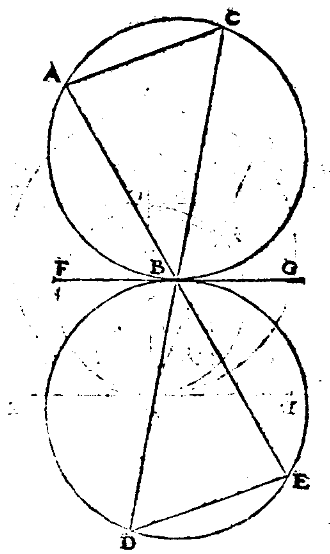
IN XVI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CII.

LE. VII Sint duo circuli ABC DEB se inuicem contingentes in puncto B; & per B ducantur CBD ABE, iunganturque AC DE. Dico rectas lineas AC, DE inter se parallelas esse.

C

D



A

Ducatur enim recta linea FG circulos contingens in B puncto. Et quoniam BF
A quidem circulum contingit, BA uero secat; erit angulus ABF angulo ACB æqualis:
32. tertii Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB. angulus igitur ACB angulo
B EDB æqualis erit. & sunt alterni. ergo AC ipsi DE est parallela. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

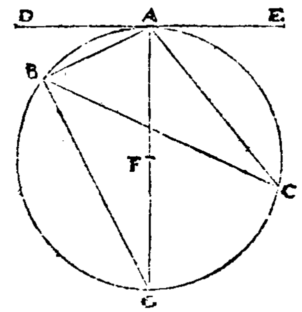
A Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB] Græcus codex. ἴση ἐςὶ τῆ ὑπὸ εβη γωνία. lege τῆ ὑπὸ εδβ γωνία.

An-

Angulus igitur ACB angulo EDB æqualis erit] *Etenim æquales sunt ABF GBE anguli ex 15. primi elementorum. Græcus autem codex.* καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα *&c. lege* καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

Sit circulus ABC, iungaturq; AB BC AC: & a puncto A ducatur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC sit æqualis. Dico DE circulum ABC in puncto A contingere. A B C



Si recta linea AC transit per centrũ, illud manifeste patet; sit.n.angulus EAC rectus, cũ rectus sit angulus ad B. hoc autem demonstratum est. Si vero non transit per centrum sit centrum F; & ducta AF producatur ad G iungaturque BG. rectus igitur angulus ABG. Et quoniam angulus quidem EAC angulo ABC est æqualis, angulus uero GAC in eadem portione est æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus æqualis angulo ABG. Sed angulus ABG est rectus. rectus igitur & EAG, atq. est AF semidiameter. ergo DE circulum ABC contingit. hoc enim demonstratum est. D

COMMENTARIVS.

Iunganturque AB BC AC] *Græcus codex.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ βγ. *ego addendum censeo* α γ. A

Ita ut angulus B angulo EAC sit æqualis] *Græcus codex* ὥστε ἴσην εἶναι τὴν γ γωνίαν τῇ ὑπὸ εαγ γωνίᾳ *lege* τὴν β γωνίαν. B

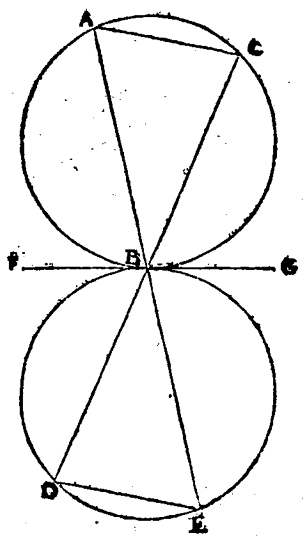
Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Græcus codex.* ὅτι ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου *lege* τοῦ αβγ κύκλου. C

Ergo circulum ABC contingit] *Ex 16. tertii elementorum. Græcus autem codex* ἐφαπτομένη ἄρα ἡ δε. *legendum, vt arbitror,* ἐφάπτεται ἄρα ἡ δε. D

LEM. IX.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIIII.

Quòd cum ita sit præcedentis conuersa demonstrabitur, nempe. Parallelis existentibus AC DE circulos ABC DBE se inuicem contingere in puncto B.



C Ducatur rursus recta linea FG, circulum ABC contingens. ergo angulus ABF est æqualis angulo C. Sed angulus ABF est etiam æqualis angulo EBG. angulus autem D angulo C alterno est æqualis: & angulus GBE angulo *D*. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta linea FG circulum DB*E* contingit. sed & contingit circulum ABC in puncto B. circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit.

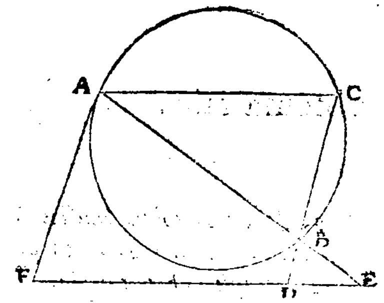
PROBLEMA IN IDEM.

LEM. X.

PROBLEMA VII. PROPOS. CV.

A Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipsis DE si inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipsi DE parallelam.

Factum



Factum iam sit, & ducatur contingens FA. Quoniã igitur AC parallela ẽ ipsi D*E*, angulus C angulo CDE est æqualis. sed ẽt est ęqualis angulo FAE, etenim FA circulũ cõtingit, & AE secat. angulus igitur FA*E* ęqualis est angulo CD*E*, ac propterea in circulo sũt A BDF pũcta. ergo rectãgulũ AEB rectangulo FFD est æquale. datũ aũt est rectangulum AEB, quod æquale sit quadrato lineæ cõtingẽtis. quare & rectangulum *D*EF est datũ, & data DE. data igitur & EF. sed & positione, atque est datum pũctum E. ergo & ipsum F. A dato autem puncto F. ducta est recta linea FA, quę circulum ABC positione datum contingit. ergo & FA positione, & magnitudine datur. & est datum punctum F. datum igitur & A. sed & *E* datum. positione igitur est AE. est autem & circulus positione. ergo & punctum B. at datum est vtrumque ipsorum *D*E. vtraque igitur DB BE positione erit data. B C D E

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC: data autẽ duo puncta DE. & quadrato rectę lineæ contingentis ponatur æquale id, quod *D*E, & alia quadã linea *E*F cõtinetur. deinde a pũcto F ducatur recta linea FA, circulũ ABC cõtingens, & iũgatur *A*E. ducta uero DB producatur ad C, & AC iungatur. Dico AC ipsi *D*E parallelã esse. Quoniã.n. rectãgulũ FED æquale est quadrato rectæ lineæ contingentis, & eidem æquale est rectãgulũ AEB; erit AEB rectangulum rectangulo FED ęquale. In circulo igitur sunt FABD puncta, ideoq. FAE angulus æqualis ẽ angulo B*DE*. sed & angulus *F*AE æqualis ẽ angulo, qui in alterna circuli portione cõsistit, videlicet ipsi ACB. angulus igitur ACB angulo BD*E* est æqualis. & sunt alterni. ergo AC ipsi *DE* parallela sit necesse est. F

COMMENTARIVS.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipsis DE si inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipsi DE parallelã] *græcus codex* θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ αβγ καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, ἀν δοθῇ ἡ δβε, καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε *qui locus corruptus uidetur, & fortasse cũ ita restituemus* θέσει δοθέντος κύκλου *&c.* ἐὰν κλασθῇ ἡ δβε καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε. *Eodem.n loquendi modo vsus est Pappus in quarto libro propositione* 34. θέσει ἡ διὰ τῶν αγ καὶ ἀπὸ δοθέντων ἐπ' αὐτῆς τῶν αγ κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τῇ ὑπὸ γαβ. A

& in hoc eodem libro propositione 117 ἀπὸ τῶν θ ζ κεκλάσθω θ γ ζ ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ. & in Euclides seu Theon in tertio libr. elementorum propositione 20. κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἡ ὑπὸ β δ γ, καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ δε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η.

Erit autem problema tale.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE inuenire in circuli circumferentia punctum B, ad quod si ducantur, EB DB, & producantur in AC puncta, iunganturque AC DE, recta linea AC sit ipsi DE parallela.

B Factum iam sit, & ducatur contingens FA] *Græcus codex* γεγονέτω καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ζι *lege* ἡ ζα.

C Ac propterea in circulo sunt ABDF puncta] *Quoniam enim angulus FAB est æqualis angulo BDE, & duo anguli* BDE BDF *sunt æquales duobus rectis; erunt & anguli* FAB BDF *duobus rectis æquales. ergo quadrilateri ABDF reliqui anguli AFD DBA duobus rectis æquales sunt: ex quibus sequitur per conuersam 22. tertii elementorum puncta ABDF in circuli circumferentia esse.*

D Data igitur & EF] *videlicet magnitudine ex 53. datorum.* Græcus codex δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ βζ. *lege* καὶ ἡ εζ.

E A dato autem puncto F ducta est recta linea FA, quæ circulum ABC positione datum contingit] *Græcus codex* ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφάπτεται πρὸς εὐθεῖαν ἦκται ἡ ζα. *sed legendum puto.* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἦκται ἡ ζα.

F In circulo igitur sunt FABD puncta, ideoque FAE angulus æqualis est angulo BDE] *Ex conuersa 36. tertii elementorum sequitur quattuor puncta FABD in circuli circumferentia esse. ergo anguli FAB BDF sunt æquales duobus rectis ex 22. tertii. sed & duobus rectis æquales sunt anguli BDF BDE dempto igitur communi angulo BDF reliquus FAE reliquo BDE æqualis erit. græcus autem codex corruptus est & mancus. qui sic habet* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνία *& fortasse ita restituetur.* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβδζ σημεῖα ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνία.

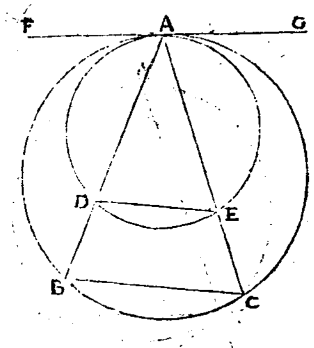
IN XIIII.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

LEM. XI.

Sint duo circuli ABC ADE, qui sese in puncto A contingant, & a puncto A ducantur rectæ lineæ ADB AEC, & DE BC iungantur. Dico DE ipsi BC parallelam esse.

Ducatur



Ducatur a puncto A recta linea contingens FG. angulus igitur FAB vtriq; ACB AED est æqualis, & ob id ACB angulus æqualis est angulo AED. ergo DE ipsi BC est parallela. Sed sit parallela DE ipsi BC. Dico circulos ABC ADE se mutuo contingere. Ducatur enim recta linea FG, quę circulum ABC contingat. ergo FAD angulus est æqualis angulo C. Sed angulus C æqualis est angulo E. angulus igitur FAD angulo E est æqualis. ideoque FG circulum ADE contingit; hoc enim ante demonstratum est. circuli igitur ABC ADE in puncto A sese contingunt. A B C D E F

COMMENTARIVS.

Ducatur a puncto A recta linea contingens FG] *Hoc est ducatur per punctum A recta linea contingens* FG. A

Angulus igitur FAB utrique ACB AED est æqualis] *Ex 32. tertii elementorum.* B

Ergo DE ipsi BC est parallela] *ex 28. primi elementorum.* C

Sed sit parallela DE ipsi BC] *Desiderantur hæc in græco codice. quare legendum puto* ἀλλὰ παράλληλος ἔστω ἡ δε τῇ βγ. ὅτι ἐφάπτονται &c. D

Ideoque FG circulum ADE contingit, hoc enim ante demonstratum est] *In propositione 103, & lemmate 8. ex præcedentibus.* E

Circuli igitur ABC ADE in puncto A se mutuo contingunt.] *Hæc est principalis conclusio, quę in græco codice desideratur:* F

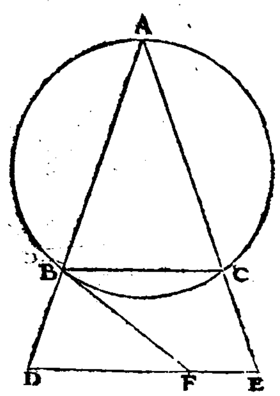
PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOS. CVII.

LEM. XII.

Circulo positione dato ABC, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam.

Factum



Factum iam sit, & a puncto ducatur contingens BF. Itaque quoniam contingit
32. tertii quidem BF, secat autem BC, erit angulus FBC hoc esse DFB æqualis angulo A. In
B circulo igitur sunt AB EF puncta, & ideo rectangulum ADB rectangulo EDF est
29. prim. æquale. datum autem est ADB rectangulum, quod æquale sit quadrato contingen-
36. tertii tis. quare & rectangulum EDF est datum, & data DE ergo & DF. sed & positione, &
C datum punctum D. datum igitur, & F. à dato igitur puncto F ad circulum positione
53 datorum. datum contingens ducta est FB. ergo FB positione est data, & datum punctum B.
sed & D datum. positione igitur est BD. quod cum circulus ABB positione sit, da-
25 datorum. tum erit & punctum A. est autem & C datum. vtraque igitur istarum DA AE posi
tione data erit.

D E F

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC, data verò puncta DE & quadrato contingentis æqualæ ponatur rectangulum EDF. atque a puncto F ducatur recta linea FB, qui circulum ABC tó
G tingat: iunctaque DB ad A producatur, & iungantur AE BC. Dico BC ipsi DE pa-
H rallelam esse. Quoniam enim rectangulum EDF æquale est quadrato contingentis & eidem æquale est rectangulum ADB, erit rectangulum ADB rectangulo EDF æquale. In circulo igitur sunt puncta ABFE. ideoque angulus A, hoc est CBF est æqualis angulo BFD; etenim BF circulum contingit, & BC secat & sunt anguli alterni
K ergo BC ipsi DE est parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo positione dato, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam] græcus codex θέσει ὄντος τοῦ κύκλου τοῦ αβγ, καὶ δύο δοθέντων τῶν

δε

δεκλᾶν δοθεῖσαν τὴν δαε καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βγ τῇ δε. sed ex iis, quæ in antecedenti dicta sunt forte legendum erit hoc modo. καὶ δύο δοθέντων τῶν δε κλάσαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν &c. necesse enim est inuenire punctum B, ita vt ducta DBA AE, & iunctis BC DE sit BC ipsi DE parallela.

In circulo igitur ABEF pũcta] Quoniã. n. angulus DFB est æqualis angulo A, & sũt anguli B
DFB BFR æqualis duobus rectis, erũt & quadrilateri ABFE anguli BAE BFE oppositi æquales duobus rectis. puncta igitur ABFE in circulo sint necesse est ex conuersa 22. tertii elem.

Datum autem est ADB rectangulum, quod æquale sit quadrato contingentis] C
Græcus codex corruptissimus est, in quo legitur δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ λαι ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθέντι. ego legendum puto. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ αδβ, ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ ἐφαπτομένης. vel ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθείσης.

Positione igitur est BD] Ex 26. datorum. Græcus codex. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ αδ. ego legerem D
ἡ βδ.

Datum erit & punctum A] ex 25. datorum. græcus codex δοθὲν ἄρα τὸ δ lege τὸ α. E

Vtraque igitur ipsarum DA AE positione data erit] Ex 26. datorum. Græcus codex F
δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει lege δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν &c.

Iunctaque DB ad A producatur] Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβγ ἐκβεβλήσθω G
ἐπὶ τὸ α. lege καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α.

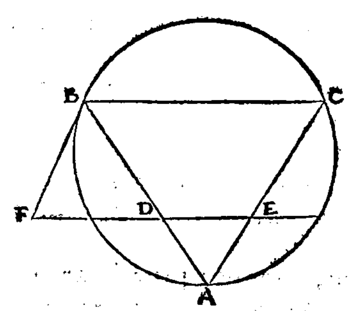
Quoniam enim rectangulum EDF æquale est quadrato contingentis, & eidẽ æ- H
quale est rectangulum ADB, erit rectangulum ADB rectangulo EDF æquale. In circulo igitur sunt puncta ABFE.] Hoc loco in græco codice multa desiderantur, ut forte restituendus sit in hanc sententiam. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ εδζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ αδβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αδβ τῷ ὑπὸ εδζ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβζε σημεῖα.

Et sunt anguli alterni. ergo BC ipsi DE est parallela.] Ex 27. primi elementorum. græ K
cus codex καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ. ἄρα ἐστὶν ἡ βγ τῇ δε. lege καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ βγ τῇ δε:

PROBLEMA IN XVIII.

PROBLE A IX. PROPOS. CVIII. LEM. XIII.

Circulo ABC positione dato, & datis duob. pũctis DE, ab ipsis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam.



Factum iam sit, & a puncto B ducatur recta linea BF, circulum ABC contingens.

31.tertii. gens. ergo angulus FBD est æqualis angulo C, hoc est angulo E. In circulo igitur
B sunt BFAE puncta, quare rectangulum BDA est æquale rectangulo FDE. datum au-
29 prim. tem est BDA. rectangulum etenim a puncto dato A ad rectam lineam positione da-
C tam acta est ADB, quæ datum angulum efficit. ergo & rectangulum FDE est da-
D tum, atque est data DE. data igitur & FD: estque datum punctum D, ergo & F a da
E to igitur puncto F ducta est FB, quæ circulum positione datum contingit. ergo po
57. datorum. sitione est FB, ac propterea punctum B datum. sed & D positione igitur DB. est
autem & circulus positione. ergo punctum A est datum. sed & vtrumque punctum
27. DE. vtraque igitur ipsarum DA AE positione data erit.

F

25.

G

Componetur autem problema hoc modo.

S Sit circulus ABC positione datus: data autem duo puncta DE, & ducatur recta linea ADB vtcumque, & rectangulo ADB ponatur æquale rectangulum EDF, hoc est ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC. Quoniam igitur angulus FBD est æqualis angulo ad E, in circulo enim sunt ABEF puncta, sed & FBD angulus angulo C est æqualis, contingit namque FB, & BA secat, erit & angulus C
K æqualis. ergo BC ipsi DE est parallela.

COMMENTARIVS.

A Ab ipsis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam] *græcus codex* ἀπὸ τῶν δε κλ ἂν δοθῇ τὴν κλε, καὶ ποιεῖν τὴν δε παράλληλον τῇ βγ. *fortasse autem legendum erit.* ἀπὸ τῶν δε κλάσαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν τὴν βγ παράλληλον τῇ δε.

B In circulo igitur sunt BFAC puncta] *Ex conuersa 22. tertij elementorum.*

C Quare rectangulum BDA est æquale rectangulo FDE] *Ex 35. tertii elementorum.*

D Etenim a puncto dato A ad rectam lineam positione datam acta est ADB, quæ datum angulum efficit] *Græcus codex* ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ α εἰς θέσει δεδομένην γωνίαν δίηκται ἡ αδβ. *vide ne aliqua desiderentur sequitur autem ex 30. datorum rectam lineam ADB datam esse positione. ergo & magnitudine ex 26. eiusdem rectangulum igitur ADB datum erit.*

E Estque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex mancus est, in quo legitur* καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ δ *adde* δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ζ.

F A dato igitur puncto F ducta est FB, quæ circulum positione datum contingit] *In græco codice nonnulla desiderentur, sic enim habet* κύκλου ἄρα ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ. *sed restituendus est in hanc sententiam* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ.

G Sed & vtrumque punctum DE, vtraque igitur ipsarum DA AC positione data erit] *Ex 26. datorum græcus codex* ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερα τῶν δε δοθέντων δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκάτερα τῶν δα αε τῇ θέσει. *lege* ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν δε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει

H Hoc est ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC] *græcus codex* τουτέστι τὸ ὑπὸ βγ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ βζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γεα, *vereor tamen, ne aliqua desiderentur.*

Contin-

Contingit namque FB, & BA secat] Græcus codex. ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει. Nos K
tamen perspicuitatis caussa ita vertere maluimus. Hæc autẽ magis perspicua essent, si in hunc modum explicarentur.

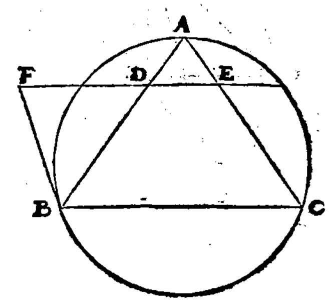
Ducatur per punctum D recta linea vtcumque ADB, & rectangulo ADB æquale ponatur rectangulum EDF. Ducta igitur FB vel circulum ABC contingit, vel non. Si quidem cõtingit, iungatur AE & producatur in C. Sin minus, ducatur a puncto F alia recta linea FB circulum
contingens in B, & rursus ducantur BDA AEC. Quoniam igitur rectangulum FDE est æqua- ex conuer.
le rectangulo BDA, erunt puncta ABEF in circuli circumferentia, & idcirco angulus FBA 25. tertii.
æqualis angulo FEA, sed & æqualis est angulo BCA; contingit enim FB, & secat BA. angu- 32 tertii.
lus igitur BCA æqualis est angulo FEA. quare BC ipsi DE est parallela. 25. primi

PROBLEMA IN XIX.

PROBLEMA X. PROPOS. CIX.

LEM. XIIII.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita vt BC ipsi DE sit parallela.



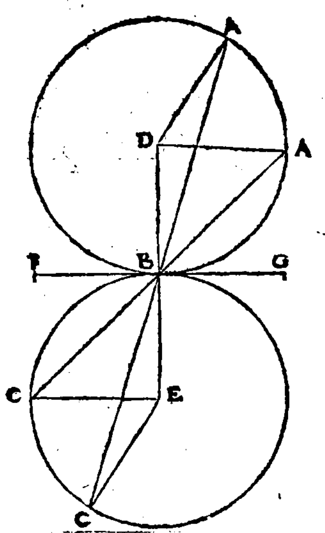
Factum iam sit, & ducatur recta linea circulum contingens BF. erunt igitur rursus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EDF æquale erit. datum autem est ADB rectangulum. ergo & ipsum EDF. & data est DE. data igitur & DF. Sed etiam positione datum est punctum D. quare & F. positione igitur est BF. Sed & circulus. ergo punctum B est datum; & data DE puncta. vtraque igitur ipsarum DA AE data erit: quod similiter atque supra, demonstrabimus, & compositio similiter erit eadem, quæ supra.

IN XXIIII.

LEM. XV.

THEOREMA C. PROPOS. CX.

Cōtingant sese duo circuli AB BC in pūcto B,& sumātur ipsorum centra DE, iungāturq; AD DB CE EB. Sit āt AD ipsi CE parallela. Dico rectas lineas esse, quæ per DBE ABC transeunt.



18.tertii. Ducatur.n.recta linea FG, circulos AB BC cōtingēs. ex cētro autē est DB. ergo angulus DBF est rectus. & eadē rōne rectus ē angulus FBE. recta igitur linea est, quæ
29.primi transit per DBE. Itaque quoniam AD est æqualis DB,& CE ipsi EB, erit ut AD ad DB, ita CE ad EB. & sunt circa æquales angulos *DE* latera proportionalia, angulus
A igitur DBA est ęqualis angulo CBE, atque est recta linea DBE. ergo etiam recta
B est, quæ per ABC transit, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIUS.

A Angulus igitur DBA est æqualis angulo CBE] *Sequitur enim ex 7. sexti triangulum ADB triangulo* CEB *simile esse.*

B Atque est recta linea DBE ergo etiam recta est, quæ per ABC transit] *Angulus namque* ABD, *hoc est* EBE, CBA *sunt æquales duobus rectis. quare per 14. primi elementorum recta linea est* ABC.

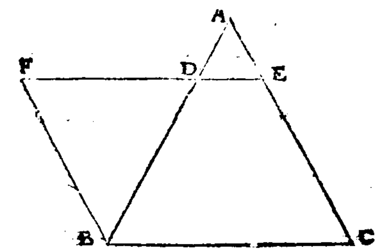
IN

IN XXV.

THEOREMA CI. PROPOS. CXI.

LEM. XVI.

Aequale existente AB ipsi BC, AD vero ipsi DE, & parallela existente DE ipsi BC, ostendendum est rectam lineam esse, quę per AEC transit.



Iungantur AE EC, & ipsi AE parallela ducatur BF, & ED ad F producatur. ergo A
DF est ęqualis DB. est autem & AD ipsi *DE* æqualis. tota igitur AB toti FE æqualis erit. sed AB est æqualis BC. & BC igitur ipsi FE est æqualis. atq; est parallela. recta igitur linea est AEC, quod manifesto constat.

COMMENTARIUS.

Ergo DF est ęqualis DB] *Quoniam enim* FB *parallela est ipsi AE, fient triangula* ADE A
BDF *similia inter se. quare ut AD ad DE, ita* BD *ad* DF. *Sed AD posita est æqualis DE ergo* BD *ipsi* DF *æqualis erit ex iis, quæ nos demonstrauimus ad 16. quinti elementorum.*

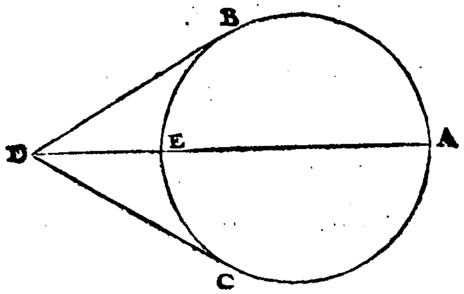
Atque est parallela. recta igitur linea est AEC, quod manifesto constat] *Anguli.n.* B
BCE CEF *sunt duobus rectis æquales; & angulus* BFE *est æqualis angulo* BCE. *Sed est etiam æqualis ipsi DEA ob triangulorum similitudinē. angulus igitur DEA æqualis est angulo* BCE, *& ideo anguli* DEC DEA *duobus rectis æquales sunt. ergo recta linea est* EAC.

IN XXXI.

THEOREMA CII. PROPOSITIO CXII.

LEM. XVII.

Si sit circulus ABC, & ducātur duæ rectæ lineæ BD DC, quę æquales sint, & cōtingat BD. Dico etiā DC circulū contingere.

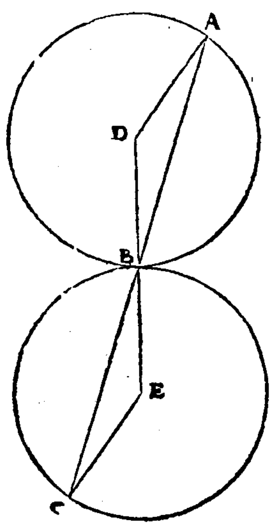


Hoc autem manifestum est. ducta namque DEA erit rectangulum ADE æquale quadrato ex DB. sed quadratū ex DB quadrato ex DC est æquale. rectangulū igitur ADE quadrato ex DC æquale erit. ergo DC circulū ABC cōtingat necesse est.
37. tertii.

LEM. XVIII.

THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

Sint duo circuli AB BC, & per B ducatur quædā recta linea ABC, & duæ parallelæ AD EC, quæ ad centra circulorum pertineant. Dico circulos AB BC sese contingere in puncto B.



Sumantur circulorū cētra DE, & DB BE iungantur. recta igitur linea est, quæ per DBE

DBE transit, parallelæ enim sunt AD EC: & ut AD ad DB, ita est CE ad EB. sunt B
autem duo triangula, vnum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet an- C
gulum A ipsi C, & circa alios angulos DE latera proportionalia. æquiangula igitur 29 primi
triangula sunt, & angulus ABD angulo CBE est æqualis. atq. est recta linea ABC. 7. sexti.
recta igitur & DBE. Itaque quoniam recta linea est, quę per centrum circulorum, & contactum transit: circuli AB BC sese in puncto B contingunt, quod oportebat demonstrare. D 11 tertii

COMMENTARIVS.

Recta igitur linea est, quæ per DBE transit] *Hoc apparet ex iis, quæ deinceps sequuntur, non autem ex antecedentibus.* A

Parallelæ enim sunt AD EC] *Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αδ τῇ γε *sed arbitror legendum.* παράλληλος γὰρ *hoc enim ante positum est.* B

Et ut AD ad DB, ita est CE ad EB] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς αβ. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς δβ. C

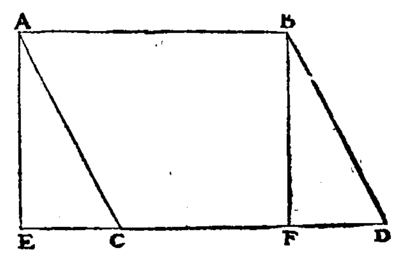
Atque est recta linea ABC. recta igitur & DBE] *Sunt enim anguli DBA DBC æquales duobus rectis, hoc est anguli CBE CBD. ergo DBE recta linea erit.* D

IN LII.

LEM. XIX.

THEOREMA CIIII. PROPOS. CXIIII.

Sit AB quidem parallela CD; AC vero ipsi BD æqualis, angulo ACD obtuso existente, & BDC acuto. Dico AD parallelogrāmum esse.



Quoniam enim obtusus est angulus ACD, acutus autem BDC, si a A
punctis AB ad ipsam CD perpendiculares ducantur, ea quidem, quæ a puncto B

cto A ducitur extra E cadet, quæ verò a puncto B cadit intra D. itaque cadant, &
28.prim. sint DE BF. parallela igitur est AE ipsi BF. sed & AB ipsi CD, & sunt anguli ad EF recti. ergo & FD est æqualis EC, totaque EF toti CD. æqualis igitur est & AB
C ipsi CD.

COMMENTARIVS.

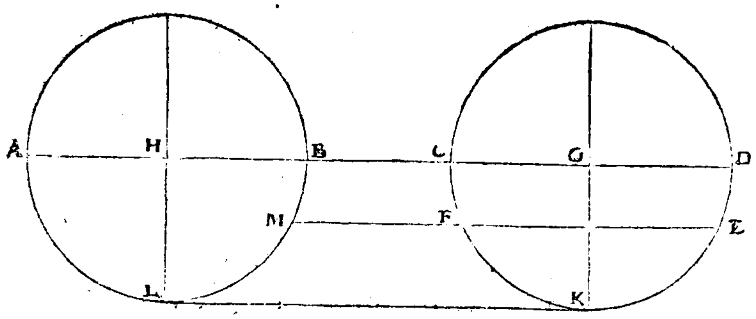
A Acutus autem BDC] *græcus codex* ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ αγδ. *lege* ἡ ὑπὸ βγδ.

B Ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadit, quæ verò a puncto B cadit intra D.] *Græcus codex* ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ α ἐκτὸς τοῦ γ ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ β ἐντὸς τοῦ δ *videtur desiderari verbum* πίπτουσι.

C Ergo & FD est æqualis EC] *Quoniam enim parallelæ sunt* AE BF, *itemque* AB CD, *erit* AF *parallelogrammum,* & AE *æqualis* BF. *quòd cum anguli ad* EF *recti sint, quadratum ex* AC *æquale erit duobus quadratis ex* AE EC. & *eadem ratione quadratum ex BD*
47.prim. *æquale quadratis ex* BF FD. *quadrata igitur ex* AE EC *quadratis ex* BF FD *æqualia sunt, ponebantur enim* AC BD *inter se æquales. ergo demptis vtrinque æqualibus quadratis ex* AE BF, *reliqua quadrata ex* EC FD *æqualia erunt:* & *ideo* EC FD *inter se æquales. græcus autem codex* ἴσαι ἄρα εἰσὶ καὶ ἡ βδ τῇ αγ. *ego legendum puto* ἡ ζδ τῇ εγ.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB CD inter se æquales, & per centra ducatur AD, ipsi verò CD parallela EF. Dico EF productam etiam circulum AB secare.



A
28.prim. Sumantur circulorum centra GH, & a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD
B ducantur GK HL. ergo GK est æqualis HL. sed & parallela: quare & KL ipsi GH est
coroll.16 æqualis & paralkela, & ob id anguli ad KL recti sũt, & sũt ex cẽtro GK HL. recta igi
tertii. tur linea KL circulos contingit. Itaque perspicuum est eũ, quæ circulum CD cõtingit,

git,

git, contingere etiam circulum AB. ergo EF secans circulum CD & ipsum AB secat. D
producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.

COMMENTARIVS.

Et a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD ducantur GK, HL. ergo GK est æqualis HL.] *Ex prima diffinitione tertii elementorum. Græcus autem codex corruptus est,* & *mancus, quem ita restituendum puto.* ἀπὸ τῆς η θ σημείων τῇ αδ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ηκ κλ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηκ τῇ θλ. A

Quare & KL ipsi GH est æqualis, & parallela] *Ex* 33. *primi elementorum. Græcus autem cedex.* καὶ ἡ κλ τῇ ηθ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος. *sed fortasse legendum est* καὶ ἡ κλ ἄρα τῇ ηθ ἴση ἐστὶ, καὶ παράλληλος. B

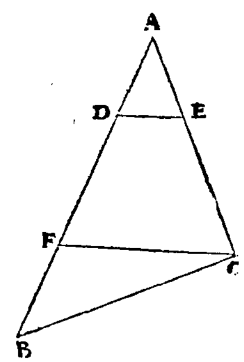
Itaque perspicuum est eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circulum AB] *Græcus codex* φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ δε ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ. *sed legendum arbitror* φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ γδ ἐφαπτομένη ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ. C

Producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.] *Græcus codex hoc loco corruptissimus est, quem ego in eam sententiam restituendum arbitror.* D

THEOREMA CVI. PROPOS. CXVI.

LEM. XXI.

Sit DA quidem æqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.



A
Ponatur ipsi CE æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela est ipsi DE, & con B
uenit cum BC. & DE igitur cum BC conueniet.

COMMENTARIVS.

Ergo EF parallela est ipsi DE.] *Ex* 2. *sexti elementorum.* A

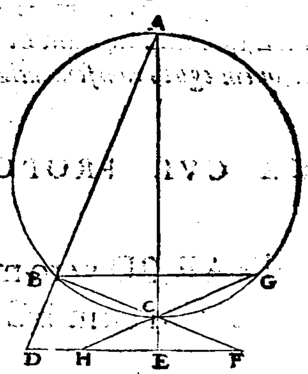
Et DE igitur cum BC conueniet] *Ex demonstratis a Proclo in commentariis in* 29. *primi libri elementorum,* & *a Vitellione in* 2. *propositione primi libri.* B

PRO-

PROBLEMA IN IDEM.

PORBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII.

LEM. XXII. A Circulo ABC positione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.



B Factum iam sit, & per B ipsi DF parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H produ-
C catur. angulus igitur BGC, hoc est angulus A est æqualis angulo CHF. ergo in cir-
D culo sunt ACHD pūcta. ac propterea rectangulum AEC æquale est rectangulo DEH
E datum autem est rectangulum AEC cum sit æquale quadrato eius lineæ, quæ a pū-
F cto E ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEH est datum. atque data
G est DE. data igitur & EH. sed & positione. & datum est punctum E. quare & H. Ita-
35. datorum. que a duobus punctis datis HF inflexa est HCF, ita vt BG ipsi HEF parallela sit. hoc autem ante demonstratum est datum igitur est punctum C. sed & E. ergo positio-
27. datorum. ne est CE, sed & circulus datus est. datum igitur est punctum A. est autem AD
20. datorum. datum. ergo DA positione datur.

25. **Componetur autem problema hoc modo.**

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta DEF. & quadra-
H to eius lineę, quæ a puncto E ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangu-
K lum DEH. & datis duobus punctis HF, ab ipsis in circulum inflectatur HCF, ita vt BG parallela sit HF. iunctaque EC ad A producatur. Dico rectam lineam esse, quæ
L per ABD transit. Quoniam vnumquodq; quod rectangulorum AEC DEH æquale
M est quadrato lineæ a puncto E contingētis, erit rectangulum AEC æquale rectangulo DEH. in circulo igitur sunt puncta DHCA. & quoniam angulus BGC angulo

CHF

CHF est æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo BAC in circulo, erit angulus BAC æqualis ipsi CHE: & sunt in circulo ACHD puncta. ergo AB in eadem recta linea constituitur, in qua est BC. N

COMMENTARIVS.

Circulo ABC positione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.] *Græcus codex* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας κἂν δοθεῖσαν τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. *sed forte legendū erit ex iis, quæ ante dicta sunt.* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας, κλάσαι τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. A

Angulus igitur BGC, hoc est angulus A est æqualis angulo CHF] *Angulus enim BGC ex 21. tertii elementorum est ęqualis angulo A. Sed & æqualis est angulo* CHF *ex 29. primi elementorum.* B

Ergo in circulo sunt ACHD] *Ex conuersa 22. tertii elementorum. sunt enim anguli CHF CHD, hoc est anguli DAC CHD duobus rectis æquales. hæc autem nos addidimus, quæ in Græco codice desiderari videbantur. legendum igitur erit.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ β ἡ γ γωνία, τουτέστιν ἡ α τῇ ὑπὸ γθζ γωνίᾳ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αγβδ σημεῖα τὸ ἄρα ὑπὸ αεγ *&c.* C

Ac propterea rectangulum AEC æquale est rectangulo DEH] *ex 36. tertii elem.* D

Datum autem est rectangulum AEC, cum æquale sit quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Ex eadem 36. tertii. recta uero linea ex puncto* E *circulum contingens data est, tum positione, tum magnitudine, quod datum sit punctum E, & circulus ABC sit positione datus.* E

Itaque a duobus punctis datis HF inflexa est HCF, ita ut BG ipsi HEF sit parallela] *Græcus codex corruptus uidetur, qui sic habet.* γέγονε δὴ μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν δζ ηλ. ἂν καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θηζ. *sed forte legendum.* γέγονε δὴ μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν θζ κλάσαι τὴν θγζ, καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θεζ. F

Hoc autem ante demonstratum est] *In lemmate 10. ex antecedentibus.* G

Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Græcus codex* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ δεθ. *sed videtur legendum, ut infra,* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω ὑπὸ δεθ. H

Et datis duobus punctis HF, ab ipsis in circulum inflectatur HCF] *Græcus codex* καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν θζ εἰς τὸν κύκλον ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω εὐθεῖα ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ. *sed forte legendum erit,* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥστε *&c.* K

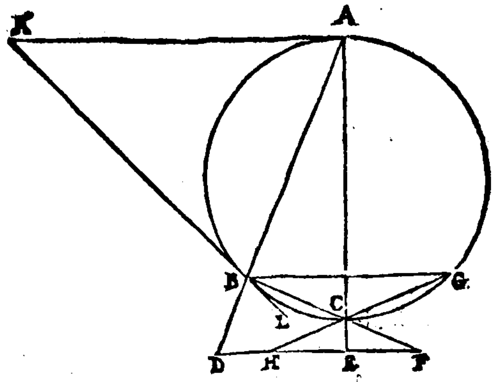
Iunctaque EC ad A producatur] *Hæc desiderantur in græco codice, quæ nos suppleuimus. itaque legendum erit* καὶ ἐπεζεύσθω ἡ εγ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α. L

In circulo igitur sunt puncta DHCA] *Ex conuersa 36. tertii elementorum.* M

Ergo AB in eadē recta linea cōstituitur, in qua ē BD.] *Quoniā. n. angulus* BAC *ē æqualis ipsi* CHE, *erūt anguli BAE CHD æquales duobus rectis, & sūt ī circulo ADHC. quadrilaterū igitur ē* ADHC *in eo descriptū, ex cōuersa 22. tertii, & propterea recta linea est ABD. si quis .n. cōcēdat nō esse ABD vnā rectā lineā, sed duas & quinquelaterū eē* ABDHC, *ducta recta linea* AD, *erit āgulus* DAC *vel minor uel maior āgulo BAC, & idcirco quadrilateri AD āguli DAC CHD oppositi minores erūt, uel maiores duob. rectis, qd minime eē pōt. post hęc in græco codice nōnulla legūtur, quę fortasse supuacanea sūt, neq;.n. qd sibi uelint satis intelligere possū.* N

At uero ABD rectam lineam esse, etiam aliter ostendere licet, hoc modo.

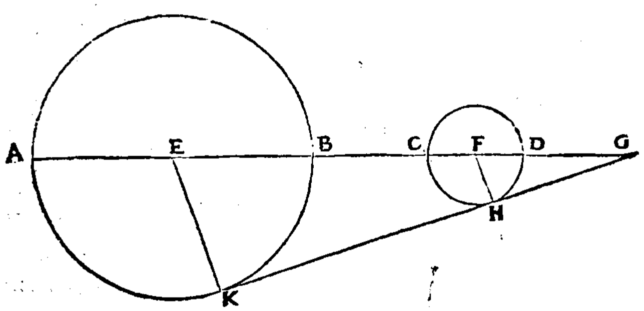
Ducan-



Ducatur duæ rectæ lineæ AK BL circulum ABC contingentes in punctis AB, quæ conueniant in K, erunt AK KB inter se æquales, quod manifesto constat ex 36. tertii elem ergo angulus KAB est æqualis angulo KBA, hoc est angulo LBD ad verticem. sed angulo KAB æqualis est angulus ACB, etenim AK circulum contingit, & AC secat. angulus igitur LBD angulo ACB est æqualis. angulo autem BAC æqualis est angulus CBL. nam LB tangit, & BC secat. Sed tres anguli BAC ACB ABC sunt æquales duobus rectis. angulus vero CBD est æqualis duobus angulis BAC ACB. ergo anguli CBA CBD duobus rectis sunt æquales. ex quo patet ABD rectam lineam esse.

THEOREMA CVII. PROPOS. CXVIII.

A B Sint duo circuli AB CD, & producatur AD ad G, fiatque vt EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidiametrum. Dico rectam lineam, quæ a puncto G ducta secat circulum CD, productam circulum quoque AB secare



Sumantur. n. circulorum centra EF, & a pũcto G ducatur GH, circulũ CD contingens, iungaturq; FH. & ipsi parallela ducatur EK. Quoniã igitur est vt EG ad GF, ita

EK

OK ad FH, recta linea est, quæ per GHK transit. & est angulus H rectus: rectus igitur est & K. quare si recta linea ducta a puncto G secat circulum CD, producta etiã AB circulum secabit. sed secãtes circulũ CD sunt inter DH. ergo producto inter KB erũt. atque est contingens GK. secat igitur quæ est inter BK DH sed eadem & circulũ AB secat. recta igitur secans circulũ CD, & AB circulum secabit, si a pũcto G ducatur. C

COMMENTARIVS.

Et producatur AD ad G] *Græcus codex* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αδ. *vide ne addendum sit* ἐπὶ τὸ η. A

Fiatque ut EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidiametrũ.] B *Græcus codex* καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ηϛ πρὸς τὴν ηδ οὕτως &c. *lege* ὡς ἡ εη πρὸς τὴν ηζ. *subintelligendum autem puncta* εζ *circulorum esse centra. quod ipse postea infert.*

Recta linea est, quæ per GHK transit] *Perspicuum hoc est, sed tamen nos lemmate ostendimus in commentariis in 10. libri Archimedis, de iis, quæ in aqua uehuntur.* D

PRIMVS LIBER TACTIONVM HABET PROBLEMATA SEPTEM.

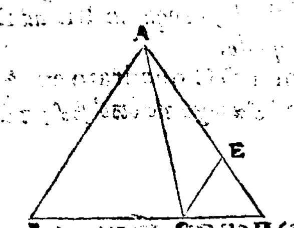
SECVNDVS PROBLEMATA QVATTVOR.

PLANORVM LOCORVM LIBER SECVNDVS.

IN PRIMVM LOCVM SECVNDI LIBRI.

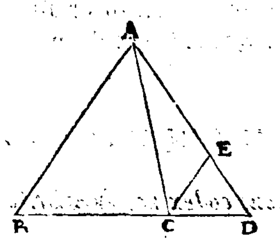
THEOREMA CVIII. PROPOS. CXIX. LEM. XXIIII.

Sit triangulum ABC, & ducatur vtcumque recta linea AD. sitq; ut BD ad DC, ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC. Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale esse.



Ducatur per C ipsi AB parallela CE. ẽ igitur ut BD ad DC, ita AB ad CE, & ita quadra- A

tum



B tum ex AB, ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Vt autem BD ad DC, ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC. ergo rectangulum
C contentum AB & CE quadrato ex AC est æquale. ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos. quare angulus CAD est æqualis angulo B, & pro-
D pterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem manifesto patet.

COMMENTARIVS.

A Est igitur ut BD ad DC, ita AB ad CE] *Ob similitudinem triangulorum ABD ECD.*

B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] *Ex lemmate in 23 decimi elementorum.*

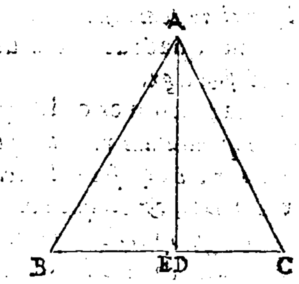
C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] *Quoniam enim rectangulum contentum AB CE æquale est quadrato ex AC, ut BA ad AC, ita erit AC ad CE. & cum circa æquales angulos alternos BAC ACE latera proportionalia sint, triangulum BAC simile est triangulo ACE. & angulus ABD æqualis angulo CAD. Sed angulus D est communis utrique. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum BAD triangulo ACD est simile, ideoque ut BD ad DA, ita AD ad DC, rectangulum igitur BDC quadrato ex AD est æquale.*

D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] *Græcus codex* ὥστε ἴσον ἔστι τὸ ὑπὸ βαγ τῷ ἀπὸ δα *lege* τὸ ὑπὸ βδγ τῷ ἀπὸ δα.

IN SECVNDVM LOCVM.

THEOREMA CIX. PROPOS. CXX.

A Sit triangulum ABC, & perpendicularis AD. Dico excessum quadratorum ex BA AC quadratorum ex AD DC excessui æqualem esse. quòd si BC bifariam secetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC excessus id, quod bis BC, & ED continetur.



Excessum igitur quadratorum ex BA AC æqualem esse excessui quadratorum ex AD DC perspicue constat. est enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD DA. quadratum uero ex AC quadratis ex AD DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD DB excedunt quadrata ex AD DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD DC excessus est id, quod bis BC ED continetur. ergo & quadratorum ex AB AC excessus idem erit. C D E

At vero quadratorum ex BD DC excessum esse id, quod bis continetur BC ED, hoc modo demonstrabimus.

Quoniam enim BE æqualis est EC, erit BD æqualis utrisque CE ED: & quadratum ex BD æquale quadrato utrarumque CE ED. Sed utrarumque CE ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc est eo, quod bis continetur BC DE. excessus igitur quadratorum ex BD DC, est id, quod bis BC DE continetur.

COMMENTARIVS.

A Dico excessum quadratorum ex BA AC quadratorum ex BD DC excessui æqualem esse] *Græcus codex* ὅτι μὲν ἡ τῶν ἀπὸ βδ αγ ὑπεροχὴ *lege* ἡ τῶν ἀπὸ βα αγ ὑπεροχή.

B Quod si BC bifariam secetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC excessus id, quod bis BC & ED continetur] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῇ τὸ ὑπὸ ε ἢ τῶν ἀπὸ βδ ἔστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. lege ἐὰν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῇ τῷ ε, ἡ τῶν ἀπὸ βα, αγ ὑπεροχὴ ἔστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. posset etiam legi ἡ τῶν ἀπὸ βδ δγ ὑπεροχή. sed illud magis placet.

C Est enim quadratum quidem ex AB] *græcus codex* ἔστι γὰρ τὸ μὲν ἀπὸ τῶν αβ, *lege* τὸ μὲν ἀπὸ τῶν αβ, *vel potius* τὸ μὲν ἀπὸ αβ.

D Quadratorum autem ex BD DC excessus est id, quod bis BC ED continetur] *Hoc deinceps probat. græcus codex* τῶν δὲ ἀπὸ βδ δγ, τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. *sed legendum puto*: τῶν δὲ ἀπὸ βδ δγ ὑπεροχὴ ἔστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ.

E Ergo & quadratorum ex AB AC excessus idem erit] *Hæc est conclusio secundæ partis, quæ pendet ex eo, quod proxime demonstratur.*

F Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE ED] *græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ εδ ἄρα *lege* καὶ τὸ ἀπὸ βδ ἄρα.

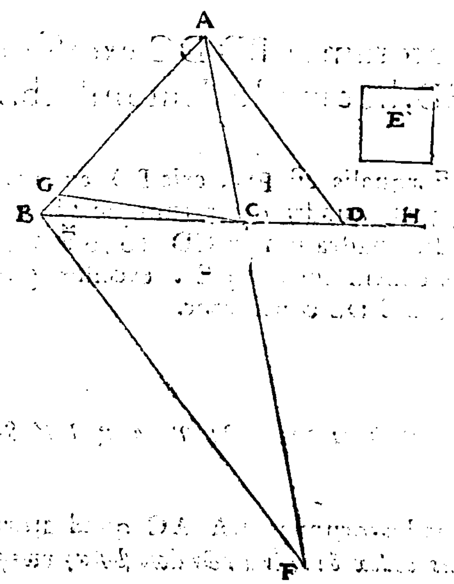
G Sed vtrarumque CE ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] *Est enim quadratum vtrarumque CE ED æquale quadratis ex CE ED; & ei, quod bis CED continetur. ex 4. secundi elementorum. quadratum autem ex CE rursus est æquale quadratis ex CD DE, & ei quod bis CDE continetur. sed ex 3. eiusdem rectangulum CED est æquale rectangulo CDE & quadrato ex ED. Quadratum igitur vtrarũque CE ED æquale erit ei, quod quater continetur CED vnà cum quadrato ex CD. ac propterea excedet quadratum ex CD eo, quod quater CED continetur.*

H Hoc est eo, quod bis continetur BC DE] *est enim BC ipsius CE dupla.*

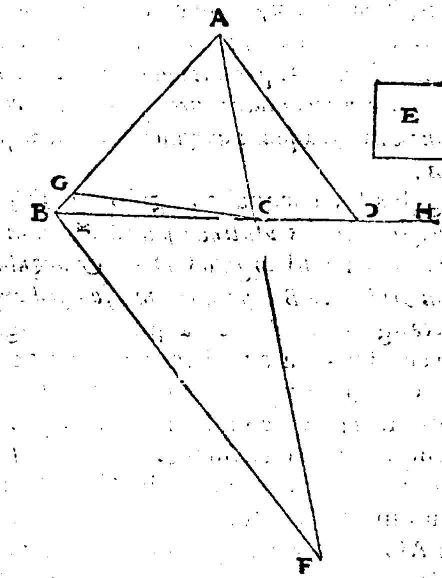
IN EVNDEM SI NON SIT PROPORTIO AEQVALIS AD AEQVALE.

THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

LEM. III. Sit triangulum ABC, & quadratum ex BA quadrato ex AC
A sic dato maius, quàm in proportione. datum autem E: & pro-
B portio sit BD ad DC. Dico rectangulũ DBC spatio E maius esse.
C



Auferatur enim datum spacium, quod sit ABG: reliqui igitur videlicet rectanguli BAG



BAG ad quadratum ex AC proportio est data, nempe eadem, quæ BD ad DC. ponatur rectangulo BAG æquale rectangulum FAC. erit rursus reliqui rectan- E
guli FAC ad quadratum ex AC. hoc est rectæ lineæ FA ad AC proportio eadem, F
quæ BD ad DC. ergo AD ipsi BF est parallela; & idcirco angulus F est æqua- G
lis angulo CAD. Sed angulus F æqualis est angulo AGC. quare angulus K
AGC angulo CAD est æqualis. atque est angulus ADH maior angulo CAD. L
angulus igitur ADH est maior angulo AGC. ergo rectangulum DBC rectangulo M
ABG, hoc est dato spacio E maius erit.

COMMENTARIVS.

A Et quadratum ex BA quadrato ex AC sit dato maius, quam in proportione] *Magnitudo magnitudine dato maior est, quam in proportione, cum ablato dato reliquum, ad idẽ proportionem datam habuerit ex diffi. 11. libri Datorum Euclidis.*

B Datum autem E, & proportio sit BD ad DC] *Græcus codex* δοθὲν μὲν τὸ ε λόγῳ δὲ τῷ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. *Sed legendum est, ut puto,* δοθὲν μὲν τὸ ε, λόγος δὲ ὁ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ.

C Dico rectangulum DBC spacio E maius esse.] *Græcus codex* ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ βδγ τοῦ ε χωρίου, *lege ut infra,* τὸ ὑπὸ δβγ τοῦ ε χωρίου.

D Reliqui igitur, uidelicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio est data] *Ex diffinitione iam dicta. Sunt enim rectangula ABG BAG æqualia quadrato ex BA.*

ex 2 secundi element. græcus aũt codex λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ βαη legẽdũ arbitror. λοιποῦ ἄρα.

E Nempe eadem, quæ BD ad DC] græcus codex ὅσῃ τῆς τῶ της βδ πρὸς τὴν αγ. lege πρὸς τὴν δγ.

F Erit rursus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] græcus codex: λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ζαγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ & hoc loco legendum arbitror λοιποῦ ἄρα.

G Ergo AD ipsi BF est parallela; Quoniam enim FA ad AC, est ut BD ad DC, erit diuidendo, ut FC ad CA, ita BC ad CD, permutandoque ut FC ad CB, ita AC ad CD. & sunt circa æquales angulos, qui ad verticem latera proportionalia. triangula igitur FCB ACD æquiangula sunt, & angulus CBF est æqualis angulo CDA, ideoque AD ipsi BF est parallela ex 27. primi elementorum.

H Et idcirco angulus F est æqualis angulo CAD] Ex 29. eiusdem quamquam ad hoc probandum non necesse habemus uti lineis parallelis. ex similitudine enim triangulorum FCB ACD sequitur & angulum CBF angulo CDA. & angulum BFC angulo CAD æqualem; & ob id rectam lineam AD rectæ BF parallelam esse. sed angulus F æqualis est angulo AGC.

K Quoniam rectangulum BAG est æquale rectangulo FAC, erunt quattuor puncta GBFC in circunferentia circuli, ex conuersa 36 tertii elementorum, & idcirco quadrilateri CFBG anguli oppositi BGC, BFC sunt æquales duobus rectis. sed & anguli BGC CGA duobus rectis æquales sunt. dempto igitur communi angulo BGC, reliquus BFC reliquo CGA est æqualis.

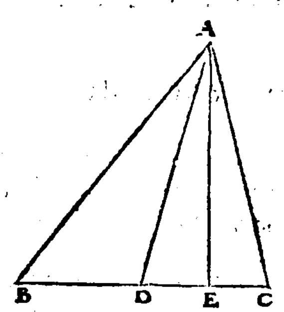
L Atque est angulus ADH maior angulo CAD] Ex 16. primi elementorum.

M Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc est dato spacio E maius erit] 13. prim. Nam cum angulus AGC minor sit angulo ADH, fiat ipsi ADH æqualis angulus AGK. itaque quadrilateri AGKD anguli oppositi AGK ADK æquales sunt duobus rectis, & AGKD puncta in circuli circumferentia erunt, ex conuersa 22. tertii. ergo rectangulum ABG rectangulo DBK est æquale. sed rectangulum DBC maius est rectangulo DBK, quòd CB sit maior, quàm BK. rectangulum igitur DBC rectangulo ABG, videlicet spacio E dato est maius.

IN TERTIUM LOCUM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII.

LEM. IIII. Sit triangulum ABC, & ducatur quædam recta linea AD, quæ ipsam BC bifariam secet. Dico quadrata ex BA AC quadratorum ex AD DC dupla esse.



A Ducatur perpendicularis AE. erunt quadrata ex BE EC quadratorum ex BD DE dupla.

dupla. est autem & quadratum ex AE bis sumptum una cum quadrato ex DE bis sumpto duplum quadrati ex AD; & quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis sumpto quadratis ex BA AC sunt æqualia: Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc est quadratorum ex AD DC dupla erunt. B C

COMMENTARIUS.

Erunt quadrata & BE EC quadratorum ex BD DE dupla] Ex 9. secundi elementorum græcus codex τὰ δὲ ἀπὸ τῶν αε εγ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν &c. ego legendum puto τὰ δὲ ἀπὸ τῶν βε εγ τετράγωνα. A

Est autem & quadratum ex AE bis sumptum una cum quadrato ex DE bis sumpto duplum quadrati ex AD.] Quadrata enim ex AE ED quadrato ex AD sunt æqualia ex 47. primi elementorum ex quibus sequitur per 12. quinti quadrata ex BE EC una cum quadratis ex AE ED bis sumptis quadratorum ex BD DE AD dupla esse. quorum quadratum ex ED bis sumptum duplum est quadrati ex ED. reliqua igitur quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis sumpto quadratorum ex AD DB sunt pupla. B

Et quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis sumpto quadratis ex BA AC sunt æqualia] quadrata enim ex BE EA æqualia sunt quadrato ex AB, quadrata vero ex AE EC quadrato ex AC sunt æqualia ex 47. primi. C

Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc est quadratorum ex AD DC dupla sunt] græcus codex τὰ ἄρα ἀπὸ βα αγ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ αδ δε τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ εα τετραγώνων. sed legendum arbitror διπλάσια ἐστί τῶν ἀπὸ αδ δβ τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ δα τετραγώνων. D

THEOREMA CXII. PROPOS. CXXIII.

Proportione existente AB ad BC, & spacio CA AD contento si ipsarum DB BC media proportionalis BE sumpta fuerit, ostendendum est quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD. LEM. V.

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quæpiã FE ad EC. ob proportionẽ igitur & diuidendo ut AC ad CB, ita est FC ad CE. quare & tota AF ad totã BE ẽ ut AC ad CB, & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC. ut autẽ EB ad BC, ita DE ad EC, qđ BE sit media proportionalis. ut igitur FA ad AC, ita est DE ad EC, & spaciũ spacio æquale. ergo quod cõtinetur AF EC, æquale ẽ cõtẽto A C DE. sed quod AF EC cõtinetur excedit rectangulũ AEC rectangulo FEC. & quo rectangulũ ex AF EC excedit rectangu A B C D E F

lum AEC, eo & rectangulum ex ACDE idem rectangulum excedit. rectangulum
G igitur ex AC DE maius est, quam rectangulum AEC rectangulo FEC. sed quo rectangulum ex ACDE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius est, quam rectangulum CAD rectangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.

COMMENTARIVS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita est FC ad CE] *Quoniam enim vt AB ad BC ita est FE ad EC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FC ad CE.*

B Quare & tota AF ad totam BE est ut AC ad CB] *ex 12. quinti libri elementorum.*

C vt autem EB ad BC, ita DE ad EC, quod BE sit media proportionalis] *facta est enim BE proportionalis media inter DB, & BC, quare vt DB ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque vt DE ad EB, ita EC ad CB; & permutando vt DE ad EC, ita EB ad BC.*

D Et spacium spacio æquale] *Nam rectangulum contentum FA AE æquale est ei, quod ACDE continetur. ex 16. sexti elementorum.*

Sed quod AFEC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC] *Rectangulum enim contentum AF EC ex 2. secundi elementorum est æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo AEC, & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. græcus codex* τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ α ζ γ ε τοῦ ὑπὸ α ε γ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζ ε γ. *sed vt opinor legendum erit.* τὸ δὲ ὑπὸ α ζ γ ε τοῦ ὑπὸ α ε γ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζ ε γ.

F Et quo rectangulum ex AF EC excedit rectangulum AEC, eo & rectangulum ex ACDE idem AEC rectangulum excedit rectangulum igitur ex AC DE maius est, quam rectangulum AEC rectangulo FEC.] *græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ α γ δε τοῦ ὑπὸ α ε γ, μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζ ε γ. *sed in eo multa desiderari videntur, vt fortasse ita restituendus sit.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ α ζ γ ε τοῦ ὑπὸ α ε γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ α γ δε, τοῦ ὑπὸ α ε γ. τὸ ἄρα ὑπὸ α γ δε τοῦ ὑπὸ α ε γ μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζ ε γ.

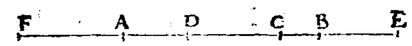
G Sed quo rectangulum ex AC DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius est, quam rectangulum CAD rectangulo FEC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC] *græcus codex.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ α γ δε τοῦ ὑπὸ α ε γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ α ε τοῦ ὑπὸ δ ε Γ. τὸ ἄρα ἀπὸ α Γ τετράγωνον. τοῦ ὑπὸ Γ α δ μεῖζόν ἐστι τῷ ζ ε λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ ε Γ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α β πρὸς τὴν β Γ. *sed mendose, vt opinor. fortasse vero ita legendum est.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ α Γ δε τοῦ ὑπὸ α ε Γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ α ε τοῦ ὑπὸ Γ α δ. τὸ ἄρα ἀπὸ α ε τετράγωνον τοῦ ὑπὸ Γ α δ μεῖζόν ἐστι τῷ ζ ε Γ. τὸ δὲ ὑπὸ ζ ε Γ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ ε Γ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α β πρὸς τὴν β Γ. *quamquam hoc multa deesse iure merito existimari potest. non enim satis aperte quod propositum est, concludit. esset autem illud manifestum hoc modo.*

Quoniam enim rectangulum ex A C D E *æquale est rectangulo & AF* EC, *rectangulo au*
1. secũdi *tem ex AC DE æquale est rectangulum* AED *vna cum rectangulo* DEC, *& rectangulo ex* AF EC *rursus est æquale rectangulum ex* AD EC *una cum duobus rectangulis* DEC FEC, *ablato communi* DEC *relinquetur rectangulum AED æquale rectangulo ex AD EC una cum* FEC,
2. secũdi *addatur utrique rectangulum* EAD. *erit rectangulum AED una cum EAD, hoc est quadratum ex AE æquale rectangulo ex AD EC una cum rectangulis EAD FEC. sed rectangulo ex AD EC una cum EAD æquale est CAD rectangulum.*

gulum, quadratum igitur ex AE æquale est rectangulo CAD vna cum ipso FEC; ac propterea maius est, quam rectangulum CAD, rectangulo FEC. rectangulum vero FEC ad quadratum ex EC est vt FE ad EC, videlicet vt AB ad BC. ergo quadra- 1. sexti.
tum ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA CXIII. PROPOS. CXXIIII.

Sit proportio AB ad BC, spacium veró contentum CAD. si LEM. VI.
ipsarum DB BC media proportionalis sumatur BE. Dico qua- A
dratum ex AE quadrato ex EC maius esse, quàm in proportio- B
nẽ AB ad BC, rectangulo CAD.



Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam FE ad BC. deuidendo igitur & reliqua C
ad reliquam, est vt FA ad BE, ita AC ad CB. & permutando ut FA ad AC, ita EB ad D
BC. vt autem EB ad BC, ita DE ad EC. ergo & ut FA ad AC, ita DE ad EC; & spaciũ E
spacio æquale. Quod igitur FA CE continetur æquale est contento ACDE. commu- F
ne apponatur rectangulum AEC una cum rectangulo CAD. quare totum, uidelicet
quadratum ex AE est æquale toti rectangulo FEC una cum CAD. quadratum igi- G
tur ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo H
CAD. etenim FEC rectangulum ad quadratum ex EC eandem proportionẽ habet.

COMMENTARIVS.

Si ipsarum DB BC media proportionalis sumatur BE] *græcus codex.* ἐὰν τῶν δα α β A
μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ β ε. *legendum puto* ἐὰν τῶν δβ βΓ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ β ε.

Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse, quam in proportione AB B
ad BC rectangulo CAD] *in græco codice pro* Γ α δ *mendose vt opinor, legitur* β α δ.

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam FE ad EC.] *græcus codex* οὕτως ἄλλη τις ἡ ε Γ C
πρὸς τὴν Γ β. *sed videtur legendum* οὕτως ἄλλη τις ἡ ζ ε πρὸς τὴν ε γ.

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam est ut FA ad DE ita AC ad CB] *Quoniam* D
enim vt AB ad BC, ita FE ad EC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FE ad CE. quare reliqua FA ad reliquam BE est vt AC ad CB: græcus codex διελόντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπὴν ἐστὶν ὡς ἡ ζ Γ πρὸς τὴν Γ ε, *sed legendum puto* ὡς ἡ ζ α πρὸς τὴν β ε.

Vt autem FB ad BC, ita DE ad EC] *Erat enim vt DB ad BE, ita EB ad BC. quare per* E
12. quinti elementorum DE ad EC est vt EB ad BC. græcus codex mancus est, in quo legitur. οὕτως ἡ ε δ πρὸς τὴν ε Γ. *legendum autem est.* ὡς δὲ ἡ ε β πρὸς τὴν β Γ, οὕτως ἡ ε δ πρὸς τὴν ε γ.

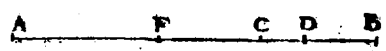
F Ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC, & spacium spacio æquale] *Sequitur enim ex 16. sexti elementorum, rectangulum contentum FA CE æquale esse ei, quod AC DE continetur.* Græcus codex καὶ ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε. *lege* οὕτως ἡ δε πρὸς τὴν γε.

G Quod igitur FA CE continetur æquale est contento AC DE] *Græcus codex* τῷ ἄρα ὑπὸ τῶν ζα γε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εδγ. *lege* τῷ ὑπὸ εδαγ.

H Commune apponatur rectangulum AEC vna cum rectangulo CAD quare totum, videlicet quadratum ex AE est æquale toti rectangulo FEC vna cum CAD.] *Rectangulum enim ex AC DE æquale est rectangulo ACD & rectangulo ACE. Sed rectangulo quidem ACD vna cum rectangulo CAD est æquale quadratum ex AC. rectangulo autem ACE una cum quadrato ex AC æquale est rectangulum EAC: & duobus rectangulis EAC, AEC quadratum ex AE est æquale. Rursus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento FA CE, & AEC æquale est rectangulum FEC. quadratum igitur ex AE rectangulo FEC una cum rectangulo CAD æquale erit. Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ δεγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γαδ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ δε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c. lege* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ αεγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γαδ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ αε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c.*

LE. VII THEOREMA CXIIII. PROPOS. CXXV.

A Si recta linea AB, & duo puncta CD. Dico si quadratum ex AD, & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, & insuper id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC proportionem habet.



B C Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB. ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc est rectangulum contentum AF CD ad quadratum ex CD, vt AB ad BC. quod igitur ad quadratum ex

D DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, est rectangulum FDB. & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad

ad CB est rectangulum ACB. Sed ad quadratum ex CD proportionem habens eandem, quam AB ad BC est id, quod AF CD continetur. Itaque dico quadratū ex AD vna cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo BAC una cum eo, quod AF CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD. Dico reliquum ADC rectangulum una cum FDB æquale esse ei, quod continetur AC DB vna cum contento AF CD. Rursus commune auferatur rectangulum, quod AF CD continetur. Dico rursus rectangulum, FDC una cum FDB, hoc est totum quod continetur FD CB æquale esse contento AC DB. quod quidem ita se habet. sunt enim quattuor rectæ lineæ AC CB, FD DB inter se proportionales. E F G H

COMMENTARIVS.

Dico si quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC &c.] *Græcus codex* ὅτι τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γδ, συντεθείσεται, γίνεται *&c. vide ne legendum sit* ὅτι ἐὰν τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ συντεθείσεται, γίνεται &c. A

Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB] *Græcus codex* τῷ γὰρ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ λόγον ἔχον ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζδ πρὸς τὴν δβ. *ego legendum puto.* τῷ γὰρ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ λόγον ἔχοντι ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζδ πρὸς τὴν δβ. B

Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc est rectangulum contentum AF CD ad quadratum ex CD, ut AB ad BC.] *Quoniam enim ut AC ad CB, ita est FD ad DB, erit componendo ut AB ad BC, ita FB ad BD. quare & reliqua AF ad reliquam CD est ut AB ad BC. Sed ut AF ad CD, ita rectangulum, quod AF CD continetur ad quadratum ex CD. rectangulum igitur contentum AF CD ad quadratum ex CD eandem proportionem habet, quam AB ad BC. Græcus codex* καὶ συντεθείσεται ἄρα καὶ τὰ λοιπά: *sed legendum arbitror.* καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπά. C

Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, est rectangulum FDB; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB est rectangulum ACB] *Vt enim AC ad CB, ita FD ad DB. & ut FD ad DB, ita FDB rectangulum ad quadratum ex DB. rectangulum igitur FDB ad quadratum ex DB est vt AC ad CB. & eodem modo ostendetur rectangulum ACB ad quadratum ex CB ita esse, ut AC ad CB. Græcus codex.* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγβ. *uide ne legendum sit.* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ, ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγβ. D

Itaque dico quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo BAC una cum eo, quod AF CD continetur] *Pro quadrato ex AC & rectangulo ACB* E

AC B assumpsit rectangulum BAC, *quod ipsis est æquale ex 3. tertii element. Græcus codex.* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ μετὰ τὰ τοῦ ὑπὸ δγζ ἴσον ἐστὶ *&c. lege* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ ἴσον ἐστὶ *&c.*

Dico reliquum ADC rectangulum vna cum FDB æquale esse ei, quod continetur

F AC DB una cum contento AF CD] *Nam si a quadrato ex AD auferatur rectãgulũ* DAC, *relinquetur rectangulum ADC ex 2. secundi elem. & si a rectangulo* BAC *idem rectangulum* DAC *auferatur, reliquum erit quod* DB AC *continetur, ex prima eiusdem.*

G Rursus commune auferatur rectangulum, quod AF CD continetur. Dico rursus rectangulum FDC una cũ FDB, hoc est totũ, quod continetur FD CB æquale esse cõtento AC DB] *Si. n. a rectangulo* ADC *auferamus id, quod AF CD continetur, reliquum erit rectangulum FDC, Græcus codex* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβα γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ζδ γβ. *sed legendum puto.* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζδγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ γίνεται &c.

H Quod quidem ita se habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ AC CB FD DB inter se proportionales.] *Quoniam est vt* AC *ad* CB, *ita* FD *ad DB, rectangulum contentũ* AC DB *æquale est ei, quod* CB FD *continetur. ex quo veluti per resolutionem constat uerum esse illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex* AD *vna cum rectangulo* FDB *æquale esse rectangulo* BAC *vna cum eo, quod* AF CD *continetur. possumus etiam illud per compositionem concludere hoc modo.*

Quoniam rectangulum contentum CB FD *æquale est ei, quod continetur* AC DB, *addito vtrique communi rectangulo ex AF* CD, *erit rectangulum* ADC *una cum* FDB *æquale rectãgulo ex* AC DB *vna cum rectangulo ex* AF CD. *& rursus addito communi rectangulo CAD, fiet quadratum ex* AD *vna cum rectangulo* FDB *æquale rectangulo* BAC *una cũ eo, quod* AF CD *continetur. Idem etiam continget, si punctum D extra rectam lineam AB sumatur.*

LEM. VIII.

THEOREMA CXV. PROPOS. CXXVI.

A Sit recta linea AB positione data. & datum quoduis punctum C in ipsa AB. Dico quadratum ex AC, & id,

B quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet, æquale esse dato, & ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C, & illud, quod rectã lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam.

Fiat enim proportio AD ad DB eadem, quæ proportio data. ergo & proportio

AD ad DB data erit, & propterea datum est punctum D. Itaque quoniam recta linea est AB, & duo puncta DC, quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex C

CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD; D

& ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet.

& præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB E

ad BD. quadratum igitur ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet, eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratũ ex DC eandẽ habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam. Similiter, & si datum punctum C sit extra rectam lineam AB, eodem demonstrationis modo vtemur.

COMMENTARIVS.

Sit recta linea AB positione data, & datum quoduis punctum C in ipsa AB. A

Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale esse dato. &c.] *Græcus codex* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ, καὶ τυχὸν τὸ Γ, ὅτι ἐστὶ δοθὲν ἐπὶ τῆς αβ, ὥστε τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθὲν ἴσον ἐστὶ δοθέν. *Sed ex eo dum suspicor,* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ καὶ τυχὸν τὸ Γ δοθὲν ἐπὶ τῆς αβ. ὅτι τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθέντα ἴσον ἐστὶ δοθέντι.

Et ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C & B

illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc est ei, quod ad quadratum rectæ lineæ* CD, *vt infra apparebit, datam habeat proportionem. hæc autem nos suppleuimus, nam græcus codex corruptus, & mancus est, in quo legitur.* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ... τοῦ δοθέντος, καὶ τοῦ ὑπὸ γδ δοθέντος. *Sed quomodo legendum sit, diuinare nunc non licet.*

Itaque quoniam recta linea est AB, & duo puncta CD, quadratum ex AC, & id C

quod ad quadratum ex CB proportionem habet eãdem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.*

Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] *Græcus codex* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ. καὶ ἐν τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *sed legendum est.* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ. καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *quæ vero sequuntur in græco codice usque eo.* τὸ ἄρα ἀπὸ α Γ *&c. superuacanea uidentur.*

Quadratum igitur ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet E

eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandẽ habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] *Græcus codex corruptus, & mancus est, quem ita restituendum censeo.* Τὸ ἄρα ἀπὸ α Γ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ δοθέντι, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ αδ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ τε ὑπὸ βαδ, τουτέστι δοθέντι, καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δ Γ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ, τουτέστι δοθέντι.

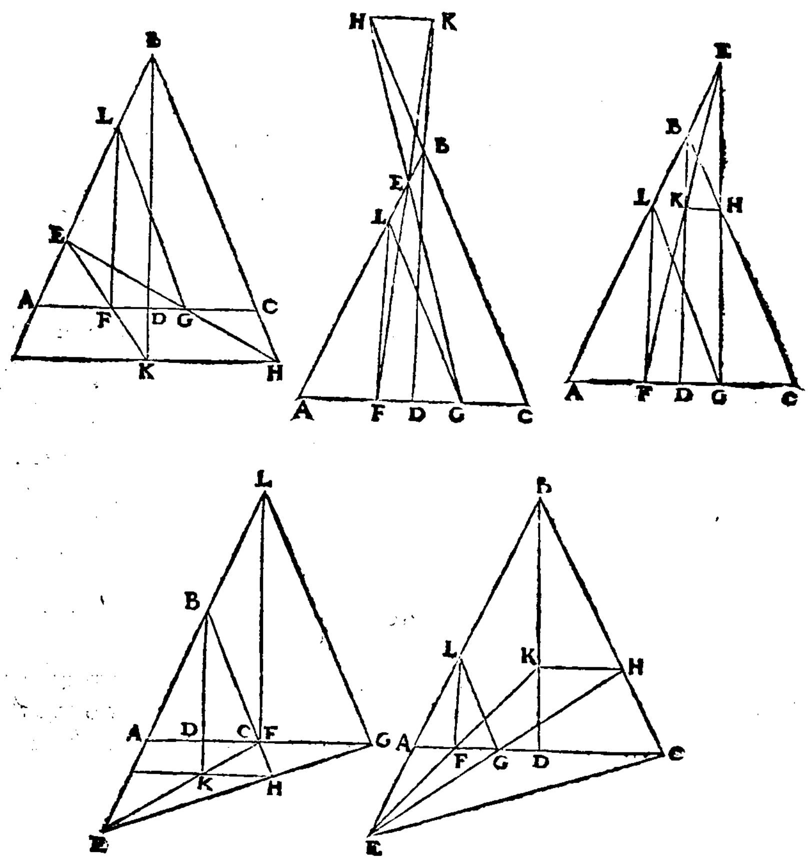
PORISMATON LIBRI III.

IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CXXVII.

LEM. I.

Sit descripta figura ABCDEFG, sitq; ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur. Dico HK ipsi AC parallelam esse.



A Ducatur per F ipsi BD parallela FL. Quoniam igitur ut AF ad FG, ita est AD
B ad DC, conuertendo, componendoque, & permutando: erit ut DA ad AF, hoc est in
C lineis parallelis, ut BA ad AL, ita CA ad AG, ergo LG ipsi BC parallela est. vt igi-
D tur AB ad BL; ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad KF, ita est
E EH ad HG, ideoque HK ipsi AC est parallela.

THEO-

Per compositam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam est ut AF ad FG, ita AD ad DC, conuertendo erit ut GF ad FA, ita F
CD ad DA: & componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, ut G
AD ad DF, ita AC ad CG. Sed proportio AD ad DF composita est ex pro- H
portione AB ad BE, & proportione EH ad HG proportio igitur composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem est, quę componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. communis auferatur propor- K
tio AB ad BE. reliqua igitur proportio EK ad KF eadem est, quæ proportio EH ad L
HG. quare HK ipsi AG parallela est. M

LEM. II.

COMMENTARIVS.

Sit descripta figura ABCDEFG, sitq. ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur] *Puncta ACDFG ponuntur in eadem recta linea, quę est trianguli ABC basi. sed punctum E sumitur in AB etiam ex vtraque parte protracta. vbi vero conueniunt EG BC ponitur H, & ubi conueniunt EF BD ponitur K.*

Erit ut DA ad AF, hoc est in lineis parallelis ut BA ad AL] *Quoniam enim FL paral-* B
lela facta est ipsi DB vt DF ad FA, ita est BL ad LA. ergo & componendo ut DA ad AF, ita BA ad AL.

Ergo LG ipsi BC parallela est] Ex 2. *sexti elementorum.* C

Vt igitur AB ad BL, ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad D
KF. ita est EH ad HG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ. καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ *&c. sed legendum erit.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ἡ εθ πρὸς τὴν θη. καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ &c.

Ideoque HK ipsi AC est parallela] Ex 2. *sexti. est enim diuidendo ut EF ad FK, ita EG* E
ad GH.

Et componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, ut AD ad DF, F
ita AC ad CG] *Quoniam n. est ut GF ad FA, ita CD ad DA, erit componendo, permutandoque ut DA ad AF, ita CA ad AG: & per conuersionem rationis ut AD ad DF, ita AC ad CG. Græcus codex* συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντι ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αζ. οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δζ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη.

Sed proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *est enim ut AD ad DF, ita AB ad BL, ob lineas parallelas DB FL. Sed proportio AB ad BL componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EB ad BL. ut autem EB ad BL. ita EH ad HG: proportio igitur AB ad BL, hoc est proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG.*

Proportio igitur composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF H
eadem est, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] G
Rursus enim proportio AB ad BL, componitur ex proportione AB ad BE & proportione EB ad BL, sed ut EB ad BL, ita est EK ad KF ob lineas paralellas EK LF. proportio igitur AB ad BL, hoc est AD ad DF componitur ex proportione AB ad BE & proportione EK ad KF. ergo proportio composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF, eadem est, quę componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. Vereor tamen, ne ante hæc in græco codice multa desiderentur.

K Communis auferatur proportio AB ad BE] *Græcus codex* καὶ χ' ἐκκεκούσθω ὁ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λόγος. *corrige* K° ἐκκεκρούσθω *&c. nam per notam* K° *significatur* κοινὸς *hoc est communis, ut infra multis in locis.*

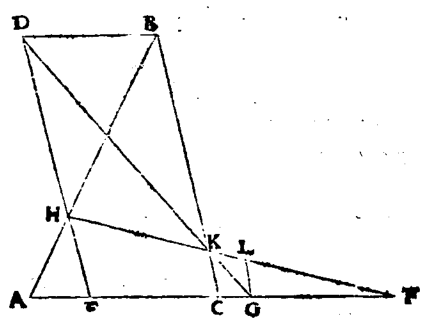
L Reliqua igitur proportio EK ad KF eadem est, quæ proportio FH ad HG] *Græcus codex* λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ἐστὶ τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη. *lege* λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη.

M Quare HK ipsi AC parallela est.] *Ex 2. sexti elementorum. Græcus codex* λόγος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ. *ego corrigendum puto.* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ.

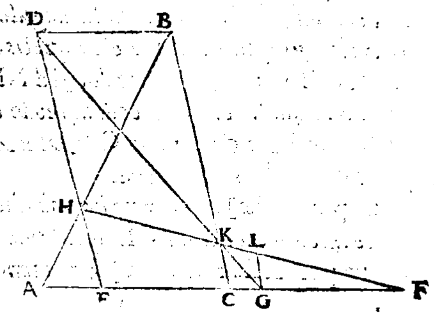
IN SECVNDVM PORISMA.

LE. II. **THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.**

A Sit descripta figura ABCDEFGH, & sit AF parallela ipsi DB. Vt autem AE ad EF, ita sit CG ad GF. Dico rectam lineam esse, quæ puncta HKF transit.

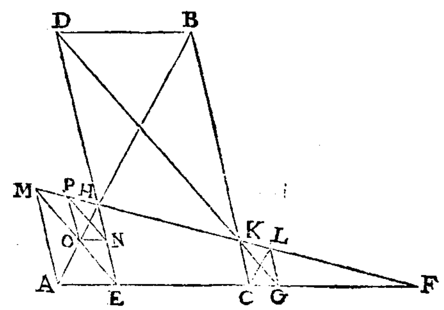


Ducatur per G recta linea GL parallela DE, & iuncta HK ad L producatur. Quoniam igitur est ut AE ad EF, ita CG ad GF,
B
C **ut autem AE ad CG, ita est EH ad GL; & permutando, quod duæ duabus sint pa-**
D **rallelæ. Vt igitur EF ad FG, ita EH ad GL, atque est EH parallela ipsi GL. ergo recta linea est, quæ per HKLF transit.**



COMMENTARIVS.

Sit descripta figura ABCDEFGH] *puncta* A E C G F *sumuntur in eadem recta linea, in qua consistunt bases triangulorum* ABC EDG. *punctum autem* H *ubi* DE *secat ipsum* AB, *&* K *ubi* DG *secat* BC. A



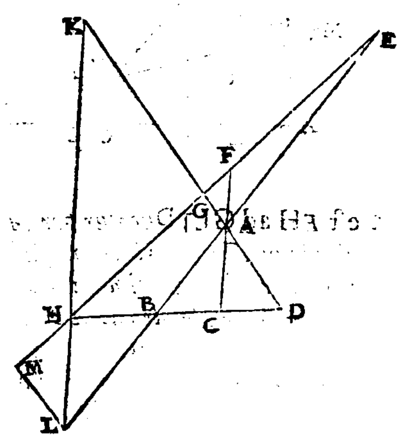
Sit autem AE ad CG, ita est EH ad GL] *Ducatur per A recta linea AM parallela ipsi CB, ut cum KH producta conueniat in puncto M. erit trapezium MAEH simile trapezio KCGL, ut monstrabimus. similes autem rectilineæ figuræ in similia triangula diuiduntur. quare iuncta CL fiet triangulum CLG simile triangulo AHE, & ideo ut AE ad EH, ita erit CG ad GL; Itaque constat ob lineas parallelas trapezii MAEH angulus angulis trapezii KCGL æquales esse. At uero latera, quæ sunt circum æquales angulos eandem inter se proportionem habere, hoc modo demonstrabitur. abscindatur ab EH linea HN æqualis LG: & ab HM abscindatur HP æqualis LK. deinde a puncto N ducatur NO parallela ipsi AE, & a puncto P ducatur parallela ipsi MA, quæ cum NO in puncto O conueniet. conuenient autem in linea AH. est enim ut EH ad HN, ita AE ad ON: & similiter ut MH ad HP, ita MA ad PO. ergo ex lemmate, quod nos conscripsimus in 10 propositionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur, recta linea est, quæ per AOH transit. Dico trapezium POXH æquale esse, & simile trapezio KCGL. nam cum circa æquales angulos, qui ad HL latera NH HP proportionalia sint, immo uero æqualia, lateribus GL LK, erit triangulum PHN simile* B triangulo KLG. quare vt HP ad PN, ita est LK ad KG, & permutando vt HP ad LK, ita PN ad KG. sed HP est æqualis LK. ergo & PN ipsi KG æqualis erit, & parallela, quod angulus HPN æqualis sit angulo LKG & HNP ipsi LGK. non aliter demonstrabitur triangulū MHE simile triangulo KLG, & ME parallela KG, hoc est ipsi PN. Rursus quoniam PO parallela est MA, videlicet ipsi KC, erit angulus NPO æqualis angulo GKC. & eadem ratione angulus PNO æqualis ipsi KGC. reliquus igitur reliquo est æqualis, & triangulum triangulo simile. ergo vt NP ad PO, ita GK ad KC; & permutando. sed NP est æqualis GK, vt demonstratum est quare & PO ipsi KC æqualis erit, & eodem modo demonstrabitur NO æqualis CG. est igitur HN ad NO, vt HE ad EA: & NO ad OP, vt EA ad AM. & denique OP ad PH, ut AM ad MH. quod ipsum demonstrare oportebat.

C Quod duæ duabus sint parallelæ] *Vereor ne hæc ab aliquo addita sint. non enim duæ duabus parallelæ sunt, nisi forte intelligat ductam CL, quod mihi non placet.*

D Ergo recta linea est, quæ per HKLF transit] *ex eadem lemmate in 10. Archimedis de iis, quæ in aqua uehuntur.*

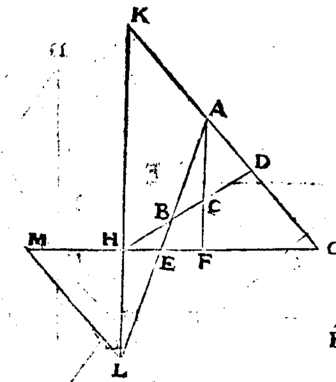
THEOREMA CXVIII. PROPOSITIO CXXIX.

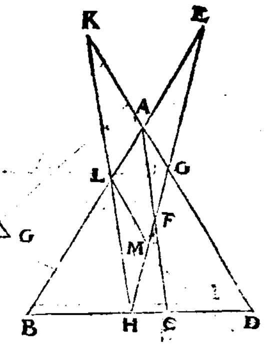
LEM. III. A In tres rectas lineas AB CA AD ducatur duæ rectæ lineæ HE HD. Dico vt rectangulum, quod continetur HE GF ad contentum HGFE, ita esse rectangulum contentum HB DC. ad contentum HD BC.

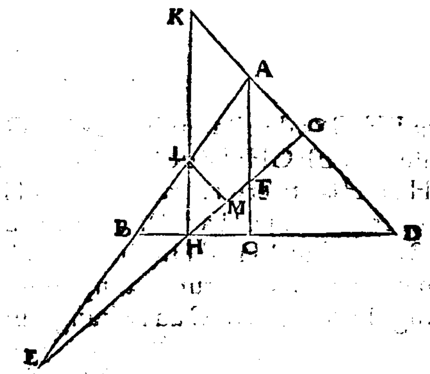


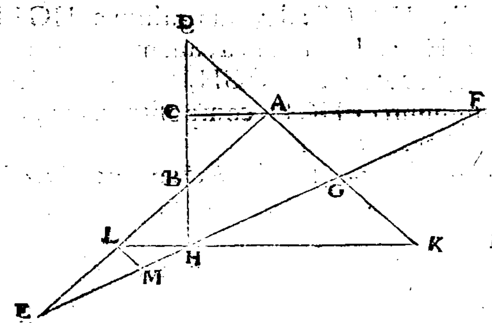
A Ducatur per H quidem linea KL parallela ipsi FCA, & DA AB cum ea conueniant in punctis KL; per L uero ducatur LM parallela DA, & cū EH conueniat in M.

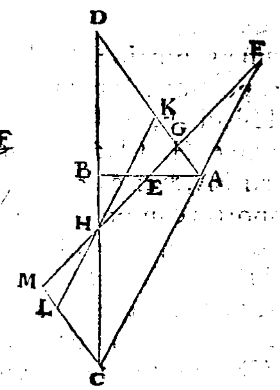
Itaque





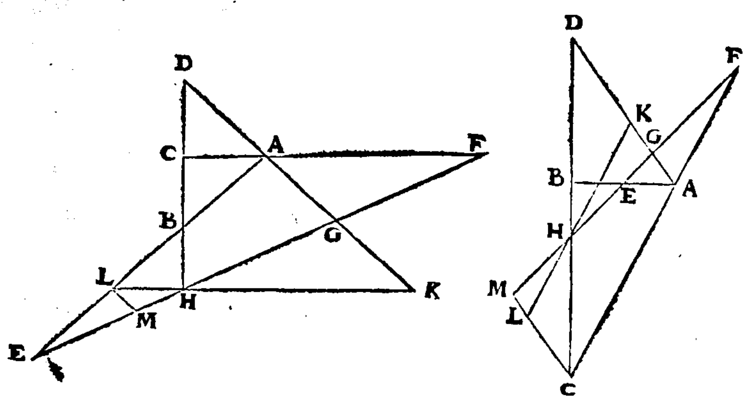






Itaque quoniam ut EF ad FA, ita EH ad HL, ut autem AF ad FG, ita LH ad HM, etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt EF ad FG, ita EH ad HM. rectangulum igitur contentum HE GF æquale est contento EF HM. Sed aliud rectangulum est, quod EF GH continetur. A B C 16.sexti.

ergo



D ergo ut rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH, ita est rectangulum
E F ex EF HM, ad rectangulum ex EF GH; hoc est MH ad HG: hoc est LH ad HK:
G Eadem ratione & ut KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC, ad rectangulum
H ex HB CD. ergo & conuertendo ut LH ad HK, ita rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC. Sed ut LH ad HK, ita ostendimus esse rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH. Vt igitur rectangulum ex EH GF ad rectangulũ ex EF GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD BC.

Per compositam vero proportionem ostendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE composita est ex proportione, quam habet HE ad EF, & ex ea, quam FG habet ad GH, at-
K que est ut HE ad EF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit propor-
L tio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE composita ex proportione, quã habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK:

Sed proportio composita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem est, quæ proportio LH ad HK. est igitur ut rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita LH ad HK.

Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita est KH ad HL. & conuertendo ut rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ut EF ad FA, ita EH ad HL] Ex 4. *sexti elementorum ob similitudinem triangulorum* EAF ELH.

Vt

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *similia enim sunt triangula* FAG, HLM. C

Etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur, *lineæ namque* MHG, B LHK *sunt inter parallelas* ML GK. *græcus codex* καὶ γὰρ ἡ εκ πρὸς τὴν θη ἐν παραλλήλῳ. *sed forte legendum est* καὶ γὰρ ἡ θκ καὶ ἡ θκε ἐν παραλλήλῳ.

Ergo vt rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH, ita est rectangulum D ex EF HM ad rectangulum ex EF GH.] *Ex 7. quinti elementorum.*

Hoc est MH ad HG] *Ex prima sexti.* E

Hoc est LH ad HK] *ob similitudinem triangulorum* HLM HKG. F

Eadem ratione & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC ad rectangulum G ex HB CD] *vt enim* KH *ad* HL *ita est rectangulum contentum* KH CA *ad contentum* CA HL. *sed ex 23. sexti elementorum proportio rectanguli ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL *componitur ex proportione* KH *ad* CA, *& proportione* CA *ad* HL. *Vt autem* KH *ad* CA, *ita* HD *ad* DC *ob similitudinem triangulorum* DKH DAC; *& vt* CA *ae* HL, *ita* CB *ad* BH: *triangula enim* DAC BLH *similia sunt. ergo rectanguli ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL *proportio componitur ex proportione* HD *ad* DC, *& proportione* CB *ae* BH. *ex quibus etiam composita est proportio rectanguli ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB DC. *Vt igitur rectangulum ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL, *hoc est ut* KH *ad* HL, *ita erit rectangulũ ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD.

Ergo & conuertendo vt LH ad HK] *græcus codex* ἀνάλογον ἄρα γίνεται ὡς ἡ λθ πρὸς H τὴν θκ: *sed puto legendum* ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται.

Atque est vt HE ad EF, ita HL ad FA] *ob similitudinem triangulorum* ELH EAF. K

Vt autem FG ad GH, ita FA ad HK] *Etenim triangula* FAG HKG *similia sunt.* L

Sed proportio composita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK M eadem est, quæ proportio LH ad HK] *Eadem enim est quæ proportio rectanguli ex* HL FA *ad rectangulum ex* FA HK.

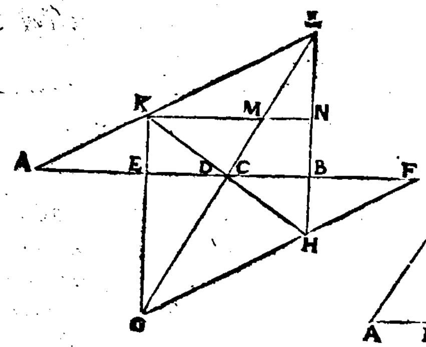
Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita est N KH ad HL] *Proportio enim rectanguli ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD, *componitur ex proportione* HD *ad* DC *& proportione* CB *ad* BH. *sed ut* HD *ad* DC, *ita* KH *ad* KA: *& ut* CB *ad* BH, *ita* CA *ad* HL. *quod superius explicatum est. ut igitur rectangulum ex* HD BC *ad rectangulum ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD, *ita est rectangulum ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL, *hoc est ita* KH *ad* HL.

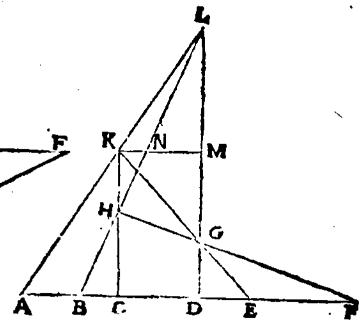
Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE] *græcus codex.* τὴν O δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε.

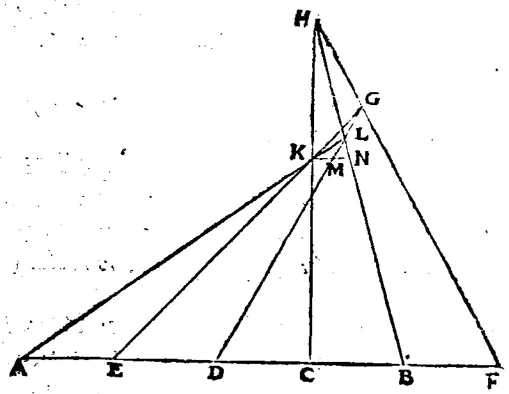
THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

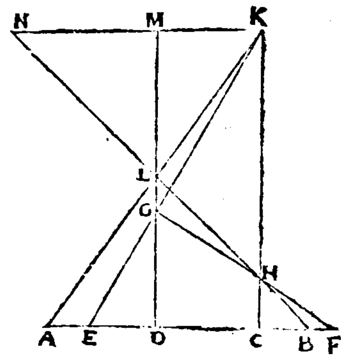
Sit descripta figura ABCDEFGHKLMNX, sitque vt rectan- LEM. gulum quod continetur AF BC ad contentum AB FC ita re- IIII. ctangulum quod continetur AF DE ad contentum AD A EF. Dico rectam lineam esse, quæ per puncta HGF transit.

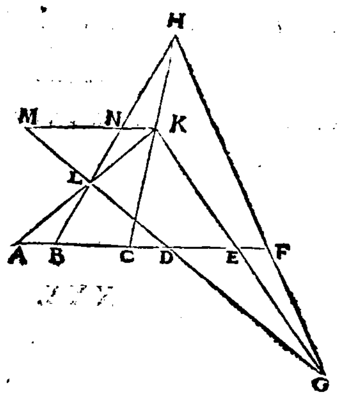
Quoniam

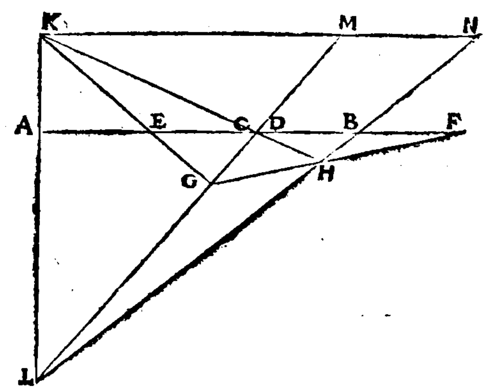


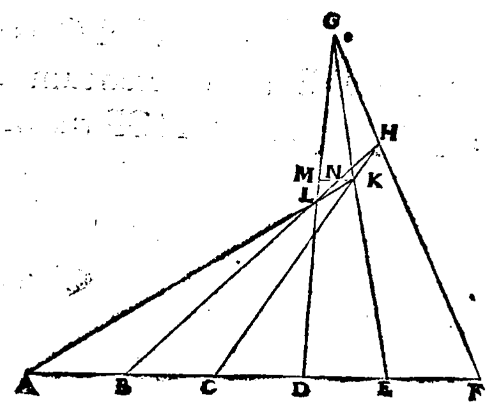


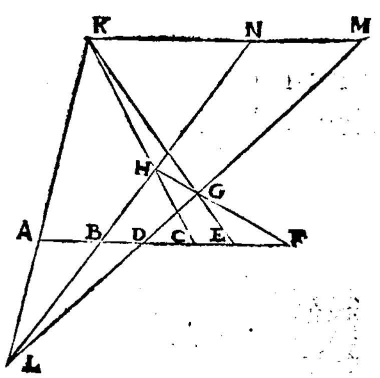












Quoniam enim eſt vt rectangulum ex AF BC ad rectangulum ex AB FC, ita rectangulum ex AF DE ad rectangulum ex AD EF; erit permutando vt rectangulum ex AF BC ad rectangulum ex AF DE, hoc eſt vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB CF ad rectangulum ex AD EF. ſed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE: proportio autem rectanguli ex AB CF ad rectangulum ex AD EF compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE. communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM. erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN, hoc eſt CH ad HK, & proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE. recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit. nam ſi per E ipſi HC parallela ducatur EX, & iuncta HG protrahatur ad X, proportio quidem KG ad GE eadem eſt, quæ proportio KH ad EX. proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportionem CH ad EX. & proportio CF ad FE eadem eſt, quæ CH ad EX, cum CH ipſi EX parallela ſit. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per HXF. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & recta eſt, quæ per HGF tranſit.

I. ſexti. B C D E F G H K L M

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX] *græcus codex* καταγραφὴ ἡ α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ. *ego legendum puto* ἡ α β γ δ ε ζ η θ κ λ μ ν ξ. A

Sed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſite erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE] *proportio enim BC ad DE aſſumpta media linea CD, componitur ex proportione BC ad CD, & proportione CD ad DE. ſed rurſus proportio BC ad CD, hoc eſt ad KM, aſſumpta media KN componitur ex proportione BC ad KN, & KN ad KM. proportio igitur BC ad DE compoſita eſt ex proportione BC ad KN, & KN ad KM, & inſuper ex proportione CD, hoc eſt KM ad DE. græcus codex* ἀλλ᾽ ὁ μὲν τῆς β γ πρὸς τὴν δε συνῆπται λόγος, ἐὰν διὰ τοῦ κ τῇ α ζ παράλληλος ἀχθῇ ἡ κμ, ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς κη, καὶ τῆς κη πρὸς κμ, καὶ ἔτι τὸ τῆς κμ πρὸς δε. *ſed videtur legendum* ἔκ τε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. B C

Proportio autem rectanguli ex AB CF ad rectangulum ex ADEG compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE] *Ex 23. ſexti elementorum græcus codex* καὶ τοῦ τῆς γζ πρὸς τὴν δε *lege* πρὸς τὴν ζε. D

Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc eſt ex vna quidem parte auferatur proportio BA ad AD, ex altera uero auferatur proportio NK ad KM, quæ eadem eſt ob ſimilitudinem triangulorum ALB KLN, & triangulorum ALD, KLM. græcus codex* K° ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς αδ ὁ αὐτὸς ὢ τῷ τῆς ηκ πρὸς κμ. *lege* ὁ αὐτὸς ὢν τῆς νκ πρὸς κμ.

Erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN hoc eſt CH ad HK] *ob ſimilitudinem triangulorum* BHC NHK. *græcus codex* ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς τὴν κη *lege* πρὸς τὴν κν. E

Erit proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE] *ſimilia enim ſunt triãgula* KGM EGD. F

Recta igitur linea eſt, quæ pur HGF tranſit] *quomodo hoc ſequatur, deinceps oſtendit græcus codex* εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν θ η κ *lege* διὰ τῶν θ η ζ. G

Proportio quidem KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EF] *quod triangula* KHG EXG *ſimilia ſint.* H

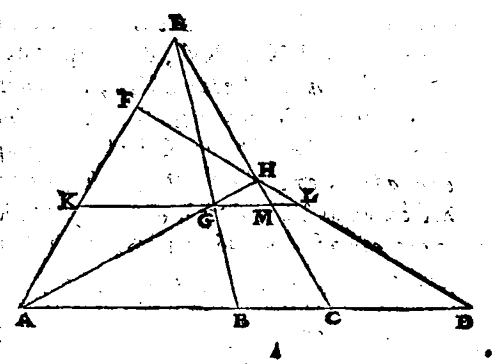
Proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportionem CH ad EX] *propoſitio enim compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX eadem eſt, quæ proportio CH ad EX, nempe aſſumpta media HK.* K

L Et proportio CF ad FE eadem est, quæ CH ad EX] *superius enim demonstratum est proportionem CF ad FE componi ex proportione CH ad HK, & proportione KG ad GE. sed proportio KG ad GE eadem est, quæ KH ad EX. proportio igitur CF ad FE composita est ex proportionibus CH ad HK, & HK ad EX. ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX. ergo ut CF ad FE, ita est CH ad EX. græcus codex* καὶ ὁ τῆς νζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ *lege* πρὸς τὴν εξ.

M Hoc enim manifeste constat] *Ex nostro lemmate in* 10. *proportionem libri Archimedis de ijs, quæ in aqua uehuntur.*

THEOREMA CXX. PROPOSITIO CXXXI.

LEM. V. Si sit figura ABCDEFKH, sit vt AD ad DC, ita AB ad BC. sit igitur. vt AD ad DC, ita AB ad BC. Dico rectam lineam esse, quæ per AGH transit.



A Ducatur per G ipsi AD parallela KL. Itaque quoniam est ut AD ad DC, ita AB ad BC, ita KG ad GM: erit ut GL ad LM, ita KG ad GM hoc est AD ad DC. quare per
B mutando, ut AD ad GL, ita CD ad LM: hoc est DG ad HL. atque est GL Parallela ip-
C D si AD. recta igitur linea est, quæ transit per AGH. hoc enim manifesto constat.
E F

COMMENTARIVS.

A Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *ob similitudinem triangulorum AHC GHL, & triangulorum CHD MHL. grǽcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ χα πρὸς τὴν λμ. *sed legendum puto* οὕτως ἡ ηλ πρὸς τὴν λμ.

Erit ut GL ad LM, ita KG ad GM.] *ex* 11. *quinti element. post quæ in græco codice hæc leguntur.* καὶ λοιπὴ ἡ ηλ πρὸς λοιπὴν τὴν λμ, ἐστιν ὡς ἡ κμ πρὸς τὴν λμ. *Sed nos ea, vti corrupta, & superuacanea omisimus.* B

Hoc est AD ad DC] *est enim vt KG ad GM, ita AB ad BC ob similitudinem triangulorũ KEG AEB, & triangulorum GEM BEC. vt autem AB ad BC, ita ponitur esse AD ad DC. Græcus codex* τουτέστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ. C

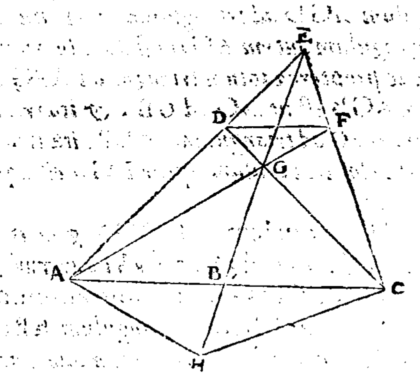
Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀνάλογον ἐστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. *uide ne legendum sit* ἐναλλὰξ ἐστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηλ οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. D

Hoc est DH ad HL] *Ex quarta sexti elementorum, quod triangula CHD MHL sint similia.* E

Recta igitur linea est, quæ transit per AGH. hoc enim manifesto constat] *Nam si iungatur AH transibit ea per G, alioqui sequeretur partem toti æqualem esse; quod nos lemmate antedicto ostendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOS. CXXXII.

LEM. VI. Rursum si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, erit AB æqualis BC. Sit igitur æqualis. Dico DF ipsi AC parallelum esse. A

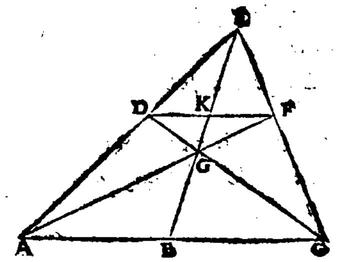


Quod quidẽ ita se hẽt. nã si ponamus BH æqualem ipsi GB, & AH HC iūgamus, fiet AHCG parallelogrammũ, ac propterea ut AD ad DE, ita CF ad FE. vtraque. n. dictarum proportionũ eadẽ est, quæ proportio HG ad GE. ergo DF ipsi AC ẽ parallela. B C D

COMMENTARIVS.

Rursus si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, erit AB æqualis BC.] A *Non demonstratur hoc a Pappo, sed eius conuersum. demonstrabitur autem hoc modo.*

Sit triangulum AFC, & ipsi AC parallela ducatur DF, iunganturque AF DC sese in puncto G secantes, & iuncta CG in B producatur. Dico AB ipsi BC æqualem esse.



Triangula enim DAF DCF *inter se sunt æqualia ex 37. primi elementorum, & ablato communi triangulo* DGF, *relinquetur* AGD *triangulum æquale triangulo* CGF. *vt autem* AD *ad* DE, *ita triangulum* AGD *ad triangulum* DGE, *& similiter ut* CF *ad* FE, *ita triangulum* CGF *ad triangulum* FGE. *sed ut* AD *ad* DE, *ita* CF *ad* FE *utraque enim proportio eadem est, quæ*
2.sexti. BK *ad* KE. *ut igitur triangulum* AGD *ad triangulum* DGE, *ita triangulum* CGF *ad* GFE *triangulum; & permutando. triangulum autem* AGD *est æquale triangulo* CGF. *ergo & triangulum* DGE *triangulo* FGE; *ac propterea totum triangulum* AFG *toti* CEG *æquale. At triangulum* AEG *ad triangulum* AGB *est ut* AG *ad* GB, *& ita triangulum* CEG *ad triangulum* CGB. *quare ut triangulum* AEG *ad triangulum* AGB, *ita triangulum* CEG *ad triangulum*
1.sexti. *ad ipsum* CGB: *& permutando. triangulum igitur* AGB *est æquale triangulo* CGB, *& ob id recta linea* AB *ipsi* BC *æqualis.*

1.sexti.
B Nam si ponamus BH æqualem ipsi BG] *grecus codx* ἐὰν γὰρ τὴν εβ θῶ τῆ ηβ ἴσην τὴν βθ. *sed legendum est.* ἐὰν γὰρ θῶ τῆ ηβ ἴσην τὴν βθ.

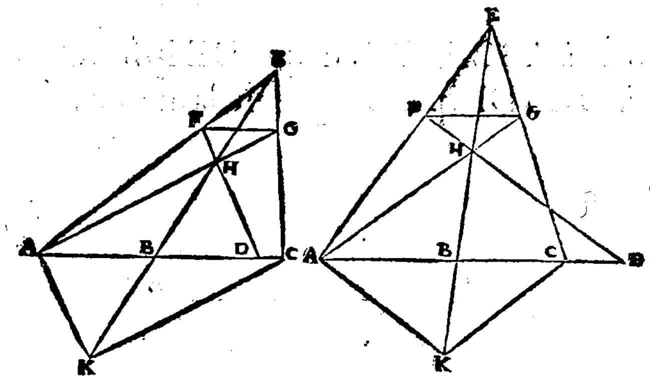
C Et AH HC iungamus, fiet AHCG parallelogrammum] *Quoniam enim duo latera* AB BF *æqualia sunt duobus lateribus* CB BG, *& angulum* ABH *est æqualis angulo ad verticem* CBG. *erit & basis* AH *æqualis basi* GC *totumque triangulum toti triangulo & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur. angulus igitur* AHB
27.prim. *ipsi æqualis angulo* BGC, *ideoque recta linea* AH *rectæ* CG *parallela est. Eodem modo demonstrabimus* CH *parallelam esse ipsi* AG.

D Ac propterea vt AD ad DE, ita CF ad FE, vtraque enim dictarum proportionum eadem est, quæ proportio HG ad GE] *cum enim* DGC *parallela sit ipsi* AH *erit* AD *ad*
2.sexti. DE, *ut* HG *ad* GE. *& eadem ratione cum parallela sit* AGF *ipsi* HC, *ut* HG *ad* GE, *ita erit*
11.quint. CF *ad* FE *ut igitur* AD *ad* DE, *ita* FR *ad* FR. *quare ex 2. sexti* DF *ipsi* AC *parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII. A Sit descripta figura, & ipsarum CB BA sumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipsi AC parallelam esse.

 Produca-



Producatur EB, & per A ipsi DF parallela ducatur AK, & KC iungatur. Itaque quoniam est ut CB ad BA, ita AB ad BD, ut autem AB ad BD, ita KB ad BH; erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH. ergo AH parallela est ipsi KC: Rursus ut AF ad FE, ita CG ad GE, utraque enim dictarum eadem est, quæ proportio KH ad HE: quare FG ipsi est parallela. B C D E F G 2.sexti.

COMMENTARIVS.

Sit descripta figura, & ipsarum CB BA sumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipsi AC parallelā esse] *Sit triangulum* AEC, *ducaturque ad basim utcumque recta linea* EB, *& ut* CB *ad* BA, *ita fiat* AB *ad* BD. *postea ducatur* AG, *quæ secet* EB *in puncto* H, *& iuncta* DH *ad* F *producatur. iungaturque* FG. *Dico* FG *ipsi* AC *parallelam esse. græcus codex* ἔσω καταγεγραμμένη κατὰ τῶν αβ βγ μέση ἀνάλογον ἴσο ἡ αδ. *sed legendum puto.* ἔσω καταγραφή, καὶ τῶν γβ βα τρίτη ἀνάλογον ἔσω ἡ αδ. A

Producatur EB, & per A ipsi DF parallela ducatur AK] *græcus codex* ἐκβληθεῖσα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α *&c. ego legerem* ἐκβεβλήσθω ἡ εβ. B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *ob similitudinem triangulorum* ABK DBH. C

Erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH] *græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βλ. *lege* πρὸς τὴν βα. D

Ergo AH parallela est ipsi KC] *est enim ut* CB *ad* BA, *ita* KB *ad* BH: *& permutando, ut* CB *ad* BK, *ita* AB *ad* BH *& sunt anguli ad* B *æquales. triangulum igitur* CBK *triangulo* ABH *æquiangulum est, & angulus* BCK *angulo* BAH *æqualis. quare* AH
6.sexti, *ipsi* KC *est parallela græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῆ κγ. *lege* ἡ αθ τῆ κγ. E
27.prim.

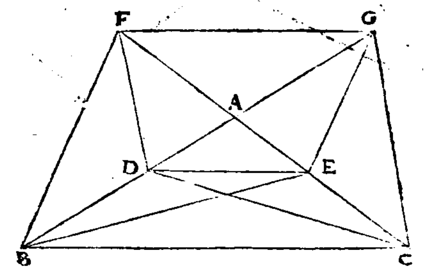
Rursus ut AF ad FE] *græcus codex.* ἔστιν οὖν πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ. *lege* πρὸς τὴν ζε. F

Vtraque

Vtraque enim dictarum eadem est, que proportio KH ad HE] *ex 2. sexti. græcus codex pro θε habet βθ.*

THEOREMA CXXIII. PROPOS. CXXXIIII.

LEM. VIII. Sit bomiscos ABCDEFG; sitque DE ipsi BC parallela: & EG parallela BF. Dico DF ipsi CG parallelam esse.



Iungantur BE, DC FG. erit triangulum DBE æquale triangulo DCE. communi apponatur triangulum. DAE. ergo totum ABE toti CDA est æquale. Rursus quoniam BF parallela est ipsi EG, triangulum BFE æquale est triangulo BFG. auferatur commune ABF. reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. sed triangulū ABE est æquale triangulo ACD. ergo & ACD ipsi AFG æquale, & communi apposito triāgulo ACG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & est in eadem CG basi. 29. prim.
A quare CG ipsi DF est parallela.

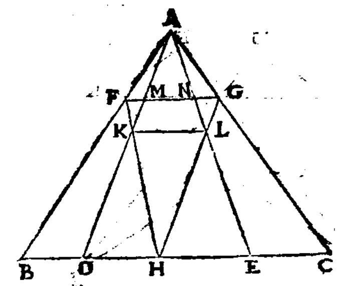
COMMENTARIVS.

Sit bomiscos ABCDEFG] *Huiusmodi figuram idcirco βωμίσκον appellauit, quod parui alteras imaginem referat.*

THEOREMA CXXIIII. PROPOS. CXXXV.

LEM. IX. Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD AE; ipsique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. sit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipsi BC parallelam esse.

Quoniam



Quoniam enim est, ut BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, vt DH ad HE. sed ut ad BD ad EC, ita FM ad NG. vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo ut FK ad KH, ita GL ad LH. parallela igitur est KL ipsi FG, & propterea ipsi BC. B C 2. sexti. 30. prim.

COMMENTARIVS.

A Et inflectatur FHG] *græcus codex* καὶ κεκλάσθω ἡ ζη. *Vide ne legendum sit* καὶ κεκλάσθω ἡ ζθη.

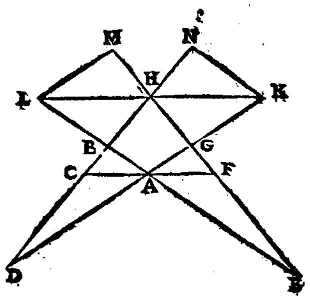
B Sed vt BD ad EC, ita FM ad NG. ut igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *græcus codex mancus est, in quo legitur* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζη πρὸς ιη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε. *legendum autem est* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς νη, καὶ ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε.

C Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & ut NG ad HE, ita GL ad LH] *ob similitudinem scilicet triangulorum* FKM DKH, *itemq; triangulorum* NLG HLE.

THEOREMA CXXV. PROPOS. CXXXVI.

LEM. X. In duas rectas lineas BAE DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, sitque vt rectangulum quod continetur DH BC ad contentum DC BH, ita rectangulum contentum HG FE ad contentum HE FG. Dico rectam lineam esse, quæ per CAF puncta transit.

Ducatur



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB AD in punctis KL conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque EH ad M. deinde per K parallela ipſi AB ducatur KN, & DH ad N producatur.
A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum contentum DH CB æquale contento DC HN. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod DC BH continetur. ergo vt rectangulum contentum DH BC ad contentum DC BH, ita contentum CD HN ad contentum DC BH, hoc eſt HN ad HB. Sed vt rectangulum quidem contentum HD BC ad contentum DC BH, ita ponitur
B C eſſe contentum HG FE ad contentum HE FG. Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH HM, hoc eſt rectangulum contentum HG FE ad contentum HM FE. ergo ut contentum HG FE ad contentum
D HE FG, ita contentum HG FE ad contentum HM FE. rectangulum igitur contentum HE FG æquale eſt contento HM FE. quare vt MH ad HE, ita GF ad FE, componendoque & permutando, ut ME ad EG, ita HE ad EF. Sed ut ME ad EG, ita eſt LE ad EA. & ut igitur LE ad EA, ita HE ad EF. & ideo AF parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit ut DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DB *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* AK: *& permutando ut* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo ut* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque ut* DH *ad* HN, *ita* DC *ad* CB.

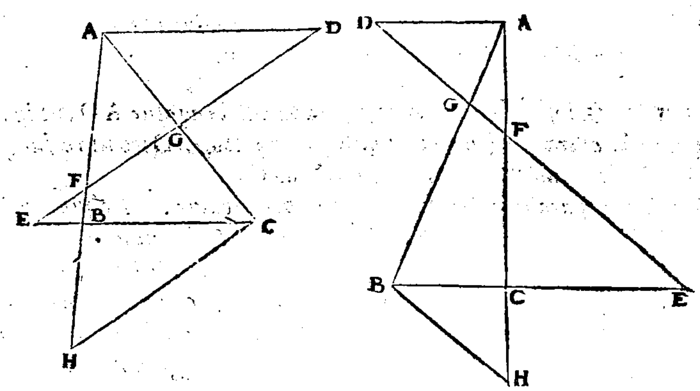
B Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN LHB.

C Hoc eſt in lineis parallelis GH aut HM]*Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH LMH. *Græcus codex* τουτέστιν ἐν παραλλήλῳ ἡ νθ πρὸς τὴν θμ, *lege* ἡ ηθ πρὸς τὴν θμ.

Rectangulum igitur contentum HE FG æquale eſt contento HM FE. quare ut MH ad HE, ita GF ad FE.] Ex 9. *quinti elementorum. græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε. *Sed eum ita reſtituemus,* ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ θε ζη τῷ ὑπὸ θμ ζε. καὶ ὡς ἄρα ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε. D

THEOREMA CXXVI. PROPOS. CXXXVII. LEM. VI.

Quæ vero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendemus, quorum eſt conuerſum, videlicet, Sit triangulum ABC & ipſi BC parallela ducatur AD, & ducta DE conueniat cum BC in puncto E. Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita eſſe CB ad BE. A B



Ducatur per C ipſi DE parallela CH, & AB ad H producatur: Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF, & ut CA ad AG, ita ED ad DG: erit ut ED ad DG, ita CH ad FG, ac propterea rectangulum contentum CH DG æquale eſt contento ED FG. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod EF GD continetur. ergo vt rectangulum contentum DE FG ad contentum DG EF, ita contentum CH DG ad contentum DG EF, hoc eſt ita CH ad EF, hoc eſt CB ad BE. Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EF GD, ita eſſe CB ad BE. Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C, uelut ad E ducatur DE, vt rectangulum quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CE. C D E F G

COMMENTARIVS.

A Quæ uero ad casus ipsius pertinent, similiter atque antedicta ostendemus, quorum est conuersum] *Græcus codex* τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἐστιν ἀνασρέφιον *quibus verbis quid significetur plane intelligere non possumus, cum perisfmatam libris careamus.*

B Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita esse CB ad BE.] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ δε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηλ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηδ.

C Itaque quoniam est vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob similitudinem triangulorum* CAH GAF.

D Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob similitudinem triangulorum* CGE AGD.

E Hoc est CB ad BE] *Similia enim sunt triangula* CBG EEF.

F Ex quibus sequitur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EFGL] *græcus codex* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ δε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηλ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηδ.

G Eadem ratione, & si ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE FG ad contentũ EFGD, ita demonstrabitur esse BC ad CE.] *græcus codex corruptus est, & mancus, vt videtur, qui sic habet.* τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ αδ παράλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τὴν εὐθεῖαν. *vide ne legendũ sit* καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς τοῦ γ ὥστε τὸ ε ἀχθῇ ἡ δε. *reliqua vero quæ in græco codice desiderantur nos in eam sententiam restituenda censemus. & demonstratio eadem erit.*

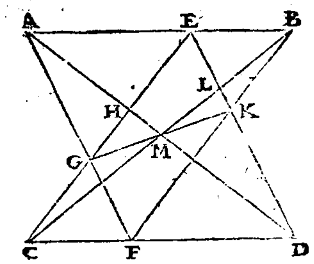
Sit triangulum ABC, *& ipsi* BC *ad alteras partes parallela agatur* AD, *vt in subiecta figura apparet, ductaque* DE *extra* C *conueniat cum* BC *in puncto* E. *Dico ut rectangulum, quod continetur* DE FG *ad contentum* EF GD, *ita esse* BC *ad* CE.

Ducatur per B *ipsi* DE *parallela* BH, *&* AC *ad* H *producatur. Itaque quoniam est vt* BA *ad* AG, *ita* BH *ad* GF, *vt autem* BA *ad* AG, *ita* ED *ad* DG, *erit ut* ED *ad* DG, *ita* BH *ad* FG, *& rectangulum ex* ED FG *rectangulo ex* BH DG *æquale. Sed aliud rectãgulũ est quod continetur* EF GD. *Vt igitur rectangulum ex* ED FC *ad rectangulum ex* EF GD, *ita rectãgulum ex* BH DG *ad rectangulum ex* EF DG, *hoc est* BH *ad* EF, *hoc est* BC *ad* CE. *ergo vt rectangulum, quod continetur* DE FG *ad rectangulum contentum* EF GD, *ita erit* BC *ad* CE.

LEM XII. THEOREMA CXXVII. PROPOS. CXXXVIII.

His autem demonstratis, nunc ostendendum est, si parallelæ sint AB CD, atque in ipsas incidãt quædam rectæ lineæ AD AF BC BF & ED EC iungantur, rectam lineam esse, quæ per GMK puncta transit.

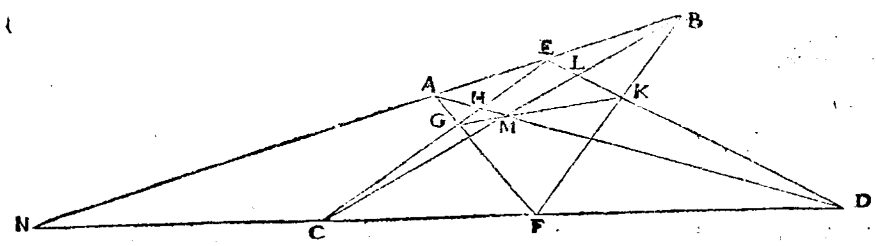
Quo-



Quoniam enim triangulum est DAF, ipsique DF parallela est AE, & ducta est EC, conueniens cum DF in C, erit ob antecedens lemma, vt DF ad FC, ita rectangulum quod continetur CE GH ad contentum CGHE. Rursus quoniam triangulum est CF, & ipsi CD parallela est BE, duciturque ED conueniens cum CF in D, fiet vt CF ad FD, ita rectangulum contentum DE LK ad contentum DK LE, & conuertendo vt DF ad FC, ita rectangnlum contentum DK LE ad contentum DE LK. sed ut DF ad FC, ita erat rectangulum, quod continetur CE GH ad contentum CG HE: vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CG HE, ita est rectangulum, quod continetur DK LE ad contentum DE LK. Itaque res deducta est ad decimum lemma nã cũ in duas rectas lineas CML DMH ductæ sint duę rectæ lineæ EC ED, & ut rectãgulum quod continetur CE GH ad contentum CG HE, ita sit rectangulum contentum DK LE ad contentum DE LK, erit recta linea, quæ per puncta GMK transit. hoc enim demonstratum est. In 10. lemmate antecedentium.

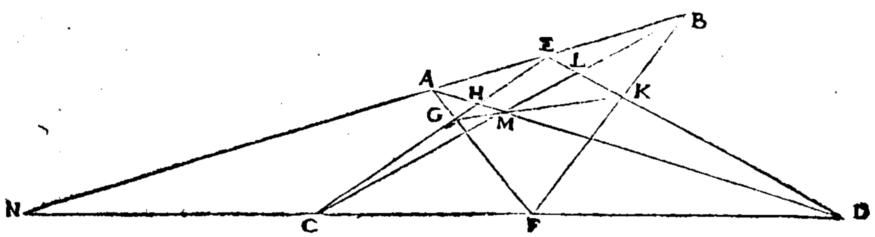
THEOREMA CXXVIII. PROPOS. CXXXIX.

Sed non sint AB CD parallelæ, & in puncto N conueniant. Dico rursus rectam lineam esse, quæ per GMK puncta transit. LEM. III. A



Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF AD ab eodem puncto C ductæ sunt duę rectæ lineæ CE CD, ut rectangulũ, quod continetur CE GH ad cõtentũ CG HE, ita est rectangulũ cõtentũ CN FD ad contentũ ND CF. Rursus quoniã ab eodẽ pũcto B in tres rectas lineas BN BC BF duę rectę lineę DE DN ducũtur, erit vt rectãgulũ B C

 con-



cōtentū NC FD ad contentum ND FC, ita quod continetur DK EL ad contentum DE KL. Sed ut rectangulum contentum NC FD ad contentum ND FC, ita demonstratum est rectangulum contentum CE GH esse ad contentum CG HE. Vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CG HE, ita est
D quod DK EL continetur ad contentum DE KL. & res deducta est ad idem, quod in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea est, quæ per GMK puncta transit.

COMMENTARIVS.

A Et in puncto N conueniant] *Græcus codex pro ν habet κ.*

B Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF AD ab eodem puncto C ductæ sunt duæ rectę lineæ CF CD] *Græcus codex* ἐπεὶ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ανα αδ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ κ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε γδ. *lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ γ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε γδ.

C Rursus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN BC BF] *Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ δ τρεῖς εὐθείας, &c. *lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ β εἰς τρεῖς εὐθείας.

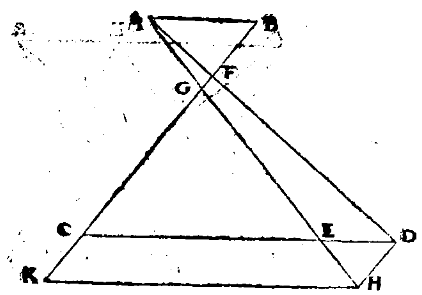
D Et res deducta est ad idem, quod & in parallelis] *Hoc est res deducta est ad decimum lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas* CML DMH *ab eodem puncto* E *ductæ sunt* EC ED, *atque est ut rectangulum, quod* CE GH *continetur ad contentum* CG HE, *ita rectangulum contentum* DK LE *ad contentum* DE LK, *recta linea erit, quæ per* GMK *puncta transibit.*

LEM. IIII.

THEOREMA CXXIX. PROPOS. CXL.

A Sit AB parallela CD, ducanturq; AD BC, & sit in recta linea BG punctum F, ita ut quam proportionem habet DE ad EC, eādem habeat rectangulum contentum CB GF ad contentū FB CG. Dico rectam lineam esse, quæ per AFD puncta transit.

Duca-



Ducatur per D quidem ipsi BC parallela DH, & producatur AE ad H, per H B
vero agatur HK ipsi CD parallela, & BC ad K producatur. Itaque quoniam vt DE C
ad EC, ita est rectangulum, quod continetur CB GF ad contentum FB CG, vt au- 14. sexti.
tem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum 9. quinti.
CG BF; erit rectangulum quod continetur CB GF æquale contento DH BF, ergo 34. prim.
ut CB ad BF, ita DH, hoc est CK ad GF. & ob id tota KB ad totam BG est ut KC ad 11. quinti
GF, videlicet ut DH ad FG. Sed ut KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG, quare HA ad AG est vt DH ad FG; & sunt DH FG parallelæ. recta igitur linea est D quæ per AFD puncta transit.

COMMENTARIVS.

Et sit in recta linea BG punctum F] *græcus codex* καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ζη τὸ ζ. *lege* ἐπὶ τῆς βη τὸ ζ. A

Itaque quoniam ut DE ad EC, ita est rectangulum, quod continetur CB FG ad cōtentum FB CG] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ δε πρὸς τὴν εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γβ ζη πρὸς τὸ ὑπὸ βγ ζη. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ζβ γη B

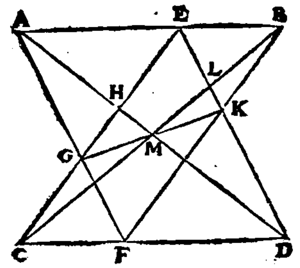
Vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum CG BF] *Similia namque sunt triangula* DEH CEG: *& ut* DH *ad* CG, *ita rectangulū contentum* DH BF *ad contentum* CG BF. C

Sed ut KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG] *ob similitudinem triangulorum* KGH AGB. D

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO CXLI. LEM. XV.

Hoc præmisso sit AB parallela CD. & in ipsas incidant rectæ lineæ AFFB, CE ED. iunganturque BC GK. Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit.

Iunga-



C D Iungatur *DM* & ad *H* producatur. Quoniam igitur extra triangulum BCF a ver
ticis puncto B acta est BE parallela ipsi *CD*, & ducitur ED, ut CF ad FD, ita rectan-
E gulum quod continetur DE KL ad contentum EL *KD*. vt autem rectangulum con-
tentum DEKL ad contentum *EL KD*, ita est rectangulum contentum CG HE, ad
contentum CE GH. etenim in tres rectas lineas CL DH GK, ab eodem puncto E du-
F ctæ sunt duæ rectæ lineę EC ED. ergo vt DF ad F*E*, ita est rectangulum, quod con-
G tinetur CE GH ad contentum CG HE. atque est recta linea DM. quare ex eo, quod
proxime demonstratum est, recta linea erit, quę per AMD puncta transibit.

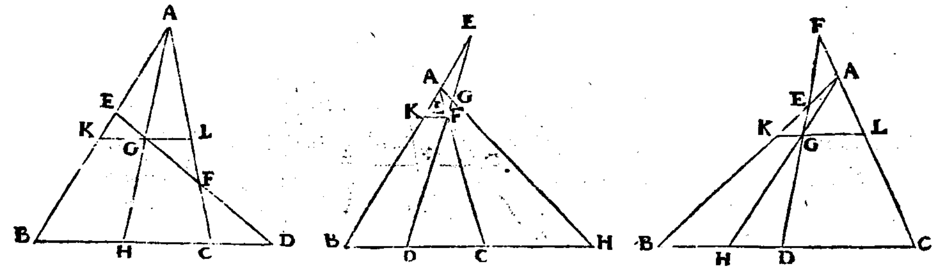
COMMENTARIVS.

A Iunganturque BC GK] *secet CE ipsam AF in G, & ED secet FB in K, iunctaque BC
GK sese in puncto M secent.*
B Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit] *græcus codex* ὅτι εὐθεῖα
ἐστιν ἡ διὰ τῶν η μ κ, *sed legendum puto* ἡ διὰ τῶν α μ δ, *vt in conclusione, namque* GMK
recta ponitur.
C Iungatur *DM* & ad H producatur] *græcus codex* ἐπεζεύχθω ἡ λμ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ
τὸ κ. *ego legerem* ἐπεζεύχθω ἡ δμ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ θ.
D Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta est *BE* parallela
ipsi CD, & ducitur *E*D, ut CF ad FD, ita est reiangulum, quod continetur DE KL ad
contentum *EL* KD] *Ex vndecimo lemmate præmissorum.*
E Vt autem rectangulum contentum D*E* KL ad contentum *E*L KD, ita est rectan-
gulum contentum CG*HE* ad contentum CE GH, etenim in tres rectas lineas CL,
DH GK ab eodem puncto E ductæ sunt duæ rectę lineæ FC ED] *Ex tertio lemmate.
græcus codex* ὡς δθ τὸ ὑπὸ δε κλ πρὸς τὸ ὑπὸ δκ λβ. *ego legendum censeo,* πρὸς τὸ ὑπὸ
ελ κδ.
F Ergo ut *D*F ad FC, ita est rectangulum, quod continetur C*E* GH ad contentum
CG HE] *Ex iam dictis sequitur, ut CF ad FD, ita esse rectangulum contentum CG HE ad con
tentum*

tentum C*E* GH. *quare & conuertendo vt* DF *ad* FC, *ita rectangulum quod continetur* CE
GH *ad contentum* CG H*E*.
Atque est recta linea DMH. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta G
linea erit & quæ per AMD puncta transibit] *græcus codex* καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν ημκ
vide ne legendum sit καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν δμθ, *nam quæ ex antecedenti lemmate constat
rectam lineam esse, quæ AHD transit. sed cum recta sit* D MH, *etiam* AMD *recta erit.*

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII.

In duas rectas lineas AB AC ab eodem puncto D duæ rectæ LEM. XVI.
lineæ DB, DE ducantur, & in ipsis sumantur puncta GH: sitq;
vt rectangulum, quod continetur EG FD ad contentum DE
*G*F, ita rectangulum contentum BH CD ad contentum BD
CH. Dico rectam lineam esse, quæ per AGH puncta transit.



Ducatur per G ipsi *BD* parallela KL. *I*taque quoniam est, ut rectangulum, quod
continetur EG FD ad contentum *D*E FG, ita est rectangulum contentum BH CD
ad contentum BD CH; proportio autem rectanguli contenti EG G*D* ad contentũ 23. sexti.
D*E* FG composita est ex proportione, quam habet G*E* ad *E*D, hoc est KG ad *B*D, & A
ex proportione, quam *D*F habet ad FG, hoc est CD ad GL; & proportio rectanguli B
contenti BH CD ad contentum BD CH composita est ex proportione, quam habet
HB ad B*D*, & ex ea, quam habet *D*C ad CH: erit proportio composita ex proportio C
ne KG ad BD & proportione *CD* ad GL; eadem, quæ componitur ex proportione
HB ad BD & proportione DC ad CH. sed proportio K*G* ad BD composita est ex pro
portione KG ad BH, & proportione HB ad BD. proportio igitur composita ex pro
portione K*G* ad BH & proportione HB ad BD, & insuper ex proportione CD ad GL
eadem est, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH.
communis auferatur proportio H*B* ad BD. ergo reliqua proportio, quæ componi-
tur

tur ex proportione KG ad BH & proportione CD ad GL, eadem est, quę proportio DC ad CH, hoc est proportio composita ex proportione DC ad GL, & proportione GL ad CH. & rursus communis auferatur proportio DC ad GL. reliqua igitur proportio KG ad BH eadem est, quæ proportio GL ad CH. & permutãdo ut KG ad GL,
D ita est BH ad HC. sunt autem KL BH interse parallelæ. ergo recta linea est, quę per AGH puncta transit.

COMMENTARIVS.

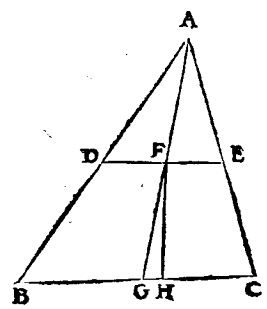
A Hoc est KG ad BD] *ob similitudinem triangulorum EGK EDB.*

B Hoc est CD ad GL] *quod similia sint triangula CFD LFG.*

C Erit proportio composita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH] *græcus codex* ἔκτε τοῦ τῆς βθ ϖρός θδ καὶ τοῦ τῆς αγ ϖρός γθ. *lege* ἔκτε τοῦ τῆς θβ ϖρὸς βδ. καὶ τοῦ τῆς δγ ϖρὸς γθ.

D Ergo recta linea est quæ per AGH puncta transit] *Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus.*

Sit triangulum ABC, ipsique BC parallela ducatur DE, & in ea sumpto quouis puncto F fiat ut DF ad FE, ita BG ad GC. Dico rectam lineam esse, quæ per AF FG puncta transit.

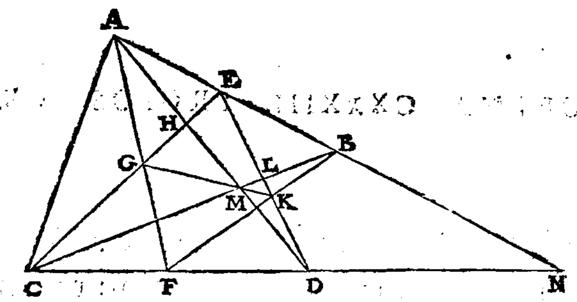


Si enim fieri potest, producta AF non cadat in G, sed in aliud punctum H inter GC. erit ob similitudinem triangulorum DAF BAH, ut DF ad FA, ita BH ad HA: & rursus ob similitudinem triangulorum FAE HAC, ut AF ad FE, ita AH ad HC. ergo ex æquali ut DF ad FE, ita BH ad HC. sed ut DF ad FE, ita erat BG ad GC. ut igitur BH ad HC, ita BG ad GC, & permutando ut HB ad BG, ita HC ad CG. est autem HB maior, quam BG. ergo & HC maior erit, quam CG, hoc est pars maior, quam totum, quod fieri non potest. idem sequetur absurdum, si H inter BG cadere ponatur. recta igitur linea est, quæ per AFG puncta transit.

THEOREMA CXXXII. PROPOS. CXLIII.

LEM. XVII. Sed non sit AB parallela CD, conueniant autã in puncto N.

Quoniam



Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN; BC BF duę rectæ lineæ DE DN ductæ sunt, ut rectangulum, quod continetur ND CF ad contẽtum NC DF, ita est rectãgulum contentum ED KL ad contentum EL KD. sed ut rectangulũ C
cõtentum ED KL ad contentum EL KD, ita rectangulum contentum EH CG ad cõ D
tentum EC HG. Rursus enim in tres rectas lineas GL DH GK ab eodẽ puncto E du E
ctæ sunt duæ rectæ lineæ EC ED. Ut igitur rectangulum, quod continetur EH CG ad F
cõtentum EC HG, ita rectangulum contentum ND CF ad contentum NC DF. quare ob lemma præcedens recta linea est, quæ per AHD, & idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta transit.

COMMENTARIVS.

A Sed non sit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N] *Hoc ex quintodecimo lemmate pendet, cuius veluti pars quædam est, subintelligere autem oportet, ut in ipsas AB CD incidant rectæ lineæ AF FB, CE ED, & ductis BC GK, quæ se in puncto M secent, iũgatur DM & ad H producatur. Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit.*

B Quoniam igitur ab eodem pũcto D in tres rectas lineas BN BC BF duæ rectæ lineæ DE DN ductæ sunt, ut rectangulũ, quod continetur ND CF ad contentũ NC DF, ita est rectangulum contentum ED KL ad contentum EL KD] *ex tertio lemmate præmissorum. græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ δ εἰς τρεῖς εὐθείας τοὺς βη βγ βζ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νλ γζ. *lege* εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς βν βγ βζ, δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νδ γζ &c.

C Sed ut rectangulum contentum ED KL ad contentum EL KD, ita rectangulum contentum EH CG ad contentum EC HG. rursus enim &c.] *Ex eodem tertio lemmate Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ εδ κλ ϖρὸς τὸ ὑπὸ ελ κδ, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ γν ϖρὸς τὸ ὑπὸ ε γ θν. *lege* οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ γη ϖρὸς τὸ ὑπὸ εγ θη.

D Ut igitur rectangulum quod continetur EH CG ad contentum EC HG, ita contentũ ND CF ad contẽtum AC DF] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ γν ϖρὸς τὸ ὑπὸ εγ θν, οὕτω τὸ ὑπὸ νλ γζ ϖρὸς τὸ ὑπὸ νδ γζ. ϖρὸς τὸ ὑπὸ ν γ ζδ. *sed legendum puto* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ γη ϖρὸς τὸ ὑπὸ εγ θη, οὕτω τὸ ὑπὸ νδ γζ ϖρὸς τὸ ὑπὸ νγ δζ.

E Quare ob lemma præcedens recta linea est, quæ per AHD [*Namque in duas rectas lineas AN AF ab eodẽ pũcto C duæ rectæ lineæ ducũtur CE CF, & in ipsis sumũtur pũcta HD*

 estque

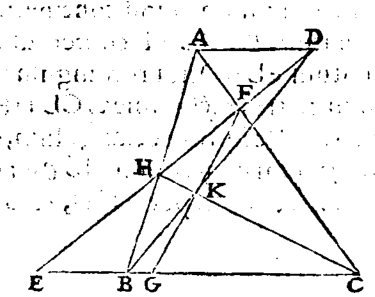
estque vt rectangulum, quod continetur EH CG *ad contentum* EC HG, *ita rectangulum contentum* ND CF *ad contentum* NC DF.

F *Et idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta transit*] *Recta enim est* HMD, *quod cũ recta sit* AHD, *etiam* AMD *recta erit.*

LEM. XVIII.

THEOREMA CXXXIII. PROPOS. CXLIIII.

Sit triangulum ABC, & ipsi BC parallela AD, ducanturque DE FG. Sit autem vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC. Dico si iungatur BD, rectam lineam esse, quę per HKC puncta transit.



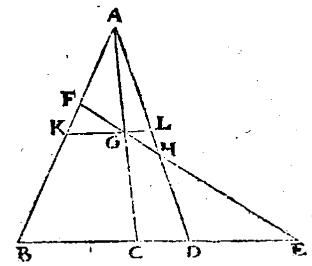
A

B Quoniam enim est vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC, communis addatur proportio CE ad EB. eadem scilicet, quæ est rectanguli ECB ad EBC rectangulum. ergo ex æquali proportio quadrati ex EB ad rectangulum EBC, hoc est EB ad BC, eadem est, quæ componitur ex proportione BG ad GC, & proportione rectanguli ECB ad rectangulum EBC, hoc est CE ad EB. proportio igitur quadrati ex EB ad rectangulum EBC composita est ex proportione BG ad GC, & proportione CE ad EB,
4.sexti. quæ eadem est, quam rectangulum contentum EC BG habet ad contentum EB CG. Vt autem EB ad BC, ita est ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur DE FH ad contentum DF HE, ergo ut rectangulum, quod continetur CE BG ad contentum CG EB, ita est rectangulum contentum DE FH ad contẽtum DF HE. quare recta linea est, quæ per HKC puncta transit. hoc enim in iis, quæ ad conversum casum pertinent demonstratum est.

D

THEOREMA CXXXIIII. PROPOS. CXLV.

In tres rectas lineas AB AC AD ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ lineæ EF EB: sitque vt EF ad FG, sic EH ad HG. LEM. XIX.
Dico vt EB ad BC, ita esse ED ad DC.



Ducatur per G ipsi BE parallela KL. *Itaque* quoniam vt EF ad FG, sic est EH ad HG; vt autem EF ad FG, sic EB ad GK: & ut EH ad HG, sic DE ad GL: erit A
vt EB ad GK, sic DE ad GL. & permutando vt BE ad ED, ita KG ad GL. sed ut B
KG ad GL, ita BC ad CD: vt igitur BE ad ED, ita BC ad CD: permutandoque vt C
EB ad BC, ita ED ad DC. quæ vero ad casus pertinent, similiter explicabuntur.

COMMENTARIVS.

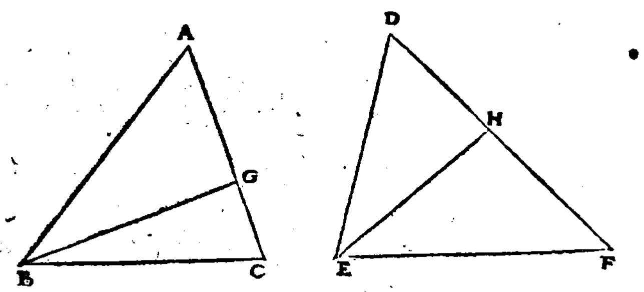
Vt autem EF ad FG, sic EB ad GK] *Ob similitudinem triangulorum* EFB GFK. A

Et vt EH ad HG, sic DE ad GL] *Similia enim sunt triangula* EHD GHL. B

Sed vt KG ad GL, ita BC ad CD] *Ob similitudinem triangulorum* BAC KAG, *itemque triangulorum* CAD GAL. C

THEOREMA CXXXV. PROPOS. CXLVI.

LEM. XX. Sint duo triangula ABC DEF, quæ æquales habeant angulos AD. Dico ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita esse ABC triangulum ad triaugulum DEF.

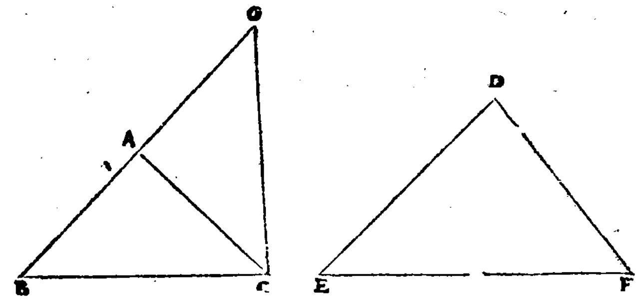


Ducantur catheti BG EH, & quoniam angulus A est æqualis angulo D, angulus autem G angulo H æqualis; erit ut AB ad BG, sic DE ad EH. Sed ut AB
4. sexti ad BG, sic est rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG AC continetur. & ut DE ad EH, sic rectangulum EDF ad rectangulum contentum EH DF. ergo ut rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG AC, ita est rectangulum EDF ad contentum EH DF. & permutando. Sed ut rectangulum quod continetur BG AC ad contentum EH DF, ita est ABC triangulum ad triangulum DEF. utraque enim ipsarum BG EH cathetos est utriusque dictorum triangulorum, & ut igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita est ABC triangulum ad triangulum DEF.

THEOREMA CXXXVI. PROPOS. CXLVII.

LEM. XXI. Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico rursus ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita esse triangulum ABC ad DEF triangulum.

Pro-



Producatur BA, & ipsi BA ponatur æqualis AG, & CG iungatur. Itaque quoniam anguli A D sunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC, CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG angulus angulo D æqualis ut igitur rectangulum GA ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF. æqualis autem est CA ipsi AB, & triangulum AGC triangulo ABC æquale. ergo ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF. A B C

COMMENTARIVS.

Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF] *ob præcedens lemma græcus codex* ἔστιν οὖν τὸ κγη πρὸς τὸ υπὸ εδζ. *lege* ἔστιν οὖν τὸ ὑπὸ κγ πρὸς τὸ ὑπὸ εδζ. A

Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] *Ex prima sexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem basim græcus codex* τὸ δὲ αηγ τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ *lege* τῷ ηβγ τριγώνῳ. B

Ergo ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF] *Nam* BA *est æqualis* AG, *&* BC *utrique communis: triangulum vero* ABC *ad triangulum* DEF *eandem proportionem habet, quam* AGC *triangulum ad idem triangulum* EF, *ex 7. quinti elementorum.*

THEOREMA CXXXVII. PROPOS. CXLVIII.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur duo puncta CD. Sitque quod bis AB CD continetur æquale quadrato ex CB. Dico quadratum ex AD quadratis ex AC DB æquale esse. LEM. XXII.

Quoniam

Quoniam enim, quod bis continetur AB CD est æquale quadrato ex *CB*, commu
A ne anferatur contentum bis B*D*C. erit reliquum, quod bis ADC continetur quadra
B tis ex C*D* DB æquale. Rursus commune auferatur quadratum ex CD. reliquum igi
C tur, videlicet contentum bis *A*CD vna cum quadrato ex CD ęquale est ei, quod fit ex DB quadrato. commune ad datur quadratum ex AC. ergo totum, quod ex *AD* quadratum quadratis ex AC *DB* æquale rit.

COMMENTARIVS.

A Erit reliquum quod bis *A*DC continetur quadratis ex CD BD æquale] *Et enim quod bis* AB CD *continetur ex prima secundi elementorum est æquale quod bis continetur* A*DC*, *& quod bis* B*D*C *continetur. quadrato autem ex* CB *æqualia sunt quadrata ex* CD *DB*, *& quod bis* B*D*C *continetur, ex quarta eiusdem.*

B Reliquum igitur, videlicet contentum bis A*C*D vna cum quadrato ex CD ęquale est ei, quod fit ex DB quadrato.] *Rectangulum namque* A*D*C *est æquale rectangulo* *A*CD *& quadrato ex* CD *ex* 3. *eiusdem. quare si ab eo, quod bis* ADC *continetur, auferamus quadratum ex* CD, *reliquum erit quod bis continetur* ACD *una cum eo, quod ex* C*D* *quadrato.*

C Ergo totum, quod ex *A*D quadratum quadratis ex AC DB æquale erit] *quod enim bis* ACD *continetur una cum quadratis ex* *A*C D*B* *quadrato ex* *AD* *est æquale, ex quarta iam dicta.*

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX.

LEM. XXIII. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem, quod vtraque AD DC,
A & BD continetur æquale esse rectangulo ADC. rectangulum
B vero contentum vtraque AD DC, & C*B* æquale esse quadrato ex DC. & rectangulum contentum vtraque AD DC, & AB quadrato ex AD æquale.

Quoniam

Quoniam enim rectangulum ABC ęquale est quadrato ex BD, erit ob proportio C
nem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD *DA* ad *DA*,
ita *CD* ad *DB*. rectangulum igitur, quod continetur vtraque A*D* *D*C, & BD rectan- 16. sexti.
gulo ADC est æquale. Rursus quoniam tota AD ad totam DC est vt *D*B ad BC, componendo, vt vtraque *AD* DC ad *D*C, ita erit DC ad C*B*. quare rectangulum contentum vtraque A*D* DC & CB æquale est quadrato ex DC. Rursus quoniam tota AD totam DC est ut AB ad BD, conuertendo, componendoque erit ut utraque CD *D*A ad D*A*, ita DA ad *A*B. ergo rectangulum, quod utraque *A*D *D*C & AB continetur ęquale est quadrato ex *A*D.

COMMENTARIVS.

Rectangulum quidem, quod utraque AD DC, & B*D* continetur æquale esse re- A
ctangulo A*D*C] *græcus codex* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ εγ' καὶ τῆς βδ ἴσον *&c.*
lege τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ δγ καὶ τῆς βδ ἴσον. *&c.*

Rectangulum uero contentum utraque AD DC & CB æquale esse quadrato ex B
DC] *græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ εγ καὶ βδ ἴσον *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ δγ, καὶ γβ ἴσον. *&c.*

Quoniam enim rectangulum *A*BC æquale est quadrato ex BD erit ob propor- C
tionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque ut utraque CD DA ad D*A*, ita CD ad DB] N*am cum rectangulum* *A*BC *sit æquale quadrato ex* B*D*, *erit ut* AB *ad* BD, *ita* DB *ad* B*C*: *& ut omnia ad omnia, ita unũ ad unum, hoc est ut tota* *A*D *ad totam* DC, *ita* DB *ad* B*C*. *& conuertendo, componendoque ut utraque* C*D* D*A* *ad* D*A*, *ita* CD *ad* DB. *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βδ, ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν. *lege* ἀνάλογον καὶ ὅλη πρὸς ὅλην, καὶ ἀνάπαλιν.

THEOREMA CXXXIX. PROPOS. CL.

LEM. XXII.

Sit recta linea AB, & duo puncta CD, sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æqualæ esse.

Quoniam

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB; erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex CD, & ei, quod bis ACD continetur. C commune addatur quadratum ex AC: ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex D AC æquale eſt ei, quod ex AD quadrato. rurſus commune addatur quadratum ex BC: totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale eſſe] *græcus codex* καὶ ἔσω τό ἀπό γδ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ α γ β διότι καὶ τὸ *&c. ego legengum puto.* καὶ ἔσω το ἀπό Γδ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ αγ δβ. ὅτι καὶ τό *&c.*

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB, erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur] *Cum quadratum ex* CD *æquale ſit ei, quod bis continetur* AC DB, *addito vtrinque communi rectangulo, quod bis* ACD *continetur, erit contentum bis* AC DB *una cum contento bis* ACD, *hoc eſt contento bis* ACB *æquale quadrato ex* AD *una cum eo, quod bis* ACD *continetur. græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπό Γδ ἴσον ἐστί τῷ δὶς ὑπὸ α Γαβ ἴσον ἐστι τῷ τε ἀπὸ τῆς γδ *&c. ſed legendum arbitror.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ Γδ ἴσον ἐστί τῷ δὶς ὑπό αγ δβ τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ αγβ ἴσον ἐστί τῷ τε ἀπὸ τῆς γ δ. *&c.*

C Ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex AC æquale eſt quadrato ex AD] *Nam quod bis continetur* ACD *una cum quadratis ex* AC CD *quadrato ex* AD *eſt æquale ex* 4. *ſecundi elementorum.*

D Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit] *Quadratum enim ex* AB *eſt æquale quadratis ex* AC CB *una cum eo, quod bis* ACB *continetur ex eadem quarta ſecundi.*

THEOREMA CXL. PROPOS. CLI.

LEM. XXV. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod exceſſu ipſarum AD DC A & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD DC, & CB æquale eſſe qua-B drato ex DC. & rectangulum contentum exceſſu AD DC & BA æquale eſſe quadrato ex AD.

Quoniam

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD DC ad DC, ita AD ad DB. rectāgulū igitur, quod exceſſu AD DC & DB continetur eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus quoniā reliqua AD ad reliquam DC, eſt ut DB ad BC, diuidendo erit ut exceſſus AD DC ad DC, ita DC ad CB. ergo rectangulum contentum exceſſu AD DC & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſus AD DC ad DA, ita DA ad AB. quare rectangulum, quod exceſſu AD DC, & AB continetur, quadrato ex AD eſt æquale. C D

COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τό δὲ ὑπό τῶν αδ δΓ ὑφεροχῆς καὶ τῆς βδ ἴσον τῷ ἀπό τῆς αΓ τετραγώνῳ. *legendum autem puto.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ δΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βΓ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δΓ τετραγώνῳ. A

Et rectangulum contentum exceſſu AD DC, & BA æquale eſſe quadrato ex AD] *grecus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν α δα Γ ὑπεροχῆς &c. *lege* τὸ δὲ ὑπό τῆς τῶν αδ δΓ ὑπεροχῆς &c. B

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo ut exceſſus ipſarum AD DC, ita AD ad DB] *Cum rectangulum* ABC *æquale ſit quadrato ex* BD, *erit ut* AB *ad* BD, *ita* DB *ad* BC, *ergo reliqua* AD *ad reliquam* DC *eſt ut* AB *ad* BD, *& diuidendo ut exceſſus ipſarum* AD DC *ad* DC, *ita* AD *ad* DB. *Græcus codex* ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς αβ πρός τὴν βδ, οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δΓ *lege* πρὸς τὴν βΓ. C

Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſus AD DC ad DA, ita DA ad AB] *Quoniam ut* AD *ad* DC, *ita* AB *ad* BD, *erit conuertendo ut* CD *ad* DA, *ita* DB *ad* BA, *& diuidendo ut exceſſus ipſarum* AD DC *ad* DC, *ita* AD *ad* DB. *quare ex æquali vt exceſſus* AD DC *ad* DA, *ita* DA *ad* AB. D

THEOREMA CXLI. PROPOS. CLII.

LEM. XXVI. Sit ut AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratū ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.

Sss Pona-

A Ponatur enim ipsi CD æqualis DE. ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex CD, hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD. Itaque quoniam est vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo
1. sexti. ut AC ad CB, uidelicet vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA BC, ita
9. quint. rectangulum EAC ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum EA BC
B rectangulo CDE est æquale. ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc
16. sexti. est ad DC, ita DB ad BC, & ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex ED, hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD.] *Ex 6. secundi elementorum, etenim recta linea EC bifariam secatur in D, atque ei adiungitur CA. græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ εαγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γδ τοῦ τέστι τὸ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αζ. *lege* τοῦ τέστι τοῦ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αδ.

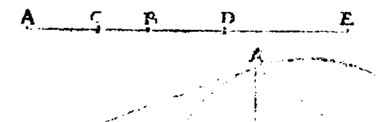
B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum contentum EA BC est æquale rectangulo CDE ut AE ad ED, ita erit DC ad CB: & diuidendo ut AD ad DE, uidelicet ad DC, ita DB ad BC. græcus codex.* ἀνάπαλιν καὶ διελόντι ἔστιν ὡς ἡ αδ &c. *ergo legendum arbitror.* ἀνάλογον καὶ διελόντι. *neque enim permutata ratione ad hoc concludendum indigemus.*

C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC] Ex 19. *quinti elementorum. græcus codex* καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. *sed legendum* ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

LEM. VII.

THEOREMA CXLII. PROPOS. CLIII.

Sit rursus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC æquale esse quadrato ex BD.



Ponatur. n. similiter DE æqualis ipsi CD. erit rectāgulū CAE una cū quadrato ex CD, hoc est vna cū rectangulo EDC æquale quadrato ex AD. atq; erit diuidēdo vt AC ad CB, hoc est ut rectangulū EAC ad rectangulū cōtētū EA CB, ita rectangulum A
CAE ad rectāgulū EDC. æquale igitur ē rectāgulū contētū AE CB rectāgulo EDC: & B
ob proportionē, & cōponendo ut AD ad DE, videlicet ad DC, ita DB ad BC. quare & C
tota AB ad totā BD ē ut DB ad BC. rectāgulū igitur ABC quadrato ex BD ē æquale.

COMMENTARIVS.

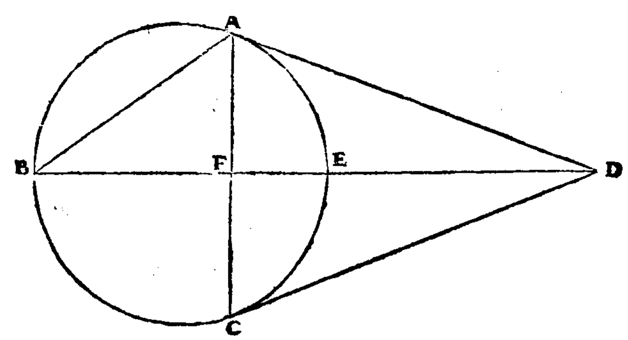
Atque erit diuidendo ut AC ad CB, hoc est vt rectangulum EAC ad rectāgulum A
contentum EA CB, ita rectangulum CAE ad rectangulum EDC] *Græcus codex mancus est, in quo legitur,* καὶ γίνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ τουτέστι ὡς τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ *sed ita restituendus erit.* τουτέστι ὡς τὸ ὑπὸ εαγ πρὸς τὸ ὑπὸ εα γβ, οὕτως τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ.

Et ob proportionem & componendo ut AD ad DE, videlicet ad DC, ita est DB B
ad BC] *Quoniā. n. rectāgulū, quod cōtinetur* AE CB *ē æquale rectāgulo* EDC, *ut* AE *ad* ED, *ita erit* DC *ad* CB. *& cōponendo ut* AD *ad* DE *hoc est ad* DC, *ita* DB *ad* BC. *græcus codex* ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἔστιν ὡς αδ πρὸς τὴν δε &c. *ego legerem* ἀνάλογον καὶ συνθέντι. C

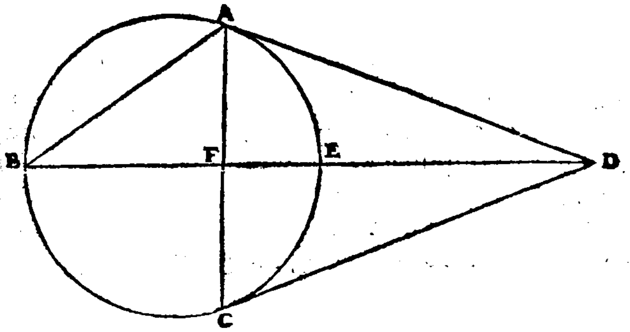
Quare & tota AB ad totam BD est ut DB ad BC] *Ex 12. quinti elementorum.*

THEOREMA CXLIII. PROPOS. CLIIII. LEM. XXVI.

Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD DC, & AC iungatur. Dico ut BD ad DE, ita esse BF ad FE.



Quoniam enim AD est æqualis DC, erit rectangulū AFC una cum quadrato ex FB



FB æquale quadrato ex *D*A. Sed rectangulum AFC est æquale rectangulo BF*E*: & quadratum ex D*A* rectangulo B*DE* æquale. rectangulum igitur BFE una cũ qua-

F drato ex *DF* est æquale rectangulo B*D*E. Quod quidem cum ita sit, fiet vt BD ad DE, ita BF ad F*E*.

COMMENTARIVS.

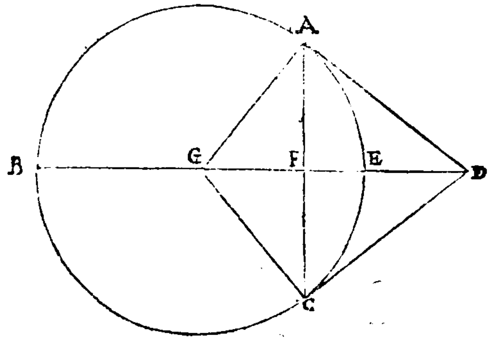
Circulum *A*BC contingant rectæ lineæ AD DC] *Grȩcus codex* κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτονται αἱ αδ δγ. *vide ne legendum sit* ἐφαπτέσθωσαν.

A Quoniam enim A*D* est æqualis *D*C] *Vtriusque enim quadratum rectangulo* B*D*E *est*

B *æquale ex* 37. *tertii elementorum.*

Erit rectangulum *A*FC una cum quadrato ex F*D* ȩquale quadrato ex DA]

C



Sit circuli ABC *centrum* G, *&* AG GC *jungantur, trianguli igitur* AGD *duo latera*

GA

GA AD *sunt æqualia duobus lateribus* GC CD *trianguli* CG*D*, *&* GD *est vtrique commune. quare & anguli angulis æquales, videlicet angulus* A*D*F *æqualis ipsi* F*D*C: *& duo latera* *A*D DF *æqualia duobus lateribus* CD *D*F. *ergo & basis* *A*F *basi* FC, *& angulus* *A*FD *angulo* DF*C* *æqualis, ac propterea vterque rectus. quadratum igitur ex* *A*F, *hoc est rectangulũ* AFC *una cum quadrato ex* F*D* *est ȩquale quadrato ex* *AD*. *quod demonstrare oportebat.*

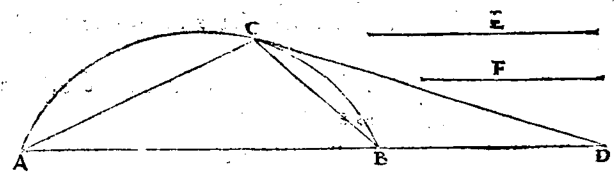
Sed rectangulum *A*FC est æquale rectangulo BFE] *ex* 35. *tertii.*

Et quadratum ex DA rectangulo BDE ȩquale] *ex* 35. *eiusdem.*

Quod quidem cum ita sit, fiet ut B*D* ad *DE*, ita BF ad FE] *Quoniam enim rectangu-* D
lum BFE *una cum quadrato ex* *D*F *est æquale rectangulo* B*D*E, *quadratum autem ex* DF *est* E
æquale rectangulo DF*E* *vna cum rectangulo* FDE: *erunt rectangula* BFE DFE, *&* FD*E*, F
videlicet rectangulum, quod continetur B*D* *FE* *& rectangulum* FDE *æqualia rectãgulo* B*D*E. 2. secũdi
Sed rectangulo BDE *sunt æqualia duo rectangula, rectangulum scilicet contentum* BF 1. secũdi
DE, *& rectangulum* F*D*E. *ablato igitur communi rectangulo* F*D*E, *relinquetur rectangulum contentum* BD FE *æquale contento* BF *D*E. *ergo ut* BD *ad* *D*E, *ita erit* BF *ad* FE.

PROBLEMA XII. PROPOS. CLV.

Circuli portione data in recta linea AB, inflectere ACB in data proportione. LEM. XXIX.



Factum iam sit, & a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ sit E*D*. A
Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita est A*D* ad *D*B. propor- B C
tio autem quadrati ex AC ad quadratum ex CB est data. ergo & proportio AD D
ad *D*B data erit, atque est datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipsa AD data.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit portio quidem circuli *A*CB. data autem proportio, quam habet E ad F, & E

fiat

F fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita *A*D ad DB. ducaturque contingens

G DC, & AC C*B* iungantur. Dico rectas lineas AC C*B* problema efficere.

H Quoniam enim vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita est AD ad DB, vt autem *A*D ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, propterea quod CD

22.sexti. circulum contingitur: erit vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita quadratum ex *A*C ad id, quod fit ex CF quadratum. quare & ut E ad F, ita AC ad CB. ergo ACB problema efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ sit CD] *A centro circuli, cuius portio est A*CB *ducatur recta linea in* C, *atque ipsi ad rectos angulos agatur* CD, *erit* CD *circulum contingens, ex* 16. *tertii elementorum.*

B Vt igitur quadratum ex *A*C ad quadratum ex CB, ita est *A*D ad DB] *Quoniam enim* CD *circulum contingit, & CB secat, erit angulus* DCB *æqualis angulo* CAB *ex* 32. *tertii. sed angulus* CDB *est communis utrique triangulo* ACD CBD. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile: ut igitur A*D *ad* DC, *ita* CD *ad* DB. *& ut* AD *ad* DC, AC *ad* CB. *ideoque ex corollario* 20. *sexti prima* AD *tertiam* DB *erit, ut quadratum primæ A*D *ad quadratum secundæ* DC, *hoc est ut quadratum ipsius* AC *ad quadratum* CB.

C Proportio autem quadrati ex *A*C ad quadratum ex C*B* est data. ergo & proportio AD ad DB data erit. *Nam cum data sit proportio A*C *ad* CB, *dabitur etiam proportio quadrati ex A*C *ad quadratum ex* CB. *græcus autem codex hoc loco corruptus est, & mancus, qui sic habet* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὸν βδ δοθεν. *sed fortasse ita restituetur.* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ δοθείς. ὥστε καὶ ὁ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ.

D Atque est datum punctum B. ergo & *D*, & linea ... quare & ipsa AD data] *græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur.* καὶ ἐστι δύο δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ τὸ βδ, ὅθεν... *sed fortasse legendum erit* καὶ ἐς. δοθὲν τὸ β, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ ἡ δβ ὅθεν καὶ ἡ αδ.

E Data autem proportio, quam habet E ad F] *græcus codex* ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τὴν ζ *ergo legendum puto* ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τὴν ζ.

Et fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita AD ad DB] *si enim fiat, ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F ad quadratum ex* F, *ita* AB *ad* BD, *erit com-*

F *ponendo ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F una cum quadrato ex* F, *hoc est ut quadratum ex* E *quadratum ex* F, *ita* AD *ad* DB.

G Ducaturque contingens DC] Ex 17. *tertii elementorum.*

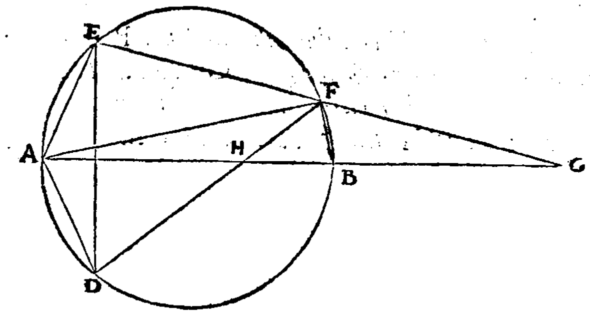
H Vt autem *A*D ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Hoc superius demonstratum fuit.*

LEM. XXX.

THEOREMA CXLIIII. PROPOS. CLVI.

Sit circulus, cuius diameter AB, & a quo uis puncto ad ipsam perpendicularis agatur DE: ducaturque DF. iuncta vero EF producatur, vt cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB, ita esse AH ad HB.

Iungantur



Iungantur enim DA *A*E AF. & quoniam *DE* perpendicularis est ad diametrum, erit angulus *D*AB æqualis angulo BAE. sed angulus DAB æqualis est angulo, HF*B*, A B

qui in eadem portione consistit: & angulus BAE æqualis angulo BFG, qui est extra C

quadrilaterum. angulus igitur HFB angulo BFG est æqualis. atque est angulus AFB D

rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita est AH ad HB.

COMMENTARIVS.

Iungantur enim *DA A*E *A*F] *uide ne addendum sit* DB.

Et quoniam DE perpendicularis est ad diametrum, erit angulus *DA*B æqualis angulo B*AE*. sed angulus *D*AB æqualis est angulo *H*FB, qui in eadem portione consi- A

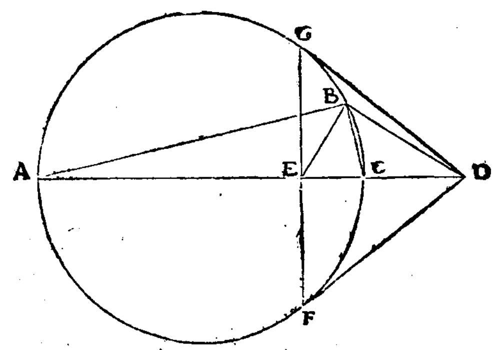
stit] *græcus codex corruptus est, ut uidetur qui sic habet* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διαμέτρου κα θετος ἡ δε, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *sed forte restituetur in hunc modum* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διαμέτρου κάθετος ἡ δε. ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ὑπὸ βαε. ἀλλ' ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *angulus enim* D*A*B *est æqualis angulo* HFB, *hoc est* DFB, *quod in eadem sit portione* D*AE*FB *ex* 21. *tertii elementorum.*

Et angulus BAE æqualis angulo BFG. qui est extra quadrilateum] *Anguli enim in* G

quadrilatero oppositi BAE EFB *sunt æquales duobus rectis. sed & duobus rectis æquales sunt anguli* EFB BFG. *dempto igitur cõmuni angulo* EFB, *reliquus* B*AE reliquo* FBG *est æqualis.* 22.tertii.

Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita est AH ad HB] *per lemma fortasse intelligit* 51. 13.prim.

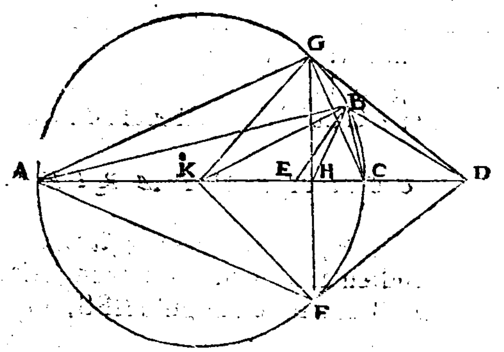
sexti huius, uel potius eius conuersum, quod nos eodem in loco demonstrauimus. sed & aliter demonstrari potest hoc modo. D



Sit triangulum orthogonium ABC, *rectum habens angulum ad* B: *& a puncto* B *ducta utcunque*

que recta linea BD extra triangulum, fiat angulo CBD æqualis angulus CBE. Dico vt AD ad DC, ita esse AE ad EC.

Describatur circa diametrum AC *circulus* AFC, *qui per* B *transibit: atque a puncto* D *ducantur* DF DG *circulum contingentes & iungatur* GF, *quæ ad* AC *perpendicularis erit, & ipsam secabit in puncto* E, *vt infra demonstrabitur. Ex iis igitur, quæ tradita sunt in lemmate* 28. *huius sequitur vt* AD *ad* DC, *ita esse* AE *ad* EC. *Illud autem, quod positum est ita ostendemus.*



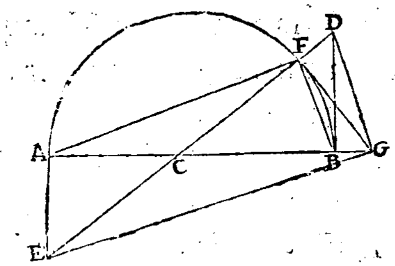
Si enim fieri potest, recta linea GF *non secet* AC *in* E, *sed in alio puncto, quod sit* H *inter* EC. *circuli centrum sit* K, *&* AF AG KF KG GC HB *iungantur. erit* KGD *angulus rectus.*
28. tertii *& quoniam in triangulo orthogonio* KGD *ab angulo recto perpendicularis acta est* GH, *fient*
8. sexti. *triangula* KHC GHD *similia toti triangulo* KGD, *& inter sese; eritque angulus* HGD *an-*
5. prim. *gulo* GKD *æqualis. angulus autem* KFG *est æqualis angulo* KGF, *& anguli ad* H *recti. ergo & reliquus* FKC *reliquo* GKC, *circumferentiaque* FC *æqualis circumferentiæ* CG, *& angu-*
vltima *lus* CAF, *hoc est* CGH *angulo* CAG. *sed angulus* GKC, *hoc est* HGD *duplus est anguli*
sexti. GAC, *hoc est* HGC. *ergo & reliqui* CGD *est duplus, & anguli* HGC. CGD *inter se*
27. tertii *æquales sunt, vt igitur* HG *ad* GD, *ita est* HC *ad* CD. *Quoniam uero ob triangulo-*
21. tertii *rum similitudinem, vt* DK *ad* KG, *ita* GK *ad* KH, *erit & ut* DK *ad* KB, *ita* FK
20. tertii *ad* KH: *& sunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur* KBH
36. tertii *simile est triangulo* KDB, *& vt* BK *ad* KD, *ita* HB *ad* BD, *ut autem* BK *ad* KD,
3. sexti *hoc est ut* GK *ad* KD, *ita* HG *ad* GD. *quare* HB *ad* BD *est, ut* HG *ad* GD, *hoc est*
8. sexti. *ut* HC *ad* CD, *ideoque angulus* HBC *est æqualis angulo* CBD. *sed & angulus* EBC
7. quint. *æqualis erat eidem angulo* CBD. *angulus igitur* EBC *angulo* HBC *est æqualis, uidelicet*
3. sexti *totum parti, quod fieri non potest. idem absurdum sequetur, si ponamus* H *cadere inter* E *&* K. *ex quibus perspicuum est* GF *secare* AC *in puncto* E. *quod demonstrare oportebat.*

THEO-

THEOREMA CXLV. PROPOS. CLVII.

LEM. XXXI.

Sit semicirculus recta linea AB, atque a punctis AB ipsi ACB ad rectos angulos agantur rectæ lineæ BD AE, & ducatur utcumque DE. a puncto autem F ipsi DE ad rectos angulos agatur FG, quæ cum AB in puncto G conueniat. Dico rectangulum contentum AE BD rectangulo AGB æquale esse.



Erit igitur ut EA ad AG, sic GB ad BD, & circa æquales angulos latera sunt proportionalia. quare angulus AGE est æqualis angulo BDG. Sed angulus quidem AGE æqualis est angulo AFE, qui in eadem portione consistit: angulus vero BDG rursus æqualis ipsi BFG, qui est in eadem portione. ergo angulus AFE æqualis est angulo BFG. quod quidem ita se habet; cum vterque angulorum AFB EFG sit rectus. A B C D

COMMENTARIVS.

Erit igitur ut EA ad AG, sic GB ad BD.] *Ad hoc demonstrandum vtitur resolutiua methodo. Si enim ponatur illud ita esse, vt concludi oportet, videlicet rectangulum contentum* AE BD *æquale esse rectangulo* AGB *erit ex* 14. *sexti element. vt* EA *ad* AG, *sic* GB *ad* BD. A

Et circa æquales angulos latera sunt proportionalia] *Nam cum anguli ad* AB *recti ponantur, constat triangulum* AEG *triangulo* BGD *æquiangulum esse.* B

Sed angulus quidem AGE æqualis est angulo AFE, qui in eadem portione consistit, angulus vero BDG rursus æqualis ipsi BFG, qui est in eadem portione.] *Quoniam enim* EAG EFG *recti sunt, si circa diametrum* EG *describatur semicirculus, transibit per puncta* AF, *atque erit angulus* AFE *æqualis angulo* AGE, *qui in eadem est portione, & similiter cum anguli* GBD GFD *sint recti, circulus circa diametrum* GD *descriptus per* BF *transibit: eruntque anguli* BFG BDG *inter se æquales.* C

Quod quidem ita se habet cum uterque angulorum AFB EFG sit rectus] *Nam cum angulus* AFB *rectus sit æqualis recto* EFG, *dempto ab utrisque communi angulo,* EFB *erit reliquus* AFE *reliquo* BFG *æqualis.* D

Ttt Com-

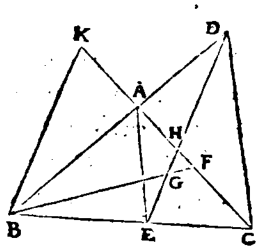
Compositio hoc modo.

Quoniam vterque angulorum AFB FFG est rectus, dempto cõmuni angulo EFB erit angulus AFE æqualis angulo BFG sed angulo quidem AFE æqualis est angulus AGE, qui in eadem portione consistit: angulo autem BFG eadem ratione æqualis est angulus BDG. angulus igitur AGE angulo BDG est æqualis. atque est EAG rectis æqualis recto GBD. quare & reliquus æqualis reliquo, & triangulum triangulo simile erit, Vt igitur EA ad AG, sic GE ad BD, & propterea rectangulum, quod continetur AE BD rectangulo AGB est æquale.

LEM. XXXII.

THEOREMA CXLVI. PROPOS. CLVIII.

A Sit triangulum ABC, habens latus AB æquale ipsi AC, producaturq; AB ad D: & a puncto D ducatur DE faciens triangulum BDE æquale triangulo ABC. Dico si unum ex æqualibus lateribus, quod est ad triangulum æquale, bifariam secetur, per lineam BF, vt vtraque FB BG ad FG, sic esse quadtatum ex AF ad quadratum ex FH.



B C Ducatur per B ipsi DE parallela BK, & CA ad K producatur. ergo vt vtraque FK KH ad FH, hoc est vt rectangulum contentum vtraque FK KH, & FH ad quadratum
D ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Quod autem vtraq; FK KH & FH continetur, hoc est excessus quadratorum ex FK KH æquale est quadrato ex
E AF. excessus igitur quadratorum ex KF FN est quadratum ex KH. Sed quadratorũ
F ex KF FA excessus est rectangulum CKD. ergo rectangulum CKA quadrato ex KG
G est æquale; ac propterea vt CK ad KH, hoc est vt CB ad BF, ita HK ad KA; videlicet DB ad BA quod quidem ita se habet est enim AE ipsi DC parallela, quoniam LBE triangulum æquale est triangulo ABC, & communi ablato ABE, reliquum DAE reliquo ACE est æquale, & in eadem basi consistit.

COMMENTARIVS.

Sit triangulum ABC habens latus AB æquale ipsi AC] græcus codex τριγώνου τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν αβ τῇ βγ, lege τῇ αγ. *etenim latus* AC *non* BC *bifariam secatur.* A

Ducatur per B ipsi DE parallela BK] *græcus codex corruptus est, & figura ipsa. sic enim habet* ἤχθω διὰ τοῦ β τῇ δγ παράλληλος ἡ βκ. *lege* τῇ δε παράλληλος ἡ βκ. B

Ergo vt vtraque FK KH ad FH, hoc est vt rectangulum contentum vtraque FK KH & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH] C *Rursus per resolutionem hoc ostendit si enim ponatur vt vtraque* FB BG *ad* FG, *sic esse quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH, *sequetur etiam ob similitudinem triangulorum,* BK CEH *ut utraque* FK KH *ad* FH. *hoc est ut rectangulum contentum utraque* FK KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *sic esse quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *græcus code* ὅτι ἄρα ἐστιν ὡς *&c.* πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ οὕτω τὸ ἀπὸ ζθ τετράγωνον *legendum* οὕτω τὸ ἀπὸ αζ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ τετράγωνον.

Quod autem vtraque FK KH, & FH continetur, hoc est excessus quadratorum ex FK KH æquale est quadrato ex AF] *Ex 9. quinti sequitur rectangulum contentum utraque* FK KH, *&* FH *æquale esse quadrato ex* AF. *sed quoniam quadratum ex* FK *est æquale quadratis ex* KH HF *una cum eo quod bis* KHF *continetur; quadratum autem ex* HF *una cum contento bis* KHF *æquale est rectangulo contento utraque* FK KH, *&* FH; *etenim utraque* FK KH *bis continet lineam* KH, *& semel ipsam* FH: *erit rectangulum, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur, excessus quadratorum ex* FK KH. *græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *uel aliqua desiderantur.*

Excessus igitur quadratorum ex KF FA est quadratum ex KH] *Ex ante demonstratis constat quadratum ex* KF *æquale esse quadratis ex* KH FA. *ergo quadratorum ex* KF FA *excessus est quadratum ex* KH. E

Sed quadratorum ex KF FA excessus est rectangulum CKA] *Rectangulum enim* CKA *una cum quadrato ex* AF *est æquale quadrato ex* FK, *ex 6. secundi elementorum.* F

Videlicet DB ad BA] *ob similitudinem triangulorum* KBA HDA. G

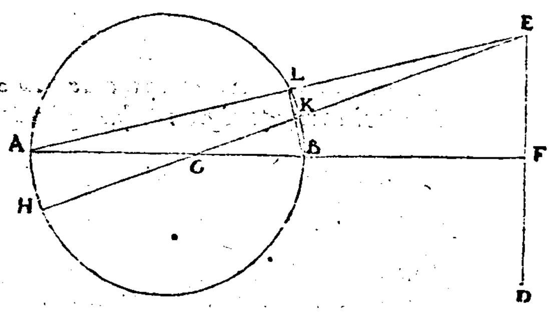
Componetur autem hoc modo.

Quoniam triangulum DBE *est æquale triangulo* ABC, *dempto communi* ABE, *erit reliquum* DAE *reliquo* ACE *æquale. ergo recta linea* AE *parallela est ipsi* DC, *ac propterea ut* 29. prim. 4. sexti.
CB *ad* BE, *hoc est ut* CK *ad* KH, *ita* DB *ad* BA. *hoc est* HK *ad* KA. *ut igitur* CK *ad* KH, *ita* HK *ad* KA. *quare* CKA *rectangulum quadrato ex* KH *est æquale. sed rectangulum* CKA *est excessus quadratorum ex* KF FA, *ergo & quadratorum ex* KF FA *excessus est quadratum ex* KH *& ob id quadratum ex* FA *est excessus quadratorum ex* FK KH. *quadratorum autem ex* FK KH *excessus est id, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur quod igitur vtraque* FK KH, *&* FH *continetur æquale est quadrato ex* FA. *quare vt rectangulum contentum vtraque* FK FH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *hoc est vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita est quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *sed vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita utraque* FB BG *ad* FG. *ergo ut utraque* FB BG *ad* FG, *ita est quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *quod demonstrare oportebat.*

LEM. XXXIII

THEOREMA CXLVII. PROPOS. CLIX.

Sit circulus circa diametrum AB, & AB producatur: sitque ad quamlibet rectam lineam DE perpendicularis. rectangulo autem AFB æquale ponatur quadratum ex FG. Dico si quodcumque sumatur punctum, vt E, atque ab eo ad punctum G recta linea ducta producatur ad H, rectangulum etiam HEK quadrato ex EG æquale esse.



* Iungantur AE BL, erit angulus ad L rectus. Sed & rectus qui ad F. rectangulum igitur *AE*L est æquale & rectangulo AFB & quadrato ex *F*E. rectangulum autem AEL æquale est rectangulo HEK: & rectangulum AFB quadrato ex FG. ergo rectangulum HEK quadratis ex EF FG, hoc est quadrato ex *F*G est æquale.

COMMENTARIVS.

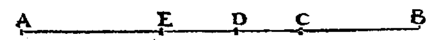
* Rectangulum igitur *AE*L est æquale & rectangulo AFB, & quadrato ex F*E*]
4. sexti *Quoniam enim angulus* AL*B rectus est æqualis recto* AF*E*, *& angulus ad* A *utrisque*
16. sexti. *communis, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. quare cum sit*
47 primi *ut* FA *ad* *AL*, *ita* EA *ad* *A*B, *erit rectangulum* FAB *æquale rectangulo* E*A*L. *quadratum*
2. secũdi. *autem ex* *AE* *est æquale duobus quadratis ex* *A*F FE. *Sed quadrato ex* *A*E *æqualia sunt vtra-*

vtraque rectangula *A*EL EAL: *& similiter quadrato ex* *A*F *æqualia vtraque rectangula* *A*FB FAB. *ergo rectangula* AEL *E*AL *æqualia sunt rectangulis* AFB F*A*B *& quadrato ex* FE, *quorum rectangulum* FAB *est æquale rectangulo* EA*L*, *vt demonstrauimus reliquum igitur rectangulum* AE*L* *rectangulo* *A*FB, *& quadrato ex* FE *æquale erit.*

THEOREMA CXLVIII. PROPOS. CLX.

LEM. XXXV

Sit ut AB ad BC, ita AD ad DC, & AC bifariam in puncto E secetur. Dico tria contingere. videlicet rectangulum quidem BED çquale esse quadrato ex EC: rectangulum vero BDE rectangulo ADC: & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale esse.



Quoniam enim est ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per ante A
cedentium dimidia, & conuersionem rationis, vt BE ad *E*C, ita *C*E ad E*D*. rectan- B
gulum igitur B*E*D quadrato ex EC est æquale. Commune auferatur quadratum C
ex *D*E. ergo rectangulum BD*E*, quod relinquitur, est çquale rectangulo ADC. D
Rursus cum rectangulum BED æquale sit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex *B*E. reliquum igitur rectangulum *AB*C æquale est rectangulo EB*D*.

Sed sit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC: & secetur AC bifariam E
in *E*. Dico ut *A*B ad BC, ita esse A*D* ad DC.

Quoniam enim rectangulum BDE est æquale rectangulo ADC, commune F
apponatur quadratum ex *D*E, erit totum rectangulum B*ED* quadrato ex CE çquale. ergo ob proportionem, & per conuersionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque ut AB ad BC, ita A*D* ad *D*C.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim est ut *A*B ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per A
antecedentium dimidia, & conuersionem rationis, ut BE ad EC, ita C*E* ad E*D*.]
Quoniam ut *A*B *ad* BC, *ita* AD *ad* DC, *erit componendo ut utraque* *A*B BC *ad* BC, *ita*

ita AC ad CD. & antecedentium dimidia, ut EB ad BC, ita EC ad CD, & per conuersionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED. græcus codex ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ. *lege* ὡς ἡ βε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ.

B Rectangulum igitur BED quadrato ex EC est æquale.] *Ex 16. sexti.* Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ.

C Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE quod relinquitur est æquale rectangulo ADC.] *est enim rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE, *& quadrato ex* DE *per tertiam secundi elementorum. rectangulum uero* ADC *una cum quadrato ex* DE *est æquale quadrato ex* EC *per quintam eiusdem* græcus codex κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ γε τετράγωνον *lege* τὸ ἀπὸ δε τετράγωνον.

D Rursus cum rectangulum BED æquale sit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale est rectangulo CBD] *Nam rectangulum* ABC *una cum quadrato ex* CE *est æquale quadrato ex* BE *per 6. secundi elementorum. at rectangulum* EBD *una cum rectangulo* BED *æquale est eidem quod ex* BE *quadrato per secundam eiusdem.* græcus codex πάλιν τὸ ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αγ τετραγώνῳ *lege* πάλιν τὸ ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ τετραγώνῳ *& paulo post.* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εβγ. *lege* τῷ ὑπὸ τῶν εβδ.

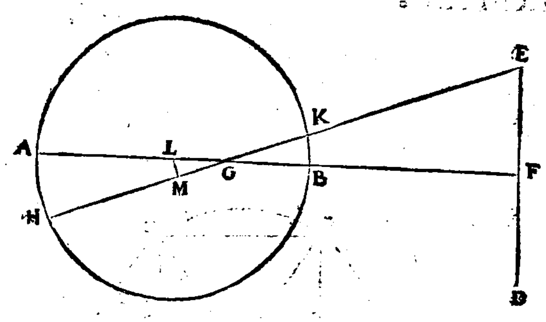
E Sed sit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC] *secundæ partis conuersam demonstrat ob sequens lemma, quamquam facile sit aliarum etiam conuersas demonstrare.*

F Ergo ob proportionem, & per conuersionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC ita AD ad DC] *græcus codex.* ἀνάλογον καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ *&c. ego legendum puto* ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ *&c. Quoniam enim rectangulum* BED *est æquale quadrato ex* CE, *erit ut* BE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *& per conuersionem rationis ut* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD; *& antecedentium dupla; ut* AB BC *ad* BC, *ita* AC *ad* CD, *& diuidendo ut* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC.

LEM. XXXV. THEOREMA CXLIX. PROPOS. CLXI.

His ita se habentibus, sit circulus circa diametrum AB, producaturque AB, vt ad quamlibet rectam lineam DE sit perpendicularis: & fiat vt AF ad FB, ita AG ad GB. Dico rursus si quodcumque punctum sumatur in recta linea ED, veluti E, & iuncta EG ad H producatur, vt HE ad EK, ita esse HG ad GK.

Sumatur



Sumatur centrum circuli, quod sit L, & ab eo ad EH perpendicularis agatur LM. erit KM æqualis MH. A

Quoniam autem rectus est vterque angulorum, qui ad MF, puncta, EF LM in B circulo erunt. rectangulum igitur FGL æquale est rectãgulo AGB, propterea quod C vt AF ad FB, ita sit AG ad GB. & secta est AB bifariam in puncto L. ergo & rectan- D gulum EGM est æquale rectangulo AGB, videlicet ipsi HGK, quod in circulo conti- 35. tertii netur, & HK bifariam secta est in M. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, E vt HE ad EK, ita erit HG ad GK.

COMMENTARIVS.

Erit KM æqualis MH] *ex tertii rectis elementorum, recta enim linea* EG *circulum in puncto* K *secat.* A

Quoniam autem rectus est vterque angulorum, qui ad M F, puncta EFLM in B circulo erunt] *Nam si iuncta* EL *circa ipsam circulus describatur per* M F *puncta* 31. tertii *transibit.*

Rectangulum igitur FGL æquale est rectangulo AGB, propterea quod vt AF ad C FB, ita sit AG ad GB, & secta est AB bifariam in puncto L] Ex *secunda parte antecedentis lemmatis.*

Ergo & rectangulum EGM est æquale rectangulo AGB.] *Rectangulum enim* EGM D *æquale est rectangulo* FGL *ex 35. tertii elementorum.*

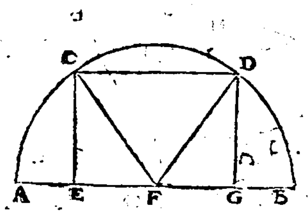
Quare ex eo, quod proxime demonstratum est, vt HE ad EK, ita erit HG ad GK] E *ob conuersam scilicet secundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonstrauit.*

THEO-

LEM. XXXVI

THEOREMA CL. PROPOS. CLXII.

Sit semicirculus in recta linea AB, & ipsi AB parallela sit CD: ducanturque CE DG perpendiculares. Dico AE ipsi GB æqualem esse.

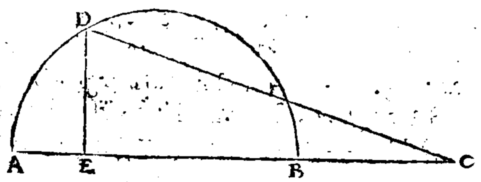


A Sumatur centrum circuli, quod sit F, & CF FD iungantur. ergo CF est æqualis FD ac propterea quadratum ex CF quadrato ex FD æquale erit. sed quadrato quidem ex CF æqualia sunt quadrata ex CE EF, quadrato autem ex FD æqualia quadrata ex DG GF. ergo quadrata ex CE EF quadratis ex DG GF æqualia sunt: quorum quadratum ex CE est æquale quadrato ex DG. reliquum igitur quadratũ ex EF reliquo ex FG quadrato est æquale. ideoque recta linea EF æqualis rectæ FG. est autem & tota AF æqualis toti FB. ergo & reliqua AE reliquæ GB æqualis erit. quod oportebat demonstrare.

LEM. XXXVII.

THEOREMA CLI. PROPOS. CLXIII.

Sit semicirculus in recta linea AB, atque a quolibet pũcto C ducatur CD, & perpẽdicularis agatur DE. Dico quadratũ ex AC superare quadratũ ex CD, eo quod vtraq. AC CB & AE cõtinetur.



A Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc est æquale

quadratis ex DE EC, & ei, quod vtraque AC CB, & AE continetur. quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex B DE, hoc est rectangulo AEB, & quadrato ex CE, & ei quod AE CB continetur. Rursusque ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur est æquale rectangulo AEB, & contento AE BC. quod quidem ita se habet.

C

D

COMMENTARIVS.

Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD] *Per resolutionem hoc ostendit. Nam si ponatur quadratum ex AC superare quadratum ex CD rectangulo, quod utraque* AC CB *&* AE *continetur, erit quadratum ex* AC *æquale quadrato ex* CD, *hoc est quadratis ex* DE EC, *&* *rectangulo, quod utraque* AC CB, *&* AE *continetur.* A

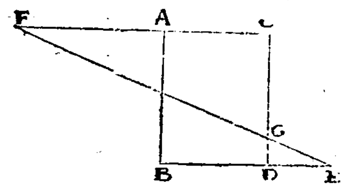
Quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex DE, hoc est rectangulo AEB & quadrato ex CE, & ei, quod AE CB continetur.] *Est enim quadratum ex* AC *æquale duobus rectangulis* CAE ACE *ex secunda secundi libri elementorum. græcus codex* λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ ΑΕ. *lege* ἀπὸ ΔΕ. B

Rursusque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinquitur, est æquale rectangulo AEB, & contento AE BC] Ex 3. *eiusdem.* C

Quod quidem ita se habet] *Ex prima eiusdem. quare constat uerum esse illud, quod proponebatur. Compositio autem manifesta est.* D

PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXIIII.

Parallelogrammo AD positione dato, a dato puncto E ducere rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. LEM. XXXVIII.



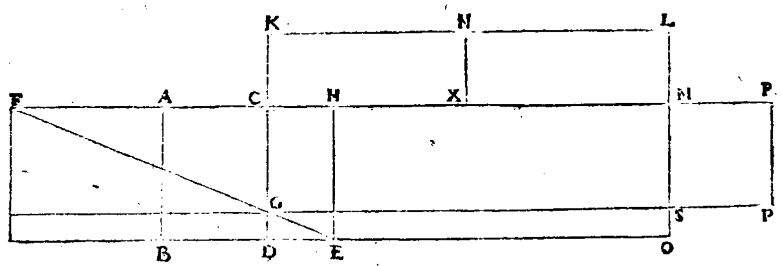
Factum iam sit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale est parallelogrãmo AD, parallelogrammum uero AD duplum est trianguli ADC; & triangulum FCG A trianguli ADC duplum erit. Sed ut triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C consistunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD. datũ autem est rectangulum ACD. ergo & ipsum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC CD datas positione ducta est EF in spacii resectionem. positione igitur est ipsa EF.

Componetur autem sic.

B C D Sit parallelogrammum quidem AD positione, datum autem punctum E: & a puncto E in FC CD positione datas ducatur recta linea EF, resecās spacium FCG æquale dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD: & ex eisdē, quæ in resolutione dicta sunt, ostendemus. triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. recta igitur linea EF problema efficit, constat autem ipsam solam hoc efficere, quoniā & illa sola est.

COMMENTARIVS.

A Sed vt triangulum ad triangulū, quod circa eūdē angulū C cōsistūt, ita rectāgulū
41. prim. FCG ad rectāgulū ACD] *ex 15. quinti element. est. n. rectangulum trianguli duplum.*
B Resecans spaciū FCG æquale dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD] *græc. codex* ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ζγη ἴσον δοθέν τινι χωρίῳ τῷ διπλάσιον τοῦ ὑπὸ αγδ. *legendum autem est.* ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ αγδ.
C Et ex eisdem, quæ in resolutione dicta sunt, ostendemus, &c.] *Græcus codex* καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ τὴν ἀνάλυσιν. *lege,* τῇ ἀναλύσει.
D Recta igitur linea EF problema efficit] *Non docet Pappus quō inueniendum sit punctum G. sed verisimile est hoc apparere ex libris de spacii sectione ab Apollonio conscriptis, qui iniuria temporum ad manus nostras non peruenerunt.*



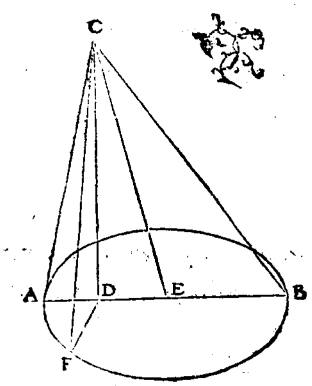
Nos igitur quo pacto illud fieri possit, demonstrare aggrediemur. Maneāt eadem, quæ dicta sunt, & a puncto E *ipsi* DC *parallela ducatur* EH, *ut cum* AC *producta in* H *conueniat. &*
41. prim. *rursus producta* DC *fiat* CK *æqualis ipsi* CH. *atque ad rectam lineam* CK *applicetur parallelogrammum* CKLM *duplo parallelogrammi* AD *æquale. deinde secetur* KL *bifariā in* N, *& ducatur* NX *parallela* KC, *completoque parallelogrammo* CDOM, *rursus ad rectam li-*
29. sexti. *neam* CM *applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo* CDOM *excedens figura quadrata, quod sit* CGPR. *postremo iuncta* EG *ad* F *producatur. Dico iam factum esse quod proponebatur, videlicet triangulū* FCG *parallelogrammo* AD *æquale esse. Quoniam enim*
paral-

parallegrammum CP æquale est parallelogrammo CO, ablato communi parallelogrammo CS, erit reliquū parallelogrammū GO æquale quadrato MP. ergo ut CM ad MS, hoc est, ad CG, ita MS ad SO, hoc est CG ad GD. vt autem CG ad GD ob similitudinem triangulorum FCG EDG, ita FC ad DE, hoc est ad CH. vt igitur MC ad CG, ita FC ad CH. ideoque parallelogrammum FCG est æquale parallelogrāmo MK, quod scilicet cōtinetur MC & CK, hoc est CH. & eorū dimidia sunt æqualia. sed triāgulum FCG parallelogrammi FCG dimidium est: & parallelogrammum CN dimidium parallelogrammi MK, ac propterea æquale parallelogrammo AD. triāgulum igitur FCG parallelogrammo AD est æquale. quod ipsum facere oportebat.

IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV. LEM. I.

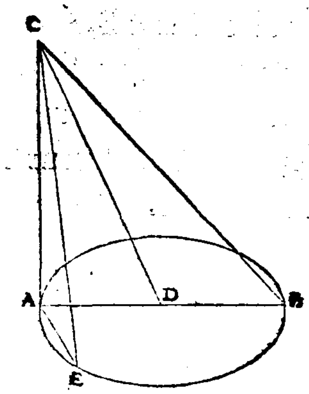
Sit conus, cuius basis circulus AB, & vertex punctum C. Si igitur æquicruris est conus, manifesto constat rectas lineas omnes, quæ ab ipso C ad AB circuli circumferentiam ducuntur, inter se æquales esse; si vero scalenus est, oporteat inuenire quæ maxima sit, & quæ minima.



Ducatur a puncto C ad planum circuli AB recta linea perpendicularis, quę primum cadat intra circulum, sitque CD, & sumatur centrum eius, quod sit E, & iuncta DE producatur in vtramque partem ad puncta AB: deinde AC CB iungantur. Dico rectam lineā BC maximam esse, & AC minimam omnium, quæ a puncto C ad circulum AB pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & FD iungatur. maior 7. tertii.
igitur est BD, quam DF, communis autem CD, & anguli, qui ad D recti. ergo maior 47. primi
est BC, quam CF. eodem modo & CF maior ostendetur, quam CA. ex quibus apparet rectam lineam CB omnium maximam esse, AC vero minimam.

THEOREMA CLIII. PROPOS. CLXVI.

LEM. II. Rurſus a puncto C perpendicularis ducta cadet in ipſam AB circuli circumferentiam, quæ ſit CA, & cum circuli centro D copulata AD producatur in B, & BC iungatur. Dico BC maximam eſſe, & AC minimam.

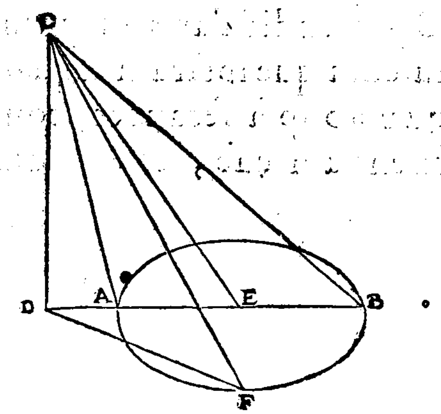


19.prim. 15.tertii Ipſam igitur CB maiorem eſſe, quam CA, perſpicuum eſt. ducatur autem alia quædam CE, & AE iungatur. Itaque quoniam AB diameter eſt, neceſſario maior erit, quam AE: & continet AC cum ipſis AB AE angulum rectum. ergo BC, quam CE maior erit, & ſimiliter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo & EC maior oſtendetur, quam CA. quare ſequitur vt BC maxima ſit, AC uero minima omnium, quæ ab ipſo C ad circulum AB pertinent.

THEOREMA CLIIII. PROPOS. CLXVII.

LEM. III. Iiſdem poſitis cadat perpendicularis CD extra circulum, & ad E circuli centrum ducta DE producatur, iunganturque AC BC. Dico BC maximam, & AC minimam eſſe omnium, quæ a puncto C ad AB circulum perducuntur.

Conſtat



Conſtat namq; BC maiorem eſſe ipſa CA. Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipſo C in circumferentiam circuli AB cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & DF iungatur. Cum igitur BD per centrum tranſeat, maior eſt autem, quam DF. eſt autem CD perpendicularis ad rectas lineas DB DF, quoniam & ad ipſum planum. ergo maior erat BC, quam CF: & ſimiliter maior, quam aliæ omnes. perſpicuum eſt igitur ipſam CB maximam eſſe. At vero AC minimam hoc modo oſtendemus. Quoniam enim minor eſt AD, quam DF, atque eſt ad ipſas perpendicularis DC, minor erit AC, quam CF, & ita minor, quam aliæ. recta igitur linea AC minima eſt, & BC maxima omnium, quæ a puncto C ad AB circuli circumferentiam perducuntur. 8. tertii. 3. diff. un decimi.

Si ad aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non ſit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur, &c. Diffi. pri. Apollo.

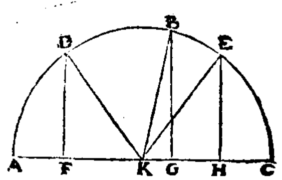
Conuenienter Apollonius addidit in vtramque partem producatur, cum uniuſcuiuſque coni ortum tradat. Si enim æquicruris ſit conus, fruſtra producetur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo continget, quippe cum ab ea punctum manens ſemper æquali diſtet interuallo. Sed quoniam poteſt & ſcalenus eſſe conus, in quo, vt iam demonſtratum eſt, & maximum, & minimum latus inuenitur, neceſſario illud appoſuit, ut quæ minima eſt recta linea uſque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

THEO-

LEM. IIII.

THEOREMA CLV. PROPOS. CLXVIII.

Sit linea ABC, & positione data AC. Omnes autem, quæ ab ipsa ABC ad AC perpendiculares ducuntur, ita se habeant, vt quadratum vniuscuiusque ipsarum æquale sit rectangulo basis partibus, quæ ab ipsa secantur, contento. Dico ABC circuli circumferentiam esse, & eius diametrum rectam lineam AC.



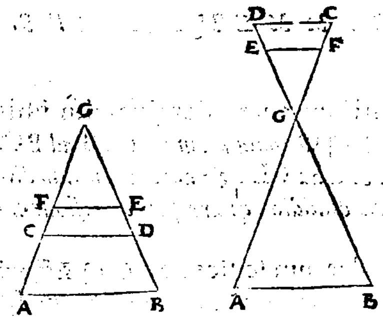
Ducantur enim a punctis DBE perpendiculares DF BG EH. ergo quadratum ex DF æquale est rectangulo AFC, & quadratum ex BG rectangulo AGC, quadratũ uero ex EH rectangulo AHC est æquale. secetur AC bifariam in K, & DK KB KE iungãtur. Itaque quoniam AFC rectangulum una cum quadrato ex FK est æquale quadrato ex AK, & ipsi AFC æquale est quadratum ex DF; erit quadratum ex DF una cum quadrato ex FK, hoc est quadratum ex DK æquale ei, quod ex AK quadrato. ergo recta linea AK ipsi KD est æqualis. Similiter ostendemus, & vnamquamque ipsarum BK EK ipsi AK vel KC æqualem esse. quare ABC circuli circumferentia est circa centrum K; hoc est circa diametrum AC.

LEM. V.

THEOREMA CLVI. PROPOS. CLXIX.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB CD EF, & in ipsas ducãtur duæ rectæ AGFC BGED. Dico ut rectangulum, quod fit ex AB & EF ad quadratum ex CD, ita esse rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quo-

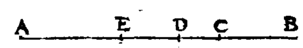


Quoniam enim vt recta linea AB ad FE, hoc est vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipsam GF, hoc est rectangulum AGF ad quadratum ex FC. erit vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG. sed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratũ ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur ut rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC. lem. 1 & 23 decimi. 4. sexti.

THEOREMA CLVII. PROPOS. CLXX.

LEM. VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & secetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale esse: itemque rectangulvm ADC æquale rectaugulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.



Quoniam enim vt AB ad BC, ita est AD ad DC, erit componendo, sumptisque antecedentium dimidiis, & per conuersionem rationis, ut BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum A

17. sexti. ctangulum igitur BED æquale est quadrato ex CE. commune auferatur, quadratum
B scilicet ex ED. ergo quod relinquitur rectangulum ADC rectangulo BD est æqua-
C le. Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex CE, utraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

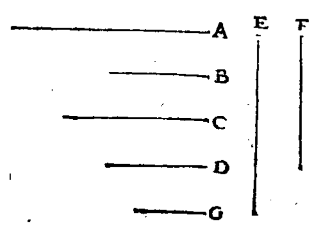
A Erit componendo, sumptisque antecedentium dimidiis, & per conversionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam enim ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo ut* AB BC *ad* CB, *ita AC ad* CD, *& antecedentium dimidia ut* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD; *est enim* AE *ipsius* AC *dimidia. quare per conversionem rationis ut* BE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED.

B Commune auferatur quadratum scilicet ex ED] *Est enim quadratum ex* CE *æquale rectangulo* ADC *una cum quadrato ex* ED: *& rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE *una cum quadrato ex* ED. *quare sublato communi, relinquitur rectangulum* ADC *rectangulo* BDE *æquale*. 6. secundi

C Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex EC, utraque auferantur a quadrato ex BE] *Nam cum secetur AC bifariam in* E, *atque ipsi adiiciatur* CB, *rectangulum* ABC, *una cum quadrato ex* CE *æquale est quadrato ex* EB. *rursus quadrato ex* EB *æqualia sunt utraque rectangula* EBD, BED. *si igitur a quadrato ex* BE *æquali auferantur, uidelicet rectangulum* BED *& quadratum ex* CE, *relinquitur rectangulum ABC rectangulo* EBD *æquale esse*.

THEOREMA CLVIII. PROPOS. CLXXI.

LEM. VII. Habeat A ad B proportionem compositam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F. Dico C ad D proportionem compositam habere ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

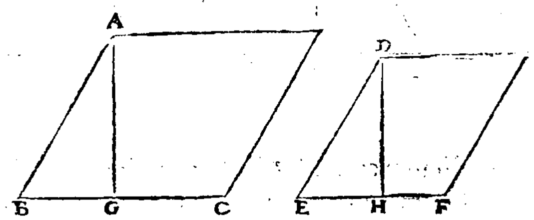


Fiat enim proportio D ad G eadem, quæ est E ad F. & quoniam proportio A ad B com-

B composita est ex proportione C ad D, & proportione E ad F, hoc est D ad G; proportio autem composita ex proportione C ad D, & D ad G est eadem, quæ C ad G: erit ut A ad B, ita C ad G. Rursus quoniam C ad D proportionem habet compositã ex proportione C ad G, & proportione C ad D; sed proportio C ad G demonstrata est eadem, quæ A ad B, & conuertendo proportio G ad D eadem est, quæ F ad E: habebit C ad D proportionem cõpositam ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

THEOREMA CLIX. PROPOS. CLXXII.

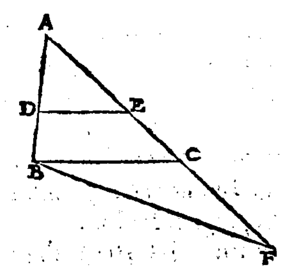
Sint duo parallelogramma AC DF æquiangula, quorum angulus B sit æqualis angulo E. Dico ut rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita esse parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum. LEM. VIII.



Si enim anguli BE recti sint, illud perspicue constat, sin minus, demittantur perpendiculares AG DH. & quoniam angulus B æqualis est angulo E, & angulus ad G rectus æqualis recto ad H; erit triangulum ABG triangulo DEH æquiangulum. quare ut BA ad AG, ita ED ad DH. sed ut BA ad AG, ita rectangulum ABC ad rectangulum, quod AG BC continetur, & ut ED ad DH, ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum DH EF. ergo permutando ut rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita rectangulum quod continetur AG BC, hoc est parallelogrammum AC ad rectangulum contentum DH EF, hoc est ad parallelogrammum DF. 4. sexti. 1 36. prim.

TEOREMA CLX. PROPOS. CLXXIII.

Sit triangulum ABC, sitque BC parallela ipsi DE: & quadratum, quod fit ex CA æquale sit rectangulo FAE. Dico iam si iungantur DC BF rectam lineam BF ipsi DC parallelam esse. LEM. IX.

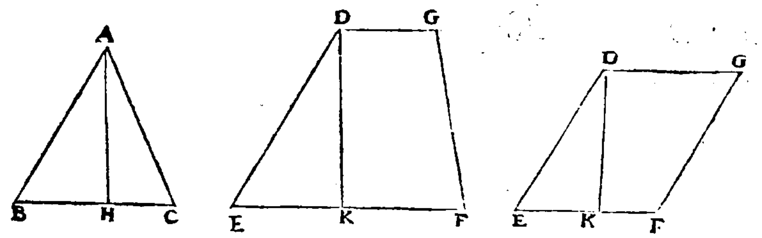


Hoc uero manifeste patet. Quoniã enim ut FA ad AC, ita est CA ad AE; & ut CA ad AE, ita BA ad AD: erit ut FA ad AC, ita BA ad AD. ergo DC BF inter se parallelæ sunt. 17 4 sexti.

 THEO-

THEOREMA CLXI. PROPOS. CLXXIIII.

LEM X. Sit triangulum ABC, trapezium vero DEFG, ita vt ABC angulus angulo DEF sit æqualis. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipsarum CLG EF & DE, sic esse triangulum ABC ad trapezium DEFG.



Ducantur enim perpendiculares AH EK. & quoniam angulus ABC æqualis est angulo DEF, & qui est ad H rectus æqualis recto ad K; erit vt BA ad AH, ita ED ad DK. sed ut BA ad AH, ita rectangulum ABC ad id, quod continetur AH BC. & ut ED ad EK, ita rectangulum, quod continetur DG EF & DE ad contentum utraque DG EF & EK. est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC: & trapezium DEFG dimidium eius quod continetur utraque DG EF & DK. ergo ut rectangulum ABC ad rectangulum contentum utraque DG EF & DE, ita est triangulum ABC ad DEFG trapezium. quod si ABC triangulum sit, & EF parallelogrammum, eadem ratione fiet, ut ABC triangulum ad EF parallelogrammum, ita esse rectangulum ABC ad duplum rectanguli DEF.

4 sexti. 1

A B C

Ex quibus constat, rectangulum ABC siquidem DF parallelogrammum sit, æquale esse duplo rectanguli DEF; si uero sit trapezium æquale ei, quod utraque DG, EF & ipsa DA continetur.

COMMENTARIVS.

A Est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC, & trapezium DEFG dimidium eius, quod vtraque DG EF & DK continetur] *Iuncta enim* DF *erit triangulum* EDF *dimidium rectanguli contenti* EF *&* DK, *& triangulum* DFG *itidem dimidium eius, quod continetur* DG *&* DK. *ergo totum trapezium* DEFG *dimidium est rectanguli, quod vtraque* EF DG *& ipsa* DK *continetur.*

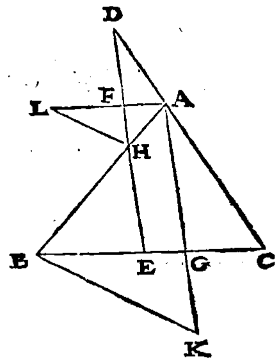
B Ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, EF & DE, ita est triangulum ABC ad DEFG trapezium] *Ex antedictis enim colligitur, vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* AH *&* BC, *ita esse rectangulum ex* DG EF, *&* DE *ad rectangulum ex* DG EF *&* DK. *quare permutando vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* DG EF *&* DE, *ita rectangulum ex* AH *&* BC *ad rectangulum ex* DG EF *&* DK; *& ita eorũ dimidia, hoc est triangulum* ABC *ad trapezium* DEFG.

C Ex quibus constat rectangulum ABC, si quidem DF parallelogrammum sit] *Sequitur hoc quando triangulum* ABC *parallelogrammo, vel trapezio* DEFG *sit æquale. quod etiam ab Eutocio demonstratur in commentariis in* 49. *primi libri Apollonii. quare verisimile est in Pappi verbis hoc loco nonnulla desiderari.*

THEO.

PROBLEMA CLXII. PROPOS. CLXXV.

Sit triangulum ABC, & producta CA ad D ducatur, vt cõtingit recta linea DHE, cui quidem parallela ducatur AG; ipsi vero BC parallela AF. Dico vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita esse rectangulum DFH ad quadratum ex FA. LEM. XI.



Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL, & iungantur BKHL. Quoniam igitur angulus ad C æqualis est angulo BKG, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL; erit & angulus GKB angulo FHL æqualis. ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH. est autem vt AG ad GB, ita HE ad EB, & vt HE ad EB, ita HF ad FA. ut igitur AG ad GB, ita HF ad FA. sed ut BG ad GK, ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH. quare ex æquali in perturbata analogia ut AG ad GK, ita LF ad FA. ut uero AG ad GK, ita quadratum ex AG ad rectangulum AGK, hoc est ad rectangulum BGC, & ut LF ad FA, ita rectangulum LFA, hoc est DFH ad quadratum ex FA. ergo ut quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA. Sed licet illud idem etiam per compositionem proportionum demonstrare. Quoniam enim proportio AG ad GB est eadem, quæ HE ad EB, hoc est HF ad FA; proportio autem AG ad GC eadem, quæ DE ad EC, hoc est DF ad FA: erit proportio composita ex proportione AG ad GB & ex proportione AG ad GC, quæ quidem est quadrati ex AG ad rectangulum BGC, eadem, quæ componitur ex proportione HF ad FA, & ex proportione DF ad FA. hæc autem est proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA.

A B C D

lem. 1 23 decimi.

E

COMMENTARIVS.

A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL] *græcus codex* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ α ζ λ. *sed legendum, vt puto.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βγγ ἴσον τὸ ὑπὸ αγκ, τῷ δὲ ὑπὸ δζθ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ. *Illud vero ita intelligendum est, vt producatur* AG *ad* K, *& fiat rectangulum* AGK *rectangulo* BGC *æquale, & rursus producta* AF *ad* L, *fiat rectangulum* AFL *æquale rectangulo* DFH.

B Quoniam igitur angulus ad C æqualis est angulo BKG, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL] *Ex* 21. *tertii elementorum sunt enim puncta* ABKC *in circumferentia eiusdem circuli, cum rectangulum* AGK *æquale sit rectangulo* BGC *ex conuersa* 35. *eiusdem, & eadem ratione puncta* ADLH *cadent in circumferentia alterius circuli.*

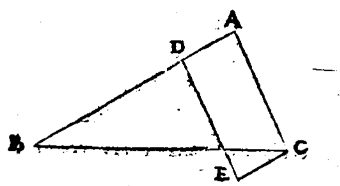
 Erit

C Erit & angulus GKB angulo FHL æqualis] *Namque angulus ad* C *angulo* D$\mathcal{A}$L *est*
29.prim. *æqualis, quod* BC FA *parallelæ sint.*
D Ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH] *sequitur enim ex iam dictis triangulum* LFH *triangulo* BGK *simile esse, quoniam angulus ad* K *angulo* FHL *est æqualis; vt demonstratum fuit: & angulus* CFH *æqualis angulo* L$\mathcal{A}$G, *hoc est ipsi* BGK. *ergo & reliquus reliquo æqualis erit.*
E Hac autem est proportio rectanguli DFH ad quadratum ex F$\mathcal{A}$] *Ex quibus fit vt rectangulum* DFH *ad quadratum ex* FA *eandem habeat proportionem, quam quadratum ex* AG *ad rectangulum* BGC. *quod quidem demonstrare oportebat.*

IN SECVNDVM CONICORVM.

PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXXVI.

LEM. I. Datis duobus rectis lineis AB BC, & data recta DE, in ipsas AB BC coaptare rectam lineam, ipsi DE æqualem, parallelam.

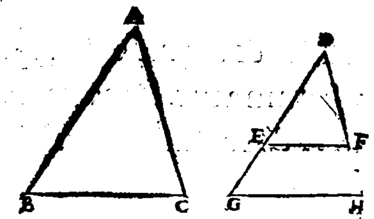


F Hoc autem manifestum est. nam si per E ducatur EC parallela $\mathcal{A}$B, & per C ipsi DE parallela ducatur C$\mathcal{A}$; erit AC ED parallelogrammum, & propterea $\mathcal{A}$C ipsi DE
34.prim. & æqualis & parallela. quæ quidem in datas rectas lineas AB BC coaptata erit.

THEOREMA CLXIII. PROPOS. CLXXII.

LEM. II. Sint duo triangula ABC DEF: sitque vt AB ad BC, ita DE ad EF: & AB quidem sit parallela DE; BC vero ipsi EF. Dico & AC ipsi DF parallelam esse.

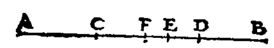
Producatur



Producatur enim BC, & conueniat cum DE DF in punctis GH. est igitur angulus E æqualis angulo G, hoc est ipsi B, propterea quod duæ rectæ lineæ AB BC duabus DE EF parallelæ sunt. Itaque quoniam ut AB ad BC, ita est DE ad EF, & anguli ad BE sunt æquales; erit angulus C æqualis angulo F, hoc est angulo H. ergo recta linea AC ipsi DH est parallela.

THEOREMA CLXIIII. PROPOS. CLXXVIII.

LEM. III. Sit recta linea AB, & æquales sint AC DB, & inter CD sumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ADB una cũ rectãgulo CED æquale esse rectangulo AEB.



Secetur enim CD bifariam in F, quomodocunque se habeat ad E punctum. & quoniam rectangulum ADB una cum quadrato ex FD æquale est quadrato ex FB; quadrato autem ex FD rectangulum CED una cum quadrato ex FE est æquale, & quadrato ex FB æquale rectangulum AEB una cum quadrato ex FE: erit rectangulum $\mathcal{A}$DB vna cum rectangulo CED, & quadrato ex FE, & æquale rectãgulo AEB, & ei, quod fit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex FE. reliquũ igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale est rectangulo $\mathcal{A}$EB.

THEO-

THEOREMA CLXV. PROPOS. CLXXIX.

LE. IIII.

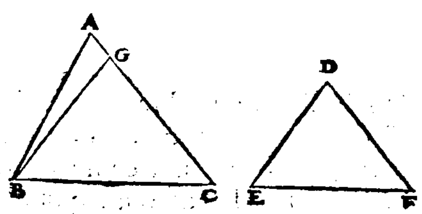
Sit recta linea AB, & æquales sint AC DB: & inter CD quoduis punctum E sumatur. Dico rectangulum AEB æquale esse rectangulo CED, & rectangulo DAC.

Secetur enim CD in F bifariam, quomodocunque se habeat ad punctum E. quare tota AF ipsi FB est æqualis. rectangulum igitur AEB una cum quadrato ex EF æquale est quadrato ex FA. Sed rectangulum DAC una cum quadrato ex CF, quadrato ex FA est æquale, ergo rectangulum AEB vna cum quadrato ex EF æquale est rectangulo DAC & ex CF quadrato. quadratum autē ex CF est æquale rectāgulo CED & quadrato ex EF. quare sublato communi, nempe quadrato ex EF, erit quod relinquitur rectangulum AEB æquale rectangulo CED, & rectangulo DAC.

THEOREMA CLXVI. PROPOS. CLXXX.

LE. V.

Sint duo triangula ABC DEF, & sit angulus quidem C æqualis angulo F, angulus uero B angulo E maior. Dico rectam lineam BC ad CA minorem proportionem habere, quàm EF ad FD.



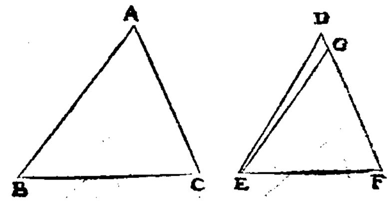
Constituatur enim angulus CBG æqualis angulo E, & angulus C est æqualis angu-

angulo F. ergo BC ad CG, ita EF ad FD. Sed BC ad CA minorem proportionem habet, quam BC ad CG. quare ex BC ad CA minorem habebit proportionem, quam EF ad FD.

THEOREMA CLXVII. PROPOS. CLXXXI.

LEM. VI.

Habeat rursus BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD: & sit angulus C æqualis angulo F. Dico angulum B angulo E minorem esse.

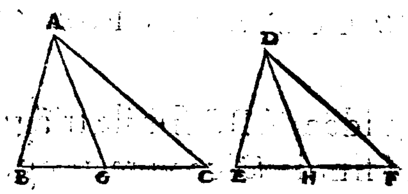


Quoniā. n. BC ad CA minorē proportionē habet, quam EF ad FD, si fiat ut BC ad CA, ita EF ad aliam quadam; erit ea minor, quam FD. Itaque sit FG, & AG iungatur. Cum igitur circa æquales angulos latera proportionalia sint, angulus B est æqualis angulo FEG, & propterea angulo E minor erit.

THEOREMA CLXVIII. PROPOS. CLXXXII.

LEM. VII.

Sint triāgula similia ABC DEF, & ducātur AG DH, ita ut sit rectāgulū BCG ad quadratū ex CA, sicut rectangulū EFH ad quadratū ex FD. Dico triāgulū AGC triangulo DHF simile esse.



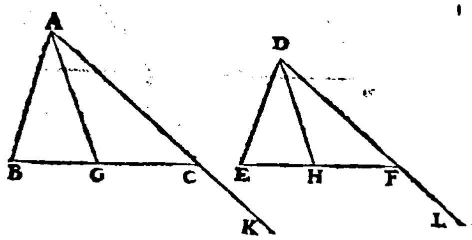
Quoniam enim est, ut rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum

lum EFH ad quadratum ex FD, & proportio rectanguli BCG ad quadratum ex CA composita est ex proportione BC ad CA, & proportione GC ad CA; proportio autem rectanguli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FD, quarum quidem proportio BC ad CA eadem est, quæ EF ad FD propter similitudinem triangulorum: erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo triangulum ACG triangulo DFH simile erit. Hoc igitur ex composita proportione in eum, quem diximus, modum, demonstratur. Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportione.

LE. VIII.

THEOREMA CLXIX. PROPOS. CLXXXIII.

ALITER.



Ponatur enim rectangulo BCG æquale rectangulum ACK. ergo vt BC ad CK, ita AC ad CG. Rursus ponatur rectangulo EFH æquale rectangulum DFL, erit vt EF ad FL, ita DF ad FH. Sed positum est vt rectangulum BCG, hoc est rectangulum ACK ad quadratum ex AC, videlicet vt AK ad CK, ita rectangulum EFH, hoc est DFL ad quadratum ex DF, videlicet vt DF ad FL. Vt autem BC ad CA, ita EF ad FD ob similitudinem triangulorum. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. sed vt BC ad CK, ita AC ad CG, quod demonstratum est. itemque vt EF ad FL, ita DF ad FH. quare vt AC ad CG, ita erit DF ad FH. & sunt circa æquales angulos. triangulum igitur ACG simile est triangulo DFH. & eadem ratione triangulum AGB triangulo DHE, quod & ABC triangulum ipsi DEF simile sit.

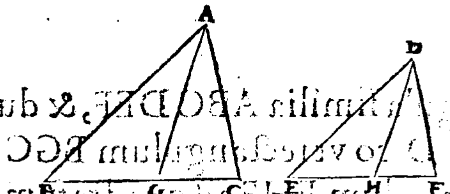
lemm. in 23. deci.

LE. IX.

THEOREMA CLXX. PROPOS. CLXXXIIII.

Sit triangulum quidem ABC simile triãgulo DEF, triangulũ vero ABG ipsi DEH simile. Dico vt rectangulũ BCG ad quadratum ex CA, ita esse rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

Quo-

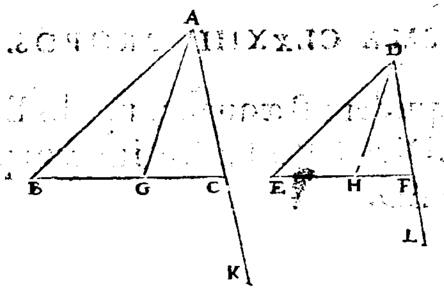


Quoniam.n. propter similitudinem triangulorũ totus angulus A toti D est æqualis; angulus autem BAG æqualis ẽ angulo EDH: erit reliquus GAC reliquo HDF æqualis. sed & angulus C ẽ æqualis angulo F. est igitur vt GC ad CA, ita HF ad FD. vt autem BC ad CA, ita EF ad FD. ergo & proportio composita compositæ proportioni eadem erit. idcircoque vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

THEOREMA CLXXI. PROPOS. CLXXXV.

LEM. X.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.

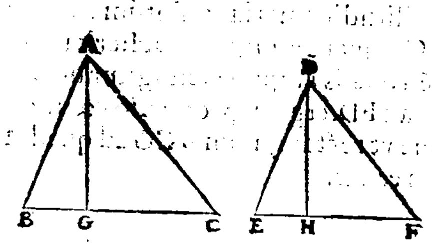


Ponatur rectangulo BCG æquale rectangulum ACK, & rectangulo EFH æquale rectangulum DFL; erit rursus vt BC ad CK, ita AC ad CG. Vt autem EF ad FL, ita DF ad FH. & eadem ratione, qua supra demonstrabimus vt AC ad CG, ita esse DF ad FH. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. sed vt BC ad CA, ita EF ad FD ob triangulorum similitudinem. ex æquali igitur vt KC ad CA hoc est vt rectangulum KCA, hoc est rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita LF ad FD, hoc est rectangulum LFD, hoc est rectangulum EFH ad quadratum ex FD. quod demonstrare oportebat. Similiter demonstrabimus, sint rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD. & triangulum ABC simile triangulo DEF; & triangulum ABG triangulo DEH simile esse.

LEM. XI

TEOREMA CLXXII. PROPOS. CLXXXVI.

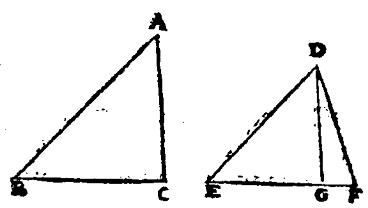
Sint duo triangula similia ABC DEF, & ducantur perpendiculares AG DH. Dico vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita esse rectangulum EHF ad quadratum ex DH.



Hoc autem ex iis, quæ superius dicta sunt perspicue constat.

THEOREMA CLXXIII. PROPOS. CLXXXVII.

LE. XII Sit angulus quidem B æqualis angulo E, angulus uero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.



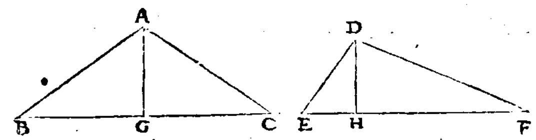
Quoniam.n. angulus A minor est angulo D, constituatur angulo A æqualis angulus EDG. est igitur vt CB ad BA, ita GE ad ED. Sed GE ad ED minorē habet proportionem, quam FE ad ED. ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit quam FE ad ED. similiter & omnia alia eiusmodi ostendemus.

THEO-

THEOREMA CLXXIV. PROPOS. CLXXXVIII.

LEM. VIII.

Sit vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & sit BG quidem æqualis GC, CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD. Dico FH maiorem esse ipsa HE.



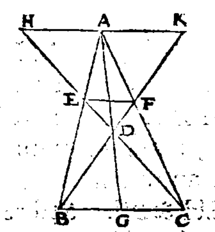
Quoniam.n. quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorē proportionē habet, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, quadratum autem ex CG æquale est rectangulo BGC. habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD. sed ut BGC rectāgulum ad quadratum ex AG, ita positum est rectangulum EHF ad quadratū ex HD. ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet, quā quadratum ex FH ad quadratum ex HD. maior igitur est quadratum ex FH rectangulo EHF. quare & recta linea FH ipsi HE maior erit.

IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOS. CLXXXIX.

LEM. I.

Sit descripta figura ABCDEFG, & sit BG æqualis GC. Dico EF ipsi BC parallelam esse.



Ducatur.n. per A recta linea HK parallela BC, & BF CE ad puncta KH producatur.

A tur. Itaque quoniam BG est æqualis GC, erit & HA ipsi AK æqualis. ergo ut BC ad
B HA, hoc est ut BE ad EA, ita BC ad KA, hoc est CF ad FA. quare EF ipsi BC est parallela.

COMMENTARIVS.

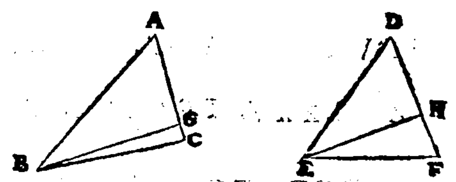
A Erit & HA ipsi AK æqualis.] *Ob similitudinem triangulorum BDG KDA, itemque triangulorum CDG HDA. est enim ut BG ad GD, ita KA ad AD, & ut DG ad GC, ita DA ad AH. ex æquali igitur ut BG ad GC, ita KA ad AH. Sed BG est æqualis GC. ergo & KA ipsi AH æqualis erit.*

B Ergo ut BC ad HA, hoc est ut BE ad EA, ita BC ad KA, hoc est CF ad FA.] *Sunt enim triangula similia BEC AEH, & triangula BFC KFA iisdem similia.*

LEM. II

THEOREMA CLXXVI. PROPOS. CXC.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant, & sit rectangulum BAC æquale rectangulo EDF. Dico triangulum triangulo æquale esse.



* Ductis enim perpendicularibus BG EH. erit ut GB ad BA, ita HE ad ED. ergo ut rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF. & permutando vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum ex EH & DF, ita rectangulum BAC ad rectangulum EDF. est autem rectangulum BAC rectangulo EDF æquale. ergo & rectangulum ex BG & AC est æquale rectangulo ex EH & DF. Sed rectanguli ex BG & AC dimidium est ABC triangulum. & rectanguli ex EH & DF dimidium est triangulum DEF. triangulum igitur ABC triangulo DEF æquale erit. perspicuum autem est, & parallelogramma ipsorum dupla inter se æqualia esse.

COM-

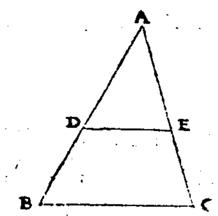
COMMENTARIVS.

Ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF.] *Ex prima sexti est enim rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ut GB ad BA, quod eandem altitudinem habeant. videlicet rectam lineã AC. & similiter rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF, vt HE ad ED. quare ex vndecima quinti sequitur propositum.* *

THEOREMA CLXXVII. PROPOS. CXCI.

LEM. III.

Sit triangulum ABC, & si DE ipsi BC parallela. Dico vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita esse triangulum ABC ad triangulum ADE.



Quoniam enim triangulum ABC simile est triangulo ADE, habebit ABC triangulum ad triangulum ADE duplam proportionem eius, quam BA habet ad AD. sed & quadratum ex AB ad quadratum ex AD duplam proportionem habet eius, quam habet BA ad AD. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita erit ABC triangulum ad triangulum ADE.

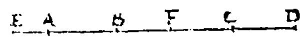
19. sexti
20. sexti.
11. quinti.

THEOREMA CLXXVIII. PROPOS. CXCII.

Sint rectæ lineæ AB CD inter se æquales, & sumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum CEB superare rectangulum CAB rectangulo DEA.

LEM. IV.

Secetur



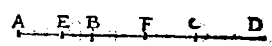
6.secũdi Secetur enim BE bifariam in F. ergo punctum F ipsam quoque AD bifariam secat & quoniam rectangulum CEB vna cum quadrato ex BF æquale est quadrato ex FE; rectangulum autem DEA vna cum quadrato ex AF æquale est quadrato ex FE; atque est quadratum ex AF æquale rectangulo CAB vna cum quadrato ex BF: * commune auferatur quadratum ex BF. reliquum igitur rectangulum CEB æquale est rectangulo CAB vna cum rectangulo *DEA* quare CEB rectangulum superat rectangulum CAB ipso *DEA* rectangulo. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

* Commune auferatur quadratum ex BF] *sequitur enim ex iam dictis rectangulum* CEB *una cum quadrato ex* BF *æquale esse rectangulis* DEA CAB *una cum eo, quod ex* BF *quadrato.*

THEOREMA CLXXIX. PROPOS. CXCIII.

LE. V. Si vero punctum E sit inter A & B rectangulum CEB minus est, quã rectangulum CAB eodem ipso spatio, videlicet rectangulo DEA, quod simili ratione demonstrabitur. *



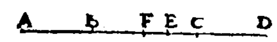
COMMENTARIVS.

* Quod simili ratione demonstrabitur] *est enim rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale quadrato ex* FA, *& rectangulum* DEA *una cum quadrato ex* EF *æquale est quadrato ex* FA: *quadratum uero ex* EF *est æquale rectangulo* CEB *una cum quadrato ex* BF. *ergo rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale est rectangulis* DEA CEB *una cũ quadrato ex* BF *& dempto communi quadrato ex* BF, *relinquitur rectangulum* CAB *æquale rectãgulis* DEA CEB. *rectangulum igitur* CEB *minus est, quam rectangulum* CAB, *rectangulo* DEA.

THEO-

THEOREMA CLXXX. PROPOS. CXCIIII.

Quod si E punctum sit inter B & C, eadem ratione rectangulum CEB minus est, quam rectangulũ AED rectangulo ABD. LEM. VI.

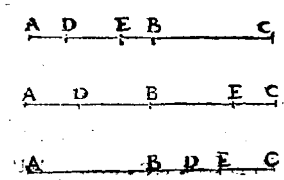


COMMENTARIVS.

Nam cum rectangulum AED *una cum quadrato ex* EF *æquale sit quadrato ex* FA; *rectangulum vero* ABD *una cum quadrato ex* BF *eidem quadrato ex* FA *sit æquale, & quadratum ex* BF *æquale rectangulo* CEB *una cum quadrato ex* EF; *dempto communi quadrato ex* EF, *sequitur rectangulum* AED *æquale esse rectãgulo* ABD *una cum* CEB *rectangulo. ergo* CEB *rectangulum minus est quam rectangulum* AED *rectangulo* ABD, *id quod demonstrandum proponebatur.*

THEOREMA CLXXXI. PROPOS. CXCV.

Sit recta linea AB æqualis ipsi BC: & duo puncta DE sumantur. Dico quadratum ex AB quater sumptum æquale esse rectãgulo ADC bis, vna cum rectangulo AEC bis, & quadratis ex DB BE bis sumptis. LEM. VII.

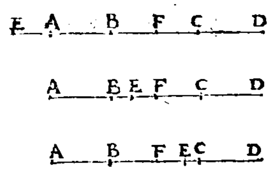


Hoc autem perspicuum est. quadratum enim ex AB bis sumptum propter bipartitas sectiones æquale est rectangulo ADC bis, & quadrato ex DB bis: itemque quadratum ex AB bis est æquale rectangulo AEC bis & bis ei, quod fit ex EB quadrato. 9.secũdi.

THEO.

THEOREMA CLXXXII. PROPOS. CXCVI.

LEM. VIII. Sit recta linea AB æqualis ipsi CD: & sumatur punctum E. Dico quadrata ex AE, ED æqualia esse quadratis ex BE, EC, & rectangulo ACD bis sumpto.



Secetur BC bifariam in F. & quoniam quadratum ex DF bis sumptum æquale est rectangulo ACD bis, & bis quadrato ex CF; apposito communi quadrato ex EF bis, erit rectangulum ACD bis una cum quadratis ex CF FA bis, æquale quadratis ex DF FE bis sumptis. sed quadratis ex DF FE bis sumptis æqualia sunt quadrata ex AE ED: quadratis autem ex CF FE bis sumptis æqualia sunt ex BE EC quadrata. quadrata igitur ex AE ED æqualia sunt quadratis ex BE EC & rectangulo ACD bis sumpto. 9. & 10. secundi.

THEOREMA CLXXXIII. PROPOS. CXCVII.

LE. IX. Sit rectangulum BAC una cum quadrato ex CD æquale quadrato ex AD. Dico CD ipsi DB æqualem esse.

Commune enim auferatur quadratum ex CD. erit reliquum quod continetur AC DB æquale rectangulo DCA. æqualis igitur est DC ipsi DB.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma est ueluti conuersum sextæ propositionis secundi libri elementorum, in cuius demonstratione cum non nulla desiderari uideantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo.

Commune

Commune auferatur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *una cum rectangulo* DCA. *est enim ex secunda proportione secundi elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* DAC *una cum rectangulo* ADC, *hoc est una cum rectangulo* DCA, *& quadrato ex* CD *per tertiam eiusdem sed per primam rectangulum* BAC *æquale est rectangulo* DAC *una cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rursus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur est recta linea* CD *ipsi* DB.

THOREMA CLXXXIIII. PROPOS. CXCVIII.

LEM. X. Sit rectangulum ACB una cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem esse ipsi DB.

Ponatur ipsi CD æqualis DE. ergo rectangulum CBE una cũ quadrato ex DE, hoc quadrato ex CD æquale est quadrato ex DB, hoc est rectangulo ACB una cum quadrato ex CD. quare rectangulũ CBE est æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipsi EB. sed & CD æqualis ipsi DE. tota igitur AD toti DB est æqualis.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma conuersum est quintæ propositionis secundi elementorum. A

Quare rectangulum CBE est æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, uidelicet quadrato ex* CD. A

THEOREMA CLXXXV. PROPOS. CXCIX.

LEM. XI. Sit rursus rectangulũ BAC una cũ quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipsi DB esse æqualem. A

Ponatur.n. ipsi DB ęqualis AE. & quoniam rectangulũ BAC una cum quadrato

drato

drato ex DB, hoc est cum quadrato ex EA æquale est quadrato ex AD, commune auferatur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD & AC continetur, videlicet re
B ctangulum EAC vna cũ quadrato ex EA, quod est rectangulũ CEA æquale est ipsi
C ADC rectangulo. quare recta linea EA, hoc est BD ipsi DC est æqualis.

COMMENTARIVS.

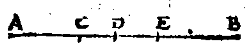
A Commune auferatur rectangulum DAC] *est enim rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *una cum eo, quod* BD *&* AC *continetur. quadratum vero ex* AD *æquale est rectangulo* DAC *una cum* ADC *rectangulo.*

B Quod est rectangulum CEA] *ex tertia secundi elementorum.*

C Quare recta linea EA, hoc est BD ipsi DC est æqualis.] *Quoniam enim rectangulum* CEA *æquale est rectangulo* ADE, *erit ut* EC *ad* CD *ita* DA *ad* AE, *& componendo ut* ED *ad* DC, *ita* DE *ad* EA. *ergo* EA *ipsi* DC *est æqualis.*

THEOREMA CLXXXVI. PROPOS. CC.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria puncta CDE, ita ut BE sit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico ut BA ad AC, ita esse BD ad DC.



A Quoniam n. rectangulum AED æquale est quadrato ex CE, erit ut AE ad EC,
B ita CE ad ED. quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo ut BA ad AC, ita erit BD ad DC.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod sequitur in græcis codicibus corruptissima sunt, quæ nos restituimus.

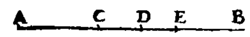
A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perspicuitatis caussa, in græco enim codice tantum legitur* ἀνάλογον

B Quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.] *Quoniam enim ut* AE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *erit per conuersionem rationis ut* EA *ad* AC, *ita* EC *ad* CD; *& antecedentium dupla ut* BA, AC *ad* CA, *ita* BC *ad* CD: *est enim* BC *ipsius* CE *dupla. ergo diuidendo ut* BA *ad* AC, *ita est* BD *ad* DC.

THEO-

THEOREMA CLXXXVII. PROPOS. CCI.

Sit rursus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipsi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale esse. LEM. XIII.



A Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE est æquale vt BC ad CE, hoc est ad CA, ita erit CE, hoc est AC ad CD: & tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spacium spacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale est CBD rectangulo.
B sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo BCD auferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.

COMMENTARIVS.

A Et tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spatium spatio æquale] *Quoniam enim est ut* BC *ad* CA, *ita* AC *ad* CD, *erit componendo ut tota* BA *ad* AC, *hoc est ad totam* EC, *ita pars* AD *ad partem* DC. *ergo reliqua* BD *ad reliquam* DE, *ut* BA *ad* AC: *& per conuersionem rationis* DB *ad* BE, *ut* AB *ad* BC. *rectangulum igitur* ABE *rectangulo* CBA *est æquale.* 19.quinti 16.sexti

Sed hoc etiam aliter demonstrare possimus] *Nam cum recta linea* AE *bifariam secetur in* C, *atque ipsi addatur* EB, *erit rectangulum* ABE *una cum quadrato ex* EC *æquale quadrato ex* CB. *sed eidem quadrato ex* CB *æqualia sunt utraque rectangula* CBD, BCD. *rectangulum igitur* ABE *una cum quadrato ex* EC *æquale est rectangulo* CBD *una cum rectangulo* BCD, *quare ablato quadrato ex* EC *ab altera parte, & ab altera rectangulo* BCD, *quæ inter se æqualia sunt, sequitur rectangulum* ABE *rectangulo* CBD *æquale esse.* 6.secũdi 2.secũdi

B Sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse.] *Nam cum* AC *sit æqualis* CE, *rectangulum* ADE *una cum quadrato ex* CD *æquale est quadrato ex* CE. *sed rectangulum* BDC *una cum quadrata ex* CD *est æquale rectangulo* BCD, *hoc est quadrato ex* CE. *quare sublata communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* 5 secũ 3 16.sexti

ALITER quoque idem demonstrari potest, hoc pacto.

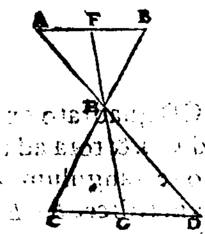
Quoniam ut tota BA ad EC, ita est pars AD ad DC, erit & reliqua BD ad DE, ut AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale est rectangulo BDC.

 THEO-

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOS. CCII.

LEM. XIIII.

In duas parallelas AB CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED BEC, FEG ducantur. Dico ut rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita esse rectangulum CED ad CGD rectangulum.



Hoc per compositam proportionem manifestum est. vt enim AE ad ED, ita est AF ad DG: & ut BE ad EC, ita FB ad GC. & componuntur ex his proportionibus spatia. Constat igitur propositum.

Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim ut AE ad EB, ita est DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali ut rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur ut rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

C O M M E N T A R I V S.

❋ Hoc per compositam proportionem manifestum est] *Cum enim rectæ lineæ* AB CD *inter se parallelæ sint, erit* AEF *triangulum simile triangulo* DEG, *&* *triangulo* FEB *simile ipsi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones,*

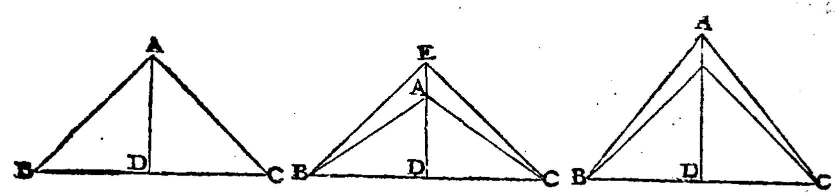
tiones, ex quibus componuntur, eadem sint, sequitur rectangulum AEB *ad* AFB *rectangulum, ita esse, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD.

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOS. CCIII.

LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico si rectangulum BDC æquale sit quadrato ex AD, angulum ad A rectum esse, si maius obtusum, si vero minus acutum.



Sit primum æquale. ergo ut BD ad DA, ita est AD ad DC. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. angulus igitur ad A æqualis est angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit. Sed sit maius. ponaturque ipsi æquale quadratum ex DE, & BE EC iungantur. erit angulus BEC rectus. & ipso maior est angulus ad A. ergo angulus ad A est obtusus. Sit denique minus, & ipsi æquale ponatur quadratum ex DF, iunganturque BF FC. erit BFC angulus rectus, atque eo minor est angulus ad A. angulus igitur ad A acutus erit.

C O M M E N T A R I V S.

Ergo vt BD ad DA, ita est AD ad DC. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia] Ex 14. *sexti elementorum. Hæc autem nos ita vertimus perspicuitatis caussa, nam in græco codice legitur.* ἀνάλογον ἄρα καὶ περὶ τὰς γωνίας.

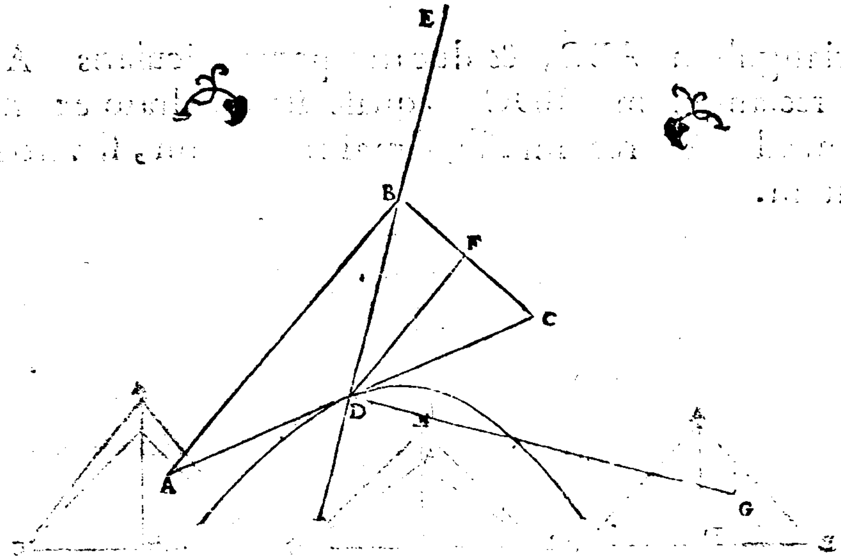
Angulus igitur ad A æqualis est angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit.] *Quoniam enim rectangulum* BDC *æquale est quadrato ex* AD, *vt* BD *ad* DA, *ita est* AD *ad* DC. *suntque circa æquales angulos, videlicet rectos, qui sunt ad* D *latera proportionalia. triangulum igitur* ABD *triangulo* ADC *æquiangulum est, & angulus* ABD *angulo* DAC *æqualis. Sed duo anguli* ABD BAD *sunt æquales uni recto, quare & ipsi* BAD DAC *hoc est angulus* BAC. *angulus igitur ad* A *est rectus.*

PRO-

PROBLEMA XV. PROPOS. CCIIII.

LEM. II.

Duabus rectis lineis AB BC positione datis, & dato puncto D, per D circa asymptotos AB BC hyperbolen describere.



A B Factum iam sit ergo B est ipsius centrum iungatur DB, & producatur; quæ dia-
C meter erit, ponaturque ipsi DB æqualis BE. datum igitur est punctum B. quare &
D punctum E dabitur, & diametri terminus. ducatur a puncto D ad rectam lineam
BC perpendicularis DF. ergo & punctum F est datum. Rursus ponatur ipsi BF æqua-
27. datorum. lis FC. erit & C datum, & iuncta CD producatur ad G, quæ positione data erit. sed &
positione est data AB. ergo & ipsum A. est autem & C datum. quare recta linea AC
25. datorum. magnitudine dabitur. & erit AD æqualis DC, propterea quod BF est æqualis FC. Itaque figuræ, quę ad diametrum ED constituitur, sit DG rectum latus. vtraque igitur ipsarum AD DC potestate quarta pars erit rectanguli EDG. sed & quarta pars
E est quadrati ex AC. rectangulum igitur EDG quadrato ex AC est æquale. datum
F autem est, quod fit ex AC quadratum. ergo & datum rectangulum EDG, & data est
G ED. quare & ipsa DG, & punctum G datur. Quoniam igitur positione datis duabus
H rectis lineis in plano, ED DG, quæ ad rectos angulos interse constituuntur; & a dato puncto D facta est sectio hyperbole, cuius diameter quidem est ED, vertex autem
K D punctum & a sectione ad diametrum ductæ in dato angulo ADB applicantur, &
L M possunt specia adiacentia ipsi DG, latitudinemque habentia, lineas ex diametro ab-
N scissas, quæ inter ipsas, & punctum D interijciuntur, & ex sedentia figura simili ei, quę rectis lineis EDG continetur; erit ipsa sectio positione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ AB BC positione datę, & datum punctum D, cunctaque DB O
producatur ad E, vt sit BE ipsi DB æqualis. & ducatur perpendicularis DF, ponatur-
que ipsi BF æqualis FE; & iuncta CD ad A producatur. atque ipsi ED aptetur ad re- P
ctos angulos DG, ita vt quadrato ex AC æquale sit rectangulum EDG: & circa diametrum DE hyperbole discribatur. vt in resolutione ductum est. Dico eam problema efficere. Quoniam enim BF est æqualis FC, erit & AD ipsi DC æqualis. ergo vtraque ipsarum AD DC potestate quarta pars est quadrati ex AC. hoc est rectanguli
EDG, hoc est figuræ quæ ad diametrum ED constituitur demonstratum etenim est Q
in secundo libro conicorum, rectas lineas AB BC ipsius hyperbolæ asymptotos esse.

COMMENTARIVS.

Datum igitur est punctum B] *Ex 25. libri datorum. sunt enim AB AC positione datæ. Græcus codex* δοθέν ἄρα ἐστίν *adde* τὸ β. A

Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiusdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis DF] *videtur hic locus corruptus esse non enim ducenda est DF ad ipsam BC perpendicularis, nisi quando AB BC rectum angulum continent, quippe cum necesse sit rectam lineam DF ipsi AB parallelam esse. sed fortasse dicemus hoc problema theoremati sequenti tantum inseruire, in quo asymptosi BA NG ad rectos interse angulos statuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conscribitur.* C

Ergo & punctum F est datum] Ex 25. *libri datorum. nam & recta linea* DF *positione datur ex 30. eiusdem.* D

Quare recta linea AC magnitudine dabitur] *ex 26. eiusdem.* E

Vtraque igitur ipsarum AD DC potestate quarta pars erit rectanguli EDG.] *Desideratur in græco codice* τέταρτον *vel* δ. F

Quare & ipsa DG, & punctum G datur] *est enim ex 14. vel 77. sexti elementorum, ut ED ad AC, ita AC ad DG: & data est AC. ergo & ipsa DG. estque datum punctum D: quare & ipsum G dabitur ex 27. datorum græcus codex* ἔστω δοθὲν τὸ η. *ego legendum puto* καὶ ἐστι δοθὲν τὸ η. G

Quoniam igitur positione datis duabus rectis lineis in plano ED DG] *græcus codex* ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειαι ἐπιπέδων. *sed legendum ut opinor* δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ. H

Et a dato puncto D facta est sectio hyperbole.] *græcus codex mendosus est, in quo legitur.* καὶ ἀπὸ δοθεντος τῆς ὑπὸ αδθ γίνεται ὑπερβολῆς διάμετρος μὲν ἡ εδ &c. *forte legendum est* καὶ ἀπό δοθέντος τοῦ δ γίνεται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ εδ. K

Et possunt spatia adiacentia ipsi DG] *in græco codice mendose legitur* δα. L

Latitudinesque habentia lineas ex diametro abscissas &c.] *græcus codex* πλάτη ἔχοντα αὗται ἀφαιροῦσιν. *legendum* πλάτη ἔχοντα, ὃ αὗται ἀφαιροῦσιν. M

Et ex cedentia figura simili es, quæ lineis EDG continetur] *græcus codex* ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίω τῷ ἀπὸ εδη, *lege* τῷ ὑπὸ εδη. N

Et ducatur perpendicularis DF] *uide quæ supra scripsimus in C.* O

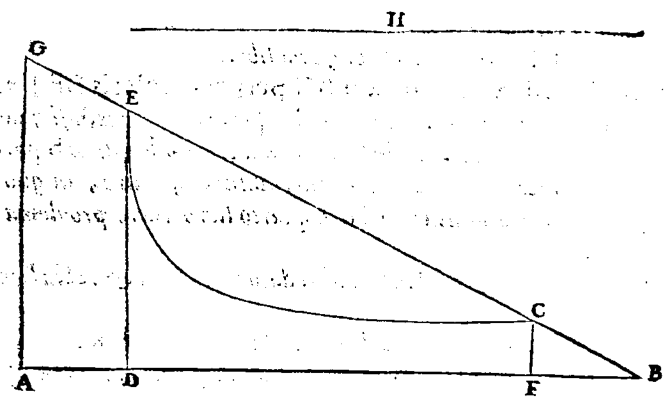
Et circa diametrum DE hyperbole describatur.] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc est figuræ, quæ ad diametrum ED constituitur] *græcus codex* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ εδ διαμέτρου εἴδει ἡ ὡς δυνάμει. *ego legerem,* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ εδ διαμέτρῳ εἴδους. Q

THEOREMA CXC. PROPOS. CCV.

LEM. III.

A Sit recta linea AB positione data, & datum punctum C: ducaturque BC, & ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E positione tangere coni sectionem hyperbolen, quæ per punctum C transit.



B Ducatur perpendicularis CF: atque ipsi BD æqualis ponatur FA; ergo punctum
C A est datum. erigatur ipsi BA ad rectos angulos AG, quæ positione data erit, & re-
D ctæ lineæ BC productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis BA AG positione
E datis, & dato puncto C, hyperbole circa asymptotos GA AB describatur. transibit
F igitur & per punctum E, propterea quod BC est æqualis EG: est enim tota BD toti
G FA, hoc est tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

H Sit recta linea AB data positione, datumque punctum C: & ducatur BC: recta ve-
O ro linea, in qua H sit data, cui æqualis ponatur FA; ducta scilicet CF perpendiculari:
K erigaturque AG ad rectos angulos, quæ ipsi BC in puncto G occurrat. & circa asym-
ptotos GA AB per punctum C intra datum hyperbole describatur. Dico eam problema efficere, hoc est si perpendicularis ducatur ED, rectam lineam BD ipsi H æqualem esse. Illud vero perspicuum est propter asymptotos, cum EG sit æqualis CB. ergo & AD ipsi FB, & tota AF, hoc est H ipsi BD æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Sit recta linea AB positione data, & datum punctum C] *græcus codex.* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ γ *sed puto legendum* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ δὲ δοθὲν τὸ γ. A

Atque ipsi BD æqualis ponatur FA]. *Hoc nos addidimus quæ in græco codice desiderari videbantur. quare legendum erit* ἤχθω καὶ θετος ἡ γζ, καὶ τῇ βδ ἴση ἔστω ἡ ζα. B

Ergo punctũ A est datum] *Ex 27. datorum græcus autẽ codex habe.* δοθ. ν ἄρα καὶ τὸ δ. C

Quæ positione data erit] *Ex 30 datorum.* D

Hyperbole circa asymptotos GA AB describatur] *Ex antecedente in græco autem codice deest verbum* γεγράφθω. E

Transibit igitur & per punctum E propterea quod BC sit æqualis EG] *Ex 8 secundi libri conicorum.* F

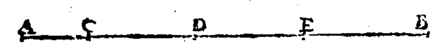
Est enim tota BD toti FA, hoc est tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim datæ rectæ lineæ BD æqualis ponitur FA, & inter se parallelæ sint CF DE AG, erit ex 2. sexti elementorum, vt DF ad FB, ita EC ad CB, & componendo vt DB ad BF, ita EB ad BC, vt autem BF ad FA, ita BC ad CG. quare ex æquali vt BD ad FA, ita BE ad CG. atque est BD æqualis FA. ergo & BE æqualis CG, & dempta vtrinque communi CE, erit reliqua BC reliquæ EG æqualis. In græco codice non nulla deesse videntur, qui sic habet.* ἔστι καὶ ὅλη, καὶ ἔσαι διὰ τὸ προγεγραμμένον. G I V

Et ducatur BC] *In græco codice mendose, vt opinor, legitur* ἡ δὲ διάμετρος ἡ βγ. *non enim BC est hyperbole diameter. Sed fortasse legendum erit* καὶ διήχθω ἡ βγ. H

Et circa asymptotos GA AB per punctum C intra datum hyperbole describatur.] *Ex antecedente. secet autem dicta hyperbole rectam lineam BG in E puncto.* K

THEOREMA CXCI. PROPOS. CCVI.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipsarum BA AC mediam proportionalem esse AD. A LEM. IV.



Ponatur ipsi CD æqualis DE. ergo diuidendo vt BC ad CA, hoc est vt rectangu- 1. senti.
lum CBE ad rectangulum, quod AC BE continetur, ita rectangulum CBE ad qua- A
dratum ex ED. rectangulum igitur contentum AC BE quadrato ex ED, hoc est re- 9. quinti.
tangulo CDE est æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt BD ad DE B
hoc est ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA
ad AC. ipsarum igitur BA AC media proportionalis est AD. C

COMMENTARIVS.

A Ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED] *Quadratum enim ex* BD *superat quadratum ex* DC, *hoc est ex* DE, *rectangulo* CBE *ex 6. secundi elementorum, cum recta linea* CA *bifariam secetur in D, atque ei ad iungatur* EB.

B Ergo ob proportionem & componendo, vt BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad

14.sexto. AC] *Quoniam enim rectangulum contentum* AC BE *rectangulo* CDE *est æquale, vt* BE *ad* ED, *ita* DC *ad* CA, *& componendo vt* BD *ad de, hoc est ad* DC, *ita* DA *ad* AC.

C Quare & tota ad totum, videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC] *sequitur namque ex duodecima quinti elementorũ, vt* BD DA *ad* DC, CA, *hoc est vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC.

THEOREMA CXCII. PROPOS. CCVII.

LEM. V. Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipsi CB æqualem esse.

A Ponatur ipsi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, &

B sunt ad eandem recta lineam. ergo DA hoc est AC ipsi CB est æqualis.

COMMENTARIVS.

A

1. fexti. Erit CD BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Est enim rectangulum* CDA *ad quadratum ex* AC, *vt* DC *ad* CA *uidelicet duplum, ac propterea rectangulum* ADC *duplo quadrati ex* AC, *hoc est rectangulo* ABC *est æquale.*

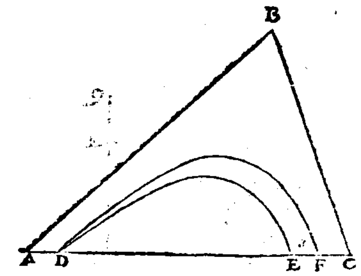
B Et sunt ad eandem rectam lineam] *namque ex* 14. *sexti elementorum ut* DC *ad* CB,

9.quinti. *ita est* BA *ad* AD: *& componendo ut* DB *ad* BC, *ita* BD *ad* DA. *quare sequitur* DA, *hoc est* AC *ipsi* CB *æqualem esse.*

THEOREMA CXCIII. PROPOS. CCVIII.

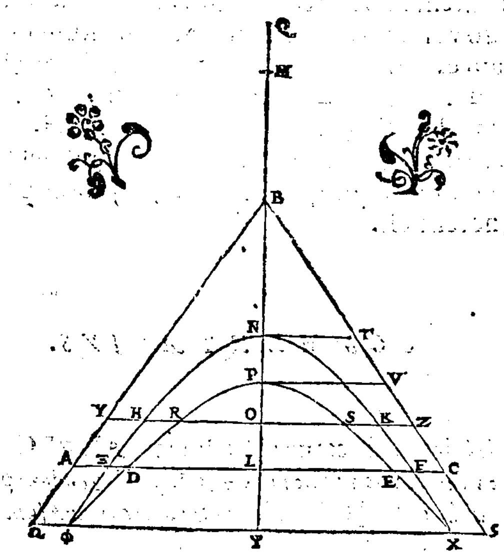
LEM. V. Circa easdem asymptosos AB BC, hyperbole DE DF describantur. Dico eas interse non conuenire.

Si enim

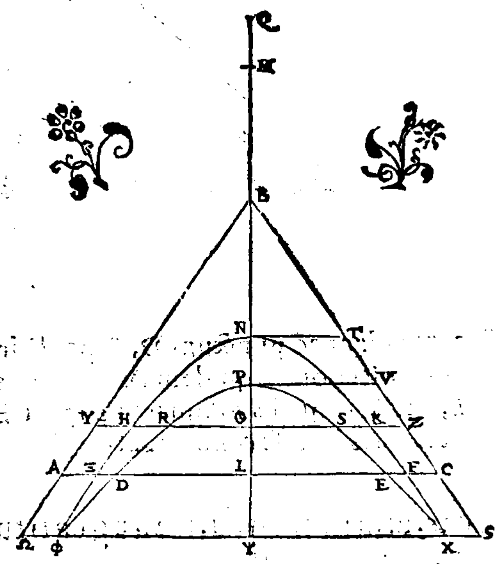


Si enim fieri potest, conueniant ad punctum D, & per D in sectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter sectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter sectionem uero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipsi CE est æqualis. quod fieri non potest. non igitur sectiones inter se conueniunt. A

Dico preterea eas, etiam si infinite augeantur ad sese propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.



Ducatur enim alia recta linea HK. & sit diameter, cuius terminus punctum C B



ctum M. erit igitur vt rectangulũ MLN ad quadratũ ex LΞ, ita transuersum figuræ latus ad rectum. vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita transuersũ latus ad rectum. ergo vt rectangulũ MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius est rectangulo MOP. quare ΞF maior est, quam RS. atque est propter sectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH. minor igitur est XD, quam HR. quare semper ad minus interuallum peruenitunt. Sed & illud facile constare potest. Si enim vtraque ipsarum ad asymptotos propius accedit, & ad sese propius accedant, necesse est.

COMMENTARIVS.

A Et per D in sectiones ducatur recta linea ADEFC] *Græcus codex*, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ ΑΔΖΕΓ. *sed legendum puto*, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ δι-
B ήχθω εἰς τομὰς εὐθεῖα ἡ ΑΔΕΖΓ. *Non enim plures lineæ sunt, sed vna tantum in pluribus punctis secta.*

Ducatur .n. alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ΞHNKF DRPSE *circa easdẽ asymtos* AB BC *descriptæ, ut docetur in quarta propositione secundi libri conicorum, uel in* xxxiii. *quarti libri huius, uel in* cciiii. *huius, & intelligantur rectæ lineæ* AΞDLEFC, HROSK *ad earum diametrum* BL *ordinatim applicatæ, quæ inter se parallelæ erunt. vtraque enim paral-*
E *lela est rectæ lineæ in puncto* B, *uel* N *sectionem contingenti ex* 5 *secundi libri conicorum.*

Et

Et sit diameter, cuius terminus punctum M] *Non potest idem terminus esse diametri utriusque sectionis. producatur enim* LPNB *diameter in puncta* M Q *ita ut* MB *sit æqualis* BN *&* GB *æqualis* BP. *erit punctum* M *terminus diametri sectionis* ΞNF: *&* Q *terminus diametri sectionis* DPE, *quod* B *sit utriusque centrum quare mirum uidetur Pappum uno eodemque puncto* M *uti pro termino utriusque diametri nisi forte intelligamus duo puncta, quæ termini sunt, eadem littera notati, quod nouum est, & inusitatum.* C

Erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita transuersum figuræ latus ad latus rectum.] *Ex* 21. *primi libri conicorum.* D

Vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita transuersum figuræ latus ad rectum] *Hoc est ut rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR, *ita figuræ, quæ fit ad* PQ *diametrum sectionis* DPE *tranuersum latus ad rectum alia enim sunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum est, quamquam eandem interse proportionem habeant. nam ut figuræ, quæ fit ad* NM *diametrum sectionis* ΞNF *transuersum latus ad rectum, ita est figuræ, quæ fit ad diametrum* PQ *sectionis* DPE *transuersum latus ad rectum. quod facile demonstrabitur hoc modo. Ducatur recta linea* NT *sectionem* ΞNF *contingens in* N. *& ducatur* PV, *quæ sectionem* DPE *contingat in* P. *erunt* NT PV *parallelæ interse se, utraque enim parallela est rectæ lineæ* AC, *uel* HK *ex quinta secundi conicorum, & fient triangula* BNT BPV *similia. ergo ut* BN *ad* NT, *ita* BP *ad* PV *& ut quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita quadratũ ex* BP *ad quadratum ex* PV. *sed ut quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita figura quæ fit ad diametrum* NM *transuersum latus ad rectum; ex ijs, quæ tradita sunt in prima secundi conicorum. & eadem ratione ut quadratum ex* BP *ad quadratum ex* PV, *ita figuræ, quæ fit ad diametrum* PQ *transuersum latus ad rectum. ergo ut figuræ ad diametrum* NM *transuersum latus ad rectum, ita figuræ ad* PQ *diametrum transuersum latus ad rectum. ex quibus constat hyperbolas* ΞNF DPE *interse similes esse, itemque alias, quæcumque circa easdem asymptotos hoc pacto describuntur.* E — 5. secũdi. conicorũ — 4. 22 sexti

Ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR] *sequitur enim ex iam dictus ut rectangulum* MLN *ad quadratum ex* LΞ, *ita rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR. F

Quare & permutando ut MLN *rectangulum ad rectangulum* QOP, *ita quadratum ex* LΞ *ad quadratum ex* OR.

Rectangulum vero MLN maius est rectangulo MOP] *Hoc est rectangulum* MLN *maius rectangulo* QOP, *nam rectangulum* MLN *maius est rectangulo* QLP. *quare rectangulo* QOP *multo maius erit. quod punctum* O *supra* L *sumatur. Illud autem ita demonstrabimus. Rectangulum enim* MLN *æquale est rectangulo* MNL *una cum quadrato ex* NL *per* 3 *secundi elementorum, quorum quadratum ex* NL *est æquale duobus quadratis ex* NP PL *una cum eo quod bis* NPL *continetur. similiter rectangulum* QLP *est æquale rectangulo* QPL *una cũ quadrato ex* PL. *quorum rectangulum* QPL *rursus æquale est tribus rectangulis, rectangulo scilicet contento* MN PL, *& contento* QM PL, *& rectangulo* NPL, *quæ duo postrema rectangula æqualia sunt ei, quod bis* NPL *continetur, est enim* QM *ipsi* NP *æqualis. Itaque sublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex* PL, *& rectangulo, quod bis continetur* NPL, *relinquitur ex altera quidem parte rectangulum* MNL *vna cum eo, quod ex* NP *quadrato. ex altera uero rectangulum contentum* MN PL. *sed rectangulum* MNL *est æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo* MNP, *& ei, quod* MN *&* PL *continetur. rectangulum igitur* MLN *maius est, quam* QLP, *quadrato ex* NP. *&* MNP *rectangulo vt autem rectangulum* MLN *ad quadratum ex* LΞ, *ita rectangulum* QLP *ad quadratum ex* LD, *& permutando. ex quibus sequitur quadratum ex* ΞL *maius esse quadrato ex* LD. *ergo recta linea* ΞL *maior est, quam* LD, *& tota* ΞF, *quam* DE *maior, & multo maior, quam* RS. *Hæc eo spectare videtur, ut ostendat sectionem* DPE *intra ipsam* ΞNF *contineri. quod tamen absque his, ex alijs, quæ in principio dicta sunt, satis constat si enim punctum* P, *per quod sectio* DPE *transit, infra* N *sumitur, & sectiones inter sese conuenire non possunt, superuacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. sed vereor ne locus corruptus sit, ut Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc ostendere voluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam* RK *minorem esse, quam* DF, *quod ad propositum concludendum præmonstrasse oportebat.* G — 4. secũdi — 1. secũdi

Atque

H Atque est propter sectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH] *Hæc nos ita restituimus, nam græcus codex habet,* καὶ ἐστὶ διὰ τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ζδξ τῷ ὑπὸ σρθ, *& mendose vt videtur, rectangulum enim FDΞ est æquale rectangulo KRH vt demonstrabimus, & ob id maius rectangulo SRH. Producatur KH ex vtreque parte adeo vt secet asymptoson AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur vt YB ad BA, ita YZ ad AC, atque est YB minor, quã BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex ijs, quæ in 4. secundi conicorum demonstrata sunt AD minor est, quam YR. & FE minor, quam KZ. asymptosi enim & sectio productæ ad seipsas proprius accedunt. quare si ex YZ demantur YR, KZ & ex AC demantur AD FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter sectionem DPE rectangulum YRZ æquale est rectangulo ADC; vtraque enim sunt æqualia quadrato ex PV per 10 secundi libri conicorum. & propter sectionem ΞNF rectangulum YHZ est æquale rectangulo AΞC, quod vtraque sint æqualia quadrato ex NT. rectangulum vero YHZ vna cum rectangulo HRK est æquale rectangulo YRZ. & rectangulum AΞC vna cum rectangulo ΞDF æquale rectangulo ADC quod Pappus demonstrauit in huius ergo si a rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & si a rectangulo ADC auferatur rectangulum AΞC, reliquũ erit rectangulum ΞDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo ΞDF est æquale. ut igitur RK ad DF, ita est ΞD ad HR. sed RK minor ostensa est, quam DF. ergo & ΞD, quam HR minor erit.*

14. quinti

K Quare semper ad minus interuallum perueniunt.] *Non solum ad minus interuallũ perueniunt, sed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim sectiones una cum asymptosis. quousque interuallum, quod interijcitur inter asymptosos & sectionem DPE sit dato interuallo minus. quod quidem fieri posse, ex 14. secundi conicorum apparet: erit tunc interuallum inter sectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ sectiones infinite producantur, nunquam tamen inter se conueniunt ut a Pappo superius est demonstratum, & ex proxime traditis aliter demonstrari potest in hunc modum. si enim fieri potest, conueniant in punctis ΦX, & ducatur recta linea ΦX diametrum secans in ⅃, quæ primum parallela sit rectis lineis AC YZ, uidelicet ad diametrum B⅃ ordinatim applicata: Eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum M⅃N maius esse rectangulo Q⅃P, & ut rectangulũ M⅃N ad quadratum ex ⅃Φ, ita rectangulum Q⅃P ad idem quadratum ex ⅃Φ, & permutando rectangulum M⅃N ad rectangulum Q⅃P, ita quadratum ex ⅃Φ ad seipsum. ergo rectangulum M⅃N rectangulo Q⅃P est æquale. sed & maius, quod est absurdum.*

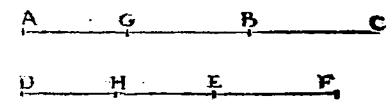
ALITER. Si sectiones inter se conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX usque ad asymptotos in puncta ΩS. erit rectangulum ΩΦS propter sectionem ΞNF æquale quadrato ex NT, & propter sectionem DPE æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita est quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideo recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem est absurdum. non igitur hæ sectiones inter se conueniunt. Quod si recta linea ΦX non sit parallela ipsis AC YZ diuidatur bifariam in puncto ⅃ & iũcta ⅃ producatur ad MQ, secet autem hyperbolas DPE ΞNF in punctis PN, & ab ipsis ducantur PV NT sectiones contingentes, quæ ipsis AC YZ parallele erunt ex 5. secundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP. erit NM sectionis ΞNF, & PQ sectionis DPE diameter transuersa quare similiter vt supra demonstrabimus nullo modo fieri posse, vt hæ sectiones inter se conueniant.

L Sed & illud facile constare potest, si enim vtraque ipsarum ad asymptosos propius accedit, & ad sese propius accedant necesse est] *uide quomodo hæc ratio necessitatem habeat. posset enim quis dicere, utramque sectionem accedere quidem propius ad asymptosos, sed tamen pari interuallo, ita ut semper ipsæ sese parallele sint.*

THEO-

THEOREMA CXCIV. PROPOS. CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH. Dico vt solidum basim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem vero AB ad solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita esse cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum. LEM. VII.



Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE, erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE. sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita solidum basim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad cubum, qui fit ex AB, ut autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita solidum basim habens quadratum ex FD & altitudinem DE ad eum, qui fit ex DE cubũ. Hæc igitur eandem inter se proportionem habent. quare & permutando est autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE. ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. quare ut solidum basim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG una cum solido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH una cum solido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum. B C D E F G H K

COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Est enim vt AB ad BC, ita DE ad EF. quare*

quare & componendo vt AC ad CB, ita DF ad FE: & per conuersionem rationis vt CA ad AB, ita FD ad DE.

B Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in græco codice emendose legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ θ πρὸς τὸ ἀπὸ δθ, *cum legendum sit hoc modo*, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε.

C Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita solidum basim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν *&c. sed verba illa* κύβου ὕψος ἡ αβ, *superuanea videntur, ideo a nobis omissa sunt.*

D Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ad eum, qui fit ex DE cubum] *græcus codex* ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε, κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον *&c. & hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ δε *tamquam superuacanea omisimus.*

E Hæc igitur eandem inter se proportionem habeãt. quare & permutando] *græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐστιν. *sed nos perspicuitatis caussa, ita vertendum duximus. sequitur enim ex iam dictis, solidum, cuius basis est quadratum ex CA, & altitudo AB ad cubum ex AB, eandem proportionem habere, quam solidum, cuius basis est quadratum ex FD, & altitudo DE, ad cubum ex DE: & permutando, solidum, cuius basis quadratum ex CA & altitudo AB ad solidum, cuius basis quadratum ex FD, & altitudo DE, eandem habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui fit ex DE cubum.*

F Est autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt BA ad AG, ita posuimus esse ED ad DH. ergo & permutando, vt AB ad DE, ita AG ad DH: & ita reliquum ad reliquum, hoc est GB ad HE. ex quibus per 37. vndecimi libri elementorum concluditur propositum. græcus codex.* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς αβ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. *sed legendum est.* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον.

G Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quę in græco codice non erãt, vt ita legendum sit* ἀλλ᾽ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ηβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θε κύβον.

H Ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *sit solidum K quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB: &*

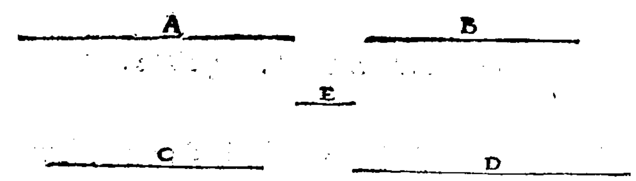
22. sexti. *sit L solidum quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. Quoniam igitur vt AC ad CB, ita est DF ad FE, erit & ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita quadratum en DF ad quadratum ex FE. ergo solidum K ad cubum ex GB eandem habet proportionem, quam solidum L ad cubum ex HE, & permutando solidum K ad solidum L eandem habet, quam cubus ex GB ad eum, qui ex HE cubum.*

K Vt igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia] *ex 12. quinti elementorum.*

THEOREMA CXCV. PROPOS. CCX.

Sit A vna cum B æquale ipsi C vna cum D. Dico quo A superat C, eodem D superare ipsum B.

Sit



Sit enim E illud, quo A superat C, ergo A ipsis CE est æqualis. commune apponatur B, erunt AB æqualia ipsis CEB. sed AB ipsis CD æqualia ponuntur: quare & CD æqualia sunt ipsis CEB. commune auferatur C. reliquum igitur D reliquis BE est æquale. ac propterea D superat B ipso E. Quo igitur A superat C, eodem & D superat B. similiter demonstrabimus si quo A superat C eodem D ipsum B superet, AB ipsis CD æqualia esse. *

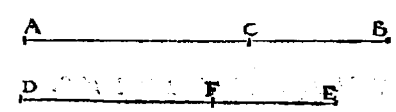
COMMENTARIVS.

Similiter demonstrabimus, si quo A superat C, eodem D ipsum B superet, AB ipsis CD æqualia esse] *Hæc est conuersa præcedentis.* *

Sit enim E quo A superat C, & quo D superat B. ergo A ipsis CE est æquale; & communi apposito B, erunt AB æqualia ipsis CEB. Rursus cum D superet B ipso E, sequitur vt D sit æquale ipsis EB, quare apposito C vtrinque communi, fient CD ipsis CEB ęqualia. sed eisdem CEB æqualia erant AB. ergo AB ipsis CD æqualia sint necesse est.

THEOREMA CXCVI. PROPOS. CCXI.

Sint duæ magnitudines AB BG. Dico quo BA superat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, superare id, quod ad AC eandem habet proportionem, similiter ad CB eandem proportionem habente. LEM. IX A.



Sit enim DE quidem, quod ad AB proportionem aliquam habet: DF vero, B

 quod

quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem proportionem habebit. atque est EF id, quo DE superat DF, hoc est, quo proportionem
19. quinti. habens ad AB superat illud, quod ad AC proportionem habet eandem.

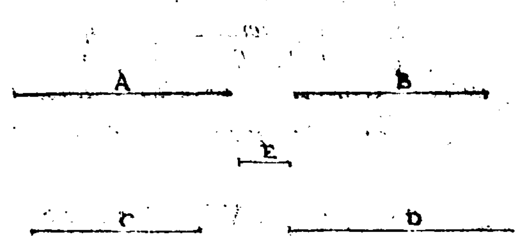
COMMENTARIVS.

A Dico quo BA superat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, superate id, quod ad AC eandem habet proportionem] *græcus codex* τοῦ τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, τὸν λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν αγ. *lege* τοῦ τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ αβ τὸν λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ.

B DF vero, quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem proportionem habebit] *græcus codex*. τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τοῦ αὐτὸν λόγον ἔχον τῷ δζ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τοῦ αὐτόν. *sed legendum* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δζ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βγ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν.

THEOREMA CXCVII. PROPOS. CCXII.

LEM. X. Excedat E ipsum C minori excessu, quam quo D excedit B. Dico AB ipsis CD minora esse.



A Sit enim E excessus, quo *A* excedit C. ergo *AB* æqualia sunt ipsis CEB. Quoniam autem A excedit C minori excessu, quam quo D ipsum B, & *A* excedit C ipso E. erit
B E minus excessu ipsorum DB. quare EB minora sunt, quam D. commune apponatur
C C. erunt CEB minora, quam *CD*. sed CEB ostensa sunt æqualia ipsis *AB*. ergo *AB*, quam *CD* minora erunt. similiter & conuersum ostendetur. & quæ sunt in ellipsi:

COMMENTARIVS.

A Ergo AB æqualia sunt ipsis CEB] *sequitur enim ex iam dictis* A *æquale esse ipsis* EC. *quare addito vtrique communi* B, *erunt* AB *ipsis* CEB *æqualia*.

Similiter

Similiter & conuersum ostendetur] *Hoc est, si* AB *minora sint, quam* CD, *excedet* A B
ipsum C *minori excessu, quam quo* D *excedit* B.

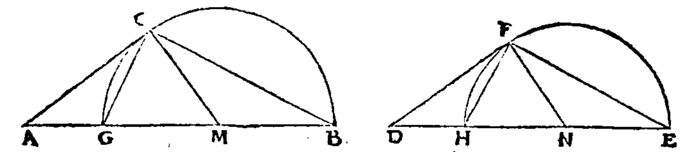
Sit enim E *excessus, quo* A *excedit* C. *ergo* A *ipsis* CE *est æquale: & addito communi* B, *erunt* AB *æqualia ipsis* CEB. *sed* AB *minora sunt, quam* CD. *ergo &* CEB *quam* CD *sunt minora: commune auferatur* C. *erunt* CB *minora, quam* D, *& idcirco* D *excedet* B *minori excessu, quam sit* E. *excedit autem* A *ipsum* C *excessu* E. *sequitur igitur vt* A *minori excessu excedat* C, *quam* D *ipsum* B.

Et quæ sunt in ellipsi] *Quid his verbis significare voluerit, cum Apollonii libris caremus, diuinare non licet.* C

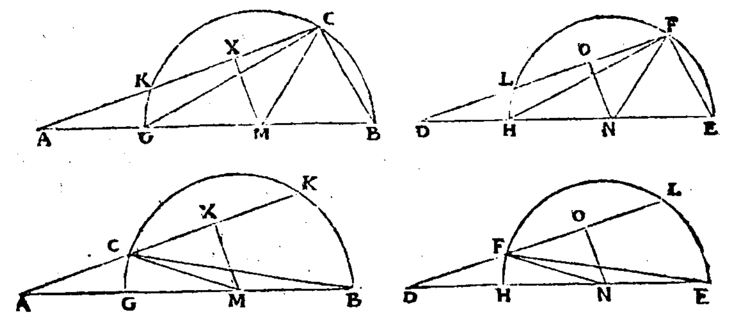
IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CXCIIX. PROPOS. CCXIII.

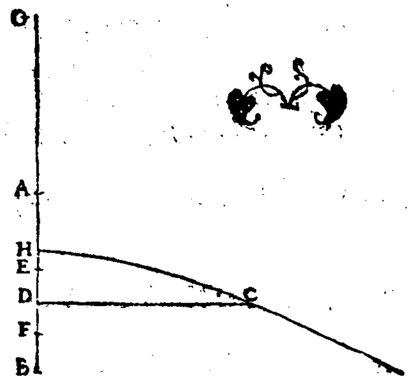
Sint duo triangula ambligonia ABC DEF, quæ obtusos angulos habeant CF, & æquales acutos AD. ducantur autem rectæ lineę CGFH ipsis CB FE perpendiculares: & sit vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EDH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse. LEM. I.



Describantur enim in rectis GB HE semicirculi, qui etiam per CF transibunt: sint autem GCB HFE. vel igitur AC DF semicirculos contingunt, vel non contingunt. & si quidem contingunt, perspicuum est triangula ABC DEF esse similia. etenim sumptis MN semicirculorum centris, iunctisque MC NF, erunt anguli MCA NFD recti. & sunt anguli ad A inter se æquales. ergo angulus AMC est æqualis angulo DNF, itemque æquales eorum dimidii videlicet angulus B æqualis angulo E. sed & angulus A ipsi D æqualis: triangula igitur ABC DEF inter se sunt similia. 31. tertii 18. tertii 32. primi A



Si vero AC DF semicirculos non contingunt, sed secant in punctis K L, ducantur



3.fexti. tur ad AC DF rectæ lineę perpendiculares MX NO erit KX æqualis XC, & LO æqualis OF. est autem triangulum AMX simile triangulo DNO: quare vt XA ad AM,
B ita OD ad DN. Sed quoniam vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita est re-
4.fexti. ctangulum EDH ad quadratum ex DF, erit & vt rectangulum KAC ad quadratum
C ex AC. hoc est vt KA ad AC, ita rectangulum LDF ad quadratum ex DF, hoc est
1.fexti. LD ad DF. quare & vt XA ad AC, ita OD ad DF. Sed & vt XA ad AM, ita OD ad DN
D E propter similitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM, ita FD ad DN.
F & circa æquales angulos A D latera proportionalia sunt. æqualis igitur est angulus AMC angulo DNF, & eorum dimidia æqualia. ergo & B angulus est æqualis angulo E. Sed & A æqualis est ipsi D ex positione triangulum igitur ABC triangulo DEF simile erit.

Manifestum autem est ipsius conuersum. Videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF, & anguli BCG EFH recti, esse vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum ODH ad quadratum ex DF, nam propter similitudinem
4.fexti. triangulorum, vt BA ad AC, ita est ED ad DF. & ut GA ad AC, ita HD ad DF. quare
GH & composita proportio.

COMMENTARIVS.

A Itemque æquales eorum dimidij] *angulus enim AMC duobus interioribus, & oppositis est æqualis, videlicet angulis MBC BCM, qui etiam inter se æquales sunt quare angu-*
5.primi. *lus MBC anguli AMC est dimidius, & eadem ratione angulus NEF dimidius ipsius DNF.*

B Est autem triangulum AMX simile triangulo DNO] *ponitur enim angulus A angulo D æqualis, atq. est angulus ad X rectus æquali recto ad O ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit.*

C Erit & vt rectangulum KAC ad quadratum ex AC, hoc est vt KA ad AC, ita re-
36.fexti. ctangulum LDF ad quadratum ex DF. hoc est LD ad DF] Ex 7. *quinti nam rectangulum KAC est æquale rectangulo BAG, & rectangulum LDF rectangulo EDH.*

D Quare & vt XA ad AC, ita, OD ad DF] *est enim vt KA ad AC, vt LD ad DF. quare conuertendo, diuidendoque vt CK ad KA, ita FL ad LD. & antecedentium dimidia vt XK ad KA, ita OL ad LD: & componendo, vt XA ad AK, ita OD ad DL. erat autem vt KA ad AC, ita LD ad DF. ergo ex æquali vt XA ad AC, ita OD ad DF. ita quidem argumentabimur in prima figura. in secunda autem hoc modo. Quoniam vt KA ad AC, ita LD ad DF, erit diuidendo vt KC ad CA, ita LF ad FD, & antecedentium dimidia vt XC ad CA, ita OF ad FD, componendoque vt XA ad AC, ita OD ad DF.*

Sed

Sed vt XA ad AM, ita OD ad DN propter similitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM, ita FD ad DN] *Quoniam ut XA ad AC, ita OD ad DF, erit conuertendo ut CA ad AX, ita FD ad DO, ut autem XA ad AM, ita OD ad DN ob similitudinem triangulorum AMX DNO. quare ex æquali ut CA ad AM, ita FD ad DN.* E

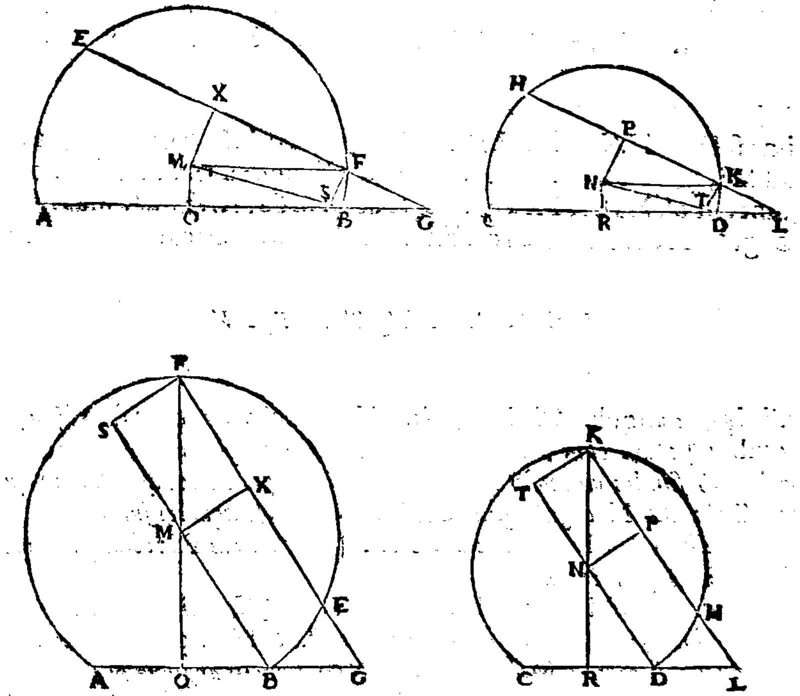
Aequalis igitur angulus AMC angulo DNF] *Ex antedictis & 6. sexti libri elementorum sequitur triangulum ACM triangulo DFN simile esse; & ob id angulum AMC angulo DNF æqualem.* F

Et vt GA ad AC, ita HD ad DF] *Nam cum triangulum ABC simile sit triangulo DEF, erit angulus ACB æqualis angulo DFE: atque est angulus BCG rectus æqualis recto EFH. reliquus igitur GCA reliquo HFD est æqualis, AC propterea AGC angulus æqualis ipsi DHF, triangulumque ACG triangulo DFH simile. ut igitur GA ad AC, ita HD ad DF.* G 4.fexti.

Quare & composita proportio] *proportio enim composita ex proportione BA ad AC, & proportione GA ad AC, quæ quidem est rectanguli BAG ad quadratum ex AC, erit eadem quæ componitur ex proportione ED ad DF & proportione HD ad DF, uidelicet, quæ est rectanguli EDH ad quadratum ex DF.* H

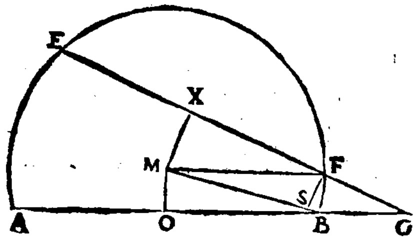
THEOREMA CXCIX. PROPOS. CCXIIII.

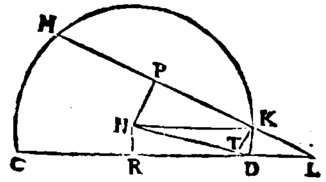
Sint duæ portiones similes in rectis lineis AB CD semicirculo maiores, & ducantur EFG HKL, sit autem vt EG ad GF, ita HL ad LK. ostendendum est circunferentiam BF circumferentiæ DK similem esse. LEM. 11.

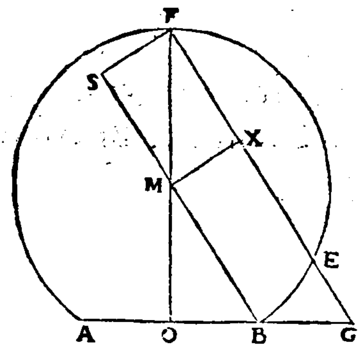


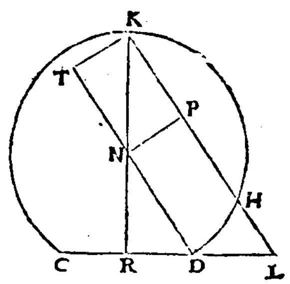
Sumantur circulorum contra MN, ducanturque perpendiculares MX MO NP NR, &

A NR, & MB ND iungantur. æqualis igitur est angulus OMB angulo RND, etenim æquales sunt ijs, qui in singulis portionibus. & sunt anguli ad O R recti: ergo & an-
B gulus MBO angulo NDR est æqualis. Ducantur ipsis AB CD parallelæ FSKT, & et MF
C NK iungantur. æqualis igitur est MSF angulus angulo NTK. Itaque quoniã vt EG.









D ad GF, ita est HL ad LK, erit vt XG ap GF, ita PL ad LK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E est BM ad MS, hoc est FM ad MS, ita LP ad PK, hoc est DN ad NT, hoc est KN ad
F NT: & sunt anguli MSF NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF est
G æqualis angulo TNK. & ideo circunferentia BF similis circunferentiæ DK.

COMMENTARIV

A Angulis igitur angulus OMB angulo RND. etenim æquales sunt ijs, qui in singulis portionibus] *Nam cum portiones* AEB CHD *similes ponantur, erunt & reliquæ portiones similes, & similes circumferentiæ* AB CD; *itemque earum dimidiæ, in quibus consistunt anguli* OMB RDN. *anguli igitur* OMB RND *inter se æquales sunt.*

B Ducantur ipsis AB CD parallelæ FS KT] *secet autem* FS *rectam lineam MB in puncto* S, *&* KT *ipsam* ND *secet in* T.

C Aequalis igitur est MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus* MBO *est*
29. primi *æquales angulo* NDE, *erit & reliquus ex duobus rectis* MBG *æqualis reliquo* NDL. *Sed angulo* MBG *æqualis est angulus* MSF, *& angulo* NDL *æqualis angulus* NTK *in primo casu, in secundo autem angulus* MSF *est æqualis angulo* MBO. *& angulus* NTK *ipsi* NDR.

D Erit ut ad GF ita PL ad LK] *est enim vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK. *quare diuidendo vt* EF *ad* FG, *ita* HK *ad* KL: *& antecedentium dimidia vt* XF *ad* FG, *ita* PK *ad* KL, *componendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK. *in secundo autem casu ita dicemus. Quoniam ut* EG *ad* GF, *ita*

GF, *ita* HL *ad* LK *erit conuertendo. diuidendoque ut* XG *ad* GE, *ita* PL *ad* LH, *vt autem* EG *ad* GX, *ita* HL *ad* LK. *ergo ex æquali vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK.

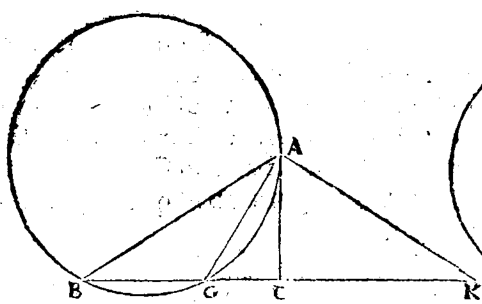
Ergo & vt GX ad XF, hoc est vt BM ad MS, hoc est FM ad MS, ita LP ad PK, hoc E
est DN ad NT, hoc est KN ad NT.] *Quoniam ut* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *erit in primo casu per conuersionem rationis, in secundo autem casu conuertendo, diuidendoque & rursus conuertendo, vt* GX *ad* XF, *ita* LP *ad* PK. *Sed vt* GX *ad* XF, *ita* BM *ad* MS. *Si enim* MB
XG *produci intelligantur, quousque inter se coeant in puncto* Y, *erit vt* MB *ad* BY, *ita* XG *ad* 2. sexti.
GY, *vt autem* YB *ad* BS, *ita* YG *ad* GF. *ergo ex æquali vt* MB *ad* BS, *ita* XG *ad* GS, *& per conuersionem rationis in primo casu, in secundo autem conuertendo, diuidendoque ut* BM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonstrabitur, vt* DN *ad* NT, *ita* LP *ad* PK. *græcus autem codex mancus est & ita restituendus.* οὕτως ἡ λπ πρὸς πκ, τουτέστιν ἡ δν πρὸς ντ, τουτέστιν ἡ κν πρὸς ντ.

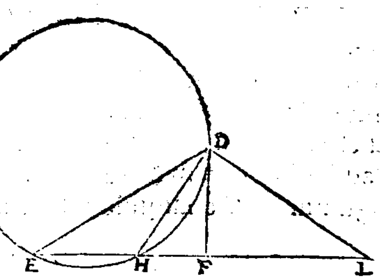
Et sunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS NKT] *anguli enim* SFX TKP *sunt* F
recti. quare MFS NKT *necessario acuti erunt.*

Angulus igitur SMF est æqualis angulo TNK] *Ex ijs, quæ dicta sunt, sequitur per* G
septimam sexti libri elementorum triangulum MSF *triangulo* NTK *simile esse. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *est æqualis, ac propterea in primo casu circumferentia* BF *similis est circumferentiæ* DK. *in secundo autem casu angulus* FMB *reliquus ex duobus rectis est æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEF *circumferentiæ* DHK *similis esse concludetur.*

THEOREMA CC. PROPOS. CCXV.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos CF rectos habeant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis BAG EDH. LEM. III. A
Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse. B

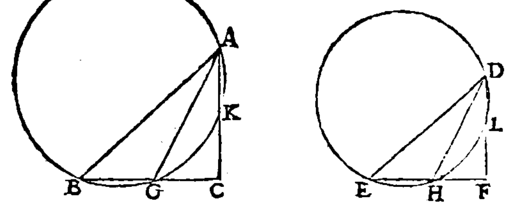




Describantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG EDH, C
quæ inter se similes erunt. Vel igitur AC DF portiones contingunt, vel non. contingent primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale est quadrato ex AC, hoc est D E F G
rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH æquale est quadrato ex DF, hoc est rectangulo HFL. si ducatur DL ad rectos angulos

KH gulos ipsi DH. quare BC est æqualis CK, & EF ipsi FL. At perpẽdiculares sunt AC DF. angulus igitur BAK duplus est anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF. equales autem sunt BAK EDL, etenim BAG angulus æqualis est angulo

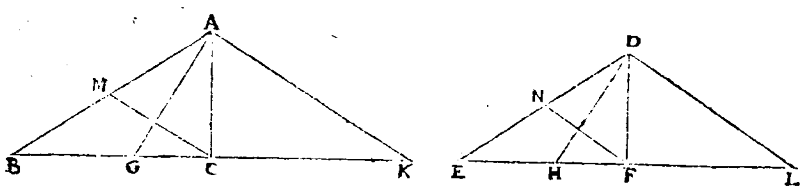
L EDH, & rectus GAK recto HDL. quare & anguli BAC EDF æquales erunt; & sunt recti anguli CF. simile igitur est triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant



autem AC DF, sed in punctis KL secent. est igitur vt rectangulum KCA ad quadra-

M tum ex CA, hoc est vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est

NO ita LF ad FD: & sunt similes maiores portiones BAG EDH. ergo circumferentia AG similis est circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H est æqualis. triangulum igitur ABC triangulo DEF simile erit.



P 8. & 17. sexti ALITER. Ducantur ipsis AG DH perpendiculares AK DL. æquale igitur est quadratum quidem ex AC rectangulo GCK. quadratum vero ex DF rectangulo HFL.

Q ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc est vt BC ad CK, ita erit rectan

R gulum EFH ad rectangulum HFL. hoc est EF ad FL. Ducantur CM FN ipsis AK DL parallelæ, erit vt BM ad MA, ita EN ad ND. & sunt anguli ad CF recti, æquales au-

ST tem ad MN, quoniam & æquales sunt BAK CDL. quare ob id quod ante traditũ est, triangulum ABC triangulo DEF simile erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducantur AG DH in æqualibus angulis BAG EDH] *Hoc est ducantur AG DH ita vt æquales angulos contineant; cum BA ED, hoc est vt anguli BAG EDH sint æquales.*

B Dico triangulum ABC triangulo EEF simile esse] *græcus codex corruptus est, & mancus, qui sic habet.* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τῷ αβγ τριγώνῳ. *legendum autem est* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ.

Describan-

Describantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG C

EPH] *In græco codice desideratur* εδθ.

Quæ inter se similes erunt] *Ex diffinitione similium portionum. angulus enim BAG* D *angulo EDH æqualis ponitur.*

Vel igitur AC DF positiones, contingunt, vel non] *græcus codex* ἤτοι ἐφάπτονται αἱ αγ δζ. *sed legendum puto,* ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ. E

Ergo rectangulum BCG æquale est quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri elementorum.* F

Hoc est rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta* G *namque AK ad rectos angulos ipsi AG, erit rectangulum GCK æquale quadrato ex AC. er* 8.&15. *go rectangulum BCG rectangulo GCK est æquale. & ob eandem caussam rectangulum EFH* sexti. *rectangulo HFL æquale ostendetur. græcus codex mendosus est, sic enim habet* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν ακ, τὸ ὑπὸ τῶν ηγκ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ἀπὸ δζ. τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δλ τῇ δθ τῷ ὑπὸ ζλ *quare legendum erit* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν ακ τῷ ὑπὸ τῶν ηγκ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ἀπὸ δζ, τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δλ τῇ δθ τῷ ὑπὸ θζλ.

Quare BC est æqualis CK] *cum enim rectangulum BCG sit æquale rectangulo GCK,* H *vt BC ad CG, ita erit CK ad CG. est igitur BC ipsi CK æqualis. & eadem ratione EF æqua* 11. sexti. *lis FL.* 9. quinti.

Et EF ipsi FL] *græcus codex* ἡ δὲ ηζ τῇ ζλ *lege* ἡ δὲ εζ τῇ ζλ. K

At perpendiculares sunt AC DF. angulus igitur BAK duplus est anguli BAC, L & angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam BC est æqualis CK, & EF ipsi FL, suntque AC DF perpendiculares: erunt trianguli ABC duo latera AC CB æqualia duobus lateribus AC CK trianguli AKC, & sunt anguli ad C æquales, nempe recti: basis igitur BA est æqualis basi AK. & reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur BAC æqualis est angulo KAC, & ideo totus angulus BAK duplus anguli BAC. eodem modo demonstrabimus angulum EDL anguli EDF duplum esse.*

Est igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc est vt KC ad CA, ita M rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est ita LF ad FD] *Erat enim vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD. sed rectangulo BCG æquale est rectangulum KCA, & rectangulo EFH æquale rectangulum LFD. ergo vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc est vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est LF ad FD. græcus codex corruptus est, qui sic habet* ἔστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν δζλ πρὸς τὸ ἀπὸ δζ. *ego sic legendum puto.* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν κγα πρὸς τὸ ἀπὸ γα, τουτέστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν λζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δζ.

Et sunt similes maiores portiones] *ponuntur siquidem anguli BAG EDH inter se æ-* N *quales; & sunt acuti quoniam & ipsi BAC EDF etiam acuti sunt. græcus codex* καὶ ἔστιν ὅμοιον μεῖζον τμῆμα. *ego legerem* καὶ ἔστιν ὅμοια μείζονα τμήματα.

Ergo circumferentia AG similis est circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipsi AG DH perpendiculares AK DL] *In græco codice hoc loco eadem,* P *quæ supra iterantur, & ideo nos omittenda censuimus.*

Ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK] *In græco codice pro* βη *mendo* Q *se legitur* βκ.

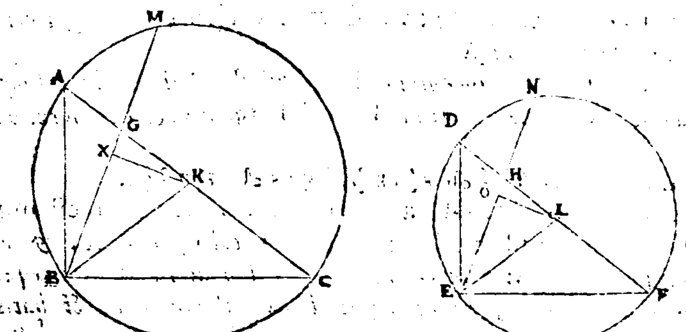
Hoc est EF ad FL] *græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ, *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ. R

Quoniam & æquales sunt BAK EDL] *græcus codex* καὶ τῶν αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *sed for* S *tasse legendum erit.* καὶ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *vel* ἴσαι καὶ αἱ ὑπὸ βακ εδλ.

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF simile erit.] T

THEOREMA CCI. PROPOS. CCXVI.

LE. IV. Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG EH in æqualibus angulis AGB DHE. sit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. ostendendum est triangulum ABC triangulo DEF simile esse.



Describantur circa triangula circuli, & ipsorum centra sumantur KL. perspicue constat ea esse ad easdem partes punctorum GH. nam si fieri, potest, sit K quidem
A inter CG puncta, L vero inter DH, producanturque BG EH ad puncta MN, & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus
B AGB obtusus; est autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtusus erit, &
C acutus DHN. perpendicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, &
D sit LO. erit NO æqualis OE. ergo NO, quam HE maior est: & NH multo maior, quam
E HE, & rectangulum NHE, hoc est DHF maius quadrato ex HE. est autem vt rectan-
F gulum DHF ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB.
31.tertii 1.sexti. quod est absurdum. est enim & minus, quoniam MG minor est, quam GB, & rectangulum MGB minus quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC existente, erit
G H L inter DH. sit inter HE. & ad easdem partes ducatur perpendicularis LO. Itaque quoniam vt rectangulum AGC, hoc est MGB ad quadratum ex GB, hoc est vt MG
K ad GB, ita rectangulum DHF, hoc est NHE ad quadratum ex HE, hoc est NH ad
L HE, & secantur MB NE bifariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH.
M sed & vt GX ad XK, ita HO ad OL; recti enim sunt anguli ad XO, & æquales qui ad GH. ergo ex æquali vt BX ad XK, ita EO ad OL. & sunt circa æquales angulos. quare angulus BKX est æqualis angulo ELO. est autem & XKG angulus æqualis angulo OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & angulus ACB æqualis ipsi DFE. suntque recti ad BE. simile igitur est triangulum ABC triangulo DEF.

Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile
N sit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, esse vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.

COM-

COMMENTARIVS.

Quæ inter GB cadet, eritque angulus AGB obtusus] *Angulus enim BGC est acutus, & propterea CGM obtusus. si enim caderet inter GM, essent trianguli duo anguli duobus rectis maiores. quod est absurdum. At si angulus BGC obtusus sit vt in alia figura, perpendicularis KX inter GM cadat necesse est.* A

Cadat, & sit LO] *in græco codice mendose legitur λθ.*

Erit NO æqualis OE] *Ex 3. tertii libri elementorum græcus codex. pro νο habebat νθ, & ita in ijs, quæ proxime subsequuntur.* B C

Hoc est DHF maius quadrato ex HE] *Ex 35. tertii libri elementorum græcus codex.* του τέσι τοῦ δεζ. *sed legendum* τουτέσι τὸ δεζ. D

Quod est absurdum] *Nam cum sit rectangulum DHF maius quadrato ex HE, vt demonstratum est, & rectangulum AGC quadrato ex GB maius, erit. sed & minus quod fieri non potest.* E

Erit L inter DH] *græcus codex* τὸ λ ἔσαι μεταξὺ τῶν δε. *sed legendum* μεταξὺ τῶν δθ. F

Hoc est NH ad HE] *Desiderantur hæc in græco codice, quare ita restituendus erit.* οὕτω τὸ ὑπὸ δθζ, τουτέσι τὸ ὑπὸ νθε πρὸς τὸ ἀπὸ θε, τουτέσι ἡ νθ πρὸς θε. G

Erit vt BX ad XG, ita EO ad OH] *secetur BX in puncto P ita vt XP sit æqualis XG, & similiter secetur EO in R vt OR sit æqualis OH. erit PG excessus, quo BG excedit GM. & RH excessus, quo EH excedit HN. Quoniam igitur vt MG ad GB, ita NH ad HE, erit conuertendo vt BG ad GM ita EH ad HN: & per conuersionem rationis, vt BG ad GP, ita EH ad HR. & consequentium dimidia, vt BG ad GX, ita EH ad HO: & denique diuidendo vt BX ad XG, ita EO ad OH.* H

Sed & vt GX ad XK, ita HO ad OL] *ob similitudinem scilicet triangulorum KGX LHO. sunt enim anguli recti ad XO, & æquales ad GH, quoniam AGB DHE æquales ponebantur. ergo & reliqui reliquis sunt æquales.* K

Et sunt circa æquales angulos] *sequitur enim ex 6. sexti elementorum triangula BXK EOL similia esse.* L

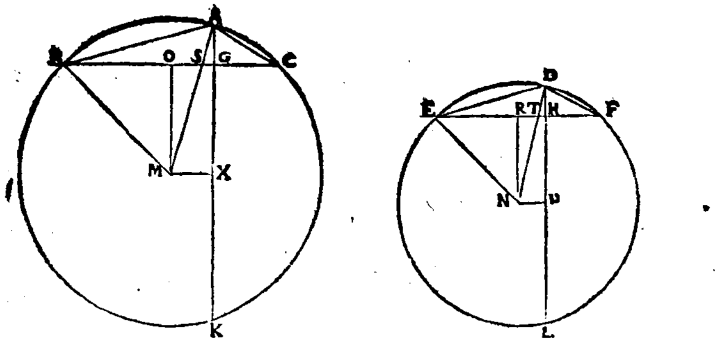
Ergo & angulus ACB æqualis ipsi DFE] *ex 20 tertii elementorum.*

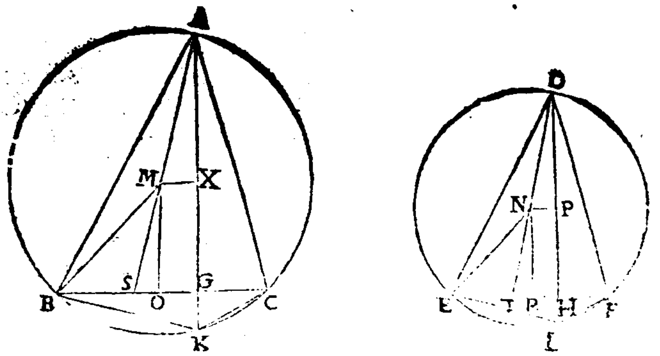
Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF] *si enim triangulum ABC simile sit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, erit etiam triangulum ABG triangulo DEH simile. ergo vt AG ad GB, ita DH ad HE, & vt CG ad GB, ita FH ad HE. proportio igitur composita ex proportione AG ad GB & proportione CG ad GB, quæ quidem est proportio rectanguli AGC ad quadratum ex GB, eadem erit, quæ componitur ex proportione DH ad HE, & proportione FH ad HE, quæ est rectanguli DHF ad quadratum ex HE. ergo vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.* M N 4.sexti.

THEOREMA CCII. PROPOS. CCXVII.

LEM. V. Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant; non autem rectos, & perpendiculares ducantur AG DH: A B sitque vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & rectarum linearum BC EF maiores portiones sint BG EH. Dico triangulum ABG triangulo DEH, & reliquum reliquo simile esse.

 Circumscri-





Circumscribantur circuli, & producantur AG DH ad puncta KL. Sumantur autē
C MN circulorum centra, atque ab ipsis ad rectas lineas AK BC DL EF perpendicula-
D res ducantur MX MO NP NR. Ex ijs igitur, quæ ante dicta sunt, vt KG ad GA, ita e-
rit LH ad HD. quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH. Iungantur AM DN sed vt AX
2. sexti. quidem ad XG, ita AM ad MH: vt vero DP ad PH, ita DN ad NT. ergo & vt AM ad
MS, ita DN ad NT. Iungantur præterea BM EN. Itaque quoniam portio BAC similis
E est portioni ELF, erit & reliquæ BKC reliquę ELF similis: & ideo anguli in ipsis ęqua
F les, & eorum singuli æquales singulis. anguli igitur BMO ENR æquales sunt in pri-
G mo casu, in secundo autem casu ex appositis constat angulum BMO æqualem esse
H angulo ENR, quoniam & anguli, qui in portionibus BAC EDF. est igitur vt BM ad
I L MO, hoc est vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc est DN ad NR. est autem ut AM ad
M MS. ita DN ad NT. quare ex æquali ut OM ad MS, ita RN ad NT. suntque anguli, qui
N ad OR recti; acuti autem qui ad ST. æqualis igitur est angulus OMS angulo RNT sed
O & angulus BMO angulo ENT est æqualis. ergo & ęqualis BMS ipsi ENT, ac propte-
rea angulus C angulo F ęqualis. triangula igitur inter se omnino similia erunt.

Potest autem vnius angulorum siue obtusorum, siue acutorum præmissa demonstratione & reliquum ostendi hoc modo. Ponatur enim primum demonstratum iá

esse

esse in angulis obtusis æqualibus, ut dictum est, & oporteat in æqualibus angulis acu- O
tis BAC EDF demonstrare triangula similia esse. Rursusque circumscribātur circuli, & productis AG DH ad puncta KL, iungantur BK KC EL LF. æquales igitur sunt & anguli BKC ELF obtusi. Et quoniam est vt rectangulum BGC, hoc est AGK ad quadratum ex AG, videlicet vt KG ad GE, ita rectangulum EHF, hoc est DHL ad quadratum ex DH, videlicet LH ad HD: erit ut quadratum ex AG ad quadratum ex GK, ita quadratum ex DH ad quadratum & HL. est autem & vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH. ergo ex æquali vt rectangulum BGC ad quadratum ex GK, ita rectangulum EHF ad quadratum ex HL: & sunt æquales anguli obtusi BKC ELF, & perpendiculares KG LH. ex ijs igitur, quæ ante tradita sunt, triangulum quidem BKG simile est triangu-
lo ELH. triangulum vero CKG triangulo FLH. quare & triangulum ABG trian- P
gulo DEH est simile: & triangulum ACG triangnlo DFH. ergo & totum triangulum ABC simile est toti DEF.

COMMENTARIVS.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant, non autem re-
ctos] *græcus codex* ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ δεζ ἴσας ἔχοντα τὰς α δ γωνίας μὴ ὀρθὴ τε A
καὶ κάθετος ἤχθωσαν αἱ αγ δθ. *fortasse aūt legendū est* μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ
αη δθ. *de ijs enim, quæ rectos angulos habent, & superius dictum est, & infertus paulo post dicetur.*

Sitque ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG. &c.] *græcus codex* ὥστε τὸ ὑπὸ
τῶν βηγ *&c. Sed legendum arbitror* ἔστω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν βηγ. B

Ex ijs igitur, quę ante dicta sunt ut KG ad GA. ita erit LH ad HD] *est enim ut re-*
ctangulum BGC, *hoc est rectangulum* KGA *ad quadratum ex* GA, *hoc est* KG *ad* GA, *ita* C
rectangulum EHF, *hoc est* LHD *ad quadratum ex* HD, *hoc est* DH *ad* HD.

Quare & ut AX ad XG, ita DP ad PH.] *Quoniam enim ut* KG *ad* GA, *ita* LH *ad*
HD, *erit per conuersionem rationis ut* KG *ad excessum, quo* KG *superat* GA, *hoc est ad du-* D
plum ipsius GX, *ita* LH *ad duplum ipsius* HP *& consequentium dimidia ut* KG *ad* GX, *ita* BH *ad* HP, *& diuidendo ut* KX, *hoc est* AX *ad* XG, *ita* LP, *hoc est* DP *ad* PH.

Et ideo anguli in ipsis æquales, & eorum singuli æquales singulis. anguli igitur E
BMO ENR ęquales sunt in primo casu. in secundo autem casu &c.] *Cum portio* BKC *similis sit portioni* ELF. *anguli in ipsis æquales sunt; Sed angulo qui in portione* BKC *æqualis est angulus* BMO, *ut proxime explicauimus. angulo autem qui in portione* ELF *est æqualis angulus* ONR. *ergo anguli* BMO ENR *interse sunt æquales. atque hoc in primo casu nam in secundo illud per se se costat, ponitur enim angulus* BAC *æqualis angulo* EDF *quare &* BMO *ipsi* ENR *æqualis erit in gręco codice pro* βμο *mendose legitur* βμθ, *& ita in ijs, quę sequuntur, ponitur* θ *loco ipsius.*

Est igitur vt BM ad MO, hoc est vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc est DN ad NR]
Quoniā. n. angulus BMO *est æqualis angulo* ENR, *anguliq; ad reliquo* NDOR, *& reliquus* F
æqualis erit, & triangulum BMO *triangulo* ERN *simile ergo vt* BM, *hoc est* AM *ad* MO, *ita* EN, *hoc est* DN *ad* NR, *& conuertendo vt* OM *ad* MA, *ita* RN *ad* ND.

Suntque anguli, qui ad OR recti, acuti autem, qui ad ST] *Ex iis sequitur per se-*
ptimam sexti elementorum triangulum MOS *simile esse triangulo* NRT, *& angulum* OMS G
angulo RNT *æqualem.*

Sed & angulus BMO angulo ENR est æquales.] *quod ante demonstratum fuit. græcus* H
codex ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βομ τῇ ὑπὸ ερν ἴση ἐστὶν. *sed arbitror legendum.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ
τῶν βμο τῇ ὑπὸ ενρ ἐστὶν ἴση.

Ergo

K Ergo & æqualis BMS ipsi ENT] *In primo casu erit totus angulus BMS ex duobus æqualibus constans æqualis toti ENT: in secundo autem casu, erit reliquus BMC reliquo ENT æqualis.*

L Ac propterea angulus C angulo F æqualis] *Quoniam enim angulus BMS, hoc est BMA in primo casu est æqualis angulo ENT, hoc est END, erit circumferentia BA similis circumferentiæ ED. & ideo angulus C angulo F æqualis. in secundo autem casu, quoniam angulus BMS est angulis angulo ENT, reliquus ex duobus rectis BMA reliquo END æqualis erit; circumferentiaque BA circumferentiæ KD similis, & angulus C angulo F æqualis.*

M Triangula igitur inter se omnino similia erunt.] *ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF ergo & reliquus B reliquo O æqualis, & triangulum ABC triangulo DEF simile. Sed & vtrique anguli, qui ad G H recti sunt. quare & reliquus BAG reliquo EDH, reliquusque CAG reliquo FDH æqualis. triangulum igitur ABG triangulo DEH; & triangulum ACG triangulo DFH simile erit.*

N Potest autem vnius angulorum siue obtusorum. siue acutorum præmissa demonstratione & reliquum ostendi] *græcus codex.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξεια προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀπολοῦναι οὕτως. *Sed legendum arbitror.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ τῶν ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδυῦναι οὕτως.

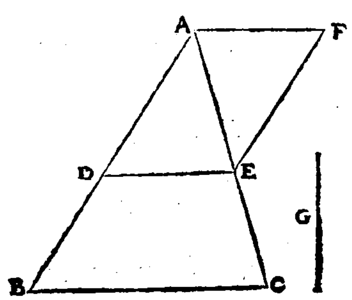
O Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC EDF demonstrare triangula similia esse] *græcus codex pro* βαγ εδζ *habebat* αβγ εδζ *& mendose, ut arbitror.*

P Quare & triangulum ABG triangulo CEH est simile & triangulum ACG triangulo DFH] *Quoniam enim triangulum BGK simile est triangulo EHL, erit angulus BKG hoc est BKA æqualis angulo ELD, & ideo circumferentia BA similis circumferentiæ ED, angulusque BCA angulo EDF æqualis. Rursus quoniam triangulum CGK simile est triangulo FHL, angulus CKA æqualis erit angulo FLD. circumferentiaque AC circumferentiæ DF similis, & angulus ABC angulo DEF æqualis. sunt autem anguli ad GH recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum ABG simile triangulo DEH, & triangulum ACG triangulo DFH: & denique totum triangulum ABC simile toti DEF. græcus codex.* ὥστε καὶ τὸ μὲν αβγ τρίγωνον τῷ δεθ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. *Sed legendum* ἐστὶν ὅμοιον

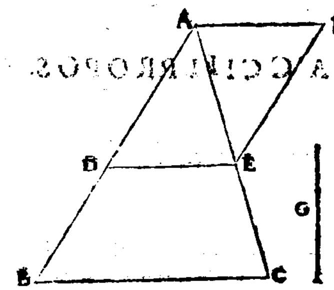
PROBLEMA XVI. PROPOS. CCXVIII.

A
LEM. VI.

Rectis lineis AB AC positione datis ducere DE parallelam rectæ lineæ positione datæ: & facere ipsam DE datam.



Factum iam sit, & per A ipsi DE parallela ducatur AF. ergo AF parallela est rectæ



est rectæ lineæ positione datæ atque est datum punctum A, positione igitur est AF. Ducatur per E linea EF parallela ipsi AB. ergo AF est æqualis DE. data autem est DE. quare & AF data. sed & positione. & datum punctum A. datum igitur & F. Itaque per datum punctum F ducta est FE parallela ipsi AB positione datæ. positione igitur est FE. sed & positione AC. ergo & punctum E est datum. & per ipsum ducta est DE lineæ positione datæ parallela. quare & DE positione datur.

B 34 prim.
C
D 28. datorum.
E 28. datorum.

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ AB AC positione datæ, data autem magnitudine sit recta linea in qua G, cui autem parallelæ ducantur sit AF. & ponatur AF ipsi G æqualis, & per F quidem ducatur FE parallela AB. per E vero ducatur ED parallela EF. Dico ipsam DE problema efficere.

Quoniam enim DE æqualis est ipsi AF, & AF æqualis ipsi G, videlicet lineæ datæ erit & DE datæ lineæ G æqualis. ergo DE problema efficit. manifestum autem est ipsam solam hoc efficere. nam quæ propinquior est ipsi A, semper remotiore est minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipsam DE datam] *hoc est datum magnitudine, vel rectæ lineæ magnitudini datæ æqualem.* A

Positione

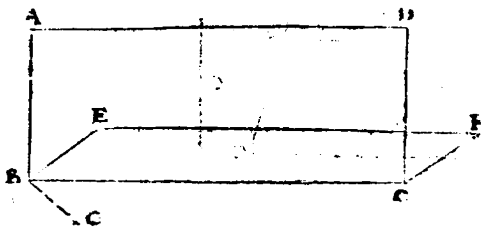
B Positione igitur est AF] *Ex 28. libri datorum.*

C Data autem est DE. quare & AF data] *magnitudine scilicet. græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ δε. *sed legendum puto.* δοθεῖσα δὲ ἐστὶν ἡ δε, *in resolutione enim ponitur DE data.*

D Datum igitur & F.] Ex 27. *libri datorum.*

E Ergo & punctum E est datum] Ex 25. *eiusdem.*

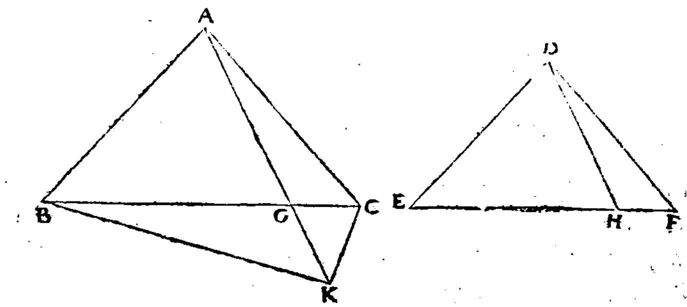
THEOREMA CCIII. PROPOS. CCXIX.



THEO

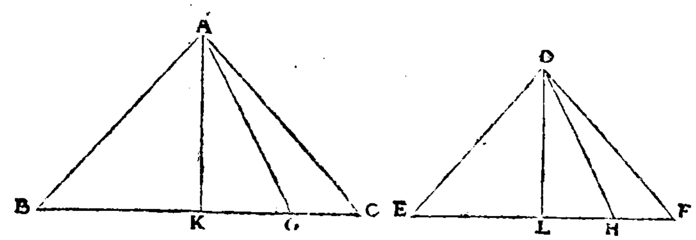
THEOREMA CCIV. PROPOS. CCXX.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD rectos habeant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis AGB DHE, sit autem vt BG ad GC, ita EH ad HF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse; triangulumque AGB triãgulo DHE & triangulum AGC triangulo DHF. LEM. VIII.



Producatur AG, & fiat vt DH ad HE, ita CG ad GK, & BK KG iungantur. æqualis igitur angulus est DEH angulo CKG. & quoniam vt BG quidem ad GC, ita EH ad HF, vt autem CG ad GK, ita DH ad HE. ergo ex æquali in perturbata analogia vt BG ad GK, ita DH ad HF. & sunt circa æquales angulos. æqualis igitur est angulus BKG angulo F. ostensum autem est angulum quoque CKG angulo E æqualem esse. & sunt anguli EF recto æquales. ergo angulus BKG rectus est. sed & rectus BAC ex positione. in circulo igitur sunt puncta AB CK, & ob id AKC angulus, hoc est DEH æqualis ipsi ABC. sed & angulus AGB positus est æqualis angulo DHE. triangulum igitur ABG triangulo DEH est simile; & eadem ratione triangulum AGC simile est triangulo DHF.

A 11. 6. sexti. B C D



ALITER ET MELIVS *Secentur* BC EF bifariam in punctis KL: & iungãtur AK DL. Quoniam igitur vt BG ad GC, ita EH ad HF; erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuersionem rationis, vt CK, hoc est vt AK ad KG, ita FL, hoc est DL ad LH: & sunt anguli quidem ad GH puncta æquales anguli vero KAG LDH vtrique simul acuti. ergo & angulus AKG est æqualis angulo DLH, & eorum dimidij, videlicet angulus B angulo E, sed & angulus G angulo H est æqualis. simile igitur est triangulum ABG triangulo DEH, & eadem ratione triangulum AGC triangulo DHF simile.

E F G

COMMENTARIVS.

A AEqualis igitur est angulus DEH angulo CKG] *Quoniam enim ut DH ad HE, ita* CG
6. sexti *ad* KG, *atque est angulus* CGK *æqualis angulo* ACB, *hoc est ipsi* DHE; *erit triangulũ* CGK *triagulo* DHE *simile. & idcirco angulus* CKG *angulo* DEH *æqualis*.

B Et sunt anguli EF recto æquales] *est enim angulus* EDF *rectus græcus codex*. καὶ εἰσὶν αἱ ΕΖ ὀρθαῖς ἴσαι. *legendum* ὀρθῇ ἴσαι

C Et ob id AKC angulus, hoc est DEH æqualis ipsi ABC] *ex* 21 *tertij elementorum. græcus codex*. τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΖΘ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. *sed legendũ est* τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΕΘ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ.

D Et eadem ratione triangulum AGC simile triangulo DHF] *Namque angulus* AKB,
21. tertij *hoc est* DHF *est æqualis angulo* ACB, *& angulus* AGC *ponitur æqualis angulo* DHF *ergo & reliquus reliquo æqualis; & triangulum triangulo simile erit*.

E Erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuersionem Cationis, vt CK, hoc est vt AK ad KG, ita FL, hoc est DL ad LH] *Quoniam vt* BG *ad* G , *ita* EH *ad* HF, *erit componendo vt* BC *ad* CG *ita* EF *ad* FH: *& antecedentium dimidia, vt* KC *ad* CG. *ita* LF *ad* FH, *ergo per conuersionem rationis vt* CK *ad* KG, *hoc est vt* AK *ad* KG, *ita* FL *ad* LH, *hoc est* DL *ad* LH.

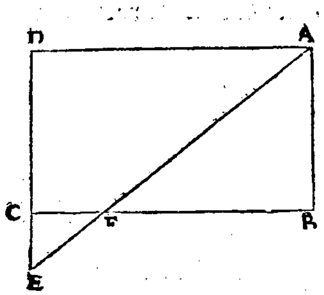
F Ergo & angulus AKG est æqualis angulo DLH] Ex 7. *sexti elementorum*.

G Videlicet angulus B angulo E] *Anguli enim* AKG DLK *ex exteriores æquales sunt duobus interioribus, & oppositis, qui quidem etiam inter se sunt æquales. angulus igitur* AKG *duplus est anguli* B, *& similiter angulus* DLH *anguli* E *est duplus*.

IN SEPT. ET OCTAVVM LIBRVM CONICORVM LEM.

THEOREMA CCV. PROPOS. CCXXI.

LEM. I. AB Sit parallelogramum rectangulnm AC, & ducatur EFA. Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & triangulo CBF æquale esse.



C D E F **Quoniam enim quadratnm ex EF æquale est quadratis ex EC CF, & quadrata & EA AF sunt æqualia quadratis ex ED DA, hoc est quadratis ex ED CB, & quadratis ex AB BF, hoc est ex CD BF. sed quadratis ex EA AF æqualia sunt rectangula EAF EFA vna cum quadratis ex EF FA, quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA est æquale rectangulo EAF; quadratis autem ex ED DC eadem ratione æquale est quod bis EDC continetur vna cũ quadrato x CE, & similiter quadratis ex CB BF æquale est contentum bis CBF vna cum quadrato ex CF: erit quod bis cõtinetur EAF**

EAF vna cum quadrato ex EF æquale ei, quod bis ADG continetur vna cum quadrato ex CE, & ei, quod bis continetur CBF vna cum quadrato ex CF. at quadrato ex EF æqualia sunt quadrata ex EGC F, vt dictum est. reliquum igitur, videlicet quod bis continetur EAF æquale est ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF est æquale, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et ducetur EFA] *græcus codex*. καὶ διήχθω ἡ ΕΖ. *ego legendum puto* ΕΖΑ. A

Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF æquale esse] *græcus codex*. ὅτι τὸ ὑπὸ ΕΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΖΓΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΕΓΔ. *sed legendum est* τῷ τε ὑπὸ ΖΒΓ, καὶ τῷ ὑπὸ ΕΔΓ. B

Et quadrata ex EA AF sunt æqualia quadratis ex ED DA &c.] *Ex* 47 *primi elementorum græcus codex*. ὧν τὰ ἀπὸ τῶν ΕΑ ΑΖ τετράγωνα *sed videtur legendum* καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΑ ΑΖ τετράγωνα *vel ut in sequenti lemmate*. ἐπεὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΑ ΑΖ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΔ ΔΑ. C

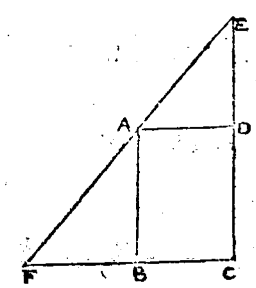
Hoc est quadratis ex ED CB] *græcus codex*. τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΔ Γ *Sed ex ijs, quæ sequuntur legendum arbitror* ἀπὸ τῶν ΕΔ ΓΔ. D

Sed quadratis ex EA AF æqualia sunt rectangula EAF EFA vna cum quadratis ex EF FA] *est enim ex* 4 *secundi elementorum quadratum ex* EA *æquale quadratis ex* EF FA *& ei, quod bis* EFA *continetur. Sed ei, quod semel* EFA *continetur una cum quadrato ex* FA *æquale est rectangulum* EAF *ex tertia eiusdem. Hæc autem omnia nos addidimus usque ad eum locum. Reliquum igitur &c. nam in græco codice multa in eandem sententiam desiderari uidebantur*. E

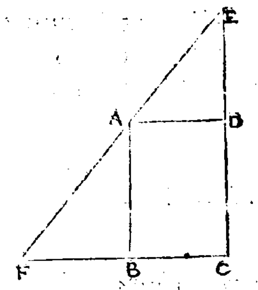
Quorum rectãgulum EFA vna cum quadrato ex FA est æquale rectangulo EAF] *Ex tertia secundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex* EA AF *æquale quod bis* EAF *continetur una cum quadrato ex* EF. F

THEOREMA CCVI. PROPOS. CCXXII.

Sit parallelogramum rectangulum AC, & ducatur EAF. Dico rectangulum EDC vna cum rectangulo CBF æquale esse rectangulo EAF. LEM. II.



Quoniã. n. quadratũ ex EF æquale est quadratis ex EC CF, & sunt quadrata ex EA AF æqua- 47 primi



AF æqualia quadratis ex ED DC CB BF; erit & quod bis EAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis continetur CBF. C rectangulum igitur EAF rectangulo EDC vna cum rectangulo CBF est æquale.

COMMENTARIVS.

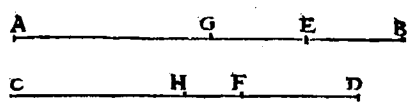
A Aequale esse rectangulo EAF] *in græco codice mendose legebatur* εδζ.

B Et sunt quadrata ex EA AF ęqualia quadratis ex ED DC CB BF] *Est enim quadratũ ex* EA *æquale quadratis ex* ED DA*, hoc est quadratis ex* ED CB*, & quadratum ex* AF *ęquale quadratis ex* AB BF*, hoc est* DC BF *græcus codex* εδ δγ *habebat* εδ δζ.

C Erit & quod bis EAF continetur ęquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod
47.prim. bis continetur CBF.] *Quadratum namque ex* EF *æquale est quadratis ex* EC CF. *Sed qua-*
4. secũdi *drato ex* EC *æqualia sunt quadrata ex* ED DC *vna cum eo, quod bis continetur* EDC. *& quadrato ex* CF *pariter æqualia sunt quadrata ex* CB BF *vna cum eo, quod bis* CBF *continetur. Rursus quadratum ex* EF *æquale est quadratis ex* EA AF*, & ei, quod bis continetur* EAF. *quadratis autem ex* EA AF *sunt ęqualia quadrata ex* ED DC, CB BF. *Quadrata igitur ex* ED DC CB BF *vna cum eo, quod bis continetur* EDC *& eo, quod bis* CBF *continetur ęqua-*
47.prim. *lia sunt quadratis ex* ED DC CB BF, *& ei, quod bis* EAF *continetur quare ablatis communibus quadratis, erit reliquum, quod bis continetur* EAF *æquale ei, quod bis continetur* EDC *& ei, quod bis* CBF *continetur.*

THEOREMA CCVII. PROPOS. CCXXIII.

LEM. III. Sit recta linea AB maior, quam CD, sitque rectangulum
A AEB æquale rectangulo CFD, & AE CF sint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem esse.



B Secentur totę lineę AB CD bifariam in punctis GH. maior igitur est GB, quam HD, &

HD, & ideo quadratum ex GB quadrato ex HD est maius. sed rectangulum AEB æ- C
quale est rectangulo CFD. ergo & quadratum ex GE maius est quadrato ex HF, & D
recta linea GE quam HF maior. est autem & AG maior, quam CH. tota igitur AE, quam tota CF maior erit.

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD] *græcus codex* καί ἴσον ἡ ὑπὸ αεβ γωνία τῇ ὑπὸ γζδ. *sed legendum puto.* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ αεβ τῷ ὑπὸ γζδ. A

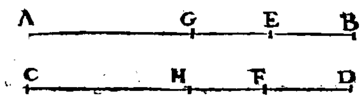
Maior igitur est GB, quam HD] *Ex 14 & 15 quinti elementorum græcus codex.* μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῆς δε. *sed legendum* τῆς δθ. B

Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD est maius] *gręcus codex,* ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ ηε μείζονι τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου. *lege* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ μεῖζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου. C

Ergo & quadratum ex GE maius quadrato ex FH] *est enim quadratum ex* GB *maius quadrato ex* HD. *sed quadratum ex* GB *ęquale est rectangulo* AEB *vna cum quadrato ex* GE, *& quadratum ex* HD *æquale est rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *ergo rectangulum* AEB *vna cum quadrato ex* GA *maius est rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *rectangulum autem* AEB *ponitur æquale rectangulo* CFD *quadratum igitur ex* AE *quadrato ex* FD *est maius.* D

TEOREMA CCIIX. PROPOS. CCXXIV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus existentibus AB CD. Dico maiores portiones AE CF inter se æquales esse. LEM. IV. A



Secentur enim AB CD bifariam in punctis GH. erit GB æqualis HD. qua- B
re & quadratum ex GB quadrato ex HD est æquale. sed & rectangulum AEB est ęquale rectangulo CFD. quadratum igitur ex GE æquale est quadrato ex HF ac D
propterea recta linea GE ipsi HF ęqualis; est autem & AG ęqualis CH. ergo tota AE toti CF ęqualis erit.

COMMENTARIVS.

Dico maiores portiones AE CF inter se ęquales esse.] *gręcus codex* ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε γζ ἐστὶ τὸ δεφης *sed vt puto legendum est* ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε γζ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. A

Secetur

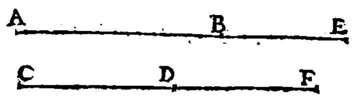
B Secetur enim AB. CD bifariam in punctis GH] *græcus codex* τμήματα γὰρ τὰ αβ γδ δίχα τοῖς ηθ. *Sed legendum erit* τετμήσθωσαν γὰρ αἱ αβ γδ *&c.*

C Erit GB æqualis HD] *Hæc omnia vsque ad finem nos addidimus, quod in græco codice multa in eandem sententiam desiderari videbantur.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῇ θδ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ ἴσον τῷ ἀπὸ θδ τετραγώνῳ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ αεβ ἴσον τῷ ὑπὸ γζδ. καὶ τὸ ἀπὸ ηε ἄρα ἴσον τῷ ἀπὸ θζ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε τῇ θζ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ αη ἴση τῇ γθ. ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ γζ ἐστὶν ἴση.

D Quadratum igitur ex GE æquale est quadrato ex HF] *Est enim rectangulum AEB vna cum quadrato ex GE æquale quadrato ex GB, & rectangulum CFD vna cum quadrato ex HF similiter æquale quadrato ex HD. demptis igitur æqualibus rectangulis AEB CFD, reliqua inter se æqualia erunt.*

THEOREMA CCIX. PROPOS. CCXXV.

LEM. V. Sit AB quidem maior, quam CD, BE vero minor, quam DF, maiori existente AB, quam BE: & CD maiori, quam DF. Dico excessum ipsarum AB BE excessu BD DF maiorem esse.



Quoniam enim AB maior est, quam CD, erit ipsarum AB BE excessus maior excessu CD BE. sed excessus CD BE maior est excessu CD DE, quod EB minor sit, quam DF. excessus igitur ipsarum AB BE excessu CD DF multo maior erit.

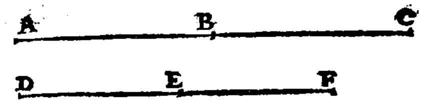
COMMENTARIVS.

Quoniam enim AB maior est, quam CD, erit ipsarum AB BE excessus maior excessu CD BE] *græcus codex.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς. *Sed fortasse legendum erit.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, μείζων ἄρα ἡ τῶν αβ βε ὑπεροχὴ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς.

PROBLEMA CCX. PROPOS. CCXXVI.

LEM. VI. Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF. Dico rectangulum contentum AC DF quadruplum esse rectanguli, quod AB DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla est ipsius AB, sumpta DE communi altitudine, erit rectangulum ex CA DE duplum rectanguli ex AB DE. Rursus quoniam FD dupla est DE, sumpta communi altitudine AC rectangulum ex AC DF duplum erit rectanguli ex AC DE. sed rectangulum ex AC DE duplum est rectanguli ex AB DE. rectangulum igitur ex AC DF rectanguli ex AB DE quadruplum erit. A B

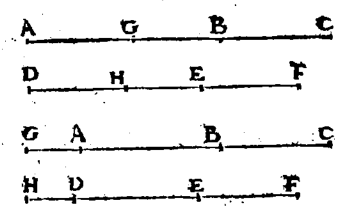
COMMENTARIVS.

Sed rectangulum ex AC DE duplum est rectanguli ex AB DE] *græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ δζ τοῦ ὑπὸ αγ δε. *sed legendum puto* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αβ δε. A

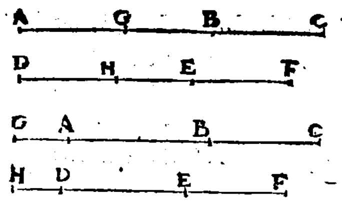
Rectangulum igitur ex AC DF rectanguli ex AB DE quadruplum erit] *Hæc nos addidimus perspicuitatis caussa, quæ fortasse in græco codice desiderantur, vt ita legendum sit.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγ δζ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ αβ δε. B

TEOREMA CCXI. PROPOS. CCXXVII.

LEM. VII. A Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF: vt autem AB ad BG, ita DE ad EH. Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita esse rectangulum DEH ad DHF rectangulum.



Quoniam enim vt AB ad BG, ita DE ad EH, erit per conuersionem rationis vt BA ad AG, ita ED ad DH. ergo vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH. sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum. vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum 22. sexti. B C rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. quoniam autem vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF; erit conuertendo, componendoque vt CA ad AB, ita FD ad DE. Sed vt BA ad AG, ita est ED ad DH. ex æquali igitur vt CA ad



DE AG, ita FD ad DH. ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD. ac propterea vt rectangulum CGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD. vt autem quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum
F DEH. ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.

COMMENTARIVS.

A Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita esse rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αηβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβγ οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δεζ. *Sed ut puto legendum erit.* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αηγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δθζ. *quod ex iis, quæ sequuntur manifesto apparet.*

B Sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] *Est enim quadratum ex* AB *ad* ABG *rectangulum, ut* AB *ad* BG *ex prima sexti elementorum: & quadratum, ex* DE *ad* DEH *rectangulum, ut* DE *ad* EH. *græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ αβη οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ δεθ. *sed legendum est.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ὑπὸ αβη, οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

C Vt igitur quadratum ex AG ad restangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH] *Quoniam enim vt quadratum ex* BA *ad quadratum ex* AG, *ita quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DH, *conuertendo, vt quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AB, *ita erit quadratum ex* HD *ad quadratum ex* DE. *Sed vt quadratum ex* AB *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DE *ad* DEH *rectangulum ergo ex æquali vt quadratum ex* AG *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DH *ad* DEB *rectangulum. græcus codex.* οὕτω τὸ ἀπὸ δθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

D Ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD] *Diuidendo scilicet,*

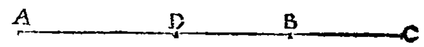
E Ac propterea vt rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] Ex *prima sexti elementorum græcus codex.* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ

ἀπὸ τοῦ πρὸς τὸ ἀπο. *vel igitur legendum est* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ οὕτω τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπό. *vel quod magis placet* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ γηα πρὸς τὸ ἀπὸ ηα οὕτω τὸ ὑπὸ ζθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ.

Ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF] Ex *antedictis sequitur ex æquali vt rectangulum* AGC *ad rectangulum* ABG, *ita rectangulum* DHF *ad rectangulum* DEH. *quare conuertendo vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* AGC, *ita rectangulum* DEH *ad rectangulum* DHF. *græcus codex.* οὕτω τὸ ὑπὸ δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *Sed videtur legendum* πρὸς τὸ ὑπὸ δθζ. *quam quam iisdem positis sequatur, vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* ABC, *ita esse* DEH *rectangulum ad rectangulum* DEF *& vt rectangulum* AGB *ad rectangulum* ABC, *ita rectangulum* DHE *ad* DEF *rectangulum, quę quidem omnia ex his per facile, & nullo negotio demostrabuntur.*

THEOREMA CCXII. PROPOS. CCXXVIII.

Sint quadrata ex AB BC data, & datus eorum excessus. Dico vtramque ipsarum AB BC datam esse.



Ponatur ipsi CB æqualis BD, datum igitur est & rectangulum CAD. quare & A
quod bis CAD continetur est datum; est enim rectangulum CAD quadratorum ex B
AB BC excessus. ergo datum est vtrumque quadratorũ ex CA AD: & ob id quadra- C D
tum vtriusque CA AD datum erit. Sed BA ipsius CA AD dimidia est data igitur est E F
BA. quare & BC est data. G H K

COMMENTARIVS.

A Sint quadra ex AB BC data] *Intellige vtraque quadrata simul sumpta data esse, videlicet compositum ex ipsis, nam si ea seorsum data sint, frustra illud, quod datum esset, quęreretur.*

B Datum igitur est & rectangulum CAD] *græcus codex.* δοθὲν ὅτι ἄρα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν γαδ. *lege* δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γαδ.

C Quare & quod bis CAD continetur est datum] Ex 2. *libri datorum.*

D Est enim rectangulum CAD quadratorũ ex AB BC excessus.] Ex 6. *secundi elementorum. nam cum CD bifariam secetur in* B *& ipsi adiiciatur DA, erit rectangulum CAD vna cum quadrato dimidiæ videlicet* BC *æquale quadrato ex* AB.

E Ergo datum est vtrumque quadratorum ex CA AD] Ex 2. *datorum, sunt enim quadrata ex CA AD dupla quadratorum ex AB-BC. quæ data sint per* 1[illegible] *secundi elementorum.*

F Et ob id quadratum vtriusque CA AD datum erit] *videlicet quadratum ipsarum* CA AD *ac si vna linea essent. Quoniam enim quadrata ex CA AD data sunt, & datum est, quod bis* CAD *continetur, & quadratum rectæ lineæ, quæ ex ipsis* CA AD *constat datum erit ex 4. secundi elementorum & ob id datum eius latus nempe recta linea ex* CA AD.

G Sed BA ipsius CA AD dimidia est] *græcus codex.* καὶ ἐστιν αὐτῆς ἡμίσεια δύο αἱ βα. *lege* καὶ ἐστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ βα.

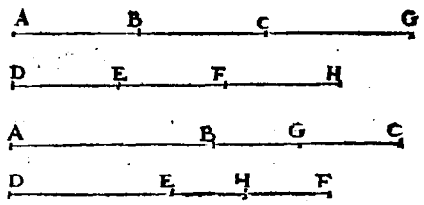
I Data igitur est BA] Ex 2. *libri datorum.*

H Quare & BC est data] *Nam cum data sit* AB, *& eius quadratum dabitur. sunt autem*
K *vtraque quadrata ex* AB BC *data; ergo & quadratum, ex* BC, *& ipsa* BC *detur necesse est. sed & aliter idem demonstrare possumus hoc modo.*

Ponatur ipsi CB *æqualis* BD.*datum igitur est rectangulum* CAD, *est enim dictorum quadratorum excessus, ergo rectangulum* CAD *una cum quadrato ex* BC *est æquale duobus quadratis ex* AB BC *dempto ab ipsis quadrato ex* BC. *addatur utrisque quadratum ex* BC. *ergo rectangulum* CAD *una cum duobus quadratis ex* BC *est æquale quadratis ex* AB BC. *Itaque de quadratis ex* AB BC *dematur rectangulum* CAD, *erit quod relinquitur datum, cum utraque data sint, atque erit æquale duobus quadratis ex* BC. *quare & duo quadrata ex* BC *erunt data, & unum ipsorum. recta igitur linea BC, & idcirco ipsa* AB *data erit.*

THEOREMA CCXIII. PROPOS. CCXXIX.

AB Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, sitque vt CB ad BG, ita FE ad EH. Dico vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita esse rectangulum DHE ad rectangulum EFH.



C D E F Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH: erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE. sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad EFH rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ γδ. *lege* τῇ γβ.

B Ita FE ad EH] *græcus codex* οὕτως ἡ θε πρὸς εζ, *lege* οὕτως ἡ ζε πρὸς εθ.

C Quoniam enim ut CB ad BA, ita FE ad ED] *Ego potius legendum censeo. Quoniam ut* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF; *& ita in græco codice corrigendum.*

D Erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE] *Quoniam enim ut* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF, *& ut* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH; *erit ex*

erit ex æquali ut AB *ad* BG, *ita* DE *ad* EH: *& componendo ut* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE. *sed ut* AG *ad* GB, *ita quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB: *ut autem* DH *ad* HE, *ita quadratum ex* DH *ad* DHE *rectangulum. ergo & ut quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB, *ita quadratum ex* DH *ad rectangulum* DHE.

Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF.] *Erat enim ut* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE; *& ut* GB *ad* BC, *ita* HE *ad* EF. *quare rursus ex æquali ut* AG *ad* BC, *ita* DH *ad* EF, *& ideo ut quadratum ex* AG *ad quadratum ex* BC, *ita quadratum ex* DH *ad quadratum ex* EF. E 22. sexti.

Et vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] *Namque ut* CB *ad* BG, *ita erat* FE *ad* EH. *quare conuertendo, ut* GB *ad* BC, *ita* HE *ad* EF, *diuidendoque, & rursus conuertendo, ut* BC *ad* CG, *ita* EF *ad* FH. *ergo ut quadratum ex* BC *ad rectangulum* BCG, *ita quadratum ex* EF *ad* EFH *rectangulum.* F lem. 23. decimi.

THEOREMA CCXIV. PROPOS. CCXXX.

Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. LEM. X. A

Quoniam enim AB est æqualis BC, & BD minor, quam BE; erit CD maior, quam AE. ergo & CE maior, quam AD. rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB: & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. B C D E

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.] *græcus codex mancus est, qui sic habet.* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε. *restituendus autem erit in hunc modum* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς βε ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ ἔλασσον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε.

B Erit CD maior, quam AE. ergo & CE maior, quam AD] *Nam cum sint æquales* AB BC, *sitque* BD *minor, quam* BE, *erit reliqua* DC *maior quam reliqua* AE. *quare addita vtrisque communi* ED, *fiet* CE *maior, quam* AD.

C Rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB] *Est enim* AD *minor, quam* CE, *&* DB *minor, quam* BE.

D Et rectangulum BCD rectangulo BAE maius] *nam* CB *est æqualis* BA, *&* CD *maior quam* AE.

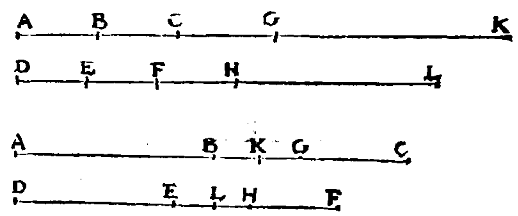
E Quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam ad rectangulũ BAE. sed rectangulum ADB ad rectangulum BAE ad huc minorem habet proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. rectangulum igitur ADB ad rectangulum BCD multo minorem proportionem habebit, quam CEB rectangulum ad rectangulum BAE. græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ δκβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ. *legendum autem* τὸ ἄρα ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ.

8. quinti.

THEOREMA CCXV. PROPOS. CCXXXI.

LEM. XI.

A Ostendendum nunc sit præcedentis conuersum. Sit enim AB æqualis BC, & DE ipsi EF: sitque vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulũ DHE ad rectangulum EFH. Dico vt CB ad BG, ita esse FE ad EH.



Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG AK, rectangulo autem DHE æquale id, quod FH EL continetur. est igitur vt rectangulum contentum AK CG ad rectangulum BCG, hoc est vt AK ad BC, ita rectangulum contentum DLFH ad rectangulum EFH, hoc est ita DL ad EF. sed & vt CB ad BA, ita FE ad ED. ergo AB BC CK respondent ipsis DE EF FL in eadem proportione, hoc est vt KC ad CB, ita LF ad FE. quoniam autem rectangulum AGB æquale est ei, quod AK CG continetur; vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK BG. reliquũ igitur rectangulum BGK est æquale contento AK BC. ergo vt rectangulum contentum AK BC ad quadratum ex BK, ita est rectangulum BGK ad quadratum ex BK. & eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL. atque est vt rectangulum contentum AK BC ad quadratum ex BK, ita rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ob analogiã similium portionum. ergo & vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL. & sunt eædem portiones BG EH. est igitur vt GB ad BK, ita HE ad EL; ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF.

(Margin letters B, C, D, E, F, G, H and "7. quinti." stand beside this paragraph.)

COMMENTARIVS.

A Ostendendum nunc sit præcedentis conuersum] *videlicet conuersum noni lemmatis.*

Ponatur

Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG AK] *græcus codex* κείσθω τὸ μὲν ὑπὸ αηβ ἴσον τῷ ὑπὸ γη ακ. *ego potius legerem.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ αηβ ἴσον τὸ ὑπὸ γη ακ. *propter ea, quæ sequuntur.* B

Hoc est vt KC ad CB, ita LF ad FE] *Quoniam enim est vt CB ad BA, ita FE ad ED, erit componendo, conuertendoque vt BA ad AC, ita ED ad DF. Rursus quoniam vt AK ad BC, ita DL ad EF; & vt CB ad BA, ita FE ad ED: ex æquali vt KA ad AB, ita erit LD ad DE. sed vt BA ad AC, ita ED ad DF. ergo rursus ex æquali, vt CA ad AC, ita LD ad DF: diuidendoque vt KC ad CA, ita LF ad FD: & consequentium dimidia, vt KC ad CB, ita LF ad FE.* C

Vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK BG] *græcus codex* ἀμφοτέρων ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακβ. *sed puto legendum* ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακ βη. D

Reliquum igitur rectangulum BGK est æquale contento AK BC] *Est enim rectangulum AGB vna cum rectangulo BGK æquale rectangulo contento AK CG ex prima secundi elementorum. & ob eandem caussam rectangulum contentum AK CG vna cum eo, quod AK BC continetur est æquale eidem rectangulo contento AK BG. quare si a rectangulo contento AK BG auferãtur æqualia rectangula; videlicet AGB, & contentum AK CG, relinquentur rectangula BGK, & contentum AK BC, quæ etiam inter se æqualia erunt. græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βα ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βγ. *sed legendum, vt opinor,* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βη ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βγ. E

Et eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *Nam cum rectangulum DHE ponatur æquale rectangulo contento DL FH, si eorum vtrumque auferatur a rectangulo contento DL EH, erit reliquum rectangulum EHL æquale reliquo, quod DL EF continetur græcus codex* διὰ ταῦτα δὴ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αλ εζ. *lege* τὸ ὑπὸ τῶν δλ εζ. F

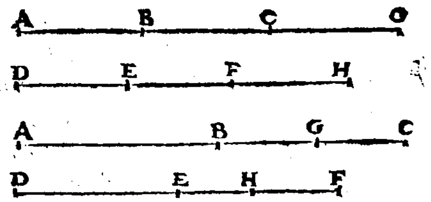
Ergo vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *græcus codex* οὕτω τὸ ἀπὸ ηθα πρὸς τὸ ἀπὸ αε *sed legendum puto* οὕτω τὸ ὑπὸ εθλ πρὸς τὸ ἀπὸ ελ. G

Et sunt eædem portiones BG EH: est igitur vt GB ad BK, ita HE ad EL, ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF] *Quoniam enim vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita est rectangulum EHL ad quadratum ex EL, & proportio quidem rectanguli BGK ad quadratum ex BK componetur ex proportione GB ad BK, & proportione GK ad KB; proportio autem rectanguli EHL ad quadratum ex EL componitur ex proportione HE ad EL, & proportione HL ad LE; suntque eædem portiones BG EH, & GK HL, & BK EL: erit vt GB ad BK, ita HE ad EL. sed superius demonstratum est, vt KC ad CB, ita esse LF ad FE. quare componendo vt KB ad BC, ita est LE ad EF. erat autem vt GB ad BK, ita HE ad EL. ex æquali igitur vt GB ad BC, ita HE ad EF, & conuertendo vt CB ad BG, ita FE ad EH quod demonstrandum proponebatur græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βα, οὕτως ἡ λε πρὸς εθ. *legendum autem est.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βκ, οὕτως ἡ θε πρὸς ελ. H

TEOREMA CCXVI. PROPOS. CCXXXII.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem casu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam DH ad EF: in secundo autem casu minorem. LEM. XII. A B

Quoniam



C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, ha-
D bebit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in secun-
E do autem casu maiorem. quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionẽ
F habet, quam DE ad EH. sed in secundo casu maiorem. ergo GA ad AB in primo ca
G su maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, & in secundo casu minorem. est
autem vt AB ad BC, ita DE ad EF. *ex æquali* igitur in primo casu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF: & in secundo casu minorem.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἔσω ἡ μὲν αβ τῆ βγ. *ego legendum puto.* ἔσω ἴση ἡ μὲν αβ τῆ βγ.

B Dico in primo quidem casu & AG ad BC maiorem proportionem habet, quam DH ad EF] *græcus codex* ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ αη πρὸς τὴν ηγ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem, habet, quam EF ad FH] *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων *quo in loco multa desiderari videntur; vt ita legendum sit.* ἐπεὶ γάρ ἡ βγ πρός γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς ζθ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.

D Habebit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in secundo autem casu maiorem] *videlicet per conuersionem rationis per 30. quinti libri elementorum ex editione nostra.*

E Quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionem habet, quam DE ad EH. sed in secundo casu maiorem] *Quoniam enim AB ad BC est vt DE ad EF, & CB ad BG minorem habet proportionem, quam FE ad FH; habebit ex æquali AB ad BG proportionem minorem, quam DE ad EH, quod a nobis demonstratum est in commentariis, in 52. quinti libri huius. & eodem modo in secundo casu, AB ad BG maiorem habebit proportionem, quam DE ad EH.*

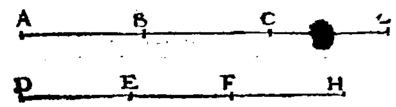
F Ergo GA ad AB in primo casu maiorem habet proportionem quam HD ad DE] *Cum AB ad BG in primo casu minorem proportionem habeat, quam DE ad EH, & componendo per 28. quinti elementorum ex editione nostra, AG ad GB minorem habebit proportionem, quam DH ad HE. quare & per conuersionem rationis per 30. eiusdem GA ad AB habebit maiorem proportionem, quam HD ad DE. & ita in secundo casu minorem habere demonstrabitur.*

G Ex æquali igitur in primo casu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF, & in secundo casu minorem] Ex *demonstratis a nobis in 52. quinti libri huius, ut dictum est.*

THEO-

THEOREMA CCXVII. PROPOS. CCXXXIII.

Sit rursus AB æqualis BC, & DE ipsi EF: habeatque AG ad GB minorem proportionem, quam DH ad HE. Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH. LEM. XIII. A



Quoniam enim per conuersionem rationis, & diuidendo GB ad BA, hoc est ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad EF; habebit per B conuersionem rationis, & diuidendo BC ad CG minorem proportionem, quam EF ad FH.

COMMENTARIVS.

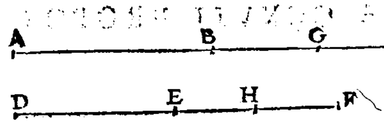
A Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH] *græcus codex* ὅτι καὶ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς τὴν ζθ. *sed mendose, ut opinor, nam uidetur legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει.

B Quoniam enim per conuersionem rationis & diuidendo, GB ad BA, hoc est ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad EF] *Quoniam AG ad GB minorem proportionem habet, quam DH ad HE, habebit per conuersionem rationis GA ad AB maiorem proportionem, quam HD ad DE, & diuidendo per 29. quinti ex editione nostra GB ad BA, uidelicet ad BC maiorem, quam HC ad ED, hoc est ad EF. Rursusque per conuersionem rationis BG ad GC minorem habebit proportionem quam EH ad HF, & rursus diuidendo BC ad CG minorem, quam EF ad FH. græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur* μείζονα λόγον ἔχει *cum legendum sit* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. 30. quinti

THEOREMA CCXIIX. PROPOS. CCXXXIV.

Sit AB æqualis BC, & DE ipsi EF, habeatque AG ad GB maiorem proportionem, quam DH ad HE. Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF. LEM. XIV.

Quoniam



B Quoniam enim diuidendo AB, hoc est CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc est FE ad EH, habebit per conuersionem rationis, ac diuidendo BG ad GC minorem proportionem, quam EH ad HF.

ex quin.

COMMENTARIVS.

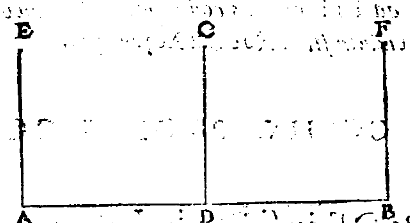
A Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF] *græcus codex* ὅτι ἡ βη πρὸς ηγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εβ πρὸς τὴν θζ, *legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ εθ πρὸς τὴν θζ.

C Quoniam enim diuidendo AB hoc est CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc est FE ad EH] *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν ἡ αβ τουτέστιν ἡ βι πρὸς τὴν γη, *sed legendum* τουτέστιν ἡ γβ πρὸς τὴν βη.

IN LOCO AD SVPERFICIEM.

TEOREMA CCXIX. PROPOS. CCXXXV.

LEM. I. A Si sit recta linea AB, & CD rectæ lineę positione datæ parallela sitque proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum C conicam lineam continget.



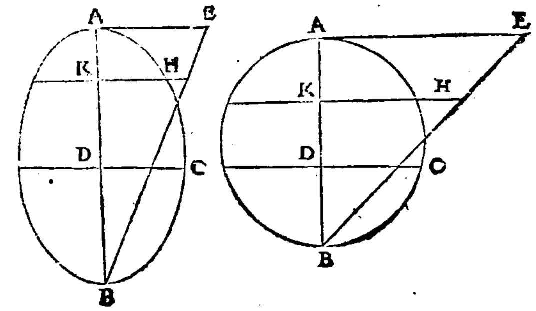
B **Si igitur recta linea AB positione priuetur; & puncta AB data non sint, fiat au-**

tem

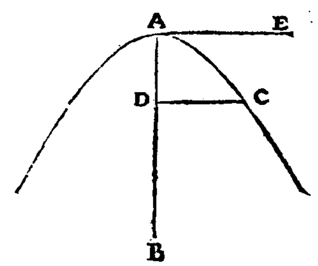
tem recta linea ad rectas lineas AE FB positione datas, punctum C in sublime eleuatum, erit ad superficiem positione datum; hoc autem ostensum est.

COMMENTARIVS.

Punctum C conicam lineam continget] *Sit recta linea* DC *ipsi* AE *parallela, vel igitur angulus* ADC *est rectus, vel non rectus, & quadratum ex* DC *vel est æquale rectangulo* ADB, A *vel inæquale. Sit primum* ADC *angulus rectus & quadratum ex* DC *inæquale rectangulo* ADB, *erit punctum* CD *in ellipsi. Fiat enim vt quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB, *ita*



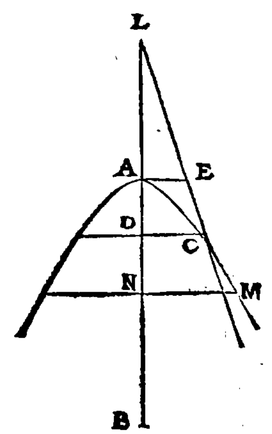
recta linea AE *ad ipsam* AB. *Itaque datis duabus rectis lineis terminatis* BA AE *inueniatur ex 54. primi libri conicorum circa diametrum* AB *coni sectio, quæ ellipsis appellatur in eodem plano, in quo sunt dictæ lineæ, ita vt vertex sit punctum* A *& rectū figurę latus* AE: *ductæ vero a sectione ad diametrum* AB *in angulo recto applicentur, & possint spatia adiacentia ipsi* AE, *quæ latitudines habeant rectas lineas intertectas inter ipsas, & punctum* A, *deficiantque figura simili, & similiter posita ei, quæ rectis lineis* BA AE *continetur. Quoniam igitur quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *est vt rectum figuræ latus* EA *ad transuersum* AB, *erit ex 21. primi libri conicorum punctum* C *in ellipsi: & similiter ductis alijs lineis a sectione ad* AB, *quæ ipsi* CD *sint parallelæ vt* HK, *habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB. *quare ellipsis* AHCB *locum efficiet. Si vero angulus* ADC *sit rectus, & quadratum ex* DC *æquale*



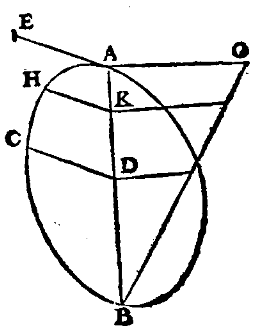
le rectangulo ADB, *punctum* C *in circulo circumferentia erit. est enim* CD *media proportionalis inter* AD DB: *& similiter a circumferentia circuli ad diametrum ductis alijs lineis ipsi* DC *parallelis, velut* HK, *idem plane continget, vt scilicet quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB. *& circumferentia* AHCB *locum efficiet. Sed fieri etiam potest, vt punctum* C *sit in parabola. si ex 52. primi conicorum in ipsa* AD *inueniatur coni sectio, quæ parabole appellatur, ita vt eius*

 vertex

vertex sit punctum A, & quis a sectione ad diametrum applicantur, parallelæ ipsi DE, possint rectangulum contentum recta linea, quæ est inter ipsum, & punctum A, & altera quadam data linea, quæ sit æqualis DB. Sit præterea AD minor quam DB, vt in alia figura, productaque DA ad L, sit DL ipsi DB æqualis. & vt quadratum ex CD ad rectangulum ADB, hoc est ad rectangulum ADL, ita fiat recta linea AE ad AL. Datis igitur duabus rectis lineis terminatis LA AE ex 53. primi libri conicorum inueniatur hyperbole, ita vt eius diameter sit LAD, vertex punctum A, & rectum figuræ latus AE, quæ uero a sectione ad diametrum in recto angulo

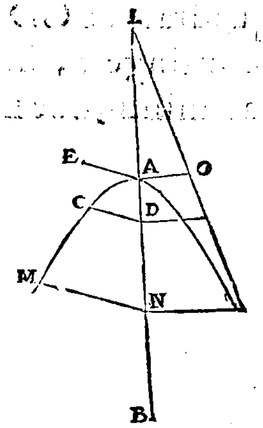


applicantur, possint rectangula adiacentia ipsi AE, & latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipsas & punctum A, excedantque figura simili, & similiter posita ei, quæ LA AE continetur. Itaque quoniam quadratum ex CD ad rectangulum ADL est vt figuræ rectum latus EA ad transuersum AL, erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum: & a sectione ad diametrum ductis alijs lineis, quæ parallelæ sint ipsi CD, ut MN, habebit quadratum ex MN ad rectangulum ANL eandem proportionem, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADL, & linea



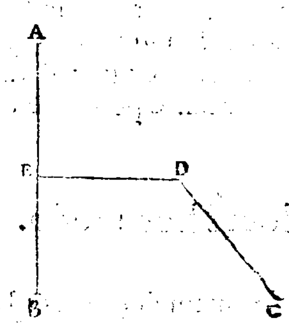
nea ACM locum efficiet. Quod si angulus ADC non sit rectus, siue quadratum ex CD sit æquale rectangulo ADB siue inæquale, fiat ut quadratum ex CD ad rectangulum ADB ita recta linea quædam OA ad AB, quæ cum ipsa AB rectos angulos continent: & ex 54. primi conicorum inueniatur ellipsis, cuius diameter AB, & rectum figuræ latus AO. erit eadem ratione punctum C in ellipsi, & ducta alia linea a sectione ad diametrū, quæ ipsi CD sit parallela habebit quadratum ex HK ad rectangulum AKB eandem proportionem, quam quadratū ex CD ad rectan-

ad rectangulum ADB, & linea AHC locum efficiet. Si vero AD sit minor, quam DB producta DA ad L, ita vt sit DL ipsi DB æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex CD ad rectangulum ADL, habeat recta linea OA ad AL, quæ cum AL rectos contineat angulos. & rursus ex 53. primi conicorum inueniatur hyperbole, cuius vertex punctum A, rectumque figuræ



guræ latus OA & transuersum AL. erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum, & a sectione ad diametrum ducta alia linea MN ipsi CD parallela, erit quadratum ex MN ad rectangulum ANL vt quadratum ex CD ad rectangulum ADL, & linea ACM locum efficiat necesse est, & si quidem angulus ADC sit rectus, erunt AB AL principales diametri sectionum, nempe ellipsis & hyperbole, si vero acutus vel obtusus non erunt principales.

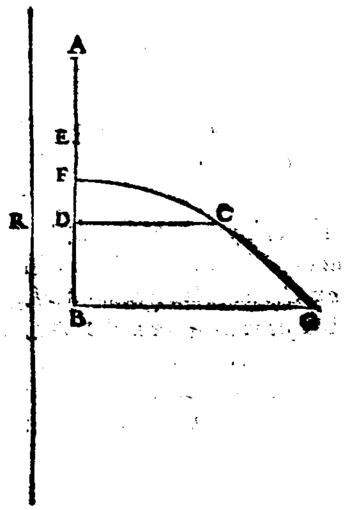
Fiat autem recta linea ad rectas lineas AE FB. positione datas, punctum C in sublime eleuatum erit ad superficiem, positione datam; hoc autem ostensum est. B *Græcus codex hoc loco, vt opinor corruptus est, qui sic habet.* γένηται δὲ προσθέσει εὐθεῖα ταῖς αε βζ, τὸ γ μετεωρισθὲν γίνεται προσθέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐδείχθη. *fortasse autem hoc dicit Si recta linea DC in sublimi constituta parallela sit ipsis AE BF positione datis, erit punctum C ad superficiem positione datam, videlicet ad eam, in qua sunt EA AB BF, & loci qui fiunt a sectionibus, nisi fallor, erunt ij, qui ad superficiem dicuntur.*



Si sit recta linea AB positione data, datumque punctum C in eodem plano, & ducatur GC & præterea ducatur DE parallela rectæ lineæ positione datæ; sit autem data proportio ipsius CD ad DE. Dico punctum D positione contingere conicam sectionem. ostendetur autem sit, præmisso huiusmodi loco.

THEOREMA CCXX. PROPOS. CCXXXVI.

LEM. III. Datis duobus punctis AB, & perpendiculari DC, sit proportio quadrati ex AD ad quadrata ex GD DB data. Dico punctū C conicam sectionem contingere, siue sit proportio æqualis ad æquale, siue maioris ad minus, siue minoris ad maius.



A Sit enim primum proportio æqualis ad æquale. & quoniam quadratum ex AD est æquale quadratis ex GD DB, si ponatur ipsi BD æqualis DE, erit rectangulum BAE ęquale quadrato ex DC. secetur AB bifariam in F. punctum igitur F est datū.
B atque est AE dupla ipsius FD. quare rectangulum BAE est quod bis AB FD conti-
CD netur. est autem dupla ipsius AB data. quod igitur data linea, & FD continetur qua
E drato ex DC est æquale. & ideo punctum C positione contingit paraboloen, quæ per punctum F transit.

Componetur autem locus hoc modo.

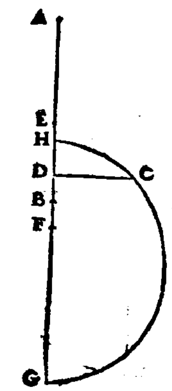
Sint data puncta AB: proportio autem sit ęqualis ad æquale. seceturque AB bifariam in F, & ipsius AB sit dupla recta linea, in qua R. Quod cum linea FB positione data sit, quæ terminatur ad punctum F, linea autem R sit magnitudine data, circa
F axem FB describatur parabole FG, ita vt sumpto in ipsa quouis puncto, veluti C, & ab eo ducta perpendiculari CD, rectangulum contētum recta linea R, & FD ęquale sit quadrato ex DC; & ducatur perpendicularis BG. Dico lineam CG ipsius para-
G bolæ partem esse. Ducatur enim perpendicularis CD, & ipsi BD æqualis ponatur DE. Quoniam igitur AB quidem dupla est ipsius BF, & EB dupla BD, erit & AE ipsius FD dupla: & rectangulum BAE æquale ei, quod bis AB FD continetur, hoc est

quadrato

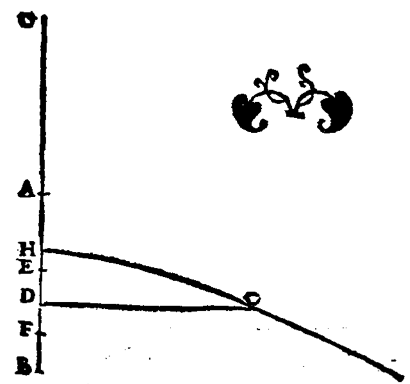
quadrato ex DC. commune apponatur quadratum ex ED, quod est æquale quadrato ex DB. totum igitur quadratum ex AD ęquale est quadratis ex CD DB, & propterea linea FCG locum efficit.

THEOREMA CCXXI. PROPOS. CCXXXVII.

Sint rursus duo puncta data AB: & ducatur DC perpendicularis: sit autem quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB proportio data; in primo quidem casu maioris ad minus, in secundo autem minoris ad maius. Dico punctum C contingere coni sectionem, videlicet ellipsim in primo casu, in secundo autem hyperbolen. LEM. IV. H K



Quoniam enim proportio quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB est data, fiat ipsi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB. erit ED in primo casu maior quam DB, in secundo autem minor. Ponatur ipsi ED æqualis DF. & quoniam da- L M



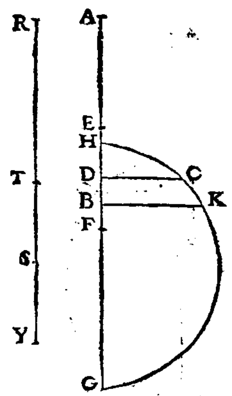
ta est proportio quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB, atque est eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB, erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio data. Quod cum data sit proportio ED ad DB, & proportio FB N O

ad BD

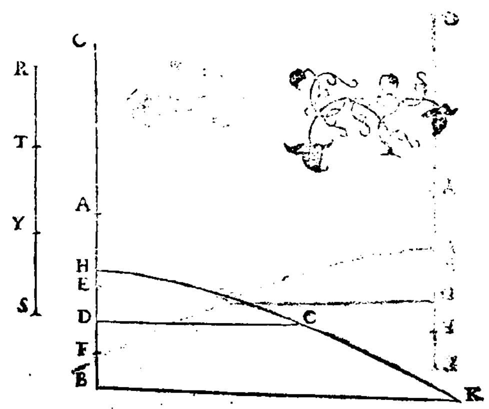
P ad BD dabitur cui eadem fiat proportio AB ad BG. ergo & totius AF ad DG pro-
Q portio data erit. Rurſus quoniam data eſt proportio ED ad DB, eadem fiat propor
R tio AH ad HB. quare & AB ad BH proportio data eſt, & datum punctum H. reliqua
S igitur AE ad HD proportio erit data & data proportio rectanguli FAE ad rectan-
T gulum HDG: rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio eſt data. quare
V X & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC. ſuntque duo puncta data
Y Z HG. ergo in primo caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingit.

Componetur autem locus hoc pacto.

α Sint duo puncta data AB. data autem proportio ſit quadrati ex RT ad quadratū
β ex TS, in primo quidem caſu maioris ad minus; in ſecundo autem minoris ad ma-
γ ius. & ipſi RT æqualis ponatur TY, fiatque vt YS ad ST, ita AB ad BG: vt autem
δ RT ad TS, ita fiat AH ad HB. & circa axem HG deſcribatur in primo caſu ellipſis, in



ε ſecūdo autem hyperbole, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, veluti C, & ducta perpendiculari CD, ſit proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC, compoſita ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR, & ex data proportione, quæ eſt quadrati ex RT ad quadratū ex TS. & ducatur perpendicularis BK.



ζ Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD, &
η fiat vt AB quidem ad BG, ita FB ad BD, vt autem AH ad HB, ita ED ad DB, quare pro

portio

portio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA, hoc eſt TS ad SY. proportio autem HD ad AE eadem, quæ TS ad SR. illud enim in reſolutione demōſtratum eſt. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAE proportio compoſita eſt ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR. ſed rectan- θ
gulum HDG ad quadratum ex DC proportionem habet compoſitam ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR, & ex data proportione, quæ quidem eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS. rectangulum autem HDG ad quadratum ex κ
DC rurſus proportionem habet compoſitam ex proportione rectanguli HDG ad rectangulum FAE, & proportione rectanguli FAE ad quadratum ex CD. atque eſt λ
proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAE eadem, quæ componitur ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR. reliqua igitur rectāguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ proportio quadrati ex RT ad quadratum μ
ex TS, hoc eſt quadrati ex ED ad quadratum ex DB: & omnia ad omnia. ergo vt ν
quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS; hoc eſt proportio data. quare HK pars ſectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

Et quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex CB DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DE, erit rectangulum BAE æquale quadrato ex DC] *Cum enim CB bifariam ſecetur in D, atque ei adiungatur AE; rectangulum BAE vna cum quadrato ex ED eſt æquale quadrato ex AD. ſed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD DB. ergo ablato vtrinque æquali, videlicet quadrato ex ED ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB, relinquitur rectangulum BAE quadrato ex CD æquale.* A 3.ſecūdi.

Atque eſt AE dupla ipſius FD] *eſt enim AB dupla ipſius BF, & EB dupla BD. ergo & reliqua AE reliquæ FD dupla erit.* B 19.quīti

Eſt autem dupla ipſius AB data] *Ex 2. libri datorum.* C

Quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex DC eſt æquale] *Ponatur recta linea in qua R dupla ipſius AB ergo vt recta linea R ad AB, ita eſt AE ad FD. rectangulum igitur contentum ipſa R & FD eſt æquale rectangulo BAE, hoc eſt quadrato ex DC. græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ δοθὲν, καὶ τῆς ΒΓ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. *legendum autem eſt, vt opinor.* τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης, καὶ τῆς ΖΔ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. D 16.quīti

Et ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit] *Ex 11. primi libri conicorum Apollonij eſt enim R linea iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur. græcus codex* τὸ Γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ Ζ. *lege* παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ Ζ. E

Circa axem FB parabole FG deſcribatur, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, velut C, & ab eo ducta perpendiculari BD] *Ex 52. primi libri conicorum. græcus codex* ὥστε ὅπου ἐὰν ἀπ' αὐτῆς σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ Γ. *lege* ἐὰν ἀπ' αὐτῆς. F

Et ipſi BD æquale ponatur DE] *græcus codex* καὶ τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ. *lege* καὶ τῇ ΒΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ. G

Et ducatur DC perpendicularis] *græcus codex* καὶ ἐφάπτεται ἡ ΔΓ καὶ ὀρθή. *ego legendum puto* καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ ΔΓ, *vel aliter in eandem ſententiam.* H

In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *græcus codex* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων K μείζων πρὸς ἐλάσσονα. *sed mendose, vt opinor. legendum enim est* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα *nisi forte per proportionem datam intelligamus eius conuersam, videlicet, quæ est quadratorum ex CD DB ad quadratum ex AD, quemadmodum inferius in ea, quæ sequitur.*

L Fiat ipsi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB: erit ED in primo casu maior, quam DB, in secundo autem minor] *Iungatur CB, & vt AD ad CB, ita fiet ED ad DB ex 2. huius erit igitur vt quadratum ex AD ad quadratum ex CB, hoc est*
22. sexti. *ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DB græcus codex* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ βα τῆς δε. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε *sed legendum est.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ δβ. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ.

M Ponatur ipsi ED æqualis DF] *græcus codex* κείσθω ὅτι τῇ εδ ἴση ἡ δζ. *lege* κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ δζ.

N Erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio data] *Est enim rectangulum FAE vna cum quadrato ex ED æquale ei, quod fit ex AD quadrato. ergo rectangu-*
5. secũdi. *lum FAE ad quadratum ex DC est vt quadratum AD ad quadrata ex CD DB, vel vt quadratum ex ED ad quadratum ex DB. græcus codex* καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ζαε *&c. lege* καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος ἐστὶ δοθείς.

O Quod cum data sit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur] *Quoniam enim ED ad DB, hoc est FD ad DB datam habet proportionem, & ad reliquam BF da-*
5. datorũ *tam proportionem habebit ex 5 libri datorum. quare ex 8. eiusdem FB ad BD datam proportionem habeat necesse est, ita quidem argumentabimur in primo casu, in secundo autem hoc modo. Quoniam FD ad DB datam habet proportionem, & reliqua FB ad BD proportionem datam habebit græcus codex.* ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς εδ πρὸς δβ, καὶ τῆς ζδ πρὸς δβ. *ego legendum puto* καὶ τῆς ζβ πρὸς βδ.

P Cui eadem fiat proportio AB ad BG] *In secundo casu sumatur punctum G ad partes A, alioqui quæ deinceps dicuntur vera non essent.*

Q Ergo & totius AF ad DG proportio data erit] *Quoniam enim est vt FB ad BD, ita AB ad BG, erit in primo casu ex 12. quinti elementorum tota AF ad totam DG, vt AB ad BG. sed in secundo casu hoc modo. Quoniam tota AB ad totam BG est, vt pars FB ad partem BD, erit reliqua AF ad reliquam DG, vt AB ad BG. proportio igitur AF ad DG est data. ex quibus manifeste constat in secundo casu punctum G ad partes A sumi oportere. si enim ad alteras partes nullo modo sequeretur AF ad DG ita esse, vt AB ad BG. quod quidem in compositione concludetur, ut apparebit, namque AF minor est, quam AB. sed DG multo maior esset, quam BG.*

R Rursus quoniam data est proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB] *Diuidatur AB in datam proportionem, quæ est ED ad DB ex 10. sexti elementorum græcus codex* πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αβ πρὸς βθ *Nos autem perspicuitatis caussa addidimus ED ad DB. sed quæ sequuntur ita legenda censemus.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αθ πρὸς θβ.

S Quare & AB ad BH proportio data est, & datum punctnm H.] *Vtraque enim ipsarum AH HB est data ex 7. libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius AB ad BH dabitur ex prima & sexta eiusdem libri.*

T Reliqua igitur AE ad HD proportio erit data] *Namque vt AH ad HB, ita est ED ad DB: & componendo vt AB ad BH, ita EB ad BD. quare & reliqua AE ad reliquam HD est vt AB ad BH. data igitur erit proportio AE ad HD. græcus codex* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς εδ. *sed legendum* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς θδ.

V Et data proportio rectanguli FAE ad rectangulum HDG] *Rectangulum enim FAE ad rectangulum HDG proportionem habet compositam ex datis proportionibus, videlicet ex proportione AF ad DG & proportione AE ad HD.*

X Rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio est data] *Ex antecedentibus.*

Quare

Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC] *Ex 8. libri datorum.* Y

Ergo in primo casu punctum C ellipsim, in secundo autem hyperbolen continget] *Est enim in primo casu HG ellipsis diameter: in secundo autẽ casu GH est diameter hyperbolæ. quæ ex ipsa sumitur.* Z

Data autem proportio sit quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ρτ πρὸς τσ. *sed videne legendum sit* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. *In resolutione enim data proportio erat quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB. hæc autem eadem est, quam quadratum ex RT habet ad quadratum ex TS, vt deinceps apparebit.* α

In primo quidem casu maioris ad minus, in secundo autem minoris ad maius] *Corrigendus etiam est hoc loco græcus codex, qui sic habet.* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα. *legendum enim est* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα. β

Et circa axem GH describatur in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole] *Describatur in primo casu ellipsis circa axem HDG, in secundo autem describatur hyperbole circa axem GH productam, hoc est circa HB, ita vt punctum H sit ipsius vertex.* γ

Ita vt sumpto in ipsa quouis puncto veluti C &c.] *Hoc est ita vt GH transuersum figuræ latus ad rectum compositam proportionem habeat ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad ST, & ex data proportione, vt enim rectangulum HDG ad quadratum ex DC, ita transuersum figuræ latus ad rectum ex 21 primi libri conicorum.* δ

Quæ est quadrati ex RT ad quadratũ ex TS] *græcus codex.* ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρσ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ *lege* ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ *&c.* ε

Dico lineam HK facere id. quod præcipitur] *Hoc est lineam HCK, quæ sectionis pars est. græcus codex.* ὅτι ἡ βκ ποιεῖ τὸ ἐπίταγμα *sed legendum arbitror* λέγω ὅτι ἡ θκ *&c.* ζ

Quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ GB ad BA] *Ex hoc loco colligitur in secundo casu punctum G ad partes A sumendum esse, vt supra admonuimus.* η

Et ex data proportione] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice desiderari videbantur, vt ita legendum sit.* ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τὸν συνημμένον ἔχει λόγον ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ τσ πρὸς συ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ τσ πρὸς σρ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος, καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. *quæ vero sequuntur* ἐλάσσων πρὸς μείζονα *nos delenda censemus.* θ

Reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem est, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS.] *græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. *legendum autem, ut puto* λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. κ

Hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DB] *græcus codex.* τουτέστι τῷ τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ αβ *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ δβ. λ

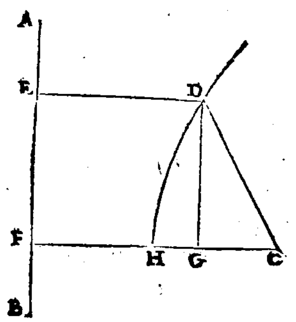
Et omnia ad omnia] *Quoniã enim proportio rectanguli FAE ad quadratum ex DC eadem est, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS, hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DB; erit omnium antecedentium ad omnia consequentia eadem proportio, videlicet rectanguli FAE vna cum quadrato ex ED, hoc est quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB.* μ 12. quĩti 5. secũdi.

Ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὰ ἀπὸ βη. *sed legendum* πρὸς τὰ ἀπὸ γδ δβ. ν

THEOREMA CCXXII. PROPOS. CCXXXVIII.

His ita habentibus transeamus ad id, quod initio proponebatur.

LEM.V Sit recta linea positione data AB, & datum punctum C, in eodem plano, ducaturque CD, & perpendicularis DE. proportio autem data sit CD ad DE. Dico punctum D coni sectionem contingere, & si quidem proportio sit æqualis ad æquale, erit ea sectio parabole, si vero minoris ad maius, ellipsis; quòd si maioris ad minus erit hyperbole.



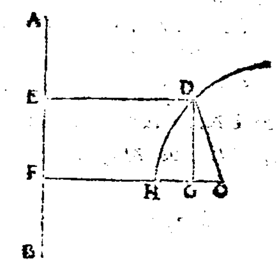
Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc est sit primum CD æqualis DE. ostendendum est punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF, ipsi vero AB parallela ducatur DG. & quoniam quadratum ex ED æquale est quadrato ex DC, æqualis autem ED ipsi FG & quadratum ex DC æquale quadratis ex
A DG GC: erit quadratum ex FG quadratis ex DG GC æquale; atque est recta linea FC data positione; & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonstratum est.

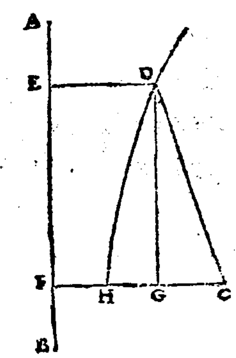
Componetur autem hoc modo.

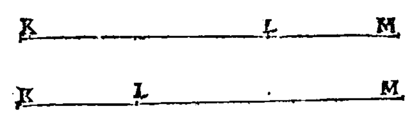
B Sit recta linea AB positione data, datumque punctum C, & ducatur perpendicularis CF. Itaque cum CF detur positione, & dentur duo puncta FC, inueniatur parabole DH, ita vt sumpto in ea quouis puncto, veluti D, & data DG perpendiculari, quadratum ex FG sit æquale quadratis ex DG GC. Dico lineam DH locum efficere. hoc est ducta quauis linea, vt CD, & perpendiculari DE, lineam CD ipsi DE æqualem esse. ducatur enim perpendicularis DG. ergo propter parabolen quadratum ex FG est æquale quadratis ex DG GC. atque est ipsi quidem FG æqualis ED, quadratis vero ex DG GC æquale quadratum ex DC. ergo quadratum ex CD quadrato ex DE est æquale, ac propterea CD ipsi DE æqualis. linea igitur DH, quæ est pars sectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

Atque est recta linea FC data positione] *Ex 30. libri datorum.* A
Inueniatur parabole DH, ita vt sumpto in ea quouis puncto &c.] *ex ijs, quæ superius tradita sunt.* B
Desideratur vt apparet, vltima pars huius theorematis quam nos supplere aggrediemur.







Sint eadem, quæ prius, & sit proportio data CD ad DE minoris ad maius vel maioris ad minus, hoc est sit CD minor, quam DE, vel maior Ostendendum est punctum D in primo casu ellipsim, in secundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ superius dicta sunt, erit quadratum ex FG maius quadratis ex DG GC, vel minus atque est FC positione data, & data puncta FC. punctum igitur D ex iam demonstratis ellipsim, vel hyperbolen continget.

Componetur autem in hunc modum.

Sit rursus recta linea AB positione data, & datum punctum C. sit autem data proportio, quam habet KL ad LM, in primo casu maioris ad minus, in secundo minoris ad maius. ducaturque perpendicularis CF. & cum CF sit positione data, & data puncta FC, inueniatur ex iam dictis, in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole DH, ita vt sumpto in ea quouis puncto D, & ducta perpendiculari DG, quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC eandem proportionem habeat, quam quadratum ex KL ad quadratum ex LM. Dico lineam DH locum efficere. Hoc est si ducatur quæuis recta linea, vt CD, & perpendicularis DE, lineam CD ad DE eam habere proportionem, quam ML ad LK. ducatur enim perpendicularis DG. ergo propter ellipsim uel hyperbolen quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC est ut quadratum ex KL ad quadratum ex LM. atque est DE æqualis GF; & quadratum ex CD quadratis ex DG GC æquale. ergo quadratum ex CD ad quadratum ex DE eam habet proportionem, quam quadratum ex ML ad quadratum ex LK. & idcirco linea CD ad DE eandem proportionem habebit, quam ML ad LK. linea igitur DH locum efficiat, necesse est.

SEPTIMI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER OCTAVVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

CVM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ nostræ rationibus conducat, iure optimo a philosophis maxima laude digna existimata est: & omnes mathematici non mediocri studio in eam incũbunt; etenim fere prima physiologiam, quę in elementorum mundi materia versatur, attingit. nam cum statum & corporum lationem, motumque secundum locum in vniuerso contempletur, horum quidem, quæ natura sunt, causas reddit; illa autem a natura sua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transfert, quod per ea theoremata, quę ex ipsa materia decidunt, excogitat. Mechanicæ vero alteram partem rationalem esse, alteram manuum opera indigere, sentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria, & arithmetica, & astronomia, & ex phisicis rationibus constare: eam vero, quę manuum opera indiget, ex æraria, & ędificatoria & testonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque eum quidem in supradictis scientijs a prima ętate versatus sit, & prædictas artes calluerit, quique acri sit ingenio, optimum fore & inuentorem, & architectum mechanicorum operum: cum fieri non possit, vt quis tantopere in his disciplinis excellat, simulque prædictas artes discat. præcipit autem ei, qui

qui mechanica opera tractare velit, vt proprias artes ad manum habeat, quibus cum opus sit, in singulis vtatur. & maxime omnium necessariæ artes sunt ad vitæ vsus, mechanicę post architectonicam: & ars manganorum, qui & ipsi męchanici ab antiquis appellati sunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia mouẽtes: & ars conficiendi instrumenta ad bellum necessaria, quę & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his similia emittuntur in longissima viæ spacia per cata pultas, quæ ab ipsis construuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανοποιοὶ, hoc est machinas conficientes appellantur; ex multa enim profunditate aqua facilius attollitur, per instrumenta ad ipsam ex hauriendam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per spiritus artem exercent, vt Hero πνευματικοῖς. alij per neruos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τομάτοις καὶ ζυγίοις. alij vero per ea, quę in aqua vehuntur, vt Archimedes ὀχουμένοις; vel horologijs per aquam constructis. vt Hero ὑδρείοις. quæ etiam vidẽtur communem habere rationem cum gnomonica contemplatione. Mechanicos insuper vocant eos, qui nouerunt sphęropæias conficere. a quibus imago cęli construitur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium caussam, & rationem cognouisse aiunt quidam syracusanum Archimedem. is enim solus nostris temporibus varia, & natura, & intelligentia vsus est ad omnia perscrutanda; quemadmodum & Gẽminus mathematicus asserit in libro de mathematicarum disciplinarum ordine. Carpus autem antiochensis quodam in loco dicit Archimedem syracusanum vnum dumtaxat librum mechanicum composuisse de sphęropçia, hoc est de sphęræ constructione. de alijs vero sibi scribendum non existimasse, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honore semper fuerit, & ad mirabilis magno quodam ingenio habitus sit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. sed de ijs quæ præcipua sunt, & geometricam, arithmeticamque contemplationem continent, quamquam ea breuissima videantur esse, diligenter conscripsit, tanto, vt apparet, prędictarum scientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. ipse autem

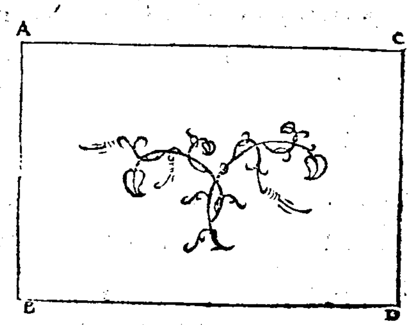
tem

tem corpus, & alij quędam iure optimo vsi sunt Geometria etiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil lęditur, quę multas artes stabilire consueuit, quando eis adiungatur. Itaque cum sit tamquam mater artium non læditur, quod curam habeat organicę, & architectonicę. neque enim propterea quod simul sit cum ea, quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechanica, & scenographia aliqua ex parte læditur. sed contra potius videtur eas promouere, quod et honoretur, & ab ipsis pro dignitate ornetur, Cum igitur eiusmodi sit mechanica scientia simul & ars, & in tot partes diuidatur, existimaui recte se habere, si & breuius, & apertius conscripsero ea, quæ ratione geometrica in contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium attinent, maxime sunt necessaria. & theoremata tam quę apud veteres posita, quam quæ a nobis vtiliter adinuenta sunt, & magis exquisita ratione, quam ea, quę a prioribus conscripta est, vt Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datũ angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclitato ducatur. hoc autem vtile est mechanicis manganarijs, addentes enim inuentę potentię aleram quandam virorum potentiam confidenter in sublime pondus attollunt. & Datis duabus rectis lineis inęqualibus, duas medias proportionales in cõtinua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis soleda figura data secundum datam proportionem & augetur, & minuitur. & quomodo fieri possit, vt tympano dato si & data multitudine scytularum ipsius, vel dentium apponatur ei tympanum datum habens dentium multitudinem. & appositi tympani diameter inueniatur. quod quidem tum ad multa vtile est, tum ad artem eorum, qui machaninas cõficiunt propter constitutionem scytulatorum tympanorum. Horum autem vnumquodque in proprio loco perspicuum fiet, etiam cum alijs, quæ architecto, & mechanico vtilia sunt, si prius ea, quæ tractationem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid igitur sit graue, & quid leue, & quæ caussa sit, cur corpora sursum, & deorsum ferãtur; & hoc ipsum sursum, ac deorsum quo modo intelligatur, & quibus terminis circumscribatur, nihil a nobis in præsentia in medium afferri oportet, quoniam hæc

a Pro-a Ptolemæo in mechanicis declarata sunt. Centrum autem grauitatis vniuscuiusque corporis, quod est principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam sit, & quid sibi velit, dicendum, ex hoc enim, vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione considerantur, perspicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuscuiusque corporis esse punctum quoddam intra positum a quo si graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quiescit, & seruat eam, quam in principio habebat, positionem, neque in ipsa latione circumuertitur.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Hoc autem punctum non solum in corporibus, quæ certum seruant ordinem, sed etiam in iis, quæ temere & casu formata sunt, inuenitur, ratione quadam persuasum huius modi.



Ponatur planum rectum ABCD ad mundi centrum vergens, in quo & corpora grauia prorsus in clinationem habere videntur, & sit recta linea AB perpendicularis plano, in quo incedimus. si igitur aliquod corpus graue constituatur in AB recta linea, ita vt omnino a plano producto secetur, habebit aliquando positionem ta-
* lem, vt maneat immotum, & non decidat. quod cum ita factum sit, si intelligatur planum ABCD productum, secabit vtique super impositum corpus in duas partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum suspentionis in libra, inter se æqueponderabunt. Rursus transpositū corpus graue in altera parte attingat rectam lineam AB. habebit circum actum aliquando positionem eam, vt dimissum maneat, & non decidat. Itaque si rursus intelligatur planum ABCD productum in partes æqueponderantes corpus secabit, & priori plano secanti occurret. si enim non occurrat, eędem partes inter se, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt. quod est absurdum.

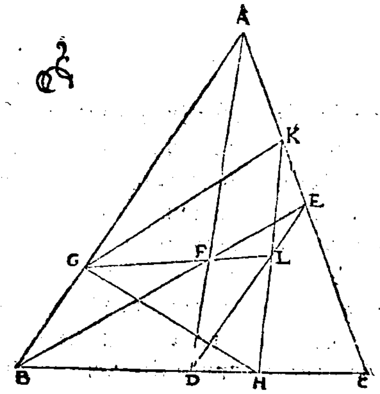
ALITER. His autem explicatis rursus intelligatur recta linea AB perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipsius mundi centrum vergens; & similiter corpus graue in puncto A constituatur, recta linea AB tamquam basi innixum stabit aliquando corpus in puncto, ita vt maneat, siquidem & in plano ipsius poterat quiescere. Si igitur eo manente recta linea AB, producatur, aliqua pars ipsius in proposita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rursus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita vt quiescat. Dico rectam lineam AB productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehensa. Si enim non occurret, poterunt quædam plana per vtramque earum ducta sibi ipsis intra figuram non occurrere, & vnumquod quæ ipsorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod est absurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram sibi ipsis occurrent. Similiter, & si iuxta alias positiones corpus in puncto A statuatur, ita vt maneat, producta recta linea AB occurret alijs prius intra figuram comprehensis. quare constat rectas lineas si ita duci intelligantur, sese in vno puncto secare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. constat præterea corpus graue, si ex centro appensum mente concipiatur, non circumuerti, sed manere, seruans in latione quamcumque in principio habebat positionem. omnia enim, quæ per ipsum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuersionis caussa admitti potest, cum iuxta omnem positionem partes ipsius æqueponderantes ex vtraque parte centri constituantur. Hoc igitur est, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addisces autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonstrata, si legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita sunt, deinceps conscribemus, nempe hæc. cōuerti.

COMMENTARIVS.

Habebit aliquando positionem talem, vt maneat immotum, & non decidat] *Corpora enim grauia deorsum feruntur secundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem; quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus super impositum plano ad horizontem recto tunc solum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius supra planum directe constiterit, quippe a quo vlterius descendere prohibentur. etenim aduertendum autem est, vt centrum grauitatis hoc modo inueniamus, non satis esse corpus graue plano bis imponere: duorum etenim planorum communis sectio est recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere. & in quo puncto dicta linea a plano secetur, illud grauitatis esse centrum manifesto apparebit.* *

THEOREMA I. PROPOS. II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem secentur a punctis CHK, sitque AG ad GB, vt BH ad HC, & CK ad KA: & coniungantur GH HK KG. Dico triangulorũ ABC GHK idem esse grauitatis centrum.



Secentur enim BC CA bifariam in punctis DE: & AD BE iungantur. ergo pũctum F, in quo conueniunt, est centrum grauitatis trianguli ABC. nam si triangulũ in aliquo plano recto constituatur secundum rectam lineam AD, in neutram partem verget. quod triangulum ABD triangulo ACD sit æquale. similiter triãgulum ABC. secundum rectam lineam BE in plano recto constitutum in neutram verget partem
A quod æqualia sint triangula ABE BCE. & cum in vtraque rectarum linearum AD BE triangulum æqueponderet, commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit. oportet autem intelligere punctum F, vt antedictum est, in medio triãguli ABC,
B quod scilicet æque crassum, & æqueponderans ponitur. constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE & vt CA ad AE, ita esse AB ad DE, & BF ad FE,
C & AF ad FD: propterea quod triangula DFE ABF æquiangula sunt. itemque æquiangula CDE ABC. iungatur igitur DE, quæ secet HK in L. & quoniam proportio BH ad HC composita est ex proportione BH ad HD, & proportione DH ad HC; est autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK, & antecedentium dimidia vt DC ad
D CH, ita EA ad AK, & per conuersionem rationis vt CD ad DH, ita AE ad EK, sed CD ipsi DB est æqualis, & AE æqualis EC: erit vt BD ad DH, ita CE ad EK: & componen
E do vt BH ad HD, ita CK ad KE. ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. componitur autem ex eisdem etiam proportio DL ad LE, atque est HL ipsi LK ęqualis vt demonstrabitur. quare & vt AG
F ad GB, ita est DL ad LE. suntque parallelæ AB DE: & iunctæ AD BE se mutuo secãt in F. ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit. hoc enim infra ostendetur,
G quamquam parui sit momenti. Itaque quoniam vt BF ad FE, ita GF ad FL, & est BF dupla FE; rit & GF ipsius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifariam di
H uiditur in L, estque GF dupla FL. punctum igitur F centrum est grauitatis trianguli GHK. erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonstrare oportebat.

CO M-

COMMENTARIVS.

Commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit] *Hoc idem Archimedis aliter demonstrauit in libro de æqueponderantibus.* A „

Constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE] *Quoniam enim BC CA in punctis DE bifariam secantur, erit vt BD ad DC, ita AE ad EC. quare ducta DE ipsi AB parallela erit, & idcirco triangulum CDE simile est triangulo CBA, itemque DFC triangulum triangulo AFB simile. Cum igitur sit vt BC ad CD, ita BA ad DE, erit BA ipsius DE dupla. sed vt BA ad DE, ita AF ad FD, & BF ad FE. ergo AF dupla est FD. & BF ipsius FE. Hoc autem nos aliter demonstrauimus in commentarijs in sextam propositionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.* B „

Est autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK] *Ponitur enim vt BH ad HC, ita esse CK ad KA. quare & componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK.* C „

Ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC] *Ex antedictis sequitur proportionem BH ad HC compositam esse ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. sed vt BH ad HC, ita posita est AG ad GB quare & AG ad GB proportio ex eisdem proportionibus componatur, necesse est.* D „

Componitur autem ex eisdem etiam proportio DL ad LE: atque est HL ipsi LK æqualis] *Hæc duo inferius demonstrantur.* E „

Ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit; hoc enim infra ostendetur, quam „ quam parui sit momenti] *Hoc quoque infra ostendit Pappus. græcus autem codex, vt arbitror, mendosus est.* F „

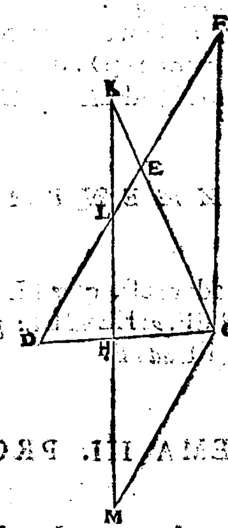
Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] *Hunc locum nos ita restituimus. in græco enim codice legebatur τριγώνου δὴ τοῦ ηθκ διχοτομία τὸ γ.* G „

Punctum igitur F centrum est grauitatis trianguli GHK] *Ex ante demonstratis.* H „

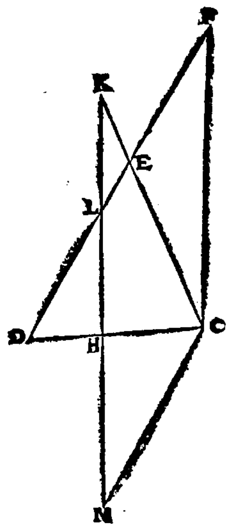
THEOREMA II. PROPOS. III.

Quod autem ante positum est, sic demonstrabitur.

Sit enim vt CD ad DH, ita CE ad EK: & iungantur DE HK sese in puncto L secantes. Dico HL ipsi LK æqualem esse: & proportionem DL ad LE componi ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE.



Ducatur enim per C ipsi HK parallela CF, quæ lineę DE productæ occurrat in F.



in F. Quoniam igitur duæ rectæ lineæ sunt DL LE, & extrinsecus assumitur LF; erit
8, sexti. proportio DL ad LE composita ex proportione DL ad LF, & proportione FL ad LE.
* sed proportio DH ad HC eadem est, quæ proportio DL ad LF, cum parallelæ sint CF KH. proportio autem CK ad KE eadem est, quæ FL ad LE, quod triangula CEF KEL æquiangula sint. ergo proportio DL ad LE componitur ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE. Eadem ratione ostendetur proportio KL ad LH componi ex proportione KE ad EC, & proportione CD ad DH, ducta scilicet per C linea CM ipsi ED parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M. Rursus enim cũ duæ rectæ lineæ sint KL LH, & extrinsecus assumatur LM, proportio KL ad LH componitur ex proportione KL ad LM, & proportione ML ad LH. sed proportio KL ad LM eadem est, quæ KE ad EC, quod rursus parallelæ sint ED CM. proportio autem ML ad LH est eadem, quæ CD ad DH, quoniam triangula DHL CHM æquiangula sunt. proportio igitur KL ad LH eadem est, quæ componitur ex proportione KE ad EC, hoc est HD ad DC, & proportione CD ad DH, quæquidem proportionem efficit æqualitatis. ergo & proportio KL ad LH æqualitatis proportio est, & ob id KL ipsi LH est æqualis.

COMMENTARIVS.

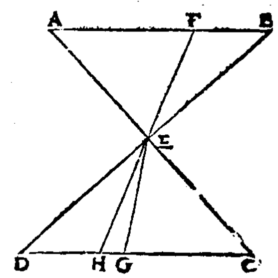
* Proportio autem CK ad KE eadem est, quæ FL ad LE, quod triangula CEF KEL æquiangula sint.] *est enim* CE *ad* EF, *vt* KE *ad* EL: *permutandoque* CE *ad* EK, *vt* FE *ad* EL: *&* *componendo* CK *ad* KE, *ut* FL *ad* LE.

THEOREMA III. PROPOS. IIII.

Sed quod reliquum, ita demonstraditur.

Sit

Sit AB parallela ipsi CD, & vt AF ad FB, ita CH ad HD: innganturque AC BD sese in puncto E secantes. Dico lineam, quæ per FEH ducitur, rectam esse.



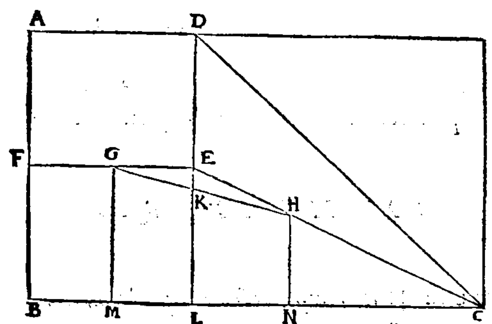
Si enim non, sit FEG recta. & quoniam vt AF ad CG, ita FE ad EG; vt autem FE ad EG, ita FB ad GD: erit vt AF ad CG ita FB ad GD: & permutando vt AF ad FB, hoc est CH ad HD, ita CG ad GD. quod fieri non potest. linea igitur, quæ per FEH ducitur, necessario recta erit. *

COMMENTARIVS.

Et quoniam vt AF ad CG, ita FE ad EG] *si enim* FEG *recta linea intelligatur, erunt triangula* AEF CEG *similia: itemque similia inter sese triangula* FEB GED. *

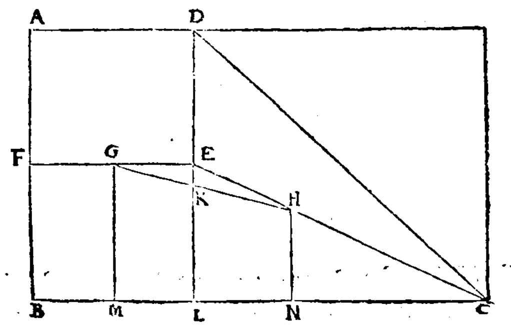
PROBLEMA II. PROPOS. V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineã DC, ita vt si trapezium ABCD ex puncto D suspendatur, rectæ lineæ AD BC parallelæ sint horizonti.



Ponatur iam factum esse. ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipsam BC est perpendicularis. sit autem DL, quæ in E. bifariam secetur. itemque AB secetur bifariam in F: & FB EC iungantur. secetur præterea CE in H, ita vt CH dupla sit ipsius HE, & EF bifariam secetur in G. A B

C in G iunganturque GH ſecans DL in K. punctum igitur G eſt centrum grauitatis pa-
D rallelogrammi BD. & H eſt centrum grauitatis trianguli CDL. quare totius trapezij grauitatis centrum eſt in recta linea GH. ſed eſt etiam in ipſa DL. ergo K trapezij ABCD grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis eſt G: & trianguli DLC centrum H. vt igitur parallelogrammum BD ad triangulum DCL, ita eſt HK ad KG Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem BD grauitatem in ipſo ita ſe habere, vt tota contrahatur ad G, trianguli vero DCL



totam grauitatem contractam ad H; erit recta linea GH inſtar libræ, in cuius extremis partibus dictæ grauitates conſiſtunt. & ſi GH ſecetur in K, ita vt quam proportioaem habet grauitas in G ad grauitatem in H, hoc eſt paralelogrammum BD ad triangulum DCL, eandem habeat HK ad KG, iuxta proportionem diſtantiarum in
E libra: quæ ex contraria parte grauitatibus reſpondent: erit punctum K ex quo grauitates ipſæ æqueponderant, ergo & trapezium ABCD æque ponderat ex puncto K ſuſpenſum. Ducantur a punctis GH ad BC perpendiculares GM HN. & quoniam vt BD parallelogrammum ad triangulum DCL, ita HK ad KG, vt autem parallelo-
1. ſexti. grammum ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipſius LC: & vt HK ad KG, ita NL ad LM, propterea quod in lineas parallelas GM EL HN ductæ ſunt GKH MLN: erit vt BL ad dimidium LC, ita NL ad LM, hoc eſt ad dimidium LB. Vt igitur BL ad
16. ſexti. LC, ita NL ad duplam ipſius LM, hoc eſt ad LB; & idcirco quadratum ex BL æquale
F eſt rectangulo CLN. quare vt CL ad LB, ita BL ad LN. Sed vt CL ad LN, ita quadratum ex CL ad quadratum ex LB: atque eſt CL tripla ipſius LN quoniam & CE tripla eſt CH. eſt enim CH ipſius HE dupla. quadratum igitur ex CL triplum eſt quadrati ex LB. & ſunt data puncta BC. ergo & punctum L eſt datum: ac propterea da-
G tum punctum D. Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum.

COMMENTARIVS.

A Ponatur iam factum eſſe] *Hic incipit reſolutio problematis.*

B Ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis] *Eſt enim ſuſpenſionis punctum & centrum grauitatis ſuſpenſi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonſtrauimus in commentariis in 6. propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.*

C Punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi BD] *Ex nona primi libri Archimedis de æque ponderantibus.*

Et

Et H eſt centrum grauitatis trianguli DCL] *Ex ante demonſtratis.* D

Erit punctum K, ex quo grauitates ipſæ æqueponderaut] Ex *octaua eiuſdem libri* E
Archimedis.

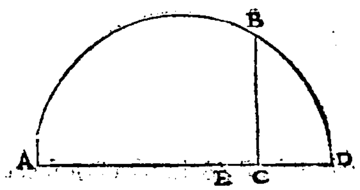
Quare vt CL ad LB, ita BL ad LN] *Ex* 14. *ſexti, quamquam hoc breuius concludi pote-* F
rat. cum enim demonſtratum ſit, vt BL *ad* LC, *ita eſſe* NL *ad* LB, *erit conuertendo vt* CL *ad* LB, *ita* BL *ad* LN.

Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, ha- G
bebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum] *compoſitio eſt problematis.*

PROBLEMA III. PROPOS. VI.

At vero linea BC in hunc modum ſecabitur.

Rectam lineam datam ita ſecare, vt maior ipſius pars minoris poteſtate ſit tripla.

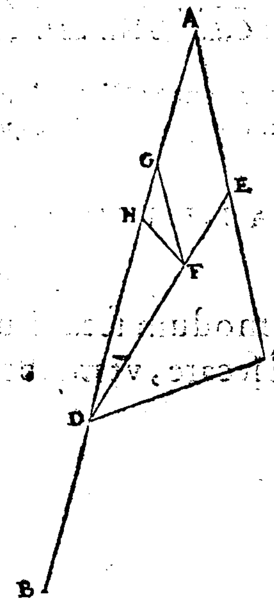


Sit recta linea AD, quæ ſecetur in C, ita vt AC ſit tripla ipſius CD, & in AD deſcripto ſemicirculo ABD, ducatur CB ad rectos angulos ipſi AD, fiatque vt AC ad CB, ita AE ad ED Dico AE ipſius ED poteſtate triplam eſſe. Quoniam enim BC me-
dia eſt proportionalis inter AC CD, erit vt AC ad CD, ita quadratum ex AC ad qua- cor. 20.
dratum ex CB, hoc eſt quadratum ex AE ad id quod ex ED quadratum. ergo AE ip- ſexti.
ſius ED poteſtate eſt tripla. Similiter etiam in datam proportionem poteſtate ſecabitur AD, & omnis recta linea date.

THEOREMA IV. PROPOS. VII.

Sint poſitione datæ rectæ lineæ AB AC: datumque punctum B: & ducatur CD, quæ ſecet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD. demonſtrandum eſt centrum grauitatis trianguli ACD conſiſtere in recta linea poſitione data.

Diuidatur



C Diuidatur AC bifariam in E, & iuncta DE secetur in F, ita vt EF tertia pars sit
D ipsius ED. erit F centrum grauitatis trianguli ACD, hoc enim superius demonstra-
E tum est. ducatur FG parallela ipsi AE, & sit lineæ AB tertia pars AH. est autẽ & AG
F tertia pars lineæ AD, quoniam & EF ipsius ED est tertia. reliqua igitur HG tertia
G est reliquæ BD: & data est proportio BD ad AC. itemque prodortio AC ad FG; est
H enim AC ipsius FG tripla, cum AD sesquialtera sit ipsius DG, hoc est AE sesquialte-
K ra FG, & sit CA ipsius AE dupla. proportio igitur HG ad GF est data, & datus an-
L gulus ad G, quoniam & qui ad A. idcircoque angulus GHF est datus: & datum pũ-
M ctum H ergo recta linea HF positione data erit. in qua quidem est punctum F, videlicet grauitatis centrum.

COMMENTARIVS.

A Datumque punctum B] *Quoniam enim datur punctum* B, *recta linea* AB *non solum positione, sed etiam magnitudine data erit ex 26. libri datorum. punctum vero* C *non est datum, namque* AC *datur positione tantum.*

B Quæ secet datam proportionem lineæ AC ad BD] *Hoc est quæ secet* AB *in* D, *ita vt* AC *ad BD quamcumque datam proportionem habeat.*

C Et iuncta DE secetur in F ita vt EF tertia pars sit ipsius ED] *Hunc locum nos ita restituimus, nam in græco codice legitur.* καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε τετμήσθω κατὰ τὸ ζ, ὥστε τὴν εζ τρίτον μέρος εἶναι τοῦ ζδ. *lege* τοῦ εδ. *si enim* EF *tertia pars sit ipsius* FD, *punctum* F *non erit centrum grauitatis trianguli* ABC, *quod ex ante demonstratis perspicue constat.*

E Ducatur FG parallela ipsi AE, & sit lineæ AB tertia pars AH] *Hunc etiam locum nos restituimus græcus enim codex sic habet* ἤχθω δὴ τῇ αη παράλληλος ἡ ζη, καὶ τῆς αε τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ. *lege* ἤχθω δὴ τῇ αε παράλληλος ἡ ζη, καὶ τῆς αβ τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ.

Quoniam

Quoniam & EF ipsius ED est tertia] *In græco codice etiam hoc loco mendose legebatur.* ἐπεὶ καὶ ἡ εζ τῆς ζδ *lege* τῆς εδ. E

Et data est propositio BD ad AC.] *In græco codice non nulla desiderari videntur. vt legendam sit* καὶ ὁ λόγος τῆς βδ πρὸς τὴν αγ δοθείς. F

Itemque proportio AC ad FG: est enim AC ipsius FG tripla, cum AD sesquialtera sit ipsius DG, hoc est AE sesquialtera FG, & sit CA ipsius AE dupla] *Hęc etiam nos restituimus nam græcus codex corruptus est; & mancus, in quo legitur.* τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζε, τριπλάσων γάρ αὐτῆς ἐστίν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δε τῆς δη ἡμιόλια ἐστί, τουτέστιν ἡ αε διπλῆ. *sed legendum puto* τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζη, τριπλάσιον γάρ αὐτῆς ἐστίν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δα τῆς δη ἡμιόλια ἐστί, τουτέστιν ἡ αε τῆς ζη ἡμιόλια, ἡ δὲ γα τῆς αε διπλῆ. *At vero proportionem* AC *ad* FG *datam esse, manifeste patet, vt enim* AD *ad* DG, *ita* AE *ad* FG, *atque est* AD *sesquialtera* DG. *ergo &* AE *ipsius* FG *sesquialtera. Sed* AC *est dupla ipsius* AE *quare* AC *ipsius* FG *tripla erit.* G 4. sexti.

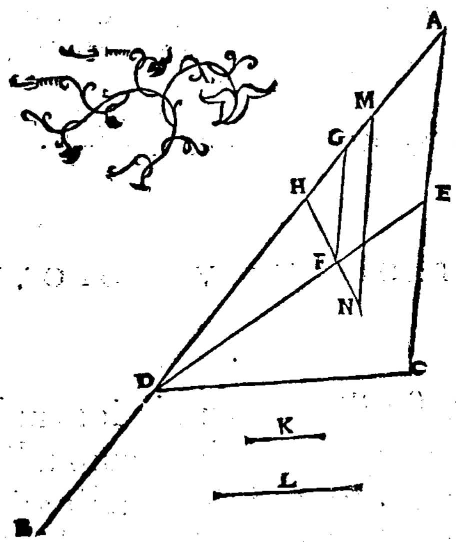
Proportio igitur HG ad GF est data] *Est enim* BD *tripla* HG. *& similiter* AC *ipsius* FG *tripla: quod iam demonstrauimus, ut igitur* BD *ad* AC, *ita est* HG *ad* GF. *Sed proportio* BD *ad* AC *est data. ergo etiam data erit proportio* HG *ad* GF. H

Idcircoque angulus GHF est datus] *Nam cum angulus* HGF *sit datus, & data, proportio* HG *ad* GF, *etiam triangulum* FGH *dabitur specie. & propterea angulus* GHF *erit datus.* K 4. datorũ

Et datum punctum H] *Est enim recta linea* AB *magnitudine data: quæ cum ad* AH *proportionem datam habeat, & ipsa* AH, *& punctum* H *detur necesse est.* L 2. datorũ

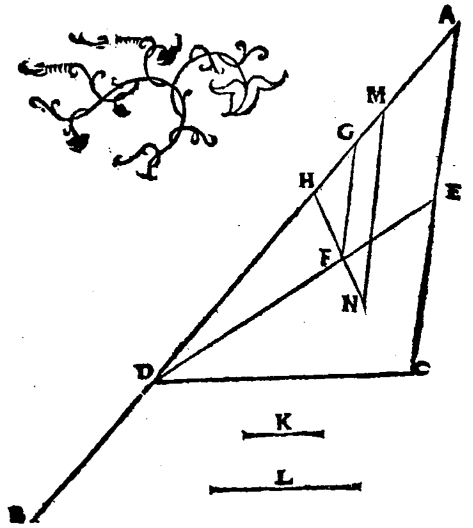
Ergo recta linea HF positione data erit] *Ex 29 libri datorum. Itaque his demonstratis problema construere licebit huius modi.* M

Positione datis rectis lineis AB AC, *datoque puncto, & data proportione* K *ad* L, *quippe quam debet habere* BD *ad* AC, *ducere rectam lineam, in qua centra grauitatis triangulorum* ACD *consistant.*



Sit rectæ lineæ AB *tertia pars* AH, *& inter* A *&* H *sumpto quouis puncto* M, *ducatur* MN *ipsi* AC *parallela. & quam proportionem habet* K *ad* L, *habeat* HM *ad* MN, *iunctaque* HN *producatur. Dico in recta linea* HN *consistere centra grauitatis triangulorum omnium* ACD *in quibus* CD *datam proportionem* BD *ad* AC *secet. sumatur enim in recta linea* AB *punctum quodlibet* D, *& vt* K *ad* L, *ita fiat* BD *ad* AC, *&* CD *iungatur. Deinde secta* AC *bifariam in* E, *ducatur* DE: *& in ea sumatur punctum* F, *ita vt* EF *sit tertia pars ipsius* ED, *erit* F *centrum grauitatis trianguli* ACD, *ducatur etiam per* F *recta linea* FG, *quę ipsi*

 AC *sit*

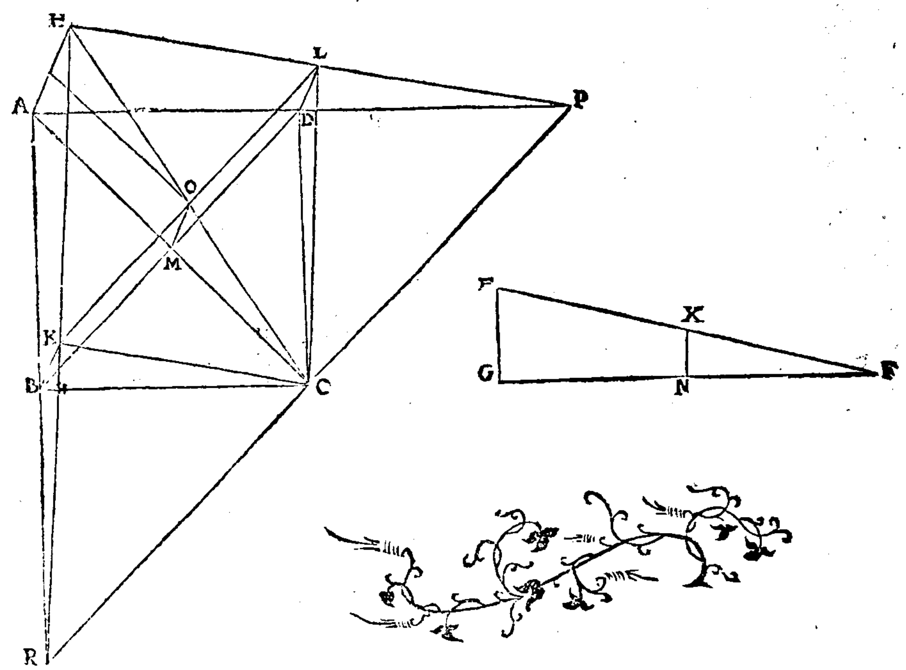


A C sit parallela, & HF iungatur. angulus igitur HGF est æqualis angulo HMN, nã rectæ li-
29 30 prim. *neæ GF MN parallelæ ipsi AC etiam inter se parallelæ sunt. vt autem BD ad AC, hoc est vt K*
ad L, ita HG ad GF, quod superius demonstratum fuit, & ita HM ad MN. ergo vt HM ad
MN, ita HG ad GF: suntque circa æquales angulos. triangulum igitur HGF simile est trian-
6. sexti. *gulo HMN, & angulus GHF angulo MHN æqualis. ergo vna eademque linea est HFN, in qua*
centrum grauitatis trianguli ACD consistit. Eodem modo etiam in alijs triangulis contingere
demonstrabimus. atque illud est, quod faciendum proponebatur.

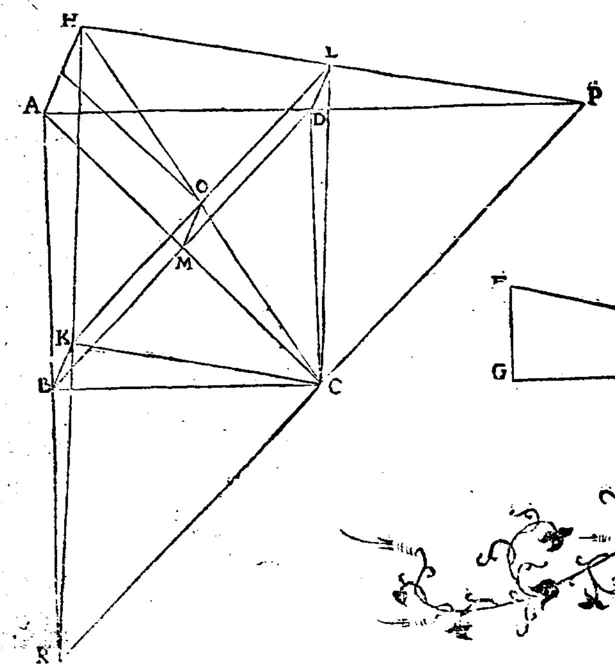
PROBLEMA IV. PROPOS. VIII.

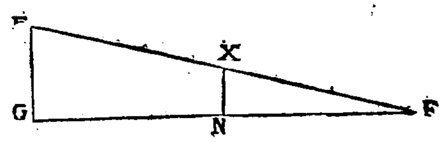
Hæc igitur, & similia contemplationem habent. quæ vero transferri possunt ad vsum mechanicum talia sunt.

Planum inclinare, ita vt ipsius inclinatio vergat in vnum punctum plani non inclinati, videlicet horizonti æquidistantis, in parallelogrammo, & inclinatio sit in angulo dato.



Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum ABCD, & datus angulus, in A
quo volumus planum inclinare EFG a punctis autem ABD ad rectos angulos su-
biecto plano ducantur AH BK DL: sitque C punctum, in quod volumus inclinatio-
nem vergere; & lineæ quidem AC iunctæ ponatur æqualis FG, ipsi vero FG ad rectos
angulos ducatur GE, & ponatur AH æqualis GE. si igitur HC ductam intelligamus
erit HCA angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad AC perpendicula- B
ris ducatur BM, & ponatur FN ipsi CM æqualis, ipsi vero FG ad rectos angulos NX. C
cui quidem ponatur æqualis vtraque ipsarum BK DL: & iunctæ HL HK producan-
tur, vt cum rectis lineis AD AB productis conueniant ad puncta PR. conuenient e-
nim, cum angulos, faciant duobus rectis minores. planum igitur HKL inclinatum
est ad planum ABCD in angulo HCA, hoc est EFG. nam si intelligamus rectam li- D
neam MO ipsi AH parallelam, & ductam OK, erit MO æqualis NX; propterea quod E
triangulum FNX simile est triangulo CMO; recta vero linea KO ipsi BM æqualis, &
parallela, parallelogrammumque KBMO ad subiectum planum rectum. & quoniam 3. vndec.
puncta PCR sunt in duobus simul planis. videlicet in subiecto plano ABCD, in quo 16. vndecimi.
sunt PR, & in plano KHLC, erunt PCR in vna recta linea, quæ est communis sectio 4. sexti.
dictorum planorum. Eadem ratione & puncta KOL sunt in communi sectione pla-
ni KHLC, & plani, quod transit per KOL ipsi ABCD plano parallelum, ita vt recta li- F
nea KOL parallela sit ipsi PR. Quoniam igitur vt AP ad PD, ita est HA ad LD; vt au- G
tem AR ad RB, ita AH ad BK, atque est DL æqualis BK: erit & AP ipsi AR æqualis, & H
angulus APR angulo ARP æqualis. sed PAC angulus æqualis est angulo RAC, er- 6 diffi. vndecimi.
go & reliquus ACP reliquo ACR æqualis, & ob id uterque ipsorum rectus, & linea
PR bifariam, atque ad angulos rectos a linea AC secatur. est autem MO ad ipsam, &
ad planum ABCD perpendicularis. quare & OC ad RP perpendicularis erit propter
lemma sphæricorum; & vterq; angulorum ACP OCP rectus. planum igitur KHLC
inclinatum est ad planum ABCD in angulo EFG dato. sed sit AB maior, quam AD,





& alia eadē ponātur: Dico angulū ACP acutū esse. Quoniā.n. vt AP ad PD, ita est AG ad DL; vt autē AR ad RB, ita AH ad BK, & æqualis est DL ipsi KB; erit vt AP ad PD, ita AR ad RB, quare diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR, & permutando vt AD ad AB, ita DP ad BR. sed AD minor est, quam AB. ergo & DP quam BR est minor. tota igitur AP minor est, quam AR; & ideo angulus APR angulo ARP maior. angu-
19 primi lus autem CAP maior est angulo CAR. quare trianguli CAP reliquus angulus ACP
K minor est reliquo ACR trianguli CAR. acutus igitur est ACP angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio fit ad punctum, quod est inter C & P; ducta scilicet a puncto A ad CP perpendiculari. Itaque constat fieri posse, vt planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc est in quo angulo inclinatum sit ad planum horizonti parallelū.

COMMENTARIVS.

A A punctis autem ABD ad rectos angulos subiecto plano ducantur AH, BK DL] *Per subiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo est parallelogrammum ABCD.*

B Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] *planum namque HKCL inclinatum ponitur ad subiectum planum, & propterea anguli AHL AHK acuti sunt.*

Nam

C Nam si intelligamus rectam lineam MO ipsi AH parallelam, & ductam OR, erit MO æqualis NX] *Rectæ enim lineæ AH BK cum sint perpendiculares ad subiectum planum, inter sese parallelæ sunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano existentes ipsas contingunt, rectos efficiunt angulos.* 6. vndecimi. *ergo angulus HAE rectus est, itemque rectus OMC; quoniam MO ipsi AH parallela ponitur sed & rectus est EGF angulus: lineaque FG æqualis CA, & GE ipsi AH. triangulum igitur EGF simile est triãgulo HAC: & angulus EFG angulo HCA æqualis.* 3 diffi. vndec. *triangulorum vero NXF MOC angulus XNF est æqualis angulo OMC, quod vterque rectus. & XFN angulus æqualis ipsi OCM. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit quare vt CM ad MO, ita FN ad NX: & permutando vt CM ad FN, ita MO ad NX, sed CM FN positæ sunt æquales. ergo & MO NR æquales sint, necesse est.* 6. sexti.

D Recta vero linea KO ipsi BM æqualis, & parallela] *Nam cum parallelæ sint AH BK, itemque AH MO BK inter se sunt parallelæ. sunt autem & æquales. ergo & KO BM æquales, & parallelæ erunt.* 9. vndecimi.

E Parallelogrammumque KB MO rectum ad subiectum planum] *Transit enim per BK, quæ ad dictum planum est perpendicularis.* 33. primi

F Erit & AP ipsi AR æqualis] *Quoniam enim vt AP ad PD, ita est HA ad LD, & vt AR ad RB, ita AH ad BK. vt autem HA ad LD, ita HA ad BK, sunt enim LD BK æquales: erit vt AP ad PD, ita AR ad RB: & diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR: permutandoque vt DA ad AB, ita DP ad BR sed DA est æqualis AB ergo & DP ipsi BR. ac propterea tota AP toti AR æqualis erit. vereor tamen ne hoc loco aliqua desiderentur.*

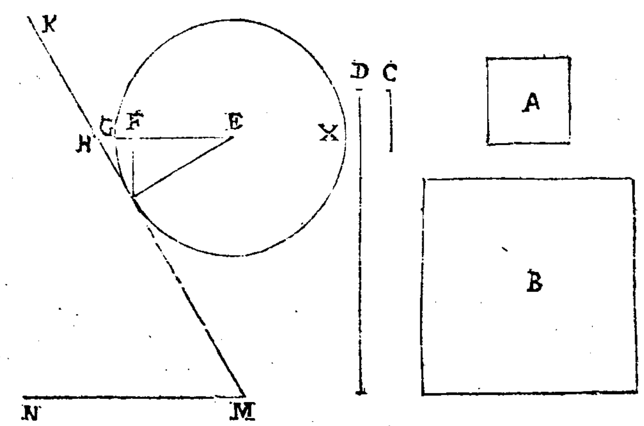
G Sed PAC angulus æqualis est angulo RAC] *Triangulum enim ACD æquale est, & simile triangulo ACB, cum AD DC ipsis AB BC æquales sint, & AC vtrique communis. angulus igitur DAC, hoc est PAC angulo BAC, hoc est RAC est æqualis.*

H Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma sphæricorum] *Per lemma sphæricorum, vt opinor, intelligit illud, quod in sexto libro scriptum reliquit, propositione 42.*

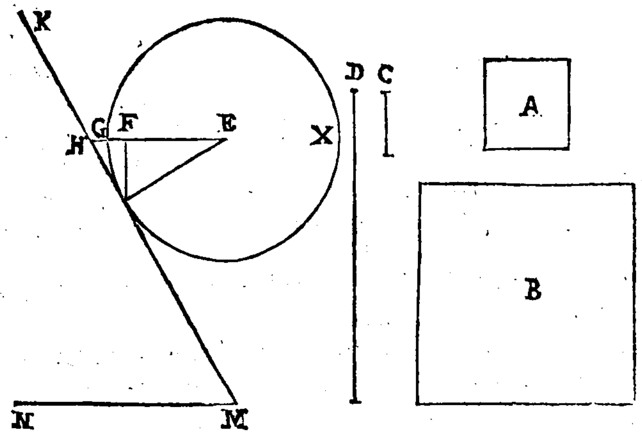
K Angulus autem CAP maior est angulo CAR] *Quoniam enim AB maior est, quam AD, erit CAD, hoc est CAP angulus maior angulo CAB; hoc est angulo CAR.*

THEOREMA V. PROPOS. IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua dondus in plano inclinato ducatur.



Sit subiectum planum per rectam lineam quidem MN transiens, per MK vero planum



planum ad ipsum inclinatum in dato angulo KMN, & aliquod pondus A moueatur a potentia C in subiecto plano: intelligaturque per A sphæra æque grauis circa E centrum, quæ ponatur in plano per MK, ipsum contingens in L ergo ducta EL perpendicularis est ad planum, vt demonstratum fuit in quarto theoremate sphæricorum. & ideo perpendicularis ad ipsam KM. Ducatur per KM EL planum, quod sectionem faciat in sphæra circulum LGX: perque centrum E ipsi MN parallela ducatur EH: & a puncto L ad EH ducatur perpendicularis LF. Quoniam igitur datus est angulus EHL, est enim angulo acuto dato KMN æqualis; erit & ELF angulus datus, æqualis scilicet angulo EHL, quod triangulum ELF triangulo EHL æquiangulum sit. ergo triangulum ELF specie datur. & data proportio EL, hoc est EG ad EF. quare & reliquæ FG ad EF proportio data erit. fiat vt GF ad FE, ita pondus A ad pondus B, & potentia C ad potentiam D. est autem ponderis A potentia C. ergo ponderis B in eodem plano potentia erit D. & quoniam vt recta linea GF ad FE, ita est pondus A ad pondus B, si pondera AB circa centra EG ponantur; æqueponderabunt ex puncto F suspensa, tanquam nixa basi LF, quæ recta est ad horizontem. ponitur autem pondus A circa E centrum; etenim pro ipso est sphæra. ergo pondus B circa centrum G positum æqueponderabit, ita vt sphæra ob plani inclinationem deorsum non feratur, sed stabilis permaneat, tamquam si in subiecto plano esset. monebatur autem in subiecto plano a potentia C. quare in plano inclinato ab vtrisque mouebitur, videlicet a potentia C, & potentia ponderis B, hoc est a potentia D. & est potentia D data.

lib. prim. 3 diff. vnde.

29 prim.

8. sexti.

Geometrica igitur problematis demonstrata est. vt autem in exemplo & constructionem, & demonstrationem faciamus. Sit pondus quidem A talentorum verbi gratia ducentorum, ductum in plano horizonti parallelo a potentia C mouente, hoc est sint homines mouentes quadraginta. angulus autem KMN, hoc est EHL sit duarum tertiarum recti. erit reliquus FLH vnius tertiæ recti. sed rectus est ELH angulus, ergo & duarum tertiarum recti est ELF: & quarum partium quattuor recti continent 360. earum angulus ELF contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360, earum angulus

A B C

angulus ELF 120. quare descripto circa triangulum orthogonium EFL circulo, erit circumferentia, quam subtendit recta linea EF, 120, earum partium, quarum totus circulus est 360. & ipsa EF recta linea est 104 fere earum partium, quarum EL circuli diameter est 120. hæc enim perspicua sunt ex tabula rectarum linearum, quæ in circulo describuntur apud Ptolemæum in primo libro mathematicorum. D

proportio igitur rectæ lineæ EL, hoc est EG ad EF est ea, quam habent 120, ad 104, & ideo reliquæ GF ad FE proportio est, quam habent 16 ad 104. eadem autem est ponderis D ad pondus B, & potentiæ C ad potentiam D. sed pondus A est ducentorum talentorum, & potentia C mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem B erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & sexaginta hominum. vt enim 16, ad 104, ita 200, ad 1300, & 40, ad 260. Itaque cum primo pondus ducentorum talentorum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecentis hominibus in plano ad horizontem inclinato secundum angulum KMN, qui duarum tertiarum recti esse ponitur. E F

COMMENTARIVS.

Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia ducentorum] *In græcis codicibus mendose, vt opinor, legitur.* ταλάντων εἰ τύχοι σω, *nam pro* σω *scribendum* σ. *& ita in sequentibus.* A

Earum angulus ELF contin et 60] *græcus codex corruptus est, in quo legitur,* τοιούτων λη ἡ ὑπὸ ελζ. *legendum vero* τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ξ.

Quarum vero duo recti continent 360, earum angulus ELF 120] *Hæc nos restituimus. nam in græco codice legebatur* ὅιων αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τοιούτων ϛκ. *scribendum autem vt arbitror,* ὅιων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ρκ. C

Et ipsa EF recta linea est 104, ferrè earum partium, quarum &c.] *In græco codice pro* ρδ *perperam legitur* ϛκ. *dixit autem ferre quoniam in tabulis* Ptolemæi *constat rectam lineam* εζ *esse partium* 103, *minutorum* 55, *& secundorum* 23. D

Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] *In græco codice legitur* ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν μαθηματικῶν. *sed legendum puto* ἐν τῷ πρώτῳ τῶν μαθηματικῶν, *vt intelligatur* Ptolemæi *liber, qui græce inscribitur* μεγάλη σύνταξις *vulgo* Almagestum *vocant.* E

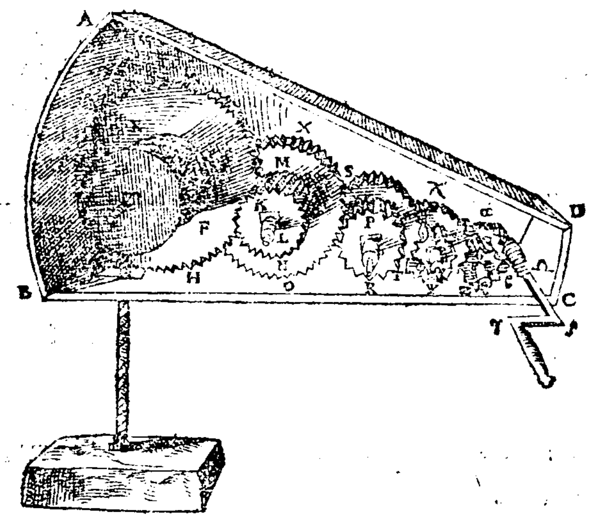
Ergo pondus quidem B erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & sexaginta hominum] *græcus codex* ἔσαι ἄρα καὶ τὸ μὲν β βάρος ταλάντων α τη δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων ωξ. *sed legendum est* ταλάντων ατ ἡ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων σξ. F

PROBLEMA VI. PROPOS. X.

Ad eandem contemplationem attinet Datum pondus data potentia mouere.

Hoc enim est quadragesimum inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur dixisse. Da mihi, inquit, vbi consistam, & terram commouebo. Hero autem Alexandrinus constructionem eius in libro, qui inscribitur βαρουλκὸς manifestissime explicauit, A

cauit, sumpto lemmate, quod demonstrauit in mechanicis. vbi etiam de quinque facultatibus differit; videlicet De cuneo, vecte, cochlea, polyspasto, & axe. In libro quidem περὶ τροχιωδίων, idest de Rotulis, pondus datum data potentia secundum vnamquamque facultatem mouetur. In eo autem, qui inscribitur βαρουλκον, per appositionem tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro
B tympani ad diametrum axis proportionem habente eandem, quam quinque ad unum. & pondus motum ponitur esse talentorum mille: potentia vero mouens talentorum quinque sed nobis liceat in proportione dupla idem ostendere. sitque motum pondus talentorum centum sexaginta pro mille, & potentia ipsum mouens talentorum quattuor pro quinque, hoc est homo mouens possit per se absque machina trahere talenta quatuor. & sit dictum ab ipso Glossocomum ABCD: & in eo ad longos & parallelos parietes sit axis EF, qui expedite vertatur. huic autem insertum
C sit tympanum dentatum radijs quasi dentibus GH habens diametrum duplam diametri axis EF iuxta tempora. sit enim quadratus circa medium ad tantam longitudinem, quanta est tympani crassitudo, in quem tute inseratur. rotundus autem quodammodo, vel diminutus ex vtrisque partibus tympani. Si igitur ad pondus, quod
D attrahitur, alligati funes, qui arna vocantur, per quoddam foramen, vel potius persectionem latam in pariete CB ingredientes circa axem EF ex vtraque parte tympani GH conuoluantur; vertaturque GH tympanum: & hoc simul vertet insertum axem, quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & pyxidibus similiter æreis, & positis in
E dictis parietibus ABCD: conuoluti autem funes ex pondere, quod vocatur φορτίον, pondus ipsum mouebunt. sed vt moueatur tympanum GH, opertebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis sit dupla. hoc
F enim problema demonstratum est ab Herone in mechanicis. & alia quam plurima problemata vtilissima, & vitæ nostræ rationibus conducentia conscripta sunt. Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, sed talentorum
G quattuor, fiat alius axis KL, qui ponatur parallelus ipsi EF, habeatque insertum tympanum dentatum MN, ita vt eius dentes dentibus tympani GH congruant. hoc autem fiet si sit, vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo



dentium GH ad multitudinem dentium MN. quod quidem qua ratione fiat, ex sequentibus manifestum erit. datum est igitur etiam tympanum MN. sed eidem axi KL insertum

sertum

sertum sit aliud tympanum XO diametrum habens duplam diametri tympani MN. quamobrem volenti mouere pondus per tympanum XO, necesse erit adhibere potentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum quadraginta dupla sint. Rursus tympano XO dentato adiaceat aliud tympanum dentatum PR, alij axi insertum: atque eidem axi inseratur aliud tympanum ST, habens diametrū similiter duplam diametri tympani PR, cuius dentes dentibus tympani MN non implicentur. ergo potentia mouens pondus per tympanum ST talentorum viginti pōdus attraher. erat autem data potentia quattuor talentorum. necesse est igitur rursus aliud tympanum dentatum Yφ tympano ST dentato coaptare: & axi tympani Yφ inserere tympanum χψ dentatum, cuius diameter ad diametrum Yφ eam habeat proportionem, quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum χψ pondus mouet, erit talentorum decem. Rursus tympano χψ accommodabimus aliud tympanum dentatum IZ & ipsius axi inseremus tympanum αβ dentatum dentibus obliquis, cuius diameter ad diametrum IZ proportionem habeat eandem, quam decem talenta ad talenta quattuor potentiæ datæ. His igitur cōstructis, si intelligamus glossocomum ABCD in sublimi collocatum, ita vt dimoueri non possit: & ex axe quidem EF pondus appendamus: ex tympano autem αβ potentiam attrahentem quatuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile uertantur, & tympanorum appositio exquisite congruat. sed veluti in quadam libra quattuor talentorum potentia centum sexaginta talentis æqueponderabit. si igitur vni ipsorum paruum aliquod pondus addatur, deorsum verget, & præponderabit ex ea parte, ad quam additio facta fuerit. si enim, verbi gratia, potentiæ quattuor talentorum addatur pondus vnius minæ exuperabit ea, & pondus centum sexaginta talentorum attrahet. sed pro additione coaptetur tympano αβ cochlea εα habens helicen obliquis dētibus ipsius congruentem. hoc autem quomodo fieri oporteat, scriptum est ab He- H
rone in mechanicis, & nos in ijs, quæ sequuntur manifestius exponemus. Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos existentes in foraminibus rotundis, quorum alter excedat in exteriorem partem glossocomi iuxta parietem CD, & excessus quadratus accipiat ansam ΓΔ. per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiā tympanum αβ. & vna tympanum IZ ipsi coniunctum. ergo & appositum ei tympanum χψ vertetur. & huic coniunctum Yφ, & appositum ipsi ST. & rursus coniunctum PR, & appositum XO: itemque coniunctum MN, & appositum GH. quare & ipsi cō-
iunctus axis EF. circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipsum mouebimus. nam ipsum quidem moueri perspicue constat, cum addita sit altera potentia an- K
sæ, describens circulum, cuius perimeter maior est perimetro cochleę. demonstratū
etenim est in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id est de libra, & in mechanicis Philonis, L
& Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuersio eorum fiat. Hæc igitur sunt quæ contēplationē mechanicam maxime continent.

COMMENTARIVS.

In libro, qui inscribitur βαρούλκον] *In græco codice legitur* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρουλκῷ. *sed vt arbitror legendum* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρούλκῳ, *vt vnicum sit verbum & ita in ijs, quæ sequuntur.* A

Et pondus motum ponitur esse talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] *græcus codex* τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένων ταλάντων χιλίων ταλάντων ε. *sed puto legendum* τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε. B

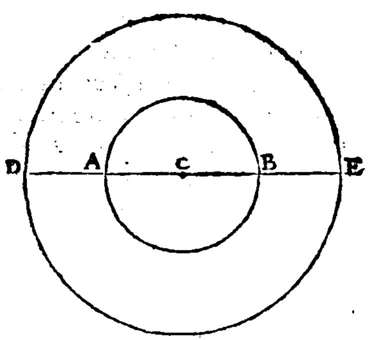
Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtrisque partibus tympani] *In græco codice sic legitur.* στρογγύλως δὲ πως ἠλελωφημένος ἐκ τῶν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν. *ego ita legendum existimo* στρογγύλος δὲ πως, ἠλελωβωμένος *axis enim debet esse* C

Kkk *quadratus*

quadratus circa eius medium, vt pote in quod tympanum tuto inseri possit. sed ex vtraque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc est vt non sit quadratus, sed excisis angulis ad rotunditatem quandam accedens.

D Et hoc simul vertet insertum axem, qui circa extrema mouetur in degîtis æreis, & pyxidibus similiter æreis, & positis in dictis parietibus ABCD] *In græco codice legitur* καὶ στρέφῃ τὸ ηθ τύμπανον, καὶ ἐπιτρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον περὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτυλίοις χαλκοῖς καὶ πυξίσιν ὁμοίως χαλκαῖς κινομέναις, κιμέναις δ' ἐν τοῖς εἰρημένοις αβ γδ τοίχοις. *sed legendum puto* καὶ ἐπιστρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα. *verbum autem illud* κινουμέναις *superfluere videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, immobiles esse oportet.*

Sed vt moueatur tympanum GH, oportebit adhibere potentiam talentorum octo
E ginta, quod diameter tympani diametri axis sit dupla. hoc enim problema demonstratum est ab Herone in mechanicis] *in græco codice, mendose legitur* δεήσει δύναμιν παραυχεῖν ταλάντων πλῖον η. *sed legendum* ταλάντων π. *quod ex sequentibus manifeste apparet. Heronis autem libri, in quibus problema illud demonstratur ad manus nostras non peruenerunt. sed fortasse idem demonstrari poterit in hunc modum.*



Sit diameter axis AB, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum DE, sitque DE ipsius AB dupla. & iungatur recta linea DACBE. vt ergo axis AB moueatur, indigebimus potentia centum sexaginta talentorum, nam si ad A pondus sexaginta talentorum, & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æqueponderabunt ea interse se ex puncto C suspẽsa; cum distantiæ AC CB æquales sint. Rursus si ex eodem centro intelligatur ad E pondus octoginta talentorum, æqueponderabit ponderi talentorum centum sexaginta ad A posito. vt enim distantia EC ad CA, ita est pondus ad A ad pondus ad E. sed EC semediameter tympani DE est dupla ipsius CA semidiametri axis AB, & pondus ad A est talentorum centum sexaginta ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipsi æqueponderabit.

Ex quibus perspicuum est, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano DE sustinere pondus centum sexaginta talentorum, quod quidem ex axe AB dependens ponitur. similiter idem ostendetur data quacumque diametrorum proportione. Si enim diameter DE sit quadrupla diametri AB, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano DE, poterit datum pondus talentorum centum sexaginta sustinere. Eadem quoque ratio erit, si sint duo tympana AB DE, quæ vni & eidem axi inserantur.

F Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, sed talentorũ quattuor] *græcus codex* ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π, ἀλλὰ ταλάντων δ. *sed legendũ puto.* τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π ἀλλὰ ταλάντων δ.

Hoc

Hoc autem fiet, si sit vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita G
multitudo dentium GH ad multitudinem dentium MN] *græcus codex mancus est, quem nos ita restituendum censemus.* τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου ηθ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ μν, οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ηθ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ μν.

Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos existentes in foraminibus rotun-
dis] *græcus codex* στρεφέσθω δὲ ὁ κοχλίας εὐλύτως περὶ τόρμους ἐμόντες ἐν τρήμασι στρογγύλοις. *sed fortasse legendum erit.* περὶ τόρμους ἐνόντας *per* τόρμους *autem, vt opinor, intelligit, quos Hero Alexãdrinus* κνώδακας *vocat. eo verbo vtitur etiam Vitruuius in libro decimo, capite 6 quamquam non cnodaces, sed codaces in impressis codicibus legatur.* H

Nam ipsum quidem moueri perspicue constat] *græcus codex* τι γὰρ κινήσεται δῆλον. *sed puto legendum* ὅτι γὰρ κινήσεται δῆλον. K

Demonstratum etenim est in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id est de libra, & mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idẽ L
centrum conuersio eorum fiat] *Non extant hi libri. sed illud apparet ex mechanicis Aristotelis, & Iordani, quamquam non Iordani sed alicuius docti viri ex Antiquis esse videntur.*

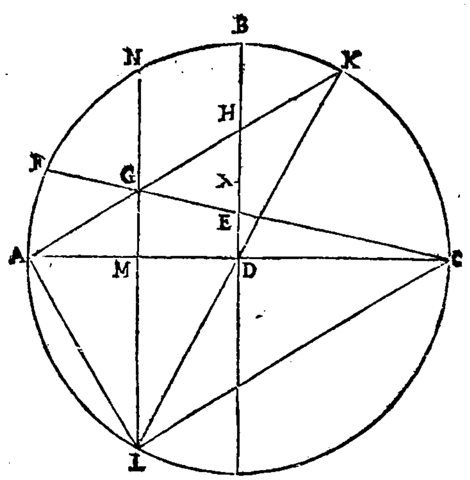
PROBLEM. VII. PROPOS. XI.

Organicæ autem multæ sunt species, & partes. alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas versatur, ratione considerata, per instrumenta ab ipsa confecta demonstrantur. multa vero & seorsum a mechanicis extrinsecus ab ea perficiuntur. & non nulla, quæ geometricis rationibus non facilè tractantur, assumens, instrumentis ad faciliorem constructionem perduxit. statim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura solidum sit, fieri non potest, vt geometricis rationibus innixi construamus; quoniam neque coni sectionis facile est in plano describere. Instrumentis autem mutatum in manuum operationem, & constructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs exposita est, sic reducetur propositum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non solum autem duplus. inuenitur per subiectum instrumentum, sed etiam generaliter proportionem habens quam cumque datam.

Proble. Deliacũ

Non facile est coni sectiones in plano describere.

 Descri-



Describatur enim semicirculus ABC, & a centro D ad rectos angulos ducatur DB: & moueatur regula quædã circa A punctum, ita vt vnus quidẽ eius terminus clauulo quopiam aptetur puncto A; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa cẽtrum inter g C moueatur. His ita constructis propositum sit duos cubos inuenire, qui inter se datam proportionem habeant. fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data: & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter rectas lineas FE EB æqualis sit ei, quæ inter BE, & circumferentiam BKG interijcitur. hoc enim tentantes semper, & regulam transferentes facile assequemur. factum igitur iam sit, & regula positionẽ habeat AGHK, ita vt GH HK inter se sint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex DH datũ habere proportionem, quæ scilicet est BD ad DE. Intelligatur enim circulus comple-
2.sexti. tus, iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. ergo LG parallela est ipsi BD, propterea quod & KH est æqualis HG, & KD ipsi DL. iungantur etiam AL LC. Et quoniam angulus GAL in semicirculo rectus est, & perpẽdicularis AM, erit vt qua-
cor 8. dratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc est, vt CM ad MA, ita quadratum ex AM
1.sexti. ad quadratum ex MG, etenim vt LM ad MA, ita AM ad MG. ergo & vt quadratum ex LM ad quadratom ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & CM ad
A MA cõmunis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio cõposita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG videlicet proportio CM ad MG eadẽ ẽ, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG & ex proportione AM ad MG. Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad
B quadratum ex MG, & proportione AM ad MG, eadem est, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio eadem est, quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. vt autem CM ad MG, ita CD ad DE, hoc est BD ad
4.sexti. DE: & vt AM ad MG, ita AD ad DH. ergo vt BD ad DE, quæ est proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum.

COMMENTARIVS.

A *Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratũ ex AM ad quadratum ex MG; & CM ad MA*] *Rursus quoniã angulus ALC in semicirculo rectus est, & perpendicularis LM, erunt tres rectæ lineæ CM ML MA in continua analogia proportionales. quare vt CM ad MA, ita quadratum ex CM ad quadratum ex ML. hoc est quadratũ ex LM ad quadratum ex MA.*

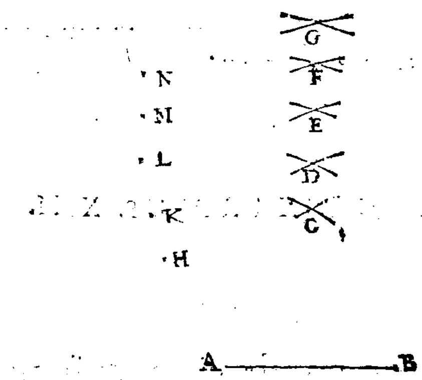
cor. 8. sexti. cor. 20. sexti.

Sed

Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & proportione AM ad MG eadem est: quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG:] *Prismata namque omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum propositione vigesima prima demonstrauimus. est enim cubus prisma quoddam, cuius basis latus ipsius altitudini est æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.* B

PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata sunt, quod fiunt ablata eis facultate geometrica, qualia sunt, & quæ vno interuallo describuntur: & id, quod ab architectis propositum est in cylindro secundum vtrasque bases diminuto volunt enim portione superficiei recti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs basium integra seruatur, inuenire cylindri crassitudinem, hoc est diametrum circuli, a quo cylindrus ipse ortum habuit. Inuenitur autem methodo inuestigata, hoc pacto.



Sumantur in data superficie duo puncta AB, & ex ipsis AB centris, atque interuallo quopiam signetur in dicta superficie punctum C: & rursus ex eisdem centris AB, interualloque maiori primo signetur D: & alio interuallo signetur E, & alio F. & de- A
nique alio G. erunt quinque puncta CD EFG in vno plano. propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipsorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ AB, vt communis basis triangulorum, ad ipsam AB sit B
perpendicularis, & quinque rectæ lineæ in vno sint plano. videlicet ipla CDEFG puncta. Hæc autem in plano hoc modo transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta CDE coniungunt, triangulum HKL in plano constituatur: ex tribus vero, C
quæ coniungunt DEF constituatur triangulum KLM, & ex tribus coniungentibus EFG constituatur LMN. erunt triangula HKL KLM LMN pro ipsis CDE DEF EFG triãgulis. si igitur circa puucta HKLMN ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.

COM-

COMMENTARIVS.

A Eruntquinque puncta CDEFG in vno plano, propterea quod recta linea coniungens vnum quodque ipsorum aduerticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ AB, vt communis basis triangulorum ad ipsam AB sit perpendicularis] *Ductis enim ab ipsis* CDEFG *punctis hoc est à triangulorum æquicrurium verticibus ad medium communis basis AB, erunt hę ad ipsam AB perpendiculares. & idcirco ex secunda propositione vndecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur* CDEFG *in vno plano cunsistent. sunt autem ea quidem insuperficiæ curua cylindri, sed tamen omnia in eadem linea, quæ vel recta erit, vel curua. & si quidem recta, est cylindri latus: Si vero curua, portio est circuli, vel ellipsis. nam cum planum per ea transiens parallelum est plano basis, ex sectione ipsa circulus: cum vero non est parallelum, ellipsis efficitur. quæ omnia in primo libro Sereni demonstrata sunt.*

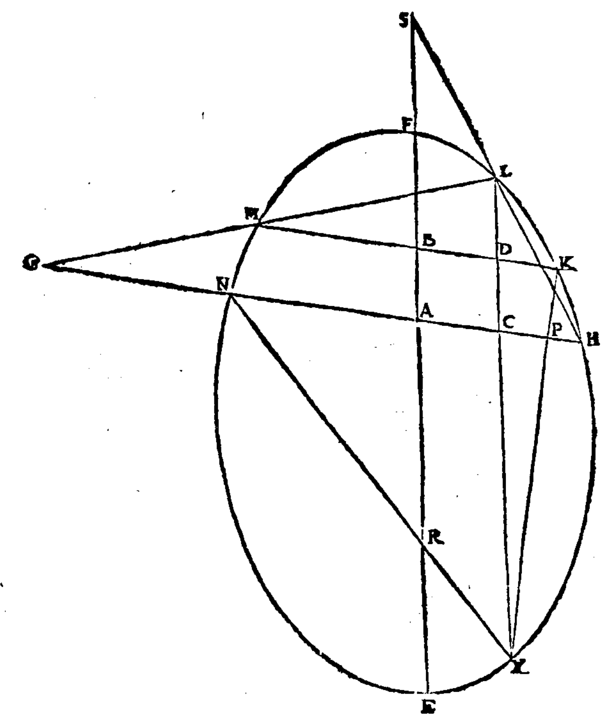
B Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta CDE coniungunt, triangulum in plano constituatur.] *Atqui non semper possunt ex his triangula constitui, quando scilicet ea puncta in recta linea, hoc est in cylindri latere collocantur.*

C Si igitur circa puncta HKLMN ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.] Hoc *demonstratur a Sereno in 9. propositione primi libri. fieri tamen potest, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipsis, sed circumferentia circuli, qui est basi ęqualis, describatur.*

PROBLEMA IX PROPOS. XIII.

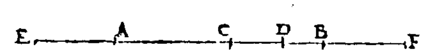
A Cum autem quæsitum sit circa quinque data puncta HKLMN ellipsim describere. Sit iam descripta: & iunctæ
B MK NH primum sint parallelę, diuidanturque bifariā in punctis AB. & ducta AB ad EF puncta ellipsis producatur. est igitur
C EF ipsius diameter per diffinitionem conicorum positione data. etenim vnumquodque punctorum AB datum est positione.

Dus



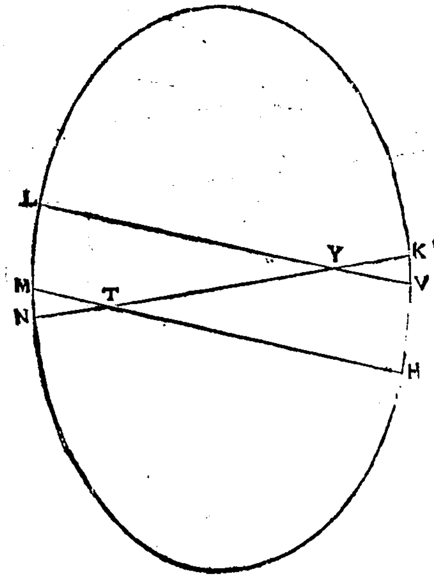
Ducatur per L ipsi EF parallela LX: & iunctę XK LM occurrant rectæ lineæ HN E
perductę in punctis PG. ergo datæ sunt KM HN, cum vnumquodque punctorum
KM HN sit datum. Et quoniam vt rectāgulum XDL ad rectangulum MDK, ita est re 9. quīti.
ctāgulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCP, NCH erit GCP rectangulum re F
ctangulo NCH ęquale. atque est datum rectangulū NCH, vtraque enim NC CH data G
est. ergo & P est datum. sed & K. positione igitur KPX data erit. data autē est & LCX. H
quare & punctū X dabitur, quod est in ellipsi. Iūgantur NX LH: & diametro EF pro- K
ductæ occurrāt in RS. erit rursus vt rectāgulū NCH ad rectangulū XCL ita rectāgulū L
NAH ad vtrūque rectangulorū RAS EAF, ac propterea rectangulū RAS est æquale
ipsi EAF rectangulo atque est rectangulū RAS datum; datæ enim sunt RA AS. rectā 9. quīti.
gulum igitur EAF datum erit. Simili ratione demonstrabitur rectangulum quoque M
EBF datum. & dantur AB puncta. ergo & ipsa EF, vt deinceps ostendemus. quare &
EF diameter magnitudine data est; & diameter ipsi coniugata, cum detur propor- N
tio transuersi lateris EF ad rectum. eadem enim est, quam rectangulum EAF habet
ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem positum est, sic demonstrabitur.

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB; & data GD puncta. dico puncta O
AB data esse.



Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale; rectangulo autem ADB

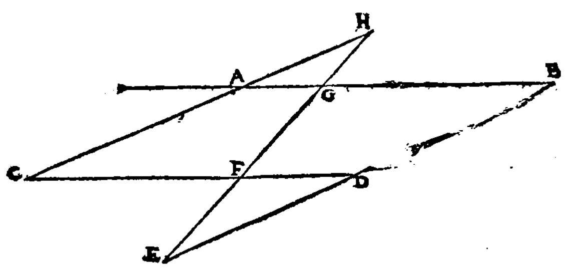
ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD: nam ob constructio- Q nem vtraque proportio eadem est ei, quæ CB ad BD. rectangulum igitur contentum EC FD æquale est rectangulo EAF. quare datum erit punctum A. similiter & ipsum B datum.



Sed non sint parallelæ rectæ lineæ, quæ puncta NH, MK in ellipsi data coniungunt & ductis NK MH sese in puncto T secantibus, ducatur per L recta linea LYV ipsi
R MTH parallela. erit proportio rectanguli NYK ad rectangulum LYV data. eadem
S T enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH. & datum est NYK rectangulum. ergo & ipsum LYV. sunt autem puncta LY data. datum igitur est punctum V.
V quare deuenimus ad illud, quod ante dictum est. nam cum parallelæ sint inter se MH LV, circa quinque data puncta NMLVH quemadmodum tradidimus, ellipsim describemus.

COMMENTARIVS.

Ad eorum, quæ hoc loco traduntur, demonstrationem, sequens lemma præmittimus.



Sint duæ rectæ lineæ inter se parallelæ AB CD, in quas incidat recta linea EFGH: & a quibus

buslibet eius punctis EH ex altera quidem parte ducatur HAC, ex altera vero EDB, quæ easdem parallelas quomodocumque secent. Dico vt rectangulum EGH ad rectangulū AGB, ita esse rectangulum EFH ad CFD rectangulum.

Rectanguli enim EGH ad rectangulum AGB proportio composita est ex proportione EG ad GB, & proportione HG ad GA. Rursus proportio rectanguli EFH ad rectangulum CFD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FC. Sed vt EG ad GB, ita est EF ad FD, ob similitudinem triangulorum EGB EFD, & ob similitudinem triangulorū AGH CFH, vt HG ad GA ita est HF ad FC. cum igitur proportiones, ex quibus componuntur eædem sint, habebit rectangulum EGH ad rectangulum AGB proportionem eandem, quam rectangulum EFH ad rectangulum CFD. 23 sexti.

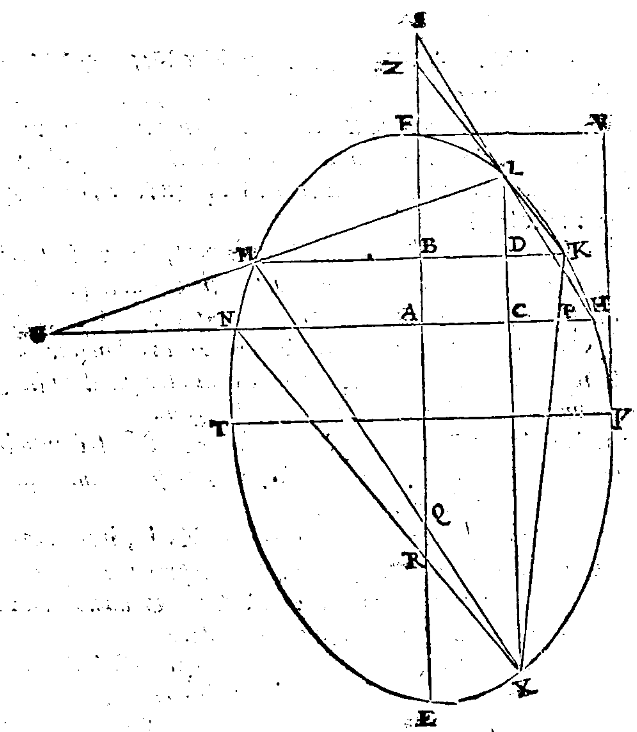
Sic iam descripta] *Hoc est ponatur esse descripta & est problematis resolutio.* A

Est igitur EF ipsius diameter per diffinitionem conicorum positione data] *per* B *decimam scilicet diffinitionem conicorum Apollonij.*

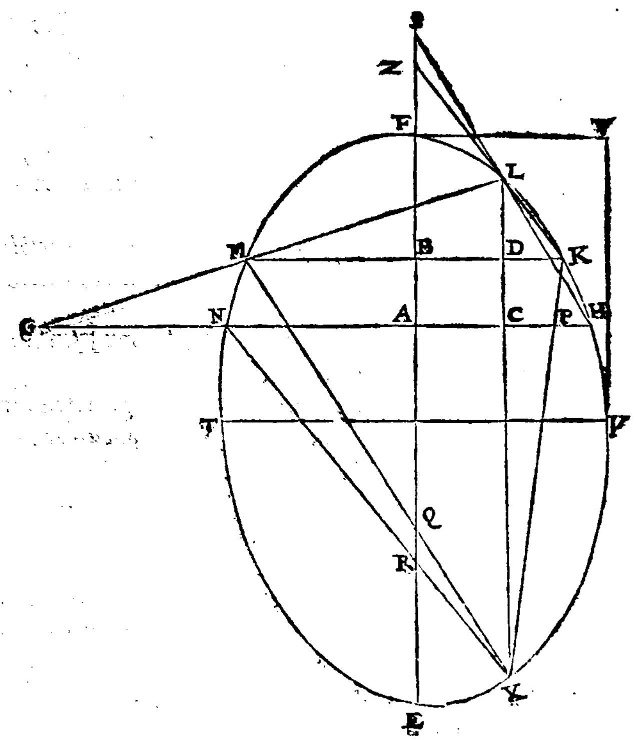
Etenim vnumquodque punctorum AB datum est positione] *frustra additur posi-* C *tione, non enim alio modo punctum datur, nisi positione.*

Ergo datæ sunt rectæ lineæ KM HN cum vnumquodque punctorum, KMHN sit D datū] *Nos hæc ita restituimus, nā græcus codex corruptus est, & mancus, vt opinor, qui sic habet.* δοθὲν ἄρα τῶν κμ θν. *datæ aūt sunt* KM HN *positione & magnitudine ex 26 libri Datorū.*

Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangulum MDK ita est re- E ctangulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCP NCH] *græcus codex.* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν μδκ οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ηγπ νγθ. *sed legendum est* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ μδκ, οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ηγπ νγθ *Primum autem horum constat ex præcedenti lemmate. nam vt rectangulum XDL ad rectangulum MDK, ita est rectangulum XCL ad GCP rectangulum. rectæ enim lineæ MK GP parallelæ sunt, & in ipsas incidit XL, dicunturque LMG XPK, quæ parallelas secant. Secundum vero ita demonstrabitur.*



Sit recta linea TY ellipsis diameter, ipsi diametro EF coniugata, & ducantur TV XV



YV sectionem contingentes in FY. erit FV parallela ipsis MK NH, & YV parallela ipsi EF ex quinta propositione secundi libri conicorum. quare ex 17. tertij conicorum, vt quadratum ex YV ad quadratum ex VF, ita est rectangulum XCL ad rectangulum NCH. vt igitur rectangulum XDL ad rectangulum MDK, ita rectangulum XCL ad NCH rectangulum.

51. quinti.

F Et est datum rectangulum NCH] græcus codex ἴσον ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ νγε. sed videtur legendum καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ὑπὸ νγθ.

G Vtraque enim NC CH data est] Nam cum data sit NH; & ex 28. libri datorum data LCX, quippe quæ per datum punctum L rectæ lineæ EF positione datæ parallela ducitur; erit & punctum C datum, in quo se mutuo secant: & propterea ipsæ NC CH dabuntur.

25. dato.

H Ergo & P datum] Quoniam rectangulum GCP æquale est rectangulo NCH, vt GC ad CH, ita erit NC ad CP. sed proportio GC ad CH est data, cum vtraque data sit, & data NC. ergo & ipsa CP, & ob id punctum P dabitur ex 27. libri datorum.

14. sexti.
1
2 datorũ

K Quare & punctum X dabitur] græcus codex δοθὲν γὰρ τὸ ξ. sed puto legendum δοθὲν ἄρα τὸ ξ Nam cum rectæ lineæ KPX LCX positione dentur, & punctum in quo conueniunt inter se, videlicet X datum erit ex 25. libri datorum.

L Erit rursus vt rectangulum NCH ad rectangulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS EAF] Rursus horum primum apparet ex lemmate antecedenti, nam recta linea NH incidit in duas parallelas LX SR, & ductæ sunt HLS NRX, quæ easdem secant. secundum vero eodem, quo supra, modo ostendetur.

M Simili ratione demonstrabitur, rectangulum quoque EBF datum] Iunctis enim MX, KL, quæ diametro EF productæ occurrant in punctis QZ; eodem modo demonstrabitur vt rectangulum MDK ad rectangulum XDL, ita esse rectangulum MBK ad vtrumque rectangulorum QBZ EBF. quare rectangulum EBF rectangulo QBZ est æquale. atque est rectangulum QBZ datum. datum igitur & ipsum EBF.

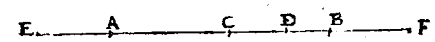
Et diameter ipsi coniungata, cum detur proportio transuersi lateris EF ad rectu. N
eadem enim est quam rectangulum EAF habet ad id quod fit ex AN quadratum] Namque vt rectangulum EAF ad quadratum ex AN, ita est transuersum figuræ latus ad rectum. ex 21. primi libri conicorum. sed cum datum sit rectangulum EAF, & quadratum ex AN, proportio quoque ipsorum data erit. & datum transuersum latus, videlicet diameter EF. ergo & latus rectum, & propterea diameter ipsi coniugata; hoc est secunda diameter, quæ ex diffinitione mediam proportionem habet inter figuræ latera; videlicet inter EF & latus rectum dabitur enim proportio ipsius EF ad secundam diametrum. ex 24. libri datorum. Cum igitur per resolutionem diameter ellipsis EF magnitudine data sit, hoc est transuersum figuræ latus, itemque latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipsim describere. quod ipsum facere oportebat.

1
2 datorũ

O Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB] græcus codex ἔστω δοθὲν ἓν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αβγ αβδ sed legendum puto ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αγβ αδβ.

P Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale, rectangulo autem ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD. nam ob constructionem &c.] Hæc nos restituimus nam græcus codex & corruptus est, & mancus, qui sic habet. ἴσον γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβγ ἴσον τὸ ὑπὸ δγε, τῷ δὲ ὑπὸ αδβ ἴσον τὸ ὑπὸ γδζ πρὸς τὸ ελ, οὕτως ἡ αζ πρὸς ζδ διὰ τὴν κατασκευήν.

Q Rectangulum igitur contentum EC FD æquale est rectangulo EAF. quare datum erit punctum A. similiter & ipsum B datum] Corruptus etiam est hoc loco græcus codex in quo sic legitur. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βγδ τῷ ὑπὸ εδζ. ὥστε καὶ τὸ α σημεῖον. ὁμοίως καὶ τὸ β. sed cum hæc demonstratio obscura nimis, & concisa sit, nos eam apertissime, & planissima explicare conabimur Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB, & data sint CD puncta. Dico etiam puncta AB data esse.

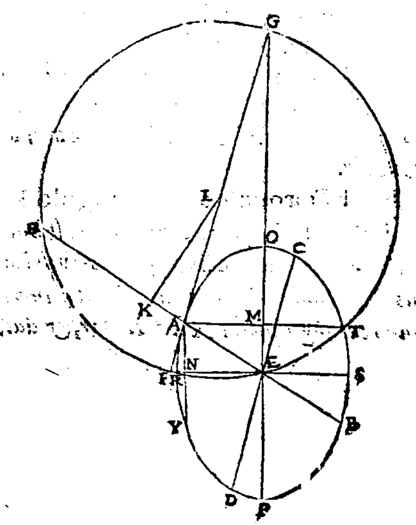


Rectangulo enim ACB æquale sit rectangulum DCE, & rectangulo ADB æquale rectangulum CDF. erit vt BC ad CD, ita EC ad CA. & per conuersionem rationis vt CB ad BD, ita CE ad EA. Rursus vt AD ad DF, ita erit CD ad DB, componendoque vt AF ad FD, ita CB ad BD. quare AF ad FD est vt CE ad EA, & idcirco rectangulum contentum FD & CE æquale est rectangulo EAF. sed rectandulum contentum FD & CE datum est, vtraque enim est data. ergo datum est etiam rectangulum EAF, quod quidem applicatur ad datam rectam lineam EF, deficiens figura quadrata. data igitur est EA ex 38. libri datorum. & data AC. Quod cum datum sit rectangulum ACB, erit CB & tota AB necessario data. R

Eadem enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] Nam ex 17. tertii li-
bri conicorum eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum NTK ad rectangulum H
LYV ita esse, vt rectangulum NTK ad MTH rectangulum.
Et datum est NYK rectangulum] Quoniam datæ sunt NK LV, dabitur etiam punctum
Y, in quo conueniunt ex 25. libri datorum. quare & ipsæ NY YK rectangulum continentes. T
Ergo & ipsum LYV] Ex 2. libri datorum. V
Datum igitur est punctum V.] cum enim datum sit rectangulum LYV, & data LY, dabitur quoque YV ex 55. libri datorum quare & V punctum ex 27. eiusdem.

PROBLEMA X. PROPOS. XIV.

Facile autem est inuentis quibuscumque coniugationibus diametrorum ellipsis, axes eius organice inuenire, quod quidem hac ratione fiet.



Exponantur prius inuentæ diametri coniugatæ ellipsis, quæ sint AB CD, sese in puncto E bifariam secantes. & per A quidem ipsi CD parallela ducatur FG: quadrato autem ex DE æquale ponatur rectangulum EAH: & EH bifariam secetur in K, cum sit DE maior, quam EA. deinde a puncto K ipsi HE ad rectos angulos ducatur KL, quæ rectam lineam FG in L secet. & ex centro L per E circuli circumferentia describatur, secans ipsam FG in F G punctis: iunctæque EF, EG producantur, & ad ipsas agantur perpendiculares AM AN. rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrum-
A que quadratorum ex EO EP. & rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadra-
B torum ex OR OS. Inuenti igitur erunt axes ellipsis OP RS. quorum minimus crassitudini cylindri est æqualis: vt in principio dictum fuit.

COMMENTARIVS.

A Rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorũ, ex EO ES. Et rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex ER ES.] *græcus codex corruptus & mancus est hoc loco, quem nos restituimus, sic enim habet.* καὶ τὸ μὲν ὑπὸ ηεμ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ὑπὸ εθ επ, τῷ δὲ ὑπὸ ερθσ. *lege* καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ηεμ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ὑπὸ εο επ, τῷ δὲ ὑπὸ ζεν ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ερ εσ.

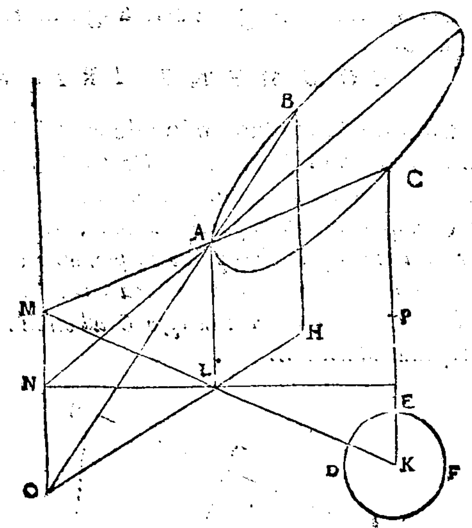
B Inuenti igitur erunt axes ellipsis OP RS.] *Producatur AM vsque ad T, ita vt TM ipsi MA sit æqualis. producatur etiam AN vsque ad Y vt YN sit æqualis NA. erunt puncta TY in ellipsi, ex iis, quæ demonstrata sunt ab Apollonio in propositione 47 secundi libri conicorum. Sed RS parallela est ipsi AT, est enim angulus GEF in semicirculo rectus. quare*

quare & OP ipsi AY parallela erit. Quoniam igitur CD ad AB ordinatim est applicata, quæ per A ipsi DC parallela ducitur, videlicet FG sectionem in puncto A continget. & cum FG sectionem contingens diametro occurrat in G, & AM ordinatim applicetur, erit ex 37. primi libri conicorum rectangulum GEM æquale quadrato ex EO, vel EP. Eadem quoque ratione cum AN ordinatim applicetur, rectangulum FEN quadrato ex ER vel ES est æquale. ergo OP RS ellipsis coniugati axes erunt. mirum autem est Pappum alioqui diligentissimum huius problematis demonstrationem non attulisse.

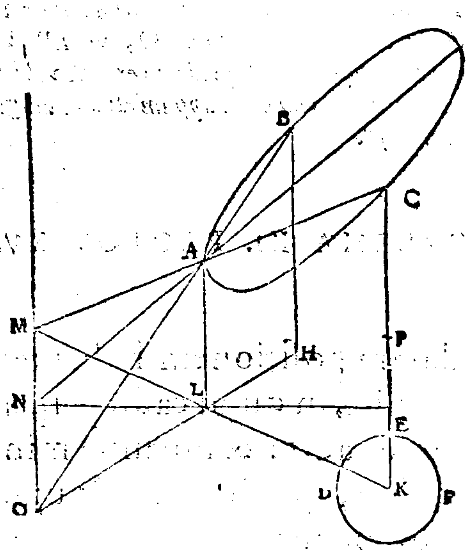
PROBLEMA XI. PROPOS. XV.

Sphæra sublimi datam positionem habente ad subiectum planum, punctum inuenire, in quod cadit perpendiculariter demissa; & secundum quod cadit: & inuenire minimam lineam a perpendiculari abscissam, quæ inter duo puncta interijcitur. inter punctum scilicet, quod in superficie sphæræ, & punctum, quod in plano continetur. præmittitur autem hoc.

Dato circulo sublimi, non tamen in plano ad subiectum planum recto, communem sectionem vtrorumque planorum, & eorumdem inclinationem inuenire.



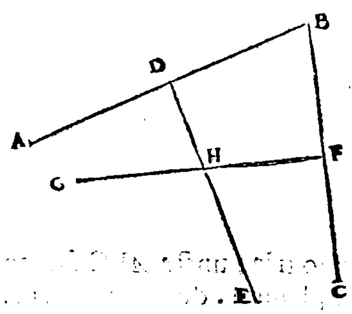
Sit circulus sublimis in quo tria puncta ABC sumantur: & ab ipsis ducentur per- A
pendiculares ad subiectum planum. ducentur autem hoc modo. A' puncto C recta linea in subiectum planum incidens, vt CD, admoueatur, & tangat planum in alijs B
duobus punctis EF, sumaturque circuli circa DEF centrum, quod sit K. ergo quæ a
puncto



C punctò C perpendicularis ducitur, in K punctum cadet, & data erit CK. demittantur etiam a punctis AB similiter perpendiculares BH AL, iunctæque KL HL producantur, & fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML: vt autem BH ad AL, ita HO ad
D OL. quare data erunt puncta MO. etenim in nobis erit eiusmodi perpendiculares sumere, ita vt ipsarum vna videlicet AL minima sit. rectæ igitur lineæ sunt MAC OAB
E suntque in plano circuli ABC, & idcirco communis sectio ipsius & subiecti plani est
F recta linea MO. ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur erit & AN ad MO perpendicularis. inuentus igitur erit angulus ANL, qui quidem est ipsorum planorum inclinatio.

COMMENTARIVS.

A' puncto C recta linea in subiectum planum incidens, vt CD admoueatur, & tan-
A gat planum in alijs duobus punctis EF] *cadat a puncto C in subiectum planum recta linea quædam CD ita vt ipsum in D contingat. vel igitur CD in vno tantum puncto planum continget, vel in pluribus punctis. & si quidem in vno puncto tantum, erit CD ad ipsum perpendicularis, sin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim punctum C a subiecto plano æquali distet interuallo, recta linea CD in circuli ambitu feretur, & coni recti superficiem describet. quare ducta linea ab ipso C ad circuli centrum, quæ est axis coni, ad dictum planum perpendicularis erit.*



B Sumaturque circuli circa DEF, centrum, quod sit K.] *illud autem hoc modo fiet. Sint data*

data puncta ABC, & iuncta AB bifariam secetur in D, atque ipsi ad rectos angulos ducatur DE. erit in recta linea DE ipsius circuli centrum, ex corollario primæ tertij elementorum. Rursus iuncta BC secetur bifariam in F, & per F ipsi BC ad rectos angulos ducatur FG, quæ secet DE in H. Dico punctum H esse centrum circuli, qui per puncta ABC transit. est enim centrum in recta linea DE, vt ostensum est, & eadem ratione in ipsa FG, quare erit in puncto H, in quo scilicet ipsæ DE FG conueniunt. hoc autem nihil aliud est, nisi circa datum triangulum circulum describere.

Et fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML] *fiet autem hoc modo. Secetur CK in puncto P, ita vt PK sit æqualis ipsi AL: & quam proportionem habet CP ad PK, habeat KL ad* C
LM. erit enim componendo vt CK ad KP, hoc est ad AL, ita KM ad ML. & eodem modo fiet, 10. sexti.
vt BH ad AL, ita HO ad OL.

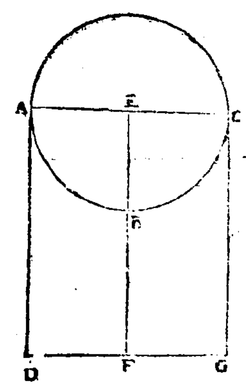
Rectæ igitur lineæ sunt MAC OAB] *Hoc nos demonstrauimus in commentarijs in 10. propositionem secundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate.* D

Ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur] *Addita hæc sunt a nobis, quæ in græco codice desiderari videbantur.* E

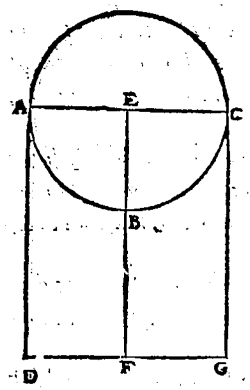
Erit & AN ad MO perpendicularis] *Ex 42. sexti libri huius.* F

PROBLEMA XII. PROPOS. XVI.

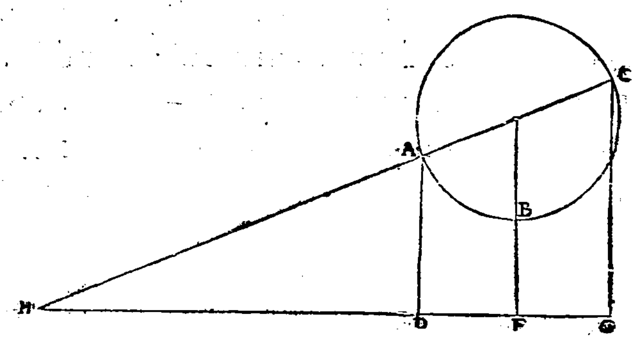
Hoc præmisso, sit sphæra sublimis, & propositum sit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demissa in subiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abscissam, quæ inter superficiem sphæræ, & dictum planum interijcitur.

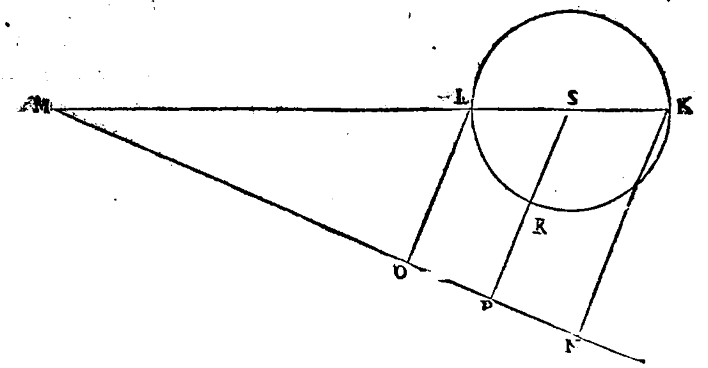


Sit sphæra sublimis posita circa centrum E, & in ipsa maximus quedam circulus de- A
scribatur ABC. An vero sit in plano ad subiectum planum recto, an non, hoc modo B
cognoscemus. Sumantur in circumferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad subiectum planum perpendiculares ducantur, vt didicimus, & si quidem puncta in quæ perpendiculares cadunt, sint in eadem recta linea, erunt plana ad sese recta, sin minus inclina-



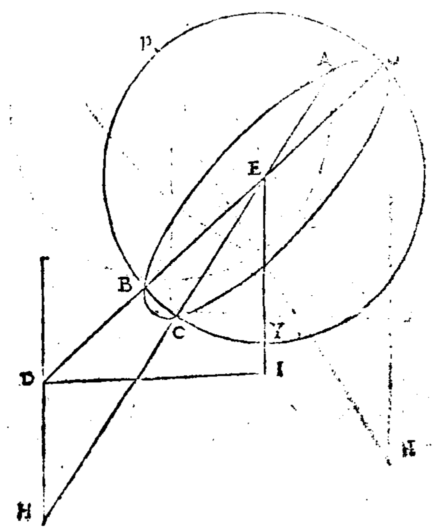
Inclinata, sint autem primum recta: & à punctis AC perpendiculares ducantur AD CG, quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint primum æquales, & iuncta DG bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum in plano, quod quærimus: & punctum B circumferentiæ ABC medium, quod in ſuperficie ſphæræ puncto F reſpondet: & BF per-

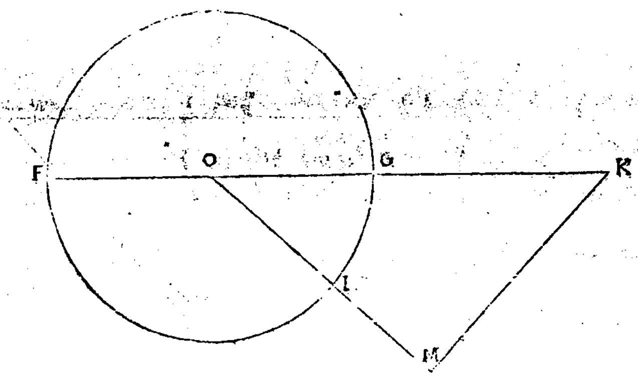


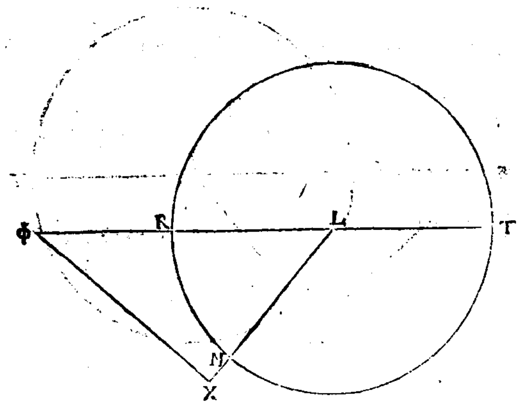


pendicularis minima, vt ante dictum eſt. Sed non ſint æquales, ſitque AD minor: & producta GD, fiat vt CG ad AD, ita GH ad HD. erit punctum H, in quo recta linea à puncto C ad A ducta, ſubiecto plano occurrit. & tum recta linea AH, tum angulus AHD dabitur. His ita conſtitutis exponatur circulus circa diametrum KL, æqualis maximo circulo ABC: & producta KL adiungatur LM æqualis AH: anguloq; AHD æqualis fiat angulus KMN. a punctis autem KL perpendiculares demittantur KN

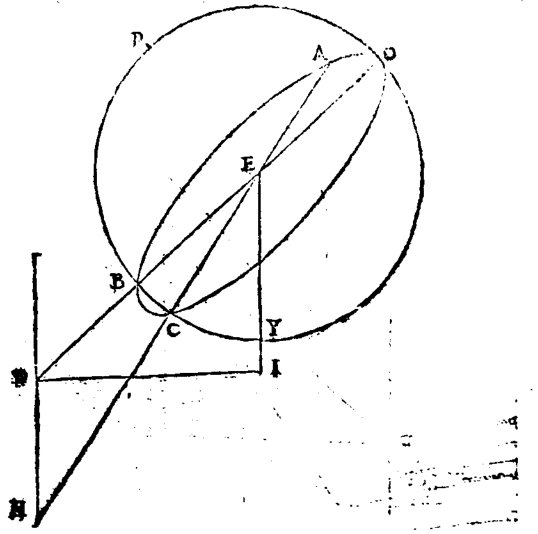
LO, & a centro S perpendicularis SP, quæ circumferentiam circuli in puncto R ſecet deinde circumferentiæ LR æqualis ſumatur circumferentia AB: & rectæ lineæ OP æqualis recta DF: quod idem eſt ac ſi diceremus recta linea DG bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum, in quod ſphæra demiſſa cadet, & punctum B in ſuperficie ſphæræ: & perpendicularis minima, quæ ipſi RP eſt æqualis.

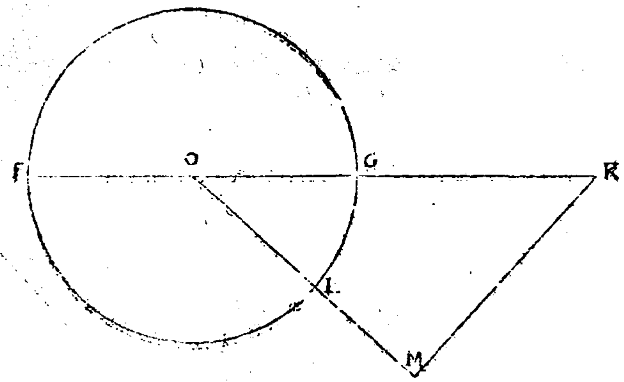


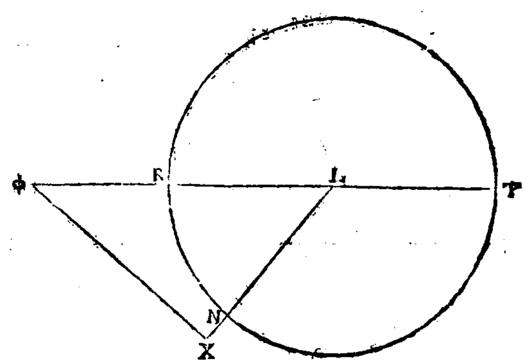




Non ſit autem circulus ABC in plano ad ſubiectam planum recto: ſumaturque ipsorum communis sectio DH: & in circulo ABC sumantur puncta AC secundum diametrum opposita, ita vt recta linea coniũgens puncta AC communi sectioni DH occurrat. quod quidem facile fieri potest, cum linea sit in circuli ABC plano. Itaque







occurrat in H. data igitur erit AH, & angulus AHD datus. ducatur a centro E ad DH perpendicularis EBD, quę quidem ducetur hoc modo. Exponatur circulus FLG circa FG diametrum maximo circulo ABC ęqualis: & adiungatur GK æqualis CH, anguloque

anguloque AHD æqualis constituatur angulus FKM: & a centro O perpendicularis OLM. postea circumferentiæ GL æqualis abscindatur circumferentia CB, & rectæ lineę KM æqualis recta BD. ergo DB ipsi ML æqualis erit: & ad HD perpendicularis; ac producta in centrum E cadet. hæc enim ex similitudine perspicua sunt. ducatur ipsi DH ad rectos angulos ipsubiecto plano recta linea EE. quare DH perpendicula- C
ris est ad planum, quod per lineas EDI ducitur. ac propterea circulus ABC ad dictũ D
planum rectus est, planum igitur BDI productum circulum faciet in spæra maxi- E
mum, ad circulum ABC rectum. quod quidem per polos ipsius & per puncta BO F
transibit. ergo si circuli ABC polum sumentes, qui sit P; per P & per vtrumque ipso- G
rum BO circulum describemus: erit is in sphæra maximus, & erit in plano per ODI H
transeunte. Itaque describatur, & sit BPO: rursusque exposito circulo RNT circa RT diametrum, addatur Lφ æqualis BD, & angulo BDI æqualis fiat angulus RφX: & a cento L perpendicularis ducatur LNX. circumferentiæ vero RN sumatur ęqualis circumferentia BY in BPO circulo. & rectæ lineæ φX æqualis recta DI. ergo iuncta IY æqualis erit ipsi XN, & producta in centrum E cadet: eritque ad subiectum planum & ad rectam lineam DI perpendicularis. punctum igitur I est illud, in quod sphæra cadit: & punctum Y, secundũ quod cadit. minima vero perpendicularium est ipsa YI.

COMMENTARIVS.

Sumantur in circuli circumferentia tria quævis puncta, a quibus ad subiectum planum perpendiculares ducantur.] *græcus codex hoc loco deprauatissimus est, quem nos restituimus.* A

Vt diximus] *in antecedente scilicet.* B

Quare DH perpendicularis est ad planum, quod per lineas EDI ducitur] Ex 4. *vndecimi elementorum. est enim DH perpendicularis ad ipsas DE DC, quæ in puncto D se mutuo secant.* C

Ac propterea circulus ABC ad dictum planum est rectus] Ex 18. *vndecimi elementorum. Nam circuli ABC planum per DH transit, quippe quæ communis sectio est ipsius & subiecti plani.* D

Planum igitur BDI productum circulum faciet in sphæra maximum] Ex 6. *primi libri sphæricorum Theodosij, cum per centrum E transeat.* E

Quod quidem per polos ipsius, & per puncta BO transibit] Ex 13. *primi libri sphæricorum eiusdem.* F

Ergo si circuli ABC polum sumentes, qui sit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri spæricorum.* G

Per P & per vtrumque ipsorum BO circulum describemus.] *Ex 29. eiusdem libri.* H

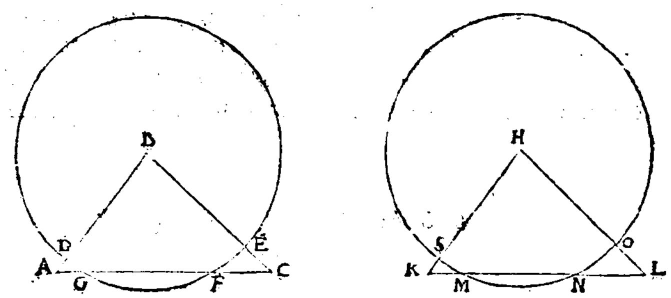
PROBLEMA XIII. PROPOS. XVII.

Sphæra posita, & puncto extra ipsam dato, inuenire punctũ, in quo recta linea a dato puncto ad centrum spærę ducta circumferentiam secat.

Hoc autem perspicuum est. si enim a dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipsa circulum describet: & polus ipsius erit punctum illud, quod quæritur.

PROBLEMA XIV. PROPOS. XVIII.

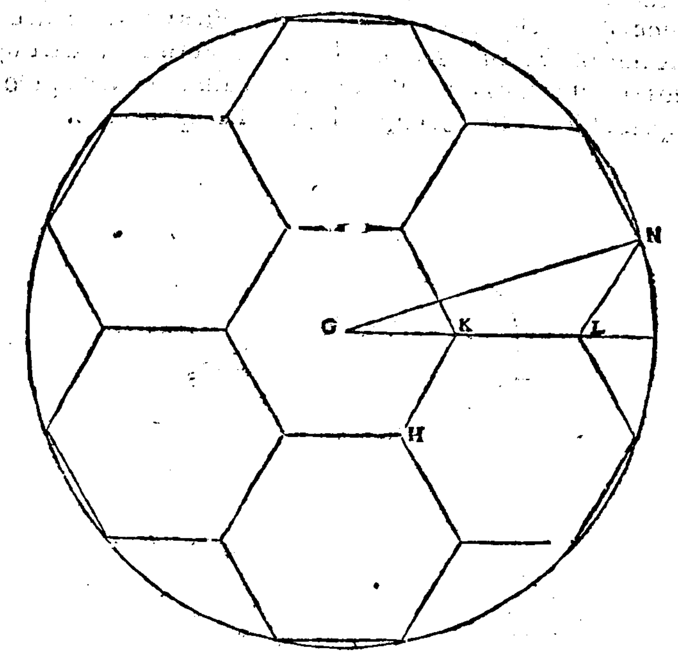
Ponatur rurſus ſphæra; & duo puncta dentur, vtraque extra ſuperficiem eius, & oporteat ſumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens, ſphæræ ſuperficiem ſecat.



Ponatur enim ſphæra circa B centrum; & data puncta extra ſuperficiem eius ſint AC. puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ ſuperficiei occurrunt DE. Deſcribatur maximus circulus DEFG. ergo datæ erunt AD CE rectæ lineæ. & cum data ſit ſphæræ ſemidiameter, totæ ABCB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB AC CB triangulum HKL conſtituatur, & circa centrum H deſcribatur SMNO circulus; circulo DEFG æqualis. Si ergo is circulus ſecat KL, manifeſtum eſt rectam lineam, quæ puncta AC coniungit, ſphæram ipſam ſecare, ſin minus, non ſecare. Itaque circulus ſecet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abſcindatur circumferentia DG; circumferentiæ vero ON æqualis abſcindatur EF. conſtat igitur puncta GF ea eſſe, in quibus recta linea coniugens AC ſphæræ ſuperficiem ſecat,

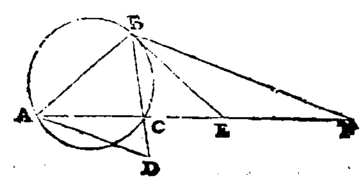
PROBLEMA. XV. PROPOS. XIX.

Vtilia etiam ſunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id, quod facile eſt a reſolutione manuducta experientiam proportione reſpondentem effugere poſſint. vt exempli gratia. In dato circulo ſeptem hexagona deſcribere, vnum quidem circa idem, quod eſt circuli centrum: reliqua vero ſex a medijs lateribus, quæ oppoſita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



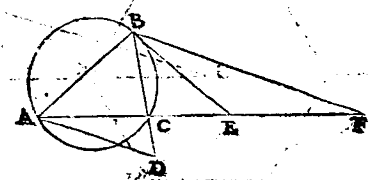
Sit datus circulus, cuius centrum G, & circa idem centrum ponatur latus hexagoni HK, ita vt hexagonum, quod ab HK deſcribitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK. ergo GK in eadem recta linea conſtituitur in qua latus hexagoni K, propterea quod angulus quidem GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN, cum GK KL æquales ſint, erit GL dupla ipſius LN. eſtque angulus ad L datus, quippe qui continet rectum, ac recti tertiam. triangulum igitur GLN ſpecie datur. & datur proportio GN ad NL. ſed data eſt GN. ergo & NL, videlicet hexagoni latus, data erit.

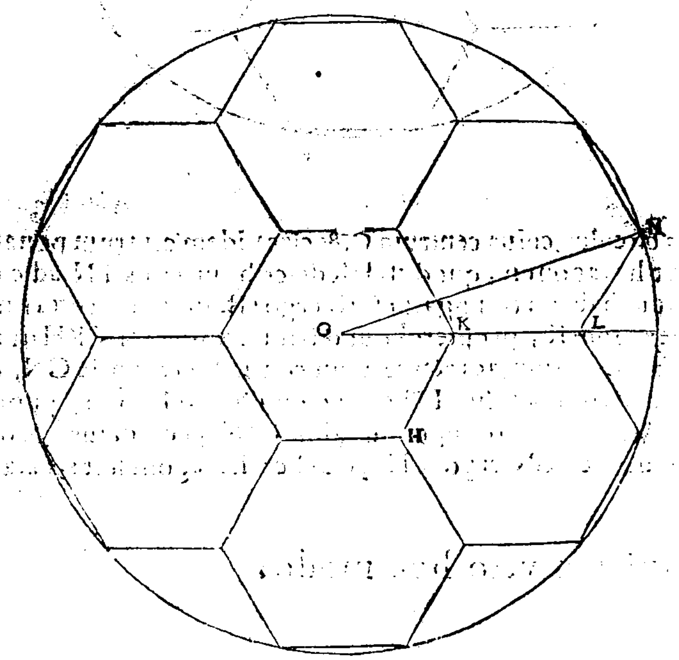
Organicum vero hoc modo.



Exponatur rectæ lineæ, quæ eſt ex cẽtro circuli, tertia pars AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, duarũ tertiarũ recti angulũ ſuſcipiẽs. & quarũ partiũ recta linea AE eſt nouem, earum quattuor abſcindatur CE: & BE contingens ducatur. Dico iunctã AB hexagoni lateri HK æqualẽ eſse. producatur. n. BC, & ipſi AB, æqualis ponatur BD.

BD. ergo triangulum ABD æquicrure eſt: & recta linea AF æqualis ei, quæ eſt ex cen-
A tro circuli. Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad
quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem ha-
bebit. quare AB, hoc eſt BD ſeſquialtera eſt BC, & BC ipſius CD dupla. ſed & FC du-
pla eſt CA. ergo & iuncta BF ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. ſed & GL dupla eſt LN
& æquales angulos continent. triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo NLG: &
recta linea AF æqualis GN. ergo & AB ipſi NL, vel HK æqualis erit.



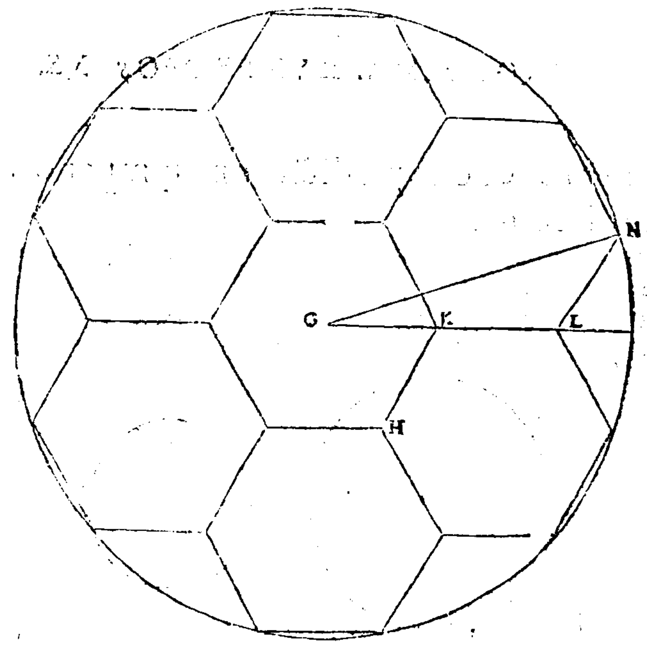


ALITER. Idem aliter & manifeſtius oſtendemus.

Sit AF æqualis ei, quæ eſt ex centro circuli dati: & abſcindatur ipſius tertia pars
AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, ſuſcipiens angulum duarum tertiarum re-
B cti. & quarum AC eſt quinque, earum quattuor ponatur CE: ducaturque EB portio-
nem contingens. & iunctis AB BF BC producatur BC ad D, ita vt BD ſit æqualis BA,
C & AD iungatur. Quoniam igitur in circulum ductæ ſunt ECA EB, quarum altera
quidem ſecat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum AEC æquale quadra-
to ex EB. ergo vt AE ad EB, ita BE ad EC: proptereaque CBE triangulum triangulo
ABE æquiangulum erit. & vt EA ad AB, ita EB ad BC. vt igitur quadratum ex AE
ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC. ſed vt quadratum

ex AE

ex AE ad quadratum ex EB, ita AE ad EC. quare vt AE ad EC, ita quadratũ ex AB,
hoc eſt BD ad quadratum ex BC. quadratum igitur ex DB ad quadratum ex BC pro-
portionem habet eandem, quam nouem ad quattuor. & idcirco DB ſeſquialtera
eſt ipſius BC: & BC dupla CD. eſt autem & FC ipſius CA dupla. ergo vt FC ad CA, D
ita BC ad CD. & anguli ad C æquales ſunt. angulus igitur ad D angulo FBC: & angu- E
lus ad F angulo CAD eſt æqualis. quare vt FB ad BC, ita AD ad DC: & permutando



vt FB ad AD, ita BC ad CD. ſed BC eſt dupla CD. ergo & FB ipſius AD, hoc eſt AB du-
pla erit. angulus autem ad D eſt duarum tertiarum recti. quare & duarum tertiarum
recti eſt FBC: & totus ABF vnius recti, ac tertiæ. Itaque ſi habeamus circulum circa
centrum G, cuius ſemidiameter ſit æqualis AF; a centro autem ipſius ducamus GL,
quæ ſit æqualis FB, & ad rectam lineam GL, atque ad punctum L angulum conſtitua-
mus GLN ipſi FBA æqualem, & iungamus GN: erit triangulum NLG triãgulo AFB
æquiangulum. eſtque AF æqualis GN ergo & NL ipſi AB æqualis erit. conſtat igitur
deſcriptionem ſex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipſi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, A
& quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit.]
Omnia hæc, & quæ deinceps ſunt, paulo poſt apertius explicabuntur.

Vt igitur quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadra- B
tum ex BC] *Quoniam enim vt EA ad AB, ita EB ad BC, erit permutando vt AE ad EB, ita* 22 ſexti.
*AB ad BC; & ideo vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad qua-
dratum ex BC.*

Sed

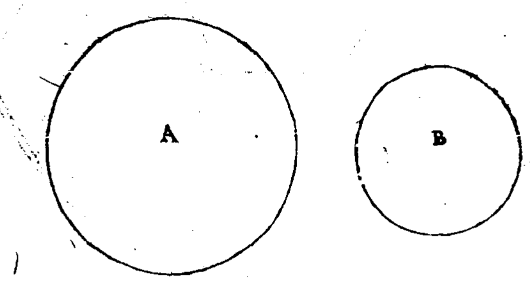
C Sed vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita est AE ad EC] *Ex corollario 20. sexti elementorum. nam vt AE ad EB, ita BE ad EC. quod superius demonstratum est.*

D Et idcirco DB sesquialtera est ipsius BC] *vt enim nouem ad sex, ita sex ad quattuor. & cum quadratum ex DB ad quadratum ex BC sit vt nouem ad quattuor, erit DB ad BC, vt nouē ad sex; vel vt sex ad quattuor. ergo DB ipsius BC sesquialtera erit.*

E Angulus igitur ad D æqualis est angulo FBC, & angulus ad F angulo CAD est æqualis] *Quoniam vt FC ad CA, ita BC ad CD, erit permutando vt FC ad CB, ita AC ad CD.*
15. prim. *atque est angulus BCF æqualis ipsi DCA. triangulum igitur BCF simile est triangulo DCA: &*
6. sexti. *ob id angulus FBC æqualis angulo ADC; angulusque BFC angulo CAD æqualis.*

PROBLEMA. XVI. PROPOS. XX.

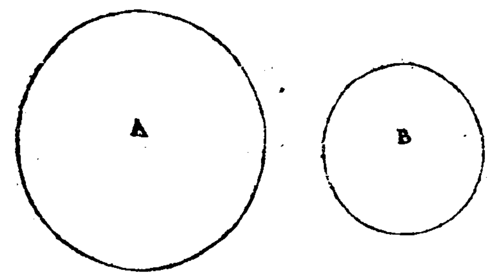
Quo autem modo supradictorum tympanorum appositio fiat, nunc dicemus.



Sint duo tympana tornata, & sibi ipsis apposita AB: & sit vt diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B. sic enim tympanorum appositio seruatur; propterea quod vt circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita est diameter ad diametrum. hoc enim infra demonstrabitur.

THEOREMA V. PROPOS. XXI.

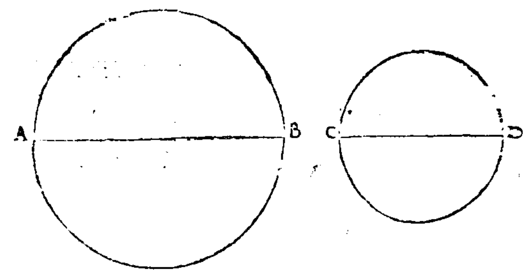
Ponatur tympanum quidem A dentium sexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita esse dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.



Quoniam enim tympana AB sibi ipsis apposita sunt, quot dentes mouetur B, totidem mouebitur etiam ipsum A. quando igitur B conuersum integram reuolutionē fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A, tunc A motum erit dentes 2400, quanta est multitudo dentium A in multitudinem dentium B ducta: simili ratione ostendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta est multitudo dentium A, tunc B dentes 2400 motum esse, quanta est multitudo dentium B ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras resolutiones fecerit quadraginta, quanta est multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VII. PROPOS. XXII.

Circumferentias autem circulorum inter se ua esse, vt eorum diametri, nunc ostendemus.



Sint enim duo circuli AB CD circa AB CD diametros. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita esse AB diametrum ad diametrum CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD. sed circuli AB quadruplum est rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur. circuli vero CD quadruplum. est rectangulum, quod continetur diametro CD, & CD circumferentia rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areæ, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate demonstratum est vt igitur rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur, ad rectangulum contentum CD diametro & circumferentia CD, ita quadratum ex AB ad quadratum ex CD: permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia AB & AB diametro ad quadratum ex AB, ita quod circumferentia CD, & CD diametro continetur ad quadratum ex CD. ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum. hoc enim perspicuum est, & in elementis sumitur quare & permutando vt AB circumferentia ad circumferentiam CD, ita diameter AB ad diametrum CD.

COMMENTARIUS.

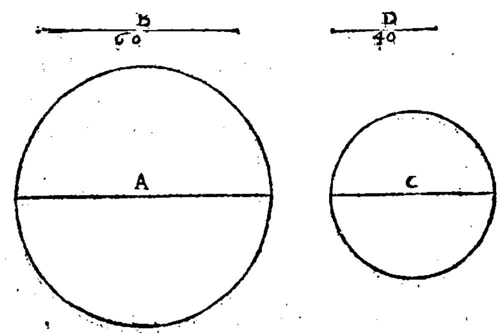
A Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD] *Ex secunda propositione duodecimi libri elementorum.*

B Rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimensione, propositione prima demonstrauit quemlibet circulum æqualem esse triangulo orthogonio, cuius semidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum sunt, circumferentia vero basi eius est æqualis. Sed rectangulum contentum semidiametro circuli & eius circumferentia dicti trianguli est duplum. quare sequitur ipsius quoque circuli duplum esse.*

C Ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum.] *Est enim rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita rectangulum contentum circumferentia circuli CD, & CD diametro ad quadratum ex CD. Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita est circumferentia circuli AB ad AB diametrum ex prima sexti libri elementorum. habent enim eandem altitudinem, videlicet rectam lineam AB. & simili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli CD & CD*
11.quinti. *diametro ad quadratum ex CD, ita circuli CD circumferentia ad diametrum CD. quare vt circumferentia circuli AB ad AB diametrum, ita circumferentia circuli CD ad diametrum CD.*

PROBLEMA XVII. PROPOS. XXIII.

Tympano dato, & data multitudine dentium ipsius, propositum sit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & apposite tympani diametrum inuenire.

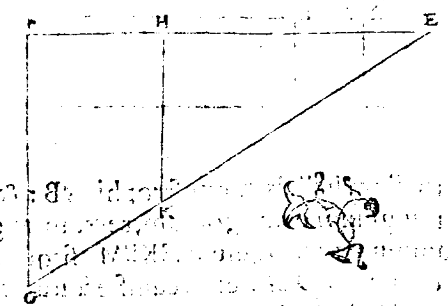


Sit tympanum A, cuius dentium multitudo sit numerus B, vnitatum videlicet sexaginta. & ipsi A apponatur tympanum C, cuius multitudo dentium sit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B est multitudo dentium tympani A, & numerus D multitudo dentium tympani C, est que multitudo dentium tympani C ipsius circumferentia; erit

erit

erit vt B numerus ad numerum D, ita circumferentia A ad circumferentiā C. sed vt circūferentia ad circumferentiā, ita diameter ad diametrū. proportio autem numeri B ad D numerū est data; cum data sit proportio sexaginta ad quadraginta. ergo & diametri A ad diametrū C proportio eadē est, quæ sexaginta ad quadraginta. & data est diameter A. ergo & diameter C dabitur. Oportebit enim facere, vt numerus sexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad aliam diametrum, circa quam circulus descriptus quæsito tympano æqualis erit. 2.datorum

Organice vero hoc modo.



Exponatur recta linea EF, diuisa in tot partes æquales, quot dentes sunt tympani A, hoc est in sexaginta. atque ipsi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur: iungaturq; EG. & quarū partiū EF est sexaginta, earū quadraginta sumatur EH, quarū scilicet est multitudo dentiū tympani C. deinde per H ipsi FG parallela ducatur HK. erit igitur HK tympano C æqualis. etenim demōstratio manifesta est. A B

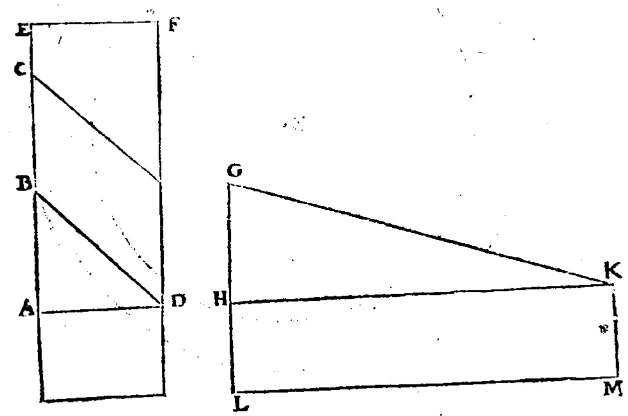
COMMENTARIUS.

A Atq; ipsi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur] *Potest FG ad EF etiā in quocumque alio angulo aptari. idem namque sequitur necesse est.*

B Etenim demonstratio manifesta est] *Ex quarta sexti libri elementorum. triangula enim EFG EHK similia sunt. quare vt EF ad FG, ita EH ad HK & permutando vt FE ad EH, hoc est vt sexaginta ad quadraginta, ita FG ad HK; hoc est ita diameter tympani A ad tympani C diametrum.*

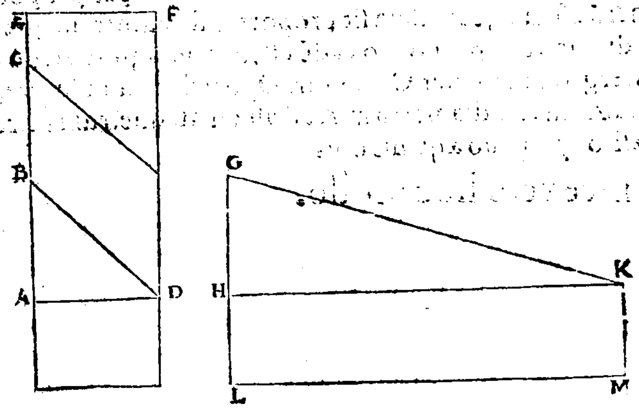
PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIV.

Quomodo autem construatur cochlea, helicem habens obliquis dentibus tympani dati congruentem, ita manifestum erit.

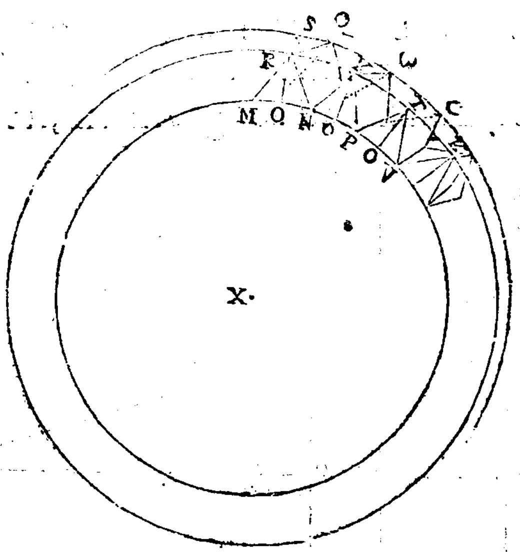


Intelligatur cylindrus æquali crassitudine tornatus ad EF cuius latus AE, su-

maturque



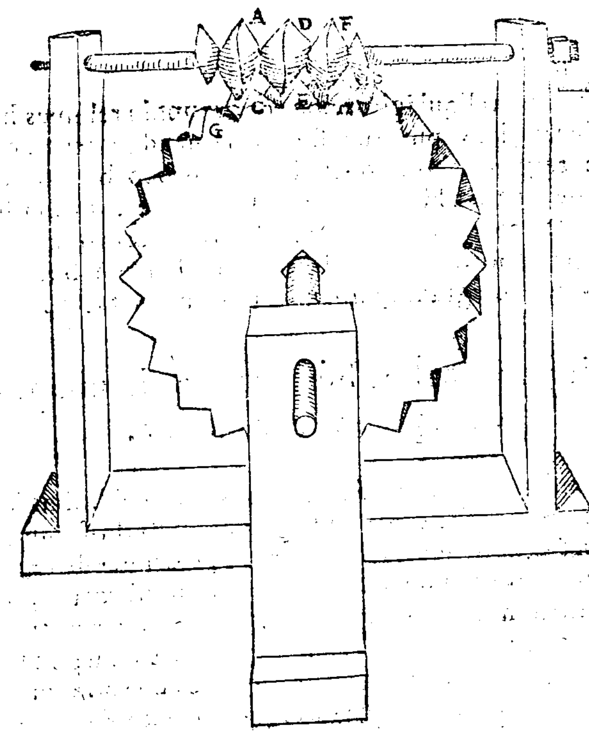
maturque in ipso interuallum helicis monostrophi AB: & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK sit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H; reliqua vero parallelogrammum rectangulum HKLM. sitque HG æqualis ipsi AB, & HK æqualis perimetro cylindri ADEF. & circumflectatur lamina circa cylindrum, ita vt parallelogrammum HKLM etiam cylindrus fiat, contingens DE quando intro ductum fuerit. ponatur autem H in A,& G in B,& sic per GK subtensam angulo recto atque inflexam describemus helicem, quæ monostrophos appellatur, vt BD.& rursus trãsponentes laminam, vt H ponatur in B,& G in C, describemus per GH alterã helicem monostrophon, ita vt tota distrophos sit. in quo enim tempore A ad B accedit, cum æqualiter moueatur, in hoc & AB mota in superficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea AB ferri diximus helicem monostrophō describet. id, quod demonstrauit Apollonius pergæus; si igitur & vtramque lineãrum AB BC,& eas, quæ deinceps sunt vsque ad E bifariam secemus: & per puncta lamina describamus helices monostrophos, ab ipsis autem profunditatem quancumque voluerimus, sumamus,& a profunditate reliquum descriptæ helicis, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



Rursus in altera superficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius

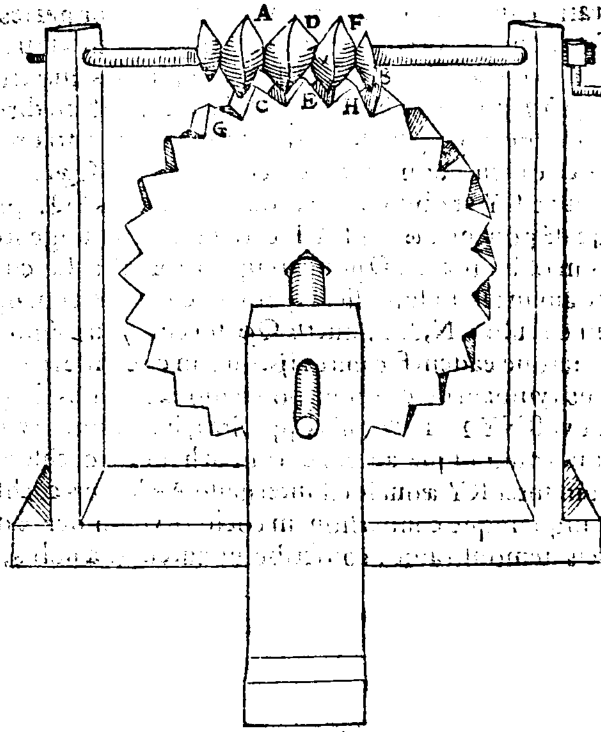
ius

ius circumferentia RYTK, & centrum X, punctaque RYT æquali spacio inter sese distantia, vel bi gratia cum totus circulus in viginti quattuor partes diuisus fuerit. ab ipsis autem RYT punctis ad X centrum vergentes ducantur vsque ad circulum MNPV circa X descriptum rectæ lineæ RO YO TO: & a punctis quæ circumferẽtias OO bifariam secant, ad RYT ducantur NR MR NY PY PT VT:& in directum ipsi OR ducatur in conuexa superficie tympani RS vsque ad circumferentiam, quæ est in altera tympani superficie circa tempus similiter descripto circulo Qω. atque a puncto S medietati circumferentiæ RY vt obliquitatis, ponatur æqualis SQ, ipsi autem RY Qω: & ita deinceps æqualẽ ponentes ωC ipsi YT,& reliquas, coniunge itesque RQ Yω TC habebimus dentium obliquitates. Quoniam igitur RY circulus circulo Qω est æqualis, describemus etiam in altera superficie tympani circa centrum oppositum puncto X, circulũ æqualem circulo MN,& a punctis Qω ducemus ad ipsum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes ijs, quæ in circumferentia circuli R T, habebimus aliud latus tympani descriptum. postremo excidentes figuras, quæ inter lineas interiiciuntur vt RNY YPT, & ipsis oppositas, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum. vnusquisque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam & interuallum inter RY æquale est interuallo AB helicis cochleæ; & manifestũ est secundum vnamquamque conuersionem cochleæ vnum dentẽ deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonstrauit, conscribetur autem & a nobis, vt nihil extrinsecus inquiremus,



Intelligatur cochlea AB,& in ipsa helix AC DE FB, intelligatur etiã monostrophi dictæ helicet. tympanũ autem appositum & dentatũ sit GCEH, dentes habens GC CE

EH



EH helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquas helices. Itaque si conuertamus cochleam, ita vt punctum E impellatur ad partes C, erit E in C, quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem CE positionem ipsius CG, dens vero EH positionem EC & rursus cum EH habuerit positionem CE in vna cochleæ conuersione omnino deferetur & in dentibus, qui deinceps sunt eadem intelligere oportet. quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

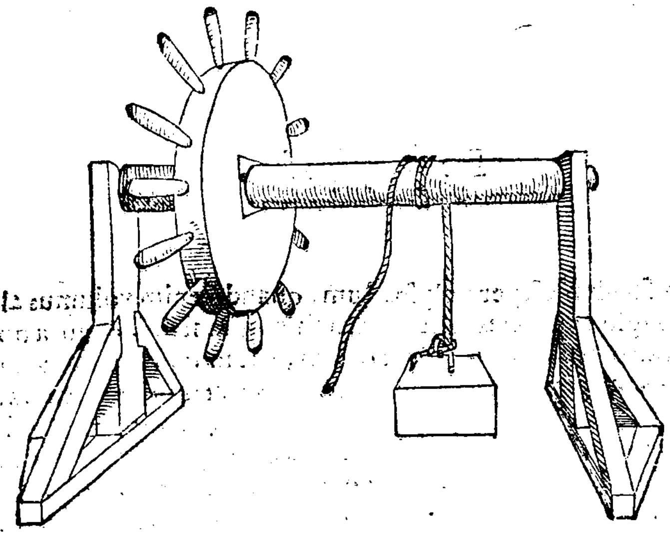
Hæc igitur de pondere dicta sint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone expositionem breuiter faciemus, ad memoriam studiosorum, addentes etiam de machina vnimembri, bimembri, trimembri & quadrimembri ea, quæ necessario dicuntur. ne qui hęc quærit aliquando laboret inopia librorum, in quibus scripta sunt. etenim nos in libros magna ex parte deprauatos, & tum principio, tum fine carẽtes incidimus. Cum igitur quinq; sint facultates, per quas datũ pondus data potentia mouetur, necessarium est figuras earũ, & vsus; præterea etiã nomina exponere. Traditum autẽ est ab Herone, & a Philone quã de causa prædictæ facultates in vnam reducentur naturã, quamquã figuris multum inter se distantes. Nomina igitur hæc sunt. Axis in peritrochio, vectis, polyspaston, cuneus, & pręter hęc quę Appellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

Axis igitur in peritrochio hoc modo construitur. Lignum accipere oportet firmum,

firmum,

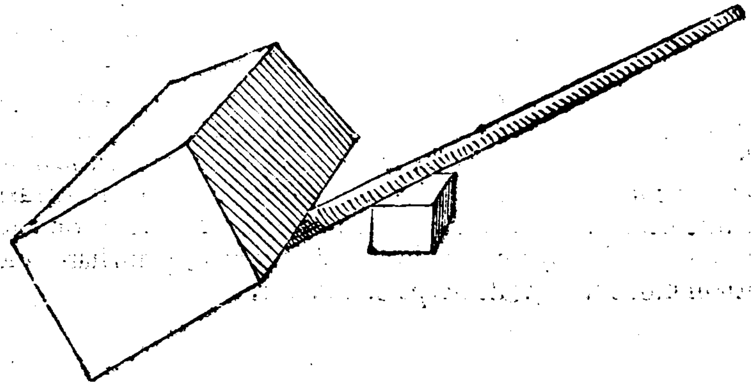
firmum, quadratum perinde ac tignum: eiusque extrema contorquentes rotunda facere, & choinicidas circumponere æreas coagmentatas axi, ita vt iniectæ in foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant τρήβεις æreos choinicidibus subiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictũ est, Axis, & circa medium axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Constructio igitur declarata est. Vsus autem est, qui dicetur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa depressas partes axis; & in foramina, quæ sunt in peritrochio inijcientes scytalas, deducentesque peritrochium conuertimus, & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem conuolutis, vel etiam ab aliquo recollectis, vt ne toti axi circumponãtur. dicti autem instrumenti magnitudinem quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda sunt, ponderibus, symmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps ostendetur.



De vecte.

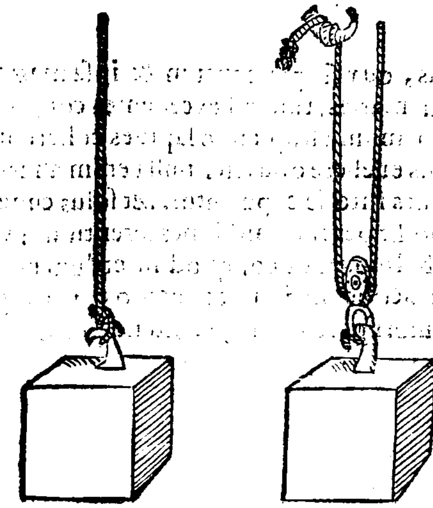
Erat autem secunda facultas, quæ per vectem, & fortasse premeditatio motus circa excedentia pondera statuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, ansas autem non habebunt, quod omnes partes basis ipsius ponderis solo incumberent, paulum suffodientes, & ligni longi extremitatem subijcientes sub onus, adducebant ex altera extremitate, supponentes ligno prope ipsum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur. cumque illis visus esset hic motus valde facilis, existimauerunt fieri posse, vt hoc pacto magna pondera mouerentur. vocatur autem tale lignem vectis, siue quadratum, siue rotundum sit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps ostendemus.

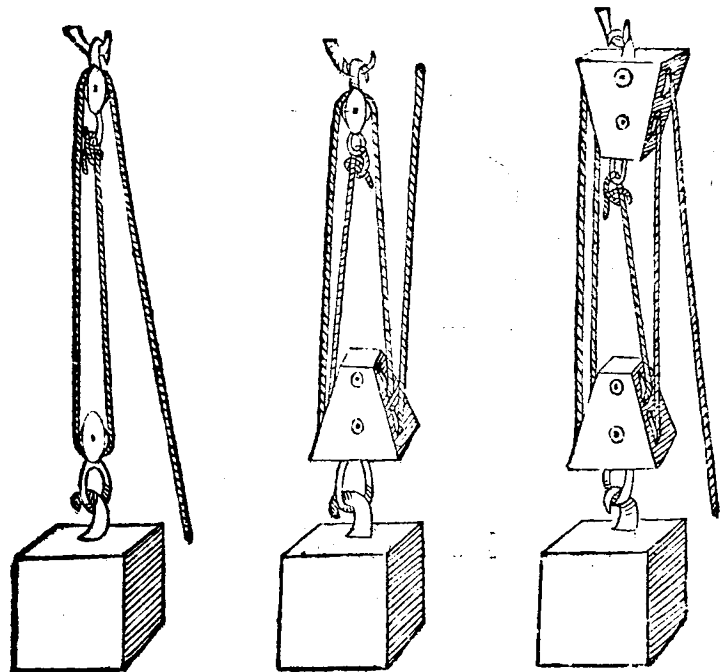
De



De polyspasto.

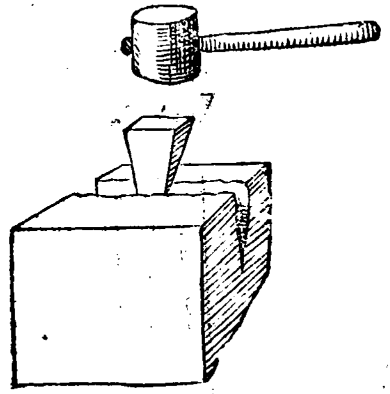
Tertia autem facultas est per polyspastum. quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipso religantes funem, attrahimus tanta vi, quanta ponderi est æqualis. Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipsius caput suspendamus ex aliquo loco manente, alterum vero traijcientes per orbiculum ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rursus si ex loco manente suspendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum sumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rursus si ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipsum sumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. semperque orbiculum a manente loco & a pondere religantes, & vicissim ductum caput traijcientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto plura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente suspendi. sed singulos orbiculos seorsum a manente loco, & a pondere religemus, orbiculi quidem, qui dicuntur in manente loco esse, in vnum lignum induntur, circa axes versationes habentes, quod mãganum appellatur, hoc autem per alterum funem ex manente loco sespenditur. orbiculi vero, qui sunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rursus solum a pondere religatur. atque ita oportet in manganis dispositos esse orbiculos, vt ne membra inter se implicata difficulter moueantur. Quam autem ob caussam cum plura sint membra, facilitas mouendi subsequatur, ostendemus, & cur alterum caput ex manente loco suspendatur.





De Cuneo.

Sequens autem facultas, quæ fit per cuneum & ipsa magnas vtilitates affert, tum ad compressiones vnguentarias, tum ad excellentes conglutinationes per tectonicam. Omnium autem maximum est, quando lapides cohærentes cum partibus inferioribus ex ipsis lapicidinis euellere opus sit. nulla enim aliarum facultatum hoc efficere potest; neque si omnes inter se copulentur. At solus cuneus efficax est qualibet ratione: & nulla cessatio fit per intermissiones agentium; valida autem fit contentio quod quidem manifestum est ex eo, quod interdum non percusso cuneo sonitus, & ruptiones per cunei actionem fiunt. & quanto cunei angulus minor est, tanto facilius agit, videlicet leuiori percussione, vt ostendemus.

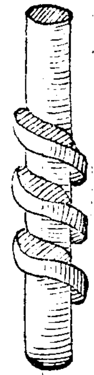


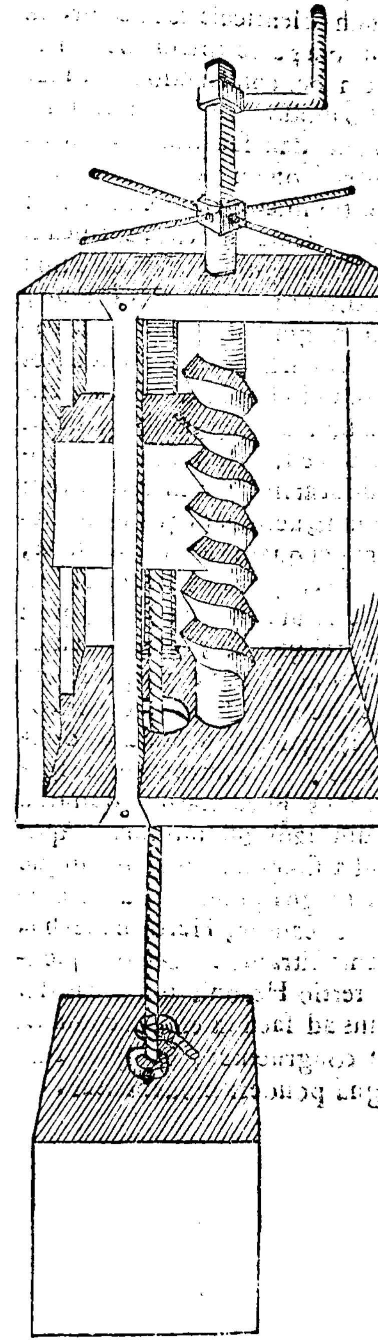
De cochlea.

Instrumenta vero, de quibus dictum, manifestas, & absolutas habeat constructiones, quæ per sæpe in ipso vsu apparent. Sed cochlea nescioquid difficile habet, tum ad constructionem tum ad vsum. Interdum enim ipsa per se ipsam sola agit: interdum vero aliam quoque facultatem assumens; quamquam nihil aliud sit cochlea, quam assumptus cuneus expers percussionis; per vectem quoque motionem efficiens. Hoc autem manifestum erit ex ijs, quæ dicentur. Natura quidem considerationis, quæ circa ipsam, eiusmodi est

Si cy-

Si cylindri latus feratur in superficie cylindri; a termino aut ipsius. punctum aliquod simul in latere feratur, ita vt in eodem tempore & latus vnam conuersionem absoluat, & punctum latus totum permeet; linea in superficie cylindri a puncto facta helix est, quam cochleam appellant. Describetur autem in cylindro hoc pacto.

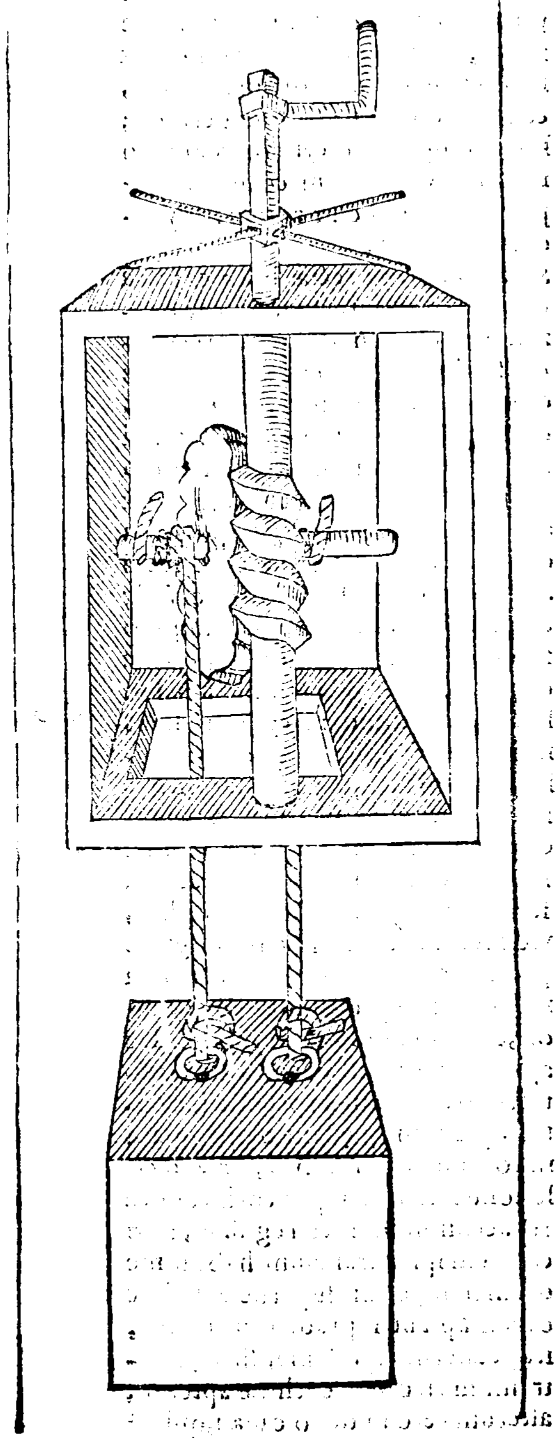




Si in plano duæ rectæ lineæ exponantur, ad rectos inter se angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri sit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui est basis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo subtensa: ponatur autem ea, quæ est æqualis lateri cylindri, in ipso cylindri latere; & altera, quæ circa rectum angulum conuoluatur in circuli circumferentia, & quæ recto angulo subtenditur, in cylindri superficie conuoluetur, in qua erit dicta helix. licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales, quot quis voluerit. & in vnaquaque ipsarum helicem describere, sicuti superius dictum est, ita vt in cylindro plures helices describantur. vocetur autem semel sumpta helix monostrophos, videlicet linea, quæ fit circa singulas partes. In ipsa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & excidentes ita vt tylus solidus aptetur in canali. cochlea sic vtuntur. Extrema ipsius rotunda facientes aptant in quædam diapegmata in rotundis foraminibus, ita vt facile conuertantur supra cochleam vero accommodantes regulam, quæ canalem ipsi parallelum habeat medium in superiori superficie. In hoc canali aptant supradictum tylum, ita vt alterum quidem ipsius tyli extremum in canali cochleæ aptetur; alterum vero in dicto canali, qui est regula. Quando igitur volunt per hoc instrumentum onus mouere, sumentes funem, vnum ipsius caput a pondere religant, alterum vero a prædicto tylo: & cum foramina sint in capite cochleæ scytalas inijcientes eam versant. atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet etiam loco scytalarum manubrium quoddam circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita versantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ est in cochlea interdum

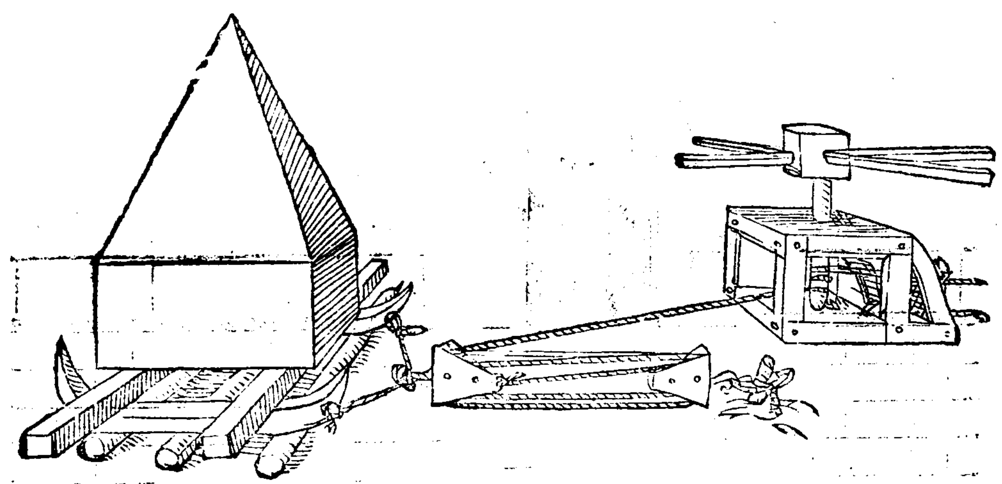
De Oooo 2 quadrata

quadrata fit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habent inciſiones, lenticularis vero cum obliquas; & in unā lineam deſinentes. quarum illa quadrata, hæc lenticularis uocatur. ita que cum ipſa per ſe ipſam cochlea agit, hanc habet conſtructionem. Fiat etiam alio modo. Aſſumentes enim alteram quandam facultatem, uidelicet conſtructionem axis in peritrochio uocati; intelligemus circa axem tympanum dentatum eſſe, cochleam uero quandam tympano adiacere ſiue rectam ad ſolum, ſiue ei parallelam; que helicem quidem tympani dentibus implicatam habeat, extrema uero, quæ in foraminibus rotundis, uertentur in quibuſdam pegmatibus, ſicuti ante dictum eſt, & cum extremum cochleæ emineat in partem exteriorem diapegmatis, uel anſam quandam circumponi per quam uerſetur cochlea, uel foramina ita, ut iniectis ſcytalis ſimulter uerſetur. Rurſus funes, qui a pondere religantur, conuoluentes circa axem ex utraque tympani parte: & uerſantes cochleam, & per cochleam tympanum dentatum onus attrahemus. Conſtructiones igitur, & uſus prædictarum quinque facultatum iam oſtendimus. quæ uero cauſa ſitcut per unamquamque ipſarum magna pondera parua omnino ui moueantur, Hero in mechanicis demonſtrauit. At inſequentibus ex tertio Heronis machinas deſcribemus ad facilitatem, & commoditatem congruentes, per quas rurſus magna pondera mouebuntur.



De ijs, quæ in ſolo ducuntur.

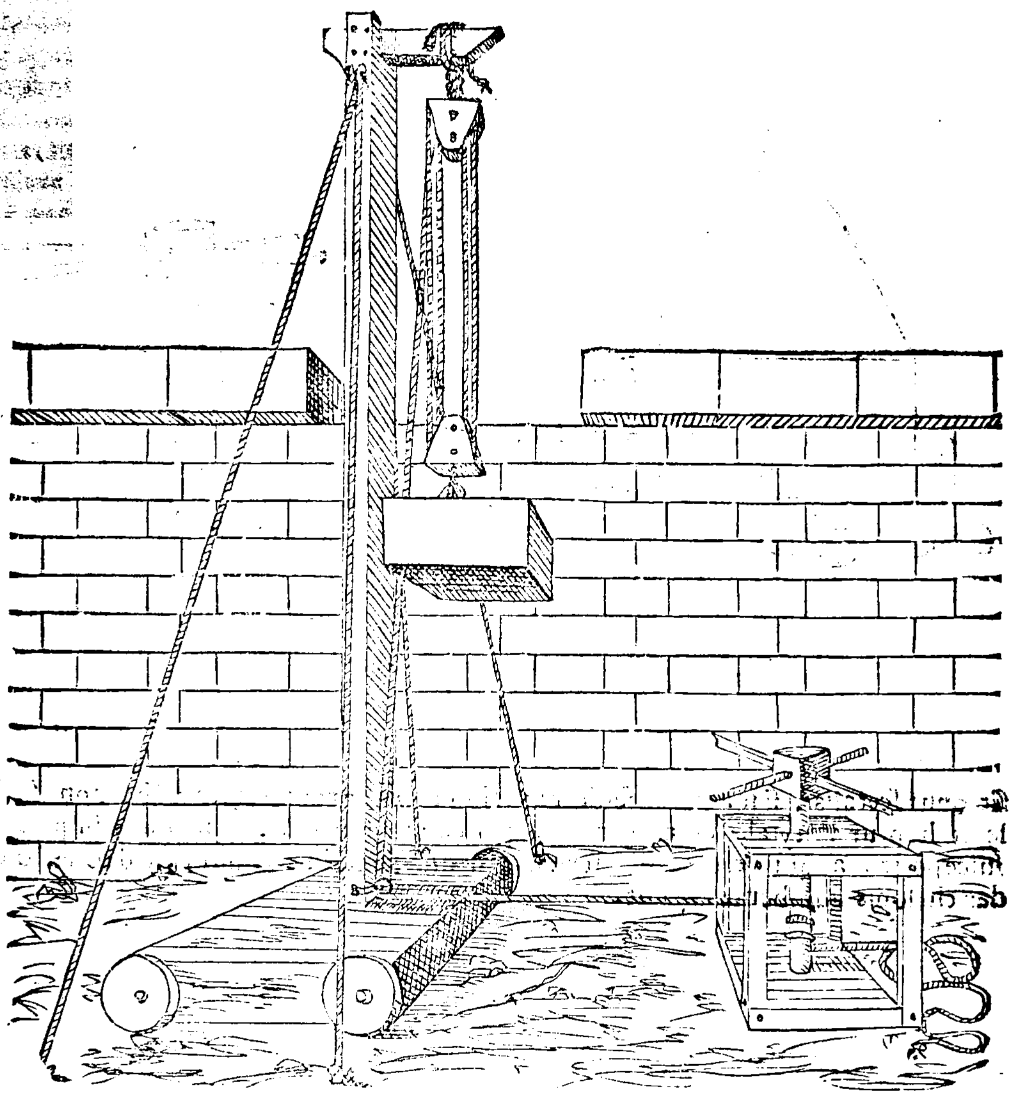
Quæ igitur in ſolo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina eſt ex quattuor lignis compacta, quorum extrema ſunt reſima. his onera imponunt, & ad earum extrema ſiue polypaſta, ſiue funium capita religantur. hęc autem vel manu trahuntur, vel in ergatas referuntur. quibus circum actis chelone in ſolo trahitur ſuppoſitis ſcytalis, vel ſanidibus. Si enim paruum



ſit onus ſcytalis, ſi magnum ſanidibus vti oportet, propterea quod hæ non facile trahuntur. ſcytalæ enim conuerſę periculum ſubeunt, cum onus impetum ſuſceperit. aliqui vero neque ſcytalis, neque ſanidibus vtuntur, ſed rotas ſolidas chelonis adhibentes agunt.

De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt in quit, machinæ fiunt, aliæ quidem vnimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. vnimembres igitur hoc modo. Lignum firmum sumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & si ipsum quidem per se firmum fuerit, sumentes funem, circaque ipsum stringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem constringunt. interuallum autem, quod inter conuolutiones interijcitur, non sit maius quattuor palmis, & ita lignum firmius efficitur. & funis conuolutiones tamquam gradus vtiles erunt ijs, qui agunt, & volunt in superiorem partem onus eleuare. Si autem lignum non sit firmum ex pluribus coagmentetur. & expendere oportet onera, quæ eleuari debent, vt ne membrum debilius sit. stat enim membrum rectum in



ligno

ligno aliquo: & ad extremam ipsius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demissi referuntur ad aliqua loca permanentia, vt lignum quo quis impulerit, non cedat, ab externis funibus contentum. ex superiori autem ipsius parte polyspasta suspenduntur, & ducentes ad vnus attrahunt, siue manu, siue ad ergatas referentes. & quando onus in sublime eleuatum sit, oporteatque lapidem parieti imponere, vel vbi quis voluerit, relaxantes vnum aliquē funem ex ijs, qui in extremo religantur, videlicet eum, qui est ad alteras partes oneris, membrum inclinant, vel scytalas supponentes oneri in ijs partibus, in quibus funda lapidi non obuoluitur, laxant agentia polyspasta, quousque onus scytalis insideat; deinde soluentes fundam, vectibus mouent onus, adeo vt in quem velint locum transferant; vel rursus subiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad alteram ædificij partem tandem adducunt, simul remittentes funes, & rursus religantes vtuntur, sicuti ante dictum est.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

✠ ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZ.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz. Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp Qqq Rrr Sſſ Ttt Vuu Xxx Yyy Zzz. Aaaa Bbbb Cccc Dddd Eeee Ffff Gggg Hhhh Iiii Kkkk Llll Mmmm Nnnn Oooc.

Omnes sunt duerniones.

PISAVRI:
Apud Hieronymum Concordiam;
M D LXXXVIII.